



**HAL**  
open science

# UNE RECHERCHE OPÉRATIONNELLE

Fabrice Chauvet

► **To cite this version:**

Fabrice Chauvet. UNE RECHERCHE OPÉRATIONNELLE. Recherche opérationnelle [math.OC]. UPMC - Université Paris 6 Pierre et Marie Curie; Ecole Centrale Paris, 2005. tel-01325307

**HAL Id: tel-01325307**

**<https://hal.science/tel-01325307>**

Submitted on 2 Jun 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# **HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES**

## **DE L'UNIVERSITE DE PARIS VI**

Spécialité :

**INFORMATIQUE**

Présentée à :

**L'ECOLE CENTRALE DE PARIS**

par :

**FABRICE CHAUVET**

Sujet de la thèse :

**UNE RECHERCHE OPERATIONNELLE**

Soutenue le jeudi 2 juin à 14h  
devant le jury composé de :

Rapporteurs :	M. Edoardo AMALDI	Professeur Associé, Politecnico, Milan
	M. Yves DALLERY	Professeur, Ecole Centrale de Paris
	M. Philippe MAHEY	Professeur, ISIMA, Clermont-Ferrand
Examineurs :	M. Yves CASEAU	Directeur Central des S.I. de Bouygues Telecom
	M. Philippe CHRETIENNE	Professeur, Université de Paris VI
	M. Eric JACQUET-LAGREZE	Président Directeur Général d'Eurodecision
	M. Jean-Marie PROTH	Directeur Recherche de l'INRIA émérite, Metz.



# **HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES**

## **DE L'UNIVERSITE DE PARIS VI**

Spécialité :

**INFORMATIQUE**

Présentée à :

**L'ECOLE CENTRALE DE PARIS**

par :

**FABRICE CHAUVET**

Sujet de la thèse :

**UNE RECHERCHE OPERATIONNELLE**

Soutenue le jeudi 2 juin à 14h  
devant le jury composé de :

Rapporteurs :	M. Edoardo AMALDI	Professeur Associé, Politecnico, Milan
	M. Yves DALLERY	Professeur, Ecole Centrale de Paris
	M. Philippe MAHEY	Professeur, ISIMA, Clermont-Ferrand
Examineurs :	M. Yves CASEAU	Directeur Central des S.I. de Bouygues Telecom
	M. Philippe CHRETIENNE	Professeur, Université de Paris VI
	M. Eric JACQUET-LAGREZE	Président Directeur Général d'Eurodecision
	M. Jean-Marie PROTH	Directeur Recherche de l'INRIA émérite, Metz.







# UNE RECHERCHE OPERATIONNELLE

## HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES DE FABRICE CHAUVET

**Résumé :** Ce mémoire dresse le bilan de la recherche opérationnelle menée par Fabrice Chauvet. Tout d'abord, ses travaux ont concerné les domaines d'application traditionnels de la recherche opérationnelle que sont la productique et la logistique. En particulier, à l'INRIA, il s'est intéressé à l'ordonnancement en temps réel et à la gestion d'un système original de voitures en libre-service. Puis à Bouygues Telecom, la volonté de répondre à des attentes opérationnelles a dirigé ses études vers de nouveaux domaines. Il a ainsi appréhendé l'optimisation de réseaux de télécommunications, la gestion des centres d'appels et de son personnel, ainsi que l'aide à la décision, notamment pour le marketing et la stratégie. Il accorde beaucoup d'importance à l'établissement de modèles pertinents, déduits d'hypothèses préalablement identifiées. Il a proposé des modèles originaux permettant d'intégrer les aspects aléatoires dans l'optimisation. C'est ainsi que ses résultats de recherche concernent l'optimisation de modèles linéaires et non linéaires, ainsi que le développement de nouveaux algorithmes. Son ambition est de concilier le résultat opérationnel à la démarche scientifique. Il a développé de nombreux outils logiciels d'aide à la décision. Aujourd'hui il apporte son conseil pour répondre à des questions d'ordre tactique et stratégique.

**Mots-clefs :** recherche opérationnelle, optimisation, aide à la décision.

---

# AN OPERATIONAL RESEARCH

BY FABRICE CHAUVET

**Abstract.** *This document relates to the operational research performed by Fabrice Chauvet. His first works dealt with traditional fields of operational research such as production management and logistics. For instance, at INRIA, he was involved in on-line scheduling and in the regulation of an innovative vehicle's self-service system. Next, at Bouygues Telecom, he focused his investigations on new domains with the aim of answering operational requests. He was involved in the optimization of telecommunications networks, call centers and workforce management, as well as decision-support for marketing and strategy. Setting relevant models deduced from identified hypotheses is really essential for him. He proposed innovative models to take into account stochastic aspects in optimization. This is why his research results provide linear and non-linear models optimization and new algorithms. He aims at bringing together operational result and scientific methodology. He developed many decision-support software tools. Today he helps to solve tactical and strategic issues.*

**Keywords.** *Operational research, optimization, decision-support.*





## REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je remercie tous les membres du jury pour l'intérêt qu'ils portent à mon travail et pour leur sympathie. Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Edoardo AMALDI et Eric JACQUET-LAGREZE avec qui j'ai eu le plaisir de préparer le dossier du réseau d'excellence européen *SAGA* et, respectivement, de mener le projet RNRT *METEOR*. Je veux exprimer ma gratitude à Yves CASEAU pour l'appui qu'il a apporté à certains de mes projets menés au sein de Bouygues Telecom, ainsi qu'à Philippe MAHEY pour tous ses conseils avisés et son expertise lors du projet RNRT OPIUM. Je suis aussi reconnaissant à Philippe CHRETIENNE d'avoir accepté de co-encadrer la thèse de Bénédicte VATINLEN et d'avoir recommandé cette HDR auprès de l'Université de Paris VI. Un grand merci à Yves DALLERY pour le partenariat privilégié que nous avons pu établir avec l'Ecole Centrale de Paris, pour le co-encadrement doctoral de Rabie NAIT-ABDALLAH, pour l'organisation à l'Ecole Centrale de cette HDR et pour son soutien constant. Bien sûr, je n'oublie pas Jean-Marie PROTH qui, pendant mon doctorat à l'INRIA, m'a fait confiance et m'a donné l'opportunité de m'impliquer sur de nombreux projets de recherche, en particulier sur la thèse de Névine HAFEZ.

Ensuite, je veux remercier toutes les personnes avec qui j'ai eu la chance de travailler et au contact desquelles j'ai pu m'enrichir. Je pense ici à tous ceux cités dans ce mémoire ainsi qu'à ceux que j'aurais oublié et auxquels je présente mes excuses. Je veux ensuite saluer Christian PRINS et Eric PINSON qui m'ont fait découvrir la recherche opérationnelle à l'IMA, puis Gerd FINKE à l'ENSIMAG. Je remercie également ceux qui m'ont offert de confronter la recherche aux préoccupations opérationnelles comme Jean-Baptiste ALBERTINI au CEA. Merci encore aux chercheurs de l'INRIA jeunes ou accomplis : Julien ANTONIO, Chengbin CHU, Bérénice DAMASCENO, Alexandre DOLGUI, Névine HAFEZ et Xiaolan XIE. Je suis reconnaissant à ceux qui m'ont accueilli chez Bouygues Telecom et à leurs équipes : Claude LE PAPE, Corinne COHEN et Marielle VO-VAN. Merci encore aux équipes partenaires : celles des membres du jury et également de Jean-Marie GARCIA au LAAS-CNRS, Jean-Paul GOULVESTRE de l'INT d'Evry, Jin-Kao HAO à l'Université d'Angers, Fikri KARAESMEN à l'Université de Koc à Istanbul, Arnaud RENAUD de la société Artelys. Je veux remercier mes compères du e-lab et le plus illustre d'entre eux, Benoît ROTTEMBOURG pour toutes ses discussions éclairantes. J'ai une pensée émue pour tous les membres de l'équipe *Optimisation et Aide à la Décision* que j'ai eu la chance d'animer chez Bouygues Telecom, parmi ceux-ci : Mickaël BOUVIER, Alexandre MEYRIGNAC, Rabie NAIT-ABDALLAH, Bénédicte VATINLEN, ainsi que Francis de VERICOURT. « La photo » de l'équipe reste en permanence sur mon bureau.

Comment terminer sans remercier tous ceux qui ont rendu possible l'écriture de ces pages. En particulier, je pense à Solange, Serge et Sylvie SCHARTZ. Je suis reconnaissant aussi à Cédric ARCHAUX, Mickaël BOUVIER, Jacques CHAUVET, Rabie NAIT-ABDALLAH, Benoît ROTTEMBOURG et Bénédicte VATINLEN qui ont permis d'améliorer significativement le contenu de ce mémoire. Sans oublier toutes les personnes, parents, proches, amis, qui m'ont supporté dans tous les sens du terme. Merci enfin aux trois personnes qui me sont les plus chères et à qui je dédie ce mémoire, Laurence, Maxime et Mathis CHAUVET.



*Avant-propos*

---

*A Laurence*

*A Maxime*

*A Mathis*



# SOMMAIRE DU DOCUMENT

<b>CHAPITRE I.</b>	<b>PRÉSENTATION GÉNÉRALE</b>	<b>1</b>
I.1.	INTRODUCTION GÉNÉRALE DU DOCUMENT	2
I.1.1.	L'Habilitation à Diriger des Recherches	2
I.1.2.	Organisation du document	2
I.2.	MOTIVATIONS	3
I.2.1.	Une Recherche Opérationnelle	3
I.2.2.	La modélisation	3
I.2.3.	Domaines de recherche	4
I.2.4.	Domaines d'application	5
<b>CHAPITRE II.</b>	<b>ORDONNANCEMENT EN TEMPS RÉEL</b>	<b>7</b>
II.1.	CONTEXTE	8
II.1.1.	Environnement d'étude	8
II.1.2.	Champ d'étude et enjeux	8
II.2.	PRINCIPAUX RÉSULTATS	8
II.2.1.	Apports en modélisation	8
II.2.2.	Résultats théoriques	10
II.2.3.	Résultats expérimentaux et retombées économiques	17
II.3.	DIRECTIONS DE RECHERCHE FUTURES	19
<b>CHAPITRE III.</b>	<b>GESTION DE SYSTÈMES DE TRANSPORT EN LIBRE-SERVICE</b>	<b>21</b>
III.1.	CONTEXTE	22
III.1.1.	Environnement d'étude	22
III.1.2.	Champ d'étude et enjeux	22
III.2.	PRINCIPAUX RÉSULTATS	23
III.2.1.	Apports en modélisation	23
III.2.2.	Résultats théoriques	24
III.2.3.	Résultats expérimentaux et retombées économiques	28
III.3.	DIRECTIONS DE RECHERCHE FUTURES	29
<b>CHAPITRE IV.</b>	<b>OPTIMISATION DE RÉSEAUX DE TÉLÉCOMMUNICATIONS</b>	<b>31</b>
IV.1.	CONTEXTE	32
IV.1.1.	Environnement d'étude	32
IV.1.2.	Champ d'étude et enjeux	34
IV.2.	PRINCIPAUX RÉSULTATS	35
IV.2.1.	Apports en modélisation	35
IV.2.2.	Résultats théoriques	38
IV.2.3.	Résultats expérimentaux et retombées économiques	45
IV.3.	DIRECTIONS DE RECHERCHE FUTURES	47

---

**CHAPITRE V. OPTIMISATION DES CENTRES D'APPELS ET GESTION DE PERSONNEL 49**

---

V.1.	CONTEXTE	50
V.1.1.	Environnement d'étude	50
V.1.2.	Champ d'étude et enjeux	50
V.2.	PRINCIPAUX RÉSULTATS	51
V.2.1.	Apports en modélisation	51
V.2.2.	Résultats théoriques	54
V.2.3.	Résultats expérimentaux et retombées économiques	60
V.3.	DIRECTIONS DE RECHERCHE FUTURES	62

---

**CHAPITRE VI. APPLICATIONS MULTIPLES EN OPTIMISATION ET EN AIDE À LA DÉCISION 65**

---

VI.1.	INTRODUCTION	66
VI.2.	GESTION DE PRODUCTION	66
VI.2.1.	Gestion hiérarchique des systèmes de production	66
VI.2.2.	Gestion de grues et coffrages pour les chantiers de construction	66
VI.2.3.	Ordonnancement cyclique	66
VI.3.	OPTIMISATION DE LA CHAÎNE D'APPROVISIONNEMENT, DITE DE <i>SUPPLY CHAINS</i>	67
VI.3.1.	Approche fondamentale pour la productique et la logistique	67
VI.3.2.	Gestion de stock	68
VI.3.3.	Optimisation de découpe et des stocks	68
VI.4.	MODÉLISATION, SIMULATION ET AIDE À LA DÉCISION	68
VI.4.1.	Simulation de phénomènes physiologiques et électromagnétiques	68
VI.4.2.	Conception automatique et optimisée	69
VI.4.3.	Sélection automatique multicritère	69
VI.4.4.	Prévision et modélisation économique	70

---

**CHAPITRE VII. PERSPECTIVES 73**

---

VII.1.	DOMAINES D'APPLICATION	74
VII.2.	DOMAINES DE RECHERCHE	74
VII.3.	LA MODÉLISATION	75
VII.4.	UNE RECHERCHE OPÉRATIONNELLE	75
VII.4.1.	Une Recherche Opérationnelle orientée par les besoins	76
VII.4.2.	Pratique de la Recherche Opérationnelle	76
VII.4.3.	Vivre d'une Recherche Opérationnelle	76

