



**HAL**  
open science

# Modélisation d'une décharge électrique de type streamer dans l'air à haute-pression sous géométrie non uniforme

Philippe Dessante

► **To cite this version:**

Philippe Dessante. Modélisation d'une décharge électrique de type streamer dans l'air à haute-pression sous géométrie non uniforme. Physique [physics]. Univ. Versailles-Saint-Quentin-en-Yvelines, 2000. Français. NNT: . tel-01334291

**HAL Id: tel-01334291**

**<https://hal.science/tel-01334291>**

Submitted on 21 Jun 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines

## THÈSE

Pour obtenir le grade de  
Docteur de l'université de  
Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines

Discipline :  
Mathématiques de la Modélisation,  
Simulation et Applications de la Physique

Présentée et soutenue publiquement par :

M. Philippe Dessante

Le 5 octobre 2000

# MODÉLISATION D'UNE DÉCHARGE ÉLECTRIQUE DE TYPE STREAMER DANS L'AIR À HAUTE PRESSION SOUS GÉOMÉTRIE NON UNIFORME.

*Devant un jury composé de :*

*M. Hervé de Feraudy  
M. Pierre Segur  
M. André Agneray  
M. Michel Meunier  
M. Sigmund Svein  
M. Emanuel Marode*

*Président et Rapporteur  
Rapporteur  
Examineur  
Examineur  
Examineur  
Directeur de thèse*

Cette étude a été effectuée au Laboratoire de Physique des Gaz et des Plasmas, dans l'Équipe Décharges Électriques et Environnement installée à Supelec.

Je remercie monsieur Hervé de Feraudy, professeur à l'université de Versailles Saint Quentin, responsable de la formation doctorale Mathématiques de la Modélisation, Simulation et Applications de la Physique, pour la qualité de sa formation. Qu'il soit assuré de ma reconnaissance pour m'avoir permis de réaliser ce travail.

J'adresse mes remerciements à monsieur Emmanuel Marode, directeur de recherche au CNRS, pour m'avoir encadré tout au long de ce travail. Je lui suis très reconnaissant de la confiance qu'il a fait preuve ainsi que de sa disponibilité.

Mes remerciement vont bien sur à monsieur Djamal Djermoune, mon prédécesseur sur cette étude, sans qui tout ce travail n'aurait pas été possible.

Par ailleurs, je remercie encore une fois monsieur Hervé de Feraudy et monsieur Pierre Segur, directeur de recherche, pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'être les rapporteurs de ce travail. Je remercie aussi monsieur André Agneray, ingénieur à Renault, et monsieur Michel Meunier directeur du service d'Élec E Industrielle à Supelec d'avoir bien voulu faire parti de mon jury.

Je tiens à remercier l'ensemble du laboratoire et plus particulièrement les membres de l'équipe EDEE pour m'avoir accompagné lors de cette thèse. Je ne les citerai pas, car la liste est trop longue et je ne risque pas ainsi d'en oublier. Je ferai exception pour Mademoiselle Nathalie Deschamp qui à commencé son stage de DEA, puis sa thèse au laboratoire, au même moment que moi ; ainsi que pour Madame Séverine Bousquet pour ses nombreuses corrections.

# Chapitre 1

## Introduction

Les décharges électriques apparaissent dans beaucoup de phénomènes naturels (foudre, feux de Saint Helme), ainsi que dans de nombreuses applications industrielles. Citons par exemple le traitement des effluents gazeux issus de centrales thermiques, échappements de voitures... Mais aussi pour la production d'ozone [14] (traitement de l'eau ou des pâtes à papiers). Pour ces applications est né le besoin d'une caractérisation physico-chimique du plasma engendré, ceci ne peut être fait sans une description accrue des phénomènes conduisant à la décharge électrique. Un autre aspect applicatif est le déclenchement de la combustion, une décharge électrique étant utilisée pour l'allumage d'un gaz (bougie de voiture). Ici on s'intéressera d'avantage aux conditions de propagation. Tout ceci a attiré l'attention de nombreux chercheurs sur la compréhension des phénomènes depuis plus d'un siècle.

Notre travail porte sur la modélisation d'une décharge dans l'air à pression atmosphérique initialisée par un système non uniforme. L'anode est une pointe qui fait face à un plan cathodique éloigné d'une distance de l'ordre du centimètre.

Le passage de la décharge dans le gaz à haute pression produit un plasma non-thermique, défini par une température électronique supérieure à celle des ions. La distribution de l'énergie permet un traitement chimique plus efficace par rapport aux décharges thermiques où les électrons et les ions possèdent la même énergie. Ici l'énergie sert principalement à chauffer les électrons et non pas le gaz dans son ensemble. Ces électrons énergétiques provoquent ensuite des collisions inélastiques, produisant des espèces radicalaires et des réactifs qui permettent d'induire des réactions chimiques. Par ailleurs, l'utilisation d'une géométrie non-uniforme permet l'allumage de la décharge pour des tensions appliquées plus faibles que dans les cas uniformes, ce qui réduit les coûts de traitement dans le cas d'une utilisation industrielle.

L'hypothèse du streamer a été introduite simultanément par Raether

[61], Meek et Loeb [42] [43]. Dans leur modèle, on explique l'avancée de la décharge par celle d'un front d'ionisation qui se propage au sein de l'espace interélectrode. Une fois la décharge initialisée on remarque que sa propagation est assurée sans l'aide d'aucun agent extérieur. Ce phénomène d'auto-entretien ainsi que les considérations sur la propagation seront traités dans le chapitre 2, où nous exposerons un rappel de la physique des décharges.

La simulation d'une décharge électrique n'est pas un problème nouveau. En effet, depuis de nombreuses années des auteurs ont proposé des simulations tout d'abord à une dimension <sup>1</sup> en ne considérant que les phénomènes sur l'axe. Ces modélisations monodimensionnelles restent limitées et ne rendent pas compte totalement de la physique des décharges. C'est pourquoi de nombreux auteurs se sont penchés sur la modélisation bidimensionnelle. Ainsi sont apparues successivement des simulations à champ uniforme (plan-plan)<sup>2</sup>, puis dernièrement à champ non uniforme [80][18][35]. Celles-ci avec des limitations en terme de rayons de courbure et de distances interélectrode. Des écarts avec les observations expérimentales persistent dans toutes ces simulations. Ainsi le rayon du filament de décharge est surestimé [4], alors que la vitesse de propagation simulée est en général inférieure aux valeurs mesurées. La densité de courant électrique dépend du rayon de la décharge et de sa vitesse, des erreurs faites sur ces deux caractéristiques entraînent des valeurs erronées pour celle-ci. La densité de courant est un des facteurs déterminant de l'intensité de la réactivité chimique du gaz, il est donc très important de simuler des valeurs proches des mesures expérimentales. Tout ceci nous a motivé pour continuer et améliorer le travail de M. Djermoune [18] réalisé au laboratoire.

Dans le chapitre 3, nous introduirons le modèle mathématique utilisé dans notre travail. Comme pour de nombreuses autres simulations, le modèle hydrodynamique a été choisi pour déterminer les densités des espèces chargées en présence (électrons, ions positifs et ions négatifs). Ce modèle est utilisé conjointement à l'hypothèse d'Équilibre du Champ Local (ECL) qui suppose l'existence d'une relation biunivoque entre le champ électrique et l'énergie des électrons. Elle permet de déduire les paramètres dit de transport (vitesse, coefficient de diffusion, d'ionisation...) du champ réduit  $E/N$  où  $E$  est le champ électrique et  $N$  la densité. Nous discuterons ensuite des conditions d'applications de cette hypothèse dans le cadre de la modélisation d'une décharge électrique. Une approche tenant compte de l'aspect hors équilibre sera introduite et elle sera par la suite développée plus en détail dans la section 6.9 des résultats.

---

<sup>1</sup>[8][9][10][11][31][32][50][51][39][44][21]

<sup>2</sup>[17][36][75][65][23][34][72][73]

Le traitement de la photoionisation a constitué une part importante de notre travail, c'est pourquoi, nous lui avons dédié le chapitre 4. Nous évaluerons tout d'abord la possibilité de la photoionisation dans l'azote pur puis dans l'air en nous appuyant sur des résultats expérimentaux et théoriques. Nous présenterons ensuite les divers mécanismes entrant en jeu dans la détermination de la densité des photons, dont l'émission induite qui sera pour la première fois prise en compte dans la modélisation d'une décharge électrique. Toutes les simulations précédentes déterminaient un rayon de la décharge surestimé par rapport aux mesures expérimentales. Nous avons pensé que l'émission induite était susceptible de concentrer la densité des photons sur l'axe de la décharge et par extension de réduire son rayon. Par la suite, nous parlerons des divers modèles qui peuvent être utilisés pour la détermination de la densité des photons. Les premières approches s'appuient sur le traitement de l'équation de transport radiatif (4.2) en se basant sur des résultats expérimentaux de Penney et Hummert [55]. Nous avons voulu nous affranchir de ces considérations expérimentales en utilisant dans nos calculs les coefficients d'Einstein. Ceux-ci ne sont pas connus avec précision, c'est pourquoi notre travail s'est orienté vers la détermination d'une plage de valeurs plausibles pour lesquelles la propagation de la décharge a lieu. Pour cela, l'utilisation de l'équation de transport radiatif est très lourde en terme de traitement numérique et de temps de calcul. Nous utiliserons le modèle d'Eddington (4.2.2) qui suppose une densité de photons faiblement anisotropique. Nous discuterons ensuite de la validité de ce modèle dans le cadre d'une décharge électrique, mais également dans la section 6.1 des résultats. Enfin nous nous présenterons les relations qui lient les coefficients d'Einstein entre-eux, ainsi qu'une estimation du terme d'émission induite.

Le chapitre 5 traitera des techniques de résolution numérique utilisées. Nous introduirons tout d'abord le maillage évolutif non uniforme utilisé dans cette étude. Puis, la résolution des équations de conservation fera l'objet de la section suivante (5.3). La détermination de la densité des espèces est une des étapes importante de la simulation. Elle nécessite une très grande précision, le maillage principal est alors doublé pour permettre un affinage des résultats. Un des apports de notre travail est l'utilisation d'une nouvelle méthode des caractéristiques à sous-points mobiles qui sera développée dans la section 5.3.2. Ceci a permis de rendre plus grossier le maillage secondaire tout en gardant une meilleure précision par rapport au travail précédent [18].

Par la suite, nous exposerons la méthode de résolution due à Herbert [25] de l'équation de Poisson pour le champ électrique. La section suivante (5.6) portera sur la détermination de la densité des photons. Un point sera fait sur la méthode intégrale qui résoud directement l'équation de transport radiatif, ce qui montrera la difficulté de l'utilisation de cette méthode. Le

modèle d'Eddington appliqué dans ce travail conduit à la résolution d'une équation de type Poisson, le même solveur que pour cette dernière peut donc être utilisé ici. Enfin, la dernière section, traitera de la détermination du pas temporel utilisé.

Le chapitre 6 portera sur les résultats des simulations. Une simulation standard sera d'abord présentée qui nous servira de point de comparaison pour la suite. Les améliorations dues aux meilleurs traitements des équations de conservation et des photons seront introduites (temps de simulation réduit, vitesse de propagation accrue et réduction du rayon de la décharge en meilleur accord avec les résultats expérimentaux).

Nous proposerons une nouvelle vision du déclenchement de la décharge où la photoionisation joue un rôle plus important que ce qui est considéré habituellement.

Les sections suivantes seront l'objet d'une étude paramétrique des coefficients utilisés, notamment ceux de la photoionisation. Ainsi l'apport de l'émission induite sera souligné par son action sur la réduction du rayon de la décharge, l'amenant à une valeur proche de celle mesurée expérimentalement.

Un point de vue énergétique de l'extension de la décharge sera proposé par des modifications de potentiel appliqué à la pointe (6.5). Puis nous regarderons l'effet de la variation du rayon de courbure sur la propagation. Ces résultats permettront de déterminer les besoins en tension pour assurer la propagation, et donc de prédire les configurations nécessaires pour une utilisation applicative du type combustion. Nous étudierons dans la section suivante (6.7), le rôle de la pression dans la modélisation. Ce paramètre influant sur la valeur des coefficients macroscopiques par le biais du champ réduit  $E/P$  où  $P$  est la pression du gaz.

Pour valider l'hypothèse simplificatrice sur la forme de la pointe (parabolique), nous présenterons une simulation effectuée avec une pointe conique plus proche de la réalité.

Enfin, dans la dernière section (6.9) de ce chapitre, nous présenterons l'étude annoncée sur les phénomènes hors-équilibres qui peuvent avoir lieu en tête de décharge. Ces considérations invalident quelque peu l'hypothèse ECL utilisée ici et dans toutes les simulations précédentes effectuées grâce au modèle hydrodynamique. Nous introduirons donc une nouvelle manière de calculer le coefficient d'ionisation, ceci nous permettra de tenir compte un peu des problèmes hors équilibres qui règnent dans le front d'ionisation. La correction présentée améliore la comparaison avec l'expérience et évite l'utilisation d'une méthode lourde du type Monte Carlo, non justifiée dans le reste du domaine de simulation,

Enfin dans un dernier chapitre (7), nous concluerons notre travail et présenterons les perspectives d'études réalisables.

Dans les annexes de ce travail, on trouvera une description détaillée du programme utilisé, ainsi que divers calculs évitant au lecteur de se reporter à de nombreuses références de base. Les valeurs des divers paramètres introduits dans la simulation y seront également discutées.

# Chapitre 2

## Rappel de physique des décharges

### 2.1 La condition nécessaire d'existence de la décharge

Dans un système pointe-plan, si la tension appliquée est suffisante, l'expérimentateur constate qu'aucun agent externe n'est nécessaire pour assurer une conduction autonome interélectrode. Pour modéliser cette réalité et les phénomènes complexes qui se manifestent alors, il est notamment nécessaire de comprendre ce qui permet d'obtenir cette conduction autonome. Ce sera l'objet de ce paragraphe. Comment se présente expérimentalement cette conduction pour les décharges étudiées ici qui mettent en œuvre un système constitué de deux électrodes définissant un espace délimité par une pointe et un plan, rempli de gaz (dans ce travail de l'air) à pression atmosphérique.

Si l'on soumet l'électrode pointue à un potentiel positif suffisant, un courant électrique traverse l'espace interélectrode accompagné souvent de phénomènes lumineux qui peuvent se propager ; le milieu gazeux passe ainsi de l'état isolant à l'état conducteur : c'est ce que l'on appelle une décharge électrique autonome. La situation observée est très complexe. Les lueurs observées apparaissent d'abord sur l'électrode positive à faible rayon de courbure, et se propagent ensuite vers l'autre électrode plane négative. On peut le constater en observant la figure (2.1) obtenue en utilisant une caméra ultra rapide ( G. Hartmann [24] puis E. Marode [45]). On y voit clairement la propagation annoncée de la décharge entre la pointe positive et le plan.

Dans le cas des configurations plan-plan, cas où l'uniformité du champ électrique devrait rendre la situation plus simple, un développement com-

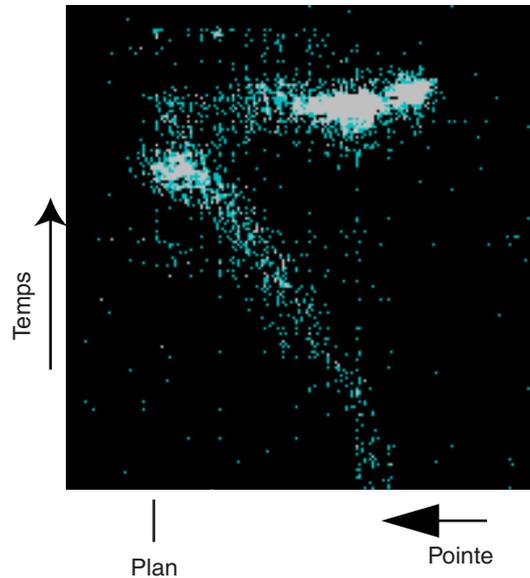


FIG. 2.1 – Photographie issue d'une caméra à balayage de la décharge

plexe se développe également : les lueurs se propagent du centre de l'espace interélectrode vers les électrodes.

Devant ces faits expérimentaux complexes, il est clair qu'une analyse simple ne sera pas suffisante. Il faut sérier les problèmes.

Notre premier éclairage consistera donc à rappeler un cas d'école simple, permettant de comprendre les paramètres nécessaires à expliquer une première propriété essentielle de la décharge, son autoentretien. Soit, donc, un intervalle de décharge à champ uniforme c'est-à-dire une configuration de type plan faisant face à un autre plan parallèle.

A l'application de la tension, il faut au moins la présence d'un électron libre, appelé électron germe, pour qu'une croissance du courant interélectrode s'établisse. Ce premier ou ces premiers électrons proviennent de mécanismes extérieurs, c'est-à-dire par l'action d'un ou de plusieurs agents pénétrants dans le milieu interélectrode. Cela peut être, par exemple, par rayonnement cosmique ou par un faisceau de rayonnement ultra-violet dirigé vers la cathode engendrant des électrons germes par effet photo-électrique. Ce, ou ces électrons, sont alors accélérés par le champ électrique induit par la différence de potentiel appliquée aux électrodes. Ils subissent lors de leur trajet des collisions ionisantes avec les particules du milieu. Les électrons ainsi créés vont à leur tour être attirés vers l'anode, provoquant une amplification des phénomènes d'ionisations appelés avalanche électronique.

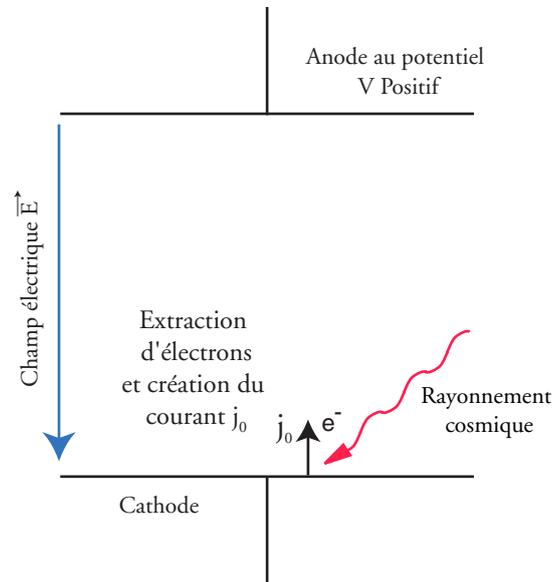


FIG. 2.2 – configuration en champ uniforme

Si rien d'autre ne se passe, il y a simple collection des électrons et la conduction s'arrête. Mais on sait bien qu'à partir d'un certain potentiel appliqué aux électrodes, les décharges se continuent d'elle-même, elles deviennent auto-entretenues. Elles n'ont plus besoin d'électrons germes pour se poursuivre c'est-à-dire qu'il n'y a plus de nécessité de production d'électrons par des mécanismes extérieurs. J.S.Townsend ([70]) fournit une première analyse élémentaire de l'auto-entretien. Il introduit deux coefficients,  $\alpha$  et  $\gamma$ , respectivement le premier et le second coefficient de Townsend, pour rendre compte de la croissance et du maintien de la conduction dans les décharges. Illustrons par un exemple simple la manière dont ses coefficients éclairent ce mécanisme.

Considérons deux électrodes planes parallèles, auxquelles on applique une différence de potentiel  $V$  : figure (2.2). L'anode est située à la distance  $d$  de la cathode. Le champ électrique engendrée par le système est uniforme. Le gaz est suffisamment dense pour que le mouvement et les effets des électrons dans le milieu résultent d'un équilibre entre l'entraînement du champ électrique et le "freinage" dû aux collisions avec les particules du gaz. Il en résulte notamment que la vitesse d'ensemble des électrons  $V_e$  le long des lignes de champs est constante (et liée au champ électrique  $E$  par  $\mu_e E$  où  $\mu_e$  est appelé mobilité électronique). Supposons qu'il existe une densité électronique proche de la cathode engendrée par effet photoélectrique sous l'effet d'un faisceau

de lumière permanent extérieur.

Cherchons la solution du problème stationnaire suivant : quelle est la densité de courant récoltée dans le circuit extérieur résultant de cette émission permanente d'électrons germes cathodiques sous l'effet du potentiel appliqué. Ces électrons sont entraînés par le champ électrique, nous l'avons dit, à une vitesse uniforme  $V_e$ . Les électrons germes subissent lors de leur trajet vers l'anode des collisions ionisantes avec le milieu. Le premier coefficient de Townsend  $\alpha$  ou coefficient d'ionisation, est défini par :

$$dn_e = \alpha n_e dx \quad (2.1)$$

Cette équation traduit l'accroissement  $dn_e$  de la densité électronique  $n_e(x)$  lors du trajet  $dx$  vers l'anode. En multipliant cette équation par  $V_e$ , il vient :

$$V_e dn_e = V_e \alpha n_e dx \quad (2.2)$$

En introduisant la densité de courant  $j_e(x)$ , égale au produit  $eV_e n_e$ ,  $e$  étant la charge électronique, on peut écrire en terme de densité de courant électronique :

$$dj_e = \alpha j_e dx \quad (2.3)$$

L'intégration dans l'espace donne alors :

$$j_e(x) = j_e(0) \exp[\alpha x] \quad (2.4)$$

L'accroissement exponentiel de la densité de courant au fur et à mesure du trajet des électrons traduit le mécanisme d'avalanche électronique.

Les électrons accélérés vers l'anode laissent derrière eux une densité ionique beaucoup moins mobile (la mobilité ionique  $\mu_+$  est environ cent fois plus faible que la mobilité électronique  $\mu_e$ ) qui forment une charge d'espace positive.

La densité de courant totale  $j$  est la même dans tout l'espace interélectrode. En effet, puisque nous sommes en régime stationnaire, les dérivées temporelles sont nulles et comme :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla j = 0 \quad (2.5)$$

pour tous les cas, il vient :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla j = 0 \quad (2.6)$$

Or  $j$  est la somme des densités de courant ionique  $j_+$  et électronique  $j_e$ , soit :

$$j = j_+(x) + j_e(x) \quad (2.7)$$

La densité de courant ionique  $j_+$  est donc déduite de  $j_e$ .

Etudions maintenant les conditions aux limites du problème.

A l'anode située à la distance  $d$  de la cathode, l'origine des distances étant prise à la cathode, il vient :

$$j_+(d) = 0 \quad (2.8)$$

Car les ions positifs sont produits au sein du gaz par les électrons et non à l'anode.

On en déduit :

$$j_e(d) = j = j_e(0) \exp[\alpha d] \quad (2.9)$$

C'est à la cathode que Townsend a eu besoin du coefficient  $\gamma$ . En effet, à cet endroit la densité de courant électronique totale  $j_e(0)$  est décomposée en deux. Une première composante vient de l'agent extérieur de production d'électron par faisceaux de photons  $j_0$  à ne pas confondre avec  $j_e(0)$ . La seconde composante vient de la probabilité que possède chaque ion positif d'extraire un électron lors de son impact à la cathode. Si l'on appelle  $\gamma$  cette probabilité, il s'en suit que :

$$j_e(0) = j_0 + \gamma j_+(0) \quad (2.10)$$

Soit :

$$j_e(0) = j_0 + \gamma(j - j_e(0)) \quad (2.11)$$

Et d'après l'expression de  $j$  trouvée dans (2.9)

$$j_e(0) = j_0 + \gamma j_e(0)[\exp(\alpha d) - 1] \quad (2.12)$$

D'où :

$$j_e(0)[1 - \gamma(\exp(\alpha d) - 1)] = j_0 \quad (2.13)$$

Et finalement en multipliant par  $\exp[\alpha d]$  :

$$j = \frac{j_0 \exp(\alpha d)}{1 - \gamma(\exp(\alpha d) - 1)} \quad (2.14)$$

Si :

$$\gamma(\exp(\alpha d) - 1) = 1 \quad (2.15)$$

$j$  tend vers l'infini. Quand cette condition est remplie, c'est-à-dire quand le potentiel appliqué est suffisant pour donner à  $\alpha$  une valeur suffisante, la densité de courant totale s'embale. C'est la condition d'auto-entretien. La relation 2.15 exprime une réalité physique simple : la quantité  $\exp(\alpha d) - 1$  correspond à la quantité d'ions créés par les électrons, le premier issu de la cathode, ne laissant pas d'ion derrière lui, et le produit de cette quantité par  $\gamma$  donne le nombre total d'électrons secondaires dû à l'impact des ions. Si ce produit est égal à 1, cela signifie que l'avalanche issue d'un électron libéré à la cathode génère, en moyenne, un autre électron par impact ionique et le courant augmente alors infiniment.

En réalité, dès que la condition d'auto-entretien est satisfaite, la croissance du courant ne tendra pas vers l'infini. En effet, la charge d'espace modifie la répartition du champ et l'ionisation diminue. Cependant, une fois la décharge amorcée, le nombre des ions positifs créés devient suffisant pour maintenir la décharge même si  $j_0 = 0$ . En l'absence d'électrons produits par des mécanismes extérieurs, la décharge est donc capable de produire suffisamment d'électrons secondaires pour s'auto-entretenir et engendrer des phénomènes de propagation de plasma dans l'espace interélectrode.

Il a été montré que des phénomènes autres que l'impact des ions créaient des électrons secondaires à la cathode. Par exemple les métastables, l'effet photoélectrique ou bien encore les neutres rapides [40]. Numériquement, ces processus restent proportionnels à la taille de l'avalanche, comme pour les

ions, si bien que des coefficients similaires à  $\gamma$  peuvent exprimer ces autres effets.

En pratique la valeur du coefficient d'ionisation  $\alpha$  est gouvernée par l'énergie gagnée sur un libre parcours moyen  $\lambda$ . L'énergie que gagne un électron sur son parcours libre, est égale à la quantité de potentiel "coupé", multipliée par la charge électronique  $q$ . C'est à dire à la différence entre le potentiel électrique au moment du choc suivant, et le potentiel après le dernier choc. En moyenne, cette différence est proportionnelle à une quantité normative,  $qE\lambda$ , force multipliée par un déplacement égal à  $\lambda$  et qui serait dans le sens du champ électrique (où  $E$  est le champ électrique).

En terme de moyenne,  $\lambda$  est lié à la valeur moyenne de la section efficace globale de collision  $\sigma$  par :

$$\lambda = \frac{1}{\sigma N} \quad (2.16)$$

Où,  $N$  est la densité du gaz neutre. Autrement dit,  $\lambda$  est proportionnel à  $\frac{1}{N}$ , si bien que l'énergie gagnée le long d'un libre parcours est proportionnelle au champ réduit  $\frac{E}{N}$  :

$$qE\lambda \propto \frac{E}{N} \quad (2.17)$$

Le nombre de collisions par unité de distance étant, en gros, égal à  $1/\lambda$  et la probabilité pour qu'une collision soit ionisante à  $\exp(\frac{-qV_i}{qE\lambda})$ , où  $V_i$  est le potentiel d'ionisation, il s'ensuit qu'une relation simplifiée mais néanmoins relativement proche de la réalité, pour la valeur de  $\alpha$ , est donnée par :

$$\alpha = AN \exp \left[ \frac{-B}{\frac{E}{N}} \right] \quad (2.18)$$

Une expression qui donne de bons résultats dans de nombreux cas [2].

Les figures (2.3) et (2.4), montrent des exemples de profils de ces deux coefficients dans l'air en fonction du champ réduit  $E/P$ ,  $P$  étant la pression du gaz. Le champ réduit  $E/N$  se déduit de  $E/P$  par la relation des gaz parfaits,  $P = NkT$  où  $k$  est la constante de Boltzmann, et  $T$  la température du gaz. Au passage notons que le paramètre  $E/N$  est plus correct, mais comme les déterminations de ces coefficients ont été faits sous température ambiante constante, l'utilisation de  $E/P$  plutôt que  $N$ , n'a pas d'importance. Si toutefois on veut tenir compte des variations thermiques, alors le passage en  $E/N$  est indispensable.

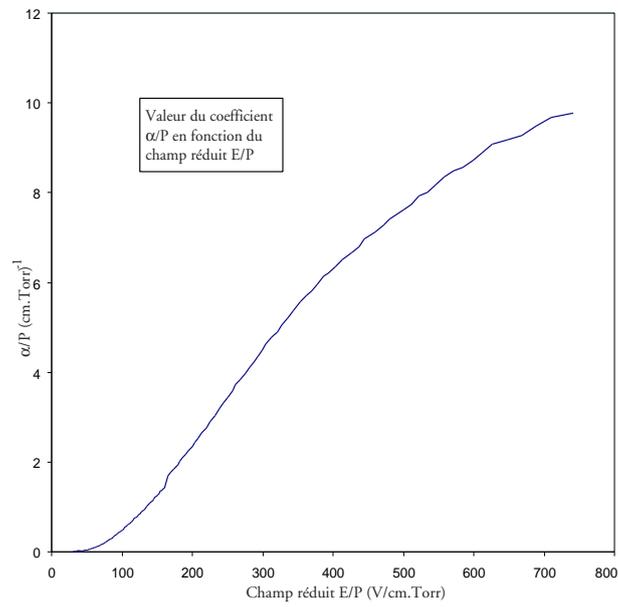


FIG. 2.3 –  $\alpha/P$  en fonction du champ réduit  $E/P$  dans l'air

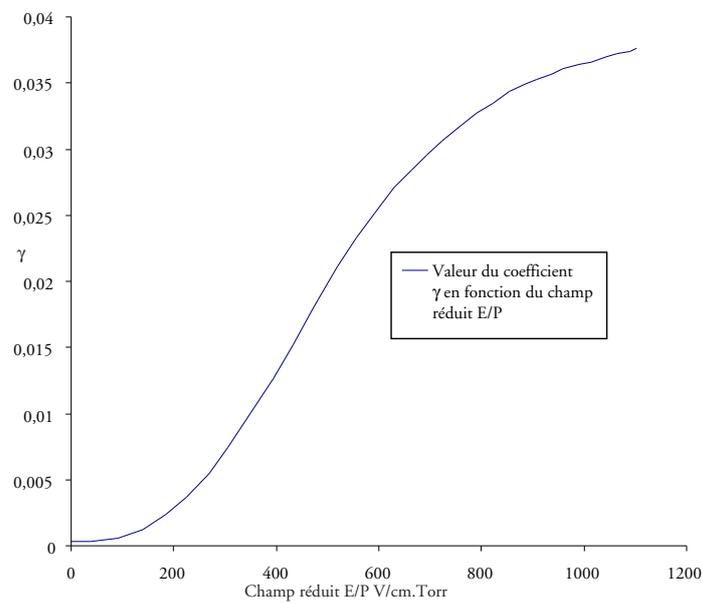


FIG. 2.4 –  $\gamma$  en fonction du champ réduit  $E/P$  dans l'air pour une cathode en Hg

## 2.2 Cas des systèmes non-uniformes : modèle du streamer

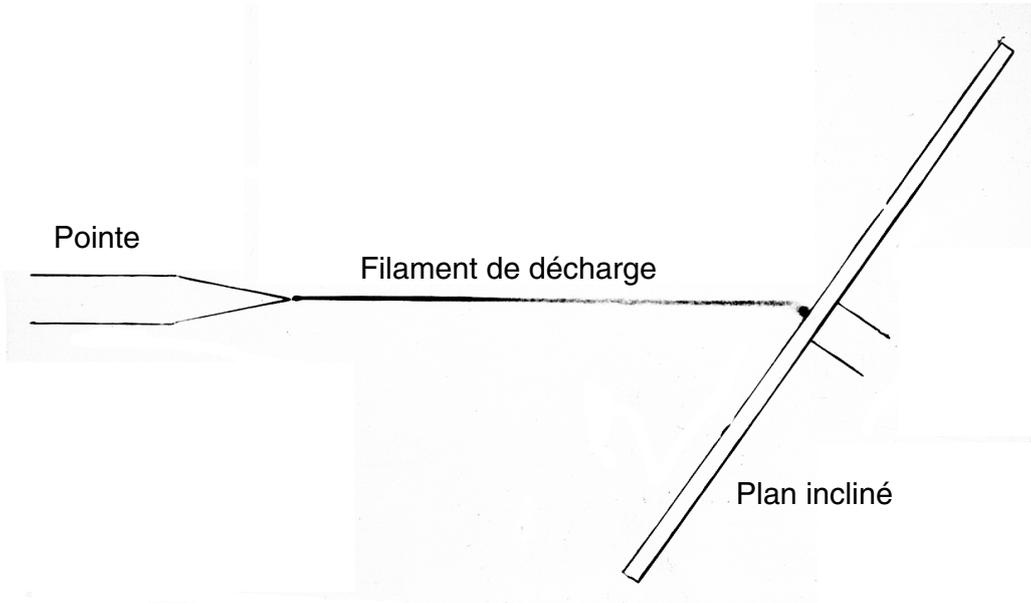


FIG. 2.5 – Photographie d’une décharge en champ uniforme, plan incliné

Dans le cas des systèmes non uniformes (par exemple pointe positive-plan), les phénomènes lumineux apparaissent d’abord au voisinage de l’électrode à faible rayon de courbure, là où le champ électrique est maximum, puis se propagent vers l’autre électrode. Considérons un système constitué d’une pointe positive (anode) faisant face à un plan (cathode). La théorie précédente basée sur un mécanisme d’extraction d’électrons à la cathode par impact ionique ne peut s’appliquer ici. D’une part, quand les phénomènes de décharge apparaissent, la valeur du champ électrique est très faible au plan, en raison de la forte non-uniformité de la distribution de potentiel interélectrode, et, de ce fait, les électrons extraits ont d’avantage tendance à s’attacher avec les particules du milieu plutôt que de produire de l’ionisation. D’autre part, les ions étant créés à la pointe par les premières avalanches électroniques, comme l’attestent les phénomènes lumineux, pour que ces électrons cathodiques puissent bénéficier du champ de charge d’espace

des ions positifs, ils doivent traverser tout l'espace interélectrode. Le temps de dérive des ions vers la cathode, de plusieurs dizaines de  $\mu s$ , est très largement supérieur au temps de développement de la décharge électrique, proche d'une centaine de nanosecondes pour une distance interélectrode d'un centimètre. La figure (2.5) représente une photographie prise par (), le plan est incliné par rapport à l'axe de la pointe positive. Si l'extraction d'électrons à la cathode était le mécanisme prépondérant de création d'électrons germes secondaires, alors la décharge devrait avoir un profil courbe et rejoindrait le plan au point le plus proche du bout de la pointe. Comme nous le voyons sur la photographie, ce n'est pas le cas, la décharge se propage en ligne droite sur l'axe de la pointe et ne se courbe que lorsqu'elle est proche du plan. A ce moment les mécanismes d'extraction des électrons à la cathode deviennent non-négligeables et influent sur le développement de la décharge.

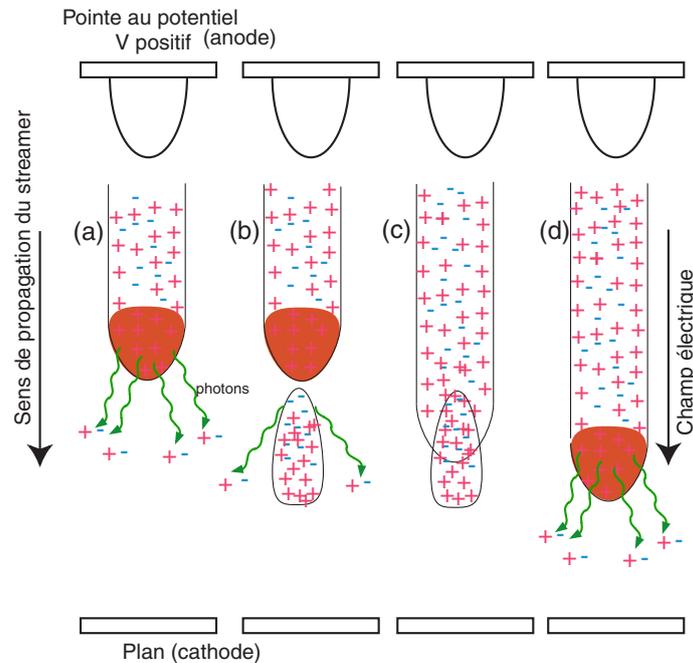


FIG. 2.6 – Mécanisme du streamer, mise en évidence de la photoionisation

C'est sur ces considérations que Raether d'une part [62], [61], Meek et Loeb [42][43] d'autre part ont proposé à peu près à la même époque le mécanisme de streamer (dard en français) pour expliquer l'extension spatiale rapide de la décharge, et l'auto-entretien de la décharge par la production d'électrons secondaires dans le gaz plutôt qu'à la cathode.

Voici le scénario qui a été proposé. Les électrons germes primaires pro-

duits par la première avalanche électronique sont absorbés par la pointe (anode) et laissent derrière eux une charge d'espace positive composée d'ions. Cette répartition de charges modifie le champ électrique local. Le concept de streamer introduit la notion de production d'électrons secondaires dans cette région à champ fort par photo-ionisation, en arrière par rapport à la propagation des électrons (cela ne peut donc plus être de l'ionisation direct, les électrons de l'avalanche étant déjà passés) et cela au sein même du gaz. Ce processus est itératif et est illustré par la figure (2.6). Considérons le premier schéma de cette figure (a). Il représente schématiquement un instantané de la décharge au cours de son développement. La charge d'espace, indiquée en rouge, accroît localement le champ électrique, et des électrons secondaires engendré par des photons photoionisants sont créés dans cette région à fort champ (flèches vertes sur la figure). En (b), des avalanches se développent à partir des électrons qui ont été créés par la photoionisation. En même temps les électrons des avalanches excitent des molécules du gaz. Les électrons de ces avalanches viennent ensuite neutraliser la charge d'espace qui les a attirés (c) et laissent en arrière de leur mouvement une nouvelle charge d'espace positive en amont de la précédente. Le schéma (d), reproduit sensiblement la situation (c) en mettant la charge d'espace en couleur rouge et en mettant en évidence les photons issus de la désexcitation des molécules excitées. Le schéma (d) reproduit donc la situation (a) à ceci près que la tête ionisantes s'est rapproché d'une étape vers la cathode. Ce mécanisme d'ionisation présenté par étape est en réalité un processus continu qui conduit au développement d'un filament de décharge. Il s'agit donc de la propagation à l'intérieur de l'espace interélectrode d'une onde d'ionisation.

### 2.3 Discussion sur la génération d'électrons secondaires pour l'auto-entretien du streamer

L'hypothèse de création d'électrons secondaires par radiations photoionisantes a été adopté au paragraphe précédent. Discutons cette hypothèse. Historiquement d'autres mécanismes ont été proposés que nous allons discuter à partir d'un diagramme potentiel/énergie-position (figure 2.7)[67] [46]. Considérons un électron se situant au voisinage de l'axe du système de décharge par où passe le streamer à une position référencée par la coordonnée  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Pour la commodité de l'analyse, situons le voisinage à un endroit éloigné de la pointe dans lequel le champ électrique est sensiblement uniforme. Le potentiel ne dépend alors que de  $z$ , le champ électrique étant

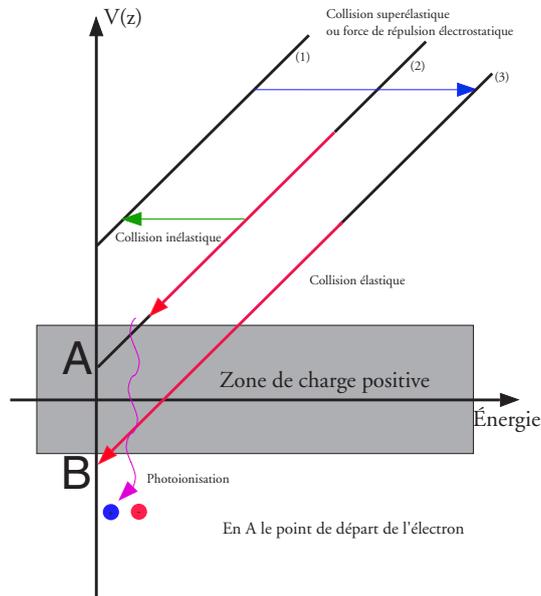


FIG. 2.7 – Mécanismes secondaires

parallèle à l'axe. Sont reportés, en abscisse l'énergie cinétique des électrons et en ordonnée leur potentiel à la position  $Z$ . L'électrode positive (anode) se situe en haut du diagramme dans le sens des  $V(z)$  croissants. Plaçons l'origine des potentiels quelque part au sein de la charge d'espace du streamer. La trajectoire du mouvement libre d'un électron est, dans ce diagramme, une droite inclinée à 45 degrés, puisque tout gain ou perte de potentiel est exactement égal au gain ou à la perte de son énergie cinétique. Grâce à ce diagramme, analysons comment un électron, qui avait été créé au potentiel (A), situé dans la charge d'espace pourrait, selon les aléas de sa trajectoire (2), revenir en arrière et se trouver en amont de la charge d'espace représentée en gris.

Lorsqu'il subit des collisions élastiques avec les particules du milieu la perte d'énergie cinétique de tout électron est négligeable, puisque le transfert d'énergie cinétique est dans le rapport des masses. Lors d'une collision élastique, l'électron (2) reste donc sur sa trajectoire. Après une telle collision, l'électron peut soit continuer sa route en accroissant son énergie cinétique, soit la rebrousser (flèche rouge), selon l'orientation vers l'avant ou vers l'arrière de sa quantité de mouvement après la collision. En aucun cas ce processus ne peut amener l'électron à se trouver en deçà de son point de départ (il posséderait dans ce cas une énergie cinétique négative). Seul des collisions inélastiques qui lui confèreraient de l'énergie cinétique pourrait

être envisageables. Il s'agirait alors de collisions inélastiques que nous abordons maintenant. S'il s'agit de collisions d'excitation, il y a perte d'énergie cinétique de l'électron. C'est le cas qui est symbolisé par la flèche verte, qui amène l'électron sur la trajectoire (1). De même, sur cette trajectoire, il est encore moins possible pour l'électron de revenir en deça du point A. En revanche une collision, dite superélastique, où la desexcitation par collision d'espèces moléculaires excitées pourrait placer l'électron sur la trajectoire (3) (flèche bleue), puis sous l'effet d'une collision élastique convenable, l'électron peut être renvoyé en arrière de son point de naissance. Un tel processus, bien qu'envisageable, paraît toutefois peu probable car les espèces excitées sont laissées en arrière du mouvement des électrons, et seuls quelques électrons retardataires pourraient entrer une seconde fois en collision avec la même molécule.

Un autre processus peut être envisagé. Le transfert d'énergie cinétique par collisions coulombiennes (ou répulsion électrostatique) entre électrons. C'est l'interprétation que l'on peut donner au processus de diffusion des électrons dans leur propre gaz d'électron, diffusion qu'il ne faut pas confondre avec la diffusion des électrons dans le gaz neutre. C'est notamment cette interprétation qu'il faut invoquer quand, comme dans [20], les équations hydrodynamiques du gaz d'électron sont étudiées. Le gradient de pression électronique peut alors ramener certains électrons en arrière, par effet de pression, c'est-à-dire par chocs coulombiens multiples sur un même électron. Cette théorie très séduisante, développée par Sanman et Fowler [20], et discutée dans [46], n'est néanmoins pas satisfaisante car si elle reste possible, les densités électroniques entrant en jeu dans la décharge, de l'ordre de  $10^{11} \text{ cm}^{-3}$ , impliquent des fréquences de collisions conduisant à ce phénomène de l'ordre de  $10^5$  à  $10^6 \text{ s}^{-1}$ , c'est-à-dire trop faibles pour expliquer à elles seules la propagation du streamer.

C'est la raison pour laquelle, l'hypothèse de Meek et Loeb [42] [43] d'une part et de Raether [62] de l'autre qui suggèrent la photoionisation pour les électrons créés en amont de la charge d'espace, est la plus raisonnable. C'est l'hypothèse de l'existence de tels photons que nous avons adoptée au cours de ce travail.

# Chapitre 3

## Modèle mathématique

### 3.1 Introduction

La modélisation que nous présentons s'inscrit dans la continuité de celle présentée par Djamel Djermoune [18] lors de sa thèse passée au Laboratoire en 1996. Les équations qu'il a établit et utilisé sont donc similaires à celles que nous avons traités.

Dans ce travail, le terme de photoionisation a été revu et étudié avec plus de soin grâce au travail effectué dans [16], il sera exposé dans le chapitre suivant.

La modélisation d'une décharge électrique de type streamer se propageant entre une pointe et un plan peut se faire de deux manières : soit en étudiant le gaz sous son aspect microscopique particulière, soit en regardant le comportement du gaz dans son ensemble comme un milieu continu grâce aux équations hydrodynamiques.

Dans les deux cas, l'équation de départ du modèle est celle de Boltzmann qui décrit l'évolution de la fonction de distribution  $f(\vec{x}, \vec{v}, t)$  de l'espèce considérée dans l'espace des phases.  $\vec{x}$ ,  $\vec{v}$  et  $t$  représentent respectivement, le vecteur position, le vecteur vitesse et le temps.

$$\frac{\partial f(\vec{r}, \vec{v}, t)}{\partial t} + \vec{v} \nabla_r f(\vec{r}, \vec{v}, t) + \vec{\gamma} \nabla_{\vec{v}} f(\vec{r}, \vec{v}, t) = \frac{\partial f(\vec{r}, \vec{v}, t)}{\partial t} \Bigg|_{\text{collisions}} \quad (3.1)$$

- le terme  $\vec{v} \nabla_r f(\vec{r}, \vec{v}, t)$  donne la variation dans l'espace des positions.
- le terme  $\vec{\gamma} \nabla_{\vec{v}} f(\vec{r}, \vec{v}, t)$  donne la variation dans l'espace des vitesses, où  $\vec{\gamma}$  est le terme d'accélération.

L'approche microscopique se base sur la résolution soit directe, soit par des méthodes de types Monte-Carlo de cette équation. En terme de traite-

ment numérique, la résolution dans la configuration d'une décharge électrique à pression atmosphérique et pour des distances interélectrode de l'ordre du centimètre, induit un coût de calcul vite inabordable pour les puissances de calculs actuelles.

C'est pour ces raisons que nous avons décidé d'étudier les phénomènes suivant un traitement macroscopique. Celui-ci s'appuie sur la résolution de la suite des moments de l'équation de Boltzmann. Les termes de cette suite sont obtenus par multiplication de l'équation de Boltzmann avec la suite  $(1, \vec{v}, v^2, \dots, v^n \dots)$  puis intégration suivant l'espace des vitesses. Cette suite d'équation est équivalente à l'équation de Boltzmann et est en théorie infinie. L'inconnue d'une des équations de la suite est solution de l'équation suivante. En pratique, des conditions physiques permettent à partir d'une relation de fermeture de clore la suite.

Dans ce travail nous nous sommes basé sur un développement en deux termes uniquement, la relation de fermeture étant donné par l'hypothèse d'équilibre du champ local (ECL) qui consiste à déduire les paramètres de transport grâce au champ réduit  $E/N$ . Elle suppose l'existence d'une relation biunivoque entre la forme de la fonction de distribution en énergie des électrons et le champ électrique. Elle reste valable tant que le temps de relaxation de la fonction de distribution en énergie des électrons reste inférieure au temps caractéristique de propagation de la décharge. A pression atmosphérique des résultats de Morgan et Penetrante [47] dans l'azote moléculaire montrent que cette hypothèse est bien vérifiée pendant le temps de trajet du streamer dans l'espace interélectrode. D'autres études ont validé l'hypothèse ECL : les résultats obtenus lors la résolution de l'équation de Boltzmann par une méthode de type Monte-Carlo montrent que la description microscopique n'est nécessaire que pour des champs réduits très élevés supérieurs à  $1500Td$ . Toutefois des études dans l'hélium [71][5][67] portant sur les phénomènes se produisant dans la région cathodique montrent que la fonction de distribution des électrons se trouve en régime hors équilibre pour des gradients de champ électrique de l'ordre de 200 à  $400V/cm$ . Dans le cadre d'une décharge électrique des écarts à l'ECL peuvent donc se produire puisque les gradients de champ électrique en tête du dard sont très importants et ce notamment au moment de l'arrivée du streamer à la cathode.

D'autres auteurs [1][23] pour s'affranchir de l'hypothèse ECL invalidées dans les zones hors équilibres préconisent l'utilisation du troisième moment de l'équation de Boltzmann (conservation de l'énergie). Lors de cette étude, nous nous sommes efforcés de rester dans les limites de validité de l'hypothèse ECL, de plus les résultats expérimentaux permettent de définir les relations entre les coefficients macroscopiques et le champ réduit de manière suffisamment précise dans le cadre de ce travail en se limitant aux deux premiers moments

de l'équation de Boltzman.

En plus de ces considérations, nous montrerons dans le chapitre 6 que l'hypothèse ECL n'est pas totalement vérifiée en tête du streamer en introduisant un phénomène qui n'a jamais été pris en compte dans les simulations précédentes. En effet lors d'une itération, la progression de la tête du dard modifie le champ électrique. De ce fait, un électron évolue dans un champ électrique différent entre le début de l'itération et sa fin, invalidant les conditions d'application de l'hypothèse ECL. Nous proposerons une méthode de résolution qui tient compte de ce problème, sans toutefois passer par une méthode de type Monte-Carlo dont l'utilisation n'est pas justifiée dans le reste du domaine.

### 3.2 Premier moment de l'équation de Boltzmann : équation de conservation de la masse

Le premier moment de l'équation de Boltzmann est déduite de l'intégration directe de celle-ci dans l'espace des vitesses :

$$\int_V \left( \frac{\partial f(\vec{r}, \vec{v}, t)}{\partial t} + \vec{v} \nabla_r f(\vec{r}, \vec{v}, t) + \vec{\gamma} \nabla_{\vec{v}} f(\vec{r}, \vec{v}, t) \right) d\vec{v} = \int_V \frac{\partial f(\vec{r}, \vec{v}, t)}{\partial t} \Bigg|_{\text{collisions}} d\vec{v} \quad (3.2)$$

La densité des particules au point  $\vec{r}$  et au temps  $t$  est déterminée par :

$$n(\vec{r}, t) = \int_V f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} \quad (3.3)$$

Il vient après résolution (présentée en annexe A.2)

$$\frac{\partial n(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{\nabla}_r (n(\vec{r}, t) V(\vec{r}, t)) = S \quad (3.4)$$

Où l'on a introduit  $\frac{1}{n} \int_V v f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} = \vec{V}$  la vitesse moyenne des particules et  $S$  le terme source de création et destruction de l'espece par collisions.

Cette équation traduit la loi de conservation de la densité des espèces, appelée aussi loi de conservation de la masse.

### 3.3 Deuxième moment de l'équation de Boltzmann : équation de transfert de la quantité de mouvement

Le second moment est déduit de l'équation de Boltzmann après sa multiplication par  $\vec{v}$  et son intégration dans l'espace des vitesses :

$$\int_V \left( \vec{v} \frac{\partial f(\vec{r}, \vec{v}, t)}{\partial t} + \vec{v} \vec{v} \nabla_r f(\vec{r}, \vec{v}, t) + \vec{v} \gamma \nabla_{\vec{v}} f(\vec{r}, \vec{v}, t) \right) d\vec{v} = \int_V \vec{v} \frac{\partial f(\vec{r}, \vec{v}, t)}{\partial t} \Big|_{\text{collisions}} d\vec{v} \quad (3.5)$$

Soit :

$$\frac{\partial \vec{V} n(\vec{r}, t)}{\partial t} + \nabla_r \cdot (\langle \vec{v} \vec{v} \rangle n(\vec{r}, t)) + \gamma \langle \nabla_{\vec{v}} \vec{v} \rangle = \vec{T} \quad (3.6)$$

Où la vitesse moyenne des particules  $\vec{V}$  est donnée par :

$$\vec{V} = \frac{1}{n} \int_V v f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} \quad (3.7)$$

Et où  $\vec{T}$  est la variation par unité de volume dans l'espace des vitesses de la quantité de mouvement.

$$\vec{T} = \int_V \vec{v} \frac{\partial f(\vec{r}, \vec{v}, t)}{\partial t} \Big|_{\text{collisions}} d\vec{v} \quad (3.8)$$

L'accélération  $\gamma$  est égale dans notre cas à :

$$\gamma = \frac{q\vec{E}}{m} \quad (3.9)$$

Où  $m$  et  $q$  sont respectivement la masse et la charge des particules considérées.

L'équation (3.6) est résolue grâce à l'hypothèse ECL et finalement il vient :

$$\vec{V} = \mu \vec{E} - D \frac{\vec{\nabla} n}{n} \quad (3.10)$$

Où l'on a introduit les paramètres de transport  $\mu$  pour la mobilité et  $D$  pour la diffusion. Ces deux coefficients sont déterminés par la connaissance du champ réduit  $E/P$ .

La résolution complète de cette équation est proposée en annexe (A.2).

Cette solution est ensuite injectée dans l'équation de conservation de la masse (3.4) :

$$\frac{\partial n(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{\nabla}_r \left( n(\vec{r}, t) \left( \mu \vec{E} - D \frac{\vec{\nabla} n}{n} \right) \right) = S \quad (3.11)$$

Il nous reste ensuite à déterminer les termes sources  $S$  pour clore cette équation.

### 3.4 Les termes sources

Le terme source  $S$  de l'équation de conservation de la masse tient compte des processus de collisions inélastiques entre particules, mais aussi des mécanismes secondaires de création–destruction des espèces prises en compte dans ce travail :

- le terme d'ionisation  $\alpha$  pour les ions positifs et les électrons
- le terme d'attachement  $\eta$  pour les électrons, les ions négatifs et les neutres
- les termes de recombinaison entre particules chargées.
- le terme  $S_{ph}$  de photoionisation pour les ions positifs, les électrons et les espèces excitées
- les termes  $\delta$  et  $\tau_m$  d'excitation et de désexcitation pour les espèces excitées

Il vient ainsi pour chaque type de particules :

- les électrons :

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( n_e w_{ex} - D_{ex} \frac{\partial n_e}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( n_e w_{er} - D_{er} \frac{\partial n_e}{\partial r} \right) \right] = (\alpha - \eta) |V_e| n_e + S_{ph} \quad (3.12)$$

– les ions positifs :

$$\frac{\partial n_+}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( n_+ w_{+x} - D_{+x} \frac{\partial n_+}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( n_+ w_{+r} - D_{+r} \frac{\partial n_+}{\partial r} \right) \right] = \alpha |V_e| n_e + S_{ph} \quad (3.13)$$

– les ions négatifs :

$$\frac{\partial n_-}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( n_- w_{-x} - D_{-x} \frac{\partial n_-}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( n_- w_{-r} - D_{-r} \frac{\partial n_-}{\partial r} \right) \right] = \eta |V_e| n_e \quad (3.14)$$

Où les indices  $e$ ,  $+$  et  $-$  se réfèrent respectivement aux électrons, aux ions positifs et négatifs.  $n$ ,  $w$  et  $D$  sont respectivement les densités, les vitesses de convection et les coefficients de diffusion des particules.  $S_{ph}$  est le terme source de photoionisation,  $\alpha$ ,  $\eta$  ceux d'ionisation et d'attachement.

