



**HAL**  
open science

# Apports de l'électromagnétisme dans les procédés d'élaboration des matériaux : quelques applications nouvelles

Pascal Rivat

► **To cite this version:**

Pascal Rivat. Apports de l'électromagnétisme dans les procédés d'élaboration des matériaux : quelques applications nouvelles. Electromagnétisme. INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE, 1990. Français. NNT : . tel-01340109

**HAL Id: tel-01340109**

**<https://hal.science/tel-01340109v1>**

Submitted on 30 Jun 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE

présentée par

**Pascal RIVAT**

Pour obtenir le titre de DOCTEUR

**de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE  
GRENOBLE**

(Arrêté ministériel du 23 novembre 1988)

Spécialité : Energétique - Physique

---

**Apports de l'électromagnétisme dans les procédés  
d'élaboration des matériaux :  
quelques applications nouvelles.**

---

Date de soutenance : 3 octobre 1990

Composition du jury :

M. FARGE	Président
M. BIRAT	Rapporteurs
M. FONTAINE	
M. BECK	Examineurs
M. GARNIER	
M. LESPINARD	

Thèse préparée au sein du laboratoire MADYLAM



## SOMMAIRE



INTRODUCTION	1
NOTATION	3
<b>CHAPITRE 1</b>	<b>5</b>
<b>1.1 - EQUATIONS FONDAMENTALES DE LA MAGNETOHYDRODYNAMIQUE</b>	
1.1.1 - Equations de Maxwell	7
1.1.2 - L'équation de l'induction	8
1.1.3 - L'équation de l'énergie	8
1.1.4 - Résumé	9
<b>1.2 - LES PARAMETRES ADIMENSIONNELS</b>	
1.2.1 - L'équation de l'induction adimensionnée	9
1.2.1.a - Cas des champs continus	10
1.2.1.b - Cas des champs magnétiques variables avec le temps	11
<b>1.3 - LA FORCE ELECTROMAGNETIQUE</b>	
1.3.1 - Cas des champs alternatifs monophasés	11
1.3.1.a - Décomposition de la force électromagnétique	12
1.3.1.b - Importance relative des composantes de la force	13
1.3.1.c - Effet pulsant	13
1.3.2 - Cas des champs continus	14
<b>1ERE PARTIE</b>	<b>15</b>
<b>CHAPITRE 2</b>	<b>19</b>
Article soumis pour publication Hydrodynamique de l'entraînement d'un film fluide par une paroi défilante	21
Compte rendu du IIème Congrès Francophone de Vélocimétrie Laser, Meudon, 25-27 septembre 1990 Convection forcée en présence d'une surface libre - visualisation et vélocimétrie laser.	53

## CHAPITRE 3

3.1 - STABILISATION EN PRESENCE D'UN CHAMP MAGNETIQUE	61
3.1.1 - Théorie linéaire de la stabilité - Analyse en modes normaux	63
3.1.2 - Stabilisation par un champ magnétique alternatif horizontal	65
3.1.3 - Stabilisation par un champ continu horizontal	67
3.1.3.a - Etat perturbé dans le milieu conducteur	67
3.1.3.b - Etat perturbé dans le milieu isolant	69
3.1.3.C - Equation caractéristique	69
3.1.4 - Comparaison des critères de stabilité d'une interface plane soumise à un champ continu et à un champ alternatif	71
3.1.5 - Stabilisation par un champ continu vertical	73
Papier présenté au Work-shop de Nancy - 4-5 octobre 1990. Stabilisation d'une onde de surface par un champ magnétique	75
3.2 - DEFORMATION DE LA SURFACE LIBRE SOUS L'ACTION D'UN CHAMP ALTERNATIF	
3.2.1 - Saut de pression à la surface d'un fluide en présence d'un champ magnétique alternatif	93
3.2.2 - Approximation de la magnétostatique	94
3.2.3 - Expression de la déformation pour une surface plane	96
3.2.4 - Les outils nécessaires au calcul	97
3.2.4.a - Définition du potentiel complexe	97
3.2.4.b - Potentiel complexe d'un conducteur dans un milieu isolant	98
3.2.4.c - La méthode des images	98
3.2.4.d - Transformation conforme	98
3.2.5 - Calcul de la déformation pour une surface plane	99
3.2.5.a - Calcul du champ surfacique $B_0$	99
3.2.5.b - Expression de la déformation	100
3.2.5.c - Les approximations utilisées	101
c1/ Approximation magnétique	
c2/ Approximation géométrique	
c3/ Validation	

**2EME PARTIE**

109

**CHAPITRE 5****CONFIDENTIEL**

115

**CHAPITRE 6**

117

**6.1 - PRINCIPE DE LA DECANTATION**

- 6.1.1 - Force subie par une particule isolante ou faiblement conductrice dans un liquide conducteur soumis à un champ magnétique alternatif 119
- 6.1.2 - Décantation d'inclusions en creuset froid. 120  
Brevet "Procédé de refusion de matériaux métalliques avec décantation inclusionnaire" 121

**6.2 - ETUDE EXPERIMENTALE ET RESULTATS**

- 6.2.1 - Conditions opératoires 141
- 6.2.2 - Essais réalisés 141
  - 6.2.2.a - Analyse de l'échantillon MY0 143
  - 6.2.2.b - Analyse de l'échantillon MY2 143
  - 6.2.2.c - Analyse de l'échantillon MYL4 151
  - 6.2.2.d - Conclusion 151

**6.3 - DETERMINATION DU TEMPS DE DECANTATION**

- 6.3.1 - Détermination de la vitesse d'une particule solide isolante dans un métal liquide soumis à un champ magnétique 156
  - 6.3.1.a - Equation dimensionnelle 156
  - 6.3.1.b - Adimensionnalisation de l'équation 158
  - 6.3.1.c - Résolution analytique 159
  - 6.3.1.d - Application numérique 159
- 6.3.2 - Calcul du temps de décantation 160
  - 6.3.2.a - Calcul d'un temps de décantation partiel 161
  - 6.3.2.b - Calcul d'un temps de décantation total 162
  - 6.3.2.c - Résultat de la modélisation 163

**6.4 - DISPOSITIF DE BUSETTE ELECTROMAGNETIQUE POUR LE CONTROLE D'UN JET DE METAL LIQUIDE**

- BREVET 165
- CONCLUSION 187
- BIBLIOGRAPHIE 191



## INTRODUCTION

L'utilisation de l'énergie électrique en métallurgie n'est pas récente. Très vite reconnue pour sa souplesse d'utilisation et son caractère "propre" cette forme d'énergie a été exploitée depuis longtemps pour des applications désormais devenues classiques, comme le chauffage, la fusion ou encore l'affinage par refusion. Dans le domaine particulier de l'induction les développements technologiques ont précédé longtemps en avance, la compréhension et la maîtrise des phénomènes mis en jeu : l'analyse globale, l'approche systématique et le savoir faire ont conduit au développement de techniques, voire à leur optimisation, avant même que les méthodes d'analyse fine et de modélisation complexe aient vu le jour.

Depuis la découverte de l'induction par Faraday en 1831 des progrès constants ont été réalisés dans l'analyse fondamentale des phénomènes physiques associés. En particulier les configurations complexes mettant en jeu les liquides conducteurs de l'électricité soumis à des champs magnétiques de nature et de distributions variées ont fait l'objet de nombreux travaux et ont donné naissance à une discipline originale associant mécanique des fluides et électromagnétisme : la magnétohydrodynamique. Les domaines d'application de la connaissance fondamentale développée principalement en URSS et en Europe étaient l'astrophysique et la physique des plasmas, avec notamment une tentative malheureuse d'application industrielle pour la conversion directe d'énergie. Au cours des vingt dernières années les spécialistes de la MHD ont été interpellés par la nécessité rencontrée par les industriels métallurgistes d'améliorer la qualité des matériaux aussi bien que d'accroître l'efficacité des procédés d'élaboration. Un vaste champ d'applications s'ouvrait en métallurgie à la demande des sociétés industrielles qui résultait dans le couplage étroit entre la Magnétohydrodynamique et la Science des Matériaux dans le domaine particulier de l'élaboration. Sans aucun doute c'est le symposium IUTAM qui s'est tenu en 1982 à Cambridge sur les applications métallurgiques de la MHD qui a clairement révélé ce nouveau champ d'investigation scientifique pluridisciplinaire et ses perspectives d'applications industrielles. Outre les nombreuses applications présentées comme les fours à induction, le brassage électromagnétique, la lévitation, le formage à l'état liquide ou encore le pompage des métaux, ce symposium a montré deux aspects essentiels qui ont marqué l'évolution future des scientifiques impliqués dans les recherches associées : d'une part la nécessité et l'intérêt de développer des collaborations actives entre chercheurs universitaires et chercheurs industriels, d'autre part la richesse de la source de sujets de recherche fondamentaux que peuvent générer les problèmes industriels finalisés. Depuis à l'échelle internationale des équipes de recherche se sont organisées, des applications ont vu le jour et font l'objet d'exploitation industrielle. Une synthèse importante sera faite en Octobre prochain à Nagoya (Japon) au cours de la 6<sup>ème</sup> conférence IISC (International Iron and Steel Congress) qui consacrera une part très importante à ce domaine d'activité pluridisciplinaire désormais baptisé "Electromagnetic Processing of Liquid Material".

L'ensemble des travaux présentés dans ce mémoire est relatif à trois procédés d'élaboration par induction de matériaux métalliques : le procédé de coulée pelliculaire, le procédé de refusion par induction en creuset froid cylindrique, le procédé d'élaboration en creuset froid de type poche.



Après un rappel synthétique des équations de base de la Magnétodynamique des liquides, des phénomènes physiques impliquées et des critères de détermination de leur importance relative, le mémoire se divise en deux parties.

La première partie concerne le procédé de coulée pelliculaire. Dans le but de réduire le coût de production des plaques métalliques minces, les industriels métallurgistes souhaitent s'affranchir des étapes de laminages à chaud qui nécessitent des installations énormes, difficiles à rentabiliser, et qui consomment beaucoup d'énergie. L'objectif est de passer directement du métal liquide à la bande solidifiée, sans passage intermédiaire par un produit solide du type brame ou plaque épaisse. PECHINEY et IRSID ont engagé des programmes de recherche sur les procédés d'élaboration permettant la coulée directe. Les principaux domaines d'utilisation concernés sont l'emballage métallique et les tôles magnétiques. Le laboratoire MADYLAM contribue à ces recherches pour le procédé de coulée dénommé "Meltoverflow".

Une maquette en eau a été réalisée au laboratoire afin d'étudier par similitude l'écoulement de métal dans le bac d'alimentation (chapitre 2). Une étude théorique de la stabilité d'une interface plane en présence de champ magnétique à été faite (paragraphe 3.1), ainsi que le calcul de la déformation de l'interface due à la présence d'un champ magnétique alternatif (paragraphe 3.2). Ces études sont mises à profit pour définir des systèmes à induction capable d'améliorer la qualité des bandes élaborées. Ceux-ci sont testés sur une maquette de coulée pelliculaire de bandes d'aluminium (chapitre 4).

La deuxième partie concerne l'amélioration des propriétés et de la qualité des matériaux destinés à l'aéronautique. Cette étude a été réalisée en collaboration avec SNECMA. Nous nous sommes tout d'abord intéressés aux moyens d'obtention d'une structure de solidification équiaxe à grain fin par refusion d'alliages en creuset froid cylindrique (chapitre 5). Une seconde étude concerne l'analyse des possibilités de décanter des inclusions non métalliques moins conductrices que le métal liquide dans un creuset froid de lévitation (chapitre 6). Un dernier point est abordé à la fin de ce chapitre qui propose une solution pour contrôler l'écoulement du métal liquide à la sortie du creuset de lévitation de manière à éviter toute pollution du matériau débarrassé des inclusions

## NOTATION

$\vec{e}$	tenseur des contraintes
$\vec{U}$	vecteur vitesse
$\vec{B}$	vecteur champ magnétique
$\vec{j}$	densité de courant induit
$\vec{u}'$	perturbation du champ de vitesse $\vec{U}$
$\vec{b}'$	perturbation du champ magnétique $\vec{B}$
$\vec{k}$	vecteur d'onde
$k_x, k_y, k_z$	composante du vecteur d'onde
$\lambda$	longueur d'onde $\lambda = \frac{2\pi}{\ \vec{k}\ }$
$\varepsilon$	amplitude de la perturbation
$p$	pression
$p'$	perturbation de la pression
$T$	champ de température
$\sigma$	conductivité électrique
$\nu$	viscosité cinématique
$\mu$	perméabilité magnétique
$\rho$	masse volumique
$C_p$	capacité calorifique
$k$	conductibilité thermique
$h_e$	coefficient d'échange
$h$	hauteur de métal dans l'injecteur
$U_0, B_0, L_0, T_0, \tau$	grandeurs caractéristiques de la vitesse, du champ magnétique, de la longueur, de la température et du temps
$\delta$	épaisseur de peau
$U_A$	vitesse d'Alfvén
$R_m$	nombre de Reynolds magnétique
$R_\omega$	paramètre d'écran
$R_\delta$	nombre de Reynolds magnétique construit avec l'épaisseur de peau
$N_\delta$	paramètre d'interaction
$F_{\text{irrot}}$	composante irrotationnelle de la force magnétique
$F_{\text{rot}}$	composante rotationnelle de la force magnétique
$t_d$	temps partiel de décantation
$t_{\text{total}}$	temps total de décantation



# CHAPITRE 1



## 1.1 - EQUATIONS FONDAMENTALES DE LA MAGNETOHDRODYNAMIQUE

### 1.1.1 - Equations de Maxwell

Considérons un fluide conducteur de l'électricité en mouvement dans une région où est entretenu un champ magnétique. La possibilité offerte à d'éventuels courants électriques de circuler dans le métal liquide et la présence d'un champ magnétique font apparaître trois types d'effets :

- un effet spécifique aux champs magnétiques non permanents qui est un effet d'induction. Le métal liquide, soumis à un champ magnétique non permanent, est le siège de variations de flux qui donnent naissance à des forces électromotrices et par conséquent à des courants électriques induits dont l'intensité est d'autant plus forte que la fréquence du champ magnétique est plus élevée. Cet effet n'est possible que pour les matériaux conducteurs de l'électricité ; c'est ce qui permet la fusion du matériau.

Il se superpose deux autres effets présents, pour leur part, en régime permanent :

- le mouvement des particules fluides à travers les lignes de champ fait apparaître d'autres courants électriques qui, comme les courants induits, modifient le champ magnétique initialement appliqué.

- puisque les particules fluides véhiculent des courants électriques, il apparaît, lors de la traversée des lignes de champ, des forces électromagnétiques qui modifient le mouvement du fluide.

Les phénomènes d'induction ainsi que la double interaction entre le mouvement du fluide et le champ magnétique appliqué sont exprimés par le système formé des équations de Maxwell, et de la loi d'Ohm étendue aux milieux liquides, des équations de Navier-Stokes prenant en compte les forces électromagnétiques et de l'équation de continuité.

$$\text{Equations de Maxwell} \quad \text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$\text{Maxwell} \quad \text{rot } \vec{B} = \mu \vec{j} \quad (1.2)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (1.3)$$

$$\text{div } \vec{j} = 0 \quad (1.4)$$

$$\text{Loi d'Ohm généralisée} \quad \vec{j} = \sigma (\vec{E} + \vec{U} \wedge \vec{B}) \quad (1.5)$$

Equation de Navier-Stokes 
$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \nabla) \cdot \vec{U} = +\frac{1}{\rho} \vec{j} \wedge \vec{B} + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \vec{e} - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P \quad (1.6)$$

Equation de continuité 
$$\text{div } \vec{U} = 0 \quad (1.7)$$

où  $\vec{e}$  est le tenseur des contraintes, P est la pression

$\vec{U}$  est le vecteur vitesse,

$\vec{B}$  est le vecteur champ magnétique,  $\mu$  la perméabilité magnétique,  $\vec{j}$  la densité de courant,  $\sigma$  la conductivité électrique du milieu électro-conducteur.

Dans le cas des fluides visqueux newtoniens incompressibles

$$\vec{\nabla} \vec{e} = \nu \nabla^2 U \quad \text{où } \nu \text{ est la viscosité cinématique}$$

### 1.1.2 - L'équation de l'induction

Les équations de Maxwell et la loi d'Ohm sont les relations fondamentales de l'électromagnétisme. Mais pour analyser les phénomènes de MHD qui nous intéressent, il est agréable de faire apparaître une équation régissant un nombre minimal de variables. Cela est possible en éliminant  $\vec{j}$  et  $\vec{E}$  dans la loi d'Ohm (1.5) à l'aide de leurs expressions tirées des équations de Maxwell (1.1) et (1.2). Il suffit de prendre le rotationnel de (1.5) et d'effectuer la substitution.

En admettant que la perméabilité magnétique est constante, ce qui est vrai dans les métaux liquides, on obtient :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot} (\vec{U} \wedge \vec{B}) + \frac{1}{\mu\sigma} \nabla^2 \vec{B} \quad (1.8)$$

Cette équation montre que l'évolution temporelle de  $\vec{B}$  est la superposition de deux mécanismes :

- un mécanisme de convection exprimé par  $\text{rot} (\vec{U} \wedge \vec{B})$ ,
- un mécanisme de diffusion exprimé par le terme  $\frac{1}{\mu\sigma} \nabla^2 \vec{B}$ .

Ceci pose le problème de la résolution des équations de la MHD à cause du couplage étroit entre le champ magnétique et le champ de vitesse.

### 1.1.3 - L'équation de l'énergie

Le premier principe de la thermodynamique, qui exige que la variation d'énergie totale d'un système soit égale à la somme :

- des travaux des forces extérieures,
- des quantités de chaleur fournies de l'extérieur
- et de tous les autres flux d'énergie fournis à ce système.

permet d'écrire l'équation de l'énergie.

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} = \text{div} (k \vec{\nabla} T) + \frac{j^2}{\sigma} + 2 \rho \nu \vec{e}^2$$

Dans le cas des métaux liquides, le terme  $2\rho\nu \vec{e}^2$  qui représente la source de chaleur due au frottement visqueux est extrêmement petit et peut être négligé devant la production de chaleur par effet Joule.

#### 1.1.4 - Résumé

En résumé, les équations locales de la magnétodynamique des métaux liquides montrent à la fois l'influence de la vitesse  $\vec{U}$  sur le champ magnétique  $\vec{B}$ , celle du champ  $\vec{B}$  sur la vitesse  $\vec{U}$  et l'influence de la vitesse  $\vec{U}$  et du champ  $\vec{B}$  par l'intermédiaire de la densité de courant  $\vec{j}$ , sur le champ de température. Ceci montre la complexité due au couplage des diverses grandeurs impliquées.

### 1.2 - LES PARAMETRES ADIMENSIONNELS

Afin de caractériser l'importance relative des mécanismes physiques impliqués et de déterminer les conditions dans lesquelles il est possible de découpler les grandeurs  $\vec{B}$  et  $\vec{U}$ , il est intéressant de normaliser les grandeurs physiques en les rapportant à leur valeur typique. Ceci permet la définition de grandeurs adimensionnelles qui donneront les mécanismes dominants. Il en résulte d'une part, une simplification du système d'équations qui est insoluble dans sa plus grande généralité, d'autre part la possibilité d'étude en similitude. Ce dernier point est intéressant car il permet de transposer les résultats obtenus au laboratoire à l'échelle industrielle.

La difficulté essentielle posée par la détermination des paramètres adimensionnels gouvernant le système réside dans le choix des échelles typiques de chacune des variables.

#### 1.2.1 - L'équation de l'induction adimensionnalisée

Soit  $U_0, B_0, L_0, T_0, \tau$  les valeurs typiques, respectivement de la vitesse, du champ magnétique, de la longueur, de la température et du temps ; les variables adimensionnelles suivantes peuvent être définies :

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x}{L_0} & y' &= \frac{y}{L_0} & z' &= \frac{z}{L_0} \\ t' &= \frac{t}{\tau} & T' &= \frac{T}{T_0} & \vec{b} &= \frac{\vec{B}}{B_0} & \vec{u}' &= \frac{\vec{U}}{U_0} \end{aligned}$$



Nous pouvons également introduire les opérateurs différentiels adimensionnels  $\Delta'$ ,  $\vec{\text{rot}}'$  et  $\vec{\text{grad}}'$  qui se rapportent aux variables adimensionnelles. L'équation de l'induction, avec ce nouveau jeu de variables, s'écrit :

$$R_\omega \frac{\partial \vec{b}'}{\partial t'} = \Delta' \vec{b}' + R_m \vec{\text{rot}}' (\vec{u}' \wedge \vec{b}') \quad (1.10)$$

Deux nouveaux nombres adimensionnels apparaissent :

$$\begin{aligned} R_\omega &= \mu\sigma\omega L_0^2 && \text{paramètre d'écran} && \text{avec } \omega = \frac{1}{\tau} \\ R_m &= \mu\sigma U_0 L_0 && \text{nombre de Reynolds magnétique} \end{aligned}$$

Leur signification physique est simple. Ils représentent l'importance relative des phénomènes modélisés par les opérateurs qu'ils précèdent, par rapport aux effets de diffusion de  $\vec{B}$  :

- des effets de non stationnarité de  $\vec{B}$  par  $R_\omega$ ,
- des effets de convection par le champ de vitesse par  $R_m$

A ce niveau, deux grandes classes de problèmes se distinguent par le choix du temps caractéristique  $\tau$ . Soit  $\tau$  est imposé par les conditions extérieures: c'est le cas des champs instationnaires et plus particulièrement alternatifs, soit  $\tau$  est le temps caractéristique de transit des particules fluides dans le domaine considéré  $\tau = \frac{L_0}{V_0}$  : c'est le cas des champs continus.

#### 1.2.1.a) Cas des champs continus

Lorsque  $\tau = \frac{L_0}{V_0}$ ,  $R_\omega$  perd sa signification et  $R_m$ , auquel  $R_\omega$  est égal, reste pertinent pour le système dans lequel  $\vec{b}$  vérifie :

$$\frac{\partial \vec{b}'}{\partial t'} = \frac{1}{R_m} \Delta' \vec{b}' + \vec{\text{rot}}' (\vec{U}' \wedge \vec{b}') \quad (1.11)$$

Si  $R_m$  est grand devant l'unité, l'effet de diffusion du champ magnétique est négligeable face à l'effet de convection ; seuls les phénomènes astrophysiques sont concernés, exception faite des circuits de refroidissement au sodium liquide des réacteurs nucléaires surgénérateurs.

A l'échelle du laboratoire, ou de l'installation industrielle,  $R_m$  est petit devant l'unité, et le champ magnétique est harmonique :

$$\Delta' \vec{b}' = 0 \quad (1.12)$$

Le champ magnétique est donc celui qui existerait dans la même géométrie si le milieu conducteur était immobile.

1.2.1.b) Cas des champs magnétiques variables avec le temps

Le temps caractéristique a une valeur intrinsèque imposée par les conditions extérieures, par exemple la période d'un champ magnétique alternatif appliqué. A l'échelle du laboratoire ( $R_m \ll 1$ ), l'équation de l'induction est alors une équation de diffusion :

$$R_\omega \frac{\partial \vec{b}'}{\partial t'} = \Delta' \vec{b}' \quad (1.13)$$

A cette équation de diffusion est associée une longueur  $\delta$  caractéristique de la profondeur de pénétration du champ magnétique dans le domaine électroconducteur appelée communément "épaisseur de peau électromagnétique". Conventionnellement,  $\delta$  est prise comme longueur pour laquelle  $R_\omega = 2$ .

Si le champ varie de manière alternative  $\tau = \omega^{-1}$ , alors .

$$\delta = (2/\mu\sigma\omega)^{1/2} \quad (1.14)$$

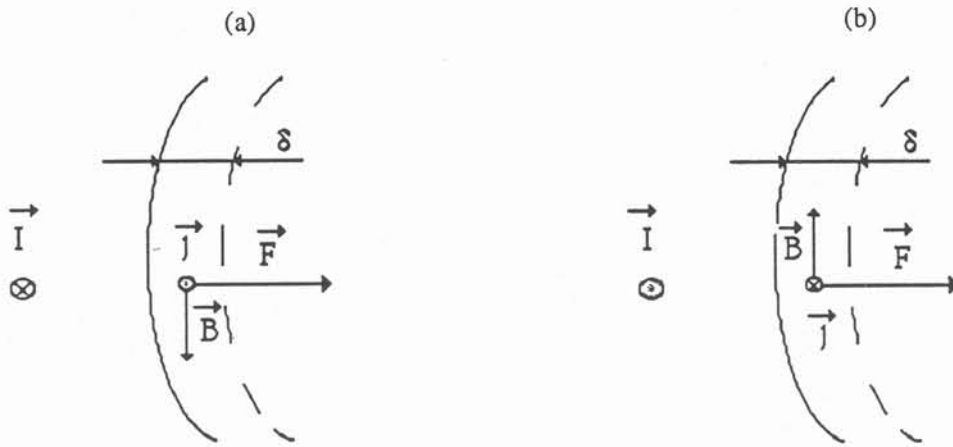
### 1.3 - LA FORCE ELECTROMAGNETIQUE

#### 1.3.1 - Cas des champs alternatifs monophasés

Dans la peau électromagnétique, les courants induits se combinent avec le champ magnétique pour donner naissance à une force de volume électromagnétique dite force de Laplace

$$\vec{F} = \vec{j} \wedge \vec{B} \quad (1.15)$$

Cette force est toujours dirigée vers l'intérieur du domaine électroconducteur. En effet, les courants induits  $\vec{j}$  s'opposent aux courants inducteurs  $\vec{I}$  d'après la loi de Lenz. Ceci confine le champ dans l'épaisseur  $\delta$ , de plus à chaque demi-période, le courant inducteur change de sens, il en est de même pour le champ magnétique et les courants induits. De ce fait, la force électromagnétique ne change pas de sens comme le montre la figure 1.1.



- Figure 1.1 -

Configuration des grandeurs  $\vec{B}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{F}$  induites dans une charge conductrice de l'électricité

a) à t

b) à  $t + \frac{\pi}{\omega}$

### 1.3.1.a) Décomposition de la force électromagnétique

En utilisant la loi d'Ampère, on montre aisément que  $\vec{F}$  s'écrit :

$$\vec{F} = \frac{1}{\mu} (\vec{B} \cdot \text{grad}) \vec{B} - \text{grad} \frac{B^2}{2\mu} \quad (1.16)$$

La force est donc la somme de deux termes:

un terme irrotationnel à l'origine de la pression électromagnétique

$$F_{\text{irrot}} = - \text{grad} \frac{B^2}{2\mu}$$

un terme rotationnel à l'origine du brassage

$$F_{\text{rot}} = \frac{1}{\mu} (\vec{B} \cdot \text{grad}) \cdot \vec{B}$$

Cette décomposition permet de comprendre le mode d'action de cette force. La force rotationnelle est liée à la variation du champ magnétique  $\vec{B}$  le long des lignes de champ le long de la surface, tandis que la force irrotationnelle dépend de la variation du champ magnétique dans la direction normale à la surface.

1.3.1.b) Importance relative des composantes de la force

Si L est l'échelle caractéristique de la variation du champ magnétique le long des lignes du champ à la surface :

$$F_{\text{rot}} \sim \frac{B^2}{\mu L}$$

La longueur caractéristique dans la direction normale à la surface est  $\delta$  donc :

$$F_{\text{irrot}} \sim \frac{B^2}{\mu \delta}$$

Le rapport des ordres de grandeur de ces termes s'écrit :

$$\frac{F_{\text{irrot}}}{F_{\text{rot}}} \sim \frac{L}{\delta}$$

qui dans le cas des champs monophasés où  $L = L_0$  devient :

$$\frac{F_{\text{irrot}}}{F_{\text{rot}}} \sim R_{\omega}^{1/2}$$

Ainsi, une variation de fréquence modifie le rapport des effets de la force électromagnétique  $\vec{F}$  sur le liquide électroconducteur. Lorsque la fréquence augmente, l'aptitude de  $\vec{F}$  à mettre le fluide en mouvement diminue, les effets de pression prédominent.

1.3.1.c) Effet pulsant

Le caractère alternatif des courants induits et du champ magnétique donne à la force de Laplace un caractère pulsatoire. Si l'épaisseur de peau est faible, la force électromagnétique s'écrit au premier ordre en  $\delta/L$ .

$$\vec{F} = - \frac{B_s^2}{2\mu\delta} e^{2n/\delta} [1 + \sqrt{2} \cos [2(\omega t + \frac{n}{\delta}) + \frac{\pi}{4}]] \vec{n}$$

où  $B_s$  est le champ magnétique maximum à la surface et  $n$  la coordonnée locale sur la normale extérieure de vecteur unitaire  $\vec{n}$ .

Cette force présente un terme stationnaire et un terme pulsatoire. Suivant les valeurs de la fréquence il est possible de donner plus ou moins d'importance à la partie pulsante. De manière générale quand la fréquence croît, le fluide ne peut plus, à cause de son inertie, répondre aux sollicitations de la partie pulsante. On peut caractériser ce phénomène par le paramètre d'interaction  $N_{\delta}$  construit avec l'épaisseur de peau [12].

$$N_{\delta} = \frac{\sigma B_0^2 \delta}{\rho U_0} \quad \text{rapport des termes électromagnétique aux termes d'inertie}$$

où  $\sigma$  est la conductivité,  $\rho$  la masse volumique,  $U_0$  la vitesse caractéristique du fluide,  $B_0$  la valeur typique du champ magnétique.

Si  $N\delta \gg 1$  [11'] , la partie pulsatoire de la force électromagnétique a une influence sur le mouvement. Dans le cas contraire où  $N\delta \ll 1$ , seule la partie moyenne agit. Comme nous le verrons dans la suite, nous nous placerons toujours dans le cas  $N\delta \ll 1$ .

En résumé, lorsque la fréquence est assez élevée pour négliger la partie pulsante, la force électromagnétique se réduit à sa partie moyenne temporelle :

$$\vec{F} = -\frac{B_s^2}{2\mu\delta} e^{\frac{2n}{\delta} z} \vec{n}$$

qui donne accès simultanément :

1 - au saut de pression  $\Delta P$  à l'interface  $\Delta P = \frac{B_s^2}{4\mu}$

Habituellement le saut de pression est estimé à  $\frac{B_s^2}{2\mu}$  mais il faut se souvenir que ici  $B_s$  est l'intensité maximale du champ tandis que dans l'expression couramment utilisée,  $B_s$  est l'intensité efficace. La pression ainsi créée à la surface d'un fluide électroconducteur permet de former ou de contenir le métal liquide.

2 - à la mise en mouvement du fluide par l'existence de son rotationnel :

$$\text{rot } \vec{F} = -\frac{1}{\mu\delta} B_s \frac{\partial B_s}{\partial s} e^{2n/\delta} \vec{s}$$

à l'origine du brassage électromagnétique.

### 1.3.2 - Cas des champs continus

A la différence d'un champ alternatif qui donne toujours naissance à une force électromagnétique, l'application d'un champ continu ne pourra engendrer une force électromagnétique que si l'une des deux conditions suivantes est réalisée : soit le fluide électroconducteur est animé d'un mouvement , soit celui-ci est parcouru par un courant de conduction. De plus, la force ainsi engendrée n'est pas directement contrôlable par l'utilisateur, puisqu'elle se manifeste par l'intermédiaire du couplage champ de vitesse - champ magnétique ou champ électrique - champ magnétique [14].

## 1ère Partie



Les procédés de coulée directe de bandes minces en métallurgie de transformation présente des avantages indéniables tant technologiques qu'économiques ; ils constituent l'avenir de ce secteur d'activité. Un effort important de recherche leur est donc dédié [4] qui devrait permettre la compréhension des procédés en vue d'une meilleure maîtrise de fabrication des matériaux.

L'étude engagée s'attache plus particulièrement au procédé de coulée pelliculaire (type "melt overflow") : le métal liquide avec surface libre est contenu dans un bac et entraîné sous forme de film par un cylindre refroidi.

Afin de répondre aux exigences industrielles, le produit fini doit se présenter sous la forme d'une bande mince de métal possédant une bonne qualité métallurgique, une surface régulière et une épaisseur constante. A l'heure actuelle, les essais sur pilotes industriels, avec aluminium et acier ont produit des bandes de qualité médiocre, présentant des défauts surfaciques importants liés à des inhomogénéités d'épaisseur.

Nous proposons d'engager une étude approfondie du procédé qui permettra de mettre en évidence les phénomènes physiques mis en jeu et d'apporter des éléments de réponse aux problèmes posés.

La maîtrise des caractéristiques de la bande nécessite une bonne connaissance des conditions opératoires et de l'influence des paramètres mis en jeu.

Le procédé peut être décomposé en trois phases :

- 1/ arrivée du métal fondu dans le bac d'alimentation,
- 2/ caractéristiques de l'écoulement dans le métal liquide,
- 3/ processus de solidification.

Le couplage de ces trois processus ainsi qu'un nombre important de paramètres rend complexe l'étude de l'ensemble . Notre projet de recherche s'est donc axé plus particulièrement sur la phase 2 et se scinde en deux étapes complémentaires. La première consiste en un travail d'observation et d'analyse des diverses instabilités hydrodynamiques du procédé sur une maquette (chapitre 2), la deuxième s'intéresse aux possibilités de contrôle électromagnétique de ces instabilités et de déformation maîtrisée de la surface libre (chapitre 3). Le chapitre 4 donnera les résultats obtenus lors des essais réalisés avec champ électromagnétique.





## CHAPITRE 2



**DRAG OUT OF A LIQUID FILM ON A MOVING PLATE  
AN EXPERIMENTAL STUDY**

Pascal RIVAT- Pascale GILLON  
Laboratoire MADYLAM  
ENSHMG  
BP95 38402 Saint Martin d'Hères cedex

**Abstract**

Drag out of a liquid film on an ascending wall at a constant speed  $V$  is studied experimentally. In the parameter space investigated, three flow regimes are discovered and identified to which we are able to associate a specific free surface behavior. Stability and thickness of the film are found to depend both on the bulk flow driven by the moving wall and on the velocity profile inside the meniscus formed along the moving plate out of the bulk.

## I - INTRODUCTION

Predictions of the thickness of the liquid film that adheres to a flat plate drawn vertically from a liquid bath has been extensively studied. White et Tallmadge [1] and Tallmadge [2] solve Navier-Stokes equations, at small Capillary numbers, basing themselves on a 2D, linear theory introduced first by Levich [3]. More recently, Esmail et Hummel [4] and Magnin [5] work on the same problem with a 2D, non linear theory, introducing the inertial effects. The Navier-Stokes equations are solved numerically in the lubrication approximation. They show that inertia becomes important at high Capillary numbers. However all the works published at our knowledge hypothesize an infinite bath at rest, and a stagnation point on the top of the meniscus (Deryagin et Levich ' relation [6]).

Moreover, little is known about the film stability and transition.

Concerning the hydrodynamic behavior of the bulk, our system is similar to cavity flows that are driven by the motion of one of the boundaries. Much work has been devoted to the study of driven cavity problem. See for example Batchelor [7], Burggraf [8], Pan & Acrivos [9]. Experimentation and numerical analysis have shown that, at high Reynolds numbers, the primary flow structure consists of a rotational inviscid flow, separated by viscous boundary layers on all walls. When the streamlines close outside of these boundary layers, the hypothesis of the Prandtl-Batchelor theorem are met and the inviscid core is in solid body rotation.

The flow under study here, though it is based on the knowledge of driven cavity flows, differs from them by several points. First, the drag of a liquid film out of the cavity induces a flow rate through the bulk (continuous pump effect), and secondly, the cavity top wall is replaced here by a free surface, which is deformed by a dynamic meniscus at the point of contact to the moving wall.

To the authors' knowledge, such type of problems where both phenomena - i.e. the drag out of a thin film on a moving plate and the bulk flow driven by an ascending wall- are tightly coupled, have not yet been investigated.

Thus, we find that, in spite of the central role productions of a liquid films play in many contexts, they have not been well-investigated in the frame of coupled phenomena.

Little experimental evidence about the flow structure, its stability and the thin film characteristics is available. Our interest in this work is to make some basic observations and quantitative measurements of this class of problems, and to compare these with what is known from previous analytical and numerical studies. Under these conditions, scaling of the equations or use of dimensional analysis indicates that the flow is governed by the following dimensionless parameters :

$$A_1 = h/l \quad \text{aspect ratio}$$

$$A_2 = h/L \quad \text{aspect ratio}$$

$$Re = \frac{hV\rho}{\mu} \quad \text{Reynolds number}$$

$C_a = \frac{V\mu}{\sigma}$  Capillary number

$\theta$  Contact angle

where  $h$  is the liquid height,  $l$  the cavity width,  $L$  the cavity length and  $\rho$ ,  $\mu$  and  $\sigma$  the fluid density, viscosity and surface tension.

We recognize at the outset that the problem is governed by at the minimum five independent dimensionless groups and a complete parameter study is out of the range of a single study. So, we decide to limit the present investigation to one geometry and one fluid. Thus, the main experimental variables will be the wall velocity  $V$  and the height  $h$  of liquid in the cavity.

## II - APPARATUS AND PROCEDURE

The basic apparatus entirely built in Plexiglass (Figure 1) consists of two independent parts : a large liquid supply cavity and a cylinder which materializes the moving wall. The working fluid is supplied in a cavity with a rectangular cross section  $l \times L = 650 \times 400 \text{ mm}^2$ , by the alimentation hose set in the rear, followed downstream by a honey comb grid to limit the flow perturbations produced by the liquid supply. The level  $h$  can be chosen and set at a constant value by means of a sliding barrage at the rear of the cavity.

The liquid bath is held against the cylinder by a small mount permitting to adjust the cavity-cylinder space with a 0.05 mm precision.

The cylinder of 540 mm diameter is a fixed part of the system, it is driven by a variable speed motor. The rotational speed range used in this study is from .2 to 6 m/s.

For simplicity, the working fluid is tap water at 20°C, its physical properties are tabulated in Table 1.

The cavity is fixed at a chosen position against the moving wall, it is filled continuously with water, then the cylinder is set in motion at a constant speed, the liquid is entrained and a liquid film is formed. The flow rate is determined by weighing the mass of liquid wiped from the cylinder during a measured time interval. The flow rate  $Q$  can lead to the determination of the mean thickness  $e$  by :

$$e = \frac{Q}{v.l}$$

Each flow rate is measured three times. The average variations of the different measurements at a given set of conditions is about  $\pm 10^{-5} \text{m}$  (0,01 mm). This results in a possible error of as much as  $\pm 10 \%$  for the lowest thicknesses measured and as low as  $\pm 0,5 \%$  for the highest thicknesses.

Flow visualization and velocimetry are accomplished by a laser technique. The Particle Image Velocimetry (PIV) has been developed to measure quantitative velocity data for fluid flows see e.g. Lourenco and Krothapalli (1987) [10], Adrian (1986) [11] and the recent review by Hesselink (1988) [12].

A laser beam from an Argon laser (5W at 514,5 nm) is focused with a system of cylindrical and spherical lenses on a plane to form a light sheet, as shown in Figure 2. The laser sheet illuminates a chosen section in the cavity, perpendicularly to the moving wall. The laser is modulated using a chopper (or sector) model SR 540 from Stanford Research Systems Inc., providing pulses of light with adjustable frequency. The chopping frequency is dependent on the range of velocities present, which in turn depends on the imposed wall speed  $V$  and the spatial location within the cavity. In our experiments, the chopping frequency is varied from 10 to 60 Hz. In the technique, a negative is multiply exposed; the total exposure time determines the number of exposures taken on the same picture i.e. the number of spots given by the same tracer. The exposure time used is also dependent on the cylinder speed of the experiment and on the spatial region of the flow that is to be investigated, and the optimum time is determined by trial and error. Both velocimetry and flow visualization are accomplished by light scattered by seeding particles in the illuminated plane. The assumption in such techniques is that the seed particles follow the fluid without significant lag and do not alter the flow dynamics. The first requirement limits the particle size, the second limits the particle concentration. Spherical polystyrene particles of 200  $\mu\text{m}$  diameter have been used. As for the concentration, it is difficult to maintain it at a constant and known value due to the fact that some fluid is flowing away of the cavity continuously. The particles number is diminishing with time, an injecting system is constructed to renew particles continuously. Under these conditions of low seeding concentration, the image pattern consists of sequence of superimposed particles images. This image is recorded by means of a camera on a high resolution film (Kodak Technical Pan 2415, ASA 125 with a resolution of 300 lines.pairs/mm). In velocimetry, the local fluid velocity is derived from the ratio of measured spacing between the images produced by the same tracer and the time between exposures or pulses of light. The recorded image is a complicated random pattern. One of the methods of analysis is to produce Young's fringes by Fourier transform of the negative point by point. These fringes have an orientation perpendicular to the direction of the local displacement vector and a spacing inversely proportional to its magnitude. Figure 3 shows an example of a photograph and corresponding fringe patterns.

We can note that the use of such technique to determine local velocity imposes that the flow has a sufficiently two-dimensional nature, so that tracers stay in the light sheet during the total exposure time.

The procedure followed is first to position the cavity against the cylinder by fixing the cavity-cylinder distance in stable conditions (i.e. with no leak at the cavity bottom part). Then, the cavity is filled with water and the entry flow rate is adjusted to the exit one, in a way to maintain the liquid level  $h$  constant. The particles, used as tracers are introduced continuously in the bath. The cylinder is set in rotation at the chosen speed of the experiment. The desired data are taken when a steady-state is established which takes approximately 15 min after a change in conditions.

To avoid hysteresis or "memory" effects, the experimental sequences are accomplished by steps of increasing velocity.

The cylinder surface state i.e. rugosity and chemical contact with the fluid, is considered constant all along this study.

### III - RESULTS

The cylinder speeds covered in this work ranged from 0,3 to 6 m<sup>-1</sup>, the liquid levels  $h$  from 10<sup>-2</sup> to 10<sup>-1</sup>m. The corresponding range of  $Re$  to  $Ca$  covered are given in Table 2. In addition to qualitative and quantitative details, the main result of this work is that we have discovered and identified three different flow regimes to which we have associated a specific behavior of the liquid film at increasing constraints ( $h$  or  $V$ ). For convenience, we will separate the discussion into three parts, dealing with each hydrodynamic behavior.

#### 3.1. The recirculating vortex

##### *a - Bulk behavior*

At low velocity  $V$ , the bulk flow shown on Figure 4 is similar to the recirculation flow driven by a lateral moving wall in a closed cavity. Rotation of the cylinder induces the formation of a recirculating vortex with a boundary layer along the moving wall. At the top meniscus, the boundary layer separates into two parts : one adhering to the vertical wall forms the film while the other one is flowing back to the rear under the free surface to constitute the recirculating vortex. Visualizations along the width show that in the central part of the cavity the fluid flow is essentially two-dimensional.

It is of interest to note some characteristics specific to this flow : the vortex seems to establish itself better in a cavity of higher  $A_2$  aspect ratio ( $\sim 1$ ). As speed  $V$  increases, the vortex center is shifted to the rear of the cavity, due to an increasing fluid velocity along the free surface. For a high fixed value of  $V$ , the vortex center is unsteady, its position is varying with time back and forth on an horizontal axis. Visualizations show the streamlines near the moving wall curve down at the bottom of the cavity and curve up in the upper part of the cavity.

##### *b - Velocity profile*

The local horizontal velocity is measured from each photograph along a vertical axis including the vortex center. Velocity profile obtained by interpolation of these data is presented Figure 5 in the case of the photograph of Figure 4. It shows features typical of recirculating flow namely a large free surface velocity and a core region of weak circulation.

##### *c - Surface behavior*

The horizontal surface of the fluid, the meniscus and the vertical film surface are observed visually. In this low speed region, a quantity of liquid is observed to flow back to the rear along the horizontal surface with an important velocity.



We notice on figure 6 the existence of a peculiar transverse line on the horizontal surface, corresponding to a stationary wave which position varies with local surface velocity.

Small waves travel on the meniscus along the width (l direction), whose wavelength is estimated to 10 mm.

The film surface on the vertical wall is smooth and stable.

### 3.2. The second regime : gravity fallback flow

This regime exists only for experiments done at value of  $h$  high enough for its appearance.

#### *a - Volume hydrodynamics*

The recirculating vortex of the first regime has disappeared. A boundary layer forms along the moving wall, all the fluid constituting it is dragged out of the bulk on the cylinder through the meniscus. Then, a part of it fall back in the bath by gravity and flow vertically in the volume along the ascending boundary layer to create a thin shear layer near the cylinder.

The bulk flow presents a small vortex confined in the bottom of the cavity near the moving wall. It is rotating inversely to the cylinder since it is induced by the descending fluid from the film and the meniscus. At increasing speed, this vortex size diminishes as shown on Figure 7.

Bulk flow far from the cylinder presents a regular, horizontal motion from the entry to the moving wall.

#### *b - Velocity profiles*

Vertical local velocities taken along a horizontal axis through the boundary layer Figure 8-a, shows the shear layer.

On Figure 8-b, horizontal velocities on a vertical axis taken far from the moving wall shows the regular bulk flow.

#### *c - Surface behavior Figure 9*

In this regime, a cloudy band appears just above the meniscus at the formation of the film dragged by the cylinder. The height of this band increases with the imposed speed : 5 mm for  $V = .9 \text{ m s}^{-1}$  and 40 mm for  $V = 1.6 \text{ m s}^{-1}$ . The fluid flux is highly disturbed. The contact line at the meniscus is perturbed by waves of high amplitude which wavelength is estimated to 35 mm. These important surface perturbations, formed at the meniscus, propagate on the bath surface as waves.

### 3.3 - Boundary layer turbulence regime

For an imposed cylinder velocity above the critical value of  $1.6 \text{ m s}^{-1}$ , the flow patterns show some irregular mixing in the flow and streamlines are not so clearly distinguished as those shown in figures 4 and 7. This suggests that flow field is not in the laminar regime.

#### *a - Bulk flow*

Figure 10 shows flow visualizations taken at three  $V$  values. The third regime differs from the two first ones in the way that it does not present any vortex.

We can observe that the flow is regular and laminar from the entry flow at the rear to the moving wall. The absence of volumic vortex allow us to note that the streamlines are highly downcurved in the lower part of the cavity next to the moving wall.

The singular aspect of this regime is the behavior observed in an area just under the meniscus. There, a highly perturbed zone is developing where 3D turbulences are observed in the boundary layer. This zone dissociates from the rest of the flow due to the random 3D motion of the illuminated tracers.

Photographs obtained at three velocities  $V$ , are presented on Figure 10. We can observe that at increasing cylinder speed, the turbulent zone is lengthened down along the moving wall, instabilities originate sooner in the boundary layer, and shortened along the free surface, the horizontal fluid velocity increasing pushes the turbulent zone against the wall. On the visualization Figure 10-c, obtained at  $V = 3 \text{ m s}^{-1}$ , beyond the general characteristics of the third regime, appears vibrations on the particles pathlines, with a small amplitude and a frequency of around 1Hz. The appearance area of these vibrations, first limited to the approach of the moving wall is increasing in the whole bath at increasing velocity.

#### *b -Velocity profiles*

On Figure 11, we reported the velocity profiles obtained from horizontal local velocities in the bath at a given vertical axis for various values of  $V$ . They show that the fluid is flowing more rapidly near the bottom and the free surface and that the mean horizontal velocity increases with the imposed velocity.

#### *c - Surface behavior*

The process of gravity fallback has disappeared. The instabilities observed in the bulk manifest themselves first by the formation of small vortices (a few millimeters diameter) in the meniscus thickness.

At higher speed, the small vortices are replaced by violent disturbances visualized on Figure 12. These surface instabilities first intermittent and localized on small parts (2-3 cm) of the contact line, become then permanent and occupy the whole bath width  $l$ , producing a water film entirely perturbed.

### 3.4 - Existing domains of the three regimes

At the observed three flow regimes we can attribute a limited domain in the parameter space  $(h,V)$  investigated in this study, at the other parameters fixed. The results are reported Figure 13 where each transition from one flow regime to another is extrapolated as a curve. Notice that the speed  $V$  is the determining parameter of the system, since each transition occurs at a critical value of  $V$  almost independently of the height  $h$ .

The regime 2 has a restricted domain inserted in the regime 1 domain. As described previously in the protocol, the stability domains are determined at increasing values of the imposed wall velocity  $V$  between 2 experiments. However, no hysteresis has been revealed by proceeding at decreasing velocity. So, knowing the values of  $h$  and  $V$  chosen, it is now possible to predict the system behavior using the map given in Figure 13.

### 3.5 - Flow rate measurements - Film thickness

The flow rate dragged out have been measured for four values of  $h$ , at increasing speed. The results are reported Figure 14 as average..film thickness  $e$  versus  $V$  (at a constant  $h$ ).

The curve tendency is surprising but tightly correlated with the system hydrodynamic behavior. In the first two regimes, as  $V$  increases, the mean thickness  $e$  increases ; then  $e$  presents a maximum value corresponding to the transition regime 1 - regime 3 and decreases with regime 3.

The transition 1-2, which appears only for values of  $h$  above 60 mm, is characterized by a change in the curve slope.

Notice that in the positive slope branch, corresponding to the regimes 1 and 2, the measured value of the film thickness does not depend on the  $h$  parameter. Meanwhile, the maximum value of  $e$  which follows the transition 1-3 in the  $(h,V)$  parameter space increases with the liquid height  $h$ .

## IV - DISCUSSION

We propose in this part, to speculate on the mechanisms of the different observed instabilities. We focus more specifically on the unexpected variation of the mean thickness with  $V$  and on its correlations with the system hydrodynamic.

