



**HAL**  
open science

## Contribution à la modélisation analytique des actionneurs électromécaniques

Thierry Lubin

► **To cite this version:**

Thierry Lubin. Contribution à la modélisation analytique des actionneurs électromécaniques. Energie électrique. Université de Lorraine, 2016. tel-01338226

**HAL Id: tel-01338226**

**<https://hal.science/tel-01338226v1>**

Submitted on 28 Jun 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Université de Lorraine

Ecole Doctorale "Informatique – Automatique – Electrotechnique – Electronique – Mathématiques"  
Département de Formation Doctorale "Electrotechnique – Electronique"

---

### MEMOIRE DE RECHERCHE

présenté en vue d'obtenir

## L'HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES

Spécialité : Génie Electrique

par

**Thierry LUBIN**

Agrégé de Physique Appliquée  
Docteur en Génie Electrique – Nancy I

---

## Contribution à la modélisation analytique des actionneurs électromécaniques

---

Soutenue publiquement le 13 juin 2016

### Composition du Jury :

#### Président

Mohammed-El-Hadi ZAIM      Professeur à l'Université de Nantes

#### Rapporteurs

Frédéric BOUILLAULT      Professeur à l'Université de Paris-Sud

Christophe ESPANET      Professeur à l'Université de Franche-Comté

Mohamed GABSI      Professeur à l'ENS de Cachan

#### Examineurs

Abdelmounaïm TOUNZI      Professeur à l'Université de Lille 1

Jean LEVEQUE      Professeur à l'Université de Lorraine

Abderrezak REZZOUG      Professeur émérite à l'Université de Lorraine

---

**Groupe de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nancy**

Faculté des Sciences & Technologies, BP 239  
54506 Vandœuvre-lès-Nancy Cedex



## **REMERCIEMENTS**

Les travaux présentés dans ce mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches ont été réalisés au sein du Groupe de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nancy (GREEN). Je tiens à exprimer mes remerciements à ses directeurs successifs depuis mon inscription en thèse, MM. Abderrezak Rezzoug, Shahrokh Saadate et Bernard Davat.

Je tiens à remercier plus particulièrement le Professeur Christian Rioux et le Professeur Abderrezak Rezzoug sans lesquels je n'aurais certainement pas accompli le parcours qui est le mien aujourd'hui. Ils ont participé chacun à leur façon à ma formation.

J'ai eu la chance de pouvoir suivre les enseignements du Professeur Rioux quand j'étais étudiant en maîtrise et en DEA de Génie Electrique à l'Université de Paris 6. Grâce à ses qualités pédagogiques et à ses compétences en électromagnétisme, il a su me transmettre les bases physiques indispensables à la compréhension des machines électriques. Il reste un exemple pour moi.

Le Professeur Rezzoug m'a toujours accompagné et soutenu depuis mon inscription en thèse en 1998 qu'il a dirigé, jusqu'à l'accomplissement de mon HDR dont il a accepté d'être le parrain scientifique. Il a su me faire confiance et m'a impliqué dans bon nombre d'actions et d'encadrements doctoral qu'il a initié au sein de l'équipe "Application des supraconducteurs en électrotechnique" du GREEN. Les échanges que nous avons eus sur les modèles analytiques et son recul sur ces questions m'ont permis de progresser.

Je tiens également à adresser mes plus vifs remerciements à l'ensemble des membres du jury qui m'ont fait l'honneur d'évaluer mon travail comme rapporteurs et examinateurs : MM. Frédéric Bouillault, Professeur à l'Université de Paris-Sud, Christophe Espanet, Professeur à l'Université de Franche-Comté, Mohamed Gabsi, Professeur à l'ENS Cachan, Mohamed El-Hadi Zaïm, Professeur à l'Université de Nantes, et Abdelmounaïm Tounzi, Professeur à l'Université de Lille 1.

Je remercie plus particulièrement Jean Lévêque, Professeur à l'Université de Lorraine, pour m'avoir impliqué dans les travaux de recherche sur les supraconducteurs.

Les résultats présentés dans ce mémoire sont surtout le fruit de collaborations fructueuses avec les doctorants que j'ai co-encadré ou que j'ai suivi de près. J'adresse mes remerciements à Tahar Hamiti, Gaël Malé, Hakim Bensaïdane, Lamia Belguerras, Rada Alhasan et Bastien Dolisy.

Je réserve une pensée chaleureuse à tous les membres des différentes équipes qui composent le GREEN, collègues, doctorants, stagiaires, secrétaires et techniciens, pour leur convivialité et leur aide constante.

Grand merci enfin à mon épouse Florence et à mes enfants Nicolas et Marie qui ont eux aussi participé à la réussite de ce projet. Je leur adresse toute mon affection.



# Table des matières

<b>CHAPITRE 1 : PARCOURS PROFESSIONNEL ET RESUME DES ACTIVITES</b>	<b>1</b>
1.1 CURRICULUM VITAE	1
1.1.1 <i>Etat civil</i>	1
1.1.2 <i>Situation actuelle</i>	1
1.1.3 <i>Titres et diplômes</i>	2
1.1.4 <i>Expériences professionnelles</i>	2
1.2 DEROULEMENT DE CARRIERE	2
1.2.1 <i>DEA et Agrégation (1994)</i>	2
1.2.2 <i>Enseignement secondaire (1995-1999)</i>	3
1.2.3 <i>PRAG à l'IUFM de Lorraine et Doctorat (1999-2007)</i>	3
1.2.4 <i>Maître de conférences à l'IUFM de Lorraine (2007-2011)</i>	4
1.2.5 <i>Maître de conférences à la Faculté des Sciences (depuis 2011)</i>	4
1.3 ACTIVITES D'ENSEIGNEMENT ET RESPONSABILITES	5
1.3.1 <i>Formation initiale</i>	5
1.3.2 <i>Formation continue</i>	7
1.3.3 <i>Encadrement de projets de Master</i>	8
1.4 ACTIVITES DE RECHERCHE	9
1.4.1 <i>Machines synchrones à réluctance variable (1998-2009)</i>	9
1.4.2 <i>Modèles analytiques des convertisseurs électromécaniques (depuis 2007)</i>	9
1.4.3 <i>Actionneurs supraconducteurs (depuis 2007)</i>	10
1.4.4 <i>Activités d'encadrement</i>	11
1.4.5 <i>Participation à la vie de la recherche</i>	13
1.5 PUBLICATIONS	15
1.5.1 <i>Analyse quantitative</i>	15
1.5.2 <i>Liste des publications</i>	16
<b>PREAMBULE AU MEMOIRE SCIENTIFIQUE</b>	<b>25</b>
<b>CHAPITRE 2 : MODELISATION ET COMMANDE DE LA MACHINE SYNCHRONNE A RELUCTANCE VARIABLE</b>	<b>29</b>
2.1 INTRODUCTION	29
2.2 MODELES POUR L'ETUDE DES REGIMES DYNAMIQUES ET LA COMMANDE	32
2.2.1 <i>Prise en compte de la saturation magnétique</i>	32
2.2.2 <i>Prise en compte des harmoniques d'espace</i>	40
2.3 REDUCTION ACTIVE DES ONDULATIONS DE COUPLE	46
2.4 CONCLUSION	49
PUBLICATIONS RELATIVES A LA MACHINE SYNCHRONNE A RELUCTANCE VARIABLE	50
BIBLIOGRAPHIE	51

<b>CHAPITRE 3 : MODELISATION ANALYTIQUE 2D ET 3D DES ACTIONNEURS ELECTRIQUES</b>	<b>55</b>
3.1 INTRODUCTION	55
3.2 CONTEXTE ET POSITIONNEMENT	57
3.3 METHODOLOGIE	60
3.3.1 <i>Principe de la méthode et limites</i>	60
3.3.2 <i>Les équations de l'électrotechnique "linéaire"</i>	62
3.3.3 <i>Formulations</i>	63
3.3.4 <i>Conditions de passage et conditions aux limites</i>	65
3.4 PRISE EN COMPTE DES SAILLANCES MAGNETIQUES	68
3.4.1 <i>Le problème de base</i>	68
3.4.2 <i>Prise en compte des isthmes d'encoches</i>	75
3.4.3 <i>Modélisation semi-analytique des réducteurs magnétiques</i>	78
3.5 PRISE EN COMPTE DES EFFETS 3D DANS LES ACTIONNEURS A FLUX AXIAL	84
3.5.1 <i>Accouplement magnétique à aimants permanents</i>	87
3.5.2 <i>Accouplement magnétique à induction</i>	94
3.6 LES PROBLEMES AUX LIMITES EN ELECTROTECHNIQUE	101
3.6.1 <i>Généralités</i>	102
3.6.2 <i>Applications à l'électrotechnique</i>	103
3.7 CONCLUSION	108
PUBLICATIONS RELATIVES A LA MODELISATION ANALYTIQUE DES ACTIONNEURS	109
BIBLIOGRAPHIE	111
<b>CHAPITRE 4 : ACTIONNEURS SUPRACONDUCTEURS</b>	<b>117</b>
4.1 GENERALITES	117
4.1.1 <i>Fils supraconducteurs à basse température critique (<math>BT_c</math>)</i>	119
4.1.2 <i>Fils supraconducteurs à haute température critique (<math>HT_c</math>)</i>	120
4.1.3 <i>Pastilles supraconductrices</i>	122
4.1.4 <i>Caractérisation d'un fil supraconducteur <math>HT_c</math></i>	122
4.2 ACCOUPLEMENTS MAGNETIQUES SUPRACONDUCTEURS	124
4.2.1 <i>Structure à flux radial</i>	125
4.2.2 <i>Structure à flux axial</i>	130
4.3 MACHINES A BARRIERES DE FLUX	136
4.3.1 <i>Inducteur à modulation de flux</i>	137
4.3.2 <i>Inducteur à pans coupés</i>	140
4.4 CONCLUSION	144
PUBLICATIONS RELATIVES AUX ACTIONNEURS SUPRACONDUCTEURS	145
BIBLIOGRAPHIE	147
<b>CHAPITRE 5 : BILAN ET PERSPECTIVES</b>	<b>151</b>
5.1 BILAN DU TRAVAIL REALISE	151
5.1.1 <i>Modèles analytiques 2D et 3D des actionneurs électriques</i>	153
5.1.2 <i>Actionneurs supraconducteurs</i>	155
5.2 PERSPECTIVES DE RECHERCHE	157
5.2.1 <i>Modélisation analytique des actionneurs électromécaniques</i>	157
5.2.2 <i>Actionneurs supraconducteurs</i>	162
BIBLIOGRAPHIE	166
<b>ANNEXE : PUBLICATIONS JOINTES</b>	<b>169</b>







# Chapitre 1 : Parcours professionnel et résumé des activités

## 1.1 Curriculum Vitae

### 1.1.1 Etat civil

Thierry LUBIN  
GREEN, Université de Lorraine  
Faculté des Sciences et Technologies  
54506 Vandœuvre Cedex  
Tél : 03 83 68 41 27

Né le 11 janvier 1970, 46 ans  
Marié, deux enfants  
Nationalité française

Courriel : [thierry.lubin@univ-lorraine.fr](mailto:thierry.lubin@univ-lorraine.fr)

Publications : <https://cv.archives-ouvertes.fr/thierry-lubin>

### 1.1.2 Situation actuelle

Maître de conférences hors classe (promotion CNU 2013) en 63<sup>ème</sup> section à l'Université de Lorraine, en poste à la Faculté des Sciences et Technologies de Nancy, titulaire de la PEDR depuis septembre 2013.

- Enseignement en électrotechnique dispensé dans le Master Ingénierie Electrique, Electronique et Informatique Industrielle (I2E2I) de l'Université de Lorraine en M1 et M2 et dans les Licences Professionnelles HTA/BT (réseaux électriques) et EGER (énergie renouvelable).
- Recherche au GREEN (Groupe de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nancy) dans l'équipe « Applications des supraconducteurs en électrotechnique » :
  - Développement d'outils de modélisation analytique 2D et 3D pour le dimensionnement des convertisseurs électromagnétiques.
  - Etude et conception de structures innovantes d'actionneurs électromécaniques mettant en œuvre des matériaux supraconducteurs (moteurs supraconducteurs, accouplements magnétiques...).

### 1.1.3 Titres et diplômes

- 2003 : **Doctorat en Génie Electrique**, Université Henri Poincaré-Nancy I, GREEN.  
*"Modélisation et commande de la machine synchrone à réluctance variable. Prise en compte de la saturation magnétique"*.  
Directeurs de Thèse : A. Rezzoug, H. Razik.  
Jury : J. Faucher (président), B. Semail (rapporteur), J. P. Louis (rapporteur), E. H. Zaïm, F. M. Sargos, A. Rezzoug, H. Razik.
- 1994 : **DEA en Génie Electrique**, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI.  
Stage : *"Etude et mise en œuvre d'un correcteur flou pour la commande vectorielle de la machine asynchrone"*, sous la direction de E. Mendes et C. Marchand, LGEP, juillet 1994.
- 1994 : **Agrégation de sciences physiques**, option physique appliquée, (21<sup>ème</sup>/50).
- 1993 : **Maîtrise EEA option électrotechnique**, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, mention bien.
- 1991 : **Licence EEA**, Université de Reims Champagne-Ardenne.

### 1.1.4 Expériences professionnelles

- Depuis 2013 : Maître de conférences hors classe, Université de Lorraine, Faculté des Sciences et Technologies.
- 2008-2013 : Maître de conférences à IUFM de Lorraine puis à l'Université de Lorraine (rattachement de l'IUFM à l'Université en 2010).
- 2007- 2008 : Maître de conférences stagiaire à l'IUFM de Lorraine.
- 1999-2007 : Professeur agrégé (PRAG) à l'IUFM de Lorraine.
- 1997-1999 : Professeur agrégé de physique appliquée en lycée.
- 1996-1997 : Professeur agrégé stagiaire à l'IUFM de Reims.
- 1994-1995 : Scientifique du contingent à l'ENTSOA (Issoire), enseignant en sciences physiques.

## 1.2 Déroulement de carrière

### 1.2.1 DEA et Agrégation (1994)

Ma première expérience en recherche s'est déroulée pendant mon stage de DEA que j'ai effectué en 1994 au LGEP (Laboratoire de Génie Electrique de Paris) sous la direction de C. Marchand et E. Mendes. J'étais alors étudiant à l'Université Pierre et Marie Curie (Paris 6). L'objectif de ce stage consistait à comparer les performances d'un correcteur classique de type I.P (Intégral-Proportionnel) avec un correcteur à logique floue dans le cadre de la

régulation de vitesse d'une machine asynchrone pilotée en contrôle vectoriel [ME1]. A l'époque (1994), ce sujet était original et très peu de laboratoires d'électrotechnique avaient mis en œuvre ce type de correcteur pour la régulation des machines électriques. Les résultats ont montré que l'intérêt principal des correcteurs à logique floue réside dans leurs capacités à rejeter efficacement les perturbations. Ce travail a donné lieu à une publication dans une conférence internationale en 1995 [C1].

En parallèle avec mes études de DEA, j'ai préparé en candidat libre le concours de l'agrégation externe de sciences physiques option physique appliquée et j'ai été admis. J'ai décliné l'offre de bourse de thèse au LGEP que C. Marchand m'avait proposée pour aller vers l'enseignement secondaire avec l'envie de transmettre mes connaissances.

### **1.2.2 Enseignement secondaire (1995-1999)**

J'ai commencé à enseigner en 1995 pendant mon service militaire effectué comme scientifique du contingent dans une école de sous-officiers de l'armée de terre à Issoire, dans le Massif central. J'assurais la formation en sciences physiques des sous-officiers désirant évoluer vers une carrière d'officier par concours interne. J'avais pour tâche de gérer la formation à distance des candidats et de faire des formations en présentiel lors de regroupements.

A la rentrée 1996, j'ai rejoint l'IUFM de Reims pour effectuer mon stage de formation comme professeur agrégé stagiaire. J'ai ensuite enseigné dans le secondaire et en classe de BTS pendant 3 ans, tout d'abord à Charleville-Mézières (1996-1997), puis à Chalons en Champagne (1997-1998) et enfin à Epinal (1998-1999). Mes enseignements concernaient la physique appliquée : électronique, électrotechnique et sciences physiques. Ces quelques années d'enseignement dans le secondaire m'ont permis de réfléchir à la façon d'exposer un cours pour le rendre accessible au plus grand nombre.

### **1.2.3 PRAG à l'IUFM de Lorraine et Doctorat (1999-2007)**

Le stage de recherche que j'avais effectué pendant mon DEA m'avait plu et j'avais envi de reprendre mes études après ces 3 années d'enseignement dans le secondaire. Je savais qu'il existait un laboratoire d'électrotechnique sur Nancy. A la rentrée de 1998, j'ai pris contact avec le directeur du GREEN (le Professeur A. Rezzoug) pour savoir s'il était possible de préparer une thèse de doctorat en parallèle à mes enseignements au lycée d'Epinal. La modélisation et la commande des machines électriques m'intéressaient plus particulièrement. Après discussions et rencontres avec les différents chercheurs du laboratoire, nous nous sommes mis d'accord sur un sujet portant sur la modélisation et la commande d'une machine à réluctance variable. Je me suis donc inscrit en thèse en 1998 sous la direction du professeur A. Rezzoug.

A la rentrée 1999, un poste de PRAG s'est libéré à l'IUFM de Lorraine sur le site de Nancy. Il s'agissait de prendre en charge les préparations aux concours du CAPET et du CAPLP de génie électrique option électrotechnique. J'ai postulé sur ce poste et j'ai été recruté, ce qui a facilité mon travail de thèse car je n'avais plus les déplacements à faire entre Epinal et le GREEN à Nancy. Cependant, le poste à l'IUFM impliquait des charges administratives importantes. Il m'a été confié la gestion d'une formation sur deux années. En première année, il fallait organiser environ 550 heures de formation pour les étudiants préparant les concours du CAPLP et du CAPET. En deuxième année, j'avais en charge la responsabilité de la formation des professeurs stagiaires en électrotechnique pour l'académie de Nancy-Metz.

En parallèle, je suis intervenu en formation continue des enseignants du secondaire où j'ai assuré la responsabilité pédagogique des préparations aux concours internes du CAPLP (de 2000 à 2005) et de l'agrégation de génie électrique (de 2006 à 2009).

J'ai soutenu ma thèse de doctorat le 18 avril 2003. J'ai obtenu ma qualification aux fonctions de maître de conférences l'année suivante. Suite à mon doctorat, j'ai poursuivi mes activités de recherche autour de la modélisation et la commande des machines à réluctance variable tout en conservant mon service de PRAG. C'est à cette période (2004) que j'ai commencé le co-encadrement de la thèse de T. Hamiti [T1] dirigée par le professeur A. Rezzoug. De 2002 à 2007, j'ai publié 3 articles de revue ([R1] à [R3]) malgré mes tâches lourdes en enseignement (384h/an minimum) et mes responsabilités administratives à l'IUFM.

#### **1.2.4 Maître de conférences à l'IUFM de Lorraine (2007-2011)**

En 2007, j'ai été recruté comme maître de conférences à l'IUFM de Lorraine. Ce recrutement m'a surtout permis d'alléger ma charge d'enseignement pour me consacrer davantage à la recherche. Au niveau de l'enseignement, j'ai poursuivi mes activités dans le cadre de la formation des maîtres en conservant la responsabilité des préparations aux concours du CAPLP et du CAPET. Au niveau de la recherche, j'ai rejoint l'équipe « Applications des supraconducteurs en électrotechnique » qui correspondait au profil de recrutement et dont le sujet novateur m'intéressait particulièrement. C'était pour moi un changement de thématique de recherche important. Je suis passé de la commande des machines électriques à la modélisation des dispositifs électromagnétiques mettant en œuvre des matériaux supraconducteurs. Après une période d'appropriation et de remise à niveau en particulier sur les matériaux supraconducteurs mais également en mathématiques sur les méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles, j'ai pu développer mes propres axes de recherche.

Depuis 2008, mon travail de recherche porte sur l'étude et la conception de structures innovantes et prospectives d'actionneurs électriques mettant en œuvre des matériaux supraconducteurs. Je travaille également autour d'actionneurs plus classiques : moteurs à aimants, accouplements et réducteurs magnétiques..... Je développe plus particulièrement des outils de calcul des convertisseurs électromécaniques basés sur la résolution formelle des équations de Maxwell en 2D et 3D. L'objectif est d'obtenir des modèles rapides pour le dimensionnement des actionneurs, ces modèles pouvant être utilisés avec des algorithmes d'optimisation. Je consacre une part importante de mes travaux à la réalisation de bancs de mesures autour de prototypes permettant de valider les modèles. Ces travaux sont réalisés en collaboration avec mes collègues du GREEN, les doctorants et les étudiants de Master que j'encadre ou que j'ai encadré.

#### **1.2.5 Maître de conférences à la Faculté des Sciences (depuis 2011)**

En 2010, la réforme pour la « mastérisation » de la formation des maîtres a changé l'organisation des préparations aux concours. Les futurs enseignants du secondaire doivent maintenant être titulaires d'un master pour être recrutés. J'ai participé à la mise en place de la maquette d'habilitation du master de l'IUFM dont j'ai assuré la responsabilité du parcours de génie électrique. Suite à cette réforme, on a constaté une baisse importante des effectifs étudiants en électrotechnique. Le parcours GEE n'a pas ouvert en 2010 et 2011. C'est également vrai pour d'autres centres de formation en génie électrique qui ont également connu des difficultés de recrutement suite à cette réforme. Mon service se faisait sur l'IUFM d'une part et à la Faculté des Sciences et Technologies d'autre part.

A la rentrée 2011, j'ai été nommé à la Faculté des Sciences et Technologies de Nancy pour assurer mes enseignements essentiellement dans le Master SEE (Systèmes Electriques Embarqués) dans la spécialité Energie Electrique. J'ai plus particulièrement participé à la mise en place de la nouvelle maquette d'habilitation du master (2012 - 2017) qui s'appelle maintenant I2E2I (Ingénierie Electrique, Electronique et Informatique Industrielle) où j'ai pris la responsabilité de 4 UE. De plus, j'ai pris une part active à la mise en place d'une nouvelle licence professionnelle "Gestion des réseaux de distribution HTA/BT et éclairage public", portée par le Professeur J. Lévêque, dans laquelle j'assume la responsabilité de 3 UE. Mon activité de recherche depuis mon recrutement comme maître de conférences m'a permis de bénéficier de la PEDR en 2013. J'ai été également promu maître de conférences hors classe la même année.

## **1.3 Activités d'enseignement et responsabilités**

### **1.3.1 Formation initiale**

De 1999 à 2010, j'ai été responsable pédagogique des préparations aux concours du CAPLP et du CAPET de génie électrique option électrotechnique à l'IUFM de Lorraine. Une promotion comportait en moyenne 12 étudiants. La formation disposait de 550 HETD pour la préparation aux épreuves écrites et orales. Mon travail consistait à définir et mettre en place les enseignements indispensables pour donner aux étudiants le maximum de chance de réussite aux concours. J'ai développé des travaux pratiques spécifiques qui m'ont demandé un investissement important : éclairage par tube fluorescent, sélectivité des protections, schémas de liaison à la terre..... J'ai rédigé dans ce cadre un polycopié de plus de 20 sujets de TP. Un livre reprenant l'essentiel de ces TP et intitulé "électrotechnique expérimentale" a été accepté par les éditions ELLIPSE en 2015 pour une publication en 2016. Nous sommes entrain de le réaliser avec deux collègues de l'Université de Lorraine.

A l'IUFM, j'avais également la responsabilité de la formation des professeurs stagiaires. J'ai assuré les visites de stage et la présidence du jury pour la soutenance des mémoires. Pour faciliter le suivi des professeurs stagiaires, j'ai mis en place des outils en collaboration avec mes collègues du groupe de formation. J'ai développé l'espace numérique de travail pour notre groupe de formation, ce qui permettait de faciliter les échanges. J'ai mis en place avec EDF et le rectorat de Nancy-Metz un complément de formation de 3 jours pour les professeurs stagiaires d'électrotechnique. Ce complément de formation incluait la visite d'une centrale thermique, la visite d'un dispatching, et la visite d'un poste source. Chaque journée comportait également une conférence donnée par un ingénieur du secteur d'activité concerné. Cette formation a été renouvelée chaque année pendant 8 ans (de 2001 à 2008). Pendant mes années à l'IUFM de Lorraine, je me suis également investi dans des tâches transversales. De 2004 à 2009, j'ai été membre de la commission second degré. Le rôle de cette commission, qui se réunissait régulièrement, consistait à analyser les plans de formation pour les différentes disciplines par rapport au cahier des charges de l'IUFM et de répondre aux demandes de moyens complémentaires des formateurs. J'ai également assuré pendant 5 ans, en collaboration avec un inspecteur pédagogique régionale de sciences physiques de l'académie de Nancy-Metz, la relecture et la validation des sujets du baccalauréat de sciences physiques pour les filières STI.

Depuis la rentrée 2011, suite à la fermeture des préparations concours, j'assume la totalité de mes enseignements à la Faculté des Sciences et Technologies de Nancy dans les licences professionnelles EGER (énergies renouvelables) et HTA/BT (réseaux électriques) ainsi que dans le Master I2E2I spécialité Energie Electrique (M1 et M2).

En licence professionnelle EGER, j'assure un enseignement de 16 heures sur la technologie des éoliennes, en particulier sur les génératrices électriques. Ce cours s'adresse à des étudiants titulaire d'un BTS ou d'un DUT ayant des profils très hétérogènes (génie électrique, maintenance, génie civil, génie thermique...). Le cours porte sur les principes de transfert de puissance entre une turbine éolienne, une génératrice et un réseau électrique.

En licence professionnelle HTA/BT, j'assure un cours sur le dimensionnement des protections pour les réseaux électriques basse tension et haute tension (10 heures) et un cours sur la qualité de l'énergie électrique (10 heures), en particulier sur les problèmes liés aux harmoniques sur les réseaux électriques.

Au niveau du Master I2E2I, j'assure des cours (50%), des travaux dirigés (20%) et des travaux pratiques (30%) d'électrotechnique en M1 et M2 autour des réseaux et des machines électriques. J'ai également développé un cours de niveau M2 sur les énergies renouvelables (éoliennes de puissance) que je n'assure plus actuellement. Pour diffuser les travaux pratiques sur les énergies renouvelables que nous avons mis en place dans nos formations (DUT, LP, IUFM et Master), nous avons publié, avec mes collègues de l'IUT de Longwy, trois articles pédagogiques dans la revue 3EI [RP1] à [RP3].

Dans le cadre du master, je m'efforce de créer des liens entre mes activités de recherche et mes enseignements. J'ai développé un enseignement de 20 heures de cours sur la modélisation analytique des actionneurs électromécaniques au niveau M1 (équations de Maxwell et EDP associée ; méthode de résolution par séparation des variables ; calcul du champ magnétique dans un entrefer de machine électrique ; calcul du couple). Les outils développés dans ce cours sont ensuite approfondis en M2 dans une UE portant sur le dimensionnement des actionneurs électriques. Je pense qu'il est important que les étudiants sachent poser correctement un problème simple d'électromagnétisme appliqué à l'électrotechnique et le résoudre de façon analytique avant d'utiliser un logiciel de calcul de champ pour l'étude de systèmes plus complexes. L'expérience a montré que cela permet aux étudiants de prendre du recul, en particulier pour l'analyse des résultats (hypothèses, limites du modèle, interprétation de la distribution des lignes de champ magnétique ...).

Cet enseignement s'est montré très utile pour les étudiants ayant à travailler ensuite sur la modélisation des actionneurs dans le cadre d'un doctorat et même de certains stages de recherche de M2. De la même manière, les sujets de projet de master que je propose chaque année aux étudiants sont souvent liés à mon activité de recherche.

Les enseignements que j'ai cités précédemment sont à l'origine de plusieurs documents pédagogiques :

- Travaux pratiques d'électrotechnique (L3, M1 et M2) : 150 pages
- Qualité de l'énergie électrique (M2) : 40 pages,
- Energies renouvelables (M2) : 44 pages,
- Calcul analytique pour le génie électrique (M1) : 50 pages,
- Commande des machines électriques (M2) : 40 pages.

Le tableau 1.1 donne le détail de mes enseignements pour l'année universitaire 2015/2016 qui est assez représentative de mon service habituel (environ 230 HETD/an).

	<b>CM</b>	<b>TD</b>	<b>TP</b>
<b>Licence professionnelle EGER :</b>			
- Energies renouvelables	4	12	
<b>Licence professionnelle HTA/BT :</b>			
- Dimensionnement des protections	10		
- Qualité de l'énergie	10		
<b>Master I2E2I (M1) :</b>			
- Modélisation des actionneurs	20		
- Réseaux électriques (modélisation)	8		
- Machine synchrone	16		
- Travaux pratiques			30
<b>Master I2E2I (M2) :</b>			
- Commande des machines	22	8	
- Qualité de l'énergie	12	4	
- Travaux pratiques			15
- Projets		10	
	<b>102</b>	<b>34</b>	<b>45</b>

*Tableau 1.1 : Détails de mes enseignements sur une année universitaire.*

### 1.3.2 Formation continue

Je suis très attaché à la formation continue des adultes. Il me semble important de donner la possibilité à chacun de reprendre des études ou de compléter ses connaissances à n'importe quel moment de sa vie. Dans ce cadre, j'ai mis en place des formations aussi bien pour les enseignants du secondaire, en collaboration avec le rectorat de Nancy-Metz, que pour les industriels, en lien avec le service de la formation continue de l'Université de Lorraine.

Pour la formation continue des enseignants, j'ai assuré la responsabilité pédagogique des préparations aux concours du CAPLP interne de génie électrique (de 2000 à 2005) et de l'agrégation interne de génie électrique option électrotechnique (de 2006 à 2009). Pour l'agrégation interne, je disposais de 120 heures de formation à organiser. Sur ces 120 heures, j'ai assuré 36 heures de travaux dirigés d'électrotechnique et d'automatique. J'ai organisé également des formations courtes d'une ou deux journées sur les avancés de la recherche en électrotechnique pour que les enseignants-chercheurs en électrotechnique de l'Université de Lorraine et les enseignants du secondaire puisse se rencontrer. Ces journées de formation ont porté sur la pile à combustible, sur les applications des matériaux supraconducteurs en électrotechnique, sur les nouvelles topologies de machines électriques... . Comme je connais bien le terrain de l'enseignement secondaire, on m'a confié la charge de faire le lien avec le rectorat pour les prochaines journées du club EEA qui auront lieu à Nancy en mars 2016.

J'assure régulièrement des enseignements en cours du soir au CNAM. Le public est composé essentiellement de personnes titulaires d'un BAC+2 (BTS ou DUT) en poste dans l'industrie. J'encadre également des stages d'ingénieur CNAM pour les auditeurs en fin de formation (voir encadrements).

Depuis 2011, j'ai mis en place en collaboration avec le service formation continue de l'Université de Lorraine deux modules de formation destinés aux industriels. Le premier concerne le dimensionnement des installations électriques basse tension selon la norme NFC 15100. Ce stage a été mis en place en 2012 pour l'entreprise Nexeya Systems à



Angoulême (formation de 3 jours, 4 auditeurs). Une autre formation de deux jours concerne la qualité de l'énergie, en particulier les problèmes liés aux harmoniques sur les réseaux d'énergie et le dimensionnement des filtres. J'ai assuré cette formation pour deux ingénieurs des Services Industriels de Genève en juillet 2013. Cette formation est également prévue pour 2015 (environ 5 auditeurs) pour l'entreprise ER3i de Laxou.

Je suis également accompagnateur VAE (Validation des acquis de l'Expérience) à l'Université de Lorraine. En 2013, j'ai assuré le suivi d'un candidat agrégé de génie électrique qui postulait pour obtenir le grade de Master enseignement de l'IUFM de Lorraine et j'ai participé à son jury.

### 1.3.3 Encadrement de projets de Master

Tous les étudiants de M2 du Master I2E2I doivent réaliser un projet de 5 mois en parallèle avec les enseignements du premier semestre. Ce projet comporte une partie théorique et une partie expérimentale. Il permet aux étudiants de se confronter à un problème scientifique et de proposer des solutions pour le résoudre. Depuis 2011, j'ai proposé et encadré une dizaine de projets de Master. Ces projets sont souvent en lien avec mes thématiques de recherche. Un projet a donné lieu à une présentation dans une conférence internationale.

- S. Alli et M. Diallo (2015), "*Etude et réalisation d'une commande vectorielle pour moteur asynchrone à l'aide d'un DSP*".
- A. Kerkar (2015), "*Mise en place d'une régulation du facteur de puissance d'une installation électrique par compensateur synchrone*".
- Q. Zhang (2014), "*Alimentation diphasée d'un moteur synchrone à enroulements supraconducteurs*".
- M. Younsi et H. Khouf (2013), "*Réalisation d'une source de tension fonctionnant à U/F constant à partir d'un alternateur*".
- D. Taourati et A. Bendali (2013), "*Mise en œuvre d'un banc de simulation d'une éolienne à partir d'une machine asynchrone à double alimentation*".
- B. Chelouf (2013), "*Etude et réalisation d'un accouplement magnétique supraconducteur à flux axial*".
- D. Torzuoli et L. Zhipeng (2012), "*Etude et réalisation d'un réducteur de vitesse magnétique à flux axial*".
- M. El-Mandour (2012), "*Etude et réalisation d'une commande vectorielle pour moteur asynchrone*".
- P. A. Delobel (2011), "*Mesure de force sur une pastille supraconductrice refroidie hors champ*". Ce projet a donné lieu à une conférence internationale [C23] et une conférence nationale [CN2].
- C. Aubert (2011), "*Etude et réalisation d'une source de tension régulée en tension et en fréquence à partir d'une machine synchrone à rotor bobiné*".

## 1.4 Activités de recherche

J'ai fait mes premiers travaux de recherche dans le cadre de mon DEA obtenu en 1994 à l'Université de Paris 6. J'ai rejoint le GREEN à Nancy en 1998 pour y préparer une thèse soutenue en 2003. Mes axes de recherche sont les suivants :

- Modélisation et commande des machines synchrones à réluctance variable (1998 - 2009).
- Modélisation analytique 2D et 3D des convertisseurs électromécaniques pour le dimensionnement (depuis 2007).
- Etude et conception de structures innovantes et prospectives d'actionneurs électromécaniques mettant en œuvre des matériaux supraconducteurs (depuis 2007).

Dans cette partie je présente rapidement chacun des axes de recherche sachant que chaque item sera développé plus en détail dans la partie scientifique du mémoire.

### 1.4.1 Machines synchrones à réluctance variable (1998-2009)

Mes travaux de recherche sur cette thématique ont commencé durant ma thèse. Je me suis intéressé aux effets de la saturation magnétique sur les performances des machines à réluctance variable, en particulier sur le couple moyen. L'objectif était de développer un modèle suffisamment simple de type "circuit" prenant en compte les effets de la saturation magnétique des matériaux, ce modèle pouvant être utilisé ensuite pour établir des lois de commande. Pour cela, j'ai montré que l'on pouvait conserver l'hypothèse classique du 1<sup>er</sup> harmonique d'espace du champ dans l'entrefer (sous certaines conditions) tout en prenant en compte la saturation magnétique, y compris la saturation croisée. Une des contraintes était d'obtenir un modèle où tous les paramètres soient mesurables. J'ai ensuite développé un banc expérimental comprenant la machine à réluctance variable, le convertisseur statique, et le dispositif de commande. J'ai réalisé de nombreuses expériences pour valider le modèle [ME2].

Le travail sur cette thématique s'est poursuivi à partir de 2004 avec la thèse de T. Hamiti [T1] dont j'ai assuré le co-encadrement (directeur A. Rezzoug). L'objectif était d'optimiser les performances d'une machine à réluctance variable (optimisation du couple moyen et réduction des ondulations de couple) en jouant à la fois sur la structure de la machine (géométrie et bobinage) et sur la commande (détermination des courants à imposer). Pour réaliser cette étude, T. Hamiti a développé dans sa thèse un modèle analytique original basé sur la notion de fonctions de bobinage. La réalisation d'une machine à réluctance et de sa commande a permis de valider l'étude théorique.

**Publications :** [ME2], [OS1], [R1], [R2], [R3], [R4], [R7], [C2], [C3], [C4], [C5], [C10], [C11].

### 1.4.2 Modèles analytiques des convertisseurs électromécaniques (depuis 2007)

A partir de 2007, je me suis intéressé à la modélisation analytique des dispositifs de conversion électromécanique basée sur la résolution formelle des équations de Maxwell en magnétostatique et magnétodynamique (équations aux dérivées partielles en 2D et 3D). Je me suis lancé sur ce sujet tout d'abord par curiosité personnelle. La modélisation analytique

des actionneurs électromécaniques pouvait paraître au premier abord comme une thématique dépassée du fait du développement important des moyens informatiques qui permettent la résolution numérique des problèmes d'électrotechnique. En fait, je me suis rendu compte assez rapidement qu'il n'en est rien et que ce type de modélisation, malgré ses faiblesses dues aux hypothèses assez fortes sur lesquelles il repose, était complémentaire aux techniques numériques et qu'il restait encore des voies à explorer qui feront l'objet d'un développement détaillé dans le chapitre 3 de ce rapport. Outre son grand intérêt pour la recherche, la modélisation analytique reste et restera toujours un moyen de formation indispensable à la culture générale d'un étudiant en électrotechnique.

La modélisation analytique, qui repose sur des simplifications et des hypothèses, permet d'obtenir des modèles peu gourmands en temps de calcul pour un pré-dimensionnement rapide des actionneurs et pour une utilisation dans une boucle d'optimisation. L'originalité des modèles que je développe concerne la prise en compte des effets d'encoches sur la distribution du champ magnétique dans l'entrefer des machines. La prise en compte des encoches dans la modélisation permet par exemple de calculer avec précision le couple de détente d'une machine à aimants. Je développe également des modèles analytiques en 3D qui permettent de prendre en compte les effets de bords, en particulier pour les actionneurs discoïdes à flux axial dans lesquels ces effets ne peuvent être négligés. En 3D, les modèles analytiques nécessitent des temps de calculs beaucoup plus faibles que ceux qui sont nécessaires pour une résolution purement numérique. Cet avantage en fait des outils très performants lorsqu'il s'agit d'optimiser un actionneur.

La méthode consiste à diviser un dispositif électromécanique en sous domaines (entrefer, aimants, encoches....) et à résoudre les EDP (équations de Laplace, de Poisson ou de Helmholtz) dans chaque région en utilisant la méthode de séparation des variables. La solution globale est obtenue à partir des conditions de passage entre les différentes régions. La connaissance du champ magnétique permet ensuite de calculer des grandeurs globales comme le couple électromagnétique d'une machine. J'ai appliqué cette méthode pour l'étude des performances de divers actionneurs (machines à aimants permanents, machine asynchrone, accouplements et réducteurs de vitesse magnétiques,...) dont certains ont été réalisés au laboratoire. Ces outils de modélisation analytique ont également été utilisés pour le dimensionnement d'actionneurs supraconducteurs.

Les travaux concernant cette thématique représentent sans nul doute le travail le plus original et le plus personnel que j'ai développé jusqu'à présent en recherche. Il a donné lieu depuis 2010 à plus de 20 articles de revues de rang A. J'ai été sollicité par la communauté (GDR SEEDS, socle méthodes et méthodologies) pour faire une présentation de mon travail lors de journées de recherche en 2011 et 2015. J'ai également créé un enseignement de 20 heures sur cette thématique pour les étudiants du Master I2E2I.

***Publications :*** [R6], [R8], [R9], [R10], [R11], [R14], [R15], [R16], [R18], [R19], [R21], [R22], [R23], [R26], [R27], [R29], [R31], [R32], [R35], [R36], [C13], [C14], [C15], [C20], [C21], [C24], [C30], [C32], [C33], [C34].

### **1.4.3 Actionneurs supraconducteurs (depuis 2007)**

Les matériaux supraconducteurs présentent des propriétés qui peuvent être mises à profit en électrotechnique : pas de pertes Joule en courant continu, écrantage du champ magnétique, piégeage de champ pour réaliser des aimants supraconducteurs. En 2007, suite à mon recrutement comme maître de conférences, j'ai rejoint l'équipe "Applications des supraconducteurs en électrotechnique" du GREEN. Au sein de cette équipe qui est

composée de 2 professeurs et de 5 maîtres de conférences, je m'intéresse plus particulièrement à l'étude et à la réalisation de structures innovantes de convertisseurs électromécaniques. Les outils analytiques présentés précédemment pour dimensionner ce type d'actionneurs sont utilisés quand cela est possible.

♦ Dispositifs de chauffage par induction : Pour améliorer le rendement des systèmes de chauffage par induction de forte puissance, l'utilisation d'un inducteur constitué de fils supraconducteurs peut-être intéressant. On peut alors générer un champ intense (quelques Tesla) dans un volume important sans perte. L'idée est de mettre en mouvement la pièce à chauffer (rotation ou translation) dans un champ magnétique continu avec des vitesses raisonnables. Ce travail (étude théorique et expérimentale) s'est déroulé dans le cadre de la thèse algérienne de H. Bensaïdane [T4] dont j'ai largement encadré le travail lors de son séjour (18 mois) dans notre laboratoire.

♦ Machines électriques : L'objectif est de réaliser des inducteurs et/ou des induits pour machine synchrone pouvant générer de forts champs magnétiques (rupture technologique). Pour cela, un moyen est d'utiliser les propriétés d'écran magnétique des pastilles supraconductrices pour moduler le champ magnétique créé par des bobinages supraconducteurs. Sur ce thème, j'ai co-encadré la thèse de G. Malé [T2] et j'ai obtenu le soutien de la région Lorraine en 2011 (BQR) pour réaliser un inducteur prototype dans le cadre de la thèse de R. Alhasan [T3] que j'ai également co-encadré.

♦ Accouplements magnétiques : Une des difficultés dans les moteurs supraconducteurs concerne la transmission du couple de la partie froide (moteur/générateur) vers la partie chaude (charge mécanique/moteur). Pour cela, nous proposons de transmettre le couple à travers un système électromagnétique qui laisse la partie froide thermiquement isolée de l'extérieur. Nous avons commencé par étudier les performances des accouplements magnétiques à base d'aimants permanents. Nous avons réalisé un accouplement supraconducteur à base de fils supraconducteurs dans le cadre de la thèse de L. Belguerras [T5]. J'ai également encadré un stage de recherche de Master (B. Chelouf) sur la réalisation d'un accouplement magnétique à base d'aimants supraconducteurs réalisés avec des pastilles YbaCuO. Un accouplement magnétique dont une partie est réalisée avec des bobines supraconductrices a été intégré à un moteur supraconducteur dans le cadre de la thèse de B. Dolisy [T6].

**Publications** : [R5], [R10], [R12], [R13], [R17], [R20], [R24], [R25], [R28], [R33], [R34], [R39], [R40], [C12], [C13], [C14], [C16], [C17], [C18], [C19], [C22], [C23], [C25], [C26], [C27], [C28], [C29], [C31], [C35], [C36], [C37], [C38], [C39].

#### 1.4.4 Activités d'encadrement

##### ♦ Co-encadrement doctoral (\* membre du jury)

J'ai co-encadré officiellement 3 thèses de doctorat [T1] à [T3] (co-directions validées par le conseil scientifique de l'Université de Lorraine). Ne pouvant cumuler plus d'un co-encadrement à la fois, j'ai participé activement au suivi de 3 autres thèses [T4] à [T6] qui ont donné lieu à des publications communes.

[T1]\* T. Hamiti (2004-2009), "*Réduction des ondulations de couple d'une machine synchrone à réluctance variable. Approches par la structure et par la commande*", A. Rezzoug (50%), **T. Lubin (50%)** ; soutenue le 15/06/2009.

T. Hamiti a été maître de conférences à l'Université de Nottingham de 2011 à 2015. Il est actuellement ingénieur de recherche en CDI chez VEDECOM à Versailles.

La thèse de T. Hamiti a donné lieu à 3 articles de revue internationale [R3, R4, R7] et 2 publications dans des conférences internationales [C10, C11].

[T2]\* G. Malé (2009-2012), "*Etude d'une structure d'inducteur supraconducteur à modulation de champ magnétique*", J. Lévêque (50%), **T. Lubin (50%)** ; soutenue le 02 octobre 2012.

G. Malé est actuellement ingénieur de recherche en CDI chez General Electric à Belfort.

La thèse de G. Malé a donné lieu à 4 articles de revue internationale [R10, R12, R20, R24] et 6 publications dans des conférences internationales [C13, C14, C15, C18, C19, C27].

[T3]\* R. Alhasan (2012-2015), "*Etude et réalisation d'une nouvelle structure d'un moteur synchrone supraconducteur*", J. Lévêque (50%), **T. Lubin (50%)** ; soutenue le 24 février 2015.

R. Alhasan est actuellement ingénieure de recherche en CDI chez Healtis, Nancy.

La thèse de R. Alhasan a donné lieu à 2 articles de revue internationale [R39, R40] et 6 publications dans des conférences internationales [C26, C28, C31, C37, C38, C39].

[T4]\* H. Bensaïdane (2010-2013), "*Chauffage par induction avec un inducteur supraconducteur*", Y. Ouazir (50%), A. Rezzoug (50%) ; soutenue le 5 octobre 2013 à Alger.

H. Bensaïdane est actuellement maître de conférences à l'USTHB, Alger.

La thèse de H. Bensaïdane a donné lieu à 2 articles de revue internationale [R13, R33] et 1 publication dans une conférence internationale [C34].

[T5] L. Belguerras (2012-2014), "*Etudes théoriques et expérimentales d'accouplements magnétiques supraconducteurs*", A. Rezzoug (100%) ; soutenue le 26 mai 2014.

L. Belguerras effectue actuellement un post-doctorat au laboratoire IADI de l'Université de Lorraine.

La thèse de L. Belguerras a donné lieu à 2 articles de revue internationale [R28, R34] et 1 publication dans une conférence internationale [C21].

[T6] B. Dolisy (2012-2015), "*Etude d'un moteur supraconducteur à flux axial avec une transmission magnétique supraconductrice intégrée*", J. Lévêque (50%), S. Mezani (50%) soutenue le 9 juillet 2015.

B. Dolisy est actuellement ingénieur de recherche en CDI chez MMT (Moving Magnet Technologies) à Besançon.

La thèse de B. Dolisy a donné lieu à 2 articles de revue internationale [R27, R32], 2 publications dans des conférences internationales [C29, C35] et 3 conférences nationales [CN3, CN4, CN6].

#### ◆ Encadrement de Master recherche (5)

- K. Darques (04/2014 à 09/2014), "*Pertes dans les aimants dans les machines sans pièce polaire*", **T. Lubin (100%)**, en collaboration avec Jeumont Electric.
- B. Chelouf (04/2013 à 09/2013), "*Réalisation d'un accouplement magnétique à base de pastilles supraconductrices de type YBaCuO*", **T. Lubin (100%)**.
- R. Alhasan (04/2011 à 09/2011), "*Etude d'un inducteur supraconducteur à pans coupés*", J. Lévêque (50%), **T. Lubin (50%)**.
- C. Ledoux (04/2009 à 09/2009), "*Etude d'un dispositif de chauffage par induction à bobinage supraconducteur*", D. Netter (50%), **T. Lubin (50%)**.
- C. Bellouati (03/2004 au 09/2004), "*Prise en compte des harmoniques d'espace dans la modélisation de la machine synchrone à réductance variable*", A. Rezzoug (50%), **T. Lubin (50%)**.

#### ◆ Co-encadrement de thèses CNAM (6)

- R. Caron, "*Etude et réalisation d'une éolienne à vitesse variable à partir d'une machine synchrone à aimants permanents*", **T. Lubin (50%)**, S. Saadate (50%), soutenance prévue fin 2016.
- F. Lafond, "*Etude par modélisation et simulation numérique et mise en œuvre d'une chaîne de production éolienne basée sur une MADA*", **T. Lubin (50%)**, S. Saadate (50%), Nancy, Mars 2014.
- P. Krafczyk, "*Modélisation et mise en œuvre d'une chaîne de production éolienne à partir d'une MADA*", **T. Lubin (50%)**, S. Saadate (50%), Nancy, Juillet 2013.
- T. Pralet, "*Modélisation et simulation d'une éolienne de type générateur synchrone à aimants permanents, comportement face aux creux de tension*", **T. Lubin (50%)**, S. Saadate (50%), Nancy, Mai 2007.
- S. Nettaf, "*Identification des machines électriques par la méthode fréquentielle*", **T. Lubin (50%)**, A. Rezzoug (50%), Metz, juin 2004.
- G. Sogne, "*Etude et réalisation d'une charge active*", A. Rezzoug (33%), **T. Lubin (33%)**, F. Weinachter (33%), Metz, juillet 2000.

### 1.4.5 Participation à la vie de la recherche

#### ◆ Comités de sélection

- Comité de sélection du poste MCF 0429, conception et modélisation d'actionneurs électriques, INP Grenoble, laboratoire GE2lab, **2010**.
- Comités de sélection du poste MCF 0168, Génie électrique, ESSTIN, GREEN en **2010** et **2011** (poste non pourvu en 2010).

#### ◆ Participation au GDR SEEDS

Dans le cadre du GDR SEEDS (socle méthodes et méthodologies), j'ai présenté mes activités de recherche sur la modélisation analytique des actionneurs électriques par la résolution formelle des équations de Maxwell (2D et 3D) lors d'un séminaire qui s'est déroulé le 25 mars 2011 à Cachan. Le groupe s'est à nouveau réuni en mars 2015 pour faire un bilan des avancées sur cette thématique de recherche. Les échanges ont permis de confronter nos approches.

#### ◆ Collaborations internationales

Le GREEN a toujours eu des relations fortes avec les laboratoires d'électrotechnique d'Universités algériennes. Je me suis impliqué dans le suivi de la thèse de H. Bensaïdane [T4], thèse dirigée par les professeurs Y. Ouazir (USTHB-Alger) et A. Rezzoug (GREEN). Monsieur Bensaïdane a obtenu une bourse de 18 mois (12/2011-06/2013) dans le cadre d'un programme PROFAS (bourse d'excellence co-financée par la France et l'Algérie) pour venir développer la partie expérimentale (chauffage par induction) de sa thèse au GREEN. En octobre 2013, j'ai participé au jury de thèse de H. Bensaïdane à l'USTHB (Alger). J'ai également donné une conférence sur la modélisation analytique des actionneurs électromécaniques pour les doctorants et les étudiants du Master de l'USTHB. Ce travail en commun se poursuit actuellement avec la thèse de M. Messadi [C34], [R38].

Je collabore également avec mes collègues de l'Ecole Polytechnique d'Alger (Professeur R. Ibtouen), plus particulièrement sur la modélisation analytique 2D des machines synchrones à double excitation. Cette collaboration a donné lieu à 3 articles publiés dans des revues internationales [R18], [R21] et [R23].

#### ◆ Examen d'articles pour des revues internationales

Je participe régulièrement à l'évaluation d'articles pour des revues internationales. Pour les années 2014 et 2015, le bilan est le suivant (environ 10 articles/an):

- IEEE Transactions on Magnetics : 10 articles
- IEEE Transactions on Energy Conversion : 3 articles
- IEEE Transactions on Industrial Electronics : 2 articles
- IEEE Transactions on Applied Superconductivity : 2 articles
- Progress in Electromagnetic Research (PIER) : 2 articles
- COMPEL (Elsevier) : 2 articles
- The European Physical Journal – Applied Physics : 1 article

Je suis régulièrement sollicité pour la relecture d'articles pour les conférences suivantes (IEEE-IEMDC, ICEM, COMPUMAG, INTERMAG, IEEE-ASC, EUCAS....).

#### ◆ Projets de recherche et contrats industriels

- Participation au CPER 2008-2011 : chauffage par induction à inducteur supraconducteur. J'ai rédigé les trois rapports intermédiaires. Ce financement (50 k€) a permis la réalisation du prototype de chauffage par induction développé pendant la thèse de H. Bensaïdane [T4] et a donné lieu à 3 articles de revues internationales [R5], [R13] et [R33].
- Porteur du projet BQR (région Lorraine-Université), 2011-2013 : Etude et réalisation d'un moteur électrique à inducteur supraconducteur original, (40 k€). Ce projet a permis de financer la réalisation d'un prototype de moteur supraconducteur à pans coupés dans le cadre de la thèse de R. Alhasan [T3].
- Participation à l'ANR REIMS (2010/2012) : Réalisation d'un inducteur de machine supraconductrice en collaboration avec la société Jeumont Electric (porteur du projet J. Lévêque). Je suis intervenu sur la partie calcul électromagnétique de la machine.

- Participation à l'ANR RESUM (2014/2017) : Réalisation d'un Moteur Supraconducteur (100 kW ; 5000 tr/mn) en collaboration avec le laboratoire CRISMAT de Caen (porteur du projet J. Lévêque). Je débute en décembre 2015 un co-encadrement de thèse (A. Colle, major de la promotion 2014/2015 du Master I2E2I) qui porte sur cette thématique.
- Participation à la rédaction de 5 rapports de contrats de recherche avec des industriels
  - Etude de la faisabilité d'un multiplicateur de vitesse électromagnétique pour éolienne (5 k€) : CONVERTEAM Nancy - durée 5 mois (janvier 2010 - mai 2010).
  - Etude de la faisabilité d'un moteur-réducteur magnétique pour propulsion navale (8 k€): JEUMONT Electric - durée 6 mois (mai 2011 - octobre 2011).
  - DCNS (10 k€) : contrat d'une durée de 6 mois (octobre 2011 - avril 2012).
  - DCNS (15 k€) : contrat d'une durée de 12 mois (octobre 2013 - octobre 2014).
  - Société Vexter-Ion (8 k€): récupération d'énergie par petite éolienne (2015).

♦ **Membre du comité scientifique du congrès ICEE 2012, Alger.**

♦ **Membre élu du conseil de laboratoire du GREEN depuis 2009.**

♦ **Expert à l'ANR pour l'évaluation d'un projet en 2014 (programme générique).**

## 1.5 Publications

### 1.5.1 Analyse quantitative

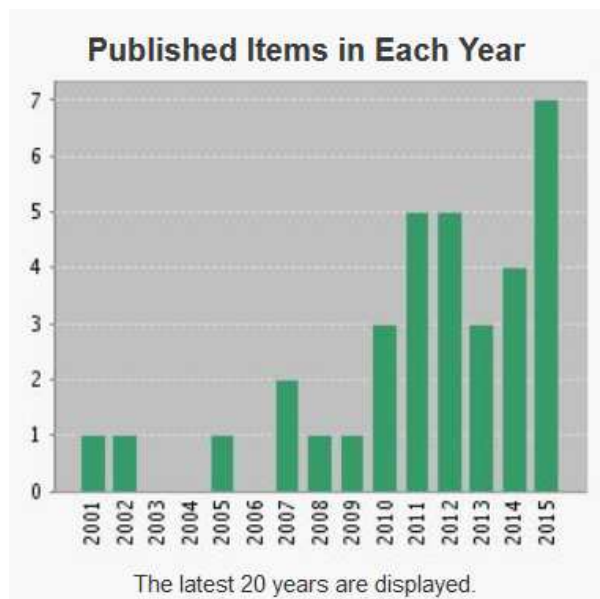
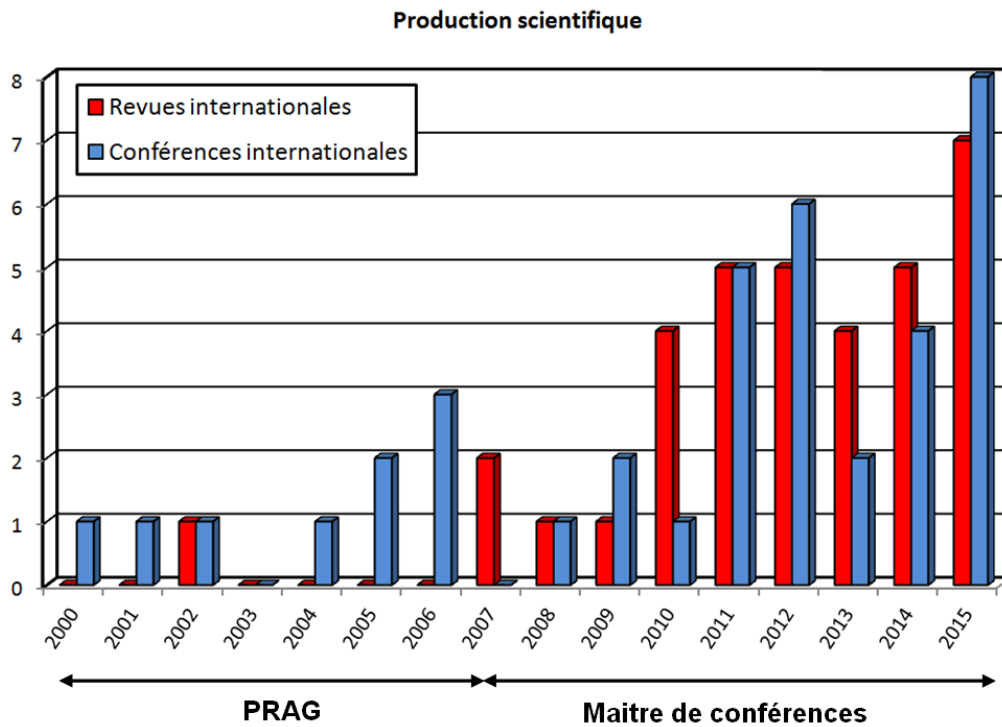
Le bilan quantitatif de mon activité de recherche en termes de publications est le suivant :

- 1 chapitre d'ouvrage (Hermès) comme co-auteur
- 40 publications dans des revues internationales (dont 16 en premier auteur)
- 39 conférences internationales avec actes et comité de lecture
- 6 conférences nationales avec actes et comité de lecture
- 4 publications pédagogiques en revue
- 2 mémoires (DEA et Thèse de doctorat)

Les articles publiés dans les revues internationales peuvent être téléchargés à l'adresse suivante: <https://cv.archives-ouvertes.fr/thierry-lubin>

Les graphes ci-dessous montrent l'évolution de mes publications sur 15 ans et les résultats donnés par le site Web of Science (au 30/10/2015).





## 1.5.2 Liste des publications

### ♦ Chapitre d'ouvrage scientifique

[OS1] M. Hilairet, T. Lubin and A. Tounzi, "Machine à réductance variable : modélisation et commande," chapitre 8 de l'ouvrage *Commandes d'actionneurs électriques synchrones et spéciaux* (sous la direction de J.-P. Louis), Génie Electrique, (EGEM), Editions Hermès-Lavoisier, pp. 321-363, **43 pages**, octobre **2011**.  
Ouvrage publié en anglais chez Wiley, *Control of Non-conventional Synchronous Motors* en Novembre **2011**.

## ♦ Revue internationale avec comité de lecture (38)

### 2002 (1)

- [R1] T. Lubin, H. Razik and A. Rezzoug, "Magnetic saturation effects on the control of a synchronous reluctance machine". **IEEE Transactions on Energy Conversion**, volume 17, N°3, pages 356-362, 7 pages, Septembre 2002.

### 2007 (2)

- [R2] T. Lubin, H. Razik and A. Rezzoug, "On-line efficiency optimization of a synchronous reluctance machine". **Electric Power Systems Research, Elsevier**, volume 77, Issues 5-6, pages 484-493, 10 pages, Avril 2007.
- [R3] T. Lubin, T. Hamiti, H. Razik and A. Rezzoug, "Comparison between finite element analysis and winding function theory for inductances and torque calculation of a SynRM". **IEEE Transactions on Magnetics**, volume 43, N°8, pages 3406-3410, 5 pages, Août 2007.

### 2008 (1)

- [R4] T. Hamiti, T. Lubin and A. Rezzoug, "A simple and efficient tool for design analysis of a synchronous reluctance motor". **IEEE Transactions on Magnetics**, volume 44, N°12, pages 4648-4652, 5 pages, Décembre 2008.

### 2009 (1)

- [R5] T. Lubin, D. Netter, J. Lévêque and A. Rezzoug, "Induction heating of aluminium billet subjected to a strong rotating magnetic field produced by superconducting windings". **IEEE Transactions on Magnetics**, volume 45, N°5, pages 2118-2127, 10 pages, Mai 2009.

### 2010 (4)

- [R6] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Exact analytical method for magnetic field computation in the air-gap of cylindrical electrical machines considering slotting effect". **IEEE Transactions on Magnetics**, volume 46, N°4, pages 1092-1099, 8 pages, Avril 2010.
- [R7] T. Hamiti, T. Lubin, L. Baghli and A. Rezzoug, "Modeling of a synchronous reluctance machine accounting for space harmonics in view of torque ripple minimization". **Mathematics and Computers in Simulation, Elsevier**, volume 81, N°4, pages 354-366, 13 pages, Octobre 2010.
- [R8] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Analytical computation of the magnetic field distribution in a magnetic gear". **IEEE Transactions on Magnetics**, volume 46, N°7, pages 2611-2621, 11 pages, Juillet 2010.
- [R9] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Improved analytical model for surface-mounted PM motors considering slotting effects and armature reaction". **Progress In Electromagnetics Research (PIER B)**, volume 25, page 293-314, 22 pages, Octobre 2010.

## **2011 (5)**

- [R10] G. Malé, T. Lubin, S. Mezani and J. Lévêque, "2D analytical modeling of a wholly superconducting synchronous reluctance motor". ***Superconductor Science and Technology***, volume 24, N°3, pages 1-13, 13 pages, Mars 2011.
- [R11] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "2-D exact analytical model for surface-mounted permanent-magnet motors with semi-closed slots". ***IEEE Transactions on Magnetics***, volume 47, N°2, pages 479-492, 14 pages, Février 2011.
- [R12] G Malé, S. Mezani, T. Lubin, J. Lévêque, "A fast analytical method to compute the radial flux density distribution in the airgap of a superconducting inductor". ***IEEE Transactions on Applied Superconductivity***, volume 21, N°3 part 2, pages 1114-1118, 5 pages, Juin 2011.
- [R13] H. Bensaidane, Y. Ouazir, T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Induction heating of aluminum billets with linear motion in a strong DC magnetic field: magneto-thermal analysis in 2D". ***IEEE Transactions on Applied Superconductivity***, volume 21, N°4 pages 3479-3487, 8 pages, Août 2011.
- [R14] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Analytic calculation of eddy currents in the slots of electrical machines: application to cage rotor induction motors". ***IEEE Transactions on Magnetics***, volume 47, N°11, pages 4650-4659, 10 pages, Novembre 2011.

## **2012 (5)**

- [R15] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Simple analytical expressions for the force and torque of axial magnetic couplings". ***IEEE Transactions on Energy Conversion***, volume 27, N°2, pages 536-546, 11 pages, Juin 2012.
- [R16] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "2D analytical calculation of magnetic field and electromagnetic torque for surface-inset permanent magnet motors". ***IEEE Transactions on Magnetics***, volume 48, N°6, pages 2080-2091, 12 pages, Juin 2012.
- [R17] J. Lévêque, T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Eddy currents in a rotating cylinder in a static field by stochastic method". ***European Physical Journal of Applied Physics (EPJAP)***, volume 57, N°3, 6 pages, Mars 2012.
- [R18] K. Boughrara, R. Ibtouen, and T. Lubin, "Analytical prediction of magnetic field in parallel double excitation and spoke-type permanent-magnet machines accounting for tooth-tips and shape of polar pieces". ***IEEE Transactions on Magnetics***, volume 48, N°7, pages 2121-2137, 17 pages, Juillet 2012.
- [R19] T. Lubin, K. Berger and A. Rezzoug, "Inductance and force calculation for axisymmetric coil systems including an iron core of finite length". ***Progress In Electromagnetics Research (PIER B)***, volume 41, pages 377-396, 20 pages, Juin 2012.

## **2013 (4)**

- [R20] G Malé, T. Lubin, S. Mezani, J. Lévêque, "Analytical calculation of the flux density distribution in a superconducting reluctance machine with HTS bulk rotor". ***Mathematics and Computers in Simulation, Elsevier***, volume 90, pages 230-243, 14 pages, Avril 2013.

- [R21] K. Boughrara, T. Lubin, R. Ibtouen, and N. Benallal, "Analytical calculation of parallel double excitation and spoke-type permanent-magnet motors; simplified versus exact model". ***Progress In Electromagnetics Research B***, volume 47, pages 145-178, 33 pages, 2013.
- [R22] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Development of a 2-D analytical model for the electromagnetic computation of axial field magnetic gears". ***IEEE Transactions on Magnetics***, volume 49, N°11, pages 5507-5521, 15 pages, Novembre 2013.
- [R23] K. Boughrara, T. Lubin, R. Ibtouen, "General subdomain model for predicting magnetic field in internal and external rotor multiphase flux-switching machines topologies". ***IEEE Transactions on Magnetics***, volume 49, N°11, pages 5507-5521, 15 pages, Novembre 2013.

## **2014 (5)**

- [R24] B. Douine, G Malé, T. Lubin, S. Mezani, J. Lévêque, K. Berger, "Improvement of YBCO superconducting magnetic shielding by using multiple bulks". ***Journal of Superconductivity and Novel Magnetism***, volume 27, N°4, pages 903-907, 5 pages, Avril 2014.
- [R25] J. Lévêque, T. Lubin, S. Mezani, B. Douine, and A. Rezzoug, "Thin layer insulation of HTS : Analytical study". ***IEEE Transactions on Applied Superconductivity***, volume 24, N°4, pages 1-5, 5 pages, Août 2014.
- [R26] T. Lubin, S. Mezani, and A. Rezzoug, "Experimental and theoretical analyses of axial magnetic coupling under steady-state and transient operations". ***IEEE Transactions on Industrial Electronics***, volume 61, N°3, pages 4356-4365, 10 pages, Août 2014.
- [R27] B. Dolisy, T. Lubin, S. Mezani, J. Lévêque, "Three-dimensional analytical model for an axial-field magnetic coupling". ***Progress In Electromagnetics Research M***, volume 35, pages 173-182, 10 pages, 2014.
- [R28] L. Belguerras, L. Hadjout, S. Mezani, T. Lubin, and A. Rezzoug, "Study of a HTS magnetic coupler using analytical and numerical computations". ***IEEE Transactions on Applied Superconductivity***, volume 24, N°6, pages 1-14, 14 pages, Décembre 2014.

## **2015 (8)**

- [R29] T. Lubin, and A. Rezzoug, "Steady-state and transient performances of axial-field eddy-current coupling". ***IEEE Transactions on Industrial Electronics***, volume 62, N°4, pages 2287-2296, 10 pages, Avril 2015.
- [R30] G. Didier, C.H. Bonnard, T. Lubin, and J. Lévêque, "Comparison between inductive and resistive SFCL in terms of current limitation and power system transient stability". ***Electric Power Systems Research, Elsevier***, volume 125, pages 150-158, 9 pages, Août 2015.
- [R31] J. Fontchastagner, T. Lubin, F. Messine, and S. Mezani, "Efficient design using successive analytical subproblems method: application to axial magnetic couplings". ***IEEE Transactions on Magnetics***, volume 51, N°3, 9400104, 4 pages, Mars 2015.
- [R32] B. Dolisy, S. Mezani, T. Lubin, and J. Lévêque, "A new analytical torque formula for axial field permanent magnets coupling". ***IEEE Transactions on Energy Conversion***, volume 30, N°3, pages 892-899, 8 pages, Septembre 2015.

- [R33] H. Bensaïdane, T. Lubin, S. Mezani, Y. Ouazir, and A. Rezzoug, "A new topology for induction heating system with PM excitation: electromagnetic model and experimental validations". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 51, N°10, 8002611, 12 pages, Octobre 2015.
- [R34] L. Belguerras, S. Mezani, T. Lubin, J. Lévêque, and A. Rezzoug "High temperature superconducting axial field magnetic coupler: realization and test". *Superconductor Science and Technology*, volume 28, N°9, 095003, 20 pages, Septembre 2015.
- [R35] S. Mezani, T. Hamiti, L. Belguerras, T. Lubin, M. Rashed, and C. Gerada, "Magnetically geared induction machines". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 51, N°11, 8111404, 4 pages, Novembre 2015.
- [R36] T. Lubin, and A. Rezzoug, "3-D analytical model for axial-flux eddy-current couplings and brakes under steady-state conditions". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 51, N°10, 8203712, 12 pages, Octobre 2015.

#### **2016 (4)**

- [R37] S. Mezani, T. Hamiti, L. Belguerras, T. Lubin, and C. Gerada, "Computation of wound rotor induction machines based on coupled finite elements and circuit equation under a first space harmonic approximation". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 52, N°3, 15786701, 4 pages, Mars 2016.
- [R38] M. Messadi, L. Hadjout, Y. Ouazir, H. Bensaïdane, T. Lubin, S. Mezani, A. Rezzoug, and N. Takorabet, "Eddy currents computation in translational motion conductive plate of an induction heater with consideration of finite length extremity effects". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 52, N°3, 15786726, 4 pages, Mars 2016.
- [R39] R. Alhasan, T. Lubin, Z. M. Adilov, and J. Lévêque, "A new kind of superconducting motor," *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, volume 26, N°3, 5203604, 4 pages, Avril 2016.
- [R40] R. Alhasan, T. Lubin, B. Douine, Z. M. Adilov, and J. Lévêque, "Test of an original superconducting synchronous machine based on magnetic shielding," *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, volume 26, N°4, 5204005, 4 pages, Juin 2016.

#### **◆ Communications internationales avec actes et comité de lecture (39)**

- [C1] T. Lubin, E. Mendes, C. Marchand, "Fuzzy controller in A. C. servo motor drive," *EMD'95, IEE Conference*, Durham, Grande-Bretagne, pp. 320-324, 11-13 Septembre **1995**.
- [C2] T. Lubin, F. Weinachter, H. Razik, A. Rezzoug, "Modeling and identification of a synchronous reluctance machine with a squirrel cage," *Proc. EPE-PEMC'00*, Kosice, Slovaquie, vol. 5, pp. 110-114, Septembre **2000**.
- [C3] T. Lubin, H. Razik, A. Rezzoug, "Magnetic saturation effects on the control of a synchronous reluctance machine," *Proc. IEMDC 2001, IEEE conference*, Cambridge, MA, USA, 17-20 Juin **2001**.
- [C4] T. Lubin, H. Razik, A. Rezzoug, "A new saturated model for synchronous reluctance machines," *ICEM (International Conference on Electrical Machines)*, Bruges, Belgique, 25-28 Août **2002**.
- [C5] T. Lubin, H. Razik, A. Rezzoug, "Maximum torque to current control of a synchronous reluctance machine by including cross-magnetisation," *ICEM (International Conference on Electrical Machines)*, Cracovie, Pologne, 5-8 Septembre **2004**.

- [C6] H. Razik, G. Didier, T. Lubin, C.R. da Silva, A.W. Mascarenhas, C.B. Jacobina, A.M.N. Lima, E.R.C. da Silva. "A model of double star induction motors under rotor bar defect for diagnosis purpose," *IEEE-IES ISIT*, 14-17, Honk Kong, pp. 197-202, Décembre **2005**.
- [C7] H. Razik, G. Didier, T. Lubin, C.R. da Silva, A.W. Mascarenhas, C.B. Jacobina, A.M.N. Lima, E.R.C. da Silva, "A dedicated model for the diagnosis of six-phase induction motors under rotor bar defect," *International Conference on Ship Propulsion and railway traction systems*, Bologne, Italie, 4-6 Octobre **2005**.
- [C8] H. Razik, G. Didier, T. Lubin, E.R.C. da Silva, A.W. Mascarenhas, C.B. Jacobina, A.M.N. Lima, E.R.C. da Silva, "A dedicated model for the diagnosis of six-phase induction motors under rotor bar defect," *37<sup>th</sup> IEEE Power Electronics specialists conference (IEEE PESC)*, Jeju Island, Korea, Juin **2006**.
- [C9] P.M. Santos, M.B.R. Corrêa, C.B. Jacobina, E.R.C. da Silva, A.M.N. Lima, G. Didier, H. Razik, T. Lubin,, " A Simplified Induction Machine Model to Study Rotor Broken Bar Effects and for Detection," *32<sup>th</sup> IEEE Industrial electronics conference (IECON 2006)*, Paris, France, 7-10 Novembre **2006**.
- [C10] T. Hamiti, T. Lubin, H. Razik, A. Rezzoug, "Effect of space harmonics on the transient and steady-state behavior of a line-start synchronous reluctance machine," *ICEM (International Conference on Electrical Machines)*, Chania, Grèce, Septembre **2006**.
- [C11] T. Hamiti, T. Lubin, L. Baghli, A. Rezzoug, "Torque ripple minimization for a Synchronous Reluctance Motor using winding function theory and predetermined current waveshapes", *ELECTRIMACS*, Quebec, Canada, 8-11 Juin **2008**.
- [C12] S. Bendali, D. Laloy, N. Bellemain, S. Mezani, D. Netter, T.-C. Hoang, T. Lubin, B. Douine, "Measurements of AC losses in BiSCOO HTS coil," *EUCAS 2009, European Conference on Applied Superconductivity*, Dresde, Allemagne, 13-17 Septembre **2009**.
- [C13] G. Malé, S. Mezani, T. Lubin, R. Moulin, J. Lévêque, A. Rezzoug "A quick en efficient method to compute the radial flux density distribution in the air-gap of a superconducting inductor," *COMPUMAG 2009, 17<sup>th</sup> Conference on the Computation of Electromagnetic Fields*, Florianópolis, Brésil, 22-26 Novembre **2009**.
- [C14] G. Malé, T. Lubin, S. Mezani, J. Lévêque, "A fast analytical method to compute the radial flux density distribution in the airgap of a superconducting inductor," *ASC 2010, Applied Superconductivity Conference*, Washington DC, USA, Août **2010**.
- [C15] G. Malé, T. Lubin, S. Mezani, J. Lévêque, "2D analytical modeling of a superconducting reluctance machine using HTS bulks," *ELECTRIMACS*, Cergy-Pontoise, France, 6-8 Juin **2011**.
- [C16] S. Mezani, B. Douine, T. Lubin, J. Lévêque, A. Rezzoug, "Frequency domain computation of eddy currents in superconductors," *COMPUMAG 2011, 18<sup>th</sup> Conference on the Computation of Electromagnetic Fields*, Sydney, Australia, 12-15 Juillet **2011**.
- [C17] J. Lévêque, A. Kameni, B. Douine, S. Mezani, K. Berger, T. Lubin, A. Rezzoug, "Influence of the shape of the current on AC losses in superconducting tube and coil," *EUCAS-ISEC-ICMC 2011, Superconductivity Centennial Conference*, The Hague, Netherlands, 18-23 Septembre **2011**.
- [C18] G. Malé, T. Lubin, K. Berger, S. Mezani, J. Lévêque, "Magnetic shielding performances of YBCO superconductors: applications to multiple bulks and thin films," *EUCAS-ISEC-ICMC 2011, Superconductivity Centennial Conference*, The Hague, Netherlands, 18-23 Septembre **2011**.

- [C19] S. Mezani, G. Malé, T. Lubin, J. Lévêque, A. Rezzoug, "A new topology of superconducting magnetic coupling," *EUCAS-ISEC-ICMC 2011, Superconductivity Centennial Conference*, The Hague, Netherlands, 18-23 Septembre **2011**.
- [C20] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Steady-state and transient analysis of an axial-field magnetic coupling," *ICEM (International Conference on Electrical Machines)*, Marseille, France, Septembre **2012**.
- [C21] L. Belguerras, L. Hadjout, T. Lubin, S. Mezani, A. Rezzoug, "Analytical computation of flux concentration PM machines: study of the influence of the magnets shape", *ICEM 2012*, Marseille, France, Septembre **2012**.
- [C22] K. Berger, J. Leclerc, T. Lubin, S. Mezani, B. Douine, J. Lévêque, "Modeling of a 3D superconducting inductor structure using analytical formulae," *ASC 2012, Applied Superconductivity Conference*, Portland, USA, 7-12 Octobre **2012**.
- [C23] K. Berger, T. Lubin, P. A. Delobel, P. Masson, J. Leclerc, B. Douine, J. Lévêque, "Characterization of the first critical field of HTS bulk pellets by force measurements," *ASC 2012, Applied Superconductivity Conference*, Portland, USA, 7-12 Octobre **2012**.
- [C24] K. Berger, T. Lubin, S. Mezani, J. Leclerc, J. Lévêque, "Analytical modeling of bulk superconductor in a coil," *3<sup>rd</sup> International Workshop on Numerical Modelling of HTS*, Barcelone, Espagne, Avril **2012**.
- [C25] S. Mezani, B. Douine, T. Lubin, K. Berger, J. Lévêque, "Frequency domain computation of eddy currents in superconductors," *3<sup>rd</sup> International Workshop on Numerical Modelling of HTS*, Barcelone, Espagne, Avril **2012**.
- [C26] R. Alhasan, T. Lubin, S. Mezani, J. Lévêque, "Study of a flux barrier topology for superconducting synchronous machine," *EUCAS 2013, European Conference on Applied Superconductivity*, Gênes, Italie, 15-19 Septembre **2013**.
- [C27] B. Douine, K. Berger, J. Lévêque, S. Mezani, G. Malé, T. Lubin, "Improvement of YBCO superconductor magnetic shielding by using multiple bulks or thin films," *MT23, 23<sup>th</sup> International Conference on Magnet technology*, Boston, USA, 14-19 Juillet **2013**.
- [C28] R. Alhasan, T. Lubin, J. Lévêque, "Designing and building of an original superconducting synchronous motor," *ASC 2014, Applied Superconductivity Conference*, Charlotte, USA, 10-15 Août **2014**.
- [C29] B. Dolisy, S. Mezani, T. Lubin, J. Lévêque, "Modeling and testing of a new kind of an axial HTS motor which includes a superconducting magnetic coupling for naval propulsion," *ASC 2014, Applied Superconductivity Conference*, Charlotte, USA, 10-15 Août **2014**.
- [C30] J. Fontchastagner, T. Lubin, S. Mezani, F. Messine, "Efficient design using successive analytical subproblems method: application to axial magnetic couplings," *CEFC 2014, 16<sup>th</sup> IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation*, Annecy, France, 25-28 Mai **2014**.
- [C31] R. Alhasan, T. Lubin, J. Lévêque, "Study and test of a new superconducting inductor structure for a synchronous machine," *CISTEM 2014, International Conference on Electrical Sciences and Technologies in Maghreb*, Tunis, 3-6 Novembre **2014**.
- [C32] S. Mezani, T. Hamiti, L. Belguerras, T. Lubin, C. Gerada, "Magnetically geared induction machines," *INTERMAG 2015, IEEE International Magnetic Conference*, Pekin, Chine, 11-15 Mai **2015**.
- [C33] S. Mezani, T. Hamiti, L. Belguerras, T. Lubin, C. Gerada, "A Fast computation of wound rotor induction machines based on coupled finite elements and circuit equations under a first space harmonic approximation," *COMPUMAG 2015, Conference on the Computation of Electromagnetic Fields*, Montreal, Canada, 28 juin-2 Juillet **2015**.

- [C34] M. Messadi, L. Hadjout, Y. Ouazir, H. Bensaidane, T. Lubin S. Mezani, A. Rezzoug, N. Takorabet, "Eddy currents computation in translational motion conductive plate of an induction heater with consideration of finite length extremity effects," *COMPUMAG 2015, Conference on the Computation of Electromagnetic Fields*, Montreal, Canada, 28 juin-2 Juillet **2015**.
- [C35] B. Dolisy, S. Mezani, T. Lubin, K. Berger, B. Douine, J. Lévêque, "Axial-field HTS machine with integrated magnetic coupling," *EUCAS 2015, European Conference on Applied Superconductivity*, Lyon, France, 6-10 Septembre **2015**.
- [C36] K. Berger, R. Linares, T. Lubin, M. Hinaje, J. Lévêque, "Analytical expression of the mutual inductance between two circular coils with a superconducting core inside," *EUCAS 2015, European Conference on Applied Superconductivity*, Lyon, France, 6-10 Septembre **2015**.
- [C37] R. Alhasan, T. Lubin, J. Lévêque, "A new kind of superconducting motor," *EUCAS 2015, European Conference on Applied Superconductivity*, Lyon, France, 6-10 Septembre **2015**.
- [C38] R. Alhasan, T. Lubin, B. Douine, J. Lévêque, "Test of an original superconducting synchronous machine based on magnetic shielding," *MT24, 24<sup>th</sup> International Conference on Magnet technology*, Seoul, Corée du Sud, 18-23 Octobre **2015**.
- [C39] R. Alhasan, T. Lubin, J. Lévêque, K. Berger, B. Douine, A. Rezzoug, S. Mezani, G. Didier, M. Hinaje, D. Netter "Study of a superconducting motor with high specific torque," *European Conference on More Electric Aircraft*, Toulouse, France, 3-5 Février **2015**.

#### ♦ Conférences nationales avec actes et comité de lecture (6)

- [CN1] H. Razik, G. Didier, T. Lubin, C.R. da Silva, A.W. Mascarenhas C, C.B. Jacobina, A.M.N. Lima and E.R.C. da Silva, "Un modèle dédié à la quantification du défaut de barres au rotor des moteurs asynchrones double-étoile", *Electrotechnique du Futur (EF 2005)*, 14-15 septembre, Grenoble, **2005**.
- [CN2] K. Berger, T. Lubin, P. A. Delobel, B. Douine, and J. Leveque, "Calcul analytique de la force exercée par un inducteur solénoïdal sur un supraconducteur massif refroidi hors champ", *10èmes Journées de Cryogénie et de Supraconductivité*, Aussois, **2012**.
- [CN3] B. Dolisy, S. Mezani, T. Lubin, J. Lévêque. "Modélisation analytique de l'inducteur d'un accouplement magnétique supraconducteur à flux axial". *Jeunes Chercheurs en Génie Électrique (JCGE'13)*, Saint-Nazaire, France, **2013**.
- [CN4] B. Dolisy, S. Mezani, T. Lubin, J. Lévêque. "Modélisation analytique 3D d'un accouplement supraconducteur à flux axial". *Jeunes Chercheurs en Génie Électrique (JCGE'14)*, Saint-Louis, France, **2014**.
- [CN5] K. Berger, R.A. Linares-Lamus, T. Lubin, M. Hinaje, J. Lévêque. "Expression analytique de l'inductance mutuelle entre deux bobines circulaires possédant un noyau supraconducteur ou ferromagnétique". *8ème Conférence Européenne sur les Méthodes Numériques en Electromagnétisme, NUMELEC 2015*, Saint-Nazaire, **2015**
- [CN6] B. Dolisy, S. Mezani, T. Lubin, Jean Lévêque. "Réalisation et test d'un moteur supraconducteur à flux axial incluant un accouplement supraconducteur pour la propulsion navale". *11èmes Journées de Cryogénie et de Supraconductivité*, Aussois, France, **2015**.



#### ◆ Publications pédagogiques avec comité de lecture (4)

- [RP1] G. Didier, T. Lubin, et J.M. Chambaud, "Production d'énergie électrique à base d'éolienne : fonctionnement autonome" *La revue 3EI*, N°61, pp. 58-63, Juin **2010**.
- [RP2] G. Didier, T. Lubin, G. Zaloylo et J.M. Chambaud, "Production d'énergie électrique à base d'éolienne : raccordement au réseau" *La revue 3EI*, N°62, pp. 65-72, Septembre **2010**.
- [RP3] G. Didier, T. Lubin, et E. Richard, "Production d'énergie électrique à base de machine asynchrone à double alimentation (MADA)" *La revue 3EI*, N°71, pp. 59-68, Janvier **2013**.
- [RP4] B. Dolisy, S. Mezani, T. Lubin, et J. Lévêque, "Modélisation analytique de l'inducteur d'un accouplement magnétique supraconducteur à flux axial" *La revue 3EI*, N°74, pp. 41-48, Octobre **2013**.

#### ◆ Mémoires

- [ME1] T. Lubin, "Etude et mise en œuvre d'un correcteur flou pour la commande vectorielle de la machine asynchrone ", Mémoire de DEA, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, Laboratoire LGEP, Juillet 1994.
- [ME2] T. Lubin, "Modélisation et commande de la machine synchrone à réluctance variable. Prise en compte de la saturation magnétique ", Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, Laboratoire GREEN, Avril 2003.

# Préambule au mémoire scientifique

L'électrotechnicien dispose de différents types de modèles pour représenter "mathématiquement", c'est-à-dire par le jeu d'un système d'équations, le fonctionnement des actionneurs électromécaniques. L'objectif de ces modèles est de décrire au mieux les phénomènes physiques qui se déroulent dans ces dispositifs. Bien évidemment, un modèle repose toujours sur un certain nombre d'hypothèses qui aboutissent à ne représenter que d'une manière imparfaite la réalité. D'une manière générale, plus les hypothèses sont fortes, plus le modèle est simple. Un modèle simple est toujours préférable car il permet d'évaluer plus rapidement les performances d'un dispositif. Il faut dans ce cas ne pas perdre de vue les hypothèses qui ont permis de le construire pour éviter d'arriver à une mauvaise interprétation des résultats. En fait, il existe toujours un compromis à faire entre les possibilités de prédiction que l'on désire obtenir et la complexité des modèles. A trop en vouloir, on ne développe plus rien ! Ce qui permet de juger si un modèle est suffisant ou pas est la confrontation de ses prédictions avec l'expérimentation qui reste toujours le juge de paix.

Pour la modélisation électromagnétique des dispositifs électriques, les deux représentations bien connues dont dispose l'électrotechnicien sont les modèles de type "circuit" et les modèles de type "champ". Bien évidemment ces deux types de modèles sont issus des mêmes lois fondamentales de la physique, c'est-à-dire les équations de Maxwell, mais ils ont chacun leurs champs d'application.

Les modèles de type champ sont des modèles "locaux". Ils sont régis par des équations aux dérivées partielles qui lient entre elles les champs et les sources (champ magnétique  $\mathbf{H}$ , champ électrique  $\mathbf{E}$ , densité de courant  $\mathbf{J}$ ...). D'une manière générale, ces grandeurs vectorielles dépendent des trois variables d'espace et du temps. Les paramètres qui leur sont associés sont issus des lois constitutives des matériaux (lois locales) telles que la perméabilité magnétique et la conductivité électrique. Ces modèles permettent d'avoir accès à des informations locales, comme le niveau de saturation magnétique des isthmes d'encoches dans une machine électrique (si le modèle tient compte de ce phénomène). A partir de la connaissance de la répartition du champ dans la machine, Il est possible de remonter à des grandeurs globales comme le couple électromagnétique ou la force électromotrice. Les paramètres géométriques et physiques du dispositif étudié apparaissent directement dans ce type de modélisation. Ces modèles conviennent tout particulièrement pour le dimensionnement des actionneurs. La complexité du modèle peut-être plus ou moins grande en fonction des phénomènes physiques que l'on veut prendre en compte. Sous certaines conditions, il est possible de développer des modèles analytiques (comme nous le verrons au chapitre 3). Dans la grande majorité des cas, on fait appel à des méthodes numériques pour résoudre les équations.

Le deuxième type de modèles disponible dans la boîte à outil d'un ingénieur ou d'un chercheur en électrotechnique sont les modèles "globaux". Ce sont des modèles de type "circuit" qui sont régis par des équations différentielles dont la seule variable est le temps. Ces équations différentielles lient entre elles des grandeurs globales comme la tension électrique, le courant ou le flux magnétique vus par les bobinages. Elles dépendent de paramètres "globaux" comme la résistance électrique ou les inductances propres et mutuelles. Les dimensions géométriques du dispositif étudié ne sont pas explicites dans ce type de modélisation, elles sont souvent "cachées" dans les expressions des paramètres, en particulier des inductances. Ce type de modèle est bien adapté lorsqu'il s'agit d'étudier les performances d'une machine déjà dimensionnée dont on connaît les caractéristiques physiques. Ces modèles permettent d'aboutir à des schémas équivalents bien utiles pour l'ingénieur. Ils reposent habituellement sur des hypothèses fortes (1<sup>er</sup> harmonique d'espace, absence de saturation magnétique...). Ils peuvent être étendus pour prendre en compte la saturation magnétique, on pense par exemple au modèle de Potier pour la machine synchrone à pôles lisses. Ces modèles ont fait leur preuve depuis plus de cent ans pour les machines classiques et font partie du bagage indispensable de l'électrotechnicien. Lorsqu'il s'agit de prévoir les performances d'une machine pendant des régimes transitoires (démarrage sur le réseau, court-circuit...) ou pour la simulation des ensembles machine-convertisseur-commande, ces modèles sont incontournables aujourd'hui car les temps de résolution numérique des équations différentielles sont compatibles avec ce type de simulation. Ce n'est pas encore le cas (peut-être un jour cela viendra...) des modèles locaux pour lesquels l'estimation des grandeurs doit se faire en chaque point de l'espace et à chaque pas de temps. De plus, la détermination des lois de commande (calcul de correcteurs) pour les systèmes bouclés mettant en œuvre un actionneur électromécanique demande bien souvent une mise sous forme de fonction de transfert qui est liée à une équation différentielle.

Il ne faudrait pas croire que ces deux types de modélisation soient antagonistes, ils sont au contraire complémentaires lorsqu'il s'agit d'étudier un dispositif électrotechnique dans son ensemble (charge – machine électrique – convertisseur statique – lois de commande – liaison au réseau électrique). Au niveau de la recherche et des laboratoires, ce qui les oppose quelquefois n'est pas dans leurs fondements mais dans les besoins des chercheurs. La spécialisation excessive dans un domaine de recherche peut amener un chercheur à s'éloigner d'un type de modélisation. Prenons par exemple le cas d'une étude sur les éoliennes. Si l'objectif de la recherche est d'étudier les lois de commande ou les défauts au niveau du convertisseur statique, la machine ne sera vue que comme un circuit électrique avec ses paramètres, ce qui peut-être suffisant. Si par contre il s'agit d'optimiser les performances propres à la génératrice, les parties liaison avec le convertisseur statique et les lois de commande auront tendance à être des aspects secondaires pour la personne dimensionnant la machine à partir du calcul de champ. Cependant, à la fin c'est l'ensemble du dispositif qui doit être performant. Les tendances actuelles (économie d'énergie, exigences environnementales) et l'amélioration des moyens informatiques poussent à optimiser globalement un système, ce qui nécessite un travail en équipe car un chercheur possède rarement toutes les compétences que nécessite l'optimisation globale d'un dispositif électrotechnique. Aujourd'hui, les logiciels de calcul de machines électriques incluent pratiquement tous un module "circuit" qui permet de coupler directement la résolution du problème électromagnétique (résolution numérique des EDP) au problème électrique. Le couplage peut être fort (résolution simultanée des deux problèmes mais c'est très long !) ou faible. Dans le cas de la formulation faible, la modélisation de type champ permet de calculer la valeur des paramètres (variation des inductances avec la position du rotor par exemple) qui interviendront dans la simulation dynamique de la machine (équations de Park).

J'ai eu la chance d'avoir à travailler en recherche sur ces deux types de modélisation (circuit et champ), à des périodes différentes de ma carrière. Je pense que cela me permet maintenant d'avoir une vue un peu plus générale lorsqu'il s'agit d'étudier des systèmes électrotechniques dans leur ensemble.

Lors de ma thèse de doctorat (1998 – 2003) et pendant le co-encadrement de la thèse de T. Hamiti (2004-2009), nous avons travaillé sur des modèles de type circuit pour l'étude des machines synchrones à réluctance variable. Les objectifs des deux thèses amenaient naturellement à travailler sur ce type de modélisation. En effet, dans le cas de ma thèse j'avais à développer un modèle permettant de prévoir les effets de la saturation magnétique des matériaux aussi bien pour l'étude des régimes transitoires (machine connectée au réseau) que pour étudier l'influence de ce phénomène sur les lois de commande (machine alimentée par un convertisseur). En ce qui concerne la thèse de T. Hamiti, l'objectif était de réduire les ondulations de couple pour ce type de machine en jouant, entre autre, sur son alimentation (filtrage actif par les courants). Nous avons alors développé des modèles originaux adaptés à ces problématiques. Les principaux résultats que nous avons obtenus dans le cadre de ces études sont rappelés dans le chapitre 2 de ce mémoire. Même si la machine synchrone à réluctance variable reste d'actualité comme le montre le nombre de publications récentes sur le sujet (c'est une alternative possible aux machines à aimants pour la motorisation des véhicules électriques et ceci pour des raisons financières et stratégiques liées aux aimants à base de terres rares !), je ne travaille plus actuellement sur cette thématique de recherche.

A partir de 2007, date de mon recrutement comme maître de conférences, j'ai commencé à m'intéresser aux modèles de type "champ". Comme je l'ai déjà dit, cela faisait partie d'une démarche personnelle essentiellement poussée dans un premier temps par la curiosité intellectuelle. Des collègues au laboratoire travaillaient depuis longtemps sur ce type de modèles pour le dimensionnement des actionneurs. Au hasard d'une conversation, j'ai appris que les effets d'encoches sur les performances des machines à aimants (couple de détente, force électromotrice) ne pouvaient être pris en compte "sérieusement" que par un calcul numérique par éléments finis. Des méthodes analytiques existaient mais elles étaient basées sur des fonctions de modulation obtenues à partir de transformations conformes qui nécessitaient bien souvent un traitement numérique et qui ne permettait pas de prévoir l'amplitude de ces ondulations de couple avec précision. J'ai commencé alors à faire le tour de la question en lisant pas mal d'articles pour faire le point de la recherche sur cette thématique. J'avais également la chance d'avoir suivi un cours de mathématiques sur les méthodes analytiques de résolution des équations aux dérivées partielles pendant mon cursus universitaire, ce qui me permettait de voir un peu mieux les enjeux et les limites d'une telle modélisation. A partir de là, j'ai vu s'entrouvrir un champ possible de recherche que j'ai exploité en essayant d'entraîner quelques jeunes thésards et des collègues un peu moins jeunes ayant envie d'utiliser une feuille de papier et un stylo plutôt qu'un ordinateur. Il en faut du courage pour s'attaquer à un modèle analytique un peu poussé mais l'enjeu en vaut la chandelle. J'ai également initié les étudiants du Master I2E2I de l'Université de Lorraine en créant un cours (20 heures) sur ce thème.

J'ai commencé à travailler sur cette thématique à un moment où la communauté nationale (essentiellement à Paris, au Havre et à Belfort) et internationale (Eindhoven, Sheffield pour les centres les plus importants) développaient activement des modèles allant dans ce sens. Pratiquement dix ans plus tard, la thématique semble toujours d'actualité vue le nombre d'articles qui sont présentés chaque année dans les conférences ou les revues internationales. Pour ma part, je continue à développer des modèles allant dans ce sens

quand le dispositif étudié le permet. Pendant ces dix ans, nous avons développé pas mal de modèles analytiques pour des dispositifs assez variés nécessitant la résolution de problème de magnétostatique (la plupart du temps) en 2D ou 3D et quelques fois des problèmes de magnétodynamique pour le calcul des courants induits. Dans le chapitre 3 de ce mémoire, je tâcherai de faire ressentir au lecteur l'intérêt des modèles analytiques, la démarche suivie pour les développer, les inconvénients et limites de ces modèles dont l'origine est surtout mathématiques (ou peut-être dues à mes propres limites en termes de connaissances en mathématiques). Je donnerai quelques exemples d'application de ces modèles.

Dans le chapitre 4, je présenterai mes travaux de recherche concernant l'utilisation des matériaux supraconducteurs pour le développement d'actionneurs électromécaniques innovants. J'ai co-encadré deux thèses sur ce sujet. Ce thème de recherche représente un axe important pour le laboratoire. Il ne concerne pas moins de 8 enseignants chercheurs sur un total de 23 au laboratoire. Les matériaux supraconducteurs présentent des propriétés physiques très particulières qui permettent d'envisager de nouvelles topologies d'actionneurs, l'objectif étant dans un premier temps de connaître et de maîtriser l'emploi de ces matériaux (fils ou pastilles supraconducteurs) dans des configurations électrotechniques (actionneurs électromécaniques) où les contraintes peuvent être fortes. Il faut savoir qu'une bobine de champ à base de fils supraconducteurs ne se dimensionne pas comme une bobine de cuivre. On pourrait à première vue penser que l'on peut augmenter le courant indéfiniment (ou au moins d'une manière très large) car la résistivité est nulle en courant continu mais ce n'est pas le cas. Le courant maximal que l'on peut faire passer dans une bobine dépend de beaucoup de phénomènes physiques (type de fil supraconducteur, température de refroidissement, champ propre et champ magnétique externe appliqué sur le fil, caractéristique  $E(J)$ ...). La mise en place et le dimensionnement d'une telle bobine dans un moteur n'est pas simple comme nous le verrons. Pour l'analyse et le dimensionnement de ces dispositifs et quand cela avait un intérêt (pour le calcul du champ sur fil par exemple), nous avons développé des modèles analytiques basés sur la méthode présentée dans le chapitre 3.

Je terminerai ce mémoire d'habilitation à diriger des recherches par un bilan et des perspectives à plus ou moins long terme.

# Chapitre 2 : Modélisation et commande de la machine synchrone à réluctance variable

Les travaux que je présente dans ce chapitre ont été développés pendant ma thèse de doctorat (1998-2003) et poursuivis pendant le stage de DEA de C. Bellouati (2004) et dans le cadre de la thèse de T. Hamiti (2004-2009) dont j'ai assuré le co-encadrement. Au cours de ces travaux, nous avons développé des modèles originaux de type circuits électriques (extensions du modèle de Park) prenant en compte les effets de la saturation magnétique et les effets des harmoniques d'espace pour l'étude des machines synchrones à réluctance variable. Ces modèles, relativement simples, s'avèrent être des outils efficaces pour prendre en compte ces phénomènes physiques aussi bien pour la simulation des régimes dynamiques que pour la détermination des lois de commande. A chaque fois que cela était possible, nous avons vérifié les résultats de simulation par des essais expérimentaux.

