



HAL
open science

Étude expérimentale du brassage électromagnétique dans un four à induction à creuset

Sabné Koanda

► **To cite this version:**

Sabné Koanda. Étude expérimentale du brassage électromagnétique dans un four à induction à creuset. Electromagnétisme. UNIVERSITE SCIENTIFIQUE ET MEDICALE DE GRENOBLE; INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE, 1982. Français. NNT : . tel-01340735

HAL Id: tel-01340735

<https://hal.science/tel-01340735>

Submitted on 1 Jul 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE ET MÉDICALE
ET
L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE
DE GRENOBLE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE SPÉCIALITÉ
(Troisième cycle de Mécanique des Fluides)

par

Sabné KOANDA

S U J E T

Etude expérimentale du brassage électromagnétique dans un four à induction à creuset

Soutenue le 27 Septembre 1982 devant la Commission d'Examen

M. F. DURAND Président

MM. J.W. EVANS

Y.R. FAUTRELLE

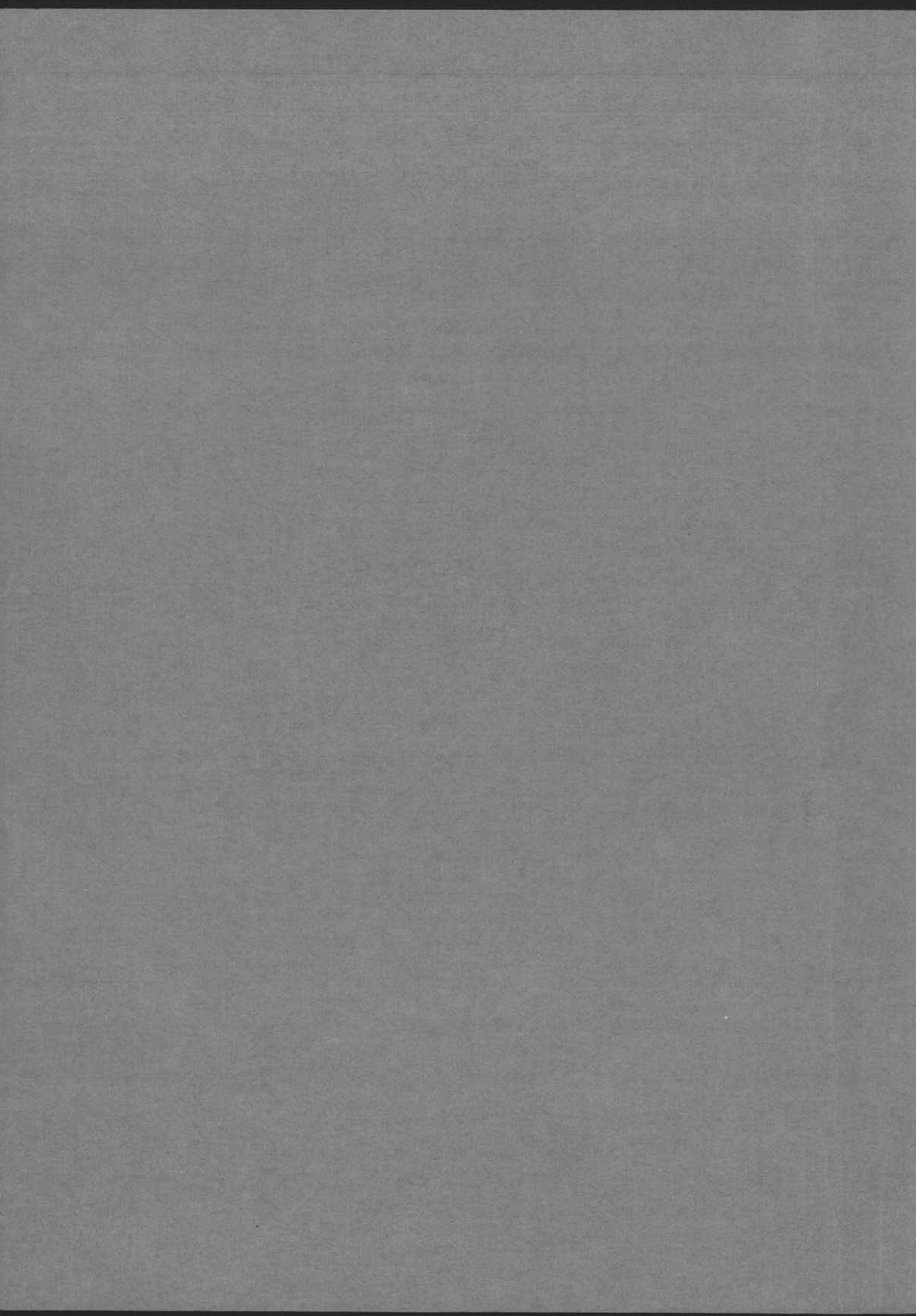
R. MOREAU

J.F. WADIER

Examineurs

M. J.P. CHABRERIE

Rapporteur



A la mémoire de TALATO et MAHAMOUDOU
ma mère et mon père très tôt disparus.

A ma marâtre AMNATA,
Tu m'as aimé, accepté et élevé comme
ton propre fils... Je reviendrais
désormais auprès de toi pour te rendre
les bienfaits de l'amour maternel
inépuisable.

"L'invention doit être partout,
jusque dans les plus humbles recherches
de faits, jusque dans l'expérience la
plus simple.

Là où il n'y a pas un effort personnel
et même original, il n'y a même pas
un commencement de science".

Henri BERGSON

A V A N T - P R O P O S

Le travail présenté ici a été effectué à l'Institut de Mécanique de Grenoble de Décembre 1980 à Septembre 1982, au sein de l'équipe de Magnétohydrodynamique du Groupe Dynamique des Fluides.

Je suis très heureux de pouvoir exprimer, sur cette première page, mes vifs remerciements envers tous ceux qui m'ont aidé à présenter aujourd'hui ce travail.

Je voudrais tout d'abord exprimer ma profonde reconnaissance et ma sincère gratitude à M. le Professeur R. MOREAU, Directeur du GIS-MADYLAM, pour la confiance qu'il m'a témoignée en m'accueillant dans son laboratoire. En me donnant les moyens nécessaires pour mener à bien ce travail, il m'a non seulement permis d'approfondir ma formation, mais aussi il m'a fait découvrir, connaître et aimer la recherche. Son expérience, son dynamisme et surtout son enthousiasme, m'ont encouragé à m'engager avec confiance dans ce domaine vaste et nouveau. Il me procure en outre la joie de le compter parmi mes Juges.

J'adresse tous mes remerciements à M. Y.R. FAUTRELLE, Maître-Assistant à l'INP-G, d'avoir accepté l'encadrement de cette thèse et d'avoir su efficacement diriger mes recherches. Je le remercie tout particulièrement pour les critiques constructives et les conseils amicaux qu'il m'a largement dispensés ; au cours des discussions que nous avons souvent eues ensemble, j'ai pu apprécier sa rigueur scientifique et profiter de sa connaissance profonde de la Mécanique des Fluides.

Je remercie vivement M. F. DURAND, Professeur à l'INP-G, de l'honneur qu'il me fait en acceptant avec plaisir de présider le Jury de ma thèse.

Je suis très honoré que M.J.W.EVANS, Professeur à l'Université de Berkeley (Californie) ait manifesté de l'intérêt pour ce travail ; je le remercie ainsi que M. J.F. WADIER, Ingénieur à la Société IMPHY pour leur participation au Jury.

Mes remerciements vont aussi à M. J.P. CHABRERIE, Maître de Recherche au CNRS, pour ses conseils et pour avoir accepté d'agir en qualité de rapporteur extérieur.

Je remercie chaleureusement MM. A. ALEMANY, Chargé de Recherche au CNRS et J.P. CHOLLET, Maître Assistant à l'USM-G, avec qui mes relations quotidiennes ont toujours été très amicales et fructueuses. Je les remercie pour leur amitié et pour m'avoir fait profiter de leurs connaissances en turbulence.

Ma vive reconnaissance va à M. R. BOLCATO, Technicien au CNRS, qui a toujours su apporter une solution rapide et ingénieuse à mes problèmes techniques les plus désespérants ; ses initiatives heureuses aussi bien dans la conception que dans la réalisation des expériences, ont été un élément très important à l'avancement de mon travail. A ce sujet, c'est avec plaisir que je remercie également M. J.P. CORNE, Technicien de l'équipe, collaborateur efficace et compétent, pour le soin qu'il apporte à chacune de ses réalisations, ce qui m'a souvent permis d'éviter nombre de difficultés technologiques.

Il m'a été souvent nécessaire de faire appel au personnel technique et administratif du laboratoire, réparti dans les divers services généraux de l'IMG et de l'ENSH. J'ai toujours rencontré auprès de ces personnes un accueil sympathique, beaucoup de dévouement et une grande compétence. Grâce à leur gentillesse, leur amitié et leur coopération, elles m'ont permis d'ignorer tout problème de contact. Il m'est malheureusement impossible de remercier individuellement chacune d'elles : qu'elles sachent cependant combien leur aide individuelle, ponctuelle ou de longue durée m'a été précieuse et soient assurées de ma profonde gratitude.

SOMMAIRE

CHAPITRE I - INTRODUCTION

1. Généralités	3
2. Position et définition du problème	4
3. Plan de l'étude	8
4. Rappels des lois fondamentales de la MHD	8
4.1. Les équations électromagnétiques	9
4.2. Les équations hydrodynamiques	10
5. Définition de paramètres adimensionnels	10

CHAPITRE II - INSTALLATION EXPERIMENTALE

1. Le solénoïde	17
2. Le creuset	18
3. Le circuit oscillant	18
4. Le générateur	20
5. Le système de déplacement de la sonde	20
ANNEXE I	25

CHAPITRE III - LE CHAMP MAGNETIQUE ET "LES EFFETS DE BOUTS"

1. Principe de mesure du champ magnétique	31
1.1. Le capteur de champ	32
1.2. Les résultats expérimentaux	34
1.3. Mesures des résistances de la charge et de l'inducteur .	34
2. Etude théorique de la distribution du champ magnétique	38
2.1. Modèle infini	38
2.2. Prise en compte des "effets de bouts"	38
2.2.1. Le calcul numérique	39
2.2.2. Le calcul analytique	39

II

3. Caractères du champ de forces moteur	40
4. Le problème particulier de la surface libre	52
ANNEXE II	55

CHAPITRE IV - MODELISATION THERMIQUE DU FOUR A CREUSET : MESURES ET CALCULS DU CHAMP DE TEMPERATURE

1. Les transferts thermiques	69
1.1. La conduction	70
1.2. La convection	70
1.3. Le rayonnement	70
1.4. Bilan thermique du four à creuset	71
2. Les mesures de température	72
3. Calcul de la distribution de température	73
3.1. Gradients de température dans la charge	76
4. Conclusion	87

CHAPITRE V - ETUDE DE L'EFFET DYNAMIQUE

1. Généralités sur les mesures de vitesse	95
2. Techniques d'étalonnage et de mesure	99
2.1. Etalonnage	99
2.2. Dispositif de contrôles des mesures de vitesse et de turbulence	102
3. Mode opératoire	104
4. Principes des mesures dans le creuset	107
5. Difficultés des mesures	109
6. Utilisation de sondes à fils chauds pour la détermination du sens de la vitesse	111
7. Présentation et discussions des résultats	111
7.1. Configuration de l'écoulement	111
7.2. Profils des vitesses moyennes	135
7.3. Intensité de la turbulence	135
7.4. Aspects expérimentaux de la couche limite turbulente	136

III

7.4.1. Courbes d'autocorrélation et évolution de l'échelle intégrale en différents points du creuset	138
7.4.1.1. Courbe d'autocorrélation	138
7.4.1.2. Evolution de l'échelle intégrale pour un courant inducteur donné	138
7.4.1.3. Evolution de l'échelle intégrale en un point en fonction du courant inducteur .	140
7.5. Etude de la turbulence : spectres d'énergie	143
7.6. Influence de l'intensité du courant inducteur sur le mouvement	143
8. Interprétation des résultats	149
8.1. Etude des équations du mouvement	149
8.2. Modélisation du mouvement turbulent	150
8.2.1. Quelques modèles de turbulence	151
8.3. Aspects théoriques de la couche limite turbulente	151
8.4. Résolution des équations de Navier-Stokes	155
8.5. Comparaison entre solutions numériques et résultats expérimentaux	155
8.5.1. La configuration de l'écoulement	155
8.5.2. Comparaison des vitesses	155
9. Conclusion	161
CONCLUSION	165

\$

TABLEAU DES NOTATIONS

Les principales notations utilisées sont, sauf indication contraire :

\vec{F} : vecteur force

\vec{g} : vecteur champ de pesanteur

Propriétés physiques du fluide

ρ : masse volumique

ν : viscosité cinématique

σ : conductivité électrique

k : conductivité thermique

C_p : capacité calorifique

$\chi = \frac{k}{\rho C_p}$: diffusivité thermique

μ : perméabilité magnétique (égale à celle du vide)

Grandeurs hydromagnétiques

\vec{u} : vecteur vitesse

\vec{B} : vecteur champ magnétique

\vec{A} : potentiel vecteur

\vec{E} : vecteur champ électrique

\vec{j} : vecteur densité de courant

ω : pulsation des grandeurs électriques

B_0 : valeur typique du champ magnétique

$$U_0 = \left[\frac{B_0^2}{\mu \rho} \right]^{1/2} : \text{vitesse d'Alfvén}$$

$$t_0 = \frac{1}{\omega} : \text{durée typique des variations des grandeurs électriques}$$

$$J_0 = \frac{B_0}{\mu \delta} : \text{valeur caractéristique de la densité de courant}$$

p : pression hydrostatique

Dimensions caractéristiques

a : rayon du creuset (ou longueur caractéristique de l'écoulement)

$$\delta = \left[\frac{2}{\mu \sigma \omega} \right]^{1/2} : \text{épaisseur de peau électromagnétique (ou échelle des variations spatiales des grandeurs électriques).}$$

Paramètres adimensionnels

$$R_e = \frac{U_0 a}{\nu} : \text{"nombre de Reynolds"}$$

$$R_m = \mu \sigma U_0 a : \text{"nombre de Reynolds magnétique"}$$

$$R_\omega = \mu \sigma \omega a^2 : \text{paramètre d'écran}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\chi} : \text{nombre de Prandtl}$$

Variables

$$\left. \begin{array}{l} r \\ \theta \\ z \end{array} \right\} \text{coordonnées cylindriques}$$

t : temps

T : température

T_0 : temps de médiation (ou pseudo-période)

Opérateur

$$\vec{\nabla} : \text{pseudo-vecteur de composantes } \left(\frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

CHAPITRE I

I N T R O D U C T I O N

1. GENERALITES

La Magnétohydrodynamique (M.H.D.) est une science pluridisciplinaire, au carrefour de la Mécanique des Fluides et de l'Electromagnétisme. Elle peut être définie comme l'étude des écoulements des fluides électroconducteurs en présence de champ magnétique.

C'est un domaine à la fois très vaste, puisque la Mécanique des fluides ordinaire et l'Electromagnétisme classique en sont de simples cas limites, et très riche en raison des nombreux couplages possibles entre les diverses grandeurs physiques (vitesse, courant électrique, champ magnétique), et les diverses formes d'énergie. C'est une science encore jeune, en pleine évolution. Elle est indispensable pour l'étude de nombreux phénomènes astrophysiques faisant intervenir les plasmas (étoile) ou les métaux liquides (noyau de la terre). Elle est aussi utilisée dans la conception de différents types d'installations industrielles comme par exemple les pompes électromagnétiques dans les centrales nucléaires où celles-ci assurent la circulation du sodium dans les circuits d'échange, les générateurs de puissance MHD à double phase pour l'utilisation de l'énergie solaire, les dispositifs de manipulation de métaux sans contact matériel par l'utilisation judicieuse des forces électromagnétiques. Les phénomènes développés dans tous ces exemples sont très différents et témoignent de la grande diversité de la M.H.D. Dans un domaine aussi vaste, les grandes classes de problèmes se distinguent les unes des autres par les valeurs numériques des ordres de grandeur de paramètres adimensionnels caractéristiques de l'importance relative des divers mécanismes physiques impliqués.

Depuis plus d'une dizaine d'années, ce vaste domaine d'applications s'élargit vers le développement des possibilités offertes par la MHD et, en particulier, les phénomènes d'induction, pour résoudre certains problèmes rencontrés dans l'industrie métallurgique (6).

Le principe de base de la MHD appliquée à la métallurgie réside dans la mise à profit de la force de Lorentz pour modifier les caractéristiques de l'écoulement d'un métal liquide.

Grâce à l'induction, des courants électriques \vec{J} peuvent être engendrés par un champ magnétique alternatif extérieur appliqué. Celui-ci ne pénètre pas uniformément le métal liquide ; il est confiné dans une zone dite peau électromagnétique, dont l'épaisseur dépend de la pulsation du champ. Les courants induits, encore appelés courants de FOUCAULT, se développent dans cette peau et produisent un échauffement du métal par effet Joule. Naturellement, leur interaction inévitable avec le champ magnétique \vec{B} , engendre des forces électromagnétiques importantes \vec{F} :

$$\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B}$$

La puissance ohmique est généralement prépondérante face à la puissance mécanique développée ; ces deux corollaires présentent un intérêt industriel considérable en général, et en particulier, ils peuvent être utilisés pour chauffer, brasser ou léviter une poche de métal liquide. Ces situations sont largement développées avec succès dans notre laboratoire, au ∇ GIS-MADYLAM, en vue d'applications telles que : la pulvérisation électromagnétique, le brassage rotatif d'une coulée de métal, la régulation sans contact du débit d'un jet de métal liquide, le guidage et le formage d'une veine de métal liquide (4), (7), (12)...

2. POSITION ET DEFINITION DU PROBLEME

Le problème auquel le présent travail s'intéresse est celui de l'étude expérimentale du brassage répulsif engendré par un champ magnétique alternatif dans un métal liquide placé dans un four à induction à creuset.

Les fours à induction sont utilisés depuis longtemps pour la fusion des métaux, leur maintien en température et l'accélération des opérations métallurgiques de mise à la nuance ; ils remplacent avantageusement les fours à flamme, en raison de la diminution de l'oxydation en surface des matériaux dite "pertes au feu", et de leur souplesse d'utilisation. Etant un système de chauffage très reproductible, l'induction permet le traitement en série et se prête à l'automatisation.

Essentiellement motivées par la nécessité de concevoir et d'optimiser les fours industriels de grandes capacités, les recherches sur le brassage électromagnétique en creuset font de rapides progrès. Le développement des outils numériques a rendu possible la simulation assez complète du comportement magnétique et hydromagnétique du four (cf. Mikelson et Al. 1978, Szekely et Nakanishi 1975, Tarapore et Evans 1976, Fautrelle 1982). Cependant, s'il est bien connu que le brassage assure une bonne homogénéisation de la température et une décantation forcée des inclusions non métalliques vers les parois (cf. Cremer 1979, Cremer-Alemanly 1980), il provoque aussi une usure excessive et prématurée du réfractaire.

Dans la pratique, si l'utilisation des fours à induction est très répandue, leur technologie reste cependant limitée par le manque de connaissances sur les phénomènes de ce brassage intense et ses conséquences métallurgiques .

Les premières mesures de vitesse sont dues à Granjean (1948) (8) qui, à l'aide d'un obstacle immergé dans un bain de mercure, a pu observer qualitativement la forme de l'écoulement ainsi que les ordres de grandeurs des vitesses. Des expériences plus quantitatives ont été réalisées par Bednarz (1970), dans un creuset de 23 cm de diamètre contenant du mercure. Grâce à l'anémométrie à film chaud, il a mis en évidence la dépendance entre la vitesse et la fréquence des courants inducteurs dans une gamme de 50 à 600 Hz. Il a pu montrer que pour une intensité donnée dans l'induc-

teur, le brassage atteignait un maximum lorsque la peau électromagnétique δ (voir la définition au § 4.1.) était environ égale au tiers du rayon de la charge. Par photographie et éclairage stroboscopique, Tarapore et Evans ont réalisé des mesures de vitesses moyennes à la surface d'un four à induction à mercure de diamètre 28 cm, en faisant varier l'intensité du courant inducteur, la fréquence étant fixée à 3 kHz. Ils ont observé une dépendance linéaire entre les vitesses moyennes et le courant inducteur. Une telle méthode ne permettait pas cependant de mettre en évidence la configuration de l'écoulement dans la charge. Les mesures les plus complètes actuellement ont été effectuées par Cremer et Alemany (1980), dans un bain de mercure de diamètre 15 cm. A l'aide de films chauds, les vitesses moyennes et fluctuantes ont été mesurées localement à la fréquence fixe de 2 kHz correspondant à un rapport épaisseur de peau-rayon de la charge de 0,16. La configuration du mouvement était organisée en deux vortex dans un demi-plan méridien, tandis que les vitesses étaient approximativement proportionnelles à l'intensité du courant inducteur. Leurs résultats montraient en outre que les spectres de turbulence présentaient une zone inertielle dont la pente, de $-2/3$, différait sensiblement de celle que l'on obtient en turbulence homogène et isotrope classique. Notre contribution s'inscrit dans la suite de ce travail. Elle a pour objet de préciser les caractéristiques de l'écoulement et de la turbulence tels que la couche limite turbulente, les échelles et les spectres de turbulence lorsque les forces sont confinées dans une peau mince, le long de la paroi.

Le présent travail consiste à mesurer les champs magnétique, de température et de vitesse dans un four à induction. Le remplacement des métaux à point de fusion élevé par du mercure, métal liquide à froid, a permis d'utiliser l'anémométrie à film chaud et de procéder à des mesures à l'intérieur de la masse fluide.

Le four à induction est une enceinte contenant du mercure placée dans une bobine inductrice et résistive, parcourue par un courant alternatif monophasé dont la fréquence, de l'ordre de 5 000 Hz, est

suffisamment élevée pour chauffer le bain. Les courants induits, concentrés près des parois, engendrent des forces électromagnétiques importantes et produisent de l'effet Joule.

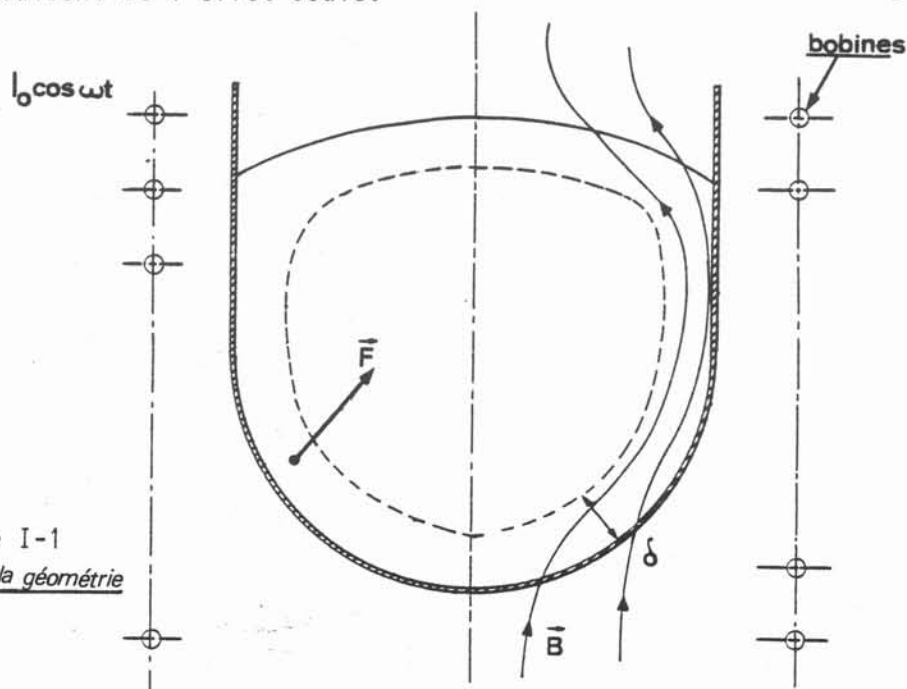


Figure I-1
Schéma de la géométrie

Le brassage met en jeu des phénomènes électromagnétique (distribution des courants induits), thermique (création d'un champ de température dû aux sources Joule) et mécanique étroitement couplés.

Le transfert de chaleur est l'un des modes les plus communs d'échange d'énergie ; de ce point de vue, les transferts thermiques ont un rôle essentiel.

L'analyse du système de la figure I - 1 qui prendrait en compte l'ensemble des phénomènes thermiques, est très complexe. De plus, les paramètres qui interviennent dans le brassage sont très nombreux. Aussi, notre souci a été d'isoler ceux qui sont déterminants dans la pratique, ce qui justifie dans une certaine mesure, les hypothèses adoptées. Les phénomènes chimiques ont été classés à part, en raison de leur interaction faible avec le brassage.

Malgré l'importance de l'effet Joule, les gradients de température mesurés sont relativement faibles et sont localisés dans les couches limites. En conséquences, les forces électromagnétiques sont prépondérantes et elles engendrent un mouvement très turbulent, mais organisé en moyenne en circulations stationnaires qu'il est possible de mesurer. Nous nous sommes attachés à mettre en évidence la dépendance expérimentale entre les vitesses moyennes, les fluctuations de vitesse et les paramètres de base qui intéressent directement l'utilisateur, à savoir les courants inducteurs et leur fréquence. Les mesures ont été comparées aux résultats obtenus à l'aide des modèles numériques de résolution des équations de Navier-Stokes.

3. PLAN DE L'ETUDE

Nous rappelons d'abord les équations fondamentales de la MHD, en insistant sur les caractères spécifiques des mécanismes dominants dans le problème étudié.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons une analyse détaillée du dispositif expérimental.

Les chapitres III et IV sont respectivement consacrés à l'analyse du champ électromagnétique, aux mesures et aux calculs du champ de température.

Dans le chapitre V, nous abordons d'abord le problème des techniques et des principes de mesure des vitesses et de leurs fluctuations, mesures particulièrement délicates dans le mercure. Ensuite, nous présentons et analysons l'ensemble de nos résultats expérimentaux.

4. RAPPELS DES LOIS FONDAMENTALES DE LA M.H.D.

Les équations de la MHD sont celles de l'Electromagnétisme et de l'Hydrodynamique (1).

4.1. Les équations électromagnétiques.

Les lois qui régissent l'évolution des grandeurs électromagnétiques dans le cas d'un four à induction sont :

* Les équations de Maxwell sans courant de déplacement :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \rightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (1,1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \vec{J} \quad \rightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \quad (1,2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B} \quad (1,3)$$

où \vec{E} , \vec{A} , μ désignent respectivement le champ électrique, le potentiel vecteur, la perméabilité magnétique du vide.

* La loi d'Ohm, dans laquelle les courants induits par le mouvement ont été négligés (Fautrelle, 1981) (3) :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (1,4)$$

où σ est la conductivité électrique du mercure.

Ces équations, associées à des conditions aux limites convenablement choisies, permettent la détermination du champ et des courants dans la charge.

L'équation qui régit la distribution du champ magnétique dans charge conductrice s'obtient aisément, en éliminant la densité de courant \vec{J} et le champ électrique \vec{E} entre les équations de Maxwell et la loi d'Ohm. A l'échelle du laboratoire, le champ de vitesse modifie assez peu le champ magnétique. La distribution de ce dernier est alors indépendante du champ de vitesse et satisfait à la relation :

$$\Delta \vec{B} + i\mu\sigma\omega \vec{B} = 0 \quad \text{avec } i^2 = -1, \quad (1,5)$$

en régime permanent, ω désignant la pulsation du champ.

Il est donc possible de découpler les problèmes électromagnétique et dynamique dès lors qu'il est justifié de négliger les courants induits par les mouvements du métal liquide face aux courants de Foucault

engendrés par la pulsation du champ magnétique. Dans l'approximation des hautes fréquences, ces derniers sont localisés dans des couches fines d'épaisseur :

$$\delta = (2 / \mu \sigma \omega)^{1/2} .$$

Cet effet lié au caractère alternatif du champ magnétique, est appelé "effet de peau". Les courants de Foucault qui se développent à l'intérieur de la charge conductrice, provoquent une expulsion des lignes du champ magnétique hors du creuset.

4.2. Les équations hydrodynamiques :

Dans le cas d'un écoulement permanent en fluide incompressible, on a :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad , \quad (1,6)$$

\vec{u} désignant le champ de vitesse instantané.

Les équations du mouvement sont celles de Navier-Stokes prenant en compte les forces électromagnétiques.

$$\rho |(\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}| = -\vec{\nabla} p + \rho \nu \Delta \vec{u} + \vec{j} \times \vec{B} + \rho \vec{g} \quad (1,7)$$

Comme c'est toujours le cas en Mécanique des fluides, il est utile de mettre en évidence les paramètres adimensionnels de similitude.

5. DEFINITION DE PARAMETRES ADIMENSIONNELS

Considérons notre système dans une géométrie donnée. En adoptant les échelles suivantes :

- * a : rayon du creuset ou longueur caractéristique
- * $U_0 = \frac{B_0}{(\mu \rho)^{1/2}}$: vitesse d'Alfvén, définie à partir d'une valeur caractéristique du champ magnétique B_0 , de la perméabilité magnétique μ et de la masse volumique ρ du métal, on définit :
- * un paramètre construit comme un nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{U_0 a}{\nu} \quad ,$$

il représente le rapport entre les forces électromagnétiques et les forces de viscosité.

* un nombre analogue à un nombre de Reynolds magnétique

$$R_m = \mu \sigma U_0 a ,$$

il traduit l'importance relative de la modification du champ magnétique inducteur introduite par les courants électriques dûs aux mouvements des particules fluides. A l'échelle du laboratoire, $R_m \ll 1$.

* un paramètre d'écran

$$R_\omega = \mu \sigma \omega a^2 ,$$

il caractérise l'importance des phénomènes d'induction introduits par la non stationnarité du champ magnétique. Pour des fréquences suffisamment élevées, R_ω peut être très grand.

Pour fixer les idées, pour la valeur maximale du champ magnétique égale à 141 gauss correspondant à la fréquence de 4650 Hz utilisée dans le cadre de nos essais, ces nombres adimensionnels ont pour valeurs numériques respectives :

$$R_e = 10,8 \cdot 10^3 ,$$

$$R_m \approx 13,6 \cdot 10^{-3} ,$$

$$R_\omega \approx 367,2 .$$

""\$""\$""\$""\$""\$""\$""\$""\$""\$""\$""

B I B L I O G R A P H I E

- 1 SCHERCLIFF J.A.
"A textbook of magnetohydrodynamics"
Pergomon Press.
- 2 MOREAU R., 1967.
"Contribution à l'étude des écoulements hydromagnétiques"
Thèse d'Etat, Universtié de Grenoble.
- 3 FAUTRELLE Y.R., 1981.
"Analytical and numerical aspects of the electromagnetic stirring induced by alternating magnetics fields"
J. Fluid. Mech., 102, 405-430.
- 4 MOREAU R., 1978.
"MHD flows driven by alternating magnetic field"
Proc. 2nd. Bat-Sheva Seminar on MHD Flows and Turbulence,
H. Branover Ed. Israel University Press, 65-82, 1980.
- 5 CABANNES H.
"Magnétodynamique des fluides"
Les cours de la Sorbonne, 2ème édition, Centre de documentation
Universitaire.
- 6 MOREAU R., 1980.
"Applications métallurgiques de la MHD"
Proc. of the XVth IUTAM, Toronto.

- 7 ALEMANY A. - MOREAU R.
"Ecoulement d'un fluide conducteur de l'électricité en présence d'un champ magnétique tournant"
J. de Mécanique.
- 8 GRANJEAN P., 1948.
"Contribution à l'étude du brassage électromagnétique dans un bain métallique en fusion"
Thèse de l'Univ. de Paris, juin 1948.
- 9 BEDNARZ T., 1970.
"An experimental investigation of electromagnetic stirring in a coreless induction furnace"
Ph. D - Thesis, Carnegie-Mellon Univ. USA, 1970.
- 10 TARAPORE E. - EVANS J.W., 1976.
"Fluid velocities in induction melting furnace"
Part I. Theory and Laboratory Experiments, Trans. Met. Soc. AIME, 7B, 343.
- 11 CREMER P. - ALEMANY A., 1981.
"Aspects expérimentaux du brassage électromagnétique en creuset"
Journal de Mécanique Appliquée, vol. 5, n° 1.
- 12 GARNIER M., 1982.
"Une analyse des possibilités de contrôle électromagnétique des surfaces libres de métaux fondus"
Thèse d'Etat, Univ. de Grenoble.

CHAPITRE II

INSTALLATION EXPERIMENTALE

L'installation expérimentale consiste en un creuset contenant du mercure et entouré par un solénoïde inducteur.

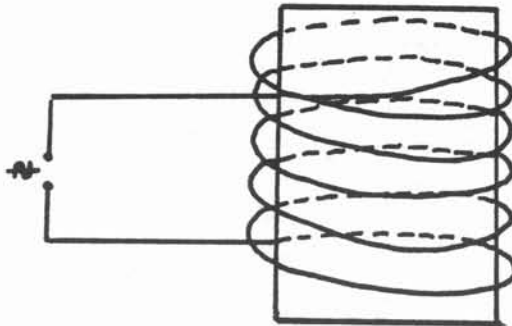


Figure II-1

1. LE SOLENOÏDE

Le champ magnétique est créé par un solénoïde inducteur parcouru par un courant alternatif monophasé. Le solénoïde entoure le four à induction à creuset contenant la charge métallique à chauffer : le mercure.

L'inducteur est une bobine en tube de cuivre 10 - 12, refroidie par une circulation d'eau et constituée par un enroulement de 15 spires

d'encombrement extérieur 12 mm, de hauteur $H_B = 225$ mm et de diamètre $D_B = 285$ mm (cf. Fig. II - 3).

2. LE CREUSET

L'échelle de laboratoire à laquelle nous avons travaillé nous a imposé le choix de creuset consommant peu de puissance, excellent conducteur de chaleur et présentant une bonne résistance aux contraintes imposées par la charge métallique. Le creuset utilisé est en acier inoxydable (de 1 mm d'épaisseur, 200 mm de diamètre, 190 mm de hauteur) que termine une virole en résine époxy. Il n'est rempli de mercure que sur une hauteur de 140 mm.

Pour éviter les températures élevées du bain dues à la dissipation Joule, nous avons recours à un dispositif de refroidissement. Celui-ci est constitué par un cylindre de résine entourant le creuset en acier, entre lesquels règne en permanence, une forte circulation d'eau. Ce circuit autour du creuset est hélicoïdal, cylindrique, de diamètre moyen :

$$D = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ m} .$$

3. LE CIRCUIT OSCILLANT

Il est constitué de l'inducteur contenant le creuset et le mercure à chauffer et de 3 capacités de $11,8 \mu\text{F}$ (cf. Fig. II - 2). Il forme la charge électrique sur laquelle débite un générateur aperiodique.

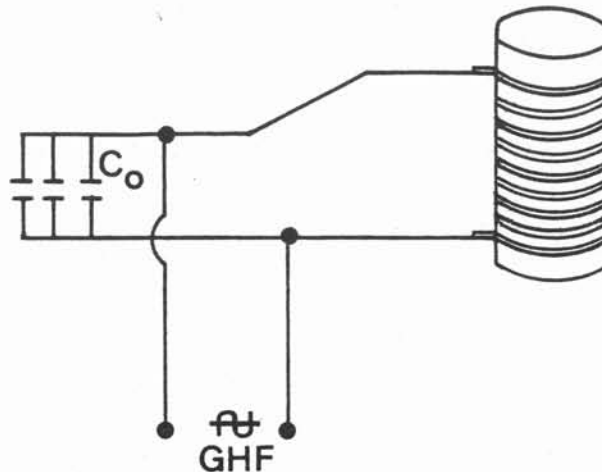


Figure II-2

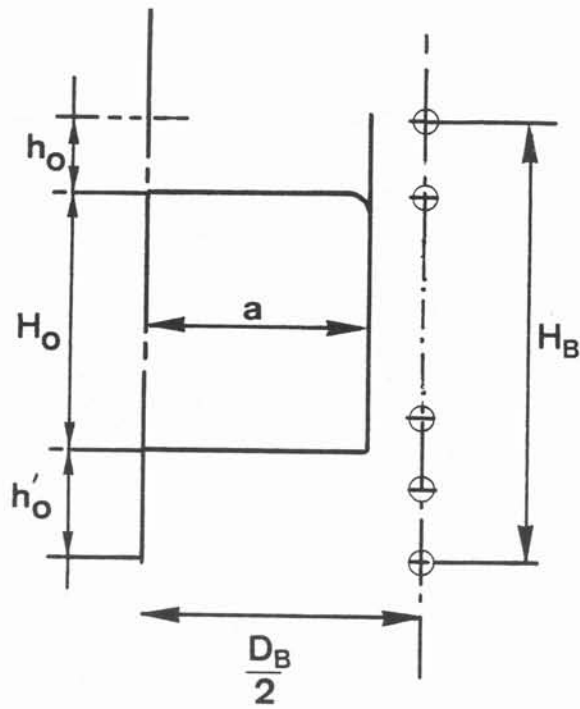


Figure II-3

Géométrie du problème

4. LE GENERATEUR

C'est un générateur CELES à induction à autopilotage par contre réaction, avec transformateur abaisseur de tension du circuit oscillant. Sa puissance est de 56 kw. Grâce à un autopilotage par une boucle de contre-réaction, la fréquence de fonctionnement du générateur est toujours la fréquence propre du circuit oscillant (2), (6).

5. LE SYSTEME DE DEPLACEMENT DE LA SONDE

Il repose sur un mécanisme assez simple pouvant se déplacer longitudinalement et transversalement, avec une précision de l'ordre du dixième de millimètre. Une telle précision est suffisante et compatible avec la géométrie de l'inducteur.

\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$

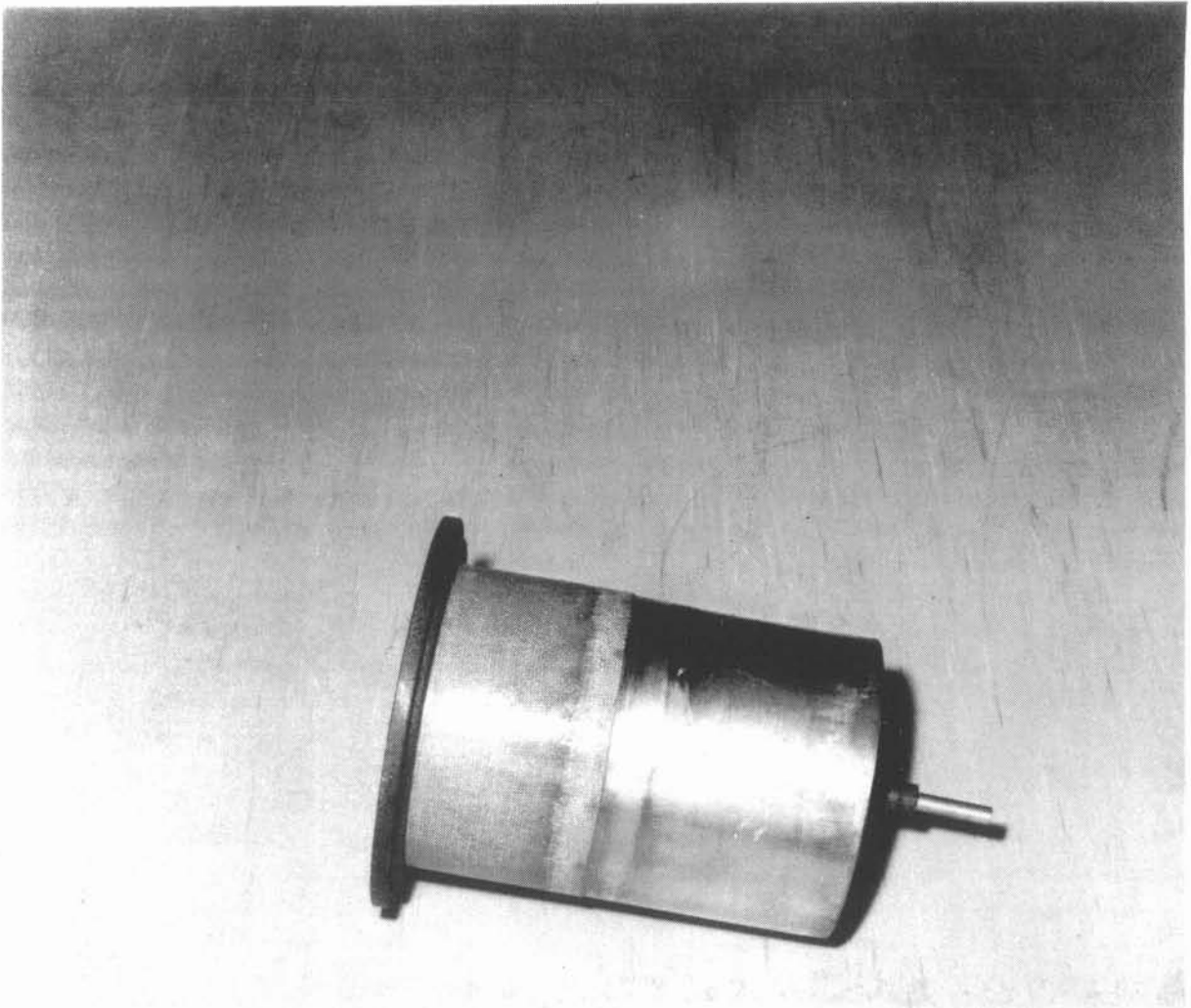


PHOTO 1 : 1e creuset

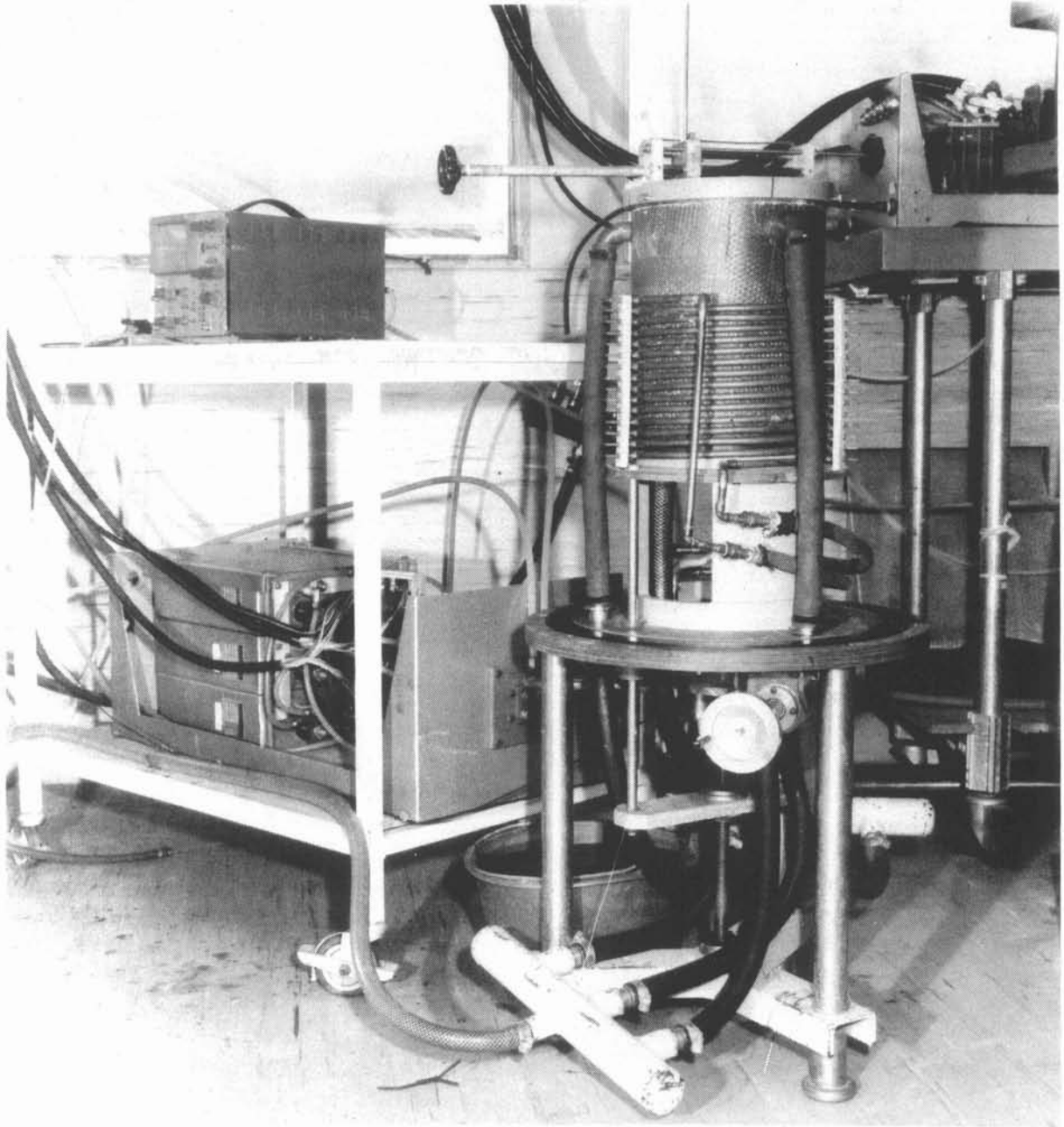


PHOTO 2 : vue générale de l'installation

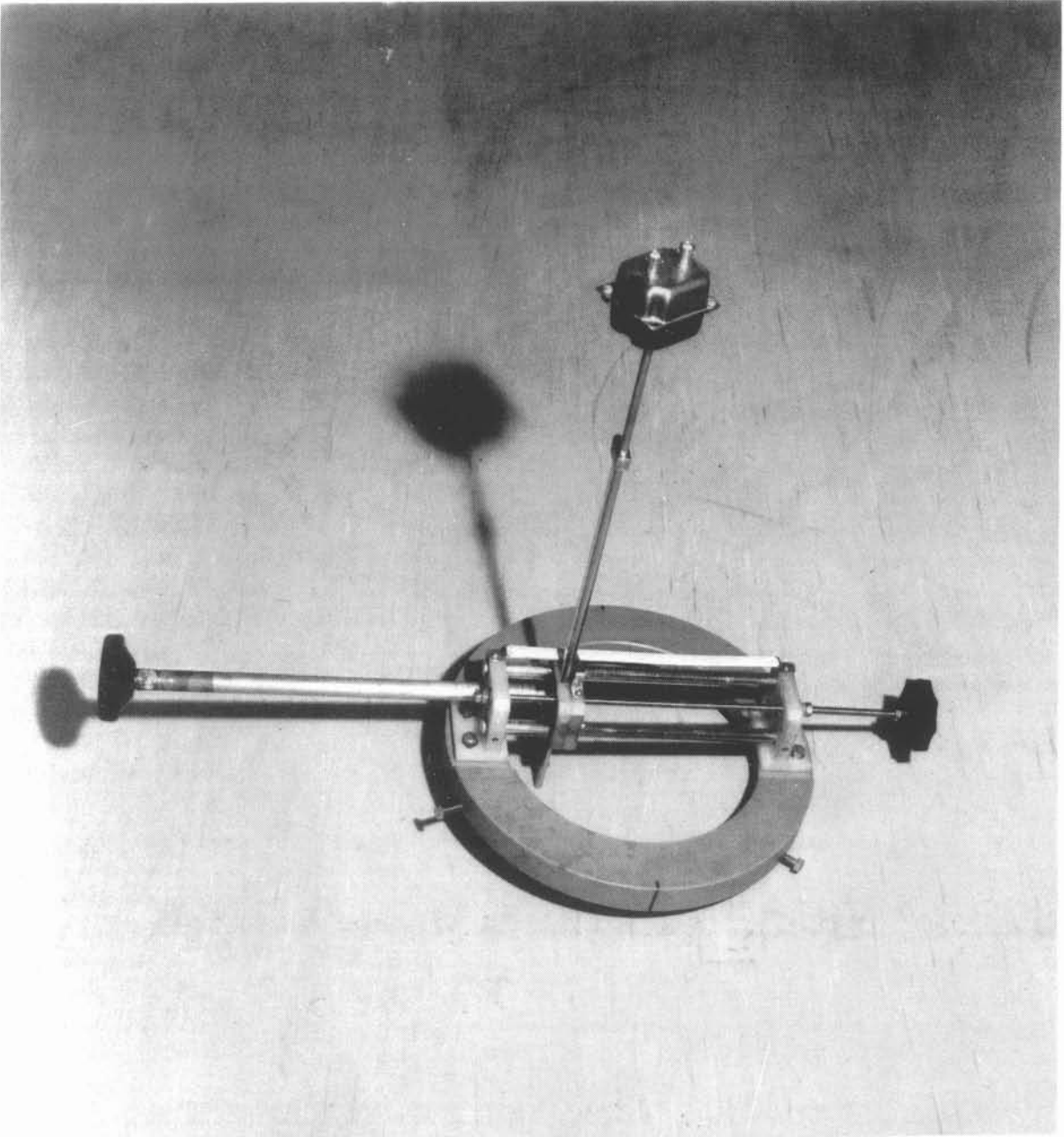


PHOTO 3 : le système de déplacement de la sonde

A N N E X E I

Modélisation électrique du circuit oscillant

Le circuit oscillant est électriquement équivalent à un circuit série R,L (le solénoïde étant inductif et résistif), branché en parallèle avec une capacité résultante C, et alimentée sous une tension U qui est la tension disponible aux bornes de l'inducteur.

