

Contribution à la modélisation du brassage électromagnétique de l'acier

Alain Glière

▶ To cite this version:

Alain Glière. Contribution à la modélisation du brassage électromagnétique de l'acier. Electromagnétisme. L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE, 1988. Français. NNT : . tel-01331135

HAL Id: tel-01331135 https://hal.science/tel-01331135

Submitted on 29 Jun 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Présentée par

Alain GLIERE

pour obtenir le titre de DOCTEUR

de L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE

DE GRENOBLE

(arrété ministériel du 5 juillet 1984)

Spécialité : Génie Electrique.

Contribution à la modélisation du brassage électromagnétique de l'acier

Soutenue le 8 janvier 1988

R. PERRET

Président

D. JEANDEL Y. FAUTRELLE M.C. NOVE Ph. MASSE Rapporteur Rapporteur Examinateur Examinateur

Thèse préparée au laboratoire MADYLAM

GRENOBLE



INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

Président:

Georges LESPINARD

Année 1988

Professeurs des Universités

BARIBAUD BARRAUD BAUDELET BEAUFILS BLIMAN BLOCH BOIS BONNETAIN BOUVARD BRISSONNEAU BRUNET CAILLERIE CAVAIGNAC CHARTIER CHENEVIER CHERADAME CHOVET COHEN COUMES DARVE DELLA-DORA DEPORTES DOLMAZON DURAND DURAND FOGGIA FONLUPT FOULARD GANDINI GAUBERT GENTIL GREVEN GUERIN GUYOT **IVANES** JAUSSAUD

Michel Alain Bernard Jean-Pierre Samuel Daniel Philippe Lucien Maurice Pierre Yves Denis Jean-François Germain Pierre Herve Alain Joseph André Félix Jean-François Jacques Jean-Marc Francis Jean-Louis Albert Jean Claude Alessandru Claude Pierre Helène Bernard Pierre Marcel

ENSERG

ENSIEG

ENSPG

ENSEEG

ENSERG

ENSHMG

ENSEEG

ENSHMG

ENSIEG

ENSPG

ENSPG

ENSERG

UFR PGP

ENSERG

ENSERG

ENSERG

ENSHMG

ENSIMAG

ENSPG

ENSERG

ENSERG

ENSIEG

ENSIEG

ENSIEG

ENSPG

IUFA

ENSERG

ENSERG

ENSEEG

ENSIEG

ENSIEG

ENSIMAG

UFR PGP

IUFA ENSHMG

ENSPG

JOUBERT JOURDAIN LACOUME LESIEUR LESPINARD LONGEQUEUE LOUCHET MASSE MASSELOT MAZARE MOREAU MORET MOSSIERE OBLED OZIL PARIAUD PERRET PERRET PIAU POUPOT RAMEAU RENAUD ROBERT ROBERT SABONNADIERE SAUCIER SCHLENKER SCHLENKER SILVY SIRYES SOHM SOLER SOUQUET TROMPETTE VEILLON

ZADWORNY

Jean-Claude Geneviève Jean-Louis Marcel Georges Jean-Pierre François Philippe Christian Guy René Roger Jacques Charles Patrick Jean-Charles René Robert Jean-Michel Christian Jean-Jacques Maurice André Francois Jean-Claude Gabrielle Claire Michel Jacques Pierre Jean-Claude Jean-Louis Jean-Louis Philippe Gérard François

ENSPG ENSIEG ENSIEG ENSHMG ENSHMG ENSPG ENSIEG ENSIEG ENSIEG ENSIMAG ENSHMG ENSIEG ENSIMAG ENSHMG ENSEEG ENSEEG ENSIEG ENSIEG ENSHMG ENSERG ENSEEG UFR PGP UFR PGP ENSIMAG ENSIEG ENSIMAG ENSPG ENSPG UFR PGP ENSEMG ENSEEG ENSIMAG ENSEEG ENSHMG ENSIMAG ENSERG

Professeur Université des Sciences Sociales (Grenoble II)

BOLLIET

Louis

Pierre

Personnes ayant obtenu le diplôme

d'HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES

Monique		DEROO	Daniel	HAMAR	Roger
Zdenek		DIARD	Jean-Paul	LADET	Pierre
Jean-Marc	×.	DION	Jean-Michel	LATOMBE	Claudine
Jean-Pierre		DUGARD	Luc	LE GORREC	Bernard
John		DURAND	Madeleine	MADAR	Roland
Catherine		DURAND	Robert	MULLER	Jean
Christian		GALERIE	Alain	NGUYEN TRONG	Bernadette
Gérard		GAUTHIER	Jean-Paul	PASTUREL	Alain
Jean-Louis		GENTIL	Sylviane	PLA	Fernand
Francis		GHIBAUDO	Gérard	ROUGER	Jean
Florin		HAMAR	Sylvaine	TCHUENTE	Maurice
				VINCENT	Henri
	Zdenek Jean-Marc Jean-Pierre John Catherine Christian Gérard Jean-Louis Francis Florin	Zdenek Jean-Marc Jean-Pierre John Catherine Christian Gérard Jean-Louis Francis Florin	Zdenek DIARD Jean-Marc DION Jean-Pierre DUGARD John DURAND Catherine DURAND Christian GALERIE Gérard GAUTHIER Jean-Louis GENTIL Francis GHIBAUDO Florin HAMAR	ZdenekDIARDJean-PaulJean-MarcDIONJean-MichelJean-PierreDUGARDLucJohnDURANDMadeleineCatherineDURANDRobertChristianGALERIEAlainGérardGAUTHIERJean-PaulJean-LouisGENTILSylvianeFrancisGHIBAUDOGérardFlorinHAMARSylvaine	ZdenekDIARODan-PaulLADETJean-MarcDIONJean-MichelLATOMBEJean-PierreDUGARDLucLE GORRECJohnDURANDMadeleineMADARCatherineDURANDRobertMULLERChristianGALERIEAlainNGUYEN TRONGGérardGAUTHIERJean-PaulPASTURELJean-LouisGENTILSylvianePLAFrancisGHIBAUDOGérardROUGERFlorinHAMARSylvaineTCHUENTEVINCENTKatherineKatherine

CHERCHEURS DU C.N.R.S

Directeurs de recherche lère Classe

CARRE	René	LANDAU	Ioan
HOPFINGER	Emile	VERJUS	Jean-Pierre
JORRAND	Philippe		

Directeurs de recherche 2ème Classe

ALEMANY	Antoine	KLEITZ	Michel
ALLIBERT	Colette	KOFMAN	Walter
ALLIBERT	Michel	KAMARINOS	Georges
ANSARA	Ibrahim	LEJEUNE	Gérard
ARMAND	Michel	LE PROVOST	Christian
BERNARD	Claude	MADAR	Roland
BINDER	Gilbert	MERMET	Jean
BONNET	Roland	MICHEL	Jean-Marie
BORNARD	Guy	MUNIER	Jacques
CAILLET	Marcel	PIAU	Monique
CALMET	Jacques	SENATEUR	Jean-Pierre
COURTOIS	Bernard	SIFAKIS	Joseph
DAVID	René	SIMON	Jean-Paul
DRIOLE	Jean	SUERY	Michel
ESCUDIER	Pierre	TEODOSIU	Christian
EUSTATHOPOULOS	Nicolas	VAUCLIN	Michel
GUELIN	Pierre	WACK	Bernard
JOUD	Jean-Charles		

Personnalités agréees à titre permanent à diriger

des travaux de recherche (décision du conseil scientifique)

ENSEEG			
CHATILLON HAMMOU MARTIN GARIN	Christian Abdelkader Régina	SARRAZIN SIMON	Pierre Jean-Paul
ENSERG			
BOREL	Joseph		
ENSIEG			
DESCHIZEAUX GLANGEAUD	Pierre François	PERARD REINISCH	Jacques Raymond
ENSHMG			
ROWE	Alain		
ENSIMAG			
COURTIN	Jacques		
EFP			
CHARUEL	Robert		

C.E.N.G

CADET COEURE DELHAYE DUPUY JOUVE NICOLAU

Jean Philippe Jean-Marc Michel Hubert Y van NIFENECKER PERROUD PEUZIN TAIEB VINCENDON

Hervé Paul Jean-Claude Maurice Marc

Laboratoires extérieurs :

C.N.E.T

DEVINE GERBER Rodericq Roland MERCKEL PAULEAU Gérard Yves



Ce travail a été effectué au sein du laboratoire Madylam, en collaboration avec le laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble.

Je remercie

Monsieur Perret, directeur du laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, qui m'a fait l'honneur de présider ce jury,

Monsieur Jeandel, professeur à l'Ecole Centrale de Lyon, qui a bien voulu examiner mes travaux,

Mademoiselle Nové, responsable du bureau d'étude d'Alsthom-SCAM, qui a apporté son soutien à toute cette étude,

Monsieur Fautrelle, maitre de conférence à l'Ecole Nationale Supèrieure d'Hydraulique de Grenoble, pour les nombreuses discussions que nous avons eues sur ce sujet,

Monsieur Massé, professeur à l'Ecole Nationale Supèrieure d'Hydraulique de Grenoble, qui, par son soutien permanent a permis que ce travail soit mené à bien.

Monsieur Morel, ingénieur informaticien au laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, est intervenu à de nombreuses reprises lors de la phase de réalisation des logiciels.

Monsieur Biguet, responsable de la plate-forme d'expérimentation de la société Alsthom-SCAM, a permis que la partie manipulation de ce mémoire soit menée à bien.



Table des matières

. .

page 1	1. Introduction
1 3 6	 1.1 <u>le brassage électromagnétique : généralités</u> 1.2 <u>revue des travaux antérieurs</u> 1.3 <u>apport de l'étude</u>
11	2. <u>Le problème physique</u>
12 12 13 14	 2.1 <u>le problème magnétodynamique</u> 2.1.1 <u>hypothèses générales</u> 2.1.2 <u>les équations de l'électromagnétisme</u> 2.1.3 <u>la formulation en potentiel vecteur à une composante</u>
15 15 16	2.2.2 <u>Couplage : les forces électromagnétiques</u> 2.2.1 <u>hypothèses générales</u> 2.2.2 <u>calcul bidimensionnel</u>
17 18	2.2.3 " <u>tridimensionnalisation</u> " des forces électromagnétiques 2.3 <u>hydrodynamique</u>
18 19	2.3.1 <u>hypothèses générales</u> 2.3.2 <u>turbulence</u>
23 24	2.3.3 <u>Conditions aux limites aux parois</u> 2.3.4 <u>les équations du mouvement</u>
24	2.3.6 Le cas tridimensionnel
25	2.4 <u>Couplage : le terme U×B</u>
27	2.5 <u>Résumé des modèles</u>
29	3. <u>Méthodes numériques</u>
29	3.1 La méthode des éléments finis
29	3.1.1 principe
32	3.1.2 la formulation bidimensionnelle
33	3.1.3 <u>aspects techniques</u>
34	3.1.4 problèmes liés au calcul des forces électromagnétiques
35	3.2 <u>Une methode de perturbation appliquée au couplage</u>
37	3.3.1 principes

43 4. les outils informatiques

- 43 4.1 généralités
- 43 4.2 Flux-expert
- 44 4.3 Un logiciel de résolution des équations de l'hydrodynamique
- 44 4.4 <u>le post-processeur</u>
- 46 4.5 structure informatique des outils
- 49 5. Expérimentations
- 49 5.1 Présentation
- 50 5.2 <u>Réserves</u>
- 52 5.3 Mesures de champ magnétique
- 53 5.4 <u>Mesures de vitesses</u>

61 6. <u>Comparaisons et résultats</u>

- 61 6.1 <u>simulation bidimensionnelle et influence du terme de</u> <u>couplage</u>
- 63 6.2 simulation tridimensionnelle et influence des recirculations
- 64 6.3 <u>comparaison des écoulements obtenus pour des billettes</u> <u>de différentes sections droites</u>
- 65 6.4 confrontation expérimentale
- 65 6.4.1 mesures de l'induction magnétique
- 66 6.4.2 mesures de vitesse
- 87 7. <u>Faisabilité d'une étude magnétodynamique</u>

<u>tridimensionnelle</u>

- 87 7.1 <u>intérêt de la "tridimensionnalisation" du modèle</u> <u>magnétodynamique</u>
 87 7.2 la formulation en potentiel vecteur appliquée au cas d'une
- billette axisymétrique
- 88 7.2.1 modèle de courants inducteurs
- 89 7.2.2 formulation en potentiel vecteur
- 90 7.3. "tridimensionnalisation" des forces électromagnétiques
- 90 7.4. formulation de la discrétisation en éléments finis
- 93 7.5. problèmes numériques rencontrés
- 95 7.6. premiers résultats du modèle
- 96 7.7. conclusions

103 8. Conclusion

105 Références bibliographiques

109 Annexes

A.1. répertoire des notations utilisées

A.2. <u>quelques précisions concernant les expérimentations</u> <u>numériques</u>

A.3. données physiques utilisées dans les calculs



1 Introduction

1.1 le brassage électromagnétique : généralités

Un brasseur electromagnétique inductif est un stator de moteur asynchrone dans lequel le rotor traditionnel, bobiné ou à cage d'écureuil est remplacé par un induit liquide et conducteur de l'électricité. Les courants inducteurs génèrent à la fois un champ magnétique alternatif tournant ou glissant et des courants de Foucault dont l'interaction produit des forces rotationnelles réparties dans tout le volume du fluide, et donc des mouvements. La figure 1.1. représente un brasseur en situation sur une machine de coulée continue de billettes d'acier.

De nombreux types de brasseurs électromagnétiques inductifs sont actuellement développés en vue de s'adapter au mieux au produit coulé et à l'effet désiré. On rencontre principalement des brasseurs rotatifs pour les produits longs (billettes et blooms) et des brasseurs linéaires pour les produits plats (brames). Ces appareils sont situés le plus souvent en tête de coulée, autour ou à proximité de la lingotière, ou dans la zone de refroidissement secondaire de la machine (figure 1.2.). On les installe quelquefois dans la zone de solidification finale. Alimentés sous de fréquences de quelques Hz à quelques dizaines de Hz, pour des puissances nominales de quelques dizaines à quelques centaines de kW, ils produisent dans le métal liquide des écoulements turbulents dont les vitesses varient de quelques dizaines de cm/s à 1 m/s.

Le brassage électromagnétique s'impose depuis quelques années comme le complément indispensable de toute machine de coulée continue de l'acier. A l'heure actuelle, 70% de la production française est brassée, ce qui permet d'améliorer les qualités métallurgiques des produits obtenus et même de couler en continu des nuances plus difficiles qui nécéssitaient jusqu'alors de passer par un procédé de coulée en lingots, dont on maitrise plus aisément les paramètres mais qui est plus onéreux.

Les effets métallurgiques du brassage électromagnétique se font principalement sentir sur les points suivants [1],[2],[3] : a/ <u>propreté de peau et sous-cutanée</u>

Les vitesses importantes atteintes au niveau du front de solidification provoquent l'entraînement des particules non métalliques qui, soumises aux forces centripètes et de flottation liées

à leur plus faible masse volumique, se dirigent alors vers la surface de la lingotière où elles sont éliminées. Cet effet s'applique aussi bien aux laitiers et réfractaires qu'aux bulles de gaz entrainées et limite l'apparition d'inclusions et de soufflures dans la partie extérieure du produit coulé.

b/ uniformisation de la structure cristalline

Lors d'une solidification sans brassage, les très forts gradients de température existant aux parois provoquent la cristallisation orientée de dendrites et créent une "zone basaltique". Le brassage homogénéise la température du bain, arrache et entraine ou refond les extrémités fragiles des cristaux déjà formés. Il favorise alors la présence d'une large zone isotrope "équiaxe" au centre du produit.

c/ uniformisation de la composition de l'alliage

La température de solidification du métal pur est plus élevée que celle du métal allié, ce qui a pour conséquence d'enrichir constamment le bain en solutés et de créer d'importantes variations dans la composition du produit obtenu. Le brassage électromagnétique limite une telle ségrégation axiale en homogénéisant le liquide.

d/ limitation de la porosité centrale

Il arrive que de petites quantités de métal liquide se retrouvent isolées du reste de la coulée par des "ponts" dendritiques. On assiste alors, du fait du retrait à la solidification (de l'ordre de 7% pour l'acier) à l'apparition de cavités internes qui nuisent aux qualités des produits faiblement corroyés. Le brassage limite ce risque en diminuant la taille moyenne des cristaux.

D'autre part, la régularisation de l'épaisseur solidifiée en sortie de lingotière limite les risques de percée de la peau et améliore la sécurité des installations.

Malgré les succès obtenus et une déjà longue histoire (première description du procédé en 1917 [4], premiers essais en 1933 [5]), le concepteur de brasseur électromagnétique est toujours confronté à de nombreux problèmes et notamment :

 la transposition des résultats, chaque machine de coulée étant un cas particulier, chaque nuance d'acier imposant des paramètres de fonctionnement différents,

- la détermination des dimensionnements et positionnements optimums,

- la quasi impossibilité d'obtenir des mesures physiques en fonctionnement...

Alors que le marché du brassage électromagnétique, confronté à une sidérurgie en situation de surproduction mondiale se limite, après une phase d'expansion, à l'équipement des nouvelles machines de coulée continue, la capacité des constructeurs à maitriser ces problèmes est un enjeu crucial. Dans ce contexte, la simulation numérique, qui permet, dans certains cas, de supprimer ou de raccourcir la phase de construction de prototypes peut être un outil appréciable.

Les phénomènes mis en jeu dans les domaines de l'électromagnétisme, de la mécanique des fluides et de la thermique sont extrèmement complexes. Citons notamment :

- le faible allongement des inducteurs, la présence d'écrans électromagnétiques, la largeur des entrefers, la géométrie des produits coulés...

- le mouvement turbulent de fluides éventuellement diphasiques liquide-solide non newtoniens,

 l'interférence des phénomènes de solidification, la dépendance à la température de la quasi totalité des propriétés physiques...

Moyennant un certain nombre d'hypothèses simplificatrices et la restriction du problème au brassage secondaire rotatif de produits longs de section carrée ou rectangulaire, le travail présenté ici a pour objet la conception et la réalisation, d'un modéle numérique de brassage électromagnétique. Il permettra la création d'outils de simulation opérationnels en bureau d'étude.

Le mémoire adopte la présentation suivante : dans un premier temps, nous nous attacherons aux problèmes de modélisation physique rencontrés. Nous décrirons ensuite les méthodes numériques choisies pour leur résolution ainsi que les outils informatiques employés. La partie expérimentale qui suit nous permettra de qualifier le comportement d'un brasseur industriel en situation réaliste de fonctionnement et de confronter nos résultats à *une certaine réalité* Nous commentons ensuite nos résultats avant d'aborder l'étude de faisabilité d'une modélisation tridimensionnelle.

1.2 <u>revue des travaux antérieurs</u>

Les premiers modéles monodimensionnels concernant la mise en mouvement de métaux liquides sous l'effet de champs magnétiques tournants sont apparus dans les années 60. Développés par Smith [6], Moffatt [7], puis Kapusta [8] et Dahlberg [9], ils supposent que le fluide est confiné dans un réservoir cylindrique infini et que le champ magnétique rotatif est uniforme. Leurs calculs analytiques s'appliquent à des écoulements laminaires principalement dans les cas limites des basses et hautes fréquences d'alimentation. Ils déterminent l'expression des forces et vitesses azimutales par :

 $F_{\Theta} = 1/2 \sigma \omega r B^2$

et

$$J_{\Theta} = M^2 \frac{\omega R}{16} (1 - (r/R)^2)$$

où M est le nombre de Hartmann M = BR $(\sigma/\rho\nu)^{1/2}$, indicatif du rapport des forces électromagnétiques injectées dans le liquide aux forces visqueuses.

Nous notons σ , ρ et ν la conductivité, la densité et la viscosité cinématique du métal liquide, ω la pulsation des sources, R le rayon de la billette brassée et B la valeur de l'induction magnétique. (Voir, par ailleurs, l'annexe l qui reprend la terminologie utilisée).

Dremov et Kapusta [10] développent par la suite un modèle analytique axisymétrique toujours dans le cas des faibles nombres de Reynolds.

Plus directement adaptés au brassage électromagnétique, d'importants travaux sont poursuivis depuis 79 à l'université de Clausthal (RFA). Les auteurs s'intéressent dans un premier temps à un modéle numérique monodimensionnel [11] puis à un modèlé axisymétrique [12] de brasseur secondaire rotatif. Ils se basent sur la méthode des volumes finis et simulent la turbulence par un modèle k-ɛ adapté aux écoulements tournants. Leur calcul électromagnétique est analytique et ils tiennent compte dans certains cas de la réaction d'induit due à la rotation du liquide. Ils valident leurs résultats à l'aide d'une expérimentation sur mercure. Très récemment [13], ils se penchent sur le cas du brassage linéaire de brames à l'aide de modèles bidimensionnels améliorés par intégration des grandeurs dans la troisième dimension. Aprés vérification expérimentale, ils effectuent une étude à finalité industrielle de l'influence des différents paramètres du brasseur que sont l'allongement de l'inducteur, sa position dans la machine de coulée et ses caractéristiques électriques (intensité du champ magnétique, fréquence des courants source...) sur les mouvements obtenus.

En France, après Fautrelle [14], Vandenhove [15] effectue un travail portant principalement sur la modélisation électromagnétique. Il tient compte notamment du faible allongement de l'inducteur pour produire des courbes de variation axiales des composantes du champ magnétique et des forces de Laplace. Le produit coulé est toujours de section droite circulaire.