En dehors de la topologie particulière de ce type de machine et l'intérêt qu'elle présente, cette thématique de recherche m'a permis d'acquérir des compétences en commande de machine que je mets actuellement à profit dans un cours de niveau M2 (Master I2E2I) dont j'ai la responsabilité. Les résultats de ces travaux ont donné lieu à 5 articles dans des revues internationales, 6 articles présentés dans des conférences internationales et un chapitre d'ouvrage (collection Hermes) que j'ai co-écrit avec A. Tounzi, Professeur au L2EP de Lille et M. Hilairet, Professeur au laboratoire FEMTO de Belfort.

Par ailleurs, j'indiquerai dans les perspectives de ce mémoire pourquoi les compétences que j'ai acquises au travers de ces travaux pourront s'avérer utiles dans l'avenir, en particulier pour l'alimentation par convertisseur statique et la commande des machines à enroulements supraconducteurs qui restent des domaines de recherche peu étudiés.

## 2.1 Introduction

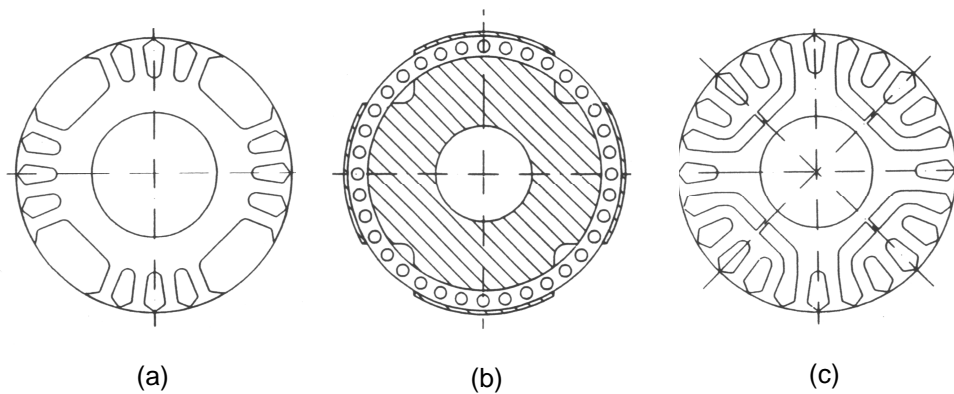
L'intérêt principal de la machine synchrone à réluctance variable vient de la simplicité de sa constitution. En effet, son rotor saillant ne présente ni bobinage alimenté ni aimant permanent, ce qui facilite sa fabrication et réduit les coûts de production. Le stator, lisse, est classiquement celui d'une machine polyphasée à champ tournant. Elle ne présente donc qu'une seule saillance magnétique, du côté du rotor, ce qui la différencie de la machine à réluctance à double saillance (type 6/4 par exemple) [HAN 11], [OJE 09]. Comparer aux machines à aimants, ce type de machine peut représenter un bon compromis (prix/performances) pour des applications de type traction de moyennes et faibles puissances (véhicules électriques) [ANS 12], [CHE 12], [TAG 14]. En plus de l'effet de

saillance qui est à l'origine du couple, on peut ajouter au rotor des aimants de type ferrite pour améliorer ses performances [BOL 04], [BIA 09], en particulier le facteur de puissance qui reste un des points faibles de ce type de machine (dégradation du rendement et augmentation de la puissance apparente de la source). Un autre point faible concerne les vibrations d'origine électromagnétique, même si ces vibrations sont moins marquées que dans les machines à double saillance [CAI 97], [YAH 00].

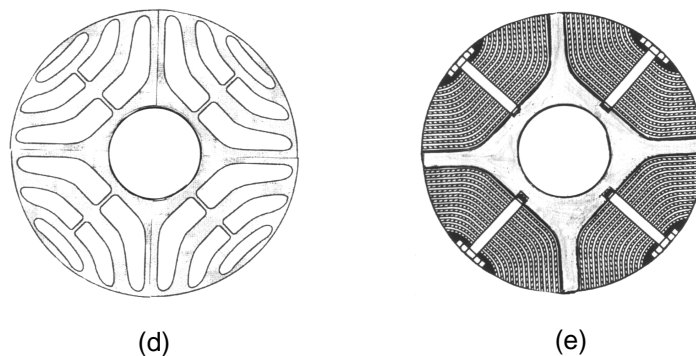
Il existe différentes topologies de machine synchrone à réluctance variable suivant l'utilisation que l'on veut en faire. Pour des applications pour lesquelles la machine doit démarrer directement sur le réseau (machines auto-synchrones) ou être alimentée en boucle ouverte par un variateur de vitesse fonctionnant à U/F constant, le rotor saillant est muni d'une cage d'écureuil. En plus d'assurer le démarrage, la cage permet également d'améliorer la stabilité de fonctionnement au synchronisme (lors d'un à-coup de couple résistant par exemple) et d'éviter le décrochage. Lorsqu'on lui associe un convertisseur statique (onduleur) et un capteur de position, la cage n'est plus nécessaire. Le démarrage est assuré par la commande électronique qui permet de lier à chaque instant la position du champ statorique à la position du rotor. La possibilité de pouvoir se passer de la cage lorsque la machine est commandée a fait émerger des topologies de rotor plus performantes [LIP 91], [STA 93], [BOL 96], [BIA 02].

Nous représentons sur la figure 2.1 les principales structures de rotor que l'on trouve actuellement pour ce type de machine. Les rotors (a), (b) et (c) sont tous constitués d'une cage de démarrage, ces machines sont destinées à être reliées directement au réseau. Les rotors (d) et (e) sont plus sophistiqués et ne disposent pas de cage. Les machines ayant ce type de rotors présentent les caractéristiques les plus intéressantes en termes de couple massique et de facteur de puissance. Le rotor repéré par la lettre (d) est composé de tôles ferromagnétiques constituées d'un certain nombre de barrières de flux qui ont pour effet d'augmenter la réluctance du circuit magnétique suivant l'axe q tout en maximisant le flux suivant l'axe d, ce qui améliore le couple moyen pour un courant donné. Les barrières de flux sont obtenues par perforation de la tôle. De nombreuses études ont été menées sur cette topologie [STA 93], [MAT 94], [BIA 09]. La société ABB commercialise ce type de machine depuis plus d'une vingtaine d'années, jusqu'à des puissances d'environ 400 kW. Le rotor repéré par la lettre (e) a une structure très particulière. Il est constitué de 4 parties identiques. Chaque partie est constituée par un empilement de tôles magnétiques ayant la forme d'un U ou d'un V. Ces tôles, isolées, sont empilées les unes sur les autres et sont parallèles à l'axe du rotor (contrairement aux machines classiques où les tôles sont perpendiculaires à l'axe du rotor). Ces tôles sont séparées par une couche de matériaux isolant d'une certaine épaisseur. On trouve souvent dans la littérature le terme "axialement laminée" pour ce type de rotor [BIA 02]. Malgré ses bonnes performances, ce type de rotor n'est pas encore commercialisé à cause de sa structure complexe qui occasionne un prix de fabrication élevé. Il existe d'autres structures de rotor qui n'ont pas été présentées ici. On pense en particulier au rotor massif à pans coupés ou au rotor à trous destiné aux applications à grandes vitesses [MEI 86], [ZAI 09].

Les performances des machines à réluctance variable sont fortement liées au niveau de saturation des matériaux magnétiques [FAU 79], [TOU 93], [VAG 00]. Il est donc important de disposer de modèles capables de prendre en compte ce phénomène au mieux. Lorsque l'objectif est de dimensionner la machine, les modèles de type "champ" s'imposent. Il existe sur le marché de nombreux logiciels, la plupart basés sur la méthode des éléments finis, qui permettent de déterminer la répartition de l'induction magnétique partout dans la machine, y compris dans les parties ferromagnétiques saturées. A partir de la connaissance du champ, on peut alors calculer le couple et dimensionner le moteur.



Structures de rotor à cage



Structures de rotor sans cage

Figure 2.1 : Structures de rotor pour la machine synchrone à réluctance variable.

Les modèles de type "champ" sont mal adaptés lorsqu'il s'agit de simuler une machine dans son environnement de commande, en particulier lorsque la machine est alimentée par un onduleur fonctionnant en modulation de largeur d'impulsion (les temps de calcul deviennent alors prohibitifs). Il en est de même lorsqu'il s'agit de simuler le démarrage direct sur le réseau dans le cas des machines à cage (même si dans ce cas le problème du temps de calcul est moins critique). De la même façon, la détermination des lois de commande (calcul des correcteurs) nécessite de disposer de modèles plus simples, de type "circuit", qui sont régis par des équations différentielles qui lient entre elles des grandeurs globales (flux, courant, tension). L'obtention de bonnes performances pour le contrôle de ce type de machine ou une bonne prédétermination des courants de démarrage (démarrage sur le réseau) est tributaire d'une modélisation fine de la machine, avec en particulier la prise en compte de la saturation des matériaux magnétiques dont l'influence est importante.

C'est dans ce cadre que nous avons développé, d'abord dans ma thèse [M2] et ensuite dans la thèse de T. Hamiti [T1], des modèles adaptés à la simulation des régimes dynamiques et à la synthèse de lois de commande, qui permettent d'une part de considérer "au mieux" les effets de la saturation des matériaux magnétiques et d'autre part de prendre en compte les effets des harmoniques d'espace pour prévoir les ondulations de couple et les réduire par l'alimentation. Ces travaux ont été dans la continuité d'une longue tradition au GREEN sur l'étude des machines à réluctance variable [SAR 81], [MEI 86], [TOU 93]. Je résume dans la suite les outils originaux que nous avons développés ainsi que les résultats les plus représentatifs.



## 2.2 Modèles pour l'étude des régimes dynamiques et la commande

### 2.2.1 Prise en compte de la saturation magnétique

Mon travail de thèse [ME2] a porté sur la modélisation et la commande d'une machine synchrone à réluctance variable possédant une cage au rotor dont la photographie est donnée sur la figure 2.2. Il s'agit d'une petite machine de 600 W commercialisée par la société BEVI (Suède). Je me suis intéressé aux effets de la saturation magnétique sur les performances de cette machine lorsqu'elle est alimentée par une source de tension triphasée sinusoïdale (réseau) ou par une source de courant (contrôle vectoriel). Je ne présente ici que quelques résultats qui me semblent les plus originaux et qui concernent la connexion au réseau de la machine (régimes transitoires, stabilité).

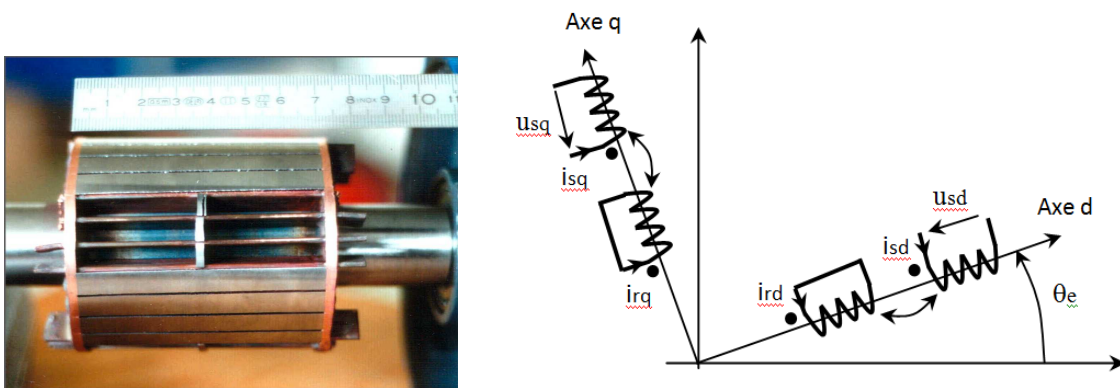


Figure 2.2 : Rotor saillant à cage et modèle de Park équivalent [ME2].

Mon objectif était d'obtenir un modèle suffisamment simple pour être utilisé dans le cadre de la simulation des régimes dynamiques. J'ai considéré la saturation magnétique d'un point de vue global en regardant ses effets sur les grandeurs accessibles à la mesure telles que les courants et les flux magnétiques. Le modèle que j'ai proposé est un modèle de Park modifié. J'ai conservé l'hypothèse du premier harmonique et considéré que la saturation n'affecte que le fondamental du champ. Cette hypothèse est acceptable si la composante homopolaire du courant statorique est nulle, c'est à dire pour un couplage étoile sans neutre [ME2]. L'originalité du modèle réside dans le fait qu'il ne requiert que des paramètres électriques identifiables à partir de mesures faites aux bornes du stator (les fuites magnétiques sont totalisées du côté du stator) et qu'il ne repose que sur un seul coefficient de saturation. Ce coefficient de saturation dépend d'un courant magnétisant global qui représente l'ensemble des courants circulants dans la machine. Pour pouvoir définir un coefficient de saturation unique pour une machine présentant une saillance magnétique importante, j'ai utilisé une transformation mathématique due à Pierrat-Garrido [PIE 91] que j'ai adaptée à cette machine. Cette transformation mathématique, qui est basée sur la conservation de l'énergie, permet de ramener une machine présentant une anisotropie magnétique à une machine isotrope équivalente.

Les équations classiques des tensions dans un repère (d-q) fixé au rotor s'écrivent d'après la figure 2.2 :

$$\begin{aligned}
u_{sd} &= R_s i_{sd} + \frac{d\Psi_{sd}}{dt} - \omega_e \Psi_{sq} & 0 &= R_{rd} i_{rd} + \frac{d\Psi_{rd}}{dt} \\
u_{sq} &= R_s i_{sq} + \frac{d\Psi_{sq}}{dt} + \omega_e \Psi_{sd} & 0 &= R_{rq} i_{rq} + \frac{d\Psi_{rq}}{dt}
\end{aligned} \tag{2.1}$$

Le couple électromagnétique peut s'exprimer de la façon suivante :

$$C_{em} = p(\Psi_{sd} i_{sq} - \Psi_{sq} i_{sd}) \tag{2.2}$$

A ce stade, hormis les chutes de tension ohmiques, seuls les flux apparaissent dans les équations des tensions et dans l'équation du couple. Les flux peuvent être des fonctions non linéaires des courants pour prendre en compte la saturation magnétique des matériaux. En séparant la partie due aux fuites magnétiques que l'on considère comme constante (lignes de champ essentiellement situées dans l'air) de la partie commune (flux magnétisant pour chaque axe) dont la variation dépend du niveau de saturation que l'on introduit par l'intermédiaire d'un coefficient unique noté  $K_s$ , nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned}
\Psi_{sd} &= \sigma_d L_d i_{sd} + \Psi_{md} & \text{avec} & \Psi_{md} = K_s (i_m) L_d (1 - \sigma_d) i_{md} \\
\Psi_{sq} &= \sigma_q L_q i_{sq} + \Psi_{mq} & \text{avec} & \Psi_{mq} = K_s (i_m) L_q (1 - \sigma_q) i_{mq}
\end{aligned} \tag{2.3}$$

sachant que :

$$i_m = \sqrt{i_{md}^2 + k^2 i_{mq}^2} \quad \text{avec} \quad k = \sqrt{\frac{L_q (1 - \sigma_q)}{L_d (1 - \sigma_d)}} \tag{2.4}$$

Il apparaît dans ces équations des inductances qui correspondent au modèle non saturé ( $K_s = 1$ ). Le coefficient  $k$  définit la saillance de la machine, ce coefficient est considéré comme constant dans le modèle ( $k \approx 0,6$  pour la machine étudiée). On remarque d'après (2.4) que la composante du courant magnétisant d'axe  $q$  (grand entrefer) aura bien évidemment un impact plus faible sur le niveau de saturation magnétique de la machine (qui dépend de  $i_m$ ) que celle liée au courant magnétisant d'axe  $d$  du fait de la présence du coefficient de saillance  $k$ .

Pour le modèle dynamique, nous pouvons choisir les courants comme vecteur d'état ou les flux magnétiques. Lorsque les flux sont choisis comme variables d'état, on peut décomposer le coefficient de saturation en deux parties (avec une discontinuité), une partie pour la zone non saturée ( $K_s = 1$ ) et une partie pour la zone saturée comme le montre la figure 2.3. Dans ce cas, le coefficient de saturation peut s'exprimer très simplement :

$$\begin{aligned}
K_s &= 1 & \text{avec} & i_m \leq 1,5A \\
K_s &= \frac{a}{1 + b i_m} & \text{avec} & i_m > 1,5A
\end{aligned} \tag{2.5}$$

où  $a$  et  $b$  sont deux constantes à déterminer à partir d'essais expérimentaux ou de simulations par éléments finis. Si les courants sont choisis comme variables d'état, on aboutit à un modèle plus compliqué car il est alors nécessaire de dériver  $K_s$  en fonction de  $i_m$  (on fait apparaître dans le modèle un coefficient de saturation dynamique [ME2]) et la fonction  $K_s(i_m)$  doit être continue sur toute la plage de variation de  $i_m$  (ce qui amène à des fonctions plus compliquées).

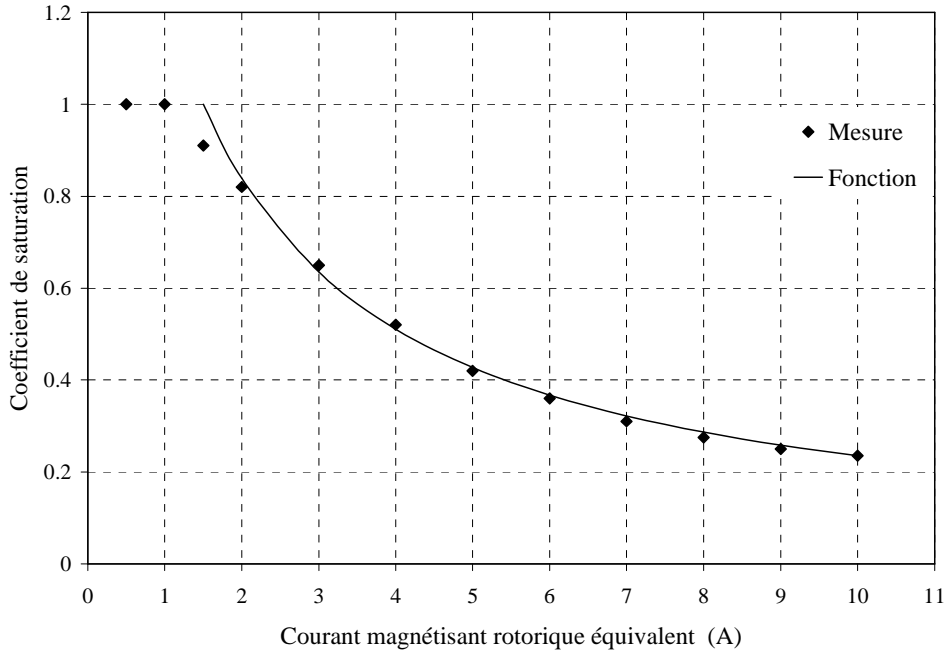


Figure 2.3 : Coefficient de saturation  $K_s(i_m)$ .

Finalement, écrit sous la forme d'une équation d'état, le modèle de la machine sous l'hypothèse du premier harmonique d'espace prenant en compte la saturation magnétique des matériaux est le suivant (complété par l'équation du couple électromagnétique (2.2) et la relation fondamentale de la dynamique des systèmes en rotation) :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{sd} \\ \Psi_{sq} \\ \Psi_{md} \\ \Psi_{mq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{\sigma_d L_d} & \omega_e & \frac{R_s}{\sigma_d L_d} & 0 \\ -\omega_e & -\frac{R_s}{\sigma_q L_q} & 0 & \frac{R_s}{\sigma_q L_q} \\ \frac{1-\sigma_d}{\sigma_d T_{rd}} & 0 & -\frac{1}{K_s(i_m) T_{rd}} - \frac{1-\sigma_d}{\sigma_d T_{rd}} & 0 \\ 0 & \frac{1-\sigma_q}{\sigma_q T_{rq}} & 0 & -\frac{1}{K_s(i_m) T_{rq}} - \frac{1-\sigma_q}{\sigma_q T_{rq}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Psi_{sd} \\ \Psi_{sq} \\ \Psi_{md} \\ \Psi_{mq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

La matrice d'état dépend des courants par l'intermédiaire du coefficient de saturation  $K_s(i_m)$  et doit donc être réactualisée à chaque itération. Ce modèle est assez général et peut s'adapter rapidement au cas des machines synchrones à réluctance sans cage ou au cas des machines asynchrones ( $k = 1$ ). On retrouve bien évidemment les équations du modèle non saturé en posant  $K_s = 1$  dans (2.6).

Ce modèle ne dépend que de paramètres déduits de mesures faites aux bornes du stator. Des essais sous faibles tensions ou faibles courants permettent d'obtenir la valeur des paramètres "non saturés" ( $R_s$ ,  $L_d$ ,  $L_q$ ,  $\sigma_d$ ,  $\sigma_q$ ,  $T_{rd}$ ,  $T_{rq}$ ). Des essais à haut niveau de tension (ou de courant) permettent d'identifier le coefficient de saturation [ME2].

Comme ce modèle ne fait apparaître qu'un seul coefficient de saturation, il permet de prédéterminer la caractéristique magnétique d'axe q à partir de la connaissance de la caractéristique magnétique d'axe d (qui peut être mesurée par des essais classiques comme un essai à vide sous tension variable) comme le montre la figure 2.4. Pour la machine étudiée, les erreurs de prédétermination sont acceptables (inférieures à 8%).

Ce modèle permet également de mettre en évidence les effets croisés de saturation [VAS 81], [BRO 83], [VAG 00] qui traduisent l'influence du courant magnétisant d'axe d sur la caractéristique magnétique d'axe q et vice-versa, aussi bien sur les caractéristiques en régime permanent (valeur du couple) que sur les régimes transitoires [ME2].

Dans la suite, nous montrons les possibilités de ce modèle pour la prédétermination de quelques régimes dynamiques lorsque la machine est alimentée par le réseau (courant de démarrage et stabilité).

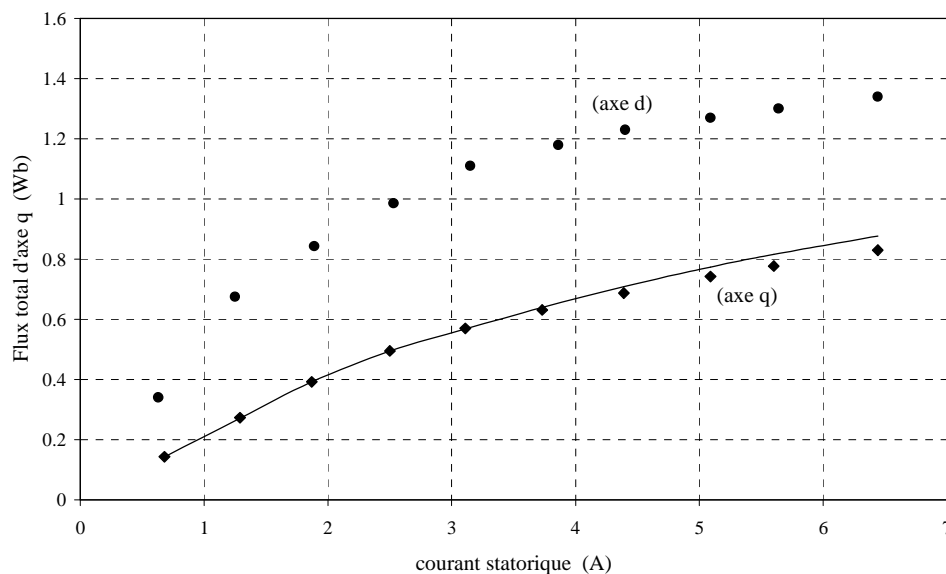


Figure 2.4 : Caractéristique magnétique d'axe q (les losanges pour la mesure et le trait continu pour le modèle)

#### ◆ Démarrage sur le réseau

Pour mettre en évidence les effets de la saturation magnétique sur les caractéristiques de démarrage de la machine (courant, vitesse), nous avons effectué un démarrage sous tension nominale ( $V_s = 230$  volts) correspondant à un fonctionnement saturé en régime permanent. Les résultats de simulation (2.6) sont obtenus en considérant les mêmes conditions que les essais expérimentaux (phase initiale des tensions appliquées, prise en compte de la chute de tension au démarrage, position du rotor à l'instant initial).

Le relevé expérimental du courant de démarrage est donné sur la figure 2.5. On a fait également apparaître sur cette figure les résultats de simulation obtenus en utilisant le modèle saturé et le modèle non saturé ( $K_s = 1$ ). La comparaison des différentes courbes montre clairement que pour ce niveau de tension, le modèle saturé permet de prévoir les caractéristiques dynamiques du démarrage avec plus de précision que le modèle non saturé. En particulier, le modèle saturé fait apparaître les modulations d'amplitude du courant juste avant l'accrochage et donne une valeur du courant en régime permanent pratiquement identique à l'expérience.

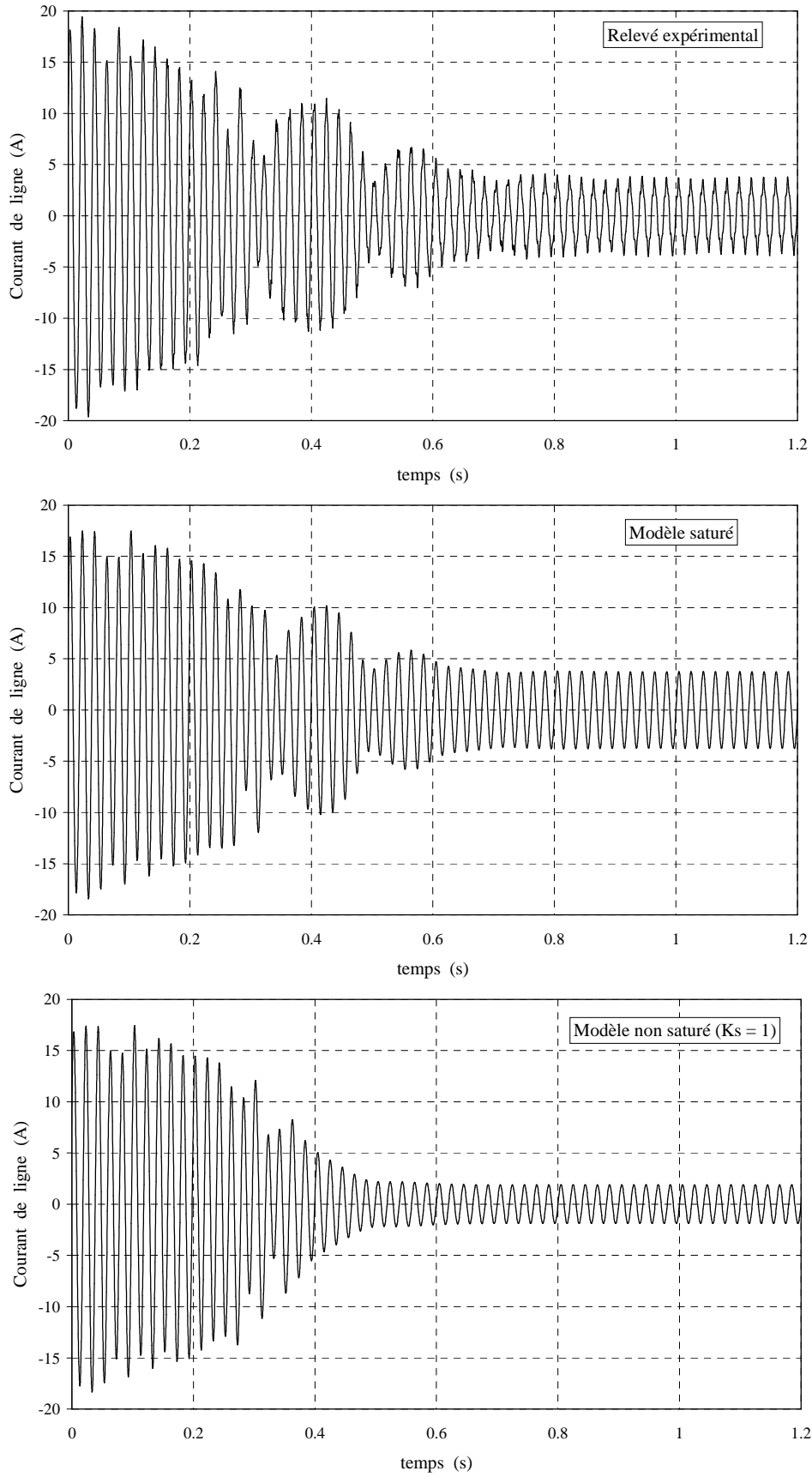


Figure 2.5 : Courant de démarrage sous tension nominale.

Nous avons représenté sur la figure 2.6, l'évolution du courant magnétisant  $i_m$  et du coefficient de saturation pendant le démarrage. Le courant magnétisant étant faible dans les premiers temps du démarrage (réaction des courants dans la cage), la machine n'est alors pas saturée (du moins globalement). Ensuite, la valeur du courant dans les barres du rotor diminue, le champ magnétique pénètre dans le rotor, le courant magnétisant augmente et la machine sature. En régime permanent, le coefficient de saturation vaut  $K_s = 0,46$ .

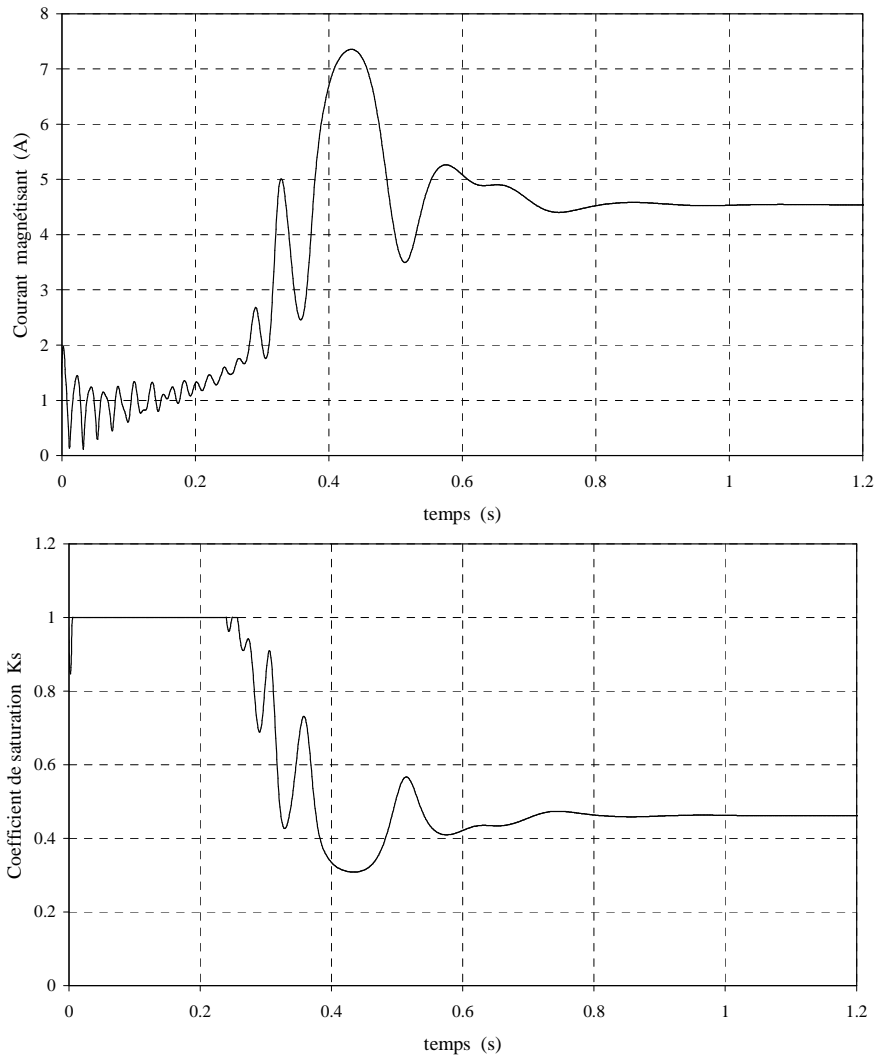


Figure 2.6 : Evolution du courant magnétisant et du coefficient de saturation pendant la phase de démarrage.

#### ◆ Stabilité

Comme toutes les machines synchrones alimentées par le réseau, la machine synchrone à réluctance variable présente un couple maximal au-delà duquel elle décroche [KRA 95]. Ce couple maximal dépend du niveau de tension d'alimentation. Le modèle que nous avons développé permet d'étudier l'impact du niveau de saturation sur la stabilité de la machine. La figure 2.7 représente l'évolution de  $T_{max}$  (couple de décrochage) et de  $\delta_{max}$  (angle interne de décrochage) en fonction de la valeur du coefficient de saturation. On constate sur ces courbes une augmentation du couple de décrochage et une diminution de l'angle interne

maximal lorsque  $K_s$  diminue. Lorsque la machine est alimentée sous tension nominale,  $K_s \approx 0,46$  et le couple de décrochage vaut 6,5 Nm (ce couple de décrochage serait estimé à 4,5 Nm à partir d'un modèle non saturé). Ces résultats importants montrent que la saturation magnétique améliore la plage de stabilité de la machine. La figure 2.7 montre qu'au-delà d'un certain niveau de saturation ( $K_s < 0,2$ ), la valeur du couple de décrochage diminue. En pratique ce niveau de saturation n'est pas réaliste, il correspond à des courants à vide très importants et donc à une machine mal dimensionnée.

La figure 2.8 montre les limites du modèle négligeant la saturation sur l'estimation de la stabilité lors d'un échelon de couple de 5 Nm (régime transitoire). Pour ce niveau de couple, l'expérience montre que le fonctionnement reste stable. La vitesse se stabilise en régime permanent, ce que permet de prévoir le modèle saturé.

Ces quelques résultats ont montré les effets sensibles de la saturation magnétique sur les performances de la machine. Nous avons montré qu'un modèle simple de type circuit (hypothèse du 1<sup>er</sup> harmonique) n'incluant qu'un paramètre supplémentaire (coefficient de saturation) est suffisant pour prévoir avec une bonne précision le comportement de la machine.

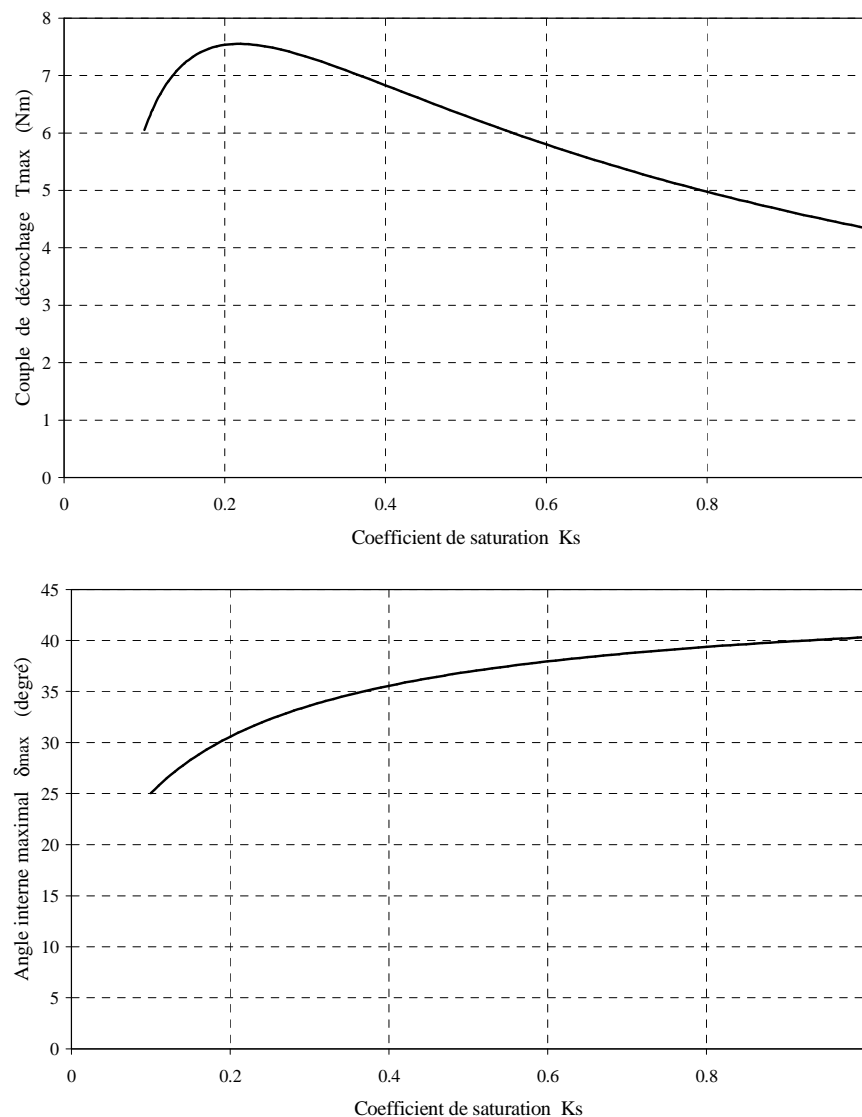


Figure 2.7 : Couple de décrochage et angle interne en fonction du niveau de saturation.

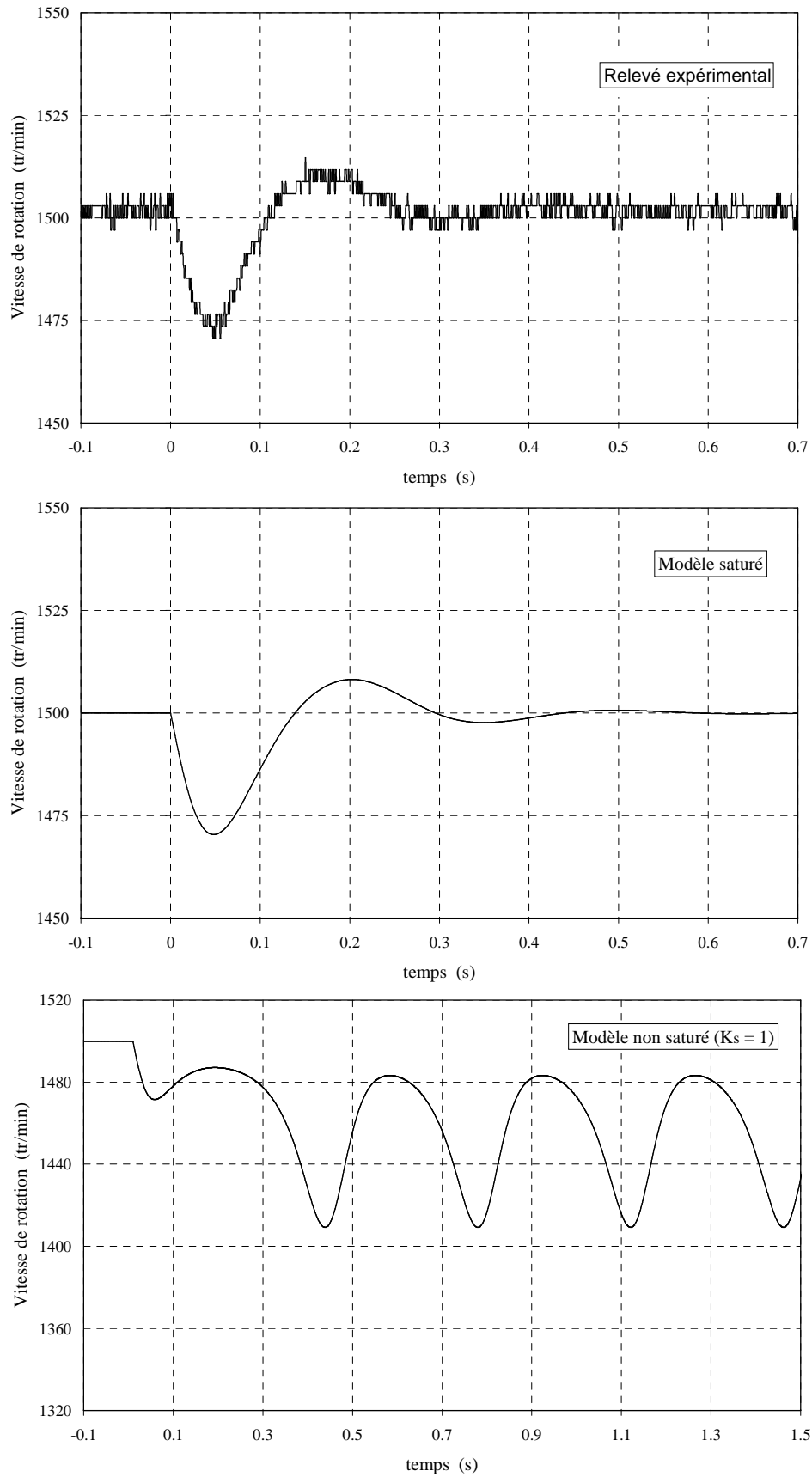


Figure 2.8 : Echelon de couple de 5 Nm, étude de la stabilité.



## 2.2.2 Prise en compte des harmoniques d'espace

Le champ magnétique dans l'entrefer des machines à réductance variable présente des harmoniques non négligeables qui sont à l'origine d'ondulations de couple qui se superposent au couple moyen. Ces ondulations de couple sont néfastes car elles sont à l'origine de bruits acoustiques, de risque d'excitation de modes propres mécaniques, d'imprécision sur le contrôle du mouvement. Les méthodes numériques de résolution des équations du champ sont les plus précises pour la détermination des ondulations de couple et leur réduction lors de la phase de conception de la machine. Elles permettent de prendre en compte la structure réelle de la machine et les effets de la saturation magnétique. Cependant, lorsqu'il s'agit d'établir des lois de commande pour réduire ces harmoniques de couple de manière active (par l'alimentation) et d'effectuer des simulations dynamiques (convertisseurs statiques inclus), elles montrent leurs limites en termes de temps de calcul. Les travaux présentés dans cette partie ont été développés par T. Hamiti dans le cadre de sa thèse de doctorat soutenue en 2009 [T1]. Monsieur Hamiti a développé un modèle analytique permettant de prendre en compte les harmoniques d'espace du champ dans l'entrefer par l'intermédiaire de la matrice inductance en ajoutant des termes harmoniques supplémentaires. Ce modèle exclu par principe la prise en compte simultanés des effets de la saturation magnétique, les développements harmoniques ne permettant pas de tenir compte des non linéarités. Pour la détermination de la matrice inductance (variation des inductances avec la position du rotor), un modèle analytique original basé sur la méthode des fonctions de bobinage a été développé [SCH 65]. Cette méthode permet de tenir compte de la distribution discrète des enroulements statoriques et des variations de la perméance d'entrefer due à la saillance rotorique et à la présence des encoches statoriques. Une fois les inductances de la machine calculées, le couple électromagnétique est directement obtenu en dérivant la co-énergie magnétique. A partir de l'expression du couple, des lois de commande sont établies pour réduire les ondulations de couple. La réalisation d'une machine à réductance et de sa commande a permis de valider l'étude théorique.

### ◆ Méthode des fonctions de bobinage

La méthode des fonctions de bobinage [SCH 65], [TOL 95] permet de calculer rapidement le couple électromagnétique d'une machine électrique en considérant les harmoniques d'espace du champ dans l'entrefer créés par la distribution spatiale des bobinages et par les saillances de la machine. Cette méthode repose sur les hypothèses suivantes :

- la perméabilité des matériaux magnétiques est supposée infinie,
- seule la composante radiale du champ magnétique est considérée,
- le champ radial dans l'entrefer ne dépend que de la position angulaire (1D).

Cette dernière hypothèse peut paraître très restrictive et limiter le champ d'application de cette méthode aux machines à faible entrefer magnétique comme les machines asynchrones. C'est d'ailleurs pour l'étude de ce type de machine (étude des défauts d'excentricité, rupture de barres, rupture de phase) que la méthode des fonctions de bobinage a été développée [HOU 03], [TES 12]. Cependant, des travaux ont montré que cette méthode peut s'appliquer aux machines à pôles saillants (grand entrefer) et donner de bons résultats [FAI 02], [TAB 04] [GAU 13]. Pour ce type de machine, l'énergie magnétique est stockée essentiellement dans les zones de faible entrefer (sous les plots rotoriques) où la variation du champ magnétique suivant la direction radiale est faible. L'erreur commise sur la détermination du couple est alors acceptable. Ceci n'est plus vrai pour les machines à

aimants montés en surface par exemple (grand entrefer magnétique) où des modèles analytiques plus précis comme ceux qui seront présentés dans le chapitre 3 de ce mémoire (résolution formelle des équations de Maxwell en 2D) doivent être développés pour calculer le couple avec précision. Une discussion très intéressante portant sur les limitations de la méthode des fonctions de bobinage est présentée dans [SER 13].

La théorie des fonctions de bobinage, qui est basée sur le théorème d'Ampère et la conservation du flux, permet d'obtenir une expression simple de l'inductance mutuelle entre deux bobinages "a" et "b" d'une machine cylindrique. Cette expression (2.7) permet de prendre en compte la distribution du bobinage et la variation de la perméance d'entrefer [R3]:

$$L_{ab}(\theta) = \mu_0 LR \int_0^{2\pi} e^{-j(\alpha - \theta)} N_a(\alpha) N_b(\alpha) d\alpha \quad (2.7)$$

où  $N_a(\alpha)$  représente la fonction de bobinage de l'enroulement "a",  $N_b(\alpha)$  représente la fonction de bobinage de l'enroulement "b",  $e^{-j(\alpha - \theta)}$  est la fonction inverse d'entrefer. L'angle  $\theta$  représente la position du rotor par rapport à l'axe magnétique de la phase "a",  $\alpha$  un point dans l'entrefer de la machine, R le rayon moyen d'entrefer et L est la longueur axiale de la machine.

Nous avons appliqué cette méthode pour calculer les inductances d'une machine à réluctance variable dont la topologie est donnée sur la figure 2.9 [R3].

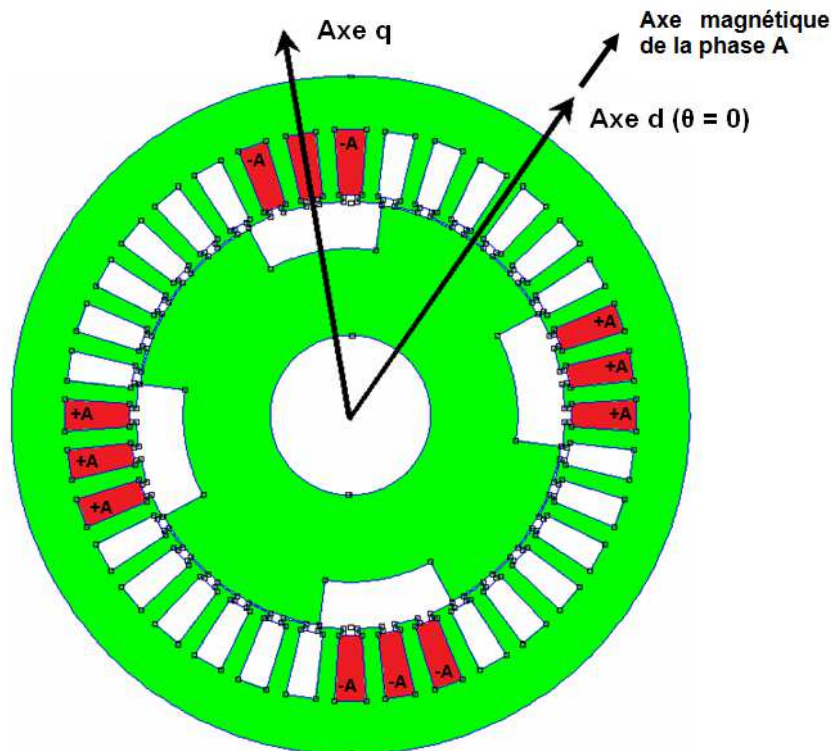


Figure 2.9 : Machine synchrone à réluctance variable.

L'allure de  $N_a(\alpha)$  pour cette machine est représentée sur la figure 2.10 (bobinage à pas diamétral à 3 encoches par pôles et par phase avec 58 conducteurs par encoche),  $N_b(\alpha)$  a la même allure mais décalée de  $2\pi/3$  (les angles sont des angles électriques).

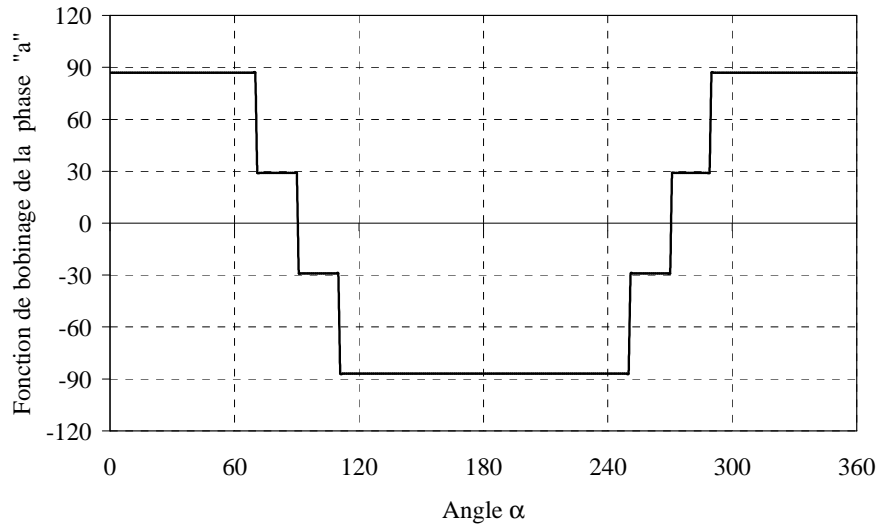


Figure 2.10 : Fonction de bobinage  $N_a(\alpha)$ .

La fonction inverse d'entrefer  $e^{-1}(\alpha-\theta)$  peut s'obtenir à partir de la connaissance *a priori* des lignes de champ magnétique dans l'entrefer. On peut également l'obtenir par éléments finis [TES 12] ou par un calcul analytique plus exact consistant à résoudre directement les équations de Maxwell pour une structure dentée [GAU 13]. Cette fonction est directement liée à la longueur estimée des lignes de champ. Elle permet de prendre en compte la saillance du rotor, la longueur de l'entrefer et les effets d'encoches. Les figures 2.11 montrent l'allure des lignes de champ magnétique pour un plot rotorique et une encoche statorique. Pour simplifier et arriver à des expressions analytiques, nous avons supposé que les lignes de champ sont composées de lignes droites et d'arcs de cercle.

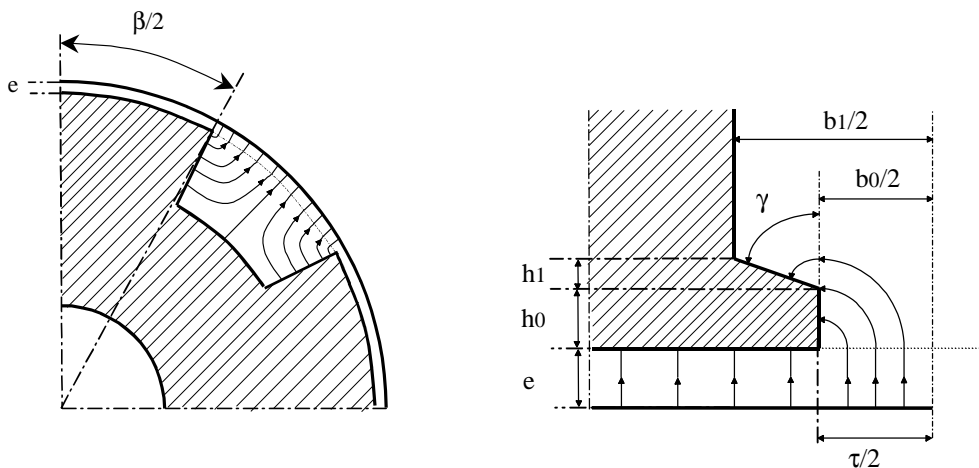


Figure 2.11 : Allure des lignes de champ magnétique.

Les expressions analytiques des fonctions d'entrefer pour la partie rotorique  $E_r(\alpha-\theta)$  et la partie statorique  $E_s(\alpha)$  sont données par les relations suivantes [R3] :

$$E_r(\alpha - \theta) = \frac{R \left( \frac{\pi}{2} - |\alpha - \theta| \right) \left( \sin|\alpha - \theta| - \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \right)}{\cos(\alpha - \theta)} \quad (2.8)$$

$$E_s(\alpha) = \begin{cases} e + \frac{\pi}{2} R\alpha & \text{pour } 0 \leq R\alpha \leq h_0 \\ e + \frac{\pi}{2} R\alpha + \gamma(R\alpha - h_0) & \text{pour } h_0 \leq R\alpha \leq \tau/2 \end{cases} \quad \text{avec } \gamma = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{h_1}{\frac{(b_1 - b_0)}{2}}\right) \quad (2.9)$$

La fonction inverse d'entrefer s'obtient à partir des relations (2.8) et (2.9):

$$e^{-1}(\alpha - \theta) = \frac{1}{E_s(\alpha) + E_r(\alpha - \theta)} \quad (2.10)$$

Connaissant les données géométriques de la machine (figure 2.11), il est possible de calculer la fonction  $e^{-1}(\alpha - \theta)$ . Cette fonction est représentée sur la figure 2.12 (pour  $\theta = 0$ , voir la figure 2.9). On remarque les effets des plots rotoriques et des encoches statoriques.

Disposant des fonctions  $N_a(\alpha)$  et  $e^{-1}(\alpha - \theta)$ , nous pouvons déterminer les inductances de la machine à partir de la relation (2.7). Les résultats sont donnés sur la figure 2.13 et sont comparés aux résultats obtenus par éléments finis en considérant les mêmes hypothèses (perméabilité infinie pour le fer). On constate que la méthode des fonctions de bobinage donne des résultats tout à fait acceptables. Des comparaisons avec des résultats expérimentaux (mesure des inductances) ont également montré l'intérêt de cette méthode. Une analyse plus détaillée se trouve dans [T1].

Bien évidemment, il faut garder à l'esprit les limites de cette méthode et en particulier le fait qu'elle néglige la saturation magnétique qui influence fortement les caractéristiques de ce type de machine comme nous l'avons expliqué dans le paragraphe précédent.

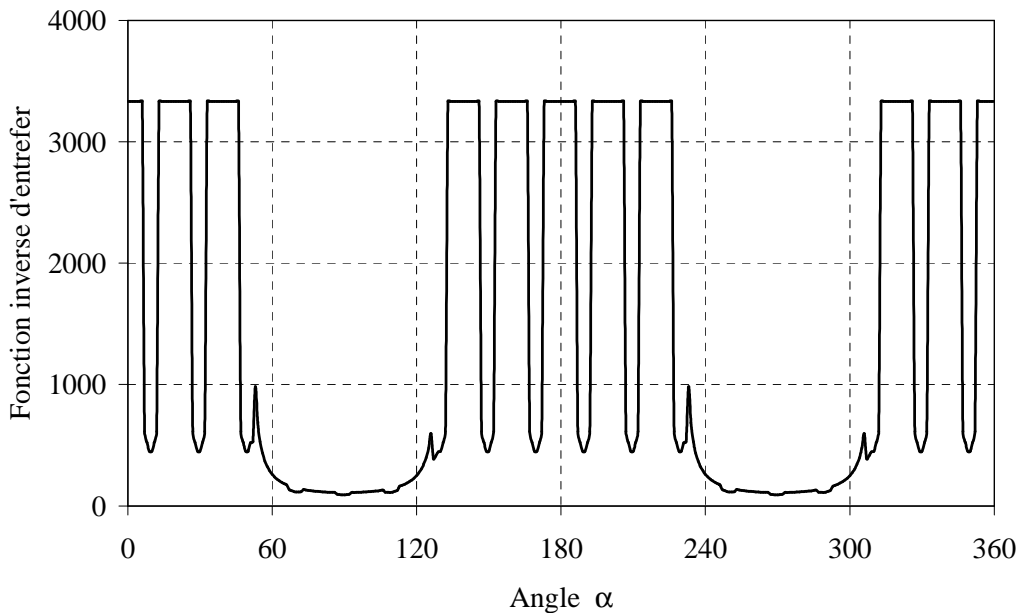
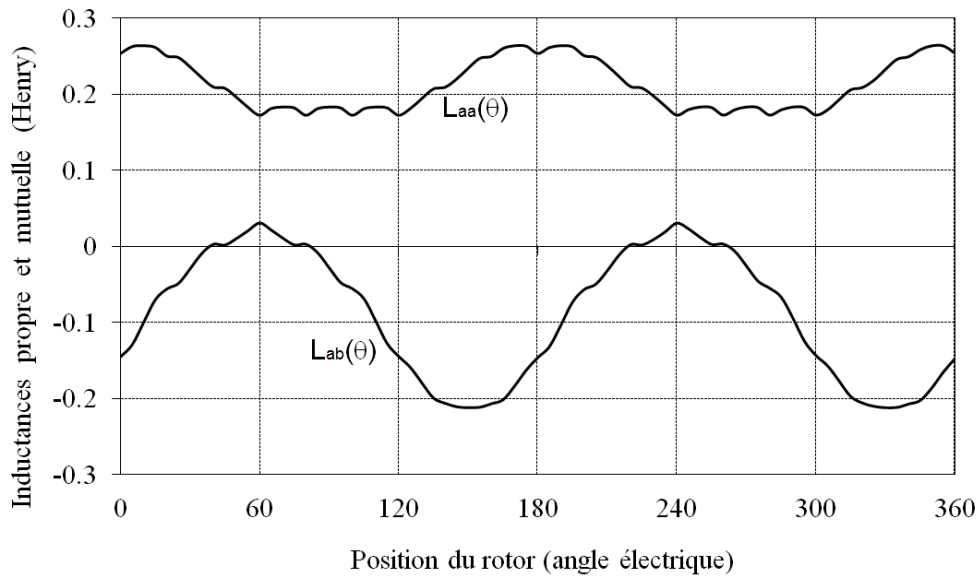
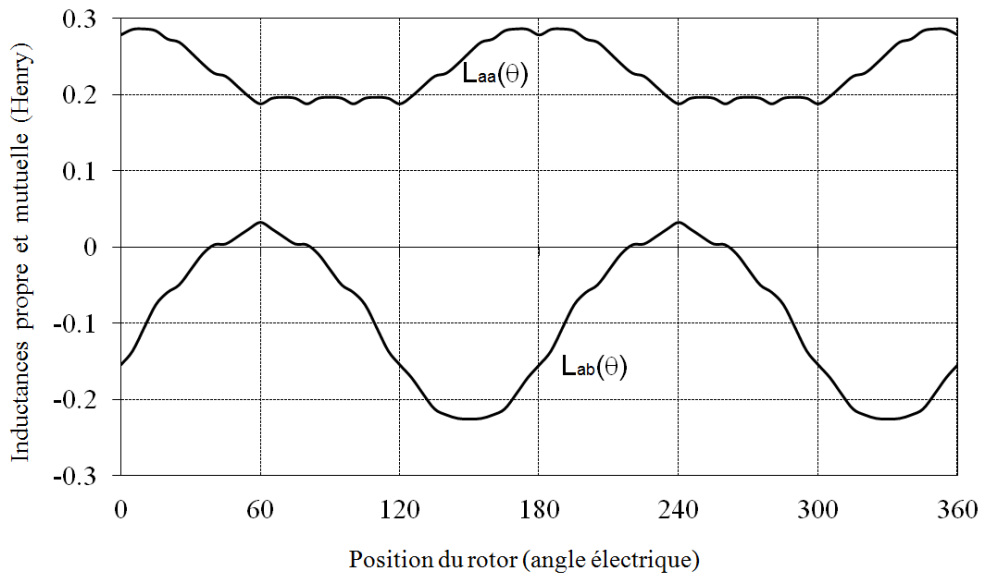


Figure 2.12 : Fonction inverse d'entrefer  $e^{-1}(\alpha - \theta)$ .



(a)



(b)

Figure 2.13 : Inductances propre et mutuelle; (a) Méthode des fonctions de bobinage, (b) Éléments finis.

La connaissance de la matrice inductance  $[L(\theta)]$  permet ensuite de calculer le couple électromagnétique par dérivation de la co-énergie et d'effectuer des simulations en régime dynamique [C10] par l'intermédiaire du système d'équations différentielles (2.11). On dispose alors d'un outil efficace (avec ses limites bien évidemment) permettant d'analyser rapidement les effets du bobinage et de la géométrie de la machine sur les performances de la machine en régime permanent (couple moyen et ondulations) comme en régime transitoire. L'expression du couple électromagnétique (2.11) montre que pour une machine donnée (matrice inductance donnée), on a la possibilité avec ce modèle d'imposer la forme que l'on veut pour les courants d'alimentation pour voir leurs influences sur le couple (dans le cas d'une commande en courant).

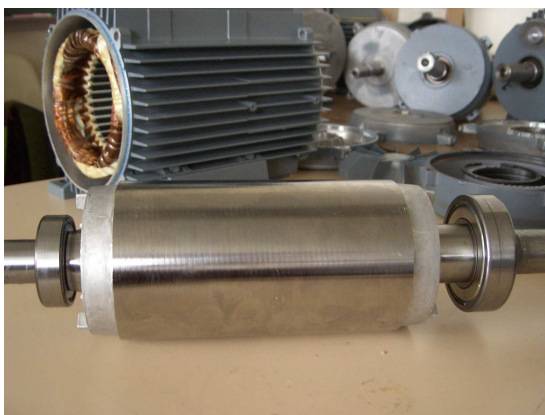
$$\frac{d}{dt}[i_s] = [L(\theta)]^{-1} \left\{ [v_s] - \left( [R_s] + p\Omega \left[ \frac{\partial [L(\theta)]}{\partial \theta} \right] \right) [i_s] \right\}$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J} \{ T_{em} - T_r \} \quad \text{avec} \quad \frac{d\theta}{dt} = p\Omega \quad (2.11)$$

$$T_{em} = \frac{1}{2} p [i_s]^t \left[ \frac{\partial [L(\theta)]}{\partial \theta} \right] [i_s]$$

Cet outil a permis à T. Hamiti de dimensionner un moteur à réluctance variable (maximiser le couple moyen et minimiser les ondulations de couple) en jouant sur la géométrie du rotor (y compris l'inclinaison axiale des plots rotoriques pour réduire les ondulations de couple due aux dents statoriques à partir d'un modèle "multi-slices") et sur la distribution du bobinage statorique [R4]. Des simulations par éléments finis tenant compte des effets de la saturation magnétique ont permis d'affiner les résultats. Nous n'avons pas utilisé la possibilité d'optimiser en même temps la forme des courants (nous avons considéré des courants sinusoïdaux) mais cette possibilité existe et aurait peut-être conduit à une géométrie différente. La détermination de la forme des courants pour réduire les ondulations de couple et maximiser le couple moyen a été réalisée *a posteriori*. Nous présenterons quelques résultats relatifs à cette étude dans le paragraphe suivant.

A partir des dimensions géométriques obtenues par le calcul, nous avons fait usiner un rotor de machine à réluctance variable à partir de celui d'un moteur asynchrone de 3kW, 1500 tr/mn. Les photos de la figure 2.14 représentent le rotor original et le rotor obtenu après usinage. L'objectif était d'une part de vérifier les modèles par des essais expérimentaux (mesure des inductances et du couple) et d'autre part de tester des lois de commande permettant de réduire les ondulations du couple.



Rotor avant usinage (moteur asynchrone)



Rotor après usinage

Figure 2.14 : Photographie du rotor saillant obtenu à partir de celui d'une machine asynchrone [T1].

## 2.3 Réduction active des ondulations de couple

On trouve dans la littérature de nombreux travaux relatifs au filtrage actif des ondulations de couple dans les machines électriques. Ces travaux sont consacrés pour la plupart aux cas des machines à aimants permanents [MAR 93], [JAH 96] ou aux machines à réductance à double saillance [KOS 00]. Une étude bibliographique sur le sujet se trouve dans la thèse de T. Hamiti [T1] et ne sera pas rappelée ici.

Pour une machine donnée, la méthode consiste à déterminer la forme optimale des courants à imposer afin de réduire, voire d'annuler, les ondulations de couple tout en maximisant le couple moyen. Le schéma de principe du dispositif de commande est donné sur la figure 2.15. Pour chaque valeur de la position du rotor, il faut déterminer la valeur des courants à imposer à la machine. La régulation des courants peut se faire dans le repère (abc) ou dans le repère de Park (dq). Dans les deux cas, les courants à réguler en régime permanent sont variables dans le temps, ce qui peut nécessiter l'emploi de correcteurs particuliers qui permettent le suivi d'une consigne alternative. Le passage dans le repère de Park n'est plus forcément un avantage ici car la matrice inductance "transformée" reste dépendante de la position du rotor.

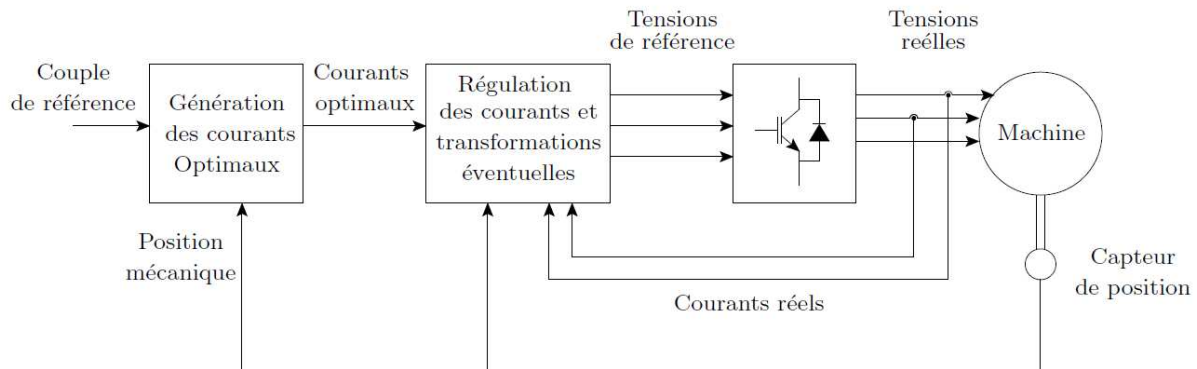


Figure 2.15 : Filtrage des harmoniques de couple par injection de courant

Il faut bien sûr disposer d'un modèle capable de prévoir les ondulations de couple pour déterminer la forme optimale des courants à imposer. Pour cela, nous avons utilisé le modèle issu de la méthode des fonctions de bobinage présentée dans le paragraphe précédent. Les lois de commande et les expressions des courants optimaux sont issues de ce modèle et sont développées dans [T1].

La figure 2.16 présente des résultats de simulation obtenus à l'aide du modèle prenant en compte les harmoniques d'espace dans le cas de la commande vectorielle de la machine synchrone à réductance variable (régulation de la vitesse à 5 rad/s et échelon de couple résistant de 5 Nm à  $t = 1$ s). Pour cet exemple (résultats sans compensation), aucune stratégie n'a été adoptée pour réduire les ondulations de couple, les références des courants  $I_d$  et  $I_q$  sont pratiquement constantes en régime permanent (courants sinusoïdaux dans la machine). On peut observer les ondulations sur le couple (essentiellement de rang 6) et sur la vitesse en régime permanent. Ces ondulations de couple sont néfastes aussi bien pour la durée de vie de la machine que pour la charge entraînée. De la même façon, lorsqu'il s'agit de faire du positionnement précis avec ce type de machine, l'existence de ces ondulations de couple est problématique.

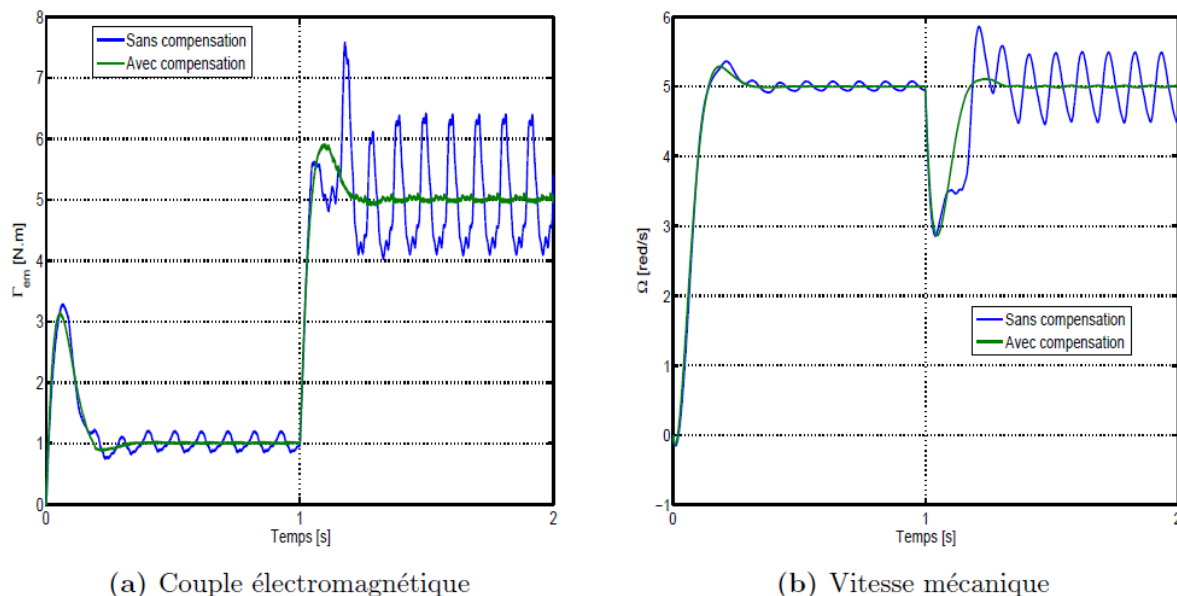


Figure 2.16 : Commande à basse vitesse avec et sans compensation des ondulations de couple [T1].

Lorsque l'on ajoute le bloc de calcul des courants optimaux, on peut observer sur la figure 2.16 l'annulation des ondulations de couple et par conséquent celles de vitesse. Il s'agit de simulation, dans la pratique c'est plus difficile d'obtenir d'aussi bons résultats. Les courants de phase injectés comportent en plus du fondamental, essentiellement des harmoniques de rang 5 et 7 au niveau de la machine (ce qui correspond à un harmonique de rang 6 supplémentaires sur les références  $I_d$  et  $I_q$ ). L'injection de ces harmoniques de courant supplémentaires, dont il faut contrôler parfaitement la phase et l'amplitude (qui sont déterminées à partir du modèle), nécessite des correcteurs ayant une bande passante importante, ceci est d'autant plus vrai que la vitesse est grande. Si les courants ne peuvent plus suivre les références, la compensation n'est plus assurée et on peut même obtenir l'effet contraire avec une amplification des ondulations de couple [T1].

Pour valider ces résultats, T. Hamiti a développé un dispositif de commande qui est représenté sur la figure 2.17. Le banc expérimental comporte la machine synchrone à réluctance variable (voir figure 2.14) qui est couplée mécaniquement à une génératrice à courant continu permettant d'appliquer un couple résistant. La machine est alimentée par un onduleur triphasé. L'ensemble est commandé par une carte dSPACE® (DS1102). On dispose également d'un capteur de position et de deux capteurs de courant pour assurer le contrôle vectoriel de la machine.

Pour atténuer les ondulations de couple (essentiellement le 1<sup>er</sup> harmonique de couple qui correspond au rang 6 et qui est le plus important en amplitude), nous avons imposé sur les références des courants  $I_d$  et  $I_q$  un harmonique supplémentaire (rang 6) qui se superpose à une valeur constante correspondant au couple de référence. Avec le dispositif de commande, il est possible de contrôler la phase et l'amplitude de l'harmonique de courant injecté. Le couple électromagnétique a été estimé à partir de la mesure des courants et des forces électromotrices de la machine (enroulements supplémentaires placés dans la machine). Les résultats expérimentaux obtenus sont donnés sur la figure 2.18. Pour montrer l'influence de l'harmonique supplémentaire de courant injecté, nous avons fait varier son amplitude noté  $H_6$  sur la figure 2.18. Les résultats expérimentaux montrent qu'il existe une valeur optimale du courant à injecter pour laquelle l'ondulation de couple est minimale. Les



résultats de simulation donnent la même tendance et corroborent la validité du modèle développé. La différence entre l'expérimentation et la théorie que l'on peut observer sur la figure 2.18 s'explique entre autre par la difficulté du correcteur à suivre la référence de courant (bande passante limitée).

L'ensemble de ces résultats ont été présentés à la conférence ELECTRIMACS 2008 à Montréal [C11] et publiés ensuite dans une revue internationale [R7]. Cet article de revue est donné dans l'annexe de ce mémoire.

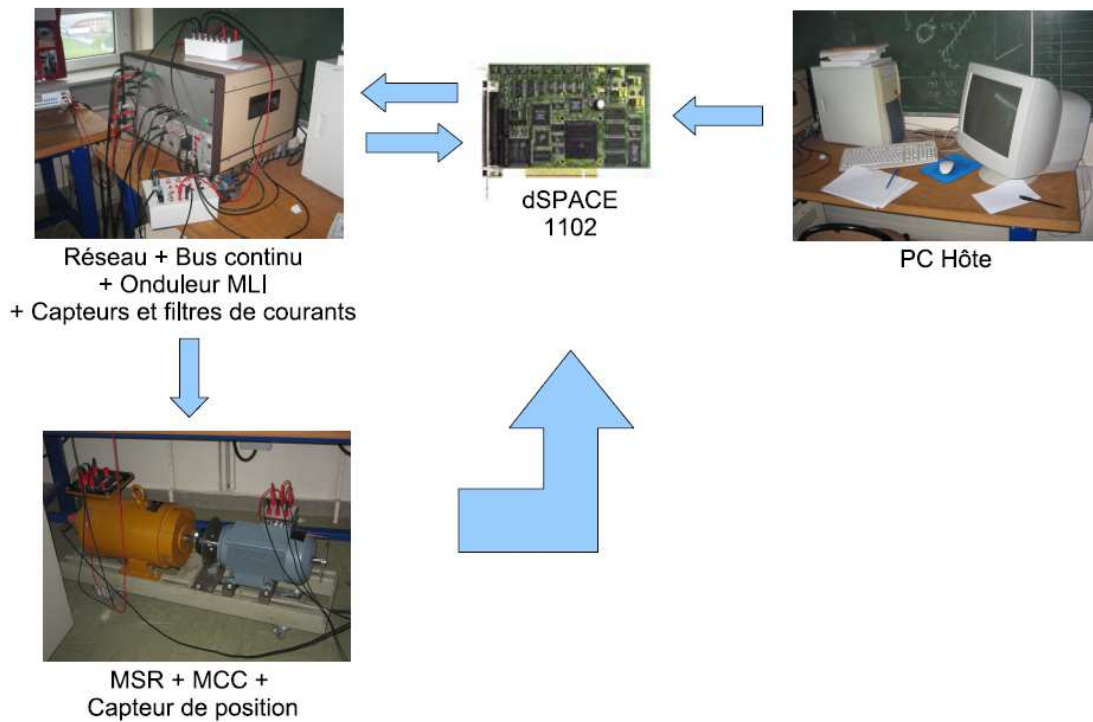


Figure 2.17 : Banc expérimental pour le filtrage actif des ondulations de couple [T1].

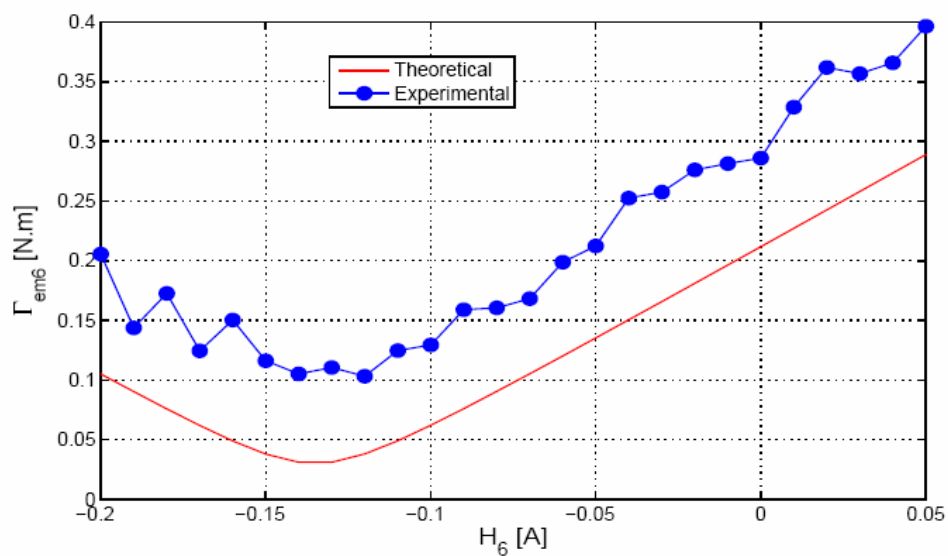


Figure 2.18 : Réduction des ondulations de couple (rang 6) en fonction de l'amplitude de l'harmonique de courant injecté ( $H_6$ ).

## 2.4 Conclusion

Les résultats que j'ai présentés dans ce chapitre ont été développés de 1998 à 2009. Cette thématique de recherche n'est plus d'actualité. L'objectif ici était de montrer l'intérêt des modèles de type "circuit" pour la simulation des régimes dynamiques et l'établissement des lois de commande des machines électriques lorsque des phénomènes physiques, comme la saturation magnétique des matériaux et les harmoniques d'espace du champ dans l'entrefer, ne sont plus négligés. La machine synchrone à réluctance variable, qui est très sensible à ces deux phénomènes physiques, semblait la mieux adaptée pour mettre en avant les avantages de ce type de modèle. Nous avons également montré qu'il était possible de réduire les ondulations de couple d'une MRV à partir d'un modèle issu de la méthode des fonctions de bobinage.

Comme nous l'avons dit dans le préambule, les modèles "circuits" sont l'un des outils de l'électrotechnicien pour l'analyse des machines électriques. Ils sont complémentaires au modèle de type "champ" que nous allons présenter dans le chapitre suivant.

## Publications relatives à la machine synchrone à réluctance variable

- [ME2] T. Lubin, "Modélisation et commande de la machine synchrone à réluctance variable. Prise en compte de la saturation magnétique", Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, Laboratoire GREEN, Avril 2003.
- [T1] T. Hamiti, "Réduction des ondulations de couple d'une machine synchrone à réluctance variable. Approches par la structure et par la commande", Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, Laboratoire GREEN, Juin 2009.
- [OS1] M. Hilairat, T. Lubin and A. Tounzi, "Machine à réluctance variable : modélisation et commande," chapitre 8 de l'ouvrage *Commandes d'actionneurs électriques synchrones et spéciaux* (sous la direction de J.-P. Louis), Génie Electrique, (EGEM), Editions Hermès-Lavoisier, pp. 321-363, 43 pages, octobre 2011.
- [R1] T. Lubin, H. Razik and A. Rezzoug, "Magnetic saturation effects on the control of a synchronous reluctance machine". *IEEE Transactions on Energy Conversion*, volume 17, N°3, pages 356-362, 7 pages, Septembre 2002.
- [R2] T. Lubin, H. Razik and A. Rezzoug, "On-line efficiency optimization of a synchronous reluctance machine". *Electric Power Systems Research, Elsevier*, volume 77, Issues 5-6, pages 484-493, 10 pages, Avril 2007.
- [R3] T. Lubin, T. Hamiti, H. Razik and A. Rezzoug, "Comparison between finite element analysis and winding function theory for inductances and torque calculation of a SynRM". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 43, N°8, pages 3406-3410, 5 pages, Août 2007.
- [R4] T. Hamiti, T. Lubin and A. Rezzoug, "A simple and efficient tool for design analysis of a synchronous reluctance motor". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 44, N°12, pages 4648-4652, 5 pages, Décembre 2008.
- [R7] T. Hamiti, T. Lubin, L. Baghli and A. Rezzoug, "Modeling of a synchronous reluctance machine accounting for space harmonics in view of torque ripple minimization". *Mathematics and Computers in Simulation, Elsevier*, volume 81, N°4, pages 354-366, 13 pages, Octobre 2010.
- [C2] T. Lubin, F. Weinachter, H. Razik, A. Rezzoug, "Modeling and identification of a synchronous reluctance machine with a squirrel cage," *Proc. EPE-PEMC'00*, Kosice, Slovaquie, vol. 5, pp. 110-114, Septembre 2000.
- [C3] T. Lubin, H. Razik, A. Rezzoug, "Magnetic saturation effects on the control of a synchronous reluctance machine," *Proc. IEMDC 2001, IEEE conference*, Cambridge, MA, USA, 17-20 Juin 2001.
- [C4] T. Lubin, H. Razik, A. Rezzoug, "A new saturated model for synchronous reluctance machines," *ICEM (International Conference on Electrical Machines)*, Bruges, Belgique, 25-28 Aout 2002.
- [C5] T. Lubin, H. Razik, A. Rezzoug, "Maximum torque to current control of a synchronous reluctance machine by including cross-magnetisation," *ICEM (International Conference on Electrical Machines)*, Cracovie, Pologne, 5-8 Septembre 2004.
- [C10] T. Hamiti, T. Lubin, H. Razik, A. Rezzoug, "Effect of space harmonics on the transient and steady-state behavior of a line-start synchronous reluctance machine," *ICEM (International Conference on Electrical Machines)*, Chania, Grèce, Septembre 2006.
- [C11] T. Hamiti, T. Lubin, L. Baghli, A. Rezzoug, "Torque ripple minimization for a synchronous reluctance motor using winding function theory and predetermined current waveshapes", *ELECTRIMACS*, Quebec, Canada, 8-11 Juin 2008.

## Bibliographie

- [ANS 12] M.M.A Ansari, W. A. Cronje, and A. Meyer, "Evaluation of a reluctance synchronous motor for use in an electric mine shuttle vehicle (EMSV)," *IEEE Electric vehicle conference (IEVC)*, Greenville, USA, March 4-8, 2012.
- [BIA 02] N. Bianchi and B. J. Chalmers, "Axially laminated reluctance motor: analytical and finite-element methods for magnetic analysis," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 38, no. 1, pp. 239-245, 2002.
- [BIA 09] N Bianchi, S. Bolognani, D. Bon, and M.D. Pre, "Rotor flux-barrier design for torque ripple reduction in synchronous reluctance and PM-assisted synchronous reluctance motors," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 45, no. 3, pp. 921-928, 2009.
- [BOL 96] I. Boldea, *Reluctance synchronous machines and drives*, Clarendon Press - Oxford, 1996.
- [BOL 04] I. Boldea, L. Tutelea, and C. I. Pitic, "PM-assisted reluctance synchronous motor/generator (PM-RSM) for mild hybrid vehicles: electromagnetic design," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 40, no. 2, pp. 492-498, 2004.
- [BRO 83] J. E. Brown, K. P. Kovacs, and P. Vas, "A method of including the effects of main flux path saturation in the generalized equations of a-c machines," *IEEE Trans. Power App. syst.*, Vol. 102, pp. 96-103, 1983.
- [CAI 97] H. Cailleux, B. le Pioufle, and B. Multon, "Comparison of control strategies to minimize the torque ripple of a switched reluctance machine," *Elec. Mach. Pow. Syst.*, vol. 25, no. 10, pp. 1103-1118, Apr. 2007.
- [CHE 12] L. Chen, J. Wang, P. Lombard, P. Lazari, and V. Leconte, "Design optimisation of permanent magnet assisted synchronous reluctance machines for electric vehicle applications," *ICEM (International Conference on Electrical Machines)*, Marseille, France, September 2-5, 2012.
- [FAI 02] J. Faiz, and I. Tabatabaei, "Extension of winding function theory for non uniform air-gap in electric machinery", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 38, No. 6, pp. 3654-3657, Nov. 2002.
- [FAU 79] J. Faucher, M. Lajoie-Mazenc, and A. Chayegani, "Characterization of a closed-loop controlled current-fed reluctance machine taking into account saturation," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. IA.15, no. 5, pp. 482-488, 1979.
- [GAU 13] B. Gaussens, E. Hoang, O. de la Barriere, J. Saint-Michel, P. Manfe, M. Lecrivain, and M. Gabsi, "Analytical armature reaction field prediction in field-excited flux-switching machines using an exact relative permeance function," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 1, pp. 628-641, Jan. 2013.
- [HAN 11] H. Hannoun, M. Hilairret, and C. Marchand, "Experimental validation of a switched reluctance machine operating in continuous-conduction mode," *IEEE Trans. Vehicular. Technol.*, vol. 60, no. 4, pp. 1453-1460, May 2011.
- [HOU 03] G. Houdouin, G. Barakat, B. Dakyo, and E. Destobbeleer, "A winding function theory based global method for the simulation of faulty induction machines" *IEEE Electric Machines and Drive Conference (IEMDC)*, Madison, USA, Jun. 1-4, 2003.
- [JAH 96] T. M. Jahns and Wen L. Stoong, "Pulsating torque minimization techniques for permanent magnet AC motor drives - A review", *IEEE Trans. on Indust. Elect.*, Vol. 43, No. 2, , pp. 321-330, April 1996.

- [KOS 00] T. Kosaka and N. Matsui. "Some considerations on torque ripple suppression in reluctance motors". *Electrical Engineering in Japan*, Vol. 130, No. 1, pp. 118–128, 2000.
- [KRA 95] P. C. Krause, O. Wasynczuk, and S. D. Sudhoff, *Analysis of Electric Machinery*, Piscataway, NJ: IEEE Press, 1995.
- [LIP 91] T. A. Lipo, "Synchronous reluctance machine – a viable alternative for AC drives?," *Elect. Mach. Power Syst.*, vol. 19, pp. 659-671, 1991.
- [MAR 93] C. Marchand and A. Razek, "Optimal torque operation of digitally controlled permanent magnet synchronous motor drives". *IEE Proceedings-B*, Vol. 140, No. 3, 232–240, 1993.
- [MAT 94] T. Matsuo and T. A. Lipo, "Rotor design optimization of synchronous reluctance machine," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 9, no. 2, pp. 359-365, 1994.
- [MEI 86] F. Meibody-Tabar, "Etude d'une machine synchrone a réductance variable pour des applications à grande vitesse", Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, 1986.
- [OJE 09] X. Ojeda, X. Mininger, H. Ben Ahmed, and M. Gabsi, "Piezoelectric actuator design and placement for switched reluctance motors active damping," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 24, no. 2, pp. 305-313, Jun. 2009.
- [PIE 91] L. Pierrat, E. Dejaeger and M. S. Garrido, "Models unification for the saturated synchronous machines," *International conference on Evolution and modern aspects of synchronous machines*, (SM100), Zürich, Switzerland, pp. 44-48, Aug. 1991.
- [SAR 81] F. M. Sargos, "Etude théorique des performances des machines à réductance variable," Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, 1981.
- [STA 93] D. A. Staton, T. J. E. Miller and S. E. Wood, "Maximising the saliency ratio of the synchronous reluctance motor," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 140, pt. B, no. 4, pp. 249-259, 1993.
- [SCH 65] N. L. Schmitz and D. W. Nowotny, *Introductory Electromechanics*, The Ronald Press Company, New York, 1965.
- [SER 13] L. Serrano-Iribarnegaray, P. Cruz-Romero, and A. Gomez-exposito, "Critical review of the modified winding function theory," *Progress In Electromagnetic Research*, vol. 133, pp. 515-534, 2013.
- [TAB 04] I. Tabatabaei, J. Faiz, H. Lesani and M. T. Nabavi-Razavi, "Modeling and simulation of a salient-pole synchronous generator with dynamic eccentricity using modified winding function theory", *IEEE Trans. Mag.*, vol. 40, pp. 1550-1555, May 2004.
- [TAG 14] S. Taghavi, and P. Pillay, "A core analysis of the synchronous reluctance motor for automotive applications," *ICEM (International Conference on Electrical Machines)*, Berlin, Germany, September 2-5, 2014.
- [TES 12] A. Tessarolo, "Accurate computation of multiphase synchronous machine inductances based on winding function theory," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 27, no. 4, pp. 895-904, 2012.
- [TOL 95] H. A. Toliyat and T. A. Lipo, "Transient analysis of cage induction machines under stator, rotor bar and end ring faults," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 10, no. 2, pp. 241-247, 1995.
- [TOU 93] A. Tounzi, "Contribution à la commande vectorielle de machine à réductance variable. Prise en compte de l'amortissement et de la saturation", Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, 1993.

- [VAG 00] A. Vagati, M. Pastorelli, F. Scapino and G. Fransceschini, "Impact of cross saturation in synchronous reluctance motor of the transverse-laminated type," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 36, no. 4, pp. 1039-1046, 2000.
- [VAS 81] P. Vas, "Generalized transient analysis of saturated a-c machines," *Archiv für Electrotechnik*, vol. 63, pp. 57-62, 1981.
- [YAH 00] H. Yahia, R. Dhifaoui, and B. Multon, "Maximum power limits in the field-weakening mode of doubly-salient variable reluctance machines" *IEEE IECON*, Nagoya, Japan, pp. 783-788, 2000.
- [ZAI 09] E. H. Zaim, "High-speed solid rotor synchronous reluctance machine design and optimization", *IEEE Trans. Mag.*, vol. 45, No 3, pp. 1796-1799, Mar. 2009.



# Chapitre 3 : Modélisation analytique 2D et 3D des actionneurs électriques

Dans ce chapitre, je présente les travaux que nous avons développés au GREEN sur la modélisation analytique des actionneurs électromécaniques en vue de leur dimensionnement. Ces modèles sont obtenus à partir de la résolution formelle des équations de Maxwell en 2D ou en 3D. Ils ont été appliqués pour différents types d'actionneurs en fonction des besoins du moment : machines à aimants permanents, accouplements et réducteurs magnétiques, dispositifs de chauffage par induction, machines synchrones à enroulements supraconducteurs.... L'originalité des modèles réside essentiellement dans la prise en compte des effets de saillance magnétique, des effets 3D, et du mouvement pour le calcul des courants induits.

Cet axe de recherche couvre une période d'une dizaine d'années et reste toujours d'actualité. J'ai commencé à travailler sur cette thématique en 2007, année de mon recrutement comme Maître de conférences. Ces travaux sur la modélisation analytique des convertisseurs électromécaniques en vue de leur conception s'inscrivent dans une tradition assez longue au GREEN [REZ 87], [SAR 91]. Pour ma part, et comme je l'ai déjà dit dans le préambule de ce mémoire scientifique, c'est tout d'abord par curiosité intellectuelle que je me suis investi sur ce thème. Il s'agissait de savoir jusqu'où il m'était possible d'aller avec ce type de modélisation et s'il restait encore des choses à développer, vue la bibliographie importante sur le sujet. Notre métier d'enseignant-chercheur nous donne la possibilité de prendre le temps nécessaire, si nous le désirons, pour répondre à ce type de question.

Au bout de ces dix années, force est de constater que l'investissement en valait la peine comme nous le verrons par la suite. Ces travaux ont donné lieu à plus de 20 articles dans des revues internationales depuis 2010 (essentiellement dans les revues IEEE) et de nous positionner sérieusement dans le contexte national et international sur cette thématique. Des modèles analytiques ont été développés pour le dimensionnement d'actionneurs dans le cadre de plusieurs thèses récentes soutenues au GREEN [GOU 11a], [MAL 12], [BEL 14], [DOL 15] et à l'USTHB à Alger [BEN 13], thèses que j'ai co-encadrées ou que j'ai suivies de près. Cette thématique de recherche est sans nul doute celle ou ma contribution personnelle est la plus importante.

## 3.1 Introduction

Lorsqu'il s'agit de dimensionner un convertisseur électromécanique, le recours à un modèle de type "champ" est incontournable. Ce type de modèle permet de lier les paramètres physiques et géométriques du système étudié aux performances attendues (couple,



rendement ...). Pour résoudre ce type de problème, l'ingénieur en électrotechnique dispose d'un certain nombre d'outils qui sont basés sur différentes approches de modélisation.

Il existe dans le commerce ou en accès libre sur internet un nombre important de logiciels de calcul de champ électromagnétique qui sont quelquefois directement dédiés à l'analyse des convertisseurs électromécaniques ou alors plus généralistes. Ces logiciels sont généralement faciles à prendre en main, l'utilisateur ne fait que décrire la géométrie du problème à résoudre en précisant la nature des matériaux. Ces outils logiciels sont pour la plupart basés sur des méthodes de résolution numérique des équations de Maxwell, très souvent la méthode des éléments finis. Ils permettent une analyse fine des actionneurs en 2D ou en 3D en prenant en compte les géométries complexes ainsi que les lois de comportement non linéaires des matériaux lorsque cela est nécessaire. Ces méthodes reposent sur une discrétisation du domaine d'étude qui permet la résolution numérique des équations aux dérivées partielles relatives au problème traité. Le calcul des grandeurs locales en tout point du maillage en utilisant les conditions aux limites du problème permet ensuite de remonter à des grandeurs globales utiles pour le concepteur (couple, tension induite...). Il existe tout un axe de recherche sur les méthodes numériques qui sort du cadre de ce rapport et dont nous ne parlerons pas. Le développement de ce type de modélisation progresse parallèlement à l'évolution des performances des outils informatiques. Les moyens informatiques actuels, de plus en plus rapides, permettent de traiter des dispositifs de plus en plus complexes avec des temps de calcul acceptables mais qui peuvent s'avérer encore trop longs dans le cadre d'un processus d'optimisation.

C'est dans ce cadre que les modèles analytiques trouvent toute leur place car ils permettent un pré-dimensionnement rapide des actionneurs, surtout lorsqu'un modèle 3D s'avère nécessaire. Il est important ici de fixer la frontière entre modèles numériques et modèles analytiques car cela n'est pas toujours très clair et reste assez subjectif. En ce qui nous concerne, nous reprenons les définitions données dans [ESP 12] et qui nous semblent appropriées. A partir du moment où un algorithme numérique est utilisé pour résoudre les équations du problème, le modèle sera qualifié de numérique. A contrario, le modèle sera qualifié d'analytique s'il ne nécessite à aucun moment l'emploi d'une méthode numérique pour arriver à la solution, c'est-à-dire si le problème peut-être traité entièrement "à la main". Nous reprenons également la notion de modèles "semi-analytiques" pour lesquels une partie du problème est traité de façon analytique (généralement la solution de l'équation aux dérivées partielles) alors qu'une autre partie nécessite l'emploi d'un algorithme numérique, souvent pour le calcul des coefficients d'intégration qui nécessite l'inversion d'une matrice de grande dimension. Lorsqu'il s'agit de prendre en compte les effets de saillance dans une machine électrique, le modèle est pratiquement toujours semi-analytique.

L'intérêt principal des modèles analytiques ou semi-analytiques concerne le temps d'exécution qui reste d'une manière générale plus faible que celui nécessaire pour évaluer un modèle numérique. Par conséquent, ce type de modèle est bien adapté pour une utilisation dans un processus d'optimisation qui nécessite de nombreuses évaluations du modèle. Ceci est d'autant plus vrai dans un contexte industriel où le temps est compté. Bien évidemment, les résultats issus de ce pré-dimensionnement doivent souvent être affinés par des modèles numériques plus précis avant la fabrication d'un prototype. Dans quelques cas particuliers, la modélisation d'un actionneur électromécanique permet d'aboutir à une relation mathématique simple liant explicitement la grandeur utile aux paramètres physiques et géométriques du dispositif étudié. Le modèle est alors purement analytique. Dans ce cas, le lien entre les paramètres physiques et les performances du dispositif est immédiat et permet une analyse rapide du dispositif. Nous donnerons dans la suite quelques exemples pour lesquels nous sommes parvenus à développer ce type de formules à partir d'une

modélisation 3D, en particulier pour la détermination du couple transmis par les accouplements magnétiques.

Il est important de rappeler que les modèles analytiques ou semi-analytiques reposent sur des hypothèses fortes. Ces hypothèses portent sur la modélisation des matériaux ou sur la simplification de la géométrie du dispositif étudié. Nous reviendrons sur ces hypothèses dans la suite du mémoire. Bien évidemment, ces hypothèses limitent le domaine de validité des modèles analytiques qu'il ne faut pas oublier lorsqu'il s'agit de faire varier les paramètres géométriques dans de larges proportions pour ne pas aboutir à des aberrations physiques, en particulier sur les niveaux de champ magnétique.

## 3.2 Contexte et positionnement

La modélisation analytique des actionneurs électromécaniques est un domaine très vaste et les études menées sur ce sujet sont nombreuses et datent pour certaines des années 1930 [ROT 27], [ROT 32]. A cette époque où les moyens informatiques n'existaient pas, ce type de modèles, associés aux savoir-faire et aux retours d'expériences des ingénieurs, permettait d'analyser les machines électriques et d'en déduire des relations plus ou moins simples pour pouvoir les construire. La bibliographie sur le sujet est par conséquent importante et il semble illusoire de pouvoir la présenter d'une manière exhaustive sans risquer d'en oublier une partie. Il y a bien sûr les livres de base de mathématiques appliquées sur les équations aux dérivées partielles [REI 91], [FAR 93], [PIK 01] et les livres d'électromagnétisme [DUR 66], [STR 61], [JAC 01], [GAR 02] qui sont incontournables lorsque l'on cherche à développer ce type de modèle, et ceux plus orientés vers les actionneurs électriques [BIN 92], [NOG 05].

Le domaine étant vaste, je limiterai l'analyse bibliographique aux travaux qui me semblent les plus novateurs et les plus représentatifs parus ces dix dernières années au niveau national et international et qui traitent des effets de saillance magnétique et des effets 3D dans la modélisation analytique des actionneurs électromécaniques. Ces deux thématiques correspondent aux domaines sur lesquels j'ai principalement travaillé et apporté quelques contributions. Cette étude bibliographique donne un aperçu des études récentes menées sur le sujet et indique les laboratoires où ces études se déroulent. Le lecteur intéressé trouvera dans [DUB 09], [BAR 10b] et [ZHU 10] des analyses bibliographiques assez poussées sur les sujets qui nous intéressent ici et qui permettent de compléter la bibliographie aux années antérieures.