### 4.1 - Drag out of liquid on flat plates

As mentioned in the introduction, much study has been devoted to the thickness of films remaining on the surface of a solid withdrawn from a quiescent liquid. We propose here to compare the existing theories with the new experimental data obtained with our system. These ones are very different from the experimental data cited in literature, previous studies dealing with viscous liquids.

### Formulation of the problem

At the position where the cylinder leaves the bath, the problem can be approximated to the continuous vertical withdrawal of a plane plate [3]. The process can be described conveniently by subdividing it into three regions (Figure 15) :

1. In the region well above the liquid level, the flow is parallel and the effect of liquid curvature is negligible.
2. The region of the dynamic meniscus. Here  $e$  changes with distance  $x$ .
3. This is the region close to the water line. Here the flow effects are less pronounced and the system can be described by the equation of capillary statics.

White et Tallmadge [1] and Tallmadge et Gutfinger [2] solved Navier-Stokes equations, in the case of a linear 2D theory, for the three regions. By using matching conditions between region 1 and 2, they showed that an asymptotic solution exists for small values of the capillary number :

$$e_0 = 0,95 [\mu^2 v^2 / \sigma^{1/2} (\rho g)^{3/2}]^{1/3}$$

According to this expression, the film thickness increases with the velocity as  $v^{2/3}$ .

More recently, Esmail et al [4] and Magnin [5] tackled the same problem using a non linear 2D theory introducing inertial effects. Navier-Stokes equations are solved numerically in the assumption of lubrication theory and with the associated boundary conditions.

### Results analysis

Experimental results and data obtained from theoretical studies are reported on Figure 16.

Theoretical data are smaller than experimental values. We observe a good agreement between the slope of the curve extrapolated from Tallmadge's linear analysis and the measured film thickness with  $V$  variation.

However, we notice deviations with both analysis ; we can attribute them to the various approximations introduced in the analytical investigations. The following effects seem to be particularly important :

- finite dimensions (width) of the container.
- important fluid flow in the bath.
- validity of the lubrication theory at high capillary numbers.
- assumption of a stagnation point at the transition region 1 - region 2.
- steady-state flow in the film.
- cylinder curvature effects.

Experiments have shown the existence of an important volumic fluid flow and that the film surface can be destabilized as visualized during regimes 2 and 3.

Despite these discrepancies, the existing theories give a reliable prediction of the (e-V) variation for low V values .

### Film stability

Descriptions of the surface in the regime 2 reveal that the dragged film is destabilized by a wave motion, waves velocity vector being perpendicular to the mean flow velocity direction. Few studies have been devoted to this phenomenon, beside the basic work of Levich [3] see for example Esmail et al [13] and Pommeau [14]. They give a critical value of Ca corresponding to the capillary waves apparition on the contact line :

$$Ca_{\text{critical}} = 1,472 \gamma^{-18/44} - 1,492 \gamma^{-9/11}$$

with

$$\gamma = \frac{\sigma}{\rho} \left[ \frac{\rho^4}{\mu^4 g} \right]^{1/3}$$

Calculation for water leads to :  $\gamma = 3008$  and  $Ca_c \cong 10^{-2}$

This calculated value of  $Ca_c$  corresponds to the working domain that we investigate here. This could explain the apparition of a wave regime on the contact line and on the film surface, perturbations which modify the (e-V) curve evolution.

### 4.2 - Turbulent regime

Bulk visualizations and surface observations of experiments done at high imposed velocity (regime 3) evidence that the boundary layer along the moving wall and the film issued from it cease to be in laminar motion. The system undergoes a transition to a turbulent flow which develops first in the boundary layer. In addition, this change in the flow behavior is accompanied by a sudden change in the (e.V) curve slope, which becomes negative during the third regime (Figure 14).

These observations are, to our knowledge, unique in the sense that such behavior have never been observed before in the case of drainage of a film on a solid withdrawn from a bath.

Such experimental evidences are attributed to the apparition of a turbulent regime. According to Schlichting [15], transition from laminar to turbulent flow in a boundary layer along a wall becomes clearly discernible by a sudden and large increase in the boundary layer thickness and in the shearing stress near the wall. The critical Reynolds number  $Re_x$  based on the current length x, corresponding to the transition for an infinite phase is :

$$Re_x \text{ critique} = \left( \frac{V \cdot x}{\nu} \right)_{\text{critical}} = 3,2 \times 10^5$$

Transposition of this value in our case and a current distance  $h$  of 10 cm leads to a critical velocity value of  $3.2 \text{ m s}^{-1}$ . This critical value is of the order of magnitude of the observed value of the transition. The existence of a waving free surface, the curvature of the wall and its relative roughness could be sufficient disturbances to induce turbulence earlier.

Apparition of a turbulent boundary layer and its development along the wall in the regime 3 allows us to explain the decreasing tendency of  $e$  at increasing velocity  $V$ . In this regime, the gravity fallback have ceased, so we can suppose that the flow rate in the film is equal to the flow rate in the boundary layer at the height  $h$ ; (i.e. the fluid in the b.l. is entirely dragged out to form the film).

In a laminar flow,  $\delta$  the boundary layer thickness decreases as  $V^{-1/2}$ ; in a turbulent flow,  $\delta t$  decreases as  $V^{-0,2}$ .

The decreasing branch of the  $(e-V)$  curve calculated from several experiments shows a variation as  $V^{(-0,32)}$ .

This value permits us to conclude that the third regime corresponds to a transient state where turbulent flow is not completely instaled.

## V - CONCLUSIONS

From a variety of qualitative and quantitative observations and measurements we are able to conclude that for the range of parameters studied, the drainage of a film adhering to a solid moving through a liquid volume presents a sequence of three hydrodynamic regimes.

At increasing constraint, the system undergoes a transition from a laminar recirculating flow similar to a cavity circulation driven by the motion of one of the walls to a flow perturbed by a gravity fallback process. Then, at higher constraint, a third regime appears which shows a regular flow supplying a turbulent boundary layer. Each volume circulation is correlated to a specific surface behavior; an increase of constraint inducing a more perturbed free surface.

Unexpected variation of the film mean thickness with wall velocity is found and explained. At low velocity, the experimental data are in agreement with the extrapolation of a linear theory of drainage of a thin film on an ascending plate. At high velocity, measurements and observations agree with the apparition of a turbulent boundary layer along the moving wall. However, the whole system behavior could be explained only with a complete analytical study including the coupled phenomena: drainage - bulk flow.

## REFERENCES

- [1] WHITE D.A. and TALLMADGE J.A.  
Theory of drag out of liquid on flat plates  
Chem. Engineering Science, 1965, 20, p 33-37.
- [2] TALLMADGE J.A. and GUTFINGER C.  
Films of Non-Newtonian fluids adhering to flat plates  
A.I.Ch.E. Journal, 1965, 11, 3, p. 403-412.
- [3] LEVICH V.G.  
Physicochemical hydrodynamics - Chap 12. Prentice Hall New-York, 1962.
- [4] ESMAIL M.N. et HUMMEL R.L.  
Chem. Engineering Science, 1979, 34, p 125-129.
- [5] MAGNIN A.  
Etude expérimentale et théorique de la dépose d'ensimage au rouleau sur des fibres textiles.  
Thèse INPG, 1983, Grenoble.
- [6] DERYAGIN B.V. and LEVICH V.G.  
Film coating theory. Focal Press. New-York, 1964.
- [7] BATCHELOR G.K.  
On steady laminar flow with closed streamlines at large Reynolds numbers.  
J. Fluid Mech., 1956, 1, 177.
- [8] BURGGRAF O.R.  
Analytical and numerical studies of the structure of steady separated flows.  
J. Fluids Mech., 1966, 24, 1, 113.
- [9] PAN F. and ACRIVOS A.  
Steady flows in rectangular cavities  
J. Fluid Mech, 1967, 28, 4, 643-655.
- [10] LOURENCO L. and KROTHAPALLI A.  
The role of photographic parameters in Laser Speckle or particle image displacement velocimetry  
Experiments in Fluids, 1987, 5, 29-32.
- [11] LANDRETH C.C., ADRIAN R.J. and C.S. YAO  
Double pulsed particle image velocimeter with directional resolution for complex flows.  
Experiments in Fluids, 1988, 6, 119-128.
- [12] Lambertus HESSELINK  
Digital Image Processing in Flow Visualization  
Ann. Rev. Fluid Mech., 1988, 20, 421-85.
- [13] ESMAIL M.N., HUMMEL R.L., et SMITH J.W.  
Phys. Fluids, 1975, 18, 508.

- [14] POMMEAU Y.  
Some current problems in capillary phenomena : Contact angle hysteresis  
and contact line motion.  
PhysicoChemical Hydrodynamics, 1985, 6, 5/6, 727-730.
- [15] SCHLICHTING H.  
Boundary layer theory - Chap II - Mac Graw Hill.



FIGURE CAPTIONS

- Figure 1 Schematic of the apparatus
- Figure 2 Schematic of the optics
- Figure 3 An example of a negative and the resulting fringe pattern from different points in the flow domain. The orientation and spacing of the fringes are related to the velocity vector at a point.
- Figure 4 Flow visualization - regime 1 -  $V = .5 \text{ m s}^{-1}$   
 $h = 72 \text{ mm}$
- Figure 5 Horizontal velocity profile versus the y-position at the vortex center vertical axis  $x = 61 \text{ mm}$
- Figure 6 Schematic of the free surface behavior in the first regime
- Figure 7 Flow visualizations - regime 2 -  $h = 71 \text{ mm}$  a)  $V = .73 \text{ m s}^{-1}$   
b)  $V = 1.33 \text{ m s}^{-1}$
- Figure 8 Velocity profiles - regime 2  
a) horizontal velocity versus y-position at  $x = 138 \text{ mm}$   
b) vertical velocity profile in the boundary layer at  $y = 36 \text{ mm}$
- Figure 9 Free surface photograph - regime 2
- Figure 10 Flow visualizations - regime 3  $h = 71 \text{ mm}$  a)  $V = 1.6 \text{ m s}^{-1}$   
b)  $V = 2.5 \text{ m s}^{-1}$   
c)  $V = 4 \text{ m s}^{-1}$
- Figure 11 Horizontal Velocity Profiles
- Figure 12 Surface instabilities - regime 3
- Figure 13 Existence domains of each regim in the parameter space
- Figure 14 Variation of average value of film thickness  $e$  versus cylinder velocity  $V$ .  
a-  $h = 24 \text{ mm}$  b-  $h = 44 \text{ mm}$  c-  $h = 68 \text{ m}$  d-  $h = 91 \text{ mm}$
- Figure 15 Diagram of the withdrawal process
- Figure 16 Entrained film thickness as a function of velocity  $V$   
measured values --- Tallmadge's theory — Magnin's non linear theory
- Table 1 Physical properties of tap water at  $20^\circ\text{C}$
- Table 2 Range of  $Re$  and  $Ca$  numbers covered during the experiments.

Figure 1

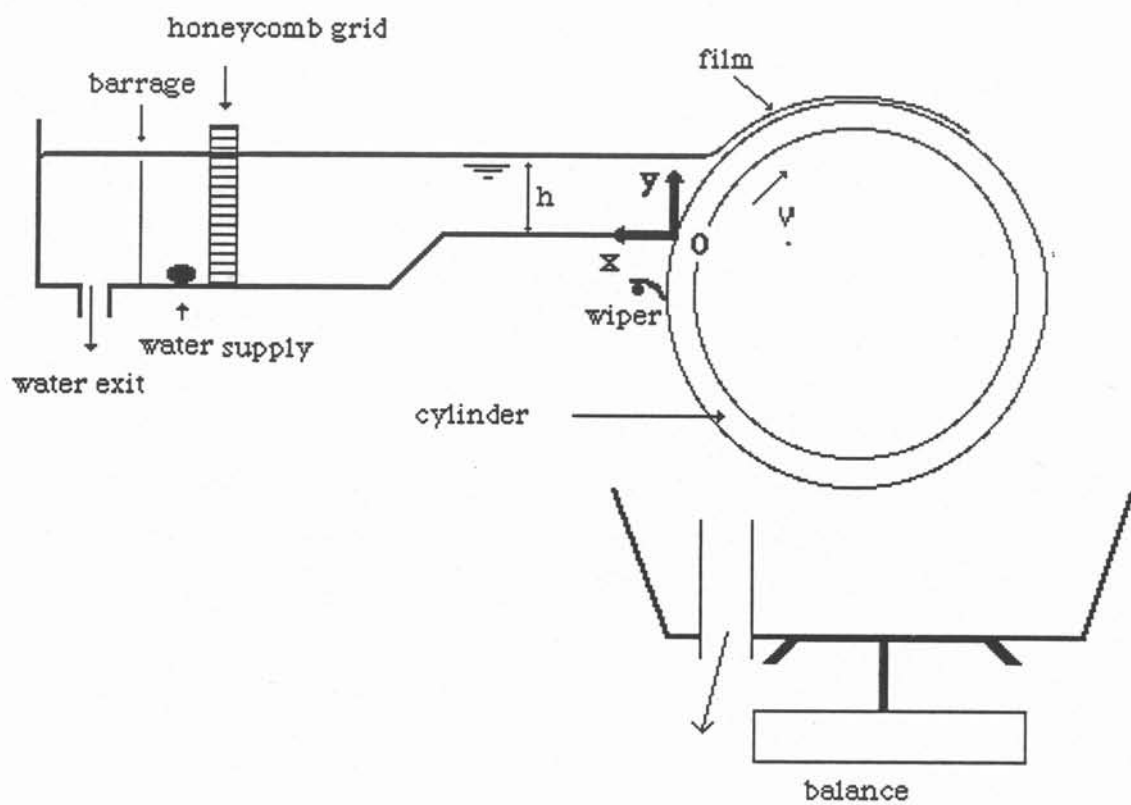


Figure 2

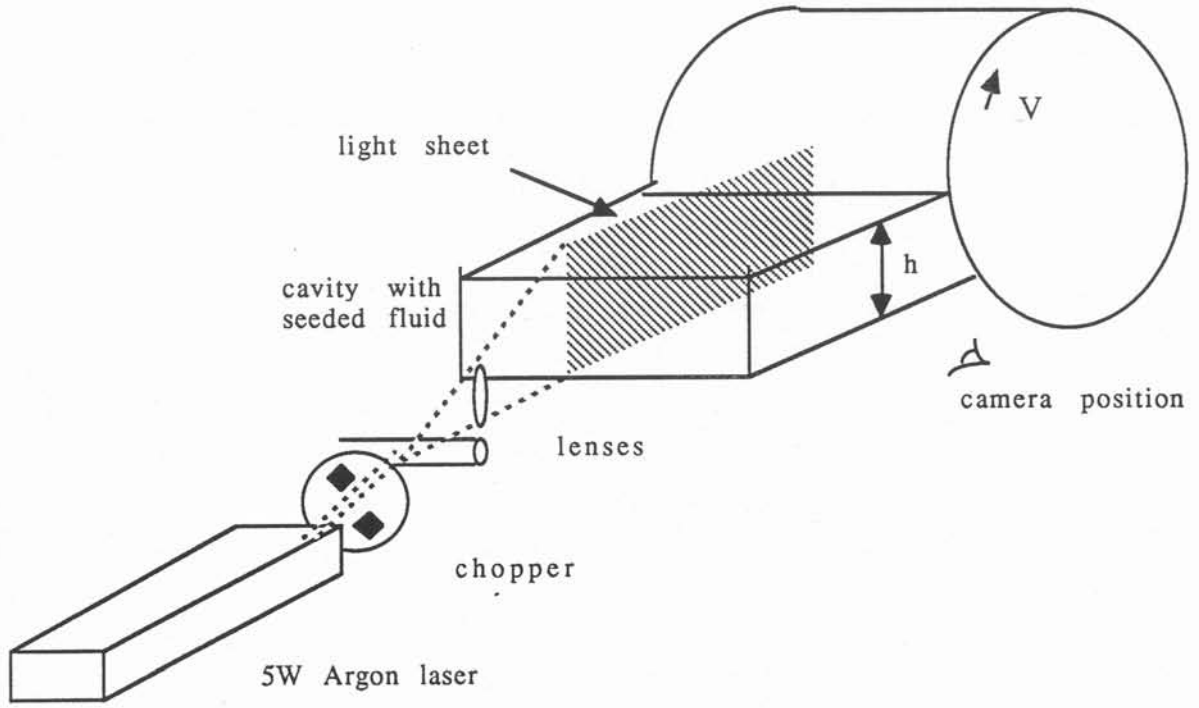


Figure 3 : Example of a negative and resulting fringe pattern.

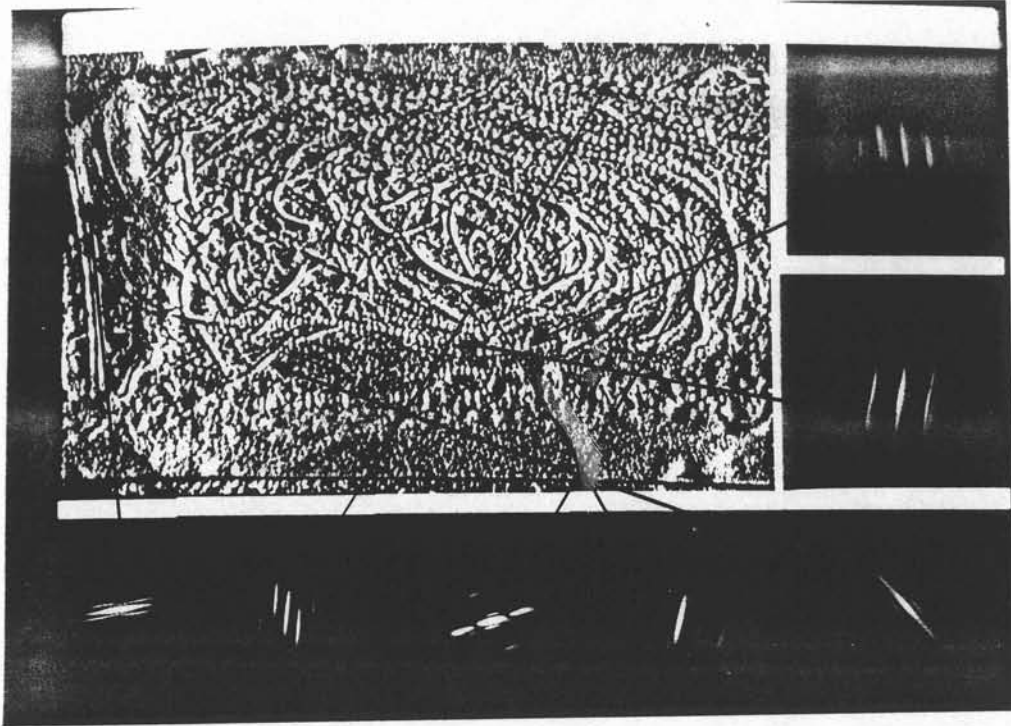


Figure 4 : Flow visualization regime 1-  $V = .5$  m/s,  $h = 72$ mm.

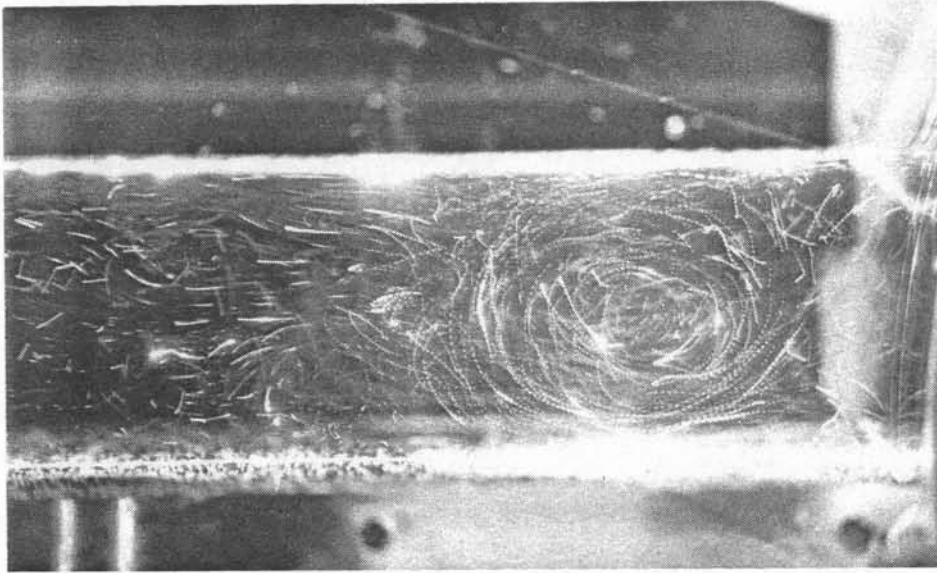


Figure 5 : Horizontal local velocity  $u$  versus the  $y$ -position in the cavity at  $x = 61$  mm

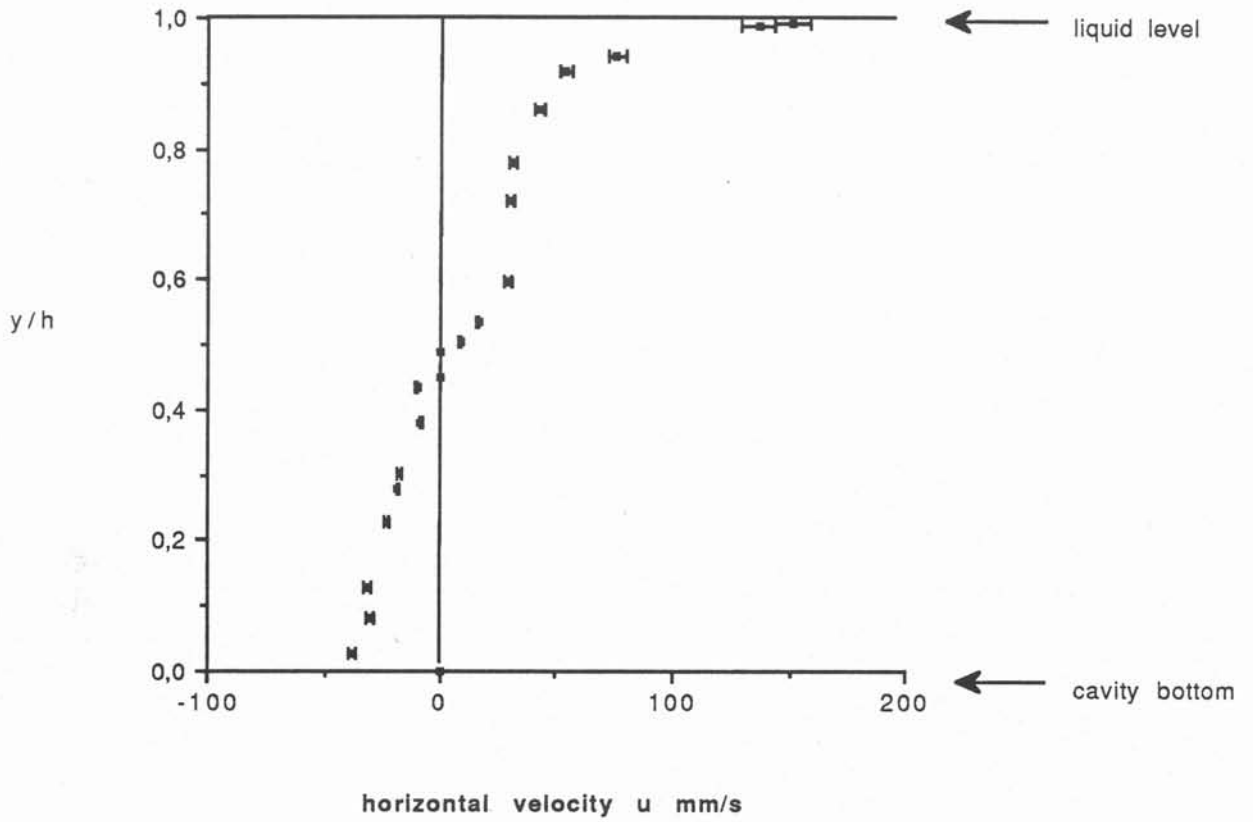


Figure 6 : Free surface behavior in regime 1

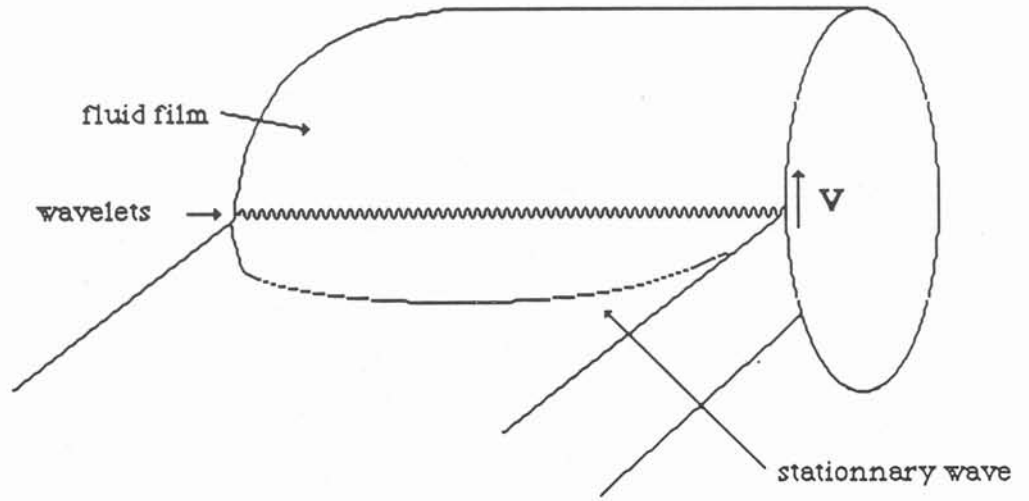


Figure 7 : Flow visualizations regime 2

a)  $V = .73 \text{ m/s}$   $h = 71 \text{ mm}$

b)  $V = 1.33 \text{ m/s}$   $h = 71 \text{ mm}$

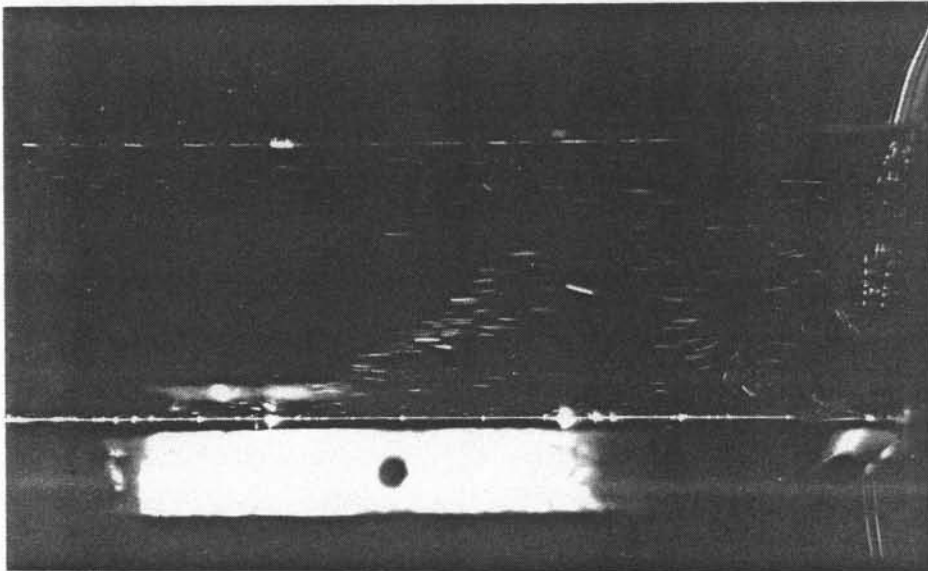
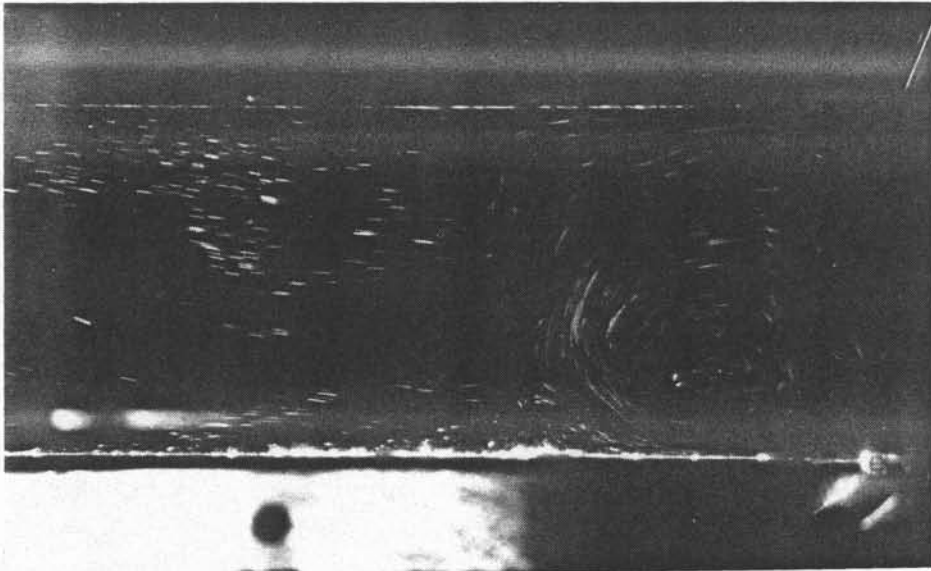
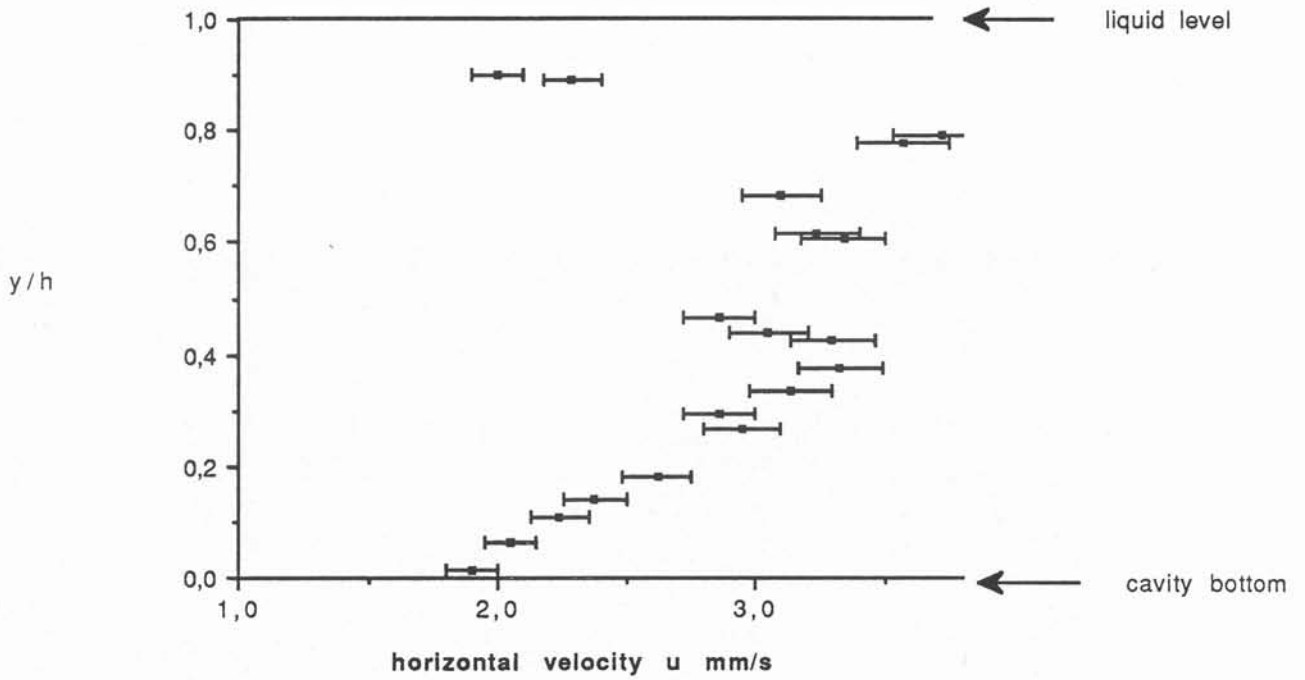




Figure 8 : regime 2

a) horizontal velocity  $u$  versus  $y$ -position  
at  $x = 138$  mm



b) vertical velocity  $v$  versus  $x$ -position  
at  $y = 36$  mm

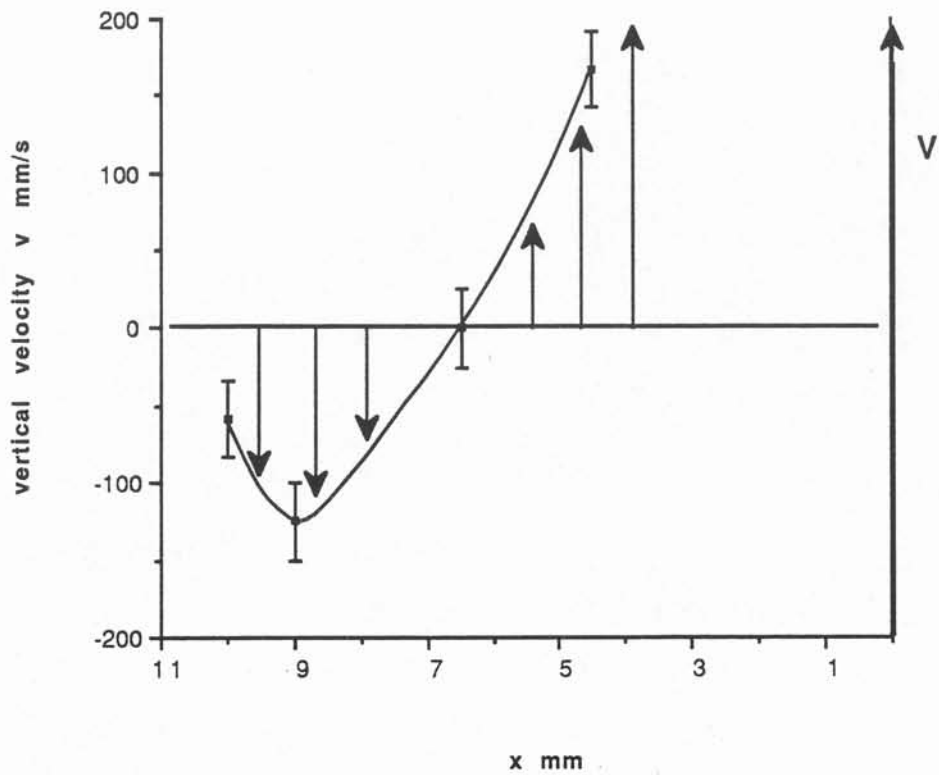


Figure 9 : Free surface photograph regime 2

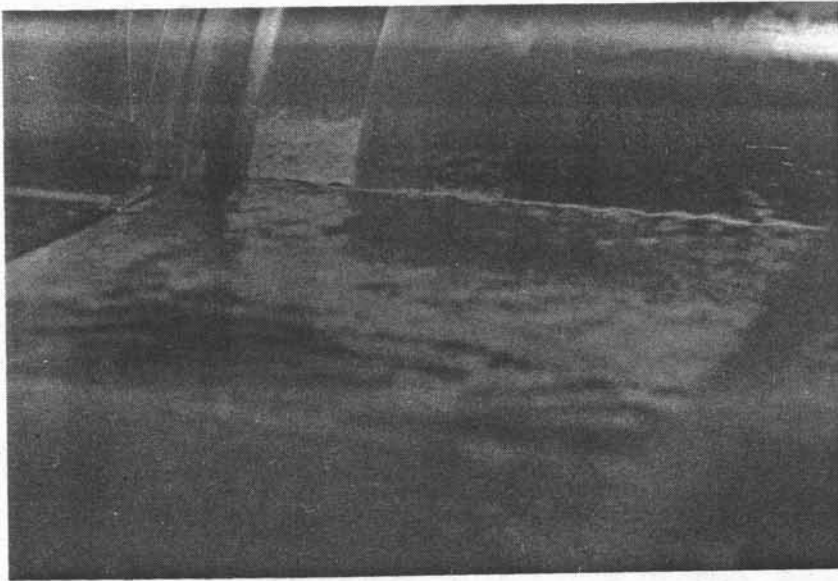


Figure 10 : Flow visualizations regime 3

- a)  $V = 1.6 \text{ m/s}$   $h = 71 \text{ mm}$
- b)  $V = 2.5 \text{ m/s}$   $h = 71 \text{ mm}$
- c)  $V = 4 \text{ m/s}$   $h = 71 \text{ mm}$

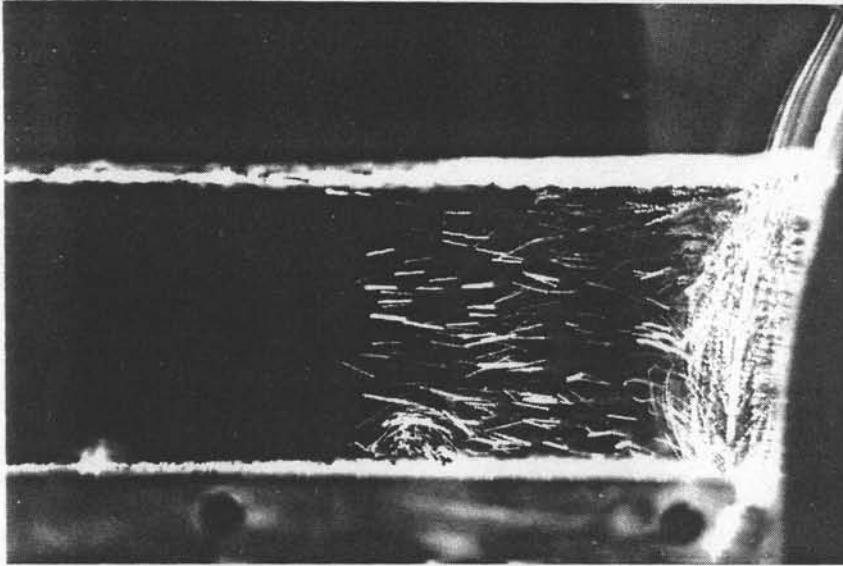
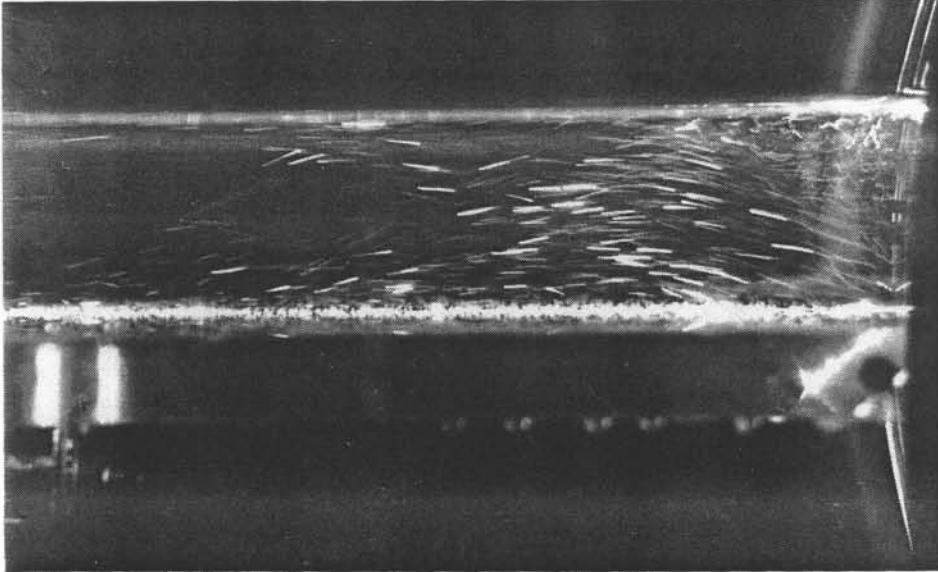


