



HAL
open science

Vibration de films de savon

Sébastien Kosgodagan Acharige

► **To cite this version:**

Sébastien Kosgodagan Acharige. Vibration de films de savon. Physique [physics]. Université Denis Diderot - Paris 7, 2014. Français. NNT: . tel-01372309

HAL Id: tel-01372309

<https://hal.science/tel-01372309>

Submitted on 27 Sep 2016

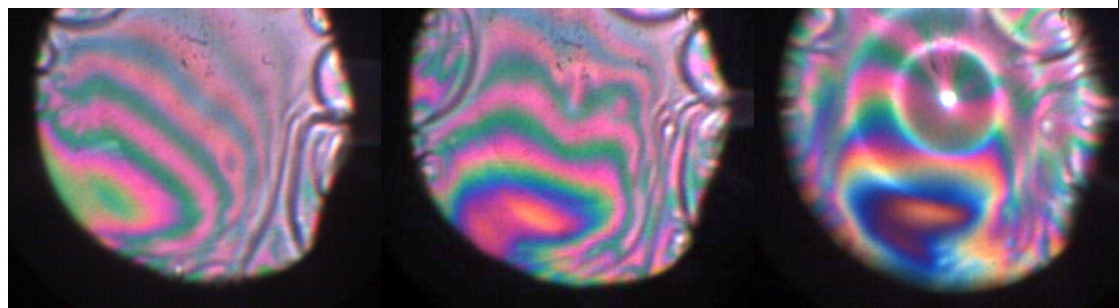
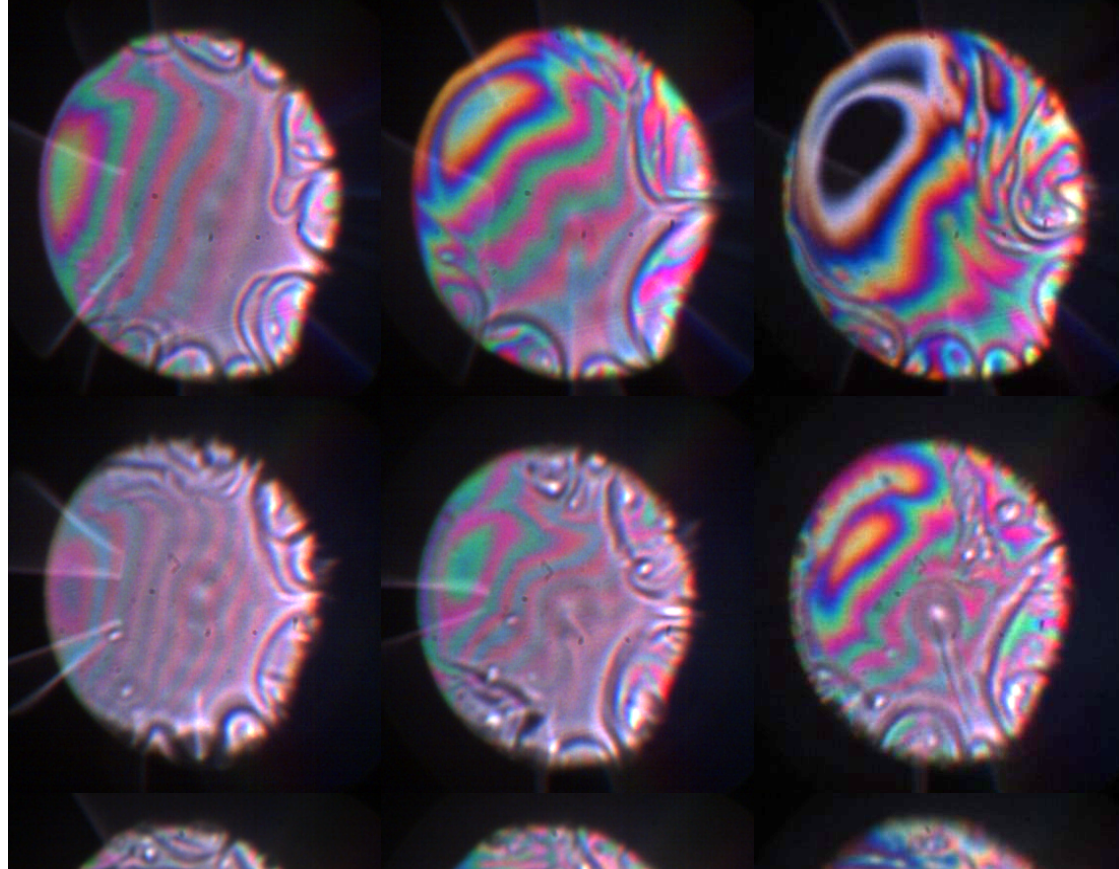
HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de doctorat – spécialité Physique

Vibration de films de savon

Sébastien KOSGODAGAN ACHARIGE



Sébastien KOSGODAGAN ACHARIGE

*a présenté et soutenu publiquement le 28 novembre 2014
sa thèse pour l'obtention du titre de*

Docteur de l'Université Paris Diderot

—
spécialité : Physique

Vibration de films de savon :

Composition du jury :

| | |
|----------------------|--|
| Directrices de thèse | Caroline DEREK Florence ELIAS |
| Rapporteurs | Isabelle CANTAT Olivier PITOIS |
| Examineurs | Jean-Marc DI MEGLIO Dominique LANGEVIN Christophe RAUFASTE |

Résumé

Les mousses liquides font partie de la vie de tous les jours : dans la tasse de cappuccino le matin, dans la vaisselle du soir, ainsi que dans les sodas accompagnés de mentos. Cette matière très aérienne (64% d'air au minimum) est un excellent milieu pour absorber les vibrations, quelques couches de bulles suffisent à diminuer fortement l'intensité d'une onde acoustique passant au travers. Présentement, presque tous les modèles existants pour les mousses liquides ne traitent que des temps longs, cette propriété d'atténuation des vibrations est décrite dans très peu de modèles. Pour décrire ces propriétés, on décide d'étudier la vibration individuelle d'un des éléments constitutifs des mousses liquides, les films de savon.

En mesurant la relation de dispersion d'un film, ainsi que l'amplitude de vibration en fonction de la fréquence, on parvient à mesurer la dissipation d'un film unique, ce qui nous permet de mieux comprendre les mécanismes de dissipation dans une mousse liquide.

Abstract

Liquid foams are a common occurrence in our daily lives : in the cappuccino cup in the morning, when washing dishes the evening, or when Mentos are immersed in a carbonated drink. This light material is mainly constituted of air (64% at least) and is an excellent damper for vibrations, since a few layers of bubbles are enough to strongly reduce the intensity of a propagating acoustic wave. At the moment, almost every model used to describe liquid foams focus on long-time behaviour and this dampening property is described only by a few models. To describe these properties, we decide to study the individual vibration of a soap film, which is an elementary brick of a liquid foam.

By measuring the dispersion relation, and the vibration amplitude as a function of frequency, we can measure the dissipation for a single soap film, which allows us to have a better understanding of the dissipation occurring in a liquid foam.

Remerciements

Un travail de thèse dure trois ans au minimum. Pour mener à bien cette entreprise, le concours de beaucoup de personnes est indispensable. Il est donc essentiel de leur rendre hommage ici, en préambule de ce manuscrit.

En premier lieu, je tiens à remercier mes directrices de thèse Florence et Caroline, pour avoir accepté de me diriger, de m'avoir prodigué de précieux conseils qui m'ont permis de mener à bien ce projet de thèse, merci à vous. Je tiens également à remercier Isabelle Cantat et Olivier Pitois, qui ont accepté de lire ce manuscrit, ainsi qu'à Jen-Marc Di Meglio, Dominique Langevin et Christophe Raufaste pour avoir accepté de faire partie du jury.

Je remercie également le laboratoire MSC, dont l'ambiance exceptionnelle favorise les échanges d'idées entre ses membres ainsi que le travail remarquable d'accompagnement à la recherche, notamment Jacques, Jean-Louis, Laurent, Mathieu, Arnaud, Alexandre, David, Jean, Booboo, Nadine, Lucie et Carole, leurs expertises respectives m'ont été d'une grande aide au cours de cette formation. De même que le laboratoire, l'école doctorale Matière Condensée et interfaces (ED 518) maintenant l'école doctorale Physique en Ile de France (ED 564), a su me soutenir et je tiens à remercier Thomas, Joëlle et Sylvie à cet égard.

Au quotidien de ces trois années, mes interlocuteurs les plus fréquents ont été mes camarades de bureau, je souhaite donc dire un grand merci à : Mathieu, Juliette, Claire, Wang Xi, Liunchun, Olivier, Renaud, Marie-Lys, Amandine, Estelle, ainsi qu'aux nombreux

stagiaires qui sont passés par la case 911 A. Je remercie également tous les autres doctorants du laboratoire, qui ont entretenu une ambiance conviviale et qui sont restés ouverts aux discussions.

Je voudrais également remercier les personnes extérieures au laboratoire, qui ont participé indirectement à la réalisation de ce travail. Tout d'abord mes colocataires, PA, Ron, Vincent, Zab, Ju, Yann et Hannibal pour les soirées tranquilles. Puis mes amis de longue date, Mojo, Mouss, Pitch et Chaman, avec lesquels je passe toujours des bons moments de détente et des supers (et rares) week-ends à la baule ou en Lozère. Enfin, je voudrais remercier ma famille, en particulier ma mère, mon frère et mes oncles, qui m'ont toujours soutenu en toutes circonstances, je leur dois beaucoup, encore merci.

Sommaire

| | |
|--|-----------|
| Résumé & Abstract | 5 |
| Remerciements | 9 |
| Sommaire | 11 |
| Introduction | 15 |
| 1 Généralités sur les films | 27 |
| 1.1 Les tensioactifs aux interfaces | 28 |
| 1.1.1 définition | 28 |
| 1.1.2 tension de surface | 29 |
| 1.1.3 Viscoélasticité de surface | 30 |
| 1.2 Stabilité et drainage des films | 34 |
| 1.2.1 le potentiel DLVO | 34 |
| 1.2.2 Drainage | 35 |
| 1.3 Les films en vibration | 39 |
| 1.3.1 Les modes de vibration transverses | 39 |
| 1.3.2 Phénomènes non-linéaires | 41 |
| 2 Relation de dispersion | 45 |
| 2.1 Équations fondamentales | 46 |
| 2.2 Recherche de solutions | 50 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 2.3 | Conditions aux interfaces | 52 |
| 2.3.1 | Contraintes interfaciales | 52 |
| 2.3.2 | Forces visqueuses | 54 |
| 2.4 | Viscoélasticité interfaciale | 56 |
| 2.5 | Dans l'air | 57 |
| 2.6 | Relation de dispersion | 59 |
| 3 | Profilométrie du film | 63 |
| 3.1 | Simplification de la relation de dispersion | 64 |
| 3.2 | Matériel et méthodes | 66 |
| 3.2.1 | Principe de la mesure | 66 |
| 3.2.2 | Solutions moussantes | 67 |
| 3.2.3 | Dispositif | 69 |
| 3.2.4 | Analyse des données | 79 |
| 3.3 | Mesures de k' , A_0 et φ_0 pour un scan | 82 |
| 3.4 | Partie réelle de k en fonction de f | 84 |
| 3.5 | Partie imaginaire de k | 86 |
| 3.5.1 | Courbes de résonance | 86 |
| 3.5.2 | Mesure de k'' et comparaison avec la théorie | 87 |
| 3.6 | Conclusion | 92 |
| 4 | Ombroscopie des films | 95 |
| 4.1 | Problématique | 96 |
| 4.2 | Matériel et méthodes | 97 |
| 4.2.1 | Solutions moussantes | 97 |
| 4.2.2 | Dispositif Expérimental | 99 |
| 4.2.3 | Déroulement d'une expérience | 108 |
| 4.2.4 | Analyse d'images | 109 |
| 4.3 | Résultats expérimentaux | 111 |
| 4.3.1 | films de savon utilisés | 111 |
| 4.3.2 | Courbes $\lambda(f)$, $c(k)$ et $c^{-2}(\lambda)$ | 112 |
| 4.4 | Résultats | 116 |
| 4.4.1 | Comparaison à la théorie | 116 |
| 4.4.2 | Films de TTAB | 120 |
| 4.4.3 | Films de SLES+CAPB+MAc | 126 |
| 4.5 | Conclusion | 130 |

| | |
|----------------------|------------|
| 5 Conclusion | 133 |
| Bibliographie | 137 |

Introduction

Citation

- Prenom NOM

Généralités sur les mousses



FIGURE 1 – À gauche : mousse de polyuréthane. À droite : blancs d’œufs montés en neige.

La mousse est un objet du quotidien. L’exemple qui nous vient à l’esprit en premier quand on parle de mousse est celle que l’on crée

soi-même quand on utilise du savon et de l'eau dans le but de nettoyer une surface grasse. Un autre exemple de mousse auquel on peut penser est celui des ballons en mousse de polyuréthane que les enfants utilisent pour jouer sans se blesser ni endommager les objets alentours. On remarque pour ces deux exemples que le terme mousse renvoie à deux types d'objets ayant des points communs et des caractéristiques différentes.

En effet, la mousse de savon tout comme la mousse des ballons ont un volume principalement constitué d'air, d'où le faible poids de ces objets. Cependant, en s'intéressant aux propriétés mécaniques de ces objets, on remarque que la mousse de savon peut s'écouler tel un liquide tandis que dans le cas de la mousse de polyuréthane, ses propriétés sont proches d'un solide très déformable. Afin de différencier les mousses pouvant s'écouler de celles ne pouvant pas s'écouler on parlera respectivement de mousses liquides et de mousses solides.

La plupart des mousses solides proviennent de mousses liquides dont on a solidifié la partie liquide. Outre la mousse de polyuréthane, les mousses isolantes, les éponges synthétiques et la mie de pain sont autant d'exemples de mousses solides que nous avons eu l'occasion de pouvoir manipuler.

En ce qui concerne les mousses liquides, en dehors des mousses de savon, on trouve comme exemples très courants la mousse à raser, la mousse de bière, les blancs d'œufs montés en neige (Fig.1 à droite) ainsi que les spectaculaires geysers que l'on observe lorsqu'on introduit certains bonbons à la menthe dans des bouteilles de sodas [11]. Il est également intéressant de noter qu'il est possible de trouver de la mousse liquide à l'état naturel : l'écume que l'on trouve sur les plages et quelque fois dans certaines rivières.

Si l'on trouve autant de mousses dans notre quotidien, c'est que leurs particularités sont extrêmement intéressantes. On utilise des mousses solides pour isoler thermiquement des pièces. Les chambres anéchoïques électromagnétiques voient leurs murs, sol et plafond recouvert d'une mousse solide [28] absorbant les ondes électromagnétiques incidentes sur ces murs, empêchant ainsi toute réflexion sur les parois de telles chambres.

On utilise également des mousses dans un but alimentaire. La mousse au chocolat ou encore l'île flottante sont des mousses que l'on mange. La gastronomie moléculaire, développée au cours de ces vingt dernières années utilise des mousses [14], comme la mousse d'huile d'olive. L'intérêt d'utiliser des mousses est de diminuer la densité, augmenter la surface de contact et améliorer la texture de la nourriture.

Un usage encore différent est celui pharmaceutique, pour lequel on va mettre les produits existants sous forme de mousse pour augmenter le volume et la surface de couverture du produit avec un minimum de produit actif [2]. Cette propriété de couverture est également utilisée pour les extincteurs à mousse carbonique qui permettent donc d'éteindre un feu avec plus d'efficacité qu'un extincteur classique.

Notre intérêt se porte exclusivement sur les mousses liquides et leur propriétés.

les études de référence

Comme indiqué plus haut, il est possible de trouver des mousses liquides dans la nature. De ce fait, les mousses sont connues de l'humanité depuis quelques millénaires au moins, leur apparition dans des mythes de l'antiquité le témoigne [26].

Du point de vue scientifique, les bulles de savon, un des éléments constituant une mousse, sont étudiées au moins depuis le *XVII^{ème}* siècle. Les travaux de Hooke [7] et Newton [35, 36] traitent essentiellement des irisations que l'on peut observer à la surface de ces dernières, servant d'exemple pour théoriser la nature de la lumière. Un demi-siècle plus tard, Leidenfrost [31] effectue des expériences sur les bulles de savon. Il explique entre autre l'éclatement des bulles de savon, bien que son interprétation du phénomène soit erronée. Cette explication est la suivante : il considère une partie grasseuse pour le film liquide, laquelle se dissocierait de la partie aqueuse pour former une pellicule mince sur la surface extérieure de la bulle, contractant cette dernière. Il considère également que la partie aqueuse possède une force orientée vers l'extérieur de la bulle. Si l'équilibre entre les forces de la partie grasseuse et aqueuse est rompu, la bulle éclate. Quelques années plus tard, Lagrange [29] définit le problème de surface minimale. Ce

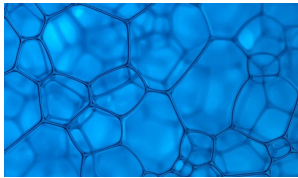
problème est le suivant : étant donné un contour fermé d'une forme arbitraire, trouver, si elle existe, la surface la plus petite s'appuyant sur ce contour. Au début du *XIX^{ème}* siècle, Laplace [30] établit la relation entre courbure et pression de part et d'autre d'une interface. Ces travaux ne concernent pas directement les bulles et les mousses liquides, mais Plateau [40], effectue une étude sur les mousses en s'appuyant sur les travaux de Lagrange et Laplace. Cette étude définit les lois de Plateau, qui permettent de comprendre l'arrangement des bulles dans une mousse liquide : elle constitue une étude de référence sur les mousses liquides.

Qu'est-ce qu'une mousse ?

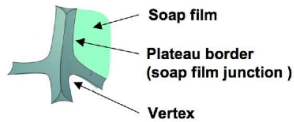
Afin de mieux comprendre ce qu'est une mousse liquide, nous allons procéder par étapes, en observant une mousse à différentes échelles.



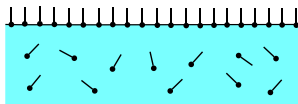
(a)
1m - 1cm



(b)
1cm - 100 μm



(c)
100 μm - 1 μm



(d)
10 \AA - 1 \AA

FIGURE 2 – une mousse : plusieurs échelles à considérer : échelle macroscopique (a), échelle mésoscopique (b), échelle microscopique (c), échelle nanoscopique (d).

Il semble naturel de commencer par l'échelle macroscopique, qui

correspond à la taille des objets que nous pouvons observer à l'œil nu. À cette échelle, une mousse liquide ressemble à un milieu continu. Cependant, une mousse est composée de deux phases. Ces dernières étant difficiles à distinguer, on voit la mousse liquide comme un milieu continu et homogène. Dans la figure 2 (a), on peut observer une mousse liquide à l'échelle macroscopique, cette mousse est la mousse de lait qui caractérise un cappuccino.

En regardant de plus près une telle mousse, on parvient à observer un empilement de bulles dont la taille varie, que l'on peut voir sur la figure 2 (b). Cette échelle est dite mésoscopique, et ces observations peuvent être réalisées sans microscopie dans certains cas.

À l'échelle microscopique, on peut observer les jonctions entre bulles, qui observent les lois de Plateau [40]. On définit les objets élémentaires de la mousse (Fig 2 (c)) : en considérant une bulle comme un polyèdre, les films de savon sont les faces, les bords de Plateau les arêtes et les vertex les sommets du polyèdre. Les lois de Plateau sont les suivantes :

- La courbure moyenne d'un film de savon est constante.
- les films de savon se rejoignent par trois aux bords de Plateau en formant un angle de 120° .
- les bords de Plateau se rejoignent par quatre à un vertex en formant un angle de $109,47^\circ$.

En passant à une échelle encore plus petite, on arrive à l'échelle nanoscopique. Il est possible de décrire les phénomènes qui se produisent à cette échelle, bien qu'on ne puisse les observer directement. La zone décrite est l'interface liquide-gaz. En cet endroit existent des molécules qui ont la particularité de s'adsorber à l'interface liquide-gaz, un schéma de cette interface est donné en figure 2 (d). Ces molécules sont des tensioactifs [10], qui ont comme particularité d'être amphiphile, car elles possèdent une partie hydrophile et une partie hydrophobe. C'est cette particularité qui favorise leur présence à l'interface liquide-gaz. En fonction de la mousse liquide considérée, les molécules tensioactives ne sont pas les mêmes ; dans le cas de la bière ou des blancs montés en neige, on trouvera des protéines, tandis que l'on trouvera des détergents dans les mousses de savon. Ces molécules sont essentielles à l'existence d'une mousse, puisque leur présence crée une force répulsive entre les inter-

faces des bulles, permettant ainsi de stabiliser les films de savon.

En décrivant une mousse liquide à des échelles différentes comme on vient de le faire, on se rend compte que la structure d'un tel objet est complexe et différente à toutes les échelles, il faut donc considérer une mousse liquide comme un système multi-échelles.

La physique des mousses liquides : état des lieux au commencement de la thèse

Une mousse liquide est un matériau composite, car composé de deux phases. De plus, la structure interne de la mousse liquide étant organisée, ses propriétés sont différentes de la juxtaposition des propriétés de ses constituants. À titre d'exemple, la vitesse du son dans de l'eau a une valeur qu'on situe aux alentours de 1500 m.s^{-1} et la vitesse du son dans l'air a une valeur d'environ 340 m.s^{-1} . Dans une mousse liquide, la vitesse du son a comme ordre de grandeur $\sim 10^1 \text{ m.s}^{-1}$ [23]. On peut donc classer les vitesses dans cet ordre : $v_{mousse} < v_{air} < v_{eau}$. La vitesse du son dans une mousse n'est donc pas une moyenne des vitesses du son de ses constituants. Pour comprendre la complexité des propriétés macroscopiques des mousses, les études sur les mousses liquides se sont développées au cours des trente dernières années.

Les connaissances actuelles sur les propriétés des mousses concernent la structure, la rhéologie, le drainage et le vieillissement [46, 25, 42, 10]. Grâce aux techniques récentes de microfluidique [32, 15, 17], il est possible de contrôler la taille des bulles afin de créer des mousses dont la distribution de taille est reproductible, ainsi que des mousses monodisperses, qui sont composées de bulles ayant toutes la même taille. Cette technique a fait considérablement avancer la recherche sur les mousses.

Comme mentionné plus haut, l'ajout de tensioactifs permet de stabiliser une mousse. Cependant, les tensioactifs ne sont pas nécessairement les mêmes d'une mousse à l'autre et le type de tensioactif utilisé modifie certaines des propriétés des mousses. L'influence du type de tensioactifs sur les propriétés connues des mousses a été vérifiée en ce qui concerne le phénomène de drainage [18] et la stabilité [5] d'une mousse.

Toutes les études citées ci-dessus concernent les mousses liquides à l'équilibre ou en évolution sur des temps longs, très grands devant le temps de réarrangement des bulles. L'évolution de la mousse est considérée comme quasi-statique.

Cependant, il existe des phénomènes se produisant dans une mousse sur des temps courts. Dûs à leur brièveté et aux difficultés d'observation, peu d'études concernent les propriétés des mousses liquides aux temps courts. Parmi ces études, il y a par exemple les travaux de Durand et Stone [19] sur la relaxation d'une mousse bidimensionnelle après un réarrangement entre bulles, qui a permis de montrer que les propriétés viscoélastiques des interfaces liquide-gaz jouaient un rôle dans cette relaxation. Biance *et al.* [6] ont réalisé une étude sur le réarrangement de quatre bulles en trois dimensions, ce qui permet d'effectuer un pas vers la dynamique rapide d'une mousse 3D. Cette étude montre l'influence de la viscosité interfaciale dans le réarrangement de bulles mais ne retrouve pas l'influence de l'élasticité interfaciale du cas bidimensionnel de Durand et Stone. Aux temps courts, l'influence des tensioactifs est encore moins connue qu'aux temps longs. D'après une étude effectuée sur une bulle isolée [21], les propriétés élastiques des interfaces des bulles isolées augmentent avec la fréquence.

Dans le but de mieux connaître les propriétés des mousses liquides aux temps courts, on choisit d'étudier l'acoustique de ces matériaux.

Tout comme les propriétés aux temps courts, les connaissances au début de cette thèse sur l'acoustique des mousses liquides étaient peu développées. En acoustique, un des premiers objectifs est de pouvoir modéliser la vitesse du son et l'atténuation à partir des caractéristiques physiques du milieu de propagation. Afin d'établir un modèle, il est nécessaire de connaître l'ordre de grandeur de la vitesse du son dans une mousse. Comme indiqué précédemment, cette vitesse est de l'ordre de $10^1 m.s^{-1}$. Cette vitesse diminue lorsque la fraction liquide Φ (rapport entre le volume de gaz et le volume de la mousse) augmente, ce qui est mis en évidence expérimentalement [37].

Un modèle permettant d'obtenir une valeur de la vitesse du son proche de celles mesurées est le modèle de Wood [47]. Ce modèle est très général et concerne les milieux diphasiques. La vitesse du son dans

le cadre de ce modèle est :

$$c = \sqrt{\frac{1}{\langle \rho \rangle \langle \chi \rangle}}$$

avec

$$\begin{aligned} \langle \rho \rangle &= \Phi \rho_l + (1 - \Phi) \rho_g \\ \langle \chi \rangle &= \Phi \chi_l + (1 - \Phi) \chi_g \end{aligned} \tag{1}$$

On voit ici que la vitesse du son est l'inverse de la racine carrée du produit des compressibilités et densités effectives, respectivement $\langle \chi \rangle$ et $\langle \rho \rangle$, d'une mousse donnée. Les notations ρ_l et ρ_g sont respectivement les densités de la phase liquide et de la phase gazeuse et les notations χ_l et χ_g sont respectivement les compressibilités de la phase liquide et de la phase gazeuse. Ce modèle considère la mousse comme un milieu homogène pour lequel on peut définir des propriétés globales sans tenir compte de la complexité de la structure observée précédemment dans la Figure 2. Ce modèle permet d'obtenir des valeurs de la vitesse du son très proches des valeurs expérimentales pour les liquides bulleux, ce qui a été vérifié par *Commander et al.* [12]. La fraction liquide d'un liquide bulleux est proche de 1, tandis que la fraction liquide d'une mousse est proche de 0.

Dans le cas d'une mousse, le modèle de Wood prédit le bon ordre de grandeur pour la vitesse du son. Cependant les valeurs mesurées de la vitesse du son sont supérieures à celles prédites par le modèle de Wood [48, 23, 34]. Il est important de remarquer que pour des fractions liquides identiques, les valeurs mesurées dans ces articles ne sont pas les mêmes. La disparité entre les vitesses du son obtenues implique que d'autres paramètres sont à prendre en compte dans la modélisation de la vitesse du son. Ces paramètres pourraient être la fréquence, la structure et la physicochimie.

Un modèle prenant en compte les éléments de la structure d'une mousse a été récemment développé par Kann [27]. Ce modèle explique la vitesse de propagation du son dans la mousse par l'inertie des films de savon.

Des résultats encore plus récents indiquent également que la structure d'une mousse joue un rôle dans la propagation d'ondes acous-

tiques : en faisant se propager une onde acoustique à fréquence fixe au travers d'une mousse dont la taille des bulles varie au cours du temps, Ben Salem *et al.* [3] montrent que pour une fréquence et une taille de bulles données on observe un maximum d'atténuation.

On en déduit que s'il existe un phénomène de résonance dépendant de la taille des bulles, le rayon des bulles et leur distribution, ainsi que les éléments de la structure d'une mousse liquide doivent être pris en compte dans un modèle de propagation d'ondes acoustiques. De plus, les très récents résultats de Pierre *et al.* [38], montrent également un pic d'atténuation en faisant varier la fréquence pour une taille de bulles fixe et établissent un modèle permettant d'expliquer ce phénomène. Ce modèle prend en compte la vibration couplée des éléments constitutifs de la mousse, les films de savon et bords de Plateau. Dans ce modèle, à basse fréquence, tout le squelette liquide de la mousse est en vibration et la vitesse du son dans la mousse correspond au modèle de Wood et à haute fréquence, seuls les films sont en vibration, et la vitesse du son correspond au modèle de Kann.

En conclusion, les dernières expériences réalisées en acoustique des mousses liquides montrent l'importance de la structure interne d'une mousse liquide dans la réponse acoustique de ce milieu. La vibration de ces éléments de la structure interne d'une mousse est encore peu connue. Afin de confirmer les modèles macroscopiques, il est nécessaire de connaître la vibration individuelle de chaque élément, isolés sur des cadres.

Contexte et Objectifs

Comme nous avons pu le noter, la dynamique rapide et l'acoustique des mousses sont encore peu documentées, nous nous proposons donc d'étudier l'acoustique des mousses liquides afin de sonder la dynamique rapide des mousses.

Dans le but de réaliser cette étude, en considérant les mousses liquides comme un système multi-échelles, deux approches sont possibles. Une approche ascendante pour laquelle on étudie les comportements individuels et collectifs en vibration des éléments constitutifs d'une

mousse liquide : films de savon, bords de Plateau et vertex, dans le but de remonter aux propriétés d'une mousse à l'échelle macroscopique. Une approche descendante, pour laquelle on étudie la propagation d'ondes acoustiques à travers une mousse liquide dont on contrôle certains paramètres : fraction liquide, physicochimie, taille et distribution de taille des bulles, en prenant en compte les spécificités de la structure d'une mousse liquide.

Les travaux présentés dans la suite de ce manuscrit ont été réalisés dans le cadre du projet ANR SAMOUSSE, qui est l'acronyme de Sonde Acoustique pour les MOUSSEs liquides. La finalité de ce projet est de développer une sonde acoustique pour les mousses, qui permettrait de réaliser des mesures non-destructives des propriétés des mousses comme la taille des bulles.

