HAL
open science

Liens ultra-stables par fibres optiques : déploiement vers plusieurs utilisateurs distants, étude des limites fondamentales et technologiques et nouvelles applications

Anthony Bercy

To cite this version:

Anthony Bercy. Liens ultra-stables par fibres optiques : déploiement vers plusieurs utilisateurs distants, étude des limites fondamentales et technologiques et nouvelles applications. Optique / photonique. Université Paris 13 - Sorbonne Paris Cité, 2015. Français. NNT : . tel-01301488

HAL Id: tel-01301488

https://hal.science/tel-01301488

Submitted on 12 Apr 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Paris 13 - Sorbonne Paris Cité

Institut Galilée

Laboratoire de Physique des Lasers

THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

l'Université Paris 13

Spécialité Physique

présentée et soutenue publiquement par

Anthony Bercy

le 14 décembre 2015

Liens ultra-stables par fibres optiques : déploiement vers plusieurs utilisateurs distants, étude des limites fondamentales et technologiques et nouvelles applications

Jury

Mme Anne Amy-Klein	Laboratoire LPL	Directrice de thèse
M. François Biraben	Laboratoire LKB	Président du jury
M. Jérôme Delporte	CNES	Examinateur
M. Vincent Giordano	Institut FEMTO-ST	Rapporteur
Mme Marie Houssin	Laboratoire PIIM	Rapportrice
M. Bruno Laburthe-Tolra	Laboratoire LPL	Examinateur
M. Paul-Éric Pottie	Laboratoire SYRTE	Co-encadrant

Remerciements

De mon brevet d'étude professionnel à la soutenance de ce doctorat, il s'est écoulé environ 15 années durant lesquelles de nombreuses personnes et leurs conseils ont été déterminants. Je vais tenter ici d'en remercier un certain nombre en quelques paragraphes.

L'une des premières personnes à m'avoir donné confiance est M. Mhammedi, professeur de physique appliquée au lycée professionnel, qui m'a poussé vers des études généralistes plutôt que professionnalisantes et courtes. Aujourd'hui, je me rends compte que son geste a été déterminant pour toute la suite et je le remercie. Dans le même esprit mais pendant mes cours du soir au Cnam pour devenir ingénieur, c'est Saïda Guellati-Khélifa qui m'a *détecté* et *branché* sur les liens fibrés. Je la remercie vivement, ainsi que l'ensemble de l'équipe *Métrologie des systèmes simples et tests fondamentaux* du LKB avec François Biraben, Pierre Cladé, François Nez et Lucile Julien. Durant cette période de stage qui contribue à mes résultats de thèse, j'ai navigué entre le LPL et le LKB, et j'ai découvert l'environnement de la recherche publique. J'ai rencontré des gens merveilleux. J'ai notamment croisé le chemin d'une italienne devenue une amie, Giulia Ferroni. Elle fait partie de ces quelques personnes qui m'ont poussé vers le challenge suivant, le doctorat, et je la remercie également.

Un doctorat après un diplôme d'ingénieur n'était pas une décision évidente. Mais cette première expérience sur les liens fibrés m'a passionné. Et la perspective d'être encadré par Anne Amy-Klein a levé mes derniers doutes. Je me suis senti parfaitement *en phase* avec son encadrement. Du professeur, j'avais les *bons* mots pour comprendre les problématiques, et du manager j'avais la confiance pour les résoudre. Je suis très reconnaissant du temps et de la patience qu'elle m'a consacré, et définitivement impressionné par sa capacité de travail ainsi que sa facilité à *switcher*

en très peu de temps d'un sujet à l'autre, d'une personne à l'autre. Je suis également très reconnaissant envers mon co-encadrant Paul-Eric Pottie, qui démarrait lui-même son nouveau poste au SYRTE sur les liens fibrés. Malgré la prise en main de ses sujets et de ses responsabilités, il n'a pas manqué une occasion de m'aiguiller au SYRTE et dans l'ensemble de mes travaux. Je remercie également Olivier Lopez, qui a suivi mes travaux presque quotidiennement, si bien que j'ai eu le sentiment à la fin de ma thèse d'avoir hérité d'un peu de sa connaissance pointue et de sa dextérité pour l'électronique et des liens en général.

De nombreuses personnes ont ponctué mon doctorat. Je remercie ainsi Giorgio Santarelli, pour ces conseils éclairs mais efficaces et perspicaces ! Je remercie également le chef d'équipe *Fréquence Optique* (Fop) du SYRTE, Sébastien Bize, ainsi que les deux directeurs successifs du SYRTE, Noël Dimarcq et Arnaud Landragin, de m'avoir accueilli. Tous trois ont su m'encourager et me féliciter pour mon travail et mes résultats. D'une manière générale, j'étais très heureux de fréquenter ce laboratoire de métrologie et de côtoyer de nombreuses personnes compétentes et marquantes.

Je remercie aussi le directeur du LPL Olivier Gorceix de m'avoir accueilli. Ce laboratoire était pour moi un lieu de travail mais également un lieu d'expérience, du café par exemple. Je pense à cette occasion à Fabio Stefani en post-doctorat pendant une partie de mes travaux et qui n'a pas manqué de partager son savoir-faire et son savoir-vivre (à l'italienne) pour livrer le meilleur café ! Toute une science ! En revanche, sa cuisine et les recettes des uns et des autres ne captivaient pas toujours mon attention. Le temps retrouvé me permettra (peut-être) de m'y mettre... J'en profite pour remercier l'ensemble de l'équipe MMTF, et tout particulièrement Nicolas, et Benoit et Christophe qui ont, une fois réuni, un humour assez détonnant ! Et je remercie enfin l'ensemble des personnes que j'ai rencontré au LPL et tout particulièrement Solen, Martine, Maryse et Carole. Bien sûr, je vous remercie d'avoir facilité mes démarches administratives mais je vous remercie surtout pour toutes les discussions agréables que nous avons pu avoir. Je suis parfois très bavard, j'espère que je ne vous ai pas accaparé trop longtemps... Naturellement je remercie aussi Fabrice, Haniffe et Albert pour leur temps et leur générosité, qui ont permis la fabrication de mes expériences.

Au terme de ces travaux de thèse, et malgré le stress évident, j'ai eu beaucoup

de plaisir à défendre mes résultats devant mon jury de thèse. Je remercie vivement mes deux rapporteurs Marie Houssin et Vincent Giordano d'avoir pris le temps de lire les 300 pages de ce manuscrit ! Je remercie une fois encore François Biraben d'avoir présidé mon jury et je remercie finalement mes deux examinateurs Jérôme Delporte et Bruno Laburthe-Tolra. Bruno, j'ai beaucoup apprécié nos rencontres fortuites dans le métro et nos discussions sur l'histoire de l'art et sur les différentes représentations de l'Annonciation en particulier.

Dans un registre plus personnel, je souhaitais remercier mes amis et surtout amies, Agnès, Pauline, Odile, Adeline et Céline (oui je sais, beaucoup de rimes en *ine* !) pour leur écoute et leur patience, et pour avoir supporté plus ou moins bien mes soubresauts d'humeur et mon caractère. Trop tardivement hélas, ma fin de thèse a croisé le démarrage de celle de Matthieu, que j'ai beaucoup apprécié. Encore une rencontre professionnelle qui se transforme déjà en amitié. Je remercie également mes parents qui, bien que très éloignés du domaine académique, m'ont toujours soutenu et encouragé dans mes choix. J'étais très heureux de voir dans leurs yeux émotion et fierté lors de ma soutenance.

Je vais finalement terminer par le meilleur. Par les deux meilleurs, Benjamin et Bérengère. Mes remerciements sont évidemment immenses pour mon compagnon Benjamin. J'avais déjà eu l'occasion d'apprécier son soutien lors de mon diplôme d'ingénieur, difficile à obtenir en cours du soir. Je le remercie à nouveau pour ce soutien supplémentaire de 3 ans. Les difficultés et les doutes étaient encore plus grands mais tu as été parfaitement à la hauteur, jusqu'au pot de thèse que tu redoutais tant. Durant ces 3 années, je ne pouvais espérer ni plus ni mieux. Je dois aussi remercier vivement Bérengère, qui m'a permis de garder la tête hors de l'eau lorsque j'avais l'impression de couler. Elle a toujours été de bons conseils pour ma thèse, pour mes relations et pour mes travaux. En quelques phrases, sans connaître précisément le fonctionnement de mes dispositifs, elle a réussi à débloquer certains de mes problèmes. Elle a su rendre également les trajets du soir aussi courts qu'une coupe de champagne :-) D'une manière générale, grâce à Bérengère, j'ai appris à relativiser, à avoir confiance dans mes résultats et à assumer mes choix (parfois surprenants). Avec le soutien de ces deux dernières personnes, Bérengère la journée au laboratoire, Benjamin le soir à la maison, je suis enfin docteur !

Table des matières

Introduction générale **13**

1 Contexte **17**

1.1 Introduction 18

1.2 Les horloges primaires 19

1.2.1 Principe de l'horloge atomique à césium 19

1.2.2 Notion de stabilité et d'exactitude 20

1.2.3 Les différents types d'oscillateurs : du domaine RF à l'optique 24

1.3 Comparaison et dissémination 26

1.3.1 Liens satellitaires 27

1.3.1.1 Réseau de satellites (GNSS) 27

1.3.1.2 Transfert Two-Way (TWSTFT) 28

1.3.1.3 Lien optique impulsionnel (T2L2) 28

1.3.1.4 Lien optique cohérent 28

1.3.2 Horloges transportables 29

1.3.3 Liens fibrés 30

1.3.3.1 Dissémination d'une fréquence RF 30

1.3.3.2 Dissémination d'une fréquence optique 33

1.3.3.3 Dissémination d'un peigne de fréquences optiques . . 34

1.3.4 Bilan des performances de ces techniques 35

1.4 Réseau métrologique et applications 36

1.4.1 Projet Refimeve+ 36

1.4.2 Comparaison de deux horloges optiques distantes 38

1.4.3 Parité (LPL) 40

1.4.4 Constante de structure fine (LKB) 41

1.4.5 Les autres applications 42
1.5 Conclusion 43

2 Les liens optiques fibrés 45
2.1 Introduction 46
2.2 Principe d'un lien optique 46
2.2.1 Source de bruit dans une fibre 47
2.2.1.1 Les bruits d'origine mécanique 47
2.2.1.2 Les bruits d'origine thermique 49
2.2.1.3 Les bruits aléatoires 50
2.2.1.4 Variabilité du bruit entre les fibres 50
2.2.2 Correction du bruit 52
2.2.2.1 Source optique 53
2.2.2.2 Détection optique du bruit 54
2.2.2.3 Traitement électronique du bruit 57
2.3 Limites de la compensation du bruit 59
2.3.1 Limites technologiques 59
2.3.1.1 Bruit de fréquence du laser source 59
2.3.1.2 Les pertes optiques 60
2.3.1.3 Les amplificateurs optiques 62
2.3.2 Limites fondamentales 63
2.3.2.1 Délai de propagation 63
2.3.2.2 Bruit interférométrique 64
2.3.2.3 Bruits non-réciproques 65
2.4 Déploiement des liens optiques 68
2.4.1 Déploiement avec fibre dédiée 68
2.4.2 Déploiement avec un canal dédié 69
2.4.3 Technique du lien cascadé 70
2.4.4 Les liens urbains utilisés pour mes travaux de thèse 75
2.5 Etat de l'art 76
2.5.1 En Allemagne 77
2.5.2 Entre la France et l'Allemagne 79
2.5.3 Entre la France et l'Angleterre 81
2.5.4 En Angleterre 81

2.5.5 En Italie 82
2.5.6 En Pologne 83
2.6 Conclusion 85

3 Modélisation du bruit 89
3.1 Introduction 90
3.2 Taux de réjection 90
3.2.1 Définition des bruits dans une fibre 91
3.2.2 Bruit de phase accumulé après un aller-retour 92
3.2.3 Correction de phase d'un lien compensé 92
3.2.4 Auto-corrélation du bruit 94
3.2.5 Densité Spectrale de Puissance de l'auto-corrélation 95
3.2.6 Taux de réjection du bruit d'un lien compensé 95
3.3 Bande passante 96
3.3.1 Expression du gain total de la boucle PLL 97
3.3.2 Marge de phase, stabilité de la boucle et bande passante de la correction 98
3.3.3 Boucle PLL et simulation des gains 99
3.4 Conclusion 103

4 Dispositif d'extraction 105
4.1 Introduction 106
4.2 Motivations 106
4.2.1 Densité de laboratoires en zone urbaine 106
4.2.2 Maillage des fibres incompatible avec le point-to-point 108
4.3 État de l'art 110
4.3.1 *Multi-Access network* 111
4.3.1.1 Premier dispositif : une solution simple et efficace . . 111
4.3.1.2 Deuxième dispositif : compensation des fibres non-communes 114
4.3.1.3 Troisième dispositif : avec une diode laser locale . . . 115
4.3.1.4 Stabilités de fréquence pour les deux premiers montages 118
4.3.1.5 Principe de l'extraction appliqué au transfert de temps 119

4.3.1.6 Principe de l'extraction mise en oeuvre par un groupe de l'Université de Tsinghua (Chine) 121
4.3.1.7 Conclusion 122
4.3.2 *Branching network* 123
4.3.2.1 Dissémination d'une référence avec station Distante . 123
4.3.2.2 Analyse spectrale de la détection d'une station Distante 125
4.3.2.3 Stabilités de fréquence 126
4.3.3 *Multi-access* dans le domaine du RF 127
4.3.3.1 Le lien principal 127
4.3.3.2 Extraction et dissémination à travers un lien secondaire 128
4.3.3.3 Stabilités de fréquence 128
4.3.3.4 Dissémination d'une fréquence RF à 9,1 GHz vers de multiples utilisateurs 130
4.4 Présentation générale 132
4.4.1 Setup 1 : pour une utilisation locale du signal 132
4.4.1.1 Expression de ϕ_B 134
4.4.1.2 Ajustement des longueurs 135
4.4.2 Setup 2 : pour une utilisation distante du signal 137
4.4.2.1 Principe du dispositif 137
4.4.2.2 Ajustement des longueurs 139
4.4.2.3 Extension du dispositif 140
4.5 Modélisation 141
4.6 Résultats expérimentaux 146
4.6.1 Setup 1 : pour une utilisation locale du signal 146
4.6.1.1 Montage expérimental 147
4.6.1.2 Résultats expérimentaux sur bobines fibrées 153
4.6.1.3 Résultats expérimentaux sur SYRTE-LPL-LKB . . . 162
4.6.1.4 Confrontation du setup 1 au modèle de bruit 182
4.6.2 Setup 2 : pour une utilisation distante du signal 184
4.6.2.1 Montage expérimental 184
4.6.2.2 Résultats expérimentaux sur bobine 193
4.6.2.3 Les améliorations possibles sur le setup 2 210

4.7 Perspectives 212
4.8 Conclusion 214

5 Two-Way **219**
5.1 Introduction 220
5.2 Principe du Two-Way 220
5.2.1 Pour le transfert du temps 221
5.2.1.1 Avec une liaison satellitaire 221
5.2.1.2 Avec une liaison fibrée 223
5.2.2 Pour le transfert d'une fréquence 225
5.2.2.1 Avec une liaison satellitaire 225
5.2.2.2 Avec une liaison fibrée 229
5.3 Description des montages Two-Way sur fibre 234
5.3.1 Two-Way Bidirectionnel 234
5.3.1.1 Description du principe 234
5.3.1.2 Modélisation du bruit pour le 2WB et comparaison avec l'ANC 236
5.3.1.3 Sensibilité thermique du montage interférométrique . 239
5.3.2 Two-Way Unidirectionnel 241
5.3.2.1 Description du principe 241
5.3.2.2 Modélisation du bruit 242
5.3.3 Two-Way Local 243
5.3.3.1 Description du principe appliqué au Two-Way Unidirectionnel 244
5.3.3.2 Description du principe appliqué au Two-Way Bidirectionnel 246
5.3.3.3 Two-Way Bidirectionnel Local réalisé en temps réel . 247
5.3.3.4 Modélisation du bruit pour le 2WB-LO 248
5.4 Résultats expérimentaux 251
5.4.1 Two-Way Bidirectionnel 251
5.4.1.1 Présentation de la boucle fibrée et déployée en Île-de-France 252
5.4.1.2 Montage expérimental 254
5.4.1.3 Résultats expérimentaux 259

5.4.2 Two-Way Unidirectionnel et Local 269
5.4.2.1 La double boucle fibrée en Île-de-France 269
5.4.2.2 Montage expérimental 270
5.4.2.3 Résultats expérimentaux 274
5.5 Facteur de corrélation et extrapolation 284
5.6 Comparaison de deux lasers distants 287
5.7 Conclusion 289

Conclusion générale **295**

A Les écart-types d'Allan **301**
A.1 Variance *classique* 302
A.2 Variance d'Allan (AVAR) 302
A.3 Variance d'Allan avec recouvrement 303
A.4 Variance d'Allan *modifiée* (MVAR) 303
A.5 Interprétation dans le domaine spectral 304

B Compteur K&K **305**
B.1 Moyennage avec l'estimateur Π 307
B.2 Moyennage avec l'estimateur Λ 307
B.3 Interprétation dans le domaine spectral 308

C Montage électronique **309**
C.1 Tracking 309
C.2 Lock Link 311

D Interféromètre Sagnac **313**
D.1 Principe de l'interféromètre Sagnac 313
D.2 Caractérisation thermique 315
D.3 Polarisation et contribution long terme 316

Bibliographie **321**

Introduction

La définition de la seconde repose depuis 1967 sur la transition atomique entre deux niveaux hyperfins de l'état fondamental du Césium égale à 9 192 631 770 Hz. Avec le perfectionnement des horloges primaires, cette définition permet aujourd'hui de disposer du Temps Universel Coordonné (UTC) avec une instabilité de quelques 10^{-15} sur 10 jours de mesure. Le réseau de satellite géostationnaire GPS permet de diffuser ce temps de référence vers les utilisateurs mais permet aussi de comparer les horloges au sol par rapport aux horloges des satellites (voir les articles [Rovera et al., 2014, Bauch et al., 2006]). D'autres techniques existent pour comparer les horloges entre elles, notamment des horloges transportables et des techniques satellitaires de type Two-Way, permettant d'améliorer les performances du moyen de comparaison (voir l'article [Fujieda et al., 2014]).

Les nouvelles horloges, basées sur des ions ou sur des atomes neutres, exploitent des transitions atomiques dans le domaine des fréquences optiques. Nous parlons alors d'horloges optiques, et ces horloges dépassent aujourd'hui les bilans d'incertitude relative des horloges primaires. Pour évaluer précisément ces bilans, il est nécessaire de comparer les horloges optiques entre elles, d'abord localement (voir par exemple [Le Targat et al., 2013, Falke et al., 2014, Nicholson et al., 2015]) puis entre horloges distantes. Ces comparaisons distantes sont un enjeu métrologique très important car elles permettent de comparer deux dispositifs complètements indépendants et subissant des effets relativistes différents. Aujourd'hui, les performances atteintes par les meilleures horloges dépassent celles des moyens de comparaison habituels, qui ajoutent leur bruit de fréquence dans la mesure des deux horloges.

C'est dans ce contexte métrologique que le transfert par fibre optique a connu un essor important depuis la fin des années 2000. Les premiers développements ont été réalisés avec une porteuse optique modulée par la fréquence de référence dans le

domaine RF mais, aujourd'hui, les meilleurs résultats sont obtenus directement avec la fréquence optique. Le principe de la circulation aller-retour dans la fibre a été proposé par [Warwick et al., 1977] pour le transfert d'une fréquence RF. Il est ainsi possible de détecter le bruit accumulé dans la fibre, correspondant à des variations du délai de propagation, et d'apporter une correction sur la longueur de la fibre ou sur le signal de départ. Cette technique a été étendue par le groupe de J. Hall au transfert d'une fréquence optique, avec la démonstration d'un lien optique fibré de 25 m [Ma et al., 1994]. La première réalisation d'un lien optique entre laboratoires distants a été démontrée entre le SYRTE et le LKB [DeBeauvoir et al., 1996] mais sans compensation du bruit de propagation. Le LPL et le SYRTE ont ensuite développé un lien optique compensé de 43 km pour transférer une fréquence ultrastable RF puis optique du SYRTE au LPL. Depuis 2007, des liens optiques de plusieurs centaines de km ont été démontrés par plusieurs équipes dans le monde avec des stabilités à 1 s de l'ordre de $10^{-14} - 10^{-15}$ et à long terme de $10^{-18} - 10^{-20}$.

Cette technique permet de transférer une fréquence optique ultrastable vers un laboratoire distant pour comparer les signaux de deux horloges. Elle permet aussi de transférer une fréquence absolue pour des applications en physique fondamentale, par exemple les mesures de grande précision des transitions optiques de l'hydrogène au Laboratoire Kastler Brossel (LKB) ou l'étude de la violation de parité d'une molécule chirale réalisée au Laboratoire de Physique des Lasers (LPL).

Aujourd'hui, une vingtaine de laboratoires en Île-de-France et en France souhaitent recevoir un signal métrologique ultrastable. Le projet Refimeve+ a vocation de les relier au SYRTE en exploitant l'architecture du réseau Internet académique de Renater. Si les longues distances sont réalisées avec une architecture *point-to-point* et des stations régénérant le signal régulièrement, les courtes distances en zone urbaine doivent être déployées avec une approche *réseau* du type *multi-access*. Les deux tiers de mes travaux de thèse concerne le *multi-access* avec le développement d'un dispositif permettant d'extraire le signal métrologique à partir de n'importe quel point d'un lien optique. Le tiers restant concerne la technique Two-Way, jusqu'ici employée dans les liaisons satellitaires, et que nous avons testé sur une boucle fibrée de 100 km déployée dans la région parisienne. Cette technique permet de **comparer** deux signaux optiques ultrastable mais ne permet pas de **transférer** une fréquence de référence du point A au point B. L'ensemble de ces travaux sont néanmoins com-

plémentaires pour le développement d'un réseau métrologique. Les résultats que j'ai obtenus et que je présente dans ce manuscrit font actuellement l'état de l'art dans la communauté des liens optiques.

Au 1er chapitre, je rappelle le contexte métrologique des horloges et les moyens de comparaison par satellite et horloge transportable jusqu'ici employés. J'introduis ensuite les liens fibrés avec le transfert d'une fréquence de modulation RF, le transfert d'un peigne de fréquence et surtout le transfert d'une fréquence optique. Le projet Refimeve+ sera présenté ainsi que quelques applications au LPL, au LKB et la première comparaison de deux horloges strontium entre la France et l'Allemagne.

Le chapitre 2 développera le principe du lien optique avec les bruits accumulés dans une fibre, la technique de compensation et les limites technologiques et fondamentales des liens. Je présente également un état de l'art des liens optiques les plus longs, principalement concentrés en Europe.

Le chapitre 3 détaille la modélisation du bruit dans la boucle de correction. Je démontre ainsi les deux grandes limites fondamentales imposées par le délai de propagation sur la réjection du bruit.

Les deux chapitres suivant concernent les travaux expérimentaux. Le chapitre 4 présente le premier dispositif d'extraction que j'ai développé et testé sur un lien optique de 92 km déployé en région parisienne. Plus récemment, sur le même principe, j'ai construit un deuxième dispositif, plus performant, avec une Diode Laser et le départ d'un lien secondaire vers un utilisateur distant du point d'extraction. Ces deux dispositifs opto-électroniques reposent sur le principe breveté par G. Grosche (du PTB en Allemagne) mais il existe plusieurs techniques de dissémination *multi-access*. Je présente au début du chapitre un état de l'art exhaustif.

Le 5e et dernier chapitre présente mes travaux sur le Two-Way. La technique a été testée pour la première fois en Italie sur une fibre de 47 km (voir l'article [Calosso et al., 2014]). Je présente dans ce chapitre deux techniques Two-Way appliquées à une boucle fibrée de 100 km : la première exploite une fibre en propagation bidirectionnelle et la deuxième exploite la corrélation partielle du bruit entre deux fibres parallèles en propagation unidirectionnelle. Cette dernière solution est novatrice, compatible avec le réseau Internet unidirectionnelle et offre des perspectives exceptionnelles pour réaliser plus tard une liaison transatlantique avec les USA.

Chapitre 1

Transfert d'une fréquence de référence : contexte

Sommaire

1.1 Introduction **18**

1.2 Les horloges primaires **19**

1.2.1 Principe de l'horloge atomique à césium 19

1.2.2 Notion de stabilité et d'exactitude 20

1.2.3 Les différents types d'oscillateurs : du domaine RF à l'optique 24

1.3 Comparaison et dissémination **26**

1.3.1 Liens satellitaires 27

1.3.2 Horloges transportables 29

1.3.3 Liens fibrés 30

1.3.4 Bilan des performances de ces techniques 35

1.4 Réseau métrologique et applications **36**

1.4.1 Projet Refimeve+ 36

1.4.2 Comparaison de deux horloges optiques distantes 38

1.4.3 Parité (LPL) 40

1.4.4 Constante de structure fine (LKB) 41

1.4.5 Les autres applications 42

1.5 Conclusion **43**

1.1 Introduction

Le temps et la fréquence sont deux notions liées qui regroupent trois informations : la date, les intervalles de temps et la fréquence. La date correspond à un événement exprimée par une année, un mois, un jour, une heure, une minute, une seconde (et les centièmes selon l'exactitude souhaitée). Les intervalles de temps correspondent à la mesure entre deux événements différents ayant des dates indépendantes : par exemple la mesure d'un intervalle entre deux horloges. Et la fréquence est le nombre d'occurence d'un évènement divisé par un intervalle de temps, d'une horloge par exemple. Ce manuscrit est principalement consacré à la notion de fréquence. Néanmoins, nous aborderons parfois la notion d'intervalle de temps qui est très usuel pour la comparaison de deux horloges.

La seconde est l'une des sept unités de base, dites *fondamentales*, du Système International d'Unités (USI), à partir desquelles découlent par analyse dimensionnelle les autres unités dites *dérivées*. La seconde (et donc le Hertz) est aussi l'unité la mieux maîtrisée : la seconde est aujourd'hui réalisée jusqu'à la 16e décimale et est définie comme *la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium-133* au repos et à température nulle.

Pour cette définition, le postulat précise que *la fréquence de la transition hyperfine de l'état fondamental de l'atome de césium est égale à la fréquence* ν_{Cs-133} = 9 192 631 770 *Hz exactement* (voir brochure du [BIPM, 2006]). Dans ce chapitre, nous allons présenter le principe d'une horloge primaire qui repose, par définition, sur la référence atomique du césium. Nous aborderons donc les notions de stabilité et d'exactitude de ces horloges, que nous pourrons ensuite étendre à tout type d'oscillateur de référence, du domaine RF jusqu'aux nouvelles horloges à fréquence optique. Nous décrirons les principales techniques, satellitaires, avec des horloges mobiles ou des liens fibrées, permettant de comparer deux horloges distantes ou de disséminer un signal métrologique. Enfin, nous présenterons rapidement les autres applications en physique fondamentale nécessitant une fréquence de référence.

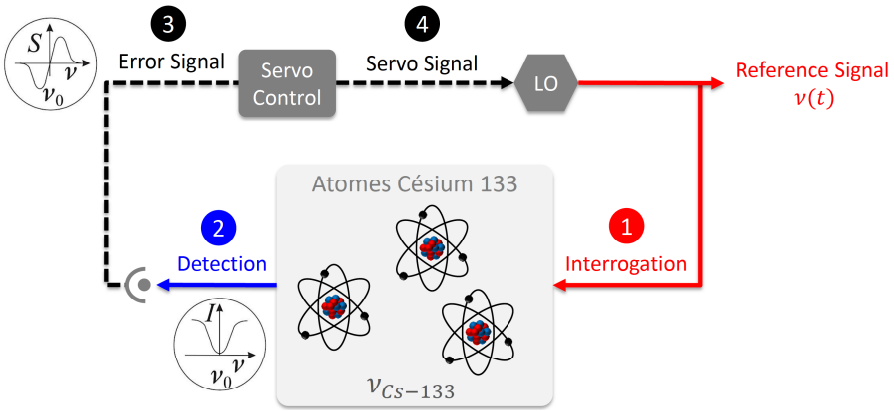


FIGURE 1.1 – Principe d'une horloge primaire reposant sur l'atome du césium-133. La fréquence de l'oscillateur local interroge ① la transition atomique entre les niveaux hyperfins $F = 3$ et $F = 4$ de l'état fondamental $6S_{1/2}$. La détection ② du signal de transmission I donne le signal d'erreur ③ qui vient corriger ④ l'oscillateur sur l'extremum de la réponse atomique. Figure extraite du livre [Riehle, 2006].

1.2 Les horloges primaires

1.2.1 Principe de l'horloge atomique à césium

La boucle représentée sur la figure 1.1 illustre le principe d'une horloge atomique basée sur le césium 133. Elle est constituée d'un oscillateur, par exemple un résonateur en quartz, qui excite les atomes avec une fréquence $\nu(t)$ proche de la radiation du césium ν_{Cs}. Cette étape est appelée *interrogation* ①. Les atomes transitent plus ou moins entre les niveaux hyperfins $F = 3$ et $F = 4$ de l'état fondamental $6S_{1/2}$. Nous obtenons le signal de transmission I représenté en ② sur la figure 1.1 dont le minimum (ou plus généralement l'extremum) est à la fréquence ν_{Cs-133}. En ③, le signal d'erreur S élaboré à partir du signal détecté vient corriger ④ la fréquence d'interrogation de l'oscillateur autour de l'optimum de la réponse atomique.

Le signal $\nu(t)$ de l'oscillateur asservi est ainsi référencé à la fréquence de transition atomique qui définit la seconde. Nous parlons d'étalon primaire de fréquence car il repose sur la définition de la seconde précisée précédemment. Il existe principalement trois types de réalisation : à déflexion magnétique, à pompage optique, les fontaines atomiques... Un compteur de cycle comptera ensuite 9 192 631 770 périodes du signal utile pour définir la seconde. Il existe au SYRTE deux horloges à fontaine de césium fixes, appelées FO1 et FO2, et une fontaine mobile FOM.

1.2.2 Notion de stabilité et d'exactitude

La fréquence de l'oscillateur $\nu(t)$ peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\nu(t) = \nu_{Cs} \times (1 + \epsilon + y(t)) \tag{1.1}$$

avec ν_{Cs} la fréquence de la transition entre les deux niveaux hyperfins, ϵ l'erreur systématique et $y(t)$ les fluctuations de la fréquence de l'oscillateur. Ces fluctuations $y(t)$ correspondent à la stabilité de l'oscillateur dans le temps avec des points $\nu(t)$ plus ou moins éparpillés. L'incertitude avec laquelle nous évaluons l'erreur systématique ϵ correspond à l'exactitude, c'est à dire notre degré de connaissance de tous les effets systématiques affectant la fréquence $\nu(t)$ par rapport à la définition représentée par la cible ν_{Cs}.

Exactitude

L'incertitude de type A est l'incertitude statistique de la mesure. L'incertitude de type B est l'incertitude avec laquelle on évalue le déplacement relatif de fréquence, couramment appelé *biais de fréquence* (ou *offset* en anglais), qui se détermine par :

$$\begin{aligned} \nu_{biais} &= \frac{\nu(t) - \nu_0}{\nu_0} \\ &= \frac{\Delta f}{\nu_0} \end{aligned} \tag{1.2}$$

avec la fréquence $\nu(t)$ pouvant être une moyenne sur plusieurs points de mesure et Δf la différence entre les deux fréquences.

L'incertitude statistique (type A) sur le biais est calculée avec l'écart-type des mesures $\nu(t)$ par rapport à la moyenne et divisée par la racine du nombre de mesure $\sqrt{N}$ (ou par N dans certaines circonstances). L'incertitude peut également être évaluée en utilisant la stabilité long terme de l'écart-type d'Allan. Nous reviendrons sur ce point avec les résultats expérimentaux des liens optiques au chapitre 4 et 5.

L'incertitude de type B comprend les différents biais de fréquence systématiques qui affectent l'exactitude de l'horloge et donne le bilan des différentes contributions évaluées. Finalement, nous donnons souvent une estimation conservative comme la somme quadratique des deux incertitudes de type A et B.

Stabilité

La stabilité est la capacité de l'oscillateur à reproduire dans la durée la fréquence mesurée $\nu(t)$ par rapport au biais de fréquence ν_{biais} mais n'indique pas si la fréquence est *bonne* (exacte) ou pas. La stabilité est donc l'estimation statistique des fluctuations de $\nu(t)$ autour de ce biais. Nous parlons couramment de stabilité court terme pour les fluctuations inférieures à 30 s, de moyen terme pour les fluctuations entre 30 s et 3000 s et de long terme pour les fluctuations supérieures à 3000 s, c'est à dire les fluctuations journalières.

Pour les mesures stationnaires et indépendantes du temps, correspondant à un bruit de fréquence blanc pur, le calcul de la stabilité peut être réalisé avec l'écart-type *classique*. Les oscillateurs présentent plutôt un bruit non-stationnaire, qui est dépendant du temps et introduit un biais de fréquence. Avec des données stationnaires, la moyenne (pour l'exactitude) et l'écart-type (pour la stabilité) convergent vers une valeur particulière au fur et à mesure que nous ajoutons des données. Avec des données non-stationnaires, au contraire, ils ne convergent jamais.

Pour ce type de données non-stationnaires, David W. Allan a inventé la variance à deux échantillons, dont la racine carrée donne l'écart-type d'Allan (*Allan deviation* en anglais, voir l'article [Allan, 1966]). Cet écart-type *non-classique* est devenu l'outil commun pour évaluer la stabilité des oscillateurs dans le temps :

$$\sigma_y(\tau) = \sqrt{\frac{1}{2(M-1)} \sum_{i=1}^{M-1} (y_{i+1} - y_i)^2} \tag{1.3}$$

avec y_i et y_{i+1} deux échantillons adjacents (ou une moyenne de M échantillons adjacents), mesurés pendant un temps τ (voir le manuel du NIST [Riley, 2007]). La dépendance de l'écart-type d'Allan en fonction du temps τ varie suivant que le bruit soit blanc de phase, scintillation de phase, blanc de fréquence, scintillation de fréquence ou une marche aléatoire de fréquence. Néanmoins, cette variance ne permet pas de discriminer les bruits blanc de phase et de scintillation de phase (voir le rapport [Uhrich, 2007]).

Pour palier à ce défaut, l'article [Allan and Barnes, 1981] a ensuite introduit la

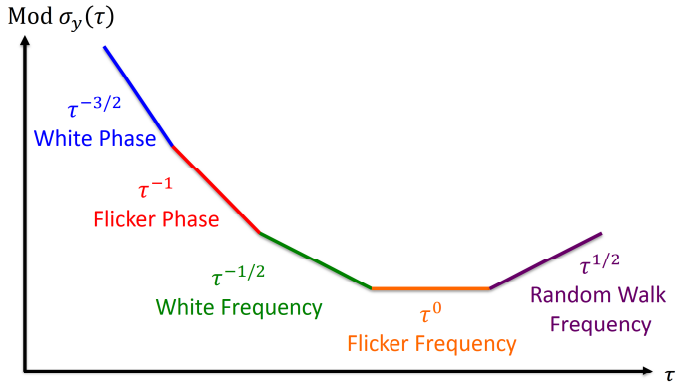


FIGURE 1.2 – Les différents types de bruit d'un oscillateur discriminés avec l'écart-type d'Allan modifiée. Cet outil statistique permet de discriminer le bruit blanc de phase en $\tau^{-3/2}$ et le bruit de scintillation de phase en τ^{-1}.

variance d'Allan dite *modifiée*, qui s'écrit :

$$\text{Mod } \sigma_y(\tau) = \sqrt{\frac{1}{2m^4(M-3m+2)} \sum_{k=1}^{M-3m+2} \left\{ \sum_{j=k}^{k+m-1} \left[\sum_{i=j}^{j+m-1} (y_{i+m} - y_i) \right]^2 \right\}} \tag{1.4}$$

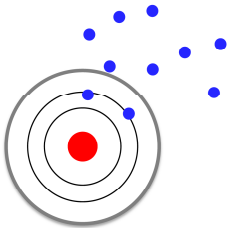
Les données y_k sont davantage moyennées en phase avec le facteur m, et c'est cette opération qui permet de distinguer le bruit blanc de phase, avec une pente en $\tau^{-3/2}$ en bleu sur la figure 1.2, et le bruit de scintillation de phase, en τ^{-1} en rouge. Les pentes et leurs expressions mathématiques sont détaillées dans l'annexe A.

Mesure de l'exactitude et de la stabilité d'un oscillateur

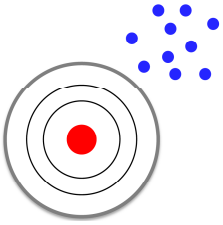
La fréquence est couramment mesurée avec un compteur de fréquence. Pour l'ensemble des résultats expérimentaux présentés dans ce manuscrit, nous avons utilisé le compteur FXE de la société K&K. Il a la particularité de compter deux points de fréquence consécutifs, sans délai entre les deux mesures, c'est à dire sans *temps mort*. L'annexe B décrit son fonctionnement.

La figure 1.3 illustre l'exactitude et la stabilité de la fréquence mesurée pour quatre oscillateurs différents correspondant à quatre couples de *stabilité-exactitude* différents :

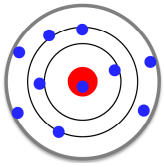
(a) instable et inexacte : les points sont éparpillés et en dehors de la cible ;



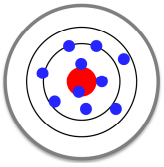
(a) Oscillateur instable et inexact.



(b) Oscillateur stable mais inexact.



(c) Oscillateur instable mais exact



(d) Oscillateur stable et exact.

FIGURE 1.3 – Représentation de la stabilité et de l'exactitude d'un oscillateur avec quatre couples de *stabilité-exactitude* dont (a) le cas le plus mauvais est *instable et inexacte* avec des points éparpillés et en dehors de la cible, et (b) le meilleur cas avec *stable et exacte* avec des points concentrés et dans la cible (figure inspirée de [Riehle, 2006]).

(b) stable mais inexacte : les points sont concentrés mais en dehors de la cible ;

(c) instable mais exacte : les points sont éparpillés mais *en moyenne* dans la cible ;

(d) stable et exacte : c'est le cas idéal avec les points concentrés et dans la cible.

Contribution au Temps Atomique International (TAI) et au Temps Universel Coordonné (UTC)

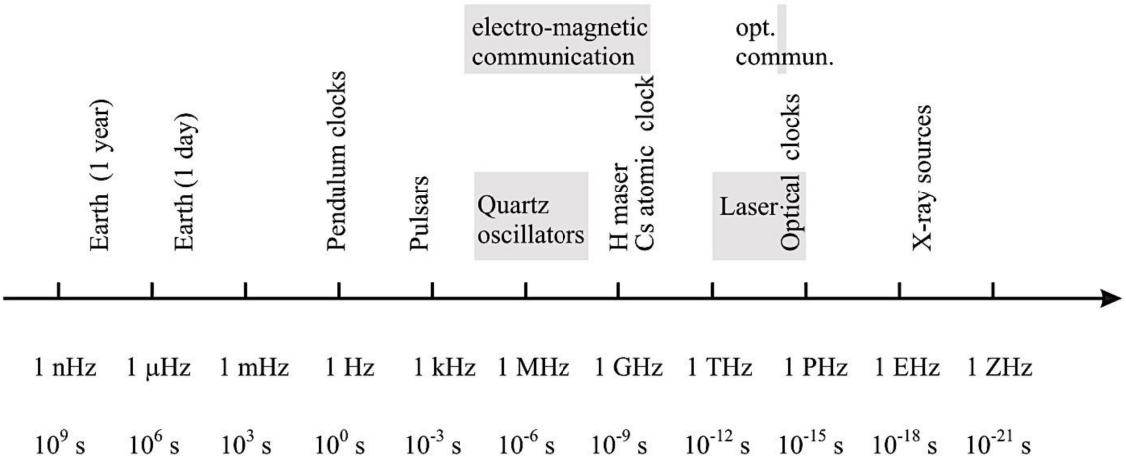
Le Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) collecte le temps et la fréquence atomique de près de 200 horloges disséminées dans près de 40 laboratoires, des Instituts Nationaux de Métrologie (NMI) pour la plupart, dont le laboratoire des Systèmes de Référence Temps-Espace (SYRTE), le Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB en Allemagne) et le National Institute of Standards and Technology (NIST aux USA). La moyenne de ces collectes permet de générer le Temps Atomique International (TAI) et le Temps Universel Coordonné (UTC). L'UTC est égal au TAI corrigé régulièrement des irrégularités de la rotation de la terre (avec l'introduction de secondes intercalaires).

1.2.3 Les différents types d'oscillateurs : du domaine RF à l'optique

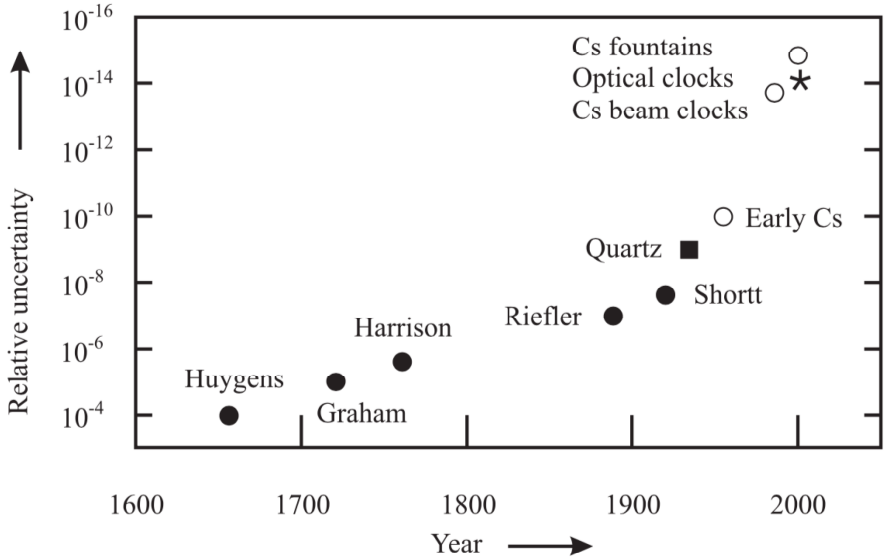
L'étalon primaire basé sur l'atome de césium délivre une fréquence de quelques GHz et s'inscrit dans un large spectre d'oscillateurs présentés sur la figure 1.4a (extraite du livre *Frequency Standards* de [Riehle, 2006]). Au tout début du spectre, nous retrouvons la durée d'une année et d'une journée, avec la rotation de la terre autour du soleil et sur elle-même. Ces mouvements sont assimilables à des oscillateurs dont les fréquences sont de quelques nHz et μHz respectivement. A l'origine, le temps était défini par ces mouvements célestes. Apparait plus loin, dans le domaine des ondes électromagnétiques, vers quelques MHz, les résonateurs à Quartz, et vers le GHz, les masers et les étalons primaires de fréquence basés sur le césium. Enfin, dans le domaine des ondes optiques, vers la centaine de THz, les lasers et les horloges optiques.

Les évolutions et les progrès de ces oscillateurs sont tracés sur la figure 1.4b (voir [Riehle, 2006]). Vers le 17e siècle, **la mécanique des horloges** à pendule permettait de définir le temps avec une incertitude relative de 10^{-4}, et quelques 10^{-7} pour les meilleures pendules du début du 20e, représenté en ● sur la figure 1.4b. Par la suite, **la physique du solide et de l'électronique** a ouvert la voie aux résonateurs à quartz représentés en ■. Ils ont permis d'atteindre quelques 10^{-8}, puis quelques 10^{-13} aujourd'hui. Notre équipe *Métrologie, Molécules et Tests Fondamentaux* (MMTF) au LPL utilise un oscillateur à quartz dont la stabilité à 1 s d'intégration est égale à 5×10^{-13}, son exactitude de quelques 10^{-11} étant obtenue par étalonnage avec le signal GPS. Plus récemment, la définition de la seconde a fait d'importants progrès grâce à **la physique atomique**. Les premières horloges basées sur le césium représentées en ○ sur la figure 1.4b atteignaient des exactitudes de quelques 10^{-14}, voir 10^{-15} pour les fontaines atomiques dans les années 2000. Elles présentent maintenant une exactitude de fréquence relative de quelques 10^{-16} (voir l'article [Abgrall et al., 2015]). Ces horloges primaires contribuent à la définition du temps avec une erreur relative correspondant à 1 s après 80 à 100 millions d'années.

En parallèle de ces résultats, les progrès des nouvelles horloges à fréquence optique, représentées en ⋆ sur la figure 1.4b, ont permis d'atteindre et de dépasser les bilans d'incertitude relative des horloges primaires (voir [Le Targat et al., 2013]). Demain, le potentiel de ces horloges optiques permettra de proposer une nouvelle



(a) Echelle en fréquence des oscillateurs



(b) Historique de l'évolution des oscillateurs

FIGURE 1.4 – Différents oscillateurs libres ou asservis sur une transition atomique et l'évolution de leur performance dans le temps. Les oscillateurs obtenus avec les fréquences optiques des horloges optiques représentées en $\star$ atteignent et/ou dépassent les fréquences micro-ondes des horloges césiums-133 (Cs) représentés en $\circ$, et sont meilleurs de plusieurs ordres de grandeur par rapport aux Quartz. Figures extraites du livre de [Riehle, 2006]

définition du temps avec un niveau de stabilité de sa réalisation de $10^{-15} - 10^{-16}$ à 1 s et d'exactitude exceptionnelle, au niveau de $10^{-17} - 10^{-18}$, où les effets de géodésie relativiste commencent à jouer un rôle important. Nous pouvons citer comme exemple, les deux horloges strontium du SYRTE [Le Targat et al., 2013], celles du NIST utilisant des ions d'aluminium [Chou et al., 2010] et au strontium [Falke et al., 2014], ou encore les horloges strontium de l'Université de Tokyo (UT) [Ushijima et al., 2015].

1.3 Techniques de comparaisons et de dissémination d'une fréquence de référence

Pour connaître les performances d'une horloge et évaluer sa stabilité et son exactitude, il est nécessaire de la comparer avec une autre horloge. Les horloges sont couramment développées avec un doublon. C'est le cas par exemple avec les deux fontaines FO1 et FO2 du SYRTE. Au SYRTE, ont été également développées deux horloges à atomes de Strontium. Elles sont côte à côte dans la même salle, développées en parallèle et interrogées par le même oscillateur (un laser stabilisé sur une cavité Fabry-Perot ultrastable pour le Sr). Elles ne sont donc pas parfaitement indépendantes l'une de l'autre puisqu'elles partagent le même environnement, une partie de l'équipement et elles sont développées par les mêmes personnes.

Pour évaluer au mieux l'incertitude d'une horloge, il est donc très intéressant de comparer deux horloges distantes réalisées dans deux laboratoires différents. La comparaison de deux horloges entre deux pays permet en plus de confronter deux formations et deux approches scientifiques et métrologiques différentes.

La comparaison est donc un enjeu métrologique important, pour le développement des horloges elles-mêmes mais aussi pour la dissémination d'une fréquence de référence. En effet, de nombreuses expériences de spectroscopie et de physique fondamentale nécessitent une fréquence de référence. Or le développement d'une horloge est couteux autant en équipement qu'en moyen humain. Pour ces applications, il est donc nécessaire de prévoir la dissémination d'une fréquence de référence à partir de quelques laboratoires métrologiques.

Nous verrons dans cette section les différentes techniques déployées pour comparer et disséminer une fréquence de référence par liens satellitaires, horloges transportables ou liens fibrés.

1.3.1 Liens satellitaires

Les liens satellitaires sont couramment utilisés pour comparer deux horloges primaires. La technique la plus commune est le GPS mais il existe aussi des techniques satellitaires plus performantes comme la comparaison Two-Way de deux fréquences micro-ondes (TWSTFT) ou le transfert d'une fréquence optique impulsionnelle (T2L2), permettant d'améliorer la stabilité et l'exactitude du transfert de la fréquence.

1.3.1.1 Réseau de satellites (GNSS)

Pour réaliser une comparaison en temps ou en fréquence, le système GNSS (*Global Navigation Satellite System*) est couramment employé, dont l'exemple le plus connu est le GPS américain (*Global Positioning System*). L'Europe développe également son propre GNSS avec le réseau de satellites Galileo. Les signaux exploités sont du code embarqué sur une porteuse RF autour de 1 GHz.

Avec cette technique, la comparaison des horloges distantes sur Terre est réalisée par rapport à l'horloge embarquée dans le satellite. Les signaux émis par le satellite sont datés avec son horloge embarquée. Les stations au sol reçoivent le signal du satellite et elles datent le temps d'arrivée. Un algorithme permet ensuite de faire la correspondance entre la date d'émission et les dates de réception, et donc de comparer les deux stations au sol. Etant donné que le GPS est constitué d'un réseau de satellite, il est parfaitement possible que les deux stations au sol ne reçoivent pas le signal du même satellite, auquel cas il faut tenir compte du décalage entre les deux horloges embarquées dans les satellites (voir l'article [Rovera et al., 2014]).

La comparaison est réalisée en temps mais il est également possible de reconstituer une fréquence à partir des informations temporelles. La stabilité de la fréquence dans le domaine RF peut alors atteindre en relatif 10^{-12} sur une journée, voire 10^{-14} avec un bon récepteur au sol. D'autres techniques de GPS plus élaborées permettent d'atteindre 10^{-15} sur une journée (GPS-PPP et GPS Carrier-phase, voir l'article [Bauch et al., 2006]). Ces stabilités demeurent insuffisantes pour comparer sans dégradation les meilleurs horloges primaires, sauf en réalisant des mesures sur de longs temps d'intégration.

1.3.1.2 Transfert Two-Way (TWSTFT)

Il existe aussi la technique du *Two-Way Satellite Time and Frequency Transfer* (TWSTFT). Le satellite et son oscillateur embarqué sert de relais pour les signaux Two-Way circulant dans les deux sens de propagation entre les deux stations au sol. Cette technique permet de faire une comparaison du temps avec la modulation d'un signal micro-onde autour de 10 GHz par du code pseudo-aléatoire. La technique du Two-Way permet d'éliminer une partie du bruit dû à la propagation dans l'atmosphère, et d'obtenir des stabilités de fréquence de quelques 10^{-15} après une journée, légèrement meilleures que le GPS classique.

La récente variante TWSTFT en phase propose de travailler directement avec la phase de la micro-onde (voir l'article [Fujieda et al., 2014]). Cette technique se rapproche de la technique Two-Way optique sur fibre (voir le chapitre 5).

1.3.1.3 Lien optique impulsionnel (T2L2)

La technique *Transfert de Temps par Lien Laser* (T2L2) exploite un signal optique impulsionnel rétro-réfléchi par le satellite. La station au sol enregistre les dates d'émission et de réception du signal impulsionnel et la station embarquée dans le satellite enregistre la date de réception. Cette opération est réalisée par les deux stations au sol qui visent le même satellite mais pas forcément au même instant. Il est alors possible de calculer le décalage de temps entre l'horloge au sol et l'horloge embarquée, et donc aussi de calculer le décalage entre les deux horloges au sol (voir l'article [Samain et al., 2015]).

1.3.1.4 Lien optique cohérent

Le SYRTE et le JILA (*Joint Institute for Laboratory Astrophysics* aux USA) développent également une technique de liaison dans le même principe mais avec une onde optique cohérente. L'article [Djerroud et al., 2010] présente cette technique appelée Mini-Doll en France et testée avec un lien en espace libre sol-sol non-compensé de $2 \times 2,5$ km. La stabilité de la fréquence optique transférée atteint $1,3 \times 10^{-14}$ à 1 s et quelques 10^{-15} après 100 s. Avec ces résultats, un lien sol-satellite compensé avec la méthode Two-Way a été simulé et la technique devrait permettre d'atteindre quelques 10^{-17} après 100 s. Cette technique offre donc des résultats prometteurs mais

elle nécessite encore des développements et elle est très sensible à la clarté du ciel. La liaison sera totalement impossible si le temps est couvert sur un des deux sites et elle sera plus ou moins bruyante en fonction du comportement et de la composition de l'atmosphère.

Une équipe du NIST/JILA aux USA a aussi proposé récemment la synchronisation de deux peignes de fréquences en espace libre avec la technique Two-Way, sur une courte distance sol-sol de 4 km (puis récemment 12 km). Les deux peignes de fréquences ont ainsi été synchronisés en temps avec une stabilité en-dessous de la femtoseconde et une excursion de phase de 20 fs après deux jours. Cette technique en espace libre sol-sol est intéressante mais demeure limitée pour de courte distance, entre plusieurs laboratoires d'un même site par exemple, et elle n'est pas compatible avec une dissémination en zone urbaine.

1.3.2 Horloges transportables

Deux horloges distantes peuvent également être comparées par rapport à une horloge transportable. Il existe aujourd'hui des horloges commerciales et des horloges sur puce, par exemple l'horloge à atomes froids compactes *MuClock* de l'entreprise *MuQuans*. C'est un étalon secondaire car elle fonctionne avec le rubidium et son palier de stabilité est à 4×10^{-15}. Il existe également une version césium développée par le SYRTE dont l'incertitude combinée est de l'ordre de 1×10^{-14} (voir l'article [Esnault et al., 2010]).

En 1999, le PTB a réalisé une horloge optique transportable avec l'atome de Calcium mais la stabilité et l'exactitude étaient de quelques 10^{-12} [Kersten et al., 1999], insuffisantes pour les horloges primaires. Le JILA a également fabriqué une horloge optique et transportable, basée sur la molécule CH_4. La stabilité est meilleure de deux ordres de grandeur, égale à 2×10^{-14} à 1 s, mais l'exactitude est inférieure à 10^{-12} [Foreman et al., 2005].

Enfin, le SYRTE a réalisé une horloge césium mobile FOM, avec une conception proche de celle des deux horloges césiums fixes FO1 et FO2, mais compacte et moins complexe. La stabilité obtenue à 1 s est de 1.3×10^{-13} avec une pente en $\tau^{-1/2}$ et une exactitude de 8×10^{-16} [Guena et al., 2012]. Cette horloge atteint ces performances nominales deux jours après le déménagement. Elle a été déménagée en Allemagne au MPQ (*Max Planck Institut für Quantenoptik*) pour être comparée à la transition

1S-2S de l'hydrogène et en Autriche, à l'Université de Innsbruck pour être comparée à une transition optique de l'ion $^{40}Ca^{+}$, candidat pour une horloge optique.

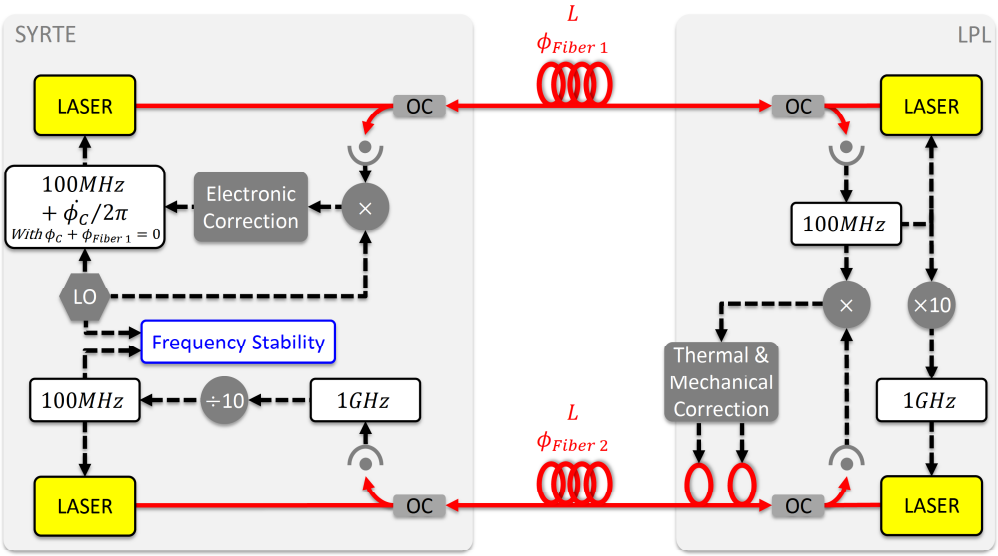
Cette dernière horloge transportable offre donc quelques possibilités de comparaison mais le déménagement avec un camion et la mise en route sont délicats. De plus, les performances restent insuffisantes pour les meilleures fontaines atomiques et pour les nouvelles horloges optiques les plus performantes.

1.3.3 Liens fibrés

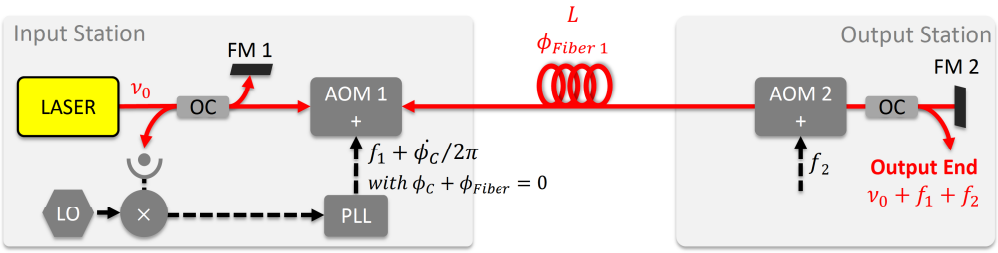
Le transfert d'une fréquence avec une liaison fibrée compensée a été proposé et réalisé la première fois par le JPL (*Jet Propulsion Laboratory*) avec une fréquence dans le domaine RF [Primas et al., 1988, Krisher et al., 1990]. Puis cette technique a été étendue au transfert d'une fréquence optique par [Ma et al., 1994]. Depuis différentes techniques ont été développées pour disséminer une fréquence RF, une fréquence optique, ou les deux avec le transfert du signal d'un peigne de fréquences optiques. Nous présentons dans cette section et sur la figure 1.5 ces trois techniques.

1.3.3.1 Dissémination d'une fréquence RF

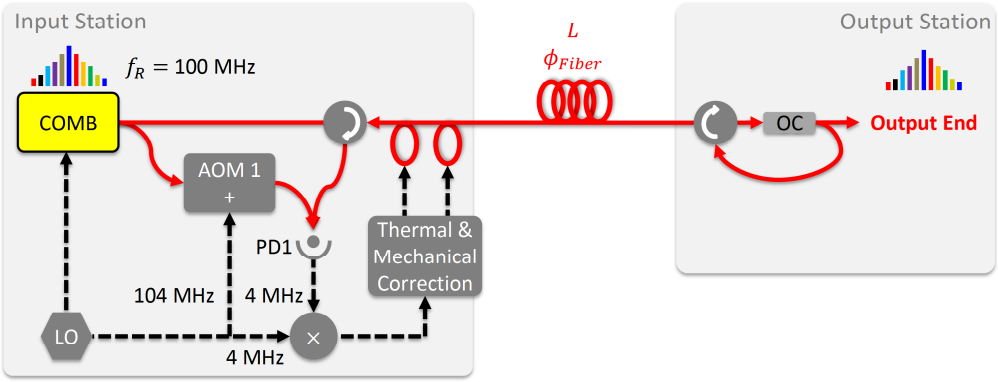
En 2005, le LPL et le SYRTE ont présenté dans l'article [Daussy et al., 2005] une liaison fibrée et compensée de 43 km entre les deux laboratoires, leur permettant de transférer vers le LPL une fréquence de référence RF. La figure 1.5a reprend le principe de ce montage installé sur la fibre 1 en haut. Cette référence de 100 MHz était contrôlée avec le Maser à Hydrogène et l'Oscillateur à résonateur de Saphire Cryogénique (CSO) du SYRTE, reliés eux-mêmes aux fontaines à césium décrites précédemment. Au SYRTE, cette fréquence modulait en amplitude un laser DFB (*Distributed FeedBack*) à 1,55 μm, transféré au LPL à travers 43 km de fibre. A l'extrémité, le 100 MHz est détecté par démodulation sur une photodiode et cette fréquence est utilisée comme une référence locale pour synchroniser tous les synthétiseurs, le compteur de fréquence et la fréquence de répétition de 1 GHz d'un peigne de fréquences optiques. Une partie du signal modulait également en amplitude un laser local pour renvoyer au SYRTE le 100 MHz. Ainsi, après l'aller-retour dans la même fibre 1, il était possible de détecter le bruit accumulé et d'apporter une correction électronique directement sur la référence à 100 MHz du SYRTE.



(a) Dissémination d'une fréquence RF et micro-onde [Daussy et al., 2005]



(b) Dissémination d'une fréquence optique à 1,55 μm [Jiang et al., 2008]



(c) Dissémination d'un peigne de fréquences [Marra et al., 2012]

FIGURE 1.5 – Dissémination d'une fréquence de référence qui est (a) dans le domaine radio-fréquence (100 MHz) avec la fibre 1 et dans le domaine micro-onde (1 GHz) avec la fibre 2, (b) dans le domaine optique (194,4 THz) et (c) dans le domaine optique (f_0) et RF (f_R) avec le transfert d'un peigne de fréquences optiques.

En parallèle, le LPL renvoyait au SYRTE le 100 MHz multiplié par 10 avec la deuxième fibre en bas de la figure 1.5a. Le dispositif de correction placé au LPL est différent de celui du SYRTE. La correction n'était pas apportée sur le 1 GHz mais sur la longueur optique de la fibre, avec deux petites bobines de fibre placées au LPL. Avec une action en température sur la première et une action mécanique (piézo-électrique) sur la deuxième, il était possible de corriger les variations du délai de propagation induites par les bruits de même nature.

De cette manière, il était possible de vérifier au SYRTE le fonctionnement de l'ensemble, avec un mélange entre le 100 MHz local et le 1 GHz renvoyé par le LPL avec la deuxième fibre et divisé par 10 au SYRTE. Cette mesure est représentée par le bloc *Frequency Stability* en bleu sur la figure 1.5a et elle correspond au trajet cascadé de 86 km SYRTE-LPL-SYRTE avec les deux fibres. La stabilité de fréquence en ☆ verte sur la figure 1.6 est inférieure au bruit de la fibre en □ noir à 1 s et très inférieure de plusieurs ordres de grandeurs sur le long terme. Pour évaluer approximativement la stabilité du 100 MHz délivrée au LPL, il est nécessaire de diviser par $\sqrt{2}$ ces résultats [Daussy et al., 2005].

