



HAL
open science

Modélisation et observabilité des machines électriques en vue de la commande sans capteur mécanique

Mohamad Koteich

► **To cite this version:**

Mohamad Koteich. Modélisation et observabilité des machines électriques en vue de la commande sans capteur mécanique. Automatique / Robotique. Université Paris-Saclay, Centrale Supélec, 2016. Français. NNT : 2016SACLC043 . tel-01320377v1

HAL Id: tel-01320377

<https://hal.science/tel-01320377v1>

Submitted on 23 May 2016 (v1), last revised 28 Jul 2016 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NNT : 2016SACL043

THÈSE DE DOCTORAT
DE
L'UNIVERSITÉ PARIS-SACLAY
PRÉPARÉE À
CENTRALESUPÉLEC

ECOLE DOCTORALE N° 580
Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication (STIC)

Spécialité de doctorat : AUTOMATIQUE

Par

Mohamad KOTEICH

**Modélisation et Observabilité des Machines Électriques
en vue de la commande sans capteur mécanique**

Thèse présentée et soutenue à Gif-sur-Yvette, le 18 mai 2016 :

Composition du Jury :

M. Eric MONMASSON	Professeur des Universités, SATIE, Univ. de Cergy-Pontoise	Président
M. Jean-Pierre BARBOT	Professeur des Universités, ECS-Lab, ENSEA	Rapporteur
M. Guy CLERC	Professeur des Universités, Univ. Claude Bernard Lyon I	Rapporteur
M. Maurice FADEL	Professeur, ENSEEIHT, Laboratoire LAPLACE	Examineur
M. Philippe MARTIN	Enseignant-Chercheur, CAS, Ecole des Mines de Paris	Examineur
M. Gilles DUC	Professeur, L2S, CentraleSupélec	Directeur de thèse
M. Guillaume SANDOU	Professeur, L2S, CentraleSupélec	Co-encadrant
M. Abdelmalek MALOUM	Docteur, Renault s.a.s.	Co-encadrant

Page laissée intentionnellement vide.

MOHAMAD KOTEICH

Groupe Renault – R&D

DEA-MEE9 – 66732

FR TCR RUC 360

1 Avenue du Golf

78084, Guyancourt, France

E-mail :

mohamad.koteich@renault.com

mohamad.koteich@gmail.com

Tél : + 33 1 76 84 13 56

Site web :

www.mohamadkoteich.com



Page laissée intentionnellement vide.

à Maryam



Page laissée intentionnellement vide.

REMERCIEMENTS

Cette thèse a été réalisée entre juin 2013 et mai 2016 dans le cadre d'une convention Cifre entre Renault et CentraleSupélec (Laboratoire des Signaux et Système - L2S). Le travail présenté dans ce rapport n'aurait pu être réalisé sans la contribution et le soutien de nombreuses personnes auxquelles je souhaite exprimer ma gratitude.

Je remercie mes encadrants de thèse à CentraleSupélec, M. Gilles Duc, mon directeur de thèse, et M. Guillaume Sandou, co-encadrant. Je les remercie pour m'avoir proposé cette thèse, pour la confiance qu'ils m'ont accordée, et pour leurs conseils et remarques précieux. Je les remercie également pour tout ce qu'ils m'ont apporté en tant que professeurs durant mon Master ATSI.

Je tiens à remercier M. Abdelmalek Maloum, chef de l'équipe contrôle de l'électronique de puissance chez Renault, et tuteur industriel de thèse, de m'avoir accueilli dans son équipe, pour l'ambiance très agréable qu'il a su créer et entretenir, et pour le temps qu'il a consacré dans le suivi de mes travaux. Je le remercie également pour sa confiance qui m'a permis de poursuivre ma carrière chez Renault.

Je remercie M. Eric Monmasson d'avoir eu la gentillesse d'accepter de présider le jury de soutenance de thèse.

Je remercie M. Jean-Pierre Barbot et M. Guy Clerc d'avoir accepté de juger mon travail en tant que rapporteurs.

Je remercie M. Maurice Fadel et M. Philippe Martin d'avoir accepté de faire partie du jury.

Je remercie mes collègues Renault qui ont contribué à ce travail d'une manière directe, Ahmed Ketfi-Chérif, Edouard Nègre et Ludovic Mérienne, et d'une manière indirecte, Thomas, Djali, Najib, Electre, Ion, Pedro, Thibaut, Aitor, Cédric, Rija, Philippe. . .

Je remercie mes collègues à CentraleSupélec, dans les différents départements (y compris le département de langues) pour leur accueil chaleureux et l'ambiance agréable, Merci à Djawad, Seif, Anh, Andreea, Mircea, Sofiane, Guillaume, Imad, Marjorie, Miassa, Tri, Rajesh, Sophie. . .

Je remercie particulièrement mes amis Libanais pour leur soutien précieux, Moussa, M. Toufayli, Alaa, M. El-Khatib, Mostafa, Houssein, Azary, Nidal, Mahmoud, Jad, Maya, Ahmad, Nadim, Issa. . .

Je suis très reconnaissant à ma famille, tout particulièrement mes parents, pour leur soutien inconditionnel et constant. . . Mes remerciements les plus chaleureux vont à mon épouse, et à notre fille que nous attendons. . .



Page laissée intentionnellement vide.

Table des matières

Table des matières	vii
Table des figures	xi
Notations	xv
Introduction Générale	1
I Modélisation des machines électriques en vue de la commande	9
1 Introduction aux machines électriques tournantes	11
1.1 Structure des machines électriques	12
1.2 Les machines DC	13
1.3 Les machines AC	14
1.4 Aperçu bibliographique	16
2 Principes de modélisation des machines à courant alternatif	17
2.1 Introduction	17
2.2 Mise en équation d'une machine AC	18
2.2.1 Principe de fonctionnement	19
2.2.2 Hypothèses de modélisation	19
2.2.3 Equations magnétiques	20
2.2.4 Équations électriques	22
2.2.5 Equations mécaniques	23
2.2.6 Représentation d'état	25
2.3 Théorie des deux circuits	25
2.3.1 Avantages de la représentation par deux circuits	27
2.3.2 Cas des machines triphasées	27
2.3.3 Propriétés des matrices de transformation	29

TABLE DES MATIÈRES

3	Modélisation de la machine asynchrone	31
3.1	Structure et principe de fonctionnement	31
3.2	Mise en équation	33
3.2.1	Equations magnétiques	33
3.2.2	Equations électriques	34
3.2.3	Couple électromagnétique	34
3.3	Modélisation dans un repère diphasé	35
3.3.1	Modélisation dans un repère quelconque $d_a q_a$	35
3.3.2	Modélisation dans les différents repères diphasés	37
3.4	Représentation d'état	38
3.4.1	Modèle mécanique	38
3.4.2	Modèle électrique	39
4	Modélisation des machines synchrones	41
4.1	Structure et principe de fonctionnement	42
4.2	Mise en équation	44
4.2.1	Equations magnétiques	44
4.2.2	Équations électriques	45
4.2.3	Couple électromagnétique	45
4.3	Modélisation dans un repère diphasé	46
4.3.1	Modélisation dans le repère fixe du stator	46
4.3.2	Modélisation dans le repère tournant du rotor	49
4.4	Modèles des autres machines synchrones	53
5	Modélisation unifiée des machines AC	55
5.1	Motivation	57
5.2	Concept du <i>Flux Équivalent</i>	59
5.2.1	Machines synchrones	60
5.2.2	Machine asynchrone	64
5.3	Observateur unifié des machines AC	66
5.3.1	Estimation par <i>Flux Équivalent</i>	66
5.3.2	Observateur du <i>Flux Équivalent</i>	67
6	Conclusions sur la modélisation des machines AC	71
II Observabilité des machines électriques en vue de la commande <i>sensorless</i>		73
7	Introduction à l'observation des machines électriques	75
7.1	Limitations et défis	76

TABLE DES MATIÈRES

7.2	Aperçu bibliographique	77
7.2.1	Observabilité et Observateur	77
7.2.2	Observabilité des machines asynchrones	78
7.2.3	Observabilité des machines synchrones	80
7.3	Contribution	81
8	Observation des systèmes dynamiques	83
8.1	Préliminaires	83
8.1.1	Modèle du système à observer	84
8.1.2	Principe d'observation	84
8.1.3	Problème d'observabilité	85
8.2	Synthèse d'observateur	85
8.2.1	Observateur de Luenberger	86
8.2.2	Observateur local	87
8.2.3	Filtre de Kalman	88
8.3	Observabilité des systèmes dynamiques	90
8.3.1	Observabilité au sens global	91
8.3.2	Observabilité locale faible	92
8.3.3	Observabilité au sens du rang	92
8.4	Exemple introductif : machines DC	94
8.4.1	Machine DC à aimant	94
8.4.2	Machine DC série	95
8.4.3	Synthèse d'observateur	96
9	Observabilité des machines asynchrones	101
9.1	Modèle d'état	102
9.1.1	Etude d'observabilité	102
9.1.2	Changement de variable	103
9.2	Observabilité des flux rotoriques	103
9.3	Observabilité de la vitesse du rotor	104
9.4	Identifiabilité de la résistance rotorique	108
9.5	Résultats de simulation	110
9.6	Résultats expérimentaux	114
10	Observabilité des machines synchrones à rotor bobiné	119
10.1	Modèle d'état	120
10.2	Matrice d'observabilité	121
10.3	Calcul du déterminant	122
10.4	Vecteur d'observabilité	124
10.4.1	Condition d'observabilité	125
10.4.2	Observabilité à vitesse nulle	126

TABLE DES MATIÈRES

10.5 Résultats de simulation	127
10.5.1 Observation sans injection HF	129
10.5.2 Observation avec injection HF	129
10.5.3 Choix du signal HF	131
10.6 Résultats expérimentaux	135
11 Observabilité des machines synchrones sans balais	141
11.1 Observabilité de la MSAP-PL	142
11.1.1 Observabilité du modèle électromécanique	142
11.1.2 Observabilité des F.É.M.	146
11.2 Observabilité de la MSAP-PS	147
11.2.1 Modèle électromécanique	147
11.2.2 Observabilité des F.E.M. étendues	148
11.3 Observabilité de la MSRV	150
12 Conclusions sur l'observabilité des machines AC	153
Conclusion Générale	155
Annexes	157
A Mise en équation des machines à courant continu	159
A.1 Machine à excitation séparée	159
A.2 Machine à aimant permanent	160
A.3 Machine à excitation série	160
A.4 Machine à excitation shunt	160
B Modèles des machines synchrones sans balais	161
B.1 MSAP à pôles saillants	161
B.2 MSAP à pôles lisses	163
B.3 MSRV	164
C Concept de f.é.m. étendue pour les machines synchrones	167
C.1 MSAP à pôles lisses	167
C.2 MSAP à pôles saillants	168
Bibliographie	183
Resumé	186

Table des figures

1	Célèbres contributeurs du XIXe siècle	2
2	Célèbres contributeurs du XXe siècle	3
3	Structure de commande avancée d'une machine AC.	4
4	Commande d'une machine AC sans capteur mécanique	5
5	Chercheurs ayant des contributions remarquables dans la commande <i>sensorless</i>	6
1.1	Dessin des deux parties d'une machine tournante	11
1.2	Coupe de la structure simplifiée des machines à pôles lisses et à pôles saillants.	12
1.3	Arbre des différentes familles des machines électriques	13
1.4	Schéma d'une machine DC	14
1.5	Exemples de différents types d'interaction entre le champ tournant et le rotor	15
2.1	Exemples de machines électriques tournantes.	18
2.2	Flux en fonction du courant	21
2.3	Bilan de Puissance pour une machine électrique	24
2.4	Différents repères diphasés pour une machine AC	26
2.5	Diagramme des différents repères pour une machine triphasée	28
3.1	Représentation des enroulements d'une machine à induction	32
3.2	Définition des angles dans le plan électrique	33
3.3	Définition des angles entre les repères diphasés	35
4.1	Machines synchrones avec différents types d'interaction champ tournant - rotor	41
4.2	Exemples de rotors des MSAP	42
4.3	Classification des machines synchrones	43
4.4	Représentation symbolique de la machine synchrone à rotor bobiné à pôles saillants	44

TABLE DES FIGURES

4.5	Représentation symbolique de la machine synchrone équivalente au sens de Concordia	47
4.6	Représentation symbolique de la machine synchrone équivalente au sens de Park	50
5.1	Représentation symbolique d'une MSAP-PL	57
5.2	Diagramme de Blondel de la MSAP-PL	58
5.3	Diagramme vectoriel du modèle unifié des machine AC.	60
5.4	Diagramme vectoriel de la MSRB	62
5.5	Représentation symbolique de : (a) la MSAP à pôles saillants et (b) la machine équivalente avec le flux équivalent.	63
5.6	Représentation symbolique de : (a) la MSRV et (b) la machine équivalente avec le flux équivalent.	63
5.7	Diagramme vectoriel de : (a) la MSAP-PS et (b) la MSRV.	64
5.8	Estimateur du flux équivalent par le modèle de tension.	66
5.9	Estimateur des grandeurs mécaniques à partir du flux équivalent estimé et du courant mesuré.	67
5.10	Observateur de flux équivalent pour la commande <i>sensorless</i>	68
5.11	Observateur de flux équivalent avec correction par le courant statorique.	68
5.12	Observateur de flux équivalent avec correction par le flux statorique.	69
7.1	Objectifs de l'observation pour les machines électriques	75
7.2	Structure générale de la commande <i>sensorless</i>	76
7.3	Schéma fonctionnel complexe de la partie électrique d'une machine asynchrone dans le repère du stator proposé par [Holtz, 1993]	79
7.4	Schéma fonctionnel complexe de la partie électrique d'une MSAP à pôles lisses dans le repère du stator	81
7.5	Les grandeurs pour lesquelles l'observabilité est étudiée	82
8.1	Observateur d'état	83
8.2	Observateur d'état pour un système linéaire	86
8.3	Filtre de Kalman étendu discret	90
8.4	Tension d'alimentation de l'induit	97
8.5	Couple résistant	97
8.6	Courant i_a circulant dans l'induit de chaque machine	98
8.7	Vitesse rotorique de la machine DC à aimant	98
8.8	Vitesse rotorique de la machine DC série	99
8.9	Couple résistant	99

TABLE DES FIGURES

9.1	Droite d'inobservabilité dans le plan (ω_e, C_m)	108
9.2	Tension statorique	110
9.3	Couple résistant	111
9.4	Vitesse rotorique	111
9.5	Flux rotoriques	111
9.6	Estimation du flux rotorique $\psi_{r\alpha_s}$	112
9.7	Estimation du flux rotorique $\psi_{r\beta_s}$	112
9.8	Estimation du couple résistant	113
9.9	Estimation de la vitesse rotorique	113
9.10	Tension statorique	115
9.11	Vitesse rotorique	115
9.12	Estimation du flux rotorique $\psi_{r\alpha_s}$	116
9.13	Estimation du flux rotorique $\psi_{r\beta_s}$	116
9.14	Estimation du couple résistant	116
9.15	Estimation de la vitesse rotorique	117
10.1	Illustration du vecteur d'observabilité	126
10.2	Exemples de vecteur d'observabilité pour des machines syn- chrones	127
10.3	Vitesse rotorique	128
10.4	Courants dans le repère dq	128
10.5	Estimation de la vitesse rotorique sans injection HF	129
10.6	Estimation de la position rotorique sans injection HF	130
10.7	Courants dans le repère dq	130
10.8	Estimation de la position rotorique avec injection HF	131
10.9	Vitesse angulaire du vecteur d'observabilité	131
10.10	Estimation de la vitesse rotorique avec injection HF	132
10.11	Erreur d'estimation de la vitesse rotorique	132
10.12	Estimation de la position rotorique à vitesse nulle avec injec- tion HF	133
10.13	Vitesse angulaire du vecteur d'observabilité avec injection	133
10.14	Estimation de la position rotorique à vitesse nulle avec injec- tion HF	134
10.15	Vitesse angulaire du vecteur d'observabilité avec injection	134
10.16	Couple électromagnétique	134
10.17	Courants de la machine dans le repère dq	136
10.18	Mesure de la vitesse rotorique	136
10.19	Estimation de la vitesse rotorique	137
10.20	Erreur d'estimation de la vitesse rotorique	137
10.21	Estimation de la position rotorique	137
10.22	Erreur d'estimation de la position rotorique	138

TABLE DES FIGURES

10.23	Différence entre la vitesse rotorique et celle du vecteur d'observabilité - image de la valeur du déterminant de la matrice d'observabilité	138
10.24	Erreur d'estimation de la vitesse rotorique	138
10.25	Erreur d'estimation de la position rotorique	139
10.26	Différence entre la vitesse rotorique et celle du vecteur d'observabilité - image de la valeur du déterminant de la matrice d'observabilité	139
11.1	Repère $\hat{d}\hat{q}$ dans lequel la composante HF est injectée	145
A.1	Représentation schématique d'une machine à courant continu	159
B.1	Représentation schématique d'une MSAP à pôles saillants . . .	162
B.2	Représentation schématique d'une MSAP à pôles lisses	163
B.3	Représentation schématique d'une MSR.V	165
C.1	Diagramme vectoriel de la MSAP (a) à pôles lisses et (b) à pôles saillants.	168

Notations

Soit x un signal physique, ou un vecteur de signaux physiques, variant avec le temps.

t	Variable temporelle
\dot{x}	Dérivée temporelle de x
\ddot{x}	Dérivée temporelle seconde de x
$x^{(n)}$	Dérivée temporelle d'ordre n de x
\hat{x}	Valeur estimée de x
\tilde{x}	Erreur d'estimation de x , i.e. $\tilde{x} = x - \hat{x}$
x_k	Composante de x suivant l'axe k
$\mathbf{x}(s)$	Transformé de Laplace de x
j	Imaginaire pur ($j = \sqrt{-1}$)
\underline{x}	Notation complexe de x
\underline{x}^*	Complexe conjugué de \underline{x}

Acronymes

DC	Courant continu (<i>Direct Current</i>)
AC	Courant alternatif (<i>Alternating Current</i>)
MI	Machine à induction (asynchrone)
MS	Machine synchrone
AP	Aimants permanents
RB	Rotor bobiné
RV	Réductance variable
PL	Pôles lisses
PS	Pôles saillants
HF	Haute Fréquence
f.é.m.	Force électromotrice

Matrices usuelles

\mathbf{I}_n	Matrice identité de dimension $n \times n$
$\mathbf{O}_{n \times m}$	Matrice nulle de dimension $n \times m$
$\mathbf{P}(\eta)$	Matrice de rotation d'angle η $\mathbf{P}(\eta) = \begin{bmatrix} \cos \eta & -\sin \eta \\ \sin \eta & \cos \eta \end{bmatrix}$
\mathbf{J}_2	Matrice de rotation d'angle $\pi/2$ $\mathbf{J}_2 = \mathbf{P}(\pi/2) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
\mathbf{K}_2	Matrice analogue à l'opération de conjugaison complexe $\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
\mathbf{C}_{32}^T	Matrice de transformation triphasé-diphase iso-amplitude $\mathbf{C}_{32}^T = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$
\mathbf{T}_{32}^T	Matrice de transformation triphasé-diphase iso-puissance $\mathbf{T}_{32}^T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$
$\mathcal{C}(\eta)$	Matrice de projection : $\mathcal{C}(\eta) = [\cos \eta \quad \sin \eta]^T$

Observation des systèmes dynamiques

x	Vecteur d'état
u	Vecteur d'entrée
y	Vecteur de sortie, $y = h(x)$
$\mathcal{I}(x)$	Ensemble des états indistinguables de x
$\mathcal{L}_f h(x)$	Dérivée de Lie d'une fonction $h(x)$ le long d'un champ de vecteurs f
\mathcal{S}_y	Espace d'observabilité associé à la sortie y
\mathcal{O}_y	Matrice d'observabilité associée à la sortie y
Δ	Déterminant de la matrice d'observabilité
\mathbf{K}	Matrice de gain d'observation
\mathbf{P}	Matrice de covariance de l'erreur d'estimation
\mathbf{Q}	Matrice de covariance du bruit d'état
\mathbf{R}	Matrice de covariance du bruit de mesure

Machines Électriques

Repères de modélisation

abc	Repère triphasé stationnaire d'une machine AC triphasée
$\alpha\beta$	Repère diphasé lié au stator d'une machine AC
dq	Repère diphasé lié au champ tournant d'une machine AC
d_aq_a	Repère diphasé arbitraire

$a_s b_s c_s$	Repère triphasé statorique d'une machine asynchrone triphasée
$a_r b_r c_r$	Repère triphasé rotorique d'une machine asynchrone triphasée
$\alpha_s \beta_s$	Repère diphasé lié au stator d'une machine asynchrone
$\alpha_r \beta_r$	Repère diphasé lié au rotor d'une machine asynchrone

Ces repères sont fixes ou tournants. Les positions et vitesses de rotation relatives de ces repères sont :

θ_a, ω_a	Position et vitesse angulaires du repère d_aq_a par rapport à $\alpha\beta$
θ, ω	Position et vitesse angulaires du repère dq par rapport à $\alpha\beta$ dans une machine AC
θ_s, ω_s	Position et vitesse angulaires du repère dq par rapport à $\alpha_s \beta_s$ dans une machine asynchrone
θ_e, ω_e	Position et vitesse angulaires du rotor par rapport à $\alpha_s \beta_s$ dans une machine asynchrone
θ_r, ω_r	Position et vitesse angulaires du champ tournant dq par rapport au repère rotorique $\alpha_r \beta_r$ dans une machine asynchrone

Grandeurs électromagnétiques

Notation scalaire

Le signal x correspond à l'une des grandeurs physiques suivantes :

ψ	Flux magnétique
i	Courant électrique
v	Tension électrique
e	Force électromotrice

Pour chacune de ces grandeurs, on note :

x_{pk}	Grandeur x du circuit p suivant l'axe k .
----------	---

L'indice p peut prendre les valeurs suivantes :

s	Circuit statorique dans une machine AC
r	Circuit rotorique dans une machine asynchrone
f	Circuit rotorique dans une machine synchrone
a	Circuit de l'induit (armature) dans une machine DC

Et l'indice k désigne un axe qui appartient à un référentiel réel (comme les axes triphasés) ou à un référentiel fictif (par exemple les repères d'axes diphasés). Les axes désignés par k sont ceux qui appartiennent aux repères présentés ci-dessus. Les axes les plus utilisés sont :

a,b,c	Composantes suivant les axes triphasés a , b et c
α,β	Composantes suivant les axes diphasés α et β
d,q	Composantes suivant les axes diphasés d et q

' R ' désigne la résistance d'un circuit électrique :

R_s	Résistance statorique dans une machine AC
R_r	Résistance rotorique dans une machine asynchrone
R_a	Résistance du circuit d'induit dans une machine DC
R_f	Résistance du circuit inducteur dans une machine synchrone (rotor) et dans une machine DC (stator)

' L ' désigne l'inductance d'un circuit électrique :

L_s	Inductance statorique d'une machine AC à pôles lisses
L_r	Inductance rotorique dans une machine asynchrone
L_f	Inductance du circuit inducteur dans les machines synchrone et DC
L_a	Inductance du circuit d'induit dans une machine DC
L_d	Inductance d'axe direct d'une machine AC à pôles saillants (-PS)
L_q	Inductance d'axe en quadrature d'une machine AC-PS
L_Δ	Inductance différentielle $L_\Delta = L_d - L_q$
L_0	Inductance statorique moyenne d'une machine AC $L_0 = L_{s0} - M_{s0}$
L_2	Valeur maximale de la fluctuation de l'inductance statorique autour de sa valeur moyenne d'une machine AC-PS. $L_2 = 1.5L_{s2}$
M_{kl}	Inductance mutuelle entre les circuits k et l
M	Inductance mutuelle maximale entre un circuit statorique et un circuit rotorique dans une machine asynchrone $M = 1.5M_{sr}$
M_f	Inductance mutuelle maximale entre un circuit statorique et un circuit rotorique dans une machine synchrone $M_f = \sqrt{1.5}M_0$

Notation Matricielle

Soit \mathcal{X} un vecteur contenant les composantes de x dans tous les circuits p dans un repère donné. Ce vecteur peut être l'un des vecteurs suivants :

Ψ	Vecteur des flux magnétiques dans une machine AC
\mathcal{I}	Vecteur des courants électriques dans une machine AC
\mathcal{V}	Vecteur des tensions aux bornes des circuits d'une machine AC
\mathcal{E}	Vecteur des f.é.m. induites dans les circuits d'une machine AC

La présence d'un indice 's' ou 'r' indique que le vecteur ne contient que les composantes du circuit statorique ou rotorique respectivement exprimées, par défaut, dans un repère *diphasé* défini par le contexte :

\mathcal{X}_s	Vecteur des composantes statoriques dans un repère diphasé
\mathcal{X}_r	Vecteur des composantes rotoriques dans un repère diphasé

Un indice '2' ou '3' peut être ajouté pour préciser s'il s'agit d'un repère diphasé ou triphasé respectivement. D'autres indices peuvent être ajoutés pour spécifier le repère concerné. Exemple :

$\mathcal{X}_{f\alpha\beta}$	Vecteur des grandeurs rotoriques dans le repère $\alpha\beta$ d'une MSRB
\mathcal{X}_{sdq}	Vecteur des grandeurs statoriques dans le repère dq d'une machine AC

Les mêmes règles de notation indicielle s'appliquent pour les matrices de résistances et d'inductances :

\mathfrak{R}	Matrice (diagonale) des résistances dans une machine AC
\mathfrak{L}	Matrice des inductances dans une machine AC

Grandeurs électromécaniques

C_m	Couple électromagnétique
C_{ch}	Couple de charges
C_r	Couple résistant (charges + frottements)
p	Nombre de paires de pôles d'une machine électrique
Ω	Vitesse angulaire mécanique ($\omega = p\Omega$)
J	Inertie totale de l'arbre de la machine
f_v	Coefficient de frottement visqueux sur l'arbre de la machine

Page laissée intentionnellement vide.

Introduction Générale

L'*Énergie* est l'élément moteur de toutes les activités qui contribuent au développement de la civilisation humaine. Pendant très longtemps, l'effort physique humain et animal a été la seule source d'énergie disponible pour ces activités (transport, usinage, agriculture, etc.).

L'invention de la roue, il y a plus de 6500 ans, a amélioré notablement le rendement de la conversion de l'énergie musculaire en énergie mécanique. Les premiers *véhicules* équipés de roues, et mus par des chevaux domestiqués, apparurent dans la civilisation *Sumérienne* en Mésopotamie vers 3500 av. J.-C. Ces véhicules ont constitué le mode de transport le plus efficace pour l'homme durant des millénaires. D'ailleurs, ils restent encore aujourd'hui une référence de puissance pour les moteurs, par l'utilisation de l'unité de mesure *cheval-vapeur* (en Anglais *horsepower*).

Suite aux évolutions dans la machine à vapeur en Europe durant le XVIIIe siècle, une nouvelle source d'énergie, thermique, vient actionner massivement les industries et joue un rôle très important dans la révolution industrielle du XIXe siècle. Cette nouvelle source d'énergie a donné naissance à un nouveau moyen de transport, motorisé : l'*automobile*¹. Le XIXe siècle a amené d'autres inventions remarquables qui ont révolutionné l'industrie des véhicules motorisés, notamment les moteurs à explosion et les moteurs électriques.

Bien que le premier véhicule qui ait dépassé le seuil de 100 *km/h* fût un véhicule propulsé par deux moteurs électriques à courant continu (c'est "La Jamais Contente" en 1899, figure 1), les véhicules à essence prédominaient dans le marché automobile mondial au cours du XXe siècle. Ceci est dû à plusieurs facteurs, y compris l'invention du *starter* et le prix compétitif des véhicules à essence. L'autonomie, le stockage d'énergie, le temps de recharge et l'infrastructure étaient les principales limitations pour les véhicules propulsés par des moteurs électriques.

Il a fallu attendre les progrès technologiques du XXe siècle, poussés par les risques d'épuisement du pétrole et par la conscience mondiale de l'échauf-

1. Le terme "automobile" est composé d'un préfixe grec, *autós* (soi-même) et d'un suffixe latin, *mobilis* (mobile).

fement de la Terre, pour permettre aux véhicules propulsés en électrique de reprendre leur place dans le marché automobile [Bilgin et Emadi, 2014, Chan, 2007]². C'est également le cas des autres moyens de transport, aérien [Ro-boam *et al.*, 2012] et maritime [Kirtley *et al.*, 2015]. Les mêmes enjeux environnementaux ont conduit à l'apparition de nouvelles formes de conversion d'énergie, à partir des sources dites *renouvelables*, telles que l'énergie solaire, éolienne, hydraulique, biomasse, géothermique, etc. Dans ce contexte, les machines électriques jouent un rôle central en tant que génératrices et motrices. Elles sont utilisées dans une grande variété d'activités industrielles de notre vie moderne [Chattopadhyay, 2010, Singhal, 2014].

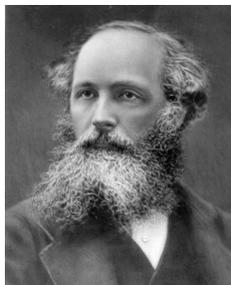
Cette thèse est focalisée sur la modélisation et l'observabilité des machines électriques en vue de leur commande sans capteur mécanique.

Aperçu historique de la machine électrique

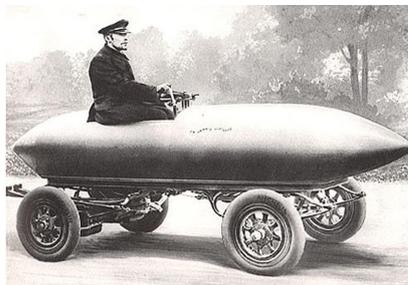
La machine électrique a été inventée durant le XIXe siècle, suite à l'invention de la pile galvanique et à la découverte des phénomènes électromagnétiques. Voici quelques événements marquants liés au développement des machines électriques [Bose, 2015] :

- 1800 Pile galvanique (A. Volta).
- 1820s Découverte et étude des phénomènes électromagnétiques (H. Oersted, M. Faraday et autres).
Invention du solénoïde par A-M. Ampère.
- 1830s Moteur à courant continu de M.H. Jacobi.
Premier brevet d'un moteur électrique (T. Davenport).
- 1860s Équations de Maxwell.

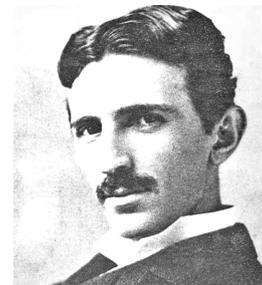
2. Les références sont regroupées à la fin du document ; elles sont classées en références personnelles, thèses, livres, polycopié, articles de revue et articles de conférence.



(a) J.K. Maxwell
(1831 - 1879)



(b) Camille Jenatton dans "La
Jamais Contente", 1899



(c) Nikola Tesla
(1856 - 1943)

FIGURE 1: Célèbres contributeurs du XIXe siècle

-
- 1880s Principe du champ tournant d'un bobinage polyphasé (G. Ferraris).
Moteur à induction à rotor bobiné (N. Tesla, figure 1).
Moteur à induction à cage (M.D. Dobrovolsky).
 - 1890s Alternateur polyphasé (N. Tesla).
Commande en vitesse d'un moteur à courant continu (W. Leonard).

Durant le XXe siècle, la technologie de la commande des machines électriques a témoigné de développements remarquables. La formulation de la théorie des deux circuits (dite *théorie de Park*), les contributions de l'Automatique, surtout la théorie des observateurs, et les développements dans l'électronique de commande et de puissance ont contribué à l'apparition de nouvelles techniques plus performantes pour la commande des machines électriques à courant alternatif (dites *AC*), telles que la commande vectorielle et la commande directe du couple. On cite ci-dessous les principales contributions qui ont conduit au développement de la commande avancée des machines électriques :

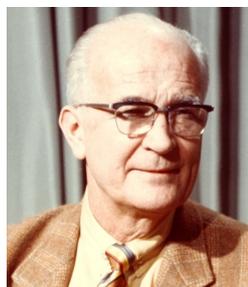
- 1929 Théorie des deux circuits [Park, 1929].
- 1930s Généralisation de la théorie des deux circuits [Park, 1933, Concordia, 1937, Stanley, 1938].
- 1948 Invention du transistor bipolaire (Bardeen, Brattain et Shockley).
- 1956 Invention du thyristor (Moll, Tanenbaum, Goldey, et Holonyak).
- 1960s Modulation par largeur d'impulsion (MLI) sinusoïdale (Schonung et Stemmler).
Filtrage de Kalman [Kalman, 1960].
Théorie des observateurs [Luenberger, 1964].
- 1970s Microprocesseur 8-b (Intel).
Commande vectorielle, ou à flux orienté [Blaschke, 1972].
- 1980s Modélisation des machines AC par le *vecteur d'espace* [Kovacs et Rácz, 1984].



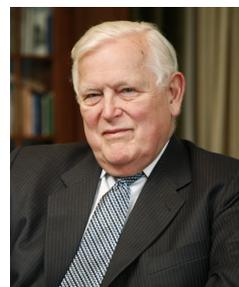
(a) E. Clarke
(1883 - 1959)



(b) C. Concordia
(1908 - 2003)



(c) W.B. Shockley
(1910 - 1989)



(d) R.E. Kalman
(1930 - ...)

FIGURE 2: Célèbres contributeurs du XXe siècle

Commande directe du couple, *DTC* [Takahashi et Noguchi, 1986, Takahashi et Ohmori, 1989].

MLI Vectorielle, ou *Space Vector PWM* (Pfaff, Weschta, et Wick).

Défluxage et commande *maximum couple par courant* [Sneyers *et al.*, 1985, Jahns, 1987].

Contexte de l'étude

La figure 3 montre la structure générale d'une commande avancée d'une machine à courant alternatif [Leonhard, 2001, Chiasson, 2005]. Avec cette structure de commande, les performances dynamiques des machines AC sont meilleures que celles des machines à courant continu. En revanche, des calculateurs numériques performants, des composants de puissance à fréquence de commutation élevée et certains capteurs supplémentaires branchés sur l'arbre du rotor sont requis pour la commande avancée des machines AC [Boldea, 2008, Pacas, 2011, Betin *et al.*, 2014].

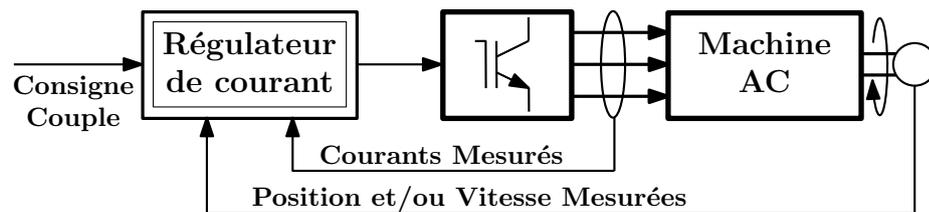


FIGURE 3: Structure de commande avancée d'une machine AC.

L'utilisation des capteurs mécaniques, pour mesurer la position et/ou la vitesse du rotor, dans une structure de commande des machines électriques engendre les contraintes suivantes :

- le coût supplémentaire des capteurs et de leurs électroniques associées ;
- l'encombrement dû à l'installation des capteurs et à leur câblage ;
- la sensibilité des capteurs à leur environnement (température, bruits, oscillations mécaniques, compatibilité électromagnétique, etc.) ;
- la possibilité de défaillance d'un capteur ou d'une de ses connexions, ce qui réduit la fiabilité du système.

Ces contraintes limitent l'utilisation des capteurs, voire la rendent impossible, dans certaines applications. Pour cela, des travaux de recherche intenses sont effectués, depuis les années 1980s, afin de trouver des solutions pour éliminer les capteurs mécaniques [Joetten et Maeder, 1983, Iizuka *et al.*, 1985, Jones et Lang, 1989, Baader *et al.*, 1989]. Le principe consiste à remplacer les capteurs mécaniques par des algorithmes qui estiment la position et/ou la vitesse du rotor à partir des mesures de courants. La figure 4 montre

la structure générale de la commande des machines AC sans capteur mécanique.

Cette technique de commande sans capteur mécanique est souvent appelé, par abus de langage, “commande sans capteur”. Dans la littérature anglo-saxonne, elle est dite *sensorless*. Néanmoins, il existe plusieurs appellations pour cette commande dans la communauté scientifique : certains chercheurs, tel que R.D. Lorenz (figure 5(a)), proposent le terme *self-sensing* [Wang et Lorenz, 2000] à la place de *sensorless*, vu que cette commande nécessite des capteurs de courants et le terme *sans capteur* paraît plutôt commercial. D’autres chercheurs, comme I. Boldea (figure 5(d)), utilisent le terme *motion-sensorless* [Boldea et al., 2008] pour montrer qu’il s’agit d’une commande sans capteur de mouvement. On peut trouver aussi des travaux sur le sujet sous le terme *mechanical-sensorless*, *speed-sensorless*, *position-sensorless*, *encoderless*, *transducerless*, *tacholless*, etc.

Dans cette étude, nous adoptons le terme *sensorless* pour désigner la commande sans capteur mécanique, vu qu’il est utilisé par les références les plus réputées dans le domaine, comme J. Holtz [Holtz, 2002, Holtz, 2005] et P. Vas [Vas, 1998].

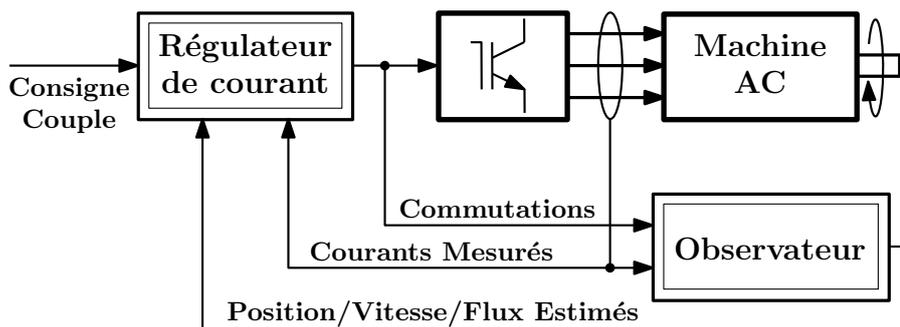


FIGURE 4: Commande d’une machine AC sans capteur mécanique

Dans les années 1990s, la commande *sensorless* a subi un grand essor dans ses techniques et technologies ; la majorité de l’état de l’art actuel a été proposée durant cette décennie. On distingue aujourd’hui deux grandes catégories de techniques d’estimation [Holtz, 2005] :

- **Estimation passive**, par observateur d’état, en se basant sur le modèle d’*excitation fondamentale* de la machine [Dhaouadi et al., 1991, Atkinson et al., 1991, Ezzat, 2011, Ghanes, 2005, Traoré, 2008, Del-poux, 2012].
- **Estimation active**, par injection de signaux (haute-fréquence), en exploitant les *anisotropies magnétiques* de la machine pour détecter la position du rotor [Corley et Lorenz, 1998, Ha et Sul, 1999, Medjmadj et al., 2015, Jebai, 2013].

Dans le cadre de notre étude, nous nous intéressons aux techniques passives. Il existe dans la littérature une large variété d'observateurs d'état pour la commande *sensorless*, on trouve à titre d'exemple le filtre de Kalman [Atkinson *et al.*, 1991, Dhaouadi *et al.*, 1991, Bolognani *et al.*, 1999], les observateurs adaptatifs [Schauder, 1992, Kubota *et al.*, 1993], les observateurs par mode de glissement [Foo et Rahman, 2010a] et d'autres observateurs non linéaires [Solsona *et al.*, 1996, Ortega *et al.*, 2011].

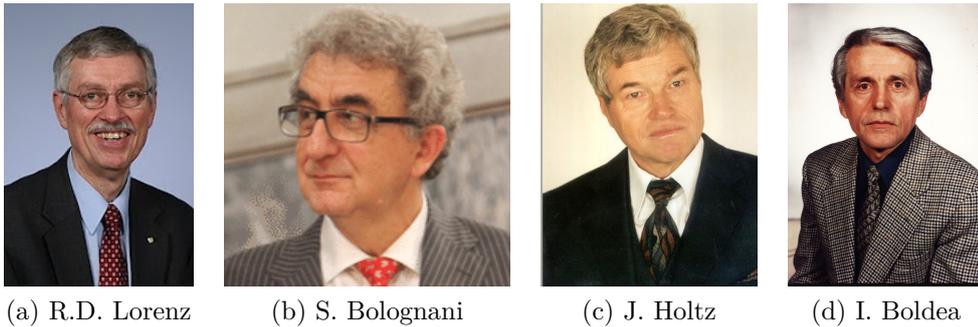


FIGURE 5: Chercheurs ayant des contributions remarquables dans la commande *sensorless*

A partir de l'année 2000, on remarque deux nouvelles tendances, qui nous intéressent dans cette thèse, dans le domaine de la commande *sensorless*. La première est l'étude d'observabilité des machines électriques [de Wit *et al.*, 2000, Zhu *et al.*, 2001, Ibarra-Rojas *et al.*, 2004, Li *et al.*, 2005] pour mieux analyser les performances de la commande avec observateur. Et la deuxième est la recherche d'un modèle unifié des machines à courant alternatif [Chen *et al.*, 2000, Koonlaboon et Sangwongwanich, 2005, Boldea *et al.*, 2008] afin de développer des stratégies unifiées de commande et d'estimation [Harnefors et Nee, 2000, Harnefors *et al.*, 2003]. C'est dans ce contexte-là que se situe cette thèse.

But de la thèse

Cette thèse a été effectuée à CentraleSupélec, au sein de l'équipe SYCOMORE³, qui est une des composantes du Laboratoire des Signaux et Systèmes (L2S), dans le cadre d'une convention CIFRE⁴ avec Renault, équipe de commande avancée de l'électronique de puissance. Elle s'inscrit dans le contexte de la commande *sensorless* des machines à courant alternatif, et

3. Commande robuste et sous contraintes des systèmes complexes

4. Convention Industrielle de Formation par la Recherche

cherche à contribuer à une meilleure analyse des performances de cette commande. Elle cherche également à ouvrir de nouveaux horizons dans un domaine qui paraît, pour certains, devenir assez mature.

Le but de cette thèse est double : trouver un modèle unifié des machines AC, et formuler leurs conditions d'observabilité, en vue de la commande *sensorless*. La grande majorité des travaux de la littérature est focalisée sur la machine asynchrone et la machine synchrone à aimants permanents. Dans cette étude, toutes les machines AC connues dans l'industrie sont étudiées, y compris les machines synchrones à rotor bobiné et à réluctance variable.

Modélisation unifiée des machines AC Le modèle unifié des machines électriques fondé sur la théorie de Park [Park, 1929] est extrêmement utile pour la commande. Avec ce modèle toutes les machines électriques s'assimilent à une machine à courant continu généralisée [Barret, 1982]. Il s'avère que le modèle de Park n'est pas bien adapté pour l'estimation de la position et de la vitesse du rotor : ce modèle nécessite la *connaissance* de la position. Pour cela, nous proposons une autre modélisation unifiée, avec laquelle toutes les machines à courant alternatif sont assimilées à une machine synchrone à pôles lisses avec un flux rotorique généralisé. Autrement dit, si la machine à courant continu était la source d'inspiration pour la commande, du fait qu'elle est facile à commander, elle n'est pas le bon modèle à suivre pour établir un modèle général des machines AC en vue de l'estimation. C'est la machine synchrone à aimants permanents à pôles lisses qui va nous inspirer pour le développement d'un modèle unifié des machines AC, pour des raisons que nous détaillerons dans le chapitre 5.

Conditions d'observabilité des machines électriques Dès les premiers travaux sur la commande *sensorless* avec observateur d'état, les ingénieurs et chercheurs ont remarqué que les performances de la commande sont détériorées dans certaines conditions de fonctionnement, surtout à faibles vitesses et à faibles fréquences d'alimentation [Holtz, 1993]. Ce problème est souvent jugé être un problème de *stabilité* de la commande [Shinnaka, 1999, Kubota et al., 2001]. Toutefois, en présence d'un observateur d'état, l'observabilité du système est la propriété à étudier avant l'étude de stabilité. Pour cela, nous cherchons dans cette étude à formuler des conditions d'observabilité des machines électriques qui soient analytiques, vérifiables en temps-réel, et faciles à interpréter. Plusieurs travaux traitent le sujet de l'observabilité des machines asynchrone et synchrone à aimants permanents dans la littérature. Néanmoins, les résultats restent encore dispersés et insuffisants [Vaclavek et al., 2013]. De plus, on ne trouve pas de travaux sur l'observabilité des

machines synchrones à rotor bobiné et à réluctance variable.

Les machines électriques sont souvent étudiées séparément. L'approche généralisée adoptée dans cette thèse permet d'avoir une vision plus large sur les machines AC, et conduit à la définition de nouveaux concepts, tels que le *flux équivalent* et le *vecteur d'observabilité*.

Organisation du rapport

Ce rapport de thèse est divisé en deux parties, chacune comportant une introduction, quatre chapitres et une conclusion :

La première partie porte sur la modélisation des machines électriques en vue de l'observation et de la commande. Elle comprend une introduction sur les machines électriques, suivie d'un **chapitre** sur les principes de modélisation des machines à courant alternatif. Les modèles détaillés des deux grandes familles de machines AC, asynchrone et synchrone, sont ensuite présentés respectivement dans les **chapitres 3** et **4**. Cette approche générale de modélisation nous permettra d'élaborer un modèle unifié des machines AC, que nous présentons dans le **chapitre 5**.

La deuxième partie porte sur l'étude d'observabilité des machines électriques en vue de la commande *sensorless*. Après une introduction sur le sujet, la théorie de l'observation des systèmes dynamiques est rappelée dans le **chapitre 8**. L'observabilité de la machine asynchrone est étudiée dans le **chapitre 9**, où plusieurs cas sont considérés : observabilité avec et sans mesure de vitesse, et identifiabilité de la constante de temps rotorique. L'observabilité de la machine synchrone à rotor bobiné est étudiée dans le **chapitre 10**. Cette machine est considérée comme une généralisation des machines synchrones, ce qui conduit à une formulation unifiée des conditions d'observabilité pour les machines synchrones, en introduisant le concept de *vecteur d'observabilité*. Les développements des **chapitres 9 et 10** sont illustrés en effectuant la synthèse d'un filtre de Kalman étendu appliqué dans un premier temps en simulation, puis sur des signaux acquis sur un banc d'essai *Renault*. L'étude détaillée des autres machines synchrones est faite dans le **chapitre 11**, où les modèles des forces électromotrices sont aussi étudiés.

Dans la conclusion générale, nous proposons quelques pistes à examiner comme perspectives de nos travaux.

Première partie

Modélisation des machines électriques en vue de la commande

Page laissée intentionnellement vide.

Chapitre 1

Introduction aux machines électriques tournantes

Une machine électrique tournante est un système électromécanique réversible, qui transforme l'énergie électrique en énergie mécanique (fonctionnement moteur) et vice versa (fonctionnement générateur).

Inventées durant le XIX^{ème} siècle, les machines électriques constituent aujourd'hui l'une des principales forces motrices de la civilisation contemporaine. Elles sont quasiment omniprésentes dans les industries : production d'énergie électrique, transport (voitures, trains, avions), robotique, machines-outils, produits électroménagers... etc.

Ce chapitre introduit la première partie du rapport de thèse, qui est dédiée à la présentation des machines électriques : leurs structures, principes de fonctionnement, domaines d'application, leur mise en équations et leurs modèles en vue de la commande *sensorless*. Nous mettons l'accent sur les machines à courant alternatif, qui seront étudiées avec une approche générale dans le deuxième chapitre. Les chapitres 3 et 4 sont consacrés à la présentation, en détail, des machines asynchrones et synchrones respectivement. Enfin, le chapitre 5 présente une modélisation unifiée des machines à courant alternatif, en introduisant le concept de *Flux Équivalent*.

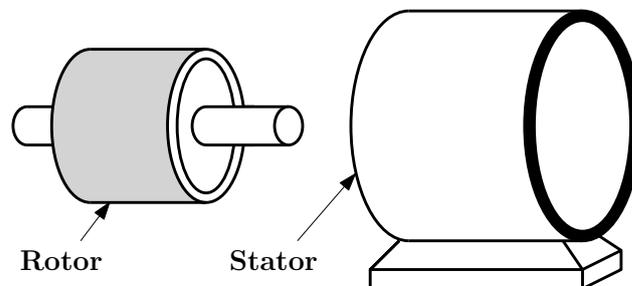


FIGURE 1.1: Dessin des deux parties d'une machine tournante

Bien qu'il s'agisse d'un état de l'art inévitable pour la thèse, cette première partie est particulièrement utile pour les étudiants, ingénieurs et chercheurs travaillant dans le domaine de la commande et de l'observation des machines électriques, vu qu'elle présente une approche unifiée pour la modélisation des machines AC, qu'on trouve rarement dans la littérature. De plus, cette partie contribue à une nouvelle vision des machines à courant alternatif par l'introduction du concept de *Flux Équivalent*. Ce concept ouvre de nouveaux horizons dans le domaine de la commande des machines électriques, comme on le verra dans le chapitre 5.

1.1 Structure des machines électriques

Les machines électriques tournantes sont constituées d'une partie fixe, le *stator*, et d'une partie mobile (tournante), le *rotor*, comme illustré dans la figure 1.1. Ces deux parties sont séparées par un *entrefer*, qui peut être constant, on parle alors de machines à *pôles lisses*, ou variable, dans le cas des machines à *pôles saillants* (figure 1.2).

On distingue plusieurs catégories de machines électriques selon :

- leur alimentation statorique : continue ou alternative ;
- leur rotor : bobiné excité, bobiné en court-circuit, à aimant permanent, à réluctance variable, à cage, etc.
- et leur entrefer : pôles lisses ou saillants.

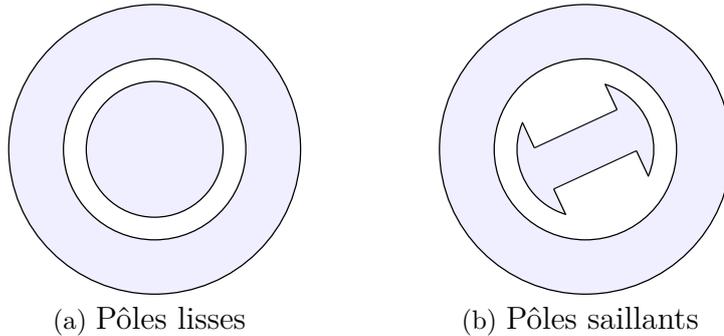


FIGURE 1.2: Coupe de la structure simplifiée des machines à pôles lisses et à pôles saillants.

Il est difficile de définir une classification unique de toutes les machines électriques ; les classifications changent selon les critères. Néanmoins, pour les ingénieurs et chercheurs travaillant dans le domaine de la commande des machines électriques pour les entraînements à vitesse variable, la classification présentée dans l'arbre de la figure 1.3 est souvent adoptée. Dans cette

1.2 Les machines DC

classification, on distingue deux grandes catégories de machines électriques :

- les machines à courant continu, ou machines DC (du terme Anglais *direct current*), et
- les machines à courant alternatif, ou machines AC (*alternating current*).

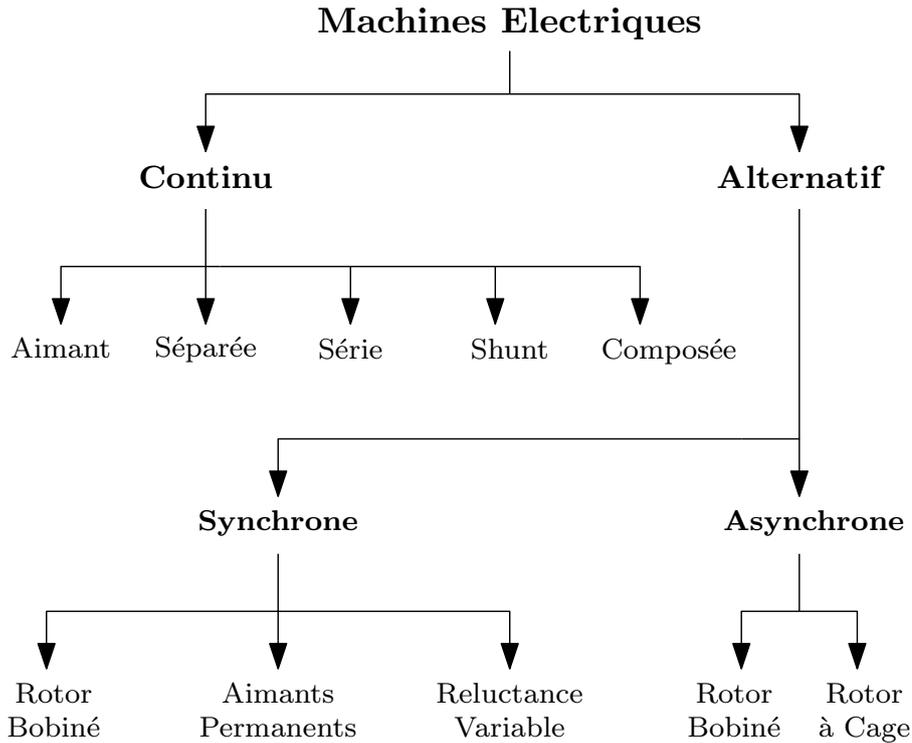


FIGURE 1.3: Arbre des différentes familles des machines électriques

1.2 Les machines DC

Les machines DC sont les premières à apparaître parmi les machines électriques. Leur principe de fonctionnement est le suivant : le stator (inducteur) fournit un champ magnétique de direction et sens constants dans l'entrefer (via un électro-aimant ou un aimant permanent). Le rotor (induit) est équipé d'un certain nombre d'électro-aimants (spires) dont la polarité est inversible par un système mécanique de balais-collecteurs (figure 1.4) ; la polarité de chaque spire est inversée une fois par demi-tour de façon à créer un champ magnétique induit en quadrature avec le champ inducteur pour produire un couple électromagnétique.

Suivant la configuration des bobinages statorique et rotorique, il existe 5 sous-catégories de machines DC (voir Annexe A) :

- machine à excitation **séparée** : le stator et le rotor sont séparément alimentés ;
- machine **série** : les enroulements statoriques et rotoriques sont montés en série ;
- machine **shunt** ou à excitation parallèle : les enroulements inducteur et induit sont montés en parallèle ;
- machine à excitation **composée** : une partie du stator est montée en série avec le rotor et une autre est de type shunt ;
- machine à **aimant** permanent : l'inducteur est un aimant permanent.

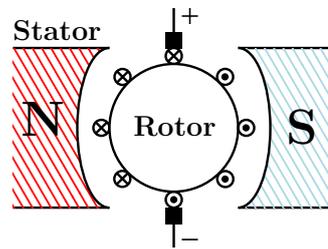


FIGURE 1.4: Schéma d'une machine DC

Avantages et inconvénients Les machines DC sont plus faciles à commander que les machines AC. En revanche, elles ont un rapport puissance/volume inférieur à celui des machines AC, et la présence d'une commutation mécanique raccourcit la durée de vie de ces machines (entretien nécessaire) et limite leur utilisation dans certains lieux vulnérables aux étincelles générées par le système de commutation.

Domaines d'application La machine DC trouve ses applications dans une large gamme d'activités industrielles ; elle est utilisée dans le secteur automobile pour les démarreurs, les petits actionneurs (essuie-glaces, vitres électriques, etc.), elle est également utilisée dans la traction ferroviaire, dans la robotique et dans les produits électroménagers. La machine DC est de moins en moins utilisée dans les industries de haute précision et est remplacée par les machines triphasées qui sont faciles à fabriquer, robustes et sans balais.

1.3 Les machines AC

Dans les années 1880s, Nikola Tesla décrit le principe de fonctionnement des machines à courant alternatif [Tesla, 1888]. Plusieurs variantes de la machine de Tesla existent aujourd'hui, mais le principe de fonctionnement reste le même : le stator, alimenté par un système polyphasé, crée dans

1.3 Les machines AC

l'entrefer un champ magnétique tournant qui interagit avec le rotor pour fournir un couple sur l'arbre de la machine. Il existe trois types d'interactions entre le champ tournant et le rotor :

- interaction champ tournant - aimant : c'est le cas des machines synchrones à aimants permanents,
- interaction champ tournant - courant : comme dans les machines asynchrones et les machines synchrones à rotor bobiné,
- interaction champ tournant - matériau ferromagnétique : il s'agit des machines à réluctance variable.

La figure 1.5 montre des exemples sur les différents types d'interaction pour les machines triphasées.

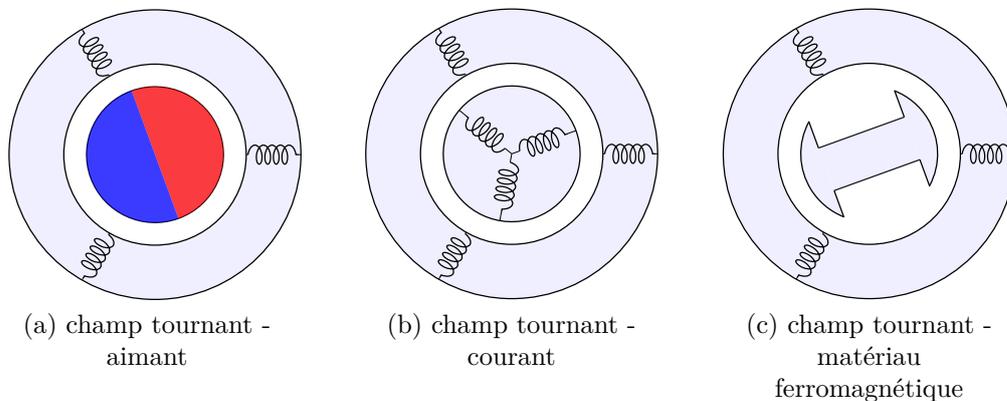


FIGURE 1.5: Exemples de différents types d'interaction entre le champ tournant et le rotor

Les machines AC se divisent en deux grandes familles :

- **Machines synchrones** : le rotor peut contenir des aimants permanents, un électroaimant, ou simplement un matériau ferromagnétique avec une saillance. Dans tous les cas, il tourne à la même vitesse que le champ tournant (vitesse de synchronisme).
- **Machines asynchrones**, ou à induction : la vitesse du rotor est légèrement différente de celle du champ tournant ; la vitesse relative entre le rotor et le champ tournant est appelée *glissement*. Le rotor d'une machine asynchrone est généralement en court-circuit.

Domaines d'application Les machines asynchrones sont largement utilisées dans les applications ne nécessitant pas une haute précision. La machine synchrone à rotor bobiné est souvent utilisée en fonctionnement générateur dans les centrales électriques, ou en tant que compensateur synchrone (fonctionnement moteur tournant à vide branché sur le réseau électrique pour compenser la puissance réactive par le réglage du courant d'excitation), elle

est peu utilisée en tant que moteur de traction. La machine synchrone à aimants permanents est très performante, elle est utilisée en tant que moteur dans des applications de haute précision et de haute puissance. Les machines à réluctance variable sont moins performantes que les machines à aimants, elles sont utilisées dans des applications à faible coût.

Avantages et inconvénients Par rapport aux machines DC, les machines AC présentent un plus grand rapport puissance sur volume. La plupart des machines AC sont des machines sans balais, nécessitant moins de maintenance. En revanche, la commande performante de ces machines n'est pas simple comme celle des machines DC.

