



HAL
open science

Débruitage de séquences vidéo en présence de perturbations fortement impulsives

Mohammed El Hassouni

► **To cite this version:**

Mohammed El Hassouni. Débruitage de séquences vidéo en présence de perturbations fortement impulsives. Informatique [cs]. Université de Bourgogne, 2005. Français. <NNT : 2005DIJOS004>. <tel-01374673>

HAL Id: tel-01374673

<https://hal.science/tel-01374673v1>

Submitted on 30 Sep 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Université de Bourgogne

U.F.R SCIENCES ET TECHNIQUES

Laboratoire *LIRSA*

THÈSE

présentée devant l'Université de Bourgogne

pour obtenir le grade de

DOCTEUR

DE L'UNIVERSITÉ DE BOURGOGNE

Discipline : **Informatique**

par

Mohammed El Hassouni

**Débruitage de séquences vidéo en présence de perturbations
fortement impulsives**

Soutenue le 24 Mars 2005 devant la commission d'examen :

Président	:	Bernard Peroche	Université de Lyon I
Rapporteurs	:	Kacem Chehdi	Université de Rennes I
		Mohamed Daoudi	Université de Tours
Examineurs	:	Driss Aboutajdine	Université de Rabat
		Pierre Gouton	Université de Bourgogne
Directeur de thèse	:	Hocine Cherifi	Université de Bourgogne

Remerciements

Pendant toute la durée de ma thèse, j'ai eu la chance de côtoyer, et parfois même de rencontrer, des personnalités réellement extraordinaires. Qu'il me soit permis ici de leur rendre humblement hommage et de les remercier pour tout ce qu'elles m'ont apporté : pour l'aide et les conseils qu'elles m'ont prodigués, pour leur passion contagieuse, mais aussi et surtout pour la formidable image de la Recherche et de l'Humanité en général qu'elles incarnent à mes yeux. Un travail de thèse met à contribution beaucoup de personnes. Durant trois années, M. Hocine Cherifi Professeur du laboratoire LIRSA de l'Université de Bourgogne de Dijon a dirigé mes travaux de recherches. Cette thèse doit énormément à sa grande disponibilité, son dynamisme, ses encouragements, son ouverture d'esprit et bien sûr ses qualités scientifiques exceptionnelles. Il m'a permis de me consacrer à cette thèse dans des conditions tout simplement parfaites. Je lui adresse mes plus sincères remerciements. Il s'est profondément investi dans tous les travaux qui sont présentés ici. J'ai eu grand plaisir à travailler avec lui.

Que M. Kacem Chehdi, Professeur à l'ENSSAT de Lannion et M. Mohamed Daoudi, Professeur à l'Ecole Polytechnique de Tours, trouvent ici l'expression de ma gratitude pour le temps qu'ils ont bien voulu consacrer à la lecture approfondie de ce manuscrit, en tant que rapporteurs. Leurs remarques ont fortement contribué à l'amélioration de ce document.

J'adresse mes sincères remerciements à M. Bernard Peroche, Professeur à l'Université de Lyon I et M. Pierre Gouton, Professeur au Laboratoire LE2I de l'Université de Bourgogne, pour avoir accepté d'examiner ce travail.

Que M. Driss Aboutajdine, Professeur du Groupe Signaux et Communications de l'Université Mohammed V de Rabat, trouve ici mes plus vifs remerciements pour m'avoir impliqué dans ce domaine de recherche et son profond investissement dans tous les travaux qui sont présentés ici. J'ai eu un réel plaisir à collaborer avec lui.

On ne passe pas trois années dans un établissement sans tisser des liens d'amitié. Aussi dans

Remerciements

le désordre qui me caractérise, je vais tâcher de n'oublier personne. Je voudrais tout d'abord remercier les thésards et permanents du laboratoire LIRSA qui ont contribué à rendre ce séjour agréable.

Mes plus sincères remerciements vont aussi à ma famille. Aucun mot ne saurait retranscrire ici sans l'affaiblir le bonheur qu'elle m'a toujours apporté, ni l'ampleur de ce que je lui dois.

À mes parents

À mon frère et ma soeur

Table des matières

Remerciements	3
Introduction générale	9
1 Modèles statistiques de bruit dans les images naturelles	13
1.1 Introduction	13
1.2 Propriétés statistiques des images naturelles	14
1.3 Modèles de bruit d'image	16
1.3.1 Le modèle gaussien	17
1.3.2 Le modèle laplacien	17
1.3.3 Le modèle gaussien généralisé	18
1.3.4 Le modèle de mélange de gaussiennes	20
1.3.5 Le modèle α -stable	21
1.3.6 Mélange de gaussiennes et processus α -stable	26
1.4 Les statistiques d'ordre supérieur	29
1.4.1 Moments et cumulants	30
1.4.2 Propriétés	31
1.4.3 Estimateurs des cumulants et moments	32
1.5 Conclusion	33
2 Débruitage des séquences d'images	43
2.1 Introduction	43
2.2 Approche markovienne	44
2.3 Approche variationnelle	46
2.4 Transformation en ondelettes	49
2.5 Approche filtrage	50
2.5.1 Filtres linéaires	50
2.5.2 Filtres non linéaires	55
2.6 Conclusion	58

3	Estimation du mouvement	61
3.1	Introduction	61
3.2	Différentes méthodes d'estimation du mouvement	62
3.2.1	Méthodes par transformées	62
3.2.2	Méthodes différentielles	62
3.2.3	Méthodes de mise en correspondance	63
3.3	Techniques d'estimation du mouvement basées sur les SOS	64
3.3.1	Méthode d'Anderson	65
3.3.2	Méthode de Sayrol	68
3.4	Méthode région-réursive basée SOS	69
3.4.1	Formulation du problème	70
3.4.2	Le modèle de mouvement	70
3.4.3	Estimation	71
3.4.4	Application sur des séquences d'images bruitées	73
3.5	Conclusion	82
4	Débruitage de séquences d'images par les statistiques d'ordre supérieur	85
4.1	Introduction	85
4.2	Filtres d'ordre où L -filtres	86
4.2.1	Définition	86
4.2.2	Optimisation des L -filtres	87
4.3	Le L -filtre spatio-temporel compensé en mouvement	87
4.3.1	Structure du filtre	87
4.3.2	Le L -filtre 3-D	88
4.4	Les algorithmes du L -filtre adaptatif	89
4.4.1	L'algorithme LMS (Least Mean Squares)	89
4.4.2	L'algorithme LMK (Least Mean Kurtosis)	90
4.4.3	L'algorithme NLMS (Normalized LMS)	90
4.4.4	L'algorithme NLMK (Normalized LMK)	91
4.5	Quelques améliorations des filtres	91
4.5.1	Implémentation réursive	91
4.5.2	Traitement adapté au contenu informationnel local de l'image	92
4.6	Évaluation des performances des algorithmes proposés	93
4.6.1	Évaluations en fonction du type de bruit	94
4.6.2	Évolution des performances en fonction du MAD	99
4.6.3	Comparaisons de temps de calcul	102
4.7	Évaluation des performances sans utilisation de la séquence originale	104

4.8	Résultats des améliorations	105
4.8.1	Comparaison avec la version non-réursive	105
4.8.2	Utilisation du traitement adapté au contenu informationnel local	107
4.9	Conclusion	111
5	Élimination du bruit α-stable dans les séquences d'images	113
5.1	Introduction	113
5.2	Le filtre myriad pondéré	114
5.2.1	Le filtre myriad	114
5.2.2	Le myriad pondéré	115
5.3	Filtre linéaire basé sur les moments fractionnaires	116
5.3.1	Le critère de minimum de dispersion	116
5.3.2	Filtres adaptatifs pour les processus stables	117
5.4	Résultats sur des images fixes	120
5.5	Application sur les séquences d'images	127
5.5.1	Le filtre myriad spatio-temporel	127
5.5.2	Le filtre LMP spatio-temporel adaptatif	129
5.6	Résultats expérimentaux	129
5.7	Conclusion	132
	Conclusions et perspectives	135
	Annexe : Comparaisons avec d'autres filtres	139
	Publications	145
	Bibliographie	149

Table des matières

Introduction générale

Il y a un intérêt croissant aux recherches visant des applications utilisant les séquences d'images, principalement dans les domaines d'analyse et de traitement des séquences d'images [TL94]. Le dernier inclut les opérations de filtrage, d'interpolation, d'échantillonnage et de compression, dont les objectifs sont : l'amélioration de la qualité visuelle, la conversion entre différents formats vidéo. Tandis que, l'analyse des séquences d'images englobe certaines opérations visant à extraire des attributs dans le but de la reconstruction ou de l'interprétation des informations de la scène.

Même avec les technologies les plus récentes, il existe de nombreuses situations où les dégradations de la scène originale sont trop importantes pour l'application visée. Ceci peut être dû, par exemple, aux conditions difficiles d'acquisition rencontrées en imagerie médicale, en astronomie ou dans le domaine militaire entre autres. Lorsqu'il est impossible d'améliorer le capteur soit pour raisons de coût, soit à cause de limites physiques, le filtrage des séquences d'images devient nécessaire, non seulement pour améliorer la qualité visuelle de celles-ci, mais aussi pour augmenter les performances des traitements ultérieurs.

Parmi, les types de dégradations présents dans les scènes, nous citons le bruit, dont les causes principales sont les erreurs de transmission, les moyens d'enregistrement (grain de la pellicule ou taille des capteurs CCD), les bruits de mesure (électronique et photonique), le bruit de quantification.

Les techniques de filtrage cherchent à retrouver à partir d'une séquence d'images dégradée la séquence originelle en exploitant éventuellement une connaissance a priori sur la séquence originale et sur le bruit. Le processus de filtrage nécessite donc une étape de modélisation. Les modèles les plus utilisés dans la littérature supposent que les séquences d'images sont corrompues par un bruit additif gaussien. Pour cela, les méthodes de filtrage à base des statistiques du second ordre (SSO) permettent d'offrir de meilleures performances. Si la séquence est sévèrement corrompue

Introduction générale

par un bruit additif non gaussien, ces méthodes deviennent inefficaces.

Dans ce cas, le recours à l'usage des statistiques d'ordre supérieur (SOS) est plus avantageux grâce à leur insensibilité aux effets de bruit non gaussien. Des techniques d'estimation de mouvement utilisant les SOS ont déjà vu le jour. Elle se résument essentiellement aux contributions apportées dans [AG95], [SNG95] et [Elh00]. Les résultats de ces travaux prouvent la robustesse de ces méthodes vis à vis des effets du bruit, ainsi que leur supériorité par rapport à leurs contreparties basées sur les SSO. L'exploitation de l'information temporelle pour le filtrage des séquences d'images permet des traitements plus efficaces que des traitements uniquement spatiaux.

Dans ce sens, notre étude a été suscitée par les limitations des approches basées sur les SSO dans le domaine du débruitage des séquences d'images. Elle se situe dans le cadre des algorithmes de filtrage spatio-temporel compensé en mouvement en environnement non gaussien, qui offrent une représentation plus efficace en terme de qualité des séquences filtrées. Nos travaux reposent essentiellement sur la partie filtrage. Comme les résultats de filtrage dépendent de l'efficacité de l'estimateur du mouvement utilisé.

Nous utilisons, dans un premier temps, la méthode région-réursive d'estimation de mouvement en optimisant un critère des SOS [Elh00]. Celle-ci adopte un modèle de mouvement unique pour représenter le mouvement de chaque région de l'image. Nous avons exploité les performances de cette méthode pour estimer le mouvement dans des séquences d'images bruitées. Les types de bruits considérés sont non gaussiens à comportement impulsif, il s'agit du bruit α -stable, gaussien généralisé et mixte (gaussien + sel et poivre).

Ensuite, nous proposons un filtre spatio-temporel basé sur les SOS. Ce filtre est appliqué directement sur les images issues de la compensation du mouvement. L'objectif de cette proposition est d'évaluer les performances de ce filtre par rapport au filtre basé SSO sur plusieurs modèles de bruits ayant des degrés d'impulsivité différents. Ces méthodes dites non paramétriques présentent l'avantage d'offrir de bonnes performances n'ayant aucune hypothèse sur le modèle du bruit traité.

Notre étude n'a pas été limitée aux méthodes non paramétriques. Mais l'inexistence des SOS et SSO d'un modèle de bruit α -stable nous a poussé à étudier des méthodes plus appropriées dans ce cas. Pour cela, nous avons proposé au début le filtre myriad spatio-temporel. Ensuite, nous avons proposé un filtre spatio-temporel basé sur les moments fractionnaires d'ordre inférieur (MOFI). Ce filtre adaptatif utilise le critère de Minimum Dispersion (MD) pour calculer les coefficients optimaux. Dans cette partie, nous avons testé les performances de ces filtres pour

éliminer le bruit α -stable dans les séquences d'images. Et nous avons comparé leurs performances par rapport aux filtres myriad, médian et LMS.

Cette thèse est composée de cinq chapitres :

- Dans le premier chapitre, nous présentons dans un premier temps un bref aperçu sur la modélisation statistique des images. Ensuite, nous citons quelques modèles paramétriques les plus fréquents pour caractériser le bruit dans les images. Finalement, nous présentons quelques définitions et propriétés des statistiques d'ordre supérieur.
- Nous présentons dans le deuxième chapitre un certain nombre de techniques utilisant des outils mathématiques différents pour le débruitage des séquences d'images. Afin de les présenter, nous avons classé les méthodes suivant les approches utilisées : approches markovienne, par transformée, variationnelle et filtrage.
- Nous présentons dans le troisième chapitre quelques méthodes d'estimation du mouvement utilisées dans des schémas de débruitage spatio-temporel. Nous commençons par citer les principales techniques classiques. Ensuite, nous enchaînons par une présentation des approches développées à base des statistiques d'ordre supérieur, tout en donnant quelques résultats issus de la méthode qui nous intéresse sur quelques types de bruit.
- Dans le quatrième chapitre, nous présentons tout d'abord les filtres d'ordre classiques 1D (L -filtres) et nous proposons leur extension au cas spatio-temporel. Pour le calcul des coefficients de ces filtres les critères d'optimisation employés sont : (LMS : Least Mean Square, LMF : Least Mean Fourth, NLMS : LMS normalisé). Nous développons ensuite un nouveau critère d'optimisation minimisant le kurtosis de l'erreur d'estimation (LMK : Least Mean Kurtosis, NLMK : LMK normalisé). Enfin, nous apportons quelques améliorations au filtre " L -filtre LMK" en le rendant récursif et en adaptant le traitement au contenu informationnel local de l'image.

Pour l'évaluation de ces filtres, nous considérons plusieurs modèles de bruit : α -stable, "poivre et sel", mixte (gaussien et "poivre et sel") et gaussien généralisé. Nous comparons tout d'abord toutes les combinaisons possibles qui lient les méthodes d'estimation du mouvement et du filtrage basées sur des critères quadratiques et d'ordre supérieur en fonction du type de bruit et la valeur du MAD. Ensuite, nous évaluons les performances sans uti-

Introduction générale

lisation de la séquence originale. Enfin, nous testons les performances des améliorations apportées au L -filtre LMK. Toutes ces évaluations sont faites à base des critères objectif (SNRI) et visuel.

- Dans le cinquième chapitre, nous étudions les performances des filtres adaptatifs basés sur les statistiques d'ordre inférieur en débruitage d'images et des séquences d'images. Nous commençons tout d'abord par l'application de ces filtres sur des images fixes, et nous comparons les résultats avec ceux obtenus par le filtre myriad et le filtre médian. Ensuite, nous passons au filtrage de séquences d'images contaminées par le même type de bruit. Pour cela, nous proposons dans un premier temps le filtre myriad spatio-temporel, puis nous proposons une implémentation spatio-temporelle des filtres basés sur les statistiques d'ordre inférieur afin de mener une comparaison générale entre ces filtres et les filtres NLMS et médian.
- En conclusion générale, nous résumons notre contribution et tirons les conclusions sur l'approche développée. Nous proposons, enfin, quelques évolutions prévisibles qui pourraient être apportées.

Chapitre 1

Modèles statistiques de bruit dans les images naturelles

1.1 Introduction

Le bruit dans les images peut provenir soit du dispositif d'acquisition (caméra, amplificateurs, quantification,...), soit de la scène elle-même (poussières, rayures,...) ou il peut être lié aussi à la transmission. Dans la plupart des cas, le bruit d'image est considéré comme étant un processus aléatoire, centré et additif. Ayant une information a priori sur ce processus aléatoire, on cherche à caractériser ce bruit.

Comment choisir une loi de probabilité susceptible de représenter correctement les variations statistiques du bruit dans une image ? Diverses techniques classiques en statistique et en analyse de données sont disponibles. En général, la nature de bruit est représentée par des densités paramétriques utilisant un nombre de paramètres limités. Comme en traitement du signal, le modèle gaussien représente sans doute le modèle le plus utilisé pour caractériser le bruit dans les images. Ceci est dû à sa simplicité mathématique et sa forte liaison avec les méthodes d'estimation linéaires. Mais, ce bruit peut apparaître sous forme d'impulsions dans ces images. Par conséquent, les performances des estimateurs linéaires diminuent de l'optimalité dans le cas gaussien, vers la pauvreté dans le cas du bruit impulsif. La distribution exponentielle a été proposée dans un premier temps pour modéliser le bruit impulsif. Le modèle gaussien généralisé représente une généralisation des deux distributions gaussienne et exponentielle [Kas88]. Ce modèle est caractérisé par un paramètre additionnel qui permet d'ajuster le bruit à caractère fortement impulsif.

La distribution d'un mélange de gaussiennes peut aussi modéliser le bruit impulsif [MT76]. Ce modèle est devenu très populaire en traitement du signal et des images grâce à sa tractabilité mathématique et son interprétation conceptuelle facile. Malgré leur simplicité apparente, les mélanges présentent des inconvénients comme modèles de bruit impulsif. Ils sont considérés comme des modèles sur-paramétrés.

Les modèles à queues de distribution lourdes, dits modèles algébriques, ont été proposés pour caractériser le bruit impulsif. Le modèle α -stable fait partie de ces modèles. Défini par sa fonction caractéristique, le modèle α -stable a été introduit pour la première fois par Shao et Nikias dans des applications de traitement du signal [NS93]. Ces modèles peuvent servir à une bonne représentation de bruits fortement impulsifs dans les images, tout en possédant un fondement théorique robuste. De plus, une étude de Kuruoglu [KRF98] a permis d'obtenir une bonne approximation du modèle α -stable par le mélange de gaussiennes.

Tous ces modèles paramétriques ont été utilisés dans un premier temps en traitement du signal, puis en traitement d'images. Pour modéliser une image ou le bruit dans une image, en tenant compte des interactions entre pixels et exploitant les propriétés de voisinage, Geman et Geman [GG84] ont introduit un modèle statistique appelé champ aléatoire de Markov.

Les approches paramétriques supposent la connaissance de la loi de probabilité du bruit traité. Malheureusement, dans la plupart des cas, on ne possède pas d'information a priori quant à la distribution du bruit et dans ce cas il faut se contenter d'approches non paramétriques. Par conséquent, les statistiques d'ordre supérieur ou cumulants permettent de résoudre ces problèmes [SGM90]. Ces approches dites non paramétriques ont été largement utilisées dans diverses applications, de l'identification des signaux à la modélisation des images.

Dans ce chapitre, nous présentons dans un premier temps un bref aperçu sur la modélisation statistique des images. Ensuite, nous citons quelques modèles paramétriques les plus fréquents pour caractériser le bruit dans les images. Finalement, nous présentons quelques définitions et propriétés des statistiques d'ordre supérieur.

1.2 Propriétés statistiques des images naturelles

Puisque les images naturelles sont les *stimuli* fondamentaux auxquels notre système visuel est adapté, il est pertinent d'en étudier les propriétés statistiques [Bar01, SLSZ03, DF01]. De telles études ont essentiellement été entreprises par des chercheurs en neurosciences, motivés par la

compréhension des propriétés fonctionnelles des neurones biologiques [SO01]. L’hypothèse sous-jacente est que l’évolution a façonné le système visuel des mammifères de manière à ce que leur représentation interne du monde soit optimale vis-à-vis des *stimuli* naturels.

Le spectre de puissance moyen des images naturelles a été empiriquement caractérisé comme décroissant en $\frac{1}{f^\alpha}$, où f représente le module d’une fréquence spatiale de l’image et α est approximativement égal à 2 [Rud94, vdSvH96]. En première approximation, il a été considéré que cette relation était vraie quelle que soit la direction considérée. Néanmoins, [HOGD97, GDO00, TO03] ont montré que cette assertion devait être relativisée. Le spectre de puissance des scènes ayant peu de profondeur de champs, peut en effet être considéré comme isotropique et décroissant en $1/f^2$ pour toutes les orientations. Quand la profondeur de champ augmente par contre, la présence d’une ligne d’horizon très marquée tend à privilégier les fréquences verticales. D’autre part, les images composées de constructions humaines comportent plus de fréquences verticales et horizontales et ont un spectre fortement marqué selon les fréquences correspondantes.

La forme particulière du spectre moyen des images naturelles est expliquée par beaucoup d’auteurs comme le résultat de l’invariance à l’échelle de leurs caractéristiques qui a été mesurée à maintes reprises [SO01]. Cette propriété signifie que lorsque l’on change l’échelle avec laquelle on observe l’ensemble des images naturelles, leur distribution statistique demeure inchangée. Afin de rendre compte de cette invariance, Ruderman [Rud94] a introduit la fonction log-contrast qu’il définit comme le logarithme du niveau de gris des images ramené au niveau de gris moyen. Si on note $I(x, y)$ la luminance d’un pixel et I_0 son niveau de gris moyen, alors le log-contrast de l’image est :

$$C(x, y) = \ln \left[\frac{I(x, y)}{I_0} \right] \quad (1.1)$$

En traçant les histogrammes de cette grandeur pour un ensemble d’images naturelles à plusieurs échelles, il observera que ceux-ci étaient tous confondus (figure 1.1). La forme de ces histogrammes permet d’exhiber une propriété des images naturelles, qui est la forte non gaussianité de leurs statistiques. En effet, étant donné l’utilisation du logarithme, une distribution gaussienne donnerait un histogramme en forme de parabole et non pas des queues approximativement linéaires, qui incitent plutôt à modéliser ces distributions par des laplaciennes [Hyv98]. La distribution non-gaussienne des niveaux de gris dans les images naturelles est révélatrice des dépendances qui existent entre les pixels. Les histogrammes de la figure 1.1 montrent que les distributions ont plus précisément une forme sur-gaussienne, c’est à dire présentant un fort pic autour de zéro et des queues de distribution lourdes (heavy tails), décroissant plus lentement qu’une distribution

gaussienne de même variance. La non-gaussianité d'une distribution est souvent mesurée par son kurtosis, qui est le cumulatif d'ordre quatre. Cette grandeur est nulle pour une distribution gaussienne et positive pour les distributions sur-gaussiennes.

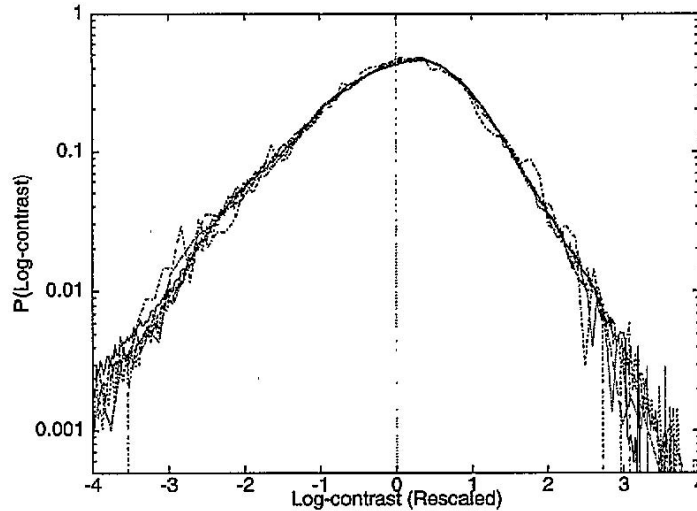


FIG. 1.1: Histogramme du Log-contrast pour un ensemble d'images naturelles à différentes échelles. Les différences d'échelles résultent de la taille des fenêtres extraites des images. Celles-ci sont des carrés de taille 1 , 2×2 , 4×4 , 8×8 , 16×16 et 32×32 pixels.

1.3 Modèles de bruit d'image

En général, le bruit d'images est considéré comme une variable aléatoire. On le caractérise par sa densité de probabilité ou sa fonction de répartition.

Dans la plupart des cas, on considère le bruit comme additif et centré. L'image à traiter A peut être mise sous la forme :

$$A = g + B$$

où g représente l'information utile et B un champ aléatoire.

Il est parfois plus efficace d'adopter un modèle de bruit multiplicatif, par exemple en présence de speckle dans des images radar ou de grain sur des films radiographiques. L'image se met alors sous la forme :

$$A = g.B$$

Enfin, on pourra aussi considérer le modèle de bruit convolutif, utile pour décrire les dégradations dues à un effet de bougé, de mauvaise mise au point voire de turbulence atmosphérique. L'image à analyser est alors :

$$A = g * B$$

1.3.1 Le modèle gaussien

La distribution gaussienne représente sans doute le modèle le plus utilisé en statistiques. Dû à la simplicité mathématique du modèle, le théorème central limite a donné aux distributions gaussiennes une place privilégiée durant l'histoire des statistiques. Ce théorème important exprime l'existence des statistiques gaussiennes dans la vie réelle. Ce modèle est entièrement déterminé par l'écart type pour des variables centrées.

Les méthodes d'estimations linéaires sont fortement liées au modèle gaussien. Par exemple, prenons un ensemble gaussien d'échantillons i.i.d, il est bien connu que l'estimateur optimal est la moyenne d'échantillons. Historiquement, le théorème central-limite était un outil théorique favorisant l'utilisation des méthodes linéaires même si les processus fondamentaux sont de nature non-gaussienne [Hub72, Ver89].

En général, un système désigné sous l'hypothèse de gaussianité peut montrer des performances dégradées quand les statistiques de bruit sont représentées par des modèles à queues de distribution lourdes.

1.3.2 Le modèle laplacien

La distribution laplacienne représente une autre distribution de probabilité avec des queues plus lourdes que la gaussienne. La fonction de densité Laplacienne est habituellement définie par :

$$f(x) = \frac{1}{2\alpha} e^{-\frac{|x|}{\alpha}} \quad (1.2)$$

où $\alpha > 0$ est le paramètre de dispersion. Quelques auteurs ont affirmé que l'optimalité de la médiane dans le modèle laplacien est une propriété importante justifiant l'utilisation des méthodes basées sur la médiane en pratique. Il vaut la peine de noter que le modèle laplacien a été introduit au début par Laplace comme la seule distribution de probabilité pour laquelle la médiane maximise la fonction de vraisemblance [Lap74]. C'était grâce aux propriétés robustes

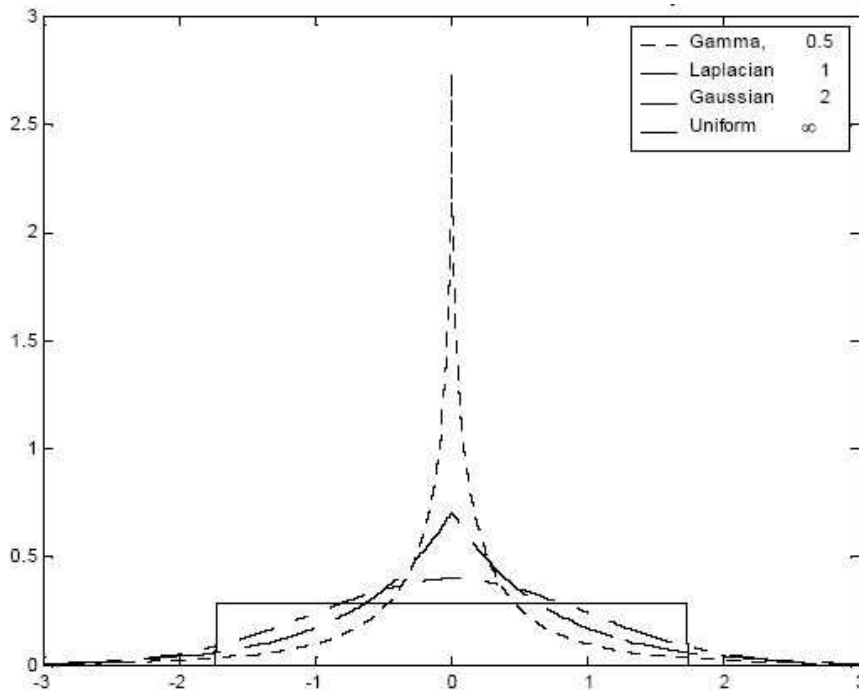


FIG. 1.2: La distribution gaussienne généralisée

de la médiane que le modèle Laplacien est un des modèles les plus utilisés lorsque les processus considérés possèdent un caractère impulsif.

1.3.3 Le modèle gaussien généralisé

Le modèle gaussien généralisé a été introduit pour la première fois par Subbotin [Sub23] en 1923 et Fréchet en [Fré24] en 1924. Puis, il a été utilisé pour modéliser le bruit radio électromagnétique [AL64][Kas88][MT72]. La distribution de ce modèle est décrite par

$$p(x; \alpha, \beta) = \frac{\beta}{2\alpha\Gamma(\frac{1}{\beta})} e^{-|\frac{x}{\alpha}|^\beta} \quad (1.3)$$

où Γ est la fonction Gamma, α et β représentent respectivement le paramètre d'échelle et le paramètre de forme. Lorsque $\beta = 2$, $p(x; \alpha, \beta)$ est gaussienne. Pour $\beta = 1$, $p(x; \alpha, \beta)$ est laplacienne. Pour $\beta = \infty$, $p(x; \alpha, \beta)$ est uniforme.

La figure 1.2 montre les fonctions de densité de probabilité pour les paramètres de forme $\beta = 0.5$, $\beta = 1$, $\beta = 2$ et le paramètre d'échelle $\alpha = 1$. Nous pouvons regarder dans la figure 1.3 quelques réalisations de ce type de bruit pour plusieurs valeurs de β ; nous remarquons que le degré d'impulsivité augmente quand β diminue.

Estimation des paramètres d'échelles et de forme

Pour estimer les paramètres α et β , nous citons la méthode des moments et la méthode du maximum de vraisemblance.

- La méthode des moments

Le moment d'ordre k de la distribution gaussienne généralisée est donné par :

$$E \left\{ |x|^k \right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} |x|^k p(x; \alpha; \beta) dx \quad (1.4)$$

En simplifiant 1.4 et en utilisant 1.3, nous avons :

$$E \left\{ |x|^k \right\} = \frac{1}{\alpha^k} \frac{\Gamma(\frac{k+1}{\beta})}{\Gamma(\frac{1}{\beta})}$$

Le calcul de la variance et du kurtosis conduit au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{1}{\alpha^2} \frac{\Gamma(\frac{3}{\beta})}{\Gamma(\frac{1}{\beta})} \\ \kappa_x = \frac{\Gamma(\frac{1}{\beta})\Gamma(\frac{5}{\beta})}{\beta^2(\frac{3}{\beta})} \end{cases} \quad (1.6)$$

Le paramètre β est estimé par inversion de la fonction de kurtosis de la distribution. Puis, ce paramètre sera remplacé dans l'expression de la variance pour obtenir le paramètre α .

- Le maximum de vraisemblance

Récemment, M.N. Do et M. Vetterli ont proposé une estimation basée sur le principe du maximum de vraisemblance [DV02]. Tout d'abord, nous définissons la fonction de vraisemblance d'une observation $x = (x_1, \dots, x_L)$ où les différents échantillons x_i sont considérés comme indépendants, comme suit :

$$L(x; \alpha, \beta) = \log \prod_{i=1}^L p(x_i, \alpha, \beta) \quad (1.7)$$

où les paramètres α et β restent à estimer. Le principe du maximum de vraisemblance nous conduit aux équations ci-dessous :

$$\begin{cases} \frac{\partial L(x; \alpha, \beta)}{\partial \alpha} = -\frac{L}{\alpha} + \sum_{i=1}^L \frac{\beta |x_i|^\beta \alpha^{-\beta}}{\alpha} = 0 \\ \frac{\partial L(x; \alpha, \beta)}{\partial \beta} = \frac{L}{\beta} + \frac{L\Psi(1/\beta)}{\beta^2} - \sum_{i=1}^L \left(\frac{|x_i|}{\alpha} \right)^\beta \log \left(\frac{|x_i|}{\alpha} \right) = 0 \end{cases} \quad (1.8)$$

où $\Psi(\cdot)$ est la fonction Digamma i.e. $\Psi(z) = \dot{\Gamma}(z)/\Gamma(z)$.

Ce système d'équations admet une unique solution des paramètres (α, β) . Quand on fixe le paramètre $\beta > 0$, l'estimée de α est alors donnée par :

$$\hat{\alpha} = \left(\frac{\beta}{L} \sum_{i=1}^L |x_i|^\beta \right)^{1/\beta} \quad (1.9)$$

L'estimée du paramètre de forme $\hat{\beta}$ est la solution de l'équation ci-dessous :

$$1 + \frac{\Psi(1/\hat{\beta})}{\hat{\beta}} - \frac{\sum_{i=1}^L |x_i|^{\hat{\beta}} \log |x_i|}{\sum_{i=1}^L |x_i|^{\hat{\beta}}} + \frac{\log \left(\frac{\hat{\beta}}{L} \sum_{i=1}^L |x_i|^{\hat{\beta}} \right)}{\hat{\beta}} = 0 \quad (1.10)$$

Cette équation est non-linéaire. Elle peut être résolue grâce à l'algorithme de Newton-Raphson [DV02].

Si on appelle $g(\hat{\beta})$ le terme de gauche dans l'équation, l'algorithme de Newton-Raphson calcule β_{k+1} à partir de valeur β_k grâce à l'équation ci-dessus.

$$\hat{\beta}_{k+1} = \hat{\beta}_k - \frac{g(\hat{\beta}_k)}{g'(\hat{\beta}_k)} \quad (1.11)$$

où k est l'indice de l'itération. La convergence est assurée à condition de prendre des conditions initiales correctes. Pour initialiser l'algorithme, on utilise les estimées issues de la méthode des moments.

1.3.4 Le modèle de mélange de gaussiennes

Ce modèle a été utilisé avec succès dans de nombreux domaines d'applications (biologie, médecine, image, etc.) [EH81]. La loi mélange de gaussiennes (centrées) est définie par :

$$f(x) = \sum_{k=1}^c p_k g_k(x; \sigma_k) \quad (1.12)$$

où les p_k sont les proportions du mélange de c composants avec $\sum_{k=1}^c p_k = 1$ et g_k sont les distributions gaussiennes centrées.

$$g_k(x; \sigma_k) = \frac{1}{2\pi\sigma_k} \exp - \left(\frac{x_k}{\sigma_k} \right)^2 \quad (1.13)$$

où $\Phi = \{(p_k, \sigma_k) : k \in [1, \dots, c]\}$ représente l'ensemble des paramètres de la loi à estimer.

Algorithme EM

Les expressions des estimateurs sont non linéaires rendant de ce fait impossible leur résolution de manière analytique. Plusieurs méthodes ont été utilisées pour l'estimation des paramètres (méthode des moments, méthode du maximum de vraisemblance, etc...).

Nous présentons l'un des algorithmes itératifs le plus couramment utilisé. Il s'agit de l'algorithme EM (Expectation Maximization). Ce processus est itéré jusqu'à convergence du log-vraisemblance L :

$$\begin{aligned} L &= \sum_{i=1}^n \log f(x_i) \\ &= \sum_{i=1}^n \log \left\{ \sum_{k=1}^c p_k g_k(x_i; \sigma_i) \right\} \end{aligned} \quad (1.14)$$

Le principe de cet algorithme, pour le modèle utilisé est le suivant : à partir des valeurs initiales $(p_1^{(0)}, \dots, p_c^{(0)}, \sigma_1^{(0)}, \dots, \sigma_c^{(0)})$, l'itération t est définie comme suit :

Étape E : Calcul de la probabilité a posteriori $P(k|x_i)$ que l'échantillon x_i appartient à la classe k :

$$\hat{P}^{(t)}(k|x_i) = \frac{\hat{p}_k^{(t)} g_k(x_i; \sigma_k)}{f(x_i; \sigma_k)} \quad (1.15)$$

$\forall i \in [1, \dots, n]$ et $\forall k \in [1, \dots, c]$

Étape M : Calcul des estimées $(\hat{p}_k^{(m+1)}, \hat{\sigma}_k^{m+1})$ du maximum de vraisemblance :

$$\forall k \in [1, \dots, c] \begin{cases} \hat{p}_k^{(t+1)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{P}^{(t)}(k|x_i) \\ \hat{\sigma}_k^{(t+1)} = \frac{1}{n\hat{p}_k^{(t+1)}} \sum_{i=1}^n \hat{P}^{(t)}(k|x_i) (x_i)(x_i)^T \end{cases} \quad (1.16)$$

Ce processus est itéré jusqu'à la convergence du log-vraisemblance.

1.3.5 Le modèle α -stable

Une variable aléatoire X est dite avoir des queues algébriques si, pour $x \rightarrow \infty$,

$$P(|X| > x) \sim cx^{-\alpha} \quad (1.17)$$

où c et α sont des constantes positives. Le paramètre α est habituellement appelé l'index de la queue ou la constante de la queue ; il détermine le degré d'impulsivité de la distribution. Fondamentalement, plus la valeur de α est petite, plus le processus est impulsif, avec un niveau extrême d'impulsivité quand $\alpha \rightarrow 0$. Notons que les processus algébriques possèdent des queues de distributions plus lourdes que les gaussiennes et les gaussiennes généralisées. Donc, les modèles algébriques peuvent servir pour une bonne représentation des phénomènes fortement impulsifs. Dans le paragraphe qui suit, nous introduisons une des distributions algébriques qui jouent un rôle significatif pour modéliser le bruit impulsif. Cette loi, connue sous le vocable de modèle α -stable possède un fondement théorique robuste.

L'utilisation de la distribution stable comme un outil de modélisation statistique est justifiée par le théorème central limite généralisé. Ce théorème dit que si la somme de variables aléatoires i.i.d à variance finie ou infinie converge à une distribution en augmentant le nombre de variables, la distribution de limite doit être stable. En plus, les distributions stables non gaussiennes surgissent de la même manière que la distribution gaussienne comme la somme de variables aléatoires.

Fonction caractéristique

Mis à part quelques cas particuliers, la fonction de densité de loi α -stable n'a pas de forme analytique et seule la fonction caractéristique peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$\phi(\omega) = e^{-\gamma|\omega|^\alpha} \quad (1.18)$$

où α est le paramètre principal, $0 < \alpha \leq 2$. Il caractérise les queues de distribution. Plus α diminue, plus les queues sont lourdes. γ est le paramètre de dispersion. Par exemple, c'est la moitié de la variance dans le cas gaussien où $\alpha = 2$. Les autres valeurs de α correspondent à des queues de distribution lourdes à variance infinie.

Le cas de $\alpha = 1$ correspond à la distribution de Cauchy :

$$f(x) = \frac{\gamma}{\pi} \frac{1}{\gamma^2 + x^2} \quad (1.19)$$

Zolotarev [Zol83] a défini quelques approximations des expressions les plus utilisées comme densité α -stable avec des dispersions unitaires :

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k!} \Gamma(k\alpha + 1) \sin\left(\frac{\pi k \alpha}{2}\right) |x|^{-k\alpha-1} & 0 < \alpha < 1 \quad x \neq 0 \\ \frac{1}{\pi(x^2+1)} & \alpha = 1 \\ \frac{1}{\pi\alpha} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k)!} \Gamma\left(\frac{2k+1}{\alpha}\right) x^{2k} & 1 < \alpha < 2 \\ \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{x^2}{4}\right] & \alpha = 2 \end{cases} \quad (1.20)$$

Les figures 1.4 et 1.5 montrent quelques courbes des densités α -stable à dispersion unitaire. Les densités α -stable gardent plusieurs propriétés de la densité gaussienne. Elles sont lisses, unimodales, symétriques et avec une forme de cloche.

L'effet du paramètre α sur l'impulsivité des signaux α -stable est illustré dans plusieurs courbes des figures 1.6 et 1.7. Ces courbes correspondent à des réalisations i.i.d de processus α -stable symétriques et centrés sur zéro. Afin de donner une meilleure sensation d'une structure impulsive des données, les signaux sont tracés deux fois pour deux échelles différentes. Pour des valeurs de α qui tendent vers 2 ($\alpha = 1.9$ par exemple), la structure des signaux est similaire à la gaussienne.

Propriétés

Propriété de stabilité : Une V.A.R. X a une distribution stable si et seulement si pour toutes variables aléatoires indépendantes X_1, X_2 de même loi que X , et pour des constantes arbitraires a_1, a_2 , il existe a et b , deux réels, tels que

$$a_1 X_1 + a_2 X_2 \stackrel{d}{=} a X + b \quad (1.21)$$

En utilisant la fonction caractéristique de la distribution stable, on peut facilement remarquer un rapport plus général : si X_1, X_2, \dots, X_n sont indépendantes et suivent des lois stables avec les mêmes (α, β) , puis toutes les combinaisons linéaires de la forme $\sum_{j=1}^n a_j X_j$ sont stables avec les mêmes paramètres α et β .

Par conséquent, les distributions stables sont les seules distributions limites des sommes de variables aléatoires i.i.d. Ceci est connu par le théorème central-limite généralisé.

Le théorème central-limite généralisé : Une V.A.R. X est la limite en distribution des variables des sommes normalisées

$$S_n = (X_1 + \dots + X_n)/a_n - b_n \quad (1.22)$$

où X_1, X_2, \dots sont i.i.d et $a_n \rightarrow \infty$, si et seulement si X est stable.

En particulier, si les X_i sont i.i.d à variance finie alors, la limite en distribution est gaussienne. Ceci est le résultat du théorème central-limite ordinaire.

Pour une variable aléatoire α -stable X localisée sur 0 et ayant comme dispersion γ

$$\lim_{t \rightarrow \infty} t^\alpha P(|X| > t) = \gamma C(\alpha) \quad (1.23)$$

où $C(\alpha)$ est une constante positive qui dépend de α . Par conséquent, les moments du second ordre des distributions stables n'existent pas, sauf dans le cas où $\alpha = 2$.

Proposition 1 : X est une variable aléatoire stable. Si $0 < \alpha < 2$ alors,

$$E|X|^p = \infty, \text{ si } p \geq \alpha \quad (1.24)$$

et

$$E|X|^p < \infty, \text{ si } 0 \leq p < \alpha \quad (1.25)$$

si $\alpha = 2$, alors

$$E|X|^p < \infty, \text{ pour tout } p \geq 0 \quad (1.26)$$

Par conséquent pour $0 < \alpha \leq 1$, les distributions α -stable ont des moments du premier ordre et d'ordre supérieur infinis ; pour $1 < \alpha < 2$, elles ont un moment du premier ordre et tous les moments d'ordre fractionnaire d'ordre p finis ou $p < \alpha$; pour $\alpha = 2$, tous les moments sont finis. En particulier, toutes les distributions α -stable pour $\alpha < 2$ ont une variance infinie.

Les moments d'ordre inférieur

Bien que le moment du second ordre d'une variable aléatoire de type α -stable n'existe pas, tous les moments d'ordre inférieur à α existent et sont appelés moments d'ordre inférieur fractionnaires

ou MOIF. Les MOIF d'une distribution α -stable peuvent être facilement déterminés à partir de la dispersion et du paramètre α .

Théorème : Soit X une variable aléatoire S avec un paramètre de position nulle et de dispersion γ .

$$E|X|^p = C(p, \alpha)\gamma^{\frac{p}{\alpha}} \text{ pour } 0 < p < \alpha \quad (1.27)$$

où

$$C(p, \alpha) = \frac{2^{p+1}\Gamma(\frac{p+1}{2})\Gamma(\frac{-p}{\alpha})}{\alpha\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{-p}{2})} \quad (1.28)$$

dépend seulement de α et p . Γ est la fonction gamma.

Ce résultat a été prouvé par Zolotarev en utilisant la transformation de Mellin-stieljes [Zol57]. Cambanis et Miller [CM81] l'ont redécouvert en utilisant une propriété des fonctions caractéristiques dérivée de [Wol73].

Quelques méthodes d'estimation des paramètres de la loi α -stable

La plupart des algorithmes de traitement du signal utilisant les distributions α -stable exigent l'estimation des paramètres de la loi ou au moins une estimation de la caractéristique exponentielle. Il est important d'avoir des techniques efficaces pour estimer les paramètres de la distribution.

La méthode du maximum de vraisemblance

La méthode la plus utilisée pour estimer les paramètres d'une distribution de probabilité est la méthode du maximum de vraisemblance. Cependant, pour une distribution α -stable, cette méthode rencontre quelques problèmes : la fonction de densité de probabilité d'une distribution α -stable ne peut pas être exprimée par une forme analytique compacte. En raison de ce problème important, DuMouchel a suggéré une méthode directe pour l'estimation du maximum de vraisemblance [DuM73]. Brorsen et Yang ont introduit les simulations de Monte Carlo en obtenant des résultats assez-bons [BY90]. Cependant, c'est un problème d'optimisation non linéaire et la méthode de DuMouchel coûte chère au niveau des calculs. Ceci est dû au besoin de l'évaluation numérique des intégrales compliquées. En plus, il n'y a pas d'initialisation ou analyse de convergence disponible pour cette méthode.

La méthode des fonctions caractéristiques d'échantillons

Koutrouvelis [Kou81] a suggéré une méthode basée sur la fonction caractéristique des échantillons

qui est définie par :

$$\hat{\varphi} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \exp(jtx_k) \quad (1.29)$$

où N est la taille du vecteur d'échantillons et $x_1 \dots x_N$ sont des observations.

Considérons l'expression de la fonction caractéristique de la distribution α -stable. En appliquant le logarithme deux fois, nous obtenons

$$\log(-\log |\varphi(t)|^2) = \log(2\gamma) + \alpha \log |t| \quad (1.30)$$

Les paramètres α et γ peuvent être estimés par la régression linéaire suivante

$$y_k = z + \alpha w_k + \varepsilon_k, k = 1, 2, \dots, K \quad (1.31)$$

où

$$y_k = \log(-\log |\hat{\varphi}(t_k)|^2), z = \log(2\gamma), w_k = \log |t_k| \quad (1.32)$$

ε_k est une erreur qui est supposée être à moyenne nulle. t_1, \dots, t_K est un ensemble de nombres réels. La procédure peut être exécutée itérativement jusqu'à ce que quelques critères de convergence soient satisfaits. Les performances de la méthode des fonctions caractéristiques ont été étudiées dans [NS93] via des simulations où il été prouvé que ces méthodes sont loin d'être parfaites. Pour une estimation fiable, on a besoin d'utiliser une grande quantité d'échantillons pour les deux techniques.