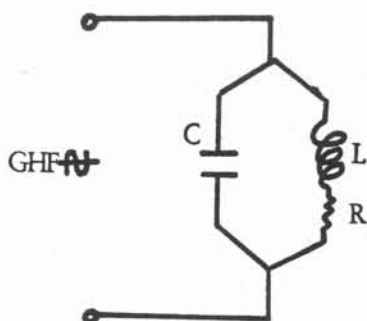


Figure 1

L'inductance et la résistance globales L et R caractérisent l'inducteur et la charge à chauffer, et tiennent particulièrement compte de la position de celle-ci. Nous pouvons dire que la résistance R représente la somme des résistances r et R₀ respectivement de l'inducteur et de la charge, dans une position déterminée.

$$R = R_0 + r \quad . \quad (1)$$

R et L résultent d'un schéma équivalent dans lequel, le solénoïde inducteur est considéré comme le primaire d'un transformateur dont le secondaire est la charge à chauffer. La méthode dite du décrement logarithmique, nous a permis de ramener le secondaire au primaire, et de mesurer ainsi les valeurs globales de L et R (cf. Chapitre III).

Enfin, il est intéressant de remarquer que le circuit oscillant, vu du générateur, est une résistance pure R_g. Le calcul de R_g est classique.

L'impédance Z du circuit oscillant (Fig. 1) est telle que :

$$\frac{1}{Z} = iC\omega + \frac{1}{R+iL\omega} \quad \text{avec } i^2 = -1 \quad (2)$$

Nous déduisons alors :

$$Z = \frac{R + i\omega\{L(1 - LC\omega^2) - R^2C\}}{(1 - LC\omega^2)^2 + R^2C^2\omega^2} \quad (3)$$

A la résonance, la partie imaginaire de Z est nulle. Alors :

$$\text{Im}(Z) = 0 \quad \text{d'où : } \omega = \omega_0 = \left(\left(1 - \frac{R^2C}{L}\right) \frac{1}{LC} \right)^{1/2} \quad (4)$$

En remplaçant ω par cette valeur dans l'expression de Z, nous obtenons :

$$Z = R_g = \frac{L}{RC} \quad (5)$$

de sorte que la puissance active aux bornes de l'inducteur se calcule aisément par la relation :

$$P_a = \frac{U^2}{L} \times RC \quad (6)$$

#####

CHAPITRE III

LE CHAMP MAGNETIQUE ET LES
"EFFETS DE BOUTS"

CHAPITRE III

LE CHAMP MAGNETIQUE ET LES "EFFETS DE BOUTS"

La première étape naturelle consiste à étudier le champ magnétique à l'origine des forces électromagnétiques dans la charge liquide. Les extrémités du creuset engendrent des "effets de bouts", i.e., une courbure forte des lignes de champ. On se propose dans ce chapitre d'en étudier sa distribution, en particulier dans la charge.

1. MESURE DES PARAMETRES ELECTROMAGNETIQUES

Les mesures du champ magnétique sont faites en mesurant la tension induite par celui-ci dans un capteur de quelques spires, à l'aide d'un oscilloscope numérique. Ces mesures ont permis également de connaître la fréquence du champ magnétique produit.

Une spire conductrice placée dans un champ magnétique alternatif est traversée par un flux variable, créant une force électromotrice (f.e.m.) :

$$e = - \frac{d\phi}{dt} \quad (3,1)$$

Lorsque la spire est de dimension suffisamment petite, on peut considérer le champ magnétique qui la traverse comme uniforme. Dans ce cas, sa valeur se calcule aisément en fonction de la fréquence et de la tension induite mesurée aux bornes de la spire.

D'une part, l'accroissement du nombre de spires augmente cette f.e.m. à mesurer et accroît la précision de la mesure en la rendant moins

sensible aux flux parasites que nous avons toujours cherché à éliminer en torsadant et en blindant soigneusement les fils.

D'autre part, pour une bonne localisation de la mesure, les dimensions du capteur ont été réduites au maximum, étant donné que la f.e.m. est de l'ordre de quelques millivolts, valeur largement suffisante pour être mesurée dans de bonnes conditions.

Si nous désignons par n le nombre de spires du capteur, s la section balayée par le flux, il vient que :

$$e = - \frac{d\phi}{dt} , \quad \phi = nsB_0 \cos(\omega t + \varphi) , \quad (3,2)$$

d'où :

$$|e| = nsB_0 \omega \sin(\omega t + \varphi) = e_0 \sin(\omega t + \varphi) , \quad (3,3)$$

alors :

$$e_0 = nsB_0 \omega , \quad (3,4)$$

nous en déduisons :

$$B_0 = \frac{e_0}{ns\omega} , \quad (3,5)$$

B_0 et e_0 étant tous deux des valeurs efficaces.

1.1. Le capteur de champ.

C'est une sonde constituée de 20 spires accolées, isolées du mercure et enroulées sur un diamètre $D = 1.2$ mm. Le fil utilisé a un diamètre propre $d = 0.1$ mm. La section balayée par le flux est calculée avec un diamètre moyen $D_m = D + d$. L'hélicité des enroulements des spires du capteur assure une précision raisonnable de 3% sur sa directionnalité. La sonde a été préalablement étalonnée dans un champ uniforme, en la mettant au centre d'une sonde étalon de diamètre intérieur 12 mm, comptant 12 spires accolées faites avec un fil de diamètre propre 0.1 mm. Dans les résultats qui suivent, il est tenu compte de la correction nécessaire due à la surface non nulle de la sonde.

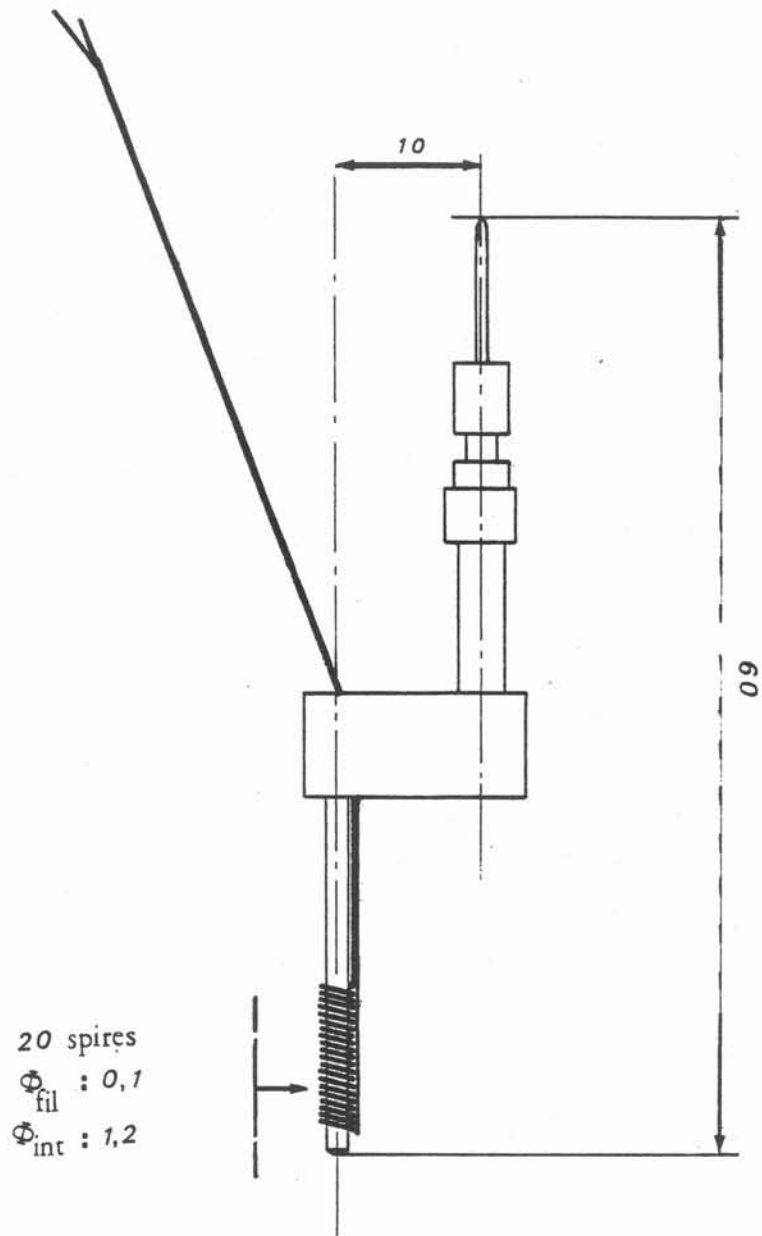


FIGURE III-1

Le capteur de champ

1.2. Résultats expérimentaux.

Les mesures ont porté sur les composantes verticale et radiale B_z et B_r respectivement le long de la paroi et sur le couvercle. Les graphes des fig.(III - 5,6) donnent les variations de la composante B_z le long de la paroi en fonction de la hauteur de la charge, et de la composante radiale B_r en fonction de son rayon, pour deux positions données de celle-ci dans l'inducteur et deux creusets d'épaisseur 0,5 et 1 mm. Les conditions expérimentales sont rassemblées dans la fig. III - 4.

Les résultats obtenus mettent en évidence un accroissement du champ au voisinage des coins. La fig. III - 7 montre la décroissance de la composante verticale B_z du champ à mi-hauteur de la charge, en fonction de la distance à la paroi. Il est intéressant de comparer cette décroissance à la décroissance exponentielle que l'on peut calculer théoriquement.

La distribution de la composante B_z en fonction de la distance à la paroi est en effet de la forme :

$$B_z \sim B_0 e^{-\frac{y}{\delta}} . \quad (3,6)$$

Les résultats expérimentaux sont en bon accord avec ce calcul théorique.

1.3. Mesure des résistances propres de la charge et de l'inducteur.

La résistance globale R précédemment définie (cf. ANNEXE I) a été mesurée par la méthode dite du décrement logarithmique qui utilise les effets classiques de la décharge d'un condensateur à travers le circuit série R,L.

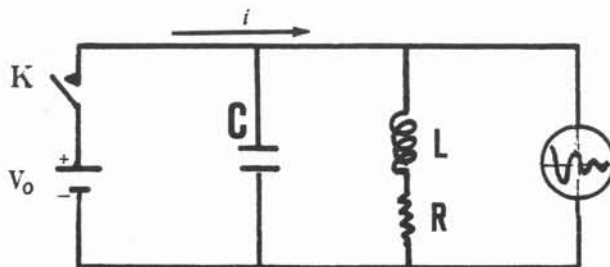


Figure III -2

La tension aux bornes du condensateur est sinusoïdale amortie dans le cas où la résistance R n'est pas trop importante. Son enregistrement par un oscilloscope numérique nous a permis de calculer R.

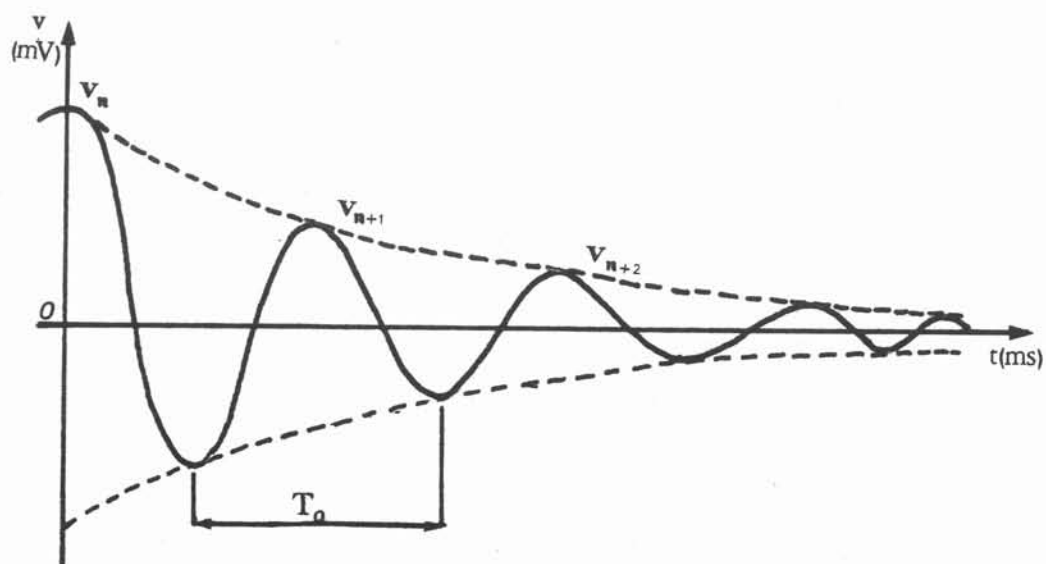


Figure III-3
Mouvement sinusoïdal amorti

La mesure de la pseudo-période T_0 permet de calculer l'inductance globale L.

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \quad (3,7)$$

$$L = \frac{1}{C\omega_0^2}$$

La résistance R s'en déduit par la relation :

$$R = \frac{L\omega_0}{p\pi} \ln \frac{v_n}{v_{n+p}} \quad (3,8)$$

La résistance propre r de l'inducteur, mesurée par le même principe en étudiant la décharge du condensateur à travers l'inducteur à vide, vaut 30 mΩ. Dès lors, la résistance propre R₀ de la charge chauffée par induction, se calcule aisément à partir de la relation :

$$R_o = R - r \quad .$$

Ainsi, nous obtenons pour chacun des deux cas étudiés, les résultats ci-dessous :

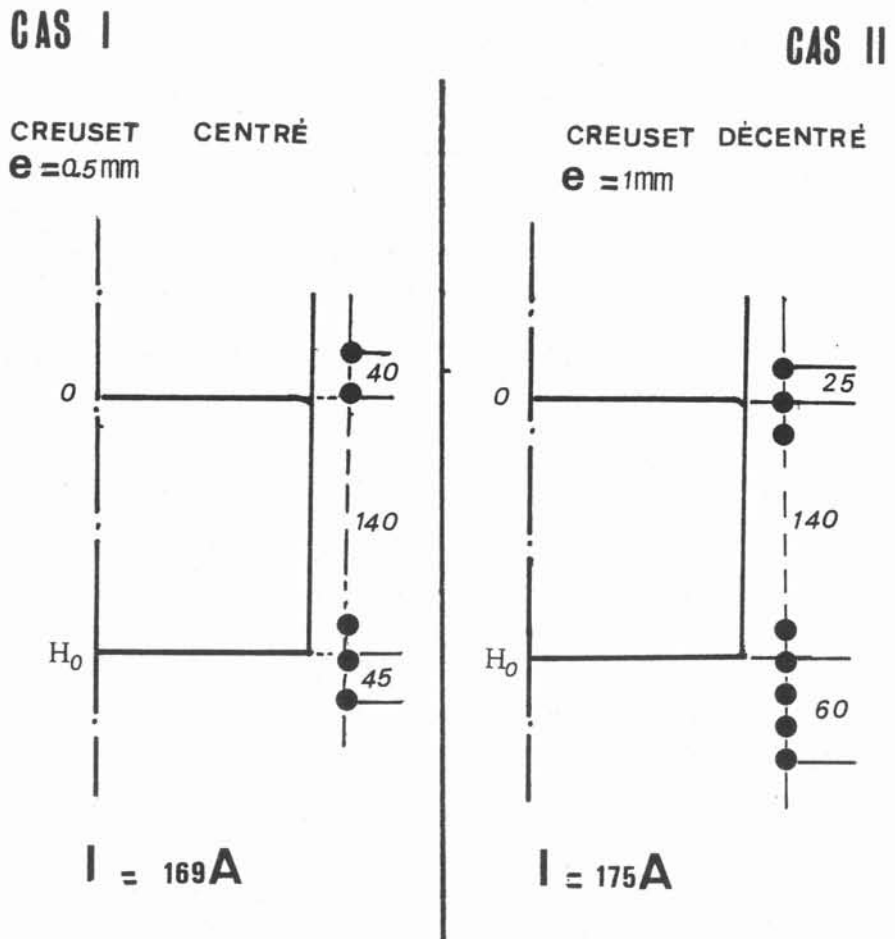


Figure III-4

Tableau III - a : Comparaison entre grandeurs électriques mesurées et calculées

CAS	Cas I : creuset centré	Cas II:creuset décentré	
I (Ampères-efficaces)	169	175	
R _o : (mΩ) résistance de la charge	mesurée	60,1	63,40
	calcul num.	58	61
L : valeur de la self (μH)	mesurée	33,20	37
	calcul num.	35	37
	calcul anal.	26	26
Impédance de la charge : $\frac{L}{RC}$ (Ω)	mesurée	10,1	11,2
	calcul num.	11,2	11,5
Puissance calculée analyt.	Plat/p _∞	1,15	1,13
	Pcou/p _∞	1,16	1,13
	Ptotal/p _∞	1,30	1,26
	* P _∞ (Watt)	944,2	1018,2
f : fréquence (Hz)	4 620	4 650	
e:épaisseur creuset(mm)	0,5	1	

* cf Annexe II , g2 , équat.[27]

2. ETUDE THEORIQUE DE LA DISTRIBUTION DU CHAMP MAGNETIQUE

Il est intéressant de comparer les résultats expérimentaux à divers modèles théoriques.

2.1. Modèle infini.

Une approche globale du problème consiste à mettre en évidence les échelles caractéristiques du phénomène, en considérant le cas d'un solénoïde très long par rapport à la charge. En adoptant les notations de la fig. II - 3 (cf. Ch. II), le théorème d'Ampère appliqué à une ligne de force entourant l'inducteur, fournit une estimation de la valeur typique du champ magnétique en fonction du nombre N de spires de l'inducteur et du courant I qui y circule. Alors, le champ efficace B_0 le long de la charge s'en déduit par la relation classique :

$$B_0 = \frac{\mu N I}{H_B (1 + 0,44 \frac{D_B}{H_B})} \quad , \quad (3,9)$$

le flux à travers la section S de l'entrefer creuset-inducteur étant :

$$\Phi = L I = B_0 N S \quad . \quad (3,10)$$

L'inductance L creuset-charge-inducteur peut être calculée par la formule de Nagaoka :

$$L = \mu \frac{N^2 S}{H_B} \left(\frac{1}{(1 + 0,44 \frac{D_B}{H_B})} \right) \quad . \quad (3,11)$$

Dans le cas des faibles épaisseurs de peau électromagnétique et en géométrie infinie le long de l'axe, l'expression (3,9) constitue une approximation raisonnable, compte tenu des effets d'extrémités. Dans les deux cas étudiés (cf. Fig. III - 4), les valeurs données par la relation (3,9) sont respectivement 90,5 et 93,7 gauss, ce qui constitue de bons ordres de grandeurs au regard des résultats expérimentaux.

2.2. Prise en compte des "effets de bouts".

La présence d'extrémités anguleuses suite aux dimensions finies de la charge et de l'inducteur, apporte une non uniformité du champ magné-

tique et de la densité des courants de FOUCAULT dans la charge, au voisinage des singularités : coins. Pour estimer la contribution de ces "effets d'extrémités" sur l'augmentation des pertes Joule, on peut utiliser une méthode numérique par éléments finis ou par différence finie. Cette méthode présente l'avantage d'être applicable quelle que soit l'épaisseur de peau ; l'inconvénient majeur est qu'elle est longue et fastidieuse à mettre en oeuvre dans le cas des faibles épaisseurs de peau électromagnétique. Dans ce cas qui nous intéresse tout particulièrement, il est aussi possible d'utiliser une méthode analytique, basée sur les transformations conformes (Moreau, 1981).

2.2.1. Le calcul numérique. La résolution numérique des équations de Maxwell par différences finies a été entreprise dans les deux géométries expérimentales : creuset centré et décentré. Nous avons utilisé un code mis au point au GIS-MADYLAM (Fautrelle, 1981) (5) et basé sur la méthode de Gosman et Al (1969).

Les profils de champ obtenus sont comparés aux profils expérimentaux (cf. Fig. III - 5, 6). Les différences observées sont inférieures à 10%. Notons que les calculs surestiment systématiquement les valeurs de champ, ce qui n'a pu être expliqué. Le deuxième point de comparaison concerne la résistance de la charge, l'impédance du circuit ramené au primaire. Les valeurs calculées sont portées dans le Tableau III - a. Elles montrent un accord satisfaisant.

2.3. Le calcul analytique.

Lorsque la peau électromagnétique est très petite par rapport au rayon du creuset, le champ magnétique expulsé hors de celui-ci est analogue au champ de vitesse irrotationnel créé par des points vortex (la bobine) autour d'un obstacle (le creuset). En négligeant les effets de courbures (cf. § suivant), il est possible d'appréhender les "effets d'extrémités" par l'utilisation des potentiels complexes et la transformation de Schwartz-Christoffel (1) en particulier. En effet, celle-ci transforme un contour polygonal dans le plan de départ Z , en une ligne droite dans le plan d'arrivée z (cf. ANNEXE II).

2.3.1. Hypothèses simplificatrices. Dans le cas asymptotique des hautes fréquences (i.e. $\frac{\delta}{a} \ll 1$), lorsque l'entrefer creuset-bobine est faible, il est justifié de négliger la courbure de la charge pour calculer le champ le long de la paroi latérale du creuset, ce qui conduit à un problème bidimensionnel. Toutefois, la distribution du champ aux frontières inférieure et supérieure, sera bien sûr fautive. Pour des raisons de simplicité, nous ne traitons ici que le cas de la charge en présence de l'inducteur sans creuset ; l'épaisseur e de ce dernier est négligeable devant l'épaisseur de peau électromagnétique. Nous considérons en outre que les extrémités inférieure et supérieure de la charge sont suffisamment éloignées pour ne pas s'influencer mutuellement. Cette hypothèse nous limite à l'étude d'une seule extrémité en considérant la charge cylindrique et l'inducteur comme infinis. Enfin, l'inducteur est considéré comme une nappe infiniment conductrice.

2.3.2. Analyse des résultats analytiques : La transformation de SCHWARTZ-CHRISTOFFEL ne détermine pas la valeur du champ magnétique à l'infini qu'elle considère ; aussi avons-nous pris pour cette valeur, la quantité B_{0z} mesurée à la paroi à mi-hauteur de la charge. Les résultats sont comparés aux mesures sur les fig. III (10,11) . La théorie confirme là encore, l'accroissement du champ magnétique vers les extrémités. Notons cependant que ce calcul n'est rigoureusement correcte qu'à une distance des coins de l'ordre de δ . Nous avons calculé les rapports $\frac{P_{lat}}{P_{\infty}}$ et $\frac{P_{cou}}{P_{\infty}}$ relatifs aux faces latérales et sur le couvercle et évalué l'ordre de grandeur de la surpuissance due à une extrémité pour chaque cas : pour le creuset centré, il y a 30% d'augmentation des pertes, 26% pour le creuset décentré. Les valeurs sont portées dans le Tableau III - a. Le fait d'avoir déroulé le couvercle est toutefois à l'origine d'une surestimation de la puissance sur le couvercle. Les détails de calculs sont fournis en annexe (cf. ANNEXE II).

3. CARACTERES DU CHAMP DE FORCE MOTEUR

Dans le cas des hautes fréquences qui nous intéressent principa-

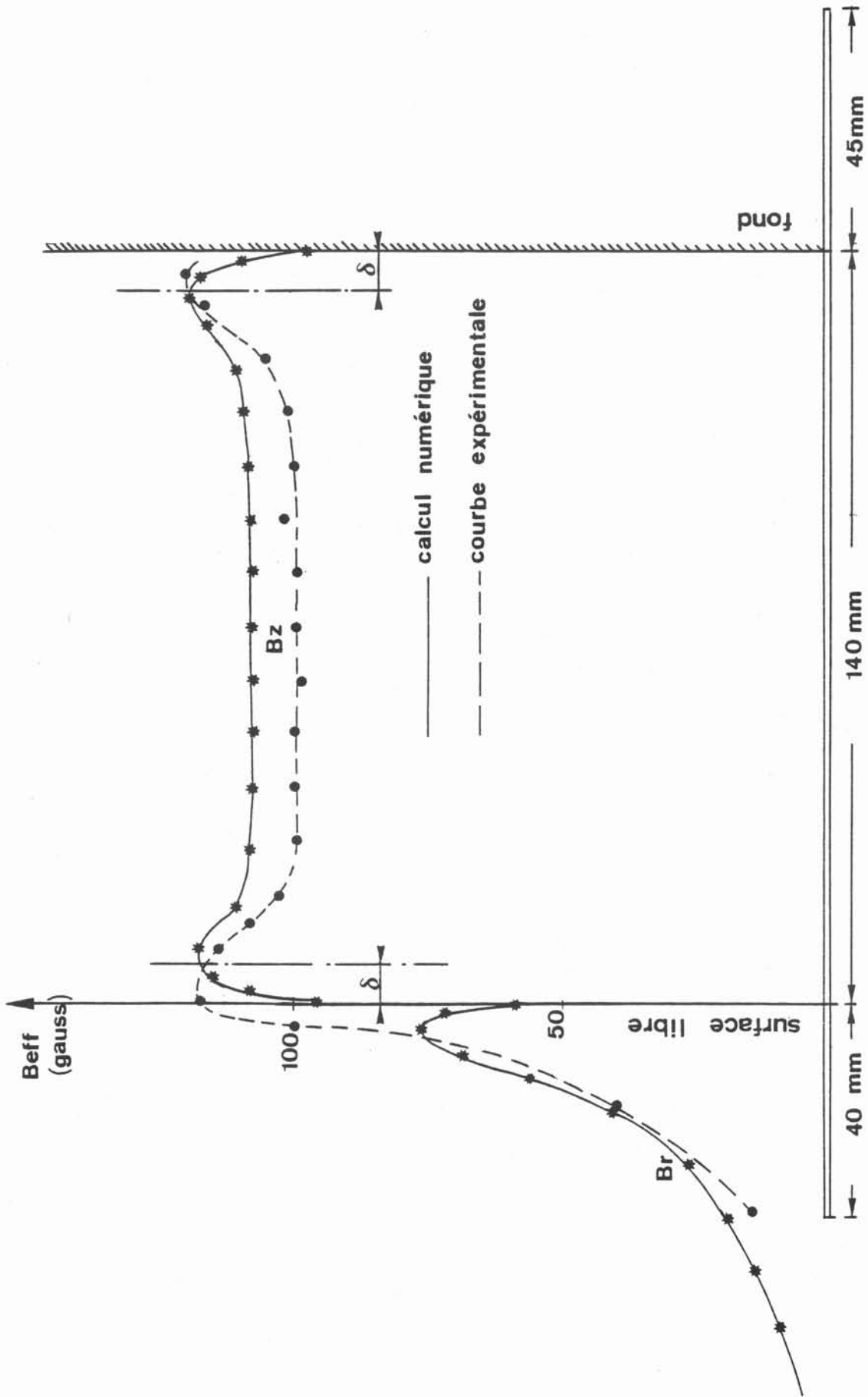


FIGURE III-5

Cas I : creuset centré $e = 0.5 \text{ mm}$, $I = 169 \text{ A}_{eff}$

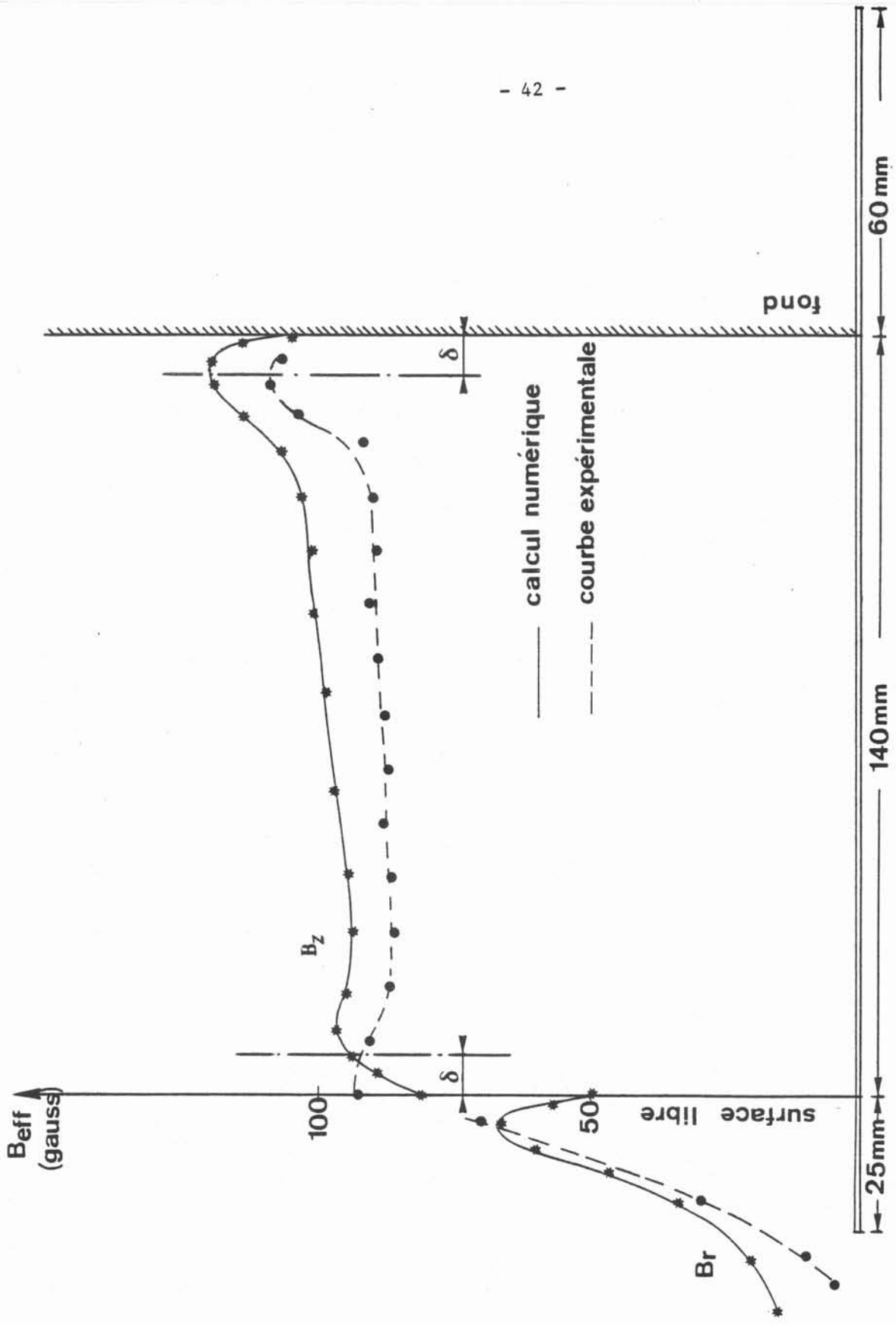
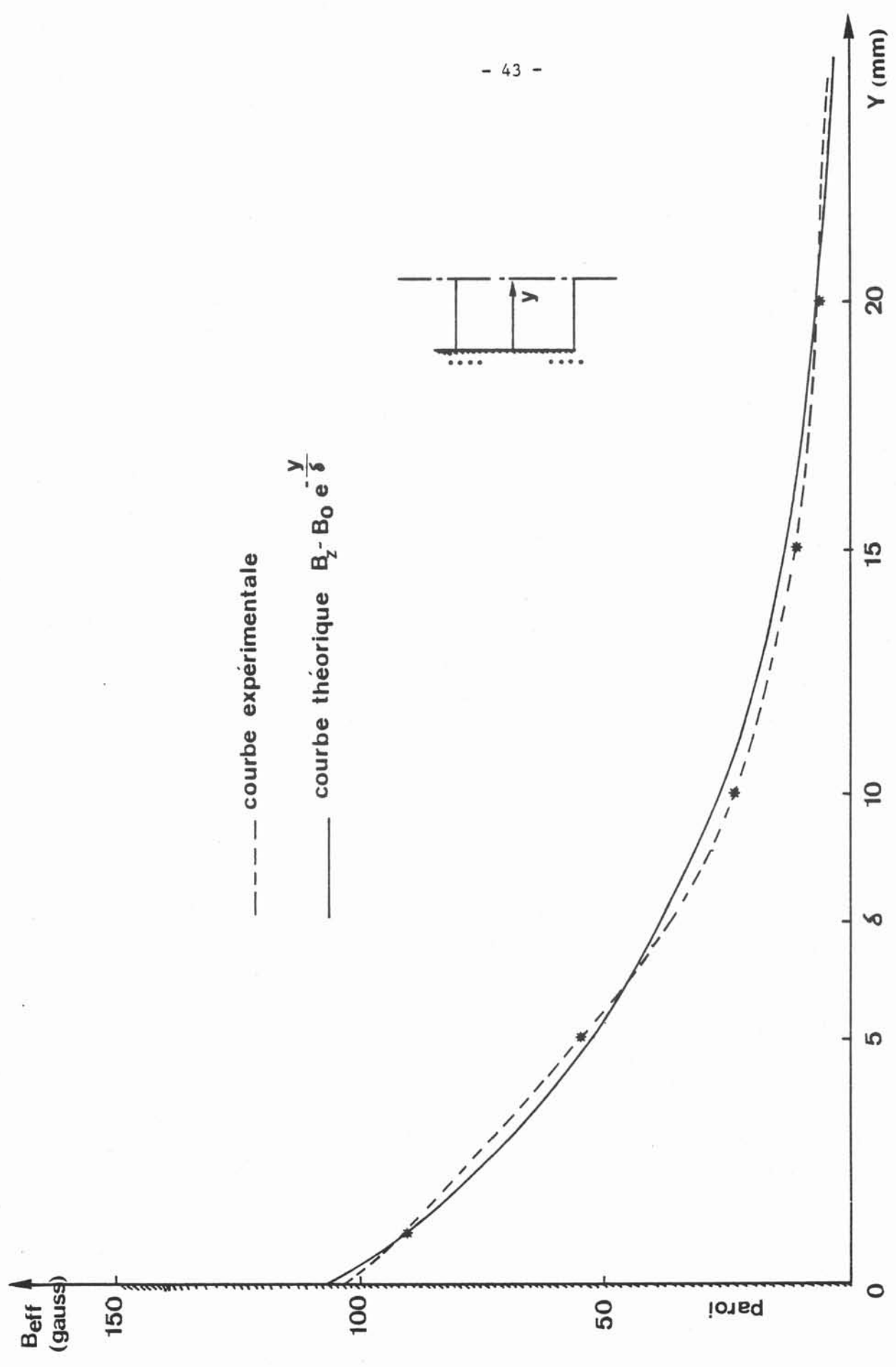


FIGURE III-6

Cas II : creuset décentré $e = 1 \text{ mm}$, $I = 175 A_{eff}$



--- courbe expérimentale

— courbe théorique $B_z - B_0 e^{-\frac{y}{\delta}}$

FIGURE III-7
Cas I

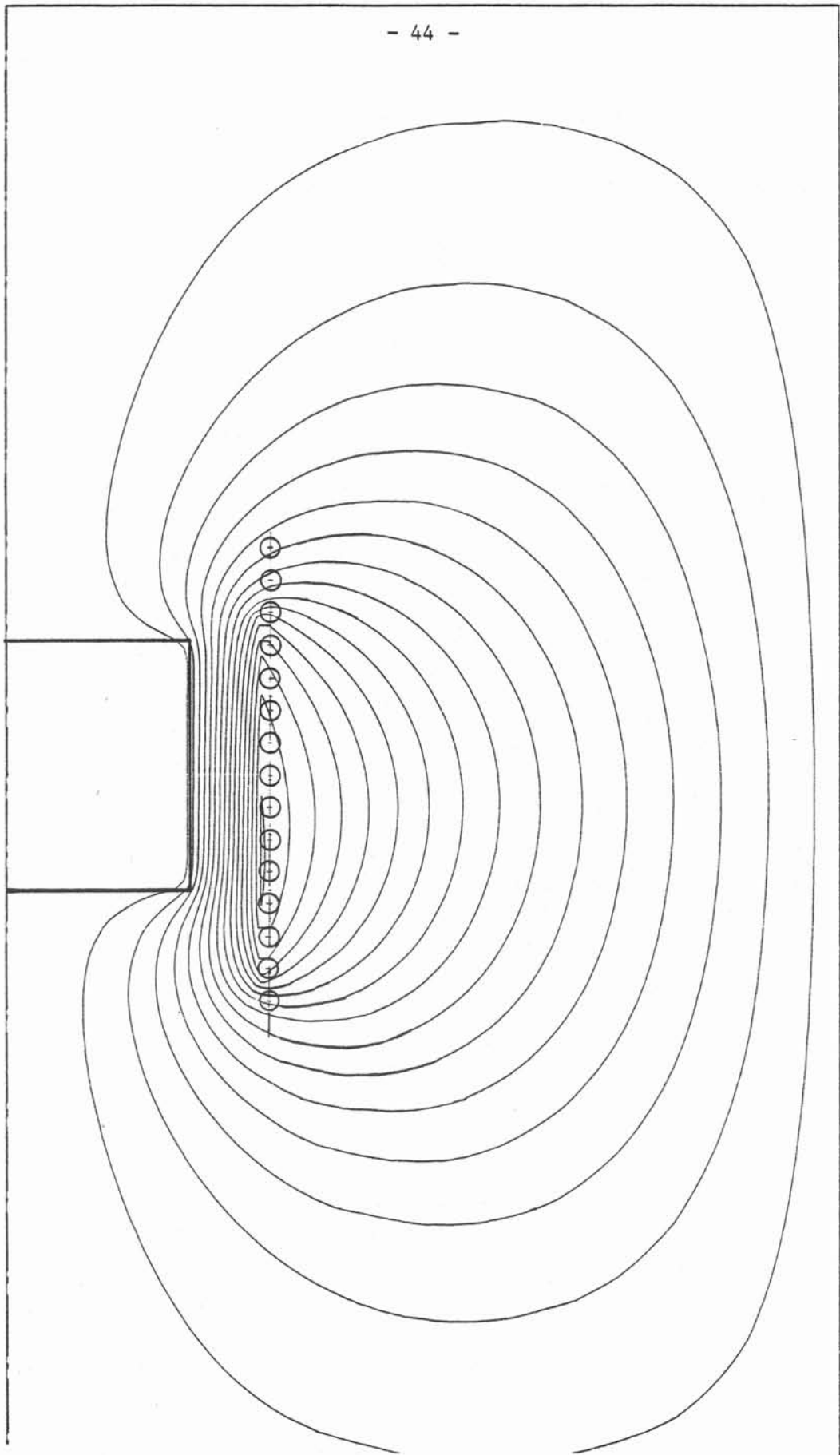
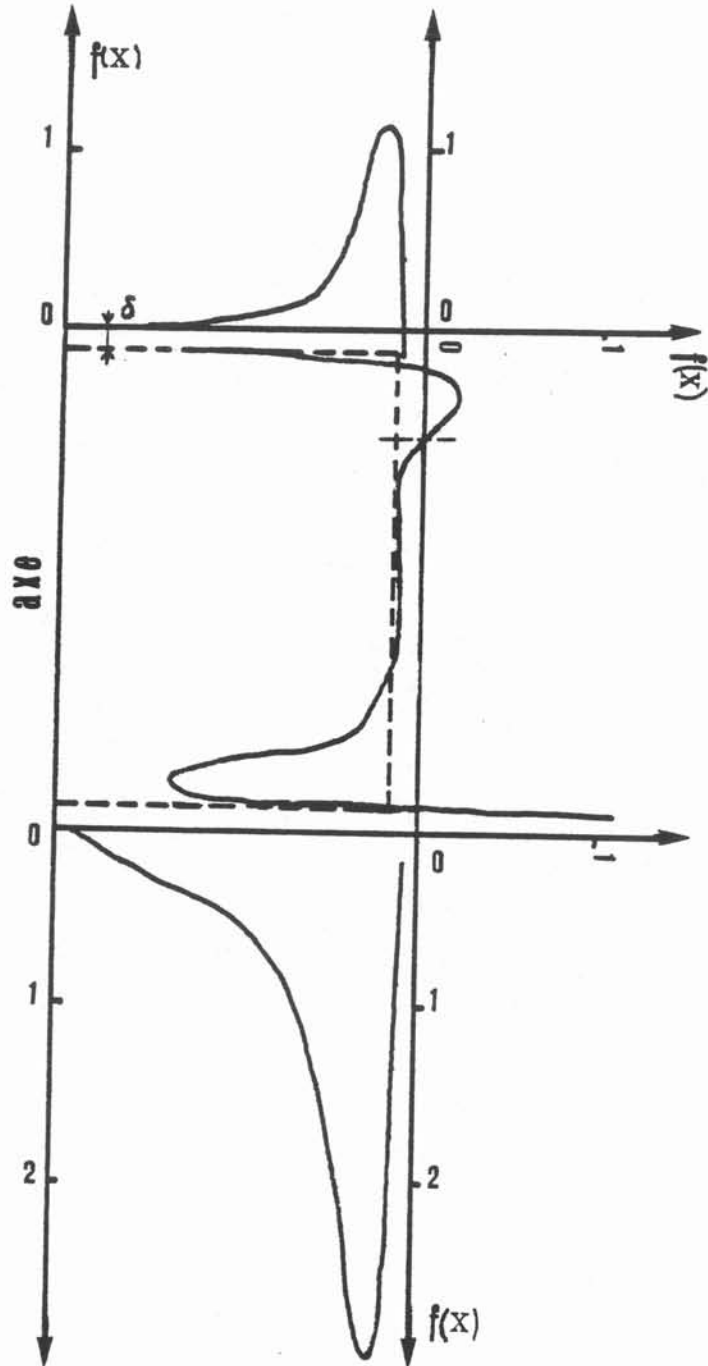


Figure III-8

Configuration des lignes de forces du champ magnétique vu dans un demi plan méridien . Cas du creuset décentré .



Distribution calculée de la fonction $f(x)$ le long des parois du creuset.

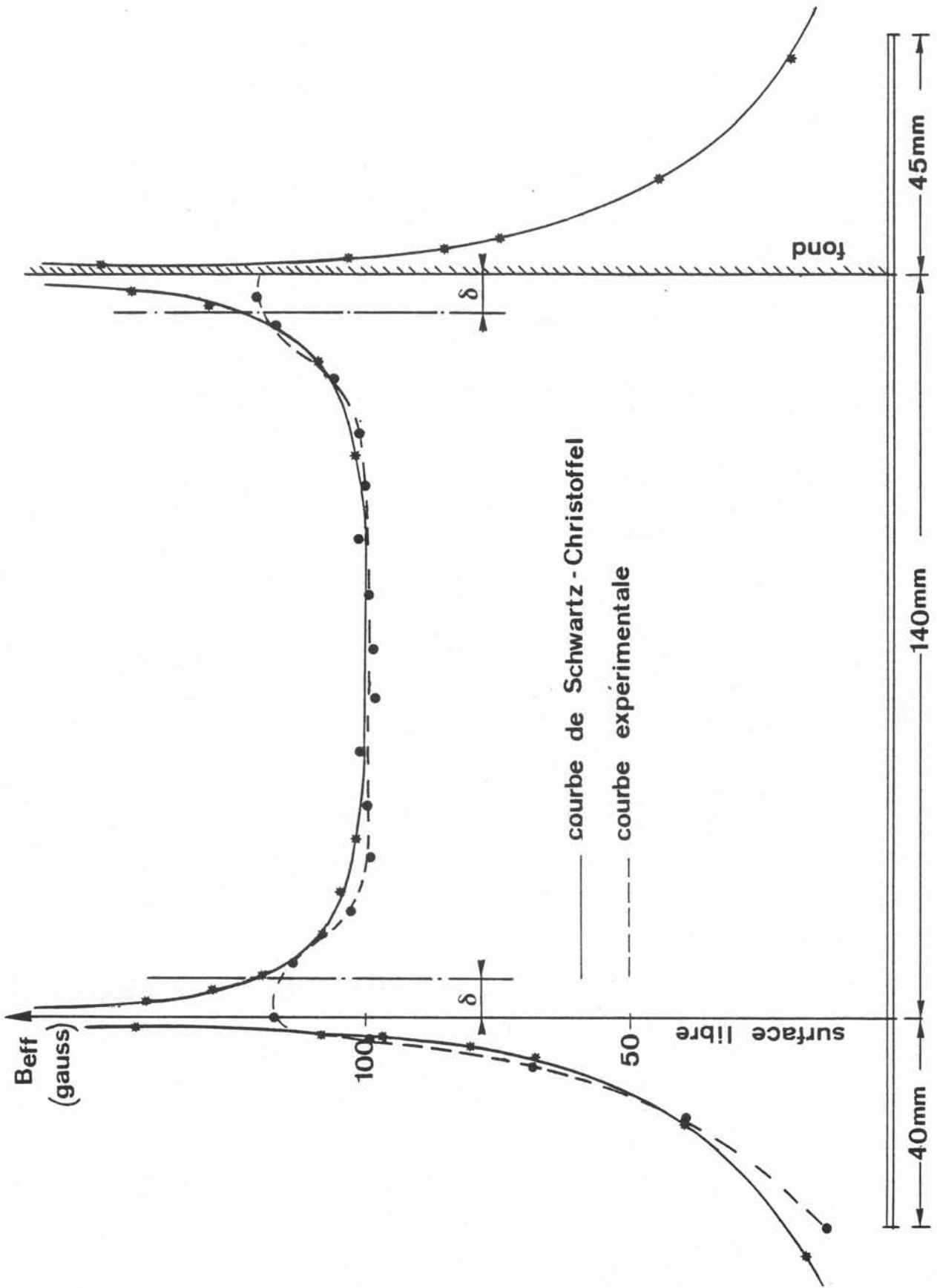


FIGURE III-10 . Cas I

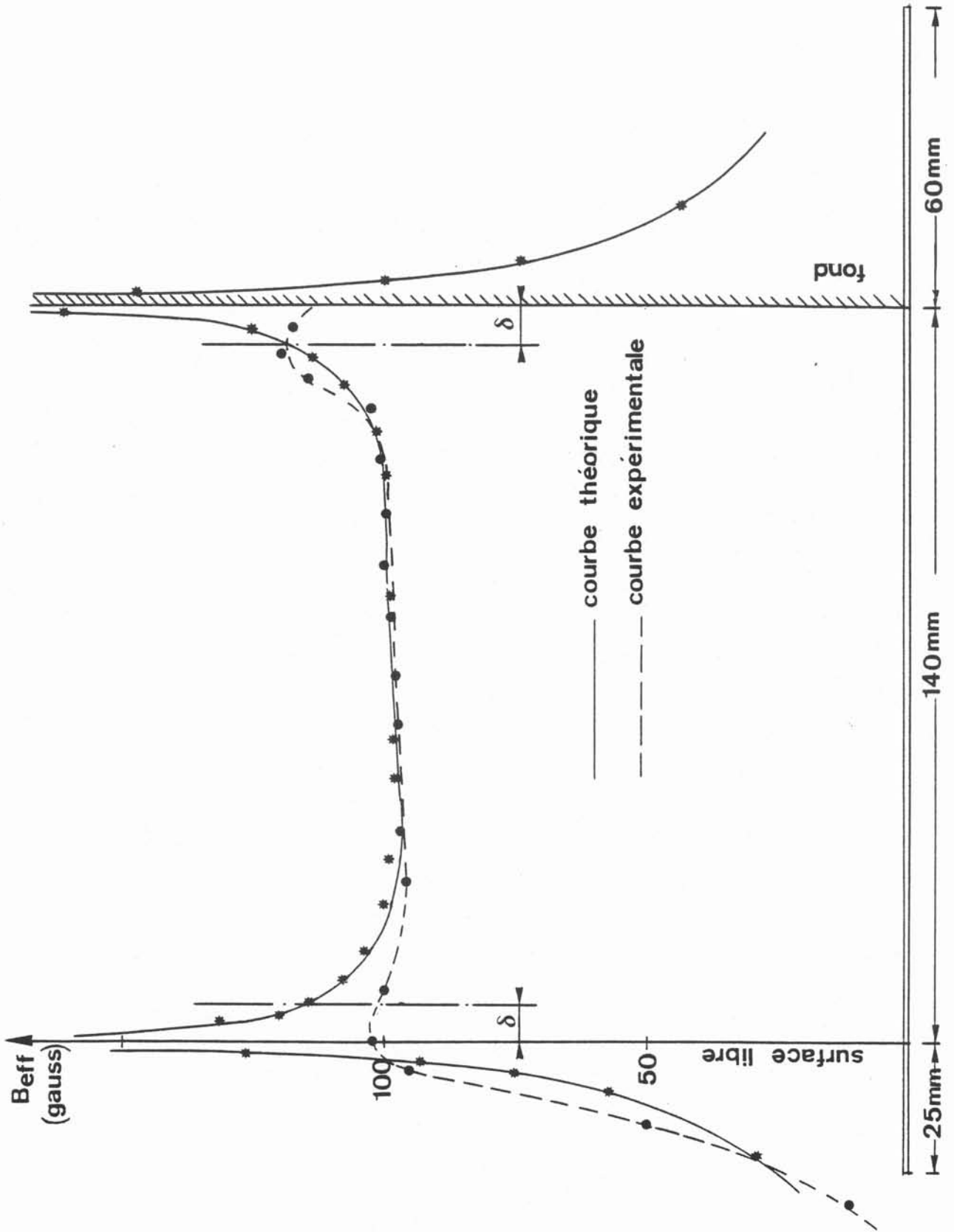


FIGURE III-11 . Cas II

lement, les forces électromagnétiques peuvent se décomposer en une partie moyenne sur une période et une partie fluctuante de pulsation 2ω :

$$\vec{F} = \langle \vec{F} \rangle + f \quad (3,12)$$

(la notation $\langle \rangle$ désigne la moyenne temporelle sur une période $T_0 = \frac{2\pi}{\omega}$). Le champ de vitesse créé par cette dernière est très faible dans la gamme de fréquence utilisée. L'inertie du fluide est telle que celui-ci ne répond qu'à la valeur moyenne des forces de Lorentz sur une période (Moreau, 1980):

$$\langle \vec{F} \rangle = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} (\vec{j} \wedge \vec{B}) dt, \quad T_0 = \frac{2\pi}{\omega} \quad (3,13)$$

Dans le cas d'une géométrie axisymétrique, la symétrie cylindrique du creuset impose au champ magnétique de ne pas avoir de composante orthoradiale, et à son potentiel vecteur ainsi qu'aux courants induits qui lui sont associés d'être purement circulaires. Dans ce cas, l'expression de la partie moyenne des forces électromagnétiques est, d'après Khaletzky (1976) :

$$\langle \vec{F} \rangle = \frac{1}{2} \sigma \omega A^2 \vec{\nabla} \Phi \quad (3,14)$$

A et Φ sont respectivement l'amplitude et la phase du potentiel vecteur

$$\vec{A}(0, A, 0) ; \quad \vec{B}(B_r, 0, B_z) ; \quad \vec{j}(0, J, 0)$$

Seule la partie rotationnelle de cette force est capable de mettre le fluide en mouvement.