### 3.5 Évaluation du champ électrique

La détermination des paramètres de transports (ionisation, attachement, vitesses de convection et de diffusion...) repose sur la connaissance du champ réduit  $E/N$ . Il est donc nécessaire pour fermer le système d'équation (3.12-3.14) d'évaluer la valeur du champ électrique  $\vec{E}$  dans l'ensemble du domaine. Ce champ électrique résulte de la différence de potentiel appliquée entre les deux électrodes, mais aussi de la répartition des particules chargées au sein du gaz. Le champ électrique total est donc la somme d'un champ électrique géométrique  $\vec{E}_0$  et d'un champ de charge d'espace  $\vec{E}_{ch}$ .

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{ch} \quad (3.15)$$

Le champ électrique  $\vec{E}$  est donné par l'équation de Poisson :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (3.16)$$

Où  $\rho = e(n_+ - n_e - n_-)$  est la densité nette de charge.

Le courant électrique engendré par une décharge de type Townsend ou dard reste dans la gamme des Ampère, l'effet du champ magnétique induit par un tel courant sur la dynamique des particules chargées est négligeable, le champ électrique dérive alors d'un potentiel scalaire  $V$  :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V \quad (3.17)$$

Lequel est obtenu par l'équation de Poisson :

$$\Delta V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (3.18)$$

La solution de cette équation différentielle aux dérivées partielles du second ordre doit satisfaire aux conditions aux limites où sont imposés les potentiels appliqués aux électrodes.

### 3.6 Calcul du courant de décharge

Le mouvement des particules chargées dans l'espace interélectrode induit un courant  $I_g$ . Il est calculé par la formule de Shokkley Ramo :

$$I_g(t) = \frac{1}{V_A - V_C} \int_{Vol} \vec{J} \vec{E}_g d\vec{r} \quad (3.19)$$

Où  $E_g$  est le champ géométrique créé par le potentiel imposé aux électrodes. Cette équation suppose que le potentiel interélectrode est indépendant du temps.  $V_A$  et  $V_C$  sont les potentiels appliqués respectivement à l'anode et à la cathode.

$\vec{J}$  est la densité de courant, calculée d'après l'équation :

$$\vec{J} = q(n_+ \vec{V}_+ - n_e \vec{V}_e - n_- \vec{V}_-) \quad (3.20)$$

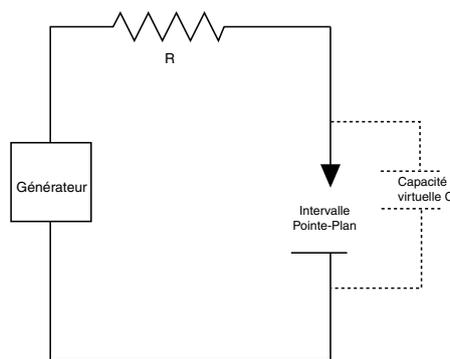


FIG. 3.1 – Circuit électrique

Les dispositifs expérimentaux utilisés pour amorcer une décharge électrique du type dard ou Townsend sont généralement constitués d'une

source haute tension qui alimente l'intervalle interélectrode à travers une résistance de contrôle  $R$  de quelques centaines d'Ohm. Le système est symbolisé sur la figure 3.1, on voit en pointillé l'existence d'une capacité virtuelle qui représente la capacité induite entre la pointe et le plan (ainsi que les parois du système). Lors de l'initialisation de la tension par le générateur, il y a chargement de la capacité pointe-plan qui est représenté ici par la capacité virtuelle  $C$ . Celle-ci se décharge dans l'espace interélectrode lors de la formation du canal conducteur.

# Chapitre 4

## Traitement du rayonnement

### 4.1 Position du problème

#### 4.1.1 Rappel physique

L'exposé du chapitre 2 a introduit la nécessité de la création d'un électron secondaire en amont de la charge d'espace formée par les avalanches électroniques. L'hypothèse de la photoionisation a alors été présentée comme la plus probable. Mais historiquement ce choix n'a pas été fait immédiatement. D'un côté Raether Meek et Loeb sont à la base de la théorie de la photoionisation comme mécanisme principal de création d'électron, alors que Fowler [20], préfère une théorie où les électrons créés dans la charge d'espace remontent le champ électrique grâce à des ondes antiferces. Dans cette théorie, des collisions électrons-électrons permettent de transférer de l'énergie à des électrons qui peuvent se retrouver en amont de la charge d'espace où il peuvent engendrer de nouvelles avalanches électroniques.

Dans ce travail, nous nous sommes basés sur l'hypothèse de photoionisation qui semble la plus raisonnable en vue des fréquences de collisions électrons-électrons ( $10^5 \sim 10^6 s^{-1}$ ) engendrées par les densités électroniques en présence dans le milieu ( $10^{10} \sim 10^{11} cm^{-3}$ ).

#### 4.1.2 Validation des hypothèses dans l'azote et dans l'air

Dans l'azote pur, il faut montrer que les photons émis par les molécules  $N^2$  excitées ont une énergie supérieure à celle du plus bas niveau d'ionisation de la même molécule. Des études expérimentales [58][59][60][37][38] confirment le processus de photoionisation dans les gaz purs.

Dans l'air, il est possible d'exciter l'azote moléculaire qui en se désexcitant émet un photon suffisamment énergétique pour ioniser les molécules d'oxygène. Ainsi Zheleznyak *et al* [81] ont démontré la possibilité de ce phénomène en étudiant les spectres d'émission de l'azote et de l'oxygène. Pour que ce phénomène ait lieu, il faut que la radiation émise par l'azote moléculaire soit capable d'ioniser l'oxygène, mais en plus qu'elle soit faiblement réabsorbée par l'azote. Ainsi la photoionisation directe de l'oxygène est possible pour des radiations de longueur d'ondes inférieures à 1025Å [15]. De plus, l'azote moléculaire dans les conditions présentes absorbe fortement tout rayonnement ayant une fréquence inférieure à 980Å. Étudions maintenant les transitions de l'azote capable d'émettre un tel rayonnement. Dans le cadre d'une décharge électrique, pratiquement toutes les molécules d'azote sont situées au niveau vibrationnel  $v'' = 0$  relatif à l'état fondamental  $X^1\Sigma^+_g$ . Les collisions avec les électrons peuplent les niveaux vibrationnels  $v'$  des états  $b^1\Pi_u$ ,  $b^1\Sigma^+_u$  et  $c^1_4\Sigma^+_u$ . L'émission radiative formée est donnée par la transition  $v' \mapsto v''$ . La concentration en molécule d'azote à des niveaux  $v'' \neq 0$  est très faible et l'absorption par celles-ci est insignifiante. L'état  $X^1\Sigma^+_g$  commence à absorber les radiations avec une longueur d'onde  $\lambda \approx 980\text{Å}$  qui correspond à la différence énergétique entre les plus bas niveaux vibrationnels de l'état fondamental et des états excités. Les photons de longueurs d'ondes supérieures à 980Å issus de la transition  $v' \mapsto v''$  ne sont pas absorbés par l'azote et peuvent donc ioniser l'oxygène. Il existe donc une gamme de fréquence comprise entre 980Å et 1025Å où l'émission due à l'azote moléculaire est capable d'ioniser directement les molécules d'oxygène.

### 4.1.3 Phénomènes pris en compte

Quatre phénomènes sont pris en compte dans la modélisation du rayonnement, l'émission spontanée, l'émission induite, l'excitation et l'ionisation.

- L'émission spontanée de photons par l'azote excitée est caractérisée par le coefficient d'Einstein  $A_\nu$  qui est l'inverse du temps de relaxation  $\tau_\nu$ .
- L'excitation des molécules du gaz par les photons est mis en évidence par le coefficient d'Einstein  $B'_\nu$ .
- L'ionisation des molécules d'oxygène par le rayonnement est caractérisée par un coefficient  $K$  qui se décompose en un produit des deux termes  $\mu$  et  $\Gamma$  :

$$K = \mu\Gamma \tag{4.1}$$

Où  $\mu$  est le coefficient d'absorption généralisé, il représente le nombre de photons qui sont absorbés par le gaz par unité de distance le long de

la trajectoire du photon. Le coefficient  $\Gamma$  est la probabilité pour qu'un photon absorbé crée un photo-électron ( $\Gamma < 1$ ).

- Le terme d'émission induite traduit la désexcitation d'une molécule sous l'action d'un rayonnement. Un photon de même fréquence au photon incident est produit dans la même direction. Ce phénomène est pour la première fois pris en compte dans un travail de modélisation d'une décharge électrique. Son action principale est une concentration du rayonnement dans l'axe de la décharge, permettant de réduire, comme nous le verrons dans le chapitre 6, le rayon du canal conducteur. Il est caractérisé par le coefficient d'Einstein  $B_\nu$  exprimé en  $cm^2$ .

## 4.2 Équation de transport radiatif

Dans cette section, nous présenterons les différents modèles mathématiques du rayonnement dans une décharge électrique de type streamer. Nous introduirons l'équation de transport radiatif dérivée de l'équation de Boltzmann puis nous rappellerons brièvement la simplification prise en compte par différents auteurs basée sur des résultats expérimentaux. Enfin, nous présenterons la simplification basée sur le modèle d'Eddington utilisée dans ce travail.

### Équation de transport radiatif

Soit  $\psi_\nu(\vec{r}, \vec{u})$  la densité des photons de fréquence  $\nu$  se déplaçant le long d'une direction définie par  $\vec{u}$ , vecteur unitaire, au point  $\vec{r}$ . Dans un espace à trois dimensions, c'est une fonction de cinq variables (trois pour la position et deux pour la direction).

Considérons maintenant un rayon lumineux émergeant d'un point  $\vec{r}_0$  dans la direction  $\vec{u}$  passant à travers une surface  $dS$  normale à  $\vec{u}$  placée au point  $\vec{r}$ . Soit  $s$  la distance séparant  $\vec{r}_0$  et  $\vec{r}$ , si on suppose que seules les espèces dans l'état fondamental peuvent absorber des photons ; on a alors l'équation de transport radiatif :

$$cd\psi_\nu(s)dSd\Omega = \left( \frac{A_\nu n^*}{4\pi} - \mu c\psi_\nu(s) + n^*(s)cB_\nu\psi_\nu(s) \right) dsdSd\Omega \quad (4.2)$$

$\mu$  est le coefficient d'absorption total du gaz,  $c$  est la vitesse de la lumière et  $n^*$  est la densité des espèces excitées.  $d\Omega$  est l'angle solide sous lequel est vu le centre d'émission.

Cette équation représente le bilan radiatif des photons : la densité de photons passant à travers la surface  $dS$  est égale à la densité de photons

émis spontanément le long du trajet  $s$  diminuée de celle absorbée le long de ce trajet auquel on ajoute la contribution de l'émission induite. Il n'est pas tenu compte dans cette équation de la dépendance en temps de la densité des photons : la vitesse de la lumière rend la dérivée  $\frac{\partial \psi}{\partial t}$  nulle du point de vue des temps caractéristiques de propagation du rayonnement.

Soit après simplifications :

$$c \frac{d\psi_\nu(s)}{ds} = \frac{A_\nu n^*(s)}{4\pi} - \mu c \psi_\nu(s) + n^*(s) c B_\nu \psi_\nu(s) \quad (4.3)$$

Cette équation différentielle s'intègre facilement et on trouve :

$$c\psi_\nu(s) = c\psi_\nu(s_0) \exp \left[ -\mu c |s - s_0| + c B_\nu \int_{s_0}^s n^*(s') ds' \right] + \frac{A_\nu}{4\pi} \int_{s_0}^s n^*(s') \exp \left[ -\mu c |s' - s| + B_\nu c \int_{s'}^s n^*(s'') ds'' \right] ds' \quad (4.4)$$

Où  $\psi_\nu(s_0)$  est la densité des photons qui arrivent au point  $s_0$ , celle-ci est nulle car on ne tient pas compte des photons provenant de l'extérieur du domaine d'intégration. La formule devient donc :

$$c\psi_\nu(s) = \frac{A_\nu}{4\pi} \int_{s_0}^s n^*(s') \exp \left[ -\mu c |s' - s| + c B_\nu \int_{s'}^s n^*(s'') ds'' \right] ds' \quad (4.5)$$

Le calcul analytique et même numérique de cette intégrale n'est pas immédiat, c'est pourquoi divers auteurs ont procédé à une simplification basée sur des résultats expérimentaux.

### 4.2.1 Équation simplifiée basée sur des analyses expérimentales

Le terme source de photoionisation  $S_{ph}$  qui intervient dans les équations de conservations (3.12) et (3.13) est donné par :

$$S_{ph} = \Gamma \mu c \varphi_0(\vec{r}, t) \quad (4.6)$$

Où  $\varphi_0$ , est la densité totale des photons au point  $\vec{r}$  et au temps  $t$  :

$$\varphi_0(\vec{r}, t) = \int_0^{4\pi} \psi_\nu(\vec{r}, \vec{u}', t) d\vec{u}' \quad (4.7)$$

Négligeons l'émission induite :

$$\psi_\nu(s) = \frac{A_\nu}{4\pi} \int_{s_0}^s n^*(s') \exp[-\mu|s' - s|] ds' \quad (4.8)$$

Notons  $R$  la distance de  $\vec{r}$  à  $\vec{r}_0$ ; elle est égale en coordonnées cylindriques à :

$$R^2 = (x - x')^2 + r'^2 + r^2 - 2rr' \cos\theta \quad (4.9)$$

On remarque que :

$$du' ds' = \frac{dv'}{R^2} \quad (4.10)$$

C'est à dire que le volume  $dv'$  distant de  $R^2$  est vu selon un angle solide  $du'$  et que son épaisseur est  $ds'$ .

Soit :

$$du' ds' = \frac{r' dr' dx' d\theta}{R^2} \quad (4.11)$$

le calcul de  $\varphi_0$  devient alors :

$$\varphi_0(\vec{r}) = \frac{A_\nu}{4\pi} \int_0^{4\pi} \int_{s_0}^s n^*(s') \exp[-\mu|s' - s|] ds' du' \quad (4.12)$$

Il vient :

$$\varphi_0(\vec{r}) = \frac{A_\nu}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{x_0}^x \int_{r_0}^r n^*(r', x') \frac{\exp[-\mu R]}{R^2} r' dr' dx' d\theta \quad (4.13)$$

Nous remarquons immédiatement que seul le terme  $\frac{\exp[-\mu R]}{R^2}$  est fonction de  $\theta$ , il nous faut donc intégrer :

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{\exp[-\mu R]}{R^2} d\theta \quad (4.14)$$

On pose :

$$A = (x - x')^2 + r'^2 + r^2 \quad (4.15)$$

et :

$$B = -2rr' \quad (4.16)$$

L'intégrale devient alors :

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{\exp \left[ -\mu \sqrt{(A + B \cos \theta)} \right]}{(A + B \cos \theta)} d\theta \quad (4.17)$$

Cette équation peut être considérée alors comme un facteur géométrique, que l'on peut calculer à l'avance pour tout  $A$  et  $B$  compris dans leur domaine respectif donné par les conditions  $x \in [0..X_m]$  et  $r \in [0..R_m]$ . Soit :

$$G(A, B) = G(x, x', r, r') = \int_0^{2\pi} \frac{\exp [-\mu(A + B \cos \theta)]}{(A + B \cos \theta)^2} d\theta \quad (4.18)$$

Ce facteur géométrique dépend de la position relative des volumes émetteur et récepteur. C'est la raison pour laquelle plusieurs auteurs [8][31][32][36][28] utilisent une approche purement expérimentale basée sur les mesures de Penney et Hummert [55] pour évaluer la photoionisation lorsque les valeurs précises des coefficients  $\Gamma$ ,  $\mu$  et  $A_\nu$  ne sont pas connues. Dans leur expérience, Penney et Hummert ont utilisé les photons émis par une décharge entre une pointe et un plan. A l'aide d'un capteur de courant, ils ont pu mesurer un coefficient qui donne le nombre de photoélectrons, rapporté à une unité de pression, produits par unité d'angle solide et par unité d'ionisation. Pour une pression donnée, ils ont montré que ce coefficient dépend de la distance  $\vec{r}$  entre le point d'émission et le point de réception.

### 4.2.2 Équation utilisée dans cette approche

Nous avons voulu nous affranchir pour la détermination du terme source de photoionisation de l'approche expérimentale utilisée par ces auteurs. C'est pourquoi nous nous sommes intéressés à une autre approche où nous estimons les paramètres entrant en jeu dans cette équation. Ceci afin de les caractériser dans une plage de valeur dans laquelle la propagation du streamer a lieu. De plus, la résolution directe de l'équation de transport radiatif,

même en négligeant le terme d'émission induite qui est une des nouveautés de ce travail, n'est pas simple en terme numérique comme nous le verrons dans le chapitre suivant. Elle nécessite un temps de calcul qui rend impossible la simulation de la propagation du streamer dans un temps raisonnable. Nous avons donc opté pour une simplification de cette équation basé sur l'hypothèse d'Eddington qui utilise la décomposition en harmonique sphérique de la fonction de distribution angulaire  $\psi$  des photons.

Pour ce modèle on introduit une quantité vectorielle  $\vec{\psi}_\nu(\vec{r}, \vec{u})$  qui est définie par :

$$\vec{\psi}_\nu(\vec{r}, \vec{u}) = \psi_\nu(\vec{r}, \vec{u})\vec{u} \quad (4.19)$$

Écrivons maintenant la divergence de ce vecteur :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\psi}_\nu(\vec{r}, \vec{u}) = \vec{\nabla} \psi_\nu(\vec{r}, \vec{u}) \cdot \vec{u} \quad (4.20)$$

Comme  $\nabla \cdot \vec{u} = 0$ , il vient :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\psi}_\nu(\vec{r}, \vec{u}) = \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \psi_\nu(\vec{r}, \vec{u}) \quad (4.21)$$

Le second terme de cet équation représente la dérivée de  $\psi_\nu(\vec{r}, \vec{u})$  suivant la direction  $\vec{u}$ , c'est à dire le long de la trajectoire  $s$ . Et finalement il vient :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\psi}_\nu(\vec{r}, \vec{u}) = \frac{d\psi_\nu(s)}{ds} \quad (4.22)$$

Nous en déduisons la formule de départ pour ce modèle :

$$c\vec{\nabla} \cdot \vec{\psi}_\nu(\vec{r}, \vec{u}) = \frac{A_\nu n^*(\vec{r})}{4\pi} - \mu c \psi_\nu(\vec{r}, \vec{u}) + n^*(\vec{r}) c B_\nu \psi_\nu(\vec{r}, \vec{u}) \quad (4.23)$$

L'hypothèse d'Eddington repose sur le fait que la densité des photons est faiblement anisotrope ; on décompose  $\psi_\nu(\vec{r}, \vec{u})$  en harmonique sphérique en s'arrêtant au deuxième ordre :

$$\psi_\nu(\vec{r}, \vec{u}) = \frac{1}{4\pi} \varphi_0(\vec{r}) + \frac{3}{4\pi} \vec{\varphi}_1(\vec{r}) \cdot \vec{u} \quad (4.24)$$

D'après cette formule, il vient :

$$\varphi_0(\vec{r}) = \int_0^{4\pi} \psi_\nu(\vec{r}, \vec{u}') d\vec{u}' \quad (4.25)$$

Injectons la décomposition de  $\psi_\nu(\vec{r}, \vec{u})$  dans l'équation (4.23) :

$$c\vec{u}\vec{\nabla} [\varphi_0(\vec{r}) + \vec{\varphi}_1(\vec{r})\vec{u}] = \frac{A_\nu n^*(\vec{r})}{4\pi} - c[\mu - n^*(\vec{r})B_\nu] [\varphi_0(\vec{r}) + \vec{\varphi}_1(\vec{r})\vec{u}] \quad (4.26)$$

On intègre suivant  $\vec{u}$  :

$$c\vec{\nabla}\vec{\varphi}_1(\vec{r}) = n^*(\vec{r})A_\nu - \mu^*(\vec{r})c\varphi_0(\vec{r}) \quad (4.27)$$

Avec :

$$\mu^*(\vec{r}) = \mu - n^*(r)B_\nu \quad (4.28)$$

On reprend l'équation (4.26) que l'on multiplie par  $\vec{u}$  :

$$c\vec{u} \left\{ \vec{\nabla}\varphi_0(\vec{r}) + \vec{\varphi}_1(\vec{r})\vec{u} \right\} \cdot \vec{u} = \frac{A_\nu n^*(\vec{r})}{4\pi} \cdot \vec{u} - c[\mu - n^*(\vec{r})B_\nu] [\varphi_0(\vec{r}) + \vec{\varphi}_1(\vec{r})\vec{u}] \cdot \vec{u} \quad (4.29)$$

On intègre encore une fois suivant  $\vec{u}$  :

$$\frac{c}{3}\vec{\nabla}\varphi_0(\vec{r}) = -\mu^*(\vec{r})c\vec{\varphi}_1(\vec{r}) \quad (4.30)$$

Nous obtenons deux équations linéaires en  $\varphi_0(\vec{r})$  et  $\vec{\varphi}_1(\vec{r})$ . Nous reportons l'expression (4.30) dans l'équation (4.27) :

$$-c\vec{\nabla} \left( \frac{\vec{\nabla}\varphi_0(\vec{r})}{3\mu^*(\vec{r})} \right) = n^*A_\nu - \mu^*(\vec{r})c\varphi_0(\vec{r}) \quad (4.31)$$

$$-c\frac{\Delta\varphi_0(\vec{r})}{3\mu^*(\vec{r})} + \frac{c\vec{\nabla}\varphi_0(\vec{r})}{3}\vec{\nabla}\frac{1}{\mu^*(\vec{r})} = n^*A_\nu - \mu^*(\vec{r})c\varphi_0(\vec{r}) \quad (4.32)$$

Et finalement :

$$c\Delta\varphi_0(\vec{r}) - \mu^*(\vec{r})c\vec{\nabla}\varphi_0(\vec{r})\vec{\nabla}\frac{1}{\mu^*(\vec{r})} = 3\mu^{*2}(\vec{r})c\varphi_0(\vec{r}) - 3\mu^*(\vec{r})n^*(\vec{r})A_\nu \quad (4.33)$$

Cette formule nous permet de calculer numériquement  $\varphi_0(\vec{r})$  pour l'injecter dans le terme  $S_{ph}$  qui se calcule par l'équation :

$$S_{ph} = \Gamma\mu c\varphi_0(\vec{r}) \quad (4.34)$$

Vérifions que l'hypothèse d'Eddington est justifiée dans le cadre de la modélisation d'une décharge électrique. Le centre d'émission de photons principal est la tête du streamer. Les photoélectrons produits dans l'ensemble du domaine voient ce centre d'émission d'un angle solide variable suivant leur position par rapport à celui-ci. Les plus éloignés ne voient qu'un petit angle solide, invalidant l'hypothèse d'un rayonnement isotrope d'Eddington. Mais ces électrons ont une durée de vie très réduite, ils sont produits dans une zone où le champ électrique est très faible : il s'attachent ou se recombinent immédiatement. C'est à dire que leur effet est nul du point de vue de la décharge. Les photoélectrons produits près du centre d'émission voient celui-ci suivant un angle solide voisin de  $2\pi$ , la théorie d'Eddington est vérifiée pour ces électrons qui vont avoir un rôle primordial dans la propagation du streamer comme nous l'avons introduit dans les chapitres précédents.

### 4.3 Obtention du coefficient d'émission induite $B$ à partir du coefficient d'émission spontané

Comme expliqué précédemment, nous avons choisi de ne pas utiliser les résultats expérimentaux de Penney et Hummert [55] pour la détermination des coefficients pris en compte dans la photoionisation. C'est pourquoi dans un premier temps, nous allons exprimer les relations qui existent entre les coefficients d'Einstein, puis nous effectuerons une estimation du coefficient d'émission induite  $B_\nu$  à partir de celui de l'émission spontané  $A_\nu$ .

Ces coefficients caractérisent la nature des particules et sont donc indépendants de l'état physique du système. Pour obtenir une relation entre  $B'_\nu$  et  $A_\nu$ , considérons le cas particulier où les densités respectives  $n^*$  et  $\varphi_0$  des

espèces excitées et des photons sont toutes deux déterminées par la situation à l'équilibre thermodynamique local. Les coefficients  $A_\nu$ ,  $B_\nu$  et  $B'_\nu$  étant toujours les mêmes, car liés à la constitution propre des molécules considérées indépendamment de l'état thermodynamique du milieu.

Écrivons tout d'abord la loi d'équilibre de Boltzmann qui détermine le rapport de la densité des espèces excitées sur celle des espèces dans l'état fondamental en fonction de la température  $T$  du milieu et des poids statistiques respectifs  $g^*$  et  $g$  :

$$\frac{n^*}{n} = \frac{g^*}{g} \exp \left[ -\frac{E_1 - E_0}{kT} \right] \quad (4.35)$$

Où  $k$  est la constante de Boltzmann,  $E_1$  et  $E_0$  sont respectivement les énergies de l'état fondamental et excité soit :

$$E_1 - E_0 = h\nu \quad (4.36)$$

et donc :

$$\frac{n^*}{n} = \frac{g^*}{g} \exp \left[ -\frac{h\nu}{kT} \right] \quad (4.37)$$

À l'équilibre thermodynamique, le nombre de photons émis doit être égal au nombre de photons absorbés par le gaz, c'est la loi de micro-réversibilité :

$$cB'_\nu n \varphi_0 = A_\nu n^* + cB_\nu n^* \varphi_0 \quad (4.38)$$

Exprimons  $\varphi_0$  à l'aide de cette équation en utilisant l'expression du rapport  $n^*/n$  dans (4.37) :

$$\varphi_0 = \frac{A_\nu/B_\nu}{\frac{g^* B'_\nu}{g^* B_\nu} \exp \left[ \frac{h\nu}{kT} \right] - 1} \quad (4.39)$$

Il faut comparer cette expression à l'équation de Planck qui régit le taux d'émission d'un corps noir à l'équilibre thermodynamique :

$$\varphi_0 = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \left\{ \exp \left[ \frac{h\nu}{kT} \right] - 1 \right\}^{-1} \quad (4.40)$$

Il est évident que les équations (4.40) et (4.39) sont équivalentes si et seulement si :

$$gB'_\nu = g^*B_\nu \quad (4.41)$$

et

$$A_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} B_\nu \quad (4.42)$$

Les coefficients d'Einstein  $B_\nu$  et  $B'_\nu$  introduit dans les sections précédentes sont exprimés en fonction de la densité d'énergie par unité de fréquence  $u_\nu$  des photons. Or l'inconnue recherchée pour la connaissance du terme source de photoionisation est fonction de la densité des photons  $\varphi_0$ . L'équation de Boltzmann (équation de transport radiatif introduite dans la section suivante) est exprimée en fonction de la même densité, c'est pourquoi nous allons estimer le coefficient  $B_\nu$  de l'émission induite non plus en fonction de la densité d'énergie par unité de fréquence mais cette fois-ci en fonction de la densité des photons.

La part de la variation de la densité des espèces excitées en fonction de l'émission induite par l'énergie photonique  $u_\nu$  s'écrit :

$$\left. \frac{dn^*}{dt} \right|_{\text{émission induite}} = -B_\nu n^* u_\nu \quad (4.43)$$

Soit en introduisant une autre constante  $B_\varphi$ , liée à  $B_\nu$  et exprimant le terme d'émission à l'aide de la densité de photon  $\varphi_0$  :

$$\left. \frac{dn^*}{dt} \right|_{\text{émission induite}} = -B_\varphi n^* c \varphi_0 \quad (4.44)$$

En posant :

$$u = \int u_\nu d\nu \quad (4.45)$$

Il vient :

$$u = h\nu\varphi_0 \quad (4.46)$$

On intègre l'équation (4.43) suivant  $\nu$  :

$$\int \frac{dn^*}{dt} \Big|_{\text{émission induite}} d\nu = -B_\nu n^* \int u_\nu d\nu \quad (4.47)$$

ainsi :

$$\frac{dn^*}{dt} \Big|_{\text{émission induite}} = -\frac{B_\nu n^* u}{\int d\nu} \quad (4.48)$$

Il vient par analogie en posant  $\delta\nu = \int d\nu$  :

$$-\frac{B_\nu n^* u}{\delta\nu} = -B_\varphi c \varphi_0 \quad (4.49)$$

Soit :

$$B_\varphi = \frac{u}{\delta\nu c \varphi_0} B_\nu \quad (4.50)$$

Avec (4.46) :

$$B_\varphi = \frac{h\nu\varphi_0}{\delta\nu c \varphi_0} B_\nu \quad (4.51)$$

et :

$$B_\varphi = \frac{h\nu}{\delta\nu c} B_\nu \quad (4.52)$$

Or, on a la relation reliant  $B_\nu$  à  $A_\nu$  :

$$A_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} B_\nu \quad (4.53)$$

D'où :

$$B_\nu = \frac{A_\nu c^3}{8\pi h\nu^3} \quad (4.54)$$

Et :

$$B_{\varphi} = \frac{h\nu A_{\nu}c^3}{\delta\nu c 8\pi h\nu^3} \quad (4.55)$$

On écrit cette relation en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  avec :

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \quad (4.56)$$

et :

$$\delta\nu = \frac{-c}{\lambda^2} \delta\lambda \quad (4.57)$$

$$B_{\varphi} = \frac{A_{\nu}\lambda^2}{8\pi \frac{c}{\lambda^2} \delta\lambda} \quad (4.58)$$

Soit finalement :

$$B_{\varphi} = \frac{A_{\nu}\lambda^4}{8\pi c \delta\lambda} \quad (4.59)$$

Nous pouvons maintenant réaliser une évaluation de la section efficace d'émission induite  $B_{\varphi}$  utilisée dans le calcul de la densité photonique. Le coefficient d'émission spontanée  $A_{\nu}$  est de l'ordre de  $10^9 s^{-1}$ , la longueur d'onde  $\lambda$  est de l'ordre de  $1000 \text{ \AA}$ , soit  $10^{-5} cm$ . Selon Zhelezniak [81], le domaine de longueur d'onde où le rayonnement de l'azote moléculaire est capable d'ioniser l'oxygène se situe entre  $980 \text{ \AA}$  et  $1025 \text{ \AA}$  soit  $\delta\nu = 45 \text{ \AA} = 4,5 \cdot 10^{-7} cm$ . Soit :

$$B_{\varphi} = \frac{10^9 \cdot 10^{-20}}{10^{10} \cdot 10^{-7} \times 4,5 \times 8\pi} cm^2 \quad (4.60)$$

Et finalement la valeur de  $B_{\varphi}$  estimée est :

$$B_{\varphi} = 10^{-16} cm^2 \quad (4.61)$$

## 4.4 Calcul de la densité des espèces excitées

L'espèce excitée considérée est produite par collisions électroniques. On exprime ces collisions à l'aide d'un coefficient  $\delta$  caractérisant le nombre moyen de collisions produisant une molécule excitée à partir du niveau fondamental par unité de longueur dans la direction du champ. Les espèces excitées sont détruites soit par désexcitation spontanée (coefficient  $A_\nu$ ), soit par désexcitation forcée (coefficient d'Einstein  $B_\nu$ ) :

$$\frac{\partial n^*(\vec{r})}{\partial t} = -n^*(\vec{r})A_\nu + \delta|V_e|n_e(\vec{r}) + \mu^*c\varphi_0 \quad (4.62)$$

La valeur de  $\delta$  considérée dans ce travail est tirée du travail de Zhelezniak *et al* [81]. Nous renvoyons le lecteur à l'annexe (A.1) pour une présentation détaillée de la valeur des coefficients pris dans ce travail.

# Chapitre 5

## Résolution Numérique

### 5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présenterons les méthodes numériques mises en œuvre pour résoudre les équations présentées au chapitre précédent. Nous introduirons tout d'abord le maillage spatial utilisé, puis nous nous intéresserons à la résolution des équations de conservations des diverses espèces. Nous introduirons la méthode des caractéristiques avec sous points mobiles, qui est une des innovations de ce travail. En effet, dans l'étude réalisée précédemment au laboratoire par M. Djermoune [18], la méthode utilisée imposait un grand nombre d'interpolations à chaque itération. Cela nous a permis un gain de précision ainsi qu'un gain de temps de l'ordre d'un facteur deux. Par ailleurs, nous avons utilisé la même méthode pour le traitement radial des équations de convection, contrairement au travail précédent qui le traitait grâce à une méthode des différences finies.

Les deux derniers paragraphes porteront respectivement sur la numérisation des équations de Poisson et des photons. Pour cette dernière, la méthode a été affinée grâce au travail réalisé dans [16].

### 5.2 Maillage de l'espace interélectrode

La simulation d'une décharge électrique entraîne la formation de forts gradients de champ électrique et de densité très localisés, il est donc nécessaire d'avoir un maillage qui tienne compte de ceux-ci. C'est à dire d'avoir beaucoup de points dans les zones à fort gradient. La dimension de l'espace de simulation (typiquement  $2\text{cm} \times 1\text{cm}$ ) rend illusoire un maillage uniforme sur l'ensemble du domaine, c'est pourquoi, une grille non-uniforme est utilisée dans ce travail. Cette méthode de rézonage fait apparaître deux types de

maillages :

- un maillage fin constant dans les zones à fort gradient de densité ou de champ électrique,
- un maillage constant basé sur un pas de référence plus grand.

L'interfaçage entre ces deux maillages est réalisé par une augmentation de la taille des cellules suivant une suite géométrique lorsque l'on passe du maillage fin au maillage général. Ceci pour éliminer les effets de discontinuité numérique qui pourraient apparaître avec l'utilisation de ces deux maillages.

Comme nous venons de le voir, une des zones à fort gradient se situe sur la tête du streamer, celle-ci se déplace au cours du temps lors de la formation de la décharge. C'est pourquoi, le maillage fin doit lui aussi se déplacer lors de la simulation. Une interpolation complète de toutes les valeurs est alors nécessaire sur la nouvelle grille. Le critère retenu se base sur la valeur maximale du champ électrique pour déterminer s'il est nécessaire de bouger la grille : si le maximum du champ électrique sort d'une zone définie par son centre au milieu du maillage fin et large du tiers de cette zone, nous recalculons une grille, puis les valeurs sont interpolées sur celle-ci. Sur la figure (5.1), nous voyons sur la première image, le maillage tel qu'il est après  $30ns$  de temps de simulation, puis sur la seconde, le déplacement de la zone de maillage fin qui suit la tête du streamer.

### 5.2.1 Pas spatial minimum

Il nous faut maintenant définir un pas spatial minimum dans les zones de maillage fin. Ce choix repose sur trois critères :

- d'une part, le modèle macroscopique utilisé implique que la taille d'une cellule soit supérieur (de l'ordre d'un facteur dix) au libre parcours moyen, c'est-à-dire qu'une cellule doit contenir au moins une dizaine de libre parcours moyen.
- de plus, la modélisation de la chute cathodique (en dehors des phénomènes hors équilibre) nécessite un pas spatial égal au plus au dixième de cette région.
- en dernier lieu, la discrétisation de la pointe implique un pas spatial au plus égal au dixième de son rayon de courbure.

Soit :

$$10\lambda < \Delta x_{min}, \Delta r_{min} < 0,1 \min(\rho_p, d_c) \quad (5.1)$$

Dans l'air à pression atmosphérique et pour une température de  $300K$ , le libre parcours moyen pour une section efficace de transfert de quantité de

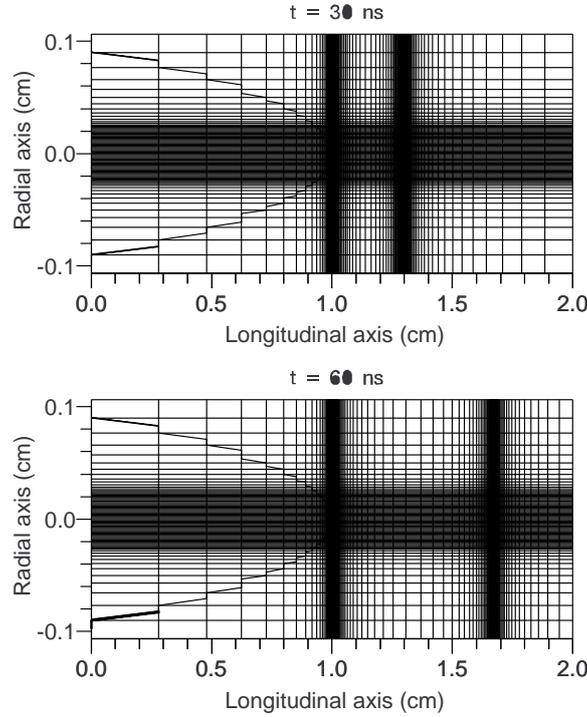


FIG. 5.1 – Représentation du maillage et de son déplacement au cours de la simulation

mouvement de  $10^{-15} \text{cm}^2$  est de l'ordre de  $\lambda = 0,3 \mu\text{m}$ . La chute cathodique correspondante pour une électrode en cuivre est  $d_c = \frac{1}{p} \text{cm}$ . Le rayon de courbure de la pointe est de  $50 \mu\text{m}$ . Dans ces conditions, nous en déduisons pour tout l'espace interélectrode :

$$3 \mu\text{m} < \Delta x_{\min}, \Delta r_{\min} \quad (5.2)$$

Et près de la pointe :

$$\Delta x_{\min}, \Delta r_{\min} < 5 \mu\text{m} \quad (5.3)$$

Le pas spatial minimal utilisé dans ce travail est de  $5 \mu\text{m}$ . La discrétisation spatiale en  $x_i$  et  $r_j$  est de la forme :

$$x(1) = 0 \quad (5.4)$$

$$r(1) = 0 \quad (5.5)$$

$$x(i) = x_i = \sum_{i=0}^{i=Nx} \Delta x_i \quad (5.6)$$

$$r(j) = r_j = \sum_{j=0}^{j=Nr} \Delta r_j \quad (5.7)$$

$$x(Nx) = Dx \quad (5.8)$$

$$r(Nr) = Dr \quad (5.9)$$

Où  $Nx$  et  $Dx$  sont respectivement le nombre de pas et la taille du domaine suivant  $\vec{i}$ , et  $Nr$ ,  $Dr$  suivant  $\vec{j}$ . Les tailles des cellules en coordonnées axiales et radiales sont données par  $\Delta x_i$  et  $\Delta r_j$ .

## 5.3 Résolution des équations de conservation

### 5.3.1 Introduction

Nous allons nous intéresser dans un premier temps à la résolution numérique des équations de continuité. On rappelle le problème posé : résoudre les équations trouvées dans le chapitre 3.4 pour chaque type d'espèce considérée :

- pour les électrons :

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( n_e w_{ex} - D_{ex} \frac{\partial n_e}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( n_e w_{er} - D_{er} \frac{\partial n_e}{\partial r} \right) \right] = (\alpha - \eta) |V_e| n_e + S_{ph} \quad (5.10)$$

- pour les ions positifs :

$$\frac{\partial n_+}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( n_+ w_{+x} - D_{+x} \frac{\partial n_+}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( n_+ w_{+r} - D_{+r} \frac{\partial n_+}{\partial r} \right) \right] = \alpha |V_e| n_e + S_{ph} \quad (5.11)$$

– pour les ions négatifs :

$$\frac{\partial n_-}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( n_- w_{-x} - D_{-x} \frac{\partial n_-}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( n_- w_{-r} - D_{-r} \frac{\partial n_-}{\partial r} \right) \right] = \eta |V_e| n_e \quad (5.12)$$

Où les indices  $e$ ,  $+$  et  $-$  sont donnés respectivement pour les grandeurs relatives aux électrons, ions positifs et ions négatifs. Les densités  $n_e$ ,  $n_+$  et  $n_-$  sont les inconnues, les données du problème sont déterminées soit par la connaissance du champ électrique pour les paramètres de transports, soit par celle de la densité photonique pour le terme source de photoionisation.

Une écriture simplifiée des équations (5.10), (5.11), et (5.12) nous donne :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla}(n\vec{V}) = S \quad (5.13)$$

avec :

$$\vec{V} = \mu \vec{E} + \overline{\overline{D}} \frac{\vec{\nabla} n}{n} \quad (5.14)$$

soit :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla}(n\vec{w}) + \vec{\nabla}(\overline{\overline{D}}\vec{\nabla}n) = S \quad (5.15)$$

Avec  $\vec{w} = \mu \vec{E}$  vitesse de convection.

Pour simplifier la résolution d'un tel problème, une méthode des pas fractionnés (splitting en anglais) a été appliquée : nous traitons d'abord la convection des espèces, puis leur diffusion et enfin les termes sources. La condition initiale de chaque équation est basée sur la solution de l'équation précédente.

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla}(n\vec{w}) = 0 \quad (5.16)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} \vec{\nabla}(\overline{\overline{D}}\vec{\nabla}n) = 0 \quad (5.17)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = S \quad (5.18)$$

### 5.3.2 Méthode des caractéristiques appliquée à la résolution des équations de convection

#### Développement mathématique

On se propose tout d'abord de résoudre l'équation de convection, soit :  
Le problème posé est :

Trouver  $n(\vec{x}, t)$  ( $\vec{x} \in \mathbb{R}^d$ ) tel que :

$$\begin{cases} \frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla}(n\vec{w}) = 0 \\ n(\vec{x}, 0) = n_0(\vec{x}) \end{cases} \quad (5.19)$$

$n(\vec{x}, t)$  est l'inconnue et  $\vec{w}$ ,  $n_0(\vec{x})$  sont les données du problème.

On fixe comme hypothèse de régularité sur le champ de vitesse  $\vec{w}$  :

$\vec{w}$  continue en  $(\vec{x}, t)$  et Lipschitz par rapport à  $\vec{x}$ , c'est-à-dire :

$$|\vec{w}(\vec{x}, t) - \vec{w}(\vec{y}, t)| \leq C|\vec{x} - \vec{y}| (\forall \vec{x}, \vec{y} \in \mathbb{R}^d)$$

On introduit la notion de caractéristique : soit la fonction  $\vec{X}$  qui obéit au système d'équations :

$$\begin{cases} \frac{d\vec{X}}{dt} = \vec{w}(\vec{X}, t) \\ \vec{X}(s) = \vec{x} \end{cases} \quad (5.20)$$

La fonction  $t \mapsto \vec{X}(t; \vec{x}, s)$  est appelée caractéristique issue du point  $\vec{x}$  au temps  $s$ .

On introduit l'opérateur  $T_{s,t}$  tel que :  $T_{s,t}(\vec{x}) = \vec{X}(t; \vec{x}, s)$

L'opérateur  $T_{s,t}$  obéit aux propriétés :

$$\begin{cases} T_{s,s} = Id \\ T_{t_1,t_3} = T_{t_1,t_2} \circ T_{t_2,t_3} \end{cases}$$

Considérons dans un premier cas que la vitesse de convection est indépendante de la position :

$$\vec{\nabla}\vec{w} = 0$$

Le problème devient alors :

$$\begin{cases} \frac{\partial n}{\partial t} + \vec{w}\vec{\nabla}n = 0 \\ n(\vec{x}, 0) = n_0(\vec{x}) \end{cases} \quad (5.21)$$

Le théorème 1 présenté en annexe nous donne le résultat pour ce problème :

$$n(\vec{x}, t) = n_0[T_{t,0}(\vec{x})] \quad (5.22)$$

Revenons au cas où  $\vec{\nabla}\vec{w} \neq 0$ . On prend de plus comme hypothèse sur le champ de vitesse  $\vec{w}$  qu'il est invariable dans le temps (nous verrons par la suite que cette hypothèse est justifiée dans notre cas entre deux itérations de temps).

On a cette fois-ci le résultat d'après le théorème 2 :

$$n(\vec{x}, t) = n_0(\vec{\xi}) \exp(-t\vec{\nabla}\vec{w}) \quad (5.23)$$

Les caractéristiques sont de la forme :

$$\vec{X} \begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 - w_{x_1}t \\ x_2 - w_{x_2}t \\ t \end{vmatrix} \quad (5.24)$$

Il vient finalement :

$$n(\vec{x}, t) = n_0(x_1 - w_{x_1}t, x_2 - w_{x_2}t, 0) \exp(-t\vec{\nabla}\vec{w}) \quad (5.25)$$

La connaissance de la densité initiale sur l'ensemble du domaine nous permet de résoudre le problème (5.19).

En coordonnées cylindriques, la solution du problème nous est donnée par :

$$n(x, y, t) = n(x + V_x(t - t_0), r + V_r(t - t_0), t_0) \times \exp \left[ \left( \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_r}{\partial r} \right) (t_0 - t) \right] \frac{r_0}{r} \quad (5.26)$$

### Méthode de résolution numérique

Dans la section précédente 5.2, nous avons défini un maillage spatial, il nous faut de plus choisir une discrétisation temporelle. Celle-ci est déterminée par la physique du problème, mais aussi par les méthodes numériques utilisées. C'est pourquoi nous exposerons les critères utilisés à la fin de ce chapitre. Pour l'instant, nous nous contenterons d'un pas temporel défini par :

$$\Delta t = \min \left( \frac{dx}{V_x}, \frac{dy}{V_y} \right) \quad (5.27)$$

De plus, la détermination de la densité des espèces est une étape critique de notre simulation. Le maillage spatial général suffisamment précis pour la détermination du champ électrique ou de la densité des photons, ne l'est plus pour ce problème. Chaque cellule est décomposée en quatre sous cellules, suivant la discrétisation :

$$xx(1) = 0 \quad (5.28)$$

$$rr(1) = 0 \quad (5.29)$$

$$xx(ii) = xx_{ii} = \sum_{ii=0}^{ii=2 \times (Nx-1)+1} \Delta xx_i \quad (5.30)$$

$$rr(j) = rr_{jj} = \sum_{jj=0}^{jj=2 \times (Nr-1)+1} \Delta rr_j \quad (5.31)$$

$$xx(2 \times (Nx - 1) + 1) = Dx \quad (5.32)$$

$$rr(2 \times (Nr - 1) + 1) = Dr \quad (5.33)$$

Ceci afin d'augmenter la précision lors du calcul de la densité des espèces. Si nous appliquons un profil de vitesse  $\vec{V}$  constant à la densité représentée sur la figure (5.2), les particules vont se déplacer de la distance  $\vec{V} \Delta t$  pendant le temps  $\Delta t$ . Le nouveau profil de densité est représenté sur le plan du haut dans la figure. Considérons maintenant un point sur la courbe de densité symbolisé par la lettre  $A$  sur le schéma, la méthode des caractéristiques consiste à suivre le déplacement le long des caractéristiques (en rouge) de tels points au court du temps grâce à l'utilisation de l'équation (5.26). Dans la suite du texte ces points seront appelés sous-points, ils sont au nombre de quatre par cellule (un par sous cellule). Ces sous-points transportent une information sur la densité dans l'ensemble du domaine, ils sont caractérisés par trois variables, deux pour leur position et une pour la valeur de la densité. Contrairement à la méthode des caractéristiques classiques telle qu'elle est

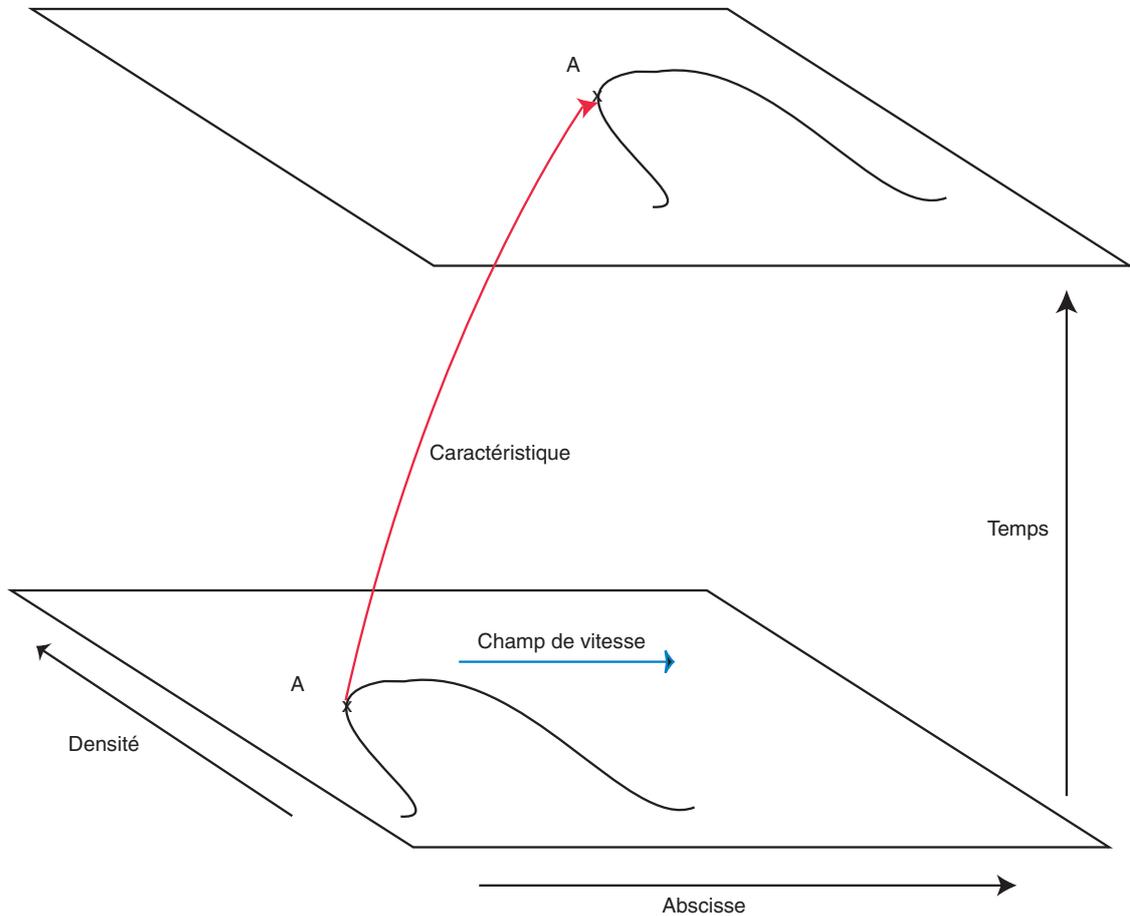


FIG. 5.2 – Schéma de la méthode des caractéristiques

utilisée dans le travail effectué précédemment par Djamel Dejemoune [18], nous gardons en mémoire entre chaque itération la position de chaque sous-points. Auparavant il y avait interpolation des densités aux nœuds de la grille principale, ce qui engendrait une perte d'information. Ces phénomènes sont représentés sur la figure (5.3), sur le premier schéma la densité initiale est représentée en rouge, lorsqu'une vitesse constante lui est appliquée, on trouve la solution analytique en orange, les deux méthodes des caractéristiques suivent ce déplacement et sont indiquées en bleu. Sur le deuxième schéma, la méthode précédente implique un repositionnement des sous-points sur la grille principale (courbe verte), alors que la solution trouvée grâce à la nouvelle méthode n'est pas modifiée. Sur le dernier schéma, sont représentées

les solutions des deux méthodes, en bleu pour la méthode actuelle et en vert pour l'ancienne, on remarque tout de suite la perte d'information engendrée par les caractéristiques avec repositionnement. Ce gain de précision nous a permis de réduire à quatre le nombre de sous-points utilisés par cellule, alors qu'auparavant Djermoune [18] travaillait avec huit sous-points. Les temps de calculs sont ainsi largement diminués.

On remarque que le pas de temps choisi ici, impose au sous-point un déplacement inférieur à la taille d'une cellule.

### Cas monodimensionnel

Dans un premier temps, intéressons nous au cas simple à une dimension. La figure (5.4) représente la position des sous-points dans l'ensemble du domaine. Initialement, ceux-ci sont disposés aux nœuds de la grille principale et sont indiqués par des ronds colorés (première ligne de la figure). Pour chaque sous-point est mémorisé en plus de sa position la valeur de la densité à l'emplacement qu'il occupe. Sur la deuxième ligne de la figure (5.4) nous observons la position des sous-points après leur déplacement le long des caractéristiques pour la première itération. Le pas de temps maximum choisit pour cette simulation interdit au sous-point de sortir de sa cellule d'origine en une itération. La position de chaque sous-point étant mémorisée et injectée comme condition initiale à l'itération suivante, il est possible qu'un sous-point sorte de sa cellule après plusieurs itérations. La troisième ligne montre le déplacement des sous-points après une nouvelle itération au cours de la simulation. On remarque l'absence de sous-point pour la cellule  $(i - 1)$  et la présence de deux sous-points dans la cellule suivante  $i$ . La consistance de la résolution numérique d'un tel problème n'est assurée que s'il existe un seul et unique sous-point dans chaque cellule. Dans le cas présent, il existe des cellules sans sous-point et d'autres qui en possèdent plusieurs. Ceci ne permet pas de poursuivre la résolution numérique, c'est pourquoi il faut repositionner un point par interpolation dans les cellules vides et au contraire procéder à une élection pour les cellules à plusieurs sous-points. La création d'un sous-point dans une cellule vide se fait par interpolations par rapport aux sous-points les plus proches. Ainsi sur la dernière ligne de la figure on a repositionné les sous-points : un sous-point a été recréé artificiellement par interpolation pour la cellule  $i - 1$  et dans la cellule  $i$  on a choisi le sous-point le plus représentatif de la situation. Le critère de sélection entre plusieurs sous-points dans une même cellule se fait sur la valeur maximale de la dérivée seconde aux points considérés. Comme le montre la figure (5.5) cela permet de garder une information maximale sur les densités dans chaque cellule.