Mes travaux concernent la vibration d'un des éléments constitutifs d'une mousse liquide, un film de savon. Le but principal est de vérifier le rôle des films de savon dans la propagation d'ondes acoustiques dans une mousse liquide. Cette étude est réalisée sur la vibration d'un film individuel isolé sur un cadre rigide. On choisit d'étudier la vibration d'un film de savon avant la vibration d'un bord de Plateau ou d'un vertex, car un film de savon est l'élément le plus simple du squelette aqueux d'une mousse liquide.

La finalité de ce travail sera de comprendre les mécanismes de vibration des films de savon. Dans la pratique, la mesure de la relation de dispersion complexe des films de savon, ainsi que l'étude des résonances des films de savon seront réalisées. L'étude des résonances nous permettra de mesurer la dissipation dans les films de savon et de faire la lumière sur l'origine de cette dissipation. Concernant la relation de dispersion, on effectuera des mesures avec deux méthodes différentes. Ces deux méthodes permettent de mesurer la longueur d'onde pour une fréquence donnée.

Plan de la thèse

Cette thèse est organisée de la manière suivante : après cette partie introductive, on détaillera ce qui est actuellement connu sur les

films de savon et leur vibration dans un premier chapitre. Dans le chapitre suivant, on détaillera le calcul théorique de la relation de dispersion complexe. On présentera dans le troisième chapitre une expérience concernant la mesure du profil du film en vibration. Les résultats obtenus à l'aide de cette méthode de profilométrie seront comparés aux résultats du calcul obtenus dans le chapitre précédent. On décrira dans le quatrième chapitre un dispositif de mesure de la longueur d'onde d'un film de savon en vibration par une méthode d'ombroscopie, dans le but de réaliser une mesure sans paramètre ajustable de la relation de dispersion afin de confirmer certaines des prédictions du modèle. On achèvera ce manuscrit par un chapitre de conclusion dans lequel on effectuera un bilan et une ouverture sur la suite des études à réaliser sur les films de savon.

Chapitre 1

Généralités sur les films

1.1 Les tensioactifs aux interfaces

1.1.1 définition

Un film de savon est principalement constitué de molécules d'eau. Cependant, créer un film d'eau pure est impossible. L'existence de films de savon est rendue possible par les molécules en présence dans la solution aqueuse : les tensioactifs, que l'on peut trouver dans le savon usuel, par exemple.

Ces molécules ont la particularité paradoxale d'être hydrophiles et hydrophobes. Cette propriété, qui leur vaut l'appellation d'amphiphile, prend ses origines au cœur de la structure de la molécule, composée de deux parties ayant des propriétés différentes. La première est constituée d'une chaîne carbonée de longueur variable, ne pouvant créer de liaison hydrogène avec les molécules d'eau, ce qui rend hydrophobe cette partie de la molécule. La seconde est un groupe (ou "tête") ionique (chargé positivement ou négativement) ou polaire (électriquement neutre), conférant à ces molécules une capacité à se solubiliser dans l'eau. On remarque aisément ces deux parties schématisées sur la figure 1.1 : la ligne brisée et l'atome d'azote chargé positivement représentant respectivement la chaîne carbonée et la tête ionique.

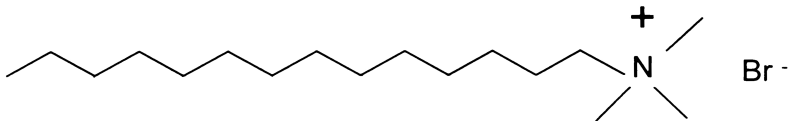


FIGURE 1.1 – La molécule de TTAB (Tetradecyl Trimethyl Ammonium Bromide) en solution aqueuse.

Ces molécules se placent préférentiellement aux interfaces entre deux phases, la partie hydrophile dans la phase aqueuse et la partie hydrophobe dans l'autre phase (air, huile,...).

1.1.2 tension de surface

Plus on ajoute de tensioactifs en solution, plus la concentration de surface en tensioactifs augmente. Si ces molécules sont solubles dans l'eau, on en trouvera aussi bien en surface qu'en volume, et ces molécules respecteront un équilibre thermodynamique entre concentration de surface Γ et de volume C . La concentration de volume et la tension de surface à l'équilibre γ_{eq} sont reliés par l'expression suivante [10, p. 94] :

$$\gamma_{eq} = \gamma_{eau\ pure} - k_B T \Gamma_\infty \ln \left(1 + \frac{C}{C_a} \right) \quad (1.1)$$

Avec C_a , k_B et T , qui sont respectivement la concentration de Szyszkowski (qui donne le rapport adsorption/désorption), la constante de Boltzmann et la température. Cette relation est établie pour des molécules qui n'interagissent pas entre elles, avec une possibilité de s'adsorber à une interface et aussi de s'en désorber. Ce lien entre C et γ signifie que les variations de C induisent des variations de γ .

Lorsque la surface devient saturée en tensioactifs, et que l'on augmente la quantité de ces molécules en solution, on passe un seuil de concentration que l'on nomme concentration micellaire critique (cmc). De plus, étant donné que la surface est complètement saturée en tensioactifs, la tension de surface reste constante si l'on augmente la concentration en tensioactifs au-delà de la cmc. Au-delà de la concentration micellaire critique, les molécules tensioactives s'auto-assemblent dans le volume sous forme de sphères. Cette configuration sous forme de sphère est nommée micelle. Si le liquide est de l'eau ou un autre liquide polaire, les tensioactifs se disposent avec la tête polaire à l'extérieur de la sphère et la queue hydrophobe à l'intérieur. Si le liquide est organique, ce seront les queues hydrophobes qui seront orientées vers l'extérieur de la sphère, que l'on nomme alors micelle inverse.

1.1.3 Viscoélasticité de surface

effet Marangoni

L'effet Marangoni, est un phénomène de transport induit par un gradient de tension de surface. Un exemple courant utilisé pour illustrer ce phénomène est celui des "larmes du vin".

Lorsqu'on déguste un vin, on observe parfois des gouttes sur la paroi intérieure du verre, qui sont les larmes du vin. Après dégustation, il se crée sur la paroi intérieure du verre une fine pellicule de vin. Sous cette forme de couche mince, l'alcool contenu dans la fine pellicule s'évapore plus rapidement que le vin dans le reste du verre. Or, l'eau alcoolisée possède une tension de surface plus faible que l'eau pure, ce qui signifie que lorsque l'alcool s'évapore, le liquide de la pellicule possède une tension de surface plus élevée que le liquide dans le reste du verre. Cette différence de tension de surface crée une force, qui va provoquer un écoulement de liquide depuis le réservoir (le vin dans le verre) jusqu'à la pellicule, c'est l'effet Marangoni. Ce liquide s'écoule verticalement dans la pellicule jusqu'à la ligne triple délimitant le verre, l'air et la pellicule et s'y accumule sous forme de bourrelet. Lorsque le poids du bourrelet est trop important par rapport aux forces capillaires, le bourrelet se déstabilise en gouttes qui s'en écoulent pour retomber dans le réservoir, et ressemblent à des larmes.

Dans le cas d'un film de savon, un gradient de tension de surface peut provenir d'une variation locale de concentration surfacique de tensioactifs, ce qui implique que l'effet Marangoni peut être mis en jeu dans un film de savon.

Cas d'une interface dilatée/comprimée (viscoélasticité dilatationnelle)

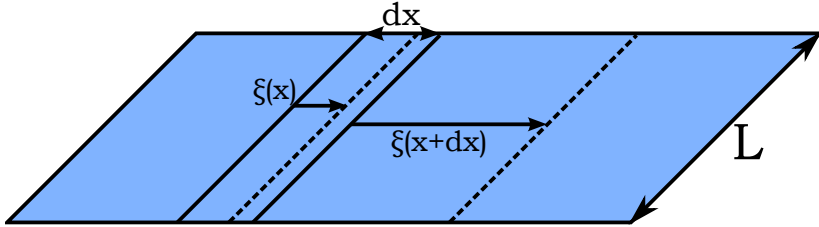


FIGURE 1.2 – Une interface liquide gaz dilatée horizontalement

Prenons le cas d'une dilatation (figure 1.2) d'une interface : soit $A(t) = Ldx$ la surface considérée à l'instant t . À l'instant $t + dt$, le film s'est étiré horizontalement d'une quantité $\xi(x + dx) - \xi(x)$ avec ξ le déplacement horizontal. On en déduit la relation entre la variation d'aire et la dilatation :

$$dA = L(\xi(x + dx) - \xi(x)) \Rightarrow dA = L \frac{\partial \xi}{\partial x} dx \Rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (1.2)$$

La variation de tension de surface s'exprime alors :

$$\gamma = \gamma_{eq} + d\gamma = \gamma_{eq} + A \frac{d\gamma}{dA} \frac{dA}{A} = \gamma_{eq} + \tilde{\epsilon} \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (1.3)$$

avec $\tilde{\epsilon} = \epsilon' + i\epsilon''$ le module complexe viscoélastique qui s'exprime ainsi (d'après [33]) :

$$\tilde{\epsilon} = A \frac{\partial \gamma}{\partial A} \quad (1.4)$$

Ce calcul, relie la déformation d'un film de savon (par exemple lors d'une vibration) à une élasticité et viscosité de surface par le biais d'une modification de tension de surface. Dans les cas limites (fréquence nulle, ou élevée), la partie réelle ϵ' du module viscoélastique correspond à l'élasticité de surface. Quant à la partie imaginaire ϵ'' , elle correspond à la viscosité de surface.

Le modèle de Lucassen [10] donne les expressions suivantes pour ϵ' et ϵ'' :

$$\begin{cases} \epsilon' &= \epsilon_0 \frac{1 + \Omega}{1 + 2\Omega + 2\Omega^2} \\ \epsilon'' &= \epsilon_0 \frac{\Omega}{1 + 2\Omega + 2\Omega^2} \end{cases}, \text{ avec } \Omega^2 = \frac{D}{2\omega} \left(\frac{dC}{d\Gamma} \right)^2 \quad (1.5)$$

Avec D le coefficient de diffusion volumique du tensioactif considéré, ω la pulsation de la déformation imposée, ϵ_0 l'élasticité maximale théorique et Ω^2 le rapport entre le temps caractéristique de forçage $\frac{1}{\omega}$ et le temps caractéristique de retour à l'équilibre des concentrations de surface et de volume $\left(\frac{1}{D} \left(\frac{d\Gamma}{dC} \right)^2 \right)$. Ce modèle considère que les échanges entre surface et volume sont pilotés par la diffusion, et qu'il n'y a pas de barrière énergétique pour l'adsorption/désorption à l'interface.

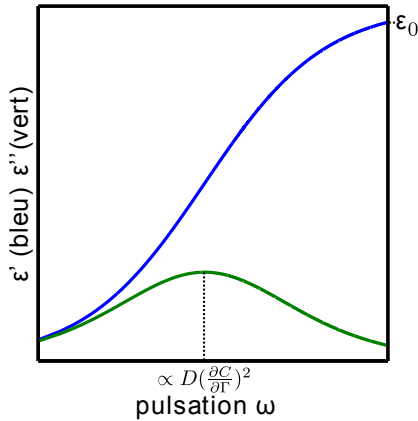


FIGURE 1.3 – Allure des variations de l'élasticité de surface ϵ' et de la viscosité de surface ϵ'' pour le modèle de Lucassen, en fonction de la pulsation ω .

Pour une déformation d'aire dA sans variation du nombre N de

molécules en surface, on déduit de l'équation 1.4 l'élasticité maximale :

$$\epsilon_0 = -\Gamma \frac{d\gamma}{d\Gamma} \quad (1.6)$$

Le terme ϵ_0 est le module élastique de Gibbs-Marangoni. Cette valeur est correcte si et seulement si les molécules adsorbées à la surface ne varient pas en nombre (N constant, avec $\Gamma = \frac{N}{A}$). Cette situation se réalise de deux manières différentes, soit les tensioactifs sont insolubles, soit aucun processus d'adsorption/désorption n'a lieu au cours de l'intervalle de temps pendant lequel le film de savon se déforme, ce qui correspond à des déformations rapides. Il n'y a donc pas le temps pour des échanges de molécules entre surface et volume, soit $\epsilon'' = 0$. Dans la figure 1.3, l'élasticité de surface ϵ' sature à haute fréquence et la viscosité de surface ϵ'' est nulle. Si la déformation de surface se déroule de manière quasi-statique, l'équilibre entre concentration de surface et de volume est toujours atteint, on obtient donc $\epsilon' = 0$ et $\epsilon'' = 0$ pour des tensioactifs solubles, ce qu'on peut voir dans la figure 1.3 pour des basses fréquences (ω petit).

Le modèle ici décrit uniquement la viscoélasticité de surface dilatationnelle, à laquelle il faut ajouter une viscoélasticité de cisaillement de surface si l'on veut rendre compte de toute la rhéologie de l'interface.

1.2 Stabilité et drainage des films

1.2.1 le potentiel DLVO

L'effet de peuplement de surface par les molécules tensioactives confère aux interfaces d'un film de savon une répulsion mutuelle, ce qui stabilise le film liquide, et justifie l'existence de bulles et films de savon. Par ailleurs, beaucoup d'objets ayant pour propriété de s'accumuler à des interfaces (macromolécules, colloïdes, etc.) permettent de stabiliser des films minces, en se plaçant aux interfaces schématisé dans la figure 1.4.

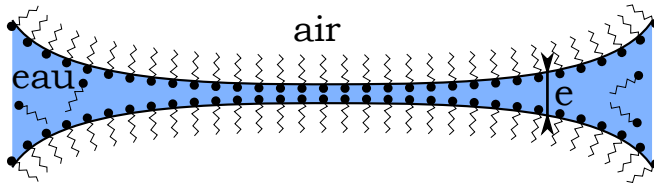


FIGURE 1.4 – Un film de savon en vue de coupe, les tensioactifs sont ici schématisés (la tête chargée est remplacée par un disque) et ne sont pas à l'échelle.

Cet effet répulsif a deux sources distinctes, la première étant une répulsion électrostatique des têtes chargées (dans le cas d'un tensioactif chargé), la seconde une répulsion stérique. Ces deux effets répulsifs équilibrent un effet antagoniste, dont le rôle est joué ici par les forces attractives de van der Waals. En combinant les énergies potentielles associées à chaque phénomène, on obtient l'expression du potentiel DLVO¹ [10], dont on peut observer l'allure dans la figure 1.5.

1. En hommage à Derjaguin, Landau Verwey et Overbeek.

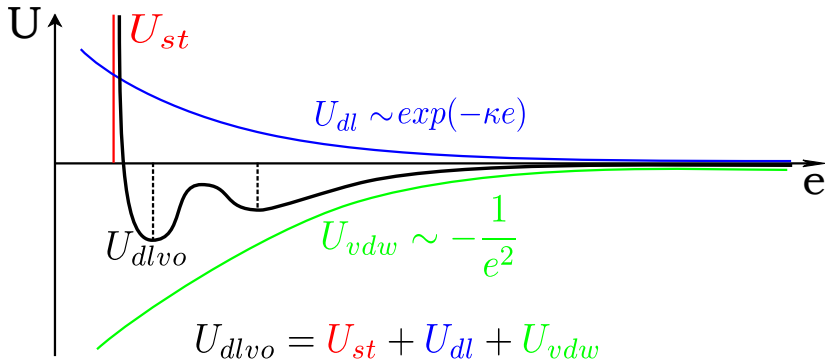


FIGURE 1.5 – Allure du potentiel U_{dlvo} avec U_{dl} le potentiel électrostatique, U_{st} la répulsion stérique, U_{vdw} le potentiel de van der Waals et κ l'inverse de la longueur de Debye, en fonction de l'épaisseur e du film de savon.

Ce potentiel comporte deux puits séparés par une barrière. Dans le cas où les tensioactifs sont chargés, il existe donc deux épaisseurs d'équilibre pour un film de savon, une première autour de quelques dizaines de nanomètres, qui correspond à l'épaisseur dite du "film noir commun" et une seconde de quelques nanomètres, qui correspond à l'épaisseur du "film noir de Newton".

1.2.2 Drainage

À sa création, un film est généralement doté d'une épaisseur de quelques microns. Il est possible de s'en assurer rapidement par les couleurs que l'on peut observer sur le film qui correspondent aux interférences de la lumière visible. Avec des épaisseurs d'équilibre aussi petites devant la taille du film à sa création (deux à trois ordres de grandeur), on imagine aisément qu'au cours du temps, l'épaisseur du film en son centre va diminuer, ce qu'on appelle phénomène de drainage.

Le drainage est relié à la durée de vie du film. Dès sa création, un film est fragile et donc susceptible d'éclater. Or, le phénomène de drainage implique une diminution de l'épaisseur du film, ce qui fragilise

le film plus encore. Donc, plus le temps passe et plus la probabilité de voir le film éclater augmente.

En ralentissant le drainage, il est donc possible d'augmenter la durée de vie du film, car un film drainant lentement se fragilise moins rapidement et donc allonge sa durée de vie. Un moyen de ralentir le drainage est d'augmenter la viscosité du film. Pour augmenter la durée de vie du film, il est également possible de limiter l'évaporation de ce dernier.

le gradient de pression

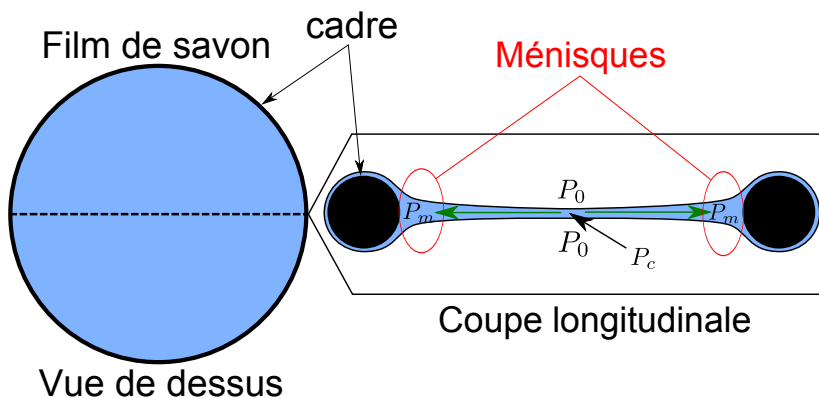


FIGURE 1.6 – A gauche, film de savon horizontal suspendu sur un cadre circulaire vu de dessus. A droite plan de coupe le long d'un diamètre du film.

D'après le potentiel DLVO, la force attirant les interfaces entre elles est la force de van der Waals. Cependant cette force est négligeable lorsque le film a une épaisseur de quelques microns, ce qui est le cas après la création du film. En dehors des forces de van der Waals, il existe d'autres forces mettant en œuvre un écoulement qui fasse diminuer l'épaisseur du film. Comme pour tous des écoulements, c'est un gradient de pression qui en est à l'origine. Une fois de plus, plusieurs phénomènes

peuvent créer ce gradient de pression, parfois de manière conjointe.

Tous les films de savon suspendus sur des cadres ont une épaisseur définie à leur bord par la taille du cadre sur lequel ils sont suspendus. L'épaisseur imposée au niveau du cadre décroît rapidement près de ce dernier, cette zone de décroissance rapide est nommée ménisque et est schématisée sur le schéma 1.6 dans les zones cerclées de rouge. La partie centrale du film elle, est plane. La loi de Laplace [30] permet de connaître la différence de pression de part et d'autre de l'interface. Au niveau du ménisque du film, on peut écrire :

$$P_0 - P_m = \gamma K_m \quad (1.7)$$

Avec K_m la courbure moyenne du ménisque et P_0 la pression du gaz de part et d'autre du film (on suppose que le film est dans l'air). Au centre du film, la courbure est nulle car le film est plan, on en déduit que $P_0 = P_c$, la pression dans le liquide au centre du film. Il nous est possible de connaître le signe de la courbure moyenne du ménisque K_m , qui est positif car le centre de courbure du ménisque est dans l'air. On en déduit que $P_0 > P_m \Rightarrow P_c > P_m$. Cette différence de pression dans le liquide ($P_c > P_m$) est motrice d'un écoulement du centre du film vers le ménisque, schématisé par les flèches vertes dans la figure 1.6.

De plus, dans le cas où le film n'est pas parfaitement horizontal, il existe une différence de potentiel de pesanteur entre deux points du dit film ce qui donne lieu à un déplacement de liquide vers le point de plus faible altitude.

les types d'écoulements de drainage

En fonction des propriétés des interfaces (viscoélasticité), plusieurs types d'écoulement peuvent se produire, en allant d'un écoulement de Poiseuille avec un éventuel glissement aux interfaces jusqu'à l'écoulement bouchon, comme illustré, dans la figure 1.7.

Un film de savon possède une interface mobile si les tensioactifs qui sont adsorbés en surface sont mobiles, c'est à dire libres de se déplacer sur l'interface (petite viscosité de cisaillement surfacique). Le profil de vitesse de l'écoulement de drainage d'un tel film est un écoulement

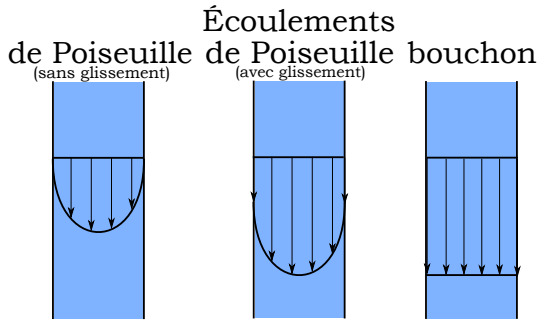


FIGURE 1.7 – Les profils de vitesses théoriques (indiqué par les flèches) possibles lors du drainage d'un film de savon. Les interfaces sont de plus en plus mobiles de gauche à droite.

bouchon. Inversement, si les molécules tensioactives sont peu ou pas mobiles dans le plan de l'interface (grande viscosité de cisaillement surfacique), on dit que le film est rigide, et l'écoulement de drainage présente un profil de vitesse de Poiseuille avec une vitesse de glissement dépendant de la mobilité, moins les molécules sont mobiles, plus faible sera la vitesse de l'écoulement à la paroi.

1.3 Les films en vibration

1.3.1 Les modes de vibration transverses

Au milieu du $XX^{\text{ème}}$ siècle, G.I. Taylor [43] montre l'existence de plusieurs modes de vibration transverses sur un film de savon, un mode symétrique où les deux interfaces se déplacent en opposition de phase (figure 1.8 (b)) et un mode antisymétrique où les deux interfaces se déplacent en phase, la propagation de l'onde n'induisant aucune variation d'épaisseur (figure 1.8 (a)). Généralement, on observe seulement les modes antisymétriques, les modes symétriques étant très amortis d'après Boudaoud [8].



FIGURE 1.8 – Les modes de vibration transverses hydrodynamiques : antisymétrique (a) et symétrique(b).

On ne s'intéressera dans la suite de ce manuscrit qu'aux modes antisymétriques. Jusqu'à présent seuls l'article d'Afenchenko *et al.*[1] présente une mesure expérimentale de la relation de dispersion du film en vibration. La mesure concerne un film librement suspendu dans une boîte fermée. Afenchenko *et al.* imposent la fréquence ($f = \frac{\omega}{2\pi}$) de vibration à l'aide d'un haut-parleur et mesurent la longueur d'onde ($\lambda = \frac{2\pi}{k}$) en ombroscopie. On peut en observer les résultats en figure 1.9. Boudaoud *et al.* [9] effectuent également une mesure de longueur d'onde, cependant, contrairement à Afenchenko *et al.* ces mesures ne sont pas effectuées dans un régime linéaire, comme le témoigne le mode de vibration observé en figure 1.10, pour lequel l'épaisseur et l'amplitude du film sont libres de varier pour une fréquence de vibration fixe. De plus, ce phénomène rend le film résonant à toutes fréquences, ce qui n'est pas possible dans le cas linéaire.

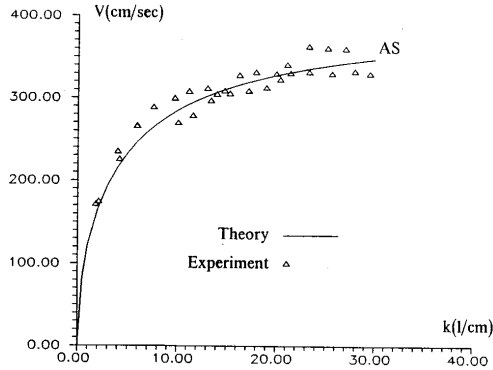


FIGURE 1.9 – La mesure de relation de dispersion (célérité V en fonction du nombre d'onde k), tirée de [1]

La propagation est dispersive, puisque $\frac{\omega}{k}$ dépend de k . L'épaisseur du film n'est pas mesurée, et est un paramètre d'ajustement pour la courbe en trait plein, dont l'expression est la suivante :

$$V = \sqrt{\frac{2\gamma}{\rho e + 2\rho_a/k}} \quad (1.8)$$

Avec ρ et ρ_a les masses volumiques de l'eau et de l'air. Le caractère dispersif de la propagation est dû à l'air, le seul terme dépendant de k étant le terme d'inertie de l'air. Cette expression est obtenue en supposant que l'eau et l'air sont deux fluides parfaits, et que la visco-élasticité interfaciale est nulle. La vitesse de phase est alors donnée par le rapport entre la force de rappel (dûe à la tension de surface γ) et les termes inertiels. Compte tenu de la faible épaisseur des films de savon, l'inertie de l'air, qui est mis en mouvement sur une longueur de l'ordre de la longueur d'onde ($\propto 1/k$) de part et d'autre du film, ne peut être négligée. Notons que Couder *et al.* [13] donnent une expression similaire à un facteur numérique près pour le terme d'inertie de l'air.

1.3.2 Phénomènes non-linéaires

Lorsqu'un film vibre, si l'amplitude de vibration est suffisamment grande, certains phénomènes non-linéaires peuvent se manifester. Dans notre cas, il est important de connaître ces phénomènes afin de se placer dans des conditions telles que ces effets ne se mettent pas en œuvre.

Auto-adaptation

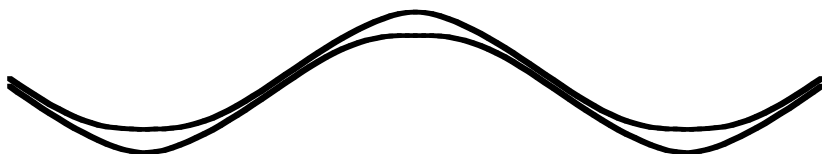


FIGURE 1.10 – Allure du profil d'un film de savon en vibration une fois auto-adapté, le film est plus épais aux ventres de vibration. Extrait de [9].

Lorsqu'un film de savon est mis en vibration à une fréquence donnée, on peut observer (via les déplacements de franges d'interférences) un écoulement du liquide le constituant, induit par les oscillations mécaniques du film.

La première observation du phénomène est celle de Taylor [44], mais reste qualitative. Bergmann remarque ce phénomène (figure 4(f) de [4]) et fait le lien entre la répartition de l'épaisseur dans le film et nœuds et ventres de vibration. Cela signifie que l'épaisseur du film s'est auto-organisée spatialement en réponse à la vibration du film, c'est ce qu'on appelle ici l'auto-adaptation.

Contrairement à une couche mince solide, une couche mince liquide possède un degré de liberté supplémentaire, le liquide pouvant s'écouler au sein du film en vibration. Ce degré de liberté supplémentaire conduit au phénomène d'auto-adaptation étudié par Boudaoud *et al.*[9].

À partir du modèle d'une corde vibrante lestée par une masselotte libre de se déplacer le long de cette corde, puis en passant à un nombre infini de masselottes liées par des ressorts, Boudaoud *et al.* établissent

un modèle continu pour un film de savon en vibration où le liquide libre de se déplacer spatialement est un équivalent aux masselottes et les ressorts un équivalent de la tension de surface.

La nouvelle répartition spatiale de l'épaisseur est principalement un épaissement au niveau des ventres de vibration du film. Dans le cas du film, la nouvelle répartition spatiale de l'épaisseur donne au film une fréquence de résonance égale à la fréquence de forçage. Donc, quelque soit la fréquence, la réponse du film une fois adapté est résonante.

D'après [9], environ 30s sont nécessaires pour voir le film s'autoadapter. Si l'amplitude d'excitation est grande (mais encore assez petite pour ne pas voir de vortex apparaître) le film s'adapte plus rapidement au forçage.

Rupture de films

En forçant un film avec une onde de pression de très forte amplitude, il est possible d'observer un éclatement du film[16].

La rupture du film soumis à une forte amplitude de vibration se produit par l'intermédiaire du phénomène d'autoadaptation. En effet, via l'adaptation de l'épaisseur du film, une grande quantité de liquide s'accumule dans les ventres de vibration, jusqu'à former une goutte. Le volume de liquide étant constant, on en déduit que si une grande partie du liquide s'accumule dans les ventres de vibration, les nœuds sont quant à eux drainés de leur liquide. Les nœuds de vibration sont donc fragilisés et d'après Drenckhan *et al.*[16] l'éclatement du film provient en effet des zones d'épaisseur moindre. Cependant, Drenckhan *et al.* reportent un autre mode de rupture. Lorsque l'inertie de la goutte est suffisamment élevée, cette dernière peut provoquer l'apparition d'un trou au moment où elle se détache du film.

Tourbillons



FIGURE 1.11 – Une paire de tourbillons contra-rotatifs dans un film de savon en vibration, tiré de [1].

Dans certaines conditions, il est possible de voir des tourbillons se former dans le plan du film. Dès les années 50, Bergmann[4] en observe lorsqu'il met un film en vibration. Dans le même article que celui où la longueur d'onde d'un film vibré est mesurée en fonction de la fréquence imposée, Afenchenko *et al.*[1] décrivent aussi des vortex se formant dans le film en vibration.