L'estimateur par la fonction Sinc

Ma et Nikias ont suggéré quelques nouvelles méthodes basées sur des moments d'ordre négatif [MN95]. Soit X une v.a. α -stable symétrique, puis

$$E|X|^p E|X|^{-p} = C(p, \alpha) C(-p, \alpha) = \frac{2 \tan(p\pi/2)}{\alpha \sin(p\pi/\alpha)}, 0 < p < \min(\alpha, 1) \quad (1.33)$$

où $C(p, \alpha)$ a été défini par le théorème de Zolotarev. En réarrangeant ces termes, nous obtenons

$$\frac{\sin(\frac{p\pi}{\alpha})}{\frac{p\pi}{\alpha}} = \frac{2 \tan(p\pi/2)}{p\pi E|X|^p E|X|^{-p}}, 0 < p < \min(\alpha, 1) \quad (1.34)$$

où α peut être déterminé en considérant les valeurs de la fonction sinc et les estimées des échantillons des moments d'ordre p et $-p$. Puis, δ peut être obtenue à partir de l'expression de $C(p, \alpha)$. Cette méthode est appelée méthode de sinc. Les simulations étudiées dans [MN95] montre que la méthode sinc est plus performante que les méthodes décrites précédemment.

L'estimateur $\log |S\alpha S|$

Ma et Nikias ont encore suggéré une autre méthode qui utilise les moments d'ordre négatif, qui est appelée la méthode du $\log |S\alpha S|$. La méthode peut être dérivée comme suit

$$E|X|^p = E(e^{p \log |X|}) = C(p, \alpha) \gamma^{\frac{p}{\alpha}} \quad (1.35)$$

Définissons $Y = \log |X|$, le moment produit de la fonction Y est

$$E(e^{pY}) = \sum_{k=0}^{\infty} E(Y^k) \frac{p^k}{k!} = C(p, \alpha) \gamma^{\frac{p}{\alpha}} \quad (1.36)$$

En combinant ces deux équations, les moments de Y doivent satisfaire

$$E(Y^k) = \frac{d^k}{dp^k} (C_1(p, \alpha) \gamma^{\frac{p}{\alpha}}) \Big|_{p=0} \quad (1.37)$$

Cette équation peut être simplifiée pour donner [AS65]

$$E(Y) = C_e \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) + \frac{1}{\alpha} \log(\gamma) \quad (1.38)$$

où $C_e = 0.57721566\dots$ est la constante d'Euler. Nous pouvons obtenir la variance de Y par

$$\text{var}(Y) = E((Y - E(Y))^2) = \frac{\pi}{6} \left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{2} \right) \quad (1.39)$$

Nous pouvons obtenir des valeurs empiriques de la moyenne et de la variance

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^N Y_i}{N}, \hat{\sigma}_Y^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2}{N-1} \quad (1.40)$$

Puis α peut être déterminé à partir de l'équation 1.39 et suite à la substitution de cette valeur de α dans l'équation 1.40, nous pouvons obtenir l'estimée de γ . L'avantage de l'estimateur du $\log |S\alpha S|$ par rapport à l'estimateur par la fonction sinc est que ce dernier exige la solution d'une équation impliquant l'équation sinc qui ne possède pas une forme déterminée.

1.3.6 Mélange de gaussiennes et processus α -stable

La notion de mélange, donnée par le corollaire du théorème de mélange d'échelles, émane du fait qu'une *v.a.* α -stable symétrique peut être représentée en fonction d'une *v.a.* gaussienne et une *v.a.* α -stable [Kur98].

Théorème de mélange d'échelles

- Soit $X \sim S_{\alpha_x}(0, \gamma_x, 0)$ avec $0 < \alpha_x \leq 2$ et soit $0 < \alpha_z < \alpha_x$. Il existe une variable aléatoire stable positive $Y \sim S_{\alpha_z/\alpha_x} \left(-1, \left(\cos\left(\frac{\pi\alpha_z}{2\alpha_x}\right) \right)^{\alpha_z/\alpha_x}, 0 \right)$ indépendante de X , telle que :

$$Z = Y^{\frac{1}{\alpha_x}} X \sim S_{\alpha_z}(0, \gamma_x, 0) \quad (1.41)$$

Ce théorème indique que nous pouvons exprimer une variable aléatoire symétrique α -stable comme le produit de deux variables aléatoires α -stable.

Corollaire du Théorème de mélange d'échelles

- Soit X une v.a. gaussienne $X \sim \mathcal{N}(0, 2\sigma_x^2)$. Il existe une v.a. α -stable positive $Y \sim S_{\frac{\alpha_z}{2}}\left(-1, (\cos(\frac{\pi\alpha_z}{4}))^{\frac{2}{\alpha_z}}, 0\right)$ indépendante de X , telle que :

$$Z = Y^{\frac{1}{2}}X \sim S_{\alpha_z}(0, \sigma_x, 0) \tag{1.42}$$

Si on définit $Z = Y^{\frac{1}{2}}X$, la distribution de Z est déduite par la propriété de marginalisation des densités de probabilités :

$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{Z|V}(z|v)f_V(v)dv \tag{1.43}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\frac{z^2}{2\gamma v^2})f_V(v)v^{-1}dv \tag{1.44}$$

où $V = Y^{\frac{1}{2}}$ et $f_v = h(v)$ représente la fonction de mélange. L'échantillonnage de $f_Z(z)$ sur un ensemble de points fini N permet d'obtenir une approximation du modèle de mélange de gaussiennes pour la distribution

$$p_{\alpha,0,\mu,\sigma}(z) \approx \frac{\sum_{j=1}^N v_j^{-1} \exp(-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma v_j^2})h(v_j)}{\sqrt{2\pi\sigma} \sum_{j=1}^N h(v_j)} \tag{1.45}$$

cette expression analytique de la distribution $S\alpha S$ est seulement une approximation, puisque l'intégrale continue a été approchée par une somme finie. Pour une bonne approximation, l'équation 1.43 doit être échantillonnée sur un grand ensemble de points. Pour réduire la complexité du modèle dans l'équation 1.45, nous employons un nombre restreint de composants et l'échantillonnage de 1.43 se fait pour quelques points seulement. Dans ce cas, l'affinage de cette approximation brute, en utilisant l'algorithme "Expectation-Maximisation" (algorithme EM), permet d'obtenir une meilleure approximation.

Approximation des distributions $S\alpha S$ par le modèle de mélange de gaussiennes

Le modèle de mélange de gaussiennes, retenu dans la section précédente, permet d'aboutir à une estimation de la distribution $S\alpha S$. Pour une bonne approximation, nous employons l'algorithme de mélange de gaussiennes présenté sous la forme suivante :

– **Étape 1 :**

Initialisation des paramètres de la distribution α -stable : $(\frac{\alpha}{2}, \beta = -1, \mu = 0, \sigma = (\cos(\frac{\pi\alpha}{4}))^{\frac{2}{\alpha}})$.

La fonction caractéristique est donnée par :

$$\psi_Y(t) = \exp\left\{-\left(\cos\left(\frac{\pi\alpha}{4}\right)\right)^{\frac{2}{\alpha}} |t|^\alpha [1 + j\text{sign}(t)W(t, \alpha)]\right\} \quad (1.46)$$

où

$$W(t, \alpha) = \begin{cases} \tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right) & \text{si } \alpha \neq 1 \\ -\frac{2}{\pi} \log |t| & \text{si } \alpha = 1 \end{cases}$$

et

$$\text{sign}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t > 0 \\ 0 & \text{si } t = 0 \\ -1 & \text{si } t < 0 \end{cases}$$

– **Étape 2 :**

Évaluer la distribution stable positive f_Y en N points en appliquant la transformée de Fourier rapide inverse à la fonction caractéristique $\psi_Y(t)$ donnée par l'équation 1.43, où N représente le nombre de gaussiennes.

– **Étape 3 :**

La distribution de la v.a. $V = Y^{\frac{1}{2}}$, dite fonction de mélange, est obtenue par :

$$h(v) = 2vf_Y(v^2) \quad (1.47)$$

– **Étape 4 :**

La substitution de la fonction de mélange, calculée dans l'étape (3), par l'équation 1.45 permet d'obtenir l'approximation analytique de la PDF $S\alpha S$:

$$p_{\alpha,0,0,\sigma}(z) \approx \frac{\sum_{j=1}^N v_j^{-1} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma v_j^2}\right) f_Y(v_j^2)}{\sqrt{2\pi\sigma} \sum_{j=1}^N f_Y(v_j^2)} \quad (1.48)$$

– **Étape 5 :**

Affinage de l'approximation par l'algorithme EM.

Nous constatons, suite à l'observation des courbes dans la figure 1.8, que la distribution de mélange de gaussiennes est très proche de la distribution exacte pour différentes valeurs du paramètre α . Ceci est confirmé par les pseudo-distances de Kullback-Leibler (KL) calculées entre les deux distributions, pour différentes valeurs du paramètre α .

Bien que l'approximation soit assez bonne et très stable, il reste toutefois à définir le nombre de

composantes N dans le mélange de gaussiennes. Deux techniques ont été développées, permettant d'estimer le nombre de gaussiennes optimal N :

- Le critère *MDL* (*minimum description length*) : l'estimation du nombre de gaussiennes optimal est définie par le minimum de la fonction de coût C_{MDL} [FLA99]. La figure 1.9 montre l'évolution du critère *MDL* en fonction de N pour différentes valeurs de α . Hormis le cas $\alpha = 2$ (cas Gaussien), on constate que le nombre de gaussiennes optimal, qui est le minimum du *MDL*, se situe dans l'intervalle $[4, 8]$. Pour une meilleure approximation, le choix de $N \in [4, 8]$ paraît suffisant. De plus, ce choix a été confirmé par un autre critère que nous présentons maintenant.
- Cette autre alternative consiste à effectuer des simulations "Monte-Carlo" et à mesurer les différences entre les distributions approchées et les distributions exactes pour chaque valeur de N , si l'on adopte la divergence de "Kullback-Leibler" (KL) comme mesure d'écartement entre les distributions exactes et approchées. La figure 1.10 indique l'évolution de la distance KL en fonction de N . On peut clairement constater que cette distance converge vers 0 très rapidement à partir de $N = 8$.

Ces différents critères plaident en faveur d'une valeur de $N = 8$ pour assurer un compromis entre la complexité du modèle assurant une très bonne qualité de l'approximation et un temps de calcul raisonnable.

1.4 Les statistiques d'ordre supérieur

La plupart des résultats méthodologiques et des techniques de traitement du signal, en général, et le traitement d'images, en particulier, sont basés sur une description gaussienne des signaux se limitant aux statistiques du second ordre. Les fonctions de corrélation et les densités spectrales de puissance (spectres) en sont les outils de base. Dans le cas où les signaux seraient réellement gaussiens, cette description d'ordre 2 est complète. Cependant, les traitements ont permis dans un passé récent de prendre en compte une description plus subtile des signaux en utilisant les statistiques d'ordre supérieur à deux. Le champ d'application de ces statistiques dans le traitement d'images devient de plus en plus large. Ainsi, ces outils mathématiques trouvent leurs applications dans : la modélisation d'images [TE89][HG96], l'identification des paramètres des processus 2-D à Phase Non Minimale (PNM) [ET92, RN85], la reconstruction des signaux 2-D [BRS97], le codage d'image [HW89, Mai98], l'analyse des séquences d'images

[SG92, AG95, SGF96, IDPM99], la détection et la classification textures [TG92] et la restauration d'image [SNG95, KH96, HFL97, HSK02].

Cette section présente une vue d'ensemble des définitions et des propriétés importantes des SOS.

1.4.1 Moments et cumulants

Les moments d'ordre r des variables aléatoires $x = (x_1, \dots, x_n)$ sont définis comme étant les coefficients de $w = (w_1, \dots, w_n)$ dans le développement de Taylor, au voisinage de l'origine, de la première fonction caractéristique, $\phi(w_1, \dots, w_n)$:

$$\mu_x(r) = (-j)^r \frac{\partial^r \phi(w)}{\partial w_1^{n_1} \dots \partial w_m^{n_m}} \Big|_{w_1=\dots=w_m=0} \quad (1.49)$$

où $r = n_1 + \dots + n_m$.

Les dérivées de la seconde fonction caractéristique, définie comme le Logarithme de la première fonction caractéristique, $K(w) = \ln\{\phi(w_1, \dots, w_n)\}$, définissent les cumulants d'ordre r :

$$C(n_1, \dots, n_m) = (-j)^r \frac{\partial^r K(w)}{\partial w_1^{n_1} \dots \partial w_m^{n_m}} \Big|_{w_1=\dots=w_m=0} \quad (1.50)$$

Les cumulants d'ordre n peuvent être calculés à partir des moments d'ordre inférieur ou égal à n . Dans le cas des processus de moyenne nulle, les cumulants d'ordre 2 à 4 sont donnés par les relations suivantes :

$$C_{2y}(i) = E[y(m)y(m+i)] \quad (1.51)$$

$$C_{3y}(i, j) = E[y(m)y(m+i)y(m+j)] \quad (1.52)$$

$$C_{4y}(i, j, k) = E[y(m)y(m+i)y(m+j)y(m+k)] - C_{2y}(i)C_{2y}(j-k) - C_{2y}(j)C_{2y}(k-i) - C_{2y}(k)C_{2y}(i-j) \quad (1.53)$$

D'une façon générale, les cumulants sont liés aux moments d'ordre n par la formule dite de Leonov et Shryayev [Men91], définie par :

$$C(x_1, \dots, x_n) = \sum (-1)^{k-1} E \left\{ \prod_{i \in S_1} x_i \right\} E \left\{ \prod_{j \in S_2} x_j \right\} \dots E \left\{ \prod_{k \in S_p} x_k \right\} \quad (1.54)$$

où la sommation s'étend sur tous les ensembles $\{s_1, \dots, s_p : 1 \leq p \leq n\}$ formant une partition de $\{1, 2, \dots, n\}$. Dans cette formule, k est le nombre d'éléments composant la partition.

Soit $y(t)$ un processus stationnaire, ses cumulants d'ordre n sont symétriques dans leur 2-uplets de $(n-1)$ tranches. En général, il y a $n!$ relations de symétries données par :

$$C_{ny}(i, \dots, i_{n-1}) = C_{ny}(i_2, i_1, \dots, i_{n-1}) = C_{ny}(-i_1, i_2 - i_1, \dots, i_{n-1} - i_1) = \dots \quad (1.55)$$

Dans la pratique, ces propriétés de symétrie sont très utiles puisqu'elles réduisent l'espace de travail [SGM90].

1.4.2 Propriétés

1. Si $\{a_i\}_{i=1,\dots,n}$ sont des constantes et $\{x(t_i)\}_{i=1,\dots,n}$ sont des variables aléatoires, alors :

$$Cum(a_1x_1, \dots, a_nx_n) = \left(\prod_{i=1}^n a_i \right) Cum(x_1, \dots, x_n) \quad (1.56)$$

2. Les cumulants sont symétriques dans leurs arguments, c'est à dire :

$$Cum(x(t_1), \dots, x(t_n)) = Cum(x(t_{i_1}), \dots, x(t_{i_n})) \quad (1.57)$$

avec (i_1, \dots, i_n) représente une permutation de $(1, \dots, n)$. Les cumulants d'ordre n prendront $n!$ formes symétriques ; ceci veut dire qu'on peut permuer des cumulants entre eux sans altérer les valeurs de la séquence des cumulants.

3. Les cumulants sont additifs dans leurs arguments :

$$Cu(x_0 + y_0, z_1, \dots, z_n) = Cum(x_0, z_1, \dots, z_n) + Cum(y_0, z_1, \dots, z_n) \quad (1.58)$$

4. Les cumulants sont invariants par rapport aux constantes additives, c'est à dire : si a est une constante, alors :

$$Cum(a + z_1, \dots, z_n) = Cum(z_1, \dots, z_n) \quad (1.59)$$

En effet étant donné un processus $y(t)$ de moyenne non nulle alors son cumulants peut être calculé comme le cumulants du processus $y(t) - E[y(t)]$ de moyenne nulle.

5. Le cumulants de la somme des quantités statistiquement indépendantes est égal à la somme des cumulants des quantités individuelles, c'est à dire : Si $x(t)$ et $y(t)$ sont deux processus aléatoires indépendants, alors :

$$Cum(x_1 + y_1, \dots, x_n + y_n) = Cum(x_1, \dots, x_n) + Cum(y_1, \dots, y_n) \quad (1.60)$$

6. Si un sous ensemble de k variables aléatoires est indépendant du reste, alors :

$$Cum\{x_1, \dots, x_n\} = 0 \quad (1.61)$$

7. Si un processus aléatoire stationnaire est indépendant et identiquement distribué (i.i.d) alors :

$$Cum(t_1, \dots, t_{n-1}) = \gamma_{n,x}\delta(t_1, \dots, t_{n-1}) \quad (1.62)$$

où $\delta(t_1, \dots, t_{n-1})$ désigne la fonction delta de kronecker multidimensionnelle, et $\gamma_{n,x}$ une constante qui désigne le cumulants d'ordre n du processus $x(t)$.

8. Si $x(t)$ est un processus gaussien (corrélé ou non), alors son cumulants d'ordre supérieur à deux est identiquement nul.
9. Si $x(t)$ est un processus non gaussien, alors ses cumulants d'ordre supérieur ne peuvent pas être tous nuls.
10. Soit $z(t) = y(t) + g(t)$, avec $y(t)$ un processus non gaussien et $g(t)$ est un processus G indépendant de $y(t)$, alors le cumulants de $z(t)$ est identique à celui de $y(t)$.

De plus, les cumulants d'un processus linéaire contiennent toute l'information sur l'amplitude et la phase. En effet, en calculant les cumulants d'un processus bruité $z(t)$, nous transformons ainsi les données asymptotiquement vers un domaine dont le rapport SNR est très élevé et qui préserve l'information complète sur le signal.

1.4.3 Estimateurs des cumulants et moments

Moments

L'estimateur normal des moments est obtenu en remplaçant l'opérateur espérance mathématique par une moyenne sur les échantillons (l'ergodicité est implicitement vérifiée) :

$$\hat{\mu}_x(r) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (1.63)$$

Cet estimateur est non biaisé puisque $E[\hat{\mu}_x(r)] = \mu_x(r)$, de plus il est consistant vu que :

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \overline{Var}[\hat{\mu}_x(r)] = 0 \quad (1.64)$$

Cumulants

Un estimateur de cumulants est obtenu en remplaçant dans la formule 1.54, reliant les moments et les cumulants, les moments par leurs estimateurs.

Exemples :

$$\hat{C}_{3,y} = \hat{\mu}_{3,y} \quad (1.65)$$

$$\hat{C}_{4,y} = \hat{\mu}_{4,y} - 3(\hat{\mu}_{2,y})^2 \quad (1.66)$$

$$\hat{C}_{4,y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^4 - 3 \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_i^2 x_j^2 \quad (1.67)$$

Il est possible d'estimer les cumulants sans passer explicitement par l'intermédiaire des moments. En effet, pour les cumulants d'ordre 4 d'une variable aléatoire centrée, on a :

$$\hat{C}_{4,x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [x_i^4 - 3x_i^2 \hat{\mu}_x(2)] \quad (1.68)$$

où

$$\hat{\mu}_x(2) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 \quad (1.69)$$

Cet estimateur est proposé dans [AB95], sa version récursive est :

$$\mu_{x,2}(t) = (1 - \gamma_t)\mu_{x,2}(t-1) + \gamma_t x^2(t) \quad (1.70)$$

$$\hat{C}_{4,x}(t) = (1 - \alpha_t)\hat{C}_{4,x}(t-1) + \alpha_t (x^4(t) - 3x^2(t)\hat{\mu}_{x,2}(t-1)) \quad (1.71)$$

avec α_t et γ_t deux facteurs d'adaptation où $0 < \alpha, \gamma < 1$. Cet estimateur présente un grand intérêt dans une implémentation récursive. Il a été utilisé dans un schéma d'estimation de mouvement dans [SNG95].

Interprétation physique des cumulants

Pour un processus stationnaire centré, quelques paramètres importants prennent une forme simple s'ils sont exprimés en fonction des cumulants :

Variance $\sigma^2 = \hat{C}_{2,y}(0) = E\{y^2(k)\}$

Skewness $\gamma_3 = \hat{C}_{3,y}(0,0) = E\{y^3(k)\}$

Kurtosis $\gamma_4 = \hat{C}_{4,y}(0,0,0) = E\{y^4(k)\} - 3(E\{y^2(k)\})^2$

Ces paramètres ont une interprétation simple en fonction de la distribution. Le skewness caractérise la non symétrie d'une loi. Le kurtosis mesure la largeur du lobe central (déviation par rapport à la gaussianité) [NP93]. En fonction du signe du kurtosis, une fonction est leptokurtique (-), mésokurtique (0), ou platykurtique (+) comme l'illustre la figure 1.11.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté dans un premier temps les modèles paramétriques de bruit les plus fréquents pour caractériser un bruit non gaussien dans les images. Nous constatons que la distribution α -stable représente la distribution la plus appropriée pour modéliser les bruits fortement impulsifs grâce à sa forme algébrique décrite par ses queues de distribution étalées.

Chapitre 1. Modèles statistiques de bruit dans les images naturelles

C'est un modèle que nous utiliserons par la suite pour le débruitage d'images et de séquences d'images. Ensuite, nous avons défini quelques propriétés des statistiques d'ordre supérieur qui nous seront utiles pour traiter le problème étudié dans le cas où nous n'avons pas d'information a priori sur le bruit.

La présence de ces types de bruit dans les séquences d'images fait appel à des techniques particulières de débruitage. Ces techniques sont issues du débruitage d'images fixes en tenant compte des variations temporelles, ce que nous présentons dans le chapitre suivant.

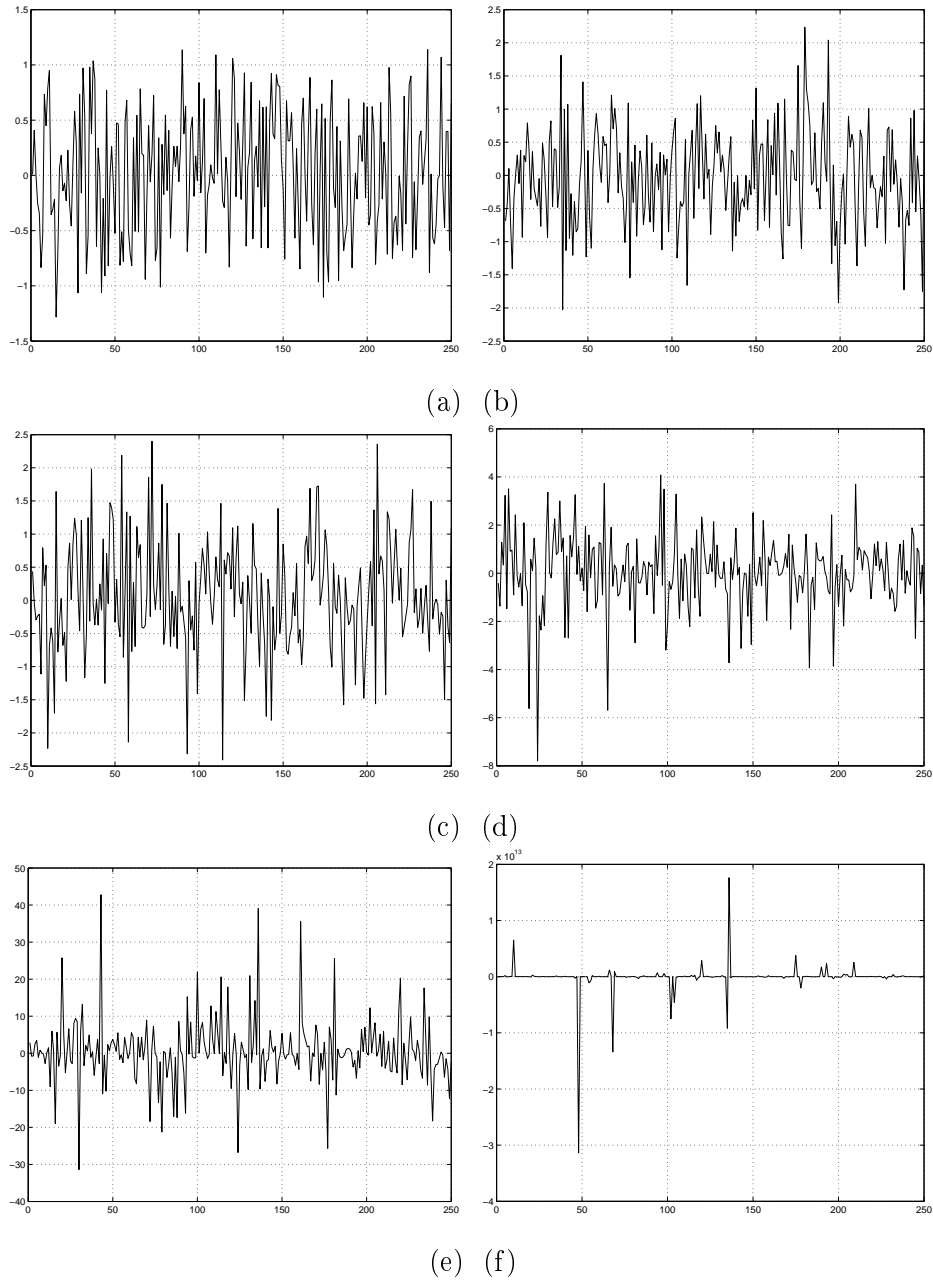


FIG. 1.3: Le comportement impulsif des signaux gaussien généralisé avec $\alpha = 1$ et différentes valeurs de β . (a) ($\beta = 5$), (b) ($\beta = 2$), (c) ($\beta = 1.5$), (d) ($\beta = 1$), (e) ($\beta = 0.5$), (f) ($\beta = 0.1$).

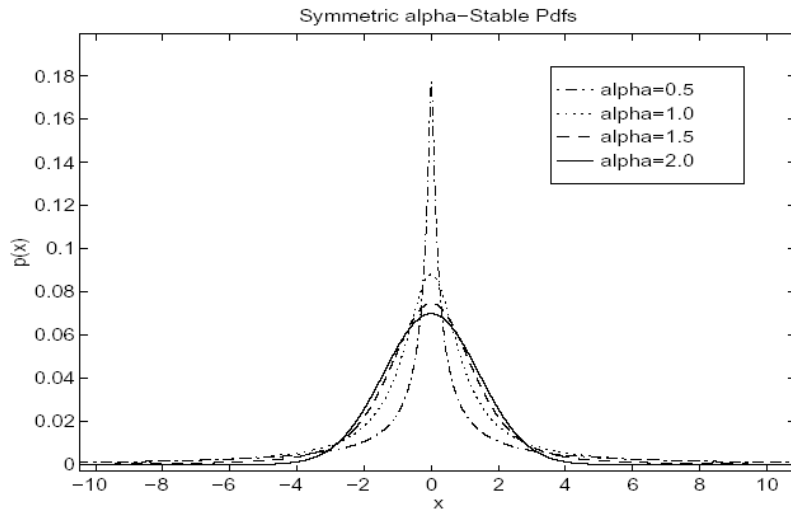


FIG. 1.4: Effet de la caractéristique exponentielle α sur les fonctions de densité de probabilité avec $\beta = 0$ et $\gamma = 1$

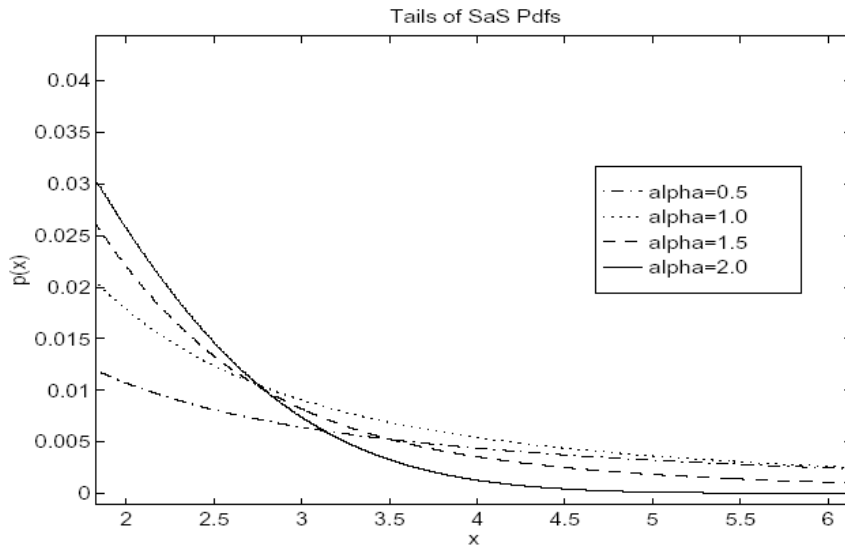


FIG. 1.5: Détails des queues de la fonction de densité de probabilité de la figure 1.4

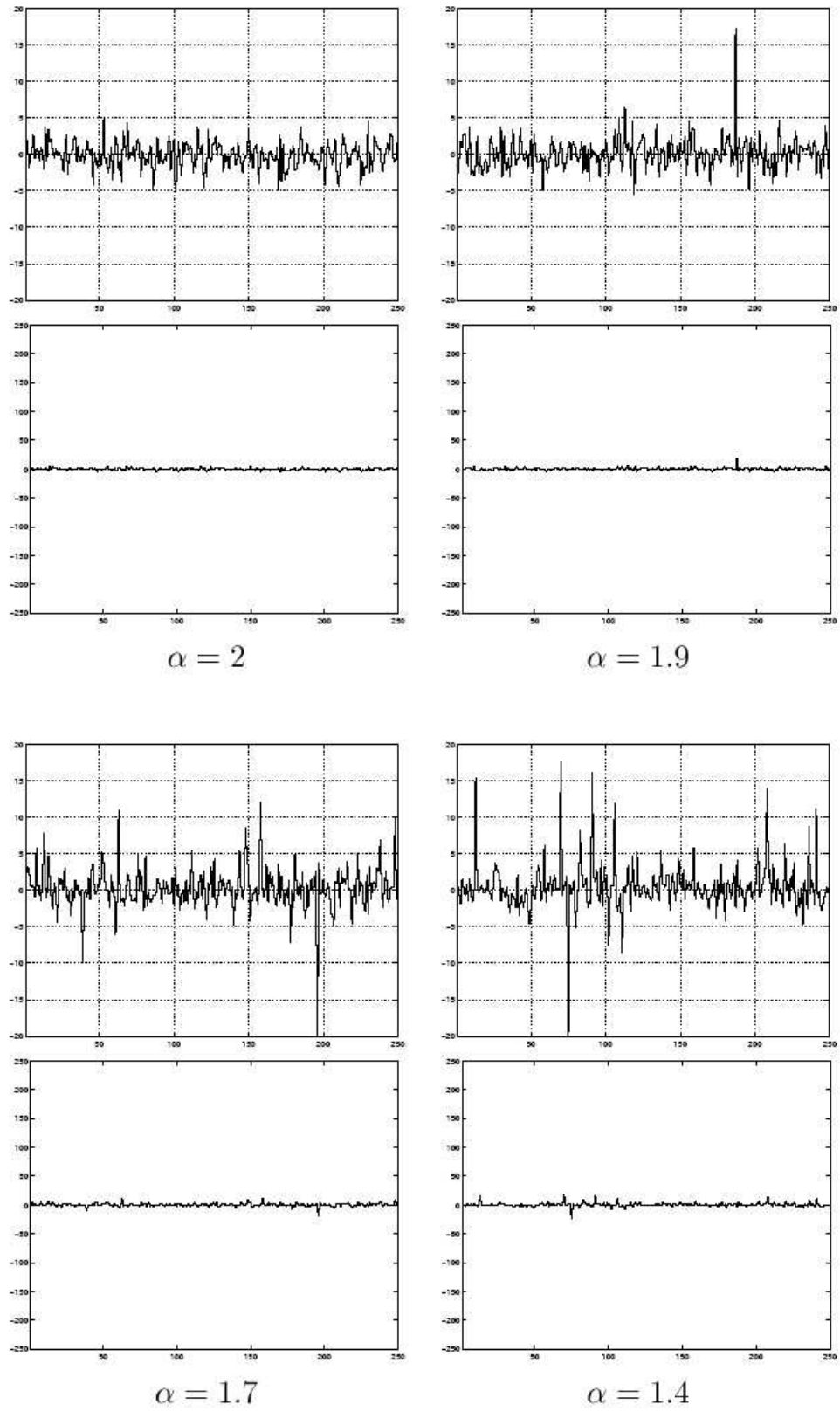


FIG. 1.6: Le comportement impulsif des signaux α -stable avec ($1 < \alpha \leq 2$). Chaque réalisation est représentée par deux échelles différentes.

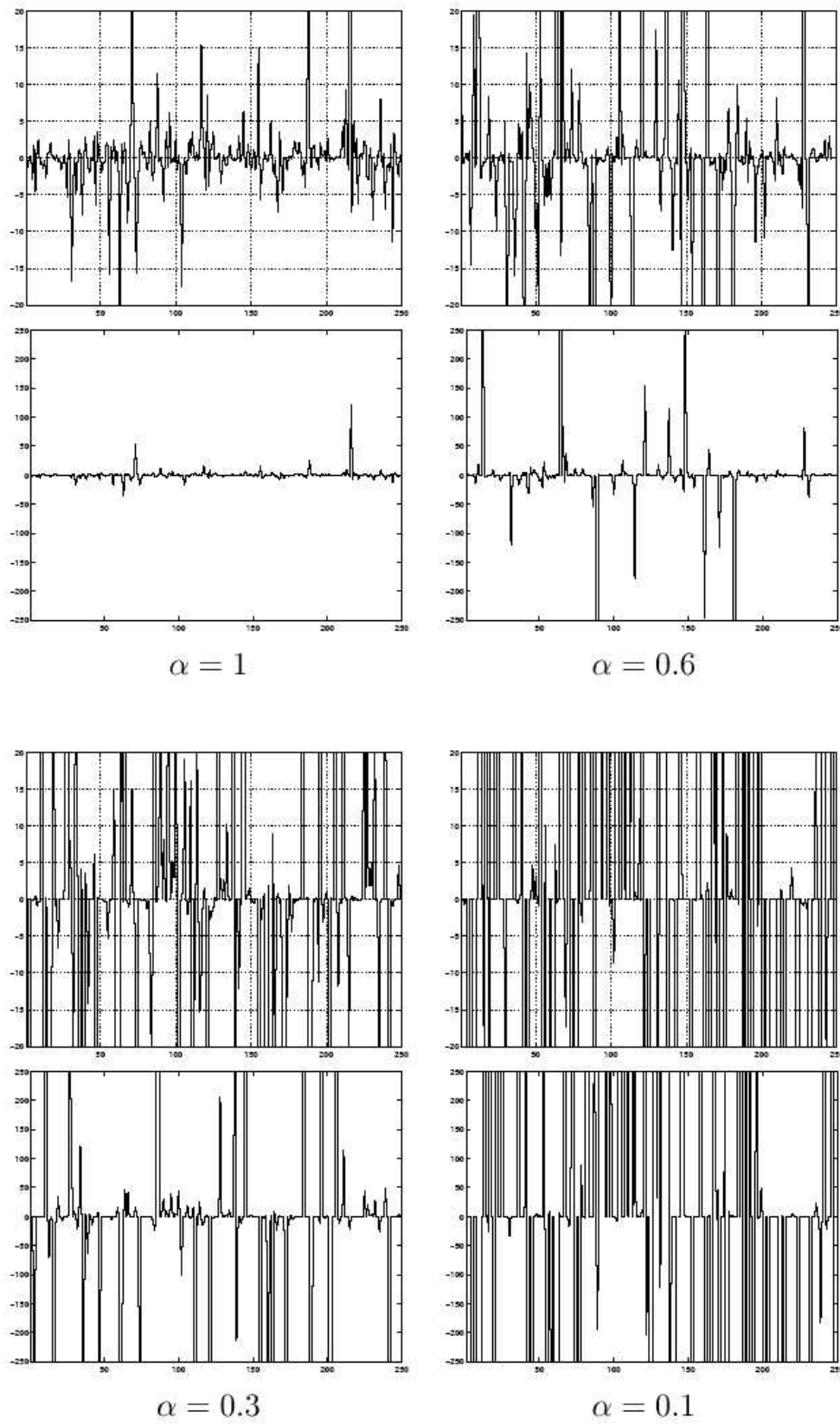


FIG. 1.7: Le comportement impulsif des signaux α -stable avec ($0 < \alpha \leq 1$). Chaque réalisation est représentée par deux échelles différentes.

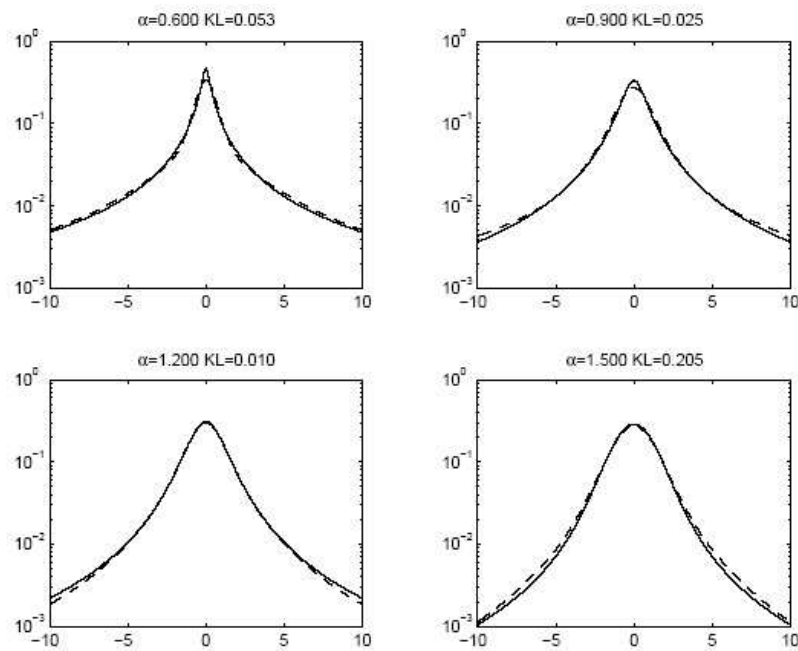


FIG. 1.8: Comparaison sur une échelle de log-log de la PDF exacte (trait plein), et la PDF approchée par un mélange de gaussiennes (—) pour différentes valeurs du paramètre α . La pseudo-distance de Kullback-Leibler (KL) entre les deux distributions est notée au dessus de chaque graphe [FB05].

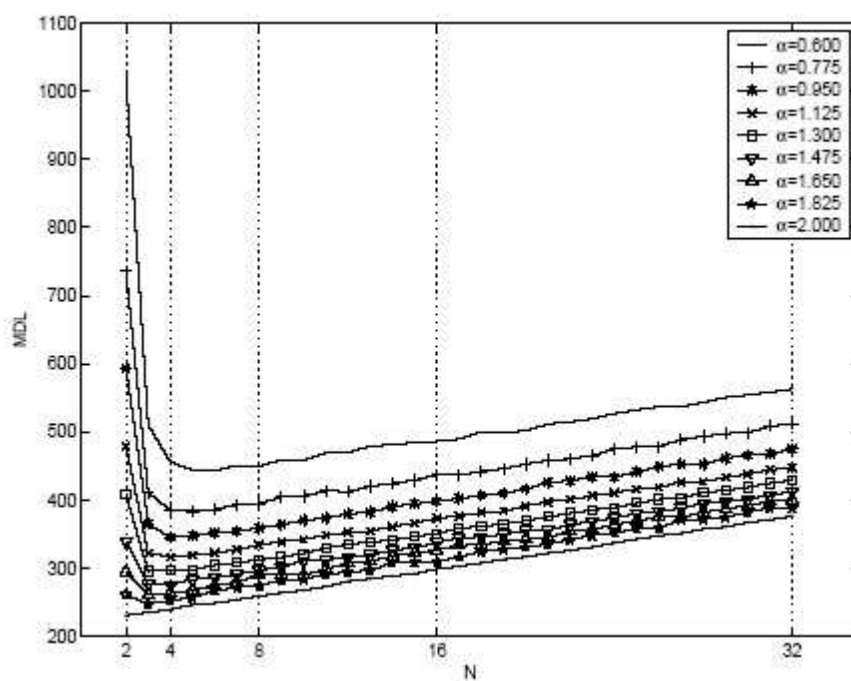


FIG. 1.9: Évolution du critère MDL en fonction du nombre de gaussiennes N pour différentes valeurs du paramètre α [FB05].

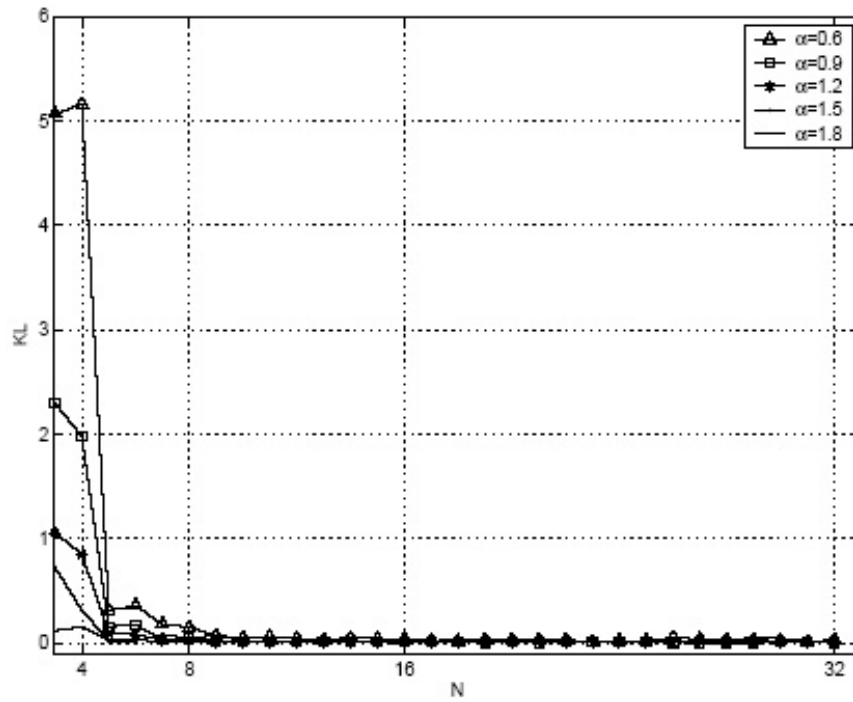


FIG. 1.10: Évolution de la distance de "Kullback-Leibler" (KL), calculée entre la PDF exacte et la PDF approchée par un mélange de gaussiennes, en fonction du nombre de gaussiennes pour différentes valeurs du paramètre α [FB05].

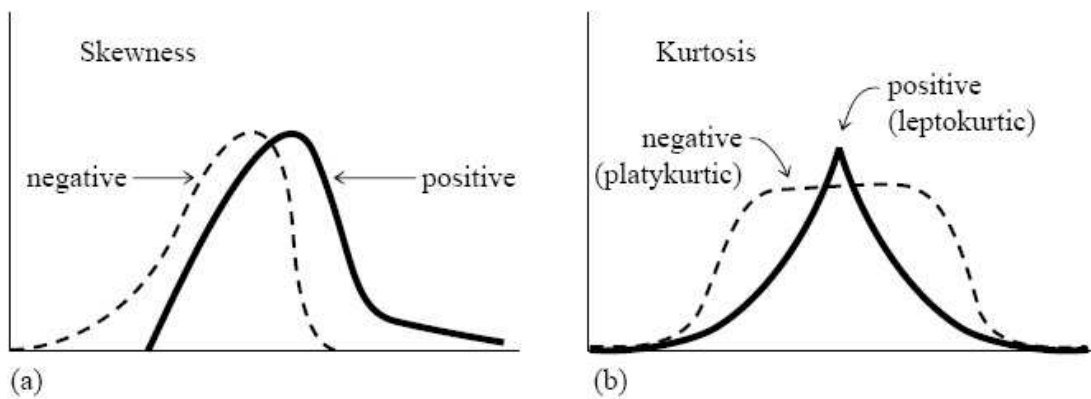


FIG. 1.11: Interprétation du skewness et du kurtosis

Chapitre 2

Débruitage des séquences d'images

2.1 Introduction

Il convient, après avoir défini les modèles de bruits qui peuvent être fréquemment liés aux processus de production, de transmission et de stockage des images, de bien vouloir supprimer ce bruit. Les recherches sur le débruitage des images fixes ont montré qu'il existe un compromis inévitable entre la réduction du bruit et la résolution. Dans le cas des séquences d'images, ce compromis existe encore. Mais, les redondances spatio-temporelles du signal sont plus importantes et leur exploitation permet d'augmenter les performances du filtrage.

Nous présentons dans ce chapitre un certain nombre de techniques utilisant des outils mathématiques différents pour le débruitage des séquences d'images. Afin de les présenter, nous avons classé les méthodes suivant les approches utilisées : approches markovienne, par transformée, variationnelle et filtrage.

Dans le cas du filtrage qui nous intéresse plus particulièrement, les premières techniques utilisées pour la réduction du bruit dans les séquences d'images ont été des méthodes de filtrage temporel. Lorsque les progrès techniques ont permis d'envisager des coûts de calcul plus importants, les méthodes de filtrage spatio-temporel ont été utilisées, afin de mieux prendre en compte toute l'information contenue dans le signal.

Dans ce chapitre, le modèle des séquences d'images bruitées considéré est :

$$g(i, j, n) = f(i, j, n) + \eta(i, j, n) \quad (2.1)$$

où :

- $g(i, j, n)$ représente l'intensité du pixel de coordonnées spatiales (i, j) de la $n^{\text{ème}}$ image de

- la séquence observée ;
- $f(i, j, n)$ représente l'intensité du pixel de coordonnées spatiales (i, j) de la $n^{\text{ème}}$ image de la séquence originale ;
- $\eta(i, j, n)$ représente le bruit additionnel.

Nous utiliserons parfois le vecteur \mathbf{n} de coordonnées (i, j, n) pour simplifier les notations.

Le problème du filtrage du bruit est de trouver une estimée $\hat{f}(\mathbf{n})$ de la séquence $f(n)$ à partir de son observation bruitée $g(n)$.

2.2 Approche markovienne

Si la séquence d'images f est modélisée par un champ markovien, la probabilité a priori de f peut être écrite sous une forme proportionnelle à $\exp(-U(f))$. La fonction d'énergie U est définie par

$$U(f) = \sum_{s \in \mathcal{C}} V(f, c) \quad (2.2)$$

où le système de cliques \mathcal{C} est un ensemble local de pixels connectés au pixel d'intérêt. C'est à travers le potentiel V que les relations locales entre les pixels du champ markovien sont caractérisées. Par ailleurs, on peut postuler que la vraisemblance conditionnelle de g (la séquence corrompue par un bruit additif) connaissant la séquence non dégradée f peut être définie comme étant proportionnelle à $\exp(-V(f, g))$. En appliquant la loi de Bayes, on voit que la maximisation de la probabilité a posteriori (MAP) de f connaissant g revient à la minimisation d'une fonctionnelle de la forme

$$U(f) + V(f, g) \quad (2.3)$$

La fonctionnelle V pénalise les restaurations non fidèles aux données tandis que U assigne des valeurs importantes aux configurations non désirables.