---

**CHAPITRE VIII. ANNEXE 1.1. BIBLIOGRAPHIE 79**

---

VIII.1.	MÉMOIRES	80
VIII.2.	ARTICLES DANS DES JOURNAUX INTERNATIONAUX AVEC COMITÉ DE LECTURE	80
VIII.3.	CONFÉRENCES, <i>WORKSHOPS</i>	81
VIII.3.1.	Conférences internationales anglophones invitées	81
VIII.3.2.	Conférences internationales anglophones avec comité de sélection	81
VIII.3.3.	Conférences francophones invitées	83
VIII.3.4.	Conférences francophones avec comité de sélection	83
VIII.3.5.	Séminaires, <i>Workshops</i>	85

VIII.4. RAPPORTS DE RECHERCHE	85
VIII.5. BREVETS	87
VIII.6. RAPPORTS DE PROJETS DE RECHERCHE	87

---

**CHAPITRE IX. ANNEXE 1.2. PARCOURS PROFESSIONNEL** 89

---

IX.1. FORMATION UNIVERSITAIRE	90
IX.2. DOCTORAT	90
IX.3. R&D À BOUYGUES TELECOM	90
IX.3.1. Outils d'aide à la décision	91
IX.3.2. Conseil dans le cadre de projets	92
IX.3.3. Domaines d'applications	93
IX.3.4. Les réseaux de télécommunications	94
IX.3.5. Les centres d'appels	94
IX.3.6. La stratégie et le marketing	94
IX.4. LE DÉCISIONNEL À BOUYGUES TELECOM	95
IX.4.1. Le <i>Data Warehouse</i>	95
IX.4.2. Mes missions actuelles	95
IX.4.3. Perspectives futures dans mon activité actuelle	96

---

**CHAPITRE X. ANNEXE 1.3. CURRICULUM VITÆ** 97

---

X.1. COORDONNÉES ET ÉTAT CIVIL	98
X.2. PARCOURS PROFESSIONNEL	98
X.3. FORMATION EN MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES ET EN OPTIMISATION	98
X.3.1. Formation initiale	98
X.3.2. Formations continues	99
X.4. STAGES ET CONTRATS COURTS	99
X.4.1. Stages et contrats de formation	99
X.4.2. Service militaire	99
X.4.3. Contrats industriels menés à l'INRIA	100
X.5. PROJETS DE R&D MENÉS AU SEIN DE BOUYGUES TELECOM	100
X.5.1. Optimisation de réseaux	100
X.5.2. Optimisation des Centres d'Appels	101
X.5.3. Aide aux décisions stratégiques et modélisations économiques	101
X.5.4. Autre	102
X.6. PROJETS DÉCISIONNELS À BOUYGUES TELECOM	102
X.6.1. Projets de refonte du <i>Data Warehouse</i>	102
X.6.2. Support au développement décisionnel	102
X.6.3. Développement d'outils d'aide à la décision	102
X.7. COOPÉRATIONS SCIENTIFIQUES NATIONALES ET INTERNATIONALES	103
X.8. ENSEIGNEMENT ET ACTIVITÉS PÉDAGOGIQUES	103
X.9. ENCADREMENT	104
X.9.1. Stagiaires	104
X.9.2. Doctorants	105
X.9.3. Equipe	106
X.10. PARTICIPATION À LA VIE SCIENTIFIQUE	107
X.10.1. Membre de Jurys	107
X.10.2. Membre de comité scientifique de conférences	107
X.10.3. Lecteur référé	107
X.10.4. Membre d'association de recherche	107
X.11. AUTRES ACTIVITÉS	108



---

X.11.1.	Membre actif	108
X.11.2.	Prix	108
X.11.3.	Violon d'Ingres	108
X.11.4.	Langues	108
X.11.5.	Références biographiques	109
<hr/>		
<b>CHAPITRE XI.</b>	<b>ANNEXE 2.1. MANAGEMENT OF A POOL OF SELF-SERVICE CARS</b>	<b>111</b>
<hr/>		
<b>CHAPITRE XII.</b>	<b>ANNEXE 2.2. THE CUTTING STOCK PROBLEM WITH MIXED OBJECTIVES: TWO HEURISTICS BASED ON DYNAMIC PROGRAMMING</b>	<b>121</b>
<hr/>		
<b>CHAPITRE XIII.</b>	<b>ANNEXE 2.3. ELECTRIC VEHICLES: EFFECT OF THE AVAILABILITY THRESHOLD ON THE TRANSPORTATION COST</b>	<b>131</b>
<hr/>		
<b>CHAPITRE XIV.</b>	<b>ANNEXE 2.4. ON-LINE SCHEDULING IN A SURFACE TREATMENT SYSTEM</b>	<b>147</b>
<hr/>		
<b>CHAPITRE XV.</b>	<b>ANNEXE 2.5. THE SIMPLE AND MULTIPLE JOB ASSIGNMENT PROBLEMS</b>	<b>159</b>
<hr/>		
<b>CHAPITRE XVI.</b>	<b>ANNEXE 2.6. ON-LINE SCHEDULING IN ASSEMBLY PROCESSES</b>	<b>177</b>
<hr/>		
<b>CHAPITRE XVII.</b>	<b>ANNEXE 2.7. SCHEDULING NO-WAIT PRODUCTION WITH TIME WINDOWS AND FLEXIBLE PROCESSING TIMES</b>	<b>193</b>
<hr/>		
<b>CHAPITRE XVIII.</b>	<b>ANNEXE 2.8. OPTIMIZATION OF CYCLIC PRODUCTION SYSTEMS: A HEURISTIC APPROACH</b>	<b>205</b>
<hr/>		
<b>CHAPITRE XIX.</b>	<b>ANNEXE 2.9. THE IMPACT OF RETRIALS IN CALL CENTER PERFORMANCE</b>	<b>211</b>
<hr/>		
<b>CHAPITRE XX.</b>	<b>ANNEXE 2.10. DECOMPOSING A FLOW INTO A MINIMAL SET OF PATHS</b>	<b>237</b>
<hr/>		
<b>RESUME, MOTS-CLEFS, ABSTRACT, KEYWORDS</b>		<b>260</b>

## TABLE DES FIGURES

Figure II.1 : Représentation de deux opérations successives .....	10
Figure II.2 : Exemple de gammes d'assemblage et de désassemblage .....	13
Figure II.3 : Contre-exemple de 2-compétitivité .....	16
Figure II.4 : Efficacité moyenne de <i>flow shop</i> .....	17
Figure II.5 : Productivité moyenne des ateliers .....	18
Figure III.1 : Insatisfaction totale des clients.....	25
Figure III.2 : Evolution de la satisfaction au cours d'une journée .....	28
Figure III.3 : Taux de service en fonction du nombre de véhicules .....	29
Figure IV.1 : Le réseau mobile .....	34
Figure IV.2 : Charge d'une file FIFO $M^3/D^3/1$ , en régime stationnaire et transitoire.....	38
Figure IV.3 : Ensemble minimal de chemins non entiers et non saturants.....	42
Figure IV.4 : Evolution de la bande passante en fonction du niveau de trafic .....	45
Figure IV.5: Evolution du délai moyen en fonction du niveau de trafic .....	46
Figure V.1 : Graphe d'enchaînement d'activités .....	52
Figure V.2 : Contraintes de planification sur les variables de cumul.....	55
Figure V.3 : Nombre de conseillers nécessaires pour satisfaire la Qualité de Service.....	56
Figure V.4 : Différentes approches de prise en compte de la qualité de service .....	57
Figure V.5: La bulle de rappels .....	60
Figure V.6 : Schéma représentatif d'un centre d'appels multi-sites.....	61
Figure V.7 : Coût de la gestion de portefeuille.....	62
Figure IX.1 : Pyramide des services d'aide à la décision.....	91
Figure IX.2 : Evolution des domaines d'activité de l'équipe .....	93



# **CHAPITRE I.            PRÉSENTATION GÉNÉRALE**

Sommaire :

## **CHAPITRE I.            PRÉSENTATION GÉNÉRALE**

- I.1.        INTRODUCTION GÉNÉRALE DU DOCUMENT**
- I.1.1.     L'Habilitation à Diriger des Recherches**
- I.1.2.     Organisation du document**
- I.2.        MOTIVATIONS**
- I.2.1.     Une Recherche Opérationnelle**
- I.2.2.     La modélisation**
- I.2.3.     Domaines de recherche**
- I.2.4.     Domaines d'application**

## **I.1. INTRODUCTION GENERALE DU DOCUMENT**

### **I.1.1. L'Habilitation à Diriger des Recherches**

Ce document synthétise l'ensemble des travaux de recherche menés par Fabrice CHAUVET en vue de soutenir l'Habilitation à Diriger des Recherches (HDR).

*L'habilitation à diriger des recherches sanctionne la reconnaissance du haut niveau scientifique du candidat, du caractère original de sa démarche dans un domaine de la science, de son aptitude à maîtriser une stratégie de recherche dans un domaine scientifique ou technologique suffisamment large et de sa capacité à encadrer de jeunes chercheurs. Elle permet notamment d'être candidat à l'accès au corps des professeurs des universités.*<sup>1</sup>

### **I.1.2. Organisation du document**

Le chapitre I situe le contexte et la démarche dans lesquels se sont déroulées mes recherches en précisant mes motivations. La suite du document développe mes travaux détaillés et regroupés par domaines d'application :

- le chapitre II, l'ordonnancement en temps réel objet de mon mémoire de thèse et approfondi depuis,
- le chapitre III, la gestion de systèmes de transport en parallèle de ma thèse ce qui m'a conduit aux problématiques de réseaux,
- le chapitre IV, l'optimisation des réseaux,
- le chapitre V, la planification et la gestion du personnel des centres d'appels,
- le chapitre VI, les applications diverses en gestion et aide à la décision.

Les chapitres II à VI sont organisés de la manière suivante. Une première partie présente le contexte des études menées : environnement, champ d'étude et enjeux. Une deuxième partie reprend les principaux résultats qu'il s'agisse des apports en modélisation, de résultats théoriques ou encore de résultats expérimentaux et de leurs retombées économiques. La troisième et dernière partie propose des directions de recherche futures.

Le chapitre VII conclut l'ensemble en présentant des perspectives de recherche. Les derniers chapitres regroupent, en annexe, la liste de mes publications, la présentation de mon parcours, mon CV détaillé et une sélection d'articles.

Les références aux documents sont fournies en notes en bas de page, à l'exception de mes publications données entre crochets “[...]” et listées dans le chapitre VIII en annexe. Les articles référencés de “[2.1]” à “[2.10]” sont annexés respectivement du CHAPITRE XI (Annexe 2.1. *Management Of A Pool Of Self-Service Cars*) au CHAPITRE XX (Annexe 2.10. *Decomposing a Flow into a Minimal Set of Paths*).

---

<sup>1</sup> Arrêté du 23 novembre 1988 modifié par l'arrêté du 13 juillet 1995 et du 25 avril 2002, Article premier.

## I.2. MOTIVATIONS

### I.2.1. Une Recherche Opérationnelle

La démarche qui accompagne mes travaux répond à une double ambition **de démarche scientifique et de volonté d'application**. En effet, d'une part, je recherche de nouvelles techniques d'optimisation de systèmes. Cette activité scientifique se nourrit de multiples motivations : **conceptualiser les mécanismes qui sous-tendent la réalité**, concourir à un grand jeu de construction et de compréhension, s'astreindre à une méthodologie rigoureuse, contribuer aux avancées de la science, se porter à la pointe d'un domaine de connaissance, obtenir la reconnaissance de ses pairs... D'autre part, je tiens à **déboucher sur des réalisations utiles** : proposer des solutions concrètes à des problèmes d'enjeux les plus importants pour notre société. Cette finalité guide, non seulement, mes choix en ce qui concerne les sujets de recherche, mais aussi dans la façon de les aborder et de les évaluer.

C'est ainsi que je me suis constamment efforcé de **concilier ces deux ambitions en alliant l'objectif opérationnel à une démarche scientifique**. Aussi j'ai tenté de coordonner mes actions entre deux univers (industriel et scientifique) aux finalités et aux codes parfois opposés.

Le titre de ce document, "Une Recherche Opérationnelle" espère traduire cette double motivation. Il veut également préciser une démarche qui s'inscrit dans le domaine de la Recherche Opérationnelle. Cette discipline se situe au confluent des mathématiques appliquées et de l'informatique. Notre communauté, constituée de quelques centaines de chercheurs en France, est relativement sensible aux aspects fondamentaux. Mon approche qui se veut pragmatique s'apparente à la pratique anglo-saxonne de *l'operational research*.

### I.2.2. La modélisation

L'élément commun à l'ensemble de mes travaux de recherche est le **modèle**, i.e. le formalisme qui conceptualise la compréhension du système que l'on étudie. Le modèle facilite la communication en ce qu'il définit un langage non ambigu. Il aide à identifier et hiérarchiser les éléments les plus cruciaux d'un système. Il permet aussi de simuler la réalité et donc d'explorer tout le champ des possibles. **Mon ambition consiste à proposer, pour des problèmes pratiques, des modèles pertinents**. J'entends par modèle *pertinent*, un modèle :

- **valide** (i.e. les hypothèses sur lequel il repose sont valables),
- **cohérent** (en particulier, sa granularité n'est pas plus fine que les données existantes),
- **précis** (i.e. il répond à la problématique avec la précision attendue),
- **efficace** (i.e. dont une solution peut être exhibée en un temps conciliable avec les exigences opérationnelles),
- **interprétable** (i.e. dont les résultats sont compréhensibles),
- **robuste** (i.e. il reste fiable même dans un environnement changeant),
- voire **générique** (i.e. il peut être réutilisé dans un autre cadre).

Dans ce cadre, une recherche opérationnelle se doit non seulement de trouver la meilleure solution d'un modèle donné, mais aussi de rechercher le modèle le plus pertinent. En conséquence, il me paraît plus important d'améliorer un modèle dont les hypothèses sont " fausses à 50 % " dans la réalité que d'améliorer une solution de ce modèle à moins de 1 % de l'optimum... De manière surprenante, les publications en recherche opérationnelle valorisent plus la manière d'obtenir une solution optimale que la validation de modèles en eux-mêmes. Même si cela paraît être de moindre intérêt sur le plan académique, dans les chapitres suivants, je tente de donner les apports des modèles proposés et pour cela je les replace dans leur contexte.