Dans un repère curviligne local défini à partir de la paroi (cf. Fig. III - 12), si x et y désignent respectivement l'abscisse curviligne le long de la paroi et la coordonnée normale à celle-ci, $A_0(x)$ et $\Phi(x)$, l'amplitude du potentiel vecteur à la paroi et la phase, $\langle \vec{F} \rangle$ prend alors la forme suivante (5) (Fautrelle, 1980) :

$$\langle \vec{F} \rangle = \frac{1}{2} \sigma \omega \frac{A_0^2(x)}{\delta} e^{-\frac{2y}{\delta}} \cdot \vec{i}_y \quad (3,15)$$

Dans cette limite, $\langle \vec{F} \rangle$ est normale à la paroi ; sa partie périodique est

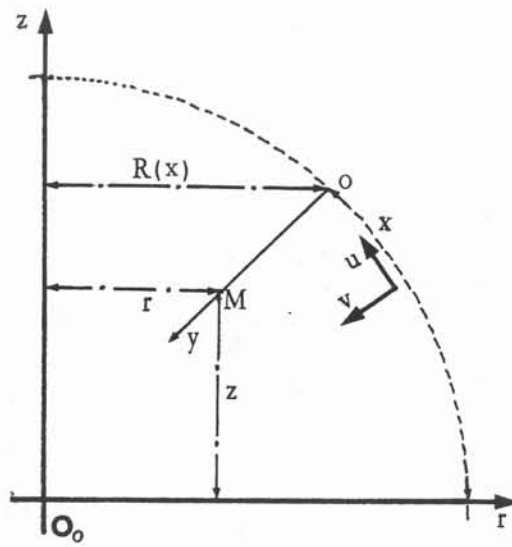


Figure III-12

Repère curviligne local défini à partir de la paroi

nulle en raison du cas particulier de la géométrie bidimensionnelle, puisque la courbure du repère (cf. Fig. III - 12) est négligée :

$$\frac{\partial}{\partial x} \ll \frac{\partial}{\partial y} .$$

$\langle \vec{F} \rangle$ est la somme de deux composantes :

- l'une rotationnelle \vec{F}_r , crée le mouvement du bain. Ainsi que l'a montré Fautrelle (1981), cette composante est due exclusivement à l'existence de courbures des lignes de champ aux extrémités de la charge. Elle est la conséquence des "effets de bouts" et serait nulle dans le cas d'une charge et d'un inducteur de hauteur infinie.
- l'autre irrotationnelle, $\vec{\nabla}\Phi$, crée un gradient de pression local, normal aux parois du creuset et contribue à la formation du dôme à la surface libre du bain ; elle peut avoir des conséquences chimiques indirectes très importantes, en particulier sur la décantation accélérée des inclusions isolantes en suspension dans le métal liquide (3), (6), (Khaletzky, 1976 ; Cremer, 1979).

$$\langle \vec{F} \rangle = \vec{F}_r + \vec{\nabla}\Phi \quad , \quad (3,16)$$

$$\vec{F}_r = \frac{\sigma\omega}{2} A_o(x) \frac{dA_o(x)}{dx} e^{-\frac{2y}{\delta}} \cdot \vec{i}_x \quad , \quad (3,17)$$

et

$$\Phi = -\frac{\sigma\omega}{4} A_o^2(x) e^{-\frac{2y}{\delta}} .$$

La fonction $A_o(x)$ est liée au champ magnétique par la relation :

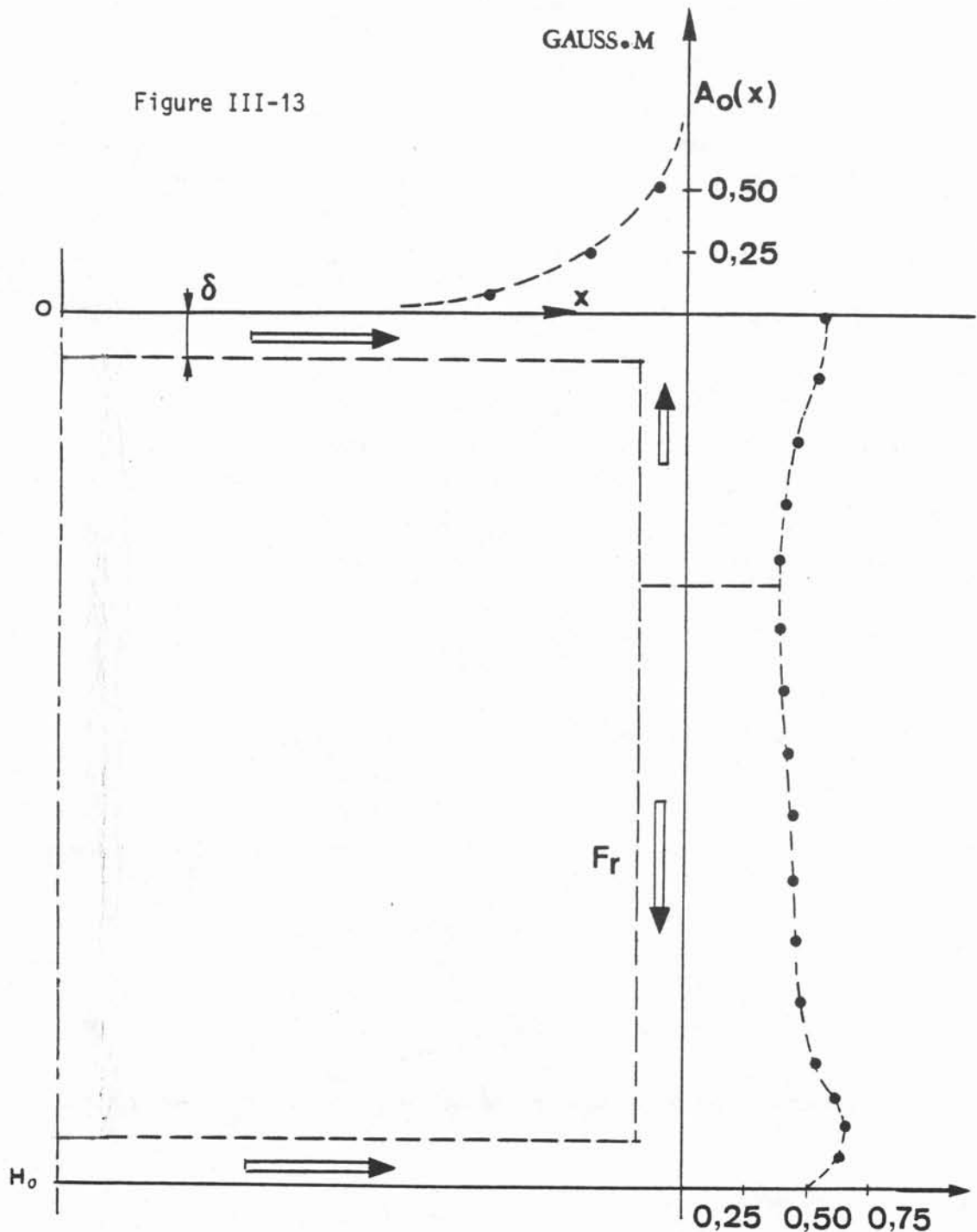
$$A_o(x) = \frac{\delta}{\sqrt{2}} B_z(x) \quad \text{sur les parois latérales,}$$

ou

$$A_o(x) = \frac{\delta}{\sqrt{2}} B_r(x) \quad \text{sur les parois horizontales.}$$

L'étude des équations du mouvement nous assure que \vec{F}_r est bien la force motrice (Fautrelle, 1982). \vec{F}_r est dirigé le long des parois et sa distri-

bution est, d'après les mesures du champ magnétique, illustrée par le schéma de la fig. III - 13 ci-dessous. Nous n'avons pu réaliser des mesures le long de la paroi inférieure ; cependant, la distribution de F_r le long de cette paroi est sans doute analogue à celle de la surface libre.



Distribution numérique du module du potentiel vecteur le long de la paroi et répartition des forces électromagnétiques rotationnelles : cas II

Une conséquence pratique importante concerne la géométrie du creuset : les solutions asymptotiques donnent une valeur de plus en plus grande au module du champ magnétique près des singularités comme les coins ; en conséquence, les courants induits y sont beaucoup plus forts ainsi que nous l'avons montré expérimentalement, numériquement et analytiquement.

4. LE PROBLEME PARTICULIER DE LA SURFACE LIBRE

L'approximation magnétostatique que nous utilisons pour le calcul de la surface libre consiste à négliger les effets du mouvement et à ne considérer que la partie irrotationnelle des forces électromagnétiques, i.e., $\vec{\nabla}\Phi$. L'équilibre magnétostatique dans le volume fluide se traduit par :

$$\frac{P}{\rho} + \langle \Phi \rangle + gz = \text{cte} \quad , \quad (3,18)$$

où z est la cote du point.

A la surface libre, $P = P_0$ (pression ambiante). Lorsque la profondeur de pénétration des courants induits dans le métal liquide est faible, i.e., $\frac{\delta}{a} \ll 1$, les forces électromagnétiques se réduisent principalement à une force normale à la paroi dérivant d'un potentiel $\langle \Phi \rangle$ tel que (Fautrelle, 1982) :

$$\Phi = \frac{B_S^2}{2\mu\rho} \quad , \quad (3,19)$$

B_S désigne le champ magnétique instantané sur la surface libre. $\langle \Phi \rangle$ peut être identifié à l'expression classique de "la pression magnétique" et son expression (3,19) constitue une approximation raisonnable des forces électromagnétiques, sauf dans une zone de dimension caractéristique δ , au voisinage des extrémités. L'équilibre des forces électromagnétiques et des forces de gravité conduit à :

$$h' = \frac{B_0^2}{2\mu\rho g} = \frac{\mu N^2 I^2}{2\rho g H_B^2} \left(\frac{1}{(1+0,44 \frac{D_B}{H_B})^2} \right) \quad , \quad (3,20)$$

h' étant l'échelle typique de la hauteur du dôme de la surface libre.

Dans les deux cas que nous avons étudiés, l'application numérique montre que la déformation de la surface libre est très faible en raison de l'importance de la masse volumique du mercure.

	CAS I (creuset (centré))	CAS II (creuset (décentré))
$I(A_{eff})$	169	175
$h'(mm)$	0,5	0,8

Nous négligerons donc, par la suite, la déformation de la surface libre.

\$

A N N E X E II

Utilisation de la transformation de Schwartz-Christoffel
pour l'estimation des "effets d'extrémités"
sur l'augmentation des pertes Joule

Le contour polygonal ABCDEFG (cf. Fig. 1 - b) passe par la surface de la charge et rejoint l'inducteur à l'infini. Toutes les dimensions sont ramenées au rayon de l'inducteur pris égal à l'unité pour le calcul. Nous avons étudié les deux cas représentés par la figure III - 4.

a_0 représente le rayon adimensionnel de la charge, h_0 son enfoncement algébrique. La géométrie du problème est ainsi fonction des deux paramètres adimensionnels a_0 et h_0 .

La transformation de Schwartz Christoffel établit la correspondance entre le contour ABCDEFG du plan Z et l'axe réel du plan z ; elle s'écrit :

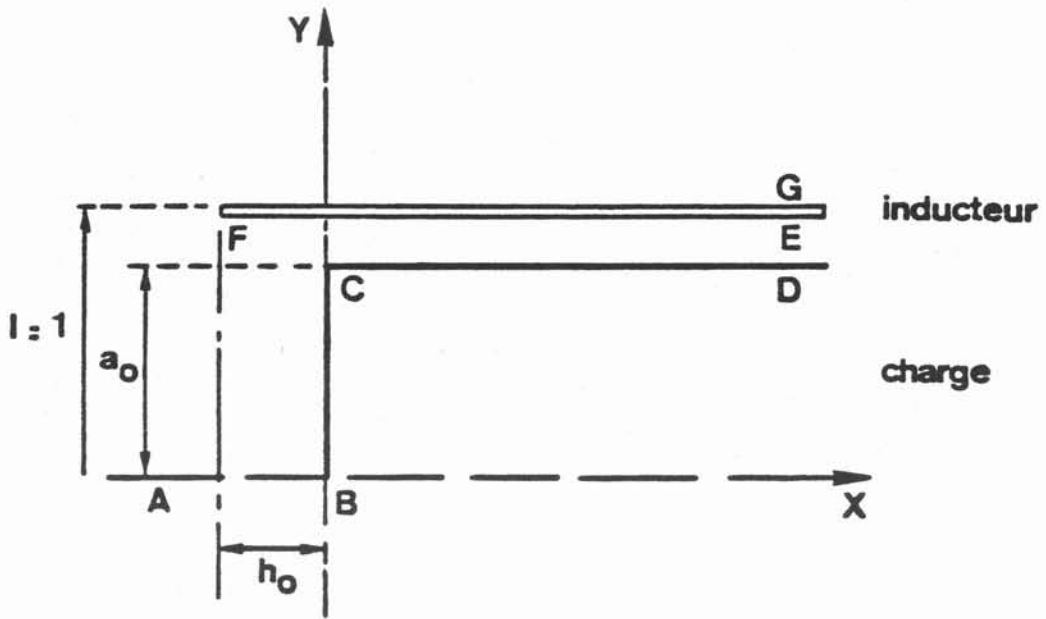
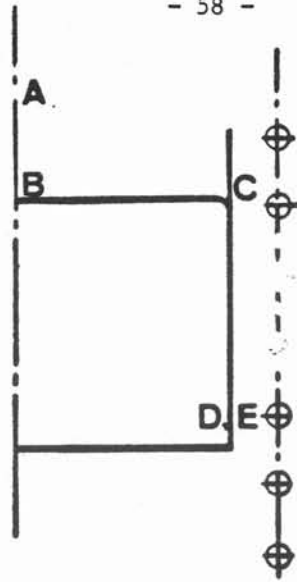
$$\frac{dZ}{dz} = A(z+\beta)^{-1/2} (z+1)^{1/2} z^{-1}(z-\alpha)^1 = A \left(\frac{z+1}{z+\beta} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{\alpha}{z} \right) \quad (1)$$

Mis à part les points à l'infini, il est possible de fixer arbitrairement trois points du plan z . Nous choisissons de placer C à l'abscisse -1, D et E à l'abscisse zéro. Il faut alors introduire les paramètres $\beta(\beta > 1)$ et $\alpha(\alpha > 0)$ pour fixer les abscisses respectives des points B et F. L'intégration de l'équation (1) se calcule assez simplement en effectuant le changement de variable

$$t^2 = \frac{z+1}{z+\beta} \quad (2)$$

Après calculs, on obtient la relation reliant Z et z par l'intermédiaire de t :

$$Z-H = A \left\{ \left(\alpha + \frac{\beta-1}{2} \right) \text{Log} \frac{t-1}{t+1} - \frac{\alpha}{\sqrt{\beta}} \text{Log} \frac{t\sqrt{\beta}-1}{t\sqrt{\beta}+1} - (\beta-1) \frac{t}{t^2-1} \right\} \quad (3)$$



Plan Z



Plan z

FIGURE 1-b

H est une constante d'intégration. Les points B, C et F déterminent H, α , β et A. Tous calculs faits, nous obtenons :

$$H = 0 \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{\beta-1}{2} - \frac{\alpha}{\sqrt{\beta}} = \frac{a_0}{\pi A} \quad , \quad (5)$$

$$\pi A \left(\alpha + \frac{\beta-1}{2} \right) = 1 \quad , \quad (6)$$

$$-h_0 = A \left\{ \left(\alpha + \frac{\beta-1}{2} \right) \text{Log} \frac{\sqrt{\alpha+\beta} - \sqrt{\alpha+1}}{\sqrt{\alpha+\beta} + \sqrt{\alpha+1}} - \frac{\alpha}{\sqrt{\beta}} \text{Log} \frac{\sqrt{\beta(\alpha+1)} - \sqrt{\alpha+\beta}}{\sqrt{\beta(\alpha+1)} + \sqrt{\alpha+\beta}} + \frac{\sqrt{(\alpha+\beta)(\alpha+1)}}{\pi \left(\alpha + \frac{\beta-1}{2} \right)} \right\} . \quad (7)$$

En remplaçant A par sa valeur tirée de (6) dans (5) et (7) :

$$\alpha = \frac{(1-a_0)(\beta-1)}{\frac{2}{\sqrt{\beta}} - 2(1-a_0)} \quad (8)$$

$$h_0 = \frac{1-a_0}{\pi} \text{Log} \left\{ \frac{\sqrt{\beta(\alpha+1)} - \sqrt{\alpha+\beta}}{\sqrt{\beta(\alpha+1)} + \sqrt{\alpha+\beta}} \right\} - \frac{1}{\pi} \text{Log} \left\{ \frac{\sqrt{\alpha+\beta} - \sqrt{\alpha+1}}{\sqrt{\alpha+\beta} + \sqrt{\alpha+1}} \right\} - \frac{\sqrt{(\alpha+1)(\alpha+\beta)}}{\pi \left(\alpha + \frac{\beta-1}{2} \right)} . \quad (9)$$

La relation (3) s'écrit alors :

$$Z = \frac{1}{\pi} \text{Log} \frac{t-1}{t+1} - \frac{1-a_0}{\pi} \text{Log} \frac{t\sqrt{\beta}-1}{t\sqrt{\beta}+1} - \frac{2}{\pi} \left(1-\sqrt{\beta}(1-a_0) \right) \frac{t}{t^2-1} \quad (10)$$

où

$$Z = \frac{1-\beta t^2}{t^2-1} \quad , \quad \alpha \text{ et } \beta \text{ étant déterminés par les relations (8) et (9).}$$

1. Analogie magnétohydraulique.

Les flux de fuites à travers l'inducteur sont négligés. Dans le

plan Z (cf. Fig. 1 - b), tout le flux magnétique vient des points D et E, contourne la charge et l'inducteur considérés alors comme des lignes de force. Nous pouvons donc faire une analogie magnétohydraulique entre le champ magnétique correspondant B et la vitesse v d'un écoulement d'un fluide incompressible créé par une source de débit ponctuelle placée à l'infini (en D, E par exemple).

En magnétisme, le potentiel complexe ω_m s'écrit :

$$\omega_m = \bar{J} + i\phi \quad , \quad (11)$$

avec

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \cdot \bar{J} \quad , \quad (12)$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{\phi} \quad , \quad (13)$$

$\vec{\phi}$ n'ayant qu'une composante unique normale au plan des composantes du champ.

De même en hydraulique, le potentiel complexe ω_h s'écrit :

$$\omega_h = \phi + i\psi \quad , \quad (14)$$

avec

$$\vec{v} = \vec{\nabla} \phi \quad , \quad (15)$$

$$\vec{v} = \vec{\nabla} \times \vec{\psi} \quad . \quad (16)$$

Par conséquent, la détermination du champ \vec{B} est la même que celle du champ de vitesse \vec{v} .

La source de débit Q dans le plan z est placée à l'origine 0, celle-ci étant l'homologue de l'infini ; il lui correspond le potentiel complexe classique :

$$\omega = \frac{Q}{2\pi} \text{Log } z \quad . \quad (17)$$

En dérivant ω par rapport à z, nous obtenons les composantes u et v de la vitesse (donc du champ) dans le plan z.

$$u - iv = \frac{d\omega}{dz} = \frac{Q}{2\pi z} \quad (18)$$

Les composantes U et V du champ dans le plan Z vérifient la relation :

$$\frac{d\omega}{dZ} = \frac{d\omega}{dz} \cdot \frac{dz}{dZ} = \frac{Q}{2\pi z} \frac{dz}{dZ} = U - iV \quad , \quad (19)$$

où

$\frac{dz}{dZ}$ est donnée par (1), A, α et β par les relations (6), (8) et (9).

En nous intéressant au contour BCD où nous avons :

$$z = -\xi \quad \text{avec} \quad \xi \in [0, \beta] \quad , \quad (20)$$

la relation (19) peut s'écrire encore :

$$U - iV = -\frac{Q}{2\pi A} \frac{1}{(\alpha + \xi)} \left(\frac{\beta - \xi}{1 - \xi} \right)^{1/2} \quad (21)$$

La racine est imaginaire sur BC, car $1 \leq \xi \leq \beta$; elle est réelle sur CD car $0 \leq \xi \leq 1$ et $(1 - \xi) \geq 0$. Par conséquent, sur le segment BC, nous avons :

$$V = -\frac{Q}{2\pi A} \frac{1}{\alpha + \xi} \left(\frac{\beta - \xi}{\xi - 1} \right)^{1/2} \quad (22)$$

et sur la demie-droite CD :

$$U = -\frac{Q}{2\pi A} \frac{1}{\alpha + \xi} \left(\frac{\beta - \xi}{1 - \xi} \right)^{1/2} \quad (23)$$

Aux valeurs U et V sont associées les abscisses X et Y déduites de l'équation paramétrique (10). La détermination du champ le long du contour de la charge BCD se fait alors de la manière suivante :

- On détermine les constantes A, α et β à l'aide des relations (6), (8) et (9).
- Sur le contour latéral CD, on choisit les valeurs de ξ comprises entre zéro et α , d'où sont issues les valeurs correspondantes de t (cf. (2)) et par conséquent de X par la relation (10). Pour ces mêmes valeurs de ξ , on obtient les valeurs du champ U par la relation (23) et on peut alors tracer la courbe U(X).

- sur le contour BC, $1 < \xi < \beta$; une démarche analogue permet de calculer Y et V. Le tracer de V(Y) est alors classique.

2. Prise en compte des effets de coins : surpuissance d'extrémités

Puisque nous connaissons les expressions du champ tangentiel le long des contours extérieurs de la charge, nous pouvons calculer aisément la puissance qui lui est transmise. Rappelons d'abord que la puissance transmise à un volume conducteur de surface extérieure S baignant dans un champ magnétique tangent à sa surface

$$B_0 e^{i\omega t} \quad ,$$

s'écrit dans le cas asymptotique des hautes fréquences :

$$P = \frac{1}{4} \left(\frac{2\omega}{\mu\sigma} \right)^{1/2} \frac{1}{\mu} \int_{(S)} B_0^2 dS \quad , \quad (24)$$

ω : pulsation du champ,
 μ : perméabilité du conducteur,
 σ : conductivité électrique.

Dans le problème que nous étudions, B_0 a pour valeur U sur la demie-droite CD et V sur le segment BC. La puissance transmise à la charge sur une longueur L suivant la direction Oz (L étant en réalité le périmètre de la charge cylindrique déroulée : $L \sim 2\pi a$) est par conséquent égale à :

$$P = \frac{1}{4} \left(\frac{2\omega}{\mu\sigma} \right)^{1/2} \frac{1}{\mu} L \left\{ \int_0^{\alpha_0} V^2 dY + \int_0^{\ell} U^2 dX \right\} \quad (25)$$

où ℓ est la longueur réelle de la charge étudiée. Nous supposons qu'au delà de la distance ℓ de l'extrémité de la charge, cette extrémité n'a plus d'influence sur la valeur du champ. Loin de l'extrémité, celui-ci peut donc être calculé en faisant $\xi = 0$ dans l'expression (23) de $U(\xi)$.

En le désignant par U_∞ , il vient :

$$U_\infty = - \frac{Q}{2\pi A} \frac{\beta^{1/2}}{\alpha} \quad (26)$$

Si le champ magnétique avait partout cette valeur, la puissance correspondante serait :

$$P_\infty = \frac{1}{4} \left(\frac{2\omega}{\pi\sigma} \right)^{1/2} \frac{1}{\mu} L \ell \left(\frac{Q}{4\pi A} \frac{\sqrt{\beta}}{\alpha} \right)^2 \quad (27)$$

L'effet de l'extrémité considérée est calculé en faisant le rapport $\frac{P}{P_\infty}$ qui vaut alors :

$$\frac{P}{P_\infty} = \frac{\alpha^2}{\beta\ell} \left\{ \int_0^{a_0} \frac{1}{(\alpha+\xi)^2} \frac{\beta-\xi}{\xi-1} dy + \int_0^\ell \frac{1}{(\alpha+\xi)^2} \frac{\beta-\xi}{1-\xi} dX \right\} \quad (28)$$

Les deux intégrales peuvent être exprimées entièrement en fonction de ξ ; dy et dX y sont remplacées alors par leurs expressions en fonction de ξ . Pour cela, on exprime X et Y en fonction de ξ à l'aide des relations (2), (10) et (20), puis on effectue les dérivations. Tous calculs faits, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{P}{P_\infty} = & \frac{2b^{1/2} \alpha^2}{(\alpha+\beta)^2 \pi \beta \ell} \left\{ \frac{bv_\ell}{v_\ell^2-1} - \frac{b \text{Log } v_\ell-1}{2 v_\ell+1} + (1-a)\beta^{1/2} \left\{ \frac{c^2(\beta+1+3b(\beta-3))+b(3-\beta)+\beta+1}{4(1-c^2)^2} \text{Log } \frac{v_\ell-1}{v_\ell+1} \right. \right. \\ & \left. \left. - (1-a)\beta^{1/2} \left\{ \frac{b(3-\beta)-(\beta+1)}{1-c^2} \right\} \frac{v_\ell}{2(v_\ell^2+1)} + \frac{(1-a)\beta^{1/2}c}{2} \left(\frac{(3-\beta)bc-(\beta+1)}{(c^2-1)^2} \right) \text{Log } \frac{v_\ell-c}{v_\ell+c} \right\} \right\} \\ & \frac{\alpha^2 b^{3/2}}{\beta \ell (\alpha+\beta)^2} \left\{ 1 - (1-a)\beta^{1/2} \left(\frac{-2bc+bc(1+3b)+4bc+c^2(1-8b-b^2)-2c+3b+1}{2b(1-c^2)^2} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\text{avec } b = \frac{\alpha+\beta}{\alpha+1} ; \quad c = \frac{\beta}{b} ; \quad v_\ell = \left(\frac{\beta-\xi_\ell}{1-\xi_\ell} \right)^{1/2} \times \frac{1}{b^{1/2}}$$

ξ_λ est la valeur de ξ correspondant de la valeur de X égale à λ .

Cette expression assez complexe est cependant facilement programmable sur une petite calculatrice.

\$

B I B L I O G R A P H I E

- 1 ANGOT A., 1972.
"Compléments de Mathématiques à l'usage des ingénieurs de l'électrotechnique et des télécommunications"
Masson et Cie, Paris.

- 2 ENSRT R.
"Analyse du fonctionnement d'un générateur à triode destiné au chauffage par induction"
RGE, sept. 1981.

- 3 CREMER P. - ALEMANY A., 1981.
"Aspects expérimentaux du brassage électromagnétique en creuset"
J. de Mec. Appliquée, 5, 37-50.

- 4 SNEYD A., 1971.
"Generation of fluid motion in a circular cylinder by an unsteady applied magnetic field"
J. Fluid. Mech. 49, 817-827.

- 5 FAUTRELLE Y.R., 1981.
"Analytical and numerical aspects of the electromagnetic stirring induced by alternating magnetic fields"
J. Fluid. Mec., 102, 405-430.

6 KHALETZKY D., 1976.

"Etude théorique du brassage électromagnétique dans les fours à induction. Application à l'analyse d'un procédé de séparation d'inclusions"

Thèse de 3ème cycle, Université de Grenoble.

7 DUPERRIER S., 1956.

"Pratique du chauffage électronique"

Ed. Chiron, Paris.

CHAPITRE IV

MODELISATION THERMIQUE DU FOUR A CREUSET :
MESURES ET CALCULS RELATIFS AU
CHAMP DE TEMPERATURE

1. LES TRANSFERTS THERMIQUES

Le transfert de chaleur est l'un des modes les plus communs d'échanges d'énergie. Il intervient naturellement entre deux systèmes dès qu'il existe entre eux une différence de température, et cela, quel que soit le milieu, même vide, qui les sépare (1), (3), (4). De ce fait, les transferts thermiques ont un rôle souvent essentiel. Dans un dispositif physique, ils ont lieu suivant les trois procédés bien connus de la conduction, de la convection naturelle ou forcée et le rayonnement. Dans un four à induction, ces trois modes de transfert coexistent (3) et la fig. (IV - 1) ci-dessous montre la nature des échanges thermiques en régime permanent.

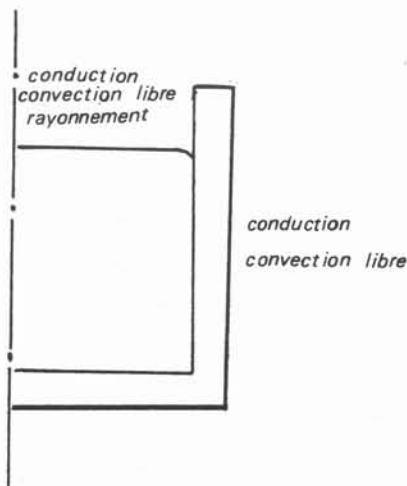


Figure IV-1

1.1. La conduction

Ce mode d'échange tend à une distribution homogène au sein du milieu, de l'énergie cinétique moyenne des diverses particules par diffusion des zones où la valeur moyenne de cette énergie est élevée, vers les zones où elle est faible. La loi fondamentale de la conduction de la chaleur est la loi de Fourier :

$$\varnothing = k \vec{n} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T \quad , \quad (4,1)$$

dans laquelle :

\varnothing désigne le flux de chaleur par unité de surface, k la conductivité thermique du matériau, \vec{n} la normale unitaire à la surface.

1.2. La convection

Ce mode de transfert de chaleur n'existe que dans les fluides. Il est associé à l'écoulement macroscopique du fluide qui transporte avec lui une quantité de chaleur directement liée à sa capacité calorifique. La loi fondamentale de la convection entre un fluide de température T_f et une paroi solide de température T_p s'écrit :

$$Q = h(T_p - T_f) \quad , \quad (4,2)$$

Q étant le flux de chaleur par unité de surface transmis par la paroi, h un coefficient d'échange.

1.3. Le rayonnement

Tout corps est capable de rayonner de l'énergie sous forme d'onde électromagnétique ; ce mode de transfert n'exige aucun support matériel. La loi fondamentale du rayonnement thermique est celle de Stéfan-Boltzmann :

$$P_{ra} = \epsilon \sigma_s T^4 \quad , \quad (4,3)$$

ϵ étant l'émissivité du corps, σ_s la constante de Stéfan-Boltzmann. L'analyse du système de la Fig. (IV - 1) qui prend en compte l'ensemble des phénomènes thermiques, est très complexe.

2. BILAN THERMIQUE DU FOUR A CREUSET

Dans l'approche théorique et expérimentale de ce phénomène complexe, nous ne considérons que les paramètres dont le rôle est déterminant. Comme c'est le cas pour les métaux chauds, à la surface libre de la charge en contact direct avec l'atmosphère ambiante, les pertes sont essentiellement radiatives ; cela n'exclut cependant pas un effet convectif. L'évaluation de l'ordre de grandeur des pertes radiatives donne :

$$P_{ra} \cong \epsilon \sigma_s S T^4 ,$$

ϵ émissivité du mercure, σ_s constante de Stéphan, S la surface libre de la charge, T la température du bain.

Une estimation par excès de ces pertes avec :

$$\epsilon \cong 1$$

$$\sigma_s = 5.67 \cdot 10^{-12} \text{ W cm}^2 \text{ K}^{-4}$$

$$S = 314.16 \text{ cm}^2$$

$$T \cong 313 \text{ }^\circ\text{K}$$

montre que :

P_{ra} est de l'ordre de 17 Watts.

Sur les parois latérales et le fond du creuset, les pertes résultent de la nature du contact thermique métal-acier inox refroidi. A la température d'équilibre, ces pertes sont évacuées par les eaux de refroidissement du creuset:

$$P_l = \frac{J_o^2 \delta}{2\sigma} . \quad (4,4)$$

L'application numérique avec des valeurs typiques correspondant à nos essais montre que le rayonnement est négligeable devant les pertes par conduction, ce qui réduit le nombre des transferts thermiques à prendre en considération ainsi qu'il est représenté par la figure (IV - 2) ci-après.

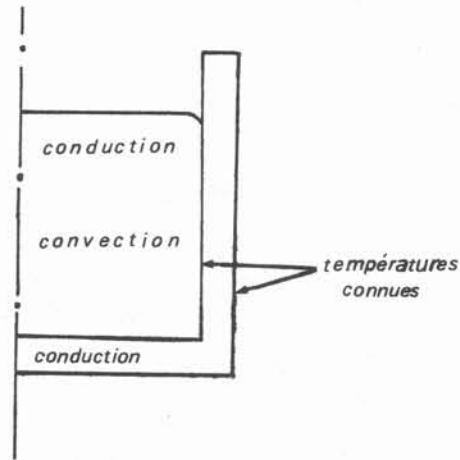


Figure IV-2

3. LES MESURES DE TEMPERATURE

Les mesures sont faites à l'aide d'un film chaud utilisé comme capteur de température. Le porte-sonde utilisé est le même que celui qui a servi à la mesure du champ magnétique et permet de disposer la sonde à film chaud en tout point du creuset. Celle-ci a été préalablement étalonnée dans un bain d'eau thermostaté (cf. Fig. IV - 3).

Les mesures effectuées dans le creuset ne concernent que le cas II (cf. Fig. III - 4, ch. III), avec des valeurs maximales du champ magnétique allant de 80 à 140 gauss environ.

Les mesures portent essentiellement sur les températures moyennes, avec un temps de médiation d'une minute. Faites en plusieurs séries répétées avec le même débit de refroidissement, les mesures ont montré en outre, le caractère reproductible du degré du chauffage. Nous avons toléré des écarts de tension de l'ordre de 5 mV sur 400 mV, la sonde utilisée

étant parcourue par un courant de 3 mA, avec une résistance de référence de 4,5 Ω . L'erreur commise, de toute façon minime est de l'ordre de 1,2%. Les profils de température très plats, montrent que le bain est pratiquement homogène (cf. Figures IV - 4 (a,b,c)). Les différences de température mesurées dans le creuset sont de l'ordre de 1,4°C, avec une erreur de 5%. Ces gradients sont localisés dans les couches limites, singulièrement dans la peau électromagnétique. En tout point du creuset, le contrôle de l'invariance de la résistance de la sonde à la température du bain au moyen de l'anémomètre, confirme l'homogénéité de la température.

L'explication est simple : dans la charge conductrice, la production de chaleur se développe par effet Joule. L'échauffement est localisé dans la profondeur de pénétration des courants de Foucault, mais le mouvement de brassage, les échanges thermiques efficaces et la grande conductivité thermique du mercure, assurent une homogénéisation de la température.

4. CALCULS RELATIFS AU CHAMP DE TEMPERATURE

Une analyse théorique assez simple permet d'interpréter les résultats expérimentaux concernant la distribution de température. Q_s désignant la production de chaleur par effet Joule par unité de volume et de temps, en raison des effets de la turbulence, l'équation de la chaleur se réduit en régime permanent à :

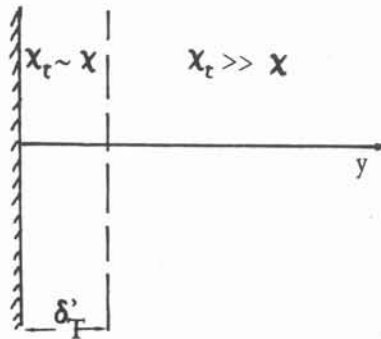
$$\text{div}[(\chi + \chi_t) \overrightarrow{\text{grad}} T] + Q_s = 0 \quad , \quad (4,5)$$

χ et χ_t étant respectivement la diffusivité thermique moléculaire et turbulente du mercure. En effet, le régime de l'écoulement est fortement turbulent en raison de la valeur élevée du nombre de Reynolds (cf. ch. V, §7-2) :

$$R_e \sim 0,4 \frac{U_0 a}{\nu} \quad .$$

Loin des parois solides du creuset, nous pouvons considérer que la conduction thermique est négligeable devant le transport de chaleur dû à la turbulence : cela reste valable jusqu'à une distance δ'_T de la paroi,

où la diffusivité thermique turbulente χ_t décroît avec l'amortissement de la turbulence, et devient de l'ordre de la diffusivité thermique moléculaire χ de la charge métallique (2).



Par définition, χ_t varie non seulement avec la distance à la paroi, mais aussi avec la vitesse moyenne de l'écoulement turbulent :

$$\chi_t = \bar{u}' l = l^2 \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4,6)$$

$$l = l(y) \quad (\text{cf. Ch. V, fig. V})$$

Posons : $l = Ky$, K étant un coefficient numérique empirique égal à 0,4. La fluctuation de vitesse u' peut être reliée à la vitesse de frottement u_* (cf. ch. V), soit :

$$\chi_t = K\sqrt{f} u_* y e^{-y/\delta} \quad (4,7)$$

où u_* est une vitesse moyenne caractéristique dite "de frottement", obtenue en égalant les tensions de cisaillement totales $\tau = \rho\nu \frac{du}{dy} - \rho\overline{u'v'}$

(cf. Ch. V) à la composante tangentielle τ_0 des forces motrices au voisinage de la paroi ; f est un coefficient de forme adimensionnel égale à $A_* \frac{dA_*}{dx_*}$ et dont la distribution est illustrée sur la figure III-9 .

En anticipant les résultats du chapitre V, nous pouvons relier τ_0 au champ magnétique :

$$\tau_0 \sim \frac{B_0^2 \delta}{2\mu a} = \rho u_*^2 \quad . \quad (4,8)$$

L'équation (4,8) donne alors l'ordre de grandeur de u_* :

$$u_* = \left(\frac{\tau_0}{\rho} \right)^{1/2} \sim U_0 \left(\frac{\delta}{2a} \right)^{1/2} = 0,192 U_0 \quad . \quad (4,9)$$

4.1. La sous-couche thermique

Pour $y = \delta'_T$, $x_t \sim x$ soit :

$$x = K\sqrt{f} U_* \delta'_T e^{-\frac{\delta'_T}{\delta}} \quad (4,10)$$

Il vient alors que :

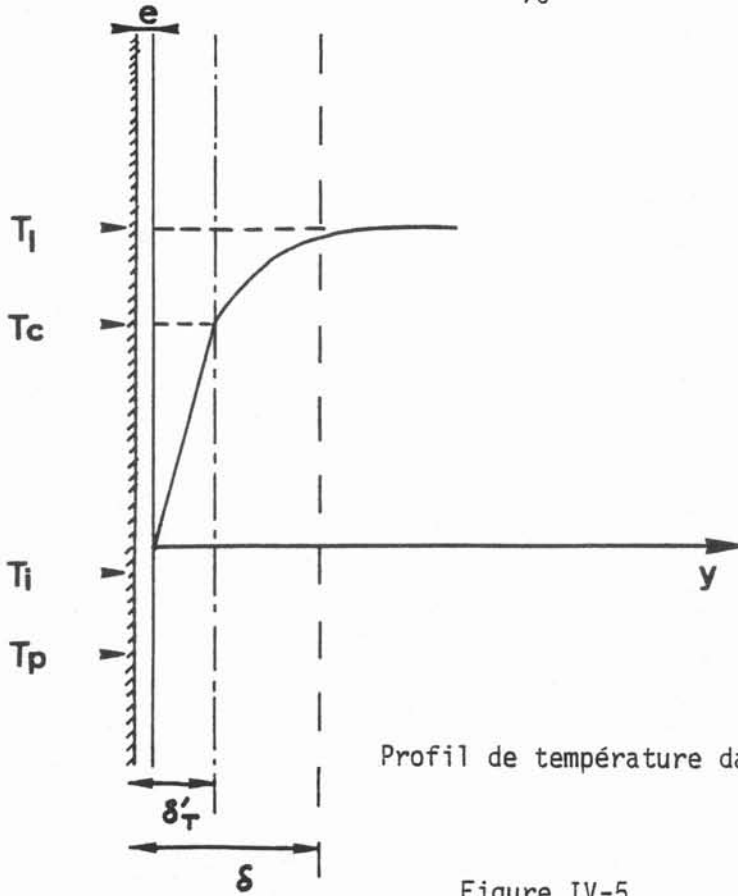
$$\delta'_T \sim \frac{1}{2} \left[\delta + \delta \left(1 - \frac{4x}{K\sqrt{f} U_* \delta} \right)^{1/2} \right] \quad . \quad (4,11)$$

La quantité δ'_T détermine l'épaisseur de la sous-couche thermique. Pour les faibles nombres de Prandtl ($P_r \sim 0,024$), l'épaisseur de la sous-couche thermique est grande par rapport à celle de la sous-couche visqueuse, de l'ordre quelques millimètres (cf. Chapitre V).

Envisageons le cas simple où \sqrt{f} est égal à 1. En désignant par :

- T_i la température de la paroi intérieure du creuset,
- T_C la température de la charge à la distance $y = \delta'_T$ de la paroi,
- T_L la température au centre de la charge,

nous pouvons calculer les gradients de température dans le mercure.



Profil de température dans la charge

Figure IV-5

4.2. Gradients de température dans la charge

Hors de la sous-couche thermique, la diffusivité moléculaire est faible devant la diffusivité turbulente. L'équation (4,5) se réduit à :

$$\rho C_p \frac{d}{dy} \left[\chi_t \frac{dT}{dy} \right] = - \frac{J_0^2}{\sigma} e^{-\frac{2y}{\delta}} \quad (4,12)$$

où y est la profondeur repérée par rapport à la frontière de la charge,

$\frac{J_0^2}{\sigma} e^{-\frac{2y}{\delta}}$ désignant la chaleur produite par effet Joule par unité de volume et par unité de temps.

L'intégration de l'équation (4,12) donne pour $y \geq \delta'_T$:

$$T_L = \frac{J_0^2 \delta \delta'_T}{2\sigma k} T \int_{\delta'_T}^y \frac{e^{-\eta/\delta}}{\eta} d\eta + C'_0 \int_{\delta'_T}^y \frac{e^{-\eta/\delta}}{\delta} d\eta + T_c \quad (4,13)$$

Pour $y \leq \delta'_T$, $x_t \sim x$ et l'équation (4,12) devient :

$$\rho C_p \chi \left[\frac{d^2 T}{dy^2} \right] = - \frac{J_o^2}{\sigma} e^{-\frac{2y}{\delta}} \quad , \quad (4,14)$$

d'où :

$$T = \frac{J_o^2 \delta^2}{4\sigma k} \left[1 - e^{-\frac{2y}{\delta}} \right] + c_1 y + T_i \quad . \quad (4,15)$$

Les conditions aux limites choisies pour les équations (4,13) et (4,15) sont :

a) La continuité du flux thermique au point $y = \delta'_T$ 8

$$\frac{dT_L}{dy} \Big|_{y = \delta'_T} = \frac{dT}{dy} \Big|_{y = \delta'_T} \quad . \quad (4,16)$$

Cette égalité entraîne :

$$c'_o \frac{e^{-\frac{\delta'_T}{\delta}}}{\delta'_T} = c_1 \quad . \quad (4,17)$$

b) En régime permanent, le flux de chaleur traversant la paroi du creuset par unité de surface est égale à la quantité de chaleur apportée par effet Joule, i.e. :

$$\rho C_p \chi \frac{dT}{dy} \Big|_{y=0} = \frac{J_o^2 \delta}{2\sigma} \quad , \quad (4,18)$$

ce qui donne $c_1 = 0$; d'où, en vertu de (4,17), $c'_o = 0$. Dès lors, il est aisé de calculer les écarts de température dans la charge :

$$T_L - T_c = \frac{J_o^2 \delta \delta'_T}{2\sigma k} T \int_{\delta'_T}^{\infty} \frac{e^{-\eta/\delta}}{\eta} d\eta \quad . \quad (4,19)$$

$$T_c - T_i = \frac{J_o^2 \delta^2}{4\sigma k} \left[1 - e^{-\frac{2\delta'_T}{\delta} T} \right] \quad . \quad (4,20)$$

Les parois extérieures du creuset sont constamment refroidies par une forte circulation d'eau. Q_v désignant le débit volumique en mètres cubes par seconde, D le diamètre caractéristique de la conduite de refroidissement autour du creuset, la valeur élevée du nombre de Reynolds indique que le régime de l'écoulement est, aussi, fortement turbulent :

$$R_e = \frac{4Q_v}{\pi D v_o} \quad (4,21)$$

Avec :

$$Q_v : 0,375 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$D : 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$v_o : \text{viscosité cinématique de l'eau} \sim 10^{-6} \text{ SI}$$

on a alors : $R_e \sim 26\,525,8$

Nous pouvons donc utiliser la loi d'échange de Colburn correspondant au régime de l'écoulement turbulent pour obtenir le nombre de Nusselt :

$$Nu = 0,023 P_r^{1/3} Re^{0,8} \quad (4,22)$$

où P_r désigne le nombre de Prandlt de l'eau.

Le coefficient d'échange moyen h est lié au nombre de Nusselt par la relation :

$$h = \frac{Nu k_o}{D} \quad (4,23)$$

k_o étant la conductivité thermique de l'eau.

Si ρ_o désigne la masse volumique de l'eau, C_{p_o} sa capacité calorifique, T_e sa température d'entrée, T_s sa température de sortie et T_p la température de la paroi extérieure du creuset, la puissance évacuée par unité de temps s'écrit :

$$\frac{1}{2} h (T_p - T_m) = \rho_o C_{p_o} Q_v (T_m - T_e) \quad , \quad (4,24)$$

où la température moyenne T_m de l'eau loin des parois, peut être estimée par la relation :

$$T_m \sim \frac{T_s + T_e}{2} \quad . \quad (4,25)$$

La combinaison de (4,23), (4,24) et (4,25), fournit la valeur de la température externe de la paroi, soit :

$$T_p = T_m + \frac{\rho_o C_{p_o} Q_v D}{N_u k_o S_p} (T_m - T_e) \quad . \quad (4,26)$$

En négligeant les effets des courants de Foucault dans l'épaisseur même du creuset, nous pouvons écrire que la puissance transmise à la charge par effet Joule s'évacue totalement par conduction aux parois :

$$k \left(\frac{T_i - T_p}{e} \right) = \frac{J_o^2 \delta}{2\sigma} \quad , \quad (4,27)$$

où k est la conductivité thermique de l'acier inoxydable.

En réalité, les courants de Foucault se développent aussi dans le creuset et y produisent de la chaleur par effet Joule. Pour estimer les gradients de température dus aux courants induits dans le creuset lui-même d'épaisseur finie égale à 1 mm, nous pouvons évaluer directement la quantité $(T_c - T_p)$ par la relation :

$$T_c - T_p = \frac{J_o^2 \delta^2}{4\sigma k} \left[1 - e^{-\frac{2(\delta' T + e)}{\delta}} \right] \quad . \quad (4,28)$$

Cette valeur, comparée à celle obtenue en combinant (4,20) et (4,27), donne une précision de l'ordre de 14 à 20%.

Les estimations par excès des écarts de température obtenus dans le cadre de nos essais pour des valeurs correspondant à la fréquence maximale utilisée, sont rassemblées dans le Tableau IV - a ci-après.