Nous observons à travers cette expérience deux approches et donc deux techniques de compensation totalement différentes. Par la suite, ces techniques ont été améliorées avec le transfert d'une fréquence de 9,15 GHz, permettant d'obtenir des stabilités de quelques 10^{-15} à 1 s et quelques 10^{-18} sur le long terme [Lopez et al., 2010].

Quelques autres laboratoires dans le monde ont également mis en oeuvre des liens fibrés compensés activement pour transférer des fréquences RF. Par exemple les polonais de l'Université de Science et Technologie de Cracovie (AGH) ont développé une technique qui corrige activement la phase d'une fréquence de référence RF à 5 MHz, 10 MHz ou 100 MHz. Cette technique est toujours employée et permet de faire fonctionner un lien de 420 km de manière continue depuis près de 2 ans maintenant. L'article [Sliwczynski et al., 2013a] et la section 2.5.6 présentent leur technique. Au Japon, un lien cascadé de 114 km permet également de transférer des fréquences micro-ondes de 1 et 10 GHz et la section 2.4.3 présente ce transfert (voir l'article [Fujieda et al., 2010]).

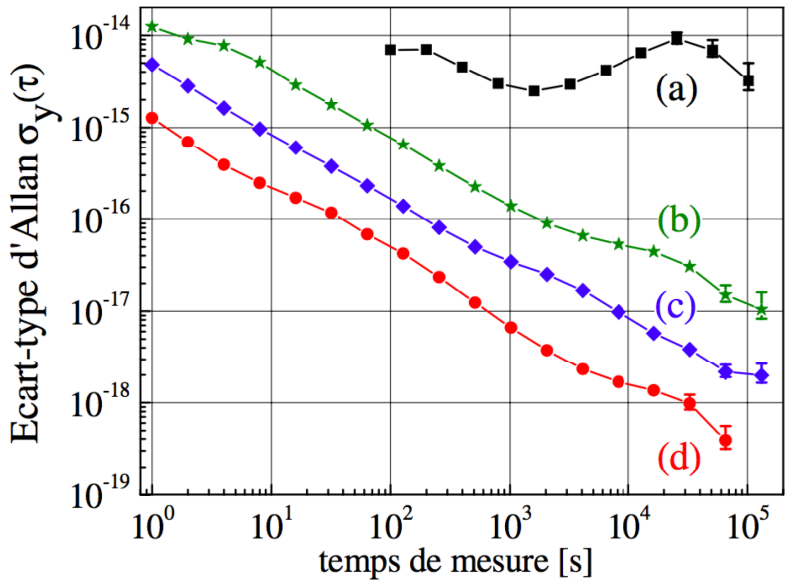


FIGURE 1.6 – Stabilité des fréquences RF et micro-ondes transférées sur le lien SYRTE-LPL-SYRTE de 86 km. En □ noir, l'instabilité de la fibre sans correction. En ☆ vert, la stabilité du transfert du 100 MHz, égale à quelques 10^{-14} à 1 s. En-dessous, en ◇ bleu la stabilité du transfert de 1 GHz et en ○ rouge de 9,15 GHz, égales à quelques de 10^{-15} à 1 s [Santarelli et al., 2014].

1.3.3.2 Dissémination d'une fréquence optique

Le LKB et le SYRTE (le laboratoire Primaire du Temps et des Fréquences à l'époque) ont disséminé une première fréquence optique à 778 nm avec la paire de fibres de 3 km qui les reliait, court-circuitée au SYRTE pour former une boucle de 6 km. Le transfert présentait un biais de fréquence de 0,4 Hz après 6 km dû aux bruits thermiques et mécaniques accumulés le long de la fibre [DeBeauvoir et al., 1996]. Ces bruits n'étaient pas corrigés car la qualité du transfert était suffisante pour l'application : transférer une fréquence de référence depuis le SYRTE pour interroger au LKB la transition 2S-8S/D de l'hydrogène [Nez et al., 1992].

Pour les liaisons plus longues et/ou des applications physiques plus exigeantes, il est nécessaire de compenser le bruit. Dans l'article [Ma et al., 1994], John L. Hall proposait la technique du lien optique avec une partie du signal renvoyée au point de départ. Il est ainsi possible de détecter le bruit après l'aller-retour et d'appliquer une correction ϕ_C grâce à une boucle à verrouillage de phase (PLL) et un Oscillateur Local (LO). La figure 1.5b correspond à ce montage. La correction est appliquée di-

rectement sur la fréquence optique avec le Modulateur Acousto-Optique 1 (AOM 1). A la suite de cette proposition, le transfert d'une fréquence optique s'est peu développé au profit du transfert RF présenté précédemment, notamment parce qu'à l'époque, les meilleures oscillateurs n'étaient pas dans le domaine optique.

Depuis la fin des années 2000 et les progrès des horloges optiques, le transfert d'une fréquence optique à 1550 nm avec un lien fibré a connu un essor important un peu partout dans le monde et particulièrement en Europe. Aujourd'hui, le perfectionnement du lien activement compensé (ANC pour *Active Noise Compensation*) et les déploiements avec des fibres dédiées ou *via* le réseau Internet permet de disséminer une référence sur de longues distances. En Allemagne, un lien de 2×920 km entre le PTB et le MPQ a été développé pour mesurer au MPQ la transition 1S-2S de l'hydrogène par rapport à l'horloge primaire du PTB [Predehl et al., 2012]. Plus récemment, deux liens activement compensés ont été réalisés entre le PTB et le SYRTE. Les stabilités et les exactitudes obtenues sont meilleures de plusieurs ordres de grandeur par rapport aux meilleures liaisons satellitaires et permettent de comparer pour la première fois deux horloges optiques distantes.

Le principe du Two-Way développé pour les liens satellitaires a également été proposé pour les liens fibrés dans l'article [Williams et al., 2008]. Cette technique permet de **comparer** deux horloges optiques distantes, et non de **transférer** une fréquence optique du point A au point B. Limitée à la comparaison de fréquence, cette technique permet néanmoins d'obtenir une stabilité dépassant théoriquement d'un facteur 2 celle de l'ANC (voir chapitre 5).

1.3.3.3 Dissémination d'un peigne de fréquences optiques

La dissémination simultanée d'une fréquence optique et d'une fréquence RF a été démontrée par une équipe du NPL (*National Physical Laboratory*) en 2012 avec le transfert d'un peigne de fréquences optiques à travers une fibre de 7 km. La fréquence RF correspond au taux de répétition. Pour ce transfert, une partie du signal du peigne de fréquences était renvoyée au point de départ afin de détecter le bruit accumulé. Le dispositif de correction représenté sur la figure 1.5c est similaire à celui présenté précédemment pour la dissémination RF : deux petites bobines sur lesquelles ils agissaient en température et mécaniquement. Ils obtiennent ainsi une stabilité de quelques 10^{-17} après 1000 s d'intégration pour le taux de répétition du

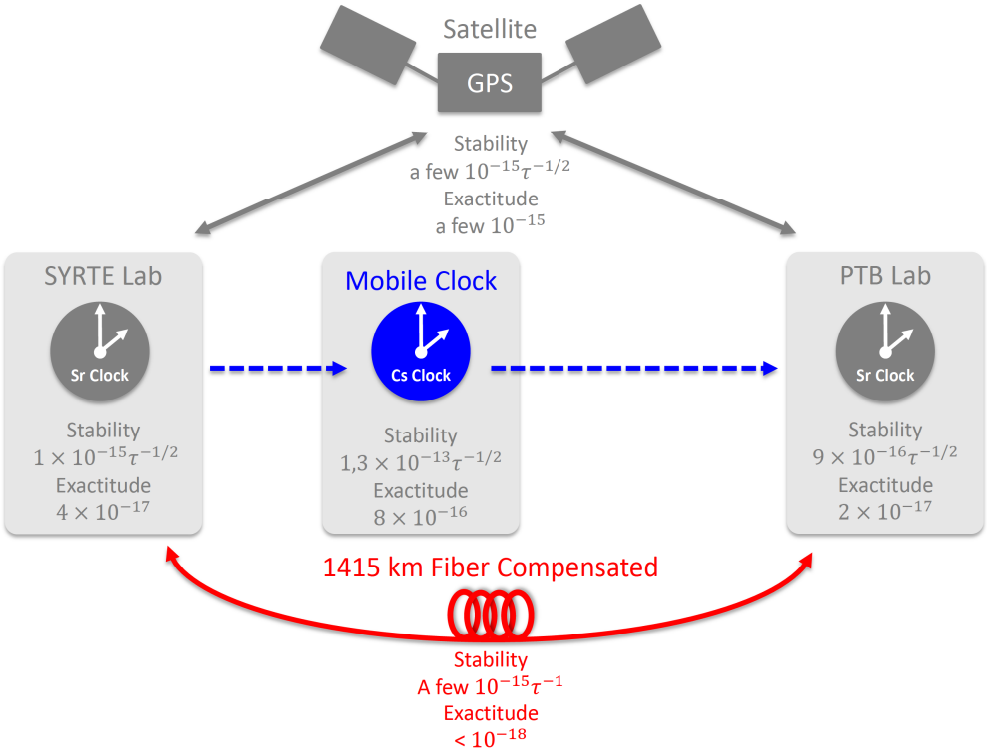


FIGURE 1.7 – Bilan des trois techniques de comparaison et de leur performance. La comparaison des deux horloges optiques Sr du SYRTE et du PTB est limitée par les stabilités et les exactitude du GPS ou de l'horloge Cs mobile. La liaison fibrée activement compensée présente une stabilité de quelques 10^{-15} à 1 s et permet de comparer les deux horloges sans dégrader leur signaux.

peigne de fréquences et quelques 10^{-18} sur le long terme pour la fréquence optique [Marra et al., 2012]. La dispersion chromatique du spectre du peigne de fréquences après plusieurs kilomètres de fibre est un problème, qui limite pour le moment l'extension vers des liaisons plus longues.

1.3.4 Bilan des performances de ces techniques

La figure 1.7 représente les trois techniques de dissémination présentées précédemment : le satellite (en prenant l'exemple du GPS), l'horloge mobile et la fibre optique activement compensée. Dans chaque cas, nous avons précisé les meilleures performances de stabilité et d'exactitude, en prenant le cas d'une liaison de 1415 km entre le SYRTE et le PTB.

Les deux horloges optiques correspondent aux horloges Strontium du PTB et du SYRTE, présentant une stabilité à 1 s d'intégration de 9×10^{-16} et de 1×10^{-15} respectivement, avec une pente en $\tau^{-1/2}$, et une incertitude de quelques 10^{-17} dont nous voulons déterminer la valeur (voir les articles [Le Targat et al., 2013, Falke et al., 2014]). Ces stabilités à 1 s sont meilleures de plusieurs ordres de grandeur par rapport à celle d'une liaison satellite réalisée par GPS et de deux ordres de grandeur par rapport à celle de l'horloge mobile du SYRTE. De plus, ces techniques de comparaison ont une stabilité qui descend en $\tau^{-1/2}$ comme les horloges. Ces techniques dégraderont donc la comparaison des horloges distantes, même après de long-temps d'intégration, car les courbes de stabilité ne se croiseront pas.

Au contraire, la liaison fibrée activement compensée entre les deux laboratoires permet d'obtenir une stabilité de fréquence à 1 s de quelques 10^{-15} avec une pente en τ^{-1} caractéristique d'un bruit blanc de phase. Cette liaison est en réalité constituée d'une première fibre entre Paris et Strasbourg et d'une deuxième entre Braunschweig et Strasbourg, permettant de comparer les signaux des horloges à Strasbourg. Le montage est détaillé au chapitre suivant, à la section 2.5.2. La comparaison des deux horloges est possible dès 1 s d'intégration de la mesure. Pour de meilleures horloges au niveau de 10^{-16} à 1 s, l'intégration des mesures sur des temps de l'ordre de la minute au maximum doit permettre de croiser la courbe du lien avec celles des horloges et donc de ne plus avoir la contribution du lien dans la mesure.

1.4 Réseau métrologique et quelques exemples d'applications

1.4.1 Projet Refimeve+

Le projet Refimeve+ (REseau FIbré MEtrologique à Vocation Européenne) a pour objectif la construction d'un réseau fibré métrologique qui s'appuie sur le réseau Internet académique géré par Renater. Ce réseau permettra de transférer une fréquence optique ultrastable sans dégradation des performances sur des distances de plusieurs milliers de kilomètres. Il connectera à terme 19 partenaires scientifiques, dont 8 en région parisienne et 11 dans différentes villes françaises. La figure 1.8 montre le déploiement final prévu pour le réseau Refimeve+.

FIGURE 1.8 – Carte du déploiement du réseau métrologique Refimeve+ avec le signal optique de référence provenant du SYRTE (Paris) disséminé vers 19 partenaires scientifiques en France, et vers des connections européennes représentées en rouge avec l'Allemagne pour le PTB, l'Angleterre pour le NPL et l'Italie pour l'INRIM.

Les laboratoires utilisateurs disposeront d'une référence absolue de fréquence à 194,4 THz (1542 nm) ayant la même exactitude que la fréquence de départ délivrée par le LNE-SYRTE. Les peignes de fréquences permettent ensuite de ramener cette fréquence vers une autre fréquence optique, radio-fréquence ou micro-onde compatible avec leurs applications. À partir de ce réseau, il sera possible de connecter de nouveaux laboratoires académiques ou industriels si une liaison par fibre optique est disponible.

Techniquement, le transfert est réalisé avec des fibres optiques de télécommunication de type SMF-28, dont l'absorption est minimale vers 1,5 μm. Le réseau métrologique utilise le canal #44 de notre partenaire Renater, correspondant à l'onde optique à 1542,14 nm, distant de 0,8 nm des autres canaux Internet.

Pour s'assurer que le signal métrologique n'est pas dégradé par le lien activement compensé, il est nécessaire de construire un deuxième lien compensé dit *descendant*. Le premier lien *montant* délivre le signal ultrastable à l'utilisateur et une partie du signal optique est renvoyée au point de départ avec le deuxième lien *descendant*, parallèle au premier ou, idéalement, avec un chemin différent pour être indépendant du premier. Les liens optiques avec une fibre dédiée ou avec un canal de télécommunication dédié sont toujours réalisés avec une paire de fibre.

Ce réseau pourra être lui-même un objet d'étude. Comme le montre la figure 1.8, la boucle géante passant par Paris, Bordeaux, Marseille, Lyon et un retour à Paris représente une surface de 100000 km^2. Les signaux lasers ultrastables circulant dans des sens opposés dans cette boucle présenteront une différence de phase due à l'effet Sagnac, proportionnelle à cette surface géante. L'effet Sagnac étant dû à la rotation de la Terre, il sera intéressant d'analyser les données de Refimeve+ pour étudier la mise en évidence d'effets géophysiques (voir l'article [Clivati et al., 2013]).

1.4.2 Comparaison de deux horloges optiques distantes

En s'appuyant sur le réseau Renater et le projet Refimeve+, le SYRTE et le LPL ont notamment réalisé une grande connexion européenne entre la France et l'Allemagne représenté sur la figure 1.9.

Dans ce cadre, le lien français est déployé jusqu'à Strasbourg à travers le réseau Internet de Renater avec le canal dédié #44, tandis que le lien allemand est déployé avec une fibre dédié, où seul le signal métrologique circule, et rejoint Strasbourg.

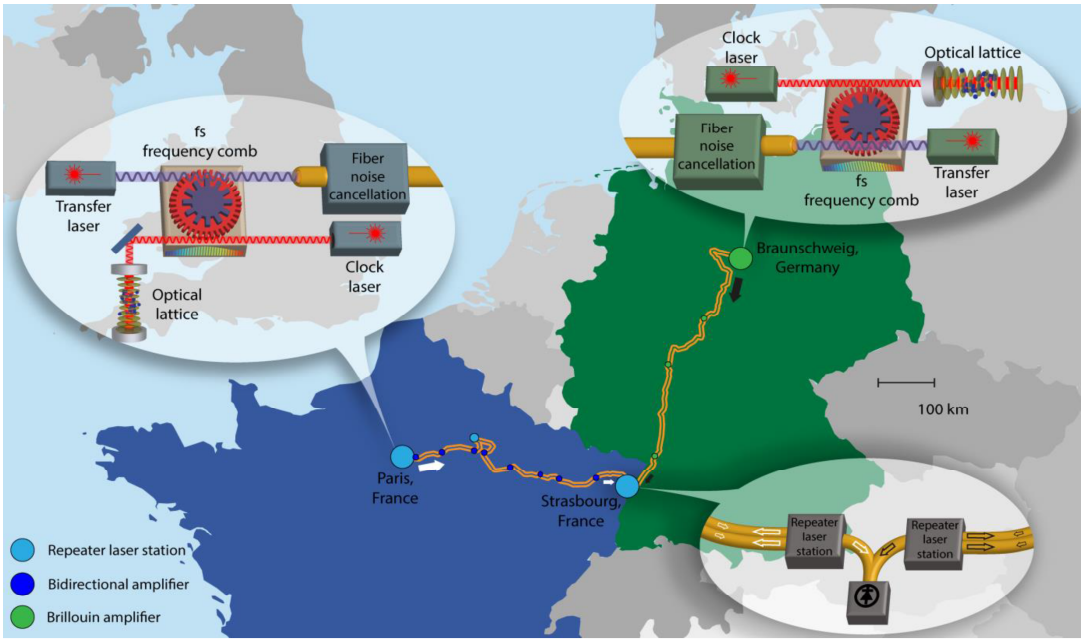


FIGURE 1.9 – Grand lien européen de 1415 km entre le SYRTE à Paris et le PTB à Braunschweig. En France, le canal dédié est constitué de 4 liens cascadés avec des EDFA bidirectionnels et 5 stations Régénératrices dont 1 à Strasbourg. En Allemagne, la fibre dédiée est réalisée avec des amplificateurs Brillouin, des EDFA et 1 station Régénératrice à Strasbourg. Les sorties locales des deux stations à Strasbourg permettent de comparer les deux horloges strontium distantes.

Ces deux techniques sont développées au chapitre suivant, dans la partie 2.4. Une première fibre optique est déployée entre Paris et Strasbourg et représente 710 km, puis une deuxième fibre, parallèle à la première, revient à Paris pour un total de 1420 km. Il est ainsi possible de surveiller le fonctionnement du lien. Le signal optique est amplifié avec des amplificateurs *Erbium-Doped Fiber Amplifier* (les EDFA représentés par des ronds bleus foncés sur la figure) et il est régulièrement amplifié et filtré avec des stations Régénératrices autonomes et bas bruit (représentées par des ronds bleus clairs sur la figure). En Allemagne, le lien représente 705 km jusqu'à Strasbourg et 1410 km avec le retour à Braunschweig. Il est amplifié avec des amplificateurs Brillouin (représentés par des petits ronds verts sur la figure) et des EDFA, et inclut aussi une station Régénératrice française installée à Strasbourg pour permettre la comparaison avec l'autre station Régénératrice côté français.

Au niveau de Strasbourg, un lien Two-Way permet de comparer les signaux métrologiques des lasers ultrastables français et allemand. Au SYRTE et au PTB,

des peignes de fréquence permettent de faire la mesure des rapports de fréquences entre le laser ultrastable à 194,4 THz transféré dans la fibre et la fréquence optique à 429 THz de la transition 1S-3P$_1$ de chacune des horloges Sr. Les deux liens n'étant pas limitant dans le transfert, la comparaison permet d'observer directement la contribution des deux horloges avec une somme quadratique. La stabilité obtenue à 1 s est de $1,2 \times 10^{-15}$. L'incertitude totale de la comparaison est égale à 5×10^{-17} dont les contributions principales sont :

- les erreurs systématiques (ou de type B) des horloges Sr du SYRTE et du PTB respectivement égale à $4,1 \times 10^{-17}$ et à $1,9 \times 10^{-17}$;
- l'erreur statistique mesurée pendant la compagne de comparaison (ou de type A) des deux horloges Sr : 2×10^{-17}.

Le budget de l'incertitude prend également compte des contributions mineures et négligeables des liens, des compteurs de fréquence et de l'erreur sur la correction du potentiel de gravitation.

Il s'agit d'une première grande comparaison de deux horloges optiques distantes de près de 1500 km entre deux pays européens. Grâce au niveau bas bruit des liens, il a été possible de comparer pour la première fois deux horloges optiques dès la seconde d'intégration et d'atteindre un niveau d'exactitude de quelques 10^{-17}.

1.4.3 Parité (LPL)

Parmi les exemples de spectroscopie de haute résolution nécessitant une fréquence de référence, nous pouvons citer les tests menés au LPL sur la violation de parité dans les molécules chirales. Cette violation, prédite dans les années 1980, implique que les molécules chirales gauches ont des fréquences de transitions légèrement différentes de celles des molécules droites. C'est une expérience très délicate car l'effet de violation de parité est extrêmement faible, de l'ordre de 10^{-13} au mieux en valeur relative. Une première expérience a été réalisée en 1999 avec une sensibilité de quelques 10^{-13} insuffisante pour mettre en évidence l'effet de violation de parité.

L'expérience mise en place au LPL devrait permettre d'obtenir une sensibilité plus élevée de deux ordres de grandeur. Le principe est de sonder alternativement une transition rovibrationnelle des énantiomères droits et gauches d'une même molécule chirale. Pour obtenir une très grande sensibilité, le montage de spectroscopie à très haute résolution doit atteindre une sensibilité d'environ 10^{-14}. Le même montage

expérimental sera utilisé alternativement pour les molécules droites et gauches donc une partie des effets systématiques sera très efficacement rejeté et la sensibilité de l'expérience sera améliorée encore d'un ordre de grandeur.

La fréquence du laser sonde ne doit pas dériver entre la mesure sur les molécules droites puis gauches car toute dérive serait interprétée comme un effet de violation de parité. Pour atteindre la sensibilité requise, cette expérience nécessite une excellente stabilisation du laser MIR qui sonde les molécules chirales et un contrôle de la fréquence absolue du laser. La fréquence absolue du laser doit donc être contrôlée au niveau de 10^{-15} sur des échelles de temps de la centaine de seconde à la journée.

1.4.4 Constante de structure fine (LKB)

Au Laboratoire Kastler Brossel (LKB), le groupe *Métrologie des systèmes simples et tests fondamentaux* travaille notamment sur la détermination de la constante de structure fine α à partir de la relation :

$$\alpha^2 = \frac{2R_\infty}{c} \times \frac{M}{m_p} \times \frac{m_p}{m_e} \times \frac{h}{M} \tag{1.5}$$

avec R_∞ la constante de Rydberg, c la vitesse de la lumière, M la masse de l'atome étudiée, m_p la masse du proton, m_e la masse de l'électron et h la constante de Planck. L'équipe travaille donc également sur la détermination de R_∞, qui repose sur la mesure avec une grande précision des transitions optiques 1S-3S et 1S-4S de l'hydrogène (et par le passé la transition 2S-8S/D [Nez et al., 1992]). En 2010, la transition $1S_{1/2}(F = 1) - 3S_{1/2}(F = 1)$ était mesurée à $2\,922\,742936,729(13)$ MHz avec une incertitude relative de $4,5 \times 10^{-12}$ [Arnoult et al., 2010]. Le développement d'une source à 194 nm permettra par la suite de sonder la transition 1S-4S (voir l'article [Galtier et al., 2014]) et la distribution d'une référence absolue de fréquence permettra de réaliser cette mesure avec une incertitude non-limitée par le contrôle de la fréquence.

La constante de structure fine α est ensuite déterminée avec l'atome de rubidium. Les atomes de rubidium ultra-froids sont accélérés avec des oscillations de Bloch et leur vitesse finale permet de déterminer avec une grande précision le rapport h/M entre la constante de Planck et la masse de l'atome et d'en déduire la constante de structure fine, dont la dernière mesure donne $137,035\,999\,037(91)$ avec

une incertitude de $6,6 \times 10^{-10}$ [Bouchendira et al., 2011].

1.4.5 Les autres applications

La dissémination d'une fréquence optique ultrastable doit permettre de tester la stabilité temporelle des constantes fondamentales. En effet, la comparaison de différents types d'horloges dont les transitions atomiques ou moléculaires font intervenir différentes constantes fondamentales permet de mesurer d'éventuelles variations au cours du temps de ces dernières, par exemple le rapport des masses de l'électron et du proton m_e/m_p.

Un autre champ d'applications concerne la comparaison des horloges terrestres et spatiales notamment au travers du projet ACES (*Atomic Clocks Ensemble in Space*) comprenant le Projet d'Horloge Atomique par Refroidissement d'Atomes en Orbite (PHARAO) et le *Space Hydrogen Maser* (SHM). Le module ACES devrait être envoyé en 2017 à destination de la station spatiale internationale. Les expériences comprennent le transfert de temps et de fréquences à des précisions inégalées, l'étude de la propagation dans l'atmosphère, des tests de physique fondamentale et des mesures de géodésie hautes précisions.

Par exemple, il sera possible de mesurer le *redshift* dû au potentiel gravitationnel. En effet, la fréquence d'une horloge dépend du potentiel gravitationnel w avec un décalage de fréquence appelé *redshift* $\Delta f \propto w/c^2$. La mesure de la différence de fréquence entre deux horloges $\Delta\nu$ permettra donc de mesurer une différence du potentiel gravitationnel Δw. Cette mesure de géodésie relativiste sera possible avec les meilleures horloges optiques terrestres et celles installées sur la station internationale.

L'ensemble de ces expériences s'appuieront sur un lien micro-ondes sol-espace (MWL) spécifique pour effectuer des comparaisons entre les horloges terrestres distantes au niveau de 10^{-17}. Cet instrument de comparaison pourra donc être évalué avec un lien fibré, par exemple de 1415 km entre le SYRTE et le PTB. Comme les liens MWL et fibrés sont basés sur des techniques très différentes, cette évaluation permettra a priori de mieux évaluer les effets systématiques, en particulier ceux liés aux modèles de propagation atmosphérique des liaisons satellitaires.

1.5 Conclusion

La stabilité et l'exactitude des oscillateurs progressent avec le temps et exploitent des fréquences f de plus en plus grandes pour minimiser intrinsèquement le bruit Δf de l'oscillateur dans le rapport $\Delta f/f$. Aujourd'hui, l'exactitude des fréquences optiques des horloges basées sur des atomes strontium (au SYRTE, au PTB, au NIST et à l'UT par exemple), des ions aluminium (au NIST par exemple) dépassent les exactitudes de la fréquence micro-onde à 9,12 GHz des meilleures horloges primaires basées sur l'atome du césium-133. A terme, les horloges optiques vont redéfinir la seconde, fixée depuis 1967 lors de la 13e Conférence Générale des Poids et Mesures (CGPM) comme étant *la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133* au repos et à une température de 0 K.

Jusqu'à récemment, la comparaison de deux horloges primaires distantes était réalisée par rapport à une horloge intermédiaire mobile ou embarquée dans un satellite GPS. Les performances de la meilleure horloge transportable, réalisée par le SYRTE, sont limitées à quelques 10^{-13} en stabilité, avec une incertitude de 8×10^{-16}, insuffisante pour comparer les meilleures horloges primaires. Le GPS, ainsi que le Two-Way par satellite (TWSTFT), présente une exactitude et une stabilité de quelques 10^{-15}, voire 10^{-16} pour le TWSTFT en phase (TWCP), avec une pente de stabilité descendant en $\tau^{-1/2}$ comme les horloges. La comparaison de deux horloges est donc possible avec de très longues intégrations de plusieurs jours pour atteindre éventuellement le plancher de bruit des horloges en τ^0.

Aujourd'hui, les performances des horloges optiques sont telles que ces techniques classiques de comparaison dégradent les signaux des horloges, même sur de très longues intégrations. C'est tout l'enjeu des travaux présentés dans ce manuscrit :

- développer les techniques de comparaison des fréquences optiques à ultra-haute résolution pour valider les récentes performances des horloges optiques ;
- et permettre la dissémination de cette fréquence optique de référence à de multiples utilisateurs avec mes travaux sur le *multi-access* présentés au chapitre 4.

Chapitre 2

Les liens optiques fibrés

Sommaire

2.1 Introduction **46**

2.2 Principe d'un lien optique **46**

2.2.1 Source de bruit dans une fibre 47

2.2.2 Correction du bruit 52

2.3 Limites de la compensation du bruit **59**

2.3.1 Limites technologiques 59

2.3.2 Limites fondamentales 63

2.4 Déploiement des liens optiques **68**

2.4.1 Déploiement avec fibre dédiée 68

2.4.2 Déploiement avec un canal dédié 69

2.4.3 Technique du lien cascadé 70

2.4.4 Les liens urbains utilisés pour mes travaux de thèse 75

2.5 Etat de l'art **76**

2.5.1 En Allemagne 77

2.5.2 Entre la France et l'Allemagne 79

2.5.3 Entre la France et l'Angleterre 81

2.5.4 En Angleterre 81

2.5.5 En Italie 82

2.5.6 En Pologne 83

2.6 Conclusion **85**

2.1 Introduction

Nous avons vu au chapitre précédent que les techniques classiques de dissémination de fréquence (par satellites ou avec des horloges transportables) ont des performances insuffisantes pour comparer les horloges optiques distantes car la stabilité et l'exactitude de leur fréquence seraient dégradées lors du transfert, même sur de longs temps d'intégration. Nous avons donc introduit trois techniques de transfert par fibre optique permettant de transférer une fréquence RF, une fréquence optique ou alors un peigne de fréquence optique. Ce chapitre est entièrement consacré au transfert d'une fréquence optique. L'enjeu est d'accompagner les progrès des horloges optiques en offrant la possibilité de comparer sans dégradation deux horloges distantes. Il est également intéressant de disséminer une fréquence de référence absolue à plusieurs utilisateurs à travers un réseau métrologique.

Nous aborderons dans ce chapitre l'origine du bruit accumulé dans les fibres optiques et la technique de compensation active de ce bruit (ANC pour *Active Noise Compensation*). Nous présenterons les limitations technologiques et fondamentales des liens déployés avec une fibre dédiée ou un canal de télécommunication dédié et nous rappellerons quelques résultats marquants obtenus avec ces liens optiques.

2.2 Principe d'un lien optique

Nous appelons *lien optique* une *liaison fibrée*, entre deux laboratoires, avec laquelle nous transférons une fréquence de référence de très grande stabilité et pour laquelle nous compensons le bruit apporté par le transfert. L'enjeu est de mesurer ce bruit et de le retrancher. Les premiers travaux réalisés au LPL en collaboration avec le SYRTE consistait à transférer une fréquence de référence dans le domaine micro-onde, en passant par la modulation d'un laser. Ici, nous proposons le transfert de la référence directement avec l'onde optique du laser. Il est ainsi possible d'obtenir d'excellentes performances de transmission et donc d'excellents résultats en exactitude et en stabilité car, en relatif, nous avons le rapport $\Delta f/f$ avec f la fréquence optique à 194 THz (1542,14 nm) qui est très grande devant son bruit Δf.

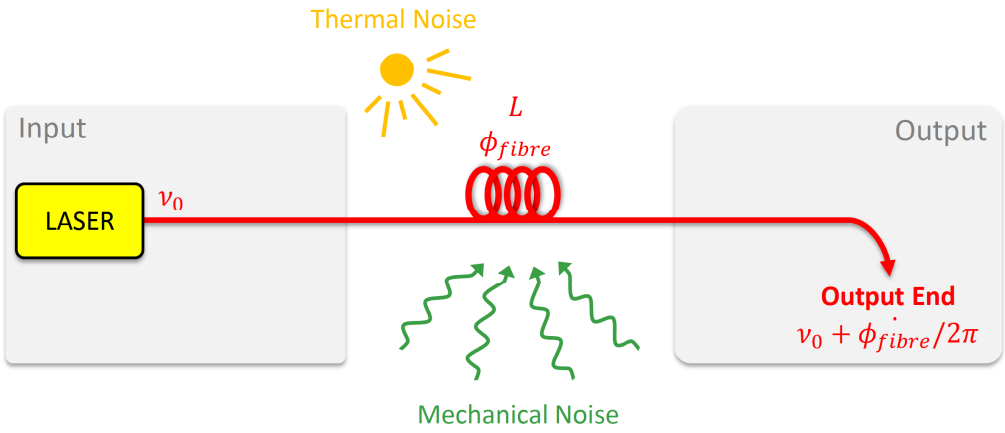


FIGURE 2.1 – Transfert d'une fréquence optique de référence ν_0 au site distant avec une fibre libre de longueur L. La phase optique délivrée à l'extrémité est perturbée par le bruit de phase ϕ_{fibre} d'origine thermique et mécanique.

2.2.1 Source de bruit dans une fibre

Lors du transfert, la liaison fibrée peut introduire du bruit et dégrader la stabilité et l'exactitude initiale du laser. L'origine de ce bruit est thermique et mécanique.

Ces bruits induisent une perturbation de l'indice de réfraction et une perturbation de la longueur de la fibre. Les variations de l'indice modifient la vitesse de propagation dans la fibre et donc le délai de propagation. L'allongement et le rétrécissement de la longueur L de la fibre sur la figure 2.1 modifie le délai de propagation total dans la fibre. Nous exprimerons par la suite ces variations du délai par un bruit de phase provenant de la fibre ϕ_{fibre} et affectant la phase du signal : cela dégrade la stabilité et l'exactitude de la fréquence transmise ν_0.

2.2.1.1 Les bruits d'origine mécanique

Les fibres optiques sont très sensibles aux bruits mécaniques, dont l'origine peut être acoustique. Lorsque les ondes acoustiques affectent les fibres, il apparaît localement une contrainte mécanique ε qui modifie l'indice de réfraction et la longueur de la fibre. Cet effet sur la phase, exprimée ici sous la forme d'un déphasage $\Delta\phi$, est proportionnel à la longueur de la fibre exposée L et à la contrainte subie par la

fibre. Nous pouvons donc exprimer ce déphasage par unité de longueur :

$$\frac{1}{L}\frac{\partial(\Delta\phi)}{\partial\varepsilon} = k_0\frac{\partial(\Delta n_{eff})}{\partial n}\frac{\partial n}{\partial\varepsilon} + k_0\frac{\partial(\Delta n_{eff})}{\partial D}\frac{\partial D}{\partial\varepsilon} + k\Delta n_{eff}\frac{1}{L}\frac{\partial L}{\partial\varepsilon} \tag{2.1}$$

avec k_0 et k le vecteur d'onde respectivement dans le vide et dans le milieu d'indice effectif n_{eff}, D la dimension transverse et n le profil d'indice de la fibre. Les deux premiers termes correspondent aux paramètres opto-géométriques n et D qui provoque une variation de Δn_{eff}. Nous considérons par la suite que le paramètre D provoque une variation négligeable de Δn_{eff}. Le dernier terme représente la variation de la longueur de la fibre sous l'effet de la contrainte mécanique, qui est la variation principale dans cette équation. Cela a deux conséquences :

1. intégrées sur l'ensemble de la fibre, ces modifications locales modifient le délai de propagation ;
2. l'anisotropie locale de la fibre provoque une biréfringence entre les deux axes de propagation et la polarisation du laser est modifiée : c'est un peu le principe d'un contrôleur de polarisation (voir section 2.2.2.2).

Ce dernier effet sur la biréfringence peut effectivement limiter le transfert de la fréquence optique mais il est complexe à appréhender car il s'agit d'un effet non-réciproque. Nous reviendrons sur cet effet plus loin dans ce chapitre.

Sur le court terme avec τ inférieur à 10 s, le bruit mécanique existe sous la forme de vibrations terrestres, qui couvrent dans le domaine spectral des fréquences comprises entre 0,1 Hz et 10-20 Hz (voir l'article [Calonico et al., 2014]). Ensuite, les ondes mécaniques ont plutôt une origine acoustique, avec un spectre sensible pour les liens fibrés : entre 10 Hz et 1 kHz. Au-delà de 1 kHz, la sensibilité est moindre car le bruit de fréquence dans une fibre diminue en $1/f^2$.

Pour le transfert de fréquence, cette sensibilité mécanique est donc une source de bruit dommageable. Mais elle est aussi parfois une source d'information. L'effet de biréfringence est exploité par les capteurs polarimétriques, intégrés par exemple dans des sismographes. La fibre optique est aussi utilisée comme un capteur pour surveiller le vieillissement des grandes structures et leur comportement aux aléas climatiques. Par exemple les grandes piles bétonnées du pont de Millau sont équipés d'extensomètres à fibre optique (en plus des électriques), capables de mesurer des mouvements au micromètre près avec une rapidité de cent mesures par seconde.

2.2.1.2 Les bruits d'origine thermique

La deuxième source de bruit accumulé dans une fibre est d'origine thermique. Le déphasage $\Delta\phi$ induit par les changements thermiques sur une section de fibre L peut être décrite par unité de longueur comme précédemment :

$$\frac{1}{L}\frac{\partial(\Delta\phi)}{\partial T} = k_0\frac{\partial(\Delta n_{eff})}{\partial n}\frac{\partial n}{\partial T} + k\Delta n_{eff}\frac{1}{L}\frac{\partial L}{\partial T} \tag{2.2}$$

avec les mêmes paramètres k_0, k, n_{eff} et n. Une fois encore, nous négligeons les variations de l'indice de réfraction effectif Δn_{eff} due aux variations de la dimension transverse D. Le dernier terme représente la compression ou l'expansion thermique de la fibre correspondant au coefficient de dilatation thermique α et il est négligeable devant les variations locales de l'indice Δn_{eff} beaucoup plus importantes. Pour les fibres standards SMF-28 utilisées en télécommunication, cette contribution totale est exprimée en variation de délai de propagation et elle est égale à 37 fs/K.m pour une fibre SMF28 [Stefani et al., 2014].

Les effets thermiques affectent la stabilité de la fréquence transmise sur des temps d'intégration différents en fonction de la source. Nous parlons de stabilité moyen terme entre 30 s et 3000 s pour des bruits thermiques causés par les cycles d'une climatisation par exemple et affectant les longueurs de fibre dans les *Data center* notamment. Ensuite nous parlons de stabilité long terme entre 3000 s et 10000 s, pour les bruits thermiques causés par les cycles diurnes principalement, et au-delà de 10000 s pour les cycles saisonniers, affectant les longueurs de fibre enfouies sous terre, c'est à dire la majorité de la longueur d'un lien fibré.

Limité à l'effet long terme, il est également possible d'écrire le déphasage sous la forme d'une variation de phase par unité de longueur, définie au point z de la fibre optique et à l'instant t, et directement reliée à la variation de température ΔT :

$$\delta\varphi(z,t) = \omega\frac{n(T_0)}{c}\left(\alpha_{SiO_2} + \frac{1}{n(T_0)}\frac{\partial n}{\partial T}(T_0)\right)\cdot\Delta T(z,t) \tag{2.3}$$

avec $n(T_0)$ l'indice de réfraction de la fibre à la température de référence T_0, α_{SiO_2} = 0.55×10^{-6} K^{-1} le coefficient d'expansion linéaire de la fibre, c la vitesse de la lumière, ΔT la variation de température par rapport à T_0 et ω la fréquence angulaire du signal optique. Le deuxième terme entre parenthèse correspond au coefficient

thermo-optique égal à 7×10^{-6} K^{-1} [Chen et al., 2015].

Pour être indépendant de la fréquence angulaire ω, la variation de phase par unité de longueur peut être exprimée comme une variation relative par unité de longueur du délai de propagation :

$$\widetilde{\delta\varphi}(z,t) = \gamma \Delta T(z,t) \tag{2.4}$$

avec γ le coefficient phase-température au premier ordre, correspondant à la contribution totale précédente de 37 fs/K.m pour une fréquence optique de 194 THz et une fibre à la température T_0 = 298 K. Pour une longueur de fibre L, la variation totale de la phase s'écrit :

$$\Delta\Phi(t) = \gamma\omega \int_0^L \Delta T(z,T)\mathrm{d}z \tag{2.5}$$

Cette expression permet par exemple d'évaluer la sensibilité thermique de nos dispositifs de correction constitués d'un interféromètre de Michelson dont le bras de référence est sensible à la température.

2.2.1.3 Les bruits aléatoires

Dans les deux sections précédentes, la réponse de la fibre optique aux effets thermiques et mécaniques était décrite comme étant déterministe. Ceci est particulièrement vrai pour les bruits basses fréquences.

Mais à plus haute fréquence, il est nécessaire de prendre en compte le caractère aléatoire des bruits d'origine thermique et mécanique. Le chapitre 3 est consacré à la définition du bruit linéïque aléatoire accumulé le long d'une fibre.

2.2.1.4 Variabilité du bruit entre les fibres

La figure 2.2 présente la dégradation de la fréquence transmise par le bruit mécanique et thermique accumulé le long de quelques liens fibrés. Nous parlons de fibre dite *libre*, c'est à dire sans compensation active, aussi parfois dit *Free running* ou tout simplement *Free* en anglais. La fréquence transmise a été comptée toutes les secondes pendant plusieurs jours, sans filtrage, et nous présentons ici le traitement avec l'écart-type d'Allan (avec recouvrement) pour plusieurs temps d'intégration.

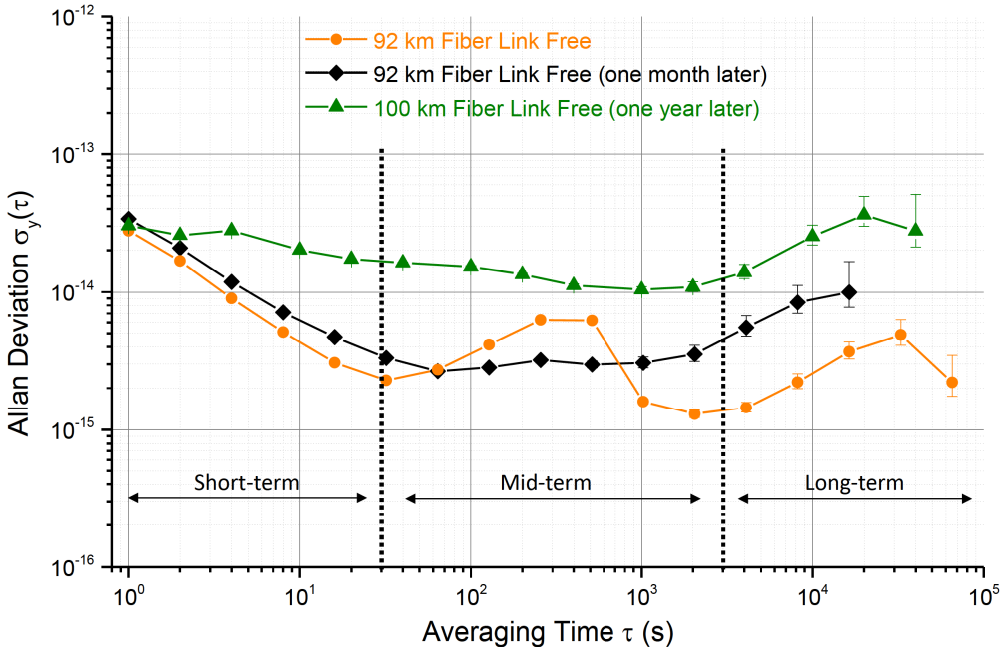


FIGURE 2.2 – Ecart-type d'Allan de la fréquence de référence dégradée par des fibres déployées dans la région de Paris. La stabilité de la fréquence est dégradée par des bruits variables dans le temps (non-stationnaires) et variable d'une fibre à une autre.

Le traitement statistique et les compteurs sont expliqués dans les annexes A et B respectivement. Cette analyse nous permet d'observer la stabilité de la fibre mais pas celle de la fréquence transmise.

Les deux premières mesures en ○ orange et en ◇ noir ont été réalisées pendant les essais expérimentaux sur un lien de 92 km déployés en Île-de-France entre le SYRTE, le LPL et le LKB et présentés en section 4.6.1.3 (voir la carte de la figure 4.34). Nous obtenons ainsi en ○ orange une stabilité du lien libre égale à 3×10^{-14} à 1 s en fréquence relative. Puis la stabilité descend en-dessous de 10^{-14} et nous observons très nettement à moyen terme l'effet d'une ou de plusieurs climatisations, affectant les sections de fibre dans les trois laboratoires par lesquels elle circule. Sur le long terme, la deuxième *bosse* correspond aux cycles diurnes affectant la fibre dans son ensemble.

Ensuite nous avons tracé en ◇ noir la même mesure réalisée sur la même fibre mais 1 mois plus tard. La stabilité court terme est légèrement dégradée, celle à moyen terme (liée aux climatisations) est meilleure tandis que la stabilité long terme est beaucoup plus dégradée. Nous observons ici qu'il existe une variabilité du bruit dans

le temps pour une même fibre car **le bruit dans une fibre n'est pas stationnaire**. Ce point a également été observé par le groupe de Fujieda du NICT (près de Tokyo). Dans l'article [Fujieda et al., 2011], ils indiquaient que la stabilité de fréquence de leur boucle fibrée de 60 km se dégradait d'un ordre de grandeur entre la nuit et le jour à cause du métro et parfois de la météo.

La variabilité du bruit existe également entre deux fibres différentes. La troisième mesure en △ vert sur la figure 2.2 correspond aux essais réalisés un an plus tard sur une boucle fibrée de 100 km, reprenant une partie des fibres du lien de 92 km mais utilisant quelques nouveaux tronçons vers les Data Center parisiens : Interxion 1 et TeleHouse 2 (voir la carte de la figure 2.10). Avec ce lien de 8 km de plus que précédemment, la stabilité à 1 s est la même que celle des deux premières mesures en ○ orange et en ◇ noir. Mais au-delà de la seconde d'intégration, la stabilité se dégrade fortement. Les 8 kilomètres supplémentaires n'expliquent pas ce bruit. En revanche, le bruit accumulé sur les nouveaux tronçons de fibre est beaucoup plus fort, notamment à cause des Data Center fortement climatisés. Nous observons ici que **le bruit n'est pas homogène le long de la fibre**, certains tronçons étant plus bruyants que d'autres.

Ainsi, les liens fibrés déployés sur de longues distances, en dehors des zones urbaines, peuvent présenter une bonne stabilité de fréquence lorsqu'ils sont libres. En Allemagne, le lien de 1410 km déployé entre le PTB à Braunschweig et Strasbourg est un lien intrinsèquement peu bruyant. Dans l'article [Raupach et al., 2015], ce lien libre présente une stabilité de fréquence de 8×10^{-14} à 1 s d'intégration et la stabilité descend ensuite en-dessous de 10^{-14} sur le moyen et le long terme, comme notre lien de 92 km représenté par les courbes en ○ orange et en ◇ noir !

2.2.2 Correction du bruit

Les stabilités de ces liens libres autours de quelques 10^{-14} limitent néanmoins le transfert des fréquences de référence. Par exemple au SYRTE le laser stabilisé sur une cavité ultrastable donne une stabilité à 1 s de quelques $2-3 \times 10^{-15}$. Il est donc nécessaire de compléter la figure 2.1 par un dispositif de correction.

Pour corriger le bruit mécanique et thermique d'une fibre déployée, l'une des solutions proposées dans l'article [Narbonneau et al., 2006] consistait à opposer le même effet mécanique et thermique sur de petites bobines de fibre installées dans

le laboratoire de référence. Pour détecter le bruit, une partie du signal transféré est renvoyée au point de départ. Un mélange en phase avec le signal de référence et une boucle d'asservissement permettait d'obtenir le signal de correction correspondant au bruit accumulé après un aller-retour.

Cette correction était appliquée sur deux bobines. Une première bobine de 15 m subissait des contraintes mécaniques sous l'effet d'une céramique piézo-électrique afin de s'opposer aux variations du délai de propagation produites par les bruits rapides, typiquement les bruits acoustiques (et donc mécaniques). Le dispositif était aussi complété par une deuxième bobine d'un kilomètre sur laquelle on agissait en température pour s'opposer aux bruits lents, par exemple les bruits thermiques.

Ce dispositif était installé sur la paire de fibre de 43 km entre le LPL et le SYRTE pour transférer une porteuse optique modulée par le signal de référence à 100 MHz. La stabilité de cette fibre libre était de quelques 10^{-14} à 1 s puis quelques 10^{-15} sur le long terme. Avec la correction active du bruit, la stabilité était peu améliorée à court terme car le rapport signal à bruit était limité mais le dispositif permettait de compenser les bruits moyen et long terme avec une courbe en stabilité qui descendait en $\tau^{-1/2}$, caractéristique d'un bruit blanc de fréquence.

La correction apportée corrige directement les variations du délai de propagation. L'autre possibilité présentée dans l'article propose d'apporter la correction sur la fréquence de modulation. Ces deux techniques de correction permettent de transférer une fréquence de référence dans le domaine RF et le schéma de l'ensemble est donné au chapitre précédent avec la figure 1.5a (voir section 1.3.3.1). Afin d'améliorer la détection du bruit et la stabilité du signal transféré, il est plus efficace de transférer directement une fréquence optique. Cette technique offre les meilleurs résultats de transfert et elle est particulièrement intéressante car aujourd'hui les meilleurs oscillateurs sont dans le domaine optique avec les nouvelles horloges optiques.

2.2.2.1 Source optique

Les sources optiques utilisées en France pour les liens optiques sont des diodes lasers de la marque RIO (*Redfern Integrated Optics*) montées dans un assemblage compact avec 14 connecteurs dit *Butterfly*. La diode RIO offre une puissance optique de 10 ou 20 mW avec une largeur de raie de 5 kHz (pour le modèle *Grade 3*). Nous choisissons la diode avec une longueur d'onde de 1542,12 nm (194,4 THz),

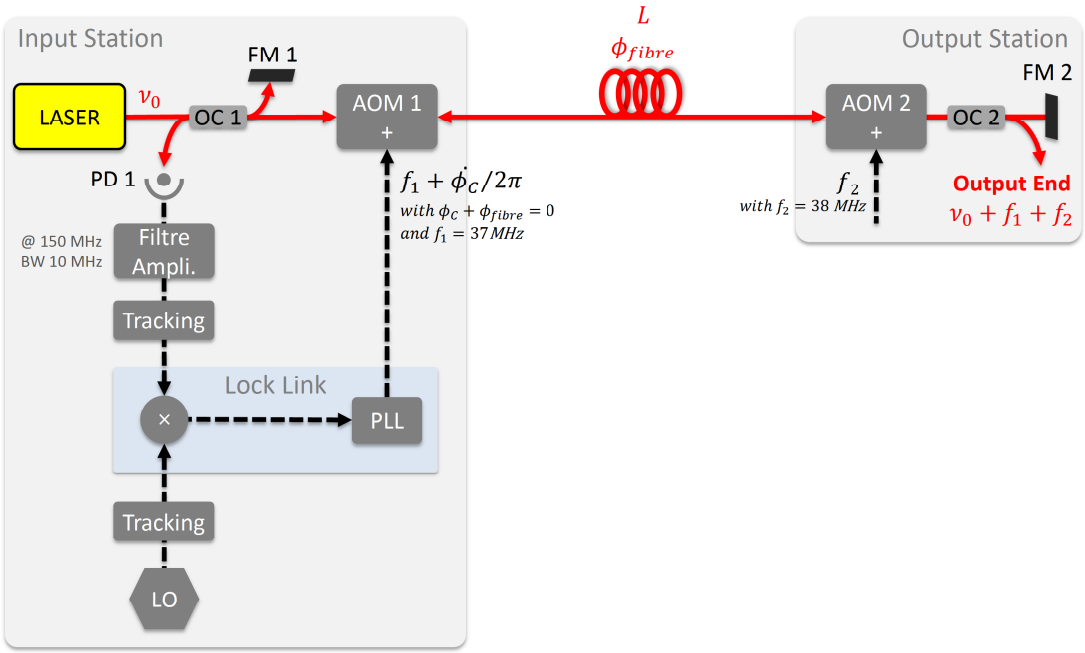
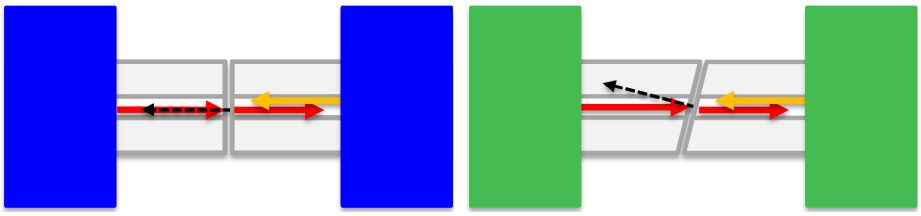


FIGURE 2.3 – Principe d'un lien optique activement compensé. Sur la photodiode PD 1, la détection hétérodyne entre le signal de référence réfléchi par FM 1 et le signal aller-retour rétro-réfléchi par le miroir de Faraday FM 2 permet de détecter et corriger *via* l'AOM 1 le bruit ϕ_{fibre} par ϕ_C. A l'extrémité, la fréquence optique ν_0 pour l'utilisateur est compensée du bruit et décalée de $f_1 + f_2$.

correspondant précisément au canal #44 du réseau de télécommunication (voir la section 2.4.2). Elle est accordable en température sur quelques GHz, ce qui permet de l'asservir sur le signal de référence, provenant d'un laser stabilisé sur une cavité Fabry-Perot ultrastable par exemple.

2.2.2.2 Détection optique du bruit

La figure 2.3 illustre ce nouveau dispositif, développé depuis 10 ans et largement répandu maintenant dans les transferts de fréquence optique. Le principe du lien optique repose sur la détection du bruit grâce au battement optique entre le signal aller-retour et le signal de référence. Pour ce faire, nous réalisons une détection hétérodyne avec un interféromètre de Michelson dont le bras long correspond au lien fibré. La détection hétérodyne nous permet de discriminer le signal aller-retour des réflexions parasites.



(a) Connecteur PC (b) Connecteur APC

FIGURE 2.4 – Connexion mécanique entre deux fibres avec (a) des têtes de fibre droite de type PC avec les réflexions parasites en pointillé noire réintroduites dans le sens contra-propageant et (b) des têtes de fibre oblique de 8° de type APC avec les réflexions parasites rejetées par l'angle d'incidence d'entrée de la fibre.

Les réflexions parasites

Les réflexions parasites sont causées par des imperfections dans la silice de la fibre. La diffusion Rayleigh est aussi susceptible de causer des réflexions parasites, car le laser est très fin spectralement et peut causer de façon aléatoire une diffusion cohérente vers l'arrière. Ensuite et surtout, le lien n'est jamais constitué d'un seul tenant, mais construit avec une succession de fibres connectées mécaniquement entre elles et ces connexions sont imparfaites :

- les *têtes* de fibres peuvent être sales avec de la poussière ou de la graisse (sueur des mains), et abimées par des rayures ;
- et il peut y avoir un espace libre micrométrique entre les deux fibres, correspondant à une interface silice-air susceptible de produire une réflexion parasite.

Les fibres du réseau Internet sont généralement connectées mécaniquement avec des connecteurs plastiques de type SC/PC : SC pour *Standard Connector* et PC pour *Physical Contact*. Les *têtes* de fibre sont face à face et droites, favorisant les réflexions parasites dans le sens opposé, comme représentées en pointillé noir sur la figure 2.4a. Ce type de connecteur est généralement bleu. Ces réflexions parasites ajoutent une mauvaise information de phase au signal retour représenté en orange.

Dans nos laboratoires, nous utilisons plutôt des connecteurs mécaniques en métal, plus précis, assurant une meilleure proximité des deux coeurs et surtout, avec une *tête* de fibre oblique. Nous appelons ces connecteurs FC/APC : FC de l'anglais *Ferrule Connector* pour la connexion métallique vissée et APC de l'anglais *Angled Physical Contact*, pour la tête oblique de 8°. De cette manière, les réflexions parasites

sont renvoyées (partiellement) en-dehors de l'angle d'incidence d'entrée dans la fibre, comme représenté sur la figure 2.4b. Ce type de connecteur est généralement vert. En plus de cela, nous préférons construire les interféromètres avec des fibres soudées. Nous évitons ainsi les réflexions parasites au sein de nos dispositifs de correction et nous limitons les pertes optiques.

Détection hétérodyne avec les AOM 1 et 2

Pour discriminer les réflexions parasites de notre signal retour, nous le décalons donc en fréquence avec des Modulateurs Acousto-Optiques (AOM en anglais) et nous réalisons une détection hétérodyne. Le premier AOM 1 inséré au début du lien nous permet d'apporter la correction du bruit tandis que le deuxième AOM 2 inséré en fin de lien nous permet d'être insensible à ces réflexions parasites. La fréquence de décalage de cet AOM peut provenir d'un simple synthétiseur, introduisant par là-même son propre bruit. Mais ce bruit sera accumulé et corrigé au même titre que le bruit de la fibre.

Montage interférométrique

La source laser ν_0 est donc transférée à travers ce long bras interférométrique vers l'utilisateur. Le coupleur optique OC 2 permet de distribuer une partie du signal tandis que l'autre partie est réfléchie avec le miroir FM 2 vers le point de départ.

Lors du trajet, le laser a été décalé en fréquence de f_1 et f_2 par les AOMs 1 et 2 respectivement. Donc après un aller-retour, la fréquence du laser ν_{RT} est égale à :

$$\nu_{RT} = \nu_0 + 2 \times (f_1 + f_2) + 2 \times \dot{\phi}_{fiber}/2\pi \tag{2.6}$$

avec ϕ_{fiber} le bruit de phase accumulé par le laser lors du trajet aller, consécutif à une variation du délai de propagation, et $2 \times \phi_{fiber}$ après l'aller-retour. **Cette écriture repose sur l'hypothèse que le bruit accumulé à l'aller est égal au bruit accumulé au retour**. Nous verrons dans la partie *Limites fondamentales*, section 2.3.2.3, qu'il existe des bruits non-réciproques qui violent cette hypothèse (décalage en fréquence, PMD, Sagnac,...).

Nous réalisons la détection hétérodyne entre ce signal et le signal de référence,

réfléchi par le miroir FM 1 et correspondant au bras court du montage interférométrique. Cette détection donne :

$$\begin{aligned} f_{PD1} &= \left[\nu_0 + 2 \times (f_1 + f_2) + 2 \times \dot{\phi}_{fiber}/2\pi\right] - \nu_0 \\ &= 2 \times (f_1 + f_2) + 2 \times \dot{\phi}_{fiber}/2\pi \end{aligned} \tag{2.7}$$

avec $2 \times (f_1 + f_2)$ généralement autour de 150 MHz pour f_1 = 37 MHz et f_2 = 38 MHz, détectée avec la photodiode PD 1 qui possède une bande passante de 1-2 GHz. Nous garderons les valeurs de f_1 et f_2 pour la suite de ce chapitre.

Optimisation de la polarisation avec les miroirs FM 1 et 2

Les miroirs FM 1 et FM 2 sont les deuxièmes éléments essentiels d'un lien optique. Ils sont constitués d'un champ magnétique permanent B et d'un miroir réfléchissant à 100 %. A chaque passage dans le champ B, la polarisation du signal tourne exactement de $\pi/4$ par effet Faraday, et après un double passage, la polarisation est donc tournée de $\pi/2$. Lors de la propagation retour dans la fibre, cet état de polarisation reste perpendiculaire à la polarisation du chemin aller [Pistoni and Martinelli, 1991]. Ainsi, après un aller-retour dans la fibre et une réflexion par FM 2, la polarisation est alignée sur la polarisation du signal de référence réfléchi par FM 1. De cette manière, nous détectons sur la photodiode un battement optique intrinsèquement optimisé.

2.2.2.3 Traitement électronique du bruit

Pour rejeter les éventuels battements parasites (dus aux réflexions parasites), le battement f_{PD1} détecté par la photodiode est filtré par un filtre passe-bande de 4 MHz centré sur 150 MHz (si nous suivons l'exemple précédemment donné). Il est ensuite amplifié par un amplificateur logarithmique. La sortie stabilisée en puissance doit avoir un rapport signal sur bruit (SNR) de 85-90 dB dans 1 Hz minimum pour permettre à notre oscillateur *Tracking* de s'asservir en phase sur cette sortie. Ce *Tracking* permet de filtrer étroitement le signal avec 100 kHz de bande passante et de diviser le battement f_{PD1} par un entier D.

Amplitude du bruit et sa division

Le diviseur D du *Tracking* dépend du lien optique et de son bruit. Si le lien est très bruyant, il sera nécessaire de le diviser par un grand entier, par exemple $D = 150$. Nous aurions ainsi :

$$f_{PD1}/150 = 2 \times (f_1 + f_2)/150 + 2 \times \dot{\phi}_{fiber}/150 \tag{2.8}$$

avec un signal dont la fréquence est égale à 1 MHz si $2\times(f_1+f_2) = 150$ MHz et le bruit de la fibre ϕ_{fibre} divisé dans la même proportion. Nous devons diviser suffisamment le bruit pour que l'amplitude des variations reste dans la plage linéaire du mélangeur phase-fréquence, représenté dans la carte électronique *Lock Link* de la figure 2.3. Mais il est également important de diviser au plus juste et pas excessivement, car trop diviser le bruit signifie que nous perdons en sensibilité.

Comme il existe une importante variabilité du bruit entre les fibres, ce diviseur D est généralement ajusté avec l'expérimentation du lien. Les cartes *Tracking* et *Lock Link* sont présentées dans l'annexe C avec les schémas synoptiques de leur PLL et la programmation du diviseur des fréquences.

PLL et électronique bas bruit

Nous pouvons ainsi réaliser une comparaison en phase avec notre oscillateur local à 10 MHz, lui-même divisé pour être à la même fréquence. Si nous suivons notre exemple, f_{PD1} est divisé par 150 et donne un signal à 1 MHz, donc l'oscillateur local sera divisé par 10 pour être aussi à 1 MHz.