1.4 Aperçu bibliographique

Les modèles des machines électriques sont étudiés dans des dizaines de livres et des centaines d'articles de revues. Cependant, nous sélectionnons quelques références de cette immense bibliothèque :

- Le principe de fonctionnement des machines AC a été publié par Nikola Tesla dans son article intitulé [Tesla, 1888] : *A New System of Alternating Current Motors and Transformers*.
- La littérature française est assez riche en livres de référence sur la modélisation des machines à courant alternatif [Barret, 1982, Caron et Hautier, 1995, Mayé, 2011, Grellet et Clerc, 2000, Louis, 2004]. Toutefois, nous recommandons en plus les deux livres de référence [Krause et al., 2013, Fitzgerald et al., 2003].
- Les articles fondateurs de la théorie des deux circuits (théorie de Park) pour la modélisation des machines AC, présentée dans le chapitre suivant, sont publiés dans les revues de l'AIEE (acronyme anglais de *American Institute of Electrical Engineers*) : [Park, 1929, Park, 1933, Concordia, 1937, Kron, 1948, Kron, 1950, Stanley, 1938].
- Les travaux les plus récents sur la modélisation des machines AC en vue de leur commande sont majoritairement publiés dans les revues de IEEE (acronyme anglais de *Institute of Electrical and Electronics Engineers*) : [Pillay et Krishnan, 1988, Slemon, 1989, Holtz, 1995].
- Pour le calcul du couple dans les machines électriques nous recommandons l'article par Doherty et Park [Doherty et Park, 1926] : *Mechanical Force Between Electric Circuits*.

Concernant la modélisation unifiée des machines AC avec le concept de *flux équivalent*, les articles suivants sont pertinents [Chen et al., 2003, Koonlaboon et Sangwongwanich, 2005, Boldea et al., 2008].

Chapitre 2

Principes de modélisation des machines à courant alternatif

2.1 Introduction

Les machines électriques tournantes sont des systèmes physiques régis par des phénomènes électriques, magnétiques, mécaniques, thermiques, acoustiques, etc. Dans le contexte de la commande en couple ou en vitesse de ces machines, seuls les phénomènes électromagnétiques et électromécaniques sont pertinents pour la mise en œuvre d'un modèle simplifié et représentatif. Ces phénomènes peuvent être décrits par des lois de la physique telles que les équations de Maxwell (pour la partie électromagnétique) et la force de Laplace et la deuxième loi de Newton (pour la partie électromécanique).

La modélisation des machines électriques en vue de leur commande exige la prise en compte de certaines hypothèses simplificatrices, et se base sur 3 types d'équations :

- Equations magnétiques : il s'agit des équations qui décrivent les flux en fonction des courants qui parcourent les enroulements (théorème d'Ampère).
- Equations électriques : la relation entre les tensions et les courants est décrite par la loi d'Ohm généralisée avec la loi de Faraday.
- Equations mécaniques : la deuxième loi de Newton décrit la variation de la vitesse de l'arbre de la machine en fonction du couple (résultant de la force de Laplace).

Malgré la prise en compte des hypothèses simplificatrices, les équations d'une machine AC restent fortement non linéaires, ce qui rend l'analyse du comportement de la machine très difficile, surtout en régime transitoire. Pour faciliter l'analyse des régimes transitoires et permanents des machines AC et,

par la suite, faciliter leur commande, la théorie des 2 circuits (de Park) a été introduite ; il s'agit d'une série de transformations mathématiques qui simplifient le modèle de la machine en gardant l'aspect physique des grandeurs transformées.

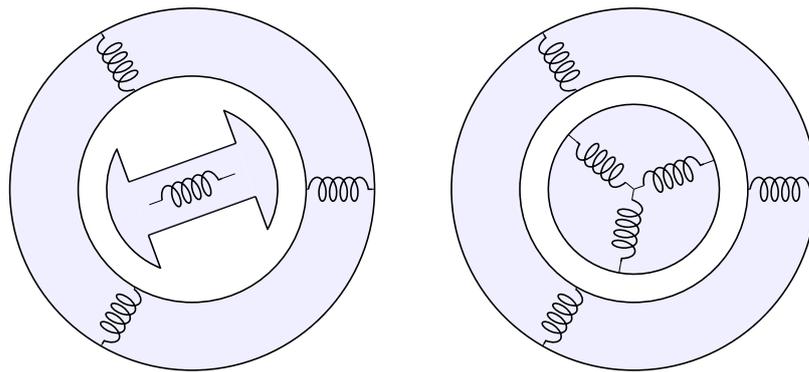
Dans ce chapitre, nous présentons les lois physiques et les outils mathématiques utiles pour la modélisation des machines AC. Pour la généralité de l'exposé, une machine AC généralisée, décrite ci-dessous, est étudiée.

2.2 Mise en équation d'une machine AC

La machine généralisée, pour laquelle les principes de modélisation sont présentés, est une machine AC :

- polyphasée au stator, ayant n_s circuits magnétiques (enroulements) statoriques,
- multipolaire, à p paires de pôles,
- avec un rotor bobiné saillant à n_r enroulements.

Les enroulements rotoriques peuvent être excités ou court-circuités. Sans perte de généralité, cette machine ne contient pas d'aimants permanents ; un aimant permanent peut être représenté par une bobine qui génère un flux constant indépendamment de sa position. Le nombre total d'enroulements est n_t ($n_t = n_s + n_r$). Pour les machines triphasées par exemple, n_s vaut 3. La figure 2.1 montre deux exemples de machines triphasées déduites de la machine AC généralisée.



(a) Machine synchrone à rotor bobiné : $n_t = 4$

(b) Machine asynchrone : $n_t = 6$

FIGURE 2.1: Exemples de machines électriques tournantes.

2.2 Mise en équation d'une machine AC

2.2.1 Principe de fonctionnement

Prenons le cas des machines à une seule paire de pôles ($p = 1$) : le stator est alimenté par un système polyphasé de façon à générer des **champs magnétiques pulsants** (ondes stationnaires) décalés dans le temps et dans l'espace par $2\pi/n_s$ rad., le champ magnétique résultant est un **champ magnétique tournant** (onde progressive) qui évolue à la même pulsation électrique que les champs pulsants (théorème de Ferraris), et qui interagit avec le rotor pour générer un couple. On peut répéter ce phénomène plusieurs fois par tour mécanique complet en multipliant le nombre de paires de pôles (p) de la machine, on parle de machines multipolaires. Dans ce cas-là, la vitesse de rotation du champ tournant se divise par p .

Pour les machines multipolaires ($p \geq 2$), lorsque le champ tournant accomplit un tour complet, il passe par p périodes magnétiques. On définit alors la position électrique θ , qui accomplit un tour complet pour chaque paire de pôles, ce qui correspond à une période électrique. On peut donc réduire l'étude des phénomènes électromagnétiques de la machine à la période électrique en effectuant un chagement d'échelle sur la position :

$$\theta = p\Theta \tag{2.1}$$

Θ étant la position mécanique. En conséquence, la pulsation électrique ω est p fois plus grande que la vitesse de rotation du champ tournant Ω :

$$\omega = p\Omega \tag{2.2}$$

Pour la commande des machines électriques, on cherche à contrôler les grandeurs électromagnétiques (courant, flux, force électromotrice), il convient donc d'utiliser les variables électriques directement liées à ces grandeurs. Dans la suite, les variables électriques (position θ et vitesse ω) sont utilisées dans la modélisation. La vitesse mécanique Ω intervient dans l'équation de mouvement mais la position mécanique ne sera pas utilisée.

2.2.2 Hypothèses de modélisation

Certaines hypothèses classiques sont admises pour la modélisation des machines électriques. Elles permettent d'avoir un modèle simplifié pour la commande et également pour la synthèse d'observateur :

- **Hypothèse 1** : la répartition spatiale des conducteurs statoriques est sinusoïdale, la distribution spatiale de la force magnétomotrice (m.m.f.) l'est aussi ; les harmoniques spatiales de la distribution du flux sont négligées ;

- **Hypothèse 2** : les pertes par hystérésis et par courant de Foucault sont supposées nulles ;
- **Hypothèse 3** : les circuits magnétiques sont linéaires (non saturés) ;
- **Hypothèse 4** : la composante homopolaire est supposée nulle pour les grandeurs statoriques, i.e. le système polyphasé est équilibré.

2.2.3 Equations magnétiques

Selon le théorème d'Ampère, tout courant (i), parcourant un circuit, crée un champ magnétique à travers la section qu'il entoure. L'inductance de ce circuit est le quotient du flux de ce champ magnétique (ψ) par l'intensité du courant traversant le circuit.

Flux magnétique

Etant donné une machine AC à n_t enroulements, les interactions magnétiques entre enroulements agissant sur une bobine j font intervenir :

- les inductances propres $L_j(\theta)$,
- et les inductances mutuelles $M_{jk}(\theta)$.

Les inductances dépendent des chemins magnétiques des flux, elles sont donc fonctions de la position relative du rotor par rapport au stator.

Si on appelle ψ_j le flux d'enroulement du circuit de rang j , son expression en fonction des inductances et des courants i_k traversant les circuits k est (la dépendance en temps des courants et flux est supprimée pour alléger l'écriture) :

$$\psi_j = L_j(\theta)i_j + \sum_{k \neq j}^{n_t} M_{jk}(\theta)i_k \quad (2.3)$$

Il est pratique de formuler les équations d'une machine électrique sous forme matricielle, la forme générale des flux sous cette forme est :

$$\Psi = \mathfrak{L}(\theta)\mathcal{I} \quad (2.4)$$

Sous forme explicite, on écrit :

$$\begin{bmatrix} \psi_1(t) \\ \psi_2(t) \\ \vdots \\ \psi_{n_t}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1(\theta) & M_{12}(\theta) & \dots & M_{1n_t}(\theta) \\ M_{21}(\theta) & L_2(\theta) & & M_{2n_t}(\theta) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ M_{n_t1}(\theta) & M_{n_t2}(\theta) & \dots & L_{n_t}(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ \vdots \\ i_{n_t}(t) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

2.2 Mise en équation d'une machine AC

Sous l'hypothèse de distribution sinusoïdale de la m.m.f. (hypothèse 1), la matrice d'inductance s'écrit sous la forme :

$$\mathfrak{L}(\theta) = \mathfrak{L}_0 + \mathfrak{L}_2(\theta) \quad (2.6)$$

où \mathfrak{L}_0 est une matrice constante comprenant les inductances indépendantes de la position, et $\mathfrak{L}_2(\theta)$ est une matrice qui dépend de la position θ contenant les inductances qui varient en fonction de la position ; l'indice 2 signifie qu'on se contentera de la deuxième harmonique dans la répartition spatiale des inductances.

Energie magnétique emmagasinée

La figure 2.2 représente la courbe de variation du flux généré par une bobine en fonction du courant qui la traverse. L'énergie magnétique totale emmagasinée dans un enroulement de rang j est :

$$W_{mag}(t) = \int_0^{\Psi} i_j(t) d\psi_j \quad (2.7)$$

L'aire sous la courbe de la figure (2.2) est la coénergie définie par :

$$W'_{mag}(t) = \int_0^i \psi_j(t) di_j \quad (2.8)$$

On obtient :

$$W_{mag}(t) + W'_{mag}(t) = \psi_j(t)i_j(t) \quad (2.9)$$

Pour un système d'enroulements on peut généraliser l'équation précédente :

$$W_{mag} + W'_{mag} = \Psi^T \mathcal{I} \quad (2.10)$$

Sous l'hypothèse 3 de linéarité, l'énergie magnétique emmagasinée dans le moteur vaut la coénergie :

$$W'_{mag} = W_{mag} = \frac{1}{2} \Psi^T \mathcal{I} \quad (2.11)$$

Remplaçons Ψ par son expression (2.4) :

$$W'_{mag} = W_{mag} = \frac{1}{2} \mathcal{I}^T \mathfrak{L}^T(\theta) \mathcal{I} = \frac{1}{2} \mathcal{I}^T \mathfrak{L}(\theta) \mathcal{I} \quad (2.12)$$

sachant que $\mathfrak{L}^T(\theta) = \mathfrak{L}(\theta)$, du fait de la réciprocité des inductances mutuelles ($M_{ij}(\theta) = M_{ji}(\theta)$).

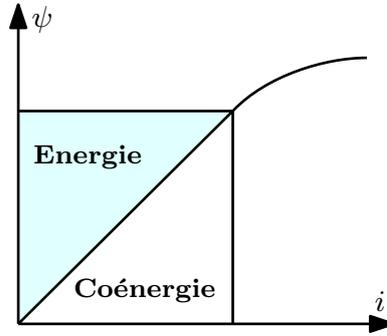


FIGURE 2.2: Flux en fonction du courant

2.2.4 Équations électriques

Ces équations décrivent le comportement des courants et des f.é.m. dans les enroulements, elles se basent sur la loi de Faraday et la loi d'Ohm.

Loi de Faraday

Selon la loi de Faraday, chaque enroulement de rang j , soumis à un flux magnétique ψ_j variable, est le siège d'une force électromotrice (f.é.m.) e_j , mesurée en convention générateur, avec :

$$e_j = -\frac{d\psi_j}{dt} \quad (2.13)$$

Le signe négatif présent dans cette loi provient de la définition historique de l'orientation du champ électrique (de la charge + vers la charge -) et du champ magnétique (à l'extérieur de l'aimant les lignes de champ vont du pôle nord de l'aimant vers le pôle sud).

La loi de Faraday s'exprime en écriture matricielle (vectorielle) pour n_t enroulements :

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}\Psi \quad (2.14)$$

D'après la relation (2.4) entre flux et courants, on distingue deux termes dans la dérivée du vecteur flux :

- un terme correspondant aux dérivées des courants par rapport au temps; c'est la **f.é.m. de transformation** définie par :

$$\mathcal{E}_{tr} = -\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\mathfrak{L}(\theta)\frac{d\mathcal{I}}{dt} = -[\mathfrak{L}_0 + \mathfrak{L}_2(\theta)]\frac{d\mathcal{I}}{dt} \quad (2.15)$$

- un terme correspondant à la dérivée de la matrice d'inductance par rapport au temps (la seule variation possible résulte d'une variation de l'angle θ puisque les circuits sont supposés indéformables); c'est la **f.é.m. de rotation** définie par :

$$\mathcal{E}_{rot} = -\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\frac{\partial\theta}{\partial t} = -\frac{d\mathfrak{L}(\theta)}{d\theta}\mathcal{I}\omega = -\frac{d\mathfrak{L}_2(\theta)}{d\theta}\mathcal{I}\omega \quad (2.16)$$

ω étant la vitesse électrique de rotation (dérivée temporelle de θ).

Finalement, la loi de Faraday pour les machines électriques s'écrit comme suit :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{tr} + \mathcal{E}_{rot} = -\mathfrak{L}(\theta)\frac{d\mathcal{I}}{dt} - \frac{d\mathfrak{L}(\theta)}{d\theta}\mathcal{I}\omega \quad (2.17)$$

2.2 Mise en équation d'une machine AC

Loi d'Ohm

La loi d'Ohm appliquée sur le système d'enroulements d'une machine tournante s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$\mathcal{V} + \mathcal{E} = \mathfrak{R}\mathcal{I} \quad (2.18)$$

où \mathfrak{R} est la matrice des résistances $\mathfrak{R} = \text{diag}\{R_1, R_2, \dots, R_{n_t}\}$, et \mathcal{V} le vecteur de tension $\mathcal{V} = [v_1(t) \ \dots \ v_{n_t}(t)]^T$.

En remplaçant le vecteur f.é.m. par son expression, on obtient :

$$\mathcal{V} = \mathfrak{R}\mathcal{I} + \frac{d\Psi}{dt} = \mathfrak{R}\mathcal{I} + \mathfrak{L}(\theta)\frac{d\mathcal{I}}{dt} + \frac{d\mathfrak{L}(\theta)}{d\theta}\mathcal{I}\omega \quad (2.19)$$

2.2.5 Equations mécaniques

Les flux générés par le stator interagissent avec le rotor pour produire un couple électromagnétique dans l'entrefer. Si le couple produit est suffisamment grand, le rotor se met à tourner ; ce phénomène est décrit par la deuxième loi de Newton pour les corps en rotation.

Principe fondamental de la dynamique

Le principe fondamental de la dynamique, décrit par la deuxième loi de Newton, postule qu'un corps de moment d'inertie constant J par rapport à un axe de rotation possède, dans un référentiel galiléen, une accélération angulaire proportionnelle à la somme des moments de forces qu'il subit, et inversement proportionnelle à son moment d'inertie. Dans le cas d'une machine électrique tournante, ce principe est présenté par l'équation :

$$J\frac{d\Omega}{dt} = C_m - C_r \quad (2.20)$$

où J est le moment d'inertie du rotor avec la charge associée, Ω est la vitesse angulaire mécanique du rotor, C_m est le couple électromagnétique fourni par le stator sur l'arbre de la machine, C_r est le couple résistant. Le couple résistant comporte le couple exercé par la charge et celui dû aux frottements (sec, visqueux etc.).

Génération du couple

Sous les hypothèses classiques, une machine électrique, en fonctionnement moteur, absorbe de l'énergie électrique, et la transforme en partie en énergie mécanique utile. Une autre partie sera dissipée sous forme d'énergie

thermique dans le circuit résistif (par effet Joule) et une dernière partie sera stockée dans le circuit inductif sous forme d'énergie magnétique.

Le bilan de puissance d'un moteur électrique est donc le suivant (voir figure 2.3) :

$$P_{in} = P_{meca} + P_J + P_{mag} \quad (2.21)$$

où P_{in} , P_{meca} , P_J et P_{mag} sont, respectivement, la puissance électrique absorbée par la machine :

$$P_{in} = \mathcal{I}^T \mathcal{V} \quad (2.22)$$

la puissance mécanique fournie sur l'arbre de la machine :

$$P_{meca} = C_m \Omega \quad (2.23)$$

la puissance thermique dissipée par effet Joule dans le circuit résistif :

$$P_J = \mathcal{I}^T \mathfrak{R} \mathcal{I} \quad (2.24)$$

et la puissance magnétique emmagasinée dans le circuit inductif :

$$P_{mag} = \frac{dW_{mag}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \mathcal{I}^T \mathfrak{L}(\theta) \mathcal{I} \right) = \mathcal{I}^T \mathfrak{L}(\theta) \frac{d\mathcal{I}}{dt} + \frac{1}{2} \mathcal{I}^T \frac{\partial \mathfrak{L}(\theta)}{\partial \theta} \mathcal{I} \omega \quad (2.25)$$

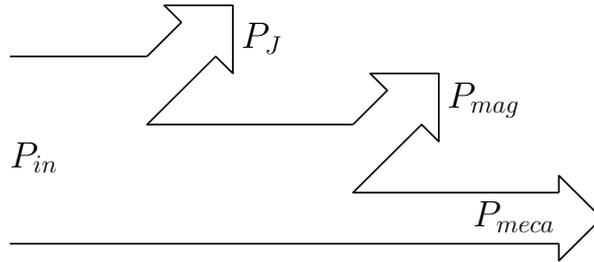


FIGURE 2.3: Bilan de Puissance pour une machine électrique

Remplaçons (2.19) dans (2.22) :

$$P_{in} = \mathcal{I}^T \mathcal{V} = \mathcal{I}^T \mathfrak{R} \mathcal{I} + \mathcal{I}^T \mathfrak{L}(\theta) \frac{d\mathcal{I}}{dt} + \mathcal{I}^T \frac{\partial \mathfrak{L}(\theta)}{\partial \theta} \mathcal{I} \omega \quad (2.26)$$

On résout l'équation (2.21) pour la puissance mécanique :

$$P_{meca} = P_{in} - P_J - P_{mag} = \frac{1}{2} \mathcal{I}^T \frac{\partial \mathfrak{L}(\theta)}{\partial \theta} \mathcal{I} \omega \quad (2.27)$$

L'expression générale du couple est donc la suivante :

$$C_m = \frac{p}{2} \mathcal{I}^T \frac{\partial \mathfrak{L}(\theta)}{\partial \theta} \mathcal{I} \quad (2.28)$$

2.3 Théorie des deux circuits

2.2.6 Représentation d'état

Dans une machine AC, l'expression du couple est une fonction des courants traversant les enroulements et de la position du rotor (équation (2.28)). La dynamique du courant dépend de la vitesse et de la position du rotor (équation (2.19)). La commande en couple (ou en vitesse) d'une machine AC nécessite, alors, la connaissance des courants et des vitesse et position du rotor. Il convient donc de choisir le vecteur d'état ci-dessous pour la représentation d'état :

$$x = [\mathcal{I} \quad \Omega \quad \theta]^T \quad (2.29)$$

Dans ce paragraphe, on propose une représentation d'état généralisée pour les machines AC, à partir des équations (2.19), (2.20) et (2.28). Les équations d'état s'écrivent comme suit :

$$\frac{d\mathcal{I}}{dt} = -\mathfrak{L}(\theta)^{-1}\mathfrak{R}_{eq}\mathcal{I} + \mathfrak{L}(\theta)^{-1}\mathcal{V} \quad (2.30)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J}p\mathcal{I}^T \frac{\partial \mathfrak{L}(\theta)}{\partial \theta} \mathcal{I} - \frac{1}{J}C_r \quad (2.31)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = p\Omega \quad (2.32)$$

où \mathfrak{R}_{eq} est la matrice de résistance équivalente :

$$\mathfrak{R}_{eq} = \mathfrak{R} + p \frac{\partial \mathfrak{L}(\theta)}{\partial \theta} \Omega \quad (2.33)$$

Pour certains types de machines, cette représentation peut être modifiée : pour les machines asynchrones par exemple, il est utile de remplacer les courants rotoriques (non mesurables) par les flux rotoriques (variables qu'on désire contrôler). Pour les machines comprenant des aimants permanents, on considère l'aimant comme étant un enroulement qui génère un flux constant ; on élimine alors l'équation d'état associée à cet enroulement.

2.3 Théorie des deux circuits

Le modèle des machines AC élaboré dans les paragraphes précédents n'est pas adapté pour l'analyse et la commande de ces machines ; il s'agit d'un modèle non linéaire multivariable à n ($n = n_s + n_r + 2$) états fortement couplés. Dans le but de faciliter l'étude des machines électriques, les ingénieurs et chercheurs du début du XXe siècle (Blondel, Park, Doherty, Nickle, Concordia, Clarke et autres) ont proposé des transformations mathématiques

qui gardent l'aspect physique des variables. Leurs résultats nous permettent aujourd'hui de mieux analyser le comportement des machines AC, surtout en régime transitoire. La contribution la plus intéressante a été publiée par Park dans les années 1929 [Park, 1929] et 1933 [Park, 1933], elle consiste à modéliser la machine synchrone avec deux enroulements (circuits) fictifs diphasés tournants liés au rotor. Plus tard, cette théorie a été généralisée, pour l'étude des régimes transitoires de toutes les machines AC, grâce aux travaux de Concordia [Concordia, 1937], Stanley [Stanley, 1938], Kron [Kron, 1948, Kron, 1950], et autres. Dans les années 70, Blaschke proposa d'appliquer cette théorie pour la commande des machines triphasées [Blaschke, 1972], ce qui a ouvert une nouvelle ère dans la théorie des entraînements à vitesse variable.

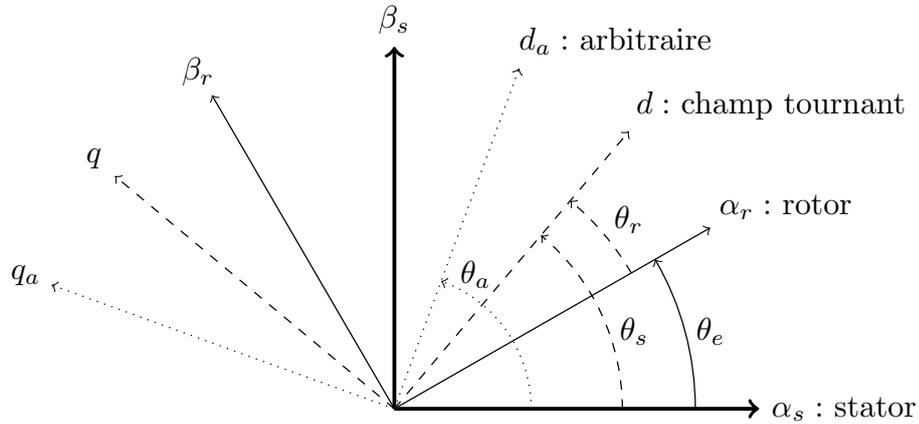


FIGURE 2.4: Différents repères diphasés pour une machine AC

L'idée de base de la théorie des deux circuits s'articule sur le fait que, pour n'importe quelle machine AC polyphasée, le principe de fonctionnement est le même : le rotor interagit avec le champ magnétique tournant créé par le stator pour générer un couple qui permet au rotor de se mettre en rotation. Il convient donc de représenter les variables tournantes (champ et flux magnétiques, par la suite courant et tension électriques) comme des vecteurs dans un repère orthonormé. Ce repère peut être lié au stator ($\alpha_s\beta_s$), au rotor ($\alpha_r\beta_r$), au champ tournant du stator (dq) ou à un repère arbitraire (d_aq_a) comme le montre la figure 2.4.

Mathématiquement, le passage du repère polyphasé fixe à un repère diphasé fixe se fait par projection de la résultante de la variable désirée (flux, courant, etc.) sur un système de 2 axes. Ensuite, le passage d'un repère diphasé à un autre se fait par une rotation $\mathbf{P}(\eta)$, où η est l'angle entre les deux

2.3 Théorie des deux circuits

repères :

$$\mathbf{P}(\eta) = \begin{bmatrix} \cos \eta & -\sin \eta \\ \sin \eta & \cos \eta \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

L'ensemble de changements de variable qui transforme le système polyphasé fixe en un diphasé tournant est appelée *transformation de Park*. Cette transformation peut être interprétée comme la substitution, aux enroulements polyphasés immobiles par rapport au stator, de deux enroulements d et q , dont les *axes magnétiques* sont solidaires du repère diphasé tournant.

2.3.1 Avantages de la représentation par deux circuits

La théorie des deux circuits présente plusieurs avantages du point de vue de la commande et de l'analyse des machines :

- quelle que soit la machine AC, le modèle d'état du stator se réduit à deux équations, et le modèle du rotor se réduit au plus à deux équations d'état ; selon le type du rotor, on peut avoir deux équations (machine asynchrone), une seule (machine synchrone à rotor bobiné) ou aucune équation d'état (machine synchrone à réluctance variable).
- les dynamiques des deux circuits en quadrature sont découplées, i.e. le flux généré par la bobine d'un axe est indépendant du courant traversant la bobine de l'autre axe.
- dans le repère du champ tournant, le modèle d'une machine AC se rapproche de celui d'une machine DC, ce qui permet d'appliquer des techniques de commande plus performantes telle que la commande vectorielle (ou commande à flux orienté).

2.3.2 Cas des machines triphasées

Dans ce paragraphe, on traite le cas des machines triphasées, qui sont les machines AC les plus répandues. Le passage du système d'enroulement triphasé (\mathcal{X}_{abc}) à un système diphasé fixe ($\mathcal{X}_{\alpha\beta}$) est possible grâce à la relation suivante (figure 2.5) :

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \left(\frac{2}{3}\right)^m \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Suivant la valeur de m , on distingue principalement deux types de transformation triphasé-diphasé :

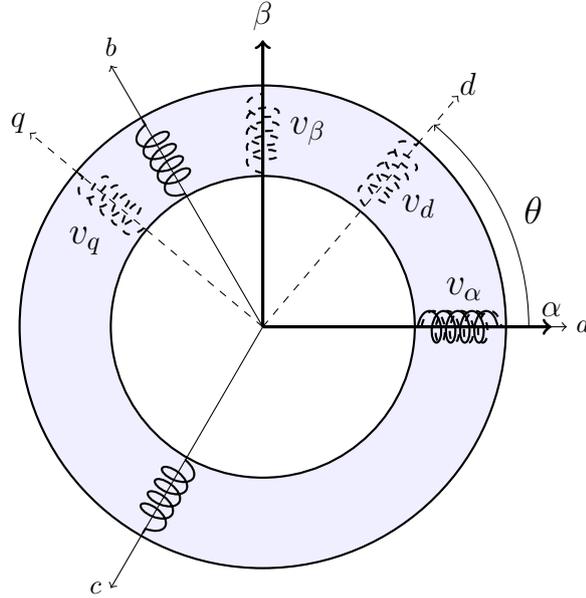


FIGURE 2.5: Diagramme des différents repères pour une machine triphasée

- **Transformation de Clarke**, noté \mathbf{C}_{32} , pour $m = 1$:

$$\mathcal{X}_{\alpha\beta} = \mathbf{C}_{32}^T \mathcal{X}_{abc} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Elle conserve l'amplitude des grandeurs transformées mais pas la puissance ni le couple (on doit multiplier par le coefficient $3/2$).

- **Transformation de Concordia**, noté \mathbf{T}_{32} , pour $m = 0,5$ (matrice normée) :

$$\mathcal{X}_{\alpha\beta} = \mathbf{T}_{32}^T \mathcal{X}_{abc} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Elle conserve la puissance mais pas les amplitudes. Cette transformation est souvent utilisée pour simplifier les opérations matricielles, pour des raisons de symétrie de transformation directe et inverse (voir ses propriétés dans le paragraphe 2.3.3).

Le passage du repère fixe $\alpha\beta$ au repère tournant dq (figure 2.5) se fait par application de la transformation de rotation d'angle θ (angle que fait le repère dq par rapport au repère fixe, dans le sens trigonométrique) sur les

2.3 Théorie des deux circuits

grandeurs $\mathcal{X}_{\alpha\beta}$, suivant la relation suivante :

$$\mathcal{X}_{dq} = \mathbf{P}(-\theta)\mathcal{X}_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \mathcal{X}_{\alpha\beta} \quad (2.38)$$

L'ensemble de transformations qui transforment les grandeurs triphasées en diphasées tournantes est souvent appelé *Transformation de Park*. Cette appellation est parfois donnée à la transformation de rotation toute seule.

2.3.3 Propriétés des matrices de transformation

Les matrices de transformation usuelles pour les machines AC possèdent quelques propriétés intéressantes et utiles pour la modélisation et l'analyse de ces machines. Elles sont résumées dans ce paragraphe.

Matrice de rotation

- La matrice de rotation $\mathbf{P}(\eta)$ est orthogonale, son déterminant vaut 1. De plus, son inverse est égale à sa transposée :

$$\mathbf{P}(\eta)^{-1} = \mathbf{P}(-\eta) = \mathbf{P}^T(\eta) \quad (2.39)$$

- La rotation d'un angle nul est l'identité :

$$\mathbf{P}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I}_2 \quad (2.40)$$

- La rotation d'un angle $\pi/2$ est l'analogue matriciel de l'imaginaire pur 'j' pour les nombres complexes ($j^2 = -1$) :

$$\mathbf{P}\left(\frac{\pi}{2}\right) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \mathbf{J}_2 \quad (2.41)$$

- La multiplication de deux rotations est la rotation de la somme des angles :

$$\mathbf{P}(\eta)\mathbf{P}(\xi) = \mathbf{P}(\eta + \xi) \quad (2.42)$$

- La dérivée de la matrice de rotation s'écrit comme suit :

$$\frac{d}{dt}\mathbf{P}(\eta) = \frac{d\eta}{dt}\mathbf{P}\left(\eta + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{d\eta}{dt}\mathbf{J}_2\mathbf{P}(\eta) \quad (2.43)$$

Matrice de Concordia

- Une propriété très intéressante de la matrice de Concordia est la suivante :

$$\mathbf{T}_{32}^T \mathbf{T}_{32} = \mathbf{I}_2 \quad (2.44)$$

- Soit \mathbf{S} une matrice circulante :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

on a :

$$\mathbf{T}_{32}^T \mathbf{S} \mathbf{T}_{32} = \left(a - \frac{1}{2}(b+c) \right) \mathbf{I}_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}(b-c) \mathbf{J}_2 \quad (2.46)$$

On prend le cas particulier de la matrice circulante $\mathbf{S}(\eta)$:

$$\mathbf{S}(\eta) = \begin{bmatrix} \cos(\eta) & \cos(\eta + 2\pi/3) & \cos(\eta + 4\pi/3) \\ \cos(\eta + 4\pi/3) & \cos(\eta) & \cos(\eta + 2\pi/3) \\ \cos(\eta + 2\pi/3) & \cos(\eta + 4\pi/3) & \cos(\eta) \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Cette propriété donne :

$$\mathbf{T}_{32}^T \mathbf{S}(\eta) \mathbf{T}_{32} = \frac{3}{2} \mathbf{P}(\eta) \quad (2.48)$$

Ces propriétés sont utilisées dans les deux chapitres suivants pour la mise en œuvre des modèles diphasés des machines asynchrone et synchrone.

Chapitre 3

Modélisation de la machine asynchrone

La machine asynchrone, ou à induction (MI), est une machine AC dont le rotor tourne à une vitesse légèrement différente de la vitesse de synchronisme. Cette machine est utilisée dans une large variété d'applications industrielles grâce à ses propriétés : il s'agit d'une machine robuste, fiable, de coût modéré, sans besoin de maintenance périodique, capable de démarrer en boucle ouverte et facile à commander pour des applications à vitesse variable ne nécessitant pas une haute précision dynamique. Dans ce chapitre, on traite la modélisation de la machine asynchrone triphasée dans différents repères.

3.1 Structure et principe de fonctionnement

Le stator de la machine à induction est triphasé. Son rotor, à pôles lisses, est soit bobiné soit à cage, dans les deux cas il peut être modélisé par un bobinage triphasé en court circuit (voir figure 3.1).

Les enroulements statoriques identiques, alimentés par un système triphasé équilibré de tensions de pulsation ω_s , créent un champ magnétique tournant à la vitesse synchrone :

$$\Omega_s = \frac{\omega_s}{p} \tag{3.1}$$

Le champ tournant produit par le stator induit des courants dans les enroulements rotoriques. Ces courants, soumis à l'action du champ magnétique statorique, produisent un couple et le rotor se met en mouvement. Suivant la loi de Lenz, le rotor se met à tourner avec le sens de rotation du champ tournant. Néanmoins, si le rotor tourne à la vitesse de synchronisme, les enroulements rotoriques ne seront plus exposés à un flux variable, et aucun

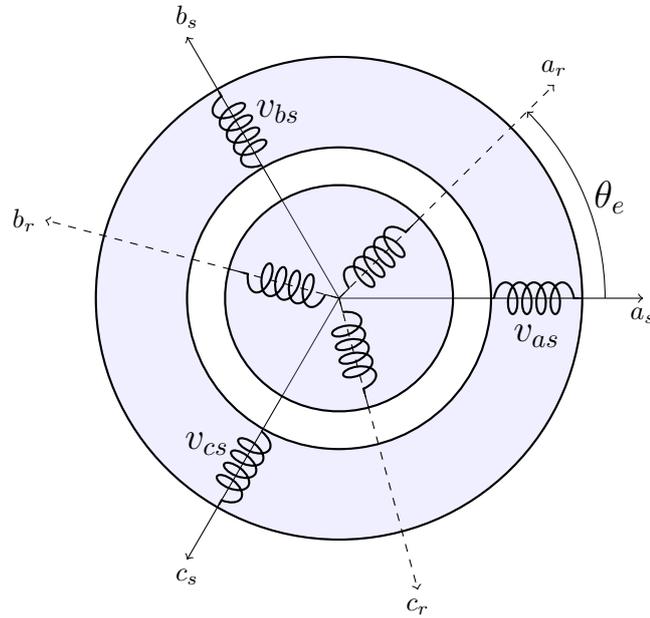


FIGURE 3.1: Représentation des enroulements d'une machine à induction

courant n'y sera induit. Le couple produit est nul dans ce cas-là, ce qui fait que la vitesse du rotor Ω_e ralentit. Lorsque Ω_e devient inférieure à la vitesse de synchronisme, le rotor ressent un champ magnétique variable, et un couple est produit de nouveau pour accélérer le rotor. La différence relative entre la vitesse de rotation du rotor et la vitesse de synchronisme est appelée le glissement, qui est noté g :

$$g = \frac{\Omega_s - \Omega_e}{\Omega_s} = \frac{\omega_s - \omega_e}{\omega_s} \quad (3.2)$$

La pulsation des courants rotoriques ω_r est égale à la pulsation du champ tournant vue dans le repère du rotor :

$$\omega_r = \omega_s - \omega_e = g\omega_s \quad (3.3)$$

La figure 3.2 montre les différents repères :

- triphasé lié au stator et noté $a_s b_s c_s$;
- triphasé lié au rotor et noté $a_r b_r c_r$;
- synchrone, lié au champ tournant et noté dq .

3.2 Mise en équation

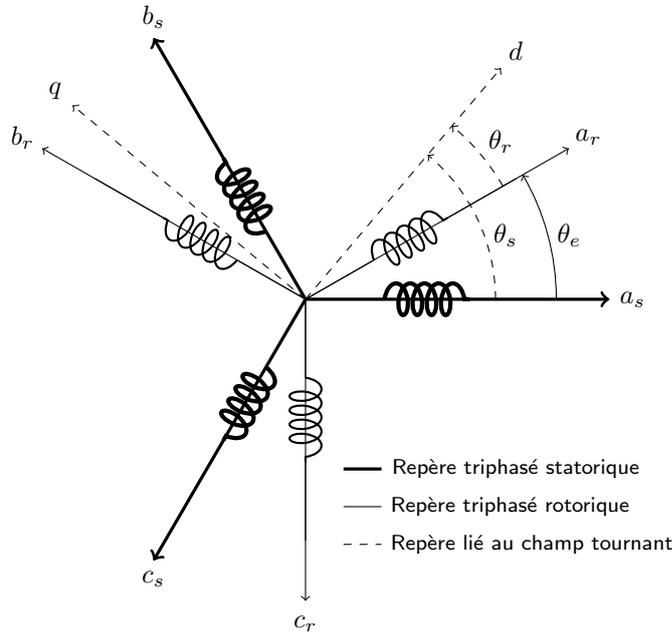


FIGURE 3.2: Définition des angles dans le plan électrique

3.2 Mise en équation

La mise en équation s'appuie sur quelques hypothèses classiques. Suivant les principes de modélisation présentés dans le chapitre précédent, et en se basant sur la structure de la machine asynchrone, on déduit les équations de la machine présentées ci-dessous.

3.2.1 Equations magnétiques

Les relations entre les flux totaux et les courants s'écrivent sous la forme matricielle suivante :

$$\Psi_{3s} = \Psi_{ss} + \Psi_{sr} \quad (3.4)$$

$$\Psi_{3r} = \Psi_{rs} + \Psi_{rr} \quad (3.5)$$

où Ψ_{ss} et Ψ_{rr} sont les flux propres du stator et du rotor respectivement :

$$\Psi_{ss} = \mathcal{L}_{3s} \mathcal{I}_{3s} = \begin{bmatrix} L_{ss} & M_s & M_s \\ M_s & L_{ss} & M_s \\ M_s & M_s & L_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\Psi_{rr} = \mathfrak{L}_{3r} \mathcal{I}_{3r} = \begin{bmatrix} L_{rr} & M_r & M_r \\ M_r & L_{rr} & M_r \\ M_r & M_r & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Ψ_{sr} et Ψ_{rs} sont les vecteurs des flux mutuels entre stator et rotor :

$$\Psi_{sr} = \mathcal{M}_{3sr} \mathcal{I}_{3r} = M_{sr} \mathbf{S}(\theta_e) \mathcal{I}_{3r} \quad (3.8)$$

$$\Psi_{rs} = \mathcal{M}_{3sr}^T \mathcal{I}_{3s} = M_{sr} \mathbf{S}^T(\theta_e) \mathcal{I}_{3s} \quad (3.9)$$

où M_{sr} est scalaire et $\mathbf{S}(\theta_e)$ est une matrice circulante :

$$\mathbf{S}(\theta_e) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \cos(\theta_e + 2\pi/3) & \cos(\theta_e + 4\pi/3) \\ \cos(\theta_e + 4\pi/3) & \cos(\theta_e) & \cos(\theta_e + 2\pi/3) \\ \cos(\theta_e + 2\pi/3) & \cos(\theta_e + 4\pi/3) & \cos(\theta_e) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

3.2.2 Equations électriques

La loi des mailles, appliquée sur les phases statoriques et rotoriques, donne les équations suivantes (on rappelle que, puisque les enroulements rotoriques sont en court-circuit, les tensions rotoriques sont nulles) :

$$\mathcal{V}_{3s} = R_s \mathcal{I}_{3s} + \frac{d\Psi_{3s}}{dt} = R_s \mathcal{I}_{3s} + \mathfrak{L}_{3s} \frac{d\mathcal{I}_{3s}}{dt} + \frac{d}{dt} (\mathcal{M}_{3sr} \mathcal{I}_{3r}) \quad (3.11)$$

$$= R_s \mathcal{I}_{3s} + \mathfrak{L}_{3s} \frac{d\mathcal{I}_{3s}}{dt} + \mathcal{M}_{3sr} \frac{d\mathcal{I}_{3r}}{dt} + \omega_e \frac{d\mathcal{M}_{3sr}}{d\theta_e} \mathcal{I}_{3r} \quad (3.12)$$

$$\mathcal{V}_{3r} = R_r \mathcal{I}_{3r} + \frac{d\Psi_{3r}}{dt} = R_r \mathcal{I}_{3r} + \mathfrak{L}_{3r} \frac{d\mathcal{I}_{3r}}{dt} + \frac{d}{dt} (\mathcal{M}_{3sr}^T \mathcal{I}_{3s}) \quad (3.13)$$

$$= R_r \mathcal{I}_{3r} + \mathfrak{L}_{3r} \frac{d\mathcal{I}_{3r}}{dt} + \mathcal{M}_{3sr}^T \frac{d\mathcal{I}_{3s}}{dt} + \omega_e \frac{d\mathcal{M}_{3sr}^T}{d\theta_e} \mathcal{I}_{3s} = 0 \quad (3.14)$$

3.2.3 Couple électromagnétique

Le couple électromagnétique produit par la machine est :

$$C_m = \frac{p}{2} \mathcal{I}^T \frac{\partial \mathfrak{L}(\theta_e)}{\partial \theta_e} \mathcal{I} = \frac{p}{2} \begin{bmatrix} \mathcal{I}_{3s} \\ \mathcal{I}_{3r} \end{bmatrix}^T \frac{\partial}{\partial \theta_e} \left(\begin{bmatrix} \mathfrak{L}_{3s} & \mathcal{M}_{3sr} \\ \mathcal{M}_{3sr}^T & \mathfrak{L}_{3r} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \mathcal{I}_{3s} \\ \mathcal{I}_{3r} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

sachant que les coefficients des matrices \mathfrak{L}_{3s} et \mathfrak{L}_{3r} sont indépendants de la position θ_e . De plus, tenant compte de l'égalité :

$$\mathcal{I}_{3s}^T \frac{d\mathcal{M}_{3sr}}{d\theta_e} \mathcal{I}_{3r} = \mathcal{I}_{3r}^T \frac{d\mathcal{M}_{3sr}^T}{d\theta_e} \mathcal{I}_{3s} \quad (3.16)$$

Cela donne :

$$C_m = \frac{p}{2} \left(\mathcal{I}_{3s}^T \frac{d\mathcal{M}_{3sr}}{d\theta_e} \mathcal{I}_{3r} + \mathcal{I}_{3r}^T \frac{d\mathcal{M}_{3sr}^T}{d\theta_e} \mathcal{I}_{3s} \right) = p \mathcal{I}_{3s}^T \frac{d\mathcal{M}_{3sr}}{d\theta_e} \mathcal{I}_{3r} \quad (3.17)$$

$$= p \mathcal{I}_{3s}^T M_{sr} \mathbf{S}(\theta_e + \pi/2) \mathcal{I}_{3r} \quad (3.18)$$

3.3 Modélisation dans un repère diphasé

Plusieurs repères peuvent être choisis pour appliquer la théorie des deux circuits sur la machine asynchrone : repère statorique, repère rotorique ou repère synchrone. Pour cette raison, on choisit un repère diphasé quelconque $d_a q_a$, faisant un angle θ_a avec le repère statorique fixe et tournant à une vitesse arbitraire ω_a (figure 3.3). Les modèles dans les différents repères seront déduits en remplaçant ω_a par la pulsation correspondante.

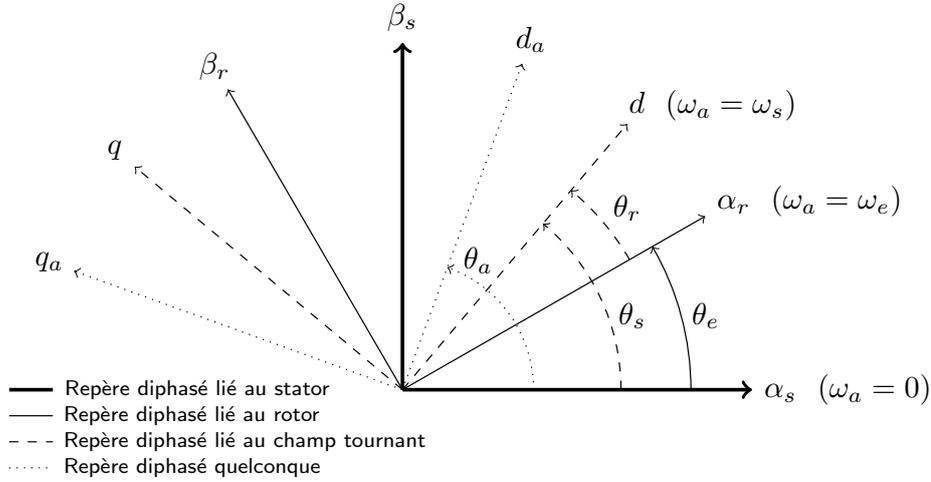


FIGURE 3.3: Définition des angles entre les repères diphasés

3.3.1 Modélisation dans un repère quelconque $d_a q_a$

On applique la transformation de Park qui projette les grandeurs triphasées statoriques \mathcal{X}_{3s} et rotoriques \mathcal{X}_{3r} sur le repère diphasé $d_a q_a$, pour avoir les grandeurs diphasées \mathcal{X}_{2s} et \mathcal{X}_{2r} , suivant les équations :

$$\mathcal{X}_{3s} = \mathbf{T}_{32}\mathbf{P}(\theta_a)\mathcal{X}_{2s} \quad (3.19)$$

$$\mathcal{X}_{3r} = \mathbf{T}_{32}\mathbf{P}(\theta_a - \theta_e)\mathcal{X}_{2r} \quad (3.20)$$

Substituons (3.19) et (3.20) pour les flux, courants et tensions. On obtient pour les flux :

$$\Psi_{3s} = \mathbf{T}_{32}\mathbf{P}(\theta_a)\Psi_{2s} \quad (3.21)$$

$$= \mathfrak{L}_{3s}\mathbf{T}_{32}\mathbf{P}(\theta_a)\mathcal{I}_{2s} + M_{sr}\mathbf{S}(\theta_e)\mathbf{T}_{32}\mathbf{P}(\theta_a - \theta_e)\mathcal{I}_{2r} \quad (3.22)$$

$$\Psi_{3r} = \mathbf{T}_{32}\mathbf{P}(\theta_a - \theta_e)\Psi_{2r} \quad (3.23)$$

$$= \mathfrak{L}_{3r}\mathbf{T}_{32}\mathbf{P}(\theta_a - \theta_e)\mathcal{I}_{2r} + M_{sr}\mathbf{S}(\theta_e)^T\mathbf{T}_{32}\mathbf{P}(\theta_a)\mathcal{I}_{2s} \quad (3.24)$$

et pour les tensions :

$$\mathcal{V}_{3s} = \mathbf{T}_{32}\mathbf{P}(\theta_a)\mathcal{V}_{2s} = R_s\mathbf{T}_{32}\mathbf{P}(\theta_a)\mathcal{I}_{2s} + \frac{d}{dt}(\mathbf{T}_{32}\mathbf{P}(\theta_a)\Psi_{2s}) \quad (3.25)$$

$$0 = R_r\mathbf{T}_{32}\mathbf{P}(\theta_a - \theta_e)\mathcal{I}_{2r} + \frac{d}{dt}(\mathbf{T}_{32}\mathbf{P}(\theta_a - \theta_e)\Psi_{2r}) \quad (3.26)$$

En multipliant à gauche par $\mathbf{P}(-\theta_a)\mathbf{T}_{32}^T$ pour les grandeurs statoriques, et par $\mathbf{P}(-\theta_a + \theta_e)\mathbf{T}_{32}^T$ pour les grandeurs rotoriques, et en appliquant les propriétés (2.42), (2.43), (2.44), (2.46) et (2.48) des matrices $\mathbf{P}(\eta)$ et \mathbf{T}_{32} , on aura :

$$\Psi_{2s} = \mathfrak{L}_{2s}\mathcal{I}_{2s} + M_{sr}\mathbf{P}(-\theta_a)\mathbf{T}_{32}^T\mathbf{S}(\theta_e)\mathbf{T}_{32}\mathbf{P}(-\theta_e)\mathbf{P}(\theta_a)\mathcal{I}_{2r} \quad (3.27)$$

$$= L_s\mathcal{I}_{2s} + M\mathcal{I}_{2r} \quad (3.28)$$

$$\Psi_{2r} = \mathfrak{L}_{2r}\mathcal{I}_{2r} + M_{sr}\mathbf{P}(-\theta_a)\mathbf{P}(\theta_e)\mathbf{T}_{32}^T\mathbf{S}(\theta_e)^T\mathbf{T}_{32}\mathbf{P}(\theta_a)\mathcal{I}_{2s} \quad (3.29)$$

$$= L_r\mathcal{I}_{2r} + M\mathcal{I}_{2s} \quad (3.30)$$

$$\mathcal{V}_{2s} = R_s\mathcal{I}_{2s} + \frac{d}{dt}(\Psi_{2s}) + \omega_a\mathbf{J}_2\Psi_{2s} \quad (3.31)$$

$$0 = R_r\mathcal{I}_{2r} + \frac{d}{dt}(\Psi_{2r}) + (\omega_a - \omega_e)\mathbf{J}_2\Psi_{2r} \quad (3.32)$$

où L_s et L_r sont les impédances cycliques du stator et du rotor respectivement, et M est l'inductance mutuelle maximale normalisée :

$$L_s = L_{ss} - M_s \quad (3.33)$$

$$L_r = L_{rr} - M_r \quad (3.34)$$

$$M = \frac{3}{2}M_{sr} \quad (3.35)$$

Couple électromagnétique

L'expression du couple est :

$$C_m = p\mathcal{I}_{3s}^T M_{sr}\mathbf{S}(\theta_e + \pi/2)\mathcal{I}_{3r} \quad (3.36)$$

Exprimons le dans le repère quelconque en appliquant les transformations nécessaires, on obtient :

$$C_m = pM_{sr}\mathcal{I}_{2s}^T\mathbf{P}(\theta_a)^T\mathbf{T}_{32}^T\mathbf{S}(\theta_e + \pi/2)\mathbf{T}_{32}\mathbf{P}(\theta_a - \theta_e)\mathcal{I}_{2r} \quad (3.37)$$

$$= pM\mathcal{I}_{2s}^T\mathbf{J}_2\mathcal{I}_{2r} = pM(i_{sq_a}i_{rd_a} - i_{sd_a}i_{rq_a}) \quad (3.38)$$

D'autres formulations peuvent être obtenues en utilisant les relations entre les flux et les courants dans le repère $d_a q_a$:

$$C_m = p\mathcal{I}_{2s}^T\mathbf{J}_2\Psi_{2s} = p\Psi_{2r}^T\mathbf{J}_2\mathcal{I}_{2r} = pk_s\Psi_{2s}^T\mathbf{J}_2\mathcal{I}_{2r} = pk_r\mathcal{I}_{2s}^T\mathbf{J}_2\Psi_{2r} \quad (3.39)$$

3.3 Modélisation dans un repère diphasé

où

$$k_s = \frac{M}{L_s} \quad ; \quad k_r = \frac{M}{L_r} \quad (3.40)$$

Dans la suite, on omet l'indice 2, les indices s et r désigneront par défaut des grandeurs diphasées liées au repère défini par le contexte.

3.3.2 Modélisation dans les différents repères diphasés

Les différentes formulations de l'expression du couple sont indépendantes de la position/vitesse du repère tournant, et sont donc valables dans tous les repères diphasés. Ceci est vrai aussi pour les expressions des flux (3.28) et (3.30). Seules les relations dynamiques des courants et tensions varient.

Modélisation dans le repère fixe $\alpha_s\beta_s$

Le repère diphasé lié au stator $\alpha_s\beta_s$ étant fixe, sa vitesse de rotation correspondante est nulle. Donc, les équations de la machine dans ce repère peuvent être déduites en remplaçant :

$$\omega_a = 0 \quad (3.41)$$

Cela donne le modèle suivant :

$$\mathcal{V}_s = R_s \mathcal{I}_s + \frac{d\Psi_s}{dt} \quad (3.42)$$

$$0 = R_r \mathcal{I}_r + \frac{d\Psi_r}{dt} - \omega_e \mathbf{J}_2 \Psi_r \quad (3.43)$$

Modélisation dans le repère tournant $\alpha_r\beta_r$

Le repère $\alpha_r\beta_r$ est lié au rotor, sa vitesse de rotation est alors :

$$\omega_a = \omega_e \quad (3.44)$$

Ce qui donne les équations suivantes :

$$\mathcal{V}_s = R_s \mathcal{I}_s + \frac{d\Psi_s}{dt} + \omega_e \mathbf{J}_2 \Psi_s \quad (3.45)$$

$$0 = R_r \mathcal{I}_r + \frac{d\Psi_r}{dt} \quad (3.46)$$

Modélisation dans le repère synchrone dq

Le repère synchrone est lié au champ tournant, sa pulsation est égale à la pulsation électrique des tensions statoriques :

$$\omega_a = \omega_s \quad (3.47)$$

Le modèle de la machine dans ce repère s'écrit comme suit (rappelons que $\omega_r = \omega_s - \omega_e$) :

$$\mathcal{V}_s = R_s \mathcal{I}_s + \frac{d\Psi_s}{dt} + \omega_s \mathbf{J}_2 \Psi_s \quad (3.48)$$

$$0 = R_r \mathcal{I}_r + \frac{d\Psi_r}{dt} + \omega_r \mathbf{J}_2 \Psi_r \quad (3.49)$$

3.4 Représentation d'état

Les équations d'état sont présentées dans le repère $d_a q_a$ quelconque, celles des autres repères en seront déduites. Pour plusieurs raisons (paramètres rotoriques mal connus, techniques de commande de flux rotorique, etc.), on s'intéresse à écrire les équations d'état avec les dynamiques des courants statoriques et des flux rotoriques. Pour cela, écrivons les courants rotoriques (i_{rd} et i_{rq}) en fonction des courants statoriques (i_{sd} et i_{sq}) et flux rotoriques (ψ_{rd} et ψ_{rq}) :

$$\mathcal{I}_r = \frac{1}{L_r} (\Psi_r - M \mathcal{I}_s) \quad (3.50)$$

On pourra donc écrire les flux statoriques comme suit :

$$\Psi_s = \sigma L_s \mathcal{I}_s + k_r \Psi_r \quad (3.51)$$

σ étant le coefficient de dispersion (de Blondel) :

$$\sigma = 1 - k_s k_r \quad (3.52)$$

3.4.1 Modèle mécanique

En exprimant le couple en fonction des courants statoriques et flux rotoriques, le modèle mécanique est le même dans tous les repères :

$$\frac{d\Omega_e}{dt} = \frac{p}{J} k_r \mathcal{I}_s^T \mathbf{J}_2 \Psi_r - \frac{1}{J} C_r \quad (3.53)$$

3.4 Représentation d'état

3.4.2 Modèle électrique

Substituons (3.51) dans les équations de tension (3.31) et (3.32), et prenons \mathcal{I}_s et Ψ_r comme variables d'état, on aura les équations d'état suivantes pour le modèle électrique :

$$\frac{d\mathcal{I}_s}{dt} = \frac{1}{L_\sigma} \left[\mathcal{V}_s - (R_\sigma \mathbf{I}_2 + \omega_a L_\sigma \mathbf{J}_2) \mathcal{I}_s + k_r \left(\frac{1}{\tau_r} \mathbf{I}_2 - \omega_e \mathbf{J}_2 \right) \Psi_r \right] \quad (3.54)$$

$$\frac{d\Psi_r}{dt} = - \left[\frac{1}{\tau_r} \mathbf{I}_2 - (\omega_e - \omega_a) \mathbf{J}_2 \right] \Psi_r + \frac{M}{\tau_r} \mathcal{I}_s \quad (3.55)$$

avec

$$R_\sigma = R_s + R_r k_r^2 \quad (3.56)$$

$$L_\sigma = \sigma L_s \quad (3.57)$$

$$\tau_r = \frac{L_r}{R_r} \quad (3.58)$$

Les équations d'état dans les différents repères diphasés sont :

Repère $\alpha_s \beta_s$ ($\omega_a = 0$) Le modèle suivant est souvent utilisé pour la synthèse d'un observateur qui estime la vitesse et les flux rotoriques à partir des mesures des courants statoriques :

$$\frac{d\mathcal{I}_s}{dt} = \frac{1}{L_\sigma} (\mathcal{V}_s - R_\sigma \mathcal{I}_s) + \frac{k_r}{L_\sigma} \left(\frac{1}{\tau_r} \mathbf{I}_2 - \omega_e \mathbf{J}_2 \right) \Psi_r \quad (3.59)$$

$$\frac{d\Psi_r}{dt} = - \left(\frac{1}{\tau_r} \mathbf{I}_2 - \omega_e \mathbf{J}_2 \right) \Psi_r + \frac{M}{\tau_r} \mathcal{I}_s \quad (3.60)$$

Repère dq ($\omega_a = \omega_s$) Ce repère est utilisé pour la commande des machines asynchrones en flux orienté :

$$\frac{d\mathcal{I}_s}{dt} = \frac{1}{L_\sigma} \left[\mathcal{V}_s - (R_\sigma \mathbf{I}_2 + \omega_s L_\sigma \mathbf{J}_2) \mathcal{I}_s + k_r \left(\frac{1}{\tau_r} \mathbf{I}_2 - \omega_e \mathbf{J}_2 \right) \Psi_r \right] \quad (3.61)$$

$$\frac{d\Psi_r}{dt} = - \left(\frac{1}{\tau_r} \mathbf{I}_2 - (\omega_e - \omega_s) \mathbf{J}_2 \right) \Psi_r + \frac{M}{\tau_r} \mathcal{I}_s \quad (3.62)$$

Repère $\alpha_r \beta_r$ ($\omega_a = \omega_e$)

$$\frac{d\mathcal{I}_s}{dt} = \frac{1}{L_\sigma} \left[\mathcal{V}_s - (R_\sigma \mathbf{I}_2 + \omega_e L_\sigma \mathbf{J}_2) \mathcal{I}_s + k_r \left(\frac{1}{\tau_r} \mathbf{I}_2 - \omega_e \mathbf{J}_2 \right) \Psi_r \right] \quad (3.63)$$

$$\frac{d\Psi_r}{dt} = - \frac{1}{\tau_r} \Psi_r + \frac{M}{\tau_r} \mathcal{I}_s \quad (3.64)$$

Ce dernier repère est rarement utilisé dans la commande des machines asynchrones, et il est peu important.

Notons qu'il est possible d'utiliser plusieurs repères de modélisation dans un même algorithme de commande et/ou d'observation.

Page laissée intentionnellement vide.