Par ailleurs, Davidson [16][17] à l'université de Cambridge développe une modélisation, très intéressante du point de vue de l'explication physique des phénomènes mis en jeu, du brassage secondaire rotatif de billettes cylindriques soumises au brassage dans une zone limitée. Il montre que dans la zone forcée, le mouvement est principalement inertiel et transfère l'énergie vers la zone extèrieure au brasseur où celle-ci est compensée par le frottement à la paroi qui limite le développement axial du mouvement. Il en arrive, entre autres, aux conclusions suivantes :

_ les recirculations poloïdales (ie dans le plan (r,z)) sont du même ordre de grandeur que le mouvement principal orthoradial :

 $U_{\Theta} \sim U_{Z} \sim (F_{\Theta} L_{f} / \rho)^{1/2}$

où F $_{\Theta}$ représente les forces électromagnétiques, L_f la hauteur de la zone d'action du brasseur et ρ la densité du fluide. Nous noterons par la suite \underline{V} cet ordre de grandeur des vitesses.

_ le mouvement s'étend bien au delà de la zone d'action du brasseur sur une hauteur typique de l'ordre de Re_tL_f où Re_t est le nombre de Reynolds turbulent de l'écoulement.

Il confronte ses résultats à des calculs numériques sur un modèle axisymétrique basé sur la méthode des volumes finis et à des manipulations sur mercure avec un brasseur de type industriel.

Le cas des billettes de section carrée qui échappe très rapidement aux calculs analytiques a fait l'objet de moins de travaux. Il est étudié par Bush et Moore [18] qui restent dans le cadre d'un modèle bidimensionnel. Ils négligent l'influence de la convection des lignes de champ par le mouvement du fluide et injectent dans leur calcul hydrodynamique des forces de volume ne tenant pas compte de la forme carrée de la charge. Ils effectuent une comparaison de différents modèles de turbulence (viscosité turbulente constante, longueur de mélange, k-W).

Au Japon, une équipe de Mitsubishi [19] effectue un calcul numérique bidimensionnel complet par éléments finis d'un brasseur linéaire de blooms de section rectangulaire. Négligeant la réaction d'induit due au mouvement du fluide, ils découplent les calculs électromagnétiques et hydrodynamiques. Ils semblent modéliser la turbulence par une viscosité turbulente constante et confirment l'ordre de grandeur de leurs résultats sur une expérimentation utilisant le métal de Wood.

1.3 apport de l'étude

Notre étude est cadrée sur le problème, pour l'heure peu abordé, du brassage rotatif secondaire de billettes de section droite carrée ou rectangulaire. Du fait des difficultés dues à la répartition des courants inducteurs, à la largeur de l'entrefer et la forme du domaine liquide, les développements analytiques envisageables sont limités et la simulation numérique constitue une voie bien adaptée au problème.

Nous avons dans un premier temps développé un *modèle bidimensionnel* dans lequel nous considérons que le brasseur et la charge sont infinis et invariants dans la direction perpendiculaire au plan d'étude. Ce modèle ne prend en compte que le mouvement principal de rotation et ignore les mouvements de recirculation secondaire. Il nous permet cependant, par le biais d'un couplage complet de quantifier par une simulation exclusivement numérique l'influence de la réaction d'induit sur la répartition du champ magnétique et sur les vitesses atteintes dans le liquide. La réaction d'induit se décompose en deux contributions, l'une étant due à la présence de courants induits dans le rotor par la variation temporelle des sources et l'autre à la convection des grandeurs électromagnétiques par les mouvements du fluide.

Par la suite, nous avons cherché à modéliser de manière plus réaliste le phénomène de brassage électromagnétique à travers une *simulation tridimensionnelle* L'atténuation axiale des grandeurs électromagnétiques, et notamment des forces de Laplace, en fonction de la distance au plan de symétrie du brasseur est évaluée analytiquement. C'est cette variation axiale qui suscite dans le métal liquide des mouvements de recirculation à extension verticale dont l'ordre de grandeur est comparable à celui de la rotation principale et qui s'étendent bien au delà de la zone d'action des forces électromagnétiques.

Nos résultats ont été confrontés à la réalité du brassage industriel par le biais d'une expérimentation sur métal de Woods menée au sein de la société Alsthom-SCAM qui conçoit et produit des brasseurs électromagnétiques. Cette validation est divisée en deux volets : l'un comporte des mesures de champ électromagnétique à vide dans le plan du brasseur et sur son axe, l'autre des mesures de vitesse dans un bain de métal de Wood, alliage à bas point de fusion simulant l'induit liquide.

L'ensemble d'outils informatiques ainsi réalisés donne au concepteur de brasseurs électromagnétiques de nouveaux moyens de dimensionnement de ces appareils. Il est, de plus, clairement envisageable d'appliquer notre approche à d'autres types de brassage (brassage en lingotière, brasseurs de brames, nouveaux produits en cours de développement...), voire à des domaines distincts comme, par exemple, le pompage de métaux liquides.



figure 1.1 : schéma de coulée continue d'acier



figure 1.2. : brasseur secondaire rotatif



2 Le problème physique

La modélisation du brassage électromagnétique peut être décomposée en deux sous-problèmes distincts mais couplés. Le *problème magnétodynamique* consiste à modéliser le comportement magnétique de l'ensemble inducteur et produit coulé à partir de données physiques (fréquence et intensité des courants inducteurs, caractéristiques physiques des matériaux mis en jeu...) et géométriques (répartition des courants source, forme des différentes pièces...). Cette étape permet de déterminer la répartition des forces volumiques de Laplace à injecter dans le *calcul hydrodynamique* au cours duquel nous simulons l'écoulement turbulent créé.

Le couplage principal entre ces problèmes est bien évidemment effectué par les forces électromagnétiques, sources des mouvements de l'acier liquide. On peut cependant noter l'existence de deux actions supplémentaires de couplage indifférement incluses par les électrotechniciens sous le vocable de *réaction d'induit* qui recouvre la modification de la répartition du champ magnétique du fait de la présence de courants induits dans une charge conductrice de l'électricité. Ces courants ont pour origine les variations du champ magnétique vues de l'induit. Si nous nous placons dans un référentiel fixe par rapport à l'inducteur, celles-ci sont dues à la fois à la variation temporelle des sources (courants de Foucault) et aux mouvements du fluide. Nous appelons les courants induits dus à l'écoulement courants de couplage car, lorsqu'ils doivent être pris en compte, ils imposent le couplage complet des équations magnéto et hydrodynamiques.

La modélisation de ces deux problèmes se déroule cependant sur des domaines distincts puisque répondant à des contraintes différentes (cf figure 2.1).

Le domaine d'étude électromagnétique est en règle générale limité par l'infini ou, du moins, par des frontières suffisamment éloignées pour que nous puissions considérer que les grandeurs électromagnétiques y sont nulles et à gradient nul. Cette nécessité de "mailler l'air" est une des principales difficultés auxquelles est confrontée la modélisation tridimensionnelle puisqu'elle conduit rapidement à des problèmes humainement ou techniquement difficiles voire impossibles à décrire ou à résoudre. L'électromagnéticien cherche donc le plus souvent à se ramener à des cas bidimensionnels et à limiter le domaine traité par l'utilisation de conditions de symétrie particulières au problème traité. Dans le cas qui nous concerne, de matèriels comportant une culasse, il est tout à fait raisonnable dans le cadre d'une modélisation bidimensionnelle, d'estimer, du fait de la très forte différence de perméabilité existant entre les tôles ferro-magnétiques et l'air environnant (le rapport est de l'ordre du millier) que le champ magnétique reste confiné dans l'inducteur. Le domaine d'étude est alors limité par la frontière extérieure de la culasse.

Les équations de Navier-Stokes n'étant pas partout définies, leur domaine d'étude est circonscrit au puits liquide du produit coulé. La facilité de délimitation du domaine ne doit cependant pas cacher la grande diversité existant dans les types de limites à envisager :

 surfaces libres que nous supposerons planes et non déformées, et que nous traiterons comme des plans de symétrie,

plans de symétrie situés au centre du brasseur,

 parois introduisant un frottement et impliquant l'existence de couches limites généralement turbulentes,

_ entrées ou sorties de chenal correspondant à l'apport ou l'extraction de matière dû au tirage du produit,

2.1 <u>le problème magnétodynamique</u>

2.1.1 hypothèses générales

Nous adopterons, tout au long de notre étude, les hypothèses suivantes :

a/ linéarité

L'induction magnétique **B** et le champ magnétique **H** sont relié par la relation **B** = μ (**H**).**H** . Nous notons μ la perméabilité magnétique des matériaux. Nous supposerons que le champ magnétique reste toujours inférieur au champ saturant des matériaux dans lesquels il se développe et que, ceux-ci étant isotropes, leur perméabilité reste constante. Cette hypothèse, vérifiée par les mesures et a posteriori par le calcul , rend le problème électromagnétique linéaire, ce qui constitue une simplification importante et un gain appréciable en temps de calcul lors de la résolution.

b/ température de Curie

Les matériaux ferro-magnétiques portés au delà d'une température dite *point de Curie* (environ 750°C pour l'acier) voient leur perméabilité magnétique décroître dans des proportions très importantes. En coulée continue de l'acier, tant qu'il reste du métal liquide à cœur, la peau solidifiée du produit coulé reste, malgré le refroidissement par projection d'eau en surface, à une température supérieure au point de Curie. L'induit dans son ensemble est donc non ferro-magnétique.

c/ sources de courants

Les brasseurs électromagnétiques sont souvent alimentés à des fréquences autres que celle du réseau. Nous supposerons cependant dans tous les cas que les courants inducteurs varient sinusoïdalement dans le temps.

d/ courants induits

Des artifices de construction permettent de limiter l'apparition de courants induits néfastes au bon rendement des machines électriques : feuilletage et isolation électrique des tôles constituant la culasse magnétique, courants inducteurs répartis dans des conducteurs multi-filaires... Nous admettrons donc qu'il ne se développe pas de courants induits dans ces deux matériaux.

e/ vitesse de tirage

La vitesse d'extraction du produit coulé est de l'ordre de 1m/mn. Elle est très faible par rapport aux vitesses crées par le brassage et nous négligeons, dans tous les cas étudiés, son influence dans le calcul électromagnétique.

2.1.2 les équations de l'électromagnétisme

La physique des phénomènes électromagnétiques est régie par les équations de Maxwell appliquées à la magnétodynamique :

- (1) rot $\mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$
- (2) rot H = J
- (3) div B = 0
- (4) div $\mathbf{D} = \mathbf{\rho}$

la loi d'Ohm généralisée :

(5) $\mathbf{J} = \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{E} + \mathbf{U} \times \mathbf{B})$

et les relations constitutives :

- (6) $B = \mu H$
- $(7) \mathbf{D} = \mathbf{\varepsilon} \mathbf{E}$

Nous avons employé les notations classiques (E pour le champ électrique, J pour les courants, D pour le déplacement électrique, ρ et σ pour la résistivité et la conductivité, μ et ϵ pour la perméabilité magnétique et la permitivité diélectrique). Nous nous sommes placés dans le cadre de l'approximation quasi-statique dans laquelle les courants de déplacement $\partial D/\partial t$ sont ignorés du fait des faibles valeurs des fréquences et longueurs caractéristiques de nos problèmes.

L'équation (3) indique que le champ magnétique est conservatif. Il est donc possible de trouver un potentiel vecteur \mathbf{A} tel que \mathbf{B} = rot \mathbf{A} . Ce potentiel vecteur est défini à un gradient près. Son unicité est assurée par l'adjonction d'une contrainte : la jauge.

Nous déduisons de l'équation (1) que le champ électrique peut être mis sous la forme

 $E = -grad\phi - \partial A/\partial t$

où ϕ est un potentiel scalaire défini à une constante près qui représente les sources du système et que nous noterons ϕ_S . La combinaison des équations (2), (5) et (6) nous conduit à l'expression suivante :

(8) $v \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{A}) + \sigma(\partial \mathbf{A}/\partial t - \mathbf{U} \times \operatorname{rot} \mathbf{A}) = -\sigma \operatorname{.grad} \phi_S$ L'équation (2) est équivalente à div $\mathbf{J} = 0$ et, en utilisant (5), il vient : (9) $-\operatorname{div}(\sigma \operatorname{.grad} \phi) - \operatorname{div}(\sigma \cdot \partial \mathbf{A}/\partial t) + \operatorname{div}(\sigma \cdot \mathbf{U} \times \operatorname{rot} \mathbf{A}) = 0$

Le système des équations de Maxwell se réduit à (8) et (9) et au choix d'une jauge pour le potentiel vecteur.

2.1.3 <u>la formulation en potentiel vecteur à une composante appliquée au</u> <u>modèle bidimensionnel</u>

Nous considèrons ici que l'inducteur et la charge sont de hauteurs infinies et nous travaillerons, en coordonnées cartésiennes, sur une section xOy, perpendiculaire à leur grande dimension (cf figure 2.2.).

C'est dans ce plan xOy que s'inscrit le vecteur induction **B**. Les gradients de potentiel scalaire ont une seule composante selon l'axe Oz ainsi que le potentiel vecteur A_z . Celui-ci satisfait à l'équation (10) obtenue à partir de (8) projettée sur l'axe Oz :

(10) $v \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{A})_7 + \sigma(\partial A_7/\partial t) - \sigma(\mathbf{U} \times \operatorname{rot} \mathbf{A})_7 = -\sigma.\operatorname{grad}_7 \phi_5$

Nous indiçons z les composantes selon l'axe vertical des vecteurs considérés. Dans un espace bidimensionnel, le problème de l'unicité du potentiel vecteur ne se pose pas puisque la jauge de Coulomb div A = 0 est automatiquement satisfaite.

Si nous considèrons que la conductivité des matériaux est constante, l'équation (9) devient $\Delta \phi_s$ = 0 ce qui exprime la linéarité de la variation du potentiel scalaire dans la troisième dimension. On peut alors expliciter les densités des courants source par la relation

(11) $J_Z = -\sigma.grad_Z \phi_S$ si, comme dans la plupart des cas, nous pouvons obtenir par la mesure la valeur des courants totaux en présence de la charge.

Par ailleurs, les phénomènes mis en jeu étant linéaires et les courants sinusoïdaux, nous utiliserons une formulation en nombres complexes qui permet de s'affranchir de la variation temporelle des grandeurs étudiées. Cette formulation consiste à considérer que le potentiel vecteur solution de notre problème est la partie réelle d'un potentiel vecteur complexe défini par :

 $\mathbf{A} = |\mathbf{A}| e^{i(\omega t + \varphi)}$

Celui-ci est alors solution de l'équation :

(12) $v \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{A})_{Z} + \sigma (j \omega A_{Z}) - \sigma (\mathbf{U} \times \operatorname{rot} \mathbf{A})_{Z} = J_{Z}$

2.2 Couplage : les forces électromagnétiques

L'action des phénomènes électromagnétiques sur les mouvements du fluide se fait au travers des forces de Laplace qui expriment l'interaction du champ magnétique créé par l'inducteur et des courants induits liés à la variation temporelle des sources et aux déplacements du liquide conducteur.

2.2.1 hypothèses générales

a/ temps de réponse du fluide aux variations des sollicitations

Les forces électromagnétiques peuvent être décomposées en deux parties : une moyenne temporelle et une partie pulsante de moyenne nulle et de pulsation 2ω . Dans le cas bidimensionnel, les forces se développent dans le plan (xOy) et leur composante pulsante est irrotationnelle (Moffatt [20]). Cette dernière est compensée par une fluctuation périodique de pression et ne crée aucun mouvement. Seule la moyenne temporelle intervient donc sur l'écoulement.

Dans le cas du calcul tridimensionnel, il est necessaire de recourir à une autre argumentation basée sur un nombre adimensionnel N, le paramètre d'interaction.

Les forces et tous les phénomènes électriques sont soumis à des temps caractéristiques de l'ordre de la période des courants source :

 $\tau_f = 1/\omega$

De plus, un tourbillon placé dans un champ magnétique est soumis à des courants induits qui, en interagissant avec le champ lui même ont pour effet de le freiner. Le temps caractéristique d'amortissement par effet Joule est (voir Alemany [21]):

$$\tau_a = \frac{\rho}{\sigma B^2}$$

Nous définissons le paramètre d'interaction comme le rapport de ces deux temps caractéristiques.

$$N = \frac{\sigma B^2}{\rho \omega}$$

Pour des brasseurs classiques opèrant dans une gamme de fréquence de 1 à 50 Hz sous des champs magnétiques de l'ordre de quelques centièmes de Tesla, ce paramètre reste toujours inférieur à 0.1, ce qui signifie que les effets d'inertie gomment toute action de la partie pulsante des forces électromagnétiques sur l'écoulement. Dans le cas bidimensionnel comme dans le cas tridimensionnel, nous pourrons donc injecter dans le calcul hydrodynamique la partie moyennée sur le temps des forces de Laplace.

b/ composante axiale des forces électromagnetiques

Plusieurs phénomènes entrent en jeu dans la création d'une composante axiale des forces dans un calcul tridimensionnel : tout d'abord l'aspect tridimensionnel du champ magnétique dù à la longueur finie du brasseur et à la présence de têtes de bobines qui ne peut pas être pris en compte dans le détail par la tridimensionnalisation que nous avons envisagée (chapitre 7), et ensuite l'effet créé par le terme de couplage qui, du fait que la vitesse du liquide a trois composantes, induit une composante axiale des forces. Cette dernière peut être décrite par notre modèle. Elle est cependant du deuxième ordre et nous la négligerons.

2.2.2 calcul bidimensionnel

On détermine les forces électromagnétiques à l'aide de la loi de Laplace $\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B}$

Les courants inducteurs étant perpendiculaires au plan de l'étude,

les courants induits le sont aussi. L'induction magnétique, la vitesse du fluide et les forces électromagnétiques sont incluses dans ce plan.

En notation complexe, leur valeur moyennée sur une période s'exprime sous la forme :

(14) $F = 1/2 \Re e (J \times B^*)$

où l'on note respectivement \Re e et * la partie réelle et la valeur conjuguée d'un nombre complexe.

Exprimée en terme de potentiel vecteur et si l'on prend en compte le terme de transport intervenant dans le calcul des courants induits, (14) devient :

 $F = 1/2 \Re e(-\sigma (j\omega A - U \times rot A) \times (rot A)^*)$

2.2.3 "tridimensionnalisation" des forces électromagnétiques

Les forces de volume déterminées à l'aide du calcul électromagnétique bidimensionnel sont tridimensionnalisées afin d'être injectées dans le calcul hydrodynamique tridimensionnel.

Nous avons utilisé la procédure qui consiste à ajuster les forces à un profil longitudinal en créneau ou plutôt en gaussienne. Nous déterminons notre gaussienne en fonction des résultats obtenus par VanDenHove [15]. Celui-ci montre que si l'induction magnétique est réduite à la moitié de sa valeur sur le plan de symétrie à la sortie de l'inducteur, les forces électromagnétiques y sont réduites à 30% de leur valeur. Cette situation correspond bien à celle dans laquelle nous nous trouvons (voir les résultats expérimentaux du chapitre 5.).

 $F(x,y,z) = \exp(-\ln(3) z^2/Lf) \cdot F_{\infty}(x,y)$

où L_f est la hauteur d'action du brasseur et $F_{\infty}(x,y)$ la valeur de la force obtenue par le calcul électromagnétique bidimensionnel.

2.3 hydrodynamique

2.3.1 hypothèses générales

a/<u>régime permanent</u>

Nous cherchons à obtenir les grandeurs caractéristiques moyennes de l'écoulement en régime permanent. Cette option de calcul nous interdit l'étude du brassage alterné pour lequel les temps caractéristiques des grandeurs magnétiques et des grandeurs hydrodynamiques sont comparables, et qui nous imposerait une étude couplée en pas à pas sur le temps.

b/ forme du puits liquide

Nous étudions le cas, majoritaire dans les situations industrielles, des produits longs ou plats de section droite rectangulaire ou carrée. Nous admettrons que l'épaisseur de solidification est la même dans toutes les directions et que le puits liquide conserve une section à angles vifs, ce qui n'est pas très justifié dans la réalité. Nous négligerons, de plus, dans le cas tridimensionnel, la variation longitudinale de l'épaisseur solidifiée. Cette dernière hypothèse est tout à fait réaliste dans le cas de l'acier, compte-tenu de la profondeur du puits de coulée qui est de l'ordre de 10 m.

Le domaine d'étude des phénomènes hydrodynamiques sera donc un carré ou un rectangle dans le cas bidimensionnel et un parallélépipède rectangle dans le cas tridimensionnel. Cette hypothèse est une des restrictions importantes que comporte notre modèle. Elle pourrait être levée, dans une phase ultérieure, par l'utilisation de maillages curvilignes orthogonaux qui, moyennant une complication de la discrétisation permettent la prise en compte de frontières faiblement déformées.

c/ relations constitutives

L'acier est essentiellement un fluide Newtonien. Néanmoins, son comportement rhéologique en cours de solidification est marqué, principalement dans la zone de fond de puits par la présence de solide en suspension dans le fluide (cristaux en cours de formation, dendrites arrachées aux parois par les mouvements du liquide ...). Les cristallites en suspension induisent un comportement de type thixotropique caractérisé par une diminution de la viscosité moléculaire en présence d'efforts de cisaillement.

De nombreux travaux ont été effectués sur la détermination des relations constitutives des fluides diphasiques et notamment sur la

relation existant entre la viscosité du fluide et la concentration de la phase solide. On peut consulter, à ce sujet, l'article de compilation de Rutgers [22].

Dans le cas qui nous concerne de métaux en cours de solidification, des relations empiriques ont été dégagées par Joly et Mehrabian [23] et Laxmanan et Flemings [24] pour des alliages semi solides étain-plomb. Ils aboutissent à des relations permettant de relier la viscosité à g_s , concentration de la phase solide et à γ la vitesse de cisaillement.