Tableau IV - a : gradients de température dans la charge

$(B_o(\text{gauss}))$	80	100	141
$(J_o(\text{A}\cdot\text{m}^2))$	$0,8603 \cdot 10^6$	$1,075 \cdot 10^6$	$1,5163 \cdot 10^6$
$(T_e(^{\circ}\text{C}))$	13,7	14,1	14,1
$(T_m(^{\circ}\text{C}))$	13,8	14,5	15,5
$(\delta'_T(\text{m}))$	$6,9 \cdot 10^{-3}$	$6,6 \cdot 10^{-3}$	$6,4 \cdot 10^{-3}$
$(T_p(^{\circ}\text{C}))$	13,9	14,6	15,8
$(T_L - T_c)$	0,6	1	1,8
$(T_c - T_i)$	1,0	1,6	3,2
$(T_L - T_i)$	1,6	2,6	5,0

avec :

$$\sigma = 10^6 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1} ,$$

$$k = 8\text{J/ms}^{\circ}\text{C} ,$$

$$k_o = 0,599\text{J/ms}^{\circ}\text{C} .$$

L'étude de la fonction $f(y) = \frac{e^{-y/\delta}}{y}$ montre que celle-ci est rapidement

décroissante. L'intégrale figurant dans l'équation (4,19) a été calculée numériquement sur une simple calculatrice HP 41 CV. Notons que le fait d'intégrer jusqu'à 3, 4 ou 5 δ ne change pratiquement pas sa valeur (0,27) pour chaque cas étudié ; c'est la raison pour laquelle nous avons considéré qu'à la distance $y = 5\delta$ de la paroi, la température d'équilibre est atteinte.

Ces faibles valeurs sont en accord avec les mesures expérimentales des écarts de température décelables dans le creuset. Les figures (IV - 6,a,b,c) ci-après donnent le profil de la température dans la charge pour chaque cas étudié.

Le profil calculé confirme les résultats expérimentaux. Il met en évidence l'existence et la localisation des gradients de température au voisinage immédiat de la paroi, essentiellement dans des couches limites dont l'épaisseur est de l'ordre de la peau électromagnétique.

Le Tableau (IV - b) ci-après, donne la comparaison entre les températures T_L mesurées et calculées au centre de la charge pour les trois valeurs du champ magnétique. Le graphe de la fig. IV - 7 donne l'évolution de la température au centre de la charge, en fonction de l'intensité du courant inducteur.

B_o (gauss)	J_o (A.m ²)	P_j (Watts)	T_L (°C) (mesurée)	T_L (°C) (calculée)
80	0,8603 10 ⁶	464,9	14,9	15,8
100	1,075 10 ⁶	723	17,2	17,7
141	1,516 10 ⁶	1 970,7	23,8	21,9

Tableau IV - b : Comparaison entre les températures T_L au centre de la charge mesurées et calculées.

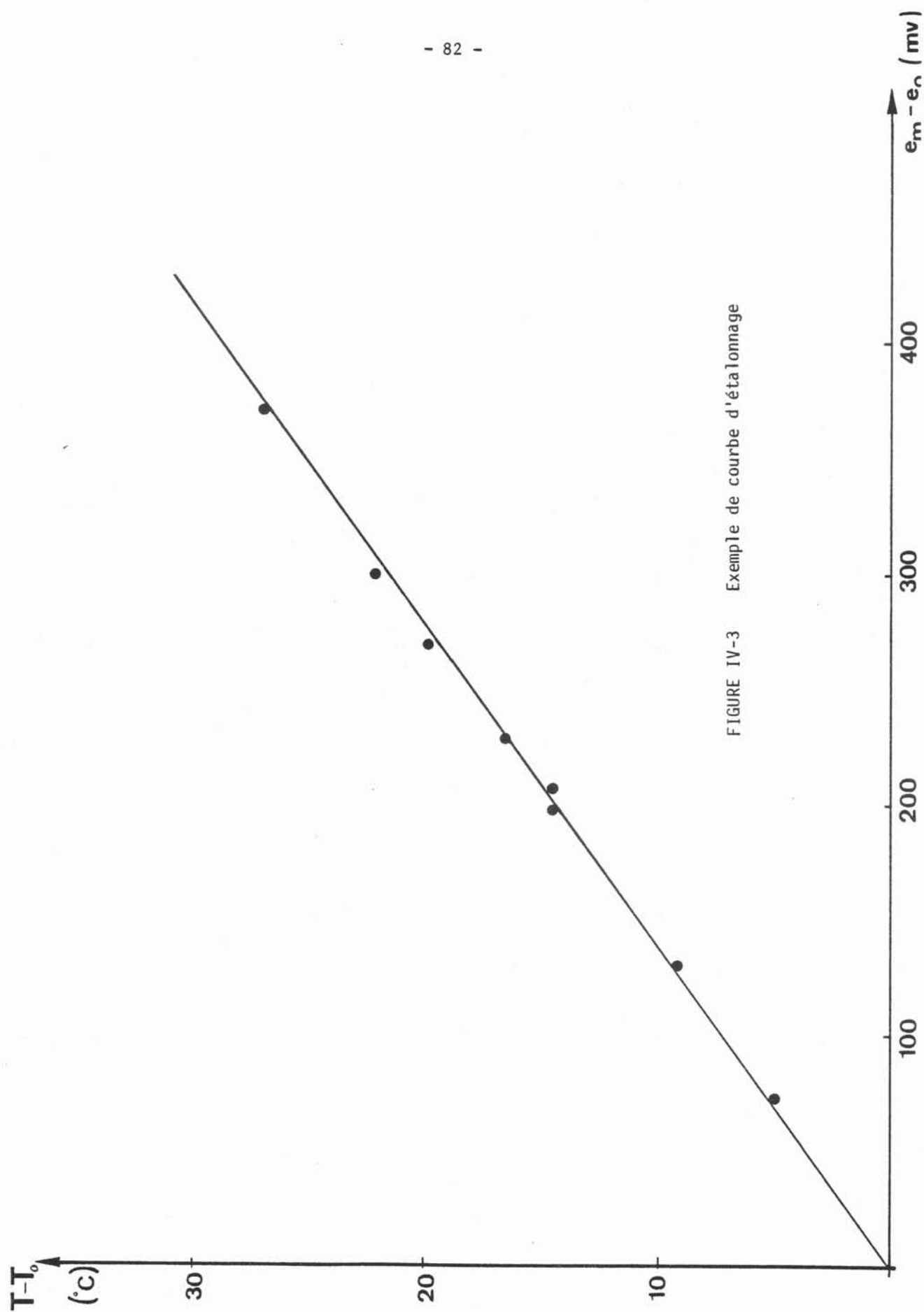
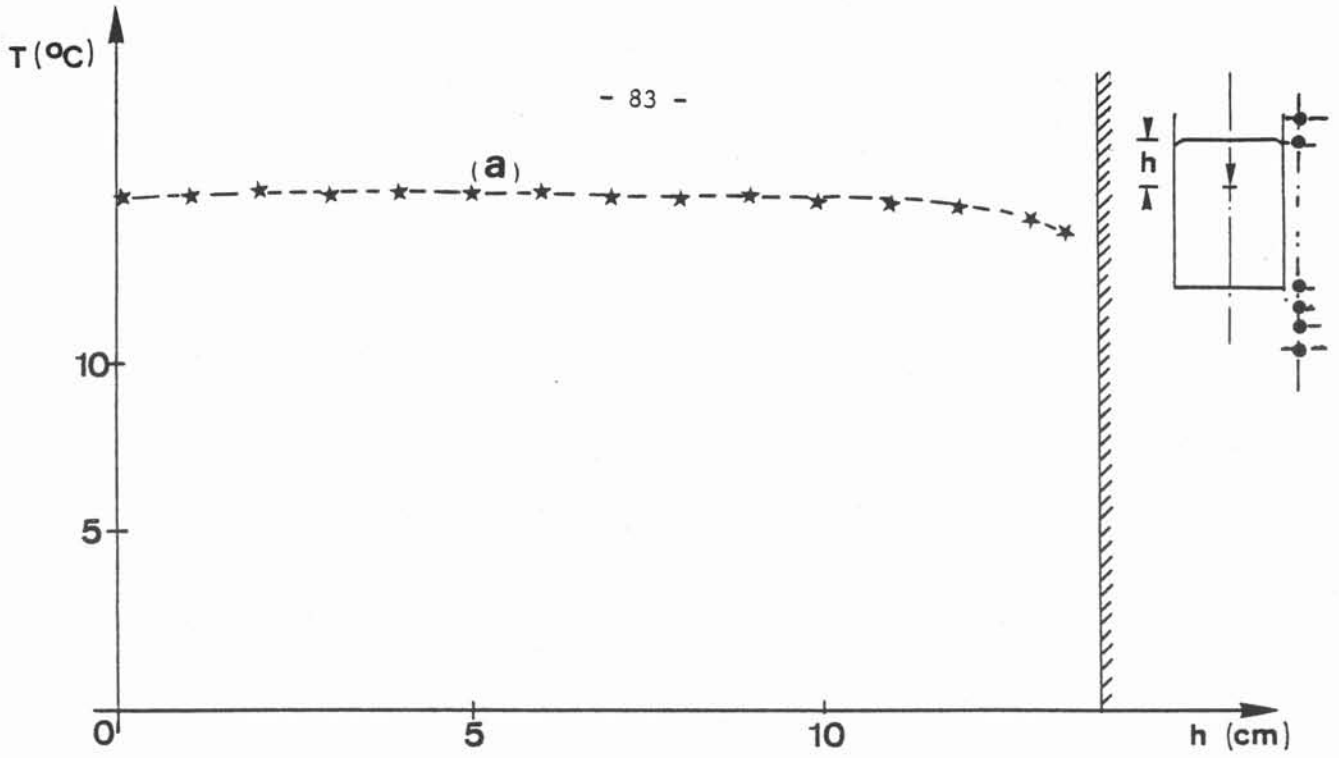
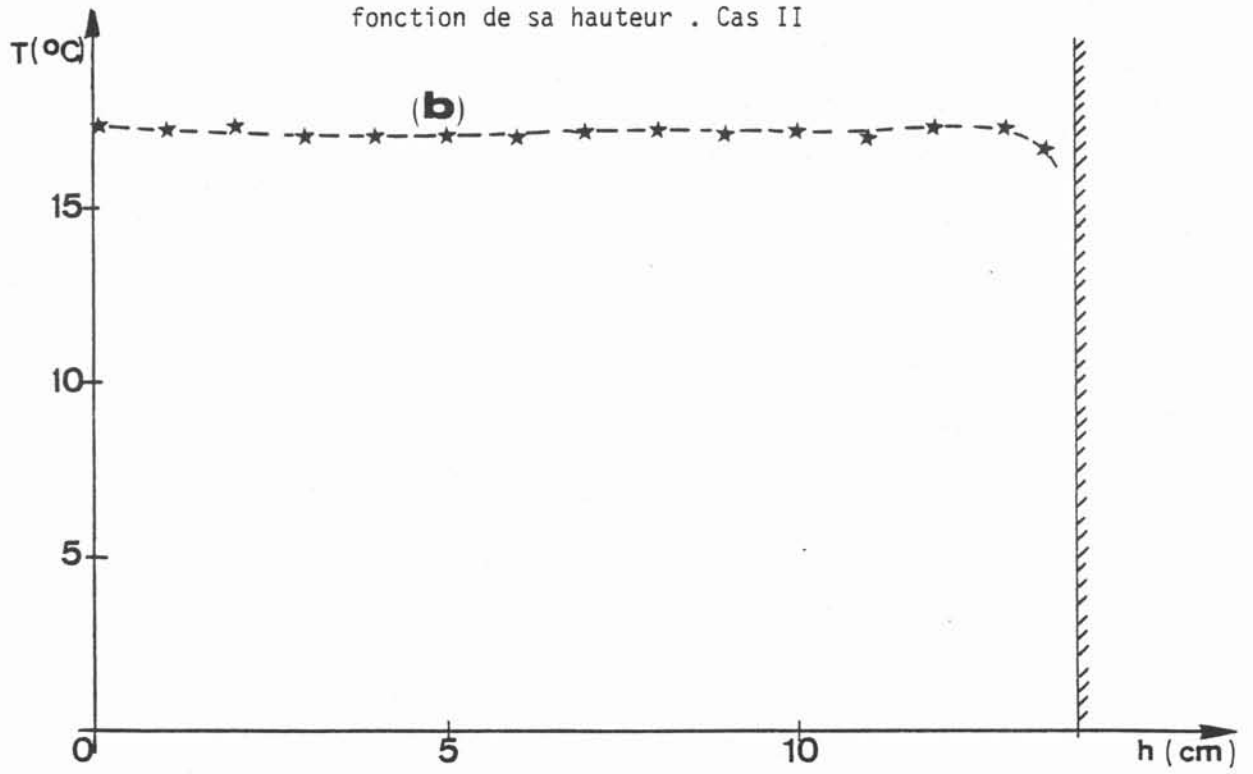


FIGURE IV-3 Exemple de courbe d'étalement

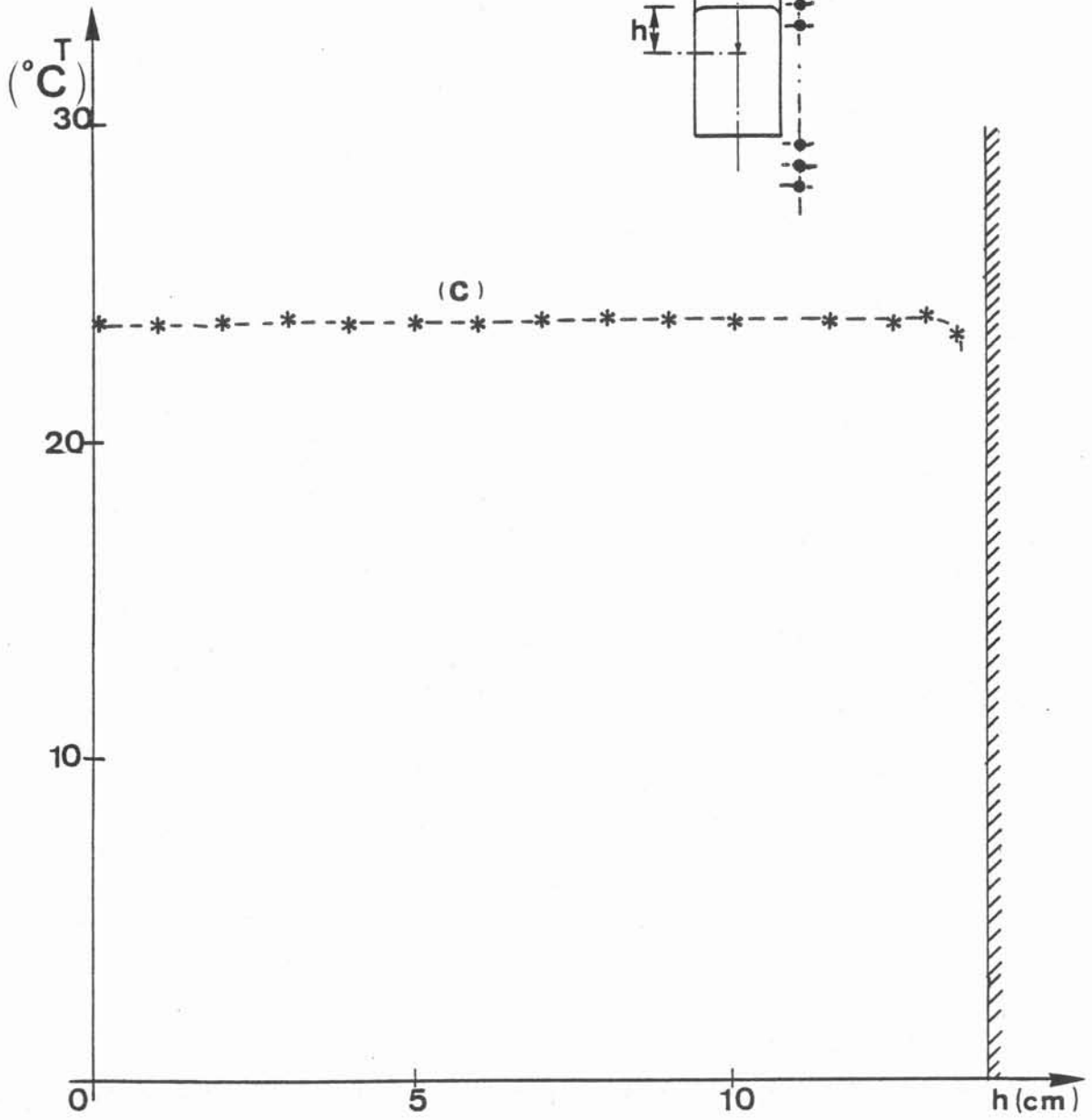


$I = 85A$

FIGURES IV-4 Profil de la température au centre de la charge en fonction de sa hauteur . Cas II



$I = 110A$



I = 175A

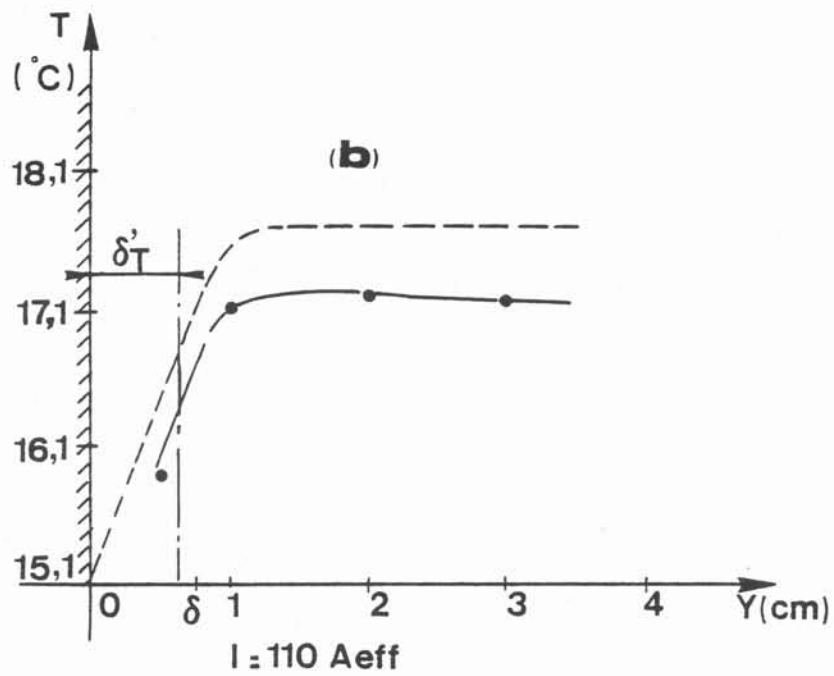
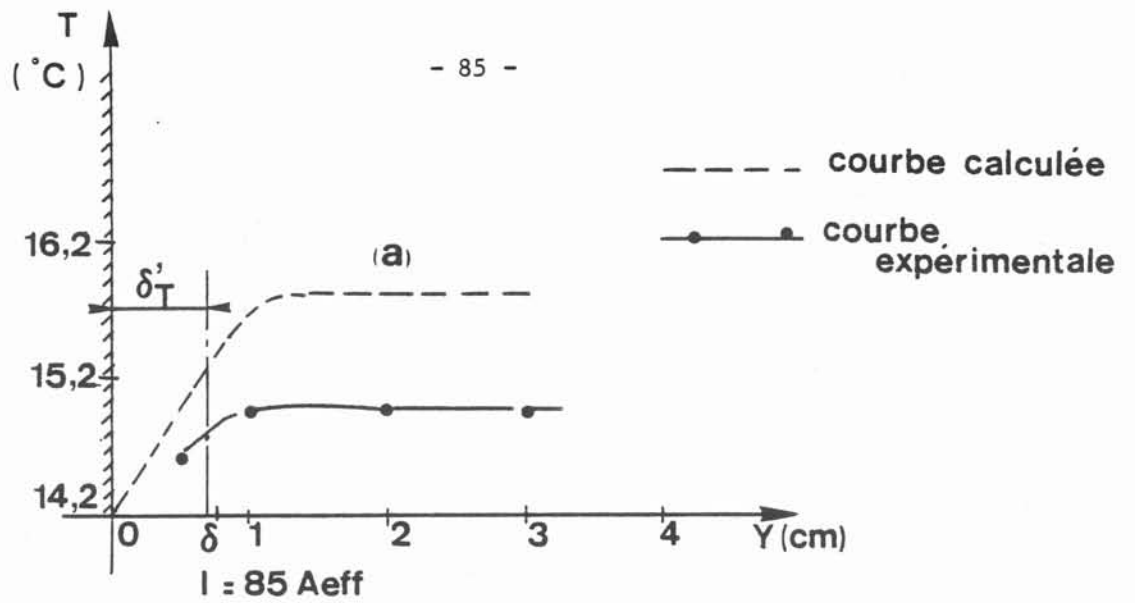
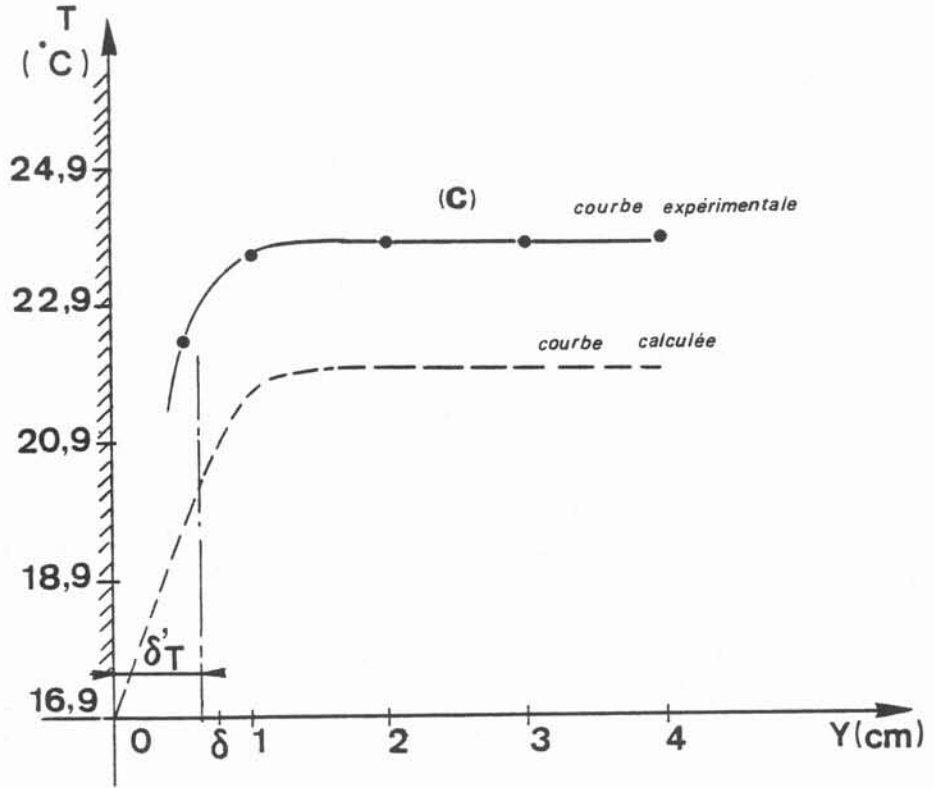


FIGURE IV-6

Profil de la température à mi hauteur de la charge : détermination et localisation des gradients de température . Cas II



$I = 175 \text{ A}$

Dans notre expérience, la température en cours d'essai résulte de l'équilibre dynamique entre l'effet Joule développé dans la charge, l'évacuation d'une certaine quantité de chaleur par les systèmes de refroidissement et l'ensemble des échanges thermiques pris en considération. Les calories transportées par les eaux de refroidissement sont difficilement contrôlables et sujettes à des fluctuations dans le temps.

Les températures T_e et T_s d'entrée et de sortie de l'eau ont été mesurées à chaque essai, à l'aide d'un thermomètre à mercure, avec une incertitude de l'ordre du dixième de degré Celsius. La courbe de température calculée au centre de la charge coïncide avec la courbe expérimentale (cf. Figure IV - 7) avec une précision inférieure à 10%.

Enfin, il est intéressant de voir l'évolution du coefficient d'échange du four en fonction de l'intensité du courant inducteur.

Tableau IV - c : variation du coefficient d'échange du four en fonction de l'intensité du courant inducteur

I (A_{eff})	85	110	175
$h \sim \frac{P_l}{T_L - T_i}$ (Watt/°C)	1 711	1 644	1 701

Dans un repère semi-logarithmique (cf. figure IV - 8), sa courbe représentative est approximativement linéaire.

5. CONCLUSION

Un modèle simple, basé sur l'analyse classique de la couche limite turbulente dans le cas asymptotique des faibles épaisseurs de peau électromagnétique, nous a permis d'étudier l'aspect thermique du four à induction

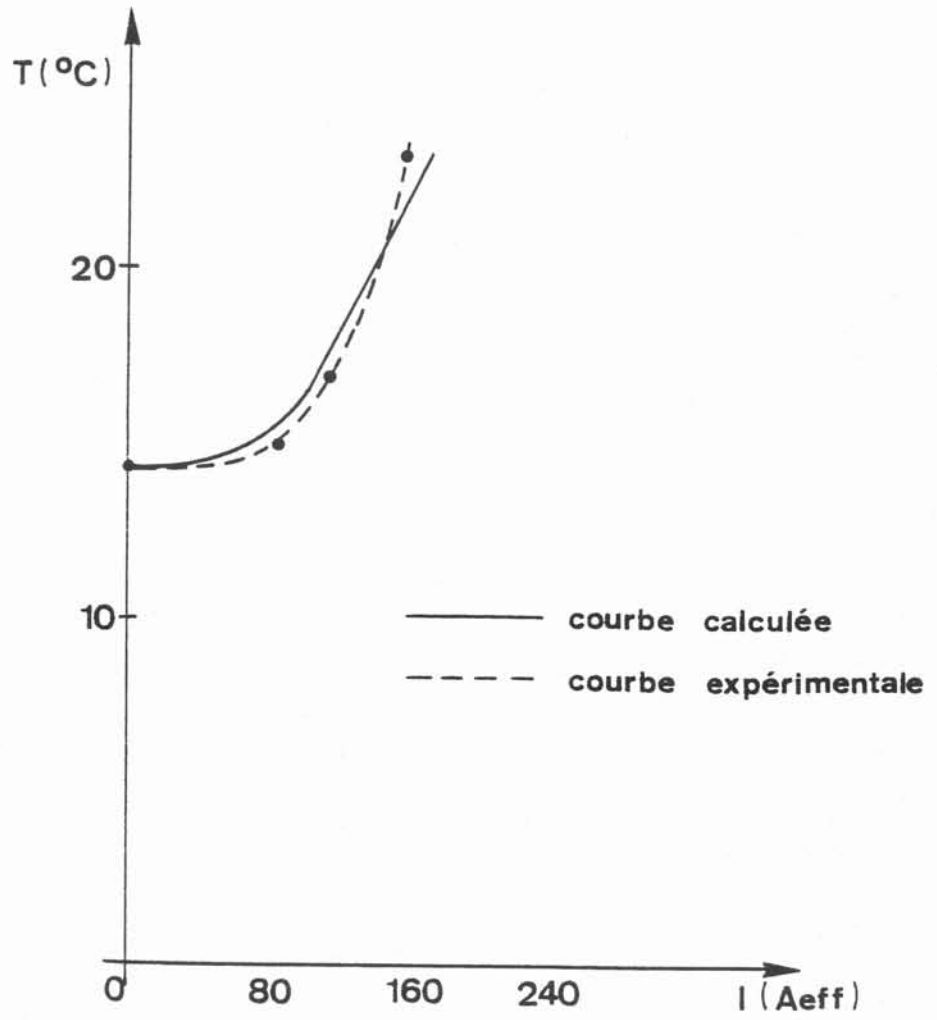


FIGURE IV-7

Evolution de la température au centre de la charge en fonction du courant inducteur

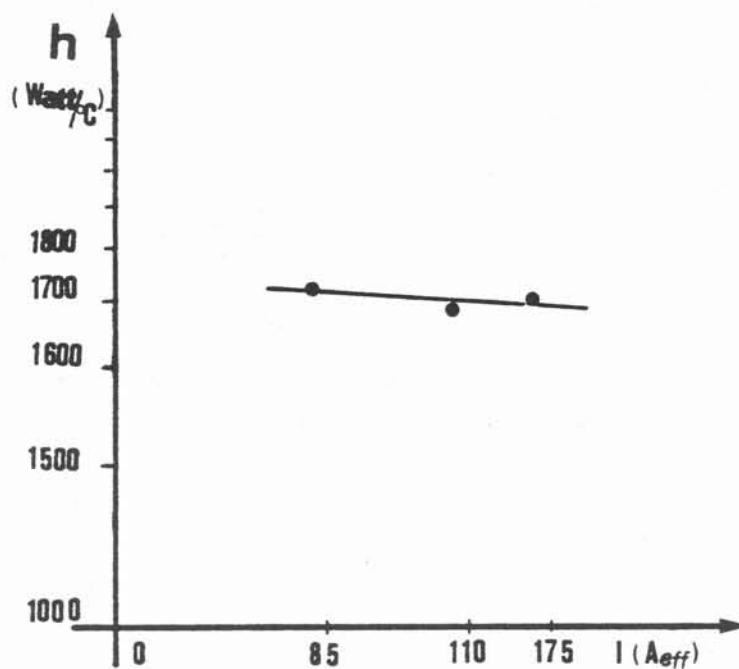


FIGURE IV-8

Evolution du coefficient d'échange du four en fonction du courant inducteur

à creuset. Qualitativement, on peut penser que l'hypothèse du modèle, en ce qui concerne l'influence de la vitesse sur la température du bain en particulier, et sur les transferts turbulents en général, est juste et indique que l'action de la turbulence ne peut être négligée. Compte tenu de la turbulence, la température du bain est pratiquement homogène et augmente avec l'intensité du courant inducteur. Cela n'exclut cependant pas l'existence de faibles gradients de température dans la peau le long des parois : ces conclusions ont été confirmées par les mesures expérimentales. Les résultats étant en assez bon accord avec les calculs dans la charge, on peut penser que les valeurs calculées sur la face extérieure du creuset sont correctes. Toutefois, la coïncidence des courbes théorique et expérimentale est peut-être fortuite, en raison des incertitudes de ce type de modèle quant aux coefficients numériques. Néanmoins, le modèle nous paraît intéressant, parce qu'il permet d'expliquer non seulement la localisation des gradients de température, mais aussi les tendances des variations.

""\$""\$""\$""\$""\$""\$""\$""\$""\$""\$""

B I B L I O G R A P H I E

- 1 SACADURA J.F., 1979.
"Initiation aux transferts thermiques"
INSA de Lyon.
- 2 LEVICH V.G., 1962.
"Physicochemical Hydrodynamics"
Prentice-Hall International Series in the Physical and
Chemical engineering Sciences.
- 3 CREMER P. - DRIOLE J. - MARCHAND C. - FOGGIA A. - FAUTRELLE Y., 1980.
"Recherches en cours dans le domaine des fours à induction"
Journées d'Etudes des 6-7 mars, l'Electrothermie Facteur de
Mutation et de Développement Industriel, Versailles.
J. du Four Electrique et des Ind. Electrochimiques, 4, 24-31.
- 4 GOSMAN A.D. - PUN W.M. - RUNCHAL A.K. - SPALDING D.B., WOLFSTEIN M.,
1969.
"Heat and mass transfer in recirculation flows".

CHAPITRE V

ETUDE DE L'EFFET DYNAMIQUE

1. GENERALITES SUR LES MESURES DE VITESSE

L'étude de l'écoulement du métal liquide montre que le régime turbulent s'établit rapidement. Sur la figure V (a,b,c) ci-après, on peut voir des signaux typiques obtenus pour diverses intensités du courant inducteur : il s'agit de la tension instantanée en un point, en fonction du temps, à mi-rayon du creuset. Il est remarquable que l'intensité de la turbulence augmente avec celle du courant inducteur ; plus cette dernière est élevée, nous constatons l'apparition de petites fréquences (cf. Fig. V,a,b,c). Aussi avons-nous été conduits à utiliser la technique actuellement la plus évoluée pour les mesures de vitesse et de turbulence dans un métal froid : le film chaud (8), (13).

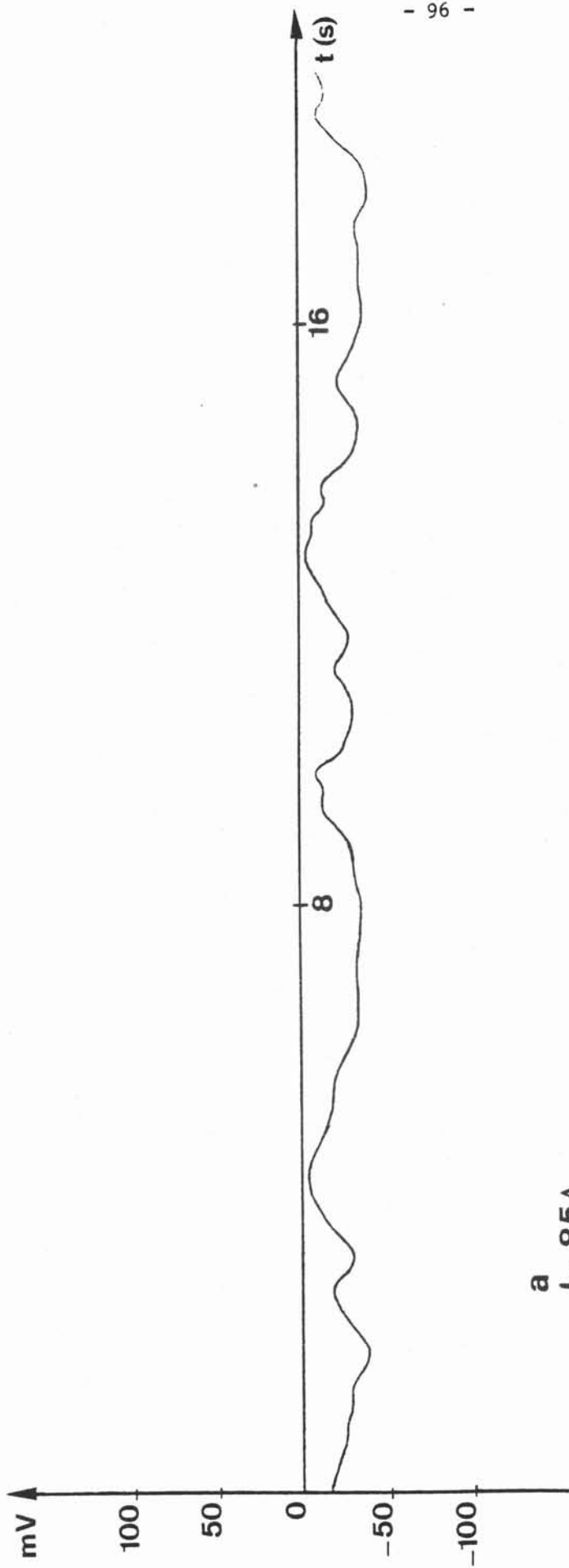
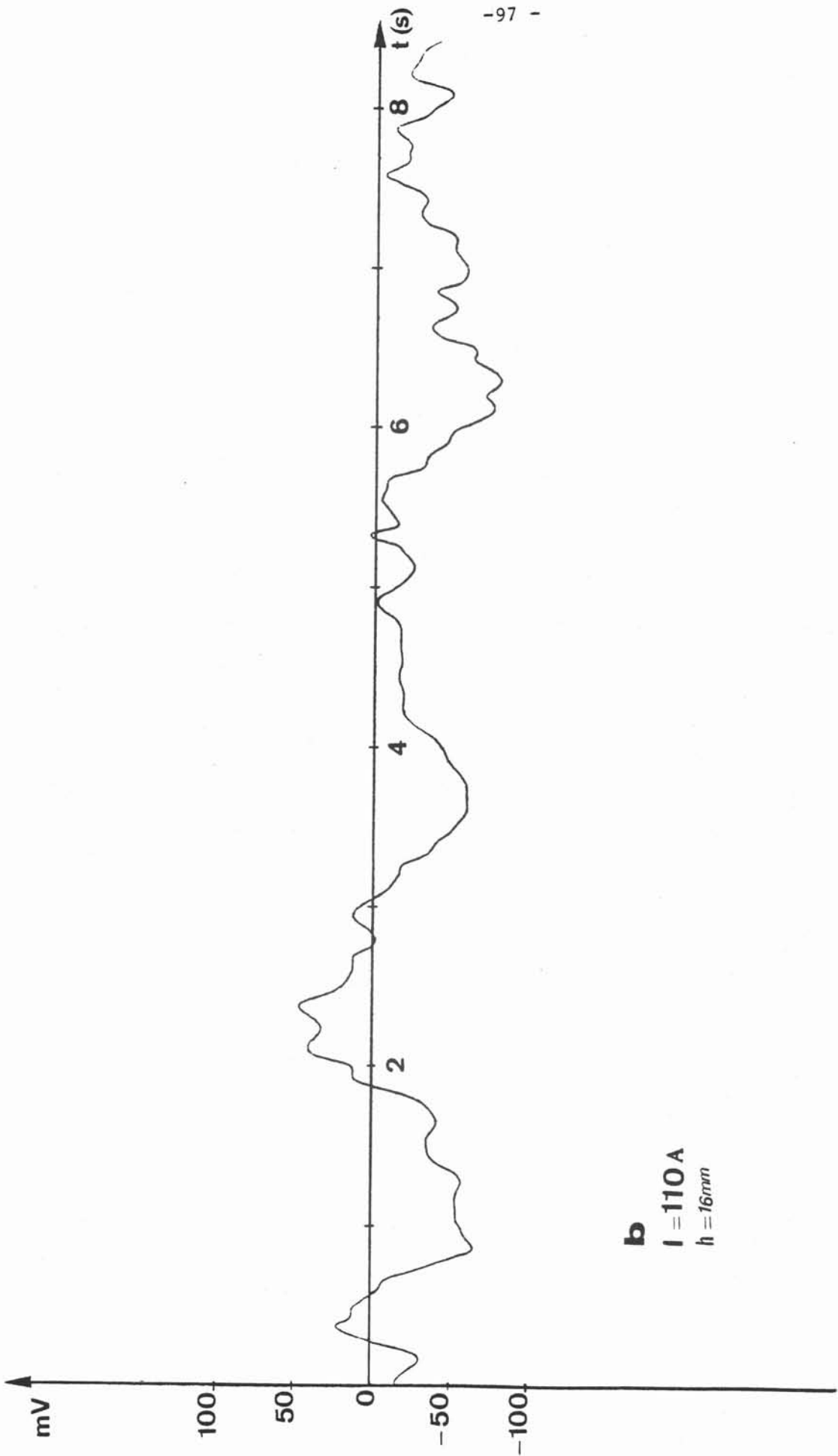
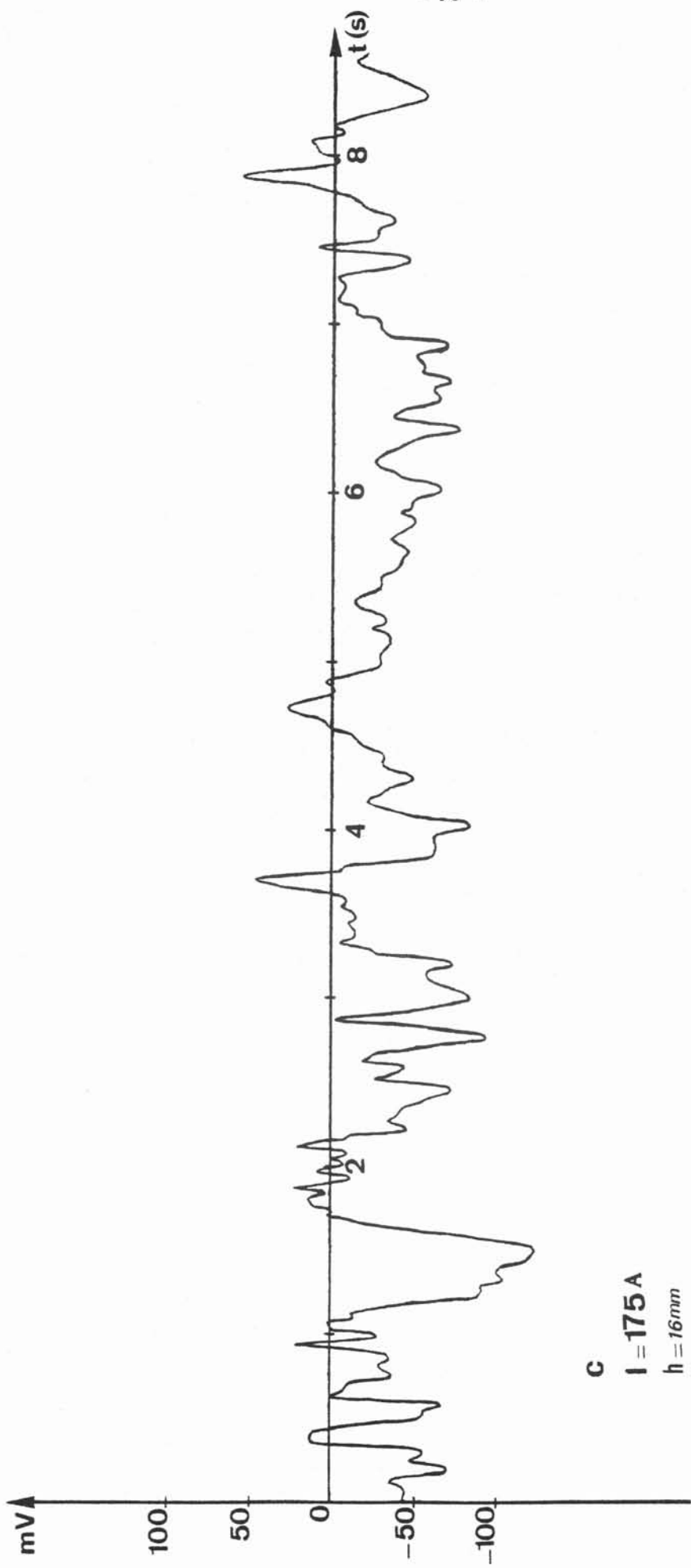


FIGURE V

Varition de la tension instantanée aux bornes du film chaud en un point de la charge à mi rayon en fonction du temps





C
I = 175 A
h = 16 mm

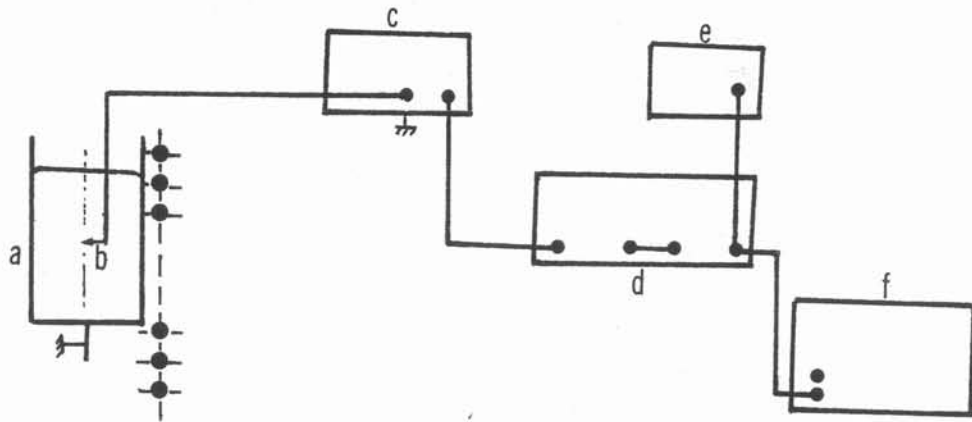
2. TECHNIQUES D'ETALONNAGE ET DE MESURES

La méthode du film chaud pour la mesure de vitesse d'écoulement s'appuie sur le phénomène d'échauffement d'un fil conducteur par le courant du fluide qui le baigne (8). Si la plus grande partie de l'énergie électrique fournie au fil est effectivement cédée au fluide, (9), une partie cependant est transmise par conduction aux supports (Comte-Bellot, 1961). Ici, ce fil conducteur est l'élément sensible d'une sonde conique "Thermosystem". C'est une résistance de platine, déposée sur la partie conique du corps de sonde. Pour le travail en milieu conducteur, elle est recouverte d'une fine couche de quartz (donc électriquement isolée) altérant peu les échanges thermiques. La température d'équilibre de la sonde, et par suite sa résistance, sont fonction de la vitesse et de la température du fluide. La température de l'élément sensible est repérée par sa résistance interne. La surchauffe que nous utilisons, de l'ordre de 10%, est exprimée en valeur de résistance.

2.1. Etalonnage

La figure V - 1 représente une vue d'ensemble du cylindre, des différents appareils de contrôle et de mesures d'étalonnage. Le schéma de la chaîne anémométrique est représenté par la figure V - 3. L'installation utilisée est la même qu'avait utilisée Alemany (1978), puis Capéran (1982). Elle permet d'effectuer l'étalonnage des sondes in situ. La sonde est solidaire d'un équipage mobile, électroniquement asservi, et dont la vitesse de descente est préalablement affichée. Le double contrôle de cette vitesse est rendu possible grâce à un chronomètre (également asservi avec l'équipage) qui enregistre le temps mis par l'équipage mobile pour parcourir une distance constante ($d = 940$ mm) existant entre deux repères fixes du cylindre qui contient environ deux mètres de mercure.

D'une part, les écarts de température entre les extrémités supérieure et inférieure de l'installation, mesurés à chaque descente par variation de la résistance à l'aide d'une seconde sonde à film chaud sont pratiquement nuls : le bain est quasi isotherme.



- a - creuset
- b - sonde à film chaud
- c - anémomètre
- d = filtre
- e = voltmètre intégrateur numérique
- f : oscilloscope

Fig V - 3 : Schéma de la chaîne anémométrique utilisée pour les mesures de vitesse et de turbulence dans le creuset

- A: anemometer
- B: chrono
- C: voltmeter

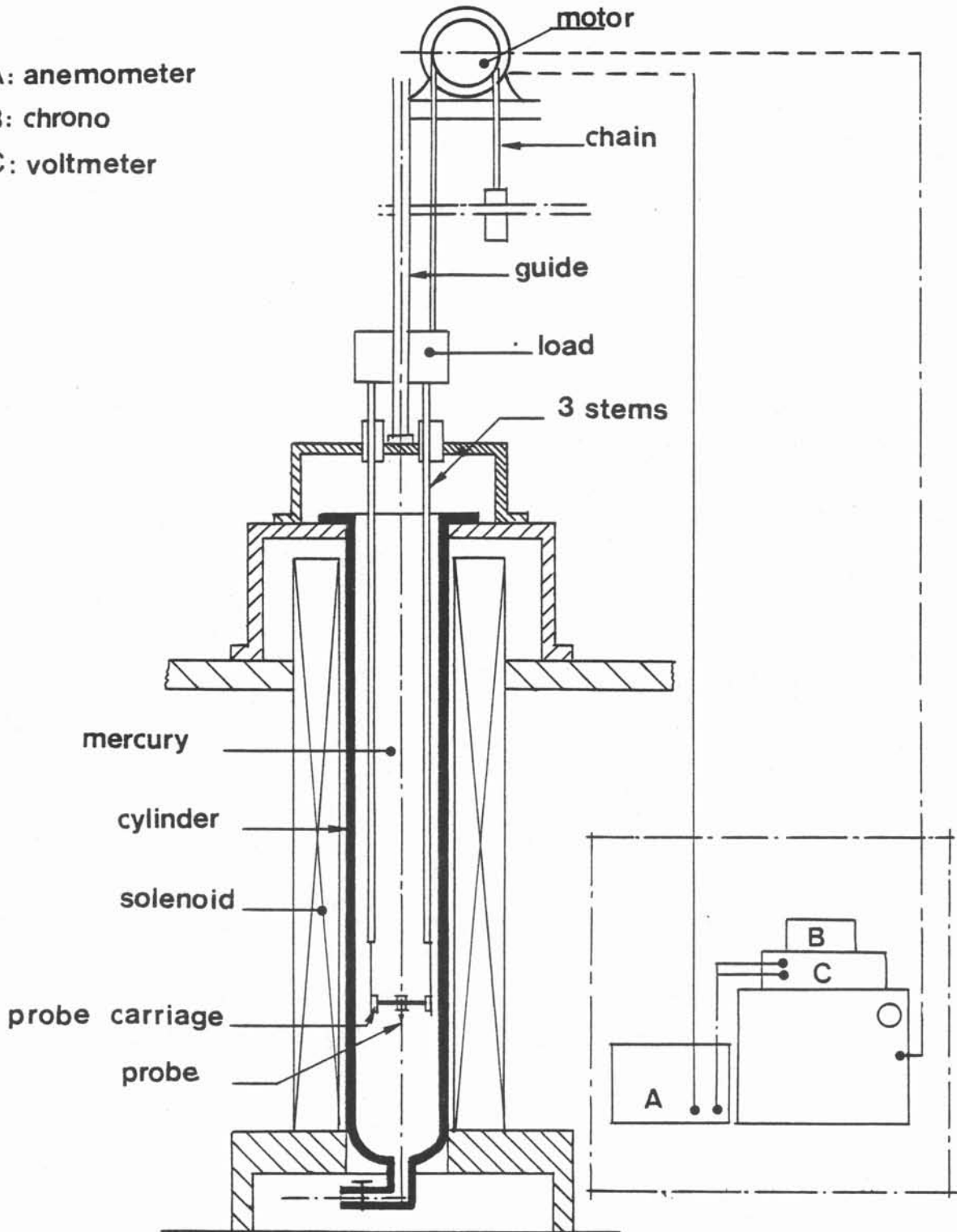


FIGURE V-1

Vue d'ensemble du dispositif de contrôle des mesures d'étalonnage

D'autre part, nous avons vérifié avant et après chaque essai, que la tension e_o à vitesse nulle délivrée par la sonde au départ ou immédiatement après l'arrêt de l'équipage, demeurait pratiquement constante. Ces contrôles sont essentiels pour obtenir des mesures bien significatives et reproductibles, ce qui est toujours très délicat dans le mercure.