Chapitre 4

Modélisation des machines synchrones

La machine synchrone est une machine AC dont la vitesse de rotation du rotor est égale à la vitesse du champ tournant créé par le stator. Cette machine est surtout utilisée dans les centrales électriques en tant que génératrice. Contrairement à la machine asynchrone, la machine synchrone ne peut pas démarrer en boucle ouverte. Pour cette raison elle a été, pendant longtemps, utilisée dans des applications de forte puissance à vitesse fixe. Néanmoins, avec les progrès dans l'électronique d'alimentation et de commande, il est devenu possible de l'utiliser dans des applications à vitesse variable. De plus, avec la découverte d'aimants permanents très efficaces, les machines synchrones sont potentiellement présentes, en tant que moteurs, dans les applications de forte puissance et haute précision.

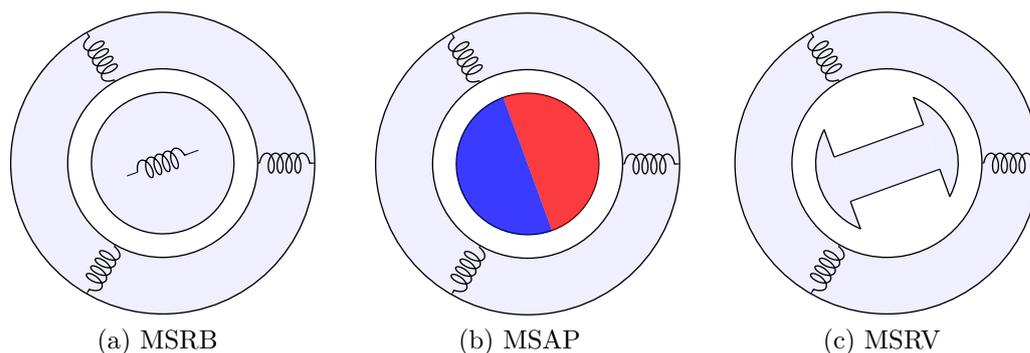


FIGURE 4.1: Machines synchrones avec différents types d'interaction champ tournant - rotor

Il existe aujourd'hui une grande variété de machines synchrones, qui vont de l'alternateur à rotor bobiné de plusieurs centaines de mégawatts, jus-

qu'au moteur de quelques watts à aimants permanents, en passant par les moteurs à réluctance variable. Dans ce chapitre nous détaillons le modèle de la machine synchrone (MS) à rotor bobiné (RB) à pôles saillants, qui est considérée comme la machine synchrone la plus générale. Nous présentons aussi la dérivation des modèles des MS à aimants permanent (AP) et à réluctance variable (RV) à partir de celui de la MSRB, sachant que les modèles détaillés des MSAP et MSRV sont dans l'annexe B.

4.1 Structure et principe de fonctionnement

Le stator d'une machine synchrone est triphasé, comme celui d'une machine asynchrone. Le champ tournant du stator peut être vu comme un aimant fictif qui tourne à la vitesse de synchronisme autour du rotor ; il existe trois types d'interaction entre le champ tournant et le rotor de façon à avoir une vitesse de rotation rotorique égale à celle de synchronisme (figure 4.1) :

- Champ tournant - électroaimant : dans ce cas le rotor est bobiné et excité par une source DC, c'est le cas de la MSRB ;
- Champ tournant - aimant permanent : il s'agit des MSAP, où le rotor est équipé d'aimants permanents qui peuvent être surfaciques ou enterrés (figure 4.2).
- Champ tournant - matériau ferromagnétique : on parle ici des MSRV, dans ce type de machines, le rotor présente une structure saillante, et le principe de fonctionnement se base sur l'alignement du rotor avec le champ tournant de façon à assurer un chemin magnétique à réluctance minimale (i.e. flux maximal).

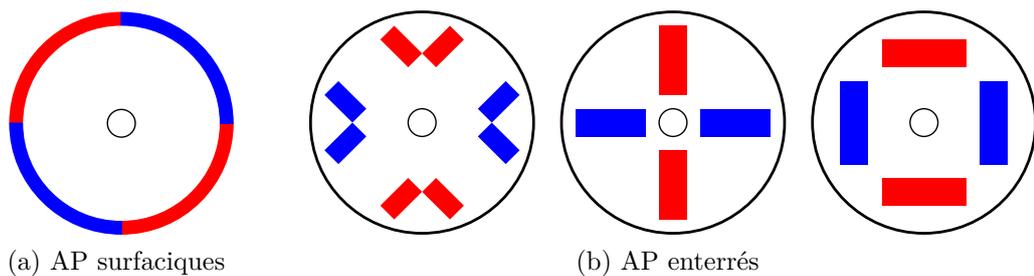


FIGURE 4.2: Exemples de rotors des MSAP

Toutefois, on peut combiner plusieurs types de rotor pour adapter la machine à une application spécifique, on cite à titre d'exemple :

- MSRB à pôles saillants
- MSAP à pôles saillants
- MSRV assistée par des AP

4.1 Structure et principe de fonctionnement

— MSRB avec des AP (machine à excitation hybride)

Du point de vue de la modélisation, sous les hypothèses classiques, on regroupe les MS dans 5 catégories présentées dans la figure 4.3 ; on appellera, par exemple, MSAP à pôles saillants toute machine comportant des aimants au rotor avec une saillance (y compris les MSAP enterrés et les MSRV assistées par des AP).

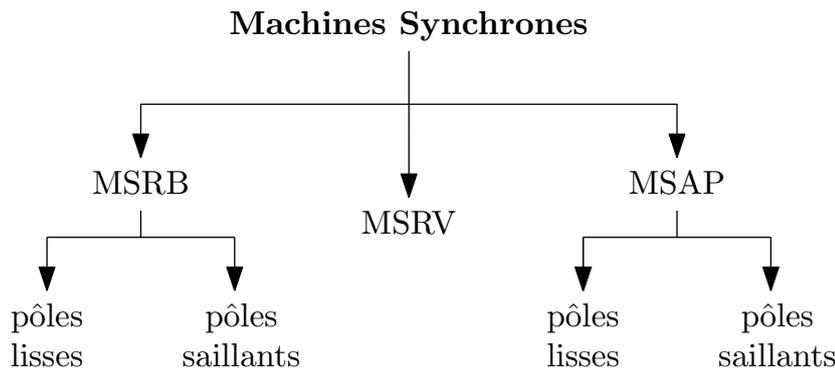


FIGURE 4.3: Classification des machines synchrones

Les MSRB possèdent un degré de liberté supplémentaire, par rapport aux MSAP et MSRV : le flux rotorique est réglable. Ceci permet d'avoir un facteur de puissance réglable et d'effectuer un défluxage plus aisé par le réglage du courant d'excitation. En revanche, le couplage entre les dynamiques statorique et rotorique rend la commande de cette machine plus complexe. De plus, l'alimentation du rotor nécessite une électronique supplémentaire, ce qui diminue le rendement de la machine par rapport à la MSAP. De plus, les contacts glissants du rotor limitent sa vitesse de rotation.

Les MSAP sont des machines sans balais (*Brushless*) ; les pertes sont surtout localisées au stator, ce qui améliore le rendement de la machine par rapport à la MSRB. De plus, elles possèdent une puissance massique importante. La commande de ces machines est un domaine relativement mature aujourd'hui, en comparaison avec les MSRB. Les points faibles de la MSAP, hormis son coût assez élevé, sont l'ondulation du couple et le risque de démagnétisation dans certaines conditions de fonctionnement.

Les MSRV sont aussi des machines sans balais, mais également sans aimants, ce qui réduit notablement leur coût. La conception et la commande de ces machines sont encore des domaines ouverts ; le prix croissant des aimants permanents utilisés dans les MSAP augmente la compétitivité des MSRV.

4.2 Mise en équation

Sous les hypothèses classiques de modélisation des machines électriques en vue de leur commande, nous considérons une machine synchrone à rotor bobiné à $2p$ pôles saillants. Nous appliquons les principes de modélisation présentés dans le chapitre 2 à cette machine.

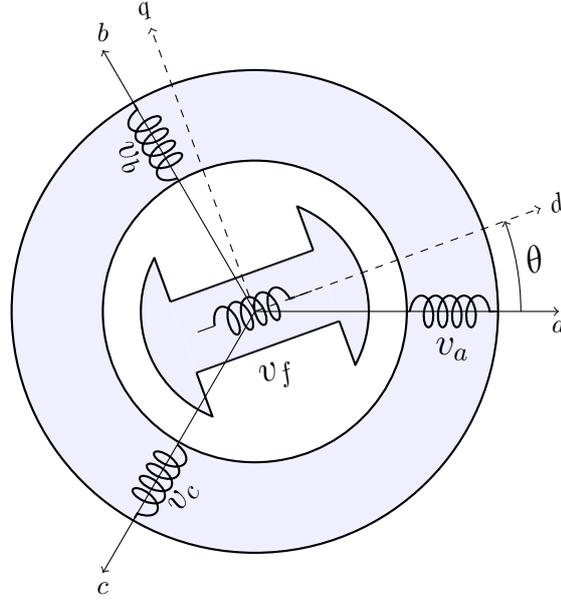


FIGURE 4.4: Représentation symbolique de la machine synchrone à rotor bobiné à pôles saillants

4.2.1 Equations magnétiques

Les flux de la machine s'écrivent comme suit :

$$\Psi_{3s} = \mathfrak{L}_{3s}(\theta)\mathcal{I}_{3s} + \mathcal{M}_{sf}(\theta)i_f \quad (4.1)$$

$$\psi_f = \mathcal{M}_{sf}^T(\theta)\mathcal{I}_{3s} + L_f i_f \quad (4.2)$$

Dans ce type de machines (rotor à pôles saillants), la matrice des inductances $\mathfrak{L}_{3s}(\theta)$ contient deux termes; \mathfrak{L}_{3s0} constant, et $\mathfrak{L}_{3s2}(\theta)$ fonction de l'angle électrique θ :

$$\mathfrak{L}_{3s}(\theta) = \mathfrak{L}_{3s0} + \mathfrak{L}_{3s2}(\theta) \quad (4.3)$$

où

$$\mathfrak{L}_{3s0} = \begin{bmatrix} L_{s0} & M_{s0} & M_{s0} \\ M_{s0} & L_{s0} & M_{s0} \\ M_{s0} & M_{s0} & L_{s0} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

4.2 Mise en équation

et

$$\mathfrak{L}_{3s2}(\theta) = L_{s2} \begin{bmatrix} \cos(2\theta) & \cos(2\theta - 2\pi/3) & \cos(2\theta + 2\pi/3) \\ \cos(2\theta - 2\pi/3) & \cos(2\theta + 2\pi/3) & \cos(2\theta) \\ \cos(2\theta + 2\pi/3) & \cos(2\theta) & \cos(2\theta - 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

En ce qui concerne $\mathcal{M}_{sf}(\theta)$, qui est l'inductance mutuelle entre l'enroulement rotorique et les enroulements statoriques, elle a l'expression suivante :

$$\mathcal{M}_{sf}(\theta) = M_0 \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

4.2.2 Équations électriques

La loi des mailles, appliquée sur les phases statoriques et rotorique, donne les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{3s} &= R_s \mathcal{I}_{3s} + \frac{d\Psi_{3s}}{dt} \\ &= R_s \mathcal{I}_{3s} + \mathfrak{L}_{3s} \frac{d\mathcal{I}_{3s}}{dt} + \mathcal{M}_{sf}^T \frac{di_f}{dt} + \omega \frac{d\mathfrak{L}_{3s}}{d\theta} \mathcal{I}_{3s} + \omega \frac{d\mathcal{M}_{sf}^T}{d\theta} i_f \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$v_f = R_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt} = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} + \mathcal{M}_{sf}^T \frac{d\mathcal{I}_{3s}}{dt} + \omega \frac{d\mathcal{M}_{sf}^T}{d\theta} \mathcal{I}_{3s} \quad (4.8)$$

4.2.3 Couple électromagnétique

Rappelons l'expression générale du couple, établie en (2.28) :

$$C_m = \frac{p}{2} \mathcal{I}^T \frac{\partial \mathfrak{L}(\theta)}{\partial \theta} \mathcal{I} = \frac{p}{2} \begin{bmatrix} \mathcal{I}_{3s} \\ i_f \end{bmatrix}^T \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\begin{bmatrix} \mathfrak{L}_{3s}(\theta) & \mathcal{M}_{sf}(\theta) \\ \mathcal{M}_{sf}^T(\theta) & L_f \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \mathcal{I}_{3s} \\ i_f \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Tenant compte de l'égalité :

$$\mathcal{I}_{3s}^T \frac{d\mathcal{M}_{sf}}{d\theta} i_f = i_f \frac{d\mathcal{M}_{sf}^T}{d\theta} \mathcal{I}_{3s} \quad (4.10)$$

On aura :

$$C_m = \frac{p}{2} \mathcal{I}_{3s}^T \frac{d\mathfrak{L}_{3s}}{d\theta} \mathcal{I}_{3s} + p \mathcal{I}_{3s}^T \frac{d\mathcal{M}_{sf}}{d\theta} i_f \quad (4.11)$$

On distingue dans l'expression (4.11) deux termes distincts :

- le premier terme, fonction des courants et inductances statoriques, décrit l'effet de la saillance. Il est le seul à exister dans le cas des machines synchrones à réluctance variable (qui n'ont pas d'excitation mais une forte saillance). Dans le cas des machines à pôles lisses il est nul ;
- le second terme présente le couple produit par la réaction des flux statorique et rotorique. Il existe pour les machines à rotor excité (par bobinage ou par aimants), où il est souvent le terme dominant.

4.3 Modélisation dans un repère diphasé

On peut écrire les équations de la machine synchrone dans un repère diphasé quelconque, en procédant de la même manière que pour la machine asynchrone. On aura les équations de tensions suivantes :

$$\mathcal{V}_s = R_s \mathcal{I}_s + \frac{d\Psi_s}{dt} + \omega_a \mathbf{J}_2 \Psi_s \quad (4.12)$$

$$\mathcal{V}_f = R_f \mathcal{I}_f + \frac{d\Psi_f}{dt} + (\omega_a - \omega) \mathbf{J}_2 \Psi_f \quad (4.13)$$

Contrairement aux équations des flux de la machine asynchrone, celles d'une machine synchrone changent d'un repère à un autre. On se contentera donc de la modélisation de la machine synchrone dans deux repères : statorique ($\omega_a = 0$) et rotorique ($\omega_a = \omega$). Rappelons que le rotor tourne à la même vitesse que le champ tournant.

Le repère rotorique est souvent utilisé pour la commande (commande vectorielle ou à flux orienté), tandis que le repère statorique est mieux adapté pour l'observation de la position et de la vitesse du rotor (pour la commande sans capteur mécanique).

4.3.1 Modélisation dans le repère fixe du stator

Le repère diphasé fixe, lié au stator, est noté $\alpha\beta$ pour la machine synchrone. Les équations dans ce repère sont obtenues à partir de la projection des équations triphasées par application de la transformation de Concordia. Cette transformation est définie pour toutes les variables magnétiques et électriques :

$$\mathcal{X}_{\alpha\beta} = \mathbf{T}_{32}^T \mathcal{X}_{abc} \quad (4.14)$$

Après application de cette transformation, nous pouvons définir un schéma de la machine diphasée, équivalente au sens de Concordia, présenté dans la figure 4.5.

4.3 Modélisation dans un repère diphasé

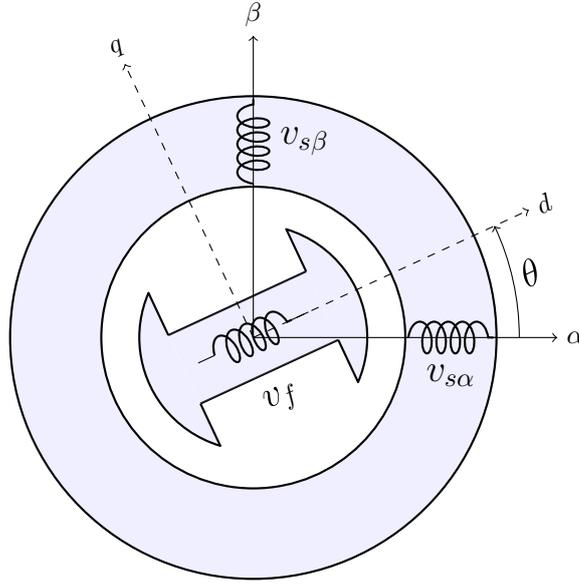


FIGURE 4.5: Représentation symbolique de la machine synchrone équivalente au sens de Concordia

Equations magnétiques

Pour simplifier l'exposé, les matrices d'inductances sont factorisées de façon à faire apparaître les matrices usuelles des machines triphasées.

Sous l'hypothèse du système triphasé équilibré (la somme des courants statoriques est nulle), on peut écrire la partie constante de la matrice d'inductance, qui est une matrice circulante symétrique, sous la forme suivante :

$$\mathfrak{L}_{3s0} = (L_{s0} - M_{s0}) \mathbf{T}_{32} \mathbf{T}_{32}^T \quad (4.15)$$

La partie variable (en fonction de la position) de la matrice d'inductance, $\mathfrak{L}_{3s2}(\theta)$ symétrique non circulante, peut s'écrire de la manière suivante :

$$\mathfrak{L}_{3s2}(\theta) = \frac{3}{2} L_{s2} \mathbf{T}_{32} \mathbf{P}(\theta) \mathbf{K}_2 \mathbf{P}(-\theta) \mathbf{T}_{32}^T \quad (4.16)$$

où la matrice \mathbf{K}_2 est une matrice 2×2 analogue à l'opération de conjugaison pour les nombres complexes et qui s'écrit :

$$\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Finalement, la matrice d'inductance statorique s'écrit sous la forme factorisée suivante :

$$\mathfrak{L}_{3s} = \mathfrak{L}_{3s0} + \mathfrak{L}_{3s2} = \mathbf{T}_{32} [L_0 \mathbf{I}_2 + L_2 \mathbf{P}(\theta) \mathbf{K}_2 \mathbf{P}(-\theta)] \mathbf{T}_{32}^T \quad (4.18)$$

avec :

$$L_0 = L_{s0} - M_{s0} \quad (4.19)$$

$$L_2 = \frac{3}{2}L_{s2} \quad (4.20)$$

En ce qui concerne $\mathcal{M}_{sf}(\theta)$, elle peut être factorisée comme suit :

$$\mathcal{M}_{sf}(\theta) = \sqrt{\frac{3}{2}}M_0 \mathbf{T}_{32} \mathbf{P}(\theta) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = M_f \mathbf{T}_{32} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

où

$$M_f = \sqrt{\frac{3}{2}}M_0 \quad (4.22)$$

Flux statoriques Appliquons la transformation de Concordia aux flux statoriques :

$$\Psi_{3s} = \mathbf{T}_{32} \Psi_{s\alpha\beta} = \mathfrak{L}_{3s}(\theta) \mathbf{T}_{32} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} + \mathcal{M}_{sf}(\theta) i_f \quad (4.23)$$

Multipliant à gauche par \mathbf{T}_{32}^T , on obtient :

$$\Psi_{s\alpha\beta} = \mathfrak{L}_{s\alpha\beta} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} + M_f \mathcal{I}_{f\alpha\beta} \quad (4.24)$$

où $\mathfrak{L}_{s\alpha\beta}$ est la matrice d'inductance statorique dans le repère diphasé $\alpha\beta$:

$$\begin{aligned} \mathfrak{L}_{s\alpha\beta} &= L_0 \mathbf{I}_2 + L_2 \mathbf{P}(\theta) \mathbf{K}_2 \mathbf{P}(-\theta) \\ &= \begin{bmatrix} L_0 + L_2 \cos 2\theta & L_2 \sin 2\theta \\ L_2 \sin 2\theta & L_0 - L_2 \cos 2\theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.25)$$

et $\mathcal{I}_{f\alpha\beta}$ le vecteur des projections du courant rotorique dans le repère $\alpha\beta$:

$$\mathcal{I}_{f\alpha\beta} = i_f \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}^T \quad (4.26)$$

Flux rotoriques Le flux rotor dans le repère diphasé fixe s'écrit comme suit :

$$\Psi_{f\alpha\beta} = \psi_f \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} = \mathcal{M}_{sf}^T \mathcal{I}_{3s} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} + L_f \mathcal{I}_{f\alpha\beta} \quad (4.27)$$

$$= \mathcal{M}_{f\alpha\beta} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} + L_f \mathcal{I}_{f\alpha\beta} \quad (4.28)$$

avec

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{f\alpha\beta}(\theta) &= M_f \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \\ &= \frac{M_f}{2} \begin{bmatrix} 1 + \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & 1 - \cos 2\theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.29)$$

4.3 Modélisation dans un repère diphasé

Finalement, les équations des flux s'écrivent sous la forme matricielle compacte :

$$\begin{bmatrix} \Psi_{s\alpha\beta} \\ \Psi_{f\alpha\beta} \end{bmatrix} = \mathfrak{L}(\theta)\mathcal{I} = \begin{bmatrix} \mathfrak{L}_{s\alpha\beta} & M_f \mathbf{I}_2 \\ \mathcal{M}_{f\alpha\beta} & L_f \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} \\ \mathcal{I}_{f\alpha\beta} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

ou sous forme scalaire développée :

$$\psi_{s\alpha} = (L_0 + L_2 \cos 2\theta) i_{s\alpha} + L_2 i_{s\beta} \sin 2\theta + M_f i_{f\alpha} \quad (4.31)$$

$$\psi_{s\beta} = (L_0 - L_2 \cos 2\theta) i_{s\beta} + L_2 i_{s\alpha} \sin 2\theta + M_f i_{f\beta} \quad (4.32)$$

$$\psi_{f\alpha} = L_f i_{f\alpha} + M_f i_{s\alpha} \cos^2 \theta + M_f i_{s\beta} \sin \theta \cos \theta \quad (4.33)$$

$$\psi_{f\beta} = L_f i_{f\beta} + M_f i_{s\alpha} \cos \theta \sin \theta + i_{s\beta} M_f \sin^2 \theta \quad (4.34)$$

Equations électriques

Appliquons la transformation de Concordia pour les équations (4.7) et (4.8) en tenant compte de l'équation (4.30) :

$$\mathcal{V}_{s\alpha\beta} = R_s \mathcal{I}_{s\alpha\beta} + \frac{d\Psi_{s\alpha\beta}}{dt} \quad (4.35)$$

$$= R_s \mathcal{I}_{s\alpha\beta} + \mathfrak{L}_{s\alpha\beta} \frac{d\mathcal{I}_{s\alpha\beta}}{dt} + M_f \frac{d\mathcal{I}_{f\alpha\beta}}{dt} + \omega \frac{d\mathfrak{L}_{s\alpha\beta}}{d\theta} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} \quad (4.36)$$

$$\mathcal{V}_{f\alpha\beta} = R_f \mathcal{I}_{f\alpha\beta} + \frac{d\Psi_{f\alpha\beta}}{dt} \quad (4.37)$$

$$= R_f \mathcal{I}_{f\alpha\beta} + \mathcal{M}_{f\alpha\beta} \frac{d\mathcal{I}_{s\alpha\beta}}{dt} + L_f \frac{d\mathcal{I}_{f\alpha\beta}}{dt} + \omega \frac{d\mathcal{M}_{f\alpha\beta}}{d\theta} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} \quad (4.38)$$

Couple électromagnétique

L'expression du couple dans le repère $\alpha\beta$ s'écrit comme suit :

$$C_m = \frac{p}{2} \mathcal{I}^T \frac{\partial \mathfrak{L}(\theta)}{\partial \theta} \mathcal{I} = \frac{p}{2} \mathcal{I}_{s\alpha\beta}^T \frac{\partial \mathfrak{L}_{s\alpha\beta}}{\partial \theta} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} + \frac{p}{2} \mathcal{I}_{f\alpha\beta}^T \frac{\partial \mathcal{M}_{f\alpha\beta}}{\partial \theta} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} \quad (4.39)$$

$$= p M_f i_f (i_{s\beta} \cos \theta - i_{s\alpha} \sin \theta) - p L_2 [(i_{s\alpha}^2 - i_{s\beta}^2) \sin 2\theta - 2i_{s\alpha} i_{s\beta} \cos 2\theta] \quad (4.40)$$

4.3.2 Modélisation dans le repère tournant du rotor

Le modèle de la machine synchrone dans le repère rotorique dq (repère synchrone) est obtenu, à partir du modèle dans le repère fixe $\alpha\beta$, par rotation d'angle θ , angle du rotor par rapport au stator :

$$\mathcal{X}_{\alpha\beta} = \mathbf{P}(\theta) \mathcal{X}_{dq} \quad (4.41)$$

On peut alors définir un schéma de la machine diphasée équivalente au sens de Park, montré dans la figure 4.6.

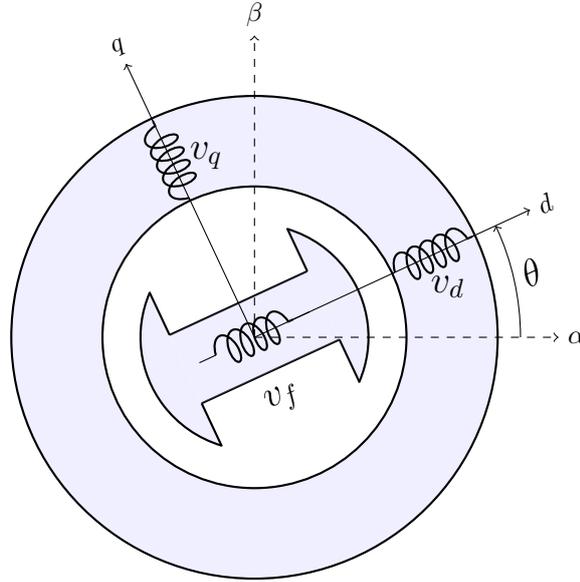


FIGURE 4.6: Représentation symbolique de la machine synchrone équivalente au sens de Park

Equations magnétiques

La matrice d'inductance statorique (4.25) dans le repère diphasé fixe se factorise comme suit :

$$\mathfrak{L}_{s\alpha\beta} = \mathbf{P}(\theta) (L_0 \mathbf{I}_2 + L_2 \mathbf{K}_2) \mathbf{P}(-\theta) = \mathbf{P}(\theta) \mathfrak{L}_{sdq} \mathbf{P}(-\theta) \quad (4.42)$$

où

$$\mathfrak{L}_{sdq} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

avec L_d et L_q les inductances d'axe direct (d) et en quadrature (q) respectivement :

$$L_d = L_0 + L_2 \quad (4.44)$$

$$L_q = L_0 - L_2 \quad (4.45)$$

L'inductance mutuelle entre les enroulements statoriques et l'enroulement rotorique se factorise comme suit :

$$\mathcal{M}_{sf} = M_f \mathbf{T}_{32} \mathbf{P}(\theta) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

La composante nulle dans le vecteur à droite de l'équation (4.46) vient du fait que seul l'axe direct du rotor est excité par le courant i_f .

4.3 Modélisation dans un repère diphasé

Flux statoriques A partir des formes factorisées des matrices d'inductances, l'application de la transformation de rotation sur les flux statoriques, en multipliant à gauche l'équation (4.24) par $\mathbf{P}(-\theta)$, donne :

$$\Psi_{sdq} = \mathcal{L}_{sdq}\mathcal{I}_{sdq} + M_f\mathcal{I}_{fdq} \quad (4.47)$$

La composante en quadrature du vecteur courant rotorique dans le repère dq est nulle ($i_{fq} = 0$), tandis que la composante d'axe direct est égale au courant d'excitation $i_{fd} = i_f$.

Flux rotorique Les composantes du vecteur de flux rotorique $\psi_{f\alpha\beta}$ (4.28) s'écrivent sous la forme développée suivante :

$$\psi_{f\alpha} = M_f i_{sd} \cos \theta + L_f i_f \cos \theta \quad (4.48)$$

$$\psi_{f\beta} = M_f i_{sd} \sin \theta + L_f i_f \sin \theta \quad (4.49)$$

En conséquence, les composantes du flux rotorique dans le repère dq sont :

$$\psi_{fd} = M_f i_{sd} + L_f i_f \quad (4.50)$$

$$\psi_{fq} = 0 \quad (4.51)$$

Il est intuitif que les composantes d'axe en quadrature des courants et flux rotoriques, dans le repère tournant, soient nulles ; par définition, l'axe d est aligné avec le flux rotorique. Dans la suite, on ne parlera plus de la composante d'axe q pour les variables du rotor, et on omettra l'indice d pour la simplification. Les flux de la machine synchrone dans le repère dq s'écrivent donc sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \\ \psi_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & M_f \\ 0 & L_q & 0 \\ M_f & 0 & L_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_f \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

Equations électriques

Remplaçons les variables $\mathcal{X}_{s\alpha\beta}$ par $\mathbf{P}(\theta)\mathcal{X}_{sdq}$ dans l'équation des tensions statoriques (4.35), et multiplions à gauche par la matrice $\mathbf{P}(-\theta)$, en utilisant les propriétés de cette matrice, on obtient :

$$\mathcal{V}_{sdq} = R_s \mathcal{I}_{sdq} + \mathbf{P}(-\theta) \frac{d}{dt} (\mathbf{P}(\theta) \Psi_{sdq}) \quad (4.53)$$

$$= R_s \mathcal{I}_{sdq} + \frac{d\Psi_{sdq}}{dt} + \omega \mathbf{P}(-\theta) \mathbf{P} \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right) \Psi_{sdq} \quad (4.54)$$

$$= R_s \mathcal{I}_{sdq} + \frac{d\Psi_{sdq}}{dt} + \omega \mathbf{J}_2 \Psi_{sdq} \quad (4.55)$$

On procède de la même manière pour la tension rotorique (4.37) pour avoir :

$$v_f = R_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt} \quad (4.56)$$

On aura finalement les équations des tensions dans le repère dq qui s'écrivent comme suit :

$$v_{sd} = R_s i_{sd} + L_d \frac{di_{sd}}{dt} + M_f \frac{di_f}{dt} - \omega L_q i_{sq} \quad (4.57)$$

$$v_{sq} = R_s i_{sq} + L_q \frac{di_{sq}}{dt} + \omega (L_d i_{sd} + M_f i_f) \quad (4.58)$$

$$v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} + M_f \frac{di_{sd}}{dt} \quad (4.59)$$

Couple électromagnétique

La puissance électrique fournie aux bornes de la machine synchrone est :

$$P_{in} = \mathcal{I}_{sabc}^T \mathcal{V}_{sabc} = \mathcal{I}_{sdq}^T \mathcal{V}_{sdq} = (v_{sd} i_{sd} + v_{sq} i_{sq} + v_f i_f) \quad (4.60)$$

Remplaçons les tensions par leurs expressions :

$$\begin{aligned} P_{in} = & \underbrace{R_s (i_{sd}^2 + i_{sq}^2) + R_f i_f^2}_{P_J} + \underbrace{i_{sd} \frac{d\psi_{sd}}{dt} + i_{sq} \frac{d\psi_{sq}}{dt} + i_f \frac{d\psi_f}{dt}}_{P_{mag}} \\ & + \underbrace{p (\psi_{sd} i_{sq} - \psi_{sq} i_{sd}) \Omega}_{P_{meca}} \end{aligned} \quad (4.61)$$

On distingue 3 termes dans l'équation de puissance :

- P_J représente les pertes par effet Joule dans les enroulements ;
- P_{mag} représente la variation par unité de temps de l'énergie magnétique emmagasinée ;
- P_{meca} représente la puissance électrique transformée en puissance mécanique à l'intérieur du moteur.

Sachant que la puissance mécanique est égale au produit du couple C_m et de la vitesse de rotation Ω , on déduit l'expression du couple :

$$P_{meca} = C_m \Omega \implies C_m = \frac{P_{meca}}{\Omega} = p (\psi_{sd} i_{sq} - \psi_{sq} i_{sd}) \quad (4.62)$$

On obtient finalement :

$$C_m = p (\psi_{sd} i_{sq} - \psi_{sq} i_{sd}) = p [(L_d - L_q) i_{sd} + M_f i_f] i_{sq} \quad (4.63)$$

La formulation matricielle du couple dans le repère dq est la suivante :

$$C_m = p \mathcal{I}_{sdq}^T \mathbf{J}_2 \Psi_{sdq} \quad (4.64)$$

4.4 Modèles des autres machines synchrones

Représentation d'état dans le repère dq

On présente le modèle d'état de la partie électrique de la machine synchrone dans le repère tournant. Le vecteur d'état contient les courants du stator et du rotor. Les équations d'état sont :

$$\frac{di_{sd}}{dt} = \frac{1}{\sigma_d L_d} [v_{sd} - R_s i_{sd} + L_q i_{sq} \omega - k_f (v_f - R_f i_f)] \quad (4.65)$$

$$\frac{di_{sq}}{dt} = \frac{1}{L_q} [v_{sq} - R_s i_{sq} - (L_d i_{sd} + M_f i_f) \omega] \quad (4.66)$$

$$\frac{di_f}{dt} = \frac{1}{\sigma_d L_f} [v_f - R_f i_f - k_d (v_{sd} - R_s i_{sd} + L_q i_{sq} \omega)] \quad (4.67)$$

avec

$$\sigma_d = 1 - k_d k_f \quad ; \quad k_d = \frac{M_f}{L_d} \quad ; \quad k_f = \frac{M_f}{L_f} \quad (4.68)$$

4.4 Modèles des autres machines synchrones

On peut dériver les modèles des autres machines synchrones à partir de celui de la MSRB à pôles saillants comme suit :

- Pour avoir le modèle de la MSAP à pôles saillants, on considère que les flux et courant rotoriques sont constants. Le flux de l'aimant permanent ψ_r est équivalent au flux rotorique induit dans le bobinage du stator :

$$\frac{d\psi_f}{dt} \equiv 0 \quad (4.69)$$

$$\psi_r \equiv M_f i_f \quad (4.70)$$

- Le modèle de la MSRV peut être déduit de celui de la MSAP à pôles saillants en considérant que le flux rotorique est nul :

$$\psi_r \equiv M_f i_f \equiv 0 \quad (4.71)$$

- Finalement, pour avoir les modèles des MSRB et MSAP à pôles lisses, on considère que les inductances d'axe direct et d'axe en quadrature dans le modèle de Park sont égales :

$$L_d = L_q \quad (4.72)$$

Ces modèles sont présentés en détail dans l'annexe B.

On souligne, finalement, que le modèle de la MSRB est présenté dans ce chapitre de façon à montrer quelques caractéristiques, qu'on a remarquées, qui rapprochent cette machine de la machine asynchrone ; dans les deux machines il existe un couplage dynamique entre les flux statoriques et rotoriques, d'où la particularité de la MSRB.

Page laissée intentionnellement vide.

Chapitre 5

Modélisation unifiée des machines AC

Les modèles des machines électriques présentés dans les chapitres précédents sont de différents niveaux de complexité et de non-linéarité. Pour cela, les machines AC sont traditionnellement étudiées séparément dans la littérature de la commande *sensorless* des entraînements à vitesse variable. Par exemple, on peut remarquer que la machine synchrone à rotor bobiné (MSRB) est assez difficile à étudier en comparaison de la machine synchrone à aimants permanents (MSAP) à pôles lisses (PL). Cette dernière, ayant des propriétés particulières, sert souvent de référence pour les enseignants dans leurs cours de commande des machines électriques, mais elle constitue également une source d'inspiration pour les ingénieurs et chercheurs dans leur développement de nouvelles techniques de commande ou d'estimation pour les machines AC.

Comme le principe de fonctionnement est le même pour toutes les machines AC, pourquoi ne cherche-t-on pas un modèle unifié qui serve à la synthèse unifiée de lois de commande et d'observation pour ces machines ? Et si un tel modèle existe, pourquoi n'émule-t-il pas celui de la plus simple des machines AC, i.e. celui de la MSAP-PL ?

En effet, plusieurs tentatives d'unifier la modélisation des machines AC sont proposées dans la littérature. La première a été proposée par [Chen *et al.*, 2000] pour unifier les modèles des MSAP, en introduisant le concept de *force électromotrice étendue* (voir annexe C) qui transforme le modèle de la MSAP-PS en un modèle d'une machine à pôles lisses, d'inductance statorique L_d , avec une f.é.m. modifiée (étendue). Dans le même souci d'unification des modèles, les auteurs dans [Koonlaboon et Sangwongwanich, 2005] proposent un nouveau concept, le *flux fictif*, qui paraît plus efficace, en prenant L_q comme étant l'inductance statorique avec un flux rotorique modifié (fictif).

Néanmoins, seules les MSAP sont concernées jusqu'ici. Une extension du concept de flux fictif, par le concept de *flux actif*, a été proposée par Boldea *et al.* [Boldea *et al.*, 2008]. Ce nouveau concept permet d'unifier la modélisation de toutes les machines synchrones, y compris la MSRB. Pourtant, pour la machine à induction (MI), le vecteur flux rotorique est supposé d'amplitude constante dans la formulation du modèle avec le concept de flux actif. Il est à noter que certains auteurs utilisent le terme *f.é.m. équivalente* à la place du flux actif [Liu *et al.*, 2011].

A partir des motivations et de l'état de l'art ci-dessus, on propose dans ce chapitre une modélisation unifiée des machines AC, en introduisant le concept de *flux équivalent*¹. Cette modélisation décrit une machine à pôles lisses, d'inductance statorique L_{eq} , avec un flux rotorique équivalent, ψ_{eq} , qui peut être constant ou variable, et qui émule le flux rotorique d'une MSAP-PL [Koteich *et al.*, 2016a].

Le modèle unifié proposé est particulièrement intéressant pour la synthèse des observateurs de flux dans le cadre de la commande sans capteur de position. Ces observateurs de flux, basés sur le modèle électromagnétique de la machine, sont connus pour leur robustesse vis-à-vis de la méconnaissance des paramètres mécaniques. Il est montré à la fin de ce chapitre que la nouvelle formulation permet de généraliser les structures d'estimation des flux proposées dans la littérature pour les machines à induction [Lascu *et al.*, 2000, Lascu *et al.*, 2005, Holtz et Quan, 2002, Holtz et Quan, 2003], synchrone à rotor bobiné [Boldea *et al.*, 2009a, Koteich *et al.*, 2016c], synchrone à aimants à pôles saillants [Boldea *et al.*, 2009b, Paicu *et al.*, 2009, Foo et Rahman, 2010b] et à pôles lisses [Ortega *et al.*, 2011, Koteich *et al.*, 2013] et synchrone à réductance variable [Agarlita *et al.*, 2012, Barnard *et al.*, 2015].

La formulation du modèle unifié proposée est plus exacte que celle proposée par [Chen *et al.*, 2000], plus générale que celle proposée par [Koonlaboon et Sangwongwanich, 2005], et n'exige aucune approximation contrairement au cas de la machine à induction dans [Boldea *et al.*, 2008]. De plus, vu qu'il s'agit d'un sujet relativement récent dans le domaine de la commande *sensorless*, nous consacrons ce chapitre à la présentation de cette théorie avec la démonstration des formules pour chaque machine. Pour cela, la théorie des deux circuits est appliquée ; les variables sont exprimées dans un repère diphasé. De plus, la notation complexe est utilisée pour exprimer les vecteurs d'espace, c.à.d. l'axe transversal (d ou α) est l'axe des réels, et l'axe longitudinal (q ou β) est celui des imaginaires. Dans cette représentation, le passage du repère stationnaire $\alpha\beta$ au repère tournant dq , faisant un angle θ avec le

1. Parmi les différents termes possibles et utilisés, nous préférons le terme de *flux équivalent* qui nous semble plus pertinent.

5.1 Motivation

repère stationnaire, s'exprime comme suit pour le vecteur complexe \underline{x} :

$$\underline{x}_{s,r}^r = e^{-j\theta} \underline{x}_{s,r}^s \Leftrightarrow x_d + jx_q = (\cos \theta - j \sin \theta)(x_\alpha + jx_\beta) \quad (5.1)$$

Les indices s et r désignent les grandeurs du stator et du rotor respectivement. Les exposants s et r désignent le repère dans lequel le vecteur concerné est exprimé ; s correspond au repère lié au stator $\alpha\beta$ et r correspond à celui lié au champ tournant dq .

5.1 Motivation

Comme nous l'avons mentionné précédemment, la MSAP-PL possède une structure particulièrement intéressante parmi les machines AC. Son principe de fonctionnement est assez élémentaire et intuitif, et peut être facilement expliqué à un novice en génie électrique : le stator triphasé génère un champ magnétique tournant, et l'aimant du rotor cylindrique le suit. De plus, sa mise en équation dans les différents repères de modélisation est assez aisée. La figure 5.1 montre la représentation symbolique de la MSAP-PL.

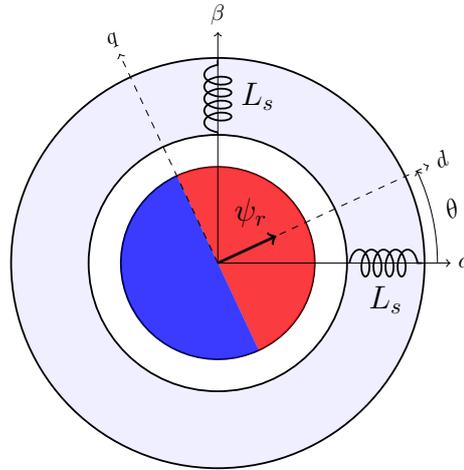


FIGURE 5.1: Représentation symbolique d'une MSAP-PL

Dans le repère diphasé stationnaire $\alpha\beta$, les flux statoriques s'écrivent comme suit :

$$\underline{\psi}_s^s = L_s \underline{i}_s^s + \underline{\psi}_r^s \quad (5.2)$$

$$\underline{\psi}_r^s = \psi_r e^{j\theta} \quad (5.3)$$

L'équation de la tension statorique est :

$$\underline{v}_s^s = R_s \underline{i}_s^s + \frac{d\underline{\psi}_s^s}{dt} = R_s \underline{i}_s^s + L_s \frac{d\underline{i}_s^s}{dt} + j\omega \psi_r e^{j\theta} \quad (5.4)$$

Le couple électromagnétique s'écrit comme suit :

$$C_m = p \mathcal{I}m(\underline{\psi}_r^{s*} \underline{i}_s^s) = p \left| \underline{\psi}_r^s \times \underline{i}_s^s \right| = p \psi_r (i_{s\beta} \cos \theta - i_{s\alpha} \sin \theta) \quad (5.5)$$

avec

$$\left| \underline{x} \times \underline{y} \right| = \mathcal{R}e(\underline{x})\mathcal{I}m(\underline{y}) - \mathcal{I}m(\underline{x})\mathcal{R}e(\underline{y}) \quad (5.6)$$

Dans le repère diphasé lié au champ tournant dq , les expressions des flux deviennent (on applique la relation $\underline{x}^r = e^{-j\theta} \underline{x}^s$) :

$$\underline{\psi}_s^r = L_s \underline{i}_s^r + \underline{\psi}_r^r \quad (5.7)$$

$$\underline{\psi}_r^r = \psi_r \quad (5.8)$$

Et l'équation de la tension statorique devient :

$$\underline{v}_s^r = R_s \underline{i}_s^r + \frac{d\underline{\psi}_s^r}{dt} + j\omega \underline{\psi}_s^r = R_s \underline{i}_s^r + L_s \frac{d\underline{i}_s^r}{dt} + j\omega(L_s \underline{i}_s^r + \psi_r) \quad (5.9)$$

Le couple s'exprime dans le repère dq comme suit :

$$C_m = p \mathcal{I}m(\underline{\psi}_r^{r*} \underline{i}_s^r) = p \left| \underline{\psi}_r^r \times \underline{i}_s^r \right| = p \psi_r i_{sq} \quad (5.10)$$

Le diagramme vectoriel de la MSAP-PL, en régime sinusoïdal permanent, est montré sur la figure 5.2.

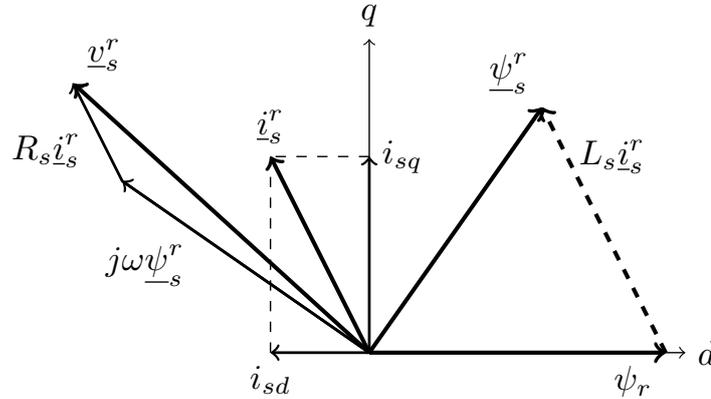


FIGURE 5.2: Diagramme de Blondel de la MSAP-PL

L'estimation du vecteur flux rotorique dans le repère statorique est l'une des techniques d'estimation les plus efficaces pour la commande de la MSAP-PL sans capteur mécanique. L'équation de base pour l'estimation est :

$$\hat{\underline{\psi}}_r^s = -L_s \underline{i}_s^s + \int (\underline{v}_s^s - R_s \underline{i}_s^s) dt \quad (5.11)$$

5.2 Concept du *Flux Équivalent*

La position θ et la vitesse ω du champ tournant peuvent être estimées suivant les équations suivantes :

$$\hat{\theta} = \angle \underline{\hat{\psi}}_r^s = \arctan \left(\frac{\psi_{r\beta}}{\psi_{r\alpha}} \right) \quad (5.12)$$

$$\hat{\omega} = \frac{d\hat{\theta}}{dt} = \frac{\psi_{r\alpha} \frac{d\psi_{r\beta}}{dt} - \psi_{r\beta} \frac{d\psi_{r\alpha}}{dt}}{\psi_{r\alpha}^2 + \psi_{r\beta}^2} \quad (5.13)$$

En outre, le couple électromagnétique peut être estimé comme suit :

$$\hat{C}_m = p \left| \underline{\hat{\psi}}_r^s \times \underline{i}_s^s \right| \quad (5.14)$$

Serait-il possible d'appliquer cette technique d'estimation pour toutes les machines AC ?

5.2 Concept du *Flux Équivalent*

Le but de ce paragraphe est de prouver que toutes les machines AC, présentées dans les chapitres précédents, possèdent un modèle unifié où les flux statoriques s'écrivent dans le repère $\alpha\beta$ comme suit :

$$\underline{\psi}_s^s = L_{eq} \underline{i}_s^s + \underline{\psi}_{eq}^s \quad (5.15)$$

$$\underline{\psi}_{eq}^s = \psi_{eq} e^{j\theta} \quad (5.16)$$

L'équation de la tension statorique est :

$$\underline{v}_s^s = R_s \underline{i}_s^s + \frac{d\underline{\psi}_s^s}{dt} = R_s \underline{i}_s^s + L_{eq} \frac{d\underline{i}_s^s}{dt} + \frac{d\psi_{eq}}{dt} e^{j\theta} + j\omega \psi_{eq} e^{j\theta} \quad (5.17)$$

Et le couple résistant s'écrit comme suit :

$$C_m = p \operatorname{Im}(\underline{\psi}_{eq}^{s*} \underline{i}_s^s) = p \left| \underline{\psi}_{eq}^s \times \underline{i}_s^s \right| = p \psi_{eq} (i_{s\beta} \cos \theta - i_{s\alpha} \sin \theta) \quad (5.18)$$

avec $L_{eq} = L_s$ pour les machines synchrones et $L_{eq} = \sigma L_s$ pour les machines asynchrones. ψ_{eq} est le *flux équivalent* au flux de l'aimant permanent dans une MSAP-PL, et il s'exprime comme suit pour chaque machine :

$$\begin{aligned} \text{MSRB} & : \psi_{eq} = L_{\Delta} i_{sd} + M_f i_f \\ \text{MSAP-PS} & : \psi_{eq} = L_{\Delta} i_{sd} + \psi_r \\ \text{MSAP-PL} & : \psi_{eq} = \psi_r \\ \text{MSRV} & : \psi_{eq} = L_{\Delta} i_{sd} \\ \text{MI} & : \psi_{eq} = k_r \psi_{rd} \end{aligned} \quad (5.19)$$

Dans le repère dq , le modèle unifié des machines AC s'écrit comme suit. L'équation du flux est :

$$\underline{\psi}_s^r = L_{eq} \underline{i}_s^r + \psi_{eq} \quad (5.20)$$

L'équation de la tension est la suivante :

$$\underline{v}_s^r = R_s \underline{i}_s^r + \frac{d\underline{\psi}_s^r}{dt} + j\omega \underline{\psi}_s^r \quad (5.21)$$

$$= R_s \underline{i}_s^r + L_{eq} \frac{d\underline{i}_s^r}{dt} + \frac{d\psi_{eq}}{dt} + j\omega (L_{eq} \underline{i}_s^r + \psi_{eq}) \quad (5.22)$$

Et le couple s'écrit simplement :

$$C_m = p\psi_{eq} i_{sq} \quad (5.23)$$

Le diagramme vectoriel de ce modèle unifié est présenté dans la figure 5.3.

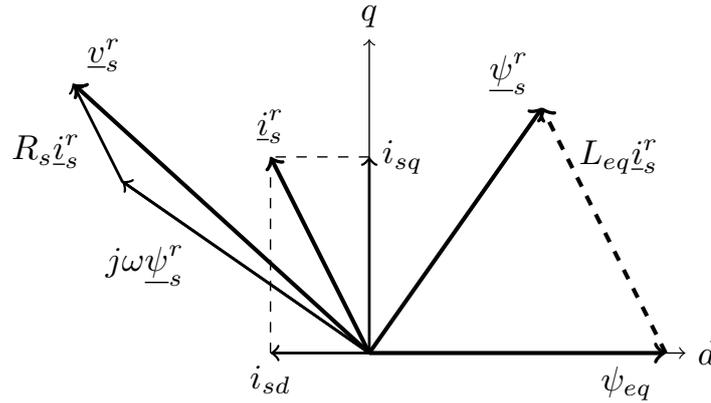


FIGURE 5.3: Diagramme vectoriel du modèle unifié des machine AC.

Le vecteur du flux équivalent $\underline{\psi}_{eq}^s$ est aligné avec l'axe direct du champ tournant. Il peut être d'amplitude constante, comme dans le cas d'une MSAP-PL, ou il peut avoir une amplitude fonction des courants statoriques et/ou des flux rotoriques. Le flux équivalent est vu comme étant le flux qui produit le couple, i.e. qui multiplie le courant i_{sq} dans l'expression du couple dans le repère lié au champ tournant. Dans la suite, nous démontrons que cette modélisation unifiée s'applique pour chaque machine.

5.2.1 Machines synchrones

L'expression du flux statorique d'une machine synchrone à rotor bobiné dans le repère $\alpha\beta$ est présentée dans l'équation (4.24). On peut l'écrire en

5.2 Concept du *Flux Équivalent*

notation complexe comme suit :

$$\underline{\psi}_s^s = L_0 \underline{i}_s^s + L_2 \underline{i}_s^{s*} e^{j2\theta} + M_f i_f e^{j\theta} \quad (5.24)$$

Si on ajoute et retranche le terme $L_2 \underline{i}_s^s$, on obtient :

$$\underline{\psi}_s^s = (L_0 - L_2) \underline{i}_s^s + L_2 (\underline{i}_s^s + \underline{i}_s^{s*} e^{j2\theta}) + M_f i_f e^{j\theta} \quad (5.25)$$

On rappelle que $L_q = L_0 - L_2$, l'équation précédente s'écrit comme suit :

$$\underline{\psi}_s^s = L_q \underline{i}_s^s + L_2 (\underline{i}_s^s e^{-j\theta} + \underline{i}_s^{s*} e^{j\theta}) e^{j\theta} + M_f i_f e^{j\theta} \quad (5.26)$$

ce qui est équivalent à écrire :

$$\underline{\psi}_s^s = L_q \underline{i}_s^s + L_2 (\underline{i}_s^s e^{-j\theta} + (\underline{i}_s^s e^{-j\theta})^*) e^{j\theta} + M_f i_f e^{j\theta} \quad (5.27)$$

La somme d'un nombre complexe avec son conjugué est égale au double de sa partie réelle, on peut donc écrire :

$$\underline{\psi}_s^s = L_q \underline{i}_s^s + 2L_2 \mathcal{R}e (\underline{i}_s^s e^{-j\theta}) e^{j\theta} + M_f i_f e^{j\theta} \quad (5.28)$$

$$= L_q \underline{i}_s^s + (2L_2 \mathcal{R}e (\underline{i}_s^s) + M_f i_f) e^{j\theta} \quad (5.29)$$

Sachant que $L_\Delta = 2L_2$, le flux statorique s'écrit sous la forme suivante :

$$\underline{\psi}_s^s = L_q \underline{i}_s^s + (L_\Delta i_{sd} + M_f i_f) e^{j\theta} = L_q \underline{i}_s^s + \psi_{eq} e^{j\theta} \quad (5.30)$$

où ψ_{eq} est le flux équivalent, défini pour la MSRB par :

$$\psi_{eq} = L_\Delta i_{sd} + M_f i_f \quad (5.31)$$

Donc, l'équation de la tension s'écrit comme suit :

$$\underline{v}_s^s = R_s \underline{i}_s^s + \frac{d\underline{\psi}_s^s}{dt} \quad (5.32)$$

$$= R_s \underline{i}_s^s + L_q \frac{d\underline{i}_s^s}{dt} + \frac{d\psi_{eq}}{dt} e^{j\theta} + j\omega \psi_{eq} e^{j\theta} \quad (5.33)$$

Et le couple électromagnétique, donné par l'équation (4.40), s'écrit :

$$C_m = p \left| \underline{\psi}_{eq}^s \times \underline{i}_s^s \right| = p \psi_{eq} (i_{s\beta} \cos \theta - i_{s\alpha} \sin \theta) \quad (5.34)$$

Passons au repère dq , le flux statorique, donné par l'équation (4.47), s'exprime comme suit en notation complexe :

$$\underline{\psi}_s^r = L_d i_{sd} + M_f i_f + jL_q i_{sq} \quad (5.35)$$

Si on ajoute et on retranche à l'expression du flux le terme $L_q i_{sd}$, on obtient :

$$\underline{\psi}_s^r = L_q(i_{sd} + j i_{sq}) + (L_d - L_q)i_{sd} + M_f i_f = L_q \underline{i}_s^r + \psi_{eq} \quad (5.36)$$

L'équation de la tension est donc :

$$\underline{v}_s^r = R_s \underline{i}_s^r + \frac{d\underline{\psi}_s^r}{dt} + j\omega \underline{\psi}_s^r \quad (5.37)$$

$$= R_s \underline{i}_s^r + L_q \frac{d\underline{i}_s^r}{dt} + \frac{d\psi_{eq}}{dt} + j\omega(L_q \underline{i}_s^r + \psi_{eq}) \quad (5.38)$$

L'expression du couple, donnée par l'équation (4.63), s'écrit :

$$C_m = p\psi_{eq}i_{sq} \quad (5.39)$$

Le diagramme vectoriel de la MSRB est donné par la figure 5.4.

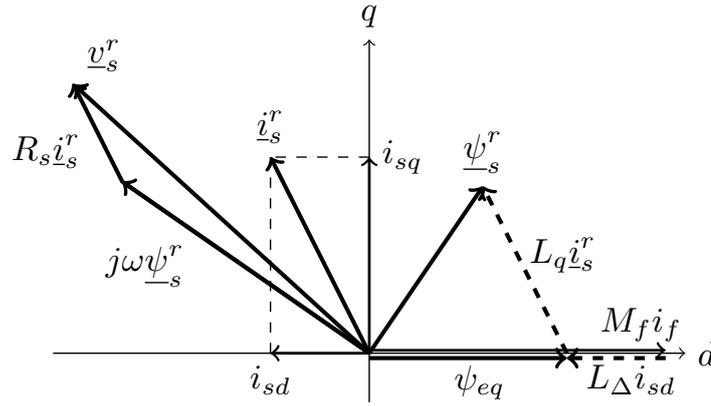


FIGURE 5.4: Diagramme vectoriel de la MSRB

Remarque 5.2.1 *En régime sinusoïdal permanent, la dérivée temporelle du flux équivalent n'est rien d'autre que la **tension d'excitation** (en anglais : excitation voltage), un concept très utilisé dans l'analyse du fonctionnement en régime permanent de la MSRB [Krause et al., 2013]. D'ailleurs, il est intéressant de comparer le modèle des machines synchrones formulé dans ce chapitre avec l'état de l'art de leur étude en régime permanent.*

On procède de la même manière pour les autres machines synchrones pour avoir le flux équivalent de la MSAP-PS sous la forme :

$$\psi_{eq} = L_\Delta i_{sd} + \psi_r \quad (5.40)$$

5.2 Concept du Flux Équivalent

et celui de la MSR_V sous la forme :

$$\psi_{eq} = L_{\Delta} i_{sd} \quad (5.41)$$

On rappelle que les équations de la MSAP-PL sont déjà présentées en tant que source de motivation, et le flux équivalent est dans ce cas le flux rotorique.

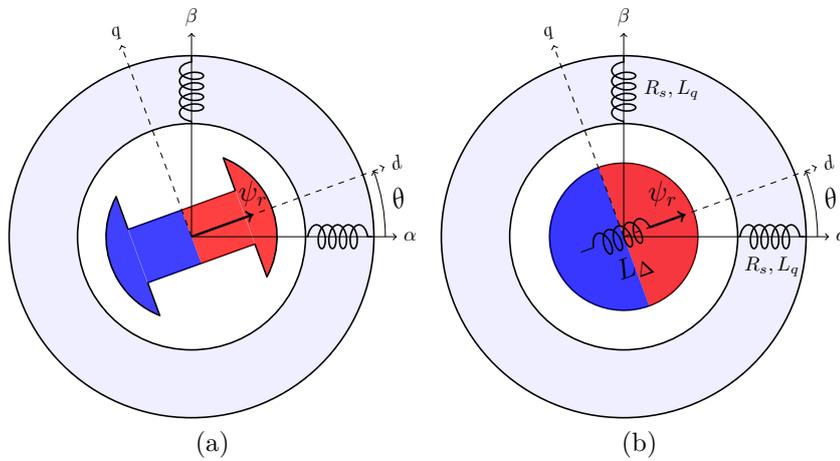


FIGURE 5.5: Représentation symbolique de : (a) la MSAP à pôles saillants et (b) la machine équivalente avec le flux équivalent.

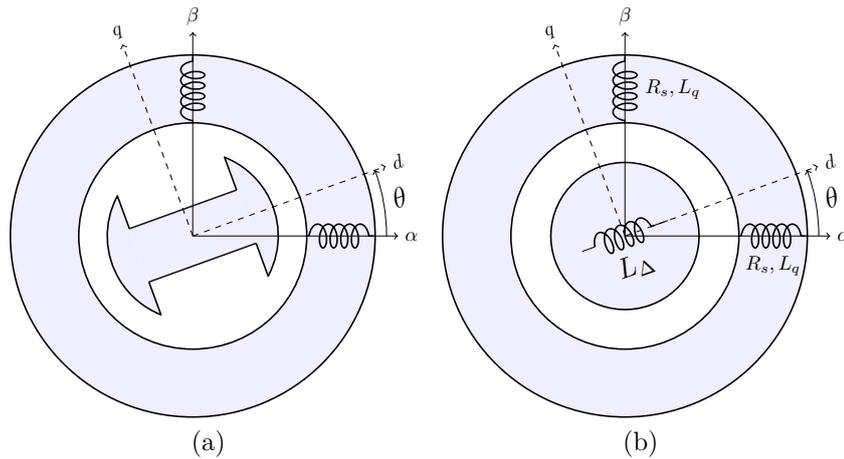


FIGURE 5.6: Représentation symbolique de : (a) la MSR_V et (b) la machine équivalente avec le flux équivalent.