Par analogie avec l'article de Couder *et al.*[13], Afenchenko *et al.* [1] donnent une origine à l'apparition des tourbillons. Dans l'article de Couder *et al.*, des tourbillons sont provoqués par l'impact d'un jet d'air sur le film. Ce jet d'air est en incidence normale par rapport au plan du film. À l'exception du point d'impact, l'écoulement de l'air est tangent au film et entraîne le liquide qui se situe près de l'interface liquide-gaz loin du point d'impact du jet. Les tensioactifs présents à l'interface sont également entraînés, créant ainsi un gradient de tension de surface. Une fois ce gradient de tension de surface mis en place, un contre-écoulement du liquide vers le point d'impact du jet d'air se met en place par effet Marangoni. Ces deux écoulements de directions opposées sont à la source des vortex observés.

Dans cette thèse, on considèrera un film de savon mis en vibration

antisymétrique (Fig. 1.8 (a)), avec une amplitude suffisamment faible pour que l'épaisseur du film reste homogène au cours de la vibration.

Chapitre 2

Relation de dispersion complexe

On va chercher à établir une relation théorique entre les paramètres caractéristiques du film en vibration antisymétrique, la pulsation (ω) et le nombre d'onde complexe ($k = k' + ik''$), cette relation est ce qu'on appelle une relation de dispersion. Pour obtenir une telle relation, il faut effectuer un calcul théorique en partant des équations de Navier-Stokes appliquées au film en vibration ainsi qu'à l'air au contact du film.

On considèrera le film comme un disque horizontal. Étant donné la forme du disque, on se placera dans un système de coordonnées cylindriques (r, ϕ, z) avec $z = 0$ au milieu du film (entre les deux interfaces) et le vecteur \vec{z} orienté vers le haut. Dans ce repère, les interfaces du film au repos sont situées à une distance $\pm h = \pm \frac{e}{2}$ par rapport à $z = 0$.

2.1 Équations fondamentales

L'équation de Navier-Stokes décrit la dynamique des fluides en écoulement. On utilise donc cette équation pour décrire la dynamique du liquide du film mis en vibration. Ci-dessous l'équation de Navier-Stokes :

$$\rho \left(\frac{d\vec{v}}{dt} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} \right) = -\vec{\nabla}P + \eta\Delta\vec{v} + \rho\vec{g} \quad (2.1)$$

Avec P le champ de pression dans le liquide, \vec{g} l'accélération gravitationnelle, \vec{v} le champ de vitesse de l'écoulement et η et ρ respectivement la viscosité dynamique et la masse volumique du liquide.

On suppose que la masse du fluide (liquide composant le film) est conservée au cours de la vibration, cela se traduit par l'équation suivante :

$$\frac{d\rho}{dt} + \vec{\nabla} \cdot (\rho\vec{v}) = 0 \quad (2.2)$$

Il nous faut simplifier l'expression de ces équations ((2.1) et (2.2)) afin de pouvoir les résoudre dans un cas particulier correspondant au film de savon en vibration. Dans le cas où $A_0 \ll \lambda$, avec λ la longueur d'onde et A_0 le déplacement vertical du film, on peut écrire :

$$(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} \ll \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (2.3)$$

D'autre part, pour simplifier l'équation de continuité (2.2), on vérifie que l'écoulement est incompressible, en calculant le nombre de Mach :

$$Ma = \frac{A_0 f}{c_{son\text{eau}}} \quad (2.4)$$

Avec $c_{son\text{eau}}$ la vitesse du son dans l'eau, A_0 le déplacement vertical du film et f la fréquence de vibration. En prenant les ordres de grandeur suivants pour $A_0 \sim 10^{-6} \text{ m}$, $f \sim 1000 \text{ Hz}$ et $c_{son\text{eau}} = 1500 \text{ m.s}^{-1}$, on trouve $Ma \sim 10^{-7}$, ce qui signifie que l'on peut considérer l'écoulement comme incompressible.

Après simplification en négligeant les termes d'advection et de compressibilité, on obtient les équations suivantes :

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{\nabla}P + \eta\Delta\vec{v} + \rho\vec{g} \quad (2.5)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (2.6)$$

Pour trouver l'expression du champ de vitesse \vec{v} , on utilise la décomposition de Helmholtz :

$$\vec{v} = \vec{\nabla} \times \vec{\psi} - \vec{\nabla}\Phi \quad (2.7)$$

Avec $\vec{v}_1 = -\vec{\nabla}\Phi$ la partie irrotationnelle de l'écoulement et $\vec{v}_2 = \vec{\nabla} \times \vec{\psi}$ la partie rotationnelle de l'écoulement. On note que $\vec{\psi} = \psi(r, z, t)\hat{e}_\theta$.

En remplaçant \vec{v} dans l'équation de continuité (2.6) par son expression dans l'équation (2.7), on trouve :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{\psi}) - \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla}\Phi) = 0$$

$$\text{or} \quad \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{\psi}) = 0 \quad (2.8)$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla}\Phi) = \Delta\Phi = 0$$

D'autre part, en remplaçant \vec{v} par $\vec{\nabla} \times \vec{\psi} - \vec{\nabla}\Phi$ dans l'équation de Navier-Stokes linéarisée (2.5) on trouve :

$$\vec{\nabla} \left(-\rho \frac{\partial\Phi}{\partial t} + P + \rho gz \right) = \vec{\nabla} \times \left(\eta\Delta\vec{\psi} - \rho \frac{\partial\vec{\psi}}{\partial t} \right) \quad (2.9)$$

En utilisant :

$$\begin{aligned}
 \vec{\Delta}v &= \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) - \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{v}) \\
 &= -\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{v}) && \text{car } \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \\
 &= -\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{\psi} - \vec{\nabla}\Phi)) && \text{d'après (2.7)} \\
 &= -\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{\psi})) && \text{car } \vec{\nabla} \times (-\vec{\nabla}\Phi) = \vec{0} \\
 &= -\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{\psi}) - \Delta\vec{\psi}) \\
 \vec{\Delta}v &= \vec{\nabla} \times (\Delta\vec{\psi}) && \text{car } \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{\psi})) = \vec{0}
 \end{aligned}$$

Et :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} \approx \frac{\partial\vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \frac{\partial\Phi}{\partial t} + \vec{\nabla} \times \left(\frac{\partial\vec{\psi}}{\partial t} \right)$$

On obtient finalement les expressions simplifiées de l'équation de Navier-Stokes et de l'équation de conservation de la masse :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \left(-\rho \frac{\partial\Phi}{\partial t} + P + \rho gz \right) = \vec{\nabla} \times \left(\eta \Delta\vec{\psi} - \rho \frac{\partial\vec{\psi}}{\partial t} \right) \\ \Delta\Phi = 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

Pour Φ et ψ indépendants, on déduit :

$$\begin{cases} -\rho \frac{\partial\Phi}{\partial t} + P + \rho gz = C_1 \\ \eta \Delta\vec{\psi} - \rho \frac{\partial\vec{\psi}}{\partial t} = C_2 \\ \Delta\Phi = 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

C_1 et C_2 sont des constantes.

Au repos, $\Phi = 0$, $\vec{\psi} = \vec{0}$ et $P(z = h = \frac{e}{2}) = P_0$, ce qui correspond à $P + \rho gh = P_0$:

$$\begin{cases} -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + (P - P_0) + \rho g(h - z) = 0 \\ \eta \Delta \vec{\psi} - \rho \frac{\partial \vec{\psi}}{\partial t} = \vec{0} \\ \Delta \Phi = 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

On veut expliciter l'expression de $\Delta \vec{\psi}$ en coordonnées cylindriques. On commence par expliciter $\vec{\nabla} \times \psi$:

$$\begin{aligned} \vec{\psi} &= \psi(r, z, t) \hat{e}_\theta \\ \Rightarrow \vec{\nabla} \times \psi &= -\frac{\partial \psi}{\partial z} \hat{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\psi)}{\partial r} \hat{e}_z \end{aligned} \quad (2.13)$$

On peut écrire $\Delta \vec{\psi}$ de cette manière :

$$\Delta \vec{\psi} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{\psi}) - \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \psi) \quad (2.14)$$

Comme $\vec{\psi} = \psi(r, z, t) \hat{e}_\theta$:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{\psi} &= 0 \\ \Rightarrow \Delta \vec{\psi} &= \vec{0} - \vec{\nabla} \times \left(-\frac{\partial \psi}{\partial z} \hat{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\psi)}{\partial r} \hat{e}_z \right) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Ce qui permet finalement de simplifier l'expression de $\Delta \vec{\psi}$:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta \vec{\psi} &= \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r\psi)}{\partial r} \right) \right] \hat{e}_\theta \\ \Rightarrow \Delta \vec{\psi} &= \left(\Delta \psi - \frac{\psi}{r^2} \right) \hat{e}_\theta \end{aligned} \quad (2.16)$$

On remplace $\vec{\Delta}\psi$ dans l'équation (2.12) :

$$\begin{cases} -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + (P - P_0) + \rho g(h - z) = 0 \\ \eta \left(\Delta \psi - \frac{1}{r^2} \psi \right) - \rho \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0 \\ \Delta \Phi = 0 \end{cases} \quad (2.17)$$

2.2 Recherche de solutions

On cherche des solutions à l'équation (2.17) (pour un film infini) sous la forme :

$$\begin{cases} \Phi(r, z, t) = f_\Phi(z) g_\Phi(r) e^{i\omega t} \\ \psi(r, z, t) = f_\psi(z) g_\psi(r) e^{i\omega t} \end{cases} \quad (2.18)$$

Avec f_Φ et f_ψ , des fonctions de r et g_Φ et g_ψ des fonctions de z . En remplaçant Φ et ψ par les expressions de l'équation (2.18) dans les deux dernières expressions de l'équation (2.17), on trouve :

$$\begin{cases} \frac{-\rho i\omega}{\eta} f_\psi g_\psi - \frac{1}{r^2} f_\psi g_\psi + f_\psi g_\psi'' + f_\psi' g_\psi' + \frac{1}{r} f_\psi g_\psi' = 0 \\ f_\Phi g_\Phi'' + \frac{1}{r} f_\Phi g_\Phi' + f_\Phi'' g_\Phi = 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{r^2} + \frac{g_\psi''}{g_\psi} + \frac{1}{r} \frac{g_\psi'}{g_\psi} = -k^2 = \frac{\rho}{\eta} i\omega - \frac{f_\psi''}{f_\psi} \\ \frac{g_\Phi''}{g_\Phi} + \frac{1}{r} \frac{g_\Phi'}{g_\Phi} = -k^2 = -\frac{f_\Phi''}{f_\Phi} \end{cases}$$

Avec k une constante. Les équations sur les fonctions g_Φ et g_ψ sont des équations de Bessel, dont les solutions sont sous la forme $B_1 J_n(x) + B_2 Y_n(x)$ avec B_1 et B_2 des constantes et J_n et Y_n respectivement les fonctions de Bessel de première et deuxième espèce d'ordre n . Étant donné que les fonctions Y_n divergent en $x = 0$, dans notre cas les solutions sont des fonctions de Bessel de première espèce J_n . Quant aux fonctions f_Φ et f_ψ , ce sont des fonctions hyperboliques.

On rappelle que la vibration est antisymétrique, donc $v_z(-z) = v_z(z)$ (v_z pair en z), donc d'après l'expression suivante :

$$\begin{cases} v_r = -\frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \\ v_z = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\psi)}{\partial r} \end{cases} \quad (2.20)$$

Φ est impair et ψ est pair. On en déduit les expressions de Φ et ψ :

$$\begin{cases} \Phi = A J_0(kr) \sinh(kz) e^{i\omega t} \\ \psi = B J_1(kr) \cosh(mz) e^{i\omega t} \end{cases} \quad (2.21)$$

Avec $m^2 = k^2 + i \frac{\rho\omega}{\eta}$ et A et B des constantes. En remplaçant dans l'équation (2.20) les expressions de Φ et ψ par les expressions de l'équation (2.21), on obtient :

$$\begin{cases} v_r = (Ak \sinh(kz) - Bm \sinh(mz)) J_1(kr) e^{i\omega t} \\ v_z = (-Ak \cosh(kz) + Bk \cosh(mz)) J_0(kr) e^{i\omega t} \end{cases} \quad (2.22)$$

Avec $(J_0(kr))' = -kJ_1(kr)$ et $(J_1(kr))' = k \left[J_0(kr) - \frac{J_1(kr)}{kr} \right]$.

En reprenant le premier terme de l'équation (2.17), on obtient l'expression du champ de pression :

$$P = P_0 + \rho g(h - z) + i\omega\rho A J_0(kr) \sinh(kz) e^{i\omega t} \quad (2.23)$$

2.3 Conditions aux interfaces

Lorsque le film est en vibration, l'interface supérieure (en $z = h$) se déplace avec les vitesses $v_z(h)$ et $v_r(h)$, ce qui correspond à un déplacement vertical ζ et radial ξ . On en déduit les expressions de ξ et ζ (à l'ordre 1 en kh et mh) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi(r, z, t) \approx \frac{1}{i\omega}(Ak^2 - Bm^2)kJ_1(kr)e^{i\omega t} \\ \zeta(r, z, t) \approx \frac{1}{i\omega}(B - A)kJ_0(kr)e^{i\omega t} \end{array} \right. \quad (2.24)$$

Les conditions de continuité des contraintes aux interfaces s'écrivent de cette manière :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{rz}^{air} - \sigma_{rz} + K_r = 0 \\ \sigma_{zz}^{air} - \sigma_{zz} + K_z = 0 \end{array} \right. \quad (2.25)$$

Avec σ_{ij} le tenseur des contraintes dans le liquide, σ_{ij}^{air} le tenseur des contraintes dans le gaz et K_r et K_z respectivement les contraintes interfaciales tangentielle et normale.

2.3.1 Contraintes interfaciales

On explicite les expressions de K_r et K_z en commençant par écrire leur expression sur un élément de surface $r.\Delta r.\Delta\theta$. Un schéma de cet élément de surface est illustré en figure 2.1.

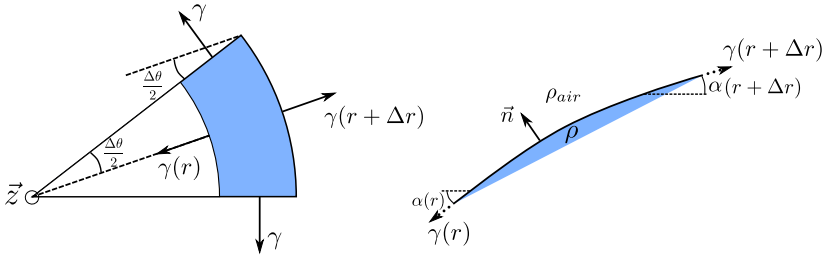


FIGURE 2.1 – À gauche, schéma d'un élément de surface $r.\Delta r.\Delta\theta$ vu de dessus. À droite un schéma de ce même élément de surface en plan de coupe.

On commence par K_r :

$$\begin{aligned}
 K_r &= \gamma(r + \Delta r) \cos(\alpha(r + \Delta r))(r + \Delta r)\Delta\theta \\
 &\quad - \gamma(r) \cos(\alpha(r))r\Delta\theta \\
 &\quad - 2\gamma \sin\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right) \cos(\alpha(r))\Delta r \\
 K_r &\approx \frac{\partial}{\partial r}(r\gamma \cos(\alpha))\Delta r\Delta\theta - \gamma \cos(\alpha)\Delta\theta\Delta r \\
 K_r &\approx r \frac{\partial}{\partial r}(\gamma \cos(\alpha))\Delta r\Delta\theta \\
 K_r &\approx \frac{\partial\gamma}{\partial r}r\Delta r\Delta\theta
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

Cette expression de K_r correspond à une contrainte par unité de surface $r.\Delta r.\Delta\theta$.

On exprime maintenant la contrainte normale K_z . D'après la loi de Laplace :

$$K_z = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \tag{2.27}$$

Avec R_1 le rayon de courbure dans le plan de la Figure 2.1 à droite et R_2 le rayon de courbure aligné avec la normale à l'interface \vec{n} dans la Figure 2.1 à droite dont l'autre extrémité est sur l'axe \vec{z} . Ce qui signifie que r est la projection sur le plan horizontal du rayon de courbure R_2 . On suppose que la courbure R_1 est approximativement la dérivée seconde du profil vertical du film : $\frac{1}{R_1} \sim \frac{\partial^2 \zeta}{\partial r^2}$. En remarquant que $\sin(\alpha) = \frac{\partial \zeta}{\partial r}$, on en déduit que $\frac{1}{R_2} = \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r}$. Ce qui permet d'écrire l'expression de K_z :

$$K_z = \gamma \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} \right) \quad (2.28)$$

2.3.2 Forces visqueuses

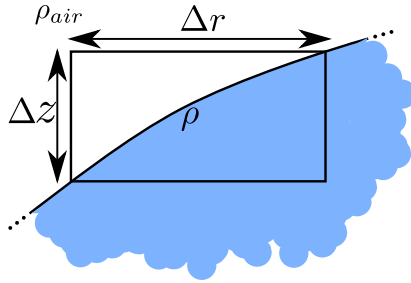


FIGURE 2.2 – Schéma d'un élément de volume $r.\Delta r.\Delta\theta\Delta z = \Delta V$ symbolisé par le cadre noir, vu de côté.

On considère cette fois un élément de volume liquide $r.\Delta r.\Delta\theta\Delta z = \Delta V$ à l'interface (cf. figure 2.2).

La composante radiale F_r de la force visqueuse a pour expression :

$$\begin{aligned} F_r &= \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau_{rr}) + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} \right) \Delta V \\ &= \left(\frac{\eta}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(2r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) - \eta \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \right) \Delta V \end{aligned} \quad (2.29)$$

Avec $\Delta V = r.\Delta r.\Delta\theta\Delta z$.

Soit pour $\Delta z \rightarrow 0$:

$$F_r = -\eta \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) r \Delta r \Delta \theta \quad (2.30)$$

Et la composante verticale F_z de la force visqueuse s'écrit ainsi :

$$F_z = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) \Delta V$$

$$F_z = \left(\frac{\eta}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_r}{\partial z} + r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \eta \frac{\partial}{\partial z} \left(-2 \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \right) r \Delta r \Delta \theta \Delta z$$

Soit pour $\Delta z \rightarrow 0$:

$$F_z = -2\eta \frac{\partial v_z}{\partial z} r \Delta r \Delta \theta$$

Dans l'air, les contraintes se calculent de la même manière, ce qui permet de réécrire l'équation (2.25) en remplaçant K_r et K_z par leurs expressions (2.26) et (2.28) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial^2 r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} \right)_{z \approx h} - 2\eta \frac{\partial v_z}{\partial z} \Big|_h + 2\eta_a \frac{\partial v_z^{air}}{\partial z} \Big|_h + (P - P_a)_{z \approx h} = 0 \\ \frac{\partial \gamma}{\partial z} - \eta \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right)_{z \approx h} + \eta_a \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right)_h = 0 \end{array} \right. \quad (2.31)$$

Dans la suite, nous allons expliciter le terme $\frac{\partial \gamma}{\partial z}$ de la seconde ligne de l'équation (2.31), puis les champs de pression et de vitesse dans l'air.

2.4 Viscoélasticité interfaciale

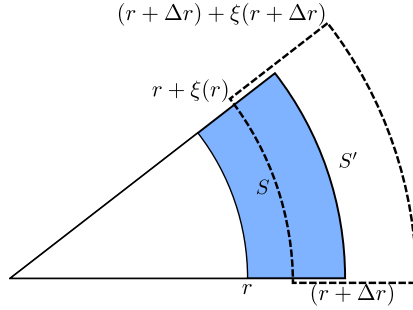


FIGURE 2.3 – Schéma d'un élément de surface variant de S à S'

La viscosité interfaciale a pour expression :

$$\varepsilon = S \frac{d\gamma}{dS} \Leftrightarrow d\gamma = \varepsilon \frac{dS}{S} \quad (2.32)$$

Avec S un élément de surface, dont l'expression est dans l'équation (2.33) et schématisé en bleu dans la figure 2.3.

$$S = r \cdot \Delta r \cdot \Delta \theta \quad (2.33)$$

S' est l'aire après variation, exprimée dans l'équation (2.34) ci-dessous et schématisée par l'élément de surface délimité par des tirets dans la figure 2.3.

$$\begin{aligned} S' &= [(r + \Delta r) + \xi(r + \Delta r) - r - \xi(r)](r + \xi)\Delta\theta \\ S' &= \left[\Delta r + \frac{\partial \xi}{\partial r} \Delta r \right] (r + \xi)\Delta\theta \\ S' &= S + \Delta r \Delta \theta \left(r \frac{\partial \xi}{\partial r} + \xi + \xi \frac{\partial \xi}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (2.34)$$

En reprenant l'équation (2.32), on exprime $\frac{\partial \gamma}{\partial r}$, en négligeant le terme d'ordre 2 $\left(\xi \frac{\partial \xi}{\partial r}\right)$:

$$\begin{aligned} \Delta \gamma &= \varepsilon \frac{1}{r} \left(\xi + r \frac{\partial \xi}{\partial r} \right) \\ \Delta \gamma &= \varepsilon \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \xi) \\ \Rightarrow \frac{\partial \gamma}{\partial r} &= \varepsilon \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial (r \xi)}{\partial r} \right] \end{aligned} \tag{2.35}$$

Ce qui permet d'expliciter complètement les conditions aux interfaces :

$$\begin{aligned} \gamma \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} \right) - 2\eta \left. \frac{\partial v_z}{\partial z} \right|_{z=h} + 2\eta_a \left. \frac{\partial v_z^{air}}{\partial z} \right|_{z=h} + (p - P_a)_{z=h} &= 0 \\ \varepsilon \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial (r \xi)}{\partial r} \right] - \eta \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right)_{z=h} + \eta_a \left(\frac{\partial v_z^{air}}{\partial r} + \frac{\partial v_r^{air}}{\partial z} \right)_{z=h} &= 0 \end{aligned} \tag{2.36}$$

La première ligne traduit la continuité des contraintes normales et la seconde les contraintes tangentielles. Il faut à présent déterminer le champ de vitesse et de pression de l'air entraîné par le film en mouvement pour pouvoir établir la relation de dispersion.

2.5 Dans l'air

Étant donné que le déplacement vertical du film A_0 est transmis à l'air et que la fréquence de vibration est la même on peut calculer le nombre de Mach dans l'air Ma_a pour l'écoulement de l'air autour du film :

$$Ma_a = \frac{A_0 f}{c_{son_{air}}} \tag{2.37}$$

Avec $c_{son_{air}} = 340 \text{ m.s}^{-1}$, on trouve $Ma_a \simeq 3.10^{-6}$, ce qui permet de dire que l'écoulement dans l'air est incompressible. On utilise à nouveau

la décomposition de Helmholtz :

$$\vec{v}_a = \vec{\nabla} \times \vec{\psi}_a - \vec{\nabla} \Phi_a \quad (2.38)$$

Par analogie avec le cas de l'eau :

$$\begin{cases} \Phi_a = (D_1 e^{kz} + D_2 e^{-kz}) J_0(kr) e^{i\omega t} \\ \psi_a = (D_3 e^{m_a z} + D_4 e^{-m_a z}) J_1(kr) e^{i\omega t} \end{cases} \quad (2.39)$$

Avec $m_a^2 = k^2 + i \frac{\rho_a \omega}{\eta_a}$.

Les conditions aux limites sont différentes cependant. Lorsque $z \rightarrow \infty$, $\Phi \rightarrow 0$ et $\psi_a \rightarrow 0$. On en déduit les expressions de Φ_a et ψ_a pour $z > 0$:

$$\begin{cases} \Phi_a = D_2 e^{-kz} J_0(kr) e^{i\omega t} \\ \psi_a = D_4 e^{-m_a z} J_1(kr) e^{i\omega t} \end{cases} \quad (2.40)$$

On en déduit l'expression des champs de vitesses v_r^{air} et v_z^{air} pour $z \geq h$:

$$\begin{cases} v_r^{air} = -\frac{\partial \Phi_a}{\partial r} - \frac{\partial \psi_a}{\partial z} = (D_2 k e^{-kz} + D_4 m_a e^{-m_a z}) J_1(kr) e^{i\omega t} \\ v_z^{air} = -\frac{\partial \psi_a}{\partial z} + \frac{1}{r} \left(\psi_a + r \frac{\partial \psi_a}{\partial r} \right) = (D_2 k e^{-kz} + D_4 k e^{-m_a z}) J_0(kr) e^{i\omega t} \end{cases} \quad (2.41)$$

Ainsi que le champ de pression :

$$(P_a - P_0) = \rho_a g (h - z) + \rho_a i \omega D_2 e^{-kz} J_0(kr) e^{i\omega t} \quad (2.42)$$

2.6 Relation de dispersion

On peut désormais relier les champs de vitesses dans l'air et dans l'eau à l'aide des conditions cinématiques aux interfaces, ce qui va permettre d'écrire la relation de dispersion de manière explicite.

On commence par supposer que les vitesses de l'air et du liquide en $z = h$, sont les mêmes :

$$\begin{cases} v_r^{air}(h) = v_r(h) \\ v_z^{air}(h) = v_z(h) \end{cases} \quad (2.43)$$

On en déduit les relations suivantes à l'ordre 1 en kh et mh :

$$\begin{cases} D_4 e^{-m_a h} = \frac{A(kh + 1)k - B(m^2 h + k)}{m_a - k} \\ D_2 e^{-kh} = \frac{B(m^2 h + m_a) - A(k^2 h + m_a)}{m_a - k} \end{cases} \quad (2.44)$$

On reprend l'équation de continuité des contraintes normales (2.36) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} &= \frac{1}{i\omega} (B - A)k \left(\frac{d^2 J_0(kr)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dJ_0(kr)}{dr} \right) e^{i\omega t} \\ &= -\frac{k^3}{i\omega} (B - A) J_0(kr) e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (2.45)$$

Puisque :

$$\frac{d^2 J_0(kr)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dJ_0(kr)}{dr} = -k^2 J_0(kr) \quad (2.46)$$

On en déduit une nouvelle expression à partir de l'équation de continuité des contraintes normales (2.36) :

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{\gamma}{i\omega}(A - B)k^3 J_0(kr) \\
&\quad - 2\eta[Bkm \sinh(mh) - Ak^2 \sinh(kh)]J_0(kr) \\
&\quad - 2\eta_a[D_2k^2 e^{-kh} + D_4km_a e^{-m_a h}]J_0(kr) \\
&\quad + i\omega\rho A \sinh(kh)J_0(kr) \\
&\quad - i\omega\rho_a D_2 e^{-kh} J_0(kr) \\
\Rightarrow 0 &= A \left[\frac{\gamma}{i\omega}k^3 + 2\eta k^3 h + 2\eta_a k^2 \frac{k^2 h + m_a}{m_a - k} - 2\eta_a k m_a \frac{(kh + 1)k}{m_a - k} \right. \\
&\quad \left. + i\rho\omega kh + i\rho_a \omega \frac{k^2 h + m_a}{m_a - k} \right] \\
&\quad + B \left[-\frac{\gamma k^3}{i\omega} - 2\eta k m^2 h - 2\eta_a k^2 \frac{m^2 h + m_a}{m_a - k} + 2\eta_a k m_a \frac{m^2 h + k}{m_a - k} \right. \\
&\quad \left. - i\rho_a \omega \frac{m^2 h + m_a}{m_a - k} \right] \\
\Rightarrow 0 &= A \left[-i\frac{\gamma k^3}{\omega} + 2k^3 h(\eta - \eta_a) + i\omega \left(\rho kh + \rho_a \frac{m_a + k^2 h}{m_a - k} \right) \right] \\
&\quad + B \left[i\frac{\gamma k^3}{\omega} + 2hkm^2(\eta_a - \eta) - i\omega\rho_a \frac{m^2 h + m_a}{m_a - k} \right]
\end{aligned} \tag{2.47}$$

Ainsi que pour l'équation de continuité de la contrainte tangentielle (seconde expression de l'équation (2.36)) :

$$\begin{aligned}
0 &= \varepsilon \frac{-k^2}{i\omega} [Ak^2 - Bm^2] h J_1(kr) \\
&\quad - \eta J_1(kr) [(Ak^2 \cosh(kh) - Bm^2 \cosh(mh)) + (A \cosh(kh) - B \cosh(mh))k^2] \\
&\quad - \eta_a J_1(kr) [(D_2k^2 e^{-kh} + D_4m_a^2 e^{-m_a h}) + k^2(D_2 e^{-kh} + D_4 e^{-m_a h})]
\end{aligned} \tag{2.48}$$

On remplace les valeurs de D_2 et D_4 de cette équation à partir de l'équation (2.44) et on ne conserve que les termes d'ordre 1 en kh :

$$\begin{aligned}
0 &= \varepsilon \frac{-k^2 h}{i\omega} [Ak^2 - Bm^2] - \eta [2Ak^2 - B(m^2 + k^2)] \\
&\quad - \eta_a \left[2k^2 \frac{A(-k^2 h - m_a) + B(m^2 h + m_a)}{m_a - k} \right. \\
&\quad \left. + (m_a^2 + k^2) \frac{A(kh + 1)k + B(-m^2 h - k)}{m_a - k} \right] \tag{2.49} \\
\Rightarrow 0 &= A \left[i\varepsilon \frac{k^4 h}{\omega} - 2\eta k^2 - \eta_a \left(2k^2 \frac{-k^2 h - m_a}{m_a - k} + (m_a^2 + k^2) \frac{(kh + 1)k}{m_a - k} \right) \right] \\
&\quad + B \left[-i\varepsilon \frac{k^2 m^2 h}{\omega} + \eta(m^2 + k^2) - \eta_a \left(2k^2 \frac{m^2 h + m_a}{m_a - k} - (m_a^2 + k^2) \frac{m^2 h + k}{m_a - k} \right) \right] \\
\Rightarrow 0 &= A \left[i\varepsilon \frac{k^4 h}{\omega} - 2\eta k^2 - \eta_a (k^2 h(m_a + k) + k(m_a - k)) \right] \\
&\quad + B \left[-i\varepsilon \frac{k^2 m^2 h}{\omega} + \eta(m^2 + k^2) + \eta_a (m^2 h(m_a + k) + k(m_a - k)) \right] \tag{2.50}
\end{aligned}$$

En écrivant le déterminant du système constitué par les équations (2.47) et (2.50) tel qu'il soit nul, on en déduit la relation de dispersion exacte :

$$\begin{aligned}
0 &= \begin{bmatrix} -i\gamma \frac{k^3}{\omega} + 2k^3 h(\eta - \eta_a) + i\omega \left(\rho kh + \rho_a \frac{m_a + k^2 h}{m_a - k} \right) \\ -i\varepsilon \frac{k^2 m^2 h}{\omega} + \eta(m^2 + k^2) + \eta_a (m^2 h(m_a + k) + k(m_a - k)) \end{bmatrix} \\
&\quad - \begin{bmatrix} i\varepsilon \frac{k^4 h}{\omega} - 2\eta k^2 - \eta_a (k^2 h(m_a + k) + k(m_a - k)) \end{bmatrix} \\
&\quad \begin{bmatrix} i\gamma \frac{k^3}{\omega} + 2khm^2(\eta_a - \eta) - i\omega \rho_a \frac{m_a + m^2 h}{m_a - k} \end{bmatrix} \tag{2.51}
\end{aligned}$$

Cette relation peut aussi s'écrire sous cette forme :

$$\begin{aligned}
0 = & \left[\rho\omega kh + \rho_a\omega \frac{m_a}{m_a - k} - \frac{\gamma k^3}{\omega} \right] \left[\rho\omega - i\varepsilon \frac{k^2 \rho h}{\eta} \right] \\
& + \rho\omega kh \left[\frac{\rho_a\omega}{m_a - k} \left(-k + \frac{\eta_a}{\eta} \frac{k^2 + m_a^2}{k} \right) - \frac{\gamma k^2 \eta_a}{\omega \eta} (k + m_a) - \varepsilon \frac{k^4 h}{\omega} \right. \\
& \left. + i\eta_a \left(k^2 \left(2\frac{\eta_a}{\eta} - 3 \right) + km_a \left(1 - 2\frac{\eta_a}{\eta} \right) - m^2 h (k + m_a) \right) \right]
\end{aligned} \tag{2.52}$$

Ou encore, toujours à l'ordre 1 en kh et mh :

$$\frac{\omega^2}{k^2} \left(\rho h + \frac{\rho_a}{k} \frac{m_a}{m_a - k} \right) = \gamma + \frac{\eta\omega}{\eta\omega - i\varepsilon k^2 h} [E] \tag{2.53}$$

avec E :

$$\begin{aligned}
E = & \frac{\rho_a\omega^2 h}{m_a - k} \left(\frac{1}{k} - \frac{\eta_a}{\eta} \frac{k^2 + m_a^2}{k^3} \right) + \frac{\gamma h \eta_a}{\omega \eta} (k + m_a) + \varepsilon (kh)^2 \\
& + i\eta_a \left(\omega h \left(3 - 2\frac{\eta_a}{\eta} \right) + \frac{m_a\omega h}{k} \left(2\frac{\eta_a}{\eta} - 1 \right) - \left(\frac{mh}{k} \right)^2 (k + m_a) \right)
\end{aligned} \tag{2.54}$$

Cette relation de dispersion (2.53) se trouve de manière identique en se plaçant en coordonnées cartésiennes.