Outre le fait que ces formules ne sont valables que dans une gamme de concentration limitée ($0,3 < g_S < 0,6$), des problèmes se posent pour nous pour la détermination des coefficients du modèle. Ceux-ci dépendent de nombreux paramètres parmi lesquels la composition de l'alliage et la vitesse de refroidissement. Dans l'attente de résultats expérimentaux directement adaptés à la coulée continue de l'acier, nous n'avons pas tenu compte de ces aspects et fait l'hypothèse que le fluide a une loi de comportement newtonienne. Cette hypothèse, bien justifiée dans les zones où le brassage est violent et la température homogène, est naturellement moins acceptable à proximité immédiate des parois ou au fond du puits de coulée. e/ phénomènes de solidification

Nous ne tenons pas compte de l'influence des phénomènes de solidification sur les mouvements de l'acier liquide et notamment de la présence d'une zone pâteuse en fond de puits de coulée, de l'influence de la présence de cristaux solides sur la nature de la turbulence, du retrait... Ces phénomènes sont certainement importants pour la compréhension fine du brassage mais il serait prématuré, au stade actuel de notre modèle, de les prendre en compte. d/ densité

La densité de l'acier liquide et celle du solide en suspension sont proches et nous estimons que la présence des cristallites à peu d'effet sur la densité du métal. De plus, la température du bain étant à peu près homogène du fait du brassage, nous considèrerons que la densité ne varie pas dans notre domaine d'étude.

2.3.2 turbulence

Les écoulements mis en oeuvre lors du brassage électromagnétique en coulée continue ont des nombres de Reynolds typiques de l'ordre de 10⁵. Les régimes d'écoulement turbulents sont caractérisés par des fluctuations instantanées importantes et aléatoires de leurs grandeurs caractéristiques, vitesse et pression autour d'une valeur moyenne temporelle.

La turbulence est décomposée schématiquement en structures appelées tourbillons dont les tailles caractéristiques s'étagent depuis les grandes échelles qui sont de l'ordre des dimensions de l'espace où l'écoulement se développe, jusqu'aux petites échelles dites échelles de Kolmogorov auxquelles la viscosité intervient pour dissiper l'énergie mécanique en chaleur. C'est le phénomène de cascade d'énergie.

Plus le nombre de Reynolds de l'écoulement est élevé, plus la différence d'ordre de grandeur entre les grandes et les petites échelles est importante. La simulation de tels phénomènes est une tâche qui est rapidement hors de portée des capacités de calcul des ordinateurs actuels. A titre indicatif, la prédiction des grandeurs locales instantanées nécéssiterait la résolution directe des équations du mouvement. Pour ce faire, il faudrait que la discrétisation spatiale soit assez fine pour tenir compte des plus petites structures. Dans notre cas, l'échelle de Kolmogorov η est de l'ordre de 100µm, d'où, à chaque pas de temps la résolution des équations en un nombre de points de l'ordre de $(L/\eta)^3$, avec L dimension caractéristique de l'espace de travail, soit approximativement 10⁹ points.

La modélisation des petites échelles de la turbulence est donc souvent une nécéssité. Deux possibilités principales se présentent à l'heure actuelle :

_ la modélisation sous-maille qui considére que ces structures sont dans une très large mesure isotropes et indépendantes de l'écoulement dans lequel elles se développent et ont des lois de comportement relativement simples. Ces méthodes sont cependant peu utilisées pour des calculs industriels car grosses consommatrices de temps de calcul.

_ les modèles utilisant une viscosité turbulente que nous avons choisis pour notre application. Ces modèles sont actuellement les plus utilisés en raison de leur simplicité et de leur fiabilité dans la modélisation d'une large gamme d'écoulements. Ils font l'objet de nombreux travaux et notamment ceux de Rodi [25] et Cler [26].

La vitesse **U** et pression **P** instantanées de l'écoulement peuvent être décomposées en une partie moyennée sur le temps (notée respectivement U et P) et une partie fluctuante de valeur nulle (notée respectivement u et p) :

U = U + u et P = P + p

Dans un repère cartésien, les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement d'un fluide de densité constante s'écrivent :

(15)
$$\frac{\partial U_{i}}{\partial x_{i}} = 0$$

(16)
$$\frac{\partial U_{i}}{\partial t} + U_{j} \cdot \frac{\partial U_{i}}{\partial x_{i}} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x_{i}} + v_{0} \cdot \frac{\partial^{2} U_{i}}{\partial x_{i}^{2}} + F_{i}$$

en moyennant sur le temps, il vient, pour un écoulement stationnaire :

$$(17) \quad \frac{\partial x_1}{\partial x_1} = 0$$

211.

(18) $U_j \cdot \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (v_0 \cdot \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j}) + F_i$

on voit que le moyennage des équations introduit, du fait de la non linéarité du terme d'inertie, une corrélation inconnue d'ordre $2:\overline{u_ju_j}$, tension de Reynolds. L'hypothèse de Boussinesq consiste à représenter ce terme, par analogie avec les écoulements laminaires, par le produit d'une viscosité turbulente et du tenseur des déformations.

$$-\overline{u_{i}u_{j}} = v_{t}\left(\frac{\partial U_{i}}{\partial x_{i}} + \frac{\partial U_{j}}{\partial x_{i}}\right) - \frac{1}{\omega_{i}u_{i}} \overline{v_{ij}}$$

où δ_{11} est le tenseur de Kronecker.

a/ influence du champ magnétique sur la nature de la turbulence

Le mouvement turbulent du fluide est caractérisé par le temps de retournement des tourbillons énergétiques τ_r .

 $\tau_r = 1'/u'$

avec l' et u' longueurs et vitesses caractéristiques des échelles énergétiques de la turbulence.

On détermine de plus, comme précédement, un temps d'action des forces électromagnétiques correspondant à une échelle de dissipation d'énergie par effet Joule de la forme :

$$\tau_a = \frac{\rho}{\sigma B^2}$$

Barbier et coll [27] définissent un nombre adimensionnel S par le rapport de ces deux échelles de temps.

$$S = \frac{1' \sigma B^2}{u' \rho}$$

Ce paramètre décrit le freinage de la turbulence liée à la présence d'un champ magnétique. Dans le cas du brassage électromagnétique, il est toujours infèrieur à 0,01. Les tourbillons énergétiques ne sont donc pas freinés par l'interaction du champ et des courants électriques engendrés par le mouvement et nous pouvons utiliser un modèle de viscosité turbulente classique.

b/ <u>le modèle k-</u>

Reste maintenant à déterminer la viscosité turbulente à partir de grandeurs caractéristiques de la turbulence comme, par exemple, son énergie cinétique k et son taux de dissipation $\boldsymbol{\varepsilon}$.

 $k = 1/2 \overline{u_j u_j}$ et $\varepsilon = v \overline{\partial u_j / \partial x_j} \partial u_j / \partial x_j}$ Chacune de ces grandeurs est déterminée à l'aide d'une équation de transport dérivée de (16) qui comporte des termes de corrélation inconnus d'ordre supérieur. Il est donc nécessaire de modéliser ces termes afin d'obtenir un système d'équations "fermé".

En régime permanent, pour un écoulement stationnaire :

(19) $\rho(U.\nabla)k = div(\mu_t/P_k \text{ grad } k) + \mathfrak{P} - \rho \varepsilon$ (20) $\rho(U.\nabla)\varepsilon = div(\mu_t/P_\varepsilon \text{ grad } \varepsilon) + \rho \varepsilon^2/k(C_{1\varepsilon} \mathfrak{P}/\varepsilon - C_{2\varepsilon})$ où P_k et P_ε sont les nombres de Prandtl correspondant à k et $\varepsilon, \mathfrak{P}$ est le terme de production évalué à partir du tenseur des déformations et $C_{1\varepsilon}$ et $C_{2\varepsilon}$ sont des constantes déterminées expérimentalement.

Par analogie avec le cas des mouvements laminaires, on pose :

 $v_t = C_{\mu}u'l'$ où u' et l' sont respectivement des échelles de vitesse et de longueur caractéristiques des structures énergétiques de la turbulence et C_{μ} une nouvelle constante empirique. L'énergie cinétique de la turbulence étant principalement contenue dans ces structures énergétiques, il est logique de déterminer u' par \sqrt{k} . D'autre part, des considérations dimensionnelles nous amènent à donner à l'échelle de longueur l'expression suivante :

l' = $k^{1.5}/\epsilon$ et il vient alors $v_t = C_u k^2/\epsilon$

Nous utilisons les "valeurs standard" des constantes empiriques du modèle k- ɛ soit, en l'occurence :

 $P_{k} = 1,0$ $P_{E} = 1,3$ $C_{1E} = 1,44$ $C_{2E} = 1,92$ C_µ = 0,09

Dans le cas des écoulements tournants, la turbulence est atténuée par la rotation. Il est difficile, dans le cas des modèles à viscosité turbulente de prendre en compte cet effet d'anisotropie. Cependant, une méthode assez simple consiste à introduire une force d'Archimède fictive correspondant à une stratification radiale due à la présence de la force centrifuge. On introduit alors, dans l'équation pour le taux de dissipation de la turbulence, le nombre de flux de Richardson. L'expression de cette équation est sujette à controverse et le modèle k- ε ainsi modifié perd une grande partie de son caractère "universel". Nous avons parfois employé l'expression suivante qui a donné de bons résultats dans le cas du brassage rotatif de billettes de section droite circulaire (cf Spitzer [12]):

 $\rho(U.\nabla)\varepsilon = div(\mu_t/P_\varepsilon \text{ grad }\varepsilon) + C_{1\varepsilon}\varepsilon/k(1 + C_{3\varepsilon}R_f)\mathcal{P} - \rho\varepsilon^2 C_{2\varepsilon}/k$

avec $R_f = \frac{2\mu_t (v_{\theta}/r) (\partial v_{\theta}/\partial r)}{\mathcal{P}}$

et $C_{3\epsilon}$ une nouvelle constante empirique fixée à 0,8.

2.3.3 Conditions aux limites aux parois

La couche limite turbulente qui se développe à proximité des parois est composée de 3 zones distinctes : une sous-couche visqueuse très fine d'épaisseur caractéristique δ_{Ω} où la vitesse du fluide varie linéairement avec la distance à la paroi, une zone où la vitesse suit une loi de variation logarithmique et, entre les deux, une zone de transition. Le modèle utilisé néglige cette dernière et considère que le raccordement se fait directement entre la sous-couche et la zone logarithmique.

On définit une vitesse de frottement U^{*}par :

 $\tau_0 = \rho U^{*2}$ où τ_0 est le frottement pariétal. (21)
Si y désigne une coordonnee normale à la paroi, des considérations semi-empiriques montrent que le profil de la composante parallèle à la paroi de la vitesse moyenne est de la forme :

(22) $U/U^* = 1/K \log(\alpha y/\delta_0)$

(où α est une constante égale à 9,79), alors que k et ε varient selon : $\varepsilon = U^{*3} / Ky$ et $C_u^{1/2} k = U^{*2}$

Dans le cas de parois rugueuses, on définit une hauteur de rugosité équivalente k_S tenant compte à la fois de la taille et de l'espacement moyen des dendrites et permettant de modifier la loi logarithmique (6) en changeant la constante α en :

$$\alpha' = \frac{\alpha}{1 + 0.3 (k_s / \delta_0)}$$

2.3.4 les équations du mouvement

La résolution des équations de Navier-Stokes en régime permanent est effectuée en utilisant la formulation en variables primitives vitesse pression et non la formulation utilisant une fonction courant et la vorticité qui pose des problèmes pour le traitement de la turbulence par le modèle k- ϵ et ne présente de réel intèret que dans les calculs bidimensionnels.

Les équations à résoudre sont l'équation de conservation de la quantité de mouvement :

(23) ρ (U.∇)U = - grad p + F + div σ

où le tenseur des contraintes est relié au tenseur des déformations par la relation $\sigma = 2\mu_{+}e$

l'équation de conservation de la masse pour un fluide de densité constante :

(24) div U = 0

les équations de convection-diffusion des grandeurs de la turbulence:

(25) ρ (U. ∇)k = div(μ_t/P_k grad k) + $\mathcal{P} - \rho \epsilon$

(26) $\rho(U.\nabla)\epsilon = div(\mu_t/P_\epsilon \text{ grad }\epsilon) + \rho\epsilon^2/k(C_{1\epsilon} \mathcal{P}/\epsilon - C_{2\epsilon})$ et la relation phénoménologique :

(27) $v_t = C_u k^2 / \varepsilon$

2.3.5 Le cas bidimensionnel

Si nous supposons que les forces électromagnétiques ne varient

pas axialement, que leur composante longitudinale est nulle et que la billette est infiniment longue, il est possible de limiter notre étude à un domaine bidimensionnel : une section droite, carrée ou rectangulaire de la billette considérée.

2.3.6 Le cas tridimensionnel

Les forces électromagnétiques animent le métal liquide d'un mouvement principal de rotation qui crée un gradient de pression du centre vers les bords de la billette. La variation importante des forces électromagnétiques aux sorties de l'inducteur suscite donc un gradient de pression longitudinal, source d'un mouvement de recirculation secondaire.

Ces recirculations (voir Davidson [17] pour le cas d'une billette à symétrie de révolution) ont un ordre de grandeur comparable à celui du mouvement principal et se développent assez, en amont et en aval de la zone de brassage forcé, pour avoir une influence probablement importante sur les résultats métallurgiques. Dans le cas d'une billette de section carrée, la modélisation tridimensionnelle permet seule de confirmer ces résultats.

2.4 Couplage : le terme U×B

Admettons, comme précédemment, que la perméabilité magnétique et la conductivité électrique de tous les matériaux sont constantes. Les équations de Maxwell peuvent alors être mises sous la forme d'une équation de convection-diffusion formulée en terme de champ magnétique :

(28) $\Delta B + \mu \sigma \operatorname{rot}(U \times B) = \mu \sigma \partial B / \partial t$

qui, après adimensionnalisation des grandeurs et des opérateurs devient:

(29) $\Delta \mathbf{b} + \mu \sigma UL \operatorname{rot}(\mathbf{u} \times \mathbf{b}) = \mu \sigma L^2 / \tau \partial \mathbf{b} / \partial t$

où U et L sont des vitesses et longueurs caractéristiques respectivement de l'écoulement et de sa géometrie et τ un temps caractéristique de la variation des grandeurs électromagnétiques. Ici, les sources sont forcées à une période de l'ordre de 1/ ω par le réseau et donc :

(30) $\Delta \mathbf{b} + \mu \sigma UL \operatorname{rot}(\mathbf{u} \times \mathbf{b}) = \mu \sigma \omega L^2 \partial \mathbf{b} / \partial t$

Notons R_m le nombre de Reynolds magnétique $\mu \sigma UL$ et R_ω le paramètre d'écran $\mu \sigma \omega L^2$, le rapport de ces deux nombres

adimensionnels rend compte de l'importance relative des courants induits crées par le déplacement du fluide et des courants induits dus à la variation temporelle des sources.

Dans le cas du brassage des billettes, l'acier liquide, soumis à des sources de fréquence de 1 à 60 Hz se déplace à des vitesses de l'ordre de quelques dixièmes de m/s sur des distances caractéristiques de quelques dixièmes de m. Nous avons alors :

R_m ~ 0.05

0.05 < Ra < 5

Et nous voyons donc que, dans le cas des plus basses fréquences utilisées en brassage, la partie des courants induits liée au déplacement du fluide, que nous appelons terme de couplage, doit être prise en compte et impose le couplage complet des équations de Maxwell et Navier-Stokes.

2.5 Résumé des modèles

a/ modèle bidimensionnel

Nous utilisons pour la simulation bidimensionnelle un système de coordonnées cartésiennes dans lequel le problème électromagnétique est traité au moyen d'une formulation en potentiel vecteur complexe prenant éventuellement en compte le terme de couplage $\mathbf{U} \times \operatorname{rot} \mathbf{A}$. Le potentiel vecteur n'a qu'une seule composante A_Z perpendiculaire au plan d'étude. Il satisfait à l'équation :

 $v \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{A})_{Z} + \sigma (j\omega A_{Z}) - \sigma (\mathbf{U} \times \operatorname{rot} \mathbf{A})_{Z} = J_{Z}$ associée à la jauge de Coulomb :

div A = 0

Les forces de Laplace sont calculées en tenant éventuellement compte du terme de couplage par :

 $\mathbf{F} = 1/2 \Re e(-\sigma (j\omega \mathbf{A} - \mathbf{U} \times \text{rot } \mathbf{A}) \times (\text{rot } \mathbf{A})^*)$

Le problème hydrodynamique est résolu sur un domaine carré ou rectangulaire en utilisant un modèle k- ϵ de viscosité turbulente. Les équations à résoudre sont donc les projections de l'équation de conservation de la quantité de mouvement pour les composantes U_X et U_V de la vitesse:

 ρ (U. \bigtriangledown) U = - grad p + F + div σ l'équation de conservation de la masse :

div **U** = 0

et les équations de transport des grandeurs de la turbulence :

 $\rho(U.\nabla)k = div(\mu_t/P_k \text{ grad } k) + \mathcal{P} - \rho \epsilon$

 $\rho(U.\nabla)\epsilon = div(\mu_t/P_\epsilon \text{ grad }\epsilon) + \rho\epsilon^2/k(C_{1\epsilon}\mathcal{P}/\epsilon - C_{2\epsilon})$

b/ modèle tridimensionnel

Le modèle tridimensionnel ne tient pas compte du couplage complet entre les calculs électromagnétiques et hydrodynamiques. Il diffère du précédent par la "tridimensionnalisation" des forces de Laplace, généralement ajustées à une variation axiale en gaussienne et par la résolution d'un problème hydrodynamique faisant intervenir trois composantes de la vitesse U_x, U_y et U_z .



<u>figure 2.1.</u> domaines d'étude des problèmes électromagnétiques et hydrodynamiques.





3 <u>Méthodes numériques utilisées</u>

3.1 La méthode des éléments finis

3.1.1 principe

La méthode des éléments finis est l'une des principales méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles de la physique des milieux continus. Initialement appliquée à la mécanique du solide, elle est décrite en détail dans de nombreux ouvrages et notamment par Zienkiewicz [28], Dhatt et Thouzot [29]... Autorisant l'utilisation de domaines d'étude de forme complexe et le choix du niveau de continuité requis pour la variable principale et ses dérivées, elle est particulièrement bien adaptée à la résolution des équations de Maxwell.

La résolution par les éléments finis peut être abordée par le biais de la méthode de Ritz qui consiste à déterminer la répartition de l'inconnue minimisant une fonctionnelle basée sur la physique du problème à résoudre (énergie...) ou par celui de la méthode de Galerkine, plus formelle mais plus générale, dérivée de la méthode des résidus pondérés.

Les méthodes présentées ci-dessous sont valides quel que soit le système de coordonnées utilisées. Nous nous placerons donc, dans un soucis de simplification dans un repère de coordonnées cartésiennes. a/ <u>la méthode de Galerkine</u>

L'équation à résoudre sur le domaine (V) est une fonction de l'inconnue principale A et de ses dérivées partielles premières et secondes A'_X , A'_y , A'_z , A''_X , A''_y , A''_z .

(1) $F(A''_{X}, A''_{V}, A''_{Z}, A'_{X...}) = 0$

On appele résidu ϵ la valeur de la fonction F correspondant à une certaine répartition \Re de l'inconnue.

F(A"_x,A"_y,...) = e

Cette répartition est satisfaisante quand le résidu de l'équation est partout nul et par là même orthogonal à tous les éléments d'un espace vectoriel de fonctions. Soit $(\beta_1,...\beta_j,...\beta_M)$ une base de cet espace vectoriel. Tous les produits scalaires $\iiint \beta_j \cdot \varepsilon$ dv sont simultanément nuls. Les intègrales étant effectuées sur tout le domaine d'étude (V). La résolution du système constitué des équations

(2) $[\beta_i \cdot \varepsilon \, dv = 0]$

est équivalente à la résolution en tous points du domaine de l'équation (1).

Pour nous ramener à un système algébrique, remplaçons l'expression de la fonction inconnue par une approximation nodale :

(3)
$$A(x,y,z) = \sum_{i} \alpha_{i}(x,y,z). A(x_{i},y_{i},z_{i})$$

où $(\alpha_1..\alpha_N)$ est un ensemble de fonctions linéairements indépendantes et $(x_1,y_1,z_1),...(x_N,y_N,z_N)$ un ensemble de N points appelés noeuds où nous cherchons à déterminer les valeurs de l'inconnue. Les fonctions α_1 satisfont aux conditions suivantes :

 $\alpha_i(x_i,y_i,z_i) = 1$ et $\alpha_i(x_i,y_i,z_i) = 0$ pour tout $i \neq j$

L'approximation nodale devient rapidement difficile à manipuler si le nombre de noeuds est important.