Les figures 5.5 et 5.6 montrent la représentation symbolique équivalente des MSAP-PS et MSRVR respectivement, et la figure 5.7 montre les diagrammes vectoriels de ces deux machines.

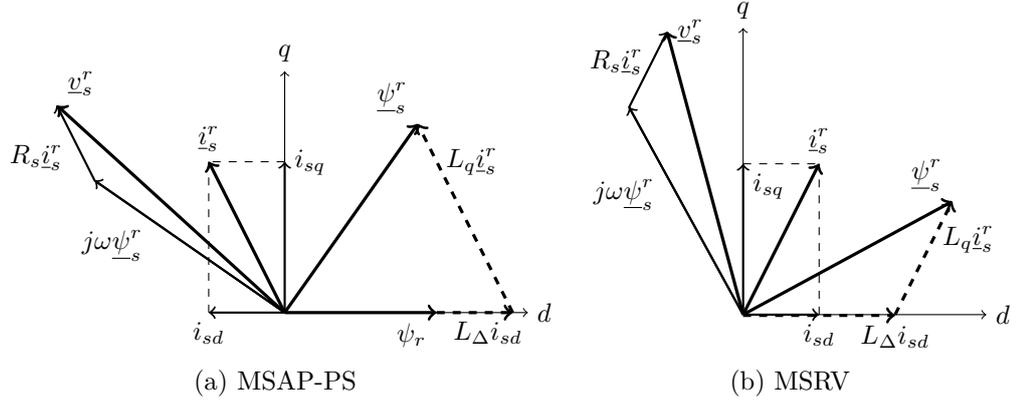


FIGURE 5.7: Diagramme vectoriel de : (a) la MSAP-PS et (b) la MSRVR.

5.2.2 Machine asynchrone

Dans le repère diphasé stationnaire, les flux de la machine à induction sont donnés par les équations (3.28) et (3.30). Ils s'expriment en notation complexe comme suit :

$$\underline{\psi}_s^s = L_s \underline{i}_s^s + M \underline{i}_r^s \quad (5.42)$$

$$\underline{\psi}_r^s = M \underline{i}_s^s + L_r \underline{i}_r^s \quad (5.43)$$

La deuxième équation donne :

$$\underline{i}_r^s = \frac{1}{L_r} (\underline{\psi}_r^s - M \underline{i}_s^s) \quad (5.44)$$

En remplaçant (5.44) dans (5.42), on obtient :

$$\underline{\psi}_s^s = L_\sigma \underline{i}_s^s + k_r \underline{\psi}_r^s = L_\sigma \underline{i}_s^s + \underline{\psi}_{eq}^s \quad (5.45)$$

avec :

$$L_\sigma = \sigma L_s ; \quad \sigma = 1 - k_s k_r ; \quad k_s = \frac{M}{L_s} ; \quad k_r = \frac{M}{L_r} \quad (5.46)$$

L'équation de la tension statorique s'écrit comme suit :

$$\underline{v}_s^s = R_s \underline{i}_s^s + \frac{d\underline{\psi}_s^s}{dt} = R_s \underline{i}_s^s + L_\sigma \frac{d\underline{i}_s^s}{dt} + k_r \frac{d\underline{\psi}_r^s}{dt} + j\omega k_r \underline{\psi}_r^s \quad (5.47)$$

5.2 Concept du *Flux Équivalent*

Et le couple électromagnétique, donné par l'équation (3.39), s'écrit :

$$C_m = pk_r \left| \underline{\psi}_r^s \times \underline{i}_s^s \right| = pk_r (\psi_{r\alpha_s} i_{s\beta_s} - \psi_{r\beta_s} i_{s\alpha_s}) \quad (5.48)$$

Dans le repère lié au flux rotorique, on peut de même écrire le flux statorique comme suit :

$$\underline{\psi}_s^r = L_\sigma \underline{i}_s^r + k_r \underline{\psi}_r^r = L_\sigma \underline{i}_s^r + k_r \psi_{rd} \quad (5.49)$$

L'équation de la tension est :

$$\underline{v}_s^r = R_s \underline{i}_s^r + \frac{d\underline{\psi}_s^r}{dt} + j\omega \underline{\psi}_s^r \quad (5.50)$$

$$= R_s \underline{i}_s^r + L_\sigma \frac{di_s^r}{dt} + k_r \frac{d\underline{\psi}_r^r}{dt} + j\omega (L_\sigma \underline{i}_s^r + k_r \underline{\psi}_r^r) \quad (5.51)$$

Et le couple électromagnétique s'exprime dans ce cas comme suit :

$$C_m = pk_r \psi_{rd} i_{sq} \quad (5.52)$$

Donc les équations de la machine asynchrone s'écrivent sous la forme unifiée proposée en prenant :

$$L_{eq} = L_\sigma \quad (5.53)$$

$$\psi_{eq} = k_r \psi_{rd} \quad (5.54)$$

Les auteurs de [Boldea *et al.*, 2008] proposent une autre formulation des équations de la machine asynchrone en se basant sur le modèle en régime permanent. En partant de l'équation :

$$k_r \psi_{rd} = k_r (M i_{sd} + L_r i_{rd}) \quad (5.55)$$

Si le flux rotorique est constant, c.à.d. $\dot{\psi}_{rd} = 0$, le courant i_{rd} est nul car (voir équation (3.49)) :

$$i_{rd} = -\frac{1}{R_r} \frac{d\psi_{rd}}{dt} \quad (5.56)$$

On obtient :

$$k_r \psi_{rd} = k_r M i_{sd} = (L_s - L_\sigma) i_{sd} \quad (5.57)$$

Remarque 5.2.2 Cette dernière équation montre qu'en régime permanent la machine asynchrone se rapproche d'une machine synchrone à réluctance variable, où $L_d = L_s$ et $L_q = L_\sigma$ (on rappelle que $L_{eq} = L_q$ pour les machines synchrones et $L_{eq} = L_\sigma$ pour la machine asynchrone).

5.3 Observateur unifié des machines AC

Les techniques de commande avancées des machines AC nécessitent la valeur instantanée de la position du champ tournant, dans le cas de la commande à flux orienté, ou la valeur du couple électromagnétique et des flux statoriques pour la commande directe de couple. La formulation du modèle unifié proposée dans ce chapitre permet d'unifier la stratégie d'estimation des signaux nécessaires pour la commande sans capteur mécanique.

5.3.1 Estimation par *Flux Équivalent*

A partir des équations (5.15) et (5.17), le flux équivalent peut être estimé par l'équation du modèle de tension (figure 5.8) :

$$\underline{\hat{\psi}}_{eq}^s = -L_{eq}\dot{\underline{i}}_s^s + \int (\underline{v}_s^s - R_s \dot{\underline{i}}_s^s) dt \quad (5.58)$$

Soit :

$$\underline{\hat{\psi}}_{eq}^s = \hat{\psi}_\alpha^{eq} + j\hat{\psi}_\beta^{eq} = \hat{\psi}_{eq}(\cos \hat{\theta} + j \sin \hat{\theta}) \quad (5.59)$$

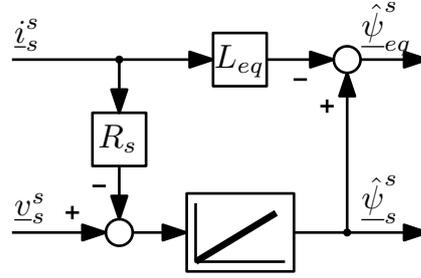


FIGURE 5.8: Estimateur du flux équivalent par le modèle de tension.

Après estimation de $\underline{\hat{\psi}}_{eq}^s$, on peut estimer la position et la vitesse du champ tournant en utilisant les équations suivantes :

$$\hat{\theta} = \angle \underline{\hat{\psi}}_{eq}^s = \arctan \left(\frac{\hat{\psi}_\beta^{eq}}{\hat{\psi}_\alpha^{eq}} \right) \quad (5.60)$$

$$\hat{\omega} = \frac{d\hat{\theta}}{dt} = \frac{\hat{\psi}_\alpha^{eq} \frac{d\hat{\psi}_\beta^{eq}}{dt} - \hat{\psi}_\beta^{eq} \frac{d\hat{\psi}_\alpha^{eq}}{dt}}{(\hat{\psi}_\alpha^{eq})^2 + (\hat{\psi}_\beta^{eq})^2} \quad (5.61)$$

5.3 Observateur unifié des machines AC

Le couple électromagnétique peut aussi être estimé comme suit :

$$\hat{C}_m = p \left| \hat{\underline{\psi}}_{eq}^s \times \underline{i}_s \right| = p \left(\hat{\psi}_{eq}^\alpha i_{s\beta} - \hat{\psi}_{eq}^\beta i_{s\alpha} \right) \quad (5.62)$$

En pratique, on peut utiliser les équations suivantes pour l'implantation de l'estimateur en temps-réel (figure 5.9) :

$$\hat{\theta}_k = \arctan \left(\frac{\hat{\psi}_{\beta_k}^{eq}}{\hat{\psi}_{\alpha_k}^{eq}} \right) \quad (5.63)$$

$$\hat{\omega}_k = \frac{1}{T_e} \frac{\hat{\psi}_{\alpha_{k-1}}^{eq} \hat{\psi}_{\beta_k}^{eq} - \hat{\psi}_{\beta_{k-1}}^{eq} \hat{\psi}_{\alpha_k}^{eq}}{(\hat{\psi}_{\alpha_k}^{eq})^2 + (\hat{\psi}_{\beta_k}^{eq})^2} \quad (5.64)$$

$$\hat{C}_{m_k} = p \left(\hat{\psi}_{\alpha_k}^{eq} i_{s\beta_k} - \hat{\psi}_{\beta_k}^{eq} i_{s\alpha_k} \right) \quad (5.65)$$

où T_e est le pas d'échantillonnage, et l'indice k désigne la valeur du signal à l'instant kT_e .

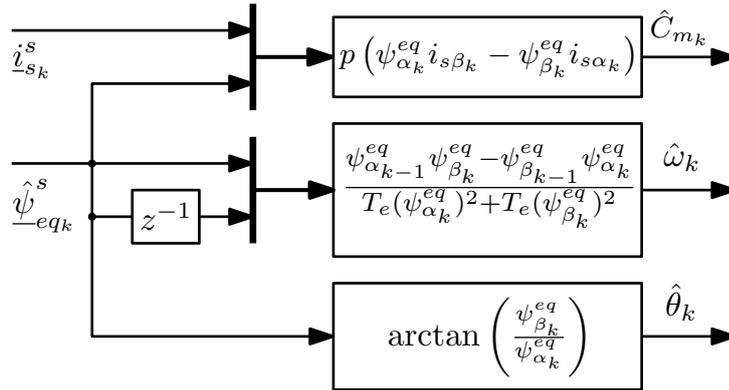


FIGURE 5.9: Estimateur des grandeurs mécaniques à partir du flux équivalent estimé et du courant mesuré.

5.3.2 Observateur du Flux Équivalent

Les équations de l'estimateur sont utilisées pour la synthèse d'un observateur de flux, par ajout d'un terme de correction (voir la partie suivante pour la théorie des observateurs). La structure générale de l'observateur unifié est :

$$\hat{\underline{\psi}}_{eq}^s = -L_{eq} \dot{\underline{i}}_s^s + \int (\underline{v}_s^s - R_s \underline{i}_s^s + \underline{v}_{cor}) dt \quad (5.66)$$

où \underline{v}_{cor} est le terme de correction qui compense les erreurs d'intégration dues aux non-linéarités du convertisseur de puissance et aux incertitudes sur les

paramètres de la machine. Cette structure générale est représentée en schéma fonctionnel sur la figure 5.10. Le choix du terme de correction, crucial pour assurer une bonne estimation, est un sujet ouvert. D'une manière générale, on distingue deux types de correction possibles : par le courant et par le flux.

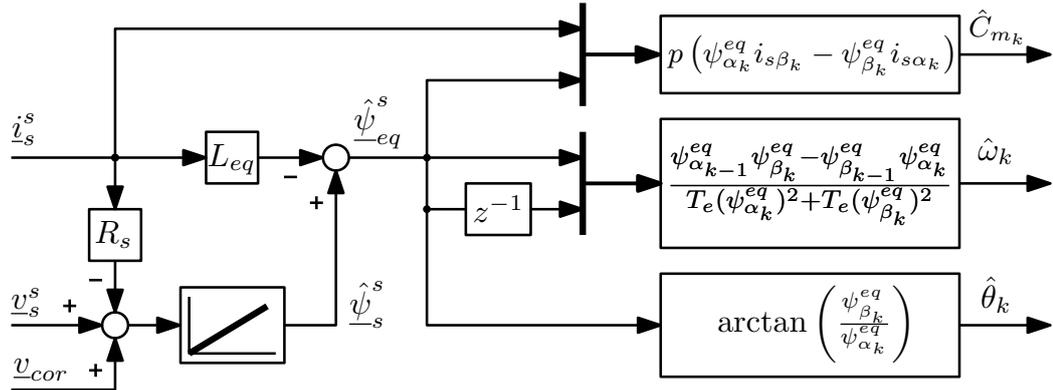


FIGURE 5.10: Observateur de flux équivalent pour la commande *sensorless*

La correction par le courant consiste à estimer le courant statorique à partir du flux estimé en se basant sur la relation entre les flux et les courants (figure 5.11). L'erreur à corriger est alors l'écart entre le courant statorique mesuré et celui estimé.

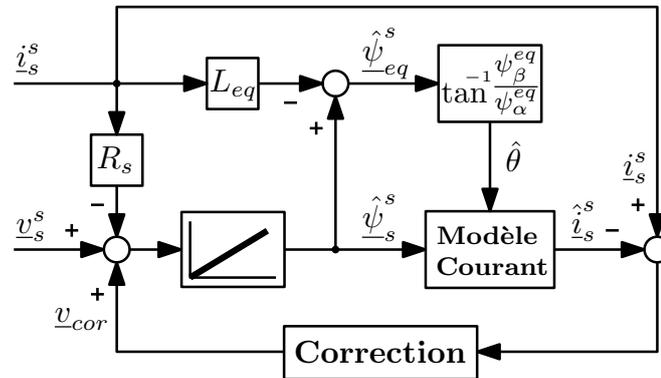


FIGURE 5.11: Observateur de flux équivalent avec correction par le courant statorique.

On peut montrer que la structure de la figure 5.11 généralise les observateurs conçus pour la machine asynchrone [Lascu *et al.*, 2004], et les machines synchrones à aimants permanents à pôles saillants [Foo et Rahman, 2010b] et à pôles lisses [Koteich *et al.*, 2013].

5.3 Observateur unifié des machines AC

Une autre technique de correction, par le flux, consiste à estimer le flux statorique en utilisant deux modèles différents : 1) par intégration de la tension et 2) par la relation entre les flux et les courants (Figure 5.12). L'écart entre les flux estimés est l'erreur à compenser par le terme \underline{v}_{cor} .

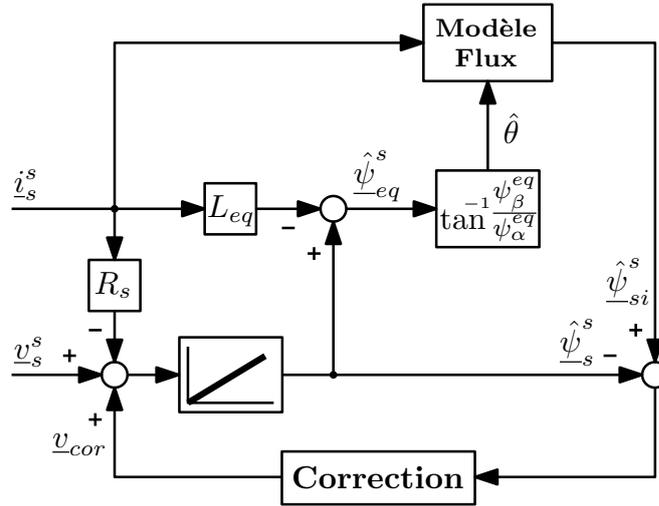


FIGURE 5.12: Observateur de flux équivalent avec correction par le flux statorique.

La structure de la figure 5.12 généralise les observateurs présentés dans la littérature pour la machine asynchrone [Lascu *et al.*, 2000] et les machines synchrones à rotor bobiné [Boldea *et al.*, 2009a, Koteich *et al.*, 2016c], synchrone à aimants permanents à pôles saillants [Boldea *et al.*, 2009b] et à pôles lisses [Iepure *et al.*, 2012] et synchrone à réluctance variable [Agarlita *et al.*, 2012, Barnard *et al.*, 2015].

Le bloc *Correction* dans les figures 5.11 et 5.12 peut contenir, entre autres, un gain [Foo et Rahman, 2010b, Koteich *et al.*, 2013], un gain avec une action intégrale [Boldea *et al.*, 2009b, Lascu *et al.*, 2000] ou un terme de mode de glissement (*sliding mode*) [Foo et Rahman, 2010a, Lascu *et al.*, 2004].

Les avantages de cette modélisation unifiée et des perspectives sur son application dans la commande des machines AC sont présentés dans le chapitre 6 qui conclut cette première partie.

Page laissée intentionnellement vide.

Chapitre 6

Conclusions sur la modélisation des machines AC

Cette première partie de thèse a été dédiée à la modélisation des machines électriques en vue de leur commande sans capteur mécanique. Le choix d'un modèle approprié est nécessaire pour le développement des stratégies de commande innovantes. Pour cela, les modèles des machines sont présentés dans différents repères.

A l'issue de cette partie, nous noterons quelques observations concernant les modèles des machines AC. Nous avons remarqué que le modèle de la machine synchrone à rotor bobiné présente des similarités avec celui de la machine à induction. En effet, dans certains cas, le modèle de la MSRB ressemble plus à celui de la MI qu'à ceux des autres machines synchrones. Cela est dû au fait que les flux rotoriques des MSRB et MI ne sont pas constants, contrairement à ceux des autres machines AC. En conséquence, il existe un couplage dynamique entre les courants statoriques et rotoriques. D'ailleurs, les notations dans l'équation (4.68) de la MSRB sont choisies de façon à faire apparaître les similarités avec les équations (3.40) et (3.52) de la MI. La différence entre ces deux machines à rotor bobiné réside dans la dynamique du flux rotorique, cette dynamique est libre en l'absence d'une tension dans la machine à induction, et elle est forcée dans la machine synchrone par la tension v_f .

En outre, nous nous sommes aperçus, dans cette partie, qu'une modélisation unifiée des machines AC est possible. Cette modélisation est fondée sur le concept du *flux équivalent* qui émule le flux rotorique dans une machine synchrone à aimants permanents à pôles lisses. Il s'avère que le modèle unifié présenté est particulièrement utile pour l'estimation de la position et de la vitesse du champ tournant et pour l'estimation du couple électromagnétique. De plus, ce modèle présente plusieurs avantages dans le contexte de l'esti-

Conclusions sur la modélisation des machines AC

mation : il permet la mise en œuvre d'une structure d'observation unifiée pour toutes les machines AC, ce qui fournit une base sur laquelle on peut s'appuyer pour développer un contrôleur universel pour les entraînements à courant alternatif. En outre, l'estimateur par flux équivalent est robuste vis-à-vis de la méconnaissance des paramètres mécaniques de la machine, car il exige uniquement la connaissance de la résistance statorique R_s et de l'inductance L_{eq} . On peut donc penser à des stratégies d'adaptation de ces deux paramètres afin d'améliorer la robustesse de l'estimation.

Dans la partie suivante, nous nous intéressons à une propriété très importante pour la commande avec observateur, i.e. l'*observabilité* des machines électriques. Pour cela, le repère diphasé stationnaire lié au stator sera utilisé, vu que les grandeurs physiques sont *réelles* dans son référentiel, contrairement aux grandeurs fictives dans les autres repères diphasés.

Deuxième partie

Observabilité des machines électriques en vue de la commande *sensorless*

Page laissée intentionnellement vide.

Chapitre 7

Introduction à l'observation des machines électriques

L'utilisation des observateurs d'état, ou *capteurs logiciels*, dans la commande des machines électriques est une tendance qui ne cesse pas de croître. Initialement, le but de l'observation était d'estimer les grandeurs difficiles à mesurer, comme les flux rotoriques dans une machine asynchrone par exemple, afin d'améliorer les performances de la commande. Toutefois, un observateur d'état est utilisé aujourd'hui pour plusieurs objectifs (voir figure 7.1) :

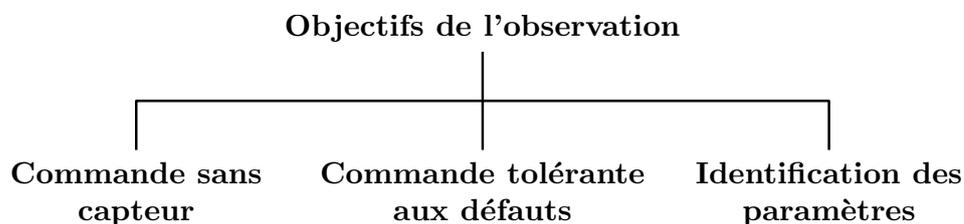
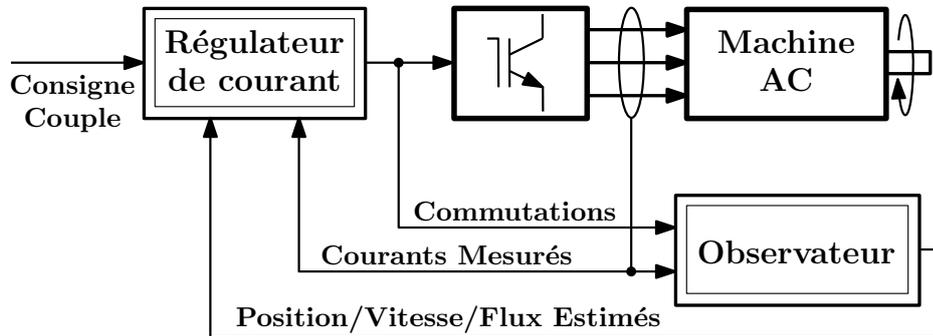


FIGURE 7.1: Objectifs de l'observation pour les machines électriques

- **Commande sans capteur**, ou *sensorless* (figure 7.2) : l'objectif de l'observateur est de remplacer certains capteurs dans le but de réduire le coût de la commande et d'améliorer sa fiabilité. La commande *sensorless* des machines électriques est une technologie qui continue à se développer, depuis ses premières applications vers la fin des années 1980s. Plusieurs techniques d'estimation existent aujourd'hui, la majorité de ces techniques se sert d'un observateur d'état qui, à partir des mesures des courants et de la connaissance des tensions¹, estime les variables désirées (position, vitesse, flux, etc.).

1. Les tensions peuvent être mesurées, mais elles sont généralement reconstruites à partir des commutations des interrupteurs de puissance et de la tension du réseau DC qui alimente le système.

FIGURE 7.2: Structure générale de la commande *sensorless*

- **Commande tolérante aux défauts** : l'observateur fournit une estimée des grandeurs mesurées dans le but de détecter la défaillance ou la dégradation des performances des capteurs, en comparant la sortie de ces derniers à la sortie de l'observateur.

- **Identification des paramètres** : l'observateur est utilisé dans ce cas pour estimer les valeurs des paramètres du modèle de la machine (par exemple : la résistance qui varie avec la température, ou le couple résistant qui varie avec la charge) afin d'améliorer la robustesse de la commande vis-à-vis des variations paramétriques.

Dans cette partie de la thèse, nous nous intéressons surtout à la commande *sensorless*. Néanmoins, les méthodes utilisées et les résultats obtenus sont valables également pour la commande tolérante aux défauts. Quelques résultats sur l'identification des machines sont aussi présentés.

7.1 Limitations et défis

L'utilisation d'un observateur d'état à la place des capteurs dans une structure de commande peut affecter les performances de la commande. Ceci est lié à certaines propriétés, notamment l'*observabilité* du système et la *stabilité* de la commande en présence d'un observateur.

- L'**observabilité** est une propriété intrinsèque au système, et qui est primordiale pour l'observateur.
- La **stabilité** est une propriété qui concerne la stratégie de commande et la dynamique du système. L'utilisation d'un observateur peut avoir un impact sur la stabilité de la boucle de commande (en raison de l'introduction d'un retard, d'une erreur d'estimation, etc.).

L'étude de ces propriétés est intéressante pour analyser la détérioration des performances de la commande, avec observateur, dans certaines condi-

7.2 Aperçu bibliographique

tions de fonctionnement, telles que les faibles vitesses de rotation et les basses fréquences d'alimentation.

L'étude de stabilité de la commande *sensorless* des machines électriques dépend de la stratégie de commande appliquée et de son réglage, de l'observateur utilisé et de son réglage, et de la machine elle-même. Néanmoins, l'observabilité, qui est une condition nécessaire pour la synthèse d'un observateur à dynamique réglable (voir le chapitre suivant), est une propriété à vérifier avant la conception d'un observateur d'état, et concerne la *faisabilité* de la commande *sensorless*.

Aujourd'hui, après plus de deux décennies de commande *sensorless*, les conditions d'observabilité ne sont pas encore bien formulées pour toutes les machines électriques, et les résultats sont encore dispersés. Bien que l'étude d'observabilité de la machine asynchrone soit assez mature, celle de la machine synchrone à aimants permanents ne l'est pas encore. De plus, l'observabilité des machines synchrones à rotor bobiné et à réluctance variable n'est pas étudiée dans la littérature.

Dans cette deuxième partie, nous étudions l'observabilité des machines électriques présentées dans la partie précédente. Ce chapitre introductif présente un état de l'art, ainsi qu'un résumé de nos contributions, sur le sujet.

7.2 Aperçu bibliographique

Dans ce paragraphe, nous donnons des références utiles sur l'observation des machines électriques, avec un état de l'art détaillé sur l'étude d'observabilité des machines AC.

7.2.1 Observabilité et Observateur

La bibliothèque de IEEE est riche en travaux de référence sur la commande *sensorless* des machines électriques. On y trouve de bons articles d'état de l'art sur les différentes techniques d'observation pour les machines asynchrone [Holtz, 2002, Pacas, 2011] et synchrone à aimants permanents [Acarney et Watson, 2006, Finch et Giaouris, 2008]. Pour des études plus approfondies, nous recommandons le livre de [Vas, 1998]. Nous recommandons aussi le livre, récemment publié, de [Glumineau et de Leon Morales, 2015] pour l'étude d'observabilité et la synthèse d'observateur avancée des machines AC.

La théorie d'observation dans le cadre des systèmes linéaires est présentée par D. Luenberger dans ses articles [Luenberger, 1964, Luenberger, 1966, Luenberger, 1971]. Pour une introduction à l'observation des systèmes

non linéaires, les lecteurs sont invités à se référer au livre de G. Besançon [Besançon, 2007] et à celui plus récent de H. Khalil [Khalil, 2015].

Concernant l'étude d'observabilité des systèmes dynamiques, nous recommandons l'article par Hermann et Krener [Hermann et Krener, 1977], et le livre de Besançon cité ci-dessus.

La théorie du filtrage de Kalman est largement appliquée dans la commande *sensorless* [Dhaouadi *et al.*, 1991, Atkinson *et al.*, 1991, Bolognani *et al.*, 1999, Barut *et al.*, 2007, Zheng *et al.*, 2007, Idkhajine *et al.*, 2012, Alonge *et al.*, 2015]. Les premiers développements de cette théorie sont présentés dans les articles de Kalman [Kalman, 1960, Kalman et Bucy, 1961]. Nous recommandons l'article [Auger *et al.*, 2013] pour un état de l'art sur l'application industrielle du filtre de Kalman.

7.2.2 Observabilité des machines asynchrones

A notre connaissance, la première étude d'observabilité d'une machine électrique AC, dans le but d'analyser les performances des techniques *sensorless*, a été publiée par J. Holtz en 1993 [Holtz, 1993], dans un paragraphe sur les *limitations* sur l'estimation de la vitesse rotorique à faibles fréquences d'alimentation, pour une machine asynchrone. Cette étude a été reprise et améliorée plusieurs fois dans des publications suivantes de Holtz ; la dernière version étant [Holtz, 2002].

L'analyse de Holtz est basée sur le schéma fonctionnel complexe² de la partie électrique de la machine dans le repère du stator (voir figure 7.3, avec les notations du chapitre 3, on note de plus que $\tau_{\sigma s} = L_{\sigma}/R_{\sigma}$). Holtz a remarqué que la vitesse du rotor (ω_e) intervient dans la fonction de transfert du courant statorique vers le flux rotorique comme suit³ (s est l'opérateur de Laplace) :

$$\boldsymbol{\psi}_r(s) = \frac{M}{\tau_r(s - j\omega_e) + 1} \mathbf{i}_s(s) \quad (7.1)$$

Elle intervient aussi dans le signal de rétroaction du rotor vers le stator, sous la forme d'un facteur $(1 - j\omega_e\tau_r)\boldsymbol{\Psi}_r(s)$ multiplié par $M/(L_r R_{\sigma}\tau_r)$, qui s'ajoute à la dynamique du courant statorique sous forme d'une f.é.m., \underline{e}_s , ayant la transformée de Laplace suivante :

$$\mathbf{e}(s) = \frac{M}{L_r\tau_r}(j\omega_e\tau_r - 1)\boldsymbol{\psi}_r(s) = \frac{M^2}{L_r\tau_r} \frac{j\omega_e\tau_r - 1}{1 + \tau_r(s - j\omega_e)} \mathbf{i}_s(s) \quad (7.2)$$

2. les signaux sont représentés dans le plan complexe, la phase directe étant l'axe réel et la phase en quadrature l'axe imaginaire.

3. Les équations peuvent être déduites des équations d'état dans le repère $\alpha_s\beta_s$ du chapitre 3.

7.2 Aperçu bibliographique

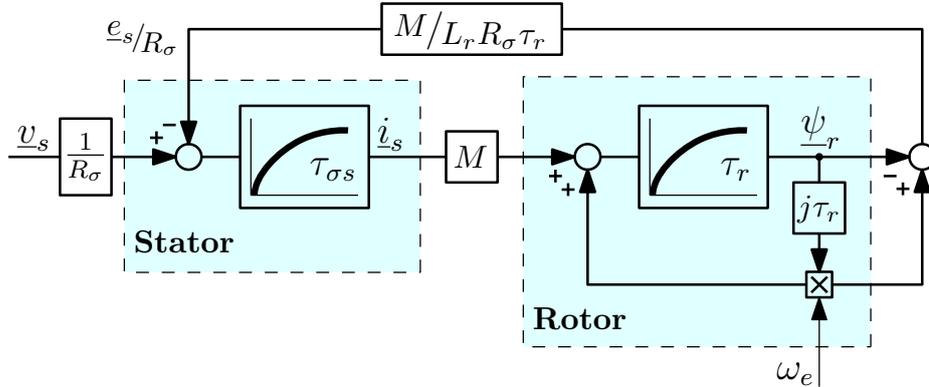


FIGURE 7.3: Schéma fonctionnel complexe de la partie électrique d'une machine asynchrone dans le repère du stator proposé par [Holtz, 1993]

A une fréquence d'alimentation nulle, la tension d'entrée v_s est une tension DC dans le repère stationnaire du stator. En conséquence, les courant, flux et f.é.m. sont à fréquence nulle en régime permanent, et la variable de Laplace tend vers zéro ($s \rightarrow 0$). On aura donc :

$$\lim_{s \rightarrow 0} \mathbf{e}(s) = -\frac{M^2}{L_r \tau_r} \mathbf{i}_s(s) \quad (7.3)$$

Cette dernière équation montre que la f.é.m., qui provient de la rotation du rotor, est proportionnelle au courant indépendamment de la vitesse rotorique. Il est donc impossible de reconstruire la vitesse à partir des seules variables dont on dispose, les courants et tensions statoriques.

Bien que l'approche précédente soit capable d'analyser les performances dégradées de la commande *sensorless* à faibles fréquences, plusieurs considérations nous empêchent de l'adopter comme approche unifiée pour l'étude d'observabilité des machines électriques :

- cette approche ne peut pas être généralisée d'une manière systématique aux autres machines,
- elle n'est pas capable d'analyser l'observabilité des paramètres de la machine (problème d'*identifiabilité*),
- il est difficile, avec cette approche, d'étudier l'observabilité de plusieurs variables à la fois.

Il est donc préférable de chercher une approche systématique qui soit applicable pour toutes les machines électriques, et qui remédie aux limitations de l'approche de Holtz.

En 2000, un article par C. de Wit *et al.* [de Wit *et al.*, 2000], traitant du problème d'observabilité de la machine asynchrone, apparut dans la conférence *IEEE Conference on Decision and Control - CDC*. Dans cet article,

l'étude d'observabilité est fondée sur la théorie d'*observabilité locale faible* des systèmes non linéaires proposée par [Hermann et Krener, 1977]. L'avantage de cette approche est l'analyse mathématique formelle qui fournit des conditions analytiques assez faciles à interpréter. Les résultats de cet article se trouvent aussi dans le rapport de thèse de l'un des auteurs, F. Malrait [Malrait, 2001]. D'autres travaux, appliquant la même approche, ont été publiés dans les années qui suivent ; nous citons par exemple les travaux de thèse de [Ghanes, 2005] et [Dib, 2012], et leurs articles [Ghanes *et al.*, 2006, Dib *et al.*, 2011], nous renvoyons également les lecteurs aux travaux de thèse de [Souza Marques, 2001, Alvarez Salas, 2002, Saheb, 2004, Traoré, 2008]. Les travaux les plus récents sur le sujet sont publiés dans [Glumineau et de Leon Morales, 2015, Ch. 2] et [Alonge *et al.*, 2015]. Le problème d'identifiabilité des paramètres rotoriques est traité dans [Marino *et al.*, 2010, Ch. 1] et [Vaclavek *et al.*, 2013].

L'approche de l'observabilité locale faible paraît très utile et pratique pour l'étude des machines électriques. Il s'agit d'une analyse fondée sur le modèle d'état d'un système non linéaire, et qui fournit des conditions suffisantes pour l'observabilité *instantanée* locale du système.

Toutefois, on trouve dans la littérature d'autres approches appliquées à la machine asynchrone : les auteurs de [Ibarra-Rojas *et al.*, 2004] étudient l'observabilité globale de la machine, et déduisent qu'il n'existe pas d'observateur global pour la machine asynchrone, vu qu'elle n'est pas globalement observable⁴. Une approche algébrique différentielle est appliquée par [Li *et al.*, 2005, Li *et al.*, 2006], néanmoins, les résultats ne sont pas prometteurs et l'approche possède des limitations similaires à celles de l'approche de Holtz. Quelques remarques sur l'observabilité de la machine asynchrone sont présentées dans [Basic *et al.*, 2010].

7.2.3 Observabilité des machines synchrones

Dans la littérature, les travaux sur l'observabilité des machines synchrones traitent uniquement de la machine synchrone à aimants permanents (MSAP), vu que cette dernière prédomine dans les applications utilisant une motorisation synchrone. La première étude d'observabilité de la MSAP qu'on a trouvé est celle dans [Zhu *et al.*, 2001], où la théorie d'observabilité locale faible est appliquée sur la MSAP à pôles lisses (PL), et où il est montré que l'observabilité est garantie sauf à vitesse nulle. D'ailleurs, cette conclusion peut être également tirée de l'approche de Holtz : la figure 7.4 montre le schéma fonctionnel de la MSAP-PL dans le repère du stator ($\tau_s = L_s/R_s$).

4. On retrouve dans cette conclusion l'importance de l'approche locale.

7.3 Contribution

La transformée de Laplace de la f.é.m. est :

$$\mathbf{e}(s) = -j\omega\boldsymbol{\Psi}_r(s) \quad (7.4)$$

A vitesse nulle, la f.é.m. est nulle indépendamment du flux rotorique (qui contient l'information sur la position du rotor). Dans ce cas la position n'est pas observable.

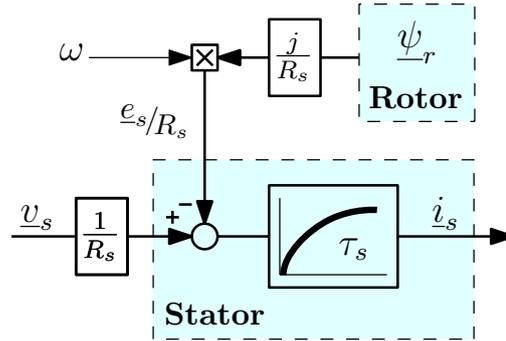


FIGURE 7.4: Schéma fonctionnel complexe de la partie électrique d'une MSAP à pôles lisses dans le repère du stator

Cette dernière conclusion est aussi présentée dans les travaux de [Mobarakeh, 2001, Ezzat *et al.*, 2010, Ezzat, 2011, Delpoux, 2012, Hamida *et al.*, 2013]. Plusieurs solutions sont proposées pour remédier au problème d'observabilité à vitesse nulle de la MSAP-PL :

- dans les travaux de [Abry *et al.*, 2011, Zgorski *et al.*, 2012, Zgorski, 2013] il est montré qu'avec une tension haute fréquence (HF) injectée au stator, on peut rétablir l'observabilité à vitesse nulle,
- les auteurs de [Scaglione *et al.*, 2011, Scaglione *et al.*, 2012] proposent d'extraire un signal $g(\theta)$, fonction de la position, des boucles hystérésis du stator. Si on ajoute $g(\theta)$ aux mesures, l'observabilité sera rétablie à vitesse nulle.

Concernant la MSAP à pôles saillants (PS), ses conditions d'observabilité ne sont pas bien élaborées dans la littérature, et les résultats ne nous semblent pas assez satisfaisants : par exemple, l'étude de [Zaltni *et al.*, 2010] ne fournit pas de conditions d'observabilité exploitables, celle de [Vaclavek *et al.*, 2013] manque de précision dans les équations et dans l'analyse.

7.3 Contribution

Dans les chapitres suivants de cette partie, nous présentons nos contributions sur le sujet de l'observabilité des machines électriques. Par rapport à l'état de l'art présenté ci-dessus, nous apportons les contributions suivantes :

- Étude générale des machines électriques couvrant les MSRB et MSRV non étudiées dans la littérature [Koteich *et al.*, 2015c].
- Correction de quelques résultats sur l'observabilité de la MSAP [Koteich *et al.*, 2015b, Koteich *et al.*, 2015a] et analyse détaillée pour cette machine [Koteich *et al.*, 2015e].
- Introduction de la notion de *vecteur d'observabilité* qui permet d'unifier les conditions d'observabilité des machines synchrones [Koteich *et al.*, 2015d, Koteich *et al.*, 2015c].
- Proposition d'un observateur de type Kalman étendu pour la MSRB, avec une technique d'injection d'un signal HF dans le bobinage du rotor pour assurer l'observabilité à vitesse nulle [Koteich *et al.*, 2015d].

Le tableau ci-dessous montre les variables pour lesquelles l'observabilité est étudiée pour chacune des machines synchrone et asynchrone. L'observabilité d'une variable (considérée) constante est dite *identifiabilité*.

	Observabilité				Identifiabilité	
	Position Rotor	Vitesse Rotor	Flux Rotor	F.E.M.	Couple résistant	Résistance Rotor
Machine Synchrone	✓	✓		✓*		
Machine Asynchrone		✓	✓		✓	✓

* sauf MSRB

FIGURE 7.5: Les grandeurs pour lesquelles l'observabilité est étudiée

Les variables à observer ne sont pas les mêmes pour les deux machines, par exemple le flux rotorique doit être observé pour la machine asynchrone car il n'est pas mesurable, ce qui n'est pas le cas pour les MSRB et MSRV. De plus, la position du rotor est incontournable pour la commande des machines synchrones, tandis qu'elle est peu importante pour la machine asynchrone si les flux et la vitesse rotoriques sont connus.

Chapitre 8

Observation des systèmes dynamiques

Dans ce chapitre la théorie d'observation d'état pour les systèmes dynamiques est présentée. Après quelques préliminaires dans le paragraphe 8.1, la synthèse d'observateur pour les systèmes linéaires et non linéaires est abordée dans le paragraphe 8.2. Deux approches d'observation sont présentées : le placement de pôles et le filtrage de Kalman. Cette dernière approche est intéressante pour les chapitres suivants de cette partie, où un filtre de Kalman étendu est utilisé pour valider les résultats sur l'observabilité des machines électriques. L'observabilité des systèmes dynamiques, qui est une condition nécessaire pour la synthèse d'observateur, est abordée dans le paragraphe 8.3. Nous mettrons l'accent sur l'approche locale instantanée qui est très utile dans la pratique.

8.1 Préliminaires

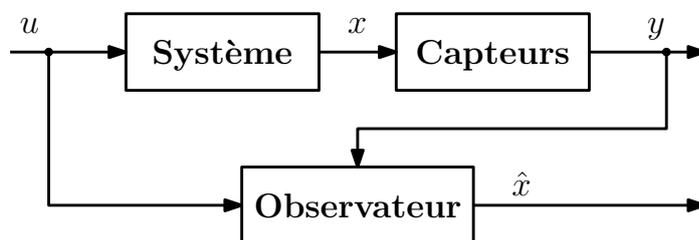


FIGURE 8.1: Observateur d'état

Un **observateur d'état** est un algorithme mathématique qui sert à estimer (reconstruire) l'état x d'un système dynamique, à partir de la connais-

sance des mesures disponibles (sorties y) et des entrées u , en se basant sur un modèle représentatif du système (figure 8.1).

8.1.1 Modèle du système à observer

La représentation d'état d'un système dynamique est une modélisation mathématique pratique pour la synthèse d'observateur. Suivant la physique du système, le choix des variables d'état et les hypothèses de modélisation, cette représentation peut être linéaire ou non linéaire. La forme générale de cette représentation, pour un système noté Σ , s'écrit comme suit :

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (8.1)$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $u \in \mathbb{R}^m$ le vecteur d'entrée (signaux de commande) et $y \in \mathbb{R}^p$ le vecteur de sortie (signaux mesurés par les capteurs). $f(.,.)$ et $h(.)$ sont des fonctions analytiques.

Le système linéaire est un cas particulier des systèmes dynamiques, où la dynamique de l'état est une combinaison linéaire des variables d'état et des entrées, et la sortie est une combinaison linéaire des variables d'état :

$$\dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u \quad (8.2)$$

$$y = \mathbf{C}x \quad (8.3)$$

\mathbf{A} , \mathbf{B} et \mathbf{C} sont respectivement les matrices d'état, d'entrée et de sortie de dimensions adéquates.

8.1.2 Principe d'observation

L'observation est une estimation à base de modèle avec une correction par les mesures. Le modèle d'un observateur d'état est une réplique du modèle du système à observer, à laquelle s'ajoute un terme de correction, fonction de l'écart e entre la sortie mesurée y et celle estimée \hat{y} . La forme générale d'un observateur d'état du système (8.1) est :

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + \mathbf{K}(.) [y - h(\hat{x})] \quad (8.4)$$

La matrice de gain \mathbf{K} , dite *gain d'observation* ou *gain d'observateur*, peut être constante ou variante avec le temps. Le premier terme $f(\hat{x}, u)$ est le terme de prédiction (estimation), tandis que le deuxième terme est celui de correction (ou innovation).

8.2 Synthèse d'observateur

Un observateur est dit *asymptotiquement convergent* si l'erreur d'observation $\tilde{x} = x - \hat{x}$ tend vers zéro à l'infini :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \|\tilde{x}\| = 0 \quad (8.5)$$

Si l'observateur est convergent pour tous les états initiaux $x(0)$ et $\hat{x}(0)$, on dit qu'il est *global*, sinon, il sera *local*. Si la dynamique de convergence est réglable, l'observateur est dit *réglable*, si elle peut être majorée par une fonction exponentielle décroissante, l'observateur est dit *exponentiel*.

8.1.3 Problème d'observabilité

Avant de concevoir un observateur, il est important de vérifier si l'état du système à observer est estimable (*observable*), de façon unique, à partir de ses entrées/sorties. Cette propriété est dite *observabilité* du système ; il est intuitif que l'observabilité peut être assurée si la sortie contient des informations suffisantes sur le vecteur d'état.

L'observabilité est une condition nécessaire pour la conception d'un observateur qui reconstruit toutes les variables d'état avec une dynamique réglable (à travers le gain d'observation). Néanmoins, certains systèmes, dits *détectables*, ne sont pas complètement observables, mais leurs variables d'état non observables sont stables. Dans ce cas, il est possible de concevoir un observateur qui reconstruit asymptotiquement toutes les variables d'état, mais la dynamique de reconstruction des variables non observables n'est pas réglable.

Exemple On considère le système linéaire suivant [Besancon, 2007] :

$$\dot{x} = -x + u \quad ; \quad y = 0 \quad (8.6)$$

Il est clair que la sortie ne contient aucune information sur l'état. Cependant, l'observateur $\dot{\hat{x}} = -\hat{x} + u$ est asymptotiquement stable, vu que :

$$\dot{\tilde{x}} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = -(x - \hat{x}) = -\tilde{x} \quad (8.7)$$

Nous nous intéressons dans la suite aux observateurs *réglables*, pour lesquels l'observabilité est une condition nécessaire.

8.2 Synthèse d'observateur

La conception d'un observateur d'état pour un système linéaire est une tâche assez facile à accomplir. En revanche, l'observation des systèmes non linéaires est un domaine ouvert, à cause de la grande diversité de ces systèmes ; on parle souvent d'observateurs pour des *classes* de systèmes non linéaires.

Dans la suite nous présentons la structure de base pour l'observation des systèmes linéaires (illustrée dans la figure 8.2). Deux méthodes de réglage de la matrice de gain sont présentées : réglage par placement de pôles et par filtrage de Kalman. Ce sont les méthodes les plus répandues dans l'industrie. Concernant les systèmes non linéaires, nous nous contenterons des approches basées sur la *linéarisation*, d'où la notion d'observateurs *locaux* ou *étendus*.

8.2.1 Observateur de Luenberger

Théorème 8.2.1 [Luenberger, 1964] *Si un système linéaire invariant est observable, alors il existe un observateur de la forme :*

$$\dot{\hat{x}} = \mathbf{A}\hat{x} + \mathbf{B}u + \mathbf{K}(y - \mathbf{C}\hat{x}) = (\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C})\hat{x} + \mathbf{B}u + \mathbf{K}y \quad (8.8)$$

Dans ce cas, les valeurs propres de la matrice $\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C}$ peuvent être arbitrairement placées dans le demi-plan gauche, par le choix de la matrice \mathbf{K} de dimension $n \times p$. ■

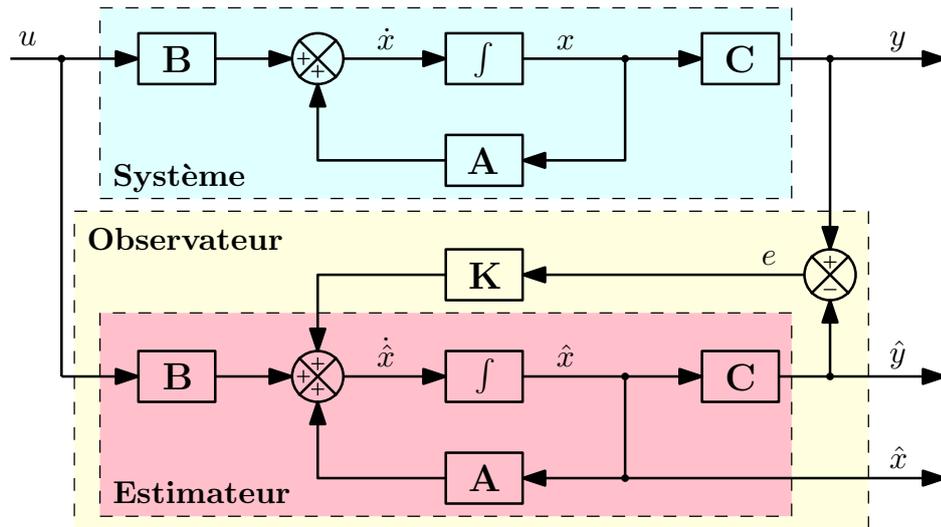


FIGURE 8.2: Observateur d'état pour un système linéaire

La dynamique de l'erreur d'observation $\tilde{x} = x - \hat{x}$ est :

$$\dot{\tilde{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C})\tilde{x} \quad (8.9)$$

La même matrice $\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C}$ apparaît dans la dynamique de l'état observé et dans celle de l'erreur. Donc, si l'observateur est stable, l'erreur \tilde{x} tend vers 0 asymptotiquement ($\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{x} = 0$).

Dans un observateur de type *Luenberger*, le choix de la matrice \mathbf{K} est dit par *placement de pôles* (de l'observateur, donc des valeurs propres de la matrice $\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C}$). La matrice \mathbf{K} est constante dans ce cas.

8.2 Synthèse d'observateur

8.2.2 Observateur local

Un observateur local est un observateur de type Luenberger qui s'applique sur un système non linéaire, en linéarisant le système autour d'un point d'équilibre, sous certaines conditions présentées ci-dessous.

On considère le système non linéaire (8.1) avec son observateur (8.4). La dynamique de l'erreur d'observation $\tilde{x} = x - \hat{x}$ est :

$$\dot{\tilde{x}} = f(x, u) - f(\hat{x}, u) - \mathbf{K}(\cdot) [h(x) - h(\hat{x})] \quad (8.10)$$

Le but est de trouver une matrice \mathbf{K} qui stabilise le système linéarisé autour du point d'équilibre $\tilde{x} = 0$. La linéarisation de (8.10) donne le système suivant :

$$\dot{\tilde{x}} = \left[\frac{\partial f}{\partial x}(x, u) - \mathbf{K} \frac{\partial h}{\partial x}(x) \right] \tilde{x} \quad (8.11)$$

Il est difficile, voire parfois impossible, de trouver une matrice \mathbf{K} constante qui stabilise le système (8.11) variant avec le temps. Néanmoins, si on suppose que le système non linéaire (8.1) possède un point d'équilibre à $x = x_{ss}$ pour une entrée $u = u_{ss}$, qui donne une sortie $y = 0$:

$$0 = f(x_{ss}, u_{ss}) \quad ; \quad 0 = h(x_{ss}) \quad (8.12)$$

et si on suppose de plus que le vecteur $x(t)$, défini pour tout $t \geq 0$, se trouve dans un voisinage ε de x_{ss} , c.à.d. $\|x(t) - x_{ss}\| \leq \varepsilon$, et que les matrices suivantes :

$$\mathbf{A} = \frac{\partial f}{\partial x}(x_{ss}, u_{ss}) \quad ; \quad \mathbf{C} = \frac{\partial h}{\partial x}(x_{ss}) \quad (8.13)$$

satisfassent la condition d'observabilité (ou, plus faiblement, de détectabilité), on peut alors trouver une matrice \mathbf{K} constante tel que $\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C}$ soit une matrice de *Hurwitz*, i.e. ses valeurs propres sont à parties réelles négatives.

Lemme 8.2.2 [Khalil, 2015] *Si l'erreur initiale, $\|\tilde{x}(0)\| = \|x(0) - x_{ss}\|$, est suffisamment petite, et si l'entrée $u(t)$ reste suffisamment proche de u_{ss} (c.à.d. $\sup_{t \geq 0} \|u(t) - u_{ss}\|$ suffisamment petit), alors :*

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{x}(t) = 0 \quad (8.14)$$

◇

Ce type d'observateur est parfois appelé *Luenberger étendu*.

8.2.3 Filtre de Kalman

Le filtre de Kalman est un estimateur linéaire quadratique qui estime des variables inconnues d'un système à partir des mesures (éventuellement bruitées). Il est nommé d'après un de ses premiers développeurs *Rudolph E. Kalman* [Kalman, 1960, Kalman et Bucy, 1961].

Le filtre de Kalman trouve ses applications dans une grande diversité de domaines technologiques. Nous restreindrons notre exposé à son application en tant qu'observateur d'état dans un contexte déterministe. Dans ce cas-là, le filtre de Kalman est un observateur *optimal*, dans le sens que sa synthèse constitue une version duale de la recherche d'un retour d'état par commande linéaire quadratique.

Pour les systèmes linéaires, la structure d'observation par filtrage de Kalman est la même que celle d'un observateur de type Luenberger :

$$\dot{\hat{x}}(t) = \mathbf{A}\hat{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{K}(t)[y(t) - \mathbf{C}\hat{x}(t)] \quad (8.15)$$

L'originalité du filtre est dans le calcul de la matrice de gain $\mathbf{K}(t)$, qui n'est pas (forcément) constante, ce qui rend le filtre de Kalman mieux adapté aux systèmes variant avec le temps. La formule du gain d'observateur est :

$$\mathbf{K}(t) = \mathbf{P}(t)\mathbf{C}^T\mathbf{R}^{-1} \quad (8.16)$$

où $\mathbf{P}(t)$, la matrice de covariance de l'erreur d'observation, est la solution de l'équation différentielle de Riccati :

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{A}^T + \mathbf{Q} - \mathbf{P}(t)\mathbf{C}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{P}(t) ; \mathbf{P}(0) = \mathbf{P}_0 \quad (8.17)$$

Les matrices \mathbf{Q} , \mathbf{R} et \mathbf{P}_0 sont des matrices symétriques positives définies. Dans le contexte de reconstruction d'état, elles sont considérées comme des matrices de pondération qui servent à régler la dynamique de l'observateur [Duc, 2005] ; si on augmente tous les coefficients de \mathbf{Q} , la dynamique de reconstruction devient plus rapide, et si, inversement, on augmente tous les coefficients de \mathbf{R} , le filtrage des bruits de mesures devient plus important, et la dynamique d'observation ralentit. Il n'existe pas de méthodes systématiques pour calculer ces deux matrices, leur réglage nécessite une expertise sur le filtrage de Kalman et sur le système observé.

La matrice \mathbf{P}_0 joue un rôle sur la dynamique de l'observateur au démarrage de l'algorithme ; de grandes valeurs de ses coefficients signifient qu'on s'attend à une grande erreur initiale, ce qui génère une dynamique d'observation plus rapide au démarrage, et vice versa.

8.2 Synthèse d'observateur

Filtre de Kalman discret

Suivant l'application, il existe plusieurs variantes du filtre de Kalman. Une version discrète du filtre est particulièrement intéressante pour son implémentation sur un ordinateur numérique. Dans ce cas, en effectuant une discrétisation de la dynamique (8.2) et en négligeant les termes d'ordre supérieur à 2 en T_s , l'algorithme de Kalman se divise en deux parties :

— Estimation a priori (en boucle ouverte) :

$$\hat{x}_{k+1/k} = (\mathbf{I}_n + \mathbf{A}T_s) \hat{x}_{k/k} + \mathbf{B}T_s u_k \quad (8.18)$$

$$\mathbf{P}_{k+1/k} = \mathbf{P}_{k/k} + T_s (\mathbf{A}\mathbf{P}_{k/k} + \mathbf{P}_{k/k}\mathbf{A}^T) + \mathbf{Q} \quad (8.19)$$

— Correction a posteriori (comparaison avec les mesures) :

$$\hat{x}_{k+1/k+1} = \hat{x}_{k+1/k} + \mathbf{K}_k (y_k - \mathbf{C}\hat{x}_{k+1/k}) \quad (8.20)$$

$$\mathbf{P}_{k+1/k+1} = (\mathbf{I}_n - \mathbf{K}_k\mathbf{C}) \mathbf{P}_{k+1/k} \quad (8.21)$$

Le gain d'observateur étant :

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k+1/k} \mathbf{C}^T (\mathbf{C}\mathbf{P}_{k+1/k} \mathbf{C}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (8.22)$$

Filtre de Kalman étendu

Pour les systèmes non linéaires, il existe une version étendue (locale) du filtre de Kalman, basée sur la linéarisation du système. Reprenons l'équation de l'erreur d'observation pour les systèmes non linéaires (8.10) :

$$\dot{\tilde{x}} = f(x, u) - f(\hat{x}, u) - \mathbf{K}(\cdot) [h(x) - h(\hat{x})] \quad (8.23)$$

Le développement en série de Taylor de cette équation autour de $\tilde{x} = 0$, en évaluant la jacobienne autour de \hat{x} , donne :

$$\dot{\tilde{x}} = [\mathbf{A}(t) - \mathbf{K}(t)\mathbf{C}(t)] \tilde{x} + \delta(\tilde{x}, x, u) \quad (8.24)$$

où

$$\mathbf{A}(t) = \frac{\partial f}{\partial x}(\hat{x}(t), u(t)); \quad \mathbf{C}(t) = \frac{\partial h}{\partial x}(\hat{x}(t)) \quad (8.25)$$

et

$$\delta = f(x, u) - f(\hat{x}, u) - \mathbf{A}(t)\tilde{x} - \mathbf{K}(t) [h(t) - h(\hat{x}) - \mathbf{C}(t)\tilde{x}] \quad (8.26)$$

Lemme 8.2.3 [Khalil, 2015] *Si le système linéarisé est observable, et si la solution de (8.17) est bornée, l'origine de (8.24) est exponentiellement stable quand la matrice $\mathbf{K}(t)$ est calculée par (8.16), et il existe des constantes positives c , k et λ tel que :*

$$\|\tilde{x}(0)\| \leq c \implies \|\tilde{x}(t)\| \leq ke^{-\lambda(t-t_0)}, \forall t \geq t_0 \geq 0 \quad (8.27)$$

◇

Le filtre de Kalman étendu est largement utilisé dans l'industrie pour les systèmes non linéaires. Sa version discrète est illustrée par l'algorithme de la figure 8.3.

On souligne que pour un filtre de Kalman étendu discret, on n'a pas besoin d'assurer l'observabilité du système dans tout l'espace d'état et pour tous les intervalles de temps. On a besoin d'une notion d'observabilité locale (autour du point de linéarisation) instantanée (application temps-réel). Dans le paragraphe suivant, nous présentons cette notion, qui peut être vérifiée par un certain critère de rang.

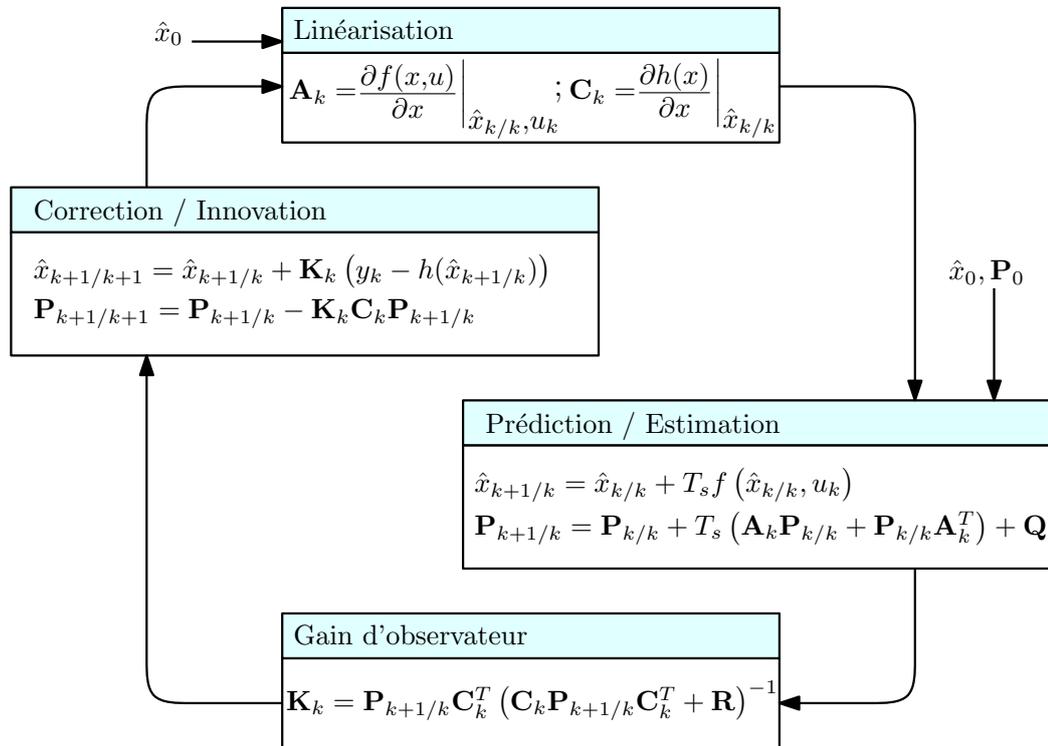


FIGURE 8.3: Filtre de Kalman étendu discret

8.3 Observabilité des systèmes dynamiques

La théorie d'observabilité des systèmes linéaires est assez mature aujourd'hui. A contrario, il existe plusieurs façons de définir la notion d'observabilité pour les systèmes non linéaires. Sachant que l'observabilité (ou non) des systèmes linéaires est globale indépendamment des entrées et des trajectoires suivies par l'état, l'observabilité des systèmes non linéaires est intrinsèquement liée aux entrées et aux conditions initiales. Lorsqu'un système non

8.3 Observabilité des systèmes dynamiques

linéaire est observable, il peut perdre son observabilité pour certaines entrées (entrées singulières), ou dans certaines conditions de fonctionnement (trajectoires indistinguables).