Geman, McClure et Geman proposent ce type de méthode pour réduire le bruit et d'autres dégradations spécifiques aux archives filmiques (poussières, rayures, ...) [GMG92]. Ce filtre n'utilise que deux images : l'image courante g^c et l'image précédente g^p . Le terme d'attache aux données contient donc deux termes :

$$V(f, g) = V^c(f, g^c) + V^p(f, g^p) \quad (2.4)$$

Une étape de compensation du mouvement est appliquée préalablement au calcul de ce terme. Pour chaque terme, l'image restaurée est liée aux données de la façon suivante :

$$V^k(f, g^k) = \alpha^k \sum_{s \in \mathcal{S}} \phi^k(f(s) - g^k(s)), k = c \text{ ou } p \quad (2.5)$$

où la sommation s'effectue sur l'ensemble des sites (ou pixels) s de la grille \mathcal{S} .

Pour un bruit gaussien, ϕ peut être quadratique. Comme [GMG92] s'intéresse aussi aux dégradations des archives filmiques, c'est la fonction ϕ suivante qui est choisie :

$$\phi(u) = -1(1 + |\frac{u}{\delta}|^\gamma)^{-1} \quad (2.6)$$

γ et δ permettent de paramétrer la forme de la fonction considérée. L'intérêt est que cette fonction croît moins rapidement que la fonction quadratique, elle est donc plus robuste aux variations brutales d'intensité au cours du temps.

Cette même fonction est utilisée dans le terme définissant l'a priori. En effet, elle permet de promouvoir les régions lisses tout en ne pénalisant pas trop les contours grâce à sa croissance peu rapide. On a ainsi :

$$U(f) = \alpha \sum_{\langle s,t \rangle} \phi(f(s) - f(t)) \quad (2.7)$$

où $\sum_{\langle s,t \rangle}$ désigne la somme sur les paires de pixels voisins.

En fait, cette énergie définit un modèle du premier ordre (puisqu'il ne considère que les premiers voisins). Elle pénalise donc les grandes dérivations, c'est-à-dire qu'elle favorise les régions à niveau de gris constant. [GMG92] définit également des modèles du second ordre et du troisième ordre qui pénalisent plutôt les dérivées seconde ou troisième. En plus des régions d'intensité constante, le modèle favorise alors les régions à gradient d'intensité constant ou à courbure constante, ce qui est plus réaliste.

Une approche similaire avait été proposée par Hong et Brzakovic [HB89]. Leur terme d'attache aux données est quadratique. Le terme d'a priori est plus complexe mais permet une régularisation spatio-temporelle et non plus uniquement spatiale.

Dans [BK95] sont introduits des champs de Gauss-Markov couplés pour modéliser le champ des vecteurs de déplacement ainsi que la carte des intensités de la séquence d'images. Un champ de Gauss-Markov couplé est constitué de deux niveaux : un niveau supérieur constitué de plusieurs sous-modèles ayant des caractéristiques différentes, et un niveau inférieur binaire qui gouverne les transitions entre les sous-modèles. Ce niveau permet de préserver les contours dans l'image lors du filtrage. La restauration se fait ensuite selon le critère du MAP. La fonctionnelle obtenue

est minimisée de façon alternée selon les deux champs inconnus (intensité et déplacement). Pour cela, un estimateur récursif du MAP similaire au filtrage de Kalman est dérivé. Celui-ci est suivi d'une phase d'estimation du niveau binaire.

Les modèles markoviens conduisent à la minimisation d'une fonctionnelle. Ce minimum peut être obtenu par des méthodes stochastiques ou déterministes. Parmi les méthodes stochastiques, on cite le recuit simulé [GG84]. Les méthodes déterministes sont moins coûteuses, on trouve par exemple la programmation dynamique [AWJ90], le GNC ("Graduated Non-Convexity algorithm") [BZ87], l'algorithme ICM (Iterated Conditional Mode) [Bes86], [Mar92], ou le recuit par champs [GG91], et [ZC93].

Ces algorithmes sont tous de nature itérative. On fixe un vecteur de départ et l'algorithme va engendrer une suite de solutions qui doit converger vers l'optimum.

Pour un signal quelconque, aucun de ces algorithmes ne peut garantir que l'optimum a été atteint. Ceci est dû aux deux points suivants :

- D'un point de vue pratique, il faut bien tronquer la suite des vecteurs engendrés au bout d'un nombre fini d'itérations. Or, la convergence des algorithmes (lorsqu'elle est démontrée) suppose une infinité d'itérations.
- La non-convexité de la fonction entraîne que l'algorithme peut s'arrêter au voisinage d'un minimum local si le pas des itérations est trop élevé ou si la solution initiale est trop éloignée de la solution optimale (sauf pour le recuit simulé théorique) [Dec96].

2.3 Approche variationnelle

La modélisation markovienne permet de poser le problème de façon discrète. Une approche variationnelle permet de le modéliser d'une façon continue.

Le problème de retrouver u à partir de u_0 est alors formulé comme celui de retrouver u qui minimise l'énergie suivante :

$$E(u) = E_1(u, u_0) + \lambda E_2(u) \quad (2.8)$$

où E_1 est appelé terme d'attache aux données, et E_2 terme de régularisation dont le rôle est de réduire le bruit en s'opposant à l'attache aux données hors de zones de transitions. Le coefficient λ permet de pondérer l'influence de la régularisation. La formulation énergétique la plus simple est obtenue en utilisant la norme \mathcal{L}_2

$$E_{Th}(u) = \int_{\Omega} (u - u_0)^2 d\Omega + \lambda \int_{\Omega} \|\nabla\|^2 d\Omega \quad (2.9)$$

avec $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ la région contenant l'image. Rudin, Osher et Fatemi dans [ROF92] furent les premiers à utiliser une minimisation d'énergie à base de variation totale pour restaurer un signal 2D. Les images sont modélisées par des surfaces continues, par des morceaux dans le plan continu. On définit une énergie comme une somme de mesures sur ces surfaces. De façon similaire, l'image peut être considérée comme une fonction appartenant à l'espace BV (espace des fonctions à variations bornées), et l'énergie devient une somme de mesures sur les fonctions. Cette énergie correspond au filtrage linéaire par une gaussienne et à la diffusion isotrope.

Koenderink [Koe84] fut le premier à utiliser le principe de l'équivalence entre filtrage par convolution avec une gaussienne et un processus de diffusion. Cette convolution s'écrit :

$$u(x, y, \sigma) = \int \int u_0(\alpha, \beta) h_\sigma(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta \quad (2.10)$$

où u_0 représente l'image bruitée, u représente l'image restaurée, et h_σ représente le noyau gaussien d'écart type σ donné par :

$$h_\sigma(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (2.11)$$

Koenderink [Koe84] a remarqué le premier qu'une opération de convolution d'une image par un opérateur gaussien d'une certaine variance peut être réécrite sous la forme d'un processus de diffusion de l'image autour des pixels voisins durant un temps t en relation directe avec la variance spatiale $\sigma^2 = 2t$. Cette équation de diffusion, connue sous le nom d'équation de la chaleur, peut se mettre sous la forme de l'EDP suivante

$$\begin{cases} u(0) &= u_0 \\ \frac{\partial u}{\partial t}(t) &= \text{div}(\nabla(u(t))) \end{cases} \quad (2.12)$$

L'EDP 2.12 permet une diffusion isotrope. Cette diffusion s'opère ainsi de manière identique dans toutes les directions et ne possède aucune direction privilégiée. Pour des tâches de restauration d'images bruitées, ceci présente clairement des inconvénients. En effet, dans les régions d'intensité homogène, ce processus permettra de réduire effectivement le bruit mais dans les régions présentant des discontinuités au niveau de l'intensité en niveau de gris, celles-ci seront aussi lissées et le contraste visuel de ces parties sera sensiblement réduit, diminuant en conséquence l'intérêt qualitatif et visuel d'un tel processus.

L'idée pour résoudre les problèmes issus d'une diffusion isotrope a été proposée par Perona et Malik [PM90]. Elle consiste à effectuer une diffusion conditionnelle i.e forte diffusion dans les zones à faible gradient et faible diffusion dans les zones à fort gradient, où des discontinuités

potentiellement intéressantes peuvent se trouver.

$$\begin{cases} u(0) &= u_0 \\ \frac{\partial u}{\partial t}(t) &= \operatorname{div}[f(u, t)\nabla(u(t))] \end{cases} \quad (2.13)$$

où $f(u, t) = c(\|\nabla(u(t))\|)$ et c est une fonction décroissante, par exemple :

$$c(\|\nabla u\|) = e^{-(\nabla u/k)^2} \quad (2.14)$$

ou encore

$$c(\|\nabla u\|) = \frac{1}{1 + (\nabla u/k)^2} \quad (2.15)$$

Comme cette EDP est peu performante lorsque le bruit est impulsif, des schémas plus complexes et plus performants ont donc été proposés. De plus, des problèmes d'existence et d'unicité de la solution existent pour une fonction c quelconque. Pour plus de détails, on pourra se référer, à l'état de l'art sur les EDP en traitement des images écrit par Deriche et Faugeras [DF96].

Dans le cas de séquences d'images où la caméra est fixe, Kronprobst [Kor98] modélise le problème comme la minimisation d'une énergie, conduisant à une équation aux dérivées partielles. En fait, dans ce cas, on ne cherche pas à estimer le mouvement, mais simplement à détecter les objets en mouvement et à ne restaurer que le fond. L'énergie définie comprend donc un terme d'attache aux données pour le débruitage, un terme définissant la carte de détection de mouvement et un terme de régularisation pour chacune de ces deux inconnues (fonds restaurés et carte de détection). Comme précédemment, le système est résolu alternativement pour chaque ensemble d'inconnues par un algorithme de type Gauss-seidel.

Chanas [Cha01] propose en utilisant l'approche variationnelle une nouvelle énergie de restauration. Cette énergie est basée sur l'hypothèse que les séquences d'images ont un fond fixe, et combine un filtrage temporel et une régularisation spatiale. Ensuite, afin d'améliorer la qualité de restauration lorsque la séquence contient du mouvement, d'autres modèles sont utilisés. Le premier consiste à considérer une séquence d'images comme un volume de données continues par morceaux et l'énergie associée utilise une régularisation équivalente à une diffusion anisotrope. Puis dans le cas de mouvements de grande amplitude, le modèle du flot optique est utilisé pour construire une énergie globale permettant de calculer le mouvement, débruiter les images, et reconstruire les zones détériorées en même temps.

Bourdon et al. [BAOC04] ont proposé une méthode de débruitage de séquences d'images qui se base sur l'idée de diffusion 3D, mais diffère en un point essentiel : la détection des discontinuités

spatiales est séparée de la discontinuité temporelle. Elle permet donc d'étudier simultanément l'évolution de l'objet dans un espace 2D et dans un espace 1D pour conditionner le processus de diffusion anisotrope. Contrairement à Kornprobst, cette méthode ne procède pas à une segmentation temporelle, mais les parties dynamiques de la séquence sont détectées sans se soucier d'une analyse haut niveau, l'unique but de cette opération étant de débruiter la séquence.

La restauration d'images se fait en appliquant la diffusion pendant un temps t , choisi en fonction du lissage souhaité. Plus t est grand, plus l'image est lissée, mais plus elle perd de détails également. Le calcul numérique se fait grâce à l'utilisation de techniques des éléments finis, le maillage étant celui des pixels de l'image. Évidemment, la complexité des EDP s'accompagne d'une complexité du schéma numérique, et se traduit par un accroissement du temps de calcul.

2.4 Transformation en ondelettes

Les méthodes de débruitage basées sur la transformation en ondelettes ont montré leur efficacité pour le filtrage de signaux 1D et 2D [Mal98]. Cependant, si les méthodes de seuillage par ondelettes ont été largement utilisées pour le débruitage d'images fixes, il existe que peu de travaux sur l'utilisation des ondelettes pour le débruitage vidéo. L'idée générale derrière cette méthode est d'exploiter la propriété suivante des transformées en ondelettes : l'énergie du signal est concentrée sur un nombre limité de coefficients alors que celle du bruit s'étend sur l'ensemble des coefficients. Le seuillage des coefficients peut donc réduire significativement l'énergie du bruit tandis que l'énergie du signal ne varie quasiment pas [Mal98].

Il n'y eu jusqu'à présent que peu de tentative pour étendre ces schémas au débruitage de séquences d'images, probablement à cause de la difficulté de déterminer un schéma de seuillage. Celui-ci est en effet de nature non-linéaire et il est difficile de déterminer la contribution d'un pas de seuillage sur l'ensemble du processus d'analyse et de synthèse.

Une telle tentative est néanmoins présentée dans [RWLB96]. Le filtrage est effectué sur une fenêtre temporelle dans laquelle le mouvement des images par rapport à l'image centrale est compensé. Chaque image est décomposée spatialement par une pyramide de Simoncelli [SFAH92]. La pyramide de Simoncelli est une décomposition en sous-bandes basée sur les filtres directionnels. Son intérêt dans ce contexte de débruitage spatio-temporel est que la décomposition est invariante par translation : on s'arrange pour qu'aucun effet d'aliasage ne soit présent à chaque étape de la décomposition. Un premier schéma de seuillage est appliqué sur les coefficients issus de cette

décomposition. Ceux-ci subissent alors une transformation en ondelettes discrète temporelle. Le résultat est à nouveau seuillé. Enfin, un dernier schéma de seuillage est appliqué après la reconstruction temporelle et avant la reconstruction spatiale.

Dans [Roo99], les performances d'une transformée en ondelettes 2D rapide calculée par un *algorithme à trous* [HKMMT89] sont comparées avec celles de la pyramide de Simoncelli dans le schéma de débruitage 3D. En terme de réduction du bruit, c'est la pyramide de Simoncelli qui donne de meilleurs résultats. Cette différence est cependant marginale en comparaison de l'accroissement de complexité de la pyramide par rapport à la transformée en ondelettes.

Pižurica et al. ont développé dans [PZP03] un schéma de filtrage spatio-temporel séquentiel. Cette méthode utilise une technique de débruitage 2D par ondelettes suivie par un filtrage temporel. Les paramètres du filtre temporel ont été optimisés afin de maximiser la moyenne de gain en PSNR pour différentes séquences de test. Ce schéma a permis de surpasser les filtres spatio-temporels mono résolution et dans le domaine d'ondelettes en terme de PSNR et de qualité visuelle.

Ce type de filtrage permet une très bonne réduction du bruit dans les séquences d'images mais son coût de calcul est relativement important.

2.5 Approche filtrage

2.5.1 Filtres linéaires

Les filtres les plus simples et les plus faciles à implanter sont fondés sur le filtrage linéaire stationnaire. La relation d'entrée-sortie du filtre s'écrit sous la forme d'une convolution par :

$$s(x, y) = (u * h)(x, y) = \int \int u(\alpha, \beta) h(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta \quad (2.16)$$

où u représente l'image bruitée et h représente la réponse impulsionnelle, aussi appelée noyau de convolution, elle peut être de taille finie ou infinie. Grâce à ces propriétés, de nombreux filtres, typiquement de type pass-bas (pour le lissage), ont été proposés dans la littérature et appliqués au filtrage d'images. Ces filtres sont directement issus du traitement du signal (traitement 1D). L'extension à des images (traitement 2D) s'est faite, dans la majorité des cas, de façon assez naturelle.

On peut obtenir des filtres optimaux au sens de la minimisation d'un critère quadratique. On montre alors que les filtres qui en résultent sont les plus performants en terme de réduction de

bruit à distribution gaussienne. Ceci constitue une première limitation des filtres linéaires car le bruit dans une image naturelle n'est pas toujours gaussien. Dans de nombreuses situations, il est plutôt impulsif ou, au contraire, très concentré.

De plus, les filtres linéaires présentent un autre inconvénient quand il s'agit de traiter une discontinuité (par exemple une frontière entre deux régions). Ils ont tendance à lisser les transitions donnant une impression de flou sur les bords des objets et à rendre délicat l'extraction et la localisation de contours des objets.

Par conséquent, ces filtres ont été progressivement remplacés par des techniques de filtrage non linéaires caractérisées par de meilleures performances tant en réduction de bruit qu'en préservation et localisation de contours.

Les séquences d'images peuvent également être considérées comme des signaux 3D. Pour un filtrage plus efficace, il peut donc être utile d'exploiter aussi les corrélations spatiales dans les images, en plus des corrélations temporelles.

La plupart des filtres spatio-temporels sont construits par une généralisation de filtres 2D connus. Par exemple, la forme la plus simple du filtrage spatio-temporel est d'étendre le support d'un filtre 2D à réponse impulsionnelle finie dans la direction de l'axe des temps. Le résultat est un moyennage pondéré spatio-temporel (3D) :

$$\hat{f}(i, j, n) = \sum_{(k_1, k_2, k_3) \in S} w(k_1, k_2, k_3) g(i - k_1, j - k_2, n - k_3) \quad (2.17)$$

où $w(k_1, k_2, k_3)$ sont les coefficients du filtre, et S son support spatio-temporel 3D.

La forme la plus simple de ce filtre est de choisir tous les coefficients égaux. Dans ce cas, la réduction du bruit dépend de l'étendue temporelle et spatiale du support S . Plus la fenêtre est grande, plus le bruit est réduit. Cependant, dans les régions où il y a mouvement ainsi que les régions où sont présents des contours spatiaux, le moyennage des pixels peut créer d'importants artefacts. A cause de ces artefacts, des objets peuvent apparaître flous dans la séquence filtrée.

Le filtre de Wiener 3D repose sur l'hypothèse du bruit gaussien. Ce filtre peut être mis en oeuvre de plusieurs façons.

Filtres de Wiener 3D

Le filtrage de Wiener correspond à une estimation linéaire minimisant l'erreur quadratique moyenne. Le résultat \hat{f} du filtrage d'un signal g est classiquement donné par [AH77] :

$$\hat{f} = R_f(R_f + R_\eta)^{-1}g \quad (2.18)$$

où \hat{f} et g représentent respectivement les séquences d'images filtrées et observées, écrites dans des vecteurs suivant l'ordre lexicographique. R_f est la matrice de covariance de la séquence d'images et R_η est la matrice de covariance du bruit.

Pour mettre en oeuvre ce filtre, il faut tout d'abord connaître a priori la fonction d'auto-corrélation 3D de la séquence originale, ensuite, il faut que l'hypothèse de stationnarité 3D soit réelle.

Le filtre de Wiener défini par l'équation 2.18 comporte habituellement une opération globale sur toute la séquence d'images, i.e on a besoin de toutes les données pour obtenir un élément simple de la séquence estimée \hat{f} . Donc, les filtres adaptatifs exécutés localement deviennent de plus en plus attrayants.

Une première tentative basée sur l'utilisation des statistiques locales a été proposée dans [Sam85]. Dans [OEST92] un filtre de Wiener nécessitant le calcul de la corrélation entre les images est présenté. Kokaram a proposé une simplification utilisant une transformation de Fourier Discrète (TFD) 3D [Kok98]. Enfin, dans [BB98] Boo et Bose utilisent une transformation orthogonale et décomposent ainsi le problème 3D en une succession de problèmes 2D. Une comparaison de ces filtres a été utilisée dans [Dek01].

– Filtre de Lee 3D :

Le filtre de Lee 3D est une généralisation à trois dimensions du filtre de Lee [Lee80] conçu pour le filtrage de l'image fixe. Il s'agit de remplacer les statistiques globales par des statistiques locales autour du pixel considéré. La moyenne et la variance ont été calculées dans un cube de dimension $(2p + 1) \times (2q + 1) \times (2r + 1)$. La moyenne locale est définie pour chaque pixel de coordonnées (i, j, n) par :

$$M_{i,j,n} = \frac{1}{(2p + 1)(2q + 1)(2r + 1)} \sum_{k=i-p}^{i+p} \sum_{l=j-q}^{j+q} \sum_{m=n-r}^{n+r} g(k, l, m) \quad (2.19)$$

La variance locale est évaluée de façon similaire par :

$$\nu_{i,j,n} = \frac{1}{(2p + 1)(2q + 1)(2r + 1)} \sum_{k=i-p}^{i+p} \sum_{l=j-q}^{j+q} \sum_{m=n-r}^{n+r} (g(k, l, m) - M_{i,j,n})^2 \quad (2.20)$$

L'expression du filtrage est donnée pour chaque pixel par :

$$\hat{f}(i, j, n) = \frac{\nu_{i,j,n} - \sigma_\eta^2}{\nu_{i,j,n}} g(i, j, n) \quad (2.21)$$

où σ_η^2 est la variance du bruit.

– Le filtre fréquentiel :

La densité spectrale de puissance d'un processus aléatoire stationnaire étant donnée par la transformée de Fourier de sa fonction d'autocorrélation, les coefficients du filtre peuvent s'exprimer sous la forme :

$$W(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \frac{P_g g(\omega_1, \omega_2, \omega_3) - \sigma_\eta^2}{P_g g^2(\omega_1, \omega_2, \omega_3)} \quad (2.22)$$

où $P_g g(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ est la densité spectrale de puissance du groupe d'images observées. Le résultat du filtrage est donné par :

$$\hat{f}_n(i, j) = \mathcal{F}^{-1}(W(\omega_1, \omega_2, \omega_3)G(\omega_1, \omega_2, \omega_3)) \quad (2.23)$$

où \mathcal{F}^{-1} est la Transformée de Fourier Discrète Inverse (TFDI) 3D. $G(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ est la TFD 3D du groupe d'images observées.

Ce filtre a été proposé par [Kok98]. On peut le voir comme une extension à trois dimensions du filtre de Lim [Lim80].

– Filtre de Boo et Bose :

Le filtre de Boo et Bose [BB98] utilise l'hypothèse de séparabilité des composantes spatiales et temporelles de la covariance de la séquence d'images [EBW92].

En partant de cette hypothèse, Boo et Bose ont démontré le théorème suivant : *Pour un groupe d'images stationnaires dans le temps et dégradées par un bruit non corrélé, il existe une transformation orthogonale telle que le filtre de Wiener 3D peut être décomposé en un ensemble de filtres de Wiener 2D. Cette transformation est la transformation de Karhunen-Loeve.*

En pratique, la transformation de Karhunen-Loeve est approximée par une transformation de Hadamard ou par une Transformation en Cosinus Discrète (TCD). Boo et Bose utilisent ensuite le filtre de Lee 2D sur chacune des images transformées. Cette approche est une généralisation de la méthode appliquée par Hunt et Kübler [HK84] à la restauration d'images multi-spectrales.

Moyenne pondérée adaptative

Le filtre à Moyenne Pondérée Adaptative (MPA) est détaillé dans [OST93]. L'estimée de l'intensité à la position (i, j) de la $n^{\text{ème}}$ image est donnée par :

$$\hat{f}_n(i, j) = \sum_{(p,q,l) \in S} w(p, q, l) g_{n-l}(i - p, j - q) \quad (2.24)$$

où S est le support du filtre et avec

$$w(p, q, l) = \frac{K}{1 + \alpha \max(\epsilon^2, (g_n(i, j) - g_{n-l}(i - p, j - q))^2)} \quad (2.25)$$

α et ϵ sont des paramètres du filtre. K est une constante de normalisation.

La contribution à la moyenne d'un pixel de voisinage décroît lorsque son intensité s'écarte de celle du pixel considéré. Ceci permet de ne rendre flou ni les contours, ni les objets en mouvement. C'est le paramètre α qui règle cette décroissance. Le paramètre ϵ , quant à lui, permet de tenir compte des effets du bruit. Typiquement, sa valeur est prise égale à deux fois la variance de celui-ci.

Filtre de Fan et Namazi [FN99]

Les techniques précédemment présentées considèrent la compensation du mouvement comme une étape préalable du filtrage. Or, la qualité du filtrage dépend de la qualité de l'estimateur de mouvement ; et inversement, l'estimation du mouvement est plus précise lorsque le bruit dans l'image est faible. C'est de cette constatation qu'est née l'idée d'effectuer le filtrage du bruit et de l'estimation du mouvement de façon conjointe.

Fan et Namazi [FN99] ont récemment proposé un algorithme itératif réalisant simultanément l'estimation du mouvement (selon un modèle affine 2D) au sens du maximum de vraisemblance et le filtrage du bruit dans l'image de référence au sens du minimum de l'erreur quadratique moyenne (filtrage de Wiener). Leur méthode est basée sur une dérivation analytique de la fonction de log-vraisemblance. Cependant, la complexité de l'expression obtenue est telle qu'il est nécessaire de faire quelques hypothèses simplificatrices pour la maximiser. Les auteurs ne considèrent notamment que de faibles déplacements dans l'image. Enfin, le filtrage proposé n'est pas adaptatif et pourrait donc introduire des artefacts en cas d'erreur sur l'estimation du mouvement.

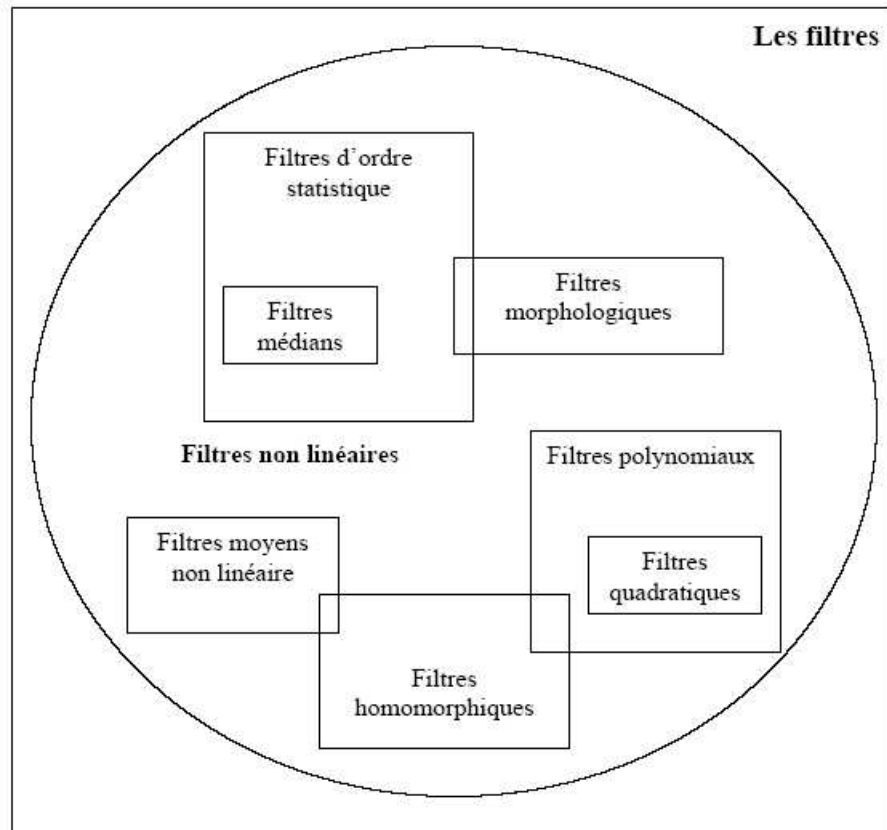


FIG. 2.1: Différentes classes de filtres non linéaires

2.5.2 Filtres non linéaires

Différentes classes de filtres non linéaires ont été étudiées. Une multiplicité de techniques de traitement non-linéaires d'image numérique est apparue dans la littérature et les classes principales suivantes des méthodes de transformation non-linéaires des signaux et des images peuvent être identifiées [PV92] [AK97] : les filtres d'ordre, les filtres morphologiques, les filtres homomorphiques, les filtres polynomiaux, et les filtres moyens non-linéaires. De manière correspondante, une représentation graphique des différentes classes des filtres non-linéaires est illustrée dans la figure 2.1. La majorité de ces classes s'est avérée prometteuse. Par exemple, les filtres issus de la morphologie mathématique et les filtres d'ordre ont été efficacement intégrés dans une classe, bien qu'ils soient d'origines complètement différentes [PV92][MS87a][MS87b].

Les filtres issus de la morphologie mathématique

Ils sont basés sur les opérateurs d'érosion et de dilatation. Étant défini un ensemble de pixels B (appelé élément structurant), la dilatation D et l'érosion E sont respectivement définies par

$$D_B(u)(i, j) = \sup_{(k,l) \in B} (u(i - k, j - l)) \quad (2.26)$$

$$E_B(u)(i, j) = \inf_{(k,l) \in B} (u(i - k, j - l)) \quad (2.27)$$

A partir de ces deux opérateurs de base, une multitude d'opérateurs plus complexes peuvent être définis en les combinant avec différents éléments structurants. Les plus connus sont la fermeture F et l'ouverture O définies par

$$F = E \circ D, \text{ et } O = D \circ E \quad (2.28)$$

Ils permettent, entre autre, la réduction de bruit dans les images.

Mais bien au delà de ces définitions dans le plan discret, ces filtres entrent dans le cadre de la théorie des traitements d'images invariants par changement de contraste.

Les filtres d'ordre

Ces filtres ont démontré d'excellentes propriétés de robustesse [PV92]. Ces filtres sont originaires de la théorie de l'estimation robuste [Hub72][HRRS86], et préservent les discontinuités et les détails des images mieux que les filtres linéaires. Bien que difficile à caractériser analytiquement, ces filtres sont conceptuellement simples et faciles à implémenter. Le filtre médian a été suggéré pour la première fois par Tuckey pour l'analyse des séries chronologiques [Tur77]. Plus tard, il est devenu populaire en traitement d'images grâce à sa simplicité calculatoire et à sa bonne performance. Les propriétés statistiques et déterministes du filtre médian ont été largement étudiées dans [Jus81][Tya81][AAW81]. Depuis son apparition, plusieurs modifications du filtre médian ont été proposées, tels que les filtres médians pondérés [KL91][YYG⁺95][Arc98][AP00], les filtres de rang d'ordre [NG82][WCG86], les L -filtres [BHM83][NB91][KP92][FAB98] et les filtres d'ordre pondérés [JL94][SL96]. Ceci vient de l'application de l'estimation robuste en filtrage du signal et d'image. Les L -estimateurs représentent une classe d'estimateurs robustes qui est liée étroitement à ces filtres [HRRS86][Tur77].

Les filtres d'ordre utilisés en filtrage de séquences d'images sont généralement les filtres médians.

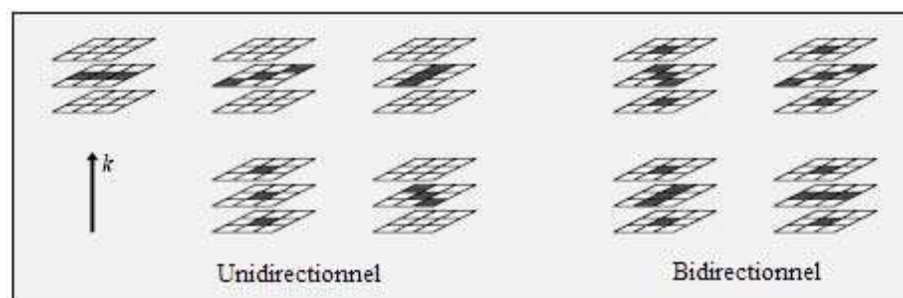


FIG. 2.2: Les sous-fenêtres spatio-temporelles définies par Arce [Arc91]

Ils s'étendent du médian temporel simple jusqu'aux filtres médians multi-niveaux qui sont conçus afin de préserver les détails des images.

Huang et Hsu ont proposé dans [HH81], une première idée pour appliquer le filtre médian temporel dans un problème de filtrage de séquences d'images. L'inconvénient du filtre médian temporel, c'est qu'il produit des artefacts dans la séquence d'images. Ces artefacts peuvent être évités en utilisant les filtres médians spatio-temporels. Arce [Arc91] et Nuevo [AN91] ont proposé des méthodes basées respectivement sur les filtres médians spatio-temporels multi-étages et multi-niveaux.

Filtre médian spatio-temporel multi-étages

Ces filtres comportent généralement deux étages. Le premier étage est constitué de filtres agissant sur les données de l'image. Le deuxième et les suivants traitent les sorties des filtres de l'étage précédent.

Arce [Arc91] a considéré deux variantes du premier étage. La première variante est un ensemble de filtres médians unidirectionnels et la deuxième est un ensemble de filtres médians bidirectionnels (voir figure 2.2). Les résultats de ces deux filtres sont utilisés dans l'étage final. Le résultat final est défini par la valeur médiane du vecteur constitué par le maximum et le minimum du premier étage et la valeur du pixel central.

$$\hat{f}(i, j, k) = \text{median} \{ \max(\text{premier étage}), g(i, j, k), \min(\text{premier étage}) \} \quad (2.29)$$

L'utilisation des filtres médians bidirectionnels dans le premier étage donne lieu à une suppression de bruit plus élevée.

Kokaram et Rayner [KR92] ont expérimenté une version à mouvement compensé du filtre d'Arce. Le but au départ était d'éliminer le bruit impulsif, mais ils ont constaté qu'une opération globale

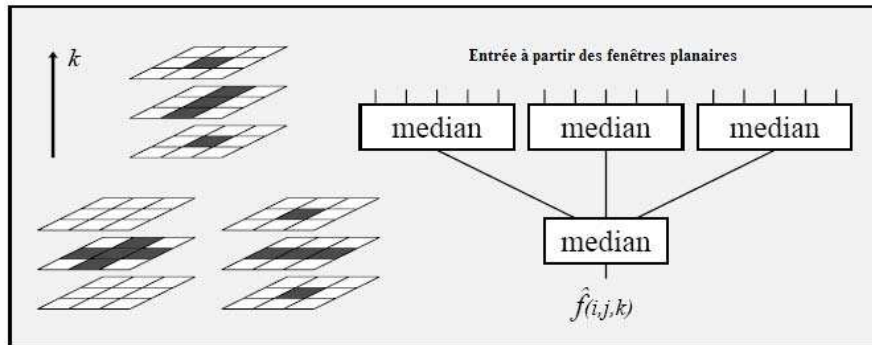


FIG. 2.3: Les fenêtres spatio-temporelles du filtre médian multi-niveaux

de ce filtre peut entraîner des pertes dans les détails de l'image. Pour cela, on a adopté une stratégie de détection/estimation en appliquant le filtre que sur les pixels détectés comme bruit impulsif. Ils ont conclu que leur algorithme améliore le résultat d'Arce, en terme de qualité et de vitesse d'exécution.

Filtre médian spatio-temporel multi-niveaux

Ces filtres sont des combinaisons de plusieurs filtres d'ordre sur une fenêtre temporelle avec des masques directionnels différents sur chacune des images (voir figure 2.3). Le résultat final est le résultat du filtrage médian temporel appliqué sur l'ensemble formé des sorties de chaque filtre spatial. Plusieurs combinaisons de masques ont été proposées. Elle sont citées dans [BKE⁺95], [Bui98], [Kok98].

Ce type de filtre n'élimine pas complètement les défauts du filtre médian temporel : la dégradation des détails fins et des textures. On observe cependant une nette réduction du bruit impulsif et une bonne préservation des contours.

2.6 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre différentes approches de débruitage de séquences d'images. Les méthodes de débruitage les plus connues ont été regroupées suivant les outils mathématiques qui leur sont associés.

Brailean, Kleihorst, Efstratiadis, Katsaggelos et Lagendijk ont comparé les performances d'un certain nombre des filtres décrits dans ce chapitre [BKE⁺95]. Leurs résultats expérimentaux

montrent l'amélioration des performances du filtrage obtenue grâce à la compensation du mouvement. Ils montrent également que les performances sont améliorées lorsqu'on augmente la dimension du support du filtre (de 1D à 3D).

Parmi toutes les approches que nous avons présentées, il est impossible d'en extraire une qui serait valide pour toutes les applications. En cas de présence de bruit impulsif ou mixte (gaussien + impulsif), les filtres spatio-temporels adaptatifs et compensés en mouvement donneront des séquences filtrées de meilleure qualité.

Nous nous intéressons dans les chapitres suivants à l'approche filtrage pour les raisons suivantes :

- Les approches markoviennes et variationnelles permettent d'obtenir de meilleurs résultats. Mais, elles nécessitent des algorithmes coûteux.
- Les approches filtrage adaptatif peuvent être performantes avec néanmoins un souci de faible coût de calcul grâce à leur formalisme mathématique simple.

Chapitre 3

Estimation du mouvement

3.1 Introduction

Les algorithmes de filtrage spatio-temporel compensé en mouvement peuvent être schématisés en trois étapes (voir figure 3.1). La première étape concerne l'estimation du mouvement, à partir du signal observé. La deuxième étape consiste à compenser le mouvement en utilisant l'information du mouvement estimé $\hat{d}(i, j, k)$. La troisième partie comprend le filtrage.

Nous avons vu jusqu'à maintenant que plusieurs méthodes de filtrage utilisent les techniques adaptatives afin de pouvoir manipuler les signaux non-stationnaires. Cependant, ce type de filtrage présente l'inconvénient de rendre flous les objets en mouvements. Pour remédier à ce défaut, des techniques basées sur la compensation du mouvement ont d'abord été introduites.

Nous présentons dans ce chapitre quelques méthodes d'estimation du mouvement utilisées dans des schémas de débruitage spatio-temporel. Nous commençons par citer les principales techniques

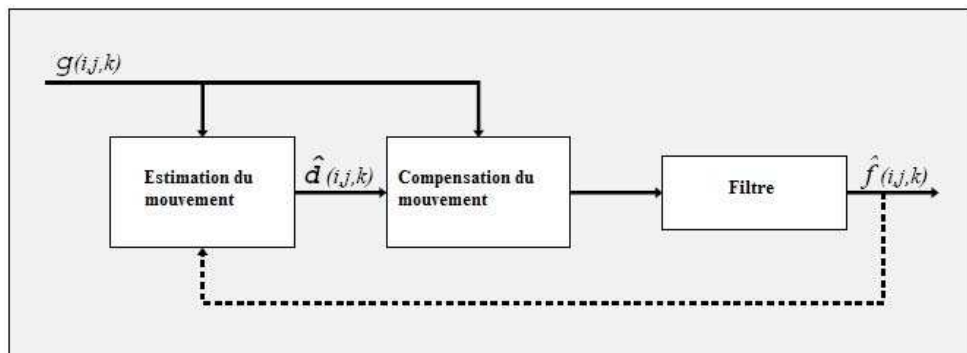


FIG. 3.1: Schéma de filtrage spatio-temporel compensé en mouvement

classiques. Ensuite, nous enchaînons par une présentation des approches développées à base des statistiques d'ordre supérieur, tout en donnant quelques résultats issus de la méthode qui nous intéresse sur quelques types de bruits.

3.2 Différentes méthodes d'estimation du mouvement

Dans la littérature, on trouve une diversité de méthodes qui ont été proposées pour l'estimation du mouvement apparent. Couramment, elles sont scindées en trois groupes principaux [DM95][TL94][SK99b] : les méthodes par transformées, les méthodes différentielles et les méthodes par mise en correspondance.

3.2.1 Méthodes par transformées

Elles sont basées sur l'observation des effets d'un mouvement 2D dans le domaine transformé (Transformée de Fourier (TF) ou Transformée de Gabor (TG)) de l'image. En effet, le mouvement est détecté par le changement des caractéristiques fréquentielles de l'image [Hee87][JW87][CGN96]. Par exemple, la mesure de variation de la phase de la TF entre deux images successives permet d'estimer les paramètres de translation (propriété de décalage de la TF). L'extension d'une telle technique à des mouvements plus complexes demande des opérations de comparaison de transformées plus sophistiquées. En général, ces types de méthodes donnent de bons résultats uniquement dans le cas d'un mouvement de translation des objets et elles ne sont pas efficaces dans le cas des objets qui ont de mouvements complexes.

3.2.2 Méthodes différentielles

Ces techniques sont liées à l'hypothèse de l'invariance de la luminance ; on a donc théoriquement (avec l'intensité lumineuse au point (x, y) et à l'instant t) :

$$DFD(x, y, \vec{d}_0) = I(x, y, t_2) - I(x + dx, y + dy, t_1) = 0 \quad (3.1)$$

où $\vec{d}_0 = (d_x, d_y)$ représente le vecteur déplacement. DFD (Displaced Frame Difference) est la différence inter-image déplacée.

En supposant qu'un point subissant un déplacement $d(d_x, d_y)$ au cours de l'intervalle de temps dt ne change pas de luminance, on obtient :

$$I_x dx + I_y dy + I_t dt = 0 \quad (3.2)$$

3.2. Différentes méthodes d'estimation du mouvement

$$I_x = \frac{dI}{dx}; I_y = \frac{dI}{dy} \quad (3.3)$$

Cette équation est connue sous le nom de "L'équation de contrainte de mouvement apparent" (ECMA) [HS81]. Toutefois, il faut noter que la variation de l'intensité lumineuse de chaque pixel en mouvement est exprimée par une seule équation 3.7, tandis que le vecteur de déplacement a deux composantes [BPT88]. En effet, dans cette équation, seule la composante de vecteur parallèle au gradient spatial est directement mesurable. Ce problème de l'indétermination du mouvement apparent en chaque point est connu sous le nom du "problème d'ouverture" (aperture problem [HS81]). Souvent, la solution du problème d'ouverture s'effectue par la minimisation des fonctions coût qui tiennent compte de la conservation et de la continuité de l'intensité [OC96]. Ainsi, des contraintes supplémentaires s'ajoutent d'une manière explicite par des critères de lissage du champ [MB96] [Nag87] ou implicite en cherchant un champ de mouvement dans un voisinage approprié du point considéré : les techniques pel-récurrentes [NR79].

Rappelons que ces méthodes donnent lieu à un champ de mouvement dense (un vecteur de mouvement par pixel), ceci est qualitativement intéressant pour les applications d'analyse de mouvement.

Les méthodes différentielles et plus particulièrement les techniques basées sur le gradient ont été utilisées par Huang et Hsu [HH81] en combinaison avec les filtres moyenneurs et médians temporels. Les techniques pel-récurrentes ont été utilisées dans plusieurs méthodes de filtrage compensé en mouvement. Citons parmi eux les filtres décrits dans [KKEL91], les filtres récursifs [DS84] et les approches bayésiennes [GMG92].

3.2.3 Méthodes de mise en correspondance

Ces méthodes cherchent de manière exhaustive des similarités (points, contours, régions) entre deux images successives, de telle sorte qu'un critère de ressemblance soit maximisé.

Dans le cas où l'on cherche des similarités entre blocs, l'image est divisée en blocs de taille fixe. Chacun de ces blocs est mis en correspondance avec l'ensemble des positions dans une fenêtre de recherche dans l'image précédente. Le déplacement retenu est celui qui donne le minimum de la fonction coût Φ

$$\hat{d} = \arg \min_d \Phi \left[DFD(p, \vec{d}) \right] \quad (3.4)$$

En pratique, la fonction Φ prend l'une des formes :

– erreur quadratique moyenne :

$$MSE(d) = \frac{1}{NM} \sum_{d \in R} [I(p, t) - I(p - d, t - 1)]^2 \quad (3.5)$$

R est un bloc de M lignes et N colonnes.

– valeur absolue :

$$MAD(d) = \frac{1}{NM} \sum_{d \in R} |I(p, t) - I(p - d, t - 1)| \quad (3.6)$$

Normalement, les régions considérées sont des blocs ; seules les translations sont considérées car selon le principe de la méthode, tous les pixels sont déplacés dans la même direction. Afin d'alléger cette contrainte d'autres méthodes ont été proposées qui utilisent des modèles plus complexes (modèle affine et autres) [Nic92]. Pour réduire la complexité de la recherche exhaustive, plusieurs méthodes de recherche rapide ont été proposées dans la littérature [Ana89] [MPG85]. Cependant, la convergence vers un minimum global n'est assurée que lorsque le critère de mise en correspondance est une fonction convexe.

Malgré le succès des applications des techniques de mise en correspondance standards surtout dans le codage des séquences d'images ; les normes récentes comme MPEG1, MPEG2 et H263 sont basées sur ces techniques ; elles présentent certaines limitations :

- l'imprécision de ces techniques dans l'estimation de champs de mouvement dans le sens du vrai mouvement des objets de la scène.
- une mauvaise compensation de mouvement pour la prédiction le long des contours en mouvement.

Les méthodes par mise en correspondance ont été exploitées dans des schémas de débruitage de séquences d'images qui utilisent les filtres médian temporel, moyennneur temporel [HH81] et les estimateurs concaténés [ML84].

Plusieurs schémas de débruitage compensé en mouvement ont été associés avec le bloc-matching. Nous citons parmi lesquels, ceux utilisant le filtre de volterra spatio-temporel [CS91], l'approche bayésienne [HB89], la méthode de décomposition [KLB95] et le filtre LLMMSE [KLB93].

3.3 Techniques d'estimation du mouvement basées sur les SOS

Dans la formulation des techniques classiques d'estimation du mouvement [TL94] [SK99b], l'effet du bruit dans la séquence n'est pas pris en compte. En d'autres termes, ces techniques supposent l'absence du bruit dans la séquence d'images et par conséquent aucune précaution

3.3. Techniques d'estimation du mouvement basées sur les SOS

n'est prise lors de l'estimation du mouvement. Cependant, il existe diverses situations où le mouvement doit être estimé en présence du bruit. Nous citons à titre d'exemples les images des caméras de surveillance et les images médicales. Lorsque, la séquence d'images est contaminée par un bruit additif, les techniques classiques basées sur les statistiques du second ordre SSO restent inefficaces [AG95]. Depuis quelques années, certaines méthodes d'estimation du mouvement, à bases des SOS, ont été proposées dans la littérature dans cette situation. Dans ce paragraphe, nous allons présenter les principales techniques existantes. Elles se résument essentiellement aux travaux de Anderson [AG95] et Sayrol [SGF96].

3.3.1 Méthode d'Anderson

Contrairement aux techniques classiques, celles basées sur les SOS prennent en considération l'effet du bruit dans leur formulation. Dans ce cas, la luminance de deux images consécutives est donnée par :

$$\begin{aligned} f(\vec{p}, t) &= I(\vec{p}, t) + n(\vec{p}, t) \\ f(\vec{p}, t + 1) &= I(\vec{p}, t + 1) + n(\vec{p}, t + 1) \\ &= I(\vec{p} - \vec{d}, t) + n(\vec{p}, t + 1) \end{aligned} \quad (3.7)$$

avec,

$f(\vec{p}, t)$: l'intensité lumineuse de l'image bruitée au point p et à l'instant t .

$I(\vec{p}, t)$: l'intensité lumineuse de l'image non bruitée au point p et à l'instant t .

$n(\vec{p}, t)$: un bruit gaussien de moyenne nulle et de variance inconnue.

\vec{d} : le vecteur de déplacement.

A base de cette formulation, l'auteur a développé une classe importante d'algorithmes d'estimation du mouvement basée sur l'utilisation des cumulants d'ordre 3 et 4.

Méthode paramétrique

Cette approche est une extension 2-D de la technique d'estimation de retard proposée dans [NP93]. Cette méthode opère sur des blocs très larges, alors elle est appropriée pour l'estimation de déplacement d'un objet, dans le cas où $d(x) = d = Cte$.

Elle se base sur la reformulation de l'équation 3.7 suivante :

$$f(p, t + 1) = \sum_{i \in R} a(i) f(p - i, t) + n(p, t + 1) - n(p - d^i, t) \quad (3.8)$$

Chapitre 3. Estimation du mouvement

avec, théoriquement, $a(i) = 0 \forall i \neq d$ et $a(d) = 1$.