La prise en compte des saillances magnétiques, en particulier les encoches statoriques, intéresse principalement les chercheurs travaillant sur les machines à aimants. Un des objectifs est de pouvoir calculer avec précision l'amplitude du couple de détente correspondant à l'interaction électromagnétique entre les encoches et les aimants permanents [AMA 10], [DUB 09], [ZHU 10]. Par ailleurs, certains actionneurs comme les machines à réluctance variable [BOU 12], les machines synchrones à commutation de flux [GYS 10a], [GAU 13a], [BOU 13] ou les réducteurs magnétiques [JIA 09b], [R8], demandent une modélisation fine des effets de saillance car ces effets sont à la base de leur principe de fonctionnement.

Les modèles analytiques développés sur les effets 3D (effets de bords) que l'on trouve dans la littérature portent pour l'essentiel sur les actionneurs discoïdes à flux axial pour lesquels ces effets ne peuvent être négligés si l'on veut obtenir une bonne prédétermination des performances [BAR 12]. Des modèles 3D plus généraux pour des topologies d'actionneurs linéaires ou cylindriques ont également été développés dans [MEE 12], [MEE 13].

Il est difficile de remonter à la source de ce type de modèle. On cite fréquemment le papier de D. Ackermann et R. Sottek paru en 1995 [ACK 95] dans lequel on trouve pour la première fois la prise en compte directe des effets d'encoches dans la modélisation d'une machine synchrone à aimants. Ce papier fait suite aux articles de N. Boules [BOU 84] et F. M. Sargos [SAR 91], et à la série d'articles publiés par Z.Q. Zhu en 1993 [ZHU 93a], [ZHU 93b], [ZHU 93c], [ZHU 93d]. Dans [ZHU 93c], les effets d'encoches sont modélisés par une fonction de modulation obtenue en utilisant la théorie des transformations conformes. Ce type de modèle donne des résultats moins précis qu'une méthode de prise en compte directe des encoches, en particulier pour le calcul du couple de détente car la fonction de modulation n'affecte que la composante radiale du champ dans l'entrefer. Une extension de cette méthode a été proposée par D. Zarko [ZAR 06] qui a défini une fonction de modulation complexe. Cette fonction de modulation est obtenue en considérant la nature complexe de la transformation conforme [GIB 58]. Elle permet de prendre en compte les effets d'encoches sur les deux composantes du champ dans l'entrefer. On obtient alors une meilleure prédétermination pour le couple de détente. Cependant, ce type de modèle amène à des temps de calcul importants, proches de ceux obtenus avec des modèles numériques [ZHU 10].

Au niveau national, on peut citer quatre laboratoires qui développent activement des modèles analytiques en vue de la conception des actionneurs. Ces modèles reposent sur la résolution formelle des équations de Maxwell et prennent en compte directement les effets de saillance magnétique ou les effets 3D. Il s'agit du laboratoire FEMTO de Belfort, du laboratoire GREAH du Havre, du laboratoire SATIE de l'ENS Cachan, et enfin du GREEN à Nancy.

◆ Le laboratoire FEMTO de Belfort (F. Dubas et C. Espanet) travaille sur la prise en compte des effets d'encoches dans la modélisation analytique 2D des machines à aimants permanents à flux radial [DUB 09]. Un travail récent, développé en collaboration avec l'Université de Shiraz en Iran, porte sur le calcul analytique des pertes par courants induits dans les aimants permanents pour les machines synchrones à aimants insérés [DUB 14].

◆ Le laboratoire GREAH du Havre (Y. Amara et G. Barakat) s'intéresse à la modélisation analytique des machines à aimants à flux axial pour des applications basse vitesse. Les effets d'encoches sont pris en compte par une approche multi-domaines [BEL 09], [AMA 10], [TIE 12]. Les effets 3D sont également considérés mais d'une manière approchée à partir d'un modèle multicouche et d'une fonction de correction. On parle alors de modèle quasi-3D [AZZ 05] [TIE 14]. Une étude récente qui porte sur le couplage direct entre modèles analytiques (entrefer) et réseaux de réductances (dents et encoches) a montré qu'il était possible de prendre en compte les effets de la saturation magnétique [OUA 15].

◆ Le laboratoire SATIE de l'ENS Cachan (O. De la Barrière, H. Ben Ahmed et M. Gabsi) développe des modèles analytiques 2D pour le dimensionnement des machines à aimants insérés [BAR 13] et des machines synchrones à commutation de flux [GAU 13b], [GAU 14]. Ce type de modélisation a été utilisé récemment pour l'étude des bruits d'origine magnétique dont souffre ce type de machines [BUI 14]. Des modèles purement 3D ont également été développés pour déterminer la distribution de l'induction magnétique dans l'entrefer des actionneurs linéaires [BAR 10b] ou pour les machines discoïdes à flux axial [BAR 12].

◆ Le laboratoire GREEN de Nancy (T. Lubin, S. Mezani et A. Rezzoug) développe des modèles analytiques 2D et 3D pour la conception d'accouplements et de réducteurs magnétiques [R8], [R15], [R27], [R36] mais également pour le dimensionnement des

machines électriques mettant en œuvre des matériaux supraconducteurs [R12], [R20], [R34]. Des modèles magnétodynamiques en 2D et 3D ont également été développés pour calculer la répartition des courants induits dans des conducteurs placés dans des encoches et soumis à un champ variable [R14] ou pour des conducteurs en mouvement [R13], [R36].

Au niveau international, on peut citer principalement l'Université de Sheffield en Angleterre, l'Université de Technologie d'Eindhoven au Pays-Bas, l'Université de Hong Kong en Chine, l'Université de Gand en Belgique et l'École Nationale Polytechnique d'Alger.

◆ Le laboratoire de Sheffield (Z.Q. Zhu et J. Wang) développe des modèles analytiques depuis le début des années 1990. Ces modèles concernent essentiellement les machines à aimants permanents. C'est un laboratoire "moteur" sur cette thématique. La prise en compte directe des effets d'encoches par la méthode des sous-domaines a commencé en 2010 [ZHU 10]. Ce type de modèle a été ensuite étendu pour tenir compte, entre autre, de la présence des isthmes d'encoches [WU 11] et des pertes par courants induits dans les enroulements [WU 12]. Une étude récente porte sur l'optimisation d'un moteur synchrone à aimants de 10 MW avec un réducteur magnétique intégré. Cette étude repose sur un modèle semi-analytique [PEN 15].

◆ Le laboratoire d'Eindhoven (J.J.H. Paulides et E.A. Lomonova) est très actif dans le domaine de la modélisation analytique des actionneurs. Des modèles ont été développés pour des machines linéaires [GYS 08] et rotatives [GYS 10a] présentant des saillances magnétiques au rotor et au stator. On peut citer la volonté de cette équipe de proposer une généralisation des méthodes de calcul, aussi bien en 2D [GYS 10b] qu'en 3D [MEE 12]. Cette équipe travaille également sur des formulations hybrides mêlant modèles analytiques et réseaux de réductances. L'objectif est de prendre en compte la saturation magnétique dans les dents des machines [PLU 15]

◆ Le laboratoire de l'Université de Hong Kong (L. Jian et K.T. Chau) a développé des modèles analytiques 2D pour l'étude des machines synchrones à aimants insérés [JIA 09a] et pour les réducteurs magnétiques [JIA 09b]. C'est également l'effet de saillance qui est mis en avant dans les modèles proposés.

◆ Le laboratoire de Gand en Belgique (B. Hannon et L. Dupré) a commencé à développer ce type de modèle assez récemment. Ce laboratoire s'intéresse aux machines synchrones à aimants à hautes vitesses [HAN 14a]. Un des objectifs est d'obtenir un modèle capable de calculer rapidement les courants induits en 2D dans un écran en cuivre placé à la surface des aimants [HAN 14b].

◆ Le laboratoire de l'École Nationale Polytechnique d'Alger (K. Boughrara et R. Ibtouen) développe des modèles analytiques 2D pour l'analyse des machines à réluctance variable [BOU 12] et des machines synchrones à commutation de flux [BOU 13]. Un modèle généralisé a été développé dans ce cadre. J'ai collaboré avec mes collègues algériens au développement de ces modèles.

On constate que le nombre de publications dédiés à la modélisation analytique des actionneurs électriques par résolution directe des EDP en 2D et 3D a fortement augmenté ces dix dernières années. J'ai eu la chance de pouvoir participer à ces développements, ce qui m'a permis de rencontrer de nombreuses personnes travaillant sur cette thématique. Je tiens également à mettre en avant l'outil fabuleux qu'est internet car il favorise énormément

les échanges scientifiques. Suite à certaines de mes publications que j'ai voulues être à la fois scientifiques et didactiques [R6], [R8] et [R11], j'ai eu de nombreux échanges avec des chercheurs étrangers sous la forme de courriers électroniques (Chine, Inde, Belgique, Iran, Afrique du Sud, Etats-Unis,...). Ce sont pour l'essentiel des étudiants qui préparent un Master ou une Thèse de doctorat. Dans la mesure du possible, je les ai aidés à progresser. Par une lecture attentive de mes articles, ils m'ont parfois permis de détecter quelques erreurs...

Dans la suite, je présente la démarche que j'ai suivie pour l'élaboration de modèles analytiques et semi-analytiques en 2D et 3D. Je commencerai par rappeler les équations fondamentales qui sont à la base de ces modèles et qui en fixent les limites. J'insisterai ensuite sur les points qui me semblent les plus importants et les plus novateurs. Pour faciliter la lecture, je commencerai par l'étude d'un dispositif simple qui permet de saisir l'essentiel de la méthode et qui concerne la prise en compte des effets de saillance magnétique [R6]. Je mettrai ensuite en avant quelques modèles originaux que nous avons développés. Un des modèles concerne la prise en compte des isthmes d'encoches dans la modélisation des machines électriques [R11]. L'autre porte sur la modélisation analytique des réducteurs magnétiques [R8]. Une présentation des études réalisées au sein du GREEN sur les accouplements magnétiques à flux axial sera ensuite développée. J'insisterai plus particulièrement sur la modélisation des effets 3D qui présente le plus de difficulté [R27], [R32], [R36].

A partir des éléments mathématiques sur lesquels reposent ces modèles analytiques, en particulier les problèmes aux limites qui apparaissent lors de la résolution des équations aux dérivées partielles, je tâcherai de fixer d'une manière un peu plus générale les possibilités offertes et les limites de ce type de modélisation en électrotechnique.

## 3.3 Méthodologie

### 3.3.1 Principe de la méthode et limites

La figure 3.1 représente de façon symbolique un système électrotechnique comportant plusieurs éléments correspondant chacun à un domaine particulier de l'espace  $D_i$  ( $i = 0$  à 4). Chaque domaine est délimité par sa frontière  $F_i$ . Le système de la figure 3.1 comporte les éléments suivants :

- ◆ Des sources de champ magnétique : un bobinage inducteur (domaine  $D_1$ ) traversé par une densité de courant  $\mathbf{J}_{s1}$ , et un aimant permanent (domaine  $D_2$ ) présentant une induction rémanente  $\mathbf{B}_{r2}$ .
- ◆ Une pièce ferromagnétique (domaine  $D_3$ ).
- ◆ Un bloc de matériau conducteur et/ou magnétique (domaine  $D_4$ ) dans lequel peut circuler des courants induits. Ce matériau est animé d'une vitesse relative  $\mathbf{v}_4$  par rapport à un repère fixe ( $R_0$ ) lié au laboratoire. On définit par ( $R_4$ ) le repère lié au bloc de matériau en mouvement.

L'ensemble du système étudié est compris dans une région composée d'air (domaine  $D_0$ ) de frontière  $F_0$  délimitant le domaine d'étude. Le domaine d'étude peut ne pas être borné et s'étendre à l'infini. Si le problème comporte des symétries ou des périodicités, il est possible de réduire le domaine d'étude ( $D_0$ ).

La modélisation analytique d'un tel système va nous permettre de déterminer la distribution du champ électromagnétique dans l'ensemble du domaine d'étude. La connaissance du champ permet de calculer des grandeurs globales comme la force électromotrice pour une génératrice ou le couple pour un moteur.

Pour résoudre analytiquement ce type de problème, Il faut définir au préalable les quatre points suivants pour chaque domaine :

- ◆ Une équation aux dérivées partielles ( $E_i$ ) issue des lois de la physique : équations de Maxwell et lois de comportement des matériaux.
- ◆ Un domaine d'étude ( $D_i$ ) qui limite l'espace dans lequel l'équation reste valable.
- ◆ Des conditions sur le champ à la frontière ( $F_i$ ) du domaine d'étude.
- ◆ Des conditions initiales ( $I_i$ ) lorsque l'on doit résoudre un problème dépendant du temps (diffusion magnétique par exemple).

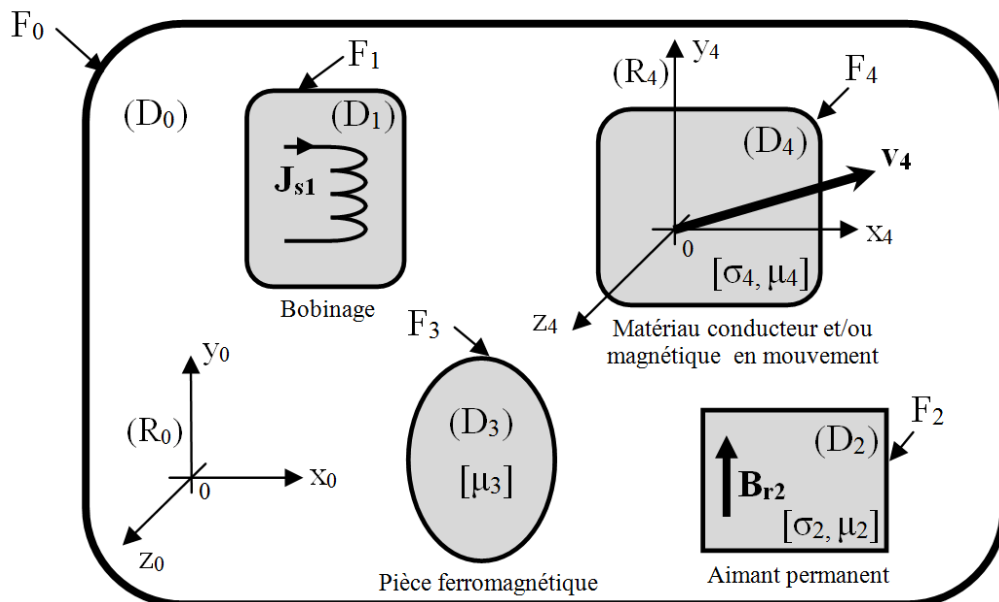


Figure 3.1 : Représentation symbolique d'un système électrotechnique.

Quand le système électromagnétique comporte plusieurs domaines ayant des caractéristiques physiques différentes (ce qui est souvent le cas en électrotechnique), nous devons résoudre une équation par domaine. Pour finaliser la solution, on se sert des conditions de passage entre chaque domaine. Pour la résolution des équations aux dérivées partielles, nous utiliserons la méthode classique de séparation des variables.

Pour pouvoir résoudre un problème de manière analytique en utilisant cette méthode, il est nécessaire d'effectuer un certain nombre d'hypothèses et de simplifications :

- ◆ L'équation aux dérivées partielles ( $E$ ) doit être linéaire. D'un point de vue physique, cela suppose que la conductivité électrique  $\sigma$  et la perméabilité magnétique  $\mu$  de chaque milieu soient des constantes.

♦ Le domaine d'étude (D) doit avoir une géométrie simple. Ses frontières (F) sur lesquels s'appliquent les conditions limites doivent suivre des lignes de coordonnées pour pouvoir appliquer la méthode de séparation des variables. Il est souvent nécessaire de simplifier la géométrie originale du dispositif étudié pour respecter cette condition.

♦ Le champ (ou le potentiel) doit vérifier des conditions aux limites homogènes sur une partie des frontières (F) du domaine d'étude ou alors présenter des conditions de périodicités. Ces contraintes sont directement liées à la résolution des EDP par la méthode de séparation des variables qui débouche sur des problèmes aux valeurs propres (problèmes de Sturm-Liouville) dont nous parlerons dans la suite. Comme nous le verrons, cela peut nous obliger à considérer des matériaux "parfaits" pour résoudre certains problèmes.

Bien évidemment, ces hypothèses et ces contraintes limitent les possibilités de prédiction des modèles analytiques. Par exemple, il ne sera pas possible de prendre en compte l'influence de la saturation magnétique des matériaux sur les performances d'un moteur électrique. Plus encore, la prise en compte des effets d'encoches dans la modélisation des machines ne pourra se faire en toute rigueur qu'en considérant une perméabilité infinie pour les matériaux magnétiques. On est donc au delà d'une perméabilité constante en termes d'hypothèses. Pour finir, les structures à géométries complexes (géométries pour lesquelles les frontières sont très éloignées des lignes de coordonnées) n'entrent pas dans le cadre de ce type de modélisation. Dans ce cas, une résolution numérique du problème est incontournable.

Dans la suite nous donnons un bref rappel des équations de base sur lesquelles reposent les modèles analytiques développés dans ce chapitre.

### 3.3.2 Les équations de l'électrotechnique "linéaire"

La modélisation des systèmes électromagnétiques repose sur les équations de Maxwell. Dans le cadre restreint de la modélisation des actionneurs électromécaniques, l'approximation des états quasi-stationnaires est suffisante. En effet, les fréquences mises en jeu sont généralement faibles. On peut donc négliger sans conséquence les effets dus à la propagation du champ électromagnétique. La longueur d'onde des ondes électromagnétiques sera toujours très grande par rapport aux dimensions du système physique étudié. D'un point de vue des équations de Maxwell, cela revient à négliger les courants de déplacement.

Pour un domaine donné, les équations générales de la magnétodynamique quasi-statique écrites dans un repère fixe lié au laboratoire, sont les suivantes:

$$\text{Théorème d'Ampère :} \quad \mathbf{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}_s + \mathbf{J} \quad (3.1)$$

$$\text{Conservation du flux :} \quad \mathbf{div} \mathbf{B} = 0 \quad (3.2)$$

$$\text{Loi de Faraday :} \quad \mathbf{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.3)$$

$\mathbf{H}$  : le champ magnétique (A/m),

$\mathbf{B}$  : l'induction magnétique (T),

$\mathbf{E}$  : le champ électrique (V/m),

$\mathbf{J}_s$  : la densité de courant source ( $A/m^2$ ) dont la trajectoire est imposée,

$\mathbf{J}$  : la densité de courant induit ( $A/m^2$ ).

Ces relations, qui définissent la structure du champ électromagnétique, forment un ensemble d'équations aux dérivées partielles linéaires sur l'espace et le temps. L'équation (3.1) implique que la divergence de la densité de courant totale soit nulle :

$$\operatorname{div} (\mathbf{J}_s + \mathbf{J}) = 0 \quad (3.4)$$

Pour obtenir un système complet d'équations, les relations générales (3.1)-(3.3) liant les différentes grandeurs électromagnétiques doivent être "fermées" par l'intermédiaire des lois de comportement électrique et magnétique des matériaux. Les matériaux sont définis par des relations locales qui lient la densité de courant  $\mathbf{J}$  au champ électrique  $\mathbf{E}$  d'une part, l'induction  $\mathbf{B}$  au champ magnétique  $\mathbf{H}$  d'autre part.

Ces lois peuvent être complexes et prendre en compte des effets non-linéaires. Cependant, dans le cadre restreint qui nous concerne où nous cherchons à développer des modèles analytiques, nous considérons des relations linéaires pour les lois de comportement des matériaux. On définit alors les relations constitutives suivantes qui représentent d'une part la loi d'Ohm généralisée pour les conducteurs en mouvement et d'autre part la loi de comportement magnétique des matériaux :

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (3.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} + \mathbf{B}_r \quad \text{avec } \mu = \mu_0\mu_r \quad (3.6)$$

$\sigma$  : la conductivité électrique (S/m),

$\mu$  : la perméabilité magnétique (H/m),

$\mu_0$  : la perméabilité du vide ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ ),

$\mu_r$  : la perméabilité relative du milieu magnétique,

$\mathbf{v}$  : la vitesse du matériau conducteur (m/s) par rapport à un repère fixe,

$\mathbf{B}_r$  : l'induction rémanente (T) pour les aimants permanents.

Les relations (3.1) à (3.6) représentent ainsi les équations complètes de l'électrotechnique « linéaire » avec prise en compte du mouvement. C'est sur ces équations que reposent les modèles analytiques présentés dans ce chapitre. Elles en fixent les limites. Elles permettent d'établir les équations aux dérivées partielles (EDP) qui régissent le fonctionnement des convertisseurs électromagnétiques. Ces EDP sont plus ou moins complexes suivant la nature du problème à résoudre (2D, 3D, magnétostatique, magnétodynamique...) et du type de formulation choisie (champ magnétique, potentiel scalaire, potentiel vecteur).

### 3.3.3 Formulations

Pour résoudre un problème, on peut considérer directement les champs comme inconnus. Cependant, l'introduction des potentiels (vecteur ou scalaire) permet le plus souvent de simplifier la résolution d'un problème en réduisant le nombre d'inconnus. On rappelle ci-dessous la forme des EDP à résoudre en fonction de la formulation choisie. Elles peuvent se simplifier en fonction des caractéristiques physiques du problème.

#### a) Formulation directe en champ

La formulation directe en champ ( $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{E}$  ou  $\mathbf{B}$ ) trouve son intérêt pour la résolution analytique des problèmes de magnétodynamique en 3D. Dans le cas où le domaine ne présente que



des courants induits, l'équation aux dérivées partielles à résoudre est la suivante (formulation en  $\mathbf{H}$ ) où  $\Delta$  représente le Laplacien vectoriel :

$$\Delta \mathbf{H} = \sigma \mu \left( \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{H}) \right) \quad (3.7)$$

Nous avons utilisé cette formulation en 3D pour calculer analytiquement la distribution des courants induits dans un accouplement à induction à flux axial. Nous en avons déduit une formule analytique pour le couple transmis [R36].

### b) Formulation en potentiel scalaire magnétique

Lorsqu'on veut résoudre un problème d'électromagnétisme dans un domaine où la densité de courant est nulle, la formulation en potentiel scalaire magnétique  $\Phi$  peut être utilisée. Le champ  $\Phi$  étant un champ scalaire, cette formulation nous amène à résoudre une seule équation aux dérivées partielles, même pour un problème tridimensionnel.

A partir de la relation (3.1) et en considérant une densité de courant nulle, on peut définir le potentiel scalaire magnétique  $\Phi$  tel que :

$$\mathbf{H} = -\text{grad}\Phi \quad (3.8)$$

Pour l'étude d'un domaine aimanté de perméabilité  $\mu$ , on obtient alors l'équation aux dérivées partielles liant  $\Phi$  à l'induction rémanente  $\mathbf{B}_r$ . Il s'agit ici d'une équation de Poisson :

$$\Delta \Phi = \frac{1}{\mu} \text{div}(\mathbf{B}_r) \quad (3.9)$$

L'équation (3.9) associée aux conditions aux limites nous permet de calculer de façon unique la répartition du potentiel scalaire magnétique dans l'espace. On en déduit la distribution du champ magnétique  $\mathbf{H}$  à partir de (3.8). Pour cette formulation, les conditions aux limites doivent porter directement sur le potentiel scalaire magnétique.

Nous avons utilisé cette formulation en 3D pour établir une relation analytique permettant de calculer avec précision le couple transmissible par un accouplement magnétique à aimants permanents à flux axial [R27].

### c) Formulation en potentiel vecteur magnétique

Pour étudier un domaine dans lequel les courants sont non nuls, on peut utiliser une formulation en potentiel vecteur magnétique  $\mathbf{A}$ . L'équation (3.2) permet de définir ce nouveau champ de vecteur tel que :

$$\mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A} \quad (3.10)$$

On limitera ici nos propos à certains problèmes 2D où cette formulation trouve tout son intérêt. On pense en particulier aux systèmes invariants par translation ou par rotation. C'est le cas par exemple des machines électriques cylindriques à flux radial suffisamment longue axialement pour pouvoir négliger les effets d'extrémités. Pour ce type de problème, les courants sont perpendiculaires au plan d'étude. Le champ rémanent  $\mathbf{B}_r$ , s'il existe, est défini dans ce plan. Le potentiel vecteur n'a alors qu'une composante perpendiculaire au plan d'étude et la condition  $\text{div} \mathbf{A} = 0$  est automatiquement vérifiée, ce qui permet d'assurer l'unicité de la solution. Dans ce cas, nous n'avons qu'une seule équation aux dérivées

partielles à résoudre. De plus, les grandeurs globales comme le flux magnétique ou l'énergie magnétique peuvent s'exprimer directement en fonction du potentiel vecteur [STR 61]. Il n'est alors pas nécessaire de remonter à l'expression du champ pour les calculer. La forme de l'équation aux dérivées partielles pour l'étude de ce type de problème est alors la suivante, elle peut se simplifier en fonction des caractéristiques du milieu :

$$\Delta \mathbf{A} = -\mu \left( \mathbf{J}_s + \text{rot} \left( \frac{\mathbf{B}_r}{\mu} \right) + \sigma \left( -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{v} \times \text{rot} \mathbf{A} \right) \right) \quad (3.11)$$

Pour pouvoir résoudre cette équation aux dérivées partielles, les conditions aux limites du problème doivent porter sur le potentiel vecteur.

Nous avons utilisé cette formulation pour résoudre différents problèmes : calcul du champ magnétique dans l'entrefer des machines à aimants permanents [R9], [R11], [R23] ; calcul des courants induits dans les encoches d'une machine [R14] ; étude d'un dispositif de chauffage par induction [R13] ; calcul de la force d'attraction d'un noyau de fer de dimension fini placé à l'intérieur d'un solénoïde [R19]... Nous détaillerons quelques résultats dans la suite.

### 3.3.4 Conditions de passage et conditions aux limites

Pour pouvoir déterminer la solution analytique du champ électromagnétique à l'intérieur d'un domaine borné (D), nous devons spécifier les conditions vérifiées par le champ (ou le potentiel) sur la frontière (F) du domaine considéré. Il est donc important de rappeler les propriétés du champ magnétique à l'interface entre deux milieux.

La figure 3.2 représente un système simple composé de deux domaines bornés ( $D_1$ ) et ( $D_2$ ) aux propriétés physiques différentes (conductivité et/ou perméabilité). Dans le domaine 1, le champ électromagnétique vérifie une équation générale ( $E_1$ ). Dans le domaine 2, le champ électromagnétique vérifie une équation générale ( $E_2$ ).

La frontière  $F_1$  du domaine 1 est composée de deux parties  $F_{11}$  et  $F_{12}$  (la même chose pour le domaine 2). La frontière  $F_{12}$  est commune aux domaines ( $D_1$ ) et ( $D_2$ ), c'est une interface. Sur cette partie de la frontière, on imposera des **conditions de passage** liant les champs (ou les potentiels) dans les deux milieux de propriétés différentes.

La frontière  $F_{11}$  correspond à la limite du domaine 1 (pas de lien avec un autre domaine). Sur cette partie, on imposera les **conditions aux limites** pour le domaine considéré.

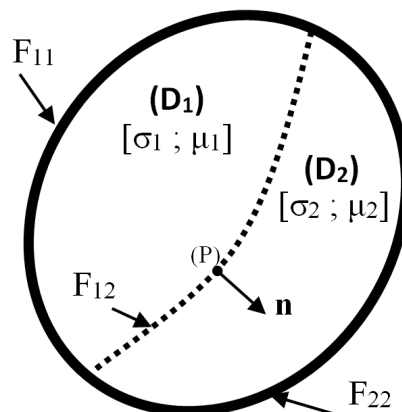


Figure 3.2 : Frontière délimitant deux domaines ( $D_1$ ) et ( $D_2$ ).

### a) Conditions de passage sur le champ magnétique

On définit sur la figure 3.2 le vecteur  $\mathbf{n}$ , normal en un point (P) de la surface de séparation entre (D1) et (D2). Ce vecteur est orienté du milieu 1 vers le milieu 2. Lorsque l'on passe du milieu 1 au milieu 2, le champ magnétique doit vérifier les relations suivantes qui résultent des équations de Maxwell :

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0 \quad (3.12)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = \mathbf{K}_s \quad (3.13)$$

où  $\mathbf{K}_s$  (A/m) représente une distribution superficielle de courant.

### b) Conditions aux limites

Lorsqu'on borne le domaine d'étude par une frontière artificielle pour en limiter les dimensions, il est nécessaire d'imposer des conditions sur les bords de ce domaine pour résoudre le problème. On peut également être amené à imposer des conditions aux limites pour des raisons de symétries. Enfin, la limite d'un domaine d'étude peut correspondre à une frontière avec un matériau considéré comme parfait, ce qui impose au champ électromagnétique de vérifier certaines propriétés à la surface de séparation.

Le concept purement théorique de matériaux parfaits permet de simplifier la résolution d'un problème en caractérisant ce type de matériaux par des conditions aux limites particulières qui sont issues des relations précédentes. Dans ce cas, le matériau parfait n'est plus considéré comme un domaine d'étude mais n'intervient que par une condition aux frontières. Ces prescriptions, qu'on désigne sous le terme "conditions aux limites", jouent un rôle très important dans l'étude mathématique des solutions, au point qu'on parle souvent de problèmes aux limites pour désigner les modèles mathématiques dans lesquels ces conditions apparaissent. Nous donnerons quelques développements sur ce sujet à la fin de ce chapitre.

#### ♦ *Paroi magnétique parfaite* ( $\mu \rightarrow \infty$ )

Dans ce mémoire, nous définissons un matériau magnétique parfait comme ayant une perméabilité infinie. Si on considère sur la figure 3.2 que le domaine 1 est tel que  $\mu_1$  soit infinie, alors le champ magnétique est nul dans cette région ( $\mathbf{H}_1 = 0$ ) car l'induction magnétique  $\mathbf{B}_1$  doit rester bornée. A partir de la relation (3.13) et en considérant une densité de courants superficiels nulle à l'interface entre les deux domaines ( $\mathbf{K}_s = 0$ ), nous obtenons :

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H}_2 = 0 \quad (3.14)$$

Cette relation montre que le champ magnétique  $\mathbf{H}_2$  est orthogonal à la surface de séparation. La figure 3.3(a) illustre ce phénomène dans le cas d'un aimant permanent placé en face d'un matériau magnétique considéré parfait.

Si une densité superficielle de courant  $\mathbf{K}_s$  existe à la surface du matériau magnétique parfait (par exemple pour représenter d'une manière simplifiée un induit de machine électrique), nous devons alors écrire :

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H}_2 = \mathbf{K}_s \quad (3.15)$$

#### ◆ *Paroi diamagnétique parfaite ( $\mu = 0$ )*

Nous définissons un matériau diamagnétique parfait comme ayant une perméabilité magnétique nulle ( $\mu = 0$ ). Si on considère sur la figure 3.2 que le domaine 1 est tel que  $\mu_1$  soit nulle, alors aucun champ magnétique ne pénètre dans cette région ( $\mathbf{B}_1 = 0$ ), on parle parfois d'isolation magnétique ou d'écran magnétique. A partir de la relation (3.12), nous obtenons :

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}_2 = 0 \quad (3.16)$$

Nous retiendrons que la composante normale de l'induction magnétique est nulle à l'interface avec un matériau diamagnétique parfait. Les lignes de champ magnétique sont tangentes à la surface de ce type de matériaux comme le montre la figure 3.3(b).

Dans le chapitre suivant qui traite des actionneurs supraconducteurs, nous appliquerons ce type de conditions limites pour modéliser simplement les matériaux supraconducteurs massifs faisant office d'écrans magnétiques.

#### **c) Symétries et périodicités**

Dans un système électromagnétique, l'exploitation des symétries (distribution symétrique des sources et des matériaux dans l'espace) et des périodicités spatiales permet de réduire astucieusement le domaine d'étude. C'est souvent le cas pour les machines électriques tournantes à géométrie cylindrique. Dans ce cas, la périodicité du champ magnétique est suivant la variable  $\theta$  dans un système de coordonnées cylindriques.

Les plans de symétrie deviennent alors les nouvelles frontières du domaine sur lesquelles on impose des conditions aux limites appropriées en fonction du type de symétrie (paroi magnétique parfaite, paroi diamagnétique parfaite). On arrive alors à des solutions analytiques plus simples que celles qu'on obtiendrait en considérant l'ensemble du domaine. A chaque fois que cela est possible, il est donc important de repérer les plans de symétrie ou les périodicités d'un système électromagnétique avant de résoudre le problème.

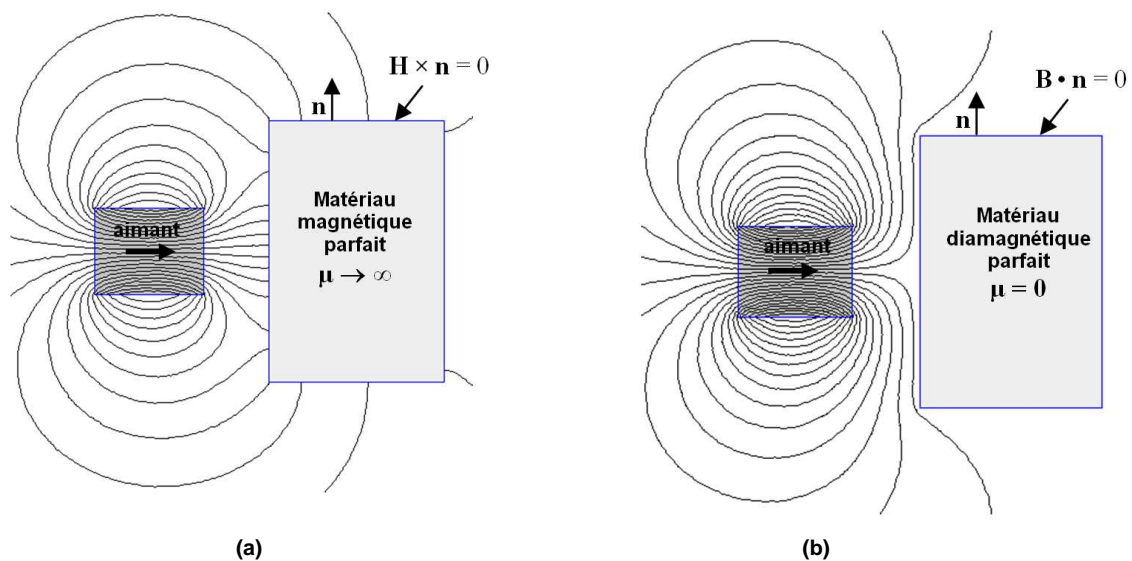


Figure 3.3 : Allure des lignes de champ : (a) Paroi magnétique parfaite ; (b) Paroi diamagnétique parfaite.

### 3.4 Prise en compte des saillances magnétiques

La modélisation fine des effets de saillance magnétique permet d'améliorer la prédiction des performances des actionneurs électromécaniques. On pense en particulier au couple de détente dans les machines à aimants [AMA 10], [ZHU 10] ou tout simplement au couple développé par les actionneurs dont le principe de fonctionnement repose sur cet effet de saillance [GAU 13b], [R8]. C'est pour améliorer la précision tout en gardant un temps de calcul acceptable que les modèles suivants ont été développés.

Pour expliquer la méthodologie à suivre et les contraintes imposées par ce type de modélisation, je commencerai par la présentation d'un système simple en reprenant les idées essentielles du premier papier que nous avons publié sur ce sujet [R6]. Dans sa forme, j'ai voulu cet article pédagogique et assez général. Il n'est pas dédié à une machine particulière et se concentre sur la méthodologie. Il a été pour moi le point de départ pour le développement de modèles analytiques d'un certain nombre d'actionneurs de topologies plus complexes [R8], [R14], [R16], [R22], [R23]. Je développerai ensuite une partie sur la prise en compte des isthmes d'encoches dans la modélisation des machines à aimants qui constitue sans doute une de nos contributions les plus significatives sur le sujet [R11].

#### 3.4.1 Le problème de base

La figure 3.4 représente la vue en coupe d'une machine cylindrique dont le stator est lisse et le rotor est denté. Le rotor comporte  $Q$  encoches régulièrement réparties mais ce n'est pas une obligation pour résoudre le problème. Pour simplifier, nous avons considéré comme source de champ une nappe de courant placée au niveau du rayon interne du stator. Cela permet de réduire le nombre de domaines et de nous concentrer sur la modélisation des saillances magnétiques qui représente l'originalité du modèle.

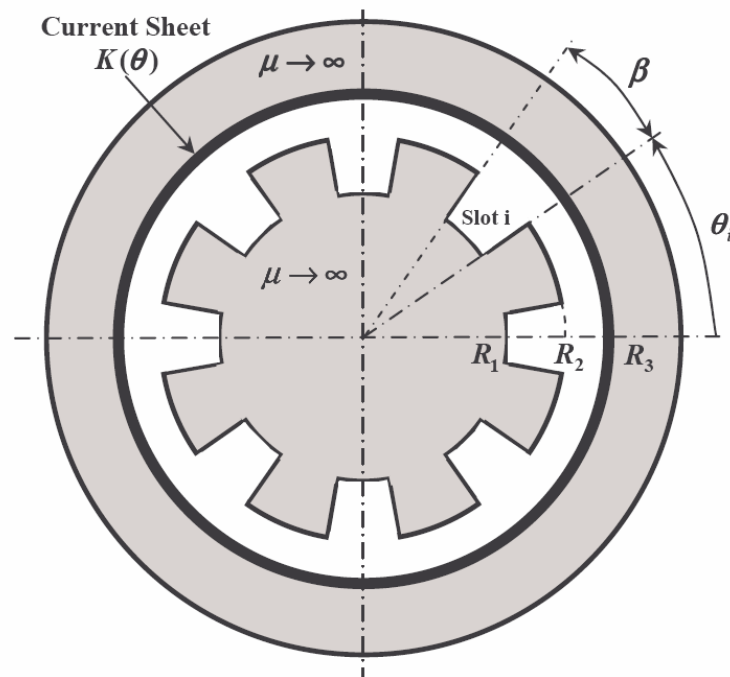


Figure 3.4 : Prise en compte des effets de saillance magnétique [R6].

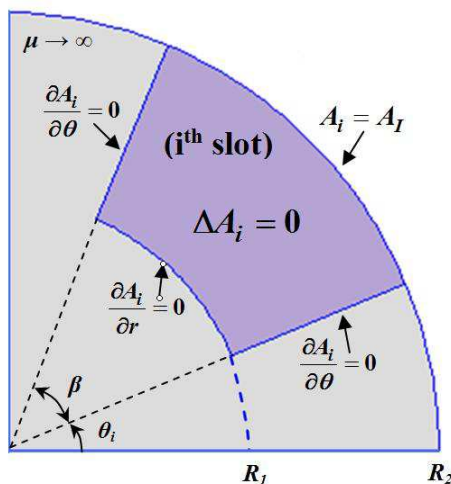
Pour simplifier, nous avons considéré une perméabilité infinie pour le stator. Le problème peut être résolu en considérant une perméabilité constante mais cela n'apporte rien de plus sur la méthode. Par contre, nous sommes dans l'obligation de considérer une perméabilité infinie pour les dents rotoriques. Comme nous le verrons, cela est directement lié à la méthode mathématique utilisée pour résoudre le problème et qui nécessite des conditions aux limites homogènes sur les arêtes radiales des encoches. De plus, la géométrie des encoches doit reposer sur les lignes du système de coordonnées utilisé (ici cylindrique) pour pouvoir appliquer la méthode de séparation des variables. Les différentes grandeurs géométriques sont indiquées sur la figure 3.4.

La géométrie se scinde en deux types de région : l'entrefer qui est de forme annulaire et les encoches qui présentent une forme sectorielle. Il s'agit alors de résoudre les équations aux dérivées partielles dans chacune des régions. Dans [R6], nous avons choisi une formulation en potentiel vecteur magnétique pour résoudre ce problème 2D. Cependant une formulation en potentiel scalaire aurait également convenu. D'un point de vue difficulté, les deux formulations sont équivalentes, le potentiel vecteur n'ayant qu'une composante. Le choix d'une formulation en potentiel vecteur magnétique nous a permis d'anticiper le problème avec des courants dans les encoches qui nécessitent alors peu de modification dans la solution [R9].

Comme nous l'avons dit, pour résoudre une équation aux dérivées partielles (E), le domaine d'étude (D) doit être spécifié ainsi que les conditions sur les frontières (F) du domaine. Cette démarche peut paraître un peu scolaire mais elle garantit la réussite de la méthode, en particulier pour l'étude de problèmes plus complexes.

#### a) Région des encoches (région i)

Le problème mathématique dans la région des encoches est donné sur la figure 3.5. Nous avons une équation de Laplace à résoudre en coordonnées cylindriques. La formulation en potentiel vecteur nous amène à des conditions aux frontières de type Neumann homogènes sur les arêtes des encoches, la composante tangentielle du champ étant nulle à cet endroit. Le lien avec la région de l'entrefer se fait par la condition de passage en  $r = R_2$  (continuité du potentiel vecteur).



$$(E): \frac{\partial^2 A_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_i}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_i}{\partial \theta^2} = 0$$

$$(D): \begin{cases} R_1 \leq r \leq R_2 \\ \theta_i \leq \theta \leq \theta_i + \beta \end{cases}$$

$$(F): \begin{cases} \left. \frac{\partial A_i}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_i} = 0 & ; & \left. \frac{\partial A_i}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_i+\beta} = 0 \\ \left. \frac{\partial A_i}{\partial r} \right|_{r=R_1} = 0 & ; & A_i(R_2, \theta) = A_I(R_2, \theta) \end{cases}$$

Figure 3.5 : Problème à résoudre dans les encoches.

Nous n'allons pas rappeler la méthode de séparation des variables pour résoudre une EDP. Elle est classique et on trouve d'excellents livres destinés aux physiciens sur ce sujet [REI 91], [FAR 93], [PIK 01], [DUR 66]. Néanmoins, il est important d'avoir en tête les grandes idées sur lesquelles repose cette méthode pour déterminer le type de problème qu'on est en mesure de résoudre. Je pense en particulier à la notion de problèmes aux valeurs propres (aussi appelés problèmes de Sturm-Liouville) et à celle concernant les bases de fonctions orthogonales qui en découle. Nous en reparlerons à la fin de ce chapitre.

Pour le problème de l'encoche défini sur la figure 3.5, la méthode de séparation des variables nous amène à résoudre un problème aux valeurs propres sur la variable pour laquelle les conditions aux limites sont homogènes, ici la variable  $\theta$ . Nous avons alors une simple équation différentielle à résoudre sur la variable  $r$ . Le problème aux valeurs propres consiste à rechercher toutes les valeurs de  $\lambda$  (valeurs propres) et les fonctions propres associées qui vérifient le système suivant :

$$\begin{cases} \Theta'' + \lambda\Theta = 0 \\ \Theta'(\theta_i) = 0 \\ \Theta'(\theta_i + \beta) = 0 \end{cases} \quad (3.17)$$

Les fonctions propres forment alors une base de fonctions orthogonales sur l'intervalle  $[\theta_i ; \theta_i + \beta]$ . On peut donc appliquer les notions de produit scalaire et de développement en série sur cette base. Les plus célèbres fonctions orthogonales sont les séries de Fourier mais il en existe beaucoup d'autres [FAR 93]. On pense par exemple aux fonctions de Bessel qui apparaissent naturellement lors de la résolution d'un problème 3D en coordonnées cylindriques [BAR 12].

Pour le problème (3.17), les valeurs propres  $\lambda_k$  et les fonctions propres associées  $\Theta_k$  sont les suivantes [R6] :

$$\lambda_k = \left(\frac{k\pi}{\beta}\right)^2 \quad \text{avec } k \in \mathbb{N}^+ \quad \text{et} \quad \Theta_k(\theta) = \cos\left(\frac{k\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)\right) \quad (3.18)$$

La résolution de l'équation différentielle sur la variable  $r$  est triviale (équation d'Euler). Le potentiel vecteur dans la région des encoches peut alors s'écrire de la façon suivante en considérant la condition en  $r = R_1$  :

$$A_i(r, \theta) = A_0^i + \sum_{k=1}^{\infty} A_k^i \frac{P_{k\pi/\beta}(r, R_1)}{P_{k\pi/\beta}(R_1, R_2)} \cos\left(\frac{k\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)\right) \quad (3.19)$$

avec

$$P_\zeta(x, y) = \left(\frac{x}{y}\right)^\zeta + \left(\frac{x}{y}\right)^{-\zeta}$$

où  $A_0^i$  et  $A_k^i$  sont les constantes d'intégration à déterminer à partir de la condition de passage en  $r = R_2$ . L'expression de ces deux constantes d'intégration est obtenue en utilisant les propriétés d'orthogonalité des fonctions propres du problème :

$$A_0^i = \frac{1}{\beta} \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} A_I(R_2, \theta) d\theta$$

$$A_k^i = \frac{2}{\beta} \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} A_I(R_2, \theta) \cos\left(\frac{k\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)\right) d\theta$$
(3.20)

où  $A_I(r, \theta)$  est le potentiel vecteur magnétique dans l'entrefer.

La solution (3.19) s'écrit sous la forme d'une série. Nous discuterons du choix du nombre d'harmoniques plus tard. Le champ magnétique dans l'encoche s'obtient rapidement par dérivation du potentiel.

### b) Région de l'entrefer (région I)

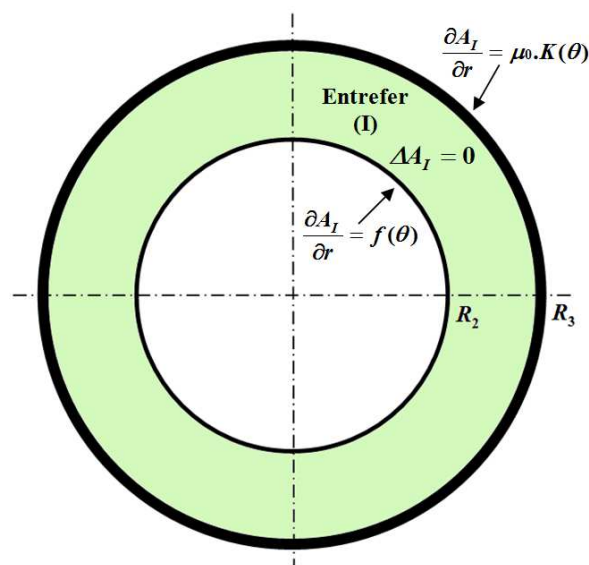
L'entrefer est de forme annulaire. Le problème mathématique à résoudre est indiqué sur la figure 3.6. Il s'agit ici de résoudre un problème de Sturm-Liouville  $2\pi$ -périodique sur la variable  $\theta$ . La solution du problème est donnée par (3.21) où  $A_n^I$ ,  $B_n^I$ ,  $C_n^I$  et  $D_n^I$  sont les constantes d'intégration qui s'obtiennent à partir des conditions frontières en  $r = R_2$  et  $r = R_3$ .

$$A_I(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_n^I \frac{R_2}{n} \frac{P_n(r, R_3)}{E_n(R_2, R_3)} + B_n^I \frac{R_3}{n} \frac{P_n(r, R_2)}{E_n(R_3, R_2)} \right) \cos(n\theta)$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \left( C_n^I \frac{R_2}{n} \frac{P_n(r, R_3)}{E_n(R_2, R_3)} + D_n^I \frac{R_3}{n} \frac{P_n(r, R_2)}{E_n(R_3, R_2)} \right) \sin(n\theta)$$
(3.21)

avec

$$E_\zeta(x, y) = \left(\frac{x}{y}\right)^\zeta - \left(\frac{x}{y}\right)^{-\zeta}$$



$$(E): \frac{\partial^2 A_I}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_I}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_I}{\partial \theta^2} = 0$$

$$(D): \begin{cases} R_2 \leq r \leq R_3 \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases}$$

$$(F): \begin{cases} A_I|_{\theta=0} = A_I|_{\theta=2\pi} ; \frac{\partial A_I}{\partial \theta}|_{\theta=0} = \frac{\partial A_I}{\partial \theta}|_{\theta=2\pi} \\ \frac{\partial A_I}{\partial r}|_{r=R_2} = f(\theta) \\ \frac{\partial A_I}{\partial r}(R_3, \theta) = \mu_0 K(\theta) \end{cases}$$

Figure 3.6 : Problème périodique à résoudre dans l'entrefer.



La condition sur la frontière  $r = R_3$  est classique et ne pose aucune difficulté. Ce n'est pas le cas pour la condition de passage en  $r = R_2$  où l'on trouve la présence des dents et des encoches comme le montre la figure 3.4. La gestion de cette condition de passage, un peu particulière, représente l'une des difficultés à prendre en compte pour résoudre ce type de problème. Sachant que le champ tangentiel est nul au niveau des dents (perméabilité infinie) et qu'on doit assurer la continuité du champ tangentiel au niveau des encoches, la fonction  $f(\theta)$  définie sur la figure 3.6 est alors la suivante :

$$f(\theta) = \begin{cases} \left. \frac{\partial A_i}{\partial r} \right|_{r=R_2} & \text{pour } \theta_i \leq \theta \leq \theta_i + \beta \text{ (encoches)} \\ 0 & \text{ailleurs (dents)} \end{cases} \quad (3.22)$$

Comme pour la région de l'encoche, les expressions des constantes d'intégration s'obtiennent en considérant les propriétés d'orthogonalités des fonctions propres du problème (ici en sinus et cosinus),  $Q$  représentant le nombre d'encoches rotoriques, on a :

$$\begin{aligned} A_n^I &= \frac{2}{2\pi} \sum_{i=1}^Q \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} \left. \frac{\partial A_i}{\partial r} \right|_{r=R_2} \cos(n\theta) d\theta & C_n^I &= \frac{2}{2\pi} \sum_{i=1}^Q \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} \left. \frac{\partial A_i}{\partial r} \right|_{r=R_2} \sin(n\theta) d\theta \\ B_n^I &= \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mu_0 K(\theta) \cos(n\theta) d\theta & D_n^I &= \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mu_0 K(\theta) \sin(n\theta) d\theta \end{aligned} \quad (3.23)$$

Le modèle est tout à fait général et peut s'appliquer pour des machines à aimants. Il faut alors remplacer la nappe de courant par une couronne d'aimants mais cela ne soulève pas de difficulté particulière [R9]. Le nombre d'encoches peut être quelconque. Le modèle peut donc s'appliquer à des machines ayant un nombre fractionnaire d'encoches par pôle et par phase. Il reste maintenant à déterminer la valeur des constantes d'intégration pour finaliser la résolution de ce problème.

### c) Calcul des constantes d'intégration

Le développement des équations (3.20) et (3.23) nous amène à résoudre un système d'équations linéaires que l'on peut écrire sous forme matricielle :

$$[M] \cdot (X) = (S) \quad (3.24)$$

où  $(X)$  est le vecteur des inconnues qui correspond aux constantes d'intégration dans les différentes régions,  $(S)$  est le vecteur source qui est directement lié à la nappe de courant, et  $[M]$  la matrice topologique. A ce stade, il est nécessaire de borner le nombre d'harmoniques dans chaque région ce qui, avec le nombre d'encoches  $Q$ , définit la taille de la matrice  $[M]$ . On comprend maintenant le terme "semi-analytique" pour qualifier ce type de modèle qui amène à l'inversion numérique d'une matrice qui peut-être de grande dimension.

Le choix du nombre d'harmoniques utilisé dans chaque région est lié à la précision que l'on désire obtenir sur la détermination du champ magnétique [GYS 10b]. Ce choix peut dépendre également de la grandeur globale qui nous intéresse. Si seul le couple moyen a un intérêt, on peut se contenter du fondamental du champ dans l'entrefer. Si on s'intéresse au couple de détente dans une machine à aimants, il faut aller chercher l'harmonique prépondérant qui correspond à ce phénomène. Ce choix, qui n'est pas toujours simple à

définir, impacte le temps de calcul du modèle [WU 12]. Comme nous l'avons dit, la taille de la matrice [M] dépend du nombre d'harmoniques choisi et le temps nécessaire pour son inversion par une méthode numérique est fortement lié à sa dimension.

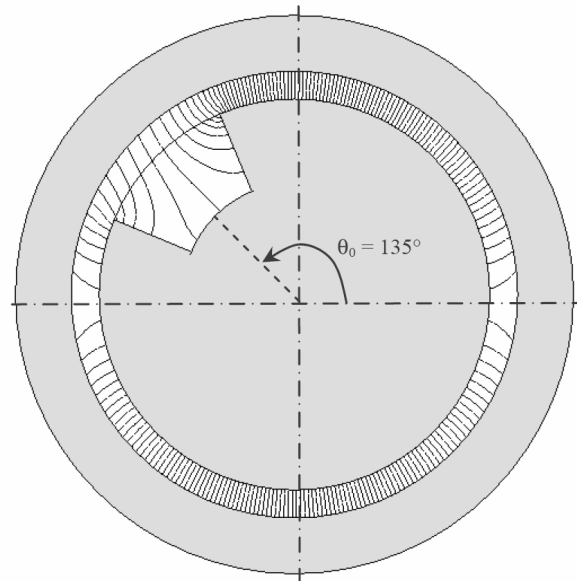
Une autre remarque importante à ce niveau concerne des problèmes numériques qui peuvent survenir pendant l'inversion de la matrice [M]. D'un point de vue pratique, le logiciel (Matlab) nous renvoie une erreur indiquant que la matrice est mal conditionnée. Nous avons constaté ce type de problème lorsque le nombre d'harmoniques dans la région des encoches est très important ou lorsque le nombre d'encoches augmente fortement pour une machine de dimensions données. Ces problèmes numériques sont gênants lorsqu'on utilise ce type de modèles dans un processus d'optimisation où les paramètres changent. Ce type de problème a été constaté par ailleurs [GYS 10b], [TIE 12] et les auteurs ont proposé des solutions, en particulier des changements de variables permettant une amélioration du conditionnement de la matrice. Néanmoins, je pense que ce problème reste ouvert et mérite qu'on s'y attarde. L'étude de la topologie de ce type de matrice et de son contenu peut être un champ de recherche, comme cela a été le cas pour les méthodes numériques de résolution des EDP (éléments finis) qui reposent également sur des matrices de grandes dimensions. La différence ici est qu'on connaît les expressions mathématiques des éléments qui composent la matrice, ce qui doit faciliter l'analyse du problème.

#### **d) Résultats**

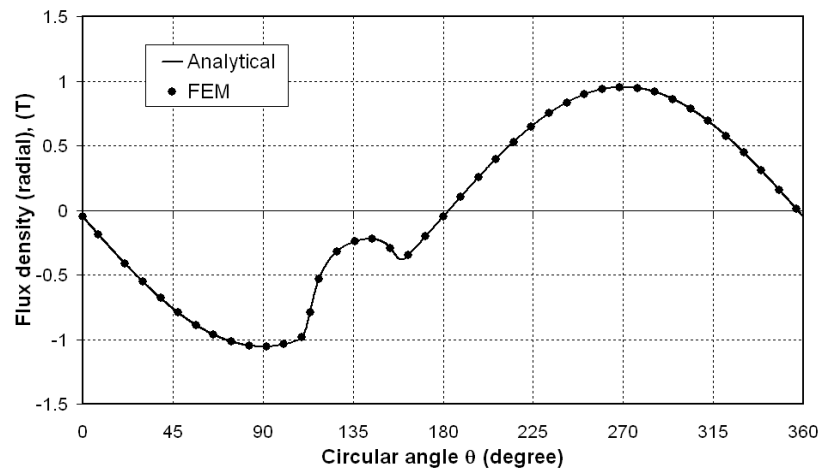
Pour valider les calculs précédents, nous avons comparé les résultats obtenus à l'aide du modèle semi-analytique avec ceux issus d'un modèle par éléments finis en utilisant le logiciel libre FEMM. Nous avons considéré les mêmes hypothèses pour les deux types de modélisation, en particulier une perméabilité infinie pour le fer. L'objectif était dans un premier temps de vérifier les calculs analytiques. Pour l'exemple qui nous intéresse, la nappe de courant est définie par l'équation (3.25). Elle est à distribution sinusoïdale et possède une paire de pôles :

$$\mathbf{K}(\theta) = K_1 \cos \theta \cdot \mathbf{e}_z \quad (3.25)$$

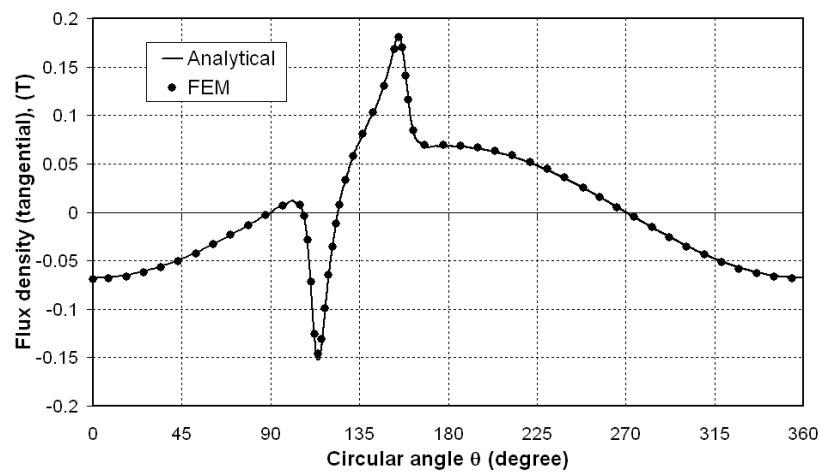
Pour simplifier, nous n'avons considéré qu'une encoche dont le centre est placé à un angle  $\theta_0 = 135^\circ$  comme le montre la figure 3.7. Les résultats montrent clairement l'effet de l'encoche sur la distribution du champ dans l'entrefer. La forme du champ est globalement sinusoïdale du fait du choix de la source sauf à l'endroit de l'encoche où l'on constate un trou sur l'induction radiale. Cet affaiblissement du champ est dû à l'augmentation de l'entrefer. La saillance magnétique a également pour effet d'amplifier le champ tangentiel au niveau des arêtes de l'encoche. Pour les résultats donnés sur la figure 3.7, nous avons considéré 50 harmoniques dans l'entrefer et dans l'encoche. Nous n'avons pas cherché à optimiser ce nombre. Le calcul du champ magnétique au milieu de l'entrefer prend moins de 10 ms ! Nous disposons donc d'un outil puissant permettant de prendre en compte d'une manière directe les effets de saillance dans les machines électriques. Certes, ce modèle repose sur une hypothèse forte (perméabilité infinie des dents). Avec cette hypothèse on suppose d'entrée que les effets de la saturation magnétique ne peuvent pas être pris en compte par ce type de modèle ou alors d'une façon approchée (variation artificielle de l'entrefer ...). Si la saturation joue un rôle important dans les performances d'un actionneur, le passage par un modèle purement numérique dès le début du dimensionnement devient alors indispensable et les modèles proposés ici sont inutilisables.



(a)



(b)



(c)

Figure 3.7 : Distribution du champ magnétique au milieu de l'entrefer pour un système à une encoche : (a) lignes de champ, (b) induction radiale, (c) induction tangentielle [R6].

Des modèles semi-analytiques ont été développés récemment pour des actionneurs ou des machines ayant des structures plus complexes [DUB 09], [WU 11], [TIE 12], [GAU 13b]. Les apports au niveau de la modélisation analytique peuvent résulter du type d'EDP à résoudre ou bien de conditions aux frontières particulières à traiter. Dans ce cas, les problèmes aux valeurs propres sur lesquels débouchent ces modèles peuvent être plus complexes que celui résolu dans le cas d'une encoche. Nous avons développé dans [R14] un modèle semi-analytique permettant de calculer la distribution des courants induits dans des conducteurs massifs placés dans des encoches de machine et soumis à un champ tournant. On doit dans ce cas résoudre une équation de Helmholtz (magnétodynamique) dans la région des encoches pour l'étude du régime permanent sinusoïdal. Un modèle de même type a été développé pour calculer les pertes par courant de Foucault dans des aimants soumis à des champs variables [DUB 14]. On trouve également des modèles semi-analytiques qui concernent les machines synchrones à aimants insérés [JIA 09a], à concentration de flux [C21], et à commutation de flux [GAU 14]. Pour ce type de machines, les aimants sont placés directement dans des encoches ferromagnétiques. En fonction de la direction de l'aimantation (radiale, orthoradiale, ou une combinaison des deux), ce type de problème peut déboucher sur des conditions aux frontières non homogènes qu'il faut alors traiter [R16].

Dans la suite, je limite les développements à la modélisation de dispositifs pour lesquels les encoches ferromagnétiques présentent des conditions de passage avec deux domaines différents (haut et bas de l'encoche). Ce problème amène à des difficultés supplémentaires. C'est le cas lorsqu'il s'agit de prendre en compte les isthmes d'encoches dans la modélisation des machines électriques [R11]. Nous verrons également que les réducteurs magnétiques [JIA 09b], [R8] comportent des éléments nécessitant ce type de modèle.

### **3.4.2 Prise en compte des isthmes d'encoches**

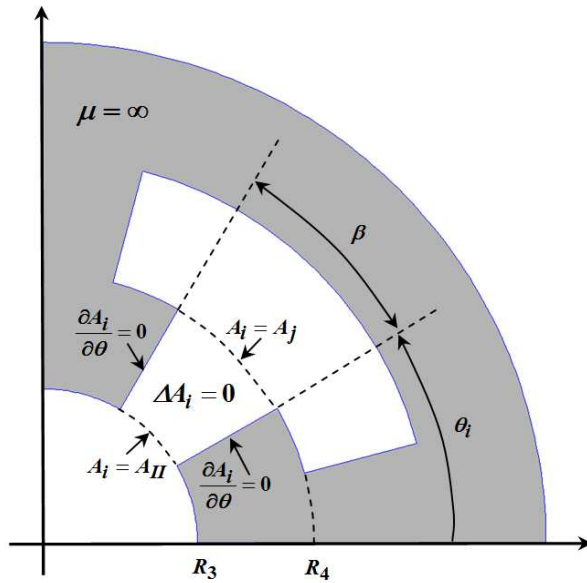
Pour réduire les effets "parasites" dus à la présence des encoches dans les machines à champ tournant, les dents peuvent comporter un épanouissement magnétique supplémentaire à leur extrémité. L'ajout de cet isthme d'encoche permet de réduire la taille effective de l'entrefer pour limiter la consommation des ampères-tours nécessaires à la magnétisation. Il permet également de limiter les ondulations de couple dues aux variations de réductance ou de réduire le couple de détente dans les machines à aimants.

Au niveau de la modélisation, le problème est un peu plus complexe que celui présenté précédemment car les isthmes d'encoches sont ouverts des deux cotés. Dans ce cas, des termes supplémentaires apparaissent dans la solution de l'équation aux dérivées partielles. Ces termes arrivent naturellement dans la solution si on respecte scrupuleusement la démarche de résolution des EDP expliquée précédemment.

La prise en compte directe des isthmes d'encoches dans la modélisation semi-analytique des machines électriques est récente et plusieurs laboratoires ont travaillé sur ce sujet [R11], [WU 11], [TIE 12]. Cela permet de se rapprocher davantage des topologies réelles des machines électriques. Ces modèles permettent une meilleure estimation du flux à vide et donc de la force électromotrice. Ils permettent également de calculer d'une manière plus précise les effets de la réaction magnétique d'induit et les ondulations de couple.

Dans la suite, nous donnons les résultats les plus importants issus de [R11]. Cet article se trouve dans l'annexe de ce mémoire. L'étude porte sur une machine synchrone triphasée à aimants permanents montés en surface. La machine est représentée sur la figure 3.8. Le stator comporte 6 encoches. Le bobinage statorique est de type concentré en simple couche (les bobines entourent les dents). Le nombre d'encoches par pôle et par phase vaut  $\frac{1}{2}$ . Les paramètres géométriques sont indiqués sur la figure 3.8. La perméabilité des parties ferromagnétiques est considérée comme infinie.





$$(E): \frac{\partial^2 A_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_i}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_i}{\partial \theta^2} = 0$$

$$(D): \begin{cases} R_3 \leq r \leq R_4 \\ \theta_i \leq \theta \leq \theta_i + \beta \end{cases}$$

$$(F): \begin{cases} \left. \frac{\partial A_i}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_i} = 0 ; \left. \frac{\partial A_i}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_i+\beta} = 0 \\ A_i(R_3, \theta) = A_{II}(R_3, \theta) \\ A_i(R_4, \theta) = A_j(R_4, \theta) \end{cases}$$

Figure 3.9 : Problème à résoudre dans l'isthme d'encoche [R11].

Pour illustrer les possibilités qu'offre ce type modèle en termes de précision, nous donnons sur la figure 3.10 les variations du couple électromagnétique de la machine lorsqu'elle est alimentée par des courants sinusoïdaux. Le couple est obtenu par application du tenseur de Maxwell (3.28) en considérant les expressions analytiques de l'induction radiale et tangentielle au milieu de l'entrefer. Dans 3.28, L représente la longueur axiale de la machine et  $R_e$  le rayon moyen d'entrefer.

$$T_c = \frac{LR_e^2}{\mu_0} \int_0^{2\pi} B_{IIr}(R_e, \theta) B_{II\theta}(R_e, \theta) d\theta \quad (3.28)$$

Les résultats de la figure 3.10 montrent que le modèle semi-analytique permet de prévoir très précisément l'impact de l'ouverture de l'isthme sur les ondulations du couple. Comme les comparaisons avec le modèle numérique ont été effectuées avec les mêmes hypothèses (matériau magnétique parfait), les deux modèles donnent les mêmes résultats. Cependant, une attention particulière est nécessaire pour vérifier le niveau de champ dans l'isthme pour ne pas arriver à des aberrations physiques [R11].

A partir de l'expression du potentiel vecteur dans les encoches  $A_i(r, \theta)$  et connaissant la distribution du bobinage, il est possible de calculer rapidement la force électromotrice par enroulement [R11]. La figure 3.11 donne une comparaison entre le modèle semi-analytique et le modèle numérique pour 1 spire. Le résultat obtenu confirme le bien fondé de la méthode.

Avec la prise en compte des isthmes d'encoches, nous avons développé un modèle semi-analytique qui se rapproche de plus en plus de la réalité topologique des machines électriques. Le modèle est très général en ce qui concerne le stator. Il peut s'appliquer à des machines ayant un nombre d'encoches par pôle et par phase entier ou fractionnaire. Le bobinage peut-être en simple ou double couche. C'est un outil puissant pour le dimensionnement par optimisation des machines à aimants. Bien évidemment, il ne faut pas perdre de vue les hypothèses qui ont permis de développer ce modèle, en particulier l'absence de saturation magnétique pour les dents statoriques.

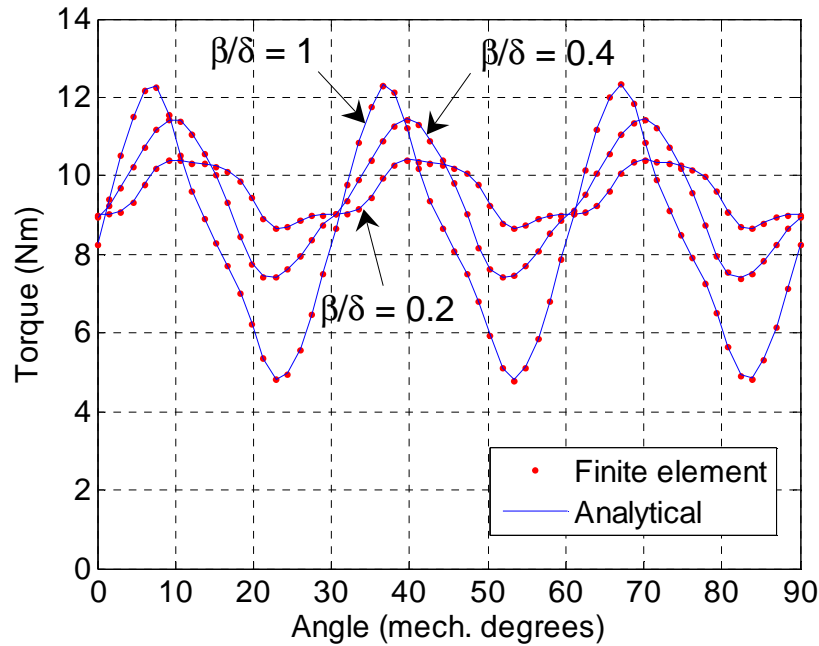


Figure 3.10 : Calcul analytique du couple électromagnétique ; influence de l'ouverture des isthmes d'encoches [R11].

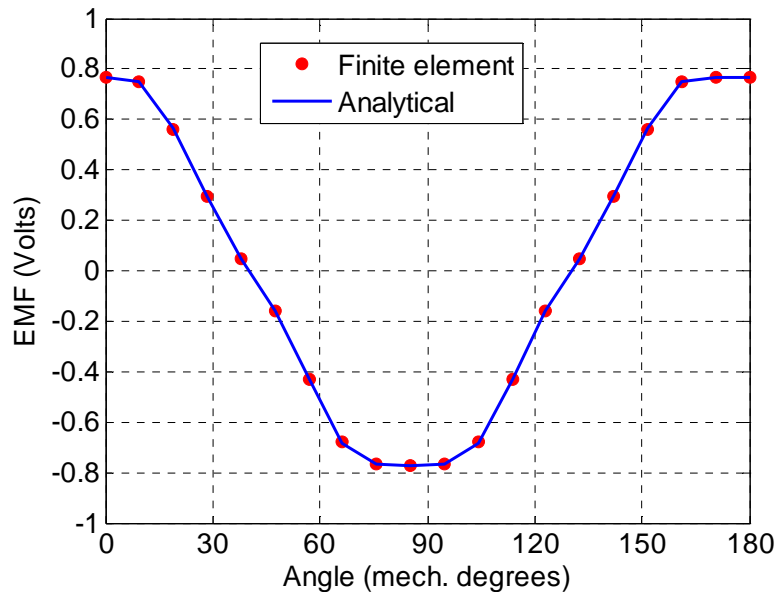


Figure 3.11 : Calcul de la force électromotrice pour  $\beta/\delta = 0.4$  [R11].

### 3.4.3 Modélisation semi-analytique des réducteurs magnétiques

Dans un système mécanique, il est souvent nécessaire d'adapter la vitesse du système d'entraînement à la vitesse de la charge entraînée. Cela se fait le plus souvent à l'aide d'un réducteur mécanique. Les applications sont nombreuses. Celles qui peuvent nous intéresser ici concernent les véhicules hybrides ou les éoliennes de fortes puissances comportant une génératrice à grande vitesse (souvent une génératrice asynchrone à double alimentation).

Pour les éoliennes de quelques MW, le rapport de multiplication est de l'ordre de 70. La vitesse de rotation de la turbine est d'environ 10 à 15 tr/mn. Cette vitesse est d'autant plus faible que l'éolienne est de grande dimension. La vitesse de la génératrice est de l'ordre de 1000 tr/mn. Dans ce cas, le multiplicateur de vitesse est souvent à train épicycloïdal et présente plusieurs étages de transmission. Les engrenages mécaniques sont composés de roues dentées en contacts, ce qui occasionne quelques problèmes. La friction entre les dents est à l'origine d'usures et d'échauffements. Il est alors nécessaire de plonger ces engrenages dans un bain d'huile qu'il faut surveiller régulièrement (étanchéité). Ces dispositifs nécessitent donc une maintenance régulière et sont souvent à l'origine de pannes qui provoquent l'arrêt complet de l'éolienne et une perte de production. Ils transmettent également les vibrations à la structure porteuse et à la génératrice. Le multiplicateur mécanique est l'un des maillons faibles des éoliennes de ce type.

L'évolution des performances des aimants permanents a permis la réalisation de génératrices synchrones lentes à forte polarité qui permet une liaison directe de la génératrice à la turbine. On peut alors se passer du multiplicateur de vitesse. Une autre possibilité consiste à conserver une génératrice rapide et de remplacer l'engrenage mécanique par un engrenage magnétique [ATA 01], [RAS 05]. Enfin, des études récentes ont montré qu'il était possible d'intégrer directement ces engrenages magnétiques à l'intérieur d'un moteur électrique à faible polarité, on parle alors de Pseudo-Direct Drive ou PDD en abrégé [ATA 08], [C32].

Les engrenages magnétiques présentent des propriétés intéressantes dues à l'absence de contact entre les parties tournantes : pas de fatigue mécanique, pas de lubrification, une protection naturelle contre les surcharges, une réduction des bruits acoustiques. Cette technologie est récente et en est encore à la phase d'étude et de développement de prototypes. On peut tout de même noter qu'une entreprise commercialise ce type de réducteur magnétique en Angleterre [MAG 15]. Les freins à l'évolution de cette technologie sont le prix des aimants à base de terres rares, l'aspect stratégique de leur disponibilité sur le marché, et la complexité mécanique de la structure qui nécessite deux entrefers de faible dimension.

Au niveau du GREEN, les études menées sur les engrenages magnétiques ont commencé suite au stage postdoctoral de S. Mezani en 2004 au laboratoire EMD (Electrical Machines and Drives Group) de Sheffield en Angleterre. Ce laboratoire est à l'origine de ces dispositifs [ATA 01], [ATA 08]. Cela s'est concrétisé par la thèse de E. Gouda soutenue en 2011 [GOU 11a] et par la publication de plusieurs articles dans des revues internationales [GOU 11a], [GOU 11b], [R8], [C33]. A mon niveau, j'ai travaillé plus particulièrement au développement d'un modèle semi-analytique [R8] qui a permis le dimensionnement optimal d'un réducteur magnétique à flux radial (optimisation par essaim de particules). Le dimensionnement a été suivi par la réalisation d'un prototype [GOU 11a].

La topologie du réducteur magnétique que nous avons étudié est représentée sur la figure 3.12. Il s'agit d'une structure à flux radial. Il existe d'autres topologies comme celle à flux axial [MEZ 06] ou des structures linéaires [ROL 11]. Comme le montre la figure 3.12, un réducteur magnétique est composé de 3 parties : un rotor interne comportant une couronne d'aimants à  $p_i$  paires de pôles déposés sur une culasse ferromagnétique, une couronne intermédiaire comportant  $Q$  pièces ferromagnétiques, et un rotor externe comportant une couronne d'aimants à  $p_e$  paires de pôles. Le principe de fonctionnement est simple. Le champ magnétique créé par les aimants internes est modulé par les  $Q$  pièces ferromagnétiques. On obtient alors des champs harmoniques au niveau de l'entrefer externe dont le plus important est celui à  $(Q - p_i)$  paires de pôles. Afin de transmettre le couple à l'armature externe, il suffit alors que le nombre de paires de pôles sur cette armature soit égal à  $p_e = Q - p_i$ .



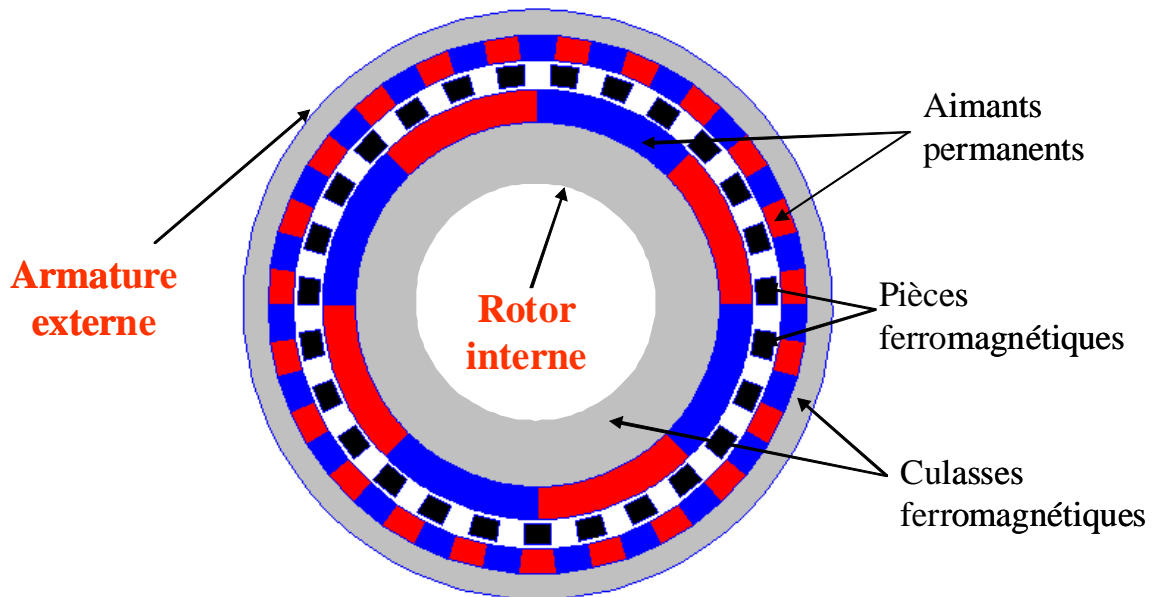


Figure 3.12. Vue en coupe d'un réducteur de vitesse magnétique à flux radial.

Dans le cas général, les 3 couronnes sont susceptibles de tourner de façon indépendante [GOU 11a]. Si l'on considère un fonctionnement en engrenage magnétique, l'une des trois parties est fixe. Dans le cas où les pièces ferromagnétiques sont maintenues fixes, le rapport de vitesse est alors le suivant :

$$G_r = \frac{\Omega_i}{\Omega_e} = \frac{p_i - Q}{p_i} = -\frac{p_e}{p_i} \quad \text{avec } p_e > p_i \quad (3.29)$$

Le principe de fonctionnement de ce dispositif repose sur l'interaction entre des aimants et des pièces ferromagnétiques. Il existe donc des ondulations de couple identiques à celles dues au couple de détente dans les machines synchrones à aimants, en particulier sur le rotor interne qui a la plus faible polarité. On cherche alors à réduire ces ondulations de couple en éloignant le premier harmonique de denture [ZHU 00]. On choisit pour cela une combinaison  $(p_i, Q)$  telle que le plus petit commun multiple de  $2p_i$  et  $Q$  que l'on note  $\text{PPCM}(2p_i, Q)$  soit aussi grand que possible. La combinaison la plus favorable correspond à  $\text{PPCM}(2p_i, Q) = 2p_i \times Q$ . On définit alors un coefficient  $C_f$  (cogging torque factor) à valeurs entières tel que :

$$C_f = \frac{2p_i \times Q}{\text{PPCM}(2p_i, Q)} \quad (3.30)$$

Ainsi, le couple de détente est d'autant plus petit que  $C_f$  tend vers 1. On a donc un critère simple qui permet, pour un rapport de réduction  $G_r$  donné, de choisir la meilleure combinaison  $(p_i, Q)$  pour laquelle le couple de détente est le plus faible.

La topologie de ce dispositif nous a poussé à développer un modèle semi-analytique [R8] reposant sur la même méthodologie que celle présentée précédemment. Comme le montre la figure 3.12, la géométrie de ce dispositif repose pratiquement sur les lignes de coordonnées du système cylindrique et se prête bien à l'emploi de ce type de modèle. Il n'est pratiquement pas nécessaire de faire d'hypothèse sur la géométrie. Les différentes zones (I, II, III, IV et i) où le champ doit être calculé sont indiquées sur la figure 3.13.

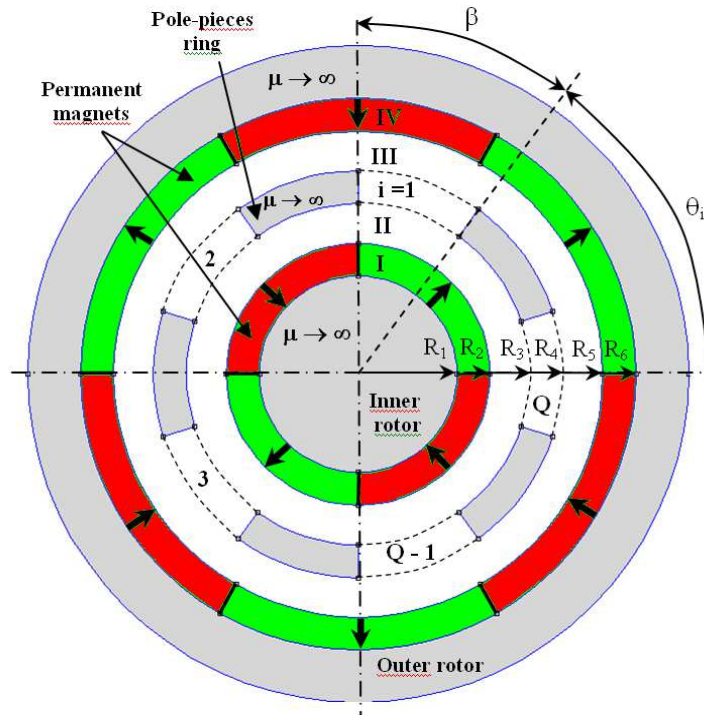
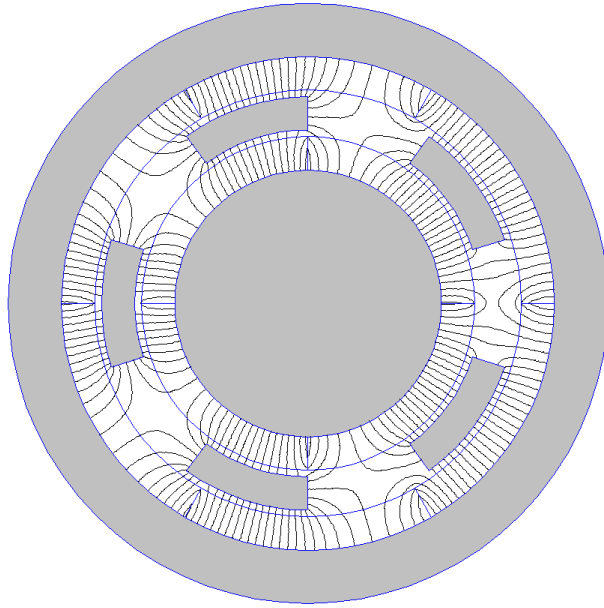


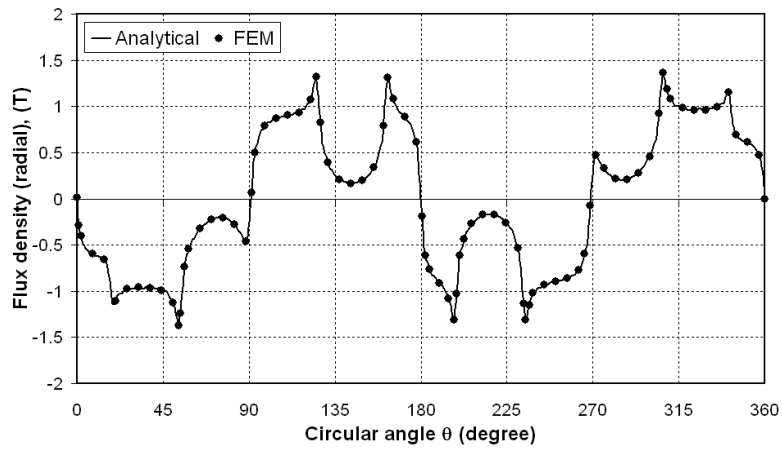
Figure 3.13. Définitions des différentes régions pour la modélisation analytique [R8].

Les deux couronnes d'aimants (régions I et IV) et les deux entrefers (régions II et III) ne présentent pas de difficulté majeure de modélisation. Ce sont des problèmes périodiques classiques. Une difficulté concerne par contre la gestion des conditions aux frontières avec les pièces ferromagnétiques (rayons  $R_3$  et  $R_4$ ). Le calcul de la solution dans les zones situées entre deux pièces ferromagnétiques (régions  $i$ ) présente le plus de difficultés. Cependant, on retombe sur un problème identique à celui des isthmes d'encoches qui consiste à résoudre une équation de Laplace en coordonnées cylindrique dans une région délimitée par deux parois magnétiques parfaites. Les détails des calculs se trouvent dans [R8]. La figure 3.14 donne quelques résultats pour un réducteur magnétique tel que  $p_i = 2$ ,  $Q = 5$  et  $p_e = 3$ , ce qui correspond à un rapport de multiplication  $G_r = -1.5$ . On constate sur cette figure la précision du modèle semi-analytique dans la détermination de l'induction radiale et tangentielle au milieu de l'entrefer (région II).

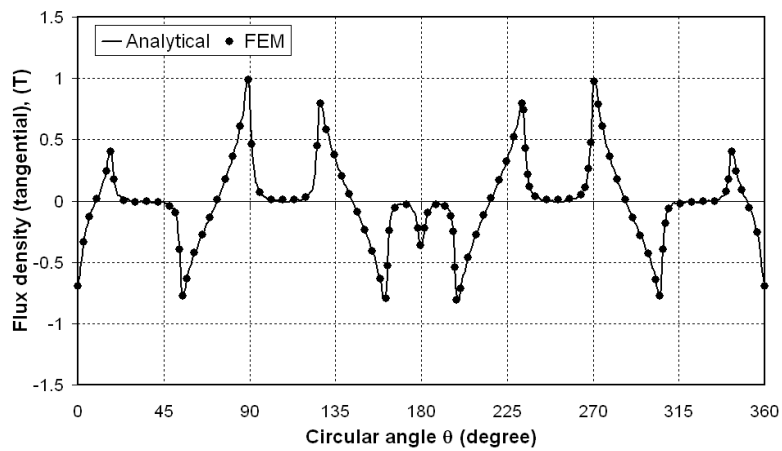
Le nombre de régions à considérer peut-être important pour ces dispositifs. Cela mène à une matrice topologique  $[M]$  de grandes dimensions. La taille de la matrice est d'autant plus importante que le nombre de pièces ferromagnétiques augmente. Cependant, nous avons utilisé ce modèle semi-analytique pour le dimensionnement de réducteurs magnétiques dans le cadre de la thèse de E. Gouda [GOU 11a] et dans [R35]. Ce modèle semi-analytique a montré tout son potentiel pour une utilisation dans un processus d'optimisation avec des algorithmes stochastiques (essaim de particules et NSGA-II). Le processus d'optimisation alliant modèle semi-analytique et méthode stochastique prend quelques minutes alors que ce processus nécessite plusieurs heures avec les éléments finis en 2D (mêmes hypothèses) pour aboutir finalement au même résultat. Lors de la phase d'optimisation où il s'agit de balayer la plage la plus large de l'espace des paramètres géométriques, il est important de vérifier à chaque étape le niveau de champ dans les pièces ferromagnétiques pour éviter un trop haut niveau de saturation. Le champ n'étant pas évalué dans cette zone à l'aide du modèle semi-analytique, il a été estimé par un calcul simple (conservation du flux) à partir de la connaissance de l'induction normale sur les bords de chaque pièce ferromagnétique.



(a)



(b)



(c)

Figure 3.14 : Distribution du champ magnétique au milieu de l'entrefer II de la figure 3.13 :  
 (a) lignes de champ, (b) induction radiale, (c) induction tangentielle [R6].

La figure 3.15 montre le prototype réalisé par E. Gouda pendant sa thèse ( $p_i = 4$ ,  $p_e = 11$ ,  $Q = 15$  soit  $G_r = 2,75$ ) ainsi que les résultats de mesures du couple sur le rotor externe. Les aimants utilisés sont de types Néodyme-Fer-Bore avec une aimantation rémanente de 1,25 T. Les culasses magnétiques des rotors internes et externes sont en acier à faible taux de carbone (XC10) présentant de très bonnes caractéristiques magnétiques. Les pièces ferromagnétiques sont placées dans une matrice en fibre de verre. Elles ont été réalisées à partir de poudre magnétique compactée pour réduire les pertes dans le fer dans cette partie de l'actionneur qui est soumise à des champs variables importants en régime permanent [ATA 01]. Pour la mesure du couple, la méthode classique du bras de levier a été utilisée en bloquant le rotor interne. La position du rotor externe a été mesurée à l'aide d'un codeur de position. La comparaison entre les mesures et les résultats obtenus à l'aide du modèle semi-analytique 2D (figure 3.15) montre une erreur de l'ordre de 15%. Cette erreur est essentiellement due aux effets 3D.

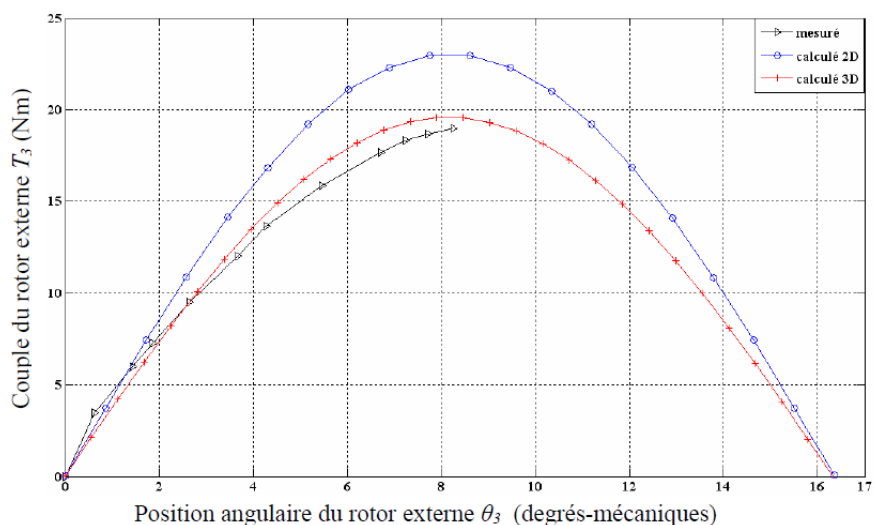
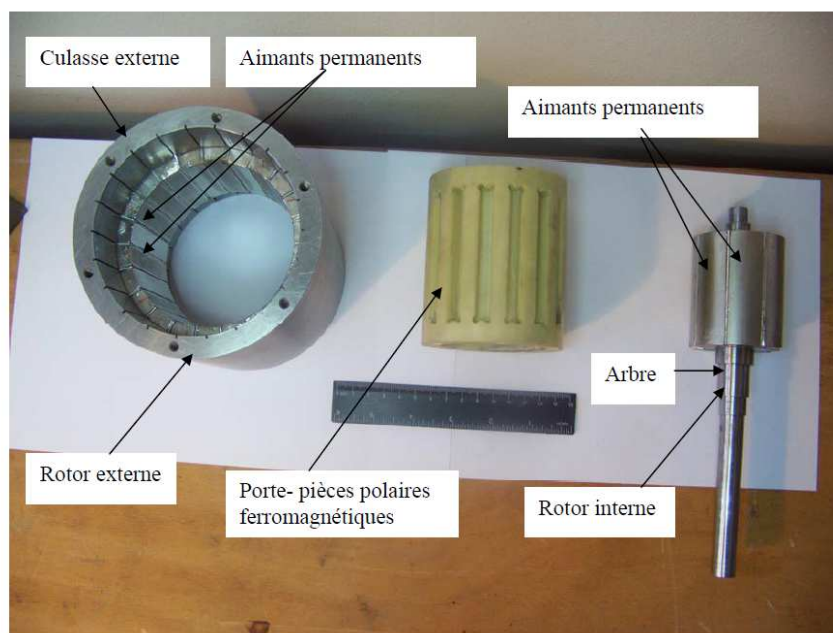


Figure 3.15. Prototype et résultats de mesure du couple [GOU 11a].

Le principe de la modélisation semi-analytique des réducteurs magnétiques a été repris récemment par les chercheurs de Sheffield [PEN 15] pour l'optimisation d'une machine synchrone à aimants intégrant un réducteur magnétique (pseudo-direct drive i.e. PDD). Il s'agit d'une génératrice pour une éolienne à attaque directe de 10MW-10 tr/mn. La figure 3.16, issue de la publication [PEN 15], montre les régions considérées pour le calcul. Pour simplifier, la partie statorique a été modélisée par une nappe de courant équivalente représentée par les points situés au niveau des isthmes d'encoches. Les pertes fer dans les pièces ferromagnétiques et dans les culasses statoriques et rotoriques ont été évaluées à l'aide de formules approchées. L'étude menée dans ce papier [PEN 15] a également montré tout l'intérêt du modèle semi-analytique en termes de temps de calcul pour l'optimisation de cette structure.

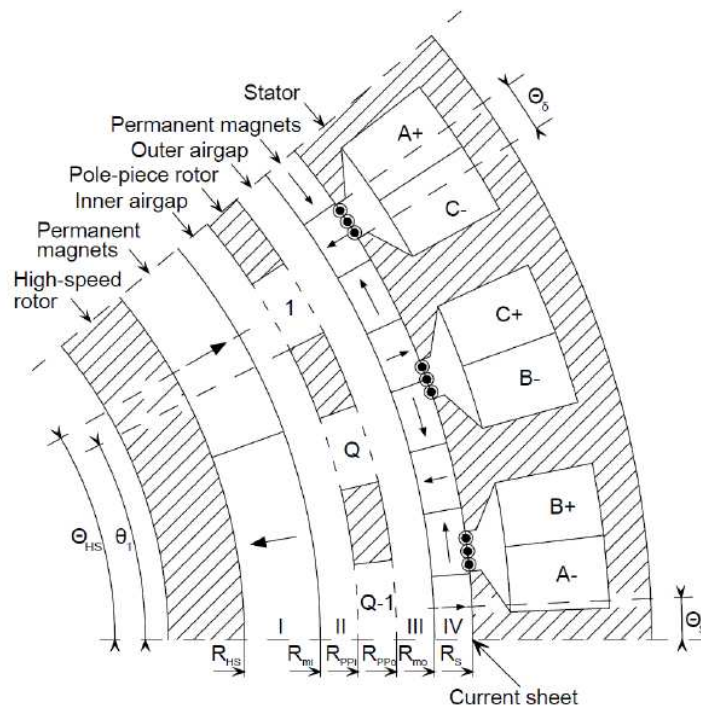


Figure 3.16. Modèle semi-analytique pour l'optimisation d'un PDD [PEN 15].

### 3.5 Prise en compte des effets 3D dans les actionneurs à flux axial

Les actionneurs à flux axial présentent une structure fondamentalement tridimensionnelle d'un point de vue électromagnétique. Les variations de l'induction suivant la direction radiale ne peuvent être négligées sous peine d'arriver à des erreurs importantes sur la détermination des grandeurs globales comme la force électromotrice ou le couple [AZZ 05], [BAR 10a], [R15]. Pour modéliser ces actionneurs, on dispose des méthodes numériques et des logiciels associés qui permettent de prendre en compte les effets 3D. Cependant, les temps de calcul peuvent devenir importants pour résoudre ce type de problème, en particulier lorsqu'une formulation en potentiel vecteur magnétique s'avère nécessaire. Par conséquent, l'association d'un modèle numérique 3D avec un algorithme d'optimisation devient problématique pour un premier dimensionnement à cause du nombre important d'évaluations du modèle que cela nécessite. Ceci est encore plus vrai si le nombre de

paramètres à optimiser est grand. Dans ce cadre, la modélisation analytique tridimensionnelle, lorsqu'elle est possible, trouve toute sa place essentiellement pour les raisons de temps de calcul que nous avons évoquées. Cependant, les problèmes à résoudre sont alors plus complexes que ceux développés dans le cadre des approximations 2D. Les modèles analytiques habituellement développés pour l'étude des actionneurs à flux axial sont bidimensionnels [BAR 10a], [R15], [R29]. Ils reposent sur l'hypothèse du développement au rayon moyen (machines linéaires équivalentes). La dimension des parties actives dans la direction radiale est supposée infinie. La prise en compte directe des encoches, lorsqu'elles sont présentes, s'effectue de la même façon que celle indiquée dans les paragraphes précédents [TIE 12], [BAR 13]. Bien évidemment, ce type de modèle ne permet pas de prendre en compte les effets de courbure et les effets d'affaiblissement du champ sur les bords radiaux des aimants. On constate alors des erreurs de prédétermination sur les grandeurs globales qui peuvent atteindre 30% par rapport à la réalité [R15]. Pour améliorer la précision des modèles, il est possible d'effectuer plusieurs calculs 2D en divisant la structure en plusieurs couches suivant la direction radiale. On effectue ensuite une moyenne pour déterminer les grandeurs globales comme le couple de détente dans les machines à aimants [PAR 04], [TIE 14]. Ce découpage en plusieurs couches élémentaires permet de prendre en compte les variations topologiques de l'actionneur dans la direction radiale (encoches et aimants) mais absolument pas les variations du champ dans cette direction. La figure 3.17, issue de [TIE 14], illustre cette méthode pour un moteur à aimants à flux axial. Pour considérer l'affaiblissement du champ au niveau des rayons internes et externes de la machine, une fonction de modulation peut être utilisée [AZZ 05]. On parle alors de modèle quasi-3D. Cette fonction de modulation ne dépend que de la coordonnée radiale. Elle est déterminée à partir d'un calcul éléments finis 3D. Les résultats obtenus en utilisant cette méthode ont montré une amélioration sur la prédiction du flux à vide et du couple de détente, et un gain de temps appréciable par rapport à un modèle 3D purement numérique. Cependant, la détermination de la fonction de modulation nécessite un modèle numérique par éléments finis 3D, ce qui limite son intérêt surtout lorsqu'il s'agit d'optimiser une machine où les paramètres ne cessent de varier.