Figure 11 : horizontal velocity  $u$  versus  $y$ -position at  $x = 56$  mm

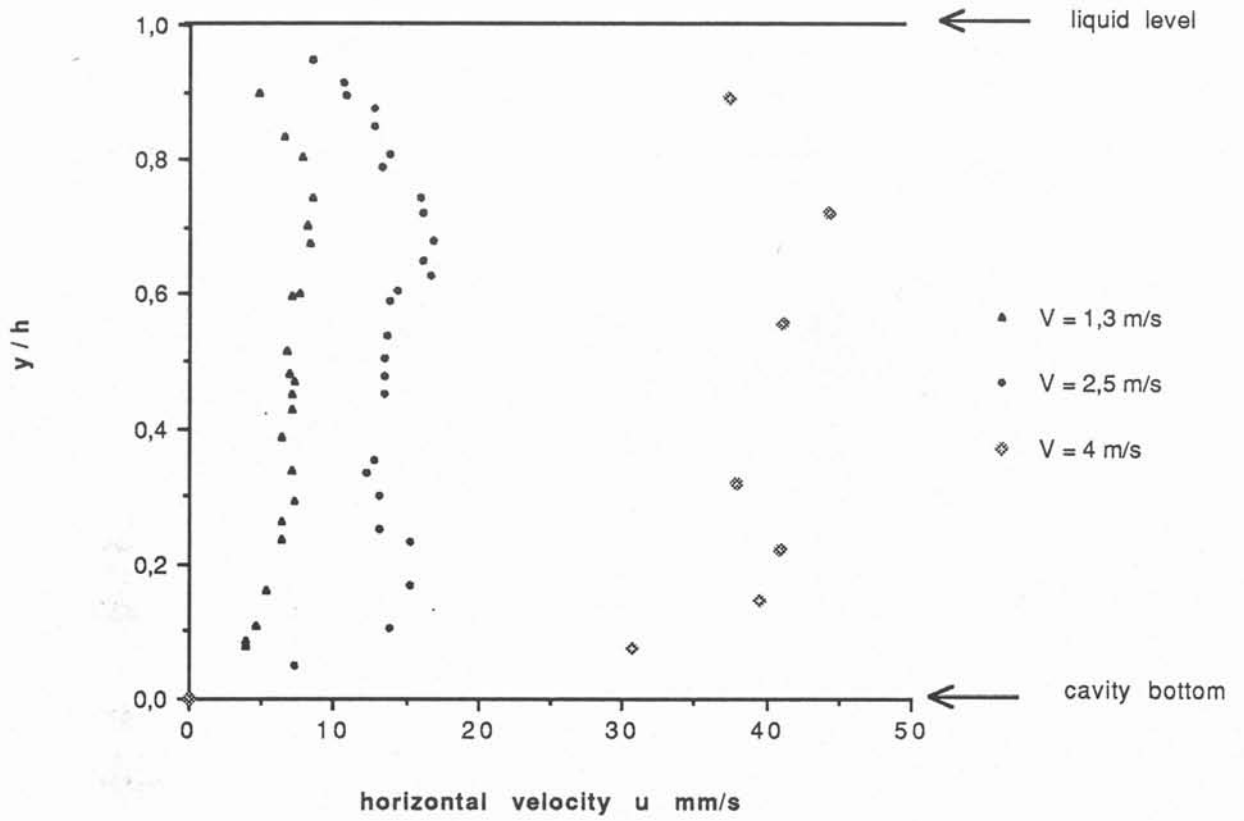


Figure 12 : Surface instabilities regime 3 -  $V = 2.5$  m/s

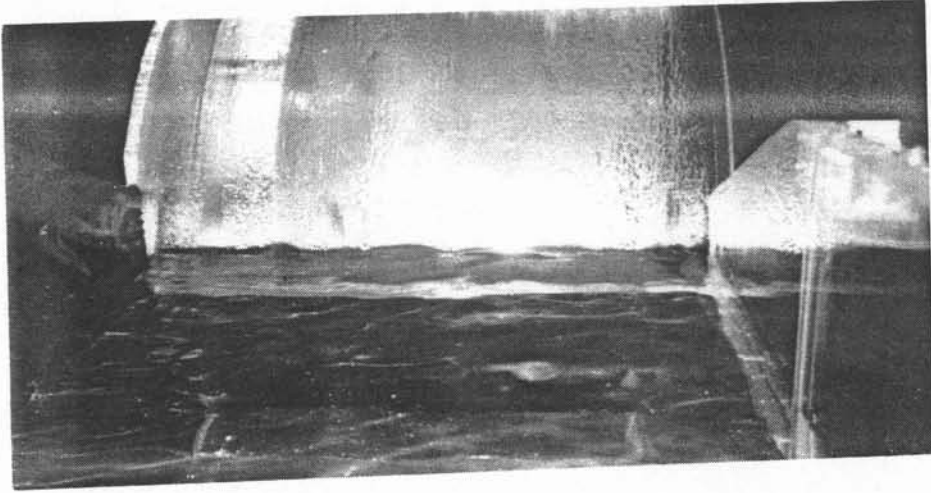


Figure 13

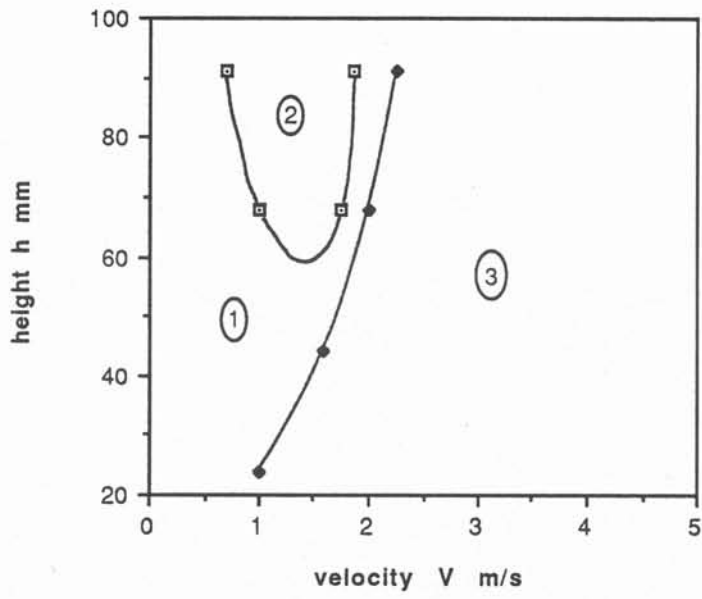


Figure 14 a

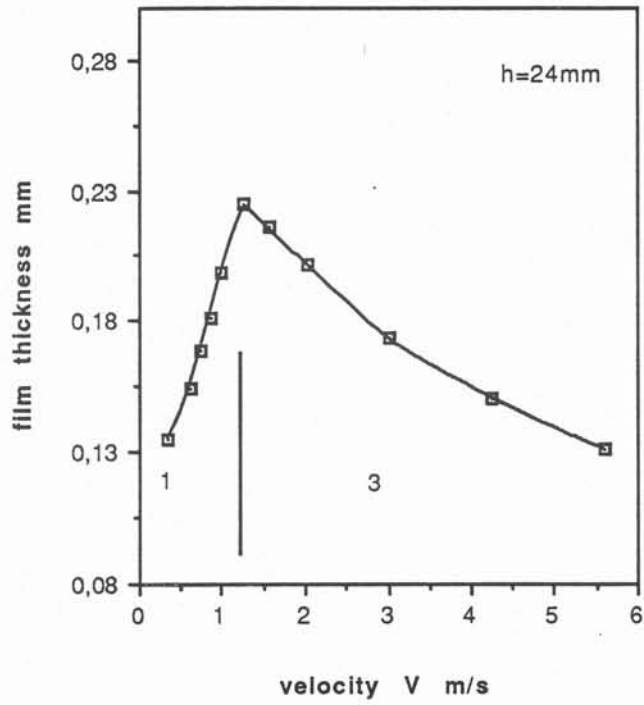


Figure 14 b

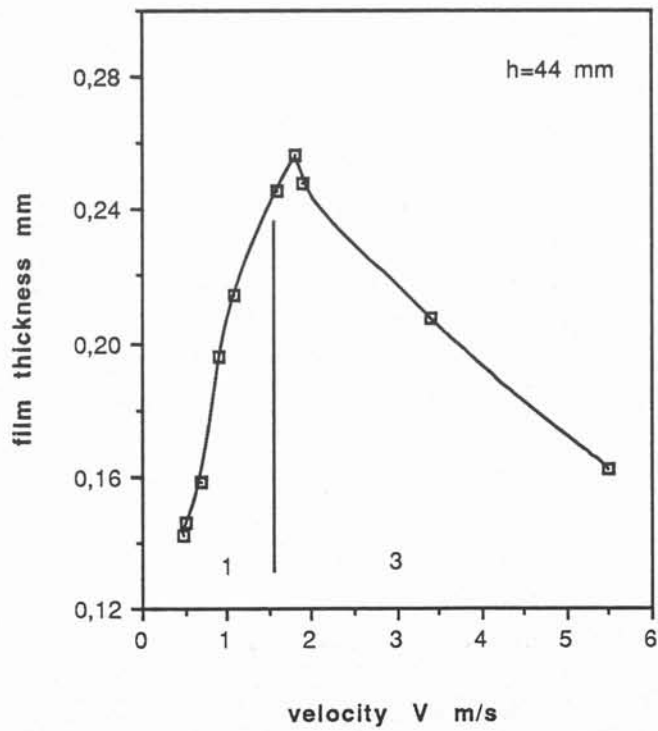


Figure 14 c

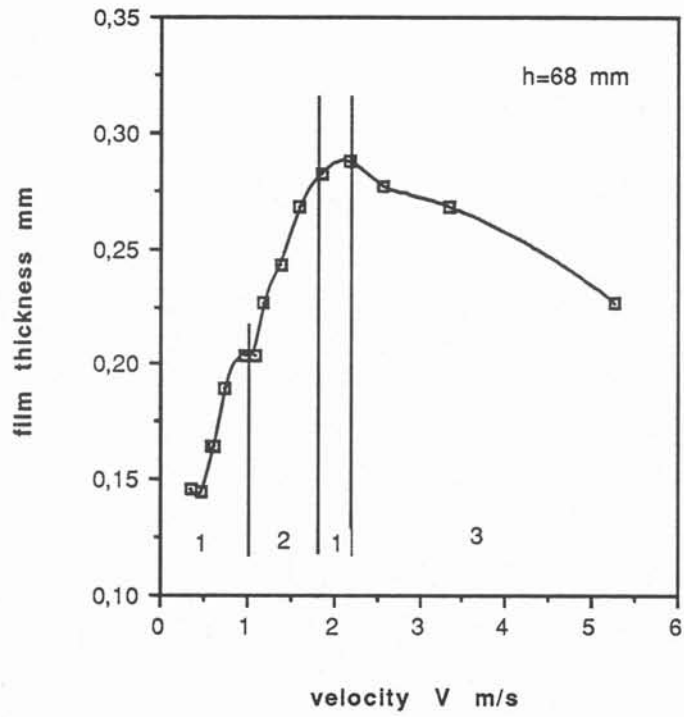


Figure 14 d

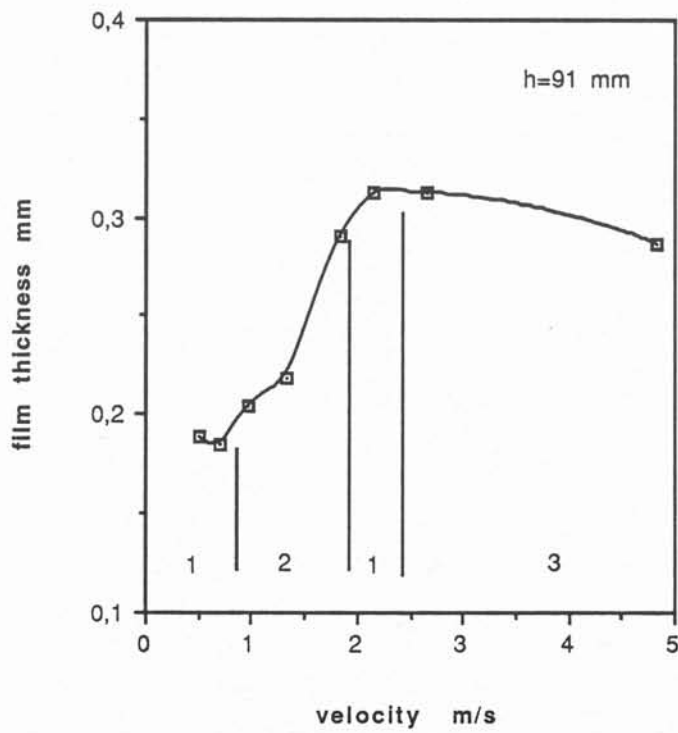




Figure 15

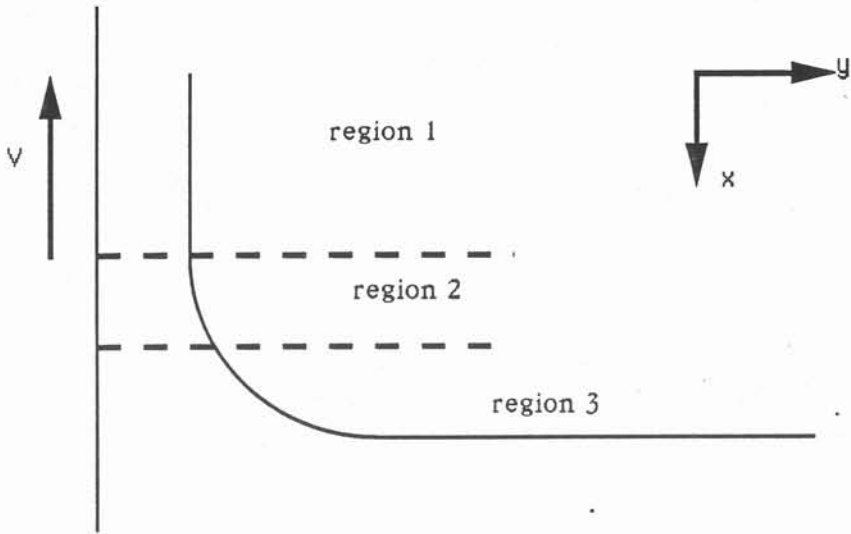


Figure 16

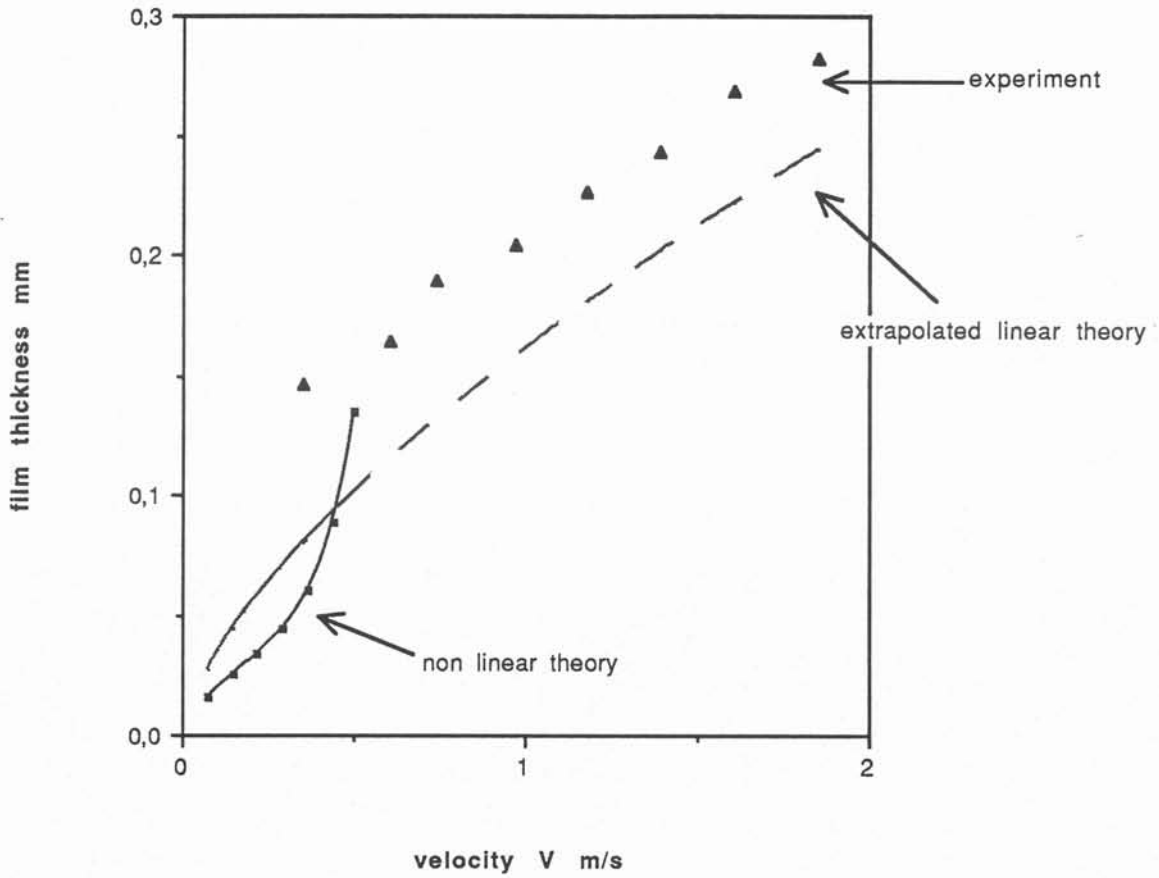


table 1

$\rho$ kg m <sup>-3</sup>	$\mu$ N s m <sup>-1</sup>	$\nu$ m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup>	$\sigma$ N m <sup>-1</sup>
1000	10 <sup>-3</sup>	10 <sup>-6</sup>	7.3 10 <sup>-2</sup>

table 2

V ms <sup>-1</sup>	0,2	0,5	1	1,6	2	4	6
Ca	0.003	0.007	0.014	0.022	0.027	0.055	0.082
Re (h=20 $\mu$ m)	4000	10000	20000	32000	40000	80000	120000
Re (h=50 $\mu$ m)	10000	25000	50000	80000	100000	200000	300000
Re (h=80 $\mu$ m)	16000	40000	80000	128000	160000	320000	480000

## CONVECTION FORCEE EN PRESENCE D'UNE SURFACE LIBRE VISUALISATION et VELOCIMETRIE LASER

P. GILLON ; P. RIVAT et Y. FAUTRELLE

Laboratoire MADYLAM, ENSHMG, B.P. 95  
38402 SAINT MARTIN D'HERES CEDEX.

Compte rendu du IIème Congrès Francophone de Vélocimétrie Laser, Meudon,  
25-27 septembre 1990

### RESUME

L'étude expérimentale des mouvements convectifs engendrés dans une cavité ouverte par une paroi défilante verticale est effectuée par PIV.

A vitesse croissante, une suite de trois régimes hydrodynamiques est observée : le système passe d'un écoulement type recirculation en cavité à un écoulement à couche limite cisailée pour présenter ensuite une circulation régulière de fluide alimentant une couche limite turbulente.

### INTRODUCTION

Nous présentons une étude expérimentale de la circulation d'un fluide contenu dans une cavité ouverte en présence d'une paroi défilante. Le paramètre variable étudié ici est la vitesse  $U$  de la paroi. Les visualisations du mouvement et la vélocimétrie sont obtenues à l'aide d'une technique laser. La Vélocimétrie par Image de Particules (PIV) permet l'évaluation qualitative et la mesure simultanée de l'ensemble des vitesses locales d'un plan de l'écoulement.

### INSTALLATION EXPERIMENTALE (figure 1)

L'écoulement à étudier est établi dans une cavité ouverte, de section rectangulaire  $650 \times 400 \text{ mm}^2$ , à fond incliné dont l'extrémité est en contact avec la paroi défilante. Afin de permettre les visualisations, l'ensemble cavité-paroi mobile est en Plexiglass. Le liquide utilisé, l'eau, est introduit dans la cavité en continu par une alimentation ; un déversoir à l'arrière permet de maintenir le niveau liquide constant.

La cavité au contact de la plaque mobile, est alimentée en eau jusqu'au niveau choisi, la paroi est alors mise en mouvement à une vitesse  $U$  contrôlée entraînant par drainage un film liquide dont l'épaisseur peut être mesurée.

L'étude expérimentale de ce système repose essentiellement sur la visualisation et la vélocimétrie de l'écoulement.

### VELOCIMETRIE PAR IMAGE DE PARTICULE

#### Principe

La Vélocimétrie par Image de Particules (VIP) a été développée pour déterminer des valeurs quantitatives de vitesses locales dans des écoulements fluides, voir par exemple les travaux de Lourenco et Krothapalli [ 1 ] (1987), Adrian [ 2 ] (1986) et la revue de Hesselink [ 3 ] (1988).

Le faisceau d'un laser Argon 5 W à 514 nm traverse un système de lentilles pour former une tranche lumineuse. Cette tranche laser vient illuminer une section choisie de la cavité perpendiculairement à la paroi défilante. Le faisceau laser est modulé par un secteur tournant, produisant ainsi un éclairage pulsé à fréquence ajustable. Dans cette technique, le négatif subit une exposition multiple; le temps d'exposition total détermine le nombre de spots donnés par un même traceur. Le temps d'exposition utilisé, dépend de l'ordre de grandeur des vitesses présentes et de la région spatiale à étudier.

Visualisation et vélocimétrie de la circulation sont obtenues simultanément par la lumière renvoyée par les particules situées dans le plan illuminé.

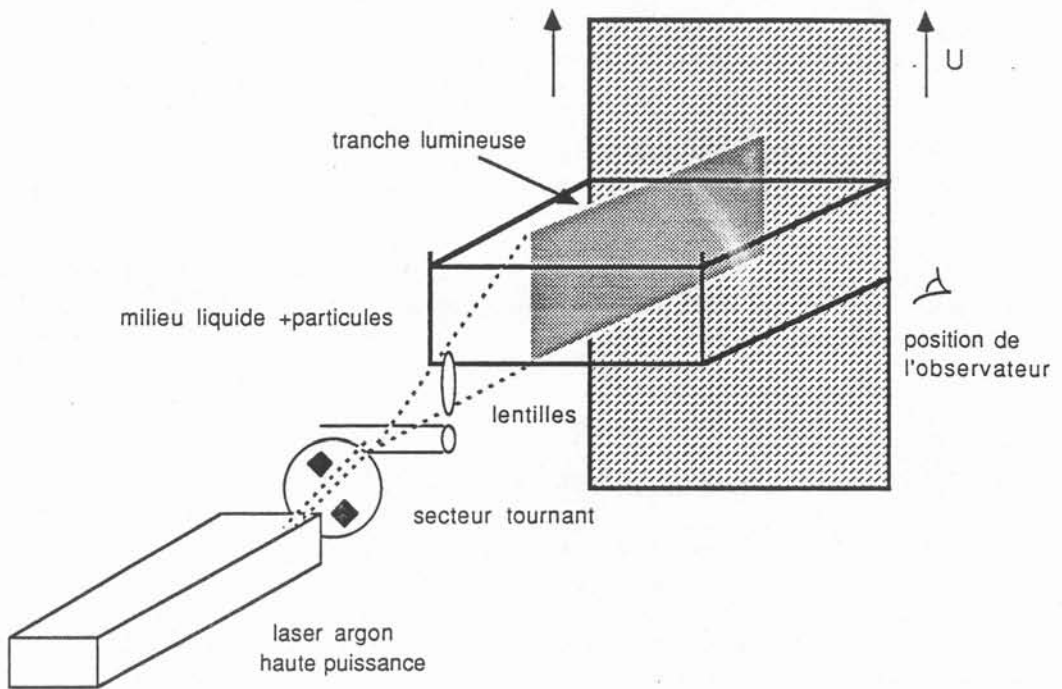


Figure 1  
Schéma de la technique visualisation vélocimétrie

L'hypothèse dans de telles techniques est que les particules utilisées comme traceurs, suivent le fluide sans retard significatif et n'altèrent pas la dynamique de l'écoulement. La première assertion limite la taille des particules, la seconde limite leur concentration. Des particules sphériques de polystyrène de 200  $\mu\text{m}$  de diamètre ont été utilisées.

La concentration des particules est dans notre cas difficile à maintenir constante et connue puisque l'écoulement entraîne une quantité de particules à l'extérieur de la cavité, le nombre de particules présentes diminue au cours du temps et est renouvelé par ajouts successifs.

Dans ces conditions de faible concentration de traceurs, le résultat obtenu consiste en une séquence d'images surimposées de particules. Cette image est enregistrée sur support photographique de grande résolution (Kodak Technical Pan). Une telle photographie à exposition multiple donne une visualisation de la circulation à l'intérieur de la cavité.

En vélocimétrie, la vitesse locale du fluide est donnée par le rapport de l'espace mesuré entre les images produites par un même traceur et le temps séparant les éclairs de lumière. L'image enregistrée se comporte comme une grille de diffraction complexe. Une des méthodes d'analyse de cette image est de produire des franges d'Young par une interrogation en lumière cohérente du négatif point par point. Ces franges ont une orientation perpendiculaire à la direction du vecteur vitesse locale et un espacement interfrange inversement proportionnel à son module.

### Les difficultés rencontrées

L'application de cette technique à notre système a présenté des difficultés au niveau de l'ensemencement du liquide et au niveau du choix des paramètres photographiques.

Le choix et la concentration des traceurs pose un problème certain du fait de la dimension importante de la cavité qui impose une certaine taille de particules et du mode de travail à fond perdu (déversoir) qui nécessite un ensemencement bon marché et renouvelable en cours d'expérimentation. Ces conditions ne permettent pas de maîtriser la concentration de traceurs ; nous avons travaillé à faible concentration privilégiant la résolution de l'image des particules sur le film à l'uniformité de répartition dans la cavité.

Les paramètres d'exposition doivent être choisis en fonction de la vitesse maximale attendue dans le champ des vitesses et de la résolution spatiale nécessaire. L'intervalle de temps entre les expositions est déterminé par le déplacement maximal permis à une particule afin d'obtenir une corrélation lors de l'analyse du négatif.

Dans nos expériences, l'échelle des vitesses s'étend de 0 à 120 mm/s ; afin d'obtenir une cartographie complète des vitesses dans le fluide, les prises de vue sont effectuées à deux fréquences de secteur, l'une à faible fréquence (2 à 10 Hz) pour évaluer les faibles vitesses, une seconde à fréquence élevée (20 à 40 Hz) pour les vitesses plus importantes. C'est le temps de pose qui détermine alors le nombre d'expositions sur le film.

## RESULTATS

En plus des informations qualitatives et quantitatives, le principal résultat de ce travail a été de mettre en évidence et d'identifier trois régimes d'écoulement apparaissant à des valeurs spécifiques de la vitesse, les photos correspondantes sont données figure 2.

### Régime 1

La figure 2.a présente l'écoulement obtenu dans le domaine des faibles vitesses . La rotation du cylindre provoque la formation d'une couche limite le long de la paroi défilante ; au niveau du ménisque supérieur, une partie du fluide entraînée par la couche limite adhère à la paroi pour former le film, tandis qu'une autre portion recircule le long de la surface libre pour alimenter un rouleau de recirculation volumique essentiellement 2D.

A vitesse imposée importante, la position du centre du vortex varie au cours du temps sur un axe horizontal. Une augmentation de  $U$  est accompagnée d'un déplacement du vortex vers l'arrière de la cavité, provoqué par une vitesse de fluide le long de la surface libre plus élevée.

Sur la figure 3.a, notons l'allure particulière des lignes de courant à proximité de la couche limite verticale, elles sont incurvées vers le bas au niveau inférieur puis présentent une courbure positive dans la partie supérieure.

### Régime 2

Il se caractérise, figure 2.b et 3.b, par la disparition du rouleau de recirculation du premier régime. La paroi défilante entraîne une couche limite de fluide, le fluide constituant cette couche limite est entraîné à l'extérieur de la cavité sur le cylindre à travers le ménisque. Une partie de celui-ci retombe par gravité dans le bain et entre verticalement dans le volume liquide le long de la couche limite, créant ainsi une zone cisailée de faible épaisseur.

L'écoulement volumique présente alors un rouleau confiné au niveau inférieur de la cavité à proximité de la paroi en mouvement. Son sens de rotation est inverse de celui du cylindre puisque provoqué par un mouvement de fluide issu des retombées, dirigé verticalement vers le bas. A vitesse croissante, la taille de ce rouleau inférieur diminue .

Le reste de la cavité présente une circulation régulière, horizontale de l'alimentation vers la paroi mobile.

### Régime 3

Il apparaît dès que la vitesse imposée dépasse une valeur critique de  $1,6 \text{ m s}^{-1}$ .

L'écoulement volumique est représenté figure 2.c et 3.c. Il diffère des régimes d'écoulements précédents en ce qu'il ne comporte plus de rouleau de recirculation.

L'ensemble du bain présente en fait un écoulement régulier de l'alimentation arrière vers la paroi en mouvement, avec une vitesse de fluide horizontale dont l'amplitude est directement proportionnelle à la vitesse  $U$  imposée et constante sur la hauteur  $h$ .

L'absence de vortex volumique permet de noter que les lignes de courant s'incurvent fortement vers le bas à l'approche de la paroi mobile au niveau inférieur.

L'aspect singulier de ce régime est le comportement observé dans une région située sous le ménisque supérieur. C'est là que se développe une zone fortement perturbée par des turbulences dans la couche limite. Elle se dissocie nettement du reste de l'écoulement du fait du mouvement aléatoire 3D des traceurs lumineux.

On peut considérer que la zone perturbée occupe un triangle rectangle fictif, côté vertical le long de la paroi, horizontal selon la surface libre, le troisième côté délimitant son étendue. A vitesse croissante, le triangle contenant la turbulence, s'allonge vers le bas, les instabilités prenant naissance de plus en plus tôt sur la paroi et se réduit le long de la surface libre, le fluide arrivant de plus en plus vite sur la couche limite repousse son étendue contre la paroi. La taille de la zone turbulente diminue.

A une vitesse  $U$  très élevée apparaissent outre les caractéristiques générales du régime 3, des perturbations sur le chemin des particules sous forme de vibrations de petite amplitude de quelques Hz de fréquence. La zone spatiale d'apparition de ces vibrations, d'abord limitée à l'approche de la couche limite, s'étend de plus dans le bain liquide à vitesse croissante.

Le reste de l'écoulement dans ce régime présente une remarquable homogénéité des vitesses.

## CONCLUSIONS

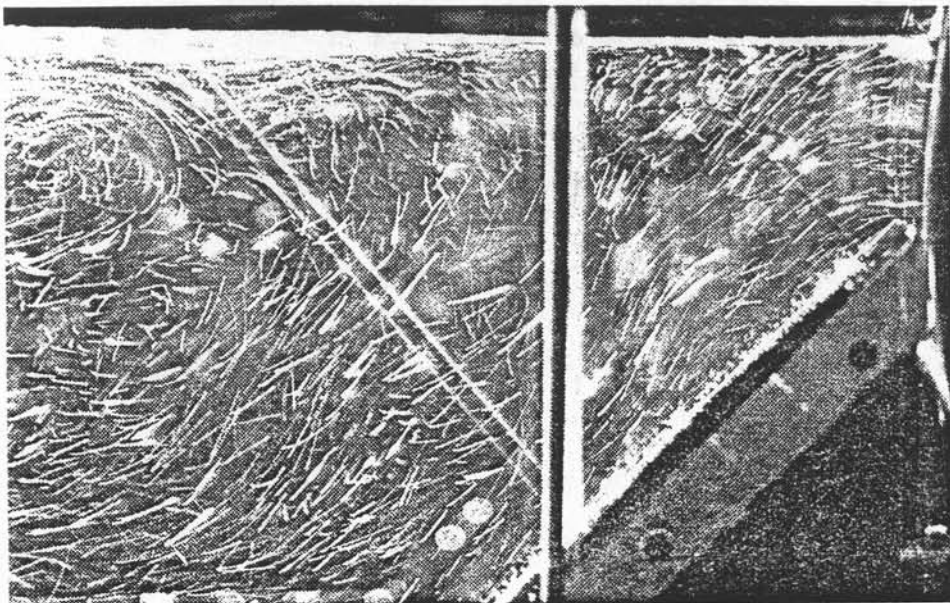
La Vélocimétrie par Images de Particules nous a permis de mettre en évidence trois régimes d'écoulement différents et de les caractériser qualitativement et quantitativement.

En une seule prise de vue d'un plan éclairé de fluide, l'expérimentateur accède à une visualisation de l'écoulement du liquide et également à une cartographie complète des vitesses dans le plan considéré. Cette technique nécessite cependant que l'écoulement ait une direction privilégiée dans le plan étudié, ainsi qu'une bonne maîtrise de l'ensemencement en particules. Elle nécessite aussi d'avoir une connaissance préalable du sens du mouvement étudié puisque la technique PIV donne la direction de la vitesse locale mais pas le sens.

## REFERENCES

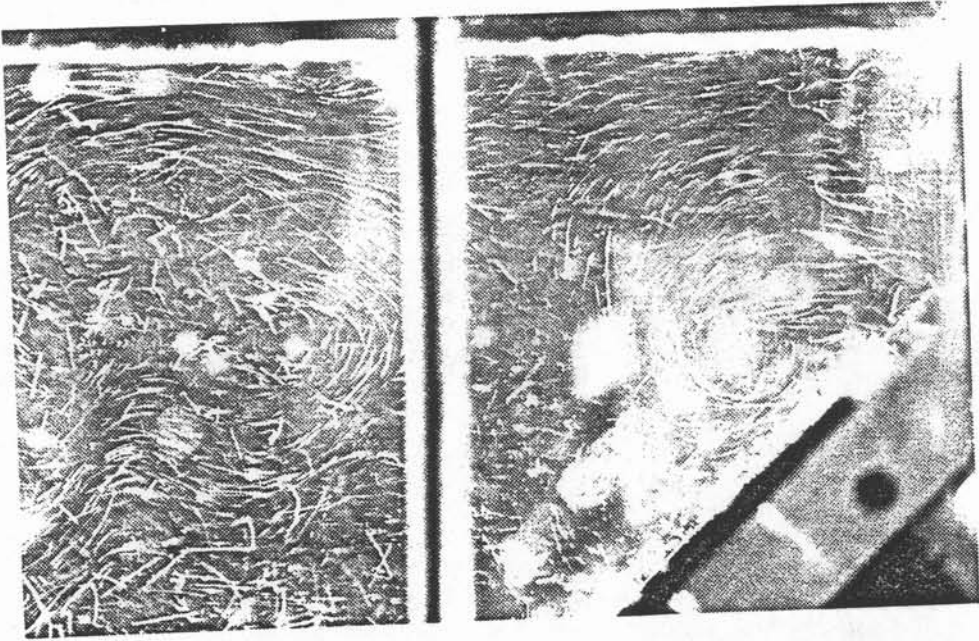
- [1] LOURENCO L. and KROTHAPALLI A.  
The role of photographic parameters in Laser Speckle or particle image displacement velocimetry  
Experiments in Fluids, 1987, 5, 29-32.
- [2] LANDRETH C.C., ADRIAN R.J. and C.S. YAO  
Double pulsed particle image velocimeter with directional resolution for complex flows.  
Experiments in Fluids, 1988, 6, 119-128.
- [3] Lambertus HESSELINK  
Digital Image Processing in Flow Visualization  
Ann. Rev. Fluid Mech., 1988, 20, 421-85.

Figure 2 : photographies P.I.V. de l'écoulement dans les trois régimes

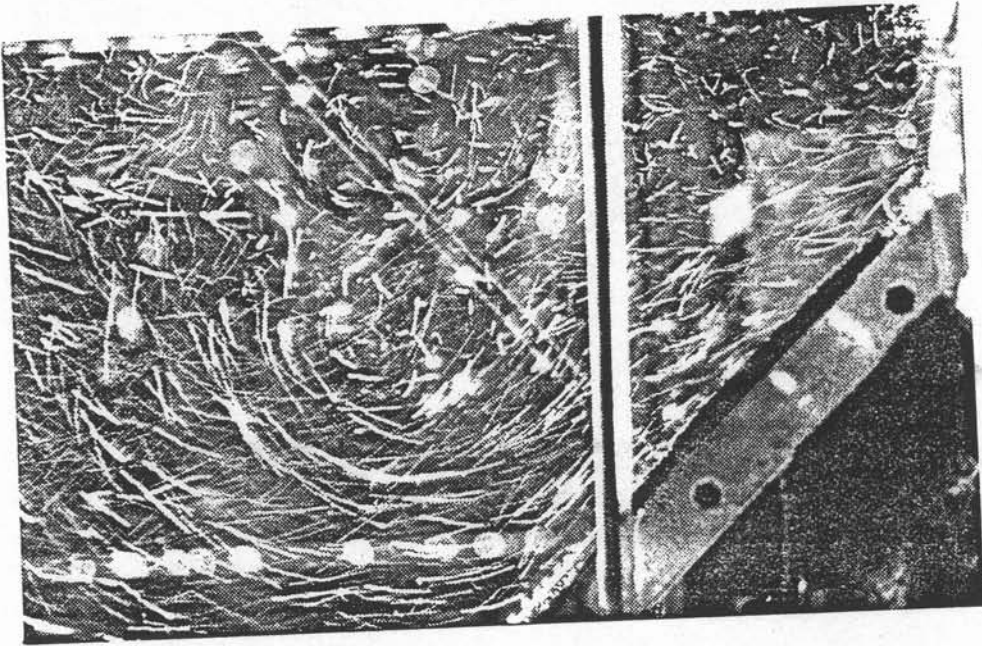


(2a)





(2b)



(2c)

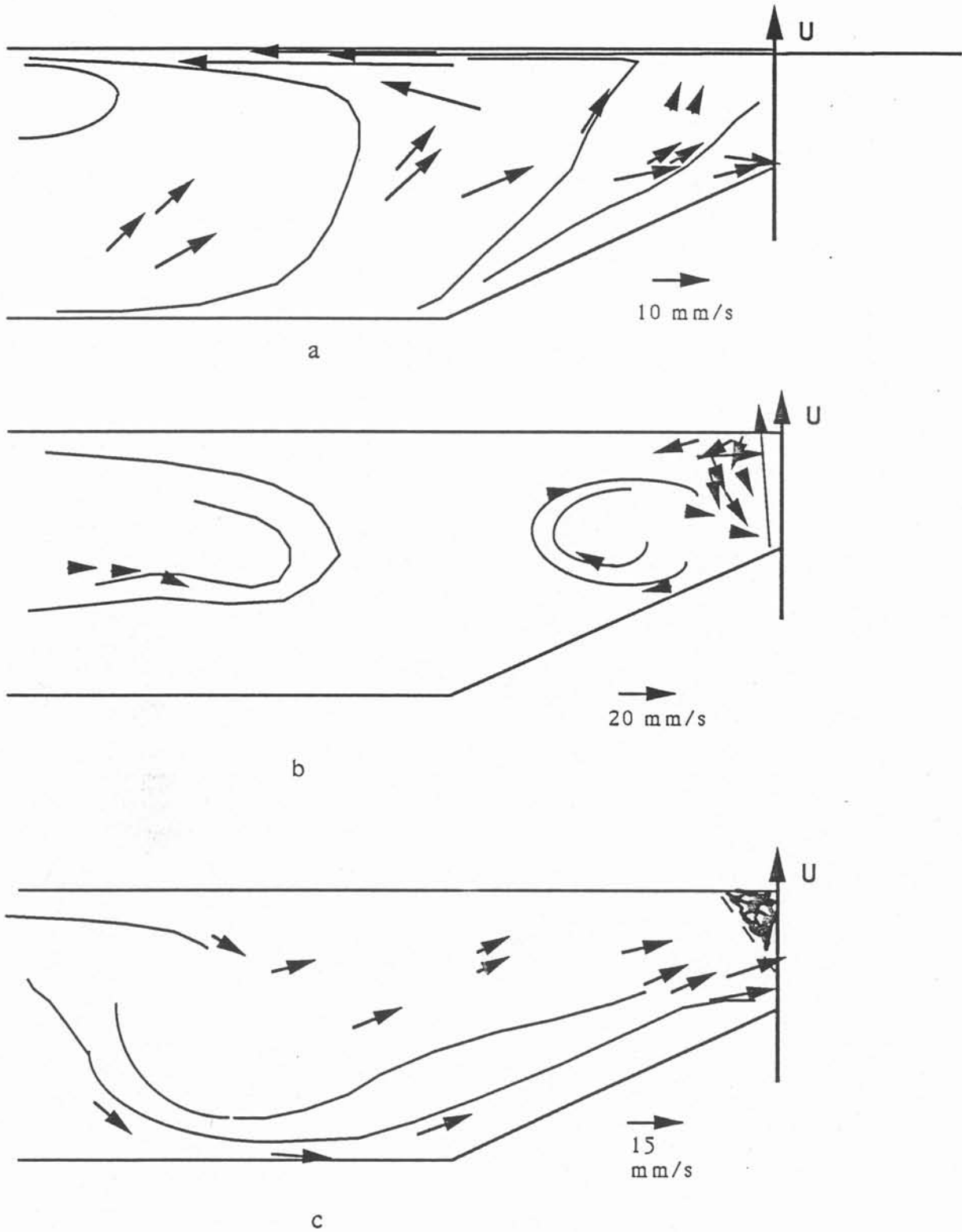


Figure 3 : Représentation schématique de l'écoulement  
Cartographie des vitesses locales



## CHAPITRE 3



Ce chapitre s'intéresse aux possibilités offertes par les champs magnétiques de stabiliser et de contrôler la forme des interfaces entre fluides de conductivités électriques différentes.

### 3.1 - STABILISATION EN PRESENCE D'UN CHAMP MAGNETIQUE

#### 3.1.1 - Théorie linéaire de la stabilité - Analyse en modes normaux

Rappelons brièvement le principe et la méthode d'analyse de la stabilité d'un état d'équilibre de référence caractérisé dans notre cas par un champ de vitesse  $\vec{U}$ , un champ de pression  $P$  et un champ magnétique  $\vec{B}$  vérifiant les équations de base et les conditions aux limites du système.

Une perturbation est imposée au système qui apporte une modification  $\vec{u}'$ ,  $p'$ ,  $\vec{b}'$  aux champs de référence. Les distributions  $\vec{U} + \vec{u}'$ ,  $P + p'$  et  $\vec{B} + \vec{b}'$  vérifient comme les distributions de base les équations et les conditions aux limites. Aussi par différence des deux systèmes d'équations correspondants est-il possible de déterminer les équations régissant les variables perturbées compte tenu de l'état de référence choisi. Le système d'équations obtenu est extrêmement difficile à résoudre à cause de son caractère non linéaire. Une simplification est possible pourvu que l'on ne s'intéresse qu'à la seule détermination du caractère stable ou instable du système dans le proche voisinage de l'état d'équilibre de référence.

Il suffit pour ce faire de considérer que l'amplitude de la variable perturbée qui est à l'origine de la perturbation générale du système reste faible devant la valeur d'une grandeur typique de même nature dans le système. Un petit paramètre (faible devant l'unité) apparaît ainsi naturellement. La linéarisation consiste à développer en série suivant les puissances de ce petit paramètre l'ensemble des fonctions décrivant la distribution des variables perturbées et à ne retenir dans les équations que le développement au premier ordre.

Dans notre cas particulier, les équations régissant les perturbations limitées au premier ordre du petit paramètre introduit sont :

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j \partial x_j} + f_i$$

$$\text{avec } f_i = \frac{1}{\mu\rho} \left( B_j \frac{\partial b'_i}{\partial x_j} + b'_j \frac{\partial B_i}{\partial x_j} - B_j \frac{\partial b'_i}{\partial x_i} - b'_j \frac{\partial B_i}{\partial x_i} \right)$$

$$\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0$$

$$\frac{\partial b'_i}{\partial x_i} = 0$$

$$\frac{\partial b'_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial b'_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial B_i}{\partial x_j} - B_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} - b'_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\mu\sigma} \frac{\partial^2 b'_i}{\partial x_j \partial x_j}$$

Pour analyser objectivement la stabilité du système, il convient d'examiner son comportement et sa réponse à toute perturbation possible. Afin d'y parvenir nous faisons l'hypothèse que toute perturbation peut être décomposée en une double série de Fourier spatio-temporelle en modes normaux, pour toutes les fréquences et toutes les longueurs d'onde possibles. Compte tenu de la linéarité introduite, chaque mode n'ayant aucune interaction avec les autres modes sera analysée séparément, longueurs d'onde et fréquences seront des paramètres. Le système sera considéré comme instable si un seul mode est instable.

Les contraintes imposées au système à la fois par les mécanismes physiques dominants et les conditions aux limites rendent les fréquences  $s$  et les longueurs d'onde, ou vecteurs d'onde  $\vec{k}$  dépendants. Deux modes d'analyse sont alors possibles:

- analyse temporelle : une perturbation de longueur d'onde  $\lambda = 2\pi / \|\vec{k}\|$  étant fixée, l'évolution temporelle de la perturbation est examinée,
- analyse spatiale : une perturbation de fréquence  $s$  étant fixée, l'évolution dans l'espace de la perturbation est analysée.

Nous choisirons l'analyse temporelle.

Toutes les perturbations pour un mode donné auront la forme

$$p' = p(z) e^{ist} e^{\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

la fréquence  $s$  est supposée complexe. Pour une valeur de  $k$  fixée, le système imposera la valeur de  $s$ . Ainsi :

- l'amplitude de la perturbation croîtra avec le temps si  $\text{Im}(s)$  est négatif rendant le système instable,
- l'amplitude de la perturbation diminuera avec le temps si  $\text{Im}(s)$  est positif ramenant de façon stable le système dans l'état d'équilibre de référence.

Le critère de stabilité repose donc sur le signe de  $\text{Im}(s)$ .

Dans les configurations que l'on étudiera, l'analyse de stabilité est menée de la façon suivante :

- l'interface est soumise à une perturbation infinitésimale d'amplitude  $\epsilon$  très faible devant les dimensions typiques du système et en particulier devant l'épaisseur de peau  $\delta$ .

L'équation de l'interface s'écrit alors :

$$z = \epsilon e^{ist} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad \text{avec } \epsilon/\delta \ll 1$$

Compte tenu de la contrainte imposée par les conditions aux limites à l'interface :

- continuité du champ magnétique
- équilibre des contraintes normales,

- égalité des composantes normales des vitesses des fluides, situés de part et d'autre de l'interface, à la vitesse de l'interface ,

toutes les perturbations sont proportionnelles à  $\epsilon$  et s'écriront sous la forme :

$$p = \epsilon p(z) e^{ist} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

Ainsi dans le système d'équations linéarisées  $\epsilon$  disparaît et la résolution du système intégrant les conditions aux limites fait apparaître une équation caractéristique

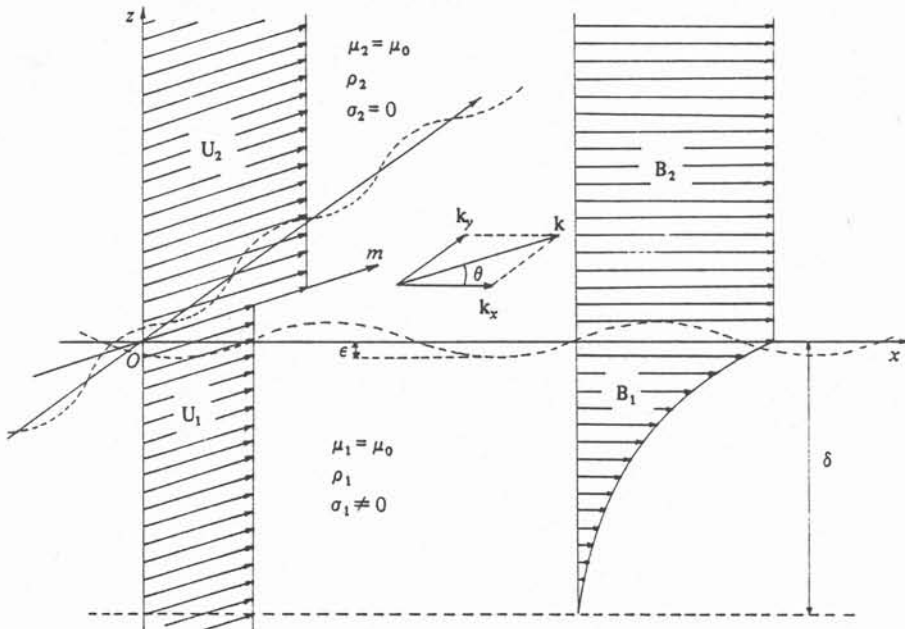
$$s = s(k)$$

appelée équation de dispersion permettant de caractériser la stabilité du système au proche voisinage de l'état de référence.

### 3.1.2 - Stabilisation par un champ magnétique alternatif horizontal

Les études entreprises afin de comprendre l'influence des champs alternatifs sur la stabilité des écoulements fluides sont récentes (après 1970) et de manière générale, le métal liquide est considéré comme infiniment conducteur (Sagardia). Garnier et Moreau [13] ont introduit une conductivité électrique finie et ont montré l'effet stabilisant d'un champ magnétique sur une interface plane.

- Figure n° 3.1 -  
Configuration du problème





La configuration étudiée par Sagardia, Garnier et Moreau est constituée de deux fluides superposés occupant chacun un demi-espace. L'indice 1 caractérisera le fluide inférieur  $\zeta < 0$ , l'indice 2 le fluide supérieur  $\zeta > 0$ . Les caractéristiques des deux fluides sont les suivantes :

densité :  $\rho_1, \rho_2$   
 conductivité  $\sigma_1$  non nulle,  $\sigma_2 = 0$ .

Les fluides sont animés de vitesses uniformes et parallèles mais de modules  $U_1, U_2$  différents. Un champ magnétique  $B_2 = (B_0 \cos \omega t, 0, 0)$  dirigé selon  $Ox$  est imposé dans le fluide 2. Compte tenu de la condition  $R_\delta \ll 1$  (où  $R_\delta$  est le nombre de Reynolds magnétique construit avec l'épaisseur de peau  $\delta$ ), et de la conductivité finie dans le fluide 1, le champ magnétique est gouverné par un mécanisme de diffusion pure. La figure 3.1 représente la configuration du problème. On note  $\theta$  l'angle entre le vecteur d'onde  $\vec{k}$  et le champ magnétique appliqué.

L'équation de dispersion obtenue est :

$$\rho_1 (s + \vec{k} \cdot \vec{U}_1)^2 + \rho_2 (s + \vec{k} \cdot \vec{U}_2)^2 + gk (\rho_2 - \rho_1) - Tk^3 - F(k, \theta) = 0 \quad (3.7)$$

où  $F(k, \theta)$  représente la contribution du champ magnétique selon

$$F(k, \theta) = \frac{B_0^2 k^2}{2\mu} \cos^2 \theta f(x)$$

$$\text{avec } f(x) = \frac{[(x^4 + 4)^{1/2} + (1 - x) [(x^4 + 4)^{1/2} - x^2]^{1/2}}{\sqrt{2} [x^4 + 4]^{1/2}}$$

et  $x = k \delta$

Le résultat obtenu avec une conductivité finie dans le métal liquide est en accord avec le résultat de Sagardia qui correspond à une hypothèse de pénétration nulle (conductivité infinie du métal). En effet quand  $\delta \rightarrow 0$  ;  $f(k\delta) = 1$ .

L'équation 3.7 est une équation du second degré en  $s$  qui admet en général deux solutions complexes conjuguées, l'une correspondant à une amplification et l'autre à un amortissement. Aucune perturbation n'est amplifiée si le discriminant de 3.7 est positif ou nul car dans ce cas,  $s$  est réel, soit :

$$- \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} k^2 (U_1 - U_2)^2 \cos^2 \theta_1 + yk (\rho_1 - \rho_2) + Tk^3 + F(k, \theta) \geq 0 \quad (3.8)$$

où  $\theta_1 = (\vec{k}, \vec{u}_1)$

L'équation 3.8 donne la condition de stabilité de l'écoulement. Une simple considération sur les signes des divers termes montre que le premier terme à un effet déstabilisant: c'est le terme responsable de l'instabilité de Kelvin-Helmoltz. Le deuxième terme a un effet stabilisant ou déstabilisant suivant le signe de  $(\rho_1 - \rho_2)$ : c'est le terme responsable de l'instabilité de Rayleigh-Taylor. Le troisième terme est stabilisant : l'effet de la tension superficielle est de redonner à l'interface une

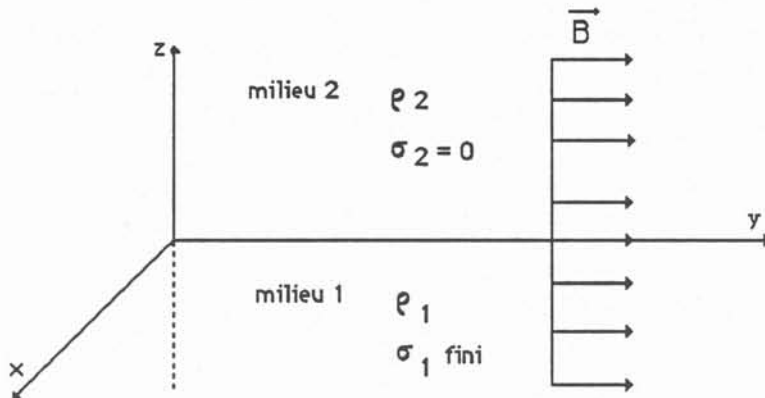
géométrie telle que le rayon de courbure ne subisse pas de variations locales. Cet effet est d'autant plus fort que la longueur d'onde est petite.

Le dernier terme dû au champ magnétique est toujours stabilisant mais comme on pouvait le prévoir, il a un effet sélectif sur les perturbations :

- le champ magnétique n'a pas d'effet sur les ondes dont le vecteur d'onde est perpendiculaire à la direction du champ magnétique.
- l'effet est maximum quand le vecteur d'onde est aligné avec le champ magnétique.
- pour un vecteur d'onde donné, l'effet croît avec une diminution de l'épaisseur de peau.
- cet effet stabilisant, lié aux forces électromagnétiques confinées dans l'épaisseur  $\delta$  est absolument indépendant du mouvement du fluide. Il ne dépend que de la déformation de la surface libre. Si les effets sont comparables à ceux d'un champ continu appliqué au même système, la physique est différente.

### 3.1.3 - Stabilisation par un champ continu horizontal

Dans cette partie, nous allons établir l'équation caractéristique de la perturbation de l'interface par une analyse en modes normaux dans une configuration analogue à celle du paragraphe 3.1.2. Le champ magnétique appliqué  $\vec{B}(0, B, 0)$  est supposé uniforme, continu et horizontal. Le calcul a été fait dans le cas d'un milieu 1 infiniment conducteur [6]. Nous allons introduire une conductivité finie dans le milieu 1 électroconducteur. La géométrie du système est illustrée sur le schéma suivant :



Les vitesses des fluides dans les deux milieux sont considérées comme nulles. L'état de référence du système est caractérisé par : surface libre  $z = 0$ , champ magnétique  $\vec{B}(0, B, 0)$ .

#### 3.1.3.a) Etat perturbé dans le milieu conducteur

Soit une perturbation développée en terme de modes normaux. L'équation de l'interface s'écrit  $z = \epsilon e^{i(st + \vec{k} \cdot \vec{r})}$

Compte tenu de l'état de référence, les perturbations  $\vec{b}_1$  du champ magnétique et  $\vec{u}_1$  du champ de vitesse vérifient :

$$\rho_1 \frac{\partial \vec{u}_1}{\partial t} = - \vec{\text{grad}} (p_1^* + \frac{B b_{1y}}{\mu}) + \frac{B}{\mu} \frac{\partial \vec{b}_1}{\partial y} \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \vec{b}_1}{\partial t} = \text{rot} (\vec{u}_1 \wedge \vec{B}) + \frac{1}{\mu \sigma_1} \Delta \vec{b}_1 \quad (3.10)$$

$$\text{div} \vec{u}_1 = 0 \quad (3.11)$$

$$\text{div} \vec{b}_1 = 0 \quad (3.12)$$

En prenant la divergence membre à membre de l'équation 3.9 et compte tenu de 3.11 et 3.12 on obtient :

$$\Delta (p_1^* + \frac{B b_{1y}}{\mu}) = 0 \quad (3.13)$$

En cherchant les solutions sous la forme de variables séparées du type  $g(z) e^{i(st + \vec{k} \cdot \vec{r})}$

$$\pi_1(z) = p_1^* + \frac{B b_{1y}}{\mu} = A_1 e^{\vec{k}z} \quad (3.14)$$

et 3.9 et 3.10 donnent :

$$is \rho_1 \vec{u}_1 = - \vec{\text{grad}} \pi_1 + \frac{B}{\mu} i k_y \vec{b}_1 \quad (3.15)$$

$$is \vec{b}_1 = i B k_y \vec{u}_1 + \eta (D^2 - k^2) \vec{b}_1 \quad (3.16)$$

où  $D = \frac{\partial}{\partial z}$

par substitution de  $\vec{u}_1$  dans 3.16,  $\vec{b}_1$  vérifie

$$D^2 \vec{b}_1 - \alpha^2 \vec{b}_1 - \frac{B k_y}{s \rho_1 \eta} \vec{E} \pi = 0 \quad (3.17)$$

avec  $\alpha^2 = k^2 + \frac{i}{\eta} [s - \frac{B^2 k_y^2}{s \rho_1 \mu}]$  ;  $\eta = \frac{1}{\mu \sigma_1}$  ;  $\vec{E} (ik_x, ik_y, k)$  ;  $k^2 = k_x^2 + k_y^2$

$$\text{soit : } b_{1i}(z) = C_i e^{\alpha z} + i \frac{B k_y}{s^2 \rho_1 \mu - B^2 k_y^2} \mu E_i A_1 e^{kz} \quad (3.18)$$

car  $b_{1i} \rightarrow 0 \quad z \rightarrow \infty$

$$\text{et } u_{1i}(z) = C_i \frac{B k_y}{\mu s \rho_1} e^{\alpha z} + i E_i A_1 e^{kz} \frac{s \mu}{s^2 \rho_1 \mu - B^2 k_y^2} \quad (3.19)$$

### 3.1.3.b) Etat perturbé dans le milieu isolant

Les équations vérifiées par les grandeurs perturbées sont :

$$\rho_2 \frac{\partial \vec{u}_2}{\partial t} = - \vec{\text{grad}} p_2^* \quad (3.20)$$

$$\Delta \vec{b}_2 = 0 \quad (3.21)$$

$$\text{div } \vec{u}_2 = 0 \quad (3.22)$$

$$\text{div } \vec{b}_2 = 0 \quad (3.23)$$

les solutions sont :

$$\vec{b}_2(z) = D_2 \vec{F} e^{-kz} \quad (3.24)$$

avec  $\vec{F} = (ik_x, ik_y, -k)$

On en déduit immédiatement :

$$p_2^*(z) = \frac{isp_2}{k} A_2 e^{-kz} \quad (3.25)$$

$$u_{2z}(z) = A_2 e^{-kz} \quad (3.26)$$

### c) Equation caractéristique

Les grandeurs  $C_x, C_y, C_z, A_1, D_2$  et  $A_2$  sont calculées grâce aux équations établissant la continuité du champ magnétique à l'interface (équation 3.27 à 3.29) et la continuité de la vitesse  $u_z$  à l'interface égale à la vitesse de déplacement de celle-ci (équation 3.30 et 3.31). A ces équations il faut rajouter la conservation de  $\vec{b}$  dans le milieu 1 (équation 3.32).

$$C_x + i \frac{B k_y}{D_{\text{env}}} \mu ik_x = ik_x D_2 \quad (3.27)$$

$$C_y + i \frac{B k_y}{D_{\text{env}}} \mu ik_y = i k_y D_2 \quad (3.28)$$

$$C_z + i \frac{B k_y}{D_{\text{env}}} \mu k A_1 = -k D_2 \quad (3.29)$$

avec  $D_{\text{env}} = s^2 \rho_1 \mu - B^2 k_y^2$

$$A_2 = is\epsilon_0 \quad (3.30)$$

$$C_z \frac{B k_y}{\mu s \rho_1} + i \frac{s\mu}{D_{env}} k A_1 = is \epsilon. \quad (3.31)$$

$$i k_x + i k_y + \alpha C_z = 0 \quad (3.32)$$

La condition de continuité de la contrainte normale s'écrit :

$$(P_1 + p_2^*)_{z_0} = (P_2 + p_2^*)_{z_0} + T k^2 z_0 \quad (3.33)$$

Compte tenu qu'à l'équilibre :

$$p_2 + \rho_2 g z = p_1 + \rho_1 g z$$

$$\text{on a } (\rho_2 - \rho_1) z_0 + (p_1^* - p_2^*)_{z_0} - T k^2 z_0 = 0$$

qui s'écrit encore :

$$(\rho_2 - \rho_1) z_0 + (A_1 - \frac{B}{\mu} i k_y D_2 - \frac{is\rho_1}{k} A_2) e^{i(st + \vec{k} \cdot \vec{r})} - T k^2 z_0 = 0 \quad (3.34)$$

On calcule  $A_1$   $A_2$  et  $D_2$  par le système formé des équations 3.27 à 3.32 :

$$A_2 = is \epsilon_0$$

$$D_2 = \frac{i (k - 2) s^2 \rho_1 \epsilon_0 B k_y \mu}{(k + \alpha) s^2 \rho_1 \mu k - \alpha k^2 B^2 k_y^2}$$

$$A_1 = \frac{(k + \alpha) s^2 \epsilon_0 D_{env} \rho_1}{(k + \alpha) s^2 \rho_1 \mu k - 2 k^2 B^2 k_y^2}$$

D'où l'équation caractéristique :

$$g(\rho_2 - \rho_1) k + s^2 \rho_1 \frac{\alpha(1 - \frac{2B^2 k_y^2}{s^2 \rho_1 \mu}) + k}{\alpha + k(1 - \frac{2B^2 k_y^2}{s^2 \rho_1 \mu})} + s^2 \rho_2 - T k^3 = 0 \quad (3.35)$$

Si la conductivité électrique devient infinie, on a  $\eta = \frac{1}{\sigma\mu} \rightarrow 0$  et  $\alpha \rightarrow +\infty$

Dans ces conditions, l'équation caractéristique s'écrit :

$$(\rho_2 - \rho_1) g k + s^2 (\rho_1 + \rho_2) - \frac{2 B^2 k_y^2}{\mu} - T k^3 = 0$$

C'est l'équation que Chandrasekhar [6] a établi pour les mêmes conditions.