* Un voltmètre intégrateur numérique mesure la tension e_o et la tension moyenne e_m délivrée par la sonde à la sortie de l'anémomètre correspondant à une vitesse de descente donnée. Nous disposons ainsi, pour chaque course de l'équipage mobile à vitesse affichée et rigoureusement contrôlée, d'une série de chiffres représentant les différences de potentiel $E_m = (e_m - e_o)$ correspondant à des vitesses connues. Il est donc aisé de tracer les courbes d'étalonnage, en portant en abscisses les quantités E_m et en ordonnées les vitesses correspondantes. Cela est essentiel pour la détermination pratique ultérieure des caractéristiques de la turbulence dans le creuset. Dans le cas précis qui nous intéresse, le champ magnétique appliqué est suffisamment faible pour influencer l'écoulement autour de la sonde (9). Pour réduire autant que possible les erreurs et dans le but d'obtenir une courbe d'étalonnage d'exploitation simple et pratique, nous avons ajusté les courbes d'étalonnage spécifiques à chaque type de sonde, à des polynômes d'interpolation construits par la méthode bien connue des moindres carrés (15). Le diagramme de la courbe n°3 (fig. V - 2) qui suit, donne la courbe calculée pour une sonde coudée miniature, dans la gamme des vitesses qui nous intéressent. Comme on peut le voir, les points expérimentaux y sont assez bien régulièrement distribués.

Dans la suite de l'exposé, nous convenons de noter u et v les vitesses moyennes verticale et radiale, $(\overline{u^2})^{1/2}$ et $(\overline{v^2})^{1/2}$, les fluctuations qui leur sont associées.

2.2. Dispositif de contrôle des mesures de vitesse et de turbulence

Il est constitué des éléments suivants :

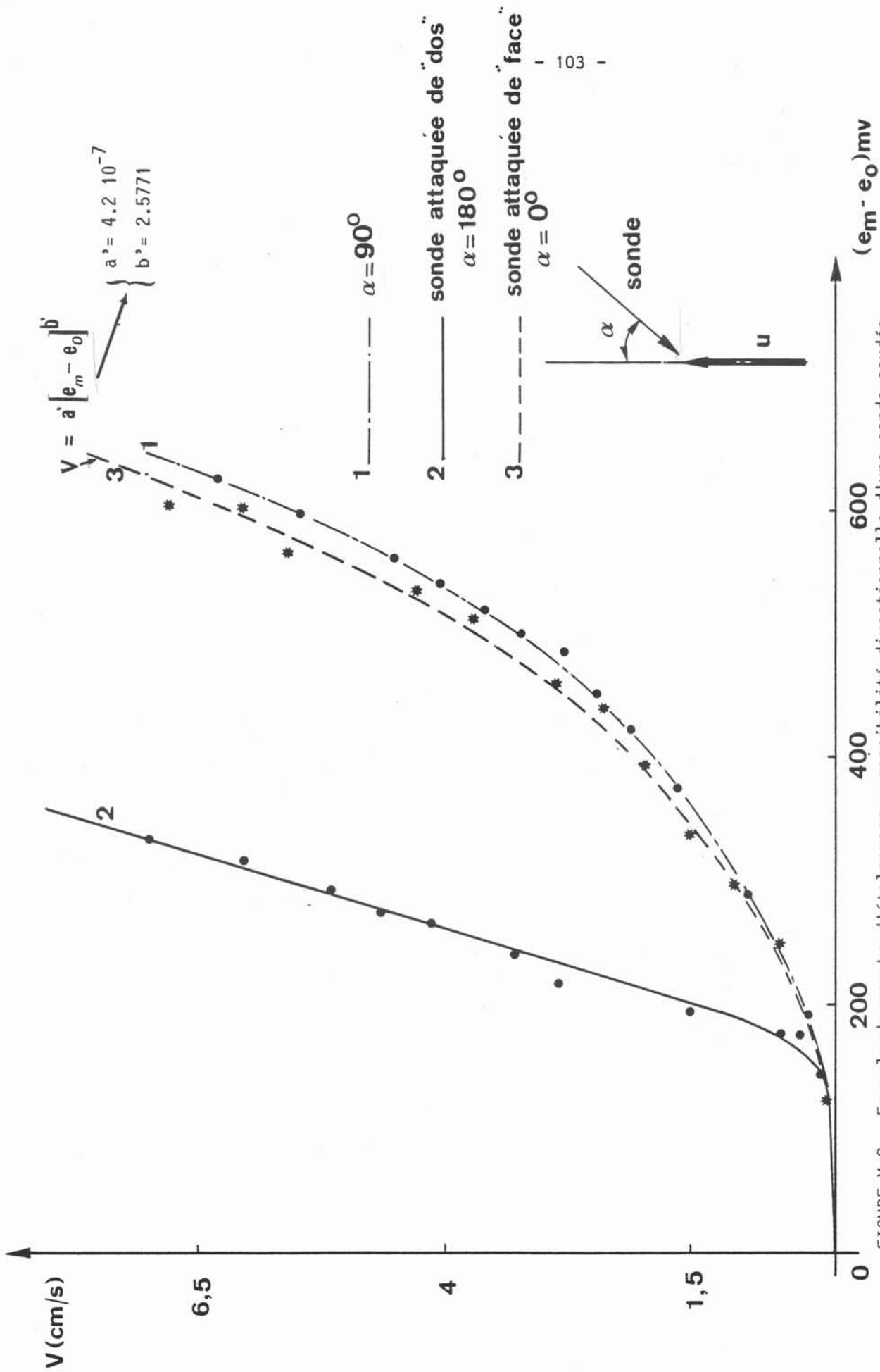


FIGURE V-2 Exemple de courbe d'étalement : sensibilité directionnelle d'une sonde coudée

+ 2.2.1. Les sondes de mesures : ce sont des sondes coniques miniature à film de platine (cf. photo n° 4).

2.2.2. Un filtre : c'est un filtre à deux voies, toutes deux utilisées en passe-bas, fréquence de coupure de 30 Hz (fréquence suffisante pour nos mesures (cf. § suivant). Il permet de supprimer les fréquences et les signaux parasites provenant de l'environnement extérieur du creuset.

2.2.3. Un voltmètre intégrateur : il mesure la valeur moyenne e_m de la tension appliquée à la sonde par l'anémomètre ainsi que la valeur quadratique moyenne E_q des fluctuations de cette tension. Ces deux informations permettent de déterminer respectivement, grâce à la courbe d'étalonnage spécifique de chaque sonde, la vitesse moyenne de l'écoulement ainsi que les fluctuations de cette vitesse.

Nous appèlerons par la suite, e_0 la tension délivrée par l'anémomètre à vitesse nulle dans le creuset, à la température du chauffage.

2.2.4. Un corrélateur et un transformateur de Fourier numérique permettent d'obtenir fonctions d'autocorrélation et spectres. Un oscilloscope permet de visualiser le signal délivré par la sonde aux bornes de l'anémomètre.

La photo n°6 représente une vue d'ensemble de la chaîne de mesure utilisée.

* 3. MODE OPERATOIRE

Après avoir mis en route les circuits de refroidissement, les appareils électroniques et le générateur pendant une demi-heure environ pour atteindre un régime permanent, des séquences enregistrées par le voltmètre intégrateur, permettent le traitement de 120 s (temps de médiation) de signal (10). La succession des enregistrements pour différents points du creuset et un courant inducteur donné, est réalisée sans interruption, afin :

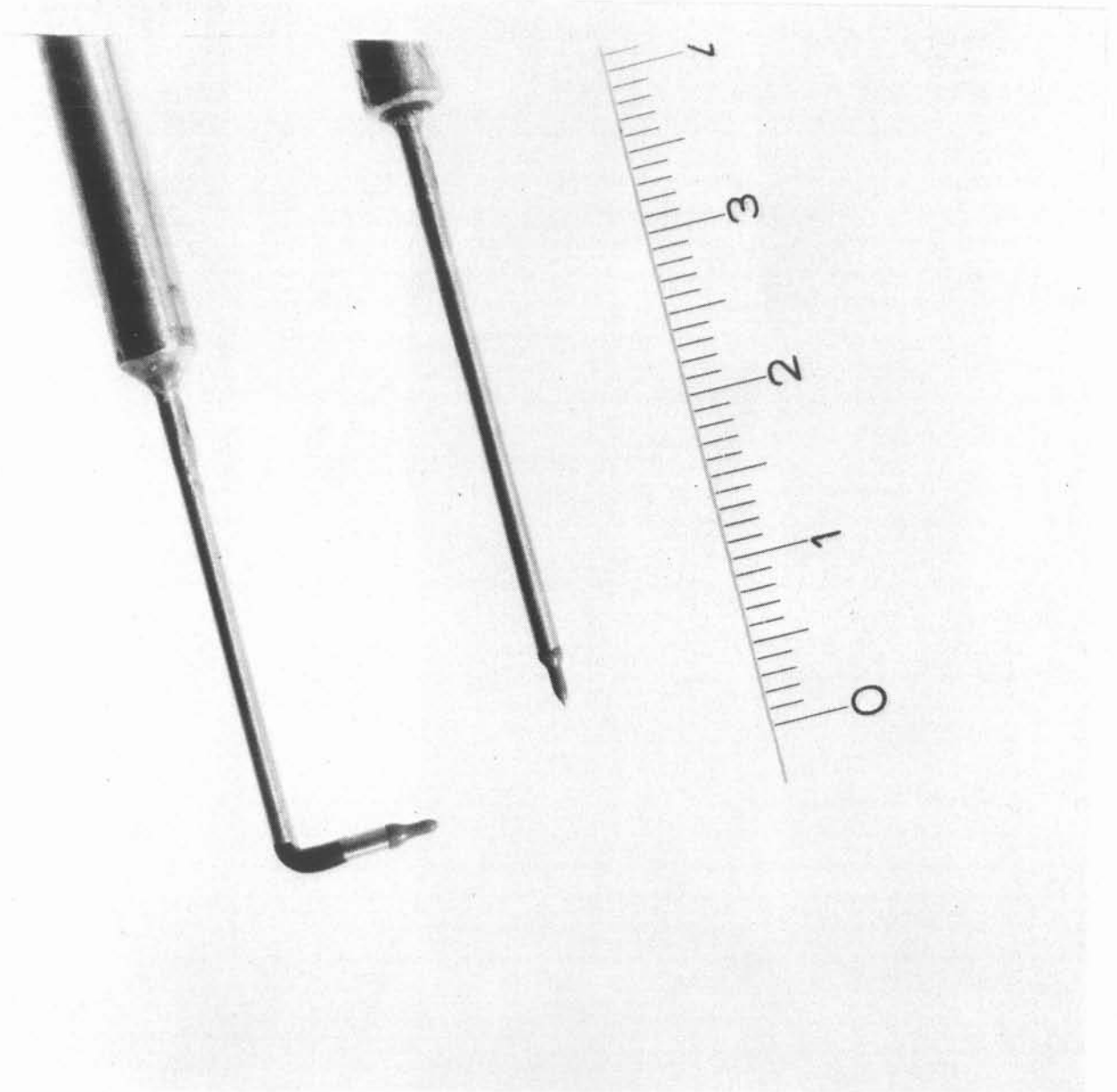


PHOTO 4 : les deux types de sondes utilisées : sonde droite et sonde coudée

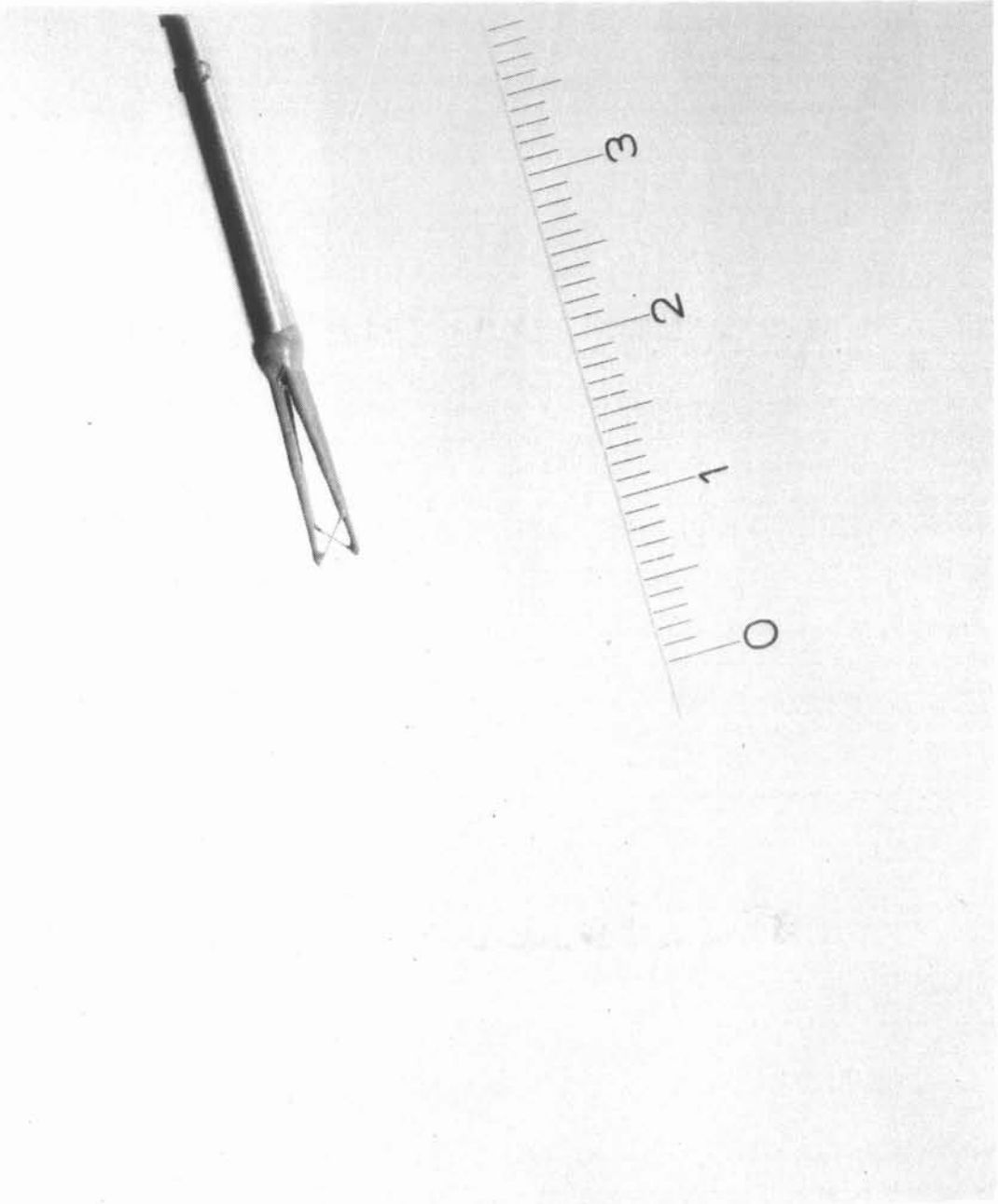


PHOTO 5 : exemple de sonde à fils chauds utilisée pour les mesures de sillage thermique

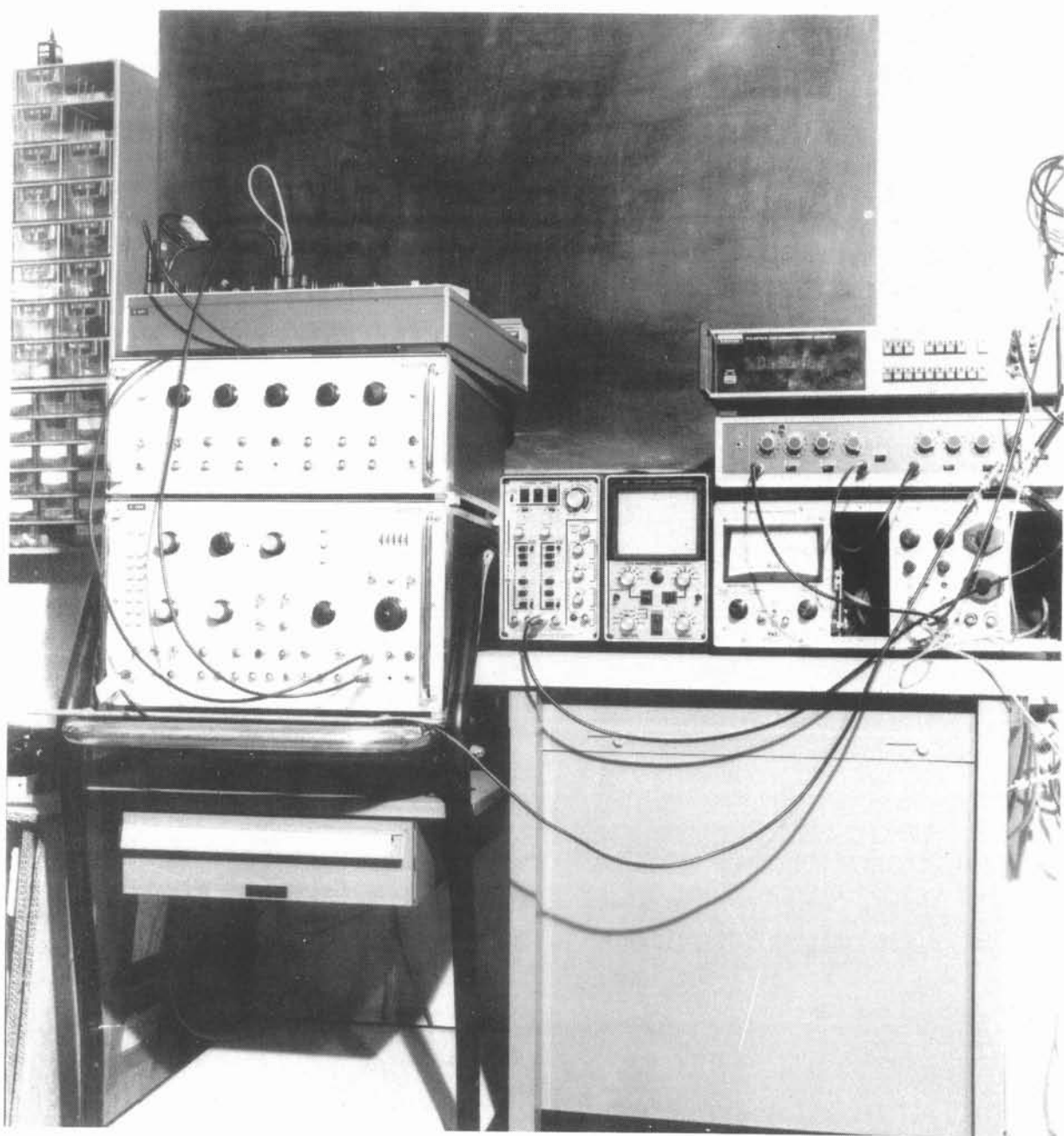


PHOTO 6 : vue d'ensemble de la chaîne de mesure

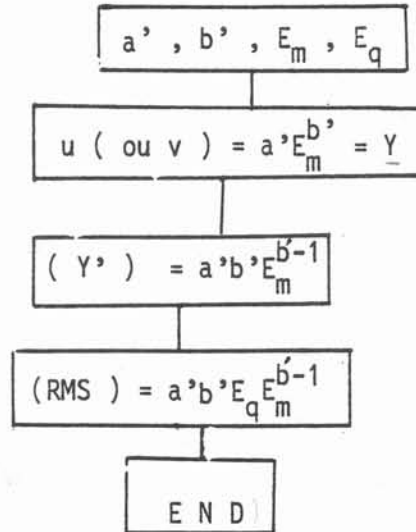
- d'éviter de trop grandes variations de la tension dues au salissement, à une dérive éventuelle de la sonde et/ou aux variations de température du milieu extérieur.
- de s'assurer une bonne estimation de la tension à vitesse nulle, e_0 .

En effet, des difficultés considérables sont apparues dans la détermination expérimentale de la tension moyenne e_0 aux bornes du film chaud en l'absence d'écoulement dans le bain et en présence du champ magnétique, sans modifier les conditions de l'expérience : température, courants induits... L'utilisation d'un dispositif mécanique en isolant, cylindrique et concentrique à la sonde, dont la descente immobilise la masse de mercure dans tout l'espace environnant la sonde, s'est révélée inefficace. Dans une série de mesures correspondant à l'exploration totale du creuset tous les centimètres carrés, elle a été considérée comme la tension la plus basse enregistrée, diminuée de la fluctuation de cette même tension.

Enfin, toutes les mesures sont faites en plusieurs séries répétées pour apprécier la reproductibilité du mouvement. Celle-ci a été confirmée expérimentalement.

4. PRINCIPE DES MESURES DES VITESSES MOYENNES ET DE TURBULENCE DANS LE CREUSET

Chaque sonde utilisée délivre à ses bornes un signal électrique traduisant en fonction du temps, les fluctuations en un point de l'écoulement dans le creuset. Les valeurs moyennes E_m et l'écart quadratique E_q obtenus grâce au voltmètre intégrateur en chaque point, permettent de déterminer respectivement les composantes verticale et radiale (u, v) (cf. § suivant), ainsi que les fluctuations de vitesses $(\overline{u'^2})^{1/2}$ et $(\overline{v'^2})^{1/2}$, qui leur sont associées. Nous avons calculé à partir des mesures, les vitesses et les RMS $(\overline{u'^2})^{1/2}$ et $(\overline{v'^2})^{1/2}$, à l'aide d'un programme sur une petite calculatrice HP 41 CV, dont nous donnons l'organigramme.



5. DIFFICULTES DES MESURES

C'est devenu un lieu commun de dire que la mesure est à la base de toute science et de toute technique, mais, on ne dira jamais assez combien la pratique en est difficile. Cela est particulièrement vrai de la mesure en Mécanique des fluides, où la turbulence intervient presque parfois en surimpression sur le phénomène moyen pour en modifier les effets. Il est vrai qu'à cause des petites dimensions du capteur qu'elle utilise (partie sensible = 1 mm x 5 μ environ), l'anémométrie à film chaud est actuellement considérée comme la méthode la plus adaptée à la mesure locale des vitesses et de température instantanées dans les espaces très réduits, mais, elle est encore mal adaptée à la détermination de la direction et du sens de la vitesse, dans les écoulements en vase clos, et spécialement en milieu opaque.

L'incertitude des mesures a deux origines principales :

- a) La finesse du réglage du point de consigne de la résistance de l'élément sensible, $10^{-2}\Omega$, n'est pas assez suffisante pour assurer une bonne précision des mesures. A cela, il faut ajouter les fluctuations possibles de température. Dans la partie de la courbe d'étalonnage qui nous intéresse, pour la surchauffe de 10% utilisée, une variation de $10^{-2}\Omega$ sur la résistance de l'élément sensible de la sonde entraîne une erreur de vitesse de l'ordre de 0,3 cm/s.
- b) La seconde cause d'incertitude est l'ignorance de l'angle d'attaque de la sonde par le fluide, dans un tel écoulement recirculant. L'erreur commise n'est pas précisément chiffrable.

L'anémométrie à film chaud fait apparaître deux points faibles importants :

- * le manque de sensibilité à la direction de la vitesse,
- * la détermination délicate de son signe.

Pour tester la directionnalité des sondes, nous avons réalisé l'étalonnage d'une sonde dans trois positions distinctes d'angles 0° , 90° , 180° ainsi que l'indique la fig. V - 2.

L'attaque à 90° est assez peu différente de l'attaque de "front", ce qui révèle l'impossibilité de distinguer la direction de la vitesse. Dans les mesures qui suivent, nous désignerons par vitesse radiale ou axiale (verticale) les vitesses correspondant à une sonde placée radialement ou axialement ; toutefois, compte tenu de la sensibilité directionnelle des sondes déjà évoquée, ces vitesses ne correspondent pas rigoureusement à la composante de vitesse dans ces directions. La vitesse mesurée représente plutôt le module du vecteur vitesse en ce point. De plus, parmi les mesures, seules sont significatives celles correspondant à une attaque "de front" de l'élément sensible.

Ces résultats ont été observés expérimentalement (cf. Fig. V - 2).

6. UTILISATION DE SONDES A FILS CHAUDS POUR LA DETERMINATION DU SENS DE LA VITESSE

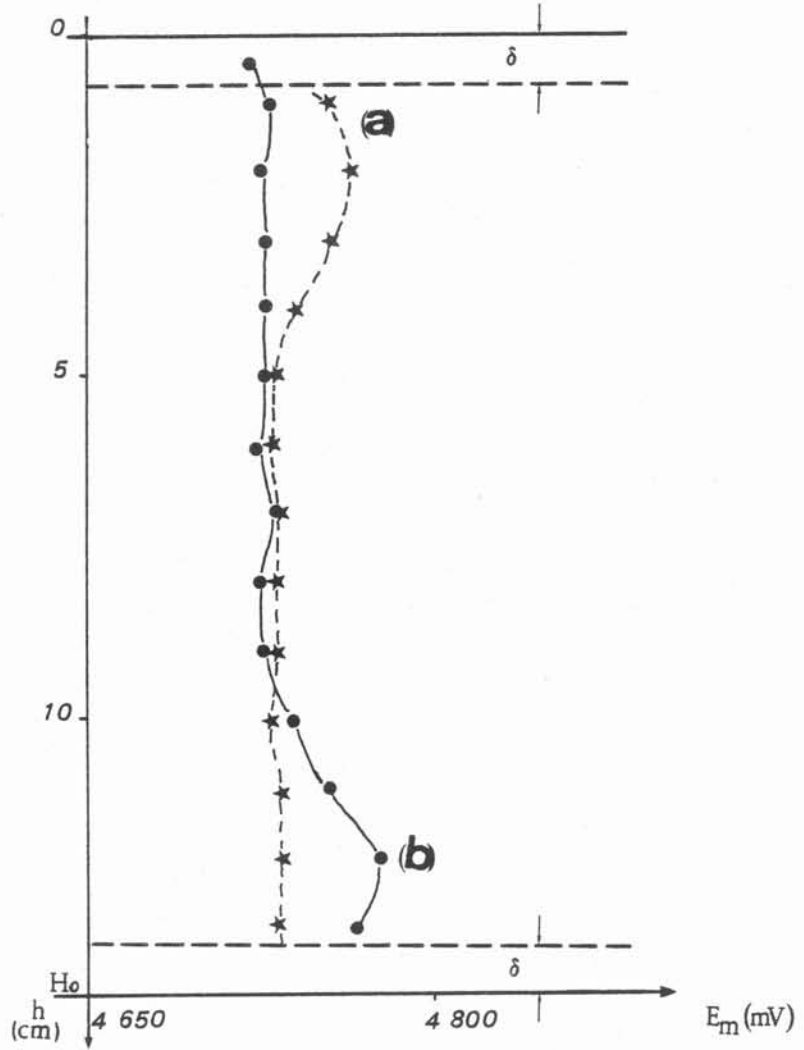
La sonde utilisée est une sonde à deux fils électriquement isolés du mercure, parallèles, de longueur 5 mm, distants de un millimètre. Cet écartement est suffisant en raison de la faible valeur du nombre de Prandlt ($Pr \sim 0,024$). L'un des fils est chauffé à l'aide d'un générateur de tension continue, par une intensité de 500 mA qui porte sa température à une température supérieure à celle du fluide. L'autre fil, utilisé en position température, mesure le sillage thermique derrière ce dernier. Le sens de la vitesse moyenne locale est alors déterminé selon que ce fil mesure une température supérieure ou égale à celle du fluide. Dans le premier cas, les fluctuations de température sont facilement observables sur l'écran d'un oscilloscope. Ce dispositif nous a permis de déterminer à l'aide de sondes à fils appropriés, le sens de la vitesse en certains points de mesure (19). La fig. (V - 26) donne un exemple de la réponse en tension du fil utilisé en position température derrière le fil chauffant d'une sonde à deux fils perpendiculaires à la direction verticale lors d'un déplacement vertical de la sonde au centre et à un centimètre de la paroi du creuset, de la surface libre vers le fond. Ces tensions sont des tensions moyennes avec un temps de médiation de 60 s. La partie de la courbe où la tension est constante peut être interprétée comme le lieu où le fil utilisé en position température ne capte pas le sillage thermique du fil chauffant. Elle fournit aussi, qualitativement, une indication sur l'homogénéité de la température du bain.

7. PRESENTATION ET DISCUSSION DES RESULTATS

Rappelons que l'ensemble des expériences que nous présentons a été réalisé dans la géométrie du creuset décentré (cf. cas II, ch. III).

7.1. Configuration de l'écoulement

L'exploration expérimentale (pour les deux valeurs de l'intensité



$I \approx 175$ A

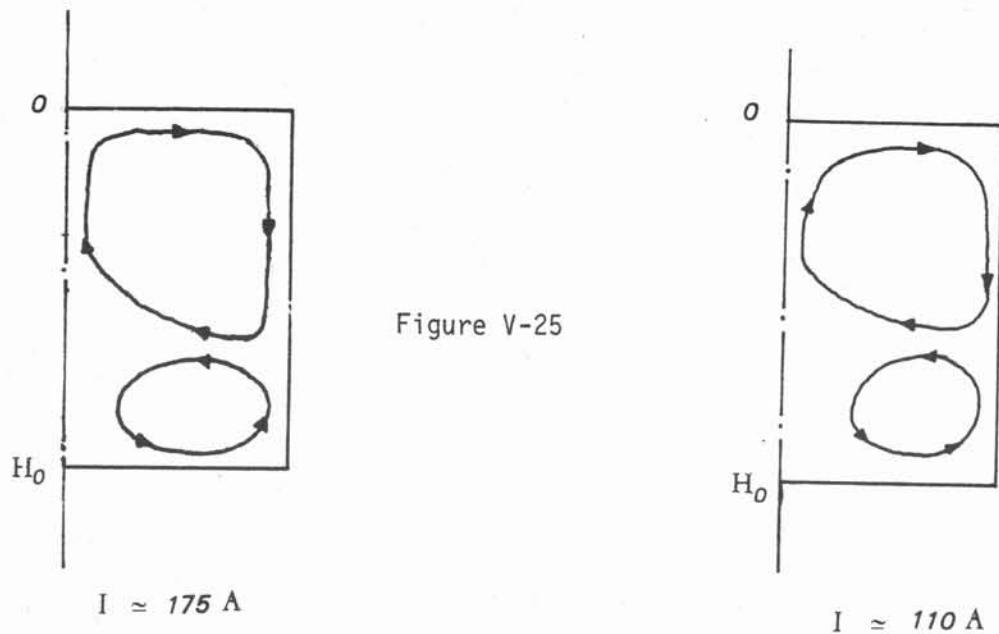
FIGURE V- 26

Mesure du sillage thermique derrière un fil chauffant : détermination du sens de la vitesse moyenne verticale et détermination de la taille des vortex

- a) sur la verticale au centre du creuset en fonction de la hauteur de la charge
- b) sur la verticale à 1 cm de la paroi du creuset

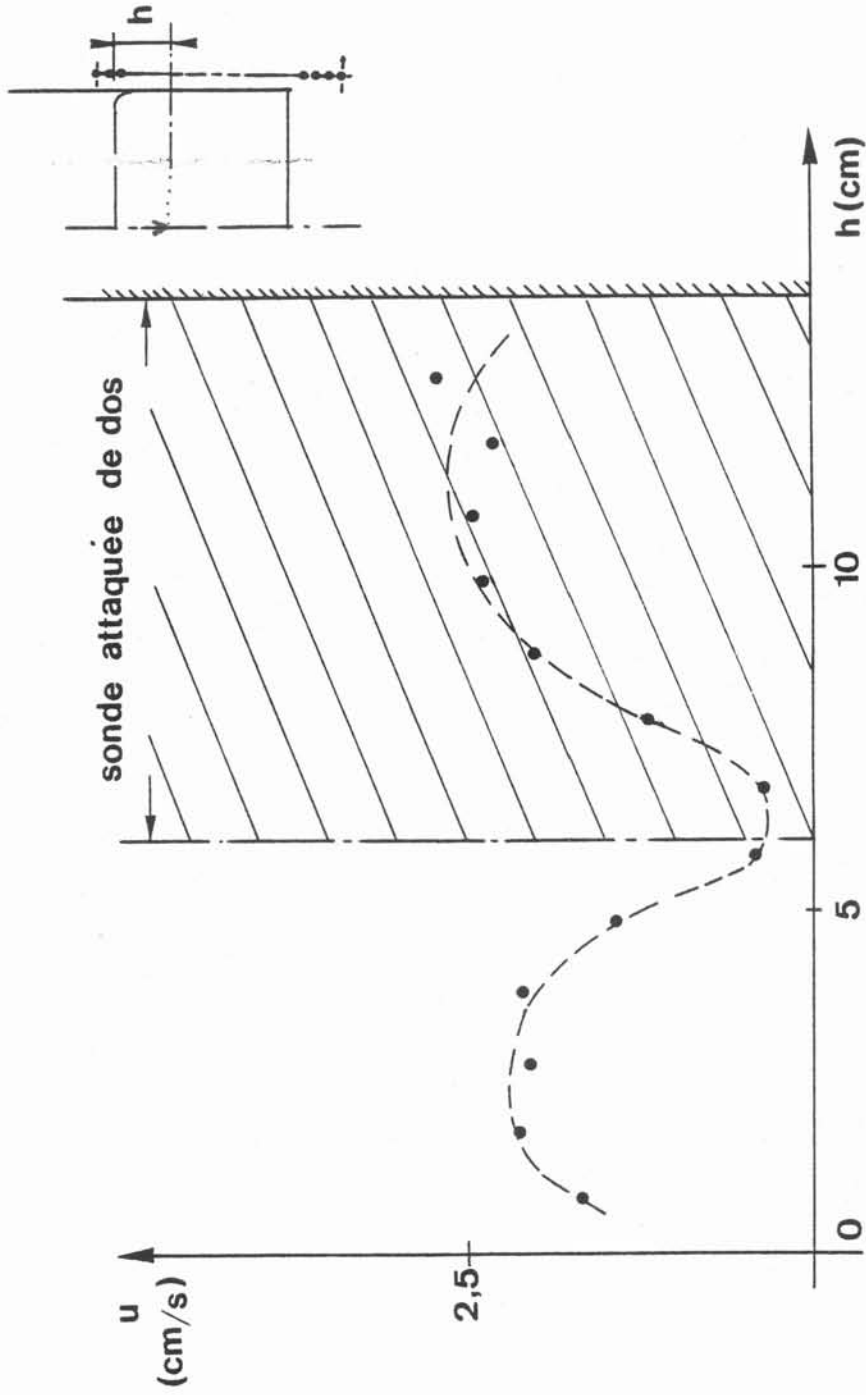
du courant inducteur) dans le creuset révèle l'existence de deux vortex de dimensions nettement différentes (cf. fig. V -25). Les courbes des figures (V - 4,9,15 et 21) nous ont permis de localiser la taille des vortex. Sur les profils de la vitesse moyenne des figures (V - 9 et 21), le minimum de la vitesse moyenne a été interprété comme un point d'inversion du sens de la vitesse. Pour une intensité du courant inducteur égale à 175 A efficaces, ceci a été confirmé par des mesures du sillage thermique derrière un fil chauffé électriquement (cf. fig. V-26 § 6, ch. V). Le grand vortex (vortex supérieur) a son centre situé à environ $0,7a$, tandis que le vortex du bas, plus petit, a son centre situé à $0,5a$, a étant le rayon du creuset.

La carte de l'écoulement, illustrée en figure (V -25), dressée suivant l'ensemble des critères ci-dessus évoqués, est grossièrement compatible avec le sens des forces électromagnétiques développées dans la charge.



Configuration expérimentale du mouvement

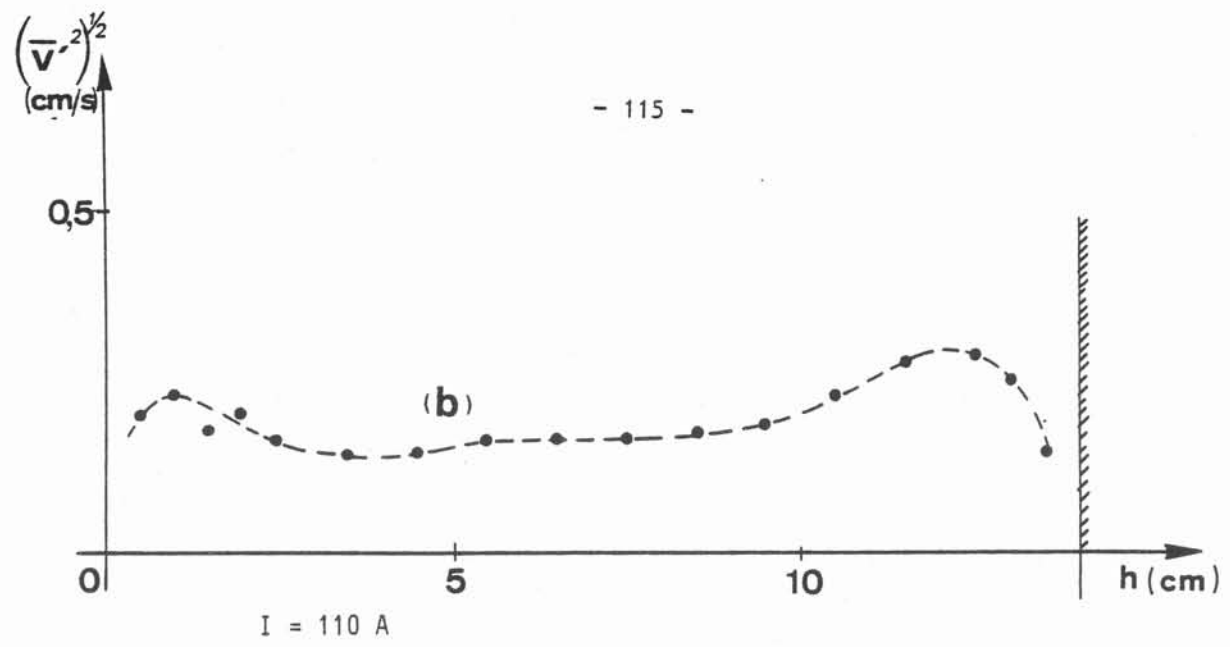
A la fréquence de 4 650 Hz, la configuration est à peu près indépendante de l'intensité.



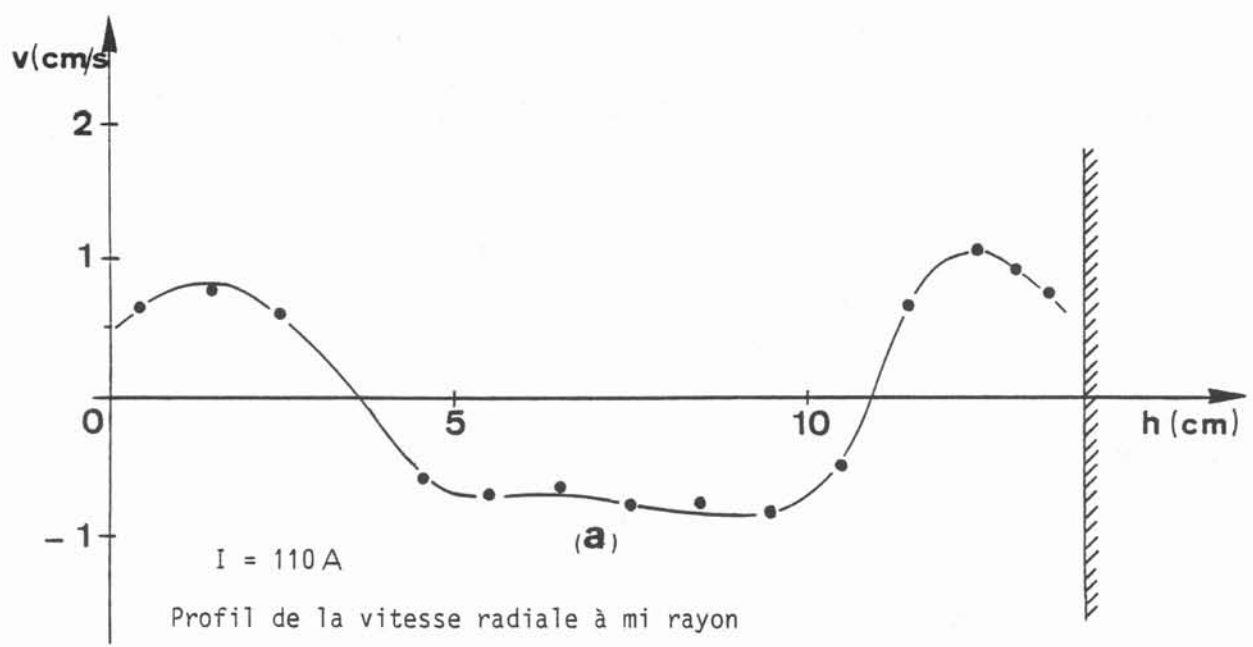
I = 110 A

FIGURE V-4

Profil de la vitesse verticale au centre du creuset



Profil de la fluctuation de la vitesse radiale à mi rayon



Profil de la vitesse radiale à mi rayon

FIGURE V-5

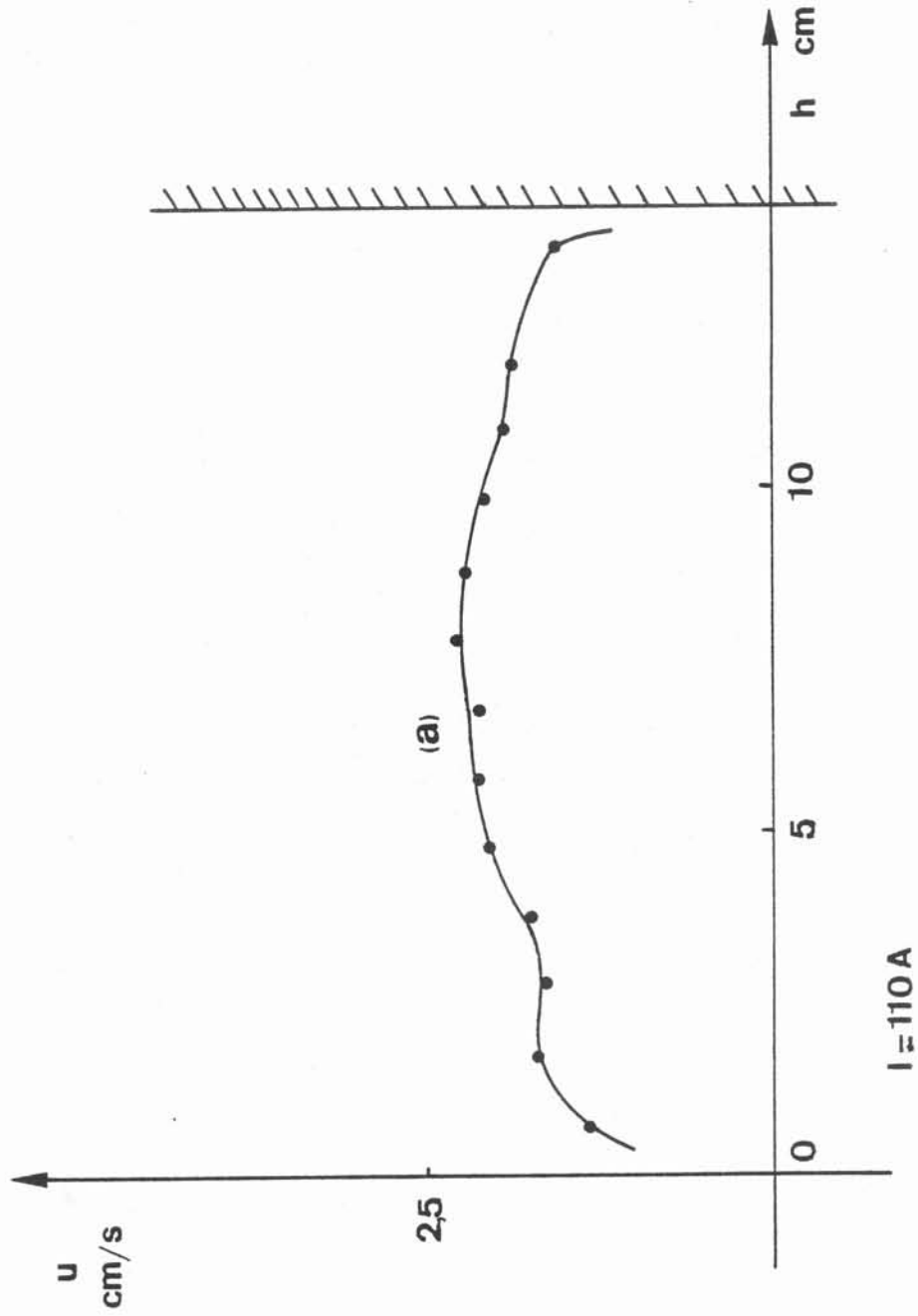


FIGURE V-6

Profil de la vitesse verticale à mi rayon

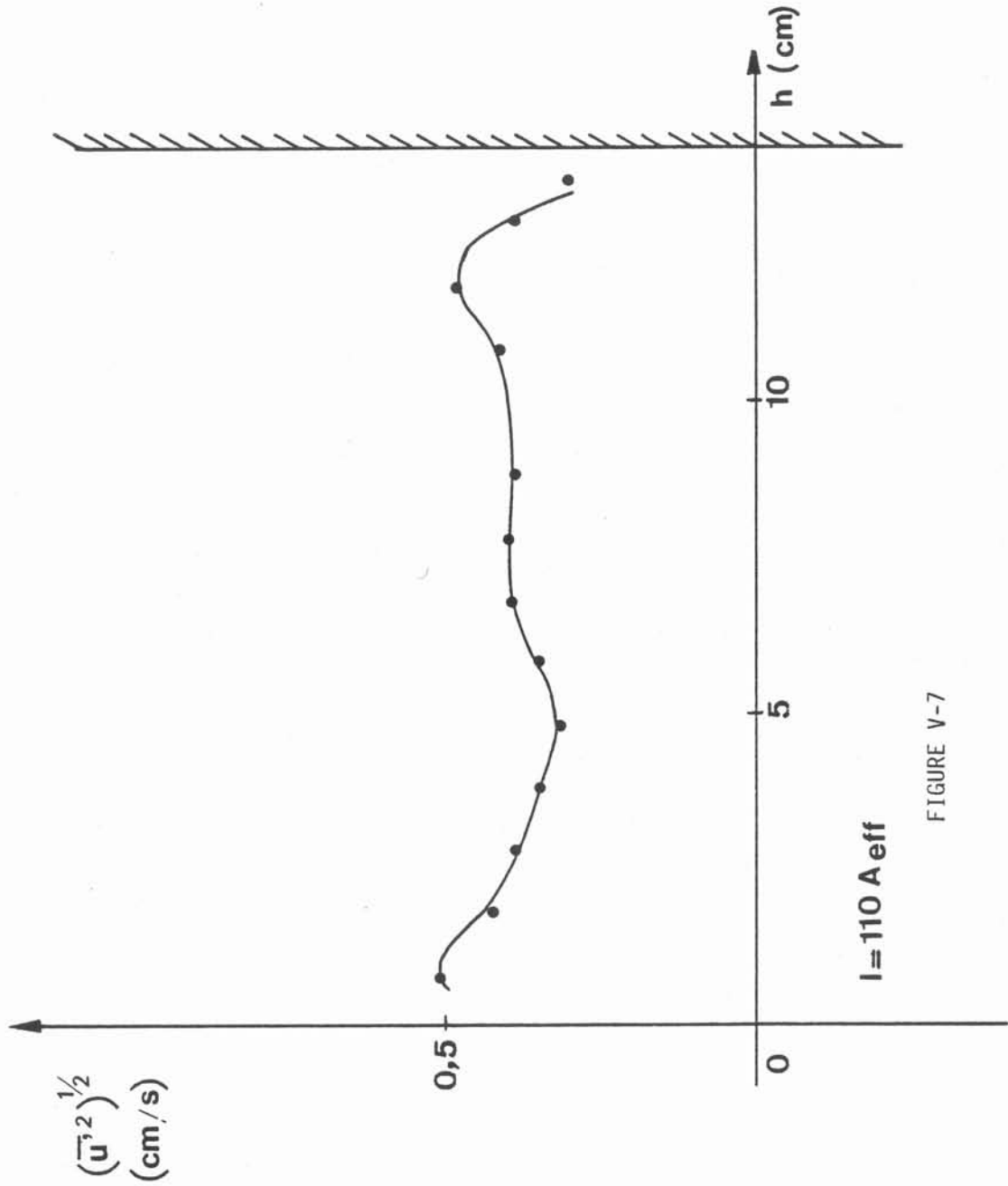


FIGURE V-7

Profil de la fluctuation de la vitesse verticale à mi rayon

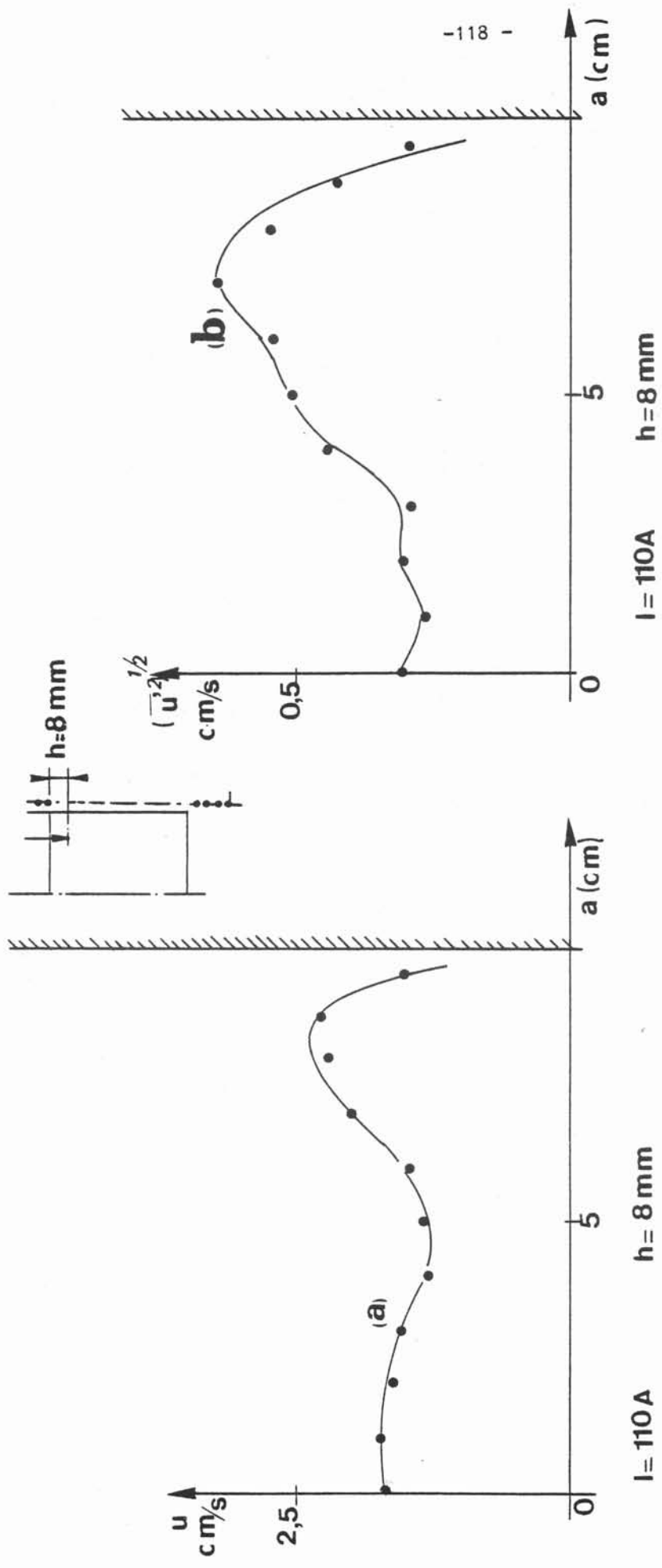
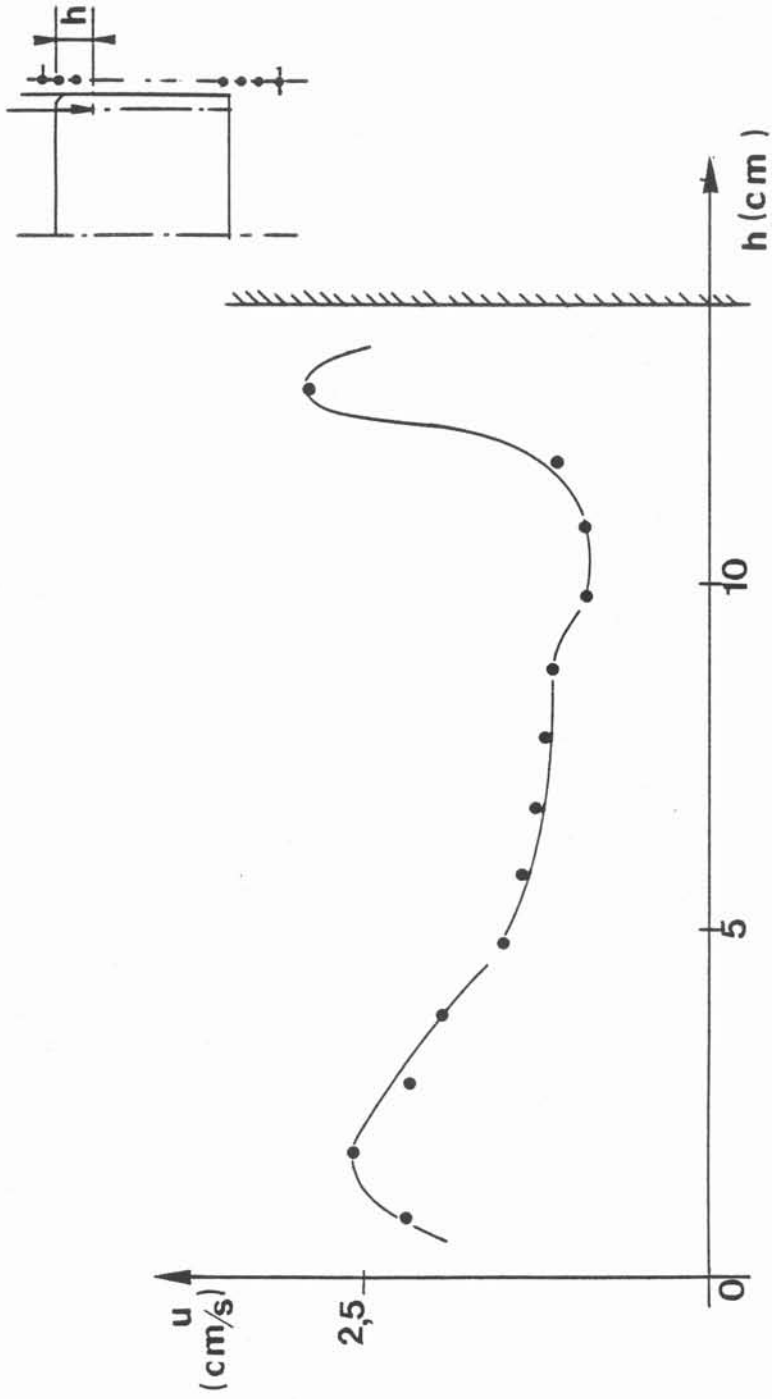