Des tests à une dimension ont été effectués pour s'assurer de l'efficacité de

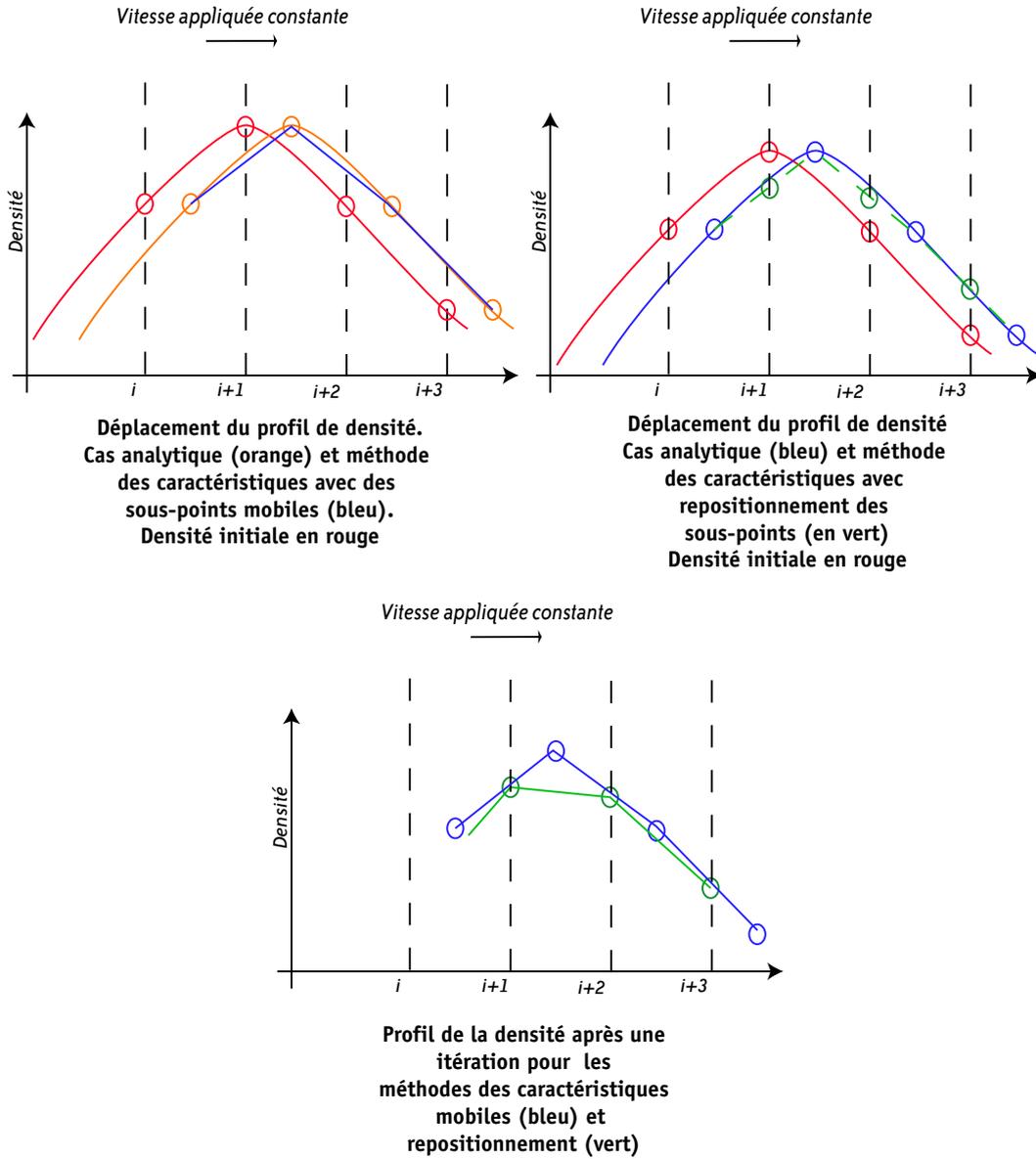


FIG. 5.3 – Comparaison des méthodes des caractéristiques (avec et sans repositionnement des sous-points)

la méthode et la comparer aux autres algorithmes usuels. Pour cela, le test proposé par Davies a été utilisé. Nous avons comparé les solutions trouvées

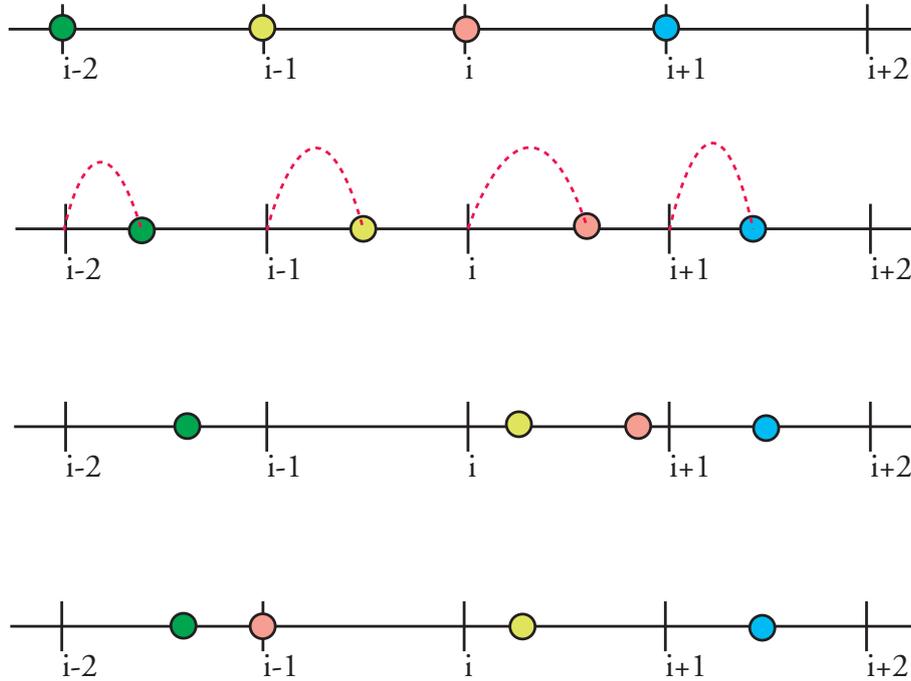


FIG. 5.4 – Cas monodimensionnel

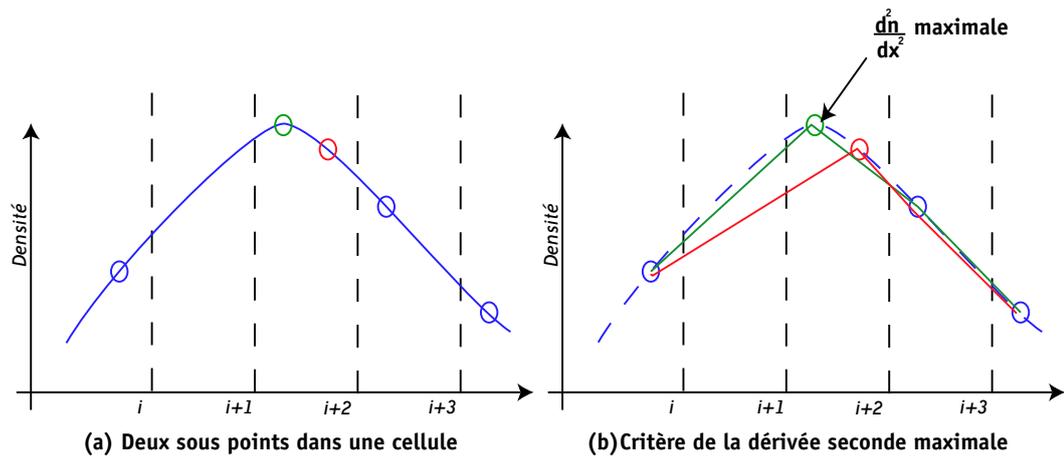


FIG. 5.5 – Critère du choix du sous point

|                     | Erreur de conservation | Erreur de précision | Temps de calcul |
|---------------------|------------------------|---------------------|-----------------|
| Upwind              | $8,0310^{-8}$          | 0,418               | 0.07 s          |
| MUSCL               | $9,6910^{-4}$          | 0,228               | 0,4 s           |
| FCT                 | $2,2410^{-4}$          | 0,281               | 1,09 s          |
| 8 sous-points       | $4,6710^{-3}$          | 0,2276              | 4,66 s          |
| 1 sous-point mobile | $2,3810^{-3}$          | 0,15                | 0,3 s           |

TAB. 5.1 – Comparaison des méthodes numériques

grâce aux schémas Upwind, caractéristiques avec un seul sous point mobile, Muscl et caractéristiques classiques. Seuls les schémas aux caractéristiques donnent des résultats cohérents avec la solution analytique. Dans le tableau suivant (5.1), sont portés les temps de calcul, les erreurs de précision et de conservation des divers schémas testés.

### Cas bidimensionnel en coordonnées cartésiennes

Intéressons nous maintenant au cas bidimensionnel en coordonnées cartésiennes. La méthode reste la même que dans le cas monodimensionnel : sur la figure (5.6) sont représentés le maillage et la position des sous-points à l'instant initial. On remarque l'utilisation d'un maillage double : une grille principale indexée en  $(i, j)$  qui sert au calcul du champ électrique, de la densité de photons et des espèces excitées, un maillage secondaire indexé suivant  $(ii, jj)$  utilisé pour le calcul des densités des espèces. En effet, la méthode choisie pour la résolution de l'équation de Poisson nécessite une très bonne connaissance de la densité des espèces chargées : nous utilisons la différence algébrique des densités :  $n_+ - n_e - n_-$  qui peut être très proche de zéro par endroit comme nous le verrons dans le chapitre (6).

Pour simplifier la recherche des points optimaux dans chaque cellule, la méthode des pas fractionnés (splitting en anglais) est utilisée en découplant cette fois-ci les coordonnées radiales et axiales. On résout donc les équations :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n w_x}{\partial x} = 0 \quad (5.34)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r n w_r}{\partial x} = 0 \quad (5.35)$$

Nous injectons la solution de (5.34) comme condition initiale de (5.35).

Sur la figure (5.7) sont reportés les déplacements symbolisés suivant les caractéristiques des sous-points lors de la première itération. La figure (5.8) montre la position des sous-points lors d'une itération additionnelle. On constate souvent qu'il existe comme dans le cas monodimensionnel des cellules sans sous-points :  $(ii - 2, jj - 2)$ ,  $(ii - 2, jj)$ ,  $(ii - 2, jj + 1)$ ,  $(ii - 1, jj)$  et d'autres  $(ii - 1, jj + 1)$ ,  $(ii, jj)$  possédant plusieurs sous-points.

La figure (5.9) présente la reposition des sous-points après cette itération : création d'un sous point pour les cellules  $(ii - 2, jj - 2)$ ,  $(ii - 2, jj)$ ,  $(ii - 2, jj + 1)$ ,  $(ii - 1, jj)$  et l'élection d'un seul sous point par le critère de la dérivée seconde maximale pour les cellules  $(ii - 1, jj + 1)$ ,  $(ii, jj)$ .

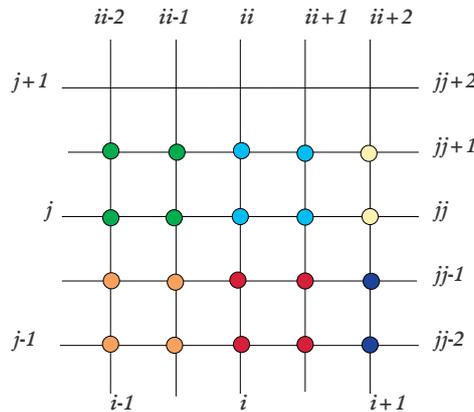


FIG. 5.6 – Cas bidimensionnel : position initiale des sous-points

Pour tester la méthode à deux dimensions, une densité représentée sur la figure (5.10) est prise comme condition initiale, puis la simulation est réalisée pendant  $6.10^{-6}$  secondes pour un coefficient de diffusion  $D$  égal à 0 et une vitesse de convection  $w_x = 10^5 ms^{-1}$ ,  $w_y = 10^5 ms^{-1}$ . Nous remarquons immédiatement sur la figure (5.11), que la méthode engendre très peu de diffusion numérique contrairement à la méthode des caractéristiques classique.

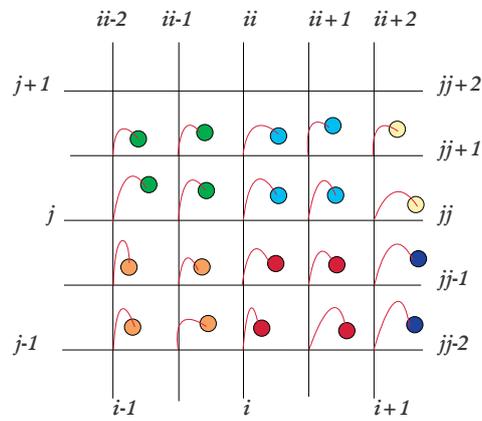


FIG. 5.7 – Cas bidimensionnel : premier déplacement des sous-points

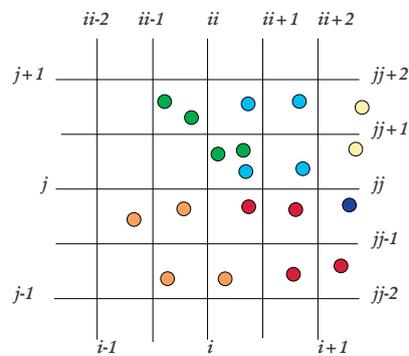


FIG. 5.8 – Cas bidimensionnel : déplacement des sous-points lors d'une itération

### Cas bidimensionnel en coordonnées cylindriques

La méthode de résolution étant la même que dans le cas cartésien, nous allons tout de suite passer à la présentation des résultats. La même densité

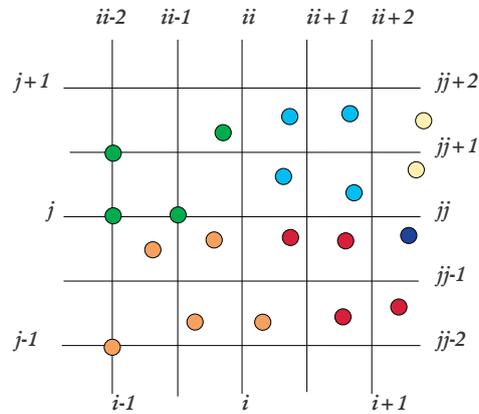


FIG. 5.9 – Cas bidimensionnel : remplacement des sous-points après leur déplacement

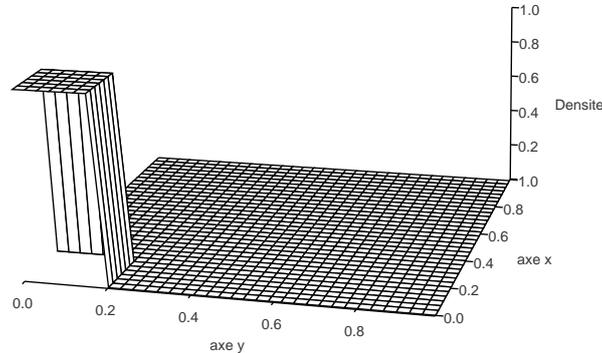


FIG. 5.10 – Densité initiale

initiale que celle prise dans le cas cartésien (5.10) est utilisée, puis une vitesse de convection non uniforme maximale sur l'axe longitudinal ( $w_x = 10^5 m s^{-1}$ ,  $w_r = 10^5 m s^{-1}$ ) et qui décroît linéairement suivant l'axe radial lui est appliquée. Les résultats des calculs après un temps  $t = 6.10^{-6} s$ , sont représentés sur la figure (5.12).

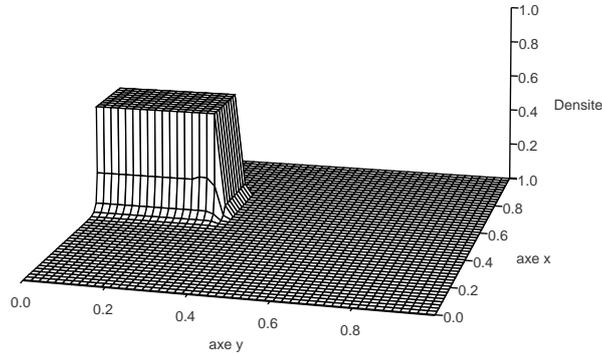


FIG. 5.11 – Densité après  $6.10^{-6}s$   $w_x = w_y = 10^5 m.s^{-1}$

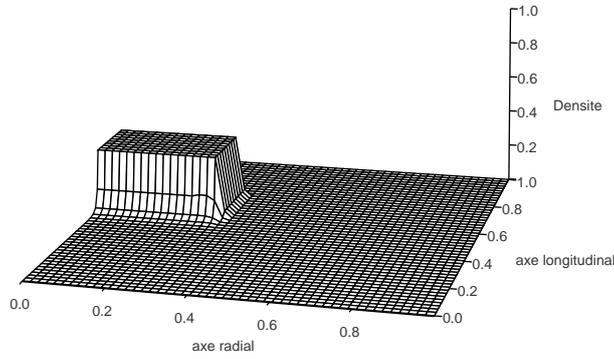


FIG. 5.12 – Densité après  $6.10^{-6}s$   $w_x = w_r = 10^5 m.s^{-1}$  Cas cylindrique

### 5.3.3 Traitement de la diffusion

La solution de l'équation de convection (5.16) est ensuite introduite comme condition initiale de l'équation de diffusion (5.17) :

$$\frac{\partial n}{\partial t} \vec{\nabla} (\overline{D} \vec{\nabla} n) = 0 \quad (5.36)$$

Elle traduit les phénomènes de diffusion qui ont lieu au sein du gaz dues aux collisions des particules entre elles.

En coordonnées cylindriques, cette équation s'écrit :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{-x} \frac{\partial n}{\partial x} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( D_r \frac{\partial n}{\partial r} \right) \right] = 0 \quad (5.37)$$

Le tenseur de diffusion  $\overline{\overline{D}}$  étant décomposé en deux termes :  $D_x$  suivant le champ électrique axial et  $D_r$  suivant le champ électrique radial.

On numérise les opérateurs présents dans (5.37) avec un schéma implicite aux différences finies centrées qui est résolu grâce à l'algorithme de thomas [54].

Comme pour le traitement de la convection, la méthode des pas fractionnés est utilisée en décomposant la résolution axiale et radiale.

Il nous faut donc résoudre deux systèmes d'équations numérisées :

$$O_{ij}N_{i-1j}^{k+1} + C_{ij}N_{ij}^{k+1} + E_{ij}N_{i+1,j}^{k+1} = Q_{ij}N_{ij}^k \quad (5.38)$$

$$O'_{ij}N_{i,j-1}^{k+1} + C'_{ij}N_{ij}^{k+1} + E'_{ij}N_{i,j-1}^{k+1} = Q'_{ij}N_{ij}^k \quad (5.39)$$

## 5.4 Traitement des termes sources

Il nous reste à résoudre la dernière partie des équations de continuités :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = S \quad (5.40)$$

Soit de manière discrétisée :

$$\frac{n_{ij}^k - n_{ij}^{k-1}}{\Delta t} = S_{ij} \quad (5.41)$$

$$n_{ij}^k = \Delta t S_{ij} + n_{ij}^{k-1} \quad (5.42)$$

La difficulté intervenant dans cette équation provient du fait que l'on connaît les valeurs des densités non pas aux nœuds des cellules comme dans les méthodes classiques mais à l'intérieur des cellules. En effet, comme nous l'avons précisé dans le traitement de l'équation de conduction, le programme se souvient entre chaque itération de la position et de la valeur des particules de densité qui se déplacent le long des caractéristiques. C'est à dire que l'on ne connaît pas la densité aux nœuds des cellules. La solution adoptée afin de conserver l'avantage d'un positionnement mobile, est d'interpoler les variations de densité dues aux termes sources aux points où sont connues les densités.

## 5.5 Résolution de l'équation de Poisson

La résolution de l'équation de Poisson est une opération fondamentale pour la détermination d'une simulation de décharge électrique. C'est en effet de la connaissance du champ électrique que nous déduisons par le biais du champ réduit  $E/N$  l'ensemble des paramètres de transport qui interviennent dans la modélisation. Comme vu dans la section (3.5), le champ  $\vec{E}$  dérive d'un potentiel scalaire  $V$  obtenu par l'équation de Poisson :

$$\Delta V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (5.43)$$

Soit, écrit dans un système à symétrie cylindrique :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (5.44)$$

Avec :

$$E_x = \frac{\partial V}{\partial x} \quad (5.45)$$

Et :

$$E_r = \frac{\partial V}{\partial r} \quad (5.46)$$

Les opérateurs de l'équation (5.44) sont discrétisés grâce à un schéma aux différences finies centrées, que l'on peut écrire sous la forme :

$$O_{ij}V_{i-1,j} + S_{ij}V_{i,j+1} + C_{ij}V_{ij} + N_{ij}V_{i,j+1} + E_{ij}V_{i+1,j} = Q_{ij} \quad (5.47)$$

Où les paramètres  $O_{ij}, S_{ij}, N_{ij}, C_{ij}$  et  $E_{ij}$  sont des coefficients géométriques liés au maillage. Et  $Q_{ij}$  est un coefficient de charge.

On peut écrire ce système sous la forme matricielle :

$$AV = B \quad (5.48)$$

Où  $V$  est la matrice de potentiel aux nœuds du maillage,  $A$  est la matrice des coefficients géométriques et  $B$  la matrice second membre des charges sur le maillage. Les conditions aux limites sont présent en compte dans les

matrices  $A$  et  $B$ . Pour des raisons numériques (temps de calcul et capacité mémoire), le problème matriciel est résolu par une méthode itérative. Nous avons utilisé un solveur dû à Herbert [25] qui se trouve dans la bibliothèque N.A.G. [52]. Cette méthode factorise de manière itérative la matrice  $A$  en deux matrices  $L$  et  $I$ . Avec  $L$  matrice triangulaire inférieure et  $I$  matrice identité, puis résout le système simplifié :  $L.I.V = B$ . Des tests de cette méthode sont présentés dans [18].

Le terme  $Q_{ij}$  fait intervenir la densité nette de charge des espèces aux nœuds du maillage. Cette densité n'est pas connue en ces points, mais à l'intérieur des cellules. Nous interpolons les densités sur la grille principale pour résoudre l'équation de Poisson.

## 5.6 Méthodes de résolution de l'équation de transport radiatif

### 5.6.1 Intégration du modèle d'Eddington

Dans cette section, nous proposerons tout d'abord une méthode de résolution de la méthode d'Eddington, puis nous présenterons un schéma de résolution pour la méthode intégrale.

Le calcul de la densité de photon à partir du modèle d'Eddington, se fait à partir de l'équation (4.33) :

$$c\Delta\varphi_0(\vec{r}) - \mu^*(\vec{r})c\vec{\nabla}\varphi_0(\vec{r})\vec{\nabla}\frac{1}{\mu^*(\vec{r})} = 3\mu^{*2}(\vec{r})c\varphi_0(\vec{r}) - 3\mu^*(\vec{r})n^*(\vec{r})A_\nu \quad (5.49)$$

L'intérêt de cette équation provient du fait qu'elle est de la forme d'une équation de Poisson. Le même solveur que dans la résolution de l'équation du champ électrique est donc utilisé. En contrepartie à cette simplification, il y a une perte de précision comme montré dans [16].

La physique de la décharge est à symétrie cylindrique, le Laplacien s'écrit donc :

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) \quad (5.50)$$

On se place dans un espace à deux dimensions d'espace limité par une frontière  $\Gamma$  définie par une abscisse  $X_m$  et un rayon  $R_m$  maximum. On réalise la discrétisation en espace :

$$x_i = \sum_{k=1}^{i-1} \Delta x_k \quad (5.51)$$

$$r_j = \sum_{k=1}^{j-1} \Delta r_k \quad (5.52)$$

$i$  et  $j$  sont les indices de discrétisation, ils appartiennent respectivement aux ensembles  $\{1, \dots, N_x\}$  et  $\{1, \dots, N_r\}$ , où  $N_x$  et  $N_r$  sont tels que :

$$\sum_{i=1}^{N_x-1} \Delta x_i = X_m \quad (5.53)$$

Et :

$$\sum_{j=1}^{N_r-1} \Delta r_j = R_m \quad (5.54)$$

Pour une discrétisation non uniforme, l'équation (5.49) s'écrit :

$$\varphi_{i-1,j} W_{i,j} + \varphi_{i,j-1} S_{i,j} + \varphi_{i,j} P_{i,j} + \varphi_{i,j+1} N_{i,j} + \varphi_{i+1,j} E_{i,j} = C_{i,j} \quad (5.55)$$

Où les paramètres de pondérations sont donnés par :

$$W_{i,j} = \frac{2}{(x_i - x_{i-1})(x_{i+1} - x_{i-1})} \times \frac{2\mu_{i,j}^*}{\mu_{i+1,j}^* + \mu_{i,j}^*} \quad (5.56)$$

$$E_{i,j} = \frac{2}{(x_{i+1} - x_i)(x_{i+1} - x_{i-1})} \times \frac{2\mu_{i,j}^*}{\mu_{i-1,j}^* + \mu_{i,j}^*} \quad (5.57)$$

$$S_{i,j} = \frac{2r_{j-1/2}}{(r_j - r_{j-1})(r_{j+1/2}^2 - r_{j-1/2}^2)} \times \frac{2\mu_{i,j}^*}{\mu_{i,j-1}^* + \mu_{i,j}^*} \quad (5.58)$$

$$N_{i,j} = \frac{2r_{j+1/2}}{(r_{j+1} - r_j)(r_{j+1/2}^2 - r_{j-1/2}^2)} \times \frac{2\mu_{i,j}^*}{\mu_{i,j+1}^* + \mu_{i,j}^*} \quad (5.59)$$

$$P_{i,j} = -(W_{i,j} + S_{i,j} + N_{i,j} + E_{i,j} + 3\mu_{i,j}^{*2}) \quad (5.60)$$

$$C_{i,j} = -3\mu_{i,j}^* n_{i,j}^* A_\nu \quad (5.61)$$

Ce système pentadiagonal peut se mettre sous la forme d'une équation matricielle :

$$A\Phi = B \quad (5.62)$$

$A$  est la matrice de pondération,  $\Phi$  est la matrice  $\varphi_{i,j}$  solution du système et  $B$  est la matrice source. Les conditions aux limites sont prises en compte dans la matrice  $A$  et dans le vecteur  $B$ .

La résolution d'un tel système est un problème commun de l'analyse matricielle. Il existe toute une variété de méthodes directes ou indirectes. Pour des raisons de capacité mémoire et de temps de calcul, il est évidemment absurde d'envisager la résolution directe de l'équation matricielle (5.62); il faut donc utiliser une méthode itérative qui ne nécessite pas de stocker en mémoire de grosses matrices. De plus la matrice  $A$  est très creuse, c'est dans ces conditions que les méthodes itératives prennent tout leur sens.

Nous avons utilisé le même "solveur" dû à Herbert [25], que pour la résolution de l'équation de Poisson (5.5).

## 5.6.2 Intégration de l'équation de transport radiatif

Intéressons nous maintenant à la résolution de l'équation (4.13) :

$$\psi_\nu(s) = \frac{A_\nu}{4\pi} \int_{s_0}^s n^*(s') \exp \left[ -\mu |s' - s| + B_\nu \int_{s'}^s n^*(s'') ds'' \right] ds' \quad (5.63)$$

La formule (5.63) est cependant difficile à traiter. En effet, elle nous donne la densité des photons par unité d'angle solide en un point, il faut donc se déplacer sur la grille pour la calculer en chaque point. Ceci porte le nombre de boucles imbriquées à 4 : il faut se placer en chacun des points de coordonnées  $(x_i, r_j)$  pour étudier son effet sur tous les autres points  $(x_{ii}, r_{jj})$ . De plus  $\psi_\nu$  est la densité de photons au point  $s$  par unité d'angle solide. Il faut intégrer cette quantité pour trouver la grandeur caractéristique  $\varphi_0$  qui intervient dans le calcul du terme source  $S_{ph}$  dû à la photoionisation :

$$\varphi_0(\vec{r}) = \int_0^{4\pi} \psi_\nu(\vec{r}, \vec{u}') d\vec{u}' \quad (5.64)$$

Ceci augmente encore le nombre de boucles et par conséquent le temps de calcul déjà important de l'équation (5.63). Ce modèle est donc peu utilisable.

La simplification présentée dans le chapitre 4.2.1 permet de calculer avant la simulation et à chaque changement de discrétisation un facteur géométrique qui reste constant avec le maillage. Néanmoins les temps de calcul supérieurs à 30 minutes pour la résolution de cette intégrale ne permettent pas d'utiliser cette méthode dans le cadre de la simulation de la décharge : cette procédure étant appelé à chaque itération. Nous n'avons donc pas utilisé cette méthode pour nos calculs, nous reportons le lecteur à la référence [16] pour des comparaisons de résultats des méthodes d'Eddington et intégrale.

## 5.7 Discrétisation temporelle

Le choix du pas temporel maximum est guidé par la physique du milieu, mais aussi par les équations et les méthodes numériques mises en œuvre dans leur résolution. Ainsi, à chaque itération du programme est choisit le pas de temps minimum imposé par la méthode des caractéristiques, la résolution de l'équation de diffusion, le traitement des termes sources et la fréquence plasma.

# Chapitre 6

## Résultats et discussions

Dans ce chapitre, nous allons présenter les résultats de nos simulations.

Nous développerons d'abord un cas standard, qui est le même que celui présenté par M. Djermoune [18] réalisé au laboratoire, avec toutefois les améliorations déjà indiquées, à savoir, que le temps de simulation a été réduit de l'ordre d'un facteur deux en introduisant, dans la méthode des caractéristiques, des sous-points mobiles (qui évitent des interpolations systématiques) et un nombre de sous points réduits (4 au lieu de 8). De plus il y a une nette amélioration de la précision de la simulation, si bien que le temps de propagation du streamer au sein de l'espace interélectrode a été réduit, ainsi que le rayon du canal simulé, tout deux s'approchant alors de la réalité expérimentale.

C'est sur ce cas que nous nous baserons pour comparer les divers paramètres pris en compte lors de nos simulations.

Indiquons rapidement ce que l'étude de ces paramètres apporte de nouveau par rapport au travail précédent [18].

Cette précision accrue et un traitement des photons plus aboutis nous a permis de nous pencher d'avantage sur les mécanismes secondaires responsables du déclenchement et de la propagation de la décharge. Ainsi dans la section suivante, nous aborderons une nouvelle vision de la formation initiale du streamer au voisinage de la pointe positive, en nous interrogeant sur le rôle de la position de l'électron germe. Nous introduirons le mécanisme de streamer photo-déclenché.

Le rôle de la photoionisation dans la propagation a été souligné par la réalisation d'une simulation sans photons, ce sera l'occasion de vérifier les hypothèses faites au chapitre 4. Par la suite nous avons effectué une étude paramétrique des coefficients de la photoionisation, afin de déterminer une plage de valeur pour lesquels la décharge se propage. Le terme d'émission induite a été introduit pour la première fois dans ce type de simulation, les

résultats obtenus montrent un rétrécissement du canal de propagation, son rayon s'approchant des valeurs expérimentales trouvées dans la littérature.

Le dernier paragraphe de cette section portera sur le rôle de l'effet photoélectrique, des simulations, effectuées en tenant compte seulement ce terme ou en collaboration avec la photoionisation, montreront le rôle négligeable lors de la propagation de l'extraction d'électrons à la cathode par rayonnement.

Dans une troisième partie, nous nous attacherons aux paramètres géométriques du système. Nous traiterons tout d'abord le rôle du potentiel appliqué à la pointe, puis ensuite l'effet de la distance interélectrode et enfin le rayon de courbure de la pointe. Ceci nous permettra de déterminer les seuils de besoin en tension pour le déclenchement et la propagation des streamers jusqu'à la cathode. Ces courbes sont intéressantes notamment pour l'étude du déclenchement de la combustion dans les moteurs. Par la suite, nous ferons une étude de la réponse de notre modèle à la variation de pression.

Pour valider la simplification faite sur la forme de la pointe (parabolique), nous avons effectué un test dans les mêmes conditions que le cas standard, mais avec une pointe conique. Les résultats trouvés lors de ces simulations montreront que cette hypothèse est valable pour des potentiels de l'ordre de  $8kV$ . Pour un potentiel de  $10kV$  la forme de la pointe semble plus critique et l'hypothèse n'est plus valide.

Enfin, dans une dernière section, nous introduirons un phénomène jamais pris en compte dans les simulations précédentes. Nous montrerons que l'hypothèse ECL introduite au chapitre (3.1) n'est pas totalement vérifiée lors de la propagation du streamer. En effet, lors d'une itération la progression de la tête du dard modifie le champ électrique. De ce fait, un électron évolue dans un champ électrique différent entre le début de l'itération et sa fin, invalidant les conditions d'application de l'hypothèse ECL. Nous proposerons une méthode de résolution qui tient compte de ce problème, sans toutefois passer par une méthode de type Monte-Carlo dont l'utilisation n'est pas justifiée dans le reste du domaine.

## 6.1 Simulation d'une décharge pointe-plan

Le système étudié ici, est dit standard et sert de référence pour comparer les résultats des diverses simulations suivantes. L'électrode de gauche est une pointe parabolique portée par une plaque de rayon  $2cm$  (figure 6.1). Le rayon à la base  $R_p$  de cette pointe est de  $1cm$ , sa hauteur  $H_p$  est égale à  $1cm$ , ce

qui nous donne un rayon de courbure  $\rho_p$  de  $50\mu m$  suivant la formule :

$$\rho_p = \frac{R_p^2}{2H_p} \quad (6.1)$$

L'autre électrode est un disque de même rayon que l'anode soit,  $2cm$ , à une distance  $1cm$  de la pointe. La tension appliquée aux bornes du système est de  $8kV$ . L'espace interélectrode est rempli d'air sec à une pression de  $760$  Torr. Le schéma (6.1) représente le système.

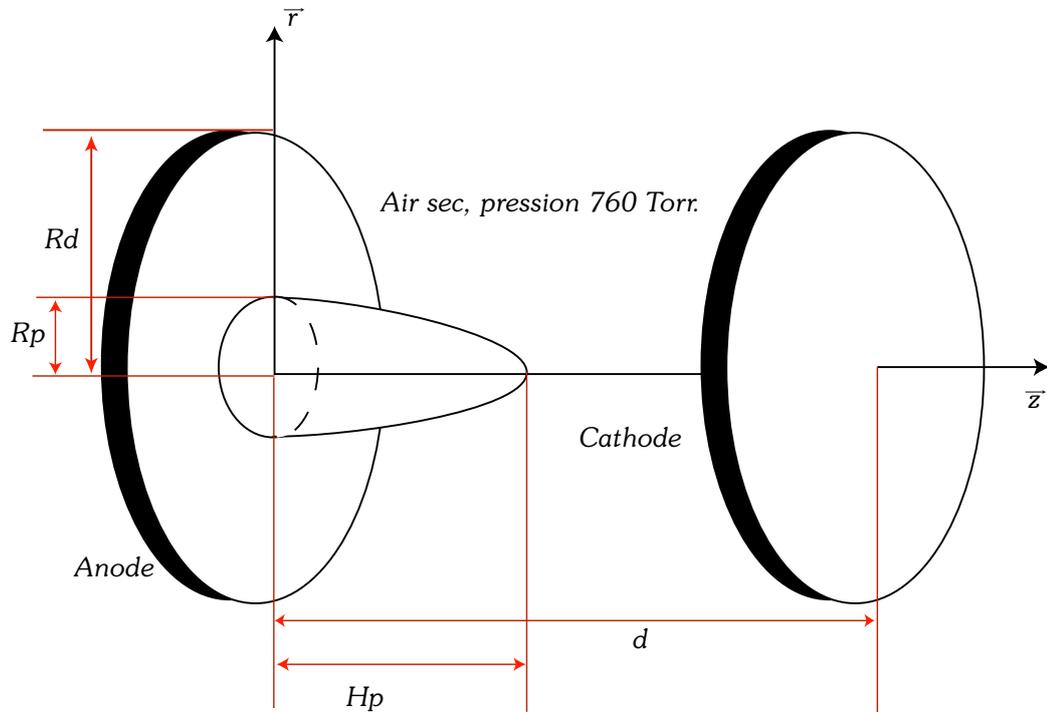


FIG. 6.1 – Configuration du système modélisé

Toute décharge est initialisée par un électron germe créé par un mécanisme extérieur (rayonnement cosmique, détachement d'un électron d'un ion négatif ...). Notre modèle fluide ne permet pas de représenter un électron unique de par sa nature ponctuelle. Pour rendre exacte notre situation initiale, cet électron est représenté par une courbe de densité gaussienne dont l'intégrale sur le domaine est égale à un électron. Pour des raisons de symétrie cette gaussienne est centrée sur l'axe, son écart-type  $\sigma$  vaut

0,06cm. La probabilité d'apparition d'un électron stable qui ne s'attache pas immédiatement est plus grande près de la pointe, là où le champ est maximum. La ligne d'équi-champ réduit à 34kV/cm est intéressante puisque au-dessus de cette valeur le coefficient d'ionisation est plus grand que celui d'attachement. La zone comprise entre cette ligne d'équi-champ réduit et la pointe est appelé la zone active. Le centre de la gaussienne est positionnée sur la frontière de cette zone, à une distance de 0,03cm de la pointe.

Le profil de la densité obéit donc à la loi gaussienne :

$$n_e(x, r, 0) = N_{e0} \exp \left[ -\frac{(x - x_c)^2 + (r - r_c)^2}{\sigma^2} \right] \quad (6.2)$$

Avec :  $N_{e0} = 8,32 \cdot 10^5 \text{cm}^{-3}$  valeur qui normalise l'intégrale de la gaussienne sur le domaine à un électron.  $x_c = 1,03 \text{cm}$ ,  $r_c = 0 \text{cm}$  et  $\sigma = 60 \mu\text{m}$ .

Nous verrons dans le chapitre (6.2) une étude plus approfondie du rôle de la position et de la valeur de la densité initiale introduite.

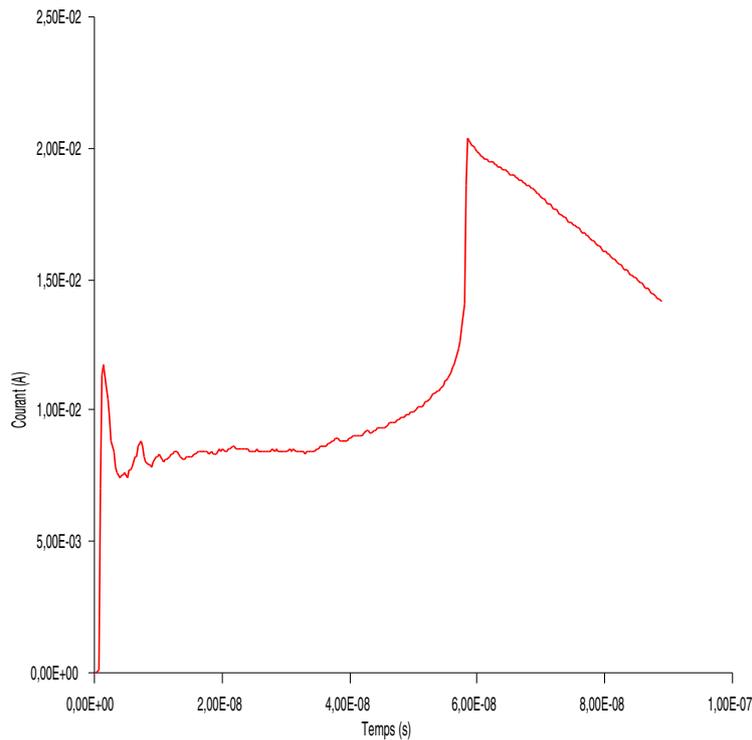


FIG. 6.2 – Évolution du courant de décharge

Sur la figure (6.2) donnons, avant de présenter l'évolution détaillé, un effet global de la décharge, à savoir le courant de décharge simulé par notre

programme. Le premier maximum sur cette courbe représente la formation de l'onde d'ionisation streamer par les avalanches électroniques localisées très près de la pointe. Nous verrons une explication de cette brusque augmentation dans la section 6.3.1. Le courant diminue ensuite pour se stabiliser lors de la propagation du streamer à une valeur de  $20mA$ . Le second maximum détermine le temps d'arrivée de la décharge à la cathode. Cette augmentation du courant est provoquée par une accélération du streamer lors de son approche de la cathode et par la formation d'un canal conducteur entre les deux électrodes. La valeur maximale du courant est alors de  $70mA$ . La chute du courant après ce maximum est expliquée par les phénomènes d'attachement et de recombinaison.

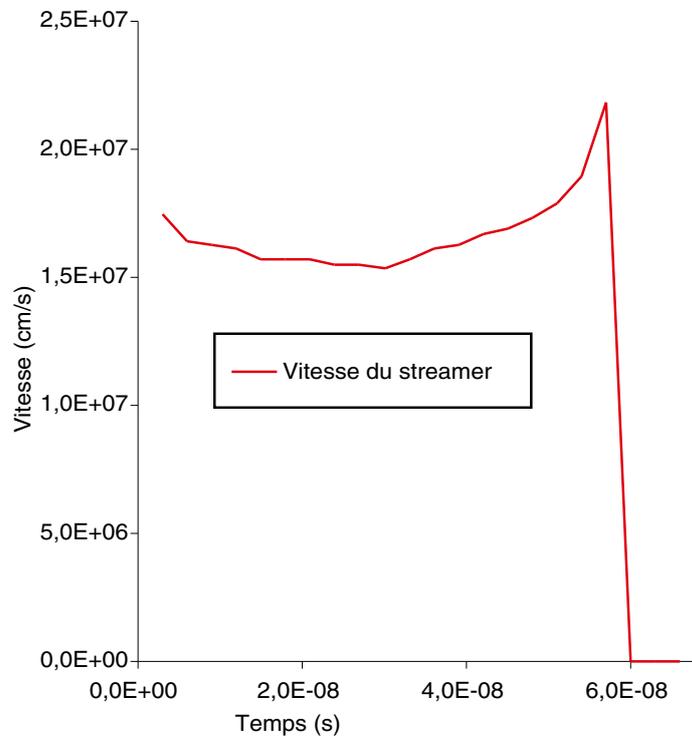


FIG. 6.3 – Évolution de la vitesse du streamer

Déjà, nous pouvons faire une remarque quant à la prédiction de notre modèle. Par rapport à l'ancien modèle (Djermoune [18]) qui présentait un temps de propagation de  $80ns$ , nous sommes dans les mêmes conditions à  $60ns$ , temps beaucoup plus proche de ce qui est observé expérimentalement. L'évolution de la vitesse du streamer (figure 6.3), montre bien ce phénomène. Auparavant la vitesse de simulation était de l'ordre de  $10^7 cm/s$  [18], les nou-

velles méthodes de simulations accélère le dard pour le porter à une vitesse supérieure à  $1,5 \cdot 10^7 \text{ cm/s}$ . L'accélération subite qui apparaît lorsque le streamer atteint la cathode, est due aux phénomènes d'extractions d'électrons par les ions qui frappent le plan. Les avalanches électroniques engendrées uniquement par la photoionisation lors du trajet de la décharge au sein de l'espace interélectrode, sont multipliées par des électrons germes supplémentaires créés par effet gammaonique (extraction d'électrons par impacts d'ions à la cathode).

La surestimation de la valeur du rayon du streamer est un problème majeur rencontré dans toutes les simulations. Le travail précédent effectué au laboratoire par M. Djermoune ([18]) simulait un rayon de l'ordre de  $50 \mu\text{m}$ . Le résultat obtenu lors de notre simulation est de l'ordre de  $40 \mu\text{m}$  (figure (6.4)) ce qui est en meilleur accord avec les résultats expérimentaux qui mesurent un rayon de  $30 \mu\text{m}$  [4]. Cette meilleure approximation est due en partie à la méthode de résolution utilisée ici : en effet M. Djermoune utilisait pour le traitement radial des équations de continuité une méthode de type différence finie. Nous avons choisi de ne pas différencier le calcul radial et axial de l'équation de convection, en utilisant dans les deux cas la méthode des caractéristiques à sous-points mobiles introduite dans le chapitre 5.3. Ceci nous a permis d'accroître la précision radialement lors du traitement de la convection, tout en diminuant le temps de calcul.

Sur la figure (6.5), est indiquée la distribution spatiale du champ électrique total à divers instants, de haut en bas :  $0\text{ns}$ ,  $3\text{ns}$ ,  $12\text{ns}$ ,  $27\text{ns}$ ,  $42\text{ns}$ ,  $57\text{ns}$ ,  $72\text{ns}$  et  $87\text{ns}$ . La première figure représente le système à l'état initial lors de l'introduction de la densité électronique. Le champ électrique a une valeur maximale de  $300\text{kV/cm}$  induit uniquement par le potentiel appliqué à la pointe. Il n'y a pas encore de décharge et la forme de la pointe, équipotentielle, est bien visible.

À  $3\text{ns}$ , nous voyons le départ de l'onde d'ionisation qui se caractérise par un front très étroit où est visible un champ électrique intense. C'est ce que l'on appelle le dard ou le *streamer* (terme anglo-saxon initial). La valeur maximale du champ électrique total a donc été déportée vers la cathode, alors que le champ géométrique induit par la pointe est neutralisé par la charge d'espace qui engendre un champ électrique local dans l'espace interélectrode.

Sur les figures suivantes (de  $15$  à  $60 \text{ ns}$ ) nous constatons le déplacement rapide du front de dard (streamer) par le biais du déplacement du champ électrique total.

Au temps  $t = 75\text{ns}$  le streamer a atteint la cathode, les ions positifs extraient des électrons à la cathode, il y a neutralisation de la charge d'espace et donc du champ électrique qui englobait le plasma. En particulier le champ latéral (bleuté sur l'image précédente) s'écroule par neutralisation des ions

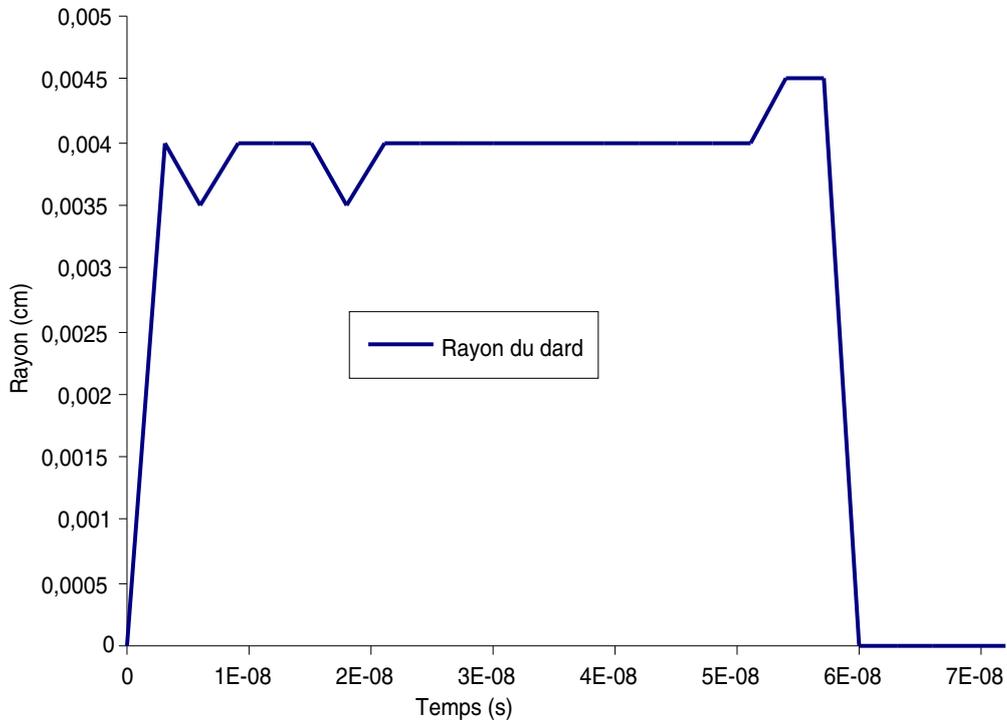


FIG. 6.4 – Évolution du rayon de la décharge

positifs par les électrons extraits de la cathode. Nous allons observer cela avec plus de détail dans les figures (6.6) et (6.7) qui montrent les composantes axiales et radiales du champ électrique. On remarque que le champ axial a une influence uniquement près de la tête du streamer. Il est responsable des avalanches électroniques qui provoquent l'avancée de la charge d'espace dans le domaine. Le champ radial est responsable de la cohésion du plasma comme nous le verrons sur les figures représentant les densités des espèces. Il est maximum près de la tête du streamer, et prend des valeurs non nulles ( $50kV/cm$ ) le long du corps de la décharge, confinant les espèces à l'intérieur du canal constitué.

Sur la figure (6.8), sont portées les valeurs de la densité électronique pour les mêmes pas de temps que précédemment. On remarque à l'instant initial la position de la gaussienne de densité représentant l'électron germe. À  $3ns$  on voit l'effet des avalanches ionisantes. L'électron germe en se déplaçant vers l'anode a provoqué l'ionisation des espèces, conduisant à une augmentation de la densité électronique dont la valeur maximale se trouve sur la pointe.

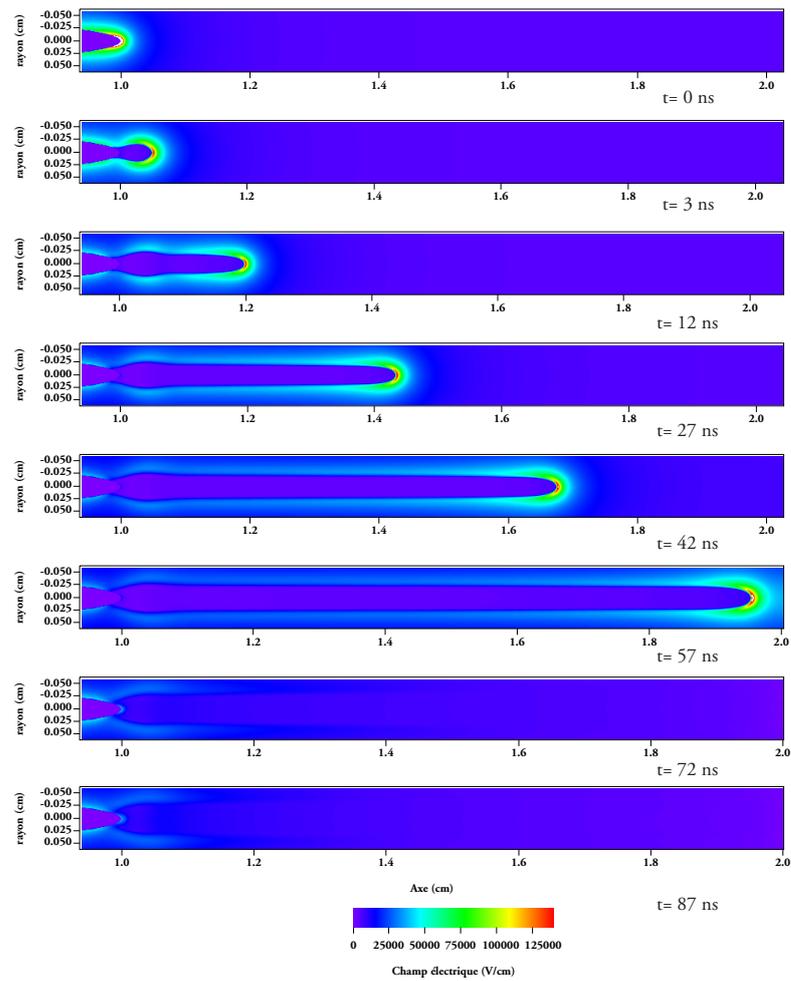


FIG. 6.5 – Évolution du champ électrique

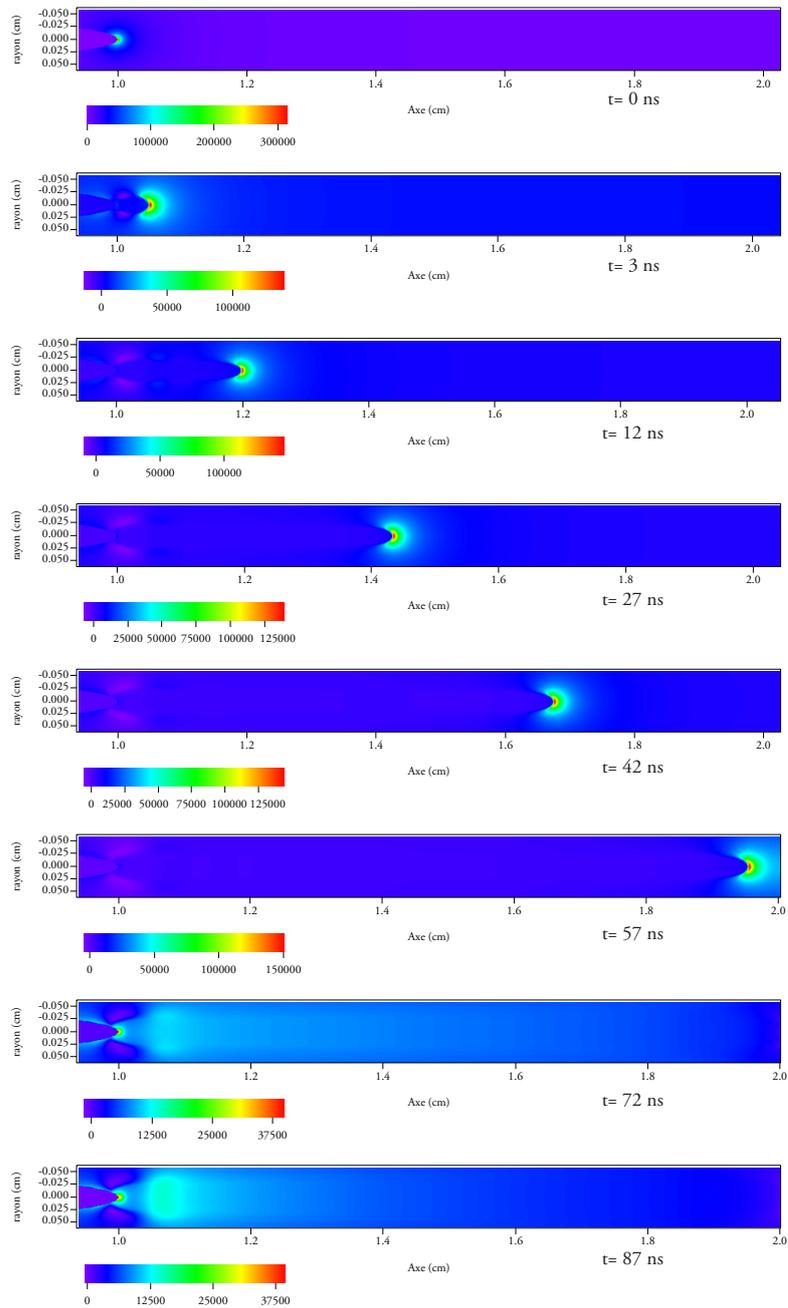


FIG. 6.6 – Évolution du champ électrique axial

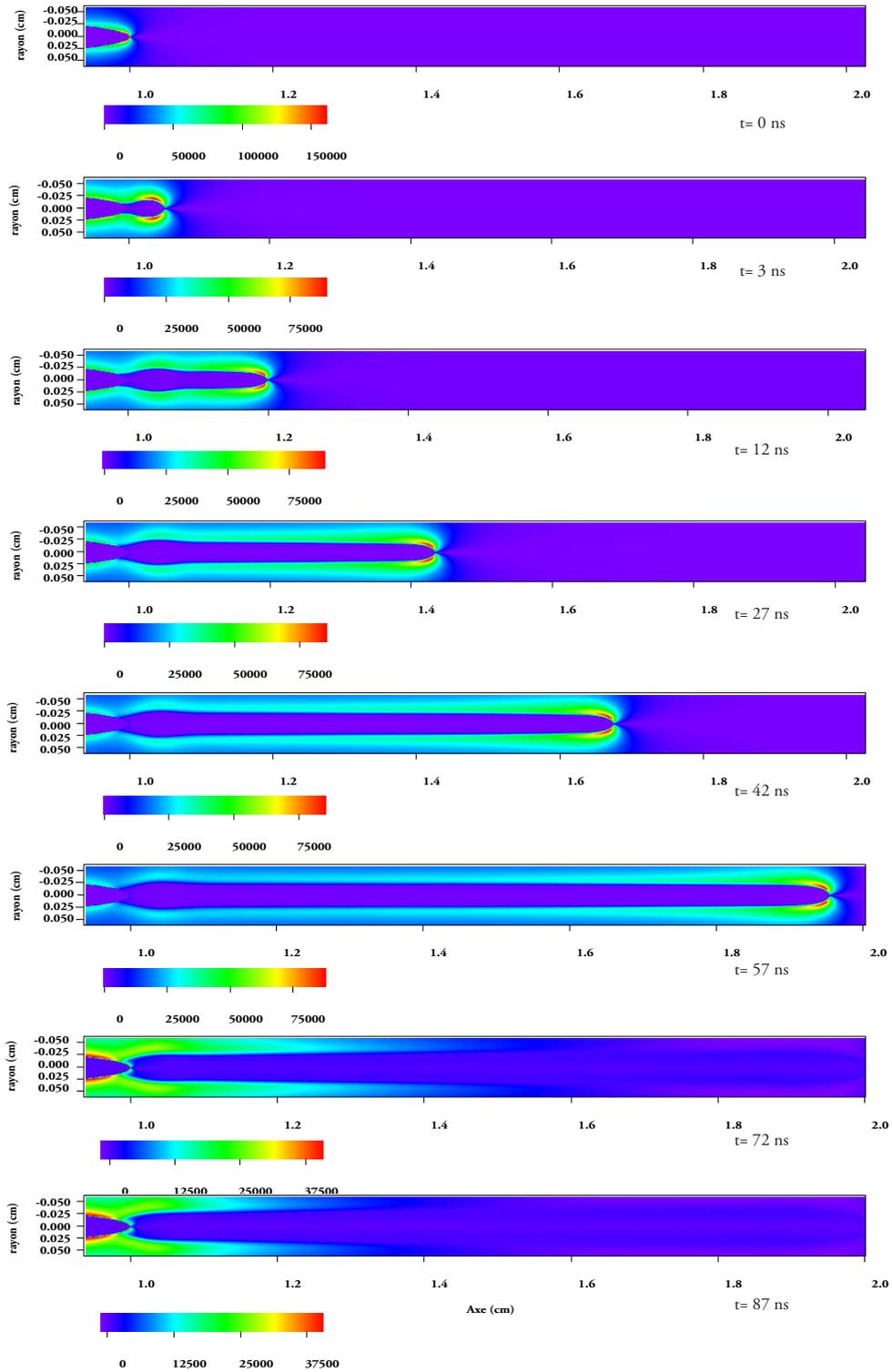


FIG. 6.7 – Évolution du champ électrique radial

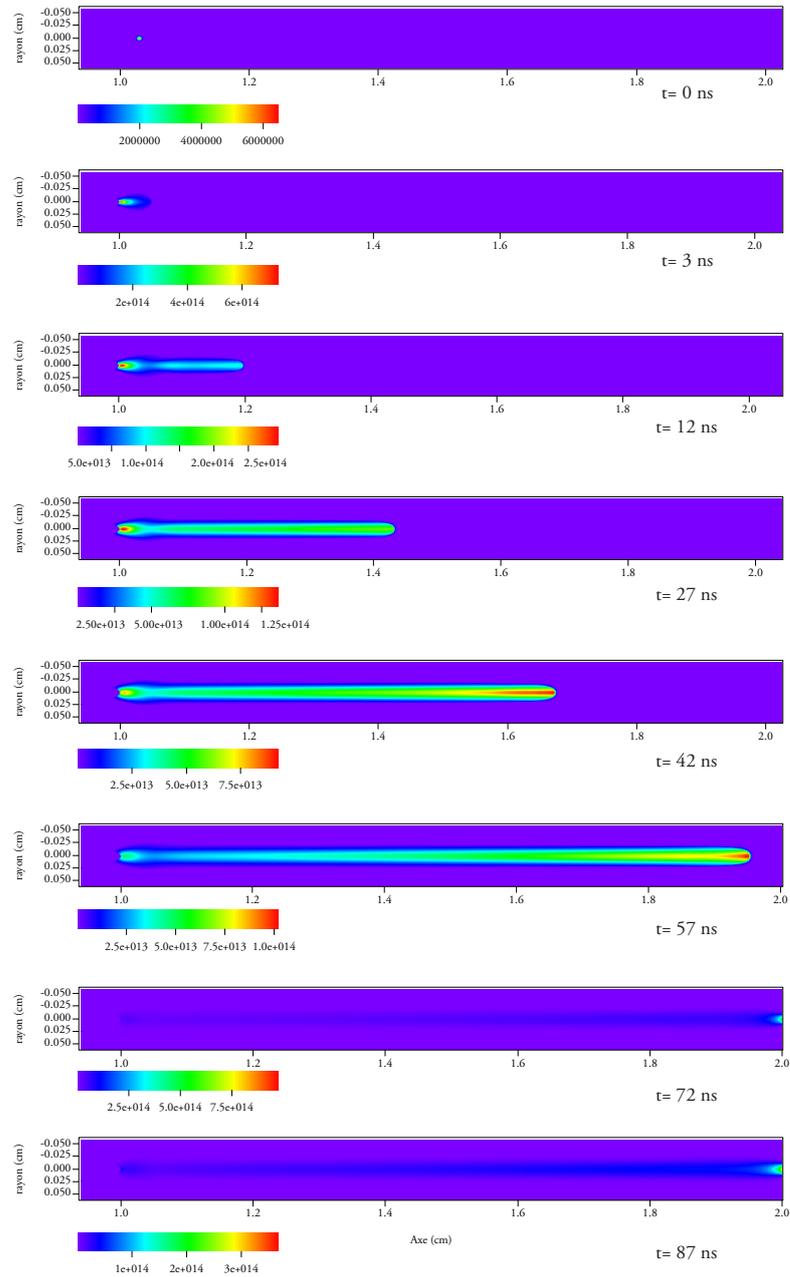


FIG. 6.8 – Évolution de la densité électronique

Sur les figures suivantes, nous suivons la progression de l'onde d'ionisation par l'intermédiaire de la création des avalanches électroniques.