Mon objectif de pertinence s'appuie sur une méthodologie que j'espère rigoureuse et scientifique et dont je prends le risque d'explicitier ci-dessous. Cette méthodologie repose sur le principe suivant : **le modèle doit découler d'hypothèses simplificatrices préalablement choisies**. Bien sûr il faut ensuite vérifier que le modèle retranscrit correctement et de manière suffisamment précise la réalité sans quoi certaines hypothèses doivent être rejetées au détriment d'une complexification du modèle. Une telle méthodologie permet d'obtenir des modèles pertinents et apporte des avantages qualitatifs et quantitatifs :

- Cette méthodologie favorise une **confiance a priori dans un modèle** déduit d'hypothèses préalablement identifiées.
- Elle autorise une **connaissance (a priori) des limites de validité** du modèle. En effet, quand l'environnement change, le modèle doit être remis en cause si les hypothèses desquelles il découle n'apparaissent plus valides (sans avoir à attendre de constater des écarts entre le modèle et la réalité qu'il doit reproduire).
- Elle permet une **interprétation intuitive** du modèle. On peut, en effet, identifier et mesurer les effets de différents facteurs ainsi que l'importance relative de leviers existants ou possibles.

Cette méthodologie de modélisation que je me suis employé à appliquer et faire appliquer a contribué, je le crois, à nos succès chez [Bouygues Telecom](#). En particulier, elle a conduit à une compréhension plus approfondie, une prévision plus précise et une réelle optimisation.

### I.2.3. Domaines de recherche

Les domaines de recherche dans lesquels j'ai pu valoriser mes travaux concernent principalement **la recherche opérationnelle**. Ils touchent plus particulièrement **l'optimisation** (modélisations et résolutions de problèmes d'optimisation linéaires, non-linéaires et en nombres entiers, calcul de bornes), **l'algorithmique** (nouveaux algorithmes, preuves de complexité) et **la théorie des graphes** (extension des graphes PERT).

Pour **développer des modèles pertinents et pouvoir les exploiter**, j'ai dû appréhender des techniques autres que celles de l'optimisation. Même si j'ai reçu une formation initiale large dans le domaine des mathématiques appliquées, ma formation doctorale a été spécialisée en optimisation combinatoire. Aussi, pour répondre de façon plus appropriée aux problématiques rencontrées, j'ai dû renforcer **mon expertise en évaluation de performance, théorie des files d'attente, processus stochastiques, statistiques, contrôle optimal, simulation, économétrie...** Ceci s'est matérialisé par des collaborations avec l'[ECP](#) (Ecole Centrale de Paris), le [LAAS-](#)

[CNRS](#), la [Faculté des Sciences Economiques](#)... Le manque de temps et d'expertise pointue dans certains domaines (comme l'économétrie) ne m'ont pas permis de valoriser des résultats obtenus par des publications scientifiques.

#### **I.2.4. Domaines d'application**

Ma curiosité et les circonstances de ma vie universitaire et professionnelle m'ont amené à **appréhender des problématiques très diverses**. J'ai abordé initialement celles de **productique** (ordonnancement, planification...) et de **logistique** (cheminement, transport...) très étudiées par les chercheurs en recherche opérationnelle francophones. Puis, je me suis ouvert aux problèmes des **réseaux de télécommunications** (arbre de Steiner, multiflot...) et à des domaines nouveaux tels que les **centres d'appels** (routage, dimensionnement...), etc. Malgré l'hétérogénéité des domaines d'application, les méthodologies et techniques que j'ai utilisées sont semblables, ce qui confère une certaine unité à cet ensemble d'apparence disparate. C'est ce qui ressortira, je l'espère, des chapitres qui vont suivre. J'y développe l'essentiel de mes travaux et réflexions en les regroupant, pour plus de facilité, par domaine d'application.





# CHAPITRE II.            ORDONNANCEMENT EN TEMPS REEL

Sommaire :

## CHAPITRE II.            ORDONNANCEMENT EN TEMPS RÉEL

### **II.1.    CONTEXTE**

#### **II.1.1.    Environnement d'étude**

#### **II.1.2.    Champ d'étude et enjeux**

### **II.2.    PRINCIPAUX RÉSULTATS**

#### **II.2.1.    Apports en modélisation**

II.2.1.1.    Trois approches d'ordonnancement en temps réel

II.2.1.2.    Deux caractéristiques des produits ordonnancés

#### **II.2.2.    Résultats théoriques**

II.2.2.1.    Notations

II.2.2.2.    Problèmes d'atelier

II.2.2.3.    Produits à gammes linéaires

II.2.2.4.    Produits à gammes d'assemblage et de désassemblage

II.2.2.5.    Produits à gammes alternatives

II.2.2.6.    Performance des algorithmes en temps réel

II.2.2.7.    Différences entre performance *off-line* et en temps réel

#### **II.2.3.    Résultats expérimentaux et retombées économiques**

II.2.3.1.    Trois approches d'ordonnancement en temps réel

II.2.3.2.    Deux caractéristiques des produits ordonnancés

### **II.3.    DIRECTIONS DE RECHERCHE FUTURES**

## II.1. CONTEXTE

### II.1.1. Environnement d'étude

Lors d'études réalisées pour les [Ets Lucas G.](#) à La Verrie (85) en 1994 et 1995, nous avons abordé les problématiques de gestion de production et créé des outils pour améliorer l'écoulement des flux de production. Nous avons étudié les aspects théoriques de l'ordonnancement de tâches dans les systèmes de fabrication en 1997 à l'[INRIA](#) dans le cadre du programme franco-israélien [Arc-En-Ciel](#) avec Eugene LEVNER et Leonid MEYZIN de [Center for Technological Education Holon](#) [2.4, 3.1.2, 4.2]. Jean-Marie PROTH encadrait ma thèse et a guidé dans mes recherches sur ce domaine [3.1.3, 3.2.3, 3.5.3, 3.5.4, 4.3] auxquelles Yorai WARDI de *Georgia Tech.* a également participé [2.7, 3.2.4, 4.6]. Les travaux ont été rassemblés dans mon mémoire de thèse de doctorat obtenu avec les "Félicitations du jury" [1.2]. Nous avons valorisé ensuite des **résultats de ma thèse** par des publications [2.6, 3.4.3]. J'ai depuis participé au jury de thèse de Doctorat de Yazid MATI encadré par Xiaolan XIE et proposé des mesures de performance d'algorithmes d'ordonnancement en temps réel [3.1.4, 4.12].

### II.1.2. Champ d'étude et enjeux

L'ordonnancement fait partie des décisions opérationnelles permettant de gérer la production. Il consiste à définir les *dates* (ou moments) d'exécution des opérations à réaliser en tenant compte des disponibilités des ressources qui leur sont nécessaires. On dira ici que le système de production est géré *en temps réel* quand on cherche à déterminer les dates d'exécution des opérations à réaliser sur chaque produit, *dès que sa commande arrive, sans connaître les commandes futures*<sup>2</sup> et sans remettre en question les ordonnancements antérieurs. Cette pratique est très courante dans les entreprises, en particulier dans celles où la fabrication est réalisée à la commande. Elle permet de prendre les décisions rapidement et de réagir dynamiquement aux aléas de l'environnement. Le contexte **temps réel induit que certaines décisions sont figées** et ne peuvent être remises en cause (tels que les ordonnancements antérieurs) ce qui peut être fort contraignant. De plus le fonctionnement en temps réel impose de déterminer un ordonnancement rapidement, c'est-à-dire grâce à un algorithme *polynomial* (i.e. dont le temps de calcul croît de manière polynomiale en fonction de paramètres du système de valeurs entières).

## II.2. PRINCIPAUX RESULTATS

### II.2.1. Apports en modélisation

Nous reprenons dans cette section les extensions de modèles que nous avons proposées.

#### II.2.1.1. Trois approches d'ordonnancement en temps réel

Trois approches complémentaires sont proposées pour ordonnancer un produit dès que sa

---

<sup>2</sup> SGALL J. (1998), "On-line algorithms- The state of the art", Chapitre 9 dans FIAT A., WOEINGER G., eds., "Lectures notes in computer science", Springer-Verlag, pp. 196-231.

commande arrive, et ce sans connaître les commandes futures et sans remettre en question les ordonnancements antérieurs. Elles sont liées à l'optimisation de trois critères différents :

- (Critère 1). minimiser le *makespan*, c'est-à-dire la date d'achèvement du produit,
- (Critère 2). minimiser la *durée d'utilisation des ressources* pour le *makespan* minimal, c'est-à-dire maximiser la date de commencement du produit,
- (Critère 3). minimiser le *coût d'utilisation des ressources*, pour le *makespan* minimal.

La minimisation du *makespan* (Critère 1), qui consiste à terminer un produit au plus tôt, est un critère très utilisé en ordonnancement. Les deux autres critères sont moins utilisés dans ce domaine et très peu dans le contexte temps réel. **Minimiser la durée d'utilisation des ressources** (Critère 2) pour fabriquer le produit permet de **libérer le plus possible les ressources** qui pourront être utilisées pour réaliser les commandes futures. **Minimiser le coût d'utilisation** des ressources matérielles et humaines (Critère 3) permet de **réduire le temps d'utilisation des ressources les plus chargées** (pour lesquelles le coût d'utilisation est relativement plus élevé) dans le cas où on a une connaissance a priori de la charge des machines.

#### II.2.1.2. Deux caractéristiques des produits ordonnancés

La thèse [1.2] s'intéresse aux problèmes d'ordonnancement pour lesquels les produits à réaliser possèdent les deux caractéristiques suivantes comme sur la Figure II.1 :

- (Caractéristique 1). ils sont de type *sans attente*, c'est-à-dire que les opérations exécutées sur un même produit s'enchaînent sans interruption,<sup>3</sup>
- (Caractéristique 2). ils sont à *temps opératoires contrôlables*, ce qui signifie qu'il est possible de choisir le temps opératoire dans un intervalle donné.

La durée de chaque opération est contrôlable dans une certaine mesure puisqu'une durée minimale (qui peut être éventuellement nulle) et une durée maximale (qui peut être infinie) sont définies en fonction de l'opération et du produit. Si les deux limites de durée sont égales, il n'y a pas de choix possible pour la durée de l'opération. Sinon, toute durée entre ces deux limites permet de réaliser le produit. La durée sera choisie au moment de l'ordonnancement du produit de manière à satisfaire au mieux les critères et les contraintes (comme être sans attente).

Ces deux conditions (Caractéristiques 1 et 2) sont en apparence restrictives. En fait, l'état de l'art de mon mémoire de thèse [1.2] montre comment les problèmes d'ordonnancement peuvent être **décrits comme des problèmes sans attente avec une contrôlabilité variable des durées opératoires**. En particulier, les problèmes d'ordonnancement pour lesquels l'attente entre les opérations sur un produit est permise (problèmes les plus traités dans les études scientifiques) entrent dans ce modèle. Pour cela, des opérations d'attente sont introduites entre chaque opération de transformation du produit.

---

<sup>3</sup> HALL N. G., SRISKANDARAJAH C. (1996), "A survey of machine scheduling problems with blocking and no-wait process", *Operations Research*, Vol. 44, pp. 510-525.

La gestion de la **plupart des systèmes de fabrication industriels** : ateliers de traitements de surface, entreprises manufacturières, usines automatisées, etc. **peut ainsi être appréhendée par ce même modèle**. De plus, ces deux conditions offrent de nouvelles possibilités. Par exemple, elles permettent de **contrôler la quantité des produits semi-finis** et leur **durée de séjour en cours de production**.

La Caractéristique 1 a déjà été beaucoup étudiée <sup>3 (p: 3)</sup> tandis que la Caractéristique 2 a été peu abordée dans les études scientifiques. Le cas spécifique dit de blocage (où les deux caractéristiques sont prises en compte avec une durée opératoire minimale nulle et maximale infinie) a été relativement adressé <sup>3 (p: 3)</sup>. Dans les situations générales, du fait que les durées opératoires ne sont pas fixées, la plupart des algorithmes classiques ne sont pas applicables.

## II.2.2. Résultats théoriques

### II.2.2.1. Notations

Nous considérons que chaque produit  $j$  à réaliser ne peut être lancé en production avant la date  $r_j$  (du fait de la date d'arrivée de la commande et de la disponibilité de matières premières), et doit être terminé avant la date  $d_j$ . Chacune des  $m_j$  opérations s'exécutent sans attente (entre deux opérations successives) sur chaque produit  $j$ . Chaque opération  $i$  sur un produit  $j$  est à **durée contrôlable et à déterminer dans l'intervalle**  $[l_{ij}; u_{ij}]$  comme sur la Figure II.1. L'opération suivante ( $i+1$ ) doit commencer sans attente dès que l'opération  $i$  se termine.