Cette expression est très complexe, et en fonction des conditions expérimentales, cette expression peut être simplifiée. On se propose dans le chapitre suivant de simplifier cette expression dans le cadre du montage expérimental que l'on va décrire.

Chapitre 3

Profilométrie du film en vibration

Problématique

Dans le chapitre 2, on a pu établir une relation entre la pulsation ω et le nombre d'onde complexe k , pour un film de savon en vibration.

Premièrement, on va simplifier la relation de dispersion obtenue dans le cadre de notre montage expérimental, puis on va essayer de vérifier si le calcul effectué dans le chapitre précédent permet de prédire les mesures que l'on va effectuer. Pour cela, on va chercher à caractériser le régime linéaire de vibration en réalisant une mesure expérimentale de longueur d'onde, ainsi qu'une mesure de dissipation dans la gamme de fréquence allant de 200 Hz à 2000 Hz en évitant de se placer dans les conditions provoquant l'apparition des effets non-linéaires décrits dans le chapitre 1. Pour effectuer ces mesures, l'amplitude du film en vibration sera mesurée pour différentes fréquences d'excitation.

3.1 Simplification de la relation de dispersion

On va chercher à simplifier la relation de dispersion de l'équation (2.53) dans le cadre de notre montage. On choisit les ordres de grandeurs suivants : $k' \sim 10^3 \text{ m}^{-1}$, $k'' \sim 10 \text{ m}^{-1}$, $\eta \sim 10^{-3} \text{ Pa.s}$, $\eta_a \sim 10^{-5} \text{ Pa.s}$ et $\varepsilon \sim 10^{-1} \text{ N.m}^{-1}$.

On commence par simplifier l'expression de m_a en ne conservant que les termes d'ordre 1 en $\frac{k''}{k'}$ et en $\sqrt{\frac{k'^2 \eta_a}{\rho_a \omega}}$:

$$\begin{aligned}
 m_a^2 &= k^2 + i \frac{\rho_a \omega}{\eta_a} \\
 m_a^2 &\approx k'^2 + i \frac{\rho_a \omega}{\eta_a} \\
 m_a &\approx \sqrt{\frac{\rho_a \omega}{2\eta_a}} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{k'^2 \eta_a}{\rho_a \omega} + i \left(1 - \frac{1}{2} \frac{k'^2 \eta_a}{\rho_a \omega} \right) \right] \\
 m_a &\approx \sqrt{\frac{\rho_a \omega}{2\eta_a}} (1 + i)
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

On en déduit les parties réelle et imaginaire simplifiées du terme de gauche de la relation de dispersion de l'équation (2.53), avec $e = 2h$:

$$\begin{aligned}
 \Re \left[\frac{\omega^2}{k^2} \left(\rho e/2 + \frac{\rho_a}{k} \frac{m_a}{m_a - k} \right) \right] &\approx \frac{\omega^2}{k'^2} \left[\rho e/2 + \frac{\rho_a}{k'} \left(1 + k' \sqrt{\frac{\eta_a}{2\rho_a \omega}} \right) \right] \\
 \Im \left[\frac{\omega^2}{k^2} \left(\rho e/2 + \frac{\rho_a}{k} \frac{m_a}{m_a - k} \right) \right] &\approx \frac{\omega^2}{k'^2} \left[\frac{-k''}{k'} \left(\rho e + 3 \frac{\rho_a}{k'} - \rho_a \sqrt{\frac{\eta_a}{2\rho_a \omega}} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

On simplifie ensuite les termes de droite de la relation de dispersion de l'équation (2.53) :

$$\frac{\eta \omega}{\eta \omega - i \varepsilon k^2 e/2} \approx \left(1 + i \frac{\varepsilon k'^2 e}{2\eta \omega} - 2i \frac{k''}{k'} \right) \sim 10^{-6} \tag{3.3}$$

$$\frac{e \gamma}{2} \frac{\eta_a}{\eta} \sim 10^{-10} \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-1} \tag{3.4}$$

$$\varepsilon \frac{(ke)^2}{4} \sim 10^{-7} \text{ kg.s}^{-2} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho_a \omega^2 e / 2}{m_a - k} \left(\frac{1}{k} - \frac{\eta_a}{\eta} \frac{k^2 + m_a^2}{k^3} \right) &\approx \frac{-\rho_a \omega^2 e}{2\sqrt{2}} \left[\frac{-\eta_a}{\rho_a \omega} \left(\frac{2k''}{k'} - 1 \right) + \frac{\rho_a \omega}{k'^4 \eta_a} \left[\frac{k''}{k'} + \frac{\eta_a}{\eta} + 2 \frac{k''}{k'} \frac{\eta_a}{\eta} \right] \right. \\ &\quad \left. + i \left(\frac{\eta_a}{\rho_a \omega} \left(\frac{2k''}{k'} - 1 \right) + \frac{\rho_a \omega}{k'^4 \eta_a} \frac{\eta_a}{\eta} \right) \right] \\ &\sim 10^{-2} \text{ kg.s}^{-2} \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\eta_a \left(\frac{3\omega e}{2} - \frac{m_a \omega}{k} \right) \sim 10^{-6} \text{ kg.m.s}^{-2} \quad (3.7)$$

On en déduit les expressions simplifiées des parties réelle et imaginaire de la relation de dispersion :

| | |
|--|-------|
| <p style="text-align: center;">Partie réelle :</p> $\frac{\omega^2}{k'^2} \left(\rho e + \frac{2\rho_a}{k'} \right) \approx 2\gamma$ <p style="text-align: center;">Partie imaginaire :</p> $\frac{-k''}{k'} \left(\rho e + 3 \frac{\rho_a}{k'} \right) \approx \rho_a \sqrt{\frac{\eta_a}{2\rho_a \omega}}$ | (3.8) |
|--|-------|

On note que pour la partie réelle, l'inertie du film (ρe) et celle de l'air ($2\rho_a/k' = \lambda\rho_a/\pi$) sont comparables pour une épaisseur de l'ordre du micron ($e \sim 1 \mu m$) et une longueur d'onde de l'ordre du millimètre ($\lambda \sim 1 mm$). Pour la partie imaginaire, le seul terme visqueux correspond à un terme en viscosité de l'air, ce qui signifie que les mouvements d'air autour du film constituent la source majeure de dissipation de l'énergie injectée dans le film via le pot vibrant. Cette dissipation a

lieu dans une couche dont l'épaisseur typique est $\sqrt{\frac{\eta_a}{2\rho_a\omega}}$. On remarque également que malgré le choix d'une valeur élevée pour ε lors de la simplification, les expressions de l'équation (3.8), ne contiennent aucun terme de viscoélasticité interfaciale.

Nous allons procéder aux mesures d'amplitude, qui vont nous permettre de tester les prédictions données par les expressions de l'équation (3.8).

3.2 Matériel et méthodes

3.2.1 Principe de la mesure

L'objectif de cette expérience va être de mesurer l'amplitude d'un film de savon en vibration et d'en déduire la longueur d'onde et la dissipation.

Le film de savon est créé sur un cadre circulaire, qui sert de support pour le film de savon. Pour mettre le film en vibration, on fait vibrer sinusoidalement ce support le long de son axe, ce qui crée une onde circulaire centripète qui se réfléchit totalement au centre du film. En appliquant le principe de superposition, il se forme une onde stationnaire sur le film avec des nœuds et des ventres de vibration. Le principe de la mesure est illustré dans le schéma de la figure 3.1. En un point donné du film, un faisceau laser impacte le film en incidence normale lorsque le film est au repos.

Une fois le film mis en vibration, l'angle d'incidence (et de réflexion) du faisceau laser dépend de la pente locale au point d'impact du faisceau, c'est à dire la dérivée du profil de hauteur. Le profil de hauteur étant $\zeta(r)$, l'angle d'incidence du faisceau est donc sensible à $\frac{\partial\zeta(r)}{\partial r}$. Le faisceau réfléchi arrive dans un détecteur optique situé au-dessus du film, qui est capable de mesurer la position du point d'impact du faisceau.

Au cours du temps, le film oscille sinusoidalement entre deux positions extrêmes tracées en vert et en bleu dans le schéma de la figure 3.1, ce qui nous permet de déduire que la position du laser dans le

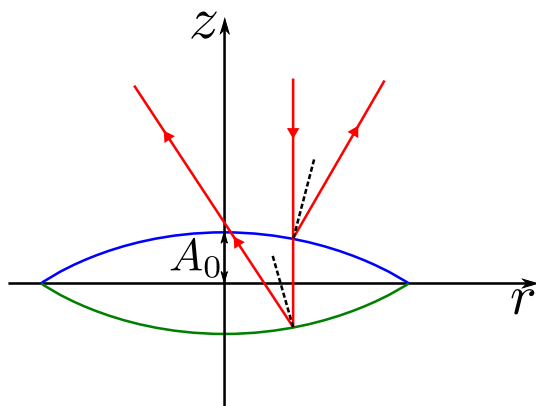


FIGURE 3.1 – Réflexion d'un faisceau laser en incidence normale sur un film de savon pour deux positions (une en vert et une en bleu) au cours de la vibration du film. Les profils du film sont schématisés par des arcs de cercle.

détecteur au cours du temps varie périodiquement avec une amplitude donnée par la valeur maximale de $\frac{\partial \zeta(r)}{\partial r}$.

En effectuant cette mesure pour chaque point du diamètre du film en vibration, on obtient un profil de la pente du film le long de ce diamètre, dont on peut extraire une mesure de l'amplitude de vibration du film.

3.2.2 Solutions moussantes

La solution moussante utilisée pour ces expériences, est une solution d'eau déionisée *milliQ* avec un tensioactif, le TTAB (Tetradecyl Trimethyl Ammonium Bromide, concentration $2,8g.L^{-1}$), du glycérol (10%wt) et de l'alcool laurique (LOH, 0,04%wt). Cette solution a été choisie pour pouvoir effectuer des expériences longues. En effet, la durée minimale d'une série de mesures d'amplitude en fonction de la fréquence est de l'ordre de plusieurs dizaines de minutes. Un film créé à partir d'une solution d'eau à laquelle on ajoute seulement un ten-

sioactif chargé avec une chaîne courte comme le TTAB, possède une durée de vie inférieure à une dizaine de minutes et ne nous permet pas de réaliser les opérations que nous allons décrire par la suite. L'ajout de LOH nous permet de prolonger la durée de vie des films. Le LOH est très peu soluble dans l'eau, la majeure partie des molécules ne peuvent être solubilisées dans le volume. La plus grande partie de ces dernières se situe donc à l'interface et confère aux films de savon créés à partir de cette solution des interfaces rigides [45]. Les films créés à partir de cette solution possèdent notamment une forte viscosité de surface (voir Table 3.1), ce qui permet de réduire l'effet du drainage (en réduisant la mobilité de surface) et prolonger ainsi la durée de vie du film. L'ajout de glycérol a le même objectif, qui est d'augmenter le temps de vie de ces films, comme constaté dans [1, 22].

L'ajout de LOH et de glycérol, combiné à une boîte fermée dont on fera la description plus loin, permet de pouvoir réaliser les expériences de mesure d'amplitude dont on a expliqué le principe. On va à présent décrire le montage.

| Solution d'eau+TTAB+LOH+Glycérol | | | |
|----------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| f_{bulle} (Hz) | γ (mN.m ⁻¹) | ϵ' (mN.m ⁻¹) | ϵ'' (mN.m ⁻¹) |
| 0.1 | 29.0 ± 0.2 | 9.6 | 7.8 |
| 0.2 | <i>idem</i> | 14.3 | 46.5 |

TABLE 3.1 – Table des propriétés interfaciales de la solution utilisée, mesurées avec un tensiomètre à bulle oscillante (Teclis IT Concept [41, p. 1379]). Les colonnes 1, 2, 3 et 4 sont respectivement la fréquence d'oscillation de la bulle f_{bulle} , la tension de surface γ , la partie réelle et la partie imaginaire du module viscoélastique interfacial ϵ' et ϵ'' .

3.2.3 Dispositif

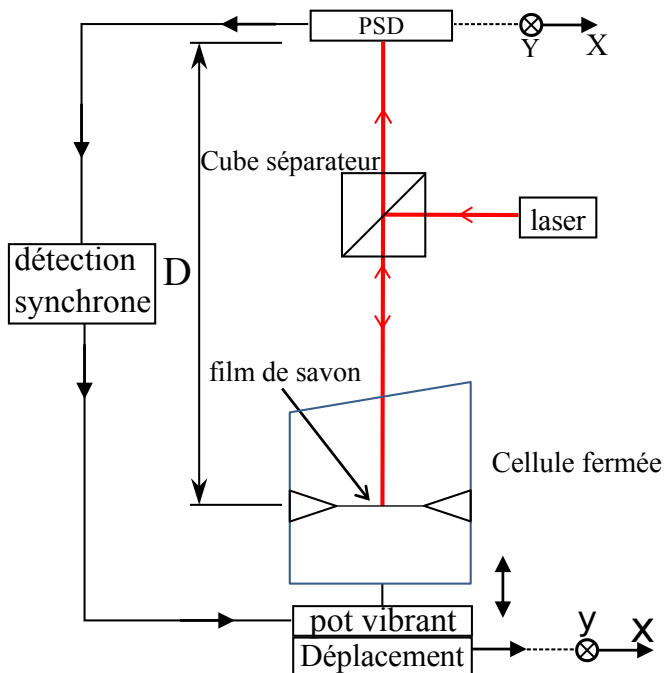


FIGURE 3.2 – Schéma du dispositif.

Le dispositif expérimental est schématisé dans la figure 3.2. Il fonctionne de la manière suivante : un laser (Coherent BioRay Diode Laser, $\lambda_{laser} = 658.2 \text{ nm}$, $P_{laser} = 19.2 \text{ mW}$) émet un faisceau, qui arrive sur un cube semi-réfléchissant. Le faisceau réfléchi par le cube impacte le film de savon (placé dans une cellule fermée) en incidence normale (quand le film est au repos) en un point, et la réflexion de ce faisceau par le film de savon traverse le cube à nouveau pour arriver dans un PSD¹.

1. acronyme anglais de "Position Sensitive Detector"

Le PSD est constitué d'un capteur CCD qui permet de mesurer la position d'un signal lumineux sur ce capteur. Le signal lumineux est converti en signal électrique, proportionnel au déplacement de la tâche laser sur la capteur. Dans notre cas, le PSD utilisé est un Hamamatsu C 10443-03, dont le capteur est un carré de 12 *mm* de côté. Ce capteur permet de mesurer des déplacements en deux dimensions. Il y a donc deux signaux électriques en sortie du capteur, un pour chaque direction. Les signaux en sortie correspondent à la position du laser (X, Y) sur le capteur, avec le point ($X = 0, Y = 0$) au centre du capteur. Le faisceau laser arrivant sur le capteur n'est pas ponctuel, la position (X, Y) indiquée en sortie du PSD correspond au barycentre de la tache lumineuse sur le capteur, indépendamment de la forme et de l'intensité de la tache.

Dans notre cas, cette position correspond à la réflexion sur le film du laser, qui varie sinusoidalement dans le temps à la fréquence de forçage imposée par le pot vibrant. Le signal mesuré correspond à l'amplitude et au déphasage de cette sinusoïde par rapport à l'excitation. À l'aide du déplacement motorisé dans la direction x , on déplace la position du point d'impact du laser pour pouvoir effectuer une mesure sur un autre point du film en vibration. En disposant le film de manière à translater le laser le long d'un diamètre du film, il nous est possible de mesurer la valeur de la dérivée du profil du film en vibration en tout point d'un diamètre, pour une fréquence donnée. Cette opération de mesure de dérivée d'un profil de film en vibration sera nommée "scan" dans la suite de ce manuscrit.

Un scan dure environ une minute. Une acquisition consiste à faire des scans d'un même film pour de nombreuses fréquences. On en déduit que plus la durée de vie d'un film est importante, plus la gamme de fréquence que l'on pourra sonder sera grande, puisque le nombre de fréquences scannées sera plus grand.

Préparation des films

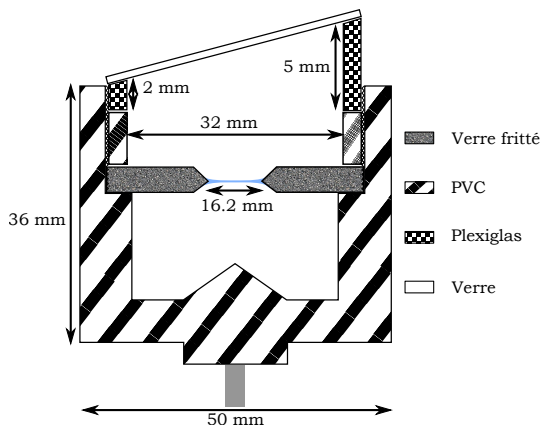


FIGURE 3.3 – Plan de coupe de la cellule fermée.

Une acquisition dure plusieurs dizaines de minutes, et l'épaisseur du film de savon intervient dans la relation de dispersion (3.8). Il est donc nécessaire, d'une part, que les films de savon n'éclatent pas avant plusieurs dizaines de minutes et, d'autre part, que leur épaisseur reste constante pendant ce temps.

Tout d'abord, on choisit une chimie adaptée (*cf.* 3.2.2) pour créer des films dont la durée de vie est prolongée par rapport à un film de savon ne comportant que du TTAB. Ensuite, on choisit un support qui nous permet de prolonger encore plus cette durée de vie. Ce support est un disque de verre fritté dans lequel on a percé un trou circulaire en son centre, dont le diamètre est de $16.2 \text{ mm} \pm 0.1 \text{ mm}$. Les bords du trou circulaire sont biseautés pour que le film de savon soit accroché à une hauteur constante, comme on peut le voir dans la figure 3.3. Le verre fritté agit comme un réservoir de liquide, qui va permettre de saturer l'atmosphère en humidité à l'intérieur de la boîte. Enfin, ce disque est disposé dans une boîte cylindrique fermée de petite taille, dont le plan de coupe est donné dans la figure 3.3. L'intérêt de la

boîte fermée est de protéger le film des courants d'air et de saturer l'atmosphère en humidité autour du film, ce qui lui assure une durée de vie encore plus longue, en limitant l'évaporation. Le fond de cette cellule est conique, pour éviter que du liquide s'accumule à l'aplomb du film et que le laser s'y réfléchisse, ce qui pourrait gêner la mesure. Ainsi, en combinant une chimie adaptée et un support adéquat, un film créé dans de telles conditions possède une durée de vie pouvant aller jusqu'à quelques jours, permettant de pouvoir réaliser les mesures sur de longues périodes de temps.

Le film est créé en passant une bande de téflon au travers du trou circulaire sur le verre fritté saturé en solution. Une fois le film créé, on ferme la boîte et on la dispose sur le mandrin d'une perceuse, afin de centrifuger le film. Cette opération permet de diminuer et d'homogénéiser l'épaisseur dans le film. Dans le cadre de ces mesures, on centrifuge pendant une trentaine de minutes jusqu'à obtenir un film noir (dont l'épaisseur est plus petite que 100 nm). Cette méthode nous permet de pouvoir créer des films dont le gradient d'épaisseur ne peut dépasser la centaine de nanomètres. L'inconvénient de cette méthode est que nous ne disposons pas d'appareil pour mesurer de telles épaisseurs, on ne peut que constater que le film est entièrement noir à l'œil.

Déplacement du film

L'orientation et la position du film de savon peuvent être réglés avec précision grâce à des dispositifs mécaniques de translation et rotation. Il y a quatre dispositifs, deux déplacements micrométriques pour la translation, un pour la direction x et un pour la direction y et deux goniomètres pour la rotation, un pour faire tourner le système autour de l'axe x et un pour faire tourner le système autour de l'axe y . Ces dispositifs situés en dessous du pot vibrant sont illustrés dans la figure 3.4. Ces éléments mécaniques permettent de pouvoir effectuer les réglages et le protocole d'acquisition des données décrits dans les paragraphes suivants. Le pot vibrant est placé sur un chariot, qui est placé sur un banc optique. Les éléments mécaniques de réglage sont vissés sur le chariot en dessous du pot vibrant. On note ici que le déplacement dans la direction x est motorisé (et que le moteur est commandé par

ordinateur) tandis que le déplacement dans la direction y , ainsi que les deux goniomètres sont manuels.

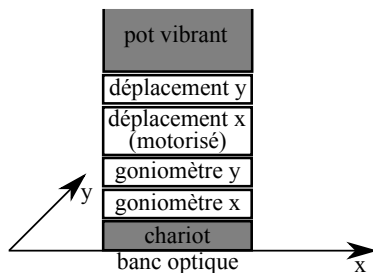


FIGURE 3.4 – Les éléments mécaniques permettant de déplacer le pot vibrant, et par extension, le film de savon. Le banc optique est confondu avec l'axe x , et l'axe des goniomètres correspond à leur axe de rotation.

Réglages optiques

La mesure de la pente locale du film de savon en vibration est dépendante de l'angle d'incidence du laser sur le film au repos. Si le laser n'est pas en incidence normale lorsque le film n'est pas en vibration, le lien entre la mesure effectuée et la pente locale est plus complexe. Afin de s'assurer que le laser est bien en incidence normale, on effectue les réglages optiques suivants.

Premièrement, on s'assure que le banc optique sur lequel se situe le matériel est horizontal, à l'aide d'un niveau à bulle (toutes les opérations permettant de s'assurer qu'un élément du montage est horizontal sont effectuées avec un niveau à bulle). On vérifie ensuite que le faisceau laser est bien aligné avec le banc à l'aide d'une mire que l'on déplace sur le banc afin de repérer d'éventuelles déviations du faisceau. Ensuite, on s'assure que la face supérieure du cube semi-réfléchissant est bien horizontale, et que l'angle d'incidence du laser sur la face latérale du cube est nul (on vérifie cela en s'assurant que la réflexion du laser par la face latérale du cube reparte vers la source laser). On vérifie ensuite

que le PSD est bien horizontal. Pour vérifier que le film est bien horizontal, on dispose une lame de verre sur le verre fritté, et à l'aide de deux goniomètres (*cf.* figure 3.4) on ajuste l'horizontalité du support du film à l'aide d'un niveau à bulle placé sur la lame. On retire ensuite le niveau à bulle et on vérifie que la réflexion du laser par la lame de verre reparte bien vers la source laser. Si ce n'est pas le cas, on reprend les réglages depuis le début.

scan

Lors d'un scan, le déplacement motorisé du pot vibrant le long de l'axe x (*cf.* fig. 3.5) se fait à vitesse constante (1 mm.s^{-1}), ce qui permet de convertir la mesure temporelle de la déflexion du faisceau en une mesure spatiale.

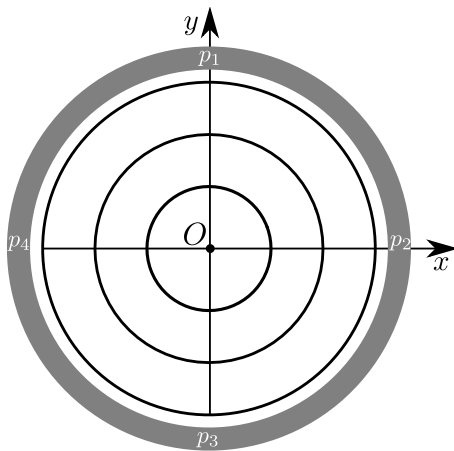


FIGURE 3.5 – Schéma simplifié du film en vibration vu de dessus (la zone en verre fritté n'est pas représentée). Les positions des ventres de vibration sont représentées par les cercles noirs (avec un ventre central au point O). Le cercle gris représente le bord supérieur de la cellule fermée. Les p_i représentent les endroits où les mesures d'accélération sont effectuées lors de l'étalonnage du pot vibrant.

Le déplacement qui pilote le scan est réalisé pour la direction x . Il faut régler la position y du film pour que le laser passe par le centre O du film au cours du scan. Le réglage se fait de la manière suivante. On allume le laser et on met le film en vibration avec une fréquence qui permet d'observer clairement le signal en sortie du PSD sur un oscilloscope (Agilent 45621A). On observe alors sur l'oscilloscope la déflexion du laser dans la direction X et la direction Y . Lorsque le laser impacte le capteur du PSD à la position $(0, 0)$, le signal affiché à l'oscilloscope est minimal pour les deux directions. Au cours du scan, cette déflexion doit rester minimale dans la direction Y ; on mesure la déflexion dans la direction X . On note que l'amplitude du signal au centre du film n'est pas exactement nulle, cela est probablement dû à l'extension spatiale du faisceau laser alors que la zone pour laquelle le signal est strictement nul est ponctuelle.

Étalonnage du pot vibrant

Le pot vibrant utilisé est un Brüel&Kjær (B&K) mini-shaker type 4810, dont l'accélération est constante, et présentant deux résonances d'après la documentation, une première à 50 Hz et une seconde à 20 kHz .

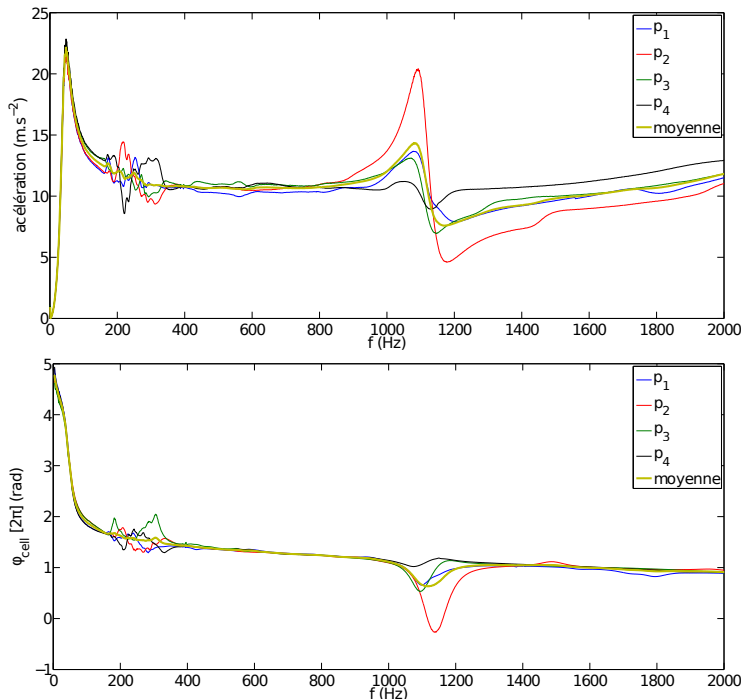


FIGURE 3.6 – Caractéristiques du système pot vibrant avec cellule. En haut, accélération mesurée à l'aide de l'accéléromètre en fonction de la fréquence pour quatre positions différentes de l'accéléromètre (indiquées dans la figure 3.5) sur la cellule. En bas, la phase φ_{cell} pour les mêmes positions. En jaune l'accélération et la phase moyenne pour les deux figures.