Découpons le domaine d'étude (V) en un certain nombre de sous-domaines ou éléments (V^e) complémentaires sur lesquels nous définissons des fonctions d'interpolation $\alpha_i^e(x_i,y_i,z_i)$ assurant la continuité aux frontières des éléments de l'inconnue principale et de ses dérivées à un degré imposé par la physique du problème à résoudre. La nouvelle approximation nodale par élément ainsi obtenue ne fait intervenir sur l'élément (V^e) que les valeurs A^e(x_n,y_n,z_n) de l'inconnue aux noeuds de celui-ci et les fonctions d'interpolation locales qui vérifient toujours la relation :

 $\alpha^{e}_{i}(x_{i},y_{i},z_{i}) = 1$ et $\alpha^{e}_{j}(x_{i},y_{i},z_{i}) = 0$ pour tout $i \neq j$ Nous remplaçons alors l'expression (3) de la valeur de l'inconnue en un point de coordonnées (x,y,z) dans l'élément e par la suivante :

(4) $A(x,y,z) = \sum_{n} \alpha^{e}_{n}(x,y,z). A^{e}(x_{n},y_{n},z_{n})$

où la sommation se fait sur tous les neuds d'un élément. Les dérivées partielles peuvent s'exprimer sous la forme suivante :

(5)
$$\frac{\partial A(x,y,z)}{\partial x} = \sum_{n}^{\infty} \frac{\partial A^{e}_{n}(x,y,z)}{\partial x} \cdot A^{e}(x_{n},y_{n},z_{n})$$

Reportons les expressions (4) et (5) dans le système (2), nous obtenons le système algébrique suivant dont la résolution permet de déterminer la répartition de l'inconnue principale solution de l'équation à résoudre (6) $\sum_{e} \iiint_{v_e} \beta_i$. F($\alpha''_x, \alpha''_y, \dots, A^e(x_n, y_n, z_n)$). dv = 0

L'intégration étant effectuée sur les sous-domaines (V_e)

Nous avons abandonné les indices e et n pour les fonctions d'interpolation et noté $\alpha''_{\chi}, \alpha''_{\gamma}$... les dérivées partielles des fonctions locales d'interpolation.

Notons que, le système à résoudre ayant N degrés de liberté, nous devrons projeter l'équation aux dérivées partielles sur une base $(\beta_1, .., \beta_N)$ d'ordre N.

Il est généralement intéressant d'utiliser les mêmes fonctions pour la projection et l'interpolation géométrique. Le système à résoudre est alors le suivant :

(7) $\sum_{e} \iiint_{(V_e)} \alpha_{j} \cdot F(\alpha''_{X}, \alpha''_{Y}, ..., A^e(x_n, y_n, z_n)). dv = 0$

Le système doit de plus satisfaire aux conditions aux limites aux bornes du domaine. Celles-ci sont de deux types :

* les conditions de Dirichlet par lesquelles, en fixant la valeur de l'inconnue sur la frontière, on supprime un certain nombre de degrés de liberté et par là un nombre égal d'équations,

* les conditions de Neuman qui apparaissent, aprés intégration par partie et application du théorème de la divergence, sous forme de conditions d'échange avec l'extérieur du domaine d'étude.

b/ <u>la méthode de Ritz</u>

On montre que minimiser sur un domaine (Ω) de frontière (Γ) la fonctionnelle :

 $\iint_{(\Omega)} \mathfrak{F}(A, A'_X, A'_Y, A'_Z) dv + \iint_{(\Gamma)} \varphi(A) ds$

est équivalent à résoudre, sur ce même domaine l'équation aux dérivées partielles :

 $\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial A} = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial X} = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial A'_{X}} = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial Y} = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial A'_{Y}} = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial Z} = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial A'_{Z}}$ assortie des conditions aux limites :

assorite des conditions aux rimite

 $\frac{\partial \phi}{\partial A} + \mathbf{n}.\mathbf{W} = 0$

dF dF dF

où W est le vecteur ayant pour composantes

 $\left(\frac{\partial A'_{X}}{\partial A'_{Y}}, \frac{\partial A'_{Y}}{\partial A'_{Y}}, \frac{\partial A'_{Z}}{\partial A'_{Z}}\right)$

La résolution d'un problème physique peut donc être effectuée par le biais de la minimisation d'une fonctionnelle associée : c'est la formulation variationnelle.

L'application de la méthode des éléments finis se fait en

effectuant encore une fois l'approximation nodale par élément :

 $A(x,y,z) = \sum_{n} \alpha^{e}_{n}(x,y,z). A^{e}(x_{n},y_{n},z_{n})$

La fonctionnelle se transforme alors en :

$$\sum_{e} \int \int \mathcal{F}(\alpha, \alpha'_{X}, \alpha'_{Y}, \alpha'_{Z}, A^{e}_{n}) \, dv + \sum_{f} \int \int \phi(\alpha, A^{e}_{n}) \, ds$$

où les sommations sont effectuées respectivement sur tous les éléments du domaine et sur tous les éléments de sa frontière. La minimisation est obtenue lorsque en tous les noeuds du maillage :

0

200

ce qui revient à résoudre un système algébrique ayant autant d'équations que de noeuds du maillage. Remarquons que, dans le cas où une fonctionnelle peut être déterminée, les systèmes obtenus par les méthodes de Ritz ou de Galerkine peuvent être identiques.

Nous utilisons la méthode de Ritz dans le cadre de notre étude de faisabilité d'une résolution magnétodynamique tridimensionnelle.

3.1.2 la formulation bidimensionnelle

La présence, dans l'équation que nous souhaitons traiter, du terme de transport rend impossible la détermination d'une fonctionnelle et nous emploierons donc la méthode de projection de Galerkine.

Reprenons l'équation du potentiel vecteur dans le cas bidimensionnel projetée sur l'axe Oz telle que nous l'avons obtenue au chapitre 2 :

 $v \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{A})_{Z} + j\omega\sigma A_{Z} - \sigma (\mathbf{U} \times \operatorname{rot} \mathbf{A})_{Z} = J_{Z}$ Après projection sur la base des fonctions $(\alpha_{1}..\alpha_{N})$:

 $\begin{aligned} & \int \alpha_i v \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{A})_Z \, \mathrm{ds} + \int \int \alpha_i j \omega \sigma A_Z \, \mathrm{ds} - \int \int \alpha_i \sigma \, (\mathbf{U} \times \operatorname{rot} \mathbf{A})_Z \mathrm{ds} \\ & = \int \int \alpha_i J_Z \mathrm{ds} \end{aligned}$

Transformons le premier terme pour faire apparaitre les conditions aux limites :

 $\iint \alpha_{i} v \operatorname{rot}(\operatorname{rot} A)_{Z} ds = \iint \operatorname{rot}(\alpha_{i} v \operatorname{rot} A)_{Z} ds - \iint v \operatorname{grad} \alpha_{i} \times \operatorname{rot}_{Z} A ds$

Après application du théorème de Green et en remarquant que (dans le cas bidimensionnel):

 $\operatorname{grad} \alpha_{i} \times \operatorname{rot}_{Z} A = - \operatorname{grad} \alpha_{i} \cdot \operatorname{grad} A_{Z}$, il vient :

$$\iint \alpha_{i} v \operatorname{rot}(\operatorname{rot} A)_{Z} ds = \int \mathbf{n} \times v \alpha_{i} \operatorname{rot} A dl + \iint v \operatorname{grad} \alpha_{i} \operatorname{grad} A_{Z} ds$$

ou encore : $\iint \alpha_{i} v \operatorname{rot}(\operatorname{rot} A)_{Z} ds = - \iint (v \alpha_{i} \operatorname{grad} A_{Z}) dl + \iint v \operatorname{grad} \alpha_{i} \operatorname{grad} A_{Z} ds$

Dans notre cas particulier, les conditions aux limites pour le potentiel vecteur sont des conditions de Dirichlet ou des conditions de Neumann homogènes. le terme de flux $\int \mathbf{n} (v \alpha_j \text{grad } A_Z) dl$ n'est donc jamais calculé.

Le terme de transport peut aussi être mis sous forme faible :

$$- \iint \sigma \alpha_{i} (\mathbf{U} \times \text{rot } \mathbf{A})_{Z} ds = \iint \sigma \alpha_{i} \mathbf{U}. \text{ grad } A_{Z} ds$$
$$= \iint \text{div}(\sigma \alpha_{i} \mathbf{U} A_{Z}) ds - \iint A_{Z} \text{div}(\sigma \alpha_{i} \mathbf{U}) ds$$

et après application du théorème d'Ostrogradsky :

$$-\iint \sigma \alpha_{i} (\mathbf{U} \times \operatorname{rot} \mathbf{A})_{Z} \, \mathrm{ds} = \int \mathbf{n} \cdot \sigma \alpha_{i} \mathbf{U} \, A_{Z} \, \mathrm{dl} - \iint A_{Z} \, \operatorname{div}(\sigma \alpha_{i} \mathbf{U}) \, \mathrm{ds}$$

Dans le cas du brassage électromagnétique, les limites sont des parois ou des entrées-sorties de chenal situées loin des sources de champ magnétique, et nous avons alors soit $\mathbf{n}.\mathbf{U} = 0$, soit $A_Z = 0$ et l'intégrale prenant en compte les conditions aux limites est nulle. Nous pourrons donc, en général, rester en formulation forte pour le calcul du terme de transport.

L'équation projetée devient alors :

 $- \left[\mathbf{n} . (\mathbf{v} \alpha_{i} \operatorname{grad} A_{z}) \operatorname{dl} + \int \left[\mathbf{v} \operatorname{grad} \alpha_{i} . \operatorname{grad} A_{z} \operatorname{ds} + \int \left[j \omega \sigma \alpha_{i} A_{z} \operatorname{ds} + \right] \right] \sigma \alpha_{i} U. \operatorname{grad} A_{z} \operatorname{ds} = \int \left[\alpha_{i} J_{z} \operatorname{ds} \right]$

Utilisons l'approximation nodale, il vient en définitive :

$$\sum A_{j} \left[v_{grad} \alpha_{i} grad \alpha_{j} ds + \sum A_{j} \right] j \omega \sigma \alpha_{i} \alpha_{j} ds$$

+
$$\sum A_{i} \left[\sigma \alpha_{i} U. grad \alpha_{i} ds = \sum A_{i} \right] \alpha_{i} J_{z} ds$$

3.1.3 aspects techniques

Les fonctions d'interpolation choisies pour notre résolution doivent assurer la continuité du potentiel vecteur, mais permettre la discontinuité de ses dérivées partielles par rapport aux variables d'espace aux frontières d'éléments puisque le champ magnétique est discontinu aux traversées de nappes de courant et aux interfaces entre deux matériaux de perméabilité magnétique différente. Nous avons donc choisi des polynômes de Lagrange.

D'autre part, nous souhaitons pouvoir calculer le champ magnétique et les grandeurs qui en découlent (courants induits...) avec une bonne précision et nous avons utilisé des éléments du deuxième ordre à 6 noeuds pour les triangles et 8 noeuds pour les quadrilatères.

La résolution du système linéaire est effectuée à l'aide de deux algorithmes ICCBG adaptés à la résolution en nombres complexes dans le cas de matrices symétriques ou dissymétriques.

3.1.4 problèmes numériques liés au calcul des forces électromagnétiques

La discontinuité de champ magnétique due à l'utilisation dans le calcul électromagnétique de polynomes d'interpolation de Lagrange entraine la discontinuité des forces électromagnétiques aux frontières séparant les éléments. Celle-ci est non-physique dans les domaines dont les propriétés sont homogènes et notamment dans le métal liquide. Elle pose, de plus, des problèmes de précision dans l'interpolation des forces calculées par la méthode des éléments finis sur le maillage utilisé pour la résolution hydrodynamique.

Diverses méthodes ont été envisagées pour dépasser cette difficulté. La plus simple, qui a été choisie, consiste en un raffinement de la discrétisation de l'espace en éléments finis suffisamment fins pour que la précision du calcul soit acceptable. Il est aussi possible de lisser les forces obtenues ou d'utiliser, dans la zone du métal liquide des polynômes d'interpolation dont les dérivées sont continues tels les polynômes de Hermitte voire des polynômes spéciaux assurant la continuité du rotationnel des forces, cette partie rotationnelle induisant seule les mouvements du liquide.

3.2 Une méthode de perturbation appliquée au couplage

La résolution directe de l'équation complète pour le potentiel vecteur :

(8) $vrot(rot A) + \sigma \partial A/\partial t - \sigma U \times rot A = J$

pose, dans le cas où l'importance relative du terme de transport est faible, des problèmes de précision numérique. Souhaitant déterminer, dans toute l'étendue de la gamme de fréquence 1 à 60 Hz utilisée industriellement, l'influence du terme de transport sur les grandeurs électromagnétiques et hydrodynamiques, nous avons développé une méthode de perturbation.

Le problème électromagnétique étant linéaire, on considère que le potentiel vecteur total **A** est la somme d'un terme A_S crée par les sources de courant et d'une correction A_C due au terme de transport. On résout successivement :

(9) $v \operatorname{rot}(\operatorname{rot} A_S) + \sigma \partial A_S / \partial t = J$ (10) $v \operatorname{rot}(\operatorname{rot} A_C) + \sigma \partial A_C / \partial t - \sigma U^* \times \operatorname{rot} A_C = \sigma U^* \times \operatorname{rot} A_S$ où U^* est la vitesse locale du fluide obtenue par la résolution des équations de l'hydrodynamique.

Si l'on somme (9) et (10), on obtient :

(11) $vrot(rot A) + \sigma \partial A/\partial t - \sigma U^* \times rot A = J$ avec $A = A_S + A_C$ Cette équation est identique à (8) si le champ de vitesse est donné (cas d'un solide se déplaçant à vitesse connue dans un entrefer). Dans le cas qui nous concerne, les caractéristiques de l'écoulement n'étant pas connues à l'avance, nous recourrons à un processus de couplage itératif entre un calcul magnétodynamique effectué par la méthode des éléments finis et un calcul hydrodynamique résolu par la méthode des volumes finis. A la convergence, le champ de vitesse calculé U^* étant correct, l'équation (11) résolue est équivalente à celle que nous souhaitions résoudre (8).

L'algorithme de principe du couplage est le suivant :

1. résolution de l'équation (9) sans terme de couplage,

2. calcul des forces électromagnétiques sans terme de couplage

 $\mathbf{F}^* = 1/2 \, \Re \mathbf{e} \, (- \sigma \partial \mathbf{A} / \partial \mathbf{t} \times (\operatorname{rot} \mathbf{A})^*),$

3. résolution des équations de Navier-Stokes. On obtient un champ de vitesse approximatif $\text{U}^{\textbf{*}},$

4. résolution de l'équation (10) pour la correction du potentiel vecteur,

5. sommation des potentiels vecteurs : $A = A_S + A_C$,

6. calcul des forces électromagnétiques corrigées

 $F^* = 1/2 \Re e (-\sigma(\partial A/\partial t - U^* \times \text{rot } A) \times (\text{rot } A)^*)$ 7. résolution des équations de Navier-Stokes,

8. si le champ de vitesse obtenu présente une différence significative d'une itération à l'autre, on boucle sur l'étape 4.

Il est parfois nécessaire, dans les cas de fort couplage, de sous-relaxer les valeurs du champ de vitesse injecté dans les calculs du potentiel vecteur et des forces électromagnétiques (étapes 4. et 6.) afin d'éviter, les corrections étant trop importantes, l'apparition de phénomènes d'oscillations non physiques qui conduisent à la divergence du processus itératif.

3.3 La méthode des volumes finis

La méthode que nous utilisons pour la résolution des équations de Navier-Stokes est basée sur l'intégration sur des volumes de contrôle des différentes équations aux dérivées partielles dans lesquelles les termes différentiels sont remplacés par des développements en séries de Taylor au premier ordre (différences finies). Elle a déjà été souvent décrite et notamment par son initiateur Patankar [30] et Taberlet [31]. Nous ne reprendrons ici que ses principales caractéristiques et pour simplifier les notations nous nous limiterons à un espace bidimensionnel, le cas tridimensionnel étant une simple extension.

3.3.1 principes

a/ la discrétisation de l'espace

Du fait de la géométrie simplifiée que nous avons choisie pour représenter les produits coulés, nous avons limité notre logiciel à l'étude de domaines rectangulaires dans un espace bidimensionnel ou parallépipèdiques dans un espace tridimensionnel. Le type de maillage utilisé est initialement dù à Harlow et Welch [32]. Il consiste, (voir la figure 3.1.) en un système de 3 ou 4 grilles décalées sur lesquelles nous calculons respectivement chacune des composantes de la vitesse et les scalaires (ie la pression, l'énergie cinétique de la turbulence...).

Bien que dans la plupart des cas nous ayons utilisé un maillage à espacement régulier construit automatiquement, qui assure une précision au deuxième ordre, la possibilité existe de raffiner la discrétisation aux endroits où les grandeurs varient brusquement et notamment au voisinage des parois.

Le décalage des grilles permet d'éviter l'apparition de certains phénomènes non-physiques tout en facilitant la discrétisation de l'équation de continuité et en déterminant avec une meilleure précision le terme gradient de pression intervenant dans l'équation de la quantité de mouvement.

b/ <u>la mise en équation</u>

Exceptée l'équation de continuité qui est soumise à un traitement particulier sur lequel nous reviendrons, toutes les équation que nous devons résoudre sont des équations de convection diffusion du type :

 $(\mathbf{U}. \nabla)\phi$ - div (D. grad ϕ) = S $_{\phi}$ où ϕ est l'inconnue, D le coefficient de diffusion et S $_{\phi}$ le terme source.

Nous remplaçons dans chacune des équations les termes différentiels par des développements en séries de Taylor au premier ordre puis nous les intégrons sur leurs volumes de contrôle respectifs. L'application du théorème de la divergence permet ensuite de transformer les termes de convection et de diffusion sous forme de flux aux frontières des volumes de contrôle. Le terme de convection et le terme source sont linéarisés en utilisant les valeurs des inconnues à l'itération précédente.

L'approximation ainsi obtenue ne fait intervenir dans les calculs de l'inconnue en un point que ses valeurs aux points adjacents. Chacune des équations peut être mises sous la forme :

$A_p \phi_p = \Sigma A_i \phi_i + S_p$

La sommation est effectuée sur tous les points voisins du point P considéré. Nous obtenons pour chacune des inconnues un système algébrique.

c/ convection et diffusion

On définit le nombre de Péclet de maille d'un écoulement par :

 $Pe = U\Delta x/D$

dans lequel Δx est la taille de la maille. Ce nombre adimensionnel, généralisation du nombre de Reynolds, représente le rapport des termes de convection et de diffusion d'une équation de transport. Selon sa valeur, les caractéristiques de l'écoulement sont plus ou moins influencées par "ce qui se passe en amont" du point considéré.

Quand le nombre de Péclet devient grand, et si on souhaite limiter la finesse du maillage, l'importance de la convection impose d'abandonner le principe des différences finies centrées qui conduit à des problèmes de convergence ou des erreurs importantes sur la valeur du résultat. Diverses solutions ont été proposées à ce jour parmi lesquelles nous relevons le décentrage amont, le schéma hybride de Spalding [33] et le schéma en lois de puissance de Patankar [30]. Ces deux derniers sont implantés dans notre logiciel. Le schéma en loi de puissance, qui assure théoriquement une bien meilleure précision dans le domaine des nombres de Péclet intermédiaires donne, dans les cas que nous avons traités, des résultats quasiment identiques (écarts maximaux de l'ordre de quelques %) au schéma hybride qui lui est donc préféré en raison de sa plus grande simplicité.

d/ le traitement de la pression

Dans le cas des fluides incompressibles, la pression n'intervient, par son gradient, que dans l'équation de la quantité de mouvement qui est dévolue au calcul des composantes de la vitesse du fluide. L'équation de continuité ne constitue donc pas à proprement parler une équation pour la pression, mais une contrainte supplémentaire à laquelle l'écoulement doit satisfaire. C'est cette équation que nous devons transformer afin de pouvoir, par itération successive à partir d'un champ de pression initial donné, corriger pressions et vitesses pour qu'elles satisfassent à la loi de conservation de la masse.

Notons * les résultats de calcul obtenus à l'itération précédente. On a alors P = P* + P' où P est la valeur exacte de la pression et P' la correction à lui apporter.

Si nous développons en séries de Taylor au premier ordre chaque composante de la vitesse en fonction du gradient de pression correspondant, nous obtenons :

(12)
$$U_{PW} = U_{PW}^* + (\partial U / \partial \nabla P)_{PW}^* (\nabla P - \nabla P^*)_{PW}$$

L'indice PW indique que le développement est effectué au point frontière ouest du volume de contrôle (voir la figure 3.1.). L'équation (12) peut aussi s'écrire :

(13)
$$U_{PW} = U_{PW}^{*} + (\partial U / \partial \nabla P)_{PW}^{*} (P_{P} - P_{W}^{*})$$

intégrons l'équation de continuité sur le volume de contrôle ${\mathcal S}$ dans un espace bidimensionnel :

(14)
$$\iint_{S} \operatorname{div} \mathbf{U} \cdot \operatorname{dv} = \int_{C} \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} \, \mathrm{ds}$$

soit, si nous notons ${\rm S}_{\rm N},\,{\rm S}_{\rm S},\,{\rm S}_{\rm E},\,{\rm S}_{\rm W}$ les différentes surfaces délimitant le volume :

$$\iint_{S} div U.dv = V_{PN}S_{N} - V_{PS}S_{S} + U_{PE}S_{E} - U_{PW}S_{W}$$

en reportant dans cette équation les valeurs des composantes de la vitesse exprimées sous la forme (13), nous obtenons une équation pour la pression de la forme :

(15)
$$A_{p,P'p} = \sum A_{i,P'i} + S_{p}$$

Restent à exprimer les différentes dérivées $(\partial U/\partial \nabla P)^*$ à l'aide des projections de l'équation de la quantité de mouvement sur les axes de

chap 3 _ page 39

coordonnées. Par exemple :

$$A_{PW}.U_{PW} = \sum A_{j}.U_{j} + S' - (\nabla P)_{PW}.\mathscr{G}/\Delta x$$

donne :

$$(\partial U/\partial \nabla P)^*_{PW} = - \mathscr{G}/(\Delta x.A_{PW})$$

nous obtenons donc une équation pour les corrections de pression de la forme (15) de même nature que celle pour les autres inconnues. e/ algorithme général : SIMPLE

L'algorithme général est basé sur la résolution successive des équations relatives à chacune des inconnues. Du premier ordre, de type Gauss-Seidel par blocs, il se déroule de la manière suivante :

1. On initialise le champ de pression et toutes les autres grandeurs (${\rm U}_X, {\rm U}_V, {\rm U}_Z, k, \epsilon, ...),$

2. On calcule, à l'aide de l'équation de quantité de mouvement les valeurs des composantes de la vitesse,

3. On calcule la correction de pression à l'aide de l'équation de continuité,

4. On corrige la pression,

5. On corrige les composantes de la vitesse pour qu'elles satisfassent à la conservation de la masse,

6. On résout les équations supplémentaires (k, ε ,...) puis on calcule la nouvelle viscosité turbulente,

7. On boucle sur l'étape 2. en utilisant les valeurs calculées comme valeurs initiales d'un nouveau calcul.

Afin d'éviter que des corrections trop importantes ne fassent diverger le processus itératif, nous sous-relaxons les nouvelles valeurs des inconnues :

 $\phi_{nouveau} = \alpha.\phi + (1 - \alpha).\phi^*$ où α est un coefficient positif et inférieur à 1 qui permet de ralentir artificiellement les variations des inconnues d'un pas de calcul à l'autre. On note naturellement que le résultat à convergence n'est pas affecté par la présence de ce coefficient déterminé empiriquement. f/ la résolution du système linéarisé

La résolution directe du système linéarisé obtenu nécessite le stockage en mémoire de tableaux de taille N^2 où N est le nombre de points de la discrétisation, ce qui peut constituer une limitation, dès

que le problème devient conséquent. On utilise ici une méthode permettant de s'affranchir de cette contrainte et de ne stocker que des tableaux de taille N. Cette méthode, hybride des méthodes de résolution directe et des méthodes de type Gauss-Seidel par point, consiste en une résolution itérative ligne à ligne à l'aide de l'algorithme TDMA d'inversion de matrices tridiagonales, les valeurs de l'inconnue sur les lignes et les plans voisins étant prises au pas de calcul précédent (méthode semi-implicite).