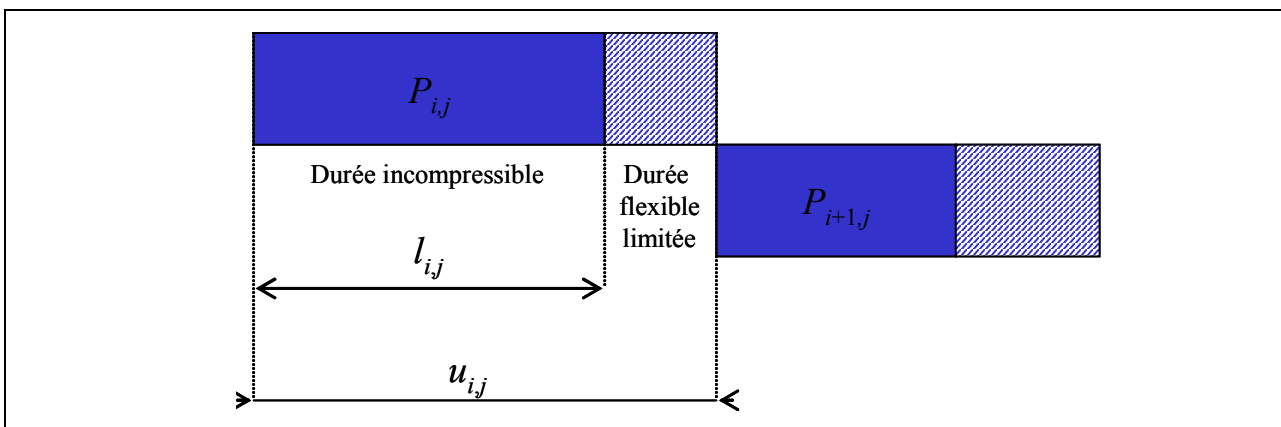


Figure II.1 : Représentation de deux opérations successives

Nous considérons également que chacune des opérations d'un produit peut nécessiter l'utilisation de plusieurs types de ressources. Ceci induit que **l'opération  $i$  ne peut être réalisée sur le produit  $j$  que dans des fenêtres de temps où toutes les ressources sont disponibles**. On désigne par  $y_{ij}$  le nombre des périodes de disponibilité  $\{[a_{i,j,z}; b_{i,j,z}] / 1 \leq z \leq y_{ij}\}$  où l'opération  $i$  peut être réalisée sur le produit  $j$ . Le coût unitaire (i.e. par unité de temps) d'utilisation des ressources pendant la période  $z$  est noté  $s_{i,j,z}$ . On note  $y_j = \sum_i y_{i,j}$ , le nombre total de périodes de disponibilité pour réaliser les opérations sur un produit  $j$ . Notons que les périodes de disponibilité peuvent se chevaucher (y compris pour les périodes relatives à une même opération). Toutes ces informations sont supposées connues à l'arrivée d'un produit. L'objet de l'ordonnancement est de déterminer  $C_{i,j}$ , la date de fin et  $P_{i,j}$ , la durée de chaque opération  $i$  réalisée sur le produit  $j$  comme

sur la Figure II.1. Celui-ci doit alors être ordonnancé en temps réel.

### II.2.2.2. Problèmes d'atelier

Avant d'adresser plus spécifiquement le contexte temps réel, nous passons en revue les problèmes d'atelier les plus connus dans les études scientifiques en faisant l'hypothèse supplémentaire que les Caractéristiques 1 et 2 sont vérifiées.

La plupart des problèmes d'atelier de type *flow shop* (où tous les produits ont la même gamme de fabrication *linéaire*, i.e. qui consiste en une suite d'opérations) sont connus pour être *NP-difficiles au sens fort* (i.e. classe de problèmes pour lesquels on ne connaît pas d'algorithmes polynomiaux ou pseudo-polynomiaux)<sup>4</sup>. Bien évidemment **les problèmes de *flow shops* ayant les Caractéristiques 1 et 2 sont également NP-difficiles au sens fort [1.2, 4.12] quand on cherche à optimiser le Critère 1 du *makespan*** pour des gammes de trois opérations (i.e. F3|no-wait,  $l_{i,j} \leq P_{i,j} \leq u_{i,j} | C_{\max}$  selon les notations standards<sup>5 6</sup>) et même de deux opérations en présence de date de disponibilité (i.e. F2|no-wait,  $r_j, l_{i,j} \leq P_{i,j} \leq u_{i,j} | C_{\max}$ ) comme extension de sous-problèmes NP-difficiles<sup>7</sup>. Les problèmes d'atelier de type *job shop* (où les produits peuvent avoir des gammes linéaires de fabrication) **sont NP-difficiles au sens fort [1.2, 4.12] dès que l'on considère des gammes de deux opérations** (i.e. J2|no-wait,  $l_{i,j} \leq P_{i,j} \leq u_{i,j} | C_{\max}$ ) comme extension d'un résultat connu<sup>8</sup>.

Nous avons également démontré que [4.12] **la solution obtenue en appliquant l'algorithme de Gilmore - Gomory<sup>9 3 (p: 3)</sup> pour un *flow shop* de gammes à deux opérations sans contrôlabilité** (i.e. F2|no-wait,  $l_{k,j} = P_{k,j} | C_{\max}$ ) **est également optimal pour le cas où il existe une flexibilité sur les durées des opérations** (i.e. F2|no-wait,  $l_{k,j} \leq P_{k,j} \leq u_{k,j} | C_{\max}$ ).

Ce paragraphe montre la difficulté des problèmes ayant les Caractéristiques 1 et 2. Dans la suite, seul le contexte temps réel est considéré : chaque produit doit être ordonnancé dès que sa commande arrive, sans connaître les commandes futures et sans remettre en question les ordonnancements antérieurs. Aussi nous nous intéressons à l'optimisation de l'ordonnancement de chaque produit qui arrive. Nous avons proposé des algorithmes d'ordonnancement de trois types de produits. Les trois types de produit ont été définis suivant la complexité de la gamme de

<sup>4</sup> GAREY M. R., JOHNSON D. S. (1979), "Computers and intractability. A guide to the theory of NP-Completeness", W. H. Freeman And Company, New York, Etats-Unis.

<sup>5</sup> GRAHAM R. L., LAWLER E. L., LENSTRA J. K., RINNOOY KAN A. H. G. (1979), "Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey", *Annals of Discrete Mathematics*, Vol. 5, pp. 287-326.

<sup>6</sup> BLAZEWICZ J. (1987), "Selected topics in scheduling theory", *Annals of Discrete Mathematics*, Vol. 31, pp. 1-60.

<sup>7</sup> ROCK H. (1984), "The three-machine no-wait flow shop problem is NP-complete", *Journal of ACM-Association for Computing Machinery*, Vol. 51, pp. 336-345.

<sup>8</sup> SAHNI S., CHO Y. (1979), "Complexity of scheduling jobs with no-wait in process", *Mathematics of Operations Research*, Vol. 4, pp. 448-457.

<sup>9</sup> GILMORE P. C., GOMORY R. E. (1964), "Sequencing a one-state variable machine: a solvable case of traveling salesman problem", *Operations Research*, Vol. 12, pp. 655-679.

fabrication des produits.

### II.2.2.3. Produits à gammes linéaires

Nous avons tout d'abord étudié les produits à *gammes linéaires*, i.e. dont l'ensemble des opérations à réaliser se suivent. Nous avons proposé une **étude systématique** des trois approches d'ordonnancement introduites précédemment. Deux situations complémentaires sont possibles pour chaque approche. La première correspond au cas spécifique où une seule période serait disponible pour chaque opération. La seconde est le cas général où plusieurs périodes seraient disponibles pour chaque opération.

Nous avons proposé un premier algorithme qui cale au plus tôt les opérations dans le cas où une seule période serait disponible pour chaque opération. Cet algorithme fonctionne en deux étapes : un premier calcul sur les opérations dans leur ordre d'exécution, et un second dans l'ordre inverse. **Notre algorithme nécessite seulement  $O(m_j)$  calculs élémentaires**, où  $m_j$  est le nombre d'opérations à exécuter sur le produit  $j$ . Ainsi l'algorithme obtenu reste de même complexité que ceux d'un système "classique" (i.e. avec attente et où les durées opératoires ne sont pas contrôlables) malgré une "combinatoire" plus élevée. A notre connaissance, il n'existe pas d'autre algorithme spécifique pour ce problème. La modélisation classique par des graphes *potentiel étapes*<sup>10</sup> et PERT<sup>11</sup> induit la création de circuits qui imposent d'utiliser un algorithme tel que celui de plus court chemin en  $O(m_j m_j)$ <sup>12</sup>.

Nous avons ensuite élaboré un deuxième algorithme pour terminer le produit au plus tôt dans le cas général avec  $y_{i,j}$  périodes de disponibilité pour l'opération  $i$  à exécuter sur le produit  $j$ . Cet algorithme revient à appliquer l'algorithme précédent sur une succession d'ensemble de fenêtres classées chronologiquement. **Nous avons démontré que cet algorithme s'exécute en temps polynomial** et plus précisément en  $O(y_j m_j + y_j \log y_j)$  où  $m_j$  et  $y_j$  désignent le nombre d'opérations à exécuter sur le produit  $j$  et le nombre total de périodes de disponibilité pour ces opérations. Nous avons démontré [2.4, 3.1.2, 3.1.3, 4.2] que **cet algorithme garantit la minimisation du *makespan*** (Critère 1).

Comme nous l'avons démontré [3.5.4], **minimiser la durée d'utilisation des ressources** (Critère 2) **est un objectif "symétrique" de celui qui consiste à minimiser le *makespan*** (Critère 1). Aussi nous avons proposé deux algorithmes inspirés des deux développés pour optimiser le *makespan*. Un premier qui cale au plus tard les opérations dans le cas où une seule période serait disponible pour chaque opération. Un second qui permet d'ordonnancer le produit de manière à ce qu'il commence au plus tard dans le cas général avec  $y_{i,j}$  périodes de disponibilité pour l'opération  $i$  à exécuter sur le produit  $j$  (tout en respectant un *makespan* donné). Cet algorithme ne nécessite également que  $O(y_j m_j + y_j \log y_j)$  calculs élémentaires.

<sup>10</sup> ROY B. (1960), "Contribution de la théorie des graphes à l'étude des problèmes d'ordonnancement", Deuxième Conférence de Recherche Opérationnelle, Aix-en-Provence, septembre 1960, paru dans "Les problèmes d'ordonnancement, applications et méthodes", Dunod, Paris, France, 1964, pp. 109-125.

<sup>11</sup> MALCOM D. G., ROSEBOOM J. H., CLARK C. E., FAZAR W. (1959), "Application of a technique for research and development program evaluation", *Operations Research*, Vol. 7, No. 5.

<sup>12</sup> BELLMAN R. E. (1958), "On a routing problem", *Quarterly Applied Mathematics*, Vol. 16, pp. 87-90.

Dans le cas d'une unique période de disponibilité par opération, nous avons proposé de réduire autant que possible la durée des opérations, opérations classées dans l'ordre décroissant de leur coût. Un tel algorithme glouton (i.e. sans remise en cause des décisions prises) nécessite seulement  $O(m_j m_j)$  calculs élémentaires. Nous avons démontré [1.2] que **cet algorithme polynomial minimise le coût d'utilisation des ressources** (Critère 3).

Dans le cas général de plusieurs périodes de disponibilité des ressources nécessaires pour chaque opération, nous avons proposé une **programmation dynamique pour laquelle nous avons prouvé qu'elle permet de minimiser le coût d'utilisation des ressources** (Critère 3) [1.2]. On suppose dans ce cas que les durées des données sont toutes des valeurs entières. Les états de cette programmation dynamique sont définis par les dates possibles  $t$  de fin de chaque opération  $i$  sur le produit  $j$ . Le coût associé à un état  $\{t; i\}$  est le cumul des coûts de réalisation de toutes les opérations qui précèdent l'opération  $i$ , opération qui se termine à la date  $t$ . Le coût de l'état  $\{t; i\}$  peut être déterminé à partir des coûts des états  $\{t'; i-1\}$  où  $t' < t$ . **L'algorithme obtenu est pseudo-polynomial** (i.e. dont le temps de calcul croît de manière polynomiale en fonction de paramètres du système qui peuvent être de valeurs continues) puisqu'il dépend de la durée pendant laquelle le produit peut être réalisé, à savoir  $(d_j - r_j)$ . Pour autant, prouver que "minimiser le coût d'utilisation des ressources en présence de plusieurs périodes de disponibilité" est *NP-difficile au sens faible* (i.e. classe de problèmes pour lesquels on ne connaît pas d'algorithmes polynomiaux, mais pour lesquels il existe des algorithmes pseudo-polynomiaux) reste une question ouverte.

#### II.2.2.4. Produits à gammes d'assemblage et de désassemblage

Nous avons étendu les résultats de la section précédente aux produits à *gammes d'assemblage et de désassemblage* (i.e. qui comportent des opérations d'assemblage ou de désassemblage) et pour lesquelles le graphe de précedence entre opérations est une arborescence (voir la Figure II.2).

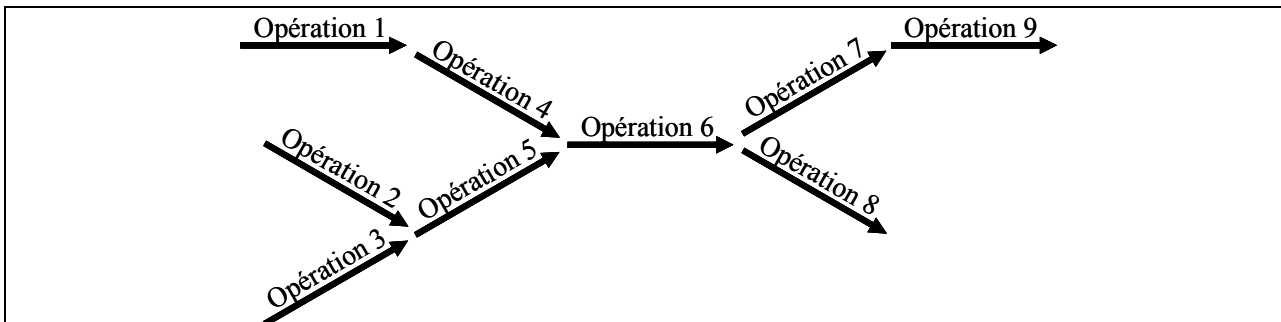


Figure II.2 : Exemple de gammes d'assemblage et de désassemblage

Une opération d'*assemblage* est une opération précédée de plusieurs opérations sur les différents sous-produits à agglomérer. Inversement une opération de *désassemblage* est une opération suivie de plusieurs opérations sur les différents sous-produits séparés. Nous supposons que les opérations réalisées en parallèle n'utilisent pas les mêmes ressources.