FIGURE V-8

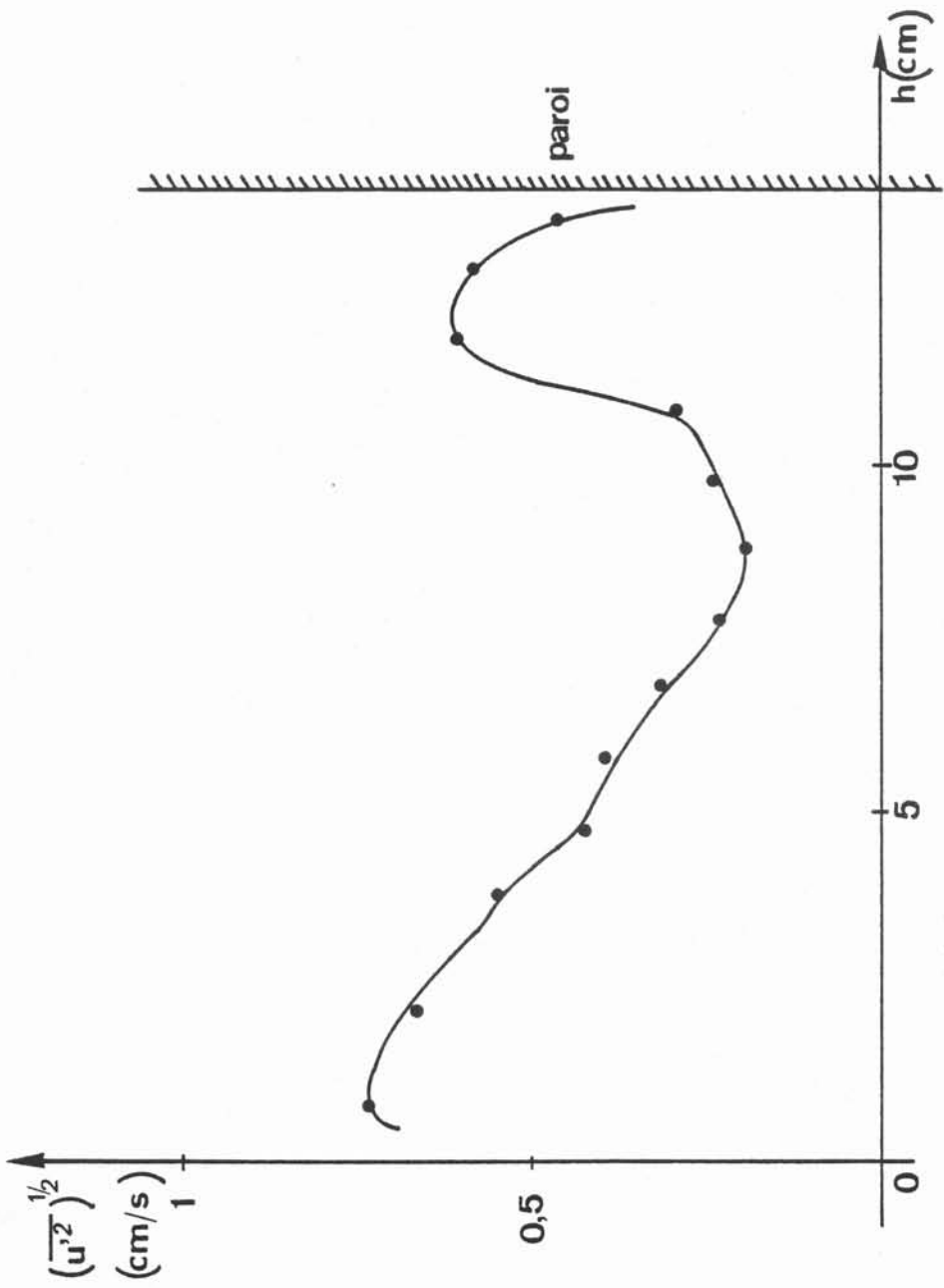
Profil de la vitesse verticale et de ses fluctuations à 8 mm de la surface libre en fonction du rayon



$I = 110$ A

FIGURE V-9

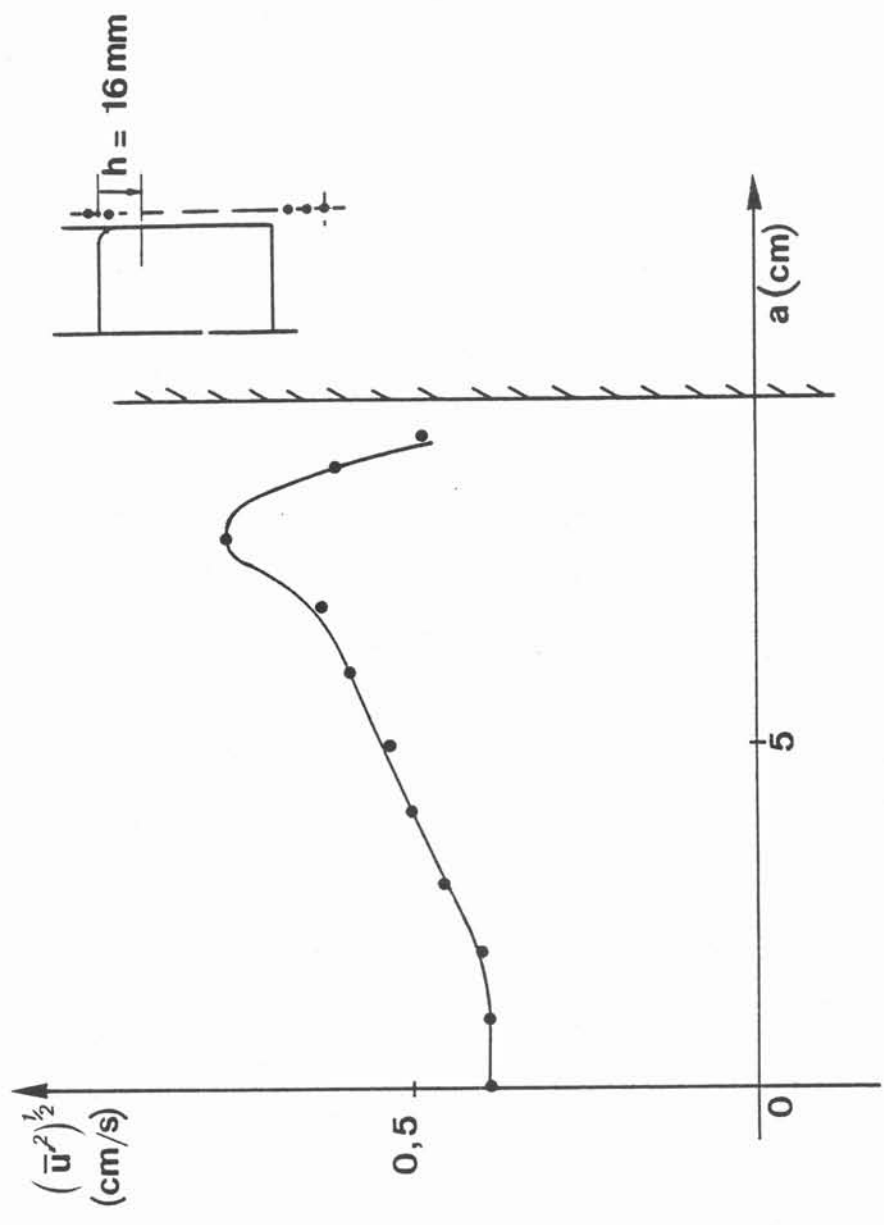
Profil de la vitesse verticale à 1 cm de la paroi



I = 110 A

FIGURE V-10

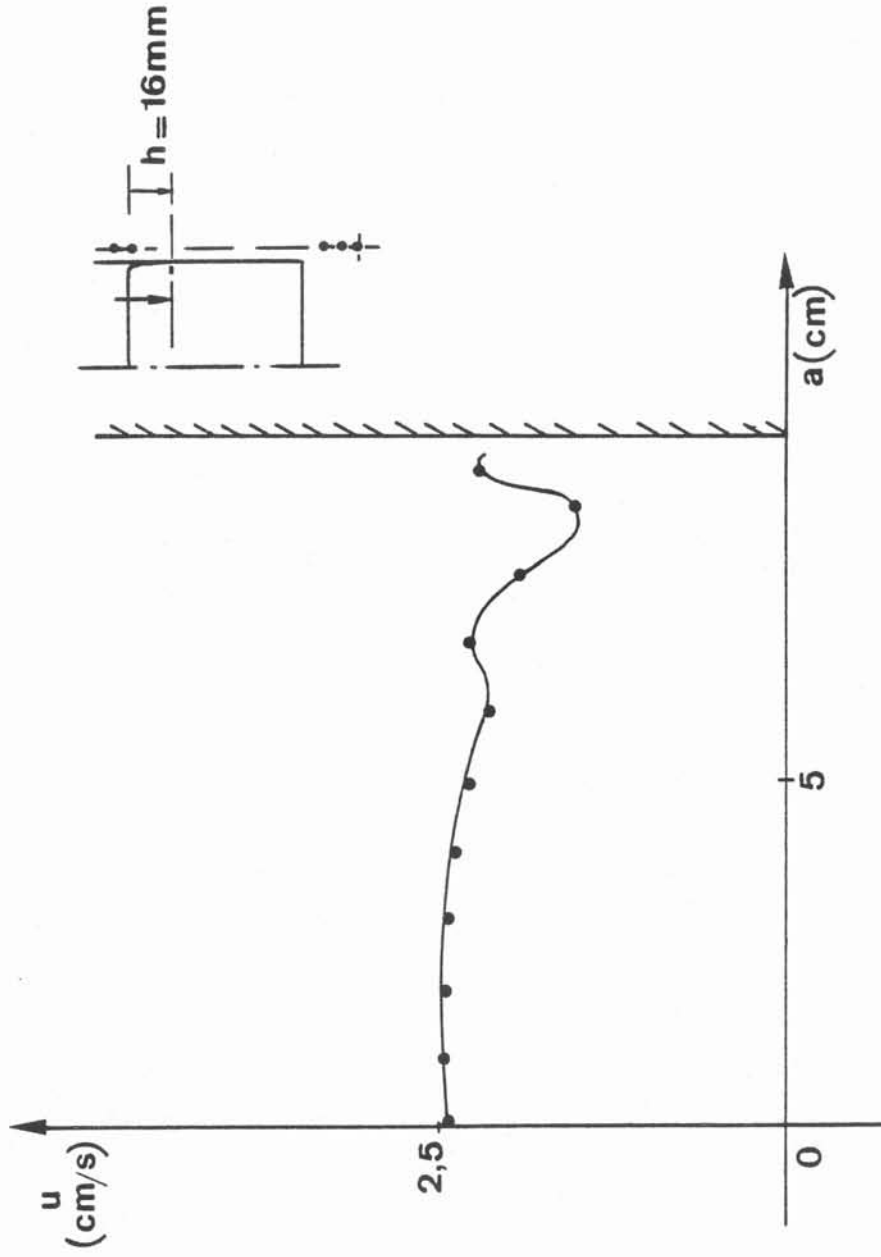
Profil des fluctuations de la vitesse verticale à 1 cm de la paroi



I = 175A

FIGURE V-11

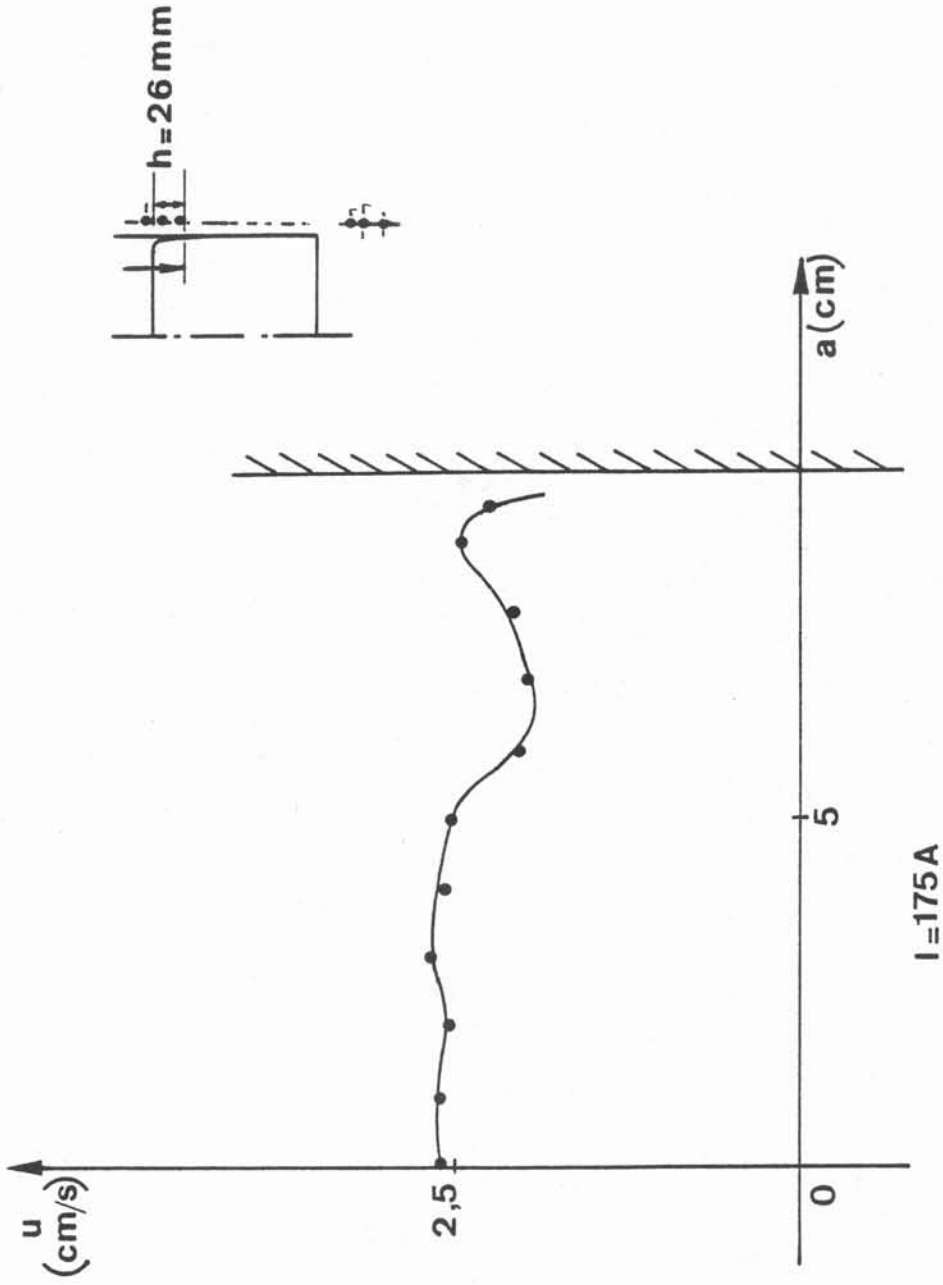
Profil des fluctuations de la vitesse verticale à 16 mm de la surface libre



$I = 175 A$

FIGURE V-12

Profil de la vitesse verticale à 16 mm de la surface libre



I=175A

FIGURE V-13

Profil de la vitesse verticale à 26 mm de la sur face libre

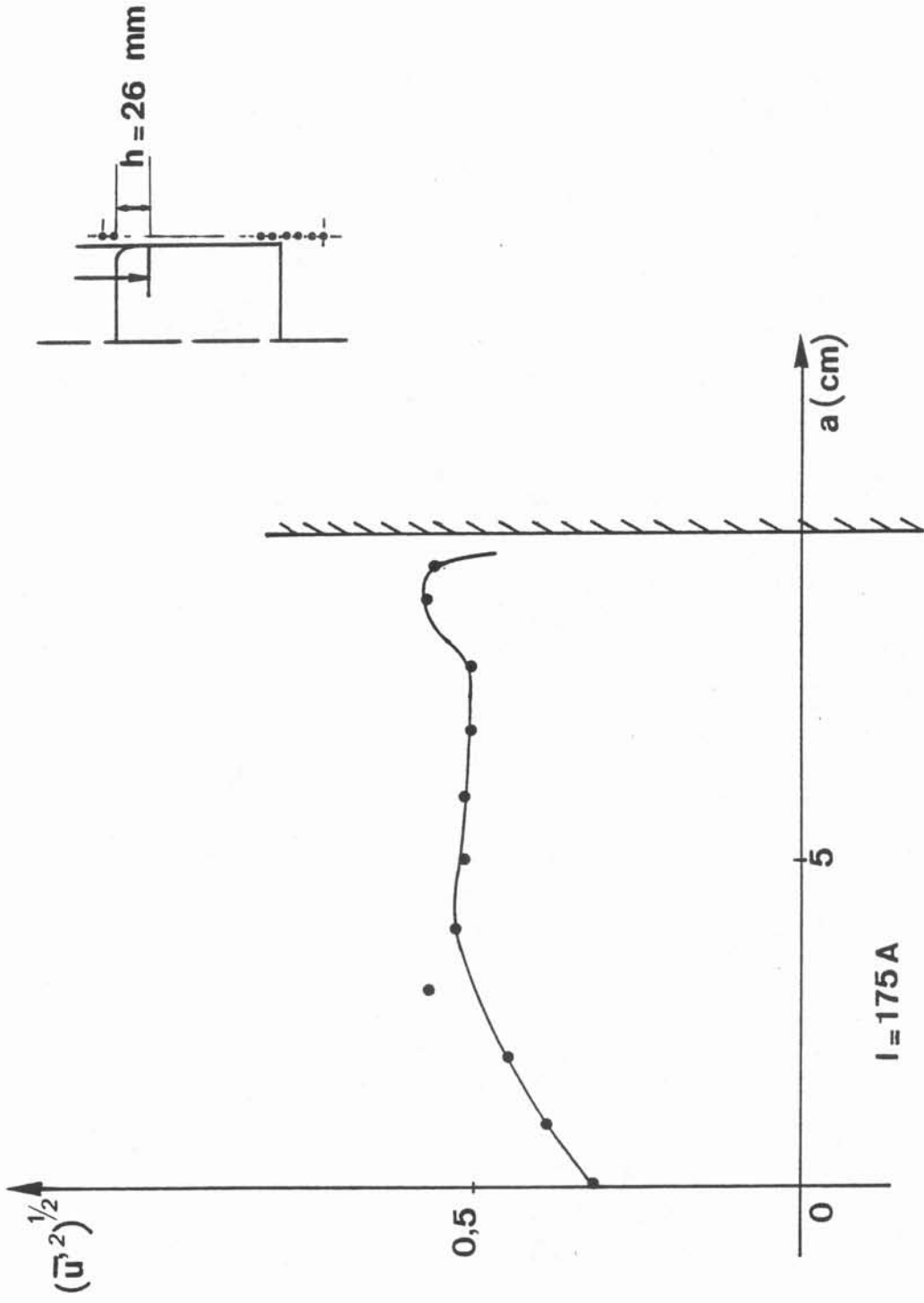
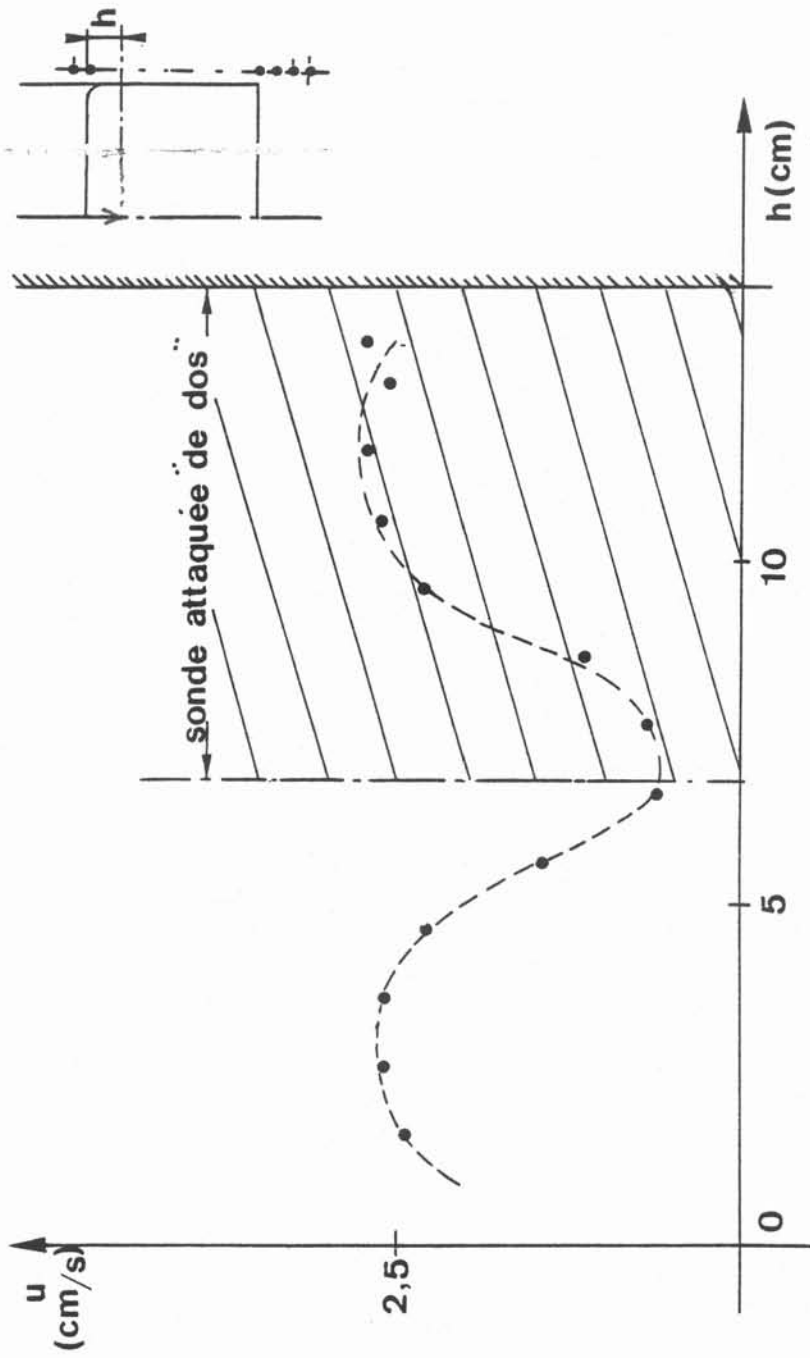


FIGURE V-14

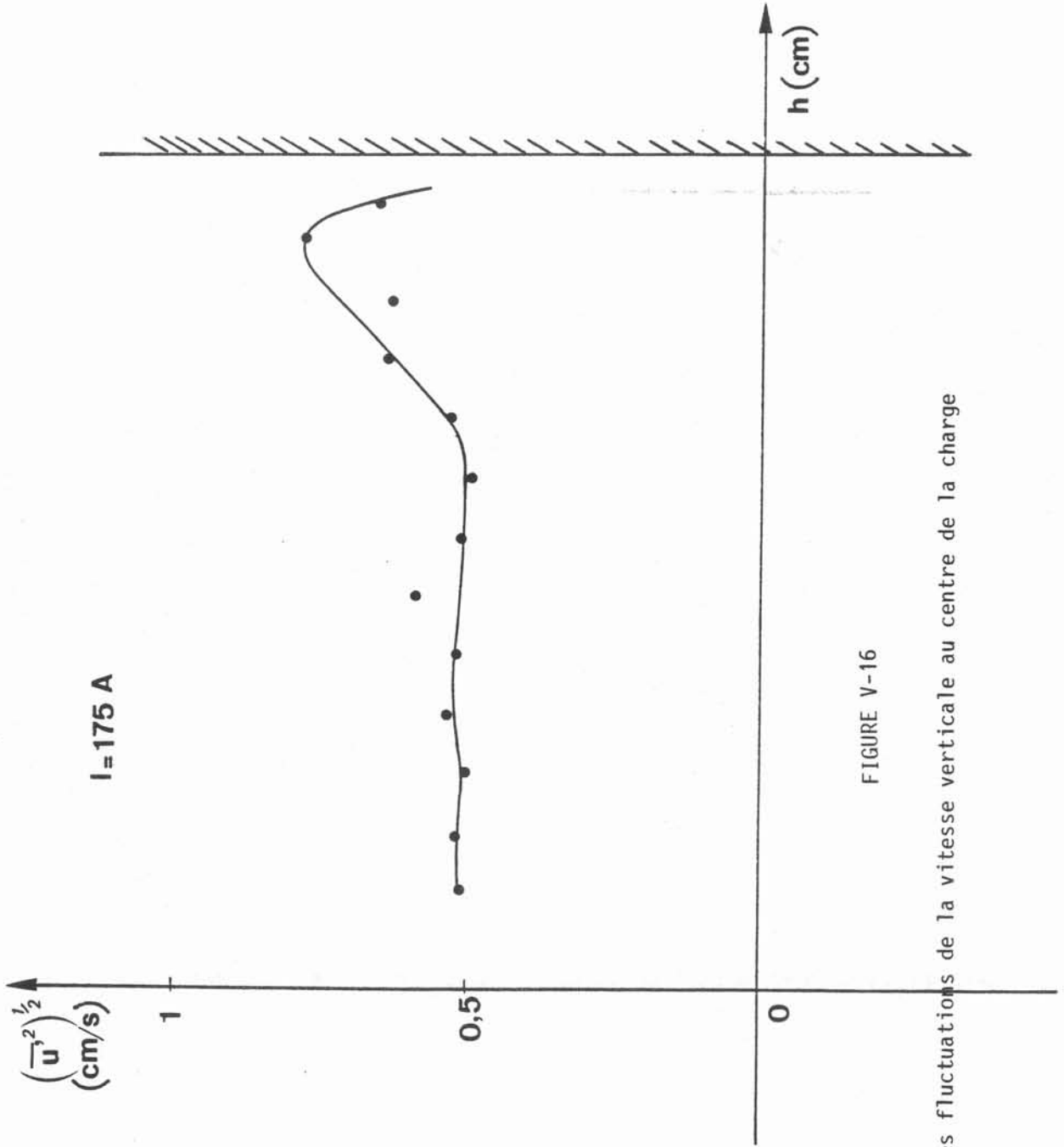
Profil de la fluctuation de la vitesse verticale à 26 mm de la surface libre



$I = 175 \text{ Aeff}$

FIGURE V-15

Profil de la vitesse verticale au centre de l'acharge



I=175 A

FIGURE V-16

Profil des fluctuations de la vitesse verticale au centre de la charge

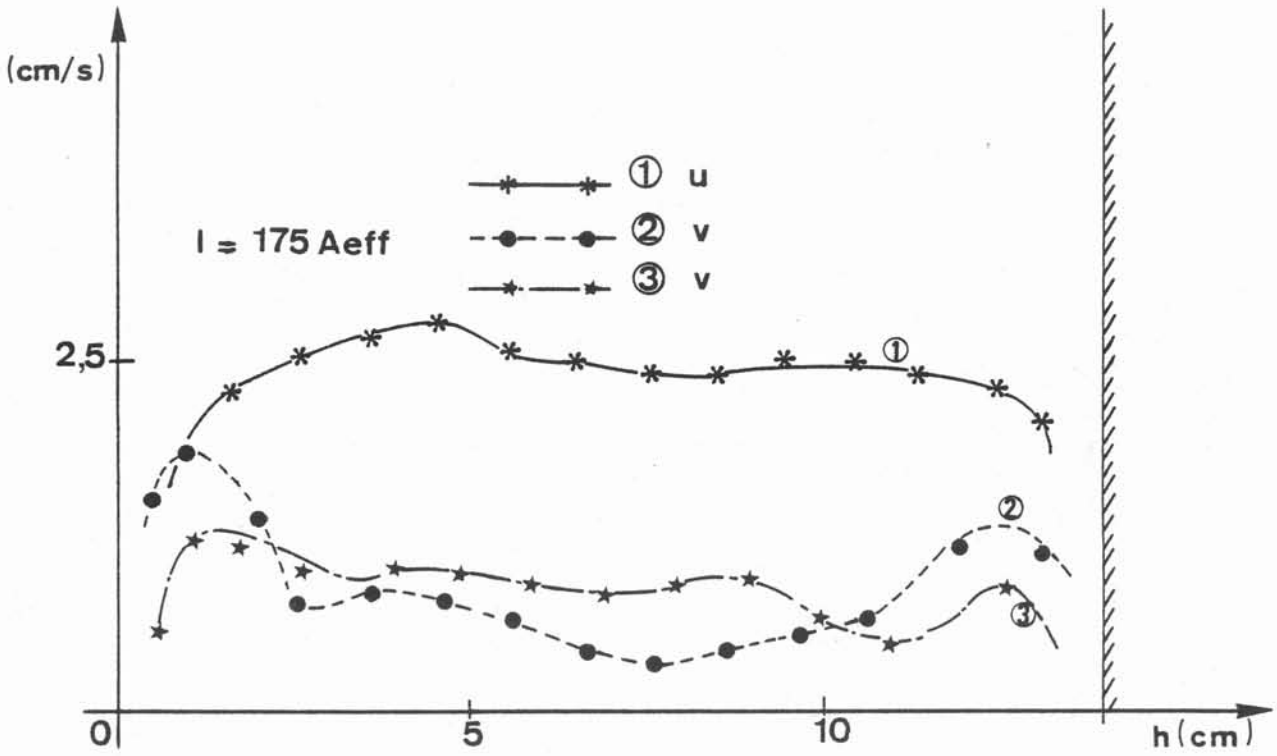
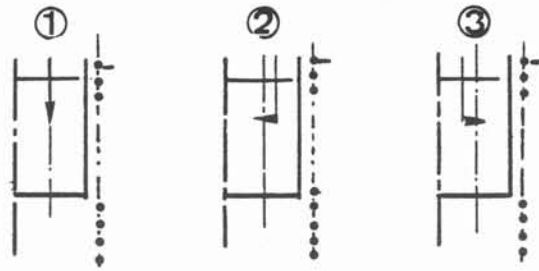


FIGURE V-17

Profil des vitesses moyennes verticale et radiale à mi rayon : sensibilité directionnelle de la sonde coudée

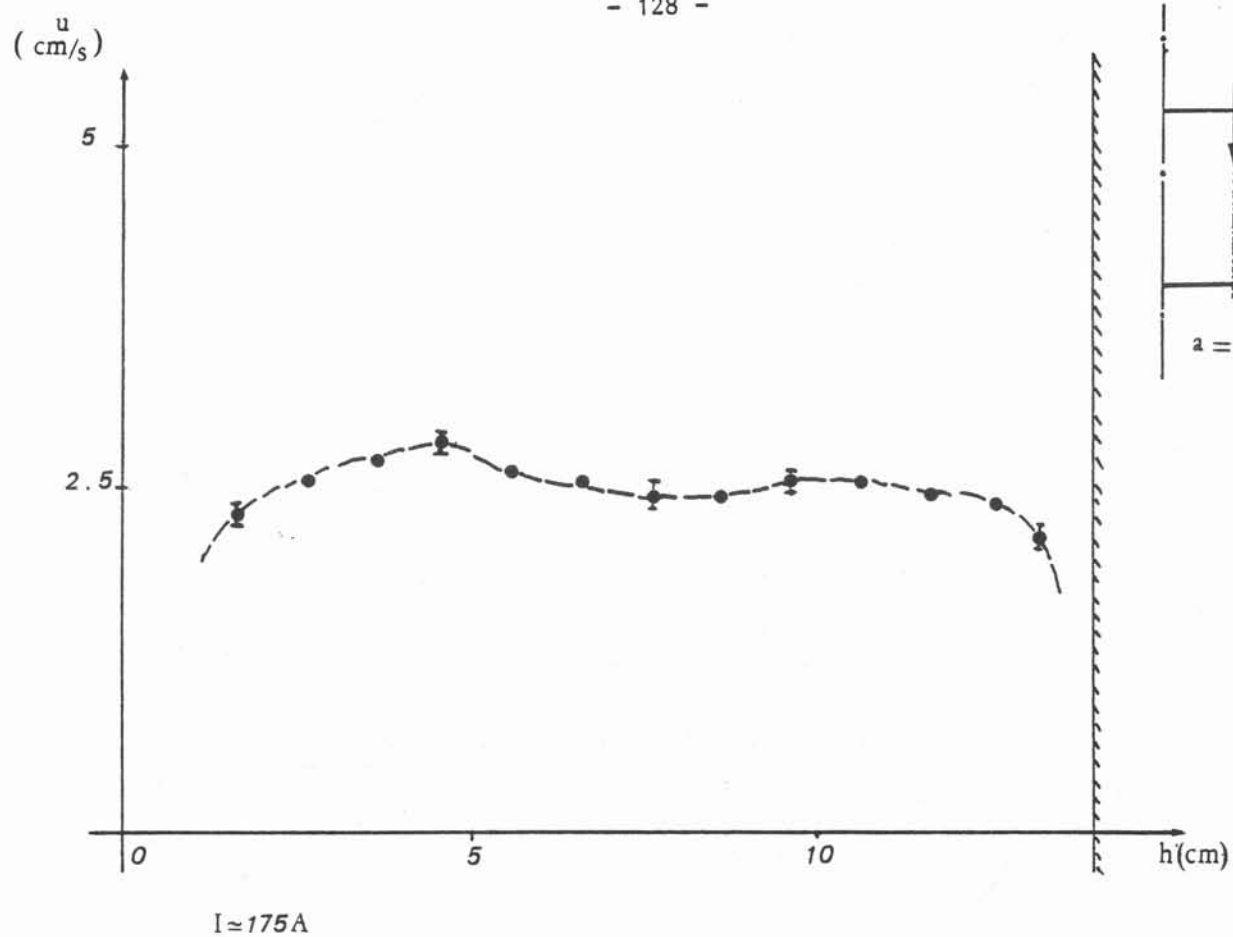
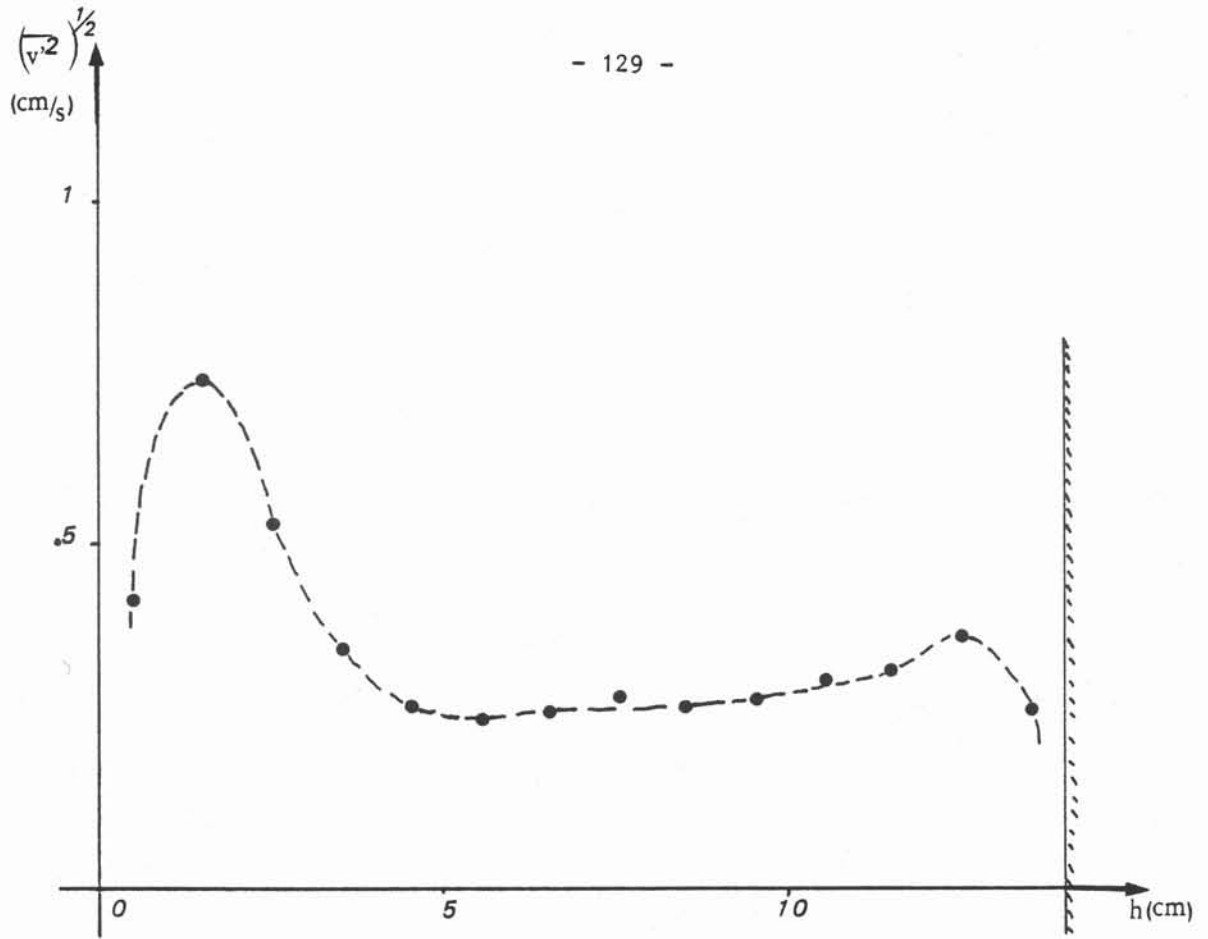


FIGURE V-18

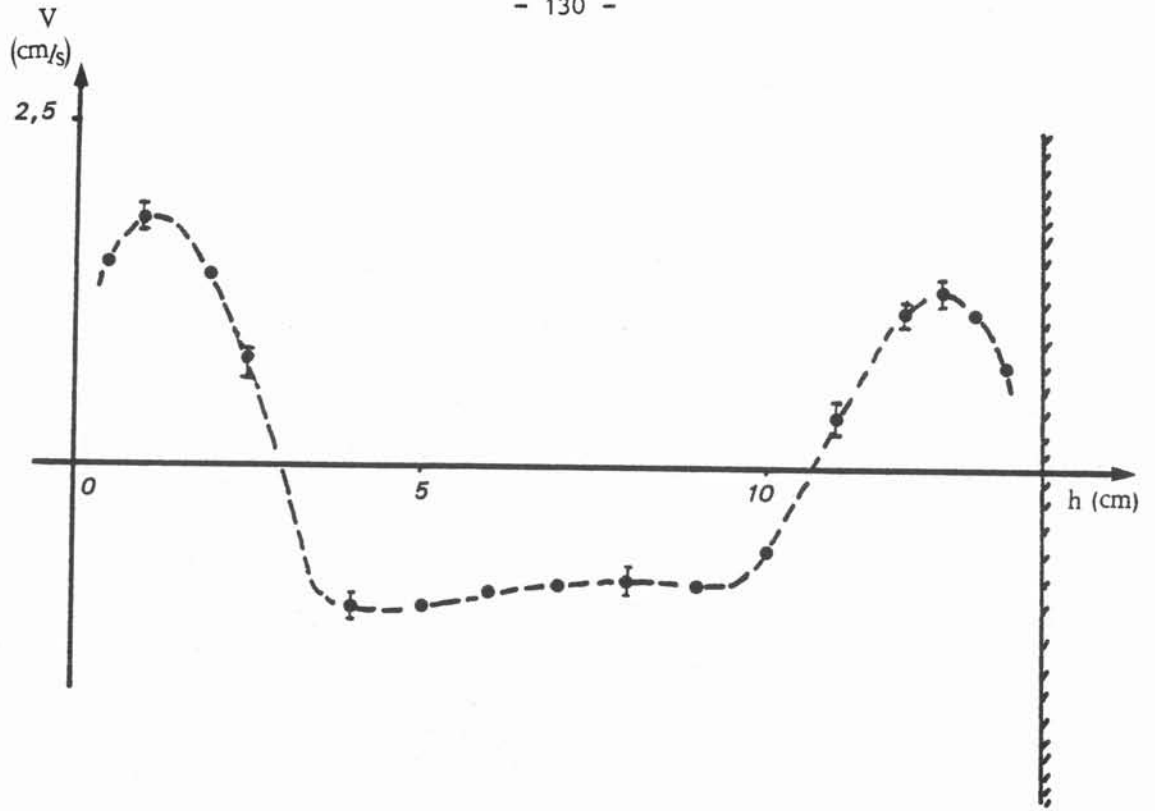
Profil de la vitesse verticale à mi rayon



$I \approx 175A$

FIGURE V-20

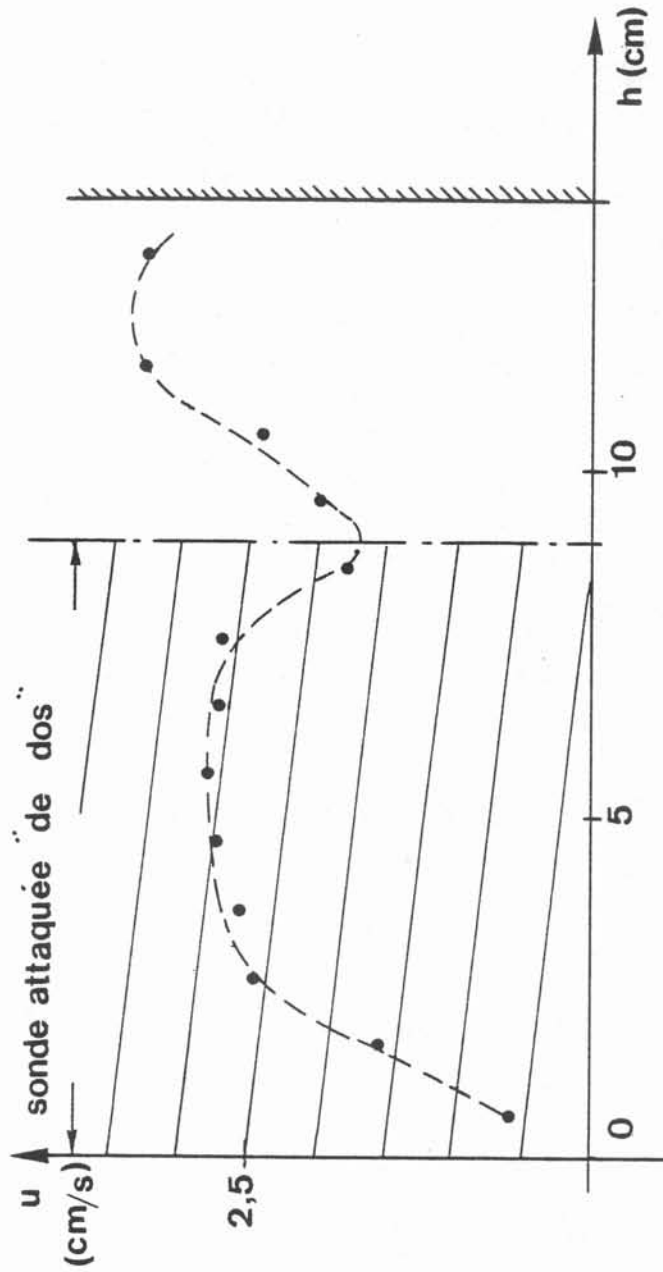
Profil des fluctuations de la vitesse radiale à mi rayon