Si  $k_y = 0$ , on retrouve l'équation caractéristique des ondes gravitaires

$$g(\rho_2 - \rho_1)k + s^2(\rho_1 + \rho_2) - T k^3 = 0$$

qui prouve bien le caractère anisotrope de l'effet produit : le champ magnétique n'a aucun effet sur les perturbations qui lui sont perpendiculaires.

### 3.1.4 - Comparaison des critères de stabilité d'une interface plane soumise à un champ continu et à un champ alternatif

Nous nous plaçons dans le cas d'une conductivité infinie dans la configuration décrite au § 3.1.2. L'analyse de la stabilité en présence d'un champ continu donne la condition de stabilité suivante [6] :

$$- \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} k^2 (U_1 - U_2)^2 \cos^2 \theta_1 + gk(\rho_1 - \rho_2) + T k^3 + \frac{2B_0^2 k^2}{\mu} \cos^2 \theta \geq 0$$

Dans le cas d'un champ alternatif, la condition de stabilité s'écrit [13] :

$$- \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} k^2 (U_1 - U_2)^2 \cos^2 \theta_1 + gk(\rho_1 - \rho_2) + T k^3 + \frac{2B_0'^2 k^2}{\mu} \cos^2 \theta \geq 0$$

L'analogie entre les deux conditions de stabilité est remarquable. Dans les deux cas, l'effet du champ est stabilisant et il dépend du module et de l'orientation du vecteur d'onde  $\vec{k}$ .

Par association des deux derniers termes, on peut définir une tension de surface d'origine électromagnétique équivalente. Elle a pour origine la tension de Maxwell, qui étire les lignes de champ, s'oppose à leur déformation et freine la déformation de la surface libre.

$$T_e = \frac{2B_0^2}{\mu k} \cos^2 \theta \text{ pour le champ continu d'intensité } B_0$$

$$T_e = \frac{2B_0'^2}{\mu k} \cos^2 \theta \text{ pour le champ alternatif d'amplitude } B_0'$$

Cependant ce résultat n'est valable que dans le cas d'une conductivité infinie. Et elle n'est pas justifiable au même titre dans les deux cas.

Une grande différence apparaît entre les courants induits par un champ alternatif et par un champ continu. Avec un champ alternatif, les courants induits existent dès que la géométrie de la surface change, même si le fluide est immobile globalement. Ainsi, si une petite déformation de la surface libre apparaît, le champ magnétique alternatif (qui crée des courants induits) engendre des forces qui tendent à réduire cette déformation. Dans ce cas, l'action du champ est directe et s'exerce dès qu'il y a une modification de la géométrie.

Avec un champ continu, le processus est différent. Le champ électromoteur ( $\vec{U} \wedge \vec{B}$ ) responsable de la présence des courants induits ne peut exister que si le fluide est animé d'une vitesse. Donc une interface déformée, mais statique ne subit

aucun effet de la part du champ continu. L'action est indirecte, car tout effet sur la forme de la surface libre (effet géométrique) se fait par l'intermédiaire de l'écoulement (effet cinématique). A ce titre, l'analogie à une tension de surface pour décrire les effets du champ continu n'est pas très justifiable. Ceci est plus juste pour les champs alternatifs, car une simple variation géométrique de la surface suffit à engendrer une force comme pour la tension superficielle. Cependant dans le cas des champs alternatifs, la cinématique engendre elle aussi un effet électromagnétique. Mais les courants induits associés aux effets géométriques et aux effets cinématiques n'ont pas le même ordre de grandeur. Or ce sont les courants induits par la perturbation qui par dissipation Joule, peuvent dissiper l'énergie de la perturbation.

Garnier [12] a réalisé une analyse en ordre de grandeur, de ces différents courants induits. Dans la géométrie décrite figure n° 3.1 où une perturbation de la surface libre de longueur d'onde  $\lambda = \frac{2\pi}{\|\vec{k}\|}$  d'amplitude  $\varepsilon$  introduit une perturbation  $\vec{b}$  du champ  $\vec{B}$  appliqué, et  $\vec{u}$  du champ de vitesse  $\vec{U}$ .

L'ordre de grandeur de  $\vec{b}$  est  $b \sim \frac{B \varepsilon}{\delta}$ ,  $\delta$  est l'épaisseur de peau électromagnétique définie par  $\sqrt{\frac{2}{\mu \sigma \omega}}$ .

L'ordre de grandeur de la vitesse est :

$$u \sim v \sim \omega \frac{\lambda}{\delta} \sim \frac{U \varepsilon}{\delta}$$

La loi d'Ohm appliqué à la perturbation présente deux sortes de courants induits.

$J_1$  qui a son origine dans le caractère alternatif du champ et  $\vec{J}'$  qui a son origine dans la perturbation de  $\vec{B}$  et  $\vec{U}$ .

$$\vec{J}_1 = \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{b} \text{ d'où } J_1 \sim \frac{1}{\mu} \frac{b}{\mathcal{L}} \approx \frac{1}{\mu \mathcal{L}} \frac{B \varepsilon}{\delta} \text{ avec } \mathcal{L} = \inf(\varepsilon, \lambda)$$

$J' = \sigma (\vec{u} \wedge \vec{B} + \vec{U} \wedge \vec{b})$  se décompose lui-même en deux au 1er ordre de  $\varepsilon$  :

$$J_2 = \sigma (\vec{u} \wedge \vec{B}) \sim \sigma B \frac{U \varepsilon}{\mathcal{L}}$$

$$J_3 = \sigma (\vec{U} \wedge \vec{b}) \sim \sigma \frac{B \varepsilon}{\delta} U$$

$$\text{d'où } \frac{J_2}{J_1} = R_\delta \text{ et } \frac{J_3}{J_1} \approx R_\delta \frac{\mathcal{L}}{\delta} \leq R_\delta$$

Le nombre de Reynolds magnétique  $R_{\delta} = \mu\sigma U\delta$  est toujours très petit devant l'unité et peut être rendu aussi petit que l'on veut en augmentant la fréquence.

Ainsi, le courant  $J_1$  associé au caractère alternatif du champ magnétique domine  $J_2$  et  $J_3$ . La théorie de Garnier peut être appliquée au cas particulier du champ continu puisque  $J_2, J_3$  ont un ordre de grandeur indépendant du caractère alternatif du champ et seraient inchangés si le champ magnétique appliqué était continu à l'exception près de l'échelle  $\delta$  qui serait remplacée par  $\lambda$ .

$$\text{On a } J_2 \text{ continu} \sim \frac{\sigma B \varepsilon U}{\mathcal{L}}$$

$$J_3 \text{ continu} \sim \frac{\sigma B \varepsilon U}{\lambda}$$

Cette analyse dimensionnelle montre que dans une configuration où coexistent les courants induits représentatifs des champs alternatifs et des champs continus, le rapport entre ces courants est d'au moins un ordre de grandeur. Les courants induits dus au caractère alternatif du champ magnétique sont donc prédominants. Un champ magnétique alternatif a donc un pouvoir stabilisant plus important. Avec un champ continu, lorsque la géométrie et l'intensité du champ sont fixées, les courants induits sont déterminés. Au contraire avec un champ alternatif il est possible d'accroître l'intensité des courants induits en augmentant la fréquence ce qui permet d'augmenter l'effet stabilisant.

### 3.1.5 - Stabilisation par un champ continu vertical

Il est intéressant de regarder le pouvoir stabilisant d'un champ vertical perpendiculaire à l'interface. En effet dans cette configuration, le caractère anisotrope disparaît. Là encore, le calcul a été réalisé dans le cas d'une conductivité infinie [6] nous l'avons fait dans le cas d'une conductivité finie.





version française du papier présenté au Workshop intitulé " Control of free surfaces of liquid metals by a magnetic field : modelling, analysis and applications" de Nancy (4-5 Octobre 1990)

## "Stabilisation d'une onde de surface par un champ magnétique"

P.Rivat, J.Etay et M.Garnier

Madylam - ENSHMG - BP95 - 38402 St Martin d'Hères Cedex - France

### Résumé

Nous étudions la stabilisation d'une onde gravitaire par un champ magnétique vertical. Cette étude utilise la technique classique de l'analyse de stabilité linéaire en modes normaux. Le cas d'un liquide électroconducteur remplissant un demi espace est d'abord envisagé. L'étude est faite à nombre de Reynolds électromagnétique suffisamment faible pour que le champ magnétique imposé ne soit pas perturbé par la déformation de la surface. La viscosité est ignorée. Un paramètre d'interaction  $N_0$  apparaît. On montre que lorsque ce paramètre n'est pas trop grand, le temps d'amortissement de l'onde gravitaire est égal à  $N_0/4$ . De plus, pour chaque onde un optimum de champ existe. La même étude est menée dans le cas d'un liquide électroconducteur dans une configuration d'eau peu profonde. Il apparaît que pour les grandes longueurs d'onde et des paramètres d'interaction pas trop élevés, le taux d'amortissement est égal à  $N_0/2$ . Des expériences simples confirment les résultats obtenus. Ainsi, des ordres de grandeur apparaissent, qui peuvent être appliqués au cas de tundishes en métallurgie.

### 1 - INTRODUCTION

Nous avons voulu mettre en évidence l'effet d'un champ magnétique vertical  $\mathbf{B}$  sur des ondes gravitaires. Pour cela, nous avons appliqué une analyse de stabilité linéaire en modes normaux pour une interface plane et horizontale séparant deux milieux :

- un milieu supérieur de densité et de conductivité électrique nulles, par exemple de l'air,
- un milieu inférieur de densité  $\rho$  et de conductivité électrique  $\sigma$  finies, par exemple un métal liquide. Ce milieu peut être soit d'épaisseur infinie soit d'épaisseur finie.

Nous aurions pu limiter notre présentation à une couche d'épaisseur finie et considérer le cas d'une épaisseur infinie comme une limite du cas précédent. Mais il nous paraît plus intéressant de présenter le détail des calculs sur un exemple simple et de limiter les explications spécifiques de la géométrie envisagée à chaque pas des calculs.

De même, nous aurions pu affecter une densité et une conductivité finies au milieu supérieur, mais ceci aurait eu pour effet de compliquer inutilement les

expressions, alors que notre but est de trouver des ordres de grandeur facilement exploitables.

Cette configuration a déjà été étudiée par Frankel (1960). Son analyse se limite à des champs magnétiques d'intensité modérée et à des rapports de longueurs d'onde sur épaisseur de bain très grands. Notre analyse a donc une portée beaucoup plus générale. Dans l'étude menée par Shercliff (1969), un courant de conduction est imposé, alors que dans la présente, le courant électrique considéré est un courant induit  $\sigma(\mathbf{v} \wedge \mathbf{B})$  où  $\mathbf{v}$  est une perturbation du champ des vitesses. Nous rappelons d'abord le principe de l'analyse de stabilité linéaire en modes normaux. Nous appliquons cette analyse dans le cas d'un milieu électroconducteur d'épaisseur infinie puis finie. Nous rendons compte alors d'expériences sommaires réalisées dans le type de configuration étudié.

## 2 - PRESENTATION DE L'ANALYSE LINEAIRE DE STABILITE EN MODES NORMAUX

L'analyse de stabilité se déroule suivant les étapes suivantes :

1) Un état de référence de la surface libre du domaine liquide étudié est défini,

2) une perturbation infinitésimale est appliquée à l'état de référence. Cette perturbation est choisie connue :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 e^{ist} e^{k\mathbf{r}}$$

où  $(\varepsilon_0/h) \ll 1$  avec  $h$  la grandeur caractéristique du domaine inférieur et où  $s$  est un nombre complexe homogène à l'inverse d'un temps.

3) Les perturbations du courant électrique  $\mathbf{j}$  et de la vitesse  $\mathbf{v}$  sont considérées comme proportionnelles à  $\varepsilon$  ce qui permet la linéarisation des équations, au premier ordre en  $\varepsilon$ .

- $\mathbf{j}$  est établi par l'utilisation de la loi d'Ohm,
- et  $\mathbf{v}$  par l'équation de Navier-Stokes.

4) La combinaison de ces équations permet d'obtenir le saut de pression à travers l'interface perturbée ou équation caractéristique.

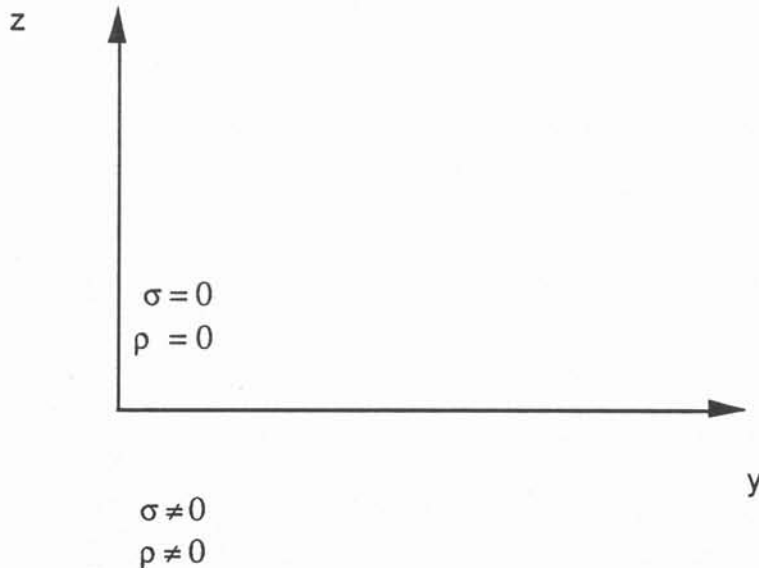
$$s = s(\mathbf{k})$$

La partie imaginaire de  $s$ ,  $s_j$  représente le taux de croissance du vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ . L'état d'équilibre est dit stable si pour tous les vecteurs d'onde  $\mathbf{k}$ , la partie imaginaire de  $s_j$  est positive. Il est instable s'il existe un vecteur d'onde pour lequel  $s_j$  est négative.

### 3 - CAS D'UNE COUCHE ELECTROMAGNETIQUE INFINIE

#### 3.1 - Calcul de l'équation de dispersion

La géométrie considérée est la suivante (Figure 1)



- Figure 1 -  
Configuration du problème

L'état de référence considéré est un plan  $z_s=0$  séparant deux milieux infinis. Les vitesses sont nulles  $v=0$ . Un champ magnétique vertical  $B = (0, 0, B)$  baigne tout l'espace. Une perturbation  $\delta z_s$  de la surface est introduite telle que :

$$\delta z_s = \varepsilon_0 e^{ist} e^{iky}$$

Il faut noter qu'il n'y a aucune perte de généralité à choisir y comme la direction du vecteur d'onde.

Le vecteur de la perturbation de la vitesse  $v$  s'écrit :

$$v = (0, v, w) \delta z_s$$

La loi d'Ohm permet de calculer le courant induit  $j$

$$j = \sigma(-vB, 0, 0) \delta z_s$$

La fermeture des courants induits dans la direction x ne pose pas de problème puisque le milieu électroconducteur est infini dans cette direction.

La force électromagnétique due à la composition des courants induits et du champ magnétique imposé s'écrit :

$$f = \delta z_s (0, -\sigma vB, 0)$$

Cette force s'exerce suivant  $y$ , c'est donc une tension. Elle est de signe opposé à  $v$ . Nous allons montrer que, bien que dirigée suivant la direction du vecteur d'onde et non dans la direction  $z$  verticale comme c'est souvent le cas, cette force est stabilisante.

Les équations de Navier-Stokes et l'équation de continuité linéarisées au premier ordre en  $\delta z_s$  donnent les équations suivantes :

$$i\rho sv = -ikp - \sigma v B^2 \quad (1)$$

$$i\rho sw = -Dp - g\delta\rho - \gamma k^2 \delta(z - z_s) \delta z_s \quad (2)$$

$$ikv + Dw = 0 \quad (3)$$

où  $\gamma$  est la tension superficielle et  $g$  la gravité  
 $p$  est la perturbation de la pression

où  $D = \partial/\partial z$

Les calculs suivants sont effectués sur ces équations.

L'équation (1) est multipliée par  $ik$ . L'équation (3) est introduite dans l'équation (1) modifiée. L'équation de la pression est obtenue qui s'écrit :

$$(isp + \sigma B^2) Dw = -k^2 p \quad (4)$$

Cette équation est dérivée une fois par rapport à  $z$  puis soustraite à l'équation (2) elle-même multipliée par  $k^2$ . L'équation régissant le comportement de la composante verticale de la vitesse est ainsi obtenue.

$$(isp + \sigma B^2) D^2 w - isp k^2 w = g k^2 \delta\rho + \gamma (z - z_s) \delta z_s \quad (5)$$

A l'intérieur du liquide, cette équation s'écrit :

$$(isp + \sigma B^2) D^2 w - isp k^2 w = 0$$

$w$  a donc la forme suivante :

$$w = A e^{\alpha z} \delta z_s \quad \text{avec} \quad \alpha^2 = \frac{isp}{isp + \sigma B^2} k^2$$

L'introduction de  $\alpha$  exclut la solution :  $s_r = 0$  et  $s_i = \frac{\sigma B^2}{\rho}$ .

La constante  $A$  est établie en utilisant la condition de continuité de la vitesse à la surface :

$$\left. \frac{d}{dt} (\delta z_s) = w \right|_{z = \delta z_s} \quad \text{c'est à dire} \quad is \delta z_s = A \delta z_s$$

Ainsi  $w$  s'écrit :

$$w = is e^{\alpha z} \delta z_s$$

et  $Dw$  :  $Dw = is \alpha e^{\alpha z} \delta z_s$

De plus le saut de densité à la surface s'exprime de la façon suivante

$$\delta \rho \Big|_{z=\delta z_s} = -D\rho \delta z_s$$

et  $\delta(z - z_s) = -1$  car  $z$  tend vers  $z_s$  négativement.

L'équation (5) à la surface s'écrit

$$(isp + \sigma B^2) \Delta_s(Dw) = -\Delta_s \rho g k^2 \delta z_s - \gamma k^4 \delta z_s$$

où  $\Delta_s(f) = f(1) - f(2)$  le saut de la quantité entre parenthèses à la surface.

Cette équation s'écrit donc :

$$(isp + \sigma B^2) Dw = -\rho g k^2 \delta z_s - \gamma k^4 \delta z_s$$

On introduit la valeur de  $Dw$  et on obtient l'équation de dispersion suivante :

$$\rho s^2 \left(1 - i \frac{\sigma B^2}{\rho s}\right)^{1/2} = \rho g k + \gamma k^3 \quad (6)$$

### 3.2 - Traitement de l'équation de dispersion

En l'absence de champ magnétique, l'équation de dispersion précédente se réduit à l'équation classique géométrant la célérité  $c_0$  des ondes gravitaires

$$c_0 = s_0/k = \left[ \frac{g + \frac{\gamma k^2}{\rho}}{k} \right]^{1/2}$$

La courbe  $s_0 = s_0(k)$  est portée sur la figure 2. Il est donc naturel d'adimensionnaliser  $s$  par  $s_0$  dans l'équation de dispersion (6) :  $s = s_0 s^*$

$$s^{*2} \left(1 - i \frac{\sigma B^2}{s_0 s^*}\right)^{1/2} = 1$$

Pour être traitée facilement cette équation est élevée au carré et s'écrit alors :

$$s^{*4} - i N_0 s^{*3} - 1 = 0$$

où  $N_0$  est le paramètre d'interaction  $N_0 = \sigma B^2 / \rho s_0$ . C'est la mesure relative des effets électromagnétiques aux effets d'inertie.

### ondes de surface

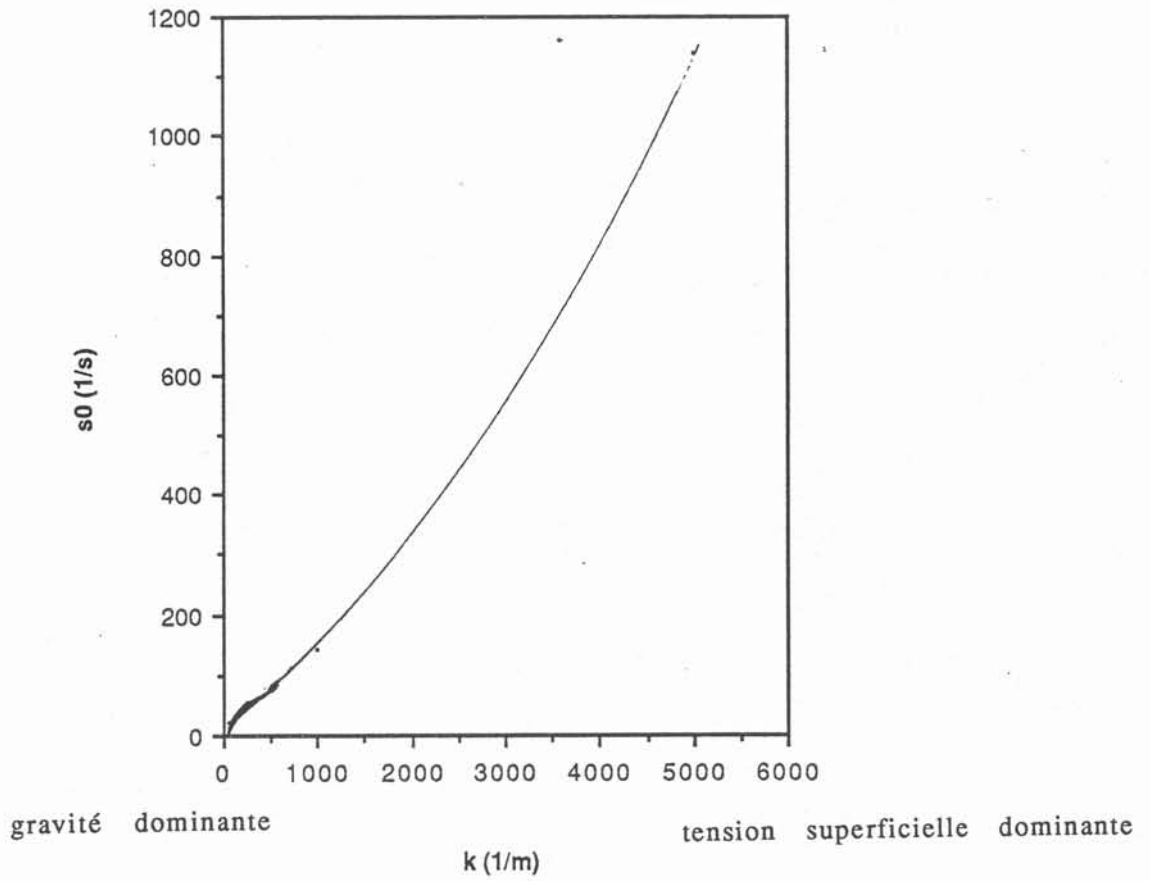


figure 2  
propagation d'une onde gravitaire en fonction de sa longueur d'onde

En posant  $s^* = x + iy$  la partie réelle et la partie imaginaire de l'équation précédente s'écrivent respectivement :

$$\begin{aligned} x^4 - 6x^2 - y^4 + 3 N_0 x^2 y - N_0 y^3 - 1 &= 0 \\ 4 x^2 y - 4 y^3 - N_0 x^2 + 3 N_0 y^2 &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

On remarque que, dans ce système,  $x$  intervient toujours par son carré et donc si  $s_1 = x + iy$  est solution  $s_2 = -x + iy$  est aussi solution. Ceci correspond à des ondes amorties de la même façon et se déplaçant en sens inverse. De plus, les deux autres solutions  $s_3$  et  $s_4$  sont imaginaires pures et répondent à l'équation :

$$y^4 - N_0 y^3 - 1 = 0 \text{ où } y \text{ est réel.}$$

Ces deux dernières solutions ne sont pas intéressantes puisqu'elles ne peuvent pas exister dans le cas où l'excitation est extérieure au système que l'on considère. Elles sont apparues parce que, précédemment, l'équation que l'on a considérée a été élevée au carré.

Le système (7) est résolu numériquement par une méthode de Newton-Raphson. La solution est portée sur la figure 3 ( $s_i^* = s_i^*(N_0)$  et  $s_r^* = s_r^*(N_0)$ ) et la figure 4 ( $s_i^* = s_i^*(s_r^*)$ ). Avant de commenter ces figures au § 3.4 nous allons étudier le cas plus particulier d'un paramètre d'interaction pas trop grand.

### 3.3 - $N_0$ petit

Dire que  $N_0$  est petit c'est dire que le champ magnétique n'est pas très élevé. Il n'influence pas la célérité de l'onde et  $x = 1$ . Par suite :

$$y = s_i^* = N_0/4$$

La solution est donc :

$$s^* = 1 + i \frac{N_0}{4} + O(N_0^2)$$

ou bien en grandeur dimensionnelle :

$$s = s_0 + i \frac{\sigma B^2}{4\rho}$$

Il est très intéressant de noter que pour  $N_0$  petit le taux d'amortissement est toujours positif et ne dépend pas de la longueur d'onde excitée. Le temps d'amortissement est donc égal à  $8\pi\rho/\sigma B^2$ .

Ce résultat est analogue à celui, bien connu, de l'amortissement exponentiel du tourbillon par le champ magnétique perpendiculaire (Shercliff (1965) p 84). Dans ce cas aussi, le temps caractéristique de l'amortissement est  $\rho/\sigma B^2$ .



sr et si en fonction de No

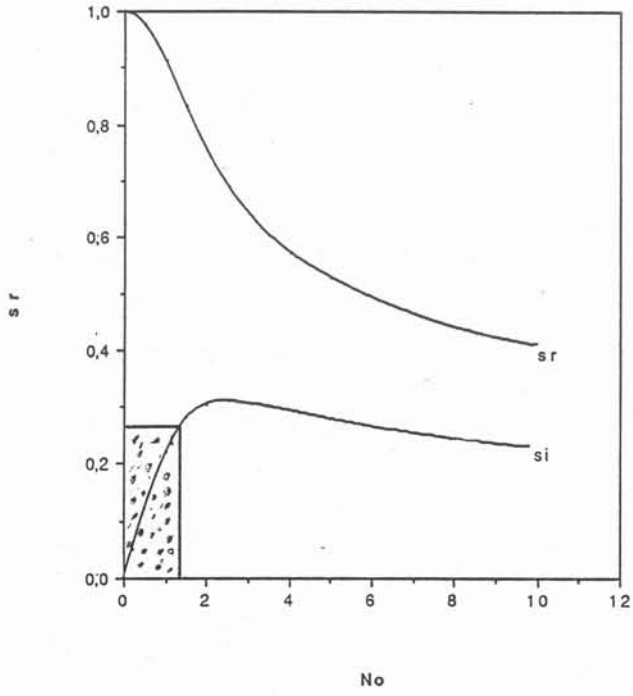


figure 3

si = si(sr)

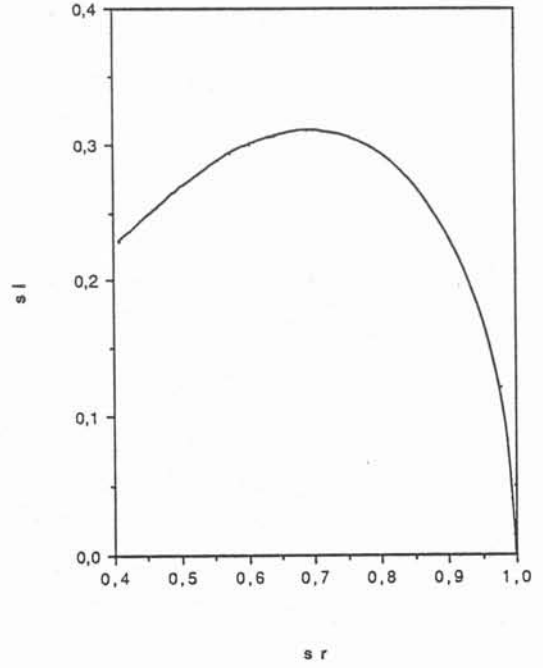


figure 4

couches de profondeurs infinies



petits  $No$  : domaine de linéarité

### 3.4 - $N_0$ quelconque

Le résultat précédent se retrouve sur les figures 3 et 4. Sur la figure 3 on voit que la courbe  $s_r^* = s_r^*(N_0)$  est horizontale pour  $N_0$  petit. De plus, si le calcul avec  $N_0$  petit est fait à l'ordre 3 en  $N_0$  au lieu de l'ordre 2 en  $N_0$  on trouve que :

$$s_r^* = 1 - \frac{3}{16} N_0^2 + 0(N_0^3)$$

$$s_i^* = \frac{N_0}{4} + 0(N_0^3)$$

Lorsque  $N_0$  devient grand, les ondes sont toujours amorties. Leur vitesse et leur amplitude décroissent.

On remarque sur la figure 3 un optimum sur la courbe  $s_i^* = s_i^*(N_0)$  pour  $N_0 = 2,5$ . Il faut noter que pour cette valeur du paramètre d'interaction toutes les ondes ne sont plus amorties de la même façon. La valeur de l'intensité du champ magnétique correspondante à cette valeur de  $N_0$  est :

$$B = [2,5 * \rho * s_0 / \sigma]^{1/2}$$

### 4 - PROFONDEUR FINIE

Un calcul analogue à celui présenté dans le paragraphe précédent peut être mené dans la configuration schématisée ci-dessous (figure 5).

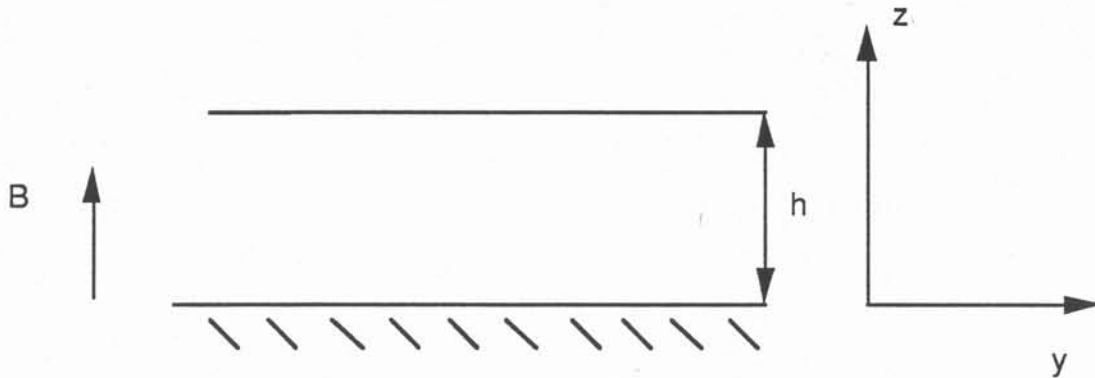


Figure 5  
configuration du problème  
où la couche électroconductrice a une épaisseur finie h.

#### 4.1 - Sans champ magnétique

En l'absence de champ magnétique, l'équation caractéristique de cette configuration s'écrit :

$$\rho s^2 = \text{th}(kh) [\rho gh + \gamma k^3] \quad \text{où th est la tangente hyperbolique}$$

Cette équation est adimensionnalisée par le changement de variable suivant

$$s = s^*s_0 \text{ et } k = k^*/h$$

Elle s'écrit alors sous la forme suivante :

$$s^{*2} = thk^*$$

quand  $k$  est grand (longueur d'onde petite) on retrouve l'équation valable en "eau profonde" (§3).

#### 4.2 - Avec champ magnétique

L'équation (5) qui décrit le comportement de la composante verticale de la vitesse a été établie au paragraphe précédent. Ici la solution générale de l'équation valable à l'intérieur du liquide s'écrit :

$$w = w_1 e^{\alpha z} + w_2 e^{-\alpha z} \text{ où } \alpha^2 = \left( \frac{isp}{isp + \sigma B^2} \right) k^2$$

Les conditions aux limites au fond et sur la surface libre permettent de déterminer  $w_1$  et  $w_2$ .

i) au fond  $z = 0$  et  $w = 0$  alors  $w_1 = -w_2$  et  $w = 2w_1 \cosh \alpha z$

ii) à la surface  $w \Big|_{z=h+\delta z_s} = 2w_1 \sinh \alpha h = is \delta z_s$

$$w = is \delta z_s \frac{\sinh \alpha z}{\sinh \alpha h}$$

Cette valeur de  $w$  est reportée dans l'équation (5) prise à la surface libre  $z_s = h \delta z_s$  qui devient :

$$(isp + \sigma B^2) is \alpha \frac{\cosh \alpha h}{\sinh \alpha h} + \rho g k^2 + \gamma k^4 = 0 \text{ qui est l'équation caractéristique}$$

ou bien :

$$\frac{\rho s^2}{\alpha th \alpha h} = \frac{1}{k} \rho s_0^2$$

soit par l'adimensionnalisation proposée précédemment, c'est-à-dire  $\alpha = \alpha^*/h$  et  $k = k^*/h$  :

$$s^{*2} = \frac{\alpha^*}{k^*} th \alpha^* \text{ et } \alpha^{*2} = \left( 1 - i \frac{N_0}{s^*} \right)^{-1} k^{*2}$$

pour  $k^*$  grand  $th \alpha^* = 1$  et on retrouve le cas traité au paragraphe 3.2.

### 4.3 - Traitement de l'équation caractéristique

Dans ce qui suit, pour alléger l'écriture les astérisques seront omises. Nous posons  $\alpha = \rho e^{i\theta}$  et  $s = s_r + is_i$  et nous portons ces expressions dans l'équation définissant  $\alpha$

$$\alpha^2 = (1 - i \frac{N_0}{s})^{-1} k^2$$

Nous calculons ainsi  $\rho$  et  $\theta$  en fonction de  $s_r$  et  $s_i$

$$\rho = k [(1 - \frac{N_0 s_i}{|s|^2})^2 + (\frac{N_0 s_r}{|s|^2})^2]^{-1/2}$$

$$\theta = -\frac{1}{2} \text{Arctg} \left( \frac{N_0 s_r}{|s|^2 - N_0 s_i} \right)$$

4.3.1 - Lorsque  $N_0$  est petit le système précédent s'écrit :

$$\rho = k \left( 1 + \frac{N_0 s_i}{|s|^2} \right)$$

$$\theta = \frac{N_0 s_r}{2 |s|^2}$$

ou bien  $\alpha = k \left( 1 + \frac{N_0 s_i}{|s|^2} + i \frac{N_0 s_r}{2 |s|^2} \right)$

alors  $\text{th} \alpha = \text{th} k + \frac{N_0 s_i k}{2 |s|^2 (\text{ch} k)^2} + i \frac{N_0 s_r k}{2 |s|^2 (\text{ch} k)^2}$

Ces expressions reportées dans l'équation caractéristique conduisent au système suivant où les inconnues sont  $s_i$  et  $s_r$

$$s_r^2 - s_i^2 - \text{th} k - \frac{N_0 s_i}{|s|^2} \left( \text{th} k + \frac{k}{\text{ch} k^2} \right) = 0$$

$$2 s_r s_i - \frac{N_0 s_r}{2 |s|^2} \left( \text{th} k + \frac{k}{\text{ch} k^2} \right) = 0$$

La résolution de ce système au deuxième ordre en  $N_0$  donne :

$$\boxed{s = \sqrt{\text{th} k} + i \frac{N_0}{4} \left( 1 + \frac{2k}{\text{sh} 2k} \right)} \quad \text{pour } N_0 \text{ petit}$$

Ainsi lorsque le paramètre d'interaction est faible, les conclusions du paragraphe précédent tiennent encore partiellement. La célérité de l'onde n'est pas modifiée par la présence d'un champ magnétique faible mais la présence du champ amortit son amplitude.

Pour les petites longueurs d'ondes ( $k$  grand), le résultat  $s = 1 + i \frac{N_0}{4}$  est retrouvé.

Pour les grandes longueurs d'ondes ( $k$  petit)

$$s = \sqrt{k} + i \frac{N_0}{2}$$

Le temps d'amortissement ne dépend pas de la longueur de l'onde et est égal à

$$\Gamma = \frac{4\pi\rho}{\sigma B^2}$$

#### 4.3.2 - $N_0$ plutôt grand et $k$ quelconque

Bien que pas très réaliste face aux expériences de laboratoire réalisables, le cas traité dans ce paragraphe est intéressant car il met en valeur un phénomène étonnant qu'il sera sans doute intéressant de confirmer expérimentalement. Quand  $N_0$  est grand, le module et l'argument de  $\alpha$  se mettent sous la forme suivante

$$\rho = k N_0^{-1}$$
$$\theta = \frac{1}{2} \text{Arctg} \left( + \frac{s_r}{s_i} \right)$$

Comme le module de  $\alpha$  est petit,  $\theta\alpha \approx \alpha$  et l'équation caractéristique s'écrit :

$$s^2 - i N_0 s - k = 0$$

dont la seule solution est  $s_r = 0$ ,  $s_i = \frac{k}{N_0}$  quand  $N_0$  est grand.

Ce qui veut dire qu'en dessous d'une certaine valeur du paramètre  $k$ , l'onde est stationnaire et amortie. Ceci est retrouvé lors du calcul numérique utilisant une méthode de Newton Raphson pour  $N_0$  et  $k$  quelconque.

#### 4.3.3 - $k$ petit et $N_0$ quelconque

Ce cas est particulièrement intéressant puisqu'il correspond aux grandes longueurs d'onde. De plus, les résultats trouvés corroborent le résultat précédent.

Puisque  $k$  est petit le module de  $\alpha$ ,  $\rho$ , l'est aussi. On peut donc écrire que  $\theta\alpha \approx \alpha$ . L'équation caractéristique devient :

$$s^2 = \frac{\alpha^2}{h^2} k \text{ ou bien } s^2 - i N_0 s - k = 0$$

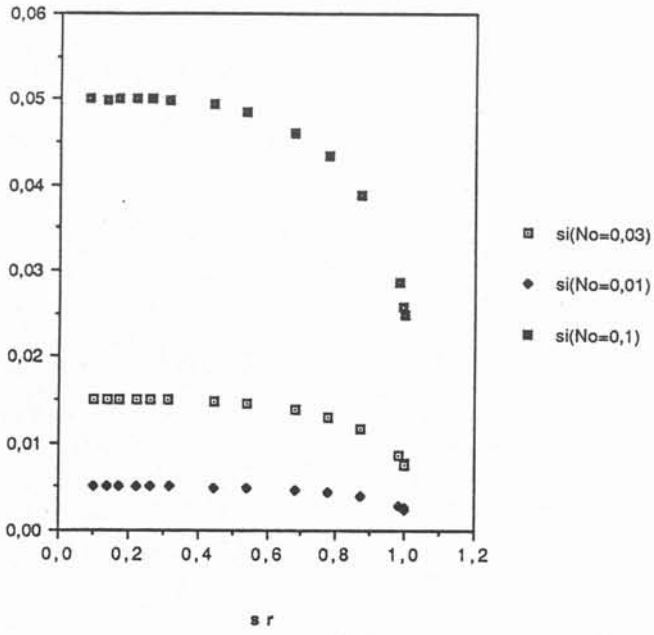


figure 6

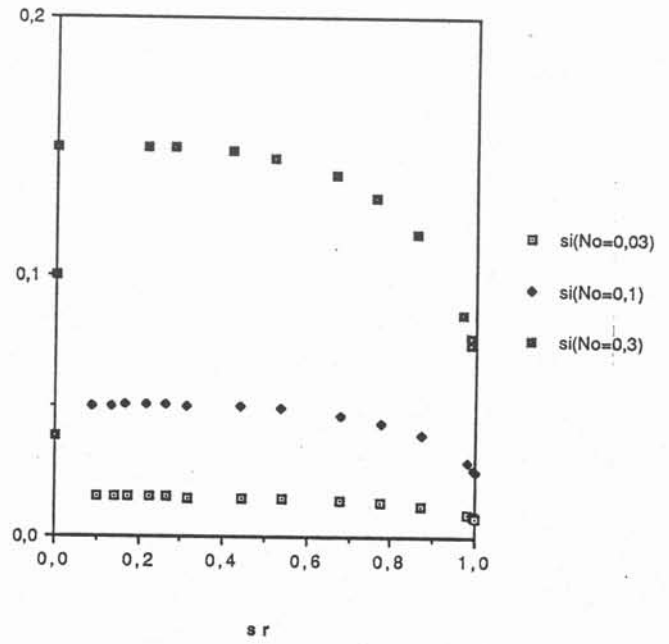


figure 7

équation caractéristique - profondeur. finie

On sépare les parties réelles et imaginaires en posant  $s = s_r + is_i$  et on obtient le système suivant :

$$\begin{aligned} s_r^2 - s_i^2 + N_0 s_i - k &= 0 \\ 2 s_r s_i - N_0 s_r &= 0 \end{aligned}$$

Ici il y a deux cas possibles selon que  $N_0^2/4 \leq k$  ou que  $N_0^2/4 \geq k$ . Le premier cas a déjà été traité au paragraphe 4.3.1 et est confirmé ici :

$$s = \sqrt{k} + i \frac{N_0}{2}$$

Dans le second cas la solution s'écrit :

$$\begin{aligned} s_r &= 0 \\ s_i &= N_0 - \frac{k}{N_0} \text{ ou } s_i = \frac{k}{N_0} \end{aligned}$$

La solution  $s_i = N_0$  est impossible puisqu'elle correspond à un  $\alpha$  indéfini. L'onde est donc stationnaire et amortie. De plus, aux petits  $k$  la limite de la variation de comportement est bien définie c'est  $N_0^2/4$ .

#### 4.3.4 - $k$ grand et $N_0$ quelconque

On retombe sur le cas traité dans le paragraphe 3.

#### 4.3.5 - $k$ et $N_0$ quelconques

L'équation caractéristique est résolue par une méthode de Newton-Raphson, le résultat porté sur les figures 6 et 7 . On voit que les comportements asymptotiques objets des paragraphes précédents sont retrouvés.

## 5 - EXPERIENCES

L'installation expérimentale est celle de J. SOMMERIA. Il s'agit d'une boîte circulaire de 16 cm de diamètre contenant une couche de mercure de 2 cm d'épaisseur. La boîte est placée à l'intérieur d'un solénoïde long d'axe vertical créant un champ magnétique continu et uniforme de 0 à 0,38 T. L'uniformité spatiale du champ est meilleure que 1%. La boîte est formée d'un fond isolant (en ertalon) et d'une couronne en cuivre recouverte d'une couche protectrice de nickel. Cette couronne assure un bon rebouclage des courants induits. La surface supérieure du mercure est libre. Cette surface est éclairée par une lumière rasante due à quatre fibres optiques. Une caméra vidéo standard placée au dessus de la surface la filme. Le bâti de l'installation expérimentale est excité. La longueur et le temps d'amortissement des ondes ainsi créées sont mesurés sur les films vidéo. Quatre expériences ont été faites, les résultats sont portés dans le tableau suivant :

B(Gauss)	$T_{exp}$ (s)	$T_{th} = 2\pi/s_i$ (s)
0	32	$\infty$
267,5	20	332
1070	8	20,9
2140	4	5,6

temps d'amortissement en fonction du champ

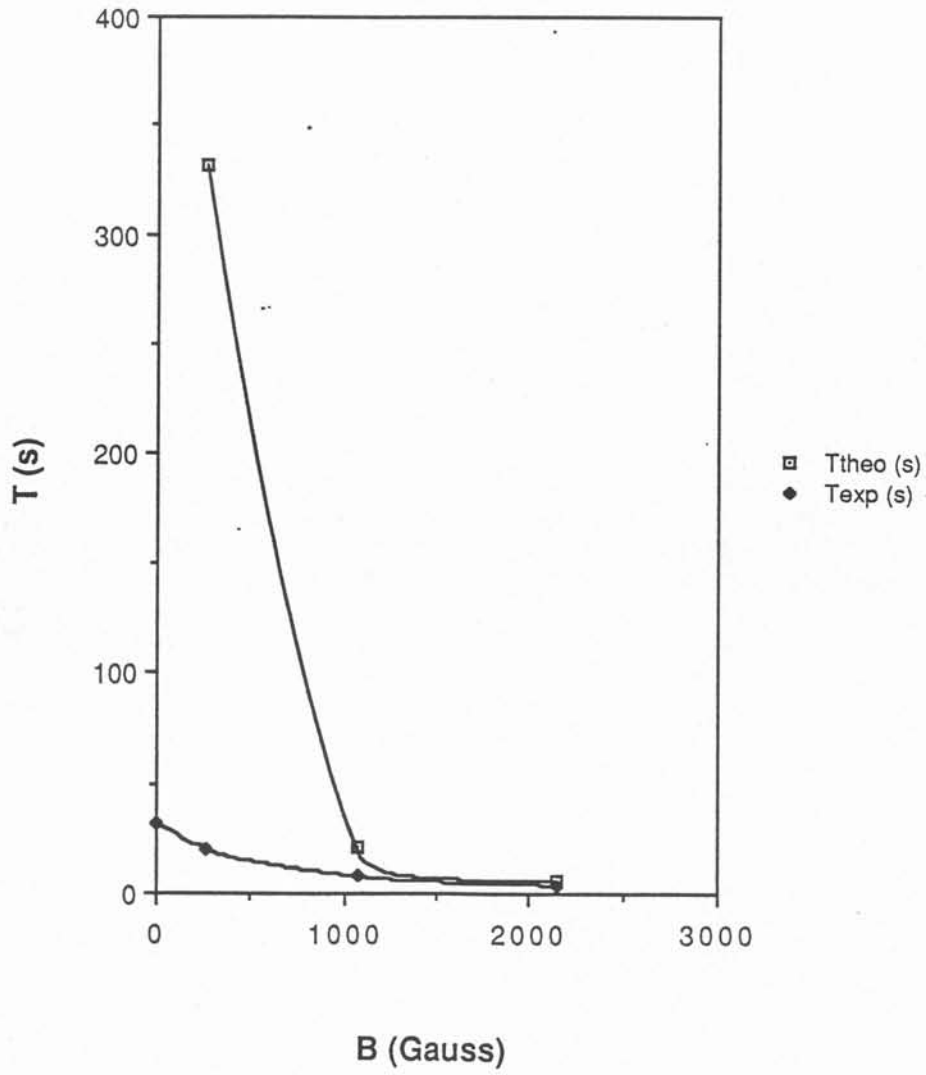


figure 8  
comparaison entre les points expérimentaux  $\blacklozenge$  et théoriques  $\square$



où B est l'intensité du champ magnétique.