Nous avons proposé une **étude exhaustive** des situations décrites précédemment. Nous avons tout d'abord proposé d'étendre les quatre premiers algorithmes conçus pour les produits à gammes linéaires pour répondre aux deux premiers Critères 1 et 2 dans les deux situations (à



savoir le cas spécifique où une seule période serait disponible et le cas général où plusieurs périodes seraient disponibles pour chaque opération).

Nous avons **démontré que les quatre algorithmes peuvent être étendus aux produits nécessitant des opérations d'assemblage** [2.6, 3.2.3, 3.5.3, 4.3]. La complexité de ces algorithmes n'est pas modifiée et reste en  $O(y_j m_j + y_j \log y_j)$  pour les situations les plus générales (pour les deux Critères 1 et 2) malgré les opérations d'assemblage. Nous avons également montré comment utiliser cette approche dans les situations de conflit de ressources où le problème devient NP-difficile (au sens fort) [1.2].

D'autres algorithmes ont été développés pour prendre en compte la présence d'opérations de désassemblage. L'extension nécessite une numérotation spécifique des opérations, à savoir que les instants de début et de fin des opérations sont numérotés en commençant par les "extrémités" de la gamme de fabrication. Ainsi, nous avons pu encore élargir le champ d'applications des algorithmes sans augmenter leur complexité. Nous démontrons ainsi que **minimiser le *makespan*** (Critère 1) ou **la durée d'utilisation des ressources** (Critère 2), en **présence d'opérations d'assemblage et de désassemblage**, est un problème facile qui peut être résolu en temps **polynomial** [1.2, 2.7, 3.1.4, 3.2.4, 3.4.3, 4.6]. Précisément dans le cas général ces problèmes sont résolus en  $O(y_j m_j + y_j \log y_j)$  calculs élémentaires (où  $m_j$  et  $y_j$  désignent le nombre d'opérations à exécuter sur le produit  $j$  et le nombre total de périodes de disponibilité pour ces opérations).

Enfin l'approche par programmation dynamique proposée pour les produits à gammes linéaires dans le but de **minimiser le coût d'utilisation des ressources** (Critère 3), dans le cas général de plusieurs périodes de disponibilité des ressources nécessaires pour chaque opération a été étendue aux produits à gammes d'assemblage et de désassemblage [1.2]. **L'algorithme pseudo-polynomial garde la même complexité si on accepte de conserver plus d'informations en mémoire** (correspondant aux évaluations faites sur  $m_j$  opérations)... Là encore, prouver que "minimiser le coût d'utilisation des ressources en présence de plusieurs périodes de disponibilité" est un NP-difficile (au sens faible) reste une question ouverte.

#### II.2.2.5. Produits à gammes alternatives

Nous avons également étudié les produits à *gammes alternatives*, i.e. pour lesquels plusieurs gammes de fabrication sont possibles. Nous avons démontré [1.2] que, **pour des produits à gammes alternatives, déterminer un ordonnancement est NP-complet et optimiser l'un des Critères 1, 2 ou 3 est NP-difficile**, même dans le cas spécifique où une seule période serait disponible pour chaque opération. Ce résultat a été obtenu en prouvant que le problème dit de *subset sum*<sup>4 (p:3)</sup> est un cas particulier du nôtre.

Par ailleurs, nous avons proposé différents algorithmes de programmation dynamique permettant d'optimiser les 3 Critères y compris dans le cas général où plusieurs périodes seraient disponibles pour que chaque opération puisse être exécutée. Ces différents algorithmes ont une complexité comparable qui dépend de la durée pendant laquelle le produit peut être réalisé, à savoir  $(d_j - r_j)$ . **Ils sont pseudo-polynomiaux** et montrent ainsi que les problèmes qu'ils permettent de résoudre sont NP-difficiles au sens faible [1.2].

## II.2.2.6. Performance des algorithmes en temps réel

Depuis ma thèse, nous avons proposé des résultats permettant de qualifier la qualité des algorithmes appliqués en temps réel. Il existe très peu de résultats et la plupart concernent le cas de produits sur lesquels une seule opération est réalisée <sup>2 (p: 3)</sup>.

Nous avons tout d'abord démontré [4.12] que, **pour le makespan de produits à gammes linéaires, les algorithmes basés sur l'optimisation des Critères 1, 2 et 3 pour chaque produit sont *m*-compétitifs** (i.e. garantissent une valeur du critère au pire *m* fois supérieure à celle obtenue dans un contexte *off-line* <sup>2 (p: 3)</sup>). Ce résultat a été démontré pour plusieurs types de problèmes d'ateliers que les produits aient la même gamme de fabrication (i.e.  $Fm|r_j|C_{\max}$ , et  $Fm|no-wait, r_j, l_{k,j} \leq P_{k,j} \leq u_{k,j}|C_{\max}$ ) ou non (i.e.  $Jm|r_j|C_{\max}$  et  $Jm|no-wait, r_j, l_{k,j} \leq P_{k,j} \leq u_{k,j}|C_{\max}$ ). Cette borne est atteinte lors d'arrivées alternées de produits à durées opératoires unitaires et de produits à durées opératoires infinitésimales. Ce résultat montre que dans le pire des cas les algorithmes basés sur les Critères 1, 2 et 3 ne sont pas plus compétitifs que l'algorithme qui consiste à bloquer toutes les ressources pendant toute la fabrication d'un produit (interdisant de réaliser plusieurs produits simultanément).

Nous avons aussi établi que **sans connaissance des futurs produits, il n'existe pas d'algorithme meilleur que 2-compétitif** [4.12]. Ce résultat est vrai même si les produits ont tous la même gamme linéaire de fabrication et même si la gamme ne comporte que 2 opérations (i.e.  $F2|no-wait, r_j, l_{k,j} \leq P_{k,j} \leq u_{k,j}|C_{\max}$ ). Ce résultat a été obtenu en considérant seulement deux produits ! Un premier produit arrive à la date  $r_1 = 0$  de durées opératoires 1 sur la première machine et  $\varepsilon$  (de valeur infinitésimale) sur la seconde machine. Ce premier produit est lancé en fabrication à une certaine date  $0 \leq t$  (sans connaissance des futurs produits). Comme sur la Figure II.3, arrive alors un second produit à la date  $r_2 = \varepsilon$  de durées opératoires  $t$  sur la première machine et 1 sur la seconde machine. Dans ce cas pour tout ordonnancement en temps réel fixant le début du produit 1 à la date  $t$ , il existe des situations où le *makespan* induit n'est pas inférieur à  $2(t + 1)$  alors que l'ordonnancement *off-line* optimal vaut  $(2\varepsilon + t + 1)$ , pour  $\varepsilon$  suffisamment petit. Ce résultat est dans la veine de celui obtenu pour les ateliers à deux machines <sup>13</sup> (i.e.  $F2||C_{\max}$  et  $J2||C_{\max}$ ) qui concerne des algorithmes déterministes qui ont connaissance des futurs produits.

L'algorithme basé sur l'optimisation du *makespan* (Critère 1) pour chaque produit fournit le meilleur ordonnancement possible si les produits doivent être réalisés suivant leur ordre d'arrivée et que tous les produits ont la même gamme de fabrication (i.e.  $Fm|no-wait, r_j, l_{k,j} \leq P_{k,j} \leq u_{k,j}|C_{\max}$ ). Dans le cas où en **plus tous les produits auraient les mêmes durées** (i.e.  $Fm|no-wait, r_j, l_{k,j} = l_k, u_{k,j} = u_k, l_{k,j} \leq P_{k,j} \leq u_{k,j}|C_{\max}$ ), **l'algorithme basé sur l'optimisation du *makespan* (Critère 1) est optimal**, car les produits sont indiscernables.

**Les résultats** de performance des algorithmes en temps réel de **toute la section** sont également valides pour des produits à **gammes d'assemblage et de désassemblage** et à **gammes alternatives** (comme extension des produits à gammes linéaires).

<sup>13</sup> CHEN B., WOEGINGER G. H. (1995), "A study of on-line scheduling two-stages shops", dans DU D. Z., PARDALOS P. M., eds., "Minimax and applications", Kluwer Academics Publishers, pp. 97-107.

II.2.2.7. Différences entre performance *off-line* et en temps réel

Il existe des différences profondes entre les évaluations de politiques d'ordonnancement *off-line* et en temps réel <sup>2 (p:3)</sup>. Les résultats suivants que nous avons établis récemment en illustrent quelques-unes.

Dans un contexte *off-line*, on s'intéresse, par exemple, à minimiser le *makespan* total d'une séquence de  $m$  produits. En temps réel, ne connaissant pas les futurs produits, on s'intéresse aussi à minimiser le *makespan* de toutes les *sous-séquences contenant le premier produit* (i.e. les séquences des  $p$  premiers produits pour toute valeur de  $p \leq m$ ).

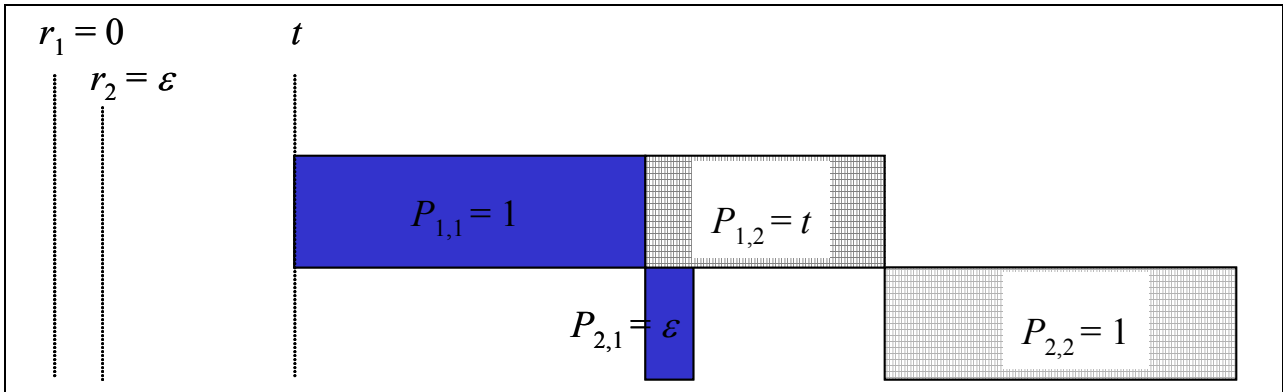


Figure II.3 : Contre-exemple de 2-compétitivité

Prenons un algorithme temps réel  $\rho$ -compétitif. Reconsidérons les deux produits de la Figure II.3 avec, comme seule différence, une durée opératoire du second produit sur la première machine  $P_{1,2} = (\rho - 1)(1 + \varepsilon)$ . Etant  $\rho$ -compétitif, notre algorithme temps réel ne peut ordonnancer le premier produit de durée totale  $(1 + \varepsilon)$  au-delà de la date  $(\rho - 1)(1 + \varepsilon)$ . Aussi, le second produit, arrivant à  $r_2 = \varepsilon$  et de durée opératoire sur la première machine  $(\rho - 1)(1 + \varepsilon)$ , ne peut être ordonnancé qu'après le premier (si on interdit de le réordonancer). Ceci implique que le *makespan* pour ces deux produits obtenu avec un algorithme temps réel  $\rho$ -compétitif vaut au moins  $1 + \rho + \varepsilon(\rho - 1)$ . Or l'ordonnancement *off-line* optimal pour ces deux produits vaut  $\rho + \varepsilon(1 + \rho)$ , pour de petites valeurs de  $\varepsilon$  et  $\rho$ . Pour être  $\rho$ -compétitif, l'algorithme temps réel doit vérifier  $\forall \varepsilon > 0, \rho \geq \frac{\rho + \varepsilon(1 + \rho)}{1 + \rho + \varepsilon(\rho - 1)}$  ce qui implique  $\rho \geq \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ . Ainsi, même en

connaissant les futurs produits, si on interdit de réordonancer les produits antérieurs, on a le résultat suivant. Il n'existe pas d'algorithme **fournissant un *makespan* qui garantit, dans tous les cas et pour toutes les sous-séquences, être à moins de 1,618 fois du *makespan* optimal**. Ce résultat est vrai, même si les produits ont tous la même gamme linéaire composée de 2 opérations (i.e. F2|no-wait,  $r_j, l_{k,j} \leq P_{k,j} \leq u_{k,j} C_{\max}$ ).

Reconsidérons les deux produits de la Figure II.3 avec, les deux différences suivantes, une durée opératoire du second produit sur la première machine  $P_{1,2} = \varepsilon$  et une arrivée du second produit à  $r_2 = \varepsilon + (\rho - 1)(1 + \varepsilon)$ . Etant  $\rho$ -compétitif, notre algorithme temps réel ne peut ordonnancer le premier produit de durée totale  $(1 + \varepsilon)$  au-delà de la date  $(\rho - 1)(1 + \varepsilon)$ . Aussi, le second produit, arrivant à  $r_2 = \varepsilon + (\rho - 1)(1 + \varepsilon)$ , ne peut être ordonnancé qu'après le premier. Ceci implique que

le *makespan* pour ces deux produits obtenu avec un algorithme temps réel  $\rho$ -compétitif vaut au moins  $2 + \varepsilon$ . Or l'ordonnancement *off-line* optimal pour ces deux produits vaut  $r_2 + 1 + 2\varepsilon = \rho(1 + \varepsilon) + 2\varepsilon$ , pour de petites valeurs de  $\varepsilon$  et  $\rho$ . Pour être  $\rho$ -compétitif, l'algorithme temps réel doit vérifier  $\forall \varepsilon > 0, \rho \geq \frac{2 + \varepsilon}{\rho(1 + \varepsilon) + 2\varepsilon}$  ce qui implique  $\rho \geq \sqrt{2}$ . Ainsi,

même en connaissant les futurs produits, et même si on s'autorise à réordonner les produits antérieurs, on a le résultat suivant. Il n'existe pas d'algorithme **fournissant un *makespan* qui garanti, dans tous les cas et pour toutes les sous-séquences, être à moins de 1,414 fois du *makespan* optimal.** Ce résultat est vrai, même si les produits ont tous la même gamme linéaire composée de 2 opérations (i.e. F2|no-wait,  $r_j, l_{k,j} \leq P_{k,j} \leq u_{k,j} | C_{\max}$ ).