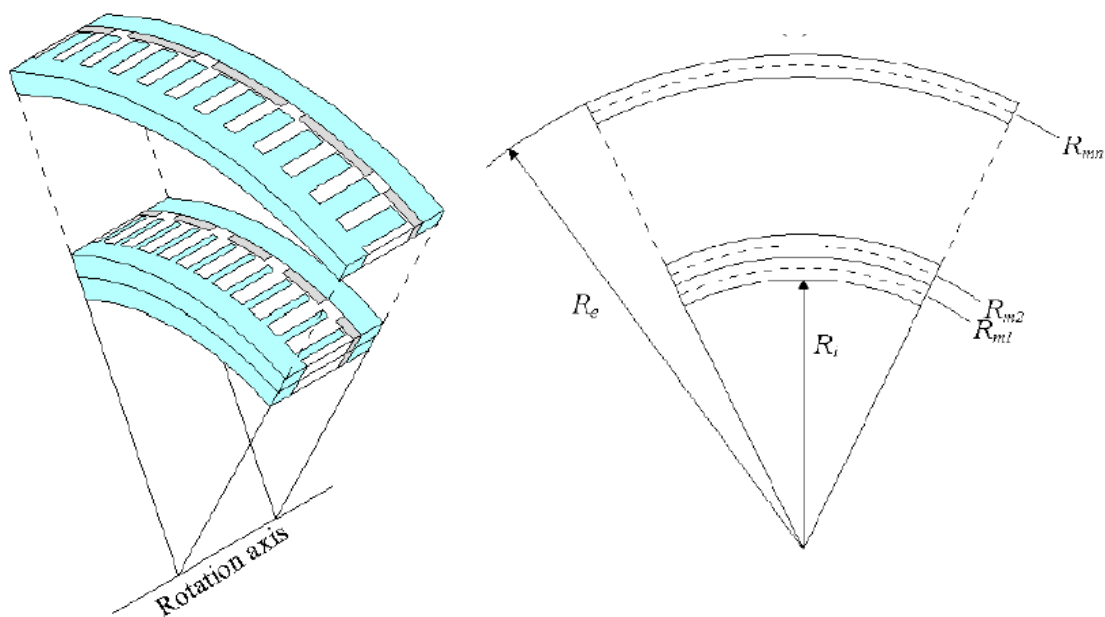


Figure 3.17. Modélisation d'une machine à flux axial par approche multicouche [TIE 14].

Les modèles analytiques purement 3D que l'on trouve dans la littérature sur les structures à flux axial reposent essentiellement sur des méthodes intégrales [GAR 02], [YON 93], [RAV 09a]. Les sources du champ magnétique (aimants ou courants), souvent de formes simples, sont situées dans le vide et le calcul du champ dans tout l'espace s'effectue en appliquant la loi de Biot et Savart (source de courant ou modélisation ampérienne des aimants). Une autre méthode consiste à calculer le potentiel scalaire magnétique lorsqu'on représente les aimants par des densités de charges magnétiques équivalentes à l'aimantation [RAV 09b]. On parle alors de modèles coulombiens en référence à l'électrostatique. La présence de matériaux magnétiques dans la structure peut être prise en compte dans les cas simples (présence de plans de symétrie) en appliquant la méthode des images [DUR 68], [YON 93], [CHA 09]. Le calcul des intégrales sur lesquelles reposent ces modèles nécessite le plus souvent une évaluation numérique. Cependant, les temps de calcul associés sont nettement plus faibles que pour les modèles éléments finis 3D. Des modèles analytiques en 3D ont été développés pour dimensionner des accouplements magnétiques à flux axial et à flux radial [YON 81], [YON 93], [FUR 95], [CHA 99].

Plus récemment, des modèles issus de la résolution formelle des équations de Maxwell en 3D pour des problèmes de magnétostatique ont été proposés [BAR 12], [MEE 12], [MEE 13]. Ces modèles sont moins répandus car ils sont plus compliqués à développer. Ils permettent d'étudier des structures géométriques plus complexes que celles basées sur la méthode des images. Ils nécessitent néanmoins des hypothèses fortes qui sont les mêmes que celles indiquées dans le paragraphe 3.3.1. Une des difficultés dans la modélisation des structures 3D par résolution directe des EDP par séparation des variables concerne les conditions aux limites à imposer dans la troisième direction. Pour les actionneurs discoïdes à flux axial, c'est dans la direction radiale que le problème se pose. Le problème est souvent périodique dans la direction azimutale du fait de la distribution des sources et cela ne pose pas de difficulté particulière. Les conditions de passage sur le champ dans la direction axiale permettent de déterminer les constantes d'intégration.

Dans [BAR 10b], un actionneur linéaire a été modélisé en 3D. Cet actionneur présente une condition de périodicité naturelle suivant l'axe du mouvement (axe des  $x$ ) du fait de l'alternance de la polarité des aimants dans cette direction (en considérant une longueur assez grande suivant cette direction pour négliger les effets de bords). Pour tenir compte des dimensions finies du dispositif suivant  $y$ , les auteurs définissent une périodicité artificielle dans cette direction. Pour cela, ils introduisent des aimants fictifs suivant  $y$ . Ces aimants sont suffisamment éloignés de la zone active pour éviter toute interaction. Une des difficultés consiste à déterminer l'éloignement minimal de ces aimants fictifs car cela a une influence sur la précision des résultats obtenus. Grâce à cette condition de périodicité artificielle, le problème peut être résolu par la méthode de séparation des variables. On aboutit à deux problèmes aux valeurs propres de type périodique en  $x$  et en  $y$ . La solution générale fait apparaître des doubles séries de Fourier. Les conditions de passage suivant l'axe  $z$  permettent ensuite de calculer les constantes d'intégration.

Dans [BAR 12], les auteurs ont développé un modèle 3D pour une machine à flux axial dont les aimants, de forme sectorielle, sont déposés régulièrement à la surface d'un disque ferromagnétique considéré comme parfait. Le stator, également de forme discoïde, est considéré lisse (les effets d'encoches ne sont pas considérés). Le modèle est résolu à l'aide d'une formulation en potentiel scalaire magnétique dans un système de coordonnées cylindriques. Le problème est naturellement périodique suivant la direction azimutale, ce qui ne pose pas de difficulté majeure. Encore une fois, il faut définir des conditions limites dans l'une des deux autres directions pour résoudre ce problème 3D. C'est là que la difficulté apparaît. Les auteurs choisissent d'imposer une condition de Dirichlet homogène sur le potentiel scalaire magnétique (paroi magnétique parfaite) à un rayon suffisamment éloigné

de la zone active des aimants pour que cette frontière artificielle influence le moins possible le champ dans la zone utile. Il est alors nécessaire que le rayon des disques ferromagnétiques soit identique à celui de la frontière artificielle. Les conditions de passage suivant la direction axiale permettent ensuite de déterminer les constantes d'intégration. Un autre choix aurait pu être fait, nous en parlerons à la fin de ce chapitre. La solution s'écrit sous la forme d'une double série de Fourier-Bessel [BAR 12]. Ce modèle permet de considérer les effets de courbure et les effets de bords et améliore nettement la qualité de prédiction du flux à vide par rapport à un modèle 2D. Pour être complet, il manque à ce modèle la prise en compte des effets d'encoches statoriques en 3D. Nous proposerons des pistes allant dans ce sens dans le chapitre sur les perspectives.

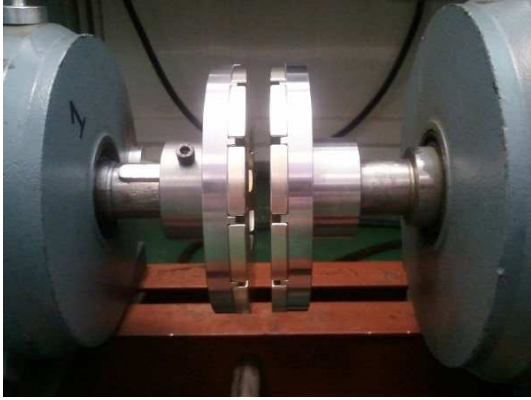
Au niveau du GREEN, nous avons développé des modèles analytiques en 3D pour l'étude des accouplements magnétiques à flux axial. L'utilité pratique de ces actionneurs était pour nous secondaire même si elle a son importance comme nous le verrons dans le chapitre 4. Nous avons étudié des accouplements magnétiques à flux axial tout d'abord pour nous permettre de valider des méthodes de calculs analytiques en 3D. Nous voulions comparer les résultats de calculs aux résultats expérimentaux obtenus à partir de dispositifs faciles à réaliser. Nous avons étudié et réalisé des topologies à aimants [R15], [R26], [R27], [R32] et à induction [R29], [R36]. Les premiers résultats que nous avons obtenus à partir de modèles 2D en négligeant les effets de bords ont abouti à des erreurs d'environ 30% sur le calcul du couple. Cependant, ces modèles simples nous ont permis d'établir des formules explicites liant directement les paramètres physiques et géométriques au couple électromagnétique. Ces formules, même si elles manquent de précision, donnent les bonnes tendances sur l'influence des paramètres en ce qui concerne les performances des accouplements [R15], [R29]. Nous les avons utilisées en lien avec un algorithme déterministe pour l'optimisation d'une structure à aimants permanents [R31]. Le développement de modèles analytiques 3D au rayon moyen nous a permis ensuite d'améliorer nettement la précision de ces formules [R32], [R36].

Dans la suite, je présente les résultats les plus importants concernant la modélisation analytique des accouplements magnétiques à flux axial en vue de leur dimensionnement. La partie qui me semble la plus originale concerne le calcul en 3D des courants induits dans un accouplement à induction. Je donnerai également quelques résultats sur les caractéristiques en régime transitoire de ces dispositifs [R26], [R29]. Ce sujet est rarement traité dans la littérature. Cependant, il a son importance lorsque l'accouplement doit être placé dans une chaîne de transmission dont on doit maîtriser la vitesse ou la position. La bibliographie relative à l'ensemble de ces sujets se trouve dans les articles cités précédemment et ne sera pas reprise ici.

### **3.5.1 Accouplement magnétique à aimants permanents**

La figure 3.18 représente le dispositif expérimental mis en œuvre pour valider les modèles analytiques 2D et 3D que nous avons développés. Les paramètres géométriques du prototype sont indiqués sur cette figure. L'accouplement magnétique comporte deux disques ferromagnétiques identiques sur lesquels sont collés des aimants (NdFeB) en forme de secteur. La polarité est alternée et l'aimantation est orientée axialement. L'épaisseur des culasses ferromagnétiques a été choisie pour éviter la saturation magnétique (calcul simple à partir de la conservation du flux). L'accouplement est placé entre deux moteurs électriques de 3kW, essentiellement pour pouvoir faire des essais en régimes dynamiques. Cet accouplement est capable de transmettre un couple de 60 Nm pour un entrefer de 4 mm. La mise en place de cet accouplement magnétique nécessite de prendre des précautions car la force d'attraction axiale est importante, de l'ordre de 250 Kg pour un entrefer de 3 mm.





Symbole	Quantité	valeur
$R_1$	Rayon interne des aimants	30mm
$R_2$	Rayon externe des aimants	60mm
$R_e$	Rayon moyen	45mm
$h$	Epaisseur des aimants	7mm
$e$	Taille de l'entrefer	variable
$\alpha$	Ouverture des aimants/pas polaire	0.9
$p$	Nombre de paires de pôles	6
$B_r$	Champ rémanent	1.25 T

Figure 3.18. Accouplement magnétique à flux axial et ses paramètres [R15].

### a) Modélisation 2D

Dans un premier temps, nous avons développé un modèle simple en faisant un maximum d'hypothèses pour aboutir à une formule explicite pour le couple transmissible. On parle donc ici d'un modèle purement analytique (aucun ordinateur n'est nécessaire, un peu de courage, un stylo et une feuille !). L'objectif était de voir si cette formule était apte à représenter la réalité et dans quelle mesure.

Vue la taille de l'entrefer magnétique, un modèle simple basé sur le théorème d'Ampère est insuffisant. Le trajet des lignes de champ ne sont pas simples à définir, surtout en charge. Le modèle retenu est donc un modèle 2D avec un développement au rayon moyen de la structure comme le montre la figure 3.19. Le problème est alors résolu dans un système de coordonnées cartésiennes. Par conséquent, les effets de courbure sont négligés ainsi que les effets de bords. Je ne présente dans la suite que les résultats les plus importants. Les détails se trouvent dans [R15].

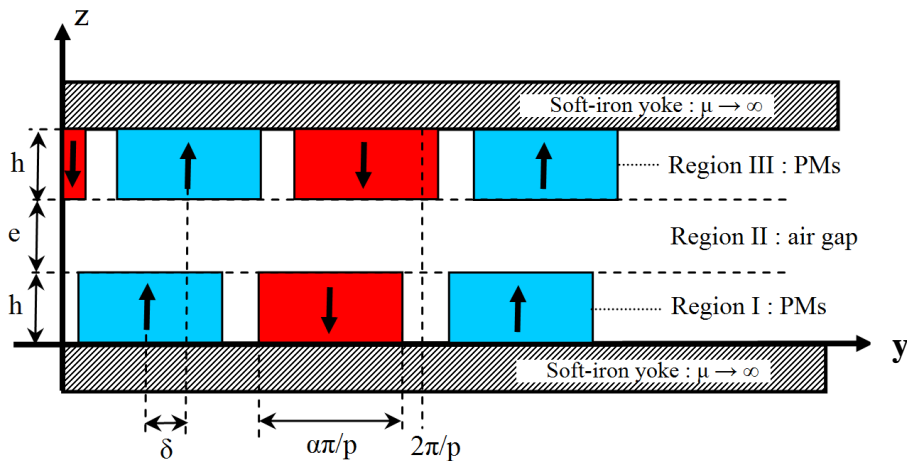


Figure 3.19. Modèle 2D de l'accouplement magnétique au rayon moyen [R15].

Dans ce modèle, il y a 3 régions rectangulaires à considérer : l'entrefer (région II) et les aimants (régions I et III). Pour simplifier le modèle, les parties ferromagnétiques sont considérées comme parfaites (perméabilité infinie). Dans chaque région, nous avons un problème aux valeurs propres  $2\pi/p$ -périodique à résoudre dans la direction  $y$ . Les conditions de passage suivant  $z$  permettent ensuite de calculer les constantes d'intégration. La solution

pour le potentiel scalaire magnétique dans chaque région s'écrit sous la forme d'une série de Fourier. Les variations du champ magnétique au milieu de l'entrefer étant faible (ceci est d'autant plus vrai que la polarité est élevée et que l'entrefer magnétique est important), on peut limiter, sans trop d'erreur, l'analyse du dispositif en ne considérant que le fondamental du champ dans l'entrefer. Le couple s'obtient en appliquant la méthode du tenseur de Maxwell. Dans ces conditions, on arrive à une formule simple pour le couple (mais également pour la force axiale) :

$$T = \frac{16 B_r^2}{3\pi \mu_0} R_2^3 \left( 1 - \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^3 \right) \sin^2 \left( \alpha \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sinh^2 a}{\sinh(2(1+v)a)} \sin(p\delta) \quad (3.31)$$

avec

$$a = p \frac{h}{R_e} \quad , \quad v = \frac{e}{2h} \quad , \quad \delta \text{ angle interne}$$

Cette formule fait apparaître l'ensemble des paramètres géométriques de l'accouplement. Le couple dépend du carré de l'induction rémanente et du rayon externe au cube (résultat classique pour les actionneurs à flux axial). Pour vérifier le degré de précision de la formule, nous avons comparé les résultats de calcul à ceux obtenus avec un modèle éléments finis 3D en considérant la topologie réelle de l'accouplement et une perméabilité relative de 1000 pour les culasses ferromagnétiques. Les calculs analytiques ont également été comparés aux résultats de mesure. Pour la mesure du couple, nous avons utilisé la méthode du bras de levier en bloquant un des rotors. La position relative entre les deux disques est obtenue à l'aide d'un codeur de position qui permet une précision d'environ  $0,1^\circ$ . Les résultats sont donnés sur la figure 3.20 pour un entrefer de 4 mm. On constate une erreur de l'ordre de 30% sur le couple maximal transmissible, ce qui est important et peut discréditer la formule (3.31). Cette erreur est essentiellement due à l'hypothèse 2D qui néglige l'affaiblissement du champ sur les bords de l'accouplement, le développement au rayon moyen (modèle linéaire équivalent) est moins problématique. Nous y reviendrons dans la suite.

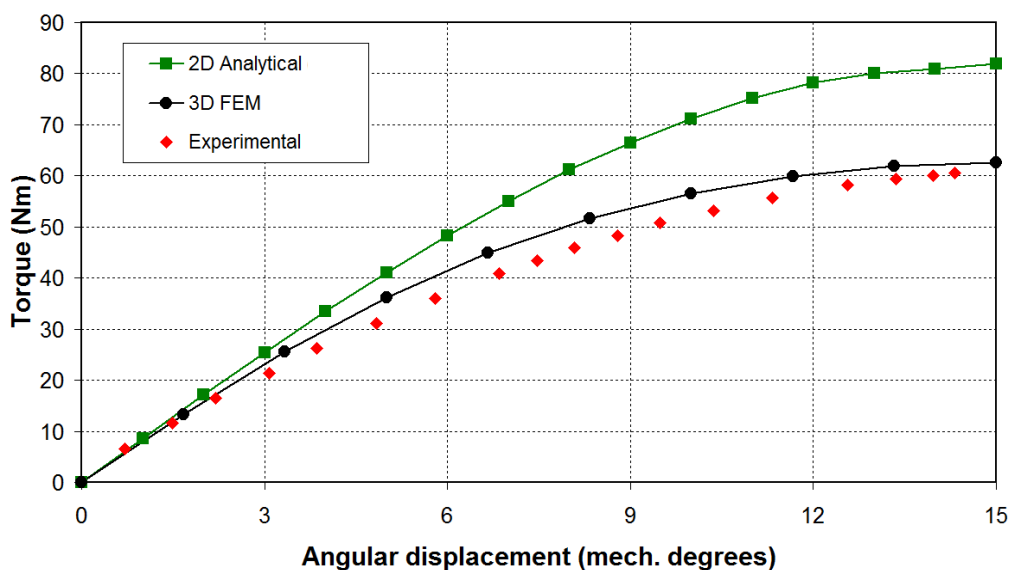


Figure 3.20. Couple en fonction de l'angle interne  $\delta$  pour un entrefer de 4 mm [R15].

Même si la formule (3.31) surestime le couple d'une manière importante, elle n'en trouve pas moins un intérêt. Dans [R15], nous avons montré qu'elle permet de prévoir avec une très bonne précision les tendances sur le couple lorsque l'on fait varier les paramètres géométriques (nombre de paires de pôles, épaisseur des aimants...). A partir de ce constat, nous avons utilisé cette formule en lien avec un algorithme déterministe d'optimisation globale pour déterminer les dimensions optimales de l'accouplement en suivant différents critères (masse, coût...) [R31]. Les résultats obtenus sont tout à fait corrects, ils ont été confirmés par des modèles numériques. Cependant, pour améliorer la précision sur la valeur du couple, nous avons développé dans le cadre de la thèse de B. Dolisy [DOL 15] un modèle analytique en 3D.

### **b) Modélisation 3D au rayon moyen**

B. Dolisy a développé pendant sa thèse un modèle 3D au rayon moyen pour l'accouplement de la figure 3.18 [DOL 15]. Avec ce modèle 3D, on néglige les effets de courbure mais on tient compte maintenant des effets de bords. Il a été montré dans [BAR 10a] que les effets de courbure ont peu d'influence pour ce type de dispositif. Nous avons fait le même constat après coup.

La figure 3.21 représente le modèle linéaire équivalent de l'accouplement magnétique pour un pôle. Un seul aimant est représenté sur cette figure. Pour tenir compte de l'aimant supérieur, nous avons appliqué le théorème de superposition. Ceci permet de limiter le domaine d'étude à deux régions (aimant et entrefer). Nous avons utilisé une formulation en potentiel scalaire magnétique (3.9) pour résoudre ce problème 3D. Pour arriver à la solution en utilisant la méthode de séparation des variables, nous devons définir deux problèmes aux valeurs propres suivant deux directions. Le problème est naturellement anti-périodique suivant  $y$  (voir la figure 3.19) du fait de la distribution des aimants suivant cette direction. Pour le problème suivant  $x$ , il est nécessaire de définir des frontières artificielles sur lesquelles on impose des conditions aux limites. Ces conditions peuvent être du type paroi magnétique parfaite (3.14) ou bien du type paroi diamagnétique parfaite (3.16). Dans les deux cas, les prédictions sur le couple seront les mêmes si cette frontière artificielle est placée suffisamment loin des parties actives du dispositif. Nous avons choisi une condition de paroi magnétique parfaite qui amène à des solutions analytiques plus simples pour ce problème. Ce choix revient à imposer une condition de Dirichlet homogène sur le potentiel scalaire magnétique en  $D_x$  et  $-D_x$ . Nous avons montré dans [R32] que choisir  $D_x = 2l_{mx}$  est suffisant pour éviter toute influence de la frontière artificielle sur les résultats.

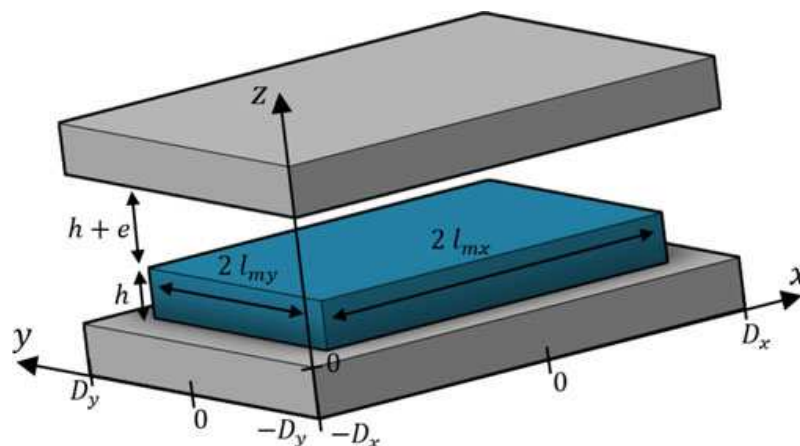
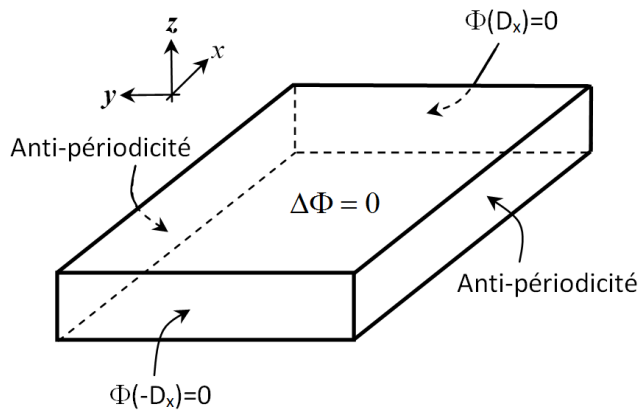


Figure 3.21. Modélisation 3D au rayon moyen de l'accouplement (1 seul aimant représenté).

Si on s'intéresse à la région de l'aimant, le problème mathématique correspondant est indiqué sur la figure 3.22. Il s'agit de résoudre une équation de Laplace sur le potentiel scalaire magnétique  $\Phi$  dans une région de forme parallélépipédique. L'aimantation  $\mathbf{B}_r$  n'intervient pas dans l'équation à résoudre car cette aimantation ne possède qu'une seule composante orientée suivant  $z$  et dont la distribution spatiale est indépendante de  $z$ . Cette aimantation interviendra uniquement dans les conditions de passage à l'interface entre la zone de l'aimant et l'entrefer. Les conditions aux frontières suivant  $x$  et  $y$  sont indiquées sur la figure 3.22. Elles ont été définies précédemment. Ce sont elles qui déterminent la forme de la solution générale dans cette région. Les conditions de passage suivant  $z$  permettent ensuite de calculer les constantes d'intégration.



$$(E): \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

$$(D): \begin{cases} -D_x \leq x \leq D_x \\ -D_y \leq y \leq D_y \\ 0 \leq z \leq h \end{cases}$$

$$(F): \begin{cases} \Phi(-D_x) = 0 \text{ et } \Phi(D_x) = 0 \\ \Phi(D_y) = -\Phi(-D_y) \text{ antipériodicité} \\ \Phi(z = 0) = 0 \\ \Phi(z = h) = \Phi_{\text{entrefere}}(z = h) \end{cases}$$

Figure 3.22 : Problème à résoudre dans la région de l'aimant.

La résolution de (E) par la méthode de séparation des variables aboutit à deux problèmes aux valeurs propres, l'un anti-périodique suivant  $y$  et l'autre impliquant des conditions de Dirichlet homogènes suivant  $x$  :

$$\begin{cases} X'' + \lambda_x X = 0 \\ X(D_x) = 0 \\ X(-D_x) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} Y'' + \lambda_y Y = 0 \\ Y(-D_y) = -Y(D_y) \\ Y'(-D_y) = -Y'(D_y) \end{cases} \quad (3.32)$$

Les calculs pour déterminer les valeurs propres  $\lambda_x$  et  $\lambda_y$  et les fonctions propres associées (ici de type cosinus) sont développés dans [DOL 15] et ne seront pas repris ici. Il ne reste alors en  $z$  qu'une simple équation différentielle à résoudre qui mène à des fonctions hyperboliques dans cette direction.

A partir de la connaissance du champ dans l'entrefer, on peut ensuite calculer le couple par le tenseur de Maxwell. Le développement des calculs [R32] nous permet d'aboutir à la formule du couple (3.33) où  $M$  et  $N$  représentent respectivement le nombre d'harmoniques utilisés dans les directions  $x$  et  $y$  ( $R_e$  est le rayon moyen). L'ensemble des paramètres géométrique intervient dans cette formule. Elle se suffit à elle-même, il n'y a plus de matrice à inverser !

C'est l'objectif même des modèles analytiques d'arriver à ce type de formule. Cependant, cela n'est possible que pour quelques topologies particulièrement simples d'actionneurs électromécaniques (sans encoche) comme c'est le cas du problème traité ici.

$$T = \sum_n^N \sum_m^M \frac{128 p B_r^2 R_e}{\pi^2 \mu_0 n m k_{nm} w_n} \sin^2\left(\alpha n \frac{\pi}{2}\right) \sin^2(w_m l_{mx}) \frac{\sinh^2(k_{nm} h)}{\sinh(k_{nm} (2h + e))} \sin(n p \delta) \quad (3.33)$$

avec

$$w_n = \frac{n\pi}{2D_y} \quad w_m = \frac{m\pi}{2D_x} \quad k_{nm} = \sqrt{w_n^2 + w_m^2} \quad (3.34)$$

Pour obtenir une erreur inférieure à 5% par rapport à la mesure, il suffit de prendre les deux premiers harmoniques dans chaque direction [R32]. Le calcul du couple est immédiat (de l'ordre de la milliseconde). La figure 3.23 permet d'évaluer la précision de la formule par rapport à l'expérience et le gain obtenu par rapport au modèle 2D (voir figure 3.20). Il n'y a plus dans ce cas aucune comparaison possible en termes de temps de calcul par rapport à un modèle numérique 3D, le gain est évident. Le dimensionnement des culasses statoriques peut se faire sans problème et de manière très précise à partir du modèle analytique 3D [R32].

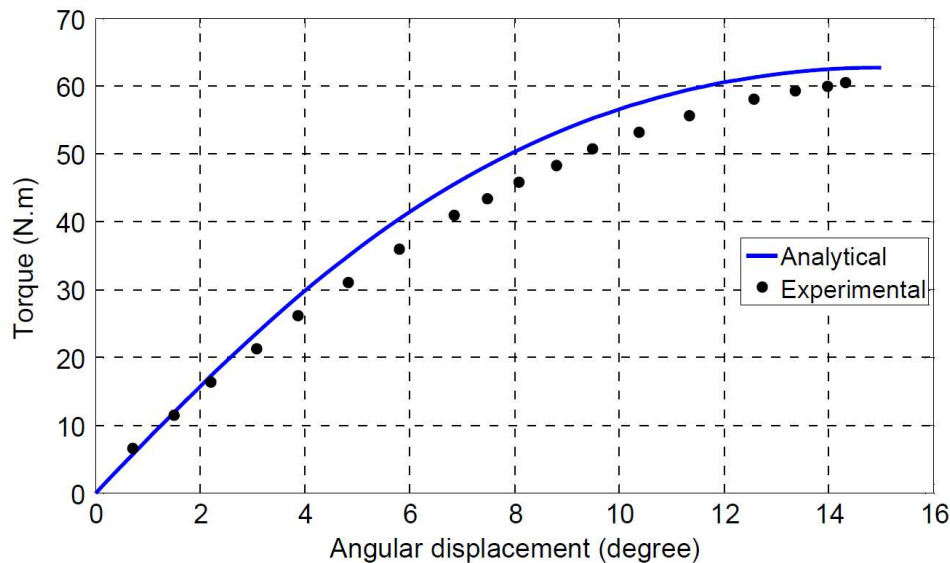


Figure 3.23. Couple en fonction de l'angle interne  $\delta$  (modèle 3D).

Ce gain en précision est essentiellement dû à la prise en compte dans le modèle 3D de l'affaiblissement du champ magnétique dans la direction radiale comme le montre la figure 3.24. Cette figure compare l'induction magnétique axiale obtenue à l'aide du modèle analytique 3D et la mesure. Le champ au milieu de l'entrefer de l'accouplement magnétique a été mesuré à l'aide d'une sonde à effet Hall. La petite différence sur le champ magnétique que l'on peut constater sur cette figure s'explique par les effets de courbure qui ne sont pas considérés dans le modèle analytique et qui apparaissent naturellement dans la mesure.

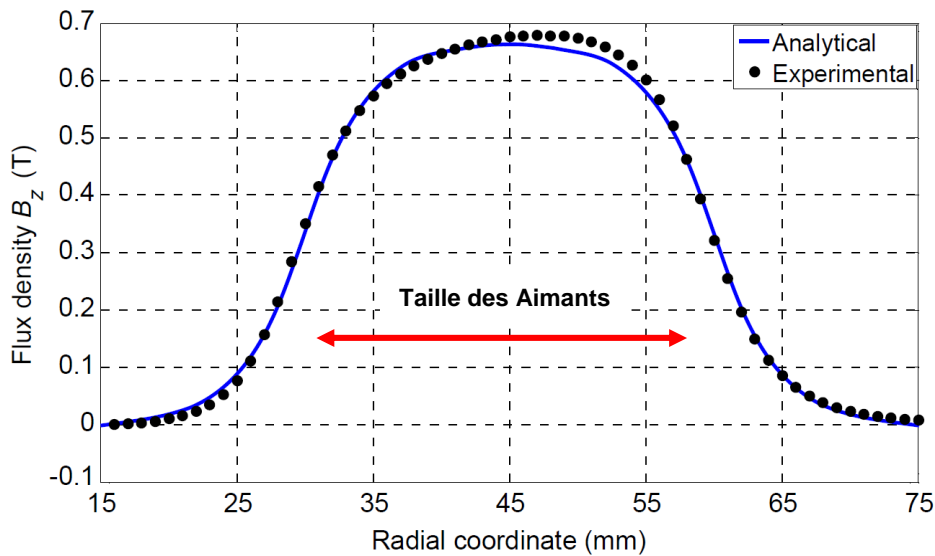


Figure 3.24. Affaiblissement de l'induction axiale suivant la direction radiale (champ mesuré sous un aimant et au milieu de l'entrefer en  $z = h + e/2$ ).

### c) Comportement dynamique

Le modèle analytique que nous avons développé a permis d'étudier quelques régimes dynamiques : démarrage, échelon de couple résistant, décrochage..... Il nous a permis d'établir une formule analytique pour le coefficient de raideur (Nm/rad) de cet accouplement magnétique. Ce coefficient de raideur joue un rôle important dans la prédétermination des régimes transitoires [R26]. Sa valeur est directement liée aux dimensions du dispositif. Elle dépend fortement de la taille de l'entrefer comme le montre la figure 3.25. Ces valeurs sont à comparer à la raideur d'un accouplement mécanique de type semi-élastique dont l'ordre de grandeur est d'environ 5000 Nm/rad.

Un coefficient de raideur faible correspond à un coefficient d'amortissement faible pour le système mécanique et donc à la présence d'oscillations sur la réponse en vitesse comme le montre la figure 3.26. Cette figure correspond au démarrage d'une machine à courant continu liée à une charge mécanique par l'intermédiaire de l'accouplement magnétique de la figure 3.18. Ces résultats ont été obtenus pour un entrefer volontairement large pour mettre en évidence ce phénomène d'oscillation de vitesse ( $e = 20\text{mm}$  ce qui correspond à une valeur de 42 pour le coefficient de raideur).

Ces réponses transitoires sont à considérer lorsqu'on dimensionne un accouplement magnétique pour une application donnée, en particulier pour les servomoteurs où le profil de vitesse est imposé. La fonction de transfert de l'accouplement doit alors être considérée pour le calcul des correcteurs. De nombreux autres résultats concernant les régimes dynamiques se trouvent dans [R26], en particulier le phénomène de décrochage lorsque le couple de charge dépasse le couple maximal transmissible.

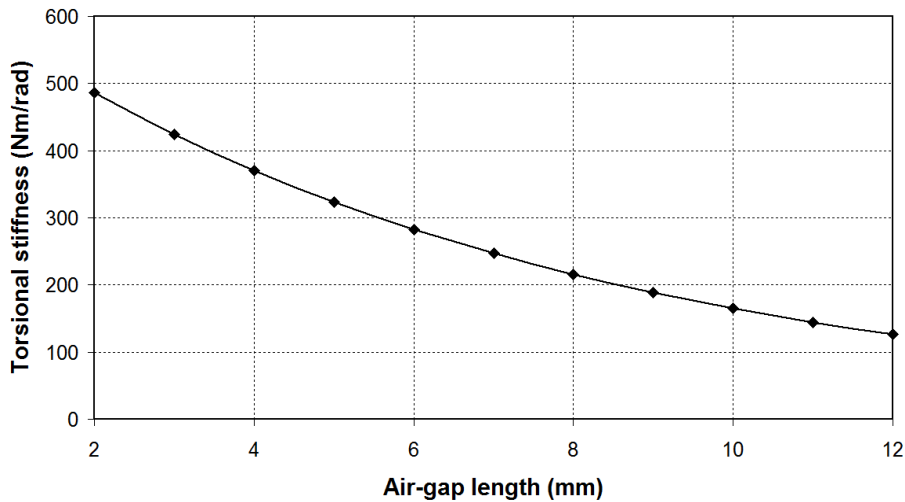


Figure 3.25. Variation du coefficient de raideur avec l'entrefer [R26].

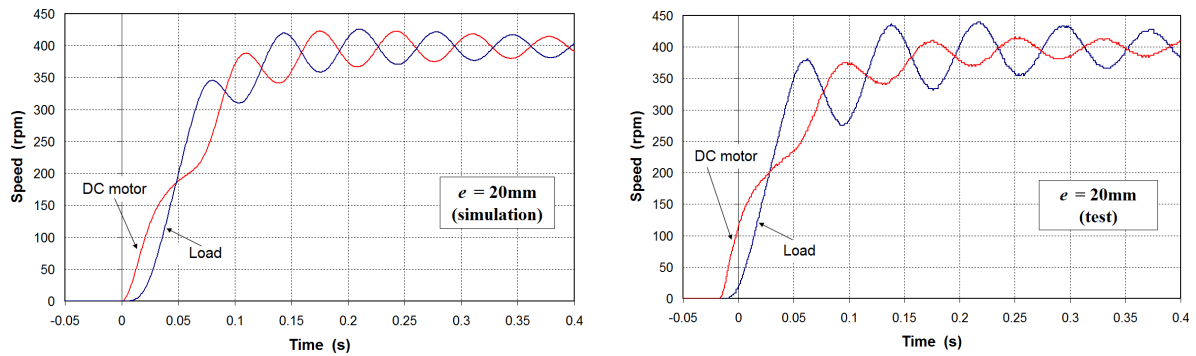
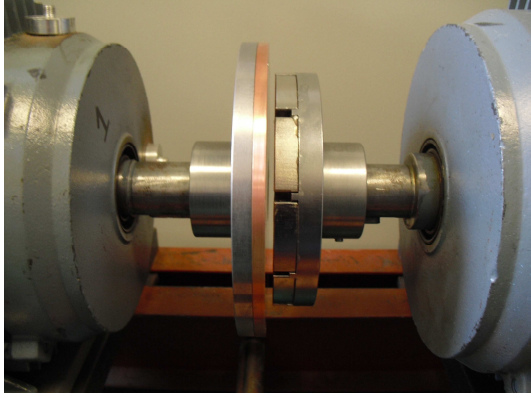


Figure 3.26. Réponse en vitesse d'un système comportant un accouplement magnétique à aimants [R26].

### 3.5.2 Accouplement magnétique à induction

Les accouplements magnétiques à induction sont très intéressants pour filtrer les vibrations entre deux systèmes mécaniques. Ils peuvent être utilisés dans le cas d'une liaison entre une turbine éolienne et une génératrice pour limiter les contraintes mécaniques sur la génératrice [MOU 14]. Par rapport à l'accouplement synchrone à aimants permanents, ce type d'accouplement présente des pertes en régime permanent dans la partie conductrice et une différence de vitesse entre l'entrée et la sortie. Ces inconvénients sont directement liés au principe de fonctionnement de ce dispositif. Une autre application bien connue de ce dispositif concerne le freinage par courants de Foucault.

Une photographie de l'accouplement à induction à flux axial sur lequel nous avons validé nos modèles est donnée sur la figure 3.27. Les paramètres sont également indiqués sur cette figure. Une partie comporte les aimants permanents collés sur un disque ferromagnétique pour le retour du flux. L'autre partie comporte un disque en cuivre vissé sur une culasse ferromagnétique. On constate sur la figure 3.27 que les dimensions radiales du disque en cuivre sont plus grandes que celles des aimants, les courants induits se rebouclent alors en dehors de la zone active qui correspond à la zone des aimants. Ceci permet d'améliorer nettement les performances du dispositif [MOU 14], [R29].



Symbole	Quantité	valeur
$R_1$	Rayon interne des aimants	30mm
$R_2$	Rayon externe des aimants	60mm
$R_0$	Rayon interne de la plaque conductrice	15mm
$R_3$	Rayon externe de la plaque conductrice	75mm
$b$	Epaisseur des aimants	10mm
$c$	Taille de l'entrefer	variable
$d$	Epaisseur de la plaque conductrice	5mm
$a$	Ouverture des aimants/pas polaire	0.9
$p$	Nombre de paires de pôles	5
$B_r$	Champ rémanent (NdFeB)	1.25 T
$\sigma$	Conductivité de la plaque conductrice (cuivre)	57 MS/m

Figure 3.27. Accouplement à induction à flux axial et ses paramètres [R29].

La modélisation analytique des accouplements à induction est plus complexe que celle des accouplements à aimants du fait des courants induits dans la zone conductrice. Dans la suite, je présente les modèles que nous avons développés pour ce type d'accouplement. Il s'agit tout d'abord d'un modèle en 2D qui doit être corrigé grâce à un coefficient de correction pour obtenir une bonne prévision du couple. Je présente ensuite un modèle 3D au rayon moyen qui permet d'obtenir d'excellents résultats. La encore, le modèle est poussé jusqu'à l'obtention d'une formule purement analytique pour le couple électromagnétique.

#### a) Modélisation 2D

Nous avons tout d'abord développé un modèle simple [R29], issu d'une approximation 2D, et valable uniquement pour les faibles glissements. La réaction d'induit est négligée dans ce modèle. Comme le point de fonctionnement nominal de l'accouplement doit se situer au niveau des faibles glissements pour éviter les échauffements excessifs, cette approximation est justifiée.

Ce modèle 2D doit être associé à un coefficient de correction pour prendre en compte d'une manière approchée les effets 3D ( $K_{\text{Russel}}$  : coefficient de Russel ; [RUS 58]). Ce modèle permet de dimensionner un accouplement magnétique à induction en fixant le couple nominal pour un glissement de quelques pourcents. Le développement des calculs [R29] nous a permis d'aboutir à la formule (3.35) pour le couple. Cette formule dépend explicitement de l'ensemble des paramètres physiques et géométriques du dispositif :

$$T = \frac{8}{\pi} K_{\text{Russel}} \sigma B_r^2 R_e^3 L d \sin^2 \left( \alpha \frac{\pi}{2} \right) \frac{\sinh^2(\beta b)}{\sinh^2(\beta(b+c+d))} \left( 1 + \frac{\sinh(2\beta d)}{2\beta d} \right) \times \Omega \quad (3.35)$$

avec

$$K_{\text{Russel}} = 1 - \frac{(2/\beta L) \tanh(\beta L/2)}{1 + \tanh(\beta L/2) \tanh(\lambda \beta L/2)} \quad (3.36)$$

et

$$\beta = \frac{p}{R_e} ; \quad R_e = \frac{R_1 + R_2}{2} ; \quad L = R_2 - R_1 ; \quad H = R_3 - R_0 ; \quad \lambda = \frac{H}{L} - 1 \quad (3.37)$$

où  $\Omega$  représente la vitesse de glissement.



Le couple est bien évidemment proportionnel à la vitesse de glissement, ce qui reflète l'hypothèse utilisée. Par ailleurs on constate qu'il est proportionnel à la conductivité  $\sigma$  du matériau conducteur et au carré du champ rémanent des aimants. Cette formule a été validée par des essais à faible glissement sur l'accouplement de la figure 3.27. Les résultats sont donnés sur la figure 3.28 pour différentes valeurs de l'entrefer. Pour la gamme de vitesses étudiées, l'erreur n'est jamais supérieure à 10% grâce à l'utilisation du coefficient de Russel dans la formule (3.35). Sans ce coefficient de correction, l'erreur peut dépasser les 50%. Cette erreur augmente bien évidemment au fur et à mesure que la vitesse de glissement augmente car la réaction d'induit n'est alors plus négligeable. La formule (3.35) peut-être utilisée en lien avec un algorithme d'optimisation. Cependant, pour maîtriser le niveau d'échauffement de la plaque conductrice, un couplage avec un modèle thermique nous semble nécessaire. Ce travail doit être réalisé.

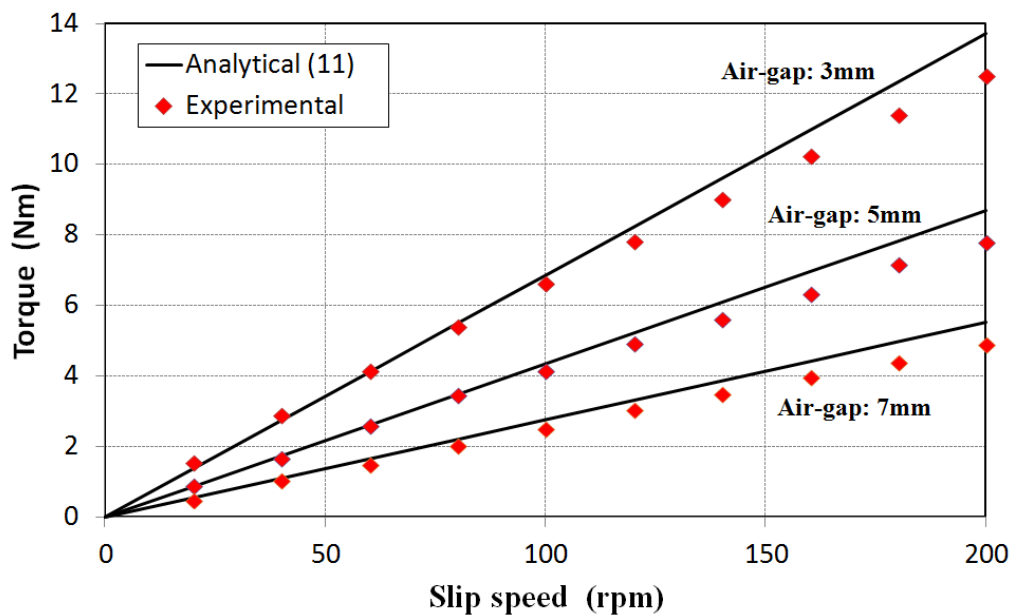


Figure 3.28. Caractéristique couple - vitesse de glissement pour l'accouplement à induction [R29].

### b) Modélisation 3D au rayon moyen

Pour prendre en compte directement les effets de bords dans la modélisation de l'accouplement et se passer du coefficient de correction de Russel, nous avons développé un modèle analytique tridimensionnel au rayon moyen [R36]. La structure linéaire équivalente de l'accouplement à induction est représentée sur la figure 3.29 où  $v$  représente la vitesse relative entre les deux parties.

Avec ce modèle, les effets de courbure sont négligés mais les résultats ont montré que cela avait peu d'impact sur la valeur du couple, ce qui confirme l'étude menée par [BAR 10]. Un calcul en coordonnées cylindriques pour prendre en compte les effets de courbure nous semble possible mais n'a pas été mené. Nous avons également négligé les courants induits dans la culasse ferromagnétique en mouvement (côté cuivre). Le couple développé dans la partie ferromagnétique est d'une manière générale très faible par rapport au couple sur la partie en cuivre. Cela s'explique par le rapport des conductivités entre les deux matériaux et par l'éloignement plus important du fer par rapport à la source de champ. En conséquence, cela permet de limiter le nombre de régions où le champ doit être calculé et aboutir à un

modèle plus simple à partir duquel il est possible d'extraire une formule purement analytique du couple comme nous le verrons par la suite.

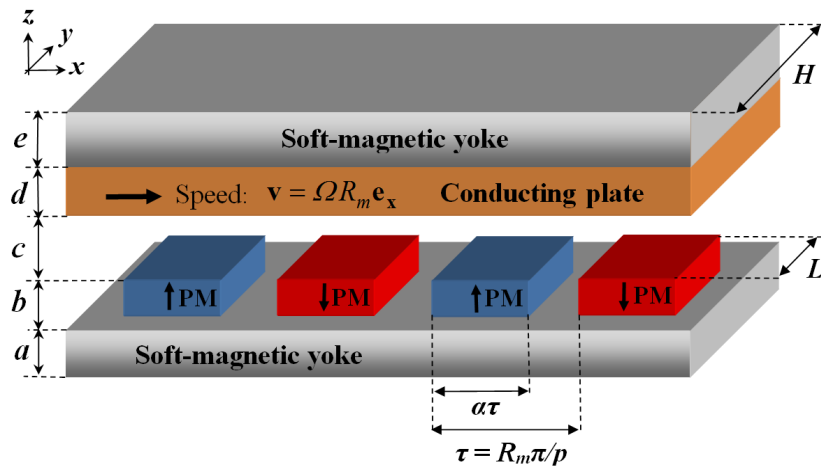


Figure 3.29. Modélisation 3D au rayon moyen de l'accouplement à induction [R36].

Pour résoudre ce problème, nous avons utilisé une formulation en potentiel scalaire magnétique dans les zones où les courants sont nuls (aimants et entrefer) et une formulation directe en  $\mathbf{H}$  (3.7) dans la région des courants induits. C'est la formulation qui nous parait la plus simple pour arriver à la solution. Pour ce modèle, la réaction des courants induits est prise en compte dans la modélisation.

Du fait des hypothèses (vitesse constante) et de la géométrie du système (la frontière de la partie conductrice en mouvement ne change pas avec le déplacement), le problème est indépendant du temps et seul le terme où apparaît la vitesse de glissement subsiste dans (3.7), le problème étant résolu dans un repère fixe lié aux aimants permanents :

$$\Delta \mathbf{H} = -\sigma \mu_0 \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{H}) \quad (3.38)$$

Dans un système de coordonnées cartésiennes, le développement de (3.38) nous donne 3 équations aux dérivées partielles sachant que la vitesse linéaire équivalente  $\mathbf{v}$  représentée sur la figure 3.29 ne présente qu'une seule composante orientée suivant l'axe  $x$  et qui est notée  $V_x$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} &= \sigma \mu_0 V_x \frac{\partial H_x}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} &= \sigma \mu_0 V_x \frac{\partial H_y}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} &= \sigma \mu_0 V_x \frac{\partial H_z}{\partial x} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Comme le montre la figure 3.30, le domaine d'étude se divise en 3 régions de forme parallélépipédique. La région I correspond à la zone des aimants, la région II à l'entrefer et la région III à la plaque conductrice. La forme des EDP dans la zone des courants induits (3.39) est plus complexe que celle dans la région des aimants (région I) ou de l'entrefer (région II)

où nous avons une équation de Laplace à résoudre. Encore une fois, la difficulté pour résoudre ce problème porte sur les conditions à imposer sur les frontières suivant la direction  $y$ . Nous avons considéré des frontières artificielles en  $y = \pm H/2$  sur lesquelles nous avons imposé une condition de type paroi magnétique parfaite (3.40).

$$\mathbf{H}_i \times \mathbf{e}_y = 0 \text{ à } y = \pm H/2 \quad \text{pour } i = I, II, III \quad (3.40)$$

Cette relation permet d'obtenir des conditions aux limites du type Dirichlet homogènes sur les composantes  $H_x$  et  $H_z$  et donc de pouvoir résoudre les EDP relatives à ces deux composantes (3.39). A partir de  $H_x(x,y,z)$  et  $H_z(x,y,z)$ , le calcul de  $H_y$  s'effectue immédiatement à partir de la relation  $\text{div } \mathbf{H} = 0$ . La relation (3.40) permet également d'assurer que la composante suivant  $y$  des courants induits dans la région III est bien nulle en  $y = \pm H/2$ .

Bien évidemment, le choix de la condition aux limites donnée par (3.40) a des conséquences sur les résultats, en particulier si  $H$  est proche de  $L$  [R36]. Cependant, un accouplement magnétique à induction bien dimensionné [MOU 14] correspond à  $H \simeq L + \tau$  où  $\tau$  est le pas polaire suivant  $x$ , ce qui donne  $H = 2L$  pour l'accouplement de la figure 3.27. Ce rapport de longueur est largement suffisant pour obtenir une bonne précision sur le couple [R36].

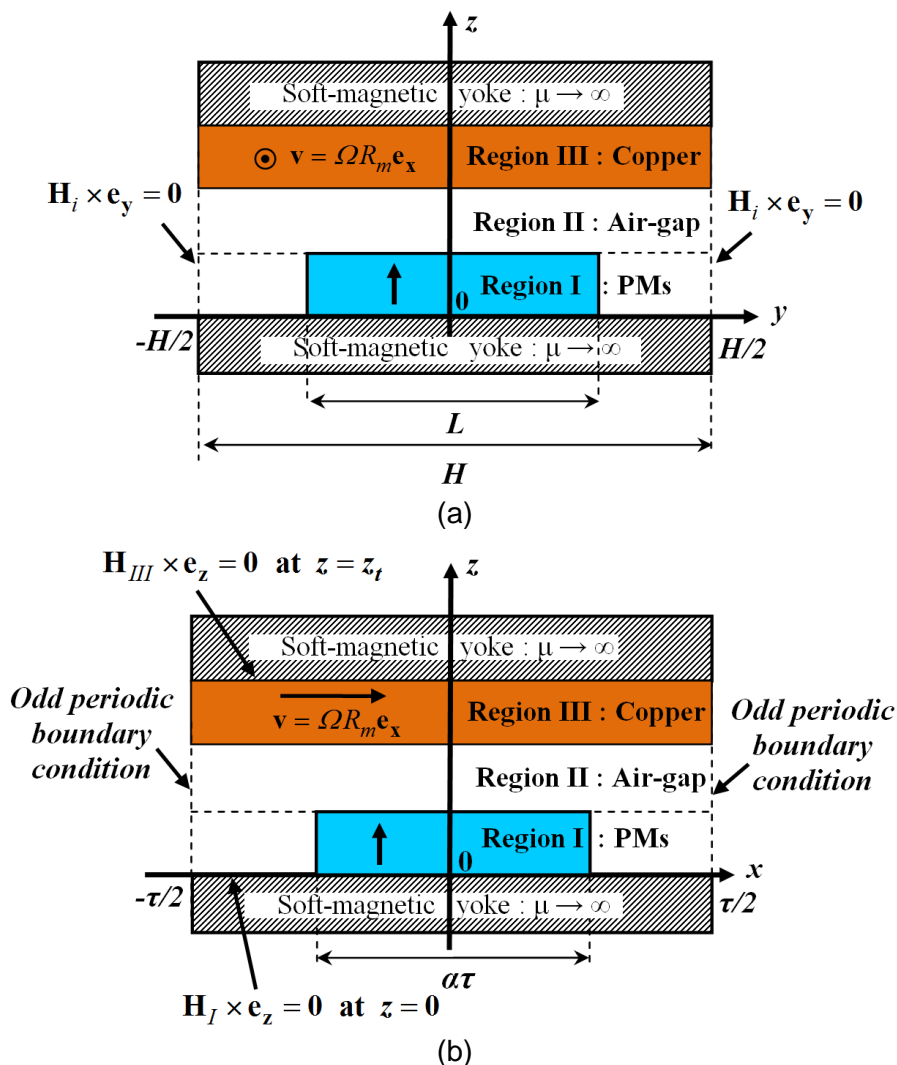


Figure 3.30. Délimitation des différentes régions et conditions aux limites associées :  
(a) plan ( $yOz$ ) ; (b) plan ( $xOz$ ).

Pour ce dispositif, les courants induits dans la région III ne possèdent que deux composantes suivant x et y (distribution des courants en couche laminaire). Nous donnons sur la figure 3.31 la distribution des courants induits au milieu de la plaque de cuivre ( $z = b + c + d/2$ ) pour  $y = L/2$  et pour une vitesse de glissement de 1000 tr/mn. Les résultats obtenus avec le modèle analytique sont comparés aux résultats issus d'une modélisation par éléments finis 3D en considérant la topologie réelle de l'accouplement. On peut constater que le modèle analytique est très précis. La composante d'axe z du courant est bien nulle, ce qui est confirmé par le modèle numérique. Malgré l'effet de courbure qui est négligé dans le modèle analytique, les résultats sont particulièrement proches comme on peut l'observer sur la figure 3.31.

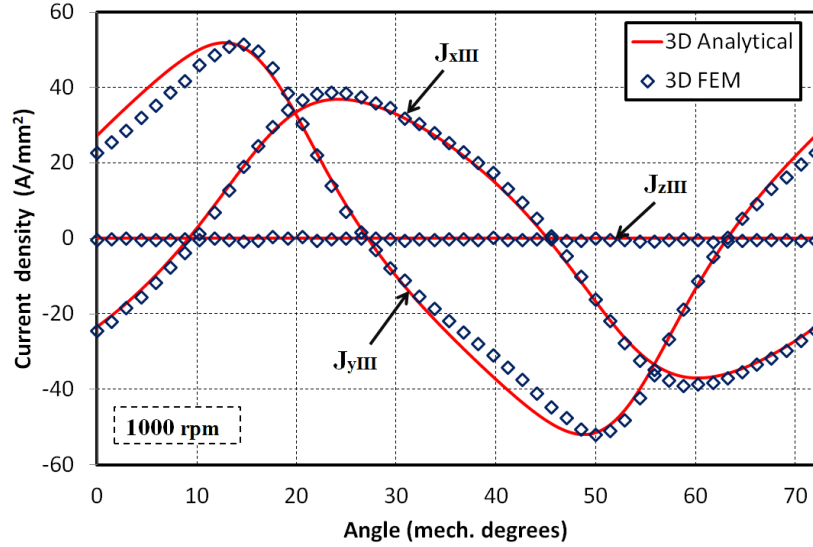


Figure 3.31. Distribution des courants induits dans la plaque de cuivre.

Le calcul du couple peut s'effectuer soit à partir de l'application du tenseur de Maxwell dans l'entrefer, soit à partir du calcul des pertes dans la plaque conductrice. Après quelques longs calculs [R36], il est possible d'aboutir à une expression analytique du couple

$$T = \Re \left\{ \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K j \frac{128 B_r^2 p^2 \tau H}{\pi^4 \mu_0 n^2 k \alpha_{nk}} \bar{r} \sin^2 \left( k \alpha \frac{\pi}{2} \right) \sin^2 \left( n \frac{\pi L}{2 H} \right) \sinh(\alpha_{nk} b) \right\} \quad (3.41)$$

Avec

$$\bar{r} = - \frac{\cosh(\alpha_{nk} c) \sinh(\gamma_{nk} d) + \chi_{nk} \sinh(\alpha_{nk} c) \cosh(\gamma_{nk} d)}{\cosh(\alpha_{nk} (b+c)) \sinh(\gamma_{nk} d) + \chi_{nk} \sinh(\alpha_{nk} (b+c)) \cosh(\gamma_{nk} d)} \quad (3.42)$$

Et

$$\alpha_{nk} = \sqrt{\left( \frac{n\pi}{H} \right)^2 + \left( \frac{k\pi}{\tau} \right)^2} ; \quad \gamma_{nk} = \sqrt{\left( \frac{n\pi}{H} \right)^2 + \left( \frac{k\pi}{\tau} \right)^2 + j\sigma\mu_0 V_x \frac{k\pi}{\tau}} ; \quad \chi_{nk} = \frac{\alpha_{nk}}{\gamma_{nk}} \quad (3.43)$$

Où  $\Re$  représente la partie réelle et  $j = \sqrt{-1}$ .

D'une manière générale, le nombre d'harmoniques N et K à considérer dans (3.41) pour obtenir une bonne précision sur le couple est faible (2 à 3 pour chaque composante). La formule a été appliquée pour l'accouplement dont les caractéristiques sont données sur la

figure 3.27 en considérant un entrefer de 7 mm. Des mesures ont également été effectuées sur le prototype pour valider le modèle. Les mesures pour les forts glissements doivent être réalisées très rapidement pour éviter un échauffement excessif de l'accouplement et rester dans le cadre des hypothèses où la conductivité du cuivre est constante et égale à celle qui correspond à une température de 35°C (un thermocouple a été placé sur le cuivre pour vérifier le niveau de température pour chaque point). Les résultats sont donnés sur la figure 3.32 et permettent d'apprécier la précision de la formule du couple.

La prédétermination de la caractéristique couple-vitesse obtenus avec la formule (3.41) est très rapide (moins de 10ms). Il faut environ deux heures pour déterminer cette caractéristique avec un logiciel par éléments finis 3D en tenant compte des périodicités (1 pôle modélisé).

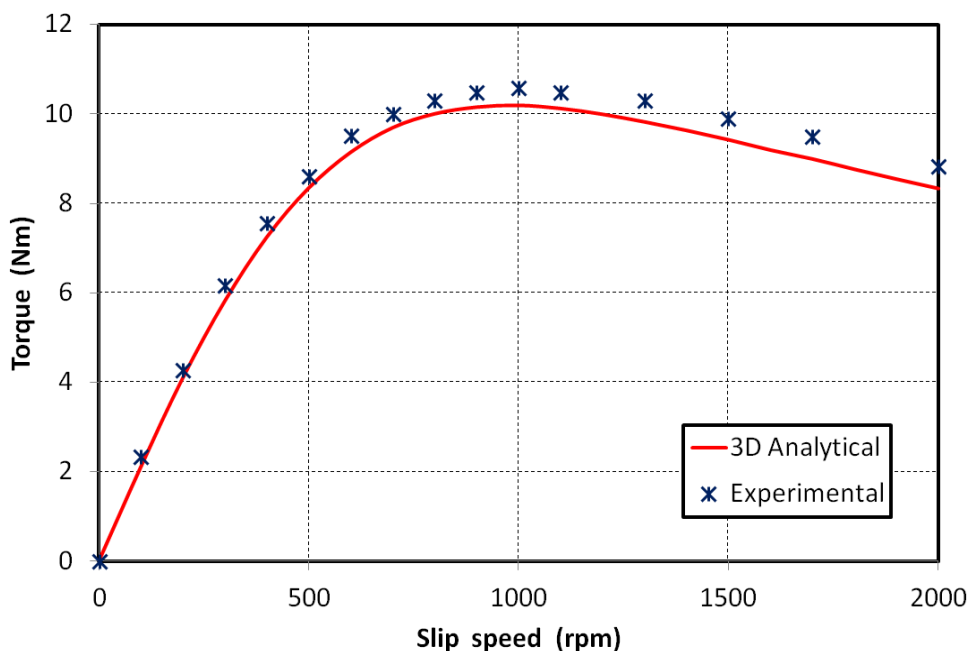


Figure 3.32. Couple en fonction de la vitesse de glissement pour un entrefer de 7 mm.

### c) Comportement dynamique

Au niveau des équations de la dynamique, ce type d'accouplement ne fait plus apparaître un coefficient de raideur comme c'est le cas pour les accouplements synchrones à aimants. Le modèle équivalent de cet accouplement pour les faibles glissements correspond à un coefficient de frottement visqueux supplémentaire dans le système de transmission. L'expression de ce coefficient de frottement s'obtient facilement à partir de l'équation (3.35). Il dépend entre autre de la taille de l'entrefer comme le montre la figure 3.33. Bien évidemment, la réponse en vitesse suite à un démarrage est totalement différente de celle obtenue avec un accouplement synchrone à aimants comme le montre la figure 3.34 que l'on peut comparer à la figure 3.26. Les essais ont été réalisés dans les mêmes conditions et sur le même banc. Seul l'accouplement a été changé. On remarque qu'il n'y a plus d'oscillation sur les vitesses d'entrée et de sortie [R29]. La vitesse de sortie présente par contre un retard par rapport à la vitesse d'entrée.

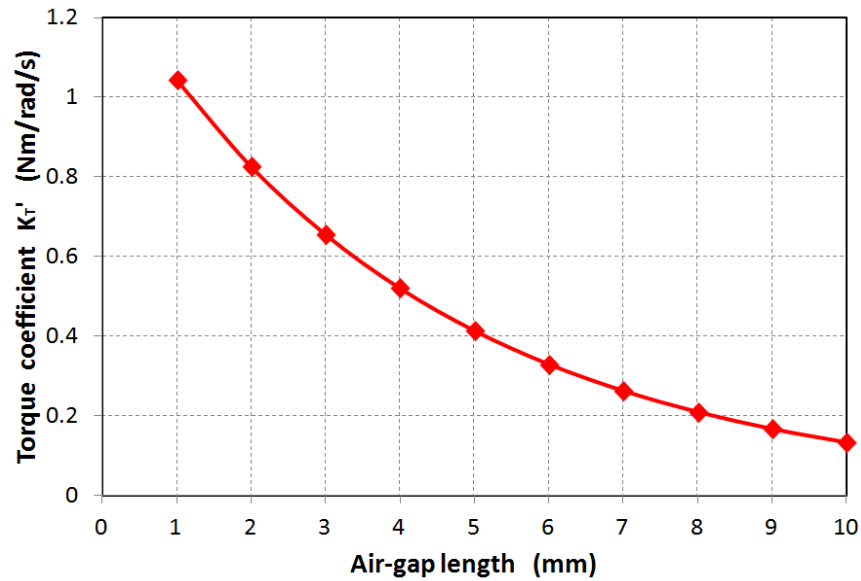


Figure 3.33. Variation du coefficient de frottement visqueux avec l'entrefer [R29].

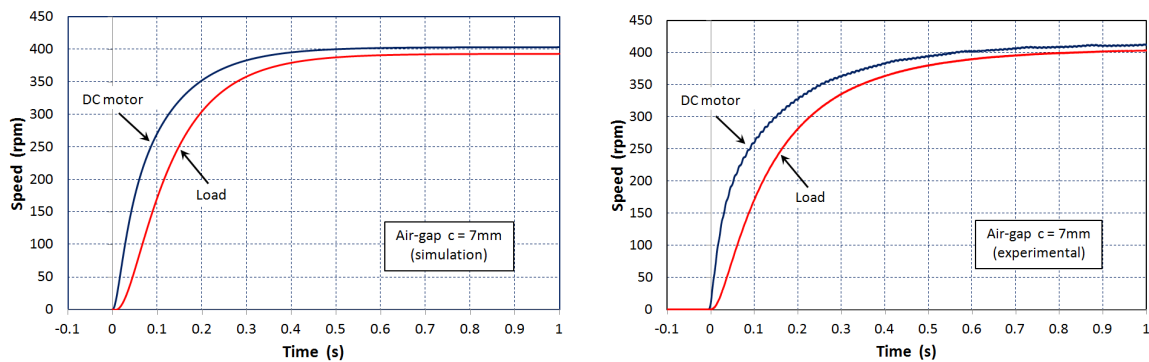


Figure 3.34. Réponse en vitesse d'un système avec accouplement à induction [R29].

### 3.6 Les problèmes aux limites en électrotechnique

Dans les sections précédentes, j'ai présenté des modèles analytiques pour l'analyse et le dimensionnement de quelques actionneurs électromécaniques. Comme on a pu le voir, la démarche consiste à trouver les EDP associées à chacun des dispositifs étudiés, à leurs adjoindre les conditions aux frontières et à trouver une solution par la méthode de séparation des variables.

En m'appuyant sur les exemples cités et sur l'expérience acquise, je vais tâcher de montrer d'une manière plus générale les possibilités offertes par cette méthode pour la résolution de certains types de problèmes propres à l'électrotechnique et à en cerner les limites.

Pour une analyse mathématique plus approfondie, j'invite le lecteur à consulter quelques ouvrages qui m'ont servis à préciser l'approche proposée [REI 91], [FAR 93], [PIK 01] et les livres de physique de E. Durand [DUR 66], qu'on ne citera jamais assez, en particulier le chapitre 2 où cette méthode est appliquée à des problèmes généraux d'électrostatique.

### 3.6.1 Généralités

Lorsque l'on résout une équation aux dérivées partielles par la méthode de séparation des variables, on cherche la solution sous la forme d'un produit de fonctions, chacune dépendant d'une seule variable. Si on limite nos propos aux problèmes statiques définis dans un système de coordonnées cartésiennes, on peut alors écrire :

$$\Theta(x, y) = X(x)Y(y) \quad \text{pour un problème 2D} \quad (3.44)$$

$$\Theta(x, y) = X(x)Y(y)Z(z) \quad \text{pour un problème 3D} \quad (3.45)$$

Lorsque l'on introduit ces expressions dans l'équation aux dérivées partielles, on peut dans la majorité des cas séparer les variables [FAR 93]. On introduit alors des constantes dites de séparation. Pour un domaine donné, on aboutit à deux équations différentielles pour un problème 2D et 3 équations différentielles pour un problème 3D.

Pour arriver à la solution, la fonction  $\Theta$  (ou sa dérivée normale) doit être définie sur les frontières délimitant le domaine d'étude. Pour résoudre le problème, il faut que les conditions sur les bords du domaine soient homogènes ou périodiques pour au moins l'une des deux directions en 2D et pour deux des trois directions en 3D. Cette contrainte est imposée par les problèmes aux valeurs propres auxquels on aboutit et qui sont rappelés dans la suite. Les conditions aux limites (ou les conditions de passage si le problème comporte plusieurs régions) dans la dernière direction permettent de calculer les constantes d'intégration. Si ce n'est pas le cas, il faut quand cela est possible relever les conditions aux limites en introduisant une fonction supplémentaire pour se ramener à des conditions homogènes. Nous verrons dans la suite un exemple pour lequel ce problème s'est posé et qui concerne un aimant inséré dans une encoche de machine électrique [R16].

Pour un problème 2D, l'équation différentielle associée aux conditions homogènes sur les bords du domaine nous amène à résoudre un problème aux valeurs propres appelé également problème de Sturm-Liouville. Un problème 3D mène naturellement à deux problèmes de Sturm-Liouville.

D'une manière très générale, l'équation différentielle du 2<sup>ème</sup> ordre et les conditions aux frontières (F) qui définissent un problème de Sturm-Liouville dans un intervalle  $[a, b]$  sont les suivantes :

$$(E) \quad \frac{d}{dx} \left[ r(x) \frac{dX(x)}{dx} \right] + [q(x) + \lambda p(x)] X(x) = 0 \quad x \in [a, b]$$

$$(F) \quad \begin{cases} a_0 X(a) + a_1 X'(a) = 0 & \text{avec} \quad (a_0, a_1) \neq (0, 0) \\ b_0 X(b) + b_1 X'(b) = 0 & \text{avec} \quad (b_0, b_1) \neq (0, 0) \end{cases} \quad (3.46)$$

où  $r(x)$ ,  $q(x)$  et  $p(x)$  sont trois fonctions réelles et continues,  $r(x)$  étant de classe  $C^1$  sur l'intervalle  $[a, b]$ . La fonction  $p(x)$  s'appelle la fonction poids et  $\lambda$  est la constante de séparation. On remarque que les conditions aux frontières sont homogènes et peuvent être de différents types (Dirichlet, Neumann, Robin) en fonction des valeurs prises par les constantes  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $b_0$  et  $b_1$ . Les conditions peuvent être de nature différente en  $x=a$  et  $x=b$ .

La recherche des valeurs propres  $\lambda_n$  et des fonctions propres  $X_n(x)$  solutions de (E) et vérifiant les conditions (F) s'appelle un problème régulier de Sturm-Liouville. Les fonctions  $X_n(x)$  forment alors une base orthogonale sur laquelle on peut faire des développements en série en utilisant la notion de produit scalaire :

$$\langle X_n(x), X_m(x) \rangle = \int_a^b X_m(x) X_n(x) p(x) dx = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ \|X_n\|^2 & m = n \end{cases} \quad (3.47)$$

Sur l'intervalle  $[a, b]$ , il est alors possible d'exprimer une fonction  $f(x)$  (présentant certaines propriétés de dérivabilité) par une série infinie de fonctions propres  $X_n(x)$  :

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n X_n(x) \quad \text{avec} \quad \alpha_n = \frac{\langle f(x), X_n(x) \rangle}{\|X_n\|^2} \quad (3.48)$$

Le problème est dit périodique sur l'intervalle  $[a, b]$  si les conditions aux frontières sont définies par le problème (3.49) en respectant  $r(a) = r(b)$ ,  $q(a) = q(b)$ ,  $p(a) = p(b)$  :

$$\begin{aligned} \text{(E)} \quad & \frac{d}{dx} \left[ r(x) \frac{dX}{dx} \right] + [q(x) + \lambda p(x)] X(x) = 0 \quad x \in [a, b] \\ \text{(F)} \quad & \begin{cases} X(a) = X(b) \\ X'(a) = X'(b) \end{cases} \end{aligned} \quad (3.49)$$

Le calcul du champ magnétique dans les encoches d'une machine électrique répond à un problème du type (3.46). Le calcul analytique du champ magnétique dans l'entrefer d'une machine répond à un problème de Sturm-Liouville périodique (3.49).

### 3.6.2 Applications à l'électrotechnique

Les problèmes que nous avons à résoudre en électrotechnique sont généralement simples. Nous en avons étudié quelques-uns dans les parties précédentes. Les conditions aux limites (3.46) ou (3.49) qui doivent nécessairement être vérifiées pour résoudre les problèmes nous obligent quelquefois à considérer des matériaux parfaits. C'est le cas, comme nous l'avons vu, pour la modélisation des encoches dans les machines électriques ou nous sommes obligés de considérer des parois magnétiques parfaites sur les bords radiaux des encoches. Nous verrons également dans le chapitre suivant que pour modéliser simplement un matériau supraconducteur massif utilisé dans certaines conditions, on doit appliquer une condition de paroi diamagnétique parfaite.

#### a) Problèmes 2D

Si on revient au problème des encoches de la figure 3.5, l'utilisation de la méthode de séparation des variables nous oblige à imposer des conditions homogènes sur les bords radiaux des encoches pour tomber sur un problème du type (3.46) pour la variable  $\theta$ . Les conditions suivant  $r$  sont forcément inhomogènes du fait des conditions de passage avec l'entrefer. Une formulation en potentiel vecteur magnétique nous donne des conditions aux frontières du type Neumann homogènes et qui sont rappelées par les équations (3.50). Une formulation en potentiel scalaire magnétique est possible pour résoudre ce problème sans courant. Les conditions aux frontières sont alors du type Dirichlet homogènes, ce qui amène à une autre solution mais qui vérifie toujours (3.46).



$$\begin{cases} \Theta''(\theta) + \lambda\Theta(\theta) = 0 \\ \Theta'(\theta_i) = 0 \\ \Theta'(\theta_i + \beta) = 0 \end{cases} \quad (3.50)$$

Comparé à (3.46), le problème (3.50) correspond à  $r(x)=p(x)=1$ ,  $q(x)=0$ ,  $a_0=b_0=0$  et  $a_1=b_1=1$ , on ne peut pas faire plus simple. La résolution de ce problème nous permet d'aboutir aux valeurs propres et aux fonctions propres données par (3.18).

Si l'encoche comporte une source de courant, l'équation aux dérivées partielles possède un second membre. On parle alors d'équation de Poisson. Cela ne pose pas de problème particulier. Il faut commencer par résoudre l'équation sans second membre et on retrouve le problème aux valeurs propres précédent. Pour tenir compte de la source (solution particulière), on décompose celle-ci sur la base des fonctions propres trouvées pour l'équation homogène et on arrive à la solution particulière.

Nous avons traité dans [R16] un problème où les conditions sur les bords des encoches n'étaient pas homogènes et ne vérifiaient pas les équations (3.46). C'est le cas du problème de la figure 3.35 où un aimant permanent est placé à l'intérieur d'une encoche et présente une aimantation homogène qui est orientée radialement. Cette situation se retrouve dans les machines synchrones à aimants insérés. Si on utilise une formulation en potentiel vecteur magnétique, l'équation aux dérivées partielles à résoudre est une équation de Laplace (aimantation constante). Le terme source (aimantation  $B_r$ ) se retrouve alors sur les conditions frontières (sur les arêtes radiales de l'encoche).

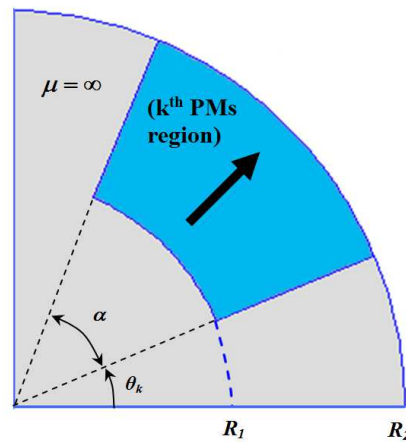


Figure 3.35. Aimant permanent placé dans une encoche [R29].

Si on considère des parois magnétiques parfaites pour les encoches, l'application de la condition limite (3.14) nous donne les conditions aux limites suivantes pour l'encoche  $k$  :

$$\left. \frac{\partial A_k}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_k} = r(-1)^k B_r \quad \text{et} \quad \left. \frac{\partial A_k}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_k+\alpha} = r(-1)^k B_r \quad (3.51)$$

Les conditions sur les bords du domaine n'étant pas homogènes, ni en  $\theta$ , ni en  $r$  (conditions de passage avec l'entrefer), il faut transformer le problème en relevant les conditions limites suivant  $\theta$ . Pour cela, on écrit le potentiel vecteur dans la région de l'encoche sous la forme :

$$A_k(r, \theta) = U_k(r, \theta) + V_k(r, \theta) \quad (3.52)$$

La fonction  $U_k(r, \theta)$  est choisie pour satisfaire les conditions aux frontières (3.51). Elle doit être suffisamment régulière pour être introduite ensuite dans l'équation aux dérivées partielles. Un choix possible est le suivant :

$$U_k(r, \theta) = r(-1)^k B_r \theta \quad (3.53)$$

L'EDP à résoudre pour la fonction  $V_k(r, \theta)$  est alors donnée par (3.54). Il s'agit d'une équation de Poisson. Les conditions aux limites suivant  $\theta$  sont maintenant homogènes et vérifient (3.46). On peut donc résoudre le problème.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V_k}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_k}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_k}{\partial \theta^2} &= -\frac{1}{r} (-1)^k B_r \theta \\ \frac{\partial V_k}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_k} &= 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial V_k}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta_k+\alpha} = 0 \end{aligned} \quad (3.54)$$

Si on choisit au départ une formulation en potentiel scalaire magnétique dans l'encoche, le problème soulevé ici ne se pose pas. Comme l'aimantation est radiale, on tombe sur des conditions de Dirichlet homogènes sur les bords des encoches. Par contre, ce type de problème arrive à coup sûr si l'aimantation présente deux composantes (aimantation parallèle). Si l'aimant ne remplit pas totalement l'encoche (ce qui est plus réaliste) et si l'aimantation est nulle sur les parois des encoches, alors le problème est plus simple à traiter [BAR 13].

Pour terminer sur les problèmes 2D, je voudrais dire quelques mots sur la résolution du problème simple d'une couronne d'aimants montés à la surface d'un rotor comme c'est le cas de la figure 3.8 pour la région I. Pour pouvoir résoudre ce problème en imposant des conditions de périodicité (3.49), on est obligé d'homogénéiser la région qui est composée alternativement d'aimants et d'air. Cette démarche est possible lorsque les aimants présentent une perméabilité relative très proche de celle de l'air. C'est le cas pour les aimants de type ferrite ou à base de terres rares qui sont le plus souvent employés pour cette application. Cependant, si cela n'était pas le cas et si les matériaux présentaient des perméabilités très différentes, la résolution d'un tel problème serait difficile voire impossible car ne vérifiant ni les conditions aux frontières (3.46), ni les conditions de périodicité (3.49). La prise en compte d'une perméabilité magnétique qui dépendrait de  $\theta$  (matériau inhomogène) est peut-être une solution à ce problème. Il faut alors voir si l'équation différentielle suivant  $\theta$  peut s'écrire sous la forme indiquée par (3.49). Nous y reviendrons dans les perspectives.

## b) Problèmes 3D

Pour les problèmes 3D, les conditions aux frontières doivent être homogènes ou périodiques dans deux des trois directions du problème. Les conditions de passage dans la troisième direction permettent de calculer les constantes d'intégration. En électrotechnique, et en particulier pour l'étude des machines électriques, le problème est souvent naturellement périodique dans une des directions à cause de la topologie même de la machine (distribution des sources). Le problème qui se pose alors est de définir des conditions homogènes ou de périodicités dans l'une des deux autres directions si ces conditions n'existent pas

naturellement. Cela nous oblige à définir des frontières artificielles où l'on impose ce type de conditions. Ces frontières doivent être situées suffisamment loin de la zone utile pour limiter leurs influences. On peut également les définir à l'infini, on utilise alors des transformations intégrales du type Fourier ou Laplace pour résoudre le problème [FAR 93].

Dans le cas des accouplements magnétiques à aimants (figure 3.18), nous avons résolu un problème 3D au rayon moyen en utilisant une formulation en potentiel scalaire magnétique [DOL 15]. Dans ce cas et comme nous l'avons expliqué, nous avons été obligé de définir des frontières artificielles suivant  $x$  sur lesquelles nous avons imposé des conditions de Dirichlet homogènes (paroi magnétique parfaite). Le problème débouche alors sur les deux problèmes aux valeurs propres suivants (un des problèmes est naturellement anti-périodique suivant  $y$  du fait de la distribution des aimants)

$$\begin{cases} Y'' + \lambda_y Y = 0 \\ Y(-D_y) = -Y(D_y) \\ Y'(-D_y) = -Y'(D_y) \end{cases} \quad \begin{cases} X'' + \lambda_x X = 0 \\ X(D_x) = 0 \\ X(-D_x) = 0 \end{cases} \quad (3.55)$$

La solution s'écrit sous la forme d'une double série de Fourier car les fonctions propres correspondantes aux deux problèmes (3.55), qui vérifient d'une part (3.49) et d'autre part (3.46), sont des fonctions du type cosinus. La frontière artificielle suivant  $x$  doit être suffisamment éloignée de la zone utile pour limiter son influence sur le calcul du couple [R32].

Dans [BAR 10a], un problème similaire a été résolu directement en coordonnées cylindriques en utilisant une formulation en potentiel scalaire magnétique. La figure 3.36 représente le système étudié. Il s'agit d'une machine synchrone de forme discoïde à flux axial pour laquelle on néglige les effets d'encoches (stator lisse). La prise en compte des effets de bords, grâce à la modélisation 3D, a permis d'améliorer nettement la prédiction du flux à vide [BAR 12].

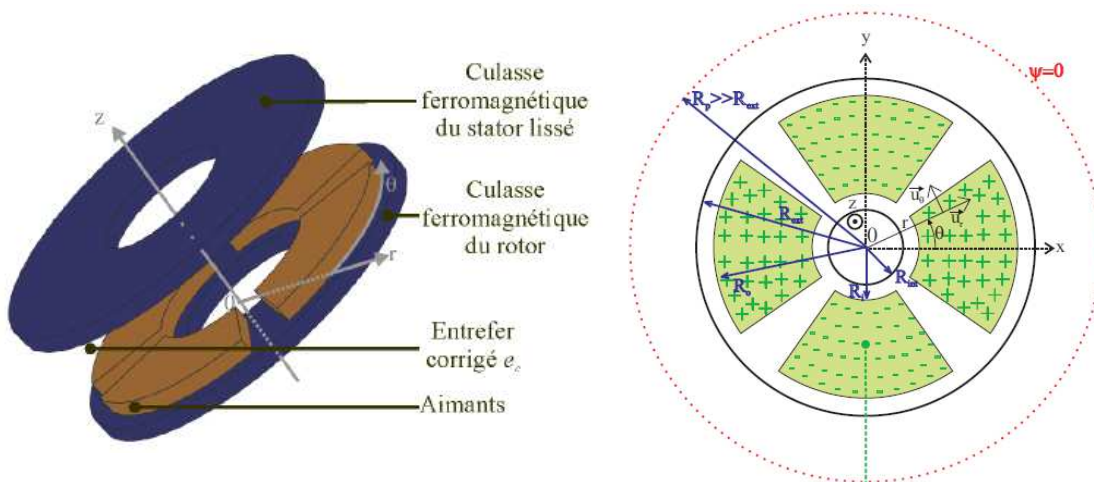


Figure 3.36. Modèle 3D d'une machine synchrone à flux axial [BAR 10a].

Pour ce dispositif, le problème est périodique suivant  $\theta$ . Il reste alors à définir des conditions homogènes dans l'une des deux autres directions. C'est dans la direction radiale que les auteurs ont décidé d'imposer une frontière artificielle située en  $r = R_p$  très éloignée de la zone utile comme le montre la figure 3.36 (pointillé). Sur cette frontière artificielle, une condition de paroi magnétique parfaite a été imposée, ce qui se traduit par la condition  $\Psi = 0$  sur le potentiel scalaire magnétique. On arrive alors aux problèmes aux limites données par les équations (3.56), l'un suivant  $\theta$  qui est périodique, l'autre suivant  $r$  dont les conditions sont homogènes. La condition en  $r = 0$  en fait un problème singulier, il faut alors éliminer de la solution générale le terme qui tend vers l'infini lorsque  $r = 0$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \Theta''(\theta) + \lambda_\theta \Theta(\theta) = 0 \\ \Theta(0) = -\Theta(\pi/p) \\ \Theta'(0) = -\Theta'(\pi/p) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} rR'' + R' + \left( r\lambda_r - \frac{\lambda_\theta}{r} \right) R = 0 \\ R(r = R_p) = 0 \\ R(r = 0) < \infty \end{array} \right. \quad (3.56)$$

Le problème périodique suivant  $\theta$  conduit à des fonctions propres de type cosinus. Le problème suivant  $r$  est bien de Sturm-Liouville car l'équation différentielle vérifie 3.46 avec une fonction poids  $p(r) = r$ . Les fonctions propres sont les fonctions de Bessel de première espèce qui forment alors une base orthogonale dans l'intervalle  $[0, R_p]$ . Les valeurs propres sont les zéros des fonctions de Bessel qui permettent de vérifier la condition en  $r = R_p$ . La solution générale du problème s'écrit alors sous la forme d'une double série de Fourier-Bessel [BAR 13]. La densité de charge surfacique équivalente à l'aimantation représentée sur la figure 3.36 peut alors se décomposer en série de Fourier-Bessel (intégrale double) suivant  $\theta$  et  $r$ . Un problème très proche (sans les disques ferromagnétiques) a été traité par [REZ 87].

L'analyse de la topologie du dispositif de la figure 3.36 peut nous pousser à choisir une autre stratégie pour résoudre ce problème tout en conservant une formulation en potentiel scalaire magnétique. Comme le système possède des frontières ferromagnétiques naturelles suivant  $z$  (disques ferromagnétiques), on peut choisir cette direction pour définir le second problème aux valeurs propres (le problème périodique suivant  $\theta$  étant bien entendu maintenu). On aboutit alors aux problèmes suivants si on appelle  $h$  la frontière dans la direction  $z$  située au niveau du disque statorique et  $z = 0$  celle correspondant au disque rotorique :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Theta''(\theta) + \lambda_\theta \Theta(\theta) = 0 \\ \Theta(0) = -\Theta(\pi/p) \\ \Theta'(0) = -\Theta'(\pi/p) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} Z''(z) + \lambda_z Z(z) = 0 \\ Z(z = 0) = 0 \\ Z(z = h) = 0 \end{array} \right. \quad (3.57)$$

Les fonctions propres sont alors de type cosinus dans les deux directions. Les fonctions de Bessel apparaissent ensuite dans la résolution de l'équation différentielle suivant  $r$  mais ne forment plus un système de fonctions orthogonales. L'aimantation se décompose alors en double série de Fourier suivant  $\theta$  et  $z$ . Le problème semble plus simple à résoudre lorsqu'il est posé de cette façon (on n'a plus besoin de connaître les zéros des fonctions de Bessel). Cependant, l'équation aux dérivées partielles suivant la variable  $r$  à laquelle on aboutit dans la zone des aimants présente alors un second membre dont la solution particulière fait apparaître des fonctions spéciales (fonctions de Lommel). L'expérience a montré que la manipulation de ce type de fonction n'est pas simple. Par ailleurs, il est possible de prendre en compte les dimensions finies des disques ferromagnétiques dans la direction radiale en

suyant cette stratégie mais cela, à mon avis, n'apporte pas de gain notable en précision sur la détermination des grandeurs globales. Cela reste à vérifier.

Cette dernière discussion est là uniquement pour montrer qu'une bonne connaissance des outils mathématiques permet d'effectuer des choix sur la stratégie à suivre pour résoudre un problème. On voit à travers les exemples traités ici qui sont finalement simples par rapport aux possibilités laissées par (3.46) les champs d'application possibles de cette méthode. La prise en compte des encoches en 3D semble possible, nous y reviendrons dans les perspectives. Il est également possible de traiter des dispositifs présentant des conditions aux frontières de type Robin, qu'on retrouve fréquemment en thermique pour modéliser un flux de chaleur non nul mais qu'on peut retrouver également dans des problèmes d'électrotechnique. C'est le cas par exemple pour les problèmes 2D en régime harmonique linéaire faisant intervenir la notion d'impédance de surface. La notion d'impédance de surface permet de représenter une région où les courants induits se trouvent répartis à la surface d'un matériau conducteur du fait des hautes fréquences mises en jeu ou de la valeur importante de la conductivité ou de la perméabilité du matériau. Dans ce cas, la condition à la frontière du matériau peut s'écrire de la façon suivante (3.58) si on utilise une formulation en potentiel vecteur [BIN 92]. Cette condition aux frontières rentre dans le cadre de celles définies dans (3.46):

$$\underline{A} + \gamma \frac{\partial \underline{A}}{\partial n} = 0 \quad (3.58)$$

## 3.7 Conclusion

Ce chapitre donne un résumé des travaux que j'ai menés pendant ces dix dernières années sur la modélisation analytique des actionneurs électromécaniques en vue de leur dimensionnement. J'ai voulu montrer à travers quelques exemples les possibilités qu'offre ce type de modèle. Je me suis attardé plus particulièrement sur la prise en compte des saillances magnétiques et des effets 3D qui correspondent aux sujets pour lesquels j'ai apporté quelques contributions. Nous avons menés d'autres études, en particulier sur des dispositifs de chauffage par induction dans le cadre de la thèse de H. Bensaïdane [BEN 13], [R13], qui nous ont permis de développer des modèles aussi efficaces.

L'étude bibliographique a montré l'intérêt toujours présent de la communauté nationale et internationale pour le développement de ces modèles. Cela s'explique par la nécessité de disposer d'outils rapides en temps de calcul qui sont précieux lorsqu'il s'agit de les utiliser dans le cadre d'un processus d'optimisation pour un premier dimensionnement. Ils sont alors complémentaires des modèles numériques qui permettent d'affiner les résultats en intégrant des phénomènes physiques ou des données géométriques qui ne peuvent pas être pris en compte dans les modèles analytiques. Par une mise en perspective un peu plus générale, j'ai voulu également rappeler les bases mathématiques sur lesquelles reposent ces modèles. Cela permet de mon point de vue d'en situer les possibilités et les limites.

Un des inconvénients de ce type de modèles dont je n'ai pas encore parlé, mais qui a son importance, est le temps nécessaire pour les développer qui peut être très long. Ce temps de développement dépend de l'expérience de la personne qui s'attaque à ce type de problème. Alors que pour les modèles numériques, on dispose de logiciels où il suffit bien souvent de dessiner la structure de l'actionneur et définir la nature des matériaux pour arriver rapidement au résultat, ce n'est pas le cas pour les modèles analytiques où chaque problème nécessite un développement important. Un travail de capitalisation de modèles, voir le développement d'un logiciel me semble alors important pour ne pas perdre le travail réalisé.

## Publications relatives à la modélisation analytique des actionneurs

- [R6] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Exact analytical method for magnetic field computation in the air-gap of cylindrical electrical machines considering slotting effect". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 46, N°4, pages 1092-1099, 8 pages, Avril 2010.
- [R8] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Analytical computation of the magnetic field distribution in a magnetic gear". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 46, N°7, pages 2611-2621, 11 pages, Juillet 2010.
- [R9] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Improved analytical model for surface-mounted PM motors considering slotting effects and armature reaction". *Progress In Electromagnetics Research (PIER B)*, volume 25, page 293-314, 22 pages, Octobre 2010.
- [R11] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "2-D exact analytical model for surface-mounted permanent-magnet motors with semi-closed slots". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 47, N°2, pages 479-492, 14 pages, Février 2011.
- [R12] G Malé, S. Mezani, T. Lubin, J. Lévêque, "A fast analytical method to compute the radial flux density distribution in the airgap of a superconducting inductor". *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, volume 21, N°3 part 2, pages 1114-1118, 5 pages, Juin 2011.
- [R13] H. Bensaidane, Y. Ouazir, T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Induction heating of aluminum billets with linear motion in a strong DC magnetic field : magneto-thermal analysis in 2D". *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, volume 21, N°4 pages 3479-3487, 8 pages, Août 2011.
- [R14] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Analytic calculation of eddy currents in the slots of electrical machines: application to cage rotor induction motors". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 47, N°11, pages 4650-4659, 10 pages, Novembre 2011.
- [R15] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Simple analytical expressions for the force and torque of axial magnetic couplings". *IEEE Transactions on Energy Conversion*, volume 27, N°2, pp. 536-546, 11 pages, Juin 2012.
- [R16] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "2D analytical calculation of magnetic field and electromagnetic torque for surface-inset permanent magnet motors". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 48, N°6, pages 2080-2091, 12 pages, Juin 2012.
- [R18] K. Boughrara, R. Ibtouen, and T. Lubin, "Analytical prediction of magnetic field in parallel double excitation and spoke-type permanent-magnet machines accounting for tooth-tips and shape of polar pieces". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 48, N°7, pages 2121-2137, 17 pages, Juillet 2012.
- [R19] T. Lubin, K. Berger and A. Rezzoug, "Inductance and force calculation for axisymmetric coil systems including an iron core of finite length". *Progress In Electromagnetics Research (PIER B)*, volume 41, page 377-396, 20 pages, Juin 2012.
- [R20] G Malé, T. Lubin, S. Mezani, J. Lévêque, "Analytical calculation of the flux density distribution in a superconducting reluctance machine with HTS bulk rotor". *Mathematics and Computers in Simulation, Elsevier*, volume 90, pages 230-243, 14 pages, Avril 2013.

- [R21] K. Boughrara, T. Lubin, R. Ibtouen, and N. Benallal, "Analytical calculation of parallel double excitation and spoke-type permanent-magnet motors; simplified versus exact model". *Progress In Electromagnetics Research B*, Vol. 47, page 145-178, 33 pages, 2013.
- [R22] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Development of a 2-D analytical model for the electromagnetic computation of axial field magnetic gears". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 49, N°11, pages 5507-5521, 15 pages, Novembre 2013.
- [R23] K. Boughrara, T. Lubin, R. Ibtouen, "General subdomain model for predicting magnetic field in internal and external rotor multiphase flux-switching machines topologies". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 49, N°11, pages 5507-5521, 15 pages, Novembre 2013.
- [R26] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Experimental and theoretical analyses of axial magnetic coupling under steady-state and transient operations". *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, volume 61, N°3, pages 4356-4365, 10 pages, Août 2014.
- [R27] B. Dolisy, T. Lubin, S. Mezani, J. Lévêque, "Three-dimensional analytical model for an axial-field magnetic coupling". *Progress In Electromagnetics Research M*, Vol. 35, page 173-182, 10 pages, 2014.
- [R29] T. Lubin, and A. Rezzoug, "Steady-state and transient performance of axial-field eddy-current coupling". *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, volume 62, N°4, pages 2287-2296, 10 pages, Avril 2015.
- [R31] J. Fontchastagner, T. Lubin, F. Messine, and S. Mezani, "Efficient design using successive analytical subproblems method: application to axial magnetic couplings". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 51, N°3, 9400104, 4 pages, Mars 2015.
- [R32] B. Dolisy, S. Mezani, T. Lubin, and J. Lévêque, "A new analytical torque formula for axial field permanent magnets coupling". *IEEE Transactions on Energy Conversion*, volume 30, N°3, pages 892-899, 8 pages, Septembre 2015.
- [R34] L. Belguerras, S. Mezani, T. Lubin, J. Lévêque, and A. Rezzoug "High temperature superconducting axial field magnetic coupler: realization and test". *Superconductor Science and Technology*, volume 28, N°9, 095003, 20 pages, Septembre 2015.
- [R35] S. Mezani, T. Hamiti, L. Belguerras, T. Lubin, M. Rashed, and C. Gerada, "Magnetically geared induction machines". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 51, N°11, 8111404, 4 pages, Novembre 2015.
- [R36] T. Lubin, and A. Rezzoug, "3-D analytical model for axial-flux eddy-current couplings and brakes under steady-state conditions". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 51, N°10, 8203712, 12 pages, Octobre 2015.
- [C15] G. Malé, T. Lubin, S. Mezani, J. Lévêque, "2D analytical modeling of a superconducting reluctance machine using HTS bulks," *ELECTRIMACS*, Cergy-Pontoise, France, 6-8 Juin 2011.
- [C20] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Steady-State and Transient Analysis of an Axial-Field Magnetic Coupling," *ICEM (International Conference on Electrical Machines)*, Marseille, France, Septembre 2012.
- [C21] L. Belguerras, L. Hadjout, T. Lubin, S. Mezani, A. Rezzoug, "Analytical computation of flux concentration PM Machines : study of the influence of the magnets shape", *ICEM (International Conference on Electrical Machines)*, Marseille, France, Septembre 2012.
- [C30] J. Fontchastagner, T. Lubin, S. Mezani, F. Messine, "Efficient Design Using Successive Analytical Subproblems Method: Application to Axial Magnetic Couplings," *CEFC 2014, 16<sup>th</sup> IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation*, Annecy, France, 25-28 Mai 2014.

- [C32] S. Mezani, T. Hamiti, L. Belguerras, T. Lubin, C. Gerada, "Magnetically Geared Induction Machines," *INTERMAG 2015, IEEE International Magnetic Conference*, Pekin, Chine, 11-15 Mai **2015**.
- [C33] S. Mezani, T. Hamiti, L. Belguerras, T. Lubin, C. Gerada, "A Fast Computation of Wound Rotor Induction Machines Based on Coupled Finite Elements and Circuit Equations under a First Space Harmonic Approximation," *COMPUMAG 2015, Conference on the Computation of Electromagnetic Fields*, Montreal, Canada, 28 juin-2 Juillet **2015**.
- [C34] M. Messadi, L. Hadjout, Y. Ouazir, H. Bensaidane, T. Lubin S. Mezani, A. Rezzoug, N. Takorabet, "Eddy currents computation in translational motion conductive plate of an induction heater with consideration of finite length extremity effects," *COMPUMAG 2015, Conference on the Computation of Electromagnetic Fields*, Montreal, Canada, 28 juin-2 Juillet **2015**.

## Bibliographie

- [ACK 95] B. Ackermann, and R. Sottek, "Analytical modeling of the cogging torque in permanent magnet motors," *Electr. Eng.*, vol. 78, no. 2, pp 117–125, Mar. 1995.
- [ATA 01] K. Atallah and D. Howe, "A novel high-performance magnetic gear," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 37, No. 4, pp. 2844–2846, Jul. 2001.
- [ATA 08] K. Atallah, J. Rens, S. Mezani, D. Howe, "A novel pseudo direct-drive brushless permanent magnet machine," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 44, No. 11, pp. 4349-4352, Nov. 2008.
- [AZZ 05] J. Azzouzi, G. Barakat, and B. Dakyo, "Quasi-3-D analytical modeling of the magnetic field of an axial flux permanent-magnet synchronous machine," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 20, no. 4, pp. 746–752, Dec. 2005.
- [AMA 10] Y. Amara, and G. Barakat, "Analytical modeling of magnetic field in surface mounted permanent magnet tubular linear machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 11, pp. 3870-3884, Nov. 2010.
- [BAR 10a] O. De la Barrière, "Modèles analytiques électromagnétiques bi- et tridimensionnels en vue de l'optimisation des actionneurs disques : étude théorique et expérimentale des pertes magnétiques dans les matériaux granulaires", Thèse de Doctorat, SATIE, ENS Cachan, 2010.
- [BAR 10b] O. De la Barrière, S. Hlioui, H. Ben Ahmed, M. Gabsi, and M. LoBue, "Three-dimensional analytical modeling of a permanent-magnet linear actuator with circular magnets," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 9, pp. 3608–3616, Sep. 2010.
- [BAR 12] O. De la Barrière, S. Hlioui, H. Ben Ahmed, M. Gabsi, and M. LoBue, "3D formal resolution of Maxwell equations for the computation of the no-load flux in an axial flux permanent magnet synchronous machine," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 48, no. 1, pp. 128–136, Jan. 2012.
- [BAR 13] O. De la Barrière, H. Ben Ahmed, M. Gabsi, and M. LoBue, "Two-dimensional analytical airgap field model of an inset permanent magnet synchronous machine taking into account the slotting effect," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 4, pp. 1423–1435, Apr. 2013.