Dans ce paragraphe, nous présentons quelques définitions de base pour l'observabilité des systèmes dynamiques. Nous détaillerons ensuite l'approche d'*observabilité locale faible* des systèmes non linéaires proposée par Hermann et Krener [Hermann et Krener, 1977]. Cette approche est liée à la notion de trajectoires indistinguables et admet une certaine condition algébrique.

8.3.1 Observabilité au sens global

Soit t_0 l'instant initial et $x_0, x_1 \in X \subset \mathbb{R}^n$ deux états initiaux distincts du système (8.1), où X représente l'ensemble des états admissibles.

Définition 8.3.1 (Indistinguabilité) *Les états x_0 et x_1 sont dits indistinguables si, $\forall t > t_0$, les sorties $y_1(t)$ et $y_2(t)$, associées respectivement aux conditions initiales x_0 et x_1 , suivent les mêmes trajectoires, quelle que soit l'entrée admissible $u(t)$ du système. Dans le cas contraire, x_0 et x_1 sont distinguables.* \diamond

On notera $\mathfrak{I}(x_0)$ l'ensemble des points indistinguables de x_0 .

Définition 8.3.2 (Observabilité) *Le système dynamique (8.1) est dit observable en x_0 si l'ensemble des états indistinguables de x_0 ne contient que x_0 ($\mathfrak{I}(x_0) = x_0$). Si cette propriété est vraie pour tout $x \in X \subset \mathbb{R}^n$ ($\mathfrak{I}(x) = x$), le système est dit **observable**.* \diamond

Pour les systèmes linéaires, l'observabilité définie ci-dessus peut être vérifiée par le *critère de Kalman* énoncé dans le théorème suivant.

Théorème 8.3.3 [Kalman, 1960] *Un système linéaire invariant est observable si et seulement si la matrice d'observabilité suivante est de rang plein :*

$$\mathcal{O}_y = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^T & \mathbf{A}^T \mathbf{C}^T & \mathbf{A}^{2T} \mathbf{C}^T & \dots & \mathbf{A}^{n-1T} \mathbf{C}^T \end{bmatrix}^T \quad (8.28)$$

■

On dit alors que la paire (\mathbf{C}, \mathbf{A}) est observable.

Pour les systèmes non linéaires, cette définition est contraignante vu qu'elle est globale; on n'a pas besoin de distinguer les différents couples d'états partout sur l'ensemble de définition pour n'importe quel intervalle de temps. En pratique, il peut être nécessaire de distinguer les états dans un certain voisinage (*localement*), et d'une manière *instantanée*. D'où la motivation pour introduire le concept d'*observabilité locale faible* des systèmes non linéaires proposé par Hermann et Krener [Hermann et Krener, 1977].

8.3.2 Observabilité locale faible

Soient x_0 et x_1 deux états initiaux distincts du système (8.1), et soit $\mathbb{U} \subset \mathbb{R}^n$ un ensemble contenant x_0 et x_1 .

Définition 8.3.4 (U-indistinguabilité) *Les états x_0 et x_1 sont dits U-indistinguables si, pour toute entrée admissible $u(t)$, ils sont indistinguables en considérant les intervalles de temps pour lesquels les trajectoires restent dans \mathbb{U} .* \diamond

On notera $\mathfrak{I}_{\mathbb{U}}(x_0)$ l'ensemble des états U-indistinguables de x_0 . La notion de U-indistinguabilité fait intervenir le temps. Elle nous permet de définir une observabilité *instantanée*, ou locale. Dans la suite, le terme *observabilité locale* est utilisé pour désigner l'*observabilité instantanée*, tandis que le terme *faible* désignera l'opposé de *globale*.

Définition 8.3.5 (Observabilité locale) *Un système (8.1) est dit localement observable (LO) en x_0 si, pour tout voisinage \mathbb{U} de x_0 , l'ensemble des états U-indistinguables de x_0 se réduit au singleton x_0 ($\mathfrak{I}_{\mathbb{U}}(x_0) = x_0$). Le système Σ est dit localement observable si cette propriété est vraie pour tout $x \in X \subset \mathbb{R}^n$.* \diamond

On peut affaiblir cette notion en la restreignant à un voisinage de l'état. On introduit alors l'observabilité locale faible.

Définition 8.3.6 (Observabilité locale faible) *Le système (8.1) est localement faiblement observable (LFO) en x_0 s'il existe un voisinage \mathbb{U} de x_0 , tel que pour tout voisinage \mathbb{V} de x_0 , $\mathbb{V} \subset \mathbb{U}$, \mathbb{V} ne contient aucun état indistinguable de x_0 [Hermann et Krener, 1977].* \diamond

Autrement dit, un système est LFO si :

$$\forall x_0, \exists \mathbb{U}(x_0), \forall \mathbb{V}(x_0) \subset \mathbb{U}(x_0), \mathfrak{I}_{\mathbb{V}}(x_0) = x_0 \quad (8.29)$$

Intuitivement, on peut dire qu'un système est localement faiblement observable si on peut distinguer, instantanément, chaque état de son voisinage.

8.3.3 Observabilité au sens du rang

L'espace d'observation \mathcal{S}_y du système non linéaire (8.1) est défini comme étant le plus petit sous-espace vectoriel contenant les observations h_i et fermé par *différentiation de Lie* le long de tous les éléments $f_u(\cdot), u \in U \subset \mathbb{R}^m$:

$$\mathcal{S}_y(x) = \left[h(x)^T \quad \mathcal{L}_f h(x)^T \quad \mathcal{L}_f^2 h(x)^T \quad \dots \right]^T \quad (8.30)$$

8.3 Observabilité des systèmes dynamiques

Rappelons que la dérivée de Lie d'une fonction h le long d'un champ de vecteurs f est donnée par :

$$\mathcal{L}_f h = (\nabla h)f = \frac{\partial h}{\partial x} f = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial x_i} f_i \quad (8.31)$$

$$\mathcal{L}_f^k h = \mathcal{L}_f \mathcal{L}_f^{k-1} h \quad ; \quad \mathcal{L}_f^0 h = h \quad (8.32)$$

Cet espace peut être vu comme étant une concaténation de la sortie et de ses dérivées temporelles.

Définition 8.3.7 (Observabilité au sens du rang) *Un système de forme générale (8.1) est dit observable au sens du rang (resp. en x_0), si sa matrice d'observabilité \mathcal{O}_y , qui est la jacobienne de l'espace d'observation (resp. en x_0), est de rang plein :*

$$\text{rang } \mathcal{O}_y = \text{rang } \frac{\partial \mathcal{S}_y}{\partial x} = n \quad (8.33)$$

◇

Théorème 8.3.8 [Hermann et Krener, 1977] *Si le système (8.1) est observable au sens du rang en un point x , alors il est LFO en x .* ■

L'intérêt de ce théorème réside dans le critère algébrique qu'il fournit pour assurer l'observabilité d'un système non linéaire, ce qui permet de formuler des conditions d'observabilité analytiques, faciles à analyser et à exploiter.

A partir des définitions précédentes, on peut lier les différents concepts d'observabilité comme suit :

$$\begin{array}{ccc} \text{Observabilité globale instantanée} & \Rightarrow & \text{Observabilité globale} \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ \text{Observabilité faible instantanée} & \Rightarrow & \text{Observabilité faible} \end{array}$$

On remarque que l'observabilité instantanée est une notion plus forte que l'observabilité.

Exemple [Hermann et Krener, 1977] L'exemple ci-dessous illustre ces derniers concepts. Soit le système :

$$\dot{x} = u \quad ; \quad y_1 = \cos x \quad ; \quad y_2 = \sin x \quad (8.34)$$

avec $x \in \mathbb{R}$, $u \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}^2$.

Il est clair que ce système satisfait la condition d'observabilité au sens du rang, donc il est localement faiblement observable. En revanche, il n'est pas observable, car x_0 et $x_k = x_0 + 2k\pi$ sont indistinguables $\forall x_0 \in \mathbb{R}, \forall k \in \mathbb{Z}$. ◇

Remarque 8.3.9 *L'observabilité au sens du rang d'un système linéaire est équivalent au critère de Kalman énoncé dans le théorème 8.3.3, sachant que la notion de localité n'a pas de sens dans le contexte linéaire.* \diamond

Remarque 8.3.10 *La condition d'observabilité au sens du rang est une condition suffisante, mais non nécessaire, pour s'assurer de l'observabilité d'un système dynamique.* \diamond

Les concepts introduits dans ce chapitre sont appliqués aux machines électriques AC dans les chapitres qui suivent ; l'observabilité locale faible de ces machines est étudiée. De plus, un filtre de Kalman étendu est appliqué pour vérifier les conditions d'observabilité obtenues.

8.4 Exemple introductif : machines DC

Dans ce paragraphe, nous étudions l'observabilité de la machine DC, pour introduire les lecteurs à l'étude des machines AC dans les chapitres qui suivent. Deux types de machines DC sont traités ci-dessous : machine DC à aimant et machine DC série. Le modèle de la première est linéaire, celui de la deuxième ne l'est pas (voir l'annexe A pour la mise en équation des machines DC). L'objectif est d'étudier l'observabilité de la vitesse du rotor Ω et l'identifiabilité du couple de charge C_{ch} , en disposant du courant d'induit i_a comme mesure.

8.4.1 Machine DC à aimant

Le modèle d'état d'une machine DC à aimant est :

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{1}{L_a} (v_a - R_a i_a - K_e \Omega) \quad (8.35)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J} (K_e i_a - C_{ch}) - \frac{f_v}{J} \Omega \quad (8.36)$$

$$\frac{dC_{ch}}{dt} = 0 \quad (8.37)$$

Il s'agit d'un modèle linéaire, les matrices d'état et de sortie étant :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_e}{L_a} & 0 \\ \frac{K_e}{J} & -\frac{f_v}{J} & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad 0] \quad (8.38)$$

8.4 Exemple introductif : machines DC

L'application du critère de Kalman donne la matrice d'observabilité suivante :

$$\mathcal{O}_y = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_e}{L_a} & 0 \\ \frac{R_a^2}{L_a^2} - \frac{K_e^2}{JL_a} & \frac{K_e}{L_a} \left(\frac{R_a}{L_a} + \frac{f_v}{J} \right) & \frac{K_e}{JL_a} \end{bmatrix} \quad (8.39)$$

Son déterminant est :

$$\Delta = -\frac{K_e^2}{JL_a^2} \neq 0 \quad (8.40)$$

Donc la machine DC à aimant est observable partout dans l'espace d'état si le flux de l'aimant est non nul.

8.4.2 Machine DC série

Dans une machine DC série, les circuits du stator et du rotor sont montés en série : le même courant i_a circule dans les deux circuits. Le modèle d'état est non linéaire et s'écrit comme suit :

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{1}{L_a + L_f} (v - (R_a + R_f)i_a - K_s i_a \Omega) \quad (8.41)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J} (K_s i_a^2 - C_{ch}) - \frac{f_v}{J} \Omega \quad (8.42)$$

$$\frac{dC_{ch}}{dt} = 0 \quad (8.43)$$

L'espace d'observation est construit à partir de la sortie et ses dérivées :

$$\begin{aligned} y &= i_a \\ \dot{y} &= \frac{1}{L} (v - Ri_a - K_s \Omega i_a) \end{aligned} \quad (8.44)$$

$$\ddot{y} = \frac{\dot{v}}{L} - \frac{R + K_s \Omega}{L^2} (v - Ri_a - K_s \Omega i_a) - \frac{K_s i_a}{JL} (K_s i_a^2 - C_{ch} - f_v \Omega)$$

avec

$$L = L_a + L_f \quad (8.45)$$

$$R = R_a + R_f \quad (8.46)$$

La matrice d'observabilité, qui est la jacobienne de l'espace d'observation, s'écrit comme suit :

$$\mathcal{O}_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{(R+K_s\Omega)}{L} & -\frac{K_s i_a}{L} & 0 \\ \frac{(R+K_s\Omega)^2}{L^2} - \frac{K_s(3K_s i_a^2 - C_{ch})}{JL} & \frac{K_s f_v i_a}{JL} - \frac{K_s(v-2i_a(R+K_s\Omega))}{L^2} & \frac{K_s i_a}{JL} \end{bmatrix} \quad (8.47)$$

Son déterminant est :

$$\Delta = -\frac{K_s^2}{JL^2}i_a^2 \quad (8.48)$$

Donc, l'observabilité instantanée de la machine DC série ne peut être assurée que si $i_a \neq 0$. De plus, dans ce cas particulier, on peut dire que le système n'est pas observable à courant i_a nul, car le couple et la f.é.m. sont nuls, et les équations de la machine sont :

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{1}{L}v \quad (8.49)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{1}{J}C_{ch} - \frac{f_v}{J}\Omega \quad (8.50)$$

Il est clair que le signal mesuré, i_a , ne contient aucune information sur la vitesse et le couple résistant ; l'induit et l'inducteur n'interagissent plus.

A partir de l'étude d'observabilité des machines DC à aimant et série, et des autres machines DC, on conclut que l'observabilité n'est garantie qu'en présence d'un champ inducteur. Ceci n'est pas étonnant, car en absence d'un champ inducteur aucune f.é.m., fonction de la vitesse, n'est générée dans le circuit de l'induit, il n'est donc pas possible d'estimer la vitesse à partir des tension et courant d'induit.

8.4.3 Synthèse d'observateur

Dans ce paragraphe, on applique un filtre de Kalman discret pour estimer l'état de la machine DC à aimant (système linéaire), et un filtre de Kalman étendu discret pour la machine DC série (système non linéaire). Le but est de vérifier les résultats de l'étude d'observabilité ci-dessus. Pour cela, on réalise la simulation suivante. Soient deux machines DC, à aimant et série, ayant les mêmes paramètres mécaniques suivants :

$$J = 0.05 \text{ kg.m}^2 \ ; \ f_v = 0.02 \text{ N.m.s.rad}^{-1} \quad (8.51)$$

Les paramètres électromagnétiques de la machine DC à aimant sont :

$$R = 2 \ \Omega \ ; \ L = 0.25 \ H \ ; \ K_e = 0.1 \ \text{V.s.rad}^{-1} \quad (8.52)$$

Ceux de la machine série sont :

$$R_a = 0.25 \ \Omega \ ; \ L_a = 0.05 \ H \ ; \ K_s = 0.1 \ \text{V.s.rad}^{-1} \quad (8.53)$$

$$R_f = 1.75 \ \Omega \ ; \ L_f = 0.2 \ H \quad (8.54)$$

Les deux machines sont alimentées par la même tension et soumises au même couple de charge :

8.4 Exemple introductif : machines DC

- La tension est tracée sur la figure 8.4. Cette tension est nulle sur l'intervalle $[0; 1.5 \text{ s}]$, puis augmente linéairement pour atteindre 10 V à l'instant $t = 3.5 \text{ s}$.
- Le profil du couple de charge appliqué au rotor des deux machines est illustré dans la figure 8.5.

Cette simulation assure que le courant d'induit est nul durant la première seconde, où une erreur initiale est introduite sur l'estimation de la vitesse (10 rd/s) et du couple (0.25 N.m). On s'attend à ce que l'observateur de la machine à aimant converge, sans pouvoir prédire le comportement de celui de la machine série, tant que le courant est nul.

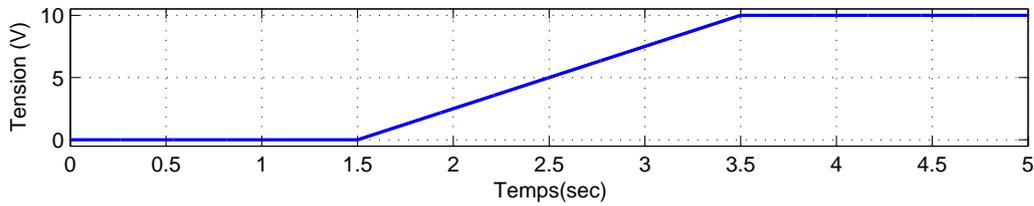


FIGURE 8.4: Tension d'alimentation de l'induit

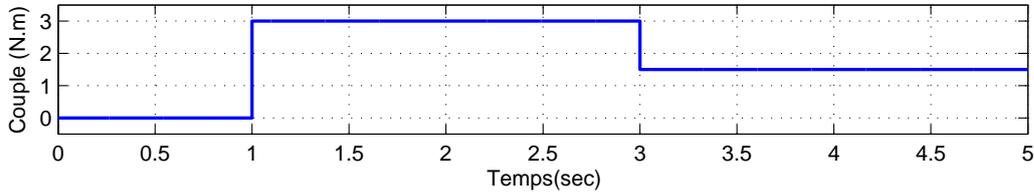


FIGURE 8.5: Couple résistant

Pour une simulation plus réaliste, le pas de simulation des modèles des machines est choisi à $T_{sys} = 10^{-5} \text{ s}$, et la période d'échantillonnage choisie pour les observateurs est $T_{obsv} = 10^{-3} \text{ s}$. De plus, pour une comparaison plus juste, les réglages des deux observateurs sont choisis identiques :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 10^5 & 0 \\ 0 & 0 & 10^4 \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{R} = 1 \quad (8.55)$$

Les courants induits dans le rotor de chaque machine sont présentés dans la figure 8.6. On remarque que pour la machine série, aucun courant n'est induit avant l'application de la tension, tandis que dans la machine à aimant le courant induit apparaît dès que le rotor tourne, du fait de l'existence d'un champ inducteur.

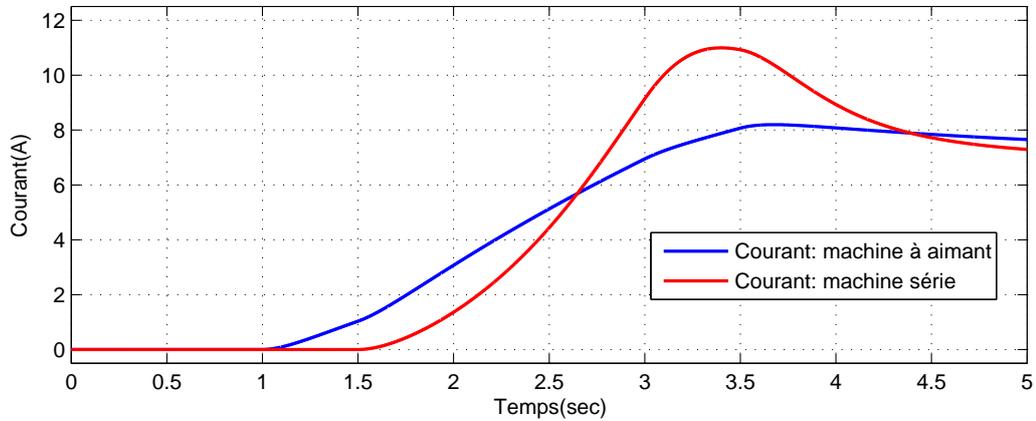


FIGURE 8.6: Courant i_a circulant dans l'induit de chaque machine

La figure 8.7 montre les vitesses réelle et estimée pour la machine à aimant : la vitesse estimée converge dès les premiers instants vers la vitesse réelle. Par contre, la figure 8.8 montre que la vitesse estimée pour la machine série ne converge vers la vitesse réelle qu'à partir de l'instant $t = 1.5$ s, où la tension est appliquée et le courant devient non nul.

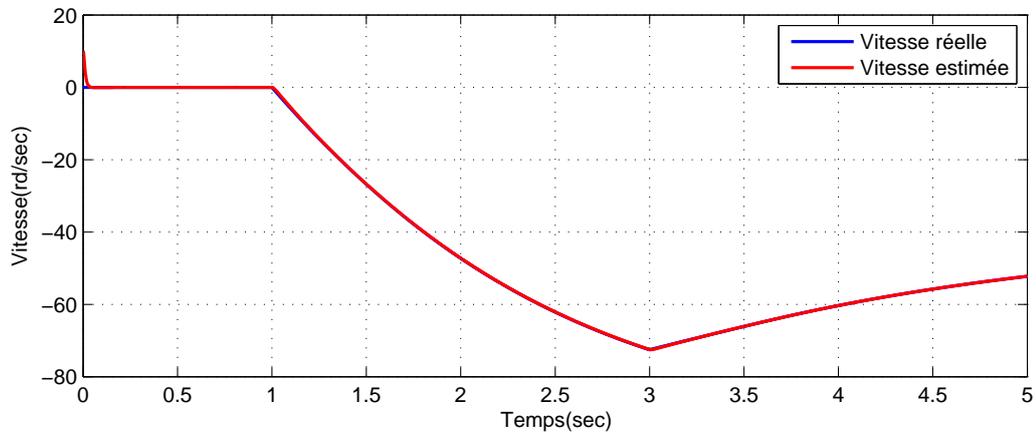


FIGURE 8.7: Vitesse rotorique de la machine DC à aimant

La figure 8.9 montre aussi que le couple de charge estimé pour la machine à aimant suit le couple réel sur toute la plage de fonctionnement, tandis que celui de la machine série n'est corrigé qu'à partir de l'application de la tension (qui entraîne la circulation du courant). Ces résultats sont en cohérence avec l'étude d'observabilité ci-dessus.

Les démarches appliquées sur les machines DC seront appliquées sur les machines AC dans les chapitres suivants de cette partie. Il est à noter que

8.4 Exemple introductif : machines DC

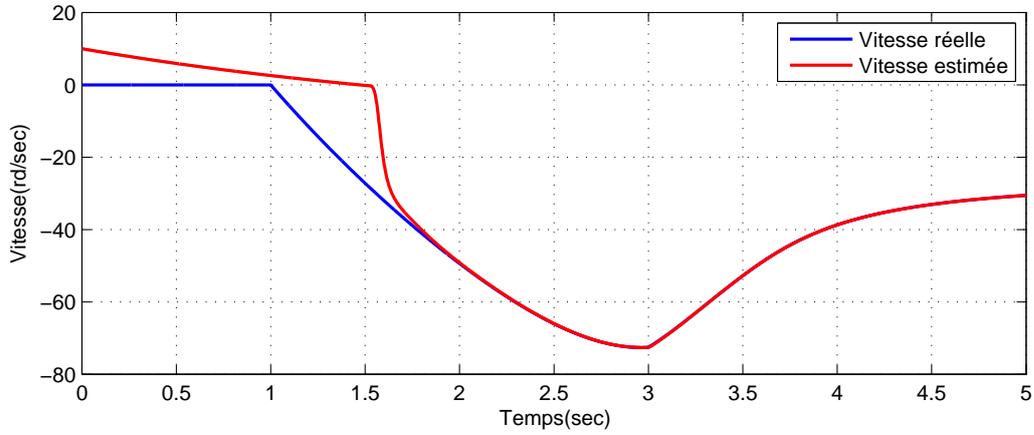


FIGURE 8.8: Vitesse rotorique de la machine DC série

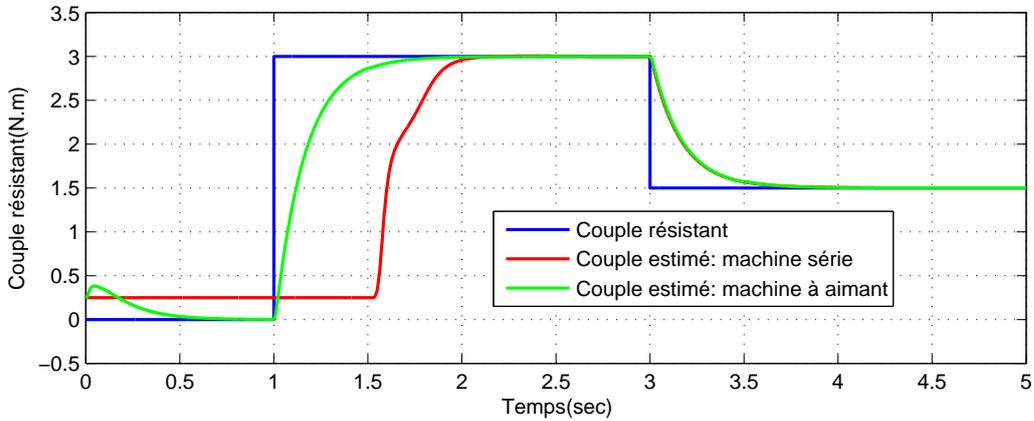


FIGURE 8.9: Couple résistant

l'observateur n'est pas intégré dans une boucle de commande pour séparer les problèmes d'observabilité et de stabilité : les machines fonctionnent en boucle ouverte. De plus, nous ne cherchons pas dans cette partie à étudier le réglage de l'observateur en lui-même ; nous préférons parfois des réglages qui permettent de montrer la dynamique d'observation sur ceux qui assurent une dynamique d'observation très rapide. En outre, dans les simulations à venir, la période d'échantillonnage, $T_e = 10^{-5}s$, et le pas de simulation sont identiques, pour éviter d'autres problèmes qui s'éloignent du cadre de l'observabilité.

Page laissée intentionnellement vide.

Chapitre 9

Observabilité des machines asynchrones

Dans ce chapitre, on étudie l'observabilité de la machine asynchrone dans le contexte de la commande *sensorless*. Pour cette machine, les principales variables sont les courants statoriques qu'on mesure, les flux du rotor très difficilement mesurables et qu'on souhaite estimer et maîtriser, la vitesse du rotor qui n'est pas égale à celle du champ tournant, et le couple résistant qui gagne une importance particulière en présence du phénomène de glissement.

Ces variables formeront le vecteur d'état utilisé pour la modélisation de la machine. Le modèle est développé dans le repère diphasé stationnaire, dans lequel les mesures des courants sont effectuées. En l'absence d'un modèle dynamique précis des frottements et de la charge, le couple résistant est supposé constant (ou lentement variant), on parle alors de l'identifiabilité de ce couple.

Le premier problème d'observabilité qui se pose pour les machines asynchrones, et qui n'est pas vraiment lié à la commande *sensorless*, est l'observabilité des flux rotoriques ; les techniques de commande avancées, telles que la commande à flux orienté ou la commande directe du couple, nécessitent la connaissance de ces flux pour la régulation du couple. Pour cette raison, nous étudierons en premier lieu l'observabilité des flux rotoriques et l'identifiabilité du couple résistant avec la mesure de vitesse, avant d'entamer l'observabilité de la machine sans mesure de vitesse. Ensuite, l'identifiabilité de la constante de temps rotorique (liée à la résistance du bobinage rotorique) est étudiée dans le contexte de la commande *sensorless* ; il s'agit d'un exemple d'application de la théorie d'observabilité locale faible pour étudier l'identifiabilité de certains paramètres de la machine.

Les résultats de l'étude d'observabilité en vue de la commande *sensorless* sont examinés par des simulations numériques et des données expérimentales.

9.1 Modèle d'état

Pour les raisons mentionnées dans l'introduction, on se met dans le repère stationnaire diphasé $\alpha_s\beta_s$, et on choisit les vecteurs d'état et d'entrée suivants pour l'observation :

$$x = \left[\mathcal{I}_s^T \quad \Psi_r^T \quad \omega_e \quad C_r \right]^T \quad ; \quad u = \mathcal{V}_s \quad (9.1)$$

A partir des équations de la machine asynchrone (Ch. 3), on obtient le modèle d'état suivant :

$$\frac{d\mathcal{I}_s}{dt} = -\frac{R_\sigma}{L_\sigma} \mathcal{I}_s + \frac{k_r}{L_\sigma} \left(\frac{1}{\tau_r} \mathbf{I}_2 - \omega_e \mathbf{J}_2 \right) \Psi_r + \frac{1}{L_\sigma} \mathcal{V}_s \quad (9.2)$$

$$\frac{d\Psi_r}{dt} = -\left(\frac{1}{\tau_r} \mathbf{I}_2 - \omega_e \mathbf{J}_2 \right) \Psi_r + \frac{M}{\tau_r} \mathcal{I}_s \quad (9.3)$$

$$\frac{d\omega_e}{dt} = \frac{p^2}{J} k_r \mathcal{I}_s^T \mathbf{J}_2 \Psi_r - \frac{p}{J} C_r \quad (9.4)$$

$$\frac{dC_r}{dt} = 0 \quad (9.5)$$

Nous rappelons que :

$$k_r = \frac{M}{L_r} \quad ; \quad k_s = \frac{M}{L_s} \quad ; \quad \tau_r = \frac{L_r}{R_r} \quad (9.6)$$

$$\sigma = 1 - k_r k_s \quad ; \quad L_\sigma = \sigma L_s \quad ; \quad R_\sigma = R_s + k_r^2 R_r \quad (9.7)$$

Le couple résistant C_r contient tous les frottements, et sa variation est supposée lente.

9.1.1 Etude d'observabilité

Le système (9.2)-(9.5) est d'ordre 6. La matrice d'observabilité suivante doit donc contenir 6 lignes linéairement indépendantes pour assurer l'observabilité instantanée de la machine :

$$\mathcal{O}_y = \frac{\partial}{\partial x} \left(y, \dot{y}, \ddot{y}, y^{(3)}, y^{(4)}, \dots \right) \quad (9.8)$$

Vue la complexité des équations, les 6 premières lignes de la matrice \mathcal{O}_y seront étudiées pour tirer des conditions suffisantes d'observabilité. On sait qu'en pratique les premières lignes sont riches en information sur l'observabilité, et que les lignes de rangs supérieurs à 6 ont des expressions plus complexes.

9.2 Observabilité des flux rotoriques

9.1.2 Changement de variable

Pour simplifier l'exposé, on effectue le changement de variable suivant :

$$\tilde{\mathcal{I}}_s = L_\sigma \mathcal{I}_s \quad (9.9)$$

$$\tilde{\Psi}_r = k_r \Psi_r \quad (9.10)$$

Réécrivons les équations d'état avec le vecteur d'état suivant :

$$x = \left[\tilde{\mathcal{I}}_s^T \quad \tilde{\Psi}_r^T \quad \omega_e \quad C_r \right]^T ; \quad u = \mathcal{V}_s \quad (9.11)$$

On obtient :

$$\frac{d\tilde{\mathcal{I}}_s}{dt} = -\frac{R_\sigma}{L_\sigma} \tilde{\mathcal{I}}_s + \left(\frac{1}{\tau_r} \mathbf{I}_2 - \omega_e \mathbf{J}_2 \right) \tilde{\Psi}_r + \mathcal{V}_s \quad (9.12)$$

$$\frac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} = -\left(\frac{1}{\tau_r} \mathbf{I}_2 - \omega_e \mathbf{J}_2 \right) \tilde{\Psi}_r + \frac{k_r M}{L_\sigma \tau_r} \tilde{\mathcal{I}}_s \quad (9.13)$$

$$\frac{d\omega_e}{dt} = \frac{p^2}{J} \frac{1}{L_\sigma} \tilde{\mathcal{I}}_s^T \mathbf{J}_2 \tilde{\Psi}_r - \frac{p}{J} C_r \quad (9.14)$$

$$\frac{dC_r}{dt} = 0 \quad (9.15)$$

De plus, pour alléger l'écriture, on pose :

$$a = -\frac{R_\sigma}{L_\sigma} ; \quad b = -\frac{R_s}{L_\sigma} ; \quad c = \frac{p^2}{L_\sigma} \quad (9.16)$$

$$\gamma(t) = \left(\frac{1}{\tau_r} \mathbf{I}_2 - \omega_e \mathbf{J}_2 \right) ; \quad \frac{d\gamma}{dt} = -\frac{d\omega_e}{dt} \mathbf{J}_2 \quad (9.17)$$

Cela donne le modèle suivant :

$$\frac{d\tilde{\mathcal{I}}_s}{dt} = a\tilde{\mathcal{I}}_s + \gamma(t)\tilde{\Psi}_r + \mathcal{V}_s \quad (9.18)$$

$$\frac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} = -\gamma(t)\tilde{\Psi}_r - (a-b)\tilde{\mathcal{I}}_s \quad (9.19)$$

$$\frac{d\omega_e}{dt} = \frac{c}{J} \tilde{\mathcal{I}}_s^T \mathbf{J}_2 \tilde{\Psi}_r - \frac{p}{J} C_r \quad (9.20)$$

$$\frac{dC_r}{dt} = 0 \quad (9.21)$$

9.2 Observabilité des flux rotoriques

Les flux rotoriques dans une machine asynchrone ne sont pas facilement mesurables, mais ils sont importants à évaluer pour les stratégies de commande performantes. Dans ce paragraphe, nous étudions l'observabilité des

flux rotoriques et l'identifiabilité du couple résistant en prenant comme mesures les courants statoriques et la vitesse du rotor :

$$y = [\tilde{\mathcal{I}}_s^T \quad \omega_e]^T \quad (9.22)$$

La (sous-)matrice d'observabilité formée par la sortie et sa dérivée première est la suivante :

$$\mathcal{O}_{y1} = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & \frac{1}{\tau_r} & \omega_e & \tilde{\psi}_{r\beta_s} & 0 \\ 0 & a & -\omega_e & \frac{1}{\tau_r} & -\tilde{\psi}_{r\alpha_s} & 0 \\ -\frac{c}{J}\tilde{\psi}_{r\beta_s} & \frac{c}{J}\tilde{\psi}_{r\alpha_s} & \frac{c}{J}\tilde{i}_{s\beta_s} & -\frac{c}{J}\tilde{i}_{s\alpha_s} & 0 & -\frac{p}{J} \end{bmatrix} \quad (9.23)$$

Son déterminant est :

$$\Delta_{y1} = -\frac{p}{J} \left(\omega_e^2 + \frac{1}{\tau_r^2} \right) \quad (9.24)$$

Donc le système est observable quelles que soient la vitesse et la fréquence des tensions d'entrée. Nous n'avons pas besoin d'étudier les dérivées d'ordres plus élevées de la sortie.

9.3 Observabilité de la vitesse du rotor

Dans une stratégie de commande *sensorless*, on ne mesure pas la vitesse ; seuls les courants statoriques sont mesurés :

$$y = \tilde{\mathcal{I}}_s \quad (9.25)$$

L'observabilité des flux et vitesse rotoriques et du couple résistant est étudiée ci-dessous. La dérivée première de la sortie est :

$$\dot{y} = \frac{d\tilde{\mathcal{I}}_s}{dt} = \mathcal{V}_s + a\tilde{\mathcal{I}}_s + \gamma(t)\tilde{\Psi}_r \quad (9.26)$$

Additionnant les équations (9.18) et (9.19), nous obtenons :

$$\frac{d\tilde{\mathcal{I}}_s}{dt} + \frac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} = \mathcal{V}_s + b\tilde{\mathcal{I}}_s \quad (9.27)$$

ce qui est équivalent à écrire :

$$\frac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} = \mathcal{V}_s + b\tilde{\mathcal{I}}_s - \frac{d\tilde{\mathcal{I}}_s}{dt} \quad (9.28)$$

9.3 Observabilité de la vitesse du rotor

Cette équation est utile pour évaluer la dérivée seconde de la sortie :

$$\frac{d^2 \tilde{\mathcal{I}}_s}{dt^2} = \frac{d\tilde{\mathcal{V}}_s}{dt} + a \frac{d\tilde{\mathcal{I}}_s}{dt} + \gamma(t) \frac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} + \frac{d\gamma}{dt} \tilde{\Psi}_r \quad (9.29)$$

$$= \frac{d\mathcal{V}_s}{dt} + a \frac{d\tilde{\mathcal{I}}_s}{dt} + \gamma(t) \mathcal{V}_s + \gamma(t) b \tilde{\mathcal{I}}_s - \gamma(t) \frac{d\tilde{\mathcal{I}}_s}{dt} + \frac{d\gamma}{dt} \tilde{\Psi}_r \quad (9.30)$$

$$= \frac{d\mathcal{V}_s}{dt} + \gamma(t) \mathcal{V}_s + (a \mathbf{I}_2 - \gamma(t)) \frac{d\tilde{\mathcal{I}}_s}{dt} + \gamma(t) b \tilde{\mathcal{I}}_s + \frac{d\gamma}{dt} \tilde{\Psi}_r \quad (9.31)$$

En remplaçant la dérivée du courant par son expression (9.18), on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \tilde{\mathcal{I}}_s}{dt^2} &= \frac{d\mathcal{V}_s}{dt} + a \mathcal{V}_s + (a^2 \mathbf{I}_2 - (a - b) \gamma(t)) \tilde{\mathcal{I}}_s \\ &\quad + \left(\frac{d\gamma}{dt} + a \gamma(t) - \gamma(t)^2 \right) \tilde{\Psi}_r \end{aligned} \quad (9.32)$$

La sous-matrice d'observabilité peut être construite à partir des vecteurs suivants :

$$y = \tilde{\mathcal{I}}_s \quad (9.33)$$

$$\dot{y} = \mathcal{V}_s + a \tilde{\mathcal{I}}_s + \gamma(t) \tilde{\Psi}_r \quad (9.34)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= \frac{d\mathcal{V}_s}{dt} + a \mathcal{V}_s + (a^2 \mathbf{I}_2 - (a - b) \gamma(t)) \tilde{\mathcal{I}}_s \\ &\quad + \left(\frac{d\gamma}{dt} + a \gamma(t) - \gamma(t)^2 \right) \tilde{\Psi}_r \end{aligned} \quad (9.35)$$

Il s'agit d'une matrice carrée de dimension 6 :

$$\mathcal{O}_{y2} = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & \frac{1}{\tau_r} & \omega_e & \tilde{\psi}_{r\beta_s} & 0 \\ 0 & a & -\omega_e & \frac{1}{\tau_r} & -\psi_{r\alpha_s} & 0 \\ d_{11} & d_{12} & e_{11} & e_{12} & f_{11} & f_{12} \\ d_{21} & d_{22} & e_{21} & e_{22} & f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} \quad (9.36)$$

avec

$$d_{11} = a^2 - \frac{a - b}{\tau_r} - \frac{c}{J} \tilde{\psi}_{r\beta_s}^2 \quad (9.37)$$

$$d_{12} = -(a - b) \omega_e + \frac{c}{J} \tilde{\psi}_{r\alpha_s} \tilde{\psi}_{r\beta_s} \quad (9.38)$$

$$d_{21} = (a - b) \omega_e + \frac{c}{J} \tilde{\psi}_{r\alpha_s} \tilde{\psi}_{r\beta_s} \quad (9.39)$$

$$d_{22} = a^2 - \frac{a - b}{\tau_r} - \frac{c}{J} \tilde{\psi}_{r\alpha_s}^2 \quad (9.40)$$

$$e_{11} = \frac{a}{\tau_r} - \frac{1}{\tau_r^2} + \omega_e^2 + \frac{c}{J} \tilde{i}_{s\beta_s} \tilde{\psi}_{r\beta_s} \quad (9.41)$$

$$e_{12} = a\omega_e - 2\frac{\omega_e}{\tau_r} + \frac{d\omega_e}{dt} - \frac{c}{J} \tilde{i}_{s\alpha_s} \tilde{\psi}_{r\beta_s} \quad (9.42)$$

$$e_{21} = -a\omega_e + 2\frac{\omega_e}{\tau_r} - \frac{d\omega_e}{dt} - \frac{c}{J} \tilde{i}_{s\beta_s} \tilde{\psi}_{r\alpha_s} \quad (9.43)$$

$$e_{22} = \frac{a}{\tau_r} - \frac{1}{\tau_r^2} + \omega_e^2 + \frac{c}{J} \tilde{i}_{s\alpha_s} \tilde{\psi}_{r\alpha_s} \quad (9.44)$$

$$f_{11} = 2\omega_e \tilde{\psi}_{r\alpha_s} - (a-b) \tilde{i}_{s\beta_s} + \left(a - \frac{2}{\tau_r}\right) \tilde{\psi}_{r\beta_s} \quad (9.45)$$

$$f_{12} = -\frac{p}{J} \tilde{\psi}_{r\beta_s} \quad (9.46)$$

$$f_{21} = 2\omega_e \tilde{\psi}_{r\beta_s} + (a-b) \tilde{i}_{s\alpha_s} - \left(a + \frac{2}{\tau_r}\right) \tilde{\psi}_{r\alpha_s} \quad (9.47)$$

$$f_{22} = \frac{p}{J} \tilde{\psi}_{r\alpha_s} \quad (9.48)$$

Le déterminant Δ_{y2} de \mathcal{O}_{y2} s'écrit en fonction des flux rotoriques comme suit :

$$\Delta_{y2} = \frac{p}{J} \left[\frac{1}{\tau_r} \frac{d\omega_e}{dt} (\tilde{\psi}_{r\alpha_s}^2 + \tilde{\psi}_{r\beta_s}^2) - \gamma^T \gamma \left(\frac{d\tilde{\psi}_{r\alpha_s}}{dt} \tilde{\psi}_{r\beta_s} - \frac{d\tilde{\psi}_{r\beta_s}}{dt} \tilde{\psi}_{r\alpha_s} \right) \right] \quad (9.49)$$

Revenant aux variables de base $\Psi_r = k_r \tilde{\Psi}_r$, le déterminant Δ_{y2} devient :

$$\Delta_{MI} = \frac{p}{J} \frac{k_r^2}{\tau_r^2} \left[\tau_r \dot{\omega}_e \Psi_r^T \Psi_r - \left(1 + \tau_r^2 \omega_e^2\right) \left(\Psi_r^T \mathbf{J}_2 \frac{d\Psi_r}{dt} \right) \right] \quad (9.50)$$

La condition d'observabilité $\Delta_{MI} \neq 0$ est équivalente à écrire :

$$\frac{\tau_r \dot{\omega}_e}{1 + \tau_r^2 \omega_e^2} \neq \left(\Psi_r^T \Psi_r \right)^{-1} \Psi_r^T \mathbf{J}_2 \dot{\Psi}_r \quad (9.51)$$

Sachant que¹ :

$$\left(\Psi_r^T \Psi_r \right)^{-1} \Psi_r^T \mathbf{J}_2 \dot{\Psi}_r = -\frac{d}{dt} (\angle \Psi_r) \quad (9.52)$$

$\angle \Psi_r$ étant l'angle du vecteur flux rotorique dans le repère $\alpha_s \beta_s$, qui évolue à la même vitesse que le champ tournant, c.à.d. :

$$\frac{d}{dt} (\angle \Psi_r) = \omega_s \quad (9.53)$$

1. plus explicitement : $\frac{d}{dt} \left(\arctan \frac{\psi_{r\beta_s}}{\psi_{r\alpha_s}} \right) = \frac{1}{\psi_{r\alpha_s}^2 + \psi_{r\beta_s}^2} \left(\frac{d\psi_{r\beta_s}}{dt} \psi_{r\alpha_s} - \frac{d\psi_{r\alpha_s}}{dt} \psi_{r\beta_s} \right)$

9.3 Observabilité de la vitesse du rotor

et que de plus, on a :

$$\frac{\tau_r \dot{\omega}_e}{1 + \tau_r^2 \omega_e^2} = \frac{d}{dt} \arctan(\tau_r \omega_e) \quad (9.54)$$

la condition d'observabilité devient :

$$\frac{d}{dt} \arctan(\tau_r \omega_e) + \omega_s \neq 0 \quad (9.55)$$

Cette dernière équation peut résumer les analyses d'observabilité de la MI existant dans la littérature :

- **Vitesse constante** ($\dot{\omega}_e = 0$) : A vitesse rotorique constante, il suffit que la pulsation d'entrée soit non nulle ($\omega_s \neq 0$) pour assurer l'observabilité.

- **Flux rotoriques constants** ($\dot{\psi}_{r\alpha_s} = 0; \dot{\psi}_{r\beta_s} = 0$) : A flux rotoriques constants, ce qui correspond à $\omega_s = 0$, l'observabilité est garantie si la vitesse du rotor est variable.

- **Droite d'inobservabilité** : Si la fréquence d'alimentation est nulle, on a :

$$\omega_s = \omega_e + \omega_r = 0 \quad (9.56)$$

La pulsation des courants rotoriques ω_r peut être calculée à partir des équations de la machine dans le repère lié au champ tournant (repère dq), où :

$$\psi_{rq} = 0 \quad (9.57)$$

$$\dot{\psi}_{rq} = 0 \implies \omega_r = \frac{R_r k_r i_{sq}}{\psi_{rd}} \quad (9.58)$$

Sachant que :

$$C_m = p k_r \psi_{rd} i_{sq} \quad (9.59)$$

on aura :

$$\omega_r = \frac{R_r C_m}{p \psi_{rd}^2} \quad (9.60)$$

La condition $\omega_s = 0$ est équivalente à :

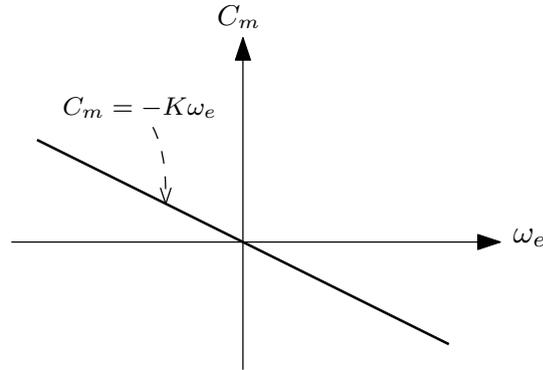
$$\omega_e = -\omega_r \iff \omega_e = -\frac{R_r C_m}{p \psi_{rd}^2} \quad (9.61)$$

Cette dernière équation décrit une droite dans le plan (ω_e, C_m) :

$$C_m = -K \omega_e \quad ; \quad K = p \frac{\psi_{rd}^2}{R_r} \quad (9.62)$$

Cette droite est appelée *droite d'inobservabilité* par abus de langage², et se situe dans le deuxième et quatrième quadrants du plan, qui correspondent au fonctionnement en génératrice (figure 9.1).

2. il s'agit d'une chute de rang où l'observabilité n'est pas garantie.


 FIGURE 9.1: Droite d'inobservabilité dans le plan (ω_e, C_m)

9.4 Identifiabilité de la résistance rotorique

La constante de temps électrique du rotor τ_r d'une machine asynchrone est susceptible de varier avec le temps en fonction de plusieurs facteurs (comme la température et les courants rotoriques). Dans le contexte de la commande *sensorless*, où la vitesse n'est pas mesurée, l'identification de ce paramètre est plus difficile. Nous présentons, dans la suite, l'étude d'identifiabilité de la constante de temps rotorique par mesure des courants statoriques :

$$y = \tilde{\mathcal{L}}_s \quad (9.63)$$

Pour adapter le système à l'étude d'observabilité, nous étudions l'identifiabilité de ν_r , l'inverse de la constante de temps τ_r :

$$\nu_r = \frac{1}{\tau_r} = \frac{R_r}{L_r} \quad (9.64)$$

Cette nouvelle variable est ajoutée au vecteur d'état avec une dynamique nulle. La dynamique de la vitesse du rotor est également considérée nulle³. Le vecteur d'état est donc le suivant :

$$x = \left[\tilde{\mathcal{L}}_s^T \quad \tilde{\Psi}_r^T \quad \omega_e \quad \nu_r \right]^T \quad (9.65)$$

3. Sans perte de généralité, on étudie l'identifiabilité à une vitesse constante donnée.

9.4 Identifiabilité de la résistance rotorique

Les équations d'état sont :

$$\frac{d\tilde{\mathcal{I}}_s}{dt} = -\left(\frac{R_s}{L_\sigma} + \frac{Mk_r}{L_\sigma}\nu_r\right)\tilde{\mathcal{I}}_s + (\nu_r\mathbf{I}_2 - \omega_e\mathbf{J}_2)\tilde{\Psi}_r + \mathcal{V}_s \quad (9.66)$$

$$\frac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} = -(\nu_r\mathbf{I}_2 - \omega_e\mathbf{J}_2)\tilde{\Psi}_r + \frac{Mk_r}{L_\sigma}\nu_r\tilde{\mathcal{I}}_s \quad (9.67)$$

$$\frac{d\omega_e}{dt} = 0 \quad (9.68)$$

$$\frac{d\nu_r}{dt} = 0 \quad (9.69)$$

La sortie et ses dérivées jusqu'à l'ordre 2 sont :

$$y = \tilde{\mathcal{I}}_s \quad (9.70)$$

$$\dot{y} = -\left(\frac{R_s}{L_\sigma} + \frac{Mk_r}{L_\sigma}\nu_r\right)\tilde{\mathcal{I}}_s + (\nu_r\mathbf{I}_2 - \omega_e\mathbf{J}_2)\tilde{\Psi}_r + \mathcal{V}_s \quad (9.71)$$

$$\ddot{y} = -\left(\frac{R_s}{L_\sigma} + \frac{Mk_r}{L_\sigma}\nu_r\right)\frac{d\tilde{\mathcal{I}}_s}{dt} + (\nu_r\mathbf{I}_2 - \omega_e\mathbf{J}_2)\frac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} + \frac{d\mathcal{V}_s}{dt} \quad (9.72)$$

Après calcul de la sous-matrice d'observabilité correspondante, on calcule le déterminant qui s'écrit sous la forme factorisée compacte suivante :

$$\Delta_{\nu_r} = (\omega_e^2 + \nu_r^2) \left[\frac{d\tilde{\Psi}_r^T}{dt} \frac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} - \frac{k_s k_r}{\sigma} \frac{d\tilde{\mathcal{I}}_s^T}{dt} \frac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} \right] \quad (9.73)$$

En dérivant (9.67), à vitesse constante, on tire :

$$\frac{d\tilde{\mathcal{I}}_s}{dt} = \frac{\sigma}{k_s k_r \nu_r} \left(\frac{d^2\tilde{\Psi}_r}{dt^2} + (\nu_r\mathbf{I}_2 - \omega_e\mathbf{J}_2) \frac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} \right) \quad (9.74)$$

En remplaçant l'équation précédente dans l'expression du déterminant, on obtient :

$$\Delta_{\nu_r} = \frac{\omega_e^2 + \nu_r^2}{\nu_r} \left(\omega_e \frac{d\tilde{\Psi}_r^T}{dt} \mathbf{J}_2^T \frac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} - \frac{d^2\tilde{\Psi}_r^T}{dt^2} \frac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} \right) \quad (9.75)$$

$$= -\frac{\omega_e^2 + \nu_r^2}{\nu_r} \frac{d^2\tilde{\Psi}_r^T}{dt^2} \frac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} \quad (9.76)$$

La condition d'identifiabilité $\Delta_{\nu_r} \neq 0$ est équivalente à dire que la vitesse et l'accélération du vecteur flux rotorique ne doivent pas être perpendiculaires. Il est clair qu'à vitesse nulle, si les flux sont constants, l'identifiabilité de la constante de temps rotorique n'est pas garantie.

9.5 Résultats de simulation

Les résultats de l'étude d'observabilité élaborée dans ce chapitre sont examinés en simulation dans ce paragraphe. Un filtre de Kalman étendu est conçu pour vérifier l'observabilité de la machine asynchrone avec et sans mesure de vitesse. La machine étudiée possède les paramètres suivants :

$$R_s = 2.8 \text{ m}\Omega \quad ; \quad L_s = 9.865 \times 10^{-5} \text{ H} \quad (9.77)$$

$$R_r = 1.5 \text{ m}\Omega \quad ; \quad L_r = 1.033 \times 10^{-4} \text{ H} \quad (9.78)$$

$$M = 9.395 \times 10^{-5} \text{ H} \quad ; \quad p = 4 \quad (9.79)$$

$$J = 10^{-2} \text{ kg.m}^2 \quad ; \quad f_v = 10^{-4} \text{ N.m.s.rad}^{-1} \quad (9.80)$$

Le scénario de simulation est le suivant : les tensions qui alimentent le stator de la machine sont montrées dans la figure 9.2, dans le repère $\alpha_s\beta_s$. Leur fréquence est nulle sur l'intervalle $t = [0 \text{ s}; 2 \text{ s}]$, et elle est égale à 20 Hz ensuite. La machine opère donc en boucle ouverte. Un échelon de 2 N.m. de couple de charge est appliqué sur l'arbre de la machine à l'instant $t = 0.5 \text{ s}$ (figure 9.3). Dans ces conditions, la vitesse du rotor évolue suivant la courbe de la figure 9.4, et les flux rotoriques, dans le repère $\alpha_s\beta_s$, suivent celles montrées dans la figure 9.5.

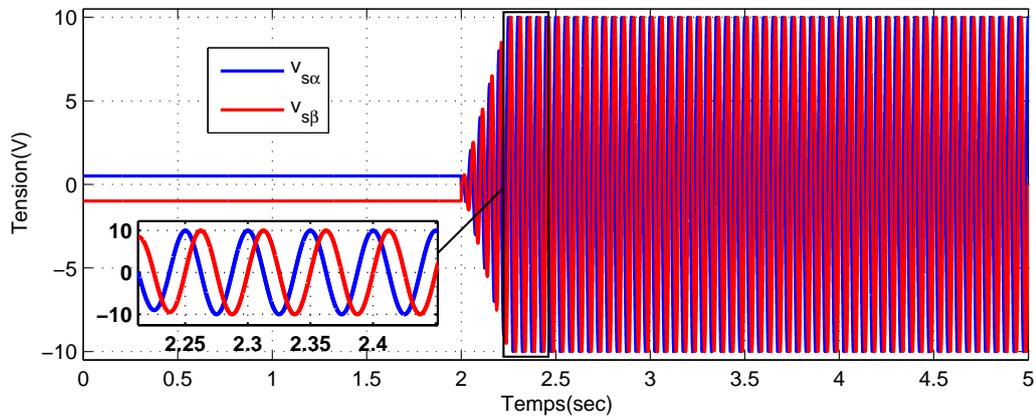


FIGURE 9.2: Tension statorique

L'observabilité de la machine avec mesure de la vitesse est examinée en premier temps. On s'attend à ce que l'observateur converge, quelle que soit la fréquence d'alimentation, vers les vraies valeurs des flux rotoriques et du couple résistant. Ensuite, l'observabilité de la machine sans mesure de vitesse est étudiée, et le comportement de l'observateur est étudié avec une attention particulière au fonctionnement à fréquence d'alimentation nulle (intervalle

9.5 Résultats de simulation

[0 s; 2 s]). Dans les deux cas, on conçoit un filtre de Kalman étendu avec les mêmes coefficients pour la matrice \mathbf{Q} :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^4 \end{bmatrix} \quad (9.81)$$

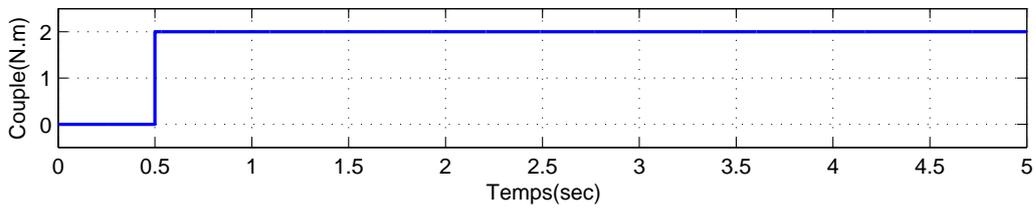


FIGURE 9.3: Couple résistant

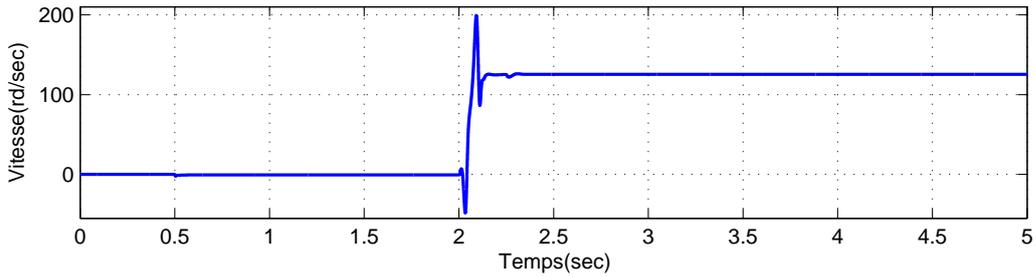


FIGURE 9.4: Vitesse rotorique

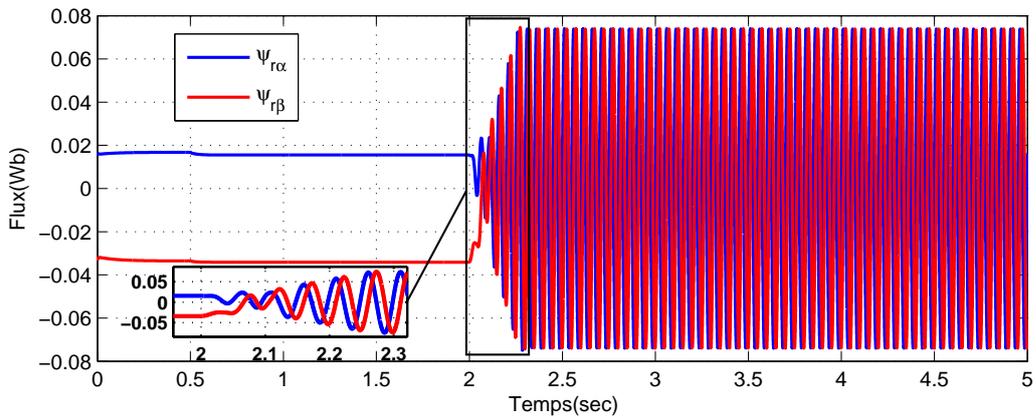


FIGURE 9.5: Flux rotoriques

Dans le cas où la vitesse est mesurée, la sortie est de dimension 3, la matrice \mathbf{R} est choisie comme suit :

$$\mathbf{R} = 100 \mathbf{I}_3 \quad (9.82)$$

Dans le cas où la vitesse n'est pas mesurée, la matrice \mathbf{R} est la suivante :

$$\mathbf{R} = 100 \mathbf{I}_2 \quad (9.83)$$

Les conditions initiales du filtre de Kalman sont :

$$\hat{x}(0) = [0 \text{ A} \quad 0 \text{ A} \quad -0.02 \text{ Wb} \quad -0.02 \text{ Wb} \quad 50 \text{ rd/s} \quad 5 \text{ N.m}]^T \quad (9.84)$$

$$\mathbf{P}(0) = 0.1 \mathbf{I}_6 \quad (9.85)$$

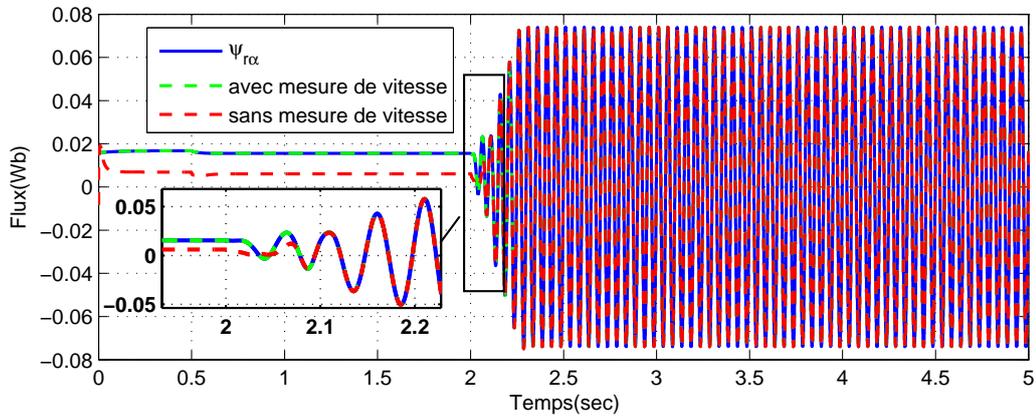


FIGURE 9.6: Estimation du flux rotorique $\psi_{r\alpha_s}$

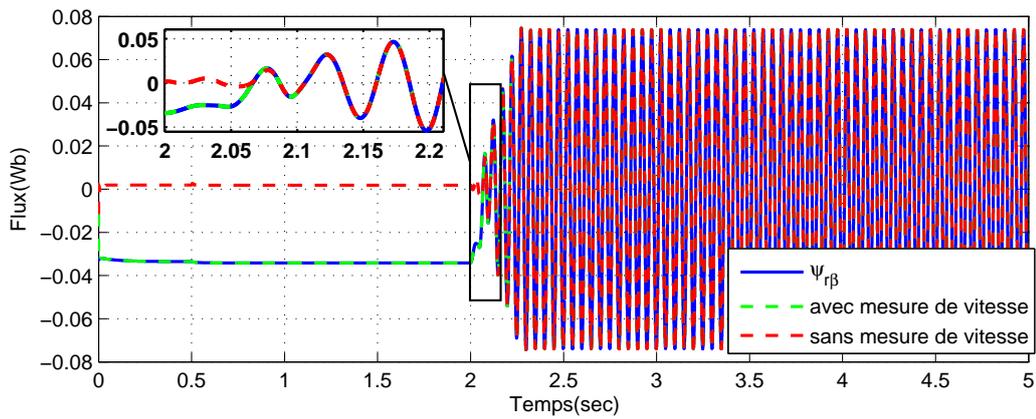


FIGURE 9.7: Estimation du flux rotorique $\psi_{r\beta_s}$

9.5 Résultats de simulation

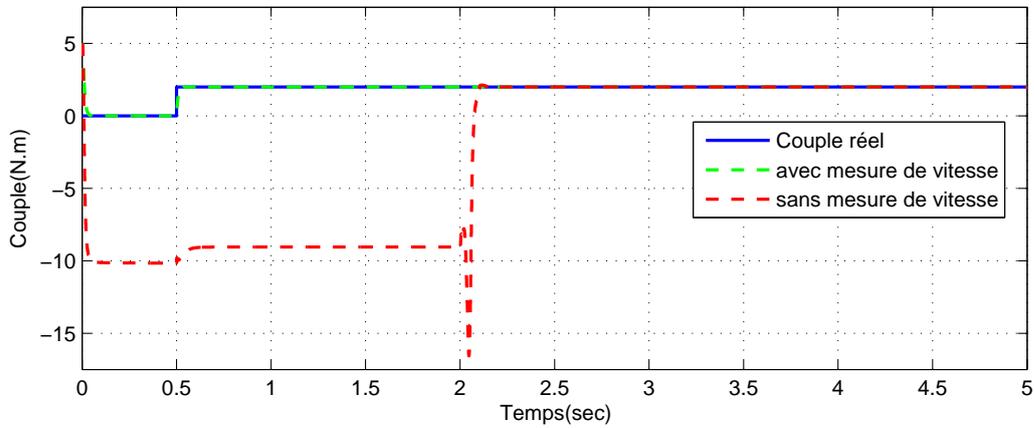


FIGURE 9.8: Estimation du couple résistant

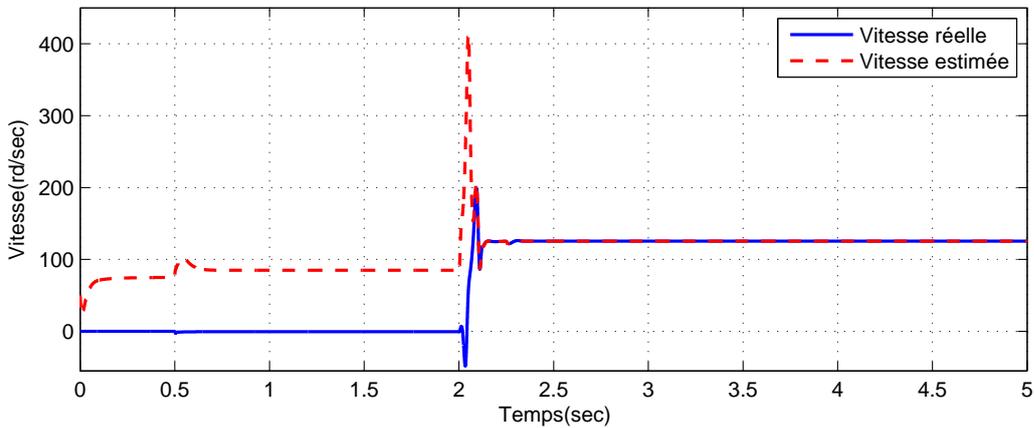


FIGURE 9.9: Estimation de la vitesse rotorique

Les figures 9.6 et 9.7 montrent respectivement l'estimation des flux $\psi_{r\alpha_s}$ et $\psi_{r\beta_s}$ avec et sans mesure de la vitesse. La figure 9.8 montre l'estimation du couple de charge pour ces deux cas. Les résultats de simulation valident les conditions d'observabilité (9.24) et (9.55), i.e. les flux rotoriques et le couple résistant sont reconstruits sur toute la plage de fonctionnement si la vitesse est mesurée vu qu'ils sont observables, et ne sont pas correctement reconstruits à fréquence d'entrée nulle à vitesse nulle sans mesure de vitesse vu que leur observabilité n'est pas garantie.