$I \approx 175A$

FIGURE V-19

Profil de la vitesse radiale à mi rayon



I = 175 A

FIGURE V-21

Profil de la vitesse verticale à 1 cm de la paroi

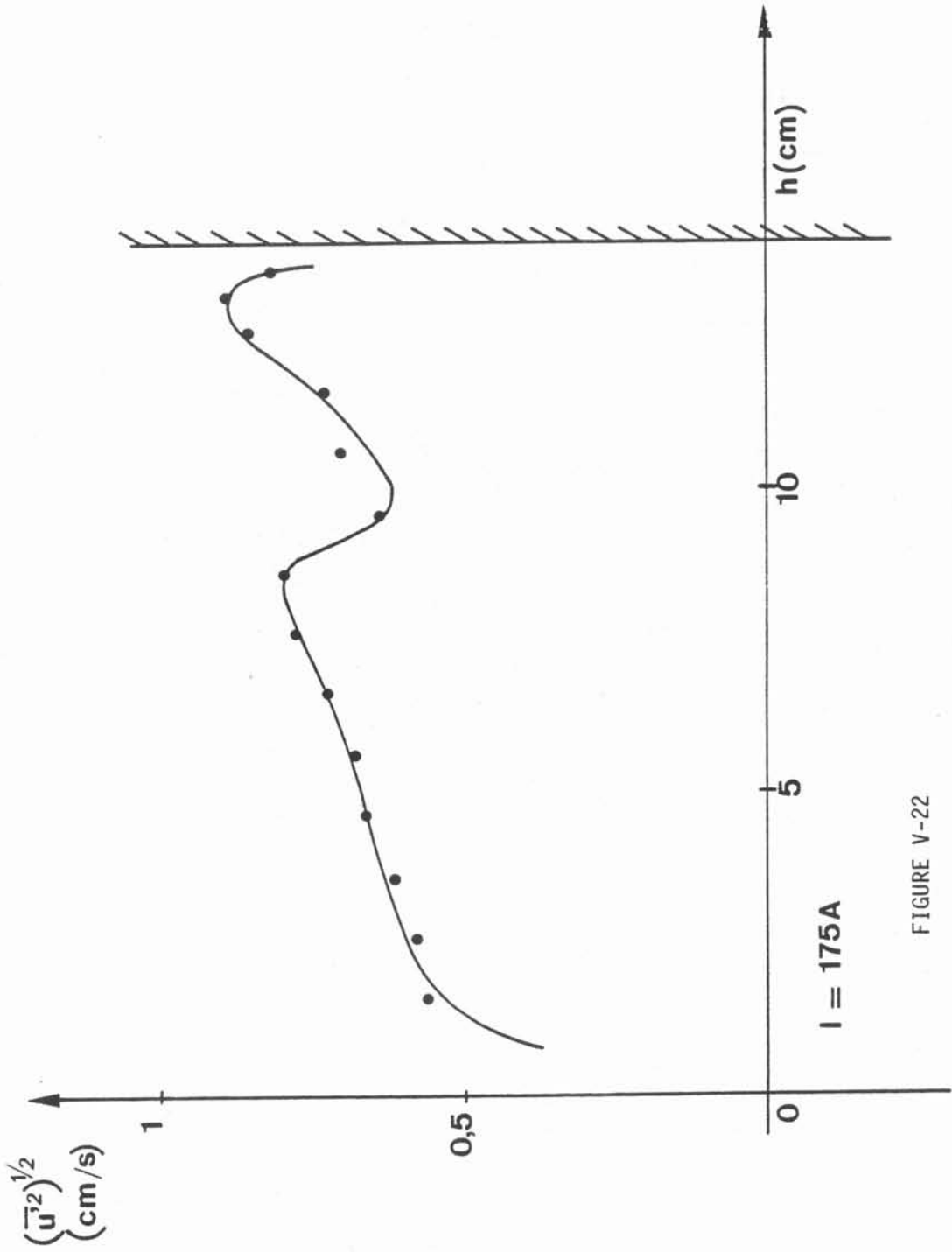


FIGURE V-22

Profil des fluctuations de la vitesse verticale à 1 cm de la paroi

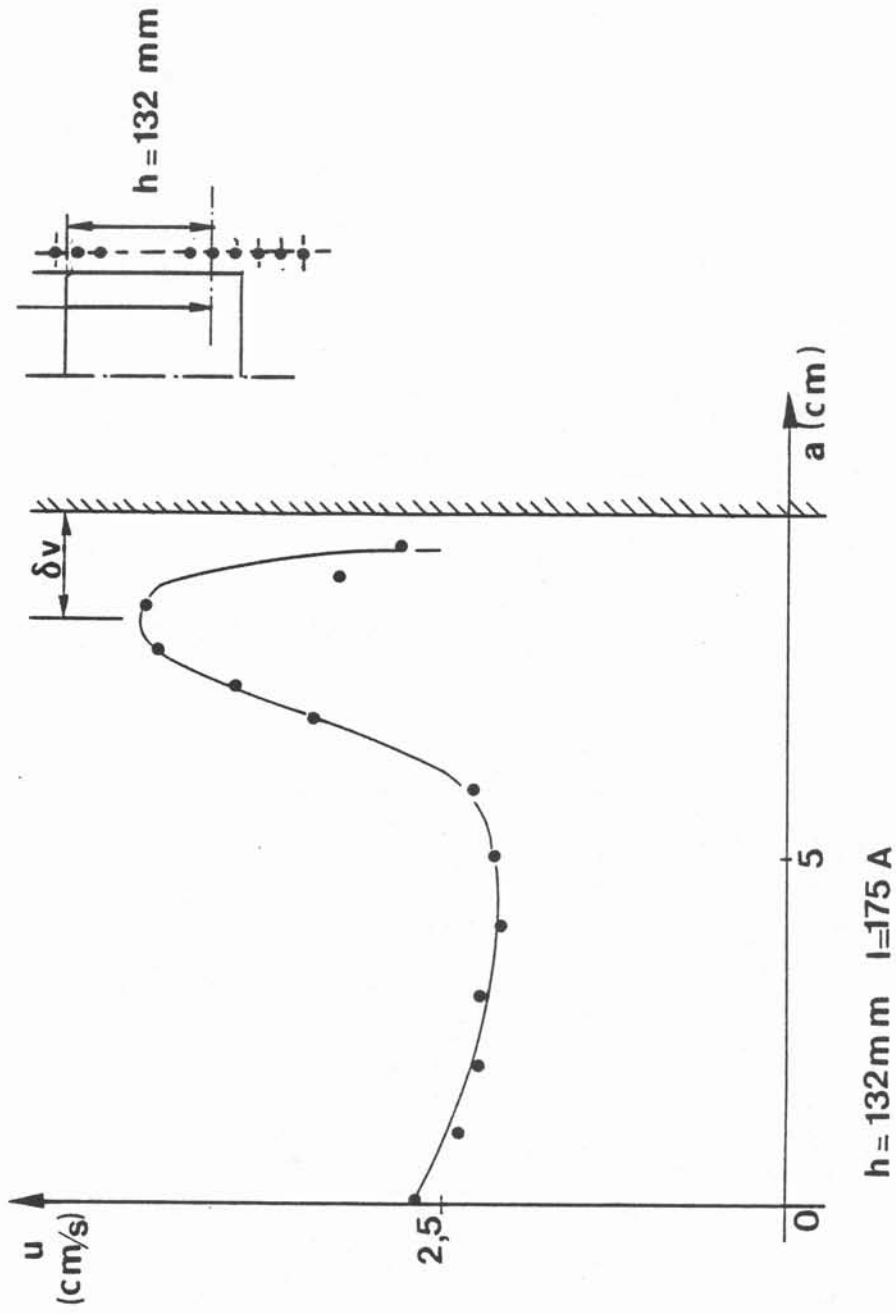


FIGURE V-23

Profil de la vitesse verticale à 132 mm de la surface libre

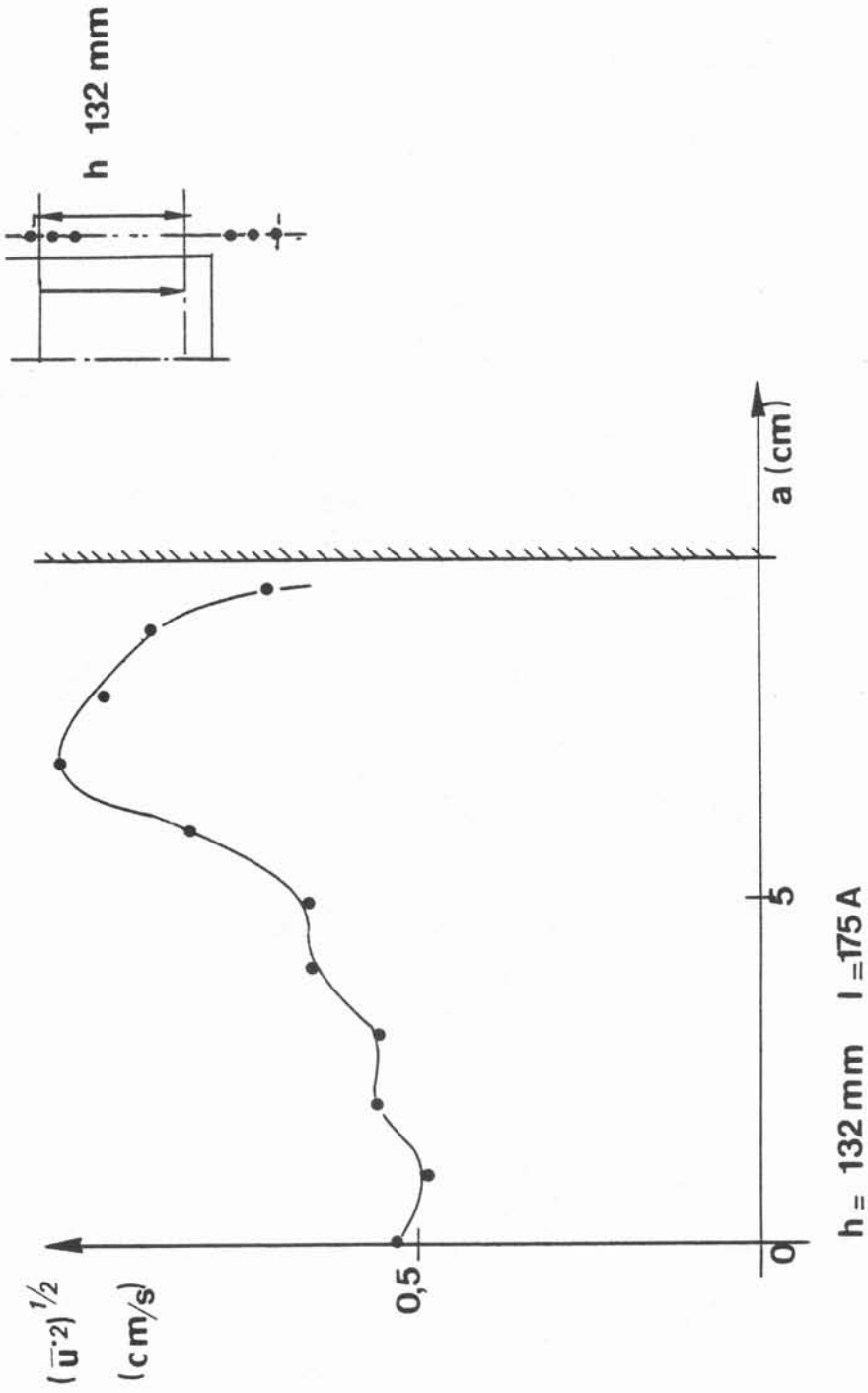


FIGURE V-24

Profil des fluctuations de la vitesse verticale à 132 mm de la surface libre

7.2. Profil des vitesses moyennes

Les vitesses mesurées ne représentent qu'une fraction comprise entre 0 et 45% de la vitesse d'Alfven U_0 précédemment définie (cf. ch. I). Notons au sujet de la direction verticale que les seules mesures significatives effectuées sont relatives à un écoulement dirigé de bas en haut du creuset : cela provient de l'impossibilité matérielle d'orienter la sonde dans l'autre sens. Toutefois, l'utilisation de sondes à fils chauds en position radiale nous a permis de connaître le sens de la vitesse le long de la verticale au centre de la charge et à un centimètre de la paroi et de déterminer par la suite la limite des vortex. Les figures (V - 5-a, V - 17, V - 19) représentent les distributions de la vitesse moyenne approximativement radiale avec une intensité de courant d'excitation égale à 110 et 175 A efficaces à la fréquence de 4 650 Hz. Les maxima de vitesses mesurées sont portés dans le tableau ci-après.

I (A _{eff})	110	175
$U_0 = \frac{B_0}{(\mu\rho)^{1/2}}$ (cm/s)	7,7	10,8
u_{\max} (cm/s)	3,2	4,8
$(\overline{u'^2})^{1/2}_{\max}$ (cm/s)	0,9	1,2
$\frac{u_{\max}}{U_0}$	0,42	0,44
$\frac{(\overline{u'^2})^{1/2}_{\max}}{U_0}$	0,12	0,11
$\frac{(\overline{u'^2})^{1/2}_{\max}}{u_{\max}}$	0,28	0,25

Compte tenu de la sensibilité directionnelle de la sonde, l'attaque "de front" se caractérise toujours par une réponse en tension beaucoup plus importante, d'où une vitesse correspondante élevée (cf. fig. V - 17) ; ce qui nous a permis de tracer la partie négative des profils de la vitesse radiale à mi-rayon dans les deux cas étudiés. Nous avons vérifié que ce profil de vitesse de l'écoulement ainsi dressé satisfaisait à l'équation de continuité.

7.3. Intensité de la turbulence

Elle peut aller jusqu'à 30% de la vitesse moyenne. Les figures (V - 5-b, 7 , 8 -b, 10 , 11, 14., 16 , 20 , 24..) donnent les distributions des fluctuations de vitesse pour un courant d'excitation de 110 et 175 A-efficaces- à la fréquence de 4 650 Hz. Ces résultats mettent en évidence le caractère fortement turbulent du mouvement. L'intensité de turbulence est approximativement constante dans les régions centrales du creuset tandis qu'elle croît près de la peau électromagnétique.

7.4. Aspects expérimentaux de la couche limite turbulente

La couche limite turbulente cinématique est la partie du bain dans laquelle la vitesse passe de sa valeur moyenne maximale à zéro sur la paroi (cf. Fig. V -27).

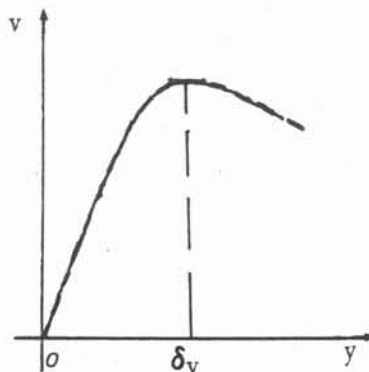
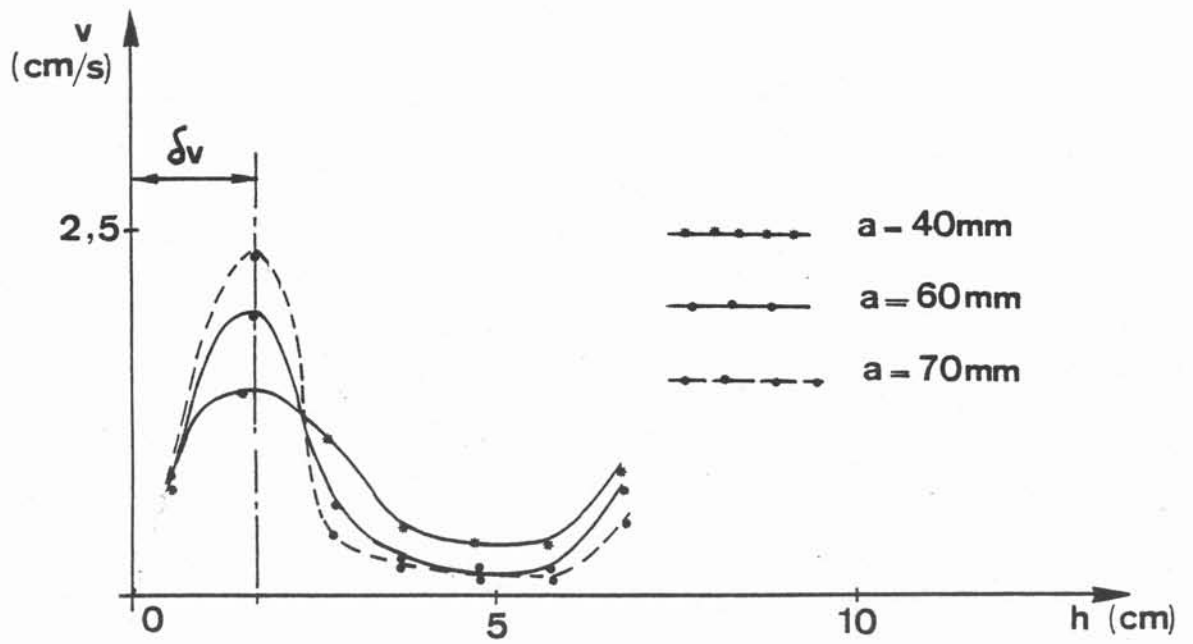
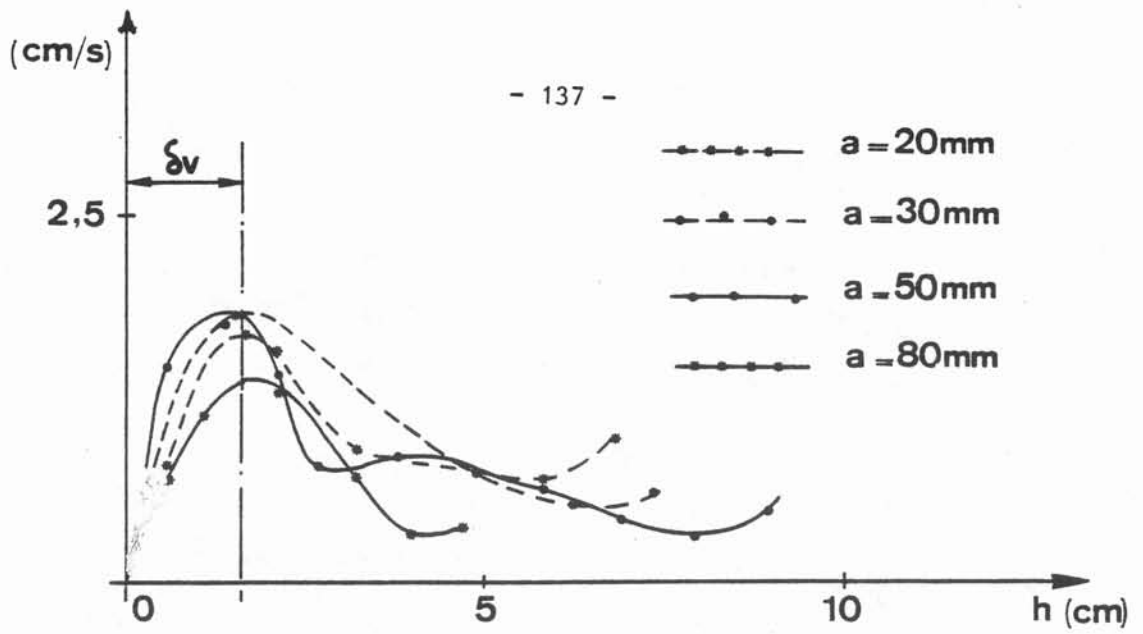


Figure V-27

Profil de la vitesse le long d'une paroi



$I = 175\text{A}$

FIGURE V-28

Profil de la vitesse moyenne radiale et détermination de la couche limite turbulente

Selon les profils expérimentaux de la vitesse moyenne radiale (cf. figure V -28), la couche limite turbulente mesurée, de l'ordre de 1,5 cm, est toujours plus grande que l'épaisseur de peau électromagnétique (KOANDA, FAUTRELLE, 1982) (4). Ceci est d'ailleurs confirmé par la distribution de l'échelle intégrale (cf. § 4.3.) et la fig. V-23 :

7.4.1. Courbe d'autocorrélation et évolution de l'échelle intégrale en différents points du creuset : Il est intéressant de mesurer l'échelle intégrale ou échelle des tourbillons énergétiques (16), en différents points et pour différentes intensités.

7.4.1.1. La courbe d'autocorrélation : Le corrélateur numérique nous a permis, grâce à une table traçante, de tracer les courbes d'autocorrélation en tout point de mesure, i.e.,

$$c(\tau) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{t} \int_0^t v(t) v(t+\tau) dt \quad (5,1)$$

Pour $\tau = 0$, l'autocorrélation est maximale et égale à 1. Pour τ très grand, il n'y a plus de corrélation possible entre $v(t)$ et $v(t+\tau)$; la valeur de la fonction d'autocorrélation tend vers zéro.

Les courbes sont tracées pour les caractéristiques de l'appareil utilisé de fabrication Schlumberger jusqu'à 256 θ ; 256 est le nombre de points de mesures et $\theta = 10$ ms, l'intervalle de temps entre chacun d'eux.

7.4.1.2. Evolution de l'échelle intégrale pour une intensité inductrice fixée : $I = 175 A_{eff}$:

Le tableau (V- a) ci-après et le graphe (V - 30) donnent les valeurs mesurées de l'échelle intégrale l du mouvement, en différents points du creuset, pour un courant inducteur de $175 A_{eff}$. à la fréquence de 4 650 Hz. Les mesures ont été effectuées à mi-rayon. Pour les

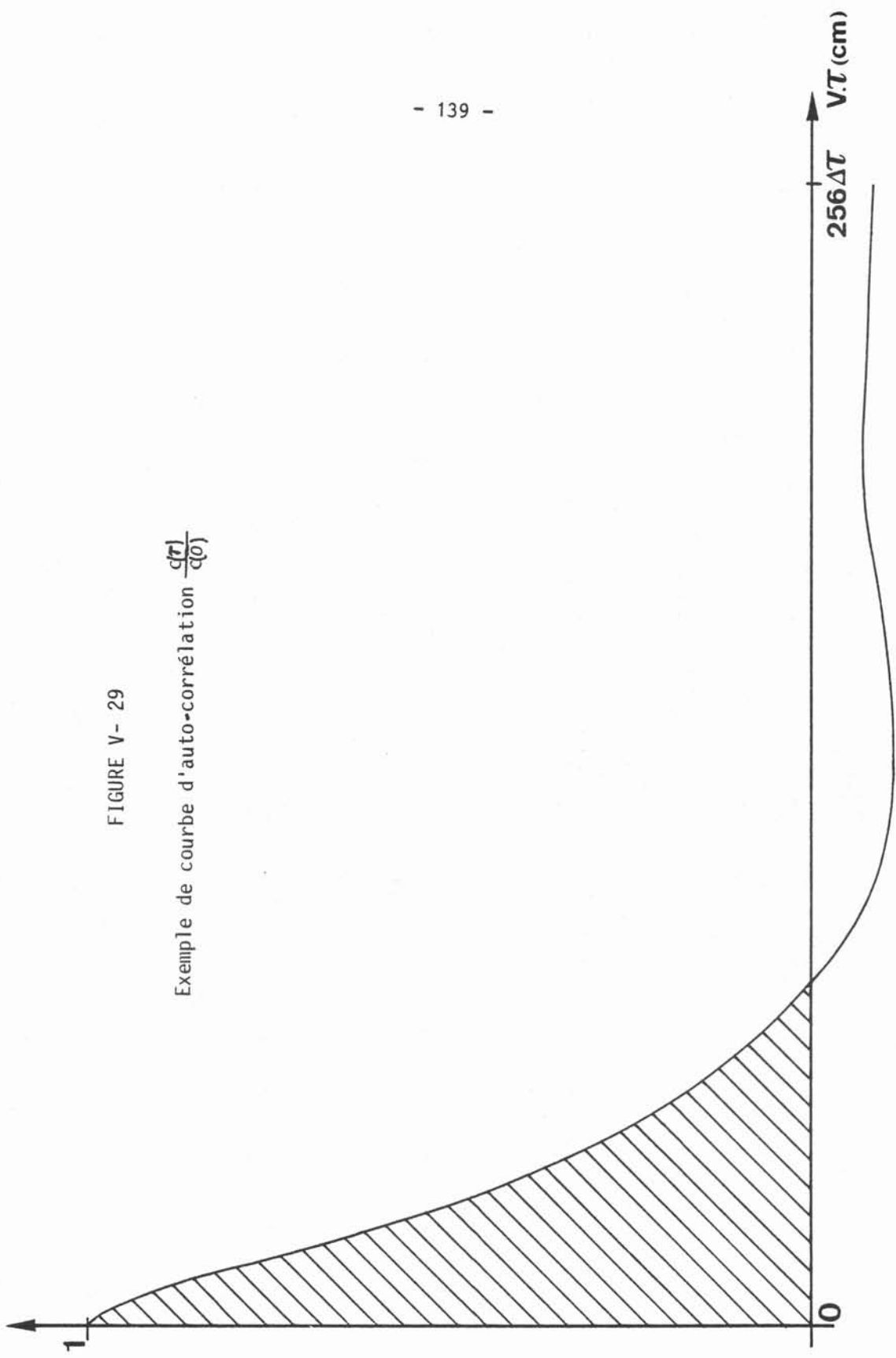


FIGURE V - 29
 Exemple de courbe d'auto-corrélation $\frac{c(\tau)}{c(0)}$

points situés en dehors de la peau électromagnétique, on ne constate pas de variations significatives d'ordre de grandeur de l dont la valeur est d'environ $3,5 \cdot 10^{-3}m$

Tableau V - a

(h(mm)	!	2	5	7	16	70	92)
(!)
(l(mm)	!	1,8	2,5	2,5	3,0	3,4	3,7)
(!)

L'évolution de l'échelle intégrale à partir de la surface libre donne aussi une indication de l'épaisseur de la couche limite turbulente. En effet, selon les résultats classiques de la couche limite turbulente, l est constant hors de la couche turbulente, soit expérimentalement dans notre cas :

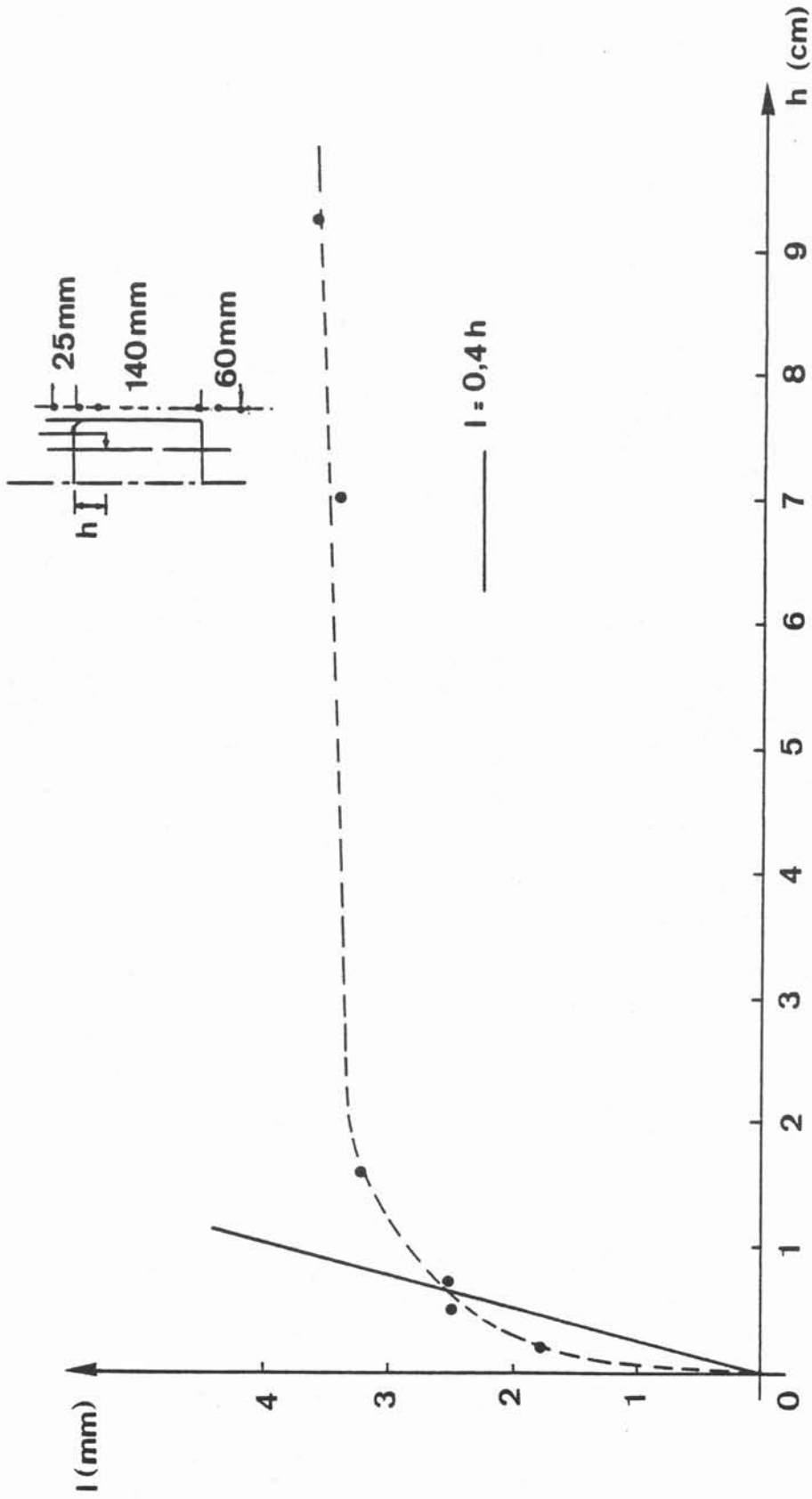
$$\delta_v = 1.5 \text{ cm}$$

ce qui recoupe les observations effectuées à partir des profils de vitesse.

7.4.1.3. Evolution de l'échelle intégrale en un point donné en fonction de l'intensité du courant inducteur :

L'échelle intégrale diminue avec l'intensité du courant d'excitation. La courbe de la figure (V - 31) donne l'évolution de l'échelle intégrale à mi-rayon pour une hauteur de charge repérée par rapport à la surface libre de 16 mm. Cette courbe est cohérente avec l'élargissement des spectres de turbulence vers les hautes fréquence (cf. § 7.5).

(I (A)	!	105,8	131	176,5)
(!)
(l(mm)	!	5,1	4,3	3,4)
(!)



$l \approx 175A$

FIGURE V-30

Evolution de l'échelle intégrale à mi rayon en fonction de la hauteur de la charge

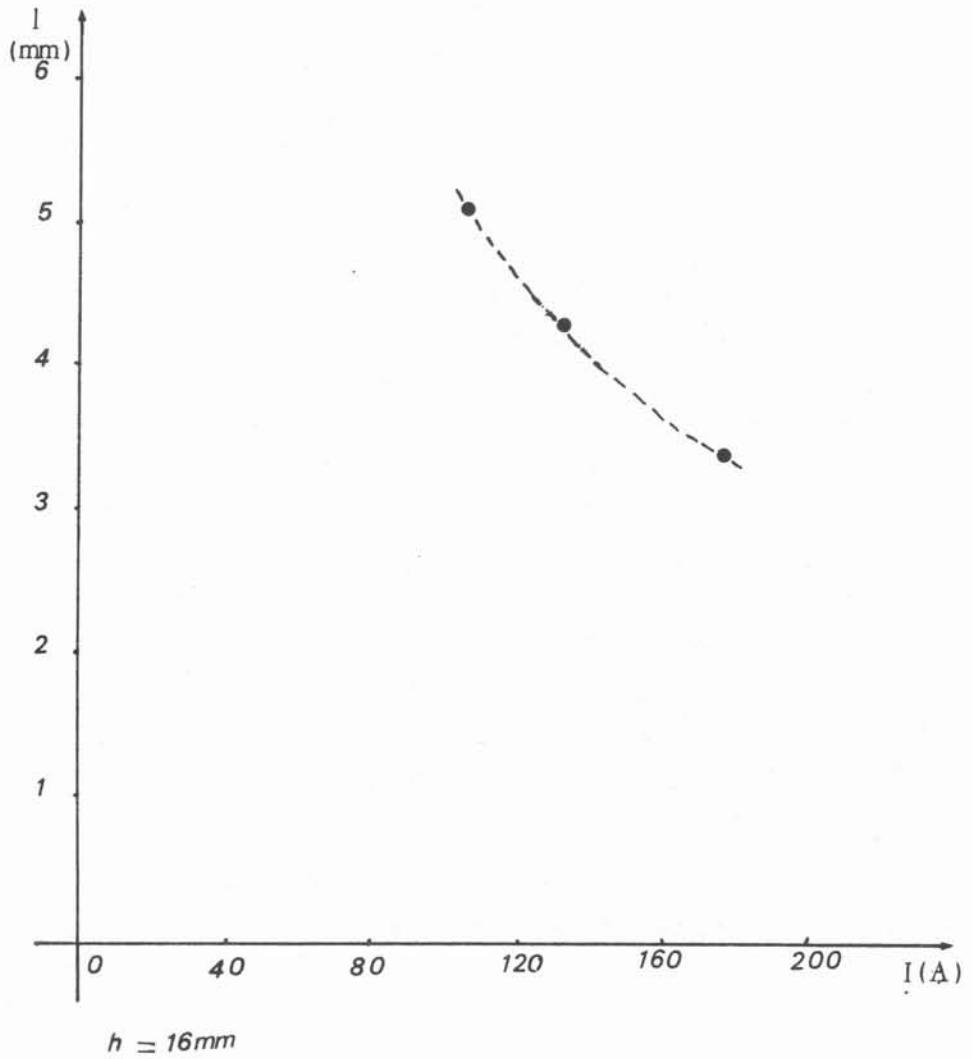


FIGURE V-31

Evolution de l'échelle intégrale en un point en fonction du courant inducteur

7.5. Etude de la turbulence : spectre d'énergie

L'examen des spectres d'énergie montre :

- en un point donné, un élargissement de la bande de fréquence, lorsque l'intensité du courant inducteur augmente : fréquence maximum 25 - 30 Hz. (cf. Fig. V -34-a,b,c), ce qui est conforme à l'intuition.
- à intensité donné, en décrivant une verticale à mi-rayon, on observe selon le point de mesure, des spectres avec une petite zone inertielle dont les pentes varient comme l'indique le tableau ci-dessous.

h(mm)	2	5	16	35
pente du spectre	-0,7	-0,8	-1,7	-1,7

Dans la région centrale, la turbulence n'a pas de caractères spécifiques : par contre, dans la peau électromagnétique, les pentes sont plus faibles ($\sim -2/3$), valeurs proches de celles mesurées par Cremer-Aleman (1979).

7.6. Influence de l'intensité du courant inducteur sur le mouvement :

Le dispositif expérimental utilisé pour l'étude du brassage nous permettant de travailler à puissance variable, nous avons recherché l'influence du courant inducteur sur la vitesse et les fluctuations de vitesse. Toutefois, les conditions d'échauffement du bain et la bonne tenue de la virole du creuset, nous ont contraints à limiter l'intensité des courants dans l'inducteur à 230 A_{eff}.

La figure (V - 33) indique les variations mesurées en un point de la vitesse moyenne v dans le creuset en fonction de l'intensité I du courant pour la fréquence maximale de 4 650 Hz. La droite d'interpolation

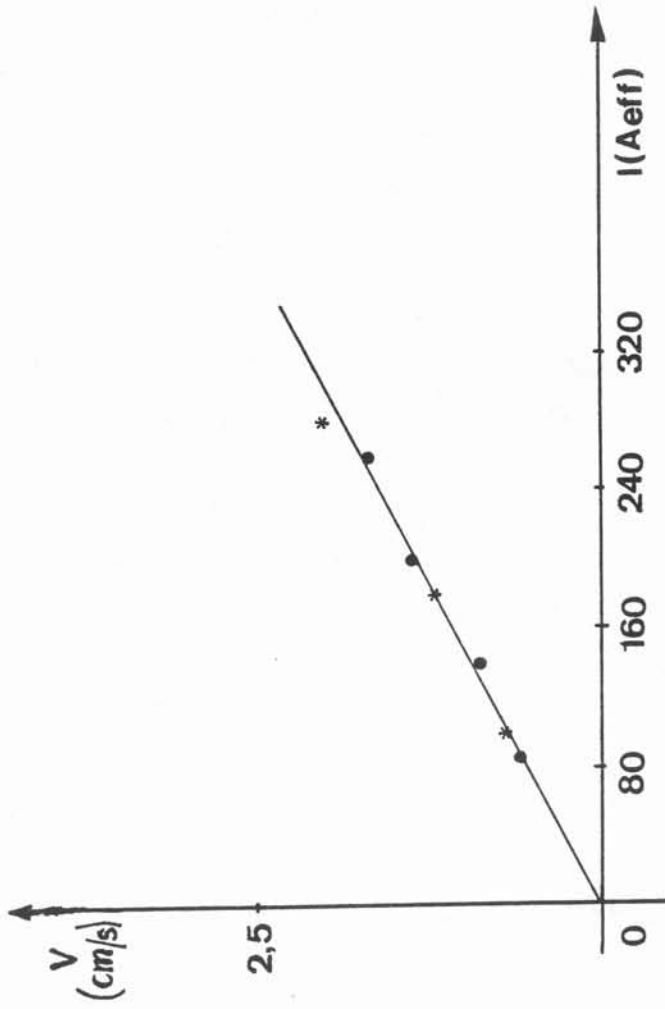


FIGURE V-32

Variation de la vitesse moyenne radiale en fonction de l'intensité du courant inducteur

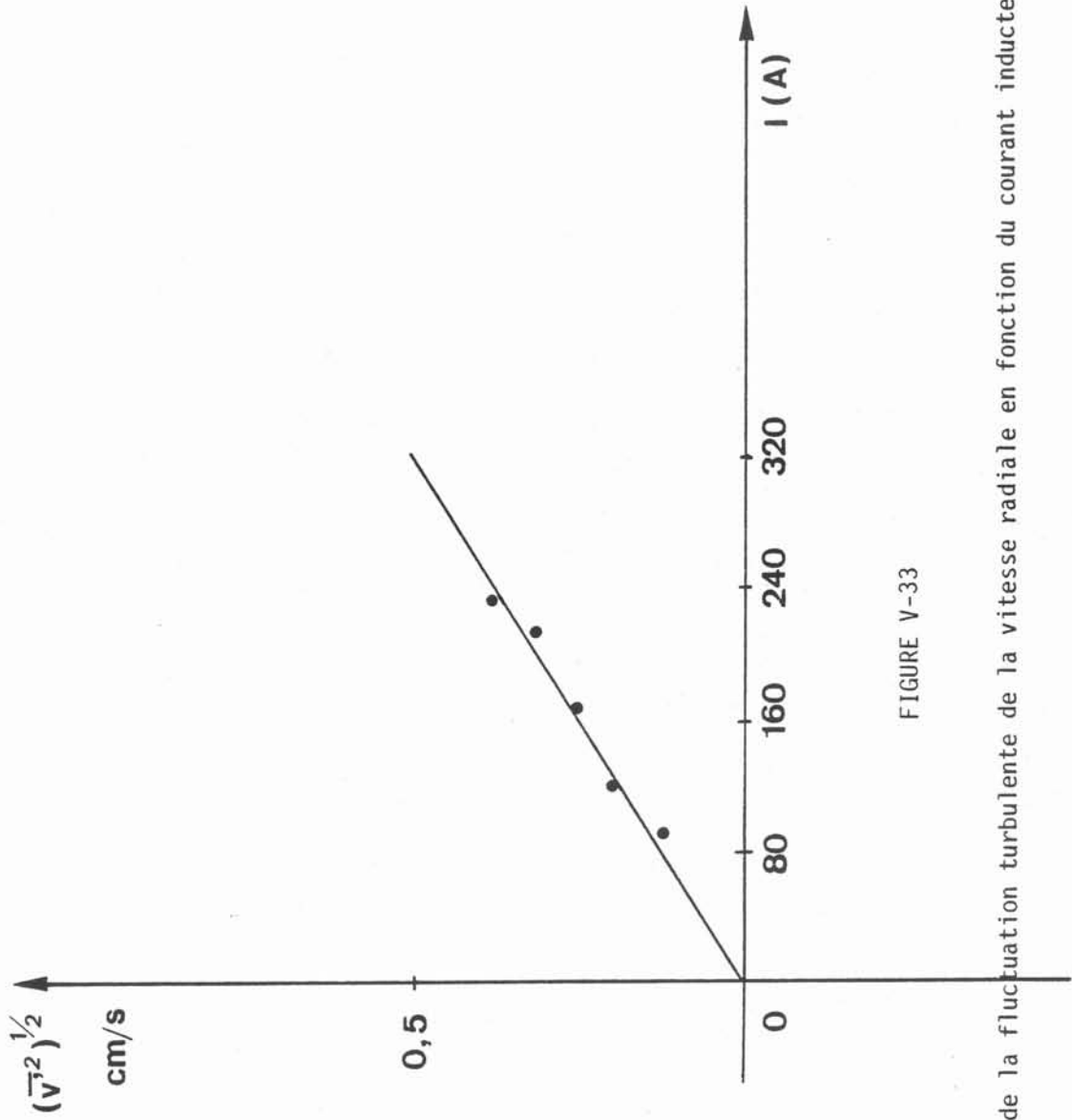


FIGURE V-33

Variation de la fluctuation turbulente de la vitesse radiale en fonction du courant inducteur

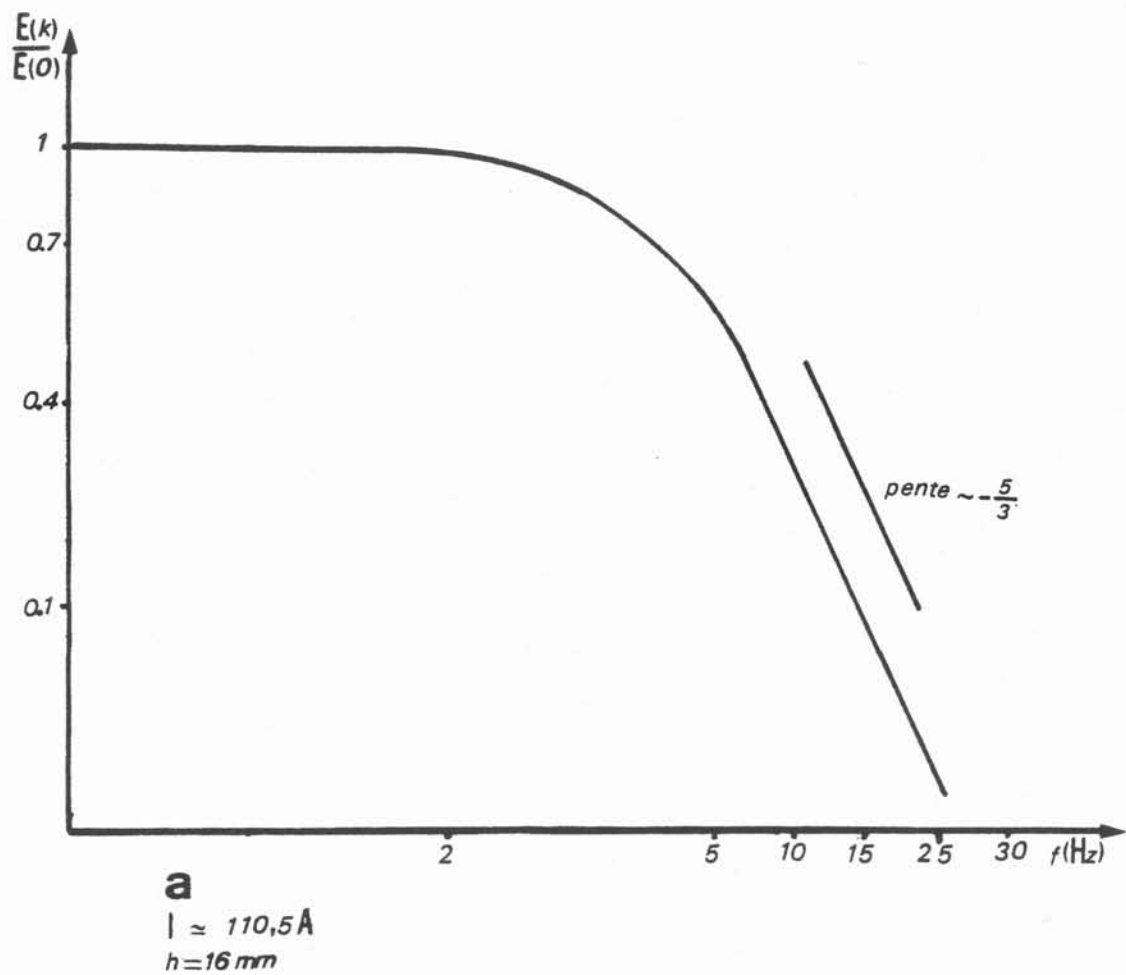
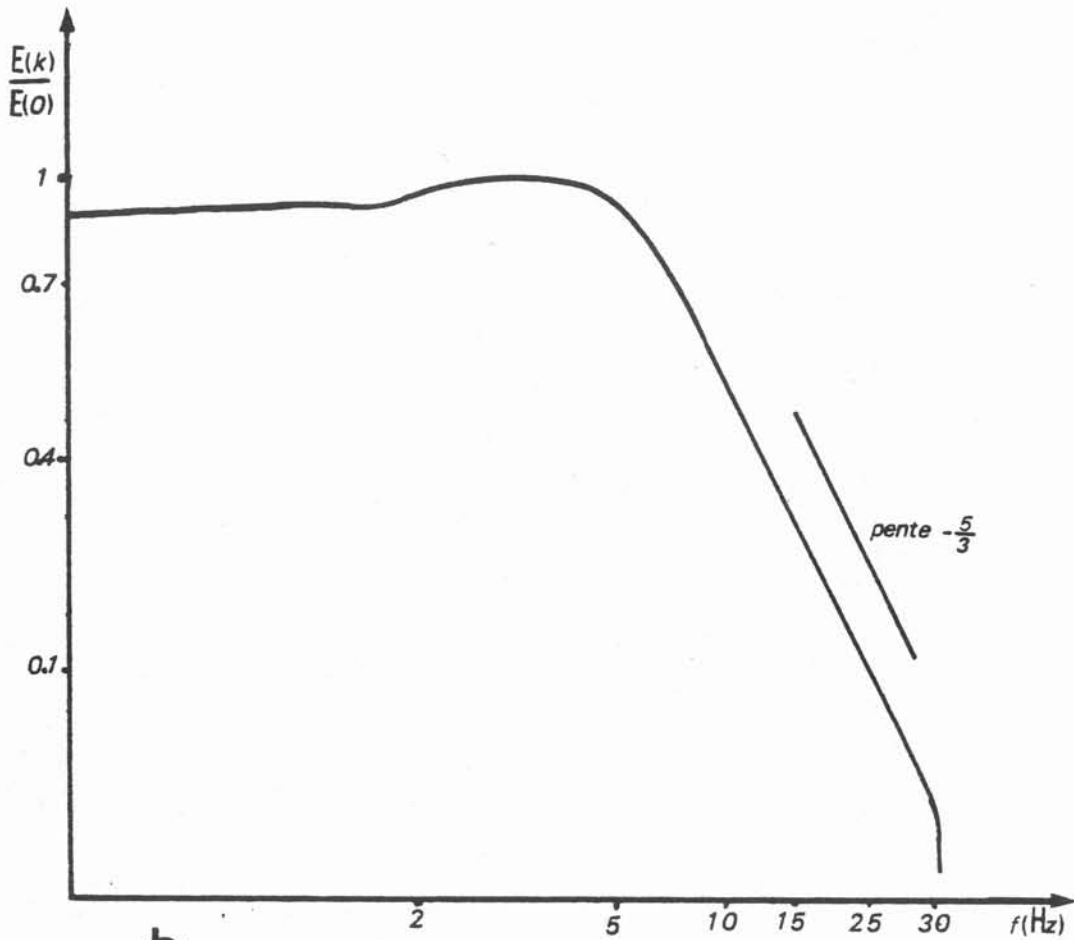
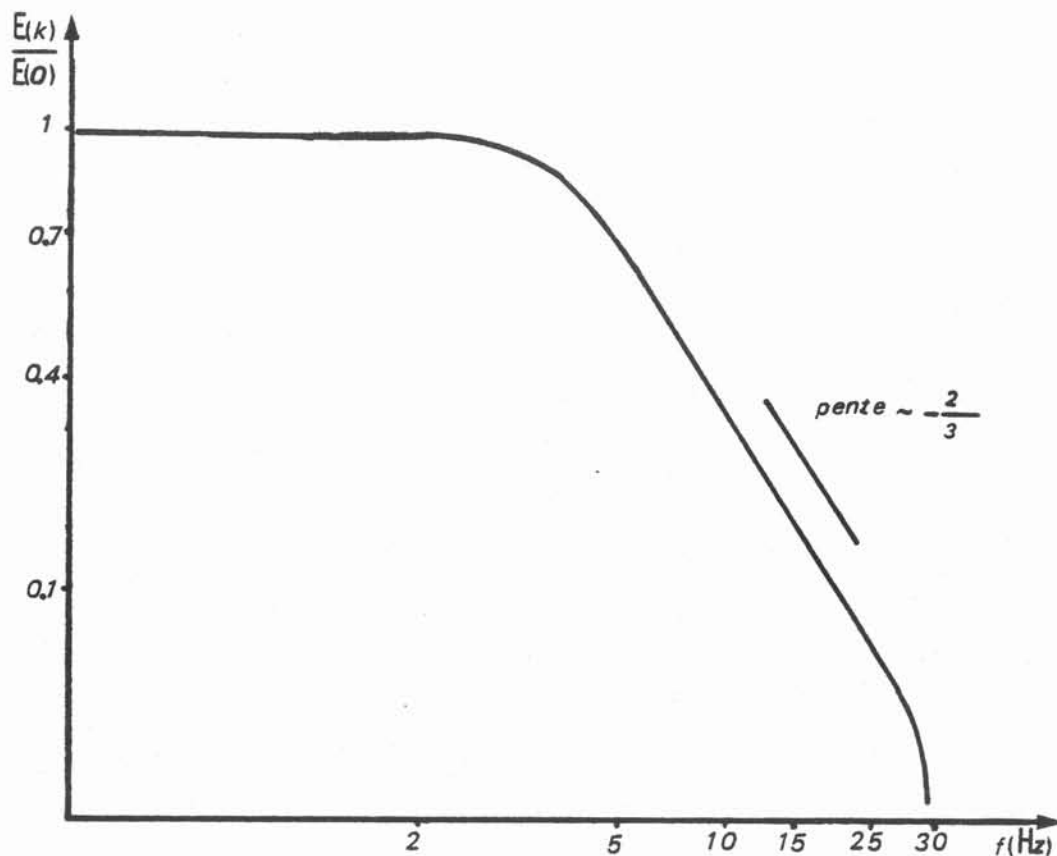


FIGURE V-34

Spectres unidirectionnels de turbulence en certains points différents du creuset



(b)
 $I \approx 175A$
 $h = 16 \text{ mm}$



(C)
 $l \approx 175 \text{ \AA}$
 $h = 2 \text{ mm}$

obtenue par la méthode des moindres carrés, a une pente égale à $6.25 \cdot 10^{-2} \text{cm A}^{-1} \text{s}^{-1}$. Fautrelle, dans une étude analytique du mouvement, prévoit une loi linéaire de variation de la vitesse moyenne en fonction du courant. Nos résultats sont en accord avec cette théorie. La fig. (V - 33) donne la variation de la fluctuation turbulente de vitesse au même point en fonction de l'intensité du courant. La dépendance est aussi approximativement linéaire.