Si on introduit les cumulants d'ordre trois dans cette équation, on obtient :

$$C_{f_{k-1}f_k f_{k+1}}(m, n) = \sum_{i \in R} a(i) C_{f_{k-1}f_k f_{k+1}}(m - i, n) \quad (3.9)$$

En sélectionnant différents couples (m, n) et en remplaçant les vrais cumulants par leurs estimées, on forme un système d'équations sur-déterminé, noté d'une manière compacte par :

$$\hat{C}_{f_{k-1}f_{k-1}f_{k-1}} a = \hat{c}_{f_{k-1}f_{k-1}f_{k-1}} \quad (3.10)$$

La solution se ramène à chercher la valeur maximale du vecteur des paramètres a .

avec

$\hat{C}_{f_{k-1}f_{k-1}f_{k-1}}$: matrice d'auto-cumulant de dimension $[(2T + 1)^2(2P + 1)] \times [(2P + 1)(2P + 1)]$

$\hat{c}_{f_{k-1}f_{k-1}f_{k-1}}$: vecteur d'inter-cumulant de dimension $[(2T + 1)^2(2P + 1)] \times 1$

a : vecteur des paramètres $a(i)$ de dimension $[(2P + 1)(2P + 1)] \times 1$

Pour alléger les notations, les termes f_{t-1} et f_t , figurant dans ces équations, représentent respectivement $f(\vec{p}, t - 1)$ et $f(\vec{p}, t)$.

En particulier la région R de recherche est une région carrée qui varie de $-P$ et P dans les deux directions horizontale et verticale, les 2-uplet m varient dans R , quant à n il varie dans une région carrée allant de $-T$ à T dans la direction horizontale et verticale.

Cette méthode n'est pas très pratique à cause des inconvénients qu'elle présente :

- des problèmes de mal conditionnement et de non unicité des résultats (inversion de la matrice $\hat{C}_{f_{t-1}f_{t-1}f_{t-1}}$).
- les calculs deviennent de plus en plus lourds (la dimension des matrices augmente) lorsque l'amplitude du mouvement augmente (P augmente). La complexité du calcul est de l'ordre $2N^2$ pour l'estimation de chaque cumulants.

Méthode par mise en correspondance

Les approches par mise en correspondance utilisant la triple corrélation ont été introduites au début pour l'identification d'un modèle MA [LR82]. Selon le même principe, l'auteur a proposé une méthode d'estimation du mouvement par mise en correspondance. Celle-ci s'appuie sur la minimisation du critère, utilisant en même temps l'auto et l'inter-cumulant d'ordre 3, suivant :

$$\hat{J}_3(d) = \sum_m \sum_n \left[\hat{C}_{f_{t-1}f_{t-1}f_{t-1}}(m, n) - \hat{C}_{f_{t-1}f_{t-1}f_{t-1}}(m - d, n) \right]^2 \quad (3.11)$$

3.3. Techniques d'estimation du mouvement basées sur les SOS

m et n varient dans une région carrée ; celle-ci appartient aux régions dites non-redondantes dans l'espace des cumulants d'ordre trois.

Le vecteur de déplacement est alors donné par :

$$\hat{d} = \arg \min_{d \in R} \hat{J}_3(d) \quad (3.12)$$

avec R : la région de recherche contenant le plus large déplacement dans les deux sens horizontal et vertical.

Les résultats obtenus par Anderson et Giannakis [AG95] ont montré que cette méthode présente de bonnes performances par rapport à la méthode classique. Cette dernière, donne des estimations très biaisées.

Toutefois, la technique ci-dessus présente quelques inconvénients :

- Du point de vue de la complexité du calcul, elle nécessite $2M(2N^2)$ multiplications et additions si M cumulants d'ordre 3 sont mis en jeu, tandis que pour la corrélation, le nombre de multiplications et additions se réduit $2MN^2$, si M corrélations sont utilisées. Ce problème peut être allégé en utilisant un autre critère simple, proposé par le même auteur :

$$\hat{J}_{abs}(d) = \sum_m \sum_n \left| \hat{C}_{f_{t-1}f_{t-1}f_{t-1}}(m, n) - \hat{C}_{f_{t-1}f_{t-1}f_{t-1}}(m - d, n) \right| \quad (3.13)$$

- Le critère utilisé (à base des cumulants d'ordre trois) exige que les signaux traités aient une distribution non-symétrique, dans le cas contraire, leurs cumulants d'ordre trois s'annulent. Ceci, demande certaines précautions lors de l'usage de ce type de critère et restreint, ainsi, son champ d'application.

Méthode pel-réursive

Le premier algorithme pel-récurif a été proposé par Netravali-Robbins dans [NR79]. Dans cet algorithme, le déplacement est estimé récursivement par la minimisation des SSO de la DFD :

$$J_2(\vec{p}, \vec{d}) = E\{DFD(\vec{p}, \vec{d})^2\} \quad (3.14)$$

L'algorithme pel-récurif d'estimation du mouvement basée sur les SOS a été proposé dans [AG91]. Cette proposition a été justifiée par le succès des techniques basées sur les cumulants d'ordre quatre pour l'estimation du retard des signaux 1-D [Tug89]. Cette technique se base sur la minimisation du kurtosis de la DFD :

$$J_4(\vec{p}, \vec{d}) = K_4 \left[DFD(\vec{p}, \vec{d}) \right] \quad (3.15)$$

Chapitre 3. Estimation du mouvement

avec, $K_4(w) = E(w^4) - 3 [E(w^2)]^2$ le kurtosis de w .

L'estimateur simple de J_4 est donné par :

$$\hat{J}_4(\vec{p}, \vec{d}) = \frac{1}{N} \sum_{\vec{p} \in \Omega} \left[DFD(\vec{p}, \vec{d}) \right]^4 - 3 \left[\frac{1}{N} \left[DFD(\vec{p}, \vec{d}) \right]^2 \right]^2 \quad (3.16)$$

avec Ω est un ensemble constitué de N pixels situés au voisinage du pixel courant p .

Dans [Tug89], on a montré que l'estimation de retard basée sur la minimisation où la maximisation (dépend du signe de kurtosis du signal) de la version $1 - D$ de la fonction ci-dessus supprime l'effet du bruit et qu'elle converge vers son optimum.

L'estimation récursive du vecteur de déplacement est donnée par :

$$\vec{d}^{i+1} = \vec{d}^i - \varepsilon \text{sign}(K_4[f(\vec{p}, t)]) \nabla_{\vec{d}^i} \hat{J}_4(\vec{p}, \vec{d}^i) \quad (3.17)$$

avec $\nabla_{\vec{d}^i}$: le vecteur gradient spatial par rapport à la fonction sign : la fonction sign et ε : le facteur du gain.

Les résultats extraits de [AG95] montrent que les méthodes basées sur les cumulants sont robustes vis à vis de l'effet du bruit, tandis que les performances de la méthode basée sur l'auto-corrélation se dégradent dans le cas de fluctuations très grandes.

Néanmoins, le critère utilisé peut perdre sa consistance, si l'on veut traiter les régions ou blocs de petite taille. En effet, il faudra avoir assez de données (régions de grande taille) pour garder la consistance du kurtosis. Au niveau de la complexité de calcul, cet algorithme nécessite $8(N + 1)$ multiplications et $8N$ additions par itération. En revanche, l'algorithme pel-récursif basé sur les SSO ne demande que N multiplications et additions par itération.

3.3.2 Méthode de Sayrol

Le but de l'étude menée par l'auteur porte essentiellement sur le problème d'estimation du kurtosis. Elle a apporté sa contribution dans le domaine de l'estimation du mouvement en proposant de nouvelles fonctions coût ayant une faible variance, capable d'estimer le mouvement même dans des régions ou des blocs de petite taille. D'une part, cette méthode se base sur la version adaptative pour l'estimation du kurtosis. D'autre part, elle exploite les informations contenues dans les images précédentes et les déplacements précédemment estimés.

A l'instant k , l'expression adaptative du kurtosis (de la DFD) est définie par :

$$\hat{K}_k(DFD) = (1 - \beta) \hat{K}_{k-1}(DFD) + \beta \hat{K}(DFD) \quad (3.18)$$

où $\hat{K}(DFD)$ représente le kurtosis instantané donné par :

$$\hat{K}(DFD) = \frac{1}{N} \sum_{x \in \Omega_x} (DFD)^4 - 3 \left[\frac{1}{N} \sum_{x \in \Omega_x} (DFD)^2 \hat{E}_{k-1} [(DFD)^2] \right] \quad (3.19)$$

Avec,

$$\hat{E}_k [(DFD)^2] = \hat{E}_{k-1} [(DFD)^2] - \mu \left[\frac{1}{N} \sum_{x \in \Omega_x} (DFD)^2 - \hat{E}_{k-1} [(DFD)^2] \right] \quad (3.20)$$

β et μ sont deux facteurs d'oubli qui adaptent l'estimation.

A base de ces définitions, Sayrol a proposé un nouveau critère défini par :

$$\begin{aligned} \hat{J}_{41}(\vec{p}, \vec{d}^i) &= \frac{1}{j_2(\vec{p}, \vec{d}^i)} \left[\frac{1}{N} \sum_{\hat{p} \in \Omega} [DFD(\vec{p}, \vec{d}^i)]^4 - \right. \\ &\left. 3 \frac{1}{N} \sum_{\hat{p} \in \Omega} \hat{E}_{k-1} [DFD(\vec{p}, \vec{d}^i)^2] \frac{1}{N} \sum_{\hat{p} \in \Omega} \hat{E}_{k-1} [DFD(\vec{p}, \vec{d}^i)]^2 \right] \end{aligned} \quad (3.21)$$

A partir de ce critère, l'auteur déduit une version réursive d'estimation de vecteur de déplacement, comme suit :

$$\begin{aligned} \hat{d}^{i+1} &= \hat{d}^i - \varepsilon \left[\frac{1}{N} \sum_{n \in \Omega_x} (DFD)_k^2(\hat{d}^i) \right]^{-2} \\ &\times \left[4 \frac{1}{N} \sum_{n \in \Omega_x} (DFD)_k^3(\hat{d}^i) \nabla_n(f_k(n - \hat{d}^i(x))) \right. \\ &+ 6 \frac{1}{N} \sum_{n \in \Omega_x} (DFD)_{k-1}^2(\hat{d}^i) \frac{1}{N} \sum_{n \in \Omega_x} (DFD)_k(\hat{d}^i) \nabla_n(f_k(n - \hat{d}^i(x))) \\ &- 6 \frac{1}{N} \sum_{n \in \Omega_x} (DFD)_k^2(\hat{d}^i) \frac{1}{N} \sum_{n \in \Omega_x} (DFD)_{k-1}(\hat{d}^i) \nabla_n(f_k(n - \hat{d}^i(x))) \\ &\left. - 4 \sum_{n \in \Omega_x} (DFD)_k(\hat{d}^i) \nabla_n(f_k(n - \hat{d}^i(x))) \cdot \frac{1}{N} \sum_{n \in \Omega_x} (DFD)_k^4(\hat{d}^i) \left[\frac{1}{N} \sum_{n \in \Omega_x} (DFD)_k^2(\hat{d}^i) \right]^{-1} \right] \end{aligned} \quad (3.22)$$

Cette équation présente l'inconvénient d'être très complexe. De plus, l'auteur a juste appliqué cette technique pour estimer le retard d'un système 1-D.

3.4 Méthode région-réursive basée SOS

La méthode région-réursive basée SOS permet d'estimer le mouvement dans chaque région de l'image. Dans le but d'améliorer les performances de cette méthode et de pouvoir gérer aussi les régions non-homogènes au sens du mouvement, une phase de segmentation en quad-tree est intégrée dans l'algorithme.

3.4.1 Formulation du problème

La luminance de deux images consécutives d'une séquence d'images bruitées peut être formulée en tenant compte explicitement de l'effet du bruit, comme suit :

$$\begin{aligned} g_{n-1}(s) &= f_{n-1}(s) + \eta_{n-1}(s) \\ g_n(s) &= f_n(s) + \eta_n(s) \\ &= f_{n-1}(s - d_n(s)) + \eta_n(s) \end{aligned} \tag{3.23}$$

où $s = (i, j)$ les positions spatiales du pixel dans l'image ; $g_n(s)$ et $g_{n-1}(s)$ sont respectivement les intensités lumineuses des images bruitées dans les instants n et $n - 1$; $f_n(s)$ et $f_{n-1}(s)$ sont les intensités lumineuses des images non bruitées ; $\eta_n(s)$ et $\eta_{n-1}(s)$ représentent les intensités lumineuses du bruit présent dans la séquence d'images et qui est supposé non-gaussien de moyenne nulle et de variance inconnue. $d_n(s)$ représente le vecteur de déplacement de l'objet durant l'intervalle temporel $[n, n - 1]$.

Pour estimer le déplacement apparent $d_n(s)$ à partir de $g_n(s)$ et $g_{n-1}(s)$, cette formulation est basée sur l'invariance de la luminance, à savoir :

$$DFD_n(d) = g_n(s) - g_{n-1}(s - d) \tag{3.24}$$

où DFD est la différence inter-image déplacée (Displaced Frame Difference).

La méthode région-réursive est basée sur un modèle de mouvement. Cet algorithme est similaire à l'algorithme pel-recursive étendu à un modèle paramétrique de mouvement appliqué à une région de pixels. L'algorithme consiste en une étape d'estimation et une autre de découpage, qui sont réalisées d'une manière itérative jusqu'à la convergence.

3.4.2 Le modèle de mouvement

Pour représenter le mouvement dans chaque région, il existe plusieurs modèles de mouvement 2D (Translation, affine, linéaire projectif, quadratique et polynômial) [SK99a]. Le plus simple est le modèle translationnel du mouvement qui est utilisé dans les standards de codage existants. Pour estimer les mouvements plus complexes que la translation, Labit et Nicolas [NL92], ont introduit un modèle de mouvement linéaire affine avec pour but de tenir compte de la rotation et de la divergence. Ce modèle a été largement utilisé dans la littérature pour une représentation du mouvement 2D, ainsi que pour le traitement et la compression de la vidéo [CLL97].

Cette phase est effectuée en utilisant un modèle à quatre paramètres pour représenter le mouvement dans chaque région. Les quatres paramètres (Modèle Linéaire Simplifié MLS), décrits par

le vecteur :

$$\Theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)^T \quad (3.25)$$

représentent respectivement la translation, la divergence et la rotation. Le vecteur de déplacement est défini par :

$$\begin{cases} di = \theta_1 + \theta_3(i - i_g) - \theta_4(j - j_g) \\ dj = \theta_2 + \theta_3(j - j_g) + \theta_4(i - i_g) \end{cases} \quad (3.26)$$

avec (i_g, j_g) les coordonnées du centre de la région.

3.4.3 Estimation

Initialisation

Cette phase joue un rôle très important dans le cadre des approches du gradient et cela d'autant plus que l'amplitude du mouvement est grande. En général, cette initialisation dépend de très près du niveau de l'information que l'on possède a priori et celle-ci doit être exploitée rigoureusement dans cette initialisation. Nous exploitons l'information présente sous forme de champs dense pour faire cette initialisation.

L'idée sous-jacente est d'utiliser l'information délivrée par une technique d'estimation du champ dense (mise en correspondance par bloc, pel-recursive, ...) pour en extraire des descripteurs de mouvements représentant d'une façon plus compacte le mouvement. Mais, sous-entendu, on suppose qu'on dispose d'une segmentation de l'image en régions homogènes au sens du mouvement. Les paramètres de mouvement sont obtenus de manière statistique (moyennage, moindres carrés,...) à partir de l'information locale.

$$\begin{aligned} \theta_1^0 &= \frac{1}{N} \sum_{s \in R} di \\ \theta_2^0 &= \frac{1}{N} \sum_{s \in R} dj \\ \theta_3^0 &= \frac{1}{N} \frac{\sum_{s \in R} [(i - i_g)(di - \theta_1) + (j - j_g)(dj - \theta_2)]}{\sum_{s \in R} [(i - i_g)^2 + (j - j_g)^2]} \\ \theta_4^0 &= \frac{1}{N} \frac{\sum_{s \in R} [-(j - j_g)(di - \theta_1) + (i - i_g)(dj - \theta_2)]}{\sum_{s \in R} [(i - i_g)^2 + (j - j_g)^2]} \end{aligned} \quad (3.27)$$

De cette façon, on peut calculer un nouveau champ de vecteurs vitesse à partir des paramètres sur chacune des zones. Ce nouveau champ de mouvement nous permet d'une part, d'obtenir une bonne initialisation pour la méthode d'estimation plus générale de paramètres globaux et d'autre part, d'avoir une interprétation qualitative meilleure que celle donnée par un champ dense.

Optimisation

Pour chaque région, le déplacement estimé est obtenu par la recherche du déplacement estimé qui fournit l'extremum de la fonction de coût donnée.

$$\hat{d} = \operatorname{argmin} \hat{J}(d) \quad (3.28)$$

Où \hat{J} est la fonction de coût.

Critère de minimum de variance

La solution classique pour obtenir le vecteur du déplacement à partir du $DFD_n(d)$ est l'erreur quadratique moyenne :

$$J_{2n} = E\{DFD_n^2(d)\} \quad (3.29)$$

Une estimation de cette fonction de coût est donnée par un moyennage d'échantillons :

$$\hat{J}_{2n}(d) = \frac{1}{N} \sum_{s \in R} DFD_n^2(d) \quad (3.30)$$

où R représente le domaine spatial qui contient les pixels de la région, et N est le nombre de ces pixels. Malheureusement, en présence du bruit non gaussien, cette solution peut conduire à des résultats erronés [SGF96].

Critère de minimum de Kurtosis

Les fonctions de coût basées sur les statistiques d'ordre supérieur peuvent être construites à partir de différents critères. Dans [Tug89], les auteurs ont défini une fonction de coût d'ordre quatre utilisant le kurtosis de la $DFD_n(d)$. Cette dernière reste asymptotiquement peu sensible aux effets de bruit additif de moyenne nulle. Elle est définie par :

$$J_{4n}(d) = K(DFD_n(d)) \quad (3.31)$$

où le Kurtosis est défini par :

$$K(DFD_n(d)) = E\{DFD_n^4(d)\} - 3[E\{DFD_n^2(d)\}]^2 \quad (3.32)$$

On peut trouver le déplacement correct en minimisant $J_{4n}(d)$. Tugnait [Tug89] a été le premier à proposer ce critère pour estimer le retard temporel entre deux signaux. Après, Anderson and Giannakis [AG95] ont utilisé la fonction de coût utilisée ci-dessus pour une estimation récursive du déplacement de pixels entre deux images. L'estimation correspondante à $J_{4n}(d)$ est donnée par :

$$\hat{J}_{4n}(d) = \frac{1}{N} \sum_{s \in R} DFD_n^4(d) - 3 \left[\frac{1}{N} \sum_{s \in R} DFD_n^2(d) \right]^2 \quad (3.33)$$

Cette fonction de coût s'exprime en fonction des moments d'ordre deux et quatre.

Équation de mise à jour des paramètres : L'algorithme utilise une méthode de descente de gradient et donne une extension algorithmique de la méthode basée sur les cumulants proposée par Anderson-Giannakis [AG95] :

$$\hat{\Theta}^{k+1} = \hat{\Theta}^k - \epsilon \Delta_{\hat{d}^k} \hat{J}_{4n}(\hat{d}^k) \quad (3.34)$$

où ϵ est la matrice diagonale de gain de taille 4×4 . k représente l'index de la région. Le vecteur du gradient 4-D est défini par :

$$\Delta_{\hat{d}^k} \hat{J}_{4n}(\hat{d}^k) = \left[\frac{\partial \hat{J}_{4n}(\hat{d}^k)}{\partial \theta_1} \quad \frac{\partial \hat{J}_{4n}(\hat{d}^k)}{\partial \theta_2} \quad \frac{\partial \hat{J}_{4n}(\hat{d}^k)}{\partial \theta_3} \quad \frac{\partial \hat{J}_{4n}(\hat{d}^k)}{\partial \theta_4} \right] \quad (3.35)$$

Après quelques développements analytiques et en utilisant le modèle affine linéaire, le vecteur de gradient 4-D peut être exprimé en fonction de la *DFD* et du gradient de J_{4n} . Le vecteur de mouvement $\Theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)^T$ est identifié pour chaque région.

Découpage

Cette phase est importante car elle permet de réduire l'erreur d'estimation. Il s'agit, pour chacune des régions de vérifier si la valeur du critère basé sur la valeur absolue de l'erreur (*DFD*) est inférieure à un seuil (noté *SDFD*). Sinon, la région est divisée en sous-régions et la phase d'estimation est à nouveau enchaînée jusqu'à l'obtention d'une valeur satisfaisante. Une première application immédiate de cette méthode concerne l'estimation du mouvement apparent de l'image dû au mouvement de la caméra, appelé "mouvement global". Ce mouvement peut être extrait à l'aide des méthodes appropriées détectant le mouvement global dans la scène, ce qui peut être considéré comme une phase de pré-traitement.

Les résultats qui ont été rapportés dans la littérature montrent une amélioration importante des performances.

3.4.4 Application sur des séquences d'images bruitées

Pour mettre en évidence les principales caractéristiques de cette méthode, dans la thèse de Ibn El Haj [Elh00], des tests comparatifs avec la méthode basée sur les statistiques du second ordre [NL91] ont été faits. Ces tests ont été effectués sur des séquences à mouvement réel perturbées par un bruit synthétique additif. Ce bruit était de type gaussien corrélé dans l'espace et dans le temps avec un rapport signal sur bruit $\text{SNR} = 10$ dB. Ces tests ont donné de bons résultats en termes de champ de mouvement reconstruit et d'erreur de reconstruction résiduelle.

Chapitre 3. Estimation du mouvement

Les résultats obtenus ont montré que la méthode basée sur les SOS a bien estimé et compensé le champ de mouvement global divergeant de la caméra. Tandis que, les résultats obtenus par la méthode à base des SSO ne restituent pas l'information correcte sur la nature du champ de mouvement présent dans la séquence. En effet, cette dernière conduit à une sur-segmentation de l'image.

La suite de notre étude concerne l'utilisation de cette méthode dans un schéma de filtrage spatio-temporel. Pour cela, nous appliquons cette méthode pour estimer et compenser le mouvement dans des séquences d'images bruitées.

Nous reproduisons les résultats obtenus sur deux séquences réelles "Trevor White" et "Caltrain". Bien que la séquence "Trevor White" soit caractérisée par des objets qui varient lentement le long de la direction temporelle dans un fond stationnaire, il y a plusieurs non stationnarités spatiales dues aux bandes verticales dans le fond et la chemise portée Figure 3.2.

Au contraire, la séquence "Caltrain" contient des objets en mouvement dans un fond en mouvement qui donne lieu à des non stationnarités dans de grands secteurs, le long de la direction temporelle avec une stationnarité spatiale plus forte que celle de la séquence "Trevor White" figure 3.3.

Les types de bruits considérés dans nos simulations sont : α -stable, gaussien généralisé et le bruit mixte (bruit gaussien et "sel et poivre"). Afin de pouvoir comparer cet estimateur sur ces différents modèles de bruits, nous avons cherché à optimiser les paramètres de ces modèles de telle façon qu'ils aient des statistiques comparables et des degrés d'impulsivité différents. L'écart-type est l'une des mesures les plus utilisées pour caractériser statistiquement le comportement d'un bruit, mais elle présente l'inconvénient de ne pas être définie pour les bruits fortement impulsifs. Pour remédier à ce défaut, nous avons utilisé une mesure basée sur un estimateur robuste appelée *Median Absolute Deviation* (MAD) et définie par :

$$MAD = \text{med}(|X_i - \text{med}(X)|) \quad (3.36)$$

Où X représente le vecteur de bruit. Le but est de comparer les performances de l'estimateur de mouvement vis à vis des bruits différents et ayant le même MAD. Nous trouvons dans le tableau 3.1 les paramètres de chaque modèle de bruit que nous avons réglé afin d'avoir le même MAD. Nous avons nommé ces modèles sous la forme suivante :

- α -stable(α, δ) : le bruit α -stable symétrique. Où α et δ représentent respectivement, le

3.4. Méthode région-réursive basée SOS

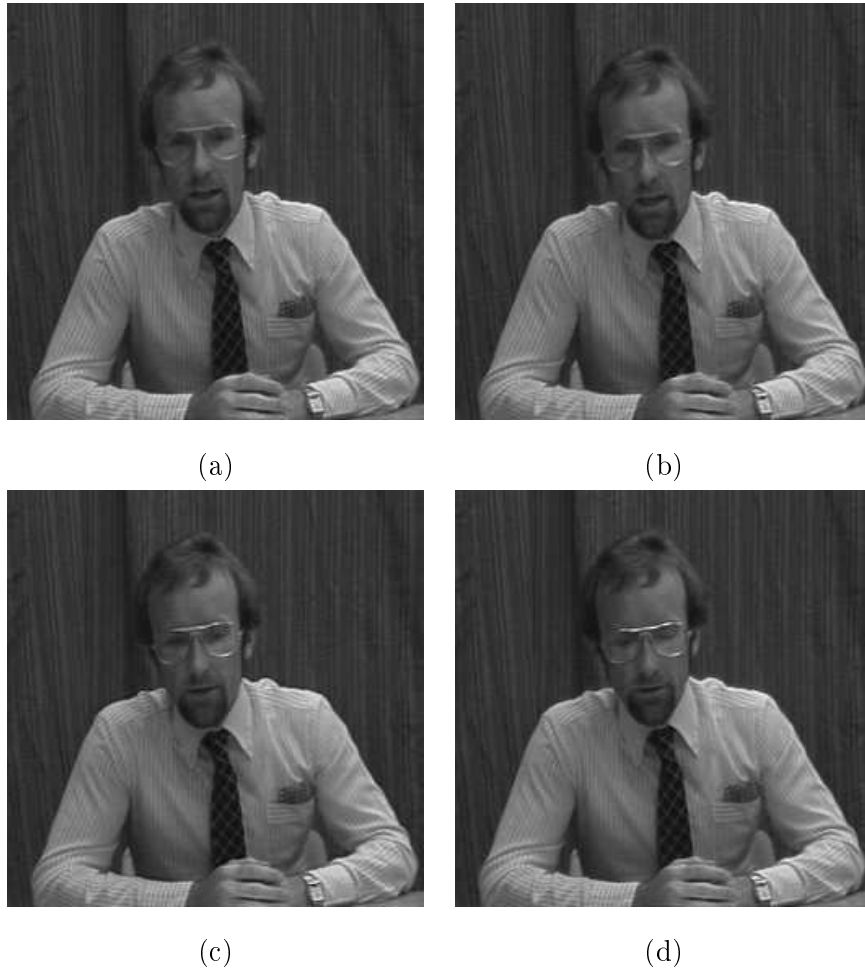


FIG. 3.2: 4 images originales de la séquence *Trevor white* aux instants $t = 1$, $t = 3$, $t = 6$ et $t = 9$.



(a)



(b)



(c)



(d)

FIG. 3.3: 4 images originales de la séquence Caltrain aux instants $t = 1$, $t = 5$, $t = 10$ et $t = 15$.

MAD=5	MAD=10	MAD=15
α -stable(0.5,1.95)	α -stable(0.5,2.8)	α -stable(0.5,3.4)
α -stable(1,5)	α -stable(1,10)	α -stable(1,15)
α -stable(1.5,12)	α -stable(1.5,33)	α -stable(1.5,61)
GG(0.5,1.5)	GG(0.5,2.1)	GG(0.5,2.6)
GG(1,10)	GG(1,20)	GG(1,30)
GG(1.5,60)	GG(1.5,170)	GG(1.5,310)
Mixte(20,5)	Mixte(20,10)	Mixte(20,30)
Mixte(15,8)	Mixte(15,25)	Mixte(15,36)
Mixte(10,13)	Mixte(10,37)	Mixte(10,45)

TAB. 3.1: Différentes réalisations de bruits avec paramètres différents

paramètre exponentiel et la dispersion.

- GG(α, β) : le bruit gaussien généralisé. Où α et β représentent respectivement le paramètre d'échelle et le paramètre de forme.
- Mixte(σ, p) : le bruit mixte (gaussien + "sel et poivre"). Où σ et p représentent respectivement, l'écart type et le pourcentage.

Les figures 3.4 et 3.5 montrent quelques réalisations de différents types de bruits impulsifs ayant le même MAD. Ces valeurs ont été calculées à base de 12 réalisations de chaque modèle de bruit ayant les mêmes paramètres. Nous remarquons à travers ces images, que le comportement de ces types de bruits diffère en fonction des distributions et les paramètres de ces modèles.

Après avoir ajusté les paramètres de bruit que nous allons utiliser dans la suite de notre étude, nous appliquons la méthode région-réursive basée SOS sur les séquences d'images bruitées. Nous comparons les performances de cette méthode par rapport à la méthode région réursive basée SSO en calculant le PSNR moyen sur toutes les images reconstruites des séquences Trevor White et Caltrain bruitées.

Les tableaux 3.2, 3.3 et 3.4 montrent la moyenne des PSNRs obtenus par les images reconstruites pour chacune des deux séquences Trevor White et Caltrain.

Les principales conclusions que nous pouvons extraire sont :

- la méthode basée sur les SOS est plus performante que la méthode basée sur les SSO quelque soit le type de bruit et la valeur du MAD.

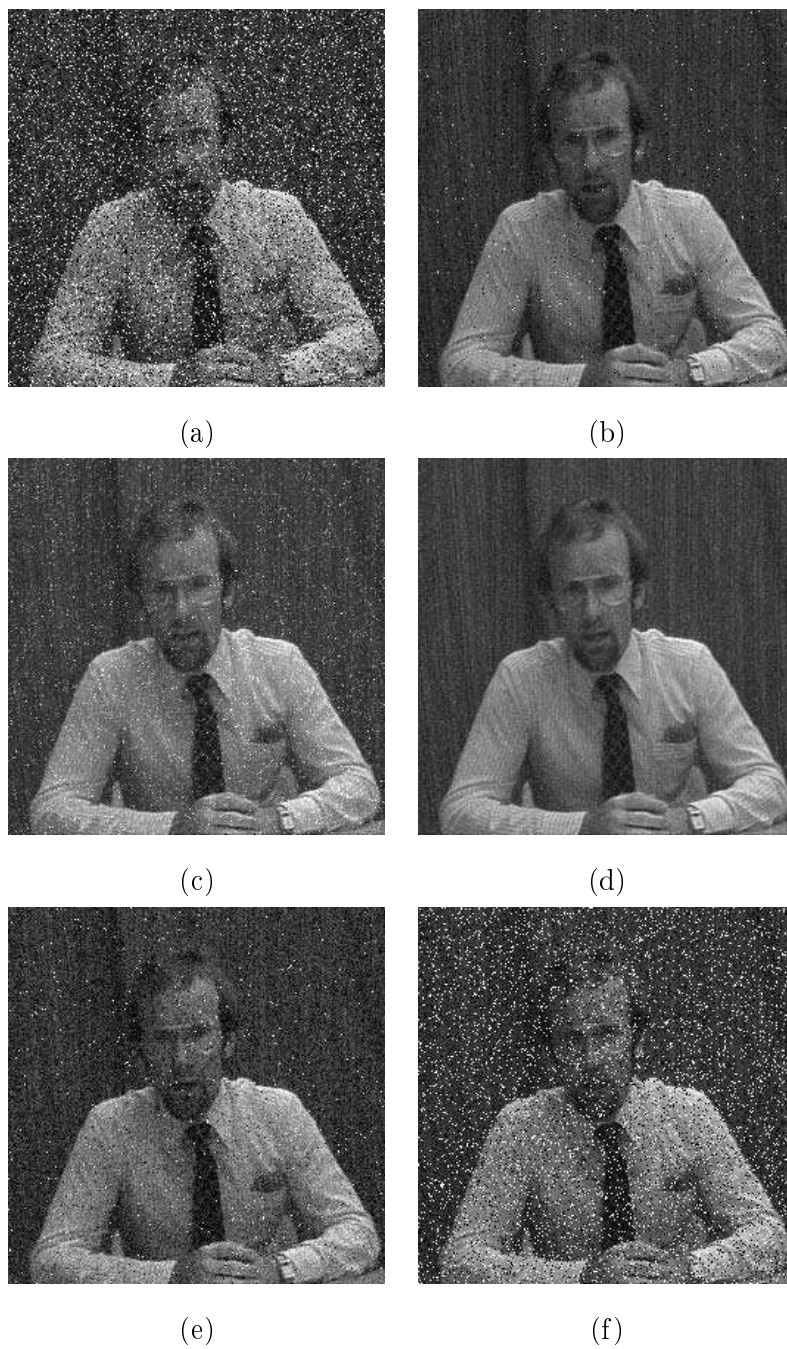


FIG. 3.4: Les différentes réalisations de bruit additif avec des valeurs $MAD=5$ sur la troisième image de la séquence *Trevor White*, (a) bruit α -stable(0.5,1.95), (b) bruit α -stable(1.5,12), (c) bruit gaussien généralisé $GG(0.5,1.5)$, (d) bruit gaussien généralisé $GG(1.5,60)$, (e) bruit mixte(20,5), (f) bruit mixte(10,13).

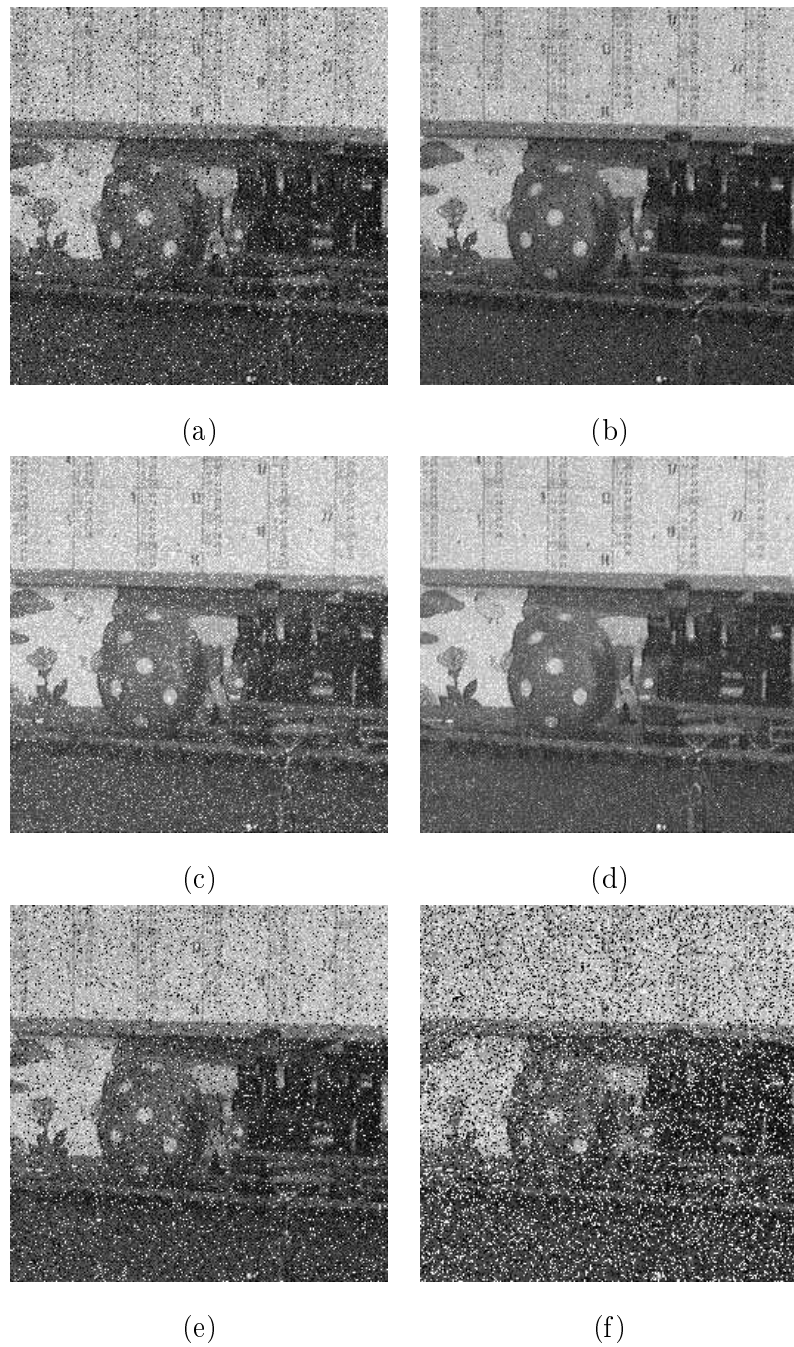


FIG. 3.5: Les différentes réalisations de bruit additif avec des valeurs $MAD=10$ sur la troisième image de la séquence Caltrain, (a) bruit α -stable(0.5,2.8), (b) bruit α -stable(1,10), (c) bruit gaussien généralisé $GG(0.5,2.1)$, (d) bruit gaussien généralisé $GG(1,20)$, (e) bruit mixte(20,10), (f) bruit mixte(15,25).

Sequences	Trevor White		Caltrain	
	SSO	SOS	SSO	SOS
α -stable(0.5,1.95)	12.12	12.49	11.88	12.47
α -stable(1,5)	17.36	18.17	16.48	17.73
α -stable(1.5,12)	22.37	23.69	20.42	23.03
GG(0.5,1.5)	19.93	21.05	19.09	21.01
GG(1,10)	24.93	26.44	21.82	25.56
GG(1.5,60)	25.81	27.73	22.46	26.68
Mixte(10,13)	12.25	12.93	12.33	12.95
Mixte(15,8)	18.35	19.25	17.34	18.39
Mixte(20,5)	19.67	20.54	18.48	20.24

TAB. 3.2: Le PSNR moyen pour des bruits de MAD=5

Sequences	Trevor White		Caltrain	
	SSO	SOS	SSO	SOS
α -stable(0.5,2.8)	11.03	11.15	10.90	11.11
α -stable(1,10)	14.96	15.34	13.89	15.16
α -stable(1.5,33)	18.71	19.51	17.56	19.11
GG(0.5,2.1)	15.75	16.45	15.45	17.02
GG(1,20)	19.70	20.87	18.53	20.89
GG(1.5,170)	20.70	22.26	19.50	21.74
Mixte(10,37)	7.58	8.74	8.69	8.74
Mixte(15,25)	10.03	10.22	10.19	10.22
Mixte(20,10)	13.05	13.49	12.28	13.33

TAB. 3.3: Le PSNR moyen pour des bruits de MAD=10

Sequences	Trevor White		Caltrain	
	SSO	SOS	SSO	SOS
α -stable(0.5,3.4)	10.20	10.46	9.59	10.34
α -stable(1,15)	13.41	13.67	12.21	13.60
α -stable(1.5,61)	16.19	17.02	15.86	16.77
GG(0.5,2.6)	13.35	14.13	13.65	15.10
GG(1,30)	16.85	17.65	16.69	17.99
GG(1.5,310)	17.83	19.00	17.49	18.97
Mixte(10,45)	7.9	7.89	6.91	7.97
Mixte(15,36)	8.80	8.73	8.59	8.79
Mixte(20,30)	9.24	9.33	8.32	9.39

TAB. 3.4: Le PSNR moyen pour des bruits de MAD=15

– moins le bruit est impulsif, plus performante est la méthode basée sur les SOS. Ces performances augmentent selon l'ordre des types de bruit suivant

- 1 : bruit gaussien généralisé GG
- 2 : bruit α -stable
- 3 : bruit mixte

– les performances de la méthode SOS diminuent en augmentant la valeur de MAD.

En regardant la différence de PSNR pour des valeurs de MAD différentes, nous remarquons que les performances de ces estimateurs se dégradent de la même façon en fonction de la puissance du bruit. Sauf dans des cas particuliers, par exemple pour le bruit α -stable là où α est petit, si on regarde les valeurs du PSNR pour les différentes valeurs du MAD, on trouve une petite amélioration. Par contre, dans le cas de grande valeurs de α la différence des gains en terme du PSNR peuvent aller jusqu'à 7 dB pour des valeurs de MAD=5.

Pour les bruits GG et mixte, nous observons des améliorations en gain de PSNR qui peuvent aller de 6 dB jusqu'à 12 dB pour des valeurs de MAD allant de 15 jusqu'à 5. Et nous remarquons aussi que l'estimation dans le cas de bruit mixte est influencée plus particulièrement par la valeur du pourcentage d'impulsions p .

Nous présentons aussi quelques images extraites de cette estimation. Les figures 3.6 et 3.7 montrent les images reconstruites issues de l'estimation du mouvement en utilisant la méthode

région récursive basée SOS. Pour les deux séquences, nous observons que la qualité des images reconstruites diffère d'une image à l'autre et en fonction du type et des réalisations de bruits. Pour des images fortement bruitées, nous remarquons que les impulsions couvrent de bonnes parties des images, et qu'on garde suffisamment d'information de l'image pour pouvoir appliquer un filtre spatio-temporel adaptatif. Par contre, pour les images légèrement bruitées, nous retrouvons une très bonne qualité d'images reconstruites qui peuvent nous servir dans les applications de type filtrage spatio-temporel.

3.5 Conclusion

Cette méthode d'estimation du mouvement combine l'utilisation des statistiques d'ordre supérieur et l'introduction du modèle de mouvement 2D par région. Elle est basée sur la minimisation du kurtosis de la DFD non plus au niveau du pixel, mais au niveau d'une région. Les résultats comparatifs avec une méthode similaire, basée sur la minimisation des moments d'ordre deux, révèlent l'apport potentiel de la méthode proposée. Cet apport réside en la bonne qualité de reconstruction et d'interprétation du mouvement des séquences d'images bruitées. Cette approche permet d'estimer efficacement le mouvement des objets (les champs du mouvement correspondent aux déplacements réels) et elle est capable d'estimer le mouvement global dans l'image ou dans une zone de l'image, sans que la présence du bruit, éventuellement significatif, ne vienne perturber cette estimation.

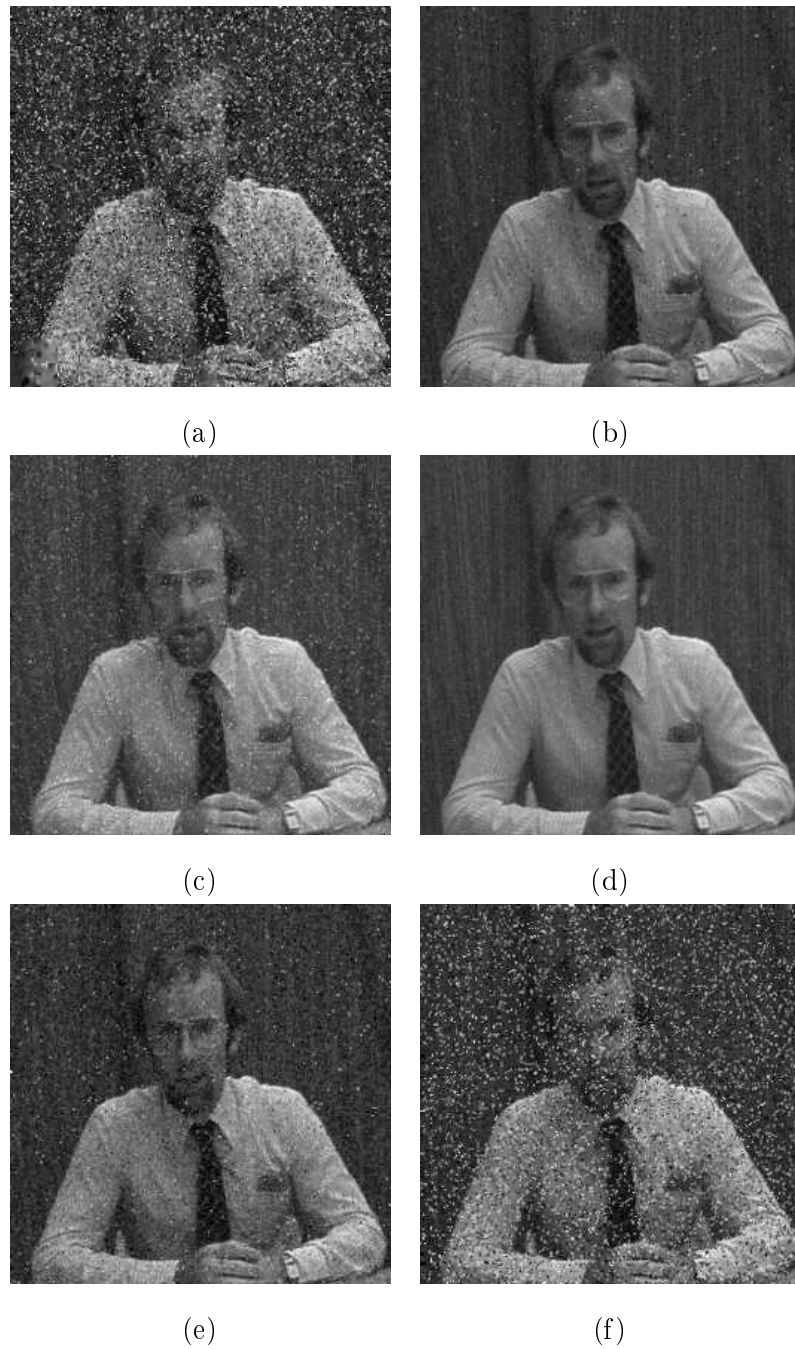


FIG. 3.6: Les différentes images reconstruites de la troisième image de la séquence Trevor White avec une valeur de $MAD=5$, (a) bruit α -stable(0.5,1.95), (b) bruit α -stable(1.5,12), (c) bruit gaussien généralisé $GG(0.5,1.5)$, (d) bruit gaussien généralisé $GG(1.5,60)$, (e) bruit mixte(20,5), (f) bruit mixte(10,13).