La figure 9.9 montre l'estimation de la vitesse dans le cas où elle n'est pas mesurée⁴. Les résultats présentés dans cette figure sont aussi en cohérence avec l'étude d'observabilité.

Il est à noter que si on répète cette simulation avec d'autres combinaisons

4. Il est inutile de montrer l'estimation de la vitesse quand elle est mesurée.

de conditions initiales, nous aurons d'autres dynamiques dans les régions où le déterminant de la matrice d'observabilité est nul, mais les mêmes conclusions peuvent être énoncées.

9.6 Résultats expérimentaux

Dans ce paragraphe, nous examinons la validité des résultats de l'étude d'observabilité sur un scénario expérimental. Les signaux sont acquis à partir d'un banc d'essai de *Renault*, et sont traités sous *Matlab/Simulink*. Les valeurs nominales des paramètres de la machine asynchrone sont données par les équations ⁵ (9.77) à (9.80). La tension statorique appliquée est montrée sur la figure 9.10 dans le repère diphasé lié au stator, et la vitesse à laquelle le rotor est entraîné (par un moteur commandé en vitesse) est présentée sur la figure 9.11. On rappelle que l'observateur fonctionne en boucle ouverte et qu'on ne cherche pas à régler finement sa dynamique d'observation.

Nous procédons d'une manière similaire à celle du paragraphe précédent : deux filtres de Kalman sont conçus pour l'étude d'observabilité avec et sans mesure de vitesse. La matrice \mathbf{Q} est la même pour les deux cas :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 10^5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^4 \end{bmatrix} \quad (9.86)$$

Dans le cas où la vitesse est mesurée, la sortie est de dimension 3, la matrice \mathbf{R} est choisie comme suit :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 10^{10} & 0 & 0 \\ 0 & 10^{10} & 0 \\ 0 & 0 & 10^5 \end{bmatrix} \quad (9.87)$$

Dans le cas où la vitesse n'est pas mesurée, la matrice \mathbf{R} est la suivante :

$$\mathbf{R} = 10^{10} \mathbf{I}_2 \quad (9.88)$$

La période d'échantillonnage est $T_e = 5 \times 10^{-5} s$.

En l'absence de mesure du couple résistant et des flux rotoriques, nous considérons que l'observateur ayant la mesure de vitesse en entrée converge en régime permanent vers les valeurs réelles de ces variables non mesurées.

⁵. Les valeurs des paramètres de la machine sont incertaines.

9.6 Résultats expérimentaux

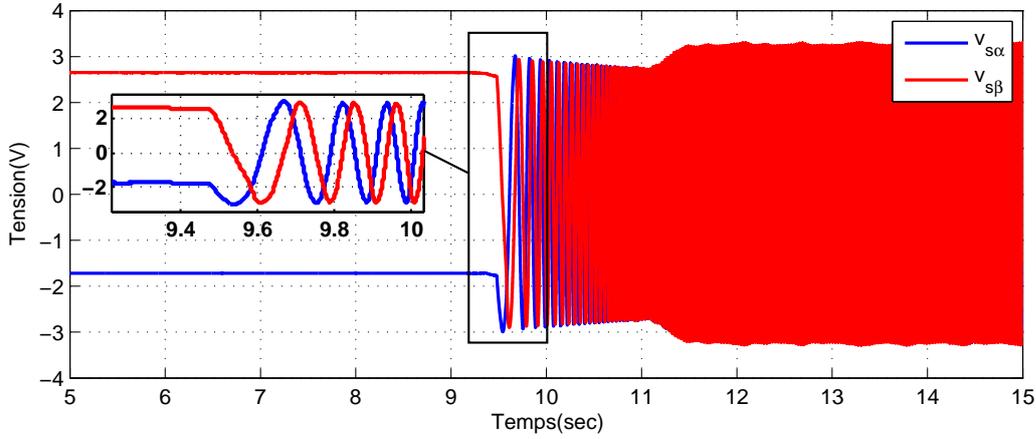


FIGURE 9.10: Tension statorique

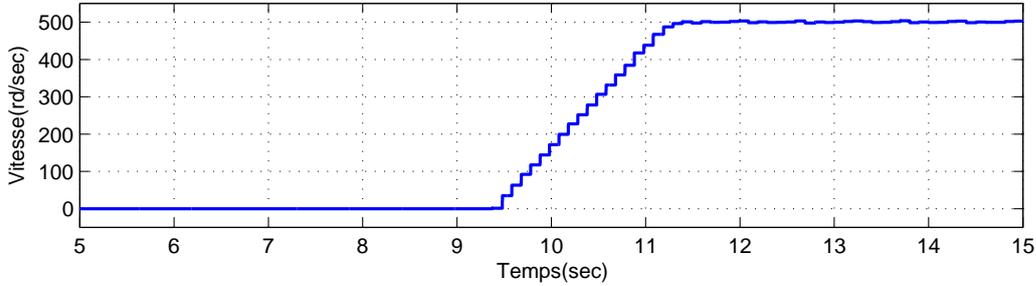


FIGURE 9.11: Vitesse rotorique

Les flux rotoriques estimés sont montrés sur les figures 9.12 pour $\hat{\psi}_{r\alpha}$ et 9.13 pour $\hat{\psi}_{r\beta}$. On remarque que dans la zone de fonctionnement à vitesse nulle ($\omega_e = 0$) et à fréquence d'entrée nulle ($\omega_s = 0$), le flux estimé sans mesure de vitesse est différent de celui estimé avec mesure de vitesse. Dans les mêmes conditions, la figure 9.14 montre que le couple résistant estimé sans mesure de vitesse ne converge pas vers celui estimé avec mesure de vitesse⁶. Concernant la vitesse, la figure 9.15 montre une erreur d'estimation à fréquence et vitesse nulles. Dans le cas où la vitesse et la fréquence sont non nulles, les deux observateurs convergent vers les mêmes valeurs en régime permanent. En conclusion, les résultats expérimentaux et ceux de simulation sont en cohérence avec les résultats de l'étude d'observabilité présentés dans ce chapitre.

Il existe plusieurs techniques pour remédier au problème d'observabilité à faibles fréquences d'alimentation. Nous en citons quelques-unes dans le chapitre 12 qui conclut cette partie.

6. On rappelle que le comportement de l'observateur en régime transitoire est hors du cadre de notre étude.

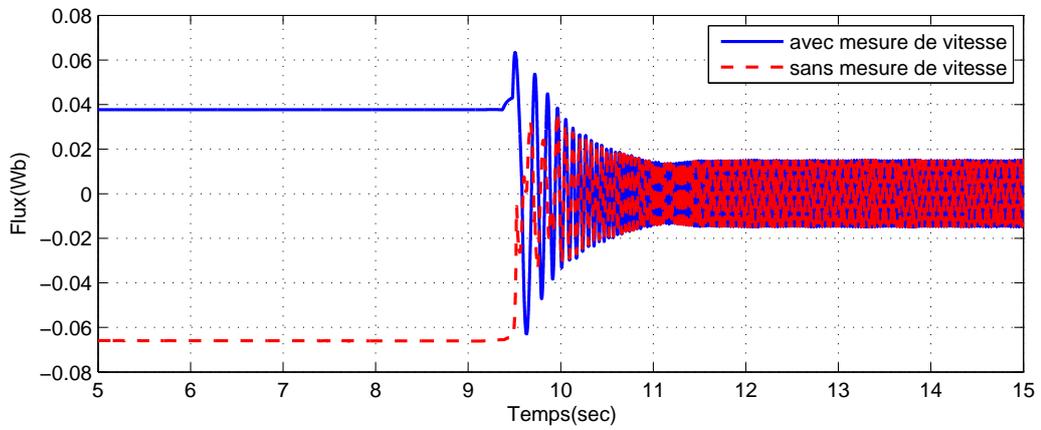


FIGURE 9.12: Estimation du flux rotorique $\psi_{r\alpha_s}$

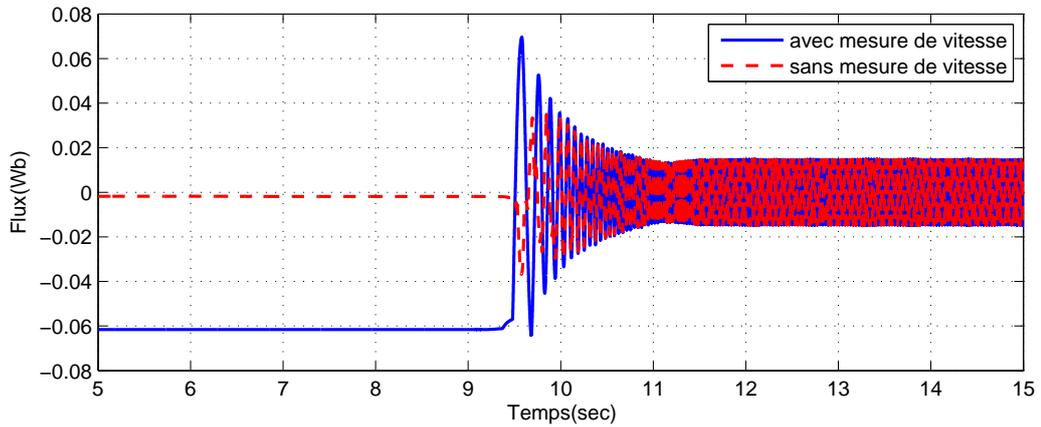


FIGURE 9.13: Estimation du flux rotorique $\psi_{r\beta_s}$

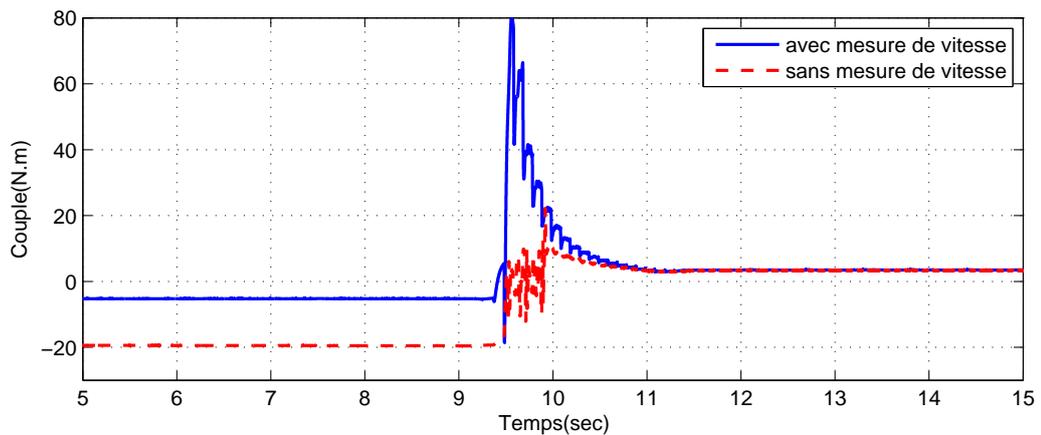


FIGURE 9.14: Estimation du couple résistant

9.6 Résultats expérimentaux

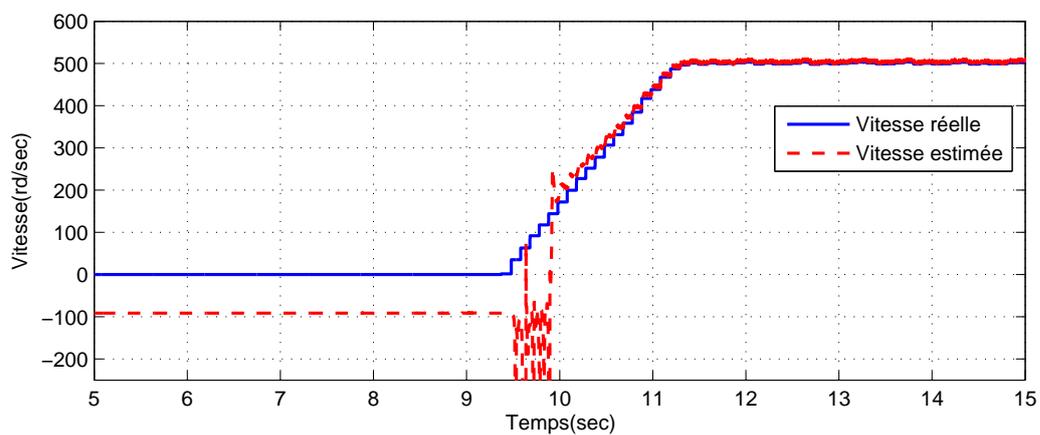


FIGURE 9.15: Estimation de la vitesse rotorique

Page laissée intentionnellement vide.

Chapitre 10

Observabilité des machines synchrones à rotor bobiné

Ce chapitre est dédié à l'étude d'observabilité de la machine synchrone à rotor bobiné (MSRB), en vue de la commande sans capteur mécanique. L'objectif est d'analyser la possibilité de reconstruire la position et la vitesse du rotor, à partir des courants mesurés et des tensions de commande. La MSRB est rarement étudiée dans la littérature de commande *sensorless*. La plupart des travaux sur les machines synchrones en fonctionnement moteur traitent de la machine synchrone à aimants permanents (MSAP).

L'intérêt de l'étude de la MSRB à pôles saillants est la possibilité de généraliser les résultats sur les autres machines, comme nous l'avons vu dans le chapitre 4 : en négligeant la dynamique du flux rotorique on aura les résultats pour la MSAP, et en annulant le flux rotorique (et sa dynamique) on obtient les résultats pour la MSRV. Pour avoir les résultats pour les machines à pôles lisses, il suffit d'annuler l'inductance différentielle de saillance (L_2), c.à.d. considérer $L_d = L_q$.

Cette approche unifiée de modélisation et d'étude d'observabilité permet de formuler une condition d'observabilité unifiée pour toutes les machines synchrones, ce qui constitue la contribution majeure de cette étude, en introduisant la notion de **vecteur d'observabilité**. Cette condition se postule comme suit : *Une machine synchrone est instantanément observable si la pulsation angulaire du vecteur d'observabilité dans le repère du rotor est différente de celle du rotor dans le repère du stator.*

Cette condition est examinée en simulation et sur des données expérimentales en appliquant un filtre de Kalman étendu. Les résultats sont présentés à la fin de ce chapitre.

10.1 Modèle d'état

Dans une machine synchrone, le rotor tourne à la vitesse de synchronisme. En contraste avec la machine asynchrone, l'effet du couple résistant est moins important sur l'estimation de la vitesse. C'est pourquoi, dans la suite, le vecteur d'état ne contient pas le couple résistant, il comporte les courants de la machine, la position et la vitesse du rotor.

Pour l'étude d'observabilité, il est préférable d'établir le modèle de la machine en mettant les variables dans leurs repères *naturels*. De plus, il est pratique d'exprimer des variables triphasées dans un repère diphasé solidaire de celui du système triphasé. Pour ces raisons, nous adoptons un modèle *hybride* de la MSRB, où une partie du vecteur d'état (les courants statoriques $i_{s\alpha}$ et $i_{s\beta}$) est prise dans le repère stationnaire, et une partie est prise dans le repère tournant lié au rotor (repère naturel du courant rotorique i_f). Ce qui donne les vecteurs d'état x , d'entrée u et de sortie y suivants :

$$x = [\mathcal{I}^T \quad \omega \quad \theta]^T \quad ; \quad u = \mathcal{V} \quad ; \quad y = \mathcal{I} \quad (10.1)$$

avec

$$\mathcal{I} = [i_{s\alpha} \quad i_{s\beta} \quad i_f]^T \quad ; \quad \mathcal{V} = [v_{s\alpha} \quad v_{s\beta} \quad v_f]^T \quad (10.2)$$

Par abus de langage, on dit qu'il s'agit d'un modèle dans le repère $\alpha\beta$. Le modèle d'état s'écrit comme suit (voir les équations (4.35) à (4.40)) :

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{I}}{dt} &= -\mathfrak{L}(\theta)^{-1} \mathfrak{R}_{eq} \mathcal{I} + \mathfrak{L}(\theta)^{-1} \mathcal{V} \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{p}{J} C_m - \frac{p}{J} C_r \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega \end{aligned} \quad (10.3)$$

où \mathfrak{R}_{eq} est la matrice de résistance équivalente :

$$\mathfrak{R}_{eq} = \mathfrak{R} + \omega \frac{\partial \mathfrak{L}(\theta)}{\partial \theta} \quad (10.4)$$

avec \mathfrak{R} la matrice de résistance :

$$\mathfrak{R} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} \quad (10.5)$$

10.2 Matrice d'observabilité

et $\mathfrak{L}(\theta)$ la matrice d'inductance :

$$\mathfrak{L}(\theta) = \begin{bmatrix} L_0 + L_2 \cos 2\theta & L_2 \sin 2\theta & M_f \cos \theta \\ L_2 \sin 2\theta & L_0 - L_2 \cos 2\theta & M_f \sin \theta \\ M_f \cos \theta & M_f \sin \theta & L_f \end{bmatrix} \quad (10.6)$$

Le couple électromagnétique est donné par l'équation (4.40) :

$$\begin{aligned} C_m &= pM_f i_f (i_{s\beta} \cos \theta - i_{s\alpha} \sin \theta) \\ &\quad - pL_2 [(i_{s\alpha}^2 - i_{s\beta}^2) \sin 2\theta - 2i_{s\alpha} i_{s\beta} \cos 2\theta] \end{aligned} \quad (10.7)$$

10.2 Matrice d'observabilité

Le vecteur d'état est de dimension 5, donc la matrice d'observabilité suivante doit contenir 5 lignes linéairement indépendantes pour garantir l'observabilité locale faible de la machine :

$$\mathcal{O}_y = \frac{\partial}{\partial x} (y, \dot{y}, \ddot{y}, y^{(3)}, \dots) \quad (10.8)$$

Cependant, les dérivées d'ordre supérieur à 1 sont difficiles à interpréter mathématiquement et physiquement. Pour cela, nous nous contenterons de la première dérivée de la sortie, à partir de laquelle il est possible de tirer des conditions suffisantes d'observabilité. Nous rappelons aussi que la dérivée première est assez riche en information, et qu'un observateur d'état, de type Kalman par exemple, n'utilise que cet ordre de dérivée dans ses équations. Donc, la (sous-)matrice d'observabilité étudiée est la suivante :

$$\mathcal{O}_{y1} = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{O}_{3 \times 1} & \mathbf{O}_{3 \times 1} \\ -\mathfrak{L}^{-1} \mathfrak{R}_{eq} & -\mathfrak{L}^{-1} \mathfrak{L}' \mathcal{I} & \mathfrak{L}^{-1'} \mathfrak{L} \frac{d\mathcal{I}}{dt} - \mathfrak{L}^{-1} \mathfrak{L}'' \omega \mathcal{I} \end{bmatrix} \quad (10.9)$$

où \mathbf{I}_n est la matrice identité de dimension n , et $\mathbf{O}_{n \times m}$ est une matrice nulle de dimension $n \times m$. \mathfrak{L}' et \mathfrak{L}'' sont les dérivées partielles première et seconde de la matrice $\mathfrak{L}(\theta)$ par rapport à la position θ :

$$\mathfrak{L}' = \frac{\partial}{\partial \theta} \mathfrak{L} \quad ; \quad \mathfrak{L}'' = \frac{\partial}{\partial \theta} \mathfrak{L}' \quad (10.10)$$

Remarque 10.2.1 *Le choix de l'espace d'observation nous évite d'évaluer la dérivée temporelle de la vitesse dans l'étude d'observabilité. Les résultats de cette étude seront donc indépendants du couple résistant et de la dynamique de la vitesse.*

Pour que la matrice (10.9) soit de rang plein, il suffit que la sous-matrice formée des deux vecteurs suivants soit de rang plein :

$$\mathcal{O}'_{y1} = \left[-\mathfrak{L}^{-1}\mathfrak{L}'\mathcal{I} \quad , \quad \mathfrak{L}^{-1'}\mathfrak{L}\frac{d\mathcal{I}}{dt} - \mathfrak{L}^{-1}\mathfrak{L}''\omega\mathcal{I} \right] \quad (10.11)$$

Il s'agit d'une matrice de dimension 3×2 . Pour la généralité de l'étude, on prend les deux premières lignes qui correspondent aux courants statoriques ($i_{s\alpha}$ et $i_{s\beta}$). Parmi les machines synchrones, seule la MSRB a un vecteur de sortie de dimension 3, en présence du courant rotorique mesuré (i_f). De plus, puisque les courants $i_{s\alpha}$ et $i_{s\beta}$ sont alternatifs liés à la même source, et i_f est un courant DC, on préfère prendre la dérivée des deux premiers pour avoir des expressions qui peuvent être facilement simplifiées mathématiquement et interprétées physiquement.

10.3 Calcul du déterminant

Un logiciel de calcul symbolique est utilisé pour calculer le déterminant de la sous-matrice choisie précédemment. Pour alléger l'écriture de l'expression du déterminant, les courants sont exprimés dans le repère tournant dq par application de la transformation de Park, ce qui garde le sens physique de l'interprétation des résultats. Nous présentons dans un premier temps le déterminant en fonction des courants et flux statoriques uniquement, pour généraliser les résultats aux autres machines. Le déterminant s'écrit sous la forme générale :

$$\Delta_{MS} = \mathcal{D}\omega + \mathcal{N} \quad (10.12)$$

avec

$$\mathcal{D} = \frac{1}{\sigma_d L_d L_q} \left[(\psi_{sd} - L_q i_{sd})^2 + \sigma_\Delta L_\Delta^2 i_q^2 \right] \quad (10.13)$$

$$\mathcal{N} = \frac{\sigma_\Delta}{\sigma_d} \frac{L_\Delta}{L_d L_q} \left[\frac{d\psi_{sd}}{dt} i_{sq} + \frac{d\psi_{sq}}{dt} i_{sd} - \left(\frac{di_{sd}}{dt} \psi_{sq} + \frac{di_{sq}}{dt} \psi_{sd} \right) \right] \quad (10.14)$$

en rappelant que :

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} \quad (10.15)$$

Dans le cas d'une MSRB :

$$\sigma_d = 1 - \frac{M_f^2}{L_d L_f} \quad ; \quad \sigma_\Delta = 1 - \frac{M_f^2}{L_\Delta L_f} \quad (10.16)$$

10.3 Calcul du déterminant

Dans le cas des machines synchrones sans balais (MSAP et MSRV) :

$$\sigma_d = \sigma_\Delta = 1 \quad (10.17)$$

Pour les machines à pôles lisses :

$$L_\Delta = L_d - L_q = 0 \quad (10.18)$$

Ce déterminant doit être non nul pour garantir l'observabilité instantanée d'une machine synchrone. Nous présentons ci-dessous l'expression du déterminant pour chaque machine.

MSRB à pôles saillants

En remplaçant les flux statoriques ψ_{sd} et ψ_{sq} par les expressions suivantes pour la MSRB à pôles saillants :

$$\psi_{sd} = L_d i_{sd} + M_f i_f \quad (10.19)$$

$$\psi_{sq} = L_q i_{sq} \quad (10.20)$$

on obtient :

$$\begin{aligned} \Delta_{MSRB} = & \frac{1}{\sigma_d L_d L_q} \left[(L_\Delta i_{sd} + M_f i_f)^2 + \sigma_\Delta L_\Delta^2 i_{sq}^2 \right] \omega \quad (10.21) \\ & + \frac{\sigma_\Delta L_\Delta}{\sigma_d L_d L_q} \left[\left(L_\Delta \frac{di_{sd}}{dt} + M_f \frac{di_f}{dt} \right) i_{sq} - (L_\Delta i_{sd} + M_f i_f) \frac{di_{sq}}{dt} \right] \end{aligned}$$

MSRB à pôles lisses

Le déterminant pour la MSRB-PL est tiré à partir de Δ_{MSRB} en remplaçant l'inductance différentielle par zéro ($L_\Delta = 0$ et $\sigma_\Delta L_\Delta = -M_f^2/L_f$) :

$$\Delta_{MSRB-PL} = \frac{M_f^2}{\sigma_d L_d L_q} \left[\omega i_f^2 - \frac{M_f}{L_f} \left(i_{sq} \frac{di_f}{dt} - i_f \frac{di_{sq}}{dt} \right) \right] \quad (10.22)$$

MSAP

En remplaçant les flux par leurs expressions suivantes pour la MSAP :

$$\psi_{sd} = L_d i_{sd} + \psi_r \quad (10.23)$$

$$\psi_{sq} = L_q i_{sq} \quad (10.24)$$

on obtient le déterminant suivant :

$$\begin{aligned} \Delta_{MSAP} = & \frac{1}{L_d L_q} \left[(L_\Delta i_{sd} + \psi_r)^2 + L_\Delta^2 i_{sq}^2 \right] \omega \\ & + \frac{L_\Delta}{L_d L_q} \left[L_\Delta i_{sq} \frac{di_{sd}}{dt} - (L_\Delta i_{sd} + \psi_r) \frac{di_{sq}}{dt} \right] \end{aligned} \quad (10.25)$$

Pour la MSAP-PL, avec $L_\Delta = 0$, on aura :

$$\Delta_{MSAP-PL} = \frac{\psi_r^2}{L_0^2} \omega \quad (10.26)$$

MSRV A partir de l'expression de Δ_{MSAP} (10.25), en annulant le flux rotorique ($\psi_r = 0$), on aura le déterminant de la MSRV :

$$\Delta_{MSRV} = \frac{L_\Delta^2}{L_d L_q} \left[(i_{sd}^2 + i_{sq}^2) \omega + \frac{di_{sd}}{dt} i_{sq} - i_{sd} \frac{di_{sq}}{dt} \right] \quad (10.27)$$

10.4 Vecteur d'observabilité

La condition d'observabilité pour la MSRB, $\Delta_{MSRB} \neq 0$, donne :

$$\omega \neq \frac{(L_\Delta i_{sd} + M_f i_f) \sigma_\Delta L_\Delta \frac{di_{sq}}{dt} - \left(L_\Delta \frac{di_{sd}}{dt} + M_f \frac{di_f}{dt} \right) \sigma_\Delta L_\Delta i_{sq}}{(L_\Delta i_{sd} + M_f i_f)^2 + \sigma_\Delta L_\Delta^2 i_{sq}^2} \quad (10.28)$$

Ceci est équivalent à écrire :

$$\begin{aligned} \omega \neq & \frac{(L_\Delta i_{sd} + M_f i_f)^2 + \sigma_\Delta^2 L_\Delta^2 i_{sq}^2}{(L_\Delta i_{sd} + M_f i_f)^2 + \sigma_\Delta L_\Delta^2 i_{sq}^2} \times \\ & \frac{(L_\Delta i_{sd} + M_f i_f) \sigma_\Delta L_\Delta \frac{di_{sq}}{dt} - \left(L_\Delta \frac{di_{sd}}{dt} + M_f \frac{di_f}{dt} \right) \sigma_\Delta L_\Delta i_{sq}}{(L_\Delta i_{sd} + M_f i_f)^2 + \sigma_\Delta^2 L_\Delta^2 i_{sq}^2} \end{aligned} \quad (10.29)$$

On remarque que l'équation précédente est équivalente à la suivante :

$$\omega \neq \frac{(L_\Delta i_{sd} + M_f i_f)^2 + \sigma_\Delta^2 L_\Delta^2 i_{sq}^2}{(L_\Delta i_{sd} + M_f i_f)^2 + \sigma_\Delta L_\Delta^2 i_{sq}^2} \frac{d}{dt} \left(\arctan \frac{\sigma_\Delta L_\Delta i_{sq}}{L_\Delta i_{sd} + M_f i_f} \right) \quad (10.30)$$

On suppose que :

$$\frac{(L_\Delta i_{sd} + M_f i_f)^2 + \sigma_\Delta^2 L_\Delta^2 i_{sq}^2}{(L_\Delta i_{sd} + M_f i_f)^2 + \sigma_\Delta L_\Delta^2 i_{sq}^2} \approx 1 \quad (10.31)$$

10.4 Vecteur d'observabilité

Cette dernière équation est vraie pour les MSAP et MSRV, pour lesquelles $\sigma_\Delta = 1$, et elle est une approximation justifiée pour la MSRB, vu qu'elle n'affecte pas la condition d'observabilité à vitesse nulle et qu'elle est raisonnable à vitesse non nulle. Soit le vecteur $\Psi_{\mathcal{O}}$ ayant les composantes suivantes dans le repère dq :

$$\Psi_{\mathcal{O}d} = L_\Delta i_{sd} + M_f i_f \quad (10.32)$$

$$\Psi_{\mathcal{O}q} = \sigma_\Delta L_\Delta i_{sq} \quad (10.33)$$

Nous appelons ce vecteur le *vecteur d'observabilité*, qui peut être généralisé pour les autres machines synchrones comme suit :

$$\text{MSAP} : \Psi_{\mathcal{O}d} = L_\Delta i_{sd} + \psi_r \quad (10.34)$$

$$\Psi_{\mathcal{O}q} = L_\Delta i_{sq} \quad (10.35)$$

$$\text{MSRV} : \Psi_{\mathcal{O}d} = L_\Delta i_{sd} \quad (10.36)$$

$$\Psi_{\mathcal{O}q} = L_\Delta i_{sq} \quad (10.37)$$

10.4.1 Condition d'observabilité

A partir de la condition (10.30) et l'approximation (10.31), on peut formuler la condition d'observabilité suivante pour les machines synchrones :

$$\omega \neq \omega_{\mathcal{O}} \quad (10.38)$$

où $\omega_{\mathcal{O}}$ est la vitesse angulaire du vecteur d'observabilité dans le repère dq :

$$\omega_{\mathcal{O}} = \frac{d}{dt} \theta_{\mathcal{O}} = \frac{d}{dt} \arctan \left(\frac{\sigma_\Delta L_\Delta i_{sq}}{L_\Delta i_{sd} + M_f i_f} \right) \quad (10.39)$$

Cette condition s'énonce comme suit (voir figure 10.1) : *Une machine synchrone est instantanément observable si la pulsation angulaire $\omega_{\mathcal{O}}$ du vecteur d'observabilité $\Psi_{\mathcal{O}}$ dans le repère synchrone est différente de celle du rotor (ω) dans le repère stationnaire.*

Remarque 10.4.1 *Pour les machines synchrones à excitation hybride, où le rotor bobiné contient des aimants permanents, la composante directe du vecteur d'observabilité est $\Psi_{\mathcal{O}d} = L_\Delta i_{sd} + M_f i_f + \psi_r$, et la composante en quadrature est $\Psi_{\mathcal{O}q} = \sigma_\Delta L_\Delta i_{sq}$.*

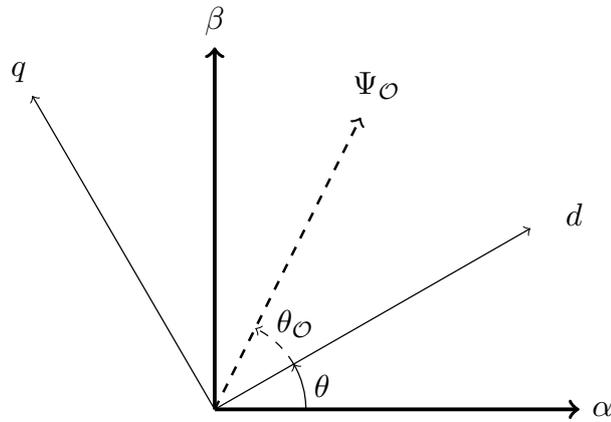


FIGURE 10.1: Illustration du vecteur d’observabilité

Il est à noter que la composante directe du vecteur d’observabilité n’est rien d’autre que le *flux équivalent*, qu’on a introduit dans le chapitre 5. De plus, la composante en quadrature du vecteur d’observabilité est proportionnelle au courant i_q , qui produit le couple. Ces résultats généralisent et corrigent la littérature sur les conditions d’observabilité de la MSAP [Vaclavek *et al.*, 2013, Koteich *et al.*, 2015b].

La figure 10.2 montre des exemples de vecteurs d’observabilité pour quelques machines synchrones. L’étude détaillée de l’observabilité des MSAP et MSRVR est présentée dans le chapitre suivant.

10.4.2 Observabilité à vitesse nulle

Le fonctionnement à vitesse nulle est une situation critique pour la commande *sensorless* des machines synchrones. L’observabilité de ces machines à vitesse nulle peut être analysée avec la formulation du vecteur d’observabilité : une machine synchrone est observable à vitesse nulle si le vecteur d’observabilité tourne par rapport au repère dq . Donc, une solution pour garantir l’observabilité dans ce cas est de ‘bouger’ le vecteur d’observabilité. Ceci est possible par injection d’une composante HF sur un des courants de la machine. La technique d’injection HF est pratique et connue pour son efficacité dans la commande *sensorless*.

La particularité de la MSRBR, dans le domaine de la commande *sensorless*, est son rotor : il est accessible à la commande et à la mesure. Contrairement aux autres machines AC, le rotor de la MSRBR fournit un degré de liberté très utile. Nous bénéficions de cette particularité pour proposer d’injecter un signal HF au rotor de la machine, à vitesse nulle, pour rétablir (ou garantir) son observabilité.

10.5 Résultats de simulation

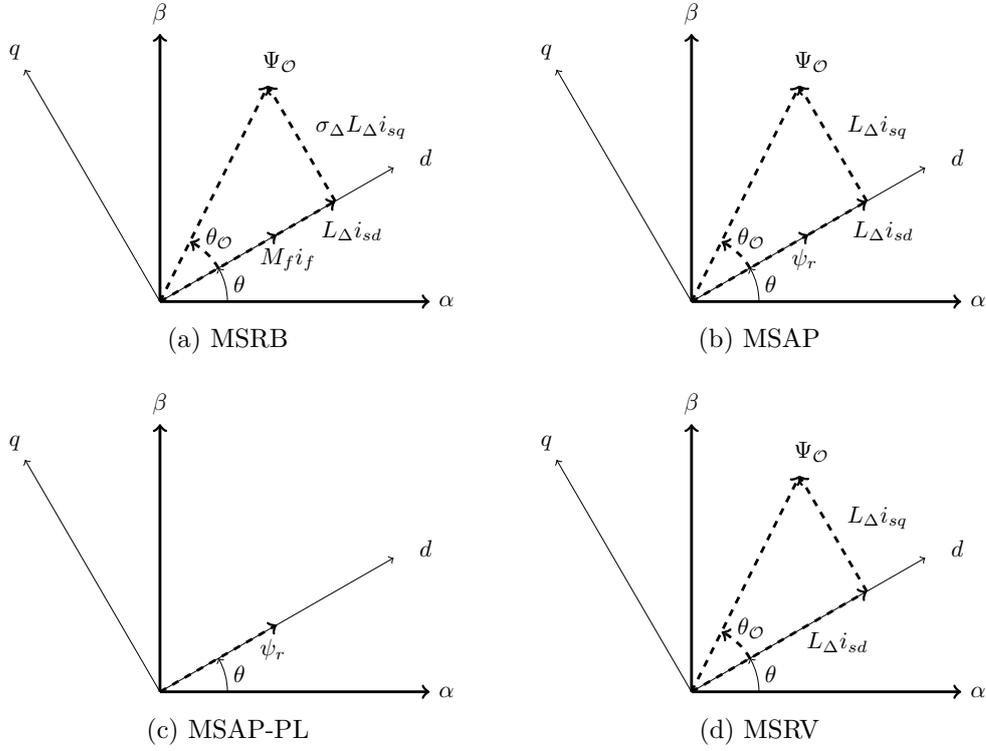


FIGURE 10.2: Exemples de vecteur d'observabilité pour des machines synchrones

10.5 Résultats de simulation

Soit une MSRB ayant les paramètres suivants :

$$R_s = 0.01 \Omega \quad ; \quad L_d = 0.8 \text{ mH} \quad ; \quad L_q = 0.7 \text{ mH}; \quad (10.40)$$

$$R_f = 6.5 \Omega \quad ; \quad L_f = 850 \text{ mH} \quad ; \quad M_f = 5.7 \text{ mH} \quad (10.41)$$

$$J = 10^{-2} \text{ kg.m}^2 \quad ; \quad p = 2 \quad (10.42)$$

Cette machine est auto-pilotée, i.e. les courants d'axes d , q et f sont régulés par des correcteurs de type proportionnel-intégral (PI). Les consignes de courant sont :

$$i_d^\# = 2 \text{ A} \quad ; \quad i_q^\# = 15 \text{ A} \quad ; \quad i_f^\# = 4 \text{ A} \quad (10.43)$$

On considère que le rotor de la machine est entraîné par un système mécanique qui lui impose le profil de vitesse montré par la figure 10.3. La figure 10.4 montre le comportement des courants dans les premières 500 ms de la

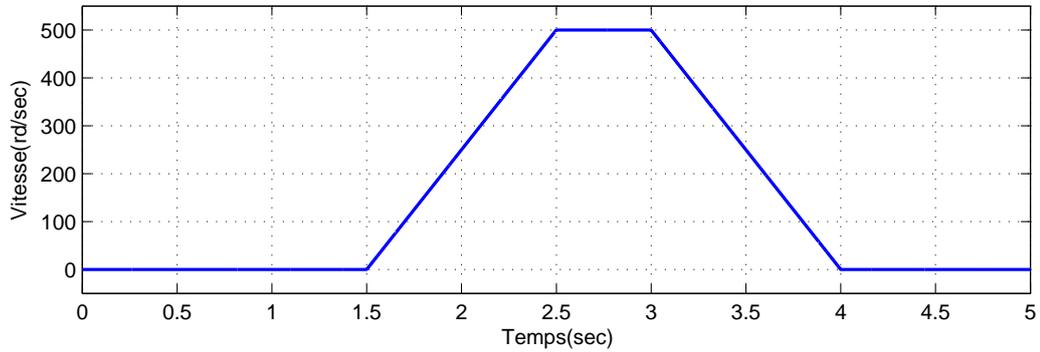


FIGURE 10.3: Vitesse rotorique

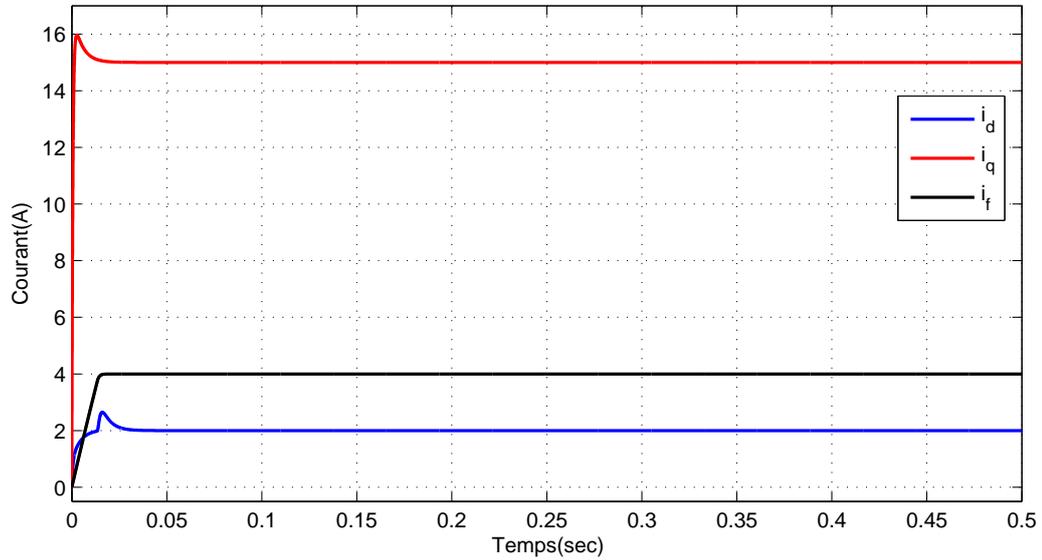


FIGURE 10.4: Courants dans le repère dq

simulation. La position réelle θ est utilisée pour le calcul des courants i_d et i_q à réguler.

Le but est d'examiner le comportement de l'observateur à vitesse nulle si les courants i_d , i_q et i_f sont constants, c.à.d. si la vitesse du vecteur d'observabilité est nulle, égale à celle du rotor. Nous injectons, ensuite, une composante HF dans le bobinage du rotor de façon à remplir la condition d'observabilité. On s'attend donc à une bonne estimation avec l'injection HF.

Le modèle de la machine dans le repère $\alpha\beta$ est utilisé pour la simulation et un filtre de Kalman étendu est conçu pour l'observation. Les matrices de

10.5 Résultats de simulation

réglage sont choisies comme suit :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 200 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10.44)$$

10.5.1 Observation sans injection HF

La figure 10.5 montre les vitesses réelle et estimée si aucun signal HF n'est injecté. La figure 10.6 montre les positions réelle et estimée. Il est clair que le problème d'observabilité se pose plutôt pour la position. On remarque que, dès que le rotor accélère, l'estimation de position converge vers sa valeur réelle, et, dès que le rotor cesse de tourner, l'observateur perd la valeur de la position réelle.

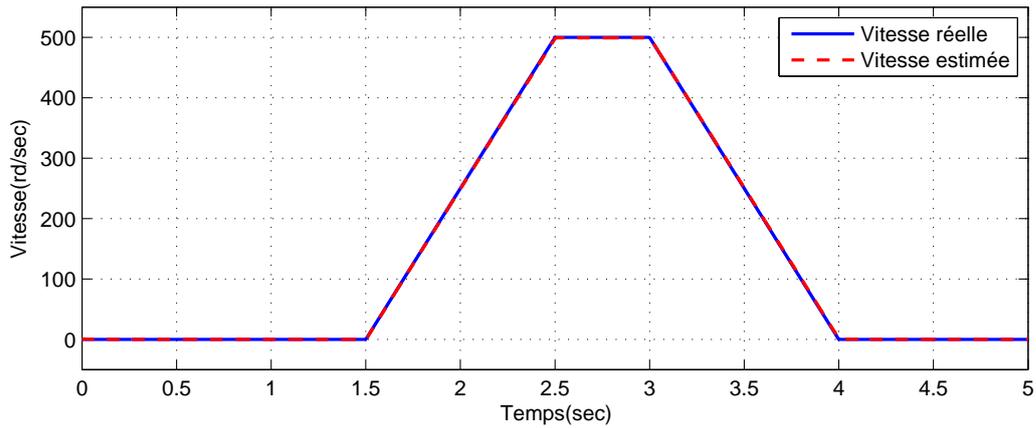


FIGURE 10.5: Estimation de la vitesse rotorique sans injection HF

10.5.2 Observation avec injection HF

La composante HF est injectée au bobinage rotorique dans les intervalles $[1 \text{ s}; 1.5 \text{ s}]$ et $[4.5 \text{ s}; 5 \text{ s}]$, à vitesse nulle. Dans notre simulation, cette composante est ajoutée à la consigne du courant i_f :

$$i_f^\# = i_{f0} + i_{fHF} = I_{f0} + I_{fHF} \sin \omega_{HF} t \quad (10.45)$$

avec

$$I_{f0} = 4 \text{ A} \quad ; \quad I_{fHF} = 0.5 \text{ A} \quad ; \quad \omega_{HF} = 2\pi \cdot 10^3 \text{ rd/s} \quad (10.46)$$

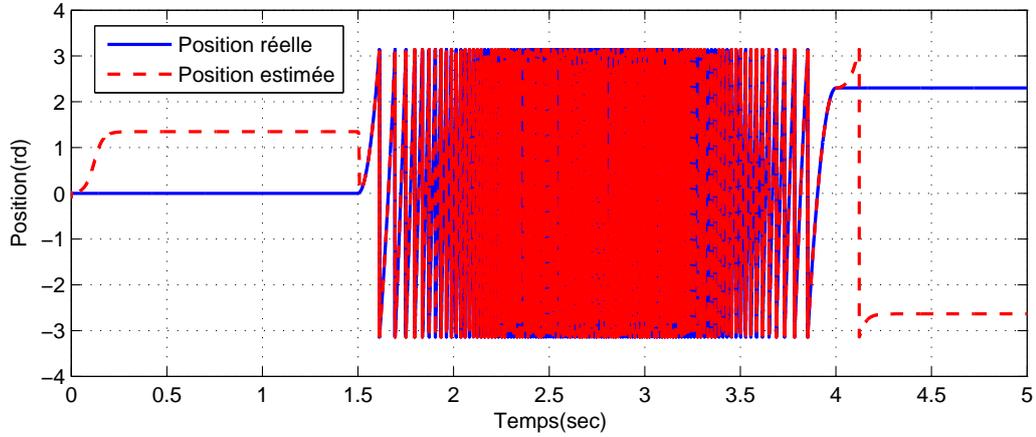


FIGURE 10.6: Estimation de la position rotorique sans injection HF

La figure 10.7 montre le comportement des courants dans cette situation. On remarque que la composante HF injectée au rotor induit une composante HF sur le courant i_d , due à l'inductance mutuelle entre ces deux courants portés par le même axe d .

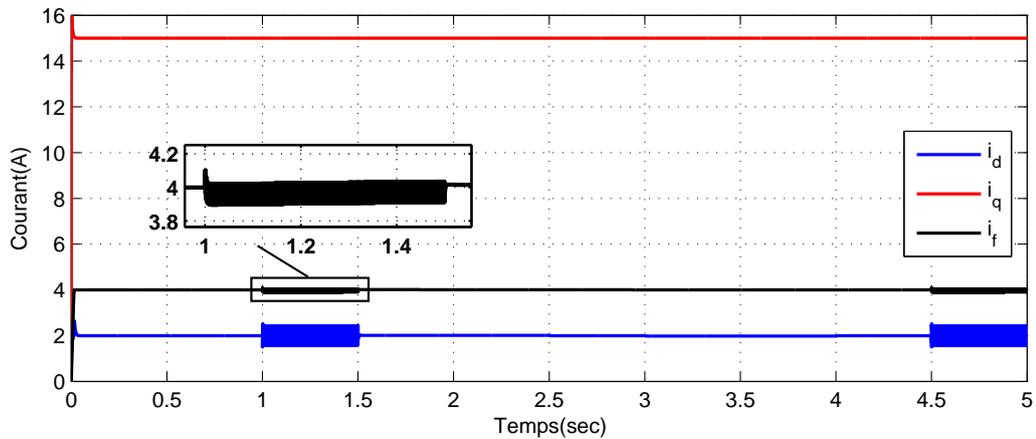


FIGURE 10.7: Courants dans le repère dq

La figure 10.8 montre que l'observateur converge, à vitesse nulle, vers la vraie valeur de la position durant l'injection HF. Toutefois, la valeur de la position estimée n'est pas égale à la valeur réelle de la position durant l'injection HF : elle oscille autour de cette valeur à la fréquence du signal injecté. De plus, la vitesse du vecteur d'observabilité dans le repère synchrone, présentée dans la figure 10.9 sur l'intervalle $[1\text{ s}; 1.5\text{ s}]$, oscille à la même fréquence que le signal HF à partir du moment de l'injection. Ce qui confirme nos conclusions.

10.5 Résultats de simulation

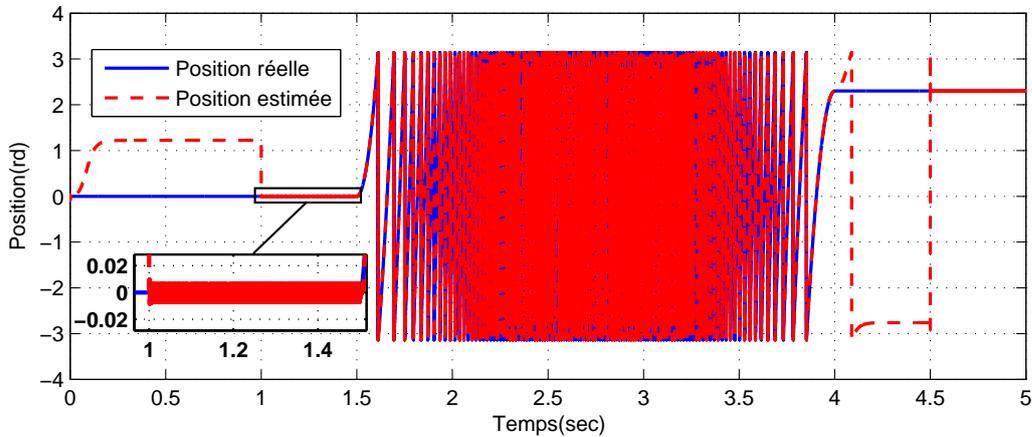


FIGURE 10.8: Estimation de la position rotorique avec injection HF

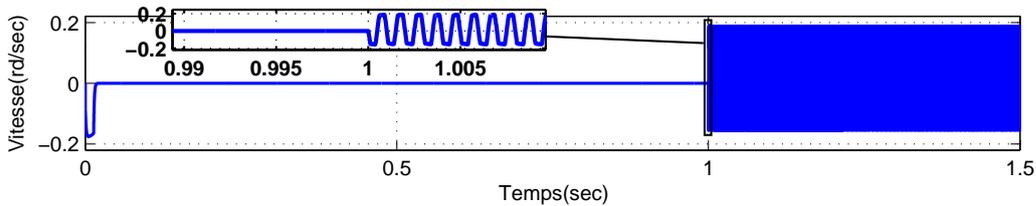


FIGURE 10.9: Vitesse angulaire du vecteur d'observabilité

La figure 10.10 montre l'estimation de la vitesse avec injection HF. Pour mieux examiner l'effet du signal HF sur l'estimation de la vitesse, on montre dans la figure 10.11 l'erreur d'estimation de la vitesse avec et sans injection. On remarque qu'une petite erreur statique apparaît sur l'estimation de la vitesse durant l'injection.

10.5.3 Choix du signal HF

Dans ce paragraphe, nous examinons l'effet d'autres signaux d'injection sur la qualité de l'estimation et sur le comportement de la machine (notamment l'effet du signal sur le couple électromagnétique).

Nous testons en premier lieu un signal de même amplitude que celui du paragraphe précédent, $0.5 A$, mais de fréquence $50 Hz$, pour examiner l'effet de la fréquence. Même s'il s'agit d'un signal de moyenne fréquence, nous le notons par abus de langage HF :

$$i_{fHF} = 0.5 \sin(2\pi \cdot 50t) \quad A \quad (10.47)$$

La figure 10.12 montre l'estimation de la position à vitesse nulle sur l'intervalle $[0 s; 1.5 s]$ pour les deux fréquences $50 Hz$ et $1 kHz$. Nous retrouvons

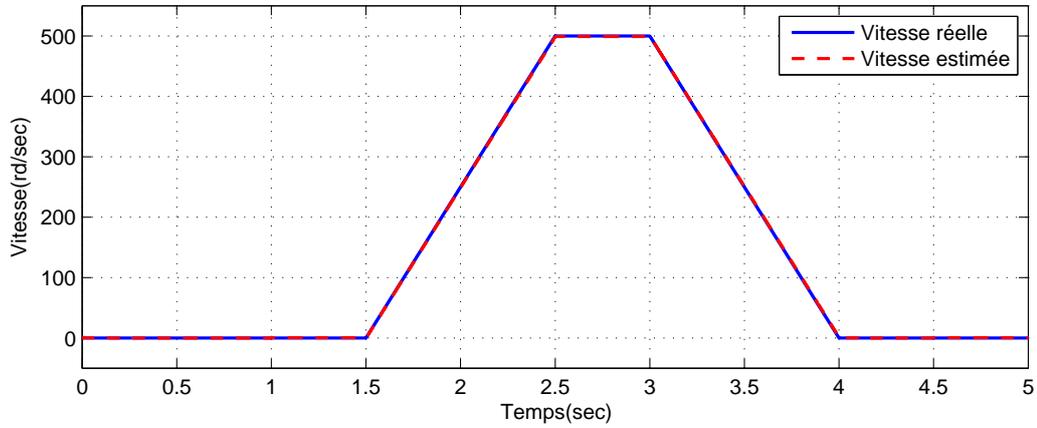


FIGURE 10.10: Estimation de la vitesse rotorique avec injection HF

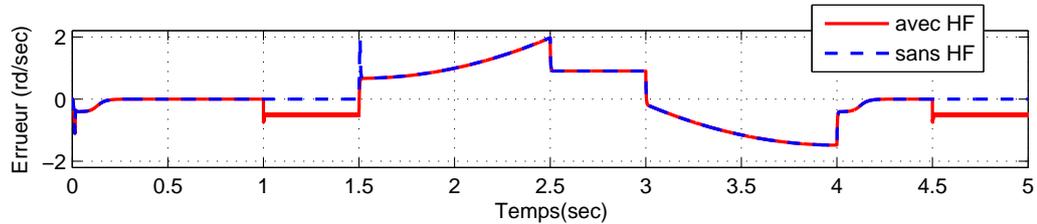


FIGURE 10.11: Erreur d'estimation de la vitesse rotorique

de nouveau que la position estimée oscille autour de la valeur réelle à la fréquence du signal injecté. De plus, l'amplitude de l'erreur d'estimation de la position est plus grande si la fréquence du signal est plus faible. Ceci peut être expliqué par la figure 10.13, qui montre les vecteurs d'observabilité correspondant aux deux fréquences : à 50 Hz , le vecteur d'observabilité oscille à une fréquence de 50 Hz et à une amplitude plus faible que celle du vecteur d'observabilité à 1 kHz .

On rappelle qu'une faible amplitude de vitesse angulaire du vecteur d'observabilité est équivalente à une valeur plus proche de zéro du déterminant de la matrice d'observabilité.