Nous obtenons ainsi un signal d'erreur qui est amplifié et intégré par les gains proportionnel-intégrateur (PI) de la boucle à verrouillage à phase (PLL) de la carte *Lock Link*. La section suivante, et surtout le chapitre suivant 3, détaillent davantage le fonctionnement du *Lock Link* et permet notamment de mieux comprendre le fonctionnement des gains PI. En sortie de la PLL, la fréquence $f_1+\dot{\phi}_C/2\pi$ commande le premier AOM 1 pour apporter la correction $\phi_C = -\phi_{fibre}$. De cette manière, à l'extrémité du lien, l'utilisateur reçoit le signal optique corrigé du bruit de la fibre :

$$f_{out} = \nu_0 + f_1 + f_2 + \dot{\phi}_C/2\pi + \dot{\phi}_{fibre}/2\pi = \nu_0 + f_1 + f_2 \tag{2.9}$$

Il est nécessaire de bien comprendre que la boucle à verrouillage de phase se referme sur le lien optique, jusqu'au miroir FM 2, permettant de stabiliser la phase optique au niveau de ce miroir par rapport à la phase optique du miroir FM 1 (du bras interférométrique de référence). Nous retiendrons également que nous réalisons une détection en phase mais que la correction est apportée en fréquence. Nous apportons donc une correction avec l'AOM 1 constituée de :

- la fréquence f_1 que nous considérons fixe ;
- et d'une correction sur cette fréquence exprimée avec la partie $\dot{\phi}_C/2\pi$.

2.3 Limites de la compensation du bruit

Le lien optique compensé permet de réduire considérablement le bruit de la fibre mais le transfert est limité par des problèmes techniques et des limites fondamentales.

2.3.1 Limites technologiques

Les caractéristiques de la source laser sont une première limite technologique. Les pertes optiques dans la fibre et l'utilisation des amplificateurs EDFAs bidirectionnels sur le réseau de télécommunication sont les autres limites technologiques actuelles. Nous considérons ici seulement les limites technologiques spécifiques aux liens fibrés. Plus généralement, il faut optimiser l'ensemble de la partie électronique de nos dispositifs afin de vérifier qu'elle ne limite pas la compensation du bruit. Nous aborderons plus loin l'influence des instabilités de l'oscillateur local, qui ne limite pas la stabilité du signal transmis.

2.3.1.1 Bruit de fréquence du laser source

Notre interféromètre de Michelson démodule les bruits de la source laser avec un retard τ_{RT} (délai de propagation aller-retour) car il réalise une autocorrélation de son bruit. D'ailleurs, pour caractériser une source laser, il est régulièrement employé un interféromètre mais plutôt du type Mach-Zehnder. Pour les liens optiques, nous utilisons généralement une diode laser RIO asservie sur le laser ultrastable, qui recopie par conséquent son bruit dans la bande d'asservissement. Ce bruit est suffisamment bas pour ne pas limiter la mesure du lien.

En pratique, la largeur spectrale du laser Δf doit être suffisamment fine pour que sa durée de cohérence τ_C soit supérieure au délai de propagation aller-retour τ_{RT} :

$$\frac{1}{\Delta f} = \tau_C > \tau_{RT} \tag{2.10}$$

avec $\tau_{RT} = 2 \times Ln/c$ avec L la longueur du lien optique, n son indice et c la vitesse de la lumière dans le vide. Si cette condition est respectée, le signal d'autocorrélation du laser après un aller-retour est négligeable devant le bruit du lien et nous pouvons réaliser la détection hétérodyne du bruit de phase accumulé dans le lien.

Néanmoins, il est nécessaire de prendre certaines précautions. Dans nos conditions expérimentales actuelles, nous avons observé que les instabilités de fréquence long terme du laser étaient également démodulées et pouvaient dégrader la stabilité long terme des liens. Les résultats expérimentaux présentés au chapitre 4 et surtout au chapitre 5 montrent ainsi une limitation long terme de quelques 10^{-20}, qui seraient le résultat d'une combinaison de plusieurs facteurs ayant le même ordre de grandeur, dont l'instabilité long terme de la fréquence de la source.

2.3.1.2 Les pertes optiques

Le développement des liens optique en France s'appuient sur le réseau de télécommunication de Renater et ce réseau est construit avec les fibres standards SMF-28. Ces fibres monomodes sont utilisées avec un signal optique à 1550 nm car elles présentent à cette longueur d'onde une atténuation minimale. Aujourd'hui, pour les nouvelles fibres SMF28, l'atténuation peut descendre à 0,2 dB/km (voir figure 2.5). La diffusion Rayleigh est la principale source d'atténuation et elle provient des variations de l'indice de réfraction sur une longueur inférieure à la longueur d'onde λ. Les impuretés de la silice et les défauts d'interface coeur-gaine peuvent également provoquer de la diffusion, mais dans une moindre mesure.

La composition de la silice n'est jamais parfaitement pure et contient par exemple des molécules d'eau, ce qui peut provoquer l'absorption d'un photon dans l'infrarouge. C'est une source de pertes optiques qui peut être importante, quoique inférieure à la diffusion de Rayleigh. Mais l'amélioration des procédés de fabrication et de la qualité de la silice ont permis de limiter cet effet dans les nouvelles fibres et de

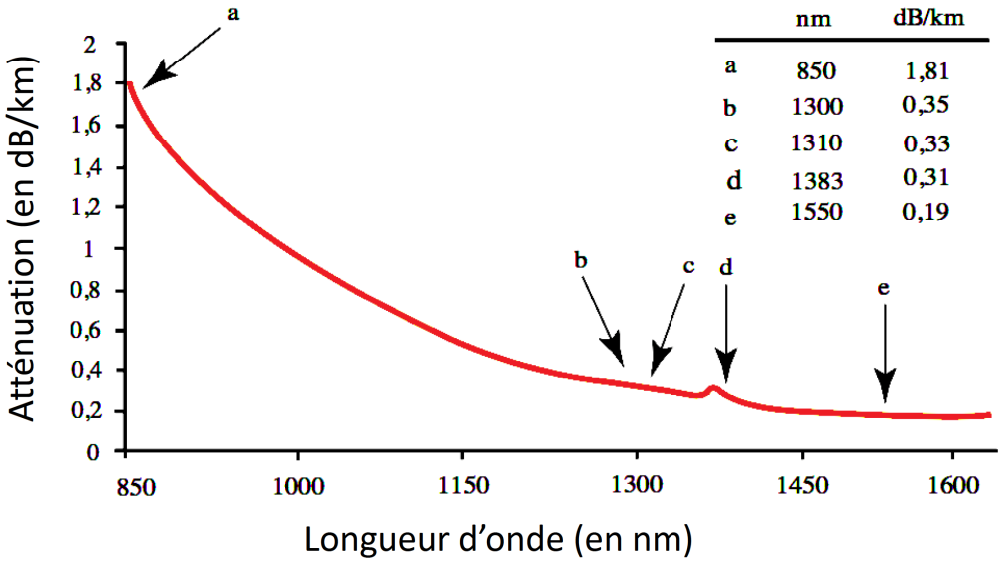


FIGURE 2.5 – Courbe d'atténuation des fibres optiques de télécommunication SMF-28, avec l'atténuation minimale pour un signal optique à (c) 1310 nm et à (e) 1550 nm. Entre les deux, l'absorption des ions résiduels OH^- vers 1383 nm (d) [SEDI-ATI Fibres optiques, 2015].

réduire le pic d'absorption de OH^- vers 1383 nm, illustré par (d) sur la figure 2.5.

La qualité du guide d'onde provoque aussi des pertes optiques. Des courbures et des micro-courbures de la fibre peuvent ne plus remplir la condition de réflexion totale entre le coeur et la gaine (double réflexion), avec une partie de la puissance optique perdue dans la gaine par simple réfraction. De même, les connections entre les tronçons de fibre peuvent faire apparaitre d'importantes pertes optiques, avec des connecteurs optiques SC/PC inefficaces, provoquant jusqu'à 0,1 dB par passage et produisant en plus des réflexions parasites. Ce type de problème est doublement pénalisant pour les liens optiques car les pertes optiques réduisent les rapports signaux sur bruit des détections et ils seront en plus perturbés par les réflexions parasites.

L'ensemble des imperfections de la fibre et du réseau peuvent être importantes, particulièrement pour les anciennes fibres optiques déployées. Sur le réseau Internet actuel, les pertes optiques sont estimées à 0,25 dB/km, voire plus, ce qui signifie qu'il restera un peu moins de 1% de puissance optique après 100 km. Mais la construction du réseau avec de nombreuses connections entre fibres, notamment dans les zones urbaines, peuvent augmenter ces pertes, multipliant par là-même le risque d'avoir des

connecteurs *sales*. Pour les expériences sur le Two-Way présentées dans le chapitre 5, nous avons utilisé une boucle fibrée dans la région de Paris et nous avons mesuré sur un tronçon de 8,2 km des pertes optiques pour deux fibres parallèles de 10 dB et 20 dB, soit respectivement 1,2 et 2,4 dB/km ! Il nous était malheureusement impossible d'intervenir dans l'immédiat car il s'agissait de fibres du réseau Internet.

2.3.1.3 Les amplificateurs optiques

Afin de compenser les pertes, la technique la plus largement utilisée est d'insérer des amplificateurs optiques Erbium-Doped Fiber Amplifier (EDFA) le long du lien optique. Ils doivent être bidirectionnels pour le signal aller-retour de notre lien optique, contrairement aux EDFAs unidirectionnels du réseau Internet.

Les chercheurs allemands du PTB exploitent plutôt des amplificateurs à fibre Brillouin (voir l'article [Terra et al., 2010]). Il s'agit d'un amplificateur beaucoup plus sélectif, car sa bande d'amplification est seulement d'environ 10 MHz. Il permet également d'obtenir un gain d'amplification beaucoup plus élevé, jusqu'à 60 dB lorsque le signal d'entrée est très faible. En revanche, le pompage de l'effet Brillouin stimulé, à l'origine de l'amplification, nécessite d'envoyer dans la fibre une puissance de pompe d'environ 10mW, incompatible avec l'utilisation d'un réseau Internet.

Les EDFAs du réseau de télécommunication sont insensibles aux réflexions parasites car ce réseau unidirectionnel est protégé par des isolateurs optiques. Les pertes optiques sont donc facilement compensées par les EDFAs unidirectionnels en plein régime, de l'ordre de +25 dB. Ils sont installés tous les 70-90 km, lorsque l'amplification est nécessaire. Pour nos EDFAs bidirectionnels, l'amplification est limitée à +20 dB environ, voire dans certains cas seulement +9 dB, car les réflexions parasites peuvent créer un effet laser indésirable.

Le bilan perte/amplification du lien optique ne suit donc pas celui du réseau de télécommunication. Nous avons développé des stations Régénératrices pour répéter le signal métrologique lorsque les EDFAs ne sont plus suffisants pour compenser les pertes. Ces stations permettent de recopier la phase du signal entrant sur un laser local et d'injecter dans le lien optique un laser de polarisation fixe et de puissance de quelques mW. Leur fonctionnement est détaillé plus loin, en partie 2.4.3.

2.3.2 Limites fondamentales

Les limites fondamentales d'un lien optique compensé sont :

1. le délai de propagation qui limite l'action des gains proportionnel-intégrateur de la correction ;
2. le bruit dit *interférométrique* accumulé au niveau du bras de référence ;
3. et les effets non-réciproques.

2.3.2.1 Délai de propagation

Le délai de propagation τ est défini comme étant le temps de trajet entre le coupleur optique OC 1 de la station de départ et le miroir de Faraday FM 2 à l'extrémité du lien (voir figure 2.3). L'effet de ce délai incompressible sur la boucle à verrouillage de phase (PLL) est double : il impose une bande passante finie de la correction et, dans cette bande, il impose un taux de réjection du bruit maximal.

Effet sur la bande passante de la correction

Le délai de propagation τ limite la bande passante de la correction, avec une fréquence de coupure égale à :

$$f_C = \frac{1}{4\tau} \tag{2.11}$$

au-delà de laquelle le bruit n'est pas corrigé. La démonstration de cette fréquence de coupure est proposée au chapitre suivant 3. Du point de vue du spectre du bruit, cela signifie que **le système de compensation ne pourra pas corriger des bruits qui sont quatre fois plus rapides que le délai de propagation.** Dans la section 3.3.3, la simulation de cette PLL avec un lien fibré de 50 km montre qu'il faut en réalité une marge de phase de 45° avec une fréquence de coupure $f_C{}'$:

$$f_C{}' = \frac{1}{8\tau} \tag{2.12}$$

Nous évitons ainsi la sur-oscillation du système bouclé.

Effet sur le taux de réjection du bruit

A l'intérieur de cette bande passante, la suppression du bruit est possible dans la limite du taux de réjection, défini au chapitre 3 (voir équation 3.19) comme étant :

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{3}\left(2\pi f \tau\right)^2 \tag{2.13}$$

avec f les fréquences de Fourier du spectre du bruit. Les expériences menées sur différents liens ont montré qu'il était possible d'atteindre cette limite.

f_C et $1/R_p$: deux limites fondamentales

A l'intérieur de ces deux limites, la compensation des liens optiques permet d'obtenir un bruit résiduel très bas. En revanche, il est difficile d'aller au-delà. La réalisation d'un correcteur différent, par exemple avec un double intégrateur de type PII ou avec une avance de phase ne permettraient pas d'obtenir un meilleur résultat car **les limites f_C et $1/R_p$ sont des limites physiques et fondamentales imposées par le lien lui-même et non par le système de compensation**.

2.3.2.2 Bruit interférométrique

Le bruit interférométrique correspond au bruit apporté par le dispositif de détection hétérodyne, et en particulier les chemins de fibres optiques non-communs. Par exemple, le bruit de fréquence accumulé sur le petit bras de référence vers le miroir FM 1 de l'interféromètre ne peut pas être discriminé dans la détection hétérodyne du bruit du lien. Mais il peut être minimisé en réduisant la longueur de la fibre (entre 10 et 15 cm) et en la plaçant dans un environnement activement thermalisé (par un Peltier) et passivement isolé avec une mousse (du type polyuréthane).

Dans les montages interférométriques plus complexes, il est également possible de compenser le bruit en ajustant les longueurs des fibres entre elles. Cette démarche consiste à *équilibrer* le montage. Les nouvelles stations Régénératrices sont aujourd'hui bas bruit avec en moyenne une sensibilité aux variations de température de 1 fs/K (exprimé avec l'équation 2.5). Nous avons réalisé le même travail pour la station Extraction présentée au chapitre 4. Les montages interférométriques Two-Way

présentés au chapitre 5 sont également bas bruit avec -2,2 fs/K. Enfin, nous présentons en annexe D un interféromètre particulier pour travailler notamment sur les effets Sagnac et la dispersion Modale de la Polarisation (PMD) : cet interféromètre pose un record avec une sensibilité très bas bruit de -0,03 fs/K.

En revanche, nous accumulons un bruit de fréquence non-négligeable entre la source laser et le dispositif de détection interférométrique. Le bruit est accumulé avant le coupleur OC 1 de la figure 2.3, il est donc commun au deux bras de l'interféromètre et ne peut pas être détecté. Néanmoins, ce bruit est bien présent pour l'utilisateur du signal optique à l'extrémité de la fibre. Il convient donc de minimiser et d'isoler passivement la fibre entre la source laser et l'interféromètre.

2.3.2.3 Bruits non-réciproques

La correction du lien optique repose sur l'hypothèse que **le bruit accumulé à l'aller est égal au bruit accumulé au retour : le bruit doit être réciproque**. Les bruits non-réciproques ne vérifient pas ce point, ils peuvent donc introduire des limites dans leur détection et leur correction.

Décalage en fréquence avec les AOM 1 et 2

Le signal *montant* ν_+ et le signal *descendant* ν_- parcourent la fibre avec une fréquence optique légèrement différente. Sur la figure 2.3, le signal ν_+ après l'AOM 1 est à la fréquence ν_0+f_1, tandis que le signal ν_- après le double passage dans l'AOM 2 est à la fréquence $\nu_0 + f_1 + 2 \times f_2$. Avec l'exemple précédent, $f_2 = 38$ MHz donc la différence de décalage est égale à $2 \times f_2 = 76$ MHz. Si nous prenons en compte cette différence, le bruit de phase est différent pour les signaux *montant* et *descendant* :

$$\Delta\phi_+ = \Delta\tau \times \nu_+ \tag{2.14}$$

$$\Delta\phi_- = \Delta\tau \times \nu_- \tag{2.15}$$

avec $\Delta\tau$ la variation du délai de propagation. Nous pouvons donc écrire :

$$\Delta\phi_- = \Delta\tau \times \nu_+ \left(1 + \frac{2 \times f_2}{\nu_+}\right) \approx \Delta\phi_+(1 + 3,9 \times 10^{-7}) \tag{2.16}$$

avec l'hypothèse que la variation du délai de propagation est identique entre le trajet

montant et *descendant*. Le bruit de phase accumulé par le signal *descendant* ν_- est donc $(1 + 3,9 \times 10^{-7})$ plus important que celui du signal *montant* ν_+.

La détection du bruit et le système de correction impose :

$$\phi_C = -\frac{\Delta\phi_- + \Delta\phi_+}{2} \tag{2.17}$$

donc en remplaçant $\Delta\phi_-$ par l'équation 2.16, nous obtenons :

$$\Delta\phi_+ + \phi_C \approx -\frac{3,9 \times 10^{-7}}{2}\Delta\phi_+ \neq 0 \tag{2.18}$$

Le signal d'erreur de la boucle PLL doit normalement être égal à zéro mais ici, ce résultat non-nul est un bruit non-réciproque qui n'est corrigé qu'à moitié par le système de correction. Par conséquent, pour f_2 = 38 MHz, la stabilité du lien compensé $\sigma_y(t)_{compensé}$ est limitée par ce facteur :

$$\sigma_y(t)_{compensé} \approx 1,75 \times 10^{-7}\sigma_y(t)_{libre} \tag{2.19}$$

Précédemment, nous avons observé sur la figure 2.2 la stabilité de fréquence de quelques liens libres $\sigma_y(t)_{libre}$ égale à quelques 10^{-14}. La stabilité du lien compensé serait donc limitée par ce bruit non-réciproque à quelques 10^{-21}, un niveau que nous approchons avec nos travaux sur la technique Two-Way sur fibre (voir chapitre 5).

Dispersion Modale de Polarisation

Les fibres SMF-28 déployées pour les réseaux de télécommunication présentent des imperfections géométriques provenant de :

- la fabrication de la fibre : malgré les efforts techniques, elles ne sont pas parfaitement circulaires et symétriques ;
- l'environnement de la fibre : les contraintes le long de la fibre créent de la biréfringence localisée.

Ces défauts créent une succession de biréfringences localisées. Intégrées sur la longueur de la fibre, nous obtenons donc une distribution aléatoire de sections biréfringentes, c'est à dire une distribution aléatoire de sections avec deux axes de propagation : un axe rapide et un axe lent au sein de chaque section. Le laser in-

troduit dans la fibre aura sa polarisation projetée sur les deux axes de propagation lent et rapide de la fibre. À l'extrémité de la fibre, il en résulte une différence de temps de propagation τ_{DGD} entre les deux modes de polarisation, appelé en anglais Differential Group Delay (DGD). Pour exprimer cela, la Dispersion Modale de Polarisation (PMD en anglais) est la valeur statistique moyenne de la variation du délai DGD. Elle est exprimée en ps/$\sqrt{\text{km}}$.

A cause de la PMD, le signal *montant* ν_+ et le signal *descendant* ν_-, dont les polarisations sont perpendiculaires, ne *voient* pas le même indice et ne parcourent donc pas la fibre à la même vitesse : il y a un petit délai de propagation supplémentaire. Parce que les bruits thermiques et acoustiques sont variables dans le temps (c'est à dire non-stationnaires), la PMD sera aussi variable dans le temps. Ces petites variations non-réciproques sur le long-terme peuvent affecter la stabilité de la fréquence, mais elles n'ont pour l'instant jamais été mises en évidence sur un lien stabilisé, et sont donc attendues à un niveau inférieur à quelques 10^{-20}. Nous verrons en annexe D de premières expériences pour évaluer cet effet.

Effet Sagnac

Le délai de propagation dans une fibre peut également être différent entre les signaux *montant* et *descendant* à cause de l'effet Sagnac. Cet effet non-réciproque existe particulièrement pour une fibre déployée dans le sens de la longitude. Au bruit de phase de la fibre s'ajoute le biais de phase introduit par l'effet Sagnac, qui s'écrit, pour le signal *montant* :

$$\varphi_{S+} = \frac{4\pi\nu_0 A\Omega}{c^2} \tag{2.20}$$

avec ν_0 la fréquence du laser transférée dans la fibre, c la vitesse de la lumière, A la surface balayée par un déplacement le long de la fibre à partir de l'axe de rotation de la terre et Ω la vitesse de rotation angulaire projetée perpendiculairement à la surface A. Sur le signal *descendant*, nous avons :

$$\varphi_{S-} = -\frac{4\pi\nu_0 A\Omega}{c^2} \tag{2.21}$$

si bien que cet effet Sagnac s'annule (en première approximation) entre les signaux

montant et *descendant*, et ne contribue pas pour la correction du lien au battement entre le signal aller-retour et le signal de référence. Cet effet n'est pas corrigé. Cependant, le déphasage φ_{S+} est bien présent pour l'utilisateur à l'extrémité du lien mais une valeur fixe n'entrainera pas une fluctuation de la fréquence ν_0.

En réalité, la variation de la surface A (à cause des marées terrestres par exemple) ou la variation de la rotation de la Terre Ω (même faible) induira une variation de l'effet Sagnac φ_{S+} pour l'utilisateur à l'extrémité du lien. Par exemple, une liaison longue distance entre le LPL et le PTB à Braunschweig (Allemagne) en un seul tronçon peut subir une variation de fréquence de 6×10^{-20} sur 6 h due à la marée terrestre [Chanteau, 2014]. Nous présentons dans l'annexe D le schéma d'un interféromètre de type Sagnac.

2.4 Déploiement des liens optiques

Le déploiement des liens optiques doit permettre de comparer la stabilité et l'exactitude de deux horloges distantes. Mais des laboratoires souhaitent également une référence optique pour réaliser des expériences en physique fondamentale, par exemple pour la mesure des constantes fondamentales. En fonction de ces besoins différents, le déploiement des liens optiques peut être réalisé sur une fibre dédiée, parfois appelée *fibre noire*, sur laquelle seul le signal métrologique circule. Lorsque le déploiement doit être réalisé entre/vers plusieurs destinataires, l'utilisation d'un canal de télécommunication est privilégié. Nous parlons alors d'un *canal noir*.

Nous présentons dans cette section la différence entre les deux techniques. En France, nous avons choisi de développer ce réseau métrologique avec l'appui du réseau Internet de Renater. Cela implique d'adapter le lien optique bidirectionnel au réseau Internet unidirectionnel avec des équipements supplémentaires.

2.4.1 Déploiement avec fibre dédiée

En Allemagne, le PTB près de Braunschweig et le MPQ près de Munich présentent dans l'article [Predehl et al., 2012] le résultat d'un lien optique avec une paire de fibres dédiées de 920 km dans l'objectif de mesurer la transition 1S-2S de l'hydrogène par rapport à l'horloge primaire du PTB. Plus récemment, le PTB exploite une paire de fibres dédiées temporairement court-circuitées à Strasbourg pour

réaliser un lien de 1410 km (voir l'article [Raupach et al., 2015]).

Dans les deux cas, les paires de fibres ont été louées à un opérateur pour une durée déterminée. L'investissement représente néanmoins pour le dernier exemple 100000 €/an, ce qui n'est pas une solution viable, ni dans le temps, ni pour de multiples déploiements simultanés. En revanche, Il est plus facile d'intervenir sur une fibre dédiée car il n'y a pas de risque de couper Internet. Cette fibre permet ainsi d'installer directement les amplificateurs optiques bidirectionnels, de type Brillouin par exemple pour le lien PTB-Strasbourg-PTB, permettant une amplification beaucoup plus importante, une construction du lien beaucoup plus simple et plus rapide.

2.4.2 Déploiement avec un canal dédié

Le déploiement d'un lien optique sur un canal dédié nécessite de prendre un certain nombre de précautions. En France, le signal circule sur le canal dédié #44 de la grille ITU (International Telecommunication Union) du réseau Internet de Renater, correspondant à la longueur d'onde centrale de 1542,14 nm (194,4 THz) avec une largeur spectrale de 0,8 nm (100 GHz).

Les EDFA unidirectionnels du réseau Internet sont installés régulièrement tous les 70 ou 90 km. Il existe ensuite des noeuds de commutation ou *Data Center* dans lesquels les signaux optiques sont régénérés avec des installations successivement optiques/électroniques et électroniques/optiques. Il est nécessaire de contourner tous ces équipements unidirectionnels car le signal de référence doit réaliser l'aller-retour dans la fibre. La figure 2.6 illustre le cas d'un lien *montant* circulant à travers le réseau de télécommunication. Il faut ensuite doubler l'équipement pour la deuxième fibre non-représentée ici et utilisée en lien *descendant* parallèle au lien *montant*.

Pour contourner les équipements unidirectionnels, deux multiplexeurs du type OADM (*Optical Add & Drop Multiplexer*) permettent d'extraire et d'insérer le signal optique. Ces OADM ont une bande passante de filtrage de 100 GHz de large avec une atténuation de 25 dB en-dehors de la bande et 1 dB de pertes optiques d'insertion. Le signal métrologique peut être amplifié avec des EDFAs bidirectionnels. Nous l'avons vu précédemment, à cause des réflexions parasites, l'amplification des EDFAs est typiquement limitée à 15-20 dB (voire dans certains cas extrêmes 9 dB). De plus, le réglage du gain de l'EDFA pour le signal *montant* et le signal *descendant* n'est pas indépendant. Pour éviter un effet laser, il sera réglé par rapport au tronçon ayant le

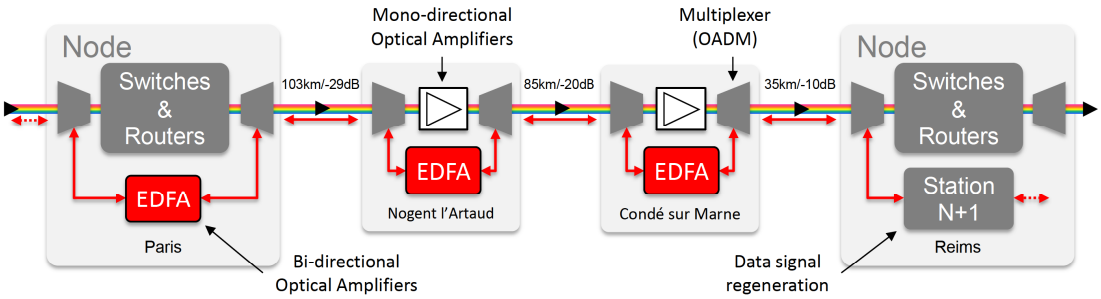


FIGURE 2.6 – Techniques de déploiement de la fréquence métrologique à travers le canal dédié #44 (1542,14 nm) du réseau Internet de Renater. Le réseau unidirectionnel est contourné avec des multiplexeurs (OADM). Le signal est amplifié par un EDFA bidirectionnel ou une station Régénératrice s'il est trop affaibli.

moins de pertes et ceci, au dépend du bilan perte/amplification sur l'autre tronçon. Il est donc nécessaire d'implémenter régulièrement dans les noeuds de commutation une station Régénératrice pour régénérer le signal optique.

2.4.3 Technique du lien cascadé

Les stations Régénératrices permettent de sectionner le lien optique en plusieurs tronçons, avec à chaque fois un signal optique filtré et amplifié.

Principe de la station Régénératrice

Le fonctionnement de ces stations est décrit sur la figure 2.7. La diode laser locale est asservie sur le signal du tronçon N avec un battement détecté sur la photodiode PD 2. L'asservissement est directement réalisé sur la diode laser avec une action en température pour les corrections lentes et une action en courant pour les corrections rapides. Une partie du signal de cette diode laser est renvoyée vers la station $N-1$ afin de permettre la compensation du bruit sur le lien N.

La puissance optique de la diode laser (généralement 10 mW) permet aussi de disséminer le signal vers deux autres sorties : une sortie locale pour un utilisateur à proximité de la station et une sortie avec 1-2 mW pour le tronçon suivant $N+1$. Ces deux sorties sont également compensées. Le signal devra donc réaliser l'aller-retour pour détecter le bruit, en passant éventuellement par l'intermédiaire d'une autre station Régénératrice $N+1$.

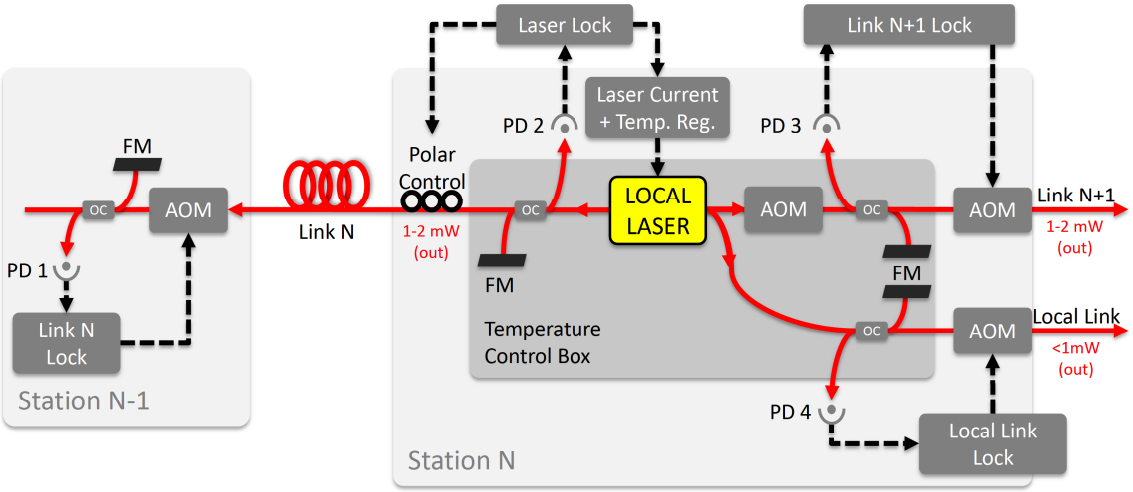


FIGURE 2.7 – Principe d'une station Régénératrice. La diode laser locale est verrouillée sur le signal optique du lien N. Une partie du signal optique est renvoyée dans le lien N pour le compenser. L'autre partie est distribuée à un utilisateur local avec la sortie *Local Link* et vers le lien suivant *Link N+1*. Ces deux sorties sont compensées avec les AOM 2 et 3 et le montage interférométrique est thermalisé.

Précédemment, dans la section 2.2.2.2, nous avons présenté le lien optique en un seul tenant, pour lequel les polarisations étaient intrinsèquement optimisées. Dans le montage optique de cette station Régénératrice, le laser local doit se verrouiller sur le signal optique arrivant du lien précédent $N-1$. Les polarisations des deux signaux sont complètement indépendantes et le battement n'est pas intrinsèquement optimisé. Dans ce cas, il est nécessaire d'introduire un contrôleur de polarisation, idéalement automatique et ajusté par la dispositif électronique de l'asservissement de la Diode Laser. Le contrôleur de polarisation est traversé par la fibre qui subit l'action de trois céramiques piézoélectriques en série, dont une tournée de 45 °. De cette manière, la polarisation peut être modifiée jusqu'à ce que le battement entre les deux signaux soit maximal.

Lien cascadé

Le principe de cette station peut être cascadé sur de longues distances : le lien optique est sectionné en plusieurs tronçons et le délai de propagation est ainsi réduit sur chaque tronçon. Par conséquent, chaque tronçon possède sa propre bande pas-

sante de correction et son propre taux de réjection, permettant d'avoir un gain sur la bande passante et une réjection du bruit améliorés d'un facteur N (voir l'article [Chiodo et al., 2015]). Mais les oscillations des boucles d'asservissement des liens et des diodes lasers se cumulent car chaque station Régénératrice demeure *esclave* de la précédente et du signal reçu. Les dernières stations Régénératrices ont donc un gain proportionnel-intégrateur volontairement limité. De plus, vu de l'ensemble, le tronçon le plus long du lien cascadé imposera plus ou moins la fréquence de coupure la plus petite, qu'il soit en début de lien ou en fin de lien. Une démonstration est proposée avec le lien cascadé Paris-Nancy.

Exemple du lien optique cascadé Paris-Nancy-Paris

Récemment, un lien cascadé Paris-Nancy-Paris a été démontré avec 5 stations Régénératrices et 4 tronçons. Le lien métrologique représenté en rouge est constitué de huit sections en canal dédié et une section en fibre dédiée, avec une longueur totale de 550 km pour le lien *montant* et 1100 km en tout avec le lien *descendant* (voir l'article [Chiodo et al., 2015]). La plus petite section mesure 11 km mais présente 8 dB de perte optique, soit 0,7 dB/km, tandis que la plus grande section mesure 103 km et 29 dB, soit 0,3 dB/km.

Dans chaque *Shelter*, les amplificateurs EDFAs unidirectionnels sont contournés avec des OADM et remplacés par des EDFAs bidirectionnels. Les EDFAs bidirectionnels les plus éloignés de Paris sont pilotables à distance par GSM. La première station Régénératrice ⓪ en rouge sur la figure 2.8 est installée à Villetaneuse et compense le lien jusqu'à la station suivante ① installée au noeud de commutation de Reims. Celle-ci renvoie une partie de la lumière au point de départ avec le lien N et une autre partie vers le lien compensé suivant N+1, jusqu'à la station ② installée à Nancy. Ce lien revient ensuite à Paris avec ce que nous appelons le lien *descendant*. Ce lien *descendant* permet de surveiller le fonctionnement de l'ensemble depuis Paris. Les stations ③ à Reims et la station finale ④ à Villetaneuse permettent de filtrer et régénérer le signal optique et de revenir jusqu'au LPL. Pour surveiller le fonctionnement du lien, le battement *End-to-End* est réalisé entre le signal de la Station ⓪ et celui de la station ④. Nous appelons couramment ce battement *End-to-End* car il correspond aux deux extrémités du lien Paris-Nancy-Paris représentant au total

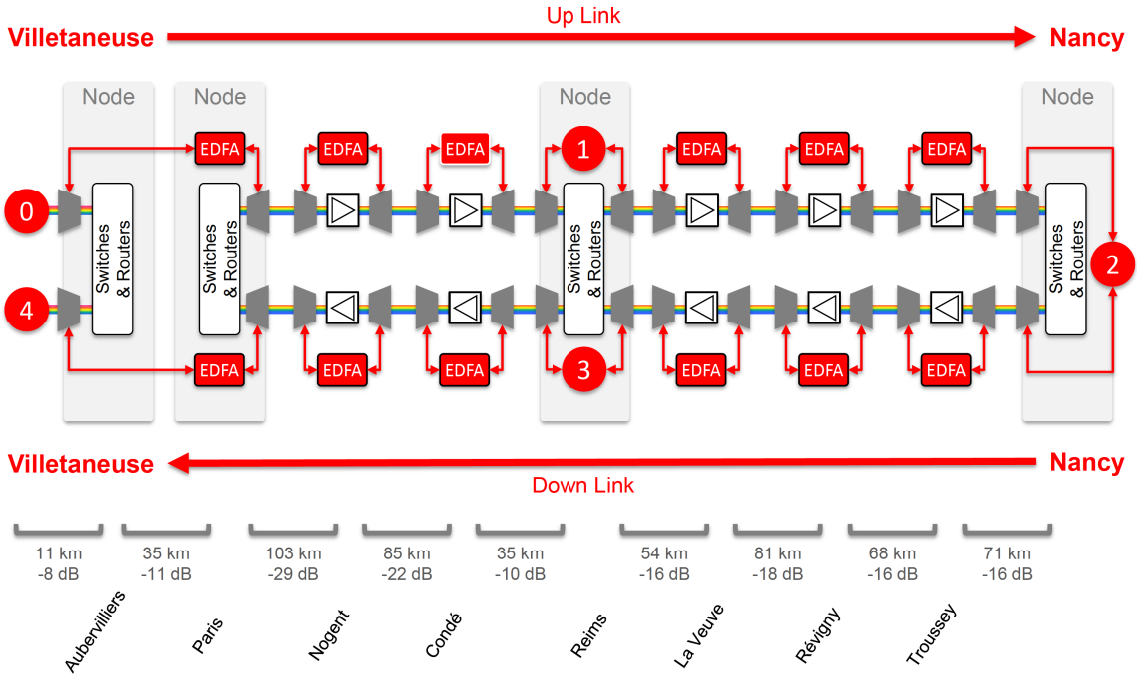


FIGURE 2.8 – Lien optique cascadé avec un lien *montant* de Paris vers Nancy et un retour vers Paris avec un lien *descendant* pour surveiller le fonctionnement de l'ensemble. Les amplificateurs EDFA unidirectionnels dans les shelters du réseau Renater sont contournés par des multiplexeurs (ODAM) et des amplificateurs EDFA bidirectionnels. Régulièrement installées dans les noeuds, les stations régénératrices de ⓪ à ④ permettent de cascader le lien.

un lien cascadé de 1100 km.

La contribution progressive des bruits de phase de chaque tronçon (entre deux stations) peut être observée avec les Densités Spectrales de Puissance (DSP) sur la figure 2.9. La mesure n'est pas réalisée par rapport au signal de référence de départ, mais *in-loop* avec la mesure du signal d'erreur des PLL de chaque station Régénératrice. Nous relevons ainsi que la DSP de chaque lien dépend de son bruit propre, mais aussi de celui du lien précédent : sur la figure 2.9, la DSP du bruit augmente progressivement au fur et à mesure que nous avançons le long du lien. Par conséquent, intégré sur l'ensemble des 1100 km, nous obtenons une somme quadratique des bruits, avec la courbe en rouge qui donne un peu moins de -10 dB rad^2/Hz à 1 Hz et un bosse de bruit vers 100 Hz correspondant aux bandes passantes cumulées des différents tronçons.

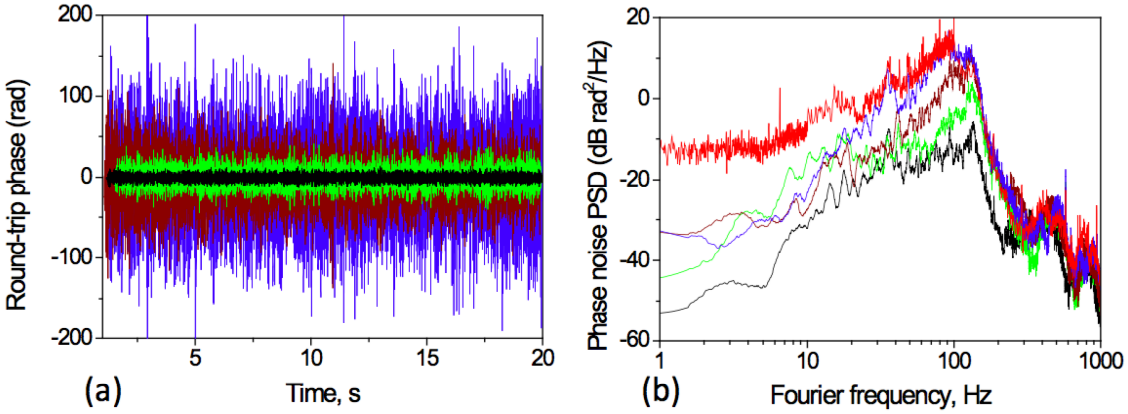


FIGURE 2.9 – Représentation du bruit accumulé dans les liens compensées : (a) signaux d'erreur des liens cascadés par les stations régénératrices de ⓪ à ④ et (b) DSP de ces signaux d'erreur (*in-loop*). Le bruit augmente au fur et à mesure des liens cascadés avec en noir le premier lien Paris-Reims corrigé par la station ⓪ et en bleu le dernier lien Reims-Paris corrigé par ③. La DSP en rouge correspond au signal End-to-End entre les stations ⓪ et ④.

Exemple du lien RF cascadé dans la région de Tokyo

Une équipe japonaise du National Institute of Information and Communications Technology (NICT) a également réalisé un lien cascadé dans la région de Tokyo pour transférer une fréquence RF à travers deux paires de fibres [Fujieda et al., 2010]. Le premier tronçon NICT-Otemachi-NICT de 2×45 km était utilisé pour transférer un laser DFB (*Distributed FeedBack*) modulé par la référence RF à 10 GHz. A l'extrémité des 90 km située au NICT, la fréquence de modulation était divisée par 10. Ce 1 GHz était la référence locale pour moduler un autre laser DFB dont la fréquence optique était décalée d'un canal dans la grille de l'ITU, soit un décalage de 0,8 nm entre les deux DFB. Ce deuxième lien, cascadé sur le premier, était constitué du même tronçon NICT-Otemachi et prolongé de 2×12 km vers Hakusan, soit NICT-Otemachi-Hakusan-Otemachi-NICT correspondant à 114 km.

Avec ce système, une stabilité de fréquence relative de quelques 10^{-14} à 1 s pour le 10 GHz et le 1 GHz seul est obtenue. La stabilité de fréquence du 10 GHz et du 1 GHz cascadé correspond sensiblement à la somme quadratique des deux stabilités. Ils démontrent également que les deux porteuses optiques décalé de 0,8 nm et modulée à 10 GHz et à 1 GHz peuvent cohabiter ensemble dans le tronçon fibré

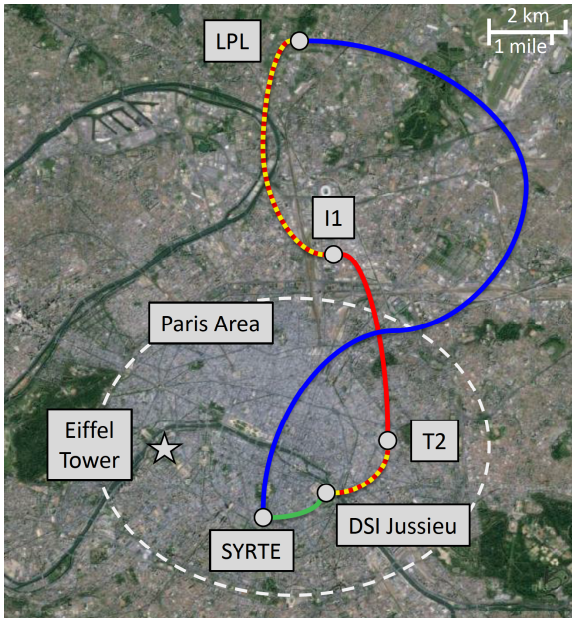


FIGURE 2.10 – Paires de fibres utilisées pour mes travaux de thèse et déployées dans la région de Paris. Les deux paires entre le SYRTE et le LPL en bleu, et la DSI de Jussieu en vert, ont été utilisées pour le dispositif d'extraction. Pour le Two-Way, la boucle fibrée de 100 km a été réalisée avec les fibres bleues, vertes et rouges, multiplexées avec Internet sur les tronçons en pointillé jaune.

NICT-Otemachi-NICT sans se perturber l'une et l'autre.

2.4.4 Les liens urbains utilisés pour mes travaux de thèse

Les travaux expérimentaux présentés dans ce manuscrit ont été réalisés avec les fibres déployées dans la région de Paris et représentées sur la figure 2.10.

Lien SYRTE-LKB de 2×3 km

La paire de fibres de 3 km entre le SYRTE et le LKB est représentée en vert sur la figure 2.10. Il s'agit de deux fibres dédiées monomodes à 1,3 μm présentant -3 dB de pertes optiques à 1,5 μm. Elle est historiquement la première liaison utilisée pour le transfert d'une fréquence de référence en France et en Europe. Elle a notamment été utilisée pour les expériences présentés dans l'article [DeBeauvoir et al., 1996] pour le transfert d'une fréquence RF vers le LKB.

Lien SYRTE-LPL de 2×43 km

La paire de fibres de 43 km entre le SYRTE et le LPL est représentée en bleu sur la figure 2.10. Ces fibres sont dédiées et monomodes à 1,5 μm, avec -15 dB de pertes optiques. Il n'y a aucun connecteur, les différents tronçons de fibres ayant été soudés les uns aux autres. Nous les utilisons régulièrement pour transférer une fréquence optique de référence vers le LPL.

Les deux paires de fibres SYRTE-LKB de 3 km et SYRTE-LPL de 43 km ont également été utilisées pour les travaux concernant l'extraction en ligne d'une fréquence optique présentés dans le chapitre 4.

Boucle Île-de-France de 100 km

Pour les travaux sur le Two-Way présentés dans le chapitre 5, nous avons utilisé une double boucle fibrée de 100 km, correspondant à toutes les fibres de la figure 2.10 mises bout à bout. Cette double boucle exploite les deux paires de fibres précédentes de 3 et 43 km, auxquels nous avons ajouté la liaison entre le LKB (à Jussieu) et le LPL. Il s'agit de trois tronçons :

- de 8,2 km entre le LKB et le noeud de commutation TeleHouse 2 (T2) : cette paire de fibres avec un canal dédié, représenté en pointillé jaune et rouge, présente des pertes excessives de -10 et -20 dB, probablement dues à des problèmes de connections (abimées, sales, interstice silice-air,...) ;
- de 35 km entre TeleHouse 2 et le noeud Interxion 1 (I1) : cette paire de fibres est dédiée et mise à notre disposition par Renater ;
- de 10,5 km entre Interxion 1 (I1) et le LPL : il s'agit aussi d'une paire de fibres avec un canal dédié, représenté en pointillé jaune et rouge.

2.5 Etat de l'art

La technique de lien optique développée en Allemagne et en Italie est similaire à celle mise en oeuvre en France. Les liens sont activement compensés avec le signal aller-retour pour détecter et corriger le bruit de phase accumulé dans la fibre. Dans cette section, nous n'allons donc pas détailler leur dispositif de correction mais sim-

plement présenter les différentes liaisons mises au point et les résultats marquants, dont les grandes liaisons SYRTE-PTB entre Paris et Braunschweig et SYRTE-LPL-NPL entre Paris et Londres en passant par Villetaneuse.

Nous présenterons également le transfert d'un peigne de fréquences optiques à travers une fibre de 7,7 km réalisé par le NPL.

En Pologne, le groupe de l'Université de Science et Technologie de Cracovie (AGH) travaille sur des liens dans le domaine radio-fréquence transporté par une porteuse optique. La technique de correction est légèrement différente car ils agissent directement sur la phase du signal RF. Nous prendrons donc le temps de présenter cette technique.

2.5.1 En Allemagne

En Allemagne, le PTB développe plusieurs liaisons fibrées. La première était une liaison de 146 km entre le PTB et l'Université de Hanovre réalisée en 2009 et publiée dans l'article [Grosche et al., 2009]. Par la suite, elle a été étendue à 480 km avec un passage dans un noeud de commutation près de Cörmigk. Cette extension a été l'occasion de tester des amplificateurs Brillouin (voir l'article [Terra et al., 2010]).

En 2012, le PTB a réalisé une liaison de 920 km en collaboration avec le MPQ (*Max-Planck-Institut für Quantenoptik*) de Garching. Ils ont ainsi réalisé une première liaison entre ces deux laboratoires sur une fibre dédiée, permettant par la suite une mesure de la transition 1S-2S de l'hydrogène par rapport à l'horloge primaire de le PTB (fontaine à Césium) pour des tests d'électro-dynamique quantique (QED). Le dispositif de correction était installé au PTB pour la première fibre et un autre au MPQ pour la deuxième fibre (voir l'article [Predehl et al., 2012]).

L'atténuation de 210 dB (soit 0,23 dB/km) était compensée par 9 EDFA bidirectionnels installés le long du lien et contrôlés à distance. Deux amplificateurs Brillouin étaient en plus installés aux deux extrémités des deux fibres. Le lien était construit en un seul tronçon (sans station de régénération). Le délai de propagation est donc important, ce qui impose une bande passante et un taux de réjection réduit. De même, des pics de bruit introduisaient régulièrement des sauts de la phase optique du laser et ont limité la durée de la mesure à quelques heures consécutives.

Néanmoins, une très bonne stabilité est obtenue avec un écart-type modifié d'Allan de 5×10^{-15} en fréquence relative à 1 s et une pente en $\tau^{-3/2}$, caractéristique d'un

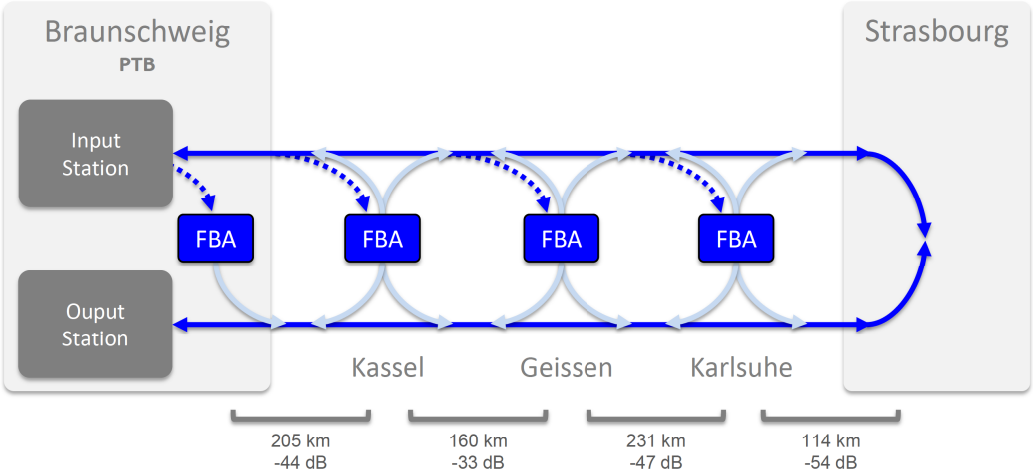


FIGURE 2.11 – Techniques de déploiement d'une fréquence de référence à travers la fibre dédiée de 1410 km entre le PTB à Braunschweig et Strasbourg. Sept amplifications Brillouin avec une distance au maximum entre deux amplificateurs de 231 km et jusqu'à 60 dB de gain par amplificateur permettent de compenser 2×178 dB de pertes optiques accumulés après l'aller-retour [Raupach et al., 2015].

bruit blanc de phase. Sur le long terme, ils atteignent quelques 10^{-19}, limités par des fibres non-compensées d'une dizaine de centimètres.

Par la suite, ce lien a été doublé sur lui-même en utilisant la deuxième fibre parallèle à la première. Ils ont ainsi réalisé un lien MPQ-PTB-MPQ de 2×920 km (voir l'article [Droste et al., 2013]).

Le PTB travaille également sur le principe de l'extraction d'une fréquence optique à partir de n'importe quel point d'un lien optique. Ce principe a été proposé initialement par G. Grosche, qu'elle a testé sur des fibres déployées d'une centaine de mètres entre deux laboratoires (voir l'article [Grosche, 2014]). Une bibliographie détaillée de ses travaux ainsi que ceux réalisés au cours de ma thèse avec des fibres déployées sur une centaine de kilomètre sont proposés dans le chapitre 4.

Enfin, le PTB exploite une paire de fibre dédiée entre Braunschweig et Strasbourg, longue de 2×705 km, équipée de 4 amplificateurs Brillouins et représentée par la figure 2.11. Ce montage comprend également deux EDFAs à l'intérieur des stations *Input* et *Output*. Cette paire de fibre est actuellement utilisée pour le lien optique entre la France et l'Allemagne décrit dans la section suivante.

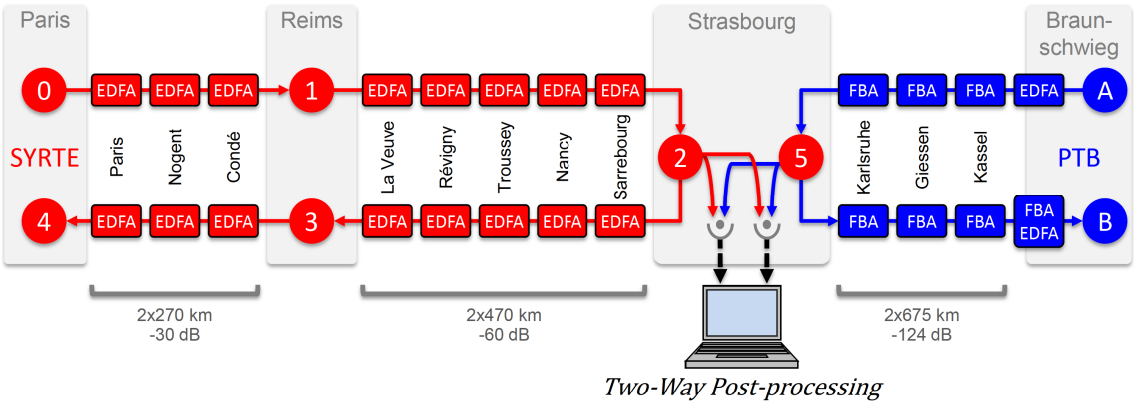


FIGURE 2.12 – Grand lien européen de 1415 km entre le SYRTE à Paris et le PTB à Braunschweig. En France, le canal dédié est constitué de 4 liens cascadés par 5 stations Régénératrices et des EDFA bidirectionnels. En Allemagne, la fibre dédiée comprend 7 FBA, 2 EDFAs et une station Régénératrice. Les deux stations à Strasbourg permettent de comparer les deux horloges Sr avec un montage Two-Way.

2.5.2 Entre la France et l'Allemagne

Le lien Paris-Nancy-Paris décrit précédemment a été récemment étendu à Strasbourg pour réaliser une comparaison avec le signal allemand provenant du PTB. La figure 2.12 représente le lien français en rouge et le lien allemand en bleu. La station ② installée à Nancy a été déménagée à Strasbourg tandis que les stations ⓪ et ④ ont été déménagées au SYRTE. Le lien français commence par une liaison de 12 km entre le SYRTE et Telehouse 2 (voir section 2.4.4) et reprend, à partir de ce noeud, les tronçons présentés précédemment. Le lien rejoint ensuite Strasbourg avec deux tronçons supplémentaires de 91 et 92 km. En Allemagne, le signal est transféré par un lien de 2×705 km avec 7 amplificateurs Brillouin décrits précédemment et complétés à Strasbourg par une station Régénératrice française ⑤.

À Strasbourg, les sorties locales *Local Link* (voir figure 2.7) des deux stations ② et ⑤ permettent de comparer les deux signaux métrologiques du SYRTE et du PTB par la méthode Two-Way (voir le chapitre 5 concernant la technique Two-Way). Les sorties *Link N+1* permettent de poursuivre vers les liens *descendant* français et allemand. En France, ce lien correspond à Strasbourg-Reims, puis Reims-Paris avec les station ③ et ④. En Allemagne, le tronçon revient directement à Braunschweig.

Le lien descendant français permet de vérifier le fonctionnement de la compensation de l'ensemble avec le battement *End-to-End* entre le signal de station ⓪ et

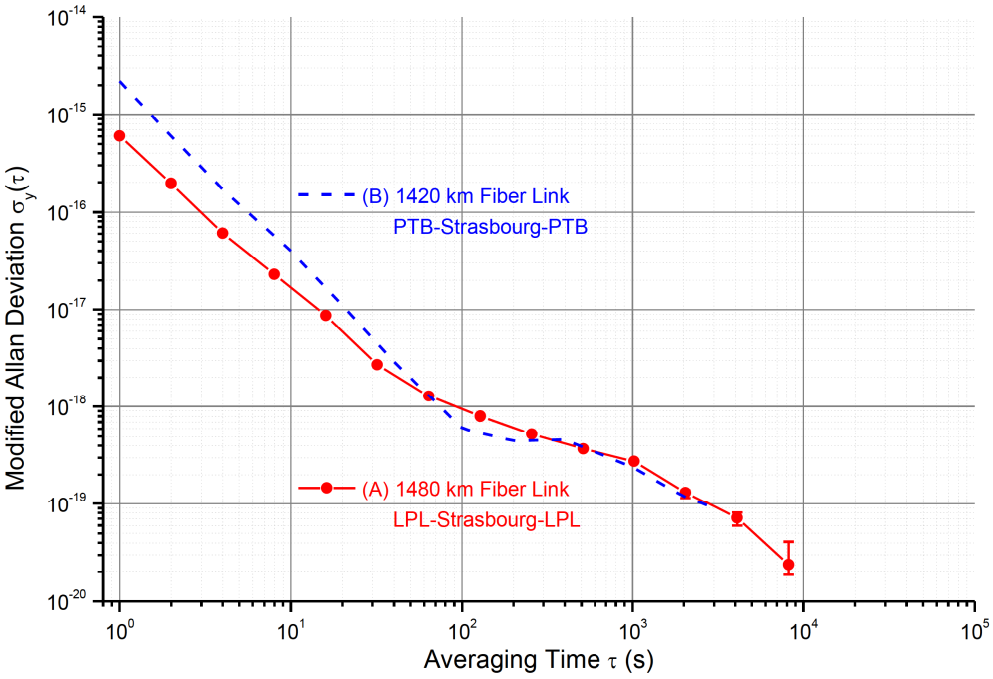


FIGURE 2.13 – Stabilité des fréquences transférées avec les liens LPL-Strasbourg-LPL en ○ rouge (A) et PTB-Strasbourg-PTB en pointillé bleu. Les fréquences des battements End-to-End ont été filtrées avec des compteurs Λ et traitées avec l'écart-type d'Allan modifié.

le signal de la station ④ représentant au total un lien cascadé de 1420 km. Les Allemands procèdent de même avec leur lien de 1410 km. La figure 2.13 présente la stabilité de fréquence du lien cascadé français LPL-Strasbourg-LPL avant que les stations de départ et d'arrivée soient déplacés au Syrte [Chiodo et al., 2015]. La stabilité du End-to-End correspond à la contribution quadratique des quatre tronçons cascadés. Nous relevons une stabilité de 8×10^{-16} à 1 s d'intégration et une pente sensiblement en $\tau^{-3/2}$ jusqu'à 100 s, caractéristique d'un bruit blanc de phase. Du côté allemand, une stabilité de quelques 10^{-15} à 1 s d'intégration est obtenue. Sur le long terme, les stabilités des deux liens sont de l'ordre de 10^{-19}. Les liens cascadés SYRTE-Strasbourg-SYRTE et PTB-Strasbourg-PTB ont des performances analogues, qui sont en cours d'évaluation. Ils permettent des comparaisons de fréquence avec une incertitude meilleure que 10^{-18}, largement suffisante pour comparer les horloges Sr du PTB et du SYRTE.

2.5.3 Entre la France et l'Angleterre

Actuellement, un autre grand lien européen relie Londres à Paris, avec une comparaison des deux signaux français et anglais à Villetaneuse. Les deux fibres entre le NPL et LPL sont exploitées avec deux liens parallèles *montant* vers le LPL et compensés activement. Le lien a une longueur de 770 km et accumule 200 dB de pertes optiques, partiellement compensées par 10 amplificateurs EDFA. Un amplificateur Brillouin est également installé au LPL pour amplifier le signal renvoyé au NPL. Le signal du SYRTE parvient au LPL avec les deux fibres de 43 kilomètres en bleu sur la figure 2.10. La première fibre est utilisée avec un lien compensé activement et la deuxième fibre est utilisée pour un transfert avec la technique Two-Way afin de vérifier le fonctionnement de la première.

2.5.4 En Angleterre

L'équipe du *National Physical Laboratory* (NPL) a également réalisé et publié dans l'article [Marra et al., 2012] le transfert du signal d'un peigne de fréquences optiques (comb) à travers une fibre monomode de 7,7 km. Le signal du peigne de fréquences provenait d'un laser fibré à 1,56 μm à verrouillage de mode (MLL pour *Mode-Locked fiber Laser*) générant des pulses optiques d'une durée inférieure à 150 fs avec un taux de répétition f_R = 100 MHz controlée par à un maser à hydrogène.

Pour compenser les variations du délai de propagation dues aux bruits acoustiques et thermiques, le dispositif utilise le principe décrit au début de la section 2.2.2. La correction des bruits accumulés par le signal du peigne de fréquences est appliquée sur deux petites bobines de fibres : une première est contrôlée en température pour les corrections lentes et une deuxième est contrôlée mécaniquement par une céramique piézo-électrique pour les corrections rapides. Pour obtenir cette correction, le signal aller-retour est combiné avec le signal de départ décalé avec un AOM de 104 MHz. De cette manière, il est possible de détecter les battements entre les différents modes optiques. La fréquence la plus petite de ces battements, à 4 MHz, est mélangée en phase par rapport à une fréquence synthétisée à partir du 100 MHz du Maser. Ainsi, le signal d'erreur après intégration est appliqué sur les deux petites bobines de fibres.

La principal difficulté de ses travaux est la dispersion chromatique du spectre op-

tique du peigne de fréquences. La fibre de 7,7 km comprend donc une courte section de fibre de forte dispersion dite *Dispersion Compensating Fiber* (DCF) permettant de recompresser les pulses après transfert sur une durée inférieure à 100 ps et donc de compenser en partie cette dispersion chromatique.

Avec cette technique, la stabilité de la fréquence de répétition transférée est de 1.8×10^{-15} à 1 s d'intégration. Cependant, la stabilité est dégradée avec les changements de polarisation qui affectent après quelques heures les rapports signaux sur bruit des détections [Marra et al., 2012]. En tenant compte de ces effets, la stabilité de la fréquence de répétition atteint 4×10^{-17} après 1000 s d'intégration, correspondant à un jitter de 40 fs. Le deuxième paramètre à observer dans le transfert d'un peigne de fréquences est la stabilité de la fréquence d'un mode optique. Dans l'article [Marra et al., 2012], la stabilité d'un mode optique est mesurée et est égale à 5×10^{-15} à 1 s d'intégration et quelques 10^{-18} sur le long terme. Les deux stabilités de fréquence sont du même ordre de grandeur bien qu'il n'y ait qu'une détection du bruit sur la fréquence de répétition car la correction est appliquée sur la longueur de la fibre (avec les deux bobines correctrices). Cela permet de corriger à la fois les fluctuations de la fréquence de répétition et celles des modes optiques.

2.5.5 En Italie

Dans le cadre du projet LIFT (*Italian Link for Time and Frequency*), l'INRIM (*Istituto Nazionale di Ricerca Metrologia*) à Turin exploite une fibre optique de 642 km déployée vers le LENS (*European Nonlinear Spectroscopy Laboratory*) à l'Université de Florence. L'INRIM est également raccordé à l'Institut de Radio-Astronomie de Medicina (près de Bologne). L'objectif à terme est de développer une technique assimilable à l'extraction en ligne présentée au chapitre 4 pour construire un réseau de laboratoires métrologiques le long de cette fibre, auquel serait aussi raccordé l'Institut de Photoniques et Nanotechnologies de Milan. A Medicina, les antennes VLBI (*Very Long Baseline Interferometry*) pourront par exemple être synchronisées sur l'horloge de l'INRIM. Ce projet a vocation à être raccordée au réseau métrologique européen, *via* une connexion au réseau français Refimeve+.