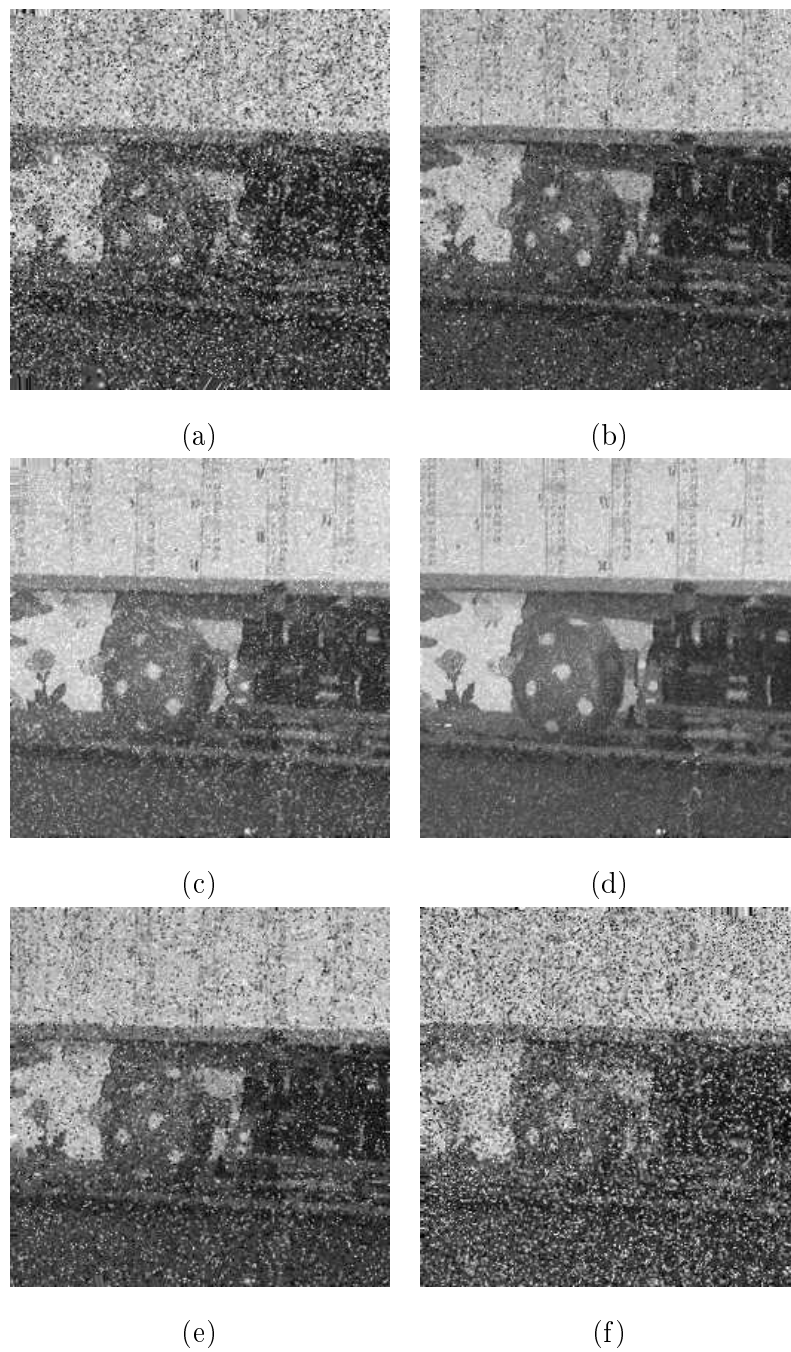


FIG. 3.7: Les différentes images reconstruites de la troisième image de la séquence Caltrain avec une valeur de $MAD=10$, (a) bruit α -stable(0.5,2.8), (b) bruit α -stable(1,10), (c) bruit gaussien généralisé $GG(0.5,2.1)$, (d) bruit gaussien généralisé $GG(1,20)$, (e) bruit mixte(20,10), (f) bruit mixte(15,25).

Chapitre 4

Débruitage de séquences d'images par les statistiques d'ordre supérieur

4.1 Introduction

Plusieurs techniques de filtrage basées sur les cumulants ont été proposées pour le rehaussement des signaux non-gaussiens. Le filtre least mean fourth (LMF) et d'autres critères basés sur les statistiques d'ordre supérieur ont montré une amélioration des performances en comparaison avec les filtres least mean square LMS [WW84]. Les performances des filtres LMS et LMF ont été étudiées dans le contexte du filtrage adaptatif [TC94]. En plus, la combinaison de ces deux approches LMS et LMF a été proposée pour un problème de restauration d'images [HSK02]. La résolution de ce problème de restauration conduit à une minimisation d'énergie qui fait appel à un terme de régularisation.

Dans ce chapitre, nous présentons tout d'abord les filtres d'ordre classiques 1D (L -filtres) et nous proposons leur extension au cas spatio-temporel. Pour le calcul des coefficients de ces filtres les critères d'optimisation employés sont : (LMS : Least Mean Square, LMF : Least Mean Fourth, NLMS : LMS normalisé). Nous développons ensuite un nouveau critère d'optimisation minimisant le kurtosis de l'erreur d'estimation (LMK : Least Mean Kurtosis, NLMK : LMK normalisé) [HCA05]. Enfin, nous apportons quelques améliorations au filtre " L -filtre LMK" en le rendant récursif [HCA02] et en adaptant le traitement au contenu informationnel local de l'image [HC02]. Pour l'évaluation de ces filtres, nous considérons plusieurs modèles de bruit : α -stable, "poivre et sel", mixte (gaussien et "poivre et sel") et gaussien généralisé. Nous comparons tout d'abord

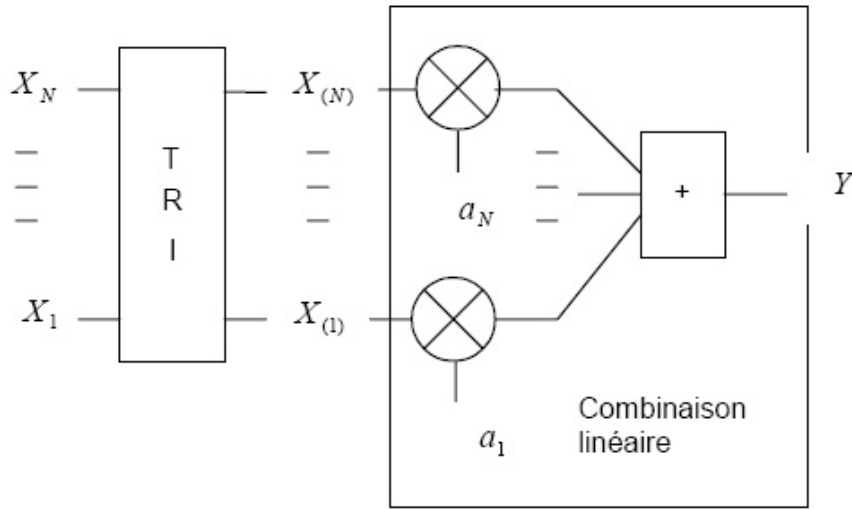


FIG. 4.1: Schéma d'un filtre d'ordre ou L -filter

toutes les combinaisons possibles qui lient les méthodes d'estimation du mouvement et du filtrage basées sur des critères quadratiques et d'ordre supérieur en fonction du type de bruit et la valeur du MAD. Ensuite, nous évaluons les performances sans utilisation de la séquence originale. Enfin, nous testons les performances des améliorations apportées au L -filtre LMK. Toutes ces évaluations sont faites à base des critères objectif (SNRI) et visuel.

4.2 Filtrage d'ordre ou L -filtres

4.2.1 Définition

Les filtres d'ordre ont fait l'objet de différentes études [PV92]. Ils sont constitués d'un opérateur de tri, suivi d'un filtre linéaire agissant sur les statistiques d'ordre précédentes comme le montre la figure 4.1. La sortie du filtre s'écrit alors :

$$Y = \sum_{r=1}^N a_r X_{(r)} \quad (4.1)$$

- $X_{(r)}$ représente l'élément de rang r dans le vecteur \vec{X} ordonné.
- a_r sont les coefficients de la combinaison linéaire.

Les filtres d'ordre appartiennent à la famille des L -estimateurs (estimateur basé sur le calcul des statistiques d'ordre), et sont aussi appelés L -filters.

4.2.2 Optimisation des L -filtres

Les performances des L -filtres sont déterminées par le choix des coefficients de pondération ($a_r, r = 1, \dots, N$). Il est possible de calculer le filtre d'ordre optimal (au sens d'un critère donné) pour une taille de filtre donnée et pour un type de perturbation donné (modèle de bruit fixé). Si on suppose que le signal à traiter est la suite :

$$X(i) = s(i) + b(i) \quad (4.2)$$

Où $b(i)$ représente un bruit additif à distribution symétrique venant perturber un signal $s(i)$.

La condition nécessaire pour obtenir une estimation non biaisée est utilisée :

$$\sum_{r=1}^N a_r = 1 \text{ et } a_r = a_{N+1-r} \text{ pour } 1 \leq r \leq N \quad (4.3)$$

Posons :

$$A^T = (a_1, a_2, \dots, a_N)$$

$$B^T = (b_{(1)}, b_{(2)}, \dots, b_{(N)})$$

$$II^T = (1, 1, \dots, 1)$$

On peut calculer R la matrice de corrélation des échantillons de bruits triés :

$$R = R_{kl} = E \{b_k b_l\}, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (4.4)$$

L'optimisation selon le minimum d'erreur quadratique moyenne de sortie donne les coefficients du filtre optimal :

$$A = \frac{R^{-1}II}{II^T R^{-1}II} \quad (4.5)$$

- Pour un bruit blanc gaussien, le filtre d'ordre optimal précédent est simplement le filtre moyenneur (l'opérateur de tri est transparent).
- Pour un bruit uniforme, l'optimal est le filtre milieu.
- Pour un bruit exponentiel, le L -filtre optimal tend vers le filtre médian.

4.3 Le L -filtre spatio-temporel compensé en mouvement

4.3.1 Structure du filtre

Les approches spatio-temporelles utilisées actuellement ont été développées en généralisant les techniques de filtrage bi-dimensionnel. Par exemple, une approche simple pour le filtrage

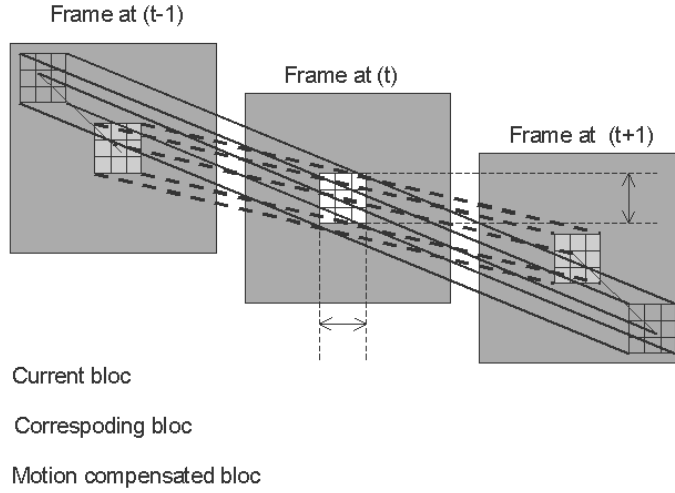


FIG. 4.2: Support du filtre spatio-temporel à mouvement compensé

spatio-temporel est de prolonger le support bidimensionnel du filtre à réponse impulsionnelle infinie suivant la direction temporelle (voir figure 4.2). Le filtre spatio-temporel à mouvement compensé est donné par :

$$\hat{f}_n(i, j) = \sum_{(p,q,l) \in S} a(p, q, l) g_{n-l}(i - p - \hat{d}_x^{n,n-1}(i - p, j - q), j - q - \hat{d}_y^{n,n-1}(i - p, j - q)) \quad (4.6)$$

où $\hat{d}_x^{n,n-1}(i, j)$ et $\hat{d}_y^{n,n-1}(i, j)$ sont respectivement les composantes horizontale et verticale du mouvement estimé entre les trames n and $n - l$.

4.3.2 Le L -filtre 3-D

Dans le traitement des séquences d'images, le voisinage spatio-temporel représente un cube autour de chaque pixel. Nous proposons une extension 3D du L -filtre 1D. Le but est d'estimer l'intensité du pixel $f_n(i, j)$ en minimisant un certain critère. Nous appliquons donc le filtre sur le cube d'observations ordonnées. Soit $g^r(k)$ le vecteur d'observations ordonnées au pixel k donné par :

$$g^r(k) = \text{tri}(g_{n-l}(k), \dots, g_{n+l}(k))^T \quad (4.7)$$

où $g_n(s)$ est le support du filtre rangé dans l'ordre lexicographique (i.e. ligne par ligne) dans un vecteur mono-dimensionnel

$$g_n(k) = (g_n(i - p, j - q), g_n(i - p, j - q + 1), \dots, g_n(i - p, j + q), \dots, g_n(i + p, j + q))^T \quad (4.8)$$

Nous définissons un index scalaire s que nous allons utiliser à la place des coordonnées du pixel k . Dorénavant, une notation 1D est adoptée pour sa simplicité. La sortie du L -filtre que nous cherchons à estimer dans la position s de l'image est exprimée par :

$$\hat{f}(s) = a^T(s)g^r(s) \quad (4.9)$$

où $g^r(s)$ représente les observations triées et $a(s)$ représente le vecteur de coefficient du filtre qui minimise un critère sur l'erreur entre l'image estimée et l'image désirée. La théorie des L -estimateurs, sur laquelle les L -filtres sont basés, forme une des trois familles d'estimateurs robustes [Hub72][HRRS86]. Elle n'était utilisée dans le contexte du filtrage des signaux et des images que dans les deux dernières décennies[PV92][BHM83]. Les coefficients de pondération des L -filtres peuvent être déterminés afin de satisfaire un certain critère d'optimalité qui dépend de la distribution du bruit.

Dans la suite de ce chapitre nous appelons les L -filtres 3D par les L -filtres.

4.4 Les algorithmes du L -filtre adaptatif

4.4.1 L'algorithme LMS (Least Mean Squares)

Dans cette section, nous décrivons l'algorithme adaptatif LMS pour l'optimisation du L -filtre proposé. Les coefficients optimaux du filtre minimisent la fonction de coût définie par l'erreur quadratique moyenne :

$$J_2(s) = E\{\varepsilon^2(s)\} = E\{(\hat{f}(s) - f(s))^2\} \quad (4.10)$$

Les conditions nécessaires pour l'optimalité du filtre sont obtenues en mettant le gradient de la fonction de coût égal à zéro :

$$\frac{\partial J_2(s)}{\partial a} = 2E\{\varepsilon(s)\frac{\partial \hat{f}(s)}{\partial a}\} = 0 \quad (4.11)$$

La méthode de descente du gradient est une technique populaire qui résout ce problème en mettant à jour les coefficients du filtre utilisant l'équation suivante :

$$\hat{a}(s+1) = \hat{a}(s) + \frac{1}{2}\mu \frac{\partial J_2(s)}{\partial a} \quad (4.12)$$

où $\mu > 0$ représente le pas de convergence. En exploitant la dérivation utilisant les équations 4.11 et 4.12, nous obtenons l'équation suivante :

$$\hat{a}(s+1) = \hat{a}(s) + \mu\varepsilon(s)g^r(s) \quad (4.13)$$

4.4.2 L'algorithme LMK (Least Mean Kurtosis)

Le Kurtosis de la différence entre l'image originale et l'image estimée est donné par :

$$J_4(s) = E\{\varepsilon^4(s)\} - 3E\{\varepsilon^2(s)\}^2 \quad (4.14)$$

De même, nous utilisons l'algorithme basé sur la descente du gradient pour ajuster les coefficients du filtre

$$\hat{a}(s+1) = \hat{a}(s) + \mu \frac{\partial J_4(s)}{\partial a} \quad (4.15)$$

La dérivée de $J_4(s)$ est exprimée par :

$$\frac{\partial J_4(s)}{\partial a} = E\{4\varepsilon^3(s) \frac{\partial \varepsilon(s)}{\partial a}\} - 6E\{\varepsilon^2(s)\}E\{2\varepsilon(s) \frac{\partial \varepsilon(s)}{\partial a}\} \quad (4.16)$$

où $E\{\varepsilon^2(s)\} = \sigma_\varepsilon^2$, l'équation 4.16 devient :

$$\frac{\partial J_4(s)}{\partial a} = E\{4\varepsilon^3(s) \frac{\partial \varepsilon(s)}{\partial a}\} - 6\sigma_\varepsilon^2 E\{2\varepsilon(s) \frac{\partial \varepsilon(s)}{\partial a}\} \quad (4.17)$$

En utilisant l'estimation instantanée de l'espérance $E\{\cdot\}$ et $\frac{\partial \varepsilon(s)}{\partial a} = \frac{\partial \hat{f}(s)}{\partial a} = g^r(s)$, l'équation de mise à jour devient :

$$\hat{a}(s+1) = \hat{a}(s) + 4\mu [\varepsilon^2(s) - 3\sigma_\varepsilon^2] \varepsilon(s) g^r(s) \quad (4.18)$$

L'estimation de $\sigma_\varepsilon^2(s)$ peut être faite en utilisant la récursion [TC94] :

$$\sigma_\varepsilon^2(s) = \beta \sigma_\varepsilon^2(s-1) + \varepsilon^2(s) \quad 0 < \beta < 1 \quad (4.19)$$

Pour une très petite valeur de β , nous avons $\sigma_\varepsilon^2(s) \approx \varepsilon^2(s)$ et l'équation 4.18 sera approximée par :

$$\hat{a}(s+1) \approx \hat{a}(s) + \mu \varepsilon^3(s) g^r(s) \quad (4.20)$$

Ce qui nous mène à l'algorithme LMF (Least Mean Fourth) qui se base sur la minimisation du moment d'ordre quatre [WW84]. Comme pour l'algorithme décrit précédemment, le scalaire μ représente le pas de convergence ou le facteur d'apprentissage de l'équation récursive qui contrôle la vitesse de convergence de l'algorithme.

4.4.3 L'algorithme NLMS (Normalized LMS)

Quand on veut appliquer un filtre adaptatif dans un environnement non stationnaire (ex. image), il devient plus commode d'utiliser un paramètre de pas de convergence $\mu(s)$ qui varie dans le temps et dans l'espace. Après l'évaluation de l'erreur a posteriori définie par :

$$\hat{\varepsilon}(s) = f(s) - \hat{a}^T(s+1)g^r(s) \quad (4.21)$$

nous pouvons voir que

$$\hat{\varepsilon}(s) = \varepsilon(s)(1 - \mu(s)g^r T(s)g^r(s)) \quad (4.22)$$

Si $\mu(s)$ est choisie par :

$$\mu(s) = \frac{1}{\lambda + \|g^r(s)\|^2} \quad (4.23)$$

l'équation de mise à jour des coefficients du LMS L -filtre normalisé devient :

$$\hat{a}(s+1) = \hat{a}(s) + \frac{\mu_0}{\lambda + \|g^r(s)\|^2} \varepsilon(s)g^r(s) \quad (4.24)$$

μ_0 doit être choisi pour vérifier $0 < \mu_0 \leq \frac{2}{3}$.

4.4.4 L'algorithme NLMK (Normalized LMK)

En utilisant le même paramètre, le filtre LMK normalisé devient[CZC03] :

$$\hat{a}(s+1) = \hat{a}(s) + \frac{\mu_0}{\lambda + \|g^r(s)\|^2} \varepsilon^3(s)g^r(s) \quad (4.25)$$

Ces équations décrivent l'adaptation des NLMS et NLMK L -filtres. Elles sont équivalentes aux algorithmes NLMS et NLMK linéaires. La seule différence est que ces équations utilisent le vecteur d'observations ordonnées $g^r(s)$ pour mettre à jour les coefficients du L -filtre.

4.5 Quelques améliorations des filtres

4.5.1 Implémentation récursive

Dans ce paragraphe, nous présentons l'implémentation récursive des coefficients des L -filtres optimisés par les critères abordés ci-dessous. L'application des filtres récursifs améliore les performances en terme d'élimination du bruit.

Dans le filtrage récursif, l'estimation du pixel courant dépend des nouvelles valeurs des pixels traités précédemment au lieu des anciennes valeurs. Le vecteur d'observations obtenu dans la position s est donné par

$$g^r(s) = (\hat{f}^{(1)}(s), \hat{f}^{(2)}(s), \dots, \hat{f}^{((N-1)/2)}(s), g^{((N-1)/2+1)}(s), g^{((N-1)/2+2)}(s), \dots, g^{(N)}(s))^T \quad (4.26)$$

En général, le calcul des coefficients des L -filtres récursifs, comme les non-récursifs, conduit à un problème d'optimisation. L'objectif de l'optimisation est de trouver les meilleurs coefficients de pondération qui minimisent la fonction de coût. En se basant sur l'optimisation des algorithmes

LMS et LMK décrits dans les sections précédentes, les coefficients sont mis à jour suivant les équations 4.13 et 4.18. Dans le cas où $g^r(s)$ représente le vecteur d'observation, les estimées des pixels traités précédemment doivent être calculées afin de mettre à jour les coefficients du filtre. Ceci met une analogie entre les L -filtres et les filtres à réponse impulsionnelle infinie RII, tandis que les L -filtres non récurrents peuvent être considérés comme une modification des filtres linéaires à réponse impulsionnelle finie (RIF).

4.5.2 Traitement adapté au contenu informationnel local de l'image

Dans ce paragraphe, nous décrivons une structure du filtre qui dépend du signal. Cette structure ajuste les propriétés du lissage en chaque point selon le contenu local de l'image afin de réaliser une bonne préservation de contours aussi bien qu'une suppression maximale du bruit dans les régions homogènes.

Cette structure nous conduit à traiter les contours et les régions homogènes séparément. Elle consiste en deux L -filtres adaptatifs qui ont comme sorties $\hat{f}_L(s)$ et $\hat{f}_H(s)$ (respectivement, données en hautes fréquences et basses fréquences) et qui sont combinés pour donner une réponse finale comme suit :

$$\hat{f}(s) = \hat{f}_L(s) + \beta(s)\{\hat{f}_H(s) - \hat{f}_L(s)\} \quad (4.27)$$

$$= \beta(s)\hat{f}_H(s) + [1 - \beta(s)]\hat{f}_L(s) \quad (4.28)$$

où $\beta(s)$ est un facteur de pondération qui dépend du signal. $\beta(s)$ peut être choisi pour minimiser l'erreur quadratique moyenne entre la sortie du filtre $\hat{f}(s)$ donnée par 4.27 et la réponse désirée $f(s)$. Soit $a_H(s)$ et $a_L(s)$ les vecteurs de coefficients des L -filtres définis respectivement, par les données en haute fréquence et les données en basses fréquences. Il est plus facile de voir que $E[(f(s) - \hat{f}(s))^2]$ est minimisée pour

$$\beta(s) = \frac{(R(s)a_L(s) - p(s))^T(a_H(s) - a_L(s))}{(a_H(s) - a_L(s))^T R(s)(a_H(s) - a_L(s))} \quad (4.29)$$

L'équation 4.29 suppose que les deux vecteurs $a_H(s)$ et $a_L(s)$ ont les mêmes dimensions. Ceci pourrait être interprété comme suit. Dans les régions homogènes, nous avons

$$R(s)a_L(s) = p(s) \quad (4.30)$$

i.e., $a_L(s)$ est le filtre optimal qui minimise l'erreur entre la sortie du filtre et la réponse désirée. Donc, $\beta(s)$ est égal à 0. De même, pour les contours, nous avons

$$R(s)a_H(s) = p(s) \quad (4.31)$$

4.6. Évaluation des performances des algorithmes proposés

En remplaçant 4.31 dans 4.29 nous remarquons que $\beta(s)$ est égal à 1. Afin d'éviter d'estimer la matrice de corrélation $R(s)$ et le vecteur d'inter-corrélation $p(s)$, nous remplaçons le facteur de pondération optimal 4.29 par un autre qui partage avec lui les propriétés favorables, à savoir, le rapport signal sur bruit local

$$\beta(s) = 1 - \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_g^2(s)} \quad (4.32)$$

où σ_η^2 est la variance du bruit et $\sigma_g^2(s)$ est la variance locale de l'image bruitée. Les deux L -filtres adaptatifs utilisent des fenêtres de tailles différentes. Dans un tel cas, le coefficient $\beta(s)$ donné dans 4.32 peut être utilisé comme un switch entre les deux L -filtres, c'est à dire

$$\hat{f}(s) = \begin{cases} \hat{f}_H(s) & \text{si } \beta(s) > \beta_t \\ \hat{f}_L(s) & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4.33)$$

où $0 < \beta_t < 1$ est un seuil qui détermine la différence entre la suppression de bruit et la préservation des contours.

4.6 Évaluation des performances des algorithmes proposés

Le filtrage des séquences d'images est effectué sur une fenêtre de trois images, l'image centrale étant l'image reconstruite. La compensation du mouvement se fait donc en prenant l'image centrale comme référence. Pour cela, nous estimons un modèle affine de mouvement entre les images $t - 1$ et t puis entre les images t et $t + 1$. On génère ensuite une version compensée en mouvement de $t - 1$ vers t et de $t + 1$ vers t . On obtient ainsi une fenêtre temporelle d'images recalées sur l'image centrale sur laquelle nous appliquons le filtre.

Nous présentons un ensemble d'expérimentations afin d'évaluer les performances des L -filtres adaptatifs que nous avons évoqué ci-dessus. Toutes ces expérimentations ont été conduites sur les séquences Trevor White et Caltrain. Nous supposons dans un premier temps que nous disposons de l'image de référence (exemple, l'image originale). Dans la pratique, les images de référence sont souvent transmises dans les canaux de transmission pour mesurer leurs performances. Nous verrons par la suite, le cas où l'image de référence n'est pas disponible.

Nous avons évalué la qualité des images reconstruites grâce à une mesure objective quadratique de l'amélioration du rapport signal sur bruit (Signal to Noise Ratio Improvement : SNRI) :

$$SNRI = 10 \log_{10} \frac{\sum_{i,j} (\hat{f}(i,j) - f(i,j))^2}{\sum_{i,j} (g(i,j) - f(i,j))^2} \text{ (dB)} \quad (4.34)$$

où f , g , \hat{f} notent respectivement l'image originale, l'image bruitée et l'image filtrée.

Ensuite, nous comparons toutes les combinaisons possibles qui lient les méthodes d'estimation du mouvement et du filtrage basées sur des critères quadratiques et d'ordre supérieur. Nous avons adopté la notation suivante pour interpréter nos résultats :

- **SSO-SSO** signifie que nous avons utilisé la méthode d'estimation du mouvement basée sur les statistiques du second ordre et un L -filtre LMS spatio-temporel .
- **SOS-SSO** signifie que nous avons utilisé la méthode d'estimation du mouvement basée sur les statistiques d'ordre supérieur et un L -filtre LMS spatio-temporel.
- **SSO-SOS** signifie que nous avons utilisé la méthode d'estimation du mouvement basée sur les statistiques du second ordre et un L -filtre LMK spatio-temporel.
- **SOS-SOS** signifie que nous avons utilisé la méthode d'estimation du mouvement basée sur les statistiques d'ordre supérieur et un L -filtre LMK spatio-temporel.

4.6.1 Évaluations en fonction du type de bruit

Afin d'évaluer les performances du schéma proposé en fonction du type de bruit, nous avons appliqué les quatre combinaisons SSO-SSO, SOS-SSO, SSO-SOS et SOS-SOS sur les deux séquences d'images Trevor White et Caltrain corrompues par quelques types de bruits ayant la même valeur du MAD. Pour cette comparaison, nous avons choisi quatre types de bruit ayant comme valeur de MAD=5 et qui sont définis par :

- bruit sel et poivre ($p = 10\%$).
- bruit mixte ($\sigma = 20$ et $p = 5\%$).
- bruit α -stable(0.5,1.95).
- bruit GG(0.5,1.5)

En se basant sur les valeurs de SNRI obtenues et la qualité visuelle des images filtrées, nous constatons au début :

- la technique SOS-SOS est la plus performante indépendamment du type de bruit et de la séquence d'images traitée.
- les techniques utilisées sont classées quelque soit le type de bruit dans l'ordre de la plus performante à la moins performante :

1 : SOS-SOS

2 : SOS-SSO

3 : SSO-SOS

4.6. Évaluation des performances des algorithmes proposés

4 : SSO-SSO

- plus le caractère du bruit est impulsif, meilleures sont les performances des techniques utilisées. Ces bruits sont classés par :

1 : α -stable

2 : sel et poivre

3 : mixte

4 : GG

- les performances de la technique SOS-SOS se dégradent en fonction du mouvement. Ceci est vrai en comparant les valeurs de SNRI obtenues par les deux séquences Caltrain et Trevor White.

Méthodes	image 3	image 4	image 5	image 6	image 7	image 8
SSO-SSO	-5.04	-5.24	-5.18	-5.69	-5.16	-5.06
SSO-SOS	-5.62	-5.39	-5.75	-5.32	-5.36	-5.42
SOS-SSO	-7.37	-7.41	-7.31	-7.57	-7.51	-7.61
SOS-SOS	-9.73	-9.61	-9.38	-9.54	-9.72	-9.63

TAB. 4.1: SNRI en (dB) obtenus en combinant les méthodes basées sur les SSO et les SOS pour le filtrage de quelques images de la séquence Trevor White contaminée par le bruit mixte gaussien ($\sigma = 20$) plus impulsif ($p = 5\%$).

Méthodes	image 3	image 4	image 5	image 6	image 7	image 8
SSO-SSO	-5.48	-5.33	-5.40	-5.22	-5.01	-5.12
SSO-SOS	-5.54	-5.32	-6.09	-5.43	-5.21	-5.18
SOS-SSO	-10.82	-10.94	-11.17	-10.58	-11.08	-11.12
SOS-SOS	-11.47	-11.57	-11.86	-11.88	-11.68	-11.41

TAB. 4.2: SNRI en (dB) en combinant les méthodes basées sur les SSO et les SOS pour le filtrage de quelques images de la séquence Trevor White contaminée par le bruit impulsif ($p = 10\%$).

Les tableaux 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 et 4.8 illustrent les résultats obtenus en terme du SNRI pour les deux séquences d'images corrompues par les types de bruits étudiés. Nous

Méthodes	image 3	image 4	image 5	image 6	image 7	image 8
SSO-SSO	-3.64	-3.74	-3.83	-3.56	-3.98	-4.23
SSO-SOS	-4.89	-5.47	-5.53	-5.58	-5.86	-6.04
SOS-SSO	-6.19	-6.03	-6.20	-6.13	-5.98	-6.11
SOS-SOS	-7.18	-7.61	-7.79	-7.68	-7.50	-7.76

TAB. 4.3: SNRI en (dB) obtenus en combinant les méthodes basées sur les SSO et les SOS pour le filtrage de quelques images de la séquence Caltrain contaminée par le bruit mixte gaussien ($\sigma = 20$) plus impulsif ($p = 5\%$).

Méthodes	image 3	image 4	image 5	image 6	image 7	image 8
SSO-SSO	-4.03	-4.19	-4.08	-4.017	-4.23	-4.31
SSO-SOS	-5.61	-6.14	-6.03	-5.94	-6.31	-6.21
SOS-SSO	-7.24	-7.39	-7.31	-7.61	-7.42	-7.23
SOS-SOS	-8.16	-7.91	-7.88	-8.05	-7.68	-8.48

TAB. 4.4: SNRI en (dB) en combinant les méthodes basées sur les SSO et les SOS pour le filtrage de quelques images de la séquence Caltrain contaminée par le bruit impulsif ($p = 10\%$).

remarquons que les combinaisons SOS-SOS donnent de meilleurs résultats par rapport aux autres combinaisons. Les méthodes de filtrage LMK fonctionnent mieux pour les bruits de type α -stable(0.5,1.95) et sel et poivre (10%) qui montrent une amélioration de 3 dB en terme de SNRI par rapport aux bruits mixte(20,5) et GG(0.5,1.5).

De même, les figures 4.3 et 4.4 illustrent ces résultats en regardant les améliorations visuelles que portent les méthodes basées sur SOS par rapport aux SSO. Ceci se fait en comparant les images obtenues en filtrant les deux bruits gaussien généralisé et α -stable.

En résumé, nous avons essayé le schéma de filtrage spatio-temporel basé sur les SOS. Dans le cas où le bruit est fortement impulsif (α -stable et sel et poivre), le filtre agit d'une manière très efficace en se débarrassant des impulsions qui restent dans l'étape de l'estimation du mouvement. Par contre, dans le cas où le bruit est légèrement impulsif (GG et mixte), ce filtre agit moyennement tout en lissant une bonne partie de l'image.

4.6. Évaluation des performances des algorithmes proposés

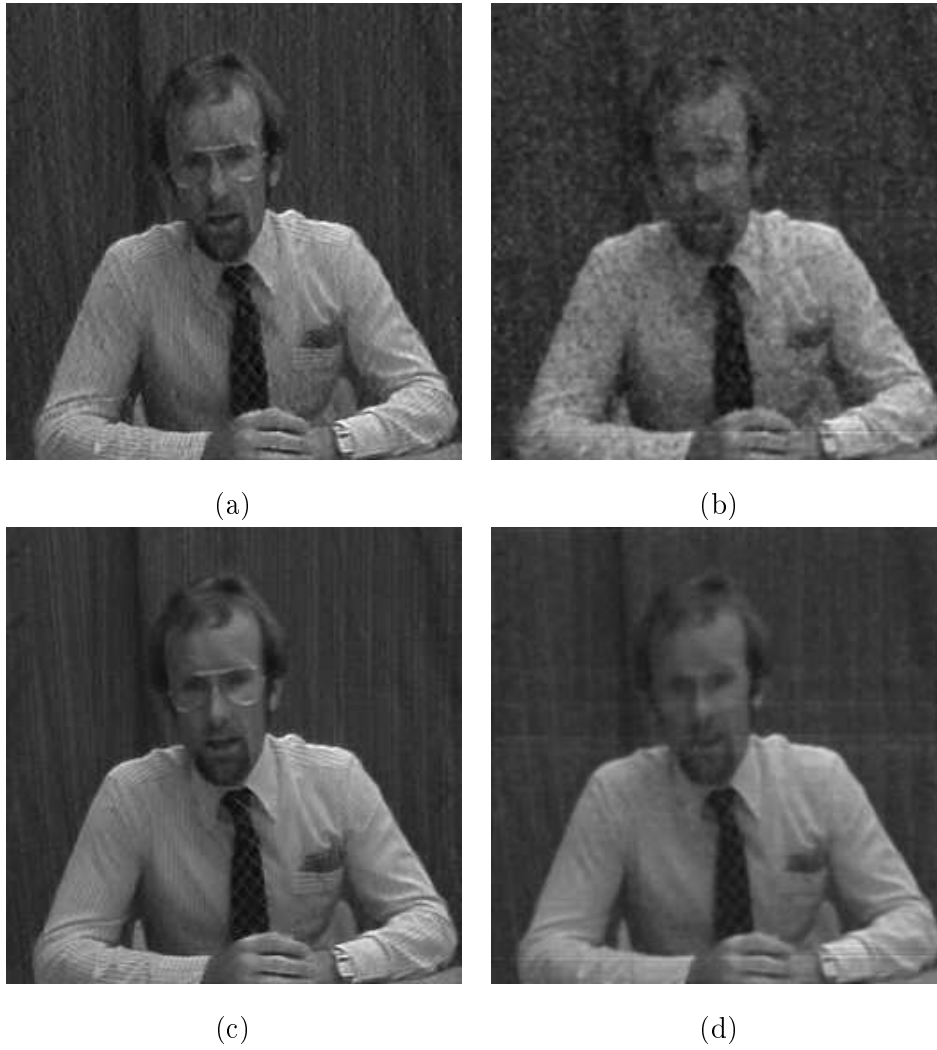


FIG. 4.3: La troisième image de la séquence Trevor filtrée. (a) bruit α -stable(0.5,1.95) par la combinaison SOS-SOS. (b) bruit α -stable(0.5,1.95) par la combinaison SOS-SSO. (c) bruit GG(0.5,1.5) par la combinaison SOS-SOS. (d) bruit GG(0.5,1.5) par la combinaison SOS-SSO.

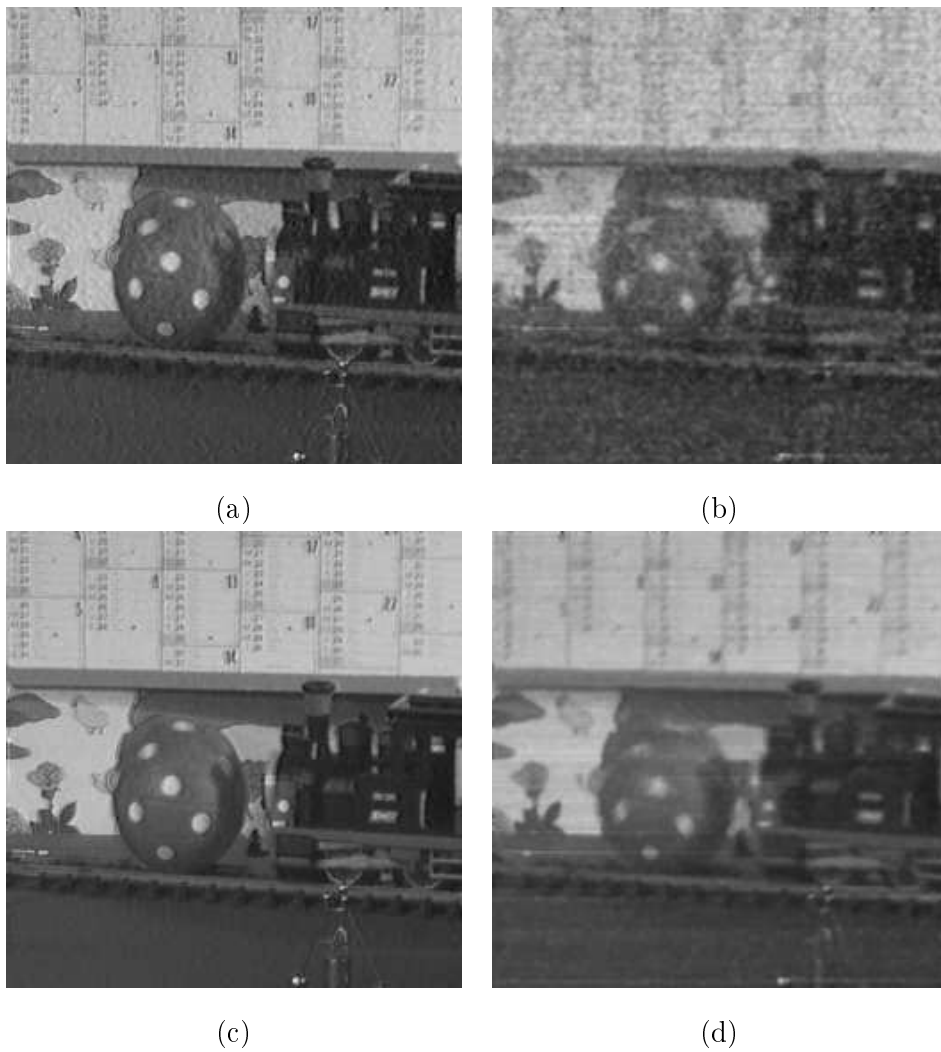


FIG. 4.4: La troisième image de la séquence Caltrain filtrée. (a) bruit α -stable(0.5,1.95) par la combinaison SOS-SOS. (b) bruit α -stable(0.5,1.95) par la combinaison SOS-SSO. (c) bruit GG(0.5,1.5) par la combinaison SOS-SOS. (d) bruit GG(0.5,1.5) par la combinaison SOS-SSO.

4.6. Évaluation des performances des algorithmes proposés

Méthodes	image 3	image 4	image 5	image 6	image 7	image 8
SSO-SSO	-3.54	-3.12	-3.25	-2.89	-2.87	-2.79
SSO-SOS	-7.56	-7.73	-7.43	-7.57	-7.66	-7.74
SOS-SSO	-10.17	-9.98	-9.97	-10.11	-10.15	-10.03
SOS-SOS	-12.01	-11.99	-11.95	-12.07	-12.24	-11.94

TAB. 4.5: SNRI en (dB) en combinant les méthodes basées sur les SSO et les SOS pour le filtrage de quelques images de la séquence Trevor White contaminée par le bruit α -stable(0.5,1.95)

Méthodes	image 3	image 4	image 5	image 6	image 7	image 8
SSO-SSO	-5.57	-5.04	-4.86	-4.67	-4.66	-4.53
SSO-SOS	-7.92	-7.80	-7.37	-7.63	-7.51	-7.38
SOS-SSO	-7.47	-7.53	-7.58	-7.56	-7.25	-7.50
SOS-SOS	-9.00	-9.08	-9.23	-9.11	-8.94	-9.00

TAB. 4.6: SNRI en (dB) en combinant les méthodes basées sur les SSO et les SOS pour le filtrage de quelques images de la séquence Trevor White contaminée par le bruit $GG(0.5,1.5)$

4.6.2 Évolution des performances en fonction du MAD

Afin d'évaluer les performances des combinaisons utilisées précédemment en fonction de la valeur du MAD, nous testons ces combinaisons sur plusieurs réalisations de bruits avec des MAD différents (5,10 et 15). Les tableaux 4.9, 4.10 et 4.11 résument la moyenne des SNRI obtenus sur chaque séquence issue par filtrage par les quatre combinaisons pour les différentes réalisations de bruit.

La première remarque que nous pouvons faire, c'est que la combinaison SOS-SOS est plus performante que les autres combinaisons, quelque soit le type de bruit, sa valeur de MAD et la séquence traitée.

Pour le même type de bruit, nous remarquons que les performances du filtrage se dégradent légè-

Méthodes	image 3	image 4	image 5	image 6	image 7	image 8
SSO-SSO	-3.33	-3.05	-2.69	-2.70	-2.82	-2.97
SSO-SOS	-6.27	-6.54	-6.30	-6.36	-6.56	-6.71
SOS-SSO	-7.51	-7.40	-7.36	-7.38	-7.14	-7.28
SOS-SOS	-8.52	-8.63	-8.52	-8.51	-8.32	-8.44

TAB. 4.7: SNRI en (dB) en combinant les méthodes basées sur les SSO et les SOS pour le filtrage de quelques images de la séquence Caltrain contaminée par le bruit α -stable(0.5,1.95)

Méthodes	image 3	image 4	image 5	image 6	image 7	image 8
SSO-SSO	-3.34	-3.38	-3.15	-3.99	-3.24	-3.32
SSO-SOS	-5.29	-6.13	-6.00	-6.23	-6.34	-6.50
SOS-SSO	-4.82	-4.76	-4.85	-4.70	-4.88	-4.81
SOS-SOS	-5.01	-4.93	-4.95	-5.01	-5.12	-5.00

TAB. 4.8: SNRI en (dB) en combinant les méthodes basées sur les SSO et les SOS pour le filtrage de quelques images de la séquence Caltrain contaminée par le bruit GG(0.5,1.5)

rement en fonction des valeurs décroissantes de MAD. Ceci est vrai pour tous les types de bruits mais avec des différences de SNRI qui diffèrent d'un type à l'autre. On remarque une différence moyenne de SNRI entre des valeurs de MAD de 5 et 15 de l'ordre de 3 dB pour le bruit α -stable et le bruit mixte et de 1 dB pour le bruit GG.

En résumé, nous remarquons que les performances du filtrage obtenues par la combinaison SOS-SOS changent d'un bruit à l'autre en fonction du degré d'impulsivité (meilleur pour le bruit α -stable). Par contre ce filtre marque une insensibilité des performances à la variation du MAD dans le cas du bruit gaussien généralisé. Au contraire, nous remarquons une variation des performances du filtre dans le cas de bruits α -stable et bruit mixte ayant des valeurs de MAD élevées. Il s'avère que le filtre est robuste vis à vis des paramètres du bruit GG.

Après l'évaluation de ces quatre combinaisons, nous choisissons les deux combinaisons que

4.6. Évaluation des performances des algorithmes proposés

Sequences	Trevor White				Caltrain			
	SSO- SSO	SSO- SOS	SOS- SSO	SOS- SOS	SSO- SSO	SSO- SOS	SOS- SSO	SOS- SOS
α -stable(0.5,1.95)	-3.08	-7.60	-10.07	-12.37	-2.92	-6.46	-7.34	-8.49
α -stable(1,5)	-3.52	-4.02	-4.43	-5.19	-2.42	-2.81	-3.41	-4.09
α -stable(1.5,12)	-3.12	-3.65	-4.72	-5.28	-1.68	-2.33	-3.56	-3.94
GG(0.5,1.5)	-4.85	-7.60	-7.48	-9.06	-3.40	-6.80	-4.80	-5.00
GG(1,10)	-4.08	-4.14	-3.90	-4.41	-2.44	-3.02	-3.84	-4.12
GG(1.5,60)	-4.10	-4.31	-3.34	-4.38	-2.39	-2.82	-2.75	-3.06
Mixte(20,5)	-5.29	-5.47	-7.46	-9.59	-3.83	-5.56	-6.11	-7.59
Mixte(15,3)	-3.17	-3.56	-3.05	-3.50	-2.45	-2.65	-3.93	-4.38
Mixte(10,13)	-4.11	-4.52	-6.01	-6.25	-2.14	-2.82	-3.95	-4.71

TAB. 4.9: Le SNRI moyen pour des bruits de MAD=5

Sequences	Trevor White				Caltrain			
	SSO- SSO	SSO- SOS	SOS- SSO	SOS- SOS	SSO- SSO	SSO- SOS	SOS- SSO	SOS- SOS
α -stable(0.5,2.8)	-1.98	-2.03	-6.30	-6.41	-1.85	-2.74	-4.44	-5.19
α -stable(1,10)	-2.66	-3.46	-5.06	-5.57	-2.12	-2.60	-3.90	-3.71
α -stable(1.5,33)	-3.46	-4.01	-3.59	-4.08	-1.22	-1.35	-2.01	-2.59
GG(0.5,2.1)	-5.13	-6.12	-7.81	-9.21	-4.11	-4.57	-5.94	-6.55
GG(1,20)	-6.44	-7.48	-6.46	-7.16	-4.36	-4.62	-5.86	-6.77
GG(1.5,170)	-6.48	-7.59	-6.36	-7.06	-2.86	-3.47	-4.54	-5.18
Mixte(20,10)	-2.44	-3.52	-5.72	-6.08	-2.69	-3.17	-3.72	-4.36
Mixte(15,25)	-1.25	-2.20	-6.53	-7.42	-1.06	-2.38	-4.86	-5.55
Mixte(10,37)	-2.72	-3.39	-6.07	-6.96	-1.63	-2.52	-5.25	-6.23

TAB. 4.10: Le SNRI moyen pour des bruits de MAD=10

Sequences	Trevor White				Caltrain			
SNRI moyen	SSO- SSO	SSO- SOS	SOS- SSO	SOS- SOS	SSO- SSO	SSO- SOS	SOS- SSO	SOS- SOS
α -stable(0.5,3.4)	-4.77	-5.08	-6.28	-6.25	-2.64	-3.72	-4.64	-5.24
α -stable(1,15)	-2.55	-2.98	-5.74	-5.83	-3.15	-3.42	-4.22	-5.15
α -stable(1.5,61)	-3.04	-3.65	-4.50	-4.76	-2.12	-2.28	-2.66	-3.09
GG(0.5,2.6)	-5.61	-5.79	-9.17	-11.27	-6.48	-6.71	-7.32	-8.12
GG(1,30)	-6.49	-8.04	-8.11	-9.58	-4.92	-5.78	-6.55	-6.99
GG(1.5,310)	-7.59	-8.98	-7.98	-9.42	-6.13	-6.89	-7.59	-7.95
Mixte(20,30)	-3.19	-4.64	-6.46	-6.48	-3.82	-4.03	-4.95	-5.79
Mixte(15,36)	-2.24	-2.43	-6.45	-6.55	-4.12	-4.38	-5.10	-6.10
Mixte(10,45)	-1.47	-2.27	-6.78	-7.37	-3.86	-4.44	-5.41	-6.49

TAB. 4.11: Le SNRI moyen pour des bruits de MAD=15

nous avons qualifiées d'avoir les meilleures performances (SOS-SOS) et (SOS-SSO). Dans la suite de notre document, nous tenons à appeler ces deux combinaisons par :

- **SOS-SOS** par le *L*-filtre NLMK
- **SOS-SSO** par le *L*-filtre NLMS

Ces *L*-filtres appliqués à un groupe d'images des deux séquences choisies, sont comparés avec deux filtres, le filtre médian 3-D et le filtre à moyenne pondérée adaptative MPA (voir Annexe).