Pour analyser l'effet de l'amplitude du signal injecté, nous examinons un troisième signal de fréquence 50 Hz et d'amplitude 2 A :

$$i_{fHF} = 2 \sin(2\pi \cdot 50t) \text{ A} \quad (10.48)$$

La figure 10.14 montre l'estimation de la position, avec injection des signaux de même fréquence 50 Hz , et d'amplitude 0.5 A et 2 A . On remarque que l'oscillation de la position estimée autour de la position réelle est d'amplitude plus faible si l'amplitude du signal injectée est plus grande. Ce qui s'explique

10.5 Résultats de simulation

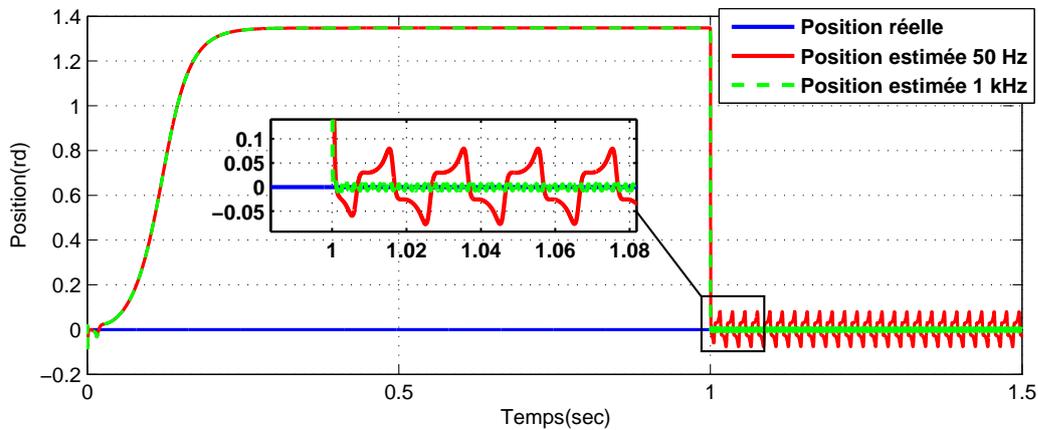


FIGURE 10.12: Estimation de la position rotorique à vitesse nulle avec injection HF

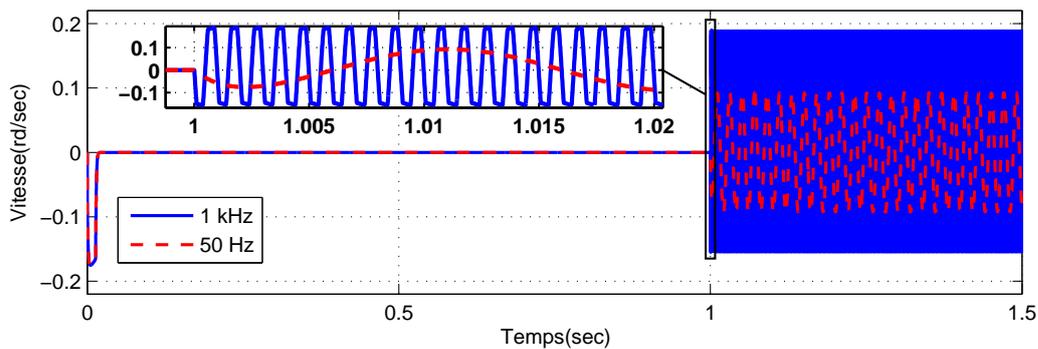


FIGURE 10.13: Vitesse angulaire du vecteur d'observabilité avec injection

par l'amplitude plus grande de la vitesse angulaire du vecteur d'observabilité sur la figure 10.15.

Le gain en qualité d'estimation n'est pas gratuit. Il faut surveiller l'effet du signal injecté sur la qualité du couple électromagnétique qui dépend des courants. Une composante HF sur les courants introduit des ondulations sur le couple (*ripple* de couple). La figure 10.16 montre le couple électromagnétique que produit la machine avec les trois signaux testés auparavant. On remarque que les ondulations du couple sont plus importantes si la fréquence du signal diminue et si son amplitude augmente. On a donc intérêt à injecter des signaux à fréquences élevées et à faibles amplitudes, sachant que l'amplitude doit être suffisamment grande pour éloigner le déterminant de zéro, et que la fréquence est limitée par la bande passante de la machine avec son électronique d'alimentation.

En conclusion, le choix du signal HF à injecter est un compromis : un

Observabilité des machines synchrones à rotor bobiné

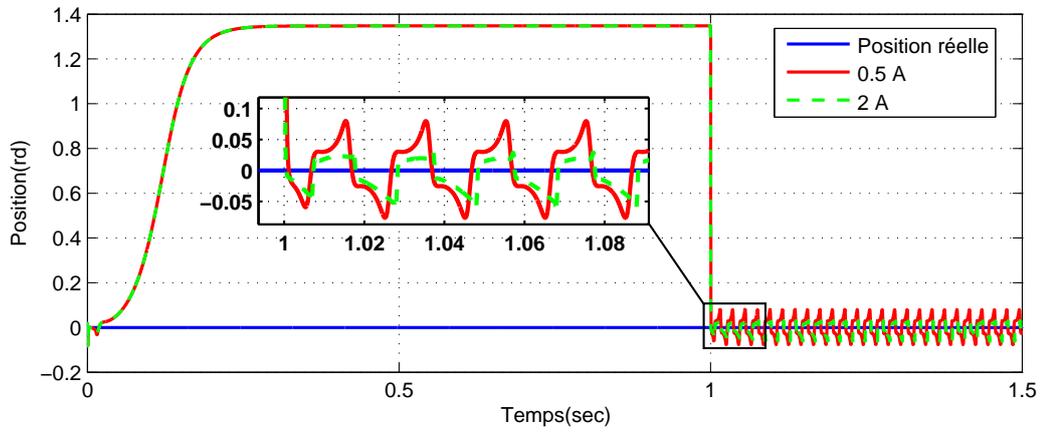


FIGURE 10.14: Estimation de la position rotorique à vitesse nulle avec injection HF

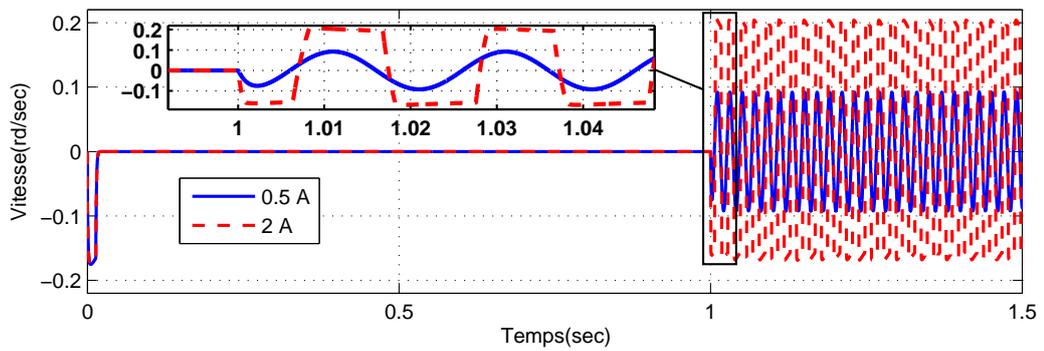


FIGURE 10.15: Vitesse angulaire du vecteur d'observabilité avec injection

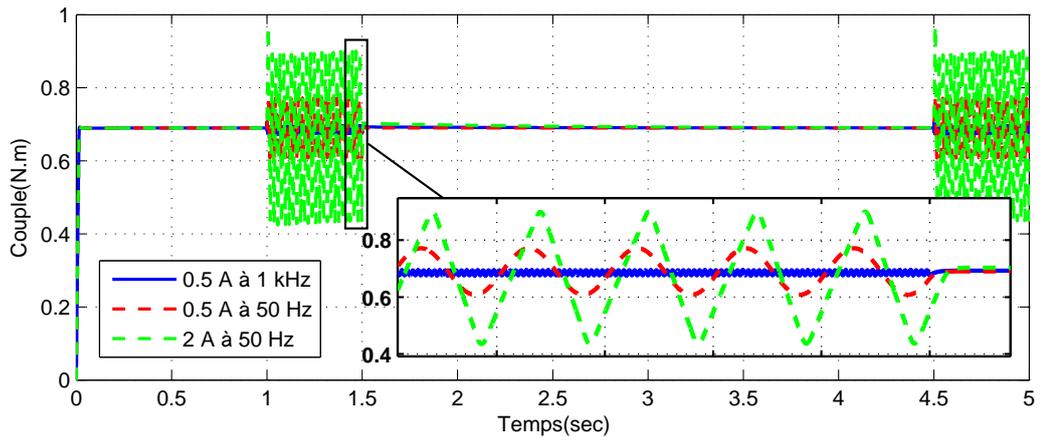


FIGURE 10.16: Couple électromagnétique

10.6 Résultats expérimentaux

signal d'amplitude plus grande assure une meilleure estimation de la position, mais risque de générer des ondulations indésirables de couple, tandis qu'un signal à fréquence plus élevée assure une meilleure estimation de la position, mais augmente les pertes par courant de Foucault et par hystérésis, et risque d'être filtré (invisible) par la machine.

10.6 Résultats expérimentaux

Dans ce paragraphe, nous examinons la validité des résultats de l'étude d'observabilité sur un scénario expérimental. Les signaux sont acquis à partir d'un banc d'essai de *Renault*, et sont traités sous *Matlab/Simulink*.

Les paramètres de la MSRB sont donnés, avec une incertitude importante, par les équations (10.40) à (10.42). Les courants de la machine sont présentés sur la figure 10.17 dans le repère dq , et le profil de vitesse imposé au rotor (par un moteur commandé en vitesse) est présenté sur la figure 10.18. Ce scénario nous permet de tester l'observabilité de la machine à vitesse nulle.

Les matrices de réglage du filtre de Kalman sont choisies comme suit :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 10^{10} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{10} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.02 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-8} \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 10^8 & 0 & 0 \\ 0 & 10^8 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10.49)$$

La période d'échantillonnage est $T_e = 10^{-4}s$.

La figure 10.19 montre les vitesses mesurée et estimée. L'erreur d'estimation de la vitesse est présentée sur la figure 10.20. De même, la figure 10.21 montre les positions mesurée et estimée, et l'erreur d'estimation de la position est montrée sur la figure 10.22. On remarque que l'erreur d'estimation de la vitesse est autour de zéro à vitesse nulle (la mesure de vitesse est bruitée), alors que l'erreur d'estimation de la position oscille autour de zéro à vitesse nulle. Ceci peut être expliqué par la figure 10.23, qui montre la différence entre la vitesse de rotation du vecteur d'observabilité et celle du rotor ; cette valeur est l'image de la valeur du déterminant de la matrice d'observabilité.

Pour mieux analyser ces résultats, on montre les erreurs d'estimation sur l'intervalle $[5 s; 7 s]$ sur la figure 10.24 pour la vitesse et sur la figure 10.25 pour la position. De plus, l'image du déterminant sur le même intervalle est donnée par la figure 10.26. On retrouve le même comportement que celui observé en simulation : lorsque le déterminant s'annule, l'erreur d'estimation de la position s'éloigne de zéro tandis que celle de la vitesse s'annule. De plus,

si la valeur du déterminant oscille autour de zéro, l'erreur d'estimation de la position oscille aussi autour de zéro suivant la même dynamique.

En conclusion, les résultats expérimentaux confortent l'étude théorique, et le concept de vecteur d'observabilité paraît un outil utile pour l'analyse des performances des techniques d'estimation à vitesse nulle.

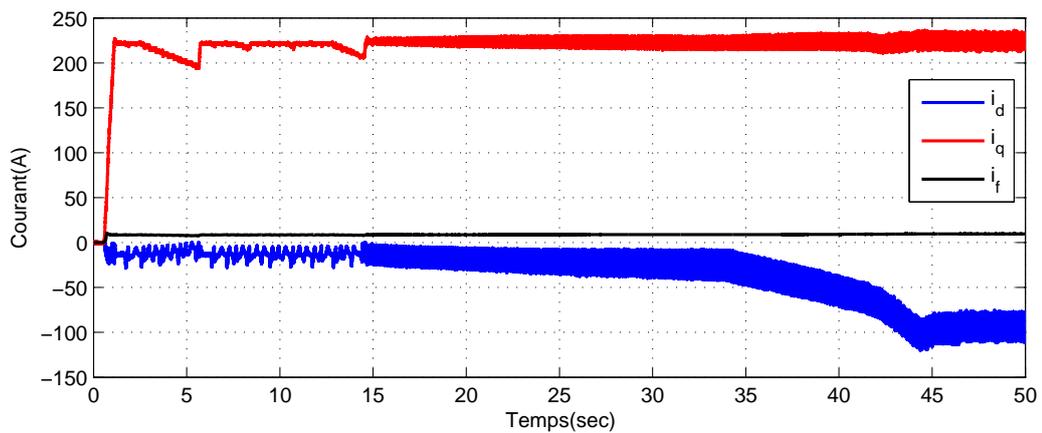


FIGURE 10.17: Courants de la machine dans le repère dq

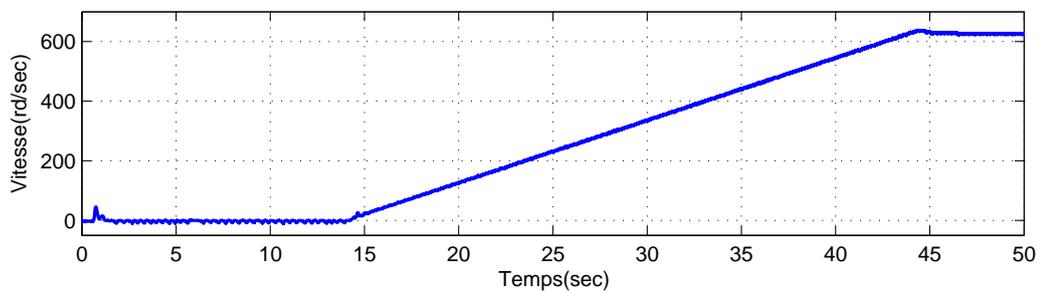


FIGURE 10.18: Mesure de la vitesse rotorique

10.6 Résultats expérimentaux

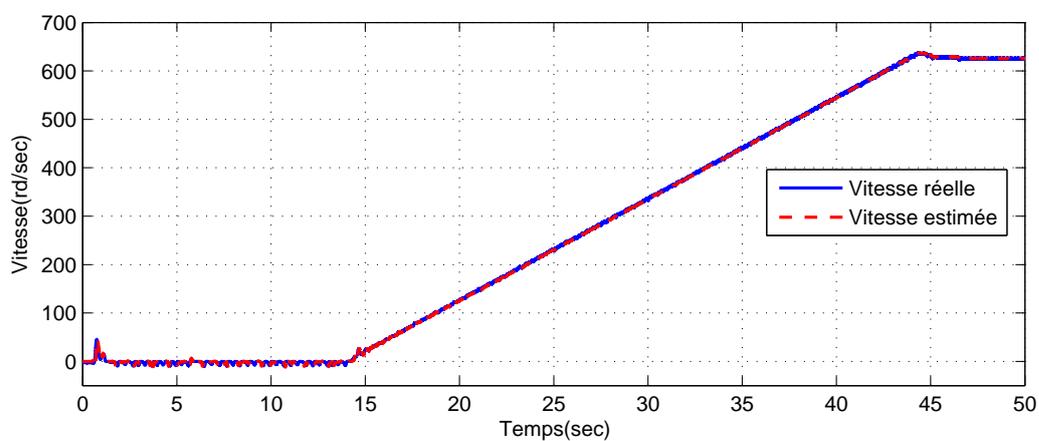


FIGURE 10.19: Estimation de la vitesse rotorique

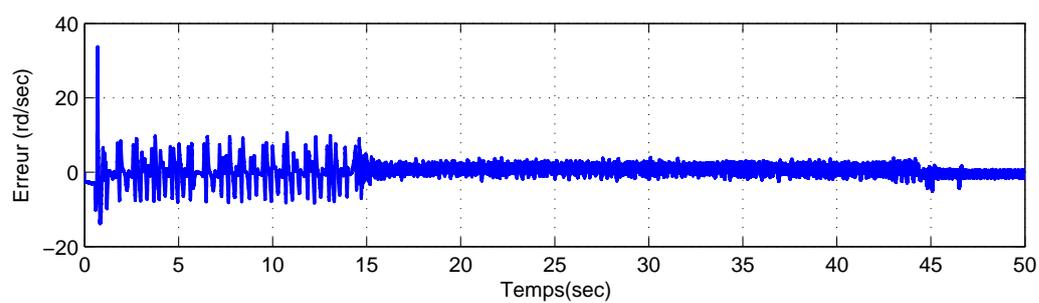


FIGURE 10.20: Erreur d'estimation de la vitesse rotorique

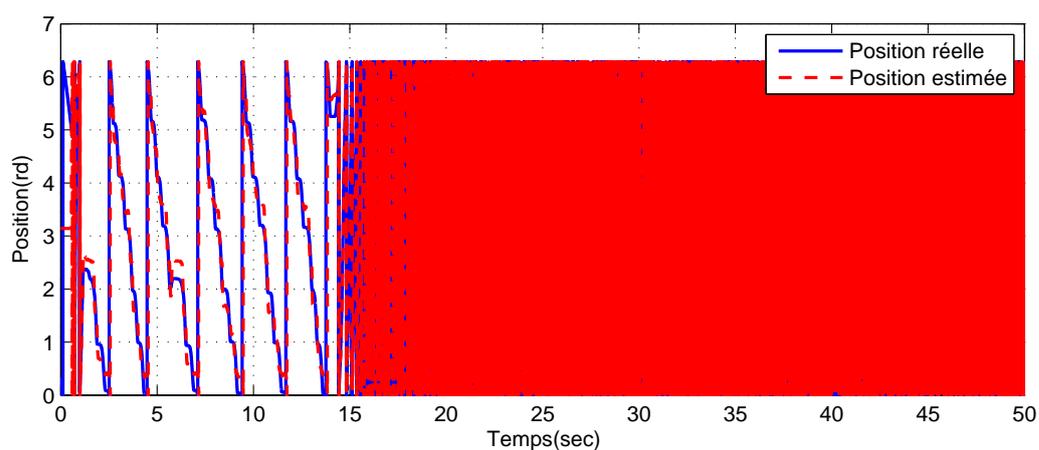


FIGURE 10.21: Estimation de la position rotorique

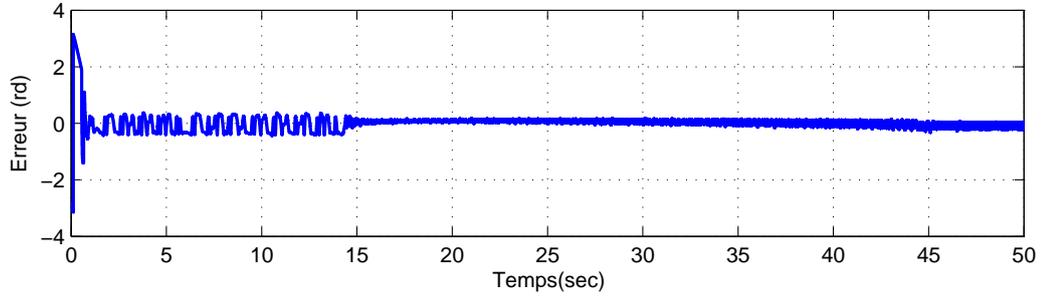


FIGURE 10.22: Erreur d'estimation de la position rotorique

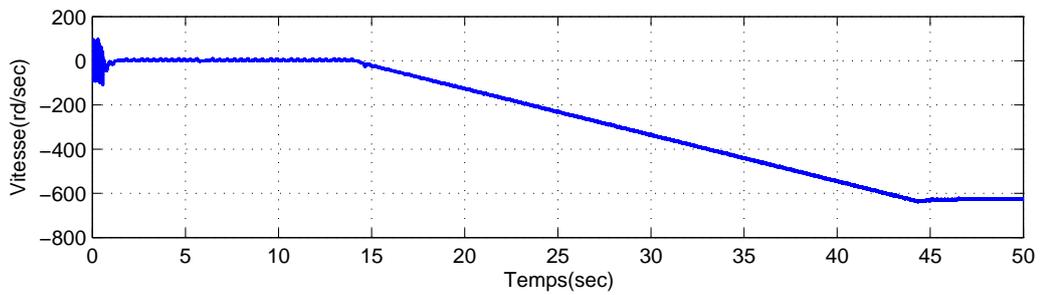


FIGURE 10.23: Différence entre la vitesse rotorique et celle du vecteur d'observabilité - image de la valeur du déterminant de la matrice d'observabilité

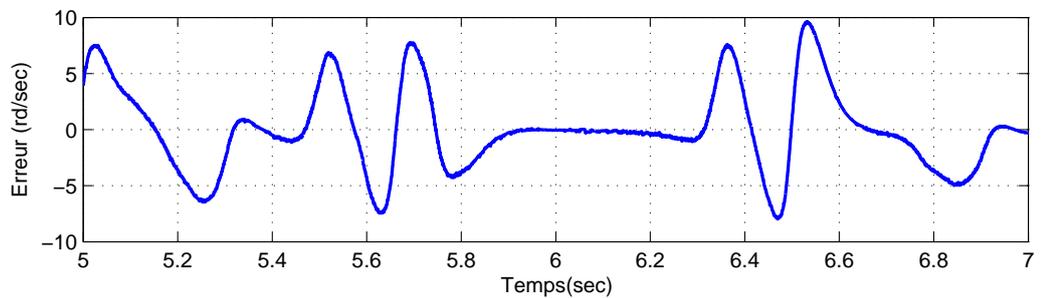


FIGURE 10.24: Erreur d'estimation de la vitesse rotorique

10.6 Résultats expérimentaux

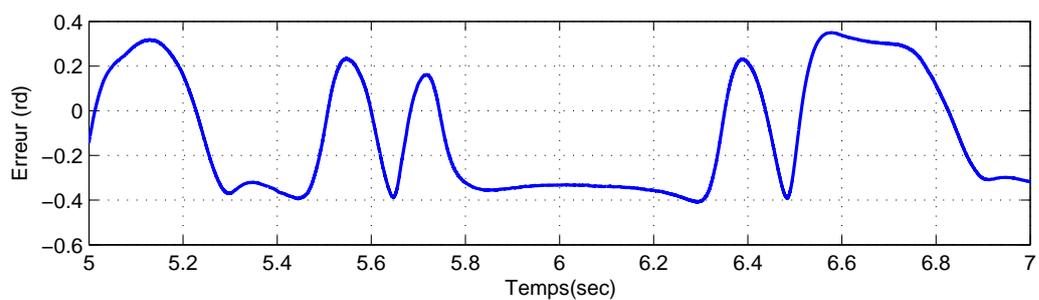


FIGURE 10.25: Erreur d'estimation de la position rotorique

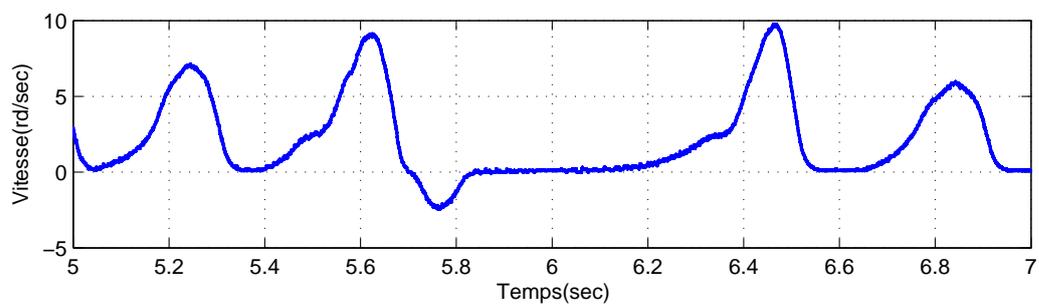


FIGURE 10.26: Différence entre la vitesse rotorique et celle du vecteur d'observabilité - image de la valeur du déterminant de la matrice d'observabilité

Page laissée intentionnellement vide.

Chapitre 11

Observabilité des machines synchrones sans balais

Ce chapitre étudie l'observabilité des machines synchrones sans balais (en Anglais *Brushless*), i.e. les MSAP et MSR.V. Ces machines possèdent une structure et un modèle plus simples que ceux de la MSRB, à cause de l'absence de la dynamique rotorique. Les seules mesures dont on dispose pour ces machines sont les courants statoriques, et on cherche à reconstruire la position et la vitesse du rotor à partir des mesures et des tensions d'entrée.

L'absence du bobinage au rotor pour les machines sans balais permet d'estimer les variables mécaniques sans utiliser le modèle mécanique du rotor. Il s'agit d'estimer les forces électromotrices (f.é.m.) qui reflètent la position et la vitesse du rotor. Cette technique d'estimation est très utilisée dans la littérature. L'observabilité des f.é.m. est donc étudiée pour ces machines.

En premier lieu, un intérêt particulier est donné à la MSAP à pôles lisses, qui est largement utilisée et étudiée dans la littérature, mais qui souffre le plus du problème d'observabilité. Pour cette machine, nous étudions l'observabilité du modèle électromécanique et celui des f.é.m. ; le problème d'observabilité à vitesse nulle est évoqué dans les deux cas.

Ensuite, nous étudions l'observabilité de la MSAP à pôles saillants : le modèle électromécanique est d'abord examiné, et il est montré que cette machine peut être observable à vitesse nulle. De plus, nous étudions le modèle de la f.é.m. étendue (f.é.m.é.) proposé par [Chen *et al.*, 2003] pour les machines à pôles saillants (annexe C) ; il s'agit d'un modèle qui transforme la MSAP à pôles saillants en une machine similaire à la MSAP-PL avec une f.é.m. modifiée.

Finalement, l'observabilité de la MSR.V est étudiée pour les deux modèles, électromécanique et f.é.m. : il est montré que cette machine peut être observable à vitesse nulle.

11.1 Observabilité de la MSAP-PL

La simplicité du modèle de la MSAP à pôles lisses facilite l'étude de son observabilité, mais pose également un sévère problème d'observabilité à vitesse nulle. Dans ce paragraphe nous étudions en détails les caractéristiques de cette machine.

11.1.1 Observabilité du modèle électromécanique

Les équations d'état du modèle électromécanique de la MSAP à pôles lisses sont (voir annexe B) :

$$\frac{di_{s\alpha}}{dt} = \frac{1}{L_s} (v_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha} + \omega \psi_r \sin \theta) \quad (11.1)$$

$$\frac{di_{s\beta}}{dt} = \frac{1}{L_s} (v_{s\beta} - R_s i_{s\beta} - \omega \psi_r \cos \theta) \quad (11.2)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p^2}{J} \psi_r (i_{s\beta} \cos \theta - i_{s\alpha} \sin \theta) - \frac{p}{J} C_r \quad (11.3)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \quad (11.4)$$

Il s'agit d'un modèle facile à étudier, sa matrice d'observabilité peut être calculée avec des dérivées de la sortie jusqu'à l'ordre 3 ($n = 4$). Dans la suite, nous construisons une sous-matrice d'observabilité pour chaque ordre de dérivée. Sans perte de généralité, on peut toujours prendre les deux premières lignes de la matrice d'observabilité, qui correspondent à la sortie y , avec deux autres lignes qui correspondent à la dérivée de même ordre de la sortie. On obtient alors 3 sous-matrices à étudier :

$$\mathcal{O}_{y1} = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix} ; \quad \mathcal{O}_{y2} = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} y \\ \ddot{y} \end{bmatrix} ; \quad \mathcal{O}_{y3} = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} y \\ y^{(3)} \end{bmatrix} \quad (11.5)$$

Dérivée première

La sous-matrice formée par les 4 premières lignes de la matrice d'observabilité est :

$$\mathcal{O}_{y1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{R_s}{L_s} & 0 & \frac{\psi_r}{L_s} \sin \theta & \frac{\psi_r}{L_s} \omega \cos \theta \\ 0 & -\frac{R_s}{L_s} & -\frac{\psi_r}{L_s} \cos \theta & \frac{\psi_r}{L_s} \omega \sin \theta \end{bmatrix} \quad (11.6)$$

11.1 Observabilité de la MSAP-PL

Son déterminant est :

$$\Delta_{y1} = \frac{\psi_r^2}{L_s^2} \omega \quad (11.7)$$

Le déterminant Δ_{y1} s'annule à vitesse nulle. L'observabilité n'est pas garantie dans ce cas. Nous examinons donc la dérivée seconde de la sortie.

Dérivée seconde

Le déterminant de la sous-matrice formée par les 1^{ère}, 2^{ème}, 5^{ème} et 6^{ème} lignes de la matrice d'observabilité est (les courants et les flux seront exprimés dans le repère dq) :

$$\Delta_{y2} = \left[\left(2\omega^2 + \left(\frac{R_s}{L_s} \right)^2 + \frac{p^2}{2J} \psi_r i_{sd} \right) \omega - \frac{R}{L_s} \frac{d\omega}{dt} \right] \frac{\psi_r^2}{L_s^2} \quad (11.8)$$

A vitesse nulle, ce déterminant devient :

$$\Delta_{y2}|_{\omega=0} = -\frac{\psi_r^2 R_s}{L_s^2 L_s} \frac{d\omega}{dt} \quad (11.9)$$

Donc, la MSAP à pôles lisses est observable à vitesse nulle si l'accélération est non nulle. Nous examinons dans la suite la dérivée troisième de la sortie à accélération nulle.

Dérivée troisième

En remplaçant les conditions qui annulent le déterminant Δ_{y2} dans l'expression du déterminant Δ_{y3} de la matrice \mathcal{O}_{y3} , on obtient :

$$\Delta_{y3}|_{\omega=0; \dot{\omega}=0} = \frac{\psi_r^2}{L_s^2} \left(\left(\frac{R_s}{L_s} \right)^2 - \frac{p^2}{J} \frac{\psi_r}{L_s} \psi_{sd} \right) \frac{d^2\omega}{dt^2} \quad (11.10)$$

où, sous l'hypothèse d'un couple résistant (C_r) constant, on a :

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} = \frac{p^2}{J} \psi_r \frac{di_{sq}}{dt} \quad (11.11)$$

L'équation (11.10) implique qu'il est possible de rétablir l'observabilité à vitesse et accélération nulles si la dérivée de l'accélération est non nulle.

Vitesse identiquement nulle

A partir de l'étude ci-dessus, il est clair que si la vitesse est identiquement nulle, l'observabilité instantanée n'est pas garantie. En effet, à vitesse identiquement nulle, la matrice d'observabilité s'écrit comme suit [Zaltni *et al.*, 2010] :

$$\mathcal{O}_y|_{\omega \equiv 0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{R_s}{L_s} & 0 & \frac{\psi_r}{L_s} \sin \theta & 0 \\ 0 & -\frac{R_s}{L_s} & -\frac{\psi_r}{L_s} \cos \theta & 0 \\ \left(-\frac{R_s}{L_s}\right)^2 & 0 & -\frac{R_s}{L_s} \frac{\psi_r}{L_s} \sin \theta & 0 \\ 0 & \left(-\frac{R_s}{L_s}\right)^2 & \frac{R_s}{L_s} \frac{\psi_r}{L_s} \cos \theta & 0 \\ \left(-\frac{R_s}{L_s}\right)^3 & 0 & \left(-\frac{R_s}{L_s}\right)^2 \frac{\psi_r}{L_s} \sin \theta & 0 \\ 0 & \left(-\frac{R_s}{L_s}\right)^3 & -\left(-\frac{R_s}{L_s}\right)^2 \frac{\psi_r}{L_s} \cos \theta & 0 \end{bmatrix} \quad (11.12)$$

La forme de la matrice d'observabilité montre qu'une relation de récurrence peut être obtenue comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \mathcal{L}_f^k h = -\frac{R_s}{L_s} \frac{\partial}{\partial x} \mathcal{L}_f^{k-1} h|_{\omega \equiv 0} \quad (11.13)$$

Même si on calcule les dérivées d'ordres plus élevées il n'y aura aucune possibilité pour reconstruire la position. Physiquement parlant, si le rotor (cylindrique) à pôles lisses et à aimants permanents est fixe par rapport au bobinage statorique, il n'aura aucun effet sur les phénomènes électromagnétiques du rotor, quelle que soit la position du rotor. Néanmoins, la présence d'une saillance crée une anisotropie magnétique qui entraîne un changement des inductances statoriques en fonction de la position du rotor. Donc la situation où la vitesse est identiquement nulle est une singularité pour l'observabilité de la MSAP à pôles lisses, si on se contente du modèle de l'excitation fondamentale.

Pour pallier à ce problème, plusieurs solutions existent dans la littérature. Dans les travaux de [Abry *et al.*, 2011, Zgorski, 2013], il est proposé d'injecter une composante HF dans les phases statoriques, de façon à faire bouger le rotor (vitesse non nulle) ; la composante HF est injectée à la phase \hat{d} faisant un angle $\hat{\theta}$ avec le repère du stator (figure 11.1), cette composante n'a un effet sur le couple que si l'erreur d'estimation $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ est non nulle. Si la composante injectée est :

$$v_{\hat{d}HF} = V_{HF} \cos(\omega_{HF} t) \quad (11.14)$$

11.1 Observabilité de la MSAP-PL

Sa transformée dans le repère dq est :

$$v_{dHF} = V_{HF} \cos(\omega_{HF}t) \cos \tilde{\theta} \quad (11.15)$$

$$v_{qHF} = V_{HF} \cos(\omega_{HF}t) \sin \tilde{\theta} \quad (11.16)$$

Si l'erreur $\tilde{\theta}$ est nulle, aucune tension ne sera injectée sur l'axe q qui génère le couple, et la machine ne vibre pas. Rappelons que le couple de cette machine s'écrit dans le repère dq de la manière suivante :

$$C_m = \frac{3p}{2} \psi_r i_{sq} \quad (11.17)$$

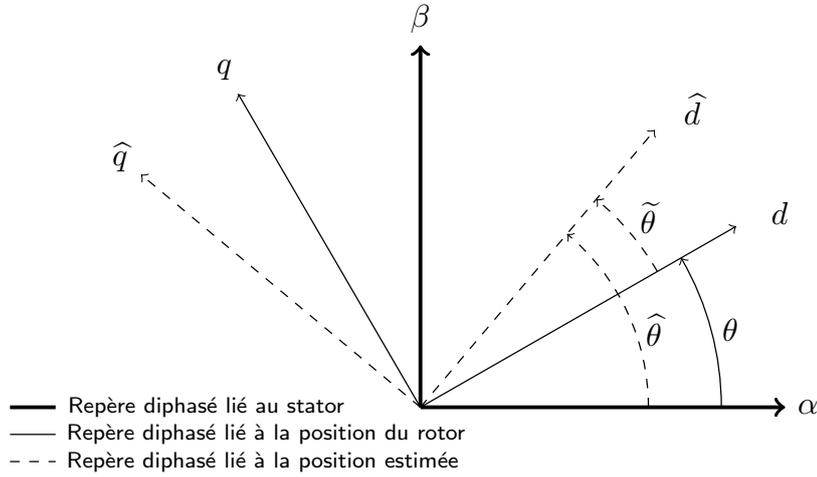


FIGURE 11.1: Repère $\hat{d}\hat{q}$ dans lequel la composante HF est injectée

L'étude d'observabilité du modèle HF de la machine mène au déterminant suivant :

$$\Delta_{y1} = \frac{\psi_r^2}{L_s^2} \omega - \frac{\psi_r}{L_s^2} V_{\hat{d}} \cos(\omega_{HF}t) \sin \tilde{\theta} \quad (11.18)$$

Ce déterminant ne s'annule à vitesse nulle que si l'erreur d'estimation de la position est nulle. Donc il suffit d'injecter une tension HF sur le repère \hat{d} pour garantir l'observabilité locale de la machine.

Une autre solution, proposée dans [Scaglione *et al.*, 2011, Scaglione *et al.*, 2012], consiste à augmenter le vecteur de sortie, en y ajoutant un signal dépendant de la position. Ce signal, noté $g(\theta)$, se trouve dans les boucles hystérésis du stator et peut être approximé par une fonction affine de la position. La position est donc observable par cette sortie.

11.1.2 Observabilité des F.É.M.

Le modèle d'état des f.é.m. de la MSAP-PL, dans le repère $\alpha\beta$, s'écrit comme suit¹ (voir les équations (C.1) et (C.2) dans l'annexe C) :

$$\frac{d\mathcal{I}}{dt} = \frac{1}{L_s} (\mathcal{V} - R_s \mathcal{I} - \mathcal{E}) \quad (11.19)$$

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \omega \mathbf{J}_2 \mathcal{E} \quad (11.20)$$

où \mathcal{E} est le vecteur des f.é.m. induites dans les enroulements statoriques :

$$\mathcal{E} = \begin{bmatrix} e_{s\alpha} \\ e_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega\psi_r \sin\theta \\ \omega\psi_r \cos\theta \end{bmatrix} \quad (11.21)$$

A partir de l'équation (11.21), on peut déduire la position et la vitesse rotoriques comme suit :

$$\theta = \arctan\left(-\frac{e_{s\alpha}}{e_{s\beta}}\right) \quad (11.22)$$

$$\omega = \frac{1}{\psi_r} \sqrt{e_{s\alpha}^2 + e_{s\beta}^2} \quad (11.23)$$

Le modèle (11.19) (11.20) est sous forme linéaire à paramètres variables (LPV), ses matrices d'état et de sortie sont :

$$\mathbf{A}(\omega) = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & 0 & -\frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & -\frac{R_s}{L_s} & 0 & -\frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 & 0 & -\omega \\ 0 & 0 & \omega & 0 \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.24)$$

On peut appliquer le critère de Kalman pour l'étude d'observabilité. Les 4 premières lignes de la matrice d'observabilité sont :

$$\mathcal{O}_{y1} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{R_s}{L_s} & 0 & -\frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & -\frac{R_s}{L_s} & 0 & -\frac{1}{L_s} \end{bmatrix} \quad (11.25)$$

Le déterminant de la matrice \mathcal{O}_{y1} est :

$$\Delta_{y1} = \frac{1}{L_s^2} \quad (11.26)$$

Le système est donc observable quelle que soit la vitesse. Cependant, à vitesse nulle les f.é.m. sont nulles (voir équation (11.21)), en conséquence, la position est indéterminée (inobservable) dans ce cas (équation (11.22)). On retrouve le même problème d'observabilité à vitesse nulle.

1. Vu que le système étudié est purement électrique, la vitesse est considérée constante, i.e. sa variation est relativement très lente.

11.2 Observabilité de la MSAP-PS

Le modèle de la MSAP à pôles saillants est fortement non linéaire en comparaison avec celui de la MSAP-PL. Les travaux sur l'observabilité de cette machine dans la littérature ne nous semblent pas satisfaisants [Zaltni *et al.*, 2010, Vaclavek *et al.*, 2013, Koteich *et al.*, 2015b]. Le but de l'étude ci-dessous est de donner une formulation claire et pratique des conditions d'observabilité de cette machine.

11.2.1 Modèle électromécanique

Le modèle d'état électromécanique de la MSAP à pôles saillants, dans le repère $\alpha\beta$, s'écrit comme suit (se référer à l'annexe B) :

$$\begin{aligned}\frac{d\mathcal{I}}{dt} &= -\mathfrak{L}^{-1}\mathfrak{R}_{eq}\mathcal{I} - \psi_r\mathfrak{L}^{-1}\mathcal{C}'(\theta)\omega + \mathfrak{L}^{-1}\mathcal{V} \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{p}{J}C_m - \frac{p}{J}C_r \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega\end{aligned}\quad (11.27)$$

avec :

$$\mathfrak{R}_{eq} = \mathfrak{R} + \omega \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \theta} \quad (11.28)$$

où

$$\mathfrak{R} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \quad ; \quad \mathfrak{L} = \begin{bmatrix} L_0 + L_2 \cos 2\theta & L_2 \sin 2\theta \\ L_2 \sin 2\theta & L_0 - L_2 \cos 2\theta \end{bmatrix} \quad (11.29)$$

et

$$\mathcal{C}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \quad ; \quad \mathcal{C}'(\theta) = \frac{\partial \mathcal{C}(\theta)}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} \quad (11.30)$$

Le couple moteur est donné par :

$$\begin{aligned}C_m &= p\psi_r(i_{s\beta} \cos \theta - i_{s\alpha} \sin \theta) \\ &\quad - pL_2 [(i_{s\alpha}^2 - i_{s\beta}^2) \sin 2\theta - 2i_{s\alpha}i_{s\beta} \cos 2\theta]\end{aligned}\quad (11.31)$$

La sous-matrice d'observabilité construite à partir de la sortie $y = \mathcal{I}$ et de sa dérivée première est :

$$\mathcal{O}_{y1} = \frac{\partial(y, \dot{y})}{\partial x} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & \mathbf{O}_{2 \times 1} & \mathbf{O}_{2 \times 1} \\ \frac{\partial}{\partial \mathcal{I}} \left(\frac{d\mathcal{I}}{dt} \right) & \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{d\mathcal{I}}{dt} \right) & \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{d\mathcal{I}}{dt} \right) \end{bmatrix} \quad (11.32)$$

avec

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial \mathcal{I}} \left(\frac{d\mathcal{I}}{dt} \right) &= -\mathfrak{L}^{-1} \mathfrak{R}_{eq} \\
 \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{d\mathcal{I}}{dt} \right) &= -\mathfrak{L}^{-1} (\mathfrak{L}' \mathcal{I} + \psi_r \mathcal{C}'(\theta)) \\
 \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{d\mathcal{I}}{dt} \right) &= (\mathfrak{L}^{-1})' \mathfrak{L} \frac{d\mathcal{I}}{dt} - \mathfrak{L}^{-1} (\mathfrak{L}'' \mathcal{I} - \psi_r \mathcal{C}(\theta)) \omega
 \end{aligned} \tag{11.33}$$

Son déterminant, exprimé dans le repère tournant, est :

$$\begin{aligned}
 \Delta_{y1} &= \frac{1}{L_d L_q} \left[(L_\Delta i_{sd} + \psi_r)^2 + L_\Delta^2 i_{sq}^2 \right] \omega \\
 &\quad + \frac{1}{L_d L_q} \left[L_\Delta \frac{di_{sd}}{dt} L_\Delta i_{sq} - (L_\Delta i_{sd} + \psi_r) L_\Delta \frac{di_{sq}}{dt} \right]
 \end{aligned} \tag{11.34}$$

Ce déterminant s'annule si :

$$\omega = \frac{(L_\Delta i_{sd} + \psi_r) L_\Delta \frac{di_{sq}}{dt} - L_\Delta \frac{di_{sd}}{dt} L_\Delta i_{sq}}{(L_\Delta i_{sd} + \psi_r)^2 + L_\Delta^2 i_{sq}^2} = \frac{d}{dt} \arctan \frac{L_\Delta i_{sq}}{L_\Delta i_{sd} + \psi_r} \tag{11.35}$$

Cette dernière équation définit un vecteur d'observabilité $\Psi_{\mathcal{O}}$:

$$\Psi_{\mathcal{O}d} = L_\Delta i_{sd} + \psi_r \tag{11.36}$$

$$\Psi_{\mathcal{O}q} = L_\Delta i_{sq} \tag{11.37}$$

On retrouve ainsi la formulation de la condition d'observabilité du chapitre précédent. A vitesse nulle, la seule possibilité d'injection d'une composante HF, pour la MSAP, est l'injection statorique.

11.2.2 Observabilité des F.E.M. étendues

Le vecteur f.é.m. de la MSAP à pôles saillants s'écrit comme suit :

$$\mathcal{E} = \omega (\mathfrak{L}'(\theta) + \psi_r \mathcal{C}'(\theta)) \tag{11.38}$$

Il est clair qu'on ne peut pas extraire la position à partir de l'expression précédente, comme on l'a fait pour la MSAP à pôles lisses. Néanmoins, les auteurs de [Chen *et al.*, 2003] proposent un autre modèle électrique de la machine à pôles saillants, qui fait apparaître une *f.é.m. étendue* similaire à la f.é.m. de la machine à pôles lisses. Ce modèle s'écrit comme suit :

$$\frac{d\mathcal{I}}{dt} = \frac{1}{L_d} (\mathcal{V} - \mathfrak{R}_{eq}^e \mathcal{I} - \mathcal{E}^e) \tag{11.39}$$

11.2 Observabilité de la MSAP-PS

avec

$$\mathfrak{R}_{eq}^e = R_s \mathbf{I}_2 - \omega L_\Delta \mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} R_s & \omega L_\Delta \\ -\omega L_\Delta & R_s \end{bmatrix} \quad (11.40)$$

et \mathcal{E}^e désigne le vecteur des f.é.m. étendues (f.é.m.é.) :

$$\mathcal{E}^e = [e_{s\alpha}^e \quad e_{s\beta}^e]^T = \left(\omega(L_\Delta i_{sd} + \psi_r) - L_\Delta \frac{di_{sq}}{dt} \right) \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} \quad (11.41)$$

Ce modèle décrit une machine à pôles lisses équivalente, avec une f.é.m. modifiée. L'avantage de ce modèle est la possibilité d'estimer la position et la vitesse du champ tournant à partir des f.é.m.é. comme suit :

$$\theta = \arctan \left(-\frac{e_{s\alpha}^e}{e_{s\beta}^e} \right) \quad (11.42)$$

$$\omega = \frac{1}{L_\Delta i_{sd} + \psi_r} \sqrt{e_{s\alpha}^e{}^2 + e_{s\beta}^e{}^2} \quad (11.43)$$

en négligeant pour (11.43) le terme di_{sq}/dt . Les détails sur la modélisation par f.é.m. étendue sont présentés dans l'annexe C.

Soit le système d'état défini par :

$$x = [\mathcal{I}^T \quad \mathcal{E}^{eT}]^T \quad ; \quad u = \mathcal{V} \quad ; \quad y = \mathcal{I} \quad (11.44)$$

Le modèle d'état de la MSAP à pôles saillants s'écrit alors sous la forme² (la vitesse est supposée constante) :

$$\frac{d\mathcal{I}}{dt} = \frac{1}{L_d} (\mathcal{V} - \mathfrak{R}_{eq}^e \mathcal{I} - \mathcal{E}^e) \quad (11.45)$$

$$\frac{d\mathcal{E}^e}{dt} = \omega \mathbf{J}_2 \mathcal{E}^e + L_\Delta \left(\omega \frac{di_{sd}}{dt} - \frac{d^2 i_{sq}}{dt^2} \right) \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} \quad (11.46)$$

où on peut considérer que les courants i_{sd} et i_{sq} sont constants, donc que le deuxième terme dans le deuxième membre de (11.46) est nul. Toutefois, les résultats ci-dessous sont indépendants de la dynamique des f.é.m.

La sous-matrice d'observabilité construite à partir de la sortie et de sa dérivée première est :

$$\mathcal{O}_{y1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & \mathbf{O}_{2 \times 2} \\ -\frac{1}{L_d} \mathfrak{R}_{eq}^e & -\frac{1}{L_d} \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \quad (11.47)$$

2. Remarquons que pour $L_\Delta = 0$ nous retrouvons le modèle de la MSAP à pôles lisses.

Le déterminant de cette matrice est :

$$\Delta_{y1} = -\frac{1}{L_d^2} \quad (11.48)$$

Ce déterminant est non nul quelles que soient la position et la vitesse ; on n'a pas besoin d'examiner les dérivées d'ordre supérieur. Donc les f.é.m.é. sont observables, comme les f.é.m. de la machine à PL. En revanche, à vitesse nulle, la position peut être déterminée si les f.é.m.é. sont non nulles (équations (11.41) et (11.42)), ceci est possible si le courant i_{sq} n'est pas constant. Dans ce cas, l'expression algébrique différentielle de la position, qui s'écrit sous la forme :

$$\theta = \arctan \left(-\frac{v_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha} - L_d \frac{di_{s\alpha}}{dt} - \omega L_\Delta i_{s\beta}}{v_{s\beta} - R_s i_{s\beta} - L_d \frac{di_{s\beta}}{dt} + \omega L_\Delta i_{s\alpha}} \right) \quad (11.49)$$

n'est pas indéterminée à vitesse nulle [Koteich *et al.*, 2015a]. Ce résultat est en cohérence avec celui de l'observabilité du modèle électromécanique ; contrairement à la MSAP-PL, la MSAP à pôles saillants peut être observable à vitesse nulle.

11.3 Observabilité de la MSRV

Le modèle d'état de la MSRV dans le repère $\alpha\beta$ s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{I}}{dt} &= -\mathfrak{L}^{-1} \mathfrak{R}_{eq} \mathcal{I} + \mathfrak{L}^{-1} \mathcal{V} \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{p}{J} C_m - \frac{p}{J} C_r \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega \end{aligned} \quad (11.50)$$

\mathfrak{R}_{eq} est donnée par l'équation (11.28), avec :

$$\mathfrak{R} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} ; \quad \mathfrak{L} = \begin{bmatrix} L_0 + L_2 \cos 2\theta & L_2 \sin 2\theta \\ L_2 \sin 2\theta & L_0 - L_2 \cos 2\theta \end{bmatrix} \quad (11.51)$$

Le couple moteur est donné par :

$$C_m = pL_2 \left[2i_{s\alpha} i_{s\beta} \cos 2\theta - (i_{s\alpha}^2 - i_{s\beta}^2) \sin 2\theta \right] \quad (11.52)$$

La sous-matrice formée par les 4 premières lignes de la matrice d'observabilité est :

$$\mathcal{O}_{y1} = \frac{\partial(y, \dot{y})}{\partial x} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & \mathbf{O}_{2 \times 1} & \mathbf{O}_{2 \times 1} \\ -\mathfrak{L}^{-1} \mathfrak{R}_{eq} & -\mathfrak{L}^{-1} \mathfrak{L}' \mathcal{I} & \mathfrak{L}^{-1}' \mathfrak{L} \frac{d\mathcal{I}}{dt} - \mathfrak{L}^{-1} \mathfrak{L}'' \omega \mathcal{I} \end{bmatrix} \quad (11.53)$$

11.3 Observabilité de la MSRV

Son déterminant est le suivant :

$$\Delta_{y1} = \frac{L_{\Delta}^2}{L_d L_q} \left[(i_{sd}^2 + i_{sq}^2) \omega + \frac{di_{sd}}{dt} i_{sq} - i_{sd} \frac{di_{sq}}{dt} \right] \quad (11.54)$$

La condition d'observabilité $\Delta_{y1} \neq 0$ donne :

$$\omega \neq \frac{1}{i_{sd}^2 + i_{sq}^2} \left(i_{sd} \frac{di_{sq}}{dt} - i_{sq} \frac{di_{sd}}{dt} \right) \quad (11.55)$$

on note que :

$$\frac{1}{i_{sd}^2 + i_{sq}^2} \left(i_{sd} \frac{di_{sq}}{dt} - i_{sq} \frac{di_{sd}}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \arctan \left(\frac{i_{sq}}{i_{sd}} \right) \quad (11.56)$$

Cela signifie que le vecteur courant dans le repère dq ne doit pas tourner à la même vitesse électrique que le rotor. Ce résultat est inclus dans le raisonnement par le vecteur d'observabilité présenté dans le chapitre précédent.

Finalement, nous étudions l'observabilité de la f.é.m.é. pour la MSRV. L'expression du vecteur f.é.m.é. pour cette machine est :

$$\mathcal{E}^e = [e_{s\alpha}^e \quad e_{s\beta}^e]^T = L_{\Delta} \left(\omega i_{sd} - \frac{di_{sq}}{dt} \right) \mathcal{C}'(\theta) \quad (11.57)$$

Le modèle de la machine peut être écrit avec ce vecteur comme suit :

$$\frac{d\mathcal{I}}{dt} = \frac{1}{L_d} \left(\mathcal{V} - \mathfrak{R}_{eq}^e \mathcal{I} - \mathcal{E}^e \right) \quad (11.58)$$

$$\frac{d\mathcal{E}^e}{dt} = \omega \mathbf{J}_2 \mathcal{E}^e + L_{\Delta} \left(\omega \frac{di_{sd}}{dt} - \frac{d^2 i_{sq}}{dt^2} \right) \mathcal{C}'(\theta) \quad (11.59)$$

La position et la vitesse du champ tournant s'en déduisent de la manière suivante :

$$\theta = \arctan \left(-\frac{e_{s\alpha}^e}{e_{s\beta}^e} \right) \quad (11.60)$$

$$\omega = \frac{1}{L_{\Delta} i_{sd}} \sqrt{e_{s\alpha}^e{}^2 + e_{s\beta}^e{}^2} \quad (11.61)$$

Suivant le même raisonnement que celui pour la MSAP, on établit que la MSRV peut être observable à vitesse nulle si le courant i_{sq} n'est pas constant.

Page laissée intentionnellement vide.

Chapitre 12

Conclusions sur l'observabilité des machines AC

Dans cette partie, l'observabilité des machines électriques a été étudiée en vue de la commande *sensorless*.

L'étude d'observabilité des machines DC montre qu'il faut que le champ inducteur soit non nul pour assurer l'observabilité de la vitesse et l'identifiabilité du couple résistant.

Concernant la machine asynchrone, les résultats de l'étude d'observabilité/identifiabilité sont résumés ci-dessous :

- Les flux rotoriques sont observables par mesure des courants statoriques et vitesse rotorique.
- Le couple résistant est identifiable par mesure des courants statoriques et vitesse rotorique.
- Les flux rotoriques, la vitesse et le couple résistant sont observables par mesure des courants statoriques si la fréquence des tensions d'entrée est non nulle.
- Les flux rotoriques, la vitesse et le couple résistant sont observables par mesure des courants statoriques à fréquence $\omega_s = 0$ si l'accélération du rotor est non nulle.

L'étude d'observabilité des machines synchrones a été faite avec une approche générale, où la machine synchrone à rotor bobiné généralise les autres machines. Cette étude a abouti à la définition d'un vecteur d'observabilité, qui permet d'unifier le raisonnement sur l'observabilité des machines synchrones. On a vu que les machines à pôles saillants peuvent être observables à vitesse nulle. Le problème d'observabilité à vitesse nulle se pose le plus pour la machine synchrone à aimant permanent à pôles lisses, pour laquelle une étude détaillée a été présentée.

Une des contributions les plus importantes de cette partie est l'étude de

la machine synchrone à rotor bobiné. Nous suggérons pour la suite de ces travaux d'étudier la dynamique du courant i_f en détail ; nous croyons qu'elle est riche en information. Cette étude sera spécifique pour la MSRB et il ne sera pas possible de la généraliser pour les autres machines synchrones.

Plusieurs techniques sont proposées dans la littérature pour contourner le problème d'observabilité dans les zones de fonctionnement critiques, on en cite quelques unes :

- commutation de l'observateur en mode estimateur [Ghanes, 2005] ;
- injection d'un signal HF à l'entrée pour rendre le déterminant non nul [Zgorski, 2013] ;
- changement simultané de la fréquence d'alimentation et des consignes de flux de façon à fournir le couple demandé en évitant les faibles fréquences d'alimentation [Lefebvre *et al.*, 2015].

Un exemple sur l'identifiabilité des paramètres de la machine a été présenté dans cette partie, où l'identifiabilité de la constante de temps rotorique d'une machine asynchrone a été étudiée. Toutefois, cette étude peut être appliquée pour d'autres paramètres, mais ce sera hors du cadre de la commande *sensorless*. Des travaux sur ce sujet se trouvent dans [Glumineau et de Leon Morales, 2015, Marino *et al.*, 2010].

Conclusion Générale

Dans ce rapport, nous avons traité de la modélisation et de l'observabilité des machines électriques, en vue de la commande sans capteur mécanique.

Synthèse

La modélisation des machines à courant alternatif a été présentée avec une approche générale, de façon à avoir une vision plus large sur les propriétés des modèles des différentes machines : asynchrone et synchrones à rotor bobiné, à aimants permanents et à réluctance variable. Ce qui nous a permis de définir un modèle unifié, inspiré du modèle simple de la machine synchrone à aimants permanents à pôles lisses, en introduisant le concept de *flux équivalent* qui généralise le flux des aimants permanents.

Le deuxième volet de cette thèse est l'étude d'observabilité des machines électriques. Là aussi, l'approche générale de l'étude nous a conduit à la définition d'un nouveau concept, le *vecteur d'observabilité*, qui permet de formuler une condition d'observabilité unifiée pour les machines synchrones.

La théorie de l'observabilité locale, appliquée dans ce travail, a fourni des conditions faciles à interpréter et à vérifier en temps-réel. En effet, les conditions d'observabilité formulées dans la deuxième partie de ce rapport montrent une liaison avec les phénomènes physiques dans les machines, et leur validité a été confirmée par des simulations et à partir de données expérimentales, d'où la pertinence des résultats.

Perspectives à court terme

Nous avons montré, dans la première partie de ce rapport, que le modèle unifié proposé pour les machines à courant alternatif permet de définir une structure unifiée pour l'estimation du couple électromagnétique et de la position et de la vitesse du rotor. Nous avons ainsi fait le lien avec des observateurs, qui existent déjà dans la littérature, conçus pour la commande

sensorless de certaines machines à courant alternatif, chacune à part. Il serait intéressant de concevoir un observateur unifié pour les machines AC, i.e. chercher un terme de correction qui pourrait stabiliser la structure unifiée d'estimation pour toutes les machines. Ceci pourrait être réalisable par la théorie des observateurs (par des approches Luenberger et/ou de Lyapunov), mais rien ne nous empêche d'examiner d'autres outils, tel que l'intelligence artificielle ou les filtres numériques, pour compenser l'erreur d'estimation.

Les conditions d'observabilité montrent qu'il n'est pas évident de stabiliser la commande avec observateur d'une machine à courant alternatif à vitesse nulle ou à faible fréquence d'alimentation. Nous croyons que la formulation de ces conditions permet de concevoir des stratégies *optimisées* qui assurent l'observabilité des machines dans les régimes de fonctionnement critiques. L'étude du vecteur d'observabilité en simulation, avec injection des signaux haute fréquence, et les résultats expérimentaux favorisent cette voie de recherche.

La théorie de l'observabilité locale semble utile pour l'étude de l'identifiabilité de certains paramètres d'une machine électrique, comme nous l'avons montré pour la constante de temps rotorique d'une machine à induction. Il est envisageable d'étudier l'identifiabilité d'autres paramètres pertinents pour la commande des machines électrique, tels que le flux de l'aimant permanent d'une machine synchrone à aimants permanents, ce qui permet de détecter la démagnétisation. L'étude de l'identifiabilité de la résistance statorique est aussi particulièrement intéressante, pour assurer une meilleure estimation des flux statoriques par la relation : $\psi_s = \int (v_s - R_s i_s)$.

Perspectives à long terme

Les travaux de cette thèse nous ouvrent de nouveaux volets dans le domaine des machines électriques. Bien que les modèles des machines traitées le long de ce rapport soient non saturés, nous recommandons d'étendre l'étude d'observabilité à des modèles plus sophistiqués en tenant compte de la saturation du circuit magnétique. De plus, on suggère de se servir de l'étude d'observabilité lors de la conception des machines électriques, et de chercher à concevoir des machines qui soient intrinsèquement *sensorless*.

Finalement, un observateur unifié, fondé sur le concept du flux équivalent, pourrait être combiné avec une technique d'injection de signaux haute - fréquence (dans le cas des machines à pôles saillants), ce qui peut aboutir à un observateur *hybride* qui fonctionne sur toute la plage de vitesse : à faibles vitesses on utilise l'injection et à grande vitesse on utilise l'observateur.

Annexes

Page laissée intentionnellement vide.

Annexe A

Mise en équation des machines à courant continu

La figure A.1 montre le schéma d'une machine DC à excitation séparée.