$A_{P}\phi_{P} = A_{n}\phi_{n} + A_{s}\phi_{s} + A_{e}\phi^{*}_{e} + A_{w}\phi^{*}_{w} + S_{P}$

Deux processus itératifs distincts sont donc imbriqués : l'un concernant le calcul de chaque inconnue indépendamment des autres, et l'autre pour la résolution du système global des équations de Navier-Stokes pour un fluide soumis à un mouvement turbulent.





grille pour les scalaires (pression...)

grille pour la composante Ux de la vitesse

grille pour la composante Uy de la vitesse

<u>figure 3.1.</u> méthode des volumes finis, principe de la discrétisation spatiale.

4. les outils informatiques

4.1 généralités

Les outils informatiques que nous avons utilisé ont été conçus et développés au sein du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble. Regroupés en bibliothèques, ils constituent une somme de programmes généraux de CAO écrits en Fortran 77 permettant de s'affranchir de la machine utilisée et facilitant le transport de gros logiciels. Afin de créer un outils à vocation mixte industrielle et de recherche, nous avons basé notre démarche de programmation sur les principes suivants :

a/ interaction

Le déroulement des programmes est choisi de manière interactive par l'utilisateur qui évolue selon le cheminement qu'il choisit dans une arborescence de menus alphanumériques ou graphiques. Le dialogue est autodocumenté et un système d'empilage de mots clés permet les déroutements et les retours à des niveaux supérieurs.

b/ <u>évolution</u>

Afin de faciliter le travail de recherche, l'adjonction de nouvelles possibilités de traitement a été prévue dès la phase de conception de la structure du programme.

c/ transport

On utilise des bibliothèques de programmes transportables d'une machine à l'autre permettant l'utilisation de divers terminaux graphiques. La programmation est donc autant que possible affranchie du matériel et le transport est ainsi envisageable sur tous les ordinateurs et terminaux compatibles avec les bibliothèques de CAO.

Les programmes décrits plus bas sont installés au centre de calcul de Grenoble (processeurs Honeywell-Bull, système Multics). Ils sont accessibles par réseau. La partie itérative et non interactive de résolution des équations hydrodynamiques est aussi implantée pour des raisons de coût et de temps de calcul sur un processeur vectoriel FPS 264.

4.2 Flux-expert

Flux-expert [34] est un système expert programmé en Fortran permettant d'appliquer la méthode des éléments finis à de nombreuses équations aux dérivées partielles dans le cadre d'études mono, bi ou tridimensionnelles. Il a par ailleurs été appliqué avec succès à divers domaines tels que les problèmes électromagnétiques classiques, le chauffage par induction [35], la modélisation de la solidification ou la dynamique des fluides à faible nombre de Reynolds [36]. Il permet la description interactive de l'équation à résoudre à partir d'une banque de données d'intégrants, de méthodes de résolution des systèmes algébriques et de propriétés physiques. Cette banque est évolutive et commune à tous les utilisateurs.

4.3 Un logiciel de résolution des équations de l'hydrodynamique

Le logiciel que avons mis au point, pour la résolution des équations de Navier-Stokes et de la turbulence utilise l'algorithme SIMPLE et la méthode des volumes finis décrite plus haut. Il est basé sur des codes de calcul Teach adaptés au laboratoire Madylam [27].

Ce programme conçu pour suivre des besoins de recherche dispose de plusieurs options de calcul au niveau :

- du type et de la dimension de l'espace de travail (coordonnées cartésiennes dans un espace bidimensionnel ou tridimensionnel, coordonnées polaires pour un problème bidimensionnel axisymétrique),

_ du modèle de turbulence (viscosité apparente constante ou calculée selon le modèle k- ϵ),

_ du schéma de décentrage choisi (schéma hybride ou schéma en lois de puissance).

Nous avons par ailleurs mis au point tous les programmes périphériques nécessaires au couplage complet des deux logiciels Flux-expert et Teach : calcul des forces volumiques avec ou sans terme de transport, interpolation des vitesses obtenues par la méthode des volumes finis sur des maillages éléments finis triangulaires ou rectangulaires du deuxième ordre et superposition des potentiels vecteurs, ce qui nous permet de travailler sur des maillages indépendants adaptés à chacune des deux méthodes.

4.4 le post-processeur

Tous les résultats de nos calculs sont exploités à l'aide du post-processeur de Flux-Expert. Ceci nous impose, dans le cas de résultats provenant d'un calcul hydrodynamique une préparation consistant en la génération, sur la base du découpage en volumes finis d'un maillage par éléments finis du deuxième ordre à 8 ou 20 nœuds, et l'interpolation des grandeurs calculées en tous les points du maillage en éléments finis. Le fait de disposer d'un post-processeur configurable puissant et déjà existant nous a poussé à négliger le léger désagrément que représente pour l'utilisateur l'interposition d'une étape supplémentaire de traitement entre le calcul et la visualisation des résultats.

La caractéristique principale et l'originalité du post-processeur de Flux-Expert est la possibilité de le configurer, lors de la génération de l'équation ou au fur et à mesure de l'apparition de nouveaux besoins afin de pouvoir, à l'exploitation, calculer et visualiser toutes les grandeurs ponctuelles ou intégrales désirées.

Les possibilités de représentation graphiques dont nous disposons sont les suivantes : valeurs ponctuelles, valeurs le long d'un chemin, lignes isovaleurs dans le domaine et vecteurs. Dans le cas du traitement de problèmes tridimensionnels, toutes ces possibilités sont offertes sur des plans de coupe déterminés interactivement par l'utilisateur.

a/ traitement des calculs électromagnétiques

L'utilisateur se voit offrir les possibilités de traitement suivantes pour un calcul électromagnétique :

contrôle de toutes les données et propriétés physiques,

 visualisation du potentiel vecteur instantané et de sa divergence pour contrôle de convergence,

courants induits instantanés ou en valeur efficace, composante à composante,

induction magnétique efficace,

forces électromagnétiques moyennes...

L'induction magnétique est calculée en utilisant la relation de définition \mathbf{B} = rot \mathbf{A} à partir du potentiel vecteur complexe. Le module et la phase de celui-ci sont variables dans l'espace. Les composantes de l'induction sont donc déphasées et celle-ci décrit au cours du temps une trajectoire inscrite sur un ellipsoïde. Nous avons utilisé comme grandeur caractéristique du champ magnétique les valeurs efficaces des deux composantes B_X et B_y , que nous avons calculées par:

 $B_{eff} = (B.B*/2)^{0.5}$

et qui peuvent être directement comparées à des résultats de mesure.

b/ traitement des calculs hydrodynamiques

Lors du traitement d'un calcul hydrodynamique, il est possible de calculer ou de visualiser les grandeurs suivantes :

_ propriétés physiques utilisées lors du calcul,

- vitesse, pression, énergie cinétique de la turbulence, taux de dissipation turbulente, viscosité efficace,

forces volumiques,

puissance injectée dans le mouvement,

frottement à la paroi.

Ces listes ne sont naturellement pas limitatives et s'enrichiront en fonction des besoins ultérieurs tant au niveau du bureau d'étude qu'à celui du laboratoire.

4.5 structure informatique des outils

La figure 4.1. indique la structure informatique utilisée dans notre modélisation. Nous pouvons ainsi effectuer la simulation de problèmes bidimensionnels ou tridimensionnalisés, prenant éventuellement en compte le couplage complet dans les calculs électromagnétiques.

Les deux ensembles de logiciels utilisés, l'un pour le calcul électromagnétique et l'autre pour le calcul hydrodynamique sont classiquement structurés en 4 parties :

_ définition de la géométrie du problème et discrétisation du domaine d'étude,

- détermination des propriétés physiques et affectation des conditions aux limites,

 définition des paramètres de calcul et résolution itérative du système d'équations,

 exploitation des résultats, après préparation dans le cas du calcul hydrodynamique.



figure 4.1. : structure de l'ensemble de logiciels utilisé



5 Validation expérimentale

La mise en place d'une expérimentation (figure 5.1.) dans les ateliers d'Alsthom-SCAM recouvre deux objectifs complémentaires : elle permet de tester la validité des hypothèses et des méthodes de simulation présentées précédemment et de caler les modèles en vue de leur utilisation industrielle.

Nous présentons ici les résultats d'une première série de mesures.

5.1 <u>Présentation</u>

Nous utilisons un brasseur électromagnétique secondaire de billettes de type industriel largement diffusé. Ce brasseur de faible puissance 10 kvA est alimenté en courant triphasé par le biais d'un cyclo-convertisseur autorisant la variation de l'intensité et de la fréquence d'alimentation. Au centre du brasseur, simulant la billette et son puits liquide, une cuve de section carrée en acier inoxydable contient du métal de Wood, alliage de métaux lourds à bas point de fusion (80°C) préféré au mercure pour des raisons de sécurité. Le chauffage du métal est assuré par une circulation d'eau dans la double paroi de la cuve. L'oxydation excessive de la surface libre du métal est évitée par la mise en place d'une couche protectrice d'huile.

Les mesures de champ magnétique sont effectuées à l'aide d'une sonde à effet Hall. Celle-ci est placée à l'extrémité d'une tige en fibre de carbone coulissant dans un tube fixé sur une embase mobile permettant le repérage des points de mesure. La sonde est reliée à un intégrateur. Nous accèdons, par mesures successives après rotation de 90° aux valeurs efficaces des deux composantes B_X et B_y de l'induction. La calibration du gaussmètre est effectuée à l'aide d'aimants permanents étalonnés. Les points de mesure sont repérés sur la figure 5.2.

Nous accédons aux valeurs des vitesses dans le métal de Wood à l'aide d'une sonde "de trainée" (voir à ce sujet les travaux de Moros [37] et Lillicrap [38]), permettant la mesure des deux composantes U_X et U_Y du plan horizontal. Le capteur, décrit figure 5.3., est constitué par un obstacle cylindrique de petite taille placé au bout d'une tige dont l'extrémité supérieure est en appui, par l'intermédiaire d'une articulation à cardans minimisant les frottements, sur quatre lames flexibles dont deux supportent des jauges de contrainte. Celles-ci

produisent un signal proportionnel à l'effort exercé sur l'obstacle dans deux directions perpendiculaires. La tige est protégée des mouvements du fluide par une gaine indépendante rigide de diamètre légérement supérieur.

L'effort exercé sur un cylindre placé dans un écoulement transverse est de la forme :

(1) $D_i = 1/2 \rho C_d S U_i |U|$

où C_d est le coefficient de trainée, constant, pour un cylindre percé dans la gamme des nombres de Reynolds 500 à 10^5 , S la section droite de l'obstacle, U_i et |**U**| la composante selon l'axe i et la norme de la vitesse moyenne du fluide.

Afin de minimiser les problèmes dus à la génération de tourbillons en aval de l'obstacle et de perturber le moins possible les courants induits, le cylindre utilisé est percé de nombreux trous. L'utilisation d'un obstacle en plomb, de densité plus importante que le métal de Wood, stabilise la mesure et annule l'influence de la poussée d'Archimède qui fait travailler la tige de mesure en flambage. En contrepartie, le plomb se dissout dans le métal de Wood et doit être vernis.

La sortie électrique des jauges de contrainte est reliée à un intégrateur sur 2 minutes et nous accédons directement aux vitesses moyennes temporelles du fluide.

Le dispositif d'étalonnage de la sonde de vitesse est constitué par une cuve tournante contenant de l'eau, produisant un écoulement stationnaire de vitesse réglable dans la gamme 0,1 à 1,5 m/s. Les nombres de Reynolds caractéristiques de la sonde lors de l'étalonnage en eau et de la mesure dans le métal de Wood sont comparables, de l'ordre de 10.000.

5.2 <u>Réserves</u>

Les mesures présentées plus bas soulèvent un certain nombre de difficultés de réalisation qui créent une large marge d'incertitude au moins pour les mesures de vitesse.

a/ mesures du champ magnétique

La mesure de champ est bien maitrisée et l'incertitude principale réside dans la précision de repérage géométrique. Celle-ci se fait sentir sur trois points :

- les mesures des deux composantes sont effectuées par rotation manuelle de 90° de la sonde, ce qui introduit une incertitude de quelques degrés sur le repèrage angulaire,

 la localisation de points de mesure situés à l'extrémité d'une tige de plusieurs dizaines de centimètres légèrement flexible n'est pas très évidente,

- du fait de la présence d'un carter de confinement de l'eau de refroidissement, le repérage des pôles est effectué en alimentant l'une des phases en courant continu. Cette méthode ne permet pas un alignement trés précis.

On peut estimer l'incertitude de position à \pm 5mm et \pm 5° ce qui, compte tenu des gradients de champ magnétiques moyens prévalant dans notre zone de mesure, conduit à une incertitude relative de l'ordre de \pm 3%.

b/ mesures de vitesse

La mesure de vitesse dans un écoulement turbulent de métal liquide à moyenne température, à l'extrémité d'une tige de 80 cm est délicate. Par ailleurs, le choix de la méthode de mesure et des options de réalisation sont sujets à un certain nombre de réserves.

Les problèmes les plus importants que nous avons rencontrés sont de nature mécanique :

- Du fait de la légère flexibilité de la tige porte-sonde, la localisation du point de mesure est peu précise. Il est notamment difficile de déterminer la vitesse maximale atteinte dans un certain plan du liquide, les forts gradients de vitesse ayant tendance à déporter la sonde. L'importance de ce problème s'accroit lorsque l'on s'éloigne de la surface libre pour atteindre des zones où le maintien de la tige est moins facile à assurer.

La gamme de mesure est peu étendue, limitée par la butée mécanique de la tige sur le fourreau de protection.

- On note la présence d'un phénomène d'hystérésis dù aux divers frottements qui pose de petits problèmes de retour au zéro.

On peut, de plus effectuer les remarques suivantes :

 l'écoulement est affecté d'oscillations de longue durée qui ne sont pas éliminées par notre intégration. Leur valeur relative peut atteindre 10% de la valeur mesurée.

- la sonde et l'obstacle modifient l'écoulement par leur présence. Cette altération est principalement sensible près de la paroi.

- la troisième composante de la vitesse influe sur la valeur de la force exercée sur l'obstacle. Reprenons la formule (1) pour la composante x de la force de trainée : $D_{x} = 1/2 \rho C_{dx} S U_{x} |U|$

La norme de la vitesse $|\mathbf{U}|^2 = U_x^2 + U_y^2 + U_z^2$ fait intervenir les trois composantes de la vitesse dans le calcul de la force exercée dans une direction sur l'obstacle. Notons que les mesures les moins affectées par ce problème sont situées dans le plan de symétrie du brasseur où la composante U_z de la vitesse est théoriquement nulle.

_ la tige et le fourreau métalliques sont conducteurs et donc soumis à des forces électromagnétiques qui créent des oscillations de faible amplitude.

Il est difficile de déterminer l'incertitude à prendre en compte pour les mesures de vitesse. Davidson [16] avance le chiffre de 12%. Sa sonde est cependant bien plus courte (80mm) que celle que nous avons utilisée (800mm) et les incertitudes de repérage positionnel sont moins cruciales dans son cas. Cette valeur est donc une estimation plancher de l'incertitude relative existant sur nos mesures de vitesse.

c/transposition au cas réel

Remarquons de plus que l'expérimentation effectuée pose quelques problèmes de transposition en vue de l'étude du brassage de l'acier en coulée continue et notamment :

_ le métal de Wood ne permet pas de simuler les phénomènes de solidification (cristallites en suspension, dendrites à la paroi...)

la cuve est parallèlipipèdique, à angles vifs et de hauteur limitée.

5.3 Mesures de champ magnétique

La figure 5.4. représente la variation de l'induction magnétique B_{00} à vide au centre et sur le plan de symétrie du brasseur en fonction de l'intensité des courants source. Elle permet de vérifier que la culasse n'est pas saturée à 250 A, *intensité à laquelle ont éte effectuées les autres mesures de champ* La saturation est perceptible aux environs de 300 A qui est l'intensité nominale pour ce type de brasseurs.

Tous les résultats de mesure sont adimensionnalisés par la valeur de l'induction à vide au centre et sur le plan de symétrie de l'inducteur. Dans notre cas la valeur de B_{00} est de 353 Gauss. Nous produisons les résultats suivants :

- figures 5.5. : la carte de l'induction électromagnétique à vide dans la zone du plan de symétrie du brasseur où sera placé le métal de Wood.

- figure 5.6. : la variation axiale de B_0 , induction à vide sur l'axe de

symétrie du brasseur. La présence d'une virole métallique ferro-magnétique soutenant le brasseur, qui introduit des perturbations dans la répartition du champ magnétique est clairement visible ici.

Afin de déterminer précisément l'influence de la cuve de confinement du métal de Wood sur l'atténuation des grandeurs électromagnétiques, une série de mesures a été effectuée en sa présence. Nous en retiendrons la valeur du champ au centre et sur le plan de symétrie de l'inducteur :

 B_{00} (en présence de la cuve) = 309 Gauss

5.4 Mesures de vitesses

Du fait de difficultés expérimentales et de contraintes extérieures liées à la charge de la plate-forme d'expérimentation, les mesures présentées ici sont partielles. Elles seront complétées ultérieurement afin d'assurer le calage du modèle en vue de son utilisation industrielle.

La courbe d'étalonnage présentée figure 5.7. permet de vérifier que nous nous situons bien dans la gamme de nombres de Reynolds pour lesquels le coefficient de trainée est constant. Notons une dissymétrie dans le montage des jauges de contrainte qui introduit une réponse légèrement différente pour chacune des composantes de la vitesse.

Les vitesses mesurées sur un profil radial du plan situé 0,2 m sous la surface libre du liquide sont présentées figure 5.8. Elles ont été effectuées sous une alimentation de 200A à 50Hz. Nous remarquons la déformation importante du profil de vitesse qui montre que la vitesse de rotation angulaire est d'autant plus grande que l'on se rapproche du centre. Deux interprétations sont envisageables.

Ce type de déformation a déjà été observé par Robinson [39] dans le cas d'un écoulement tournant dans une conduite de section circulaire. Elle est, dans son cas, indicative de l'amortissement de la turbulence par la rotation du fluide qui rend quasi-laminaire l'écoulement au cœur du liquide.

Nous développons au chapitre 6. une interprètation différente qui tient compte de l'influence de la composante axiale de la vitesse sur les résultats de notre mesure, influence liée au principe même de la sonde "de trainée".











figure 5.3. : schéma de la sonde de mesure de vitesse.



induction à vide en fonction du courant

figure 5.4.

Ц

480	406	367	352	366	405	460
426	394	365	355	363	391	427
384	371	357	353	358	370	386
367	361	353	353	355	363	367
379	369	355	357	361	378	392
415	385	359	358	369	405	440
440	394	360	354	374	425	484

composante B_X

X

×

IJ

328	359	395	404	386	353	330
341	353	367	371	368	361	367
358	352	351	355	357	367	391
374	355	348	352	352	364	390
378	360	353	357	353	357	372
370	361	365	373	362	352	347
353	362	380	400	382	352	329

composante By

<u>figure 5.5.</u> mesures de champ magnétique (en Gauss = 10⁻⁴ Tesla)



figure 5.6.


figure 5.7.



figure 5.8.

6 <u>Comparaisons et résultats</u>

Les modèles présentés ici fournissent des informations sur les caractéristiques de fonctionnement des brasseurs électromagnétiques que nous regrouperons en différentes rubriques pour leur analyse et la confrontation aux résultats obtenus par d'autres travaux ou par nos expérimentations :

simulation bidimensionnelle et influence du terme de couplage,

simulation tridimensionnelle et influence des recirculations,

_ confrontation des résultats obtenus pour des produits de différentes sections droites,

confrontations expérimentales.