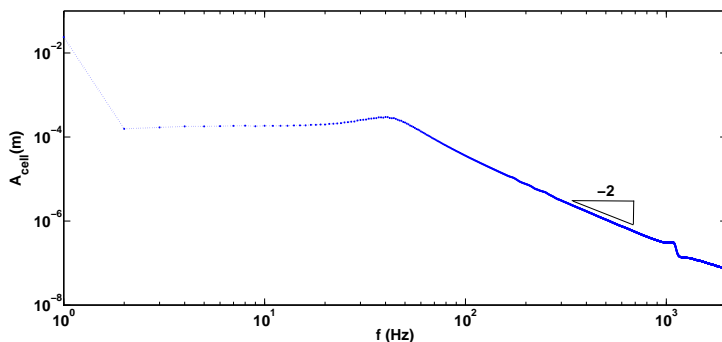


FIGURE 3.7 – Amplitude de forçage A_{cell} en fonction de la fréquence (log-log), que l'on obtient à partir de l'accélération moyenne (courbe jaune dans la figure 3.6 en haut) en utilisant cette expression $A_{cell} = acceleration / (2\pi f)^2$.

On mesure les caractéristiques du système pot vibrant avec cellule vissée dessus à l'aide d'un accéléromètre (B&K accelerometer 4393V), pour connaître le forçage que l'on impose au film de savon lorsqu'il est mis en vibration. Cet accéléromètre est miniature (sa masse est de deux grammes), ce qui implique que sa présence ne modifie pas la réponse du système que l'on cherche à caractériser.

Dans la figure 3.6 en haut, on constate la résonance à 50 Hz prédite par la documentation du pot vibrant, ainsi qu'une zone bruitée autour de 200 Hz et une résonance du système pot avec cellule vissée vers 1100 Hz. Dans la figure 3.6 en bas, on remarque que l'électronique d'acquisition présente une légère dérive de ~ 1 rad dans la gamme de fréquence comprise entre 200 Hz et 2000 Hz, et on constate la même zone bruitée autour de 200 Hz et une résonance vers 1100 Hz.

Dans la figure 3.7, l'amplitude de forçage A_{cell} moyenne (correspondant aux points jaunes du graphe au dessus), diminue avec la fréquence avec une pente de -2 qu'on visualise plus facilement en échelle logarithmique. Elle varie entre 7 et 0.07 microns lorsque la fréquence varie de 200 à 2000 Hz.

Les mesures effectuées lorsque le film est en vibration ont été effectuées à l'aide d'une détection synchrone (Signal Recovery DSP Lock-in Amplifier 7280). Cette détection synchrone émet le signal qui commande le pot vibrant et reçoit le signal provenant de l'accéléromètre. La mesure à la détection synchrone est commandée par ordinateur. Pour la mesure d'amplitude à l'accéléromètre, on définit une rampe en fréquence de 0 *Hz* à 2000 *Hz*, avec un temps de pause de une seconde par point et une résolution en fréquence de 1 *Hz*.

Protocole

La déflexion du laser dans le PSD dans la direction *X* est mesurée à l'aide d'une détection synchrone pour chaque point du scan, ce qui permet de mesurer l'amplitude et le déphasage du film par rapport à l'excitation.

Une fois le film créé et la cellule vissée sur le pot vibrant, on commence par repérer la position du ventre de vibration central comme indiqué dans le paragraphe **scan**.

Une fois ce point repéré, on n'utilise plus le déplacement dans la direction *y*, ni le chariot sur lequel est vissé le pot vibrant. On procède ensuite aux mesures proprement dites : pour une fréquence donnée, on déclenche simultanément le déplacement motorisé et l'enregistrement à la détection synchrone du signal envoyé par le PSD. Au cours d'un scan, on vérifie par ailleurs à l'oscilloscope que la déflexion du faisceau selon l'axe *Y* mesurée par le PSD reste toujours plus petit en amplitude que la déflexion du faisceau selon la direction *X* (au moins dix fois plus petit en amplitude), étant donné que le laser se déplace pendant un scan sur un axe pour lequel $y = 0$. Une fois la mesure effectuée pour une fréquence, le déplacement motorisé se remet en position initiale pendant que l'on exporte les données et que l'on configure une nouvelle fréquence de mesure à la détection synchrone. On réitère ces opérations autant de fois qu'il est possible. Pour certaines fréquences, le ventre de vibration central se déplace légèrement, ce qu'on peut observer par le fait que le signal au centre du film ne s'annule plus. Dans ce cas, on recommence l'opération de recherche du centre de vibration. S'il n'est pas possible de trouver un tel point près du centre géométrique du film, on ne mesure pas de profil pour la fréquence en question.

3.2.4 Analyse des données

D'après l'équation (2.24) du chapitre 2, le profil $\zeta(r, t)$ attendu pour le film en vibration stationnaire est une fonction de Bessel de première espèce d'ordre zéro :

$$\zeta(r, t) = A_0 J_0(kr) e^{i(\omega t + \varphi_0)} \quad (3.9)$$

Avec A_0 l'amplitude au centre du film, r la distance au centre du film, $k = k' + ik''$ le nombre d'onde complexe, ω la pulsation, t le temps et φ_0 le déphasage au centre par rapport à l'excitation.

Si l'oscillation du film correspond bien à l'équation (3.9), il est possible de connaître l'expression du signal mesuré par le PSD pour un scan. Dans l'approximation $(kA)^2 \ll 1$ l'expression du signal $X(r, t)$ mesuré par le PSD est la suivante :

$$X(r, t) = 2D \frac{\frac{\partial \zeta}{\partial r}}{1 - \left(\frac{\partial \zeta}{\partial r}\right)^2} \simeq -2DkA_0 J_1(kr) e^{i(\omega t + \varphi_0)} = 2DA_0 |kJ_1(kr)| e^{i(\omega t + \Psi)} \quad (3.10)$$

Avec D la distance entre le film et le PSD et Ψ le déphasage entre le signal reçu et le signal envoyé par la détection synchrone. La détection synchrone mesure le module $|X|$ et la phase Ψ du signal oscillant séparément :

$$\begin{cases} |X(r)| \simeq 2DA_0 |kJ_1(kr)| \\ \Psi(r) \simeq \varphi_0 + \arg(-kJ_1(kr)) \end{cases} \quad (3.11)$$

On peut observer l'allure théorique des profils attendus dans la figure 3.8. Dans le graphe du haut, on remarque des lobes dont la taille diminue en s'éloignant de $r = 0$. Le paramètre A_0 contrôle la hauteur des lobes, k' leur largeur (et leur nombre) et k'' modifie légèrement la hauteur et introduit surtout un décalage au niveau des minimas des courbes, qui augmente avec k'' . Dans le graphe du bas, on note des

sauts de phase de π au niveau des ventres (lorsque $|X|(r)$ est minimum), qui correspondent aux changements de pente de la courbe. Ces sauts de phase sont de moins en moins abrupts lorsque k'' augmente. D'après ces courbes, il semble possible d'effectuer une mesure de k'' pour chaque scan. Malheureusement, la dépendance en k'' de $|X|(r)$ et $\Psi(r)$ est faible, ce qui signifie que les valeurs de k'' obtenues en ajustant $|X|(r)$ et $\Psi(r)$ seraient du même ordre que le bruit expérimental, ce qui ne nous permettrait donc pas d'obtenir une valeur de confiance. Pour obtenir une mesure de k'' , on optera donc pour l'ajustement des courbes de résonances qui sera présenté plus loin.

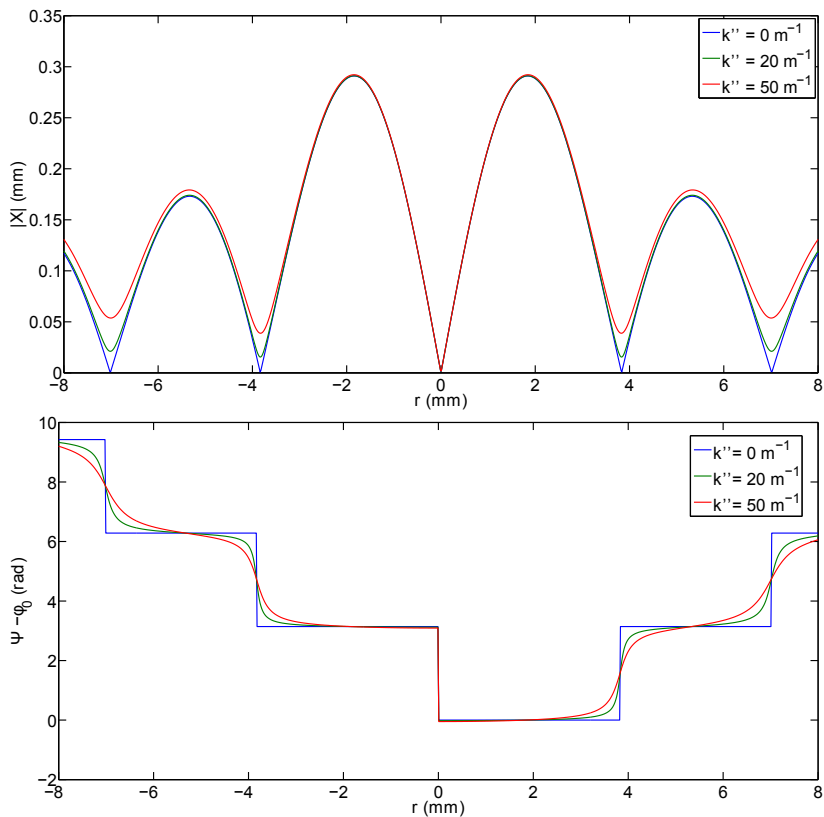


FIGURE 3.8 – Exemple de profils de pente théoriques pour plusieurs valeurs de k'' , la partie imaginaire du nombre d'onde, avec $|X|(r)$ en haut et $\Psi(r)$ en bas. Les courbes sont tracées avec $k' = 1000 \text{ m}^{-1}$, $D = 250 \text{ mm}$, $A_0 = 10^{-6} \text{ m}$ et k'' variant de 0 m^{-1} à 50 m^{-1} .

3.3 Mesures de k' , A_0 et φ_0 pour un scan

En suivant le protocole décrit précédemment, on obtient un profil de la pente du film en vibration (scan) pour une fréquence donnée. Un exemple de résultat de scan est donné dans la Figure 3.9 :

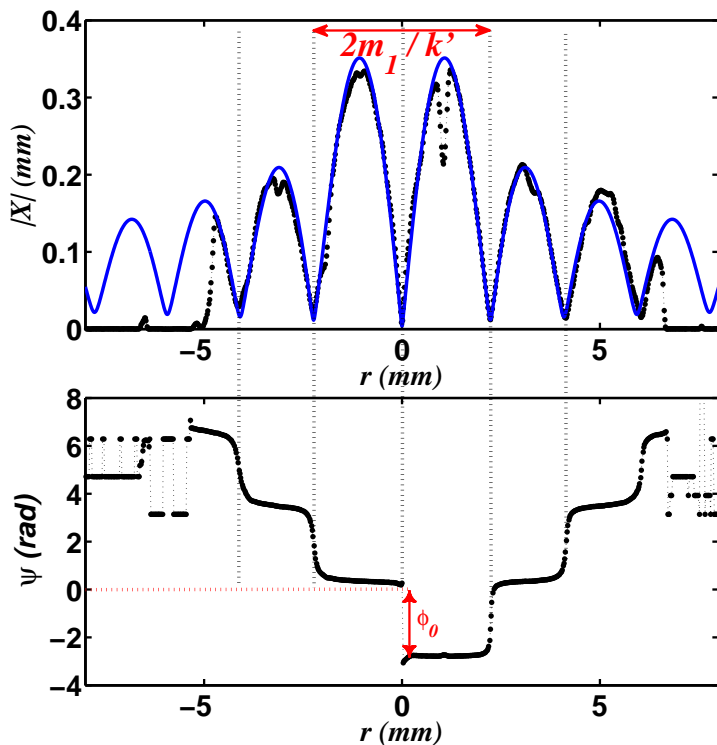


FIGURE 3.9 – Exemple de données mesurées à la détection synchrone ($|X|(r)$ en haut, $\Psi(r)$ en bas) pour une fréquence de 1440 Hz , en bleu un ajustement avec l'expression de $|X|$ de l'équation (3.11) et A_0 , k' et k'' en paramètres ajustables.

À partir du graphe de $|X|$, il est possible de connaître la valeur de l'amplitude au centre du film A_0 ainsi que la partie réelle k' du nombre d'onde k . On utilise pour cela l'expression de $|X|(r)$ donnée dans l'équation (3.11). À partir du graphe de $\Psi(r)$, on mesure φ_0 , la valeur de Ψ pour le plateau compris entre $r = 0 \text{ mm}$ et $r = 2 \text{ mm}$ dans le cas de la figure 3.9.

Il est également possible de mesurer k' à partir du graphe de $\Psi(r)$, et les valeurs de k' mesurées par cette méthode sont compatibles avec celles obtenues via le graphe de $|X|(r)$.

En réitérant les analyses pour chaque profil, on parvient donc à obtenir une valeur de A_0 , k' et φ_0 pour toutes les fréquences testées.

3.4 Partie réelle de k en fonction de f

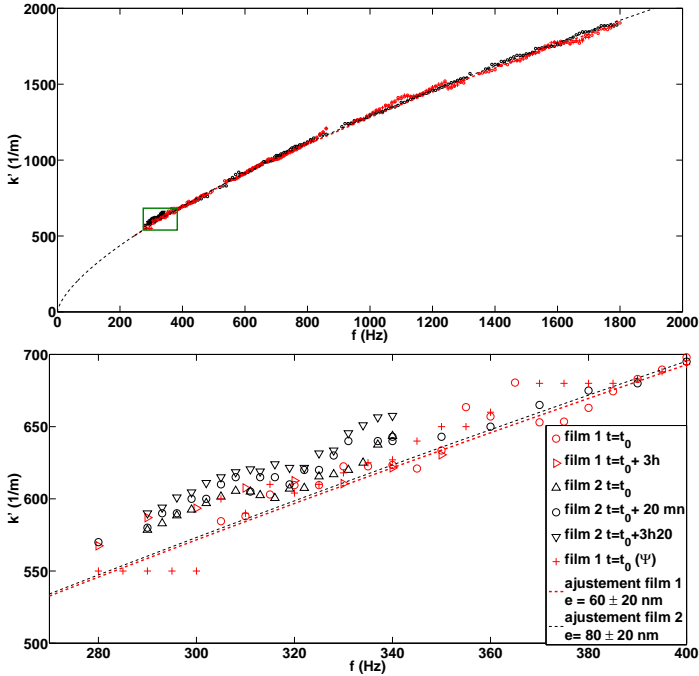


FIGURE 3.10 – Partie réelle du nombre d’onde k' en fonction de la fréquence, obtenu à partir des graphes de $|X|(r)$ pour deux films (symboles creux). Les courbes en tirets sont des ajustements réalisés avec l’épaisseur e comme paramètre ajustable, en utilisant l’expression (3.8) obtenue au début de ce chapitre. Dans le graphe du bas, on peut observer un zoom du graphe du dessus dans la zone correspondant au rectangle vert. Les croix rouges correspondent aux mesures de k' obtenues à partir des graphes de $\Psi(r)$. Il s’est écoulé 3 heures entre les deux séries de mesure du film 1. Pour le film 2, il s’est écoulé 20 minutes puis 3 heures et 20 minutes entre la première, deuxième et troisième série de mesure respectivement.

Dans la figure 3.10 sont représentées plusieurs séries de scans pour deux films (nommés film 1 et film 2), et le temps indiqué dans la légende correspond au temps du premier scan de la série. Les deux séries longues sont représentées par des cercles. Le graphe du bas est un zoom de la zone correspondant aux fréquences comprises entre 270 Hz et 400 Hz et aux nombres d'onde compris entre 500 m^{-1} et 700 m^{-1} du graphe du dessus. Ce zoom permet de pouvoir distinguer les séries de mesures représentées par des triangles, qui sont présentes sur les deux graphes de la figure 3.10. Ces mesures sont effectuées avant et après les mesures représentées par des cercles (seulement après pour le film 1), et permettent de vérifier que le film de savon a peu évolué au cours des trois heures qui se sont écoulées lors de l'acquisition des données représentées par des cercles.

On remarque en figure 3.10 que les données obtenues pour les séries représentées par des cercles sont peu bruitées, et que l'ajustement de ces données par l'expression (3.8) donne une épaisseur compatible avec l'épaisseur d'un film noir. De plus, on remarque que les croix et cercles rouges ont des valeurs proches (moins de 10% de variation), et montre que les mesures de nombre d'onde effectuées en analysant les graphes de $|X|(r)$ (cercles rouges, cf. figure 3.10 en haut) et celles effectuées en analysant les graphes de $\Psi(r)$ (croix rouges, cf. figure 3.10 en bas) sont compatibles.

En ce qui concerne l'ajustement, l'épaisseur ajustée correspond bien à celle d'un film noir ($e = 60 \text{ nm}$ et $e = 80 \text{ nm}$) et l'accord entre les données expérimentales et la théorie est très correct, ce qui nous permet de confirmer les prédictions théoriques de l'équation (3.8). Par ailleurs, dans la figure 3.10 en haut, on observe que les courbes des ajustements pour les deux épaisseurs sont confondues, ce qui signifie que l'inertie de l'air ($\rho_a/k \sim 1/1000 = 10^{-3} \text{ kg.m}^{-2}$) domine la dynamique de vibration des films noirs (l'inertie du liquide est $\rho e \sim 1000 * 80.10^{-9} = 8.10^{-5} \text{ kg.m}^{-2} \ll 10^{-3} \text{ kg.m}^{-2}$).

3.5 Partie imaginaire de k

3.5.1 Courbes de résonance

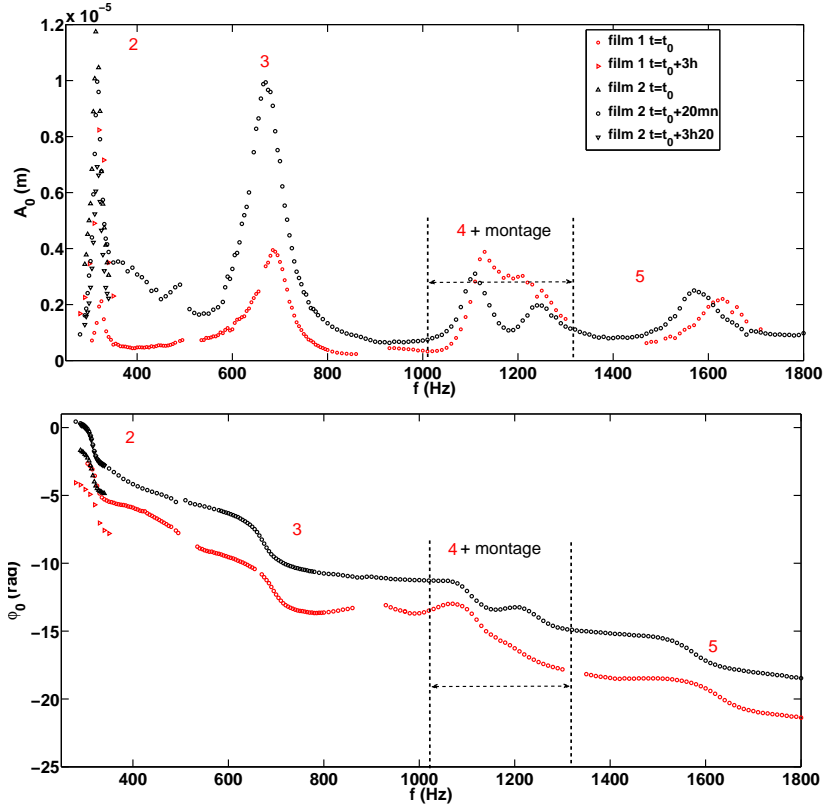


FIGURE 3.11 – En haut l’amplitude au centre du film A_0 en fonction de la fréquence, obtenu à partir des graphes de $|X|(r)$. En bas φ_0 en fonction de la fréquence, tel qu’il est défini dans la figure 3.9. Les chiffres rouges correspondent au mode de vibration du film. La légende est la même pour les deux graphes.

Pour mesurer la partie imaginaire du nombre d'onde, il nous faut ajuster les courbes de résonance présentées dans la figure 3.11. Dans cette figure, à l'exception de la zone comprise entre 1000 Hz et 1300 Hz , pour laquelle la résonance du système pot vibrant avec cellule interfère avec la résonance du film de savon (*cf.* figure 3.6), on observe des résonances, dont on peut identifier les modes grâce aux graphes de $|X|(r)$ et $\Psi(r)$. Les modes sont numérotés en rouge sur la figure. Les points dont la fréquence est plus petite que le deuxième mode de vibration ne sont pas tracés, car la vibration est très atténuée pour ces fréquences : les scans effectués pour des fréquences inférieures à 280 Hz ont une amplitude se confondant avec le bruit de la mesure. Cette constatation montre qu'il existe un mécanisme dissipant fortement les vibrations du film pour des fréquences plus petites que le second mode de vibration. On ne connaît pas l'origine de cette forte atténuation à basse fréquence.

Dans le graphe de $\varphi_0(f)$ (figure 3.11 en bas), en dehors des déphasages de π caractéristiques des résonances, on constate une dérive de φ_0 avec la fréquence. Cette dérive provient essentiellement d'un déphasage croissant au centre égal à $\sim\omega\delta t$, où δt est le temps mis par la vibration pour se propager du bord jusqu'au centre du film.

3.5.2 Mesure de k'' et comparaison avec la théorie

Pour mesurer k'' , on analyse individuellement chaque courbe de résonance présentée dans la figure 3.11.

Pour ajuster ces résonances, il nous faut définir une condition au bord. On choisit la condition suivante :

$$\zeta(r = R, t) = A_b e^{i(\omega t + \varphi_b)} \quad (3.12)$$

Cette équation représente le forçage effectif exercé par le support sur le film de savon. À la distance R , le déplacement vertical ζ du film de savon est égal à l'amplitude du forçage A_b et le déphasage du déplacement vertical ζ vaut φ_b .

À partir des équations (3.12) et (3.9), on obtient les expressions utilisées pour effectuer l'ajustement des résonances, qui sont les suivantes :

$$\begin{cases} \frac{A_0}{A_{cell}} = \frac{\alpha}{|J_0(kR)|} \\ \varphi_0 = \varphi_b - \arg(J_0(kR)) \end{cases} \quad (3.13)$$

Les paramètres R , $\alpha = \frac{A_b}{A_{cell}}$, et k'' sont les paramètres ajustables pour l'ajustement de l'amplitude et R , φ_b , et k'' sont les paramètres ajustables pour l'ajustement de la phase. A_{cell} est le forçage du système pot vibrant avec cellule, dont la variation en fonction de la fréquence est en figure 3.7. D'après cette équation, les résonances ont lieu lorsque $|J_0(kR)|$ atteint une valeur minimale, qui ne peut devenir nulle à cause du fait que la partie imaginaire k'' du nombre d'onde complexe k est non-nulle. On trace donc l'amplitude réduite A_0/A_{cell} et la phase φ_0 en fonction de la partie réelle k' du nombre d'onde, en utilisant la partie réelle de l'équation (3.8) pour passer de la fréquence f au nombre d'onde k' . Ces ajustements permettent d'obtenir une mesure précise de k'' pour chaque résonance du film .

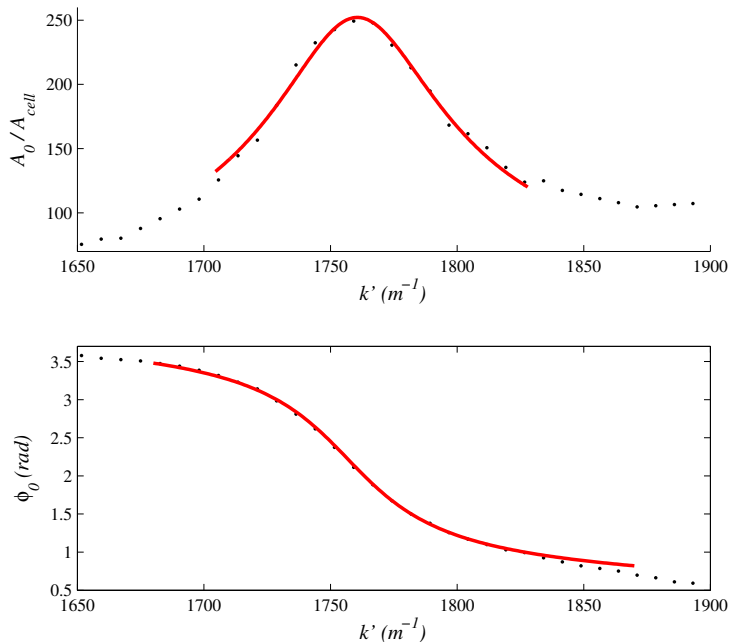


FIGURE 3.12 – Amplitude réduite A_0/A_{cell} , (A_{cell} étant l’amplitude de forçage mesurée à l’accéléromètre) et phase φ_0 de l’onde stationnaire en $r = 0$ pour le cinquième mode de vibration du film 2. En trait plein les ajustements permettant d’obtenir une valeur de k'' , avec les expressions de l’équation (3.13).

| Film 1 | | | |
|---|-----------------|-----------------|-----------------|
| | mode 2 | mode 3 | mode 5 |
| k'' (m^{-1}) | 9 ± 2 | 22 ± 1 | 32 ± 3 |
| R (mm) | 9.2 ± 0.2 | 8.7 ± 0.1 | 8.4 ± 0.1 |
| α | 0.24 ± 0.03 | 4.0 ± 0.2 | 12 ± 1 |
| φ_b [π] (<i>rad</i>) | -4.0 ± 0.1 | -11.5 ± 0.1 | -19.8 ± 0.1 |
| $\varphi_b + k'R_{film}$ (<i>rad</i>) | -0.9 | 0.8 | 0.9 |
| Film 2 | | | |
| | mode 2 | mode 3 | mode 5 |
| k'' (m^{-1}) | 8 ± 5 | 15 ± 5 | 31 ± 5 |
| R (mm) | 9.3 ± 0.1 | 8.8 ± 0.1 | 8.5 ± 0.1 |
| α | 0.9 ± 0.2 | 9 ± 1 | 15 ± 1 |
| φ_b [π] (<i>rad</i>) | -2.7 ± 0.1 | -6.8 ± 0.1 | -15.0 ± 0.1 |
| $\varphi_b + k'R_{film}$ (<i>rad</i>) | -0.9 | 1.2 | 0.9 |

TABLE 3.2 – Paramètres obtenus par ajustement des données en utilisant les expressions de l'équation (3.13) pour les deux films.

Dans la table 3.2, se trouvent les paramètres obtenus par ajustement des résonances avec les expressions de l'équation (3.13), avec k'' l'atténuation du film.

Dans la figure 3.13, on compare ces mesures de k'' avec l'expression de la partie imaginaire de la relation de dispersion donnée par l'équation (3.8).

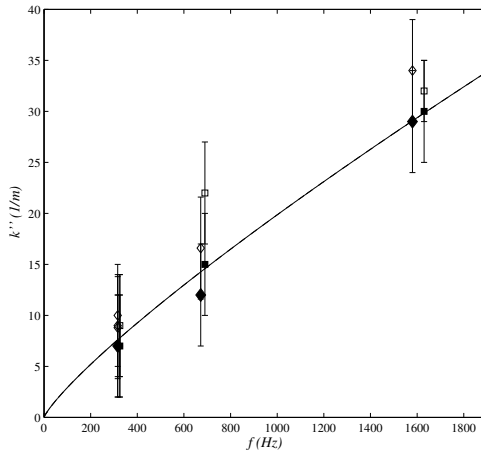


FIGURE 3.13 – Partie imaginaire du nombre d’onde k'' expérimental en fonction de la fréquence f . Les carrés correspondent au film 1 et les losanges au film 2, les symboles creux sont obtenus à partir de l’ajustement de l’amplitude et les symboles pleins à partir de la phase. L’équation (3.8) est tracée sans paramètre ajustable, il y a donc deux courbes en trait plein superposées, une pour chaque épaisseur.

Dans la figure 3.13, on peut voir que les k'' mesurés correspondent bien, aux erreurs près, à la courbe théorique de l’équation (3.8) tracée en trait plein sans paramètres ajustables, ce qui signifie que les prédictions que nous avons énoncées sont vérifiées. Cette figure confirme que la source principale de la dissipation du film en vibration est la dissipation visqueuse dans l’air. Ce résultat est le résultat principal de ce chapitre de thèse.