La technique du lien activement compensé a été appliquée à la fibre INRIM-LENS. Dans l'article [Calonico et al., 2014], le dispositif de compensation présenté précédemment a été réalisé en effectuant un double aller-retour dans la même fibre.

Ainsi, la situation est analogue à celle d'un lien dont les deux extrémités sont situées au début de la fibre, à Turin. Cela leur a permis d'analyser les performances du lien compensé sans avoir de deuxième lien parallèle et donc de réduire les couts d'installation d'amplificateurs sur un deuxième lien.

L'équipe de l'INRIM exploite également une boucle fibrée de 47 km déployée dans la région de Turin, en parallèle avec des données Internet, pour des travaux sur l'effet Sagnac [Clivati et al., 2013]. Ils ont également testé pour la première fois la technique Two-Way sur cette boucle fibrée [Calosso et al., 2014] et ils disposent d'une liaison fibrée de 150 km environ vers le Laboratoire Souterrain de Modane (LSM), à la frontière franco-italienne.

2.5.6 En Pologne

En Pologne, un groupe de recherche de l'Université de Science et Technologie de Cracovie (AGH) développe des liens fibrés pour le transfert de fréquence RF et le transfert de temps simultané. Nous nous limitons ici au transfert de fréquence présenté dans l'article [Sliwczynski et al., 2011] et plus récemment dans [Sliwczynski et al., 2013a] avec un lien de 420 km.

Le lien représenté sur la figure 2.14 est constitué d'une source de fréquence LO dans le domaine RF à 5, 10 ou 100 MHz. Cette source RF est utilisée pour moduler en amplitude le laser 1. Le laser est ensuite injecté dans la fibre optique jusqu'à l'extrémité du lien. Dans le module distant, le laser est démodulé avec la photodiode PD 2 pour fournir le signal RF à l'utilisateur. Afin de détecter le bruit de phase accumulé dans la fibre, le signal RF est à nouveau utilisé pour moduler en amplitude le laser local 2 qui est ré-injecté dans la fibre optique. Après un aller-retour, la fréquence de modulation a accumulé un certain bruit de phase. Le signal de retour est démodulé par PD 1 et la fréquence RF est comparée à la référence. Ce détecteur de phase permet d'obtenir un signal d'erreur, qui est appliqué sur deux modules électroniques appelés *Variable Delay* : un premier est installé sur le signal aller et un deuxième sur le signal retour.

Les *Variables Delays* permettent d'apporter un délai d'avance ou de retard de phase du signal RF pour corriger les fluctuations du délai de propagation. Le bruit accumulé après un aller-retour est $2 \times \phi_{Bruit}$ et les corrections sur le signal aller puis

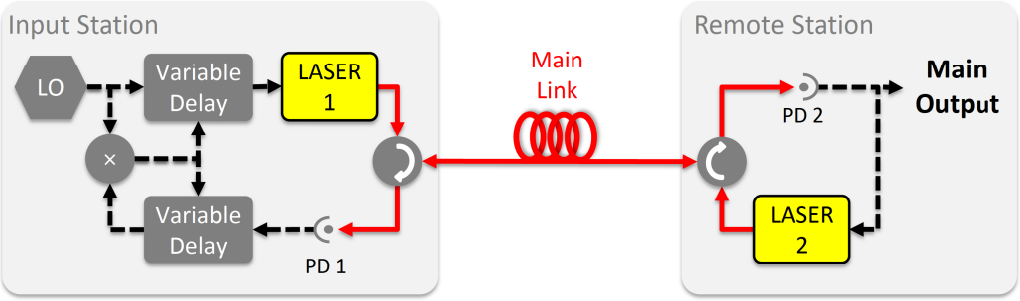


FIGURE 2.14 – Principe du lien optique modulé avec une fréquence de référence (5, 10 ou 100 MHz). La comparaison en phase du signal de référence et du signal aller-retour permet de détecter les variations du délai de propagation accumulé dans la fibre. La correction est appliquée sur le délai avec les *Variable Delay*. Les lasers 1 et 2 sont modulés par la fréquence RF et démodulés par les photodiodes PD 1 et 2.

retour permettent d'obtenir au niveau du comparateur de phase :

$$2 \times \phi_{Bruit} - 2 \times \phi_{Correction} = 0 \tag{2.22}$$

Les signaux optiques circulent à double sens dans les fibres optiques sauf au niveau des circulateurs et des parties RF de la figure 2.14. Dans ces parties, le transfert de fréquence n'est pas réciproque. C'est toute la difficulté pour les modules *Variable Delay* développés par l'équipe de Lipinski : ils doivent être compacts et parfaitement symétriques pour apporter la même correction sur le signal aller et retour. Un important travail a été réalisé pour limiter leur sensibilité à la température.

La bande passante de la correction est également limitée. Le *Variable Delay* arrivera en butée quelques fois dans l'année, lors des transitions été-hiver puis hiver-été. Il faut intervenir sur le lien optique pour ajouter ou supprimer quelques dizaines de mètre de fibre et recaler la correction de phase [Sliwczynski et al., 2013a]. Pour éviter cela et assurer une continuité de service, l'équipe de l'AGH a complété le montage avec trois petites bobines en parallèle, dont l'une d'elles est sélectionnée automatiquement pour recaler la correction au centre du *Variable Delay* [Krehlik et al., 2015].

2.6 Conclusion

Les limites d'un lien optique

Nous avons présenté dans ce chapitre le principe et quelques résultats marquants sur les liens optiques activement compensés (ANC). Ces derniers permettent de transférer avec une excellente stabilité et exactitude une fréquence optique de référence sur de longues distances. Néanmoins, ces développements sont limités techniquement par les pertes optiques accumulées dans les fibres. Elles sont difficilement compensées car nous devons limiter l'amplification des EDFA bidirectionnels pour éviter leur oscillation. Nous retiendrons également que les liens sont limités fondamentalement par le délai de propagation dans la fibre, qui limite la bande passante et le taux de réjection du bruit. Nous pourrions également rappeler une autre limite, celle d'ordre financière. Il est par exemple difficile de développer un réseau métrologique avec des fibres louées à un opérateur de télécommunication : par exemple 100000€/an en Allemagne pour la paire de fibre de 700 km vers Strasbourg. En France, le LPL et le SYRTE développent donc un réseau métrologique avec le canal dédié #44 (1542,14 nm) du réseau Internet de Renater. Cette technique nécessite de contourner tous les équipements de télécommunication unidirectionnels pour que le signal métrologique réalise l'aller-retour dans la fibre.

Les développements dans le monde

Nous avons également détaillé les travaux les plus récents réalisés en Allemagne, en Italie, en Pologne et en Angleterre. D'autres pays en dehors de l'Europe réalisent également des liens optiques mais ils n'ont pas été présentés car ils emploient des techniques similaires ou parce que les développements sont anciens. Le tableau 2.1 à la fin de ce chapitre reprend néanmoins la plupart des travaux réalisés dans le monde. Les cinq premiers travaux sont les plus récents et les liens optiques les plus longs, principalement réalisés en Europe. Ces développements sont motivés par les comparaisons des nouvelles horloges optiques, disséminées dans plusieurs pays d'Europe. Le consortium NEAT-FT (*Network for European Accurate Time and Frequency Transfer*) et le soutien de l'agence européenne des instituts métrologiques Euramet permettent d'organiser les développements entre les pays.

Les différents développements en Europe

A l'échelle du continent européen, nous observons des spécificités entre les développements. Par exemple, le PTB en Allemagne réalise plutôt des liens en un seul tronçon, reliant deux laboratoires avec une fibre dédiée (entre le PTB et le MPQ par exemple). Alors qu'en France, le LPL et le SYRTE développe le réseau métrologique Refimeve+ en utilisant un canal dédié du réseau internet et le signal optique est amplifié par des EDFAs et régulièrement cascadé par des Stations Régénératrices. Cette technique a l'avantage d'avoir une meilleure bande passante de correction car le lien de 1500 km est divisé en quatre tronçons pour réaliser le lien SYRTE-Strasbourg-SYRTE. En plus de relier le SYRTE à Strasbourg et au PTB en Allemagne, le réseau Refimeve doit permettre également de délivrer le signal métrologique vers plusieurs laboratoires en France. La station Extraction développée au cours de ma thèse et présentée au chapitre 4 permettra de disséminer ce signal vers plusieurs utilisateurs. En Pologne, l'équipe du AGH développe également un réseau métrologique mais à partir d'une référence RF, ce qui explique que les stabilités de fréquence obtenues soient un peu moins bonnes : 5×10^{-14} à 1 s contre quelques 10^{-15} pour les liens allemands et français avec des liens plus longs mais utilisant une fréquence de référence dans le domaine optique ($\Delta f/f$ avec f la fréquence).

Ce qu'il faut retenir :

1. les liens fibrés activement compensés (ANC) exploitent le signal optique aller-retour pour détecter et corriger les bruits accumulés dans la fibre ;
2. les bruits accumulés sont d'origine thermique et acoustique : ces bruits modifient localement l'indice de réfraction et donc le délai de propagation total dans la fibre, ce qui affecte la phase du laser transmis ;
3. la fréquence du signal est corrigée très efficacement avec une correction appliquée *via* un AOM au début du lien ;
4. le déploiement des liens longs peut se réaliser avec une fibre dédiée (ou *fibre noire*) mais cette technique est onéreuse pour un réseau à l'échelle nationale ;
5. en France, le LPL et le SYRTE déploient le réseau métrologique avec le canal dédié (ou *canal noir*) #44 (1542,14 nm) du réseau Internet de Refimeve+ ;

6. le fonctionnement bidirectionnel de l'ANC oblige de contourner tous les équipements unidirectionnels du réseau Internet ;
7. le signal du SYRTE arrive à Strasbourg avec ce canal dédié, rejoint par le signal du PTB en Allemagne avec une fibre dédiée : cette première connexion entre deux pays a permis de réaliser la comparaison des horloges Strontium des deux laboratoires métrologiques avec une stabilité de 2×10^{-15} à 1 s d'intégration.

Clés de lecture du tableau 2.1 :

- ANC : correction du lien apportée en fréquence avec un AOM ;
- Phase Delay : correction du lien apportée sur la phase du signal RF ;
- Spool Delay : correction réalisée sur la longueur du lien avec des bobines ;
- VCXO : correction apportée en électronique sur l'oscillateur de référence ;
- Bande passante théorique : calculée avec le délai de propagation ;
- ANC Branching : dissémination vers plusieurs utilisateurs (voir section 4.3.2).

TABLE 2.1 – Synthèse des liaisons optiques réalisées dans le monde et classées par longueur de lien décroissante.

Pays & Publication	Longueur L	Bande passante	Signal & Correction	Stabilité à 1 s	Stabilité ≥ 1000 s	Exactitude
Allemagne [Droste et al., 2013]	1840 km PTB-MPQ-PTB	27 Hz (mesurée)	Optique ANC	2×10^{-15}	3×10^{-19}	3×10^{-19}
France [Chiodo et al., 2015]	1480 km LPL-Str.-LPL	100 Hz (mesurée)	Optique ANC cascadé	6×10^{-16}	2×10^{-20}	9×10^{-20}
Allemagne [Raupach et al., 2015]	1410 km PTB-Str.-PTB	18-37 Hz (théorique)	Optique ANC	2×10^{-15}	7×10^{-21}	1×10^{-20}
Italie [Calonico et al., 2014]	2×642 km INRIM-LENS	30 Hz (mesurée)	Optique ANC	1×10^{-14}	3×10^{-19}	5×10^{-19}
Pologne [Krehlik et al., 2015]	490 km AGH University	-	RF (10 MHz) Phase Delay	5×10^{-14}	3×10^{-17}	-
USA [Williams et al., 2008]	251 km NIST-NIST	200 Hz (mesurée)	Optique ANC	3×10^{-16}	1×10^{-17}	-
Japon [Fujieda et al., 2010]	204 km NICT-Ot.-Ha.-NICT	230-450 Hz (Théorique)	RF (1-10 GHz) VCXO cascadé	6×10^{-14}	5×10^{-17}	-
Japon [Fujieda et al., 2011]	90 km NICT-Ot.-NICT	500 Hz (mesurée)	Optique ANC	2×10^{-15}	4×10^{-18}	2×10^{-17}
Angleterre [Marra et al., 2012]	7.7 km NPL	-	Comb Spool Delay	1.8×10^{-15} pour f_R	4×10^{-17}	3×10^{-18}
Australie [Schediwy et al., 2013]	6 km ACT University	-	Optique ANC Branching	1×10^{-17}	10^{-19}	1×10^{-18}

Chapitre 3

Modélisation de la correction du bruit dans un lien optique fibré

Sommaire

3.1 Introduction **90**

3.2 Taux de réjection **90**

3.2.1 Définition des bruits dans une fibre 91

3.2.2 Bruit de phase accumulé après un aller-retour 92

3.2.3 Correction de phase d'un lien compensé 92

3.2.4 Auto-corrélation du bruit 94

3.2.5 Densité Spectrale de Puissance de l'auto-corrélation . . . 95

3.2.6 Taux de réjection du bruit d'un lien compensé 95

3.3 Bande passante **96**

3.3.1 Expression du gain total de la boucle PLL 97

3.3.2 Marge de phase, stabilité de la boucle et bande passante de la correction 98

3.3.3 Boucle PLL et simulation des gains 99

3.4 Conclusion **103**

3.1 Introduction

Nous avons vu au chapitre précédent que le bruit accumulé dans une fibre est très hétérogène. En effet, l'indice de réfraction le long de la fibre n'est pas homogène. Il présente des fluctuations locales dues aux variations de températures et aux bruits acoustiques le long de la fibre, et ces fluctuations introduisent des délais de retard et d'avance cumulés dans la phase optique du signal transféré (voir section 2.2.1). Ces variations climatiques sont différentes d'un point à un autre de la fibre, et d'une fibre à une autre (voir section 2.2.1.4).

Nous allons dans ce chapitre modéliser le bruit comme une phase aléatoire dépendant de z et de t. À partir d'un modèle de système bouclé, nous pourrons exprimer la première limite fondamentale d'un lien activement compensé (ANC) : **le taux de réjection du bruit** R_p.

La réjection du bruit R_p est possible dans une certaine bande passante. Nous allons donc détailler la boucle à verrouillage de phase (PLL) de notre système et les notions de marge de phase pour exprimer **la fréquence de coupure** f_C **correspondant à la bande passante de la correction**, qui constitue la deuxième grande limite de l'ANC.

3.2 Taux de réjection de la correction du bruit

Pour déterminer le taux de réjection du bruit avec la correction ϕ_C appliquée au départ du lien, nous allons :

1. définir le bruit accumulé dans la fibre à l'aller par le signal *montant* puis au retour par le signal *descendant* ;
2. en déduire le bruit total après un aller-retour ;
3. prendre en compte la correction de phase appliquée une fois sur le signal *montant* et une fois sur le signal *descendant* ;
4. réaliser l'autocorrélation de ce bruit non-corrélé et corrigé par ϕ_C ;
5. pour en déduire la Densité Spectrale de Puissance avec la transformée de Fourier de l'autocorrélation ;
6. et finir sur l'expression du taux de réjection $1/R_p$ du bruit.

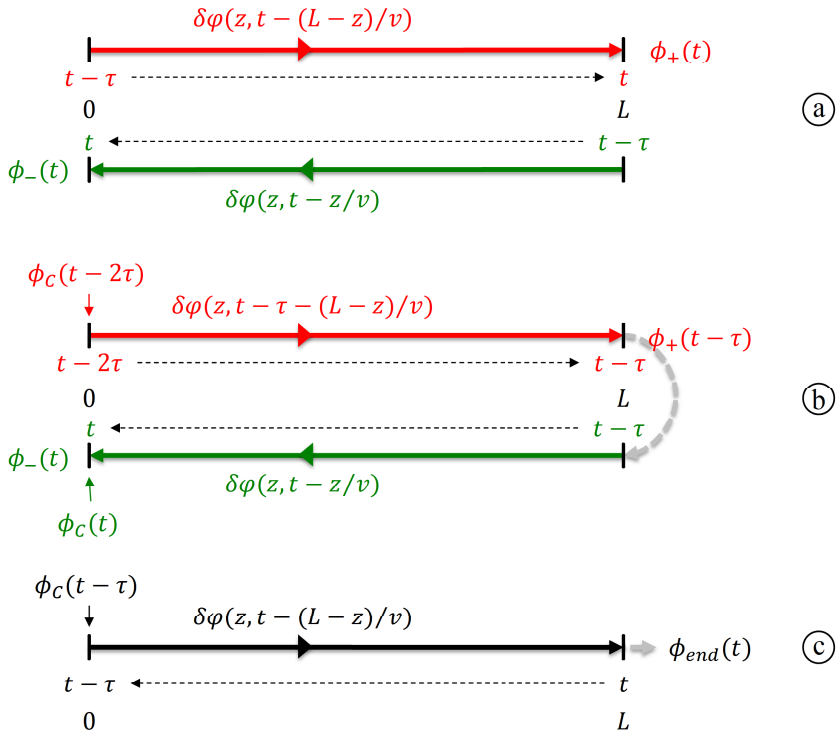


FIGURE 3.1 – Modélisation du bruit de phase accumulé le long de la fibre du lien principal. Les deux signaux représentés en rouge et en vert circulent dans la même fibre. En rouge, le bruit à l'aller ϕ_+ est intégré de 0 à L avec un délai de propagation τ pour le bruit en 0, et en vert le bruit au retour ϕ_- est intégré de L à 0 avec un délai de propagation τ pour le bruit en L.

3.2.1 Définition des bruits dans une fibre

Nous définissons $\delta\varphi(z,t)$ comme étant le bruit de phase par unité de longueur, ou bruit de phase linéique, défini au point z de la fibre optique à l'instant t. Le bruit de phase accumulé sur une longueur $\mathrm{d}z$ de fibre est $\delta\varphi(z,t)\mathrm{d}z$.

En suivant la partie (a) de la figure 3.1, nous pouvons écrire le bruit de phase accumulé à l'aller par le signal optique le long de la fibre rouge sur la figure, de la coordonnée 0 jusqu'à l'extrémité L de la fibre, et mesuré en L à l'instant t :

$$\phi_+(t) = \int_0^L \delta\varphi\left[z, t - \left(\tau - \frac{z}{v}\right)\right]\mathrm{d}z \tag{3.1}$$

avec τ le délai moyen de propagation dans la fibre égale à L/v et $v = c/n$ la vitesse de propagation de la lumière dans la fibre d'indice n.

De même, pour le retour en vert sur la figure, nous intégrons de l'extrémité L jusqu'à 0 un bruit de phase de signe opposé, ce qui revient à écrire un bruit de phase positif accumulé de 0 à L :

$$\phi_-(t) = \int_0^L \delta\varphi\left(z, t - \frac{z}{v}\right) \mathrm{d}z \tag{3.2}$$

3.2.2 Bruit de phase accumulé après un aller-retour

La partie (b) de la figure 3.1 représente le bruit de phase accumulé sur un aller-retour et détecté en $z = 0$ à l'instant t. Ce bruit est la somme des contributions du bruit retour (en vert sur la figure), au temps t, et du bruit aller (en rouge sur la figure), au temps $t - \tau$, à cause du délai de propagation dans la fibre. Le bruit de phase aller-retour $\phi_{Round-Trip}$ détecté au point $z = 0$ s'écrit donc :

$$\begin{aligned}\phi_{RT}(t) &= \phi_-(t) + \phi_+(t - \tau) \\ &= \int_0^L \delta\varphi\left(z, t - \frac{z}{v}\right) \mathrm{d}z + \int_0^L \delta\varphi\left[z, t - \left(2\tau - \frac{z}{v}\right)\right] \mathrm{d}z\end{aligned}$$

Après un développement de Taylor au 1er ordre nous obtenons :

$$\begin{aligned}\phi_{RT}(t) &= \int_0^L \left[\delta\varphi(z,t) - \frac{z}{v}\delta\varphi'(z,t) + \delta\varphi(z,t) - \left(2\tau - \frac{z}{v}\right)\delta\varphi'(z,t)\right] \mathrm{d}z \\ &= 2\int_0^L \left[\delta\varphi(z,t) - \tau\delta\varphi'(z,t)\right] \mathrm{d}z\end{aligned} \tag{3.3}$$

avec $\delta\varphi'(z,t)$ la dérivée partielle par rapport au temps du bruit de phase linéique $\delta\varphi(z,t)$:

$$\delta\varphi'(z,t) = \frac{\partial\varphi(z,t)}{\partial t} \tag{3.4}$$

3.2.3 Correction de phase d'un lien compensé

Dans la Station Locale, une correction est appliquée à la coordonnée $z = 0$ sur le signal montant à l'instant $t - 2\tau$ et sur le signal descendant à l'instant t. Le verrouillage de la boucle d'asservissement permet ainsi de ramener la somme du

bruit aller-retour et la correction égale à zéro :

$$\phi_C(t-2\tau)+\phi_C(t)+\phi_{RT}(t)=0 \tag{3.5}$$

Avec un développement de Taylor au premier ordre, il est possible d'exprimer la correction de phase décalée au temps $t-\tau$ en $z=0$:

$$\phi_C(t-2\tau)+\phi_C(t)=2\phi_C(t-\tau) \tag{3.6}$$

Ainsi dans l'équation 3.5 :

$$2\phi_C(t-\tau)+\phi_{RT}(t)=0 \tag{3.7}$$

et donc :

$$\phi_C(t-\tau)=-\int_0^L\left[\delta\varphi(z,t)-\tau\delta\varphi'(z,t)\right]\mathrm{d}z \tag{3.8}$$

Ensuite, en suivant la partie (c) de la figure 3.1, nous pouvons écrire la phase résiduelle à l'extrémité du lien comme étant la somme de la correction de phase appliquée sur le signal montant à l'instant $t-\tau$ et le bruit accumulé à l'aller le long de la fibre (en rouge sur la figure), équation 3.1, et détecté en $z=L$ à l'instant t :

$$\begin{aligned}
\phi_{out}(t)&=\phi_C(t-\tau)+\phi_+(t)\\
\phi_{out}(t)&=-\int_0^L\left[\delta\varphi(z,t)-\tau\delta\varphi'(z,t)\right]\mathrm{d}z+\int_0^L\delta\varphi\left[z,t-\left(\tau-\frac{z}{v}\right)\right]\mathrm{d}z\\
&=\int_0^L\left[\cancel{-\delta\varphi(z,t)}+\tau\delta\varphi'(z,t)+\cancel{\delta\varphi(z,t)}-\left(\tau-\frac{z}{v}\right)\delta\varphi'(z,t)\right]\mathrm{d}z\\
&=\int_0^L\frac{z}{v}\delta\varphi'(z,t)\mathrm{d}z
\end{aligned} \tag{3.9}$$

correspondant à la variation du bruit accumulée entre 0 et L.

Pour calculer le bruit résiduel du lien, notre approche est de calculer la densité spectrale de bruit de phase du lien (en libre ou en compensé) en calculant la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation. Nous allons à la section suivante montrer une méthode de calcul de la fonction d'auto-corrélation, puis nous présenterons les calculs de densité spectrales.

3.2.4 Auto-corrélation du bruit

Nous considérons le bruit de phase linéique $\delta\varphi(z,t)$ comme étant un signal aléatoire. $\phi_{out}(t)$ est donc aussi un signal aléatoire dont la densité spectrale de puissance (DSP, et plus couramment PSD en anglais) est donnée par la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation. Pour le bruit de phase résiduel à l'extrémité du lien $\phi_{out}(t)$, l'autocorrélation donne :

$$\begin{aligned} R_{out}(u) &= \overline{\phi_{out}(t)\phi_{out}(t-u)} \\ &= \int_0^L \int_0^L \left(\frac{z}{v}\frac{z'}{v} \overline{\delta\varphi'(z,t)\delta\varphi'(z',t-u)} \right) \mathrm{d}z\mathrm{d}z' \end{aligned} \tag{3.10}$$

Pour pouvoir exprimer de façon analytique et simple la fonction d'auto-corrélation $R_{out}(u)$, nous allons devoir formuler des hypothèses sur les processus de bruit à l'oeuvre dans la fibre. Nous en formulerons ici deux. D'abord nous allons supposer que la dérivée temporelle du bruit linéique $\phi(z,t)$ est non corrélée en position. La fonction d'auto-corrélation peut alors être écrite à l'aide d'une fonction de Dirac δ sous la forme :

$$\overline{\delta\varphi'(z,t)\delta\varphi'(z',t-u)} = \overline{\delta\varphi'(z,t)\delta\varphi'(z,t-u)}\,\Delta L\,\delta(z-z') \tag{3.11}$$

L'introduction de la longueur caractéristique ΔL permet d'homogénéiser l'équation 3.11. Cette quantité correspond à la largeur de la fonction δ.

Nous allons ensuite supposer que la dérivée temporelle du bruit de phase linéique est indépendante de la position z :

$$\overline{\delta\varphi'(z,t)\delta\varphi'(z,t-u)} = \overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-u)} \tag{3.12}$$

Nous obtenons alors :

$$\begin{aligned} R_{out}(u) &= \overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-u)}\,\Delta L \int_0^L \left(\frac{z}{v}\right)^2 \mathrm{d}z \\ &= \overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-u)}\,\Delta L\,\frac{L^3}{3v^2} \end{aligned} \tag{3.13}$$

avec une fonction d'auto-corrélation qui croit comme la longueur du lien et comme le carré du temps de propagation.

3.2.5 Densité Spectrale de Puissance de l'auto-corrélation

Nous obtenons la DSP du bruit de phase résiduel à l'extrémité du lien avec la transformée de Fourier $\mathcal{F}$:

$$\begin{aligned} S_{out}(f) &= \mathcal{F}\left[R_{out}(u)\right] \\ &= \mathcal{F}\left[\overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-u)}\,\Delta L\,\frac{L^3}{3v^2}\right] \\ &= \frac{\tau^2}{3}\mathcal{F}\left[\overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-u)}\,\Delta L\,L\right] \end{aligned} \tag{3.14}$$

avec τ le délai de propagation dans la fibre. Avec [Bendat and Allan G. Piersol, 2010], l'autocorrélation $\overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-u)}$ peut également s'écrire :

$$\overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-u)} = -\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\overline{\delta\varphi(t)\delta\varphi(t-u)} \tag{3.15}$$

et la transformée de Fourier $\mathcal{F}$ d'une fonction dérivée $f'(t)$ s'écrit :

$$\mathcal{F}\left[f'(t)\right] = 2\pi j f\mathcal{F}\left[f(t)\right] \tag{3.16}$$

Ainsi la transformée de Fourier $\mathcal{F}\left[-\mathrm{d}^2/\mathrm{d}t^2\overline{\delta\varphi(t)\delta\varphi(t-u)}\,\Delta L\,L\right]$ donne :

$$\begin{aligned} S_{out}(f) &= \frac{\tau^2}{3}\left(2\pi f\right)^2\mathcal{F}\left[\overline{\delta\varphi(t)\delta\varphi(t-u)}\,\Delta L\,L\right] \\ &= \frac{1}{3}\left(2\pi f\tau\right)^2 S_{fiber}(f) \end{aligned} \tag{3.17}$$

avec $S_{fiber}(f)$ la DSP du bruit de phase de la fibre libre, non-compensée, égale à :

$$S_{fiber} = \mathcal{F}\left[\overline{\delta\varphi(t)\delta\varphi(t-u)}\,\Delta L\,L\right] \tag{3.18}$$

3.2.6 Taux de réjection du bruit d'un lien compensé

Le rapport des DSP entre le lien compensé $S_{out}(f)$ et le lien libre $S_{fiber}(f)$ nous donne le taux de réjection du bruit R_p :

$$\frac{S_{out}(f)}{S_{fiber}(f)} = \frac{1}{3}\left(2\pi f\tau\right)^2 = \frac{1}{R_p} \tag{3.19}$$

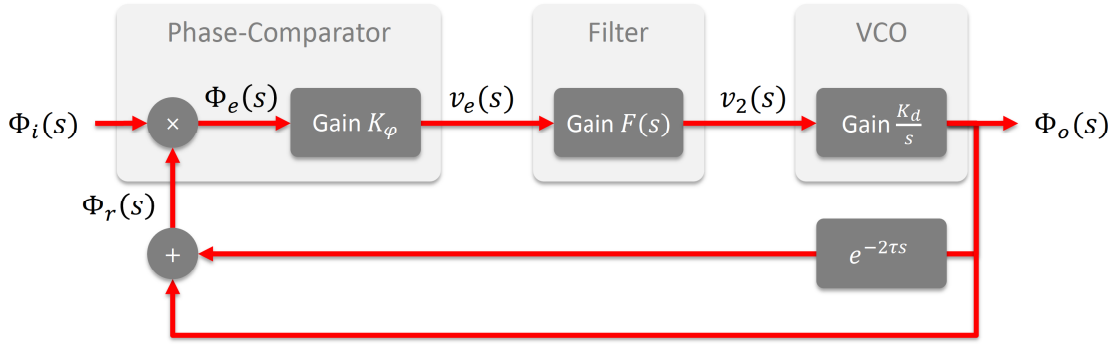


FIGURE 3.2 – Schéma synoptique de la boucle PLL avec Laplace. Le mélange en phase entre le signal d'entrée $\phi_i(s)$ et le signal de sortie donne un signal d'erreur amplifié par le gain K_φ du mélangeur, puis par le filtre $F(s)$. Le VCO permet de convertir cette tension de commande en fréquence, dont une partie est rebouclée avec un gain unitaire et une autre partie avec un retard de propagation de $e^{-2\tau s}$.

qui constitue la première limite fondamentale de la compensation du bruit de phase imposée par le délai de propagation de la lumière dans la fibre.

Nous avons vu également dans le chapitre précédent 2 qu'il existe d'autres limites fondamentales comme le bruit interférométrique ou des effets non-linéaire (Polarisation [PMD], effet Sagnac,...) qui interviennent sur la stabilité long terme de la fréquence transférée. Ces aspects sont développés dans l'annexe D avec la présentation d'un interféromètre bas bruit appelé interféromètre *Sagnac*.

3.3 Bande passante de la correction du bruit

La correction de phase exprimée précédemment permet de compenser le bruit de phase accumulé dans le lien fibré. Ce lien, avec le signal aller-retour, est assimilable à une grande boucle à verrouillage de phase (PLL, *Phase-Locked Loop*), dans laquelle la correction est limitée :

- en amplitude par le taux de réjection, que nous avons vu précédemment, imposé par le délai de propagation τ ;
- et en fréquence par une bande passante, que nous verrons, elle aussi limitée par le délai τ.

Dans cette section, nous développons l'écriture de cette bande passante f_C à partir du diagramme-bloc de la boucle PLL de la figure 3.2, avec la notation de Laplace.

3.3.1 Expression du gain total de la boucle PLL

La PLL est constituée tout d'abord d'un comparateur de phase, qui mélange les phases d'entrée ϕ_i et de retour de boucle ϕ_r :

$$v_e(s) = K_\varphi[\phi_i(s) - \phi_r(s)] \tag{3.20}$$

avec K_φ le gain du comparateur de phase (en V.rad^{-1}) et $s = 2\pi jf$ la variable complexe de Laplace. En sortie, la tension d'erreur $v_e(s)$ est filtrée par un filtre passe-bas, qui s'écrit avec un gain $F(s)$ tel que :

$$v_2(s) = F(s)v_e(s) \tag{3.21}$$

Nous obtenons une tension $v_2(s)$ qui commande l'oscillateur contrôlé en tension (VCO pour *Voltage Controlled Oscillator*). Ce dernier bloc permet de convertir la tension de commande $v_2(s)$ en une fréquence angulaire w_o :

$$w_o(s) = K_d v_2(s) \tag{3.22}$$

Afin d'écrire la variable la phase $\phi_o(s)$ de sortie, et parce que la phase est l'intégrale de la fréquence angulaire, nous ajoutons le terme $1/s$:

$$\begin{aligned} \phi_o(t) &= \int_0^t \omega_o(t)\mathrm{d}t \\ \phi_o(s) &= \frac{\omega_o(s)}{s} \end{aligned} \tag{3.23}$$

La correction de phase est appliquée avec l'AOM une première fois sur le signal montant et une deuxième fois sur le signal descendant. En tenant compte du délai de propagation 2τ pour la correction appliquée au signal montant, nous avons $\phi_r(s) = (1 + e^{-2\tau s})\phi_o(s)$. Nous pouvons maintenant écrire le gain total de la boucle ouverte :

$$G(s) = K_\phi F(s)\frac{K_d}{s}\left(1 + e^{-s2\tau}\right) \tag{3.24}$$

3.3.2 Marge de phase, stabilité de la boucle et bande passante de la correction

Le réglage de ce gain $G(s)$ est contraint par des exigences de stabilité, avec une marge de phase suffisante pour éviter que l'argument du gain n'atteigne le seuil d'instabilité à -180°(ou $-\pi$) [Williams et al., 2008]. Il est donc conseillé d'avoir une marge de phase de 45 °. Elle se calcule par rapport au seuil d'instabilité $-\pi$ tel que :

$$M_\varphi = Arg[G(s)] - (-\pi) \tag{3.25}$$

où on prend maintenant $s = j2\pi f$ et $Arg[G(s)]$ l'argument du gain qui s'écrit :

$$\begin{aligned}
Arg[G(s)] &= Arg[K_\varphi] + Arg[F(s)] + Arg\left[s^{-1}\right] + Arg[K_d] + Arg\left[1 + e^{-s2\tau}\right] \\
Arg[G(s)] &= Arg\left[s^{-1}\right] + Arg\left[1 + e^{-s2\tau}\right] \\
Arg[G(s)] &= -\frac{\pi}{2} + Arg\left[2cos(2\pi f\tau)e^{-j2\pi f\tau}\right] \\
Arg[G(s)] &= -\frac{\pi}{2} - 2\pi f\tau
\end{aligned} \tag{3.26}$$

Dans notre cas, nous souhaitons déterminer la bande passante maximale de notre lien optique, c'est à dire la fréquence au-delà de laquelle notre système devient instable. Nous sommes instable lorsque le gain est réglé d'une manière telle que la marge de phase M_φ est nulle. Avec une marge de phase nulle, nous pouvons déterminer la fréquence de coupure f_C qui nous fera atteindre la zone d'instabilité π de la boucle :

$$\begin{aligned}
M_\varphi &= Arg[G(s)] + \pi \\
0 &= -\frac{\pi}{2} - 2\pi f\tau + \pi \\
f &= \left(-\pi + \frac{\pi}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2\pi\tau}\right) \\
f &= f_C = \frac{1}{4\tau}
\end{aligned} \tag{3.27}$$

et avec une marge de phase de 45°, on obtient $f_C{}' = 1/8\tau$. Ces fréquences donnent l'intervalle de bande passante de l'asservissement dans laquelle nous pouvons jouer pour maximiser la bande de correction mais limiter les instabilités du système.

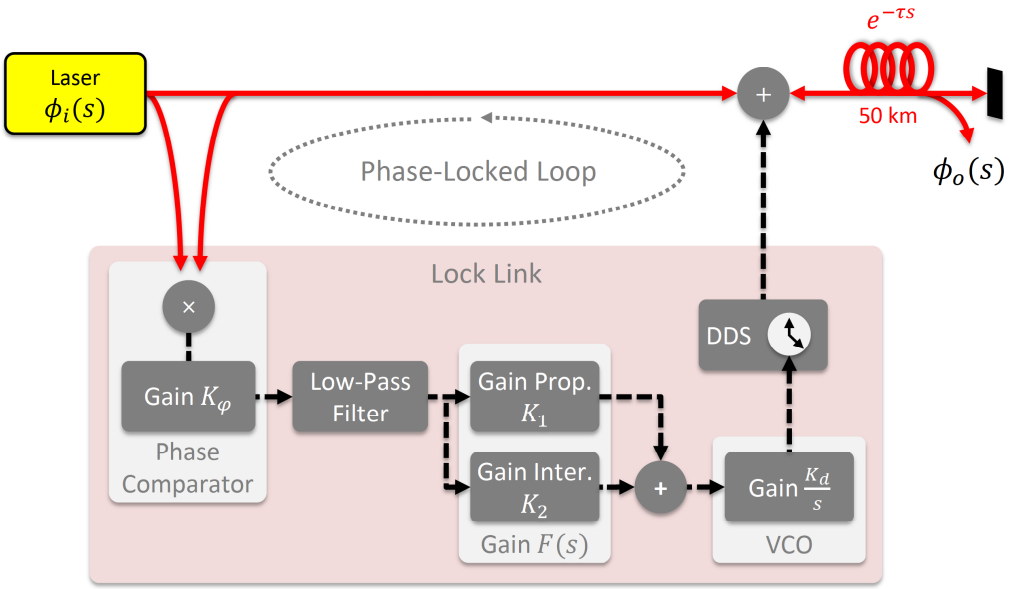


FIGURE 3.3 – Boucle à verrouillage de phase de la carte électronique *Lock Link*, qui se verrouille avec le lien fibré. La comparaison en phase entre le laser $\phi_i(s)$ et le signal aller-retour est filtrée par un passe-bas et amplifiée avec le gain proportionnel K_p et l'intégrateur K_i. Cette tension amplifiée commande le VCO et la correction est appliquée sur le lien par l'intermédiaire d'un synthétiseur de fréquence (DDS).

3.3.3 Boucle PLL et simulation des gains

Les boucles à verrouillage de phase des liens optiques sont généralement constituées d'un gain proportionnel-intégral (PI). La boucle est verrouillée avec le module électronique que nous appelons *Lock Link*, qui se referme sur le lien fibré. La figure 3.3 représente le principe synoptique de cette carte électronique, dans laquelle nous retrouvons le comparateur en phase, le gain $F(s)$ et le VCO de la figure précédente 3.2. Les détails électroniques de cette carte sont donnés en annexe C.2.

Nous avons ajouté ici le filtre passe-bas afin de ne retenir que la composante soustractive du mélange. La sortie VCO commande l'horloge d'un synthétiseur de fréquence (DDS), qui nous synthétise la fréquence de correction appliquée sur le lien optique. Nous ajoutons une correction au signal montant avec un délai de $e^{-2\tau s}$ (après un aller-retour par rapport à la détection sur PD1) et sur le signal descendant (sans délai). Nous avons aussi détaillé le gain $F(s)$, constitué du gain proportionnel

K_p et d'un gain intégrateur K_i. Ces gains sont ajustés avec des résistances variables dans des montages de type amplificateur-opérationnel (AOP). Nous souhaitons agir dessus pour augmenter la bande passante de la correction et corriger au maximum le bruit de phase accumulé dans le lien tout en évitant l'instabilité du système.

Avec la représentation de Laplace de la figure 3.2 et en considérant le filtre $F(s)$ comme un Proportionnel-Intégrateur, nous pouvons écrire la fonction de transfert de la PLL entre le signal en entrée du système $\phi_i(s)$ (le laser) et le signal en sortie du système $\phi_o(s)$ vers l'utilisateur (voir thèse [Jiang, 2010]) :

$$H_\phi(s) = \frac{\phi_o(s)}{\phi_i(s)} = \frac{(1-e^{-\tau s})\left[1+(1-e^{-\tau s})\frac{K_P}{s}\left(1+\frac{K_i}{s}\right)\right]}{1+(1+e^{-2\tau s})\frac{K_p}{s}\left(1+\frac{K_i}{s}\right)} \tag{3.28}$$

Avec $s = 2\pi j f$, cette fonction de transfert devient :

$$|H_\phi(f)|^2 = \frac{S_{\phi_o}(f)}{S_{\phi_i}(f)} = 4\sin^2(\pi f \tau)\,|H_R(f)|^2 \tag{3.29}$$

avec $S_{\phi_o}(f)$ et $S_{\phi_i}(f)$ les Densités Spectrales de Puissance (DSP) respectivement du signal de référence et du signal délivré à l'utilisateur. La fonction $|H_R(f)|^2$ correspond à la réduction du bruit lorsque la boucle PLL est verrouillée. Nous avons :

$$\begin{aligned}|H_R(f)|^2 = &\frac{\left[1-\frac{K_pK_i}{2\pi^2f^2}\sin^2(\pi f\tau)+\frac{K_p}{2\pi f}\sin(\pi f\tau)\right]^2}{\left[1-\frac{K_pK_i}{2\pi^2f^2}\cos^2(2\pi f\tau)-\frac{K_p}{2\pi f}\sin(4\pi f\tau)\right]^2}\\ &+\frac{\left[\frac{K_pK_i}{4\pi^2f^2}\sin(2\pi f\tau)+\frac{K_p}{\pi f}\sin^2(\pi f\tau)\right]^2}{\left[\frac{K_pK_i}{4\pi^2f^2}\sin(4\pi f\tau)-\frac{K_p}{\pi f}\cos^2(2\pi f\tau)\right]^2}\end{aligned} \tag{3.30}$$

Ainsi, lorsque la boucle PLL est ouverte, $|H_R(f)|^2 = 1$ et il reste seulement :

$$|H_\phi(f)|^2 = 4\sin^2(\pi f\tau) \tag{3.31}$$

correspondant à la ligne à retard décrite dans l'article [Rubiola et al., 2005a], constituée ici par notre lien fibré de plusieurs kilomètres.

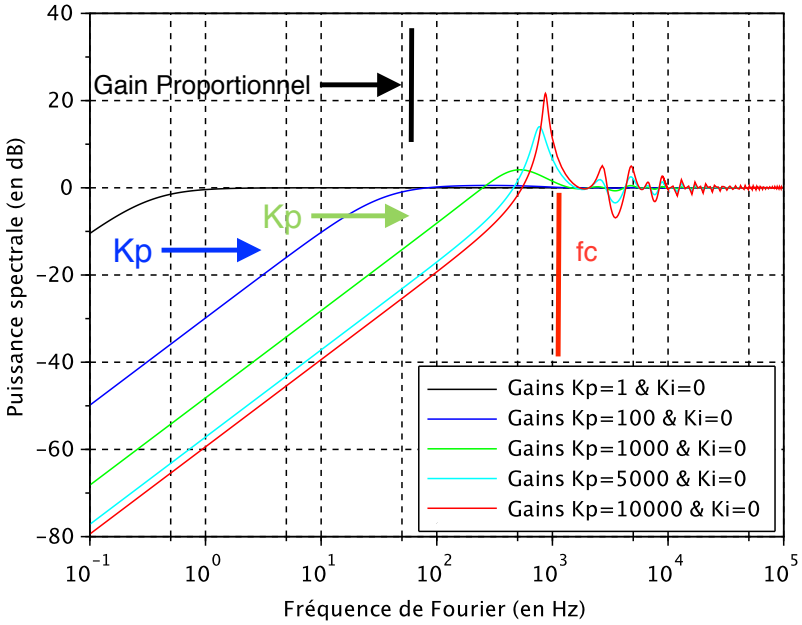
Afin de comprendre l'effet des gains et les limites de la correction, nous nous intéressons seulement à la fonction de transfert de la PLL $|H_R(f)|^2$. Nous allons la

simuler avec un lien fibré de 50 km, qui introduit un délai de propagation $\tau = 0.24$ ms après le trajet montant. Si les gains PI sont réglés tel que la marge de phase M_φ est nulle, le délai de propagation provoquera une **sur-oscillation** de la PLL avec un pic de résonance à la fréquence $f_C = 1/4\tau = 1040$ Hz. Pour une marge de phase suffisante de 45°, nous devrions observer une **petite oscillation** à la fréquence de coupure de $f_C{}' = 1/8\tau = 520$ Hz. L'objectif étant de rechercher un compromis entre rapidité et stabilité de la correction, nous allons chercher un réglage proche de cette fréquence.

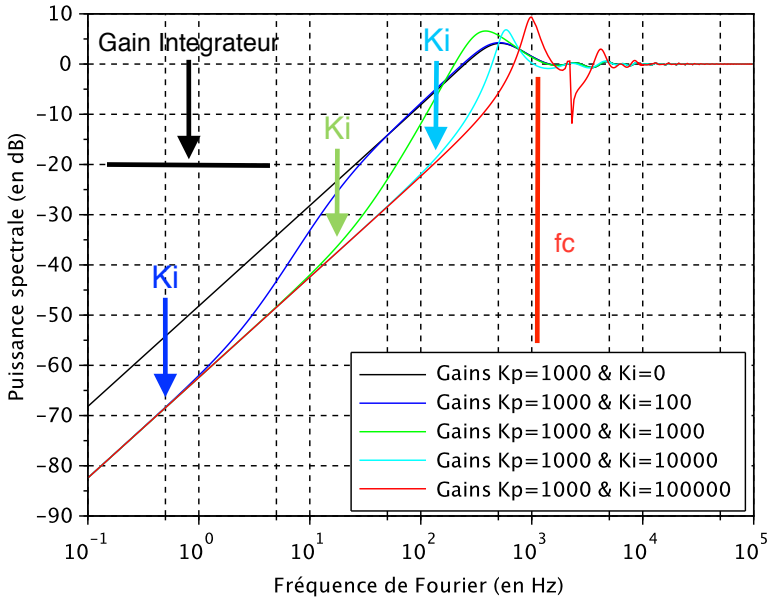
La figure 3.4a présente la première étape de la simulation de $|H_R(jf)|^2$. Le gain proportionnel K_p varie entre 1 et 10000, avec l'intégrateur $K_i = 0$. Les trois premières courbes en noir, bleu foncé et vert pour $K_p = 1$, 100 et 1000 respectivement montrent l'action du gain proportionnel vers la droite, progressivement vers les hautes fréquences. Nous observons ainsi que la bande passante de la correction augmente sans provoquer d'instabilité. Pour les deux valeurs suivantes, $K_p = 5000$ et 10000, le gain en bande passante est moindre tandis qu'apparaît le pic de résonance vers 1 kHz, particulièrement pour la courbe rouge. Afin de rester dans un système stable, nous pouvons par exemple rester sur la courbe verte, correspondant au gain $K_p = 1000$, avec une petite oscillation à 500 Hz, donc proche de $f_C{}' = 1/8\tau = 520$ Hz.

Dans un deuxième temps, nous agissons sur le gain intégrateur K_i, que nous faisons varier entre 100 et 100000. Sur la figure 3.4b, les trois courbes en bleu foncé, vert et turquoise correspondent à $K_i = 100$, 1000 et 10000 respectivement. Nous pouvons observer l'action de l'intégrateur vers le bas, vers les basses fréquences seulement, tandis qu'un gain supérieur à $K_i = 100000$ commence à présenter une certaine instabilité (courbe rouge). Nous retiendrons dans ce cas la valeur $K_i = 10000$ (courbe bleue turquoise), permettant d'avoir une meilleure correction dans la bande passante définie par $K_p = 1000$.

Ces valeurs sont vraies pour un lien optique de 50 km et un délai de propagation $\tau = 0.24$ ms. Evidemment, pour des liens différents, par exemple plus longs, ces réglages seront différents, avec des gains plus faibles car la fréquence de coupure f_C apparaîtra plus tôt.



(a) Réglage du gain proportionnel K_p avec $K_i = 0$



(b) Réglage du gain intégrateur K_i avec $K_p = 1000$

FIGURE 3.4 – Simulation de la fonction de transfert $|H_R(f)|^2$ de la boucle à verrouillage de phase (PLL) avec (a) le gain proportionnel K_p entre 1 et 10000 (avec $K_i = 0$) et avec (b) le gain intégrateur K_i entre 100 et 100000 (avec $K_p = 1000$). Le gain $K_p = 1000$ fixe la bande passante de la PLL vers $f_C = 500$ Hz (courbe verte sur (a)) et le gain K_i permet d'augmenter la réjection du bruit dans cette bande.

3.4 Conclusion

Nous avons défini dans ce chapitre l'intervalle de la bande passante, situé entre $f_C{}' = 1/8\tau$ et $f_C = 1/4\tau$ maximum, dans laquelle il est possible de maximiser la réduction du bruit jusqu'au taux de réjection égale à $1/R_p = 1/3\,(2\pi f\tau)^2$.

En suivant l'exemple donné à la fin de ce chapitre, un lien de 50 km permettra une bande passante de la correction comprise entre 500 Hz et 1 kHz environ et un taux de réjection $R_p = 7.6 \times 10^7$. Nous verrons dans le chapitre 4 concernant les deux dispositifs d'extraction que ces valeurs seront en accord avec les relevés expérimentaux obtenus sur des bobines fibrées de 50 km (section 4.6.1.2 et 4.6.2.2).

Ensuite, pour un lien de 100 km, l'intervalle de la correction devrait se situer entre 260 Hz et 500 Hz, avec un taux de réjection maximal $R_p = 3 \times 10^6$. Ces valeurs seront vérifiées au chapitre 5 avec les tests d'un lien activement compensé sur une boucle fibrée de 100 km, qui a été comparé aux différentes techniques Two-Way développées par le LPL et le SYRTE.

Chapitre 4

Dispositif d'extraction d'une fréquence optique en ligne

Sommaire

4.1 Introduction **106**

4.2 Motivations **106**

4.2.1 Densité de laboratoires en zone urbaine 106

4.2.2 Maillage des fibres incompatible avec le point-to-point . . 108

4.3 État de l'art **110**

4.3.1 *Multi-Access network* 111

4.3.2 *Branching network* 123

4.3.3 *Multi-access* dans le domaine du RF 127

4.4 Présentation générale **132**

4.4.1 Setup 1 : pour une utilisation locale du signal 132

4.4.2 Setup 2 : pour une utilisation distante du signal 137

4.5 Modélisation **141**

4.6 Résultats expérimentaux **146**

4.6.1 Setup 1 : pour une utilisation locale du signal 146

4.6.2 Setup 2 : pour une utilisation distante du signal 184

4.7 Perspectives **212**

4.8 Conclusion **214**

4.1 Introduction

Nous présentons dans ce chapitre les travaux réalisés pour extraire en ligne le signal métrologique à partir d'un lien optique sans que le signal extrait se dégrade.

Nous avons construit et testé sur bobines puis sur fibres déployées en Île-de-France un premier dispositif, simple et efficace, permettant de vérifier le principe de l'extraction. Nous avons ensuite conçu, construit et testé un deuxième dispositif plus élaboré, permettant d'asservir une diode laser sur le signal extrait et de disséminer le signal métrologique sur un lien secondaire compensé.

La construction d'un réseau métrologique motive le développement de ces dispositifs d'extraction. Nous verrons au début de ce chapitre qu'un brevet a été déposé sur cette technique, qui est également sujette à une forte concurrence mondiale. Nous présenterons ensuite le principe et les schémas des deux dispositifs. Nous avons également modélisé le bruit au point d'extraction à partir de la modélisation proposée au chapitre précédent. Les nombreux essais expérimentaux présentés en dernière partie permettront de valider notre approche et de démontrer que l'extraction d'un signal ultrastable est effectivement possible avec nos dispositifs.

4.2 Motivations

La région de Paris présente une forte concentration de laboratoires et certains de ces laboratoires désirent être raccordés au futur réseau métrologique : il est donc nécessaire de réfléchir à l'architecture de ce réseau.

4.2.1 Densité de laboratoires en zone urbaine

L'Université Pierre et Marie Curie (UPMC, Paris 6) comprend notamment deux laboratoires situés sur le site de Jussieu : le Laboratoire Kastler Brossel (LKB) et le Laboratoire d'Etudes du Rayonnement et de la Matière en Astrophysique (LERMA). Ces deux laboratoires souhaitent être raccordés au réseau métrologique avec le signal de référence provenant du laboratoire SYRTE (SYstème de Référence Temps-Espace), situé près de Denfert Rochereau, à l'Observatoire de Paris. Une liaison fibrée dédiée et directe de 3 km raccorde déjà le LKB au SYRTE et pourrait servir de base pour une dissémination sur tout le site de Jussieu. De même, l'uni-

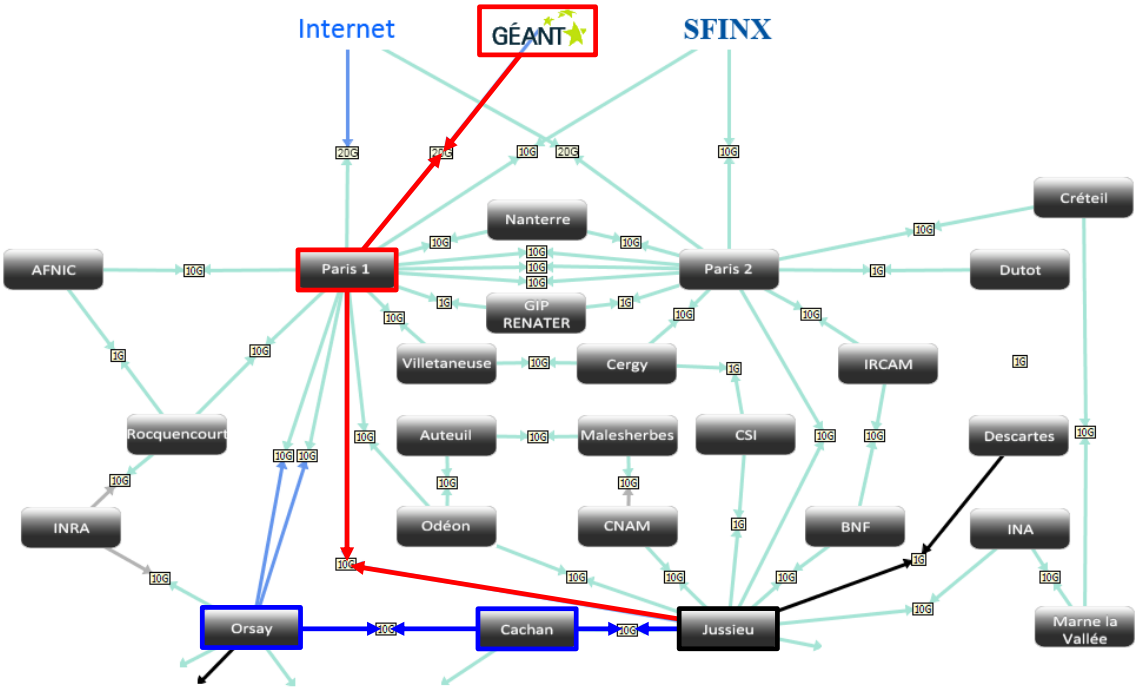


FIGURE 4.1 – Représentation du réseau Internet académique en Île-de-France, administré par Renater. Le site Jussieu-Paris 6 encadré en noir est relié au SYRTE par une fibre dédiée non-représentée. De Jussieu, il est possible de disséminer le signal métrologique vers les laboratoires des Universités Paris 6, Paris 7 (non-représenté) et vers l'université d'Orsay en bleu. Les liaisons longues distances sont possibles avec la connexion en rouge vers le réseau *Géant*.

versité Paris-Diderot (Paris 7), située dans le quartier de la Bibliothèque Nationale de France, avec en particulier le laboratoire AstroParticule et Cosmologie (APC), et l'université Paris-Sud (Paris 11), au sud de Paris, avec en particulier le Laboratoire Aimé Cotton (LAC) et l'Institut des Sciences Moléculaires d'Orsay (IMOS), souhaitent être raccordées au réseau métrologique.

La figure 4.1 présente le maillage Internet parisien du *Réseau National de télécommunications pour la Technologie, l'Enseignement et la Recherche* (Renater). Ce maillage devrait être complété par une autre couche de liaisons appelée *Réseau Académique Parisien* (RAP) qui n'est pas représenté ici. Nous observons avec cette carte que l'UPMC (Jussieu sur la carte) est stratégique pour la dissémination d'un signal métrologique car elle possède des connexions intéressantes pour le développement d'un réseau urbain, notamment vers l'Université Paris-Sud (Orsay) représentée en

bleu sur la carte. Cette liaison pourrait être étendue jusqu'au plateau de Saclay, où plusieurs laboratoires pourraient être intéressés par le signal métrologique. L'Université Paris 6 donne également accès aux liaisons longues distances vers le réseau *Géant* via le Data Center *Paris 1*, représenté en rouge.

La recherche progressant sans cesse, il est probable que d'autres laboratoires manifesteront ensuite leur intérêt pour ce signal, surtout lorsque le réseau sera mature. Nous observons qu'ils ne sont pas reliés directement au SYRTE mais tous reliés, d'une manière ou d'une autre, à l'UPMC (Jussieu). Ce maillage ne permet pas de développer une architecture de type *point-to-point* entre le SYRTE et les autres laboratoires. Il est intéressant de développer une dissémination du signal depuis l'UPMC. De plus, historiquement, le Laboratoire Kastler Brossel de l'UPMC est à l'origine d'une forte collaboration pour le développement de ce réseau, notamment avec l'équipe de François Biraben.

4.2.2 Maillage des fibres incompatible avec le point-to-point

Dans le cadre d'une architecture de type *point-to-point* présenté sur la figure 4.2, chaque laboratoire possède sa propre liaison fibrée avec le laboratoire de référence A (par exemple le SYRTE). Et chacune de ces liaisons doit être équipée d'une station de départ pour compenser le bruit accumulé dans le lien optique. En bout de lien, en fonction de sa longueur et de ses pertes optiques, nous pouvons placer un module distant composé d'un AOM et d'un miroir de Faraday pour réfléchir le signal vers le départ. Une autre possibilité serait de placer une station Régénératrice présentée en partie 2.4.3 pour amplifier le signal à renvoyer, et éventuellement poursuivre vers un autre tronçon et un autre laboratoire (C).

En premier lieu, nous observons que ce dernier laboratoire serait dépendant de deux liens optiques successifs, et de deux stations à maîtriser simultanément. Autre problème pour ce type d'architecture, elle multiplie le nombre de stations de départs et exige un espace et une activité importante pour le laboratoire A. Dans le cas de l'Île-de-France, il faudrait ainsi une dizaine de stations de départ au SYRTE, ce qui poserait des problèmes d'espace pour ce laboratoire. Enfin, le maillage des fibres ne permet pas toujours de mettre en oeuvre une architecture de type *point-to-point* puisque nous sommes restreints par les liaisons Internet du réseau académique Renater.

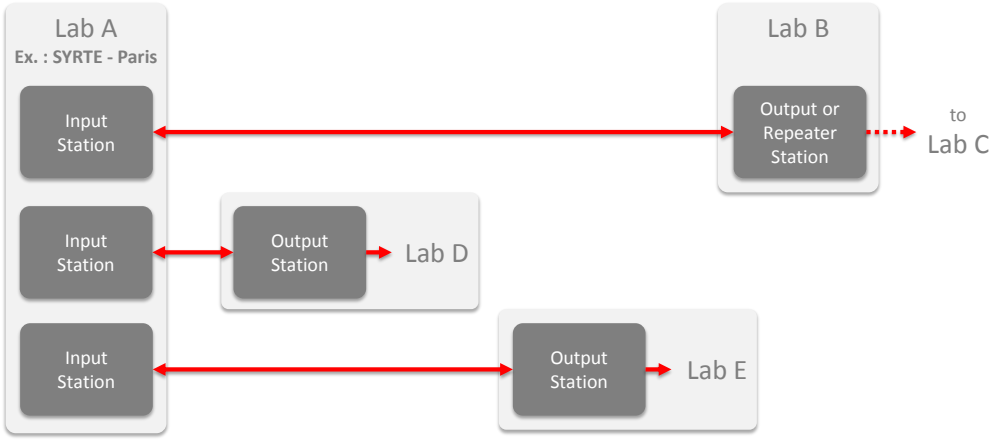


FIGURE 4.2 – Architecture d'un réseau du type *Point-to-Point*, avec une liaison fibrée et compensée pour chaque laboratoires B, C, D et E reliés au laboratoire de référence A.

Dans une architecture de type *multi-access*, comme représenté par la figure 4.3, une seule station de départ au laboratoire A est nécessaire et permet de compenser ainsi le lien principal. Ensuite, la distribution du signal métrologique est réalisée en insérant une station Extraction, avec une sortie locale du signal représentée en bleu pour le laboratoire D ou avec un lien secondaire compensé et représenté en vert pour le laboratoire E. Si plusieurs stations Extraction sont insérées sur le lien principal, et si ce dernier accuse d'importantes pertes optiques, il faut alors installer une station Régénératrice en extrémité de lien pour renvoyer le signal avec suffisamment de puissance optique. L'installation d'un amplificateur optique de type EDFA serait également une solution compatible avec le fonctionnement des stations Extractions.

La fonction de ces stations Extractions est d'extraire une partie du signal optique montant (ou aller) et une partie du signal optique descendant (ou retour). Cette opération est réalisée avec un coupleur optique fibré, qui est un composant passif du point de vue du lien principal. De cette manière, les stations Extractions sont indépendantes les unes des autres, et si la première tombe en panne pour une raison quelconque, elle n'empêche pas la circulation de la lumière sur le lien principal et le fonctionnement des autres stations Extraction. La station Extraction est constituée d'une partie optique et d'une partie électronique, permettant de délivrer au laboratoire un signal optique métrologique comparable, voire meilleur, que celui délivré à l'extrémité du lien principal.

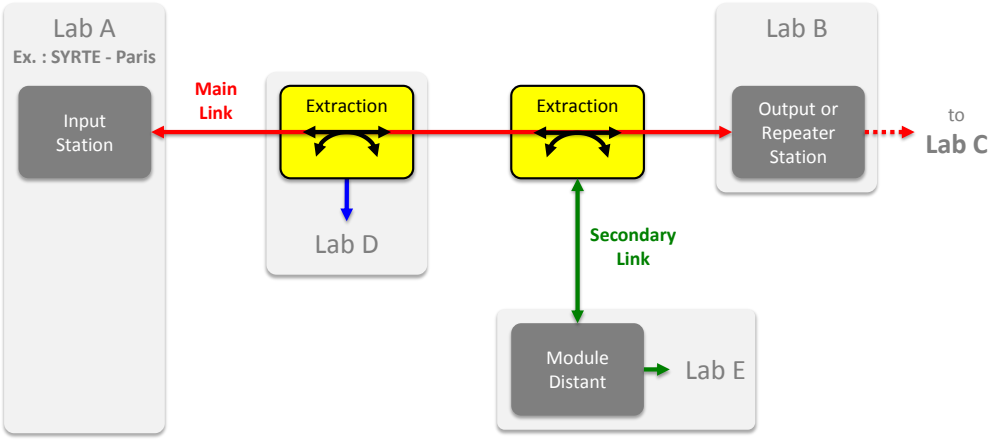


FIGURE 4.3 – Architecture d'un réseau du type *Multi-access*, avec un lien principal compensé entre A et B (et C), depuis lequel des extractions du signal de référence sont réalisées pour les laboratoires D et E.