6.1 simulation bidimensionnelle et influence du terme de couplage

a/ simulation bidimensionnelle

Dans le cas de brasseurs opérant à moyenne fréquence (50Hz), le paramètre d'écran R_{ω} est bien plus important que le nombre de Reynolds magnétique R_m , et notre simulation ne prend pas en compte le couplage complet existant entre les calculs électromagnétiques et hydrodynamiques.

Nous calculons le potentiel vecteur crée par les courants inducteurs (figure 6.1). Les forces électromagnétiques ainsi obtenues (figure 6.2) sont ensuite injectées dans le calcul hydrodynamique bidimensionnel. Nous représentons figures 6.3, 6.4 et 6.5 les champs de vitesse, de pression et de viscosité turbulente obtenues.

Les intensités turbulentes calculées se situent aux alentours de 15%, ce qui semble très important si l'on se reporte aux expérimentations de Robinson [39] ou de Davidson qui citent, dans le cas de billettes axisymétriques des chiffres de l'ordre de 5 voire 2%. Cette différence peut provenir de la modification de la structure de la turbulence intervenant dans les écoulements tournants (cf §2.2.4).

Nous avons donc testé, dans le cas bidimensionnel, une expression du modèle k- ε utilisée par Spitzer [12] tenant compte de l'atténuation de la turbulence liée à la rotation. Cette nouvelle modélisation est une simple adaptation aux systèmes de coordonnées cartésiennes de l'expression, déterminée pour les écoulements tournants dans un cylindre, du nombre de Richardson intervenant dans l'équation pour la dissipation de la turbulence.

L'effet de cette modification sur la turbulence est indéniable (voir la figure 6.6. permettant de comparer un profil de viscosité turbulente avec et sans cette modification). Cependant, la figure 6.7. montre que l'influence sur le profil des vitesses atteintes dans le liquide est relativement faible. Une étude plus complète de la modélisation de l'atténuation de la turbulence, et notamment dans les calculs tridimensionnels, doit être envisagée en relation avec des expérimentations poussées. Il est cependant peu probable que les valeurs et la répartition de la vitesse du liquide soient grandement altérées.

b/ influence du terme de couplage

L'outil dont nous disposons nous permet de quantifier l'influence du terme de couplage $U \times B$ dans le cadre de l'hypothèse bidimensionnelle.

Le problème est traité, comme décrit précédemment, en plusieurs étapes :

– nous calculons, le potentiel vecteur crée par les seuls courants source, ce qui nous permet de déterminer successivement les forces électromagnétiques ne tenant pas compte du terme de couplage et une première approximation du champ de vitesse.

– puis nous résolvons l'équation pour le potentiel vecteur dù au seul terme de transport (figure 6.8.), ce qui nous permet de corriger l'expression des forces électromagnétiques (figure 6.9.) et des vitesses. Nous bouclons si nécéssaire sur cette dernière étape.

La comparaison des figures 6.2. et 6.9. montre que la répartition des forces volumiques est très affectée, dans le cas des faibles fréquences de brassage par la présence du terme de transport. Les forces électromagnétiques disparaissent quasiment du cœur du liquide du fait d'un effet Hartmann prononcé. Cet effet Hartmann correspond à une diminution des courants induits dans la charge par un effet analogue à l'effet de peau.

La figure 6.10. présente les vitesses maximales atteintes dans l'acier pour différentes valeurs (300 et 600 A) de l'intensité et (1Hz, 5Hz et 50Hz) de la fréquence des sources. Nous notons que les courants de couplage, même s'ils ne sont jamais prépondérants dans la zone de fonctionnement des brasseurs électromagnétiques induisent, à basse fréquence, dès 5 Hz, une diminution des vitesses maximales atteintes dans le liquide et donc une certaine perte d'efficacité du brassage. Il apparait donc que, hormis lors du brassage en tête de coulée où la présence de l'écran conducteur que constitue la lingotière impose l'usage de basses fréquences, le choix, effectué principalement sur des critères économiques, de l'utilisation de la fréquence du réseau pour le brassage des produits de petit format, est bien justifié.

6.2 simulation tridimensionnelle et influence des recirculations

La simulation tridimensionnelle nous permet de mettre en évidence, dans le cas des billettes de section droite carrée des recirculations verticales dont l'ordre de grandeur est le même que celui du mouvement principal de rotation. Le métal liquide, sous l'effet du gradient de pression axial, s'éloigne de la zone forcée près des parois pour y revenir par le centre du domaine.

Ces recirculations ont certainement une influence importante sur les effets métallurgiques du brassage de l'acier. Leur présence explique la faible amélioration des qualités des produits brassés par des systèmes de brassage hélicoïdaux mis en œuvre, il y a quelques années par différents constructeurs. (Les brasseurs hélicoïdaux, combinaison de brasseur rotatifs et linéaires qui étaient conçus pour animer le fluide de mouvements verticaux étaient censés assurer un brassage plus efficace que les simples brasseurs rotatifs. Le principe fût en fait rapidement abandonné.)

La figure 6.11. présente un profil d'atténuation axiale des valeurs maximales dans un plan (xOy) des composantes U_X et U_Z de la vitesse adimensionnalisée par \underline{V} . On note que, dès la sortie de la zone forcée, les deux composantes évoluent dans la même gamme de valeurs.

La valeur maximale de la composante axiale est, de plus, atteinte au centre du produit, zone où les deux autres composantes sont minimales, comme indiqué sur la figure 6.12. qui présente des profils des composantes U_X et U_Z à différentes hauteurs dans le puits de coulée. On note par ailleurs, sur cette figure, que la vitesse de rotation U_X/x du cœur liquide décroit régulièrement depuis le plan de symétrie du brasseur jusqu'au fond de puits.

b/ comparaison des calculs bi et tridimensionnels

La figure 6.13. présente les différences obtenues sur un profil de vitesse du plan de symétrie du brasseur selon que nous effectuons un calcul hydrodynamique bi ou tridimensionnel. Nous notons une différence supérieure à 10% entre les deux graphes, la valeur obtenue dans l'hypothèse du brasseur infini étant naturellement la plus élevée. c/ influence de la rugosité des parois

La rugosité intervient dans le calcul hydrodynamique par le biais d'une modification du coefficient α de la loi logarithmique qui gouverne la variation de vitesse au voisinage de la paroi.

Nous avons mené, dans les cas bi et tridimensionnels, deux calculs correspondant aux cas d'un domaine délimité par des parois lisses ou rugueuses, la hauteur de rugosité étant de l'ordre de 0,8mm, ce qui constitue une borne supérieure de la hauteur des dendrites rencontrées dans l'acier en cours de solidification. Le coefficient α vaut alors1.

Ces calculs montrent, tant dans l'hypothèse d'un espace d'étude à deux (figure 6.14.) qu'à trois dimensions (figure 6.15.), une influence faible de la rugosité des parois sur valeurs des vitesses atteintes dans le liquide.

On note cependant, dans le cas tridimensionnel que, si la valeur maximale de la vitesse de rotation décroit alors que la rugosité augmente, il n'en est pas de même pour la composante axiale de la vitesse.

d/ influence de la troncature du puits liquide

Nous avons effectué, pour étudier l'influence de la troncature du puits de liquide sur l'écoulement, une série de quatre calculs tridimensionnels dans lesquels la hauteur du domaine d'étude était 2,5, 5, 10 et 20 hauteurs d'action du brasseur.

Les figures 6.16. et 6.17. représentent la variation axiale des valeurs maximales dans un plan, des composantes U_X et U_Z de la vitesse. Il est visible sur ces diagrammes que la troncature intervient seulement quand elle est très importante et que l'écoulement se développe peu au delà de cinq hauteurs de brasseur.

6.3 <u>comparaison des écoulements obtenus pour des billettes de différentes</u> <u>sections droites</u>

Nous pouvons maintenant, sur la base de comparaisons avec les travaux de Davidson et Schwerdtfegger et coll., étudier les différences existant entre les écoulements obtenus dans un produit cylindrique ou parrallépipédique.

Nous notons la convergence des résultats obtenus sur les points suivants :

- la structure de l'écoulement est semblable : présence, outre le mouvement rotation principal, de recirculations axiales (le métal liquide s'éloignant de la zone de brassage forcé à proximité des parois et dans les coins pour y revenir par le centre du produit).

_ les recirculations axiales ont le même ordre de grandeur que le mouvement de rotation principal [16],

- la valeur maximale de la vitesse de recirculation est atteinte au centre du produit et à la limite entre la zone forcée et la zone d'amortissement de la rotation [16].

Cependant, en ce qui concerne les points suivants, les caractéristiques de l'écoulement sont semble-t-il notablement différentes :

- l'intensité de la turbulence est largement plus forte dans notre cas. De plus, l'atténuation de la turbulence due à la rotation n'apparait pas comme un facteur prépondérant [12] et la vitesse de rotation est constante dans tout le cœur du produit, dans un plan (xOy).

- la vitesse de rotation du cœur liquide décroit régulièrement depuis le plan de symétrie du brasseur jusqu'au fond de puits [16].

- le mouvement ne semble pas se propager axialement au delà de 5 fois la hauteur du brasseur, ce qui est largement inférieur aux résultats de Davidson,

- la rugosité des parois a une influence faible sur l'allure des profils de vitesse et la valeur de la vitesse maximale [16].

6.4 confrontation expérimentale

Nous avons simulé à l'aide de notre modèle le dispositif expérimental décrit au chapitre 5. Les conditions du calcul numérique sont les suivantes :

intensité des sources 200A, fréquence 50Hz,

atténuation axiale des forces en gaussienne, leur valeur est divisée par trois en sortie de brasseur.

Les annexes 3 et 4 précisent les conditions générales de nos calculs numériques ainsi que les valeurs des propriétés physiques utilisées. Nous abordons maintenant la confrontation des résultats numériques et expérimentaux dans les domaines de l'électromagnétisme et de l'hydrodynamique.

6.4.1 mesures de l'induction magnétique

La comparaison des résultats numériques et des résultats expérimentaux a été faite à deux niveaux :

 $_{-}$ sur la valeur de référence B₀₀ au centre et sur le plan de symétrie de

l'inducteur :

B₀₀(mesuré) = 353 Gauss

B₀₀(calculé) = 405 Gauss

_ et sur des profils radiaux pris dans la zone centrale de l'entrefer où sera placé le métal de Wood, repérés sur la figure 6.18. Ces profils font l'objet des figures 6.19. et 6.20.

Nous constatons un écart maximal de 15% sur les valeurs efficaces du champ magnétique. Ces valeurs pourront être améliorées ultérieurement, si nécessaire, par une modélisation plus précise de la géométrie de l'inducteur. Il faut cependant noter que le champ magnétique est obtenu numériquement par dérivation du potentiel vecteur et qu'une perte de précision importante est inéluctable du fait de l'utilisation de polynômes du deuxième degré.

6.4.2 mesures de vitesse

Les résultats bruts de la comparaison entre les valeurs des vitesses obtenues expérimentalement et par le calcul sur un même profil sont présentés figure 6.21. On remarque un écart important qui se fait sentir sur deux points :

les valeurs maximales présentent 20% de différence,

- on note, de plus, la dissemblance d'allure des profils.

Du fait des importantes incertitudes pesant sur les mesure de vitesse, il est, a priori, difficile de déterminer si cet écart doit être imputé à des problèmes de modélisation ou aux difficultés de mesure.

Trois hypothèses, présentées ci-dessous, viennent cependant à l'esprit:

- l'allure des variations axiales des forces de Laplace injectées dans le calcul hydrodynamique est l'une des inconnues majeures du modèle,

 $_{-}$ les caractéristiques physiques du métal de Wood sont mal connues, $_{-}$ la mesure des composantes U_X et U_Y de la vitesse fait intervenir les trois composantes et notamment la composante axiale U₇.

Notons de plus que la discrétisation tridimensionnelle est nécessairement limitée. La valeur obtenue par le calcul est donc, si l'on se refère à une étude effectuée sur un domaine bidimensionnel présentée en annexe A.2., plus faible que la valeur qui serait obtenue avec un maillage raffiné.

a/ influence de l'allure de la variation axiale des forces

Nous avons testé (figure 6.22.) trois lois différentes de variation axiale des forces électromagnétiques. Toutes trois sont des gaussiennes, pour lesquelles la valeur de la force sur le plan de symétrie est divisée par deux, trois ou quatre à la sortie du brasseur. L'écart entre les valeurs maximales obtenues est de l'ordre de 35%. Cette allure de variation est donc un paramètre important de règlage du modèle.

b/ influence des caractéristiques physiques du métal de Wood

Nous avons utilisé (cf annexe 3) les données extraites de [19]. Une large marge d'incertitude sur les caractéristiques physiques du métal de Wood, alliage de composition variable, doit cependant être adoptée. Lavers [40], qui s'intéresse au brassage en lingotières note que, les forces électromagnétiques étant proportionnelles à la conductivité du métal, la connaissance de ce paramètre joue un rôle important sur les valeurs obtenues et, dans le cas de l'acier explore un domaine de conductivité variant de ±25%.

c/ influence de la troisiéme composante sur la mesure

La sonde est étalonnée dans un écoulement plan à une seule composante. Soit D_e la force mesurée lors de l'étalonnage en eau, il vient :

 $D_e = 1/2 \rho_e C_d S U_{xe} |U|$

où ρ_e est la masse volumique de l'eau. La norme de la vitesse a la valeur $|\mathbf{U}|^2 = U_{xe}^2$

Lors de la mesure, l'écoulement de métal de Wood est tridimensionnel et la composante axiale prend localement, au centre de la billette, des valeurs plus importantes que la composante U_x que nous souhaitons mesurer (voir les résultats de calcul présentés figure 6.23.). Nous supposerons que la composante U_y est nulle, ce qui est théoriquement le cas sur notre profil, et que le coefficient de trainée reste inchangé. La force mesurée est alors :

 $D_{xm} = 1/2 \rho_w C_d S U_{xm} |\mathbf{U}|$

où ρ_w est la masse volumique du métal de Wood. La norme de la vitesse est alors $|\mathbf{U}|^2 = U_{xm}^2 + U_{zm}^2$. Egalons ces deux expressions. Il vient :

 $\rho_e U_{xe}^2 = \rho_w U_{xm} (U_{xm}^2 + U_{zm}^2)^{1/2}$

Le calcul nous permet de connaitre le rapport $(U_z/U_x)_c$ et donc d'avoir une idée de la correction à apporter au moyen de la formule suivante :

$$U_{\rm xm} = U_{\rm xe} - \frac{(\rho_{\rm e} / \rho_{\rm W})^{1/2}}{(1 + (U_{\rm z} / U_{\rm x})_{\rm e}^2)^{1/4}}$$

La figure 6.24. montre le résultat de la correction. Celle-ci est d'autant plus importante que l'on est proche du centre du produit où la composante axiale est prépondérante. Le profil corrigé est beaucoup moins convexe que le profil mesuré et se rapproche du profil obtenu par le calcul.



T*m = -0.015857 2 = -0.0142723 = -0.0126864 = -0.01115 = -0.0095146 = -0.0079297 = -0.0063438 = -0.004757 9 = -0.003171 10 = -0.00158611 = 0.190E - 0612 = 0.00158613 = 0.00317214 = 0.00475715 = 0.00634316 = 0.00792917 = 0.00951518 = 0.011119 = 0.01268620 = 0.01427221 = 0.015858

figure 6.1. potentiel vecteur





	24
figure 6.4. champ de pression.	ECHELLE 1.319





figure 6.6.



figure 6.7.



figure 6.8.

potentiel vecteur dû à la convection des lignes de champ par l'écoulement.

champ des forces électromagnétiques ECHELLE figure 6.9. avec terme de couplage. 1.319



figure 6.10.



variation axiale des composantes de la vitesse

figure 6.11.



figure 6.12.



figure 6.13.



figure 6.14.



figure 6.15.



figure 6.16.



figure 6.17.

comparaison mesures-calculs pour le champ magnétique



figure 6.18.



figure 6.19.



figure 6.20.



figure 6.21.

influence de la loi d'atténuation axiale des forces



figure 6.22.



figure 6.23.



figure 6.24.



7 Faisabilité d'une étude magnétodynamique tridimensionnelle

7.1 intérêt de la "tridimensionnalisation" du modèle magnétodynamique

Le calcul électromagnétique tridimensionnel se heurte à une difficulté majeure dans ses applications à vocation industrielle : le domaine d'étude est géométriquement très complexe du fait de la présence de bobines, d'encoches... et, pour rendre correctement compte de la réalité, il est nécessaire de recourir à des maillages fins qui imposent, quand ils sont humainement réalisables, la consommation d'espaces mémoire et de temps de calcul importants.

Le calcul bidimensionnel est cependant insuffisant car il ne permet pas de décrire le très faible allongement des inducteurs (à peine supérieur à 1) et donc l'atténuation axiale des grandeurs calculées.

La "tridimensionnalisation" du calcul magnétodynamique est une solution permettant d'allier des temps de calcul et des difficultés de modélisation raisonnables à une représentation réaliste de la physique des phénomènes.

La démarche envisagée est la suivante. Nous effectuons deux calculs successifs. L'un en coordonnées cartésiennes dans le plan (xOy) selon la procédure décrite en 2.1.3 nous donne l'allure des forces électromagnétiques dans ce plan. L'autre, effectué dans un plan (r,z) en coordonnées polaires, en supposant que le problème traité est axisymétrique, assure le calage du modèle par la détermination d'un coefficient d'atténuation lié au faible allongement de l'inducteur et nous donne une idée de la variation axiale des forces électromagnétiques.

Cette méthode ne permet, bien entendu, pas de calculer en toute rigueur les composantes axiales des grandeurs électromagnétiques dans le cas de la billette de section droite carrée. Elle peut néammoins s'avérer très interessante puisqu'un calcul "tridimensionnalisé" pourrait alors être entièrement prédictif. De plus, nous ne disposons expérimentalement que de la courbe de variation axiale de l'induction magnétique à vide, qui peut être notablement différente de celle des forces électromagnétiques dans le liquide, qui nous intéresse.

7.2 <u>la formulation en potentiel vecteur appliquée au cas d'une billette</u> <u>axisymétrique</u> La billette pouvant toujours être raisonnablement supposée infiniment haute, nous considérons que sa section est circulaire et nous nous plaçons dans un système de coordonnées polaires (r, Θ ,z) de base (\mathbf{u}_r , \mathbf{u}_Θ , \mathbf{u}_z) comme indiqué sur la figure 7.1.

7.2.1 modèle de courants inducteurs

L'inducteur, de hauteur finie, est représenté sur la figure 7.2. La modélisation des courants comporte deux parties. Dans un premier temps, nous décomposons en séries de Fourier la répartition des Ampéres/tours autour de l'inducteur, ce qui nous permet de déterminer la nappe de courants équivalente aux courants source. Puis, nous modélisons les têtes de bobines en déterminant une variation axiale des courants inducteurs compatible avec les lois de la physique.

a/ décomposition en séries de Fourier

Nous assimilons la répartition des courants source triphasés autour de l'inducteur à une superposition de nappes variant sinusoïdalement et correspondant à chacun des premiers harmoniques de la décomposition en séries de Fourier de ces courants.

Chacun de ces harmoniques présente alors une double périodicité temporelle et angulaire :

 $J_{n}(r,\Theta,z) = J_{n}(r,z) \cdot \cos(\omega t - np\Theta)$

avec n l'ordre de l'harmonique et p le nombre de paires de poles, généralement égal à 1 dans le cas des brasseurs rotatifs.

Dans cas de nos brasseurs, la décomposition angulaire en séries de Fourier montre que les premiers harmoniques ont tous une importance comparable à celle du fondamental.

Les calculs que nous produisons et les analyses présentées ci-dessous ont cependant été effectués en ne tenant compte que du fondamental de cette décomposition. Il faudrait donc, par la suite, en utilisant l'hypothèse de linéarité, superposer les résultats obtenus par des calculs successifs effectués pour chacune des premières harmoniques afin d'obtenir une répartition correcte du potentiel vecteur.

b/ modèlisation des têtes de bobines

Le but de la modélisation des têtes de bobines n'est pas tant de simuler de manière trés précise la répartition et la courbure des courants dans les têtes de bobines que de déterminer une loi de variation axiale des courants compatible avec les deux conditions physiques suivantes :

 $_{-}$ la loi de conservation du courant divJ = 0

_ le fait que la composante normale \mathbf{J}_{N} des courants est nulle à la surface des conducteurs.

Nous simplifions le modèle en faisant l'hypothèse supplémentaire, assez réaliste dans le cas des brasseurs rotatifs industriels, que les bobines sont rebouclées ortho-radialement. De plus, les conducteurs étant multifilaires, nous considèrons que les courants ne varient pas radialement. Ces hypothèses sont exprimées par l'équation suivante :

 $\mathbf{J} = J_{\mathbf{\Theta}}(z) \cos(\omega t - p\mathbf{\Theta}) \mathbf{u}_{\mathbf{\Theta}} + J_{z}(z) \cos(\omega t - p\mathbf{\Theta}) \mathbf{u}_{z}$

Le domaine où se développent les courants est divisée en deux zones distinctes (cf figure 7.2.):

- la zone (1) simule les conducteurs. Les courants y ont une seule composante Jz ne dépendant pas de z :

 $Jz = Jo cos(\omega t - p\theta)$

- la zone (2) simule les têtes de bobines. Nous choisissons dans cette zone une répartition de la composante axiale des courants telle que:

en z = h_c : Jz = Jo cos($\omega t - p\Theta$) afin d'assurer la conservation du courant,

en $z = h_b$: Jz = 0 af in que la composante normale y soit nulle.