Au temps  $75ns$ , le streamer a atteint la cathode, et nous observons l'effet gamma-ionique. Il y a une augmentation de la densité maximale des électrons à la cathode. Sur la figure suivante ( $t = 90ns$ ), les électrons extraits de la cathode se dirigent vers l'anode. Comme nous le voyons sur les deux dernières images de la figure (6.9), ces électrons s'attachent avec les neutres du gaz pour former des ions négatifs. À l'instant initial la densité des ions négatifs (6.9) est nulle. Elle reste faible en suivant le profil de la densité des électrons qui s'attachent avec les neutres du gaz durant le trajet du dard. En effet, le champ électrique à l'intérieur du canal est faible (environ  $5kV$ ) et le coefficient  $\eta$  d'attachement devient supérieur à celui d'ionisation  $\alpha$ .

La densité des ions positifs est représentée sur la figure (6.10). Ceux-ci forment la charge d'espace permettant d'entretenir le mécanisme streamer.

La densité nette de charge est calculée en faisant la somme algébrique des densités ( $n_+ - n_- - n_e$ ), elle est représentée sur la figure (6.11). On remarque la création de la charge d'espace positive responsable de la modification du champ électrique local. Les figures sur les densités des ions et des électrons montrent que cette charge d'espace confine un plasma pratiquement neutre.

Sur les deux dernières images de la figure, le streamer a atteint la cathode. La formation d'un canal conducteur provoque l'augmentation du courant électrique, car la différence de potentiel aux bornes du filament de décharge a été augmentée. Les électrons extraits de la cathode par l'effet gamma-ionique neutralisent cette charge d'espace.

La densité de photons (6.12) suit la progression du streamer. Cette série de figures montre que l'hypothèse d'Eddington n'est pas éloignée de la réalité, les photoélectrons créés par la densité de photons sont localisés près de la tête du dard. Ces électrons "voient" le centre d'émission suivant un angle solide proche d'un demi-espace. La densité des espèces excitées est localisée de la même manière sur la tête du streamer : les électrons produits par la photoionisation excitent les atomes du milieu pendant leur trajet vers la charge d'espace. De la même manière, la densité des espèces excitées (figure 6.13) suit la propagation du streamer, les molécules du milieu étant excitées par impact électronique ou par excitation photonique.

L'évolution du potentiel est montré sur la figure (6.14). A l'initialisation de la décharge il est maximum dans la pointe à  $8kV$ , puis il est modifié par la charge d'espace au cours de la propagation du streamer. Lors de l'arrivée de la décharge au plan, les électrons extraits de la cathode par impact ionique neutralisent la charge d'espace et la distribution du potentiel redevient similaire à celle de l'initialisation.

Grâce à cette première simulation, nous comprenons la structure interne

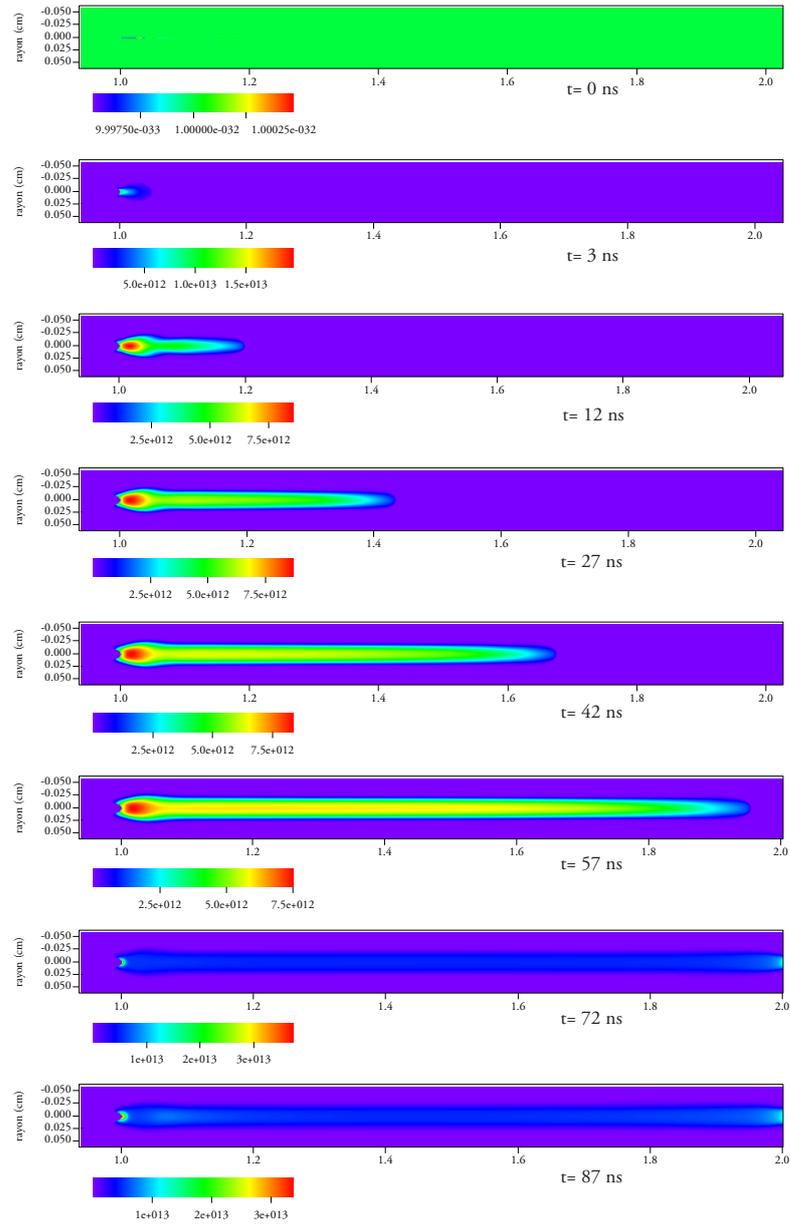


FIG. 6.9 – Évolution de la densité des ions négatifs

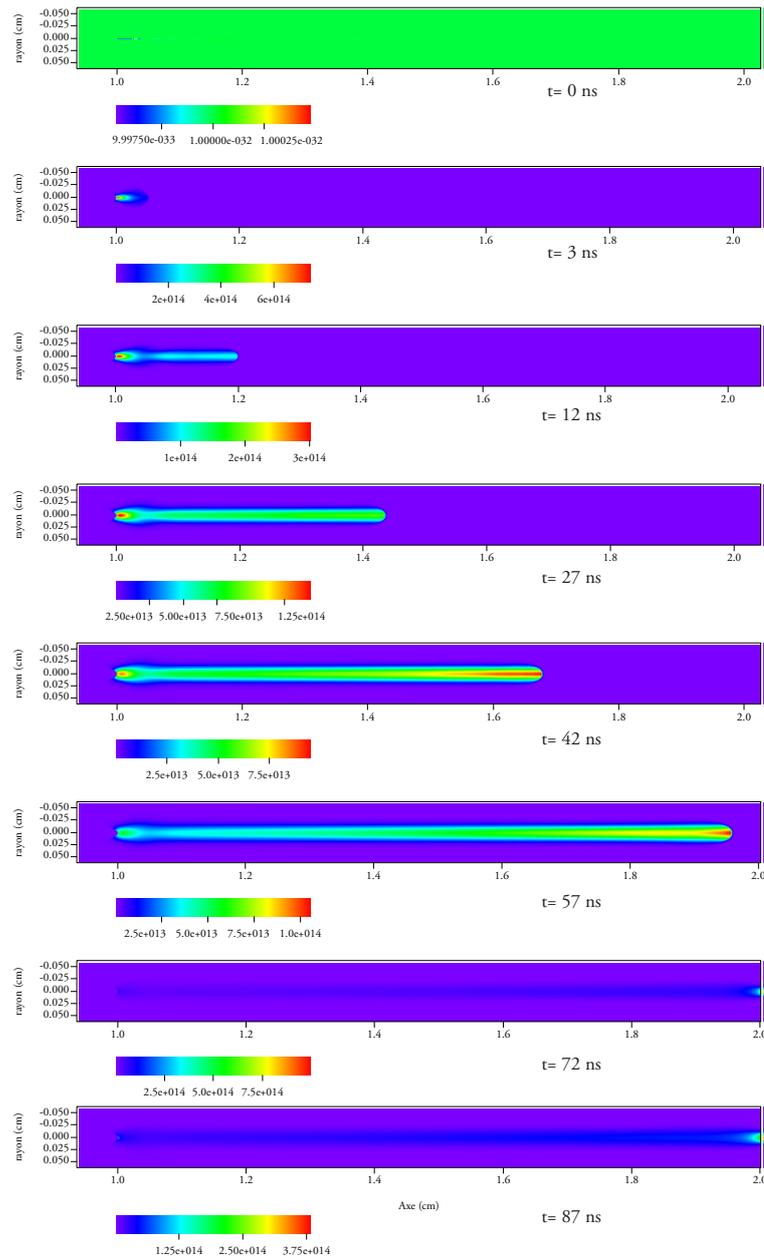


FIG. 6.10 – Évolution de la densité des ions positifs

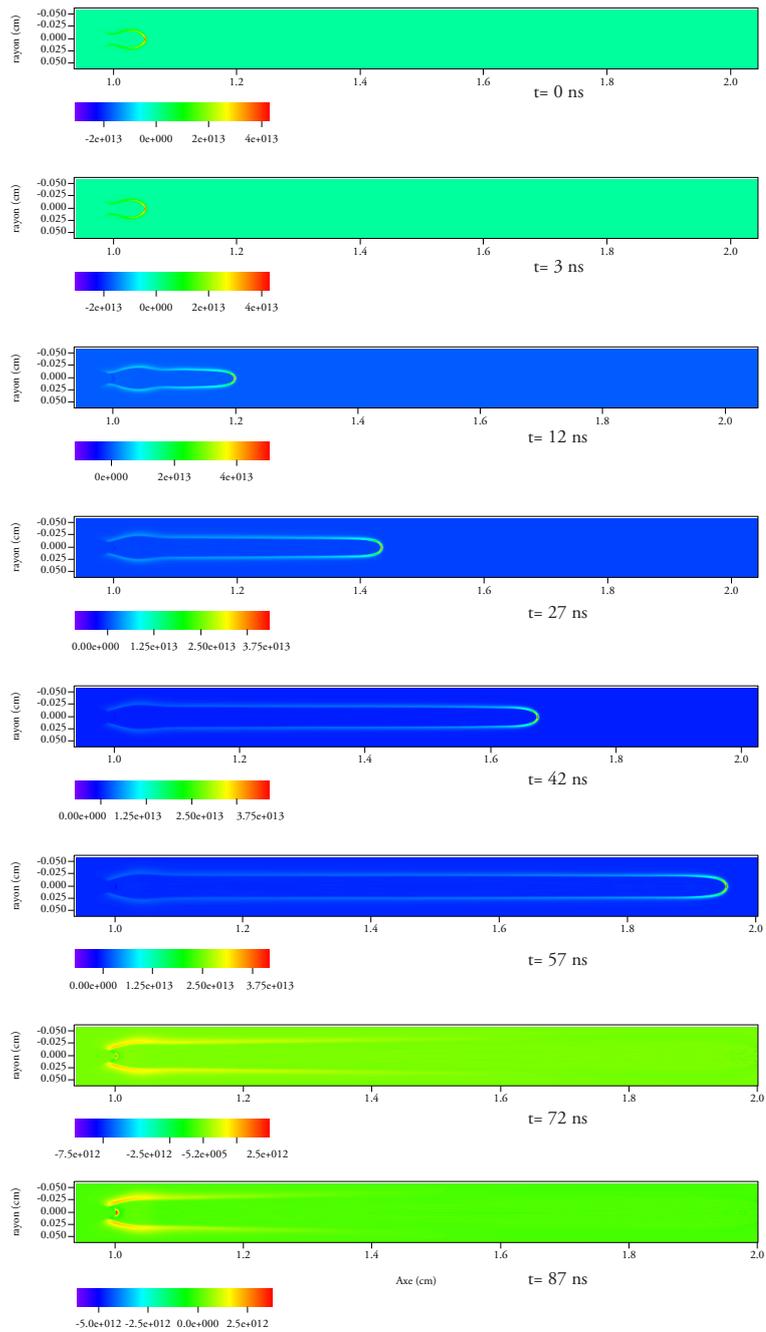


FIG. 6.11 – Évolution de la densité nette de charge

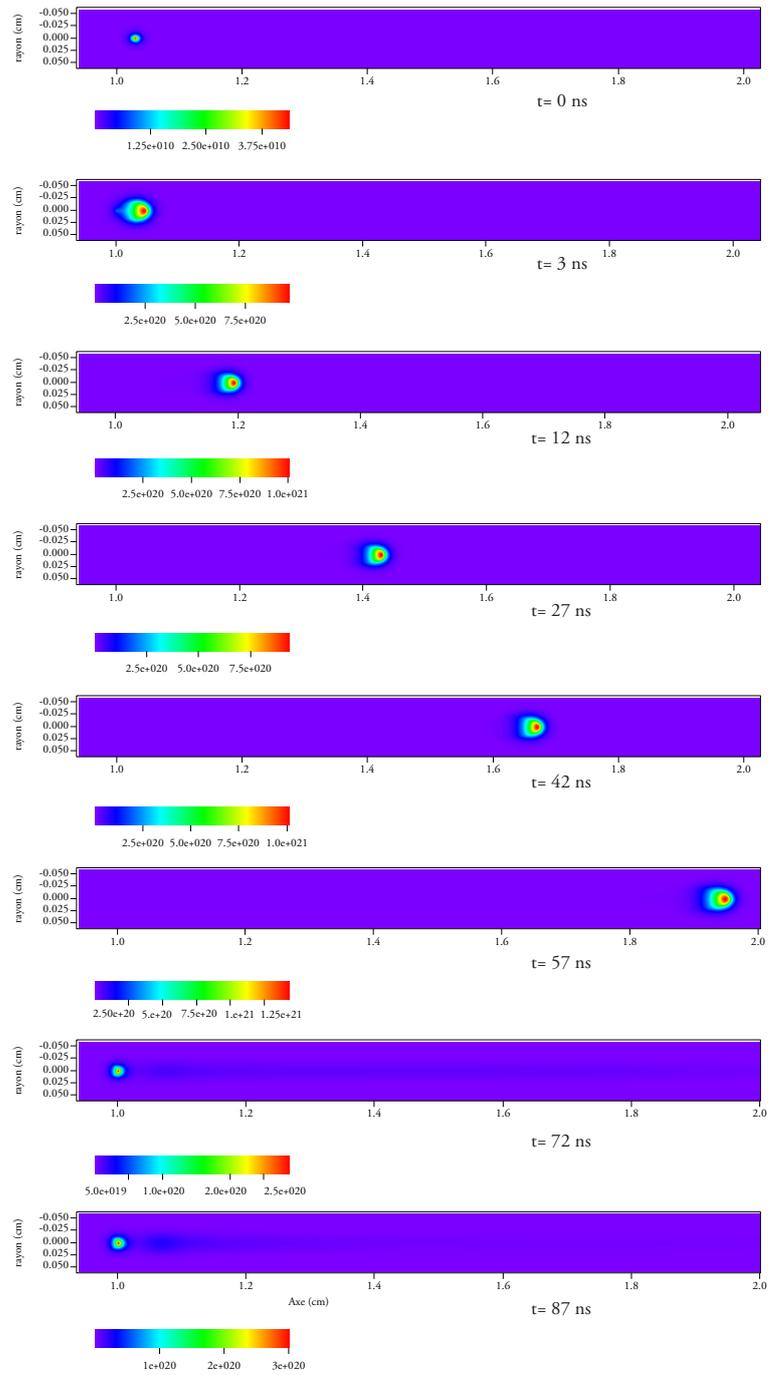


FIG. 6.12 – Évolution de la densité des photons

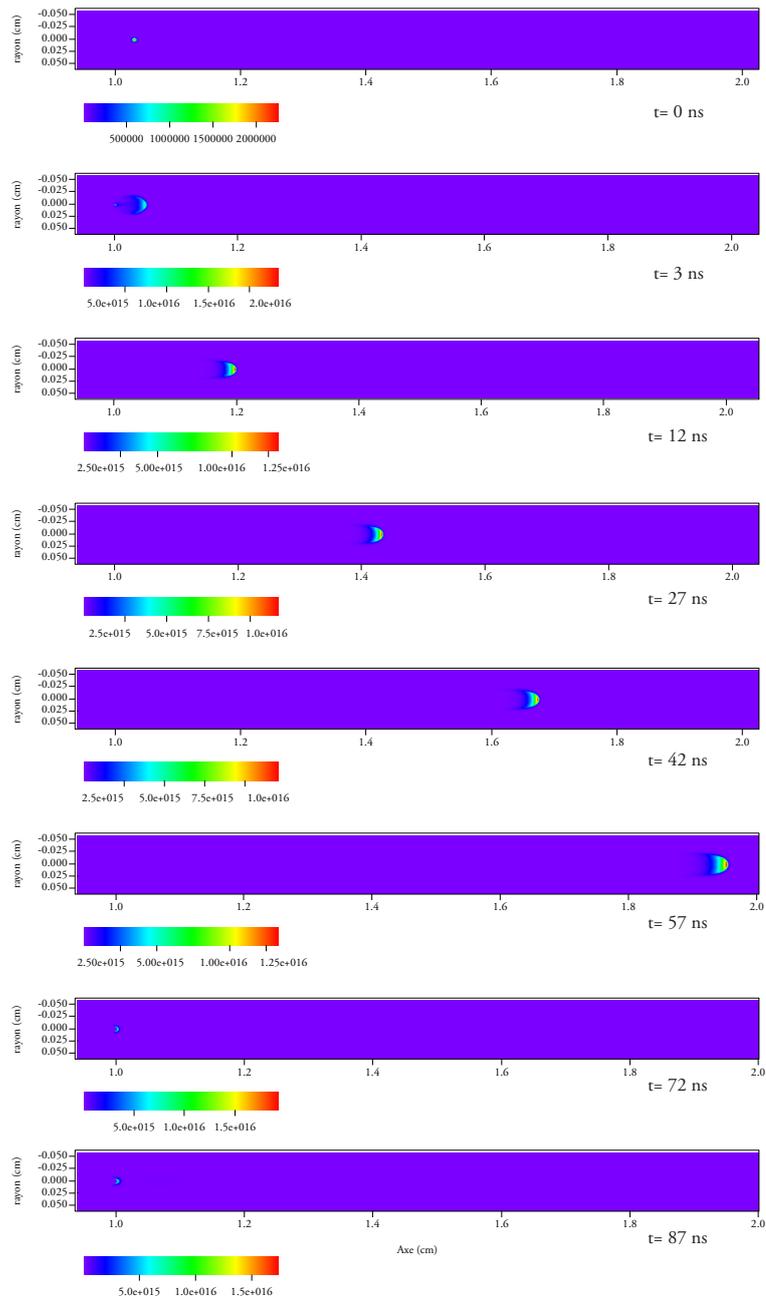


FIG. 6.13 – Évolution de la densité nette des espèces excitée

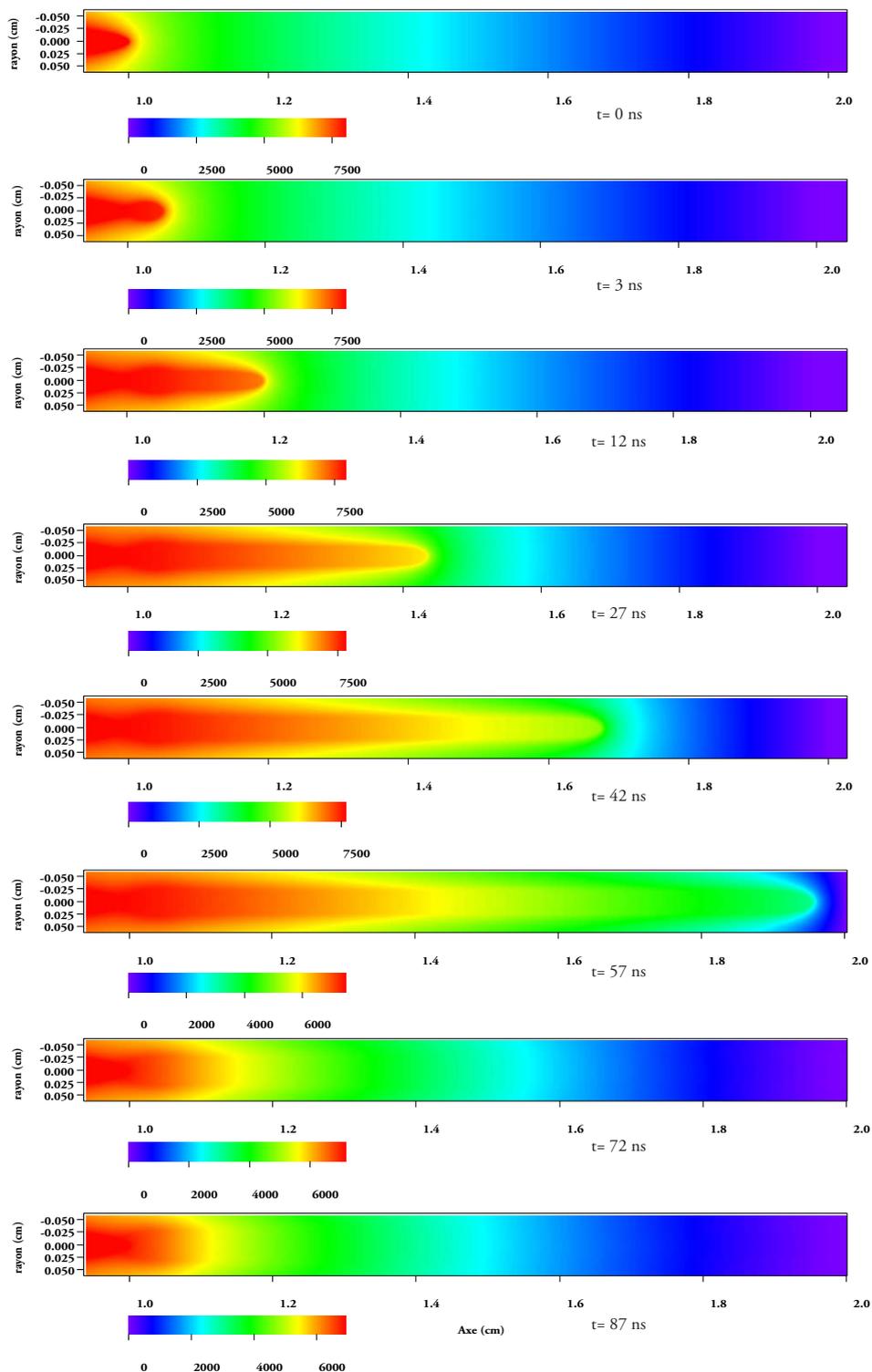


FIG. 6.14 – Évolution du potentiel

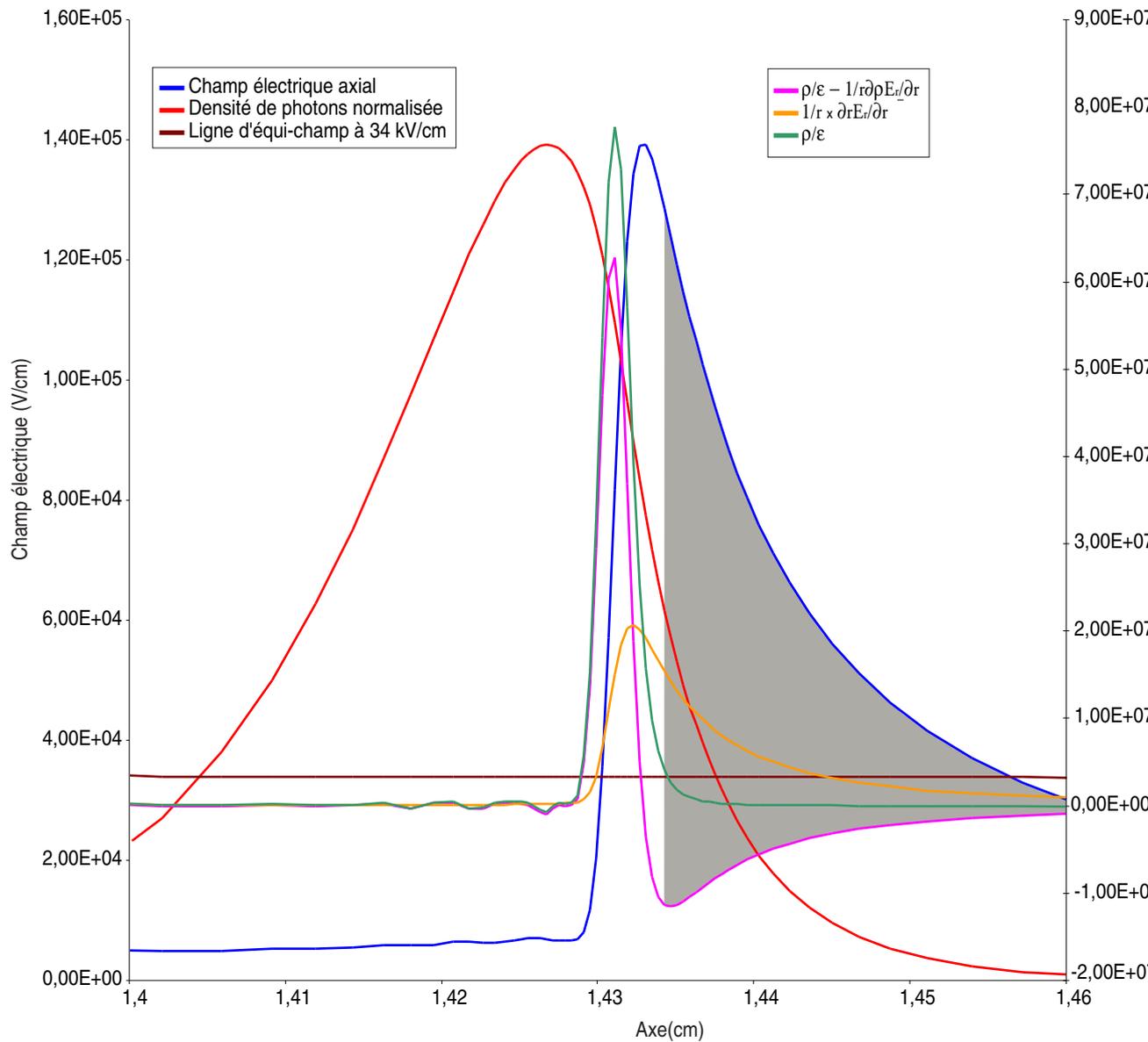


FIG. 6.15 – Situation des diverses grandeurs sur l’axe au temps 27 ns

du streamer et son mode de propagation. Sur la figure (6.15) sont portées les différentes valeurs sur l’axe qui caractérisent l’avancement du dard à 27ns. Le champ électrique indiqué en bleu référencé sur l’échelle de gauche. La densité de photon en rouge est normalisée par rapport au champ électrique,

en effet les valeurs prises par celle-ci sont de l'ordre de  $10^{20}cm^{-3}$  non comparable avec le champ électrique ( $10^5V/cm$ ) ni avec les densités représentées ( $10^{13}cm^{-3}$ ). La valeur de champ électrique de  $34kV/cm$  est référencée par une ligne marron car elle délimite la zone active où le coefficient d'ionisation est supérieur à celui d'attachement à la pression atmosphérique.

Le champ électrique est déterminée par l'équation de Poisson :

$$\vec{\nabla} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (6.3)$$

Sur la figure est représentée la valeur du champ électrique axial calculée par :

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon_0} - \frac{1}{r} \frac{\partial r E_r}{\partial r} \quad (6.4)$$

Sur l'échelle de droite est représentée la densité nette de charge en vert, et l'apport du champ radial ainsi que la somme de ces deux termes. Cette courbe délimite la charge d'espace sur l'axe de la décharge.

Cette figure permet de vérifier les hypothèses de propagation émisent dans les chapitres précédents. La zone active est matérialisée en grisée, elle est délimitée par la courbe du champ électrique, la ligne de champ à  $34kV/cm$  et la charge d'espace. C'est dans cette zone que doivent être créés les électrons secondaires pour provoquer des avalanches ionisantes et provoquer l'avancement du streamer. La densité des photons est maximale dans la zone active, elle induit des photoélectrons par photoionisation. Ceux-ci sont attirés par la charge d'espace et ionisent le milieu créant une nouvelle charge d'espace en amont de la précédente. L'hypothèse de photons créant des paires ions/électrons par photoionisation est donc bien plausible dans notre simulation.

## 6.2 La formation de l'onde d'ionisation streamer

La position de l'électron initial est très importante dans la théorie du streamer. Celui-ci doit être placé près de la pointe (située à l'abscisse  $1\text{cm}$ ) dans la zone active. Pour le vérifier des simulations ont été réalisées en faisant varier la position de l'électron germe initial responsable de l'avalanche électronique primaire. La série de figures (6.16) représente l'évolution de la densité électronique de 0 à  $2,7\text{ns}$ . On voit sur la première image la densité électronique initiale introduite à l'instant  $t = 0$  de la simulation. Cet électron est attiré par le champ électrique résultant du potentiel appliqué à la pointe. Sur son trajet, il soumet les atomes et molécules du milieu à des collisions inélastiques ionisantes et excitantes.

Sur les images suivantes, nous voyons apparaître une densité électronique à la pointe. Ces électrons sont produits par des photons eux même issus de la désexcitation des atomes situés dans l'avalanche électronique (figure 6.17). Il y a apparition d'avalanches électroniques très localisées près de la pointe, et la densité des électrons devient rapidement beaucoup plus importante que celle située dans l'avalanche primaire. La densité des ions positifs de la même manière devient maximale au voisinage de la pointe. Les électrons sont absorbés par l'anode, laissant les ions positifs former une charge d'espace que l'on peut voir sur la figure (6.18) représentant la densité nette de charge. Cette charge d'espace amplifie le champ électrique, et étend la zone active. Les photoélectrons créés précédemment en dehors de celle-ci, le sont maintenant dans une zone où le coefficient d'ionisation est prédominant, ils produisent des avalanches d'ionisations vers l'anode et le départ du streamer est commencé.

Nous nous sommes ensuite intéressés au cas où l'on place un électron en dehors de la zone active. l'électron initial est placé sur l'axe à une distance de  $0,3\text{cm}$  de la pointe (première image de la figure 6.19). À cette position, le champ électrique engendré par la pointe n'est pas suffisant pour induire de l'ionisation. Le coefficient  $\eta$  d'attachement est supérieur à celui d'ionisation  $\alpha$ , l'électron a tendance à s'attacher à une espèce neutre du milieu formant un ion négatif bloquant le déclenchement du streamer. L'électron initial, même s'il n'est pas capable de produire des avalanches électroniques suffisantes pour provoquer le départ d'un streamer, excite les atomes et molécules du milieu. En se désexcitant, celles-ci vont produire des photons (figure 6.20) qui vont ioniser les atomes situés près de la pointe. Nous nous retrouvons alors dans un cas similaire au premier où la photoionisation provoque la décharge de type streamer. Nous parlons dans ce cas de streamer photo-déclenché.

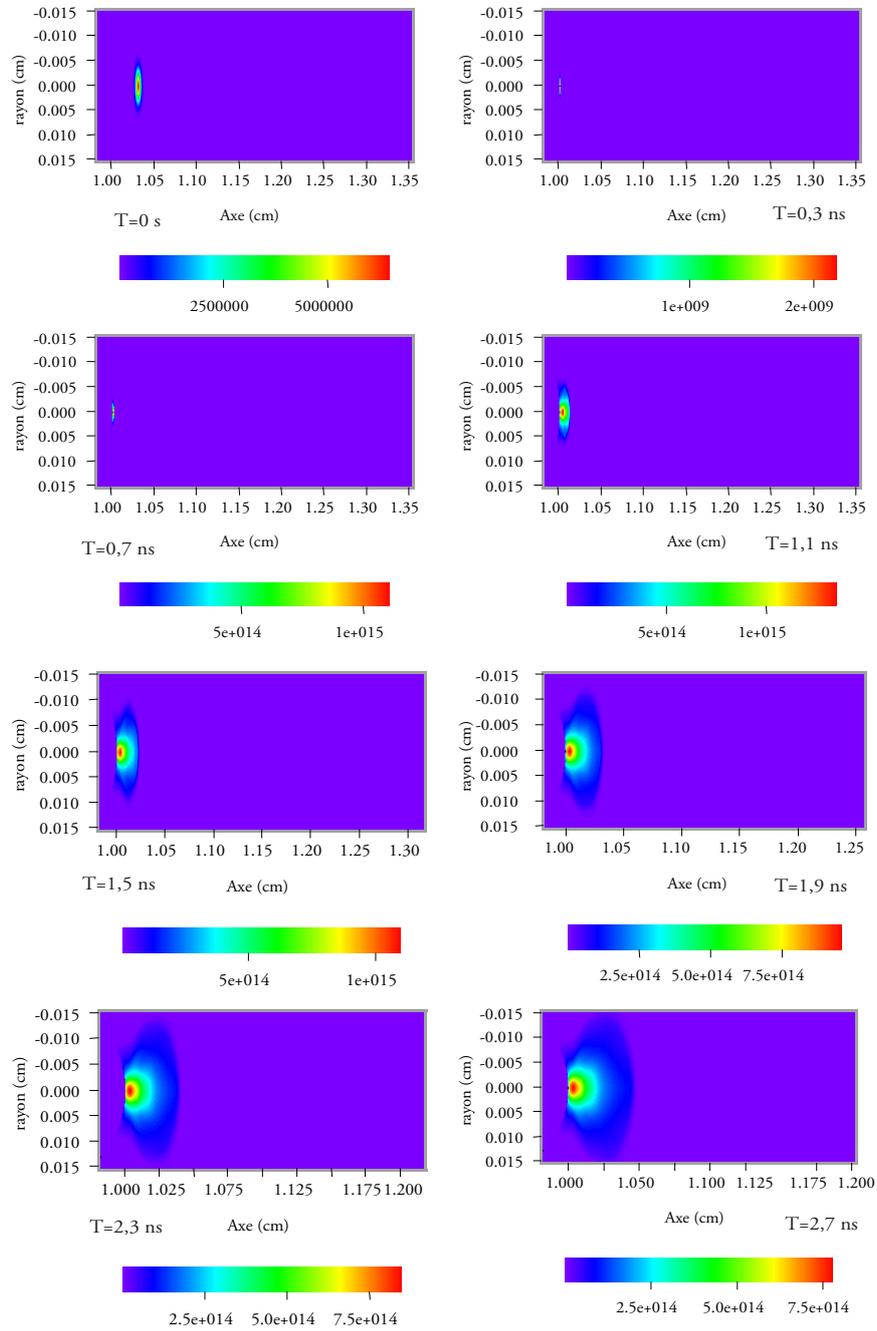


FIG. 6.16 – Évolution de la densité électronique entre 0 et 2,7 ns

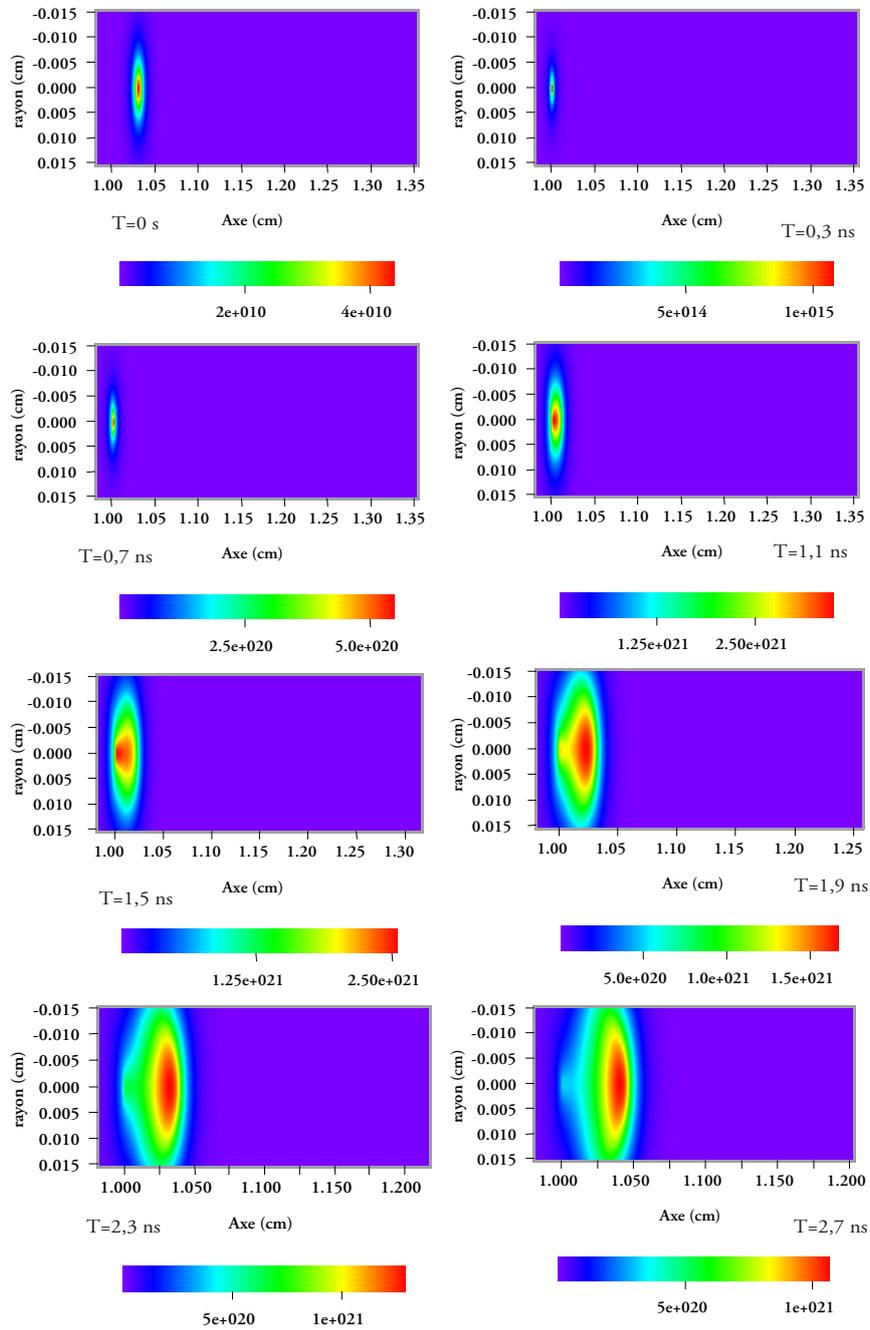


FIG. 6.17 – Évolution de la densité photonique entre 0 et 2,7 ns

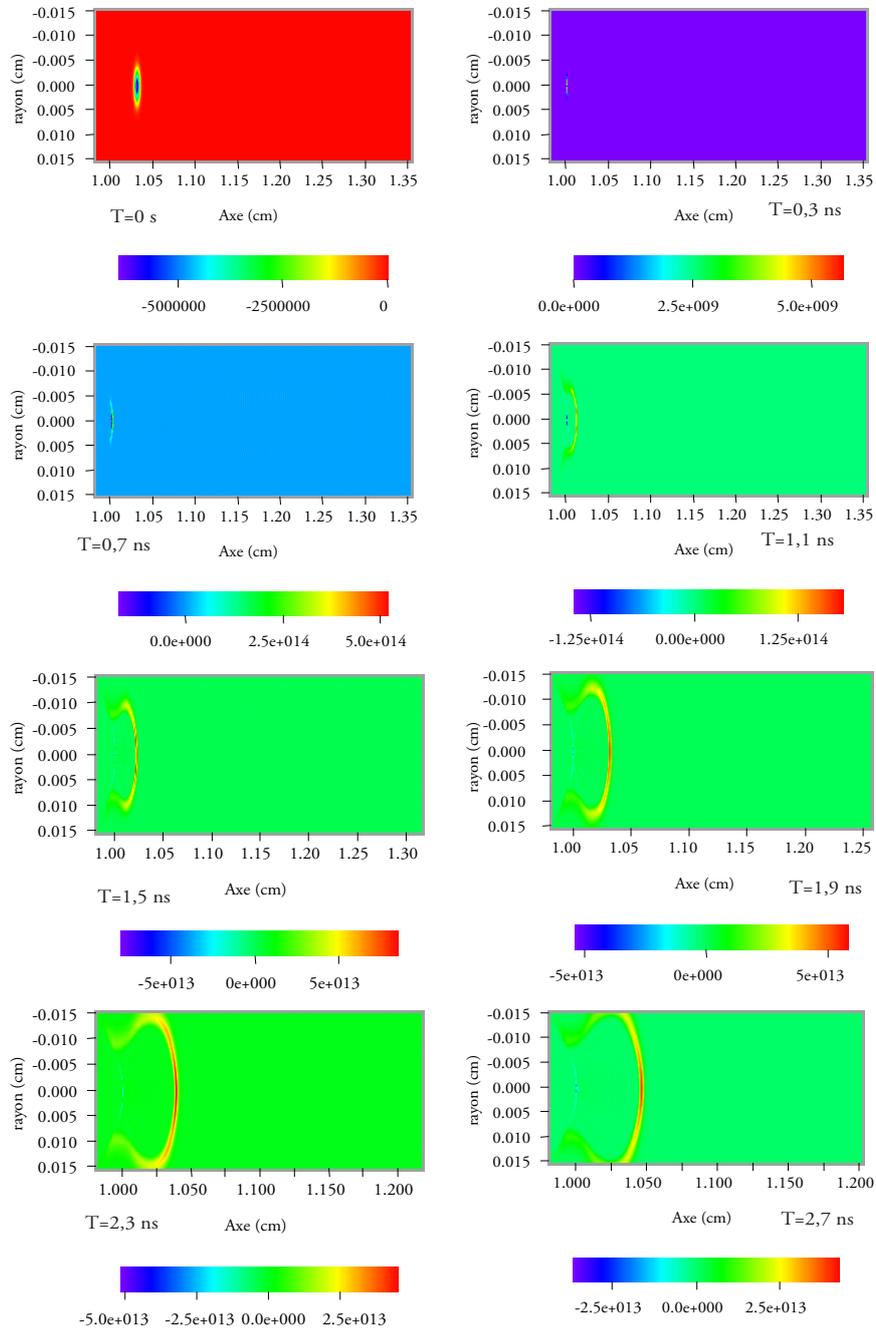


FIG. 6.18 – Évolution de la densité nette de charge entre 0 et  $2,7ns$

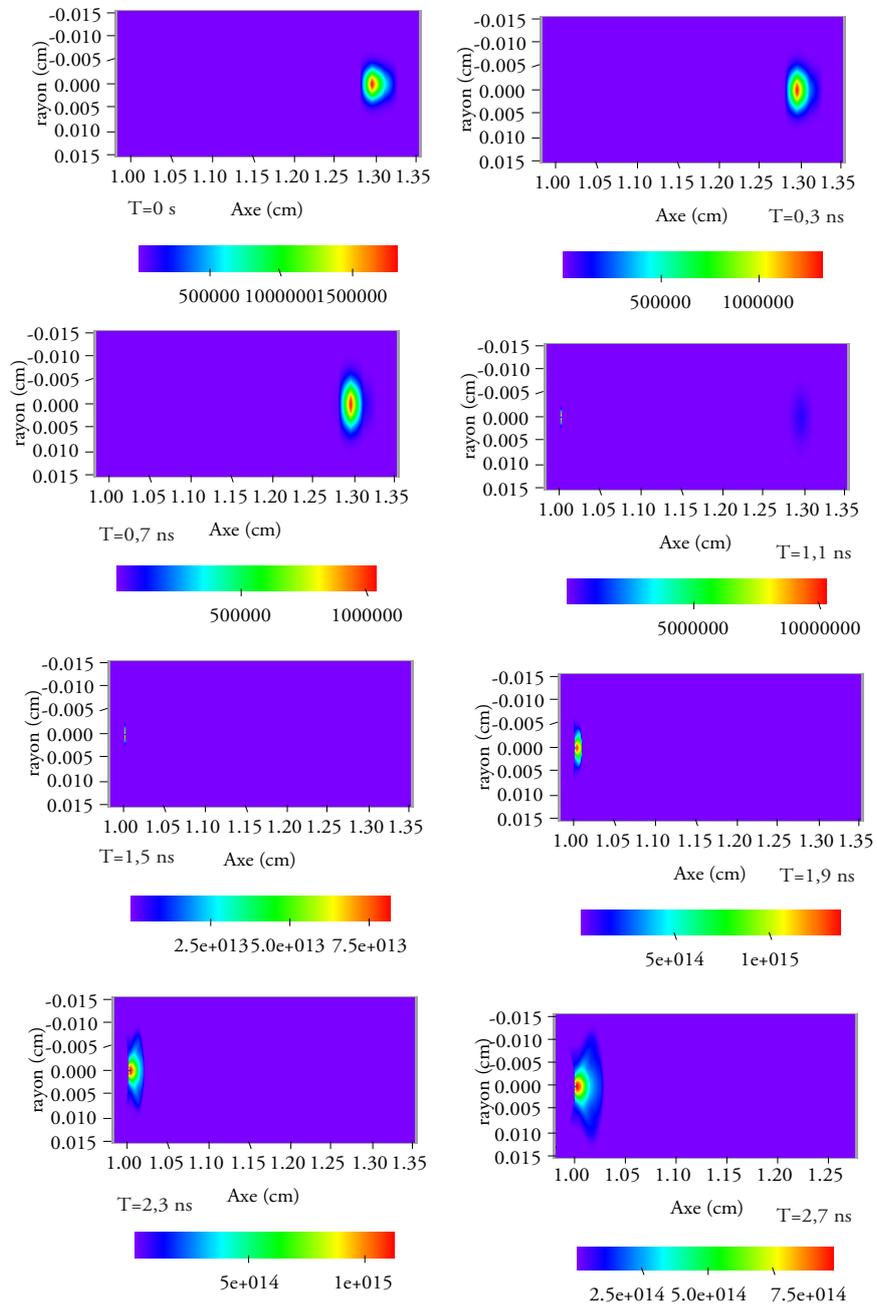


FIG. 6.19 – Évolution de la densité électronique entre 0 et 2,7 ns pour un électron placé initialement à une distance de 0,3 cm de la pointe

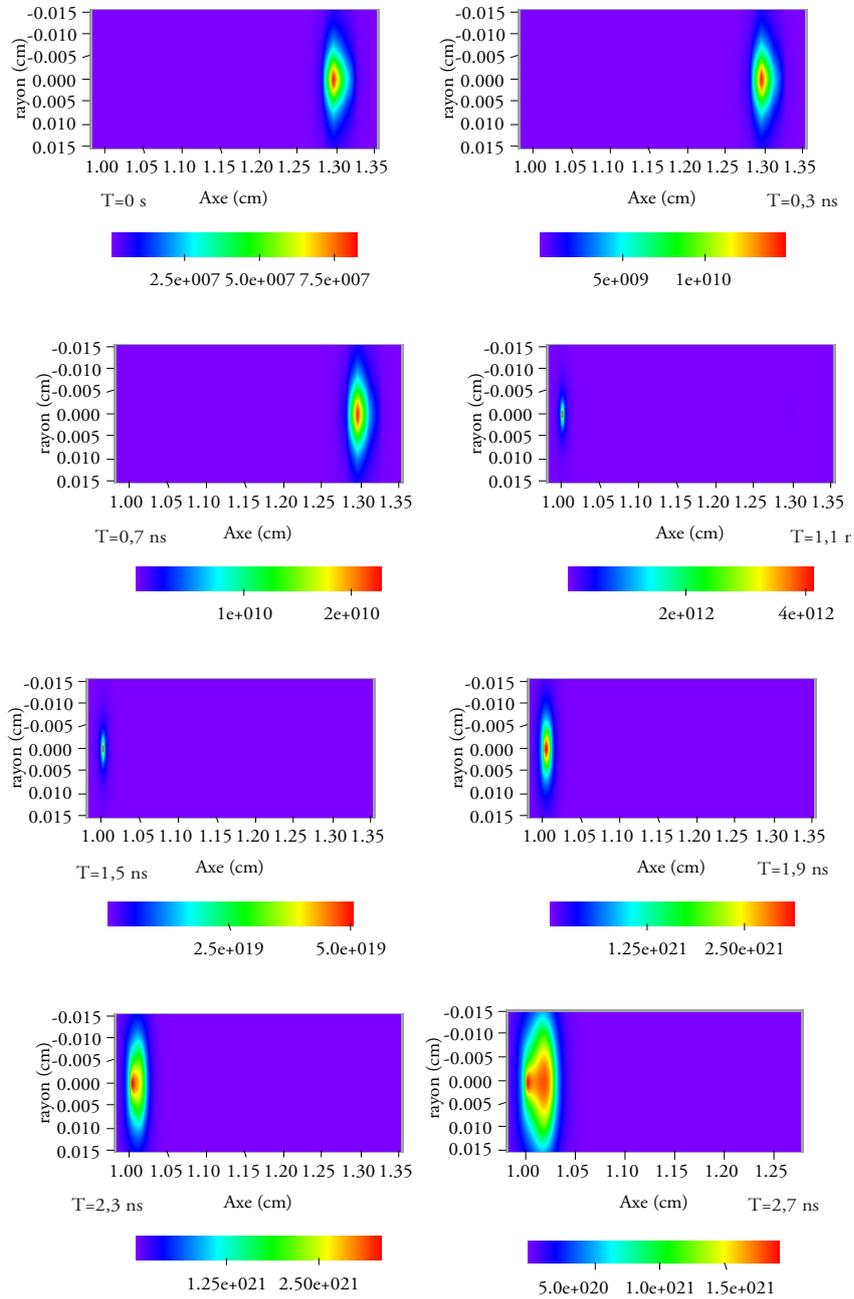


FIG. 6.20 – Évolution de la densité photonique entre 0 et  $2,7ns$  pour un électron placé initialement à une distance de  $0,3cm$  de la pointe

## 6.3 Les processus de création d'électrons par photons

### 6.3.1 la photoionisation, son rôle pilote, et sa sensibilité aux paramètres qui la définissent

#### Le streamer tiré par la photoionisation

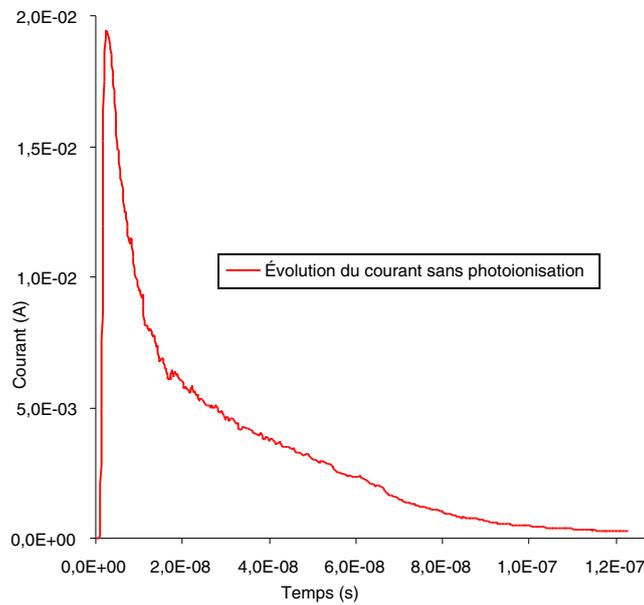


FIG. 6.21 – Évolution du courant pour une simulation sans photoionisation

Comme nous l'avons vu dans les chapitres précédents, la photoionisation joue un rôle déterminant pour la propagation du streamer. C'est grâce à ce mécanisme que des électrons sont engendrés au sein même du gaz dans la zone active. Pour bien illustrer ce rôle, nous avons effectué une simulation sans prendre en compte la photoionisation. La forme du courant de décharge est alors celle sur la figure (6.21). Le courant maximum atteint lors de la formation du streamer est beaucoup plus important dans le cas sans photoionisation (à comparer avec la figure 6.2). Pour expliquer ce phénomène ainsi que la brusque montée du courant dans le cas standard, revenons à la définition du courant électrique simulé aux bornes du système (3.6) :

$$I_g(t) = \frac{1}{V_A - V_C} \int_{Vol} \vec{J} \vec{E}_g dv \quad (6.5)$$

Où  $E_g$  est le champ géométrique créé par le potentiel imposé aux électrodes. Cette équation suppose que le potentiel interélectrode est indépendant du temps.  $V_A$  et  $V_C$  sont les potentiels appliqués respectivement à l'anode et à la cathode.  $\vec{J}$  est la densité de courant.