4.6.3 Comparaisons de temps de calcul

Nous avons testé les performances de l'algorithme de filtrage de séquences d'images en terme de temps de calcul. Pour cette comparaison, nous avons estimé le temps de calcul effectué par tous les filtres utilisés dans la comparaison précédente ainsi que les filtres LMS et LMK. Nous avons évalué les temps calculés sans estimation du mouvement et avec estimation du mouvement en utilisant les méthodes SSO et SOS. Ces calculs ont été faits sur un PC Pentium III à une fréquence d'horloge de 1 GHz sous le système d'exploitation Linux et le langage de programmation C++. Aucune optimisation n'a été prise en compte.

Les tableaux 4.12 et 4.13 montrent les temps de calcul en seconde obtenus par ces filtres appliqués sur la troisième image de la séquence Trevor corrompue par le bruit mixte. A l'issue de ces

4.6. Évaluation des performances des algorithmes proposés

Les filtres 3-D	L -filtre LMK	L -filtre NLMK	L -filtre LMS	L -filtre NLMS	filtre Médian
Sans estimation du mouvement	0.91	1.24	0.88	0.99	0.75
Avec un estimateur du mouvement SSO	2.63	2.96	2.60	2.72	2.47
Avec un estimateur du mouvement SOS	2.99	3.32	2.96	3.07	2.83

TAB. 4.12: Le temps de calcul en seconde effectué pour le filtrage de la troisième image de la séquence Trevor White contaminée par le bruit mixte.

résultats, nous constatons que :

- le temps de calcul effectué par le L -filtre NLMK est le plus élevé par rapport aux autres filtres, sans et avec estimation du mouvement.
- l'utilisation de l'estimation du mouvement contribue avec un temps de calcul énorme pour le schéma de filtrage proposé.
- les temps de calcul indiqués dans le tableau 4.12 sont plus élevés que les temps de calcul marqués dans le tableau 4.13. Ceci parce que les filtres utilisés dans le premier tableau sont tous des filtres d'ordre.
- en utilisant l'estimateur du mouvement basé SOS, la différence en temps de calcul entre le filtre le plus rapide MPA et le filtre le plus lent NLMK L -filtre reste raisonnable vu la différence en SNRI marquée entre ces deux filtres.

En comparant le coût calculatoire effectué par chaque filtre, nous remarquons qu'il y a un compromis à faire entre l'efficacité en terme du SNRI et la complexité algorithmique.

La complexité des deux algorithmes LMS et LMK sont presque similaires [TC94]. L'algorithme LMS demande $\mathcal{O}(2N+1$ Multiplications, $N+1$ Additions) et l'algorithme LMK demande $\mathcal{O}(2N+5$ Multiplications, $N+3$ Addition) où N représente le nombre de coefficients. Donc, seulement quatre multiplications et deux additions en plus pour l'algorithme LMK indépendamment de N . En plus, d'autres opérations sont requises pour les L -filtres (pour faire un tri de N pixels, la complexité est de l'ordre de $\mathcal{O}(N \log N)$).

Les filtres 3-D	Filtre LMK	Filtre NLMK	Filtre LMS	Filtre NLMS	Filtre MPA
Sans estimation du mouvement	0.26	0.61	0.24	0.39	0.18
Avec un estimateur du mouvement SSO	1.98	2.33	1.96	2.11	1.90
Avec un estimateur du mouvement SOS	2.34	2.69	2.32	2.47	2.26

TAB. 4.13: Le temps de calcul en seconde effectué pour le filtrage de la troisième image de la séquence Trevor White contaminée par le bruit mixte.

4.7 Évaluation des performances sans utilisation de la séquence originale

Dans le cas où la séquence originale n'est pas disponible, nous avons testé la robustesse des coefficients du L -filtre qui sont calculés par deux procédures, une utilisant une session d'apprentissage et une autre utilisant une image de la séquence comme référence.

Procédure A : session d'apprentissage

Dans cette procédure, nous appliquons le L -filtre sur une séquence de test corrompue par un bruit mixte utilisant comme image de référence l'image originale. Puis, nous calculons la moyenne sur les coefficients qui dérivent de la dernière ligne de l'image. Ensuite, nous appliquons ces coefficients pour filtrer la séquence traitée corrompue par le même type de bruit. Dans le tableau 4.14, nous présentons les SNRI obtenus par le filtrage d'une image de la séquence "Caltrain" en utilisant les coefficients du L -filtre déterminés à la fin d'une session d'apprentissage sur une image de la séquence "Trevor White" et vice versa. Dans le même tableau, nous avons inclus les valeurs de SNRI obtenues par le même filtre en utilisant l'image originale comme image de référence. D'après ces résultats, nous constatons que la réduction de bruit atteinte est proche de celle réalisée quand l'image de référence est disponible.

Procédure B : utilisation d'une image de la séquence comme référence

Dans cette procédure, nous supposons qu'une seule trame originale peut agir en tant qu'image de référence pour les autres images de la séquence. Le but de cette procédure, est aussi de démontrer

Image filtrée	SNRI sans image de référence	SNRI avec image de référence
Trevor utilisant les coefficients du <i>L</i> -filtre NLMS de l'image Caltrain	-7.02	-7.37
Caltrain utilisant les coefficients du <i>L</i> -filtre NLMS de l'image Trevor	-5.92	-6.19
Trevor utilisant les coefficients du <i>L</i> -filtre NLMK de l'image Caltrain	-8.94	-9.73
Caltrain utilisant les coefficients du <i>L</i> -filtre NLMK de l'image Trevor	-6.34	-7.18

TAB. 4.14: Comparaison des SNRI en (dB) obtenus par les *L*-filtres NLMS et NLMK avec et sans utilisation de l'image de référence par la procédure A.

la performance du filtre quand les statistiques de l'image d'entrée varient en fonction du temps. Nous avons essayé de filtrer la version bruitée de la troisième image des deux séquences étudiées en utilisant comme image de référence la première image de la séquence qui, évidemment, diffère de l'image à filtrer. Dans le tableau 4.15, nous constatons que les performances des filtres sont un peu dégradées. Cependant la perte de performance est petite (1.3 dB au plus) et les valeurs de SNRI obtenus lors de cette procédure restent toujours plus petites par rapport à celles obtenues par la procédure A.

4.8 Résultats des améliorations

4.8.1 Comparaison avec la version non-réursive

Dans cette étape, nous utilisons l'implémentation récursive des *L*-filtres (NLMS, NLMK) étudiés. Nous comparons les performances de ces filtres avec celles des méthodes non-récurives. Les notations utilisées dans nos résultats sont exprimées par :

- *L*-filtre **RNLMS** représente le *L*-filtre NLMS récursif.
- *L*-filtre **RNLMK** représente le *L*-filtre NLMK récursif.

Dans ces expérimentations, nous utilisons les mêmes séquences d'images que celles traitées dans les sections précédentes. Les tableaux 4.16 et 4.17 présentent les résultats comparatifs des deux

Filtres	Images	
	3 ^{ème} image de Caltrain	3 ^{ème} image de Trevor White
<i>L</i> -filtre NLMS sans référence	-5,76	-6,47
<i>L</i> -filtre NLMK sans référence	-6,09	-8,21
<i>L</i> -filtre NLMS avec référence	-6,19	-7,37
<i>L</i> -filtre NLMK avec référence	-7,18	-9,73

TAB. 4.15: Comparaison des SNRI en (dB) obtenus par les *L*-filtres NLMS et les *L*-filtres NLMK avec et sans référence appliqués sur la troisième image de la séquence corrompue par le bruit mixte, en considérant la première image de la séquence comme image de référence (Procédure B).

Filtres	Images	
	3 ^{ème} image de Caltrain	3 ^{ème} image de Trevor White
Filtre médian	-4.08	-5.55
médian récursif	-5.85	-6.11
<i>L</i> -filtre NLMS	-6.19	-7.37
<i>L</i> -filtre RNLMS	-7.67	-8.98
<i>L</i> -filtre NLMK	-7.18	-9.73
<i>L</i> -filter RNLMK	-8.79	-10.93

TAB. 4.16: SNRI en (dB) obtenus avec les *L*-filtres NLMS, RNLMS, NLMK, RNLMK pour la suppression du bruit mixte.

Filtres	Images	
	3 ^{ème} image de Caltrain	3 ^{ème} image de Trevor White
Filtre médian	-6.40	-9.89
Médian récursif	-8.16	-10.96
L -filtre NLMS	-7.24	-10.82
L -filtre RNLMS	-8.96	-11.56
L -filtre NLMK	-8.16	-11.47
L -filtre RNLMK	-9.98	-12.34

TAB. 4.17: SNRI en (dB) obtenus avec les L -filtres NLMS, RNLMS, NLMK, RNLMK pour la suppression du bruit impulsif.

séquences corrompues par les deux bruits sel et poivre et mixte. Les performances des L -filtres récursifs sont comparées à leurs versions non récursives. Le paramètre de pas de convergence est réglé expérimentalement afin d'obtenir les valeurs optimales du SNRI. Pour chaque algorithme, les valeurs de μ sont choisies comme $\mu_{LMS} = 0.8$, $\mu_{LMK} = 10^{-4}$. De même, le support du filtre choisi est un cube de taille $3 \times 3 \times 3$.

Le concept du filtrage récursif permet de fournir de meilleures performances par rapport au filtrage non-récursif. En particulier, les gains en terme de SNRI obtenus marquent une augmentation de 0.87 à 1.92 dB en comparant avec les algorithmes non-récursifs, ceci dépend de la séquence traitée. Cette amélioration est aussi observée dans le cas où l'image est fortement bruitée. En plus des gains réalisés en terme de SNRI, l'exécution récursive conduit à une meilleure qualité visuelle en ce qui concerne la suppression de bruit par rapport à sa version non récursive. Quelques résultats obtenus sur les deux séquences sont rapportés dans les figures 4.5 et 4.6. Le L -filtre RNLMK montre son efficacité en suppression de bruit sans introduire un flou excessif dans les détails des séquences.

4.8.2 Utilisation du traitement adapté au contenu informationnel local

Dans cette étape, nous appliquons une version améliorée du filtre proposé à savoir le traitement adapté au contenu informationnel local de l'image. Le choix de la taille de la fenêtre associée à chaque pixel de l'image dépend du contenu local déterminé par la valeur du seuil β_t . Ce seuil prend dans toutes les expérimentations la valeur de 0.75. La taille de la fenêtre dans le

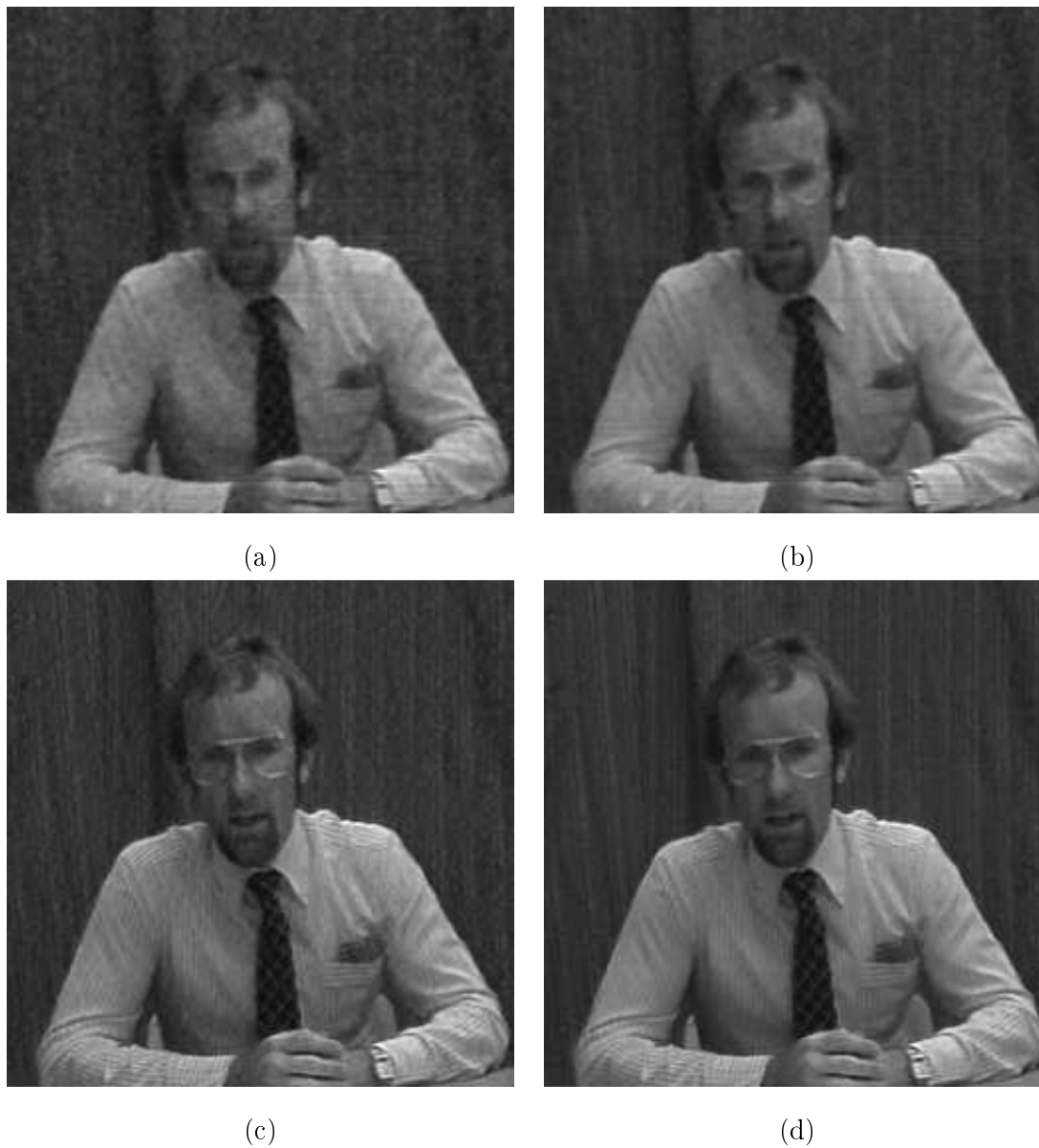


FIG. 4.5: Résultats obtenus par filtrage de la troisième image de la séquence Trevor White corrompue par le bruit mixte en utilisant les filtres : (a) Le L -filtre NLMS avec ($\mu_0 = 0.8$), (b) Le L -filtre RNLMMS avec ($\mu_0 = 0.8$), (c) Le L -filtre NLMK avec ($\mu_0 = 10^{-4}$), (d) Le L -filtre RNLMK avec ($\mu_0 = 10^{-4}$)

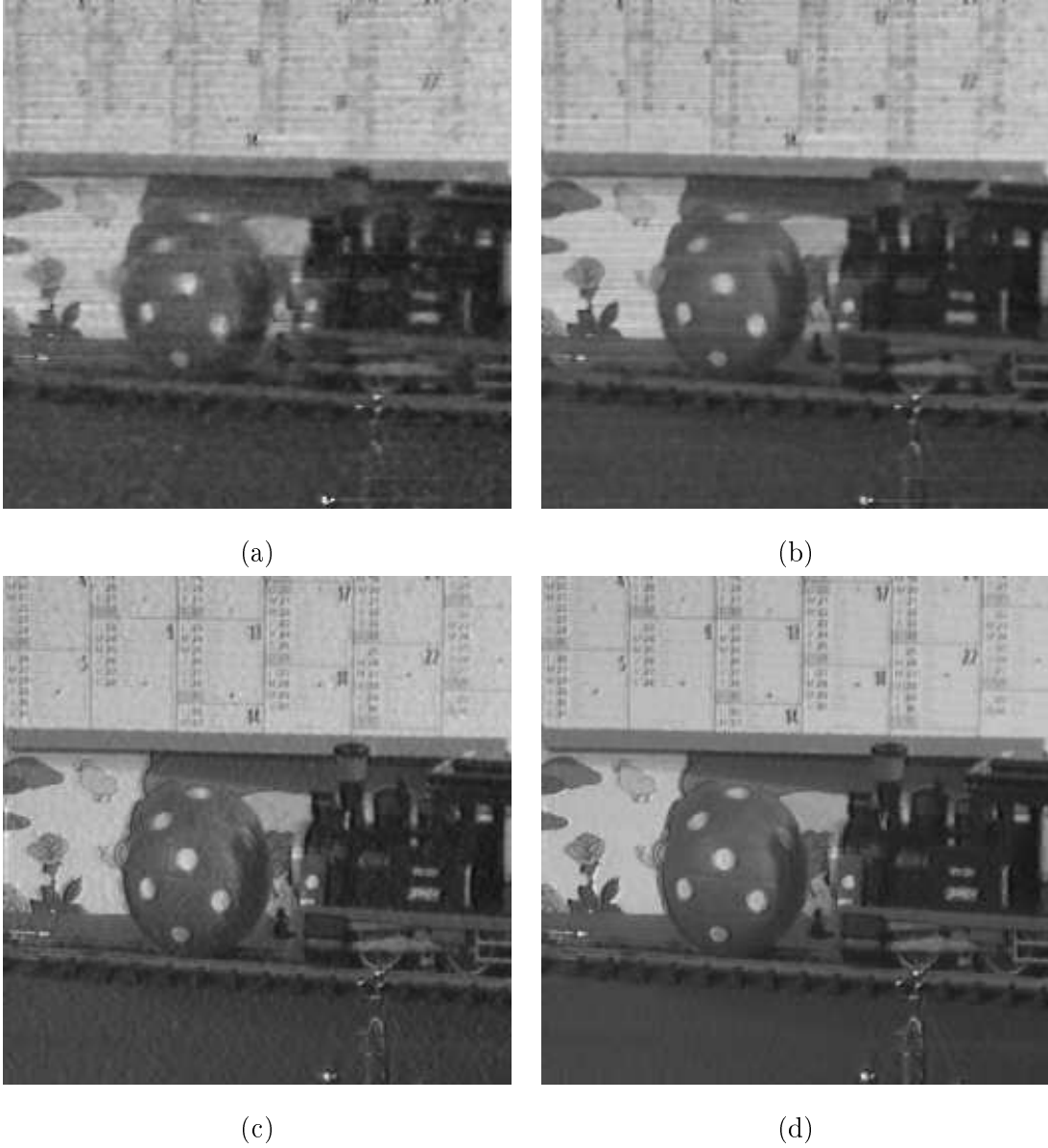


FIG. 4.6: Résultats obtenus par filtrage de la troisième image de la séquence *Caltrain* corrompue par le bruit mixte en utilisant les filtres : (a) Le *L*-filtre NLMS avec ($\mu_0 = 0.8$), (b) Le *L*-filtre RNLMS avec ($\mu_0 = 0.8$), (c) Le *L*-filtre NLMK avec ($\mu_0 = 10^{-4}$), (d) Le *L*-filtre RNLMK avec ($\mu_0 = 10^{-4}$)

Filtres	Images	
	3 ^{ème} image de Caltrain	3 ^{ème} image de Trevor White
<i>L</i> -filtre NLMS	-6,19	-7,37
<i>L</i> -filtre RNLMS	-7,67	-8,98
<i>L</i> -filtre NLMK	-7,18	-9,73
<i>L</i> -filtre RNLMK	-8,79	-10,93
<i>L</i> -filtre SDNLMK	-7,98	-10,02
<i>L</i> -filtre RSDNLMK	-9,22	-11,43

TAB. 4.18: SNRI en (dB) obtenus par filtrage des images corrompues par le bruit mixte avec les *L*-filtres NLMS, RNLMS, NLMK, RNLMK, SDNLMK et RSDNLMK

cas du filtre passe-haut est de $3 \times 3 \times 3$, et dans le cas du filtre passe-bas est de $3 \times 5 \times 5$. Le pas de convergence utilisé pour chaque algorithme est de l'ordre de $\mu_{LMS} = 0.8$ et de $\mu_{LMK} = 10^{-4}$.

Les performances de ce filtre ont été également comparées avec sa version non-réursive.

Les notations utilisées dans nos résultats sont exprimées par :

- ***L*-filtre SDNLMK** représente le *L*-filtre NLMS adapté au contenu informationnel local de l'image.
- ***L*-filtre RSDNLMK** représente le *L*-filtre NLMK adapté au contenu informationnel local de l'image récursif.

Les tableaux 4.18 et 4.19 présentent les résultats comparatifs issus de l'application du filtre à fenêtre adaptative sur les deux séquences d'images corrompues par le bruit sel et poivre et le bruit mixte. Le *L*-filtre RSDNLMK est le plus performant en utilisant des fenêtres à dimension plus large dans les régions homogènes.

Également, la version récursive de ce filtre donne de meilleures performances par rapport à la version non récursive. Le gain obtenu en terme de SNRI varie de 1.24 dB à 2.03 dB, et cela dépend de la séquence traitée. Nous remarquons aussi que, la performance du filtre augmente en augmentant le degré d'impulsivité du bruit.

Filtres	Images	
	3 ^{ème} image de Caltrain	3 ^{ème} image de Trevor White
<i>L</i> -filtre NLMS	-7,24	-10,82
<i>L</i> -filtre RNLMS	-8,96	-11,56
<i>L</i> -filtre NLMK	-8,16	-11,47
<i>L</i> -filtre RNLMK	-9,98	-12,34
<i>L</i> -filtre SDNLMK	-8,82	-11,91
<i>L</i> -filtre RSDNLMK	-10,23	-12,96

TAB. 4.19: SNRI en (dB) obtenus par filtrage des images corrompues par le bruit impulsif avec les *L*-filtres NLMS, RNLMS, NLMK, RNLMK, SDNLMK et RSDNLMK

4.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le filtrage spatio-temporel compensé en mouvement et basé sur un critère d'ordre supérieur pour la suppression de bruit non gaussien dans les séquences vidéo. Nous avons appliqué les *L*-filtres LMS et LMK sur les images compensées en mouvement. Nous avons comparé les performances des méthodes basées sur les statistiques d'ordre supérieur et celles basées sur les statistiques du second ordre. Ensuite, nous avons évalué les résultats obtenus par les filtres que nous avons choisi avec les filtres qui existent dans la littérature, notamment le filtre de la moyenne pondérée adaptative et le filtre médian. Les résultats obtenus en terme de gain en SNRI montrent l'efficacité des méthodes proposées appliquées sur les deux séquences. Ceci est aussi justifié par la qualité visuelle perçue sur les images filtrées. Nous avons appliqué quelques améliorations sur les filtres étudiés. Il s'agit de l'implémentation récursive du filtre, qui a pour but d'exploiter les intensités des pixels débruités dans les itérations précédentes afin de préserver quelques détails de l'image. Cette amélioration nous a offert une bonne qualité d'estimation en terme de gain en SNRI et de perception visuelle. Une autre amélioration a été apporté à ce filtre, il s'agit du traitement adapté au contenu informationnel local de l'image. Pour les pixels qui appartiennent à des régions homogènes, nous avons utilisé des fenêtres de grande taille. Pour les pixels qui appartiennent à des contours ou qui représente un échantillon de bruit dans l'image, nous avons utilisé des fenêtres de petite taille afin d'éviter de lisser les contours. Les valeurs SNRI et les images obtenues justifient l'efficacité de cette amélioration. Néanmoins

cette amélioration est obtenue au détriment du temps de calcul.

Nous tenons à rappeler que le coût de calcul effectué par les estimateurs étudiés est un paramètre à ne pas ignorer. Effectivement, l'utilisation des méthodes d'estimation du mouvement et de filtrage basées sur les statistiques d'ordre supérieur augmente le temps du traitement. Le rapport de ce temps avec le temps du traitement effectué par la méthode du second ordre est $\simeq 10\%$. Ce qui rend les méthodes basées sur les SOS exploitables dans des applications en temps réel vu le développement rapide des performances des calculateurs numériques.

Chapitre 5

Élimination du bruit α -stable dans les séquences d'images

5.1 Introduction

L'utilisation des distributions gaussiennes a été souvent motivée par la physique des problèmes, et assure dans la plupart des cas une solution analytique. Ceci a conduit au développement de plusieurs algorithmes basés sur les statistiques du second ordre.

Il y a des applications, pour lesquelles le bruit est caractérisé par des distributions dont les moments sont finis. Dans ce cas, les statistiques d'ordre supérieur offrent de meilleures performances en comparaison avec les méthodes d'estimation basées sur les statistiques du second d'ordre [TC94].

Cependant, le bruit rencontré dans la réalité est parfois de nature plus impulsif que celui décrit par la distribution gaussienne. Ce bruit peut être efficacement modélisé par des processus à variance infinie pour lesquels la théorie des statistiques du second ordre et d'ordre supérieur n'est pas utile. La classe des distributions α -stable peut être utilisée pour modéliser le bruit impulsif. Plusieurs filtres basés sur les statistiques d'ordre fractionnel inférieur ont été proposés pour filtrer le bruit α -stable en traitement du signal 1-D.

Dans ce chapitre, nous proposons d'étendre aux images fixes et animées les filtres développés en signaux 1-D et nous évaluons leurs performances. Nous considérons que le problème est formulé de la manière suivante :

$$g = f + \eta \tag{5.1}$$

Où g et f représentent respectivement les images bruitées et originales. η représente le bruit additif de distribution α -stable symétrique. Nous commençons tout d'abord par l'application de ces filtres sur des images fixes, et nous comparons les résultats avec ceux obtenus par le filtre myriad et le filtre médian [HC03a]. Ensuite, nous passons au filtrage de séquences d'images contaminées par le même type de bruit. Pour cela, nous proposons dans un premier temps le filtre myriad spatio-temporel [HC04b], puis nous proposons une implémentation spatio-temporelle des filtres basés sur les statistiques d'ordre inférieur afin de mener une comparaison générale entre ces filtres et les filtres NLMS et médian [HC04a].

5.2 Le filtre myriad pondéré

5.2.1 Le filtre myriad

Le myriad est défini par l'estimée du maximum de vraisemblance de données qui suivent une distribution de Cauchy. Les filtres myriad sont motivés par les propriétés de la distribution α -stable. Pour des raisons de simplicité et de tractabilité, le myriad a été défini en utilisant la distribution de Cauchy, puisque c'est la seule distribution α -stable autre que la gaussienne qui possède une expression analytique.

Considérons un ensemble de N variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées $\{X_i\}_{i=1}^N$, qui suivent une distribution de Cauchy avec un paramètre de position θ et un facteur d'échelle $K > 0$. Ainsi, $X_i \sim \text{Cauchy}(\theta, K)$, sa densité de probabilité est donnée par :

$$f_{X_i}(x_i; \theta, K) = \frac{K}{\pi} \cdot \frac{1}{K^2 + (x_i - \theta)^2} = \frac{1}{K} f\left(\frac{x_i - \theta}{K}\right) \quad (5.2)$$

où $f(v) \triangleq \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{1+v^2}$ est une densité de Cauchy(0,1). Considérons un ensemble d'observations $\{x_i\}_{i=1}^N$, la myriade des échantillons est définie par la valeur $\hat{\theta}_k$ qui maximise la fonction de vraisemblance $\prod_{i=1}^N f_{X_i}(x_i; \theta, K)$. En utilisant 5.2 et quelques manipulations, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_K &= \text{myriad}(x_1, x_2, \dots, x_N; K) \\ &= \arg \min_{\theta} \prod_{i=1}^N \left[1 + \left(\frac{x_i - \theta}{K} \right)^2 \right] \\ &= \arg \min_{\theta} \sum_{i=1}^N \log [K^2 + (x_i - \theta)^2] \end{aligned} \quad (5.3)$$

Il est intéressant de noter que la myriade d'échantillons contient la moyenne comme cas spécial de limitation quand $K \rightarrow \infty$: $\lim_{K \rightarrow \infty} \hat{\theta}_K = \sum_{i=1}^N x_i / N$ [Kal98].

5.2.2 Le myriad pondéré

Le filtre myriad peut être généralisé au filtre myriad pondéré en affectant des poids positifs aux échantillons d'entrée (observations). Donnons N observations $\{x_i\}_{i=1}^N$ et de poids positifs $\{w_i \geq 0\}_{i=1}^N$, soit les vecteurs d'entrée et de poids définis respectivement par $x \triangleq [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$ et $w \triangleq [w_1, w_2, \dots, w_N]^T$. L'échantillon est formé des v. a. de Cauchy indépendantes de même paramètre central θ et de facteurs d'échelle différents $\{S_i\}_{i=1}^N : X_i \sim \text{Cauchy}(\theta, S_i)$, où :

$$S_i = \frac{K}{\sqrt{w_i}} > 0, i = 1, 2, \dots, N \quad (5.4)$$

Une grande valeur pour les poids w_i donne une distribution de X_i plus concentrée autour de θ , ce qui accroît la vraisemblance de l'échantillon x_i . Notons que lorsque tous les poids sont égaux à l'unité, ce filtre correspond au myriad avec un facteur d'échelle K .

La sortie du filtre myriad pondéré $\hat{\theta}(w, x)$ peut être définie par la valeur qui maximise la fonction de vraisemblance $\prod_{i=1}^N f_{X_i}(x_i; \theta, S_i)$ donc nous avons

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(w, k) &= \text{myriad}(w_1 \circ x_1, w_2 \circ x_2, \dots, w_N \circ x_N; K) \\ &= \operatorname{argmin} \prod_{i=1}^N \left[1 + \left(\frac{x_i - \theta}{S_i} \right)^2 \right] \\ &= \operatorname{argmin} \prod_{i=1}^N [K^2 + w_i(x_i - \theta)^2] = \operatorname{argmin} P(\theta) \end{aligned} \quad (5.5)$$

la notation $w_i \circ x_i$ représente l'opération de pondération dans les expressions précédentes. Alternativement, nous écrivons $\hat{\theta}(w, k) \equiv \hat{\theta}$ comme

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmin} Q(\theta) = \operatorname{argmin} \sum_{i=1}^N \log [K^2 + w_i(x_i - \theta)^2] \quad (5.6)$$

ainsi $\hat{\theta}$ est le minimum global de $P(\theta)$ aussi bien que pour $Q(\theta) = \log(P(\theta))$. Donc, nous nous référons à l'une des fonctions $P(\theta)$ et $Q(\theta)$ comme fonction objectif du filtre myriad. Notons que quand $w_i = 0$, l'échantillon x_i est effectivement ignoré. Le filtre myriad pondéré est un M -estimateur pondéré avec une fonction de coût $\rho(u) = \log(K^2 + u^2)$. Pour des raisons qui vont paraître évidentes par la suite, le facteur d'échelle K est considéré comme un paramètre de linéarité.

La nature sévèrement contrainte du filtre myriad pondéré peut être aussi observée en considérant le cas de limite où $K \rightarrow \infty$, avec les poids $\{w_i\}$ restant constants. Nous pouvons constater que pour $K \rightarrow \infty$, $Q(\theta)$ est réduit à avoir un seul extremum local qui est la moyenne pondérée :

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \hat{\theta}_K(w, k) = \hat{\theta}_\infty(w, x) = \frac{\sum_{i=1}^N w_i x_i}{\sum_{i=1}^N w_i} \quad (5.7)$$

5.3 Filtre linéaire basé sur les moments fractionnaires

5.3.1 Le critère de minimum de dispersion

Un problème de traitement statistique du signal peut être énoncé comme suit : donnons un ensemble d'observations $\{X(t), t\}$, trouver la bonne estimée d'une v.a inconnue Y à partir d'un espace linéaire engendré par $\{X(t), t\}$. Ceci est appelée la théorie linéaire des processus stochastiques, qui inclue l'estimation linéaire, la prédiction et le filtrage.

Pour des processus du second ordre, le critère le plus utilisé pour une estimation est le critère du minimum de l'erreur quadratique moyenne. Sous ce critère, la meilleure estimation est celle qui minimise la variance de l'erreur d'estimation. Si le processus est gaussien, on peut dire que ce critère minimise ainsi la probabilité de large erreur d'estimation. Pour les processus stables, ce critère n'est plus approprié. En effet, la variance est infinie. Mais le concept du critère quadratique peut être facilement généralisé pour des processus stables. Spécifiquement, le critère du minimum de dispersion (MD) est utilisé pour étudier la théorie linéaire pour les processus stables. Sous le critère MD, la meilleure estimée d'une v.a S dans l'espace linéaire des observations est celle qui minimise la dispersion de l'erreur de l'estimation. Rappelons que la dispersion pour une variable aléatoire stable joue le rôle de la variance. Par exemple, plus la dispersion d'une variable aléatoire stable est grande, plus la valeur des échantillons s'écarte de la médiane. Ainsi, en minimisant la dispersion, on minimise l'amplitude moyenne des erreurs d'estimation. En outre, on peut dire que la minimisation de la dispersion est aussi équivalente à la minimisation de la probabilité des erreurs d'estimation. Le critère MD est ainsi bien justifié dans le cas stable. C'est une généralisation directe du critère MMSE (ce sont les mêmes dans le cas gaussien) raisonnablement simple à calculer. Ce critère est introduit dans [Stu78] afin de résoudre un problème de filtrage de Kalman associé à des processus stables. Il a été utilisé dans [BS71] pour des modèles de regression avec des erreurs stables aussi bien que dans [CB85] pour la prédiction linéaire des processus ARMA avec des variances infinies.

Le critère MD est aussi équivalent à la minimisation des moments d'ordre inférieur fractionnaires MOIF des erreurs d'estimation. Ces moments mesurent la distance L_p entre Y et son estimée \hat{Y} dans l'espace linéaire généré par les observations $\{X(t), t \in T\}$, pour $p < \alpha$. Ce résultat n'est pas surprenant puisque les normes L_p pour $p < 2$ sont bien connues pour être robustes face aux "outliers" comme ceux qui peuvent être décrits par des distributions stables. Notons que dans le cas stable, tous les MOIF sont équivalents. Un choix commun consiste à utiliser la norme L_1 , ce

qui est très commode.

Sous le critère MD, le problème d'estimation linéaire générique des processus stables peut être formulé comme suit : Trouvez un élément \hat{Y} dans l'espace linéaire $L(X(t), t \in T)$ des observations $\{X(t), t \in T\}$ tels que

$$\|Y - \hat{Y}\|_\alpha = \inf_{Z \in L(X(t), t \in T)} \|Y - Z\|_\alpha \quad (5.8)$$

ou d'une manière équivalente

$$E|Y - \hat{Y}|^p = \inf_{Z \in L(X(t), t \in T)} E|Y - Z|^p \quad (5.9)$$

Pour $0 < p < \alpha$. Puisque $L(X(t), t \in T)$ est un espace de Banach, \hat{Y} existe toujours et est unique pour $1 < \alpha < 2$ [84]. Il est obtenu par une projection métrique sur l'espace de Banach convexe $L(X(t), t \in T)$. Pour $1 < \alpha < 2$, \hat{Y} est également déterminé par :

$$[X(t), Y - \hat{Y}]_\alpha = 0 \text{ pour tous } t \in T \quad (5.10)$$

Ceci est analogue au principe d'orthogonalité utilisé largement dans des problèmes d'estimation linéaire des processus du second ordre. Quand $\alpha = 2$ l'équation 5.10 est linéaire et également une solution analytique existe pour \hat{Y} . Pour $\alpha < 2$, elle est fortement non-linéaire et difficile à résoudre pour \hat{Y} .

Bien que le développement de la théorie linéaire pour des processus stables est toujours à l'étape primitive, il y a des résultats explicites pour des types spéciaux de processus stables tels que les processus harmoniques, linéaires et sous-gaussiens. Une grande proportion de ces résultats est consacré aux processus stables harmoniques.

5.3.2 Filtres adaptatifs pour les processus stables

Les solutions adaptatives pour les problèmes d'estimation linéaire pour des processus stables sont facile à implémenter. La dispersion de l'erreur d'estimation est souvent une fonction convexe des paramètres. Ainsi, les méthodes numériques tels que les méthodes du gradient stochastiques peuvent être utilisées pour chercher les paramètres en minimisant la dispersion de la fonction erreur.

Considérons le concept d'un filtre RIF suivant :

$$y(n) = \hat{w}^T(n)u(n) \quad (5.11)$$

avec une entrée consistant en un processus S stationnaire $\{u(0), u(1), \dots\}$. Le problème est de choisir les poids $\{w_0, w_1, \dots, w_{M-1}\}$ tels que la sortie du filtre est près d'une réponse désirée donnée

$\{d(n)\}$. Ici nous supposons que $\{d(n)\}$ et $\{u(n)\}$ sont supposés conjointement S . Spécifiquement, nous voudrions chercher $\{w_0, w_1, \dots, w_{M-1}\}$ tels que la dispersion de l'erreur

$$e(n) = d(n) - \sum_{k=0}^{M-1} w_k u(n-k) \quad (5.12)$$

est minimisée. La fonction coût est donc donnée par :

$$J = \|d(n) - \sum_{k=0}^{M-1} w_k u(n-k)\|_\alpha \quad (5.13)$$

Cette fonction coût s'avère être intractable en général. Nous emploierons une forme équivalente. La norme d'une variable aléatoire S est proportionnelle à son moment d'ordre p pour tous $0 < p < \alpha$. Donc, une fonction coût équivalente est donnée par :

$$J = E \left(\left| d(n) - \sum_{k=0}^{M-1} w_k u(n-k) \right|^p \right) \quad (5.14)$$

où $0 < p < \alpha$. Un cas particulier et simple est quand $p = 1$. Dans ce cas, la fonction coût est :

$$J = E \left(\left| d(n) - \sum_{k=0}^{M-1} w_k u(n-k) \right| \right) \quad (5.15)$$

Il n'y a pas une forme bien définie de la solution pour l'ensemble des coefficients qui minimisent la fonction coût dans l'équation 5.14. Mais, J est convexe et on peut utiliser une méthode de gradient stochastique pour trouver les coefficients d'une façon similaire à celle du LMS. Par conséquent, nous présentons LMP (least mean P-norm) qui minimise la fonction de coût 5.14. L'équation d'adaptation des poids du filtre LMP s'exprime par :

$$\hat{w}(n+1) = \hat{w}(n) + \mu u(n) |e(n)|^{p-1} \text{sign}(e(n)) \quad (5.16)$$

où $\mu > 0$ est le pas de convergence. Quand $p = 1$, l'algorithme ci-dessus peut être appelé l'algorithme LMAD (Least Mean Absolute Deviation). L'algorithme LMAD est identique à l'algorithme LMS signé, bien qu'il soit dérivé d'un contexte différent. En utilisant la fonction de coût 5.15, l'équation d'adaptation des poids du filtre LMAD s'exprime par :

$$\hat{w}(n+1) = \hat{w}(n) + \mu u(n) \text{sign}(e(n)) \quad (5.17)$$

Le second terme du côté droit de l'équation est un gradient instantané de la fonction valeur absolue de l'erreur.

Motivé par les propriétés de la version normalisée du LMS (NLMS), Arkan et al. ont suggéré

5.3. Filtre linéaire basé sur les moments fractionnaires

des versions adaptatives pour le LMP et LMAD, appelés LMP normalisé (NLMP) et LMAD normalisé (NLMAD).

L'équation d'adaptation des poids du filtre NLMP s'exprime par :

$$\hat{w}(n+1) = \hat{w}(n) + \mu p u(n) \frac{|e(n)|^{p-1} \text{sign}(e(n))}{\|u(n)\|_p^p + \lambda} \quad (5.18)$$

L'équation d'adaptation des poids du filtre NLMAD s'exprime par :

$$\hat{w}(n+1) = \hat{w}(n) + \mu u(n) \frac{\text{sign}(e(n))}{\|u(n)\|_1 + \lambda} \quad (5.19)$$

Avec μ et λ sont des paramètres de l'algorithme qui servent à contrôler la convergence et d'éviter la division par zéro. Dans tous ces algorithmes, le vecteur de coefficients peut être commodément initialisé à zéro s'il n'y a pas d'information a priori disponible.

Basée sur ces algorithmes, Aydin a développé un nouvel algorithme qu'elle a appelé l'algorithme basé sur les statistiques d'ordre inférieur fractionnaire appelé FLOS. L'équation de mise à jour des poids de ce filtre s'exprime par :

$$\hat{w}(n+1) = \hat{w}(n) + \mu e(n)^{<a>} F_q(u(n)) \quad (5.20)$$

où

$$[F_q(u)]_i = \begin{cases} \frac{|u_{k-i}|^{(q-1)a} \text{sign}(u_{k-i})}{\sum_{m=0}^{M-1} |u_{k-m}|^{qa}} & \text{si } 2 < q < \infty \\ \frac{1}{u_{k-n}^{<a>}} \delta_{i-n} & q = \infty \end{cases} \quad (5.21)$$

où $F_q(\cdot)_i$ représente le i_{me} du vecteur de la fonction évaluée $F_q(\cdot)$, q satisfait la relation $1/\alpha + 1/q < 1$ et $0 < a < 1/2$. Finalement, Aydin et al. ont introduit l'algorithme RLMMN (Robust Least Mean Mixed Norm), qui est une modification de l'algorithme LMMN par Chambers et al. en combinant deux fonctions d'erreur, la valeur absolue et l'erreur quadratique. L'équation de mise à jour des poids de ce filtre s'exprime par :

$$\hat{w}(n+1) = \hat{w}(n) + 2\mu e(n)^{<a>} (\eta + 2(1-\eta)e(n)^{<a>2})u(n) \quad (5.22)$$

où $a < \alpha/8$. Aydin [ATC97] a effectué quelques simulations pour montrer que leurs techniques basées sur les FLOS et RLMMN donnent des performances légèrement meilleures que l'algorithme NLMP. Ce pendant, elle n'a donné aucune analyse sur l'effet des valeurs des paramètres sur les performances des algorithmes.

5.4 Résultats sur des images fixes

Nous présentons ici quelques résultats de simulations pour montrer le comportement des filtres l_p -norm bidimensionnels. Nous utilisons dans ces évaluations deux images Lenna et Maison. Ces images sont corrompues par un bruit α -stable symétrique avec différentes valeurs de α , ($\gamma = 1$) et ($\delta = 0$). Nous supposons dans un premier temps disposer de l'image originale et nous évaluons les performances des filtres LMP et NLMP. Celles-ci sont comparées avec celles des filtres NLMS, myriad et médian en terme de critères objectifs et de qualité visuelle. Ensuite, nous testons la robustesse de ces filtres dans le cas où nous ne nous disposons pas de l'image originale.

Critères objectives

Pour l'évaluation objective, nous utilisons deux critères, à savoir, le rapport signal sur bruit d'ordre fractionnaire (FSNR[KRF98]) défini par le logarithme du rapport des moments d'ordre p du bruit et du signal où $0 < p < \alpha$ défini par,

$$\text{FSNR}(\text{dB}) = 10 \log_{10} \frac{\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^L |f(i,j)|^p}{\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^L |\hat{f}(i,j) - f(i,j)|^p} \quad (5.23)$$

Ce critère d'évaluation peut favoriser les filtres LMP puisqu'il est défini pour l'ordre p . Cependant, nous proposons un index structurel de similarité moyen (MSSIM) décrit dans [WBSS04].

$$\text{MSSIM}(X, Y) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \text{SSIM}(x_j, y_j) \quad (5.24)$$

où X et Y représentent respectivement l'image de référence et l'image dégradée ; x_j et y_j représentent le contenu de l'image dans la j ème fenêtre locale ; et M est le nombre des fenêtres de l'image. L'index SSIM est défini par :

$$\text{SSIM}(x, y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + C1)(2\sigma_{xy} + C2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C2)} \quad (5.25)$$

Où les constantes $C1 = (K_1L^2)$ and $C2 = (K_2L^2)$ sont inclus pour éviter l'instabilité quand $\mu_x^2 + \mu_y^2$ et $\sigma_x^2 + \sigma_y^2$ sont très proches de zéro. L représente la gamme dynamique des valeurs des pixels (255 pour des images à niveau de gris), et K_1, K_2 sont de très petites constantes $\ll 1$.

Calcul de p

Un point qui a besoin d'être clarifié est le choix du paramètre p . La façon classique pour déterminer ce paramètre est l'utilisation de l'égalité suggérée par Money et al. [MAGB82] qui relie le kurtosis des données à la détermination du paramètre p de l'algorithme :

$$p = \frac{9}{\mathcal{K}^2} + 1 \quad (5.26)$$

Où \mathcal{K} représente le kurtosis. Bien que cette mesure soit très utilisée dans la littérature, elle peut présenter quelques défauts, puisque le kurtosis est défini par les moments d'ordre deux et d'ordre quatre qui sont théoriquement infinis pour les distributions α -stable. La meilleure façon de déterminer le paramètre p est d'essayer plusieurs valeurs expérimentales, et de choisir le paramètre qui offre la meilleure estimation. Dans nos simulations, la valeur de p a été fixée expérimentalement. La figure 5.1 montre un exemple des mesures du PSNR et MSSIM obtenues pour plusieurs valeurs de p pour des valeurs α bien définies. Nous remarquons que les deux mesures donnent la même valeur optimale de l'algorithme pour le même paramètre exponentiel α . Par exemple, pour le bruit de paramètre $\alpha = 1.5$, la valeur optimale de p est autour de 1.3, et la valeur de p dans le cas où $\alpha = 1.9$ est proche de 1.7.

Évaluations des performances

En se basant sur les valeurs de FSNR et MSSIM obtenues et la qualité visuelle des images filtrées, nous constatons que :

- Pour des bruits fortement impulsifs (cas où α est petit), les filtres sont classés par leurs performances selon l'ordre suivant :
 - 1 : NLMP
 - 2 : LMP
 - 3 : myriad
 - 4 : médian
 - 5 : NLMS
- Pour le bruit de Cauchy (le cas où $\alpha = 1$), les performances des filtres prennent l'ordre suivant :
 - 1 : myriad
 - 2 : NLMP
 - 3 : LMP
 - 4 : médian
 - 5 : NLMS

Le filtre myriad dans ce cas marque une petite différence par rapport aux filtres LMP et NLMP.

- Pour des bruits légèrement impulsifs (cas où α est grand). Les performances des filtres suivent le même ordre que dans le cas où α est petit. Les différences de performances entre les filtres NLMP, LMP et myriad sont néanmoins plus faibles.