Une répartition cosinusoïdale permet, par exemple, de vérifier ces deux conditions :

 $Jz = Jo \cos(\omega t - p\Theta) \cos \alpha$ où α est l'angle tel que sin $\alpha = (z - h_c)/(h_b - h_c)$ La conservation des courants implique alors que :

 $J\Theta = Jor/psin(\omega t - p\Theta) \partial cos \alpha/\partial z$

soit, en notation complexe :

 $Jz = \Re e (Jo \cos \alpha e^{i} (\omega t - p \Theta + \varphi))$

 $J\Theta = \Re e (Jo r/p \partial \cos \alpha / \partial z e^{i} (\omega t - p\Theta - \pi / 2 + \varphi))$

Nous vérifions alors, au moyen d'un modèle simple nos deux contraintes physiques.

7.2.2 formulation en potentiel vecteur

Du fait de la loi de variation des courants sources, le potentiel vecteur complexe, ainsi que toutes les grandeurs électromagnétiques, présente une double périodicité temporelle et angulaire :

 $\mathbf{A} = \Re e \left(\mathbf{A} e^{i \left(\omega t - p \Theta + \varphi \right)} \right)$

Reprenons l'équation (8) du chapitre 2 dérivée des équations de

Maxwell, qui conditionne la répartition du potentiel vecteur. Nous négligeons ici le terme de couplage $U \times B$ qui ne peut avoir qu'une influence du deuxième ordre dans l'expression des courants induits et nous sommes amenés à résoudre l'équation suivante :

(1) $v \operatorname{rot}(\operatorname{rot} A) + j \omega \sigma A = J_S$

à laquelle on adjoint la jauge de Coulomb afin d'assurer l'unicité du potentiel vecteur :

div **A** = 0

Le potentiel vecteur a ici trois composantes A_r , A_{Θ} et A_z .

7.3. "tridimensionnalisation" des forces électromagnétiques

L'un des aspects les plus prometteurs de la modélisation proposée ici réside dans le fait qu'elle permet d'accéder, par le biais du calcul axisymétrique, à la loi de variation longitudinale des forces.

Nous pouvons alors déterminer les forces électromagnétiques dans l'espace tridimensionnel sur lequel nous résolvons les équations de Navier-Stokes à l'aide de l'expression suivante :

$$F(x,y,z) = F_{\infty}(x,y) \frac{F_{a}(0,0,z)}{F_{\infty}(0,0)}$$

où F_a est la valeur de la force sur l'axe, obtenue à l'aide du calcul utilisant l'hypothèse d'axisymétrie et F_{∞} la valeur sur le plan de symétrie, déterminée par le calcul bidimensionnel cartésien.

7.4 formulation de la discrétisation en éléments finis

Nous négligeons ici le terme de transport dans les courants induits. L'équation à résoudre conduit à un système linéaire symètrique et il est alors possible de déterminer une fonctionnelle dont la minimisation est équivalente à la résolution sur le domaine (Ω) étudié de l'équation (1) obtenue en 7.2.

and the second second

On utilise habituellement (Rafinejad [41]), dans les systèmes magnétodynamiques bidimensionnels, la fonctionnelle de co-énergie suivante :

 $F_1 = \iint (v/2 (rot A)^2 + \sigma/2 A.\partial A/\partial t - A.J_S) ds$ - $\int (A_t x H_t) n dl - \int v A_n div A dl$

qui, du fait que la divergence du potentiel vecteur est nulle, puisque

chap 7 _ page 90

celui-ci a une seule composante A_Z qui ne varie pas selon cette direction, suffit à assurer l'unicité de la solution.

Dans un cas tridimensionnel, cette condition n'est plus automatiquement respectée. Considèrons alors la fonctionnelle suivante :

 $F_2 = \left[\left[\frac{v}{2} (dv A)^2 dv \right] \right]$

où \underline{v} est une grandeur déterminée empiriquement ayant la dimension d'une reluctivité et jouant le rôle d'un coefficient de pondération. La minimisation de cette fonctionnelle impose, sur le domaine, la nullité de la divergence du potentiel vecteur et donc son unicité. Nous résoudrons simultanément, comme le fait Coulomb [42] dans le cas magnétostatique, les deux problèmes variationnels en sommant les fonctionnelles F₁ étendue à un domaine volumique et F₂ et en minimisant donc par une méthode de pénalisation :

 $\mathcal{F} = \iiint (v/2 (\operatorname{rot} \mathbf{A})^2 + \sigma/2 \mathbf{A} \cdot \partial \mathbf{A} / \partial t - \mathbf{A} \cdot \mathbf{J}_S + v/2 (\operatorname{div} \mathbf{A})^2) dv$ - $\iint (\mathbf{A}_t \mathbf{x} \mathbf{H}_t) \cdot \mathbf{n} \, \mathrm{ds} - \iint v \mathbf{A}_n \, \operatorname{div} \mathbf{A} \, \mathrm{ds}$

La figure 7.3. représente notre domaine d'étude. Il possède une symétrie de révolution autour de l'axe commun au brasseur et au produit coulé et un plan de symétrie à mi-hauteur du brasseur, puisque nous négligeons la vitesse de tirage de la billette. Il est donc borné par les conditions aux limites naturelles :

 $A_t = 0$ ou $H_t = 0$, et div A = 0et nous ignorerons, dans la suite de l'exposé, les intégrales de surface représentant les échanges d'énergie avec l'extérieur qui sont nuls. Nous serons donc amenés à minimiser la fonctionnelle :

 $\int \int \{ v/2 (\operatorname{rot} \mathbf{A})^2 + \sigma/2 \mathbf{A} \cdot \partial \mathbf{A} / \partial t - \mathbf{A} \cdot \mathbf{J}_S + v/2 (\operatorname{div} \mathbf{A})^2 \} \operatorname{rdrd} \Theta dz$

Nous connaissons de plus la loi de variation orthoradiale des trois composantes du potentiel vecteur complexe :

(2) $\mathbf{A} = \Re e \left(|\mathbf{A}(\mathbf{r}, z)| e^{i (\omega t - p \Theta + \varphi)} \right)$

Nous pouvons donc dégénérer notre domaine d'étude à une tranche à Θ fixé, par exemple à zéro, dans un espace bidimensionnel (r,z) et chercher la répartition A(r,z) du potentiel vecteur qui minimise la fonctionnelle:

 $\iint \{ v/2 (rot A)^2 + \sigma/2 A \partial A / \partial t - A J_s + v/2 (div A)^2 \} rdrdz$

En effectuant la minimisation par rapport à chacune des valeurs nodales des composantes A_r , A_{Θ} et A_z , nous sommes, en définitive, amenés à résoudre le système d'équations suivant :

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial A_{rj}} = \iint \left(v \frac{\partial \alpha_{j}}{\partial z} \frac{\partial A_{r}}{\partial z} - v \frac{p^{2}}{r^{2}} \alpha_{j}A_{r} + \frac{v}{r^{2}} \alpha_{j}A_{r} + \frac{v}{r} \alpha_{j}\frac{\partial A_{r}}{\partial z} \right]$$

$$+ \frac{v}{r} \frac{\partial \alpha_{j}}{\partial r} A_{r} + \frac{v}{r} \frac{\partial \alpha_{j}}{\partial r} \frac{\partial A_{r}}{\partial r} + j v \frac{p}{r^{2}} \alpha_{j}A_{\theta} + j v \frac{p}{r} \alpha_{j}\frac{\partial A_{\theta}}{\partial r} \right]$$

$$- j \frac{v}{r^{2}} \alpha_{j}A_{\theta} - j \frac{v}{r} \frac{p}{\partial r} \frac{\partial \alpha_{j}}{\partial r} A_{\theta} - v \frac{\partial \alpha_{j}}{\partial z} \frac{\partial A_{z}}{\partial r} + \frac{v}{r} \alpha_{j}\frac{\partial A_{z}}{\partial z} \right]$$

$$+ \frac{v}{r} \frac{\partial \alpha_{j}}{\partial r} \frac{\partial A_{z}}{\partial z} + j \omega \sigma \alpha_{j}A_{r} - \alpha_{j} J_{r} r dr dz$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial A_{\theta j}} = \iint \left(j v \frac{p}{r^{2}} \alpha_{j}A_{r} + j v \frac{p}{r} \frac{\partial \alpha_{j}}{\partial r} \frac{\partial A_{\theta}}{\partial r} - v \frac{p}{r^{2}} \alpha_{j}A_{\theta} + v \frac{\alpha_{j}}{r} \frac{\partial A_{z}}{\partial z} \right]$$

$$- j \frac{p}{r} \alpha_{j} \frac{\partial A_{r}}{\partial r} + v \frac{\partial \alpha_{j}}{\partial z} \frac{\partial A_{\theta}}{\partial r} + v \frac{p}{r^{2}} \alpha_{j}A_{\theta} + v \frac{\alpha_{j}}{r} \frac{\partial A_{\theta}}{\partial r}$$

$$- j \frac{v}{r} \frac{p}{\alpha_{j}} \frac{\partial A_{r}}{\partial r} + v \frac{\partial \alpha_{j}}{\partial z} \frac{\partial A_{\theta}}{\partial z} + \frac{v}{r^{2}} \alpha_{j}A_{\theta} + v \frac{\alpha_{j}}{r} \frac{\partial A_{\theta}}{\partial r}$$

$$+ \frac{v}{r} \frac{\partial \alpha_{j}}{\partial r} \frac{\partial A_{\rho}}{\partial r} + v \frac{\partial \alpha_{j}}{\partial z} \frac{\partial A_{\theta}}{\partial r} - \frac{v}{r^{2}} \alpha_{j}A_{\theta} + v \frac{\alpha_{j}}{r} \frac{\partial A_{\theta}}{\partial r}$$

$$+ j \frac{v}{r} \frac{\partial \alpha_{j}}{\partial z} A_{z} - j \frac{v}{r} \frac{p}{\partial z} - \alpha_{j} J_{\theta} \right) r dr dz$$

chap 7 _ page 92

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial A_{zj}} = \iint \left(-\nu \frac{\partial \alpha_j \partial A_r}{\partial r \partial z} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} A_r + \nu \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} \frac{\partial A_r}{\partial r} + j \nu \frac{\rho}{r} \alpha_j \frac{\partial A_{\theta}}{\partial z} \right)$$

$$-j \underbrace{\underline{v}}_{r} \frac{\partial \alpha_{j}}{\partial z} A_{\theta} - v \frac{p^{2}}{r^{2}} \alpha_{j} A_{z} + v \frac{\partial \alpha_{j} \partial A_{z}}{\partial r} + \underbrace{\underline{v}}_{r} \frac{\partial \alpha_{j}}{\partial z} \frac{\partial A_{z}}{\partial z}$$

+ j $\omega \sigma \alpha_j A_z - \alpha_j J_z$) r dr dz

dans lequel toutes les dérivées angulaires ont été exprimées, d'après (2) par $\partial \mathbf{A}/\partial \Theta = -jp \mathbf{A}$ et $\partial \alpha_j/\partial \Theta = -jp \alpha_j$

7.5. problèmes numériques rencontrés

a/ <u>choix de la reluctivité</u> <u>v</u>

Le choix de la reluctivité \underline{v} est fait sur des critères numériques. Sa valeur conditionne la nullité de la divergence du potentiel vecteur et constitue donc un des paramètres fondamentaux de la méthode. Coulomb [42] propose diverses possibilités que nous avons testées et qui, dans notre cas linéaire et isotrope se résument à :

- (i) <u>v</u> = 0
- (ii) $\underline{v} = v_0$
- (iii) <u>v</u> = v

nous lui avons adjoint de plus

(iiii) $\underline{v} = K v$ où K est un paramétre empirique

La première n'assure pas l'unicité du potentiel vecteur et la deuxième occasionne une perte de précision importante dans la zone de la culasse magnétique. Dans la derniére, le paramètre K est choisi en fonction de l'alternative suivante : une forte valeur de K donne un poids excessif à l'annulation de la divergence du potentiel vecteur par rapport à la résolution du problème physique et une faible valeur nous ramène aux difficultés précédentes.

C'est donc la solution $\underline{v} = v$ qui semble la plus adaptée à la résolution de notre problème.

b/ choix de la méthode de résolution du système linéaire

Les termes affectés du coefficient \underline{v} sont des termes non diagonaux de la matrice du système linéaire à résoudre. Les essais que

nous avons mené nous ont conduit à tester des valeurs importantes de ce coefficient, ce qui rend la diagonale du système non-dominante. Les méthodes de résolution itératives du type I.C.C.B.G. deviennent alors inopérantes. Nous avons donc, dans ces cas de figure, utilisé une méthode d'élimination de Gauss adaptée au cas des systèmes symétriques qui, bien que plus onéreuse, permet de traiter le problème.

c/ changement de variable

Coulomb [42] effectue le changement de variable du potentiel vecteur \mathbf{A} ($A_{\Gamma}, A_{\Theta}, A_{Z}$) en \mathcal{R} ($rA_{\Gamma}, rA_{\Theta}, A_{Z}$), qui permet d'obtenir, en coordonnées polaires, une formulation complètement analogue à la formulation obtenue en coordonnées cartésiennes au prix d'une pré-multiplication et d'une post-multiplication par une matrice de changement de variable. Le système à résoudre est alors le suivant :

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathcal{A}_{rj}} = \iint \left(\frac{\nu}{r^2} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} \frac{\partial \mathcal{A}_r}{\partial z} - \nu \frac{\rho^2}{r^4} \alpha_j \mathcal{A}_r + \frac{\nu}{r^2} \frac{\partial \alpha_j}{\partial r} \frac{\partial \mathcal{A}_r}{\partial r} \right)$$
$$+ i\omega \sigma \alpha_j \frac{\mathcal{A}_r}{r} + i\rho \frac{\nu}{r^2} \alpha_j \frac{\partial \mathcal{A}_{\theta}}{\partial r} - i\rho \frac{\nu}{r^2} \frac{\partial \alpha_j}{\partial r} \frac{\mathcal{A}_{\theta}}{r^2}$$

$$r^2$$
 r^3 r^3 r^3 r^3 r^3 r^3

$$-\frac{\nu}{r}\frac{\partial \alpha_j}{\partial \Re_z} + \frac{\nu}{r}\frac{\partial \alpha_j}{\partial \Re_z} - \frac{\alpha_j}{r} J_r \right) r dr dz$$

$$r \partial z \partial r r \partial r \partial z r$$

 $\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathcal{H}_{\Theta_j}} = \iint \left(j \nu \frac{p}{r^3} \frac{\partial \alpha_j}{\partial r} \mathcal{H}_{\Gamma} - j \nu \frac{p}{r^3} \alpha_j \frac{\partial \mathcal{H}_{\Gamma}}{\partial r} + \frac{\nu}{r^2} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} \frac{\partial \mathcal{H}_{\Theta}}{\partial z} \right)$

+
$$\frac{\nu}{r^2} \frac{\partial \mathcal{A}_j}{\partial r} \frac{\partial \mathcal{A}_{\Theta}}{\partial r} - \frac{\nu}{r^4} \frac{\rho^2}{\alpha_j \mathcal{A}_{\Theta}} + j\omega\sigma \frac{\alpha_j \mathcal{A}_{\Theta}}{r^2}$$

+ $jp \frac{\nu}{r^2} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} \Re_z - jp \frac{\nu}{r^2} \alpha_j \frac{\partial \Re_z}{\partial z} - \frac{\alpha_j}{r} J_{\Theta}$) r dr dz

chap 7 _ page 94

$$\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \mathfrak{A}_{zj}} = \iint \left(-\frac{\nu}{r} \frac{\partial \alpha_{j} \partial \mathfrak{A}_{r}}{\partial r \partial z} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial \alpha_{j} \partial \mathfrak{A}_{r}}{\partial z \partial r} + j \nu \frac{p}{r^{2}} \alpha_{j} \frac{\partial \mathfrak{A}_{\theta}}{\partial z} \right)$$
$$- j \nu \frac{p}{r^{2}} \frac{\partial \alpha_{j}}{\partial z} \mathfrak{A}_{\theta} - \nu \frac{p^{2}}{r^{2}} \alpha_{j} \mathfrak{A}_{z} + \nu \frac{\partial \alpha_{j} \partial \mathfrak{A}_{z}}{\partial r \partial r} + \frac{\nu}{\partial z} \frac{\partial \alpha_{j}}{\partial z} \frac{\partial \mathfrak{A}_{z}}{\partial z}$$
$$+ j \omega \sigma \alpha_{j} \mathfrak{A}_{z} - \alpha_{j} J_{z} \right) r dr dz$$

Les effets de ce changement de variable se font principalement sentir sur les points suivants :

_ élimination des termes faisant intervenir le produit du rayon par une composante du potentiel vecteur, ce qui simplifie considérablement la discrétisation du problème,

 meilleur conditionnement de la matrice du système linéaire à résoudre,

 expression plus rigoureuse des conditions aux limites pour la divergence du potentiel vecteur.

Cependant, il fait intervenir, dans la matrice, des termes contenant l'inverse de la puissance quatrième du rayon vecteur et il accentue les problèmes numériques les plus importants qui sont dus au fait qu'à proximité de l'axe de symétrie, la divergence du potentiel vecteur ne s'annule pas parfaitement.

7.6. premiers résultats du modèle

Le modèle présenté ci-dessus a été utilisé pour le traitement d'un essai à vide et d'un essai en présence de la billette. Les meilleurs résultats ont été obtenus, pour les raisons énoncées précédemment, dans le cas dans lequel la charge est présente. Une répartition, classiquement obtenue lors des essais à vide, de la composante A_Z du potentiel vecteur est présentée figure 7.4.

Les figures 7.5. et 7.6. montrent l'allure des variations axiales de l'induction magnétique, à vide et en présence de la charge au niveau de l'interface liquide-solide, et la figure 7.7. celle des forces électromagnétiques au même endroit (ie la valeur maximale des forces dans le liquide). Nous présentons par ailleurs les isovaleurs des composantes A_{Γ} et A_{Θ} du potentiel vecteur lors d'un essai en charge (figures 7.8.et 7.9.).
7.7. conclusions

Nous avons présenté ici l'analyse sur le plan physique et numérique, ainsi que les premiers résultats obtenus, d'un modèle magnétodynamique axisymétrique adapté au brassage électromagnétique de l'acier en coulée continue.

Ce modèle constitue un complément intéressant à notre analyse magnétodynamique bidimensionnelle. Il permet en effet d'obtenir la loi de variation axiale des forces électromagnétiques en vue de leur injection dans le calcul magnétodynamique, loi à laquelle nous ne pouvons, à l'heure actuelle, pas accéder expérimentalement. Il rendra de plus, à terme, notre modèle de brassage totalement prédictif.

Cependant, nous nous sommes heurtés à de sérieux problèmes de modélisation et à des difficultés d'ordre numérique dont certains ne sont pas encore résolus. Citons notamment :

le choix de la formulation et des conditions aux limites,

- le choix de la méthode de résolution du système linéaire,

 les difficultés rencontrées lors des essais à vide pour annuler la divergence du potentiel vecteur,

- la détermination de la pénalité <u>v</u> la plus adaptée...

N'oublions pas, de plus, que du fait de la géométrie particulière des inducteurs utilisés, et sous réserve de la linéarité des phénomènes, une analyse-décomposition en séries de Fourier des courants inducteurs suivie d'une superposition-recomposition des potentiels vecteurs obtenus s'impose.

Les bases ayant été posées, l'approfondissement de ce modèle est l'un des axes de la recherche à venir. Il sera notamment nécessaire de le confronter à des résultats expérimentaux et à d'autres simulations.



figure 7.1. domaine d'étude axisymétrique



figure 7.2. schéma de l'inducteur.



figure 7.3. domaine d'étude et conditions aux limites

FLUX-EXPERT CL MOY 26/11/87 11:39

composante A_Z du potentiel vecteur complexe

figure 7.4



Tm = -0.457E - 03= -0.421E - 032 = -0.386E - 033 = -0.351E-03 4 = -0.316E - 035 = -0.281E-03 6 = -0.246E-03 7 8 = -0.211E - 039 = -0.176E - 0310 = -0.141E - 0311 = -0.105E - 0312 = -0.703E - 0413 = -0.352E - 0414 = -0.581E - 0715 = 0.351E - 0416 = 0.702E - 0417 = 0.105E - 0318 = 0.140E - 0319 = 0.176E - 0320 = 0.211E - 0321 = 0.246E - 03

FLUX-EXPERT CL_MOY 26/11/87 11:45 LE LONG DU SEGMENT DE DROITE R = 0.0847 Z = 0.616E-03 , R = 0.0847 Z = 0.447191



figure 7.5.

FLUX-EXPERT CL_MOY_CH 26/11/87 11:54 LE LONG DU SEGMENT DE DROITE R = 0.0847 Z = 0.616E-03 , R = 0.0847 Z = 0.447191



figure 7.6.

FLUX-EXPERT CL_MOY_CH 26/11/87 11:56 LE LONG DU SEGMENT DE DROITE R = 0.0847 Z = 0.616E-03, R = 0.0847 Z = 0.447191



FLUX-EXPERT CL MOY CH 26/11/87 11:49



=	-0.382E-03
=	-0.363E-03
=	-0.344E-03
=	-0.324E-03
=	-0.305E-03
=	-0.286E-03
=	-0.266E-03
=	-0.247E-03
=	-0.228E-03
=	-0.208E-03
=	-0.189E-03
=	-0.170E-03
=	-0.150E-03
=	-0.131E-03
=	-0.112E-03
=	-0.923E-04
=	-0.730E-04
=	-0.537E-04
=	-0.344E-04
=	-0.150E-04
=	0.430E-05

figure 7.8. composante A_r du potentiel vecteur complexe.