Le courant est déterminé par le mouvement des espèces, qui sont localisées dans la section de la décharge, soit :

$$I_g(t) = \frac{1}{V_A - V_C} \int_{section} \int_0^d \vec{E}_g \vec{j} ds dl \quad (6.6)$$

Si on considère que le champ géométrique est constant dans une section de la décharge, cette équation s'écrit :

$$I_g(t) = \frac{1}{V_A - V_C} \int_0^d E_g I(l) dl \quad (6.7)$$

Où  $I(l)$  est le courant traversant la section  $l$ .

Le champ géométrique diminue rapidement lorsque l'on s'éloigne de la pointe. Si l'on considère qu'à partir d'une distance  $dx$  de la pointe le champ s'annule, on peut écrire la décomposition :

$$I_g(t) = \frac{1}{V_A - V_C} \left[ \int_0^{dx} E_g I(l) dl + \int_{dx}^d E_g I(l) dl \right] \quad (6.8)$$

Le deuxième terme s'annule suite aux simplifications et :

$$I_g(t) = \frac{1}{V_A - V_C} \int_0^{dx} E_g I(l) dl \quad (6.9)$$

Le courant électronique est donc dû principalement aux mouvements des particules chargées situées près de la pointe. Lors de l'initialisation de la décharge, ces mouvements sont très importants, ce qui explique la brusque montée du courant. Pendant la propagation, les déplacements des particules chargées sont peu nombreux au voisinage de la pointe, le courant reste stable jusqu'à l'arrivée du streamer au plan. La formation du canal conducteur

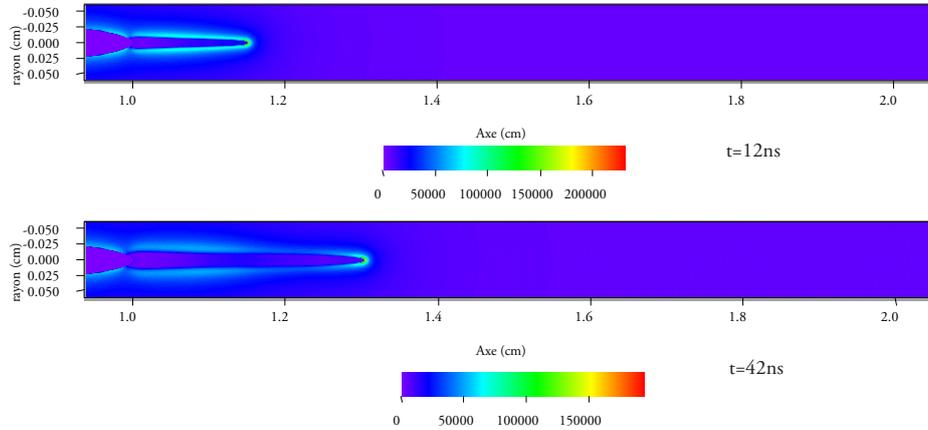


FIG. 6.22 – Valeur du champ électrique aux temps  $t = 12ns$  et  $42ns$  sans photon

déclenche alors des mouvements de particules chargées dans tout l'espace interélectrode, notamment au voisinage de la pointe, et augmente le courant électrique.

Dans le cas sans photon traité ici, le pic courant est plus important que dans le cas standard. Pour expliquer ce phénomène, revenons à la description de la section (6.2) sur l'existence de streamers photodéclenchés. Ce phénomène engendre le déclenchement du streamer avant l'absorption des électrons des avalanches primaires par la pointe. Il y a création d'un plasma autour de la pointe avec neutralisation du champ électrique (figure 6.18). Les mouvements des électrons (principaux responsables du courant électrique) sont alors diminués près de la pointe, le champ électrique total (champ de charge d'espace plus champ géométrique) étant très faible. Dans le cas sans photoionisation, les électrons créés par les avalanches primaires doivent être absorbés par la pointe pour laisser derrière eux la charge d'espace positive. Le champ total diminue plus lentement que dans le cas des streamers photodéclenchés, les mouvements électroniques sont alors amplifiés ce qui explique la montée du courant plus importante.

Après le déclenchement du streamer, nous observons pour le cas sans photoionisation une chute du courant. Sans photon, le streamer n'est pas capable de s'auto-entretenir. Sa progression dans l'espace (figure 6.22 montrant le champ électrique à  $12ns$  et  $42ns$ ), peut être expliqué par les seuls phénomènes de diffusion. Quelques électrons situés en amont de la décharge (électrons retardés) provoquent de l'ionisation et engendrent des avalanches électroniques.

L'existence de tels électrons peut être expliquée par les phénomènes de diffusion.

La simulation introduite ici montre bien qu'en l'absence d'autres mécanismes secondaires, la photoionisation est un phénomène prépondérant et nécessaire dans la propagation du streamer.

## Sensibilité au coefficient de probabilité d'ionisation

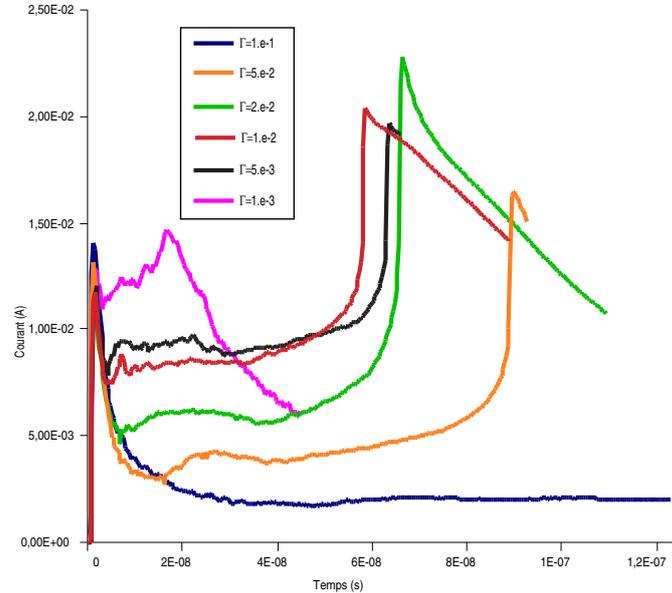


FIG. 6.23 – Évolution du courant de décharge en fonction de l'efficacité photonique

Après avoir regardé le rôle indispensable de la photoionisation, nous allons nous intéresser aux paramètres définissant son action. Ceux-ci ont déjà été introduit dans la section 4. Ils sont au nombre de quatre : le coefficient d'émission spontané  $A$ , un terme  $\mu$  d'absorption totale,  $B$  pour l'émission induite et  $\Gamma$  pour la probabilité qu'un photon absorbé par une molécule l'ionise.

Dans cette section, la valeur coefficient  $\Gamma$  est modifiée, tous les autres paramètres étant fixés au cas standard. La figure (6.23) montre l'évolution du courant de décharge pour six valeurs de  $\Gamma$  entre  $10^{-1}$  à  $10^{-3}$ .

Pour un paramètre  $\Gamma = 10^{-3}$  faible, le courant de décharge simulé est très similaire au cas sans photons. Les photons absorbés n'engendrent pas un nombre suffisant de paires électrons-ions par photoionisation. Il y a pénurie d'électrons en amont de la charge d'espace et le streamer ne se propage pas jusqu'au plan.

Pour  $\Gamma$  variant de  $5 \cdot 10^{-3}$  à  $5 \cdot 10^{-2}$  il y a propagation du streamer qui atteint le plan comme nous le montre les profils de courant simulés, les amplitudes et les temps de propagation variant suivant la valeur de  $\Gamma$  choisie.

On voit sur les figures (6.24) et (6.25) les valeurs du champ électrique

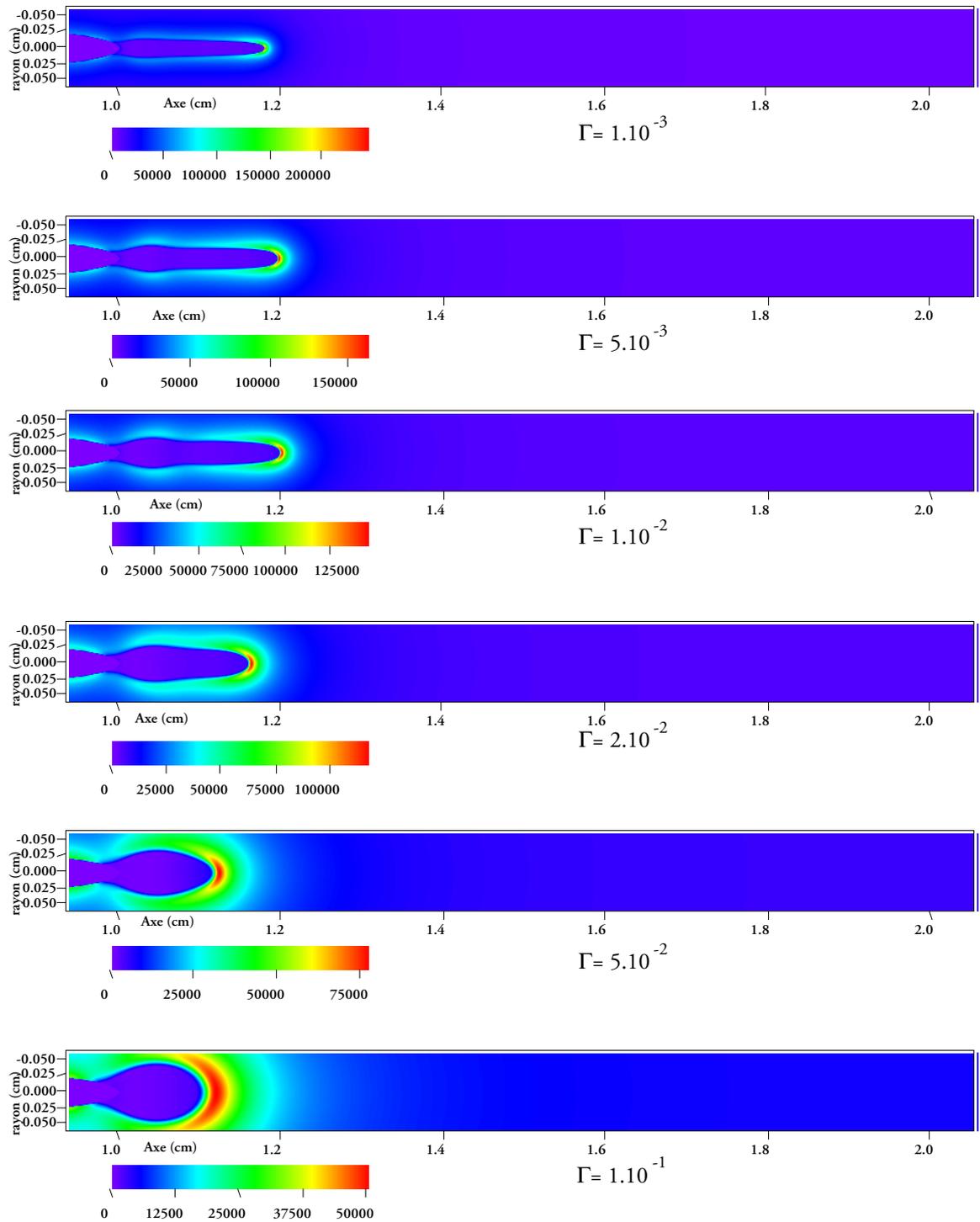


FIG. 6.24 – Champ électrique en fonction de l'efficacité des photons,  $t = 12ns$

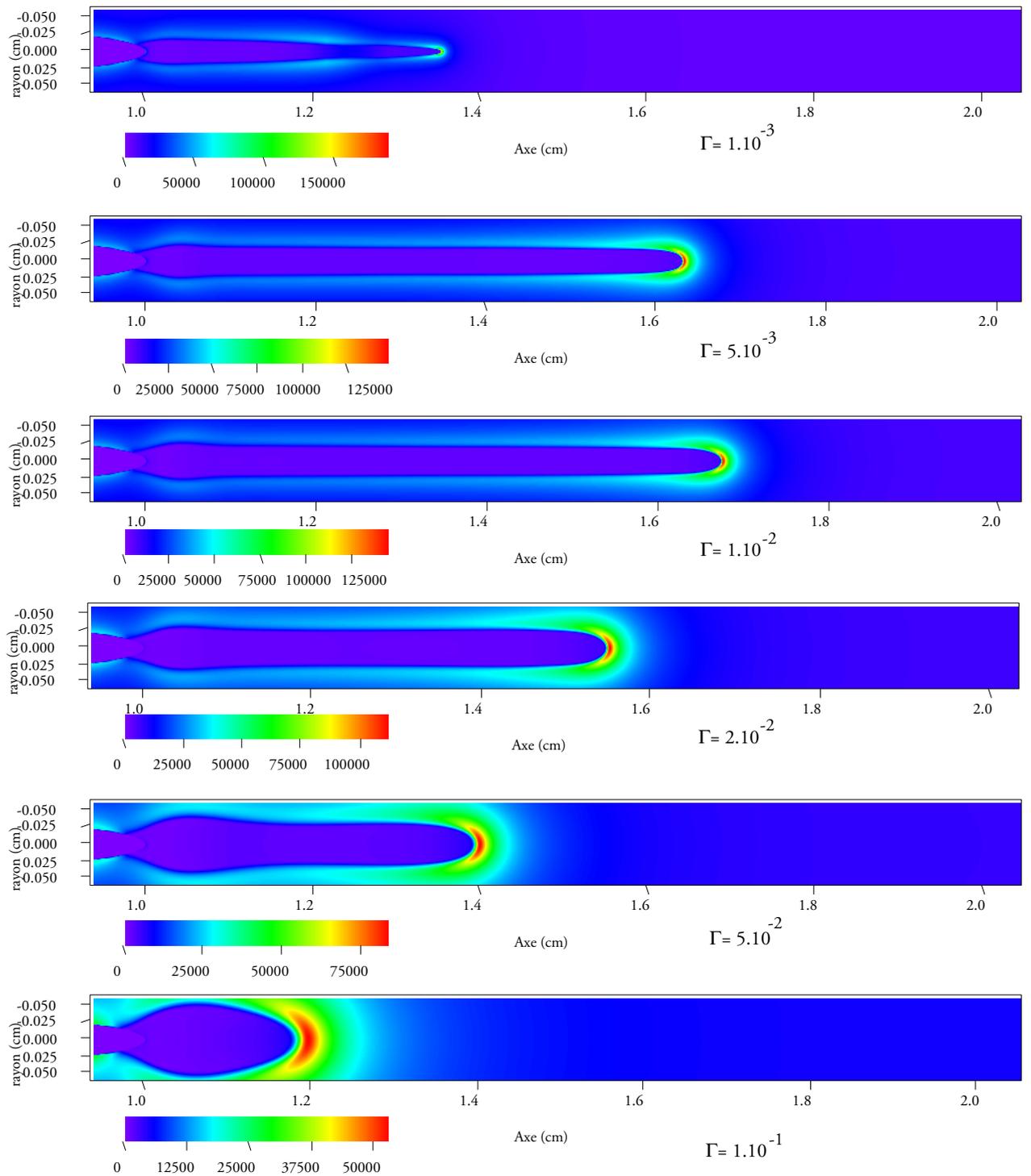


FIG. 6.25 – Champ électrique en fonction de l'efficacité des photons,  $t = 42 \text{ ns}$

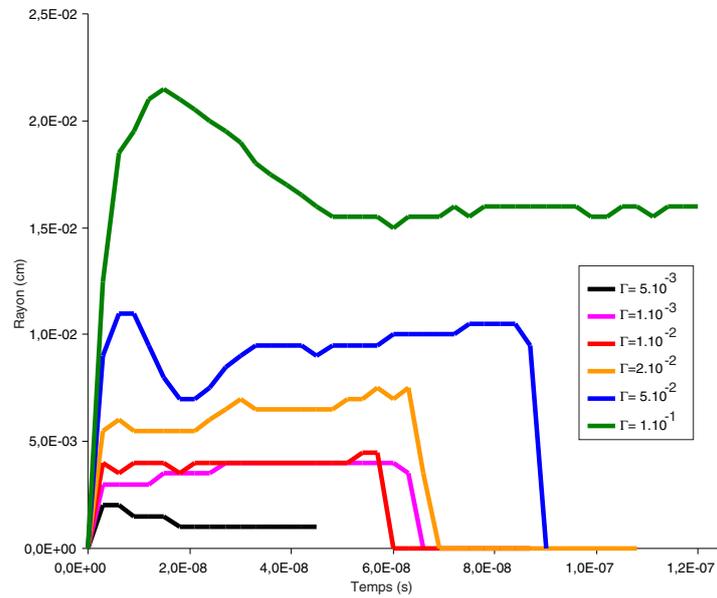


FIG. 6.26 – Évolution du rayon en tête de streamer en fonction de l'efficacité des photons

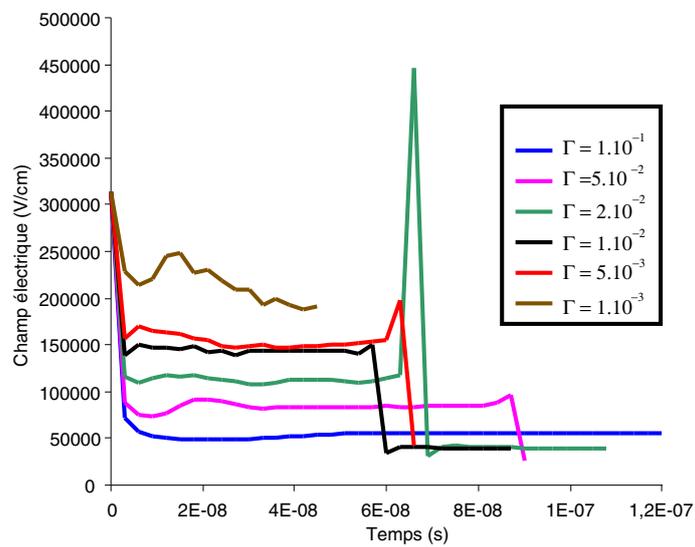


FIG. 6.27 – Évolution de la valeur maximale du champ électrique en fonction de l'efficacité des photons

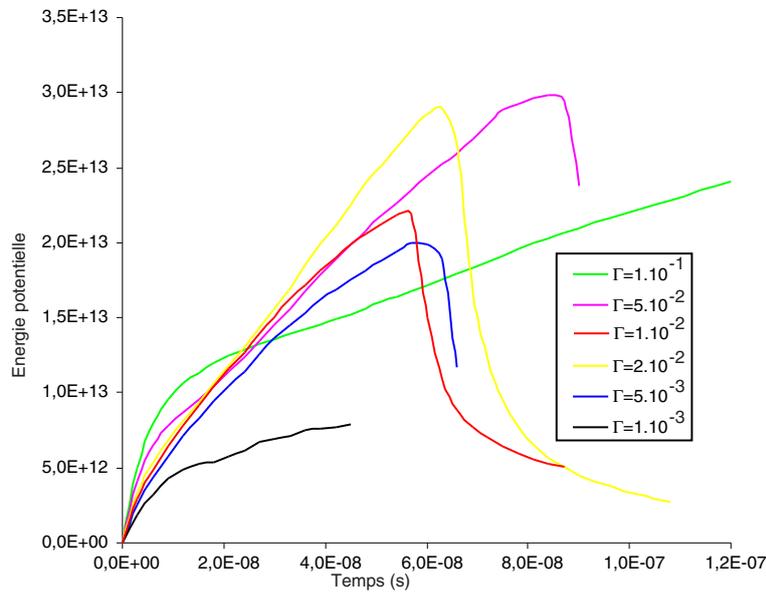


FIG. 6.28 – Évolution de l'énergie potentielle

pour des temps de simulations de  $12ns$  et  $42ns$ . Le rayon du streamer augmente au fur et à mesure de l'augmentation du coefficient  $\Gamma$ , comme il est précisé sur la figure (6.26) présentant l'évolution du rayon en fonction du coefficient d'efficacité. Les photons étant concentrés sur l'axe, pour  $\Gamma$  faible il y a relativement peu de photoélectrons créés par photoionisation par rapport à la densité photonique : tous les phénomènes sont concentrés sur l'axe. Si au contraire  $\Gamma$  augmente, les photons situés sur les bords du canal, en nombre plus petit qu'en tête du streamer, ont une probabilité plus importante d'ioniser le gaz et donc de produire des électrons qui vont jouer un rôle dans le développement du streamer.

En augmentant ainsi le rayon du streamer par le biais de l'efficacité de la photoionisation, la zone active est agrandie. La théorie du streamer implique en quelque sorte la projection (d'où le terme de dard en français) du champ électrique géométrique induit par la pointe au sein du gaz par le biais de la charge d'espace. Pour des rayons importants du streamer ce champ électrique est utilisé pour la cohésion radiale du canal conducteur : le champ maximal en tête de streamer a tendance à diminuer au fur et à mesure de l'augmentation du rayon du canal. Ce phénomène est montré sur la figure (6.27), qui montre l'évolution de la valeur maximale du champ électrique total sur l'axe. Plus  $\Gamma$  augmente, plus le champ maximal diminue. Regardons maintenant les courbes (6.28) montrant l'énergie potentielle électrique

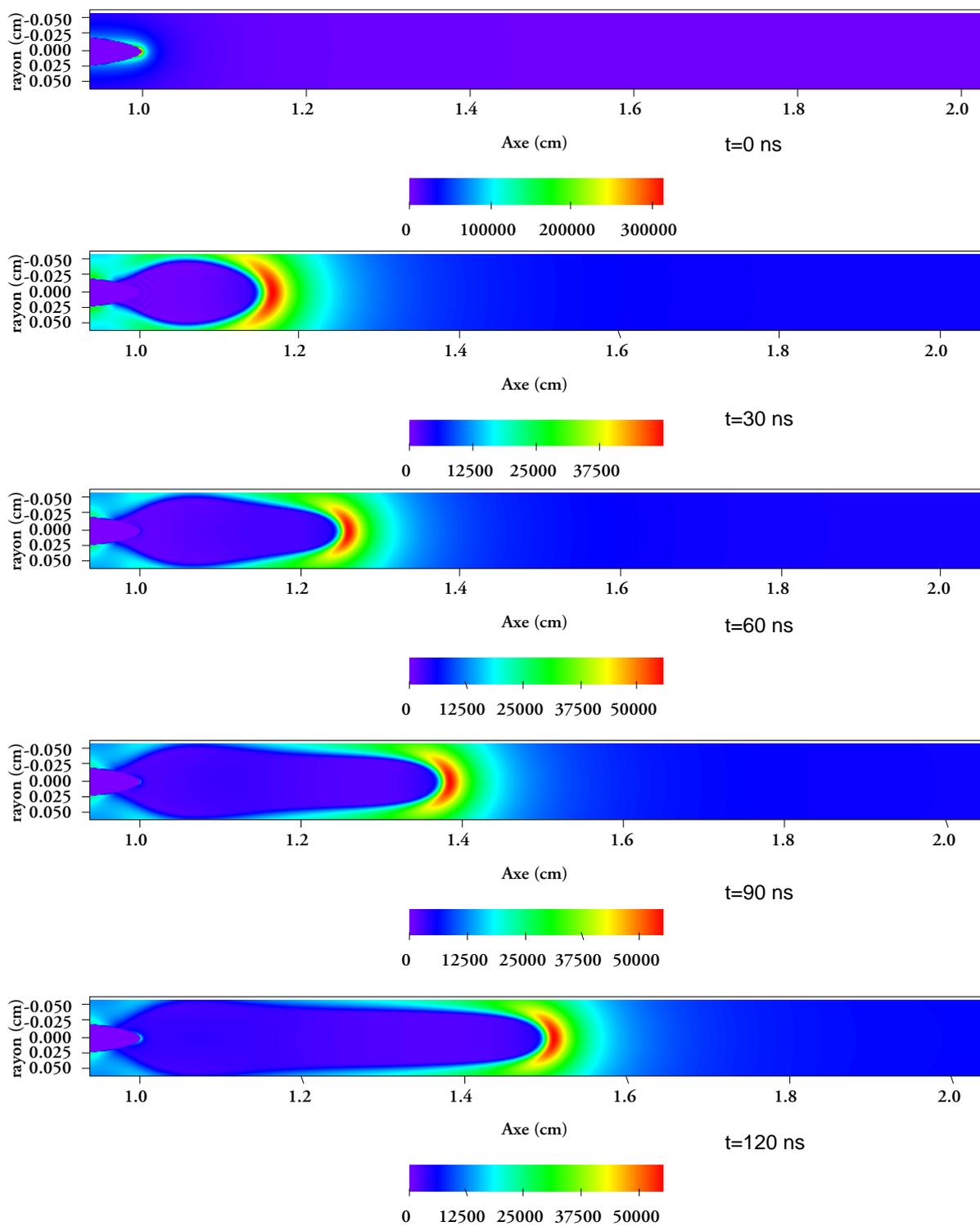


FIG. 6.29 – Évolution du champ électrique pour  $\Gamma = 1.10^{-1}$

calculée sur l'ensemble du domaine :

$$E_p = \int_{V_{o1}} \rho V dV_{o1} \quad (6.10)$$

On remarque un profil similaire (sauf pour  $\Gamma = 10^{-1}$ ) pour l'ensemble des simulations. La valeur de départ de l'énergie est pratiquement nulle, puis augmente et diminue après être passée par un maximum. Les cas extrêmes sont intéressants : pour  $\Gamma = 10^{-3}$ , le streamer s'arrête au sein de l'espace interélectrode, l'énergie augmente beaucoup plus lentement et reste inférieure aux autres simulations effectuées. Le nombre de photons capables de produire de la photoionisation est réduit par la faible valeur de l'efficacité. Ces photoélectrons sont très localisés sur l'axe puisque le coefficient d'efficacité est un pourcentage. La faible densité électronique créée par ces photoélectrons n'est pas capable d'auto-entretenir le streamer. Par contre, la valeur maximale du champ électrique engendré sur l'axe est beaucoup plus intense que dans les autres cas. Cette grande valeur est expliquée par la décroissance rapide de la densité nette de charge le long du rayon de la décharge en raison de l'équation :

$$\vec{\nabla} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (6.11)$$

Le champ électrique est très localisé sur l'axe, la zone active est très réduite et ne permet pas un nombre suffisant d'ionisation pour créer une charge d'espace capable de s'auto-entretenir.

Dans le cas  $\Gamma = 10^{-1}$ , la courbe de l'énergie potentielle n'a pas de maximum, et nous pouvons nous attendre à voir le streamer continuer sa progression au sein de l'espace interélectrode malgré la chute du courant sur la figure (6.23). En effet, si nous laissons continuer la simulation sur un temps plus long, nous nous apercevons que le streamer progresse vers le plan sans l'atteindre dans le temps imparti par la simulation. La figure (6.29) montre l'évolution du champ électrique total jusqu'à  $120ns$  pour  $\Gamma = 10^{-1}$ .

Les temps de propagation de plus en plus longs au fur et à mesure de l'augmentation du paramètre  $\Gamma$ , et donc du rayon du canal, sont expliqués par la chute du champ électrique maximal en tête de streamer. En effet, le champ électrique plus faible induit des temps d'avalanche plus long, c'est-à-dire des électrons moins rapides. La charge d'espace est plus lente à se former, réduisant la vitesse de propagation.

De ces résultats, on tire une interprétation renouvelée de la propagation du streamer. Pour que le dard s'auto-entretienne, il ne suffit pas que

le champ électrique sur l'axe soit aussi important que lors de l'initialisation de la décharge, mais que sa distribution spatiale permette un nombre suffisant d'ionisations par les avalanches électroniques. La simulation avec  $\Gamma = 1.10^{-1}$  où le champ électrique est trop faible pour induire une décharge dans les temps standards trouvés expérimentalement et celle à  $\Gamma = 1.10^{-3}$  où il est trop localisé sur l'axe pour l'auto-entretien sont les deux exemples qui montrent ce phénomène. Les avalanches électroniques sont créés par des photoélectrons. Ceux ci doivent en outre être produit en nombre suffisant pour permettre l'apparition d'électrons secondaires en amont de la charge d'espace. ce qui n'est pas le cas pour des simulation avec un faible coefficient d'efficacité. En effet, dans ce cas la faible densité d'électrons secondaires créés par photoionisation induit une charge d'espace très localisée sur l'axe, d'où un champ électrique très fort mais peu étendu spatialement diminuant ainsi les phénomènes d'ionisations mais aussi d'excitations, ce qui provoque une diminution au fur et à mesure de la propagation de la densité photonique produite et un arrêt du streamer au sein du domaine interélectrode.

### Sensibilité au coefficient d'absorption des photons

Après avoir traité l'efficacité de la photoionisation, nous allons maintenant nous intéresser au troisième coefficient de la photoionisation : l'absorption. Le coefficient d'absorption mesure la distance à partir du centre d'émission (ici la tête du dard) à laquelle les photons vont être absorbés par le gaz et provoquer de l'ionisation. Plus le coefficient  $\mu$  est grand, plus l'absorption des photons se fait proche du centre d'émission. À l'inverse, avec un faible coefficient, les photons seront absorbés à une distance plus grande. Cinq simulations ont été réalisées, en prenant les valeurs de  $30\text{cm}^{-1}$ ,  $70\text{cm}^{-1}$  (le cas standard),  $100\text{cm}^{-1}$ ,  $200\text{cm}^{-1}$ ,  $5000\text{cm}^{-1}$ , pour le coefficient d'absorption. Les courbes des courants simulés sont représentées sur la figure (6.30).

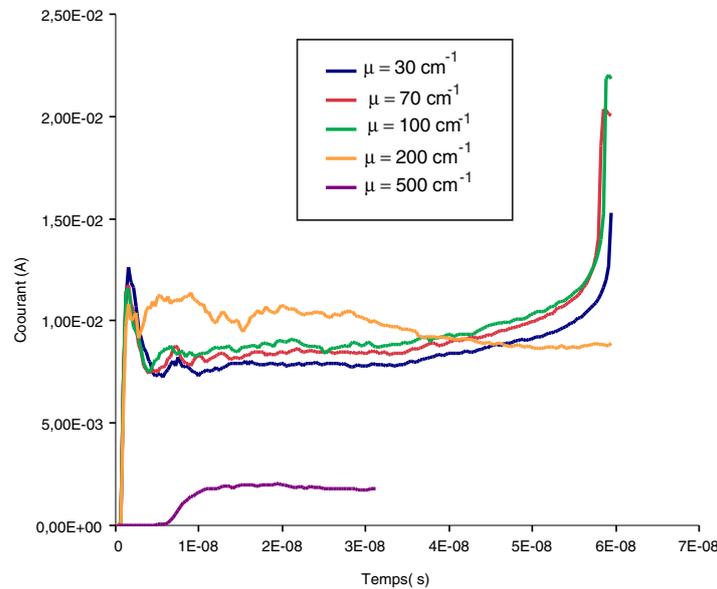


FIG. 6.30 – Courant électrique en fonction de l'absorption  $\mu$

Pour  $\mu$  variant de  $30\text{cm}^{-1}$  à  $200\text{cm}^{-1}$ , le streamer atteint la cathode comme le montre les profils de courant et les figures (6.31)-(6.32) présentant le champ électrique respectivement à  $12\text{ns}$  et  $42\text{ns}$  pour les diverses simulations effectuées.

Au fur et à mesure de l'augmentation du coefficient d'absorption, le rayon du streamer a tendance à diminuer (figure 6.33). En effet, pour  $\mu$  grand, les photons sont absorbés plus près du centre d'émission axialement, mais aussi radialement. Ce phénomène est bien représenté sur les figures (6.34) et (6.35) qui montrent la densité photonique à  $12\text{ns}$  et  $42\text{ns}$ . Les photons sont

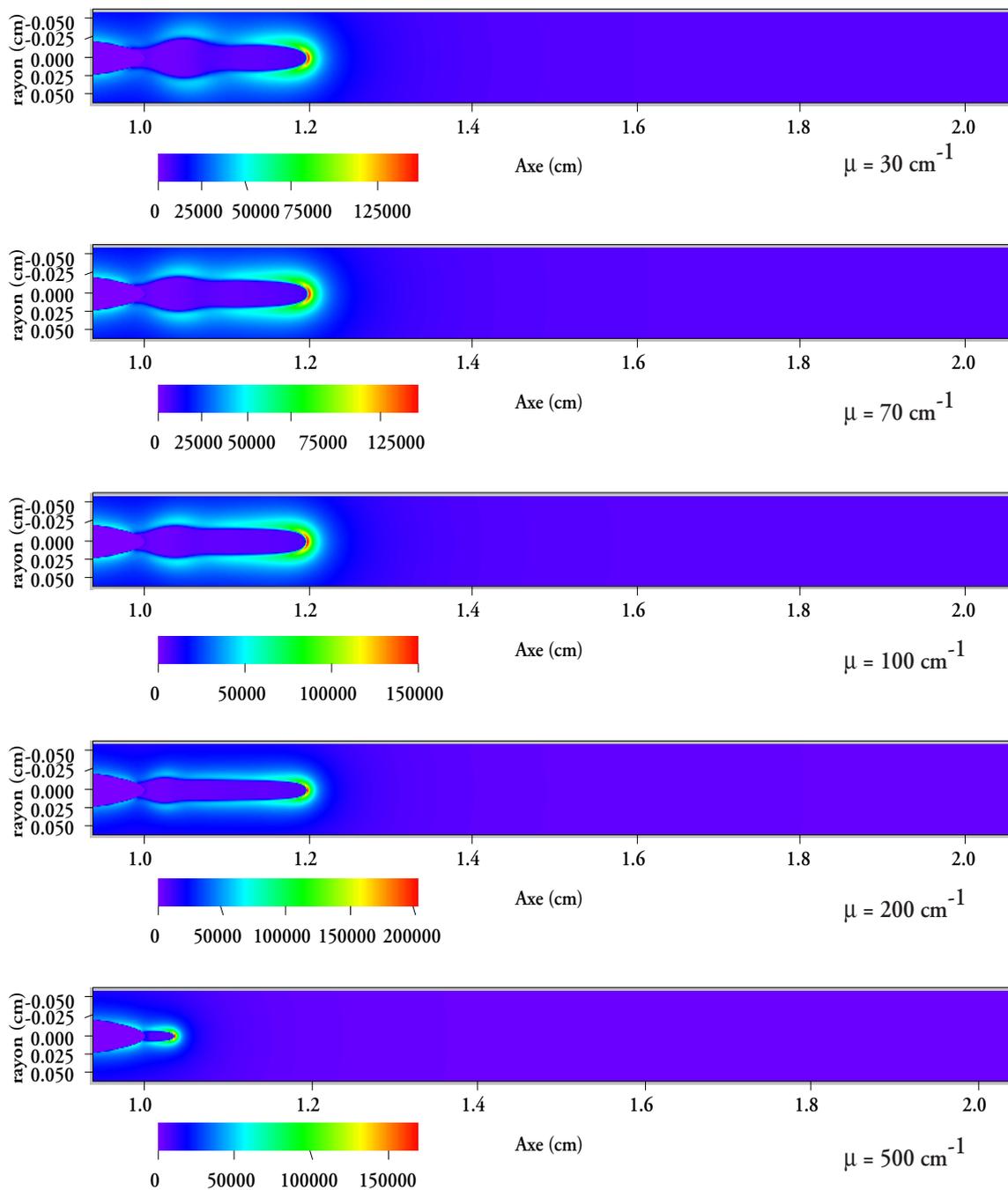


FIG. 6.31 – Champ électrique en fonction de l'absorption  $\mu$  à 12 ns

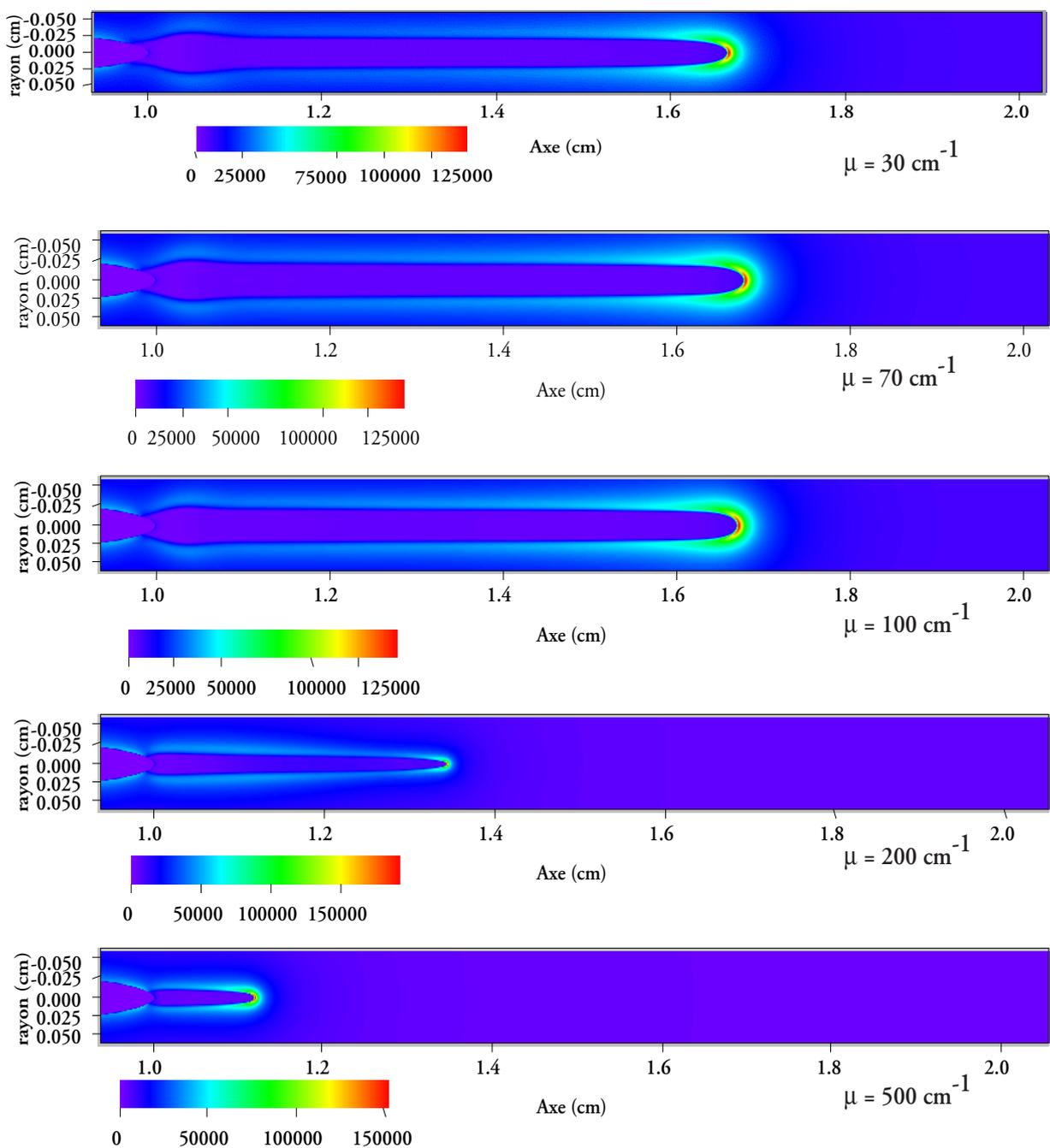


FIG. 6.32 – Champ électrique en fonction de l'absorption  $\mu$  à 42 ns

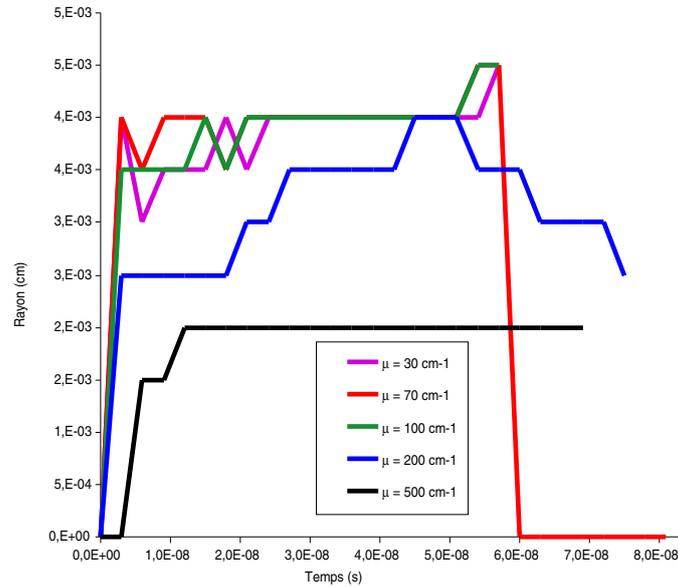


FIG. 6.33 – Évolution du rayon en fonction du coefficient d'absorption des photons

de plus en plus concentrés sur l'axe au fur et à mesure de l'augmentation du coefficient d'absorption. Pour  $\mu = 500\text{cm}^{-1}$ , on se retrouve dans un cas similaire au cas traité précédemment avec un faible nombre de photoélectrons. La densité de photons est très concentrée sur l'axe et ne permet pas de créer un nombre suffisant d'ionisations pour entretenir la charge d'espace. Le streamer s'arrête à l'intérieur de l'espace interélectrode sans atteindre la cathode.

Il a été introduit précédemment des figures montrant l'évolution de l'énergie potentielle. Les mêmes courbes ont été réalisées pour les simulations portant sur l'absorption des photons. Nous retrouvons le même profil pour les simulations avec  $\mu$  variant entre  $30\text{cm}^{-1}$  et  $200\text{cm}^{-1}$ . L'énergie potentielle augmente jusqu'à l'arrivée du streamer sur la cathode, puis chute brusquement suite à la neutralisation du plasma. Pour  $\mu = 500\text{cm}^{-1}$ , l'énergie augmente puis diminue avant que le streamer n'atteigne la cathode. L'évolution de l'énergie potentielle semble un bon moyen de caractériser l'arrêt d'un streamer au sein de l'espace interélectrode.

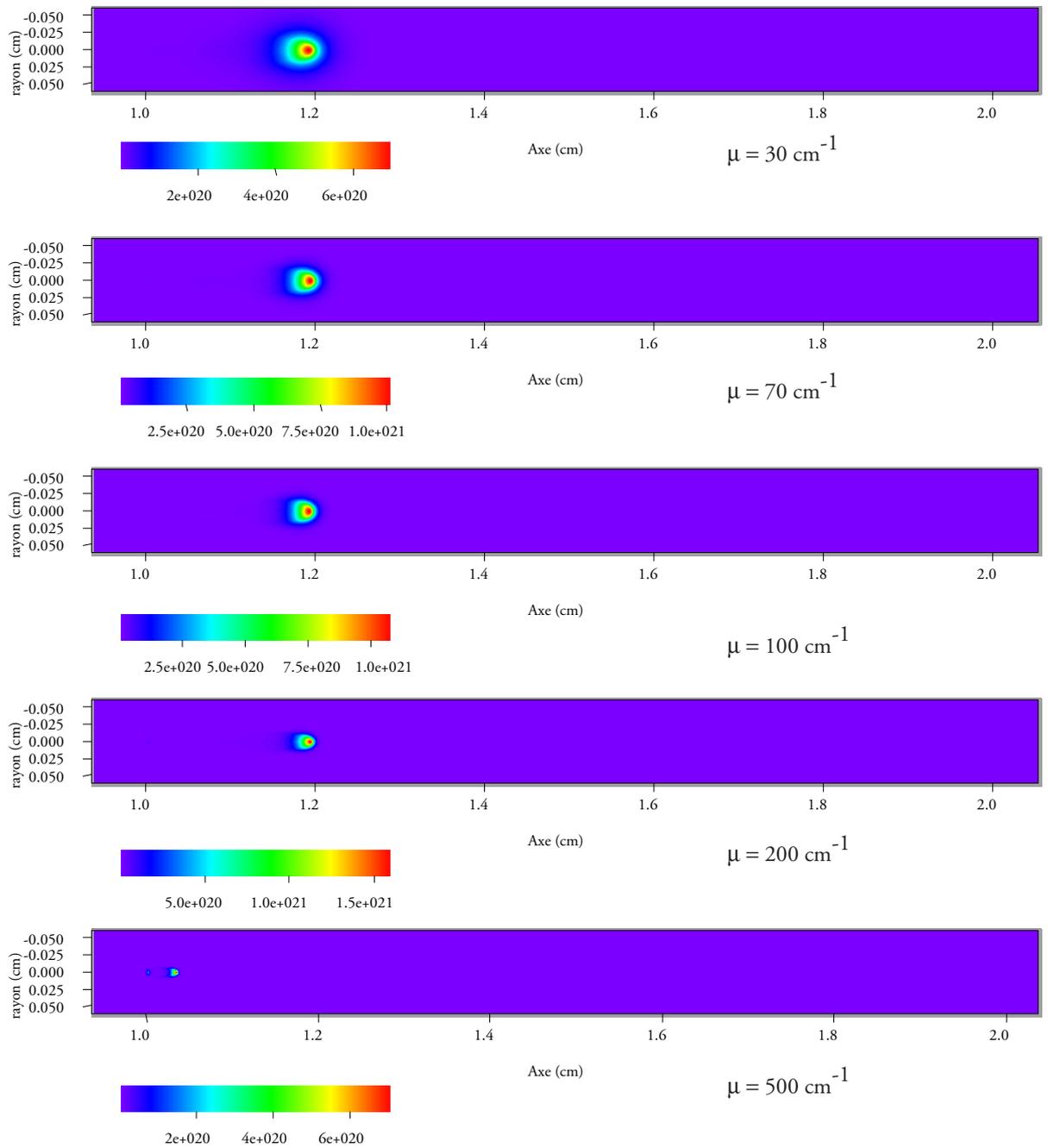


FIG. 6.34 – Densité des photons en fonction de l'absorption  $\mu$  à 12 ns

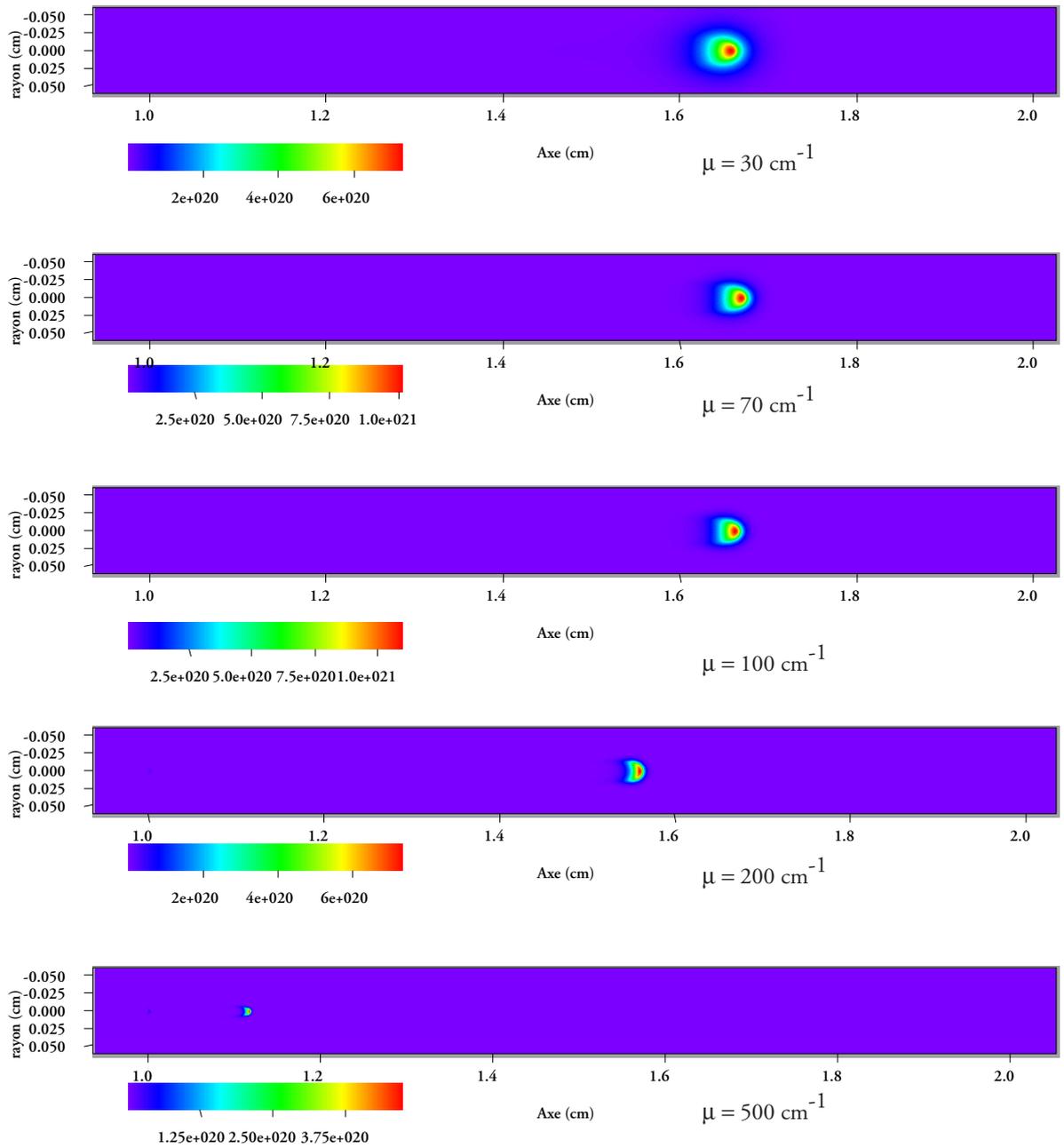


FIG. 6.35 – Densité des photons en fonction de l'absorption  $\mu$  à 42 ns

### 6.3.2 Rôle de l'effet photoélectrique

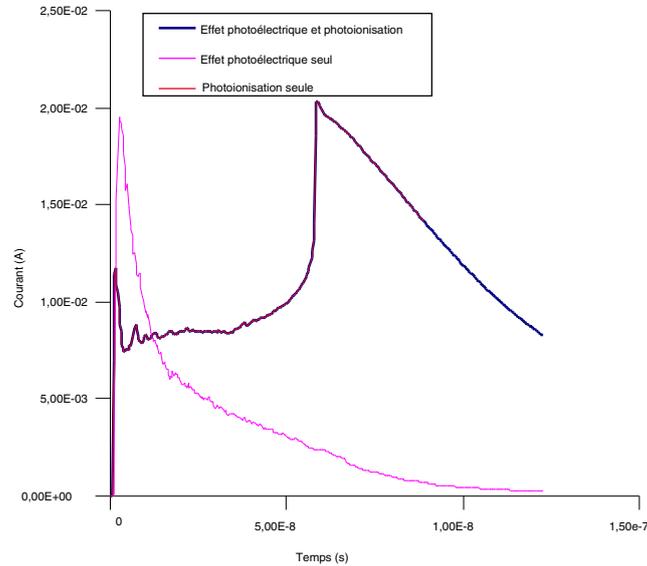


FIG. 6.36 – Rôle de l'effet photoélectrique dans l'évolution du courant de décharge

Nous nous sommes ensuite intéressés au rôle de l'effet photoélectrique dans la propagation du streamer. Les courbes de courant électrique sont représentés sur la figure (6.36). Une première simulation a été effectuée en incorporant le terme d'effet photoélectrique dans les équations. Les paramètres des photons utilisés pour simuler l'effet photoélectrique sont les mêmes que ceux utilisés pour la photoionisation. Les courants simulés avec et sans effet photoélectrique sont très similaires. Nous pouvons en déduire que l'effet photoélectrique avec ces paramètres ne joue pas un rôle important dans la modélisation de la propagation de la décharge.

Pour vérifier ce phénomène, le terme de photoionisation a été négligé, et n'a été pris en compte que l'effet photoélectrique. Nous retrouvons la même courbe que celle observée dans le cas d'une modélisation sans photons (6.21). L'effet photoélectrique seul n'est pas capable d'engendrer la propagation du streamer.