8. INTERPRETATION DES RESULTATS

Nous nous proposons dans ce paragraphe, de donner une interprétation des résultats expérimentaux obtenus, et de les situer par rapport aux modèles classiques de la turbulence.

8.1. Etude des équations du mouvement

Les équations générales régissant le mouvement moyen stationnaire sont les équations de Reynolds :

$$\vec{u} \cdot \nabla \vec{u} + \vec{\nabla} P = \frac{\langle \vec{J} \times \vec{B} \rangle}{\rho} + \vec{\nabla} \cdot \frac{\vec{\tau}}{\rho} \quad (5,2)$$
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad ,$$

où $\vec{\tau}$ désigne le tenseur comprenant les contraintes visqueuses et de Reynolds que l'on peut écrire formellement :

$$\frac{\vec{\tau}}{\rho} = (\nu + \nu_t) \vec{e} \quad , \quad (5,3)$$

où ν_t désigne la viscosité turbulente, \vec{e} le tenseur de vitesse de déformation.

Dans notre cas, les forces motrices sont confinées dans une peau le long de la paroi ; les approximations de la couche limite sont valides, et, dans le repère local (x,y) précédemment défini (cf. § 4, ch. III), les équations du mouvement dans la peau se réduisent à (Fautrelle, 1982) :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{F_0}{\rho} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu + \nu_t \right) \frac{\partial u}{\partial y} \quad , \quad (5,4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad ,$$

Avec :
$$\frac{F_0}{\rho} = \frac{U_0^2}{a} f(x) e^{-2y/\delta} \quad ,$$

où :
$$f(x) = A_* \frac{dA_*}{dx_*} \quad ,$$

- u, v désignent les composantes longitudinale et transversale à la paroi.
- f(x) est une fonction de forme adimensionnelle (avec $A_* = \frac{A}{B_0 \delta}$).

Les conditions aux limites pour u et v sont :

- * $u = v = 0$ $y = 0$
- * $u = U(x)$ pour $y = \infty$, U(x) étant la vitesse moyenne à la paroi de l'écoulement hors de la peau.

Hors de la peau électromagnétique, les équations du mouvement sont identiques aux équations de Reynolds sans forces extérieures.

8.2. Modélisation du mouvement turbulent

La turbulence étant peu affectée par les effets du champ magnétique, il est possible en principe d'utiliser les modélisations classiques des écoulements turbulents. Ce sont par exemple les modèles de turbulence suivants :

- * viscosité turbulente constante $\nu_t = \nu_0$ constante empirique.
- * hypothèse de Prandtl : $\nu_t = l^2 (e_{ij} e_{ij})^{1/2}$, l étant une constante empirique désignant l'échelle des tourbillons énergétiques et e_{ij} les composantes du tenseur de vitesse de déformation.

* enfin, les modèles à deux équations $k - \epsilon$: $\nu_t = C_{\mu} \frac{k^2}{\epsilon}$, où k et ϵ désignent respectivement l'énergie cinétique de la turbulence et le taux de dissipation turbulente et sont calculées par deux équations de transport supplémentaires. C'est ce dernier modèle qui nous intéresse tout particulièrement.

8.3. Aspects théoriques de la couche limite turbulente "en peaux minces"

L'écoulement moyen dans la peau électromagnétique est régi par les équations (5,4). En ne tenant pas compte des forces d'inertie moyennes, il est possible d'esquisser le profil des vitesses moyennes et des fluctuations de vitesse. Pour cela, nous supposons le régime à inertie négligeable. Alors, les équations (5,4) se réduisent à :

$$\frac{F_0}{\rho} + \frac{\partial}{\partial y} (-\overline{u'v'}) = 0 \quad , \quad (5,5)$$

avec :

$$-\overline{u'v'} = \frac{\nu_t}{\rho} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad , \quad (5,6)$$

Par intégration de (5,5), il vient que :

$$-\frac{\tau}{\rho} = -\overline{u'v'} = U_0^2 \left(\frac{\delta}{2a} \right) f(x) e^{-\frac{2y}{\delta}} \equiv U_*^2 e^{-2y/\delta} \quad (5,7)$$

en posant $U_* = \left(\frac{\delta}{2a} \right)^{1/2} U_0 f^{1/2}$.

Si nous posons en outre :

$$\frac{\tau}{\rho} = \nu_t \frac{\partial u}{\partial y} \quad \text{avec} \quad \nu_t = \ell^2 \frac{\partial u}{\partial y} = \overline{u'\ell} \quad , \quad \ell = \ell(y) \quad ,$$

alors, (5,7) devient :

$$\ell^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 = U_*^2 e^{-2y/\delta} \quad , \quad (5,8)$$

d'où le profil de vitesse moyenne par intégration de (5,8) :

$$u = U_* \int_{\delta_0}^y \frac{e^{-\eta/\delta}}{\lambda(\eta)} d\eta + u(\delta_0) . \quad (5,9)$$

Pour estimer $u(\delta_0)$, nous pouvons écrire dans sa sous-couche visqueuse :

$$\nu \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\tau_0}{\rho} = U_*^2 . \quad (5,10)$$

δ_0 correspond soit à la hauteur de rugosité en régime turbulent rugueux, soit en régime turbulent lisse à l'épaisseur de la sous couche visqueuse définie par:

$$\lambda\left(\frac{\delta_0}{\nu}\right) U_* = O(1) . \quad (5,11)$$

On en déduit l'expression de $u(\delta_0)$:

$$u = \frac{U_*^2}{\nu} y \quad \text{d'où} \quad u(\delta_0) = \frac{U_*^2 \delta_0}{\nu} = \beta U_* . \quad (5,12)$$

β est un coefficient numérique, construit comme un nombre de Reynolds, et dont l'estimation imprécise, varie, depuis l'unité jusqu'à 30 comme le révèle la littérature (3), (5), (7), (14).

$$\beta = \frac{\delta_0 U_*}{\nu} . \quad (5,13)$$

de (5,9), il vient enfin :

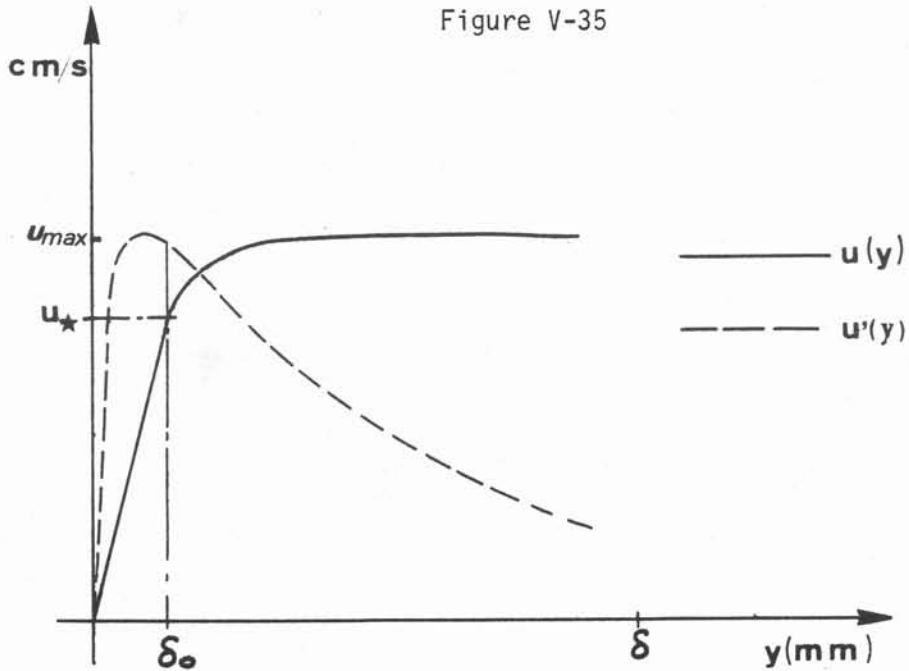
$$\frac{u}{U_*} = \int_{\delta_0}^y \frac{e^{-\eta/\delta}}{\lambda(\eta)} d\eta + \beta . \quad (5,14)$$

Quant à l'intensité de turbulence, elle satisfait à l'équation :

$$u' = \lambda(y) \frac{\partial u}{\partial y} = U_* e^{-y/\delta} \quad (5,15)$$

d'où l'allure des profils de vitesse moyenne et d'intensité de turbulence en fonction de y .

Figure V-35



Profils de vitesse moyenne et d' intensité de turbulence

Applications numériques :

Pour un courant inducteur de 175 Aefficaces et en choisissant $l(y) = 0,4y$ (cf. Ch. IV, § 4) :

$$B_0 = 141 \text{ gauss,}$$

$$u_* = 2,1 \text{ cm/s,}$$

$$U_0 = 10,8 \text{ cm/s,}$$

$$\delta_0 = \beta \times 510^{-6} \text{ m,}$$

$$U_* = u_* = 2,1 \text{ cm/s si } f = 1 \text{ (cf. Ch. IV, § 4), } u_{max} \approx 0,5 \text{ m/s !}$$

En choisissant $\beta = 1$, les courbes obtenues (cf. Fig. V - 35) permettent les conclusions suivantes :

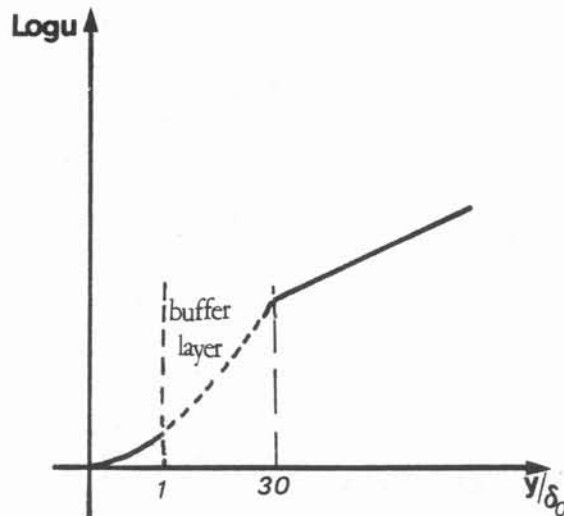
* Il est clair, d'après la formule (5,14), que, l'épaisseur de la couche limite turbulente est fortement correlée à $y = \delta$.

$$\delta_v \sim (\delta) \text{ , ce qui correspond aux mesures.}$$

- * Les variations de u et u' sont linéaires en fonction du courant inducteur en régime turbulent rugueux.
- * Par contre l'épaisseur δ_0 de la sous-couche visqueuse est très faible ($\sim 5 \cdot 10^{-6} \text{m}$) et les maxima d'intensités de turbulence mesurées sont bien éloignés de cette valeur de δ_0 .
- * Pourtant, l'ordre de grandeur de u_* (2,1 cm/s) est compatible avec les mesures, mais u_{max} est alors très grand !

$$\frac{u_{\text{max}}}{U_0} \sim 4,8$$

Une explication vraisemblable est de n'avoir pas tenu compte de la zone tampon (buffer layer) entre la zone logarithmique et la région visqueuse.



En outre, la rugosité du creuset est d'épaisseur comparable à δ_0 et il est probable que le régime soit intermédiaire entre le régime lisse et rugueux.

8.4. Résolution des équations de Navier-Stokes

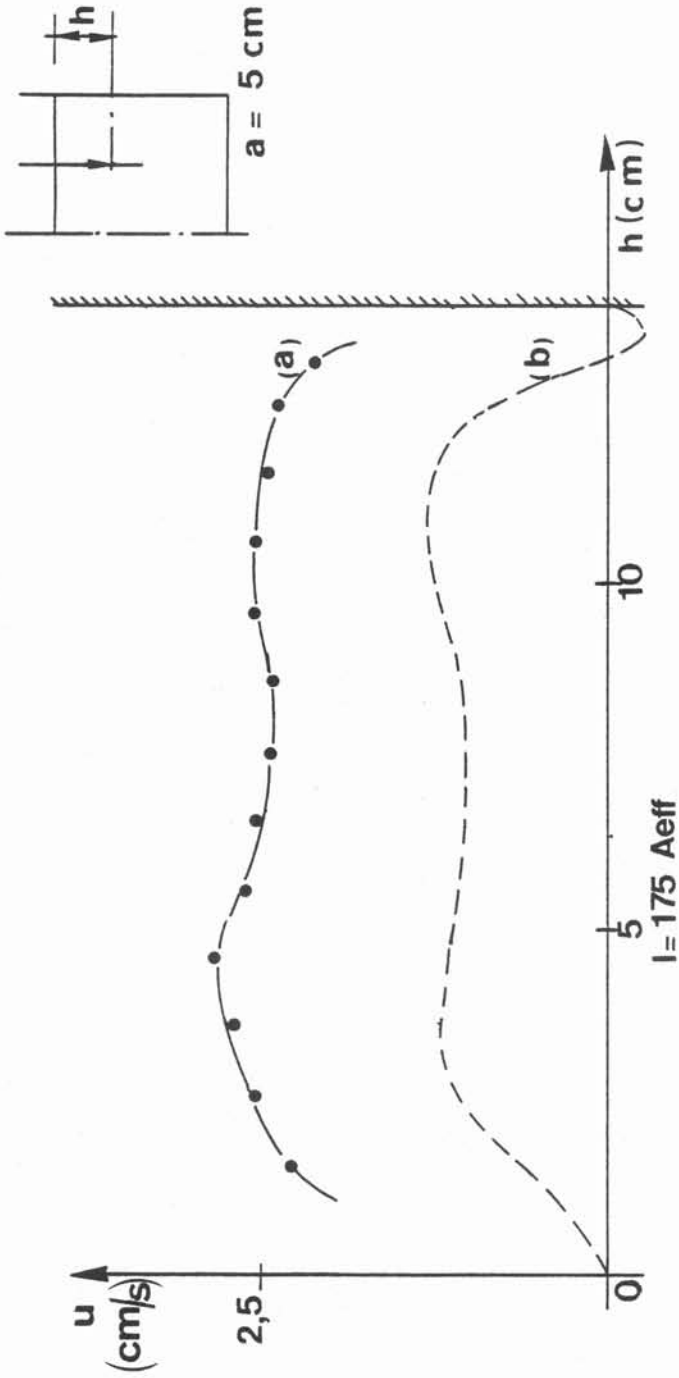
Grâce à l'utilisation d'un code de calcul développé à l'Imperial College et adapté par J. EVANS aux cas d'écoulement avec forces de volumes (2), (16), (17), (18), nous avons résolu les équations de Navier-Stokes dans lesquelles la viscosité turbulente est déterminée par les calculs supplémentaires de l'énergie cinétique de la turbulence k et le taux de dissipation ϵ . La méthode de résolution consiste à calculer les variables u , v , p par un schéma aux différences finies sur un maillage décalé. La procédure générale comprend le calcul des forces électromagnétiques obtenues à partir du champ magnétique calculé dans le chapitre III, puis celui du mouvement correspondant. Les conditions aux limites sont calées à partir des lois classiques de la couche limite turbulente de paroi.

8.5. Comparaison entre solutions numériques et résultats expérimentaux

Il y a deux points de comparaison :

8.5.1. La configuration de l'écoulement : le modèle $k - \epsilon$ fait apparaître une configuration d'écoulement organisé en deux vortex de dimensions inégales. La configuration calculée ne correspond pas dans le détail à la forme de l'écoulement présumé. Celle-ci est illustrée en fig. (V-25, 40)

8.5.2. Comparaison des vitesses : les profils calculés de vitesse radiale et verticale ainsi que les fluctuations qui leur sont associées ont été comparés aux profils expérimentaux obtenus à mi-rayon. Les figures (V - 36,37,38,39) illustrent les résultats obtenus. Bien que les ordres de grandeur des vitesses soient comparables, les profils théoriques diffèrent sensiblement des mesures. En outre, les fluctuations de vitesse déduites du modèle avec une hypothèse d'isotropie de la turbulence, semblent être surestimées en comparaison des fluctuations mesurées.



a — profil expérimental

b — profil calculé numériquement

FIGURE V-36

Profils comparés de la vitesse verticale à mi rayon

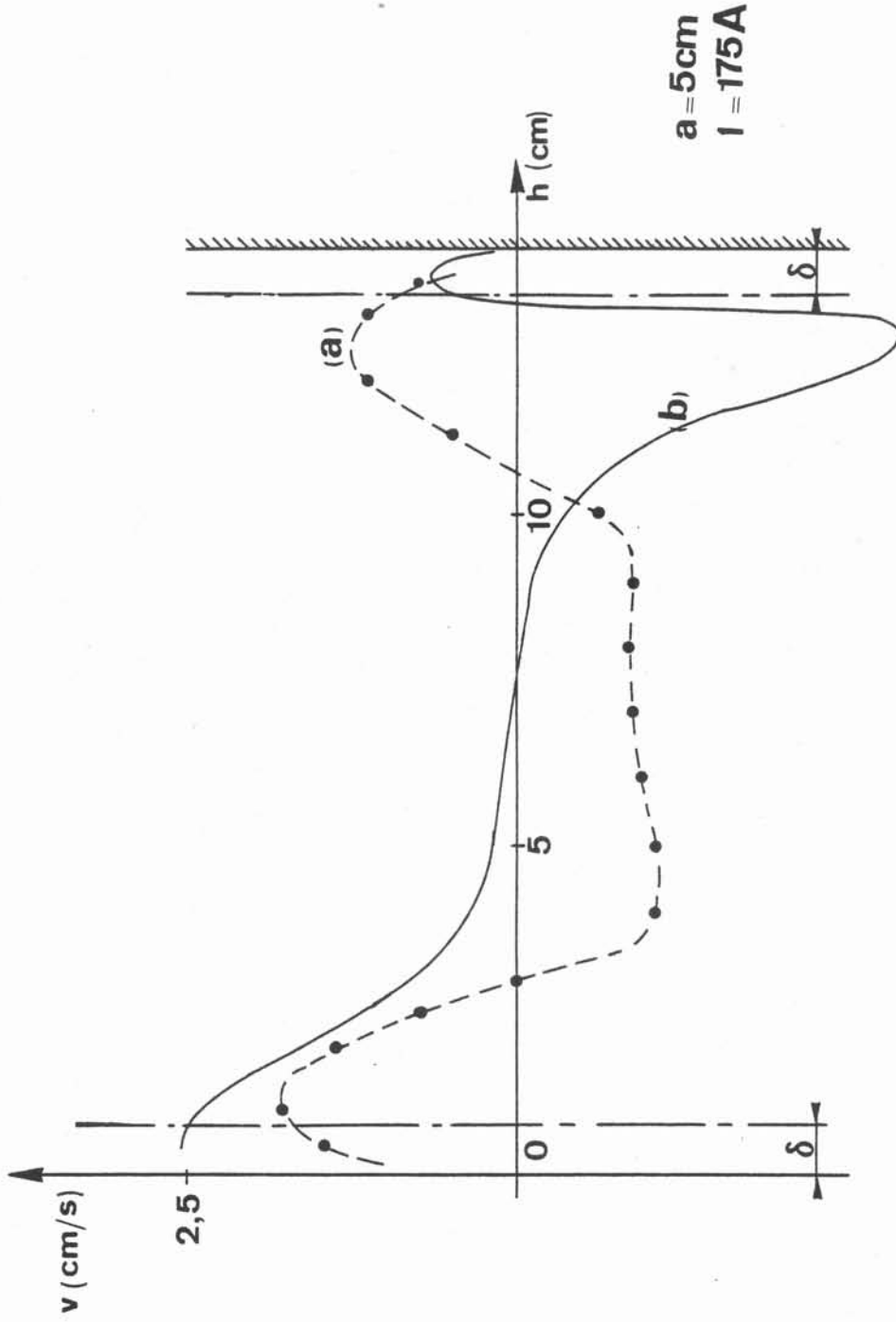


FIGURE V-37

Profils comparés de lavitesse radiale à mi rayon

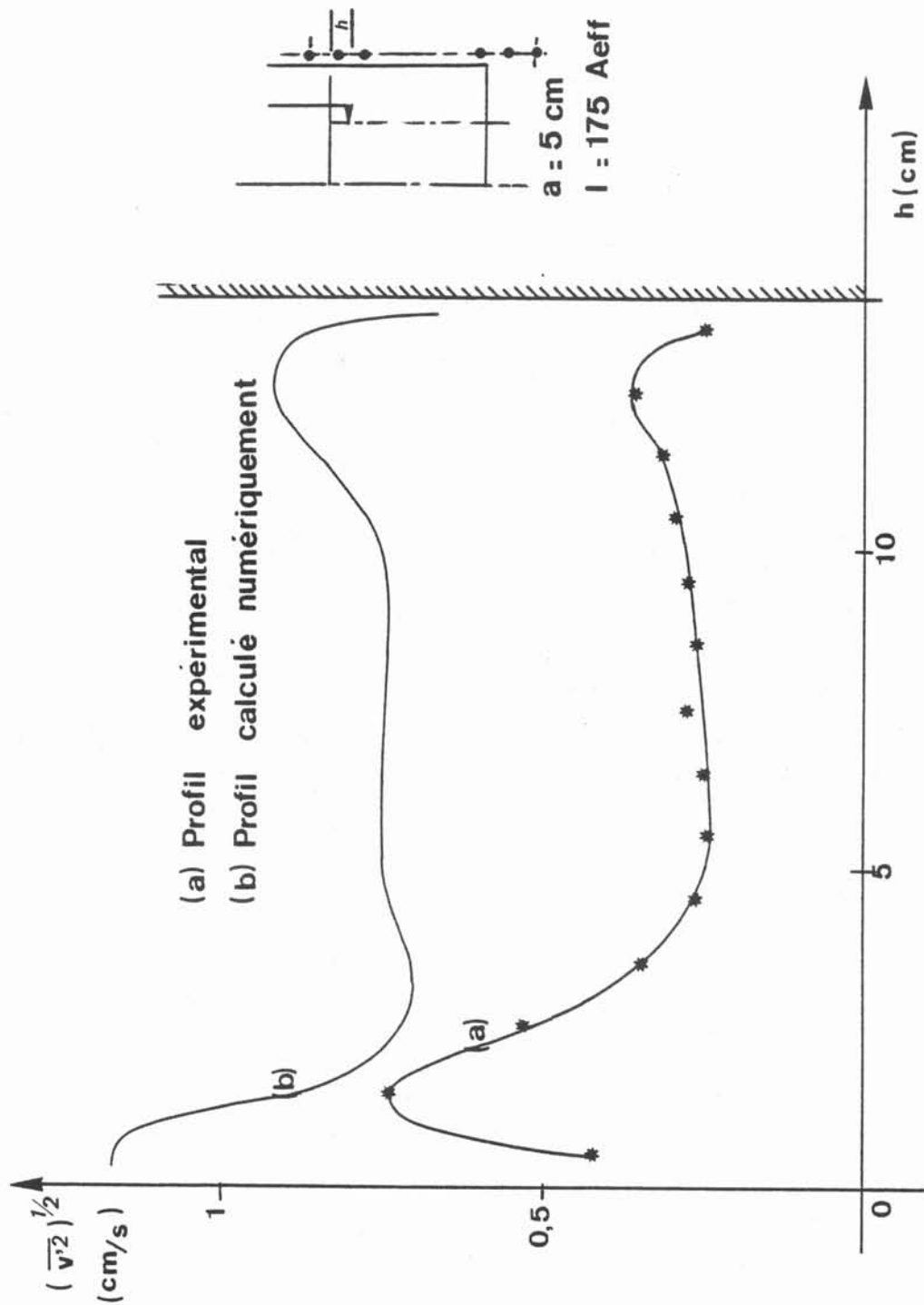


FIGURE V-38

Profils comprimés de la vitesse radiale à mi rayon

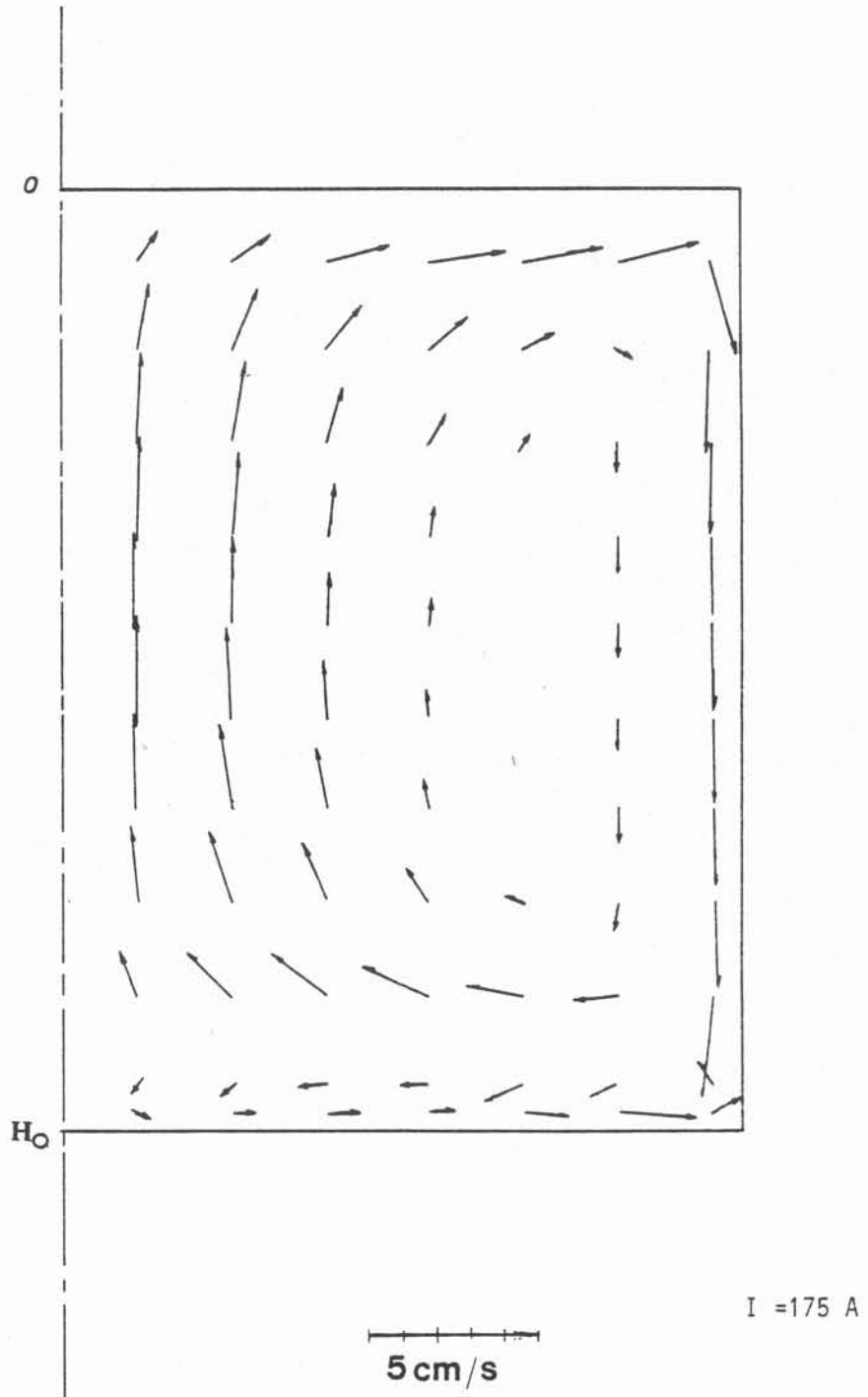


FIGURE V-39

Configuration calculée

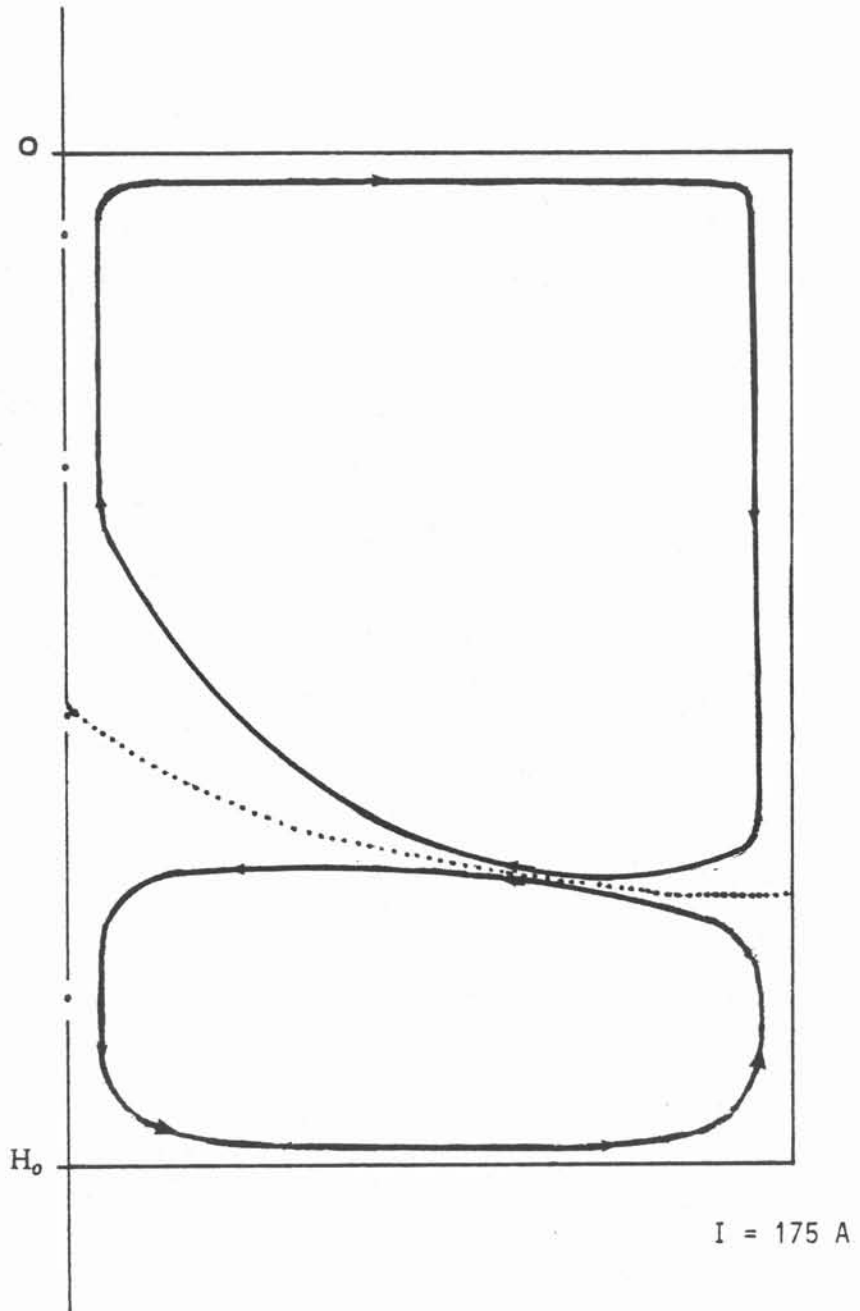


FIGURE V-40

Configuration expérimentale

9. CONCLUSION

Les mesures dans le mercure sont très délicates ; l'utilisation du film chaud est assez mal adaptée à la détermination de la direction et du sens de la vitesse dans les écoulements recirculants. La localisation de la couche limite turbulente calculée dans la peau traduit peut-être la faiblesse du modèle dans l'expression des conditions aux limites aux parois ; cela nous paraît vraisemblable en raison de l'existence le long des parois, des forces motrices d'origine électromagnétique confinées dans la peau électromagnétique δ .

En récapitulation, dans la gamme choisie de variation des paramètres, les mesures montrent que :

- a) l'écoulement est organisé en deux vortex dont la forme dépend assez peu de l'intensité du courant inducteur.
- b) les vitesses moyennes et fluctuantes sont proportionnelles au courant.
- c) l'épaisseur de la couche limite turbulente est du même ordre de grandeur que l'épaisseur de peau électromagnétique.

\$

B I B L I O G R A P H I E

- 1 FAUTRELLE Y.R., 1982.
*"Deux aspects de la Magnétohydrodynamique
la dynamo convective, le brassage dans les fours à induction"*
Thèse d'Etat, Université de Grenoble.
- 2 BARBIER J.N. - FAUTRELLE Y.R. - EVANS J.W. - CREMER P., 1982.
"Simulation numérique des fours chauffés par induction"
A paraître dans le J. Mec. Théor. Appliquée.
- 3 HUG M., 1975.
"Mécanique des fluides appliquée"
Ed. Eyrolles.
- 4 KOANDA S. - FAUTRELLE Y.R., 1982.
*"Modeling of careless induction furnaces : some theoretical
and experimental results"*
IUTAM Symposium on Metallurgical applications of Magneto-hydro-
dynamics, Cambridge (U.K.).
- 5 SCHLICHTING H., 1968.
"Boundary-Layer Theory"
Mc Graw-Hill Book Company.
- 6 BRUN E.A. - MARTINOT-LAGARDE A. - MATHIEU J., 1960.
"Mécanique des fluides"
Tome 1, Dunod.

- 7 LANDAU - LIFCHITZ, 1971.
"Mécanique des fluides"
Ed. de Moscou.
- 8 HOFF M., 1969.
"Hot film anemometry in liquid mercury"
Instruments and control systems, vol. 42, mars 1969.
- 9 COMTE-BELLOT G., 1961.
"Les anémomètres à fil chaud et la mesure des fluctuations de vitesse et de température"
Séminaire de turbulence, Jablonna 2 - 12 oct. 1961.
- 10 MAX J., 1972.
"Traitement du signal"
Masson et Cie Editeurs.
- 11 CREMER P., 1979.
"Effets d'un champ électromagnétique moyenne fréquence sur l'élimination des inclusions hors de l'acier liquide"
Thèse de Doct.-Ing. INP - Grenoble.
- 12 ALEMANY A., 1978.
"MHD à l'échelle du laboratoire, quelques résultats, quelques applications"
Thèse d'Etat, Université de Grenoble.
- 13 MOREAU R.
"On Magnetohydrodynamic turbulence"
Symposium on turbulence of Fluids and Plasmas, Polytechnic Institute of Brooklyn, April 16 - 18, 1968.
- 14 WHITE F.M., 1974.
"Viscous fluid flow"
Mc Graw-Hill.

- 15 RAVIAT P.A., 1981.
"Les méthodes d'éléments finis en Mécanique des fluides"
CEA-EDF, Ecole d'été d'analyse numérique,
Ed. Eyrolles.
- 16 Mac ANLIS D.H., 1966.
"Electromagnetic stirring in the coreless induction furnace"
Ph. D. Thesis, Carnegie-Mellon University.
- 17 RODI W., 1979.
"Turbulence models for environmental problems"
Prediction methods for turbulent flows,
Von Karman, Institute Lecture Series, 2.
- 18 TIR L.L., 1965.
*"Modélisation du mouvement d'un métal liquide dans un four
à induction"*
Magnytnaya Guidrodinamica, vol. 1 n° 4.
- 19 BRADBURY L.J.S. - CASTRO I.P., 1971.
*"A pulsed-wire technique for velocity measurements in highly
turbulent flows"*
J. Fluid Mech. (1971), vol. 49, pp 657-691.

C O N C L U S I O N

Des études que nous avons entreprises et dont nous venons de faire l'exposé, des enseignements nombreux peuvent être tirés tant sur les plans des méthodes de mesure, des applications, que sur le plan purement fondamental.

Lorsque nous avons commencé notre campagne de mesures, nous ne soupçonnions pas que tant de difficultés pouvaient naître de l'utilisation du film chaud dans le mercure pour la détermination de la direction et du sens de la vitesse dans un tel écoulement recirculant. Nous avons dû tenir compte en plus des hypothèses de sensibilité d'origine expérimentale de chaque sonde, des observations du sillage thermique derrière un fil chauffé électriquement, pour interpréter nos résultats expérimentaux. Les mesures réalisées constituent de "bons ordres" de grandeurs, malgré les nombreux problèmes de salissement du film chaud et les difficultés de la détermination de la tension à vitesse nulle à la température du chauffage.

Afin d'obtenir des effets plus facilement mesurables et diminuer autant que possible les causes d'erreurs, il faudrait à l'avenir, accroître l'intensité des courants inducteurs. Grâce à l'expérience acquise sur cette installation, des améliorations importantes sont facilement envisageables sur ce point.

L'élargissement du champ d'investigation grâce à l'utilisation de courants d'intensités différentes, nous a permis d'énoncer les lois régissant l'évolution de la turbulence de l'écoulement.

Nos mesures ont confirmé l'importance et le rôle de la turbulence dans l'homogénéisation de la température du bain.

En effet, l'analyse du système sur le plan des transferts thermiques, a conduit au choix d'un modèle permettant de déterminer la température d'équilibre du bain en fonction de la puissance Joule dissipée dans la charge. Ce modèle donne une interprétation des observations expérimentales et corrobore l'existence et la localisation de faibles gradients de température dans la peau électromagnétique, le long des parois. Toutefois, le modèle est critiquable en raison des incertitudes certaines quant aux valeurs des coefficients numériques.

Le brassage électromagnétique permet le maintien en température du métal liquide.

Les mesures du champ électromagnétique font apparaître un accroissement local de celui-ci aux extrémités supérieure et inférieure de la charge : ce sont les "effets de bouts" mis en évidence par les calculs numérique et analytique.

Aux régimes turbulents observés, les vitesses moyennes et fluctuantes varient linéairement avec le courant inducteur ; le régime laminaire se situe aux très faibles intensités.

La couche limite turbulente cinématique mesurée est toujours plus grande que l'épaisseur de peau électromagnétique et dépend de ce dernier.

Une conséquence pratique importante concerne la géométrie du creuset : en raison des "effets d'extrémités", il faut s'attendre, dans le cas asymptotique des hautes fréquences, à un frottement très important le long des parois, au voisinage des coins ; c'est pourquoi il serait intéressant de songer à appliquer le calcul numérique par exemple à la modification des fours à creusets industriels, dans le but d'établir une

corrélation entre les zones d'abrasion importante du réfractaire et les zones de vitesse maximum calculée de l'écoulement pour limiter l'usure prématurée de ce dernier.

Nous souhaitons que les quelques études développées ici puissent susciter une motivation réelle reposant sur une vision plus juste des possibilités d'applications de la MHD en métallurgie et servir de point de départ à d'autres travaux plus complets et plus diversifiés aboutissant à la mise au point de procédés technologiques performants susceptibles de faire progresser les techniques dans le domaine du four à induction et par là-même diminuer les difficultés de certains travaux en métallurgie.

Président : Daniel BLOCH

Vice-Présidents : René CARRÉ
Hervé CHERADAME
Marcel IVANES

PROFESSEURS DES UNIVERSITES

ANCEAU François	E.N.S.I.M.A.G
BARRAUD Alain	E.N.S.I.E.G
BESSION Jean	E.N.S.E.E.G
BLIMAN Samuel	E.N.S.E.R.G
BLOCH Daniel	E.N.S.I.E.G
BOIS Philippe	E.N.S.H.G
BONNETAIN Lucien	E.N.S.E.E.G
BONNIER Etienne	E.N.S.E.E.G
BOUVARD Maurice	E.N.S.H.G
BRISSONNEAU Pierre	E.N.S.I.E.G
BUYLE-BODIN Maurice	E.N.S.E.R.G
CAVAIGNAC Jean-François	E.N.S.I.E.G
CHARTIER Germain	E.N.S.I.E.G
CHENEVIER Pierre	E.N.S.E.R.G
CHERADAME Hervé	M.C.P.P
CHERUY Arlette	E.N.S.I.E.G
CHIAVERINA Jean	M.C.P.P
COHEN Joseph	E.N.S.E.R.G
COUMES André	E.N.S.E.R.G
DURAND Francis	E.N.S.E.E.G
DURAND Jean-Louis	E.N.S.I.E.G
FELICI Noël	E.N.S.I.E.G
FOULARD Claude	E.N.S.I.E.G
GENTIL Pierre	E.N.S.E.R.G
GUERIN Bernard	E.N.S.E.R.G
GUYOT Pierre	E.N.S.E.E.G
IVANES Marcel	E.N.S.I.E.G
JAUSSAUD Pierre	E.N.S.I.E.G
JOUBERT Jean-Claude	E.N.S.I.E.G
JOURDAIN Geneviève	E.N.S.I.E.G
LACQUME Jean-Louis	E.N.S.I.E.G
LATOMBE Jean-Claude	E.N.S.I.M.A.G
LEROY Philippe	E.N.S.H.G
LESIEUR Marcel	E.N.S.H.G
LESPINARD Georges	E.N.S.H.G
LONGEQUEUE Jean-Pierre	E.N.S.I.E.G
MAZARE Guy	E.N.S.I.M.A.G
MOREAU René	E.N.S.H.G
MORET Roger	E.N.S.I.E.G
MOSSIÈRE Jacques	E.N.S.I.M.A.G
PARIAUD Jean-Charles	E.N.S.E.E.G
PAUTHENET René	E.N.S.I.E.G
PERRET René	E.N.S.I.E.G
PERRET Robert	E.N.S.I.E.G

PIAU Jean-Michel	E.N.S.H.G
POLOUJADOFF Michel	E.N.S.I.E.G
POUPOT Christian	E.N.S.E.R.G
RAMEAU Jean-Jacques	E.N.S.E.E.G
RENAUD Maurice	M.C.P.P
ROBERT André	M.C.P.P
ROBERT François	E.N.S.I.M.A.G
SABONNADIÈRE Jean-Claude	E.N.S.I.E.G
SAUCIER Gabrielle	E.N.S.I.M.A.G
SCHLENKER Claire	E.N.S.I.E.G
SCHLENKER Michel	E.N.S.I.E.G
SERMET Pierre	E.N.S.E.R.G
SOUQUET Jean-Louis	E.N.S.E.E.G
SILVY Jacques	M.C.P.P
SOHM Jean-Claude	E.N.S.E.E.G
VEILLON Gérard	E.N.S.I.M.A.G
ZADWORNY François	E.N.S.E.R.G

PROFESSEURS ASSOCIES

GANDINI Alessandro	M.C.P.P
MAXWORTHY Thony	E.N.S.H.G
MROVEC Stanislas	E.N.S.E.E.G
PARRIAUX Olivier	E.N.S.I.E.G
PEISNER Janos	E.N.S.E.R.G

PROFESSEURS E.N.S MINES SAINT ETIENNE

RIEU Jean
SOUSTELLE Michel

CHERCHEURS DU C.N.R.S (Directeurs et Maîtres de recherche)

FRUCHART Robert	Directeur de recherche
ALLIBERT Michel	Maître de recherche
ANSARA Ibrahim	Maître de recherche
CARRE René	Maître de recherche
DAVID René	Maître de recherche
DRIOLE Jean	Maître de recherche
KAMARINOS Georges	Maître de recherche
KLEITZ Michel	Maître de recherche
LANDAU Ioan-Doré	Maître de recherche
MERMET Jean	Maître de recherche
MUNIER Jacques	Maître de recherche
VERDILLON André	Maître de recherche

CHERCHEURS DU MINISTERE DE L'INDUSTRIE

(Directeurs et Maîtres de recherche - E.N.S Mines Saint Etienne)

LESBATS Pierre	Directeur de recherche
BISCONDI Michel	Maître de recherche
KOBYLANSKI André	Maître de recherche
LE COZE Jean	Maître de recherche
THEVENOT François	Maître de recherche
TRAN MINH Canh	Maître de recherche
LALAUZE René	Maître de recherche
LANCELOT Francis	Maître de recherche

PERSONNALITES HABILITEES A DIRIGER DES TRAVAUX DE RECHERCHE

(Décision du Conseil Scientifique)

E.N.S.E.E.G

BERNARD Claude
BONNET Roland
CAILLET Marcel
CHATILLON Catherine
COULON Michel
EUSTATHOPOULOS Nicolas
HAMMOU Abdelkader
JOURD Jean-Charles
MALMEJAC Yves (CENG)
- RAVAIN Denis
SAINFORT (CENG)
SARRAZIN Pierre
TOUZAIN Philippe
URBAIN Georges (Laboratoire des Ultraréfractaires, ODEILLO)

E.N.S.M Saint Etienne

GUILHOT Bernard
THOMAS Gérard
DRIVER Julian

E.N.S.E.R.G

BOREL Joseph
CHEHIKIAN Alain

E.N.S.I.E.G

BORNARD Guy
DESCHIZEAUX Pierre
GLANGEAUD François
LEJEUNE Gérard
PERARD Jacques

E.N.S.H.G

DELHAYE Jean-Marc

E.N.S.I.M.A.G

COURTIN Jacques

A U T O R I S A T I O N D E S O U T E N A N C E
=====

VU les dispositions de l'article 3 de l'arrêté du 16 avril 1974,

VU le rapport de présentation de

Monsieur Yves FAUTRELLE, Maître Assistant

Monsieur KOANDA Sabné

est autorisé à présenter une thèse en soutenance pour l'obtention du titre de
DOCTEUR de TROISIEME CYCLE, spécialité "Mécanique des Fluides".

Fait à GRENOBLE, le 10 septembre 1982

Le Président de l'I.N.P.-G.

D. BLOCH

Président

de l'Institut National Polytechnique
de Grenoble

P.O. le Vice-Président,

[Vang]

RÉSUMÉ

Le présent travail consiste à étudier expérimentalement le champ magnétique, les champs de température et de vitesse dans un four à induction à mercure. Malgré l'importance de l'effet Joule, les gradients de température sont relativement faibles et localisés dans la peau électromagnétique. L'anémométrie à film chaud permet de mesurer localement les vitesses moyennes et turbulentes pour diverses valeurs des courants inducteurs et leurs fréquences. Les mesures montrent que la couche limite turbulente dépend de la profondeur de pénétration des courants induits. L'analyse théorique classique de la couche limite turbulente adaptée aux cas des faibles épaisseurs de peau permet d'interpréter les résultats expérimentaux.

MOTS CLÉS

Magnétohydrodynamique ; Champ Magnétique Alternatif ; Induction ; Four à induction ; Brassage ; Turbulence ; Anémométrie à film chaud.