### II.2.3. Résultats expérimentaux et retombées économiques

#### II.2.3.1. Trois approches d'ordonnancement en temps réel

Dans cette section, nous reprenons quelques-uns des résultats expérimentaux comparatifs entre les trois approches d'ordonnancement en temps réel proposés : minimiser le *makespan*, c'est-à-dire la date d'achèvement du produit (Critère 1), minimiser la *durée d'utilisation des ressources* pour le *makespan* minimal (Critère 2), et minimiser du *coût d'utilisation des ressources*, pour le *makespan* minimal (Critère 3). Bien que les algorithmes basés sur l'optimisation des Critères 1 ou 2 pour chaque produit soient *m-compétitifs*, les expérimentations réalisées sur des jeux de test aléatoires montrent qu'en moyenne ces algorithmes sont loin d'être *m* fois moins performants.

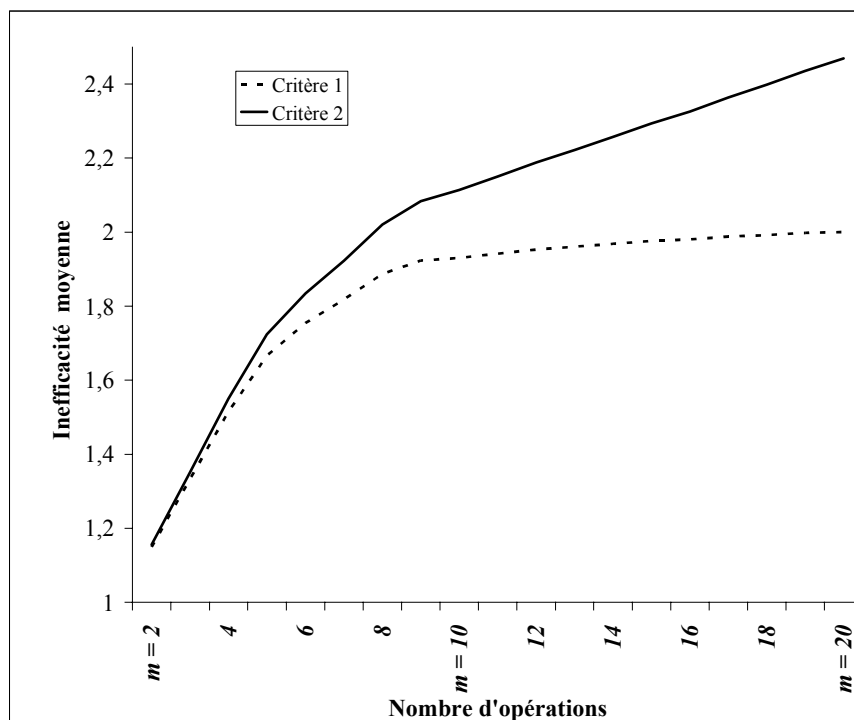


Figure II.4 : Efficacité moyenne de *flow shop*

On définit l'*inefficacité* comme le rapport entre le *makespan* obtenu par l'algorithme que l'on

teste et une évaluation par défaut du *makespan* optimal (à savoir le temps maximal nécessaire pour que chaque machine puisse exécuter les opérations sur l'ensemble des produits). L'*inefficacité* est donc une borne supérieure (évaluée en moyenne) du rapport de compétitivité de l'algorithme. La Figure II.4 montre que les algorithmes basés sur l'optimisation des Critères 1 ou 2 ont une inefficacité qui croît avec le nombre d'opérations pour des ateliers *flows shop* (i.e. dont les produits ont les mêmes gammes linéaires). On constate également que minimiser le *makespan* (Critère 1) est moins inefficace que minimiser la durée d'utilisation des ressources (Critère 2). Les résultats expérimentaux d'optimisation du coût d'utilisation des ressources nécessaires à chaque opération (Critère 3) ont été très proches de ceux de minimisation de la durée des opérations (Critère 2). Même pour 20 opérations, **minimiser le *makespan* (Critère 1) fournit expérimentalement un *makespan* inférieur au double du *makespan* optimal obtenu *off-line*.**

La Figure II.5 donne la *productivité moyenne*, i.e. le nombre moyen de produits réalisés par unité de temps (ou encore le rapport entre les 1000 produits exécutés et le *makespan* obtenu pour les réaliser). Minimiser la durée et minimiser le coût d'utilisation des ressources nécessaires à chaque opération (Critères 2 et respectivement 3) ont donné des résultats très proches. C'est pourquoi ils sont représentés conjointement. On constate que minimiser le *makespan* (Critère 1) est plus productif que minimiser la durée des opérations et le coût d'utilisation des ressources (Critères 2 et 3) pour des ateliers *flows shop*. Inversement, **minimiser le *makespan* (Critère 1) est moins productif que minimiser l'utilisation des ressources (Critères 2 et 3) pour des ateliers *job shop*** (i.e. dont les produits n'ont pas les mêmes gammes linéaires).

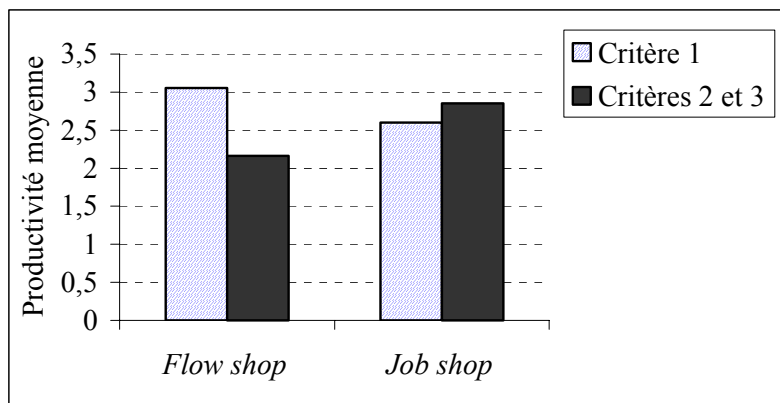


Figure II.5 : Productivité moyenne des ateliers

### II.2.3.2. Deux caractéristiques des produits ordonnancés

Nous avons appliqué avec succès les 3 Critères à des problèmes d'ordonnancement pour lesquels les produits à réaliser ont les deux caractéristiques : ils sont de type sans attente, (Caractéristique 1) et ils sont à temps opératoires contrôlables (Caractéristique 2).

Les résultats expérimentaux de la section précédente montrent l'intérêt d'appliquer le Critère 1 pour l'ordonnancement en temps réel d'atelier de traitement de surface, tel que celui de la société SODETEG T.A.I. située à Buc (78). En effet, dans ce type d'atelier que l'on peut classer comme un *no-wait flowshop*, les opérations se suivent sans attente possible. Mais les produits peuvent stationner dans des bains chimiques au-delà de la durée opératoire (minimale) : les durées

opérateurs sont donc ajustables dans une certaine limite. L'application successive du Critère 1 sur chaque produit permet d'augmenter significativement la productivité maximale à long terme.

Nous avons aussi utilisé ce même modèle pour **ordonnancer les tâches des robots ou des ponts roulants chargés de déplacer les produits entre les baignoires de manière à minimiser le *makespan***, i.e. la date d'achèvement des produits [2.4, 3.1.2, 3.1.3, 3.5.4, 4.2].

En outre nous nous sommes servis du modèle pour **contrôler le nombre et la durée des produits en cours**. Des résultats numériques ont mis en évidence les effets de la limitation de la durée de stockage sur le système de production. En toute logique, l'utilisation des places de stockage augmente si nous permettons aux produits d'être stockés entre les opérations. Augmentant la durée de stockage en cours de production, le temps de cycle de chaque produit est allongé. Dans notre cas, le taux d'utilisation de la machine goulot mesurait la productivité du système. Nous avons constaté que moins la durée de stockage est contrainte, plus la productivité augmente. Mais, alors que la productivité peut être augmentée de manière significative pour des durées de stockage faibles, elle devient peu sensible pour des valeurs importantes. Ces résultats montrent la nécessité de prendre en compte le stockage quand les durées de stockage permises sont réduites et a contrario que nous pouvons chercher à diminuer le stockage, quand les durées de stockage peuvent être importantes sans modifier la productivité.

### II.3. DIRECTIONS DE RECHERCHE FUTURES

Le contexte temps réel considéré dans ce chapitre correspond aux situations où on cherche à déterminer les dates d'exécution des opérations à réaliser sur chaque produit, dès que sa commande arrive, *sans connaître les commandes futures et sans remettre en question les ordonnancements antérieurs*. Par rapport à certaines situations pratiques, ces deux hypothèses sont fortes et leur remise en question ouvre deux directions de recherche.

En pratique même si les futures commandes ne sont pas connues de manière certaine, l'historique des produits réalisés permet de **prévoir les futurs produits qui seront à réaliser**. Dans le cas de produits ayant la même gamme linéaire de fabrication, pour éviter de générer des périodes d'oisiveté des ressources, il est nécessaire de regrouper les produits semblables (i.e. ayant les mêmes durées opératoires par machine). Pour autant, même dans des situations simples, obtenir des algorithmes à garantie de performance est difficile. Pour ces problèmes, une piste intéressante concerne des méthodes où une partie des décisions sont aléatoires...

La **remise en cause de l'ordonnancement des produits précédemment ordonnancés** est parfois permise dans une certaine mesure. Souvent seules les dates de début de fabrication des produits sont remises en cause, sans que l'ordre de réalisation des produits puisse être modifié. Dans de telles situations, si tous les produits ont la même gamme linéaire de fabrication, alors l'algorithme basé sur l'optimisation du *makespan* (Critère 1) fournit le meilleur ordonnancement possible. Sinon, il existe de nombreux types de gammes de produits pour lesquelles on ne connaît pas de bons algorithmes en temps réel bien que le champ d'application soit large. Dans les autres situations où l'ordre de réalisation des produits peut être remis en cause, toute la "combinatoire" des problèmes d'ordonnancement *off-line* apparaît en temps réel. Dans le contexte temps réel qui impose un temps de résolution très réduit, des heuristiques rapides à garantie de performance doivent être encore proposées pour résoudre ces problèmes NP-difficiles.



# **CHAPITRE III. GESTION DE SYSTEMES DE TRANSPORT EN LIBRE-SERVICE**

Sommaire :

## **CHAPITRE III. GESTION DE SYSTÈMES DE TRANSPORT EN LIBRE-SERVICE**

### **III.1. CONTEXTE**

#### **III.1.1. Environnement d'étude**

#### **III.1.2. Champ d'étude et enjeux**

### **III.2. PRINCIPAUX RÉSULTATS**

#### **III.2.1. Apports en modélisation**

##### III.2.1.1. Deux politiques de redistribution des véhicules

##### III.2.1.2. Politique de gestion des charges électriques

#### **III.2.2. Résultats théoriques**

##### III.2.2.1. Identification de l'insatisfaction liée au seuil de recharge

##### III.2.2.2. Rééquilibrage systématique

##### III.2.2.3. Rééquilibrage réactif

#### **III.2.3. Résultats expérimentaux et retombées économiques**

##### III.2.3.1. Politique de redistribution des véhicules

##### III.2.3.2. Politique de gestion des charges électriques

### **III.3. DIRECTIONS DE RECHERCHE FUTURES**



## III.1. CONTEXTE

### III.1.1. Environnement d'étude

Nous avons implémenté une dizaine d'heuristiques classiques pour le Problème du Voyageur de Commerce lors de mon projet informatique en DEUG à l'[IMA](#). Nous avons abordé des problématiques concrètes de logistique en étudiant un système de voitures électriques en libre-service à mon arrivée à l'[INRIA](#) en 1996 en tant que doctorant. En effet, l'action [Praxitèle](#) menée par Michel PARENT [\[3.2.7\]](#) entre [CGEA](#), [Dassault Electronique](#), [EDF](#), [INRETS](#), [INRIA](#) et [Renault](#) avait pour objet d'expérimenter un tel système à Saint-Quentin (78). Jean-Marie PROTH a proposé de fournir des méthodes de régulation du système. C'est dans ce cadre que Névine HAFEZ [\[2.1, 2.3, 3.1.1, 3.2.1, 3.2.7, 3.4.1, 3.5.2, 4.4, 4.8\]](#) a préparé sa thèse <sup>14</sup>. Nathalie SAUER de l'[EMN](#) (Ecole des Mines de Nantes) [\[2.1\]](#) et Ahmedou OULD HAOUBA, Doyen de l'Université de Nouakchott (Mauritanie) [\[4.8\]](#) ont participé à ce travail ainsi que plusieurs stagiaires Jean-Marc FEVRIER, Olivier FLORIAN et Laurent VALLAR. Une partie de ces recherches a été développée lors du projet de coopération et d'enseignement européen [Tempus Phare](#) à l'[Université de Cracovie](#), Zakopane (Pologne) [\[3.1.1\]](#). Ces études ont également servi de base à des vacances dispensées au DEA [GSI](#) et au Mastère [GI](#) (Génie Industriel) à l'[ECP](#) (Ecole Centrale de Paris) sur la gestion et l'optimisation de systèmes de transport.