$T_{exp}$  : le temps d'amortissement mesuré sur le film

$T_{th}$  : le temps d'amortissement issu des calculs réalisés pour une couche de profondeur infinie. En effet, la longueur de l'onde excitée est 4,5 cm. Ce qui donne une valeur  $k^*$  de 2,8, valeur suffisamment grande pour que le liquide soit considéré comme une couche d'épaisseur infinie. De plus, dans ces expériences  $N_0 \leq 0.4$  est donc petit, le temps d'amortissement est donc pris égal à :

$$T_{th} = 8\pi\rho/\sigma B^2$$

Les points, portés sur la figure 8, donnent *une bonne concordance entre la théorie et l'expérience pour les champs forts, mais pas pour les champs faibles.*

Nous pouvons essayer d'approcher ce qui se passe en l'absence de champ magnétique en regardant comment le frottement visqueux au fond de la boîte atténue une perturbation de la surface. Le temps d'atténuation est pris égal à (annexe 1) :

$$T_v = 2\pi / \left[ \left( \frac{\nu}{2s_0 \sqrt{thkh}} \right)^{1/2} \frac{k}{sh2kh} \right]$$

La viscosité du mercure est de  $10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ ,  $s_0 = 38$ ,  $kh = 2,8$ ,  $k = 140$  ainsi l'épaisseur de déplacement  $\delta_0 = 3,6 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$  est très faible et le temps d'amortissement visqueux  $T_v = 1,65 \cdot 10^5 \text{ s}$  très grand. Or, dans nos expériences, en l'absence de champ, le temps d'amortissement est de 32 s. Ce n'est donc pas une simple couche visqueuse de fond qui assure la dissipation mais aussi sans doute un frottement pariétal puisque la boîte est de dimension finie.

Les expériences rapportées ci-dessus sont des expériences préliminaires qui demandent à être complétées. Pour cela, un agitateur relié à un haut-parleur, lui-même solidaire d'un générateur d'impulsions a été construit. Nous espérons mettre en évidence le phénomène de blocage des ondes.

## 6 - CONCLUSION

Nous avons montré qu'un champ magnétique vertical amortit les perturbations de surface d'un liquide électroconducteur. Ceci peut, par exemple s'appliquer à la surface d'un bac répartiteur en coulée continue, de profondeur caractéristique h. La longueur d'onde des ondes de surface est k. L'équation établie au paragraphe 4.1 donne la pulsation de l'onde correspondante

$$s_0 = \left[ \frac{thkh}{\rho} (\rho gk + \gamma k^3) \right]^{1/2}$$

La présence d'un champ magnétique d'intensité pas trop élevée ne modifie pas cette pulsation mais amortit l'onde en un temps

$$T_{th} = 2\pi/s_i = 2\pi / \left[ \frac{\sigma B^2}{4\rho} \left( 1 + \frac{2kh}{sh2kh} \right) \right] = T_\infty / \left( 1 + \frac{2kh}{sh2kh} \right)$$

C'est aussi le temps pendant lequel le métal doit séjourner dans le champ pour en subir complètement l'effet.

Des expériences ont permis de confirmer le résultat ci-dessus.

Le deuxième résultat important de cette étude est lié au comportement de l'onde lorsque  $k$  est inférieur à une certaine valeur de  $N_0$ . Ce phénomène de blocage des ondes demande une confirmation et une analyse plus précise que ce que nous avons déjà fait.

### Annexe 1

Introduction de la viscosité :

Pour introduire la viscosité nous allons suivre le raisonnement de Lighthill (1978) (p 231) qui veut que "la présence d'une couche limite visqueuse sur le fond modifie la pulsation  $s$  de l'onde par l'intermédiaire d'une variation de la profondeur de la couche égal à l'épaisseur de déplacement de la quantité de mouvement".

Ainsi, on remplace dans les équations du paragraphe 4.1 la hauteur  $h$  par  $h.\delta_1$  où  $\delta_1$  est définie par :

$$\delta_1 = \left(\frac{\nu}{is}\right)^{1/2}$$

Par suite,  $s$  s'écrit :

$$s = s_{irr} \left[ 1 - \left(\frac{\nu}{is}\right)^{1/2} (1 - i) \frac{k}{sh2kh} \right]$$

où  $s_{irr} = s_0 \sqrt{thkh}$

On peut calculer la modification de la pulsation de l'onde gravitaire ainsi que l'amortissement correspondant. Pour cela on pose :

$$s = s_{irr} + \epsilon \text{ où } \epsilon \text{ est complexe et petit.}$$

On reporte dans l'équation donnant  $s$  et on trouve que :

$$\epsilon = \frac{\beta}{1 + \beta} (-1 + i) \text{ où } \beta = \frac{\delta_0}{h} \frac{k^*}{sh2k^*} \text{ avec } \delta_0 = \left(\frac{\nu}{2s_{irr}}\right)^{1/2}$$

La perturbation de l'onde est donc modifiée d'un facteur égal à :

$$- \left(\frac{\nu}{2s_{irr}}\right)^{1/2} \frac{k}{sh2kh}$$

et atténuée de la même valeur. Plus la viscosité est élevée, plus l'onde est amortie et lorsque  $h$  est grand, cette valeur tend vers zéro.

**BIBLIOGRAPHIE**

S.CHANDRASEKHAR

"Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability"  
Oxford University Press (1961)

L.E. FRAENKEL

"A shallow-liquid theory in magnetohydrodynamics"  
JFM n° 7 (1960) pp 81-107.

J. LIGHTHILL

"Waves in fluids"  
Cambridge University Press (1978) p. 231

J.M. NGUYEN DUC and J.SOMMERIA

"Characterisation of a steady two-dimensional vortex couples"  
J.F.M (1989)

J.A. SHERCLIFF

"A text book of magnetohydrodynamics"  
(1965) Pergamon Press.

J.A. SHERCLIFF

"Anisotropic surface vavue under a vertical magnetic force"  
JFM (1969) vol. 38, part 2, pp. 353-364.

### 3.2 - DEFORMATION DE LA SURFACE LIBRE SOUS L'ACTION D'UN CHAMP ALTERNATIF

#### 3.2.1 - Saut de pression à la surface d'un fluide en présence d'un champ magnétique alternatif

L'expression du saut des pressions s'obtient par projection de l'équation de Navier-Stokes sur la direction  $\vec{s}$ , tangente à la vitesse surfacique  $U_s$  dans un repère liée à la surface (la normale est extérieure), puis par intégration le long de la surface ce qui donne :

$$\frac{1}{2} u_s^2 - \frac{P_{int} - P_{ex}}{\rho} + gz + \frac{B_s^2}{2\mu\rho} - \nu \int_0^s \nabla^2 u_s ds = 0 \quad (3.36)$$

Les conditions d'équilibre pour une interface gaz-liquide (Batchelor p 150) [2] sont :

a) nullité de la composante tangentielle du tenseur des contraintes  $e_{ij} t_j n_j = 0$ .

b) existence d'une tension superficielle  $\gamma$  compensant le saut des contraintes normales.

$$P_{in} - P_{ext} = 2 \gamma C + 2 \nu \rho (e_{ij} n_i n_j) \quad (3.37)$$

$C_m = (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})/2$  courbure moyenne au point considéré avec  $R_1$  et  $R_2$  rayons de courbure principaux.

On peut souvent négliger la partie due aux contraintes visqueuses face au saut de pression statique [9]. De plus, la tension superficielle est souvent prise constante à la surface ce qui n'est pas forcément le cas pour certains métaux liquides. L'expression du saut des pressions s'écrit :

$$\frac{u_s^2}{2} + 2 C_m \frac{\gamma}{\rho} + gz + \frac{B_s^2}{2\mu\rho} = cte. \quad (3.38)$$

Généralement, la constante est évaluée en un point particulier.

Etay [9] donne une forme adimensionnelle de cette expression où  $L$  est une dimension caractéristique du domaine,  $U_0$  vitesse caractéristique du bain :

$$\frac{1}{2} \frac{U_0^2}{gL} u_s^{*2} + 2 C^* \frac{\gamma}{\rho g L^2} + z^* + \frac{B_0^2}{2\mu\rho g L} B_s^{*2} = cte \quad (3.39)$$

avec  $u_0 = U_0 u_s^*$

$$C_m = \frac{C^*}{L}$$

$$z = Lz^*$$

$$B_s = B_0 B_s^*$$

$F = \frac{U_0}{\sqrt{gL}}$  est le nombre de Froude, représentant le rapport des forces d'inertie sur les forces de viscosité.

$\frac{V}{\rho g L^2} = \frac{F^2}{W}$  où  $W$  nombre de Weber est le rapport des forces de tension superficielle aux forces de gravité.

$\frac{B_0^2}{2\mu\rho g L}$  est le "paramètre de lévitation électromagnétique", rapport des forces électromagnétiques aux forces de gravité.

Introduisons la vitesse d'Alfven définie par :

$$U_A = \frac{B_0}{\sqrt{\mu\rho}} \quad (3.40)$$

l'équation 3.39 devient :

$$\left(\frac{U_0}{U_A}\right)^2 u_s^{*2} + 4C^* \frac{\gamma\mu}{B_0^2 L} + 2z^* \frac{g\mu\rho L}{B_0^2} + B_s^{*2} = \text{cte} \quad (3.41)$$

Le paramètre  $\frac{U_0}{U_A}$  représente la contribution des termes inertiels, c'est à dire la pression dynamique, à la forme de la surface libre.

Lorsque  $\frac{U_0}{U_A} \ll 1$ , la position d'équilibre de l'interface peut être considérée indépendante du mouvement. C'est l'approximation de la magnétostatique.

### 3.2.2 - Approximation de la magnétostatique

D'après les expériences réalisées sur la maquette en eau et compte tenu que l'on a une similitude restreinte Reynolds-Froude [24] par rapport aux maquettes industrielles pour les métaux liquides, l'ordre de grandeur de la vitesse surfacique est de  $5 \text{ cm s}^{-1}$ , d'ou  $U_0 = 5 \text{ cm s}^{-1}$ . Les vitesses d'Alfven que l'on peut calculer sont regroupées dans le tableau n° 3.1. L'intensité  $B_0$  du champ magnétique est pris égal à 0,1 Tesla.

-Tableau 3.1-  
Valeurs de  $U_A$  et de  $\frac{U_0}{U_A}$  pour différents métaux

	$\rho$ en $\text{kg m}^{-3}$	$U_A$ vitesse d'Alfven en $\text{m s}^{-1}$	$\frac{U_0}{U_A}$
Mercure	13543	0,766	$6,5 \cdot 10^{-2}$
Acier	6940	1,07	$4,6 \cdot 10^{-2}$
Aluminium	2600	1,75	$2,8 \cdot 10^{-2}$
Etain	7300	1,04	$0,48 \cdot 10^{-2}$

On peut constater que dans chacun des cas on a bien  $\frac{U_0}{U_A} \ll 1$ . Nous sommes donc dans l'approximation de la magnétostatique.

Cependant, comme nous sommes en présence d'un champ magnétique alternatif, celui-ci peut générer un mouvement de brassage. Dans ce cas l'ordre de grandeur de  $U_0$  peut être modifié. Etay [8] a fait une synthèse des travaux réalisés afin d'obtenir l'ordre de grandeur de la vitesse induite par un champ magnétique alternatif.

Dans le cas d'un écoulement adjacent à une surface libre, deux analyses sont retenues pour établir l'ordre de grandeur physique convenable pour  $U_0$  vitesse caractéristique. Une issue de Sneyd et Moffatt [25] consiste à supposer l'écoulement turbulent et, dans ce cas, les contraintes de Reynolds équilibrent les forces électromagnétiques ce qui impose :  $U_0 \sim U_A$

L'autre issue, de Mestel [22] montre que ce sont les termes inertiels (et non visqueux) qui compensent les forces électromagnétiques. Cependant, l'ordre de grandeur reste le même :  $U_0 \sim U_A$ . L'absence de mesure dans les expériences de lévitation ne permet pas de trancher sur le mécanisme et de vérifier la validité de l'ordre de grandeur.

Dans le cas d'un écoulement en présence d'une paroi, l'ordre de grandeur établi par Taberlet et Fautrelle [27] repose sur l'existence d'une sous couche visqueuse turbulente à la paroi où les termes de frottement équilibrent les termes électromagnétiques.

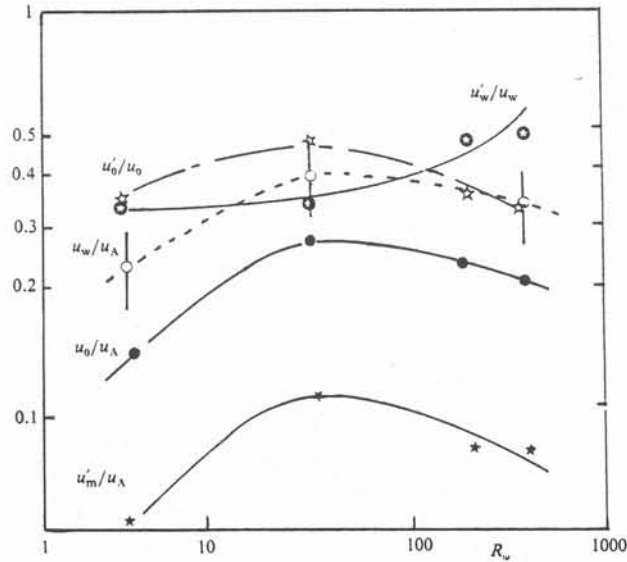
La vitesse du bain proposé est :

$$U_0 \sim U_A \left(\frac{\delta}{L}\right)^2$$

$\delta$  épaisseur de peau  
 $L$  longueur caractéristique

Toutefois, des expériences sur le brassage électromagnétique (Taberlet-Fautrelle ([27], [26]) en présence de parois et de surface libre montre que la vitesse caractéristique est maximale  $0,3 U_A$  pour  $R_\omega = 60$ , et pour  $R_\omega > 60$ ,  $\frac{U_0}{U_A}$  décroît en fonction de  $R_\omega$ .

- Figure 3.2 -  
d'après E. TABERLET et Y. FAUTRELLE [27]



Evolution of the mean and turbulent velocities with respect to the frequency (the velocities are normalized by the Alfvén speed  $u_A$ ): ●, characteristic (cf. §3.2.1) velocity; ○, maximum mean axial velocity component (the bars indicate the absolute error on those values); ★, fluctuating axial velocity component (r.m.s.) averaged along the radius through the core of the vortex; ★•, turbulent intensity on the axis of the pool; ★•, turbulent intensity near the wall.

La configuration utilisée lors de ces expériences est plus propice que celle que nous pourrions envisager vis à vis du brassage. L'ordre de grandeur que nous pouvons retenir pour la vitesse caractéristique du brassage est au plus  $U_0 \sim 0,2 U_A$ . Dans ce cas l'approximation de la magnétostatique est justifiée.

### 3.2.3 - Expression de la déformation pour une surface plane

L'expression du saut de pression à la surface libre d'un fluide en présence d'un champ magnétique alternatif permet d'écrire l'équation d'équilibre de la surface libre (cf § 3.2.1), cette équation s'écrit dans l'approximation de la magnétostatique :

$$\rho g z + C_m \gamma + \frac{B_s^2}{2\mu} = \text{cte}$$

- où
- $\rho$  est la masse volumique du fluide
  - $g$  est la gravité
  - $\gamma$  est la tension interfaciale
  - $C_m$  est la courbure
  - $B_s$  est le champ à la surface

Dans un cas bidimensionnel, et pour une courbe  $y = f(x)$  ( $O\vec{y}$  colinéaire à  $\vec{g}$ ), la courbure s'écrit :

$$C_m = - \frac{d^2y/dx^2}{[1 + (\frac{dy}{dx})^2]^{3/2}}$$

Loin des conducteurs, la surface reste plane  $C = 0$  et  $z = 0$ .

L'équation régissant la surface libre s'écrit donc :

$$\rho g y - \gamma \frac{\frac{dy^2}{dx^2}}{[1 + (\frac{dy}{dx})^2]^{3/2}} + \frac{B_s^2}{2\mu} = 0$$

Si l'on suppose  $\frac{dy}{dx} \ll 1$ , c'est à dire que la variation de la forme de la surface libre se fait de façon douce, ce que l'on justifiera ensuite, l'équation de la surface libre se simplifie :

$$\rho g y - \gamma \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{B_s^2}{2\mu} = 0 \quad (3.43)$$

### 3.2.4 - Les outils nécessaires au calcul

#### 3.2.4.a - Définition du potentiel complexe

Dans un espace à deux dimensions ( $O, x, y$ ), le champ magnétique dérive d'un potentiel scalaire  $\phi$  dans le milieu où aucun courant ne circule car  $\text{rot } \vec{B} = \vec{0}$  tel que  $\vec{B} = \text{grad } \phi$ . De plus, il est possible de définir une fonction de courant  $\psi$  du potentiel vecteur  $\vec{A}$  du champ magnétique tel que :

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}.$$

Le champ magnétique est défini par :

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \text{ou} \quad B_x = \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ B_y &= \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad B_y = - \frac{\partial \psi}{\partial x} \end{aligned}$$

Les fonctions  $\phi$  et  $\psi$  vérifient les conditions de Cauchy-Riemann[1] qui permettent de définir une fonction analytique complexe  $W$  de la variable  $z = x + iy$  tel que  $W(z) = \phi + i\psi$ .

Cette fonction est appelée potentiel complexe du champ magnétique, et sa dérivée par rapport à  $z$  est :

$$\frac{dW}{dz} = \frac{(\frac{\partial \phi}{\partial x} + i \frac{\partial \psi}{\partial x}) dx + (\frac{\partial \phi}{\partial y} + i \frac{\partial \psi}{\partial y}) dy}{dx + i dy} = B_x - iB_y$$



3.2.4.b) Potentiel complexe d'un conducteur dans un milieu isolant

Considérons un conducteur électrique parcouru par un courant  $I$ . Le théorème d'Ampère pour un cercle de rayon  $R$  centré sur le conducteur nous donne l'intensité  $B_0$  constante telle que  $2 \pi R B_0 = \mu \cdot I$

Pour des raisons de symétrie, le champ magnétique est tangent au cercle. Ceci nous conduit à assimiler le conducteur à un vortex dont le potentiel complexe est :

$$W(z) = i \frac{\mu I}{2\pi} \text{Ln} (z - z_0)$$

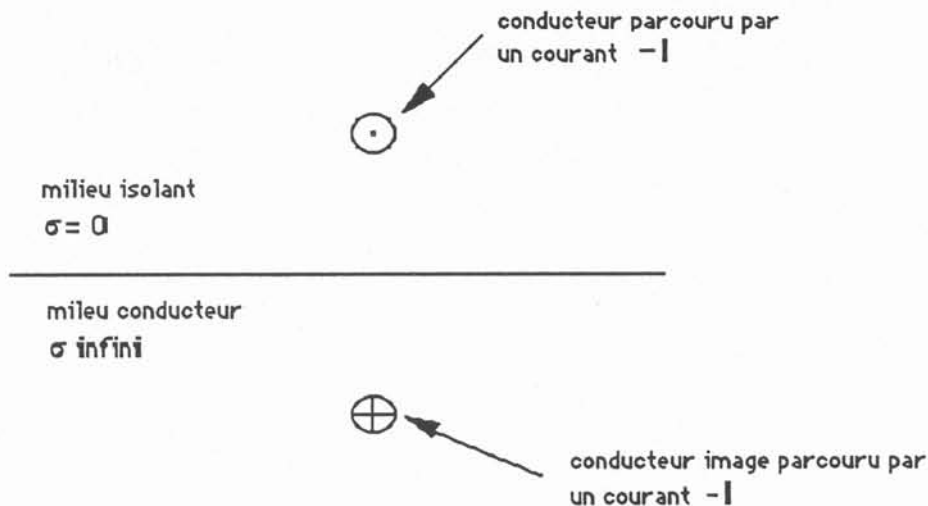
pour un conducteur d'affixe  $z_0 = x_0 + iy_0$

3.2.4.c) La méthode des images

Cette méthode permet de façon simple de connaître le champ magnétique créé par un système de conducteurs en présence de matériaux conducteurs dont la géométrie est simple (plan par exemple).

- Figure n° 3.3 -

Potentiel complexe d'un inducteur filiforme en présence d'un matériau conducteur



L'image d'un conducteur par rapport à un plan est un conducteur symétrique du premier par rapport au plan et parcouru par un courant de signe opposé.

Dans ce cas (figure n° 3.3), le potentiel complexe d'un conducteur parcouru par un courant  $+ I$  est :

$$W(z) = i \frac{\mu_0 I}{2\pi} \text{Ln} \left( \frac{z - z_0}{z - z_0^*} \right) \quad z_0^* \text{ conjugué de } z_0$$

### 3.2.4.d - Transformation conforme

La définition précise et les possibilités offertes par les transformations conformes dépassent largement le cadre de cette thèse. Nous nous bornons à donner quelques idées générales. Le lecteur pourra consulter pour plus d'informations l'ouvrage de Angot [ 1].

Soit une fonction analytique  $f$  de la variable complexe  $z = x + iy$ , la transformation  $t = f(z)$  entre le plan complexe  $z$  et le plan complexe  $t$  ( $t = u + iv$ ) est une bijection, dans le domaine où  $f'(z) \neq 0$ , les points où  $f(z) = 0$  sont appelés ponts singuliers. La transformation est dite conforme, si elle conserve les angles.

Les transformations conformes permettent notamment de transformer des domaines de géométrie complexe (plan complexe  $z$ ) en des domaines de géométries simples (plan complexe  $Z$ ) (plans, cylindres...) dans lesquels, par la méthode des images notamment, il est possible de calculer le potentiel complexe  $W(Z)$ . Par la transformation inverse il est possible alors de remonter au potentiel et donc au champ magnétique dans le plan  $z$ .

La transformation conforme (cf. chapitre 4) que l'on utilisera sera la transformation puissance  $Z = z^n$ . Cette transformation permet de transformer un dièdre d'angle  $\alpha$  (plan  $z$ ) en un demi-plan (plan  $Z$ ), dans ce cas  $n = \frac{\pi}{\alpha}$ .

Ainsi les transformations conformes et la méthode des images sont des outils qui permettent dans le cas de géométrie bidimensionnelle et de l'approximation de profondeur de pénétration nulle, d'accéder aux différentes variables électromagnétiques comme puissance injectée, forces électromagnétiques...

### 3.2.5 - Calcul de la déformation pour une surface plane

#### 3.2.5.a) Calcul du champ surfacique $B_s$

Afin d'éviter le brassage électromagnétique et de favoriser les forces de pression, nous utiliserons un champ magnétique haute fréquence. De ce fait, l'approximation de peau nulle est raisonnable et la technique des images ainsi que le potentiel complexe peuvent être utilisés.

Le système à induction que nous allons utiliser peut être décomposé en  $n$  conducteurs filiformes parallèles à la troisième direction et parcourus par un courant d'intensité  $I$  de sens quelconque.

Le potentiel complexe de  $n$  lignes de courant est :

$$W = i \frac{\mu I}{2\pi} \sum_{k=1}^n a_k \operatorname{Ln} \frac{z - z_k}{z - z_k^*}$$

$a_k$  signe du courant,  
 $z_k$  affixe du conducteur  $k$ .

Le champ magnétique s'écrit :

$$B_x - iB_y = \frac{-\mu I}{\pi} \sum_{k=1}^n \frac{a_k y_k}{z^2 - 2 x_k z + (x_k^2 + y_k^2)}$$

d'où à la surface  $y = 0$

$$B_x = \frac{-\mu I}{\pi} \sum_{k=1}^n \frac{a_k y_k}{(x - x_k)^2 + y_k^2} \quad B_y = 0$$

$$\text{d'où } B_s^2 = \frac{\mu_0^2 I^2}{\pi^2} f(x) \text{ avec } f(x) = \left[ \sum_{k=1}^n a_k \frac{y_k}{(x - x_k)^2 + y_k^2} \right]^2$$

### 3.2.5.b) Expression de la déformation

Avec toutes les considérations précédentes l'équation de la surface libre s'écrit :

$$\rho g y - \gamma y'' + \frac{\mu_0 I^2}{2\pi^2} f(x) = 0 \quad (3.44)$$

$$\text{si l'on pose } A = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}} \text{ et } C = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi^2 \rho g}$$

l'équation 3.44 s'écrit :

$$A y'' - y = C f(x)$$

$$\text{d'où } y = C_1 \exp\left(\frac{x}{A}\right) + C_2 \exp\left(-\frac{x}{A}\right) + \frac{1}{2} \exp\left(\frac{x}{A}\right) \int_0^x \frac{C}{A} f(s) \exp\left(-\frac{s}{A}\right) ds$$

$$+ \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{x}{A}\right) \int_0^x -\frac{C}{A} f(s) \exp\left(-\frac{s}{A}\right) ds$$

Les conditions aux limites permettent de trouver les valeurs de  $C_1$  et  $C_2$ .

Quand  $x \rightarrow \pm\infty$   $y = 0$  qui donne

$$C_1 + \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \frac{C}{A} f(s) \exp\left(-\frac{s}{A}\right) ds = 0$$

$$C_2 - \frac{1}{2} \int_0^{-\infty} \frac{C}{A} f(s) \exp\left(-\frac{s}{A}\right) ds = 0$$

ce qui donne :

$$y = -\frac{1}{2} \frac{C}{A} \left[ \exp\left(\frac{x}{A}\right) \int_0^{+\infty} f(s) \exp\left(-\frac{s}{A}\right) ds + \exp\left(-\frac{x}{A}\right) \int_0^{-\infty} f(s) \exp\left(\frac{s}{A}\right) ds \right] \quad (3.45)$$

$$\text{avec } f(s) = \left[ \sum_{k=1}^n a_k \frac{y_k}{(x_k - s)^2 + y_k^2} \right]^2$$

Le programme "Déformation" permet de calculer l'expression 3.45 et de tracer le résultat. Le calcul des intégrales se fait par la méthode des trapèzes.

### 3.2.5.c) Les approximations utilisées

#### c1/ Approximation magnétique

Nous calculons la déformation de la surface libre en calculant le champ magnétique comme si la surface était plane. L'équation 3.43 régissant la surface libre est adimensionnalisée de la façon suivante. Les longueurs sont rapportées à  $d$  la distance caractéristique de l'inducteur au bain de métal liquide en l'absence de  $\vec{B}$ . Le champ magnétique est rapporté à  $\frac{\mu_0 I}{\pi d}$ . L'équation de la surface libre s'écrit :

$$B_m C^* + y^* + A_m B_s^2 = 0$$

$$\text{avec } A_m = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi^2 d^3 \rho g} \text{ et } B_m = \frac{\gamma}{\rho g d}$$

Afin de simplifier l'exposé, nous négligeons la tension interfaciale d'où :

$$y^* + A_m B_s^* = 0$$

Lorsque  $A_m$  est petit, une méthode de perturbation permet d'approcher la déformation de la surface libre, posons  $A_m = \varepsilon$ .

Soit  $\eta = \varepsilon \eta_1 + \varepsilon^2 \eta_2 + \varepsilon^3 \eta_3 + \dots$  la déformation de la surface libre adimensionnalisée et

$$B^*(x, y) = B_0^*(x, y) + \varepsilon B_1^*(x, y) + \varepsilon^2 B_2^*(x, y) + \dots$$

le champ magnétique dans tout l'espace avec  $B_0^*(x, y)$ , le champ magnétique en l'absence de déformation.

L'équation de la surface libre s'écrit :

$$\eta + \varepsilon B^2(x, \eta) = 0$$

faisons un développement suivant les puissances de  $\varepsilon$ . Le calcul de  $B^2(x, \eta)$  s'obtient en utilisant la formule de Taylor pour  $B_0^*$ ,  $B_1$ ,  $B_2$ , ... et en élevant le tout au carré, d'où :

$$\begin{aligned}
 B^{*2}(x, \eta) = & B_0^*(x, 0) + 2\varepsilon B_0^*(x, 0) \left[ \eta_1 \frac{\partial B_0}{\partial y} \Big|_{x, y=0} + B_1^*(x, 0) \right] \\
 + \varepsilon^2 \left[ \left[ \eta_1 \frac{\partial B_0^*}{\partial y} \Big|_{x, y=0} + B_1^*(x, 0) \right]^2 + B_0^*(c, 0) \left[ \eta_2 \frac{\partial B_0}{\partial y} \Big|_{x, y=0} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{2} \eta_1 \frac{\partial B_0^*}{\partial y} \Big|_{x, y=0} + \eta_1 \frac{\partial B_1^*}{\partial y} \Big|_{x, y=0} + B_2^*(x, 0) \right] \right]
 \end{aligned}$$

Aux divers ordres en  $\varepsilon$ , l'équation de la surface libre s'écrit :

à l'ordre 0 :  $0 = 0$

C'est le cas classique où on néglige la déformation de la surface libre.

à l'ordre 1  $\eta_1 + B_0^{*2}(x, 0) = 0$

On calcule la déformation de la surface libre en calculant le champ magnétique comme si elle n'était pas déformée. C'est l'approximation que nous faisons : nous l'appelons approximation magnétique.

Nos calculs seront valables tant que :

$$\frac{\mu I^2}{2 \pi^2 d^3 \rho g} \ll 1 \tag{3.46}$$

### c2/ Approximation géométrique

Pour simplifier l'équation 3.43, nous avons imposé  $\frac{dy}{dx} \ll 1$ . C'est l'approximation géométrique qui suppose que la déformation de la surface libre ne soit pas brutale.

Cette approximation sera vérifiée a posteriori. Nous avons intégré un sous programme de calcul de la dérivée au programme principal "Déformation".

### c3/ Validation

Une expérience réalisée sur un bac de mercure avec un système à induction type épingle a permis de voir que la surface de mercure était déformée. La déformation se situe au regard des conducteurs et elle est faible, d'ailleurs nous n'avons pas pu la quantifier.

Dans les mêmes conditions,  $I = 500$  A, distance inducteur-bain de mercure égale à 1 cm et entraxe entre les conducteurs de 9 mm, nous avons calculé la déformation de la surface libre. Tout d'abord l'approximation magnétique est vérifiée puisque :

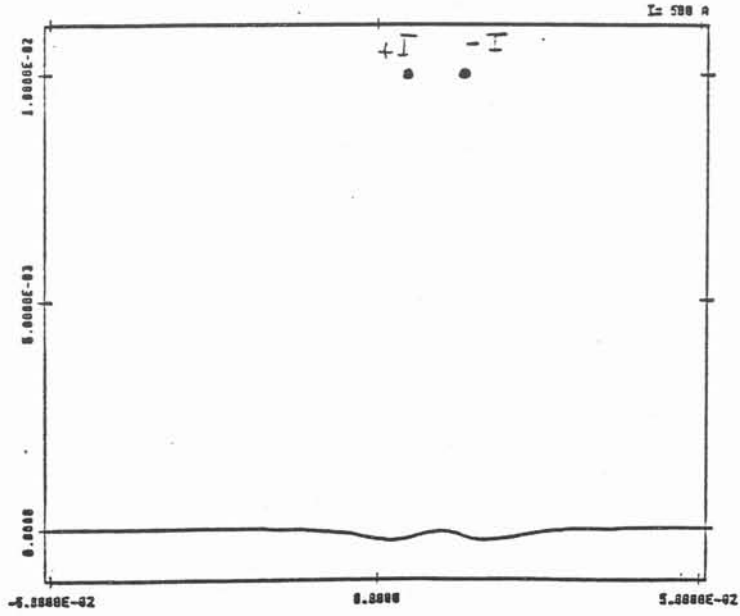
$$A = \frac{\mu I^2}{2 \pi^2 d^3 \rho g} = 0.05 \ll 1.$$

Le calcul de la surface déformée est représenté sur la figure 3.4. Les échelles sont en mètre. La figure 3.5 donne  $\frac{dy}{dx}$  en fonction de  $x$ , on peut constater que  $\max \left| \frac{dy}{dx} \right| < 4 \cdot 10^{-2}$ . L'approximation géométrique est donc valable. On vérifie bien que la déformation de la surface est faible et qu'elle se situe en regard des conducteurs.

Chaque fois que nous utiliserons le programme de calcul de la déformation, il sera nécessaire de vérifier les deux approximations.

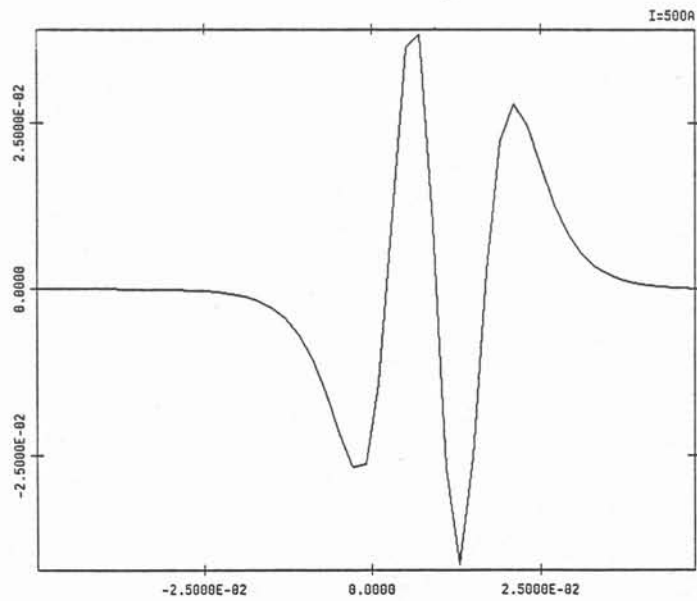
- Figure 3.4 -

Profil de la déformation de la surface libre dans le cas du mercure



- Figure 3.5 -

Valeur de  $\frac{dy}{dx}$  correspondant à la figure 3.4









**CHAPITRE 4**  
**Confidentiel**



## 2ème Partie



Certaines propriétés d'emplois d'alliages métalliques sont sensibles à la structure métallurgique. En ce qui concerne les superalliages à base de nickel, la mise en forme par filage ou forgeage dépend fortement de la structure de grains de solidification. Le problème est particulièrement délicat par le fait que pour ces alliages on ne connaît pas d'agent affinant dans la masse. Il serait possible d'effectuer des recherches à ce sujet. Mais les solutions qui seraient proposées apporteraient un nouveau problème. En effet, la propreté inclusionnaire est une condition indispensable pour l'utilisation du matériau.

Par ailleurs l'amélioration de la tenue en fatigue oligocyclique impose la réduction de la taille maximum tolérée pour les inclusions de toutes natures.

C'est pourquoi SNECMA a engagé un programme de recherches concernant la structure de solidification et la décantation d'inclusions en creuset froid. La présente étude a été réalisée avec son concours financier et son aide technique pour l'étude métallurgique.

Plusieurs techniques ont été mises au point et exploitées à l'échelle industrielle afin de résoudre les problèmes liés à la pollution du matériau lors de la fusion. Ces procédés reposent sur l'utilisation de creusets métalliques refroidis par une circulation d'eau, alliés à un mode de chauffage non polluant comme l'arc électrique, le faisceau d'électrons ou l'induction.

L'induction a un double avantage. Elle permet d'injecter en même temps de l'énergie mécanique et de l'énergie calorifique. Ces deux aspects du chauffage par induction ont été mis à profit pour répondre aux problèmes spécifiques posés par SNECMA.

Dans ce cadre trois études de faisabilité ont fait l'objet d'investigation sur un superalliage à base de nickel l'ASTROLOY ou NK17CDAT :

- le tirage de lingots à grains fins obtenus par refusion en creuset froid
- la décantation inclusionnaire de particules moins conductrices que le métal
- l'étude théorique d'une busette électromagnétique permettant l'obtention de jet de métal liquide de faible diamètre

Le premier point sera développé dans le chapitre 5, tandis que les deux derniers seront abordés dans le chapitre 6.

Une installation de fusion en creuset froid est constituée des éléments suivants (figure II.1) :

- un générateur à induction d'une puissance de l'ordre de quelques dizaines de kW pour les applications visées
- un coffret de condensateurs et de systèmes d'adaptation d'impédance (transformateurs)
- un inducteur en cuivre, refroidi par une circulation d'eau interne
- un creuset sectorisé, refroidi par une circulation d'eau. La figure n° II.2 montre les deux tyoes de creuset que nous avons utilisés
- une charge conductrice de l'électricité

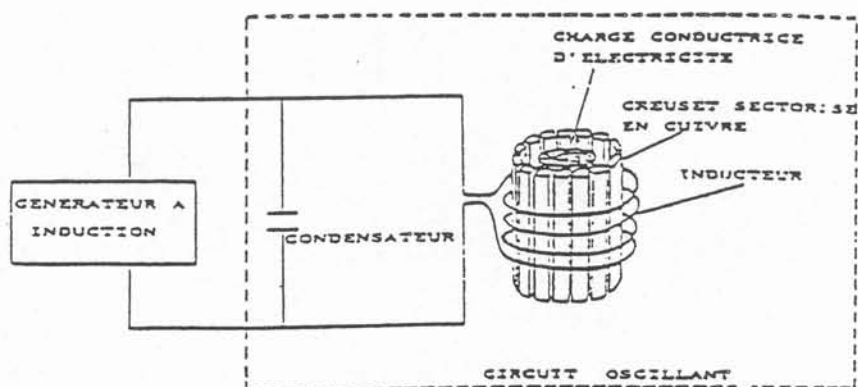
A cet ensemble s'ajoutent d'autres éléments plus spécifiques qui permettent d'utiliser l'installation de différentes manières :

- un pied de tirage et une alimentation par lingot ou copeaux (tirage de lingot en continu)
- une enceinte afin de travailler sous atmosphère contrôlée (tirage de lingot, décantation d'inclusions)
- un doigt escamotable afin de permettre la coulée de métal liquide lors de l'utilisation du creuset de lévitation

La figure II.3 permet de comprendre le fonctionnement du générateur. La haute tension est obtenue par redressement de la tension d'un transformateur élévateur branché sur le réseau triphasé. Après filtrage, elle alimente l'anode d'une triode à travers le primaire du transformateur abaisseur. La puissance est ensuite délivrée au circuit oscillant à travers un transformateur amont à plots variables dont le but est d'adapter au mieux le circuit au générateur. Une partie de la tension du circuit oscillant est renvoyée par l'intermédiaire d'un transformateur vers la grille de la triode. Grâce à cette contre réaction, le générateur fonctionne toujours à la fréquence propre du circuit oscillant. Les valeurs de l'inductance  $L$  et de la résistance  $R$  sont fixées par l'inducteur, le creuset et la charge. La fréquence d'oscillation égale à  $(LC)^{-1/2}$  est donc déterminée par le choix des capacités.

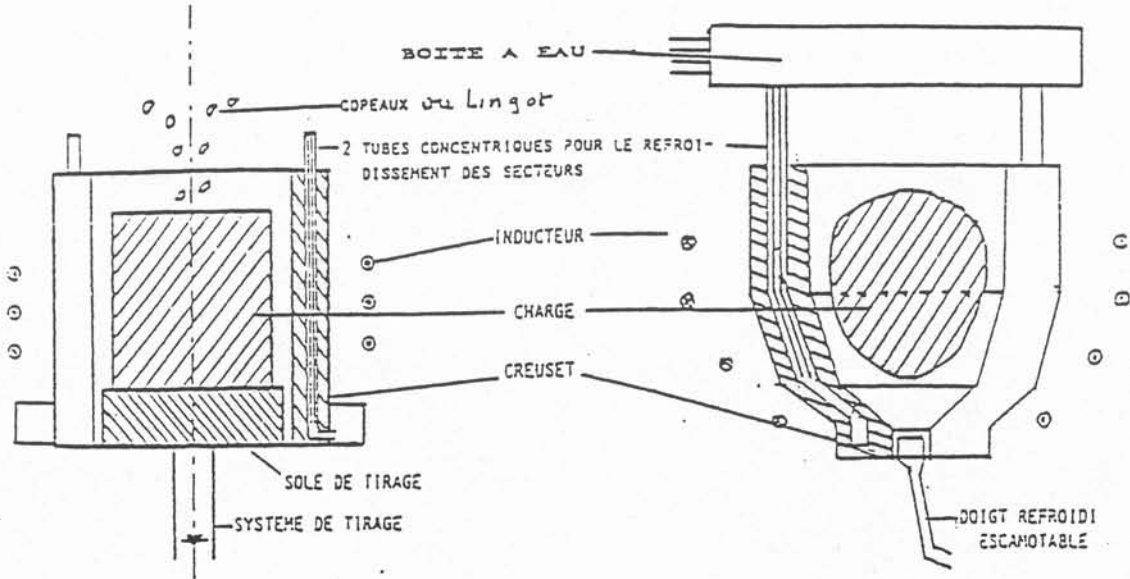
- Figure II.1 -

Schéma de l'installation de fusion en creuset froid



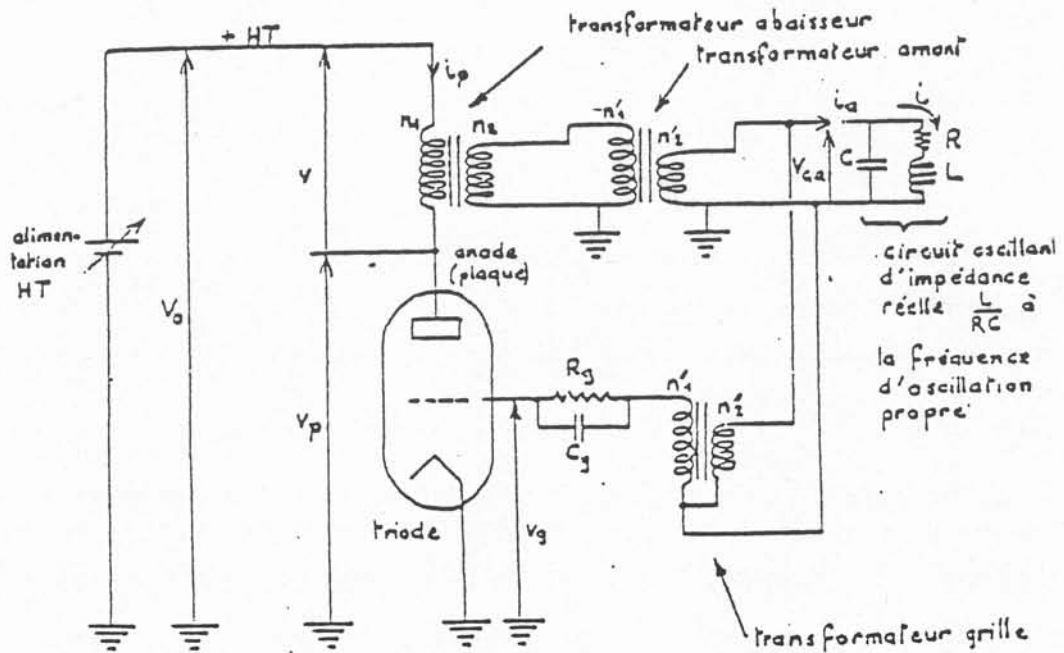
- Figure II.2 -

Les deux types de creuset



- Figure II.3 -

Schéma électrique de principe du générateur aperiodique







## **CHAPITRE 5**

**Confidentiel**



## CHAPITRE 6



L'objectif de ce travail est de démontrer la possibilité de décanter des inclusions en creuset froid droit ou en creuset de lévitation. Une approche théorique simple permet de montrer la faisabilité et de calculer grossièrement un temps de décantation (6.1). Des essais ont été réalisés afin de confirmer les résultats théoriques (6.2).

Dans le but de préparer de nouveaux essais avec des matériaux pollués artificiellement pour montrer l'efficacité du procédé, une étude théorique plus approfondie a été entreprise afin de calculer le temps total de décantation nécessaire pour un taux d'efficacité de 99 %. Cependant, pour pouvoir réaliser le seul test crédible "test du Bouton", il est nécessaire de séparer le métal propre des inclusions décantées qui sont piégées dans une croûte solide. En outre, un système électromagnétique permettant la contrôle du jet de matériau liquide à la sortie du creuset est étudié (6.4). Ce système est applicable à d'autres procédés et à d'autres matériaux.

## 6.1 - PRINCIPE DE LA DECANTATION

### 6.1.1 - Force subie par une particule isolante ou faiblement conductrice dans un liquide conducteur soumis à un champ magnétique alternatif.

Considérons un barreau fluide de longueur infinie soumis à un champ magnétique alternatif d'amplitude  $B_0$  et de pulsation  $\omega$ . Le champ magnétique à l'intérieur du barreau vérifie [26]

$$B = \text{réel} \left[ B_0 \frac{J_0(i^{3/2} k r)}{J_0(i^{3/2} k R)} \exp(i\omega t) \right] \quad (6.1)$$

où  $J_0$  est la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre 0,  $R$  le rayon du barreau,  $r$  la coordonnée radiale. La force électromagnétique résultante de la présence simultanée des courants induits et du champ magnétique dans le barreau fluide se réduit à :

$$\vec{F} = - \text{grad} \frac{B^2}{2\mu_0}$$

En conséquence le fluide n'est animé d'aucun mouvement. Une particule fluide conductrice de l'électricité est en équilibre. Comme elle subit la force électromagnétique qui est dirigée vers l'axe du barreau, un gradient de pression apparaît dans le liquide qui permet l'équilibre. Ainsi :

$$- \text{grad} P - \text{grad} \frac{B^2}{2\mu_0} = 0$$

Une particule fluide isolante ne subit que la force due au gradient de pression.

$$\vec{F} = \iint_{\text{surface}} P \vec{n} dS$$

où  $\vec{n}$  normale intérieure à la surface  $S_p$  de la particule isolante (dirigée vers l'intérieur).

En appliquant la formule d'Ostrogradsky qui tient compte de la normale dirigée vers l'intérieur du domaine  $\Omega_p$  délimité par la surface  $S_p$

$$\vec{F} = \iiint_{\Omega_p} -\vec{\text{grad}} Pd \Omega_p = \iiint_{\Omega_p} \vec{\text{grad}} \frac{B^2}{2\mu_0} d\Omega_p$$

A cause de l'effet de peau, le champ magnétique est plus intense en périphérie du lingot qu'au centre : la force est donc centrifuge.

### 6.1.2 - Décantation d'inclusions en creuset froid

La force qui s'exerce sur une particule isolante dans un bain liquide soumis à un champ magnétique permet de drainer les particules isolantes vers la périphérie du bain liquide. Ceci peut être mis à profit pour décanter des inclusions non métalliques en creuset froid. Le brevet n° 8906173 revendique et protège cette possibilité.

**CONFIDENTIEL S.N.E.C.M.A.**

Par assimilation justifiée  
éventuelle de l'intérêt de la  
divulgaration par les Autorités  
de Défense Nationale (décision  
dans les 5 mois suivant dépôt)

BREVET D'INVENTION

---

PROCEDE DE REFUSION DE MATERIAUX METALLIQUES AVEC DECANTATION INCLUSIONNAIRE

---

SOCIETE NATIONALE D'ETUDE ET DE  
CONSTRUCTION DE MOTEURS D'AVIATION  
"S.N.E.C.M.A."

---

Invention de Messieurs DUCROCQ, LEMAITRE,  
GARNIER, RIVAT, VERNAY.

DEPOSE LE : 11. 05. 1989.

N° : 89. 06173.



DESCRIPTION

5 La présente invention concerne un procédé de décantation inclusionnaire de matériaux métalliques et plus particulièrement de superalliages à base de nickel;

Les techniques habituellement utilisées actuellement pour  
10 l'élaboration de matériaux métalliques et plus particulièrement des superalliages à base de nickel font intervenir des opérations de fusion en creuset en matériau réfractaire de type céramique réalisées dans un four sous vide. Lors de cette opération il se produit une réaction  
15 métal/céramique d'où il résulte inévitablement la présence d'inclusions céramiques dans le matériau obtenu. Un affinage du métal devient par conséquent nécessaire à chaque fois que les conditions des applications imposent l'obtention d'un alliage dit super-propre et c'est  
20 notamment le cas pour les superalliages à base de nickel destiné à des applications aéronautiques, notamment à la fabrication de pièces de moteurs aéronautiques à turbine ou autres ensembles de propulsion. Il s'agit, par exemple, dans certains cas d'obtenir des lingots destinés à la  
25 production de poudres à base de nickel, en vue d'élaborer des pièces par des techniques connues en soi de métallurgie des poudres. Il est notamment reconnu que la présence d'inclusions dans de telles pièces est un facteur nocif pour leur tenue en service, notamment lorsque les  
30 pièces sont soumises à des sollicitations en fatigue oligocyclique.

Pour obtenir cet affinage du superalliage, diverses méthodes ont été envisagées au moyen d'une refusion du matériau en conditions propres de manière à assurer une  
35 séparation inclusionnaire.

On a ainsi utilisé un creuset refroidi où le superalliage

sert de creuset de décantation au métal liquide, la fusion étant assurée au moyen d'un faisceau d'électrons ou par 5 faisceau plasma.

Ces méthodes nécessitent toutefois une mise en oeuvre délicate dans des installations souvent très complexes et coûteuses. En outre, en fonction des applications 10 envisagées, l'efficacité de la séparation inclusionnaire obtenue reste parfois insuffisante.

Pour répondre à ces problèmes sans encourir les inconvénients des solutions précédemment connues, 15 l'invention prévoit une application des principes de la magnétohydrodynamique des métaux liquides.

Des exemples d'applications de ces principes, notamment par application d'un champ électromagnétique à une veine 20 métallique liquide, ont été données par FR-A-2 316 026, FR-A-2 396 612, FR-A-2 397 251, FR-A-2 457 730 ou par EP-A-0 083 898.