De cette manière, le développement du projet français Refimeve+ s'articule autour de deux architectures :

- le principe du *point-to-point* pour le développement des longues distances avec les stations Régénératrices,
- et le principe du *multi-access* pour les zones à forte densité de laboratoires avec les stations Extractions.

Le principe de cette dernière architecture a été proposé par Gesine Groche (Physikalisch-Technische Bundesanstalt [PTB], Braunschweig en Allemagne). En fonction du nombre de laboratoires à relier, et des performances visées pour le transférer, d'autres techniques existent pour disséminer une fréquence de référence dans les zones urbaines. Une partie de ces travaux est présentée dans la partie suivante.

4.3 Distribution vers plusieurs utilisateurs : état de l'art

La distribution d'un signal de référence provenant d'une horloge vers plusieurs laboratoires est un enjeu important pour beaucoup de pays. Plusieurs pays d'Europe, dont la France, l'Allemagne et la Pologne, et dans le monde, comme l'Australie et la Chine, proposent des solutions pour construire leur réseau métrologique fibré. Nous

verrons dans cette partie les différentes techniques pour disséminer une fréquence de référence en fonction de l'étendue du réseau, de l'exactitude et de la stabilité du signal souhaitées.

4.3.1 *Multi-Access network*

Le principe de l'extraction d'une fréquence optique de référence à partir d'un lien principal compensé a été initialement proposé par Gesine Grosche du Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB), en Allemagne, avec le dépôt d'un brevet en 2010 [Grosche, 2010]. Ce brevet explique qu'il est possible d'extraire le signal optique à partir de n'importe quel point du lien principal, voire en plusieurs points simultanément, et de les corriger pour obtenir des signaux métrologiques comparables à celui disponible à l'extrémité du lien principal.

Dans l'article publié sur ce sujet[Grosche, 2014], Gesine Grosche développe cette idée avec trois montages : un premier correspondant au brevet, un deuxième proposant une amélioration sur les fibres non-compensées dans la station Extraction et un troisième avec une diode laser. Pour une homogénéité de ce document, il n'est pas repris ici exactement la même syntaxe que celle employée par G. Grosche.

4.3.1.1 Premier dispositif : une solution simple et efficace

Le lien principal se présente toujours avec une compensation active du bruit de phase accumulée le long de la fibre optique, entre la source et jusqu'au miroir de Faraday FM 2, à l'extrémité du lien. La figure 4.4 présente le schéma de ce lien principal sur lequel est extrait simplement le signal ultrastable avec le coupleur optique OC. La correction de phase ϕ_C appliquée via l'AOM 1 (avec la fréquence f_1) permet de compenser les bruits de phase ϕ_A et ϕ_B accumulés sur les sections de fibre L_A et L_B respectivement. A l'extrémité du lien nous obtenons un signal optique dont la phase est corrigée avec $\phi_C + \phi_A + \phi_B = 0$.

Lorsque le signal optique est extrait à mi-chemin avec un simple coupleur optique comme représenté en bleu sur la figure 4.4, nous avons un signal dont la fréquence optique est décalé de $+f_1$ et la phase est sur-corrigée par ϕ_C :

$$\begin{aligned} \nu_+ &= \nu_0 + f_1 + \dot{\phi}_C/2\pi + \dot{\phi}_A/2\pi \\ \nu_+ &= \nu_0 + f_1 - \dot{\phi}_B/2\pi \end{aligned} \tag{4.1}$$

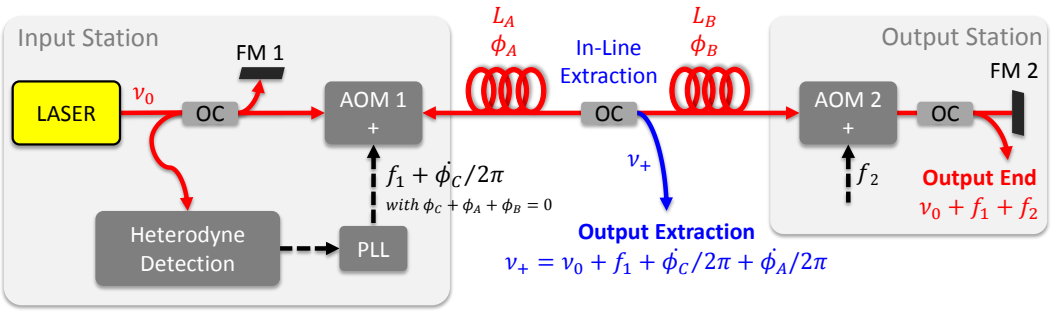


FIGURE 4.4 – Schéma du lien principal compensé avec une extraction simple non-compensée. La détection hétérodyne et la boucle à verrouillage de phase permet de corriger le bruit phase cumulé $\phi_A + \phi_B$. Au point d'extraction, le signal optique est sur-corrigé par rapport au bruit ϕ_A cumulé et il reste le bruit de phase $-\phi_B$.

avec ν_0 la fréquence optique de la référence. Nous exprimons le signal montant par ν_+ (avec + pour *montant*) et le signal descendant par ν_- (avec − pour *descendant*). Le bruit de fréquence résiduel en extraction apportée par la correction $+\dot{\phi}_C/2\pi$ est égale à $-\dot{\phi}_B/2\pi$. Ce bruit résiduel au point d'extraction doit être détecté pour qu'il soit retranché.

Pour cela, G. Grosche complète le dispositif avec un montage interférométrique du type *Mach-Zehnder* réalisée entre une partie du signal ν_+ et une partie du signal ν_-. Sur la figure 4.5, la photodiode PD 1 permet de détecter ce battement optique :

$$\begin{aligned} f_{PD1} =& \nu_- - \nu_+ \\ f_{PD1} =& \nu_0 + f_1 + \dot{\phi}_C/2\pi + \dot{\phi}_A/2\pi + 2 \times f_2 + 2 \times \dot{\phi}_B/2\pi \\ & - [\nu_0 + f_1 + \dot{\phi}_C/2\pi + \dot{\phi}_A/2\pi] \\ f_{PD1} =& 2 \times f_2 + 2 \times \dot{\phi}_B/2\pi \end{aligned} \tag{4.2}$$

où f_2 est la fréquence de l'AOM 2 permettant de différencier le signal réfléchi et les réflexions parasites dans la fibre.

Par synthèse de fréquence, la division par deux de ce signal RF permet d'obtenir $f_2 + \dot{\phi}_B/2\pi$. Finalement, en appliquant directement ce signal RF via un AOM inséré sur la fibre extraite, on introduit le bruit ϕ_B pour que le signal extrait soit correctement corrigé. Nous obtenons ainsi après l'AOM le signal extrait dont la fréquence

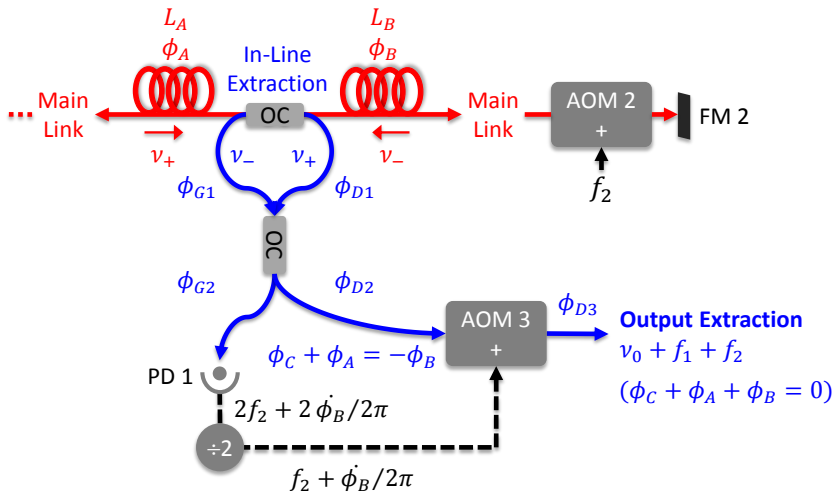


FIGURE 4.5 – Premier dispositif d'extraction optique proposé par Gesine Grosche, avec la détection du bruit de phase ϕ_B ajoutée via l'AOM dans le signal optique sur-corrigé [Grosche, 2014].

optique est égale à $\nu_{ext} = \nu_0 + f_1 + f_2$.

Avec l'insertion de ce dispositif d'extraction, l'utilisateur à l'extrémité du lien principal perd une partie de la puissance optique (50 % ici), et le signal détecté après un aller-retour est également atténué (de 75 % en tout). L'insertion d'un amplificateur optique de type *Erbium-Doped Fiber Amplifier* (EDFA) dans le lien principal peut résoudre ce problème.

Il est également nécessaire d'être vigilant sur la construction de l'interféromètre. Les longueurs de fibre doivent être égales et, idéalement, placées dans le même environnement pour que le bruit de phase ϕ_{G1} accumulé sur le bras interférométrique de gauche soit compensé par ϕ_{D1}, celui accumulé sur le bras droit (voir figure 4.5). En revanche, il n'est pas proposé dans ce schéma une solution pour compenser les bruits ϕ_{D1}, ϕ_{D2} et ϕ_{D3} accumulés entre le point d'extraction et l'utilisateur. Nous verrons dans la partie 4.4.1.2 que nous proposons une amélioration de ce premier montage avec une compensation passive du bruit de ces fibres, pour disposer ainsi d'un dispositif simple, efficace et suffisant pour de nombreuses applications en laboratoire.

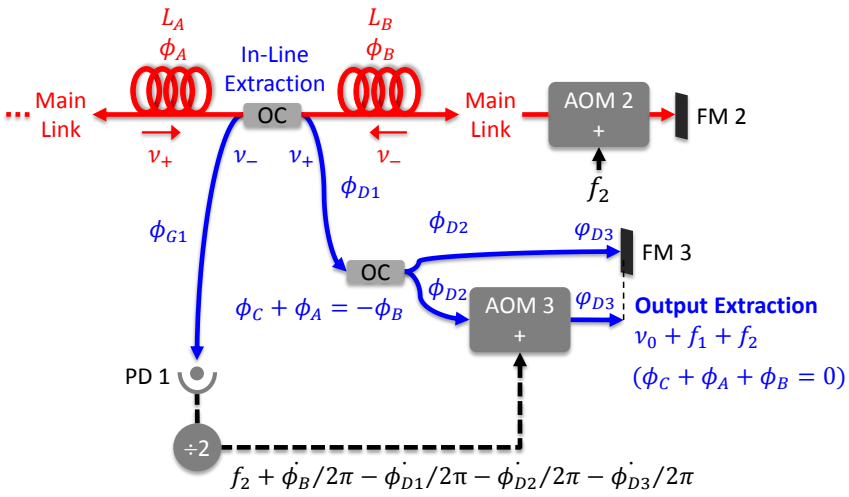


FIGURE 4.6 – Dispositif amélioré de l'extraction optique proposé par G. Grosche, avec compensation du bruit de phase accumulé $\phi_{D1} + \phi_{D2}$ jusqu'à l'utilisateur [Grosche, 2014].

4.3.1.2 Deuxième dispositif : compensation des fibres non-communes

Pour améliorer ce point, G. Grosche propose un deuxième dispositif dans lequel elle introduit un miroir de Faraday FM 3, comme illustré par la figure 4.6. Une partie du signal optique ayant accumulée le bruit de phase jusqu'à l'utilisateur est réfléchie vers le coupleur optique, et jusqu'à la photodiode PD 1. Il est ainsi possible de détecter ce bruit de phase et de le retrancher.

Ici encore, et comme dans tous les liens compensés activement, il faut veiller à garder la proximité entre le point d'utilisation du signal et le miroir de Faraday. De plus, l'AOM est assimilable à une certaine longueur de fibre et il accumule un certain bruit de phase qui n'est pas compensé. Ce schéma d'extraction permet d'apporter le signal à un utilisateur distant du point d'extraction, mais cet avantage se trouve limité par la puissance optique disponible au point d'extraction, et les pertes optiques accumulées ensuite.

En revanche, cette construction est intéressante car elle permet d'optimiser le battement sur PD 1 avec la polarisation du signal réfléchi par le miroir de Faraday FM 3 alignée sur la polarisation du signal descendant ν_- réfléchi par FM 2

4.3.1.3 Troisième dispositif : avec une diode laser locale

Ce dernier montage se décline en deux possibilités, dans lesquelles G. Grosche propose d'insérer une diode laser locale.

Pour améliorer le rapport signal sur bruit de la détection

Dans tous les montages d'extraction présentés jusqu'ici, la détection du bruit de phase ϕ_B est sensible à la puissance optique du signal descendant (ν_-). Le rapport signal sur bruit de la détection sera mauvais si le lien principal est long et accumule beaucoup de pertes optiques, même si l'extraction est placée au début de lien (car le signal ν_- sera de toute façon faible). Afin d'améliorer le rapport signal sur bruit de cette détection, G. Grosche propose d'insérer une diode laser locale.

Nous pouvons observer sur la figure 4.7 que la puissance optique est distribuée dans les deux bras de l'interféromètre. Chacun de ces bras possède sa propre détection et on obtient les battements suivants :

$$\begin{aligned} f_{PD1} = \nu_- - \nu_{DL} =& \nu_0 + f_1 + \dot{\phi}_C/2\pi + \dot{\phi}_A/2\pi \\ &+ 2 \times f_2 + 2 \times \dot{\phi}_B/2\pi - \nu_{DL} - \dot{\phi}_{DL}/2\pi \end{aligned} \tag{4.3}$$

$$f_{PD2} = \nu_+ - \nu_{DL} = \nu_0 + f_1 + \dot{\phi}_C/2\pi + \dot{\phi}_A/2\pi - \nu_{DL} - \dot{\phi}_{DL}/2\pi \tag{4.4}$$

avec ν_{DL} la fréquence optique de la diode laser locale et ϕ_{DL} sa phase.

Dans cette première solution, le filtrage autour du mélange soustractif de ces deux battements nous donne toujours l'information du bruit de phase ϕ_B, la fréquence et le bruit propre de la diode laser étant rejetée. Ce bruit de phase ϕ_B peut être inséré dans le signal optique ν_+ via l'AOM 3. Il faut néanmoins relever que l'utilisateur recevra deux signaux optiques :

- le signal optique de référence $\nu_0 + f_1 + f_2$ avec la correction du bruit de phase ϕ_B ;
- et le signal optique *parasite* ν_{DL} provenant de la diode laser locale, avec ses dérives et son bruit propre.

L'utilisateur devra donc veiller à exploiter la bonne fréquence optique corrigée $\nu_0 + f_1 + f_2$. De plus, il ne bénéficie pas de la puissance optique de la diode laser mais celle apportée par le signal extrait ν_+, nécessairement plus faible.

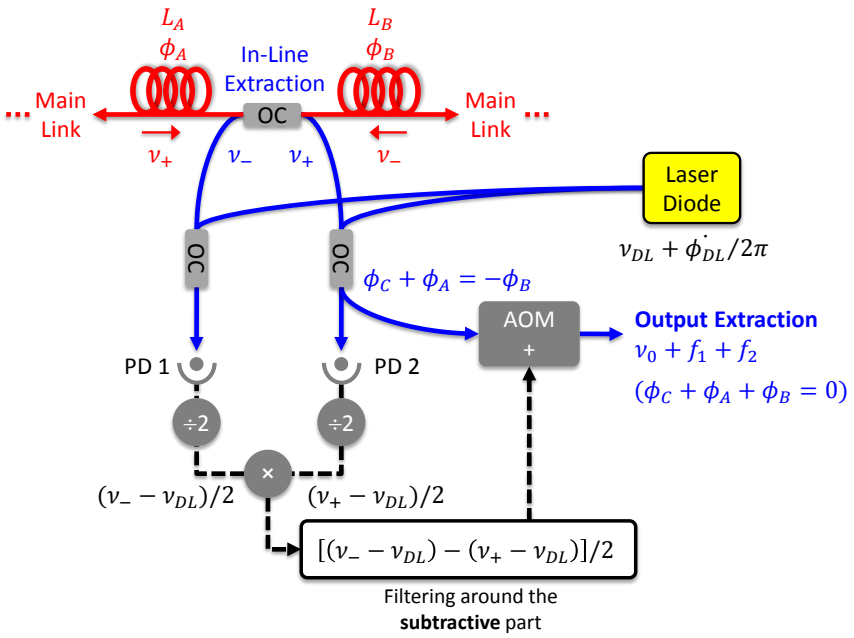


FIGURE 4.7 – Dispositif d'extraction optique proposé par G. Grosche avec une diode laser permettant d'améliorer la sensibilité des détections : les dérives en fréquence et le bruit de la diode laser étant rejetées dans la détection [Grosche, 2014].

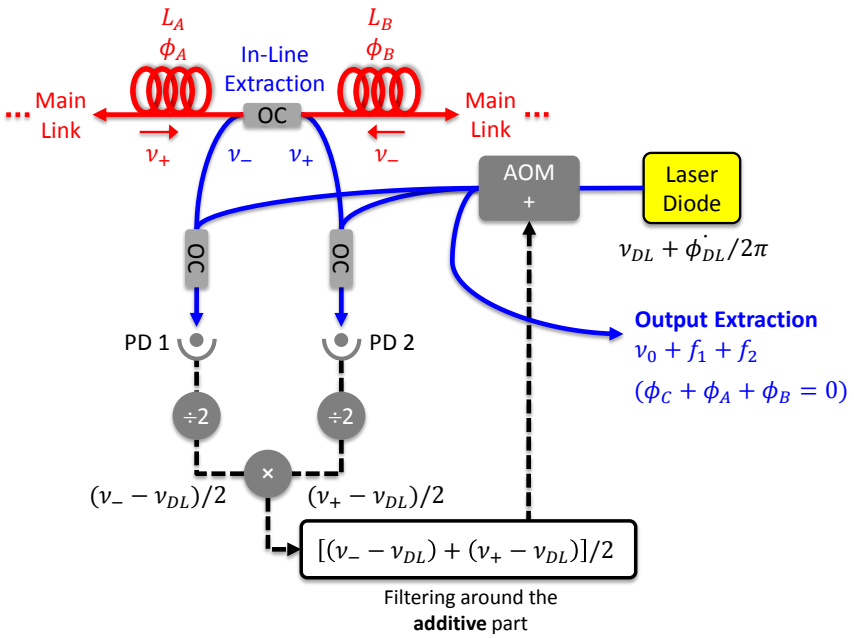


FIGURE 4.8 – Dispositif d'extraction optique proposé par G. Grosche avec une diode laser permettant d'améliorer la sensibilité des détections et la correction des dérives en fréquence et du bruit de la diode laser pour l'utilisateur [Grosche, 2014].

Pour améliorer le rapport signal sur bruit de la détection et distribuer de la puissance optique à l'utilisateur

G. Grosche propose donc une variante à ce montage. La solution consiste à filtrer la composante additive du mélange pour obtenir une correction du bruit de phase et de la dérive en fréquence de la diode laser. Ce mélange additif s'écrit :

$$\begin{aligned}(f_{PD1} + f_{PD2})/2 =& \left[(\nu_- - \nu_{DL} - \dot{\phi}_{DL}/2\pi) + (\nu_+ - \nu_{DL} - \dot{\phi}_{DL}/2\pi)\right]/2 \\ =& \nu_0 - \nu_{DL} + f_1 + f_2 \\ &+ \dot{\phi}_C/2\pi + \dot{\phi}_A/2\pi + \dot{\phi}_B/2\pi - \dot{\phi}_{DL}/2\pi \end{aligned} \tag{4.5}$$

Avec une PLL et un oscillateur local (non-représentés sur la figure), le signal de correction peut être appliqué via un AOM, ou directement sur la diode laser. Nous obtenons alors en extraction le signal :

$$\nu_{ext} = \nu_{DL} + \dot{\phi}_{DL}/2\pi + (f_{PD1} + f_{PD2})/2 = \nu_0 + f_1 + f_2 \tag{4.6}$$

Nous relevons néanmoins sur ce schéma, figure 4.8, que les dérives de l'oscillateur local ne sont pas prises en compte, risquant de dégrader l'exactitude du signal optique délivré (voir partie 4.4.2.1). Mais si le laboratoire utilisateur est équipé d'un bon oscillateur local (quelques 10^{-13} à 1 s en fréquence relative) synchronisé sur le GPS, la référence optique ne sera pas affectée par le bruit court terme. En revanche, une incertitude demeure sur les dérives longs termes.

De plus, ce dispositif avec une diode laser local permet effectivement d'améliorer les rapports signaux sur bruit des détections, et de distribuer le signal optique de référence à un utilisateur avec plus de puissance optique. Mais ce montage ne permet pas de compenser le bruit de phase accumulé le long de la fibre extraite.

Nous présenterons dans la partie 4.4.2 un dispositif permettant de concilier :

1. la compensation du bruit de phase dans toutes les fibres ;
2. d'offrir une puissance optique en sortie de l'extraction suffisante pour partir sur un nouveau lien compensé ;
3. et d'être insensible à la qualité de l'oscillateur local utilisé pour l'asservissement de la diode laser.

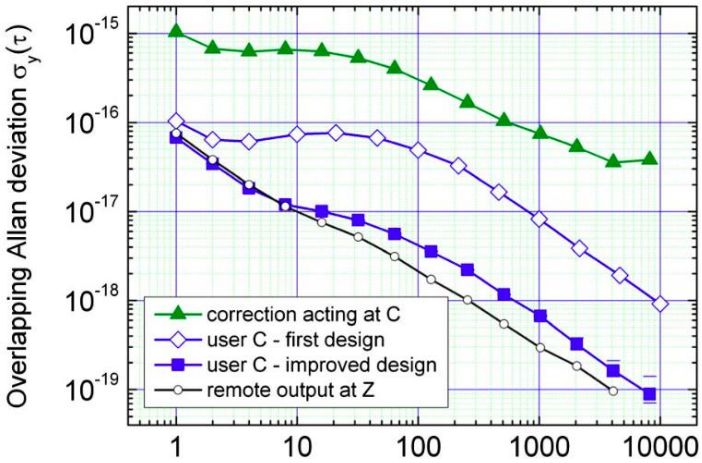


FIGURE 4.9 – Stabilités de fréquences relatives mesurées avec un compteur Π et traitées avec l'écart-type d'Allan avec recouvrement. En △ vert, le lien libre, et en ○ noir, la stabilité du lien compensé. En ◇ bleu la stabilité du premier dispositif simple et en □ bleu la stabilité du deuxième dispositif avec compensation jusqu'à l'utilisateur (Figure extraite de l'article [Grosche, 2014]).

4.3.1.4 Stabilités de fréquence pour les deux premiers montages

Les deux premiers montages ont été testés sur des fibres de 10 m et 100 m, déployées dans l'environnement de plusieurs laboratoires. Les stabilités obtenues pour comparer les dispositifs ont été mesurées avec un compteur Π, c'est à dire mesurées sans filtrage, et traitées avec l'écart-type d'Allan avec recouvrement. La figure 4.9 présente la stabilité du lien principal, qui est de 1×10^{-15} à 1 seconde d'intégration lorsqu'il n'est pas corrigé en △ vert et de 8×10^{-17} avec correction en ○ noir. Par rapport à cette stabilité, le premier dispositif décrit sur la figure 4.5 présente une stabilité en ◇ bleu légèrement dégradée à une seconde et un important effet thermique sur des temps plus longs, dus au bruit de phase accumulé sur les fibres vers l'utilisateur. Le deuxième dispositif décrit sur la figure 4.6, avec des fibres en extraction compensées, permet d'obtenir une stabilité en ■ bleu améliorée, égale à 1 seconde à 7×10^{-17}, et une diminution de l'effet thermique sur le long terme.

Il est important de relever que le signal extrait de ce deuxième dispositif présente une stabilité à court terme légèrement meilleure que celle mesurée sur le lien principal. Nous retrouvons cela dans nos propres expériences et nous proposerons dans la partie 4.5 un modèle de bruit permettant de l'expliquer.

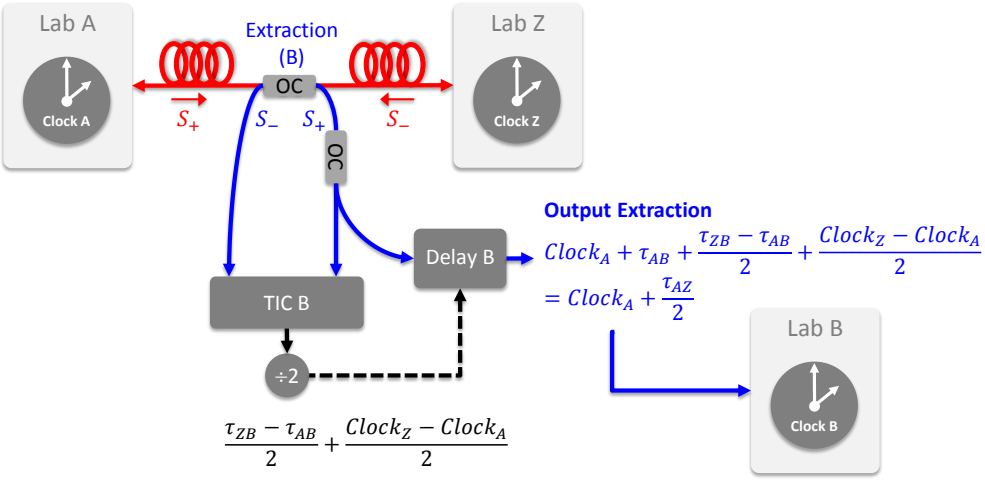


FIGURE 4.10 – Principe de l'extraction d'une fréquence optique appliquée au transfert de temps. Le signal montant S_+ et descendant S_- sont extraits et comptés par le compteur TIC B (Time Interval Counter). Après division par deux, l'intervalle de temps est appliqué au signal montant S_+ avec le module *Delay B* pour délivrer à l'utilisateur le signal de l'horloge A corrigé du délai de propagation τ_{AB} [Grosche, 2014].

4.3.1.5 Principe de l'extraction appliqué au transfert de temps

Dans l'article [Grosche, 2014], G. Grosche propose une extraction avec un coupleur optique adapté au transfert de temps. Sur la figure 4.10, nous avons deux horloges distantes reliées par une fibre optique, entre les points A et Z. À chaque extrémité, un compteur d'intervalle de temps (appelé en anglais TIC pour *Time Interval Counter*) compare la différence de temps entre l'horloge locale et le signal de l'horloge distante, tel que :

$$TIC_A = clock_Z + \tau_{ZA} - clock_A \tag{4.7}$$

$$TIC_Z = clock_A + \tau_{AZ} - clock_Z \tag{4.8}$$

avec τ_{ZA} et τ_{AZ} les délais de propagation dans la fibre, respectivement du signal descendant (de l'horloge Z vers A) et du signal montant (de l'horloge A vers Z). La soustraction de ces données en post-traitement permet de réaliser la comparaison

des horloges A et Z :

$$\begin{aligned}(TIC_A - TIC_Z)/2 &= (-clock_A + clock_Z + \tau_{ZA} + clock_Z - clock_A - \tau_{AZ})/2 \\ &= (clock_Z - clock_A) + (\tau_{ZA} - \tau_{AZ})/2 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Avec des trajets considérés symétriques, la différence des délais de propagation du deuxième terme est négligable et on obtient $(TIC_A - TIC_Z)/2 = clock_Z - clock_A$, ce qui permet la synchronisation des deux horloges [Hanson, 1989]. Il est aussi possible de déterminer le délai de propagation avec la somme des compteurs TIC_A et TIC_Z :

$$\begin{aligned}(TIC_A + TIC_Z)/2 &= (-clock_A + clock_Z + \tau_{ZA} - clock_Z + clock_A + \tau_{AZ})/2 \\ &= (\tau_{ZA} + \tau_{AZ})/2 \\ &= \tau_{AZ} \end{aligned} \tag{4.10}$$

Dans cette liaison, il possible d'extraire le signal montant et le signal descendant avec un coupleur optique depuis n'importe quel point du lien fibré. En B, le compteur local permet d'avoir la soustraction des signaux extraits des deux horloges A et Z :

$$\begin{aligned}TIC_B &= S_- - S_+ \\ &= (Clock_Z + \tau_{ZB}) - (Clock_A + \tau_{AB}) \end{aligned} \tag{4.11}$$

Cet intervalle de temps est divisé par 2 et appliqué sur le signal extrait montant avec le module *Delay B*. En sortie de ce module, nous avons donc :

$$\begin{aligned}S_{ext} =& S_+ + TIC_B/2 \\ =& Clock_A + \tau_{AB} + (Clock_Z - Clock_A)/2 + (\tau_{ZB} - \tau_{AB})/2 \\ =& Clock_A + \tau_{AZ}/2 + (Clock_Z - Clock_A)/2 \end{aligned} \tag{4.12}$$

L'extraction de ce signal de temps doit permettre une comparaison entre l'horloge local B et une horloge distante, par exemple A lorsque l'extraction est réalisée avec le signal montant. En sortie, nous avons le signal de l'horloge $Clock_A$ permettant cette comparaison. Le terme $(Clock_Z - Clock_A)/2$ de l'équation 4.12 est déterminé avec la synchronisation des horloges sur le lien principal (équation 4.9) et le terme $\tau_{AZ}/2$ peut être obtenu avec la somme des données TIC_A et TIC_Z (équation 4.10).

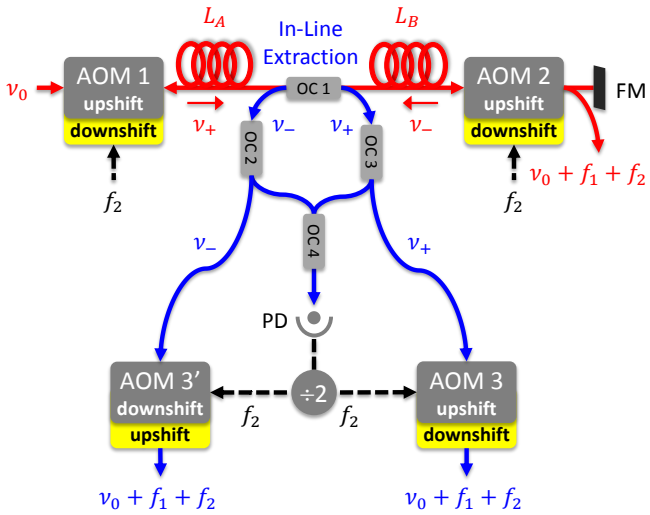


FIGURE 4.11 – Extraction avec une double sortie pour deux utilisateurs simultanés. En gris sur le lien principal avec des AOM *upshift*, et l'extraction des signaux montant et descendant avec des AOM respectivements *upshift* et *downshift*. Et inversement, en jaune lorsque le lien principal est en *downshift* [Bai et al., 2013].

4.3.1.6 Principe de l'extraction mise en oeuvre par un groupe de l'Université de Tsinghua (Chine)

Dans la même période, l'extraction d'une fréquence optique de référence a également été mise en oeuvre par un groupe de l'Université de Tsinghua (Pékin, Chine) mais réalisée sur deux bobines fibrées de 1.5 km chacune [Bai et al., 2013]. Ils présentent la réversibilité de l'extraction : le signal extrait peut provenir soit du signal montant (ou aller), soit du signal descendant (ou retour), ou les deux simultanément. Comme l'indique la figure 4.11, il suffit d'adapter l'AOM correcteur en extraction avec un décalage en fréquence positif (*upshift*) ou négatif (*downshift*). Cette technique est intéressante si l'on souhaite distribuer le signal à deux utilisateurs indépendants mais elle a l'inconvénient d'être sensible à la puissance optique disponible sur le lien principal, comme le montre les résultats expérimentaux qui ne sont pas vraiment bons.

La figure 4.12 présente les stabilités de l'extraction du signal montant et descendant respectivement en □ orange (a) et en ○ vert (b). La bosse thermique visible sur les liens libres n'est pas corrigée avec la correction du lien principal (présentée sur une autre figure dans l'article [Bai et al., 2013]). Ainsi, les deux signaux extraits en

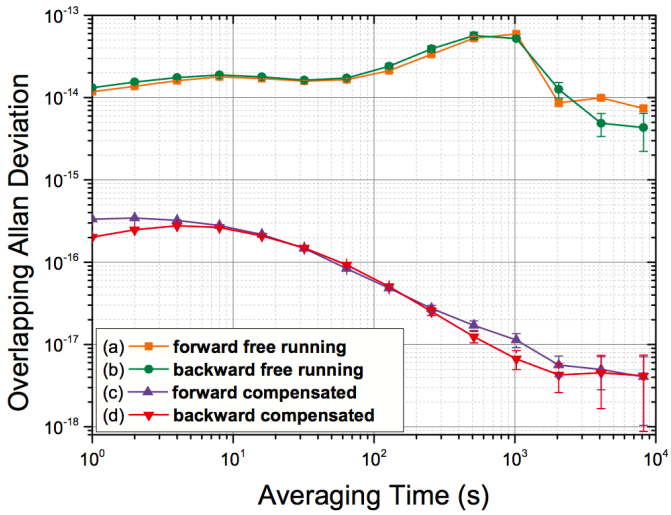


FIGURE 4.12 – Stabilités de fréquences relatives traitées avec l'écart-type d'Allan avec recouvrement. En □ orange (a) et en ○ vert (b), l'extraction respectivement des signaux montant et descendant avec le lien principal libre, et en △ violet (c) et en ▽ rouge (d) lorsqu'il est compensé [Bai et al., 2013].

△ violet (c) et en ▽ rouge (d) sont partiellement égaux mais ils sont 2 à 3 fois plus instables que le signal obtenu à l'extrémité du lien, lui-même de mauvaise qualité (voir article [Bai et al., 2013]). Cette bosse thermique peut s'expliquer par :

- le mauvais fonctionnement de la correction du lien principal (PLL, gains,...) ;
- une mauvaise isolation thermique des bras interférométriques du lien principal et de l'extraction ;
- et/ou une séparation physique des bras interférométriques ;
- et un mauvais rapport signal sur bruit de détection à cause d'une puissance optique trop faible.

4.3.1.7 Conclusion

Dans cette section, nous avons dressé l'état de l'art de la dissémination d'une fréquence optique de référence vers plusieurs utilisateurs. Basé sur l'insertion d'un coupleur optique dans le lien principal et d'un *feed-forward* appliqué sur un AOM, l'extraction en ligne est une solution simple et robuste. Les différents variantes proposées par G. Grosche sont complémentaires, en fonction de l'application, de la sensibilité thermique requise et donc de la stabilité de fréquence souhaitée.

4.3.2 *Branching network*

L'Australie héberge un des deux programmes de radiotélescopes construits en réseau (le deuxième étant en Afrique du Sud), correspondant à une surface collectrice d'environ un kilomètre carré (Square Kilometre Array, ou programme SKA). Les antennes étant reliées entre elles par fibre optique, ce dispositif nécessite la dissémination d'une fréquence de référence en de multiples points simultanément [Dewdney et al., 2009].

Dans ce but, une équipe de l'*University of Western Australia* propose une technique différente permettant de réduire le nombre d'équipements à installer sur le réseau. Dans la partie précédente, la technique développée était le *multi-access* : la compensation d'un lien principal se réalise depuis le site de la source de référence, et ensuite la dissémination vers de multiples utilisateurs nécessite l'installation en ligne d'une ou de plusieurs stations Extraction. Ici, il est proposé un réseau appelé par les auteurs *Branching network* ou réseau en arborescence. L'idée est de réaliser un réseau avec une arborescence vers chaque utilisateur, et de détecter et compenser le bruit de phase localement, au niveau de l'utilisateur [Schediwy et al., 2013].

4.3.2.1 Dissémination d'une référence avec station Distante

Le schéma 4.13 illustre le cas de deux sites distants de la source optique de référence. Le signal de référence ν_0 est envoyé une première fois dans la fibre jusqu'à la station distante. Pour détecter le bruit de phase accumulé, le signal de référence est renvoyé dans la fibre pour effectuer un aller-retour supplémentaire : le signal circule donc trois fois dans la fibre optique.

Après le premier trajet aller, le signal est décalé de la fréquence f_A par l'AOM A. Une partie du signal est réfléchie par un miroir de Faraday FM A tandis qu'une autre partie est dirigée vers la photodiode PD A (signal de fréquence optique $\nu_{A,1}$). Le signal réfléchi est à nouveau décalé de la fréquence f_A et recircule une deuxième fois dans la fibre jusqu'au site de la source optique. Ici, un deuxième miroir de Faraday FM 1 réfléchit le signal une troisième fois dans la fibre, vers le site distant, pour être à nouveau décalé de la fréquence f_A et dirigé vers la photodiode PD A (signal de fréquence optique $\nu_{A,3}$). La détection par PDA du battement entre les

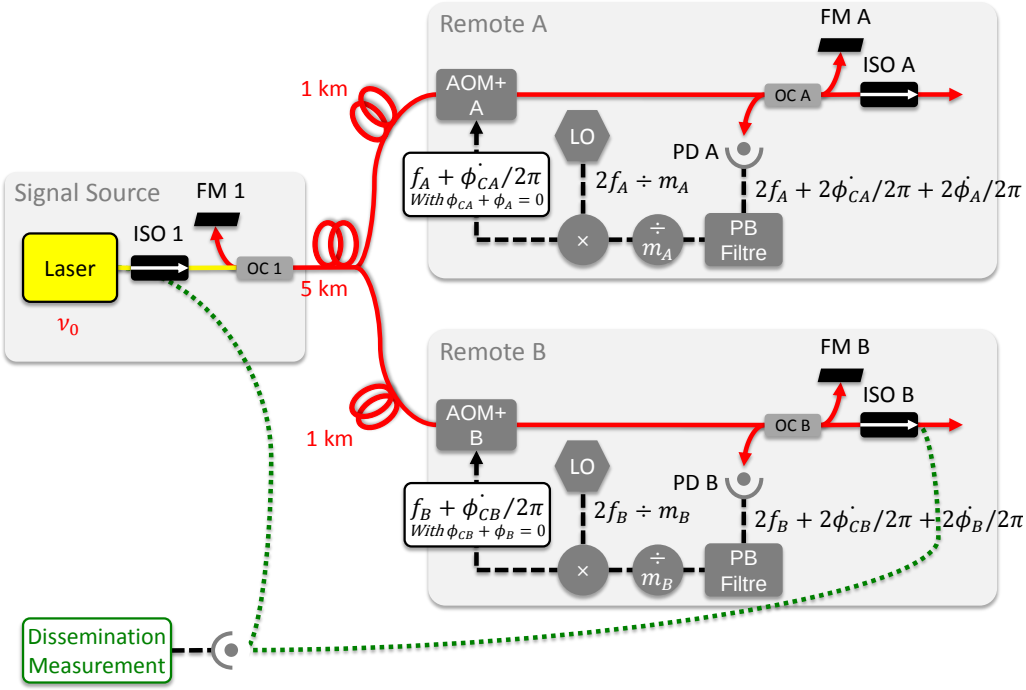


FIGURE 4.13 – Principe de la dissémination d'une fréquence optique de référence à de multiples laboratoires. Le signal de référence parcours la fibre optique trois fois : une première fois comme signal de référence vers l'utilisateur distant, et un aller-retour supplémentaire entre *Remote* et *Source* pour détecter le bruit de phase et corriger le premier signal transmis. FM, Miroir de Faraday ; PD, Photodiode ; ISO, Isolateur Optique ; m_A et m_B, facteurs diviseurs ; [Schediwy et al., 2013].

signaux de fréquence $\nu_{A,1}$ et $\nu_{A,3}$, et le filtrage autour de $2 \times f_A$ donne alors :

$$\begin{aligned} f_{PDA} =& \nu_{A,3} - \nu_{A,1} \\ =& \left(\nu_0 + 3 \times f_A + 3 \times \dot{\phi}_{CA}/2\pi + 3 \times \dot{\phi}_A/2\pi\right) - \left(\nu_0 + f_A + \dot{\phi}_{CA}/2\pi + \times \dot{\phi}_A/2\pi\right) \\ =& 2 \times f_A + 2 \times \dot{\phi}_A/2\pi + 2 \times \dot{\phi}_{CA}/2\pi \end{aligned} \tag{4.13}$$

avec ϕ_A le bruit de phase accumulé sur la fibre, le facteur 2 correspondant à un aller-retour dans la fibre, $\nu_{A,1}$ et $\nu_{A,3}$ la fréquence optique après le premier trajet et après le troisième trajet respectivement. Ce signal est alors mélangé avec un oscillateur local à la fréquence $2f_A$ pour ne retenir que le bruit accumulé $2 \times \dot{\phi}_A/2\pi$. Le signal de correction obtenu peut être utilisé pour moduler la fréquence de l'AOM et fournir à l'utilisateur du site A un signal optique corrigé de son bruit de phase.

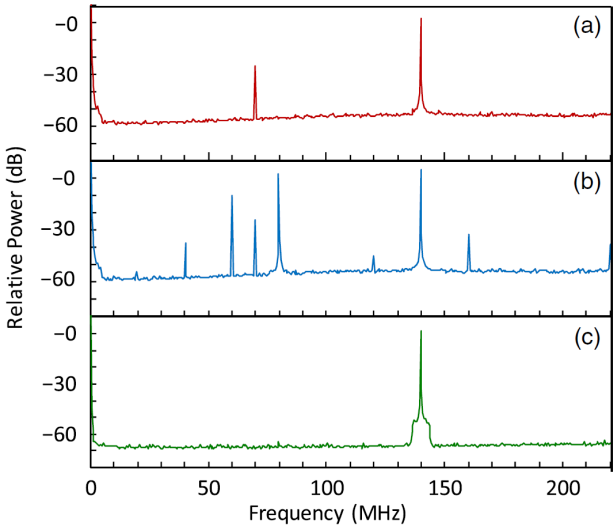


FIGURE 4.14 – Analyse spectrale des fréquences détectées sur la photodiode PD B de la station Distante B. (a), lorsque la station A est déconnectée ; (b), lorqu'elle est connectée ; et (c), après le filtre passe-bande de la station B et lorsque la station A est connectée [Schediwy et al., 2013].

4.3.2.2 Analyse spectrale de la détection d'une station Distante

Cette technique permet d'avoir les stations distantes indépendantes les unes des autres et un encombrement limité dans le site *Source*. Il faut en revanche étudier les choix des fréquences des AOM pour chaque site, puisqu'un site va renvoyer dans la fibre une fréquence optique décalée de $2 \times f_{AOM}$. Et avec le miroir de Faraday dans le site *Source*, cette fréquence optique sera réfléchie vers toutes les autres stations distantes et polluera leur détection optique. Nous pouvons constater cette difficulté avec l'analyse spectrale de la photodiode de la station B sur la figure 4.14. Lorsque la station A est coupée, nous relevons sur la partie (a) deux battements optiques :

- à 70 MHz $= 1 \times f_B$ et correspondant au signal après un aller dans la fibre, décalé de f_B et mélangé avec le signal non décalé ;
- et à 140 MHz $= 2 \times f_B$ et correspondant au signal après un aller-retour-aller dans la fibre, décalé de $3 \times f_B$ et mélangé avec le premier signal.

Quand la station A est connectée au réseau, nous relevons une multiplication des battements optiques (figure 4.14, partie (b)). L'utilisation d'un filtre passe-bande après la détection permet de sélectionner la fréquence souhaitée pour la correction de phase, démontré par le panneau (c). Si un grand nombre de stations distantes

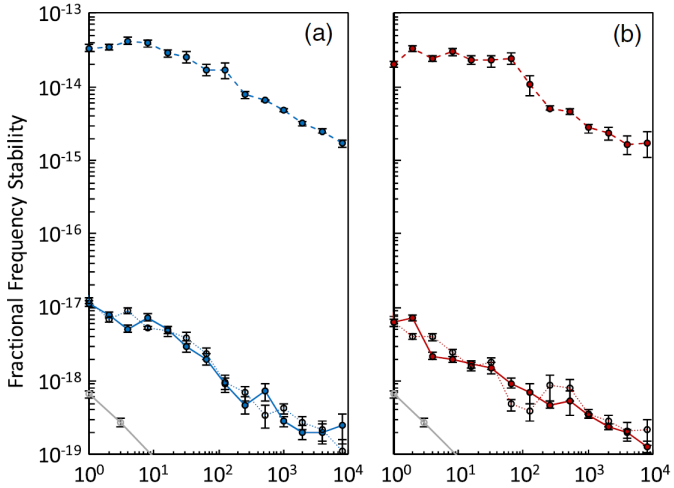


FIGURE 4.15 – Stabilité de fréquence relative. Panneau de droite (a), la station A ; panneau de gauche (b), la station distante B. En trait discontinu et ○ pleins (courbe du haut), la stabilité du lien non-compensé. En trait continu et ○ pleins : la stabilité du lien compensé lorsque l'autre site distant est actif, et au même niveau, en pointillé et ○ vides lorsque l'autre site distant est coupé [Schediwy et al., 2013].

sont connectées sur le réseau, il faudra alors s'assurer que les fréquences des AOM et leurs harmoniques soient distinguables les unes des autres. L'utilisation d'un filtre passe-bande étroit et l'exploitation de la largeur d'un canal de télécommunication (100 GHz) doit permettre de connecter jusqu'à une centaine de sites distants sur la source de référence [Schediwy et al., 2013].

4.3.2.3 Stabilités de fréquence

En terme de stabilité de fréquence, on observe sur la figure 4.15 que la station distante A permet d'obtenir 1×10^{-17} à une seconde d'intégration après 6 km de fibre, et ceci, qu'elle soit seule sur le réseau (trait continu et ○ pleins) ou en présence de l'autre station distante B (trait pointillé et ○ vides). Il en est de même pour les stabilités obtenues avec la station B. Cette technique montre que la compensation d'un lien optique par une station distante fonctionne correctement et ne se trouve pas perturbée par l'autre station. Cela restera vrai tant qu'il n'y aura pas de battements parasites dans la bande passante de la correction. De plus, si les liens fibrés sont longs et le bruit accumulé est important, il deviendra difficile de corriger proprement le signal transféré une première fois pour retrouver le signal de départ.

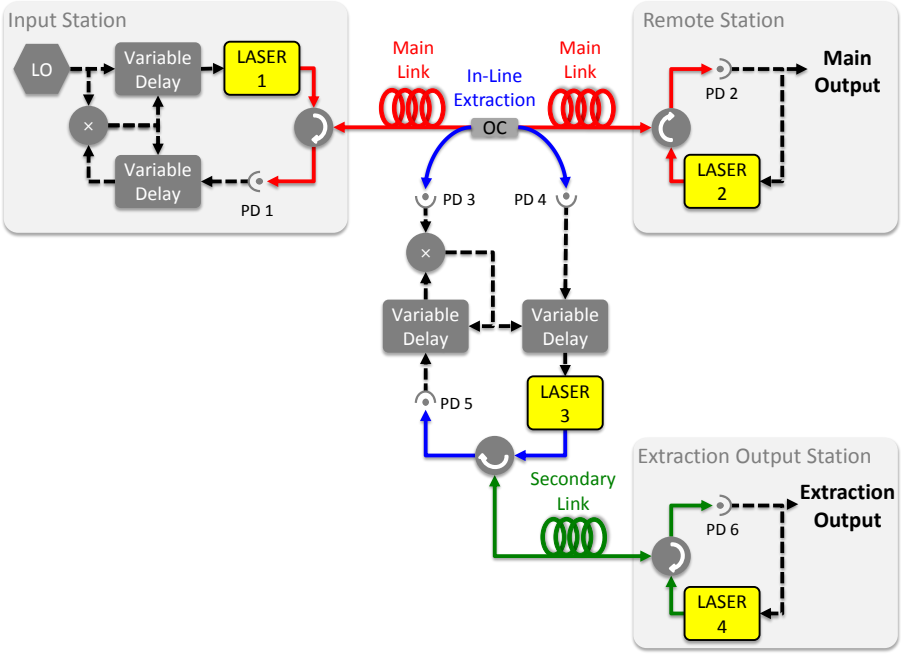


FIGURE 4.16 – Transfert de fréquence RF dans un lien optique avec dispositif d'extraction. La fréquence RF module le laser avec un convertisseur Electro-Optique (E/O, et O/E pour la conversion inverse). Le bruit est détecté par le *Phase Comparator* et la correction est appliquée avec le *Variable Delay* directement sur la phase du signal RF. En extraction, les signaux montant et descendant sont extraits et combinés avec le signal du lien secondaire [Sliwczynski et al., 2013b].

4.3.3 *Multi-access* dans le domaine du RF

En Pologne, un groupe de recherche de l'Université de Science et Technologie de Cracovie (AGH) travaille sur des liens fibrés pour le transfert de fréquence RF et le transfert de temps simultané [Sliwczynski et al., 2013a]. Dans l'article [Sliwczynski et al., 2013b], ils proposent le schéma 4.16 comme technique d'extraction appliquée au transfert de fréquence RF.

4.3.3.1 Le lien principal

Le lien principal est identique à celui décrit en partie 2.5.6 et repris ici sur la figure 4.16. Les deux *Variable Delay* du *Local Module* sont pilotés par le signal d'erreur généré par la comparaison de la référence RF à 5, 10 ou 100 MHz et de ce même signal après un aller-retour. En revanche, dans cette version, le *Local Module* ne comporte

pas la bascule entre les trois bobines de fibre permettant d'adapter la correction de phase aux variations de températures saisonnières et la recentrer dans sa plage de fonctionnement. Il est néanmoins indiqué dans l'article [Sliwczynski et al., 2013b] que cette bascule *Optical Switched Delays* serait compatible avec l'extraction proposée. Avec quelques interventions par an, le transfert d'une fréquence de référence peut être assurée toute l'année.

4.3.3.2 Extraction et dissémination à travers un lien secondaire

Avec ce lien principal (*Trunk Fiber*) modulé en amplitude, l'extraction proposée par [Sliwczynski et al., 2013b] doit permettre d'extraire le signal RF de référence et de le disséminer à distance (*Branch Output*). Comme dans la technique proposée par G. Grosche et développée dans la partie 4.3.1.1, un coupleur optique permet d'extraire une partie du signal montant et une partie du signal descendant (voir figure 4.16). Dans la station *Access Module*, on retrouve les convertisseurs opto-électronique permettant de passer d'une onde optique modulée en amplitude au signal RF, et inversement. A ce stade, le signal montant RF est sur-corrigé par rapport au bruit de phase accumulé jusqu'au point d'extraction. Il est nécessaire de détecter le bruit accumulé après, en exploitant le signal descendant, comme proposé par G. Grosche. Les deux signaux sont donc comparés au niveau du *Phase Detector*, mais seulement après que le signal extrait *montant* ait circulé et bouclé par le lien secondaire (*Branch Fiber*). Ainsi, il est possible de détecter en même temps :

- le bruit $2 \times \phi_B$ accumulé sur le lien principal après l'extraction
- et le bruit $2 \times \phi_S$ accumulé dans le lien secondaire,

avec un facteur 2 pour l'aller-retour. Comme pour le lien principal, ces deux bruits de phase sont corrigés directement sur la phase RF, avec les deux modules électroniques *Variable Delay* présents dans l'*Access Module*.

4.3.3.3 Stabilités de fréquence

Le signal de référence est ainsi disséminé avec une certaine puissance optique jusqu'à l'utilisateur distant, et avec une recopie de la stabilité satisfaisante. Le lien principal est constitué de 49 km de bobine fibrée et de 2×62 km de fibre déployée dans la région de Cracovie, avec 2 amplificateurs optiques de type EDFA. Ce lien principal de 173 km présente sur la figure 4.17 une stabilité de fréquence relative de

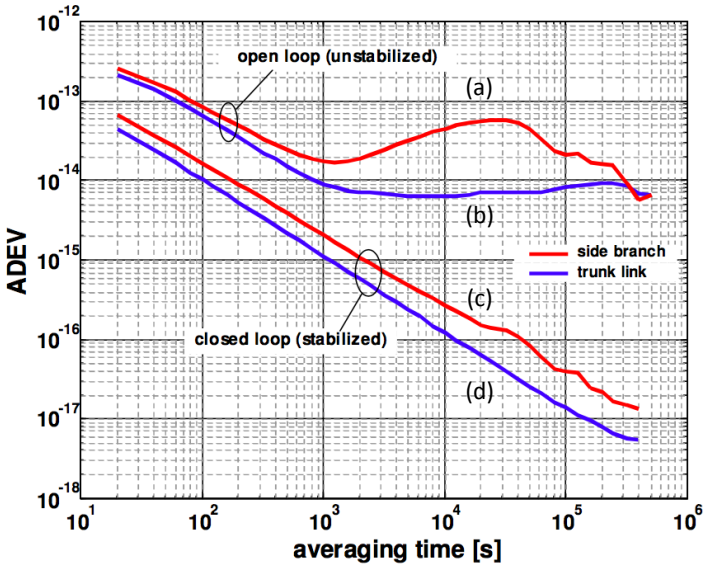


FIGURE 4.17 – Stabilités des fréquences relatives traitées avec l'écart-type d'Allan avec recouvrement. En rouge (a) la stabilité de l'extraction avec son lien secondaire libre et en bleu (b) celle du lien principal libre. En rouge (c) et bleu (d) les stabilités lorsqu'ils sont respectivement compensés[Sliwczynski et al., 2013b].

4×10^{-14} à 2 seconde (Ecart-type d'Allan avec recouvrement) et une pente en τ^{-1}, caractéristique d'un bruit blanc de phase résiduel. La stabilité de cette fréquence RF est entre un et deux ordres de grandeur moins bonne que le transfert d'une fréquence optique (pour des longueurs de liens optiques équivalents), mais son fonctionnement pendant 12 jours consécutifs montre que la technique employée est très fiable et constitue un record de durée de fonctionnement.

L'*Access Module* est placé sur le lien principal, après 111 km, et le signal extrait est ensuite disséminé sur une distante de 98 km de fibre supplémentaire avec un autre amplificateur optique. La stabilité du signal délivrée au niveau du *Branch Output Module* est de 6×10^{-14} à 1 seconde, légèrement moins bonne que celle délivrée à l'extrémité du lien principal. La dissémination sur 98 km supplémentaires après l'extraction explique ce résultat et nous verrons dans la partie 4.6.1.2 que nous faisons la même observation.

Sur les temps longs, la stabilité de la fréquence en extraction tend à se dégrader. Et cette différence s'observe nettement lorsque les liens sont libres. Il y a un important effet thermique entre 10^3 s et 5×10^5 s. L'explication donnée dans l'article [Sliwczynski et al., 2013b] est l'asymétrie de l'électronique et l'opto-électroniques,

ce à quoi s'ajoute aussi du bruit supplémentaire accumulé sur le lien secondaire par rapport au principal. En revanche, la stabilité du lien principal, comparé à d'autres anciens résultats, n'est pas affecté par l'ajout de l'extraction.

4.3.3.4 Dissémination d'une fréquence RF à 9,1 GHz vers de multiples utilisateurs

L'extraction d'une fréquence RF à partir d'un lien principal a également été mise en oeuvre par le groupe de l'Université de Tsinghua [Gao et al., 2012]. Ils ont néanmoins utilisé une technique de compensation et de détection en extraction sensiblement différente de celle des Polonais, se rapprochant de celle employée par G. Grosche et dans les liens optiques en général.

Nous avons vu dans les parties précédentes que le module électronique *Variable Delay* permet d'agir sur la phase du signal de référence RF. En introduisant un délai d'avance ou de retard dans la phase, il est possible de compenser les modifications de la longueur optique dues aux bruits thermiques et mécaniques. Cette correction est donc réalisée directement sur la phase du signal RF. Dans la technique proposée ici, un laser à 1547 nm est modulé en amplitude à la fréquence de 9.1 GHz, ce qui constitue le signal de référence RF transféré. La correction de ce lien principal est détaillé dans l'article [Wang et al., 2012].

En extraction, nous retrouvons sur la figure 4.18 deux photodiodes rapides, permettant de détecter les signaux à 9.1 GHz montant et descendant. Après mélange, filtrage autour de la composante additive et division par deux, il est possible de retrouver la fréquence de modulation à 9.1 GHz corrigée du bruit de phase. Les résultats présentés dans l'article [Gao et al., 2012] montrent cependant que la recopie de la fréquence de référence en extraction n'est pas au niveau de celle obtenue à l'extrémité du lien.

Le lien principal est constitué de 83 km de fibre, dont 80 sont déployées dans la région de Pékin. Le module d'extraction est inséré plutôt en début de lien, après les 3 km de fibre bobinée. La figure 4.19 correspond aux stabilités mesurées en extraction, tandis que la stabilité du lien principal est représentée en pointillé vert. A l'extrémité du lien, la fréquence transférée de 9.1 GHz présente une stabilité 7×10^{-15} à 1 seconde d'intégration. En extraction, la stabilité de la fréquence est dégradée d'un ordre de grandeur. Elle est égale à $7{\times}10^{-14}$ à une seconde d'intégration.

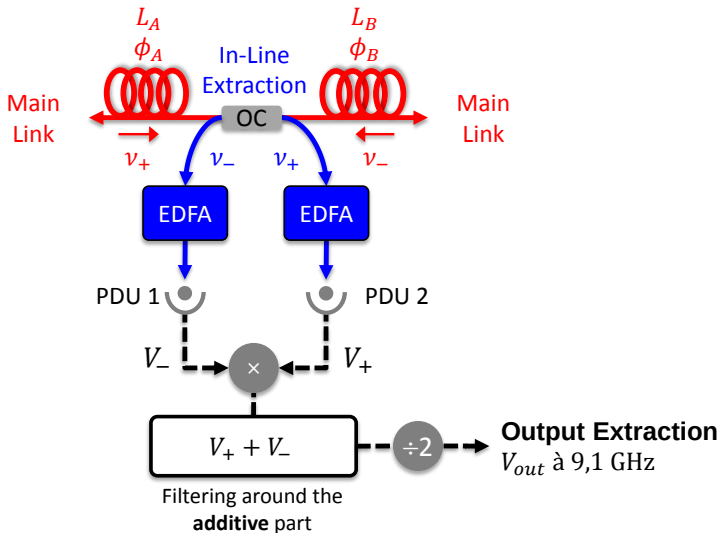


FIGURE 4.18 – Les signaux optiques montant ν_+ et descendant ν_- modulés à 9,1 GHz sont extraits avec un coupleur optique. Après amplifications par deux *Erbium-Doped Fiber Amplifiers* (EDFA), ils sont détectés avec des Photodiodes Ultra-rapides (PDU). La composante additive à 18,2 GHz du mélange est filtrée et divisée par deux pour retrouver la référence à 9,1 GHz [Gao et al., 2012].

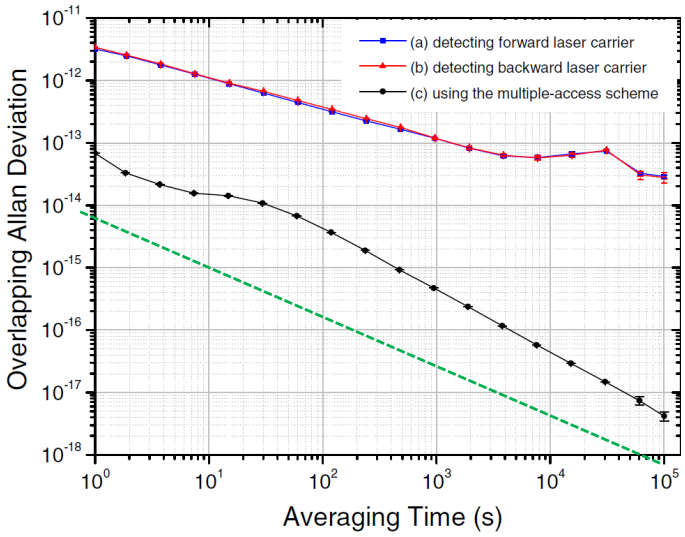


FIGURE 4.19 – Stabilité des fréquences relatives traitées avec la variance d'Allan avec recouvrement (Overlapping). (a), le signal montant V_+ et (b), le signal descendant V_- (les deux correspondant à des liens libres) ; (c), le signal V_{out} pour l'utilisateur (mesuré dans un filtre étroit de 3 Hz) ; et en pointillé vert la représentation de la stabilité du lien principal [Gao et al., 2012].

L'utilisation d'un mélangeur de fréquence en dehors de sa zone de linéarité est l'une des raisons avancées. La deuxième raison invoquée est la non-compensation des fibres en extraction, tout particulièrement ici avec des chemins optiques séparés par deux amplificateurs optiques supplémentaire.

Nous allons effectivement observer par la suite que les fibres en extraction sont non-compensées et sensibles aux bruits de l'environnement. Néanmoins, nous verrons avec notre premier dispositif qu'il est possible de minimiser cet impact et même, avec notre deuxième dispositif qu'il est possible de construire une interférométrie qui n'affecte plus le signal extrait.

4.4 Présentation générale des deux dispositifs d'extraction

Suivant la proposition de G. Grosche, nous avons développé deux dispositifs d'extraction : un premier dispositif simple, avec un Modulateur Acoust-Optique (AOM) et compensation partielle du bruit de phase en extraction, et un deuxième avec une diode laser locale pour déployer plusieurs liens secondaires compensés vers des utilisateurs distants. Nous aborderons dans cette section, le principe de ces montages, avec l'étude de l'ajustement des longueurs des fibres dans le montage interférométrique. Dans un deuxième temps, nous verrons les modèles de bruit pour les deux dispositifs, que nous confronterons dans les sections 4.6.1 et 4.6.2 aux différents essais réalisés sur bobines fibrées et sur fibres déployées.

4.4.1 Setup 1 : pour une utilisation locale du signal

La figure 4.20 illustre le fonctionnement du premier dispositif d'extraction. Nous allons d'abord décrire rapidement le lien principal sur lequel est réalisé l'extraction.