- [BEL 09] A. Bellara, Y. Amara, G. Barakat, and B. Dakyo, "Two-dimensional exact analytical solution of armature reaction field in slotted surface-mounted PM radial flux synchronous machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 45, no. 10, pp. 4534–4538, Oct. 2009.
- [BEL 14] L. Belguerras, "Etudes théoriques et expérimentales d'accouplements magnétiques supraconducteurs", Thèse de doctorat, Université de Lorraine, Laboratoire GREEN, Mai 2014.
- [BEN 13] H. Bensaïdane, "Chauffage par induction avec un inducteur supraconducteur", Thèse de doctorat, USTHB, Alger, Octobre 2013.
- [BIN 92] K. J. Binns, P. J. Lawrenson, and C. W. Trowbridge, *The analytical and numerical solution of electric and magnetic fields*. Wiley, New York, 1992.
- [BOU 84] N. Boules, "Two-dimensional field analysis of cylindrical machines with permanent magnet excitation," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-20, no. 5, pp. 1267-1277, Sept./Oct. 1984.
- [BOU 12] K. Boughrara, R. Ibtouen, and T. Lubin, "Analytical prediction of magnetic field in parallel double excitation and spoke-type permanent-magnet machines accounting for tooth-tips and shape of polar pieces". *IEEE Trans. Magn.*, vol. 48, no. 7, pp. 2121-2137, Jul. 2012.
- [BOU 13] K. Boughrara, T. Lubin, R. Ibtouen, "General subdomain model for predicting magnetic field in internal and external rotor multiphase flux-switching machines topologies". *IEEE Trans. Magn.*, vol.49, no.11, pp. 5507-5521, Nov. 2013.
- [BUI 14] J. Buisson, F. Louf, J. Ojeda, X. Mininger, and M. Gabsi, "Analytical approach for magnetic and acoustic modeling of flux-switching permanent-magnet motors: Application to geometrical optimization," *ICEMS (International Conference on Electrical Machines and Systems)*, Hangzhou, Chine, 2014.
- [CHA 99] F. Charpentier and G. Lemarquand, "Optimal design of cylindrical air-gap synchronous permanent magnet couplings," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 35, no. 2, pp. 1037–1046, Mar. 1999.
- [CHA 09] T. F. Chan, and L. L. Lai, "Computation of air-gap field in an axial-flux permanent-magnet machine using the method of images". *IEEE IEMDC*, Miami, USA, 2009.
- [DOL 15] B. Dolisy, "Etude d'un moteur supraconducteur à flux axial avec une transmission magnétique supraconductrice intégrée", Thèse de doctorat, Université de Lorraine, Laboratoire GREEN, Juillet 2015.
- [DUB 09] F. Dubas, and C. Espanet, "Analytical solution of the magnetic field in permanent magnet motors taking into account slotting effect: no-load vector potential and flux density calculation," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 45, no. 5, pp. 2097–2109, May 2009.
- [DUB 14] F. Dubas, and A. Rahideh, "Two-dimensional analytical permanent-magnet eddy-current loss calculations in slotless PMSM equipped with surface-inset magnets," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 3, 6300320, Mar. 2014.
- [DUR 66] E. Durand. *Electrostatique Tome II, Problèmes généraux conducteurs*, Paris, France, Masson et Cie., 1966.
- [DUR 68] E. Durand. *Magnétostatique*, Paris, France, Masson et Cie., 1968.
- [ESP 12] C. Espanet, D. Depernet, A. C. Sautter and Z. Wu, "Modèles analytiques pour le dimensionnement par optimisation des systèmes d'énergie électrique," chapitre 2 de l'ouvrage *Conception systémique pour la conversion d'énergie électrique 2* (sous la direction de X. Roboam), Editions Hermès-Lavoisier, 2012.

- [FAR 93] S. J. Farlow, *Partial Differential Equations for Scientists and Engineers*. Dover Publications, New York, 1993.
- [FUR 95] E. P. Furlani, R. Wang, and H. Kusnadi, "A three-dimensional model for computing the torque of radial couplings," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 31, no. 5, pp. 2522–2526, Sep. 1995.
- [GAR 02] F. Gardiol, *Electromagnétisme*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, édition 2002.
- [GAU 13a] B. Gaussens, "Machines synchrones à commutation de flux : de la modélisation numérique et analytique à l'exploration topologique", Thèse de Doctorat, SATIE, ENS Cachan, 2013.
- [GAU 13b] B. Gaussens, O. de la Barriere, E. Hoang, J. Saint-Michel, P. Manfe, M. Lecrivain, and M. Gabsi, "Magnetic field solution in doubly slotted airgap of conventional and alternate field-excited switched-flux topologies," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 9, pp. 5083–5096, Sep. 2013.
- [GAU 14] B. Gaussens, E. Hoang, J. Saint-Michel, P. Manfe, M. Lecrivain, and M. Gabsi, "Topology exploration of static-excited cylindrical machines using a general analytical magnetic field solution," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 11, 8202004, Nov. 2014.
- [GIB 58] W.J. Gibbs, *Conformal Transformations in Electrical Engineering*, London, U.K., Chapman & Hall, 1958.
- [GOU 11a] E. Gouda, "Transmission planétaire magnétique : étude, optimisation et réalisation", Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, Laboratoire GREEN, Juin 2011.
- [GOU 11b] E. Gouda, S. Mezani, L. Baghli and A. Rezzoug, "Comparative Study Between Mechanical And Magnetic Planetary Gears", *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 47, No.2, pp. 439–450, Feb. 2011
- [GYS 08] B. L. J. Gysen, E. A. Lomonova, J. J. H. Paulides, and A. J. A. Vandenput, "Analytical and numerical techniques for solving Laplace and Poisson equations in a tubular permanent-magnet actuator: Part I. Semi-analytical framework," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 44, no. 7, pp. 1751–1759, Jul. 2008.
- [GYS 10a] B. L. J. Gysen, E. Ilhan, K. J. Meessen, J. J. H. Paulides, and E. A. Lomonova, "Modeling of flux switching permanent magnet machines with Fourier analysis," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 6, pp. 1499–1502, Jun. 2010.
- [GYS 10b] B. L. J. Gysen, K. J. Meessen, J. J. H. Paulides, and E. A. Lomonova, "General formulation of the electromagnetic field distribution in machines and devices using Fourier analysis," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 1, pp. 39–52, Jan. 2010.
- [HAN 14a] B. Hannon, P. Sergeant, and L. Dupré, "2D analytical torque study of slotted high-speed PMSMs considering pole pairs, slots per pole per phase and coil throw," *ICEM (International Conference on Electrical Machines)*, Berlin, Germany, Septembre 2014.
- [HAN 14b] B. Hannon, P. Sergeant, and L. Dupré, "2-D analytical subdomain model of a slotted PMSM with shielding cylinder," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 7, 8101410, Jul. 2014.
- [JAC 01] J. D. Jackson, *Electrodynamique classique*. Dunod, Paris, 2001.
- [JIA 09a] L. Jian, K. T. Chau, Y. Gong, C. Yu, and W. Li, "Analytical calculation of magnetic field in surface-inset permanent magnet motors," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 45, no. 10, pp. 4688–4691, Oct. 2009.

- [JIA 09b] L. Jian and K. T. Chau, "Analytical calculation of magnetic field distribution in coaxial magnetic gears," *Progress In Electromagnetics Research*, Vol. 92, 1-16, 2009.
- [MAG 15] Entreprise Magnomatics (Sheffield, Angleterre), [www.magnomatics.com/](http://www.magnomatics.com/)
- [MAL 12] G. Malé, "Etude d'une structure d'inducteur supraconducteur à modulation de champ magnétique", Thèse de doctorat, Université de Lorraine, Laboratoire GREEN, Octobre 2012.
- [MEE 12] K. J. Meessen, B. L. J. Gysen, J. J. H. Paulides, and E. A. Lomonova, "General formulation of fringing fields in 3-D cylindrical structures using Fourier analysis," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 48, no. 8, pp. 2307–2323, Aug. 2012.
- [MEE 13] K. J. Meessen, J. J. H. Paulides, and E. A. Lomonova, "Force calculations in 3-D cylindrical structures using Fourier analysis and the Maxwell stress tensor," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 1, pp. 536–545, Jan. 2013.
- [MEZ 06] S. Mezani, K. Atallah, and D. Howe, "A high-performance axial-field magnetic gear", *Journal of Applied Physics*, Vol. 99, 08R303, 2006.
- [MOU 14] Z. Mouton, and M. J. Kamper, "Modeling and optimal design of an eddy current coupling for slip-synchronous permanent magnet wind generators," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 61, no. 7, pp. 3367–3376, Jul. 2014.
- [NOG 05] B. Nogarede, *Electrodynamique appliquée. Bases et principes physiques de l'électrotechnique*. Paris, Dunod, 2005.
- [OUA 15] S. Ouagued, A. Aden Diriyé, Y. Amara, and G. Barakat, "A general framework based on a hybrid analytical model for the analysis and design of permanent magnet machines," *IEEE Trans. Magn.*, to be published, 2015.
- [PAR 04] A. Parviainen, M. Niemelä, and J. Pyrhönen, "Modeling of axial flux permanent-magnet machines," *IEEE Trans. Ind. Applications*, vol. 40, no. 5, pp. 1333–1340, Sept./Oct. 2004.
- [PEN 15] A. Penzkofer, and K. Atallah, "Analytical modelling and optimisation of pseudo direct drive permanent magnet machines for large wind turbines," *IEEE Trans. Magn.*, to be published, 2015.
- [PIK 01] V. P. Pikulin, and S. I. Pohozaev, *Equations in mathematical physics: A practical course*. Birkhäuser Verlag, 2001.
- [PLU 15] K. J. W. Pluck, J. W. Jansen, and E. A. Lomonova, "Hybrid analytical modeling: Fourier modeling combined with mesh-based magnetic equivalent circuits," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 51, no. 8, 8106812, Aug. 2015.
- [RAS 05] P. O. Rasmussen, T. O. Andersen, F. T. Jorgensen, and O. Nielsen, "Development of a high-performance magnetic gear", *IEEE Trans. Indus. Applic.*, Vol. 41, No. 3, pp. 764–770, Jun. 2005.
- [RAV 09a] R. Ravaud, G. Lemarquand, and V. Lemarquand, "Force and stiffness of passive magnetic bearings using permanent magnets. Part 1: axial magnetization," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 45, no. 7, pp. 2996–3002, July 2009.
- [RAV 09b] R. Ravaud, G. Lemarquand, V. Lemarquand, and C. Depollier, "Permanent magnet couplings: Field and torque three-dimensional expressions based on the Coulombian model," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 45, no. 4, pp. 1950–1958, Apr. 2009.
- [REI 91] H. Reinhard, *Equations aux dérivées partielles*. Dunod, Paris, 1991.
- [REZ 87] A. Rezzoug, and F. M. Sargos, "Three-dimensional field computation of charged sectors : A semi-analytical method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 23, no. 4, pp. 1978–1984, Jul. 1987.

- [ROL 11] R. C. Holehouse, K. Atallah, and J. Wang, "Design and realization of a linear magnetic gear", *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 47, No. 10, pp. 4171-4174, Oct. 2011.
- [ROT 27] E. Roth, "Etude analytique du champ propre d'une encoche," *Rev. Gén. Elect.*, vol. 22, pp. 417-424, Sep. 1927.
- [ROT 32] E. Roth, "Etude analytique du champ résultant d'une encoche de machine électrique," *Rev. Gén. Elect.*, vol. 32, pp. 761-768, Dec. 1932.
- [RUS 58] R. L. Russell and K. H. Norsworthy, "Eddy currents and wall losses in screened-rotor induction motors," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 105, no. 20, pp. 163- 175, Apr. 1958
- [SAR 91] F. M. Sargos, and A. Rezzoug, "Calcul analytique du champ engendré par des aimants dans l'entrefer d'une machine à rotor denté," *J. Phys. III.*, no. 1, pp. 103-110, Jan. 1991.
- [STR 61] J. A. Stratton, *Electromagnetic theory*. McGraw Hill, New York, 1961.
- [TIE 12] H. Tiegna, A. Bellara, Y. Amara, and G. Barakat, "Analytical modeling of the open circuit magnetic field in axial flux permanent-magnet machines with semi-closed slots," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 48, no. 3, pp. 1212-1226, Mar. 2012.
- [TIE 13] H. Tiegna, "Contribution à la modélisation analytique des machines synchrones à aimants permanents, à flux axial, à entraînement direct en vue de leur dimensionnement : application aux éoliennes", Thèse de doctorat, Université du havre, Laboratoire GREAH, 2013.
- [TIE 14] H. Tiegna, Y. Amara, and G. Barakat, "A new quasi-3-D analytical model of axial flux permanent magnet machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 2, 7020204, Feb. 2014.
- [WU 11] L. J. Wu, Z. Q. Zhu, D. Staton, M. Popescu, and D. Hawkins, "An improved subdomain model for predicting magnetic field of surface-mounted permanent magnet machines accounting for tooth-tips," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 47, no. 4, pp. 1693-1704, Apr. 2011.
- [WU 12] L. J. Wu, Z. Q. Zhu, D. Staton, M. Popescu, and D. Hawkins, "Analytical model of eddy current loss in windings of permanent magnet machines accounting for load," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 48, no. 7, pp. 2138-2151, Jul. 2012.
- [YON 81] J. P. Yonnet, "Permanent magnet bearings and couplings," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 17, no. 1, pp. 1169-1173, 1981.
- [YON 93] J. P. Yonnet, S. Hemmerlin, E. Rulliere, and G. Lemarquand, "Analytical calculation of permanent magnet couplings," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 29, no. 6, pp. 2932-2934, Nov. 1993.
- [ZAR 06] D. Zarko, D. Ban, and T. A. Lipo, "Analytical calculation of magnetic field distribution in the slotted air gap of a surface permanent-magnet motor using complex relative air-gap permeance," *IEEE Trans. Mag.*, vol. 42, no. 7, pp. 1828-1837, Jul. 2006.
- [ZHU 93a] Z. Q. Zhu, D. Howe, E. Bolte, and B. Ackermann, "Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motors, part I : open-circuit field," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 29, no. 1, pp. 124-135, January 1993.
- [ZHU 93b] Z. Q. Zhu, and D. Howe, "Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motors, part II : armature-reaction field," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 29, no. 1, pp. 136-142, January 1993.
- [ZHU 93c] Z. Q. Zhu, and D. Howe, "Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motors, part III : effect of stator slotting," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 29, no. 1, pp. 143-151, January 1993.

- [ZHU 93d] Z. Q. Zhu, and D. Howe, "Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motors, part IV : magnetic field on load," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 29, no. 1, pp. 152–158, January 1993.
- [ZHU 00] Z. Q. Zhu, and D. Howe, "Influence of design parameters on cogging torque in permanent magnet machines", *IEEE Trans. Energ. Convers.*, Vol. 15, No. 4, pp. 407–412, Dec. 2000.
- [ZHU 10] Z. Q. Zhu, L. J. Wu, and Z. P. Xia, "An accurate subdomain model for magnetic field computation in slotted surface-mounted permanent-magnet machines," *IEEE Trans. Mag.*, vol. 46, no. 4, pp. 1100–1115, April 2010.

# Chapitre 4 : Actionneurs supraconducteurs

Le GREEN travaille depuis longtemps sur les applications des supraconducteurs en électrotechnique [REZ 84], [REZ 87]. Le laboratoire a développé ces dernières années des structures innovantes d'actionneurs et de machines électriques réalisés à partir de matériaux supraconducteurs à haute et basse température critique [MAS 02], [AIL 06], [MOU 10], [BEN 12], [MAL 12], [BEN 13], [BEL 14], [ALH 15], [DOL 15]. J'ai commencé à m'intéresser à cette thématique de recherche en 2007. Ayant eu à travailler en amont sur des actionneurs plus classiques, j'avais envie d'étudier les possibilités offertes par ces nouveaux matériaux. Un de mes objectifs était de voir si les méthodes analytiques que je développais par ailleurs pouvaient trouver leur utilité pour le dimensionnement des actionneurs supraconducteurs.

Dans ce chapitre, je présente une synthèse du travail réalisé sur les applications des supraconducteurs en électrotechnique. Il s'agit d'une manière générale de mettre à profit l'augmentation importante de la densité de courant admissible dans les fils supraconducteurs pour créer des inductions de fortes valeurs dans l'entrefer des machines électriques. L'objectif est d'améliorer leurs performances, en particulier le rendement et le couple volumique. Pour le dimensionnement de ces dispositifs, et quand cela trouvait son intérêt, nous avons développé des modèles analytiques en 2D et 3D basés sur les méthodes présentées dans le chapitre 3. Dans la majorité des cas les études théoriques ont été validées par la réalisation de prototypes.

Les résultats que je présente dans ce chapitre sont issus pour la plupart des thèses de doctorat dont j'ai assuré le co-encadrement [MAL 12], [BEN 13], [ALH 15] ou que j'ai suivi de près [BEL 14], [DOL 15]. La rédaction d'une HDR suppose de faire des choix pour ne pas surcharger le document. Cette présentation est donc loin d'être exhaustive.

Je commencerai ce chapitre par quelques généralités et une description rapide de quelques matériaux supraconducteurs utilisés en électrotechnique. Je présenterai ensuite les différentes études que nous avons menées, les modèles développés, et les résultats obtenus.

## 4.1 Généralités

Je présente dans cette partie les caractéristiques les plus importantes des matériaux supraconducteurs que nous avons utilisés dans le cadre des applications qui sont présentées dans la suite. Ces caractéristiques sont importantes car elles interviennent directement dans le processus de dimensionnement des actionneurs. Le lecteur intéressé peut trouver des informations détaillées sur la théorie des supraconducteurs et leurs applications dans des livres spécialisés [WIL 83], [BAI 98], [TIX 03], [KRA 06].

Comme le montre la figure 4.1, la zone d'utilisation correcte d'un matériau supraconducteur se situe dans un espace à trois dimensions défini par la température  $T$ , le champ magnétique  $H$ , et la densité de courant  $J$ . Cet espace est délimité par une surface critique caractérisée par des grandeurs notées  $T_c$ ,  $H_c$  et  $J_c$ . Ces grandeurs critiques sont très dépendantes l'une de l'autre. Utilisé dans ces conditions, un matériau supraconducteur présente une résistance électrique si faible qu'elle n'est plus mesurable [TIX 03]. On peut alors faire passer un courant important dans ces matériaux sans pratiquement aucune perte. On voit immédiatement l'intérêt de cette technologie en électrotechnique, en particulier pour le transport de l'énergie électrique ou pour la réalisation de bobinages pour les actionneurs électromécaniques. Bien évidemment, ces matériaux nécessitent un système de refroidissement plus ou moins complexe en fonction de la température de fonctionnement.

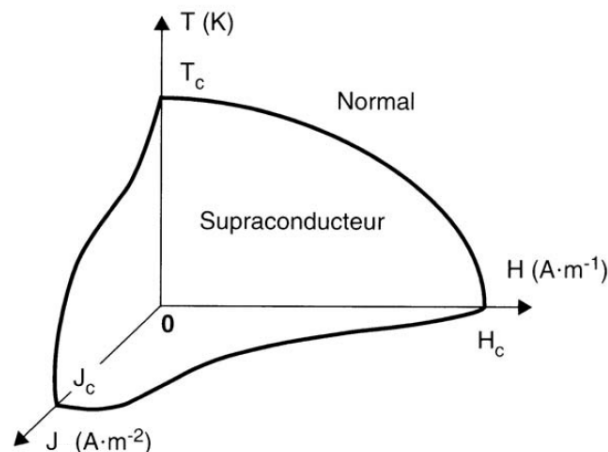


Figure 4.1 : Surface critique d'un matériau supraconducteur.

La densité de courant critique d'un fil supraconducteur est fortement liée à la valeur du champ magnétique auquel il est soumis et à la température de refroidissement. D'un point de vue pratique, on pourra faire passer un courant électrique moins important dans un fil supraconducteur s'il est soumis à un champ magnétique externe. Cette caractéristique est très importante dans les applications en électrotechnique, en particulier pour les machines électriques dont le principe de fonctionnement repose sur l'interaction de champs électromagnétiques qui peuvent être générés par plusieurs sources y compris par le fil supraconducteur lui-même (champ propre). Pour déterminer le courant de fonctionnement d'une bobine supraconductrice placée dans un environnement électrotechnique, il faudra donc être capable de calculer la valeur du champ magnétique partout dans la bobine et déterminer l'endroit où cette valeur atteint son maximum.

On classe habituellement les supraconducteurs en deux catégories en fonction de leur température critique. Les matériaux pour lesquels la supraconductivité se manifeste pour des températures inférieures à 30K sont qualifiés de matériaux  $BT_c$  pour Basse Température critique. On trouve dans cette catégorie les alliages métalliques tels que le Niobium-Titane (NbTi) dont la température critique est de l'ordre de 9 K et le Niobium-Etain ( $Nb_3Sn$ ) qui lui présente une température critique d'environ 18 K. Ces matériaux sont habituellement refroidis à 4,2 K, ce qui nécessite une cryogénie assez complexe. Les applications concernent essentiellement la réalisation de bobines de champ pour le domaine médical (imagerie par résonance magnétique) ou pour les accélérateurs de particules (LHC). Nous avons utilisé du fil en NbTi dans le cadre de la thèse de R. Alhasan pour réaliser un inducteur original pour une machine synchrone [ALH 15]. Nous en parlerons dans la suite.

Les matériaux qui sont supraconducteurs pour des températures supérieures à 30 K sont qualifiés de matériaux HT<sub>c</sub> pour Haute Température critique. Ces matériaux ont vu le jour à partir de 1986, année de la découverte des céramiques supraconductrices par J. G. Bednorz et K. A. Muller [BED 86]. Les matériaux les plus utilisés dans les applications industrielles et la recherche en électrotechnique sont le BiSrCaCuO, plus communément appelé "BSCCO", qui présente une température critique de 110 K et l'YBaCuO (YBCO) qui lui est supraconducteur à partir d'environ 90 K. Ces matériaux étant supraconducteurs au dessus de la température de l'azote liquide (77 K), leur utilisation s'en trouve grandement facilitée et donne accès à cette technologie même en l'absence de moyens cryogéniques poussés. Un simple bain d'azote suffit pour mettre en évidence leurs caractéristiques. Ces supraconducteurs HT<sub>c</sub> peuvent se présenter sous la forme de fils, de rubans, ou de pastilles massives de plusieurs centimètres cubes. Nous avons utilisés des pastilles d'YBaCuO dans le cadre des thèses de G. Malé [MAL 12] et de R. Alhasan [ALH 15] pour réaliser des écrans magnétiques. Nous avons utilisé des rubans de type BSCCO pour fabriquer des bobines supraconductrices pour réaliser un accouplement magnétique et l'inducteur d'un moteur synchrone à flux axial dans le cadre des thèses de L. Belguerras [BEL 14] et B. Dolisy [DOL 15]. Ces études seront présentées dans la suite.

#### 4.1.1 Fils supraconducteurs à basse température critique (BT<sub>c</sub>)

Dans le cadre de la thèse de R. Alhasan, nous avons utilisé du fil en NbTi pour réaliser les bobines de champ d'un inducteur original pour machine synchrone. La figure 4.2 montre une vue en coupe de ce fil qui est produit par la société Supercon. Inc. Il est composé de 54 brins supraconducteurs plongés dans une matrice en cuivre qui permet d'améliorer la stabilité thermique. Le ratio entre la quantité de cuivre et de supraconducteur est d'environ 3.

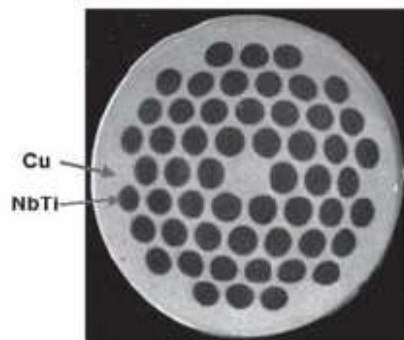


Figure 4.2 : Vue en coupe d'un fil en NbTi (54 brins) dans une matrice de cuivre.

Bien que ce fil nécessite un refroidissement à la température de l'hélium liquide (4,2 K), il reste compétitif car il est bon marché. Il présente de bonnes propriétés mécaniques, ce qui permet une mise en forme facile pour réaliser des bobinages. Il n'y a pratiquement pas de contrainte sur le rayon de courbure. De plus, les fabricants le proposent en très grandes longueurs (supérieures à 10 km), ce qui évite d'effectuer des soudures lors de la réalisation de bobines de champ nécessitant de grandes longueurs de fil. Ce fil est bien adapté à la production d'induction magnétique dans la gamme de 2 à 10 T.

La figure 4.3 donne la dépendance en champ magnétique de la densité de courant critique  $J_c$  d'un fil en NbTi refroidi à 4,2 K. Cette caractéristique est obtenue à partir des données  $I_c(B)$  fournies par le fabricant. La variation est pratiquement linéaire et vaut environ  $-125 \text{ A/mm}^2/\text{T}$ . Pour ce fil, on retiendra comme ordre de grandeur une densité de courant de  $800 \text{ A/mm}^2$



pour une induction magnétique sur fil de 3 T. Il existe d'autres types de fils  $BT_c$  dont on peut trouver les caractéristiques sur le site internet du fabricant (Supercon. Inc).

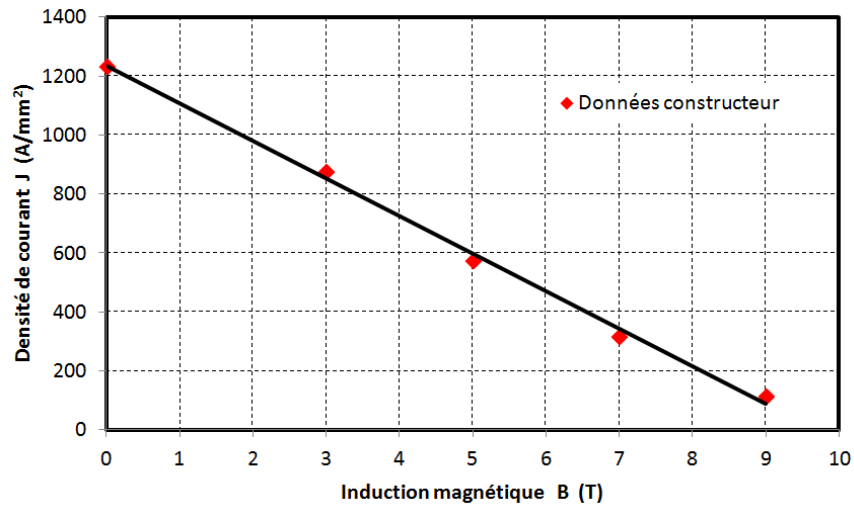


Figure 4.3 :  $J_c(B)$  d'un fil en NbTi refroidi à 4,2 K.

#### 4.1.2 Fils supraconducteurs à haute température critique ( $HT_c$ )

Dans le cadre de la thèse de L. Belguerras [BEL 14], nous avons réalisé un accouplement magnétique à flux axial en utilisant du fil supraconducteur à haute température critique de type BSCCO. Ce type de fil a également été utilisé par B. Dolisy pendant sa thèse [DOL 15] pour réaliser les bobinages de l'inducteur d'une machine synchrone à flux axial. Comme ce fil est supraconducteur à la température de l'azote liquide, cela a facilité la réalisation de prototypes.

Le fil BSCCO que nous avons utilisé se présente sous la forme d'un ruban dont une vue en coupe est donnée sur la figure 4.4. Il est produit par la société japonaise Sumitomo Electric. Les dimensions du ruban sont indiquées dans le tableau. Ce fil comporte des filaments supraconducteurs en BSCCO plongés dans une matrice d'argent qui sert de stabilisateur thermique. La présence de l'argent (environ 70%) induit un prix important pour ce type de fils (environ 40 \$/m) et réduit sa résistance mécanique. Ce ruban présente un rayon de courbure minimum de 35 mm dont il faut tenir compte lors de la réalisation d'une bobine.



Description	Unité	Valeur
Épaisseur du ruban (sans isolant / avec isolant)	mm	0,24 / 0,25
Largeur du ruban (sans isolant / avec isolant)	mm	4,3 / 4,4
Rayon de courbure minimum	mm	35

Figure 4.4 : Vue en coupe d'un ruban BSCCO avec ses dimensions.

Le courant critique de ce ruban vaut 190 A à 77 K sous champ propre, ce qui correspond à une densité de courant critique d'environ 170 A/mm<sup>2</sup>. Comme le montre la figure 4.5 fournie par le fabricant, cette valeur diminue nettement si le fil est soumis à un champ magnétique externe. De plus, et contrairement aux fils BT<sub>c</sub>, ce type de ruban présente une anisotropie face au champ magnétique appliqué [TIX 03]. La densité de courant critique est beaucoup plus sensible à la composante du champ magnétique perpendiculaire au méplat du ruban. De par cette caractéristique, le dimensionnement d'une bobine HT<sub>c</sub> est plus complexe que le dimensionnement d'une bobine BT<sub>c</sub> car il faut tenir compte de la direction du champ appliqué sur le ruban pour déterminer son courant de fonctionnement [BEL 14], [DOL 15].

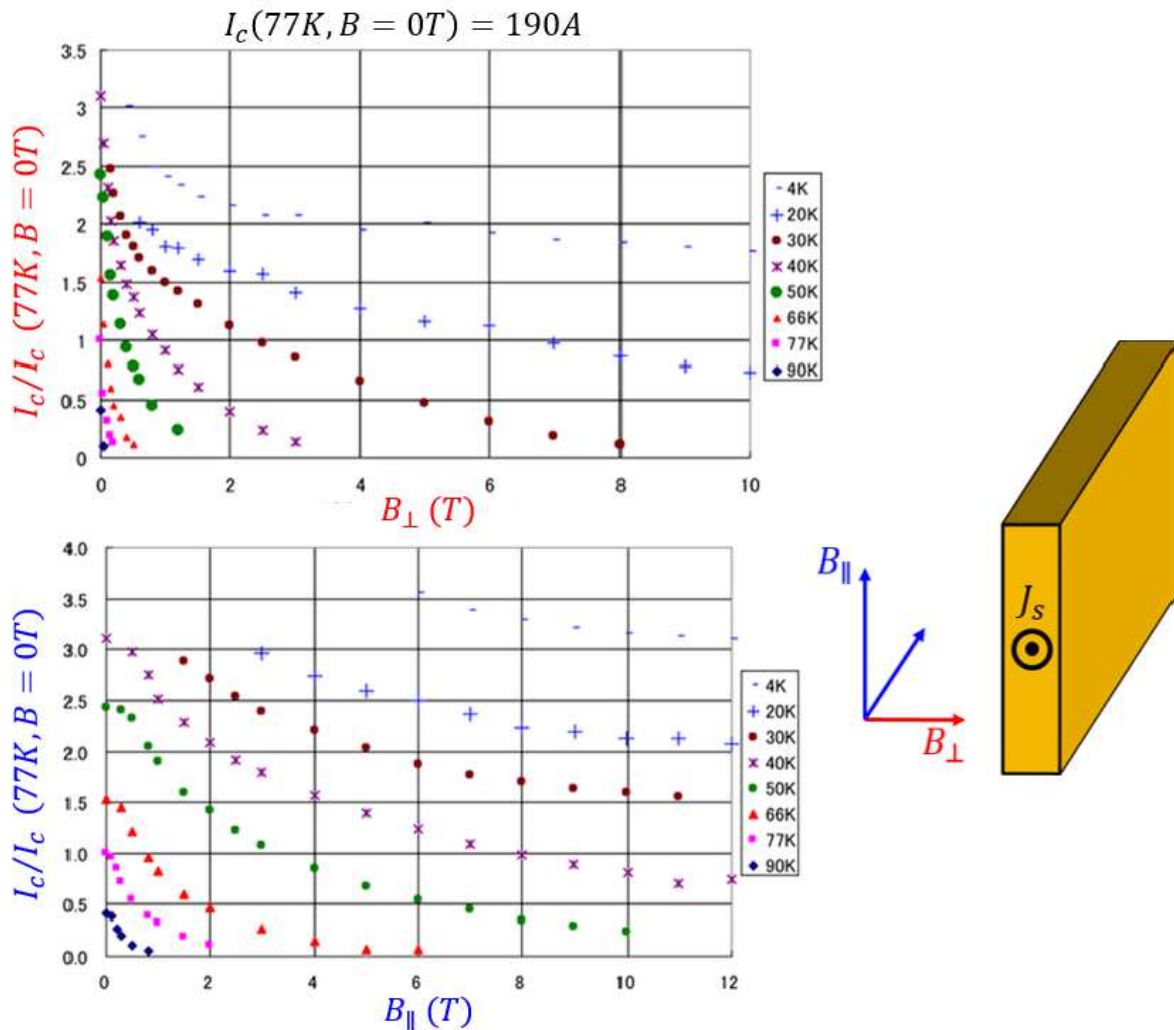


Figure 4.5 : Effets de la température et du champ magnétique sur le courant critique d'un ruban BSCCO.

La figure 4.5 montre qu'à 77 K et sous un champ perpendiculaire d'environ 0,1 T, la densité de courant critique de ce fil est pratiquement divisée par 10. Pour pouvoir conserver une densité de courant critique d'environ 150 A/mm<sup>2</sup> dans un environnement à 2 T ou 3 T, valeurs que l'on désire obtenir dans l'entrefer des machines supraconductrices, il faut refroidir le ruban à une température inférieure à 30 K. C'est à ce niveau de température que les machines supraconductrices utilisant ce type de fil sont performantes [KUM 05].

### 4.1.3 Pastilles supraconductrices

Les supraconducteurs HT<sub>c</sub> sous forme massive sont utilisés pour leurs capacités à piéger ou écranter le champ magnétique. Ils peuvent être de différentes formes comme le montre la figure 4.6. De par leur procédé de fabrication, ces pastilles présentent une taille maximale de l'ordre de 15 cm. Pour obtenir des écrans magnétiques de plus grandes dimensions, il est alors nécessaire d'effectuer un damier sur au moins deux niveaux [R24].

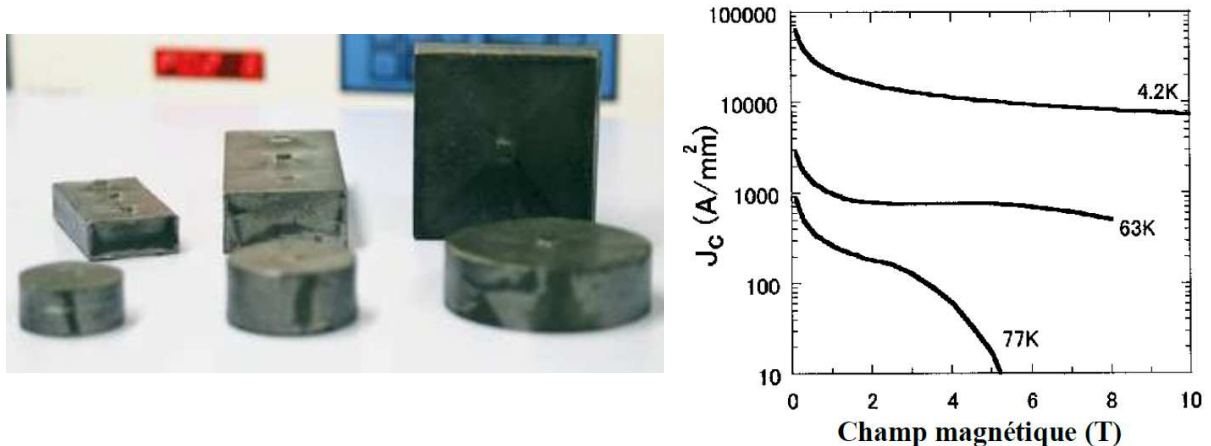


Figure 4.6 : Pastilles supraconductrices en YBCO et courant critique.

Le piégeage du champ permet de réaliser des aimants supraconducteurs [CAM 97], [TOM 03], [SAN 05]. Notre équipe travaille sur cette thématique avec pour objectif une utilisation dans les machines électriques [BER 07], [GON 15]. Les choses ne sont pas simples car le champ piégé est très sensible aux contraintes externes. Pour ma part, j'ai travaillé plus particulièrement sur les écrans magnétiques dans le cadre des thèses de G. Malé et R. Alhasan. Dans la suite, je limiterai donc mes propos à cette utilisation.

Pour obtenir un écran magnétique, il faut procéder de la façon suivante. La pastille supraconductrice est d'abord refroidie sous champ nul. Lorsque le champ appliqué augmente, des courants induits prennent naissance à la surface du supraconducteur et repousse le champ à l'extérieur de la pastille. La capacité d'écrantage est fortement liée aux performances intrinsèques de la pastille, en particulier son courant critique qui dépend du champ appliqué et de la température de refroidissement comme le montre la figure 4.6. On obtient de bien meilleurs écrans à 4,2 K qu'à 77 K avec la même pastille. A ce jour, les meilleures performances pour l'écrantage magnétique sont obtenues avec des pastilles en YBCO.

### 4.1.4 Caractérisation d'un fil supraconducteur HT<sub>c</sub>

Comme nous l'avons dit, une des grandeurs importantes qui caractérise les matériaux supraconducteurs est la densité de courant critique. Lorsque la densité de courant dans un fil supraconducteur approche cette valeur, le champ électrique augmente, ce qui occasionne des pertes Joule. Pour les matériaux HT<sub>c</sub>, la transition entre l'état supraconducteur et l'état normal est progressive, et ceci d'autant plus que la température de refroidissement est élevée [TIX 03]. La densité de courant critique est alors définie lorsque le champ électrique dépasse localement la valeur de 1  $\mu$ V/cm. Cette valeur est habituellement admise par la communauté pour pouvoir comparer les performances des différents matériaux.

Pour dimensionner un actionneur supraconducteur, nous avons besoin de connaître les caractéristiques du fil utilisé, en particulier son courant critique et sa dépendance vis-à-vis de la température et du champ magnétique externe. Ces caractéristiques sont souvent données par le fabricant. Cependant, des essais simples permettent de confirmer la valeur du courant critique à 77 K et sous champ propre. Un échantillon supraconducteur plongé dans un bain d'azote liquide est traversé par un courant continu dont on maîtrise la valeur (source de courant). La mesure de la tension est obtenue à l'aide d'un nanovoltmètre (car les valeurs sont très faibles) branché sur deux prises de potentiel suffisamment éloignées des arrivées de courant pour éviter les effets de bords. Il suffit ensuite de tracer la courbe  $U(I)$ . Le passage à la loi local  $E(J)$  est immédiat si on suppose que le champ électrique et la densité de courant sont homogènes dans le matériau. La densité de courant critique  $J_c$  correspond alors à  $E = E_c = 1 \mu\text{V/cm}$ .

La figure 4.7 montre la caractéristique  $E(J)$  mesurée par B. Dolisy pendant sa thèse sur un échantillon de fil BSCCO à 77 K en champ propre. Le fabricant annonce un courant critique de 190 A. Sachant que la section de ce ruban vaut  $1.03 \text{ mm}^2$ , la mesure donne  $I_c = 189 \text{ A}$ , ce qui confirme la donnée constructeur.

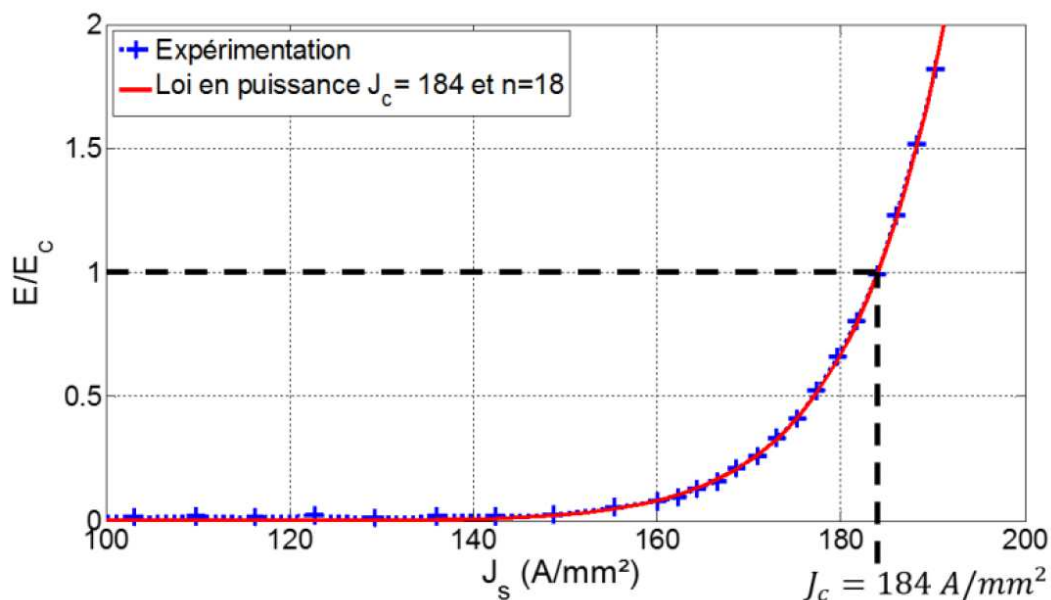


Figure 4.7 : Courbe  $E(J)$  expérimentale d'un ruban BSCCO à 77 K [DOL 15].

A partir des mesures, on peut déterminer la loi de comportement électrique  $E(J)$  du ruban BSCCO. Pour les supraconducteurs HTc, la relation entre  $E$  et  $J$  est souvent approchée par une loi en puissance [AME 97], [VIN 00] définie par :

$$\frac{E}{E_c} = \left( \frac{J}{J_c(T,B)} \right)^{n(T,B)} \quad (4.1)$$

$E$  : champ électrique (V/m)

$J$  : densité de courant ( $\text{A/mm}^2$ )

$E_c$  : champ électrique critique ( $1 \mu\text{V/cm}$ )

$J_c$  : densité de courant critique ( $\text{A/mm}^2$ )

$n$  : paramètre sans dimension

$B$  : induction magnétique sur fil (T)

$T$  : température (K)

La loi en puissance est une bonne approximation de la mesure uniquement autour de la densité de courant critique. Elle s'en éloigne au-delà [TIX 03]. Caractériser un fil supraconducteur pour un électrotechnicien revient donc à déterminer les valeurs de  $J_c$  et de l'exposant  $n$ . Ces paramètres dépendent fortement de la température de refroidissement et de la valeur du champ magnétique appliqué sur le fil. Pour prendre compte ces phénomènes physiques dans la loi de comportement (4.1), il faut effectuer toute une série d'essais. Ces essais ne sont pas simples à réaliser, en particulier ceux à basse température. De plus, il faut pouvoir orienter le champ magnétique appliqué sur le ruban pour mettre en évidence les effets d'anisotropie magnétique [LEC 12]. Si on ne dispose pas de moyens expérimentaux, on peut utiliser les données du fabricant comme celles de la figure 4.5

Pour une température de refroidissement donnée, le modèle proposé par Kim-Anderson [KIM 62] permet de tenir compte de la dépendance de  $J_c$  et de  $n$  avec les composantes normales et tangentielles de l'induction magnétique telles qu'elles sont définies sur la figure 4.5 :

$$J_c(B_{\parallel}, B_{\perp}) = \frac{J_{c0}}{\left(1 + \frac{\sqrt{k^2 B_{\parallel}^2 + B_{\perp}^2}}{B_{j0}}\right)^{\beta}} \quad n(B_{\parallel}, B_{\perp}) = \frac{n_0}{1 + \frac{\sqrt{k^2 B_{\parallel}^2 + B_{\perp}^2}}{B_{n0}}} \quad (4.2)$$

où  $k$ ,  $\beta$ ,  $B_{j0}$  et  $B_{n0}$  sont des paramètres à identifier,  $J_{c0}$  et  $n_0$  étant les valeurs définies par des mesures en champ propre comme indiqué précédemment. A partir de (4.1) et (4.2), on dispose des caractéristiques du fil supraconducteur et des lois pour les représenter. On peut alors utiliser ces lois pour déterminer le courant de fonctionnement d'un bobinage supraconducteur placé dans un environnement électromagnétique. C'est une étape cruciale lorsqu'il s'agit de dimensionner des bobinages supraconducteurs HT<sub>c</sub> pour des applications en électrotechnique.

Dans la suite, je présente quelques exemples d'actionneurs supraconducteurs que nous avons étudiés et réalisés au laboratoire. Ce mémoire étant consacré à la modélisation, j'insisterai davantage sur les modèles analytiques que nous avons développés pour le dimensionnement de ces dispositifs.

## 4.2 Accouplements magnétiques supraconducteurs

Une des difficultés dans les moteurs supraconducteurs concerne la transmission du couple de la partie froide vers la charge mécanique située à température ambiante. Ce transfert de couple doit se faire en réduisant au mieux les échanges thermiques entre les deux parties et éviter ainsi un dispositif cryogénique de puissance élevée. Cela interdit l'emploi des accouplements mécaniques classiques. La solution habituellement retenue dans les machines supraconductrices consiste à placer un tube de couple (torque tube) entre l'axe du rotor supraconducteur et l'axe de la charge [KWO 08]. Les tubes de couple sont fabriqués à partir de fibre de verre, matériau qui présente une conductivité thermique faible et de très bonnes caractéristiques mécaniques. La figure 4.8 montre un exemple de ce type de transmission. La longueur de la partie en fibre de verre (partie centrale) est directement liée au niveau d'isolement thermique désiré [MOU 10]. Pour augmenter la résistance thermique, il faut également réduire les surfaces en contact de chaque côté.

Les accouplements magnétiques sont une alternative possible aux tubes de couple. Dans ce cas, le couple est transmis sans contact ce qui laisse la partie froide thermiquement isolée de l'extérieur. De plus, les accouplements magnétiques permettent de limiter la transmission

des vibrations d'un arbre à l'autre et sont moins sensibles aux désalignements. Enfin, ils assurent également une protection naturelle contre les surcharges par effet de décrochage. Par contre, ils présentent un coefficient de raideur faible qui est directement lié à la taille de l'entrefer et qui est à l'origine d'ondulations sur la vitesse pendant les régimes transitoires (voir la figure 3.26).

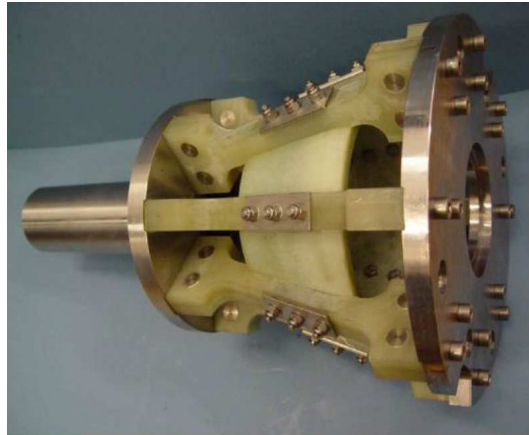


Figure 4.8 : "tube de couple" en fibre de verre.

Nous avons étudié et mis en œuvre très récemment au laboratoire des accouplements magnétiques à flux radial et à flux axial dont une partie comporte des bobinages supraconducteurs et l'autre partie des aimants permanents. Ces travaux ont été développés par L. Belguerras [BEL 14] et B. Dolisy [DOL 15] pendant leur thèse de doctorat. En dehors de la structure même de ces actionneurs et de leur utilité, il s'agissait de dimensionner, de réaliser, et d'étudier le comportement de bobinages supraconducteurs  $HT_c$  placés dans un environnement électrotechnique. Ces actionneurs électromécaniques ont été les premiers réalisés au laboratoire avec du fil  $HT_c$ . A chaque fois, des modèles analytiques en 2D ou en 3D ont été développés pour le dimensionnement. Ces travaux sur les accouplements supraconducteurs ont fait suite aux études préliminaires que nous avons menées sur des accouplements magnétiques plus classiques que j'ai présentés dans le chapitre 3.

Je présente dans la suite quelques résultats sur les accouplements supraconducteurs. J'insisterai plus particulièrement sur le calcul du courant de fonctionnement des bobines supraconductrices placées dans leur environnement électromagnétique en appuyant sur les modèles analytiques que nous avons développés dans ce cadre. Ce sujet me semble fondamental et typiquement lié aux applications des supraconducteurs en électrotechnique.

#### 4.2.1 Structure à flux radial

La figure 4.9 représente une vue schématique d'un moteur électrique dont le rotor est supraconducteur. Ce moteur est associé à un accouplement magnétique à flux radial dont une partie comporte des bobinages supraconducteurs. Le rotor du moteur, placé à basse température, est solidaire de la partie supraconductrice de l'accouplement magnétique (bobines HTS). L'ensemble est plongé dans le même cryostat. L'alimentation de l'inducteur de la machine et des bobinages de l'accouplement est assurée par des systèmes bagues-balais non représentés ici. Le couple est transmis à travers le cryostat aux aimants permanents qui sont placés à température ambiante. Les développements théoriques pour cette structure ont été faits par L. Belguerras pendant sa thèse, en particulier pour la partie concernant l'accouplement magnétique.

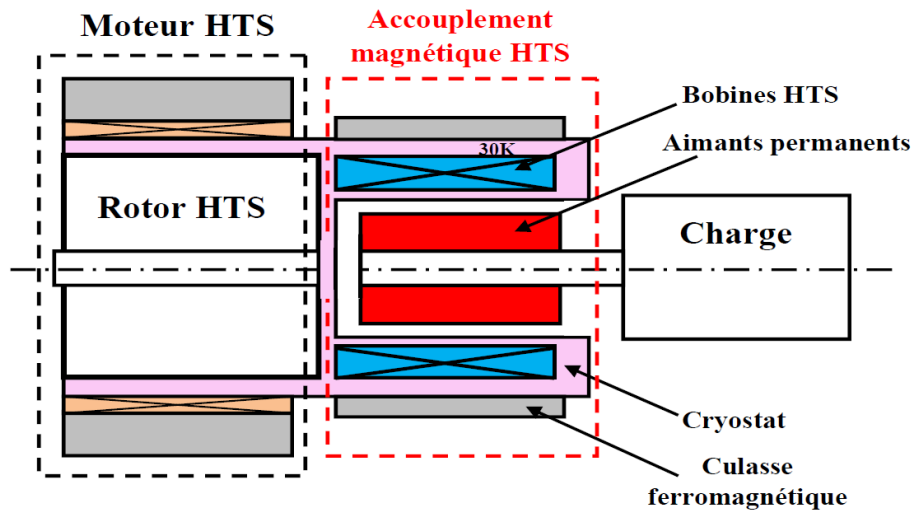


Figure 4.9 : Schéma de principe d'un moteur supraconducteur associé à un accouplement magnétique supraconducteur à flux radial [BEL 14]

La structure retenue pour l'accouplement magnétique est celle de la figure 4.10. Il s'agit d'une topologie à concentration de flux au niveau des aimants permanents. Nous avons étudié les performances de l'accouplement pour des aimants de type NdFeB et des aimants de type ferrite. Les bobinages supraconducteurs sont placés directement dans l'entrefer sur la surface lisse d'une culasse ferromagnétique. Le niveau de courant que l'on peut faire passer dans les bobines supraconductrices permet une topologie sans dent ferromagnétique. Dans ce cas, tous les efforts sont reportés sur les bobinages, ce qui nécessite bien évidemment de prendre des précautions sur la tenue mécanique des bobines.

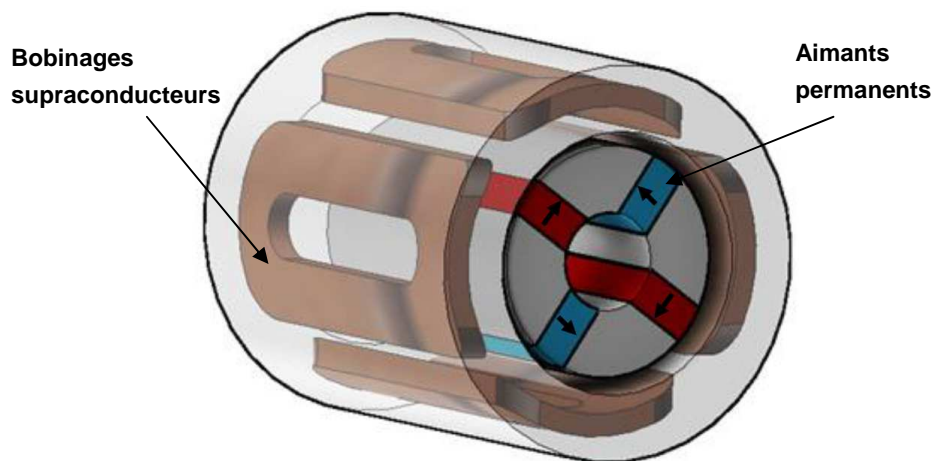


Figure 4.10 : Accouplement supraconducteur à flux radial.

En vue de l'optimisation des dimensions de l'accouplement magnétique et pour déterminer le courant de fonctionnement des bobinages supraconducteurs, L. Belguerras a développé pendant sa thèse un modèle semi-analytique basé sur la méthode présentée dans le chapitre 3. Pour cette structure à flux radial, nous avons considéré l'accouplement suffisamment long dans la direction axiale pour négliger les effets d'extrémités. Un modèle 2D a donc été développé.

La géométrie de l'accouplement doit être simplifiée pour pouvoir développer un modèle semi-analytique basé sur la résolution formelle des équations de Maxwell. Cette géométrie doit reposer sur les lignes du système de coordonnées cylindriques, ce qui nous oblige à considérer des aimants de forme sectorielle (tout en conservant le volume des aimants). De plus, les parties ferromagnétiques sont considérées parfaites (perméabilité infinie). Cette hypothèse est obligatoire pour développer le modèle au niveau des aimants car ils sont placés dans des encoches ferromagnétiques. La comparaison entre les résultats obtenus avec le modèle analytique et ceux obtenus avec un modèle numérique non linéaire tenant compte de la topologie réelle de l'accouplement ont montré l'intérêt de cette démarche. Les différentes hypothèses nécessaires au développement du modèle analytique provoquent une erreur d'environ 10% sur l'estimation du couple transmis essentiellement due aux effets de la saturation du fer et pratiquement aucune erreur sur la détermination du courant de fonctionnement des bobinages supraconducteurs [BEL 14].

Le modèle analytique développé par L. Belguerras pendant sa thèse repose donc sur la géométrie simplifiée de la figure 4.11. La structure comporte 4 régions de formes cylindriques (I, II, III et IV) et les régions où se trouvent les aimants (régions i). L'aimantation est orientée suivant la direction azimutale. Les enroulements supraconducteurs se trouvent dans la région III entre les deux parois du cryostat. Pour ce problème, c'est surtout la recherche de la solution analytique dans la zone des aimants qui présentait quelques difficultés [C21]. Les solutions dans les zones cylindriques sont plus classiques. La méthode suivie est la même que celle présentée dans le chapitre 3. Dans la région des aimants, il s'agit de résoudre une équation de Poisson (formulation en potentiel vecteur magnétique) dans un domaine correspondant à une encoche ferromagnétique ouverte des deux cotés. De par l'orientation simple de l'aimantation, les conditions aux limites sur les bords des encoches sont des conditions de Neumann homogènes. On trouve le détail des calculs dans [BEL 14].

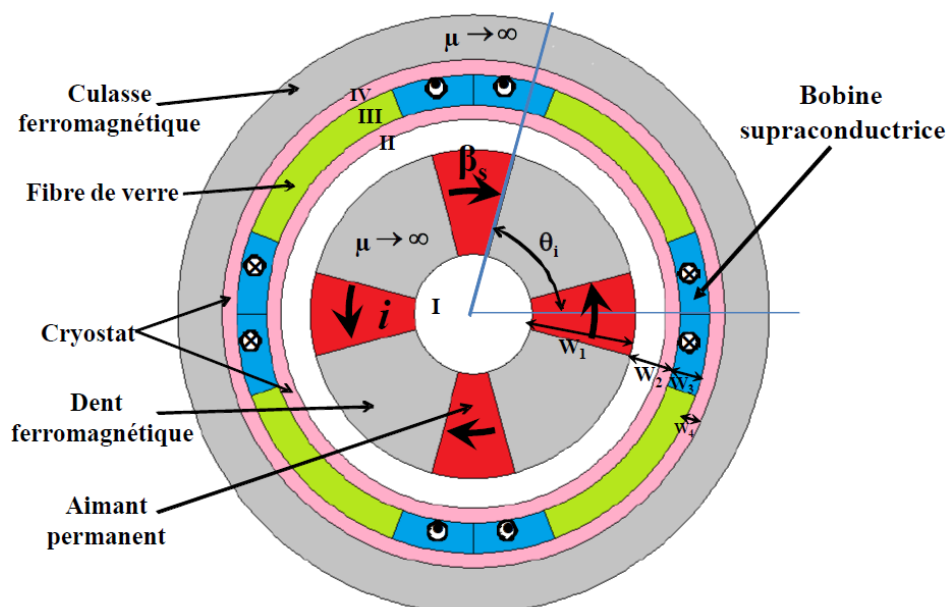


Figure 4.11 : Modèle 2D de l'accouplement magnétique supraconducteur à flux radial.

Le modèle semi-analytique développé par L. Belguerras permet de calculer avec précision la répartition du champ magnétique au niveau des bobines supraconductrices et d'en déduire le courant d'alimentation à ne pas dépasser pour rester dans un état supraconducteur. Nous



avons vu dans les généralités que ce courant dépend fortement du champ appliqué sur le fil. Ici, le champ sur fil dépend bien évidemment du courant traversant les bobinages mais également du champ produit par les aimants permanents. De plus, la présence des culasses ferromagnétiques influence la répartition du champ au niveau des bobines. Tout cela est pris en compte dans le modèle développé. On voit ici toute la difficulté du calcul du champ sur fil comparé à celui plus classique concernant un solénoïde supraconducteur placé seul dans l'espace. Dans ce cas, la méthode de la droite de charge est suffisante pour déterminer le courant de fonctionnement du solénoïde [WOL 04].

La figure 4.12 représente une demi-bobine supraconductrice de l'accouplement magnétique. Le modèle analytique étant bidimensionnel, le champ magnétique est calculé uniquement sur une section droite de la bobine située au niveau de la zone utile ( $S_{\text{aller}}$  et  $S_{\text{retour}}$ ). D'une manière générale, la valeur du champ dans la zone des têtes de bobine est moins importante et la plus forte contrainte ne se situe pas là [DOL 15].

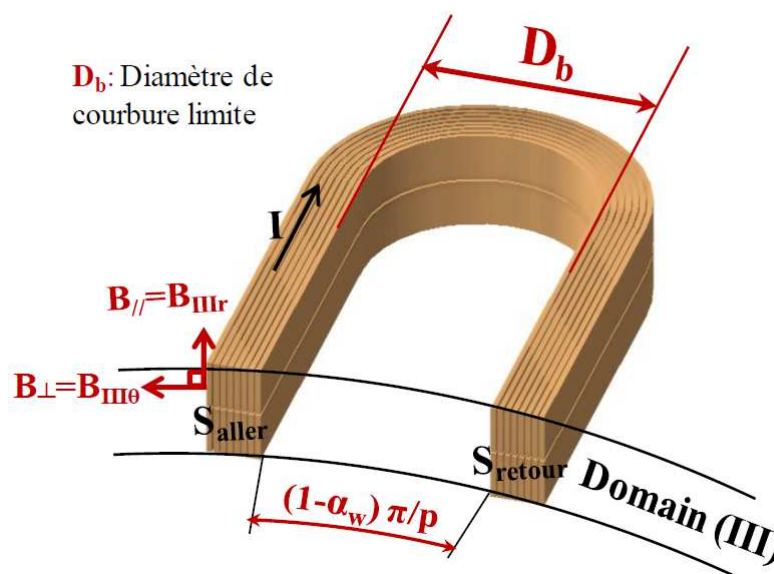


Figure 4.12 : Définition de  $B_{\perp}$  et  $B_{\parallel}$  au niveau de la section droite d'une bobine [BEL 14].

La méthode de calcul du courant de fonctionnement pour une bobine supraconductrice de l'accouplement est la suivante. Cette méthode est assez générale, elle comporte 4 étapes :

- Pour un courant donné, le modèle semi-analytique permet de calculer rapidement les composantes radiale ( $B_{\parallel}$ ) et azimutale ( $B_{\perp}$ ) de l'induction magnétique au niveau d'une section droite de la bobine. On doit se placer dans le cas le plus défavorable en ce qui concerne la position relative des aimants par rapport à la bobine. Ce cas correspond à la marche à vide [BEL 14].
- Connaissant les caractéristiques du fil supraconducteur utilisé (ici du fil BSCCO de chez Sumitomo Electric à 30 K), on peut déterminer les valeurs de  $J_c(B_{\perp}, B_{\parallel})$  et  $n(B_{\perp}, B_{\parallel})$  à partir des relations (4.2).
- On remplace ensuite ces valeurs dans la loi en puissance (4.1) pour déterminer le champ électrique  $E$  en chaque point de la section droite de la bobine. il faut ensuite déterminer l'endroit où cette valeur est la plus importante.
- On augmente le courant d'alimentation et lorsque le champ électrique dépasse localement le champ critique fixé à  $E_c = 1 \mu\text{V}/\text{cm}$ , le courant de fonctionnement de la bobine est alors déterminé.

Alors que le courant critique du ruban en BSCCO utilisé seul est donné à 530 A par le fabricant pour une utilisation à 30 K (soit 537 A/mm<sup>2</sup>), les résultats obtenus par L. Belguerras ont montré que la prise en compte du champ magnétique appliqué sur le fil pour l'accouplement magnétique ramène ce courant à 278 A (une baisse d'environ 50% sur la densité de courant admissible).

La figure 4.13 donne la caractéristique  $U(I)$  d'une bobine obtenue à partir du modèle semi-analytique et à partir d'un modèle éléments finis tenant compte des effets de la saturation magnétique et de la forme réelle des aimants. Pour cette étude, la prise en compte de la saturation ne change pas fondamentalement les résultats sur la détermination du courant de fonctionnement (différence inférieure à 3%). Ce courant est essentiellement limité par le champ propre de la bobine. La taille de l'entrefer ayant été fixée à 20 mm pour mettre en place le cryostat, le champ créé par les aimants est fortement réduit au niveau du bobinage. Il a donc très peu d'influence sur le courant de fonctionnement des bobines [BEL 14].

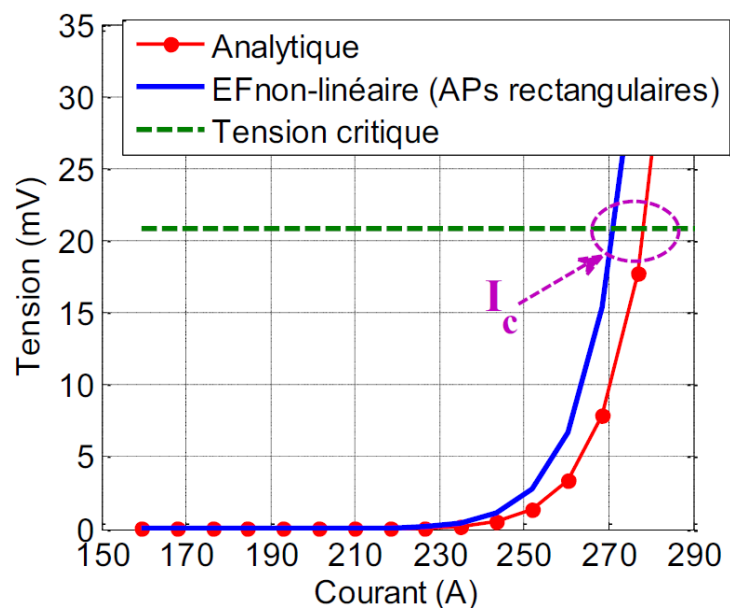


Figure 4.13 : Caractéristique  $U(I)$  d'une bobine supraconductrice placée dans l'accouplement magnétique [BEL 14].

Une bonne estimation du courant de fonctionnement des bobinages supraconducteurs est fondamentale pour ne pas basculer dans un état où les pertes deviennent importantes. L'augmentation des pertes dans la partie froide abouti à une augmentation du niveau de puissance de la partie cryogénique. Il est important de rappeler ici qu'il est nécessaire de fournir une puissance d'environ 3 kW aux cryopompes pour extraire 10 W de pertes à une température de 30 K [TIX 04].

Dans sa thèse, L. Belguerras a optimisé les dimensions de l'accouplement supraconducteur. Elle a utilisé le modèle semi-analytique en lien avec un algorithme d'optimisation multi-objectif de type NSGA-II (algorithmes génétiques) qui est disponible sur Matlab [DEB 02]. L'objectif était d'obtenir le couple maximum pour un encombrement donné en utilisant le minimum de fils supraconducteurs de manière à limiter les coûts. L'induction moyenne dans les parties ferromagnétiques a été limitée à 1,4 T. La démagnétisation possible des aimants a été prise en compte lors de la phase d'optimisation. Les résultats de l'optimisation ont permis d'obtenir un couple volumique de l'ordre de 400 kNm/m<sup>3</sup> avec des aimants NdFeB pour un entrefer de 20 mm. Ce couple volumique passe à 150 kNm/m<sup>3</sup> avec l'emploi

d'aimants en ferrite. La composante du couple due aux effets de réluctance variable (encoches rotoriques) représente environ 20% du couple total. La vérification par un modèle éléments finis tenant compte de la topologie réelle de l'accouplement et des effets non linéaires a montré une erreur d'environ 10% sur le couple, ce qui reste acceptable.

Cette valeur de  $400 \text{ kNm/m}^3$  pour le couple volumique est inatteignable avec des structures classiques à aimants permanents pour un tel entrefer (20 mm) qui est nécessaire pour la mise en place du cryostat, ce qui justifie l'emploi de fils supraconducteurs dans la partie froide. Les résultats relatifs à ces travaux ont été publiés dans une revue internationale [R28]. Nous n'avons pas réalisé de prototype d'accouplement supraconducteur à flux radial suite à cette étude. Des prototypes ont été réalisés pour la topologie à flux axial [R34] et sont présentés dans suite. Une copie de [R34] est donnée dans l'annexe de ce mémoire.

## 4.2.2 Structure à flux axial

Pour des raisons d'encombrement, les accouplements magnétiques à flux axial peuvent être une alternative aux topologies à flux radial. La forme discoïde de ce type d'accouplement limite leur longueur axiale. De plus, des études ont montré que le couple volumique de ce type d'actionneur est meilleur que celui des machines à flux radial, en particulier lorsque le nombre de paires de pôles est important [PAR 05]. L'inconvénient principal et bien connu de ces actionneurs est l'existence d'une force axiale qui peut être de forte valeur et qui engendre des difficultés au niveau de la fabrication mécanique.

Nous avons orienté nos études vers des accouplements supraconducteurs à flux axial tout d'abord pour des raisons de facilité de fabrication de prototypes. Ayant eu à mettre en œuvre des structures à flux radial [GOU 11] et à flux axial [LUB 12] pour des actionneurs plus classiques, le retour d'expérience nous a montré qu'il était beaucoup plus simple de monter des prototypes ayant une structure à flux axial, en particulier pour la mise en place des aimants. Partant de ce constat, les premiers accouplements magnétiques supraconducteurs que nous avons mis en œuvre reposent sur cette topologie.

### a) Utilisation de pastilles supraconductrices

Dans le cadre du stage de Master de B. Chelouf [CHE 13] dont j'ai assuré l'encadrement, nous avons réalisé un accouplement magnétique à flux axial en utilisant des pastilles supraconductrices en YBCO et des aimants en NdFeB. La figure 4.14 montre une photographie du prototype réalisé. Une partie de l'accouplement comporte un disque ferromagnétique sur lequel sont disposés 8 aimants. Ce disque peut tourner. L'autre partie comporte 8 pastilles supraconductrices qui sont refroidies à 77 K dans un bain d'azote liquide. Ces pastilles sont fixes et se trouvent à l'intérieur de la boîte faisant office de cryostat. L'image incrustée en haut à droite sur la figure 4.14 donne une idée des dimensions et de la forme des pastilles utilisées (2 cm de diamètre). Pour mesurer le couple en fonction de la position relative des aimants et des pastilles, le système comporte un bras de levier et un codeur de position.

Deux modes de fonctionnement sont possibles avec ce système. La première possibilité consiste à refroidir les pastilles supraconductrices hors champ magnétique (les aimants sont éloignés). Une fois refroidies dans le bain d'azote, on rapproche les pastilles des aimants grâce à la table mobile en limitant l'entrefer à 2 mm. Les pastilles fonctionnent alors comme des écrans magnétiques. Elles expulsent le champ et on obtient un effet d'anti-réluctance. La mesure du couple se fait en plaçant des poids au niveau du bras de levier. Dans cette configuration, le couple maximal mesuré vaut environ 4 Nm, ce qui est faible vis-à-vis des dimensions du dispositif (disque de 12 cm de diamètre).

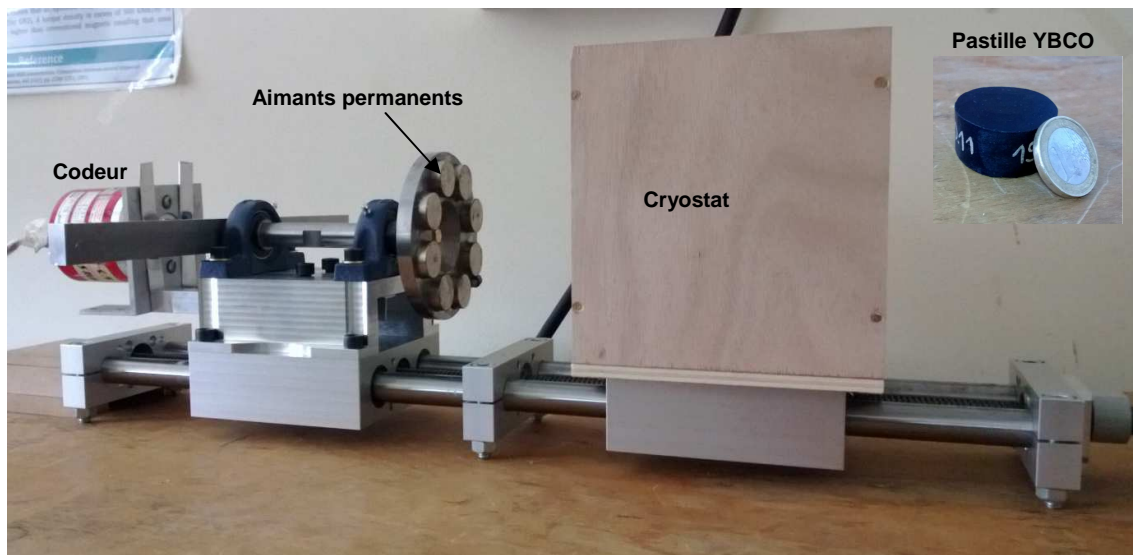


Figure 4.14 : Accouplement magnétique à flux axial à base de pastilles YBCO.

La deuxième possibilité consiste à refroidir les pastilles sous champ magnétique en les plaçant en face des aimants et le plus près possible. Au moment du refroidissement, les pastilles "piègent" le champ magnétique auquel elles sont soumises. Elles en gardent une image par l'intermédiaire des courants induits qui prennent naissance à l'intérieur de la pastille au moment du refroidissement. On a alors créé des aimants supraconducteurs. On éloigne ensuite les deux parties de 2 mm pour créer un entrefer et on mesure le couple avec le bras de levier. Dans ces conditions, le couple maximal vaut 16 Nm, soit 4 fois plus que pour l'expérience précédente. Cependant, cette valeur reste encore faible par rapport au couple que l'on peut obtenir avec un dispositif de même dimension composé uniquement d'aimants permanents en NdFeB [LUB 12]. Ce type de dispositif n'est pas nouveau [ISH 93], [TIX 96] mais il permet de mettre en évidence bien des phénomènes relatifs à la supraconductivité. Nous l'utilisons régulièrement pour des démonstrations auprès des étudiants.

Au niveau de l'équipe du GREEN, des études sont menées sur l'utilisation des pastilles supraconductrices pour réaliser des aimants supraconducteurs à fort champ rémanent [BER 07], [GON 15]. Des études ont montré que l'on pouvait obtenir des aimants pouvant atteindre 17 T mais dans des conditions idéales [TOM 03]. Les pastilles supraconductrices sont aimantées en appliquant une impulsion de champ magnétique de grande amplitude. Cette impulsion de champ est obtenue à l'aide d'une décharge de condensateurs dans une bobine (Pulsed Field Magnetization). Une partie de ce champ est alors piégée dans la pastille du fait des courants induits qui prennent naissance pendant l'impulsion de champ. Les développements concernant cette technologie n'en sont qu'à leurs débuts, en particulier pour les actionneurs électromécaniques pour lesquels les contraintes sur l'aimantation des pastilles peuvent être fortes (champs variables appliqués, vibrations...). Cependant, des machines synchrones à aimants supraconducteurs commencent à voir le jour [QIU 05].

#### **b) Utilisation de bobines supraconductrices HT<sub>c</sub>**

Nous avons également étudié et réalisé un accouplement magnétique à flux axial à partir de bobines supraconductrices en BSCCO et d'aimants permanents en NdFeB. Ces travaux ont été menés dans le cadre des thèses de L. Belguerras [BEL 14] et B. Dolisy [DOL 15]. Pour pouvoir dimensionner l'accouplement magnétique et déterminer le courant de

fonctionnement des bobines supraconductrices, un modèle analytique en 3D a été développé par B. Dolisy. Je présente dans la suite la démarche suivie pour développer ce modèle.

La figure 4.15 représente l'accouplement à flux axial supraconducteur. Une partie est composée d'aimants permanents, l'autre de bobinages supraconducteurs en BSCCO de forme rectangulaire. Les bobinages et les aimants permanents sont montés sur des disques ferromagnétiques sans encoche. Un modèle analytique 3D au rayon moyen a été développé (géométrie linéaire équivalente). Ce modèle permet de tenir compte des effets de bords mais néglige les effets de courbure. Comme nous l'avons indiqué dans le chapitre 3, cette hypothèse (modèle au rayon moyen) n'amène que très peu d'erreur sur le calcul du couple et évite d'avoir à manipuler des fonctions de Bessel qui apparaissent lors d'une résolution en 3D cylindrique.

La difficulté supplémentaire qui se présente ici par rapport aux modèles 3D que j'ai présentés dans le chapitre 3 est la présence des courants électriques dans les bobinages. Dans la littérature, on trouve très peu de modèles analytiques en 3D basés sur la méthode de séparation des variables qui prennent en compte des distributions volumiques de courant placées dans un environnement ferromagnétique [SME 11].

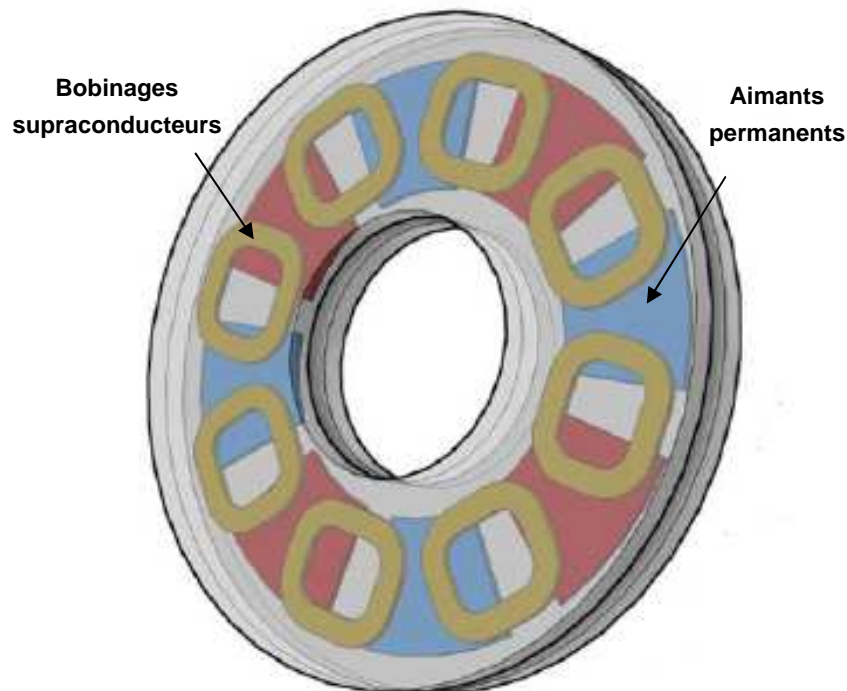


Figure 4.15 : Accouplement magnétique à flux axial à bobinage supraconducteur [DOL 15].

Pour résoudre ce problème, nous avons utilisé une formulation en potentiel scalaire magnétique dans les zones où les courants sont nuls (aimants et entrefer) et une formulation en potentiel vecteur magnétique dans la région des bobinages.

Ce problème présente une périodicité naturelle dans la direction azimutale de par la distribution des courants et des aimants. Ceci nous amène à poser des conditions d'anti-périodicité suivant cette direction. Les conditions de passage entre les différentes régions dans la direction axiale (bobinages – entrefer – aimants) permettent de déterminer les constantes d'intégration. Une des difficultés pour la résolution de ce problème réside dans le choix des conditions aux limites à imposer dans la direction radiale. Comme nous l'avons

expliqué dans le chapitre 3, la méthode consiste à tronquer le domaine d'étude suivant cette direction en imposant des frontières artificielles. Ces frontières artificielles doivent être suffisamment éloignées de la zone active pour ne pas perturber la distribution du champ dans cette zone. Cependant, il ne faut pas trop les éloigner sous peine d'avoir besoin d'un nombre important d'harmoniques pour représenter correctement les sources dans cette direction (aimants et courants). Il faut trouver un bon compromis et ce n'est pas toujours simple. Pour pouvoir résoudre le problème, nous avons imposé des conditions de paroi magnétique parfaite sur ces frontières artificielles. Ce choix permet d'aboutir à la forme la plus simple pour la solution générale des EDP dans la région des courants [DOL 15].

D'un point de vue mathématique, les bobinages doivent être représentés par une distribution volumique de courant. Cette distribution de courant doit être la plus représentative possible du bobinage qui est considéré ici de forme rectangulaire. Elle doit bien sûr respecter les équations de Maxwell, c'est à dire  $\text{div}\mathbf{J} = 0$ . Une fois que cette distribution est définie, on peut la décomposer sur la base des fonctions propres suivant les directions  $x$  et  $y$  du système de coordonnées cartésiennes (modèle linéaire au rayon moyen). On obtient alors un développement en double série de Fourier pour les composantes  $J_x(x,y)$  et  $J_y(x,y)$  de la densité de courant [DOL 15].

La figure 4.16 représente le module de la densité de courant dans le plan  $(x,y)$  en considérant une densité de courant unitaire ( $J = 1 \text{ A/mm}^2$ ). On constate sur cette figure la présence de pics de courant dans les coins de la bobine. Ces pics sont dus à la distribution que nous avons choisie pour  $J_x(x,y)$  et  $J_y(x,y)$  de manière à vérifier  $\text{div}\mathbf{J} = 0$ . Pour simplifier, nous avons opté pour une décroissance linéaire de la densité de courant aux extrémités de la bobine (suivant  $x$  et suivant  $y$ ). Nous avons constaté que ces pics de densité de courant, dont l'amplitude est faible, n'avaient aucune influence sur la valeur du couple [DOL 15]. L'expression mathématique de la composante de la densité de courant suivant  $x$  est donnée par l'équation 4.3. Les détails des calculs et les différents paramètres qui interviennent dans cette expression se trouvent dans [DOL 15]. L'expression de la composante de la densité de courant suivant  $y$  s'obtient directement à partir de (4.3) en appliquant  $\text{div}\mathbf{J} = 0$ .

$$J_x(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} J_{nmx} \cos(w_n x) \sin(w_m y) \quad (4.3)$$

$$\text{Avec} \quad J_{nmx} = \frac{16 J_{cui}}{n m \pi^2 w_n} \times \frac{1}{E p_c} \times [\cos(w_m l_{cy} + E p_c) - \cos(w_m l_{cy})] \\ \times [\cos(w_m l_{by_{ext}}) - \cos(w_m l_{by_{int}})]$$

Une fois le modèle développé, nous avons déterminé les expressions des grandeurs globales comme le couple et la force axiale. Les temps de calcul pour évaluer ces grandeurs sont incomparables par rapport à un modèle éléments finis 3D. On parle ici de quelques millisecondes comparées à quelques dizaines de minutes. Pour ce dispositif qui présente une topologie simple (absence d'encoche ferromagnétique), nous n'avons pas besoin d'inverser une matrice de grande dimension. Le calcul des constantes d'intégration se fait directement à la main une fois pour toute ou alors en utilisant un logiciel de calcul formel. De plus, le nombre d'harmoniques à considérer suivant chaque direction est faible, 3 à 4 au plus pour obtenir une très bonne précision sur le calcul du couple [DOL 15].

La figure 4.17, issue de [DOL 15], compare les résultats obtenus pour le couple statique entre le modèle analytique 3D au rayon moyen et un modèle éléments finis 3D qui tient compte de la topologie réelle de l'accouplement (géométrie cylindrique). L'erreur est quasiment nulle. Nous avons constaté que l'erreur reste faible même pour une large variation des paramètres géométriques de l'accouplement [DOL 15].

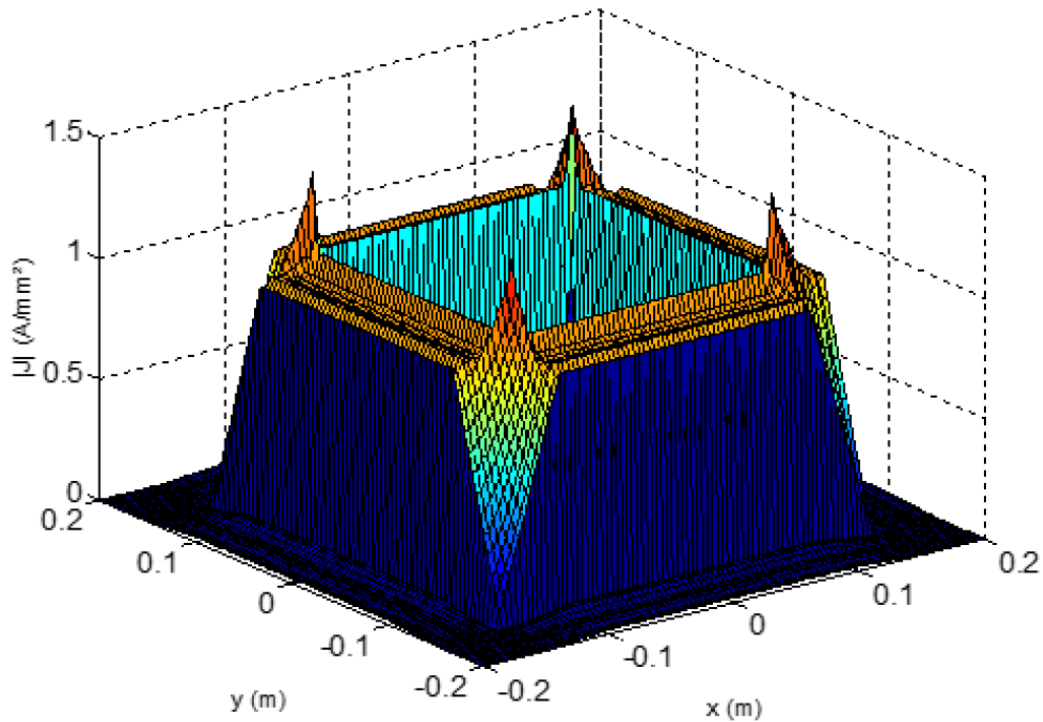


Figure 4.16 : Distribution de la densité de courant source pour un bobinage rectangulaire ; modèle analytique.

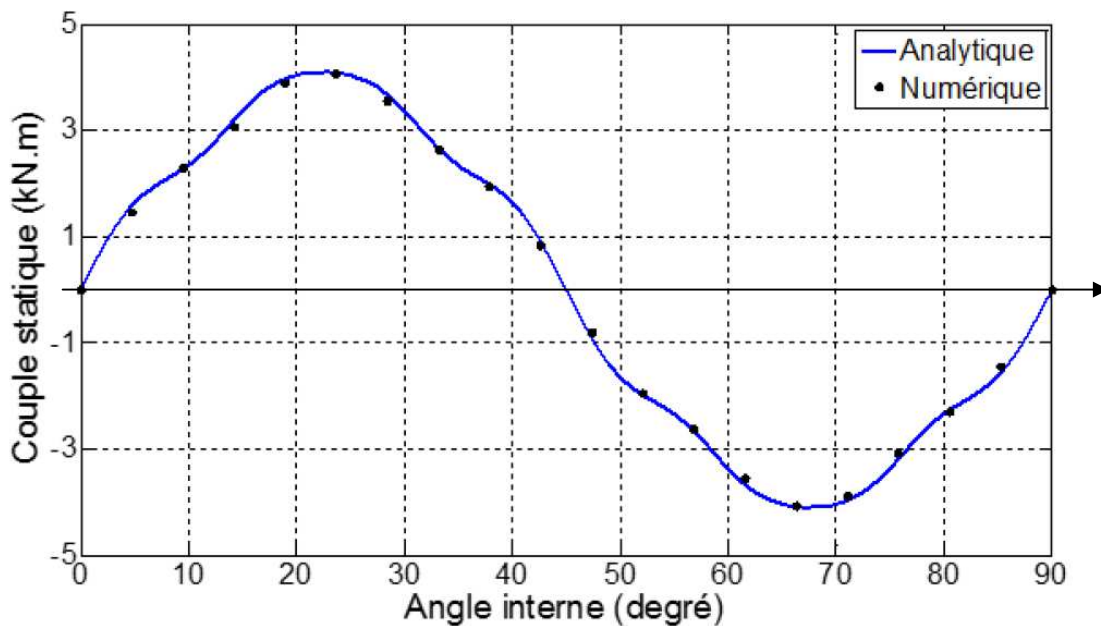


Figure 4.17 : Validation du modèle analytique pour le calcul du couple statique.

Ce modèle analytique 3D a été utilisé pour optimiser les dimensions d'un accouplement supraconducteur associé à un moteur synchrone de 5 MW–100 tr/mn également supraconducteur (inducteur) en considérant un refroidissement de l'ensemble à 30 K. Encore ici, l'outil d'optimisation NSGA-II (algorithme génétique) disponible sur Matlab a été utilisé en lien avec le modèle analytique. Les détails du dimensionnement (moteur + accouplement

magnétique) se trouvent dans la thèse de B. Dolisy [DOL 15] et ne seront pas repris ici. Grâce à l'utilisation des supraconducteurs, nous avons obtenu un couple volumique (en considérant uniquement les parties actives) deux à trois fois plus important (environ  $150 \text{ kNm/m}^3$ ) que celui d'une machine synchrone à flux axial à aimants permanents ayant les mêmes caractéristiques [DUB 00]. Ce résultat doit toutefois être nuancé par la longueur de fils supraconducteurs nécessaire à la réalisation du moteur et de l'accouplement magnétique qui amène à une solution très coûteuse avec les fils HT<sub>c</sub> actuellement disponibles sur le marché. Les performances de la machine optimisée ont été confirmées par un modèle non linéaire par éléments finis en 3D cylindrique. L'erreur sur le calcul du couple reste inférieure à 7%.

Ce modèle analytique 3D permet également de déterminer le courant de fonctionnement des bobines supraconductrices avec une très bonne précision. La méthode à suivre est la même que celle présentée pour l'accouplement supraconducteur à flux radial. Elle repose sur la loi en puissance (4.1) et le modèle de Kim-Anderson (4.2) pour prendre en compte les effets du champ magnétique appliqué sur les fils supraconducteurs. Avec le modèle analytique 3D, on dispose d'un outil efficace pour calculer très rapidement la répartition du champ magnétique dans la bobine. Le fil supraconducteur considéré pour cette étude est le même que celui utilisé pour l'accouplement à flux radial (BSCCO de Sumitomo).

La figure 4.18 représente les résultats des calculs effectués par B. Dolisy pour déterminer le courant de fonctionnement des bobinages supraconducteurs placés dans le moteur à flux axial (inducteur). On constate que le courant de fonctionnement vaut 33 A à 77 K, ce qui correspond à une diminution importante par rapport au ruban BSCCO utilisé seul à 77 K ou le courant critique vaut 190 A. Pour retrouver ce niveau de courant dans la configuration du moteur supraconducteur, il faut refroidir le fil à 30 K comme le montre la figure 4.18, ce qui demande un autre environnement cryogénique que celui nécessaire pour un refroidissement à 77 K (Cryocooler). Un refroidissement à 30 K avec la même topologie et les mêmes dimensions géométriques pour le moteur supraconducteur permet d'obtenir un couple maximal 6 fois plus élevé qu'avec un refroidissement à 77 K !

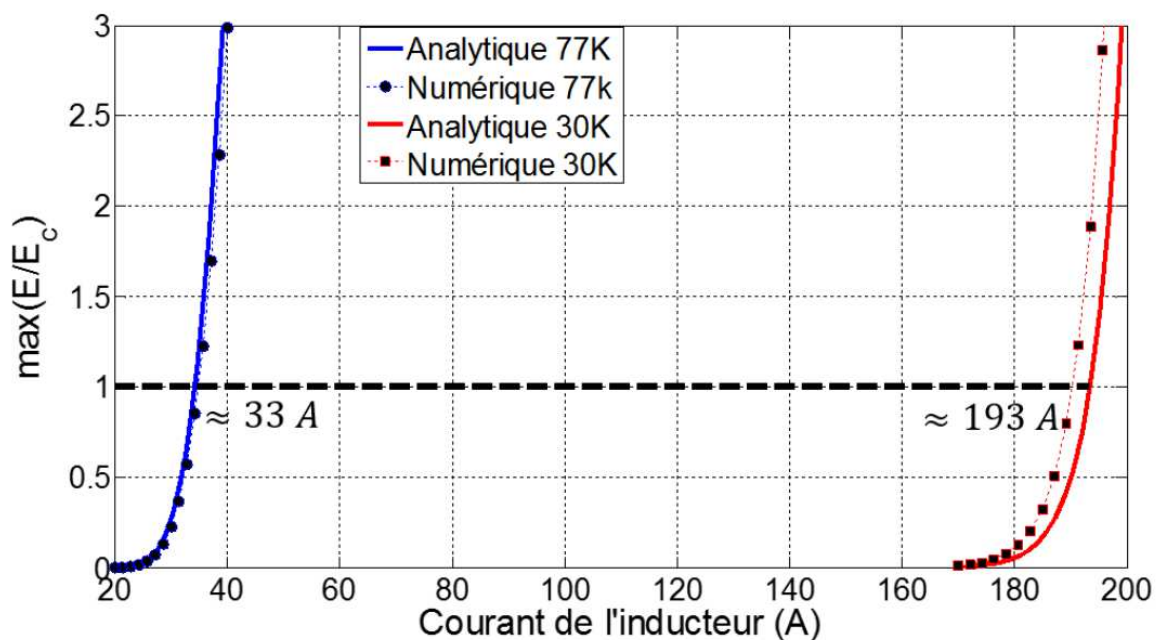


Figure 4.18 : Calcul du courant de fonctionnement des bobinages supraconducteurs à 77 K et 30 K.



Les résultats issus du modèle analytique 3D ont été comparés à ceux obtenus à partir d'un modèle éléments finis 3D tenant compte de la forme réelle des bobines. On constate sur la figure 4.18 que les deux modèles donnent pratiquement les mêmes courants de fonctionnement mais avec des temps de calcul très différents : moins d'une seconde sont nécessaires pour calculer le courant de fonctionnement avec le modèle analytique 3D alors que le modèle éléments finis 3D nécessite quelques heures.

L. Belguerras et B. Dolisy ont développé chacun dans leur thèse un prototype d'accouplement magnétique mettant en œuvre des bobinages supraconducteurs HT<sub>c</sub> de type BSCCO. La figure 4.19 montre 4 bobines réalisées à partir de ruban en BSCCO. Ces bobines sont placées sur un disque ferromagnétique. Le développement de ces prototypes nous a beaucoup appris sur la fabrication, la mise en œuvre, et la caractérisation de ce type de bobines. Ces travaux ont permis au GREEN d'effectuer un saut important dans la maîtrise de cette technologie même si beaucoup d'étapes restent encore à franchir. J'en parlerai dans le chapitre sur les perspectives.



Figure 4.19 : Bobines en BSCCO placées sur un disque ferromagnétique [DOL 15].

### 4.3 Machines à barrières de flux

Nous avons mis à profit les propriétés d'écrantage des pastilles supraconductrices pour étudier de nouvelles topologies de machines électriques. Lorsqu'une pastille est refroidie hors champ, elle se comporte comme un écran magnétique quasi parfait. La figure 4.20 représente le cas idéalisé d'une pastille parfaite où toutes les lignes de champ sont expulsées. Dans la réalité, les lignes de champ pénètrent dans la pastille sur une très faible épaisseur où les courants induits existent. L'épaisseur de pénétration du champ dépend de la qualité de la pastille (courant critique), de la température de refroidissement, et de la valeur du champ magnétique appliqué.

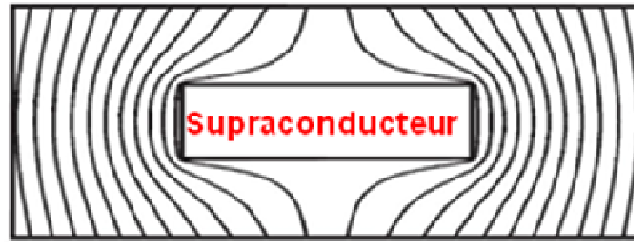


Figure 4.20. Effet d'écran obtenu avec une pastille supraconductrice refroidie hors champ.

### 4.3.1 Inducteur à modulation de flux

Une première structure d'inducteur supraconducteur reposant sur le principe de l'écrantage du champ magnétique par des pastilles supraconductrices a été étudiée et réalisée au GREEN pendant les travaux de thèse de P. Masson et E. Aïlam [MAS 02], [AIL 06]. La figure 4.21 donne le schéma de principe de l'inducteur. Cet inducteur comporte deux solénoïdes supraconducteurs qui sont alimentés par des courants en oppositions. La mise en place de 4 pastilles supraconductrices HT<sub>c</sub> faisant office d'écrans magnétiques permet d'obtenir une modulation du champ magnétique dans l'entrefer. Le champ dans l'entrefer peut atteindre plusieurs Tesla grâce à l'utilisation de bobines supraconductrices et à l'effet de concentration du champ magnétique entre deux pastilles. La figure 4.22 montre le prototype réalisé au GREEN par P. Masson. Les solénoïdes ont été réalisés avec du fil supraconducteur à basse température critique en NbTi. Pour les écrans magnétiques, des pastilles en YBCO ont été utilisées. L'ensemble a été refroidi à la température de l'hélium liquide. Les résultats expérimentaux, en particulier la mesure de l'induction magnétique à la surface des pastilles et entre deux pastilles (figure 4.23), ont démontré la faisabilité de ce système [AIL 06] et ont permis de valider les modèles.

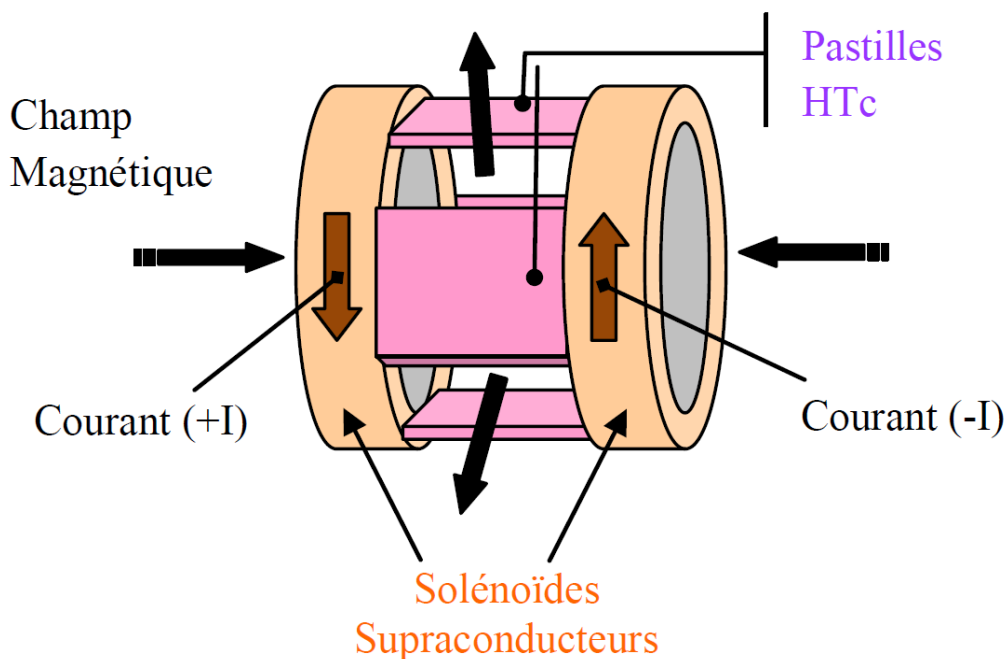


Figure 4.21 : Schéma de principe d'un inducteur supraconducteur à modulation de flux.