Par ailleurs, FR-A-2 452 958 décrit un dispositif 25 électromagnétique de séparation d'inclusions contenues dans un fluide électriquement conducteur dans lequel le champ magnétique alternatif réagit avec des courants extérieurs, induits dans une boucle de métal liquide. Des solutions de ce type ne peuvent toutefois pas être 30 industriellement exploitées dans le cas de refusion de superalliages à base de nickel pour lesquels les températures de fusion sont supérieures à 1300°C et des conditions superpropres sont exigées.

35 Des dispositifs ou procédés, envisagés par exemple par FR-A-2 561 761 ou EP-A-0 234 536, prévoient une évacuation des inclusions situées en haut d'un

creuset froid. Ces dispositions se révèlent incompatibles avec des applications industrielles dans lesquelles  
5 l'alimentation en continu du métal à refondre s'opère par le dessus du creuset.

Le procédé de décantation inclusionnaire conforme à l'invention et comportant une refusion en conditions  
10 propres, au moyen d'un creuset sectorisé en cuivre refroidi, d'un type dit creuset froid, assurée par induction électromagnétique sous vide propre permet une mise en oeuvre industrielle dans des conditions simplifiées et facilitées et une amélioration des  
15 résultats obtenus, sans les inconvénients précédemment rencontrés. Ledit procédé est caractérisé en ce que le domaine de fréquence du champ magnétique appliqué à la masse de métal en fusion dans le creuset est situé entre 50 Hz et  $5 \cdot 10^6$  Hz.

20

Avantageusement, une plage optimale des fréquences a été définie entre  $5 \cdot 10^3$  Hz et  $5 \cdot 10^5$  Hz.

D'autres caractéristiques et avantages de l'invention  
25 seront mieux compris à la lecture de la description qui va suivre d'un mode de réalisation de l'invention, en référence aux dessins annexés sur lesquels :

- la figure 1 donne une représentation schématique des  
30 forces appliquées à une particule au sein d'une masse de métal refondu dans un creuset, selon le procédé de refusion conforme à l'invention ;

- la figure 2 représente, suivant une vue schématique en  
35 élévation et en coupe, un creuset droit destiné à la réalisation du procédé conforme à l'invention ;

- la figure 3 représente, suivant une vue schématique en élévation et en coupe, analogue à celle de la figure 2, un creuset de lévitation destiné à la réalisation du procédé conforme à l'invention,

- les figures 4a, 4b, 4c, 4d et 4e représentent les étapes successives de réalisation d'un essai dit de fusion par faisceau d'électrons et de solidification d'une éprouvette dite en bonton permettant de contrôler l'efficacité de la décantation inclusionnaire obtenue au moyen du procédé de refusion conforme à l'invention.

15 Le procédé de refusion d'alliages métalliques et plus particulièrement des superalliages à base de nickel conforme à l'invention intervient dans l'élaboration de ces alliages comme technique d'affinage et notamment en vue d'obtenir une séparation ou décantation des inclusions, notamment céramiques, présentes dans le matériau après une étape d'élaboration en creuset réfractaire. Cette opération de refusion est réalisée dans une installation, de type connu en soi, comportant notamment des moyens de mise sous vide assurant des conditions propres. Un creuset de type également connu est utilisé, du genre sectorisé en cuivre refroidi, dit creuset froid. La fusion de la masse métallique introduite dans le creuset est obtenue au moyen d'inducteurs électromagnétiques. Le procédé selon l'invention est remarquable par des conditions expérimentales spécifiques et un réglage optimisé des paramètres, permettant seuls d'obtenir les résultats recherchés, à savoir une décantation inclusionnaire efficace.

35 La figure 1 schématise la position d'une particule fluide 1 à l'intérieur de la masse de métal liquide vue dans un plan entre la ligne A figurant l'axe central du creuset et la ligne B, à une distance R de A, figurant la surface du

métal liquide. Le champ magnétique appliqué développe, d'une part, des forces électromagnétiques de surface ou 5 forces irrotationnelles dont l'effet se limite à une faible épaisseur, représentée par  $e$  sur la figure 1, qui est dite zone de peau électromagnétique. Ces forces de surface résultent de l'action combinée du champ magnétique alternatif appliqué avec celle de ses propres courants 10 induits et ont pour effet de créer une pression magnétique dont la valeur, représentée par la courbe C sur la figure 1, croît de la périphérie du métal liquide jusqu'à sa valeur maximale  $PM$  obtenue à ladite épaisseur  $e$ . Dans cette zone de peau d'épaisseur  $e$ , la particule fluide 1, 15 lorsqu'elle est constituée de métal liquide, est en équilibre sous l'action des forces électromagnétiques symbolisées par  $F_m$  et dirigées vers l'intérieur du domaine électroconducteur et sous l'action des forces de pression exercées sur la particule et symbolisées par  $F_p$ . Par 20 contre, une particule non conductrice sera insensible aux forces électromagnétiques puisqu'aucun courant ne traverse la particule et se trouvera donc déportées vers la paroi du creuset, et la surface de la masse liquide sous l'effet des forces de pression;

25

D'autre part, sont également générées des forces électromagnétiques de volume ou forces rotationnelles qui mettent en mouvement le métal liquide et provoquent ainsi un brassage électromagnétique de cette masse. Ce brassage 30 permet d'amener au sein de la masse de métal liquide toutes les inclusions vers la zone de peau électromagnétique à partir de laquelle, comme décrit ci-dessus, les forces de pression magnétique les déplacent vers la surface du métal liquide et vers la paroi du creuset 35 froid. Toutes les particules non métalliques, notamment les inclusions céramiques sont ainsi soumises au cours de la refusion à la séparation ou décantation

inclusionnaire et se trouvent concentrées le long des parois froides de la masse à refondre.

5

Une séparation efficace des inclusions est obtenue conformément à l'invention grâce à un choix remarquable de la valeur des paramètres qui conditionnent le résultat. En effet, cette efficacité est, d'une part, fonction des dimensions du creuset utilisé pour lesquelles on prendra le rayon R du creuset, du temps t de décantation et de la taille des inclusions, représentée par leur diamètre d en les assimilant à une sphère. Comme cela a été exposé ci-dessus, le déplacement des particules est dû aux forces électromagnétiques ou forces rotationnelles qui peuvent s'exprimer sous la forme :

$$f_1 = B^2 \pi d^3 / 6 \mu e, \text{ où :}$$

20

- e est l'épaisseur de peau électromagnétique précédemment définie,

- B est le champ magnétique,

25

-  $\mu$  est la perméabilité magnétique.

Ce déplacement est par contre freiné par des forces de viscosité qui ont la forme :

30

$$f_2 = 3 \pi m v d V, \text{ où :}$$

- m est la masse volumique du liquide,

- v est la viscosité du liquide

35 - V est la vitesse de déplacement de l'inclusion.

A l'équilibre, les deux forces sont égales :  $f_1=f_2$  et

on en déduit la vitesse de décantation :

$$5 \quad V = B^2/18 \mu \quad \text{e. m. v.}$$

La taille des inclusions déplaçables est ainsi limitée par un temps admissible de décantation. Une décantation absolue de toutes les inclusions imposerait un temps infini. Pour une base de temps admissible telle que  $t = R / V$ , la limite d obtenue est :

$$d = (18 \mu \cdot \text{e.m.v.} \cdot R/B^2 t)^{1/2}$$

15 Il en résulte que le diamètre admissible d des inclusions diminue lorsque le temps t augmente ou lorsque B croît. Par contre, la taille des inclusions non décantées d augmente lorsque la taille du creuset R augmente ou la viscosité v du liquide croît.

20

D'autre part, l'efficacité de la décantation est également conditionnée par la fréquence du champ magnétique appliqué dont dépend le rapport des forces irrotationnelles aux forces rotationnelles. En effet une fréquence infinie  
25 correspond à une épaisseur de peau électromagnétique e nulle pour laquelle aucune décantation ne peut se produire. De même en champ continu ou fréquence nulle, il ne subsiste aucun effet. En conséquence, pour obtenir dans une installation industrielle les conditions de réalisa-  
30 tion du procédé conforme à l'invention en assurant une efficacité satisfaisante de la décantation inclusionnaire, l'invention a délimité un domaine remarquable des fréquences du champ magnétique à appliquer dans les conditions qui ont été précisées ci-dessus.

35

On définit d'abord un rapport admissible entre l'épaisseur e de peau et le rayon R de volume liquide dans le creuset

tel que l'épaisseur maximale  $e_1$  soit égale audit rayon R et l'épaisseur minimale  $e_2$  soit égale au centième de ce rayon R. En introduisant la relation  $\mu \sigma \omega^2 e^2 = 2$  et les valeurs correspondantes du paramètre d'écran PE :

$$PE = R^2 \mu \sigma \omega, \text{ où :}$$

- 10 -  $\omega$  est la pulsation du champ magnétique,
- $\sigma$  est la conductivité électrique du matériau,
- R et  $\mu$  comme précédemment.

On obtient ainsi les valeurs limites de PE

15

$$2 \leq PE \leq 500$$

On obtient ainsi compte-tenu des dimensions du creuset une plage théorique des fréquences, qui serait comprise entre 20 une centaine de Hertz et plusieurs Mégahertz.

Dans des conditions industrielles, un critère d'efficacité (CE) de la décantation inclusionnaire peut être obtenu par le rapport des nombres  $N_p$  de particules par kilogramme de 25 matière présentes dans le métal, d'une part, avant et, d'autre part, après refusion selon le procédé conforme à l'invention :  $CE = \frac{N_p \text{ avant} - N_p \text{ après}}{N_p \text{ avant}}$

$$N_p \text{ avant}$$

Si on adopte ce critère d'efficacité il sera supérieur à 30 30%, dans le domaine des fréquences f du champ magnétique défini par :

$$50.Hz < f < 5 \times 10^6 \text{ H z.}$$

Un tel domaine remarquable des fréquences f du champ 35 magnétique appliqué dans les conditions décrites, notamment en creuset froid et sous vide propre, caractérise par conséquent le procédé de refusion de superalliage à base de nickel conforme à l'invention.



Une plage optimale des fréquences est définie pour obtenir un critère d'efficacité supérieur à 75 % et on obtient :  $5.10^3 < f < 5.10^5$  Hz

Les essais de mise en oeuvre du procédé de refusion conforme à l'invention ayant permis de déterminer les domaines de fréquences du champ magnétique à appliquer qui ont été définis ci-dessus ont été réalisés en utilisant deux types de creuset correspondant à deux modes de réalisation du procédé de refusion selon l'invention. Un premier creuset 2 représenté schématiquement sur la figure 2 comporte, de manière connue en soi, pour un creuset droit, des parois 3 en cuivre refroidies par des tubes internes 4 dans lesquels circule un fluide réfrigérant, notamment de l'eau. Les parois 3 sont extérieurement entourées de spires d'inducteur électromagnétique 5. La base du creuset 2 comporte une sole de tirage 6 associée à un système de tirage symbolisé en 7.

La charge 8 disposée dans ledit creuset 2 est alimentée en métal à refondre sous forme de lingot cylindrique 9 introduit dans la partie supérieure et le métal fondu affiné est tiré sous forme de lingots cylindriques dans la partie inférieure. Les paramètres appliqués, notamment les fréquences conformes à l'invention ainsi que les autres conditions choisies, notamment la puissance calorifique de l'installation et la vitesse de refusion sont telles que les inclusions non métalliques sont piégées dans les parties froides situées en périphérie du lingot. Après tirage, une opération supplémentaire d'usinage de la surface permet l'élimination des inclusions.

35

Un second creuset 10 représenté schématiquement sur la figure 3 est un creuset de lévitation d'un type connu en

soi, dans lequel la géométrie particulière des parois 11 permet de maintenir la majeure partie du métal liquide en 5 lévitation. Il comporte, comme précédemment, des tubes 12 de refroidissement internes auxdites parois 11 et alimentés par une boîte à eau 13 et des spires d'inducteur électromagnétique 14. Les inclusions sont à nouveau piégées dans les parties froides de métal en contact avec 10 les parois du creuset refroidi. Par rapport à la solution à creuset droit de la figure 2, une surface plus faible des parties froides dans le présent cas est compensée par un temps de décantation plus long. Par contre, le creuset 10 permet, après séparation inclusionnaire dans les mêmes 15 conditions précédemment décrites d'application des paramètres conformes à l'invention, d'évacuer le métal affiné par un orifice 15 ménagé à la partie inférieure du creuset 10 qui est masqué par un doigt refroidi 16 susceptible d'être escamoté.

20 Les inclusions séparées restent dans ce cas piégées dans le creuset de lévitation 10.  
Un matériau propre est ainsi directement disponible à la sortie du creuset.

25 Une procédure d'essai a été utilisée pour évaluer le critère d'efficacité (CE) de la décantation inclusionnaire obtenue par le procédé de refusion conforme à l'invention dans son application aux superalliages à base de nickel. Pour réaliser l'essai, une poudre de superalliage à base 30 de nickel de composition connue, ayant, par exemple une granulométrie de 75 micromètres et un point de fusion de 1350°C est mélangée à des particules de zircon, par répartition de 200 particules par kilogramme de poudre, les particules ayant une granulométrie comprise entre 120 35 et 150 micromètres et un point de fusion de 2800°C.  
Le mélange de la poudre de superalliage et des particules de zircon de pollution volontaire est réalisé par un

mouvement à tourbillons inversés de type Turbula pendant une heure. Une densification est ensuite effectuée par 5 compaction isostatique à chaud ou par filage à chaud ; Les échantillons sont ensuite préparés spécifiquement pour les deux types de creuset.

Les conditions opératoires du procédé de refusion conforme à l'invention et notamment les paramètres remarquables 10 définis par l'invention (fréquence du champ magnétique) sont appliquées à une opération de refusion d'un échantillon. Après maintien en fusion et décantation inclusionnaire conforme à l'invention, le métal liquide affiné soit coulé dans une lingotière en cuivre refroidi 15 et un lingot est usiné, par exemple dans le mode de réalisation utilisé, au diamètre de 25 mm et hauteur de 90mm, soit tiré sous forme de lingot, par exemple dans le mode utilisé à un diamètre de 50 mm et une hauteur supérieure à 100 mm.

20

Les figures 4a, 4b, 4c, 4d, 4e représentent les étapes de l'essai qui est ensuite appliqué, dit test de propreté inclusionnaire du bouton à fusion par faisceau d'électrons. La figure 4a montre la fusion par 25 faisceau d'électrons du lingot, et les différentes étapes de collection des inclusions aux figures 4b et 4c.

Les figures 4d et 4e schématisent les étapes de solidification lors du refroidissement sous vide du bouton. 30 Les flèches 20 symbolisent le creuset refroidi dans lequel est réalisé le bouton, 21 de faisceau d'électrons ; les particules de pollution sont représentées en 22, le métal solide en 23 et le métal liquide en 24.

35 Les essais réalisés selon cette procédure ont donné les résultats suivants

- pour les fréquences  $f$  du champ magnétique telles que :

$$f < 50 \text{ Hz} \quad \text{ou} \quad f > 1.10^7 \text{ Hz},$$

le critère d'efficacité précédemment défini a été observé

inférieur à 30 %.

5 - pour le domaine de fréquences défini par l'invention :

$$50 \text{ Hz} < f < 5 \times 10^6 \text{ Hz} ,$$

un critère d'efficacité supérieur à 30 % a été vérifié et  
10 un critère d'efficacité supérieur à 75 % est obtenu dans  
la plage optimale des fréquences :

$$5.10^3 < f < 5.10^5 \text{ Hz}.$$

15

20

25

30

35



REVENDICATIONS

5 1. Procédé de refusion de matériaux métalliques et plus  
particulièrement de superalliages à base de nickel, la  
fusion des superalliages placés dans un creuset sectorisé  
en cuivre refroidi dit creuset froid étant réalisée sous  
vide propre au moyen d'inducteurs électromagnétiques  
10 caractérisé en ce que le champ magnétique appliqué à la  
masse de métal en fusion dans le creuset a une fréquence  
située dans un domaine délimité par 50 Hz en borne  
inférieure et  $5 \times 10^6$  Hz en borne supérieure de manière  
à assurer à la fois un brassage électromagnétique du métal  
15 liquide et une concentration en surface le long des parois  
froides de la masse à refondre de toutes les particules  
non conductrices constituées notamment des inclusions  
céramiques, obtenant ainsi une décantation inclusion-  
naire.

20

2. Procédé de refusion de matériaux métalliques et plus  
particulièrement de superalliages à base de nickel selon  
la revendication 1 dans lequel ledit domaine des  
fréquences du champ magnétique est situé dans une plage  
25 optimale comprise entre  $5.10^3$  Hz et  $5.10^5$  Hz.

3. Procédé de refusion de matériaux métalliques et plus  
particulièrement de superalliages à base de nickel selon  
l'une des revendications 1 ou 2 dans lequel le creuset  
30 froid utilisé est un creuset droit dans lequel le métal à  
refondre est introduit sous forme de lingot cylindrique  
dans la partie supérieure et le métal refondu affiné est  
tiré sous forme de lingot cylindrique dans la partie  
inférieure, de manière qu'une opération associée d'usinage  
35 de la surface du lingot permet d'éliminer les inclusions  
rassemblées en périphérie du lingot.

4. Procédé de refusion de matériaux métalliques et plus  
particulièrement de superalliages à base de nickel selon  
l'une des revendications 1 ou 2 dans lequel le creuset  
froid utilisé est un creuset dit de lévitation

dans lequel la majeure partie du métal liquide est  
maintenu en lévitation et le métal affiné est évacué par  
5 l'orifice du creuset de manière que les inclusions restent  
dans le creuset et sont piégées dans les parties froides  
de métal en contact avec les parois refroidies du creuset.  
métal en contact avec les parois refroidies du creuset.

10

15

20

25

30

35

BREVET D'INVENTION

PROCEDE DE REFUSION DE MATERIAUX METALLIQUES AVEC  
DECANTATION INCLUSIONNAIRE

---

SOCIETE NATIONALE D'ETUDE ET DE CONSTRUCTION DE MOTEURS D'AVIATION  
" S. N. E. C. M. A. "

---

Invention de Messieurs DUCROCQ, LEMAITRE,  
GARNIER, RIVAT, VERNAY.

---

ABREGE DESCRIPTIF

Dans le procédé de refusion de matériaux métalliques et plus particulièrement de superalliages à base de nickel, l'opération de fusion est réalisée en plaçant les alliages dans un creuset sectorisé en cuivre refroidi ou creuset froid et au moyen d'inducteurs électromagnétiques.

Un champ magnétique appliqué à la masse de métal en fusion a une fréquence comprise entre 50 Hz et  $5 \times 10^6$  Hz et préférentiellement entre  $5 \times 10^3$  Hz et  $5 \times 10^5$  Hz de manière à assurer à la fois un brassage électromagnétique du métal liquide et une concentration en surface le long des parois froides de la masse à refondre de toutes les particules non conductrices constituées notamment des inclusions céramiques, de manière à obtenir une décantation inclusionnaire.



**CONFIDENTIEL S.M.P. S.A.**  
Par assimilation, en attendant la  
éventuelle de fin d'activité de  
divulgué par les 4-er mois  
de Défense Nationale (Classification  
dans les 5 mois suivant décret)

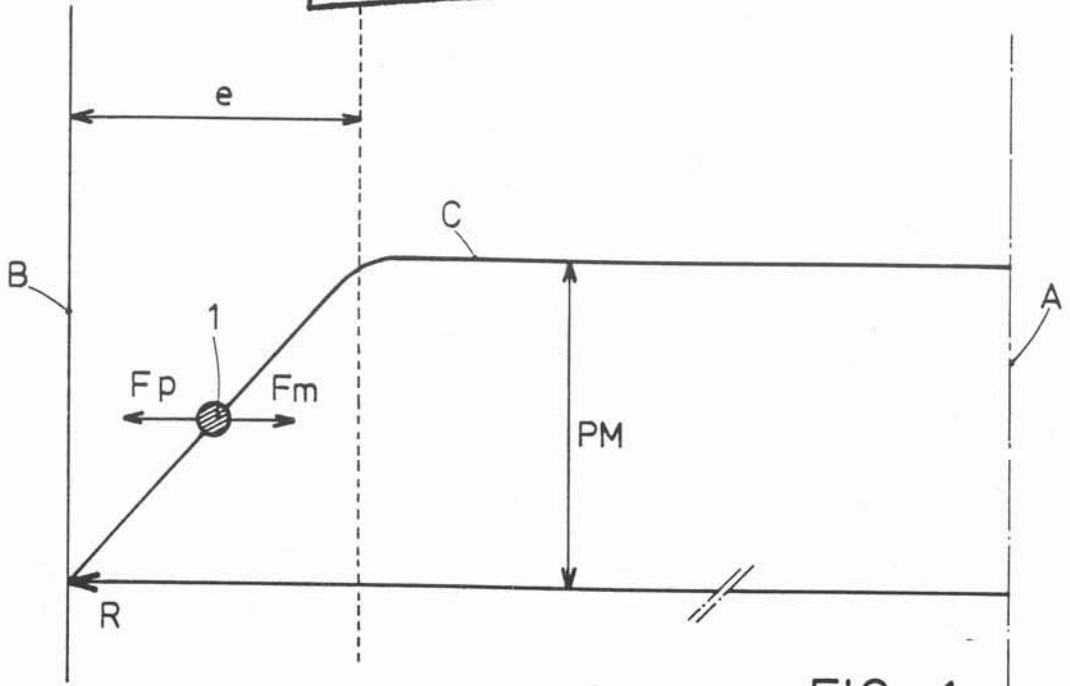


FIG : 1

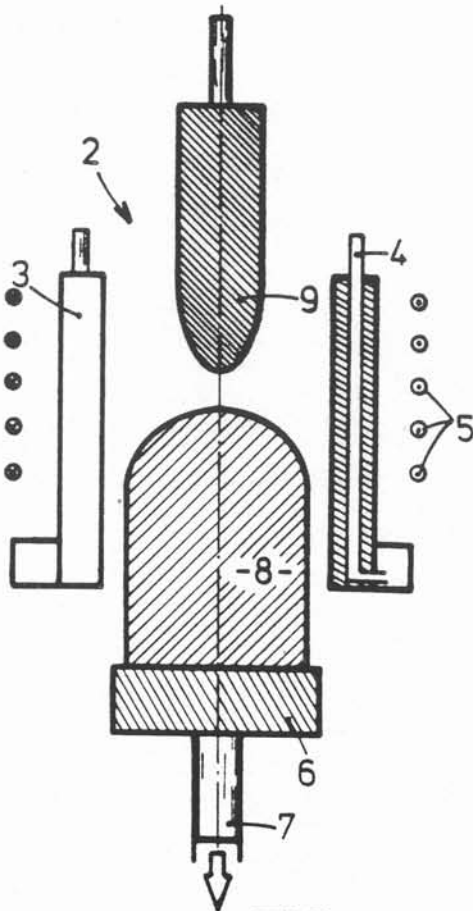


FIG : 2

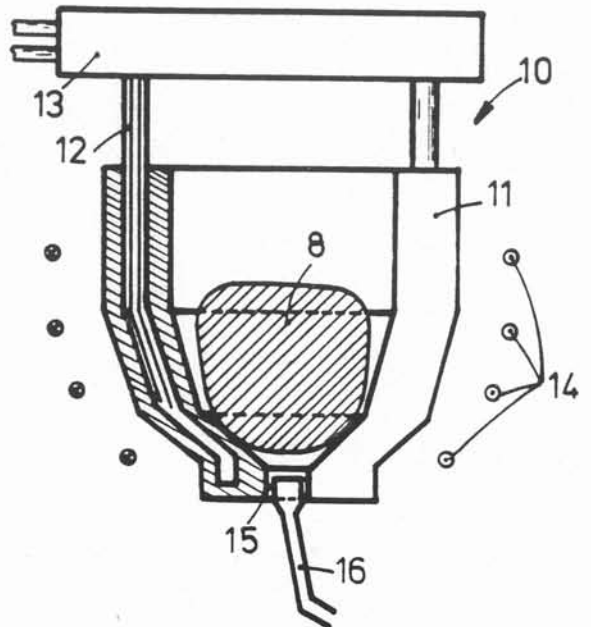


FIG : 3

**CONFIDENTIEL S.M.E. S.M.A.**  
Par assimilation inscrite à l'annuaire  
2/2 de l'industrialité de  
divulgué par les Armées  
de Défense Nationale (décision  
dans les 3 mois suivant dépôt)

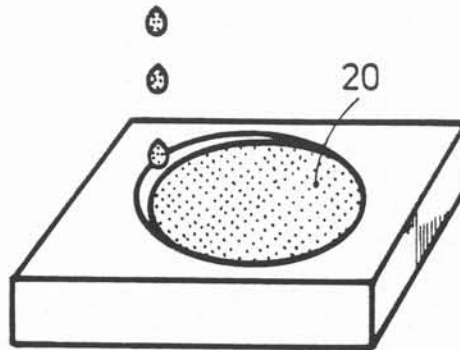
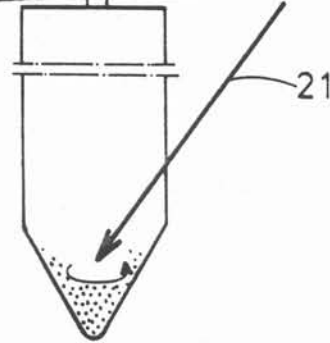


FIG: 4a

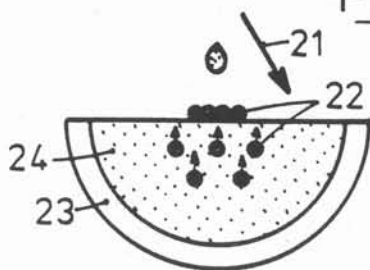


FIG: 4b

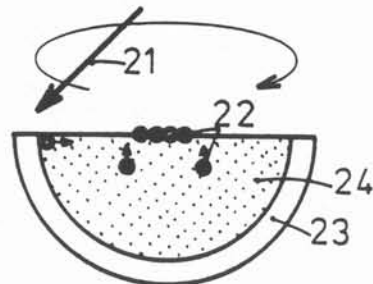


FIG: 4c

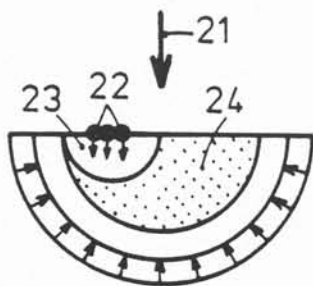


FIG: 4d

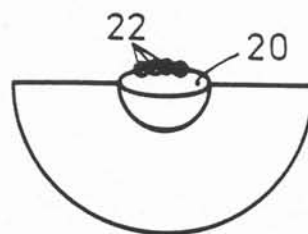


FIG: 4e



## 6.2 - ETUDE EXPERIMENTALE ET RESULTATS

### 6.2.1 - Conditions opératoires

Les expériences faites pour mettre en évidence la décantation d'inclusions sont réalisées principalement dans un creuset de lévitation. Un essai a été effectué en creuset droit. Les conditions opératoires sont les suivantes :

- introduction de la charge dans le creuset,
- mise sous vide et remplissage à l'argon en légère dépression, (opération effectuée deux fois),
- réglage du transformateur amont pour l'adaptation du circuit oscillant au générateur,
- montée rapide en tension jusqu'à 6kV et maintien jusqu'à fusion du métal,
- baisse de la tension à 4 kV à partir de la fusion du matériau,
- coupure de la puissance progressive après le maintien à l'état liquide pendant un temps fixé et solidification dans le creuset.

### 6.2.2 - Essais réalisés

Les expériences réalisées sont résumées dans le tableau n° 6.1.

essais	fréquence en kHz	Rw	temps de maintien à l'état liquide en s	nature du creuset
MYL1	19	11.5	480	lévitation
MYL2	19	11.5	1740	lévitation
MYL3	114	28.4	480	lévitation
MYL4	114	28.4	1740	lévitation
MY 2	18	11.2	214 *	droit

- Tableau n° 6.1 - Conditions expérimentales -

\* Le temps indiqué correspond au temps de séjour d'une particule fluide ou solide dans le liquide.

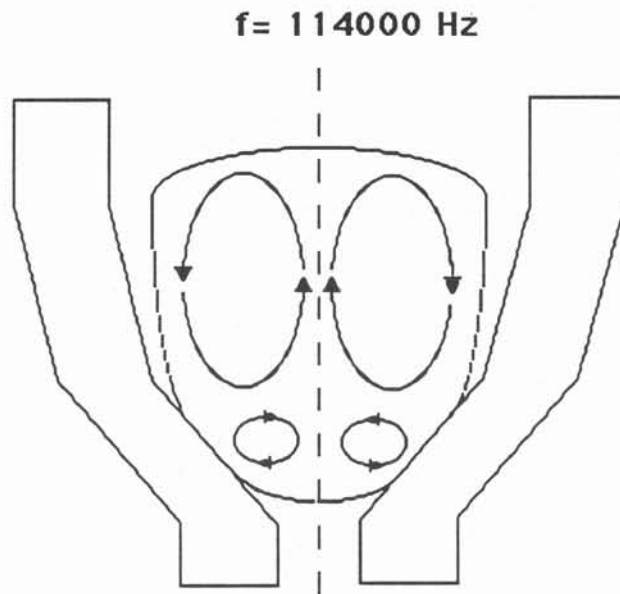
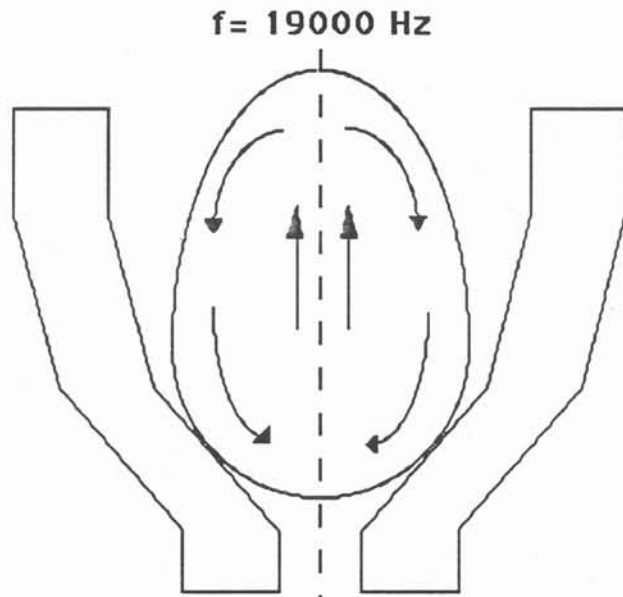
Lors des expériences en creuset de lévitation, nous avons pu constater qu'à haute fréquence :

\* le dôme est moins important

\* la zone de contact métal-creuset est plus importante.

Ces phénomènes sont schématisés sur la figure n° 6.1.

- Figure n° 6.1 - Forme de la charge et sens du brassage suivant la fréquence -



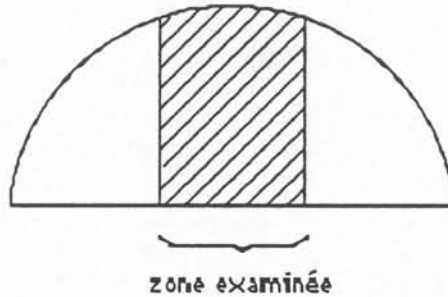
### 6.2.2.a) Analyse de l'échantillon MY 0

L'échantillon de départ est un barreau de superalliage à base de nickel, brut de VIM (Vacuum Induction Melting) écoulé.

Nous avons observé au microscope électronique à balayage (MEB), une section de 4 cm<sup>2</sup> comme l'indique la figure n° 6.2.

- Figure 6.2 -

Echantillon observé



On a pu dénombrer 80 inclusions filiformes, ramifiées, localisées dans les retassures (figures n° 6.3 et n° 6.4). Une répartition homogène du centre à la périphérie a été mise en évidence par cathodoluminescence (technique adaptée à la détection d'inclusions). Les spectres de rayons X (figure n° 6.5) donnent les éléments contenus dans les inclusions. Il y a en général de l'aluminium, du titane et du magnésium. Le spectre de la matrice (figure n° 6.6) est donné à titre comparatif.

### 6.2.2.b) Analyse de l'échantillon MY 2

Le principe de la décantation est valable quelle que soit la nature du creuset. Il est donc intéressant de regarder le phénomène de décantation en creuset droit (nous avons analysé l'échantillon MY 2).

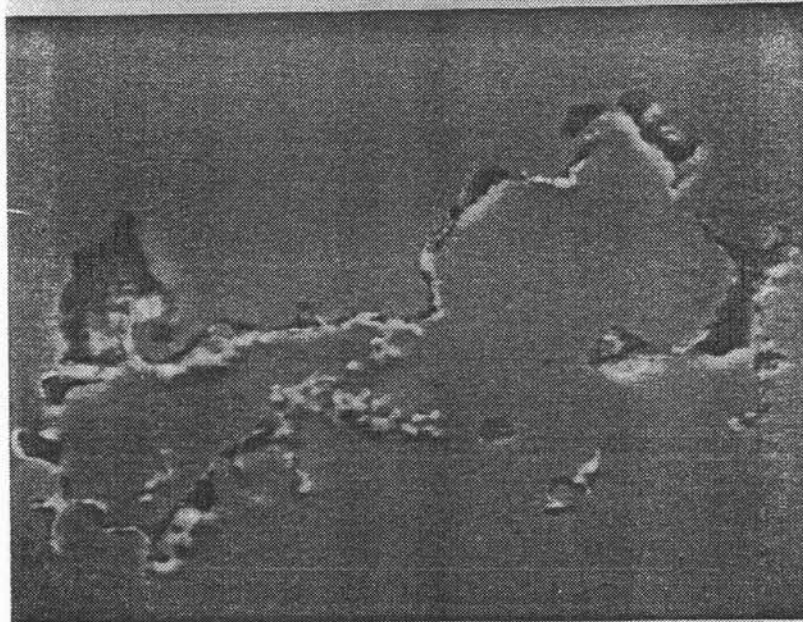
L'analyse de l'échantillon MY 2 s'est faite de la même manière que l'échantillon MY 0. On a dénombré 40 inclusions filiformes, de taille moyenne mais inférieure à celles de l'échantillon MY 0 et moins ramifiées (fig n° 6.7). L'analyse aux rayons X (figure n° 6.8) a permis de voir que les inclusions contenaient surtout de l'aluminium et peu de titane. Par contre, la concentration d'inclusions en périphérie n'a pu être mise en évidence de manière significative par cathodoluminescence.

Il semble qu'une légère amélioration ait été apportée. Cependant, le temps offert à la décantation est faible (214 secondes). Comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, cette condition n'est pas favorable et il peut être intéressant de réaliser des essais à une fréquence de l'ordre de 100 kHz avec des vitesses de tirage très faibles.

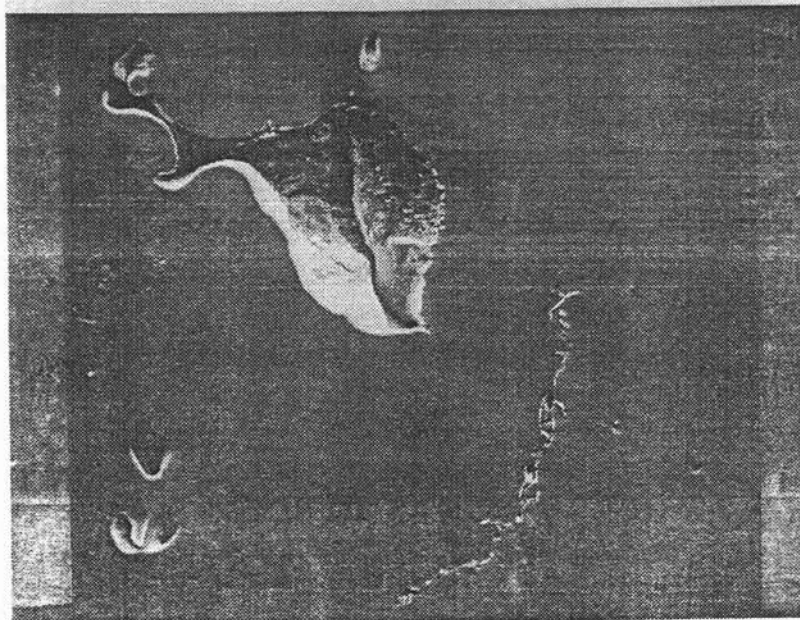
- Figure 6.3 -  
Formes des inclusions avant décantation sur échantillon MY0



x 2500



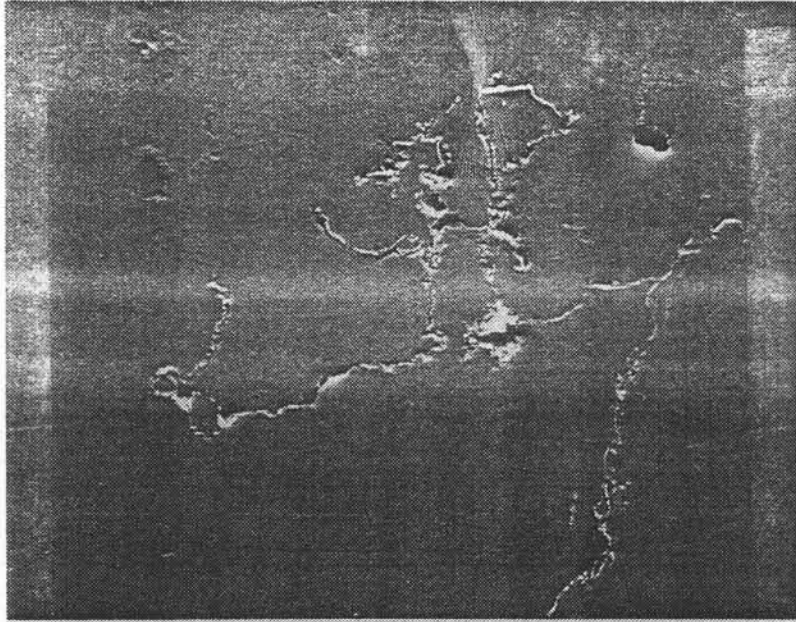
x 2500



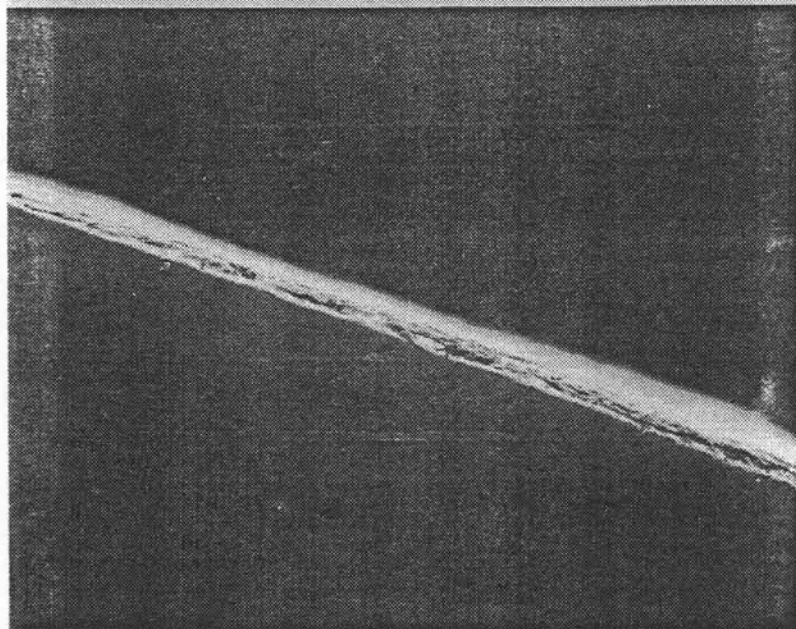
x 400

- Figure 6.4 -

Formes des inclusions et détection sur les bords sur échantillon MY0

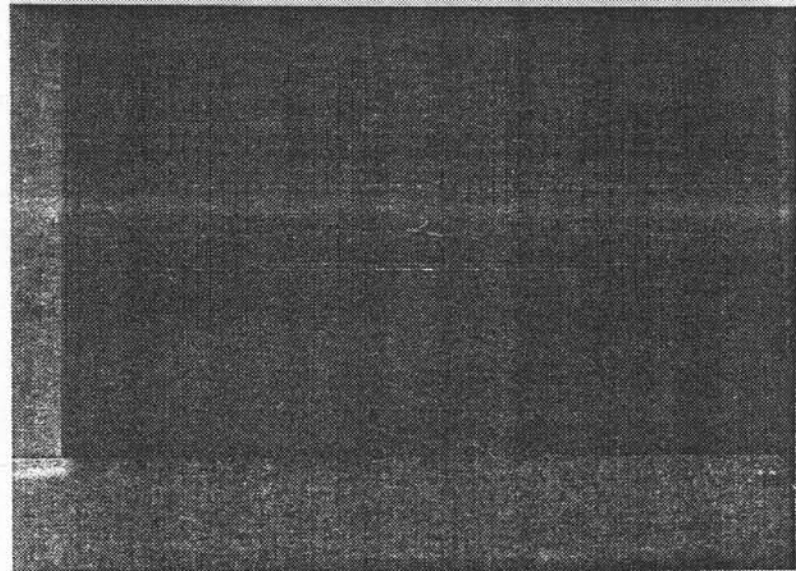


x 320



Bord extérieur

x 160



Bord extérieur  
Cathodoluminescence

x 160



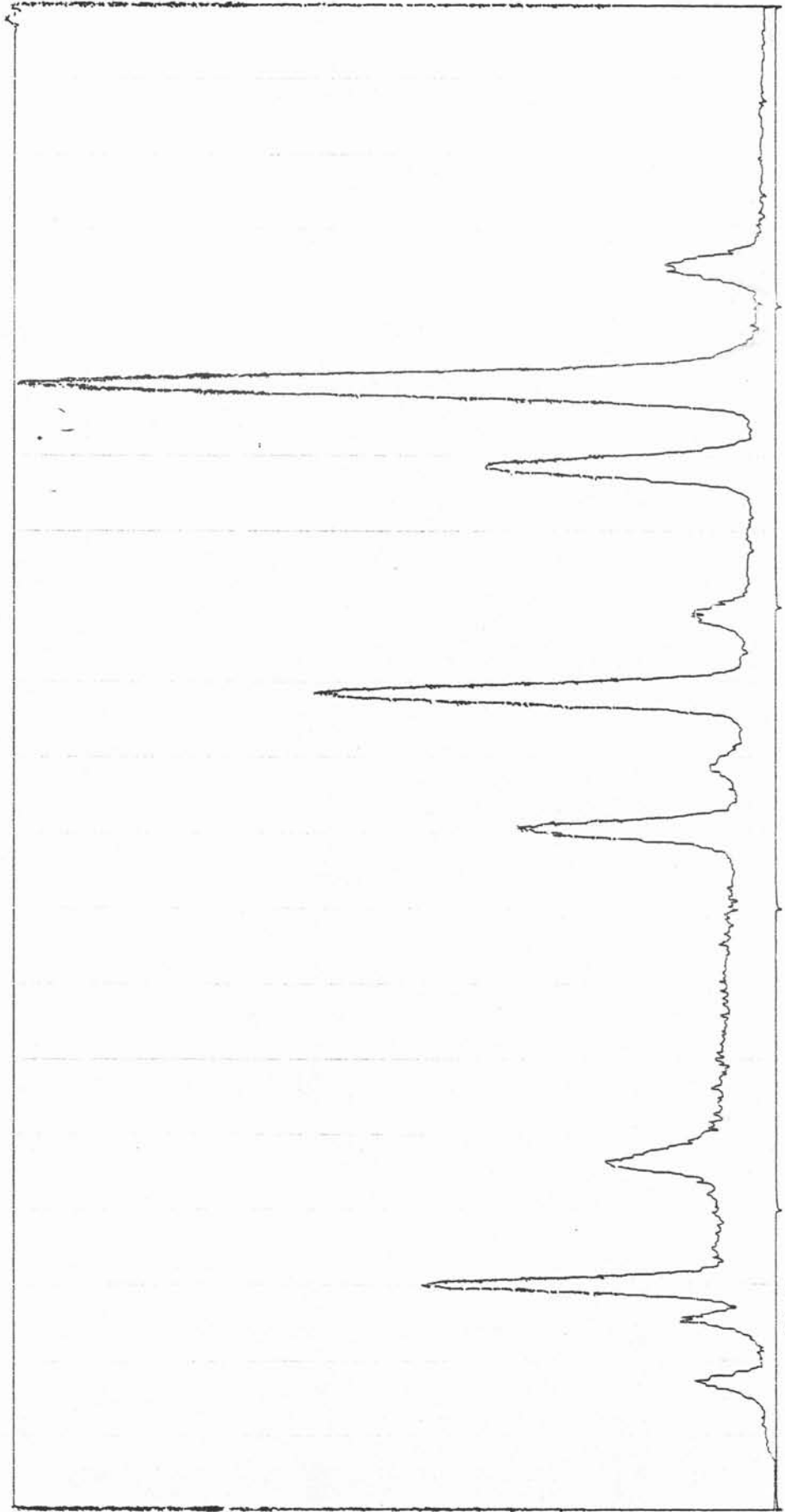
- Figure 6.5. -

Spectre de rayons X d'une inclusion de MYO  
élément contenu dans l'inclusion - Ni élément de la matrice

(Al)

MY O INCLUSION 1

MY O



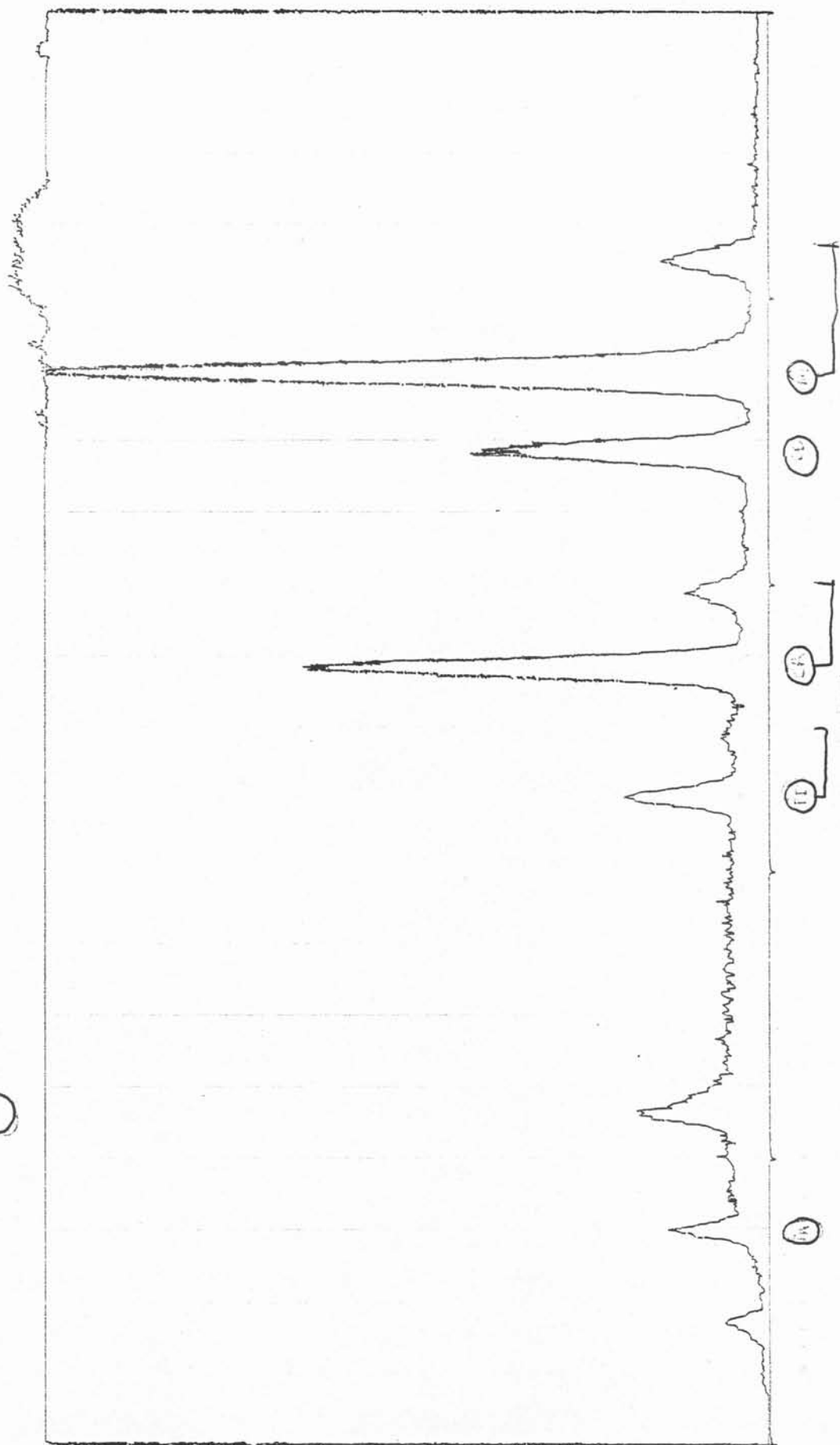
1.0 1.5 2.0 2.5 3.0  
Ni Fe Al

1.0 1.5 2.0 2.5 3.0  
Ni Fe Al

Spectre de rayon X de la matrice

M.YO MATRICE

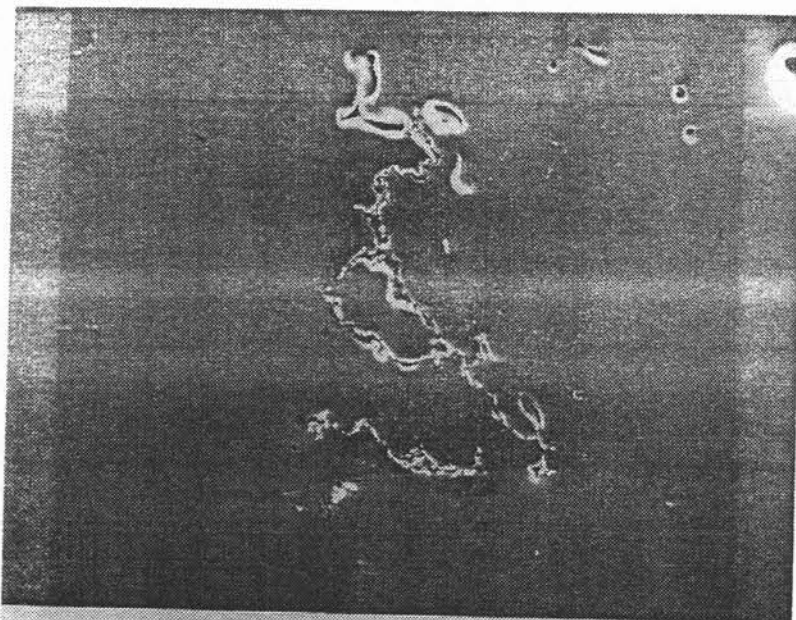
20



Intensity

Wavelength (Å)