Le signal optique de référence est séparé en deux faisceaux avec un coupleur et l'un de ces faisceaux est envoyé dans la fibre optique en passant par le premier AOM 1, qui décale le signal optique de la fréquence RF f_1. Une autre partie du signal est réfléchie par le premier miroir de Faraday local (FM 1), qui correspond au bras de référence du montage interférométrique. A l'extrémité du lien, une partie du signal

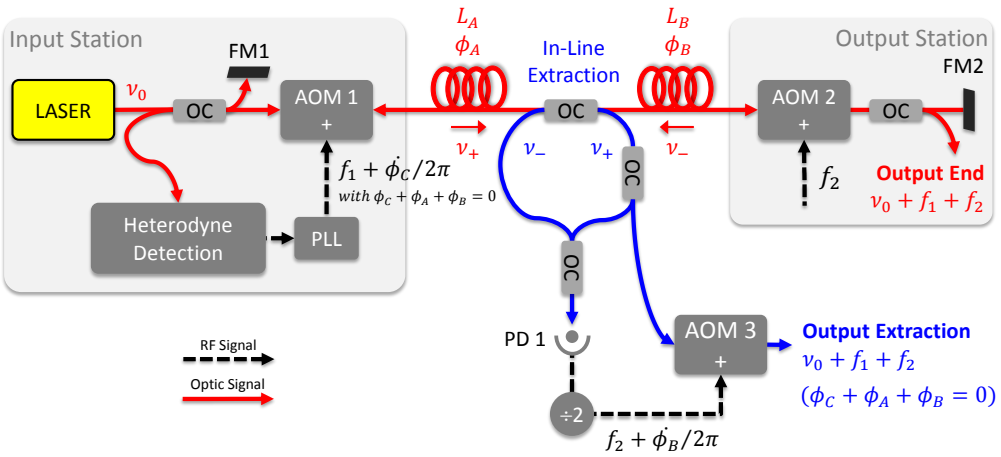


FIGURE 4.20 – Lien principal avec compensation du bruit de phase $\phi_A + \phi_B$ et dispositif d'extraction. En extraction, le bruit ϕ_B est détecté par une Photodiode (PD 1) et ajouté avec un Modulateur Acousto-Optique (AOM 3) au signal distribué à l'utilisateur.

est distribuée à l'utilisateur local et l'autre partie est réfléchie dans le lien optique par le deuxième miroir de Faraday (FM 2). L'AOM 2 décale la fréquence optique de $2\times f_2$ après le double passage (aller-retour), ce qui permet de différencier le signal réfléchi par FM 2 des réflexions parasites de la fibre. Une détection hétérodyne permet de détecter le battement entre le signal aller-retour et le signal de référence réfléchi par le premier miroir de Faraday. Après le double passage dans les AOM 1 et 2, la détection est donc réalisée à la fréquence $2\times(f_1+f_2)$, généralement égale à 150 MHz ±2 MHz. Après division par un facteur de 150 par exemple (pour obtenir 1 MHz) ou moins (par 30 pour avoir 5 MHz), ce signal est comparé avec un oscillateur local sur un mélangeur phase-fréquence. La boucle à verrouillage de phase (PLL avec un correcteur Proportionnel-Intégrateur) permet d'obtenir une correction appliquée sur le signal optique de référence via un AOM. A l'extrémité du lien, nous obtenons ainsi la correction du bruit de phase accumulé après un aller avec $\phi_C + \phi_A + \phi_B = 0$ et une fréquence optique ν_0 décalée de $f_1 + f_2$ (généralement égale à 75 MHz).

Le premier dispositif d'extraction est réalisé sur le modèle du premier schéma proposé par G. Grosche (section 4.3.1.1, figure 4.5). Un simple coupleur optique est utilisé pour extraire le signal et il peut être placé n'importe où sur le lien principal. Il s'agit généralement d'un coupleur 50/50 : il extrait 50 % du signal montant ν_+ et

50 % du signal descendant ν_-. Un deuxième coupleur doit être ensuite inséré pour fournir le signal à l'utilisateur. Il est possible de placer ce deuxième coupleur sur le bras droit ou sur le bras gauche du montage interférométrique, comme démontré par un groupe chinois [Bai et al., 2013] et présenté sur la figure 4.11. Néanmoins, il est préférable de distribuer le signal optique à partir du bras droit, correspondant au signal montant ν_+, parce que ce signal est susceptible d'offrir plus de puissance optique à l'utilisateur, sauf si :

- le lien principal comporte une station régénératrice à l'extrémité du lien ;
- ou si le signal descendant ν_- est amplifié avec un amplificateur optique de type EDFA.

Puisque le signal montant est sur-corrigé par rapport au bruit ϕ_A accumulé jusqu'au point d'extraction, il est nécessaire de détecter le bruit ϕ_B.

4.4.1.1 Expression de ϕ_B

La détection hétérodyne en extraction est réalisée à la fréquence $2 \times f_2$ et permet de détecter le bruit $2 \times \phi_B$. Ce signal détecté par PD 1 s'écrit :

$$\begin{aligned} f_{PD1} =& \nu_- - \nu_+ \\ =& (\nu_0 + f_1 + 2 \times f_2 + \dot{\phi}_C/2\pi + \dot{\phi}_A/2\pi + 2 \times \dot{\phi}_B/2\pi) \\ & - (\nu_0 + f_1 + \dot{\phi}_C/2\pi + \dot{\phi}_A/2\pi) \\ =& 2 \times f_2 + 2 \times \dot{\phi}_B/2\pi \end{aligned} \tag{4.14}$$

Après division par deux, le signal $f_{PD1}/2$ est appliqué avec l'AOM 3 sur le signal montant ν_+ extrait :

$$\begin{aligned} \nu_{out} =& \nu_+ + f_{PD1}/2 \\ =& (\nu_0 + f_1 + \dot{\phi}_C/2\pi + \dot{\phi}_A/2\pi) + (f_2 + \dot{\phi}_B/2\pi) \\ =& \nu_0 + f_1 + f_2 + \dot{\phi}_C/2\pi + \dot{\phi}_A/2\pi + \dot{\phi}_B/2\pi \\ =& \nu_0 + f_1 + f_2 \end{aligned} \tag{4.15}$$

De même qu'à l'extrémité du lien principal, le signal optique ν_0 distribué à l'utilisateur en extraction est décalé en fréquence de $f_1 + f_2$ et la phase est correctement corrigée avec $\phi_C + \phi_A + \phi_B = 0$.

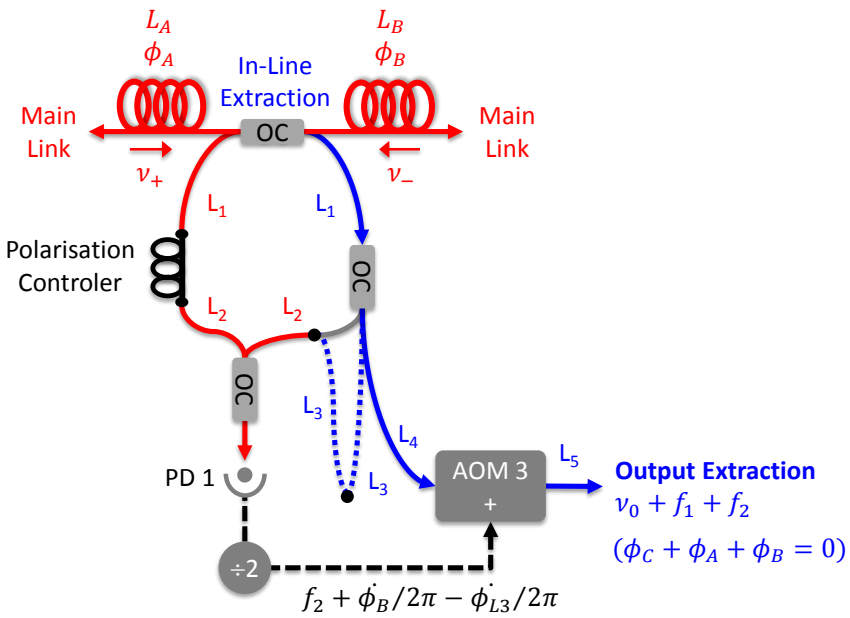


FIGURE 4.21 – Extraction avec ajustement des longueurs. Le bruit de phase accumulé sur les longueurs en bleu L_1, L_4 et L_5 vers l'utilisateur est détecté par les longueurs supplémentaires en pointillé bleu $2 \times L_3$ dans l'interférométrie. Après division par 2, la détection du bruit $-\dot{\phi}_{L3}/2\pi$ est appliquée par l'AOM 3 et retranche le bruit pour l'utilisateur.

4.4.1.2 Ajustement des longueurs

Ce dispositif est donc simplement constitué d'une détection par Photodiode, d'une carte électronique pour la division par deux du signal détecté et d'un AOM pour l'appliquer. Il convient néanmoins de considérer la contribution des fibres du montage extraction au bilan du bruit de phase. En effet, dès que le signal extrait s'écarte du lien principal, le dispositif accumule un bruit de phase qui n'est pas corrigé par la correction ϕ_C de la station de Départ.

Pour ne pas dégrader le signal de battement f_{PD1}, les deux bras de l'interférométrie doivent donc rester dans le même environnement, idéalement thermalisé et les fibres accolées l'une à l'autre. Ainsi, le bruit de phase $\phi_{L1} + \phi_{L2}$ accumulé sur les longueurs L_1 et L_2 du bras gauche (voir figure 4.21) sera compensé par le bruit équivalent sur le bras droit. Le signal extrait pour l'utilisateur comporte un bruit de phase accumulé sur les fibres L_1, L_4 et L_5 représentées en bleu. La solution consiste à déséquilibrer le montage interférométrique pour y intégrer ces longueurs supplémentaires L_1, L_4 et L_5 représentées par la double longueur $2 \times L_3$ en pointillé bleu,

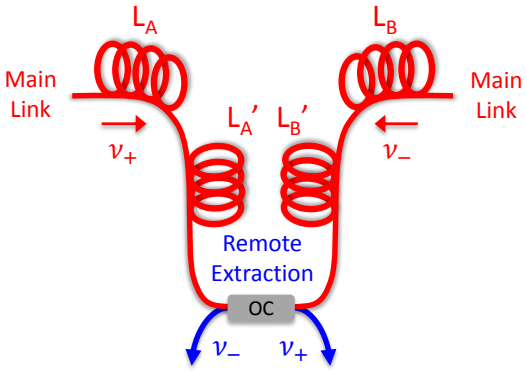


FIGURE 4.22 – Point d'extraction déporté jusqu'à l'utilisateur, pour limiter les longueurs de fibre non-compensées dans l'extraction.

et égale à :

$$2 \times L_3 = 2 \times (L_1 + L_4 + L_5) \tag{4.16}$$

Dans le détail, nous observons qu'il faut introduire deux fois la longueur $L_1 + L_4 + L_5$ car le bruit de phase détecté sera divisé par deux dans la chaîne électronique. La double fibre supplémentaire $2 \times L_3$ longe la section de fibre la plus longue L_4 et revient vers le montage interférométrique. Ainsi, la détection f_{PD1} donne :

$$\begin{aligned} f_{PD1} &= 2 \times f_2 + 2 \times \dot{\phi}_B/2\pi - 2 \times \dot{\phi}_{L3}/2\pi \\ &= 2 \times f_2 + 2 \times \dot{\phi}_B/2\pi - 2 \times (\dot{\phi}_{L1}/2\pi + \dot{\phi}_{L4}/2\pi + \dot{\phi}_{L5}/2\pi) \end{aligned} \tag{4.17}$$

Cette fréquence de détection est ensuite divisée par deux et appliquée sur le signal optique par l'AOM 3, de sorte que l'utilisateur obtient un bruit de phase compensé.

D'une manière générale, pour ne pas dégrader le signal optique, la règle est de travailler en extraction avec des longueurs de fibre les plus courtes possible. Il faut donc réaliser l'extraction au plus près de l'utilisation. Si le réseau de fibre le permet, il est parfaitement possible de réaliser le point d'extraction à proximité de l'utilisateur et d'optimiser ainsi les pertes optiques et le bruit de phase accumulé. La figure 4.22 illustre brièvement ce principe d'extraction déportée.

Le premier dispositif présenté est simple et efficace, et adapté à de nombreuses applications comme les mesures de précision sur l'hydrogène réalisées par l'équipe

Métrologie des systèmes simples et tests fondamentaux de François Biraben du Laboratoire Kastler Brossel, pour lequel ce montage a été initialement développé (voir la brève description de cette expérience dans la section 1.4.4). Nous verrons dans la section 4.6.1 les progrès réalisés avec une extraction dont les longueurs de fibre sont optimisées ou non. La technique d'extraction *déportée* permet de minimiser les longueurs de fibre en extraction et limite donc les difficultés de symétrie. Néanmoins, ce premier schéma reste limité par la puissance optique disponible dans le lien principal. Nous proposons donc dans la section suivante un deuxième montage avec une diode laser locale.

4.4.2 Setup 2 : pour une utilisation distante du signal

L'objectif de ce deuxième dispositif est d'intégrer une diode laser pour offrir plus de puissance optique vers plusieurs sorties locales, et/ou vers des utilisateurs distants à travers des liens secondaires. Pour que le signal de la diode laser ne soit pas dégradé par rapport à la référence optique, il faut :

1. que la diode laser soit indépendante des dérives en fréquence et du bruit de l'oscillateur RF local utilisé pour l'asservissement ;
2. que le lien secondaire soit compensé ;
3. que les longueurs de fibre dans l'extraction soient ajustées comme dans le premier dispositif (voir section 4.4.1.2) ;
4. que le choix des coupleurs soit optimisé pour une bonne répartition de la puissance optique entre les différentes fonctions de la station.

4.4.2.1 Principe du dispositif

La figure 4.23 présente le schéma du dispositif. Nous retrouvons le coupleur optique OC 1 permettant d'extraire une partie des signaux montant et descendant. Nous avons également le montage interférométrique réalisé entre ces deux signaux pour détecter le bruit $2 \times \phi_B$ sur la photodiode PD 1. Un deuxième battement entre le signal montant ν_+ et la diode laser locale ν_{DL} est détecté sur PD 2. La phase de ν_+ est sur-corrigée car elle est égale à $\phi_C + \phi_A = -\phi_B$. Comme dans le schéma précédent, la détection de $2 \times \phi_B$ et sa division par deux permet de soustraire le bruit ϕ_B au signal montant ν_+.

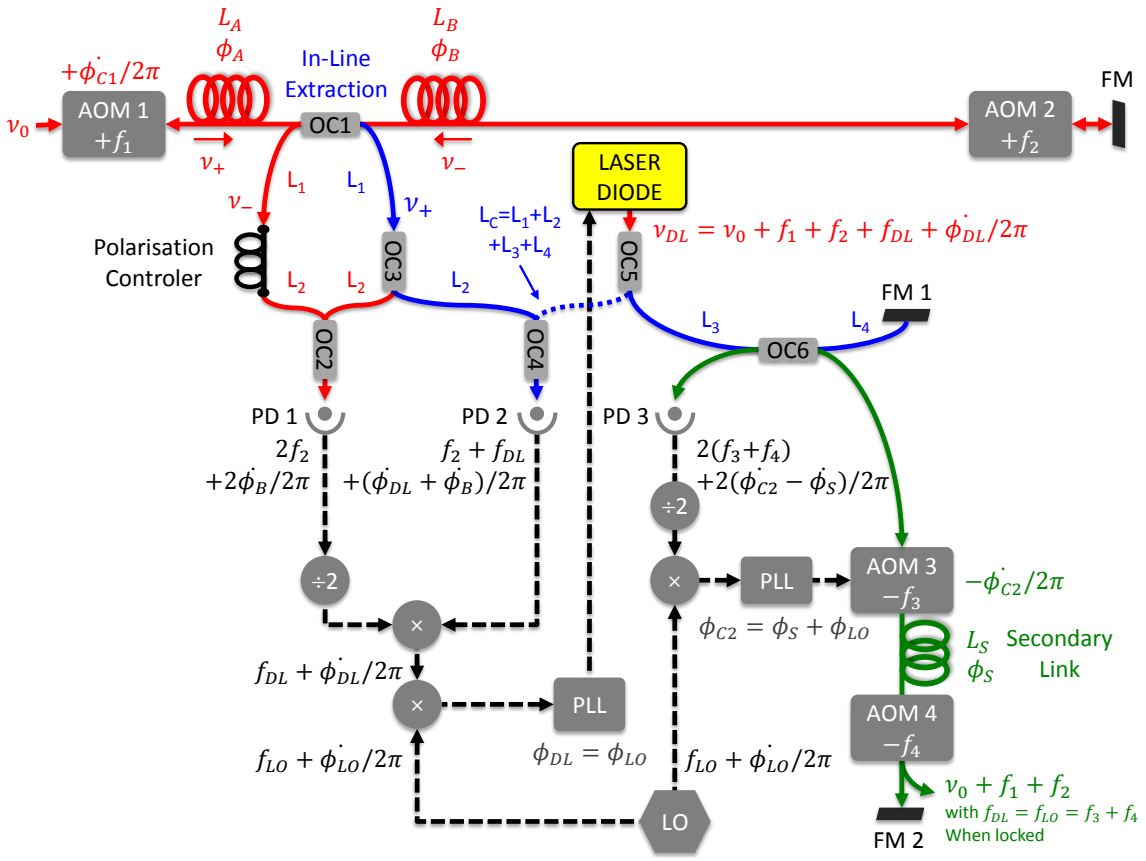


FIGURE 4.23 – Deuxième dispositif d'extraction, avec une diode laser verrouillée en phase sur le signal d'extraction pour partir sur des liens secondaires compensés vers des utilisateurs distants.

La boucle d'asservissement de la diode laser sur ν_+ est réalisée avec une PLL et un oscillateur RF local. Les dérives en fréquence et le bruit de l'oscillateur représentés par ϕ_{LO} sont intégrées dans cet asservissement. La solution consiste à utiliser le même oscillateur local pour la compensation du lien secondaire. La correction de ce lien secondaire doit être réalisé avec un signe opposé à l'asservissement de la diode laser. En l'occurrence, dans le cas de la figure 4.23, la fréquence est $+f_{DL}$ et le lien secondaire est corrigé avec un AOM *downshift*. De plus, le bruit issu de l'oscillateur local, noté ϕ_{LO}, doit être le même entre l'asservissement de la diode laser et la compensation du lien secondaire. De cette manière les dérives en fréquence et le bruit de l'oscillateur intégré dans l'asservissement sont retranchées par celles introduites dans la compensation du lien secondaire.

Le lien secondaire représenté en vert est réalisé sur le même principe que le lien principal. Une partie du signal est réfléchie par le miroir de Faraday FM 1. Ce bras interférométrique correspond au petit bras de référence. L'autre partie du signal optique est transférée à l'utilisateur distant à travers le lien secondaire, qui correspond au deuxième bras interférométrique. A l'extrémité du lien, une partie du signal est délivrée tandis que l'autre partie est réfléchie par FM 2. Pour détecter le bruit de phase accumulé dans le lien, nous réalisons avec OC 6 un battement optique avec le signal de référence réfléchi par FM 1. Ce battement est détecté par la troisième photodiode PD 3. Pour la correction du bruit de phase, nous retrouvons une PLL entre le signal divisé qui a réalisé l'aller-retour et l'oscillateur local. La correction ϕ_{C2} obtenue doit être appliquée sur un AOM dont la fréquence de décalage est opposée au signe de la fréquence de verrouillage f_{DL}.

4.4.2.2 Ajustement des longueurs

Dans ce montage, il est nécessaire de prendre des précautions sur un certain nombre de fibres. Avec le même code couleur qu'employé pour le premier dispositif (figure 4.21), nous accumulons du bruit à l'extraction du signal montant, sur les fibres en bleu L_1 et L_2, et entre la diode laser et le Miroir de Faraday FM 1, sur L_3 et L_4. Pour compenser passivement ce bruit, la solution consiste à accumuler le même bruit sur la fibre *correctrice* L_C, en pointillé bleu, dont la longueur est égale à :

$$L_C = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 \tag{4.18}$$

Ainsi le battement détecté par PD 2 contient le bruit $\phi_{L3} + \phi_{L4}$ apporté par les longueurs $L_3 + L_4$, qui est copié par la PLL de la diode laser, avec un signe moins, sur la phase de la diode laser. Après propagation jusqu'à FM 1, la diode laser enregistrera le bruit des longueurs L_3 et L_4, qui s'annulera avec $-\phi_{L3} - \phi_{L4}$. L'asservissement en phase du lien secondaire permet ensuite de recopier la phase de la diode laser en FM 1 au niveau de FM 2 (voir section 2.2.2).

Nous devons également prendre soin d'ajuster correctement les longueurs L_1 et L_2 du bras droit et gauche du montage interférométrique, de sorte que le bruit accumulé soit commun et supprimé dans le battement optique détecté avec la photodiode PD 1.

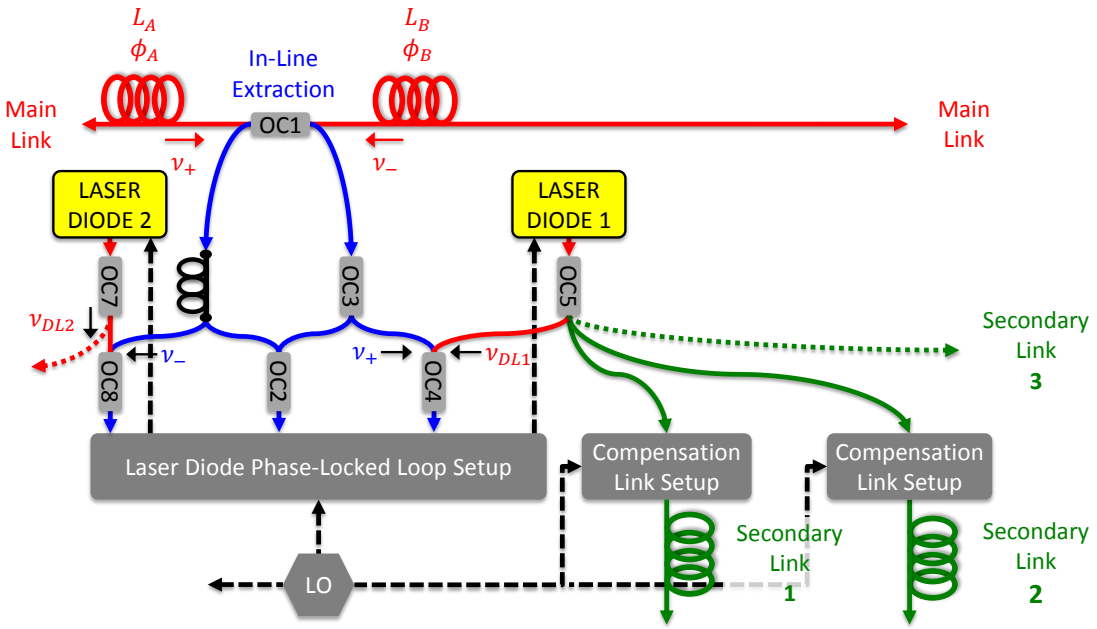


FIGURE 4.24 – Deuxième dispositif d'extraction, avec une première Diode Laser 1 et plusieurs liens secondaires compensés, ou la possibilité d'installer une deuxième Diode Laser 2 pour d'autres départs de liens secondaires.

4.4.2.3 Extension du dispositif

En fonction de la configuration du réseau et du nombre d'utilisateurs, il peut être nécessaire de déployer plusieurs liens secondaires à partir d'un point d'extraction. Il est parfaitement possible de distribuer la puissance optique de la Diode Laser 1 vers plusieurs liens secondaire, chacun ayant son propre dispositif de compensation mais l'ensemble reste sur le même oscillateur local. La figure 4.24 montre schématiquement le déploiement des liens supplémentaires 2 et 3.

Il est également possible d'installer une deuxième Diode Laser 2. Cette deuxième source peut être asservie sur le signal descendant ν_-, comme représenté par le battement entre ν_- et ν_{DL2} au niveau du coupleur OC 8, sur la figure 4.24. Ceci peut être intéressant si la puissance du signal optique montant ν_+ est insuffisante pour être divisée en trois avec le coupleur OC 3.

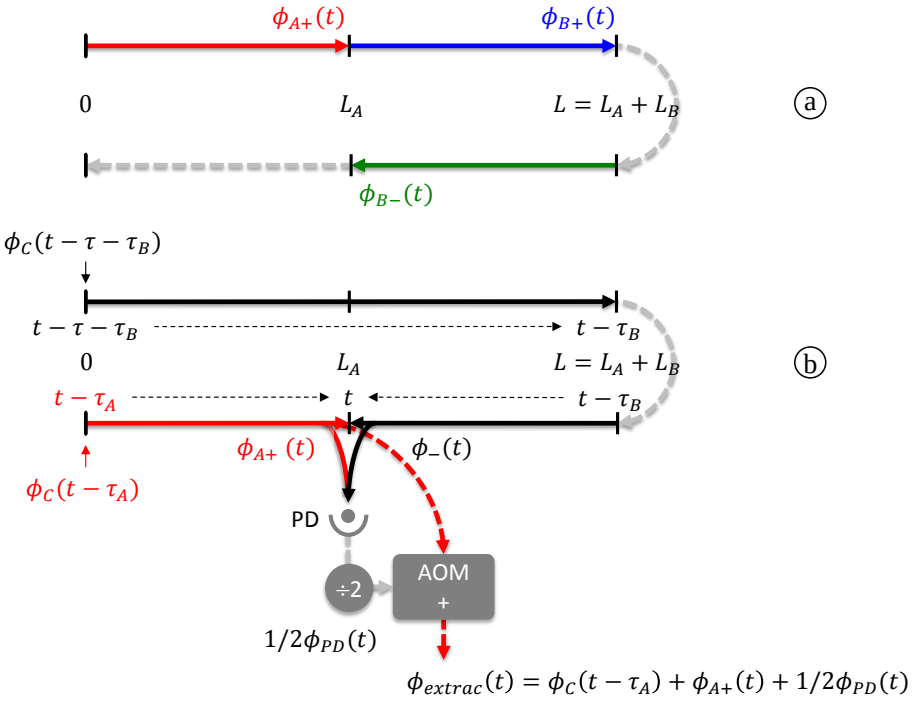


FIGURE 4.25 – Modélisation du bruit de phase accumulé le long de la fibre jusqu'à la sortie de l'extraction. Tous les signaux optiques représentés en rouge, en bleu et en vert circulent dans la même fibre. En rouge le signal montant accumulant le bruit ϕ_{A+}, dont une partie du signal est extrait pour être délivré à l'utilisateur (fibre en pointillé rouge) et qui est corrigé par le signal réalisant l'aller-retour, accumulant le bruit ϕ_{A+} (en rouge), ϕ_{B+} (en en bleu) et ϕ_{B-} (en vert).

4.5 Modélisation de la réjection du bruit

Pour modéliser la réjection du bruit dans le dispositif d'extraction, nous reprenons le modèle présenté au chapitre 3. Nous utilisons un schéma simplifié de l'extraction, représenté par la figure 4.25, pour lequel la fibre optique est séparée en deux longueurs L_A et L_B.

Dans cette section, nous ne tenons pas compte du bruit de phase éventuellement accumulé dans le dispositif d'extraction car nous considérons que le bruit accumulé dans ces longueurs de fibre du dispositif est négligeable devant les longueurs du lien optique (se reporter à la section 4.4.1.2 sur l'ajustement des longueurs en extraction pour diminuer les bruits propres au dispositif).

Sur la première section L_A, le bruit de phase ϕ_{A+} accumulée par le signal montant

(en rouge sur la partie (a) de la figure 4.25) et mesuré au point d'extraction, en L_A à l'instant t s'écrit :

$$\phi_{A+}(t) = \int_0^{L_A} \delta\varphi\left[z, t - \left(\tau_A - \frac{z}{v}\right)\right] \mathrm{d}z \tag{4.19}$$

avec $\tau_A = L_A/v$ le délai de propagation dans la première section de fibre L_A.

Dans la deuxième section L_B, le bruit de phase accumulé par le signal montant (en bleu sur la partie (a) de la figure 4.25) et mesuré à l'extrémité du lien, en L à l'instant t s'écrit :

$$\phi_{B+}(t) = \int_{L_A}^{L} \delta\varphi\left[z, t - \left(\tau - \frac{z}{v}\right)\right] \mathrm{d}z \tag{4.20}$$

avec $\tau = L/v$ le délai de propagation dans la longueur totale de la fibre $L = L_A + L_B$. On notera ici que la somme de l'intégration du bruit entre 0 et L_A, puis entre L_A et L est égale à l'écriture de $\phi_+(t)$, équation 3.1.

Ensuite, le bruit de phase accumulé par le signal descendant dans la section L_B (en vert sur la partie (a) de la figure 4.25) et mesuré au point d'extraction, en L_A à l'instant t s'écrit :

$$\phi_{B-}(t) = \int_{L_A}^{L} \delta\varphi\left(z, t + \tau_A - \frac{z}{v}\right) \mathrm{d}z \tag{4.21}$$

Ainsi, nous pouvons écrire le signal délivré à l'utilisateur en suivant la deuxième partie (b) de la figure 4.25, avec en pointillé rouge le signal extrait :

$$\phi_{ext}(t) = \phi_C(t - \tau_A) + \phi_{A+}(t) + \frac{1}{2}\phi_{PD}(t) \tag{4.22}$$

avec $\phi_C(t)$ la correction de phase appliquée en 0 à l'instant $t - \tau_A$ et ϕ_{PD} le signal détecté sur la photodiode PD en extraction en L_A à l'instant t et divisé par deux. Ce signal ϕ_{PD} correspond au battement entre le signal montant représenté en rouge et le signal descendant représenté en noir (égal à la somme des bruits écrits précédemment équations 4.19, 4.20 et 4.21), et qui s'écrit :

$$\begin{aligned}\phi_{PD}(t) = &\left[\phi_C(t - \tau - \tau_B) + \phi_{A+}(t - 2\tau_B) + \phi_{B+}(t - \tau_B) + \phi_{B-}(t)\right] \\ &- \left[\phi_C(t - \tau_A) + \phi_{A+}(t)\right]\end{aligned} \tag{4.23}$$

Le premier terme entre parenthèses correspond aux bruits de phase accumulés par le signal descendant ν_- (jusqu'au point d'extraction) et le deuxième terme correspond aux bruits de phase accumulés par le signal montant ν_+ (jusqu'au point d'extraction).

Avec l'écriture des bruits de phase dans le même ordre que précédemment, le développement de $\phi_{PD}(t)$ donne :

$$\begin{aligned}\phi_{PD}(t) = \phi_C\left(t-\tau-\tau_B\right) &+ \int_0^{L_A} \delta\varphi_z\left[t-\left(\tau+\tau_B-\frac{z}{v}\right)\right]\mathrm{d}z \\ &+ \int_{L_A}^{L} \delta\varphi_z\left[t-\left(\tau+\tau_B-\frac{z}{v}\right)\right]\mathrm{d}z + \int_{L_A}^{L} \delta\varphi_z\left[t-\left(\tau-\frac{z}{v}\right)\right]\mathrm{d}z \\ &- \phi_C\left(t-\tau_A\right) - \int_0^{L_A} \delta\varphi_z\left[t-\left(\tau_A-\frac{z}{v}\right)\right]\mathrm{d}z \end{aligned} \tag{4.24}$$

Après les développements de Taylor et les regroupements, nous obtenons :

$$\phi_{PD}(t) = -2\tau_B{\phi_C}'(t) - 2\int_0^{L_A} \tau_B\delta\varphi'(z,t)\mathrm{d}z + 2\int_{L_A}^{L}\left[\delta\varphi(z,t)-\tau_B\delta\varphi'(z,t)\right]\mathrm{d}z \tag{4.25}$$

Avec la détection de ce bruit de phase $\phi_{PD}(t)$ appliqué à la sortie de l'extraction (équation 4.22), nous avons :

$$\begin{aligned}\phi_{ext}(t) &= \phi_C(t) - \tau_A{\phi_C}'(t) - \tau_B{\phi_C}'(t) + \int_0^{L_A} \delta\varphi\left[z, t-\tau_A-\left(\frac{z}{v}\right)\right]\mathrm{d}z \\ &- \int_0^{L_A} \tau_B\delta\varphi'(z,t)\mathrm{d}z + \int_{L_A}^{L}\left[\delta\varphi(z,t)-\tau_B\delta\varphi'(z,t)\right]\mathrm{d}z \\ \phi_{ext}(t) &= \phi_C(t-\tau) + \int_0^{L_A} \delta\varphi(z,t) - \left(\tau-\frac{z}{v}\right)\delta\varphi'(z,t)\mathrm{d}z \\ &+ \int_{L_A}^{L}\left[\delta\varphi(z,t)-\tau_B\delta\varphi'(z,t)\right]\mathrm{d}z \end{aligned} \tag{4.26}$$

En remplaçant $\phi_C(t-\tau)$ par l'équation 3.7 obtenue précédemment, mais exprimée en deux intégrations entre 0 et L_A, puis L_A et L, nous avons alors :

$$\begin{aligned}\phi_{ext}(t) &= \int_0^{L_A}\left[\cancel{\delta\varphi(z,t)} - \left(\tau-\frac{z}{v}\right)\delta\varphi'(z,t) - \cancel{\delta\varphi(z,t)} + \tau\delta\varphi'(z,t)\right]\mathrm{d}z \\ &+ \int_{L_A}^{L}\left[\cancel{\delta\varphi(z,t)} - \tau_B\delta\varphi'(z,t) - \cancel{\delta\varphi(z,t)} + \tau\delta\varphi'(z,t)\right]\mathrm{d}z \\ \phi_{ext}(t) &= \int_0^{L_A} \frac{z}{v}\delta\varphi'(z,t)\mathrm{d}z + \tau_A\int_{L_A}^{L}\delta\varphi'(z,t)\mathrm{d}z \end{aligned} \tag{4.27}$$

Comme au chapitre 3 concernant le lien principal, la densité spectrale du bruit de phase accumulée en extraction $\phi_{ext}(t)$ est obtenue par transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation, qui s'écrit :

$$\begin{aligned}
R_{ext}(u) &= \overline{\phi_{ext}(t)\phi_{ext}(t-u)} \\
&= \int_0^{L_A}\int_0^{L_A} \frac{z}{v}\frac{z'}{v}\overline{\delta\varphi'(z,t)\delta\varphi'(z',t-u)}\mathrm{d}z\mathrm{d}z' \\
&+ \tau_A^2 \int_{L_A}^{L}\int_{L_A}^{L} \overline{\delta\varphi'(z,t)\delta\varphi'(z',t-u)}\mathrm{d}z\mathrm{d}z' \\
&+ \tau_A \int_0^{L_A}\int_{L_A}^{L} \frac{z}{v}\overline{\delta\varphi'(z,t)\delta\varphi'(z',t-u)}\mathrm{d}z\mathrm{d}z' \\
&+ \tau_A \int_0^{L_A}\int_{L_A}^{L} \frac{z'}{v}\overline{\delta\varphi'(z,t)\delta\varphi'(z',t-u)}\mathrm{d}z\mathrm{d}z'
\end{aligned} \tag{4.28}$$

Nous conservons les deux hypothèses précédentes :

1. les bruits de phase linéique (dérivés par rapport à t) $\delta\varphi'(z,t)$ et $\delta\varphi'(z',t-u)$ distants de ΔL sont considérés non-corrélés :
$\overline{\delta\varphi'(z,t)\delta\varphi'(z',t-u)} = \overline{\delta\varphi'(z,t)\delta\varphi'(z,t-u)}\Delta L\,\delta(z-z')$
2. et ces deux bruits phases non-corrélés sont également considérés indépendants de la position z le long de la fibre (entre O et L) : dans ce cas l'écriture se simplifie en $\overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-u)}\Delta L\,\delta(z-z')$

Les deux derniers termes de l'équation 4.28 s'annulent car ils sont intégrés sur deux sections différentes. Nous obtenons donc :

$$\begin{aligned}
R_{ext}(u) &= \overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-u)}\,\Delta L\left[\int_0^{L_A}\left(\frac{z}{v}\right)^2\mathrm{d}z + \tau_A^2\int_{L_A}^{L}\mathrm{d}z\right] \\
&= \overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-u)}\,\Delta L\left[\frac{L_A^3}{3v^2} + \tau_A^2(L-L_A)\right]
\end{aligned} \tag{4.29}$$

De plus, l'autocorrélation des bruits de phase linéique dérivés par rapport au temps peut s'écrire :

$$\overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-u)} = -\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\overline{\delta\varphi(t)\delta\varphi(t-u)} \tag{4.30}$$

Finalement, avec la transformée de Fourier $\mathcal{F}$ de l'autocorrélation du bruit, la

DSP du bruit de phase en extraction est :

$$\begin{aligned}
S_{ext}(f) &= \left[\frac{L_A^3}{3v^2} + \tau_A^2(L - L_A)\right]\mathcal{F}\left[-\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\overline{\delta\varphi(t)\delta\varphi(t-u)}\,\Delta L\right] \\
&= \frac{1}{3}\left[\frac{L_A^3}{v^2} + \frac{3L_a^2}{v^2}(L - L_A)\right](2\pi f)^2\mathcal{F}\left[\overline{\delta\varphi(t)\delta\varphi(t-u)}\,\Delta L\right] \\
&= \frac{L^2}{v^2}\left(\frac{L_A}{L}\right)^2\left[\frac{L_A}{L} + \frac{3(L - L_A)}{L}\right]\frac{1}{3}(2\pi f)^2\mathcal{F}\left[\overline{\delta\varphi(t)\delta\varphi(t-u)}\,\Delta L\,L\right] \\
&= \left(\frac{L_A}{L}\right)^2\left(3 - 2\frac{L_A}{L}\right)\frac{1}{3}(2\pi f\tau)^2 S_{fiber}(f)
\end{aligned} \tag{4.31}$$

avec L la longueur totale du lien optique, L_A la longueur de la première section jusqu'au point d'extraction et $S_{fiber}(f)$ le bruit de phase de la fibre libre égale à $\mathcal{F}\left[\overline{\delta\varphi_z(t)\delta\varphi_z(t-u)}\,\Delta L\,L\right]$. Nous remarquons ici le rapport entre $S_{ext}(f)$ et $S_{out}(f)$ (équation 3.17) donné par le facteur F :

$$F = \frac{S_{ext}(f)}{S_{out}(f)} = \left(\frac{L_A}{L}\right)^2\left(3 - 2\frac{L_A}{L}\right) \tag{4.32}$$

avec la DSP du lien principal $S_{out}(f) = \frac{1}{3}(2\pi f\tau)^2 S_{fiber}(f)$. Ce facteur F montre que pour un lien optique d'une longueur donnée L, le bruit de phase accumulé jusqu'à l'extraction ne suit pas une loi linéaire par rapport au bruit accumulé sur le lien principal. La figure 4.26 présente la courbe suivie par le facteur F en fonction du rapport L_A/L.

Ainsi, dans le cas des deux positions extrêmes, le dispositif d'extraction aura un facteur F particulier :

- pour une position relative proche de zéro (en début de lien), le facteur F tend vers 0 et nous nous trouvons dans la situation idéale : la correction ϕ_C appliquée à l'instant t via l'AOM 1 permet de corriger parfaitement le bruit détecté en extraction, car le délai de propagation jusqu'au point d'extraction tend vers zéro et que le bruit du lien principal n'a pas été modifié
- et pour une position relative proche de L (en fin de lien), le facteur F tend vers 1 et nous nous trouvons dans la même situation que le signal à l'extrémité du lien : la correction ϕ_C appliqué à l'instant t via l'AOM 1 corrige le bruit à l'extrémité du lien après l'instant $t+\tau$, le délai de propagation au cours duquel le bruit du lien principal est légèrement différent.

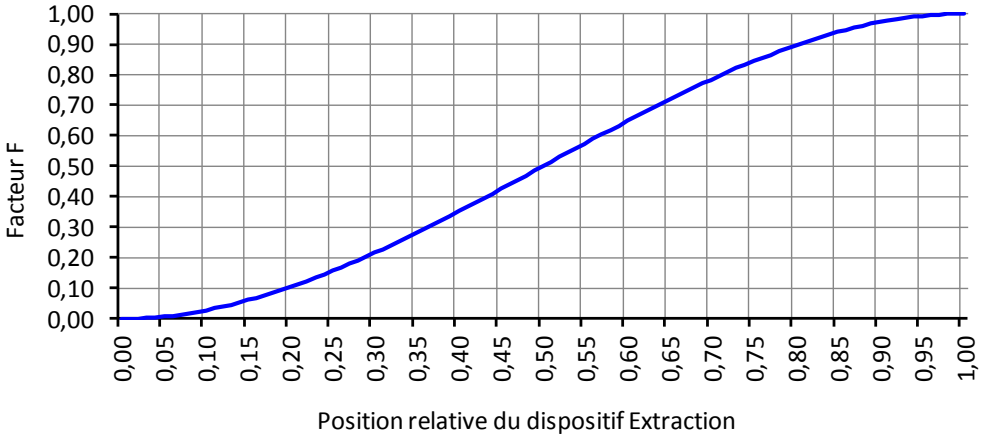


FIGURE 4.26 – Facteur F représentant la relation non-linéaire entre la DSP de bruit de phase du lien principal et la DSP du bruit de phase accumulé pour l'extraction. Cette relation dépend de la position L_A de l'extraction sur le lien principal de longueur totale L (donnée par l'équation 4.32), comprise entre 0 et 1 lorsque l'extraction est placée respectivement en début de lien et en fin de lien.

Dans le cas de cette dernière position extrême, nous devons retenir que la limite de compensation du bruit en extraction est la même que celle en extrémité du lien, et que pour toutes les positions inférieures, l'extraction présentera une limite de compensation améliorée et un niveau de bruit plus bas. Les essais expérimentaux présentés dans la section 4.6.1 permettent de valider cette propriété intéressante.

4.6 Résultats expérimentaux

Le premier dispositif d'extraction s'oriente plutôt vers une utilisation locale du signal métrologique, tandis que le deuxième dispositif permet de disséminer le signal au-delà du point d'extraction avec un lien secondaire. Avec les résultats expérimentaux présentés dans cette section, nous verrons que les deux dispositifs peuvent être complémentaires dans la construction d'un réseau métrologique urbain.

4.6.1 Setup 1 : pour une utilisation locale du signal

Cette première section se concentre sur le montage expérimental et les résultats expérimentaux du premier dispositif testé au LPL sur 50 km de bobines fibrées puis au SYRTE avec 92 km de fibres déployées dans la région parisienne.

4.6.1.1 Montage expérimental

Après un rappel du principe d'un lien optique, nous développons ici son montage avec le choix de la source optique de référence, la technique de détection du bruit, son traitement et les différents modules électroniques permettant de générer la correction du bruit de phase du lien.

Nous décrivons aussi le premier dispositif d'extraction, dont le but était de vérifier le principe proposé par G. Grosche. Il a été construit avec des coupleurs optiques connectés, c'est à dire avec un montage interférométrique qui n'est pas soudé.

Source optique

Dans la partie 4.6.1.2, nous présentons les essais réalisés au LPL sur deux bobines de 25 km avec comme source le laser Koheras asservi sur le signal ultrastable du SYRTE et transmis par la fibre dédiée de 43 km entre les deux laboratoires. Ce signal ultrastable provient d'un laser stabilisé sur une cavité ultrastable, dont la stabilité est de 2×10^{-15} en fréquence relative (avec une dérive d'environ 1 Hz/s). Le transfert dans la fibre de 43 km, dont le bruit n'est pas compensé, dégrade ce signal à quelques 10^{-13}.

Ensuite, en 4.6.1.3, nous présentons les essais réalisés au SYRTE sur deux paires de fibre dédiées et déployées en Île-de-France de 2×43 km entre le SYRTE et le LPL et de 2×3 km entre le SYRTE et le LKB. Ces essais ont été réalisés avec une diode laser Rio asservi en phase sur le signal ultrastable mentionné ci-dessus.

Néanmoins, pour vérifier le fonctionnement du lien optique et de l'extraction, il suffit d'utiliser un laser de bonne qualité spectrale, dont la fréquence est éventuellement stabilisée en température pour éviter les dérives longs termes trop importantes. La largeur spectrale Δf du laser doit être suffisamment fine pour que sa durée de cohérence τ_C soit supérieure au délai de propagation aller-retour τ_{RT} (voir section 2.3.1 pour les limites d'un lien optique).

Le lien principal

Il est constitué d'un montage interférométrique avec un bras de référence, qui correspond sur la figure 4.27 au bras court avec le miroir de Faraday FM 1. Le

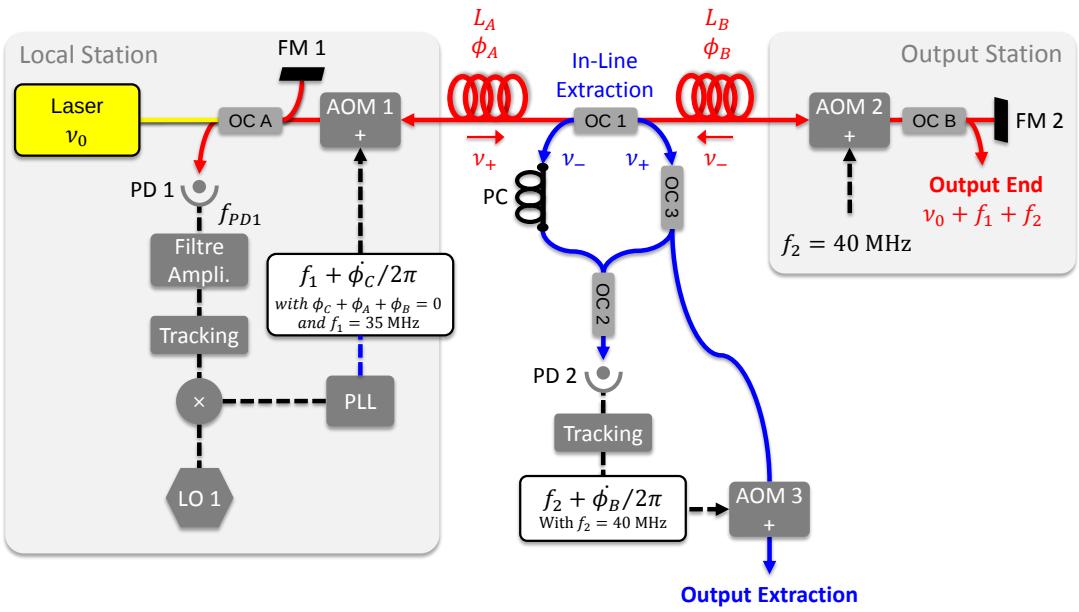


FIGURE 4.27 – Montage Général du lien principal et du premier dispositif d'extraction. Le lien principal est composé d'une chaîne électronique d'amplification-filtrage et d'un *Tracking* pour filtrer étroitement à 100 kHz et diviser le signal avant d'être mélangé à l'oscillateur local. L'extraction est également équipée d'un *Tracking* pour filtrer et diviser par deux le signal détecté $2f_2+2\dot{\phi}_B/2\pi$, qui est appliqué sur le signal extrait avec l'AOM 3.

bras long correspond au lien principal et permet de transférer le signal de référence à l'utilisateur distant. Le signal transmis passe par le premier AOM 1 qui décale le signal optique de la fréquence f_1 égale à 35 MHz. Dans un premier cas, le lien principal a été construit avec deux bobines de fibres de 25 km, et dans un deuxième cas, avec deux paires de fibres déployées en Île-de-France.

Le module distant (*Output Station*) est placé à l'extrémité du lien. Il contient un coupleur optique permettant de délivrer une partie du signal à l'utilisateur (par exemple 50%), et une autre partie est réfléchie dans le lien optique par le miroir FM 2. Les miroirs de Faraday permettent d'optimiser le battement de détection entre le signal aller-retour et le signal de référence (voir la partie 2.2.2.2).

Le signal réfléchi vers la station locale permet de détecter le bruit de phase accumulé dans la fibre, et pour discriminer ce signal des réflexions parasites, nous plaçons dans le module distant un modulateur acousto-optique (AOM 2). Cet AOM décale le signal optique de la fréquence f_2 égale à 40 MHz provenant d'un oscillateur

local quelconque. Le bruit et les dérives éventuelles de cet oscillateur sont intégrés au signal optique et seront corrigés par la correction du lien ϕ_C.

Après un aller-retour, le signal optique ν_{RT} a accumulé dans la fibre le bruit de phase $2 \times (\phi_A + \phi_B)$ et la détection hétérodyne avec le signal de référence ν_0 nous donne un battement optique dont la fréquence s'écrit :

$$\begin{aligned} f_{PD1} &= \nu_{RT} - \nu_0 \\ &= \cancel{\nu_0} + 2 \times (f_1 + f_2) + 2 \times (\dot{\phi}_A/2\pi + \dot{\phi}_B/2\pi) - \cancel{\nu_0} \end{aligned} \tag{4.33}$$

avec $2 \times (f_1 + f_2)$ égale à 150 MHz. Le traitement de ce signal est réalisé avec le montage électronique décrit plus loin. Le but est de filtrer, amplifier puis diviser le signal avec un *Tracking* (c'est à dire *un oscillateur de poursuite*). La sortie est comparée à un oscillateur de référence RF dans une boucle à verrouillage de phase (PLL). Le signal d'erreur de cette boucle passe par un correcteur de type Proportionnel-Intégral et la correction est appliquée sur le signal optique avec le premier AOM 1.

Dans le cadre de nos expériences, la station locale et le module distant sont placés sur le même site. Nous pouvons ainsi contrôler plus aisément le signal transmis et vérifier le fonctionnement de la compensation. Le module est en partie incorporé dans la station locale : le coupleur et le miroir FM 2 sont placés au sein du montage interférométrique décrit dans la partie suivante. Nous minimisons de cette manière le bruit intrinsèque de la mesure pour ne détecter que le bruit résiduel du lien.

Montage optique du lien principal

La figure 4.28 représente le montage interférométrique du lien principal placé dans un coffret en dural (alliage d'aluminium et de cuivre) avec une stabilisation active de la température à 25°C environ. Le montage est composé de trois types de composants optiques : des coupleurs (OC), des isolateurs (ISO) et des miroirs de Faraday (FM). Ces composants ont été soudés et les longueurs des fibres entre les composants ont été ajustées.

En effet, la stabilité du lien optique est notamment limitée par les fluctuations de phase provenant du montage interférométrique, et tout particulièrement du bras de référence. Nous retiendrons ici qu'il est nécessaire de :

– **minimiser la longueur de fibres** pour limiter le bruit interférométrique ;

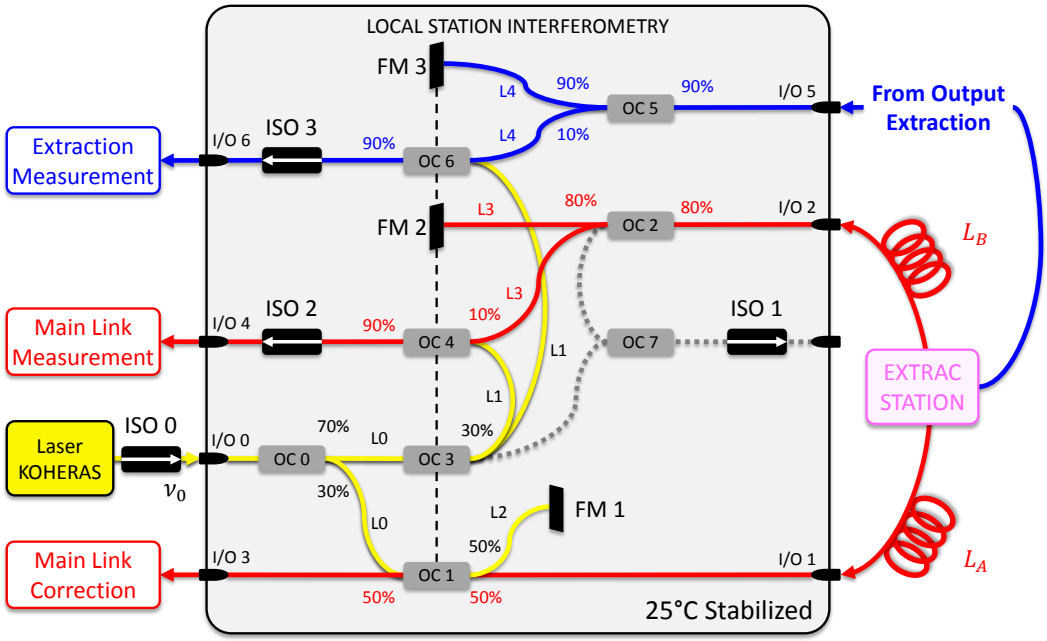


FIGURE 4.28 – Montage optique du lien principal. En entrée, le signal optique de référence représenté en jaune. Les parties du lien principal sont représentées en rouge, avec l'extrémité du lien réfléchi par FM 2 et le battement avec le signal de référence dans OC 4. La sortie de l'extraction est représentée en bleu avec le battement dans OC 6. FM : Miroir Faraday, OC : Coupleur Optique, ISO : Isolateur Optique.

– **et d'ajuster certaines longueurs de fibre entre elles.**

Par exemple, la fibre jaune L_2 vers le miroir FM 1 (utilisé pour la réflexion du signal de référence du lien principal) doit être ajustée par rapport à la fibre jaune L_1 vers le coupleur OC 4 (pour la mesure de la stabilité du lien), de telle sorte que nous ayons $L_2 = L_1$. Ainsi le bruit accumulé dans le bras de référence L_1 sera rejeté par le bruit accumulé dans la fibre L_2 pour la mesure. Dans les faits, la longueur a été ajustée par erreur avec $L_2 = L_1/2$. En respectant cela, il est possible de limiter la sensibilité thermique du montage interférométrique.

L'ensemble du dispositif permet ainsi de réaliser trois fonctions principales :

1. **compenser le bruit de phase du lien principal** avec un battement optique avec le coupleur OC 1 entre le signal de retour et le signal de référence réfléchi par le miroir FM 1. La détection de ce battement est réalisée en sortie I/O 3 avec la photodiode PD 1 et le montage électronique écrit en partie suivante ;
2. **mesurer la stabilité du signal transféré à l'extrémité du lien,** avec

le coupleur optique OC 2 correspondant au coupleur décrit dans le Module Distant pour délivrer une partie du signal à l'utilisateur distant, et incorporé ici pour envoyer une partie du signal vers le coupleur OC 4, dans lequel nous réalisons un battement avec le signal de référence (représenté en jaune) ;

3. **mesurer la stabilité du signal en extraction** représenté en bleu, avec le coupleur optique OC 6 dans lequel nous réalisons un battement entre le signal extrait (en bleu) et le signal de référence (en jaune).

Pour ce dernier point, le miroir de Faraday FM 3 n'est pas utilisé avec le premier dispositif d'extraction. En revanche, nous utiliserons ce miroir pour le deuxième dispositif qui possède un lien secondaire. Les fibres représentées en pointillé gris ne sont pas exploitées. Pour chaque sortie vers une détection, nous avons inséré un isolateur afin de se protéger des réflexions optiques dues aux photodiodes. Un isolateur protège également la source optique (laser Koheras) des retours optiques.

Montage électronique du lien principal

Sur la figure 4.27, la fréquence f_{PD} du battement détecté par la photodiode PD 1 est filtrée par un filtre passe-bande de 4 MHz (à -3 dB) centré autour de 150 MHz, et ensuite amplifiée d'environ +20-25 dB avec une sortie à 0 dBm. Cette sortie amplifiée est de nouveau filtrée avec un deuxième filtrage étroit (environ 100 kHz) de type *Tracking*, qui réalise aussi la division de la fréquence $2 \times (f_1 + f_2)$ par 150. Le fonctionnement du Tracking est décrit en Annexe C.1.

En sortie du *Tracking*, nous avons ainsi un signal RF à 1 MHz dont le bruit de phase est également divisé par 150 : $2 \times (\phi_A + \phi_B)/150$. Pour discriminer le bruit de phase et obtenir un signal d'erreur, nous mélangeons ce signal avec un oscillateur local de référence (typiquement un Quartz de bonne qualité). Cette opération est réalisée par le module électronique *Lock Link* et sa description est également proposée en Annexe C.2. La division du bruit de phase nous permet de réduire ses excursions sur la plage linéaire du mélangeur phase-fréquence utilisé. Une boucle à verrouillage de phase (PLL) avec un correcteur de type Proportionnel-Intégral (PI) permet d'obtenir le signal de correction ϕ_C avec $\phi_C = -\phi_A - \phi_B$. Ce signal corrige le signal de fréquence f_1 qui est utilisé pour piloter l'AOM 1. Le signal optique montant est ainsi décalé de $f_1 + \dot{\phi}_C/2\pi$.

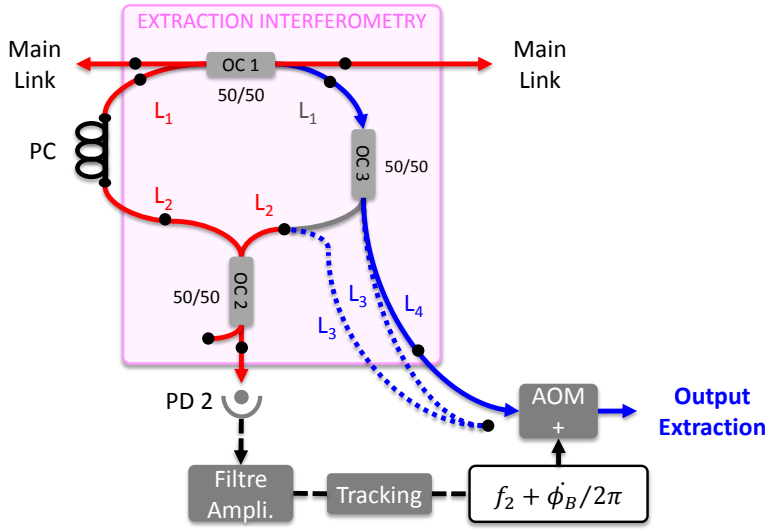


FIGURE 4.29 – Montage optique et électronique du dispositif d'extraction. Les ronds noirs représentent les connecteurs optiques. Le montage interférométrique est thermalisé passivement dans une boîte en mousse rose et une partie du bras gauche en ressort pour régler le contrôleur de polarisation (PC). Le bras droit a été monté identique au bras gauche (avec la fibre grise), puis avec la double fibre correctrice $2 \times L_3$ (en pointillé bleu). PC : Contrôleur de polarisation, OC : Coupleur Optique.

Montage de l'extraction

Le premier dispositif a été placé dans une boîte en mousse isolante, sans thermalisation active. Il a été construit avec des coupleurs connectorisés, dont les points de connections sont représentés par des ronds noirs sur la figure 4.29. Ces connections induisent des pertes optiques d'environ -0.5 dB par connexion, plus importantes que dans les connections réalisées par soudure. Elles peuvent également produire des réflexions parasites. Mais l'avantage de ce type de montage est la rapidité et la flexibilité de la construction, dont le but était de vérifier le principe proposé par G. Grosche et d'avoir un premier montage suffisamment performant.

Le premier coupleur OC 1 permet d'extraire 50 % du signal montant et 50 % du signal descendant, correspondant aux deux bras du montage interférométrique. Au point d'extraction, la polarisation du signal montant est dans un état quelconque par rapport au signal de départ. En revanche, les états de la polarisation du signal montant et du signal descendant sont orthogonaux grâce à l'utilisation du miroir

de Faraday FM 2 pour le signal descendant. Pour optimiser le battement optique entre les deux signaux dans le coupleur OC 2, nous avons inséré un contrôleur de polarisation (PC) dans le bras gauche du montage interférométrique mais à l'extérieur de la mousse isolante afin de le régler facilement. Du côté opposé, dans le bras droit, nous avons inséré le coupleur optique OC 3 pour délivrer une partie du signal montant à l'utilisateur.

Le battement optique réalisé dans le coupleur OC 2 permet de détecter un signal de fréquence $2f_2$ et de phase $2\phi_B$ (avec f_2 = 40 MHz la fréquence appliquée par l'AOM 2 à l'extrémité du lien). Ce signal est filtré avec un filtre passe-bande de 2 MHz centré sur 75 MHz et amplifié. L'utilisation d'un *Tracking* permet de diviser ce signal par deux. Il est ensuite directement appliqué au signal optique de l'utilisateur avec l'AOM 3.

Dans la section suivante, nous présentons un premier essai sur bobine fibrée réalisé avec les longueurs des bras de l'interféromètre identiques. De chaque coté, nous avions une longueur totale égale à $L_1 + L_2$ (avec une longueur L_2 partiellement en gris sur la figure 4.29). Puis nous avons déséquilibré le montage pour intégrer la double longueur de fibre $2 \times L_3$ en pointillé bleu, qui est positionnée le long de la fibre L_4, afin de détecter approximativement le même bruit de phase. Les détails de cet ajustement sont donnés dans la partie précédentes 4.4.1.2.

4.6.1.2 Résultats expérimentaux sur bobines fibrées

Les résultats expérimentaux présentés dans cette partie permettent de comparer la fréquence optique délivrée par le premier dispositif d'extraction avec :

1. celle de la source optique de référence ;
2. et du signal optique transféré à l'extrémité du lien principal.

Pour la première comparaison, nous réalisons un battement optique entre le signal de référence (de départ) et le signal en extraction, représenté en bleu sur la figure 4.30. Ce battement est détecté à la fréquence $f_1 + f_2$ = 75 MHz et divisé par 75. Pour la deuxième comparaison, nous réalisons un battement optique entre le signal de référence et le signal transmis à l'extrémité du lien, représenté en rouge. Il est détecté à la même fréquence $f_1 + f_2$ = 75 MHz et divisé par 75.

Ces deux battements sont réalisés à l'intérieur du montage interférométrique du lien principal (voir partie *Montage optique du lien principal* de la section 4.6.1.1).