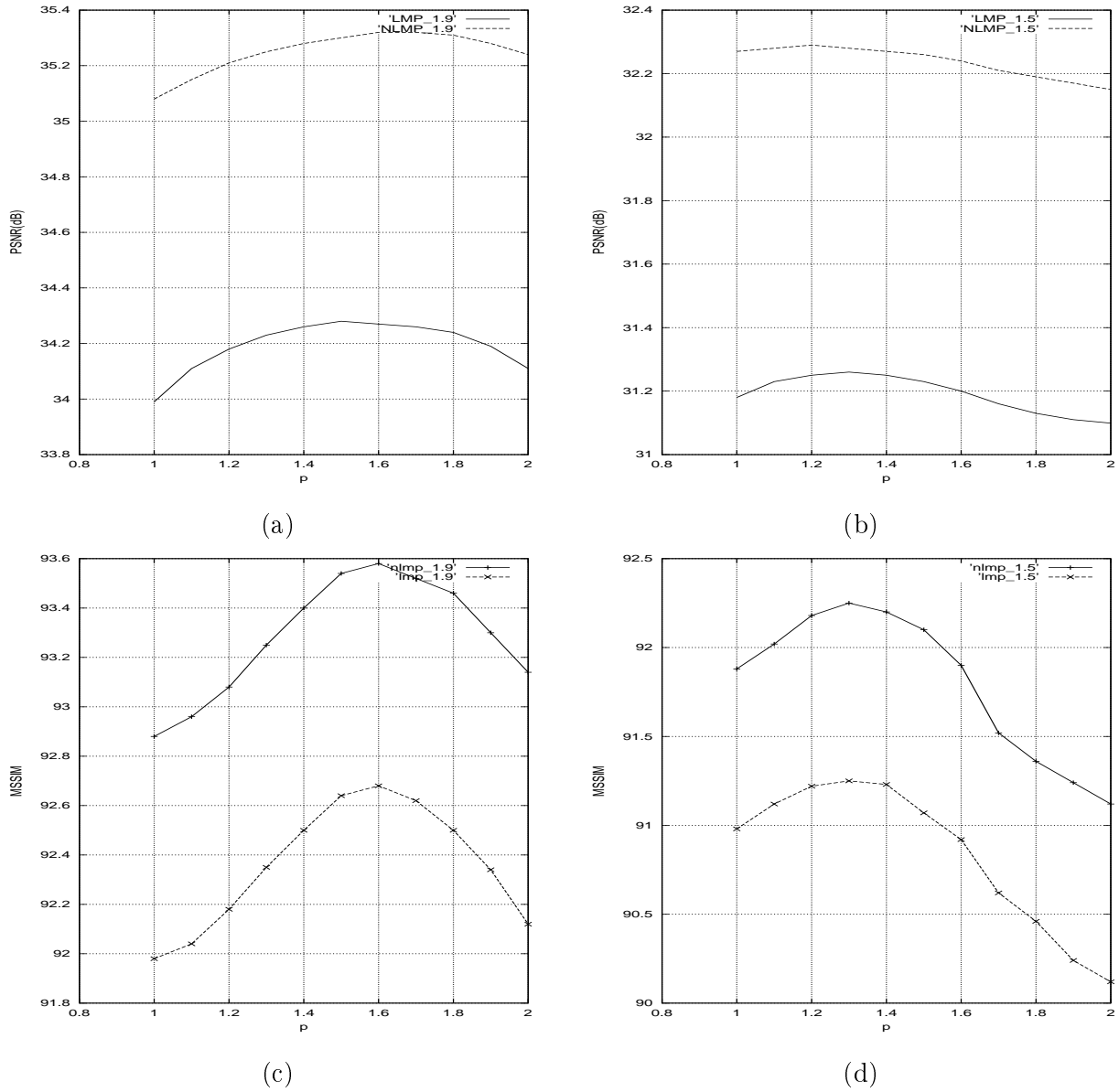


FIG. 5.1: a) PSNR en fonction de la valeur de p pour Lenna corrompue par le bruit $S\alpha S$ avec $\alpha = 1.9$. b) PSNR en fonction de p pour Lenna corrompue par $S\alpha S$ $\alpha = 1.5$. c) MSSIM en fonction de p pour $\alpha = 1.9$. d) MSSIM en fonction de p pour $\alpha = 1.5$

Les tableaux 5.1 et 5.2 résument respectivement, les mesures du FSNR et de MSSIM obtenues par les différents filtres présentés pour les valeurs de $\alpha = 0.5, 1, 1.5$ sur les images Lenna et Maison. Nous remarquons que les filtres LMP et NLMP ont des mesures de FSNR et MSSIM plus élevées que les autres filtres inclus dans cette comparaison dans le cas où $\alpha = 0.5$ et 1.5 . Dans le cas où $\alpha = 1$, le filtre myriad est le plus performant. Ceci est lié à l'optimalité du filtre myriad dans le cas de la distribution de Cauchy.

Nous montrons dans la figure 5.2 les résultats de filtrage de l'image Lenna corrompue par un bruit α -stable de paramètre $\alpha = 0.5$. Nous tenons à rappeler que les paramètres de chaque filtre ont été réglés expérimentalement afin d'offrir les meilleurs résultats.

Nous remarquons que les filtres basés sur les statistiques d'ordre inférieur offrent une bonne performance en terme de qualité visuelle. Cette performance se voit dans leur capacité de rejeter les impulsions tout en préservant les contours et les détails de l'image.

La mesure MSSIM ne permet pas seulement d'évaluer la qualité des images par un index de similarité, mais elle peut offrir des cartes de similarités. Les zones de couleurs blanches dans ces cartes correspondent à des zones parfaitement identiques à l'image originale, par contre les zones noires correspondent à l'inverse. La figure 5.3 montre les cartes obtenues par les images issues de l'opération du filtrage dans la figure 5.2.

Dans le cas où l'image originale n'est pas disponible, nous avons testé la robustesse des coefficients du filtre LMP qui sont calculés en utilisant une procédure d'apprentissage.

Dans cette procédure, nous appliquons le filtre LMP sur une image de test corrompue par un bruit α -stable en utilisant l'image originale. Puis, nous calculons la moyenne sur les coefficients qui dérivent de la dernière ligne de l'image. Ensuite, nous appliquons ces coefficients pour filtrer l'image traitée corrompue par le même type de bruit.

La figure 5.4 présente l'image Maison ainsi que les valeurs MSSIM et FSNR obtenues par filtrage en utilisant la procédure d'apprentissage. Les deux images sont corrompues par le même bruit ($\alpha = 0.5$) mais non pas par la même réalisation. En se basant sur la qualité visuelle et les mesures objectives obtenues, nous remarquons que les performances des filtres LMP et NLMP se dégradent légèrement. Ceci met en valeur la robustesse de l'estimation des coefficients calculés par la procédure d'apprentissage.

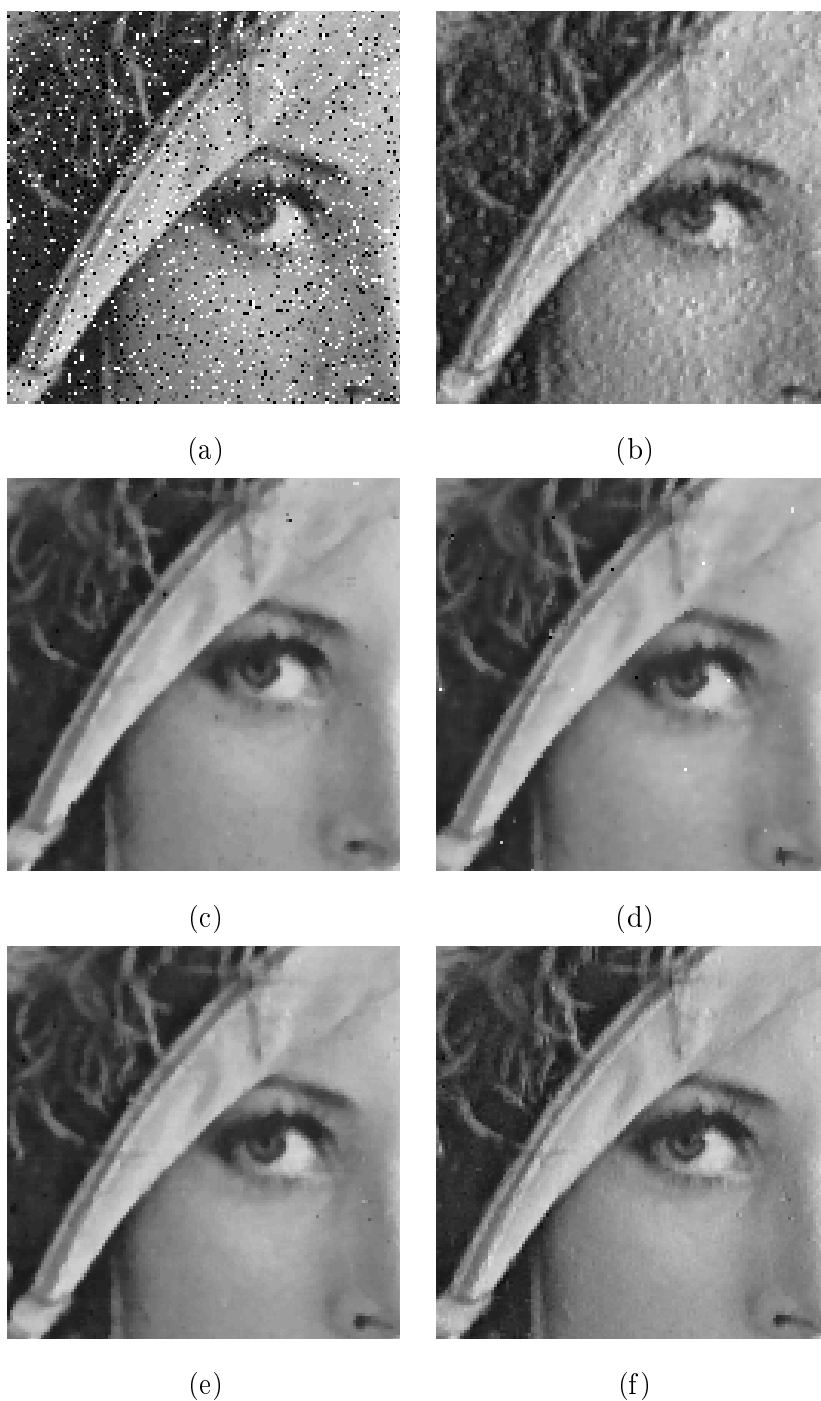


FIG. 5.2: (a) Image Lenna corrompue par un bruit α -stable ($\alpha = 0,5$) (b) L'image filtrée en utilisant un filtre NLMS (c) le filtre médian pondéré (d) le filtre myriad pondéré (e) L'image filtrée utilisant le filtre LMP (f) l'image filtrée utilisant le filtre NLMP

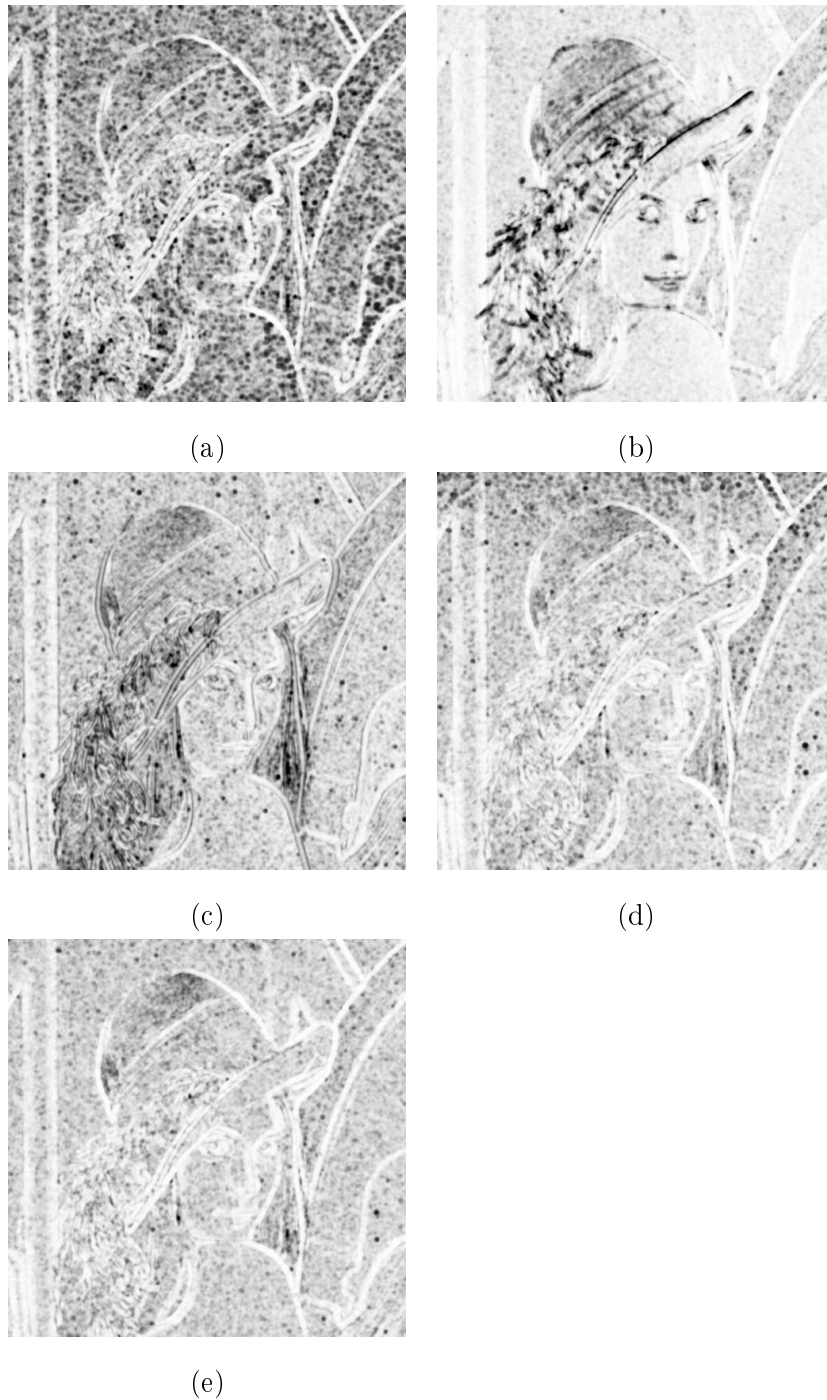


FIG. 5.3: Les cartes générées par l'index de similarité structurel pour les images filtrées (a) image filtrée par le filtre NLMS (b) image filtrée par le filtre médian pondéré (c) image filtrée en utilisant le filtre myriad pondéré (d) l'image filtrée en utilisant le filtre LMP (e) l'image filtrée en utilisant le filtre NLMP

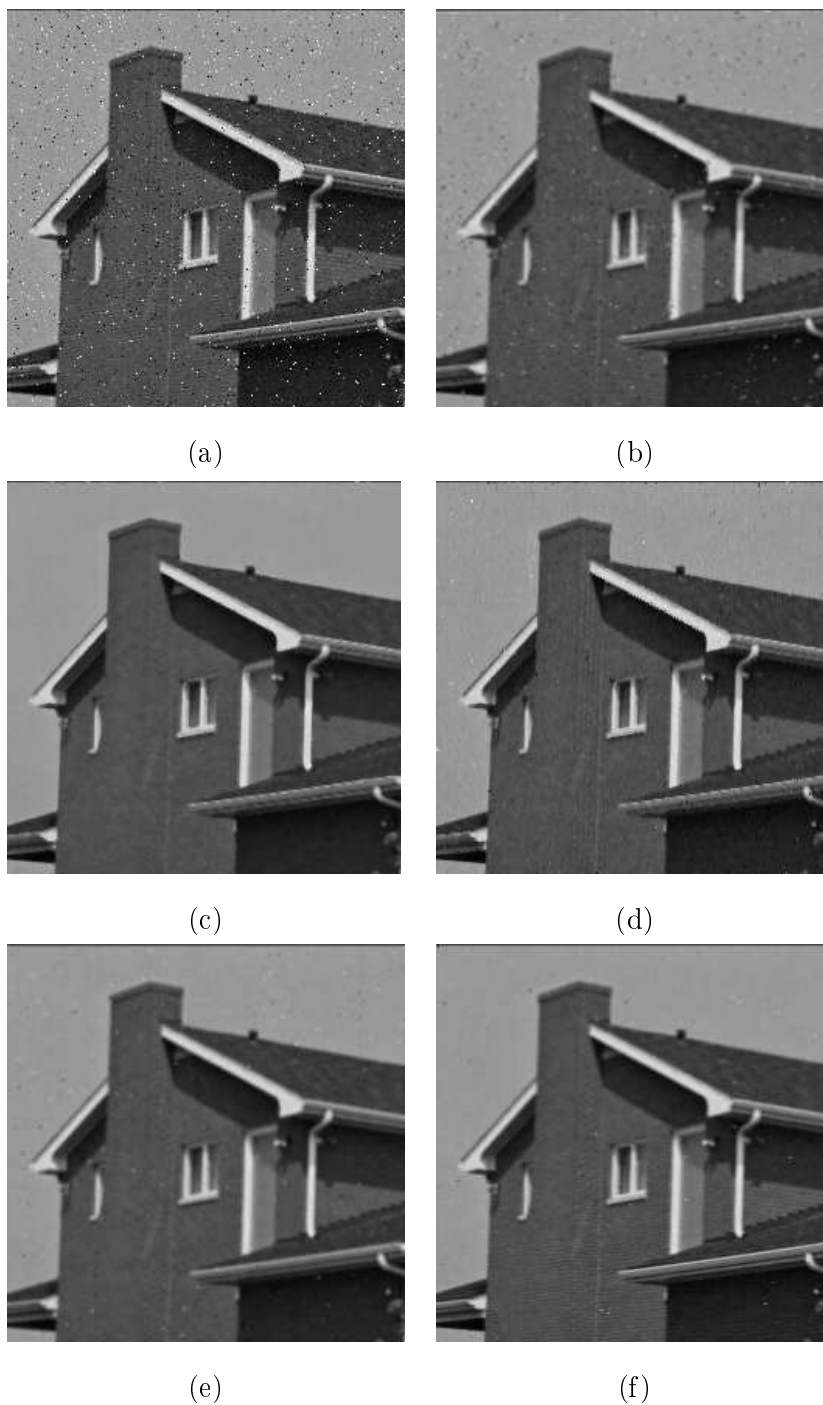


FIG. 5.4: (a) L'image maison corrompue par le bruit ($\alpha=0.9$) (b) l'image filtrée en utilisant le filtre NLMS ($FSNR=12.49$ dB, $MSSIM=0.74$) (c) le filtre médian pondéré ($FSNR=13.94$ dB, $MSSIM=0.82$) (d) l'image filtrée en utilisant le filtre myriads pondéré ($FSNR=15.50$ dB, $MSSIM=0.87$) (e) l'image maison filtrée en utilisant le filtre LMP ($FSNR=14.84$ dB, $MSSIM=0.86$) (f) L'image filtrée en utilisant le filtre NLMP ($FSNR=16.33$ dB, $MSSIM=0.92$)

Les valeurs de alpha	$\alpha=0.5$		$\alpha=1.0$		$\alpha=1.5$	
Mesure	FSNR(dB)	MSSIM	FSNR(dB)	MSSIM	FSNR(dB)	MSSIM
(NLMS 2D $3 \times 3, \mu = 0.8$)	11.46	0.4865	14.01	0.806	13.66	0.824
(Médian 2D 3×3)	15.74	0.8230	15.35	0.8592	13.97	0.8678
(Myriad 2D 3×3)	15.87	0.8422	16.53	0.927	14.63	0.9034
(LMP 2D $3 \times 3, \mu = 0.000001$)	16.85	0.8736	16.28	0.9064	15.32	0.9126
(NLMP 2D $3 \times 3, \mu = 0.05$)	17.30	0.8984	16.33	0.9162	15.55	0.9135

TAB. 5.1: FSNR et MSSIM obtenus par les différents filtres appliqués sur l'image Lenna

5.5 Application sur les séquences d'images

5.5.1 Le filtre myriad spatio-temporel

Considérons un ensemble d'observations $\{g_r\}_{r=1}^M$ et un ensemble de coefficients du filtre $\{w_r\}_{r=1}^M$. Où M représente la taille du support du filtre spatio-temporel et r un index scalaire. Nous définissons le vecteur observations par :

$$\mathbf{g} = [g_1, g_2, \dots, g_M]^T \quad (5.27)$$

et le vecteur des coefficients par :

$$\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_M]^T \quad (5.28)$$

Définissons un index s qui peut être utilisé au lieu des coordonnées du pixel. Dorénavant, une notation 1-D pourrait être adoptée pour sa simplicité.

Le filtre myriad pondéré adaptatif

Soit $K > 0$, la sortie du filtre myriad pondéré (WMyF) est donnée par :

$$\begin{aligned} \hat{f}_n(s) &= \text{myriad}(K; w_1 \circ g_1, w_2 \circ g_2, \dots, w_M \circ g_M) \\ &= \arg \min_{\mathbf{G}_K}(\beta, \mathbf{w}, \mathbf{g}) \end{aligned} \quad (5.29)$$

valeurs de α	$\alpha=0.5$		$\alpha=1.0$		$\alpha=1.5$	
Mesure	FSNR(dB)	MSSIM	FSNR(dB)	MSSIM	FSNR(dB)	MSSIM
(NLMS 2D $3 \times 3, \mu = 0.8$)	8.84	0.5210	11.42	0.7621	10.56	0.7814
(Médian 2D 3×3)	12.92	0.8121	12.83	0.8463	10.82	0.8287
(Myriad 2D 3×3)	13.53	0.8346	14.41	0.9372	11.54	0.8643
(LMP 2D $3 \times 3, \mu = 0.000001$)	14.59	0.8622	13.89	0.9152	12.21	0.8762
(NLMP 2D $3 \times 3, \mu = 0.05$)	15.21	0.8813	14.22	0.9241	12.43	0.8835

TAB. 5.2: FSNR et MSSIM obtenus par les différents filtres appliqués sur l'image Maison

Où

$$G_K(\beta, \mathbf{w}, \mathbf{g}) = \prod_{r=1}^M [K^2 + w_r (g_r - \beta)^2] \quad (5.30)$$

est appelée la fonction objective myriad puisqu'elle est minimisée par la myriad pondérée. $w_r \circ g_r$ représente l'opération de pondération.

Optimisation

En utilisant le critère de la valeur absolue moyenne de l'erreur, nous obtenons la fonction de coût suivante :

$$J(s) = E\{|e_n(s)|\} = E\{|\hat{f}_n(s) - f_n(s)|\} \quad (5.31)$$

Où l'erreur du filtrage est définie par :

$$e_n(s) = \hat{f}_n(s) - f_n(s) \quad (5.32)$$

Les conditions nécessaires de l'optimalité ont été démontrées dans [GA96]. Pour mettre à jour les coefficients du filtre, on utilise les méthodes basées sur le gradient. En incorporant la contrainte de la non négativité des coefficients du filtre dans la méthode de descente du gradient, nous obtenons l'algorithme suivant :

$$w_r(s+1) = P \left[w_r(s) - \mu \frac{\partial J}{\partial w_r}(s) \right] \quad (5.33)$$

Où $w_r(s)$ dénote le $r^{\text{ème}}$ coefficient de la s^{me} itération, μ dénote le pas de convergence de l'algorithme et $P[\cdot]$ projette le poids mis à jour sur l'espace de contrainte des poids. Dans ce cas nous avons

$$P[u] = \begin{cases} u, & u \geq 0 \\ 0, & u < 0 \end{cases} \quad (5.34)$$

En pratique, $P[u]$ prend une petite valeur positive ϵ si $u < 0$. Il est difficile de calculer le gradient puisque ceci nécessite la connaissance des statistiques de l'image désirée f et le vecteur d'observation \mathbf{g} . Afin de simplifier ces calculs et aussi pour être capable de fonctionner dans un environnement non stationnaire, on utilise les estimées instantanées du gradient [GA96].

5.5.2 Le filtre LMP spatio-temporel adaptatif

L'algorithme LMS a des problèmes de convergence pour les signaux fortement impulsifs. Pour cela, un algorithme LMP a été proposé par Shao et Nikias [NS93] en traitement du signal 1D. L'objectif de cet algorithme est de minimiser la dispersion de l'erreur définie par :

$$J(s) = E \{ |\varepsilon(s)|^p \} \quad (5.35)$$

L'équation de mise à jour des coefficients du filtre LMP est donnée par :

$$\hat{w}(s+1) = \hat{w}(s) + \mu p |\varepsilon(s)|^{p-1} \text{sign}(\varepsilon(s)) g(s) \quad (5.36)$$

Bien que le LMP soit beaucoup plus robuste au bruit impulsif que l'algorithme LMS, il pourrait devenir moins performant en présence d'un bruit extrêmement impulsif. Nous proposons donc une version normalisée du LMP (NLMP). L'équation de mise à jour des coefficients du filtre NLMP est donnée par :

$$\hat{w}(s+1) = \hat{w}(s) + \mu p \frac{|\varepsilon(s)|^{p-1} \text{sign}(\varepsilon(s))}{\|g\|_p^p(s) + \lambda} g(s) \quad (5.37)$$

Où μ représente le pas de convergence de l'algorithme et λ est un paramètre de très petite valeur mis en place pour éviter la division par zéro. Dans ces algorithmes, le vecteur des coefficients peut être simplement initialisé par zéro, si aucune information préalable n'est disponible.

5.6 Résultats expérimentaux

Le filtrage des séquences d'images est effectué sur une fenêtre de trois images, l'image centrale étant l'image reconstruite. La compensation du mouvement se fait donc en prenant l'image

centrale comme référence. Pour cela, nous estimons un modèle affine de mouvement entre les images $t - 1$ et t puis entre les image t et $t + 1$. On génère ensuite une version compensée en mouvement de $t - 1$ vers t et de $t + 1$ vers t . On obtient ainsi une fenêtre temporelle d'images recalées sur l'image centrale sur laquelle nous appliquons le filtre.

Nous présentons un ensemble d'expérimentations afin d'évaluer les performances des filtres LMP adaptatifs que nous avons présenté ci-dessus. Toutes ces expérimentations ont été conduites sur les séquences Trevor White et Caltrain.

Nous rappelons que nous utilisons la méthode région récursive basée SOS pour estimer le mouvement entre les images des séquences. Ces séquences sont corrompues par un bruit α -stable symétrique pour différentes valeurs paramètres, ($\alpha = 0.5, \dots, 1.5$), ($\gamma = 1$) et ($\delta = 0$). Comme dans le cas de l'application sur les images fixes, nous testons les performances des filtres spatio-temporels LMP, NLMP par rapport aux filtres myriad, médian et NLMS. Ces comparaisons sont faites à base des mesures de FSNR obtenus ainsi que sur la qualité visuelle des images filtrées.

A partir des résultats obtenus, nous constatons que :

- Le classement des filtres selon leurs performances et selon la valeur de α reste le même que pour l'image fixe.
- Les performances des filtres LMP et NLMP dépendent de la complexité du mouvement. Ceci se traduit par la comparaison des valeurs de MSSIM et FSNR obtenues par les deux séquences Caltrain et Trevor White.

Nous présentons dans la figure 5.5, les résultats obtenus par filtrage appliqué sur la troisième image de la séquence Caltrain. Le bruit utilisé est un bruit α -stable avec une valeur de $\alpha = 0.8$. Les images d'erreur obtenues montrent que les filtres offrent une bonne élimination du bruit tout en gardant les détails des images. Nous constatons même les capacités des filtres LMP et NLMP adaptatifs pour éliminer les erreurs dues à l'estimation du mouvement.

Les tableaux 5.3 et 5.4 résument les FSNR obtenus sur les deux images avec plusieurs valeurs de α . Le choix de p se fait expérimentalement et dépend de α . Plusieurs valeurs de $p < \alpha$ sont testées et nous choisissons finalement la valeur qui donne le meilleur FSNR. Nous remarquons que les filtres myriad spatio-temporel et NLMP spatio-temporel donnent de meilleurs résultats que les filtres concurrents. Ces deux filtres sont les plus adaptés dans le cas du bruit α -stable. Nous remarquons dans quelques cas qu'il y a un petit avantage du filtre NLMP par rapport au filtre myriad. Sans oublier la comparaison faite avec le L -filtre NLMK et qui donne des

Valeurs de α	0.5	0.8	1.0	1.5
Le filtre NLMS 3D	11.24	12.13	12.31	11.72
Le filtre médian 3D	13.84	14.03	13.32	12.61
Le filtre myriad 3D	14.22	14.95	16.64	14.41
Le L -filtre NLMK 3D	14.98	16.12	16.24	16.15
Le filtre LMP 3D	14.82	15.93	15.02	14.86
Le filtre NLMP 3D	15.02	16.25	16.44	16.32

TAB. 5.3: FSNR (dB) obtenus par les filtres spatio-temporels sur la séquence Caltrain

Valeurs de α	0.5	0.8	1.0	1.5
Le filtre NLMS 3D	13.36	14.34	14.62	13.92
Le filtre médian 3D	16.83	16.21	15.43	14.81
Le filtre myriad 3D	17.22	17.63	18.51	16.01
Le L -filtre NLMK 3D	18.08	18.16	18.22	18.42
Le filtre LMP 3D	17.91	17.96	17.52	16.66
Le filtre NLMP 3D	18.16	18.32	18.45	18.72

TAB. 5.4: FSNR (dB) obtenus par les filtres spatio-temporels sur la séquence Trevor

résultats comparables à ceux obtenues par le filtre NLMP en terme de critère objectif FSNR. Nous avons testé les performances de l'algorithme de filtrage de séquences d'images en terme de temps de calcul. Le tableau 5.5 montre le temps de calcul des différentes implémentations utilisées dans les paragraphes précédents et appliquées sur la 3ème image de la séquence Caltrain. Ces calculs ont été faits sur un PC Pentium III à une fréquence d'horloge de 1 GHz sous le système d'exploitation Linux et langage de programmation C++. Aucune optimisation n'a été prise en compte. En comparant les temps de calcul des algorithmes proposés avec les autres utilisés dans nos comparaisons, nous remarquons que le myriad a le temps de calcul le plus élevé, le filtre NLMP opère d'une façon plus rapide que le myriad avec des performances en terme du FSNR très proche à celle du myriad.

En comparant le coût de calcul effectué par chaque filtre, nous remarquons qu'il y a un compromis à faire entre l'efficacité en terme du (FSNR, qualité visuelle) et la complexité algorithmique.

Filtres	NLMS	LMP	NLMP	Myriad	Median	L -filtre NLMK
Sans estimation du mouvement	0.30	0.85	1.05	1.55	0.70	1.24
Avec estimation du mouvement	2.38	2.93	3.13	3.63	2.78	3.32

TAB. 5.5: Le temps de calcul en second effectué par le filtrage de la troisième image de la séquence Caltrain corrompue par le bruit α -stable avec ($\alpha=0.8$)

5.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le filtrage spatio-temporel compensé en mouvement et basé sur les moments fractionnaires d'ordre faible pour la suppression de bruit α -stable dans les images et les séquences vidéo. Une première étape a consisté à tester ces filtres sur des images fixes, ce qui nous a permis de nous familiariser avec les paramètres du filtre et les comparaisons avec d'autres filtres. Ensuite, nous avons proposé une extension spatio-temporelle de ces filtres en tenant compte de l'information mouvement. Pour cela, nous avons utilisé la méthode région-réursive basée SOS pour l'estimation et la compensation du mouvement entre deux images consécutives. Puis, nous avons appliqué les filtres sur les images compensées en mouvement. Les résultats obtenus, les filtres LMP/NLMP et le myriad sont comparables en terme de qualité objective et subjective obtenues. Le filtre myriad montre un temps de calcul plus élevé que le temps de calcul effectué par les filtres LMP/NLMP.

Les tests effectués montrent que les filtres NLMP et le L -filtre LMK sont comparables suivant le critère FSNR et le temps de calcul.

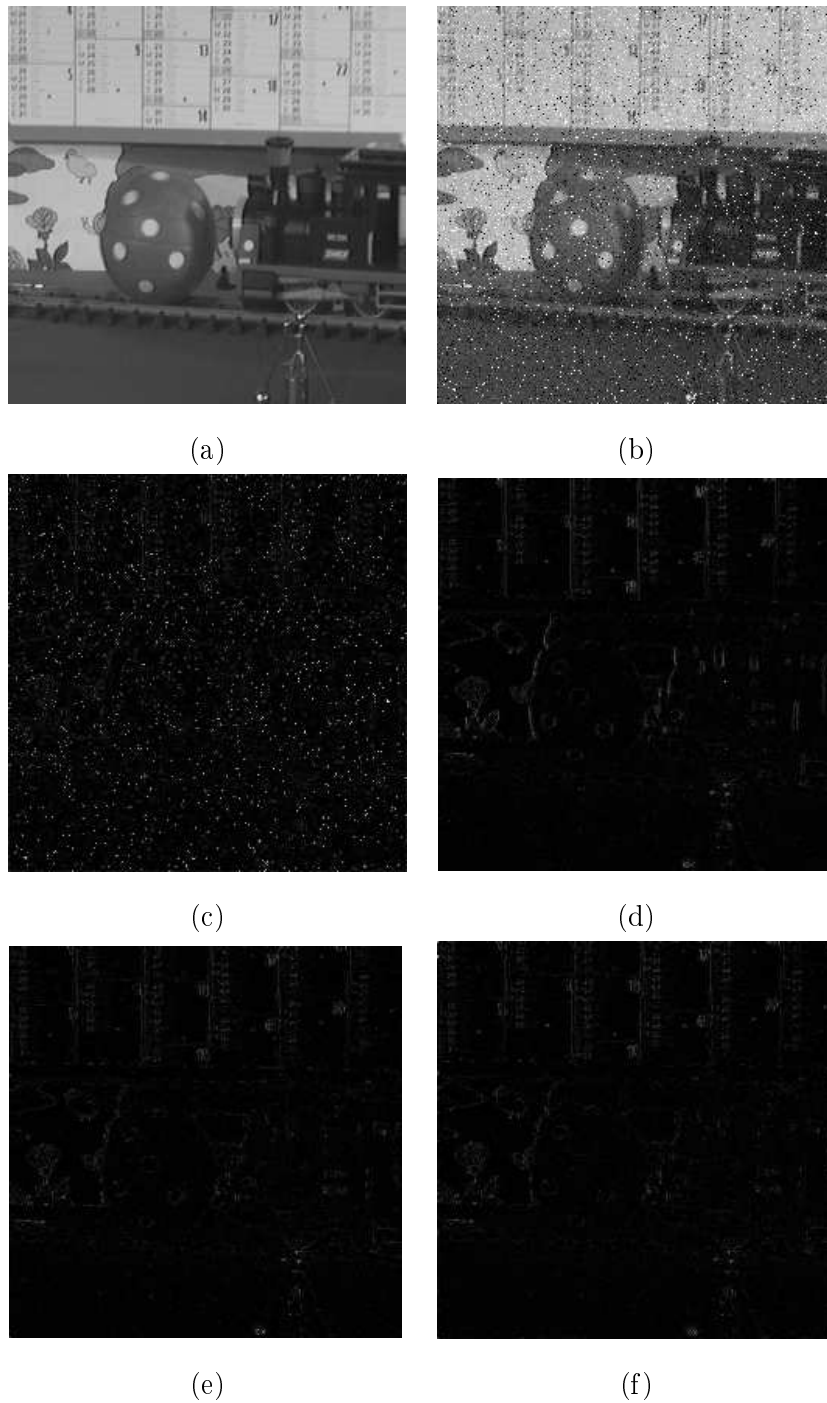


FIG. 5.5: (a) La troisième image originale de la séquence Caltrain, (b) L'image corrompue avec le bruit ($\alpha = 0.8$) (c) l'image erreur de l'image filtrée en utilisant le filtre NLMS (d) l'image erreur de l'image filtrée en utilisant le filtre médian pondéré (e) l'image image erreur filtrée en utilisant le filtre myriads pondéré (f) l'image erreur de l'image filtrée en utilisant le filtre NLMP.

Conclusions et perspectives

Le travail mené dans cette thèse apporte sa contribution au difficile problème de débruitage de séquences d'images en présence de perturbations fortement impulsives. Les méthodes innovantes proposées, apportent des améliorations significatives par rapport aux méthodes classiques et similaires utilisant les SSO.

Nous avons mené dans un premier temps une étude sur les modèles de bruit les plus fréquents pour caractériser les perturbations fortement impulsives dans les images. Ensuite, nous avons présenté une analyse de l'existant sur les méthodes de débruitage de séquences d'images. Cette analyse nous a montré le rôle crucial de la connaissance du mouvement apparent pour le filtrage de séquences d'images. Elle montre aussi que les approches filtrage adaptatif peuvent être performantes avec néanmoins un souci de faible coût de calcul grâce à leur formalisme mathématique simple.

Les contributions de cette thèse portent principalement sur les points suivants :

- Nous avons examiné la robustesse de la méthode région-réursive basée SOS pour estimer le mouvement en présence de différents types de bruits (GG, α -stable et mixte). Les résultats comparatifs avec une méthode similaire, basée sur la minimisation des moments d'ordre deux, révèlent l'apport potentiel de la méthode utilisée. Nous avons conclu qu'elle est capable d'estimer le mouvement global dans l'image ou dans une zone de l'image, sans que la présence du bruit, éventuellement significatif, ne vienne perturber cette estimation.
- Nous avons proposé un schéma de filtrage spatio-temporel compensé en mouvement basé sur les SOS pour le débruitage vidéo. Il s'agit du L -filtre spatio-temporel LMK appliqué sur les images compensées en mouvement. A partir des résultats obtenus, nous avons conclu que :

Ce filtre est plus performant que le filtre basé sur les SOS quelque soit le type du bruit et

Conclusions et perspectives

son degré d'impulsivité.

Ce filtre est plus efficace que les filtres concurrents, notamment le filtre de la moyenne pondérée adaptative et le filtre médian.

Plus le caractère du bruit est impulsif, meilleures sont les performances de ce filtre.

Ces performances sont obtenues pour un temps de calcul comparable. En effet, une augmentation de $\simeq 10\%$ du temps de calcul normal rend les méthodes basées sur les SOS exploitables dans des applications en temps réel vu le développement rapide des performances des calculateurs numériques.

- Nous avons aussi proposé quelques améliorations sur le L -filtre LMK. Il s'agit de l'implémentation récursive du filtre et le traitement adapté au contenu informationnel local de l'image. Ces améliorations nous ont permis d'obtenir une bonne qualité d'estimation en terme de gain en SNRI et de perception visuelle, bien qu'elles soient obtenues au détriment du temps de calcul.
- Enfin, nous avons étudié le filtrage spatio-temporel compensé en mouvement et basé sur les moments fractionnaires d'ordre faible pour la suppression de bruit α -stable dans les images et les séquences vidéo. Une première étape a consisté à tester ces filtres sur des images fixes, ce qui nous a permis de nous familiariser avec les paramètres du filtre et les comparaisons avec d'autres filtres. Ensuite, nous avons proposé une extension spatio-temporelle de ces filtres en tenant en compte de l'information mouvement. Nous avons conclu que les résultats obtenus par les filtres LMP/NLMP et le myriade sont comparables en terme de qualité objective et subjective obtenues. Le filtre myriade marque un temps de calcul plus élevé que le temps de calcul effectué par les filtres LMP/NLMP.

Tous ces travaux nous ont permis d'atteindre l'objectif initial de cette thèse, qui était de mettre au point les méthodes permettant l'élimination des perturbations fortement impulsives. Les solutions proposées restent comparables vis à vis de leurs performances par rapport aux filtres concurrents et le coût de calcul associé. En conclusion, nous constatons que les deux méthodes de filtrage spatio-temporel basées sur les SOS et les MOIF sont capables de résoudre un problème de débruitage de séquences d'images dans un milieu fortement impulsif.

Nous pouvons envisager diverses extensions à ce travail :

- **L'utilisation de cette méthodologie de filtrage pour des schémas de compression**

des images stéréoscopiques bruitées. La méthode est inspirée du schéma du filtrage 2-D basé bloc utilisant les moindres carrés [SST00]. Des fonctions coût de l'erreur basées sur des statistiques d'ordre supérieur peuvent être exploitées. La capacité de compensation dans ce schéma est fournie en utilisant un filtre transversal qui modélise les effets de mismatching. Des résultats préliminaires de ce travail montrent que les fonctions de coût basées sur des statistiques d'ordre supérieur surpassent les statistiques du second ordre en terme d'insensibilité aux effets de bruit [HC03b].

- **Débruitage des objets dans la réalité virtuelle.** La présence du bruit dans les surfaces d'objets 3D est une issue à ne pas ignorer. Le bruit dans ces surfaces peut être :

Topologique : Créé par des algorithmes utilisés pour extraire les mailles à partir d'un nuage de points.

Géométrique : Dû aux erreurs des mesures et d'échantillonnage de données dans différents traitements.

Pour éliminer ce bruit, plusieurs méthodes utilisées en traitement d'images ont été proposées. Nous citons à titre d'exemple, le filtre de Wiener et la diffusion isotrope. A l'issue de ces travaux, nous envisageons de proposer les méthodes développées dans cette thèse pour débruiter les surfaces en tenant compte de leur nature géométrique.

Conclusions et perspectives

Annexe : Comparaisons avec d'autres filtres

La méthode d'estimation du mouvement utilisée dans ces comparaisons est la méthode région récursive basée sur les SOS. Dans tous les cas, une fenêtre temporelle composée de trois trames est considérée. La fenêtre spatiale est de taille 3×3 pixels. Pour chaque séquence, nous utilisons les deux types de bruits : bruit sel et poivre et le bruit mixte.

Les figures 6 et 7 montrent les courbes de l'évolution du SNRI en fonction de numéro de trame. La première constatation que nous pouvons relever, est que le L -filtre NLMK produit des résultats plus performantes pour les deux séquences d'images en terme de SNRI que les autres filtres inclus dans ces comparaisons. Ces filtres sont classés selon leurs performances selon l'ordre suivant :

- 1 : L -filtre NLMK
- 2 : L -filtre NLMS
- 3 : filtre médian
- 4 : filtre MPA

Dans le cas du bruit sel et poivre, nous observons que le filtre MPA est loin en terme de SNRI par rapport aux autres filtres avec une différence à l'ordre de 5 dB, le filtre médian et L -filtre NLMS ont presque le même comportement avec un petit avantage au NLMS.

De même dans le cas du bruit mixte, Les filtres médian, NLMS et NLMK agissent d'une façon plus performante que le filtre MPA avec un avantage du L -filtre NLMK. La différence en terme de SNRI avec le filtre MPA est plus petite par rapport à la différence dans le cas du bruit sel et poivre. Ceci se traduit par la présence de la composante gaussienne dans le bruit mixte et ce qui rend ce bruit moins impulsif que le bruit sel et poivre.

La figure 8 montre les images résultantes des filtres appliqués à la troisième trame de la séquences "Trevor White". Cette trame est corrompue au départ par un bruit mixte (gaussien + sel et

Annexe : Comparaisons avec d'autres filtres

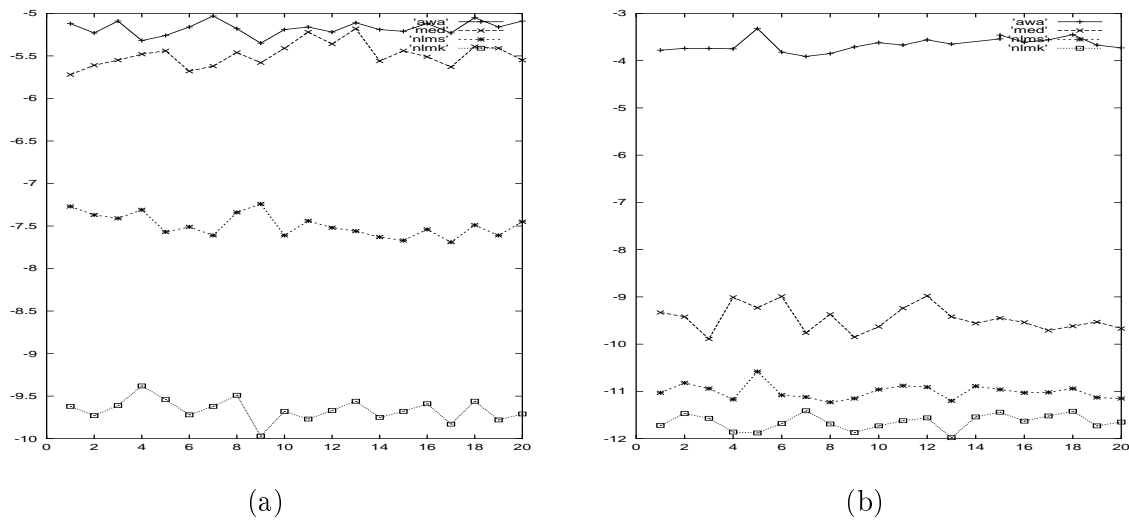
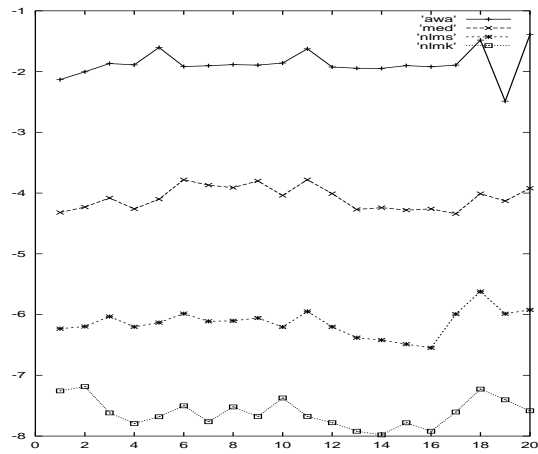


FIG. 6: Les valeurs de SNRI obtenus en fonction du nombre de l'image dans la séquence, (a) Trevor White contaminée par un bruit mixte (gaussien $\sigma = 20$ + sel et poivre $p = 5\%$), (b) Trevor White contaminée par le bruit sel et poivre ($p = 10\%$)

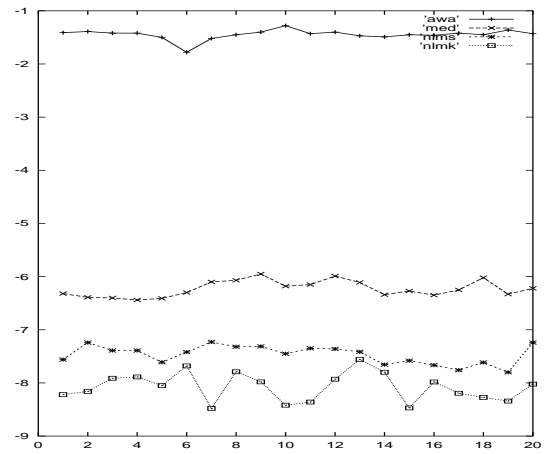
poivre). Visuellement, nous constatons que le L -filtre NLMK permet une amélioration de la qualité de l'image. Ceci se traduit aussi par la préservation de la texture qui se trouve dans le fond de l'image.

De même, la figure 9 montre la comparaison en terme de qualité visuelle entre les différents filtres spatio-temporels appliqués sur la troisième image de la séquence Caltrain corrompue par un bruit mixte. Visuellement, nous constatons que le L -filtre NLMK permet d'avoir des images correctement reconstruites. Ceci se traduit aussi par la préservation des objets en mouvement dans l'image.

A partir de cet ensemble d'expérimentations, nous avons abouti à un L -filtre spatio-temporel qui fournit de meilleurs résultats de restauration. Ces résultats permettent aussi d'avoir un filtre moins sensible aux erreurs de compensation de mouvement. Globalement, nous pouvons dire que ce filtre surpasse les autres filtres utilisés dans cette comparaison.