Cependant la table 3.2 fait apparaître des paramètres supplémentaires qu’il a fallu ajouter au modèle pour ajuster les données expérimentales : R , $\alpha = A_b/A_{cell}$ et $\varphi_b = \varphi_0 + \arg(J_0(kR))$. Si le bord du film suivait exactement le mouvement imposé par son support, on aurait $R = R_{film}$, $\alpha = 1$ et $\varphi_b = -\omega\delta t$ (car on s’attend à un déphasage

croissant entre φ_b et φ_0 , lié au temps mis par l'ébranlement pour se propager depuis le support jusqu'au centre du film), soit $\varphi_b \simeq -k'R_{film}$ (avec $R_{film} = 8.1 \text{ mm}$). Cependant, les valeurs de R du tableau 3.2 sont systématiquement supérieures à R_{film} . De plus, les valeurs de α du tableau 3.2 ne sont pas égales à 1, et semblent croître avec la fréquence. On fait l'hypothèse que cette valeur systématiquement supérieure pour le rayon R ajusté et les valeurs de $\alpha \neq 1$ constituent un indice du couplage entre la dynamique du ménisque et celle du film en vibration. Enfin, les valeurs de $\varphi_b + k'R_{film}$ du tableau 3.2 sont non-nulles. Cela signifie que le terme φ_b n'est pas exactement égal au temps nécessaire pour que l'onde parvienne du cadre vers le centre du film et qu'il existe un déphasage supplémentaire (environ 1 rad d'après le tableau 3.2). D'après la courbe d'étalonnage du déphasage (figure 3.6 en bas), on observe une dérive de la phase mesurée φ_{cell} d'environ 1 rad entre 200 Hz et 2000 Hz , ce qui pourrait expliquer en partie les valeurs non-nulles de $\varphi_b + k'R_{film}$ dans le tableau 3.2.

3.6 Conclusion

Si la mesure d'amplitude d'un film de savon en vibration avait déjà été effectuée par Boudaoud [8] dans le cadre d'effets non-linéaires, la mesure de résonances d'un film de savon en vibration n'a jamais été réalisée auparavant. De plus, ces mesures d'amplitude permettent de pouvoir mesurer la valeur de la partie imaginaire du nombre d'onde complexe k par un ajustement des résonances et les comparer à la relation de dispersion complexe, ce qui est également une nouveauté.

En ce qui concerne la partie réelle de la relation de dispersion, les données expérimentales sont en accord avec la théorie, en considérant l'épaisseur du film comme un paramètre ajustable. De même que pour la partie réelle, la partie imaginaire de la relation de dispersion est également en accord avec les mesures de k'' effectuées à partir des résonances. Cela signifie que l'air domine l'inertie et la dissipation dans la dynamique de vibration des films de savon.

En toute généralité, la relation de dispersion dépend de l'épaisseur du film. On se propose dans le chapitre suivant de réaliser une ex-

périence afin de tester la dépendance en épaisseur de la relation de dispersion, dans un régime pour lequel l'inertie du liquide n'est plus négligeable devant celle de l'air mis en mouvement.

Pour effectuer la comparaison des mesures de k'' avec la théorie, on a introduit un jeu de paramètres ajustables supplémentaires : l'atténuation ou amplification α et la distance au centre R pour laquelle l'amplitude est minimum. Ces paramètres sont probablement dus au ménisque qui relie le film de savon au support qui exerce le forçage sur le film. Une perspective intéressante serait d'utiliser ces paramètres pour quantifier le couplage entre la vibration du film de savon et celle du ménisque.

Chapitre 4

Ombroscopie des films

4.1 Problématique

Dans le chapitre 3, on a pu mesurer les parties réelle et imaginaire de la relation de dispersion à l'aide une méthode de profilométrie. Cette mesure a été réalisée en faisant vibrer un film noir d'épaisseur inférieure ou égale à 100 *nm*. Dans ces conditions, l'air entraîné par le film constitue l'essentiel de l'inertie du système dans la relation de dispersion simplifiée dans nos conditions expérimentales, correspondant à l'équation (3.8). Ici on souhaite mesurer la relation de dispersion pour des films d'épaisseur plus grande, afin de se placer dans des conditions où la théorie prédit un rôle non négligeable de l'inertie du liquide. On va également faire varier la composition chimique du film, dans le but de tester le rôle de la rhéologie interfaciale.

Le drainage des films épais est rapide. Les mesures effectuées par profilométrie ne sont malheureusement pas réalisables sur des temps courts, ce qui justifie ici l'utilisation d'une nouvelle méthode de mesure, qui s'effectue sur des temps plus courts. En revanche, cette nouvelle méthode ne permet pas de mesurer la partie imaginaire de la relation de dispersion.

Dans ce chapitre, on va mesurer la partie réelle de la relation de dispersion pour des films épais.

4.2 Matériel et méthodes

4.2.1 Solutions moussantes

On utilise dans cette expérience deux solutions moussantes : la solution de Golemanov *et al.* [24] et du TTAB en solution aqueuse à diverses concentrations. La solution de Golemanov *et al.* est constituée d'eau deionisée *milliQ*, d'un tensioactif chargé, le laureth sulfate de sodium (SLES), un tensioactif zwitterionique¹, la bêtaïne de cocamidopropyle (CAPB) et un acide gras, l'acide myristique (MAc). Les concentrations de SLES et CAPB sont au-dessus de la cmc, permettant ainsi de pouvoir solubiliser en partie les molécules d'acide myristique dans des micelles, cet acide étant normalement insoluble en solution aqueuse. Les molécules étant insolubles, une fois adsorbées à l'interface, ne peuvent retourner dans le volume. La plus grande partie de ces dernières se situe donc aux interfaces et confère aux films de savon créés à partir de cette solution des interfaces rigides. Afin de tester les effets de la viscoélasticité interfaciale, on utilise également une solution aqueuse ne contenant que du TTAB (Tetradecyl Trimethyl Ammonium Bromide), dont la viscoélasticité interfaciale est très petite par rapport à celle de la solution de Golemanov *et al.*

L'intérêt d'utiliser ces solutions est le fait qu'elles sont bien documentées [39, 24]. La solution de TTAB a été testée à différentes concentrations. Pour chaque concentration, les caractéristiques interfaciales de la solution ont été mesurées avec un tensiomètre à bulle à la fréquence $f_{bulle} = 0.1Hz$, et sont reportées dans la Table 4.1. La solution de SLES+CAPB+MAc a été étudiée pour une composition donnée : (0.33% SLES 0.17% CAPB et 0.002% MAc). Ses caractéristiques interfaciales ont été mesurées au tensiomètre à bulle à différentes fréquences (*cf.* Table 4.1).

1. La tête d'un tensioactif zwitterionique possède une charge positive et une charge négative.

| Solution de TTAB | | | |
|-------------------------------------|----------------------|-------------------------|--------------------------|
| $C(g.L^{-1})$ | $\gamma (mN.m^{-1})$ | $\epsilon' (mN.m^{-1})$ | $\epsilon'' (mN.m^{-1})$ |
| 1.2 | 37 ± 2 | 6 ± 3 | 6 ± 3 |
| 1.4 | 34 ± 2 | 8 ± 3 | 3 ± 2 |
| 1.6 | 35 ± 2 | 5 ± 4 | 5 ± 4 |
| 2.0 | 36 ± 0.5 | 11 ± 3 | 2 ± 1 |
| 5.0 | 35 ± 0.5 | 9 ± 2 | 3 ± 1 |
| Solution de Golemanov <i>et al.</i> | | | |
| $f_{bulle} (Hz)$ | $\gamma (mN.m^{-1})$ | $\epsilon' (mN.m^{-1})$ | $\epsilon'' (mN.m^{-1})$ |
| 0.1 | 22.5 ± 0.1 | 24 ± 2 | 29 ± 3 |
| 0.2 | <i>idem</i> | 15 ± 9 | 55 ± 5 |
| 0.5 | <i>idem</i> | 36 ± 5 | 121 ± 5 |
| 1 | <i>idem</i> | 76 ± 20 | 233 ± 24 |
| 2 | <i>idem</i> | 77 ± 15 | 228 ± 11 |
| 3.3 | <i>idem</i> | 159 ± 15 | 357 ± 20 |

TABLE 4.1 – Table des propriétés interfaciales des solutions utilisées, mesurées avec un tensiomètre à bulle oscillante (TECLIS IT Concept [41, p. 1379]). La partie supérieure de la table concerne les solutions de TTAB à diverses concentrations volumiques C , dont les propriétés viscoélastiques interfaciales (ϵ' et ϵ'') ont été mesurées à la fréquence d'oscillation de la bulle $f_{bulle} = 0.1Hz$. La partie inférieure concerne la solution de Golemanov *et al.* pour une composition donnée et pour différentes valeurs de la fréquence f de mesure. Les colonnes 2, 3 et 4 sont respectivement la tension de surface, la partie réelle et la partie imaginaire de la viscoélasticité interfaciale.

4.2.2 Dispositif Expérimental

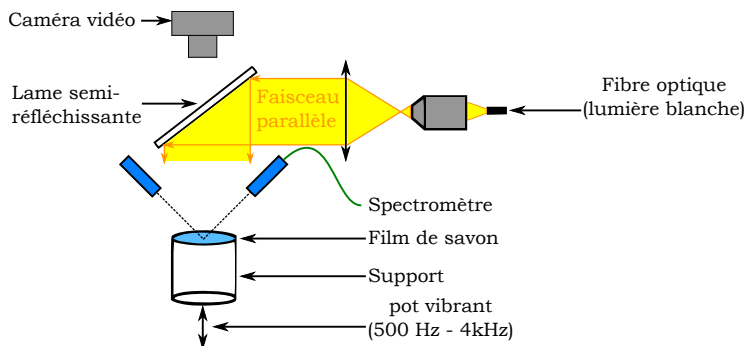


FIGURE 4.1 – Schéma du dispositif expérimental.

On crée un film de savon horizontal dans une cellule vissée sur un pot vibrant. Un faisceau de lumière parallèle impacte ce film en incidence normale grâce à une lame semi-réfléchissante, et le film est également observé sous incidence normale avec une caméra vidéo. Pour mesurer l'épaisseur du film, on utilise un spectromètre qui analyse l'intensité lumineuse réfléchie par le film en fonction de la longueur d'onde lumineuse λ_l , ce qui permet de mesurer l'épaisseur en un point du film. De même que pour les films mis en vibration au chapitre 3, il se forme une onde transverse stationnaire sur le film lorsqu'on le fait vibrer. Le film en vibration n'étant plus plan, la réflexion du faisceau parallèle par le film est modifiée, ce qui permet de pouvoir mesurer la longueur d'onde en analysant les images du faisceau réfléchi, et donc d'obtenir une mesure de la partie réelle de la relation de dispersion. L'ensemble du dispositif est détaillé dans les paragraphes suivants.

Préparation du film

On crée un film de savon en déposant une goutte de solution sur le cadre supportant le film puis en passant une bande de teflon sur ce cadre. Après création du film, il se forme au centre du film une goutte de solution d'un volume important nommé dimple [10, p. 102]. Pour homogénéiser l'épaisseur des films, il faut éliminer ce dimple.

Dans le cas du TTAB, on incline le film de 3° pendant 30 secondes, ce qui explique les franges colorées rectilignes et parallèles, caractéristiques du gradient d'épaisseur dû au drainage gravitaire, qui sont visibles sur la fig. 4.2 en haut. Après ce délai, on remet le film à l'horizontale et on procède à la mesure (qui est décrite plus loin). D'autre part, les films créés avec la solution de TTAB drainent rapidement, ce qui signifie qu'ils doivent être créés sur le support lorsqu'il est déjà vissé sur le pot vibrant.

Les films créés à partir de la solution de Golemanov *et al.* possèdent également un dimple, mais le temps de drainage de ces films étant très long, incliner le film ne permet pas d'évacuer le dimple se formant à la création du film en quelques secondes. On choisit donc de centrifuger le film, en vissant le support du film sur une perceuse, ce qui permet d'obtenir une épaisseur plus homogène que les films de TTAB inclinés. Cette centrifugation à la perceuse est effectuée pour une vitesse donnée et plus la centrifugation est longue, plus l'épaisseur du film diminue. Le temps de centrifugation varie de 5 à 20 minutes, en fonction de l'épaisseur que l'on veut atteindre.

On mesure la longueur d'onde en faisant varier la fréquence de vibration sur un temps petit devant le temps de drainage du film de sorte que les gradients d'épaisseurs ne varient pas au cours du balayage en fréquence. Afin d'étudier le rôle de l'épaisseur, on attend quelques secondes pour que les films de TTAB s'amincissent encore ou bien on centrifuge entre chaque expérience pour les films de SLES+CAPB+MAc, et on acquiert une nouvelle mesure de la longueur d'onde en fonction de la fréquence pour une épaisseur différente.

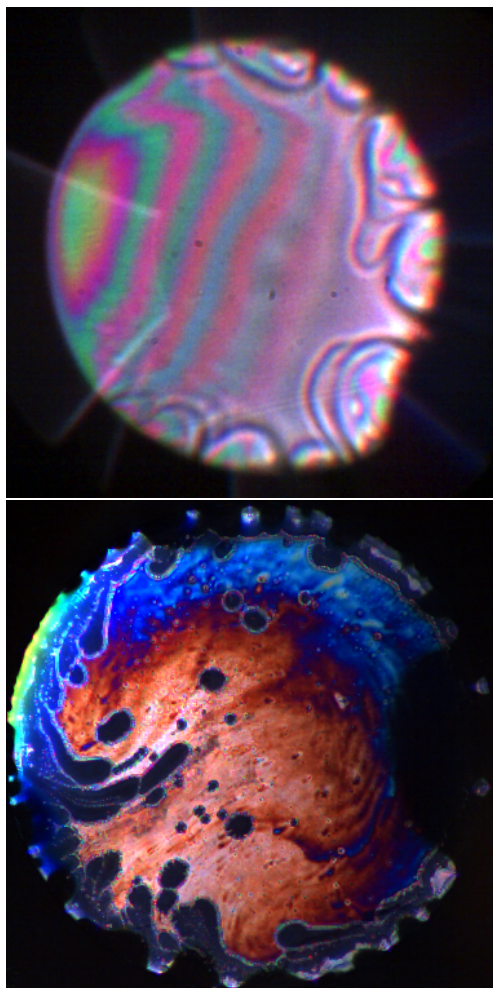


FIGURE 4.2 – Images de deux films, en haut un film de TTAB et en bas un film obtenu à partir de la solution de Golemanov *et al.* après centrifugation. Les films ont un diamètre de 16 mm.

Les deux supports

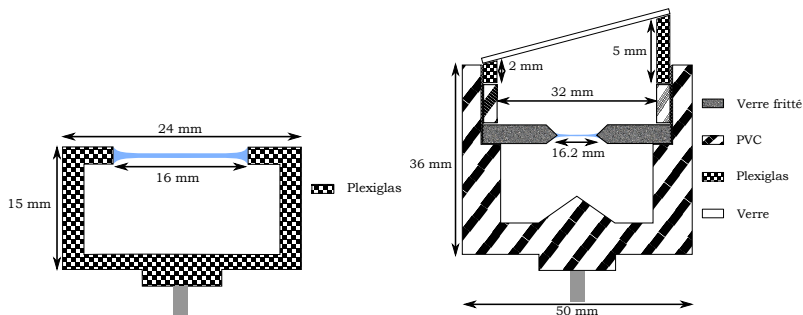


FIGURE 4.3 – Vue de coupe des deux cellules. À gauche, la cellule ouverte. À droite, la cellule fermée.

Deux supports spécialement créés pour les besoins de ces mesures ont été utilisés. Le premier est un tube de plexiglas, avec une vis en nylon collée à sa base afin de la visser sur le pot vibrant. Le film de savon est formé à l'extrémité supérieure au niveau d'un trou de diamètre 16 mm, à l'air libre (voir Fig. 4.3 à gauche). Au fond de ce tube est disposé un disque de papier noir qui permet d'éviter les réflexions parasites du faisceau parallèle.

Le second est une boîte cylindrique fermée par une lame de verre (Fig.4.3 à droite), qui prolonge la durée de vie d'un film en le mettant à l'abri des courants d'air, et en fournissant une atmosphère saturée en humidité pour limiter le phénomène d'évaporation, grâce au verre fritté qui sert de réservoir de liquide. Ce support fermé est le même que celui présenté dans le chapitre 3. Le PVC utilisé est de couleur noire, et le fond de la boîte est conique, ce qui permet d'éviter une accumulation de liquide au fond de la boîte en dessous du film, ce qui pourrait provoquer des réflexions du faisceau de lumière parallèle. L'utilisation de cette boîte fermée s'est avérée indispensable pour étudier les films de SLES+CAPB+MAc qui ont sinon une durée de vie trop brève pour nos

expériences. La lame de verre servant de couvercle est inclinée afin de dévier la réflexion du faisceau parallèle hors du champ de la caméra. La face intérieure de la lame est traitée (RainX anti-buée) avec un produit la rendant hydrophile, ce qui permet d'éviter la formation de buée qui gênerait la mesure.

Vibration

Le pot vibrant utilisé est le même que celui décrit dans la partie 3.2.3. Il est piloté par un GBF (SRS Model DS345), qui envoie un signal sinusoïdal d'amplitude pic-pic de $V_{pp} = 1.5 V$ dont on fait varier la fréquence linéairement dans le temps de $500 Hz$ à $4000 Hz$ sur une durée de $2 s$. Nous avons vérifié qu'à cette amplitude et avec cette durée pour le balayage en fréquence, le phénomène d'auto-adaptation, décrit dans la partie 1.3.2 ne se produit pas. Lorsqu'on lance la vibration, une onde circulaire part du bord du film et se réfléchit totalement en son centre. L'onde résultante sur le film est une onde stationnaire, dont les nœuds et les ventres sont disposés à des positions bien précises sur le film.

Partie optique-visualisation

Pour éclairer le film avec un faisceau de lumière parallèle en incidence normale, on dispose d'une source de lumière que l'on fait passer à travers un objectif de microscope (grossissement $\times 20$) dont la distance focale est très petite. On assimile ce point focal à une source ponctuelle. En faisant se correspondre ce point focal avec celui d'une lentille convergente, on obtient un faisceau parallèle horizontal (diamètre d'environ $30 mm$), qui est projeté en incidence normale sur le film à l'aide d'une lame semi-réfléchissante inclinée à 45° (cf. figure 4.1). Le film réfléchit le faisceau, qui repasse au travers de la lame pour entrer dans une caméra, qui permet de visualiser le film. Le temps d'exposition ($20 ms$) est très grand par rapport à la période d'oscillation (comprise entre 0.25 et $2 ms$), ce qui signifie que la caméra intègre au minimum 10 périodes d'oscillation.

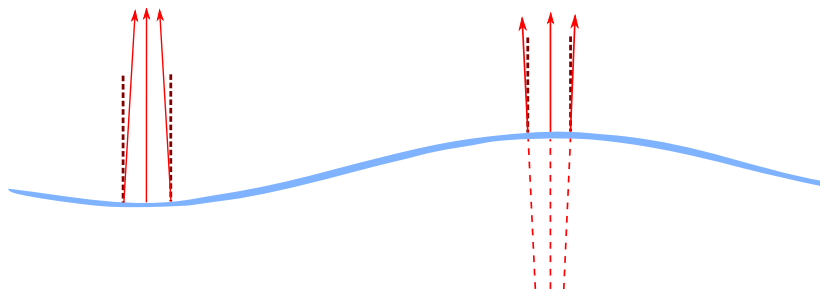


FIGURE 4.4 – Schéma du principe, les rayons réfléchis (trait plein en rouge avec flèche) près des ventres de vibration se focalisent en fonction de la courbure des ventres de vibration. Les rayons incidents sont symbolisées par les tirets en brun et les rayons virtuels sont symbolisées par les tirets en rouge. L'amplitude de vibration est exagérée par rapport à la longueur d'onde sur ce schéma.

Lorsque le film oscille, sa surface n'est plus plane et les rayons réfléchis sont déviés par rapport à la verticale. À cause de la courbure locale du film, les rayons réfléchis donnent naissance à des zones de forte intensité lumineuse focalisées situées de part et d'autre du film : en effet, à un instant donné les ventres de vibration donnent naissance pour moitié à un point de focalisation réel pour moitié à un point de focalisation virtuel (*cf.* fig. 4.4). Ces zones sont des caustiques [20]. En réglant la mise au point de la caméra près des points de focalisation, on observe des anneaux lumineux, qui, projetés dans le plan du film, correspondent aux positions des ventres de l'onde stationnaire (Figure 4.5).

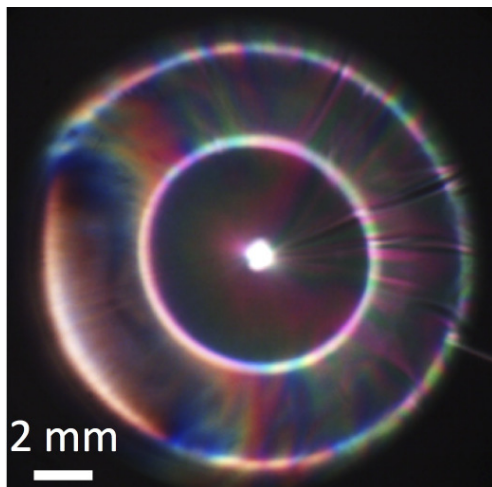


FIGURE 4.5 – Image des anneaux lumineux, indiquant la position des ventres de l'onde stationnaire. On remarque que les anneaux ne se superposent pas avec les irisations sur le film, témoignant de l'absence du phénomène d'auto-adaptation lorsque le film est mis en vibration.

Mesure d'épaisseur

Pour la mesure d'épaisseur, la méthode choisie a été l'interférométrie, illustrée dans le schéma 4.6.

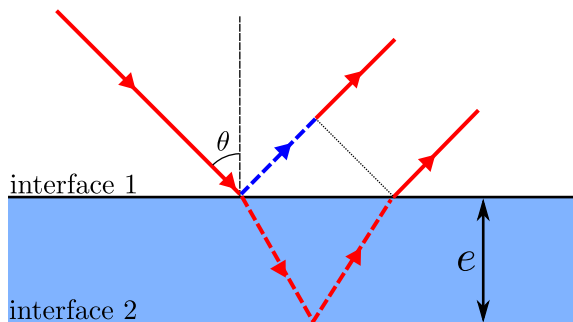


FIGURE 4.6 – Schéma de principe de la mesure en interférométrie, la différence de chemin optique entre les lignes en pointillés rouge et bleu correspond à la différence de marche optique δ .

On éclaire le film au repos en un point à l'aide d'un faisceau de lumière blanche (longueur d'onde λ_l comprise entre 400 nm et 800 nm), avec un angle d'incidence $\theta = \frac{\pi}{4}$. Ce faisceau est séparé sur la première interface air-eau du film, une partie étant réfléchiée et l'autre transmise dans le film. La partie transmise va se réfléchir en partie à la seconde interface et ressortir du film, en ayant parcouru une distance optique supplémentaire au sein du film. La différence de marche totale δ est liée à l'épaisseur e par cette relation :

$$\delta = 2e\sqrt{n^2 - \sin^2\theta} \quad (4.1)$$

Avec n l'indice optique de la phase liquide. Dans le cas du TTAB, $n = 1.38$, et pour la solution de Golemanov *et al.*, $n = 1.34$ (indices mesurés au réfractomètre (Bellingham + Stanley Eclipse Handheld Refractometer)).

Cette différence de marche δ provoque une différence de phase, elle-même provoquant des interférences constructives ou destructives. La

somme des deux faisceaux réfléchis est récupérée dans un spectromètre (Ocean Optics USB 2000+), qui analyse l'intensité $I(\lambda_l)$. Afin de mesurer δ , on effectue un ajustement du spectre en intensité (figure 4.7) par l'expression suivante :

$$I = I_0 \left[1 - a \cos \left(2\pi \frac{\delta}{\lambda_l} \right) \right] \quad (4.2)$$

λ_l est la longueur d'onde de la lumière et I_0 , a et δ sont les paramètres d'ajustement. I_0 est l'intensité du rayon lumineux en incidence et a un paramètre ajouté permettant de rendre compte des lumières parasites.

La gamme de différence de marche δ mesurable par le spectromètre va de $0,45 \mu\text{m}$ à $25 \mu\text{m}$, ce qui correspond à une gamme d'épaisseurs allant d'environ $0,2 \mu\text{m}$ à $10 \mu\text{m}$ (avec $n = 1.38$ et $\theta = \frac{\pi}{4}$). Cette méthode permet de mesurer l'épaisseur d'un film avec une précision allant à la dizaine de nanomètres. Cependant, la mesure est locale et correspond à l'épaisseur moyenne de la portion de film éclairée par le faisceau. Cette portion est de forme elliptique, dont le demi grand axe vaut $1,5 \text{ mm}$ et le demi petit axe vaut $0,5 \text{ mm}$. Cela signifie que les gradients d'épaisseur au sein des films apparaissant en figure 4.2 par exemple ne sont pas mesurés par cette méthode.

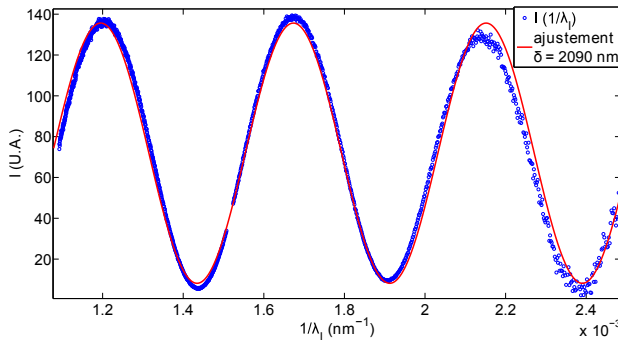


FIGURE 4.7 – Spectre ajusté par l'expression donnée dans l'équation 4.2.

4.2.3 Déroulement d'une expérience

On commence par créer un film sur le support (soit en versant quelques gouttes de solution moussante sur le bord en plexiglas dans le cas de la cellule ouverte, soit en saturant le verre fritté en solution dans le cas de la cellule fermée), puis on tire un film à l'aide d'une lamelle de Teflon. Dans le cas de la cellule fermée, il faut ensuite mettre en place la lamelle de verre afin de fermer la cellule, puis la fixer au mandrin d'une perceuse pour centrifuger le film, avant enfin de monter la cellule sur le pot vibrant. Dans le cas de la cellule ouverte, on la visse sur le pot vibrant avant de procéder au tirage du film.

Une fois le dimple évacué, on entame la série de mesures par la détermination de l'épaisseur du film au repos au spectromètre. On déclenche ensuite simultanément un enregistrement vidéo et un balayage linéaire temporel en fréquence (de 500 Hz à 4 kHz) grâce à un système de synchronisation.

Après un premier balayage, on laisse l'épaisseur diminuer (par drainage capillaire dans le cas de la solution de TTAB, par centrifugation pour la solution de Golemanov *et al.*), puis on procède de nouveau à une mesure d'épaisseur, suivie par un nouveau balayage en fréquence. On réitère ainsi (mesure d'épaisseur, balayage, pause/centrifugation) jusqu'à éclatement du film. Cette procédure est automatisée par un montage électronique qui synchronise tous les éléments de la mesure; elle est schématisée en figure 4.8.

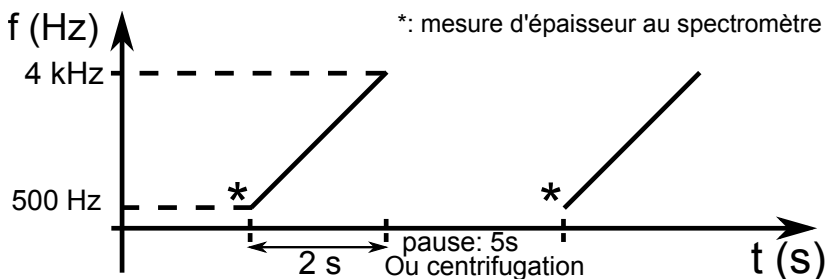


FIGURE 4.8 – Schéma de déroulement d'une expérience

4.2.4 Analyse d'images

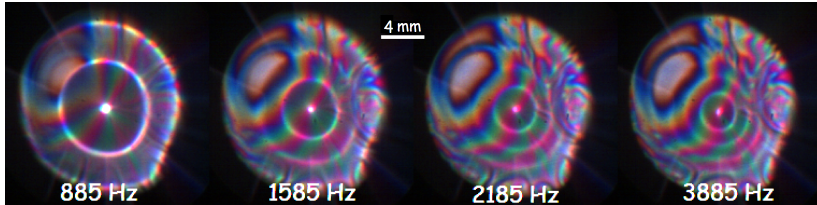


FIGURE 4.9 – Images d'un film de TTAB (concentration de 1.2 g.L^{-1}) à différents instants au cours d'un balayage en fréquence. L'épaisseur mesurée au spectromètre avant le début de ce balayage est $e = 0.3 \text{ }\mu\text{m}$. Par ailleurs, les gradients d'épaisseurs ne sont pas modifiés au cours du balayage, ce qui signifie que le temps du balayage est effectivement petit devant le temps de drainage.

On observe en figure 4.9, quelques images obtenues par cette méthode : on remarque en premier que les anneaux sont plus nombreux et se resserrent lorsque la fréquence augmente. Pour vérifier que l'épaisseur n'évolue pas au cours d'un balayage en fréquence, on s'assure que la figure d'interférences reste la même pour un balayage donné, ce qui est le cas dans la figure 4.9.