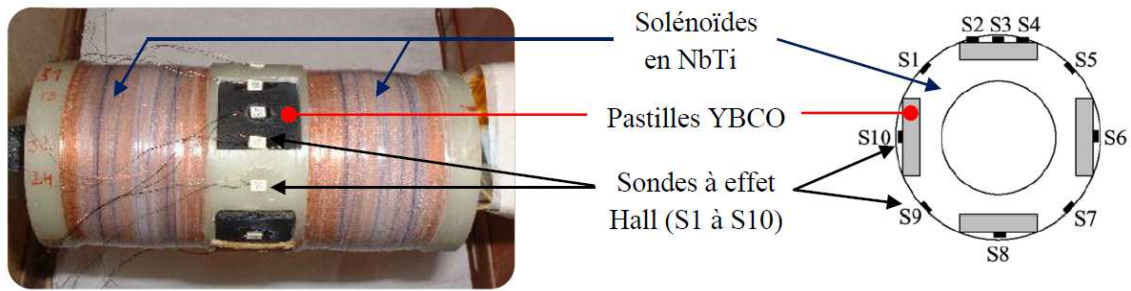


Figure 4.22 : Inducteur à modulation de flux ; prototype réalisé et sondes de mesure du champ [MAS 02].

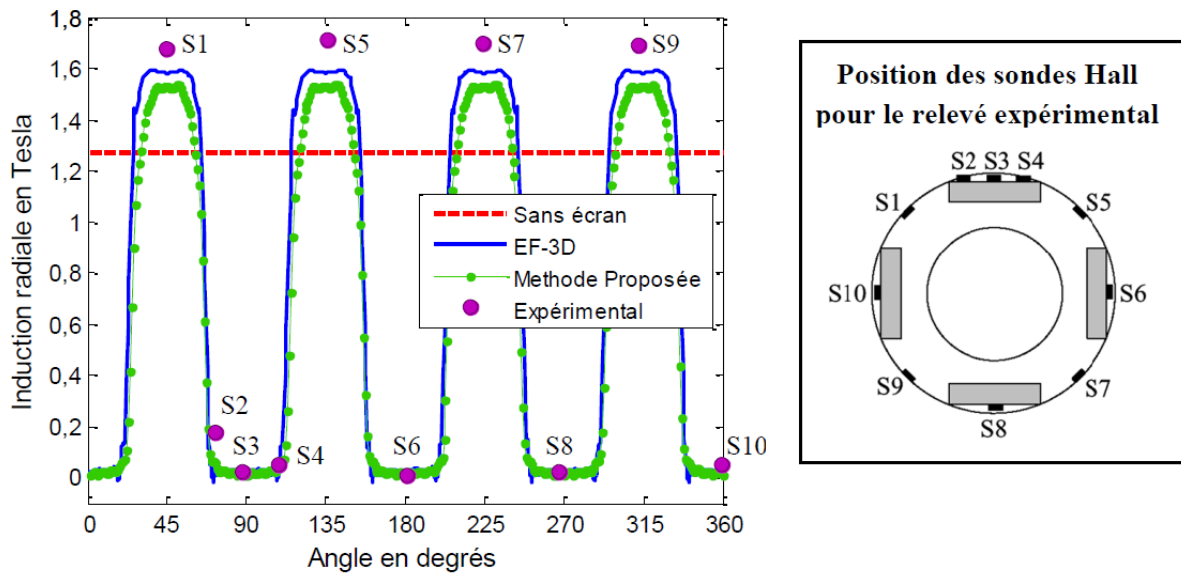


Figure 4.23 : Comparaisons entre les calculs et la mesure de l'induction magnétique au niveau des sondes à effet Hall.

Dans [MAS 02], une modélisation numérique 3D de cet inducteur a permis de prévoir avec une bonne précision le taux de concentration du champ entre les pastilles. La difficulté ici consiste à modéliser les pastilles supraconductrices. Le problème est purement 3D et une modélisation numérique prenant en compte la loi de comportement fortement non linéaire des supraconducteurs (4.1) reste difficile. Pour simplifier l'étude, les pastilles ont été considérées comme des écrans magnétiques parfaits. D'un point de vue modélisation, elles ne sont représentées que par des conditions aux limites de type paroi diamagnétique parfaite ( $\mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = 0$ ) et le champ n'est pas calculé à l'intérieur des pastilles. Cette hypothèse est d'autant plus réaliste que la température de refroidissement est basse. Les structures que nous avons étudiées jusqu'à présent sont refroidies à 4.2 K, ce qui justifie l'emploi de ce modèle.

G. Malé a poursuivi l'étude de cette topologie en développant pendant sa thèse un modèle semi-analytique. Comme la topologie de l'inducteur est purement 3D, la modélisation analytique n'est pas simple. Une simplification 2D a été nécessaire. Notre objectif était de disposer d'un modèle capable de prévoir les variations de l'induction radiale sur un contour de rayon  $R_e$ , situé dans l'entrefer et positionné au milieu des pastilles dans la direction axiale.

Le calcul de l'induction radiale dans l'entrefer se fait alors en trois étapes [MAL 12] :

- Une première étape consiste à calculer l'induction magnétique radiale créée par les deux solénoïdes placés seuls dans l'espace. Cette induction est notée dans la suite  $B_{r\_source}(R_e)$ . On trouve dans la littérature des formules analytiques qui permettent de calculer le champ produit par un solénoïde placé seul dans l'espace [DUR 68].

- Dans la deuxième étape, nous utilisons une fonction de modulation  $\lambda_r(R_e, \theta)$  résultant de l'introduction des écrans supraconducteurs. Cette fonction de modulation est définie dans le plan de coupe au milieu de l'inducteur et à un rayon  $R_e$  situé à une certaine distance des écrans. Le calcul de la fonction de modulation représente l'originalité du modèle proposé par G. Malé. Je donne quelques précisions sur son développement dans la suite.

- Enfin, la distribution de l'induction radiale dans l'entrefer est obtenue en multipliant l'induction magnétique radiale créée par les solénoïdes seuls par la fonction de modulation :

$$B_r(R_e, \theta) = B_{r\_source}(R_e) \times \lambda_r(R_e, \theta) \quad (4.4)$$

Pour déterminer la fonction de modulation  $\lambda_r(R_e, \theta)$ , le problème 2D représenté sur la figure 4.24 a été résolu analytiquement. Il s'agit d'un modèle comportant plusieurs régions régies par des EDP linéaires et pour lesquelles les conditions aux limites sont simples. Nous supposons que la fonction de modulation est indépendante de la source. Par conséquent, un champ source à répartition sinusoïdale correspondant à une nappe de courant est imposé au rayon  $R_{hs}$ . Pour calculer la fonction de modulation, la méthode consiste à déterminer l'expression mathématique de l'induction radiale en  $r = R_e$  sans les écrans et avec les écrans et de faire ensuite le rapport entre ces deux expressions. Le calcul analytique du champ radial sans les écrans ne présente pas de difficulté. La mise en place des écrans complique les choses.

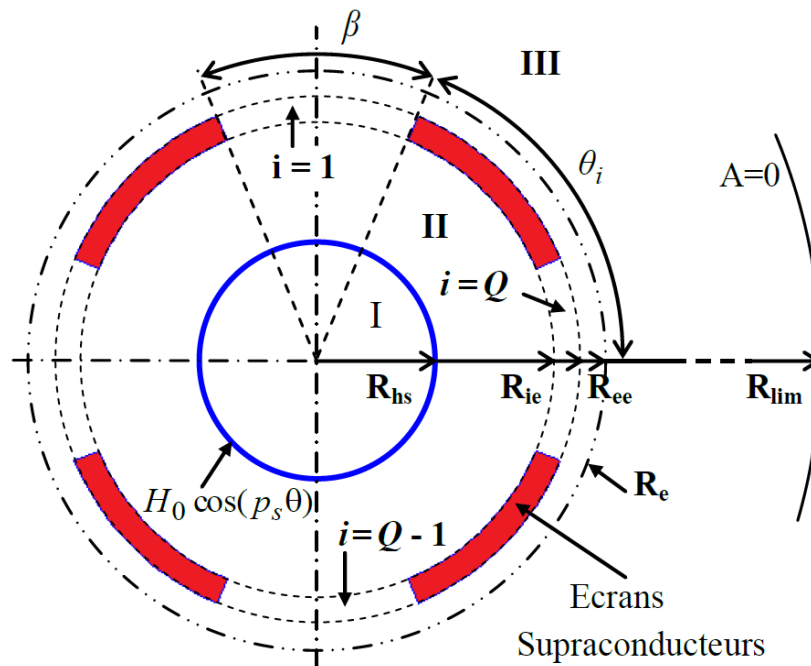


Figure 4.24 : Modèle 2D pour le calcul de la fonction de modulation  $\lambda_r(R_e, \theta)$ .

La méthode présentée dans le chapitre 3 a été suivie par G. Malé pour résoudre le problème avec écran. Le modèle de la figure 4.24 se rapproche beaucoup de celui du réducteur magnétique présenté sur la figure 3.13. La différence entre les deux modèles vient du type de matériau qui assure la modulation du champ. Pour le réducteur magnétique, il s'agit de pièces ferromagnétiques que nous avons considérées comme des parois magnétiques parfaites. Pour l'inducteur à modulation de flux, il s'agit de pièces supraconductrices que nous considérons comme des parois diamagnétiques parfaites. Si nous conservons une formulation en potentiel vecteur magnétique, la différence entre les deux modèles vient des conditions aux limites à imposer sur les parois des matériaux qui deviennent des conditions de Dirichlet homogènes pour les écrans supraconducteurs.

L'expression de la fonction de modulation se trouve dans [MAL 12]. Une fois cette expression établie, on peut l'utiliser dans le problème original en utilisant la relation (4.4). Les résultats du calcul de l'induction magnétique obtenus avec le modèle semi-analytique proposé par G. Malé sont donnés sur la figure 4.23 (méthode proposée). Ces résultats sont comparés à l'expérience et à ceux obtenus avec un modèle numérique 3D. Le calcul de l'induction radiale au milieu des pastilles (suivant l'axe  $z$ ) est tout à fait acceptable et le calcul est très rapide comparé au modèle numérique 3D.

L'objectif était ensuite de voir si cette fonction de modulation pouvait être utilisée sans trop d'erreurs pour déterminer la distribution de l'induction radiale le long de la longueur utile de l'inducteur. G. Malé a montré dans sa thèse que les résultats restent acceptables à partir du moment où le rayon choisi pour faire le calcul n'est pas trop éloigné des pastilles supraconductrices. Si ce rayon augmente, on constate une erreur de plus en plus importante, en particulier sur les bords des pastilles et un modèle numérique 3D est alors indispensable. La connaissance de la distribution de l'induction radiale suivant  $z$  et  $\theta$  pour un rayon donné permet de calculer le flux sous un pôle et d'en déduire les performances de la machine. Cet outil de dimensionnement nous a permis d'étudier l'influence des paramètres géométriques sur les performances de cet inducteur (taille des solénoïdes et des pastilles, rayon d'entrefer...). Un des objectifs de la thèse de G. Malé était d'étudier l'intérêt de cette topologie pour des machines de fortes puissances.

La taille des pastilles étant limitée pour des raisons technologiques (dimensions maximales d'environ 15 cm), G. Malé a montré dans ses travaux qu'il était possible d'associer plusieurs petites pastilles en YBCO pour créer des écrans magnétiques de grandes dimensions. Cependant, l'existence d'interstices entre les pastilles est à l'origine de fuites magnétiques importantes avec des valeurs de champs élevées. La réalisation d'un écran en damier sur 2 couches a été nécessaire pour limiter ces fuites. Les résultats de mesure ont confirmé la stratégie adoptée. Les résultats relatifs à cette étude sont publiés dans [R24].

Les études sur cette topologie se poursuivent dans le cadre du projet ANR RESUM (Réalisation d'un moteur supraconducteur, 2014-2017) porté par le professeur J. Lévêque et auquel je participe. Une thèse CIFRE, en association avec le groupe SAFRAN et dont j'assurerai le co-encadrement, doit débuter en décembre 2015 sur ce sujet (perspectives).

### **4.3.2 Inducteur à pans coupés**

Pour l'inducteur à modulation de flux de la figure 4.21, l'induction magnétique dans l'entrefer présente une valeur moyenne non nulle (figure 4.23). Cette valeur moyenne ne participe pas au transfert d'énergie et peut avoir des effets néfastes (efforts radiaux importants au niveau du stator et saturation de la culasse ferromagnétique). Pour éviter cet inconvénient, une autre topologie d'inducteur a été imaginée au laboratoire et a donné lieu à un brevet [LEV 09]. Il s'agit d'un inducteur à pans coupés supraconducteur représenté sur la figure 4.25. Cette topologie découle des machines à griffes plus classiques [BAR 95].

Comme le montre la figure 4.25, L'inducteur comporte toujours deux solénoïdes qui sont maintenant alimentés par des courants ayant la même direction. Le champ magnétique est dévié dans l'entrefer par l'intermédiaire d'une pastille supraconductrice positionnée au milieu des bobines et présentant une certaine inclinaison. Cette pastille joue le rôle d'un écran magnétique. La distribution du champ dans l'entrefer est alors alternative et présente deux pôles. Un induit classique est positionné sur la longueur utile de la machine correspondant à l'inclinaison de la pastille. Les lignes de retour du flux sont complexes et traversent une grande partie d'air. Cependant, les bobinages supraconducteurs qui génèrent de fort champ magnétique sans perte nous permettent ce type de topologie.

Cette structure de machine a tout d'abord été étudiée pendant la thèse de R. Moulin [MOU 10] qui a développé un modèle numérique 3D pour déterminer la distribution du champ dans l'entrefer. Un prototype de petite dimension a été réalisé par R. Alhasan pendant sa thèse [ALH 15]. Les essais réalisés sur ce prototype ont permis de valider le principe de fonctionnement et de mettre en avant les avantages et les inconvénients de cette structure. J'ai bénéficié du soutien de la région Lorraine en 2011 (40 k€) pour réaliser ce prototype.

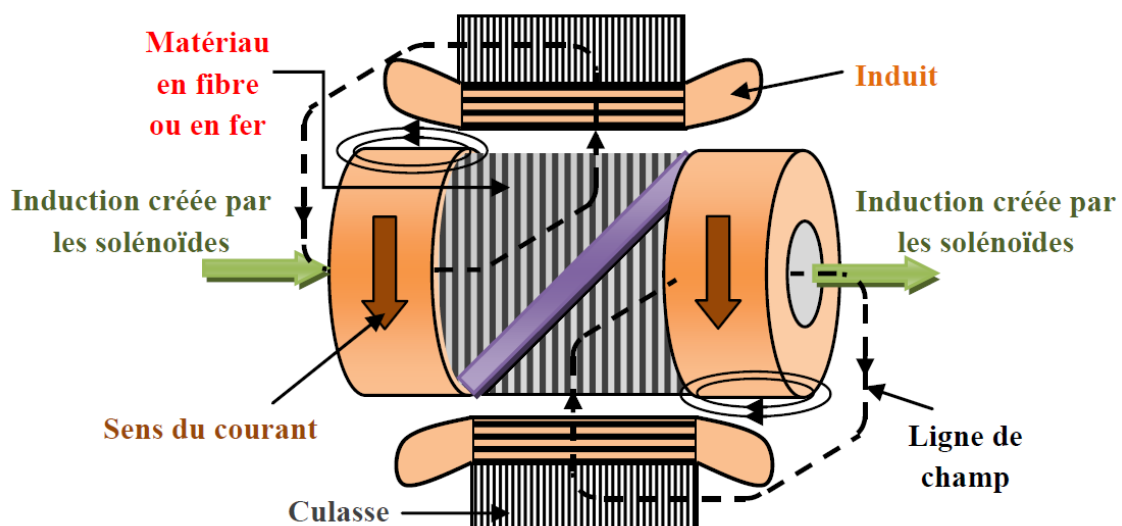


Figure 4.25 : Machine supraconductrice à pans coupés.

Pour l'analyse de cette structure purement 3D, seule une modélisation numérique est possible. La difficulté vient du choix du modèle à utiliser pour représenter la pastille supraconductrice. Pour avoir une idée des capacités d'écrantage de la pastille, le modèle de la loi en puissance s'avère nécessaire. Cependant, les choses ne sont pas simples. Tout d'abord, le modèle est fortement non linéaire. L'exposant de la loi en puissance (4.1) peut prendre des valeurs très élevées ( $n > 50$ ) pour un refroidissement à l'hélium liquide et la résolution par éléments finis n'est pas garantie dans ce cas. De plus, la simulation doit être effectuée en pas à pas dans le temps pour tenir compte de la montée du champ au niveau de la pastille et en déduire la répartition des courants induits dans celle-ci. Les temps de simulation sont alors très importants. La modélisation est multi-physique car il faut prendre en compte les effets de la température qui apparaissent dans la loi en puissance (4.1). Enfin, il faut avoir une bonne connaissance des paramètres de la pastille (caractérisation), en particulier la valeur de son courant critique et de sa dépendance vis-à-vis du champ appliqué.

Le calcul de la distribution des courants induits dans une pastille supraconductrice en 3D est un problème très complexe. Les études sur ce sujet n'en sont qu'à leurs débuts et sortent du cadre de ce mémoire. Des résultats commencent à être publiés dans la littérature [KAM 14], [PRA 15].

Notre objectif n'était pas de déterminer la distribution des courants dans la pastille mais d'avoir une idée des possibilités offertes par cette topologie d'inducteur en termes de distribution du champ magnétique dans l'entrefer. Par conséquent, nous avons fait le choix de considérer la pastille comme un écran parfait. Sachant que cette pastille est refroidie à l'hélium liquide et que le niveau de champ dans l'entrefer vaut environ 2 T, cette hypothèse est acceptable.

La figure 4.26, issue de la thèse de R. Alhasan, montre la répartition de l'induction radiale obtenue par éléments finis 3D dans le plan  $(\theta, z)$  pour un rayon correspondant à l'alésage du stator. On obtient bien une machine à deux pôles. Cependant, la distribution du champ dans l'entrefer est très différente de celle obtenue pour une machine classique où le passage du pôle nord au pôle sud s'effectue d'une manière plus brutale pour une valeur de  $\theta$  donnée (ligne neutre). Ici, le passage est progressif et suit l'angle d'inclinaison de la pastille.

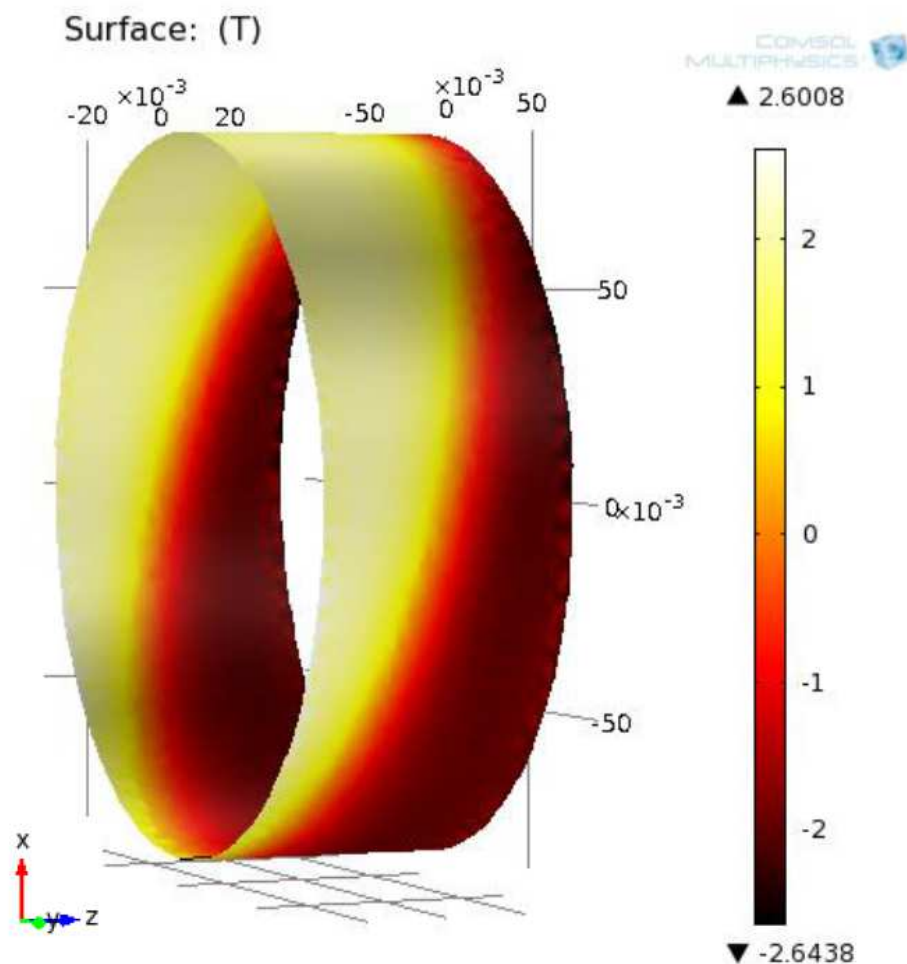


Figure 4.26 : Distribution de l'induction radiale dans le plan  $(\theta, z)$  au niveau du rayon d'alésage du stator.

Les photographies de la figure 4.27 montrent la réalisation de l'inducteur et de l'induit. Pour l'inducteur, on distingue les bobinages en NbTi placés sur des plots ferromagnétiques ainsi que la pastille supraconductrice en YBCO. Le diamètre de la pastille fait 15 cm, son épaisseur fait 1 cm. Cette pastille est située entre les deux plots ferromagnétiques avec un angle d'inclinaison d'environ 30°. L'inducteur complet fait 15 cm de haut et environ 12 cm de diamètre.

R. Alhasan a montré que l'utilisation de plots ferromagnétiques hyper saturés permet d'améliorer la distribution et la valeur de la composante radiale du champ dans l'entrefer [ALH 15], [R39], [R40]. Cependant, cela a pour effet d'augmenter fortement la masse de l'inducteur. Pour la réalisation de la machine, un induit triphasé classique a été utilisé comme le montre la figure 4.27. Cet induit comporte 48 encoches. Le bobinage est distribué et à pas diamétral. Le nombre d'encoches par pôle et par phase est suffisant pour obtenir un bon filtrage des harmoniques du champ créé par l'inducteur d'autant que l'entrefer est élevé. La longueur active de l'induit fait environ 5 cm.



Figure 4.27 : Inducteur et induit du prototype de la machine à pans coupés [ALH 15].

L'établissement expérimental de la carte de champ dans l'entrefer (distribution de l'induction radiale) pour un refroidissement à 77 K (azote liquide) a permis de valider les calculs 3D [ALH 15], en particulier l'hypothèse concernant la modélisation simple de la pastille supraconductrice. L'inducteur a ensuite été introduit dans un cryostat et refroidi à la température de l'hélium liquide. Nous avons choisi de faire tourner l'induit pour éviter de faire tourner le cryostat (inducteur fixe). Les essais complets de la machine en génératrice (essai à vide, essai en court-circuit et essai en charge) ont permis de valider le principe de fonctionnement de l'inducteur. La figure 4.28 donne les résultats de mesure des forces électromotrices pour une vitesse de 500 tr/mn et un courant de 97 A dans les bobines supraconductrices (soit environ 220 A/mm<sup>2</sup>). Ces forces électromotrices sont pratiquement sinusoïdales. Comme la machine n'a pas été optimisée, l'étude des performances n'a pas été menée mais ce travail reste à faire.



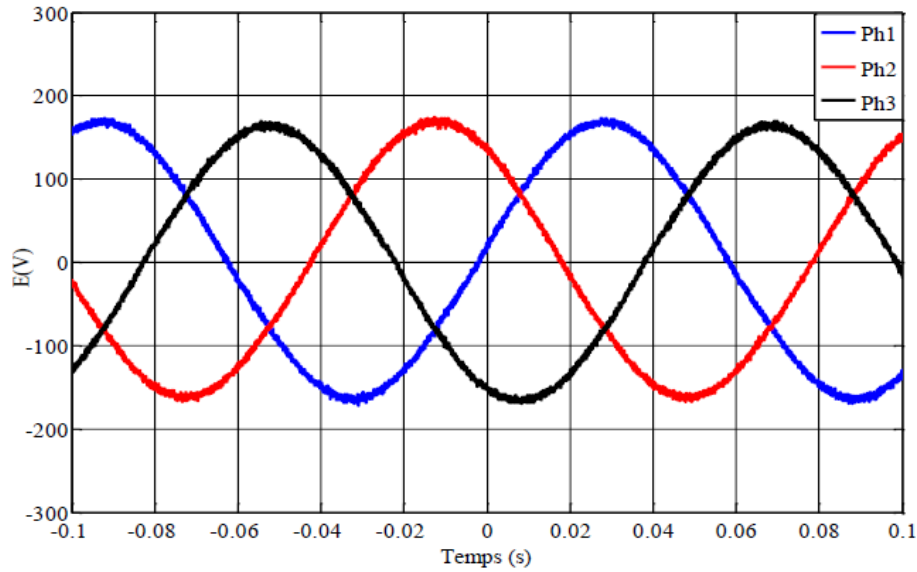


Figure 4.28 : Mesure des forces électromotrices pour un fonctionnement en génératrice à 500 tr/mn et  $J = 220 \text{ A/mm}^2$  dans l'inducteur.

## 4.4 Conclusion

Au cours de ce chapitre, j'ai donné un aperçu des travaux que nous avons réalisés ces dernières années au GREEN sur les applications des supraconducteurs en électrotechnique. Les résultats présentés reposent pour l'essentiel sur les travaux des doctorants et des étudiants de Master que j'ai encadrés. Ces travaux comportent un volet expérimental important. Cet aspect pratique du travail est fondamental, d'une part pour valider les modèles et d'autre part pour maîtriser cette technologie qui nécessite des moyens et des savoir-faire particuliers.

Pour garder une cohérence au document, j'ai mis en avant les outils de modélisation analytique que nous avons développés dans ce cadre. Ils ont montré tout leur intérêt pour le dimensionnement de ce type d'actionneurs, en particulier pour la détermination du courant de fonctionnement d'un bobinage supraconducteur lorsqu'il est plongé dans un environnement électrotechnique.

La réalisation de nombreux prototypes nous a montré la voie à suivre mais il reste du chemin à parcourir.

# Publications relatives aux actionneurs supraconducteurs

- [R5] T. Lubin, D. Netter, J. Lévêque and A. Rezzoug, "Induction heating of aluminium billet subjected to a strong rotating magnetic field produced by superconducting windings". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 45, N°5, pages 2118-2127, 10 pages, Mai 2009.
- [R10] G. Malé, T. Lubin, S. Mezani and J. Lévêque, "2D analytical modeling of a wholly superconducting synchronous reluctance motor". *Superconductor Science and Technology*, volume 24, N°3, page 1-13, 13 pages, Mars 2011.
- [R12] G Malé, S. Mezani, T. Lubin, J. Lévêque, "A fast analytical method to compute the radial flux density distribution in the airgap of a superconducting inductor". *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, volume 21, N°3 part 2, pages 1114-1118, 5 pages, Juin 2011.
- [R13] H. Bensaïdane, Y. Ouazir, T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Induction heating of aluminum billets with linear motion in a strong DC magnetic field: magneto-thermal analysis in 2D". *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, volume 21, N°4 pages 3479-3487, 8 pages, Août 2011.
- [R20] G Malé, T. Lubin, S. Mezani, J. Lévêque, "Analytical calculation of the flux density distribution in a superconducting reluctance machine with HTS bulk rotor". *Mathematics and Computers in Simulation, Elsevier*, volume 90, pages 230-243, 14 pages, Avril 2013.
- [R24] B. Douine, G Malé, T. Lubin, S. Mezani, J. Lévêque, K. Berger, "Improvement of YBCO superconducting magnetic shielding by using multiple bulks". *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, volume 27, N°4, pages 903-907, 5 pages, Avril 2014.
- [R28] L. Belguerras, L. Hadjout, S. Mezani, T. Lubin, and A. Rezzoug, "Study of a HTS magnetic coupler using analytical and numerical computations". *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, volume 24, N°6, pages 1-14, 14 pages, Décembre 2014.
- [R33] H. Bensaïdane, T. Lubin, S. Mezani, Y. Ouazir, and A. Rezzoug, "A new topology for induction heating system with PM excitation: electromagnetic model and experimental validations". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 51, N°10, 8002611, 12 pages, Octobre 2015.
- [R34] L. Belguerras, S. Mezani, T. Lubin, J. Lévêque, and A. Rezzoug "High temperature superconducting axial field magnetic coupler: realization and test". *Superconductor Science and Technology*, volume 28, N°9, 095003, 20 pages, Septembre 2015.
- [R39] R. Alhasan, T. Lubin, Z. M. Adilov, and J. Lévêque, "A new kind of superconducting motor," *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, volume 26, N°3, pages 5203604, 4 pages, Avril 2016.
- [R40] R. Alhasan, T. Lubin, B. Douine, Z. M. Adilov, and J. Lévêque, "Test of an original superconducting synchronous machine based on magnetic shielding," *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, volume 26, N°, 5204005, 4 pages, Juin 2016.
- [C12] S. Bendali, D. Laloy, N. Bellemain, S. Mezani, D. Netter, T.-C. Hoang, T. Lubin, B. Douine, "Measurements of AC losses in BiSCOO HTS coil," *EUCAS 2009, European Conference on Applied Superconductivity*, Dresde, Allemagne, 13-17 Septembre 2009.

- [C13] G. Malé, S. Mezani, T. Lubin, R. Moulin, J. Lévêque, A. Rezzoug, "A quick en efficient method to compute the radial flux density distribution in the air-gap of a superconducting inductor," *COMPUMAG 2009, 17<sup>th</sup> Conference on the Computation of Electromagnetic Fields*, Florianópolis, Brésil, 22-26 Novembre 2009.
- [C14] G. Malé, T. Lubin, S. Mezani, J. Lévêque, "A fast analytical method to compute the radial flux density distribution in the airgap of a superconducting inductor," *ASC 2010, Applied Superconductivity Conference*, Washington DC, USA, Août 2010.
- [C18] G. Malé, T. Lubin, K. Berger, S. Mezani, J. Lévêque, "Magnetic shielding performances of YBCO superconductors: applications to multiple bulks and thin films," *EUCAS-ISEC-ICMC 2011, Superconductivity Centennial Conference*, The Hague, Netherlands, 18-23 Septembre 2011.
- [C19] S. Mezani, G. Malé, T. Lubin, J. Lévêque, A. Rezzoug, "A new topology of superconducting magnetic coupling," *EUCAS-ISEC-ICMC 2011, Superconductivity Centennial Conference*, The Hague, Netherlands, 18-23 Septembre 2011.
- [C21] L. Belguerras, L. Hadjout, T. Lubin, S. Mezani, A. Rezzoug, "Analytical computation of flux concentration PM machines: study of the influence of the magnets shape", *ICEM (International Conference on Electrical Machines)*, Marseille, France, Septembre 2012.
- [C22] K. Berger, J. Leclerc, T. Lubin, S. Mezani, B. Douine, J. Lévêque, "Modeling of a 3D superconducting inductor structure using analytical formulae," *ASC 2012, Applied Superconductivity Conference*, Portland, USA, 7-12 Octobre 2012.
- [C26] R. Alhasan, T. Lubin, S. Mezani, J. Lévêque, "Study of a flux barrier topology for superconducting synchronous machine," *EUCAS 2013, European Conference on Applied Superconductivity*, Gênes, Italie, 15-19 Septembre 2013.
- [C28] R. Alhasan, T. Lubin, J. Lévêque, "Designing and building of an original superconducting synchronous motor," *ASC 2014, Applied Superconductivity Conference*, Charlotte, USA, 10-15 Août 2014.
- [C29] B. Dolisy, S. Mezani, T. Lubin, J. Lévêque, "Modeling and testing of a new kind of an axial HTS motor which includes a superconducting magnetic coupling for naval propulsion," *ASC 2014, Applied Superconductivity Conference*, Charlotte, USA, 10-15 Août 2014.
- [C31] R. Alhasan, T. Lubin, J. Lévêque, "Study and test of a new superconducting inductor structure for a synchronous machine," *CISTEM 2014, International Conference on Electrical Sciences and Technologies in Maghreb*, Tunis, Tunisie, 3-6 Novembre 2014.
- [C35] B. Dolisy, S. Mezani, T. Lubin, K. Berger, B. Douine, J. Lévêque, "Axial-field HTS machine with integrated magnetic coupling," *EUCAS 2015, European Conference on Applied Superconductivity*, Lyon, France, 6-10 Septembre 2015.
- [C37] R. Alhasan, T. Lubin, J. Lévêque, "A new kind of superconducting motor," *EUCAS 2015, European Conference on Applied Superconductivity*, Lyon, France, 6-10 Septembre 2015.
- [C38] R. Alhasan, T. Lubin, B. Douine, J. Lévêque, "Test of an Original superconducting synchronous machine based on magnetic shielding," *MT24, 24<sup>th</sup> International Conference on Magnet technology*, Seoul, Corée du Sud, 18-23 Octobre 2015.

## Bibliographie

- [AIL 06] E. H. Ailam, "Machine synchrone à plots supraconducteurs : Etude et réalisation", Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, GREEN, 2006.
- [ALH 15] R. Alhasan, "Etude et réalisation d'une nouvelle structure d'un moteur synchrone supraconducteur", Thèse de doctorat, Université de Lorraine, GREEN, 2015.
- [AME 97] N. Amemiya, K. Miyamoto, K. banno, and O. Tsukamoto, "Numerical analysis of AC losses in  $HT_c$  superconductors based on E-J characteristics represented with n-value," *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 7, no. 2, pp. 2110–2113, 1997.
- [BAI 98] J. Baixeras, *Les supraconducteurs*, Eyrolles, Paris, 1998.
- [BAR 95] G. Barakat, "Modélisation tridimensionnelle d'une machine synchrone rapide à griffes par la méthode des éléments finis", Thèse de doctorat, I.N.P de Grenoble, 1995.
- [BED 86] J. G. Bednorz, and K. A. Muller, "Possible high  $T_c$  superconductivity in the Ba-La-Cu-O system," *Z. Phys. B-Condensed Matter*, vol. 64, pp. 189–193, 1986.
- [BEL 14] L. Belguerras, "Etudes théoriques et expérimentales d'accouplements magnétiques supraconducteurs", Thèse de doctorat, Université de Lorraine, GREEN, 2014.
- [BEN 12] S. Bendali, "Dimensionnement d'un moteur supraconducteur  $HT_c$ ", Thèse de doctorat, Université de Lorraine, GREEN, 2012.
- [BEN 13] H. Bensaïdane, "Chauffage par induction avec un inducteur supraconducteur", Thèse de doctorat, USTHB, Alger, 2013.
- [BER 07] K. Berger, J. Leveque, D. Netter, B. Douine, et A. Rezzoug, "Influence of temperature and/or field dependences of the E-J power law on trapped magnetic field in bulk YBaCuO", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 17, no. 2, p. 3028-3031, 2007.
- [CAM 97] A. M. Campbell and D. A. Cardwell, "Bulk high temperature superconductors for magnet applications," *Cryogenics*, vol. 37, pp. 567–575, 1997.
- [CHE 13] B. Chelouf, "Etude et réalisation d'un accouplement magnétique supraconducteur à flux axial". Stage de Master I2E2I, Université de Lorraine, 2013.
- [DEB 02] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal et T. Meyarivan "A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II," *IEEE Trans. Evolution. Comput.*, Vol. 6, No 2, pp.182–197, 2002.
- [DOL 15] B. Dolisy, "Etude d'un moteur supraconducteur à flux axial avec une transmission magnétique supraconductrice intégrée", Thèse de doctorat, Université de Lorraine, GREEN, 2015.
- [DUB 00] M. R. Dubois, H. Polinder, and J. A. Ferreira, "Comparison of generator topologies for direct-drive wind turbines," *Proceedings of IEEE Nordic Workshop on Power and Industrial Electronics (Norpie 2000)*, p. 22-26, Aalborg, Denmark. 2000
- [DUR 68] E. Durand. *Magnétostatique*, Paris, France, Masson et Cie., 1968.
- [GON 15] B. Gony, K. Berger, B. Douine, M. R. Koblichka, and J. Leveque, "Improvement of the magnetization of a superconducting bulk using an iron core", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 25, no. 3, 8801005, 2015.

- [GOU 11] E. Gouda, "Transmission planétaire magnétique : étude, optimisation et réalisation", Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, Laboratoire GREEN, Juin 2011.
- [HUL 04] J. R. Hull, and M. Murakami, "Applications of bulk high-temperature Superconductors," *Proceeding of the IEEE*, vol. 92, no. 10, pp. 1705–1718, 2004.
- [ISH 93] H. Ishigaki, H. Ito, M. Itoh, R. Hida and R. Takahata, "Magnetic coupling by using levitation characteristics of YBCO superconductors," *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 3, no. 1, pp. 404- 407, March 1993.
- [KAM 14] A. Kameni, M. Boubekour, L. Alloui, F. Bouillault, J. Lambrechts, and C. Geuzaine, "A 3-D semi-implicit method for computing the current density in bulk superconductors," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 2, 7009204, 2014.
- [KIM 62] Y. Kim, C. Hempstead, and A. Strnad, "Critical persistent currents in hard superconductors," *Physical Review Letters*, vol. 9, no. 7, pp. 306–309, 1962.
- [KRA 06] G. Krabbes, et al., *High Temperature Superconductor Bulk Materials: Fundamentals, Processing, Properties Control, Application Aspect*, Wiley, New-York, 2006.
- [KUM 05] P. Kummeth, M. Franck, W. Nick, G. Nerowski, and H. W. Neumueller, "Development of synchronous machine with HTS rotor," *Physica C*, vol. 426, pp. 1358–1364, 2005.
- [KWO 08] W-S. Kwon, T-S. Moon, H-J. Park, Y-Ch. Kim, "Superconductivity rotor having torque tube, " *Brevet no US 0100158A1*, Washington, DC: U.S. Patent Application Publication. 2008.
- [LEC 12] J. Leclerc, K. Berger, B. Douine, and J. Leveque, "Enhancement of the E(J,B) power law characterization for superconducting wires from electrical measurements on a coil, " *IEEE Trans. Appl., Supercond*, vol. 22, no. 3, Jun. 2012.
- [LUB 12] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Simple analytical expressions for the force and torque of axial magnetic couplings". *IEEE Trans. Energ. Convers.*, volume 27, N°2, pp. 536-546, 11 pages, 2012.
- [MAL 12] G. Malé, "Etude d'une structure d'inducteur supraconducteur à modulation de champ magnétique", Thèse de doctorat, Université de Lorraine, GREEN, 2012.
- [MAS 02] P. Masson, "Étude d'écrans supraconducteurs à haute température critique massifs. Application à la réalisation d'une machine électrique de conception originale", Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, GREEN, 2002.
- [MOU 10] R. Moulin, "Dimensionnements et essais de moteurs supraconducteurs", Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, GREEN, 2010.
- [PAR 05] A. Parviainen, "Design of axial flux permanent magnet low-speed machine and performance comparison between radial-flux and axial-flux machines", Thèse de doctorat, Lappeenranta University of Technology, 2005.
- [PRA 15] S. Pratap, and C. Hearn, "3D Transient Modeling of Bulk High Temperature Superconducting Material in Passive Magnetic Bearing Applications," *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, to be published, 2015.
- [QIU 05] M. Qiu *et al.*, "Technical analysis on the application of HTS bulk in permanent magnet motor," *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 15, no. 2, pp. 3172–3175, 2005.

- [REZ 84] A. Rezzoug, A. Mailfert, et P. Manfe, "Cryogenic supersaturated synchronous machine optimization and first experiment results," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 20, no. 5, p. 1795-1797, Sept. 1984.
- [REZ 87] A. Rezzoug, "Machine synchrone à plots ferromagnétiques aimantés à saturation par une bobine supraconductrice : Aspects théoriques et expérimentaux", Thèse d'état, INPL, 1987.
- [SAN 05] M. Sander, "Cryo-permanent magnets—Geometry, magnetization and cost issues," *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 15, no. 2, pp. 1431–1434, 2005.
- [SME 11] J. P. C. Smeets, T. T. Overboom, J. W. Jansen, and E. Lomonova, "Three-dimensional magnetic field modeling for coupling calculation between air-cored rectangular coils," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 47, no. 10, pp. 2935–2938, 2011.
- [TIX 96] P. Tixador, P. Hiebel, and Y. Brunet, "Hybrid superconducting suspensions," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 32, no. 4, pp. 2578–2581, 1996.
- [TIX 03] P. Tixador, *Les matériaux supraconducteurs*. Hermès sciences, Paris, 2003.
- [TIX 04] P. Tixador, and Y. Brunet, "Supraconducteurs : Environnement et applications," *Techniques de l'ingénieur, D2703*, 2004.
- [TOM 03] M. Tomita and M. Murakami, "High-temperature superconductor bulk magnets that can trap magnetic fields of over 17 Tesla at 29 K," *Nature*, vol. 421, no. 6922, pp. 517-520, 2003.
- [VIN 00] E. Vinot, "Modélisation des supraconducteurs HTC – Application au calcul des pertes AC", Thèse de doctorat, INPG, Grenoble, 2000.
- [WIL 83] M. N. Wilson, *Superconducting magnets*, Oxford Science Publications, 1983.
- [WOL 04] Y. Wolfus, Y. Flegler, A. Friedman, F. Kopansky, B. Kalisky, Y. Yeshurun, Z. Bar-Haim, Z. Ron, L. Ying, N. Pundak, "Estimation of the critical current of BSCCO coils based on the field dependent I–V curves of BSCCO tapes," *Physica C*, vol. 401, pp. 222–226, 2004.



# Chapitre 5 : Bilan et perspectives

Dans ce dernier chapitre, je fais le bilan des travaux de recherche que j'ai menés depuis 10 ans. Ces travaux portent sur la modélisation analytique des convertisseurs électromécaniques classiques ou comportant des matériaux supraconducteurs. Ces modèles sont destinés à être utilisés pour la commande ou le dimensionnement des actionneurs. Ce bilan est suivi de quelques perspectives à moyen et long termes.

Les résultats présentés dans les chapitres précédents et dont je propose ici une synthèse sont le fruit d'un travail personnel et du travail effectué avec les doctorants dont j'ai assuré le co-encadrement ou que j'ai suivi de près. Je tiens à remercier, par ordre d'ancienneté, Tahar Hamiti (2009), Gaël Malé (2012), Hakim Bensaïdane (2013), Lamia Belguerras (2014), Rada Alhasan (2015) et Bastien Dolisy (2015).

## 5.1 Bilan du travail réalisé

Les travaux de recherche que j'ai menés depuis ma thèse ont bien sûr évolués mais ils ont comme point d'ancrage la modélisation analytique des actionneurs électromécaniques. J'ai commencé mon activité de recherche avec une vision plutôt "commande" pour les modèles des machines électriques pendant mes travaux de thèse [LUB 03] et pendant le co-encadrement de la thèse de T. Hamiti [HAM 09]. Mon objectif était alors de développer des modèles "circuits" pour les machines synchrones à réluctance variable en tenant compte de la saturation magnétique des matériaux et des harmoniques d'espace. Ces modèles nous ont permis d'établir des lois de commande, en particulier pour réduire les ondulations de couple [HAM 10]. Après mon recrutement comme maître de conférences, mon travail a évolué vers le développement de modèles analytiques de type "champ" en vue du dimensionnement des actionneurs classiques et supraconducteurs.

Cette double vision, commande et dimensionnement des machines électriques, me permet d'évoluer dans les deux mondes. C'est une chance car de nos jours, la démarche de conception d'une machine électrique peut difficilement se passer de la connaissance de son mode d'alimentation et de sa commande. Je compte bien utiliser cette double compétence dans l'avenir dans le cadre du développement de moteurs supraconducteurs. On trouve très peu d'études qui portent sur l'interaction entre l'électronique de puissance et les moteurs supraconducteurs. De la même façon, la commande des machines supraconductrices reste un domaine de recherche très peu exploré comme on le verra plus loin.

Au bout de ces 10 années de recherche, je pense avoir apporté quelques contributions sur la modélisation analytique des actionneurs électromécaniques. J'en fais le bilan dans la suite. Ce n'était pas gagné d'avance car il n'est pas facile d'innover dans ce domaine. La modélisation analytique des actionneurs fait l'objet de recherche depuis très longtemps,



pratiquement depuis l'invention des machines électriques. La quantité de travaux accumulés sur le sujet est très importante.

Si je fais un bilan rapide de mes publications, cela correspond à plus de 30 articles de revue publiés depuis 2010, essentiellement dans les revues IEEE du domaine (Magnetics, Energy Conversion, Industrial Electronics, Applied superconductivity). J'ai participé à l'encadrement et au suivi de cinq thèses qui ont été soutenues récemment au GREEN et à l'USTHB à Alger [MAL 12], [BEN 13], [BEL 14], [ALH 15], [DOL 15a]. Dans le cadre de ces thèses, nous avons développé des modèles analytiques en 2D et en 3D qui ont été utilisés pour optimiser la géométrie de différents types d'actionneurs : accouplements magnétiques, réducteurs magnétiques, dispositifs de chauffage par induction, moteurs supraconducteurs,....

J'ai participé à des journées thématiques dédiées à la modélisation analytique des machines électriques dans le cadre du GDR SEEDS. Ces journées ont été organisées par les collègues de l'ENS Cachan et de l'Université du Havre. Nous avons alors pu échanger sur nos pratiques respectives. En lien avec mes activités de recherche, j'ai mis en place depuis 2011 un cours de niveau Master à l'Université de Lorraine qui porte sur la résolution analytique des EDP en lien avec la modélisation des machines électriques.

La figure 5.1, issue du site Web of Sciences (30/10/2015), montre l'évolution des citations de mes travaux sur les dix dernières années. Sachant que mon premier papier sur la modélisation analytique des machines électriques a été publié en 2010 [LUB 10a], on constate sur cette figure que le nombre de citations augmente dès l'année suivante et que ce nombre est en constante progression. J'ai régulièrement des échanges essentiellement sous la forme de courriers électroniques avec de nombreux chercheurs de différents pays (très souvent des doctorants) mais également avec quelques industriels (Jeumont Electric, Renault, EOMYS, ...) qui s'intéressent aux modèles analytiques que je développe. Ceci me conforte dans ma démarche et dans mes choix.

Pour faire le bilan de mon travail, je vais retracer rapidement les étapes et la démarche que j'ai suivies pour développer ces modèles en m'appuyant sur les résultats qui me semblent les plus importants. Ce bilan sera suivi par quelques perspectives de recherche à moyen et long termes.

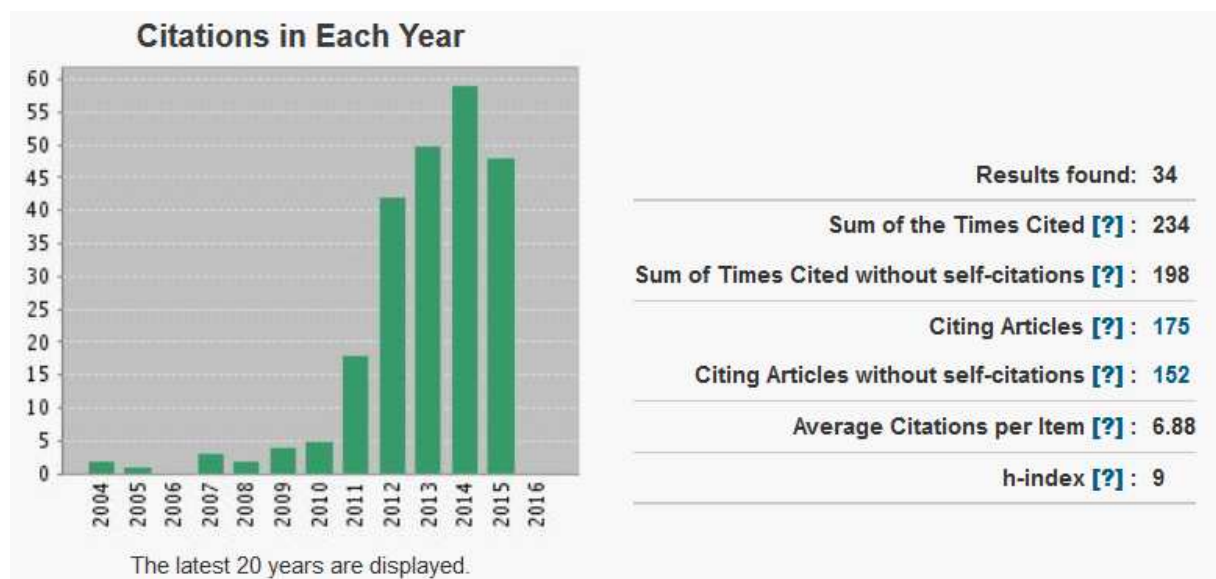


Figure 5.1 : Evolution des citations concernant mes travaux (Web of Sciences ; 30/10/2015).

### 5.1.1 Modèles analytiques 2D et 3D des actionneurs électriques

La modélisation analytique en 2D et en 3D des actionneurs électromécaniques a pour objectif de fournir des outils efficaces pour le dimensionnement de ces dispositifs. Cette approche apporte un bon compromis entre précision et temps de calcul permettant une utilisation de ces modèles dans un processus d'optimisation. Le développement de ce type de modèle est une activité qui nécessite un investissement en temps très important si on veut pouvoir innover dans ce domaine. Chaque modèle analytique constitue pratiquement un nouveau problème à résoudre. Ceci représente bien sûr un inconvénient en termes de temps de développement. Dans les perspectives, je discuterai de la nécessité de capitaliser ces modèles et je proposerai des pistes.

J'ai donc consacré une bonne partie de ces dix dernières années à développer des modèles analytiques pour différentes topologies de convertisseurs électromagnétiques. Avec l'expérience, j'ai acquis une certaine maîtrise qui me permet de voir plus rapidement la démarche à suivre et les hypothèses qu'il est nécessaire de faire pour aboutir à la solution d'un problème. J'ai exposé cette démarche dans le chapitre 3. Cette expérience me permet également d'évaluer l'intérêt de développer ou non un modèle analytique en 2D ou en 3D pour une application donnée sachant que le temps nécessaire peut être long.

Lancer un étudiant en thèse sur ce type de modélisation signifie une prise en main de la méthode qui nécessite quelques mois et il faut compter parfois plus d'une année pour espérer obtenir des résultats innovants, le pari peut-être risqué. Cependant, la démarche scientifique à suivre pour développer un modèle analytique est par nature très formative. L'expérience acquise au GREEN nous a montré qu'elle est toujours favorable à l'étudiant et qu'elle lui permet de prendre du recul pour évoluer, y compris dans l'utilisation d'outils numériques.

Je retrace dans la suite la démarche que j'ai suivie pour développer ces modèles et je rappelle les résultats les plus importants que nous avons obtenus. Je ne reviens pas sur les hypothèses sur lesquelles reposent ces modèles et qui fixent leurs limites. Elles ont été largement exposées et discutées dans le chapitre 3.

Le premier papier que nous avons publié en 2010 sur la modélisation analytique des actionneurs électriques présentait, en plus de l'apport scientifique, une dimension pédagogique importante [LUB 10a]. Notre objectif était d'expliquer le plus clairement possible la procédure à suivre pour intégrer les effets d'encoches dans la modélisation analytique 2D des machines électriques. De ce fait, nous avons choisi la structure la plus simple : une nappe de courant comme source de champ au niveau du stator et un rotor denté. Les éléments les plus importants de la méthode et les difficultés à surmonter ont alors été posés dans cet article. La présentation volontairement pédagogique de ce papier a été payante. C'est l'un de nos articles les plus cités (source : Web of Sciences).

Nous avons ensuite publié deux autres papiers en lien avec des applications. Le premier [LUB 10b] concerne le calcul du couple de détente dans une machine à aimants montés en surface. Ce modèle semi-analytique en 2D permet de calculer très rapidement les ondulations de couple avec une très bonne précision. Le nombre d'encoches par pôle et par phase peut-être fractionnaire. La deuxième étude [LUB 10c] porte sur le calcul analytique du couple d'un réducteur magnétique. L'originalité réside ici dans la recherche de l'expression du potentiel vecteur magnétique dans les encoches qui présentent une ouverture de chaque côté. De par sa rapidité d'exécution, ce modèle a été utilisé par E. Gouda dans sa thèse [GOU 11] pour définir la structure optimale d'un réducteur magnétique. Un prototype a été réalisé.

En 2011, nous publions un article [LUB 11] dans lequel nous présentons pour la première fois la démarche à suivre pour prendre en compte directement les isthmes d'encoches dans

la modélisation analytique 2D d'une machine synchrone à aimants permanents. Ce modèle permet de se rapprocher davantage des topologies réelles des machines électriques. On obtient alors une meilleure estimation du flux à vide, de la réaction magnétique d'induit et des ondulations de couple en charge. Par contre, la matrice topologique est de plus grande dimension du fait de la présence des isthmes (régions supplémentaires) et les temps de calcul sont un peu plus longs mais restent toujours bien inférieurs à ceux d'un modèle numérique 2D.

Pour compléter notre bibliothèque de modèles et pour aller encore plus loin dans la modélisation analytique des géométries complexes, nous avons prolongé les études aux machines synchrones à aimants insérés [LUB 12a] et aux machines à concentration de flux [BEL 12]. Les modèles sont plus complexes de par la présence des saillances magnétiques à la fois au stator et au rotor. Ils permettent par exemple de mettre en évidence le phénomène de réluctance variable sur le couple électromagnétique. Pour les aimants insérés, le problème dans les encoches où se trouvent les aimants fait apparaître des conditions aux frontières de type Neumann non homogènes si on adopte une formulation en potentiel vecteur magnétique. Nous avons montré qu'il fallait alors suivre une procédure particulière pour résoudre ce problème [LUB 12a]. En collaboration avec des collègues de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, nous avons étendu ces modèles aux machines à commutation de flux dont la topologie est encore plus complexe [BOU 13].

Nous disposons maintenant des outils nécessaires pour calculer les performances d'une machine synchrone à aimants permanents à flux radial ayant un stator encoché (avec ou sans isthme), et dont les aimants aux rotors peuvent être soit montés en surface, soit insérés, ou alors disposés pour obtenir une concentration du flux dans l'entrefer. Les modèles que nous avons développés sont assez génériques. Nous avons la possibilité de choisir le type de bobinage statorique (concentré ou distribué, en simple ou double couche), le nombre de phases, ainsi que le nombre d'encoches par pôle et par phase. Ce nombre peut être entier ou fractionnaire. L'ensemble des paramètres géométriques est paramétrable. Tous ces modèles se trouvent pour l'instant "éparpillés" soit dans mes propres travaux, soit dans le travail des doctorants. Un travail de synthèse et de capitalisation reste à faire pour rendre ces modèles accessibles au plus grand nombre.

A partir de 2012, je me suis intéressé aux accouplements magnétiques à flux axial de différents types : à aimants permanents, à induction, à réluctance variable. L'utilité pratique des accouplements magnétiques était pour moi secondaire même si elle a son importance. J'ai étudié ces dispositifs essentiellement pour me permettre de valider des méthodes de calcul analytique en 3D. Mon objectif était de prendre en compte les effets de bords qui ont une grande influence sur les performances des actionneurs discoïdes à flux axial. Nous avons montré dans nos travaux que l'hypothèse du développement au rayon moyen (machine linéaire équivalente) est souvent suffisante pour obtenir de bons résultats. Avec ce type de modèle, on néglige les effets de courbure. Cependant, ces effets sont souvent du second ordre lorsque le dispositif est bien construit [BAR 10]. Le travail de modélisation sur les accouplements magnétiques à aimants et à induction nous a permis d'aboutir à des formules explicites pour le couple électromagnétique. Ces formules font apparaître l'ensemble des paramètres physiques et géométriques. Certaines formules sont issues d'une modélisation analytique en 2D. Dans ce cas, il faut leur associer un coefficient de correction pour prendre en compte les effets de bords [LUB 12b], [LUB 15a]. D'autres formules, plus précises, ont été obtenues directement à partir d'un modèle analytique 3D [DOL 15b], [LUB 15b]. Ces formules ont ensuite été utilisées pour définir les dimensions optimales des accouplements en fonction des contraintes imposées (encombrement, masse, prix...). C'est dans le cadre de l'optimisation que ces formules analytiques trouvent toute leur utilité. N'étant pas moi-même spécialiste en optimisation, j'ai travaillé en collaboration avec des

collègues plus au fait de ces méthodes [FON 15]. Lorsque les modèles ont été développés dans le cadre d'une thèse, ce sont les étudiants qui ont couplé les modèles analytiques avec des algorithmes d'optimisation [GOU 11], [BEL 14], [DOL 15a]. A chaque fois, nous avons réalisé des prototypes pour valider les modèles à partir d'essais expérimentaux.

Le travail sur la modélisation analytique des actionneurs électromécaniques est loin d'être terminé. Comme je l'ai déjà dit, je veux pousser ces modèles jusqu'à leurs limites en 2D et en 3D, en magnétostatique et magnétodynamique. J'espère dans l'avenir pouvoir entraîner avec moi quelques étudiants et doctorants sur cet axe de recherche. Je propose quelques pistes à la fin de ce mémoire, en particulier sur la prise en compte des effets d'encoches en 3D qui reste une étape à franchir si l'on veut disposer de modèles analytiques très performants pour l'étude des machines électriques. On disposerait alors de modèles précis et rapides, sans aucune comparaison en termes de temps de calcul par rapport aux modèles numériques 3D.

## 5.1.2 Actionneurs supraconducteurs

Depuis 2002, trois prototypes de moteurs électriques mettant en œuvre des matériaux supraconducteurs ont été réalisés au GREEN. Un état de l'art récent sur les moteurs supraconducteurs se trouve dans [DOL 15a] et ne sera pas repris ici.

Le premier prototype, réalisé en 2002, est constitué d'un rotor à modulation de flux et d'un induit classique (voir les figures 4.21 et 4.22). Le principe de fonctionnement de ce moteur repose sur l'exploitation directe des propriétés d'écrantage du champ magnétique par des pastilles supraconductrices. L'écrantage magnétique permet d'obtenir une variation en  $\theta$  de l'induction radiale dans l'entrefer. L'induction est de forte valeur car elle est obtenue à partir de bobinages supraconducteurs (solénoïdes). Ce prototype a été réalisé dans le cadre des thèses de P. Masson et E. Aïlam [MAS 02], [AIL 06]. Des essais en génératrice (mesure des forces électromotrices induites, essais en charge) ont permis de valider le principe de fonctionnement de cette machine. J'ai travaillé sur cette topologie plus tardivement dans le cadre de la thèse de G. Malé [MAL 12] dont j'ai assuré le co-encadrement. Nous avons développé un outil de dimensionnement pour ce type de machine. Cet outil est basé sur des méthodes analytiques. Pour modéliser les écrans magnétiques, nous avons considéré des parois diamagnétiques parfaites. Cette hypothèse est acceptable si les pastilles sont refroidies à la température de l'hélium liquide. Dans ce cas, les courants induits sont distribués essentiellement à la périphérie de la pastille. Les résultats obtenus avec le modèle analytique ont été validés par une comparaison avec la mesure de l'induction radiale juste derrière les pastilles supraconductrices [MAS 02]. Nous avons également montré dans la thèse de G. Malé qu'il était possible de réaliser des écrans magnétiques de grande dimension (association de pastilles de petite dimension) pour une utilisation dans les machines de forte puissance [DOU 14]. Il faut savoir que la taille des pastilles supraconductrices n'excède pas 15 cm avec les technologies actuelles de fabrication.

Le second prototype de machine supraconductrice est celui réalisé par R. Alhasan pendant sa thèse [ALH 15]. Une photographie de l'inducteur et de l'induit est donnée sur la figure 4.27. Cet inducteur est refroidi à l'hélium liquide, ce qui nécessite une cryogénie complexe. Ce prototype repose également sur le principe d'écrantage du champ magnétique par des supraconducteurs mais sa topologie est différente de celle à modulation de flux. Ici, un écran magnétique incliné est placé entre deux solénoïdes supraconducteurs. Cet écran permet de guider les lignes de champ et d'obtenir une machine bipolaire. Des essais en génératrice, à vide et en charge, ont également permis de valider le principe de fonctionnement de cette topologie. Les résultats expérimentaux ont révélé quelques inconvénients, en particulier concernant le trajet des lignes de retour du flux inducteur au niveau de la culasse statorique

qui a pour effet d'amplifier la saturation magnétique et donc de baisser le niveau de la force électromotrice [ALH 15].

Pour ces deux premiers prototypes, aucune optimisation n'a été menée pour l'instant. Notre objectif était de valider des principes de fonctionnement, en particulier la possibilité de dévier de forts champs magnétiques pour réaliser des inducteurs. Nous disposons maintenant du recul technique et nous avons à notre disposition des outils de dimensionnement. Le travail se poursuit dans le cadre d'une thèse CIFRE avec le groupe SAFRAN qui commence en décembre 2015 et dont j'assure le co-encadrement.

Un troisième prototype, de structure plus classique, a été réalisé très récemment par B. Dolisy dans le cadre de sa thèse [DOL 15a]. Il s'agit d'une machine discoïde à flux axial. Une photographie du dispositif est donnée sur la figure 5.2 (le cryostat n'est pas en place). Des bobinages supraconducteurs à base de ruban BSCCO ont été utilisés pour réaliser l'inducteur. Le stator a été réalisé avec des bobinages en cuivre (bobinages concentrés) placés directement dans l'entrefer. Cette machine a été associée à un accouplement magnétique dont une partie comporte des bobines supraconductrices, cet accouplement magnétique est nécessaire pour extraire le couple de la partie froide vers la charge mécanique et éviter ainsi les pertes cryogéniques. Cet accouplement supraconducteur à flux axial a été étudié et réalisé en amont dans le cadre de la thèse de L. Belguerras [BEL 14].

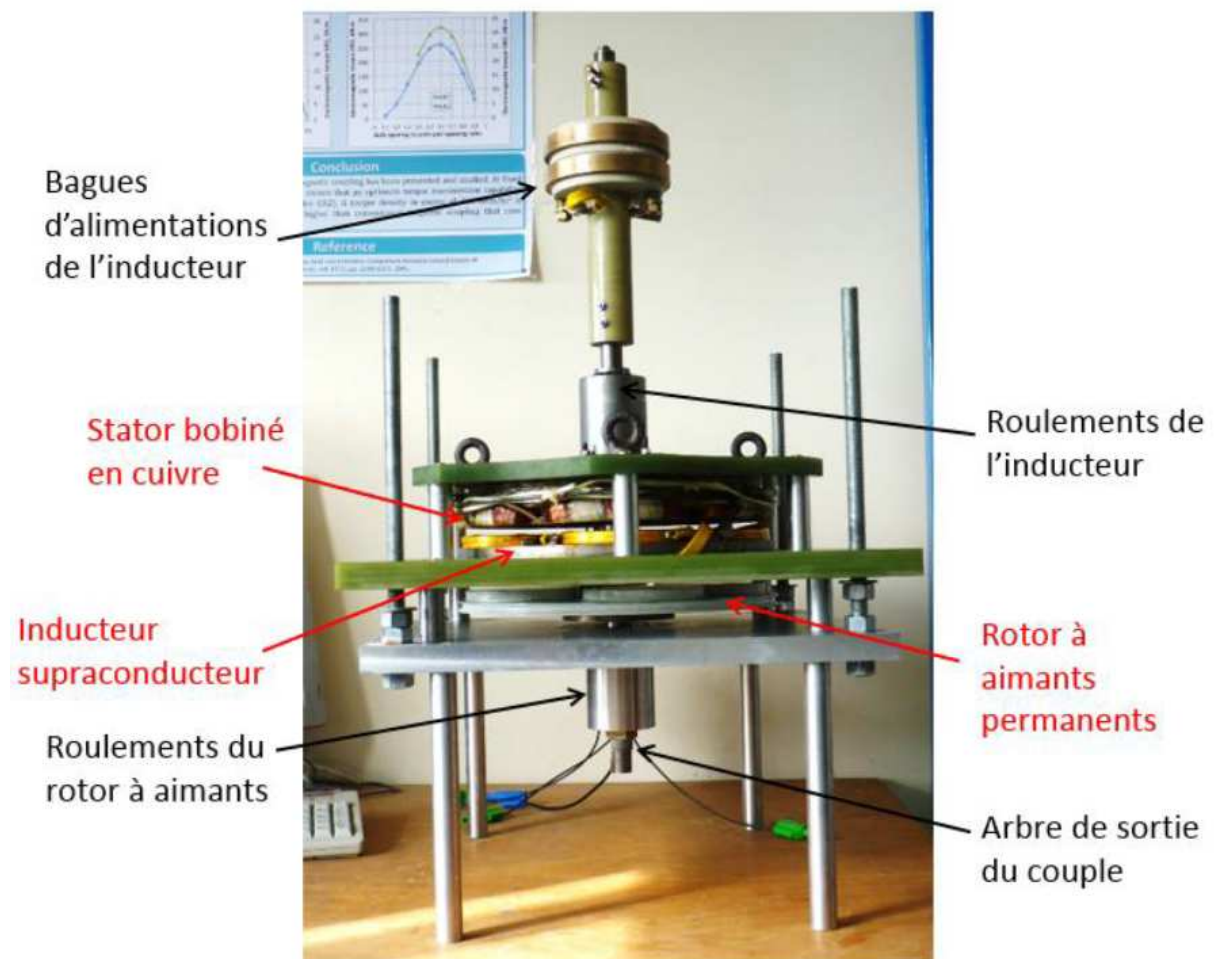


Figure 5.2 : Machine supraconductrice à flux axial et accouplement magnétique associé [DOL 15a].

Des essais en génératrice à la température de l'azote liquide (essai à vide, essai en court-circuit, essai en charge) nous ont permis de valider les modèles et d'avoir un premier retour d'expérience sur la réalisation d'un moteur supraconducteur utilisant des bobines HT<sub>c</sub>. C'est le premier moteur réalisé au GREEN avec ce type de bobinage.

Nous disposons maintenant d'outils de dimensionnement, essentiellement analytiques, qui nous permettent de calculer avec précision le courant de fonctionnement d'une bobine supraconductrice HT<sub>c</sub> placée dans un environnement comportant des matériaux ferromagnétiques et où plusieurs sources de champ coexistent.

Comme les essais ont été réalisés à 77 K (pour des raisons de simplicité de la partie cryogénique), tout le potentiel des fils supraconducteurs n'a pas été utilisé pour ce prototype. Le courant dans les bobines supraconductrices est très limité à 77 K. Le niveau de champ dans l'entrefer reste alors proche de celui qu'on obtient avec des actionneurs classiques.

Pour effectuer un saut technologique, il sera nécessaire de refroidir les bobines BSCCO à des températures d'au moins 30 K, ce qui nécessite une cryogénie plus complexe. Dans ce cas, le courant de fonctionnement des bobines supraconductrices peut-être multiplié par 6 par rapport au courant possible à 77 K comme le montre la figure 4.18. Le couple électromagnétique de la machine est alors multiplié par 6 pour le même volume utile ! Maitriser la cryogénie à 30 K (Cryocooler) pour réaliser des machines supraconductrices performantes fait partie de nos objectifs à long terme.

## 5.2 Perspectives de recherche

Je développe ici quelques perspectives de recherche à plus ou moins long terme. Elles sont dans le prolongement du travail que j'ai fait ces dernières années. Je suis persuadé qu'il reste un vaste champ de développement dans la modélisation analytique des convertisseurs électromagnétiques. Un de mes objectifs est de capitaliser tous ces modèles analytiques ou semi-analytiques sous la forme d'un logiciel pour ensuite le rendre accessible au plus grand nombre.

En ce qui concerne les actionneurs supraconducteurs, nous n'en sommes qu'au début de l'aventure. Il reste de nombreuses études à mener en amont sur les fils et les pastilles supraconducteurs avant d'aboutir à des structures de machines supraconductrices performantes pouvant s'intégrer sans risque dans un système d'entraînement ou de production d'énergie électrique.

### 5.2.1 Modélisation analytique des actionneurs électromécaniques

Concernant les outils de dimensionnement des convertisseurs électromécaniques basés sur la résolution formelle des équations de Maxwell en 2D et 3D, des pistes de travail qui me semblent intéressantes à explorer dans les prochaines années sont les suivantes :

- prise en compte des effets d'encoches en 3D ;
- réduction des modèles par homogénéisation des zones où se situent les dents ferromagnétiques et les encoches ;
- développement d'un logiciel pour capitaliser les modèles.

J'indique dans la suite la façon dont les études pourraient être menées.

### **a) Prise en compte des effets d'encoches en 3D**

Les modèles analytiques tridimensionnels que nous avons développés jusqu'à présent concernent des topologies simples. Par topologies simples, j'entends des géométries sans saillance magnétique. C'est le cas pour les accouplements magnétiques à flux axial que j'ai présentés dans le chapitre 3. Pour ces dispositifs, les régions dans lesquelles nous devons résoudre les EDP ont toutes la même forme et les mêmes dimensions, en particulier dans les deux directions où sont définis les problèmes aux valeurs propres. Dans ce cas, les fréquences spatiales qui apparaissent dans les solutions analytiques pour les différentes régions sont toutes identiques. Le calcul des constantes d'intégration s'en trouve largement simplifié.

La prise en compte des effets de saillance dans un modèle analytique 3D est un problème très complexe qui suppose des hypothèses fortes. Il a été très peu traité dans la littérature [MEE 12]. Les difficultés majeures à surmonter concernent les conditions aux frontières à imposer dans la troisième direction et les hypothèses nécessaires à faire sur les dimensions des encoches dans cette direction par rapport aux dimensions des parties actives. Ces hypothèses auront forcément un impact sur la précision des modèles. Il me paraît nécessaire d'étudier ce type de modèle 3D pour deux raisons :

- si le problème peut-être résolu, les résultats auront toutes les chances d'être plus précis que ceux obtenus avec un modèle 2D associé à une fonction de modulation permettant de prendre en compte indirectement les effets 3D [TIE 14] mais cela reste à vérifier ;
- l'expérience nous a montré que les temps de calcul seront bien meilleurs que ceux d'un modèle 3D purement numérique. On voit alors tout l'intérêt d'un tel modèle pour l'optimisation.

Par ailleurs, un modèle analytique est toujours une aide précieuse pour appuyer des résultats donnés par des simulations numériques. Si le modèle donne satisfaction, on pourra l'étendre à différentes topologies d'actionneurs pour lesquelles les effets de saillance en 3D ne peuvent être négligés. On pense bien sûr aux machines à aimants à flux axial mais c'est également le cas des machines à flux radial lorsque le rayon d'entrefer est beaucoup plus grand que la longueur axiale de la machine. On rencontre ce cas de figure pour les machines synchrones à aimants basse vitesse et fort couple que l'on trouve dans les systèmes d'entraînement de bateaux ou pour les éoliennes de grande puissance à attaque directe.

Pour résoudre ce problème, il faudrait commencer par l'étude d'un actionneur simple ou seule une dent ferromagnétique est à considérer. C'est le cas des accouplements magnétiques à réluctance variable [NEG 97]. Pour répondre à cet objectif, j'ai fait fabriquer très récemment un accouplement magnétique à flux axial à réluctance variable. Une photographie de la partie de l'accouplement qui présente les saillances magnétiques est donnée sur la figure 5.3. C'est un accouplement magnétique à 5 paires de pôles. Il présente donc 10 dents ferromagnétiques. L'autre disque, non représenté ici, comporte 10 aimants permanents de type NdFeB montés en surface et à aimantation axiale. Ce prototype permettra de valider les premiers calculs et de vérifier les hypothèses.

Il est préférable dans un premier temps de résoudre ce problème 3D au niveau du rayon moyen, ce qui permet de simplifier les calculs par une résolution dans un système de coordonnées cartésiennes. On peut ensuite, si cela s'avère nécessaire ou par simple curiosité intellectuelle, tenter de résoudre ce problème directement dans un système de

coordonnées cylindriques pour améliorer les prédictions en tenant compte de l'effet de courbure.

L'étape suivante serait de voir comment généraliser ce modèle aux machines électriques présentant un certain nombre d'encoches par pôle et par phase. Une difficulté peut venir des dimensions importantes que peut prendre la matrice topologique pour ce type de modèle tridimensionnel qui comportent beaucoup de régions. Il est important de rappeler que pour les modèles analytiques en 3D, les solutions s'écrivent sous la forme d'un produit de deux séries, chacune des séries nécessitant un nombre d'harmoniques plus ou moins important en fonction de la précision recherchée. L'augmentation du nombre d'harmoniques et du nombre de régions (encoches) aura un effet direct sur la taille de la matrice topologique et donc sur les temps de calcul.

Enfin, la prise en compte des sources placées dans les encoches (courants ou aimants) pourrait conclure cette étude. On disposerait alors de modèles semi-analytiques en 3D performants en vue d'une utilisation dans un processus d'optimisation.



*Figure 5.3 : Accouplement magnétique à réluctance variable à flux axial (partie avec les saillances magnétiques).*

#### **b) Réduction des modèles par homogénéisation des zones où se situent les dents ferromagnétiques et les encoches**

Lorsque l'on résout les équations de Maxwell dans les encoches d'une machine électrique, on peut être amené à traiter un grand nombre de régions (cela dépend de la périodicité de la machine). Dans ce cas, le nombre de coefficients d'intégration à calculer est important. Cela nécessite l'inversion d'une matrice de grande dimension dont la taille est directement liée au nombre d'encoches et au nombre d'harmoniques considérés. De plus, et comme cela a été discuté dans le chapitre 3, cette matrice topologique peut-être mal conditionnée lorsque le nombre d'encoches augmente. Donc le temps pour inverser la matrice augmente directement en fonction du nombre d'encoches et du conditionnement de cette matrice.



L'idée ici est de proposer une stratégie pour réduire la taille de la matrice topologique et d'améliorer les temps de calcul sans trop perdre en précision. Nous proposons de remplacer les régions des encoches par une région équivalente dont la perméabilité magnétique dépend d'une variable spatiale (région inhomogène d'un point de vue magnétique). La figure 5.4 illustre notre propos dans le cas d'une machine linéaire à aimants permanents. Les encoches qui se trouvent au niveau de la culasse supérieure sur la figure 5.4(a) sont remplacées par une région équivalente (figure 5.4(b)) de même épaisseur dont la perméabilité magnétique dépend de la variable  $x$ . Pour cet exemple, nous pouvons écrire pour la région équivalente :

$$\mathbf{B} = \mu(x)\mathbf{H} \quad \text{avec} \quad \mu(x) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(n \frac{2\pi}{N} x\right) \quad (5.1)$$

où  $N$  représente le nombre d'encoches. Les valeurs de  $A_0$  et  $A_N$  dépendent de la forme considérée pour  $\mu(x)$ .

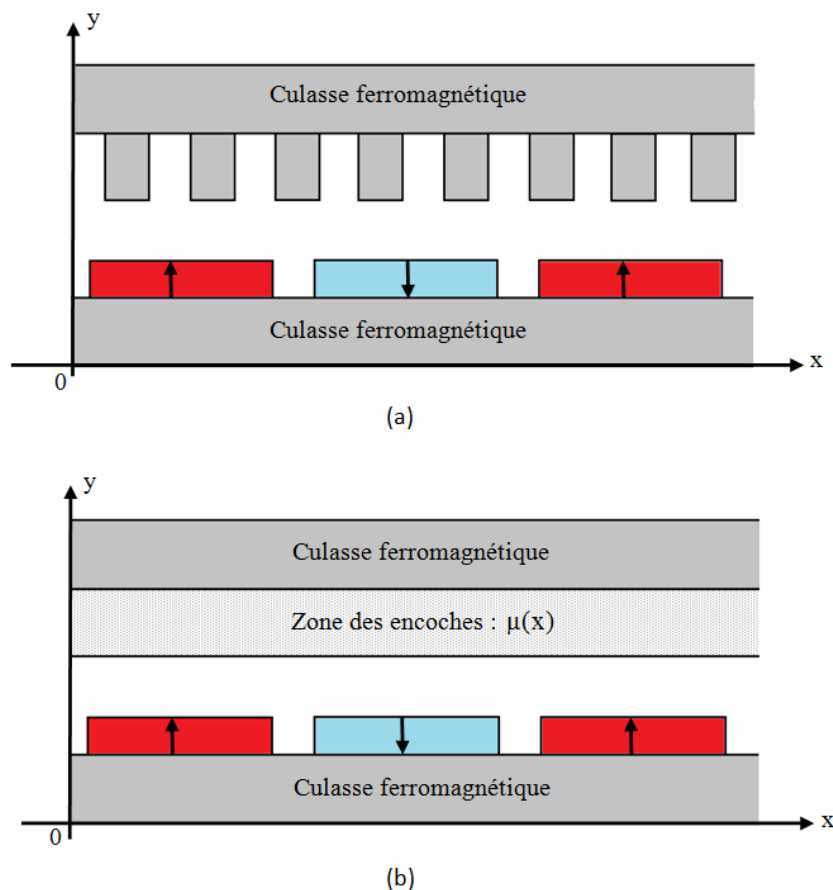


Figure 5.4 : Représentation des encoches et des dents ferromagnétiques par une région unique non homogène d'un point de vue magnétique.

Avec cette méthode, le nombre de régions baisse considérablement. On remplace toutes les encoches par une région unique non homogène d'un point de vue magnétique. Dans la région équivalente des encoches, il faut résoudre un problème périodique dont la période dépend du nombre d'encoches statoriques et du nombre de paires de pôles imposé par la distribution des aimants.

Si on adopte une formulation en potentiel scalaire magnétique pour résoudre ce problème sans courant, la forme de l'EDP dans la région équivalente aux encoches est alors la suivante :

$$\operatorname{div}(\mu(x)\mathbf{grad}\Phi) = 0 \quad (5.2)$$

Le développement de (5.2) nous donne pour ce problème 2D en coordonnées cartésiennes :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\mu'(x)}{\mu(x)} \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 \quad (5.3)$$

Par rapport au cas classique où la perméabilité magnétique est constante, l'équation (5.3) fait apparaître une dérivée du premier ordre sur le potentiel scalaire magnétique. Lorsque l'on applique la méthode de séparation des variables à (5.3), on obtient bien un problème de Sturm-Liouville pour la variable  $x$  qui vérifie (3.49) et dont la fonction poids vaut  $p(x) = \mu(x)$ . Il semble donc possible d'aller jusqu'à la solution de ce problème même si la démarche n'est pas simple.

Il n'est absolument pas sûr que ce modèle puisse par exemple permettre de prévoir correctement le couple de détente d'une machine à aimants. Si le modèle donne satisfaction, alors une nouvelle étape aura été franchie dans la modélisation analytique des machines électriques. On pourra étendre ce modèle à un nombre important d'actionneurs électromécaniques

### ***c) Vers un logiciel de simulation basé sur des modèles analytiques***

Comme je l'ai déjà dit, le développement d'un modèle analytique un peu poussé demande du temps lié à l'expérience de chacun dans le domaine. Les calculs sont souvent longs et complexes. Chaque nouveau dispositif représente un nouveau problème à résoudre. Il suffit de modifier un peu la topologie d'un système ou alors de changer une hypothèse pour devoir reprendre en grande partie les calculs. C'est l'inconvénient principal de ce type de modèle comparé aux outils numériques qui sont plus génériques et qui permettent de poser rapidement un problème. L'absence de généralité nous pousse à capitaliser les modèles pour pouvoir les réutiliser.

La capitalisation des modèles peut se faire sous la forme d'un logiciel de dimensionnement de machines. Les collègues de l'Université du Havre ont entamé une démarche dans ce sens [TIE 13]. Une entreprise privée commercialise un logiciel de calcul pour les machines électriques qui repose en grande partie sur le type de modèle qui a été présenté dans le chapitre 3 [BES 15]. Malgré les hypothèses fortes sur lesquelles ils reposent, ces modèles semi-analytiques intéressent les industriels car ils permettent d'obtenir rapidement des résultats. De plus, il me semble possible de les coupler assez facilement à d'autres types de modèles analytiques ou semi-analytiques : circuits électriques, thermique, mécanique...ou de les associer à un algorithme d'optimisation.

Pour mettre en place ce logiciel, nous pourrions commencer par rassembler les modèles semi-analytiques 2D à notre disposition sur les machines synchrones à aimants permanents à flux radial. Nous disposons d'un modèle assez général pour le stator et de 3 types de modèles pour le rotor : aimants montés en surface, aimants insérés et concentration de flux. Le modèle du stator est commun aux trois machines. Le nombre d'encoches statoriques, le nombre de phases et le type de bobinage sont des paramètres. Pour les aimants du rotor,

l'aimantation peut être radiale, azimutale ou une combinaison des deux. Toutes les dimensions géométriques sont paramétrables.

Une fois le type de moteur choisi et les différents paramètres physiques et géométriques définis, il est possible de calculer très rapidement l'induction magnétique radiale et l'induction tangentielle dans l'entrefer. On peut ensuite calculer le couple de détente en fonction de la position du rotor, déterminer la force électromotrice, calculer l'inductance d'une phase statorique, calculer le couple en charge, déterminer les efforts radiaux en vue d'une analyse mécanique et vibratoire...

D'un point de vue programmation, c'est surtout l'écriture de la matrice topologique qui nécessite un gros travail. Chaque région de la machine correspond à une zone particulière de cette matrice. Un travail approfondi sera nécessaire pour choisir le nombre d'harmoniques dans chaque région de manière à limiter le temps de calcul. Le nombre d'harmoniques doit être adapté à la grandeur locale ou globale que l'on veut calculer. Il faudra également s'attarder sur les problèmes de conditionnement de la matrice que nous avons rencontrés dans certaines conditions.

Cet outil une fois mis en place pourrait être couplé assez rapidement à un modèle de type circuit électrique. Le potentiel vecteur magnétique dans les encoches est directement lié au flux par phase. On pourrait ensuite lui adjoindre des modules d'alimentation à base d'électronique de puissance et, pourquoi pas, le dispositif de commande. Ce type de logiciel "tout analytique" peut répondre aux besoins du monde industriel pour une première analyse d'un système électromécanique.

La même démarche est possible pour les accouplements magnétiques car nous disposons d'une bibliothèque de modèles analytiques en 2D et 3D et même de formules explicites pour calculer le couple. L'idée serait d'associer ces formules à un algorithme d'optimisation, le tout disponible dans un logiciel unique. L'utilisateur n'aurait alors plus qu'à définir un cahier des charges en termes de performances en imposant des contraintes et les fonctions "coûts" (dimensions, poids, prix...). Le choix de l'environnement informatique dans lequel serait développé ce logiciel reste à discuter.

## **5.2.2 Actionneurs supraconducteurs**

Les recherches que nous avons menées jusqu'à présent sur les moteurs supraconducteurs nous ont permis d'acquérir un savoir faire important sur cette technologie. Nous avons validé des principes de fonctionnement sur des topologies originales basées sur les propriétés d'écrantage des pastilles supraconductrices. Nous avons beaucoup appris par le retour d'expérience, en particulier sur la mise en œuvre des écrans magnétiques mais également sur la réalisation des bobinages supraconducteurs à l'aide de ruban HT<sub>c</sub>. Grâce aux essais expérimentaux, nous avons pu vérifier le bien fondé des modèles que nous avons développés.

Mes projets de recherche pour les prochaines années concernent tout d'abord la réalisation d'un moteur synchrone supraconducteur à modulation de flux. Ce projet se situe dans la continuité des études menées au GREEN sur cette topologie. Nous irons cette fois plus loin qu'un simple prototype. L'objectif est de réaliser une machine optimisée. Nous voulons analyser ses performances, système cryogénique compris, pour pouvoir la comparer objectivement avec des moteurs classiques de même gamme en termes de rendement et de couple volumique.

Je désire également orienter mes recherches vers l'étude des systèmes d'alimentation et de contrôle des moteurs supraconducteurs. J'ai acquis au travers de mon expérience des compétences en commande de machines que je veux mettre à profit dans ce cadre. Je donne quelques développements dans la suite sur ces deux projets.

### a) Réalisation d'un moteur supraconducteur $HT_c$ à modulation de flux

Pour les trois prochaines années, nous allons poursuivre le travail que nous avons mené sur la machine à modulation de flux à écrans supraconducteurs [MAS 02], [AIL 06], [MAL 12] dont le principe de fonctionnement est rappelé sur la figure 5.5. La réalisation d'une machine d'une puissance d'environ 100 kW – 5000 tr/mn est prévue. Cette machine est financée dans le cadre du projet ANR RESUM (Réalisation d'un moteur supraconducteur ; 300 k€ ; 2015/2018) porté par le professeur J. Lévêque, soutenu par la DGA, et auquel je participe. Ce projet ANR est associé à une thèse CIFRE en collaboration avec le groupe SAFRAN. J'assure le co-encadrement de cette thèse qui débute en décembre 2015.

Nous avons maintenant pris du recul sur cette topologie. Un prototype de petite dimension a été fabriqué pendant la thèse de E. Ailam [AIL 06]. L'objectif ici est d'aboutir à une machine finalisée dont les performances pourront être comparées aux meilleures machines classiques de cette catégorie (machines à aimants). Les travaux menés sur cette topologie par G. Malé pendant sa thèse [MAL 12] ont abouti à un modèle analytique réduisant fortement les temps de calcul pour le dimensionnement. Nous allons réutiliser ce modèle analytique en l'associant à un algorithme d'optimisation pour déterminer les paramètres géométriques optimaux de l'inducteur qui répondent au cahier des charges. Il faudra bien évidemment tenir compte du champ appliqué sur les solénoïdes pour déterminer leur courant de fonctionnement.

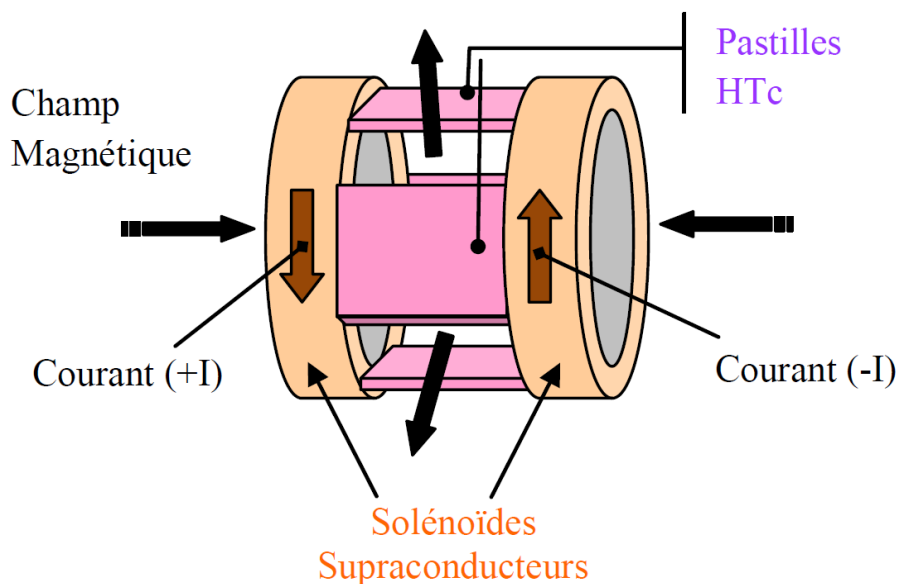


Figure 5.5 : Inducteur supraconducteur à modulation de flux.

Pour la puissance envisagée, des surfaces importantes d'écran seront nécessaires pour moduler le champ magnétique créé par les bobines supraconductrices. Nous avons montré dans [MAL 12] qu'il était possible d'associer des pastilles supraconductrices positionnées en damier et disposées sur plusieurs couches pour obtenir des écrans performants de grande dimension. La réalisation de cette machine nous permettra de confirmer cette stratégie.

Pour faciliter la cryogénie, les solénoïdes seront réalisés avec du fil  $HT_c$  contrairement à ce que nous avons fait jusqu'à présent ou du fil en NbTi avait été utilisé pour cette topologie. L'ensemble devra être refroidi entre 20 K et 30 K à l'aide d'un cryoréfrigérateur. Le cryostat associé au rotor supraconducteur devra être tournant, ce qui amène à des difficultés techniques supplémentaires par rapport à ce que nous avons réalisé jusqu'à présent

(cryogénie fixe). Le choix du fil supraconducteur pour réaliser les bobinages de l'inducteur est un point technique crucial (performances, longueurs disponibles, prix...) et il faudra faire un choix parmi l'un des composites supraconducteurs YBCO, MgB2 ou BSCCO disponibles actuellement.

Le champ créé par l'inducteur doit atteindre plus de 2 T au niveau de l'induit triphasé qui sera réalisé avec des bobinages en cuivre sans dent ferromagnétique pour augmenter la charge linéique statorique. En fonctionnement, l'inducteur devra supporter le champ de réaction créé par l'induit et ceci soulève un certain nombre de questions, en particulier sur les pertes dans les supraconducteurs soumis à un champ variable. Ces pertes dans les matériaux supraconducteurs, fils ou massifs, constituent une contrainte très importante pour le dimensionnement du système cryogénique et feront donc l'objet d'une étude particulière.

Une attention particulière doit être portée sur les efforts d'origine électromagnétique auxquels sont soumis les bobinages supraconducteurs mais aussi ceux de l'induit ainsi que les écrans supraconducteurs massifs. Le calcul des forces permettra de dimensionner le frettage mécanique nécessaire.

### ***b) Association moteur supraconducteur – convertisseur statique – commande***

Dans des perspectives un peu plus lointaines, l'alimentation de ce moteur (ou d'autres types de moteurs supraconducteurs) est à envisager. Il s'agit d'un moteur synchrone qui nécessite une commande spécifique pour pouvoir fonctionner. Cela suppose un système de régulation pour le contrôle des courants statoriques et une alimentation par un convertisseur statique (onduleur triphasé fonctionnant en MLI ou un autre type de convertisseur...).

Cette alimentation à base d'électronique de puissance va générer des champs variables (hautes fréquences en MLI) qui vont se propager à travers l'entrefer jusqu'au niveau de l'inducteur supraconducteur. Ces champs variables peuvent être à l'origine de courants induits importants dans les matériaux supraconducteurs et augmenter les pertes. Ces pertes supplémentaires auront forcément un impact sur les performances de l'ensemble du dispositif et en particulier sur le dimensionnement du système cryogénique. Ces pertes sont très difficiles à évaluer et des modèles fins devront être développés. Des dispositifs permettant de les réduire ou de les éviter devront être imaginés. Il faudra tenir compte également des progrès en cours au niveau des matériaux supraconducteurs.

En amont, il faudra commencer par étudier des montages de base pour bien comprendre les phénomènes physiques. Evaluer les pertes dans un bobinage supraconducteur traversé par un courant continu et placé à proximité d'une source de champ variable est un préalable indispensable pour progresser. La détermination des pertes par la mesure ou par un modèle pour ce système simple est déjà un défi.

Les variations rapides des courants statoriques durant les régimes transitoires (accélération, à-coup de charge mécanique ou électrique...) auront également un impact sur les pertes dans les bobinages supraconducteurs. Cet impact devra être pris en compte lors du dimensionnement de l'ensemble machine-convertisseur-commande. Cela peut amener à des choix de topologies particulières pour les convertisseurs statiques ou à l'ajout d'écran magnétique pour protéger les bobinages supraconducteurs. Il faudra également définir des stratégies de commande permettant de limiter les effets des transitoires, en particulier les pics de courant qui peuvent être à l'origine de forts champs dans la machine conduisant à la transition des bobines supraconductrices.

La transmission de couple reste un point délicat dans la réalisation des moteurs supraconducteurs. Nous avons entamé des études sur ce sujet avec la réalisation d'un accouplement magnétique à flux axial dont une partie comporte des enroulements supraconducteurs en BSCCO. Il reste cependant beaucoup d'études à mener sur ce thème.

Les avancées futures sont fortement liées à la qualité des matériaux et surtout à leur coût. Le BSSCO, actuellement très cher, n'est pas viable économiquement pour le moment. L'utilisation du MgB<sub>2</sub> (diborure de magnésium) peut être une alternative au BSCCO. Ce fil supraconducteur est bien moins cher mais il doit être refroidi aux alentours de 20 K pour atteindre les caractéristiques requises. L'étude des régimes transitoires d'un système d'entraînement comportant un moteur supraconducteur associé à un accouplement magnétique devra être menée. Nous avons vu que la présence d'un accouplement magnétique dans la chaîne de transmission dégrade la réponse en vitesse pendant les transitoires (ondulations). Une action sur la commande du moteur supraconducteur est à envisager pour éviter ces ondulations de vitesse.

Pour résumer, la réalisation d'un système de transmission (système de traction de forte puissance, éolienne...) performant incluant une machine supraconductrice constitue un objectif assez ambitieux pour les prochaines années. Le but est d'obtenir des systèmes beaucoup plus compacts grâce à l'utilisation des matériaux supraconducteurs. Les efforts actuels se concentrent sur la réalisation de machines aux caractéristiques spécifiques élevées en comparaison à celles des machines classiques, le point important est que ce dimensionnement ne peut se faire sans la prise en compte du système d'alimentation. Ce type d'étude, pourtant fondamental, très peu abordé dans la littérature, constitue un véritable challenge.

J'ai présenté dans cette partie les projets de recherche que je pense explorer dans les prochaines années. Ils sont basés sur les compétences et l'expérience que j'ai acquises aussi bien dans le cadre de la commande des machines électriques, de la modélisation analytique des systèmes électromagnétiques, et dans celui des applications des supraconducteurs en électrotechnique. Le développement d'un outil rapide et efficace pour le pré-dimensionnement des actionneurs électromécaniques classiques et supraconducteurs en constitue une perspective à long terme. J'ai la volonté, à travers ces projets, de développer des collaborations avec les acteurs académiques au niveau national et international, ainsi qu'avec le monde industriel.

## Bibliographie

- [AIL 06] E. H. Ailam, "Machine synchrone à plots supraconducteurs : Etude et réalisation", Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, GREEN, 2006.
- [ALH 15] R. Alhasan, "Etude et réalisation d'une nouvelle structure d'un moteur synchrone supraconducteur", Thèse de doctorat, Université de Lorraine, GREEN, 2015.
- [BAR 10] O. De la Barrière, "Modèles analytiques électromagnétiques bi- et tridimensionnels en vue de l'optimisation des actionneurs disques : étude théorique et expérimentale des pertes magnétiques dans les matériaux granulaires ", Thèse de Doctorat, SATIE, ENS Cachan, 2010.
- [BEL 12] L. Belguerras, L. Hadjout, T. Lubin, S. Mezani, A. Rezzoug, "Analytical computation of flux concentration PM machines: study of the influence of the magnets shape", *ICEM (International Conference on Electrical Machines)*, Marseille, France, 2012.
- [BEL 14] L. Belguerras, "Etudes théoriques et expérimentales d'accouplements magnétiques supraconducteurs ", Thèse de doctorat, Université de Lorraine, GREEN, 2014.
- [BEN 13] H. Bensaïdane, "Chauffage par induction avec un inducteur supraconducteur", Thèse de doctorat, USTHB, Alger, 2013.
- [BES 15] J. Le Besnerais, Société EOMYS, Logiciel MANATEE : <http://eomys.com>
- [BOU 13] K. Boughrara, T. Lubin, R. Ibtouen, "General subdomain model for predicting magnetic field in internal and external rotor multiphase flux-switching machines topologies". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 49, n°11, pages 5507-5521, Novembre 2013.
- [DOL 15a] B. Dolisy, "Etude d'un moteur supraconducteur à flux axial avec une transmission magnétique supraconductrice intégrée", Thèse de doctorat, Université de Lorraine, GREEN, 2015.
- [DOL 15b] B. Dolisy, S. Mezani, T. Lubin, and J. Lévêque, "A new analytical torque formula for axial field permanent magnets coupling". *IEEE Transactions on Energy Conversion*, volume 30, N°3, Septembre 2015.
- [DOU 14] B. Douine, G Malé, T. Lubin, S. Mezani, J. Lévêque, K. Berger, "Improvement of YBCO superconducting magnetic shielding by using multiple bulks". *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, volume 27, N°4, pages 903-907, Avril 2014.
- [GOU 11] E. Gouda, "Transmission planétaire magnétique : étude, optimisation et réalisation", Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, Laboratoire GREEN, Juin 2011.
- [FON 15] J. Fontchastagner, T. Lubin, F. Messine, and S. Mezani, "Efficient Design Using Successive Analytical Subproblems Method: Application to Axial Magnetic Couplings". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 51, N°3, 9400104, Mars 2015.
- [HAM 09] T. Hamiti, "Réduction des ondulations de couple d'une machine synchrone à réluctance variable. Approches par la structure et par la commande ", Thèse de doctorat, Université de Nancy I, Laboratoire GREEN, Juin 2009.
- [HAM 10] T. Hamiti, T. Lubin, L. Baghli and A. Rezzoug, "Modeling of a synchronous reluctance machine accounting for space harmonics in view of torque ripple minimization". *Mathematics and Computers in Simulation, Elsevier*, volume 81, N°4, pages 354-366, Octobre 2010.