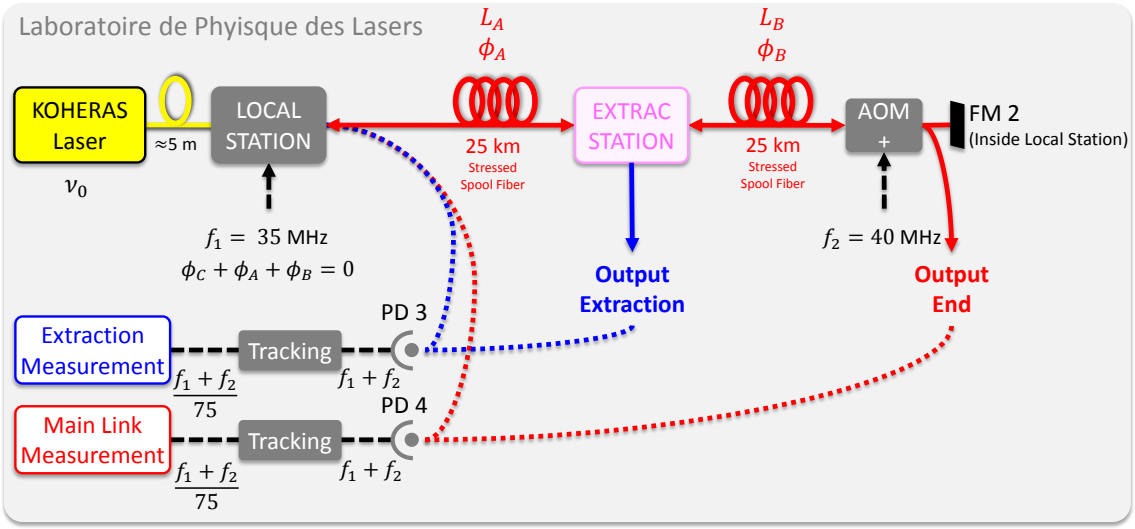


FIGURE 4.30 – Montage expérimental du premier dispositif d'extraction. La station Locale reçoit le signal de référence du laser Koheras. Le lien principal est constitué de deux bobines fibrées de 25 km avec l'extraction à mi-chemin. L'ensemble est dans la même salle climatisée et les signaux à l'extrémité du lien et en extraction peuvent être détectés à la fréquence $f_1 + f_2 = 75$ MHz et divisés par 75 avec un *Tracking*.

Deux types de mesure permettent de caractériser les signaux optiques transmis à l'extrémité du lien principal et en extraction :

- la fréquence est comptée toutes les secondes avec un compteur sans temps mort en pleine-bande (mode Π) (modèle FXE de la société K&K) pendant plusieurs jours et un traitement avec l'écart-type d'Allan permet d'étudier la stabilité du signal dans le domaine temporel, de 1 seconde d'intégration jusqu'aux temps longs (jusqu'à 10000 s) ;
- et la fréquence est mélangée avec un oscillateur local (à 1 MHz) pour réaliser une FFT et étudier les bruits résiduels du lien optique dans le domaine spectral, de 1 Hz jusqu'à une dizaine de kilohertz (soit des temps très courts inférieurs à 1 s).

Pour ce dernier point, le bruit mesuré est un bruit de phase lorsque le lien est compensé et un bruit de fréquence lorsque le lien est libre. Le bruit de fréquence sera donc converti en bruit de phase. Les spécificités des compteurs K&K sont données en Annexe B et celles sur l'écart-type d'Allan en Annexe A.

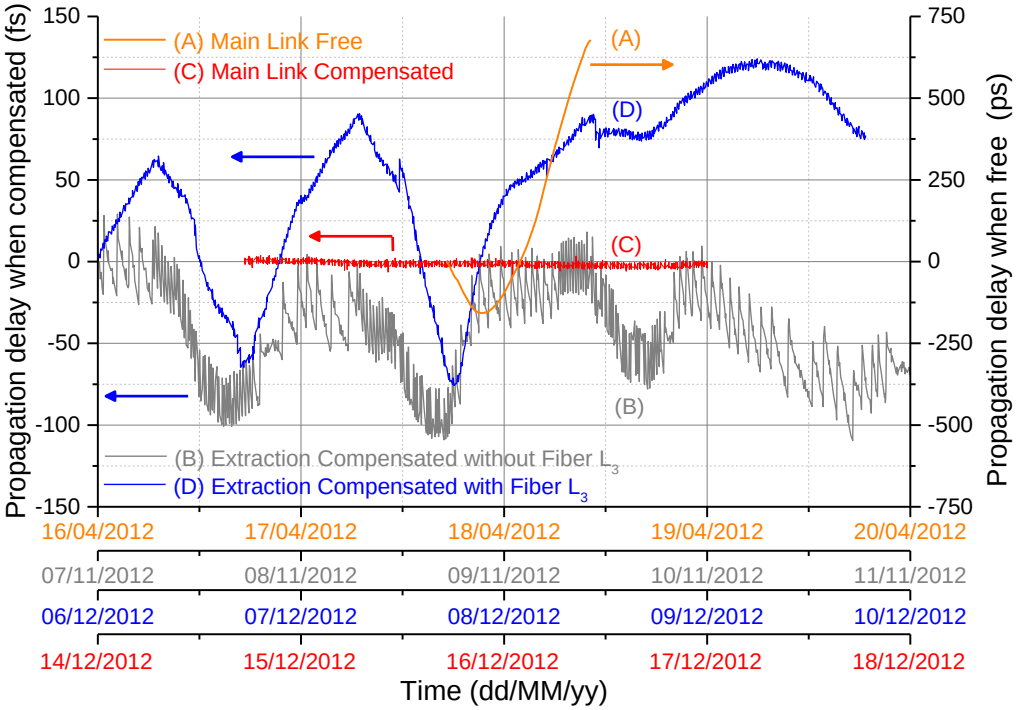


FIGURE 4.31 – Fluctuation de la phase optique dans la fibre exprimée en délai de retard par rapport à un cycle optique. En orange (A) la phase à l'extrémité du lien principal libre exprimée en ps sur l'axe de droite. Lorsqu'il est compensé, la phase est exprimée en fs sur l'axe de gauche avec en rouge (C) le lien principal, en gris (B) et en bleu (D) l'extraction respectivement sans et avec la fibre correctrice L_3.

Fluctuation de la phase optique

Sur la figure 4.31 sont représentées les évolutions de la phase optique transmise par rapport à la phase de référence. Les variations des fréquences comptées pendant plusieurs jours sont converties en variation de phase et exprimées en variation de délai de propagation du signal optique (194 THz), avec 5 fs pour 2π rad. Nous avons représenté les évolutions des phases optiques suivantes :

- le lien principal libre en orange (A) et compensé en rouge (C) ;
- et l'extraction compensée sans la fibre correctrice L_3 en gris (B) et avec cette fibre en bleu (D).

Ces mesures n'ont pas pas été réalisées en même temps et sur des durées identiques, comme indiqué par l'échelle des temps en abscisse. Le bruit n'est pas stationnaire, notamment à cause des aléas climatiques, ce qui induit une variation des amplitudes

des fluctuations de la phase. Nous pouvons notamment le vérifier sur le dispositif d'extraction.

En premier lieu, nous pouvons observer la phase en orange (A) du lien principal libre avec l'échelle de droite, exprimée en délai de propagation. Celui-ci fluctue de presque 1 ns après moins d'un jour de mesure. Ce résultat doit être comparé avec la fluctuation de la phase beaucoup plus faible lorsque le lien est compensé.

Du 7 au 11 novembre 2012, nous avons testé le dispositif d'extraction sans la fibre supplémentaire L_3 (en noir sur la figure 4.29). Nous observons ainsi une fluctuation du délai en gris (B) compris entre 25 fs et 50 fs sur des temps de 10-15 minutes liée aux cycles de fonctionnement de la climatisation. Avec le coefficient de sensibilité phase-température d'une fibre standard SMF-28 égale à 37 fs/K.m et un écart thermique de 1 K, nous pouvons traduire cet écart de phase par 70-130 cm de fibre non-compensée. Cet ordre de grandeur est compatible avec le montage fibré de l'extraction. Nous observons également une fluctuation moyen terme de 100 fs due aux fluctuations diurnes de la température.

Ensuite, du 6 au 10 décembre, nous avons modifié le dispositif d'extraction en ajoutant la longueur de fibre supplémentaire L_3. L'isolation thermique de l'ensemble a également été améliorée. Nous observons sur la phase en bleu (D) que les cycles de la climatisation ont été beaucoup atténués. Nous vérifions ainsi que cette fibre supplémentaire nous permet de corriger ce bruit thermique moyen terme mais nous restons très sensibles aux variations longs termes diurnes, avec une fluctuation du délai dépassant 100 fs, soit environ 270 cm de fibre non-compensée pour 1 K. Nous remarquons que pour cet essai, l'amplitude des fluctuations est plus importante. Il est possible qu'entre novembre et décembre, l'écart de température extérieure jour/nuit s'intensifie, ce qui modifierait en proportion la température intérieure.

Dans la suite de ces mesures, nous avons compté du 14 au 17 décembre le battement optique du signal à l'extrémité du lien principal avec le signal de référence. Nous observons une fluctuation de la phase en rouge (C) inférieure à 5 fs sur le court terme et une dérive également inférieure à 5 fs sur le long terme, après les 2 jours de mesure. Nous relevons ainsi une très faible sensibilité du lien principal et de son montage interférométrique aux cycles de la climatisation et aux cycles diurnes.

Stabilité de la fréquence optique

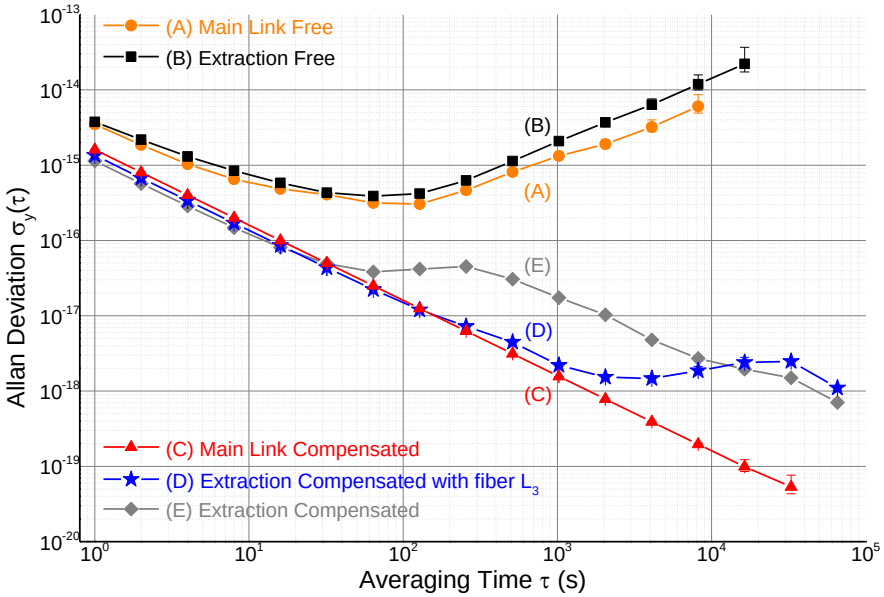
Les observations réalisées sur ces quatre campagnes de mesure se traduisent par une certaine stabilité de la fréquence transmise. Le traitement réalisé dans cette partie pour exprimer la stabilité de la fréquence relative (par rapport à 194 THz) dans le domaine temporel est l'écart-type d'Allan avec recouvrement (ADEV-Overlapping).

Nous retrouvons sur la figure 4.32 en haut, la stabilité de l'oscillateur transmise à l'extrémité du lien optique sans correction en ○ orange (A). À une seconde d'intégration, la stabilité est égale à 3.5×10^{-15} et présente une pente en $\tau^{-1/2}$ jusqu'à 100 s d'intégration, caractéristique d'un bruit blanc de fréquence. Sur des temps plus longs, nous observons ensuite une détérioration de la stabilité de plusieurs ordres de grandeur. L'amplitude de cette détérioration, et le temps d'intégration pour lequel elle apparaîtra, sera différente d'une fibre à une autre, comme expliqué dans la partie 2.2.1.4.

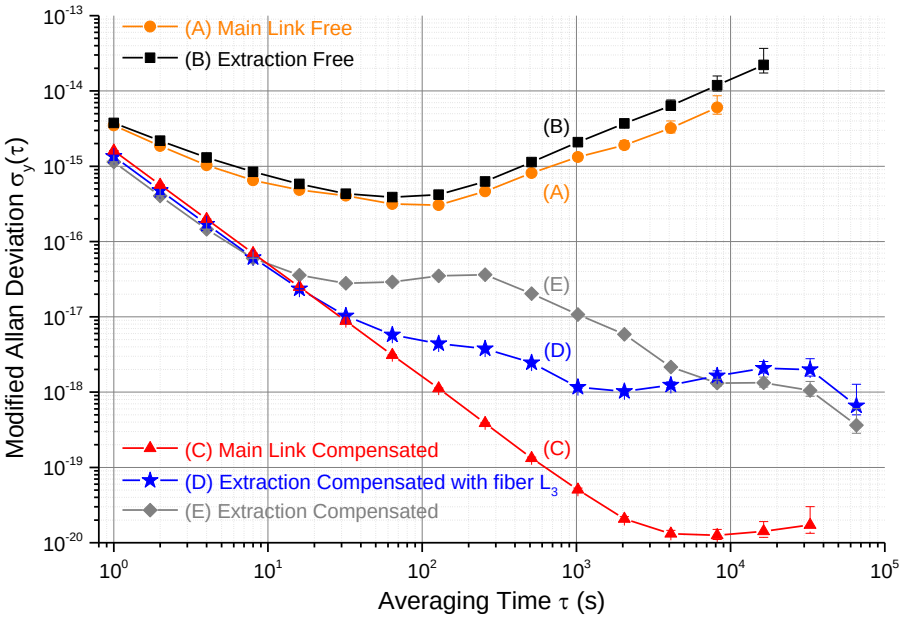
La stabilité de l'oscillateur en □ noir (B) correspond au dispositif d'extraction lorsque le lien principal est libre. Pour ce test, le dispositif d'extraction est inchangé. Le signal $2f_2 + 2\dot{\phi}_B/2\pi$ est toujours détecté sur la photodiode PD 1 et, après division par deux, ce signal est appliqué avec l'AOM 3 au signal extrait. Seul le lien principal est libre. Dans cette configuration, le bruit du lien principal libre en ○ orange (A) est donc recopié par l'extraction en □ noir (B), ce que nous vérifions partiellement. Parce que le bruit n'est pas stationnaire entre les deux mesures, et parce que le dispositif d'extraction a son bruit interne, il subsiste quelques disparités entre les deux courbes.

Nous avons en △ rouge (C) sur la figure 4.32a (en haut), la stabilité du lien principal compensé. Il présente une stabilité à 1 s d'intégration égale à 1.6×10^{-15}, et une parfaite pente en τ^{-1} jusqu'aux temps longs (supérieurs à 10000 s). Dans le cadre de l'écart-type d'Allan avec recouvrement, cette pente peut être caractéristique d'un bruit blanc de phase ou d'un bruit de scintillation de phase. Il n'y a pas de discrimination possible contrairement au traitement réalisé avec l'écart-type d'Allan Modifiée (MDEV) (voir annexe A pour les différents traitements statistiques possibles).

La MDEV a été calculée sur le même jeu de données et le résultat est donné sur la figure 4.32b (en bas). Nous observons sur la courbe de stabilité en △ rouge (C),



(a) Ecart-type d'Allan avec recouvrement



(b) Ecart-type d'Allan modifié

FIGURE 4.32 – Stabilité des fréquences relatives mesurées en pleine-bande avec un compteur en mode Π et traitées avec (a) l'écart-type d'Allan avec recouvrement (en haut) et (b) l'écart-type d'Allan modifié (en bas). En ○ orange (A) et □ noir (B), les stabilités du lien principal et de l'extraction lorsque le lien est libre. En △ rouge (C) le lien principal compensé, en ☆ bleu (D) et ◇ gris (E) l'extraction respectivement avec la fibre correctrice L_3 et sans.

une pente en $\tau^{-3/2}$ jusqu'à 2000 s, bien caractéristique d'un bruit blanc de phase. Le traitement MDEV s'assimile à un filtrage numérique, et avec une pente en $\tau^{-3/2}$, nous descendons plus rapidement et plus bas en stabilité $\sigma_y(\tau)$. Nous pouvons ainsi observer le plancher de bruit de la station Locale du lien principal atteint après 2000 s d'intégration, avec une limite à quelques 10^{-20} introduite par le montage interférométrique. C'est une limite ultime pour de nombreux liens optiques, quelle que soit la technique de dissémination (transfert par lien optique ou comparaison par méthode two-way).

La stabilité de la fréquence délivrée par le dispositif d'extraction sans la longueur de fibre correctrice L_3 est représentée en $\diamond$ gris (E) sur la figure 4.32a (en haut). Le signal extrait présente une stabilité de 1.1×10^{-15} à 1 seconde d'intégration, légèrement inférieure à la stabilité du lien principal à 1 s (1.6×10^{-15}). Nous observons aussi jusqu'à 10 s une pente en τ^{-1} pour le traitement ADEV, et en $\tau^{-3/2}$ pour le traitement MDEV de la figure 4.32b (en bas). Au-delà, entre 10 s et 1000 s d'intégration, nous observons un important effet thermique moyen terme dû, en partie, aux cycles de la climatisation, et pour des temps plus longs, à l'effet diurne.

Ces effets se remarquent particulièrement lorsque nous comparons cette stabilité avec celle du lien principal en $\triangle$ rouge (C). L'écart entre le lien principal et le dispositif d'extraction correspond aux bruits captés par le montage interférométrique de l'extraction, principalement d'origine thermique, et tout particulièrement parce qu'il n'y a pas la fibre correctrice L_3. Avec cette fibre ajoutée dans le montage interférométrique, nous réussissons à améliorer les résultats du dispositif sur le moyen terme, entre 10 s et 1000 s, représentés par la courbe de stabilité en $\star$ bleu (D).

Ces résultats démontrent que l'ajout de la fibre dans le montage nous permet d'avoir un dispositif simple et efficace, insensible aux changements de température moyen terme et adapté à de nombreuses applications pour les laboratoires du réseau Refimeve+. Nous avons également constaté que le dispositif placé à mi-chemin sur le lien optique présentait une stabilité à 1 seconde d'intégration meilleure que celle transférée à l'extrémité du lien principal, en accord avec la modélisation du bruit proposée dans la section 4.5. Nous commenterons davantage ce point dans la section suivante avec les résultats avec deux paires de fibres déployées en Île-de-France.

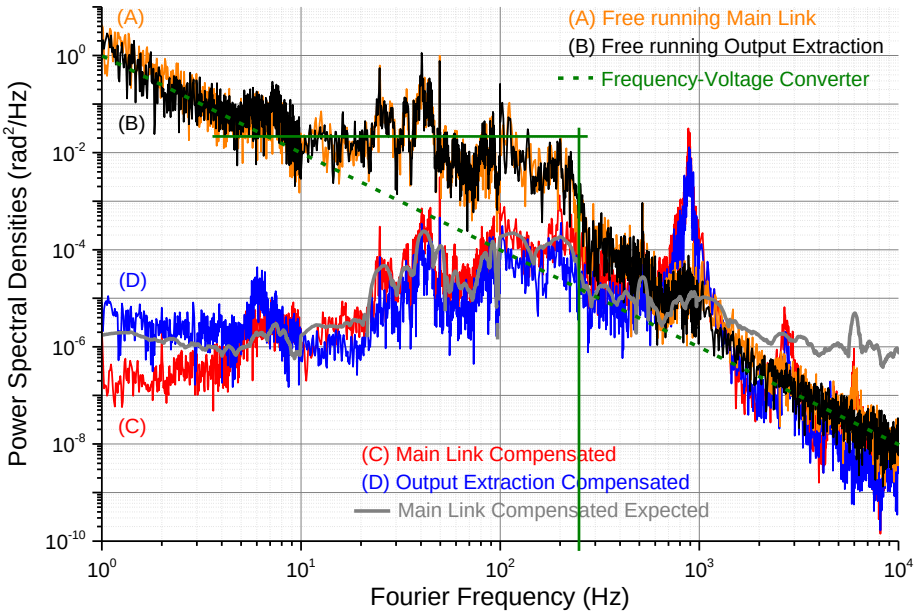


FIGURE 4.33 – Densité Spectrale de Puissance (DSP) du bruit de phase accumulé dans le lien optique. En orange (A) et en noir (B), les DSP du lien principal et de l'extraction lorsque le lien est libre. Lorsqu'il est compensé, en rouge (C) la DSP du lien principal et en bleu (D) la DSP de l'extraction : l'écart de bruit entre 1 et 10 Hz provient des imperfections du montage interférométrique de l'extraction.

Spectre du bruit de phase

Les spectres de bruit (ou DSP pour Densité Spectrale de Puissance) permettent de compléter l'étude des liens optiques dans les temps très courts inférieurs à 1 s.

Pour les liens libres, nous réalisons des spectres de bruit de fréquence avec un mélangeur de fréquence et un convertisseur fréquence-tension. En sortie, les fluctuations d'amplitude de cette tension sont traitées par transformée de Fourier rapide (ou FFT pour *Fast Fourier Transform*) avec un analyseur de spectre. Nous convertissons ensuite le spectre de bruit de fréquence $S_y(f)$ en spectre de bruit de phase $S_\phi(f)$ (voir Annexe A pour la relation entre les deux). Dans cette chaîne, le composant sensible est le convertisseur fréquence-tension, qui a un niveau de bruit typiquement de 1 rad^2/Hz et est caractérisé par un bruit blanc de fréquence dont la pente est :

- en $1/f^0$ dans une DSP de bruit de fréquence $S_y(f)$;
- et en $1/f^2$ dans une DSP de bruit de phase $S_\phi(f)$.

La figure 4.33 représente les DSP de bruit de phase avec en pointillé vert le niveau de bruit du convertisseur. Seuls les bruits représentés en orange (A) clairement au-dessus des pointillés verts correspondent aux bruits du lien principal libre. De même pour les bruits représentés en noir (B) pour le dispositif d'extraction lorsque le lien principal est libre. Ainsi, entre 1 Hz et 4 Hz nous sommes dans le bruit de la chaîne de mesure. Pour ces deux mesures, après 4 Hz, le bruit se caractérise par du bruit blanc de phase avec une pente approximative en $1/f^0$ jusqu'à quelques centaines de Hertz (représenté par les traits pleins en vert). Le bruit descend ensuite en $1/f^2$ ou $1/f^3$ et, au-delà de 1 kHz, les mesures rejoignent le niveau de bruit du convertisseur.

Lorsque le lien principal est compensé, la phase du signal optique à l'extrémité du lien est stable dans un laps de temps suffisant pour réaliser le spectre avec un mélangeur phase-fréquence. La sortie de ce mélangeur est directement traitée par une FFT avec l'analyseur de spectre. Nous obtenons ainsi La DSP du lien principal compensé, en rouge (C) sur la figure 4.33, égale à quelques 10^{-7} rad^2/Hz. La bande passante de la correction, mesurée à partir du pic dans la courbe de bruit, apparaît légèrement avant 1 kHz. Cette valeur est compatible avec la valeur théorique :

$$f_C = \frac{1}{4\tau} = 1041 \text{ Hz} \tag{4.34}$$

avec τ le délai de propagation égale à 240 μs avec un lien de 50 km. La fréquence f_C correspond à la fréquence de coupure pour laquelle le système de correction entre en oscillation. Il convient donc de régler les gains proportionnel et intégral en-deçà de cette valeur et de respecter une certaine marge de phase. Cette marge de phase est décrite dans la section 3.3 avec la simulation de la réjection du bruit avec un lien de 50 km pour plusieurs valeurs de gain. Notre pic de résonance apparaît donc légèrement avant la valeur théorique f_C car nous avons soigneusement réglés les gains afin d'avoir une bonne réjection du bruit tout en évitant l'oscillation du système.

Dans la bande passante de cette correction, nous pouvons évaluer le taux de réjection du bruit R_p du lien principal avec S_{out} le spectre de bruit du lien compensé en rouge (C) et S_{fiber} le spectre du bruit de la fibre, c'est à dire du lien libre en orange (A). Il vaut quelques 10^6, à comparer avec la valeur attendue :

$$\frac{1}{R_p(f)} = \frac{S_{out}(f)}{S_{fiber}(f)} = \frac{1}{3}(2\pi f\tau)^2 = 7.6 \times 10^{-7} \tag{4.35}$$

soit $R_p = 7.6 \times 10^7$ en accord avec la valeur expérimentale. Au-delà de la fréquence de coupure, les bruits ne sont pas atténués. Nous relèverons néanmoins que nous sommes en présence d'un bruit blanc de fréquence qui descend rapidement en $1/f^2$ vers des niveaux de bruit très faibles.

La DSP du bruit de phase en sortie de l'extraction est représenté en bleu (D) sur la figure 4.33. Nous observons que le dispositif réalise une parfaite copie du bruit de phase accumulé sur le lien principal, excepté entre 1 et 10 Hz. Dans ces basses fréquences de Fourier, nous relevons un bruit supplémentaire lié au dispositif d'extraction et en particulier, à la sensibilité de son montage interférométrique. En dehors de ces fréquences, nous observons la même réjection du bruit et le même pic de résonance car le dispositif d'extraction reste *esclave* du lien principal et de ses caractéristiques.

4.6.1.3 Résultats expérimentaux sur SYRTE-LPL-LKB

Pour réaliser les essais sur fibre réelle, l'ensemble du dispositif a été déménagé au laboratoire des Systèmes de Référence Temps-Espace (SYRTE), représenté par le rond jaune sur la carte de la figure 4.34. Ce laboratoire dispose de plusieurs connections fibrées, dont notamment :

- une paire de fibres longues de 43 km avec le LPL représentée en bleu ;
- et une deuxième paire courte de 3 km avec le LKB représentée en rouge.

Ces deux paires de fibres sont dites *noires*, c'est à dire qu'elles sont dédiées à la seule utilisation des laboratoires et elles ne sont pas exploitées pour des liaisons Internet sur d'autres canaux, contrairement à la paire de fibres entre le SYRTE et Strasbourg (voir section 2.4.3).

Description du montage sur fibre

Les deux figures 4.35a et 4.35b illustrent le montage de ces deux paires de fibre, qui sont court-circuitées à leur extrémité, au LPL et au LKB. L'ensemble du dispositif est placé au SYRTE. La source optique de référence est une diode laser Rio asservie sur le signal optique d'une cavité ultrastable. La diode délivrait environ 7 mW de puissance optique vers la station Locale. Pour la première configuration, le lien principal est constitué successivement de la paire de fibres courtes vers le LKB

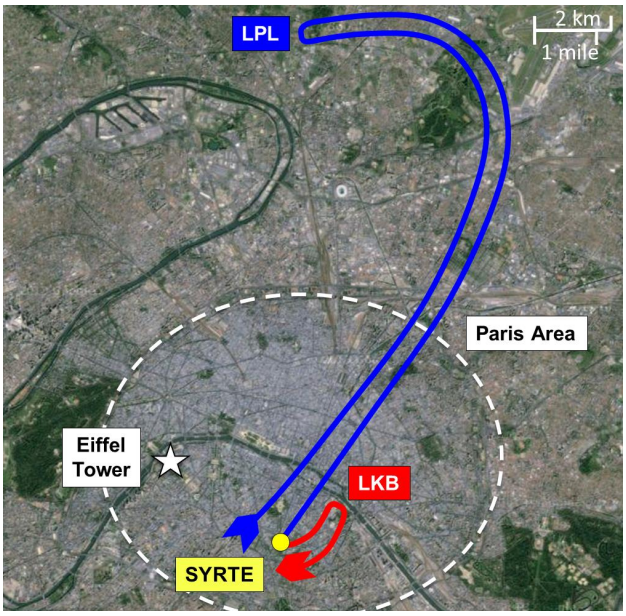


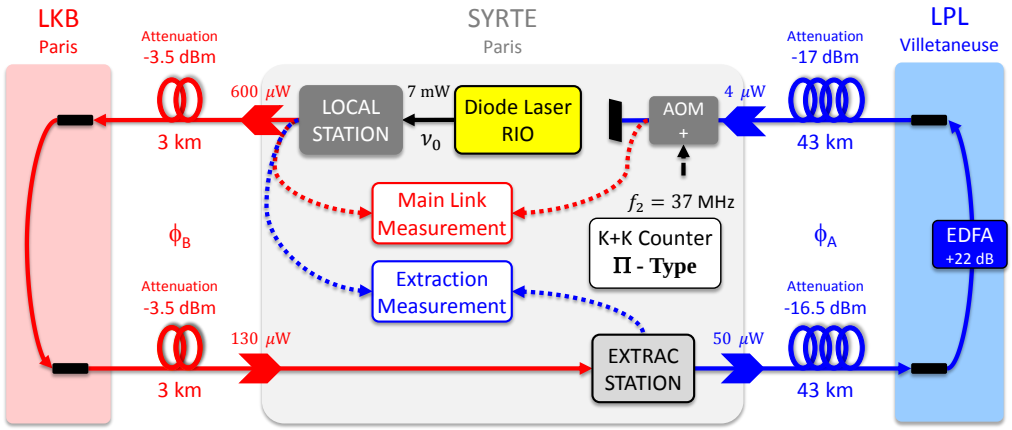
FIGURE 4.34 – Liens fibrés déployés en Île-de-France entre le SYRTE et le LKB (3 km) et le LPL (43 km). Chaque lien est constituée d'une paire de fibres court-circuitées à leurs extrémités, totalisant 92 km de lien fibré.

et de la paire de fibres longues vers le LPL (figure 4.35a). Le lien principal mesure ainsi 92 km de fibres cumulées et ses deux extrémités sont situées au SYRTE. Entre les deux paires de fibre nous avons installé au SYRTE la station d'extraction, qui se trouve donc plutôt en début de lien, après 6 km de fibre. Nous avons ensuite changé la configuration et interverti les deux paires de fibre pour que la station d'extraction soit insérée plutôt en fin de lien, après 86 km (figure 4.35b).

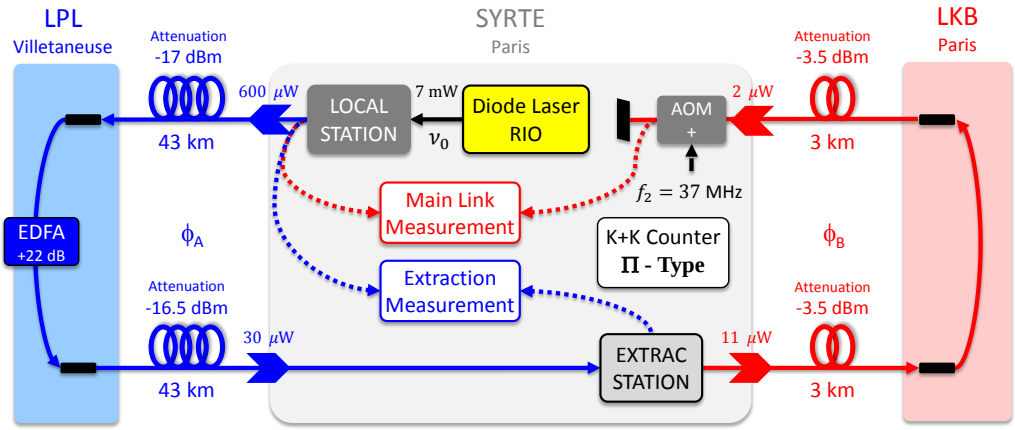
De cette manière, nous avons les signaux optiques à l'extrémité du lien et de l'extraction sur le même site, au SYRTE, et nous pouvons caractériser la compensation du bruit des deux dispositifs. Nous réalisons deux battements optiques entre le signal de référence et :

1. le signal à l'extrémité du lien pour la mesure du lien principal, représenté en pointillé rouge sur les figures 4.35a et 4.35b ;
2. et le signal en extraction, représenté en pointillé bleu.

Précédemment, la fréquence de l'AOM 1 de la station Locale était réglée à f_1 = 35 MHz et l'AOM 2 à l'extrémité du lien était réglée à f_2 = 40 MHz. Nous avons choisi ces fréquences car elles correspondaient à la fréquence optimale des AOM 1



(a) Station Extraction installée après 6 km de lien



(b) Station Extraction installée après 86 km de lien

FIGURE 4.35 – Montage expérimental avec les deux paires de fibres déployées entre le SYRTE et le LKB (3 km), et le LPL (43 km). Dans (a), le lien principal est constitué de la paire courte vers le LKB puis de la paire longues vers le LPL. La station Extraction est installée entre les deux, plutôt au début du lien, et extrait une partie du signal (en bleu). Dans (b), les paires de fibres sont interverties et l'extraction est placée plutôt à la fin du lien.

et 2. Après un aller-retour et un double passage dans ces AOM, nous détections pour la compensation du bruit sur le lien un signal de battement à la fréquence $2 \times (f_1 + f_2) = 150$ MHz, centré sur le filtre de la station Local avec une bande-passante de 10 MHz. En revanche, dans la station Extraction, le signal détecté était égal à $2 \times f_2 = 2 \times 40 = 80$ MHz tandis que le filtre passe-bande de 6 MHz est centré sur 75 MHz. Ce n'était pas optimal. Donc pour ces nouveaux essais, la fréquence f_1 a été modifiée à 39 MHz et la fréquence f_2 à 37 MHz. Ces fréquences sont légèrement décalées par rapport à la fréquence optimale des AOM. Les pertes optiques au passage des AOM ont donc légèrement augmentées mais ce problème est négligeable devant les pertes des liens fibrés. Par conséquent la détection du signal aller-retour dans le lien principal est maintenant égale à $2\times(f_1+f_2) = 152$ MHz, tandis qu'en extraction la détection du signal est égale à $2\times f_2 = 74$ MHz. Les deux détections sont ainsi dans la bande passante de leur filtre respectif. Le signal en extraction est ensuite divisé par deux donc la correction appliquée en extraction avec l'AOM 3 est aussi modifiée à $f_2 = 37$ MHz (avec la phase $\dot{\phi}_B/2\pi$). De plus, contrairement aux essais précédents, la détection des deux battements optiques End-to-End et End-to-Extraction a été réalisée simultanément avec deux *Tracking* programmés pour filtrer et diviser par 76 les fréquences de détection $f_1 + f_2 = 76$ MHz.

Dans la première configuration (figure 4.35a), l'extraction est placée en début de lien après 6 km et les pertes optiques jusqu'à l'extraction s'élèvent à -7 dB. La puissance optique du signal extrait était égale à 4.17 μW et le battement optique avec le signal de référence présentait un rapport signal sur bruit de 85 dB/Hz. Dans le cas de la deuxième configuration (figure 4.35b), le dispositif d'extraction est inséré plutôt en fin de lien, après 86 km et -11.5 dB de pertes optiques : -33.5 dB de pertes partiellement compensées par +22 dB d'amplification avec un EDFA au LPL. Ainsi la puissance du signal optique en extraction était égale à 790 nW et le battement avec le signal de référence présentait un rapport signal sur bruit de 75 dB/Hz, 10 dB plus faible que dans la première configuration. Outre les pertes optiques, le signal montant extrait après 86 km de fibre présente plus d'*accidents optiques*. C'est à dire des pics de bruit qui ne dégradent pas la statistique, car suffisamment rares, mais qui peuvent produire des sauts de phase au niveau des détections avec les *Tracking*. Ainsi les deux campagnes de mesures présentent les caractéristiques suivantes :

– **Pour l'extraction en début de lien :** un peu plus de 5 jours de me-

sure consécutifs pour le lien principal et l'extraction, avec 478654 points dont 1 point supprimé sur l'extraction ;

– **Pour l'extraction en fin de lien :** moins d'une journée de mesure pour le lien principal et l'extraction, avec 41962 points dont 0 point de supprimé, centrée essentiellement pendant la nuit car les mauvais rapports signaux sur bruit en extraction ne permettaient pas d'avoir un fonctionnement continu pendant une longue période.

Dans la première configuration, ce point supprimé correspond à un saut de phase. Considéré comme un *accident optique*, il est préférable de le supprimer pour ne pas fausser la statistique de l'ensemble des données. De plus, ce saut est comptabilisé sur le lien principal et pas sur l'extraction, ce qui signifie que c'est probablement le *Tracking* utilisé pour la mesure du End-to-End qui a introduit le saut et pas le lien optique lui-même.

Fluctuation de la phase optique

Nous présentons dans cette partie les résultats de phase obtenus dans la première configuration avec l'extraction insérée en début de lien. Pendant 5 jours consécutifs, nous avons compté toutes les secondes les battement optiques de l'extraction et du lien principal compensé avec un compteur sans temps mort (modèle FXE de la société K&K) en mode Π et un autre compteur en mode Λ, c'est à dire sans filtrage et avec filtrage respectivement (voir Annexe B). Lorsque le lien principal était libre, les battements optiques ont été comptés pendant un peu plus de 3 jours.

La figure 4.36 présente le résultat obtenu avec le compteur en mode Π du lien principal en orange (A) et de l'extraction en noir (B) lorsque le lien principal est libre, avec les fluctuations du délai de propagation sur l'ordonnée de droite en ps. Dans cette configuration l'extraction est inchangée et la détection du bruit ϕ_B continue d'être appliquée sur le signal montant extrait. Ainsi, l'extraction recopie le bruit du lien principal, et les deux dérivent de 750 ps après 5 jours. Le résultat de l'extraction a été artificiellement décalé de 100 ps pour faciliter la lecture.

Lorsque la correction de phase ϕ_C est appliquée par la station locale du lien principal, la phase à l'extrémité du lien en rouge (C) dérive de moins de 5 fs (délai de propagation en fs sur l'ordonnée de gauche), soit l'équivalent d'un cycle optique

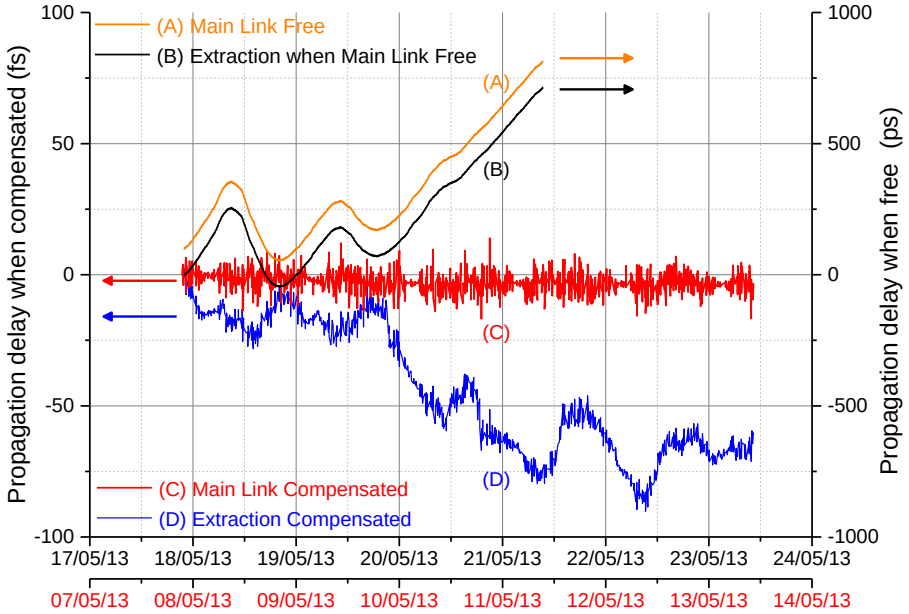


FIGURE 4.36 – Fluctuation de la phase optique dans la fibre exprimée en délai de propagation par rapport à un cycle optique. En orange (A) et en noir (B), la phase exprimé en ps sur l'axe de droite à l'extrémité du lien principal (décalée de 100 fs) et de l'extraction lorsque le lien est libre du 17 au 21 mai. Lorsqu'il est compensé du 7 au 13 mai, la phase est exprimée en fs sur l'axe de gauche avec en rouge (C) le lien principal et en bleu (D) l'extraction avec la fibre correctrice L_3.

après 5 jours de fonctionnement. Nous observons également un bruit court terme non-stationnaire. Entre 5h du matin et jusqu'à 2h du matin le jour suivant, la phase fluctue de presque 10 fs alors qu'en dehors de cette plage, la phase fluctue de moins de 2 fs. Cette plage horaire correspond à celle du métro parisien et il s'avère que certains tronçons de fibres déployées dans Paris passent à proximité du métro.

Au cours de la même période, la phase optique délivrée par le dispositif d'extraction en bleu (D) fluctue entre 2 et 10 fs sur le court terme. Nous observons également une sensibilité de la phase au cycle diurne avec une fluctuation de 25 fs par jour, et une dérive totale de 80 fs après 5 jours. Comme le coefficient de sensibilité théorique d'une fibre standard est de 37 fs/K.m, cela correspond typiquement à 70 cm de fibre non-compensée, pour un écart thermique de 1 K. Cela peut sembler beaucoup mais nous n'avons pas tenu compte de la longueur optique équivalente à l'AOM 3, la compensation a été réalisée assez grossièrement et l'interféromètre de la station Locale est loin d'être parfait.

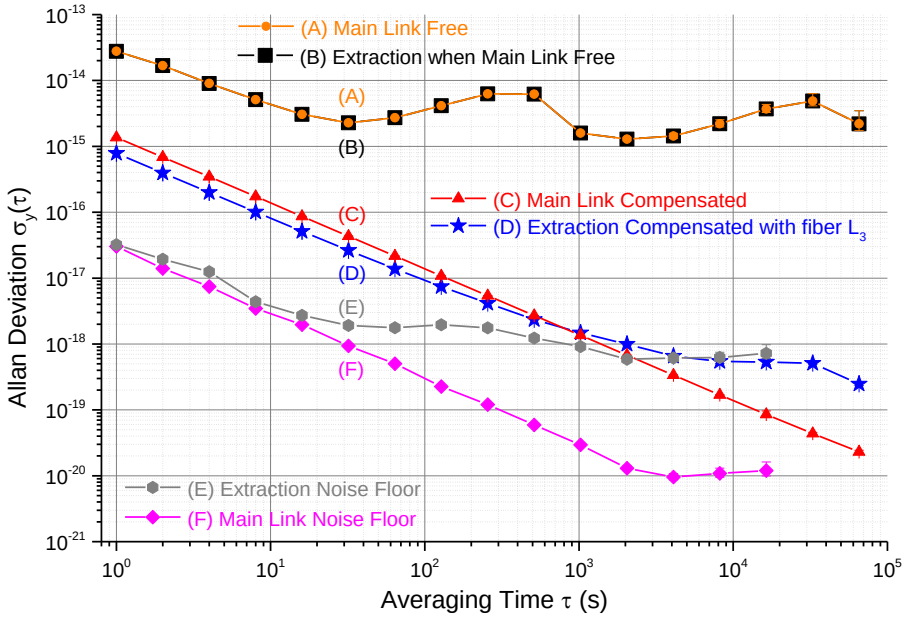
Stabilité de la fréquence optique

Les résultats présentés en phase peuvent se traduire en terme de stabilité de fréquence relative. Les données (du compteur en mode Π) ont été traitées avec l'écart-type d'Allan avec recouvrement (ADEV-Overlapping).

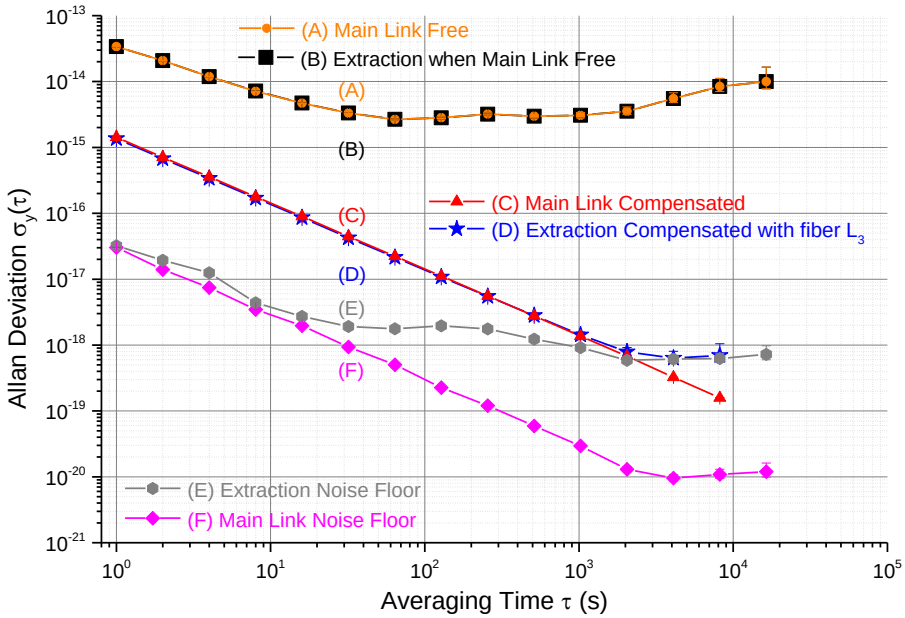
Sur la figure 4.37a (en haut), nous présentons les stabilités de fréquence obtenues avec la première configuration, lorsque l'extraction est insérée au début du lien. La source optique est une diode laser RIO asservie sur le signal d'une cavité ultrastable et sa stabilité à 1 s est autour de 2×10^{-15}. Avec le lien principal libre, ce signal transféré par la fibre est dégradé d'un ordre de grandeur avec une stabilité en ○ orange (A) de quelques 10^{-14} à 1 s après 92 km. En □ noir (B), nous avons la stabilité obtenue par le dispositif d'extraction, qui recopie parfaitement le bruit du lien libre parce que les deux mesures ont été réalisées en même temps. Nous observons sur l'ensemble de l'expérience l'effet moyen terme de la climatisation (bosse vers 10-100 s) ainsi que l'effet diurne sur le long terme (bosse vers 10000 s).

Pour la deuxième configuration, nous avons interverti les deux paires de fibre. Cette modification ne change pas le niveau de bruit du lien principal libre. Nous obtenons à l'extrémité du lien libre en ○ orange (A) et de l'extraction en □ noir (B) sur la figure 4.37b (en bas) sensiblement la même stabilité de fréquence, avec quelques 10^{-14} à 1 s d'intégration. Sur le moyen terme et le long terme, les effets cités précédemment apparaissent moins importants parce que les conditions climatiques peuvent être différentes et les données sont limitées à 40000 points centrées sur la nuit. Avec moins d'activité humaine dans la salle d'expérience, les cycles de la climatisation diminuent en amplitude et les signaux optiques dans les fibres sont moins affectés.

Lorsque le lien principal est compensé, nous relevons dans les deux configurations la même stabilité de la fréquence égale à 1.4×10^{-15} à 1 s sur les courbes en △ rouge (C) des deux figures 4.37. La pente en τ^{-1} est caractéristique du bruit blanc de phase résiduel dans le lien principal. Celui-ci n'est pas affecté par le plancher de bruit de la station Locale (ou *Noise Floor* en anglais). Pour le vérifier, nous avons remplacé le lien principal par des atténuateurs optiques. Nous avons ainsi les mêmes niveaux de puissance sur les détections optiques mais pas le bruit accumulé dans les fibres. Le résultat de la courbe en ◇ rose (F) sur les figures 4.37 correspond à ce montage. Nous avons relevé une stabilité de 3×10^{-17} et une pente en τ^{-1} jusqu'à 2000 s



(a) Station Extraction installée après 6 km de lien



(b) Station Extraction installée après 86 km de lien

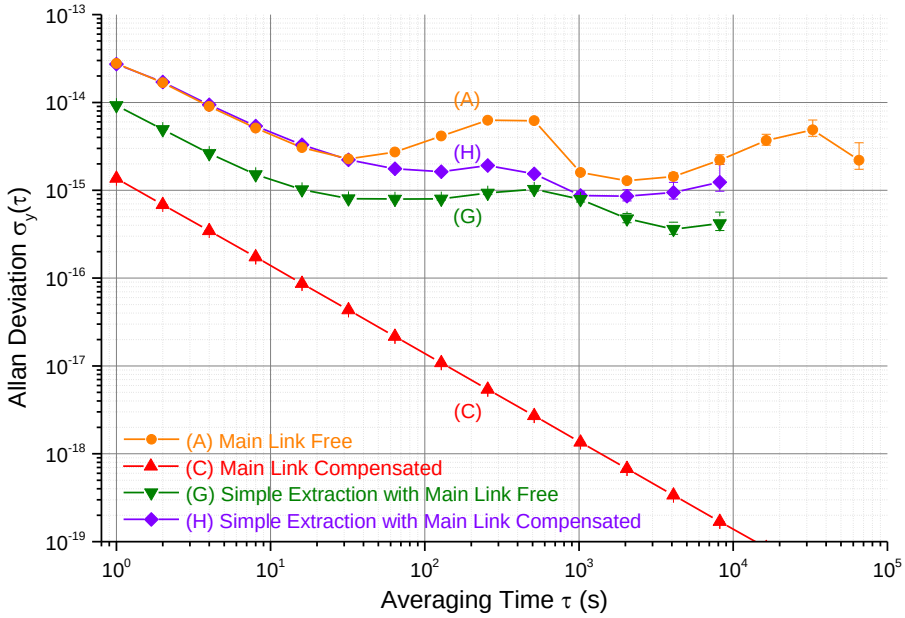
FIGURE 4.37 – Stabilité des fréquences relatives mesurées avec le compteur en mode Π et traitées avec l'écart-type d'Allan avec recouvrement lorsque (a) l'extraction est en début de lien (en haut) et (b) en fin de lien (en bas). En ○ orange (A) et □ noir (B), les stabilités du lien principal et de l'extraction lorsque le lien est libre. En △ rouge (C) le lien principal compensé et en ☆ bleu (D) l'extraction, limitée par son plancher de bruit en ⬡ gris (E). En ◇ rose (F) celui de la station Locale.

d'intégration, provenant des quelques mètres de fibres résiduelles (les atténuateurs sont par exemple fabriqués avec 1-2 m de fibre). Au-delà, nous observons le plancher de bruit de la station Locale, avec une stabilité de quelques 10^{-20}, bien plus basse que celle du lien principal. Cette limite est imposée par la partie optique de la station, et plus particulièrement par les effets diurnes sur le bras court de référence du montage interférométrique.

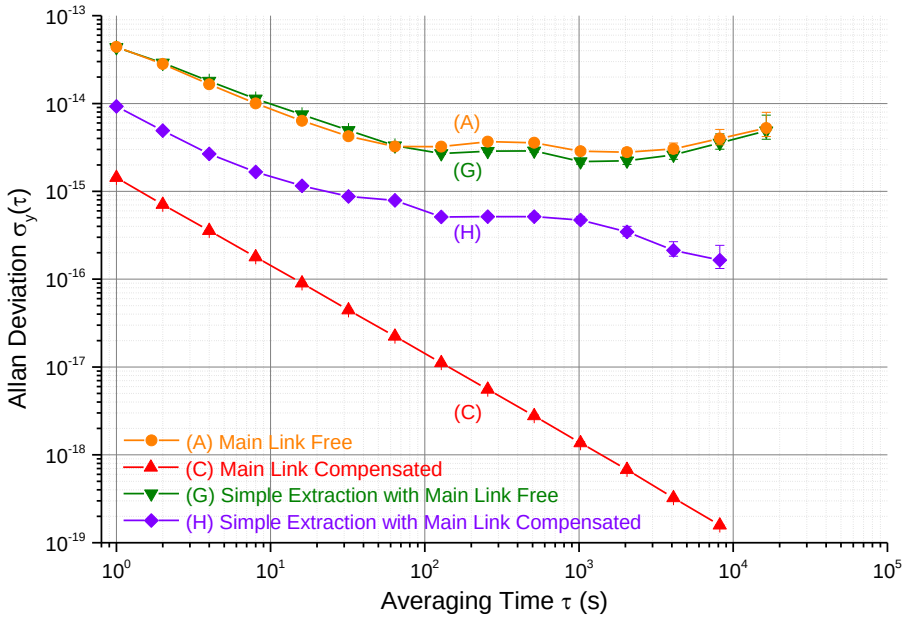
La station Extraction a été testée avec le lien principal compensé dans les deux configurations expérimentales. Dans la première, l'extraction est réalisée après 6 km et nous obtenons une stabilité de la fréquence optique extraite en ☆ bleu (D) égale à 7.9×10^{-16} à 1 s d'intégration, avec une pente en τ^{-1} jusqu'à 1000 s (voir figure 4.37a). Au-delà, nous atteignons le plancher de bruit de la station représenté en ⬡ gris (E) sur les figures 4.37 et mesuré en même temps que le plancher de bruit de la station Locale. Par rapport à la stabilité du lien principal compensé, nous relevons en extraction une stabilité plus basse d'un facteur égal à 0.58 à 1 s d'intégration. Lorsque l'extraction est réalisée après 86 km, nous obtenons une stabilité de la fréquence égale à 1.3×10^{-15} à 1 s d'intégration et nous sommes limités au-delà de 1000 s par le même niveau de plancher de bruit (en ⬡ gris (E) sur les figures 4.37). Dans cette deuxième configuration, la stabilité du lien principal est toujours égale à 1.4×10^{-15} et nous relevons un facteur égal à 0.99 par rapport à l'extraction (à 1 s d'intégration). Nous commenterons les résultats de ces deux comparaisons dans la section suivante 4.6.1.4.

Dans le but de mieux appréhender le bruit le long du lien principal, nous avons ensuite testé une extraction simple du signal montant (ayant accumulé le bruit $+\phi_A$), avec le coupleur OC 1 mais sans la correction $+\phi_B$ appliquée avec l'AOM 3 (voir figure 4.4). Par rapport aux montages précédents nous avons remplacé la détection de $2f_2 + 2\dot{\phi}_B/2\pi$ et sa division par deux par un signal synthétisé f_2 relié à l'oscillateur de la station Locale et appliqué sur l'AOM 3. Ce montage a été testé lorsque le lien principal était libre puis compensé, et toujours dans les deux configurations expérimentales : extraction en début de lien et en fin de lien. La figure 4.38 présente ces résultats supplémentaires.

Nous avons ainsi en ▽ vert (G) les stabilités de l'extraction simple sur un lien principal libre. Dans cette situation, il n'y a pas de correction $\phi_C = -\phi_A - \phi_B$ sur le lien principal et nous obtenons :



(a) Station Extraction installée après 6 km de lien



(b) Station Extraction installée après 86 km de lien

FIGURE 4.38 – Stabilité des fréquences relatives mesurées avec le compteur Π et traitées avec l'écart-type d'Allan avec recouvrement pour une extraction simple avec un coupleur OC 1 seulement (pas de correction) et réalisé (a) en début de lien (en haut) puis (b) en fin de lien (en bas). En ○ orange (A) et en ▽ vert (G), les stabilités du lien principal et de l'extraction simple lorsque le lien est libre. Lorsqu'il est compensé, en △ rouge (C) le lien principal et en ◇ violet (H) l'extraction simple.

- pour une extraction en début de lien, le bruit ϕ_A est très petit. Dans ce cas, le signal de référence est peu dégradé par le bruit ϕ_A : sur la figure 4.38a (en haut), la stabilité de l'extraction simple en $\triangledown$ vert (G) se situe entre la stabilité du lien libre en $\circ$ orange (A) et celle du lien compensé en $\vartriangle$ rouge (C).
- pour une extraction en fin de lien, le bruit ϕ_A est grand. Dans ce cas, l'extraction avec OC 1 se rapproche de la configuration du lien principal avec son coupleur en extrémité du lien principal libre : sur la figure 4.38b (en bas), la courbe en $\triangledown$ vert (G) est sensiblement égale à la stabilité du lien principal libre en $\circ$ orange (A).

Nous avons ensuite en $\diamond$ violet (H) les stabilités de l'extraction simple sur un lien principal compensé par ϕ_C. Dans cette situation, nous avons :

- pour une extraction en début de lien, le bruit ϕ_A est très petit devant la correction ϕ_C. Dans ce cas, l'extraction est sur-corrigée et la correction ϕ_C apporte plus de bruit qu'elle n'en corrige : sur la figure 4.38a (en haut), la courbe en $\diamond$ violet (H) est donc pratiquement égale à la stabilité du lien principal libre en $\circ$ orange (A) ;
- pour une extraction en fin de lien, le bruit ϕ_A est grand et on se rapproche de $\phi_C \approx -\phi_A$ car ϕ_B devient négligeable. Dans ce cas de figure, l'extraction avec OC 1 se rapproche de la configuration du lien principal avec son coupleur en extrémité du lien : sur la figure 4.38b (en bas), la courbe en $\diamond$ violet (H) se rapproche de la stabilité du lien principal compensé en $\vartriangle$ rouge (C).

En conclusion, avec une extraction simple :

- et avec un lien principal libre, nous avons intérêt à faire une extraction plutôt en début de lien pour ne pas avoir un signal trop dégradé par le bruit ϕ_A ;
- et avec un lien principal compensé avec ϕ_C, nous avons intérêt à faire une extraction simple plutôt en fin de lien pour ne pas avoir un signal sur-corrigé par ϕ_C et donc dégradé.

Nous observons ainsi tout l'intérêt de la détection en extraction de $2\phi_B$ et la correction appliquée avec l'AOM 3. Avec une extraction corrigée, nous pouvons insérer la station Extraction sur n'importe quel point du lien principal et obtenir le même niveau de stabilité, voire mieux, que celle obtenue à l'extrémité du lien principal.

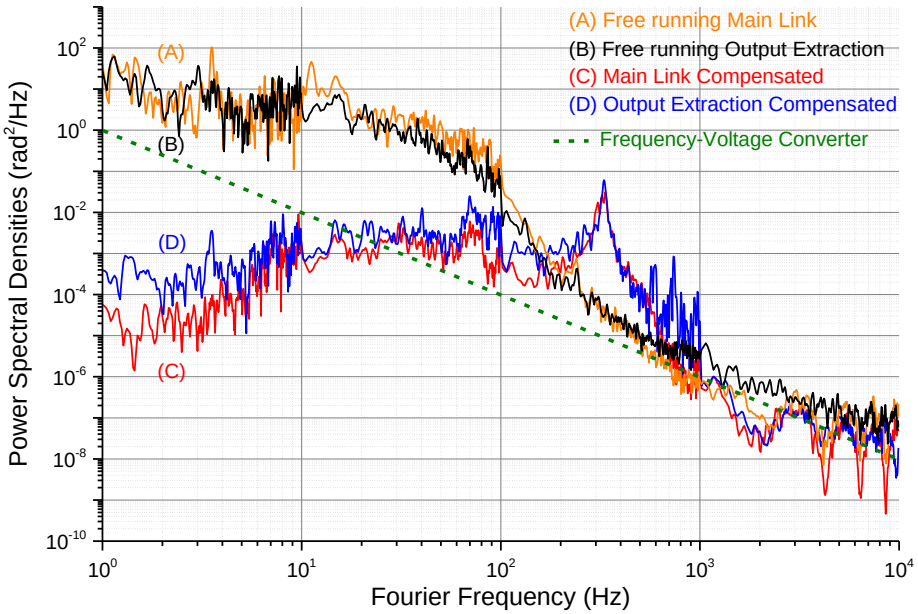


FIGURE 4.39 – Densité Spectrale de Puissance (DSP) du bruit de phase accumulé dans le lien avec l'extraction en fin de lien. En orange (A) et en noir (B), les DSP du lien principal et de l'extraction lorsque le lien est libre, supérieur au bruit du convertisseur fréquence-tension (trait pointillé vert). Lorsqu'il est compensé, en rouge (C) la DSP du lien principal et en bleu (D) la DSP de l'extraction : l'écart de bruit entre 1 et 10 Hz provient des imperfections du montage interférométrique de l'extraction.

Spectre de bruit de phase

Nous présentons dans cette partie les Densités Spectrales de Puissance (DSP) du bruit de phase mesurés avec la station Extraction en fin de lien. Les DSP pour les liens libres sont réalisées avec un mélangeur de fréquence et un convertisseur fréquence-tension. Nous rappelons sur la figure 4.39 en pointillé vert, le niveau de bruit du convertisseur environ égale à 1 rad^2/Hz avec la pente d'un bruit blanc de fréquence en $1/f^2$ pour un spectre de bruit de phase.

Au-dessus de cette ligne, nous observons le bruit du lien principal libre en orange (A) et de l'extraction en noir (B). Dans le montage expérimental précédent, le bruit de phase sur 50 km de fibres bobinées était inférieur entre 1 et 10 Hz au bruit du convertisseur (voir figure 4.33). Sur la figure 4.39, nous avons mesuré un spectre de bruit de phase supérieur à la chaîne de mesure, égale à quelques 10 rad^2/Hz. La longueur du lien principal est une première explication (92 km au lieu de 50 km).

Mais la nature du bruit est aussi différente entre 50 km de fibre bobinée et 50 km de fibre déployée en zone urbaine :

- une fibre bobinée et placée dans une salle d'expérience subira relativement peu de bruit acoustique si l'activité humaine est raisonnable. Mais elle sera sensible aux fluctuations de température car la fibre est enroulée avec une contrainte mécanique autour d'un rouleau en plastique qui se contracte et se détend sous l'effet de la température : le bruit accumulé sera donc mécanique mais d'origine thermique (très basses fréquences) ;
- une fibre déployée dans une zone urbaine sera partiellement enfouie sous terre et subira éventuellement moins les fluctuations de la température, mais sera sensible aux bruits acoustiques d'une route, d'un train et de l'activité humaine.

Nous observons sur ces spectres de bruit de phase en orange (A) et en noir (B) ce bruit acoustique important entre 1 et 10 Hz. Au-delà, nous observons un bruit thermique qui provient en partie des fibres déployées mais principalement de la station Locale et de sa sensibilité à la température.

La DSP du lien principal compensé est représentée en rouge (C) sur la figure 4.39, égale à quelques 10^{-5} rad^2/Hz à 1 Hz. Le bruit de phase est corrigé dans la limite de la bande passante relevée à 330 Hz. Cette valeur est effectivement inférieure à la fréquence de coupure, qui à une valeur maximale égale à :

$$f_C = \frac{1}{4\tau} = 564 \text{ Hz} \tag{4.36}$$

avec τ le délai de propagation égale à 440 μs dans un lien de 92 km. Avec le réglage correcte des gains proportionnel et intégral, il convient d'être en-deçà pour éviter l'oscillation de l'asservissement. Dans cette bande passante de correction, nous relevons le taux de réjection du bruit égal au rapport entre la DSP du bruit de la fibre libre S_{fiber} et la DSP du bruit du lien compensé S_{out}, égal à 10^5. La valeur théorique R_p donnée par l'équation 3.19 et rappelée ici est égale à :

$$\frac{1}{R_p(f)} = \frac{S_{out}(f)}{S_{fiber}(f)} = \frac{1}{3}\left(2\pi f\tau\right)^2 = 1.1 \times 10^{-5} \tag{4.37}$$

soit $R_p = 1.1 \times 10^5$.