FLUX-EXPERT CL_MOY_CH 26/11/87 11:51



Tm						
1	=	-0.384E-05				
5	=	0.284E-05				
З	=	0.952E-05				
4	=	0.162E-04				
5	=	0.229E-04				
6	=	0.296E-04				
7	=	0.362E-04				
8	=	0.429E-04				
9	=	0.496E-04				
10	=	0.563E-04				
11	=	0.630E-04				
12	=	0.697E-04				
13	=	0.763E-04				
14	=	0.830E-04				
15	=	0.897E-04				
16	=	0.964E-04				
17	=	0.103E-03				
18	=	0.110E-03				
19	=	0.116E-03				
80	=	0.123E-03				
21	=	0.130E-03				

figure 7.9. composante $\mathsf{A}_{\pmb{\Theta}}$ du potentiel vecteur complexe.

8. conclusion

La simulation numérique du brassage électromagnétique de l'acier implique la résolution, sur deux domaines d'étude distincts, des équations aux dérivées partielles de l'électromagnétisme et de l'hydrodynamique.

Nous nous sommes intéressé plus spécialement au cas du brassage secondaire rotatif de billettes de section carrée.

Notre double objectif était de fournir au concepteur de brasseurs un outil informatique fiable, adaptable au bureau d'étude, tout en conservant une large ouverture vers la recherche et l'adaptation de nouveaux modèles.

Le travail a comporté deux volets. Dans un premier temps, un modèle bidimensionnel couplé nous a permis d'étudier l'influence des courants de couplage $\sigma U \times B$ intervenant dans le calcul des grandeurs électromagnétiques du fait de la convection des lignes de champ par le mouvement du fluide conducteur. Une bonne estimation de la valeur du mouvement de rotation principal a été obtenue par cette simulation qui a montré par ailleurs que, pour les très faibles fréquences d'alimentation, l'action de ces courants, bien que du second ordre, diminue l'efficacité du brasseur.

Les recirculations axiales ne peuvent évidemment pas être décrites dans le cadre d'une approximation bidimensionnelle et nous nous sommes ensuite intéressé à un modéle hydrodynamique tridimensionnel dans lequel la variation axiale des forces électromagnétiques est décrite analytiquement. Ce modèle nous a permis de déterminer les principales caractéristiques de l'écoulement, peu étudié jusqu'alors, qui se développe dans les produits de section carrée.

Nous avons comparé nos résultats avec les travaux de Davidson et Scvhwerdtfegger et coll. qui ont étudié le brassage des billettes de section droite circulaire en utilisant, du fait de l'axisymétrie de leur domaine d'étude, une modélisation électromagnétique analytique. Cette comparaison met en évidence certaines différences, notamment en ce qui concerne l'extension axiale du mouvement et l'atténuation de la turbulence liée à la rotation du fluide.

Une série de mesures effectuées sur un brasseur industriel dans

lequel l'acier liquide est simulé par du métal de Wood, alliage à bas point de fusion, a été entreprise. Ces mesures sont malheureusement incomplètes et devront être poursuivies et affinées en vue de la validation et du calage des modèles. Les premiers résultats obtenus révèlent un écart entre les valeurs mesurées et les valeurs calculées, écart qui peut être expliqué notamment par d'importantes incertitudes liées au principe et à la réalisation de la mesure, et, coté modèle, par la méconnaissance de la loi de variation axiale des forces électromagnétiques. Il apparait cependant, au vu de ces premiers résultats, que l'utilisation d'un modèle de turbulence simple de type $k-\varepsilon$ est justifiée ici.

Afin de mieux cerner le problème de la détermination de la variation axiale des forces, nous avons entrepris l'étude de faisabilité d'un calcul électromagnétique "tridimensionnalisé". Celui-ci comprendrait deux aspects. Un calcul bidimensionnel effectué sur une coupe en plan, suivi d'un calcul considérant que le produit coulé possède un axe de symétrie, nous permettrait d'accéder à la loi de variation axiale des grandeurs électromagnétiques. Nous avons présenté ici les premiers résultats de cette étude.

La famille de modèles ainsi réalisés permet donc d'envisager la simulation numérique prédictive du comportement des brasseurs rotatifs. Elle est aussi largement ouverte, de par la conception interactive et évolutive des logiciels utilisés, vers l'étude d'autres types de brasseurs (brassage en lingotière, brasseurs pour les produits plats, nouveaux brasseurs en cours de développement...) et fournit donc un ensemble d'outils numériques directement utilisables par le concepteur.

Cet ensemble de logiciels constitue, de plus, une base de départ solide pour une étape ultérieure de modèlisation qui ferait intervenir les aspects métallurgiques et thermiques que nous avons négligé jusqu'à présent, malgré leur importance fondamentale pour la compréhension des effets du brassage électromagnétique sur les qualités des produits coulés.

Références bibliographiques

- Alberny R., Birat J.P. et Choné J. "Intérêt métallurgique du brassage électromagnétique en coulée continue de produits longs ". Revue de métallurgie-CIT. (Nov 1982).
- [21] Alemany A. "MHD à l'échelle du laboratoire, quelques résultats, quelques applications". Thèse de doctorat d'état. I.N.P.Grenoble. (1978).
- [27] Barbier J.N., Fautrelle Y.R., Evans J.W. et Cremer P. "Simulation numérique des fours chauffés par induction" Journal de mécanique théorique et appliquée, vol 1, 3. (1982).
- [2] Birat J.P. and Choné J. "Electromagnetic stirring on billet, bloom and slab continuous casters : state of the art in 1982 ". Ironmaking and Steelmaking, vol 10, n°6. (1983).
- [36] Bréville T., DeFramond R. Bigeon J. and Massé Ph. "Fluid motion induced by electromagnetic forces on free surfaces". IEEE Trans. vol Mag-21, n°5. (1985).
- [18] Bush A.W. and Moore P. "Electromagnetic stirring of steel castings". Proceedings of Polymodel 5, Teeside Polytechnic, EMJOC press, Northallerton. (1982).
- [26] Cler A. "Modélisation de la turbulence dans le cadre de la fermeture en un point. Calcul d'échelles de temps et de longueur ". Thèse de docteur ingénieur. E.N.S.A.E., Toulouse. (1982).
- [42] Coulomb J.L. "Analyse tridimensionnelle des champs électriques et magnétiques par la méthode des éléments finis". Thèse de doctorat d'état. I.N.P.Grenoble. (1981).
- [9] Dahlberg E. "On the action of a rotating magnetic field on a conducting liquid". AB Atomenergi, Suède, AE 447. (1972).
- [16] Davidson P.A. "Magnetohydrodynamics of swirling recirculating flows". Ph D thesis. Department of engineering, University of Cambridge, GB. (1986).
- [17] Davidson P.A. and Boysan F. "The importance of secondary flows in the rotary electromagnetic stirring of steel during continuous casting" Applied Scientific Research 44, pp 241–259. (1987).
- [29] Dhatt G. et Thouzot G. "Une présentationde la méthode des éléments finis". collection de l'université de Compiègne, ed Maloine, Paris. (1984).
- [10] Dremov V.V. and Kapusta A.B. "MHD rotation of a conducting fluid in a cylindrical vessel". Magnitnaya Gidrodinamika, vol 6,n°1 (1970).

- [13] Dubke M., Tacke K-H., Spitzer K-H. and Schwerdtfegger K. "Flow field in electromagnetic stirring of rectangular strands with linear inductors". to appear in Metallurgical transaction B.
- [3] Durand F. et Alberny R. "Le brassage par induction appliqué à la métallurgie d'élaboration et à la solidification ". Revue Générale d'électricité, vol 1.(jan 1987).
- [14] Fautrelle Y.R. "Analytical and numerical aspects of the electromagnetic stirring induced by alternating magnetic fields". J Fluid Mech, vol 102. (1981).
- [32] Harlow F.H. and Welch J.E. "Numerical calculation of the time-dependant incompressible flows of fluids with a free surface". Phys.Fluids, vol 8, n° 12. (1965).
- [23] Joly P.A. and Mehrabian R. "The rheology of a partially solid alloy ". Journal of materials science, vol 11, pp 1393-1418. (1976).
- [8] Kapusta A.B. "Motion of a conducting fluid under the action of a rotating magnetic field". Magnitnaya Gidrodinamika, vol 4,n°2 (1968)
- [4] Kürth H. Stahl und Eisen, 39, n° 19. (1917).
- [40] Lavers J.D. "Rotary in-mold stirring in a cylindrical continuous casting geometry". IEEE Trans. vol IA-19, n°4. (1983).
- [24] Laxmanian V. and Flemings M.C. "Deformation of semi-solid Sn-15 Pct Pb alloy ". Metallurgical transaction A, AIME, vol 11A. (dec 1980).
- [38] Lillicrap D.C. "A technique for velocity measurements in coreless induction furnaces". IUTAM Cambridge. Metallurgical applications of MHD. The metals society. London. (1982).
- [34] Massé Ph. "Analyse méthodologique de la modélisation numérique des équations de la physique des milieux continus à l'aide de la méthode des éléments finis". Thèse de doctorat d'état. I.N.P.Grenoble. (1983).
- [35] Massé Ph., Morel B. and Bréville T. "A finite elements prediction-correction scheme for magnetothermal coupled problem during Curie transition". IEEE Trans. vol Mag-21, n°5. (1985).
- [7] Moffatt H.K. "On fluid flow induced by a rotating magnetic field". J. Fluid. Mech. vol 22, n°12. (1965).
- [20] Moffatt H.K. "Rotation of a liquid metal under the action of a rotating magnetic field". MHD flows and turbulence 2, Israel University Press, (1980).
- [37] Moros A. "Drag anemometry for measuring velocities in electromagnetically driven flows". J Phys E Sci Instrum, 19. (1986).
- [19] Osamu Nishimura, Kunimasa Sasaki, Makoto Tsunoi, Hiroshi Nakajima, Noriyuki Kawada and Eihachiro Nakamae. "Analysis of electromagnetically driven flows by electromagnetic stirrer for C.C.".

Mitsubishi Heavy Industry Technical Review, pp 117-120. (Jun 1985).

- [30] Patankar S.V. "Numerical heat transfert and fluid flows". Mac Graw Hill. (1980).
- [41] Rafinejad P. "Adaptation de la méthode des éléments finis à la modélisation des systèmes de conversion d'énergie". Thèse de doctorat d'état. I.N.P.Grenoble. (1977).
- [25] Rodi W. "Turbulence models and their applications to hydraulics, a state of the art review". (1980).
- [39] Robinson T. and Larsson K. "An experimental investigation of magnetically driven rotating liquid-metal flow". J.Fluid Mech, vol 60, part 4. (1973).
- [22] Rutgers I.R. "Relative viscosity and concentration". Rheologica Acta. vol 2, 4 (1962).
- [5] Shtanko D.A. Zh. Tekh. Fiz., 3, n°7. (1933).
- [6] Smith P. "The rotation of a conducting liquid in a uniform transverse magnetic field". Z Angew Math Mech, 44. (1964).
- [33] Spalding D.B. " A novel finite difference formulation for différential expressions involving both first and second derivatives". Int. J. for Num. Meth. in Eng., vol4. (1972).
- [12] Spitzer K-H., Dubke M. and Schwerdtfegger K. "Rotationnal electromagnetic stirring in continuous casting of round strands". Metallurgical transaction B, AIME, vol 17B. (1986).
- [31] Taberlet E. "Le brassage turbulent dans les fours à induction". Thèse de docteur ingénieur. I.N.P.Grenoble. (1984).
- [11] Tacke K.H. and Schwerdtfegger K. "Stirring velocities in continuously cast round billets as induced with rotating electromagnetic fields". Stahl und Eisen, 99, n°1. (1979).
- [15] Van Den Hove P. "Brassage électromagnétique à champ tournant dans les puits de coulée continue de l'acier". Thèse de docteur ingénieur. Institut National Polytechnique de Grenoble. (1982).
- [28] Zienkiewicz O.C. "The finite element method in engineering". Mc Graw Hill, Londres. (1971).



Annexe 1 : notations

Dans tout l'exposé, les grandeurs vectorielles sont notées en **caractères gras**, leur norme est indiquée par |X|. Nous utilisons les repères de coordonnées cartésiennes et polaires dans lesquels les premières, deuxièmes et troisièmes composantes des vecteurs sont indicées respectivement x, y,z et r, Θ ,z.

La partie réelle d'un nombre complexe est notée $\Re e$ et son conjugué ^{*}. La moyenne temporelle d'une grandeur x est notée x

Nous avons employé les notations classiques dans les domaines de l'électromagnétisme et de la mécanique des fluides et un certain nombre de symboles peuvent donc avoir deux significations. Le contexte lève l'ambiguité.

Nous reprenons ci-après la nomenclature générale des notations utilisées :

A potentiel vecteur

As potentiel vecteur crée par les courants source

A_c potentiel vecteur du aux courants de couplage

B induction électromagnétique

B₀ induction électromagnétique sur l'axe du brasseur

 \mathbf{B}_{00} induction électromagnétique sur l'axe et le plan de symétrie du brasseur

b induction électromagnétique adimensionnalisée

C_d coefficient de trainée

D déplacement électromagnétique

D force de trainée

D coefficient de diffusion

dl élément différentiel linéique

ds élément différentiel surfacique

dv élément différentiel volumique

E champ électrique

e tenseur des déformations

F force électromagnétique de Laplace

 F_{∞} force électromagnétique de Laplace calculée dans l'hypothèse 2D

H champ électromagnétique

J densité de courant électrique

k énergie cinétique de la turbulence

k_s hauteur de rugosité équivalente

L échelle de longueur représentative du domaine d'étude (demi-coté

annexes _ page 109

du carré)

- l' échelle de longueur caractéristique des tourbillons énergétiques
- L_f hauteur d'action du brasseur
- M nombre de Hartmann
- N paramétre d'interaction
- **n** vecteur normal, indice des composantes normales
- P pression ou valeur moyenne temporelle de la pression
- Pe nombre de Péclet
- Pterme de production de turbulence
- Pk nombre de Prandtl pour l'énergie cinétique de la turbulence
- P_E nombre de Prandtl pour le taux de dissipation de la turbulence
- p fluctuation de pression autour de la moyenne temporelle
- R échelle de longueur représentative du domaine d'étude en coordonnées polaires (rayon de la billette).
- Re nombre de Reynolds
- Ret nombre de Reynolds turbulent
- R_f nombre de Richardson
- Rm nombre de Reynolds magnétique
- R_w paramétre d'écran
- S paramétre d'interaction du champ magnétique sur la turbulence
- t temps
- U vitesse du fluide ou valeur moyenne temporelle de la vitesse
- U échelle caractéristique des vitesses
- U* vitesse de frottement
- vitesse du fluide adimensionnalisée
- u fluctuation de vitesse autour de la moyenne temporelle
- u' échelle de vitesse caractéristique des tourbillons énergétiques
- α coefficient de la loi de paroi
- α_i polynomes d'interpolation
- β_i polynomes de projection
- δ_0 épaisseur de la sous-couche visqueuse
- γ cisaillement
- ε taux de dissipation de la turbulence
- ε permitivité d'un diélectrique
- potentiel scalaire

- η échelle de Kolmogorov
- μ viscosité dynamique
- μ perméabilité magnétique
- μ_{t} viscosité dynamique turbulente
- ν susceptibilité magnétique
- v_0 susceptibilité magnétique du vide
- v susceptibilité magnétique pour assurer div A = 0
- v viscosité cinématique
- vt viscosité cinématique turbulente
- ω pulsation des courants source
- p résistivité
- p masse volumique
- σ conductivité
- o tenseur des contraintes
- au_a temps caractéristique de l'amortissement par effet Joule
- au_f temps caractéristique de l'évolution des sources
- τ_r temps de retournement des tourbillons énergétiques
- τ_0 frottement pariétal

Nombres adimensionnels

- M nombre de Hartmann BR $(\sigma/\rho v)^{1/2}$
- N paramétre d'interaction $\sigma B^2 / \rho \omega$
- Pe nombre de Péclet U Δ x/D
- Re nombre de Reynolds ou nombre de Reynolds turbulent UL/ν
- R_{m} nombre de Reynolds magnétique $\mu \sigma UL$
- $R_ω$ paramétre d'écran μσωL²

<u>Annexe 2</u> : quelques précisions concernant les expérimentations numériques

2.1 calculs par la méthode des éléments finis

Nous présentons (figure A.1.) un découpage type utilisé pour nos calculs électromagnétiques par le méthode des éléments finis. Ce maillage comprend 203 éléments rectangulaires et 634 nœuds. Du fait de la géométrie complexe de l'inducteur et principalement de la présence de carters de confinement de l'eau de refroidissement, certains éléments ne satisfont pas, pour des raisons de coût de calcul aux critères de qualité (rapport longueur/largeur infèrieur à 5) que nous nous imposons habituellement.

La précision atteinte pour les valeurs du potentiel vecteur dans la zone centrale de l'inducteur n'est cependant pas très affectée par ce problème.

2.2 calculs par la méthode des volumes finis

L'indicateur de convergence que nous utilisons est la somme, sur tous les volumes élémentaires, des valeurs absolues de la divergence de la vitesse du fluide. L'étude de la convergence, qui s'effectue en règle générale de manière monotone, montre que le calcul peut être arrété dès que notre indicateur atteint des valeurs plus faibles que 10^{-2} , les valeurs obtenues étant alors stabilisées avec une précision meilleure que 1%.

a/ dépendance au maillage

Le nombre de points du maillage est choisi de façon à assurer une utilisation correcte des lois de parois, qui imposent que le point le plus proche de la paroi soit situé dans la zone de variation logarithmique de la vitesse ($30 < y/\delta_0 < 300$).

La figure A.2. montre, pour le calcul bidimensionnel, la dépendance de la valeur maximale de la vitesse atteinte dans le liquide, adimensionnalisée par la valeur à la convergence, en fonction de la finesse du maillage, caractérisée par le nombre de points intérieurs par coté. Nous notons que pour un maillage ayant 32^2 points, la convergence est atteinte. C'est cette finesse de discrétisation que nous avons utilisée pour nos calculs bidimensionnels par la méthode des volumes finis. En ce qui concerne les calculs tridimensionnels, une telle densité de points n'est pas envisageable et nous avons travaillé sur des découpages comprenant 15^3 ou $11 \times 11 \times 21$ points intérieurs.

b/ influence du schéma de décentrage

Nous avons testé deux schémas de décentrage distincts : le schéma hybride de Spalding et le schéma "power-law" de Patankar. Ce dernier donne de meilleurs résultats dans les écoulements dont les nombres de Péclet de maille sont situés dans la gamme 2 < Pe < 10. Dans le cas particulier de nos écoulements, la différence entre les valeurs obtenues par les deux méthodes est négligeable (< 3%).

c/ aspects économiques

Le coût des calculs nécéssaires pour la simulation d'un brasseur électromagnétique font partie des facteurs primordiaux en vue de l'utilisation d'un modéle dans l'industrie. Le tranfert de la partie "active" de la résolution itérative du problème hydrodynamique permet, sur ce point, un gain appréciable (facteur 15 au moins sur le temps CPU). Considérant que

 $N = N_{D} \times N_{iter} \times N_{var}$

(où N_p est le nombre de points du maillage, N_{iter} le nombre d'itérations nécessaire pour atteindre la convergence et N_{Var} le nombre de grandeurs calculées en chaque point du maillage), est représentatif du nombre d'opérations effectuées, nous présentons figure A.3. quelques durées de calculs correspondant à certaines de nos expérimentations sur le processeur vectoriel FPS 264 du centre de calcul de Grenoble.

DISJOINDRE NUMEROTER XY_Z00M RECADRER SELECTER EFFACER PEINDRE F IN ZOOM **~** M

figure A.1. exemple de maillage en éléments finis du domaine d'étude

FLUX2D U6.10 K340_370 26/11/87 11:20 ELEMENTS



convergence en fonction du maillage en 2D

figure A.2.



figure A.3.

Annexe 3 : données physiques utilisées dans les calculs

	conductivité (Ω.m) ⁻¹	densité kg/m ³	viscositė dyn. Pa.s
acier liquide	7,7 10 ⁵	7000	5,4 10 ⁻³
acier solide	9,1 10 ⁵		
acier inox	10,0 10 ⁵		
métal de Wood	1,13 10 ⁵	9200	1,2 10 -3

perméabilité relative des tôles magnétiques constituant la culasse

 $\mu_{r} = 1000$

THESE de DOCTORAT de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE de GRENOBLE.

titre de l'ouvrage : Contribution à la modélisation du brassage électromagnétique de l'acier.

nom de l'auteur : Alain Glière

établissement: Institut National Polytechnique de Grenoble.

Résumé

<u>Contribution à la modélisation</u> <u>du brassage électromagnétique de l'acier</u>

Lors du brassage électromagnétique de l'acier coulé en continu, on crée, à l'intérieur du produit coulé, un champ magnétique alternatif qui induit des courants dans le métal liquide. L'interaction du champ et des courants suscite, par le biais des forces de Laplace, la mise en mouvement du liquide. Nous nous intéressons plus particulièrement au cas du brassage secondaire rotatif de billettes de section carrée.

La modélisation est entreprise en deux étapes éventuellement couplées. Le calcul des grandeurs électromagnétiques est effectué par la méthode des éléments finis appliquée à une formulation en potentiel vecteur complexe. Ce calcul, effectué dans un espace bidimensionnel, peut prendre en compte les courants de couplage dus à la convection du champ magnétique par l'écoulement.

Nous déterminons ensuite les caractéristiques de l'écoulement turbulent par la méthode des volumes finis en simulant la turbulence par un modèle k-epsilon sur un domaine d'étude bi ou tridimensionnel.

<u>mots clé</u>

brassage électromagnétique magnétohydrodynamique modélisation phénomènes couplés écoulements turbulents recirculants