### III.1.2. Champ d'étude et enjeux

Le système étudié propose des voitures électriques mises en libre-service. Il est composé de stations où les clients peuvent emprunter une voiture pour se déplacer. Les clients rendent leur voiture dans la station où ils arrivent et d'autres clients pourront l'utiliser. Les usagers peuvent ainsi se déplacer dans toute la ville où sont réparties les stations. Ce système offre aux usagers un mode de transport complémentaire de ceux qui existent. Il est plus économique que les transports individuels, et plus flexible que les transports en commun. Une première expérimentation de ce système a été réalisée à Saint-Quentin (78) de 1997 à 1999. Le système est novateur tant du point de vue des procédés techniques (système de recharge électrique par induction...) que du concept (système libre-service). Aussi les études qui ont été menées sont totalement originales.

Il n'est pas possible de laisser un tel système de voitures en libre-service évoluer sans intervention extérieure. En effet, les déplacements quotidiens des usagers tendent à regrouper les voitures dans certaines stations, proches des entreprises le matin, et proches d'une gare le soir, par exemple. Il est donc nécessaire de **redistribuer les véhicules** dans le système pour éviter la **pénurie** de voitures dans certaines stations ou, à l'inverse, l'**engorgement** dans d'autres du fait un nombre limité de places de stationnement. Hormis la redistribution des voitures, l'autre élément important à prendre en compte est la **faible autonomie des voitures électriques** (qui peuvent parcourir moins de 100 km une fois rechargées). Les avantages des véhicules électriques (non polluants et silencieux) ont conduit à les choisir pour l'expérimentation en milieu urbain. Mais il faut pallier leur inconvénient et éviter de se trouver en panne d'électricité.

---

<sup>14</sup> HAFEZ N. (1999), "Conditions d'équilibre et gestion d'unités de transport en libre service avec demandes aléatoires", thèse de doctorat, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique ([INRIA](#)), Université de Metz, Metz (France), 1<sup>er</sup> octobre 1999, pp. 186.

## III.2. PRINCIPAUX RESULTATS

### III.2.1. Apports en modélisation

#### III.2.1.1. Deux politiques de redistribution des véhicules

Nous avons imaginé deux approches de redistribution de manière à assurer la viabilité du système à long terme et à satisfaire le plus d'utilisateurs possibles. A notre connaissance, une seule autre approche basée sur la théorie du contrôle optimal<sup>15</sup> a été proposée.

La première est le **rééquilibrage systématique**. Cette redistribution consiste à déplacer sans discontinuer les voitures entre les stations. Nous supposons dans la suite que cette redistribution se fait au moyen d'un camion qui se déplace de station en station suivant un itinéraire prédéterminé.

La seconde est le **rééquilibrage réactif**. Cette redistribution consiste à détecter les pénuries ou les engorgements avant qu'ils ne se produisent. Ensuite, on détermine comment redistribuer les voitures de manière à satisfaire au mieux les demandes futures des utilisateurs. Enfin, on met en place le plan de transport qui va permettre de redistribuer les voitures le plus rapidement possible et au moindre coût.

Afin de mettre en œuvre le rééquilibrage réactif, nous avons défini, pour chaque station  $i$  et chaque instant  $t$ , des **niveaux défavorables minimaux et maximaux** aussi appelés états défavorables, qui permettent de détecter les pénuries ou les engorgements avant qu'ils ne se produisent. Le niveau minimal  $m_{i,t}(H, \nu)$  est le nombre de voitures au-dessous duquel la probabilité d'avoir une pénurie dans la station  $i$  avant l'horizon  $H$  est supérieure à un seuil de probabilité  $\nu$  (en l'absence de rééquilibrage). De manière similaire, le niveau maximal  $M_{i,t}(H, \nu)$  est le niveau pour lequel la probabilité d'avoir un engorgement sur l'horizon  $H$  vaut  $\nu$ . Typiquement on recherche préalablement  $m_{i,t}(90 \text{ mn}, 30\%)$  et  $M_{i,t}(90 \text{ mn}, 30\%)$  [3.4.1, 3.5.2]. Si le nombre de voitures dans un des sites  $i$  à un instant donné  $t$  atteint une des deux limites, on déclenche le rééquilibrage.

Nous avons également défini, pour chaque instant  $t$ , des **états favorables** pour redistribuer les voitures de manière à satisfaire le mieux possibles les utilisateurs. L'état favorable  $e_i(h, \mu)$  est une répartition des voitures dans les stations qui permet au système de bien fonctionner (sans rééquilibrage) d'ici l'horizon  $h$  avec une probabilité supérieure à  $\mu$ . De même, l'état le plus favorable  $e^*_i(h)$  est la répartition des voitures dans les stations qui permet au système de bien fonctionner avec une probabilité maximale d'ici l'horizon  $h$ .

Typiquement on recherche préalablement  $e_i(120 \text{ mn}, 95\%)$  et  $e^*_i(240 \text{ mn})$  [3.4.1, 3.5.2]. Quand on déclenche un rééquilibrage, on redistribue les voitures dans un état favorable. Cet état est

---

<sup>15</sup> ALLAL C., GOURSAT M., QUADRAT J.-P. (1993), "Modélisation de la commande d'une flotte de petits véhicules urbains", Colloque Maghrébin des Mathématiques Numériques de L'ingénieur, Alger (Algérie).

celui qui permettra au système de fonctionner le mieux possible i.e.  $e^*_i$  (240 mn). Une alternative est de choisir l'état favorable de l'ensemble  $e_i$  (120 mn, 95%) le plus facile à obtenir à partir de la situation courante.

### III.2.1.2. Politique de gestion des charges électriques

L'autonomie limitée des véhicules électriques (environ 80 km) impose de mettre au point des politiques de recharge d'énergie de manière à éviter tout arrêt par manque d'énergie électrique. Nous avons proposé [2.3, 4.4] une politique simple à mettre en œuvre définie à partir d'un **niveau de recharge  $s$**  au-dessus duquel une voiture est autorisée à quitter une station. Ce **seuil  $s$  est déterminé de manière à minimiser l'insatisfaction totale des clients  $T(s)$** .

Cette insatisfaction totale est le cumul de deux insatisfactions, celle qu'un client **ne soit pas servi** (parce que les voitures dans la station **n'ont pas une charge suffisante**) et celle qu'un client **tombe en panne pendant un déplacement**. Bien sûr, plus le seuil de recharge est élevé, plus les clients seront mécontents d'attendre et moins les voitures tomberont en panne. L'insatisfaction due à l'attente dépend de  $E[A(s)]$ , l'espérance du nombre de personnes non servies du fait que des voitures ont un niveau de charge inférieur au seuil  $s$ . L'insatisfaction due aux pannes dépend de  $E[P(s)]$ , l'espérance du nombre de voitures qui vont tomber en panne (alors qu'elles ont un niveau de charge supérieur au seuil  $s$ ). Aussi notre modèle correspond à minimiser :

$$\text{Équation III.1 : } T(s) = c_A E[A(s)] + c_P E[P(s)]$$

Dans cette équation,  $c_A$  et  $c_P$  sont les coûts unitaires de mécontentement des clients dus respectivement à l'attente et aux pannes (i.e. coût de remorquage de la voiture déchargée, indemnisation du client, etc.).

### III.2.2. Résultats théoriques

Des études ont permis d'établir le temps d'attente moyen d'un client <sup>16 17</sup> ainsi qu'une condition nécessaire et suffisante de stabilité <sup>18</sup> à partir de modèles de polling. Le nombre optimal de voitures du système a également été déterminé dans le cadre d'un réseau BCMP <sup>19</sup>. Nous avons cherché à mesurer et maximiser la satisfaction de l'ensemble des usagers. Pour cela nous supposons l'indépendance des arrivées de voitures dans chaque station avec le service des voitures dans d'autres. Quand le régime permanent est établi, cette hypothèse se trouve vérifiée.

---

<sup>16</sup> LEVY H., SIDI M. (1990), "Polling systems: applications, modeling and optimization", *IEEE Transactions and Automatic Control*, Vol. 38, pp. 1750-1760.

<sup>17</sup> FAYOLLE G., LASGOUTTES J.-M. (1995), "A state-dependent polling model with markovian routing", *The IMA Volumes in Mathematics and Its Applications, Stochastic Networks*, 71.

<sup>18</sup> FRICKER C., JAIBI M. (1990), "Stability of multi-server-polling models with markovian routing", rapport de recherche, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique ([INRIA](#)), Le Chesnay (France), 2278.

<sup>19</sup> FAYOLLE G., LASGOUTTES J.-M. (1995), "Limit laws for large product-form networks: connections with the central limit theorem", rapport de recherche, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique ([INRIA](#)), Le Chesnay (France), 2513.

## III.2.2.1. Identification de l'insatisfaction liée au seuil de recharge

Nous avons défini l'**insatisfaction totale des clients**  $T(s)$  par l'Équation III.1 et démontré [2.3, 4.4] qu'elle peut s'exprimer aussi par l'Équation III.2 en fonction de :

- $q_P(s)$ , la probabilité qu'une voiture tombe en panne pendant un déplacement et
- $E[D]$ , l'espérance de la demande de voitures par les clients.

$$\text{Équation III.2 : } T(s) = c_P q_P(s) E[D] - [c_P q_P(s) - c_A] E[A(s)]$$

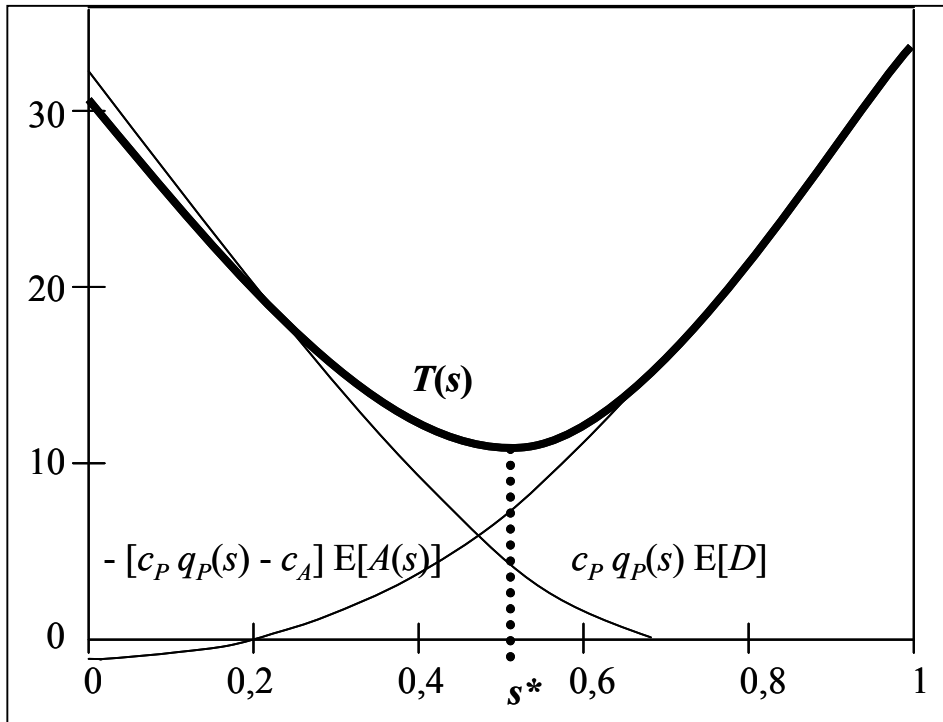


Figure III.1 : Insatisfaction totale des clients

Cette égalité indique que l'insatisfaction est la différence entre le mécontentement dû aux pannes que l'on aurait si on satisfaisait toutes les demandes, et la satisfaction de ne pas tomber en panne alors que les clients sont retenus à la station. Cette égalité découle de l'équation  $E[P(s)] = q_P(s) [E[D] - E[A(s)]]$  que nous avons également établie.

## III.2.2.2. Rééquilibrage systématique

Nous avons étudié comment optimiser le **rééquilibrage systématique** au moyen d'un camion qui se déplace suivant un **circuit élémentaire** (i.e. ne passant qu'une seule fois par chaque station) prédéterminé. Il faut alors déterminer à chaque arrêt  $i$  du camion dans une station le nombre  $n_i$  de voitures à décharger ou charger. Nous avons montré que **nous pouvons maximiser l'espérance du nombre de clients servis pendant ce circuit par programmation dynamique** [3.2.7, 4.8].

En effet, les décisions à prendre en chacune des stations ne sont liées que par le nombre de places dans le camion (si on fait l'hypothèse d'indépendance des arrivées de voitures dans chaque station). Aussi on définit  $G_i(n_i)$  comme le nombre moyen de clients servis sur le circuit jusqu'à

l'arrêt  $i$  correspondant au nombre  $n_i$  de voitures déchargées (ou chargées) du camion à cet arrêt  $i$ . A partir des  $G_{i-1}(\cdot)$  (i.e. gains moyens sur le circuit jusqu'à l'arrêt précédent  $i$ ) et à partir de  $g_i(m)$ , le nombre moyen de clients (nombre donné) qui pourront être servis grâce au  $m$  voitures déchargées du camion, on peut évaluer  $G_i(n_i)$ . Cet algorithme nécessite seulement  $O(kC)$  calculs élémentaires et une place mémoire de  $O(C)$  mots où  $k$  et  $C$  désignent respectivement le nombre d'arrêts et la capacité du camion.

Nous avons depuis **étendu la résolution du rééquilibrage systématique aux autres situations** où on cherche à maximiser le nombre de clients servis à chacun des  $k$  prochains arrêts du camion (incluant la possibilité d'arrêts multiples dans une même station). Nous n'avons considéré que le cas de pénurie de voitures et négligé les engorgements. Nous avons également fait l'hypothèse légitime que  $g_i(n_i) \leq g_i(n_i + 1)$ , i.e. le nombre moyen de clients servis augmentent avec le nombre de voitures déchargées du camion.