## 6.4 Un possible processus nouveau de propagation du streamer : l'émission stimulée

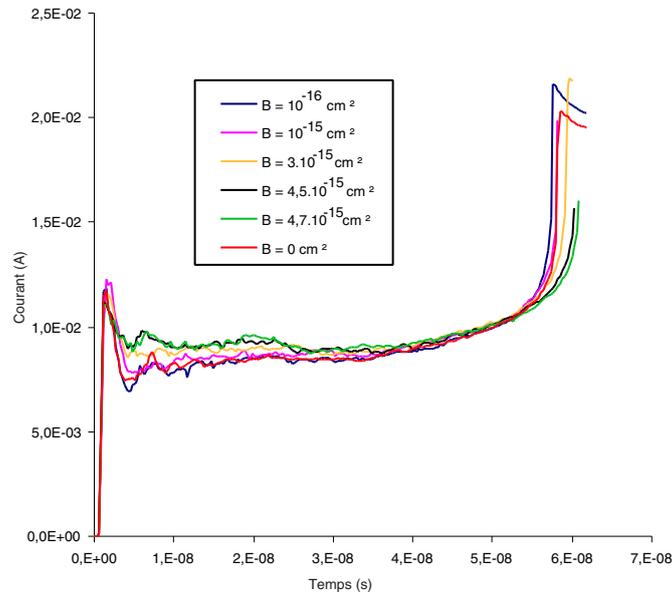


FIG. 6.37 – Évolution du courant en fonction de l'émission induite

Une des questions centrales qui détermine la réactivité physico-chimique engendrée par la décharge de streamer est de connaître la surface de la section droite du filament de décharge, c'est-à-dire le rayon du canal plasma. En effet, de lui dépend la densité de courant électronique et donc l'intensité de la réactivité chimique dans le gaz. Si cette réactivité était une fonction linéaire de la densité de courant, la question aurait moins d'importance. Mais, à la pression atmosphérique, cas traité ici, les réactions à trois corps dominent, si bien qu'une densité de courant mal évaluée peut conduire à une réactivité chimique inexacte.

Or, les valeurs trouvées pour le rayon de la décharge par les programmes de simulations précédents sont tous plus importants que celui mesuré expérimentalement. Le programme de [18] trouvait un rayon simulé de  $50\mu m$  alors que le rayon expérimental est de l'ordre de 20 à  $30\mu m$  [4]. L'amélioration des techniques de résolutions numériques a déjà permis une nette réduction du rayon de ce canal. Toutefois il reste important face au rayon mesuré expérimentalement. L'idée a été alors d'explorer la possibilité d'un processus d'émission stimulée à l'intérieur même du front de streamer. Un tel processus, non seulement définirait une nouvelle base d'explica-

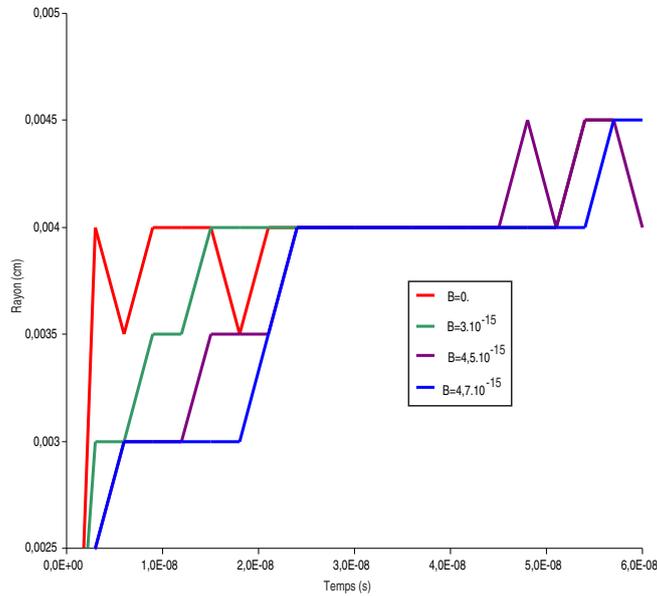


FIG. 6.38 – Évolution du rayon en fonction de l'émission induite

tion du streamer mais aurait pour effet de concentrer les photons sur l'axe de la décharge, et donc de diminuer l'extension radiale de la formation du canal filamentaire de plasma. Rappelons en effet qu'un photon, issu de la désexcitation d'une molécule passant d'un état A à un état B, peut forcer une autre molécule dans l'état A à passer vers B par collision avec elle, tout en provoquant la création d'un photon de même fréquence et de même direction que ce photon incident. C'est l'émission induite ou l'émission stimulée.

Le chapitre 4 a déjà jeté les bases de l'émission induite. Il s'agit de la prise en compte explicite du coefficient d'émission induite  $B_\nu$ . Dans le chapitre 4.3 sont indiquées les relations existantes avec les autres coefficients, et nous en avons déduit une valeur de  $B_\nu$ .

La densité des photons est donc par effet d'émission induite augmentée. Cette augmentation est d'autant plus grande que la densité des photons "initiale" est grande. L'émission induite renforce la non uniformité spatiale de la densité des photons. Dans notre cas, la densité des photons est maximale sur l'axe, l'effet de l'émission induite est donc de renforcer ce maximum. La densité de photons se concentre sur l'axe. Comme nous l'avons vu précédemment, la photoionisation est le mécanisme secondaire principal de création d'électrons en amont de la charge d'espace. Ces électrons seront créés en priorité sur l'axe de la décharge et les avalanches induites seront elles aussi concentrées sur l'axe. L'effet final escompté de la prise en compte

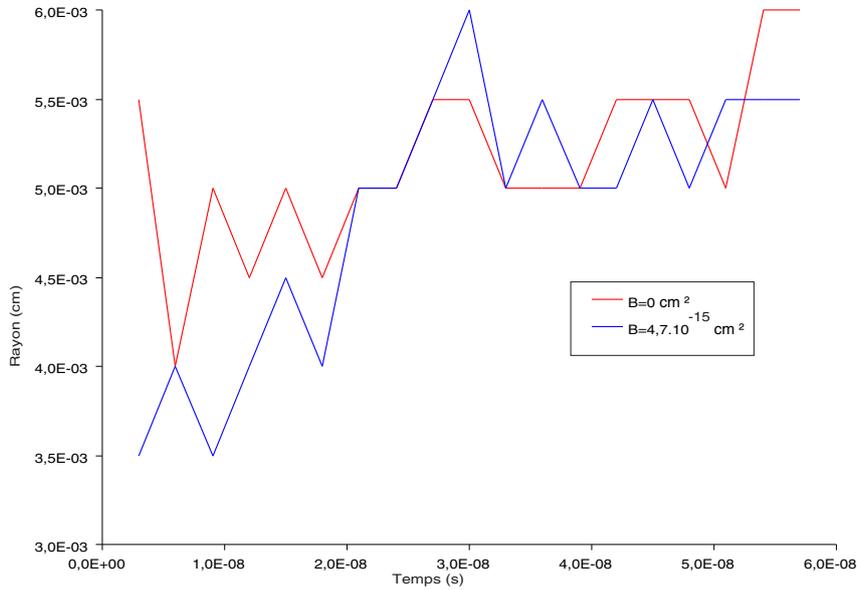


FIG. 6.39 – Évolution du rayon calculé par rapport à la densité nette de charge en fonction de l'émission induite

de l'émission induite dans le calcul de la densité des photons sera donc de réduire le canal du dard.

La prise en compte de l'émission induite pose par contre des problèmes de résolution. En effet, la principale hypothèse de la méthode d'Eddington est d'avoir une densité des photons pas trop inhomogène. Or, l'émission induite tend à renforcer les inhomogénéités. La méthode numérique pour résoudre l'équation 5.49 est itérative, nous pouvons nous attendre à avoir des défauts de convergence lors de la résolution pour des coefficients  $B$  de l'émission induite trop importants.

Dans la section 4.3, il a été calculé comme valeur approchée du coefficient de l'émission induite  $10^{-16} \text{ cm}^2$ . Pour valider cette valeur, nous avons effectué plusieurs simulations en échelonnant le coefficient de l'émission induite entre  $10^{-16} \text{ cm}^2$  et  $4,7 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$ . Au delà de cette valeur, la procédure calculant la densité de photons ne converge plus.

Sur la figure (6.37), est portée l'évolution du courant de décharge en fonction de l'émission induite. Les valeurs prises pour le coefficient ne semblent pas modifier le comportement de la décharge pour ce qui est du courant induit. La vitesse du streamer est sensiblement égale elle aussi pour toutes ces simulations.

L'intérêt du calcul de l'émission induite dans la détermination de la den-

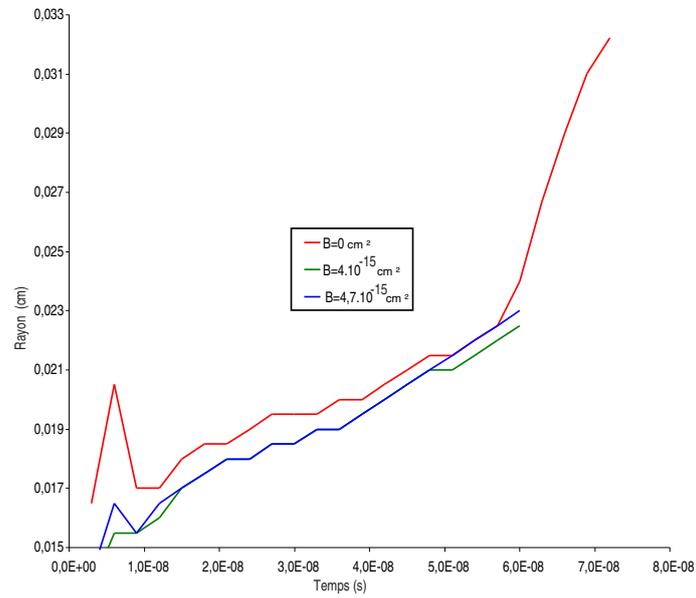


FIG. 6.40 – Évolution du rayon calculé par rapport à la densité nette de charge dans le canal en fonction de l'émission induite

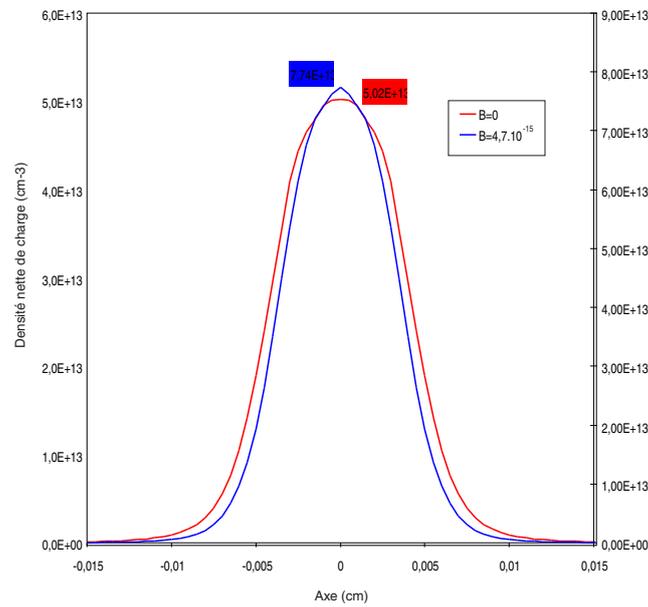


FIG. 6.41 – Rayon de la densité nette de charge à 12ns den fonction de l'émission induite

sité de photon est de réduire le rayon du streamer. Les valeurs courantes pour le rayon trouvées expérimentalement dans la littérature sont de l'ordre de  $20\mu m$  à  $30\mu m$ . Il se pose bien sûr le problème de la mesure de ce rayon. Le calcul est basé sur la densité des électrons en tête du streamer. Le rayon est déterminé par la largeur à mi-hauteur de la gaussienne électronique à l'endroit où le champ est maximum. L'évolution du rayon est indiquée sur la figure (6.38) pour les diverses valeurs du coefficient. Le nombre de simulations portées sur la figure est limité pour des raisons de clarté. Pour un coefficient  $B$  égal à  $10^{-16}cm^2$ , on ne remarque aucune différence avec le cas standard, c'est pourquoi ce coefficient a été testé jusqu'à une valeur de  $4,7 \cdot 10^{-15}cm^2$ . Au delà comme précisé auparavant, la procédure chargée de calculer la densité des photons ne converge plus. Au fur et à mesure de l'augmentation du coefficient d'émission induite, le rayon du streamer en tête de dard diminue. Ceci n'est vrai uniquement que pendant le début de la propagation du streamer. Pour un coefficient  $B$  de  $4,7 \cdot 10^{-15}cm^2$  le rayon du dard est égal à  $30\mu m$  pendant un temps de  $20ns$ . Cette valeur est compatible avec les mesures expérimentales effectuées par Marode et Bastien [4].

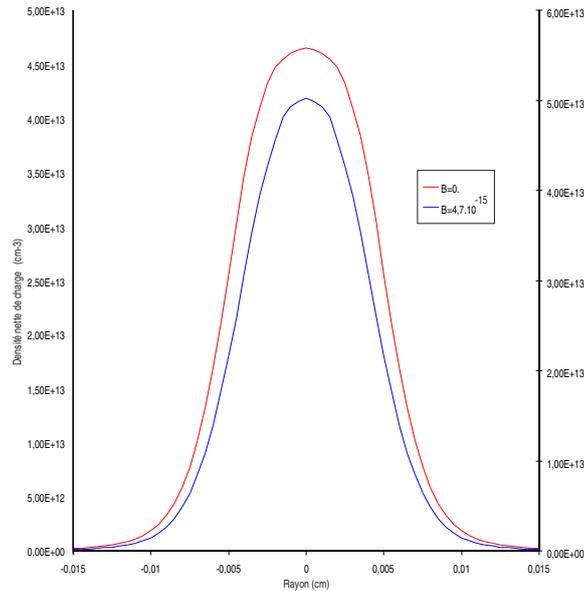


FIG. 6.42 – Rayon de la densité nette de charge à  $42ns$  en fonction de l'émission induite

Sur la figure (6.39) est représentée l'évolution du rayon calculé cette fois-ci par rapport à la largeur de la gaussienne de densité nette de charge en tête de streamer. Nous n'avons indiqué que les cas sans émission induite et le

cas avec une coefficient égal à  $4,7 \cdot 10^{-15} \text{cm}^2$ . Pour cette simulation, le rayon est presque toujours inférieur au cas standard montrant bien l'efficacité de la prise en compte de l'émission induite pour la modélisation du streamer.

De la même manière sur la figure (6.40), est indiquée la largeur du canal conducteur au milieu du streamer. Celui-ci est calculé par rapport à la largeur du canal formé par la densité nette de charge. Les cas où l'émission induite est prise en compte simule un rayon du canal inférieur au cas standard.

Les figures (6.41) et (6.42), représentent sur un rayon la gaussienne de densité nette de charge pour les cas avec et sans émission induite aux temps  $12ns$  et  $42ns$ . Nous remarquons encore cette fois-ci une réduction de la largeur du streamer lorsque nous tenons compte de l'émission induite dans nos simulations.

Ces résultats sont en très bon accord tout du moins au début de la simulation avec les résultats expérimentaux et montre bien la complexité et la nécessité de prendre en compte les phénomènes d'émissions induite pour la modélisation du streamer.

## 6.5 Propagation du streamer en fonction de la tension appliquée, transfert d'énergie dans la décharge

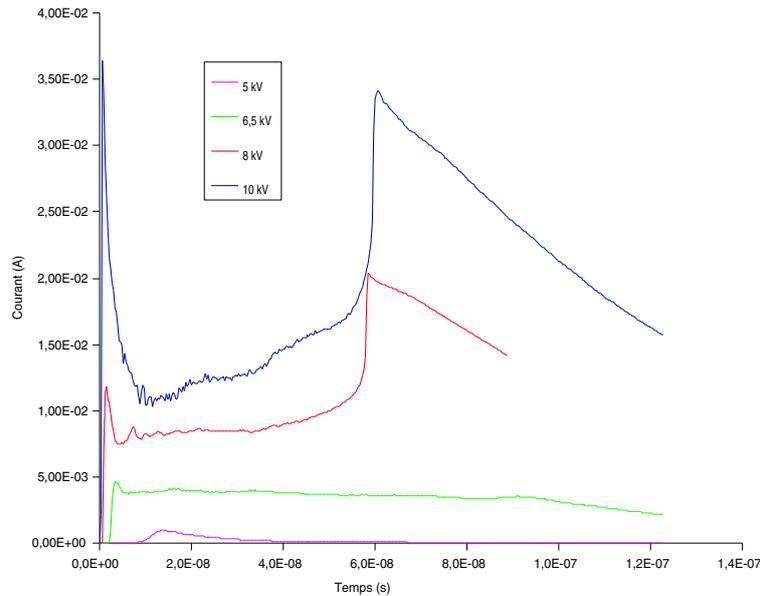


FIG. 6.43 – Rôle du potentiel appliqué dans l'évolution du courant de décharge

Dans cette partie, nous nous intéressons au potentiel appliqué à la pointe. Les mêmes conditions que dans le cas standard sont appliquées, le potentiel variant de  $5kV$  à  $10kV$ . Les courbes des courants simulées sont représentées sur la figure 6.43.

La tension appliquée est responsable du champ géométrique électrique initial. Plus le potentiel est élevé, plus le champ électrique sera important. Pour des tensions appliquées de  $5$  et  $6,5kV$ , le streamer n'atteint pas le plan, les courbes de courant mauve et verte n'ont pas de second maximum. Pour un potentiel de  $5kV$ , nous observons un départ de streamer, mais qui s'arrête très tôt dans l'espace interélectrode (figures 6.44 et 6.45 qui représentent le champ électrique total à respectivement  $t = 12ns$  et  $t = 42ns$ ). Si l'on applique un potentiel de  $6,5kV$  à la pointe, nous nous trouvons dans le même type de situation : le streamer se développe, mais ne se propage pas jusqu'à la cathode. Le champ électrique généré par la différence de potentiel entre les deux électrodes est insuffisant pour entretenir la décharge. À partir

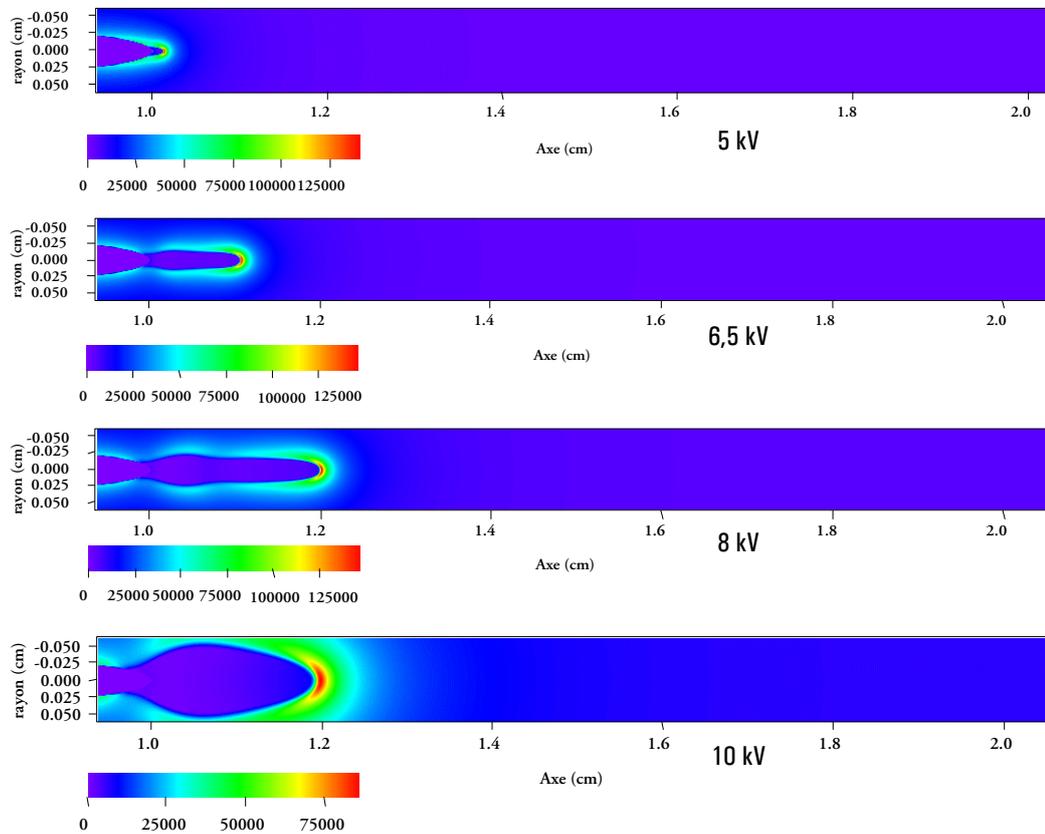


FIG. 6.44 – Champ électrique en fonction du potentiel appliqué à 12ns

de  $7kV$  (courbe non représentée sur la figure), le streamer se développe et atteint la cathode, comme l'atteste le second maximum sur la courbe de courant. Étudions plus en détail les conséquences de la variation de la tension appliquée sur le développement du streamer.

Le mécanisme du streamer est basé sur la propagation dans l'espace interélectrode du champ électrique qui est maximum à la pointe lors de l'initialisation de la décharge. À partir de cette valeur initiale le champ électrique subit des variations dues uniquement à l'effet de la charge d'espace. En quelque sorte, la pointe est projetée dans l'espace interélectrode. Du point de vue énergétique, l'application de la tension fournit une énergie, celle-ci sert à créer et développer la charge d'espace, où elle est stockée sous forme d'énergie potentielle.

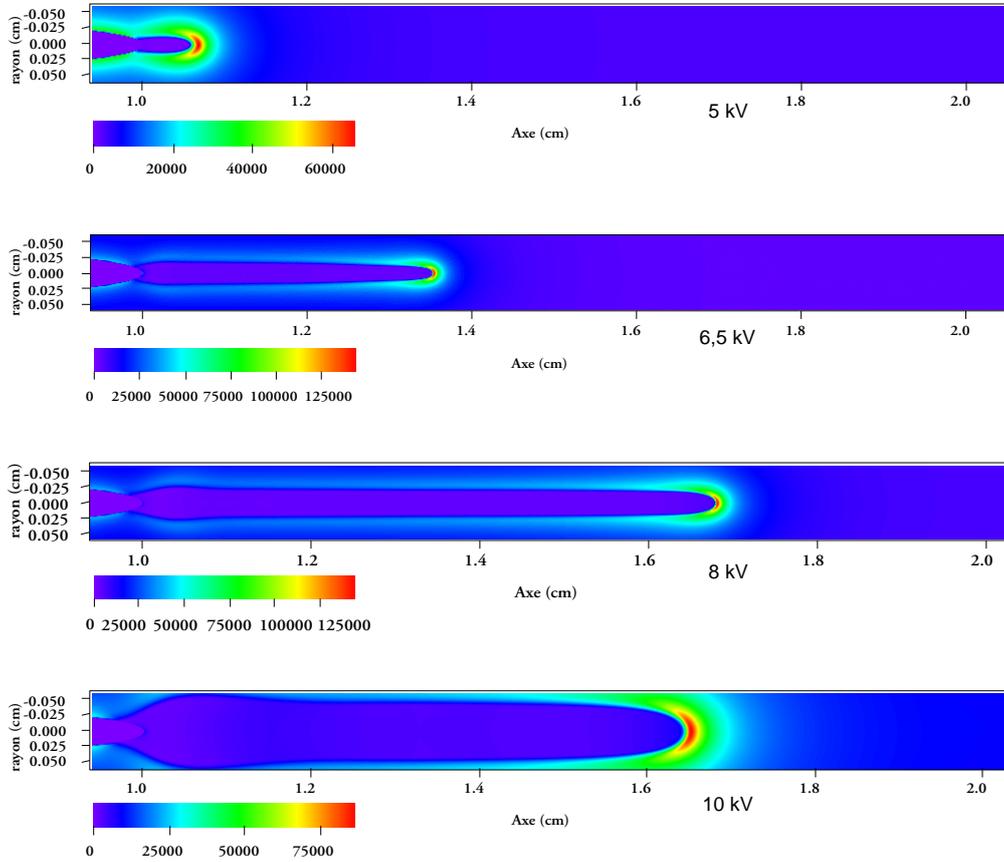


FIG. 6.45 – Champ électrique en fonction du potentiel appliqué à 42 ns

L'énergie potentielle du système est calculée par la formule :

$$E_p = \int_{V_{o1}} \rho V dV_{o1} \quad (6.12)$$

Sur la figure 6.46 sont représentées les courbes d'évolution de l'énergie potentielle pour les divers cas traités. Au départ de la simulation, l'énergie potentielle est nulle : il n'y a pas de particules chargées en dehors de l'électron initial. La courbe suit ensuite une progression jusqu'à un maximum – qui correspond à l'arrivée de la décharge au plan pour les streamers propagés (au dessus de  $7kV$ ) – et chute ensuite brusquement pour enfin se stabiliser. Une analyse rapide de l'équation 6.12 montre que la formation de la charge d'es-

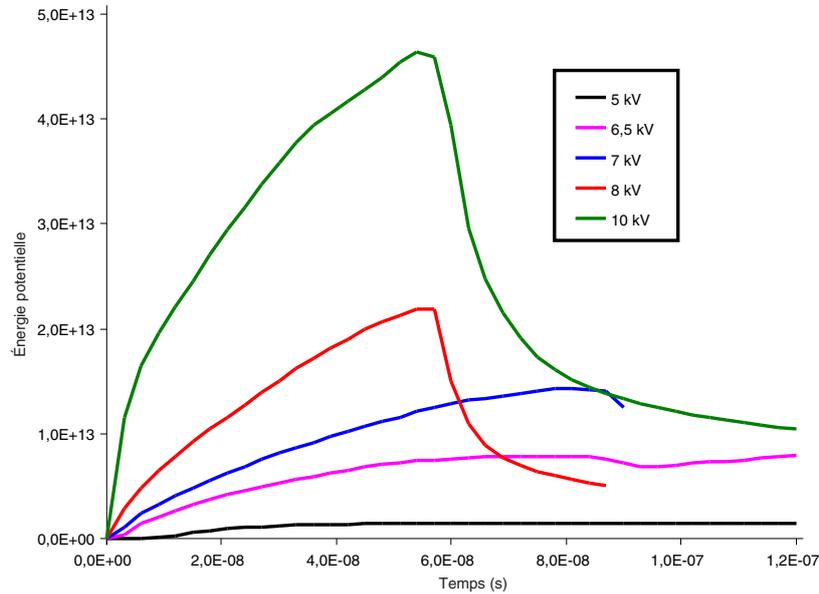


FIG. 6.46 – Évolution de l'énergie potentielle en fonction de la tension appliquée

pace puis sa propagation est responsable de l'augmentation d'énergie potentielle. Cette croissance n'est possible (en terme de conservation de l'énergie totale) que si l'on continue à fournir une énergie au système, c'est-à-dire si l'on maintient la tension appliquée à la pointe (seule source d'énergie fournie). Dans ce cas, des électrons sont absorbés par la pointe (anode), ils disparaissent donc du système et la densité nette de charge (au départ égale à un électron) augmente ainsi que l'énergie potentielle : le transfert d'énergie entre la pointe et le gaz se fait par l'absorption des électrons.

La décroissance observée sur l'ensemble des courbes est due à des facteurs différents, suivant que le streamer atteint le plan ou s'arrête au sein de l'espace interélectrode. Dans le cas où il y a propagation jusqu'à la cathode, les ions sont absorbés par le plan et par effet gamma-ionique des électrons sont extraits, on assiste alors à une diminution de la densité nette de charge totale par neutralisation. L'énergie potentielle étant fonction de cette densité, elle diminue de la même manière (le potentiel du gaz diminue lui aussi comme on a pu le constater dans la section précédente sur la figure 6.14). Lorsque le streamer ne se propage pas jusqu'au plan, la chute de l'énergie potentielle est due cette fois-ci au non renouvellement de la charge d'espace. Dans les simulations traitées dans les sections précédentes, ce phénomène était dû à une création insuffisante d'électrons (par exemple par nombre insuffisant de

photo-électrons). Dans le cas présent, le streamer s'arrête pour des potentiels appliqués trop faibles, l'énergie fournie au système est insuffisante : d'une part l'énergie stockée dans la charge d'espace est trop faible ; et de plus lors de la propagation le champ électrique total au voisinage de la pointe résultant du champ géométrique et du champ de charge d'espace est insuffisant pour absorber des électrons, la charge totale dans le système n'augmente pas et il n'y a pas de transfert d'énergie entre la pointe et le gaz.

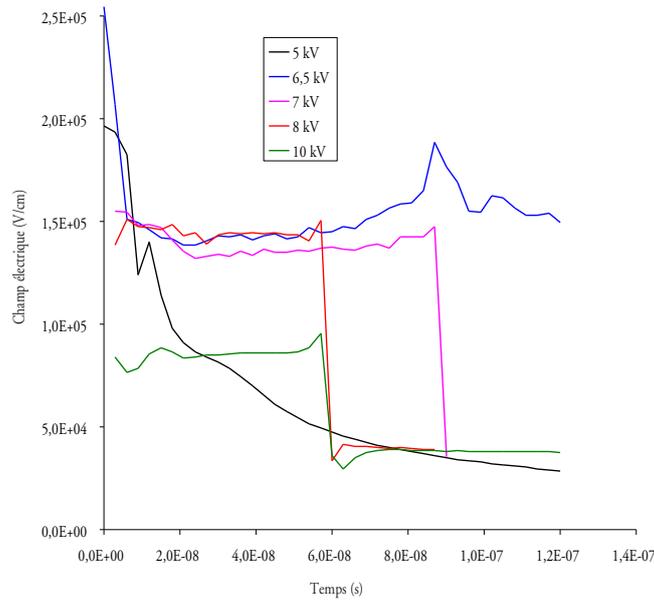


FIG. 6.47 – Évolution de la valeur maximale du champ électrique sur l'axe en fonction du potentiel appliqué

Étudions maintenant plus en détail les simulations réalisées. La figure (6.47) représente l'évolution de la valeur maximale sur l'axe du champ électrique pour des potentiels appliqués variant de  $5kV$  à  $10kV$ . Dès l'initialisation de la décharge, le champ électrique est d'autant plus grand que la tension appliquée est importante.

Pour  $5kV$ , le champ électrique maximum diminue rapidement et le streamer ne se développe pas. Le courant de décharge (6.43) est beaucoup plus faible que dans les simulations à forte tension appliquée. La figure (6.48) reprend le profil du courant sur une échelle plus représentative pour une tension de  $5kV$ . Le courant atteint un maximum rapidement ( $t = 20ns$  et  $I_{max} = 0,0088A$ ) puis diminue rapidement pour se stabiliser à une valeur proche de  $20\mu A$ . La figure (6.49), représente le champ électrique, la densité nette de charge et la densité de photons à  $120ns$ , nous voyons apparaître la

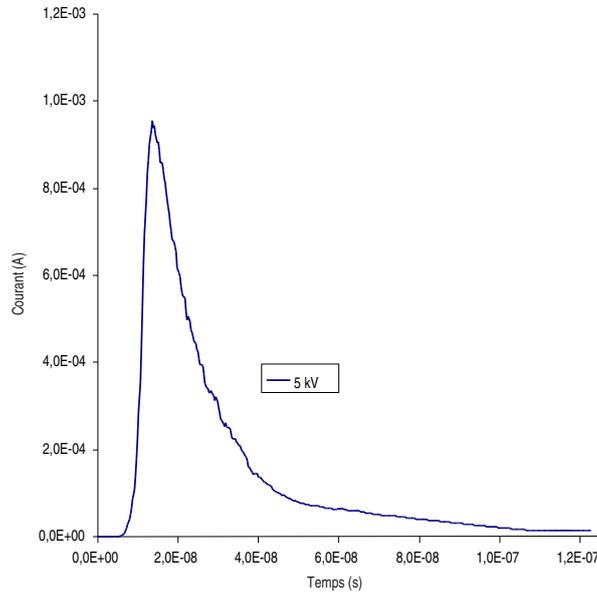


FIG. 6.48 – Évolution du courant électrique pour une tension appliquée de  $5kV$

formation d'une zone de charge d'espace très localisée autour de la pointe. Le champ électrique résultant du potentiel appliqué et de la charge d'espace est lui aussi centré sur la pointe de même que les photons émis par les particules excitées du milieu. Ces phénomènes sont caractéristiques des décharges de type glow.

Pour une tension appliquée de  $6,5kV$ , la valeur maximale du champ électrique suit la même courbe que pour des potentiels appliqués plus grands. Comme nous l'avons vu sur les figures (6.44 et 6.45), le streamer n'atteint pas la cathode pour une telle tension, c'est pourquoi nous n'observons pas la chute de cette courbe commune aux simulations présentant une tension plus élevée. Cette décroissance rapide du champ, rappelons le, est expliquée par l'extraction d'électrons à la cathode par les ions positifs. Ces électrons neutralisent la charge d'espace ce qui a pour effet de diminuer le champ électrique. Par ailleurs la courbe de l'énergie potentielle électrique sur l'ensemble du domaine a le même profil que dans les cas de tensions plus élevées. La croissance de l'énergie est expliquée de la même manière qu'auparavant, mais la diminution n'est pas due cette fois-ci à l'extraction des électrons à la cathode par effet gamma-ionique, puisque le streamer ne se développe pas jusqu'à celle-ci. Le champ électrique initial induit par la différence de potentiel entre les deux électrodes est plus faible, la formation de la charge d'espace

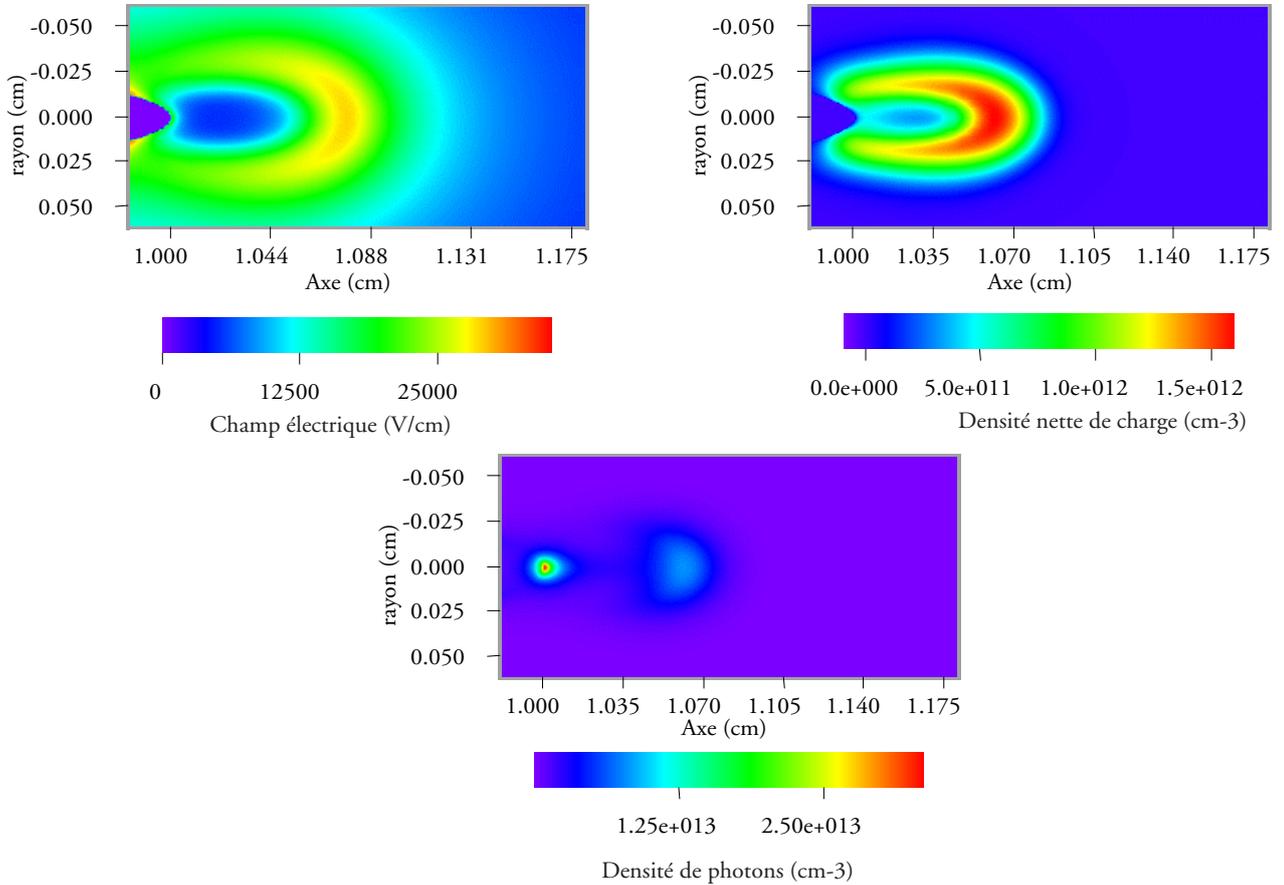


FIG. 6.49 – Champ électrique, densité nette de charge, densité des photons pour une tension appliquée de  $5kV$  à  $120ns$

est retardée comme le montre la diminution plus lente de la valeur maximale du champ électrique (6.47). La charge d'espace induit après sa formation un champ électrique avec une valeur maximale du même ordre de grandeur que pour une configuration à plus fort potentiel appliqué. L'énergie potentielle sur l'ensemble du domaine, est par contre plus faible, les phénomènes de photoionisation et d'avalanches électroniques sont localisées sur l'axe, produisant une charge d'espace de plus en plus réduite en taille. La zone active diminue elle aussi jusqu'à ce que la charge d'espace ne s'auto-entretienne plus. L'énergie potentielle diminue alors que la valeur maximale du champ électrique reste sensiblement inchangée. Le rayon du streamer décroît, et le champ s'amenuise sur les bords : les photo-électrons secondaires ne sont plus

créés dans la zone active. Le streamer n'est plus capable de s'auto-entretenir, sa vitesse s'annule et nous observons le phénomène de streamer avorté. Ce phénomène est due comme précisé auparavant par la faible quantité d'énergie donnée au gaz à l'initialisation de la tension et par le fait que le champ total à la pointe est insuffisant pour absorber en nombre suffisant des électrons afin d'augmenter la densité nette globale dans l'espace interélectrode.

La simulation d'une décharge déclenchée par l'application d'une tension de  $10kV$  à la pointe est très intéressante pour la compréhension des mécanismes de propagation du streamer. En effet, si nous regardons les vitesses de propagation des streamers induits par des potentiels de  $7kV$  et  $8kV$ , nous pourrions nous attendre à une vitesse plus grande dans le cas à  $10kV$ , ce qui n'est pas le cas comme nous le montre le profil du courant sur la figure 6.43 (nous discuterons plus en détail ce phénomène dans la section 6.8 où nous introduirons une pointe conique). Par ailleurs, le rayon du canal formé par le streamer est beaucoup plus important et le courant électrique prend des valeurs plus grandes. Pour tenter d'expliquer ces phénomènes, nous allons étudier plus en détail la formation et la propagation du dard dans cette simulation.

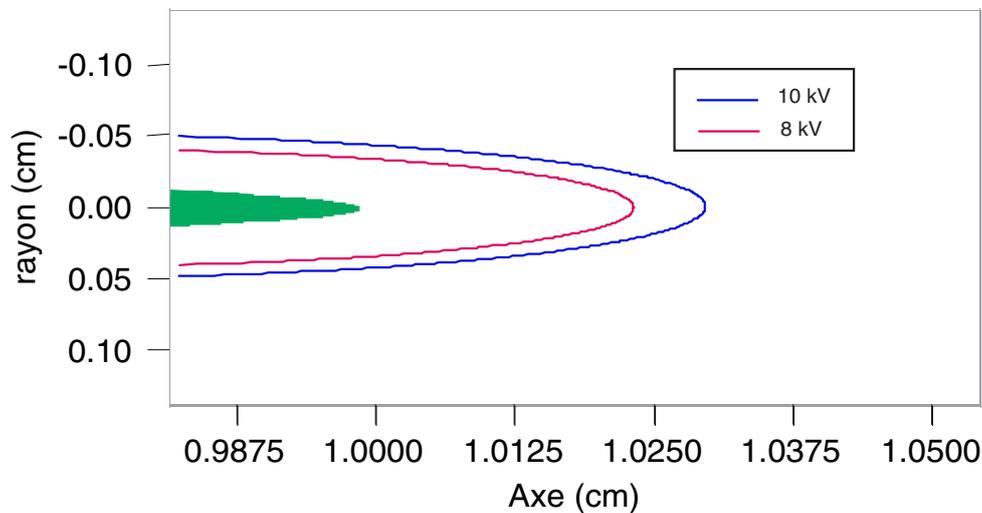


FIG. 6.50 – Ligne d'équichamp à  $34kV/cm$  pour des tensions de  $8kV$  et  $10kV$

Le fort courant trouvé lors de cette simulation est expliqué simplement en regardant les figures du champ électrique à  $42ns$  : le rayon du canal étant plus important, il véhicule un plus grand nombre de charges électriques au voisinage de la pointe. Reste à déterminer les causes d'un tel élargissement : lors de

l'initialisation de la décharge, le potentiel appliqué crée un champ électrique localisé sur la pointe, ce champ prend des valeurs d'autant plus grande que le potentiel appliqué est important. La zone active s'élargie, comme précisé sur la figure 6.50 qui montre les lignes d'équi-champ à  $34kV/cm$  pour des tensions de  $8kV$  et  $10kV$ . Des électrons créés par photoionisation en dehors de celle-ci pour  $8kV$ , se retrouvent à l'intérieur pour  $10kV$  et peuvent jouer un rôle dans l'évolution du streamer. Ces électrons sont situés d'une part en face de la pointe, mais aussi sur ses côtés. La décharge subit alors une expansion radiale qui restera constante tout au long de la propagation. De plus, le champ électrique maximum (6.47) très important lors de l'initialisation de la simulation, chute brusquement devenant largement inférieur au cas standard. Pour expliquer ce phénomène, revenons aux principes de bases de la propagation du dard. En ouverture de section, nous avons expliqué le mécanisme de streamer comme la propulsion à l'intérieur de l'espace interélectrode du champ électrique géométrique. Si nous comparons les courbes représentant l'énergie potentielle (6.46), nous nous apercevons que pour un potentiel appliqué de  $10kV$  la courbe est toujours supérieure aux autres. Les figures (6.47) et (6.45) nous indiquent par ailleurs que le champ en tête du streamer est nettement inférieur lors de cette simulation. Le champ électrique est déterminé par le gradient de la densité nette de charge, celle-ci est plus importante dans la simulation à  $10kV$  mais sa répartition est plus lisse induisant des valeurs de champ plus faible. Le rôle du champ électrique dans une décharge de type streamer est de deux types : d'une part entretenir la propagation du streamer et d'autre part de maintenir la cohésion radiale du canal formé en arrière du dard. Dans des configurations à fort potentiel appliqué (et pour une pointe parabolique, comme le précisera la section 6.8), le champ électrique est distribué sur un plus large rayon en tête du streamer. Le champ électrique est dépensé sur les bords du streamer, il est alors plus faible en tête. Cette faible valeur implique que le mécanisme de propagation est plus lent : les électrons subissent une accélération réduite et les avalanches produites sont plus lentes à être absorbées, découvrant la charge d'espace sur un temps plus long. Le nombre de charges électriques ayant un rôle dans la propagation du streamer est plus important, mais les phénomènes sont plus lents, ce qui explique les temps de propagations jusqu'à la cathode sensiblement identiques entre les cas à  $8kV$  et  $10kV$ .

Dans cette section, les domaines de tensions appliquées qui déterminent les types de décharges ont été caractérisés et la comparaison des résultats de notre modèle avec les expériences montre un bon accord.

## 6.6 Rayon de courbure de la pointe

L'étude des seuils en tension de déclenchement des streamer en fonction des rayons de courbure de la pointe est un problème intéressant pour la validation de notre modèle ainsi que pour des études industrielles sur le démarrage de la combustion par décharge électrique. C'est pour cette raison que nous avons effectué des simulations avec des rayons de courbure variant de  $24\mu\text{m}$  à  $72\mu\text{m}$  et des tensions s'étalonnant entre  $4\text{kV}$  et  $18\text{kV}$ .

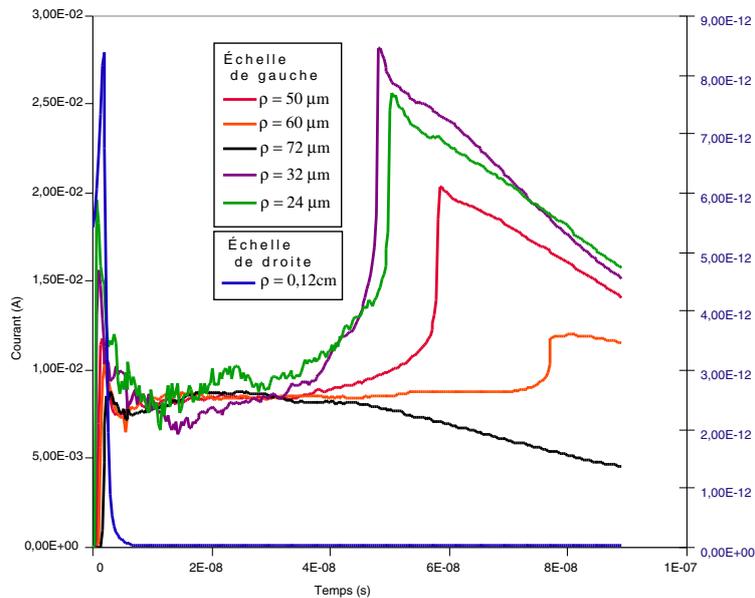


FIG. 6.51 – Évolution du courant pour un potentiel de  $8\text{kV}$  et divers rayons de courbure

Commençons par présenter les simulations avec une tension de  $8\text{kV}$  pour différents rayons de courbure de la pointe. Les courants simulés pour des rayons de courbure s'échelonnant entre  $24\mu\text{m}$  et  $0,12\text{cm}$  sont représentés sur la figure (6.51). Pour un même potentiel appliqué, augmenter le rayon de courbure a pour effet de diminuer le champ électrique induit par la pointe. Il est donc normal de constater un retard dans l'arrivée du streamer à la cathode pour un rayon de courbure de  $60\mu\text{m}$ . Pour  $72\mu\text{m}$ , le streamer se propage, mais n'atteint pas la cathode comme le montre la courbe de courant. À l'inverse la diminution du rayon de courbure entraîne une augmentation du champ électrique induit à la pointe. Ce champ électrique plus important permet une ionisation plus rapide du milieu et augmente la zone active de production. Les avalanches électroniques sont plus nombreuses et plus vigoureuses induisant

une vitesse de streamer plus rapide comme le montrent les courbes de courant pour des rayons de courbures de  $24\mu m$  et  $32\mu m$ .

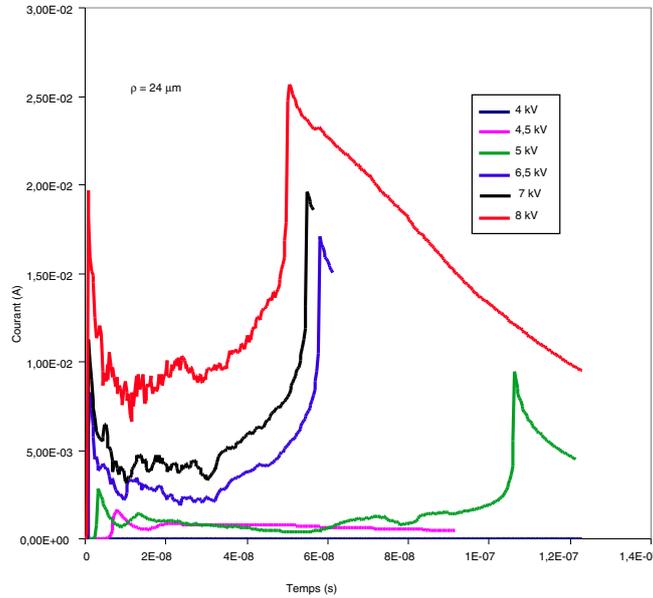


FIG. 6.52 – Évolution du courant pour un rayon de courbure de  $24\mu m$  et divers potentiels appliqués

Comme pour le cas standard, nous avons cherché la tension seuil de propagation des streamers pour les différents rayons de courbures utilisés. Les courants simulés avec une pointe de  $24\mu m$  à divers potentiels sont représentés sur la figure (6.52). Le seuil de propagation du streamer est cette fois-ci de l'ordre de  $5kV$  à comparer avec le cas à  $50\mu m$  où le seuil se situait à  $7kV$ . Comme pour le cas standard, plus le potentiel appliqué est important, plus le streamer atteint rapidement la cathode. Le champ électrique pour un tel rayon de courbure et divers potentiels appliqués sont représentés sur les figures (6.53) et (6.54) respectivement à  $12ns$  et  $42ns$ . Comme dans le chapitre portant sur l'étude du potentiel, nous constatons que le rayon du canal augmente avec la tension appliquée à la pointe.

Nous avons ensuite comparé sur la figure (6.55) les courbes de courant pour des tensions similaires ( $5kV$ ,  $6,5kV$  et  $8kV$ ) et des rayons de courbure de  $24\mu m$  et  $50\mu m$ . Les figures (6.56) et (6.57) comparent le cas standard avec des simulations avec des rayons de courbures respectifs de  $60\mu m$  et  $72\mu m$ . Sur toutes ces figures, on remarque à tension appliquée équivalente un courant plus important et une progression du streamer plus rapide vers la cathode. Ces résultats sont en concordance avec les explications apportées

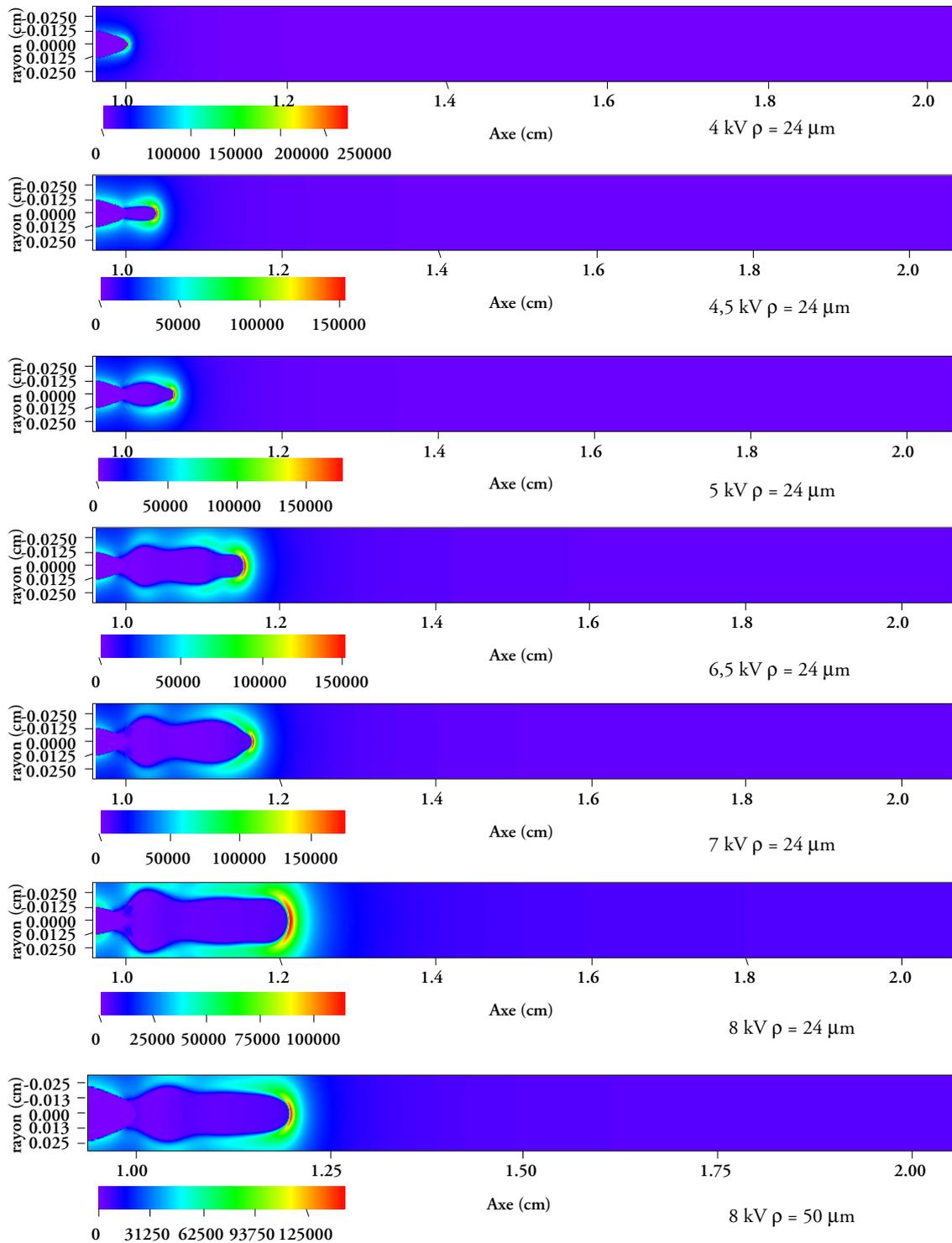


FIG. 6.53 – Valeur du champ électrique à 12 ns pour un rayon courbure de la pointe de  $24 \mu\text{m}$

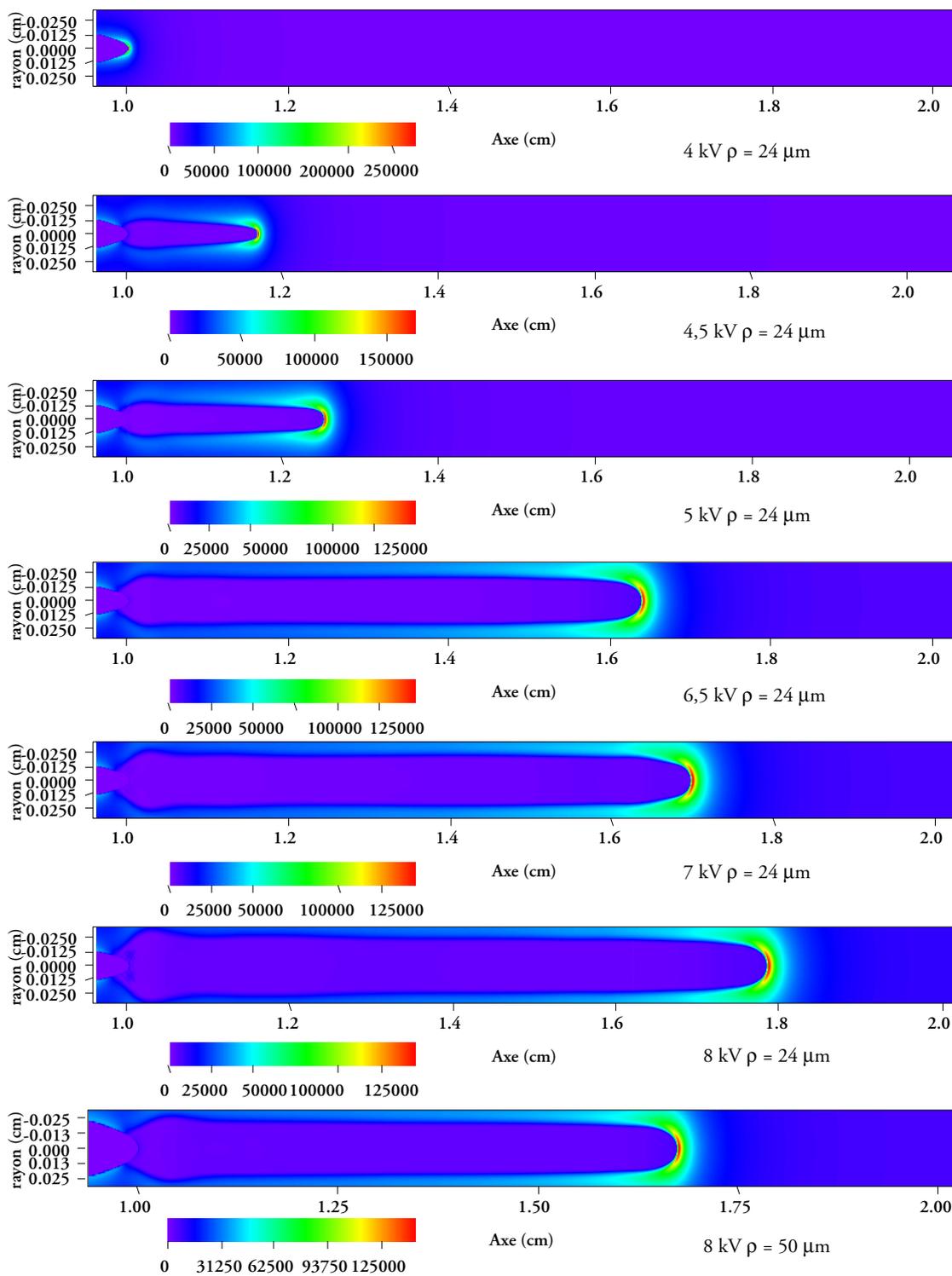


FIG. 6.54 – Valeur du champ électrique à 45 ns pour un rayon courbure de la pointe de  $24 \mu\text{m}$

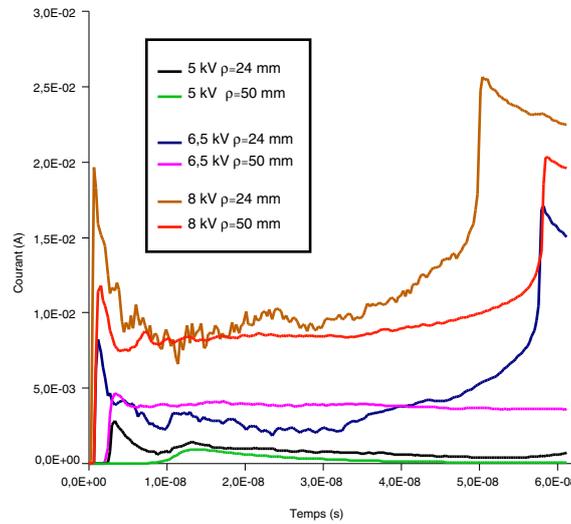


FIG. 6.55 – Évolution du courant électrique en fonction du potentiel appliqué et du rayon de courbure de la pointe

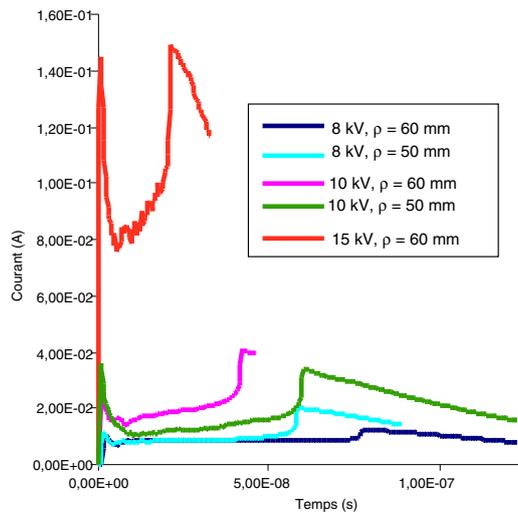


FIG. 6.56 – Évolution du courant électrique en fonction du potentiel appliqué pour un rayon courbure de la pointe de  $67 \mu m$

dans le chapitre (6.5) puisque la réduction du rayon de courbure entraîne une augmentation du champ géométrique induit à la pointe pour un même potentiel appliqué.