(a)



(b)

FIG. 7: Les valeurs de SNRI obtenus en fonction du nombre de l'image dans la séquence, (a) Caltrain contaminée par un bruit mixte (gaussien $\sigma = 20$ + sel et poivre $p = 5\%$), (b) Caltrain contaminée par le bruit sel et poivre ($p = 10\%$)

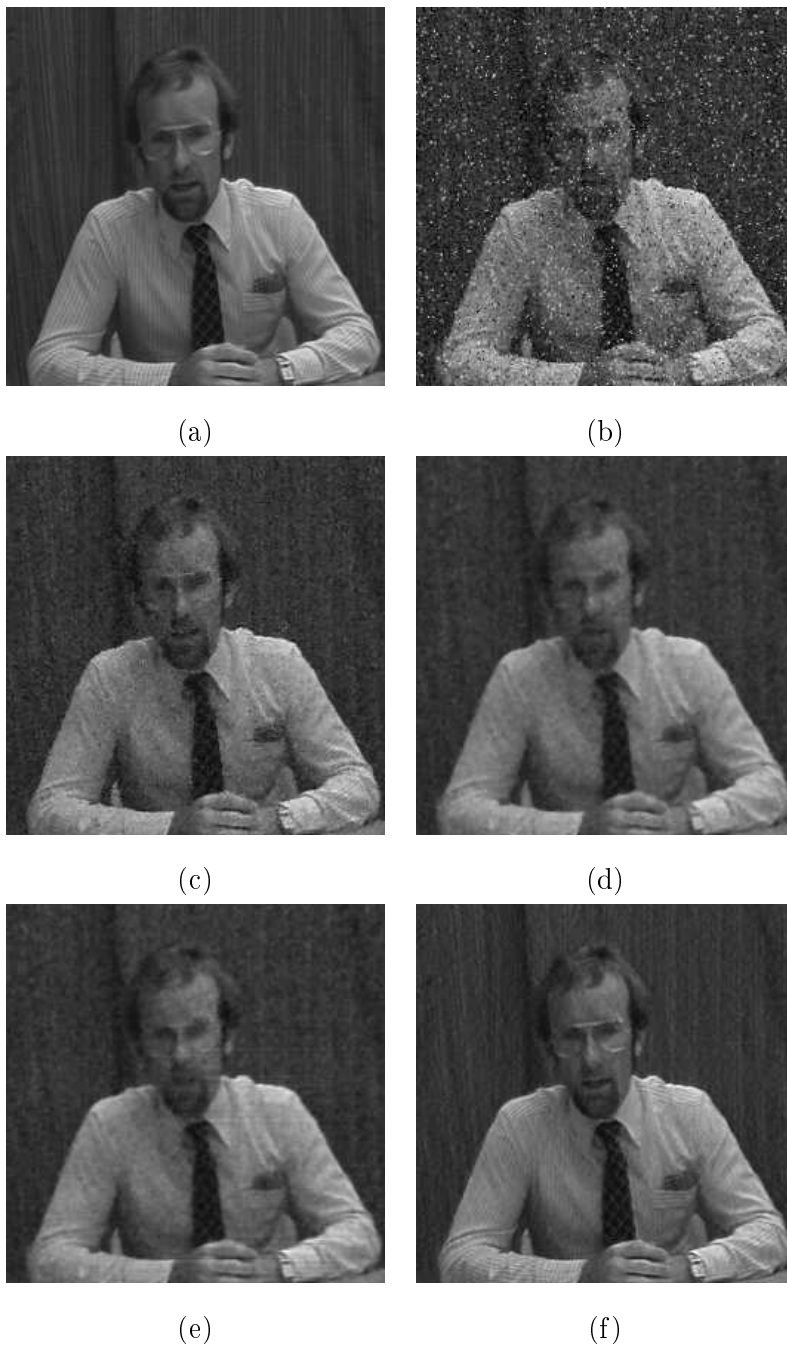


FIG. 8: Les résultats du filtrage de la troisième image de la séquence Trevor White corrompue par le bruit mixte gaussien, (a) image originale, (b) image bruitée, (c) résultat obtenu par le filtre MPA de taille $3 \times 3 \times 3$, (d) résultat obtenu par le filtre médian de taille $3 \times 3 \times 3$, (e) résultat obtenu par le L-filtre NLMS de taille $3 \times 3 \times 3$ et de pas de convergence ($\mu_0 = 0.8$), (f) résultat obtenu par le L-filtre NLMK de taille $3 \times 3 \times 3$ et de pas de convergence ($\mu_0 = 10^{-4}$).

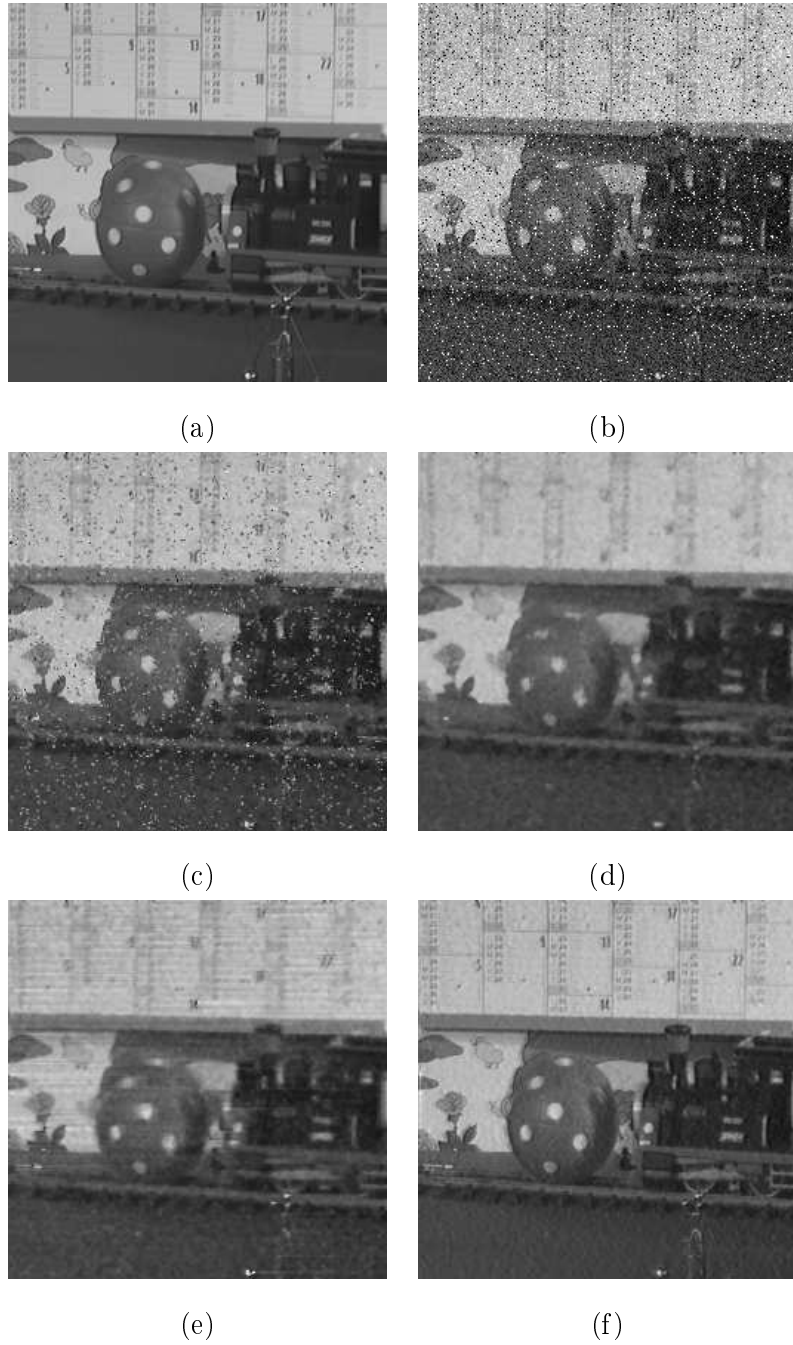


FIG. 9: Les résultats du filtrage de la troisième image de la séquence *Caltrain* corrompue par le bruit mixte gaussien, (a) image originale, (b) image bruitée, (c) résultat obtenu par le filtre MPA de taille $3 \times 3 \times 3$, (d) résultat obtenu par le filtre médian de taille $3 \times 3 \times 3$, (e) résultat obtenu par le L-filtre NLMS de taille $3 \times 3 \times 3$ et de pas de convergence ($\mu_0 = 0.8$), (f) résultat obtenu par le L-filtre NLMK de taille $3 \times 3 \times 3$ et de pas de convergence ($\mu_0 = 10^{-4}$).

Annexe : Comparaisons avec d'autres filtres

Publications

Journaux internationaux avec comité de lecture :

1. M. El Hassouni, E. Ibnelhaj and D. Aboutajdine. A motion compensated filter for channel equalization and video restoration. IEICE Transactions on Information and Systems, Vol. E86-D No. 6 pp. 1149-1153 Juin 2003.
2. M. El Hassouni, H. Cherifi and D. Aboutajdine. HOS-based image sequence noise removal. IEEE Transactions on image processing (Accepté).
3. M. El Hassouni, H. Cherifi. An adaptive L_p -norm filter for alpha-stable noise cancellation in still images. Soumis (2004).

Congrès internationaux avec comité de sélection et avec actes :

4. M. El Hassouni, H. Cherifi and D. Aboutajdine. Robust video analysis : Which statistics to use ?. Soumis à IEEE Workshop of Statistical Signal Processing SSP'05, Bordeaux, France.
5. D. Aboutajdine, H. Cherifi, M. El Hassouni. Which statistics for audio-visual data processing. Proc. of the Seventh International Workshop of the EU Network of Excellence DELOS on Audio-Visual Content and Information Visualization In Digital Libraries (AVIV-DiLib'05) (LNCS) Cortona, Italy, May 4-6, 2005.
6. M. El Hassouni, H. Cherifi. Spatio-temporal weighted myriad filter for alpha-stable noise removal in video sequences. Proc. de International Workshop on Signals, Systems and Image Processing IWSSIP, septembre 2004, Pologne.
7. M. El Hassouni, H. Cherifi. Alpha-stable noise reduction in video. Proc. de International Conference on Image Analysis and Recognition ICIAR 2004 (LNCS). Septembre 29 - Octobre 1, 2004, Porto, Portugal.

Publications

8. M. El Hassouni, H. Cherifi and D. Aboutajdine. A fractional lower order statistics based filtering scheme for alpha-stable noise suppression in Video sequences. Proc. of 2nd International Symposium on Image/Video Communications over fixed and mobile networks Brest, France 7 - 9 july 2004.
9. M. El Hassouni, H. Cherifi. Noise reduction in color video sequences using multichannel motion-compensated L-filter. Proc. of IEEE ICIP 2003, Volume : 3, Pages : 369 - 372. Sept. 14-17, 2003. Barcelone, Spain.
10. M. El Hassouni, H. Cherifi. A 2-D adaptive L_p -norm filter for impulsive noise cancellation in still images. Proc. of ISSPA 2003, 7th IEEE International Symposium on Signal Processing and its Applications, Pages :449 - 452, vol. 1, 1-4 July 2003, Paris, France.
11. M. El Hassouni, H. Cherifi. HOS-based filtering scheme for stereo image compression. Proc. of EC-VIP-MC 2003, 4th EURASIP Conference focused on Video/Image Processing and Multimedia Communications, Pages : 531 - 537, vol. 2, 2-5 July 2003, Zagreb, Croatia.
12. M. El Hassouni, H. Cherifi and D. Aboutajdine. Recursive implementation of spatio-temporal LMK L-filters for noise removal in video sequences. Proc. of ISSPIT'02, 2nd IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology. December 18-21, Marrakesh, Morocco.
13. M. El Hassouni, H. Cherifi. Recursive signal-dependent L-filter for non-Gaussian noise removal from video sequences. Proc of IWSSIP'02, International Workshop on Systems, Signals and Image Processing. November 7-8, 2002- Manchester, United Kingdom.
14. M. El Hassouni, H. Cherifi. A motion-compensated signal-dependent filter for video restoration. Proc of ICCVG'02, International Conference on Computer Vision and Graphics, 25-29 September, 2002, Zakopane, Poland.
15. M. El Hassouni, H. Cherifi and D. Aboutajdine. An adaptive motion-compensated filter using cumulants. Proc of VIPromCom '02, 4th EURASIP-IEEE International Symposium on Video Processing and Multimedia Communications. Pages : 267 - 271. 16-19 June 2002, zadar, Croatia.
16. E. Ibnelhaj, M. El Hassouni and D. Aboutajdine. Spatio-temporal 3-D Volterra Filtering for Video Sequences Degraded by Nonlinear Channel. Proc. de TAIMA'01. Traitement et Analyse d'Images : Méthodes et Applications. 7-14 October, 2001, Hammamet, Tunisie.

17. M. El Hassouni, E. Ibnelhaj and D. Aboutajdine. Spatiotemporal Adaptive 3-D Volterra Equalizer for Video Restoration. Proc. of IEEE Workshop on Multimedia Signal Processing MMSP'01. Pages :173 - 178. October 3-5, 2001, Cannes, France.
18. M. El Hassouni, H. Cherifi and D. Aboutajdine. An Efficient Spatio-temporal Filter for Noise Reduction in Video Sequences. Proc of VIPromCom '01, 3rd International Symposium on Video Processing and Multimedia Communications. 13-15 June 2001 zadar, Croatia.
19. M. El Hassouni, H. Chérifi and D. Aboutajdine. Spatio-temporal adaptive 3-D LMS L -filter for Noise Reduction in Image Sequences. Proc of ICISP'01, International Conference on Image and Signal Processing. Agadir, Maroc, 3-4 May 2001.
20. E. Ibnelhaj, M. El Hassouni and D. Aboutajdine. A Spatio-temporal Adaptive Volterra Filter for Channel Equalization and Video Restoration. Proc. de CSS'01. International Conférence on Com- munications, Signaux et Systèmes, INPT-AMSE, Rabat, Maroc 19-21 Mars 2001.
21. M. El Hassouni, S. Rital, A. Bretto, H. Chérifi and D. Aboutajdine. Image Modeling by Hyper- graphs : Application to Noise Cancellation. Proc de VI'2000, Vision Interface Conference. Montréal, Canada 14-17 Mai 2000.
22. M. El Hassouni, A. Bretto, H. Chérifi et D. Aboutajdine. La modélisation d'images par Hypergraphe : Application à la détection de contours. ISIVC'2000, International Symposium on Image Vidéo Communications over Fixed and Mobile Networks. Rabat, Maroc 17-20 Avril 2000.

Congrès nationaux avec comité de sélection et avec acte :

23. M. El Hassouni, H. Cherifi. Un schema de filtrage base bloc pour la compression d'images stéréoscopiques bruitées . Proc. de CORESA'04, Lille, 25-26 Mai 2004.
24. M. El Hassouni, H. Cherifi. Filtrage adaptatif multi-composante pour l'amélioration des séquences vidéo couleur. Proc. de CORESA'03, Lyon, 16-17 Janvier 2003.
25. M. El Hassouni, H. Chérifi et D. Aboutajdine. Débruitage Vidéo par Statistiques d'Ordre supérieur. Proc. de CORESA'01. 12-13 Novembre, 2001, Dijon, France.

Publications

Bibliographie

- [AAW81] E. Ataman, V.K. Atare, and K.M. Wong. Some statistical properties of median filters. *IEEE Transactions on ASSP*, 29 :1073–1075, Octobre 1981.
- [AB95] P.O. Amblar and J.M. Brossier. Adaptive estimation of the fourth-order cumulant of white stochastic process. *Signal processing*, 42 :37–42, 1995.
- [AG91] J.M. Anderson and G.B. Giannakis. Noise insensitive image motion estimation algorithms using cumulants. In *Proc. ICASSP 91*, volume 4, pages 2721–2724, Toronto, Canada, Mai 1991.
- [AG95] J.M. Anderson and G.B. Giannakis. Image motion estimation algorithms using cumulants. *IEEE Trans on Image Processing*, 4(3) :346–357, mar 1995.
- [AH77] H.C. Andrews and B.R. Hunt. *Digital image restoration*. Prentice-Hall, Inc., 1977.
- [AK97] J. Astola and P. Kuosmanen. *Fundamentals of nonlinear digital filtering*. CRC Press, FL, 1997.
- [AL64] V.R. Algazi and R.M. Lerner. Binary detection in white non-gaussian noise. Technical report, M.I.T. Lincoln Lab, Lexington, MA, 1964.
- [AN91] M.B. Alp and Y. Neuvo. 3-dimensional median filters for image sequence processing. In *IEEE Proc. ICASSP*, volume 4, pages 2917–2920, Toronto, Canada, Mai 1991.
- [Ana89] P. Anandan. Computational framework and an algorithm for the measurement of visual motion. *International Journal of Computer Vision*, 2 :283–310, 1989.
- [AP00] G. Arce and G.L. Parades. Recursive weighted median filter structure admitting negative weights and their optimization. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 48(3) :768–779, 2000.

Bibliographie

- [Arc91] G.R. Arce. Multistage order statistic filters for image sequence processing. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 39 :1147–1163, Mai 1991.
- [Arc98] G. Arce. A general weighted median filter structure admitting negative weights. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 46(12) :3195–3205, 1998.
- [AS65] M. Abramowitz and I.A. Stegun. *Handbook of Mathematical Functions*. Dover, New York, 1965.
- [ATC97] G. Aydine, O. Tanrikulu, and E. Cetin. Robust least mean mixed norm adaptive filtering for α -stable random processes. In *Proc. of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, pages 2296–2299, Hong Kong, Juin 1997.
- [AWJ90] A.A. Amini, T.E. Weymouth, and R.C. Jain. Using dynamic programming for solving variational problems in vision. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 12(9) :855–867, septembre 1990.
- [BAOC04] P. Bourdon, B. Augereau, C. Olivier, and C. Chatellier. Débruitage de séquences dimages couleur par diffusions anisotropes spatiale et temporelle couplées. In *Proc. RFIA*, Toulouse, Janvier 2004.
- [Bar01] Horace Barlow. Redundancy reduction revisited. *Network : Computation in Neural Systems*, 12(3) :241–253, 2001.
- [BB98] K.J. Boo and N. K. Bose. A motion-compensated spatio-temporal filter for image sequences with signal-dependent noise. *IEEE Transaction on Circuits and Systems for Video Technology*, 8(3) :287–298, juin 1998.
- [Bes86] J. Besag. On the statistical analysis of dirty pictures. *Journal of royal statistical society, series B*, 48, 1986.
- [BHM83] A.C. Bovik, T. Huang, and D.C. Munson. A generalization of median filtering using linear combinations of order statistics. *IEEE Transactions on ASSP*, 31(6) :1342–1350, 1983.
- [BK95] J.C. Brailean and K. Katsaggelos. Simultaneous recursive displacement estimation and restoration of noisy-blurred image sequences. *IEEE Transactions on Image Processing*, 4(9) :1236–1251, 1995.
- [BKE⁺95] J.C. Brailean, R.P. Kleihorst, S. Efstratiadis, K. Katsaggelos, and R.L. Lagendijk. Noise reduction filters for dynamic image sequences : A review. *Proceedings of the IEEE*, 83(9) :1272–1292, 1995.

- [BPT88] M. Bertero, T. Poggio, and V. Torre. Ill-posed problems in early vision. *Proc. IEEE*, 76 :869–889, Aout 1988.
- [BRS97] S. Bhattacharya, N.C. Ray, and S. Sinha. 2-d signal modeling and reconstruction using third-order cumulants. *Signal Processing*, 62 :61–72, 1997.
- [BS71] R. Blattberg and T. Sargent. Regression with non-gaussian stable disturbances : Some sampling results. *Econometrica*, 39 :501–510, May 1971.
- [Bui98] O. Buisson. *Analyse de séquences d'images haute résolution*. PhD thesis, Université de la Rochelle, 1998.
- [BY90] B.W. Brorsen and S.R. Yang. Maximum likelihood estimates of symmetric stable distribution parameters. *Communications on Statistics-Simulation*, 19(4) :1459–1464, 1990.
- [BZ87] A. Blake and A. Zisserman. *Visual reconstruction*. MIT Press, 1987.
- [CB85] D.B. Cline and P.J. Brockwell. Linear prediction of arma processes with infinite variance. *Stochastic Processes and Their Applications*, 19 :281–296, 1985.
- [CGN96] W.G. Chen, G.B. Giannakis, and N. Nandhakumar. Spatio-temporal approach for time varying global image motion estimation. *IEEE Trans. On Image Processing*, 5(10) :1448–1461, Octobre 1996.
- [Cha01] L. Chanas. *Méthodes variationnelles pour la restauration de séquences d'images fortement dégradées. Application aux images infrarouges éblouies par laser*. PhD thesis, Université de Cergy-Pontoise, Octobre 2001.
- [CLL97] F. Charot, C. Labit, and P. Lemonnier. Architectural study of a block-recursive motion estimation algorithm. *Real-Time Imaging*, 3 :111–128, 1997.
- [CM81] S. Cambanis and G. Miller. Linear problems in p^{th} order and stable processes. *SIAM J. Appl. Math.*, 41 :43–69, Aout 1981.
- [CS91] C.L. Chan and B.J. Sullivan. Nonlinear model-based spatio-temporal filtering of image sequences. In *IEEE Proc. ICASSP*, volume 4, pages 2989–2992, Toronto, Canada, Mai 1991.
- [CZC03] M.K. Chan, A. Zerguine, and CFN Cowan. An optimized normalized lmf algorithm for sub-gaussian noise. In *Proc. of ICASSP*, pages 377–380, Hong Kong, China, Avril 2003.

Bibliographie

- [Dec96] A. Decesare. *Algorithmes rapides de restauration des signaux : Application à l'imagerie médicale*. PhD thesis, Université de Paris XI Orsay, 1996.
- [Dek01] F. Dekeyser. *Restauration de séquences d'images par des approches spatio-temporelles : filtrage et super-résolution par le mouvement*. PhD thesis, Université de Rennes 1, November 2001.
- [DF96] R. Deriche and O. Faugeras. Les edp en traitement des images et vision par ordinateur. *Traitement du Signal*, 13(6), 1996.
- [DF01] David L Donoho and Ana Georgina Flesia. Can recent innovations in harmonic analysis 'explain' key findings in natural image statistics? *Network : Computation in Neural Systems*, 12(3) :371–393, 2001.
- [DM95] F. Dufaux and F. Moscheni. Motion estimation techniques for digital tv : A review and a new contribution. *Proc of the IEEE*, 83(6), 1995.
- [DS84] E. Dubois and S. Sabri. Noise reduction in image sequences using motion-compensated temporal filtering. *IEEE Transactions on Communications*, 32(7) :826–831, juillet 1984.
- [DuM73] W.H. DuMouchel. On the asymptotic normality of the maximum likelihood estimate when sampling from a stable distribution. *Annals of statistics*, 1 :948–957, 1973.
- [DV02] M.N. Do and M. Vetterli. Wavelet-based texture retrieval using generalized gaussian density and kullback-leibler distance. *IEEE Transactions on Image Processing*, 11(2) :146–158, Février 2002.
- [EBW92] M.P. Eckert, G. Buchsbaum, and A.B. Watson. Separability of spatiotemporal spectra of image sequences. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(12) :1210–1213, Decembre 1992.
- [EH81] B.S. Everitt and D.J. Hand. *Finite Mixture Distributions*. Chapman and Hall, 1981.
- [Elh00] E. Ibn Elhaj. *Méthodes robustes d'estimation du mouvement des séquences d'images bruitées : Application au codage*. PhD thesis, Université Mohammed v de Rabat, 2000.
- [ET92] A.T. Erdem and A.M. Tekalp. Linear bispectrum of signals identification of non-

- minimum phases fir system driven by colored input. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 40(6) :1469–1479, Juin 1992.
- [FAB98] A. Flaig, G.R. Arce, and K.E. Barner. Affine order statistic filters : medianization of linear fir filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 46(8) :2101–2112, 1998.
- [FB05] M.J. Fadili and L. Boubchir. Analytical form for a bayesian wavelet estimator of images using the bessel k form densities. *IEEE Transactions on Image Processing*, 14(2) :231–240, Fevrier 2005.
- [FLA99] M. Figueiredo, J. Leitão, and A.K.Jain. *Energy Minimization Methods in Computer Vision and Pattern Recognition*, volume 1654 of *Lecture Notes in Computer Science*, chapter On Fitting Mixture Models, pages 54 – 69. Springer Verlag, 1999.
- [FN99] C. Fan and N. M. Namazi. Simultaneous motion estimation and filtering of image sequences. *IEEE Transactions on Image Processing*, 8(12) :1788–1795, décembre 1999.
- [Fré24] M. Fréchet. Sur la loi des erreurs d’observation. *Matematicheskii Sbornik*, 32 :1–8, 1924.
- [GA96] J. G. Gonzalez and G. R. Arce. Weighted myriad filters : A robust filtering framework derived from alpha-stable distributions. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, volume 5, pages 2833–2836, Atlanta, GA, May 1996.
- [GDO00] A. Guérin-Dugué and A. Oliva. Classification of scene photographs from local orientations features. *Pattern Recognition Letters*, 21 :1135–1140, 2000.
- [GG84] S. Geman and D. Geman. Stochastic relaxation, gibbs distributions and the bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6(6) :721–741, Novembre 1984.
- [GG91] D. Geiger and F. Girosi. Parallel and deterministic algorithmd for mrf’s : surface reconstruction. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 13(5) :401–412, mai 1991.
- [GMG92] S. Geman, D.E. McClure, and D. Geman. A nonlinear filter for film retoration and other problems in image processing. *CVGIP : Craphical Models and Image Processing*, 54(4) :281–289, juillet 1992.

Bibliographie

- [HB89] L. Hong and D. Brzakovic. Bayesian restoration of image sequences using 3-d markov random fields. In *Proc. of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, pages 1413–1416, Glasgow, 1989.
- [HC02] M. El Hassouni and H. Cherifi. A motion-compensated signal-dependent filter for video restoration. In *Proc of International Conference on Computer Vision and Graphics*, Pologne, Septembre 2002.
- [HC03a] M. El Hassouni and H. Cherifi. A 2-d adaptive l_p -norm filter for impulsive noise cancellation in still images. In *Proc. of the 7th IEEE International Symposium on Signal Processing and its Applications*, volume 1, pages 449–452, Paris, France, July 2003.
- [HC03b] M. El Hassouni and H. Cherifi. Hos-based filtering scheme for stereo image compression. In *Proc. of the 4th EURASIP Conference focused on Video/Image Processing and Multimedia Communications*, pages 531–537, Zagreb, Croatia, Juillet 2003.
- [HC04a] M. El Hassouni and H. Cherifi. *Image Analysis and Recognition*, volume 2511 of *LNCS*, chapter Alpha-stable noise reduction in video sequences, pages 580–587. Springer-Verlag, 2004.
- [HC04b] M. El Hassouni and H. Cherifi. Spatio-temporal weighted myriad filter for alpha-stable noise removal in video sequences. In *Proc. of International Workshop on Systems, Signals and Image Processing*, Pologne, 2004.
- [HCA02] M. El Hassouni, H. Cherifi, and D. Aboutajdine. Recursive implementation of spatio-temporal lmk l-filters for noise removal in video sequences. In *Proc. of the 2nd IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology*, Marrakech, Maroc, 2002.
- [HCA05] M. El Hassouni, H. Cherifi, and D. Aboutajdine. Hos-based image sequence noise removal. *IEEE Transactions on Image Processing*, *accepté pour publication*, 2005.
- [Hee87] D.J. Heeger. Optical flow from spatio-temporal filters. In *Proc. Int. Conf. Comp. Vision*, pages 181–190, 1987.
- [HFL97] C. Huet, Y. Fuselier, and J. Leroux. Reconstruction d'images dégradées par la turbulence atmosphérique en utilisant les statistiques d'ordre supérieur. In *Sizième colloque GRETSI*, pages 571–574, Grenoble, Sept 1997.

- [HG96] T.E. Hall and G.B. Giannakis. Image modeling using inverse filtering criteria with application to textures. *IEEE Trans. on Image Processing*, 5 :938–949, 1996.
- [HH81] T.S. Huang and Y. P. Hsu. *Image sequence analysis*, chapter 4. Image sequence enhancement, pages 289–309. Springer-Verlag, 1981.
- [HK84] B.R. Hunt and O. Kübler. Karhunen-loeve multispectral image restoration, part i : Theory. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 32(3) :592–599, Juin 1984.
- [HKMMT89] M. Holschneider, R. Kronland-Martinet, J. Morlet, and P. Tchamitchian. *Wavelets, Time-Frequency Methods and Phase Space*, chapter A real-time algorithm for signal analysis with the help of the wavelet transform, pages 289–297. Springer-Verlag, 1989.
- [HOGD97] J. Héroult, A. Oliva, and A. Guérin-Dugué. Scene categorisation by curvilinear component analysis of low frequency spectra. In *Proc. of ESANN'97*, pages 91–96, Bruges, 1997.
- [HRRS86] F.R. Hampel, E.M. Ronchetti, P.J. Rousseeuw, and W.A. Stahel. *Robust statistics : The approach based on influence functions*. Wiley, New York, 1986.
- [HS81] B. Horn and B. Shunck. Determining optical flow. *Artificial Intelligence*, 17 :185–203, 1981.
- [HSK02] M-C. Hong, T. Stathaki, and A K. Katsaggelos. Iterative regularized least-mean mixed-norm image restoration. *Optical Engineering*, 41 :2515–2524, Oct 2002.
- [Hub72] P.J. Huber. Robust statistics : A review. *Ann. Math. Statist.*, 43(4) :1041–1067, 1972.
- [HW89] T.E. Hall and S.G. Wilson. Stochastic image modeling using cumulants with application to predictive image coding. In *Proc, Workshop on Higher-Order spectral Analysis*, pages 239–244, Vail, Co, 1989.
- [Hyv98] A. Hyvärinen. Sparse code shrinkage : Denoising of nongaussian data by maximum likelihood estimation. Technical Report A51, Helsinki University of Technology, Laboratory of Computer and Information Science, 1998.
- [IDPM99] E. Ibnelhaj, D.Aboutajdine, S. Pateux, and L. Morin. Ho-based method of global motion estimation for noisy image sequences. *IEE Electronics Letters*, 35(16) :1320–1322, Aout 1999.

Bibliographie

- [JL94] B. Jeong and Y.H. Lee. Design of weighted order statistic filters using perception algorithm. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 42 :3264–3269, 1994.
- [Jus81] B.I. Justusson. Median filtering : Statistical properties. In T.S. Huang, editor, *Two-Dimensional Digital Signal Processing II*, New York, 1981. Springer-Verlag.
- [JW87] L. Jacobson and H. Wechsler. Derivation of optical flow using a spatio-temporal frequency approach. *CVGIP*, 38 :29–65, 1987.
- [Kal98] Sudhakar Kalluri. *Nonlinear adaptive algorithms for robust signal processing and communications in impulsive environments*. PhD thesis, University of Delaware, 1998.
- [Kas88] S.A. Kassam. *Signal Detection in Non-Gaussian Noise*. Springer-Verlag, 1988.
- [KH96] D. Kundur and D. Hatzinakos. Blind image deconvolution. *IEEE Signal Processing Magazine*, May 1996.
- [KKEL91] A. K. Katsaggelos, R. P. Kleihorst, S. N. Efstratiadis, and R. L. Lagendijk. Adaptive image sequence noise filtering methods. In *Proc. SPIE Conf. Visual Communications and Image Processing*, pages 716–727, Cambridge, MA,, Novembre 1991.
- [KL91] S.J. Ko and Y.H. Lee. Center weighted median filters and their applications to image enhancement. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 38(9) :984–993, 1991.
- [KLB93] R.P. Kleihorst, R.L. Lagendijk, and J. Biemond. Noise reduction of severely corrupted image sequences. In *IEEE Proc. ICASSP*, Minneapolis, Minnesota, USA, Avril 1993.
- [KLB95] R. P. Kleihorst, R. L. Lagendijk, and J. Biemond. Noise reduction of image sequences using motion compensation and signal decomposition. *IEEE Transactions on Image Processing*, 4(3) :274–284, mars 1995.
- [Koe84] J.J. Koenderink. The structure of images. *Biol Cyber*, 50 :363–370, 1984.
- [Kok98] A.C. Kokaram. *Motion picture restoration*. Springer-Verlag, 1998.
- [Kor98] Pierre Kornprobst. *Contribution à la restauration d'images et à l'analyse de séquences : Approches variationnelles et solutions de viscosité*. PhD thesis, Université de Nice, 1998.

- [Kou81] I.A. Koutrouvelis. An iterative procedure for the estimation of the parameters of stable laws. *Communications on Statistics-Simulation*, 10(1) :17–28, 1981.
- [KP92] C. Kotropoulos and I. Pitas. Constrained adaptive lms l -filters. *Signal Processing*, 26 :335–358, 1992.
- [KR92] A. Kokaram and P. Rayner. A system for the removal of impulsive noise in image sequences. In *In SPIE Visual Communications and Image Processing*, pages 322–331, November 1992.
- [KRF98] Ercan E. Kuruoglu, Peter J. W. Rayner, and William J. Fitzgerald. Least l_p -norm impulsive noise cancellation with polynomial filters. *Signal Processing*, 69 :1–14, 1998.
- [Kur98] E.E. Kuruoglu. *Signal Processing in α -stable environments : A Least l_p norm approach*. PhD thesis, University of Cambridge, 1998.
- [Lap74] P.S. Laplace. Mémoire sur la probabilité des causes par les évènements. *Mémoires de Mathématique et de Physique*, 6 :621–656, 1774.
- [Lee80] J.S. Lee. Digital image enhancement and noise filtering by use of local statistics. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2(2) :165–168, Mars 1980.
- [Lim80] J.S. Lim. Image restoration by short spectral subtraction. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 28(2) :191–197, Avril 1980.
- [LR82] K.S. Lii and M. Rosenblatt. Deconvolution and estimation of transfer function phase and coefficients for non gaussian linear processes. *Ann. Statist.*, 10 :1195–1208, 1982.
- [MAGB82] A.H. Money, J. F. Affleck-Graves, and G.D.I. Barr. The linear regression model : L_p -norm estimation and the choice of p . *Communications in Statist. Simulation Comput*, 11(1) :89–109, 1982.
- [Mai98] B. Maison. *Adaptive operators and higher order statistics for digital image processing*. PhD thesis, Université Catholique de Louvain, Septembre 1998.
- [Mal98] Stéphane Mallat. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Academic Press, 1998.
- [Mar92] R. March. Visual reconstruction with discontinuities using variational methods. *Image and vision computing*, 10(1) :30–38, Janvier-Fevrier 1992.

Bibliographie

- [MB96] A. Mitiche and P. Bouthemy. Computation and analysis of image motion : A synopsis of current problems and methods. *International Journal of Computer Vision*, 19(1) :29–55, 1996.
- [Men91] J.M. Mendel. Tutorial on higher order statistics (spectra) in signal processing and system theory : Theoretical results and some applications. *Proc. IEEE*, 79(3) :277–305, Mar 1991.
- [ML84] D. Martinez and J.S. Lim. Implicit motion compensated noise reduction of motion video scenes. In *Proceeding of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, pages 375–378, San Diego, 1984.
- [MN95] X. Ma and C.L. Nikias. Parameter estimation and blind channel identification in impulsive signal environments. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 12 :2884–2897, Dec 1995.
- [MPG85] H.G. Musmann, P. Pirsh, and H.J. Grallert. Advances in picture coding. *Proc. IEEE*, 73 :549–575, avril 1985.
- [MS87a] P. Maragos and R.W. Schafer. Morphological filters. part i : Their set-theoretic analysis and relations to linear shift-invariant filters. *IEEE Transactions on ASSP*, 35 :1153–1169,, 1987.
- [MS87b] P. Maragos and R.W. Schafer. Morphological filters. part ii : Their relations to median, order-statistic, and stack filters. *IEEE transactions on ASSP*, 35 :1170–1184, 1987.
- [MT72] J.H. Miller and J. B. Thomas. Detectors for discrete-time signals in non-gaussian noise. *IEEE Transactions on Information Theory*, 18, 1972.
- [MT76] J.H. Miller and J. B. Thomas. The detection of signals in impulsive noise modeled as a mixture process. *IEEE Transactions on Communications*, pages 559–563, Mai 1976.
- [Nag87] H.H. Nagel. On the estimation of optical flow : relations between different approaches and some new results. *Artificial Intelligence*, 33 :299–324, 1987.
- [NB91] L. Naaman and A.C. Bovik. Least-squares order statistic filters for signal restoration. *IEEE Transactions on ASSP*, 38(3) :244–257, 1991.
- [NG82] T.A. Nodes and N.C. Gallagher. Median filters : some modifications and their properties. *IEEE Transactions on ASSP*, 30(2) :739–746, 1982.

- [Nic92] H. Nicolas. *Hiérarchie de modèles de mouvement et méthodes d'estimation associées : Application aux séquences d'images*. PhD thesis, Université de Rennes I, IRISA, Septembre 1992.
- [NL91] H. Nicolas and C. Labit. Global motion identification for image sequence analysis and coding. In *Proceedings of ICASSP*, volume 4, pages 2825–2828, Toronto, Canada, May 1991.
- [NL92] H. Nicolas and C. Labit. Region-based motion estimation using deterministic relaxation schemes for image sequence coding. In *Proceedings of ICASSP*, volume 3, pages 265–268, San Francisco, California, March 1992.
- [NP93] C.L. Nikias and A.P. Petropulu. *Higher-order spectra analysis : A non linear framework*. Prentice-Hall, 1993.
- [NR79] A.N. Netravali and J.D. Robbins. Motion compensated television coding part i. *Bell Syst. Tech. Journal*, 58(3) :629–668, Avril 1979.
- [NS93] C.L. Nikias and M. Shao. *Signal Processing with alpha-stable Distributions and Applications*. John Wiley and Sons, New York, 1993.
- [OC96] M. Orkiz and P. Clarysse. Estimation du flot optique en présence des discontinuités : une revue. *Traitement du signal*, 13(5), 1996.
- [OEST92] M.K. Ozkan, A.T. Erdem, M.I. Sezan, and A.M. Tekalp. Efficient multiframe wiener restoration of blurred and noisy image sequences. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1(4) :453–475, octobre 1992.
- [OST93] M. K. Ozkan, I. Sezan, and A. M. Tekalp. Adaptive motion-compensated filtering of noisy image sequences. *IEEE Trans. Circ. and Syst. for Video Technology*, 3 :277–290, Aug 1993.
- [PM90] P. Perona and J. Malik. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-12(7) :629–639, July 1990.
- [PV92] I. Pitas and A.N. Venetsanopoulos. Order statistics in digital image processing. *Proc. IEEE*, 80 :1893–1921, 1992.
- [PZP03] A. Pizurica, V. Zlokolica, and W. Philips. Noise reduction in video sequences using wavelet-domain and temporal filtering. In *Wavelet Applications in Industrial Processing*, Providence, Rhode Island, USA, Octobre 2003. SPIE Conference.

Bibliographie

- [RN85] M.R. Raghuveer and C.L. Nikias. Bispectrum estimation : a parametric approach. *IEEE Trans. on ASSP*, 33 :1213–1230, 1985.
- [ROF92] L. Rudin, S. Oscher, and E. Fatemi. Non linear total variation based noise removal algorithms. *Physica D*, 60 :259–286, 1992.
- [Roo99] P.M.B. Van Roosmalen. *Restoration of archived film and video*. PhD thesis, Delf University of Technology, 1999.
- [Rud94] D L Ruderman. The statistics of natural images. *Network : Computation in Neural Systems*, 5(4) :517–548, 1994.
- [RWLB96] P.M.B. Van Roosmalen, S.J.P. Westen, R.L. Lagendijk, and J. Biemond. Noise reduction of image sequences using an oriented pyramid thresholding technique. In *Proc. of the IEEE International Conference on Image Processing*, pages 375–378, Lausanne, 1996.
- [Sam85] R. Samy. An adaptive image sequence filtering scheme based on motion detection. In *Proc. of SPIE - Architectures and Algorithms for Digital Image Processing*, volume 596, pages 135–144, 1985.
- [SFAH92] E.P. Simoncelli, W.T. Freeman, E.H. Adelson, and D.J. Heeger. Shiftable multiscale transforms. *IEEE Transactions on Information Theaory*, 38(2) :587–607, 1992.
- [SG92] B. Sadler and G.B. Giannakis. Shift and rotation invariants object reconstruction using the bispectrum. *Journal of Optical Society of America*, 9(1), Janvier 1992.
- [SGF96] E. Sayrol, A. Gasull, and J. R. Fonollosa. Motion estimation using higher order statistics. *IEEE Trans on Image Processing*, 15(2) :1077–1084, Juin 1996.
- [SGM90] A. Swami, G.B. Giannakis, and J.M. Mendel. Linear modeling of multidimensional non-gaussian processes using cumulants. *Multidimensional Syst. Signal Processing*, 1 :11–37, 1990.
- [SK99a] C. Stiller and J. Konrad. Estimating motion in image sequences : A tutorial on modeling and computation of 2d motion. *IEEE Signal Process. Mag.*, 16 :70–91, July 1999.
- [SK99b] C. Stiller and J. Konrad. Estimation motion in image sequence. *IEEE Signal Proce Magazine*, pages 70–91, Juillet 1999.

- [SL96] J. Song and Y.H. Lee. Linear combination of weighted order statistic filters : Canonical structures and optimal design. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 43(5) :349–362, 1996.
- [SLSZ03] A. Srivastava, A.B. Lee, E.P. Simoncelli, and S-C. Zhu. On advances in statistical modeling of natural images. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 18(1) :17–33, Jan 2003.
- [SNG95] E. Sayrol, C.L. Nikias, and Gasul. Image restoration using the w-slice method. *IEEE Trans. on Image Processing*, 4(6), Juin 1995.
- [SO01] Eero P Simoncelli and Bruno A Olshausen. Natural image statistics and neural representation. *Annual Review of Neuroscience*, 24(1) :1193–1216, 2001.
- [SST00] S.H. Seo, M.R. Azimi Sadjadi, and B. Tian. A least-squares-based 2-d filtering scheme for stereo image compression. *IEEE transactions on image processing*, 9(11) :1967–1972, Nov 2000.
- [Stu78] B.W. Stuck. Minimum error dispersion linear filtering of scalar symmetric stable processes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 23(3) :507–509, 1978.
- [Sub23] M.T. Subbotin. On the law of frequency of errors. *Matematicheskii Sbornik*, 31 :296–301, 1923.
- [TC94] O. Tanrikulu and A.G. Constantinides. Least-mean kurtosis : A novel higher-order statistics based adaptive filtering algorithm. *Electronic Letters*, 30(3) :189–190, Fév 1994.
- [TE89] A.M. Tekalp and A.T. Erdem. Higher-order spectrum factorization in one and two dimensions with applications in signals modeling and non-minimum phases system identification. *IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing*, 37 :1537–1549, Oct 1989.
- [TG92] M.K. Tsatsanis and G.B. Giannakis. Object and texture detection and classification using higher order statistics. *IEEE Trans on Pattern analysis and Machine Intelligence*, pages 733–750, Juillet 1992.
- [TL94] G. Tziritas and C. Labit. *Motion analysis for image sequence coding*. Elsevier, Amsterdam, 1994.
- [TO03] A. Torralba and A. Oliva. Statistics of natural image categories. *Network :computation in neural systems*, 14 :391–412, 2003.

Bibliographie

- [Tug89] J. K. Tugnait. Time delay estimation in unknown spatially correlated gaussian noise using higher order statistics. In *Proc. 23rd Asilomar Conf. Signals, Syst., Comput.*, pages 211–215, Pacific Grove, CA, 1989.
- [Tur77] J.W. Turkey. *Exploratory Data Analysis*. Addison-Wesley : Reading, MA, 1977.
- [Tya81] S.G. Tyan. Median filtering : Deterministic properties. 1981.
- [vdSvH96] A. van der Schaaf and J. H. van Hateren. Modelling the power spectra of natural images : Statistics and information. *Vision Research*, 36(17) :2759–2770, septembre 1996.
- [Ver89] S. Verdu. *Advances in Communication and Signal Processing*, chapter Recent Progress in Multiuser Detection. Springer-Verlag, 1989.
- [WBSS04] Zhou Wang, Alan C. Bovik, Hamid R. Sheikh, and Eero P. Simoncelli. Image quality assessment : from error measurement to structural similarity. *IEEE transactions on image processing*, 13(1), 2004.
- [WCG86] P.D. Wendt, E.J. Coyle, and N.C. Gallagher. Stacks filters. *IEEE Transactions on ASSP*, 34(4) :1473–1475, 1986.
- [Wol73] S.J. Wolfe. On the local behavior of characteristic function. *Ann. Prob.*, 1(5) :862–866, 1973.
- [WW84] E. Walach and B. Windrow. The least mean fourth (lmf) adaptive algorithm and its family. *IEEE Transactions on Information theory*, 30(2) :275–283, Mars 1984.
- [YYG⁺95] R. Yang, L. Yin, M. Gabbouj, J. Astola, and Y. Neuvo. Optimal weighted median filtering under structural constraints. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 43(3) :591–604, 1995.
- [ZC93] J. Zerubia and R. Chelappa. Mean field annealing using compound gauss-markov random fields for edge detection and image estimation. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 4 :703–709, 1993.
- [Zol57] V.M. Zolotarev. Mellin-stieljes transforms in probability theory. *Theory Prob. Appl.*, 2(4) :433–460, 1957.
- [Zol83] V.M. Zolotarev. *One-dimensionnal Stable Distributions*. American Mathematical, Providence, Rhode Island, 1983.

Résumé

Dans ce document, nous nous intéressons au débruitage de séquences vidéo en présence de perturbations fortement impulsives. Ces perturbations additives qui peuvent être rencontrées lors de l'acquisition, de la transmission ou compression des flux vidéo ne peuvent être modélisées de façon adéquate par une distribution gaussienne.

Pour aborder ce problème deux types de solutions sont généralement adoptées : les méthodes paramétriques et les méthodes non paramétriques.

Dans une première partie, nous proposons d'utiliser des statistiques d'ordre supérieur. Les algorithmes proposés sont comparés aux techniques basées sur les statistiques du second ordre. L'évaluation expérimentale des performances met en valeur l'intérêt d'une telle approche.

Dans une seconde partie, nous proposons de modéliser le processus perturbateur par une loi α -stable. Les traitements issus de cette modélisation montrent l'efficacité de l'approche proposée en terme de gain en SNR et de temps de calcul.

Mots-clés : débruitage, bruit impulsif, statistiques d'ordre supérieur, α -stable, séquences d'images, estimation du mouvement, filtrage spatio-temporel.

Abstract

In this document, we are interested to the video denoising in the presence of heavily impulsive perturbations. These additive perturbations which can occur during acquisition, transmission or compression of video flows cannot be modelled in an adequate way by a Gaussian distribution. To address this problem two types of solutions are generally adopted : parametric methods and non-parametric methods.

In a first part, we propose to use the higher order statistics (HOS). The HOS-based algorithms are compared with the techniques based on the second order statistics (SOS). The experimental evaluation of the performances emphasizes the interest of such approach.

In a second part, we propose to model the perturbation process by the α -stable distribution. The treatments resulting from this modelling show the effectiveness of the approach suggested in term of SNR and computational time gain.

Keywords : denoising, impulsive noise, higher order statistics, α -stable, image sequences, motion estimation, spatio-temporal filtering.