- [LEV 09] J. Lévêque, D. Netter, A. Rezzoug, "Moteur électrique comportant un inducteur avec un élément supraconducteur intégré entre des bobinages, " brevet déposé par l'UHP-Nancy 1, FR2925238, 19 juin 2009 et 15 janvier 2010, EP2232675, 29 septembre 2010, WO2009/077522, 25 juin 2009.
- [LUB 03] T. Lubin, "Modélisation et commande de la machine synchrone à réductance variable. Prise en compte de la saturation magnétique ", Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, Laboratoire GREEN, Avril 2003.
- [LUB 10a] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Exact analytical method for magnetic field computation in the air-gap of cylindrical electrical machines considering slotting effect". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 46, N°4, pages 1092-1099, Avril 2010.
- [LUB 10b] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Improved analytical model for surface-mounted PM motors considering slotting effects and armature reaction". *Progress In Electromagnetics Research (PIER B)*, volume 25, page 293-314, Octobre 2010.
- [LUB 10c] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Analytical computation of the magnetic field distribution in a magnetic gear". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 46, N°7, pages 2611-2621, Juillet 2010.
- [LUB 11] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "2-D exact analytical model for surface-mounted permanent-magnet motors with semi-closed slots". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 47, N°2, pages 479-492, Février 2011.
- [LUB 12a] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "2D analytical calculation of magnetic field and electromagnetic torque for surface-inset permanent magnet motors". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 48, N°6, pages 2080-2091, Juin 2012.
- [LUB 12b] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Simple analytical expressions for the force and torque of axial magnetic couplings". *IEEE Transactions on Energy Conversion*, volume 27, N°2, pp. 536-546, Juin 2012.
- [LUB 15a] T. Lubin, and A. Rezzoug, "Steady-state and transient performance of axial-field eddy-current coupling". *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, volume 62, N°4, pages 2287-2296, Avril 2015.
- [LUB 15b] T. Lubin, and A. Rezzoug, "3-D analytical model for axial-flux eddy-current couplings and brakes under steady-state conditions". *IEEE Transactions on Magnetics*, volume 51, N°10, 8203712, 12 pages, Octobre 2015.
- [MAL 12] G. Malé, "Etude d'une structure d'inducteur supraconducteur à modulation de champ magnétique", Thèse de doctorat, Université de Lorraine, GREEN, 2012.
- [MAS 02] P. Masson, "Étude d'écrans supraconducteurs à haute température critique massifs. Application à la réalisation d'une machine électrique de conception originale", Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, GREEN, 2002.
- [MEE 12] K. J. Meessen, B. L. J. Gysen , J. J. H. Paulides, and E. A. Lomonova, "General formulation of fringing fields in 3-D cylindrical structures using Fourier analysis," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 48, no. 8, pp. 2307–2323, Aug. 2012.
- [NEG 97] M. H. Negrial, "Finite element analysis and design of variable reluctance (VR) torque coupler," *Proceedings of IEEE International Conference on Power Electronics and Drive Systems*, p. 252-254, 26-29 May 1997.
- [TIE 13] H. Tiegna, "SIMUMSAP - Un outil analytique de dimensionnement des machines électriques," *Conférences JCGE, Saint-Nazaire, 2013*.



- [TIE 14] H. Tiegna, Y. Amara, and G. Barakat, "A new quasi-3-D analytical model of axial flux permanent magnet machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 2, 7020204, Feb. 2014.

## Annexe : Publications jointes

- [R7] T. Hamiti, T. Lubin, L. Baghli and A. Rezzoug, "Modeling of a synchronous reluctance machine accounting for space harmonics in view of torque ripple minimization". ***Mathematics and Computers in Simulation, Elsevier***, volume 81, N°4, pages 354-366, 13 pages, Octobre 2010.
- [R11] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "2-D exact analytical model for surface-mounted permanent-magnet motors with semi-closed slots". ***IEEE Transactions on Magnetism***, volume 47, N°2, pages 479-492, 14 pages, Février 2011.
- [R34] L. Belguerras, S. Mezani, T. Lubin, J. Lévêque, and A. Rezzoug "High temperature superconducting axial field magnetic coupler: realization and test". ***Superconductor Science and Technology***, volume 28, N°9, 095003, 20 pages, Septembre 2015.



Original article

# Modeling of a synchronous reluctance machine accounting for space harmonics in view of torque ripple minimization

Tahar Hamiti<sup>\*</sup>, Thierry Lubin, Lotfi Baghli, Abderrezak Rezzoug

*Groupe de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nancy, GREEN, CNRS-UMR 7037,  
Université Henri Poincaré, BP 239, 54506 Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex, France*

Received 30 September 2008; received in revised form 29 January 2010; accepted 23 July 2010  
Available online 3 August 2010

## Abstract

The paper deals with modeling of synchronous reluctance motor (SynRM) accounting for all phenomena responsible for torque ripple. Based on winding function approach, the proposed model consists in computing self and mutual inductances considering no sinusoidal distribution of stator windings, slotting effect and no sinusoidal reluctance variation caused by the rotor saliency. Then, optimal current waveforms are determined for each rotor position by solving a second order equation to reduce torque ripple. These currents are used within a vector control scheme. Satisfactory agreement between simulation and experimental results is obtained. © 2010 IMACS. Published by Elsevier B.V. All rights reserved.

*Keywords:* Synchronous reluctance motor; Winding function; Torque ripple; Optimal currents

## 1. Introduction

Synchronous reluctance motor (SynRM) exhibits serious advantages to be used in variable speed drives and servomechanisms, its manufacturing cost, ruggedness and synchronism with power supply frequency can constitute a good challenge [1]. However, the rotor saliency, being the origin of electromagnetic torque production, is responsible for torque ripple. This variation produces mechanical vibrations and acoustic noise especially when the motor operates at low speeds.

Reference [7] gives an overview of torque ripple minimization techniques of permanent magnet ac motors, the authors have pointed out many control-based ripple minimization algorithms. Among these techniques, two interesting strategies are presented respectively in [3,11]. The first one consists on optimal currents injection determined by finite element method and the second one is based on a load torque observer and online torque ripple compensation. However, there are few works in the literature on torque ripple minimization of SynRM neither by current harmonics injection nor by direct online compensation.

An accurate self and mutual inductances calculation is necessary to improve the analysis of the SynRM. Because of rotor saliency and stator windings distribution, the self and mutual inductances of a SynRM are not sinusoidal

<sup>\*</sup> Corresponding author. Present address: Power Electronics, Machines and Control Group, The University of Nottingham, University Park, Nottingham NG7 2RD, United Kingdom. Tel.: +44 115 846 8840; mobile: +44 787 992 3480.

*E-mail addresses:* [taharhamiti@yahoo.fr](mailto:taharhamiti@yahoo.fr), [mohand.hamiti@nottingham.ac.uk](mailto:mohand.hamiti@nottingham.ac.uk) (T. Hamiti).

*URL:* <http://www.nottingham.ac.uk> (T. Hamiti).

[2]. The electromagnetic torque produced by this machine presents a pulsating component in addition to the constant component when it is fed by sinusoidal currents. The rotor position dependence of electromagnetic torque and machine inductances can be evaluated by a variety of methods including analytical method, finite element analysis [9,16] or winding function approach [13–15]. Finite element method gives accurate results. However, this method is computer time consuming especially for the simulation of a controlled machine fed by a PWM inverter. In winding function approach, the inductances of the machine are calculated by an integral expression representing the position of winding turns along the air-gap periphery [14].

## 2. Calculation of inductances using winding function approach

### 2.1. Description of the machine

The cross-section of a cut-outs rotor SynRM is shown in Fig. 1. The rotor presents a simple and robust structure. The stator is the same as the one of an induction motor and has a single layer, concentric-3 phases distributed winding with  $N_e$  slots. It is assumed (in winding function analysis) that the iron of the rotor and stator has infinite permeability and magnetic saturation is not considered.

### 2.2. Magnetic field in the air gap

The magnetic field in the air gap is defined as [8]:

$$H(\alpha - \theta) = \frac{N_a(\alpha) \cdot i_a(\theta) + N_b(\alpha) \cdot i_b(\theta) + N_c(\alpha) \cdot i_c(\theta)}{e(\alpha - \theta)} \quad (1)$$

where  $\theta$  is the angular position of the rotor (electrical angle) with respect to the  $a$  winding reference,  $\alpha$  denotes the position of any particular point  $M$  along the stator inner surface (Fig. 1).

The term  $N_i(\alpha)$  with  $i = a, b, c$ , represents in effect the magnetomotive force distribution along the air-gap for a unit current flowing in the  $i$  winding. The winding function of the phase  $a$  for the studied SynRM is shown in Fig. 2 where  $N$  represents the number of turns in series per phase. The winding function of the phase  $b$  and phase  $c$  are similar to that of phase  $a$  but are displaced by  $120^\circ$  and  $240^\circ$  (electrical degrees) respectively.

The air-gap function  $e(\alpha - \theta)$  is computed by modeling the flux paths through the air-gap regions using straight lines and circular arc segments. The flux paths due to the rotor saliency are shown in Fig. 3(a) and the corresponding

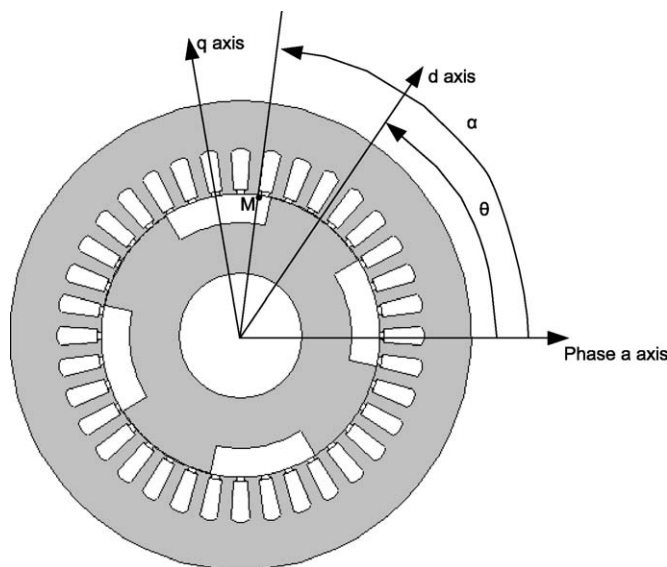


Fig. 1. Cross-section of a cut-outs rotor SynRM.

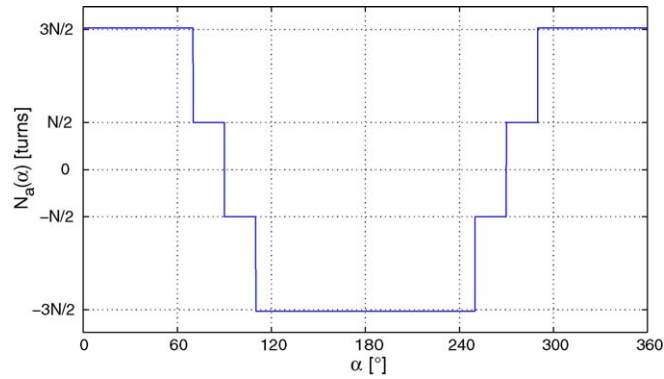


Fig. 2. Winding function of the phase a.

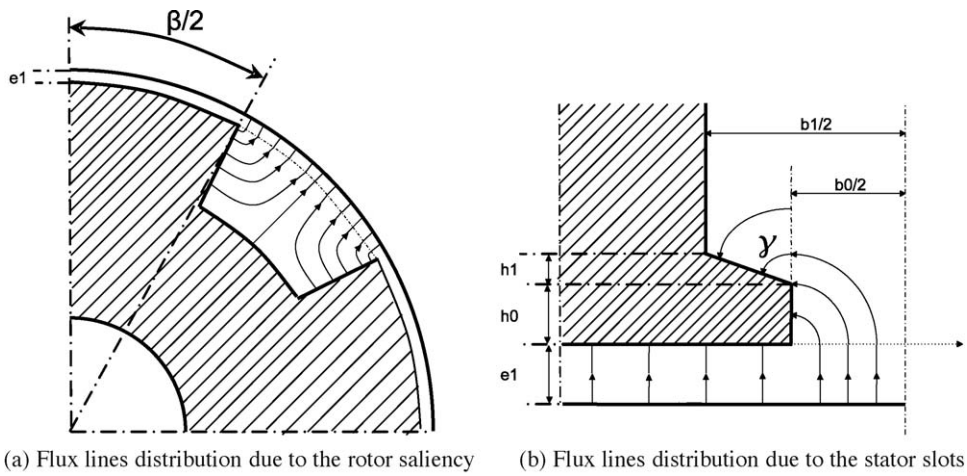


Fig. 3. Flux lines distribution.

length of the flux lines is given by [12]:

$$E_r(\alpha - \theta) = e_1 + \frac{R((\pi/2) - |\alpha - \theta|)(\sin |\alpha - \theta| - \sin(\beta/2))}{\cos(\alpha - \theta)} \tag{2}$$

where  $R$ ,  $\beta$  and  $e_1$  are defined in Table 1.

Table 1  
Dimensions of the machine.

Symbol	Quantity	Value
$p$	Number of pole pairs	2
$R$	Rotor outer radius	45 mm
$e_1$	Air-gap length	0.26 mm
$N$	Number of turns in series per phase	29
$Ne$	Number of stator slots	36
$L$	Active axial length	155 mm
$\beta$	Pole arc	45°
$e_2$	Interpolar air-gap length	10 mm
$\delta$	Skewing angle	10°
$k$	Chording factor	1 (No chording)

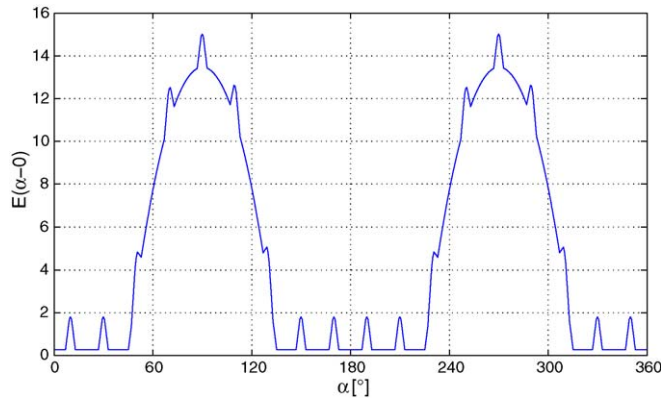


Fig. 4. Total air-gap function,  $\theta=0$ .

The flux paths due to the stator slots are shown in Fig. 3(b) and the corresponding length of the flux lines is given by [12]:

$$E_s(\alpha) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} R\alpha & 0 \leq R\alpha \leq h_0 \\ \frac{\pi}{2} R\alpha + \gamma(R_s\alpha - h_0) & h_0 \leq R\alpha \leq \frac{b_0}{2} \end{cases} \quad (3)$$

with:

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{h_1}{(b_1 - b_0)/2}\right)$$

The slot dimensions are  $h_0=0.9$  mm,  $h_1=0.4$  mm,  $b_0=2.5$  mm and  $b_1=4.3$  mm. The total slot depth is 13.6 mm.

The total air-gap function is then:

$$e(\alpha - \theta) = E_s(\alpha) + E_r(\alpha - \theta) \quad (4)$$

its representation is shown in Fig. 4

### 2.3. Inductances calculation

In linear conditions, the magnetic energy stored in the airgap, with respect to rotor position, is:

$$W(\theta) = \frac{\mu_0}{2} \iiint_v H^2 dv. \quad (5)$$

The field is invariant with respect to  $z$  axis (perpendicular axis to the cross-section of Fig. 1). The volume element is:

$$dv = RLe(\alpha - \theta)d\alpha \quad (6)$$

(5) is then transformed to:

$$W(\theta) = \frac{\mu_0 RL}{2} \int_0^{2\pi} e(\alpha - \theta) H^2(\alpha - \theta) d\alpha. \quad (7)$$

Considering that the three phases  $a$ ,  $b$  and  $c$  are fed by three-phase balanced currents synchronized with the rotor position. By replacing (1) in (7), we obtain:

$$W(\theta) = \frac{\mu_0 RL}{2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{e(\alpha - \theta)} (N_a(\alpha) i_a(\theta) + N_b(\alpha) i_b(\theta) + N_c(\alpha) i_c(\theta))^2 d\alpha. \quad (8)$$

The development of (8) gives:

$$\begin{aligned}
 W(\theta) = & \frac{\mu_0 RL}{2} \sum_{i=a,b,c} \int_0^{2\pi} \frac{1}{e(\alpha - \theta)} N_i^2(\alpha) i_i^2(\theta) d\alpha \\
 & + \frac{\mu_0 RL}{2} \sum_{i=a,b,c} \sum_{j=a,b,c} \int_0^{2\pi} \frac{1}{e(\alpha - \theta)} N_i(\alpha) N_j(\alpha) i_i(\theta) i_j(\theta) d\alpha.
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

In other hand, we know the energy expression of a magnetically coupled circuit in terms of inductances and currents as [8]:

$$W(\theta) = \sum_{i=a,b,c} \frac{1}{2} L_i(\theta) i_i^2(\theta) + \sum_{i=a,b,c} \sum_{j=a,b,c} \frac{1}{2} M_{ij}(\theta) i_i(\theta) i_j(\theta)
 \tag{10}$$

with  $L_i(\theta)$  is the self inductance of the phase  $i$  and  $M_{ij}(\theta)$  the mutual inductance between the phase  $i$  and the phase  $j$ .

Equalizing (9) and (10), we obtain the general expressions of the self and mutual inductances:

$$L_i(\theta) = \mu_0 RL \int_0^{2\pi} \frac{1}{e(\alpha - \theta)} N_i^2(\alpha) d\alpha
 \tag{11}$$

$$M_{ij}(\theta) = \mu_0 RL \int_0^{2\pi} \frac{1}{e(\alpha - \theta)} N_i(\alpha) N_j(\alpha) d\alpha.
 \tag{12}$$

#### 2.4. Torque computation

According to the virtual work method, the electromagnetic torque  $\Gamma_{em}$  can be computed using the magnetic co-energy  $W_{co}$ :

$$\Gamma_{em}(\theta) = p \left[ \frac{\partial W_{co}(\theta)}{\partial \theta} \right]_{(I \text{ constant})}
 \tag{13}$$

where  $p$  is pole pairs number.

In a linear magnetic system, the co-energy is equal to the stored energy:

$$W_{co}(\theta) = \frac{1}{2} p [I(\theta)]^t [L(\theta)] [I(\theta)]
 \tag{14}$$

where  $L(\theta)$  is the inductance matrix:

$$L(\theta) = \begin{bmatrix} L_a(\theta) & M_{ab}(\theta) & M_{ac}(\theta) \\ M_{ab}(\theta) & L_b(\theta) & M_{bc}(\theta) \\ M_{ac}(\theta) & M_{bc}(\theta) & L_c(\theta) \end{bmatrix}
 \tag{15}$$

The electromagnetic torque is then:

$$\Gamma_{em}(\theta) = \frac{1}{2} p [I(\theta)]^t \left[ \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} \right] [I(\theta)]
 \tag{16}$$

In the case of sinusoidal excitation the currents vector is:

$$[I(\theta)] = \begin{bmatrix} \sqrt{2} I_{rms} \cos(\theta + \psi) \\ \sqrt{2} I_{rms} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3} + \psi\right) \\ \sqrt{2} I_{rms} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3} + \psi\right) \end{bmatrix}
 \tag{17}$$

with  $\psi$  the load angle, the choice of  $\psi = 45^\circ$  maximize the mean value of electromagnetic torque.



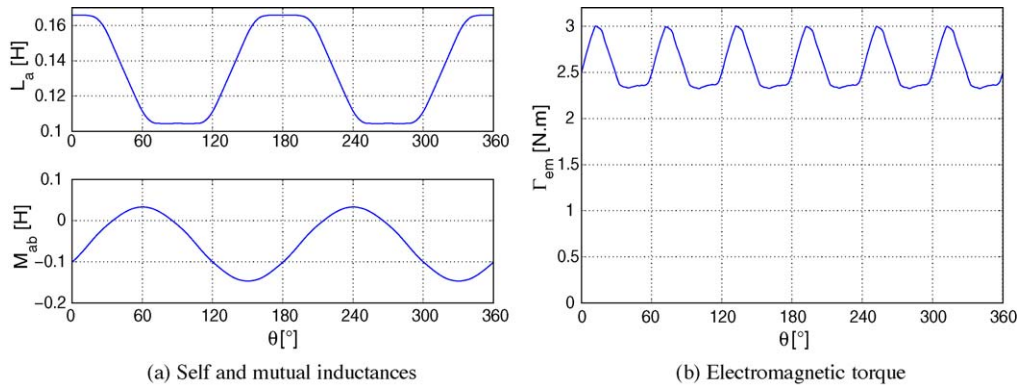


Fig. 5. Computed inductances and electromagnetic torque.

### 2.5. Application

A detailed comparison of the presented method with the finite elements method is done in [10] where quite similar results of the two methods are shown.

Here, the method is applied to a SynRM which have the parameters given in Table 1. Fig. 5 shows the obtained inductances and electromagnetic torque using respectively (11), (12) and (16). One can observe torque pulsations while the machine is optimized for low torque ripple purpose [5]. Despite that the machine is skewed, residual torque ripple caused by windings distribution and rotor saliency is important (around 26% of the mean value). This ripple cannot be attenuated by structure optimization. The idea to outperform this problem consists on feeding the machine by suitable currents waveshapes.

### 3. Optimal currents for torque ripple cancellation

Using Park’s transformation and neglecting the zero sequence current (3-wires star connexion for the stator windings), we have:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = [P] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \tag{18}$$

where  $i_d(\theta)$  and  $i_q(\theta)$  are the  $d$  and  $q$  current components. The Park transformation is defined as:

$$[P] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin(\theta) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \tag{19}$$

The expression (16) is then transformed to:

$$\Gamma_{em}(\theta) = \frac{1}{2} P \begin{bmatrix} i_d(\theta) \\ i_q(\theta) \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} L_{dd\gamma}(\theta) & L_{dq\gamma}(\theta) \\ L_{dq\gamma}(\theta) & L_{qq\gamma}(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d(\theta) \\ i_q(\theta) \end{bmatrix} \tag{20}$$

$L_{dd\gamma}$ ,  $L_{qq\gamma}$  and  $L_{dq\gamma}$  are obtained by Park transformation of derivative inductances matrix:

$$\begin{bmatrix} L_{dd\gamma}(\theta) & L_{dq\gamma}(\theta) \\ L_{dq\gamma}(\theta) & L_{qq\gamma}(\theta) \end{bmatrix} = [P]^t \left[ \frac{\partial L}{\partial \theta} \right] [P] \tag{21}$$

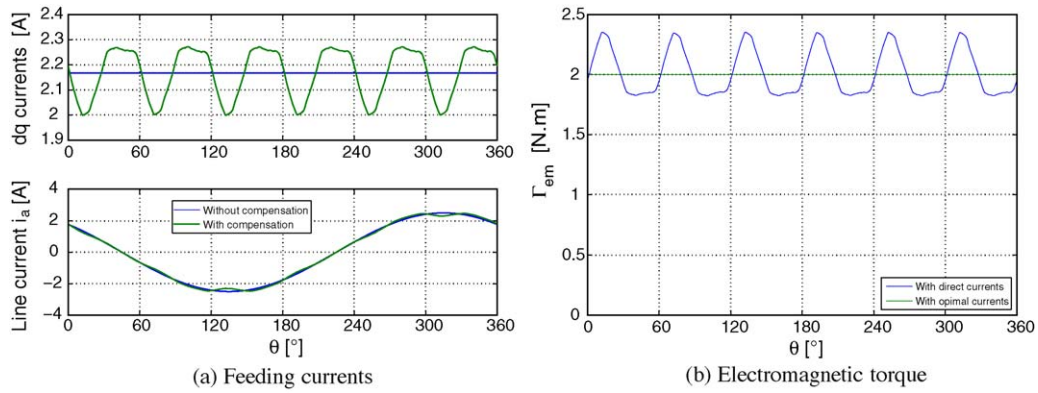


Fig. 6. Comparison of steady-state results in two cases: with and without optimal current.

The development of (20) gives:

$$\Gamma_{em}(\theta) = A(\theta) i_d^2(\theta) + B(\theta) i_q^2(\theta) + C(\theta) i_d(\theta) i_q(\theta) \tag{22}$$

with:

$$A(\theta) = \frac{1}{2} p L_{dd}(\theta)$$

$$B(\theta) = \frac{1}{2} p L_{qq}(\theta) \tag{23}$$

$$C(\theta) = p L_{dq}(\theta)$$

In order to have the maximum torque for minimum copper losses, we must impose  $i_d(\theta) = i_q(\theta) = I_{ref}(\theta)$ , [4]. Equalizing  $\Gamma_{em}(\theta)$  to the needed torque reference  $\Gamma_d$  for each rotor position, we obtain the optimal current:

$$I_{opt}(\theta) = \sqrt{\frac{\Gamma_d}{A(\theta) + B(\theta) + C(\theta)}} \tag{24}$$

In the case of speed control, it is preferable to fix  $i_d$  on its nominal value  $I_{dref}$  avoiding strong saturation [1]. For each rotor position, to obtain the optimal  $q$  axis current  $i_{qopt}$ , we search the adequate root of the second degree polynomial:

$$B(\theta) i_q^2(\theta) + C(\theta) I_{dref} i_q(\theta) + A(\theta) I_{dref}^2 - \Gamma_d = 0 \tag{25}$$

Fig. 6(b) shows the electromagnetic torque obtained with and without optimal currents injection. The optimal current computed by (24) is shown in Fig. 6(a). We can observe that torque pulsations are totally canceled.

### 3.1. Vector control with optimal currents

The synoptic scheme of the vector control of SynRM with optimal currents injection and without speed regulation is shown in Fig. 7. Starting from a needed value of torque, the calculated currents are tracked by PI controllers. The simulated machine is the one described previously. The parameters used for dynamic simulations are the viscous friction  $K_f = 0.0018 \text{ Nm s}$ , the moment of inertia  $J = 0.037 \text{ kg m}^2$  and the resistance of one stator phase  $R_s = 2 \Omega$ . The simulations are done using Matlab/Simulink software.

Fig. 8 shows the dynamic behavior of dq currents and the resulting torque in the case of no torque ripple compensation. We can observe the torque ripple frequency increases because the speed does not achieve the steady-state due to no speed control. In the case of optimal currents injection (Fig. 9), at low speed the torque is without ripple while the optimal currents are well tracked by the controllers. When the speed increases some variations of the torque are noticeable because of the controller bandwidth. Indeed, this bandwidth is limited by the stability condition of the closed loop dynamic system. To perform high frequency signal tracking one must use another controller such as hysteresis controller for example.

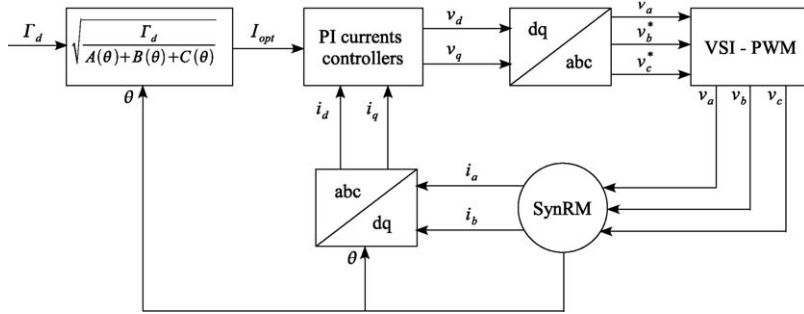


Fig. 7. Synoptic scheme of current vector control with optimal currents injection.

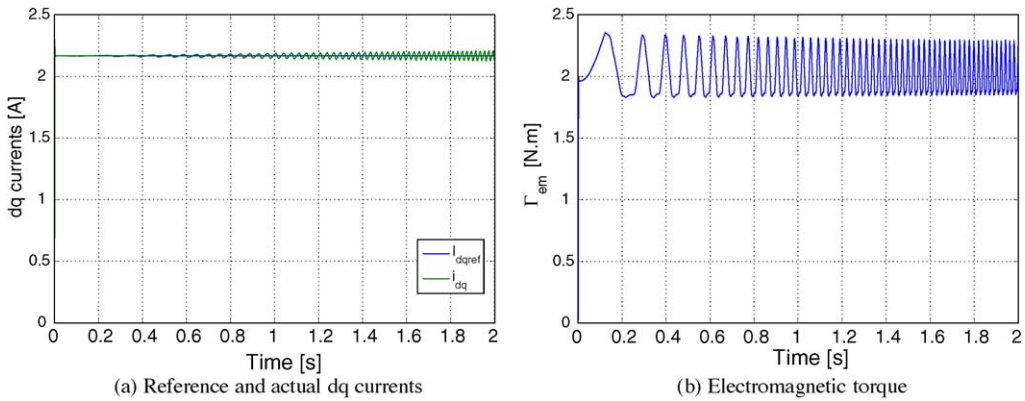


Fig. 8. Dynamic simulation of current vector control without optimal currents injection.

In the case of speed vector control (Fig. 10), the reference torque value is determined by the speed controller. The optimal current  $I_{qopt}$  is obtained by solving Eq. (25) while the reference of  $d$ -axis current  $I_{dref}$  is maintained constant. The obtained results for a reference speed of 10 rad/s are shown in Fig. 11. We can observe that almost all total ripple cancellation is achieved and the speed is smooth at steady-state. Also, We notice a relatively high overshoot on the speed response. However, this overshoot can be reduced by tuning the parameters of the speed controller.

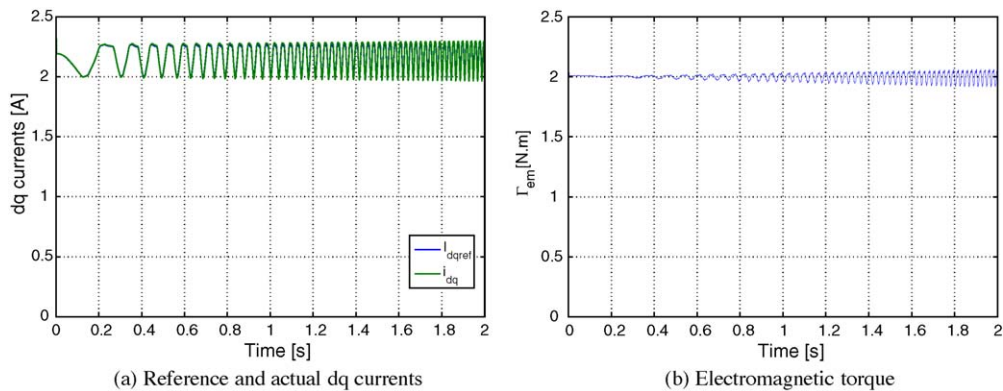


Fig. 9. Dynamic simulation of current vector control with optimal currents injection.

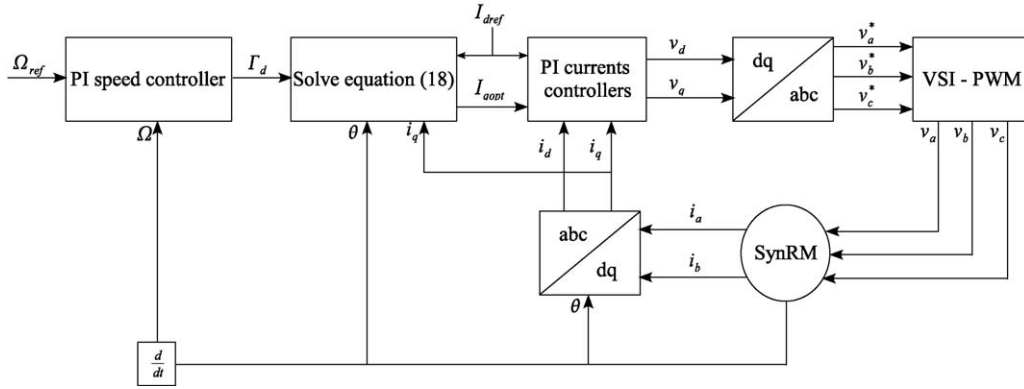


Fig. 10. Synoptic scheme of speed vector control with optimal currents injection.

**4. Experimental implementation of the offline currents predetermination method**

The experimental prototype SynRM is manufactured by milling a standard 4-pole, 3 kW squirrel cage induction motor. The stator of the considered motor contains 36 slots with three phase full pitch winding ( $k = 9/9$ ). The skewing angle of the rotor bars, being equal to  $13^\circ$  (different of the optimum value given in Table 1), determines the direction of milling to obtain the rotor salient poles. The manufactured rotor is shown in Fig. 12. It has the following parameters:  $\beta = 45^\circ$ ,  $e_2 = 10$  mm and  $\delta = 13^\circ$ . To avoid damping effect, the rotor end-rings are cut-off. A VSI inverter drives the SynRM by imposing the reference voltages calculated by the controllers using PWM technique. A DSP board (dsSPACE 1102) is used for numerical implementation of control algorithms. A DC machine is used to load the SynRM.

Fig. 14(a) and (b) shows the computed and measured self and mutual inductances. The measurement test is done at stand-still. The rotor being blocked on a position  $\theta$ , one stator phase is fed by a step voltage of low amplitude to avoid saturation effect (Fig. 13). The measurements are done for  $\theta$  varying from 0 to  $90^\circ$  with an increment of  $1^\circ$ . The inductances are obtained as follow:

$$L_a(\theta) = \frac{\psi_{a\infty}}{i_{a\infty}} = \frac{\int_0^{t\infty} (v_a(t) - R_s i_a(t)) dt}{i_{a\infty}} \tag{26}$$

$$M_{ab}(\theta) = \frac{\psi_{ab\infty}}{i_{a\infty}} = \frac{\int_0^{t\infty} v_b(t) dt}{i_{a\infty}} \tag{27}$$

where  $L_a$  and  $M_{ab}$  are the self and mutual inductances,  $\psi_{a\infty}$  and  $\psi_{ab\infty}$  the steady-state fluxes through phases  $a$  and  $b$ ,  $v_a(t)$  is the excitation voltage of phase  $a$ ,  $v_b(t)$  is the induced one in phase  $b$ ,  $i_a$  and  $i_{a\infty}$  are respectively the instantaneous and the steady-state current of phase  $a$ .

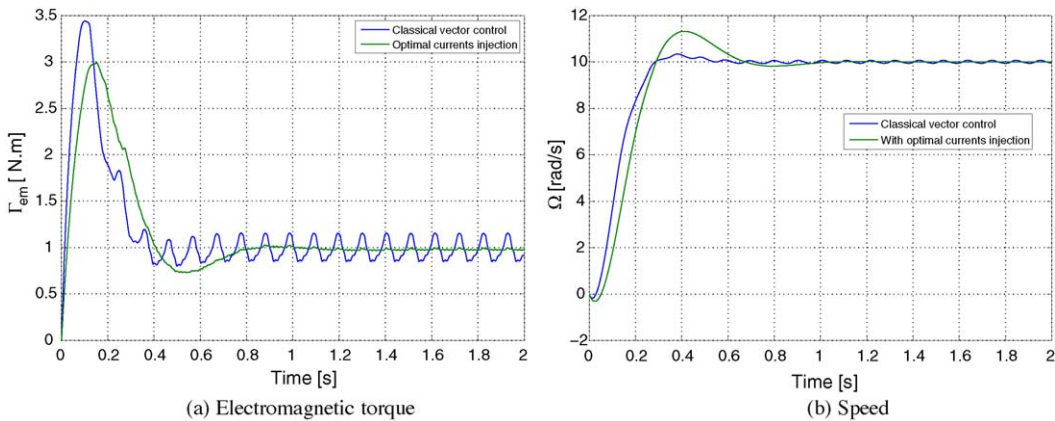


Fig. 11. Simulation results of speed vector control with and without optimal currents injection.

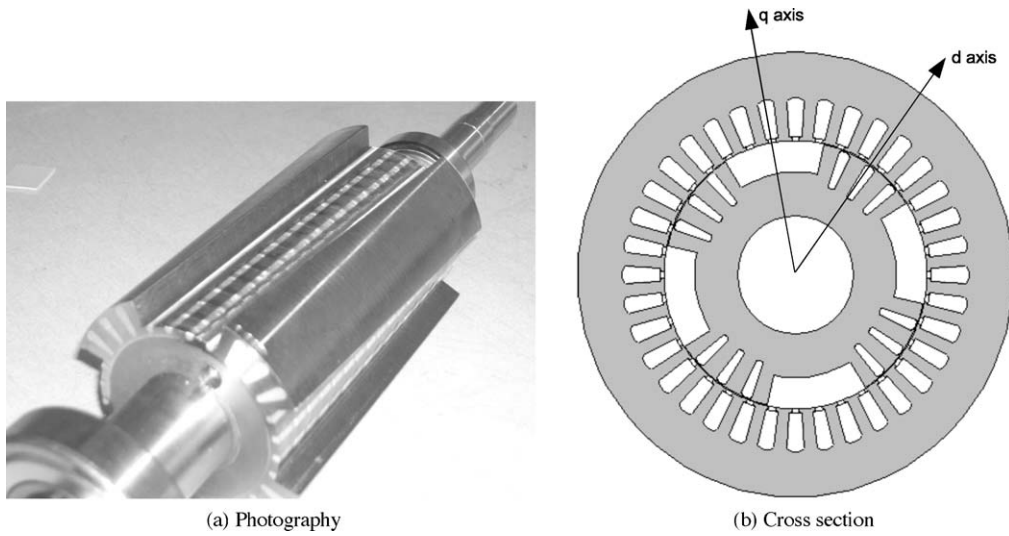


Fig. 12. Manufactured rotor.

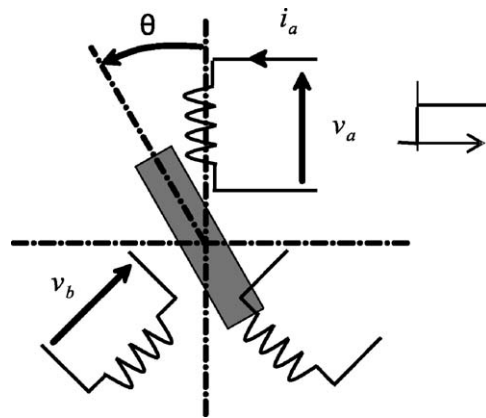


Fig. 13. Self and mutual inductances measurement test.

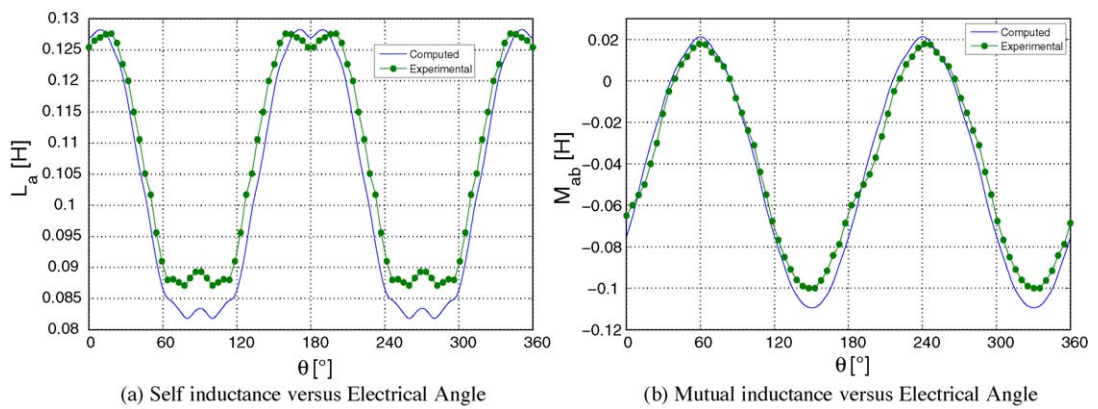


Fig. 14. Experimental and computed inductances.

Table 2  
Self inductance harmonics [H].

Harmonic order	Winding function method	Experimental result
$L_0$	0.1036	0.1075
$L_2$	0.0255	0.0225
$L_4$	0.0020	0.0012
$L_6$	-0.0028	-0.0039

Table 3  
Mutual inductance harmonics [H].

Harmonic order	Winding function method	Experimental result
$M_0$	-0.0432	-0.0410
$M_2$	0.0647	0.0537
$M_4$	-0.0017	-0.0012
$M_6$	$1.51E^{-05}$	0.0029

Significant harmonics of inductances are given in Tables 2 and 3. One can observe the good agreement between the computed and measured inductances

Fig. 15 shows the optimal current and the corresponding torque for a reference torque value of 2 N m (because our model is valid only under linear condition, we have chosen to work with low values of torque in order to avoid magnetic saturation witch corresponds to approximately  $i_d = i_q = 3A$ ). The optimal current is obtained as for the machine without slots in the rotor (Eq. (24)). Rotor slots are taken for account in the inductances computation by adding another air-gap function reflecting this phenomenon.

The electromagnetic torque is estimated by:

$$\Gamma_{em}(t) = \frac{\sum_{i=a;b;c} e_i(t) i_i(t)}{\Omega} \tag{28}$$

with:

$$e_i(t) = v_{iref}(t) - R_s i_i(t) \tag{29}$$

where  $v_{iref}(t)$  and  $i_i(t)$  are respectively the reference voltage and the line current of phase i and  $\Omega$  is the mechanical speed.

Observing Eq. (29) one can understand the difficulty to estimate the electromagnetic torque at low speed. In this case, the voltage drop caused by IGBT's deadtime cannot be neglected [6]. Indeed, the real mean value voltage supplying

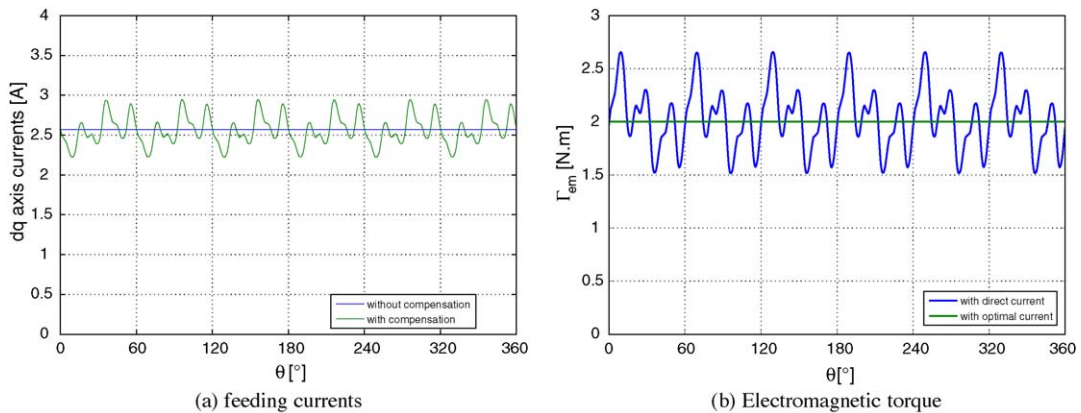


Fig. 15. Optimal dq currents and the resulting torque.

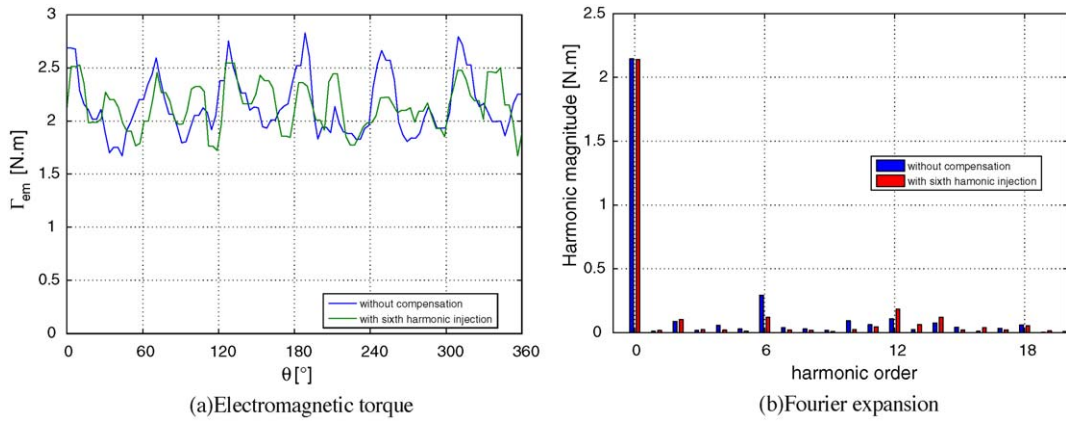


Fig. 16. Estimated torque and its Fourier expansion with and without sixth current harmonic injection.

the machine windings is:

$$\langle v_i \rangle = \langle v_{iref} \rangle - \Delta v \tag{30}$$

with:

$$\Delta v = \frac{t_d V_{dc}}{T_{PWM}} \tag{31}$$

where  $t_d$  is the deadtime of the inverter,  $T_{PWM}$  the pulse width modulation period ( $T_{PWM} = 100 \mu s$ ) and the voltage level of the DC bus  $V_{dc} = 500 V$ . A value of  $3.8 \mu s$  of  $t_d$  is measured on our inverter making  $\Delta v = 19 V$ . Experimental tests have shown that for  $\Omega > 125 \text{ rad/s}$  the voltage drop  $\Delta v$  is neglectable. Hence to estimate correctly the electromagnetic torque, all measurements have been done for  $\Omega > 125 \text{ rad/s}$ .

Because of the imposed high fundamental frequency explained up, the current controllers cannot track the higher harmonics above the sixth. Hence, we have limited our study to only the sixth current harmonic injection. The injected current is:

$$I_{opt}(\theta) = M + H_6 \sin 6\theta \tag{32}$$

where  $M$  is the mean value and  $H_6$  sixth harmonic magnitude.

With  $\Gamma_d = 2 \text{ N.m}$  and the values of inductances harmonics given in Tables 2 and 3, we obtain:

$$I_{opt}(\theta) = 2.54 - 0.13 \sin 6\theta \tag{33}$$

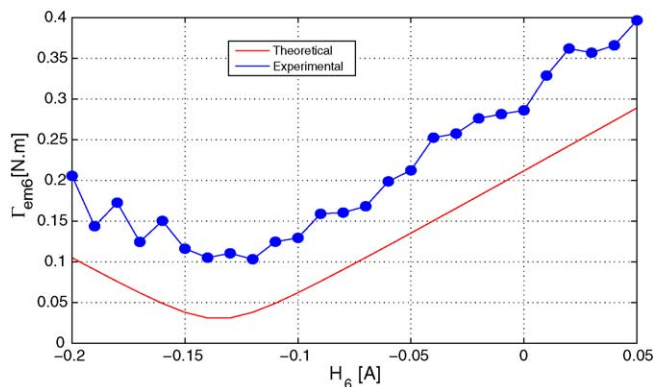


Fig. 17. Sixth electromagnetic torque harmonic versus the sixth current harmonic: theoretical and experimental result.

Fig. 16(a) and (b) represents respectively the estimated electromagnetic torque and its Fourier expansion with and without sixth current harmonic injection. We can observe a reduction of torque harmonic magnitude essentially the sixth. However, we notice a slight increase of the twelfth torque harmonic.

To confirm this result, a sweeping on the magnitude of the sixth current harmonic  $H_6$  from  $-0.2$  to  $0.05$  A is done and the evolution of the sixth torque harmonic is plotted in Fig. 17. The same optimum value is obtained for both theoretical and experimental cases while an error on magnitude can be observed, this is due to an error in torque estimation and poor tracking performance of PI controllers. Therefore, for a given constant speed, there is a constant overestimation of the torque with the used method (as it is explained in page 11, Eqs. (28)–(31)). This error decreases when the speed increases. At  $\Omega = 125$  rad/s this error is relatively small and equal to  $0.1$  N m.

## 5. Conclusion

A simple and efficient method for torque ripple minimization in a synchronous reluctance motor is developed. The proposed model is based on winding function approach, it takes into account all space harmonics, then the whole spectrum of electromagnetic torque is accessible. Furthermore, the computing time is strongly minimized compared to other methods based on numerical resolution of field equations.

Theoretically, the electromagnetic torque can be maintained constant by the injection of the optimal computed current waveshapes. Because of difficulty to estimate electromagnetic torque at low speed, experimental verification of the method was done at high speed where the injected optimal current harmonics cannot be tracked by current controllers. Hence, we have limited our experimental study to only the sixth current harmonic and satisfactory results have been obtained showing a significant attenuation of the sixth torque harmonic. Future work will focus on low speed operation where speed harmonics are noteworthy. In this case, load current control is mandatory to maintain a constant load torque. Also, online autocompensation observer/estimator-based technique is under experimentation.

## References

- [1] I. Boldea, *Reluctance Synchronous Machines and Drives*, Clarendon Press, Oxford, 1996, 224 pp.
- [2] A. Chiba, F. Nakamura, T. Kukao, M.A. Rahman, Inductances of cageless reluctance-synchronous machines having non-sinusoidal space distributions, *IEEE Trans. Ind. Appl.* 27 (1) (1991) 44–51.
- [3] S. Clenet, Y. Lefèvre, N. Sadowski, S. Astier, M. Lajoie-Mazenc, Compensation of permanent magnet motors torque ripple by means of current supply waveshapes control determined by finite element method, *IEEE Trans. Mag.* 29 (March (2)) (1993) 2019–2023.
- [4] M.O. Hamiti, Réduction des ondulations de couple d'une machine synchrone à réluctance variable, Approches par la structure et par la commande, Ph.D. Thesis, University Henri Poincaré—Nancy I, June 2009.
- [5] T. Hamiti, T. Lubin, A. Rezzoug, A simple and efficient tool for design analysis of synchronous reluctance motor, *IEEE Trans. Mag.* 44 (December (12)) (2008) 4648–4652.
- [6] J. Holtz, Pulsewidth modulation for electronic power conversion, *Proc. IEEE* 82 (8) (August 1994) 1194–1214.
- [7] T.M. Jahns, W.L. Stoong, Pulsating torque minimization techniques for permanent magnet AC motor drives—a review, *IEEE Trans. Ind. Electron.* 43 (April (2)) (1996) 321–330.
- [8] P.C. Krause, O. Wasynczuk, S.D. Sudhoff, *Analysis of Electric Machinery*, IEEE Press, Piscataway, NJ, 1995.
- [9] J.H. Lee, Efficiency evaluation of synchronous reluctance motor using FEM and Preisach modeling, *IEEE Trans. Mag.* 39 (September) (2003) 3271–3273.
- [10] T. Lubin, T. Hamiti, H. Razik, A. Rezzoug, Comparison between finite element analysis and winding function theory for inductances and torque calculation of a SynRM, *IEEE Trans. Mag.* 43 (August (8)) (2007) 3406–3410.
- [11] N. Matsui, T. Makino, H. Satoh, Autocompensation of torque ripple of direct drive motor by torque observer, *IEEE Trans. Ind. Appl.* 29 (January/February (1)) (1993) 187–194.
- [12] F. Meibody Tabar, Etude d'une machine synchrone à réluctance variable pour des applications à grande vitesse, Ph.D. Thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 1986.
- [13] P. Neti, S. Nandi, Determination of effective air-gap length of reluctance synchronous motors from experimental data, in: *Conf. Rec. IEEE-IAS Annual Meeting*, 2004, pp. 86–93.
- [14] I. Tabatabaei, J. Faiz, H. Lesani, M.T. Nabavi-Razavi, Modeling and simulation of a salient-pole synchronous generator with dynamic eccentricity using modified winding function theory, *IEEE Trans. Mag.* 40 (May) (2004) 1550–1555.
- [15] X. Tu, L.-A. Dessaint, M. El Kahel, A. Barry, Modeling and experimental validation of internal faults in salient pole synchronous machines including space harmonics, *Math. Comput. Simul.* 71 (2006) 425–439.
- [16] A. Vagati, A. Canova, M. Chiampi, M. Pastorelli, M. Repetto, Design refinement of synchronous reluctance motor through finite element analysis, *IEEE Trans. Ind. Appl.* 36 (4) (2000) 1094–1102.







Poisson's equations are solved in each subdomain (air gap, magnets, slot-opening and slot regions) and the solution is obtained using boundary and interface conditions.

The problem description and the assumptions of the model are presented in Section II. Section III describes the analytical method for magnetic field calculation in the air gap, permanent magnets and in the slot regions. The back-EMF and torque expressions are developed in Section IV. The developed analytical model is then used in Section V for magnetic field, back-EMF and electromagnetic torque calculation for both fractional and integer numbers of slots per pole and per phase machines. The analytical results are verified thanks to finite-element computations.

## II. MOTOR GEOMETRY AND ASSUMPTIONS

The geometric representation of a three-phase (6-slot/4-pole) PM motor with concentrated windings and semi-closed slots is shown in Fig. 1. The geometrical parameters are the inner radius of the rotor yoke  $R_1$ , the radius of the PM surface  $R_2$ , the inner and outer radii of the slot-opening  $R_3$  and  $R_4$  respectively, and  $R_5$  is the radius of the slot bottom. The pole-arc to pole-pitch ratio of the PM rotor is  $\alpha$ , the number of pole pairs is  $p$ . The stator presents  $Q$  semi-closed slots with current density  $J_j$  in each slot. The slot-opening angle is  $\beta$  and the slot-pitch angle is  $\delta$ .

The angular position of the  $i$ th stator slot-opening is defined as

$$\theta_i = -\frac{\beta}{2} + \frac{2i\pi}{Q} \quad \text{with } 1 \leq i \leq Q. \quad (1)$$

In order to simplify the problem, the following assumptions are made:

- end effects are neglected.
- stator and rotor iron cores are infinitely permeable.
- radially magnetized magnets with a relative recoil permeability  $\mu_r = 1$ .
- the stator slots have radial sides.

As it can be seen in Fig. 1, the whole domain of the field problem is divided into four types of subdomains: the rotor PM subdomain (regions I), the air-gap subdomain (region II), the  $Q$  stator slots-opening subdomains (regions  $i, i = 1, 2, \dots, Q$ ), and the  $Q$  stator slots subdomains (regions  $j, j = 1, 2, \dots, Q$ ). The subdomains I and II have annular shapes. The  $i$ th slot-opening and the  $j$ th slot subdomain shapes are shown respectively in Figs. 2 and 3.

Due to the presence of electrical current in the slots, a magnetic vector potential formulation is used. The problem is solved in 2-D polar coordinates. According to the adopted assumptions, the magnetic vector potential has only one component along the  $z$ -direction and only depends on the  $r$  and  $\theta$  coordinates. The notations used in the paper are

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_I &= A_I(r, \theta) \cdot \mathbf{e}_z, & \text{for the rotor PM subdomain} \\ \mathbf{A}_{II} &= A_{II}(r, \theta) \cdot \mathbf{e}_z, & \text{for the air-gap subdomain} \\ \mathbf{A}_i &= A_i(r, \theta) \cdot \mathbf{e}_z, & \text{for the } i\text{th slot-opening subdomain} \\ \mathbf{A}_j &= A_j(r, \theta) \cdot \mathbf{e}_z, & \text{for the } j\text{th slot subdomain.} \end{aligned}$$

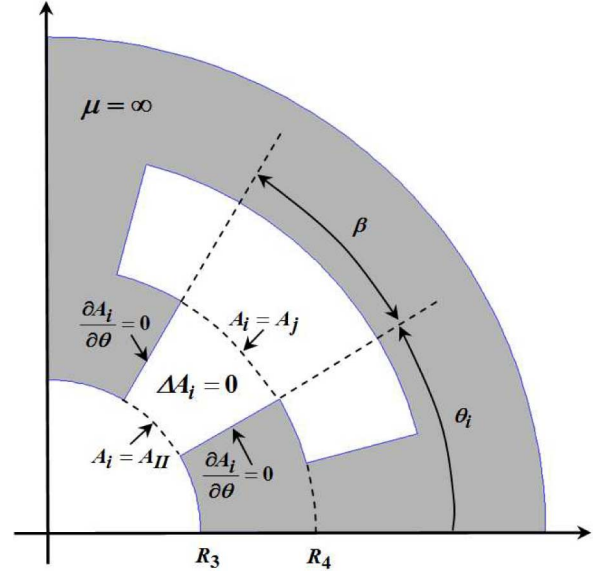


Fig. 2.  $i$ th slot-opening subdomain with its boundary conditions.

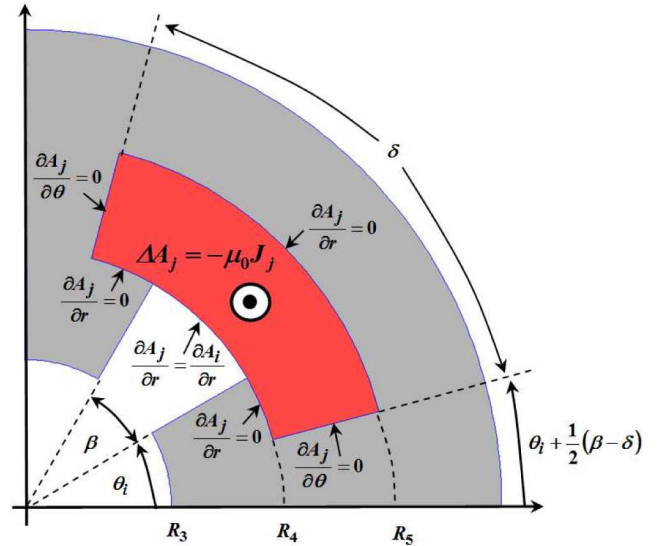


Fig. 3.  $j$ th slot subdomain with its boundary conditions (with homogeneous current density distribution  $J_j$  in the slot).

## III. ANALYTICAL SOLUTION OF MAGNETIC FIELD IN THE DIFFERENT SUBDOMAINS

By using the separation of variables technique, we now consider the solution of Poisson's equations in the PMs and slots subdomains (magnet or current carrying regions) and Laplace's equation in the slot-opening and air-gap subdomains (air regions). For the sake of clarity of the general solutions in the different subdomains, we adopt the following notations throughout the paper

$$P_w(u, v) = \left(\frac{u}{v}\right)^w + \left(\frac{v}{u}\right)^w \quad (2)$$

$$E_w(u, v) = \left(\frac{u}{v}\right)^w - \left(\frac{v}{u}\right)^w. \quad (3)$$

### A. Solution of Laplace's Equation in the $i$ th Slot-Opening Subdomain (Region $i$ )

The  $i$ th slot-opening subdomain and the associated boundary conditions are shown in Fig. 2. We have to solve the Laplace's equation in a domain of inner radius  $R_3$  and outer radius  $R_4$  delimited by the angles  $\theta_i$  and  $\theta_i + \beta$

$$\frac{\partial^2 A_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_i}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_i}{\partial \theta^2} = 0 \quad \text{for} \quad \begin{cases} R_3 \leq r \leq R_4 \\ \theta_i \leq \theta \leq \theta_i + \beta \end{cases} \quad (4)$$

The tangential component of the magnetic field at the sides of the slot-opening is null (infinite permeability for the stator iron core). In terms of magnetic vector potential, the boundary conditions for the  $i$ th slot domain are

$$\left. \frac{\partial A_i}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_i} = 0 \quad \text{and} \quad \left. \frac{\partial A_i}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_i+\beta} = 0. \quad (5)$$

The continuity of the radial component of the flux density leads to

$$A_i(R_3, \theta) = A_{II}(R_3, \theta) \quad (6)$$

$$A_i(R_4, \theta) = A_j(R_4, \theta) \quad (7)$$

where  $A_{II}(r, \theta)$  and  $A_j(r, \theta)$  are respectively the magnetic vector potentials in the air gap (24) and in the  $j$ th slot (17).

Considering the boundary conditions (5) and the continuity conditions (6) and (7), the general solution of (4) can be written as

$$\begin{aligned} A_i(r, \theta) = & A_0^i + B_0^i \ln r \\ & + \sum_{k=1}^{\infty} \left( A_k^i \frac{E_{k\pi/\beta}(r, R_4)}{E_{k\pi/\beta}(R_3, R_4)} - B_k^i \frac{E_{k\pi/\beta}(r, R_3)}{E_{k\pi/\beta}(R_3, R_4)} \right) \\ & \cdot \cos \left( \frac{k\pi}{\beta} (\theta - \theta_i) \right) \end{aligned} \quad (8)$$

where  $k$  is a positive integer,  $E_{k\pi/\beta}(r, R_4)$  is defined by (3),  $A_0^i, B_0^i, A_k^i$ , and  $B_k^i$  are arbitrary constants.

The constants  $A_0^i, B_0^i, A_k^i$ , and  $B_k^i$  are determined using a Fourier series expansion of the air-gap magnetic vector potential  $A_{II}(R_3, \theta)$  and the one of the slot magnetic vector potential  $A_j(R_4, \theta)$  over the slot-opening interval  $[\theta_i, \theta_i + \beta]$

$$A_0^i + B_0^i \ln R_3 = \frac{1}{\beta} \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} A_{II}(R_3, \theta) \cdot d\theta \quad (9)$$

$$A_0^i + B_0^i \ln R_4 = \frac{1}{\beta} \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} A_j(R_4, \theta) \cdot d\theta \quad (10)$$

$$A_k^i = \frac{2}{\beta} \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} A_{II}(R_3, \theta) \cdot \cos \left( \frac{k\pi}{\beta} (\theta - \theta_i) \right) \cdot d\theta \quad (11)$$

$$B_k^i = \frac{2}{\beta} \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} A_j(R_4, \theta) \cdot \cos \left( \frac{k\pi}{\beta} (\theta - \theta_i) \right) \cdot d\theta. \quad (12)$$

The coefficients  $A_0^i, B_0^i, A_k^i$ , and  $B_k^i$  are developed in the Appendix.

### B. Solution of Poisson's Equation in the $j$ th Slot Subdomain (Region $j$ )

The  $j$ th slot domain and its boundary conditions are shown in Fig. 3. We have to solve the Poisson's equation in a domain of inner radius  $R_4$  and outer radius  $R_5$  delimited by the angles  $\theta_i + 1/2 \cdot (\beta - \delta)$  and  $\theta_i + 1/2 \cdot (\beta + \delta)$

$$\frac{\partial^2 A_j}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_j}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_j}{\partial \theta^2} = -\mu_0 J_j \quad (13)$$

where  $J_j$  is the current density in the slot  $j$ .

The tangential component of the magnetic field at the sides and at the bottom of the slot is null (infinite permeability for the stator iron core). The boundary conditions for the  $j$ th slot domain are then given by

$$\left. \frac{\partial A_j}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_i+\frac{1}{2}(\beta-\delta)} = 0 \quad \text{and} \quad \left. \frac{\partial A_j}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_i+\frac{1}{2}(\beta+\delta)} = 0 \quad (14)$$

$$\left. \frac{\partial A_j}{\partial r} \right|_{r=R_5} = 0. \quad (15)$$

As can be seen in Fig. 3, the boundary condition at  $r = R_4$  is more complex than the one at  $r = R_5$  and must be divided in two parts. A first part corresponds to the stator iron core surface where the tangential component of the magnetic field is null. A second part corresponds to the continuity of the tangential component of the magnetic field between the  $j$ th slot subdomain and the  $i$ th slot-opening subdomain. Therefore, the boundary condition at  $r = R_4$  can be written as

$$\left. \frac{\partial A_j}{\partial r} \right|_{r=R_4} = \begin{cases} \left. \frac{\partial A_i}{\partial r} \right|_{r=R_4} & \forall \theta \in [\theta_i, \theta_i + \beta] \\ 0 & \text{elsewhere.} \end{cases} \quad (16)$$

According to the superposition principle, the general solution of (13) is the sum of the general solution of the corresponding Laplace's equation and a particular solution [24]. Taking into account the boundary conditions (14), (15), and (16), the solution can be written as

$$\begin{aligned} A_j(r, \theta) = & A_0^j + \frac{1}{2} \mu_0 J_j \left( R_5^2 \ln r - \frac{1}{2} r^2 \right) \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} A_m^j \cdot \frac{\delta R_4}{m\pi} \cdot \frac{P_{m\pi/\delta}(r, R_5)}{E_{m\pi/\delta}(R_4, R_5)} \\ & \cdot \cos \left( \frac{m\pi}{\delta} \left( \theta - \theta_i - \frac{1}{2} (\beta - \delta) \right) \right) \end{aligned} \quad (17)$$

where  $m$  is a positive integer. The constant  $A_m^j$  is determined using a Fourier series expansion of  $(\partial A_i)/(\partial r)|_{R_4}$  over the slot

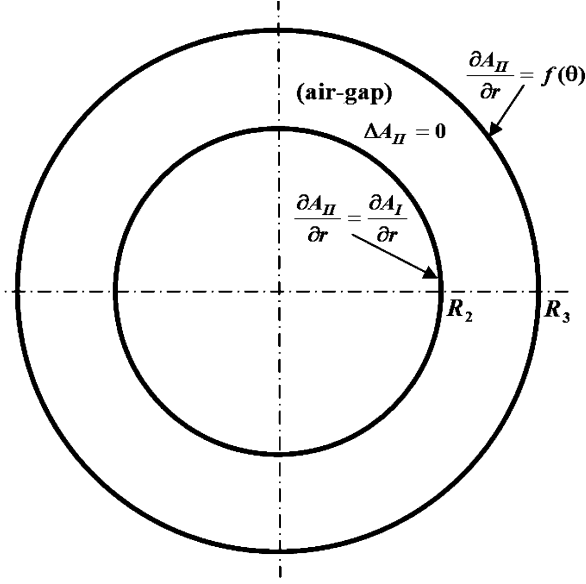


Fig. 4. Air-gap subdomain (region II) with its boundary conditions.

interval at  $r = R_4$

$$A_m^j = \frac{2}{\delta} \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} \left. \frac{\partial A_i}{\partial r} \right|_{R_4} \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{\delta} \left(\theta - \theta_i - \frac{1}{2}(\beta - \delta)\right)\right) \cdot d\theta. \quad (18)$$

The interface condition (16) also provides a direct relation between the coefficient  $B_0^i$  defined in (8) and the current density  $J_j$

$$B_0^i = \frac{\delta}{\beta} \cdot \frac{1}{2} \mu_0 J_j \cdot (R_5^2 - R_4^2) \quad \text{with } i = j. \quad (19)$$

The development of (18) is given in the Appendix.

### C. Solution of Laplace's Equation in the Air-Gap Subdomain (Region II)

The air-gap subdomain and the associated boundary conditions are shown in Fig. 4. The problem to solve is

$$\frac{\partial^2 A_{II}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{II}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_{II}}{\partial \theta^2} = 0$$

for  $\begin{cases} R_2 \leq r \leq R_3 \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases}$ . (20)

The continuity of the tangential component of the magnetic field at  $r = R_2$  leads to

$$\left. \frac{\partial A_{II}}{\partial r} \right|_{r=R_2} = \left. \frac{\partial A_I}{\partial r} \right|_{r=R_2}. \quad (21)$$

The boundary condition at the radius  $r = R_3$  is more complex because of the existence of the slots as shown in Fig. 1. Considering the continuity of the tangential magnetic field at the interface between the slot-opening and the air gap and considering that the tangential magnetic field is equal to zero elsewhere (infinite permeability of the stator core), the boundary condition at

$r = R_3$  can be written as [20]

$$\left. \frac{\partial A_{II}}{\partial r} \right|_{r=R_3} = f(\theta) \quad (22)$$

with

$$f(\theta) = \begin{cases} \left. \frac{\partial A_i}{\partial r} \right|_{r=R_3} & \forall \theta \in [\theta_i, \theta_i + \beta] \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (23)$$

where  $A_i(r, \theta)$  is the magnetic vector potential in the  $i$ th slot-opening given by (8).

Taking into account the boundary conditions (21) and (22), the general solution of the magnetic vector potential in the air gap can be written as

$$A_{II}(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_n^{II} \frac{R_2}{n} \frac{P_n(r, R_3)}{E_n(R_2, R_3)} + B_n^{II} \frac{R_3}{n} \frac{P_n(r, R_2)}{E_n(R_3, R_2)} \right) \cos(n\theta) + \sum_{n=1}^{\infty} \left( C_n^{II} \frac{R_2}{n} \frac{P_n(r, R_3)}{E_n(R_2, R_3)} + D_n^{II} \frac{R_3}{n} \frac{P_n(r, R_2)}{E_n(R_3, R_2)} \right) \sin(n\theta) \quad (24)$$

where  $n$  is a positive integer,  $P_n(r, R_3)$  and  $E_n(R_2, R_3)$  are defined by (2) and (3). The coefficients  $A_n^{II}$ ,  $B_n^{II}$ ,  $C_n^{II}$  and  $D_n^{II}$  are determined using Fourier series expansion

$$A_n^{II} = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left. \frac{\partial A_{II}}{\partial r} \right|_{R_2} \cdot \cos(n\theta) \cdot d\theta \quad (25)$$

$$B_n^{II} = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) \cdot \cos(n\theta) \cdot d\theta \quad (26)$$

$$C_n^{II} = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left. \frac{\partial A_{II}}{\partial r} \right|_{R_2} \cdot \sin(n\theta) \cdot d\theta \quad (27)$$

$$D_n^{II} = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) \cdot \sin(n\theta) \cdot d\theta. \quad (28)$$

The expressions of the coefficients  $A_n^{II}$ ,  $B_n^{II}$ ,  $C_n^{II}$ , and  $D_n^{II}$  are given in the Appendix.

The radial and tangential flux density distribution in the air gap can be deduced from the magnetic vector potential by

$$B_{IIr} = \frac{1}{r} \frac{\partial A_{II}}{\partial \theta} \quad B_{II\theta} = -\frac{\partial A_{II}}{\partial r}. \quad (29)$$

### D. Solution of Poisson's Equation in the PMs Subdomain (Region I)

The rotor PMs subdomain and the associated boundary conditions are shown in Fig. 5. The problem to solve is

$$\frac{\partial^2 A_I}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_I}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_I}{\partial \theta^2} = \frac{\mu_0}{r} \frac{\partial M_r}{\partial \theta}$$

for  $\begin{cases} R_1 \leq r \leq R_2 \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases}$  (30)

where  $\mu_0$  is the permeability of the vacuum and  $M_r$  is the radial magnetization of the magnets.

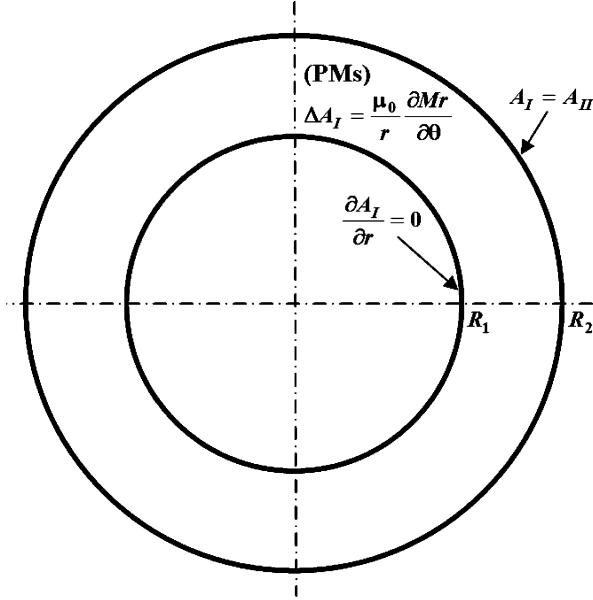


Fig. 5. PMs subdomain (region I) with its boundary conditions.

Knowing that the tangential component of the flux density at  $r = R_1$  is null (rotor core with infinite permeability) and considering the continuity of the radial component of the flux density at  $r = R_2$ , we have

$$\left. \frac{\partial A_I}{\partial r} \right|_{r=R_1} = 0 \quad (31)$$

$$A_I(R_2, \theta) = A_{II}(R_2, \theta). \quad (32)$$

The magnetization distribution  $M_r$  is plotted in Fig. 6, where  $B_r$  is the remanence of the magnets and  $\Delta$  is the position of the rotor. The radial magnetization can be expressed in Fourier's series and replaced in (30).

Taking into account the boundary conditions (31) and (32), the general solution of the magnetic vector potential in the PMs subdomain can be written as

$$A_I(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_n^I \frac{P_n(r, R_1)}{P_n(R_2, R_1)} + X_n(r) \cos(n\Delta) \right) \cos(n\theta) + \sum_{n=1}^{\infty} \left( C_n^I \frac{P_n(r, R_1)}{P_n(R_2, R_1)} + X_n(r) \sin(n\Delta) \right) \sin(n\theta) \quad (33)$$

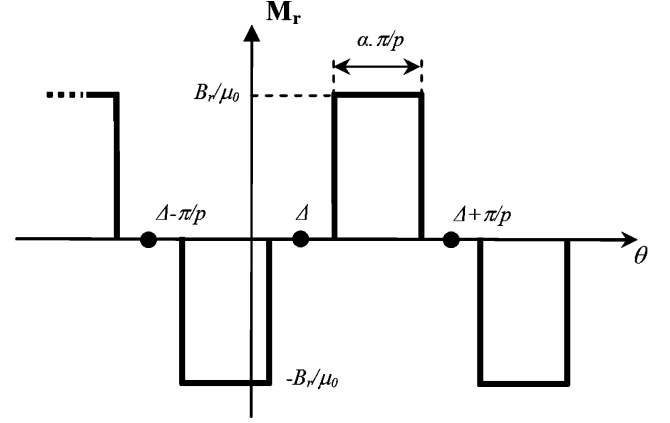
where

$$X_n(r) = -\frac{P_n(r, R_1)}{P_n(R_2, R_1)} \left( \frac{R_1}{n} \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^n f'_n(R_1) + f_n(R_2) \right) + \left( \frac{R_1}{n} \left( \frac{R_1}{r} \right)^n f'_n(R_1) + f_n(r) \right) \quad (34)$$

and

$$f_n(r) = \begin{cases} \frac{4B_r p}{\pi(1-n^2)} r \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{2p}(1-\alpha)\right) & \text{if } n = lp \text{ with } l = 1, 3, \dots \\ \frac{2B_r}{\pi} r \ln r \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}(1-\alpha)\right) & \text{if } n = p = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (35)$$

where  $n$  is a positive integer,  $p$  is the number of pole-pairs of the PM rotor and  $P_n(r, R_1)$  is defined by (2). It is worth to mention here that the magnetic vector potential solution (33) contains

Fig. 6. Magnetization distribution along  $\theta$ -direction (PM rotor).

some harmonic terms which are not multiple of the pole pairs number  $p$ . This is due to the presence of the slots.

The coefficients  $A_n^I$  and  $C_n^I$  are determined using a Fourier series expansion of  $A_{II}(R_2, \theta)$  over the interval  $[0, 2\pi]$

$$A_n^I = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} A_{II}(R_2, \theta) \cdot \cos(n\theta) \cdot d\theta \quad (36)$$

$$C_n^I = \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} A_{II}(R_2, \theta) \cdot \sin(n\theta) \cdot d\theta. \quad (37)$$

The expressions of the coefficients  $A_n^I$  and  $C_n^I$  are given in the Appendix.

#### IV. BACK-EMF AND TORQUE CALCULATION

##### A. Electromagnetic Torque Calculation

The electromagnetic torque is obtained using the Maxwell stress tensor. A circle of radius  $R_e$  in the air-gap subdomain is taken as the integration path so the electromagnetic torque is expressed as follows:

$$T_e = \frac{LR_e^2}{\mu_0} \int_0^{2\pi} B_{IIr}(R_e, \theta) \cdot B_{II\theta}(R_e, \theta) \cdot d\theta \quad (38)$$

where  $L$  is the axial length of the motor. Substituting (29) into the previous equation, the analytical expression for the electromagnetic torque becomes [20]

$$T_e = \frac{\pi LR_e^2}{\mu_0} \sum_{n=1}^{\infty} (W_n X_n + Y_n Z_n) \quad (39)$$

where

$$\begin{aligned} W_n &= -A_n^{II} \frac{R_2}{R_e} \frac{P_n(R_e, R_3)}{E_n(R_2, R_3)} - B_n^{II} \frac{R_3}{R_e} \frac{P_n(R_e, R_2)}{E_n(R_3, R_2)} \\ X_n &= -C_n^{II} \frac{R_2}{R_e} \frac{E_n(R_e, R_3)}{E_n(R_2, R_3)} - D_n^{II} \frac{R_3}{R_e} \frac{E_n(R_e, R_2)}{E_n(R_3, R_2)} \\ Y_n &= C_n^{II} \frac{R_2}{R_e} \frac{P_n(R_e, R_3)}{E_n(R_2, R_3)} + D_n^{II} \frac{R_3}{R_e} \frac{P_n(R_e, R_2)}{E_n(R_3, R_2)} \\ Z_n &= -A_n^{II} \frac{R_2}{R_e} \frac{E_n(R_e, R_3)}{E_n(R_2, R_3)} - B_n^{II} \frac{R_3}{R_e} \frac{E_n(R_e, R_2)}{E_n(R_3, R_2)}. \end{aligned} \quad (40)$$

TABLE I  
PARAMETERS OF THE FRACTIONAL SLOT/POLE MACHINE

Symbol	Quantity	value
$R_1$	Inner radius of the rotor yoke	2 cm
$R_2$	Radius of the PMs rotor surface	2.7 cm
$R_3$	Stator bore radius	2.8 cm
$R_4$	Outer radius of the slot-opening	3 cm
$R_5$	Outer radius of the slot	4 cm
$L$	Axial length	10 cm
$\delta$	Slot pitch angle	$\pi/Q = 30^\circ$
$\beta$	Slot-opening angle	variable
$\alpha$	PMs pole-arc to pole-pitch ratio	0.85
$B_r$	Remanence of the permanent magnets	1.2 T
$p$	Pole-pairs number	2
$Q$	Number of stator slots	6
$J_{rms}$	RMS current density	4.6 A/mm <sup>2</sup>
$N$	Number of harmonics used for magnetic field calculation in the airgap and PMs domains	100
$M$	Number of harmonics used for magnetic field calculation in the slot domain	100
$K$	Number of harmonics used for magnetic field calculation in the slot-opening domain	100

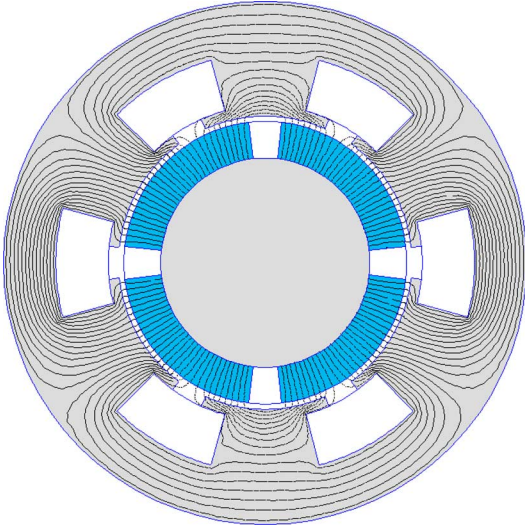


Fig. 7. Magnetic flux distribution for no-load condition ( $\beta/\delta = 0.4$ ).

### B. Back-EMF Calculation

In order to compute the back-EMF of a three-phase motor, we first determine at a given rotor position  $\Delta$ , the flux over each slot  $j$  of cross section  $S_{slot}$ . We have supposed that the current density is uniformly distributed over the slot area, so the vector potential can be averaged over the slot area to represent the coil

$$\varphi_j = \frac{L}{S_{slot}} \iint_{S_{slot}} A_j(r, \theta) r dr d\theta \text{ with } S_{slot} = \delta \cdot \frac{(R_5^2 - R_4^2)}{2} \quad (41)$$

where  $L$  is the machine axial length. The vector potential  $A_j(r, \theta)$  is given by (17). The development of (41) gives

$$\begin{aligned} \varphi_j = & L \cdot A_0^j + J_j \frac{\delta \mu_0 L}{2 S_{slot}} \left( R_5^4 \left( \ln(R_5) - \frac{5}{8} \right) \right. \\ & \left. + R_5^2 R_4^2 \left( \frac{1}{2} - \ln(R_4) \right) + \frac{1}{8} R_4^4 \right). \end{aligned} \quad (42)$$

Under no-load condition ( $J_j = 0$ ), the flux over each slot becomes

$$\varphi_j = L \cdot A_0^j. \quad (43)$$

The phase flux vector is given by

$$\begin{pmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{pmatrix} = n_{turn} \cdot [C] \cdot (\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \dots \quad \varphi_{Q-1} \quad \varphi_Q) \quad (44)$$

where  $n_{turn}$  is the number of turns in series per phase and  $[C]$  is a connecting matrix (of dimension  $3 \times Q$ ) that represents the stator windings distribution in the slots. The connecting matrix (of the slots with respect to the phases) corresponding to the three-phase PM motor shown in Fig. 1 (with 6 stator slots, concentrated windings and alternate teeth wound) is given by

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (45)$$

The three-phase back-EMF vector is computed by

$$\begin{pmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{pmatrix} = \Omega \cdot \frac{d}{d\Delta} \begin{pmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{pmatrix} \quad (46)$$

where  $\Omega$  is the rotating speed of the rotor.

## V. ANALYTICAL RESULTS AND COMPARISON WITH FINITE-ELEMENT CALCULATION

### A. Example 1: Fractional Slot/Pole Machine ( $q = 0.5$ )

As an example of PM machine, we investigate here the performances of a three-phase fractional-slot PM motor shown in Fig. 1. This machine presents 4-pole/6-slot corresponding to a number of slot per pole and per phase equal to  $q = 0.5$  and a concentrated stator windings with alternate teeth wound. Fractional-slot PM machines with concentrated windings present several advantages such as short end turns and hence a low copper losses, high power density, and low cogging torque [21]. Recently, they have found many applications such as domestic and automotive appliances. However, this type of machine presents more important eddy-current losses in the rotor magnets due to the presence of high-level space-harmonics in the armature reaction magnetic field [22], [23].

The geometrical parameters of the studied PM motor are given in Table I. The analytical solutions in the air gap, in the slots-opening and in the slot domains have been computed with a finite number of harmonic terms  $N$ ,  $K$ , and  $M$  as indicated in Table I. In order to validate the proposed model, the analytical results have been compared with 2-D finite-element simulations obtained using FEMM software [25]. The finite-element solutions were obtained by imposing the natural Neumann boundary condition at the surface of the stator and rotor iron cores. The mesh in the different subdomains has been refined until convergent results are obtained.

1) *Results for No-Load Condition* ( $B_r = 1.2$  T and  $J_{rms} = 0$  A/mm<sup>2</sup>): Fig. 7 shows the magnetic flux distribution in the machine under no-load condition. The slot-opening to slot pitch ratio is fixed to  $\beta/\delta = 0.4$  ( $\delta = 30^\circ$  and  $\beta = 12^\circ$ ).

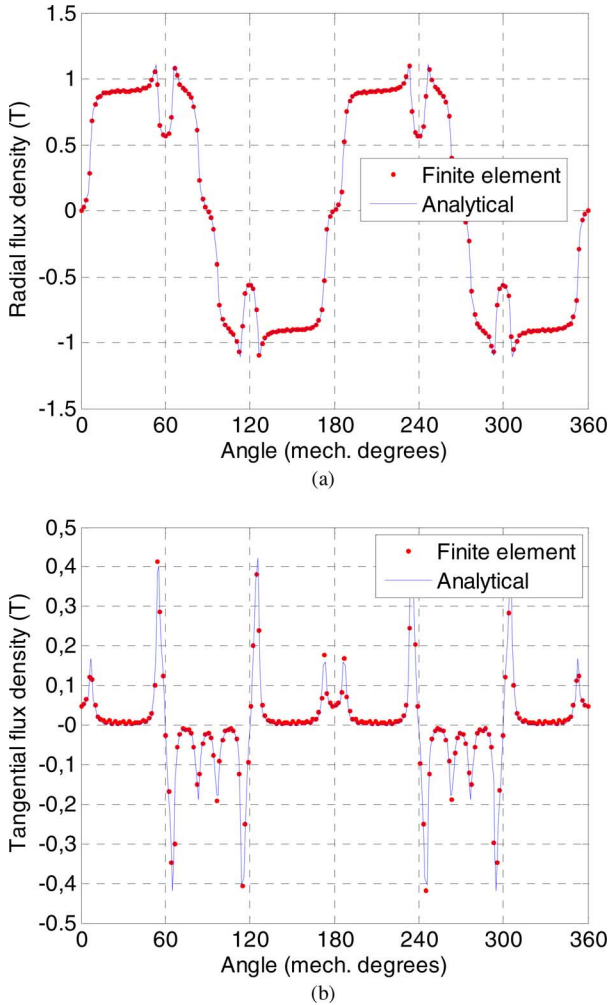


Fig. 8. Radial (a) and tangential (b) component of the flux density at no load in the middle of the air gap for  $\beta/\delta = 0.4$ .

The radial and tangential component of the flux density distribution in the middle of the air gap (at  $r = 2.75$  cm) are shown in Fig. 8. The effect of the slots is very clear. One can see the distortion of the flux density waveforms at the location of the slot-opening. An excellent agreement with the results deduced from FEM is obtained. The effect of the slot-opening on the radial component waveform of the flux density is seen in Fig. 9. Indeed, a high value of  $\beta$  (at constant  $\delta$ ) leads to an important variation of the flux density under the slot opening.

The back-EMF waveform as a function of the rotor position for  $n_{\text{turn}} = 1$  is presented in Fig. 10. The computation is done for a rotating speed  $\Omega = 1500$  rpm. The analytical and numerical results are again in close agreement.

An important characteristic of PM motors is the cogging torque. For a ratio  $\beta/\delta = 0.4$ , the obtained cogging torque as a function of the mechanical angle is given in Fig. 11. The angular period of the cogging torque corresponds to the least common multiple (LCM) of  $2p$  and  $Q$  giving  $360^\circ/\text{LCM}(4, 6) = 30^\circ$ . The influence of the slot-opening on the cogging torque for several values of  $\beta/\delta$  is shown in Fig. 12. As expected, the cogging torque decreases for lower values of the slot-opening. It can be seen that the proposed analytical model can predict

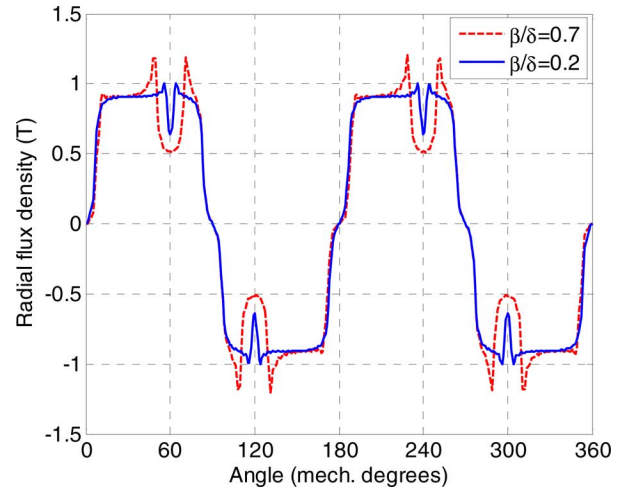


Fig. 9. Radial component of the flux density at no load in the middle of the air gap for  $\beta/\delta = 0.2$  and  $\beta/\delta = 0.7$ , analytical results.

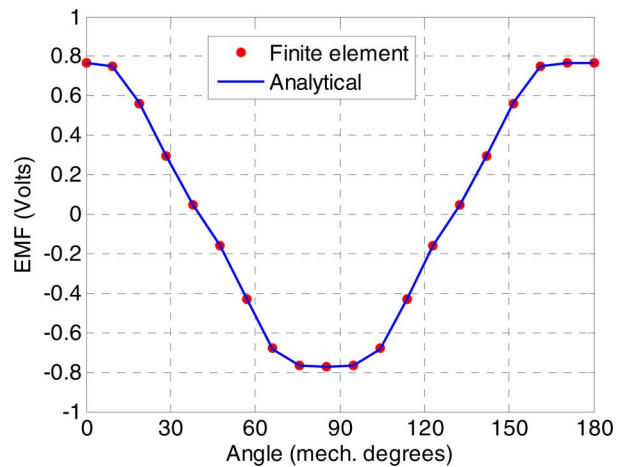


Fig. 10. Per turn phase back-EMF waveform for  $\beta/\delta = 0.4$  ( $\beta = 12^\circ$ ).

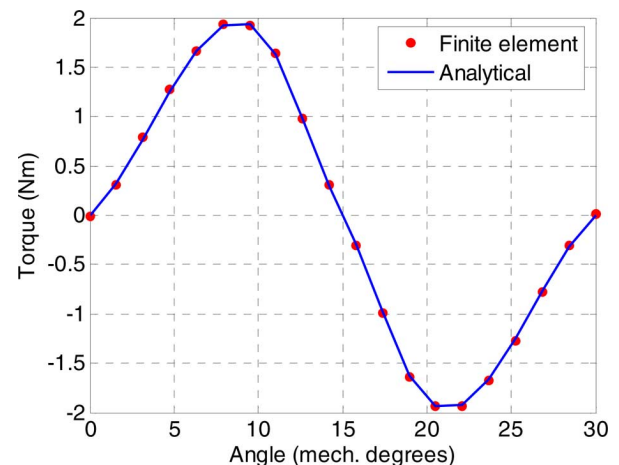


Fig. 11. Cogging torque waveform for  $\beta/\delta = 0.4$  ( $\beta = 12^\circ$ ).

the cogging torque with an excellent precision whatever the slot-opening value.

2) *Armature Reaction Field* ( $B_r = 0$  T and  $J_{\text{rms}} = 4.6$  A/mm<sup>2</sup>): Fig. 13 shows the flux distribution in the machine caused by the armature reaction acting alone. The magnets are considered to be unmagnetized and have no effect on the field



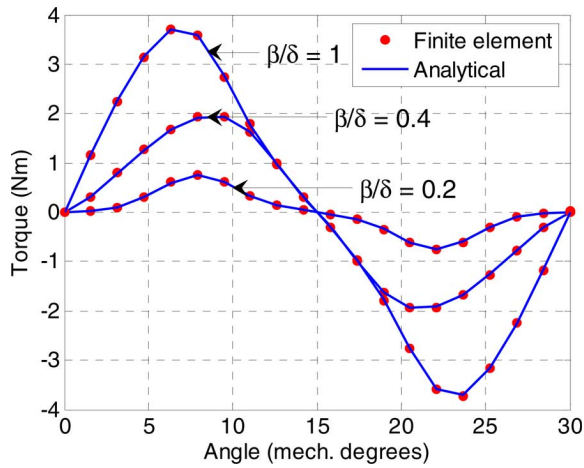


Fig. 12. Cogging torque waveforms for several slot-opening values ( $\beta/\delta = 1$  corresponds to open slot).

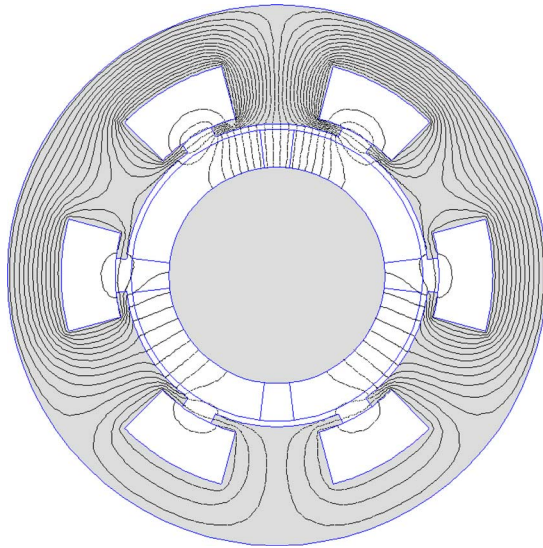


Fig. 13. Armature reaction magnetic flux distribution for  $J_{rms} = 4.6 \text{ A/mm}^2$  and  $\beta/\delta = 0.4$ .

distribution. The three-phase stator windings are fed with electrical current such as  $I_a = I$  and  $I_b = I_c = -I/2$  corresponding to AC operation. The radial and tangential components of the armature reaction field in the middle of the air-gap for  $\beta/\delta = 0.4$  are plotted in Fig. 14. Very good agreement could be observed between the analytical and the finite-element results.

Using (8) and (17), the radial and tangential components of the flux density distribution in the middle of the slot-opening (at  $r = 2.9 \text{ cm}$ ) and in the middle of the slot domain (at  $r = 3.5 \text{ cm}$ ) are calculated and plotted respectively in Figs. 15 and 16. It is apparent from these results that the proposed analytical model can predict with an excellent precision the magnetic field distribution in the slot regions and can be used to compute the slot leakage inductance of the machine.

3) Results for Load Condition ( $B_r = 1.2 \text{ T}$ ,  $J_{rms} = 4.6 \text{ A/mm}^2$ ): Fig. 17 shows the flux distribution in the machine

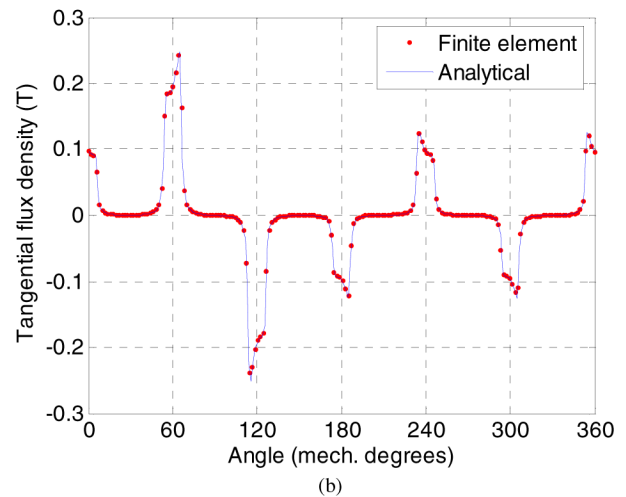
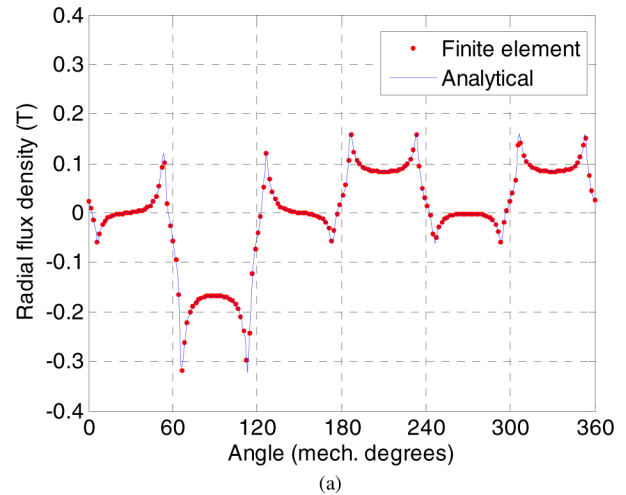


Fig. 14. Flux density distribution for radial (a) and tangential (b) component of armature reaction field in the middle of the air-gap domain:  $J_{rms} = 4.6 \text{ A/mm}^2$ ,  $I_a = I$  and  $I_b = I_c = -I/2$ , and  $\beta/\delta = 0.4$ .

under load condition. The radial and tangential flux density distribution along a circle in the middle of the air gap under load condition ( $I_a = I$  and  $I_b = I_c = -I/2$ ) is shown in Fig. 18. The influence of the armature reaction on both the radial and the tangential flux densities is noticeable in comparison with the no-load results of Fig. 8.

The static torque versus mechanical rotor position is presented in Fig. 19 for  $\beta/\delta = 0.4$ . Compared to the FE simulations, one can see that the analytical calculation well tracks the electromagnetic torque.

Fig. 20 shows the electromagnetic torque waveforms versus rotor position for different values of the slot-opening. At each rotor position, the current values in the different slots are updated to have a sinusoidal current waveform. It can be seen that the studied machine produce an average torque of about 9 Nm. The average torque decreases slightly with the slot-opening. We can also observe the effect of the slot-opening on the torque ripple. If we compare Fig. 12 and Fig. 20, it is evident that the torque ripples are mainly due to the cogging torque. Once again, it can be seen that the analytical results closely agree with the FEM results. It is worth noting that the proposed analytical model is able to predict the electromagnetic torque whatever the

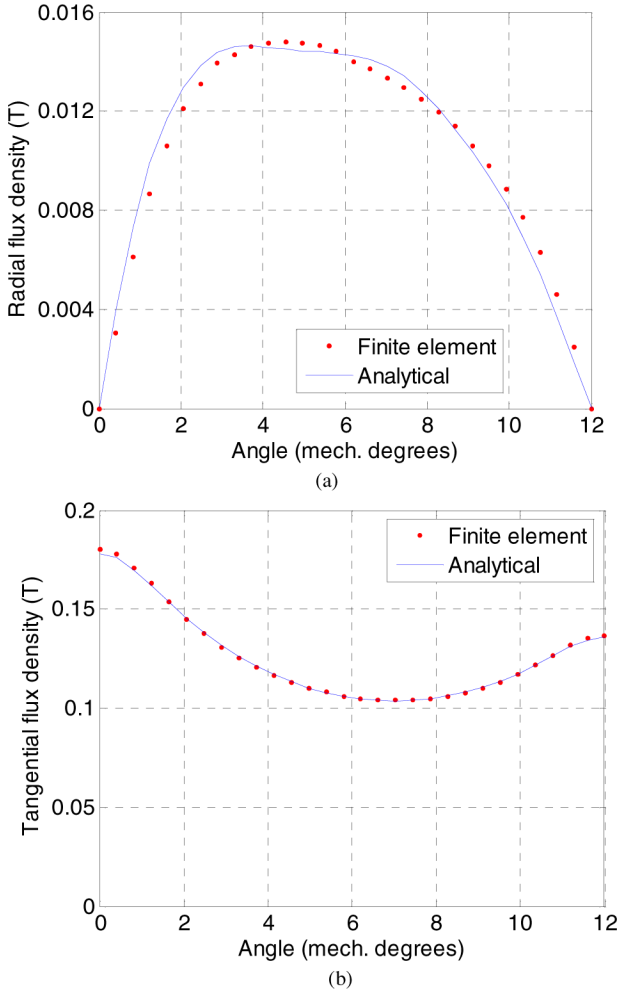


Fig. 15. Flux density distribution for radial (a) and tangential (b) component of armature reaction in the middle of the slot-opening domain for  $\beta/\delta = 0.4$ .

value of the slot-opening. This result was not possible with the previous analytical models proposed in the literature.

### B. Example 2: Integer Slot/Pole Machine ( $q = 2$ )

Another example is considered in this section for an integer slot/pole machine. This machine presents 2-pole/12-slot corresponding to a number of slot per pole and per phase equal to  $q = 2$  with a single-layer winding. Notice that for this machine with  $p = 1$ , the particular solution in the PMs region uses line 2 in (35).