Nous avons démontré que ce problème pouvait être modélisé par un programme linéaire. Les variables de décision sont d'une part  $n_i$ , le nombre de voitures déchargées à l'arrêt  $i$  et d'autre part, les booléens  $b_{i,n}$ , qui indiquent si le nombre total de voitures déchargées au cours des arrêts successifs dans une même station dépassent un niveau donné  $n$  de voitures. Des contraintes de conservation des voitures lient les variables  $n_i$  et les booléens  $b_{i,n}$ . Les autres contraintes sont celles induites par la capacité limitée du camion et les bornes des variables.

Nous avons démontré que **la matrice des contraintes a la propriété d'être totalement unimodulaire**<sup>20</sup> et que le **problème pouvait être transformé en un problème de minimisation du coût d'acheminement d'un flot dans un réseau**. Le nombre d'arcs du réseau à optimiser dépend de  $N$ , le nombre de voitures dans le système, de  $k$ , le nombre d'arrêts. Par conséquent, vu qu'il existe des algorithmes polynomiaux de minimisation du coût d'acheminement d'un flot dans un réseau<sup>21</sup>, **le rééquilibrage systématique des voitures** dans le système peut être réalisé en temps réel en un **temps polynomial de  $N$  et  $k$** .

Si on fait l'hypothèse supplémentaire que le gain moyen apporté par une voiture est identique quel que soit le nombre de voitures déjà déchargées à l'arrêt  $i$  (i.e.  $g_i(n+1) - g_i(n) = \Delta g_i$ ), alors le nombre d'arcs du réseau ne dépend que de  $k$ , le nombre d'arrêts. Ces résultats n'ont pas encore été publiés.

### III.2.2.3. Rééquilibrage réactif

Dans le cadre d'un **rééquilibrage réactif**, on détecte les pénuries ou les engorgements avant qu'ils ne se produisent grâce aux niveaux défavorables minimal et maximal, et on redistribue alors les voitures dans un état favorable de manière à satisfaire au mieux les demandes futures des utilisateurs.

Nous avons **montré comment calculer ces états (favorables et défavorables) dans le cas où**

---

<sup>20</sup> CHVATAL V. (1946), "*Linear Programming*", W.H. Freeman.

<sup>21</sup> ORLIN J. B., AHUJA R. K., MAGNANTI T. L. (1993), "*Networks Flows: Theory, Algorithms and Applications*", Prentice Hall.

les demandes suivraient une loi normale [2.1, 3.2.1].

**Sans des hypothèses simplificatrices**, il est nécessaire de simuler finement le système pour pouvoir déterminer les niveaux défavorables minimal  $m_{i,t}(H, \nu)$  et  $M_{i,t}(H, \nu)$ , ainsi que les états favorables  $e_i(h, \mu)$  et  $e^*_i(h)$ . Ces états peuvent être pré-calculés et utilisés au cours du temps pour détecter les situations à risque et redistribuer les voitures. En simulant l'évolution d'un système à partir d'une répartition initiale donnée, on peut déterminer si cette répartition est un état favorable ou défavorable.

Il faut un grand nombre (de l'ordre du millier) de simulations pour pouvoir déterminer si un état initial à un instant donné  $t$  est un état favorable  $e_i(h, \mu)$ . Or, il y a 96 périodes de 15 minutes dans une journée et il existe 316 251 répartitions possibles de 50 voitures dans 5 stations. Il faudrait de l'ordre de 30 000 000 000 simulations pour déterminer tous les états favorables par quart d'heure sur une seule journée ! NB Le nombre de répartitions possibles de  $N$  voitures dans  $K$  stations est  $R(N, K) = \sum_{0 \leq n \leq N} R(n, K-1)$  pour  $K > 1$  et  $R(N, 1) = 1$ .

Aussi nous avons proposé une méthode pour réduire le nombre de simulations de manière drastique. L'idée est, pour une simulation, d'induire l'ensemble des états favorables et défavorables. Aussi plutôt que de partir d'un état initial, les voitures sont distribuées au cours de la simulation de manière à satisfaire les demandes tout en évitant les engorgements. A partir des voitures non affectées et des places de parking jamais utilisées au cours de la simulation, on peut déterminer tous les états favorables ainsi que les niveaux défavorables. **Cette *simulation inductive* permet de déterminer tous les états en un temps de calcul réduit par 300 000 !**

Pour redistribuer les voitures dans un état favorable, on doit établir un plan de transport des véhicules. Même dans le cas où l'état favorable  $e^*_i(h)$  est donné, déterminer comment redistribuer les voitures le plus rapidement possible est un problème NP-difficile (au sens fort). En particulier si, pour obtenir  $e^*_i(h)$ , on doit déposer une voiture dans chaque site, la redistribution des voitures est le Problème du Voyageur de Commerce.

Pour redistribuer les voitures et atteindre un état  $e^*_i(h)$  donné, des méthodes de résolution exacte ont été proposées<sup>22</sup>. Aussi étant donné que le plan de transport doit être établi en temps réel, nous avons opté pour des heuristiques rapides de temps de calcul polynomial. Nous avons établi de telles heuristiques à partir de différents critères : "au plus proche", "en service groupé", etc. La solution d'un problème de transport nous a aussi permis d'obtenir de très bonnes solutions réalisables en temps polynomial [3.4.1, 3.5.2].

---

<sup>22</sup> MOSHE D., FORTIN D., ROUCAIROL C. (1998), "*Redistribution of self-service cars: A case of pickup and delivery*", rapport technique, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique (INRIA), Le Chesnay (France), 3543.

### III.2.3. Résultats expérimentaux et retombées économiques

#### III.2.3.1. Politique de redistribution des véhicules

Les différentes **politiques de gestion** du système en libre-service proposées, de manière à maximiser la satisfaction des usagers, ont été validées à l'aide d'un simulateur que nous avons développé. Nous avons reproduit les caractéristiques de l'expérimentation menée avec le soutien du ministère de l'environnement à Saint-Quentin-en-Yvelines.

Nous avons simulé l'évolution du système en libre-service avec un **rééquilibrage réactif**. La Figure III.2 reproduit l'évolution d'une journée type. Le *taux de demande* donne la proportion des demandes exprimées pendant une période par rapport au nombre maximal possible. Le *taux de satisfaction instantanée* caractérise la proportion de demandes satisfaites pendant une période par rapport au nombre de demandes exprimées. Quant au *taux de service*, il représente la proportion de demandes satisfaites depuis le début de la journée par rapport au nombre de demandes exprimées. Nous avons constaté que la politique de rééquilibrage réactif permettait de répondre de manière satisfaisante aux contraintes opérationnelles et **d'atteindre un niveau de plus de 80 % de demande satisfaite** [3.4.1].

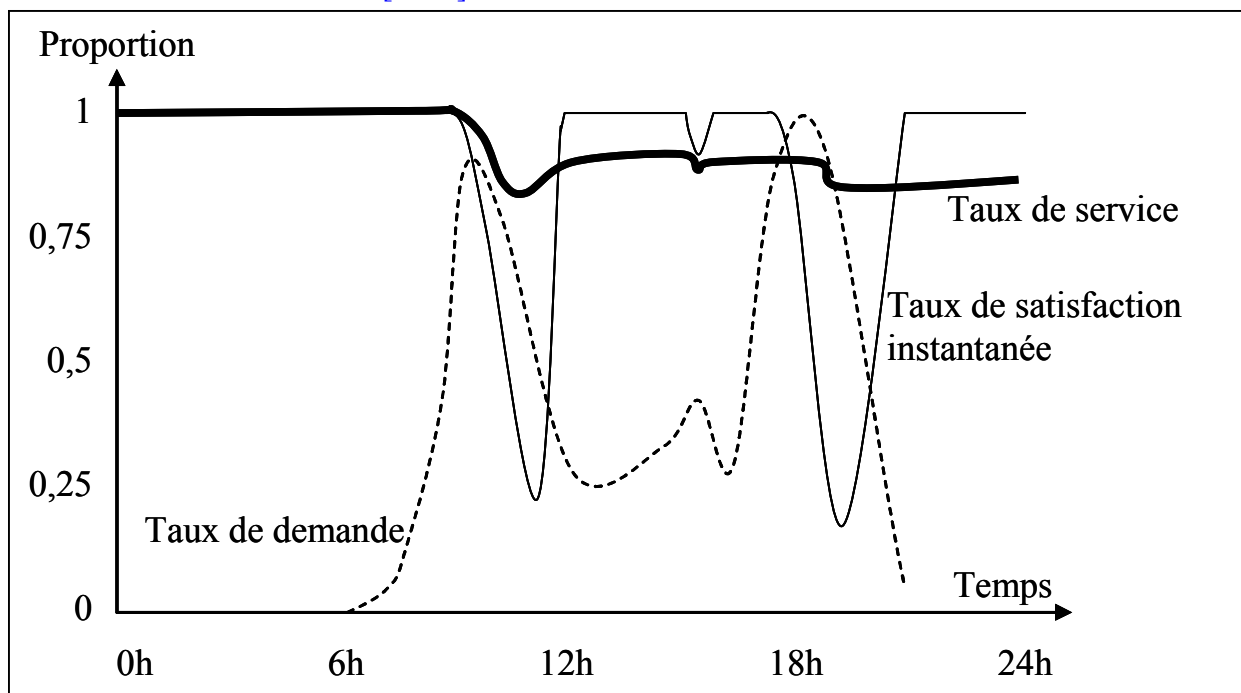


Figure III.2 : Evolution de la satisfaction au cours d'une journée

#### III.2.3.2. Politique de gestion des charges électriques

Nous avons voulu mesurer l'importance de la limitation de l'autonomie des véhicules électriques sur la viabilité du système. Pour cela, nous avons mesuré l'effet réel d'un nombre réduit de voitures sur le taux de service en se basant sur les données d'une journée répétée pendant un mois [3.4.1].

La Figure III.3 donne le taux de service atteint pour différents nombres de voitures dans le système. Avec prise en compte de la charge, on observe que 30 véhicules sont nécessaires pour

atteindre un niveau de service suffisant. Dans le cas (théorique) où la charge électrique des voitures n'est pas limitée, un nombre de voitures supérieur à 20 suffit pour garantir un niveau de service équivalent. Par conséquent en deçà de 30 voitures, l'énergie électrique de l'ensemble des voitures n'est pas suffisante pour couvrir les besoins d'une journée. Aussi la charge apparaît comme l'élément dimensionnant le système ! Dans tous les cas, on obtient un niveau de service quasiment équivalent de 35 à 60 voitures. Au-delà le nombre de voitures est trop important pour permettre aux clients de se garer sans encombrement. Dans le cas d'une charge électrique illimitée, la courbe de service est symétrique. On obtient alors un service de qualité dès 25 voitures.

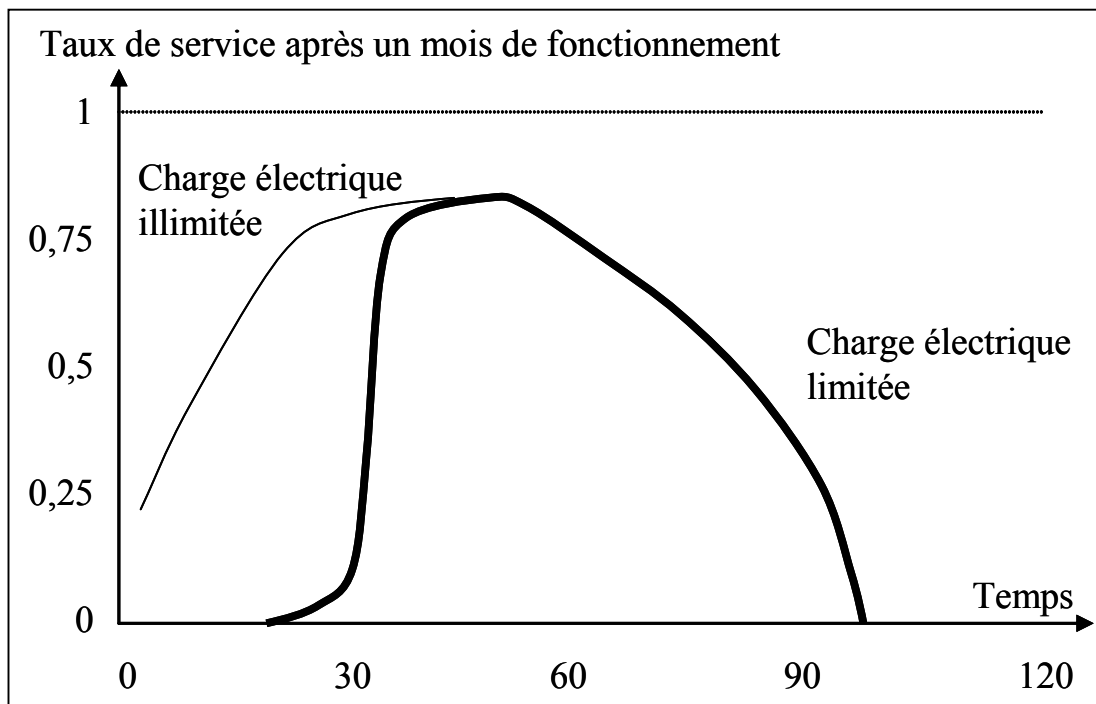


Figure III.3 : Taux de service en fonction du nombre de véhicules

### III.3. DIRECTIONS DE RECHERCHE FUTURES

Pour gérer ce système en libre-service, il m'a fallu appréhender des techniques autres que l'optimisation, issues de l'évaluation de performance, de la théorie des files d'attente et des processus stochastiques. Aussi de tels enrichissements personnels génèrent de nouvelles problématiques et de nouveaux champs de recherche.

Une question intéressante à laquelle nous n'avons pas cherché à répondre et de mesurer si le rééquilibrage réactif apporte beaucoup plus que le rééquilibrage systématique.