Sur la figure (6.58), est tracée la courbe de besoin en tension pour produire

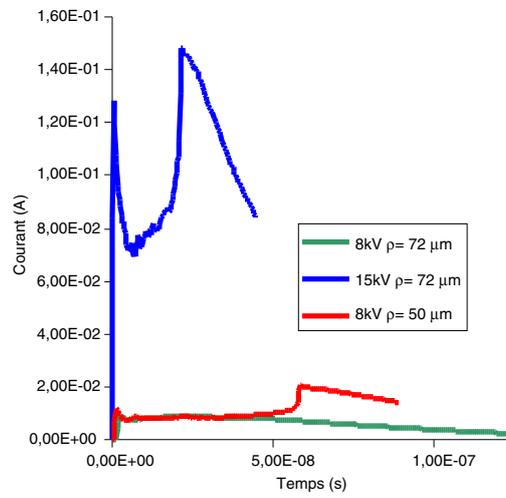


FIG. 6.57 – Évolution du courant électrique en fonction du potentiel appliqué pour un rayon courbure de la pointe de  $72 \mu m$

un streamer propagé jusqu'à la cathode suivant le rayon de courbure utilisé. Le besoin en tension croît donc de manière linéaire avec le rayon de courbure dans la plage étudié.

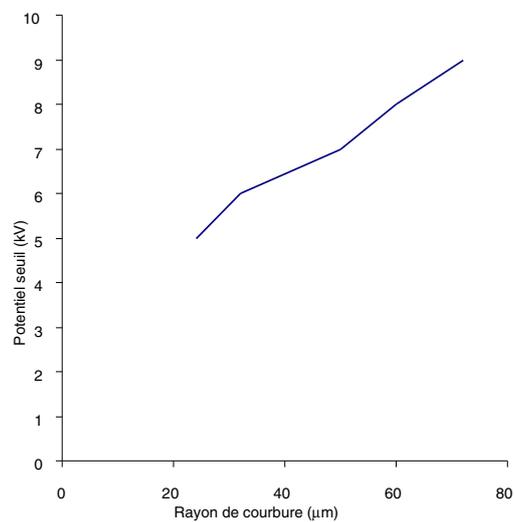


FIG. 6.58 – Évolution du courant électrique en fonction du potentiel appliqué pour un rayon courbure de la pointe de  $72 \mu m$

## 6.7 Pression du gaz

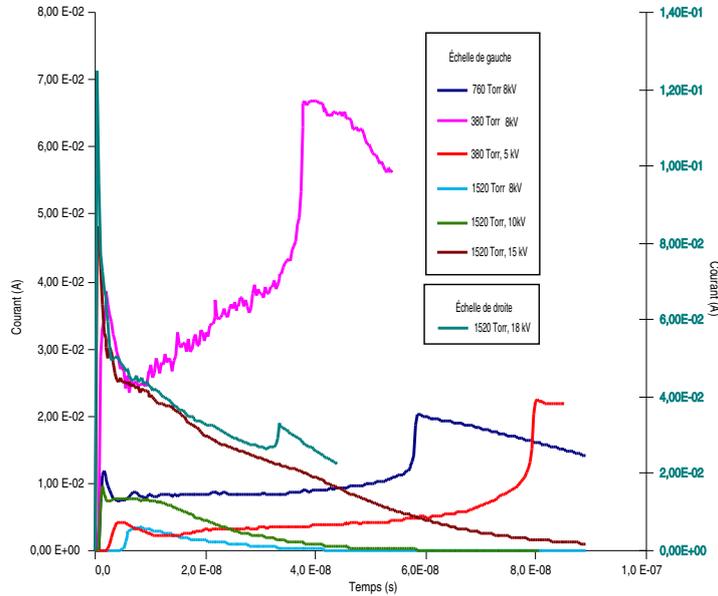


FIG. 6.59 – Évolution du courant de décharge en fonction de la pression du gaz

La pression du gaz intervient dans le calcul des paramètres de transport à travers le champ réduit  $E/N$ . En effet, la densité  $N$  du gaz est calculée à partir de la pression par l'équation des gaz parfaits :

$$PV = NRT \quad (6.13)$$

Où  $P$  est la pression,  $T$  la température,  $V$  le volume et  $R$  la constante des gaz parfaits.

Les paramètres fonction du champ réduit  $\frac{E}{N}$  seront donc aussi fonction du champ réduit en pression  $\frac{E}{P}$ . La figure (2.3) représente l'évolution du coefficient d'ionisation  $\frac{\alpha}{P}$  en fonction du champ réduit  $\frac{E}{P}$ . À champ électrique constant, l'augmentation de pression induit un coefficient  $\alpha$  plus petit, et à l'inverse, une diminution de la pression entraîne une augmentation des phénomènes d'ionisation.

La pression joue donc un rôle important dans la détermination des paramètres qui vont entrer en compte dans la modélisation de la décharge. Une série de simulations a été effectuée pour vérifier la réponse de notre modèle

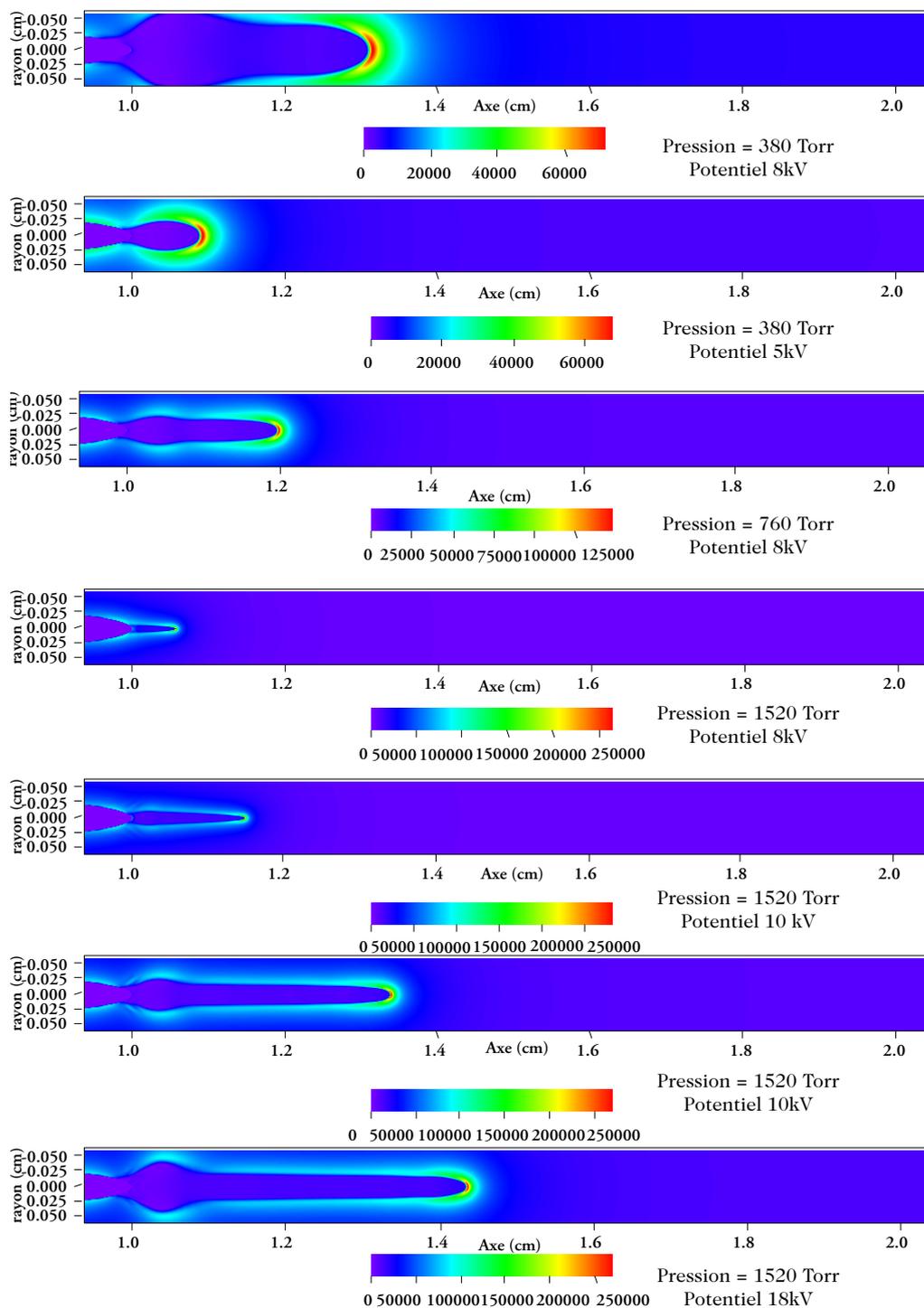


FIG. 6.60 – Valeur du champ électrique à 12 ns en fonction de la pression du gaz

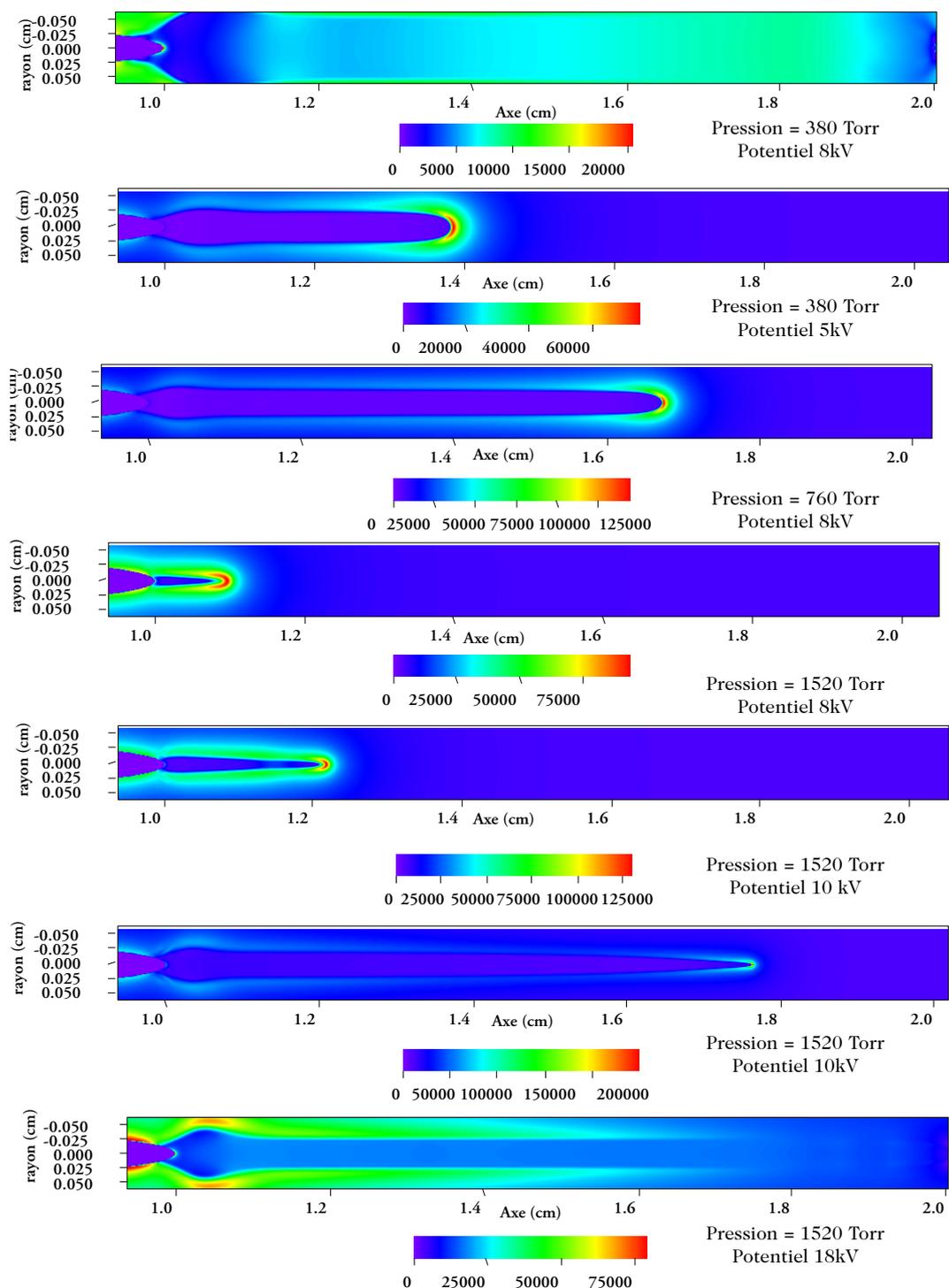


FIG. 6.61 – Valeur du champ électrique à 42 ns en fonction de la pression du gaz

aux changements de pression. À partir du cas standard ( $8kV$  à  $760 Torr$ ), nous avons réalisé un test à  $380 Torr$  et  $8kV$ . Comme montré précédemment, la diminution de la pression amène une augmentation du coefficient d'ionisation et une diminution de l'attachement. On peut donc s'attendre à une décharge se propageant plus rapidement et induisant un courant plus important puisque un plus grand nombre de charges est mis en mouvement. La figure (6.59) montre bien ce phénomène, le courant induit par la décharge est plus important et le streamer atteint la cathode au bout de  $40ns$  au lieu de  $60ns$  pour le cas standard. À l'inverse, une pression de  $1520Torr$  ne permet pas la propagation du streamer jusqu'au plan pour un potentiel de  $8kV$ . Les valeurs du champ électrique sont montrées sur les figures (6.60) et (6.61) pour des temps respectifs de  $12ns$  et  $42ns$ . Le dard simulé avec une pression de  $380Torr$  est plus large que pour le cas standard, et pour une pression de  $1520Torr$  il est beaucoup plus fin. L'augmentation dans un cas et la diminution dans l'autre de la valeur du coefficient d'ionisation en fonction de la pression est responsable de ce phénomène. En effet, l'augmentation de  $\alpha$  à champ constant induit un élargissement de la zone active dès le départ du streamer et tout au long de sa propagation. La diminution du coefficient  $\alpha$  pour une pression plus forte restreint la zone active induisant un rayon du dard plus petit et un streamer non propagé : les électrons créés en amont de la charge d'espace parcourent une distance plus faible avant d'être absorbés par la charge d'espace, et produisent des avalanches électroniques moins vigoureuses que dans le cas standard.

Nous avons ensuite recherché le seuil en tension de propagation d'un streamer en fonction de la pression imposée. Pour une pression de  $1520Torr$  les simulations à  $10kV$ ,  $15kV$  et  $18kV$  sont présentées sur les figures (6.59) pour le courant et (6.60)-(6.61) pour l'évolution du champ électrique à  $12ns$  et  $42ns$ . Pour un potentiel appliqué de  $18kV$ , nous obtenons un streamer propagé jusqu'au plan, plus rapide avec un rayon légèrement plus fin que dans le cas standard.

Pour une pression de  $380 Torr$ , le besoin en tension pour aboutir à un streamer propagé jusqu'au plan est nettement plus faible que dans le cas standard. En effet, nous remarquons sur la courbe du courant simulé pour un potentiel de  $5kV$  l'arrivée du streamer à la cathode au bout de  $80ns$ . Pour  $5kV$  à pression atmosphérique, nous ne voyons qu'une formation d'un glow autour de la pointe mais qui ne se propage pas jusqu'au plan.

## 6.8 Étude sur la forme de la pointe

### 6.8.1 Potentiel 8kV

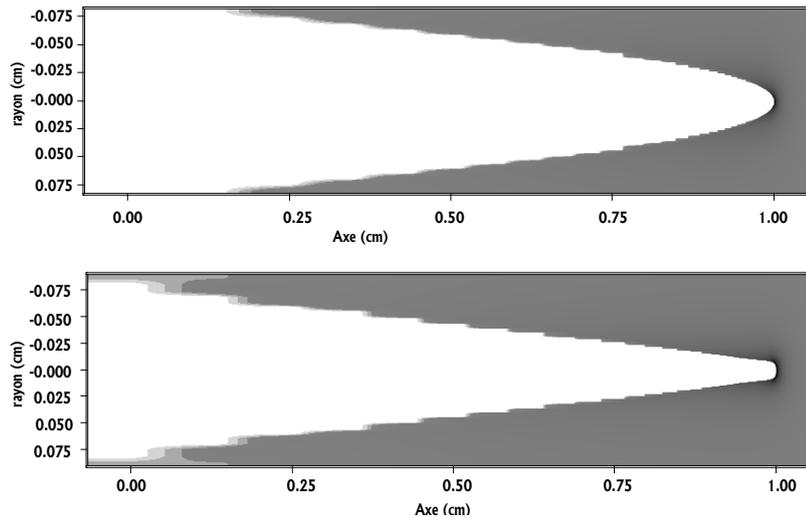


FIG. 6.62 – Comparaison entre une pointe paraboïde et une pointe conique

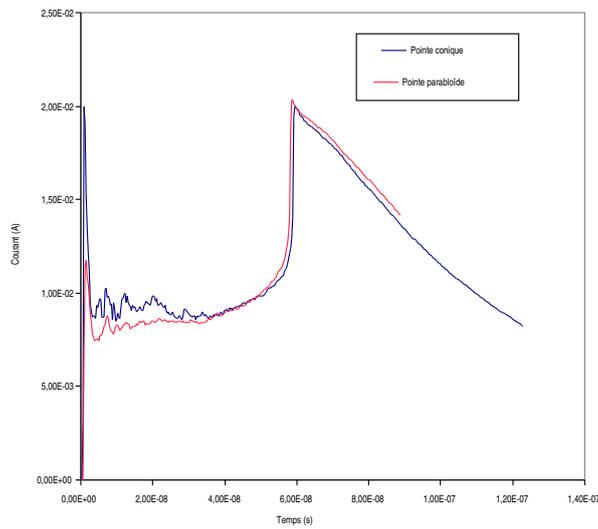


FIG. 6.63 – Comparaison entre une pointe paraboïde et une pointe conique : évolution du courant

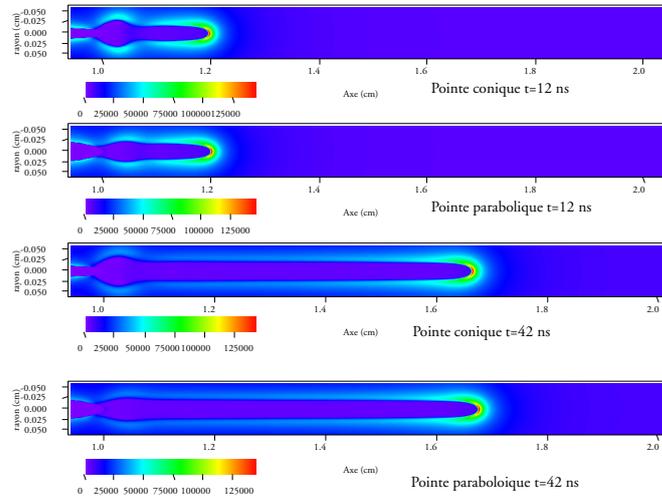


FIG. 6.64 – Comparaison entre une pointe parabolôide et une pointe conique : évolution du champ électrique

Toutes nos simulations ont été réalisées avec une pointe parabolôide. Pour valider cette hypothèse, une pointe conique plus proche de la réalité expérimentale a été utilisée pour cette simulation. Les deux types de pointes sont représentées sur la figure (6.62). La pointe conique est modélisée en deux parties : une demi-sphère de rayon  $50\mu m$  prolongée par une droite dans la direction de la base de l'électrode (hauteur  $H_p = 0,1cm$ ).

On remarque sur la figure (6.63) que les courants de décharge obtenus pour les deux types de pointes sont très similaires. L'hypothèse d'une représentation parabolôide de la pointe est bien vérifiée. L'utilisation d'une telle pointe nous affranchit des problèmes de discontinuités qu'engendrerait une pointe conique dans certaines configurations, surtout dans le calcul du champ géométrique.

Sur la figure (6.64), sont portées les valeurs du champ électrique pour les deux types de pointes et pour des temps de  $12ns$  et  $42ns$ . On remarque encore ici une très bonne correspondance des résultats.

### 6.8.2 Potentiel 10kV

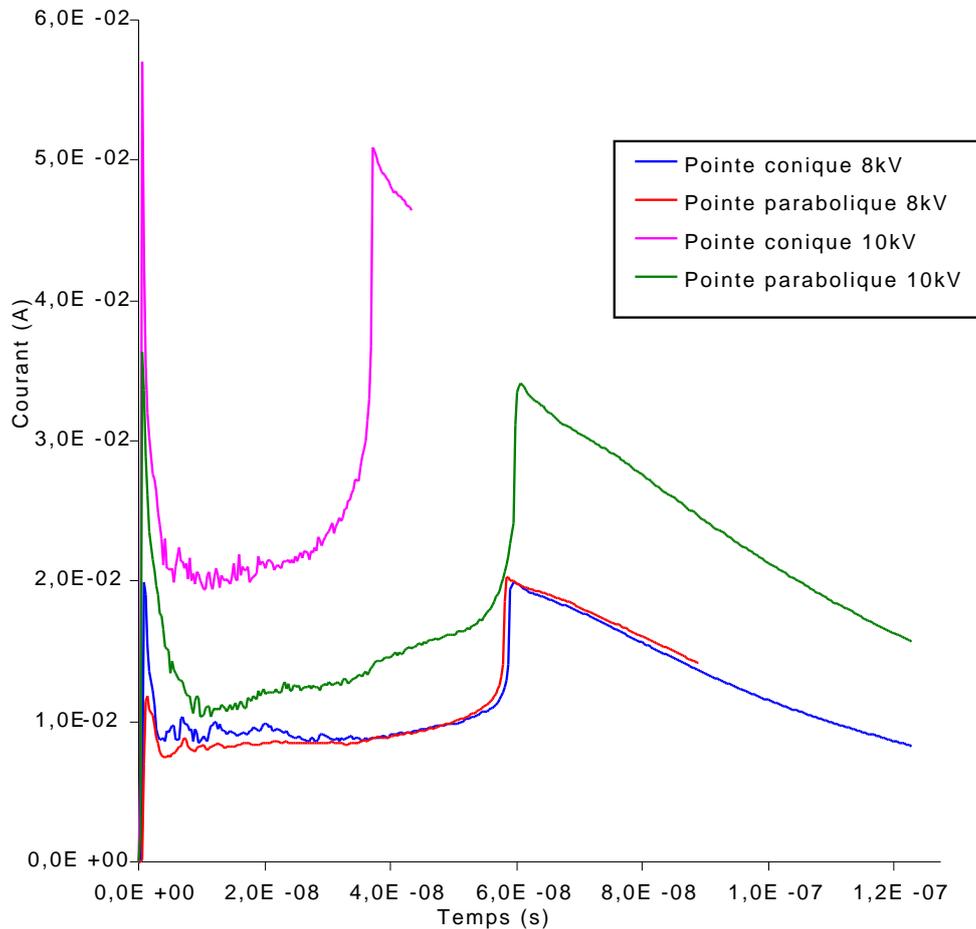


FIG. 6.65 – Comparaison du courant électrique pour une pointe parabolicoïde et une pointe conique à un potentiel de 10kV

Dans la section 6.5, nous avons introduit une simulation en appliquant un potentiel de 10kV à la pointe. Les résultats trouvés lors de cette simulation ne concordaient pas avec ceux trouvés pour des potentiels appliqués plus faibles. Il a alors été émis l'hypothèse que le champ induit par un tel potentiel sur une pointe parabolique étendait la zone active lors du déclenchement du streamer. Ce dernier se souvenant lors de son trajet de sa forme initiale. Le temps de trajet était du même ordre que dans le cas standard à 8kV, ce qui entrainait en contradiction avec la comparaison des cas à 7kV et 8kV pour lesquels il y

a une accélération de dard lorsque le potentiel appliqué augmente. La forme de la pointe pouvant jouer un rôle dans cette situation, nous avons réalisé une simulation avec une pointe conique plus représentative de la réalité avec un potentiel appliqué de  $10kV$ .

Le courant simulé est indiqué sur la figure (6.65) où il est comparé avec ceux des simulations à  $8kV$  et  $10kV$  avec une pointe parabolique. Cette fois-ci, nous assistons bien à une accélération du streamer. Le temps de parcours est de  $40ns$  au lieu des  $60ns$  pour le cas standard. Les valeurs du champ électrique sont présentées sur les figures (6.66) et (6.67) pour des temps de  $12ns$  et  $42ns$ . Cette simulation démontre le soin nécessaire à porter à la forme de la pointe pour des potentiels élevés.

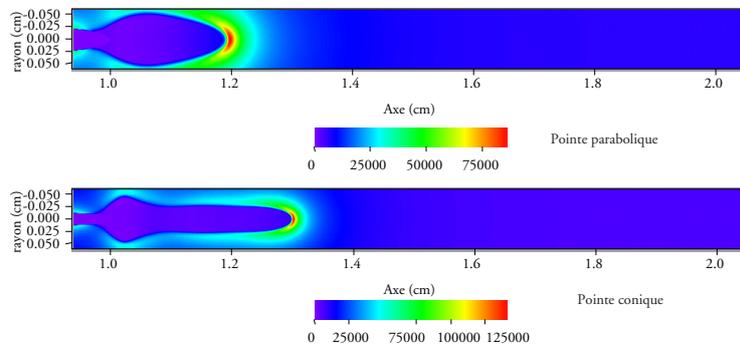


FIG. 6.66 – Comparaison du champ électrique pour une une pointe parabolicoïde et une pointe conique potentiel de  $10kV$ . Temps  $12ns$

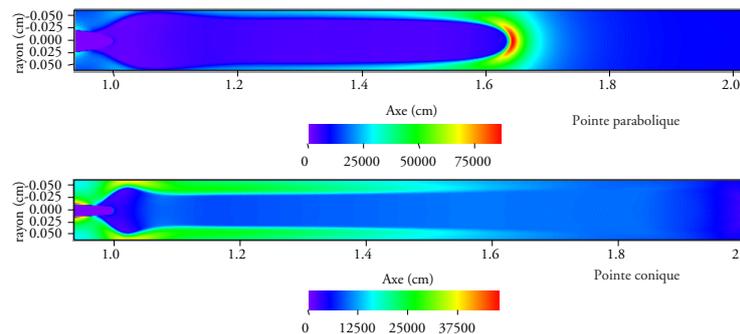


FIG. 6.67 – Comparaison du champ électrique pour une une pointe parabolicoïde et une pointe conique potentiel de  $10kV$ . Temps  $42ns$

## 6.9 Mise en évidence de phénomènes hors équilibres à la tête du streamer et méthode de résolution

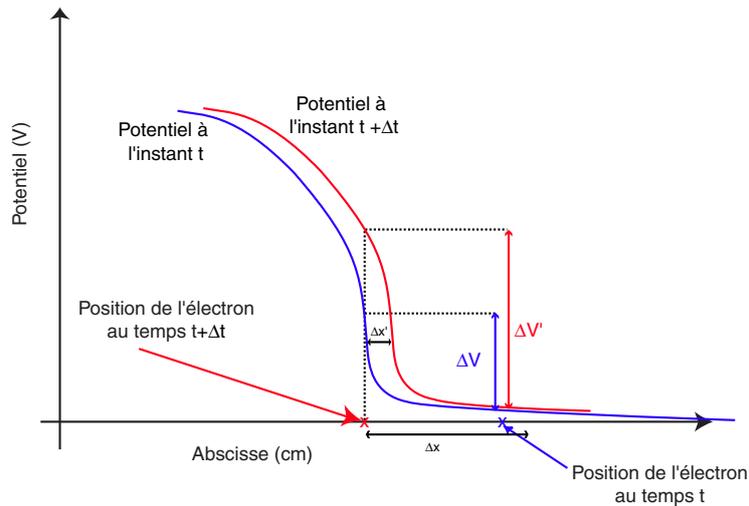


FIG. 6.68 – Schéma de la situation en tête de streamer du point de vue d'un électron

Dans le chapitre 3.1, a été introduite l'hypothèse ECL, qui permet de déterminer les paramètres de transport grâce à la connaissance du champ électrique. Elle est justifiée si un électron évolue dans un champ constant pendant une itération. Contrairement aux hypothèses présentées dans toutes les études (dont celle-ci) pour un électron proche de la tête ceci n'est pas totalement vérifié. En effet pendant le temps  $\Delta t$  lié à une itération, l'électron a parcouru la distance  $\Delta x$ . À son point d'arrivée, théoriquement la valeur du champ électrique n'est pas très différente de celle à son point de départ. Mais en réalité la tête du streamer a elle aussi progressé en sens inverse de l'électron d'une distance  $\Delta x'$  modifiant le champ électrique au point d'arrivée de l'électron et invalidant l'hypothèse ECL. Ce phénomène hors équilibre est localisé à proximité de la tête du streamer et n'apparaît pas en dehors de cette zone. Une méthode de type Monte-Carlo peut résoudre ce type de problème, mais son utilisation n'est pas justifiée en dehors de cette zone hors équilibre et induirait des temps de calculs beaucoup plus importants. C'est pourquoi nous avons cherché une méthode qui tient compte du déplacement de la tête du dard, tout en gardant les hypothèses du régime hydrodynamique.

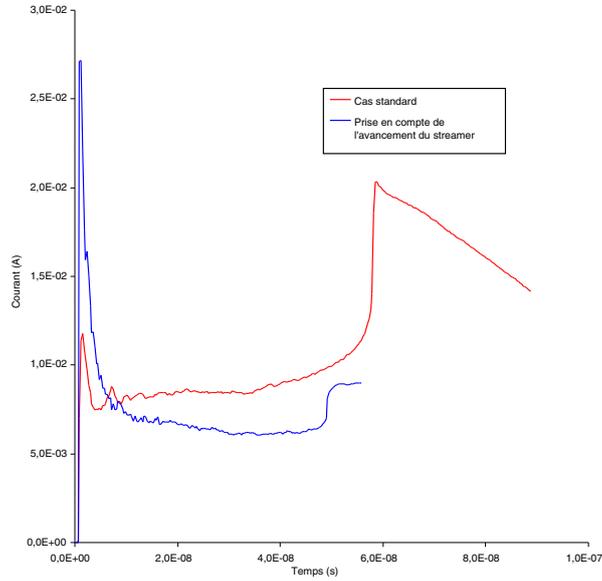


FIG. 6.69 – Évolution du courant de décharge lors d’une simulation avec prise en compte de l’avancement du streamer dans le calcul du coefficient d’ionisation

Le terme source de création d’électrons au sein de la décharge par collisions inélastiques est donné par :

$$S = n_e |V_e| \alpha \quad (6.14)$$

Considérons un électron situé en amont de la charge d’espace. Il est attiré par celle-ci et sur son trajet, lors de collisions inélastiques avec les particules du milieu, provoque des ionisations en cascades. Durant son temps de parcours la tête du streamer s’est déplacée, modifiant les paramètres physiques du milieu. Le terme source d’ionisation est directement influencé par ces phénomènes. Pour bien le visualiser, nous allons l’exprimer d’une manière différente. Lors d’une itération et d’un temps  $\Delta t$ , la variation de densité électronique est donnée par :

$$\Delta n_e = n_e |V_e| \alpha \Delta t \quad (6.15)$$

En écrivant :

$$|V_e| \Delta t = \frac{\Delta V}{|\vec{E}|} \quad (6.16)$$

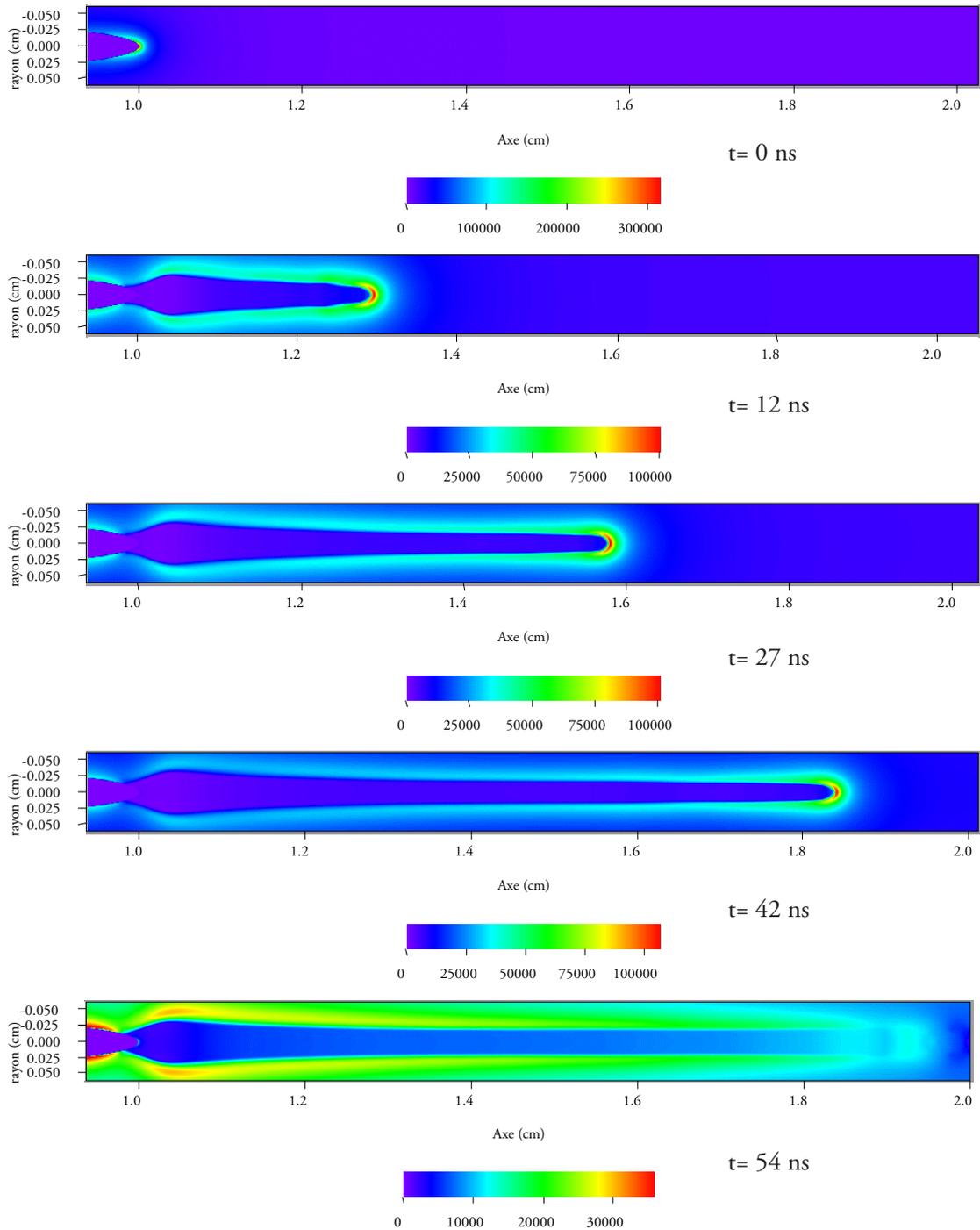


FIG. 6.70 – Évolution du champ électrique total lors d’une simulation avec prise en compte de l’avancement du streamer dans le calcul du coefficient d’ionisation

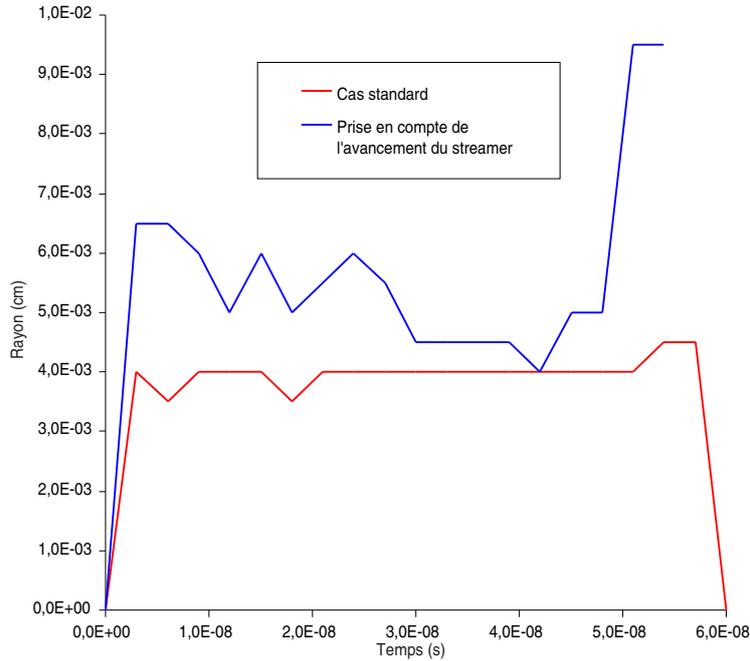


FIG. 6.71 – Évolution du rayon de la densité électronique en tête de streamer lors d’une simulation avec prise en compte de l’avancement du streamer dans le calcul du coefficient d’ionisation

Il vient :

$$\Delta n_e = \alpha n_e \frac{\Delta V}{|\vec{E}|} \quad (6.17)$$

Où  $|\vec{E}|$  est le module du champ électrique et  $\Delta V$  est la différence de potentielle entre le point de départ et d’arrivée de l’électron considéré.

Dans nos simulations précédentes, le terme source d’ionisation est calculé suivant la formule (6.14). Celle-ci ne prend pas en compte l’avancement de la tête du streamer. En effet, pendant le temps  $\Delta t$ , les électrons très proches de la charge d’espace ont été absorbés par celle-ci, découvrant une zone de charge positive. Ce phénomène d’onde d’ionisation est semblable pour un observateur extérieur, ou pour l’électron considéré, à une progression du dard vers le plan. Cette progression modifie les conditions électriques du milieu pendant l’intervalle de temps  $\Delta t$ . La figure (6.68) représente la situation d’un électron en face de la tête du streamer. Seule la situation sur l’axe est représentée pour des raisons de simplifications, mais les phénomènes sont identiques dans le

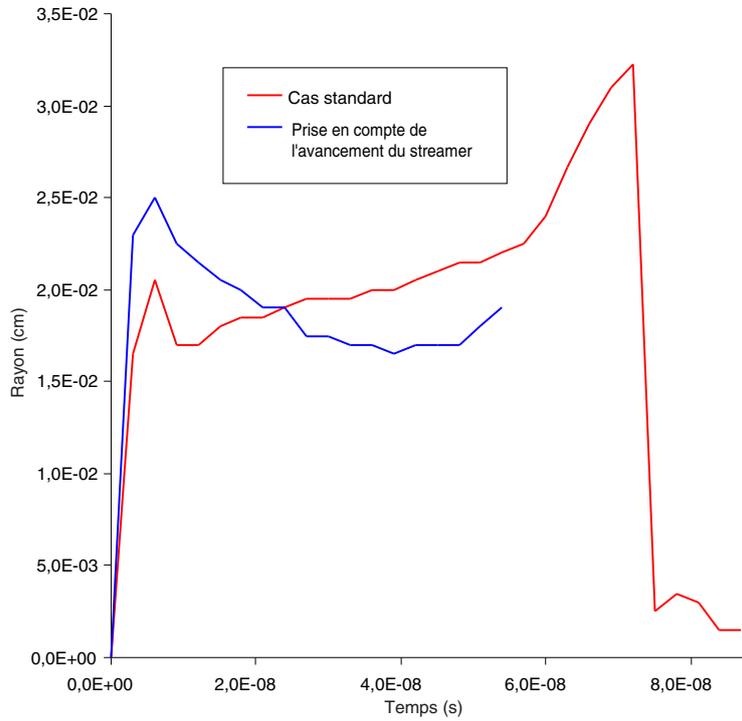


FIG. 6.72 – Évolution du rayon de la densité nette dans le canal lors d’une simulation avec prise en compte de l’avancement du streamer dans le calcul du coefficient d’ionisation

reste du domaine. À l’instant  $t$ , cet électron voit le potentiel indiqué en bleu sur la figure. Si nous ne prenons pas en compte la progression du streamer pendant le temps  $\Delta t$ , la différence de potentiel  $\Delta V$  est calculée par la double flèche bleue. C’est le cas dans nos simulations précédentes. Pendant le temps  $\Delta t$ , le dard a progressé d’un intervalle  $\Delta x'$  et l’électron de la distance  $\Delta x$ . Le potentiel induit par cette nouvelle charge d’espace est représenté en rouge. Au point d’arrivée de l’électron le potentiel est plus élevé et la différence de potentiel  $\Delta V'$  représentée par la double flèche rouge est lui aussi plus important. Le terme source d’ionisation calculé lors de nos simulations précédentes est sous-estimé par rapport à la situation réelle :

$$n_e |V_e| \alpha \Delta t < n_e \alpha \frac{\Delta V}{|\vec{E}|} \quad (6.18)$$

Cette sous-estimation du terme source d’ionisation a un impact immédiat sur la modélisation du streamer. En augmentant ainsi le nombre de paires

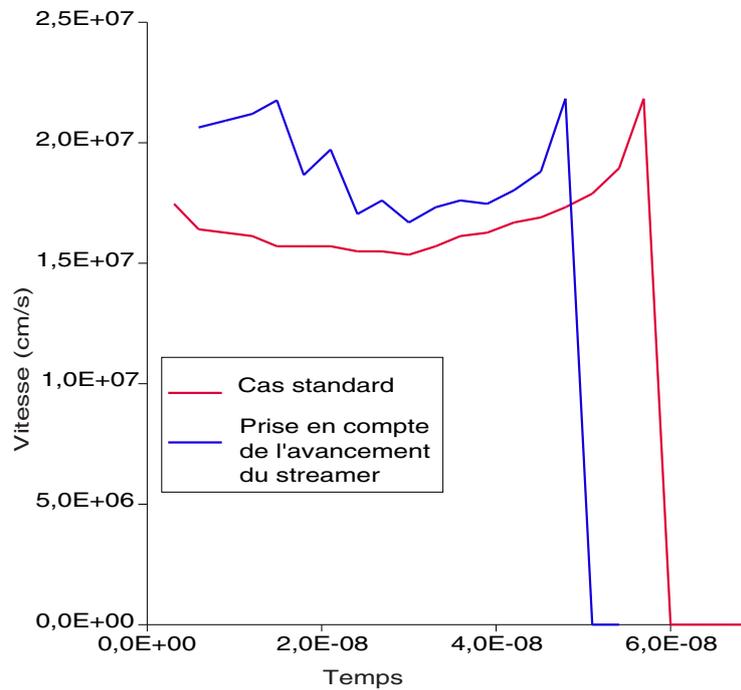


FIG. 6.73 – Évolution de la vitesse de la décharge lors d’une simulation avec prise en compte de l’avancement du streamer dans le calcul du coefficient d’ionisation

électrons/ions créés par ionisation directe, on accélère les mécanismes de propagation de la charge d’espace.

Pour vérifier ces hypothèses, une simulation a été effectuée en calculant le terme source d’ionisation suivant cette nouvelle méthode. Le courant calculé lors de cette simulation est comparé avec le cas standard sur la figure (6.69). Le premier pic de courant est plus important que dans le cas standard. Ce premier maximum est dû aux électrons créés près de la pointe et se déplaçant dans la zone de champ fort avant la formation de la charge d’espace. La prise en compte de la vitesse du streamer pour le calcul du terme source d’ionisation tend à augmenter le nombre d’électrons produits, le courant électrique augmente suite à ce phénomène. Le deuxième maximum du courant nous renseigne sur le temps d’arrivée du streamer à la cathode. Le dard atteint le plan après  $50ns$  de parcours, soit  $10ns$  de moins que dans le cas standard. Comparons les vitesses de propagation dans le cas standard et pour cette simulation. La vitesse lorsque l’on prend en compte l’avancement du streamer pour le calcul du terme source d’ionisation est supérieure au cas standard. Elle se rapproche des mesures expérimentales qui donne une vitesse estimée

de l'ordre de  $3.10^7 cm/s$ .

Sur la figure (6.70), sont indiquées les valeurs du champ électrique pour des temps s'échelonnant jusqu'à  $54ns$ . Nous remarquons encore une fois une vitesse de propagation plus importante du streamer. Visuellement, le rayon du dard semble plus petit que dans le cas standard. L'évolution du rayon de la décharge basé sur la largeur à mi-hauteur de la gaussienne électronique est portée sur la figure (6.71). Le rayon calculé de cette manière est plus grand que dans le cas standard. La prise en compte de l'avancement du streamer augmente le coefficient d'ionisation, ce qui multiplie le nombre d'électrons produits, et donne un rayon plus important. Si maintenant nous calculons le rayon par rapport à la largeur de la densité nette de charge au milieu du canal (figure 6.72), la valeur trouvée bien que plus grande au départ du streamer, diminue pour se retrouver inférieure au cas standard lors de la propagation du dard vers la cathode, corrélant les résultats visuels de la figure (6.70).

Les différences trouvées lors de la comparaison de cette simulation avec le cas standard montrent que la prise en compte de ce phénomène hors équilibre à la tête du streamer est nécessaire. La correction proposée ici n'est pas totalement satisfaisante, mais permet néanmoins de mettre en avant ce phénomène. Une étude plus détaillée est donc nécessaire et fera partie des perspectives que nous allons maintenant présenter.

# Chapitre 7

## Conclusions et perspectives

Le but de cette étude a été de contribuer à la compréhension des phénomènes responsables du déclenchement et de la propagation des décharges électriques de type streamer. Les problèmes majeurs des simulations existantes sont une surestimation du rayon de la décharge ainsi qu'une vitesse de propagation trop faible par rapport aux résultats expérimentaux. Ces deux caractéristiques sont directement reliées à la densité de courant dans le canal. La réactivité chimique du milieu étant elle-même fonction de celle-ci, on comprend alors qu'une étude des processus chimiques dans la décharge (perspective à long terme de notre travail), ne peut se faire que si ces deux valeurs (rayon et vitesse) sont correctement simulées. Ce fait nous a motivé pour effectuer une prolongation du travail déjà effectué au laboratoire par M. Djermoune [18]. Pour cela, nous avons réalisé une modélisation bidimensionnelle basée sur les équations hydrodynamiques. Le traitement numérique utilisé a été amélioré notamment par l'utilisation d'une méthode des caractéristiques à sous points mobiles pour la résolution des équations de continuité.

Une première simulation a servi à valider notre modèle, la précision apportée dans le traitement numérique a permis un meilleur accord avec les résultats expérimentaux. Le rayon et la vitesse du streamer simulé sont plus proches des valeurs trouvées expérimentalement.

Nous avons par la suite mis en avant une nouvelle hypothèse sur le déclenchement de la décharge basée sur la photoionisation à la pointe et non pas par avalanche électronique : ce phénomène a été appelé streamer photodéclenché.

L'étude de la photoionisation a été réalisée grâce à une série de simulations. Rappelons que nous avons voulu nous affranchir de la méthode couramment utilisée basée sur les résultats expérimentaux de Penney et Hummert [55]. Les coefficients de la photoionisation ont été déterminés dans une plage

de valeurs plausibles par une étude paramétrique.

L'hypothèse de l'émission induite comme facteur de rétrécissement du canal a ensuite été présentée. Conformément aux prédictions, nous assistons à une réduction du rayon du dard avec l'augmentation du coefficient d'émission induite (fixé au départ par des considérations théoriques). Ce mécanisme nouveau dans la modélisation du streamer semble donc être un facteur non négligeable dans l'effort de rétrécissement du rayon simulé.

Notre travail s'est ensuite dirigé sur une analyse de la variation du potentiel appliqué aux électrodes. Grâce à ces simulations, nous avons introduit une hypothèse de transfert d'énergie dans la décharge. L'énergie fournie au système par la tension appliquée est stockée sous forme d'énergie potentielle dans la charge d'espace. L'entretien de cette énergie (son augmentation au vue des courbes présentées) par l'application continue du potentiel a lieu grâce à l'absorption des électrons par la pointe, permettant la formation continue de la charge d'espace.

Sur des considérations industrielles (déclenchement de la combustion par décharge), une analyse des besoins en tension en fonction du rayon de courbure de la pointe a ensuite été menée.

Lors de ce travail, un phénomène hors équilibre non soulevé jusqu'à présent a été découvert. L'hypothèse ECL utilisée dans cette étude (ainsi que dans de nombreuses autres), se trouve en effet légèrement invalidée en tête de streamer. Après avoir développé ce phénomène, nous avons proposé une solution qui permet quelque peu de le corriger, sans avoir à utiliser une méthode lourde du type Monte-Carlo. Une simulation effectuée dans ce cadre montre par ailleurs une meilleure concordance de la vitesse avec les résultats expérimentaux.

Les améliorations sur l'estimation du rayon et de la vitesse réalisées dans cette étude ne sont toutefois pas en accord parfait avec les expériences. Pour continuer dans cette voie, une analyse plus approfondie du terme d'émission induite est à prévoir. De même, les phénomènes hors équilibres soulevés ici, méritent une plus grande attention. Il est à noter qu'une diminution du rayon du dard engendrerait une concentration de la charge d'espace sur l'axe. Ceci conduit à une augmentation du champ électrique et donc du coefficient d'ionisation, responsable de la vitesse de propagation du streamer. Une réduction accrue du rayon entraînerait donc aussi une accélération de la décharge dans l'espace interélectrode.

Le rétrécissement du canal à une valeur compatible avec l'expérience pose néanmoins de nouveaux problèmes non pris en compte dans ce travail. En effet, au fur et à mesure de la réduction du rayon, la température des neutres du gaz a tendance à augmenter. Cette hausse engendre des phénomènes hydrodynamiques d'expansion de la densité des neutres qui diminue sur l'axe de la

décharge. Le champ réduit  $E/N$  directement relié à cette densité augmente et modifie l'activité électronique par une hausse de l'ionisation. Ces phénomènes sont modélisés par l'utilisation du troisième moment de l'équation de Boltzmann (conservation de l'énergie). Rappelons que nous nous sommes limités aux deux premiers moments grâce à l'utilisation de l'hypothèse ECL.

L'introduction de l'équation de conservation de l'énergie ainsi qu'une meilleure analyse du mécanisme d'émission induite fera l'objet d'une prolongation de ce travail.

# Annexe A

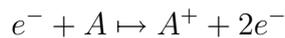
## Annexes

### A.1 Paramètres de transports

#### A.1.1 ionisation

Le processus d'ionisation est réalisé lorsqu'un électron incident frappe une molécule cible du milieu. Cet électron doit avoir une énergie supérieure ou égale à l'énergie du seuil d'ionisation de la particule. Si c'est le cas, cette dernière s'ionise en formant une paire électron-ion positif suivant l'un des schémas :

Ionisation simple :



Ionisation dissociative :



Dans ce dernier cas, l'énergie de l'électron doit être au moins égale à la somme de l'énergie de dissociation de la molécule  $AB$  et de l'énergie d'ionisation de la particule  $A$ .