Une fois les images enregistrées, on les analyse une par une pour mesurer la longueur d'onde pour chaque image. Le procédé pour mesurer la longueur d'onde d'une image donnée est le suivant : on trace sous ImageJ un rayon a (le segment blanc dans la figure 4.10) pour un anneau donné. Les anneaux lumineux correspondent à des ventres de vibration, qui sont donc des extrema locaux de la fonction de Bessel de première espèce d'ordre zéro $J_0(kr)$ (équation(2.24)), ce qui correspond aux zéros de la dérivée de cette fonction, $J_1(kr)$. On en déduit la longueur d'onde $\lambda_n = 2\pi/k_n$ du $n^{\text{ième}}$ anneau, en écrivant $k_n a = m_n$ avec m_n l'abscisse du $n^{\text{ième}}$ zéro de $J_1(m_n)$. Dans le cas illustré dans la figure 4.10, on choisit le premier zéro non trivial, donc $k_1 a = m_1 = 3.83$. Sur l'image, $a = 0,0039 \text{ m} \Rightarrow k = \frac{3,83}{0,0039} = 980 \text{ m}^{-1}$ ou bien $\lambda = 6.4 \text{ mm}$.

Pour s'assurer que l'anneau est bien circulaire lors de la mesure, on fait pivoter le rayon tracé (comme indiqué par la flèche arrondie dans la figure 4.10) et on vérifie que l'extrémité de ce segment reste contenue à l'intérieur de l'anneau lumineux lors de la rotation.

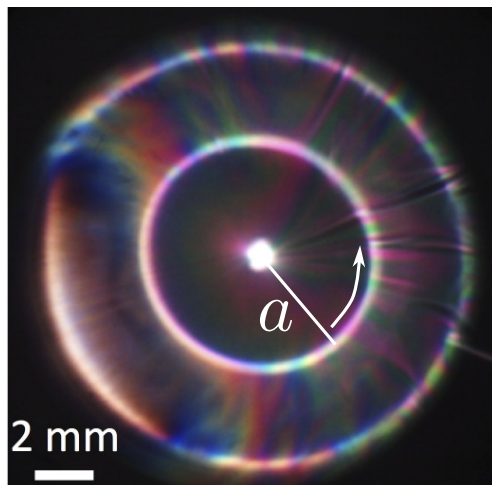


FIGURE 4.10 – Image d'un film de TTAB pour une fréquence de 948 Hz , avec a la longueur du segment blanc.

Ensuite, comme l'enregistrement vidéo, la mesure au spectromètre et le balayage en fréquence sont synchronisés, il est possible d'associer à chaque image une fréquence et une épaisseur données, et donc d'obtenir pour chaque vidéo une mesure de la relation de dispersion $\lambda(f)$ pour une épaisseur donnée.

4.3 Résultats expérimentaux

4.3.1 films de savon utilisés

Les films de savon présentés dans ce chapitre sont regroupés dans le tableau 4.2. Ils diffèrent par leurs épaisseurs et leur physicochimie.

| Solution de TTAB | | | | |
|------------------------|----------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| concentration | nom | $e_{\text{mesuré}} (\mu\text{m})$ | $e_{\text{estimé}} (\mu\text{m})$ | $e_{\text{ajusté}} (\mu\text{m})$ |
| 1.2 g.L^{-1} | e_1 | 1.2 | / | 1.6 |
| | e_2 | 0.8 | 0.32 – 1.20 | 1.1 |
| | e_3 | 0.3 | 0.02 – 0.85 | 0.55 |
| 1.4 g.L^{-1} | e_4 | 1.3 | 0.29 – 1.20 | 1.5 |
| | e_5 | 1.1 | 0.20 – 0.80 | 1.1 |
| | e_6 | 1.1 | 0.10 – 1.00 | 0.9 |
| 1.6 g.L^{-1} | e_7 | 2.5 | / | 2.3 |
| | e_8 | 1.3 | / | 1.5 |
| | e_9 | 0.7 | 0.33 – 0.98 | 1.1 |
| 2.0 g.L^{-1} | e_{10} | 2.1 | / | 1.3 |
| | e_{11} | 1.5 | 0.30 – 1.35 | 1.0 |
| | e_{12} | 1.1 | 0.05 – 0.90 | 0.65 |
| 5.0 g.L^{-1} | e_{13} | 1.0 | / | 1.2 |
| | e_{14} | 0.8 | 0.35 – 1.35 | 0.85 |
| | e_{15} | 0.5 | 0.15 – 0.95 | 0.7 |
| Solution SLES+CAPB+Mac | | | | |
| / | e_{16} | 1.41 | / | / |
| / | e_{17} | 1.12 | / | / |
| / | e_{18} | 0.88 | / | / |
| / | e_{19} | 0.74 | / | / |
| / | e_{20} | 0.46 | / | / |
| / | e_{21} | 0.34 | / | / |

TABLE 4.2 – Films de savon utilisés pour chaque solution.

Dans la table 4.2, $e_{\text{mesuré}}$, $e_{\text{estimé}}$ et $e_{\text{ajusté}}$ sont respectivement l'épaisseur mesurée au spectromètre, la gamme des épaisseurs estimée via l'observation des teintes de Newton et l'épaisseur utilisée pour adimensionner les données (ajustée *ad hoc*). Les moyens utilisés pour ob-

tenir les valeurs de $e_{\text{estimé}}$ et $e_{\text{ajusté}}$ sont expliqués dans la suite de ce chapitre, en partie 4.4.2.

4.3.2 Courbes $\lambda(f)$, $c(k)$ et $c^{-2}(\lambda)$

La mesure de la longueur d'onde en fonction de la fréquence est représentée en figure 4.11, pour différentes solutions et différentes épaisseurs pour chaque solution :

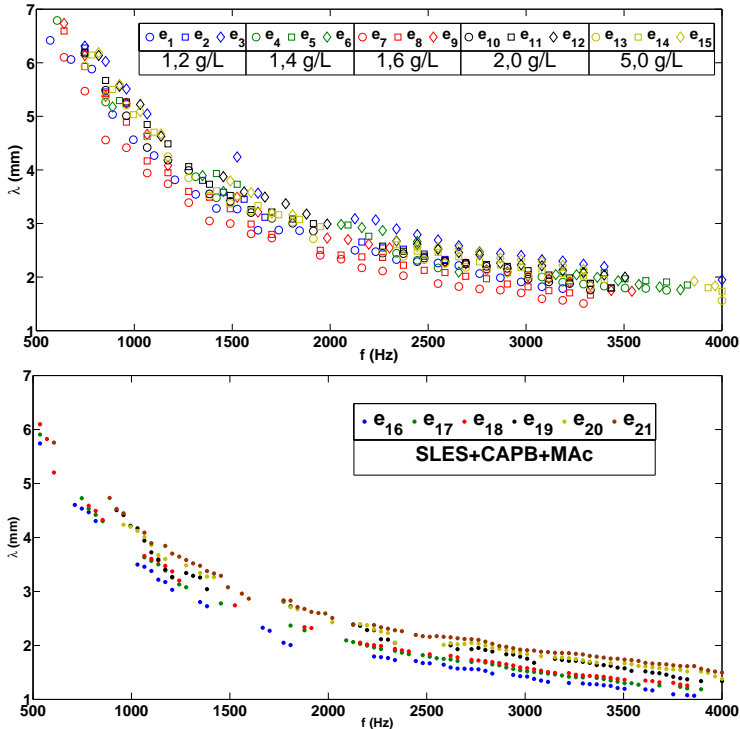


FIGURE 4.11 – longueur d'onde λ en fonction de la fréquence, en haut pour les films de TTAB pour cinq concentrations et trois épaisseurs de films différentes par concentration, en bas pour la solution de SLES+CAPB+MAc pour six épaisseurs de films différentes.

On trace également $c(k) = \lambda f = \frac{2\pi f}{k}$ et $c^{-2}(\lambda) = (\lambda f)^{-2}$ pour les deux solutions (TTAB en figure 4.12 et SLES+CAPB+MAc en figure 4.13), dans le but de les comparer aux courbes après analyse.

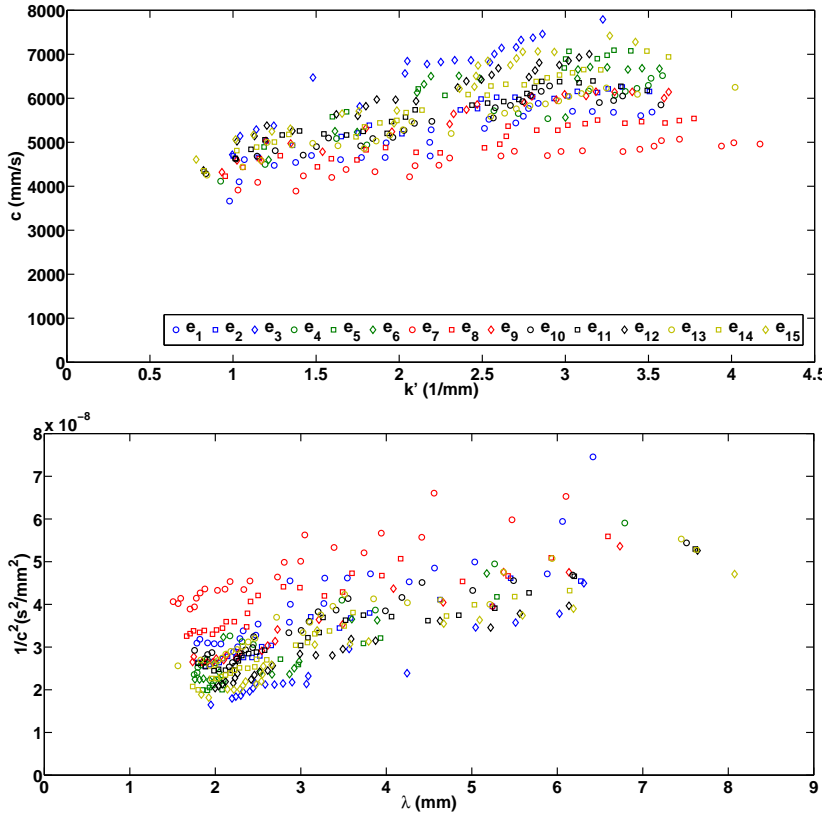


FIGURE 4.12 – En haut, vitesse $c = \lambda f$ en fonction de la partie réelle du nombre d'onde $k' = 2\pi/\lambda$. En bas, inverse de la vitesse au carré $1/c^2$ en fonction de la longueur d'onde λ pour les films de TTAB.

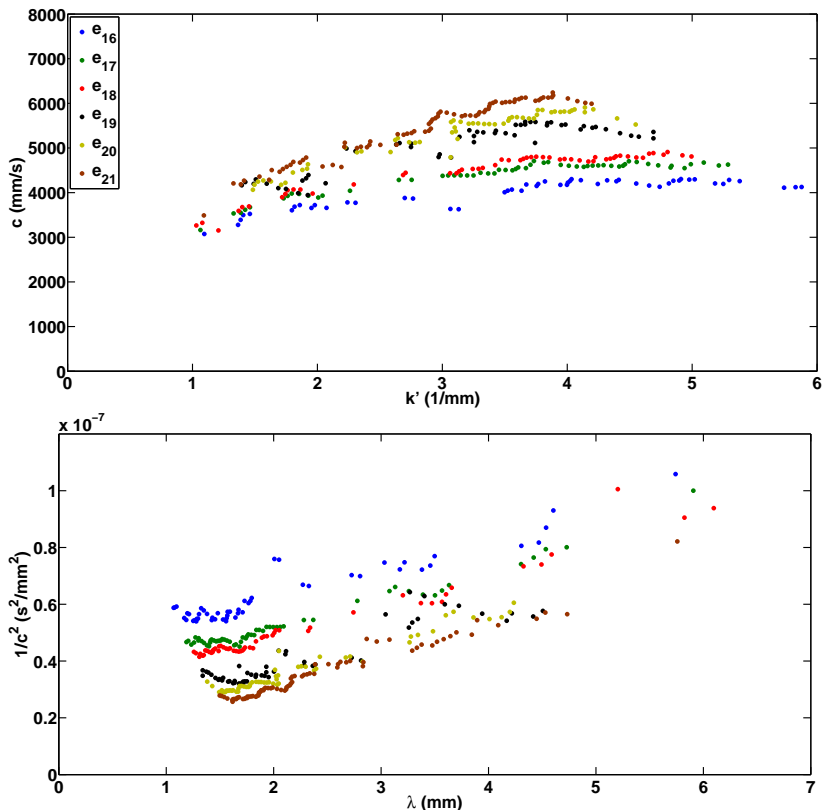


FIGURE 4.13 – En haut, vitesse $c = \lambda f$ en fonction de la partie réelle du nombre d'onde $k' = 2\pi/\lambda$. En bas, inverse de la vitesse au carré $1/c^2$ en fonction de la longueur d'onde λ pour les films de SLES+CAPB+MAc.

Les graphes en haut des figures 4.12 et 4.13 mettent en avant les petites longueurs d'onde tandis que la graphes en bas des figures 4.12 et 4.13 mettent en avant les grandes longueurs d'onde. Dans la figure 4.11, au-delà de la décroissance attendue de la longueur d'onde lorsque la fréquence croît, on remarque une dépendance de la longueur d'onde

avec l'épaisseur, puisque la longueur d'onde augmente systématiquement quand l'épaisseur diminue pour une même fréquence. On a fait également varier la concentration des solutions de TTAB pour voir un effet éventuel de la tension de surface.

Dans les figures 4.12 et 4.13, on remarque que pour une concentration donnée (symboles de même couleur pour les points obtenus à partir des films de TTAB et tous les points pour les films de SLES+CAPB+MAc) la vitesse c diminue lorsque l'épaisseur e augmente. Dans la figure 4.12 en haut, les losanges (épaisseurs les plus petites pour une concentration donnée) sont dans la partie haute du nuage de points correspondant à une même concentration (symboles de même couleur) et les cercles (épaisseurs les plus grandes pour une concentration donnée) sont dans la partie basse du nuage de points correspondant à une même concentration (symboles de même couleur). On observe le contraire dans la figure 4.12 en bas. Dans la figure 4.13, ces observations sont plus aisées, puisqu'il n'y a qu'une concentration et les couleurs représentent des épaisseurs différentes.

4.4 Analyses des résultats

4.4.1 Comparaison à la théorie

On va comparer les résultats expérimentaux des figures 4.11, 4.12 et 4.13 avec la relation de dispersion théorique simplifiée (dans nos conditions expérimentales) de l'équation (3.8), dont l'expression est la suivante :

$$\lambda f = \sqrt{\frac{2\gamma}{\rho e + \rho_a \lambda / \pi}} \quad (4.3)$$

Pour effectuer cette comparaison, on choisit de s'affranchir de l'influence de l'épaisseur. Pour cela, on définit des grandeurs adimensionnées pour la longueur d'onde et la fréquence en prenant $e \frac{\rho}{\rho_a}$ comme longueur caractéristique et $e \frac{\rho}{\rho_a} \sqrt{\frac{\rho e}{2\gamma}}$ comme temps caractéristique :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Lambda = \frac{\lambda \rho_a}{e \rho} \\ F = f e \frac{\rho}{\rho_a} \sqrt{\frac{\rho e}{2\gamma}} \end{array} \right. \Rightarrow C = \Lambda F = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\Lambda}{\pi}}} \quad (4.4)$$

Avec C la vitesse de propagation adimensionnée. Si les points expérimentaux se placent sur les graphes des courbes théoriques d'expression $C(K) = \sqrt{\frac{1}{1+2/K}}$ et $\frac{1}{C^2}(\Lambda) = 1 + \frac{\Lambda}{\pi}$, avec ($K = \frac{2\pi}{\Lambda}$), cela signifie que la théorie modélise bien les dépendances entre les paramètres mesurés, d'où l'importance de la mesure d'épaisseur e et de tension de surface γ , qui permettent ces adimensionnements.

On adimensionne donc la longueur d'onde et la fréquence, avec les expressions de l'équation (4.4), en utilisant les épaisseurs mesurées au spectromètre ($e_{\text{mesuré}}$ du tableau 4.2) et les tensions de surface mesurées au tensiomètre (*cf.* tableau 4.1). Après adimensionnement, les courbes des figures 4.11, 4.12 et 4.13 deviennent respectivement les courbes des figures 4.14, 4.15 et 4.16.

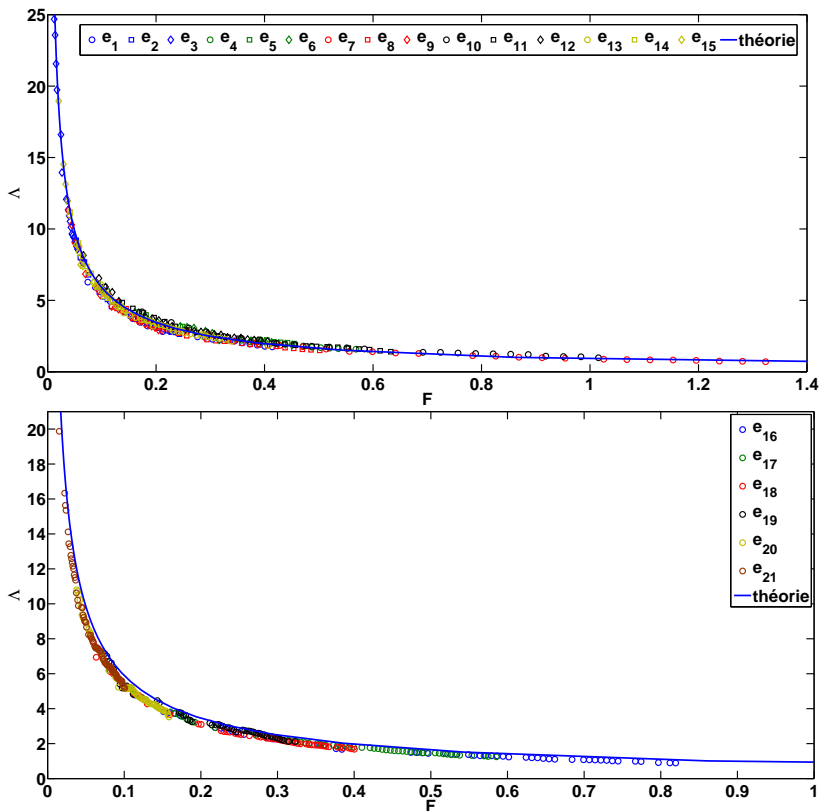


FIGURE 4.14 – Longueur d’onde adimensionnée Λ en fonction de la fréquence adimensionnée F , en haut pour les films de TTAB et en bas pour les films de SLES+CAPB+MAc.

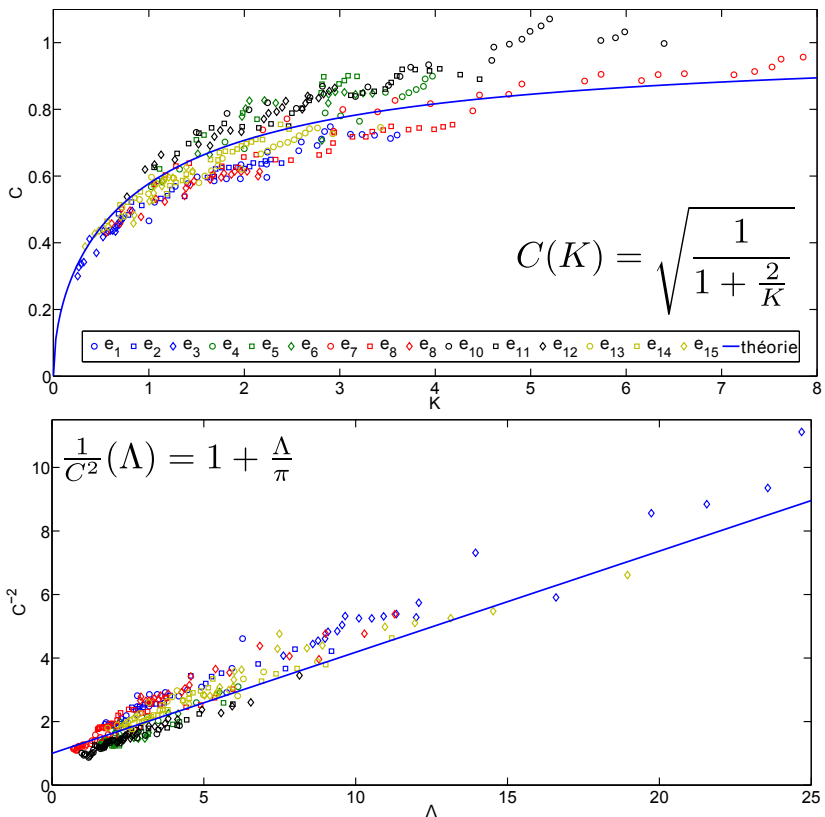


FIGURE 4.15 – Courbes adimensionnées pour les films de TTAB. En haut, vitesse adimensionnée C en fonction du nombre d’onde adimensionné K . En bas, inverse de la vitesse adimensionnée au carré $1/C^2$ en fonction de la longueur d’onde adimensionnée Λ .

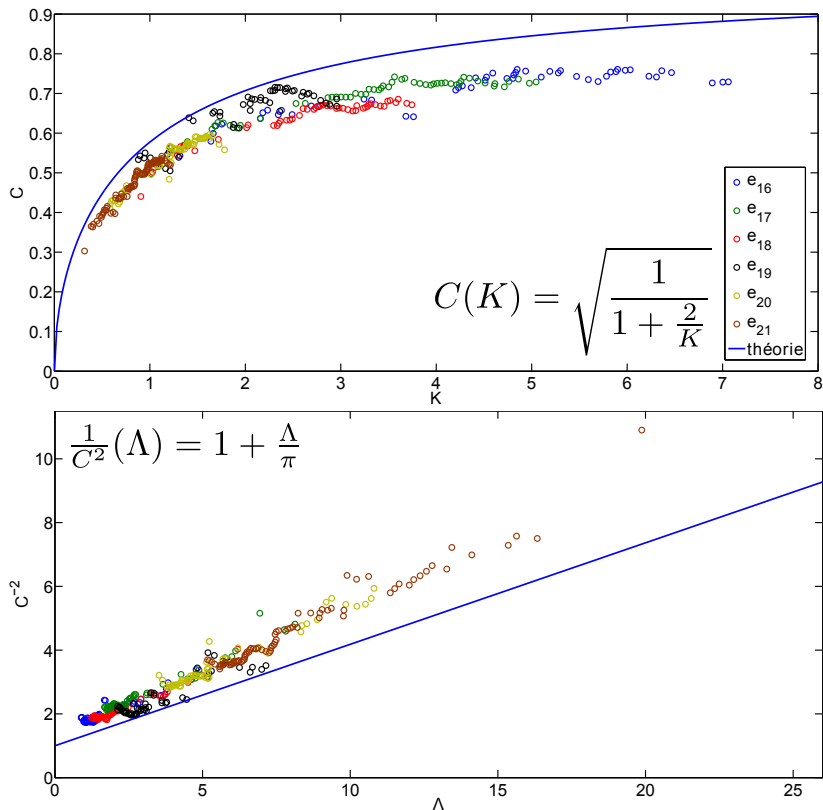


FIGURE 4.16 – Courbes adimensionnées pour les films de SLES+CAPB+Mac. En haut, vitesse adimensionnée C en fonction du nombre d'onde adimensionné K . En bas, inverse de la vitesse adimensionnée au carré $1/C^2$ en fonction de la longueur d'onde adimensionnée Λ .

Premièrement, on remarque sur tous les graphes des figures 4.14, 4.15 et 4.16 que pour chaque concentration dans le cas du TTAB (symboles de même couleur) et pour les films de SLES+CAPB+Mac, les

données expérimentales correspondant à des épaisseurs de film différentes suivent une courbe maîtresse.

Ensuite, les données expérimentales des six graphes (fig. 4.14, 4.15 et 4.16) ne suivent pas les courbes théoriques (trait plein bleu). Cet écart à la théorie dépend de la concentration pour les films de TTAB. D'autre part, cet écart est du même ordre de grandeur pour les deux solutions (TTAB et SLES + CAPB + MAc). Or, un à deux ordres de grandeur séparent les valeurs de la viscoélasticité interfaciale de ces deux solutions (*cf.* 4.1). Cette observation (écart similaire aux courbes théoriques pour les deux solutions) semble indiquer que cet écart n'est pas dû à la viscoélasticité interfaciale, ce qui est compatible avec la prédiction théorique énoncée à la fin de la section 3.1.

Étant donné que les mobilités interfaciales et les gradients d'épaisseurs ne sont pas les mêmes pour les solutions de TTAB et SLES + CAPB + MAc, on décide dans la suite de discuter séparément les résultats obtenus pour ces deux solutions, pour comprendre dans chaque cas les origines possibles de ces écarts à la théorie.

4.4.2 Films de TTAB

Les films de TTAB présentent de forts gradients d'épaisseur, comme on peut le voir en figure 4.2 en haut par exemple. La mesure d'épaisseur obtenue par le spectromètre est une mesure locale, effectuée sur une portion du film et ne permet donc pas d'apprécier les gradients d'épaisseur au sein du film. On utilise donc plusieurs méthodes pour mesurer ou estimer cette épaisseur. La première méthode est la mesure au spectromètre, décrite précédemment dans ce chapitre. Dans la suite, nous allons comparer cette valeur obtenue au spectromètre ($e_{\text{mesuré}}$) à la valeur obtenue ($e_{\text{ajusté}}$) si l'on ajuste les courbes expérimentales avec les expressions théoriques adimensionnées (équation (4.4)) en laissant l'épaisseur comme paramètre ajustable. Puis nous discuterons l'écart entre ces deux valeurs après avoir estimé le gradient d'épaisseur des films grâce au teintes de Newton.

Ajustement de l'épaisseur par la relation de dispersion

On trace $C(K) = \sqrt{\frac{1}{1+2/K}}$ et $\frac{1}{C^2}(\Lambda) = 1 + \frac{\Lambda}{\pi}$ à partir de l'équation (4.4), en choisissant le paramètre e intervenant dans l'adimensionnement de

manière à faire correspondre les données expérimentales adimensionnées et la courbe théorique.

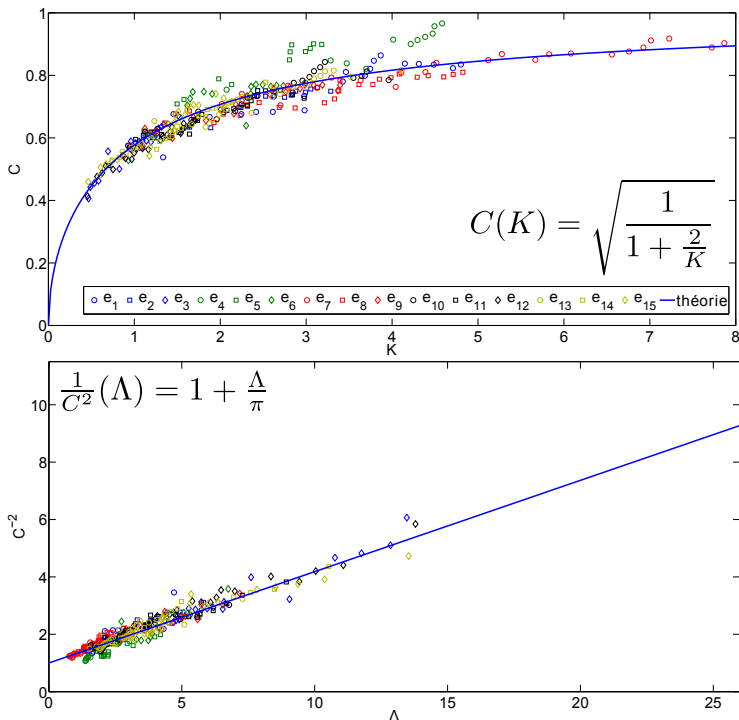


FIGURE 4.17 – En haut, vitesse adimensionnée en fonction du nombre d'onde adimensionné. En bas, inverse de la vitesse adimensionnée au carré en fonction de la longueur d'onde adimensionnée. Les données expérimentales sont adimensionnées en choisissant une épaisseur e telle que les points adimensionnés suivent la courbe théorique en trait plein bleu. La légende est la même pour les deux graphes.

Dans les deux graphes de la figure 4.17, l'accord avec la courbe théorique est très correct, ce qui signifie que l'épaisseur a été bien ajustée. Ces valeurs sont celles correspondant à la dernière colonne ($e_{\text{ajusté}}$) de la table 4.2. D'après ce tableau, on remarque un écart entre $e_{\text{mesuré}}$

et $e_{\text{ajusté}}$. Cet écart doit être comparé au gradient d'épaisseur dans le film qui peut être estimé à l'aide des teintes de Newton.

Estimation via les teintes de Newton

Les teintes de Newton correspondent aux couleurs que l'on observe lorsqu'une couche mince est éclairée par une lumière blanche. La lumière blanche incidente est divisée en deux, puis recombinaison après avoir introduit un déphasage $\frac{2\pi\delta}{\lambda_l} - \pi$ entre les deux faisceaux, pour une longueur d'onde λ_l et une différence de marche δ donnée, ce qui correspond au schéma de la figure 4.6, dans le cas $\theta = 0$ car la source lumineuse est le faisceau parallèle en incidence normale. La source étant incohérente (lumière blanche émise par une lampe), chaque onde (de longueur d'onde λ_l) émise par la source n'interfère qu'avec elle-même après déphasage et crée sa propre figure d'interférence. Les teintes de Newton correspondent au spectre de l'intensité en fonction de la différence de marche δ . Pour les obtenir, il faut faire la somme incohérente des intensités des figures d'interférence de chaque longueur d'onde.

On remarque que dans l'équation (4.2), dans le cas où la différence de marche δ tend vers 0 (équivalent à $e \rightarrow 0$), l'intensité $I(\lambda_l)$ est minimale. Cela provient du fait qu'un déphasage est introduit lors de la réflexion du faisceau incident à l'interface 1 de la figure 4.6, car l'indice optique du milieu dans lequel se propage l'onde réfractée est plus grand que le milieu initial, ce qui n'est pas le cas à l'interface 2 et donc cette réflexion n'introduit pas de déphasage. Par ailleurs, ce déphasage est indépendant de la longueur d'onde. On en déduit que le déphasage entre les deux faisceaux réfléchis vaut π pour toutes les longueurs d'onde lorsque $e \rightarrow 0$, ce qui signifie que toutes les longueurs d'onde sont en interférence destructive et donc le film apparaît noir.