- Figure 6.7 -  
Formes des inclusions après décantation sur échantillon MY2

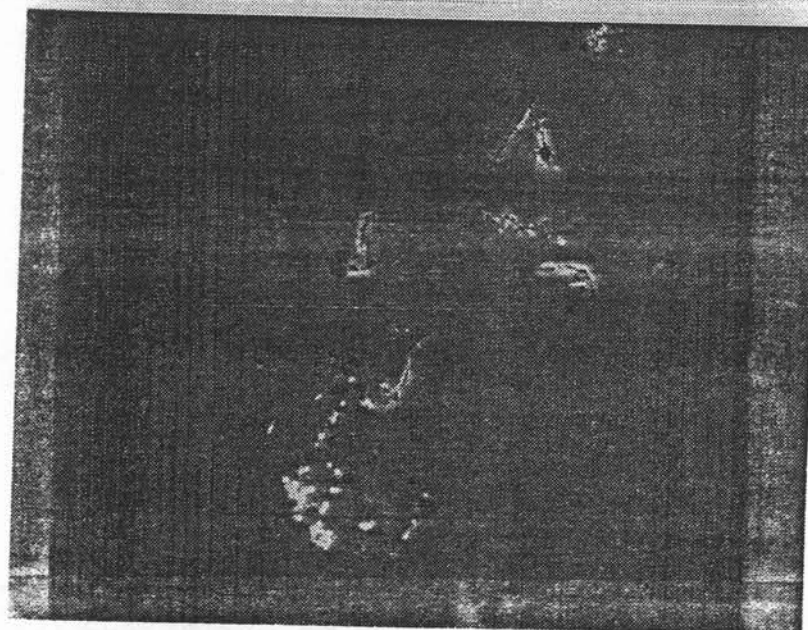


x 320



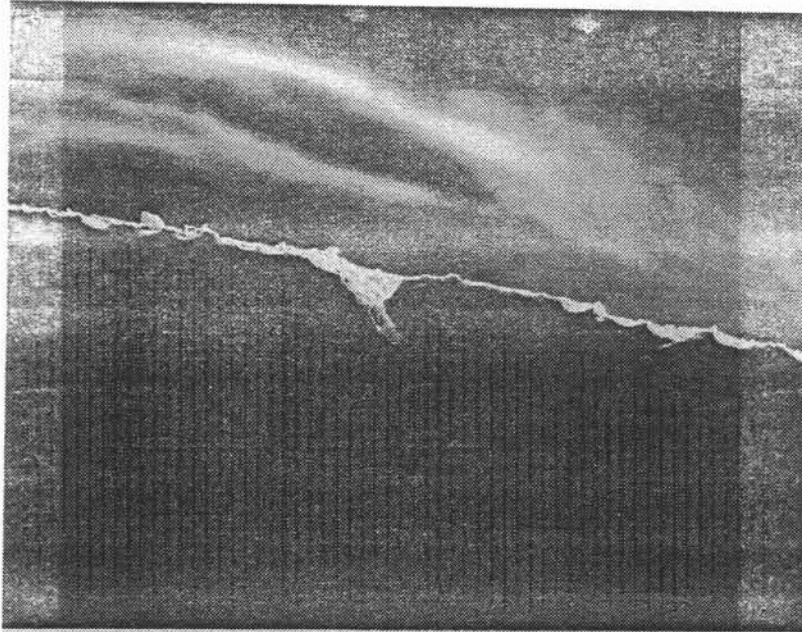
Cathodoluminescence

x 320

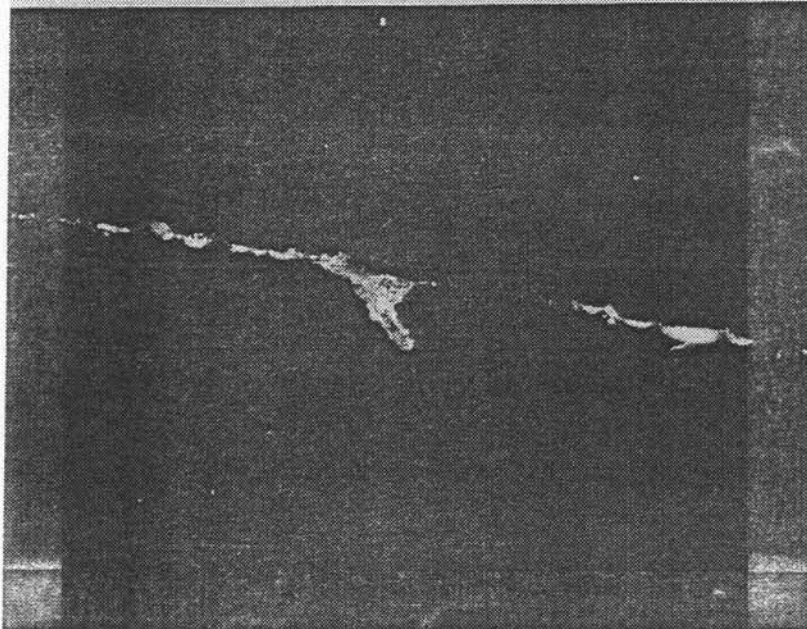


x 320

- Figure 6.7 (suite) -  
Détection sur les bords sur échantillon MY2



Bord extérieur  
x 160



Bord extérieur  
Cathodoluminescence  
x 160

- Figure 6.8. -

Spectre de rayon X d'une inclusion de MY2

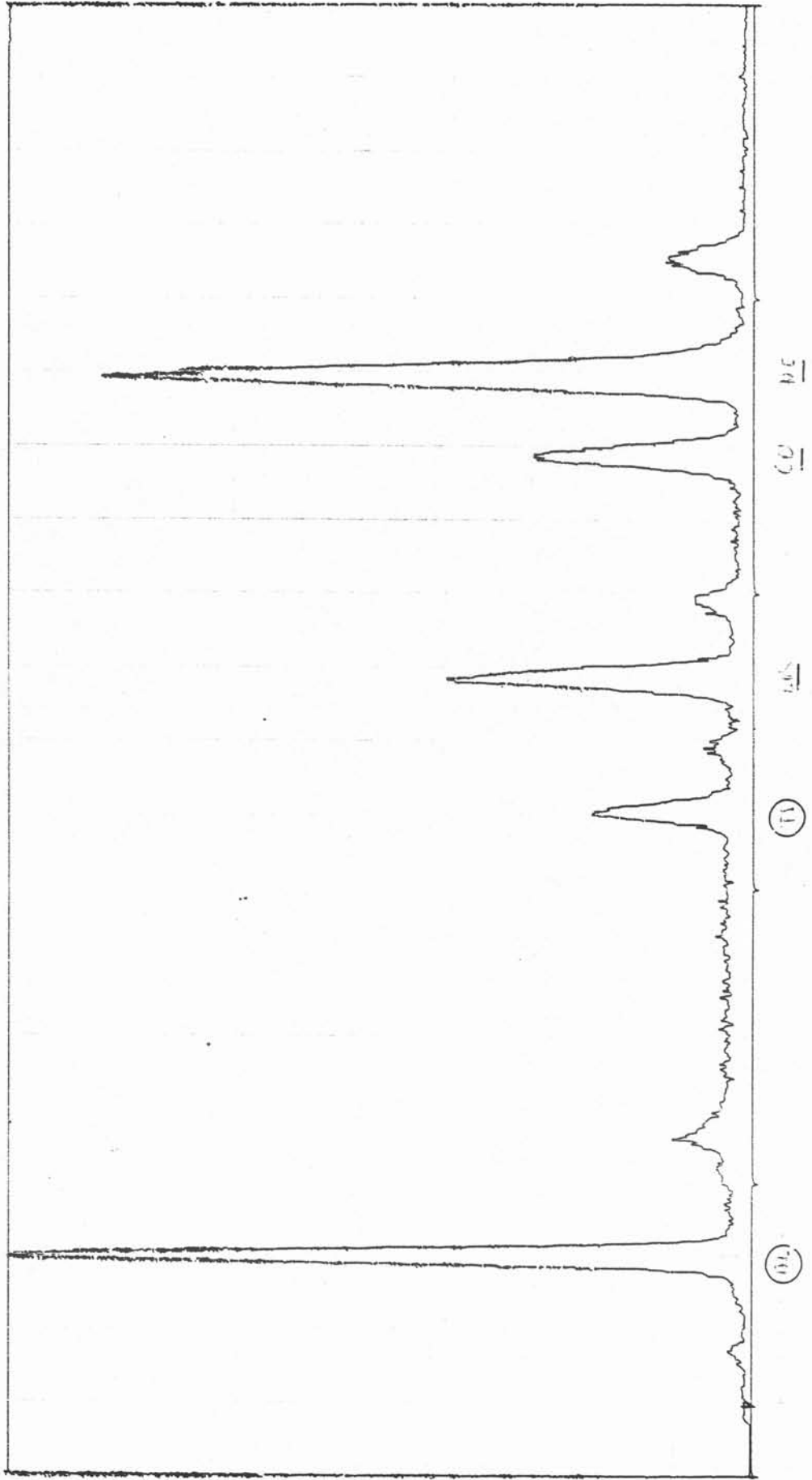
(A1)

élément contenu dans l'inclusion - Ni élément de la matrice

inclusion 1

MY 2

20



#### 6.2.2.c) Analyse de l'échantillon MYL4

L'échantillon MYL4 se présente sous la forme d'une demi-sphère. Nous avons prélevé une tranche de faible épaisseur au centre de l'échantillon. Une macrographie a été réalisée pour repérer les zones étudiées au MEB (figure n° 6.9).

Nous n'avons repéré que des inclusions sur les bords latéraux, à la hauteur de la zone de contact métal-creuset lors de la fusion. Ce phénomène s'explique par une vitesse non nulle à la surface libre du métal liquide, qui a une direction descendante comme l'indique la figure n° 6.1. Lorsque les inclusions émergent à la surface libre, elles sont entraînées par le liquide jusqu'à la zone de contact qui se solidifie au fur et à mesure de l'expérience.

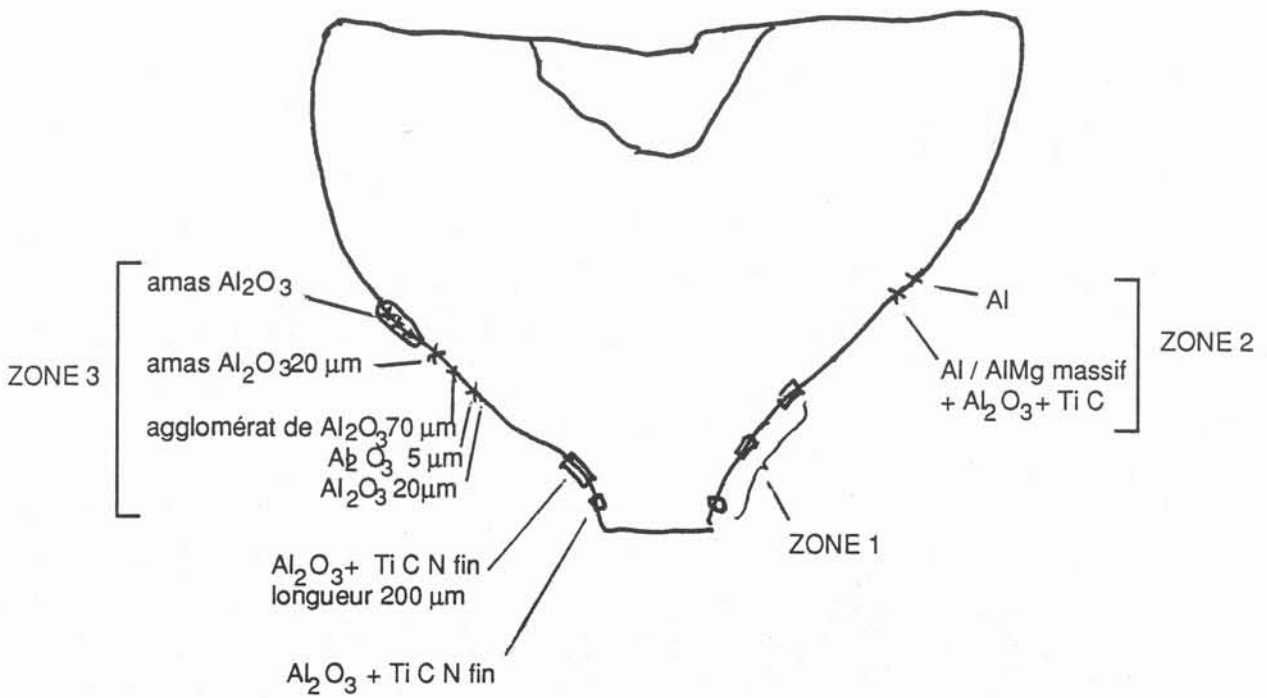
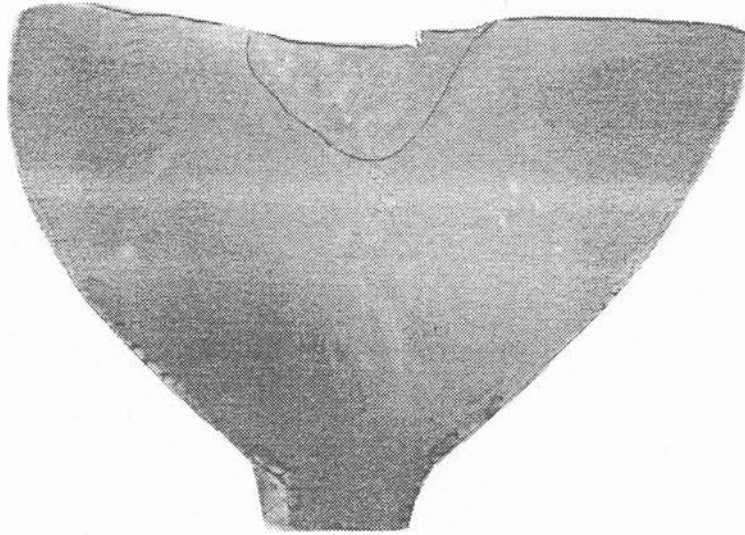
Nous avons indiqué sur la macrographie de la figure n° 6.9 la nature des inclusions qui sont de manière générale de l'alumine. Les photographies de la figure n° 6.10 montrent des détails des zones 1, 2 et 3 repérées sur la figure n° 6.9. L'étude de la zone poreuse qui correspond, à la fin de la solidification, à un liquide riche en soluté ne contient pas d'inclusions.

#### 6.2.2.d) Conclusion

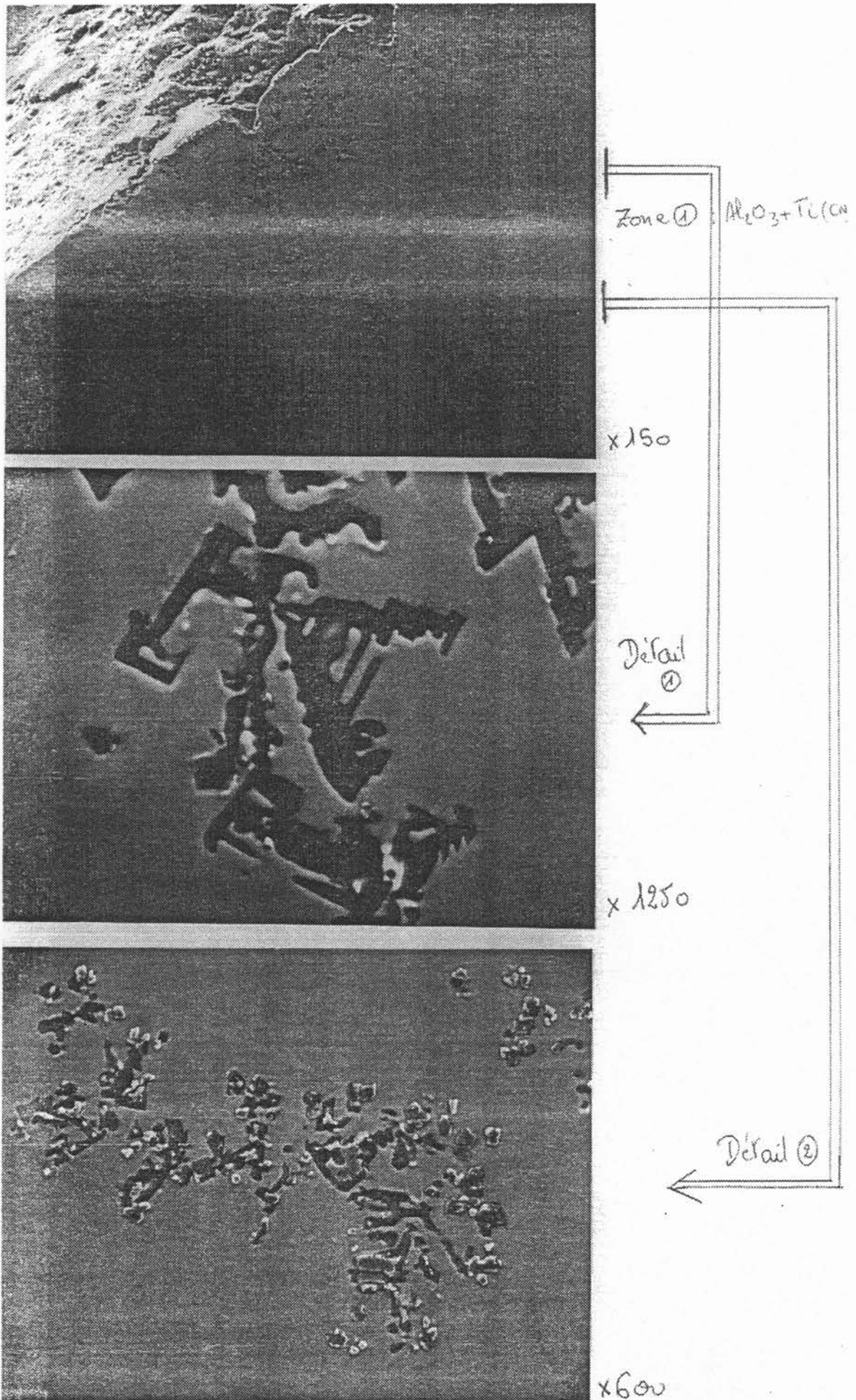
Il apparaît clairement que le creuset de lévitation permet de décanter des inclusions moins électroconductrices que le métal liquide. La difficulté d'analyse du matériau de départ qui contient peu d'inclusions n'a pas permis l'analyse précise de tous les échantillons. La recherche des inclusions est longue et pas toujours très fructueuse. Une amélioration consiste à utiliser des matériaux pollués volontairement de façon contrôlée par exemple par des particules de zircone calibrées en nombre fixé qui peuvent être mises en évidence plus facilement. De plus l'utilisation d'une coupe arbitraire n'est pas forcément représentative. Seul le test dit du bouton qui correspond à une concentration par refusion et décantation naturelle des inclusions dans une zone déterminée caractérise l'efficacité du procédé.

Le test du bouton se pratique sur un échantillon solide qui subit une refusion. Ceci pose un problème opératoire : il n'est pas possible en effet de solidifier dans le creuset le matériau liquide ayant subi la décantation puis de prélever dans le lingot obtenu des échantillons à divers endroits depuis le centre jusqu'à la périphérie. La progression du front de solidification ainsi que les mouvements de convection naturelle, en l'absence de champ magnétique peuvent redistribuer les inclusions et masquer complètement les effets de décantation. La seule possibilité d'analyse consiste donc à faire des prélèvements d'échantillons dans le matériau sans perturber les effets mécaniques qui maintiennent les inclusions à la périphérie du domaine métallique. Puisque les inclusions doivent se concentrer le long du front solide-liquide qui se forme au contact de la paroi du creuset, une solution possible consiste à permettre la coulée par le fond du creuset du liquide contenu dans la croûte solide et d'analyser séparément les matériaux issus de ces deux régions. Cependant de manière à ce que l'écoulement du liquide n'entraîne pas les inclusions par "lavage" du front de solidification il importe de pouvoir contrôler précisément la coulée. C'est à cette seule condition que le test du bouton peut permettre d'accéder à la détermination du temps de décantation en fonction des paramètres essentiels comme la fréquence, la taille des particules, la puissance injectée ou encore le temps de séjour des particules dans le liquide. Au delà de l'intérêt d'un tel système de coulée contrôlé pour l'analyse, il est clair que

- Figure 6.9 -  
Macrographie de l'échantillon MYL4 étudiée au MEB  
et repérage des inclusions

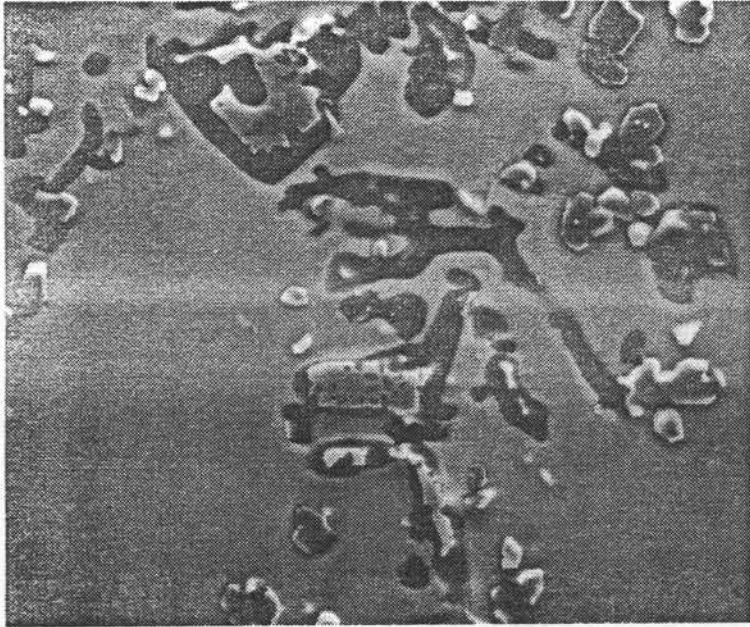


- Figure 6.10 -  
Photographies MEB de différentes zone de l'échantillon MYL4





- Figure 6.10 (suite) -  
zone 1 détail



e<sup>-</sup> secondaire et rétrodiffusés x 1250

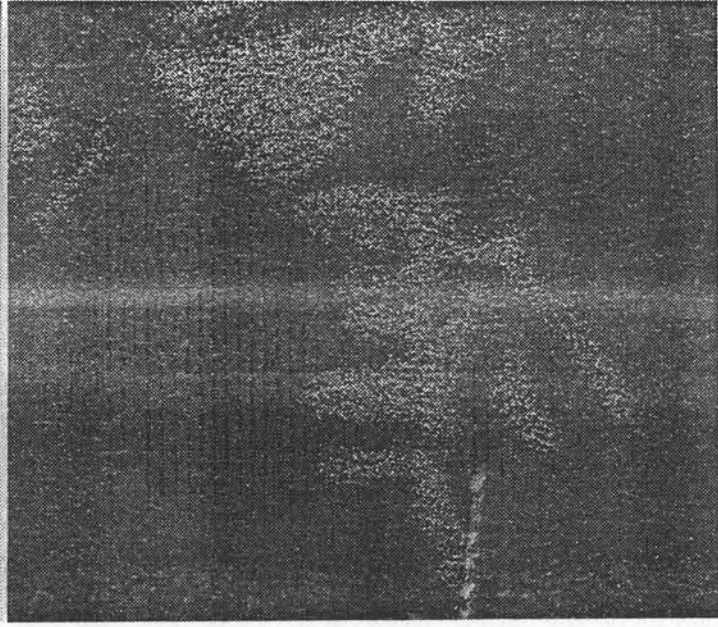


image X Ti K $\alpha$  x 1250

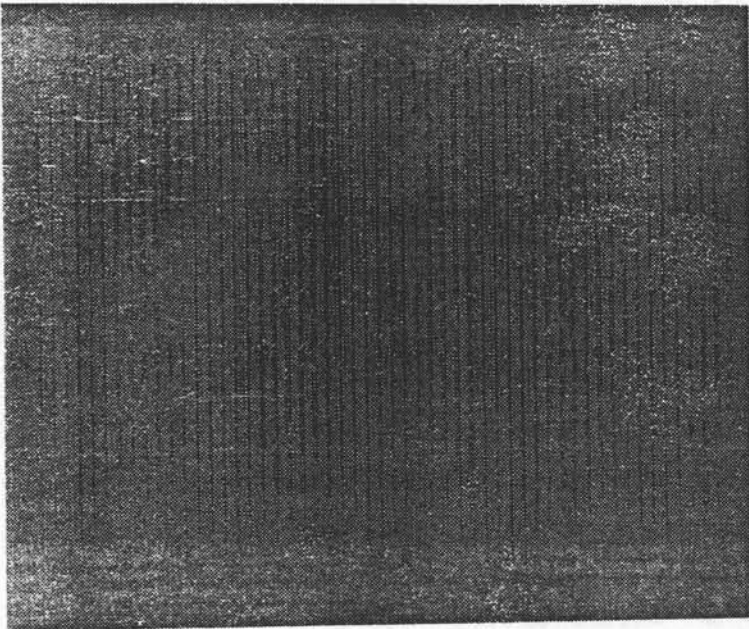
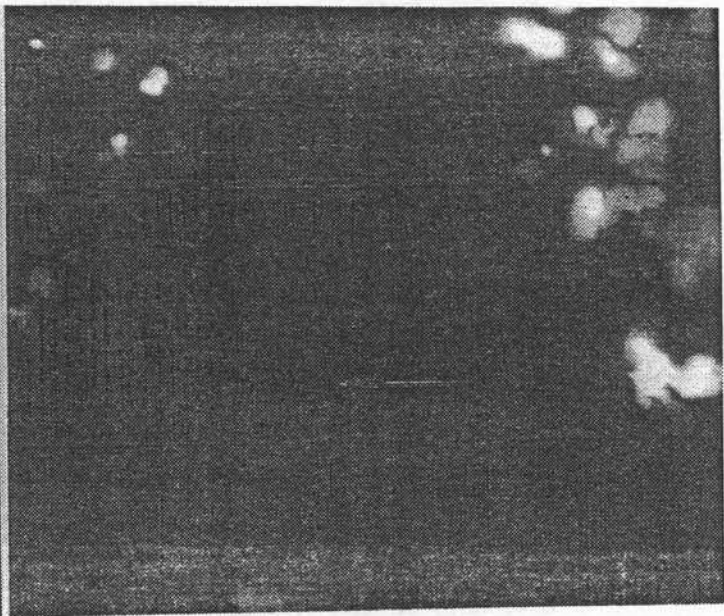
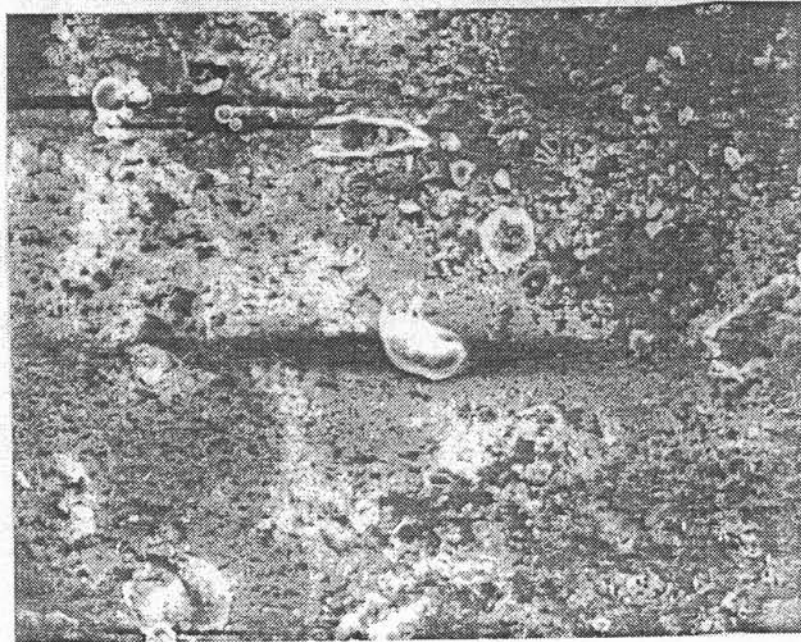
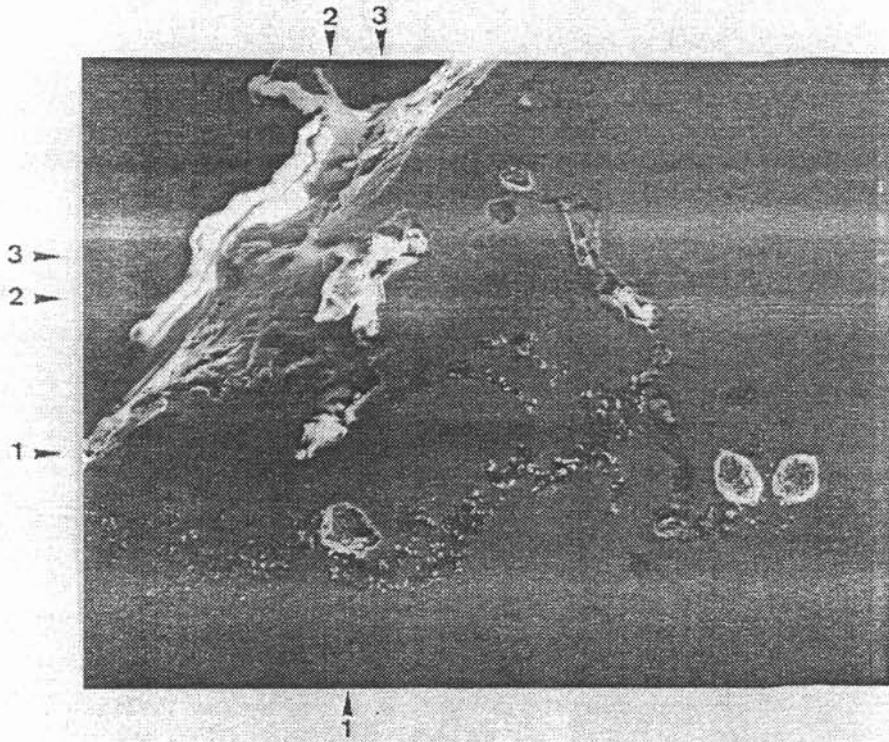


image X Al K $\alpha$  x 1250



cathodoluminescence x 1250

- Figure 6.10 (suite) -  
zone 2



la mise au point d'un tel système présenterait de nombreux avantages pour les industriels élaborateurs.

Une étude complémentaire pourrait s'engager pour déterminer la meilleure géométrie de paroi interne du creuset vis à vis du phénomène de décantation lui-même mais aussi de la stabilité de la zone de contact au moment de la coulée.

### 6.3 - DETERMINATION DU TEMPS DE DECANTATION

Dans ce paragraphe, nous construisons un modèle permettant de prédire le temps nécessaire à la décantation des inclusions en fonction de la fréquence du courant inducteur et de la taille des particules.

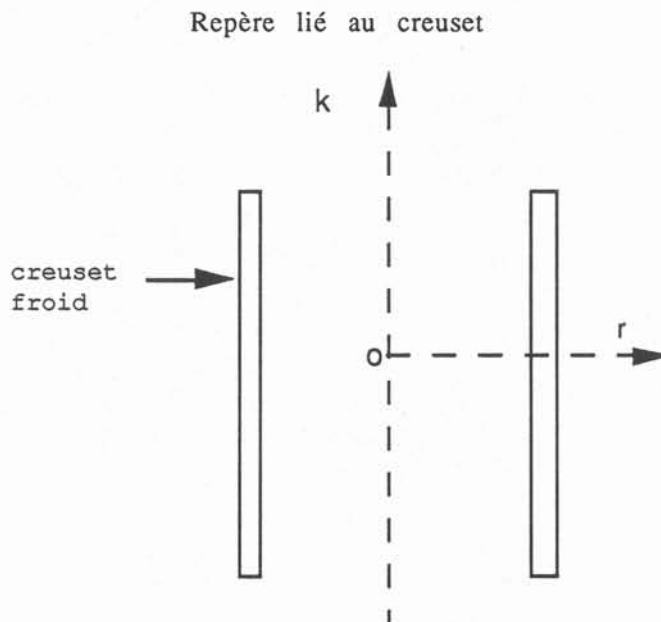
#### 6.3.1 - Détermination de la vitesse d'une particule solide isolante dans un métal liquide soumis à un champ magnétique

L'analyse théorique donnée dans le brevet est relativement simple. Afin d'accéder au temps de décantation, il est nécessaire de calculer plus précisément la vitesse de la particule isolante dans l'épaisseur de peau  $\delta$ .

##### 6.3.1 a) Equation dimensionnelle :

La particule solide est supposée sphérique de rayon  $r_p$  se déplaçant à la vitesse  $\vec{V}_p$  par rapport à un repère fixe  $(o, \vec{r}, \vec{k})$  lié au creuset froid (figure 6.12)

- Figure 6.12 -



Le métal liquide est animé d'une vitesse  $V_1$ . Les forces qui s'exercent sur la particule solide sont :

- une force de pression

$$\vec{F}_p = - \Omega_p \vec{\text{grad}} P$$

- une force de viscosité (formule de Stokes)

$$\vec{F}_{vis} = - 6 \pi \mu_1 r_p (\vec{V}_p - \vec{V}_1)$$

Cette formule est valable tant que :

$$Re_p = \frac{V_p - V_1}{\nu_1} r_p \leq 1$$

- une force de masse virtuelle

$$\vec{F}_{mv} = - \frac{1}{2} \Omega_p \rho_l \frac{d}{dt} (\vec{V} - \vec{V}_1)$$

- une force correspondant au terme de Basset

$$\vec{F}_b = 6 r_p^2 (\pi \rho_l \nu_1)^{1/2} \int_0^t \frac{d}{dt} (\vec{V}_p - \vec{V}_1) \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}}$$

qui exprime l'effet du mouvement antérieur de la particule sur son mouvement présent (effet mémoire)

- une force due à la présence du champ magnétique

$$\vec{F}_{elec} = \iiint_{\Omega_p} \lambda \vec{\text{grad}} \frac{B^2}{2\mu} d\Omega$$

Cette force est pondérée par un facteur de forme  $\lambda$  [17]

avec  $\Omega_p = \frac{4}{3} \pi r_p^3$  volume de la particule isolante

$\rho_l, \rho_p$  masses volumiques du liquide et de la particule

$\mu_1, \nu_1$  viscosité dynamique et cinématique du liquide

$p$  pression

$Re_p$  Reynolds attaché à la particule

$\lambda$  coefficient géométrique qui vaut 3/4 pour une sphère

Par application du principe fondamental de la dynamique l'équation du mouvement s'écrit :

$$\rho_p \Omega_p \frac{d\vec{v}_p}{dt} = \vec{F}_p + \vec{F}_{vis} + \vec{F}_{mv} + \vec{F}_{vis} + \vec{F}_{elec} \quad (6.2)$$

Le terme de pression  $\vec{F}_p$  peut être assimilé à la poussée d'Archimède :

$$\vec{F}_p = \Omega_p g (\rho_l - \rho_p) \vec{k}$$

Le terme dû à la présence du champ électromagnétique :

$$F_{elec}^{\vec{}} = \frac{3}{4} \iiint_{\Omega_p} \vec{grad} \frac{B^2}{2\mu_0} d\Omega_p$$

peut être approché par  $F_{elec}^{\vec{}} = \frac{3}{4} \frac{B_0^2}{2\mu_0\delta} \Omega_p \vec{r}$ .

En effet le calcul de  $B(r)^2$  par la formule 6.1 montre que l'on peut approcher la distribution de  $B^2$  par une loi linéaire dans l'épaisseur de peau  $\delta$  s'annulant partout ailleurs.  $B_0$  est l'intensité maximale du champ à la surface.

En négligeant le terme de Basset, l'équation 6.2 s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{v}_p}{dt} = & g \frac{\rho_l - \rho_p}{\rho_p} \vec{k} - \frac{9}{2} \frac{\mu_l}{\rho_p r_p^2} (\vec{V}_p - \vec{V}_l) \\ & - \frac{1}{2} \frac{\rho_l}{\rho_p} \frac{d}{dt} (\vec{V}_l - \vec{V}_p) + \frac{3}{4} \frac{B_0^2}{2\mu_0\delta\rho_p} \vec{r} \end{aligned} \quad (6.3)$$

Cette équation est valable dans l'épaisseur de peau  $\delta$ .

### 6.3.1 b) Adimensionnalisation de l'équation :

Afin d'adimensionnaliser l'équation 6.3, nous choisissons des valeurs typiques pour la longueur  $L_0$ , pour le champ  $B_0$ , la vitesse  $V_0$  et le temps  $T_0$  telle que :

$$B' = \frac{B}{B_0} \quad L' = \frac{L}{L_0} \quad V' = \frac{V}{V_0} \quad t' = \frac{t}{T_0}$$

L'équation 6.3 adimensionnalisée s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{dV'_p}{dt'} = & (\beta - 1) \frac{F_g}{Re^2} \vec{k} - \frac{9}{2} \frac{\beta}{Re} (\vec{V}'_p - \vec{V}'_l) \frac{1}{R'_p{}^2} - \frac{1}{2} \beta \frac{d}{dt'} (\vec{V}'_p - \vec{V}'_l) \\ & + \frac{3}{8} \frac{B_0^2}{\rho_p \mu_0 V_0^2 L_0 \delta} \vec{r} \end{aligned} \quad (6.4)$$

$$\text{avec } \beta = \frac{\rho_l}{\rho_p} \quad F_g = \frac{gL_0^3}{\nu_l^2} \quad Re = \frac{V_0 L_0}{\nu_l^2} \quad r'_p = \frac{r_p}{L_0}$$

6.3.1 c) résolution analytique :

L'équation 6.4 est intégrable sur un domaine où la vitesse du fluide peut être considérée comme constante. Sur un intervalle de temps  $t$  très faible, on peut négliger le terme  $\frac{dV'_1}{dt'}$ .

L'équation se met sous la forme :

$$\frac{d\vec{V}'_p}{dt'} = T(\vec{V}'_1 - \vec{V}'_p) + \vec{D}$$

avec  $T = 9 \frac{\beta}{(\beta+2)R_1 r'_p{}^2}$

$$\vec{D} = 2 \frac{(\beta-1) F_g}{(\beta+2)R_e^2} \vec{k} + \frac{3}{4} \frac{B_0^2}{(\beta+2)\rho_l \mu_0 V_0^2 L_0 \delta} \vec{r}$$

Soit  $v'_p$  et  $u'_p$  les composantes adimensionnelles de  $V'_p$  sur l'axe  $\vec{or}$  et  $\vec{ok}$  et  $v'_1$  et  $u'_1$  celles de  $V'_1$  sur  $\vec{or}$  et  $\vec{ok}$ . La projection de l'équation (6.4) sur l'axe  $\vec{or}$  s'écrit :

$$\frac{dv'_p}{dt'} = T(v'_1 - v'_p) + D_r$$

avec  $D_r = \frac{3}{4} \frac{B_0^2}{(\beta+2)\rho_p \mu_0 V_0^2 L_0 \delta}$

En intégrant on obtient :

$$v'_p = (v_{p0}' - v'_1 - \frac{D_r}{T}) (\exp(-T t')) + D_r/T + v'_1 \tag{6.5}$$

avec  $v_{p0}'$  vitesse de la particule sur  $\vec{or}$  à l'instant  $t = 0$ .

6.3.1 d) Application numérique :

Dans notre cas, nous avons choisi comme valeurs typiques :

- pour  $L_0$  : le rayon du creuset de décantation  $L = R = 5 \text{ cm}$
- pour  $V_0$  : la vitesse d'Alfvén  $V_A = 1 \text{ ms}^{-1}$
- pour  $B_0$  : une valeur typique du champ électromagnétique en creuset froid  
 $B_0 = 0,1 \text{ T}$
- pour  $T_0$  :  $T_0 = \frac{L_0}{V_0} = 5.10^{-2} \text{ s}$

Les caractéristiques physiques du métal sont les suivantes :

$$\rho_l = 8000 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\nu_l = 10^{-6} \text{ ms}^{-1}$$

$$\sigma = 0,5 \cdot 10^6 (\Omega \text{ m})^{-1}$$

Pour confirmer les premiers essais réalisés (§ 6.2) SNECMA fournira pour des essais futurs des échantillons pollués par de la zircone, la taille des particules pouvant varier entre 10 et 90 micronmètres, la masse volumique est :

$$\rho_p = 5630 \text{ kg m}^{-3}.$$

On obtient :  $\beta = 1,42$

$$Re = 5 \cdot 10^4$$

$$T = \frac{7,47 \cdot 10^{-5}}{r_p'}$$

$$D_r = \frac{6,2 \cdot 10^{-2}}{\delta}$$

Le terme de l'équation 6.5 en  $\exp(-Tt')$  décroît lorsque T ou  $t'$  croissent. Or même pour de grosses particules pour lesquelles T diminue et un temps faible, ce terme est négligeable devant  $\nu_l'$ . Un ordre de grandeur de  $\nu_l$  est  $10 \text{ cm s}^{-1}$  d'où  $\nu_l' = 0,1$ .

Pour  $r_p = 90 \mu\text{m}$   $t' = 0,5$   
on a  $T = 23$   $\exp(-T t') = 10^{-5}$

et pour  $r_p = 10 \mu\text{m}$   $t' = 0,5$   
 $T = 1862$   $\exp(-T t') \rightarrow 0$

Par conséquent, dans notre cas, il semble légitime de négliger ce terme exponentiel. La vitesse horizontale de la particule s'exprime dans l'épaisseur  $\delta$  par :

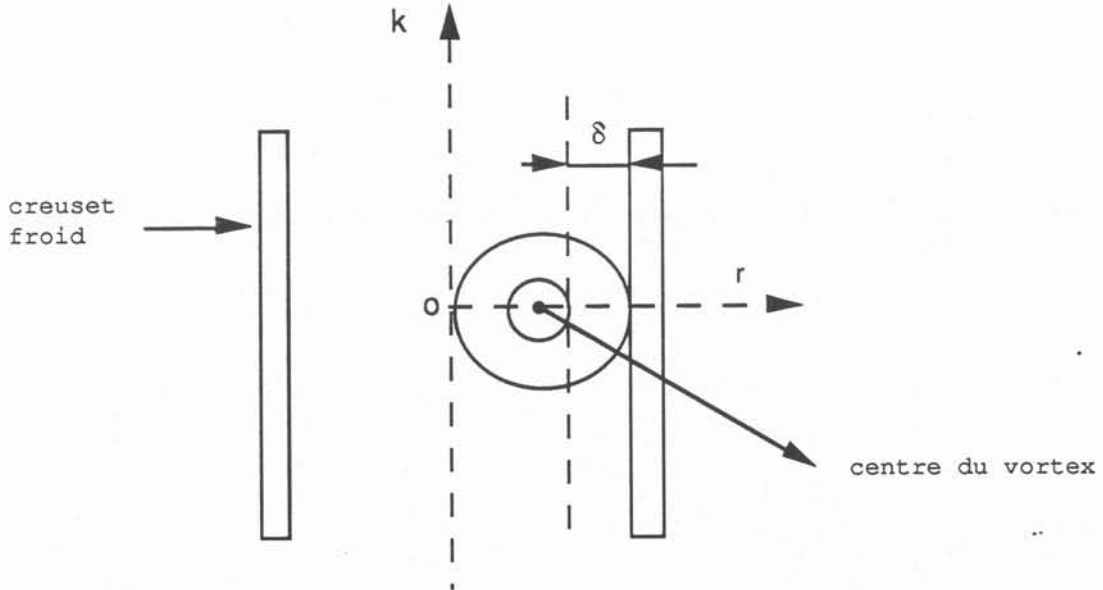
$$v_p = \nu_l + \frac{D_r}{T} \quad \text{en grandeur dimensionnelle} \quad \text{car } V_0 = 1 \text{ m s}^{-1}$$

La composante verticale de la particule dans  $\delta$  et la vitesse hors de l'épaisseur de peau peuvent être considérée en première approximation comme égale à celle fluide.

### 6.3.2 - Calcul du temps de décantation

L'écoulement du métal liquide en creuset froid est schématisé par un vortex torique centré à mi-rayon. La figure 6.13 représente une projection dans le plan  $(\vec{or}, \vec{ok})$  du vortex qui consiste en des cercles concentriques dont les rayons varient de  $\frac{R}{2}$  à 0.

- Figure 6.13 -  
Schématisation du vortex dans le creuset



6.3.2 a) Calcul d'un temps de décantation partiel td :

Les hypothèses utilisées pour la construction du modèle sont les suivantes :

- h<sub>1</sub> : la vitesse du fluide  $\|\vec{V}_1\|$  est constante dans tout le volume du vortex.

- h<sub>2</sub> : la particule solide a la même vitesse que les particules fluides et suit donc le mouvement du fluide, excepté dans l'épaisseur de peau où elle est déviée vers l'extérieur du creuset à la vitesse  $v_p$ .

Soit un cercle de rayon  $a$  passant dans  $\delta$  ( $R/2 - \delta < a < R/2$ ). Une particule qui se trouve sur ce cercle passe un temps  $t_\delta$  dans l'épaisseur de peau.

$$t_\delta = 2 \text{ Arc cos } \left[ \frac{\frac{R}{2} - \delta}{a} \right] \frac{a}{V_1}$$

Pendant ce temps  $t_\delta$ , la particule qui se trouve dans l'épaisseur de peau est déviée d'une distance  $d$  par rapport au cercle de rayon  $a$ . La déviation  $d$  vaut :

$$d = (v_p - v_1) t_\delta$$

Compte tenu de l'expression de  $v_p$

$$d = 2 \frac{D_r}{T} \text{ Arc cos } \left( \frac{\frac{R}{2} - \delta}{a} \right) \times \frac{a}{V_1}$$



Au tour suivant la particule se trouve sur un cercle de rayon  $a_1$  tel que :

$$a_1 = a + d.$$

Le raisonnement précédent peut être de nouveau appliqué avec un cercle de rayon  $a_1$ . La particule subira une déviation  $d_1$  et se retrouvera alors sur un cercle de rayon  $a_2 = a_1 + d_1$ .

La particule est décantée lorsque  $a_n = \frac{R}{2}$ . Le temps mis par la particule pour atteindre le bord du creuset est égal à la somme de tous les temps mis pour faire un tour sur les cercles de différents rayons  $a, a_1, a_2, \dots, a_n$ .

Soit :

$$t_d = t_{\text{tour } 1} + t_{\text{tour } 2} + \dots + t_{\text{tour } n}$$

$$\text{avec } t_{\text{tour } i} = \frac{2\pi}{V_1} \times a_i$$

$$\text{d'où } t_d = \frac{2\pi}{V_1} \times \sum a_i$$

Un programme réalisé et mis au point par F. LAURENT permet d'effectuer ce calcul itératif. Il permet de calculer  $t_d$  en fonction du rayon  $r_p$  des particules, de la fréquence  $f$ , du rayon  $R$  du creuset et des propriétés physiques du liquide et des particules, en faisant partir la particule sur un cercle de rayon  $\frac{R}{2} - \delta + \varepsilon$  avec  $\varepsilon$  petit.

Le temps  $t_d$  calculé n'est qu'un temps partiel de décantation. En effet, seules les particules passant dans l'épaisseur  $\delta$  sont décantées. Les particules situées au centre du vortex ne sont pas déviées. Si l'on suppose que la répartition est homogène, le pourcentage décanté au bout du temps  $t_d$  est :

$$x_1 = 100 \times \frac{R^2 - (R - \delta)^2}{R^2}$$

#### 6.3.2.b) Calcul d'un temps de décantation total

L'écoulement recirculant dans un creuset froid étant turbulent, on peut faire l'hypothèse qu'une fois les  $x_1$  % d'inclusions décantées, le reste se réhomogénéise et occupe à nouveau uniformément l'ensemble du volume du vortex. En décantant alors une deuxième fois pendant  $t_d$ , on élimine encore  $x_1$  % des inclusions restantes. En répétant l'opération autant qu'il est nécessaire, on peut atteindre un pourcentage total d'inclusions décantées de 99 %. Le temps total mis pour atteindre ce taux correspond à  $t_t$ .

$t_{\text{total}} = n t_d$  où  $n$  est le nombre de fois qu'il faut répéter l'opération pour atteindre 99 % de décantation. Ce calcul a été intégré au programme de calcul itératif de  $t_d$ .