D'un point de vue macroscopique, le processus d'ionisation est caractérisé par un coefficient  $\alpha$ , appelé coefficient d'ionisation. Il donne le nombre moyen de paires électron-ion positif engendrées par un électron sur un centimètre de son parcours. Il est également appelé premier coefficient de Townsend. Cette définition exclue les ionisations produites par photoionisation qui sont traitées à part dans ce travail.

Les valeurs du coefficient  $\alpha$  utilisé lors de nos simulations sont celles obtenues par Dutton [19], qui donne les valeurs de  $\alpha/P$  en fonction du champ réduit  $E/P$  suivant la table pour l'air sec :

$$\frac{\alpha}{P} = \begin{cases} \exp\left[\frac{E/P-58,2}{4,95}\right] & \text{Si } \frac{E}{P} < 31 \\ 3,8553 \exp\left[\frac{-213}{E/P}\right] & \text{Si } 31 < \frac{E}{P} < 45 \\ 2,873 \exp[\text{poly}] & \text{Si } 45 < \frac{E}{P} < 250 \\ 14,5 \exp\left[\frac{-356}{E/P}\right] & \text{Si } 250 < \frac{E}{P} < \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Où *poly* est égal à :

$$\begin{aligned} \text{poly} = & -64,927 + 5,2642 \frac{E}{P} - 0,20238 \\ & \left(\frac{E}{P}\right)^2 + 0,45178 \cdot 10^{-2} \left(\frac{E}{P}\right)^3 \\ & - 0,63081 \cdot 10^{-4} \left(\frac{E}{P}\right)^4 + 0,56724 \cdot 10^{-6} \left(\frac{E}{P}\right)^5 \\ & - 0,3278 \cdot 10^{-8} \left(\frac{E}{P}\right)^6 + 0,11739 \cdot 10^{-10} \left(\frac{E}{P}\right)^7 \\ & - 0,23661 \cdot 10^{-13} \left(\frac{E}{P}\right)^8 + 0,20479 \cdot 10^{-16} \left(\frac{E}{P}\right)^9 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

### A.1.2 Attachement

Les processus d'attachement sont caractéristiques des espèces appelées électronégatives. Celles-ci sont caractérisées par leur dernière couche électronique pratiquement pleine, et ont tendance à accepter les électrons libres extérieurs pour compléter cette couche. Selon sa durée de vie, l'ion négatif ainsi formé est considéré comme stable ou instable. Les premiers sont caractérisés par une énergie interne plus faible que l'énergie de son état fondamental, les seconds libèrent l'électron capturé. Nous n'avons utilisé que le cas des ions négatifs stables dans notre simulation, dont le schéma est :

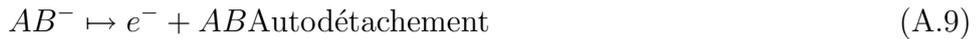


Le coefficient macroscopique d'attachement  $\eta$  rattaché à ce processus donne le nombre moyen d'électrons qui s'attachent aux neutres sur un centimètre de leur parcours. Dans le présent travail, les valeurs utilisées dans l'air sec sont données par la référence [19] suivant les équations :

$$\eta = \begin{cases} 3,64 \cdot 10^{-3} P^{1,94} & \text{Si } \frac{E}{P} < 0,6 \\ 1,426 \cdot 10^{-3} P^{1,94} (E/P)^{-1,834} & \text{Si } 0,6 < \frac{E}{P} < 10 \\ 3,94 \cdot 10^{-3} P^{1,94} (E/P)^{-2,277} & \text{Si } 10 < \frac{E}{P} \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

### A.1.3 Détachement

Inversement au processus d'attachement, le détachement est la perte d'un électron par un ion négatif. Ce processus se produit soit lors de la collision d'un ion négatif avec les neutres du gaz, soit sous l'impact d'un photon ou spontanément dans le cas de l'autodétachement. Lors de la collision de détachement, l'excédent d'énergie est transféré sous forme cinétique à l'électron ou d'énergie de dissociation dans le cas d'un détachement dissociatif. Le processus de détachement peut être représenté sous forme symbolique par les schémas suivants :



Les processus de détachement sont caractérisés soit par un coefficient représentant le nombre moyen d'ions négatifs qui se détachent sur un centimètre de parcours, soit par la fréquence de détachement qui donne le nombre de détachement par seconde et par ion négatif. Les valeurs de la fréquence de

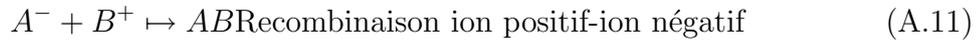
détachement en fonction du champ réduit  $E/P$  utilisées dans ce travail sont celles données par Badaloni [3] et corrigées par Kline [31][32]. Nous n'avons considéré ici que le processus de détachement  $\theta$  des ions négatifs stables.

$$\theta = \begin{cases} 0 & \text{Si } \frac{E}{P} < 10 \\ [(8, 73.10^{-7}/P) \exp(388/(E/P))]^{-1} & \text{Si } 10 < \frac{E}{P} \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

#### A.1.4 Recombinaison

La recombinaison est le processus par lequel un ion positif est neutralisé à la suite d'une collision inélastique avec un électron ou un ion négatif. Elle s'effectue en deux étapes. Dans la première, les deux charges s'approchent l'une de l'autre avec une augmentation de leur vitesses relatives à cause du champ électrostatique qui s'exerce entre elles. En fonction de leurs vitesses, elles exécutent des trajectoires hyperboliques ou elliptique autour de leur centre de masse. Dans la seconde étape, se produit le transfert de la charge conduisant à leur neutralisation. À cause de leur vitesse élevée, les électrons ont une très faible probabilité d'être capturés par l'ion positif. Seuls les électrons ayant une faible énergie peuvent donc participer au processus de recombinaison. Cette probabilité est plus grande dans le cas des ions négatifs, car leur vitesse étant plus faible, ils ont suffisamment de temps pour transférer leur charge aux ions positifs. Les collisions à trois corps peuvent jouer un rôle important dans le processus de recombinaison. En effet, lors de leur attraction, l'une des deux particules chargées peut subir une collision élastique avec une troisième, et lui céder une partie de son énergie. La particule chargée ralentit et facilite ainsi le transfert de charge. Dans les milieux partiellement ionisés, ce mécanisme est beaucoup plus efficace dans la recombinaison ion positif-ion négatif car la collision élastique affecte beaucoup plus les ions que les électrons.

Le Processus de recombinaison peut être mis sous forme symbolique par les schémas suivants :





La recombinaison est un processus exothermique. L'excédent d'énergie résultant d'une collision de recombinaison est libérée sous forme de photons, d'énergie cinétique ou de dissociation. Celle-ci est approximativement égale à l'énergie d'ionisation de la particule dont est issu l'ion positif.

La description macroscopique de chacun des processus de recombinaison est réalisée à l'aide du coefficient de recombinaison  $\chi$  qui donne le nombre moyen d'ions positifs qui sont neutralisés sur un centimètre de parcours. Les valeurs de ce coefficient est tiré de la référence citedutt.

### A.1.5 Extraction d'électrons secondaires à la cathode

Dans une décharge de type dard, les processus d'extractions d'électrons secondaires à la cathode peuvent être de plusieurs types. Pour extraire un électron de la cathode, il faut lui fournir une énergie suffisante afin de libérer de la force (travail de sortie) qui le maintient dans la structure du matériau qui constitue la cathode. Cette énergie peut lui être fournie par la présence d'un fort champ électrique (effet Schottky), d'une température élevée (effet thermoélectrique) ou à la suite des processus collisionnels avec les particules du gaz. Dans une décharge électrique prédisruptive, ni le champ électrique ni la température de la cathode ne sont suffisants pour produire l'énergie nécessaire [18]. L'extraction d'électrons de la cathode est due essentiellement à l'impact de particules énergétiques sur sa surface. Trois espèces peuvent participer à ce processus : les métastables, les ions positifs et les photons. En tant que mécanisme secondaire, l'extraction d'électron par les espèces métastables est négligeable par rapport aux autres car, n'étant pas chargées, elles ne se déplacent que par diffusion. Elles nécessitent par conséquent des temps assez grands pour atteindre la cathode. Parmi les photons qui sont produits par la décharge, seuls les plus durs (présentant un faible coefficient d'absorption) parviennent à la cathode, et jouent un rôle dans l'effet photoélectrique.

Chacun des mécanismes d'extraction est caractérisé par un coefficient macroscopique qui donne, pour une particule incidente, la probabilité d'extraire un électron de la cathode. Ce coefficient est généralement exprimé sous la forme du rapport entre le flux de particules incidentes et le flux d'électrons émis par la cathode. Ainsi l'accroissement de la densité  $dn_e$  des électrons sur la cathode peut être donné par :

$$W_e dn_e \Big|_{cat} = \gamma_i W_+ n_+ \Big|_{cat} + c \sum_m \gamma_m \varphi_m \Big|_{cat} \quad (\text{A.15})$$

$W_e$ ,  $W_+$  et  $c$  sont respectivement les vitesses des électrons, des ions positifs et des photons.  $\varphi_m$  est l'intégrale de la composante normale entrante dans la cathode de la fonction angulaire des photons de type  $m$ .  $n_+$ , est la densité des ions positifs à la cathode.  $\gamma_i$  et  $\gamma_m$  sont les coefficients d'extraction relatifs aux ions positifs et aux photons du type  $m$ .

Les coefficients  $\gamma_i$  et  $\gamma_m$  sont déterminés expérimentalement. À défaut de pouvoir évaluer la contribution individuelle de chaque type de photons, ces derniers sont rassemblés dans un seul produisant le même effet. Celui-ci est caractérisé par un coefficient  $\gamma_{ph}$  équivalent. Deux méthodes sont généralement utilisées pour évaluer la contribution de chacun des mécanismes  $\gamma_i$  et  $\gamma_{ph}$ . La première [64][26][12] est basée sur l'analyse de l'évolution temporelle du courant électrique pendant les premières phases d'une décharge auto-entretenue. La différence entre les temps de vol nécessaires aux ions positifs et aux photons pour atteindre la cathode permet effectivement de distinguer les effets correspondant. La seconde [6][41] est basée sur le comportement, en fonction de  $E/N$  des coefficients  $\gamma_i$  et  $\gamma_{ph}$ .

### A.1.6 Relaxation des espèces excitées

Après une période de temps caractéristique, appelée durée de vie radiative, chacune des espèces excitées subit une augmentation ou une diminution de son énergie interne. Ce processus conduit à la formation d'une nouvelle espèce excitée ou d'un neutre à l'état fondamental. L'augmentation de l'énergie interne d'une espèce excitée correspond à la transition de l'électron du niveau déjà excité à des niveaux supérieurs. Elle se produit lors d'une collision inélastique avec un neutre ou un électron ou après absorption d'un photon. En revanche, la diminution de son énergie interne se traduit par sa relaxation vers des niveaux plus bas. Trois mécanismes peuvent être à l'origine de cette relaxation. Dans le premier, appelé désexcitation spontanée, la transition s'effectue spontanément avec émission d'un photon. Dans le second, un photon dont l'énergie est égale à celle de la transition stimule cette dernière et crée un nouveau photon ayant les mêmes caractéristiques. Ce mécanisme est appelé désexcitation induite. Dans le troisième enfin, la transition est provoquée par des processus collisionnels avec les espèces environnantes. L'énergie libérée par la transition est transférée sous forme d'énergie cinétique aux deux particules après leur collision. Ce mécanisme est appelé désexcitation forcée (quenching process en anglais).

La durée de vie  $\tau_{mf}$  d'une espèce A excitée à un niveau  $m$  dépend de la désexcitation forcée, et est égale au temps de vol moyen entre deux collisions successives. Elle dépend par conséquent de la pression  $p$  du gaz. Ainsi, en appelant  $p_{qm}$  la pression pour laquelle la durée de vie  $\tau_{mf}$  relative à la désexcitation forcée est égale à celle  $\tau_{ms}$  relative à l'émission spontanée, il est possible d'établir la durée de vie  $\tau_m$  équivalente en fonction de la pression. En effet, si  $\sigma_{mN}$  désigne la section efficace totale de collision entre les espèces excitées du type  $m$  et les neutres et  $\nu_{mN}$  la vitesse relative réelle de l'une des deux particules par rapport à l'autre, le temps de vol moyen entre deux collisions successives est

$$\tau_{mf} = \frac{1}{N\sigma_{mN}\nu_{mN}} \quad (\text{A.16})$$

La pression pour laquelle ce temps est égal à  $\tau_{ms}$  est :

$$p_{qm} = \frac{KT_N}{\tau_{mf}\sigma_{mN}\nu_{mN}} \quad (\text{A.17})$$

La combinaison des deux relation ci-dessus donne :

$$\tau_{mf} = \frac{p_{qm}}{p}\tau_{ms} \quad (\text{A.18})$$

La variation due à la désexcitation spontanée et forcée du nombre  $N$ , de particules excitées du type  $m$  peut être exprimée par :

$$\frac{dN_m}{dt} = \frac{-1}{\tau_{ms}} \left( 1 + \frac{p}{p_{qm}} \right) N_m \quad (\text{A.19})$$

Nous déduisons ainsi la durée de vie équivalente :

$$\tau_m = \tau_{ms} \left( \frac{1}{1 + \frac{p}{p_{qm}}} \right) \quad (\text{A.20})$$

La pression  $p_{qm}$  est généralement appelée pression d'extinction de l'espèce  $m$ . La pression d'extinction peut jouer un rôle très important dans les mécanismes secondaires (photoionisation et effet photoélectrique) d'une décharge électrique du type Townsend ou dard car elle signifie que, après leur désexcitation, seule une fraction des particules excitées du type  $m$  est

accompagnée d'une émission de photons susceptibles de contribuer à ces mécanismes. Dans ce travail dans l'air sec, nous avons considéré le second système positif. La durée de vie radiative de cette transition est égale à 36ns, les pressions d'extinction sont respectivement  $p_{qm}10Torr$  dans l'air, ce qui correspond à des temps de desexcitation de 0,4675 ns dans l'air à pression atmosphérique ( $P=760$  Torr). Les coefficient d'absorption des photons qui resultent de cette transition sont ceux obtenus par Penney et Hummert,  $\mu_m/P = 0,0921cm^{-1}.Torr^{-1}$  dans l'air.

### A.1.7 Excitation

L'excitation est le processus par lequel un électron du cortège électronique d'un atome ou d'une molécule passe d'un niveau énergétique à un niveau supérieur à la suite d'une collision inélastique avec un électron libre ou après absorption d'un photon. Elle correspond à une augmentation discrète de l'énergie interne de l'atome ou de la molécule. Pour qu'un tel événement se produise, l'énergie de la particule incidente (électron, photon) doit être au moins égale à l'écart d'énergie des deux niveaux. Il existe plusieurs processus d'excitations, les plus importants dans le cadre de ce travail sont l'excitation électronique, l'excitation dissociative et l'excitation photonique.

L'évaluation globale (macroscopique) de la production par impact électronique d'une espèce excitée relative à un niveau énergétique est effectuée à l'aide d'un coefficient d'excitation  $\delta_m$ . Il donne le nombre moyen d'excitation d'une espèce A dans le niveau  $m$  que provoque un électron sur un centimètre de son parcours dans la direction du champ électrique. Elle regroupe tous les processus d'excitation du type  $m$  initiés par les électrons. Dans un gaz atomique, le coefficient d'excitation total relatif au niveau  $m$  s'obtient en ajoutant la contribution des transitions à partir de tous les niveaux inférieurs à  $m$ . Dans les gaz moléculaires, la sommation s'étend également à tous les niveaux vibrationnels de la molécule.

Le coefficient  $\delta_m$  utilisé dans ce travail correspond au second système positif ( $C^3\Pi_u - B^3\Pi_g$ ). En général [19] ce coefficient est donné sous la forme du rapport  $\delta_m/\alpha$  qui exprime l'efficacité du processus d'excitation par rapport au processus d'ionisation.

$$\frac{\delta_m}{\alpha} = 0,101 + 268 \left(\frac{E}{P}\right)^{-1} - 353,4 \cdot 10^2 \left(\frac{E}{P}\right) \quad (\text{A.21})$$

$$+ 547,3 \cdot 10^4 \left(\frac{E}{P}\right)^{-3} - 160,5 \cdot 10^6 \left(\frac{E}{P}\right)^{-4} + \quad (\text{A.22})$$

$$212,4 \cdot 10^7 \left(\frac{E}{P}\right)^{-5} \quad (\text{A.23})$$

## A.2 Résolution de l'intégration des deux premiers moments de l'équation de Boltzmann

Le premier moment de l'équation de Boltzmann est déduite de l'intégration directe de celle-ci dans l'espace des vitesses :

$$\int_V \left( \frac{\partial f(\vec{r}, \vec{v}, t)}{\partial t} + \vec{v} \nabla_r f(\vec{r}, \vec{v}, t) + \vec{\gamma} \nabla_{\vec{v}} f(\vec{r}, \vec{v}, t) \right) d\vec{v} = \int_V \frac{\partial f(\vec{r}, \vec{v}, t)}{\partial t} \Big|_{\text{collisions}} d\vec{v} \quad (\text{A.24})$$

La densité des particules au point  $\vec{r}$  et au temps  $t$  est déterminée par :

$$n(\vec{r}, t) = \int_V f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} \quad (\text{A.25})$$

Et donc :

$$\frac{\partial n(\vec{r}, t)}{\partial t} = \int_V \frac{\partial f(\vec{r}, \vec{v}, t)}{\partial t} d\vec{v} \quad (\text{A.26})$$

On note le terme source :

$$S = \int_V \frac{\partial f(\vec{r}, \vec{v}, t)}{\partial t} \Big|_{\text{collisions}} d\vec{v} \quad (\text{A.27})$$

qui donne la variation temporelle de la fonction de distribution due aux processus de collisions inélastiques ainsi qu'aux mécanismes secondaires.

On a :

$$\vec{v}\vec{\nabla}_r f(\vec{r}, \vec{v}, t) = v_k \frac{\partial f(\vec{r}, \vec{v}, t)}{\partial r_k} \quad (\text{A.28})$$

Où l'on a pratiqué la sommation d'Einstein sur  $k$  soit :

$$\begin{aligned} \int_V \vec{v}\vec{\nabla}_r f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} &= \frac{\partial}{\partial r_k} \int_V v_k f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} \\ &= \frac{\partial V_k n}{\partial r_k} \\ &= \vec{\nabla}_r (\vec{V} n) \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

Où l'on a introduit  $\frac{1}{n} \int_V v f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} = \vec{V}$  la vitesse moyenne des particules.

Comme  $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$  s'annule aux limites infinies de l'espace, il vient :

$$\begin{aligned} \int_V \vec{\gamma}\vec{\nabla}_v f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} &= \vec{\gamma} \int_V \nabla_v f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} \\ &= \vec{\gamma} [f(\vec{r}, \vec{v}, t)]_{\Gamma_V} \\ &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

Et finalement :

$$\frac{\partial n(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{\nabla}_r (n(\vec{r}, t)V(\vec{r}, t)) = S \quad (\text{A.31})$$

Cette équation traduit la loi de conservation de la densité des espèces, appelée aussi loi de conservation de la masse.

Le second moment est obtenue par l'intégration de l'équation de Boltzmann après multiplication de celle-ci par un terme de vitesse :

$$\int_V \left( \vec{v} \frac{\partial f(\vec{r}, \vec{v}, t)}{\partial t} + \vec{v}\vec{v}\vec{\nabla}_r f(\vec{r}, \vec{v}, t) + \vec{v}\vec{\gamma}\vec{\nabla}_v f(\vec{r}, \vec{v}, t) \right) d\vec{v} = \int_V \vec{v} \frac{\partial f(\vec{r}, \vec{v}, t)}{\partial t} \Bigg|_{\text{collisions}} d\vec{v} \quad (\text{A.32})$$

Soit :

$$\frac{\partial \vec{V} n(\vec{r}, t)}{\partial t} + \nabla_r \cdot (\langle \vec{v} \vec{v} \rangle n(\vec{r}, t)) + \gamma \langle \nabla_{\vec{v}} \vec{v} \rangle = \vec{T} \quad (\text{A.33})$$

Où la vitesse moyenne des particules  $\vec{V}$  est donnée par :

$$\vec{V} = \frac{1}{n} \int_V v f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} \quad (\text{A.34})$$

Et où  $\vec{T}$  est la variation par unité de volume dans l'espace des vitesses de la quantité de mouvement.

$$\vec{T} = \int_V \vec{v} \frac{\partial f(\vec{r}, \vec{v}, t)}{\partial t} \Bigg|_{\text{collisions}} d\vec{v} \quad (\text{A.35})$$

L'accélération  $\gamma$  est égale dans notre cas à :

$$\gamma = \frac{q\vec{E}}{m} \quad (\text{A.36})$$

Où  $m$  et  $q$  sont respectivement la masse et la charge des particules considérées.

L'équation (3.6) est résolue grâce à l'hypothèse ECL et finalement il vient :

$$\vec{V} = \mu \vec{E} - D \frac{\nabla n}{n} \quad (\text{A.37})$$

Où l'on a introduit les paramètres de transport  $\mu$  pour la mobilité et  $D$  pour la diffusion. Ces deux coefficients sont déterminés par la connaissance du champ réduit  $E/P$ .

On trouvera la résolution complète de cette équation dans [18] et dans de nombreux ouvrages.

### A.3 Méthode des caractéristiques

**Théorème 1.** *Si  $\vec{w}$  et  $n_0$  sont des fonctions de classe  $C^1$ , la solution du problème est donnée par :*

$$n(\vec{x}, t) = n_0[T_{t,0}(\vec{x})] = n_0[\vec{X}(0; \vec{x}, t)] \quad (\text{A.38})$$

*Démonstration.* On passe en coordonnées de Lagrange associées au champ de vitesse  $\vec{w}$  :

$$\vec{x} = T_{0,t}(\vec{\xi}) \Leftrightarrow \vec{\xi} = T_{t,0}(\vec{x}) \quad (\text{A.39})$$

On pose :

$$m(\vec{\xi}, t) = n[T_{0,t}(\vec{\xi}), t] = n[\vec{X}(t; \vec{\xi}, 0), t] \quad (\text{A.40})$$

Et alors :

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla} \left( n \frac{\partial \vec{X}}{\partial t} \cdot i \right) = \left( \frac{\partial n}{\partial t} + \vec{w} \vec{\nabla} n \right) (T_{0,t}(\vec{\xi}), t) = 0 \quad (\text{A.41})$$

Autrement dit, toute solution de classe  $C^1$  est constante le long de chaque courbe caractéristique.

Avec la condition initiale :

$$m(\vec{\xi}, 0) = n_0(\vec{\xi}) \quad (\text{A.42})$$

C'est à dire :

$$n(\vec{x}, t) = n_0[T_{t,0}(\vec{x})] \quad (\text{A.43})$$

La fonction obtenue est une fonction de classe  $C^1$  pourvu que  $n_0$  et l'application  $T_{t,0}$  soient de classe  $C^1$ .

□

**Théorème 2.** Si  $\vec{w}$  et  $n_0$  sont des fonctions de classe  $C^1$ , la solution du problème est donnée par :

$$n(\vec{x}, t) = n_0[T_{t,0}(\vec{x})] \exp(\vec{\nabla} \vec{w} \cdot t) \quad (\text{A.44})$$

*Démonstration.* On passe en coordonnées de Lagrange associées au champ de vitesse  $\vec{w}$  :

$$\vec{x} = T_{0,t}(\vec{\xi}) \Leftrightarrow \vec{\xi} = T_{0,t}(\vec{x}) \quad (\text{A.45})$$

On pose :

$$m(\vec{\xi}, t) = n[T_{0,t}(\vec{\xi}), t] = n[\vec{X}(t; \vec{\xi}, 0), t] \quad (\text{A.46})$$

On a alors :

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla} \left( n \frac{\partial \vec{X}}{\partial t} \right) \quad (\text{A.47})$$

$$= \left[ \frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla}(\vec{w}n) \right] (T_{0,t}(\vec{\xi}), t) \quad (\text{A.48})$$

$$= - \left( n \vec{\nabla} \vec{w} \right) [T_{0,t}(\vec{\xi}), t] \quad (\text{A.49})$$

$$= m \vec{\nabla} \vec{w} \quad (\text{A.50})$$

Soit après résolution de cette équation différentielle en  $m$  :

$$m(\vec{\xi}, t) = m[T_{0,0}(\vec{\xi}), 0] \exp(-t \vec{\nabla} \vec{w}) \quad (\text{A.51})$$

Avec la condition initiale :

$$m(\vec{\xi}, 0) = n_0(\vec{\xi}) \quad (\text{A.52})$$

il vient :

$$m(\vec{\xi}, t) = n_0(\vec{\xi}) \exp(-t \vec{\nabla} \vec{w}) \quad (\text{A.53})$$

Et finalement :

$$n(\vec{x}, t) = n_0(\vec{\xi}) \exp(-t \vec{\nabla} \vec{w}) \quad (\text{A.54})$$

La fonction obtenue est une fonction de classe  $C^1$  pourvu que  $n_0$  et l'application  $T_{t,0}$  soient de classe  $C^1$ , ce qui a lieu dès que  $\vec{w}$  est de classe  $C^1$ .  $\square$

# Table des matières

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introduction</b>   | <b>2</b>  |
| <b>2</b> | <b>Rappel de physique des décharges</b>   | <b>7</b>  |
| 2.1      | La condition nécessaire d'existence de la décharge . . . . .  | 7         |
| 2.2      | Cas des systèmes non-uniformes : modèle du streamer . . . . .   | 15        |
| 2.3      | Discussion sur la génération d'électrons secondaires pour<br>l'auto-entretien du streamer . . . . .         | 17        |
| <b>3</b> | <b>Modèle mathématique</b>  | <b>20</b> |
| 3.1      | Introduction . . . . .  | 20        |
| 3.2      | Premier moment de l'équation de Boltzmann : équation de<br>conservation de la masse . . . . .               | 22        |
| 3.3      | Deuxième moment de l'équation de Boltzmann : équation de<br>transfert de la quantité de mouvement . . . . . | 23        |
| 3.4      | Les termes sources . . . . .  | 24        |
| 3.5      | Évaluation du champ électrique . . . . .  | 25        |
| 3.6      | Calcul du courant de décharge . . . . .   | 26        |
| <b>4</b> | <b>Traitement du rayonnement</b>  | <b>28</b> |
| 4.1      | Position du problème . . . . .  | 28        |
| 4.1.1    | Rappel physique . . . . .   | 28        |
| 4.1.2    | Validation des hypothèses dans l'azote et dans l'air . . . . .  | 28        |
| 4.1.3    | Phénomènes pris en compte . . . . .   | 29        |
| 4.2      | Équation de transport radiatif . . . . .  | 30        |
| 4.2.1    | Équation simplifiée basée sur des analyses expérimentales . . . . .   | 31        |
| 4.2.2    | Équation utilisée dans cette approche . . . . .   | 33        |
| 4.3      | Obtention du coefficient d'émission induite $B$ à partir du co-<br>efficient d'émission spontané . . . . .  | 36        |
| 4.4      | Calcul de la densité des espèces excitées . . . . .   | 41        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| <b>5</b> | <b>Résolution Numérique</b>  | <b>42</b>  |
| 5.1      | Introduction . . . . .   | 42         |
| 5.2      | Maillage de l'espace interélectrode . . . . .  | 42         |
| 5.2.1    | Pas spatial minimum . . . . .  | 43         |
| 5.3      | Résolution des équations de conservation . . . . .   | 45         |
| 5.3.1    | Introduction . . . . .   | 45         |
| 5.3.2    | Méthode des caractéristiques appliquée à la résolution<br>des équations de convection . . . . .                | 47         |
| 5.3.3    | Traitement de la diffusion . . . . .   | 58         |
| 5.4      | Traitement des termes sources . . . . .  | 59         |
| 5.5      | Résolution de l'équation de Poisson . . . . .  | 60         |
| 5.6      | Méthodes de résolution de l'équation de transport radiatif . .   | 61         |
| 5.6.1    | Intégration du modèle d'Eddington . . . . .  | 61         |
| 5.6.2    | Intégration de l'équation de transport radiatif . . . . .  | 63         |
| 5.7      | Discrétisation temporelle . . . . .  | 64         |
| <b>6</b> | <b>Résultats et discussions</b>  | <b>65</b>  |
| 6.1      | Simulation d'une décharge pointe-plan . . . . .  | 66         |
| 6.2      | La formation de l'onde d'ionisation streamer . . . . .   | 85         |
| 6.3      | Les processus de création d'électrons par photons . . . . .  | 91         |
| 6.3.1    | la photoionisation, son rôle pilote, et sa sensibilité aux<br>paramètres qui la définissent . . . . .          | 91         |
| 6.3.2    | Rôle de l'effet photoélectrique . . . . .  | 109        |
| 6.4      | Un possible processus nouveau de propagation du streamer :<br>l'émission stimulée . . . . .                    | 110        |
| 6.5      | Propagation du streamer en fonction de la tension appliquée,<br>transfert d'énergie dans la décharge . . . . . | 116        |
| 6.6      | Rayon de courbure de la pointe . . . . .   | 125        |
| 6.7      | Pression du gaz . . . . .  | 131        |
| 6.8      | Étude sur la forme de la pointe . . . . .  | 135        |
| 6.8.1    | Potentiel $8kV$ . . . . .  | 135        |
| 6.8.2    | Potentiel $10kV$ . . . . .   | 137        |
| 6.9      | Mise en évidence de phénomènes hors équilibres à la tête du<br>streamer et méthode de résolution . . . . .     | 139        |
| <b>7</b> | <b>Conclusions et perspectives</b>   | <b>146</b> |
| <b>A</b> | <b>Annexes</b>   | <b>149</b> |
| A.1      | Paramètres de transports . . . . .   | 149        |
| A.1.1    | ionisation . . . . .   | 149        |
| A.1.2    | Attachement . . . . .  | 150        |

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| A.1.3 | Détachement . . . . .  | 151 |
| A.1.4 | Recombinaison . . . . .  | 152 |
| A.1.5 | Extraction d'électrons secondaires à la cathode . . . . .                                    | 153 |
| A.1.6 | Relaxation des espèces excitées . . . . .  | 154 |
| A.1.7 | Excitation . . . . .   | 156 |
| A.2   | Résolution de l'intégration des deux premiers moments de<br>l'équation de Boltzman . . . . . | 157 |
| A.3   | Méthode des caractéristiques . . . . .   | 159 |

# Table des figures

|      |   |    |
|------|---|----|
| 2.1  | Photographie issue d'une caméra à balayage de la décharge . . .   | 8  |
| 2.2  | configuration en champ uniforme . . . . .   | 9  |
| 2.3  | $\alpha/P$ en fonction du champ réduit $E/P$ dans l'air . . . . .                                       | 14 |
| 2.4  | $\gamma$ en fonction du champ réduit $E/P$ dans l'air pour une cathode en Hg . . . . .                  | 14 |
| 2.5  | Photographie d'une décharge en champ uniforme, plan incliné   | 15 |
| 2.6  | Mécanisme du streamer, mise en évidence de la photoionisation   | 16 |
| 2.7  | Mécanismes secondaires . . . . .  | 18 |
| 3.1  | Circuit électrique . . . . .  | 26 |
| 5.1  | Représentation du maillage et de son déplacement au cours de la simulation . . . . .                    | 44 |
| 5.2  | Schéma de la méthode des caractéristiques . . . . .   | 50 |
| 5.3  | Comparaison des méthodes des caractéristiques (avec et sans repositionnement des sous-points) . . . . . | 52 |
| 5.4  | Cas monodimensionnel . . . . .  | 53 |
| 5.5  | Critère du choix du sous point . . . . .  | 53 |
| 5.6  | Cas bidimensionnel : position initiale des sous-points . . . . .  | 55 |
| 5.7  | Cas bidimensionnel : premier déplacement des sous-points . . . . .                                      | 56 |
| 5.8  | Cas bidimensionnel : déplacement des sous-points lors d'une itération . . . . .                         | 56 |
| 5.9  | Cas bidimensionnel : remplacement des sous-points après leur déplacement . . . . .                      | 57 |
| 5.10 | Densité initiale . . . . .  | 57 |
| 5.11 | Densité après $6.10^{-6}s$ $w_x = w_y = 10^5 m.s^{-1}$ . . . . .  | 58 |
| 5.12 | Densité après $6.10^{-6}s$ $w_x = w_r = 10^5 m.s^{-1}$ Cas cylindrique . . . . .                        | 58 |
| 6.1  | Configuration du système modélisé . . . . .   | 67 |
| 6.2  | Évolution du courant de décharge . . . . .  | 68 |
| 6.3  | Évolution de la vitesse du streamer . . . . .   | 69 |
| 6.4  | Évolution du rayon de la décharge . . . . .   | 71 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 6.5  | Évolution du champ électrique . . . . .   | 72  |
| 6.6  | Évolution du champ électrique axial . . . . .   | 73  |
| 6.7  | Évolution du champ électrique radial . . . . .  | 74  |
| 6.8  | Évolution de la densité électronique . . . . .  | 75  |
| 6.9  | Évolution de la densité des ions négatifs . . . . .   | 77  |
| 6.10 | Évolution de la densité des ions positifs . . . . .   | 78  |
| 6.11 | Évolution de la densité nette de charge . . . . .   | 79  |
| 6.12 | Évolution de la densité des photons . . . . .   | 80  |
| 6.13 | Évolution de la densité nette des espèces excitée . . . . .   | 81  |
| 6.14 | Évolution du potentiel . . . . .  | 82  |
| 6.15 | Situation des diverses grandeurs sur l'axe au temps 27 ns . . . . .   | 83  |
| 6.16 | Évolution de la densité électronique entre 0 et 2,7ns . . . . .   | 86  |
| 6.17 | Évolution de la densité photonique entre 0 et 2,7ns . . . . .   | 87  |
| 6.18 | Évolution de la densité nette de charge entre 0 et 2,7ns . . . . .  | 88  |
| 6.19 | Évolution de la densité électronique entre 0 et 2,7ns pour un<br>électron placé initialement à une distance de 0,3cm de la pointe | 89  |
| 6.20 | Évolution de la densité photonique entre 0 et 2,7ns pour un<br>électron placé initialement à une distance de 0,3cm de la pointe   | 90  |
| 6.21 | Évolution du courant pour une simulation sans photoionisation   | 91  |
| 6.22 | Valeur du champ électrique aux temps $t = 12ns$ et $42ns$ sans<br>photon . . . . .  | 93  |
| 6.23 | Évolution du courant de décharge en fonction de l'efficacité<br>photonique . . . . .  | 95  |
| 6.24 | Champ électrique en fonction de l'efficacité des photons, $t =$<br>$12ns$ . . . . .   | 96  |
| 6.25 | Champ électrique en fonction de l'efficacité des photons, $t =$<br>$42ns$ . . . . .   | 97  |
| 6.26 | Évolution du rayon en tête de streamer en fonction de l'effica-<br>cité des photons . . . . .                                     | 98  |
| 6.27 | Évolution de la valeur maximale du champ électrique en fonc-<br>tion de l'efficacité des photons . . . . .                        | 98  |
| 6.28 | Évolution de l'énergie potentielle . . . . .  | 99  |
| 6.29 | Évolution du champ électrique pour $\Gamma = 1.10^{-1}$ . . . . .   | 100 |
| 6.30 | Courant électrique en fonction de l'absorption $\mu$ . . . . .  | 103 |
| 6.31 | Champ électrique en fonction de l'absorption $\mu$ à 12 ns . . . . .  | 104 |
| 6.32 | Champ électrique en fonction de l'absorption $\mu$ à 42 ns . . . . .  | 105 |
| 6.33 | Évolution du rayon en fonction du coefficient d'absorption des<br>photons . . . . .   | 106 |
| 6.34 | Densité des photons en fonction de l'absorption $\mu$ à 12 ns . . . . .   | 107 |
| 6.35 | Densité des photons en fonction de l'absorption $\mu$ à 42 ns . . . . .   | 108 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 6.36 | Rôle de l'effet photoélectrique dans l'évolution du courant de décharge . . . . .   | 109 |
| 6.37 | Évolution du courant en fonction de l'émission induite . . . . .  | 110 |
| 6.38 | Évolution du rayon en fonction de l'émission induite . . . . .  | 111 |
| 6.39 | Évolution du rayon calculé par rapport à la densité nette de charge en fonction de l'émission induite . . . . .               | 112 |
| 6.40 | Évolution du rayon calculé par rapport à la densité nette de charge dans le canal en fonction de l'émission induite . . . . . | 113 |
| 6.41 | Rayon de la densité nette de charge à $12ns$ en fonction de l'émission induite . . . . .                                      | 113 |
| 6.42 | Rayon de la densité nette de charge à $42ns$ en fonction de l'émission induite . . . . .                                      | 114 |
| 6.43 | Rôle du potentiel appliqué dans l'évolution du courant de décharge . . . . .  | 116 |
| 6.44 | Champ électrique en fonction du potentiel appliqué à $12ns$ . . . . .   | 117 |
| 6.45 | Champ électrique en fonction du potentiel appliqué à $42 ns$ . . . . .  | 118 |
| 6.46 | Évolution de l'énergie potentielle en fonction de la tension appliquée . . . . .  | 119 |
| 6.47 | Évolution de la valeur maximale du champ électrique sur l'axe en fonction du potentiel appliqué . . . . .                     | 120 |
| 6.48 | Évolution du courant électrique pour une tension appliquée de $5kV$ . . . . .   | 121 |
| 6.49 | Champ électrique, densité nette de charge, densité des photons pour une tension appliquée de $5kV$ à $120ns$ . . . . .        | 122 |
| 6.50 | Ligne d'équichamp à $34kV/cm$ pour des tensions de $8kV$ et $10kV$ . . . . .  | 123 |
| 6.51 | Évolution du courant pour un potentiel de $8kv$ et divers rayons de courbure . . . . .  | 125 |
| 6.52 | Évolution du courant pour un rayon de courbure de $24\mu m$ et divers potentiels appliqués . . . . .                          | 126 |
| 6.53 | Valeur du champ électrique à $12 ns$ pour un rayon courbure de la pointe de $24 \mu m$ . . . . .                              | 127 |
| 6.54 | Valeur du champ électrique à $45 ns$ pour un rayon courbure de la pointe de $24 \mu m$ . . . . .                              | 128 |
| 6.55 | Évolution du courant électrique en fonction du potentiel appliqué et du rayon de courbure de la pointe . . . . .              | 129 |
| 6.56 | Évolution du courant électrique en fonction du potentiel appliqué pour un rayon courbure de la pointe de $67 \mu m$ . . . . . | 129 |
| 6.57 | Évolution du courant électrique en fonction du potentiel appliqué pour un rayon courbure de la pointe de $72 \mu m$ . . . . . | 130 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 6.58 | Évolution du courant électrique en fonction du potentiel appliqué pour un rayon courbure de la pointe de $72 \mu m$ . . . . .   | 130 |
| 6.59 | Évolution du courant de décharge en fonction de la pression du gaz . . . . .  | 131 |
| 6.60 | Valeur du champ électrique à 12 ns en fonction de la pression du gaz . . . . .  | 132 |
| 6.61 | Valeur du champ électrique à 42 ns en fonction de la pression du gaz . . . . .  | 133 |
| 6.62 | Comparaison entre une pointe parabolöide et une pointe conique  | 135 |
| 6.63 | Comparaison entre une pointe parabolöide et une pointe conique : évolution du courant . . . . .   | 135 |
| 6.64 | Comparaison entre une pointe parabolöide et une pointe conique : évolution du champ électrique . . . . .  | 136 |
| 6.65 | Comparaison du courant électrique pour une pointe parabolöide et une pointe conique à un potentiel de $10kV$ . . . . .  | 137 |
| 6.66 | Comparaison du champ électrique pour une une pointe parabolöide et une pointe conique potentiel de $10kV$ . Temps $12ns$  | 138 |
| 6.67 | Comparaison du champ électrique pour une une pointe parabolöide et une pointe conique potentiel de $10kV$ . Temps $42ns$  | 138 |
| 6.68 | Schéma de la situation en tête de streamer du point de vue d'un électron . . . . .  | 139 |
| 6.69 | Évolution du courant de décharge lors d'une simulation avec prise en compte de l'avancement du streamer dans le calcul du coefficient d'ionisation . . . . .                                  | 140 |
| 6.70 | Évolution du champ électrique total lors d'une simulation avec prise en compte de l'avancement du streamer dans le calcul du coefficient d'ionisation . . . . .                               | 141 |
| 6.71 | Évolution du rayon de la densité électronique en tête de streamer lors d'une simulation avec prise en compte de l'avancement du streamer dans le calcul du coefficient d'ionisation . . . . . | 142 |
| 6.72 | Évolution du rayon de la densité nette dans le canal lors d'une simulation avec prise en compte de l'avancement du streamer dans le calcul du coefficient d'ionisation . . . . .              | 143 |
| 6.73 | Évolution de la vitesse de la décharge lors d'une simulation avec prise en compte de l'avancement du streamer dans le calcul du coefficient d'ionisation . . . . .                            | 144 |

# Liste des tableaux

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 5.1 | Comparaison des méthodes numériques . . . . . | 54 |
|-----|---|----|

# Bibliographie

- [1] I. Abbas et P. Bayle in *J. Phys. D : Appl. Phys.* 14 ; 1981, p649
- [2] E. Badareu et I. Popescu “Gaz ionisés - Décharges électriques dans les gaz” in *Dunod Paris* ; 1965
- [3] S. Badaloni et I. Galimberti in *Upee-72/05* ; 1972
- [4] Bastien F. et Marode E. “The determination of basic quantities during glow to arc transition in a positive point-to-plane discharge” in *J. Phys. D Vol 12* ; 1979, pp249-263
- [5] J.P. Boeuf et E. Marode “” in *J. Appl. Phys.* 18 ; 1985, p2169
- [6] W.E. Bowls in *Phys. Rev.* 53 ; 1938, p297
- [7] Davies A. J., Niessen W. “The solution of the continuity equations in ionization and plasma growth” in ;
- [8] A.J. Davies, C.S. Davies et C.J. Evans “” in *Proc. IEEE* 118 ; 1971, p816
- [9] J. Davies, C.S. Davies et F. Llewellyn Jones “” in *Proc. Roy. Soc. A* 281 ; 1964, p164
- [10] J. Davies, C.S. Davies et F. P.M. Woodison “” in *Proc. IEE.* 122 ; 1975, p765
- [11] A.J. Davies, C.S. Davies, P. Townsend et F. P.M. Woodison “” in *Proc. IEE.* 124 ; 1977, p179
- [12] P.M. Davidson in *J. Appl. Phys.* 4 ; 1953, p170
- [13] G.A. Dawson et W.P. Winn in *Z. Phys.* 183 ; 1965, p159
- [14] N. Dechamps in *Thèse de doctorat - Paris XI* ; 2000, p159
- [15] P.M. Dehmer et W.A. Chupka “High resolution study of photoionisation processes in O<sub>2</sub>” in *J. Chem. Phys.* 62, Num 11 ; 1975, pp 4545
- [16] Ph. Dessante in *Rapport de DEA : Modélisation de la photoionisation dans une décharge haute pression* ; 1996
- [17] Dhali S.K., Williams P.F. “Two dimensional studies of streamers in gases” in *J. Appl. Phys.* 62 (12) ; 1987, pp4696-4707

- [18] D. Djermoune “Simulation numerique d’une decharge electrique sous haute pression declenchee par dard (streamer)” in *These de l’universite Paris VI* ; 1996, 170p
- [19] Dutton in *J. Phys. Chem. Ref. Data* 4 ; 1975, p 577
- [20] R.G. Fowler et G.A Shelton “” in *Phys. Fluids* 17 ; 1974, p334
- [21] I. Galimberti “” in *Pure Appl. Chem.* 60 ; 1988, p663
- [22] I. Galimberti in *J. Phys. D* 5 ; 1972, p2179
- [23] Guo J.M., Wu C.J. “Two dimensionnal non equilibrium fluids models for streamers” in *I.E.E. Transactions on plasma sciences* 21 (6) ; 1993
- [24] G. Hartmann “Spectroscopie de la decharge couronne : Etude des mecanismes de collisions dans le dard” in *These Doctorat d’Etat, Paris Sud* ; 1977
- [25] S.L. Herbert “Iterative solution of implicit approximations of multidimensional partial differentials equations” in *(SIAMJ) Numer. Anal.* 5 (3) ; 1969, pp530-558
- [26] J.A. Hornbeck in *Phys. Rev.* 83 ; 1951, p375
- [27] C.R. Jesshope “” in *Comp. Phys. Comm.* 17 ; 1979, p383
- [28] J.T. Kennedy “Study of the avalanche to streamer transition in insulating gases” in *These de l’universite technique d’Eindovein* ; 1995
- [29] Kline L.E. “Computer simulation of electron avalanche and steramers” in *Proceeding of the I.E.E.* 54 (4) ; 1971
- [30] Kline L.E., Siambis G. “Computer simulation of electrical breakdown in gase ; avalanches and streamers formation” in *Phys. Rev. A* 5 (2) ; 1972, p 794
- [31] Kline L.E. “Calculation of discharge initiation in overvolted parallel plane gaps” in *J. Appl. Phys.* 45 ; 1974, pp2046-2054
- [32] Kline L.E. “Effect of negative ions on current growth and ionising wave propagaton in air” in *J. Appl. Phys.* 46 (5) ; 1975, pp1994-2000
- [33] R. Klingbeil, D.A. Tidman et R.F. Fernsler “” in *Phys. Fluids* 15 ; 1972, p1969
- [34] Kulikovsky A.A. “The structure of streamear in N2 : I Fast method of space charge dominated plasma simulation ;II 2 dimensional modelling” in *J. Phys. D : Appl Phys* 27 ; 1994, p1556 et 2564
- [35] A.A Kulikovsky “The role of photoionisation in positive streamer dynamics” in *J. Phys. D : Appl Phys* 33, Num 12 ; 2000, pp1514—1524
- [36] E.E Kunhardt et Y. Tzeng “” in *Phys. Rev. A*38 ; 1988, p1410

- [37] E.D. Lanzanskii “” in *Sov. Phys. - Tech. Phys.* 13 ; 1969, p1269
- [38] E.D. Lanzanskii “” in *Sov. Phys. - Usp.* 18 ; 1976, p893
- [39] J. Liu et G.R. Govinda Raju “” in *IEEE Trans. on dielectrics and electrical insulation* 1 ; 1994, p530
- [40] F.Llewelin-Jones “The Glow Discharge” in *Methuen, LONDON-NY, John Willey* ; 1966
- [41] F.Llewelin-Jones et D.E. Davies in *Proc. Phys. Soc. B* 64 ; 1951, p519
- [42] L.B. Loeb et J.M. Meek “” in *J. Phys. D.* 11 ; 1939, p797
- [43] L.B. Loeb “Electrical Coronas” in *University Of California Press. Berkeley California* ; 1965
- [44] J.F. Loiseau, F. Grange, N. Spyrou, N. Soulem et B. Held “” in *Proc. 11th Inter. Conf. on Gaz discharges and their Appl.* 2 ; 1995, p492
- [45] E. Marode “La formation de l’arc entre une pointe positive et un plan” in *These de doctorat d’etat - Paris Sud* ; 1972
- [46] E. Marode “Electrical Breakdown and Discharges in gases (E. Kunhardt, L.K. Luessen editor)” in *Nato Series ASI, Serie B, Volume 89b Plasma* ; 1981, pp119-166
- [47] W.L. Morgan et B.M. Penetrante “” in *Comp. Phys. Comm.* 58 ; 1990, p127
- [48] Morrow R., Lowke J.J. “Space charge effect on drift dominated electron and plasma motion” in *J. Phys. D : Appl. Phys.* 14 ; 1981, pp2027-2034
- [49] Morrow R. et Lowke J.J. “Streamer propagation in air” in *J. Phys. D Vol 30* ; 1997, pp614-627
- [50] R. Morrow “” in *Phys. Rev. A* 35 ; 1987, p1778
- [51] R. Morrow “” in *IEEE Trans. on Electrical Insulation* 28 ; 1991, p398
- [52] NAG “” in *The Numerical Algorithms Group Ltd., Oxford Uk - <http://www.nag.co.uk>* ; 1995, pp
- [53] Parpia I.H., Kentzer C.P., Williams M.H. “Multidimensional time dependent method of characteristic” in *Comp. and Fluids* 16 (1) ; 1988, pp105-117
- [54] S.V. Patankar “Numerical Heat Transfert and Fluid Flow” in *Hemisphere Washington* ; 1980, pp
- [55] G.W. Penney et G.T. Hummert “” in *J. Appl. Phys.* 41 ; 1970, p572
- [56] Piesch G.J., Gibalov V.I. “Mechanism of barrier discharge” in *XII Gaz discharge and their applications (Greifswald Germany)* ; 1997, pp750-757

- [57] A. Le Pourhiet “Resolution Numerique des equations aux derivees partielles” in *Cepadues Paris* ; 1988, pp
- [58] A. Przybylski “” in *Z. Phys. 151* ; 1958, p264
- [59] A. Przybylski “” in *Z. Naturf. 16a* ; 1961, p1232
- [60] A. Przybylski “” in *Z. Phys. 168* ; 1962, p504
- [61] H. Raether in *Zeit. Phys 112* ; 1939, p464
- [62] H.Raether “Avalanche and Breakdown in Gases” in *Butterworth, London* ; 1964
- [63] Sato N, Tagashira H. “Monte-Carlo simulation of the electron swarm in nitrogen under non uniform field conditions” in *J. Phys. D : Appl Phys. 18* ; 1985, pp2451-2461
- [64] R. Schade in *Z. Phys. 104* ; 1937, p487
- [65] Segur P., Djermoune D., Marode E. “Two dimensional modelling of a streamer discharge in plane parallel geometries in nitrogen and air” in *Proc. 10th Intern. Conf. on gaz discharges and their Appl.* ; 1992, p908
- [66] P. Segur “” in *J. Phys. D : Appl. Phys. 17* ; 1984, p2199
- [67] P.Segur, E. Marode, M.Youssfi, J.P.Bœuf, A.S.Davies, J.G.Evans “The microscopic treatment of non equilibrium regions in a weakly ionized gas (E. Kunhardt, L.K. Luessen editor)” in *Nato Series ASI, Serie B, Volume 89b Plasma* ; 1981, pp331-394
- [68] S.V. Sizykh “Photoionizational mechanism of ionization-wave propagation” in *High Temperature 28* ; 1990, pp638-644
- [69] Stritzke P., Sander I., Raether H. “Spatial and temporal spectroscopy of a streamer discharge in nitrogen ” in *J. Phys. D : Appl. Phys 10* ; 1977, pp2285-2300
- [70] J. S. Townsend “Electricity in gases” in *Oxford* ; 1915
- [71] Tran-Ngoc-An, E. Marode et P.C Johnson “” in *J. Phys. D : Appl Phys. 10* ; 1977, p2317
- [72] P.A. Vitello, B.M. Penetrante et J.N. Bardsley in *NATO ASI series, Vol. G, Part. A* ; 1993, p249
- [73] P.A. Vitello, B.M. Penetrante et J.N. Bardsley in *Phys. Rev. E, 49* ; 1994, p5574
- [74] Wang M.C., Kunhardt E.E. “Streamer dynamics” in *Phys. Rev. A 42 (4)* ; 1990, p15
- [75] C.W. Wu et E.E. Kunhardt “” in *Phys. Rev. A 37* ; 1986, p4396

- [76] Yoshida K., Tagashira H. "Computer simulation of a nitrogen discharge considering the radial electron drift" in ; 1976
- [77] Yoshida K., Tagashira H. "Computer simulation of a nitrogen discharge at high overvoltage" in ; 1976
- [78] Yoshida K., Taniguchi T., Tagashira H. "Computer simulation of an axially symmetric narrow discharge at high overvoltage" in ; 1979
- [79] M. Yousfi "" in *J. Phys. D : Appl. Phys* 17; 1984, p2199
- [80] Yu .N, Babaeva, Nadis G.N. "Two dimensional modelling of positive streamer dynamics in non uniform electric field in air" in *J. Phys D* 29; 1996, pp2423-2431
- [81] M.B. Zheleznyak, A.Kh. Mnatsakanyan et S.V. Sizykh "Photoionization of nitrogen and oxygen mixtures by radiation from a gas discharge" in *High Temperature* 20-3; 1982, pp357-362

## MODÉLISATION D'UNE DÉCHARGE ÉLECTRIQUE DE TYPE STREAMER DANS L'AIR À HAUTE PRESSION SOUS GÉOMÉTRIE NON UNIFORME.

Les décharges filamenteuses induites par streamer (dard) ont de très nombreuses applications industrielles, elles apparaissent aussi très souvent dans la nature. Très vite, il est apparu la nécessité d'une compréhension des phénomènes intrinsèques de ce type de décharge. L'objectif de ce travail a été de modéliser par un jeu d'équations basé sur le modèle fluide, puis de simuler l'évolution spatio-temporelle des principales espèces chargées et du champ électrique dans le milieu. Cette simulation a été réalisée dans une géométrie bidimensionnelle pour un intervalle de type pointe-positive/plan où le champ est fortement inhomogène. Elle est basée sur la résolution des équations hydrodynamiques par un schéma des caractéristiques spécialement modifié pour ce cas. Les résultats d'une première simulation ont été comparés aux diverses valeurs significatives communément admises. Puis il a été montré plus en détail la formation de l'onde d'ionisation et le rôle important des photons dans le déclenchement en introduisant le processus de streamer photo-déclenché. Par la suite, une étude sur la photoionisation a été réalisée, le terme d'émission induite étant pris en compte dans le traitement des photons. Il a été présenté enfin dans une partie plus applicative, une étude sur le déclenchement et la propagation de la décharge en fonction de la tension appliquée, du rayon de courbure, de la pression du gaz et de la forme de la pointe. Enfin un retour sur les hypothèses faites lors de la modélisation a été fait, avec la présentation de phénomènes tendant à invalider l'équilibre du champ local, lors notamment de la prise en compte de l'avancement du streamer.

## STREAMER ELECTRICAL DISCHARGE MODELISATION IN AIR AT HIGH PRESSION UNDER NON UNIFORM GEOMETRY

Streamer induced filamentary discharges have numerous industrial applications. They also appear in natural phenomena. Recently there has been a realisation that a better understanding is required of the intrinsic phenomena associated with this type of discharge. The object of this work has been to model (using fluid equations) and to simulate the spatio-temporal evolution of the primary charged species and of the electrical field in the gas. This simulation has been realised in a two-dimensional geometry for a positive-point to plane gap, where the electrical field is strongly heterogeneous. It is based on the resolution of hydrodynamic equations by a specially modified characteristic method. The results, for a primary simulation, have been compared to various significant values. Then, the ionising wave formation and the trigger have been studied in more detail, by the introduction of the photo-triggered streamer process. Next, a photoionisation analysis has been performed, where the induced emission has been taken into account in photon treatment. A more industrial point of view is presented in which the trigger and the propagation of the streamer discharge were studied as a function of the applied voltage, the point of curvature, the pressure and the point shape. Finally a return to the model has been made, with presentation of phenomena which tend to invalidate the local electric equilibrium, notably by taking into account the streamer head advance.