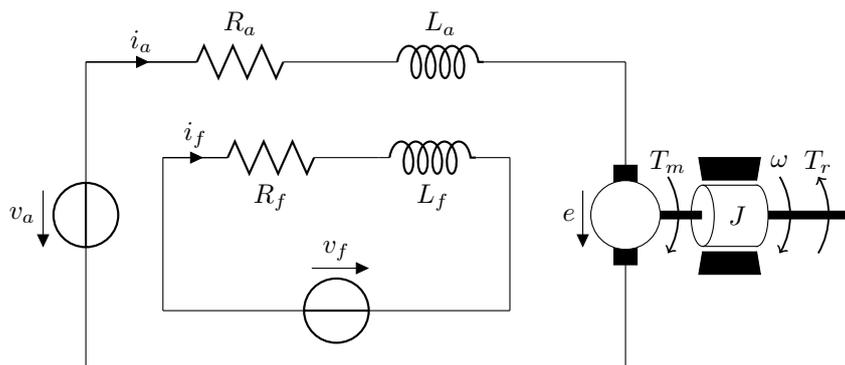


FIGURE A.1: Représentation schématique d'une machine à courant continu

A.1 Machine à excitation séparée

Les équations de la machine DC à excitation séparée sont :

$$v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} \quad (\text{A.1})$$

$$v_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e \quad (\text{A.2})$$

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_m - C_r - f_v \Omega \quad (\text{A.3})$$

avec

$$e = K i_f \Omega \quad (\text{A.4})$$

$$C_m = K i_f i_a \quad (\text{A.5})$$

A.2 Machine à aimant permanent

Dans une machine DC à aimant permanent, le bobinage inducteur est remplacé par un aimant de flux ψ . Les équations de cette machine s'écrivent :

$$v_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e \quad (\text{A.6})$$

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_m - C_r - f_v \Omega \quad (\text{A.7})$$

avec

$$e = K_e \Omega \quad (\text{A.8})$$

$$C_m = K_e i_a \quad (\text{A.9})$$

$$K_e = K \psi \quad (\text{A.10})$$

A.3 Machine à excitation série

Les circuits induit et inducteur sont montés en série, ils constituent ensemble un circuit avec une résistance $R_a + R_f$ et une inductance $L_a + L_f$, soumis à la tension v et parcouru par un courant i . Les équations de la machine DC série sont :

$$v = (R_a + R_f)i + (L_a + L_f) \frac{di}{dt} + e \quad (\text{A.11})$$

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_m - C_r - f_v \Omega \quad (\text{A.12})$$

avec

$$e = K i \Omega \quad (\text{A.13})$$

$$C_m = K i^2 \quad (\text{A.14})$$

A.4 Machine à excitation shunt

Les équations de la machine DC à excitation shunt sont les mêmes que celles de la machine DC à excitation séparée avec $v_f = v_a = v$, car les circuits induit et inducteur sont montés en parallèle.

Annexe B

Modèles des machines synchrones sans balais

Dans cette annexe, on présente les modèles des machines synchrones sans balais, i.e. à aimants permanents et à réluctance variable. Rappelons les notations suivantes (xy désigne le repère $\alpha\beta$ ou dq) :

$$\mathcal{I}_{sxy} = [i_{sx} \ i_{sy}]^T ; \mathcal{V}_{sxy} = [v_{sx} \ v_{sy}]^T ; \Psi_{sxy} = [\psi_{sx} \ \psi_{sy}]^T \quad (\text{B.1})$$

B.1 MSAP à pôles saillants

La figure B.1 montre la représentation schématique d'une MSAP à pôles saillants dans les deux repères $\alpha\beta$ et dq .

Repère $\alpha\beta$

Soient :

$$\mathfrak{L}_{s\alpha\beta}(\theta) = \begin{bmatrix} L_0 + L_2 \cos 2\theta & L_2 \sin 2\theta \\ L_2 \sin 2\theta & L_0 - L_2 \cos 2\theta \end{bmatrix} ; \mathcal{C}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

Équations magnétiques

$$\Psi_{s\alpha\beta} = \mathfrak{L}_{s\alpha\beta}(\theta)\mathcal{I}_{s\alpha\beta} + \psi_r\mathcal{C}(\theta) \quad (\text{B.3})$$

Équations électriques

$$\mathcal{V}_{s\alpha\beta} = R_s\mathcal{I}_{s\alpha\beta} + \frac{d\Psi_{s\alpha\beta}}{dt} \quad (\text{B.4})$$

$$= R_s\mathcal{I}_{s\alpha\beta} + \mathfrak{L}_{s\alpha\beta}(\theta)\frac{d\mathcal{I}_{s\alpha\beta}}{dt} + \omega \left(\frac{d\mathfrak{L}_{s\alpha\beta}(\theta)}{d\theta}\mathcal{I}_{s\alpha\beta} + \psi_r\frac{d\mathcal{C}(\theta)}{d\theta} \right) \quad (\text{B.5})$$

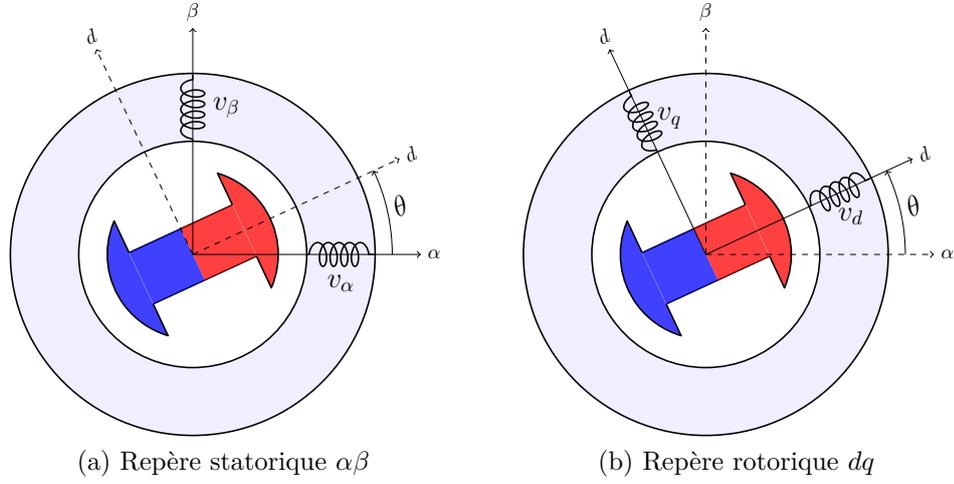


FIGURE B.1: Représentation schématique d'une MSAP à pôles saillants

Couple électromagnétique

$$\begin{aligned}
 C_m &= p \left(\frac{1}{2} \mathcal{I}_{s\alpha\beta}^T \frac{\partial \mathcal{L}_{s\alpha\beta}(\theta)}{\partial \theta} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} + \psi_r \frac{\partial \mathcal{C}(\theta)^T}{\partial \theta} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} \right) \\
 &= p \left[\psi_r (i_{s\beta} \cos \theta - i_{s\alpha} \sin \theta) - L_2 \left((i_{s\alpha}^2 - i_{s\beta}^2) \sin 2\theta - 2i_{s\alpha} i_{s\beta} \cos 2\theta \right) \right]
 \end{aligned} \tag{B.6}$$

Repère dq

Équations magnétiques

$$\Psi_{sdq} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \mathcal{I}_{sdq} + \begin{bmatrix} \psi_r \\ 0 \end{bmatrix} \tag{B.7}$$

Équations électriques

$$\mathcal{V}_{sdq} = R_s \mathcal{I}_{sdq} + \frac{d\Psi_{sdq}}{dt} + \omega \mathbf{J}_2 \Psi_{sdq} \tag{B.8}$$

$$v_{sd} = R_s i_{sd} + L_d \frac{di_{sd}}{dt} - \omega L_q i_{sq} \tag{B.9}$$

$$v_{sq} = R_s i_{sq} + L_q \frac{di_{sq}}{dt} + \omega (L_d i_{sd} + \psi_r) \tag{B.10}$$

Couple électromagnétique

$$C_m = p \mathcal{I}_{sdq}^T \mathbf{J}_2 \Psi_{sdq} = p [(L_d - L_q) i_{sd} + \psi_r] i_{sq} \tag{B.11}$$

B.2 MSAP à pôles lisses

La figure B.2 montre la représentation schématique d'une MSAP à pôles lisses dans les deux repères $\alpha\beta$ et dq .

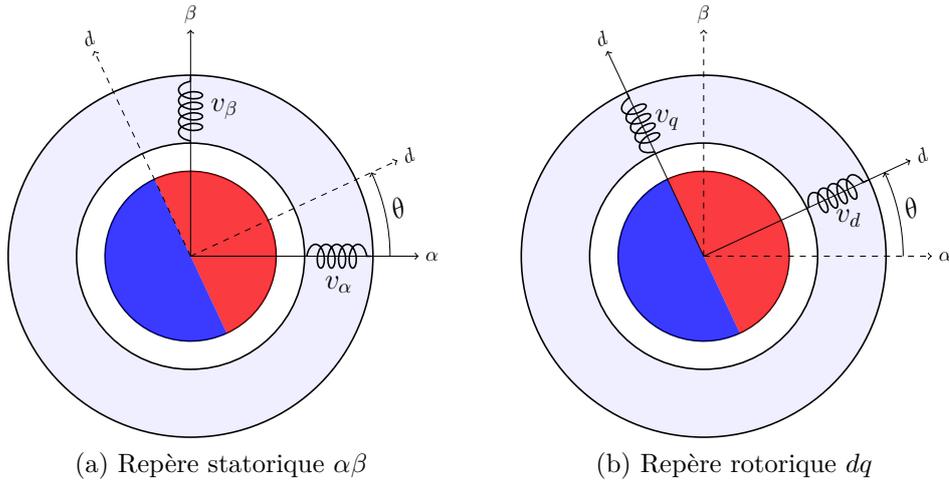


FIGURE B.2: Représentation schématique d'une MSAP à pôles lisses

Repère $\alpha\beta$

Soient :

$$\mathfrak{L}_{s\alpha\beta} = \begin{bmatrix} L_s & 0 \\ 0 & L_s \end{bmatrix} \quad ; \quad \mathcal{C}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \quad (\text{B.12})$$

Équations magnétiques

$$\Psi_{s\alpha\beta} = \mathfrak{L}_{s\alpha\beta} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} + \psi_r \mathcal{C}(\theta) \quad (\text{B.13})$$

$$\psi_{s\alpha} = L_s i_{s\alpha} + \psi_r \cos \theta \quad (\text{B.14})$$

$$\psi_{s\beta} = L_s i_{s\beta} + \psi_r \sin \theta \quad (\text{B.15})$$

Équations électriques

$$\mathcal{V}_{s\alpha\beta} = R_s \mathcal{I}_{s\alpha\beta} + \frac{d\Psi_{s\alpha\beta}}{dt} \quad (\text{B.16})$$

$$= R_s \mathcal{I}_{s\alpha\beta} + \mathfrak{L}_{s\alpha\beta} \frac{d\mathcal{I}_{s\alpha\beta}}{dt} + \omega \psi_r \frac{d\mathcal{C}(\theta)}{d\theta} \quad (\text{B.17})$$

$$v_{s\alpha} = R_s i_{s\alpha} + L_s \frac{di_{s\alpha}}{dt} - \omega \psi_r \sin \theta \quad (\text{B.18})$$

$$v_{s\beta} = R_s i_{s\beta} + L_s \frac{di_{s\beta}}{dt} + \omega \psi_r \cos \theta \quad (\text{B.19})$$

Couple électromagnétique

$$C_m = p \left(\psi_r \frac{\partial \mathcal{C}(\theta)^T}{\partial \theta} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} \right) = p \psi_r (i_{s\beta} \cos \theta - i_{s\alpha} \sin \theta) \quad (\text{B.20})$$

Repère dq

Équations magnétiques

$$\Psi_{sdq} = \begin{bmatrix} L_s & 0 \\ 0 & L_s \end{bmatrix} \mathcal{I}_{sdq} + \begin{bmatrix} \psi_r \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.21})$$

Équations électriques

$$\mathcal{V}_{sdq} = R_s \mathcal{I}_{sdq} + \frac{d\Psi_{sdq}}{dt} + \omega \mathbf{J}_2 \Psi_{sdq} \quad (\text{B.22})$$

$$v_{sd} = R_s i_{sd} + L_s \frac{di_{sd}}{dt} - \omega L_s i_{sq} \quad (\text{B.23})$$

$$v_{sq} = R_s i_{sq} + L_s \frac{di_{sq}}{dt} + \omega (L_s i_{sd} + \psi_r) \quad (\text{B.24})$$

Couple électromagnétique

$$C_m = p \mathcal{I}_{sdq}^T \mathbf{J}_2 \Psi_{sdq} = p \psi_r i_{sq} \quad (\text{B.25})$$

B.3 MSR

La figure B.3 montre la représentation schématique d'une MSR dans les deux repères $\alpha\beta$ et dq .

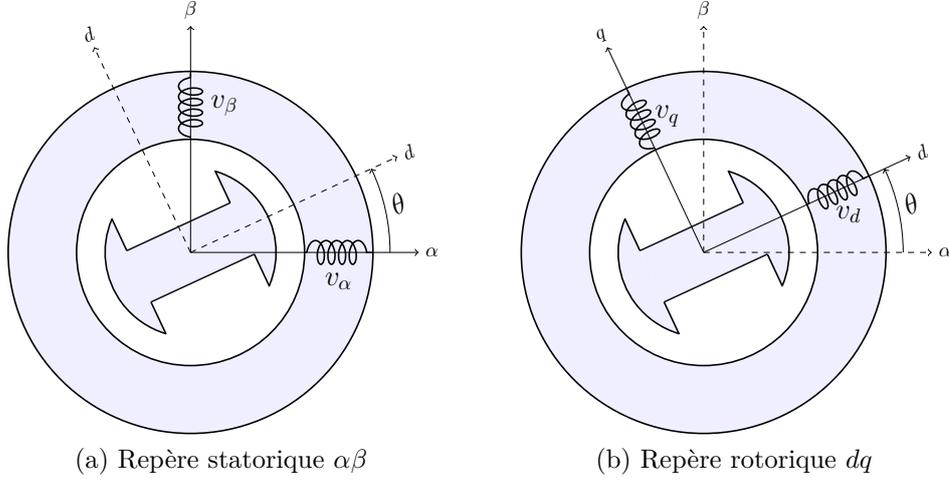


FIGURE B.3: Représentation schématique d'une MSRV

Repère $\alpha\beta$

Soit :

$$\mathfrak{L}_{s\alpha\beta}(\theta) = \begin{bmatrix} L_0 + L_2 \cos 2\theta & L_2 \sin 2\theta \\ L_2 \sin 2\theta & L_0 - L_2 \cos 2\theta \end{bmatrix} \quad (\text{B.26})$$

Équations magnétiques

$$\Psi_{s\alpha\beta} = \mathfrak{L}_{s\alpha\beta}(\theta) \mathcal{I}_{s\alpha\beta} \quad (\text{B.27})$$

Équations électriques

$$\mathcal{V}_{s\alpha\beta} = R_s \mathcal{I}_{s\alpha\beta} + \frac{d\Psi_{s\alpha\beta}}{dt} \quad (\text{B.28})$$

$$= R_s \mathcal{I}_{s\alpha\beta} + \mathfrak{L}_{s\alpha\beta}(\theta) \frac{d\mathcal{I}_{s\alpha\beta}}{dt} + \omega \frac{d\mathfrak{L}_{s\alpha\beta}(\theta)}{d\theta} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} \quad (\text{B.29})$$

Couple électromagnétique

$$\begin{aligned} C_m &= p \frac{1}{2} \mathcal{I}_{s\alpha\beta}^T \frac{\partial \mathfrak{L}_{s\alpha\beta}(\theta)}{\partial \theta} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} \\ &= p L_2 \left[2i_{s\alpha} i_{s\beta} \cos 2\theta - (i_{s\alpha}^2 - i_{s\beta}^2) \sin 2\theta \right] \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

Repère dq

Équations magnétiques

$$\Psi_{sdq} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \mathcal{I}_{sdq} \quad (\text{B.31})$$

Équations électriques

$$\mathcal{V}_{sdq} = R_s \mathcal{I}_{sdq} + \frac{d\Psi_{sdq}}{dt} + \omega \mathbf{J}_2 \Psi_{sdq} \quad (\text{B.32})$$

$$v_{sd} = R_s i_{sd} + L_d \frac{di_{sd}}{dt} - \omega L_q i_{sq} \quad (\text{B.33})$$

$$v_{sq} = R_s i_{sq} + L_q \frac{di_{sq}}{dt} + \omega L_d i_{sd} \quad (\text{B.34})$$

Couple électromagnétique

$$C_m = p \mathcal{I}_{sdq}^T \mathbf{J}_2 \Psi_{sdq} = p(L_d - L_q) i_{sd} i_{sq} \quad (\text{B.35})$$

Annexe C

Concept de f.é.m. étendue pour les machines synchrones

Le concept de FEM étendue a été introduit par [Chen *et al.*, 2000, Chen *et al.*, 2003]. Il consiste à transformer le modèle de la MSAP à pôles saillants en un modèle d'une machine équivalente à pôles lisses, avec une f.é.m. modifiée (étendue). Le but est de pouvoir estimer la position et la vitesse du rotor à partir de la f.é.m.é. d'une manière similaire à la MSAP à pôles lisses. Plusieurs travaux proposent d'estimer la position rotorique, pour la commande *sensorless*, à partir de la f.é.m.é. [Morimoto *et al.*, 2002, Sayeef *et al.*, 2010, Akrad *et al.*, 2011].

C.1 MSAP à pôles lisses

Le modèle de la MSAP-PL dans le repère $\alpha\beta$ est :

$$\begin{bmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + L_s \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{s\alpha} \\ e_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

avec

$$\begin{bmatrix} e_{s\alpha} \\ e_{s\beta} \end{bmatrix} = \omega\psi_r \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos\theta \end{bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

On transpose l'équation précédente dans le domaine de Laplace, on obtient :

$$\mathbf{v}(s) = \underbrace{R_s \mathbf{i}(s)}_A + \underbrace{sL_s \mathbf{i}(s)}_B + \underbrace{\mathbf{e}(s)}_C \quad (\text{C.3})$$

Le diagramme vectoriel associé à cette dernière équation est présenté dans la figure C.1a. Il est possible d'estimer la position du rotor θ à partir des f.é.m.

(vecteur C). A partir de l'expression (C.2), on tire :

$$\theta = \arctan\left(-\frac{e_{s\alpha}}{e_{s\beta}}\right) \quad (\text{C.4})$$

$$\omega = \frac{1}{\psi_r} \sqrt{e_{s\alpha}^2 + e_{s\beta}^2} \quad (\text{C.5})$$

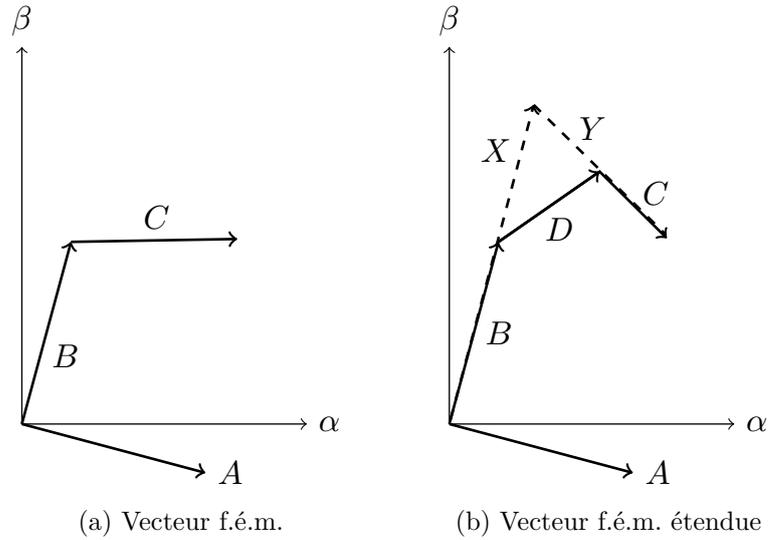


FIGURE C.1: Diagramme vectoriel de la MSAP (a) à pôles lisses et (b) à pôles saillants.

C.2 MSAP à pôles saillants

L'équation de tension pour la MSAP à pôles saillants s'écrit dans le repère $\alpha\beta$ comme suit :

$$\begin{bmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \mathfrak{L}_{s\alpha\beta}(\theta) \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{s\alpha} \\ e_{s\beta} \end{bmatrix} + \omega \frac{d\mathfrak{L}_{s\alpha\beta}(\theta)}{d\theta} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{C.6})$$

Cette dernière équation est équivalente à la suivante, dans le domaine de Laplace :

$$\mathbf{v}(s) = \underbrace{R_s \mathbf{i}(s)}_A + \underbrace{sL_0 \mathbf{i}(s)}_B + \underbrace{\mathbf{e}(s)}_C + \underbrace{s\omega \mathfrak{L}_{s\alpha\beta 2}(\theta) \mathbf{i}(s)}_D \quad (\text{C.7})$$

Le diagramme vectoriel associé à cette machine est présenté dans la figure C.1b. Il est clair que l'estimation de la position θ à partir des f.é.m. n'est pas

C.2 MSAP à pôles saillants

facile dans ce cas, vue la présence de la matrice $\mathfrak{L}_{s\alpha\beta 2}$ qui est une fonction de 2θ . On cherche alors à écrire les équations de la MSAP-PS de façon à avoir un modèle d'une machine à pôles lisses en modifiant les f.é.m.

Rappelons le modèle d'une MSAP-PL dans le repère dq :

$$\begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -\omega L_s \\ \omega L_s & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + L_s \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \psi_r \end{bmatrix} \quad (\text{C.8})$$

Le modèle de la MSAP à pôles saillants dans le repère dq est :

$$\begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -\omega L_q \\ \omega L_d & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \psi_r \end{bmatrix} \quad (\text{C.9})$$

La matrice d'impédance n'est pas symétrique pour cette machine, on cherche à avoir une matrice d'impédance symétrique en ajoutant, à la deuxième ligne correspondant à l'équation de v_{sq} , le terme :

$$\omega L_q i_{sd} - \omega L_q i_{sd} + L_d \frac{di_{sq}}{dt} - L_d \frac{di_{sq}}{dt} = 0 \quad (\text{C.10})$$

On obtient :

$$\begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -\omega L_q \\ \omega L_q & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + L_d \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ (L_d - L_q) \left(\omega i_{sd} - \frac{di_{sq}}{dt} \right) + \omega \psi_r \end{bmatrix} \quad (\text{C.11})$$

Cette formulation montre le vecteur des f.é.m. étendues :

$$\mathcal{E}_{sdq}^e = \begin{bmatrix} 0 \\ E^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ (L_d - L_q) \left(\omega i_{sd} - \frac{di_{sq}}{dt} \right) + \omega \psi_r \end{bmatrix} \quad (\text{C.12})$$

Revenons au repère $\alpha\beta$ en substituant pour les grandeurs dans le repère dq :

$$X_{dq} = P(-\theta) X_{\alpha\beta} \quad (\text{C.13})$$

et en multipliant à gauche par $P(\theta)$, on obtient :

$$\begin{bmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -\omega L_q \\ \omega L_q & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + L_d P(\theta) \frac{d}{dt} \left(P(-\theta) \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \right) + P(\theta) \begin{bmatrix} 0 \\ (L_d - L_q) \left(\omega i_{s\alpha} - \frac{di_{s\beta}}{dt} \right) + \omega \psi_r \end{bmatrix} \quad (\text{C.14})$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} R_s & -\omega L_q \\ \omega L_q & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + L_d P(\theta) \left(P(-\theta) \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} - \omega P(-\theta) \mathbf{J}_2 \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \right) \\ &\quad + \left((L_d - L_q) \left(\omega i_{sd} - \frac{di_{sq}}{dt} \right) + \omega \psi_r \right) \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} \quad (\text{C.15}) \end{aligned}$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & \omega(L_d - L_q) \\ -\omega(L_d - L_q) & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + L_d \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \\ &+ \left((L_d - L_q) \left(\omega i_{sd} - \frac{di_{sq}}{dt} \right) + \omega \psi_r \right) \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$

Cette équation s'écrit d'une manière compacte :

$$\mathcal{V}_{s\alpha\beta} = (R_s \mathbf{I}_2 - \omega(L_d - L_q) \mathbf{J}_2) \mathcal{I}_{s\alpha\beta} + L_d \frac{d\mathcal{I}_{s\alpha\beta}}{dt} + E^e \mathcal{C}'(\theta) \quad (\text{C.17})$$

Après transposition dans le domaine de Laplace, l'équation des tensions d'une MSAP à pôles saillants s'écrit comme suit :

$$\mathbf{v}(s) = \underbrace{R_s \mathbf{i}(s)}_A + \underbrace{(sL_d \mathbf{I}_2 - \omega(L_d - L_q) \mathbf{J}_2) \mathbf{i}(s)}_X + \underbrace{\mathbf{e}^e(s)}_Y \quad (\text{C.18})$$

où $\mathbf{e}^e(s)$ est la transformée de Laplace de $E^e \mathcal{C}'(\theta)$.

L'équation (C.18), dont le diagramme vectoriel est illustré dans la figure C.1b, ne fait pas apparaître la dépendance de 2θ . Avec cette formulation, il est possible d'estimer la position θ et la vitesse ω comme suit :

$$\theta = \arctan \left(-\frac{e_{s\alpha}^e}{e_{s\beta}^e} \right) \quad (\text{C.19})$$

$$= \arctan \left(-\frac{v_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha} - L_d \frac{di_{s\alpha}}{dt} - \omega L_\Delta i_{s\beta}}{v_{s\beta} - R_s i_{s\beta} - L_d \frac{di_{s\beta}}{dt} + \omega L_\Delta i_{s\alpha}} \right) \quad (\text{C.20})$$

$$\omega = \frac{1}{L_\Delta i_{sd} + \psi_r} \sqrt{e_{s\alpha}^e{}^2 + e_{s\beta}^e{}^2} \quad (\text{C.21})$$

Ce concept est transposable à la MSRVM en annulant le flux rotorique ψ_r . De plus, si $L_d = L_q$ on retrouve les équations de la MSAP-PL.

Bibliographie

Bibliographie personnelle

- [Koteich *et al.*,] KOTEICH, M., DUC, G., MALOUM, A. et SANDOU, G. Observability of sensorless electric drives (soumis). *International Journal of Control*.
- [Koteich *et al.*, 2016a] KOTEICH, M., DUC, G., MALOUM, A. et SANDOU, G. (2016a). A unified model for low-cost high-performance ac drives : the equivalent flux concept. In *The Third International Conference on Electrical, Electronics, Computer Engineering and their Applications EECEA'16*.
- [Koteich *et al.*, 2013] KOTEICH, M., LE MOING, T., JANOT, A. et DEFAY, F. (2013). A real-time observer for UAV's brushless motors. In *Electronics, Control, Measurement, Signals and their application to Mechatronics (ECMSM), 2013 IEEE 11th International Workshop of*, pages 1–5.
- [Koteich *et al.*, 2015a] KOTEICH, M., MALOUM, A., DUC, G. et SANDOU, G. (2015a). Discussion on “A differential algebraic estimator for sensorless permanent-magnet synchronous machine drive”. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 30(3):1137–1137.
- [Koteich *et al.*, 2015b] KOTEICH, M., MALOUM, A., DUC, G. et SANDOU, G. (2015b). Discussion on “AC drive observability analysis”. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62(11):7224–7225.
- [Koteich *et al.*, 2015c] KOTEICH, M., MALOUM, A., DUC, G. et SANDOU, G. (2015c). Local weak observability conditions of sensorless AC drives. In *17th Conference on Power Electronics and Applications-EPE 15-ECCE Europe*.
- [Koteich *et al.*, 2015d] KOTEICH, M., MALOUM, A., DUC, G. et SANDOU, G. (2015d). Observability analysis of sensorless synchronous machine drives. In *14th annual European Control Conference-ECC 2015*.
- [Koteich *et al.*, 2015e] KOTEICH, M., MALOUM, A., DUC, G. et SANDOU, G. (2015e). Permanent magnet synchronous drives observability analysis

for motion-sensorless control. *In 6th IEEE International Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives-SLED2015*.

- [Koteich *et al.*, 2016b] KOTEICH, M., MALOUM, A., DUC, G. et SANDOU, G. (2016b). Procédé de commande d'une machine électrique synchrone à rotor bobiné. Brevet FR3028690.
- [Koteich *et al.*, 2016c] KOTEICH, M., MALOUM, A., DUC, G. et SANDOU, G. (2016c). Procédé de commande d'une machine électrique triphasée synchrone à rotor bobiné. Brevet EP3012962.
- [Koteich *et al.*, 2016d] KOTEICH, M., MALOUM, A., DUC, G. et SANDOU, G. (2016d). Procédé et système de commande d'une machine électrique synchrone à aimants permanents. Brevet FR3028362.
-

Thèses de Doctorat

- [Alvarez Salas, 2002] ALVAREZ SALAS, R. (2002). *Développement de lois de commandes avec observateurs pour machine asynchrone*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG.
- [Delpoux, 2012] DELPOUX, R. (2012). *Contribution à l'identification, l'estimation et la commande de Moteurs Synchrones à Aimants Permanents (MSAP)*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lille.
- [Dib, 2012] DIB, A. (2012). *Observation et commande de la machine asynchrone*. Thèse de doctorat, Université de Caen Basse-Normandie.
- [Ezzat, 2011] EZZAT, M. (2011). *Sensorless nonlinear control of a permanent magnet synchronous motor*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes.
- [Ghanes, 2005] GHANES, M. (2005). *Observation et commande de la machine asynchrone sans capteur mécanique*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes.
- [Jebai, 2013] JEBAI, A. K. (2013). *Sensorless control of synchronous permanent magnet motors by signal injection*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- [Malrait, 2001] MALRAIT, F. (2001). *Problèmes d'identification et d'observabilité du moteur à induction pour la variation de vitesse industrielle sans capteur*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- [Mobarakeh, 2001] MOBARAKEH, B. N. (2001). *Commande vectorielle sans capteur mécanique des machines synchrones à aimants : méthodes, convergence, robustesse*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine.
-

BIBLIOGRAPHIE

- [Saheb, 2004] SAHEB, T. (2004). *Estimation de l'état des systèmes non linéaires : application à la machine asynchrone sans capteur mécanique*. Thèse de doctorat, Université de Nantes.
- [Souza Marques, 2001] SOUZA MARQUES, L. C. d. (2001). *Etude de la commande avancée de la machine asynchrone : théorie et expérimentation*. Thèse de doctorat, Université de Nantes.
- [Traoré, 2008] TRAORÉ, D. (2008). *Commande non linéaire sans capteur de la machine asynchrone*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes.
- [Zgorski, 2013] ZGORSKI, A. (2013). *Commande en position et vitesse sans capteur mécanique de moteurs synchrones à aimants permanents à pôles lisses : Application à un actionneur électromécanique pour aileron*. Thèse de doctorat, INSA Lyon.

Livres

- [Barret, 1982] BARRET, P. (1982). *Régimes transitoires des machines tournantes électriques*. Eyrolles, Paris.
- [Besancon, 2007] BESANCON, G. (2007). *Nonlinear observers and applications*. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer, Verlag/Heidelberg, New-York/Berlin.
- [Caron et Hautier, 1995] CARON, J.-P. et HAUTIER, J.-P. (1995). *Modélisation et commande de la machine asynchrone*. Editions TECHNIP.
- [Chiasson, 2005] CHIASSON, J. (2005). *Modeling and high performance control of electric machines*. John Wiley & Sons.
- [Fitzgerald et al., 2003] FITZGERALD, A. E., KINGSLEY, C. et UMANS, S. D. (2003). *Electric machinery*. McGraw-Hill New York.
- [Glumineau et de Leon Morales, 2015] GLUMINEAU, A. et de LEON MORALES, J. (2015). *Sensorless AC Electric Motor Control : Robust Advanced Design Techniques and Applications*. Advances in Industrial Control. Springer International Publishing.
- [Grellet et Clerc, 2000] GRELLET, G. et CLERC, G. (2000). *Actionneurs électriques, Principes Modèles Commande*. Eyrolles, Paris.
- [Khalil, 2015] KHALIL, H. (2015). *Nonlinear Control*. Global Edition. Pearson Education, London.
- [Kovacs et Rácz, 1984] KOVACS, K. et RÁCZ, I. (1984). *Transient Phenomena in Electrical Machines*. English edition : Elsevier Science Ltd.

BIBLIOGRAPHIE

- [Krause *et al.*, 2013] KRAUSE, P. C., WASYNCZUK, O., SUDHOFF, S. D. et PEKAREK, S. (2013). *Analysis of electric machinery and drive systems*. John Wiley & Sons.
- [Leonhard, 2001] LEONHARD, W. (2001). *Control of Electrical Drives*. Engineering online library. Springer Berlin Heidelberg.
- [Louis, 2004] LOUIS, J.-P. (2004). *Modélisation des machines électriques en vue de leur commande, concepts généraux*. Traité EGEM : Génie électrique. Hermès - Lavoisier, Paris.
- [Marino *et al.*, 2010] MARINO, R., TOMEI, P. et VERRELLI, C. M. (2010). *Induction motor control design*. Springer Science & Business Media.
- [Mayé, 2011] MAYÉ, P. (2011). *Moteurs électriques industriels - 2e édition*. Sciences Sup. Dunod.
- [Vas, 1998] VAS, P. (1998). *Sensorless vector and direct torque control*. Monographs in electrical and electronic engineering. Oxford University Press, Oxford.

Polycopiés

- [Duc, 2005] DUC, G. (2005). *Commande des systèmes linéaires par variables d'état*. Polycopié Supélec numéro 03145/01.
- [El-Amine, 2010] EL-AMINE, H. (2010). *Machine Electriques II : machines à courant alternatif*. Notes de cours, Université Libanaise, Faculté de Génie III, Département Electricité et Electronique.

Articles de revue

- [Acarney et Watson, 2006] ACARNLEY, P. et WATSON, J. (2006). Review of position-sensorless operation of brushless permanent-magnet machines. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 53(2):352–362.
- [Agarlita *et al.*, 2012] AGARLITA, S.-C., BOLDEA, I. et BLAABJERG, F. (2012). High-frequency-injection-assisted “active-flux ”-based sensorless vector control of reluctance synchronous motors, with experiments from zero speed. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 48(6):1931–1939.
- [Akrad *et al.*, 2011] AKRAD, A., HILAIRET, M. et DIALLO, D. (2011). Design of a fault-tolerant controller based on observers for a PMSM drive. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 58(4):1416–1427.

BIBLIOGRAPHIE

- [Alonge *et al.*, 2015] ALONGE, F., CANGEMI, T., D’IPPOLITO, F., FAGIOLINI, A. et SFERLAZZA, A. (2015). Convergence analysis of extended Kalman filter for sensorless control of induction motor. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 62(4):2341–2352.
- [Atkinson *et al.*, 1991] ATKINSON, D., ACARNLEY, P. et FINCH, J. (1991). Observers for induction motor state and parameter estimation. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 27(6):1119–1127.
- [Auger *et al.*, 2013] AUGER, F., HILAIRET, M., GUERRERO, J., MONMASON, E., ORLOWSKA-KOWALSKA, T. et KATSURA, S. (2013). Industrial applications of the Kalman filter : A review. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 60(12):5458–5471.
- [Barnard *et al.*, 2015] BARNARD, F., VILLET, W. et KAMPER, M. (2015). Hybrid active-flux and arbitrary injection position sensorless control of reluctance synchronous machines. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 51(51):3899 – 3906.
- [Barut *et al.*, 2007] BARUT, M., BOGOSYAN, S. et GOKASAN, M. (2007). Speed-sensorless estimation for induction motors using extended Kalman filters. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 54(1):272–280.
- [Basic *et al.*, 2010] BASIC, D., MALRAIT, F. et ROUCHON, P. (2010). Euler-Lagrange models with complex currents of three-phase electrical machines and observability issues. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 55(1): 212–217.
- [Betin *et al.*, 2014] BETIN, F., CAPOLINO, G.-A., CASADEI, D., KAWKABANI, B., BOJOI, R., HARNEFORS, L., LEVI, E., PARSA, L. et FAHIMI, B. (2014). Trends in electrical machines control : Samples for classical, sensorless, and fault-tolerant techniques. *Industrial Electronics Magazine, IEEE*, 8(2):43–55.
- [Bilgin et Emadi, 2014] BILGIN, B. et EMADI, A. (2014). Electric motors in electrified transportation : A step toward achieving a sustainable and highly efficient transportation system. *Power Electronics Magazine, IEEE*, 1(2):10–17.
- [Blaschke, 1972] BLASCHKE, F. (1972). The principle of field orientation as applied to the new transvector closed-loop control system for rotating field machines. *Siemens Review*.
- [Boldea, 2008] BOLDEA, I. (2008). Control issues in adjustable speed drives. *Industrial Electronics Magazine, IEEE*, 2(3):32–50.
- [Boldea *et al.*, 2008] BOLDEA, I., PAICU, M. et ANDREESCU, G. (2008). Active flux concept for motion-sensorless unified AC drives. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 23(5):2612–2618.

-
- [Boldea *et al.*, 2009b] BOLDEA, I., PAICU, M., ANDREESCU, G. et BLAAB-JERG, F. (2009b). Active flux DTFC-SVM sensorless control of IPMSM. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 24(2):314–322.
- [Bolognani *et al.*, 1999] BOLOGNANI, S., OBOE, R. et ZIGLIOTTO, M. (1999). Sensorless full-digital PMSM drive with EKF estimation of speed and rotor position. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 46(1):184–191.
- [Bose, 2015] BOSE, B. (2015). Doing Research In Power Electronics [My View]. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 9(1):6–17.
- [Chan, 2007] CHAN, C. (2007). The state of the art of electric, hybrid, and fuel cell vehicles. *Proceedings of the IEEE*, 95(4):704–718.
- [Chattopadhyay, 2010] CHATTOPADHYAY, A. (2010). Alternating current drives in the steel industry. *Industrial Electronics Magazine, IEEE*, 4(4):30–42.
- [Chen *et al.*, 2003] CHEN, Z., TOMITA, M., DOKI, S. et OKUMA, S. (2003). An extended electromotive force model for sensorless control of interior permanent-magnet synchronous motors. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 50(2):288–295.
- [Concordia, 1937] CONCORDIA, C. (1937). Two-reaction theory or synchronous machines with any balanced terminal impedance. *American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the*, 56(9):1124–1127.
- [Corley et Lorenz, 1998] CORLEY, M. et LORENZ, R. (1998). Rotor position and velocity estimation for a salient-pole permanent magnet synchronous machine at standstill and high speeds. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 34(4):784–789.
- [Dhaouadi *et al.*, 1991] DHAOUADI, R., MOHAN, N. et NORUM, L. (1991). Design and implementation of an extended Kalman filter for the state estimation of a permanent magnet synchronous motor. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 6(3):491–497.
- [Doherty et Park, 1926] DOHERTY, R. et PARK, R. (1926). Mechanical force between electric circuits. *American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the*, XLV:240–252.
- [Finch et Giaouris, 2008] FINCH, J. et GIAOURIS, D. (2008). Controlled AC electrical drives. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 55(2):481–491.
- [Foo et Rahman, 2010a] FOO, G. et RAHMAN, M. (2010a). Direct Torque Control of an IPM-Synchronous Motor Drive at Very Low Speed Using a Sliding-Mode Stator Flux Observer. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 25(4):933–942.

BIBLIOGRAPHIE

- [Foo et Rahman, 2010b] FOO, G. et RAHMAN, M. (2010b). Sensorless Sliding-Mode MTPA Control of an IPM Synchronous Motor Drive Using a Sliding-Mode Observer and HF Signal Injection. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 57(4):1270–1278.
- [Ha et Sul, 1999] HA, J.-I. et SUL, S.-K. (1999). Sensorless field-orientation control of an induction machine by high-frequency signal injection. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 35(1):45–51.
- [Hamida et al., 2013] HAMIDA, M., DE LEON, J., GLUMINEAU, A. et BOISLIVEAU, R. (2013). An adaptive interconnected observer for sensorless control of PM synchronous motors with online parameter identification. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 60(2):739–748.
- [Harnefors et al., 2003] HARNEFORS, L., JANSSON, M., OTTERSTEN, R. et PIETILAINEN, K. (2003). Unified sensorless vector control of synchronous and induction motors. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 50(1):153–160.
- [Harnefors et Nee, 2000] HARNEFORS, L. et NEE, H.-P. (2000). A general algorithm for speed and position estimation of AC motors. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 47(1):77–83.
- [Hermann et Krener, 1977] HERMANN, R. et KRENER, A. J. (1977). Nonlinear controllability and observability. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 22(5):728–740.
- [Holtz, 1995] HOLTZ, J. (1995). The representation of AC machine dynamics by complex signal flow graphs. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 42(3):263–271.
- [Holtz, 2002] HOLTZ, J. (2002). Sensorless control of induction motor drives. *Proceedings of the IEEE*, 90(8):1359–1394.
- [Holtz, 2005] HOLTZ, J. (2005). Sensorless control of induction machines - with or without signal injection? *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 53(1):7–30.
- [Holtz et Quan, 2002] HOLTZ, J. et QUAN, J. (2002). Sensorless vector control of induction motors at very low speed using a nonlinear inverter model and parameter identification. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 38(4):1087–1095.
- [Holtz et Quan, 2003] HOLTZ, J. et QUAN, J. (2003). Drift- and parameter-compensated flux estimator for persistent zero-stator-frequency operation of sensorless-controlled induction motors. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 39(4):1052–1060.

-
- [Ibarra-Rojas *et al.*, 2004] IBARRA-ROJAS, S., MORENO, J. et ESPINOSA-PÉREZ, G. (2004). Global observability analysis of sensorless induction motors. *Automatica*, 40(6):1079 – 1085.
- [Idkhajine *et al.*, 2012] IDKHAJINE, L., MONMASSON, E. et MAALOUF, A. (2012). Fully FPGA-based sensorless control for synchronous AC drive using an extended Kalman filter. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 59(10):3908–3918.
- [Iepure *et al.*, 2012] IEPURE, L., BOLDEA, I. et BLAABJERG, F. (2012). Hybrid I-f Starting and Observer-Based Sensorless Control of Single-Phase BLDC-PM Motor Drives. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 59(9):3436–3444.
- [Iizuka *et al.*, 1985] IIZUKA, K., UZUHASHI, H., KANO, M., ENDO, T. et MOHRI, K. (1985). Microcomputer control for sensorless brushless motor. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, IA-21(3):595–601.
- [Jahns, 1987] JAHNS, T. M. (1987). Flux-weakening regime operation of an interior permanent-magnet synchronous motor drive. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, (4):681–689.
- [Joetten et Maeder, 1983] JOETTEN, R. et MAEDER, G. (1983). Control methods for good dynamic performance induction motor drives based on current and voltage as measured quantities. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, IA-19(3):356–363.
- [Jones et Lang, 1989] JONES, L. et LANG, J. H. (1989). A state observer for the permanent-magnet synchronous motor. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 36(3):374–382.
- [Kalman, 1960] KALMAN, R. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transaction of the ASME - Journal of Basic Engineering*, 82:35–45.
- [Kalman et Bucy, 1961] KALMAN, R. et BUCY, R. (1961). New results in linear prediction and filtering theory. *Transaction of the ASME - Journal of Basic Engineering*, 83:95–108.
- [Kirtley *et al.*, 2015] KIRTLEY, J., BANERJEE, A. et ENGLEBRETSON, S. (2015). Motors for ship propulsion. *Proceedings of the IEEE*, 103(12):2320–2332.
- [Kron, 1948] KRON, G. (1948). Steady-state equivalent circuits of synchronous and induction machines. *American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the*, 67(1):175–181.
- [Kron, 1950] KRON, G. (1950). Classification of the reference frames of a synchronous machine. *American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the*, 69(2):720–727.

BIBLIOGRAPHIE

- [Kubota *et al.*, 1993] KUBOTA, K., MATSUSE, K. et NAKANO, T. (1993). DSP-based speed adaptive flux observer of induction motor. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 29(2):344–348.
- [Lascu *et al.*, 2000] LASCU, C., BOLDEA, I. et BLAABJERG, F. (2000). A modified direct torque control for induction motor sensorless drive. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 36(1):122–130.
- [Lascu *et al.*, 2004] LASCU, C., BOLDEA, I. et BLAABJERG, F. (2004). Direct torque control of sensorless induction motor drives : a sliding-mode approach. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 40(2):582–590.
- [Lascu *et al.*, 2005] LASCU, C., BOLDEA, I. et BLAABJERG, F. (2005). Comparative study of adaptive and inherently sensorless observers for variable-speed induction-motor drives. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 53(1):57–65.
- [Li *et al.*, 2006] LI, M., CHIASSON, J., BODSON, M. et TOLBERT, L. (2006). A differential-algebraic approach to speed estimation in an induction motor. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 51(7):1172–1177.
- [Liu *et al.*, 2011] LIU, J., NONDAHL, T., SCHMIDT, P., ROYAK, S. et HARBAUGH, M. (2011). Rotor position estimation for synchronous machines based on equivalent EMF. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 47(3):1310–1318.
- [Luenberger, 1964] LUENBERGER, D. (1964). Observing the state of a linear system. *Military Electronics, IEEE Transactions on*, 8(2):74–80.
- [Luenberger, 1966] LUENBERGER, D. (1966). Observers for multivariable systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 11(2):190–197.
- [Luenberger, 1971] LUENBERGER, D. (1971). An introduction to observers. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 16(6):596–602.
- [Medjmadj *et al.*, 2015] MEDJMAJ, S., DIALLO, D., MOSTEFAI, M., DELPHA, C. et ARIAS, A. (2015). PMSM drive position estimation : Contribution to the high-frequency injection voltage selection issue. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 30(1):349–358.
- [Morimoto *et al.*, 2002] MORIMOTO, S., KAWAMOTO, K., SANADA, M. et TAKEDA, Y. (2002). Sensorless control strategy for salient-pole PMSM based on extended EMF in rotating reference frame. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 38(4):1054–1061.
- [Ortega *et al.*, 2011] ORTEGA, R., PRALY, L., ASTOLFI, A., LEE, J. et NAM, K. (2011). Estimation of rotor position and speed of permanent magnet synchronous motors with guaranteed stability. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 19(3):601–614.

- [Pacas, 2011] PACAS, M. (2011). Sensorless drives in industrial applications. *Industrial Electronics Magazine, IEEE*, 5(2):16–23.
- [Paicu *et al.*, 2009] PAICU, M., BOLDEA, I., ANDREESCU, G. et BLAABJERG, F. (2009). Very low speed performance of active flux based sensorless control : interior permanent magnet synchronous motor vector control versus direct torque and flux control. *Electric Power Applications, IET*, 3(6):551–561.
- [Park, 1929] PARK, R. (1929). Two-reaction theory of synchronous machines generalized method of analysis-part I. *American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the*, 48(3):716–727.
- [Park, 1933] PARK, R. (1933). Two-reaction theory of synchronous machines-II. *American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the*, 52(2):352–354.
- [Pillay et Krishnan, 1988] PILLAY, P. et KRISHNAN, R. (1988). Modeling of permanent magnet motor drives. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 35(4):537–541.
- [Roboam *et al.*, 2012] ROBOAM, X., SARENI, B. et ANDRADE, A. (2012). More electricity in the air : Toward optimized electrical networks embedded in more-electrical aircraft. *Industrial Electronics Magazine, IEEE*, 6(4):6–17.
- [Sayeef *et al.*, 2010] SAYEEF, S., FOO, G. et RAHMAN, M. (2010). Rotor position and speed estimation of a variable structure direct-torque-controlled IPM synchronous motor drive at very low speeds including standstill. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 57(11):3715–3723.
- [Scaglione *et al.*, 2012] SCAGLIONE, O., MARKOVIC, M. et PERRIARD, Y. (2012). First-pulse technique for brushless DC motor standstill position detection based on iron B-H hysteresis. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 59(5):2319–2328.
- [Schauder, 1992] SCHAUDER, C. (1992). Adaptive speed identification for vector control of induction motors without rotational transducers. *Industry applications, IEEE Transactions on*, 28(5):1054–1061.
- [Singhal, 2014] SINGHAL, S. (2014). Electric drive compressor systems : High-speed turbo compressors used in the oil and gas industry. *Industry Applications Magazine, IEEE*, 20(6):52–63.
- [Slemon, 1989] SLEMON, G. (1989). Modelling of induction machines for electric drives. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 25(6):1126–1131.

BIBLIOGRAPHIE

- [Sneyers *et al.*, 1985] SNEYERS, B., NOVOTNY, D. W., LIPO, T. *et al.* (1985). Field weakening in buried permanent magnet AC motor drives. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, (2):398–407.
- [Solsona *et al.*, 1996] SOLSONA, J., VALLA, M. et MURAVCHIK, C. (1996). A nonlinear reduced order observer for permanent magnet synchronous motors. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 43(4):492–497.
- [Stanley, 1938] STANLEY, H. C. (1938). An analysis of the induction machine. *American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the*, 57(12):751–757.
- [Takahashi et Noguchi, 1986] TAKAHASHI, I. et NOGUCHI, T. (1986). A new quick-response and high-efficiency control strategy of an induction motor. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, IA-22(5):820–827.
- [Takahashi et Ohmori, 1989] TAKAHASHI, I. et OHMORI, Y. (1989). High-performance direct torque control of an induction motor. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 25(2):257–264.
- [Tesla, 1888] TESLA, N. (1888). A new system of alternate current motors and transformers. *American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the*, V(10):308–327.
- [Vaclavek *et al.*, 2013] VACLAVEK, P., BLAHA, P. et HERMAN, I. (2013). AC drive observability analysis. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 60(8):3047–3059.
- [Zhu *et al.*, 2001] ZHU, G., KADDOURI, A., DESSAINT, L.-A. et AKHRIF, O. (2001). A nonlinear state observer for the sensorless control of a permanent-magnet AC machine. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 48(6):1098–1108.

Articles de Conférence

- [Abry *et al.*, 2011] ABRY, F., ZGORSKI, A., LIN-SHI, X. et RETIF, J.-M. (2011). Sensorless position control for SPMSM at zero speed and acceleration. In *Power Electronics and Applications (EPE 2011), Proceedings of the 2011-14th European Conference on*, pages 1–9.
- [Baader *et al.*, 1989] BAADER, U., DEPENBROCK, M. et GIERSE, G. (1989). Direct self control of inverter-fed induction machine, a basis for speed control without speed-measurement. In *Industry Applications Society Annual Meeting, 1989., Conference Record of the 1989 IEEE*, pages 486–492 vol.1.

-
- [Boldea *et al.*, 2009a] BOLDEA, I., ANDREESCU, G., ROSSI, C., PILATI, A. et CASADEI, D. (2009a). Active flux based motion-sensorless vector control of DC-excited synchronous machines. *In Energy Conversion Congress and Exposition, 2009. ECCE 2009. IEEE*, pages 2496–2503.
- [Chen *et al.*, 2000] CHEN, Z., TOMITA, M., ICHIKAWA, S., DOKI, S. et OKUMA, S. (2000). Sensorless control of interior permanent magnet synchronous motor by estimation of an extended electromotive force. *In Industry Applications Conference, 2000. Conference Record of the 2000 IEEE*, volume 3, pages 1814–1819.
- [de Wit *et al.*, 2000] de WIT, C., YOUSSEF, A., BARBOT, J. P., MARTIN, P. et MALRAIT, F. (2000). Observability conditions of induction motors at low frequencies. *In Decision and Control, 2000. Proceedings of the 39th IEEE Conference on*, volume 3, pages 2044–2049.
- [Dib *et al.*, 2011] DIB, A., FARZA, M., MSAAD, M., DORLÉANS, P. et MASSIEU, J.-F. (2011). High gain observer for sensorless induction motor. *In Proceedings of the 18th IFAC World Congress*, volume 18, pages 674–679.
- [Ezzat *et al.*, 2010] EZZAT, M., de LEON, J., GONZALEZ, N. et GLUMINEAU, A. (2010). Observer-controller scheme using high order sliding mode techniques for sensorless speed control of permanent magnet synchronous motor. *In Decision and Control (CDC), 2010 49th IEEE Conference on*, pages 4012–4017.
- [Ghanes *et al.*, 2006] GHANES, M., DE LEON, J. et GLUMINEAU, A. (2006). Observability study and observer-based interconnected form for sensorless induction motor. *In Decision and Control, 2006 45th IEEE Conference on*, pages 1240–1245.
- [Holtz, 1993] HOLTZ, J. (1993). Speed estimation and sensorless control of AC drives. *In Industrial Electronics, Control, and Instrumentation, 1993. Proceedings of the IECON '93., International Conference on*, pages 649–654 vol.2.
- [Koonlaboon et Sangwongwanich, 2005] KOONLABOON, S. et SANGWONGWANICH, S. (2005). Sensorless control of interior permanent-magnet synchronous motors based on a fictitious permanent-magnet flux model. *In Industry Applications Conference, 2005. Fourtieth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2005*, volume 1, pages 311–318 Vol. 1.
- [Kubota *et al.*, 2001] KUBOTA, K., SATO, I., TAMURA, Y., MATSUSE, K., OHTA, H. et HORI, Y. (2001). Stable operation of adaptive observer based sensorless induction motor drives in regenerating mode at low speeds. *In Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE*, volume 1, pages 469–474 vol.1.

-
- [Lefebvre *et al.*, 2015] LEFEBVRE, G., LE DIGARCHER, V., GAUTHIER, J.-Y., HIJAZI, A. et LIN-SHI, X. (2015). Optimal low-stator-frequency avoidance strategy to improve the performances of induction machine sensorless drives. In *6th IEEE International Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives-SLED2015*.
- [Li *et al.*, 2005] LI, M., CHIASSON, J., BODSON, M. et TOLBERT, L. (2005). Observability of speed in an induction motor from stator currents and voltages. In *Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC '05. 44th IEEE Conference on*, pages 3438–3443.
- [Scaglione *et al.*, 2011] SCAGLIONE, O., MARKOVIC, M. et PERRIARD, Y. (2011). Extension of the local observability down to zero speed of BLDC motor state-space models using iron B-H local hysteresis. In *Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2011 International Conference on*, pages 1–4.
- [Shinnaka, 1999] SHINNAKA, S. (1999). Servo-performance hybrid vector control for sensorless induction motor drive. In *Industrial Electronics, 1999. ISIE '99. Proceedings of the IEEE International Symposium on*, volume 1, pages 380–385.
- [Wang et Lorenz, 2000] WANG, L. et LORENZ, R. (2000). Rotor position estimation for permanent magnet synchronous motor using saliency-tracking self-sensing method. In *Industry Applications Conference, 2000. Conference Record of the 2000 IEEE*, volume 1, pages 445–450.
- [Zaltni *et al.*, 2010] ZALJNI, D., GHANES, M., BARBOT, J. P. et ABDELKRIM, M.-N. (2010). Synchronous motor observability study and an improved zero-speed position estimation design. In *Decision and Control (CDC), 2010 49th IEEE Conference on*, pages 5074–5079.
- [Zgorski *et al.*, 2012] ZGORSKI, A., BAYON, B., SCORLETTI, G. et LIN-SHI, X. (2012). LPV observer for PMSM with systematic gain design via convex optimization, and its extension for standstill estimation of the position without saliency. In *Sensorless Control for Electrical Drives (SLED), 2012 IEEE Symposium on*, pages 1–6.
- [Zheng *et al.*, 2007] ZHENG, Z., LI, Y. et FADEL, M. (2007). Sensorless control of PMSM based on extended Kalman filter. In *Power Electronics and Applications, 2007 European Conference on*, pages 1–8.

Page laissée intentionnellement vide.

Titre : Modélisation et observabilité des machines électriques en vue de la commande sans capteur mécanique.

Mots clés : Machines électriques, commande sans capteur, observabilité, observateur d'état, filtre de Kalman, machine synchrone, machine asynchrone.

Résumé : Les stratégies de commande avancée des machines électriques nécessitent une connaissance précise de la position et/ou de la vitesse du rotor. Ces grandeurs mécaniques sont traditionnellement mesurées par des capteurs, ce qui augmente le coût et diminue la fiabilité et la robustesse du système. D'où l'importance de la commande sans capteur mécanique, dite commande *sensorless* : elle consiste à remplacer les capteurs physiques par un *observateur d'état*, qui estime les grandeurs mécaniques en se basant sur un modèle de la machine et à partir de ses entrées (tensions) et ses sorties (courants mesurés). Toutefois, avant d'entamer la synthèse d'un observateur, il faut examiner l'*observabilité* du système, c.à.d. vérifier si les grandeurs à estimer peuvent être reconstruites à partir des mesures et des entrées du système.

Ce travail de thèse concerne la modélisation et l'étude d'observabilité des machines électriques en vue de la commande *sensorless*. Dans un premier temps, les modèles des machines électriques sont établis, et il est montré qu'une modélisation unifiée des machines à cou-

rant alternatif est possible. Ensuite, en se basant sur ces modèles, l'observabilité des machines électriques est étudiée en vue de la commande *sensorless*. La théorie d'observabilité instantanée locale est appliquée, ce qui permet de formuler des conditions analytiques, faciles à interpréter et à vérifier en temps-réel, et qui font le lien avec les phénomènes physiques dans les machines. La validité des conditions d'observabilité est confirmée par des simulations et sur des données expérimentales, en appliquant un observateur de type Kalman étendu. Cette thèse contribue à une nouvelle vision des machines à courant alternatif commandées sans capteur mécanique, et à une compréhension plus profonde de leurs propriétés. Elle contribue ainsi à la synthèse de stratégies d'observation plus performantes dans les régimes de fonctionnement critiques (à vitesse nulle et/ou à fréquence d'entrée nulle).

Les nouveaux concepts proposés dans cette thèse, tels que le *flux équivalent* et le *vecteur d'observabilité*, avec les résultats obtenus, ouvrent de nouveaux horizons dans un domaine qui paraît devenir assez mature.

Title : Modeling and observability of electric drives in view of mechanical sensorless control.

Keywords : Electric drives, AC machines, sensorless control, observability, state observer, Kalman filter, synchronous machine, induction machine.

Abstract : High-performance control of electric drives requires an accurate knowledge of the rotor position and/or speed. These mechanical variables are traditionally measured using sensors, which increases the cost and reduces both the robustness and the reliability of the system. This emphasizes the importance of electric drives control without shaft sensors, often referred to as *sensorless* control : it consists of replacing sensors with a *state observer* algorithm, that estimates the desired mechanical variables from currents and voltages sensing and based on the system's model. Nevertheless, before designing a state observer, the *observability* of the system should be examined, that is, it should be checked whether the states to be estimated can be reconstructed, unambiguously, from the input/output signals of the system.

This work addresses the modeling and the observability analysis of electric drives in the view of mechanical sensors removal. Firstly, electrical machines models are elaborated, and it is shown that a unified modeling of

alternating current machines is feasible, for the purpose of designing unified control and estimation strategies. The observability of the machines' models is next studied in the view of sensorless control. The local instantaneous observability theory is applied, which enables us to formulate physically insightful analytic conditions that can be easily interpreted and tested in real time. The validity of the observability conditions is confirmed by numerical simulations and experimental data, using an extended Kalman observer.

This work contributes to novel outlooks on the sensorless alternating current drives and to a deeper understanding of its properties, in order to develop higher performance estimation techniques in the critical operating conditions (mainly at standstill and/or zero-stator-frequency).

The concepts introduced throughout this thesis, such as the *equivalent flux* and the *observability vector*, with the obtained results, open new horizons in a domain that seems to become mature enough.