Afin d'estimer un intervalle d'épaisseur à partir de l'image d'un film et des teintes de Newton, il faut pouvoir associer chaque frange à une épaisseur précise, il faut pour cela remplir deux conditions. La première concerne la forme du gradient d'épaisseur : ce dernier doit varier de manière monotone dans une direction donnée, ce qui permet de pouvoir ranger les couleurs des franges dans la même direction que le gradient. Dans le cas des films de TTAB, cette condition est réalisée lorsqu'on fait drainer les films. En inclinant les films, un gradient d'épaisseur mo-

notone se forme le long d'un diamètre du film et les franges rectilignes et parallèles observées ont une différence de marche qui varie de manière continue et monotone le long de ce gradient. Concernant les films de SLES+CAPB+MAc, la centrifugation ne permet pas d'établir un tel gradient, ce qui ne nous permet pas d'utiliser cette méthode dans ce cas.

La seconde condition est l'existence d'un point de repère, qui est une frange dont il est possible de déterminer la différence de marche, comme la frange noire, ou bien les franges reconnaissables qui constituent les deux premiers ordres d'interférences.

On peut donc exprimer cette condition d'une autre manière, qui est que le film dont on veut connaître une estimation de l'épaisseur doit contenir en son sein une frange de différence de marche δ inférieure ou égale à 1200 nm . Cette frange de 1200 nm , correspond à la frange bleue la plus à droite sur la figure 4.18, indiquée par le trait rouge sous l'abaque dans la figure.

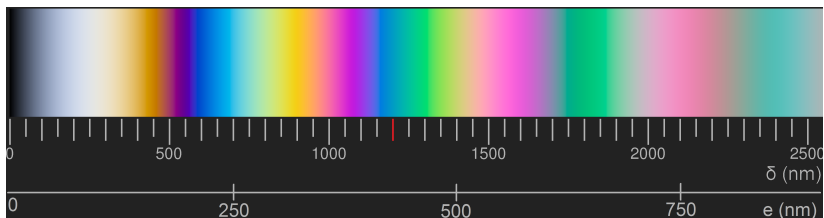


FIGURE 4.18 – Abaque permettant de relier la couleur d'une frange et la différence de marche, avec en abscisse la différence de marche δ en nm et e avec $n = 1.38$ et $\theta = 0 \text{ rad}$.

Si ces conditions sont remplies, on utilise une abaque des teintes de Newton (figure 4.18) qui permet de relier les franges que l'on observe sur le film aux différences de marche de l'abaque, puis remonter à l'épaisseur avec l'indice optique de la solution ($n = 1.38$ pour la solution de TTAB) en utilisant l'équation (4.1) avec $\theta = 0$, soit $\delta = 2ne$. Lorsque cette estimation est réalisable, elle donne l'intervalle des épaisseurs du film.

Les images des films analysés sont présentées en figure 4.19. Parmi les images de la figure 4.19, on note que les estimations sont possibles pour $e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_9, e_{11}, e_{12}, e_{14}$ et e_{15} (cf Table 4.2)

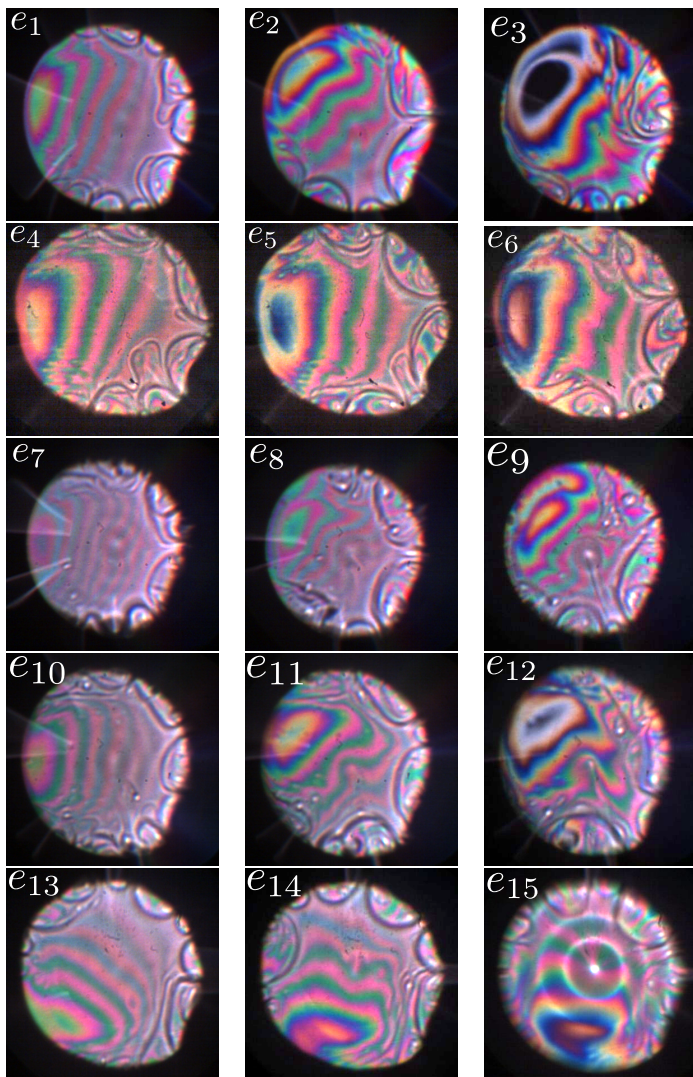


FIGURE 4.19 – Images des films de TTAB analysés dans ce chapitre. Les références des films sont ceux de la table 4.2.

Comparaison

La figure 4.20 est un graphe de l'épaisseur mesurée au spectromètre ($e_{\text{mesuré}}$) en fonction de l'épaisseur ajustée lors de l'adimensionnement ($e_{\text{ajusté}}$) pour chaque film de TTAB analysé. Les barres d'erreur représentent l'intervalle correspondant à $e_{\text{estimé}}$ grâce aux teintes de Newton quand cette estimation a pu être réalisée.

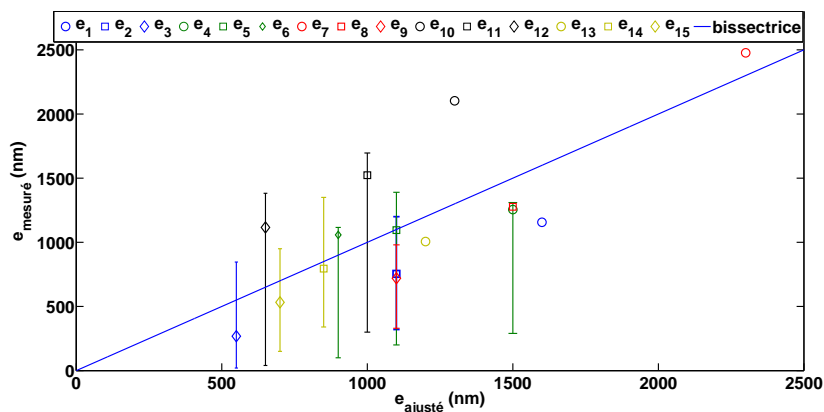


FIGURE 4.20 – Épaisseur mesurée au spectromètre en fonction de l'épaisseur ajustée lors de l'adimensionnement. En trait plein la première bissectrice du repère.

On remarque que compte-tenu des forts gradients d'épaisseur (les intervalles estimés sont grands par rapport à l'épaisseur mesurée), l'épaisseur ajustée est compatible avec l'épaisseur mesurée au spectromètre. En conséquence, on peut dire que malgré l'écart à la théorie observé en figure 4.15, nos résultats expérimentaux sont compatibles avec la théorie, compte tenu du fort gradient d'épaisseur observé.

4.4.3 Films de SLES+CAPB+MAc

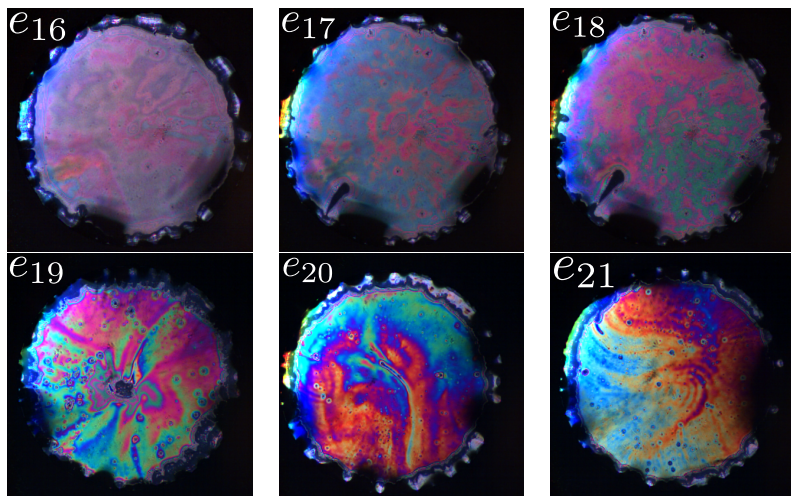


FIGURE 4.21 – Images de films tirés à partir de la solution de Golemanov *et al.*

Les épaisseurs des films de SLES+CAPB+MAc ne peuvent être estimées en utilisant les teintes de Newton comme abaque, car une des conditions n'est pas remplie (il n'y a pas de franges rectilignes et parallèles observables sur les films), il n'est donc pas possible de donner un intervalle pour le gradient d'épaisseur. Les couleurs des franges d'interférence présentes sur les films de la figure 4.21 nous permettent seulement de dire que les gradients d'épaisseur des films de SLES+CAPB+MAc sont très réduits par rapport à ceux des films de TTAB. On justifie cette affirmation par le fait que le nombre de zones colorées est bien plus faible sur les films de SLES+CAPB+MAc, et sur les films e_{20} et e_{21} on observe que toutes les couleurs observées sur ces films sont contenues dans un même ordre d'interférence, ce qui constitue un intervalle plus réduit (deux cents nanomètres maximum) que ceux estimés pour les films de TTAB.

Étant donné que les mesures d'épaisseur par interférométrie sont précises et que les gradients d'épaisseur sur les films sont faibles, l'épaisseur du film ne peut être utilisée comme paramètre ajustable à l'instar des films obtenus à partir des solutions de TTAB. L'écart constaté dans la figure 4.16 ne provient donc pas des imprécisions de mesure d'épaisseur.

Puisque la mesure d'épaisseur est précise, on va tenter de comparer la tension de surface γ mesurée au tensiomètre (*cf.* Table 4.1) avec la tension de surface ajustée à partir des données expérimentales. Pour cela, on effectue une opération similaire à celle effectuée pour les épaisseurs des films de TTAB, mais avec la tension de surface γ dans ce cas. Les résultats de cette opération d'ajustement sont en figure 4.22.

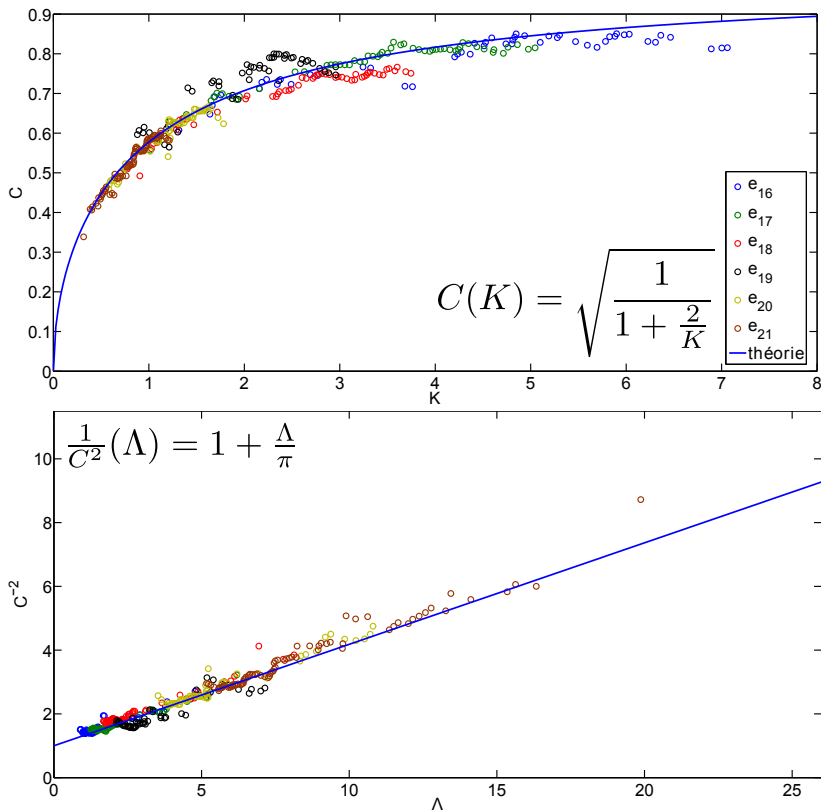


FIGURE 4.22 – En haut la vitesse adimensionnée en fonction du nombre d’onde adimensionné. En bas inverse de la vitesse adimensionnée au carré en fonction de la longueur d’onde adimensionnée. Les données expérimentales sont adimensionnées en choisissant une épaisseur γ telle que les points adimensionnés suivent la courbe théorique en trait plein bleu. On trouve $\gamma \sim 18 \text{ mN/m}$. La légende est la même pour les deux graphes.

On note sur la figure 4.22 que les données expérimentales suivent une courbe maîtresse, qui est en bon accord avec la relation théorique de l'équation (4.4) avec γ en paramètre ajustable : $\gamma \sim 18 \text{ mN/m}$ pour les deux courbes.

Ce résultat est en contradiction avec la mesure reportée dans le tableau 4.1, pour laquelle la tension de surface de la solution vaut $22.5 \pm 0.5 \text{ mN/m}$.

Cette mesure est effectuée par un tensiomètre à bulle oscillante, en créant une bulle dans le volume de la solution d'intérêt (SLES+CAPB+MAc dans notre cas), et en analysant son profil pour en déduire la tension de surface γ à l'aide de la loi de Laplace. Le calcul permettant de passer du profil de la bulle à la tension de surface est effectué par l'appareil.

La figure 4.23 représente une mesure de tension de surface par un tel appareil. La variation temporelle de la valeur de la tension de surface dans la figure 4.23 correspond au fait que l'origine des temps correspond à la création de la bulle. En effet, à $t = 0$, l'interface de la bulle nouvellement créée ne respecte pas l'équilibre d'adsorption/désorption de tensioactifs à son interface, et il faut attendre un certain temps avant que ce dernier se mette en place et que la valeur de la tension de surface soit stable dans le temps, c'est à dire que la tension de surface atteigne sa valeur d'équilibre, ce qui correspond à la valeur donnée dans le tableau 4.1.

Dans la figure 4.23, on remarque que la valeur de la tension de surface à l'équilibre (à partir de $t > 100 \text{ s}$) fluctue avec un bruit relatif faible ce qui nous permet de dire que cette mesure est précise.

Cet écart de tension de surface entre la valeur mesurée au tensiomètre et la valeur obtenue par ajustement pourrait provenir de la centrifugation du film, puisque cette opération perturbe la concentration de surface : les écoulements provoqués par centrifugation pourraient favoriser l'adsorption de tensioactifs. Or, certains des tensioactifs utilisés dans la solution de SLES+CAPB+MAc sont insolubles (MAc), ce qui signifie que lorsque la centrifugation cesse, ces tensioactifs restent en surface et donc la concentration de surface deviendrait plus élevée qu'avant centrifugation, ce qui se traduirait par une tension de surface

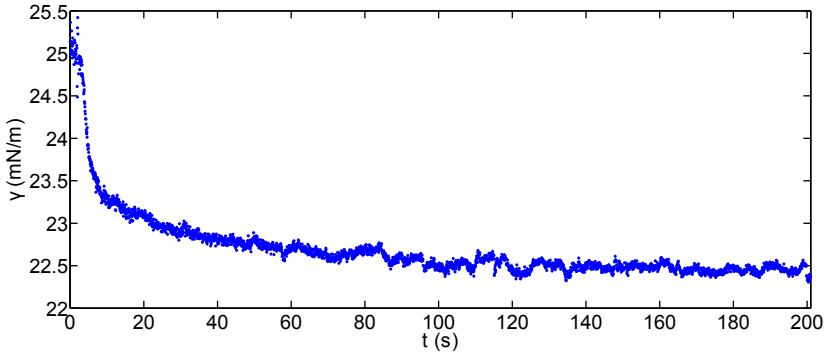


FIGURE 4.23 – Variation de la tension de surface en fonction du temps lors de la mesure au tensiomètre : la tension se stabilise à $22.5 \pm 0.5 \text{ mN/m}$ environ cent secondes après création de la bulle (en $t = 0 \text{ s}$).

plus faible. Une manière de vérifier cette hypothèse avec un tensiomètre à bulle serait de créer une bulle de grand volume, attendre que sa tension de surface se stabilise puis de diminuer sa taille et de mesurer à nouveau sa tension de surface.

4.5 Conclusion

On a testé la partie réelle de la relation de dispersion dans le cas où l'inertie du liquide contenu dans le film n'est pas négligeable devant l'inertie de l'air mis en mouvement ($\rho_e \sim 10^3 * 10^{-6} = 10^{-3} \text{ kg.m}^{-2}$ et $\rho_a/k \sim 1/10^3 = 10^{-3} \text{ kg.m}^{-2}$). On a également fait varier l'épaisseur du film ainsi que la composition chimique de ces derniers.

Dans le cas des solutions de TTAB, l'expression théorique de la partie réelle de la relation de dispersion présentée au chapitre 2 est compatible avec les résultats expérimentaux, compte tenu des gradients d'épaisseurs dans les films. Pour pouvoir se prononcer de manière plus précise, il faut pouvoir éliminer ce gradient d'épaisseur et réaliser ces mêmes mesures sur des films dont l'épaisseur est homogène.

En ce qui concerne les solutions de SLES+CAPB+MAc, la dépendance en épaisseur de la partie réelle de la relation de dispersion est vérifiée, à condition de considérer une tension de surface 20% plus faible que la mesure effectuée au tensiomètre. Une piste à explorer pour comprendre l'origine de cet écart serait l'étude des effets de la centrifugation.

Chapitre 5

Conclusion et perspectives

Le but de ce travail de thèse est de réaliser l'étude de la vibration de films de savon pour mieux comprendre la propagation d'ondes acoustiques dans les mousses.

Dans le chapitre 2, nous avons pu établir une relation de dispersion complexe, qui prend en compte l'inertie et la viscosité de l'air et du liquide, mais aussi la viscoélasticité interfaciale.

Dans le cadre des expériences effectuées dans le chapitre 3, cette relation de dispersion complexe a pu être simplifiée en une partie réelle qui donne les variations de la partie réelle du nombre d'onde avec la fréquence et une partie imaginaire qui donne les variations de la partie imaginaire du nombre d'onde avec la fréquence. Les deux expressions prédisent que l'air mis en vibration par le film domine l'inertie et la dissipation lors de la vibration du film et que les effets de la viscoélasticité interfaciale sont négligeables. La domination de l'air dans l'inertie et la dissipation du film est confirmée dans le chapitre 3, grâce aux mesures expérimentales d'amplitude effectuées sur le film en vibration.

En ce qui concerne la domination de l'air dans l'inertie du film, cela provient du fait que les films utilisés dans le chapitre 3 sont très fins

(films noirs). Pour tester la dépendance en épaisseur de la partie réelle de la relation de dispersion, on mesure la longueur d'onde en fonction de la fréquence avec des films plus épais, en utilisant un montage expérimental décrit dans le chapitre 4. Les résultats montrent que les variations de l'épaisseur des films sont prédites par la partie réelle de la relation de dispersion, compte tenu du bruit expérimental. Dans le chapitre 4, on teste également l'influence de la tension de surface en faisant varier les concentrations de tensioactifs et la physicochimie en ajoutant un tensioactif insoluble pour créer des films. L'écart de viscoélasticité entre les deux solutions testées constaté au tensiomètre ne se retrouve pas dans la dynamique des films, ce qui confirme la prédiction théorique. Enfin, la variation de la tension de surface est correctement prédite par la partie réelle de la relation de dispersion pour les films créés à partir des deux solutions, si l'on considère une tension de surface 20% plus faible que la mesure au tensiomètre dans le cas des films comportant des tensioactifs insolubles.

Cette différence de tension de surface observée pourrait provenir de la centrifugation des films composés de tensioactifs insolubles, et une étude de l'effet de la centrifugation sur ces films pourrait permettre de confirmer ou d'infirmer cette hypothèse.

Un des buts initiaux de cette étude était de relier les résultats obtenus pour la vibration d'un film seul au passage d'une onde acoustique au travers d'une mousse liquide, les films de savon étant un des éléments constitutifs d'une mousse liquide. Dans le cadre de cette étude, les travaux de Pierre *et al.* [38] ont établi un modèle microscopique reposant sur l'oscillation d'un film circulaire lié à un bord de Plateau, permettant de rendre compte des expériences effectuées. Ce modèle décrit notamment un couplage entre le film et le bord de Plateau, ce qui est le cas dans les observations que l'on a effectué dans le chapitre 3. En effet, lors de mesures d'amplitude effectuées dans ce chapitre, plusieurs indices semblent indiquer un couplage entre la vibration du film et celle du ménisque. On a notamment observé une forte atténuation à basse fréquence, un décalage des fréquences de résonance et une atténuation ou une amplification de l'amplitude qui dépend de la fréquence. Cette

expérience pourrait peut-être permettre de quantifier le couplage entre la vibration du ménisque et celle du film, qui joue un rôle important et encore peu compris dans l'acoustique des mousses liquides.

Bibliographie

- [1] V.O. Afenchenko, A.B. Ezersky, S.V. Kiyashko, M.I. Rabinovich, and P.D. Weidman. The generation of two-dimensional vortices by transverse oscillation of a soap film. *Physics of fluids*, 10(2) :390 – 398, 1998.
- [2] A. Arzhavitina and H. Steckel. Foams for pharmaceutical and cosmetic application. *International Journal of Pharmaceutics*, 394(1–2) :1 – 17, 2010.
- [3] Imen Ben Salem, Reine-Marie Guillermic, Caitlin Sample, Valentin Leroy, Arnaud Saint-Jalmes, and Benjamin Dollet. Propagation of ultrasound in aqueous foams : bubble size dependence and resonance effects. *Soft Matter*, 9 :1194–1202, 2013.
- [4] L. Bergmann. Experiments with vibrating soap membranes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28(6) :1043–1047, 1956.
- [5] S. Besson, G. Debrégeas, S. Cohen-Addad, and R. Höhler. Dissipation in a sheared foam : From bubble adhesion to foam rheology. *Phys. Rev. Lett.*, 101 :214504, 2008.
- [6] Anne-Laure Biance, Sylvie Cohen-Addad, and Reinhard Hohler. Topological transition dynamics in a strained bubble cluster. *Soft Matter*, 5 :4672–4679, 2009.
- [7] T. Birch. *History of the Royal Society, vol. III*. London, 1757.
- [8] A. Boudaoud. *Membranes élastiques et capillaires : instabilités, singularités et auto-adaptation*. PhD thesis, Ens, Paris, 2001.

-
- [9] A. Boudaoud, Y. Couder, and M. Ben Amar. Self-adaptation in vibrating soap films. *Phys. Rev. Lett.*, 82 :3847–3850, 1999.
- [10] I. Cantat, S. Cohen-Addad, F. Elias, F. Graner, R. Höhler, O. Pittois, F. Rouyer, and A. Saint-Jalmes. *Les mousses*. Échelles. Belin, Paris, 2010.
- [11] Tonya Shea Coffey. Diet coke and mentos : What is really behind this physical reaction? *American Journal of Physics*, 76(6) :551–557, 2008.
- [12] K. W. Commander and A. Prosperetti. Linear pressure waves in bubbly liquids : Comparison between theory and experiments. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 85(2) :732–746, 1989.
- [13] Y. Couder, J.M. Chomaz, and M. Rabaud. On the hydrodynamics of soap films. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 37(1–3) :384 – 405, 1989.
- [14] S. Damodora, K. L. Parkin, and O. R. Fennema. *Fennema’s food chemistry*. CRC Press/Taylor & Francis, Boca Raton, 2008.
- [15] B. Dollet, W. van Hoeve, J. Raven, P. Marmottant, and M. Versluis. Role of the channel geometry on the bubble pinch-off in flow-focusing devices. *Phys. Rev. Lett.*, 100 :034504, 2008.
- [16] W Drenckhan, B Dollet, S Hutzler, and F Elias. Soap films under large-amplitude oscillations. *Philosophical Magazine Letters*, 88(9–10) :669–677, 2008.
- [17] W. Drenckhan and D. Langevin. Monodisperse foams in one to three dimensions. *Current Opinion in Colloid & Interface Science*, 15(5) :341 – 358, 2010.
- [18] M. Durand, G. Martinoty, and D. Langevin. Liquid flow through aqueous foams : From the plateau border-dominated regime to the node-dominated regime. *Phys. Rev. E*, 60 :R6307–R6308, 1999.
- [19] M. Durand and H. A. Stone. Relaxation time of the topological t1 process in a two-dimensional foam. *Phys. Rev. Lett.*, 97 :226101, 2006.
- [20] P. Ferraro. What a caustic! *The Physics Teacher*, 34 :572–573, 1996.

- [21] H Fruhner, K.-D Wantke, and K Lunkenheimer. Relationship between surface dilational properties and foam stability. *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, 162(1–3) :193 – 202, 2000.
- [22] Tristan Gilet and John W. M. Bush. The fluid trampoline : droplets bouncing on a soap film. *Journal of Fluid Mechanics*, 625 :167–203, 2009.
- [23] I. Goldfarb, Z. Orenbakh, I. Shreiber, and F. Vafina. Sound and weak shock wave propagation in gas-liquid foams. *Shock Waves*, 7(2) :77–88, 1997.
- [24] K. Golemanov, N. D. Denkov, S. Tcholakova, M. Vethamuthu, and A. Lips. Surfactant mixtures for control of bubble surface mobility in foam studies. *Langmuir*, 24(18) :9956–9961, 2008. PMID : 18698860.
- [25] R. Höhler and S. Cohen-Addad. Rheology of liquid foam. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 17(41) :R1041, 2005.
- [26] Hésiode. *Théogonie*. Flammarion, 2001.
- [27] K.B. Kann. Sound waves in foams. *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, 263(1–3) :315 – 319, 2005.
- [28] Eugene F Knott, John Shaeffer, and Michael Tuley. *Radar cross section*. SciTech Publishing, 2004.
- [29] J. L. Lagrange. Essai d’une nouvelle methode pour determiner les maxima et les minima des formules integrales indefinies. *Miscellanea Taurinensia*, 2 :335–362, 1760.
- [30] P. S. Laplace. *Mécanique Céleste*. Paris, 1806.
- [31] J.G. Leidenfrost. *De aquae communis nonnullis qualitatibus tractatus*. 1756.
- [32] E. Lorenceau, Y. Y. C. Sang, R. Höhler, and S. Cohen-Addad. A high rate flow-focusing foam generator. *Physics of Fluids*, 18(9), 2006.
- [33] J Lucassen and M Van Den Tempel. Longitudinal waves on visco-elastic surfaces. *Journal of Colloid and Interface Science*, 41(3) :491 – 498, 1972.

- [34] N. Mujica and S. Fauve. Sound velocity and absorption in a coarsening foam. *Phys. Rev. E*, 66 :021404, 2002.
- [35] I. Newton. Answer to some considerations upon his doctrine of light and colours. *Philos. Transact.*, 7 :5084, 1672.
- [36] I. Newton. *Optique, Livre II*. 1704.
- [37] ZM Orenbakh and GA Shushkov. Acoustical characteristics of water-air foams. *Acoustical physics*, 39(1) :63–66, 1993.
- [38] Juliette Pierre, Benjamin Dollet, and Valentin Leroy. Resonant acoustic propagation and negative density in liquid foams. *Phys. Rev. Lett.*, 112 :148307, 2014.
- [39] Olivier Pitois, Christelle Fritz, and Michèle Vignes-Adler. Hydrodynamic resistance of a single foam channel. *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, 261(1–3) :109 – 114, 2005.
- [40] J. Plateau. *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*. Gauthier-Villars, Paris, 1873.
- [41] Leonard M. C. Sagis. Dynamic properties of interfaces in soft matter : Experiments and theory. *Rev. Mod. Phys.*, 83 :1367–1403, 2011.
- [42] Arnaud Saint-Jalmes. Physical chemistry in foam drainage and coarsening. *Soft Matter*, 2 :836–849, 2006.
- [43] Geoffrey Taylor. The dynamics of thin sheets of fluid. ii. waves on fluid sheets. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 253(1274) :296–312, 1959.
- [44] S. Taylor. Experiments on the colours shown by thin liquid films under the action of sonorous vibrations. *Proceedings of the Royal Society of London*, 27(185-189) :71–76, 1878.
- [45] K.-D. Wantke, H. Fruhner, and J. Örtengren. Surface dilatational properties of mixed sodium dodecyl sulfate/dodecanol solutions. *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, 221(1–3) :185 – 195, 2003.
- [46] D. Weaire and S. Hutzler. *The Physics of Foam*. 1999.

- [47] A.B. Wood. *A Textbook of Sound*. Bell and Sons, 1944.
- [48] V. V. Zamashchikov and N. A. Kakutkina. Experimental investigations of the acoustical properties of foams. *Sov. Phys. Acoust.*, 37 :248, 1991.