### 6.3.2.c) Résultat de la modélisation

Les résultats donnés concernent des particules de  $ZrO_2$  dans l'astroloy fondu en creuset de rayon 5 cm. Les valeurs typiques utilisées sont  $V_1 = 0,1 \text{ m s}^{-1}$ ,  $B_0 = 0,1 \text{ T}$ . Sur la figure 6.14, les courbes  $t_{\text{total}}$  en fonction de la fréquence sont tracées pour trois rayons de particules différents :

- $r_p = 10 \mu$  (figure 6.14 a)
- $r_p = 40 \mu\text{n}$  (figure 6.14 b)
- $r_p = 90 \mu\text{n}$  (figure 6.14 c)

On constate que l'échelle de temps n'est pas la même pour ces trois courbes. En effet, plus la taille des particules est petite, plus le temps de décantation est grand. Ce temps est de l'ordre de quelques dizaines de secondes pour  $r_p = 90 \mu\text{n}$  alors qu'il est de vingt minutes pour  $r_p = 10 \mu\text{n}$ .

D'autre part, l'allure de la courbe  $t_{\text{total}} = f(\text{fréquence})$  est différente selon la taille des particules. Sur la figure 6.14 a, le temps de décantation décroît avec la fréquence. Sur la courbe de la figure 6.14 b, la courbe décroît faiblement et oscille autour d'une valeur moyenne. Dans le cas des particules  $r_p = 90 \mu\text{n}$  (figure 6.14 c) le temps de décantation croît avec la fréquence.

Ces trois comportements différents s'expliquent par le fait que le modèle prend en compte deux phénomènes antagonistes. Lorsque la fréquence croît, l'épaisseur de peau  $\delta$  diminue, par conséquent, le pourcentage de particules décantées pendant  $t_d$  diminue. Mais l'augmentation de la fréquence accroît la vitesse  $v_p$  de déviation de la particule dans l'épaisseur de peau donc le temps partiel  $t_d$  diminue. Selon la taille des particules, c'est donc l'une ou l'autre de ces deux tendances qui l'emporte.

On peut remarquer que l'échelle des temps obtenue pour les petites particules 10-20  $\mu\text{n}$  est probablement fautive. Dans le cas des petites rayons, le temps de décantation partiel  $t_d$  est de l'ordre de une à quelques minutes, alors que dans le cas des grands rayons  $t_d$  est de l'ordre de la seconde (quelques dixièmes à quelques secondes). Dans le cas des faibles rayons, le temps d'homogénéisation entre chaque décantation partielle qui est pris égale à  $t_d$  est vraisemblablement surestimé.

Physiquement, l'homogénéisation par la turbulence du bain liquide se fait en même temps que la décantation, les temps d'homogénéisation sont donc plus petits que ceux estimés. Dans le cas des grands rayons on est plus proche de la réalité.

La courbe de la figure 6.15 montre un faisceau de courbes représentant le temps de décantation total en fonction du rayon des particules pour différentes fréquences. L'allure générale des courbes est conservée. On distingue deux parties :

pour  $r_p \leq 20 \mu\text{n}$  une asymptote verticale

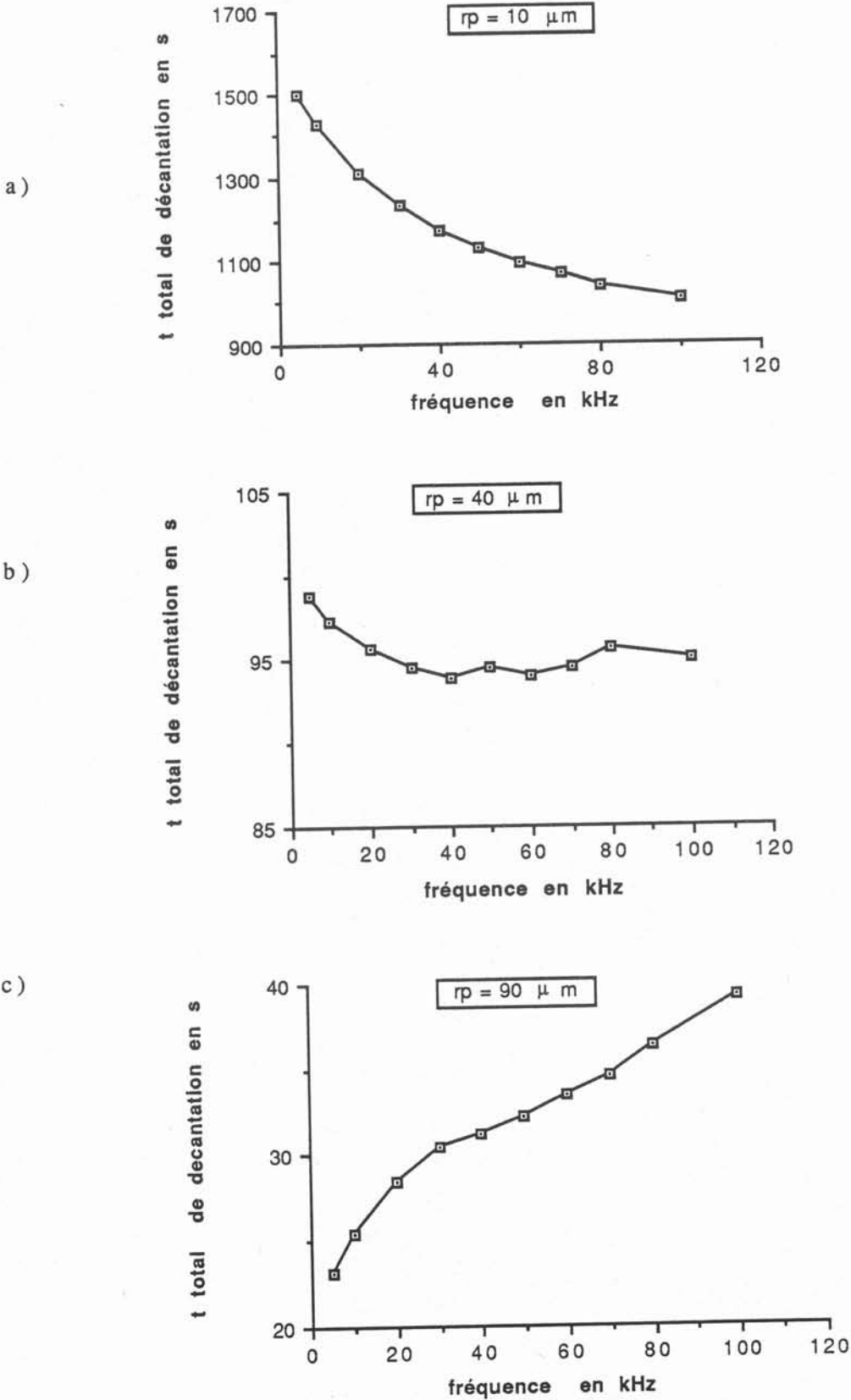
pour  $r_p \geq 40 \mu\text{n}$  une asymptote horizontale

Cependant, pour les petits rayons  $r_p$  une augmentation de la fréquence permet de diminuer le temps de décantation. Pour les grands rayons, la diminution est moins sensible.

Ces résultats permettront de préparer les expériences à réaliser avec le matériau pollué.

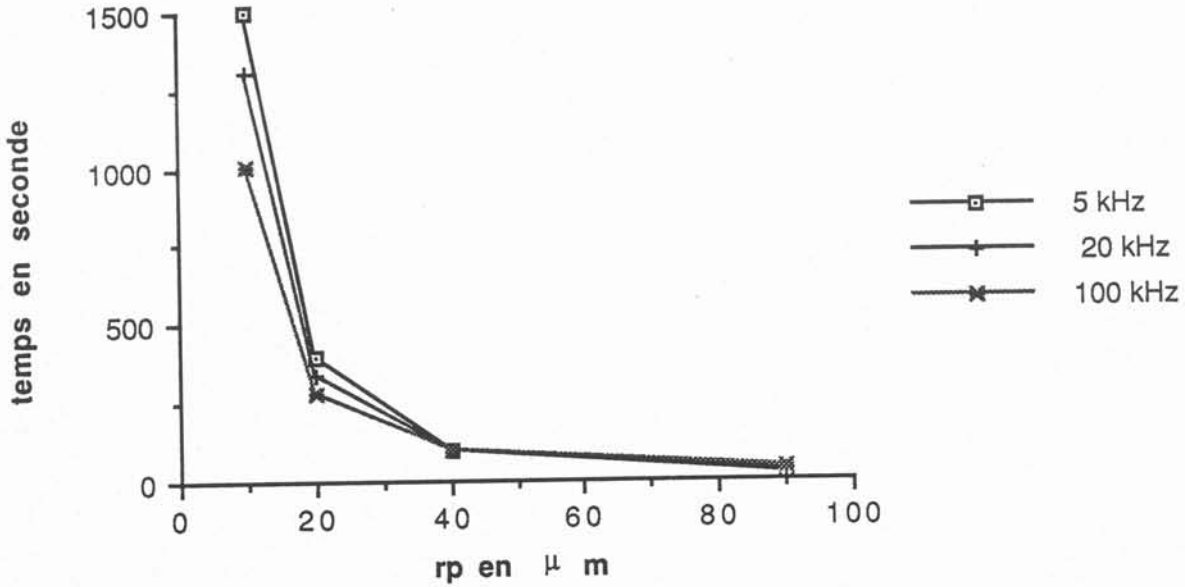
- Figure 6.14 -

Temps total de décantation pour différentes valeurs de  $r_p$  en fonction de la fréquence



- Figure 6.15 -

Temps total de décantation en fonction de  $r_p$  à différentes fréquences



#### 6.4 - DISPOSITIF DE BUSETTE ELECTROMAGNETIQUE POUR LE CONTROLE D'UN JET DE METAL LIQUIDE

Les expériences réalisées pour couler le métal liquide après décantation en creuset de lévitation montrent qu'il est indispensable de contrôler le jet afin de laisser la croûte solide formée au contact du creuset. Une réflexion a été entreprise à ce sujet. Vu la spécificité de MADYLAM nous avons orienté nos recherches vers des procédés électromagnétiques.

Le but recherché était le contrôle du jet. Ceci nécessite un champ électromagnétique relativement important, de plus le système devait permettre l'utilisation au moment de la fusion dans le creuset de lévitation d'un doigt escamotable. Nous nous sommes orientés vers des busettes concentriques de champ. Le procédé est décrit dans le brevet n° 89 09369.



BREVET D'INVENTION

---

Dispositif de busette électromagnétique pour le contrôle  
d'un jet de métal liquide.

---

SOCIETE NATIONALE D'ETUDE ET DE  
CONSTRUCTION DE MOTEURS D'AVIATION  
"S.N.E.C.M.A."

---

Invention de      MM. DUCROCQ  
                         GARNIER  
                         RIVAT  
                         Mme ROSCINI

**CONFIDENTIEL S.N.E.C.M.A.**

Par assimilation juridique  
éventuelle de l'interdiction de  
divulgaration par les Autorités  
de Défense Nationale (décision  
dans les 5 mois suivant dépôt)

DEPOSE LE : 12/07/1989

N° : 89.09369



DESCRIPTION

5

La présente invention concerne un dispositif de busette électro-magnétique utilisable notamment à la sortie d'un creuset pour la coulée stabilisée d'un métal liquide à débit variable sous forme de matériau ultrapropre destiné  
10 notamment à l'atomisation de poudres métalliques telles que pour la fabrication de pièces en superalliages pour applications aéronautiques.

Les procédés connus et actuellement utilisés pour  
15 l'élaboration de superalliages, notamment à base de nickel tels que ceux qui sont particulièrement visés par la présente invention, font intervenir des opérations de fusion en creuset en matériau réfractaire de type  
20 opération il se produit une réaction métal/céramique d'où il résulte inévitablement la présence d'inclusions céramiques dans le matériau obtenu. Un affinage du superalliage est par conséquent rendu nécessaire à chaque fois que les conditions des applications imposent  
25 l'obtention d'un superalliage dit super-propre. C'est notamment le cas pour des superalliages à base de nickel destinés à des applications aéronautiques, telles que des pièces de moteurs aéronautiques à turbine ou d'autres ensembles de propulsion. Diverses techniques connues sont  
30 employées pour obtenir un tel affinage inclusionnaire, par exemple par refusion en creuset refroidi, la fusion étant obtenue soit par arc électrique, soit par faisceau d'électrons ou par faisceau plasma.

35



Quelle que soit la technique employée, toutefois, lors de  
5 la coulée des métaux en fusion pour utilisation, qu'il  
s'agisse du remplissage d'un moule ou d'une atomisation du  
métal liquide pour obtenir des poudres, il devient  
nécessaire soit d'opérer un basculement du four, dans un  
premier cas, soit d'utiliser à la sortie du métal liquide  
10 une busette en matériau réfractaire, dans un second cas.  
Dans le premier cas, le contrôle du débit et de la masse  
du métal en fusion ne peut guère être obtenu et dans le  
second cas où ce problème est résolu, d'autres  
inconvenients apparaissent :

15

- des diamètres de busette assez importants sont imposés  
afin d'éviter le risque de bouchage ;
- instabilité du jet de métal liquide ;
- difficultés importantes pour faire varier le diamètre du  
20 jet liquide en cours d'opération.

Par ailleurs, le contact entre métal liquide et parois  
solides de la busette entraîne une double pollution du  
métal :

- 25 - d'une part, une pollution chimique due à la réaction du  
métal liquide à haute température avec les oxydes  
contenus dans les matériaux réfractaires constituant les  
parois ;
- d'autre part, une pollution physique due à l'abrasion  
30 des parois de la busette par le passage du métal en  
fusion.

Dans des applications particulières notamment de  
techniques connues d'élaboration par atomisation par gaz  
35 de métaux liquides, ces pollutions entraînent la présence  
de nombreuses inclusions dans les poudres métalliques et

il est notamment reconnu que la présence de telles inclusions dans des pièces tournantes de moteurs aéronautiques, par exemple à base de nickel, peut être à l'origine de défauts de tenue en service de ces pièces soumises à des sollicitations en fatigue oligocyclique et entraîne notamment des ruptures prématurées de pièces soumises à de fortes contraintes à haute température. Ces problèmes ont conduit à réduire la taille des grains des poudres, ce qui aboutit à des rendements granulométriques très médiocres dans l'élaboration de ces poudres. Des tentatives de solution ont été proposées, sur la base de l'utilisation d'une busette électromagnétique qui permet le confinement du jet de métal liquide sans contact avec les parois. FR-A-2 316 026, FR-A-2 396 612 et FR-A-2 397 251 ont ainsi décrit des dispositifs électromagnétiques fonctionnant à haute fréquence dans lesquels un écran en cuivre est nécessaire pour obtenir le confinement souhaité.

La mise en oeuvre industrielle de tels dispositifs, telle que sur une installation d'atomisation de poudres de superalliages à base de nickel, présente toutefois de sérieuses difficultés. FR-A-2 457 730 peut éliminer l'écran en cuivre, mais le dispositif fonctionnant à fréquence basse impose dans de nombreuses applications de faire appel à des puissances importantes, peu compatibles avec l'industrialisation, dès que des réductions importantes du jet de métal liquide deviennent nécessaires, notamment dans les techniques d'atomisation de poudres.

Un dispositif de busette électromagnétique permettant d'éviter les inconvénients des dispositifs antérieurs connus est caractérisé en ce que l'induction électromagnétique à spires est associé à un dispositif concentrateur de champ magnétique disposé entre ledit

inducteur à spires et les parois de sortie du creuset qu'il entoure extérieurement. Avantageusement ledit  
5 dispositif concentreur de champ magnétique est constitué de quatre à huit secteurs tridimensionnels séparés par des fentes radiales, chaque secteur comportant une paroi hémicylindrique diamétralement externe et une paroi hémicylindrique diamétralement interne, coaxiale et de plus  
10 faible hauteur, les quatre bords respectifs de ces parois étant réunis par des portions planes et la cavité ainsi formée étant refroidie par eau, lesdites parois interne et externe comportant des spires formant un inducteur électromagnétique.

15

Les résultats remarquables obtenus sont également conditionnés par le choix de paramètres spécifiques de dimensionnement ainsi que par des paramètres déterminés de définition du champ magnétique appliqué, notamment la  
20 fréquence et l'intensité du champ.

D'autres caractéristiques et avantages de l'invention seront mieux compris à la lecture de la description qui va suivre d'un mode de réalisation de l'invention, en référence aux dessins annexés sur lesquels :

25 - la figure 1a représente, selon une demi-vue schématique en coupe par un plan vertical passant par l'axe de symétrie, un dispositif de busette électromagnétique conforme à l'invention,

- la figure 1b représente, selon une demi-vue schématique  
30 en coupe par un plan horizontal, le dispositif concentreur de champ magnétique de la busette électromagnétique représentée à la figure 1a ;

- la figure 2 représente, selon une vue schématique en coupe par un plan vertical, un creuset d'un type connu  
35 dit creuset refroidi de lévitation équipé du dispositif de busette électromagnétique représenté sur les figures 1a et 1b ;

- La figure 3 montre un détail de la figure 2 lors de l'évacuation d'un jet de métal liquide hors du creuset;

5

- La figure 4 montre un détail analogue à celui de la figure 3 dans le cas de l'application du dispositif de busette électromagnétique conforme à l'invention à un creuset réfractaire classique.

10

Les figures 1a et 1b montrent des vues de détail d'un dispositif de busette électromagnétique réalisé conformément à l'invention utilisable pour le contrôle de jet de métal liquide, notamment en sortie de creuset d'une installation de coulée de métal en fusion telle que partiellement représentée sur la figure 2. La busette comporte un inducteur électromagnétique 1, d'un type connu en soi, comportant plusieurs spires 1a et dont la mise en oeuvre (alimentations etc...) est également connue en soi et ne fera pas l'objet d'une description plus détaillée. L'inducteur 1 est disposé à la sortie d'un creuset 2 et entoure extérieurement les parois dudit creuset. Entre ledit inducteur 1 et lesdites parois du creuset 2 est placé un dispositif 3 concentrateur de champ magnétique. Le concentrateur de champ 3 est sectorisé et en fait, l'effet de concentration du champ apparaît dès la présence d'une fente. Pour éviter une déformation ou une déviation du jet dues à une intensité de champ magnétique plus élevée en face d'une fente, le concentrateur de champ 3 est réalisé en un nombre pair de secteurs égaux répartis symétriquement. Pour des facilités de réalisation et dans les applications visées par l'invention à la coulée de métaux ou à l'atomisation de superalliages, notamment à base de nickel, le nombre de secteurs prévus est de huit mais il peut être réduit à quatre. Selon le mode de réalisation d'une géométrie particulière des secteurs 4 du concentrateur de champ 3

conforme à l'invention et représenté sur les figures 1a,  
1b, et 2, chaque secteur 4 est réalisé en plaques de  
5 cuivre et présente une paroi radialement externe 4a  
hémi-cylindrique disposée verticalement par rapport au  
creuset 2 et une paroi radialement interne 4b hémi-  
cylindrique, coaxiale à la précédente mais de hauteur  
plus faible. Les quatre bords respectifs de ces éléments  
10 de paroi 4a et 4b sont réunis par quatre portions de  
paroi planes, supérieure 4c, inférieure 4d et latérales  
4e et 4f. la cavité interne 5 ainsi formée à l'intérieur  
de chaque secteur 4 est remplie d'eau de refroidissement.  
Chaque paroi hémi-cylindrique 4a et 4b comporte des  
15 spires 6a et 7a de manière à former un inducteur  
électromagnétique. Les secteurs 4 du concentrateur de champ  
magnétique 3 sont séparés par des fentes radiales 3a. Le  
creuset 2 d'un type connu en soi comporte des parois 8  
dont la géométrie particulière permet de maintenir la  
20 majeure partie du métal liquide 9 en lévitation. Lesdites  
parois 8 comportent des tubes 10 de refroidissement  
alimentés par une boîte à eau 11. Le métal liquide est  
évacué à la sortie du creuset 2 par un orifice 12 masqué  
par un doigt refroidi 13 susceptible d'être escamoté.

25

Le détail de la partie inférieure du creuset 2, ouvert  
après escamotage du doigt 13, représenté sur la figure 3  
montre l'évacuation d'un jet de métal liquide hors du  
creuset. A l'origine, à la partie supérieure de la sortie  
30 du creuset, le jet de métal liquide a un diamètre  
confondu avec celui de la busette matérielle 14 située en  
bas du creuset 2. Dès que la veine de métal liquide  
arrive à la hauteur du concentrateur 3 de champ magnétique  
de la busette électromagnétique, le jet de métal a une  
35 réduction de section 15.

Si on utilise au lieu d'un creuset froid de lévitation, tel que représenté sur les figures 2 et 3, un creuset réfractaire classique, destiné par exemple à l'atomisation de poudres, la partie inférieure de ce creuset 20, schématiquement représentée sur la figure 4 comporte un orifice 31 au niveau duquel est positionné le concentrateur 3 de champs magnétique qui provoque une réduction de section 15 qui écarte le métal du contact avec la paroi 32a de la busette matérielle 32.

Ce résultat est obtenu grâce à la création d'un champ magnétique intense sur une zone très localisée qui résulte de l'emploi de la busette électromagnétique à concentrateur 3 de champ magnétique conforme à l'invention. Un inducteur classique à spires devant produire le même résultat aurait un encombrement très important, incompatible avec les contraintes imposées par le contrôle du jet de métal liquide. En fait, par le choix adapté à l'application de paramètres de dimensionnement et de position adéquate de la busette électromagnétique et notamment du concentrateur 3 de champ magnétique, des forces axisymétriques dirigées vers l'axe du jet de métal liquide sont engendrées. Si le jet se rapproche de la paroi 14a, ladite busette électromagnétique crée une force de rappel qui recentre le jet dans l'axe de la busette. Cette force de rappel nécessite un champ magnétique intense dont la fréquence minimale doit être telle que la profondeur de pénétration du champ magnétique et de ses courants induits dans le jet soit inférieur au rayon R du jet de métal liquide, ce qui est exprimé par la relation suivante :

$$\mu \sigma \omega R^2 > 2$$

35

dans laquelle : -  $\mu$  est la perméabilité magnétique dans le vide

- 5 -  $\sigma$  est la conductivité électrique du métal liquide,
- $R$  est le rayon du jet de métal liquide,
- 10 -  $\omega$  est la pulsation du champ magnétique, reliée à la fréquence  $f$  par  $\omega = 2\pi f$ ,

La fréquence minimale  $f_1$  obtenue est donc :

$$f_1 = 1 / \pi \mu \sigma R^2$$

15

La force de rappel est obtenue lorsque le champ magnétique engendre une force croissante dans la direction radiale à partir de la surface du jet, ce qui entraîne, à flux conservatif, une variation semblable dans la direction  
20 axiale. Compte tenu de l'exploitation d'un effet de pression essentiellement surfacique, l'efficacité du dispositif augmente avec la fréquence. L'augmentation de fréquence a également l'avantage de réduire les effets de brassage du métal liquide. Des limites pratiques qui  
25 peuvent être déterminées expérimentalement pour chaque application sont toutefois imposées aux fréquences. Une fréquence maximale  $f_2$  est ainsi déterminée à partir des critères suivants :

- 30 - limitation des puissances mises en oeuvre ;
- risques d'amorçages électriques entre les différents secteurs 4 du concentrateur 3 de champ magnétique ou entre ceux-ci et le jet métallique ;
- augmentation avec la fréquence des pertes dans  
35 l'inducteur 1 et le concentrateur de champ 3 ;
- efficacité du dispositif mesurée par le coefficient de contraction  $X$ , exprimé en pourcents et défini par :

$$X = (d_e - d_s) / d_e$$

5 avec  $d_e$ , diamètre de la veine liquide en entrée de la busette et  $d_s$ , diamètre de la veine liquide en sortie de la busette.

Un domaine de fréquences  $f$  tel que :

10

100 Hz  $< f$ ,  $< 10^6$  Hz dans lequel le jet de métal liquide est non seulement canalisé mais aussi contracté est ainsi obtenu.

15 L'intensité  $B$  du champ magnétique appliqué est déterminée en fonction de la pression magnétique  $P_m$  exercée à la périphérie du jet de métal liquide pour contrebalancer les effets de la tension superficielle et les forces d'inertie et qui est recherchée dans l'application concernée, suivant

20 la relation :

$$P_m = B^2 / 2 \mu$$

L'application de ces conditions à un échantillon de superalliage à base de nickel refondu dans le creuset 2, 25 représenté sur la figure 2, dans lequel le diamètre de la busette matérielle 14 est de 15 mm a permis d'obtenir un diamètre  $2R$  de métal liquide en sortie de la busette électromagnétique de 6mm, soit un coefficient  $X$  de contraction, tel que défini précédemment, de 60 %.

30

Les résultats suivants sont obtenus, exprimés en valeurs du coefficient  $X$  de contraction en fonction de la plage des fréquences appliquées :

Pour  $10^2$  Hz  $< f < 10^6$  Hz,  $X > 10$  %

35 pour  $f < 10^2$  Hz ou  $f > 10^6$  Hz,  $X < 10$  %

et pour  $5.10^3$  Hz  $< f < 5.10^5$  Hz,  $X > 50$  %.



Le dispositif de busette électromagnétique à dispositif  
concentreur de champ conforme à l'invention et qui vient  
5 d'être décrit permet ainsi d'assurer au moyen d'un choix  
de paramètres de mise en oeuvre adaptés à chaque  
application selon les critères qui ont été indiqués les  
résultats recherchés et notamment un décollement du métal  
liquide des parois du creuset de refusion, notamment au  
10 niveau de la busette matérielle de sortie du creuset,  
évitant ainsi tout contact entre parois et métal liquide et  
par là, tout risque de pollution.

Le dispositif présente en outre l'avantage d'assurer une  
15 stabilité du jet de métal liquide contracté sur une  
distance importante et ainsi un écoulement laminaire est  
obtenu sur une distance qui peut être supérieure à dix fois  
le diamètre de sortie de la busette  
électromagnétique. Enfin, la compacité du dispositif  
20 conforme à l'invention facilite la mise en place en sortie  
de creuset d'une installation de type "superpropre" de  
refusion par faisceau d'électrons, par faisceau plasma ou,  
comme dans l'exemple décrit, de refusion en creuset froid,  
d'une installation de coulée (en moule par exemple) ou  
25 enfin d'une installation d'atomisation de poudres.

30

35

REVENDICATIONS

5 1. Dispositif de busette électromagnétique disposé à la  
sortie d'un creuset (2) de fusion de métal comportant un  
inducteur électromagnétique (1) à spires (1a) caractérisé  
en ce qu'il comporte en outre un dispositif concentrateur de  
10 spires et les parois de sortie dudit creuset (2) qu'il  
entoure extérieurement.

2. Dispositif de busette électromagnétique selon la  
revendication 1 dans lequel ledit dispositif concentrateur de  
15 champ magnétique (3) est constitué d'au moins quatre  
secteurs (4) tridimensionnels séparés par des fentes  
radiales (3a), régulièrement disposés autour de ladite  
sortie du creuset, comportant une cavité interne (5)  
refroidie par eau et portant respectivement dans la paroi  
20 diamétralement externe (4a) et dans la paroi diamétralement  
interne (4b) des spires (6a, 7a) formant un inducteur  
électromagnétique.

3. Dispositif de busette électromagnétique selon la  
25 revendication 2 dans lequel lesdits secteurs (4) sont au  
nombre de huit et présentent une forme de paroi  
diamétralement externe (4a) en portion de segment de  
cylindre d'axe vertical et de paroi diamétralement interne  
(4b) en portion de segment de cylindre coaxial de hauteur  
30 plus faible, les quatre bords d'un segment externe et du  
segment interne associé étant réunis par des portions  
planes (4c, 4d, 4e, 4f).

4. Dispositif de busette électromagnétique selon la  
35 revendication 3 dans lequel les parois des secteurs (4) du  
concentreur de champ sont en cuivre.

5. Dispositif de busette électromagnétique selon l'une quelconque des revendications précédentes dans lequel le champ magnétique appliqué au jet de métal fondu a une fréquence située dans un domaine optimal qui est défini pour chaque application entre une fréquence minimale  $f_1$  donnée par la formule suivante :

$$10 f_1 = 1 / \pi \mu \sigma R^2$$

dans laquelle,  $\mu$  est la perméabilité magnétique dans le vide ;

$\sigma$  , la conductivité électrique du métal liquide concerné

15  $R$  , le rayon du jet de métal liquide,

et une fréquence maximale  $f_2$  déterminée expérimentalement en tenant compte des facteurs suivants :

20 - puissance disponible,

- risques d'amorçage,

- limitation des pertes dans l'inducteur et dans le concentrateur de champ

- efficacité mesurée par le coefficient de contraction  $X$ ,

25 tel que :  $X = (d_e - d_s) / d_e$  avec  $d_e$ , diamètre de la veine liquide en entrée de la busette, et  $d_s$ , diamètre de la veine liquide en sortie de la busette.

tandis que l'intensité  $B$  du champ magnétique appliqué est relié à la pression magnétique  $P_m$  recherchée s'exerçant à

30 la périphérie du jet par la relation :

$$P_m = B^2 / 2 \mu$$

6. Dispositif de busette électromagnétique selon la revendication 5 dans lequel ledit domaine optimal des

35

fréquences  $f$  du champ magnétique pour un coefficient de contraction  $X$  supérieur à 50 % est situé dans :

5

$$5.10^3 \text{ Hz} < f < 5.10^5 \text{ Hz}$$

7. Dispositif de busette électromagnétique selon l'une quelconque des revendications 1 à 6 caractérisé en ce qu'il est disposé à la sortie d'un creuset (2) utilisé pour  
10 l'atomisation d'un métal liquide pour obtenir des poudres de matériau ultrapropre, notamment de superalliage.

15

20

25

30

35



BREVET D'INVENTION

---

Dispositif de busette électromagnétique pour le contrôle  
d'un jet de métal liquide.

---

SOCIETE NATIONALE D'ETUDE ET DE CONSTRUCTION DE MOTEURS D'AVIATION  
" S. N. E. C. M. A. "

---

Invention de MM. DUCROCQ  
GARNIER  
RIVAT  
ROSCINI

---

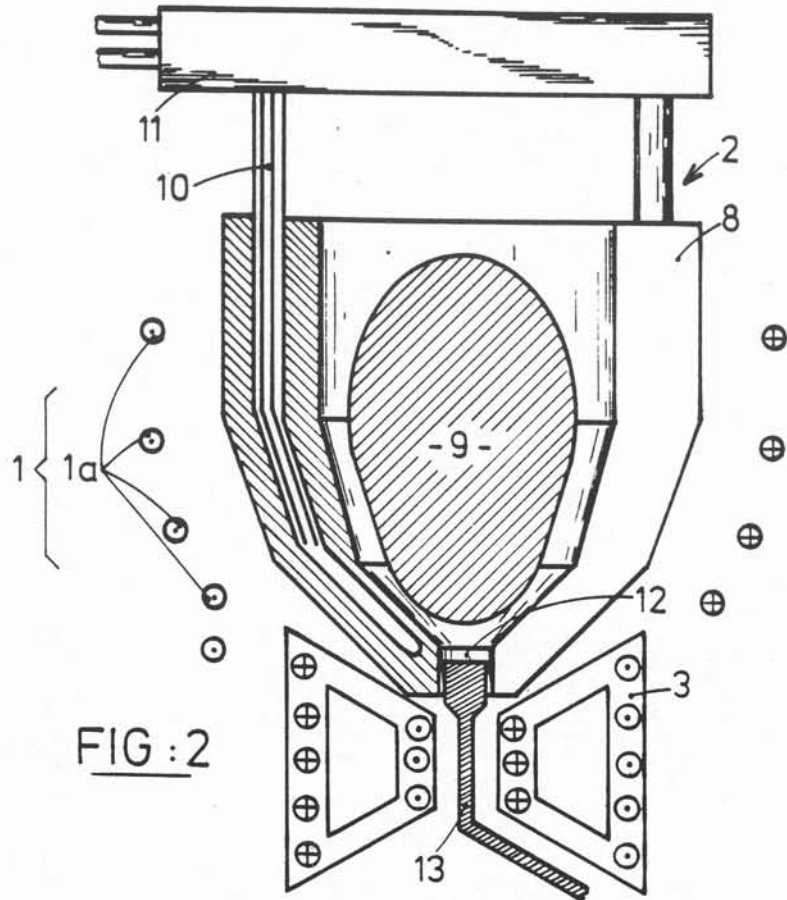
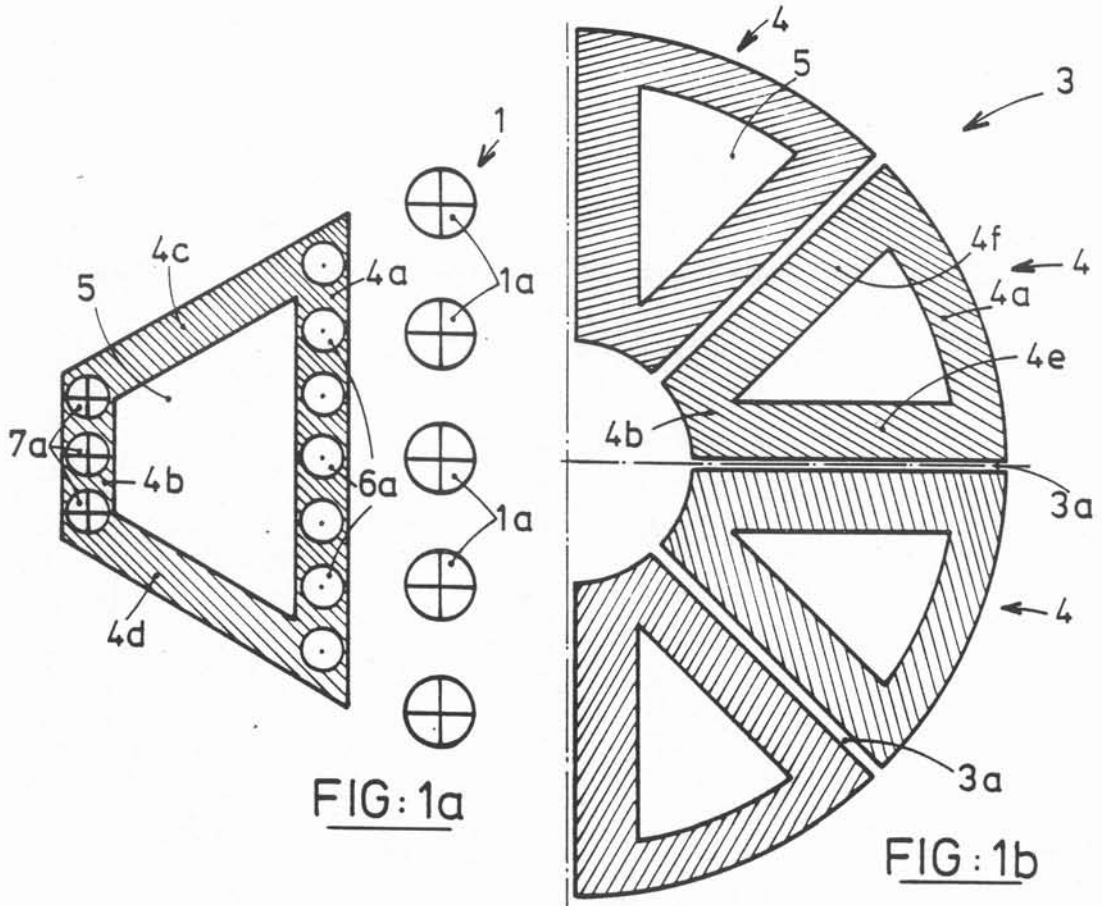
ABREGE DESCRIPTIF

Un dispositif de busette électromagnétique contrôlant le jet de métal liquide à la sortie d'un creuset (2) comporte un inducteur électromagnétique (1, 1a) et un dispositif concentrateur de champ magnétique (3) qui entoure les parois de sortie du creuset (2) et est constitué de secteurs tridimensionnels (4) séparés par des fentes radiales (3a).

FIGURES 1b et 2

CONFIDENTIEL S.M. 20 742.  
Par assimilation à la loi n° 55  
éventuelle de l'interdiction de  
divulguer par les Autorités  
de Défense Nationale (révisée)  
dans les 5 mois suivant dépôt

1 / 2



CONFIDENTIAL S U E C I A.  
Par association à l'Armée Royale  
éventuelle de l'Armée des États  
de Défense Nationale (decision  
dans les 5 mois suivant l'adoption)

2 / 2

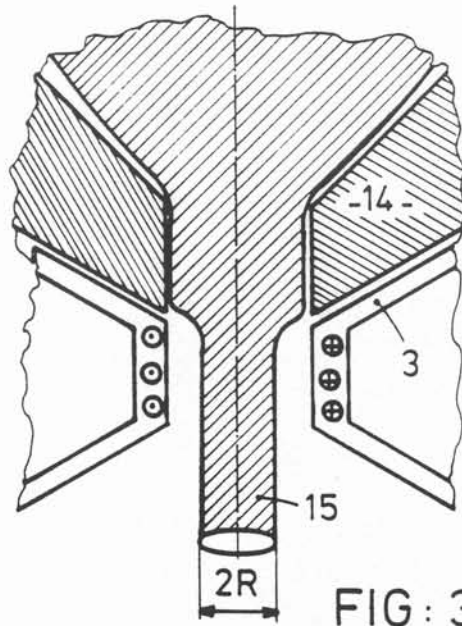


FIG: 3

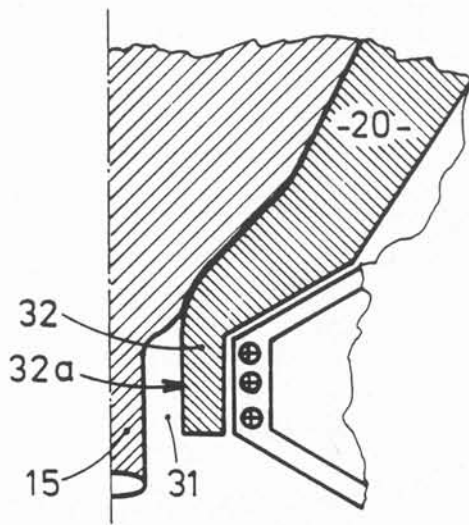


FIG: 4





## CONCLUSION

L'ensemble de ce travail se situe dans le contexte général du Génie des Procédés d'Elaboration des matériaux mettant en oeuvre les champs magnétiques. Menées dans le cadre de contrats de collaboration avec des sociétés industrielles les recherches réalisées avaient toutes une finalité clairement définie et nécessitaient la résolution de "problèmes inverses" dans une démarche qui se différencie de la démarche déductive habituelle : l'objectif visé. C'est pourquoi l'organisation du rapport s'écarte de la présentation rectiligne d'un travail de recherche fondamentale n'impliquant qu'une seule discipline pour mettre mieux en lumière le recours nécessaire aux diverses composantes de ce domaine pluridisciplinaire. De plus la conjoncture évolutive liée à des questions de stratégie industrielle est à l'origine du nombre relativement élevé de procédés auxquels ce travail s'est intéressé. Ceci présente indéniablement l'inconvénient de ne pas permettre une exploitation très approfondie des phénomènes complexes mis en jeu par l'un quelconque d'entre eux analysé seul, mais offre l'avantage pour l'auteur du travail d'avoir apporté une contribution plus large à des développements technologiques. Les trois brevets qui protègent les idées essentielles de ce travail en terme de procédé sont l'illustration même de cette ouverture.

La protection par brevet se fait par la publication des principaux éléments innovants et présente paradoxalement le danger d'une divulgation. Au delà de la faisabilité qui a été montrée en laboratoire, beaucoup de travail de développement long et coûteux reste à produire pour permettre la réalisation de prototypes industriels et le transfert dans les unités de production. Je ne puis que souhaiter que les choix de stratégie qui ont conduit aux développements de ces recherches et qui ont permis, par la collaboration entre recherche universitaire et recherche industrielle, l'obtention de résultats innovants seront maintenus et que l'investissement global réalisé à ce jour sera pleinement récompensé et rentabilisé. Nombre de pays comme les Etats-Unis ou le Japon ont été sensibilisés à l'intérêt de développer des recherches dans le domaine désormais identifié comme "Electromagnetic Processing of Liquid Material" , aussi est-il très important que les idées et solutions innovantes soient exploitées par ces pays où les moyens financiers et humains qu'il est possible de mobiliser sont parfois d'une efficacité redoutable qui ne laisse que peu de chance à la compétence et au savoir faire des inventeurs. Ceci s'adresse particulièrement à la coulée pelliculaire dont le développement industriel représente un enjeu économique extraordinaire au plan international. Les résultats qui ont été obtenus au laboratoire sur une installation de petite taille ont permis de démontrer le bien fondé de nos idées et la validité des prédictions théoriques. Des règles d'extrapolation ont été dégagées autorisant le dimensionnement du procédé et son adaptation aux pilotes industriels de l'IRSID et de PECHINEY. Que puis-je souhaiter au terme de ce travail sinon la réalisation d'essais sur ces pilotes?

Si le travail de recherche accompli dans le cadre de la préparation d'une thèse en collaboration avec des partenaires industriels est enthousiasmant, il n'en possède pas moins certains caractères de frustration. Enthousiasmant une telle recherche l'est parce qu'elle permet le développement de travaux scientifiques originaux et l'acquisition de

connaissances nouvelles, lointaines parfois des connaissances acquises lors de la formation initiale, permettant de forger les outils nécessaires pour atteindre l'objectif finalisé fixé initialement. Frustrant une telle recherche peut l'être lorsqu'à l'évidence la collaboration entre les partenaires industriels, associés dans la phase recherche mais concurrents dans la phase d'exploitation, n'est pas aussi étroite qu'elle devait l'être si le seul objectif commun pertinent était la réussite. L'échange d'informations est fondamental dans le domaine complexe du génie des procédés d'élaboration où le savoir faire industriel est tout aussi important que l'analyse scientifique pour guider l'intuition du chercheur. La confidentialité, valeur fondamentale, dans toute recherche pouvant avoir des retombées économiques, doit être utilisée avec beaucoup de sagesse et de discernement comme toute mesure de protection, elle doit être savamment dosée pour interdire toute divulgation dangereuse mais autoriser l'échange libre d'idées et d'informations qui est le ferment de la créativité du cercle de partenaires engagés dans la collaboration. Il serait bon que les partenaires industriels considèrent le chercheur en thèse, comme l'un de leurs chercheurs et n'aient aucune réticence à lui livrer les informations qui pourraient lui être utiles dans sa démarche, mais qui malheureusement ont souvent un intérêt stratégique. Une fois engagé par l'un des partenaires, et donc sorti du contexte de la recherche scientifique, de telles informations seront communiquées à l'ancien thésard qui n'aura plus alors ni le temps ni la possibilité d'en tirer le meilleur profit.

Si ce travail a apporté une contribution au plan scientifique dans l'analyse des phénomènes d'instabilités hydrodynamiques avec ou sans champ magnétique et dans l'analyse des phénomènes physiques couplés intervenant dans les procédés de refusion en creuset froid, il laisse ouverts des domaines d'investigation qui pourraient faire l'objet de plusieurs thèses. Ainsi le procédé de coulée pelliculaire a permis d'identifier des phénomènes originaux et des transitions de régime qui méritent une analyse approfondie tant expérimentale que théorique. Cette analyse menée dans la configuration originale correspondant au "meltoverflow", apporterait un éclairage original aux études antérieures relatives à l'entraînement de films liquides par des parois défilantes. En outre, l'outil expérimental utilisant l'eau comme fluide de simulation dont dispose le laboratoire est très performant grâce en particulier à la méthode de visualisation (VIP) par tranche laser. Vis à vis du procédé des études complémentaires seraient à réaliser concernant notamment la nature du substrat refroidi et son effet sur les phénomènes de mouillabilité, de même que l'analyse de l'influence de la solidification sur l'hydrodynamique du bain et les instabilités qui animent la surface libre et le ménisque. Les travaux sur le creuset froid posent nombre de questions qui tendent à allonger la liste déjà importante des paramètres influant sur la structure ou les propriétés du produit élaboré. En particulier il semble primordial qu'un effort de réflexion soit entrepris pour caractériser avec précision les phénomènes thermiques dans les secteurs du creuset ainsi que la nature des échanges thermiques entre le produit en cours de solidification et la paroi du creuset. Le problème de la décantation inclusionnaire, qui se pose de façon de plus en plus aigüe à l'ensemble des industriels métallurgistes, constitue à lui seul un axe de recherche très ambitieux qui a été à peine effleuré dans ce mémoire.

Les perspectives scientifiques offertes par ce travail sont très grandes comme le sont les perspectives d'applications industrielles de l'induction dans le domaine du génie des procédés d'élaboration des matériaux. Pour que ces perspectives d'applications deviennent réalité deux classes de problèmes sont à résoudre : des problèmes scientifiques très fondamentaux et des problèmes scientifiques relevant de la technologie de base. Nul doute que les

premiers trouveront leur solution grâce à l'apport de la communauté scientifique. Cependant il est à craindre que les seconds, délaissés par cette même communauté qui les considère moins nobles, auront beaucoup plus de difficulté à être résolus.



## BIBLIOGRAPHIE

=====

- [1] ANGOT A.  
Compléments de mathématiques à l'usage des ingénieurs de l'électro-  
technique et des télécommunications  
Masson et Cil, 1972.
- [2] BATCHELOR G.K  
An introduction to fluid dynamics  
Cambridge University press, 1967.
- [3] BIRAT J.P., BLIN P., JACQUOT J.L., RIBOUT P., THOMAS B.  
Near net shape continuous casting of flat products at IRSID  
Actes du Congrès ISCNSP HONOLULU, 1988.
- [4] BIRAT J.P.  
L'usine sidérurgique à produits plats au XXIème siècle  
Revue de Métallurgie CIT Novembre 1987.
- [5] BOUSSANT-ROUX Y.  
Les procédés de refusion en creuset froid : analyse des paramètres clés  
Thèse de docteur ingénieur INPG, 1990.
- [6] CHANDRASEKHAR S.  
Hydrodynamic and hydromagnetic stability  
Oxford University Press 1962.
- [7] ERNST R.  
Analyse du fonctionnement d'un générateur à triode destiné au chauffage  
par induction  
Revue générale de l'électricité, n° 9, 1981, pp. 667-673.
- [8] ETAY J.  
Le formage électromagnétique des métaux liquides - Aspects expérimentaux  
et théoriques  
Thèse docteur ingénieur USMG-INPG 1982.
- [9] ETAY J.  
Le problème de frontières libres en magnétodynamique des liquides avec  
champs magnétiques alternatifs - Aspects fondamentaux et applications  
Thèse d'état USMG - INPG, 1988.
- [10] ETAY J.  
Communication privée (rapport PPG).
- [11] FELTER C.  
Etude thermique du tirage en creuset froid  
Mémoire de DEA, INPG, septembre 1989.
- [11'] GALPIN J.M.  
Communication personnelle

- [12] GARNIER M.  
Une analyse des possibilités de contrôle électromagnétique des surfaces libres de métaux fondus.  
Thèse d'état USMG-INPG, 1982.
- [13] GARNIER M., MOREAU R.  
Effect of finite conductivity on the inviscid stability of an interface submitted to a high frequency magnetic field.  
J.F.M., 1983, vol. 127, pp. 365-377.
- [14] GARNIER M.  
Les paramètres adimensionnels de la MHD avec champs magnétiques alternatifs.  
Stage de perfectionnement pour techniciens, ingénieurs et cadres.  
Magnétodynamique des métaux liquides et ses applications. ENSHMG-INPG, du 13 au 16 janvier 1987.
- [15] HUNT J.D.  
Steady state columnar and equiaxed growth of dendrites and eutectic  
Materials Science and Engineering, 65, 1984, pp. 75-83.
- [16] ILEGBUSI, SZEKELY  
On heat and fluid flow phenomena in shallow tundishes. The effect of magnetic flow control.  
Actes du congrès ISCNSP HONOLULU, 1988.
- [17] KHALETZKY D.  
Etude théorique du brassage électromagnétique dans les fours à induction.  
Application à l'analyse d'un procédé de séparation d'inclusions  
Thèse 3ème cycle USMG, 1976.
- [18] LECLERCQ I.  
Conception d'une installation pilote de fusion en creuset froid  
Thèse de Docteur Ingénieur INPG, 1989.
- [19] LEVICH V.G.  
Physicochemical hydrodynamics  
Prentice Hall, Inc, 1962.
- [20] MEYER J.L.  
Influence de la convection naturelle ou du brassage électromagnétique sur la solidification de lingots d'aluminium.  
Thèse de Docteur Ingénieur, INPG, 1983.
- [21] MOFFATT H.K.  
High frequency excitation of liquid metal systems  
Actes du symposium IUTAM pp. 180-189  
Metallurgical applications of magnetohydrodynamics. The Metal Society London.
- [22] MESTEL A.J.  
Magnetic levitation of liquid metals  
Thèse DAMTP Cambridge University, 1982.

- [23] RIVAT P.  
Structure de solidification et décantation en creuset froid d'alliage à base de nickel  
Mémoire de DEA, INPG, 1987.
  
- [24] ROUCH H.  
Etude du procédé de coulée pelliculaire  
Mémoire de DEA, INPG, 1990.
  
- [25] SNEYD A.D., MOFFATT H.K.  
Fluid dynamical aspect of the levitation melting process  
J.F.M., 1982, vol 117, pp. 45-75.
  
- [26] TABERLET E.  
Le brassage turbulent dans les fours à induction  
Thèse de Docteur Ingénieur, INPG, 1984.
  
- [27] TABERLET E., FAUTRELLE Y.  
Turbulent stirring in an experimental induction furnace  
JFM 1985, vol 159, pp. 409-431.