The connecting matrix in this case is

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (47)$$

The geometrical parameters of the motor are given in Table II.

1) *Results for No-Load Condition:* Fig. 21 shows the magnetic flux distribution in the machine under no-load condition. The slot-opening to slot pitch ratio is fixed to  $\beta/\delta = 0.6$  ( $\delta = 12^\circ$  and  $\beta = 7.2^\circ$ ).

Fig. 22 shows the flux density distribution in the middle of the air gap. Clearly, the presence of the 12 slots results in a distortion of the flux densities at the vicinity of the slot opening.

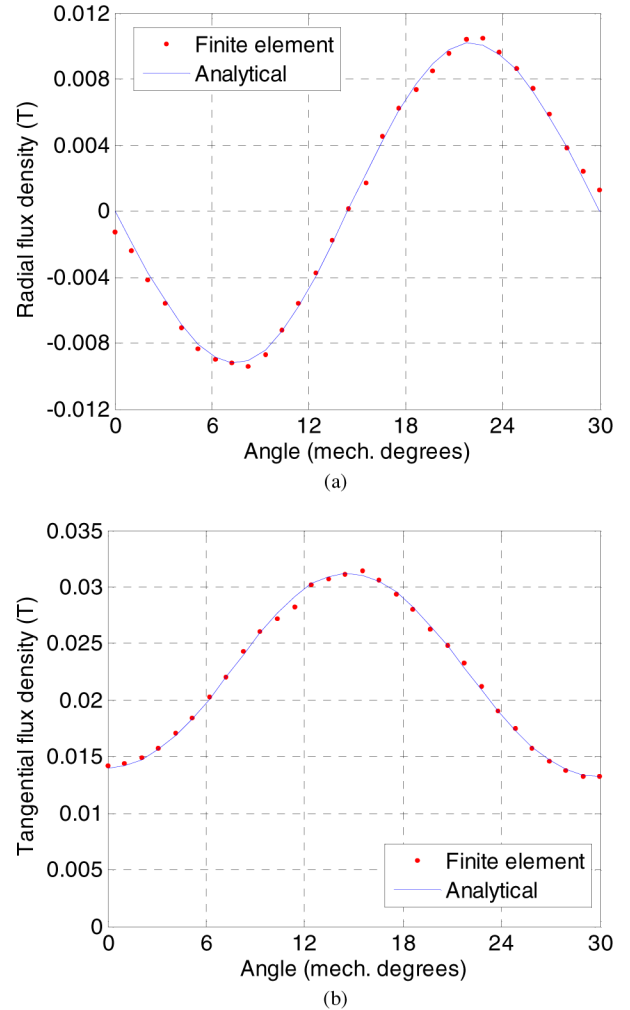


Fig. 16. Flux density distribution for radial (a) and tangential (b) component of armature reaction in the middle of the slot domain for  $\beta/\delta = 0.4$ .

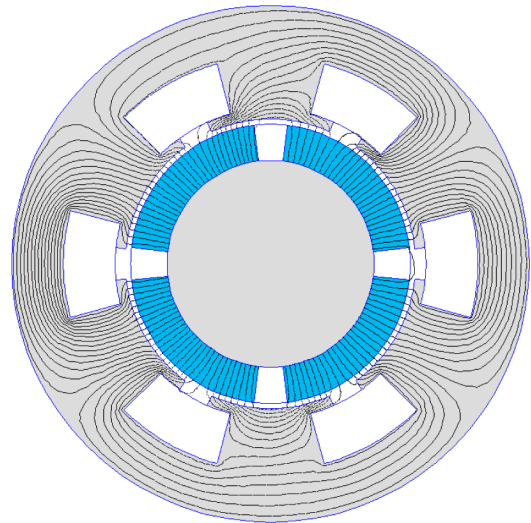


Fig. 17. Magnetic flux distribution for load condition ( $\beta/\delta = 0.4$ ).

The cogging torque waveforms for several values of the slot opening  $\beta$  are given in Fig. 23. The cogging torque decreases

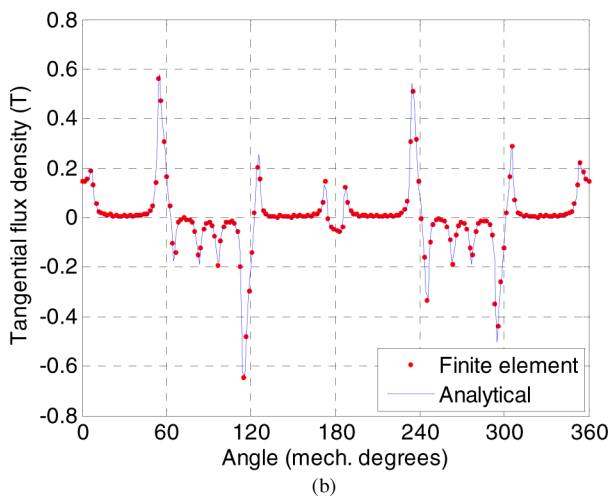
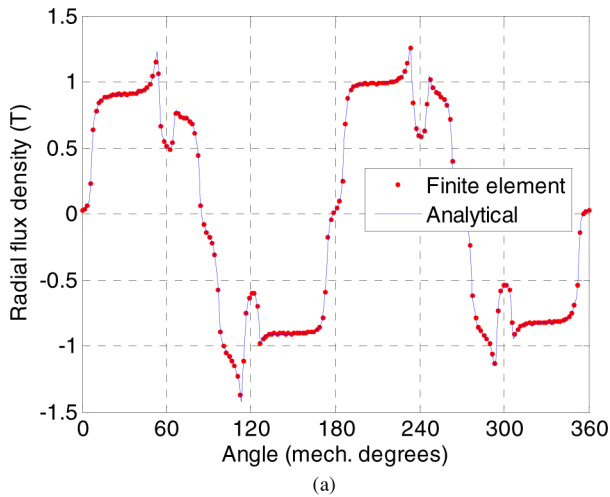


Fig. 18. Radial (a) and tangential (b) flux density distribution in the middle of the air gap under load conditions ( $\beta/\delta = 0.4$ ).

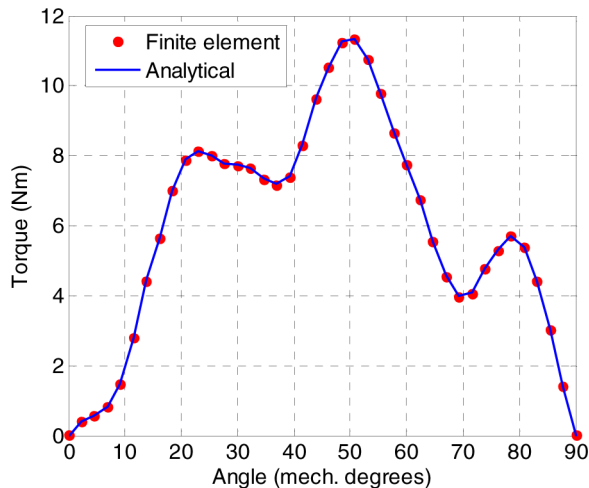


Fig. 19. Static torque versus rotor position for  $\beta/\delta = 0.4$  and  $J_{rms} = 4.6$  A/mm<sup>2</sup>.

with the slot opening. Once again, the analytical and the FE results are in good accordance.

2) *Results for Load Condition:* Fig. 24 shows the flux lines in the machine under load conditions. The radial and tangential components of the air-gap flux density with  $I_a = I$  and  $I_b = I_c = -I/2$  are shown in Fig. 25. Compared to Fig. 22, one can

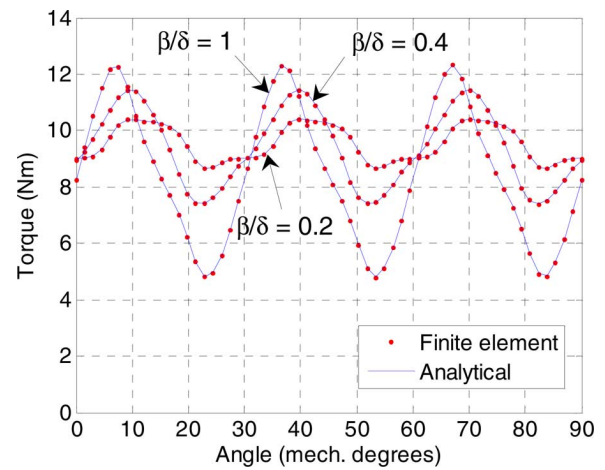


Fig. 20. Electromagnetic torque versus rotor position for different values of  $\beta/\delta$  ( $J_{rms} = 4.6$  A/mm<sup>2</sup>).

TABLE II  
PARAMETERS OF THE INTEGER SLOT/POLE MACHINE

Symbol	Quantity	value
$R_1$	Inner radius of the rotor yoke	10 cm
$R_2$	Radius of the PMs rotor surface	11.2 cm
$R_3$	Stator bore radius	11.6 cm
$R_4$	Outer radius of the slot-opening	12 cm
$R_5$	Outer radius of the slot	14.5 cm
$L$	Axial length	40 cm
$\delta$	Slot pitch angle	12°
$\beta$	Slot-opening angle	variable
$\alpha$	PMs pole-arc to pole-pitch ratio	0.9
$B_r$	Remanence of the permanent magnets	1.2 T
$p$	Pole-pairs number	1
$Q$	Number of stator slots	12
$J_{rms}$	RMS current density	4.6 A/mm <sup>2</sup>

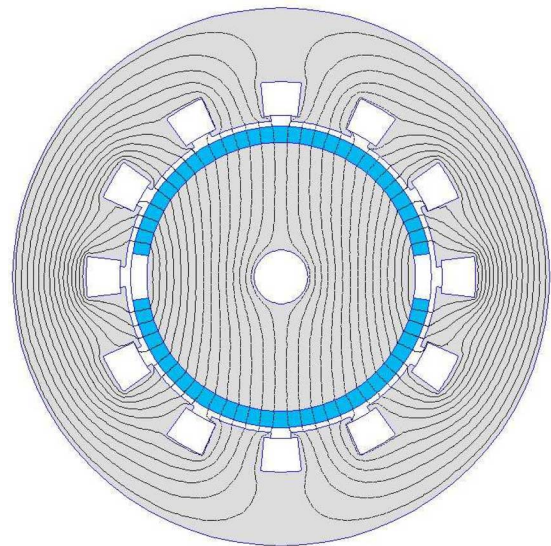


Fig. 21. Magnetic flux distribution for no-load condition ( $\beta/\delta = 0.6$ ).

observe that the armature reaction have a great influence on the air-gap flux density distribution.

Fig. 26 shows the electromagnetic torque waveforms versus rotor position for  $\beta/\delta = 0.6$ . The machine is supplied with a three-phase sinusoidal current. It can be seen that the studied machine produces an average torque of 865 Nm. The torque

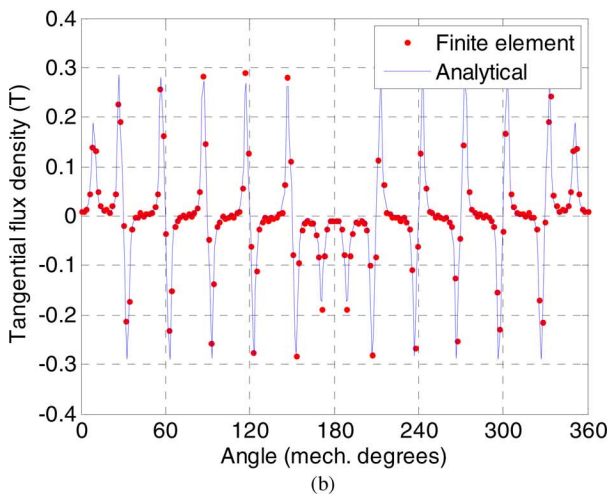
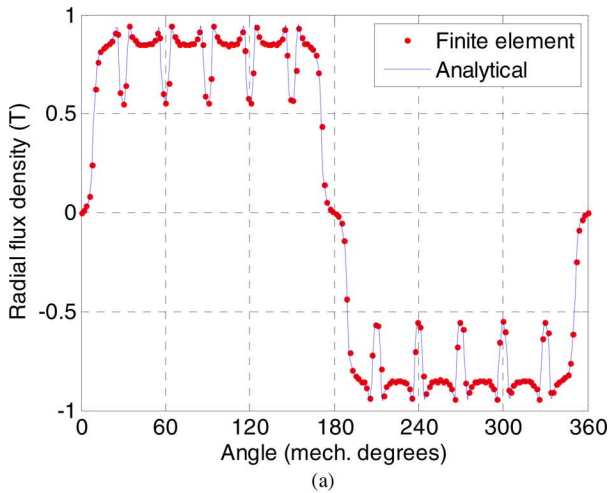


Fig. 22. Radial (a) and tangential (b) components of the flux density at no load in the middle of the air gap for  $\beta/\delta = 0.6$ .

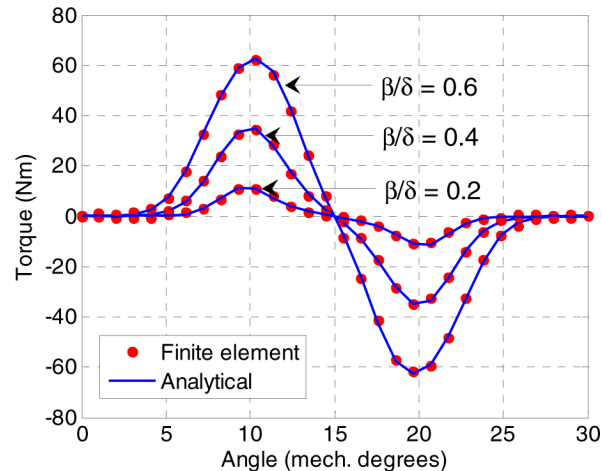


Fig. 23. Cogging torque waveforms for several values of  $\beta/\delta$ .

ripples are due to the cogging torque but also to the space harmonics created by the stator winding distribution as well as the magnetization of the PMs. These ripples represent almost 30% of the average torque.

In order to have a good precision in the analytical torque evaluation, the number of harmonic terms used in the computations is equal to  $N = 25$  (air-gap and PM subdomains) and

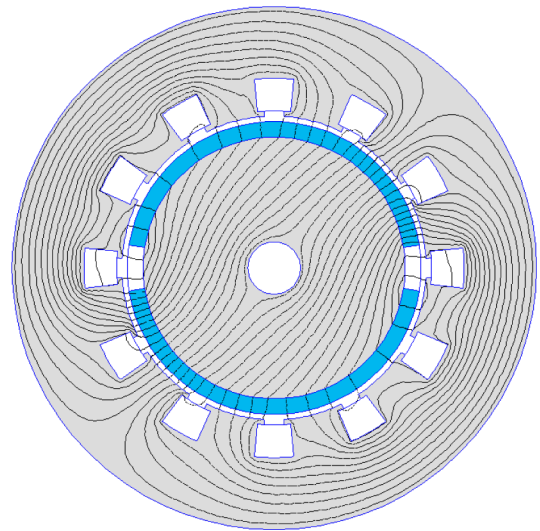


Fig. 24. Magnetic flux lines under load condition ( $\beta/\delta = 0.6$ ).

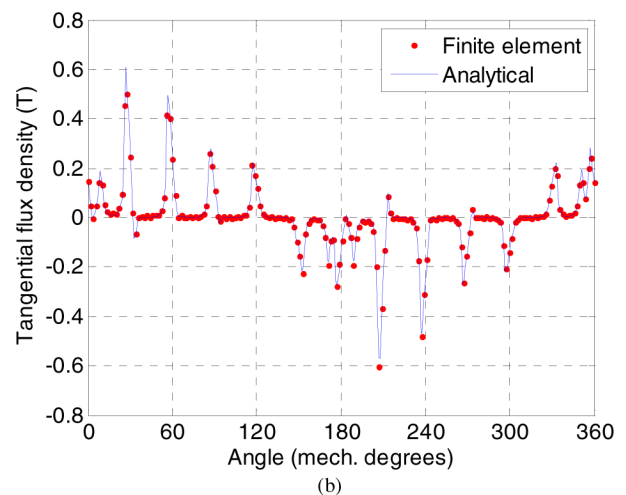
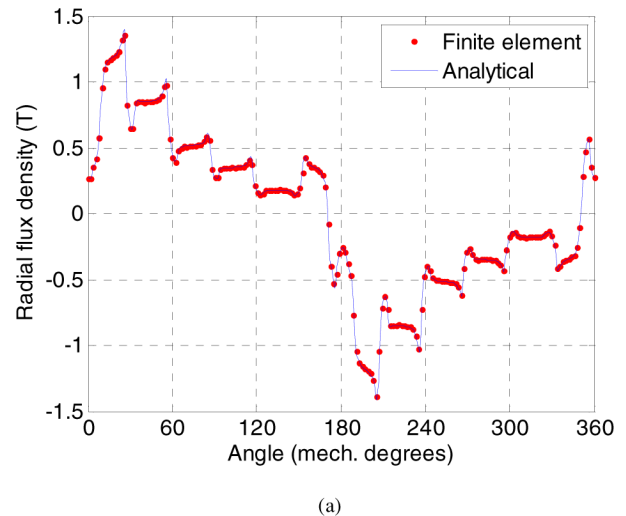


Fig. 25. Radial (a) and tangential (b) components of the air-gap flux density under load conditions ( $\beta/\delta = 0.6$ ).

$M = K = 15$  (slots and slot-opening subdomains). For a given rotor position, the computation time is about 40 ms with the analytical model whereas the linear FEM takes about 2 s for a mesh of 23 500 elements. The analytical computations being

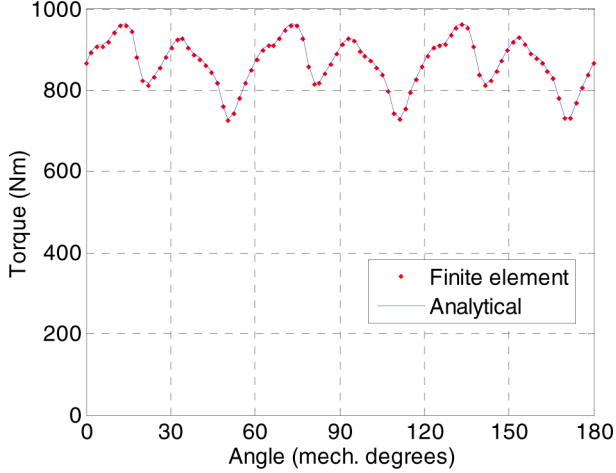


Fig. 26. Electromagnetic torque versus rotor position for  $\beta/\delta = 0.6$  ( $J_{\text{rms}} = 4.6 \text{ A/mm}^2$ ).

much faster, the presented model can advantageously be used in a preliminary design of PM motors.

## VI. CONCLUSION

In this paper, an exact analytical method for computing the air-gap field distribution in PM motors with semi-closed slots has been presented. The Laplace's and Poisson's equations in polar coordinates have been solved by the technique of separation of variables in the different subdomains. The proposed model is sufficiently general to be used for any pole and slot combinations including fractional slot winding machines. The analytical model accounts for armature reaction field and mutual influence between slots. Flux density distribution, back-EMF, and electromagnetic torque computations for no-load and load conditions are in close agreement with those issued from finite-element predictions.

The analytical model developed in this paper can be used to investigate the influence of the design parameters such as slot dimensions, magnet dimensions, slot and pole number combinations or winding topologies for the calculation of PM machines performances. It presents a new tool for design and optimization of surface-mounted PM motors.

## APPENDIX

For the determination of the integration coefficients, we have to calculate integrals of the form

$$f(k, n, i) = \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} \cos(n\theta) \cdot \cos\left(\frac{k\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)\right) \cdot d\theta \quad (\text{A.1})$$

$$g(k, n, i) = \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} \sin(n\theta) \cdot \cos\left(\frac{k\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)\right) \cdot d\theta \quad (\text{A.2})$$

$$r(n, i) = \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} \cos(n\theta) \cdot d\theta \quad (\text{A.3})$$

$$s(n, i) = \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} \sin(n\theta) \cdot d\theta \quad (\text{A.4})$$

$$F(m, k) = \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} \cos\left(\frac{m\pi}{\delta}\left(\theta - \theta_i - \frac{1}{2}(\beta - \delta)\right)\right) \times \cos\left(\frac{k\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)\right) d\theta. \quad (\text{A.5})$$

The development of (A.1) and (A.2) gives the following functions that will be used in the expressions of the Fourier coefficients

— for  $k\pi \neq n\beta$

$$f(k, n, i) = \frac{-n\beta^2((-1)^k \sin n(\beta + \theta_i) - \sin(n\theta_i))}{k^2\pi^2 - n^2\beta^2} \quad (\text{A.6})$$

$$g(k, n, i) = \frac{n\beta^2((-1)^k \cos n(\beta + \theta_i) - \cos(n\theta_i))}{k^2\pi^2 - n^2\beta^2} \quad (\text{A.7})$$

— for  $k\pi = n\beta$

$$f(k, n, i) = \frac{\beta}{2} \left( \cos(n\theta_i) + \frac{1}{2k\pi} (\sin n(\theta_i + 2\beta) - \sin(n\theta_i)) \right) \quad (\text{A.8})$$

$$g(k, n, i) = \frac{\beta}{2} \left( \sin(n\theta_i) - \frac{1}{2k\pi} (\cos n(\theta_i + 2\beta) - \cos(n\theta_i)) \right). \quad (\text{A.9})$$

The development of (A.3) and (A.4) gives the following functions

$$r(n, i) = \frac{1}{n} (\sin(n\theta_i + n\beta) - \sin(n\theta_i)) \quad (\text{A.10})$$

$$s(n, i) = \frac{1}{n} (-\cos(n\theta_i + n\beta) + \cos(n\theta_i)). \quad (\text{A.11})$$

The development of (A.5) gives the following functions

— for  $(m\pi)/(\delta) \neq (k\pi)/(\beta)$

$$F(m, k) = \frac{\frac{m\pi}{\delta}}{\left(\frac{m\pi}{\delta}\right)^2 - \left(\frac{k\pi}{\beta}\right)^2} \times \left\{ (-1)^k \sin\left(\frac{m\pi}{2\delta}(\beta + \delta)\right) + \sin\left(\frac{m\pi}{2\delta}(\beta - \delta)\right) \right\} \quad (\text{A.12})$$

— for  $(m\pi)/(\delta) = (k\pi)/(\beta)$

$$F(m, k) = \frac{\beta}{2} \cos\left(\frac{k\pi}{2\beta}(\beta - \delta)\right) \quad (\text{A.13})$$

• Expressions of the coefficients  $A_n^{II}$ ,  $B_n^{II}$ ,  $C_n^{II}$  and  $D_n^{II}$  for the air-gap subdomain.

The development of (25) and (27) gives

$$A_n^{II} = A_n^I \frac{n}{R_2} \frac{E_n(R_2, R_1)}{P_n(R_2, R_1)} + X'_n(R_2) \cos(n\Delta) \quad (\text{A.14})$$

$$C_n^{II} = C_n^I \frac{n}{R_2} \frac{E_n(R_2, R_1)}{P_n(R_2, R_1)} + X'_n(R_2) \sin(n\Delta) \quad (\text{A.15})$$

where  $\Delta$  is the PM rotor position and  $X'_n(R_2) = (dX_n(r))/(dr)|_{r=R_2}$ .  $X_n(r)$  is given by (34).

The coefficient  $B_n^{II}$  and  $C_n^{II}$  defined in (26) and (28) can be written as

$$B_n^{II} = \frac{2}{2\pi} \sum_{i=1}^Q \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} \frac{\partial A_i}{\partial r} \Big|_{r=R_3} \cdot \cos(n\theta) \cdot d\theta \quad (\text{A.16})$$

$$D_n^{II} = \frac{2}{2\pi} \sum_{i=1}^Q \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} \frac{\partial A_i}{\partial r} \Big|_{r=R_3} \cdot \sin(n\theta) \cdot d\theta \quad (\text{A.17})$$

where  $Q$  is the number of stator slots. The development of (A.16) and (A.17) gives

$$\begin{aligned} B_n^{II} &= \sum_{i=1}^Q \frac{B_0^i}{\pi R_3} \cdot r(n, i) \\ &+ \sum_{i=1}^Q \sum_{k=1}^{\infty} A_k^i \frac{k}{\beta R_3} \frac{P_{k\pi/\beta}(R_3, R_4)}{E_{k\pi/\beta}(R_3, R_4)} \cdot f(k, n, i) \\ &- \sum_{i=1}^Q \sum_{k=1}^{\infty} B_k^i \frac{k}{\beta R_3} \frac{2}{E_{k\pi/\beta}(R_3, R_4)} \cdot f(k, n, i) \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

$$\begin{aligned} D_n^{II} &= \sum_{i=1}^Q \frac{B_0^i}{\pi R_3} \cdot s(n, i) \\ &+ \sum_{i=1}^Q \sum_{k=1}^{\infty} A_k^i \frac{k}{\beta R_3} \frac{P_{k\pi/\beta}(R_3, R_4)}{E_{k\pi/\beta}(R_3, R_4)} \cdot g(k, n, i) \\ &- \sum_{i=1}^Q \sum_{k=1}^{\infty} B_k^i \frac{k}{\beta R_3} \frac{2}{E_{k\pi/\beta}(R_3, R_4)} \cdot g(k, n, i). \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

It is worth noting that the mutual interaction between slots is related by the sum operation on  $Q$  in (A.18) and (A.19).

- Expressions of the coefficients  $A_n^I$  and  $C_n^I$ , for the PMs subdomain (36) and (37)

$$A_n^I = A_n^{II} \frac{R_2}{n} \frac{P_n(R_2, R_3)}{E_n(R_2, R_3)} + B_n^{II} \frac{R_3}{n} \frac{2}{E_n(R_3, R_2)} \quad (\text{A.20})$$

$$C_n^I = C_n^{II} \frac{R_2}{n} \frac{P_n(R_2, R_3)}{E_n(R_2, R_3)} + D_n^{II} \frac{R_3}{n} \frac{2}{E_n(R_3, R_2)}. \quad (\text{A.21})$$

- Expression of the coefficients  $A_0^i, B_0^i, A_k^i$  and  $B_k^i$  for the  $i$ th slot-opening subdomain.

The treatment of (11) and (12) yields to the following linear relations

$$\begin{aligned} A_k^i &= \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_n^{II} \frac{2R_2}{n\beta} \frac{2}{E_n(R_2, R_3)} \right. \\ &+ \left. B_n^{II} \frac{2R_3}{n\beta} \frac{P_n(R_3, R_2)}{E_n(R_3, R_2)} \right) \cdot f(k, n, i) \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \left( C_n^{II} \frac{2R_2}{n\beta} \frac{2}{E_n(R_2, R_3)} \right. \\ &+ \left. D_n^{II} \frac{2R_3}{n\beta} \frac{P_n(R_3, R_2)}{E_n(R_3, R_2)} \right) \cdot g(k, n, i) \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

$$B_k^i = \sum_{m=1}^{\infty} A_m^j \frac{2\delta R_4}{m\pi\beta} \frac{P_{m\pi/\beta}(R_4, R_5)}{E_{m\pi/\beta}(R_4, R_5)} \cdot F(m, k). \quad (\text{A.23})$$

The treatment of (9) and (10) yields to the following linear relations:

$$\begin{aligned} A_0^i + B_0^i \ln R_3 &= \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_n^{II} \frac{R_2}{n\beta} \frac{2}{E_n(R_2, R_3)} \right. \\ &+ \left. B_n^{II} \frac{R_3}{n\beta} \frac{P_n(R_3, R_2)}{E_n(R_3, R_2)} \right) \cdot r(n, i) \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \left( C_n^{II} \frac{R_2}{n\beta} \frac{2}{E_n(R_2, R_3)} \right. \\ &+ \left. D_n^{II} \frac{R_3}{n\beta} \frac{P_n(R_3, R_2)}{E_n(R_3, R_2)} \right) \cdot s(n, i) \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

$$\begin{aligned} A_0^i + B_0^i \ln R_4 &= A_0^j + \frac{1}{2} \mu_0 J_j \left( R_5^2 \ln R_4 - \frac{R_4^2}{2} \right) \\ &+ \sum_{m=1}^{\infty} A_m^j \frac{2R_4}{\beta} \left( \frac{\delta}{m\pi} \right)^2 \frac{P_{m\pi/\beta}(R_4, R_5)}{E_{m\pi/\beta}(R_4, R_5)} \\ &\times \sin \left( \frac{m\pi\beta}{2\delta} \right) \cos \left( \frac{m\pi}{2} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

- Expression of the coefficient  $A_m^j$  for the  $j$ th slot subdomain (18)

$$\begin{aligned} A_m^j &= B_0^i \cdot \frac{4}{m\pi R_4} \sin \left( \frac{m\pi\beta}{2\delta} \right) \cos \left( \frac{m\pi}{2} \right) \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \left( A_k^i \frac{2}{E_{k\pi/\beta}(R_3, R_4)} - B_k^i \frac{P_{k\pi/\beta}(R_4, R_3)}{E_{k\pi/\beta}(R_3, R_4)} \right) \\ &\cdot \frac{2k\pi}{\delta\beta R_4} \cdot F(m, k). \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

We have to solve a system of linear equations with the same number of unknowns. By rewriting the above equations in matrix and vectors format, a numerical solution can be found by using mathematical software (Matlab).

## REFERENCES

- [1] Z. J. Liu and J. T. Li, "Analytical solution of air-gap field in permanent magnet motors taking into account the effect of pole transition over slots," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 43, no. 10, pp. 3872–3882, Oct. 2007.
- [2] F. Dubas and C. Espanet, "Analytical solution of the magnetic field in permanent-magnet motors taking into account slotting effect: No-load vector potential and flux density calculation," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 45, no. 5, pp. 2097–21092, May 2009.
- [3] Z. Q. Zhu, L. J. Wu, and Z. P. Xia, "An accurate subdomain model for magnetic field computation in slotted surface-mounted permanent magnet machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 4, pp. 1100–1115, Apr. 2010.
- [4] F. M. Sargos and A. Rezzoug, "Analytical calculation of airgap magnetic field produced by inset permanent magnet rotor machine," (in French) *J. Physics III*, vol. 1, pp. 103–110, 1990.
- [5] Z. Q. Zhu and D. Howe, "Instantaneous magnetic-field distribution in brushless permanent-magnet dc motor, part III: Effect of slotting," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 29, no. 1, pp. 143–151, Jan. 1993.
- [6] D. Zarko, D. Ban, and T. A. Lipo, "Analytical calculation of magnetic field distribution in the slotted air gap of a surface permanent-magnet motor using complex relative air-gap permeance," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 42, no. 7, pp. 1828–1837, Jul. 2006.

- [7] M. Markovic, M. Jufer, and Y. Perriard, "Reducing the cogging torque in brushless dc motors by using conformal mappings," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 40, no. 2, pp. 451–455, Mar. 2004.
- [8] K. Boughrara, D. Zarko, R. Ibtouen, O. Touhami, and A. Rezzoug, "Magnetic field analysis of inset and surface-mounted permanent-magnet synchronous motor using Schwarz-Christoffel transformation," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 45, no. 8, pp. 3166–3168, Aug. 2009.
- [9] Q. Gu and H. Gao, "Effect of slotting in PM electrical machines," *Elect. Mach. Power Syst.*, vol. 10, pp. 273–284, 1985.
- [10] N. Boules, "Prediction of no-load flux density distribution in permanent magnet machines," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-21, no. 3, pp. 633–643, Jul./Aug. 1985.
- [11] B. Ackermann and R. Sottek, "Analytical modeling of the cogging torque in permanent magnet motors," *Elect. Eng.*, vol. 78, no. 2, pp. 117–125, Mar. 1994.
- [12] Z. Q. Zhu and D. Howe, "Analytical prediction of the cogging torque in radial-field permanent magnet brushless motors," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 28, no. 2, pp. 1371–1374, Mar. 1992.
- [13] K. F. Rasmussen, H. D. John, T. J. E. Miller, M. I. McGilp, and O. Mircea, "Analytical and numerical computation of air-gap magnetic field in brushless motors with surface permanent magnet," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 6, pp. 1547–1554, Nov./Dec. 2000.
- [14] X. Wang, Q. Li, S. Wang, and Q. Li, "Analytical calculation of air-gap magnetic field distribution and instantaneous characteristics of brushless dc motors," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 18, no. 3, pp. 424–432, Sep. 2003.
- [15] P. Kumar and P. Bauer, "Improved analytical model of a permanent-magnet brushless DC motor," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 44, no. 10, pp. 2299–2309, Oct. 2008.
- [16] Z. J. Liu and J. T. Li, "Accurate prediction of magnetic field and magnetic forces in permanent magnet motor using an analytical solution," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 23, no. 3, pp. 717–726, Sep. 2008.
- [17] B. N. Cassimere, S. D. Sudhoff, and D. H. Sudhoff, "Analytical design model for surface mounted permanent-magnet synchronous machines," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 24, no. 2, pp. 347–357, Jun. 2009.
- [18] A. Bellara, Y. Amara, G. Barakat, and B. Dakyo, "Two-dimensional exact analytical solution of armature reaction field in slotted surface mounted PM radial flux synchronous machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 45, no. 10, pp. 4534–4538, Oct. 2009.
- [19] B. L. J. Gysen, K. J. Meessen, J. J. H. Paulides, and E. A. Lomonova, "General formulation of the electromagnetic field distribution in machines and devices using Fourier analysis," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 1, pp. 39–52, Jan. 2010.
- [20] T. Lubin, S. Mezani, and A. Rezzoug, "Exact analytical method for magnetic field computation in the air-gap of cylindrical electrical machines considering slotting effects," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 4, pp. 1092–1099, Apr. 2010.
- [21] A. M. El-Refaie, "Fractional-slot concentrated-windings synchronous permanent magnet machines: Opportunities and challenges," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 57, no. 1, pp. 107–121, Jan. 2010.
- [22] D. Ishak, Z. Q. Zhu, and D. Howe, "Eddy-current loss in the rotor magnets of permanent-magnet brushless machines having a fractional number of slots per pole," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 41, no. 9, pp. 2462–2469, Sep. 2005.
- [23] N. Bianchi and E. Fornasiero, "Impact of MMF space harmonic on rotor losses in fractional-slot permanent-magnet machines," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 24, no. 2, pp. 323–328, Jun. 2009.
- [24] S. J. Farlow, *Partial Differential Equations for Scientists and Engineers*. New York: Dover, 1993, p. 414.
- [25] D. C. Meeker, Finite Element Method Magnetics. ver. 4.2 (1 Apr. 2009 Build) [Online]. Available: <http://www.femm.info>

**Thierry Lubin** was born in Sedan, France, in 1970. He received the M.S. degree from the University of Paris 6, France, in 1994 and the Ph.D. degree from the University Henri Poincaré, Nancy, France, in 2003.

He is currently a Lecturer of Electrical Engineering at the University of Nancy at the Groupe de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nancy. His interests include modeling and control of electrical machines and applied superconductivity in electrical devices.

**Smail Mezani** was born in Algiers, Algeria, in 1974. He received the engineer diploma and the magister degree from the University of Sciences and Technology Houari Boumediene, Algiers, Algeria, in 1996 and 1999 respectively, and the Ph.D. degree from the Institut National Polytechnique de Lorraine, France, in 2004.

He is currently a Lecturer at the University Henri Poincaré of Nancy, France, at the Groupe de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nancy. His research interests include the applications of superconductors in electromechanical devices.

**Abderrezak Rezzoug** received the electrical engineer degree from ENSEM INPL, Nancy, France, in 1972, and the Dr.Eng. Diploma and the Ph.D. degree from INPL in 1979 and 1987, respectively.

After working at the INPL as an Assistant Professor until 1991, he is currently a Professor of Electrical Engineering at the University Henri Poincaré, Nancy, France. As a member of the Groupe de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nancy, his main subjects of research concern superconducting applications to electrical devices, and the control and diagnosis of electrical machines.

# High temperature superconducting axial field magnetic coupler: realization and test

L Belguerras, S Mezani, T Lubin, J Lévêque and A Rezzoug

Université de Lorraine, Faculté des Sciences et Technologies, Laboratoire GREEN, BP 70239, F-54506, Vandœuvre-lès-Nancy, France

Received 10 April 2015, revised 1 June 2015

Accepted for publication 13 June 2015

Published 20 July 2015



CrossMark

## Abstract

Contactless torque transmission through a large airgap is required in some industrial applications in which hermetic isolation is necessary. This torque transmission usually uses magnetic couplers, whose dimension strongly depends on the airgap flux density. The use of high temperature superconducting (HTS) coils to create a strong magnetic field may constitute a solution to reduce the size of the coupler. It is also possible to use this coupler to replace a torque tube in transmitting the torque produced by a HTS motor to its load. This paper presents the detailed construction and tests of an axial field HTS magnetic coupler. Pancake coils have been manufactured from BSCCO tape and used in one rotor of the coupler. The second rotor is mainly composed of NdFeB permanent magnets. Several tests have been carried out showing that the constructed coupler is working properly. A 3D finite element (FE) model of the studied coupler has been developed. Airgap magnetic field and torque measurements have been carried out and compared to the FE results. It has been shown that the measured and the computed quantities are in satisfactory agreement.

Keywords: magnetic coupler, HTS coil, BSCCO tape, permanent magnet, finite element

(Some figures may appear in colour only in the online journal)

## 1. Introduction

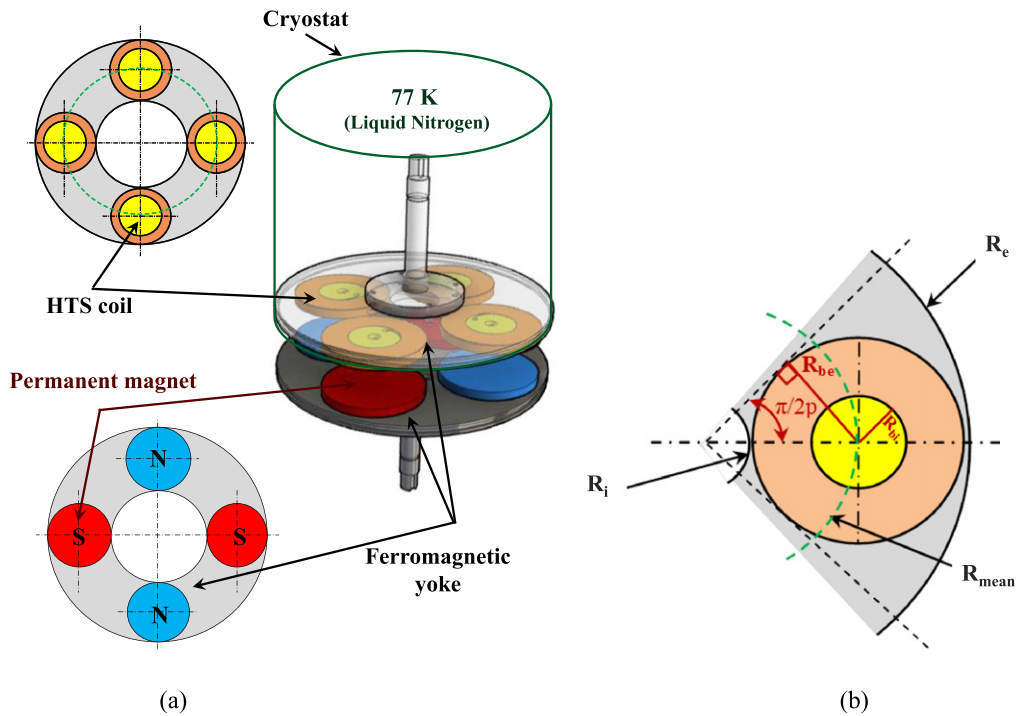
Magnetic couplings (or couplers) (MCs) are used to transmit a torque from a prime mover to its load without contact through a separation wall which can be air, vacuum, fluid or other media [1]. Compared to their mechanical counterpart, magnetic couplers have several advantages like low mechanical vibrations, less wear, natural protection against overloads and permit misalignment. Furthermore, they can allow for a hermetic isolation between the drive and the load sides by means of a separation wall, which is of great importance in some industrial applications (i.e. nuclear, chemical, pharmaceutical and food industries).

Incorporating a wall can lead to a large magnetic air gap which results in low transmitted electromagnetic torque. To increase the torque transmitted through a large airgap, high temperature superconducting (HTS) materials can be used. In so doing, high current values are achievable in HTS winding which results in strong magnetic fields in the airgap. These materials have been used in several types of

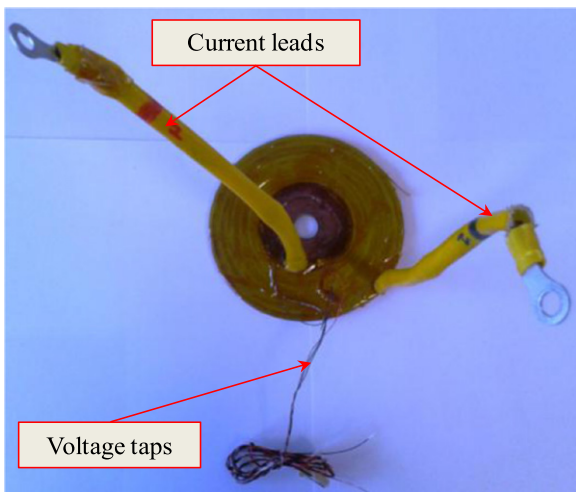
electromechanical devices like motors and generators showing their usefulness in increasing the power and torque densities [2, 3]. Furthermore, superconducting MCs can be used to transmit the torque produced by a HTS motor. In [4], a flux concentration superconducting MC has been proposed for high power HTS motors requiring high torque density. The proposed solution constitutes a good alternative to a torque tube usually used to mechanically link the HTS motors and its load [5]. A torque tube is made from fibre glass to ensure the lowest possible thermal bridge between the motor (at cryogenic temperature) and the load (at ambient temperature). Despite the precautions taken to build a torque tube (in terms of material grade, geometry...), the thermal insulation is not perfect which may lead to high cost cooling systems.

In this paper, the authors describe the construction and the tests of an HTS axial flux superconducting magnetic coupler (AFSMC). The aim is to transmit the torque without contact and without thermal exchange through a large air-gap. 3D finite element (FE) computations are performed to determine the operating conditions, to predict the magnetic field





**Figure 1.** Structure of the studied AFSMC. (a) Different parts of the AFSMC (b) 2D geometry under 1 pole of the HTS rotor.



**Figure 2.** Photograph of the manufactured BSSCO coil.

distribution in the airgap and to check the measured torque of the coupler.

**2. Description of the studied AFSMC**

To verify the relevance of the proposed idea, we designed and constructed an AFSMC demonstrator within the prototyping capabilities of our Laboratory.

The considered coupler has two cylindrical rotors facing each other and separated by the wall of the cryostat (figure 1(a)).

**Table 1.** Parameters of the HTS rotor.

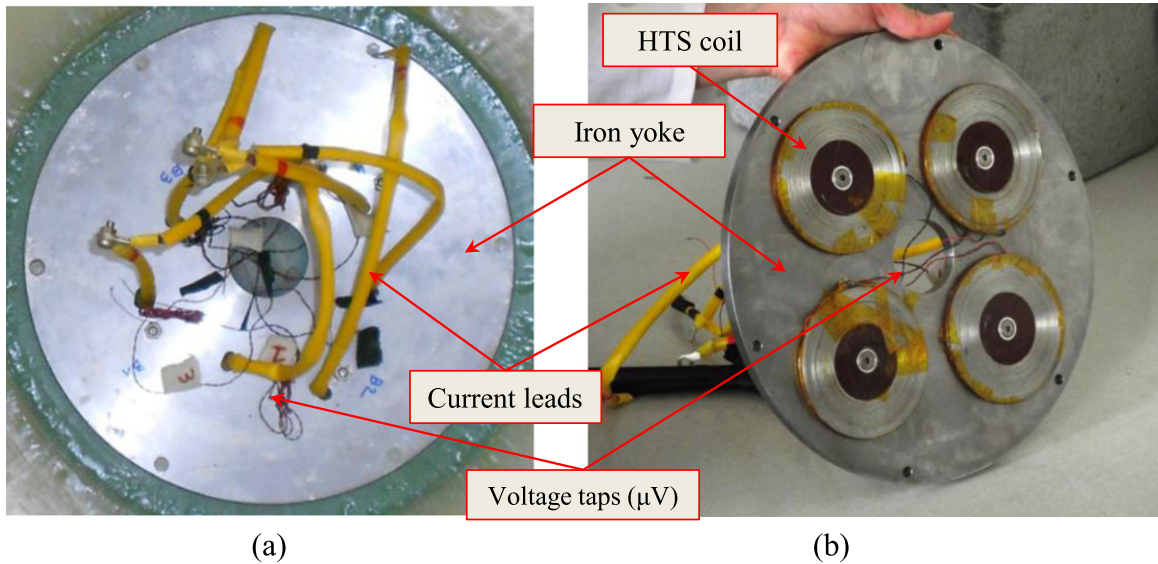
	Quantity	Value
BSSCO coil (Sumitomo ACT type)	Tape critical current at 77K	70 A
	Outer radius	50 mm
	Inner radius	25 mm
	Thickness (1 insulated layer)	3.5 mm
	Number of turns	63
Ferromagnetic yoke (E24 grade mild steel)	Outer radius	152 mm
	Inner radius	25 mm
	Thickness	10 mm

The first rotor is composed of axially magnetized cylindrical permanent magnets (PMs) glued on the surface of a ferromagnetic yoke. Each of the four magnets has an opposite polarity compared to its neighbouring ones to create a spatially variable magnetic field in the airgap.

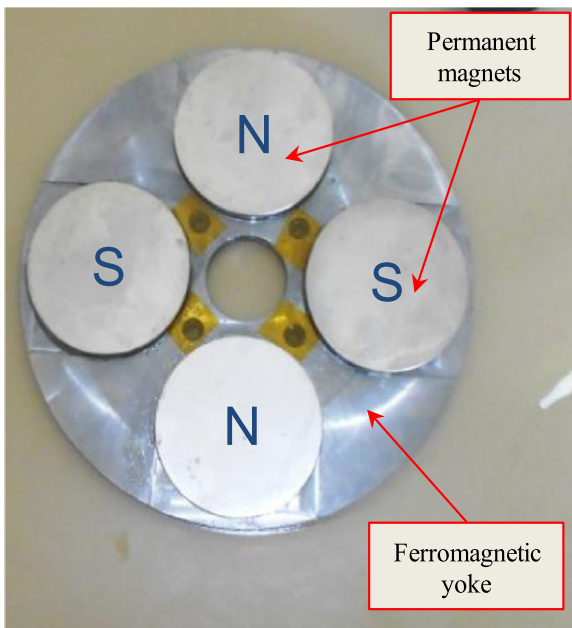
The second rotor consists of HTS pancake coils mounted on a ferromagnetic yoke and cooled with liquid nitrogen (77 K) in a cryostat. The four coils are supplied by a dc current to create alternate north-south poles (like the PMs) in the airgap. For a more convenient and economic usage of the liquid nitrogen, the prototype is disposed vertically.

**2.1. Geometrical constraints**

The magnet and the HTS coil have the same external radius noted  $R_{be}$ . Let us consider one pole among the  $2p$  poles of the



**Figure 3.** Photograph of the HTS rotor showing the coils bolt on the iron yoke. (a) Top view showing connection of the HTS coils. (b) Bottom view showing HTS coils.



**Figure 4.** Photograph of the assembled permanent magnets rotor.

**Table 2.** Parameters of the PMs rotor.

	Quantity	Value
Cylindrical PM (NdFeB, N38 grade)	Radius	50 mm
	Thickness	10 mm
	Remanence	1.25 T
	Relative permeability	1.05
Ferromagnetic yoke (E24 grade mild steel)	Outer radius	140 mm
	Inner radius	34.5 mm
	Thickness	10 mm

studied coupler (HTS rotor in figure 1(b)). The centre of the coil (or the magnet) is located at a radius noted  $R_{mean}$  which is calculated by

$$R_{mean} = \beta \frac{R_{be}}{\sin\left(\frac{\pi}{2p}\right)} \quad \beta > 1. \quad (1)$$

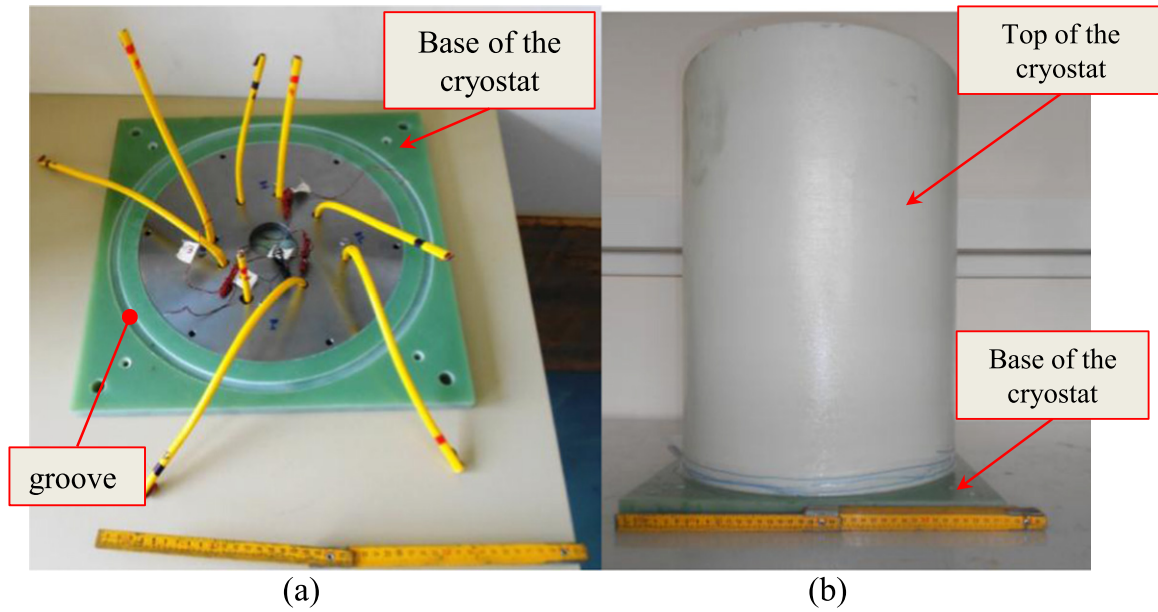
The value  $\beta=1$  corresponds to a coil (or a magnet) spanning the whole pole opening angle (as in figure 1(b)). Hence, the lowest value of the external radius of the coupler is  $R_e = R_{mean} + R_{be}$  and the highest inner radius is  $R_i = R_{mean} - R_{be}$ . Furthermore, relation (1) shows that, for a given value of  $R_{be}$ , the outer radius  $R_e$  increases with  $p$ . Hence, in order to keep the coupler within reasonable dimensions, the number of pole pairs has been set to  $p=2$  (as in figure 1(a)).

Another constraint concerns the inner radius of the HTS coil whose minimum value  $R_{bi}$  should be higher than the critical bending radius of the HTS wire (see section 3.1).

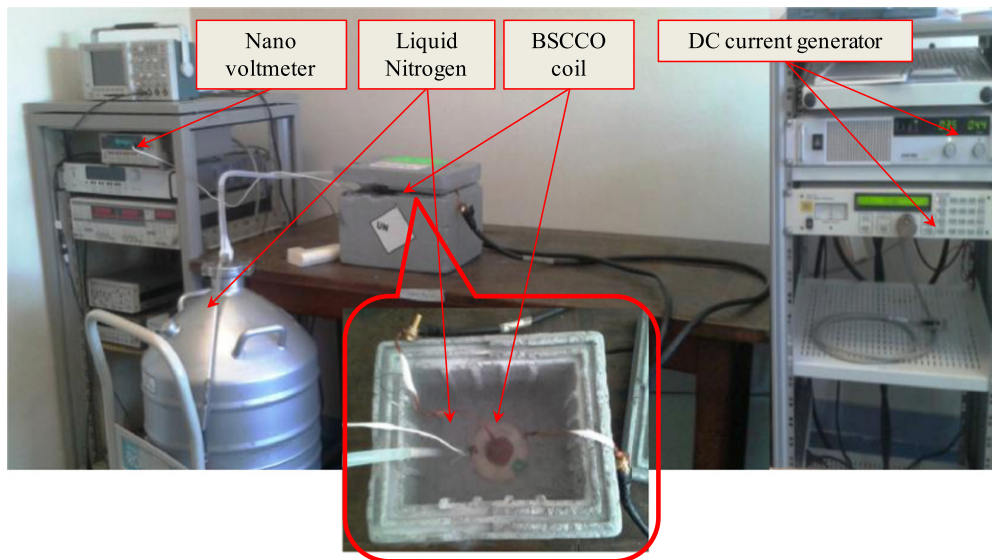
The aforementioned considerations are important for a preliminary geometrical design of the AFSMC.

### 3. Construction of the AFSMC

An AFSMC laboratory demonstrator has been built and tested. This demonstrator doesn't fulfil any constraint regarding the torque transmission capabilities. The aim here is to show the feasibility of the device and to learn more about the HTS material behaviour and performances when they are used in the proposed coupling topology.



**Figure 5.** Photographs of the glass fibre cryostat. (a) cryostat base containing the HTS rotor (b) external view of the assembled cryostat.



**Figure 6.** Photograph of the test bench for measuring the  $U(I)$  curve of the HTS coil.

### 3.1. The HTS rotor

We have manufactured four single pancake coils (4 poles) made from non-insulated BSCCO/Ag (bismuth strontium calcium copper oxide) multi-filamentary tape manufactured by Sumitomo electric (ACT type) [6]. The dimensions of the tape are  $w=2.8$  mm width and  $h=0.33$  mm thickness. Its critical current under self-field at liquid nitrogen temperature (77 K) is 70 A ( $1 \mu\text{V cm}^{-1}$  critical electric field criterion). The critical bending diameter of the tape is 40 mm. Each coil has an outer radius  $R_{be}=50$  mm and an inner radius  $R_{bi}=25$  mm. This requires 14.8 m of BSCCO tape which results in 63 turns. During the winding process, the tape was insulated by means of a Kapton film. After being wound, each coil was impregnated using epoxy resin (Araldite AY 103-1).

In order to supply and to check the integrity of the HTS coils, two current leads and two voltage taps have been soldered on the coil's terminals (figure 2). This allows the measurements of the voltage–current curve of the coils using the 4-wires method.

According to equation (1) with  $R_{be}=50$  mm, the resulting mean radius of the coupler is  $R_{\text{mean}}=85$  mm for  $\beta=1.2$ . This value of  $\beta$  has been chosen to simplify the assembly of the coils and the magnets on the iron yokes. The inner and outer radii of the AFSCM would then be equal to  $R_i=35$  mm and  $R_e=135$  mm, respectively. However, the iron yoke (E24 grade mild steel) on which the coils are bolt is slightly bigger in order to facilitate the rotor assembly into the cryostat base. The main dimensions of the HTS rotor are summarized in

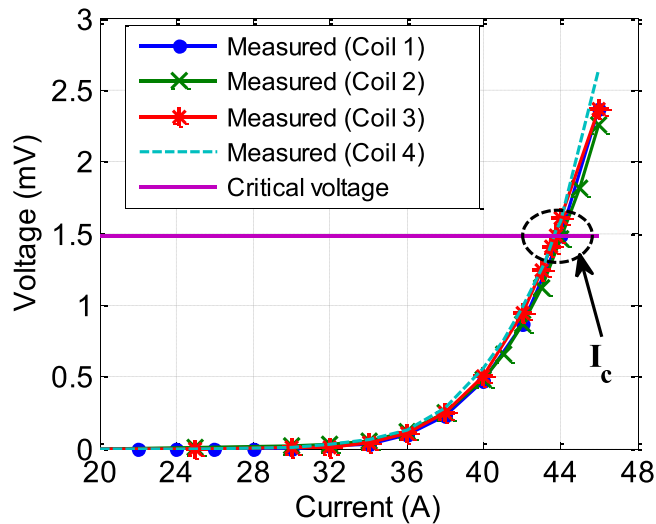


Figure 7. Measured  $U(I)$  curves of the manufactured coils. The measured critical currents are: 44, 44, 43.8 and 43.7 A, respectively.

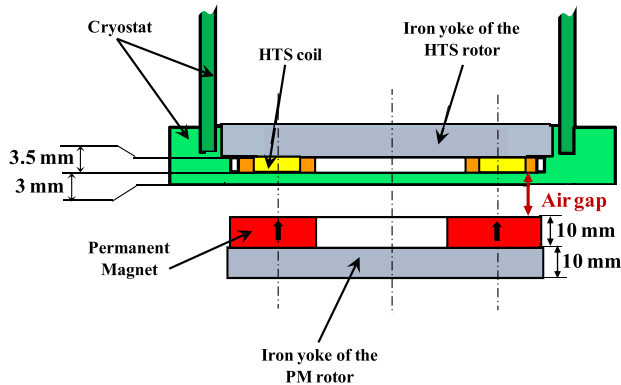


Figure 8. Schematic 2D view of the AFSMC under no-load condition ( $\delta=0^\circ$ ).

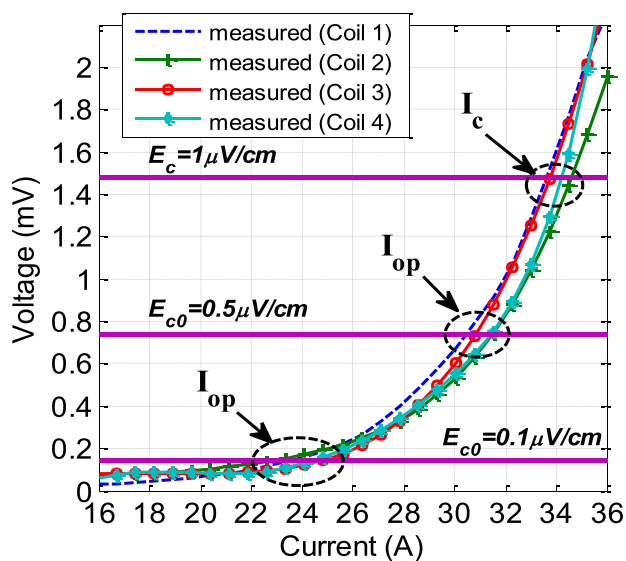


Figure 9. Measured  $U(I)$  curves of the assembled AFSMC for  $\delta=0^\circ$ . The measured critical currents  $I_c$  corresponding to a critical electric field  $E_c=1 \mu\text{V cm}^{-1}$  are: 33.6, 34.6, 33.7 and 34.4 A, respectively.

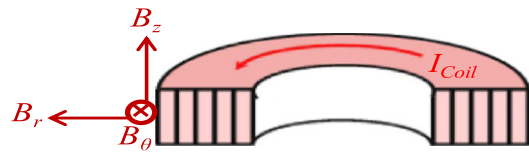


Figure 10. 3D view of half a pancake coil showing the disposition of the BSCCO wires.

table 1. The coils have been connected in series to form four alternating poles (figure 3).

### 3.2. The PMs rotor

The PM rotor is composed of four cylindrical, axially magnetized, NdFeB magnets. Their remanent flux density is equal to 1.25 T and their relative permeability is equal to 1.05. The magnets have been stuck on the surface of a ferromagnetic yoke (E24 grade mild steel) as to create four alternate poles (figure 4). These large magnets are mechanically fragile and must be handled with care during the gluing process. The main characteristics of the PMs rotor are given in table 2.

### 3.3. The cryostat

A cryostat made of glass fibre (G11 grade) has been also manufactured. It consists of two separate parts: the base and the top.

The cryostat base, of 3 mm thickness, and the HTS rotor are mechanically assembled as shown on (figure 5(a)). A circular groove has also been machined at the periphery of the cryostat base. Hence, a cylindrical glass fibre tube of 10 mm thickness (top of the cryostat) has been easily inserted in the groove, glued and sealed. The full assembled cryostat is shown in figure 5(b). Furthermore, (see figure 16), an extra cover ensures a better insulation of the cryostat as to limit the liquid nitrogen consumption.

## 4. Test results and FE checking

This section is devoted to the presentation of different test results performed on the demonstrator AFSMC. All the measurements have been carried out under static operation. Both PMs and HTS rotors are held stationary with a fixed load angle  $\delta$  between their poles.

In order to confirm the measured characteristics and to design this type of coupler, 3D FEs computations have also been performed. The FE model is implemented under Comsol Multiphysics software (4.2 release). The ‘no current’ module which uses a magnetic scalar potential formulation has been used. In so doing, the pancake coils currents have been replaced by an equivalent Coulombian model (equivalent magnetization). Due to the symmetry of the coupler, only one pole is considered with anti-periodic boundary conditions in the azimuthal direction. Because of the large magnetic airgap (cryostat wall, PMs and coil thicknesses), the flux density is low enough to neglect the saturation of the two iron yokes.

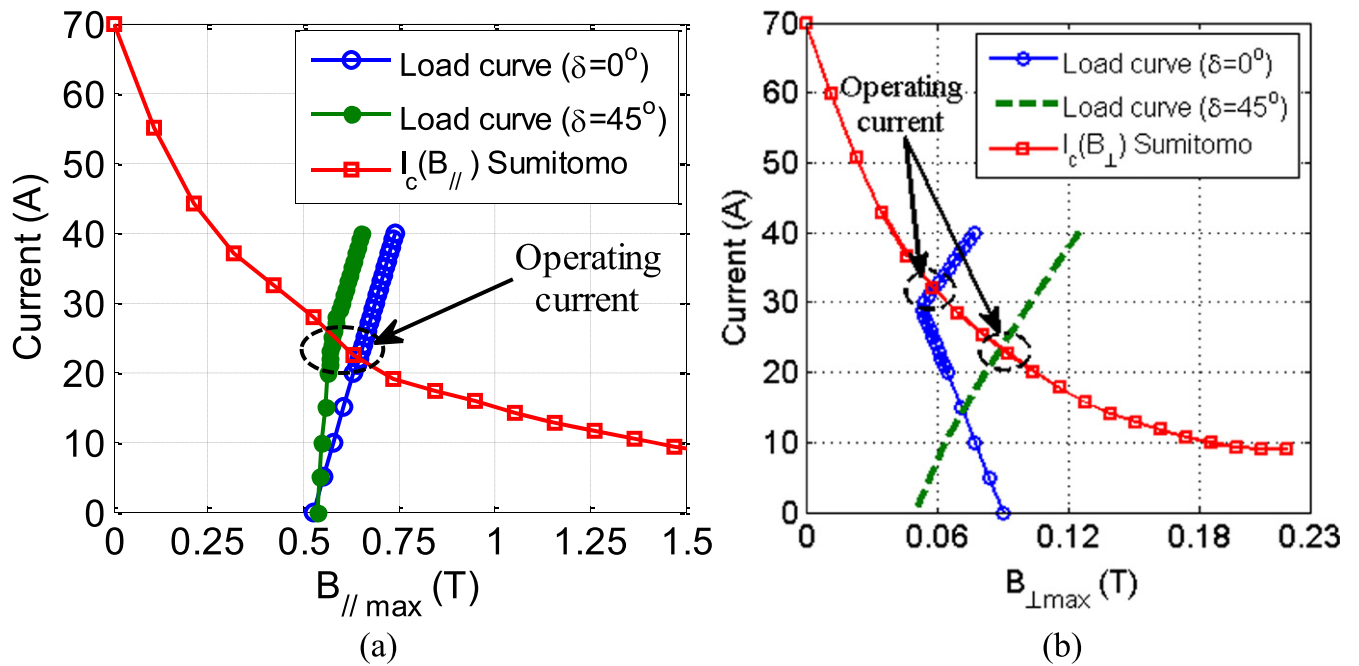


Figure 11. Operating current determination by load curves (a) parallel field  $B_{//}$  (b) perpendicular field  $B_{\perp}$ .

Hence, a linear model with a relative permeability value equals to 1000 is used for the ferromagnetic materials.

As stated above, the 3D FE model allows the computation of the magnetic scalar potential  $V_m$ . Then, the magnetic field strength is deduced using  $\vec{H} = -\nabla V_m$  and the flux density  $\vec{B}$  is obtained via the material's constitutive laws. The determination of  $\vec{B}$  and  $\vec{H}$  allow the computation of the torque and the force using the Maxwell stress tensor. All these computed quantities (obtained from built-in functions in Comsol Multiphysics) are used here in order to confirm the measured characteristics on the constructed AFSMC.

#### 4.1. Test of each HTS coil under its self-field condition

In order to verify the integrity of the manufactured coils, their voltage–current  $U(I)$  curves have been measured using the four-wire method.

The experimental procedure (figure 6) consists of supplying the HTS coil (via the current leads), immersed in liquid nitrogen, using a dc current source. The voltage over the coil's terminals is measured via the voltage taps with a digital nanovoltmeter. Then, one can deduce the critical current of the coil which corresponds to the intersection of the  $U(I)$  curve with the critical voltage line [7, 8]. The total tape length for each coil being equal to 14.8 m, the critical voltage over the coil's terminals is then equal to 1.48 mV (the usual electric field criteria of  $1 \mu\text{V cm}^{-1}$  is assumed).

The measured  $U(I)$  curve for the four manufactured coils are presented in figure 7. It can be seen that the  $U(I)$  curves are almost the same. The critical currents of the four coils are equal to 44, 44, 43.8 and 43.7 A, respectively. The average value of the critical current of the tested HTS coils is 43.9 A, which corresponds to 62.8% of the critical current of the BSCCO tape under self-field (70 A at 77 K). This clearly

shows the degradation of the critical current which results from the increase of the magnetic field, everywhere in the coil, due to the neighbouring turns.

Furthermore, different studies have shown that the experimental  $U(I)$  curves are also sensitive to the deterioration of the HTS wire during the winding process. In fact, the tape is exposed to various mechanical, thermal and chemical stresses like bending, tension and welding [9–11], from which a reduction of the critical current is expected.

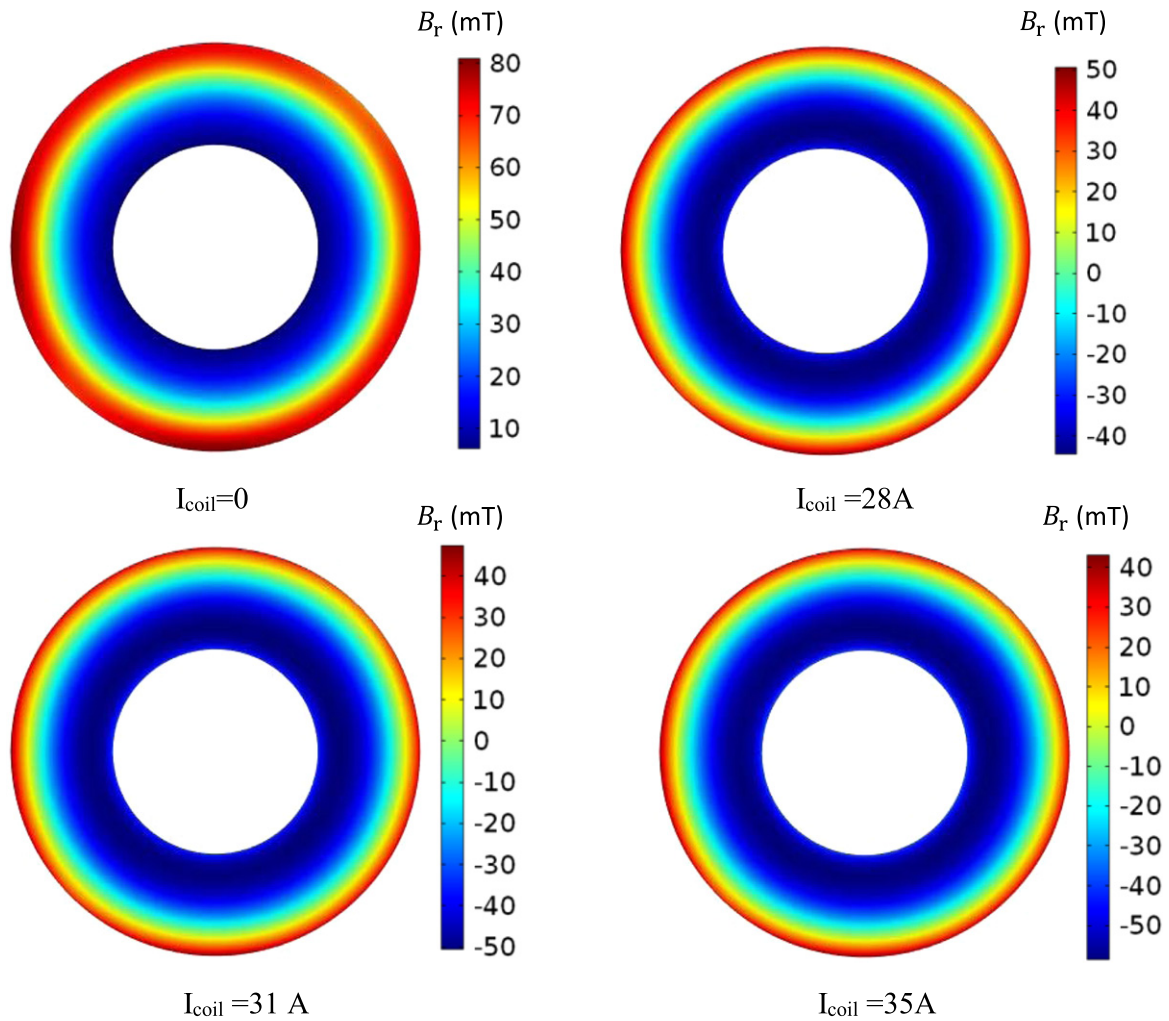
#### 4.2. Test of the HTS coils in the assembled coupler

The same procedure as in section 4.1 is used here to determine the  $U(I)$  curve of the HTS coils. The coupler is fully assembled and the HTS rotor is immersed in liquid nitrogen inside the cryostat. This corresponds to the actual operating conditions of the HTS coils.

The AFSMC is considered to be at no load conditions (zero torque), this operating point corresponds to a load angle  $\delta=0^\circ$ . The airgap, which includes the cryostat wall, is set to 9 mm, figure 8.

The experimental  $U(I)$  curves of each coil are presented in figure 9. Again, these voltage–current curves are similar which shows the integrity of the coils in the actual operating condition.

The critical currents are 33.6, 34.6, 33.7 and 34.4 A respectively, which corresponds to an average value of 34 A. This current is approximately 50% lower than the self-field critical current of the used BSCCO tape. This is obviously fully expected because the HTS tape is now submitted to the magnetic fields due to the neighbouring coils and the PMs. Furthermore, the presence of the ferromagnetic materials influences the magnetic field distribution and consequently the critical current.



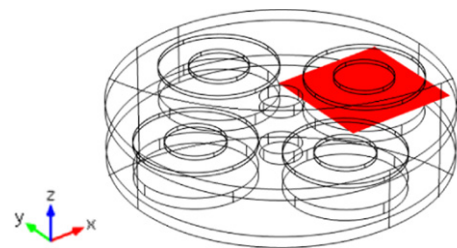
**Figure 12.** Radial flux density ( $B_r$ ) distribution on a coil surface near the airgap for different current values.

#### 4.3. Operating current of the studied HTS coupler

It is well known that HTS materials exhibit a non-linear relation between the electric field  $E$  and the current density  $J$ . This non-linearity is well described by the power law [12]. The so called ‘operating current’ is defined as the maximal allowable current avoiding thermal limits. It depends on magnetic flux density components, cooling temperature and mechanical constraints [13, 14].

Several methods exist to determine the operating current of HTS devices. In this study, we have compared two methods. The first one is theoretical and based on the computation of the flux density distribution. The second one is fully experimental and based on the measured  $U(I)$  curves.

**4.3.1. Theoretical method for determining the operating current.** In this method, a ‘magnetic’ operating point is computed. It is necessary to determine the flux density distribution in the HTS coil using the 3D FE model. The critical currents versus flux density curves of the HTS tape (given by the manufacturer or measured by the end-user on a sample) are also needed. Because of the anisotropy of the



**Figure 13.** Surface in the middle of the air gap for the calculation of the flux density  $B_z$  at no-load condition ( $\delta=0^\circ$ ).

BSCCO tapes, these curves are given for the perpendicular and the parallel components (to the widest face of the tape) of the flux density. Similarly, the method could be used if the  $I_c(B, \Psi)$  curve is available,  $\Psi$  being the angle between  $\vec{B}$  and the  $c$ -axis of the HTS tape [15].

For the studied device, the BSCCO tapes are disposed vertically along the  $z$  axis as shown in figure 10. Hence, in a cylindrical coordinate system associated to the coil, the parallel and perpendicular flux densities are given by

$$B_{\perp} = |B_r|, \tag{2}$$

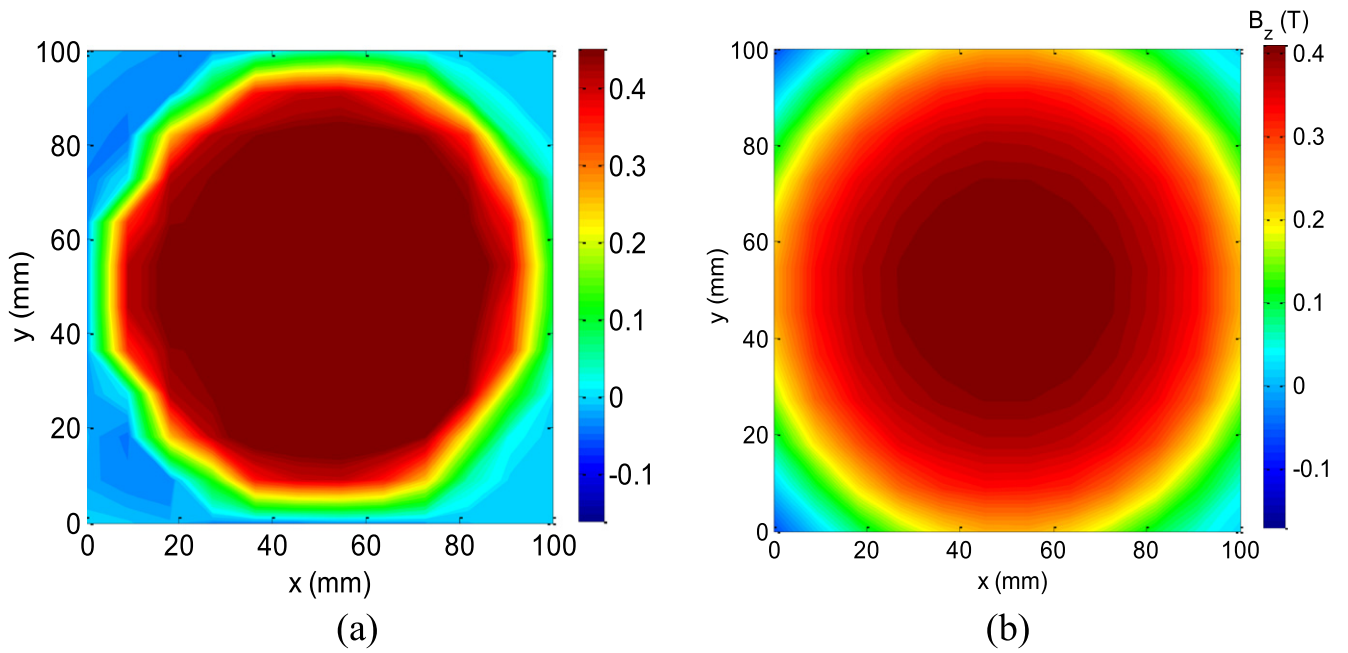


Figure 14. Distribution of the flux density  $B_z$  over 1 pole at no-load condition ( $I=25$  A and  $\delta=0^\circ$ ). (a) Experimental, (b) 3D FE.

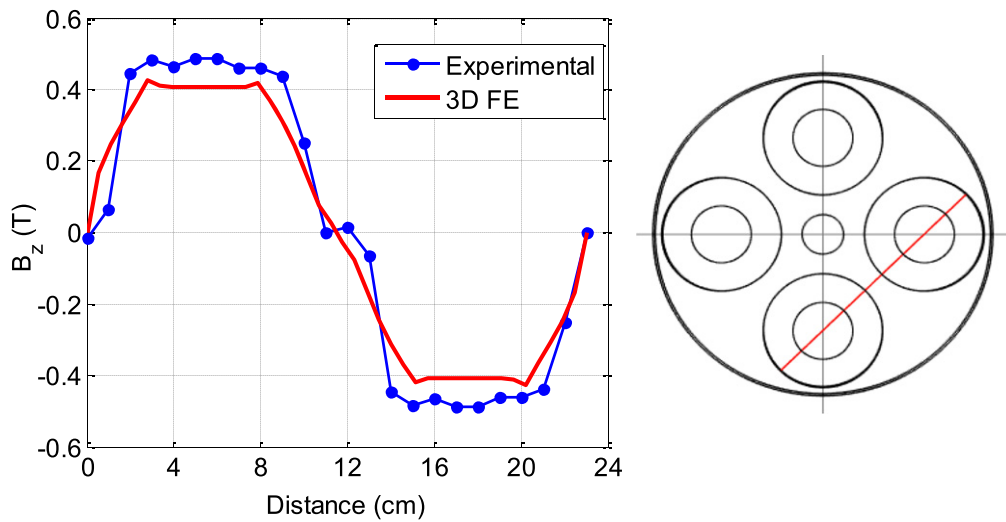


Figure 15. Flux density  $B_z$  along a line crossing two coils in the middle of the airgap ( $I_{coil}=25$  A and  $\delta=0^\circ$ ).

$$B_{||} = \sqrt{B_z^2 + B_\theta^2}. \quad (3)$$

The flux density on a given tape is not only due to the coil to which it belongs, but also to the neighbouring coils and the magnets. To determine the operating current of the coupler, we proceed as follows:

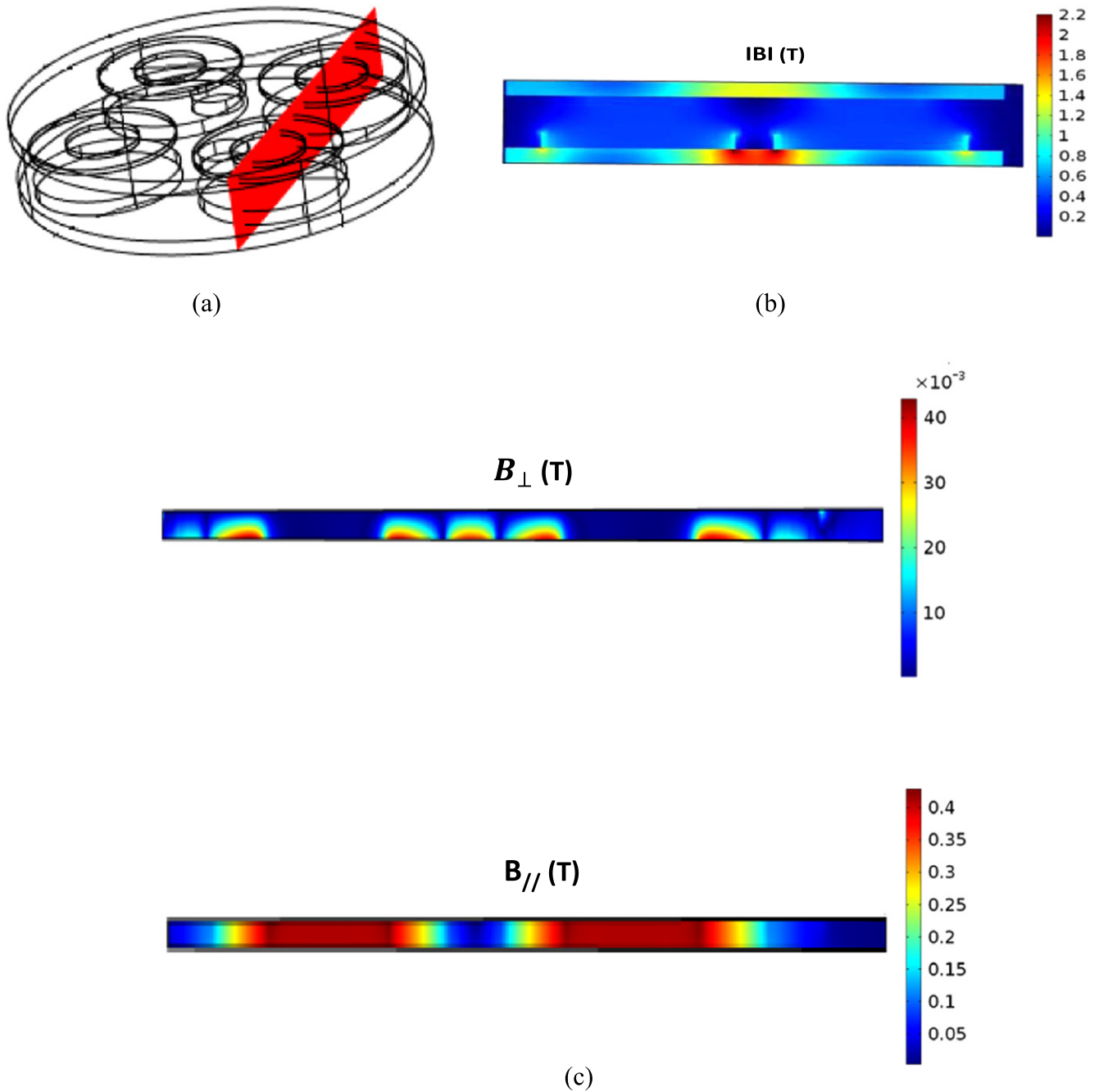
- 1- Set the load angle at a constant value (i.e.  $\delta=0^\circ$  at no-load and  $\delta=45^\circ$  for pull-out torque).
- 2- Supply the HTS coils with a constant dc current value  $I_{coil}$ .
- 3- Compute by 3D FE the magnetic field distribution in the considered HTS coil and determine the maximum values of the parallel and the perpendicular flux densities  $B_{\perp \max}$  and  $B_{|| \max}$ .

- 4- Increase  $I_{coil}$  and repeat 2 and 3 until the desired current is reached (no more than the critical current of the tape under self-field).

5- For each component of the flux density (viz.  $B_{\perp}$  and  $B_{||}$ ), plot in the same figure the load curve  $I_{coil}(B_{\perp \max}$  or  $B_{|| \max})$  and the manufacturer's critical current versus flux density curve  $I_c(B_{\perp \max}$  or  $B_{|| \max})$ .

The intersections of the curves give different values, from which the considered value of the operating current is the smallest one.

For the studied magnetic coupler with an airgap set to 9 mm, figure 11 presents the obtained curves for two values of the load angle  $\delta=0^\circ$  (no-load) and  $\delta=45^\circ$  (pull out torque). The  $I_c(B)$  curves given by the manufacturer are obtained for a critical electric field criteria of  $1 \mu V \text{ cm}^{-1}$ .



**Figure 16.** Flux density distributions along a vertical plane crossing two coils ( $I_{\text{coil}} = 25$  A and  $\delta = 0^\circ$ ). (a) Computation plane (b) norm of  $B$  (c) perpendicular and parallel flux density on the coil.

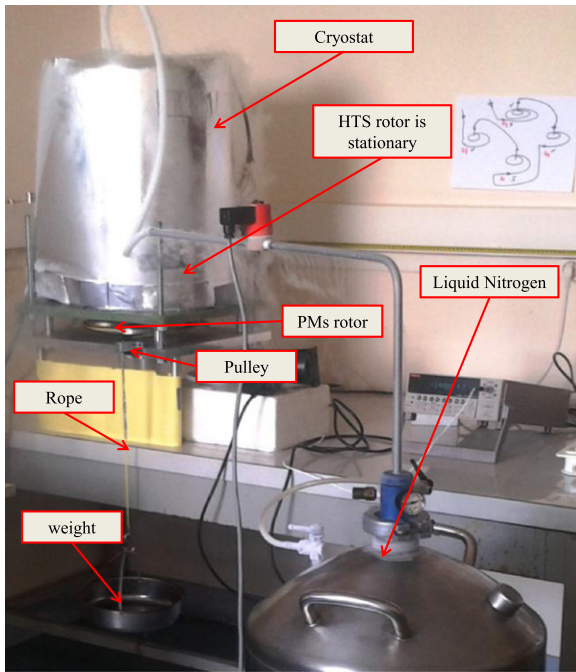
A particular shape is obtained for the load curve corresponding to the perpendicular field  $B_{\perp}$  at  $\delta = 0^\circ$  (figure 11(b)). This curve is composed of two distinct line segments which intersect at (30 A, 0.052 T) approximately. This intersection corresponds to a change of the coordinates of the point on which  $B_{\perp}$  is maximal. This can be explained by the flux density plots of figure 12 taken on a coil surface near the airgap (where  $B_{\perp}$  presents the highest values). The first segment corresponds to current values ranging from 0 to approximately 30 A for which the maximum  $B_r$  value is located on the outer surface of the coil (near  $R_{\text{bc}}$ ). The second segment corresponds

to currents above 30 A, for which the maximum absolute value of  $B_r$  is located on the inner surface of the coil (near  $R_{\text{bi}}$ ).

For the parallel field, the maximum operating current is about 22 A for  $\delta = 0^\circ$  and 25 A for  $\delta = 45^\circ$  (figure 11(a)). For the perpendicular field (figure 11(b)), these values become 31 and 23 A respectively. Hence, the final value of the operating current is about 22 A.

It can be clearly seen from the manufacturer's  $I_c(B_{\perp}, B_{\parallel})$  curves that the perpendicular field has the most important influence on the critical current. However, the results show that the parallel field has a slightly higher influence than the





**Figure 17.** Photograph of the test bench for torque measurement.

perpendicular field in determining the operating current. This is particular to the studied coupler because the parallel field (0.6 T), mainly due to the PMs, is much higher than the perpendicular field (0.08 T).

**4.3.2. Experimental technique for determining the operating current.** All what we need is the measured  $U(I)$  curves of the HTS coils given in figure 9. As proposed in [16–18], the operating current ( $I_{op}$ ) is defined by the intersection of the  $U(I)$  curve with the critical voltage line defined for an electric field value  $E_{c0} \in [0.1–0.5] \mu\text{V cm}^{-1}$ . These electric field values are used instead of the usual  $E_c = 1 \mu\text{V cm}^{-1}$  criteria to define the critical current. For  $E_{c0}$  values of 0.1 and  $0.5 \mu\text{V cm}^{-1}$ , the critical voltage for the manufactured HTS coils is 0.148 and 0.74 mV, respectively. Hence, using the  $U(I)$  curves of figure 9, the operating current takes values of 23 and 31 A.

The methods presented in (a) and (b) give almost the same operating current value, the lowest values being 23 A for the experimental technique and 22 A for the theoretical method.

Nevertheless, we have carried out several tests at operating current values up to 30 A without any problem. We choose in this paper to present the results for an operating current of 25 A.

There is in general no precise rule to define an operating current. Indeed, the critical current is defined with an arbitrary criterion ( $E_c = 1 \mu\text{V cm}^{-1}$ ) and it doesn't correspond to any critical situation for the HTS coils. Defining an operating current is then closely related to the considered HTS device, the cooling temperature and any specific operating condition. This important question is probably a matter of further investigations but this is beyond the scope of this paper.

#### 4.4. Flux density distribution

The airgap flux density distribution has been measured and compared to the one calculated by 3D FE. The HTS coils have been supplied with an operating current of 25 A. The load angle is set to  $\delta = 0^\circ$  (no-load conditions). The air gap is fixed to 20 mm as to allow an easier insertion of a Hall probe. In fact, a Gaussmeter with a transverse Hall probe has been used to measure the flux density. Its sensitivity is about 1% in the interval [0–3] T.

The  $z$ -component ( $B_z$ ) of flux density has been computed and measured on a plane defined in the middle of the air gap. The measurements, which cover one pole (figure 13), are obtained with a Hall probe whose position is controlled by an  $x,y$  positioning table.

The numerical and the experimental results are shown in figure 14. The maximum measured value of the flux density is about 0.45 T and the computed one is 0.41 T (a relative error of about 8.8%).

For a better estimation of the difference between the numerical and the experimental results, we have performed the measurements of  $B_z$  along a line crossing two poles as shown in figure 15. Despite the error on the measured airgap value ( $\pm 1$  mm) and the lack of precision on the Hall probe position, the computed and measured results are in satisfactory agreement, the relative error being smaller than 9%.

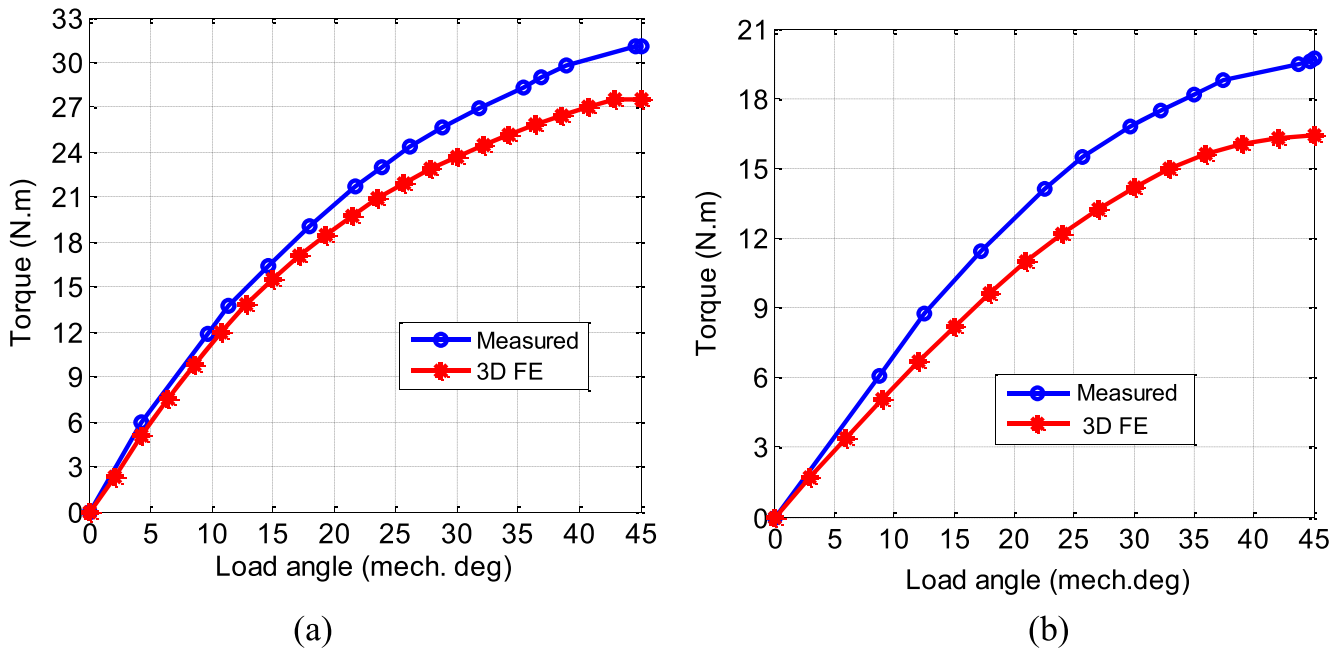
We have also plotted in figure 16 the flux density distribution on a vertical plane shown on figure 16(a) (it corresponds to the line shown in figure 15). As it can be seen, the norm of the flux density in the iron yokes (figure 16(b)) is low enough to consider the material as linear. To provide more details about the field distribution in the HTS winding, the parallel and perpendicular components of the flux density are provided in figure 16(c). For the perpendicular field component, one can see that the flux density maximal values are located on the coils surface in the airgap. The parallel flux density is homogeneous along the coils thickness; the highest values being located on the inner turns of the coil.

#### 4.5. Static torque

The static torque was measured by suspending weights attached to the end of a rope. The rope is attached to the lateral surface of the PMs rotor yoke through a pulley (figure 17). The superconducting rotor is stationary and the PMs rotor angular position varies with the suspended weight. The displacement angle (load angle) has been measured by projecting, on a plane wall, a laser beam attached to the moving yoke.

For the operating current of 25 A, we have measured the static torque for airgap values of 9 and 20 mm, respectively.

Figure 18 presents the measured and the computed static torque versus load angle curves. It can be seen that for the airgap of 9 mm, the 3D FE predictions give a pull-out torque of about 28 Nm while the measurements give 33 Nm. The numerical model underestimates the pull out torque with a relative difference of about 9.7%. For the airgap of 20 mm,



**Figure 18.** Static torque versus load angle ( $I_{\text{coil}} = 25$  A) (a) airgap = 9 mm (b) airgap = 20 mm.

the measured and calculated pull-out torques are 19.6 Nm and 16.3 Nm, respectively (16% error).

These discrepancies between the computed and the measured torques may result from many origins related to the following aspects:

- Uncertainties in the measured airgap thickness.
- Eccentricity due to imprecise positioning of the two rotors.
- Static friction torque due to the ‘pulley–rope’ system and to the angular-contact ball bearing used in the PM rotor. Of course, this friction torque increases with the very low temperature of the PMs rotor which is very close to the HTS rotor immersed in liquid nitrogen (weak thermal insulation through the airgap).

Nevertheless, the results are globally satisfactory and we believe that the main objective of this work has been achieved. Indeed, we learned a lot on the design, characterization, construction and testing of HTS devices.

The designed demonstrator has not a torque density which one could expect from the use of HTS. In a real application, the following actions could be taken to get higher torque/power densities:

- The HTS tape length we used is very low to produce high flux density in the airgap. Obviously, it will be necessary to increase this length to have better performance.
- Most of high torque density HTS electrical machines are cooled at 30 K using cryocoolers because the critical current of HTS tapes is higher. For example [6], the critical current of the H type BSCCO tape under a 1 T applied perpendicular field is about 300 A; which corresponds to 4 to 5 times the critical current of the BSCCO tape used in this paper. We can then expect at least 4 times more torque than what we get in this paper.

- In axial field machines, we usually use race-track coils instead of solenoids and sector PMs instead of disc PMs. Indeed, this leads to a more efficient utilization of the active material (HTS and PMs) which results in higher airgap flux densities and higher torque transmission capabilities.
- Use 2G (Re-BCO) tapes to increase the operating current as 2G HTS performs better under high perpendicular field.
- Finally, in a high power application, the HTS device will be bigger. However, the magnetic airgap will not increase a lot compared to the one used in our demonstrator (10–20 mm). In this case, compared to conventional topologies of magnetic couplers the gain in the torque/power density would be significant.

## 5. Conclusion

We have presented in this paper the construction and tests of a HTS axial field magnetic coupler. This contactless torque transmitter can constitute an effective solution to replace the torque tube usually used in superconducting machines. Many construction details have been provided with a focus on the HTS coils fabrication and tests. The voltage–current curves of the HTS coils are almost the same which was of great importance for a good operation of the coupler.

A 3D FE model has been developed to compute the magnetic field distribution and to estimate the AFSMC performances. The model has been used to determine the operating current of the coupler through the computation of a load curve. The results are found to be consistent with those issued from a fully experimental technique to determine the operating current.

Airgap magnetic field and torque measurements have been carried out and compared to the FE results. It has been shown that the measured and the computed quantities are in satisfactory agreement.

Further studies on HTS magnetic couplers are ongoing in order to optimize their design and construction. In future works, magnetic couplers will be designed to operate at 20–30 K which are the usual working temperatures for achieving high power/torque densities.

### Acknowledgments

This work has been undertaken in the ‘Applied superconductivity in electrical engineering’ group of the GREEN laboratory. The authors thank all the members of this group for their assistance in achieving this work.

### References

- [1] Cong M and Li T 2008 *15th Int. Conf. Mechatronics and Machine Vision in Practice* pp 346–51
- [2] Matsuzaki H, Kimura Y, Ohtani I, Morita E, Ogata H, Izumi M, Ida T, Sugimoto H, Miki M and Kitano M 2006 *Supercond. Sci. Technol.* **43** 776–9
- [3] Rezzoug A, Mailfert A and Manfe P 1984 *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **20** 1795–7
- [4] Belguerras L, Hadjout L, Lubin T, Mezani S and Rezzoug A 2014 *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **24** 3600912
- [5] Kwon W-S, Moon T-S, Park H-J and Kim Y-C 2008 *US Patent Specification* 0100158A1
- [6] Sumitomo Electric [http://global-sei.com/super/hts\\_e/type\\_ac.html](http://global-sei.com/super/hts_e/type_ac.html)
- [7] Kitaguchi H, Takahashi K, Kumakura H, Hayashi T, Fujino K, Ayai N and Sato K 2009 *Supercond. Sci. Technol.* **22** 0455005
- [8] Zhang D *et al* 2010 *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **20** 764
- [9] Yamazaki K, Kagiyama T, Kikuchi M, Yamade S, Nakashima T, Kobayashi S, Osabe G, Fujikami J, Hayashi K and Sato K 2012 *Supercond. Sci. Technol.* **25** 054015
- [10] Gömöry F and Klinčok B 2006 *Supercond. Sci. Technol.* **19** 732
- [11] Zhang G M, Schwartz J, Sastry P, Lin L Z, Xiao L Y and Yu Y J 2004 *Supercond. Sci. Technol.* **17** 1018
- [12] Bruzzone P 2004 *Physica C* **401** 7–14
- [13] Kiss T, Noda S, Nishimura S, Ohya K, Utsunomiya D, Ilyn Y A and Okamoto H 2001 *Physica C* **357–60** 1165–8
- [14] Lee J *et al* 2007 *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **17** 1603–6
- [15] Sunwong P, Higgins J S and Hampshire D P 2010 *J. Phys.: Conf. Ser.* **234** 022013
- [16] Pitel J 2013 *Supercond. Sci. Technol.* **26** 125002
- [17] Yamaguchi M, Fukui S, Muta I and Nakamura T 2002 *Physica C* **372–376** 1406–9
- [18] Korpela A, Kalliohaka T, Lehtonen J, Mikkonen R, Pitel J and Kovac P 2002 *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **12** 1438–144