En bleu (D) est représenté la DSP du signal extrait, avec un bruit légèrement supérieur au lien principal entre 1 et 10 Hz provenant du montage interférométrique.

Exactitude de la fréquence transférée

Pour le transfert d'une fréquence métrologique, nous devons également vérifier que la fréquence transférée correspond exactement à celle qui a été envoyée dans le lien, c'est-à-dire que le lien optique n'introduit pas de biais sur la fréquence. C'est ce nous appelons le critère d'exactitude du lien optique. Pour cela à partir du signal de battement End-to-End ou End-to-Extraction, nous allons évaluer le biais de fréquence à la sortie du lien et son incertitude. L'exactitude doit être déterminée avec des données indépendantes. Nous allons donc exploiter les données mesurées avec le compteur en mode Π.

Dans un premier temps, nous avons estimé le biais de fréquence et son incertitude à partir de la technique classique suivante (voir le *Guide des incertitudes de mesures* publiées par le BIPM [ISO/IEC, 2008]). On mesure le biais de la fréquence transférée y_i toutes les secondes et on regroupe les y_i par segments y_k de longueur n, avec $n = 100$ (ou 1000) :

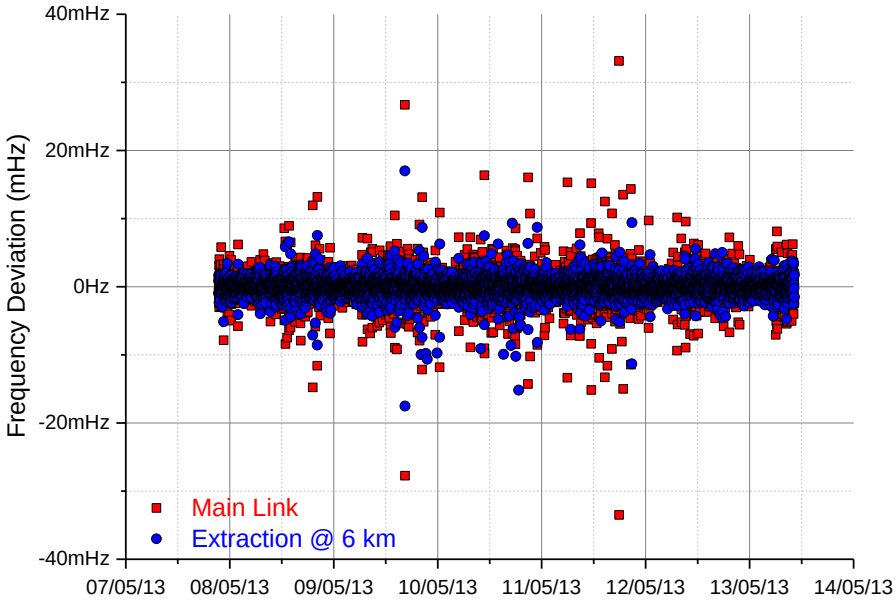
$$y_k = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n=100} y_i}{n} \right)_k \tag{4.38}$$

L'extraction en début de lien a été mesurée pendant 478654 s (moins un point supprimé), soit 4786 moyennes y_k représentées en ○ bleu sur la figure 4.40a. L'extraction en fin de lien a été réalisée sur une durée plus courte à cause de mauvais rapports signaux sur bruit. Elle a été mesurée pendant 41962 s, soit 419 moyennes y_k représentées en ○ bleu sur la figure 4.40b. Dans les deux cas, le dernier segment inférieur à 100 points a été écarté. Nous avons réalisé le même calcul pour la fréquence transférée à l'extrémité du lien principal et ces moyennes sont représentées par des □ rouges sur les figures 4.40a et 4.40b.

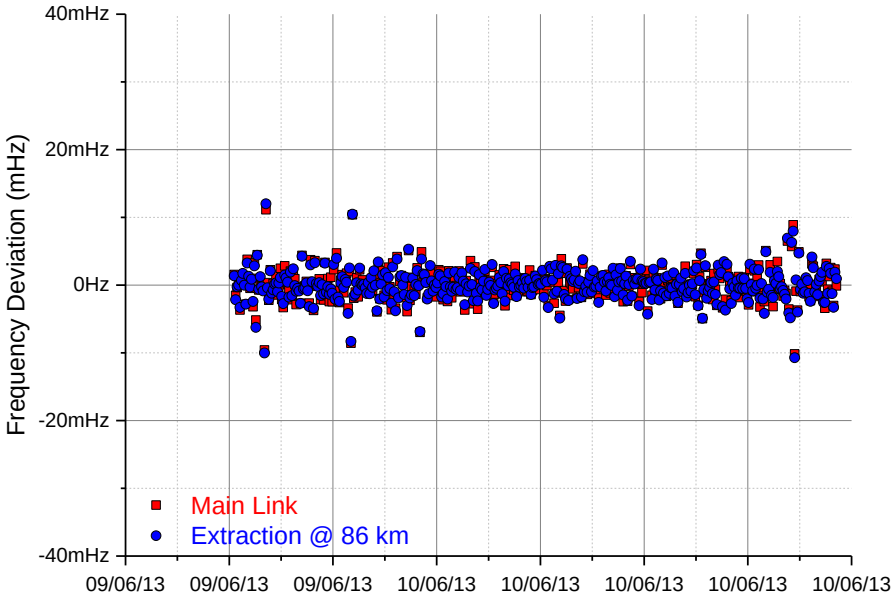
Pour calculer le décalage en fréquence de la fréquence transférée, nous calculons la grande moyenne $\overline{y}$ des moyennes y_k :

$$\overline{y} = \frac{\sum_{k=1}^{N} y_k}{N} \tag{4.39}$$

avec N le nombre de moyenne. Nous calculons ensuite l'écart-type des moyennes y_k



(a) Station Extraction installée après 6 km de lien



(b) Station Extraction installée après 86 km de lien

FIGURE 4.40 – Fréquence transférée et comptée à l'extrémité du lien (□ rouges) et en extraction (○ bleus), chaque point correspondant à la moyenne sur 100 mesures successives sur un temps de 1 s obtenues avec un compteur en mode Π lorsque (a) l'extraction est en début de lien et (b) en fin de lien. La moyenne $\overline{y}$ de ces moyennes et l'incertitude u associée donne l'exactitude du transfert.

		Moyenne $\overline{y}$	Ecart-type $\sigma_{\overline{y}}$	Incertitude u
(a)	Lien principal 6+86 km	-8.9×10^{-21}	1.2×10^{-17}	1.7×10^{-19}
	Extraction après 6 km	-1.3×10^{-19}	8.1×10^{-18}	1.2×10^{-19}
(b)	Lien principal 86+6 km	-1.0×10^{-20}	1.0×10^{-17}	5.2×10^{-19}
	Extraction après 86 km	8.8×10^{-20}	9.9×10^{-18}	5.0×10^{-19}

TABLE 4.1 – Calcul de la moyenne du biais de la fréquence transférée, de l'écart-type des segments de 100 s et de l'incertitude associée u, correspondant à l'exactitude, pour le lien principal et l'extraction lorsqu'elle est placée (a) en début de lien et (b) en fin de lien.

par rapport à la moyenne $\overline{y}$:

$$\sigma_{\overline{y}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N}(y_k - \overline{y})^2}{N-1}} \tag{4.40}$$

Nous pouvons enfin calculer l'incertitude u associée à la moyenne $\overline{y}$ en divisant cet écart-type par $\sqrt{N}$. Cette incertitude nous donne l'exactitude de la fréquence transférée à l'extrémité du lien et en extraction lorsqu'elle est (a) en début de lien après 6 km et (b) en fin de lien après 86 km. Le tableau 4.1 reprend l'ensemble de ces résultats non-pondérés, tandis que nous avons publié ces résultats pondérés dans l'article [Bercy et al., 2014]. Il n'y a pas de différence notable sur l'incertitude entre les deux calculs.

Dans la première configuration (a), nous obtenons à l'extrémité du lien principal une fréquence moyenne décalée de -8.9×10^{-21} sur 5 jours de mesure et une incertitude égale à 1.7×10^{-19}. Par rapport à ce résultat, l'extraction en début de lien présente une fréquence moyenne décalée de -1.3×10^{-19}, dégradée d'un facteur 14 par rapport au lien principal, mais une incertitude en accord, égale à 1.2×10^{-19}.

Dans la deuxième configuration (b) avec l'extraction plutôt en fin de lien, la fréquence moyenne à l'extrémité du lien principal et en extraction sont dans le même ordre de grandeur que dans la première configuration (a) : nous obtenons une fréquence moyenne décalée respectivement de -1.0×10^{-20} et de 8.8×10^{-20}. En revanche, l'incertitude est dégradée car l'écart-type est divisé par un nombre de

points $N = 419$ plus petit. Nous obtenons ainsi une exactitude de 5.2×10^{-19} pour le lien principal et de 5.0×10^{-19}, relativement proche parce que l'extraction est réalisée à la fin du lien principal.

Cependant, cette approche du calcul de l'incertitude de mesure a été développée pour des mesures affectées d'un bruit blanc de fréquence. Dans notre cas, la pente en τ^{-1} de l'écart-type d'Allan avec recouvrement pour des temps de mesure inférieurs à 1000 s (voir figure 4.37) indique que le bruit sur les mesures est un bruit blanc de phase ou un bruit de scintillation de phase, ou résulte d'une contribution de ces deux types de bruit (voir annexe A et l'article [Rubiola, 2009]). L'allure de l'écart-type d'Allan modifiée sur la figure 4.32b, avec une pente en $\tau^{-3/2}$ jusqu'à quelques dizaines de seconde, est typique d'une contribution d'un bruit blanc de phase. Dans le cas d'un bruit blanc de phase, Lee et collaborateurs (voir l'article [Lee et al., 2010]) ont montré que l'incertitude associée à la valeur moyenne était donnée par :

$$u = \frac{\sigma_{\overline{y}}}{N} \tag{4.41}$$

Nous nous attendons donc à ce que la détermination de l'incertitude en divisant l'écart-type par $\sqrt{N}$ soit une approche peut être trop conservative, qui augmente artificiellement les barres d'erreur. Pour évaluer la validité de notre approche, nous avons calculé l'exactitude avec des segments de tailles n différentes, 100 et 1000 points, et calculé les deux types d'incertitudes associées. Le tableau 4.2 reprend les résultats ainsi obtenus pour l'extraction seulement. Nous constatons que l'écart-type est affecté par la taille des segments. Cela ne devrait pas être le cas pour un pur bruit blanc de fréquence associé à l'incertitude $u = \sigma_{\overline{y}}/\sqrt{N}$ ou pour un pur bruit blanc de phase, associé à l'incertitude $u = \sigma_{\overline{y}}/N$. Nous avons effectivement observé des effets thermiques diurnes qui n'ont pas la signature d'un bruit blanc de phase pour des temps de mesure supérieurs à quelques dizaines de seconde. Afin d'obtenir une valeur assez conservative de l'exactitude, nous concluons donc que l'incertitude sur le biais de fréquence est celle obtenue plus haut, à partir de l'écart-type divisé par $\sqrt{N}$ des moyennes intégrées sur 100 s.

Pour déterminer l'exactitude, nous pouvons également choisir une deuxième approche qui repose uniquement sur le calcul de l'écart-type d'Allan à long terme. Afin de filtrer une partie du bruit, nous avons choisi d'utiliser les données mesurées avec le compteur en mode Λ (voir les articles [Lopez et al., 2015] et [Raupach et al., 2015]).

	Segment n	Nombre N	Ecart-type $\sigma_{\overline{y}}$	Incertitude $u = \sigma/\sqrt{N}$	Incertitude $u = \sigma/N$
(a) Extraction après 6 km	100	4786	8.1×10^{-18}	1.2×10^{-19}	1.7×10^{-21}
	1000	478	1.4×10^{-18}	6.8×10^{-20}	3.1×10^{-21}
(b) Extraction après 86 km	100	419	9.9×10^{-18}	5.0×10^{-19}	2.5×10^{-20}
	1000	41	1.2×10^{-18}	1.9×10^{-19}	3.0×10^{-20}

TABLE 4.2 – Calcul des moyennes et des incertitudes avec des données intégrées sur des segments de 100 et 1000 points. L'incertitude correspondant à l'exactitude est calculée avec $\sqrt{N}$ ou par N pour une exactitude moins conservative. La différence entre les résultats obtenus entre les deux longueurs de segments montre que le bruit n'est pas parfaitement blanc.

Les données mesurées ne sont pas indépendantes car les plages de mesures (de forme triangulaire) se recouvrent entre mesures adjacentes. Cependant, en moyennant les mesures successives sur des temps longs devant le temps d'une mesure individuelle, on obtient des mesures quasiment indépendantes (voir figure 4.41 et article [Rubiola et al., 2005b]). Ce moyennage est réalisée avec l'écart-type d'Allan standard (ou celui avec recouvrement), qui concatène les mesures successives pour déterminer les stabilités à des temps longs à partir des mesures effectuées avec un temps d'intégration de 1 s, par exemple.

Les figures 4.42 présentent les données du compteur Λ traitées avec l'écart-type d'Allan. L'extraction est représentée par la courbe en ☆ bleu (C) et le lien principal en △ rouge (D). L'incertitude statistique sur la valeur moyenne est donnée par le dernier point de ces stabilités. Ainsi, dans la première configuration (a) avec l'extraction en début de lien, nous relevons au temps d'intégration $\tau = 6 \times 10^4$ secondes une exactitude de 6.3×10^{-21} pour le lien principal et de 2.4×10^{-19} pour l'extraction (voir figure 4.42a). Dans la deuxième configuration (b) avec l'extraction en fin de lien, les mesures sont réalisées sur une période beaucoup plus courte et donc l'intégration des données également. Le dernier point à $\tau = 8 \times 10^3$ secondes donne l'incertitude du lien principal égale à 1.4×10^{-20} et de l'extraction égale à 7.1×10^{-19}.

Entre les deux configurations, nous relevons environ un facteur deux. L'exacti-

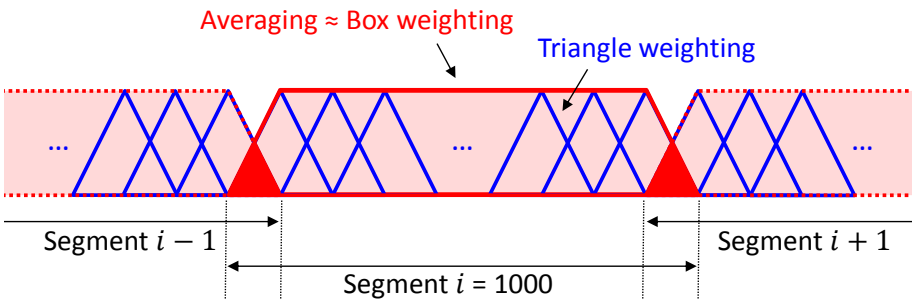
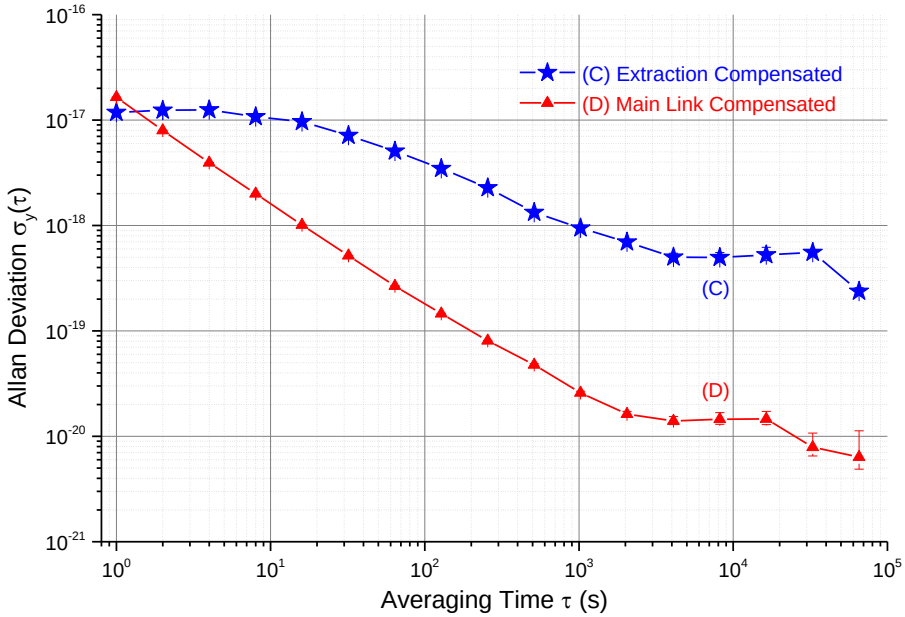


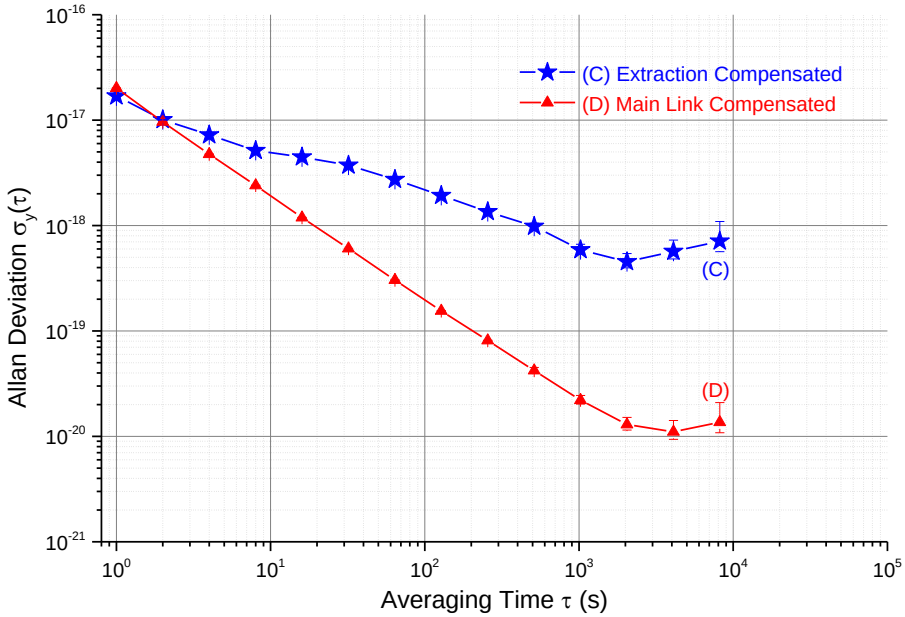
FIGURE 4.41 – Les données du compteur Λ sont comptées avec une porte triangle représentée en bleu et intégrées sur un segment i de 1000 points. On obtient ainsi un moyennage de type quasiment rectangulaire, avec des segments quasiment indépendants, seules les portions en rouge étant communes entre les segments adjacents.

tude du lien principal est artificiellement dégradée car nous estimons les exactitudes à partir d'échantillons plus petits. Nous pouvons faire la même observation pour l'exactitude du signal extrait. Dans les deux cas, le lien principal est inchangé et il a fonctionné pendant plusieurs jours. Mais la durée de l'analyse a été volontairement calqué sur celle de l'extraction, qui a fonctionné moins bien à cause de mauvais rapports signaux sur bruits des détections. Relevé au même temps d'intégration $\tau = 8 \times 10^3$ s, l'exactitude à l'extrémité du lien principal est quasiment identique pour les deux séries de mesures : elle est égale à 1.5×10^{-20} pour (a) et 1.4×10^{-20} pour (b). Cette légère différence provient de l'environnement climatique différent entre les deux configurations testées à des instants différents. Nous pouvons faire la même remarque pour l'extraction entre (a) et (b). Enfin, nous observons que l'exactitude du signal extrait est dégradée par rapport au lien principal à cause des effets thermiques sur le montage interférométrique, particulièrement visible avec les stabilités de l'extraction en ☆ bleu (C) sur les figures 4.42.

Cette approche donne des résultats très proches de ceux obtenus avec la première méthode. Cependant, elle est plus simple et est indépendante de toute modélisation du bruit. C'est pourquoi nous privilégierons cette méthode dans la suite de ce manuscrit. Nous retiendrons donc que le biais de fréquence observée en extraction est de -1.3×10^{-19} avec une incertitude 2.4×10^{-19} pour une extraction proche et de 8.8×10^{-20} avec une incertitude de 7.1×10^{-19} pour une extraction loin.



(a) Station Extraction installée après 6 km de lien



(b) Station Extraction installée après 86 km de lien

FIGURE 4.42 – Stabilité des fréquences relatives filtrées par le compteur Λ et traitées avec l'écart-type d'Allan avec recouvrement. En ☆ bleu (C), la stabilité du premier dispositif d'extraction dispositif et en △ rouge (D) la station Locale avec un lien principal de 50 km. La stabilité sur le long terme de quelques 10^{-20} donne l'exactitude des dispositifs.

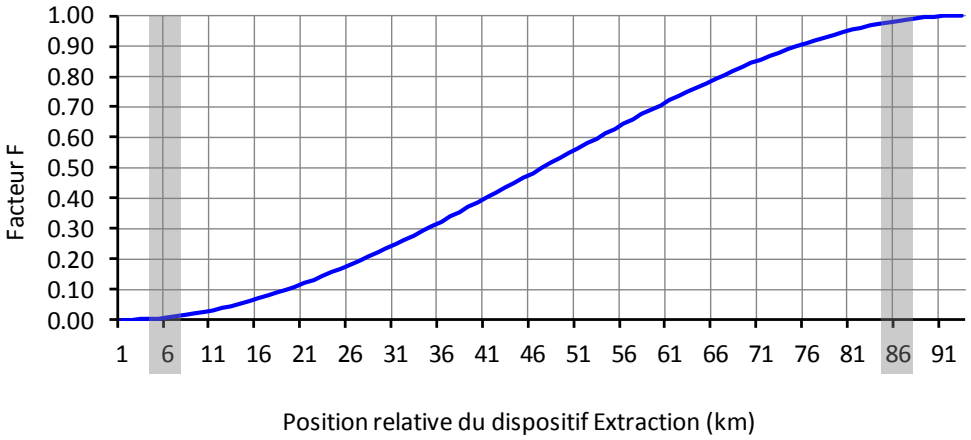


FIGURE 4.43 – Facteur F représentant la relation non-linéaire entre la DSP de bruit de phase du lien principal et la DSP du bruit de phase accumulé pour l'extraction, en fonction de la position de la station Extraction sur le lien principal de 92 km. En gris, l'extraction est placée (a) en $L_A = 6$ km et (b) en $L_A = 86$ km, avec respectivement le Facteur $F_{th} = 0.01$ et $F_{th} = 0.99$.

4.6.1.4 Confrontation du setup 1 au modèle de bruit

Dans la section 4.5, nous avons écrit le modèle de bruit et démontré la relation entre la DSP du bruit de phase du lien principal $S_{out}(f)$ et la DSP du bruit de phase accumulé pour l'extraction $S_{ext}(f)$, avec l'équation 4.32 du facteur F :

$$F = \frac{S_{ext}(f)}{S_{out}(f)} = \left(\frac{L_A}{L}\right)^2 \left(3 - 2\frac{L_A}{L}\right) \tag{4.42}$$

avec L la longueur totale du lien principal et L_A la position de la station Extraction comprise entre 0 et L. Appliqué au lien principal de 92 km, le facteur F suit la courbe non-linéaire bleue de la figure 4.43, avec en gris les deux positions prises par la station Extraction : $F = 0.01$ pour $L_A = 6$ km et $F = 0.99$ pour $L_A = 86$ km.

Nous essayons maintenant de confronter ce modèle aux résultats présentés plus haut. Le tableau 4.3 reprend les valeurs des stabilités des fréquences du signal en extrémité du lien et en extraction. Nous avons observé que la stabilité du lien principal n'était pas modifiée par la configuration du lien : dans les deux configurations (a) et (b), nous avons relevé une stabilité égale à 1.4×10^{-15}.

En extraction, nous avons relevé une stabilité différente entre les deux configurations. Dans la configuration (b), l'extraction est en fin de lien et nous obtenons

		Stabilité $\sigma_y(\tau = 1s)$
(a)	Lien principal 6+86 km	1.4×10^{-15}
	Extraction après 6 km	7.9×10^{-16}
(b)	Lien principal 86+6 km	1.4×10^{-15}
	Extraction après 86 km	1.3×10^{-15}

TABLE 4.3 – Stabilité à 1 seconde d'intégration de la fréquence relative transférée par le lien principal et l'extraction lorsque l'extraction est placée (a) en début de lien et (b) en fin de lien.

une stabilité de 1.3×10^{-15}, sensiblement égale à celle du lien principal. En revanche, dans la configuration (a), l'extraction est en début de lien et nous obtenons une stabilité de 7.9×10^{-16}, nettement meilleure que celle obtenue avec le lien principal. On peut en déduire une estimation du facteur expérimental noté $F_{exp}(\sigma^2)$ de 0,86 dans la configuration (b) et 0,32 pour (a).

Les facteurs $F_{exp}(\sigma^2)$ sont calculés avec le carré des stabilités de fréquence $\sigma_y(\tau)$ tandis que les facteurs $F_{exp}(DSP)$ sont calculés avec le rapport entre les deux DSP $S_{out}(f)$ et $S_{ext}(f)$. En effet, il est nécessaire de tenir compte du facteur carré entre $\sigma_y(\tau)$ et $S_y(f)$:

$$\sigma_y{}^2(\tau) = 2\int_0^\infty S_y(f)\frac{sin^4(\pi f\tau)}{(\pi f\tau)^2}\mathrm{d}f \tag{4.43}$$

avec f les fréquences de Fourier et τ le temps d'intégration. Le facteur devrait également pouvoir se déterminer à partir des DSP présentées sur la figure 4.39. Mais ces mesures sont sensibles aux bruits courts-termes. De plus, nous avons observé que la DSP du signal extrait était dégradée entre 1 et 10 Hz par le bruit interférométrique du dispositif d'extraction.

Nous observons dans le tableau 4.4 que les deux facteurs expérimentaux $F_{exp}(\sigma^2)$ ne sont pas parfaitement en accord avec les facteurs théoriques F_{th} mais néanmoins compatibles. Le bruit de phase le long de la fibre n'est sans doute pas homogène, notamment avec les sections proches des réseaux ferrés urbains (métro, RER,...), ce qui peut expliquer cet écart.

	F_{exp} (σ^2)	F_{th}
(a) Extraction après 6 km	0.32	0.01
(b) Extraction après 86 km	0.86	0.99

TABLE 4.4 – Facteurs expérimentaux F_{exp} relevés entre les stabilités à 1 seconde ${\sigma_y}^2(\tau)$ du lien principal et de l'extraction compatible avec la valeur théorique F_{th} lorsque l'extraction est placée (a) en début de lien après 6 km et (b) en fin de lien après 86 km.

4.6.2 Setup 2 : pour une utilisation distante du signal

Le premier dispositif offre de bonnes performances pour l'extraction et la distribution locale d'un signal optique de référence à partir de n'importe quel point du lien principal. Néanmoins nous avons vu que ce type de dispositif peut être limitant sur des stabilités longs termes affectées par des effets thermiques. Le point d'utilisation du signal métrologique peut également être distant du point d'extraction. Pour ces besoins particuliers, nous proposons un deuxième dispositif dont les résultats préliminaires sont présentés dans cette section.

4.6.2.1 Montage expérimental

Le montage expérimental a été réalisé avec le même lien principal que celui employé précédemment. Les modifications apportées sont mineures. La fréquence de l'AOM 1 qui décale et corrige le signal de référence au départ du lien est maintenant égale à f_1 = 37 MHz et la fréquence de l'AOM 2 qui décale le signal à l'extrémité du lien est égale à f_2 = 38 MHz. Nous verrons dans la suite que la modification de ce dernier AOM est motivée par l'électronique de la station Extraction.

Après un aller-retour, la détection reste égale à $2 \times (f_1 + f_2)$ = 150 MHz, avec le bruit de phase accumulé $2 \times (\phi_A + \phi_B)$. La boucle à verrouillage de phase avec l'oscillateur local permet d'obtenir la correction $\phi_{C1} = -\phi_A - \phi_B$ appliquée sur le signal optique via le premier AOM 1. Nous avons ainsi à l'extrémité du lien principal le signal optique de référence à la fréquence $\nu_0 + f_1 + f_2$ corrigé du bruit de phase accumulé dans le lien.

Source optique

La station Locale du lien principal ne possède pas sa propre source optique. Il est nécessaire de disposer d'une source extérieure avec une puissance optique en entrée suffisante pour le fonctionnement du lien principal (au minimum 5 mW pour un lien de 50 km). Pour les essais sur bobine du premier dispositif d'extraction présentés dans la section 4.6.1.2, nous avions utilisé le laser Koheras du LPL. Il était asservi sur le signal de référence stabilisé sur une cavité ultrastable, transféré jusqu'au LPL via une fibre dédiée. Ce laser et son dispositif d'asservissement ont depuis été déménagés au SYRTE. Nous avons donc directement utilisé le signal de référence du SYRTE transféré via la fibre et amplifié au LPL avec un EDFA. Ce signal, initialement stable à quelques 10^{-15}, est dégradé par la fibre optique qui n'est pas compensée. Néanmoins le bruit accumulé est en mode commun (partiellement) pour l'expérience menée au LPL et ne sera pas démodulé par les liens construits avec des bobines fibrées.

Montage optique de la station Extraction

La station Extraction s'insère sur le lien principal avec les connecteurs I/O A et I/O B (Input/Output) de la figure 4.44a. La station doit permettre d'asservir une diode laser locale sur le signal montant extrait. La puissance optique de cette diode permet ensuite de disséminer le signal métrologique à travers un lien secondaire compensé (voir figure 4.23). L'asservissement de la diode laser et la compensation du lien sont réalisés avec un même oscillateur local. Les montages optiques et électroniques présentés permettent à la station d'être indépendante du bruit de son oscillateur local.

Dans la partie notée ① en bleu en haut de la figure, nous retrouvons le montage du premier dispositif, avec le coupleur OC 1 qui permet d'extraire 50% du signal montant ν_+ et 50% du signal descendant ν_-. Avec OC 2, nous réalisons un premier battement optique entre ces deux signaux pour détecter avec la photodiode PD 1 le signal $f_{PD1} = 2f_2 + 2\dot{\phi}_B/2\pi$. Un deuxième battement est réalisé avec le coupleur OC 4 entre le signal montant ν_+ et 10% du signal de la Diode Laser ν_{DL}. La distribution de la puissance optique de la diode laser est représentée en jaune et notée ②

sur la figure. Ces deux battements et la chaîne électronique détaillée dans la suite permettent d'asservir la diode laser sur le signal métrologique extrait.

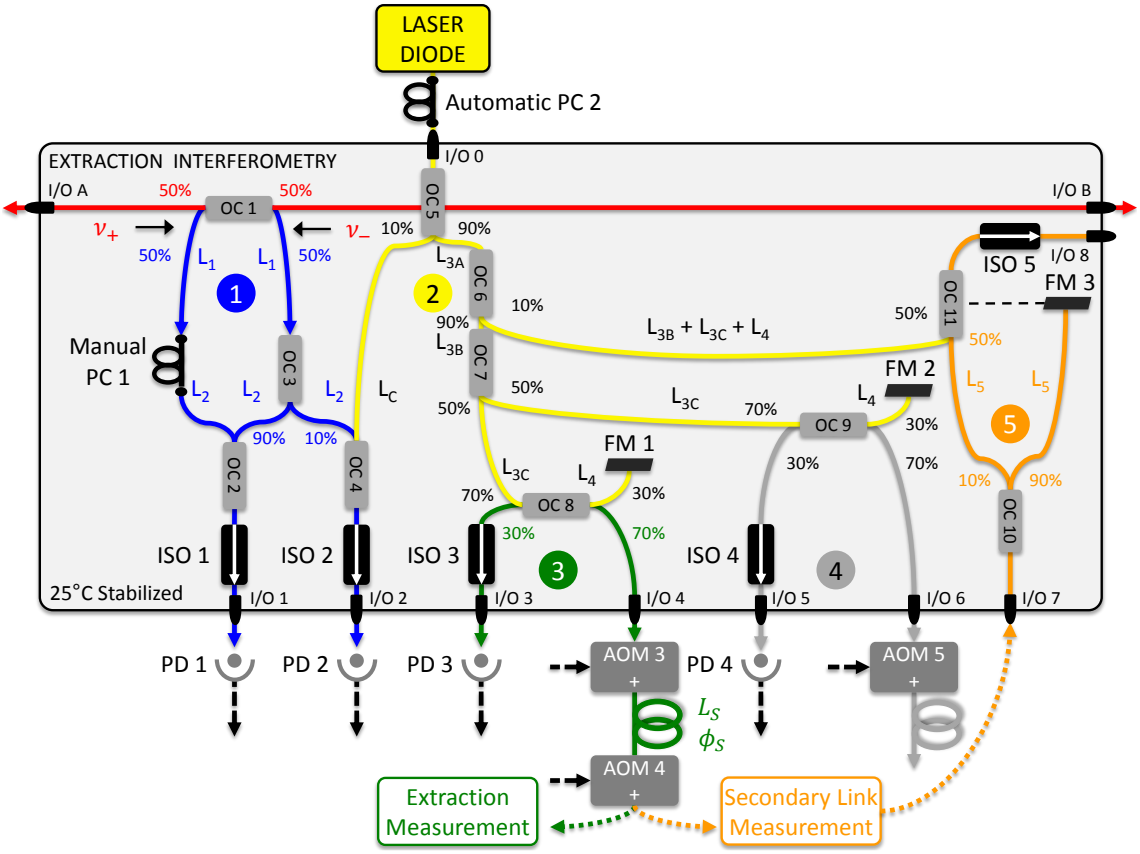
La partie notée ③ et représentée en vert correspond au montage interférométrique du premier lien secondaire. Pour discriminer le bruit de phase ϕ_{S1} accumulé dans le lien secondaire, nous réalisons un battement entre le signal de la diode laser réfléchi par FM 1, et le signal aller-retour de la fibre notée L_{S1}. La partie notée ④ en gris est un deuxième lien secondaire avec le même montage interférométrique mais qui ne sera pas utilisé pour ces essais.

Enfin la partie notée ⑤ en orange permet de réfléchir le signal du lien secondaire. A ce titre, le miroir de Faraday FM 3 est considéré comme l'extrémité du lien. Pour mesurer sa stabilité et son exactitude, 10% du signal à l'extrémité est utilisé pour battre avec le signal de référence en jaune. Cette configuration du lien secondaire ne correspond pas à une utilisation en conditions réelles, mais elle permet ici de vérifier la compensation du bruit. Pour que la mesure ne soit pas dégradée, les longueurs des fibres vers le miroir de Faraday FM 3 et vers le coupleur OC 11 doivent être égales à L_5 et idéalement positionnées côte à côte pour accumuler le même bruit.

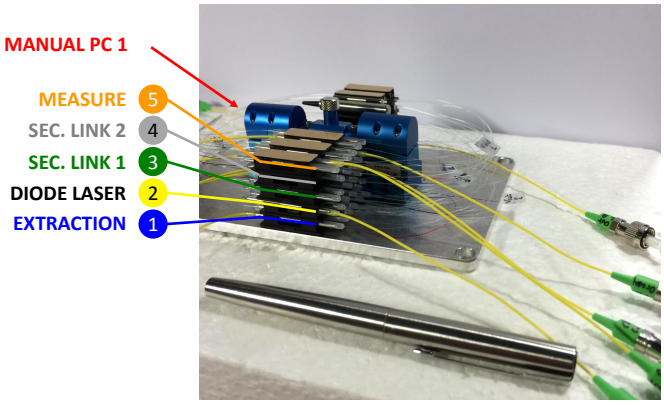
De même, nous avons vu dans la section 4.4.2.2 que la fibre de longueur L_C située entre les coupleurs OC 4 et OC 5 permet de détecter et compenser passivement le bruit (principalement thermique) accumulé dans le bras droit de l'extraction $L_1 + L_2$ et dans les fibres jaunes $L_{3A} + L_{3B} + L_{3C} + L_4$. Nous avons donc :

$$L_C = L_1 + L_2 + L_{3A} + L_{3B} + L_{3C} + L_4 = 208 \text{ cm} \tag{4.44}$$

D'une manière générale, pour réduire ces effets thermiques, l'ensemble du montage optique est compact, avec des longueurs de fibre minimales, et placé dans une enceinte en dural (alliage d'aluminium et de cuivre) avec une température activement stabilisée à 25°C. Nous pouvons observer sur la figure 4.44b le montage assemblé sur le support en dural, avec les 5 étages de composants correspondant aux 5 fonctions décrites précédemment. Au centre, nous avons un contrôleur de polarisation manuel (*PC 1* sur la figure 4.44a), réglable depuis l'extérieur de l'enceinte grâce à un manche qui prolonge la vis du contrôleur vers l'extérieur de l'enceinte, à travers une fente. Ce contrôleur permet d'ajuster la polarisation du signal descendant et de maximiser le battement détecté sur PD 1.



(a) Schéma du montage optique de la station Extraction



(b) Photographie du montage optique de la station Extraction

FIGURE 4.44 – Montage optique de la station Extraction, avec ① l'extraction des signaux montant ν_+ et descendant ν_-, ② le battement de la diode laser avec ν_+ et la distribution de la puissance optique vers les liens secondaires ③ et ④. La partie ⑤ permet de réfléchir le signal à l'extrémité d'un lien secondaire avec FM 3 et de mesurer sa stabilité en sortie I/O 8. OC : Coupleur Optique ; ISO : Isolateur Optique ; FM : Miroir de Faraday ; PC : Contrôleur de Polarisation.

Montage électronique de la station Extraction

Le montage électronique décrit avec la figure 4.45 est la combinaison de trois fonctions :

1. le signal montant extrait ν_+ est sur-corrigé par ϕ_C avec une phase résiduelle égale à $\phi_C + \phi_A = -\phi_B$. Une partie du montage électronique permet de réaliser la même fonction que le premier dispositif : détecter ce bruit de phase résiduel ϕ_B pour qu'il soit retranché ;
2. la deuxième fonction du montage est de réaliser l'asservissement de la diode laser sur le signal montant extrait ν_+ corrigé du bruit résiduel ϕ_B ;
3. et la dernière fonction est de compenser activement le lien secondaire en suivant le même principe que celui appliqué au lien principal.

Les trois fonctions sont inter-dépendantes. La diode laser serait asservie sur un signal dégradé si nous ne détectons pas le bruit ϕ_B et la compensation du lien secondaire nous permet aussi de supprimer le bruit de l'oscillateur utilisé pour l'asservissement de la diode laser.

Le bruit de phase résiduel ϕ_B est obtenu avec la composante soustractive du battement optique entre le signal montant ν_+ et le signal descendant ν_-. Il est détecté par la photodiode PD 1 et donne :

$$f_{PD1} = \nu_- - \nu_+ = 2 \times f_2 + 2 \times \dot{\phi}_B / 2\pi \tag{4.45}$$

avec f_2 la fréquence de l'AOM 2 sur le lien principal égale à 38 MHz. Ce battement est filtré par un filtre passe-bande large de 10 MHz et centré sur 75 MHz, puis amplifié avec un ampli-log. Il est ensuite filtré étroitement à 100 kHz et divisé par 2 avec un *Tracking*. Nous obtenons ainsi :

$$f_{PD1}/2 = f_2 + \dot{\phi}_B / 2\pi \tag{4.46}$$

Concernant la diode laser, sa fréquence optique est égale à :

$$\nu_{DL} = \nu_0 + f_1 + f_2 + f_{DL} + \dot{\phi}_{DL} / 2\pi \tag{4.47}$$

avec ϕ_{DL} la phase de la Diode Laser et f_{DL} la fréquence balayée sur 3 GHz pendant

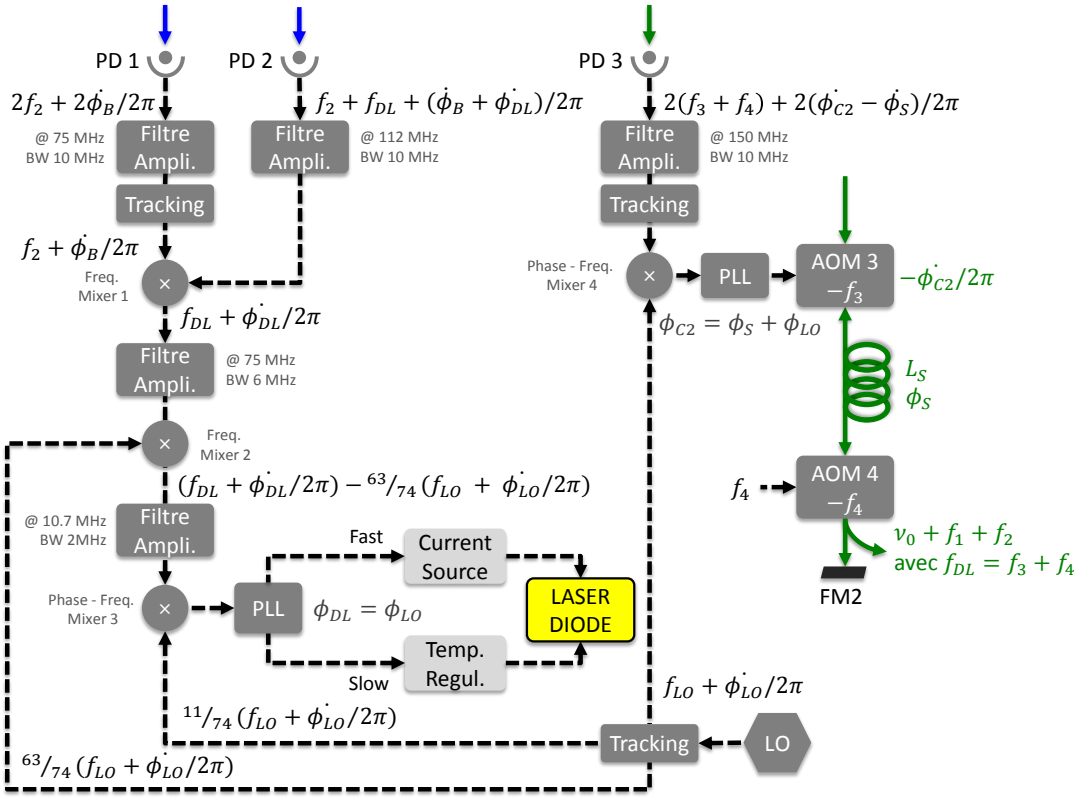


FIGURE 4.45 – Montage électronique de la station Extraction avec la détection sur PD 1 du battement entre le signal montant ν_+ et descendant ν_-, mélangé sur Mixer 1 avec la détection sur PD 2 du battement entre ν_+ et la diode laser 1. Un dernier mélange en phase sur Mixer 3 avec l'oscillateur local LO permet d'asservir le laser sur ν_+. Le bruit de LO est retranché avec la correction ϕ_{C2} du lien secondaire. LO : Oscillateur local ; PD : Photodiode ; PLL : Boucle à verrouillage de phase.

la recherche de l'asservissement et égale à $f_3 + f_4 = 74$ MHz lorsque la diode laser est effectivement verrouillée sur le signal montant ν_+. Son asservissement est obtenu avec le battement f_{PD2} détecté par la photodiode PD 2 de fréquence :

$$f_{PD2} = \nu_{DL} - \nu_+ = f_2 + f_{DL} + (\dot{\phi}_B + \dot{\phi}_{DL})/2\pi \tag{4.48}$$

avec $f_2 + f_{DL} = 112$ MHz lorsque la diode laser est verrouillée sur ν_+. Le battement est filtré par un passe-bande large de 10 MHz centré sur 112 MHz et amplifié avec un amplificateur VGA (de l'anglais *Variable Gain Amplifier*) pilotable par un microprocesseur.

Ces deux premiers signaux sont mélangés sur le premier mixeur en fréquence, permettant ainsi de retrancher le bruit ϕ_B au deuxième battement f_{PD2} tel que :

$$f_{PD2} - f_{PD1}/2 = f_{DL} + \dot{\phi}_{DL}/2\pi \tag{4.49}$$

Ces mixeurs sont des composants non-linéaires qui produisent des intermodulations indésirables entre les harmoniques, en plus du mélange qui nous intéresse. Lors d'un premier réglage, l'AOM 2 à l'extrémité du lien principal était réglé à 37 MHz. En entrée, sur le premier mixeur, nous avions les porteuses $f_2 = 37$ MHz et $f_2 + f_{DL} = 112$ MHz. En sortie nous avions la composante soustractive de ce mélange à 75 MHz ainsi qu'une intermodulation entre l'harmonique 5 de f_2 et l'harmonique 1 de f_2+f_{DL}. Cette intermodulation à 73 MHz ($5 \times 37 - 112$ MHz) était faiblement atténuée par rapport au mélange principal et elle était peu filtrée par le filtre passe-bande centré sur 75 MHz qui suit le mixeur. Nous avons donc choisi la fréquence de l'AOM 2 égale à $f_2 = 38$ MHz. Pour éviter que l'asservissement de la diode laser soit perturbé par des fréquences parasites, nous observons ici qu'il est nécessaire de prévoir et calculer la fréquence f_2 de l'AOM 2 du lien principal et la fréquence de l'asservissement f_{DL} par rapport aux détails techniques des mixeurs en fréquence.

Avec le choix de $f_2 = 38$ MHz, la fréquence $f_{DL} = 74$ MHz, en sortie du mixeur, est filtrée par un passe-bande plus étroit que précédemment et centré sur 75 MHz, tandis que l'intermodulation parasite à 78 MHz (5×38−112 MHz) est partiellement atténuée par ce filtre. Pour filtrer plus finement, nous réalisons ensuite une conversion vers le bas (ou *down-conversion*) avec un deuxième mixeur en fréquence et une fréquence provenant de notre oscillateur local, égale à $63/74\left(f_{LO} + \dot{\phi}_{LO}/2\pi\right)$. La sélection de la partie soustractive du mélange donne :

$$\left(f_{DL} + \dot{\phi}_{DL}/2\pi\right) - \frac{63}{74}\left(f_{LO} + \dot{\phi}_{LO}/2\pi\right) \tag{4.50}$$

correspondant à un signal dont la fréquence est égale à 11 MHz si f_{LO} et f_{DL} sont égaux à 74 MHz. Nous pouvons ainsi utiliser un filtre passe-bande très étroit de 2 MHz et centré sur 11 MHz. Ramené à l'échelle des signaux optiques à 194 THz, nous filtrons avec un passe-bande dont l'ordre de grandeur est 10^8 plus petit. Concernant l'intermodulation parasite partiellement atténuée à 78 MHz, la *down conversion* la ramène à 15 MHz, qui est ensuite complètement supprimée par le filtre à 11 MHz.

Le battement proprement filtré est alors mélangé en phase sur un mixeur phase-fréquence avec l'oscillateur local égale à $11/74\left(f_{LO} + \dot{\phi}_{LO}/2\pi\right)$. En sortie nous obtenons un signal d'erreur, dont les excursions correspondent au bruit de phase ϕ_{DL} de la diode Laser par rapport au signal ν_+ (à f_{DL} =74 MHz près). La boucle à verrouillage de phase (PLL), dont la référence est l'oscillateur local LO, permet de maintenir autour de zéro le signal d'erreur du mélange en phase entre **le battement de la diode laser avec** $\nu+$ <u>et</u> **l'oscillateur local**. Cette PLL est constituée d'une combinaison d'un gain proportionnel et de deux intégrateurs permettant d'obtenir :

- une correction en température : pour balayer la diode laser sur 3 GHz et, une fois asservie, avoir une correction lente ;
- et d'une correction en courant pour les corrections rapides.

La difficulté de l'asservissement est d'activer les intégrateurs au bon moment, permettant de *forcer* le signal d'erreur vers zéro et donc de verrouiller la diode laser sur le signal montant ν_+. Il faut donc activer les intégrateurs lorsque nous sommes dans la plage linéaire du mélangeur en phase, c'est à dire lorsque le battement $f_{PD2} - f_{PD1}/2$ après la *down conversion* est au plus près de $11/74\left(f_{LO} + \dot{\phi}_{LO}/2\pi\right)$, soit 11 MHz avec f_{LO} = 74 MHz. Pour réussir le verrouillage, le processus logiciel de la station Extraction est le même que celui des stations Régénératrices :

1. la commande en température est balayée rapidement pour que la fréquence f_{DL} soit balayée sur 3 GHz : cela signifie que la fréquence optique de la Diode Laser ν_{DL} est balayée sur 3 GHz et donc le battement f_{PD2} avec ν_+ aussi ;
2. lorsque le mélange sur le premier mixeur donne $f_{PD2} - f_{PD1}/2 \approx 74$ MHz, le mélange est détecté dans le filtre large de 10 MHz et centré sur 75 MHz : la commande en température est alors balayée lentement autour de cette zone ;
3. lorsque le mélange sur le deuxième mixeur est détecté dans le dernier filtre fin, centré sur 11 MHz, alors la boucle à verrouillage de phase est activée.

Le signal d'erreur de la PLL est alors ramené autour de zéro : nous avons donc la fréquence de la Diode Laser $f_{DL} = f_{LO}$ et la phase ϕ_{DL} en phase avec le signal de référence ν_0. Comme l'oscillateur local LO introduit ses dérives et son bruit de phase ϕ_{LO} dans l'asservissement de la diode laser, nous obtenons $\phi_{DL} = \phi_{LO}$, de telle sorte que la fréquence optique s'écrit :

$$\nu_{DL} = \nu_0 + f_1 + f_2 + f_{DL} + \dot{\phi}_{LO}/2\pi \tag{4.51}$$

La solution consiste maintenant à utiliser le même oscillateur pour compenser le bruit de phase du lien secondaire. La correction de ce lien est réalisée comme celle du lien principal. Avec le coupleur OC 8 de la figure 4.44a, nous réalisons un battement entre le signal aller-retour dans le lien secondaire ν_{RT} (RT pour *Round-Trip*) et le signal de la Diode Laser ν_{DL} réfléchi par le miroir FM 1. Nous détectons ainsi le bruit de phase aller-retour $2\phi_S$ avec la photodiode PD 3 tel que :

$$f_{PD3} = \nu_{DL} - \nu_{RT} = 2 \times (f_3 + f_4) + 2 \times \left(\dot{\phi}_{C2}/2\pi - \dot{\phi}_S/2\pi\right) \tag{4.52}$$

avec f_3 et f_4 les fréquences des AOM 3 et 4 du lien secondaire (utilisés en ordre -1) et $2\phi_{C2}$ la correction de phase appliquée avec l'AOM 3. Ce signal est filtré, amplifié, puis divisé et filtré finement par un *Tracking*. Le signal est ensuite mélangé avec l'oscillateur local LO sur le mixeur phase-fréquence 2. Pour limiter les excursions trop importantes par rapport à la plage linéaire du mélangeur, le signal f_{PD3} peut être divisé, par exemple par 30. Ce facteur de division est ensuite ajusté en fonction du lien et de son bruit. Il faut donc adapter le signal de l'oscillateur LO en conséquence pour que le signal d'erreur en sortie du mélangeur soit autour de zéro lorsque la boucle PLL du lien secondaire est verrouillée. Le montage Proportionnel-Intégrateur (PI) de cette boucle permet d'obtenir la correction de phase égale à $\phi_{C2} = \phi_S + \phi_{LO}$, avec $f_3 + f_4 = f_{LO}$. En tenant compte de l'ordre -1 de l'AOM 3, la correction appliquée au signal optique s'écrit :

$$f_C = -\left(f_3 + \dot{\phi}_{C2}/2\pi\right) = -f_3 - \dot{\phi}_S/2\pi - \dot{\phi}_{LO}/2\pi \tag{4.53}$$

Par conséquent, le bruit de phase de l'oscillateur local ϕ_{LO} inséré dans l'asservissement de la diode laser est retranché avec la correction de phase ϕ_{C2} du lien secondaire. Finalement, nous obtenons à l'extrémité du lien secondaire le signal optique de la diode laser égale à :

$$\begin{aligned} \nu_{DL} &= \nu_0 + f_1 + f_2 + f_{DL} - f_3 - f_4 + \dot{\phi}_{LO}/2\pi - \dot{\phi}_{C2}/2\pi + \dot{\phi}_S/2\pi \\ &= \nu_0 + f_1 + f_2 \end{aligned} \tag{4.54}$$

avec $f_{DL} = f_3 + f_4$ et $\phi_{C2} = \phi_S + \phi_{LO}$, soit un signal optique insensible au bruit de l'oscillateur de la station Extraction et insensible au bruit du lien.

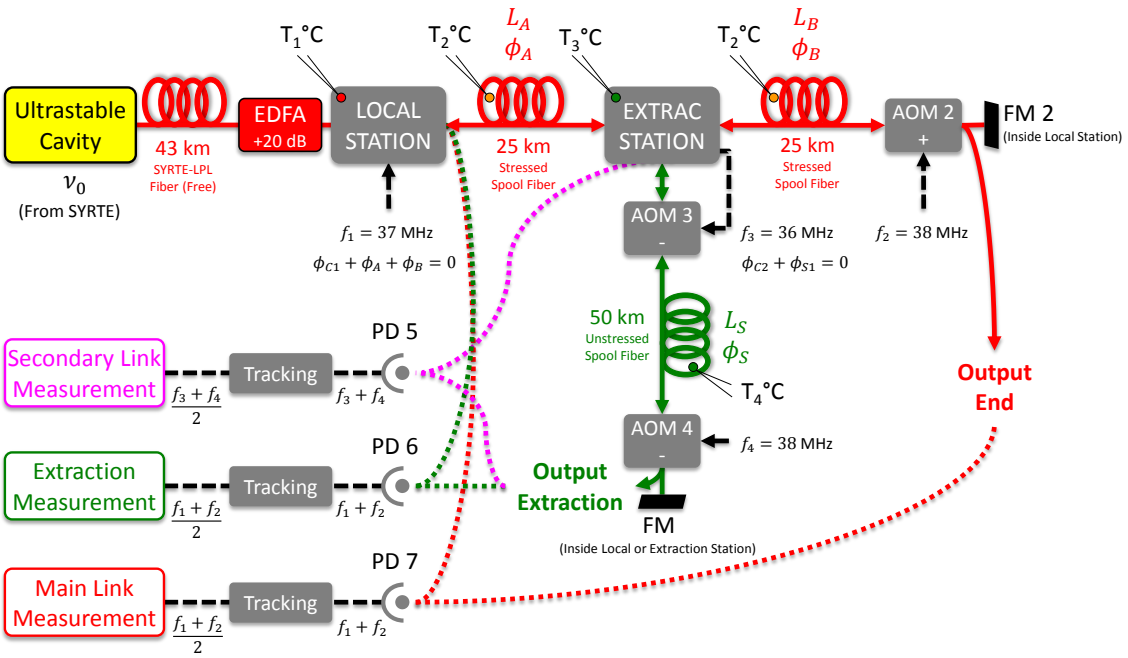


FIGURE 4.46 – Montage expérimental de la station Extraction insérée à mi-chemin du lien principal de 50 km de bobines fibrées. Le signal de référence du SYRTE ν_0 est disséminé vers le lien secondaire de 50 km de bobines fibrées non-contraintes. À l'extrémité du lien principal et du lien secondaire, les signaux sont détectés par rapport à ν_0 (en pointillé rouge et vert) et par rapport à la diode laser (en pointillé rose). Les *Tracking* permettent de filtrer et diviser par 2 ces signaux.

4.6.2.2 Résultats expérimentaux sur bobine

Après une présentation du montage expérimental, nous commenterons les résultats préliminaires de la station Extraction obtenus pour le transfert de la phase optique, la stabilité et l'exactitude des fréquences transférées, ainsi que les spectres de bruit.

Description du montage sur bobine

Après l'amplificateur EDFA, la station Locale reçoit en entrée environ 5 mW. Cette puissance optique est distribuée entre les différentes fonctions du montage interférométrique de la station, avec environ 200 μW pour le lien principal (après l'AOM 1). Sur la figure 4.46, nous avons représenté l'ensemble du dispositif testé au

LPL avec les deux liens construits avec plusieurs bobines fibrées de 25 km :

- **le lien principal en rouge** est constitué de deux bobines fibrées de 25 km : ces bobines fibrées sont enroulées et contraintes autour d'un rouleau. L'effet contraint est susceptible de provoquer une importante sensibilité thermique et acoustique par rapport à une fibre déployée (voir les explications à la section 4.6.1.3). L'ensemble est donc protégé par du papier bulle et placé dans un carton.
- **et le lien secondaire en vert** de 50 km de fibre enroulée mais non-contrainte : la fibre est délicatement enroulée sur elle-même, sans rouleau, et simplement maintenu dans cette position sans contrainte mécanique. Cette fibre non-contrainte se rapproche, d'un point de vue mécanique, d'une fibre déployée. Mais elle demeure sensible aux effets thermiques de la climatisation car elle n'est pas enfouie (voir annexe D).

A l'extrémité du lien, l'AOM 2 décale le signal optique de +38 MHz. En sortie *Output End*, le signal optique est donc décalé de $f_1 + f_2 = 75$ MHz par rapport à la fréquence optique ν_0. Le miroir FM 2 qui réfléchit le signal se trouve dans le montage interférométrique de la station Locale (voir figure 4.28).

La nouvelle station Extraction est placée à mi-chemin du lien principal. La diode laser est asservie sur le signal montant, avec une fréquence décalée de $f_1 + f_2 + f_{DL} = 149$ MHz par rapport à la fréquence optique ν_0. La puissance optique délivrée par la diode laser permet de disséminer le signal de référence à travers un lien secondaire. Le bruit de phase accumulé le long des 50 km du lien secondaire est compensé par la correction $-\left(f_3 + \dot{\phi}_{C2}/2\pi\right)$ avec $f_3 = 36$ MHz appliquée avec l'AOM 3 (ordre -1). Le dernier AOM 4 décale la lumière de la fréquence $-f_4$ avec $f_4 = 38$ MHz, ordre -1. Finalement à l'extrémité du lien secondaire, le signal optique est décalé de $f_1 + f_2 = 75$ MHz par rapport à ν_0, comme à l'extrémité du lien principal. Pour réfléchir le signal optique à l'extrémité du lien secondaire, nous avons réalisé deux montages différents :

1. nous pouvons utiliser le miroir FM 3 présent dans la station Extraction (voir figure 4.44) : nous mesurons le signal à l'extrémité du lien secondaire par rapport au signal de la diode laser, représentée en pointillé rose sur la figure 4.46 ;
2. et nous pouvons utiliser le miroir FM 3 présent dans la station Locale (voir figure 4.28) : nous mesurons le signal à l'extrémité du lien secondaire par

rapport au signal de référence ν_0 en entrée de la station Locale, avec une mesure représentée en pointillé vert sur la figure 4.46.

Ce dernier cas nous intéresse principalement car nous souhaitons nous assurer que l'asservissement de la diode laser ne dégrade pas le signal ν_0 transféré à l'extrémité du lien secondaire. Nous souhaitons aussi nous assurer que le bruit de l'oscillateur local est supprimé avec le montage optoélectronique de la station Extraction.

L'ensemble des mesures a été réalisée sur une période de 15 jours. Nous avons utilisé un compteur de fréquence en pleine-bande avec le mode Π et un compteur avec le mode Λ pour réaliser un filtrage du bruit (modèle FXE de la société K&K, voir Annexe B).

Fluctuation de la phase optique

Nous présentons dans cette partie les résultats préliminaires de la phase optique transmise à la station Extraction et répétée à travers le lien secondaire de 50 km. Les mesures ont été réalisées pendant un peu moins de 2 jours avec 140003 points de mesure dont :

- aucun point retiré pour le lien principal en Λ et Π ;
- 3 points retirés pour l'extraction en Λ et 2 points en Π ;

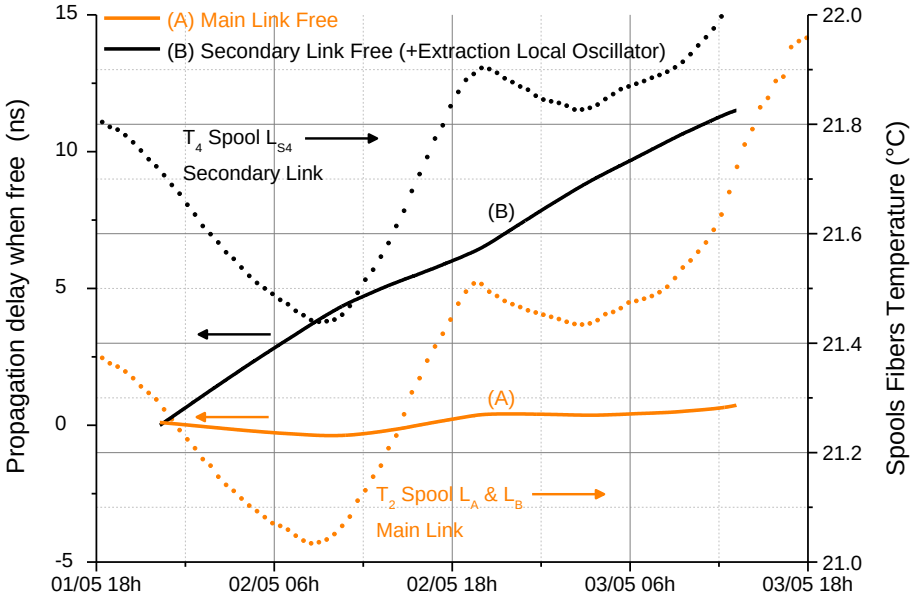
et nous avons utilisé les données filtrées par le compteur Λ pour les fluctuations des phases optiques.

Les mesures du lien principal libre et du lien secondaire libre ont été réalisées avec la mesure des corrections $f_1 + \dot{\phi}_{C1}$ et $f_3 + \dot{\phi}_{C2}$ respectivement, appliquées sur les AOM 1 et 3. Pour ce faire, une partie du signal de correction RF a été détournée avec un coupleur RF (sortie -10 dB). Mesurer le signal de correction revient à faire une mesure du bruit de phase du lien (puisque $\phi_C = -\phi_A - \phi_B$) et donc à mesurer le lien libre. Cette technique a l'avantage de permettre la mesure simultanée du bruit résiduel du lien compensé et du bruit du lien libre.

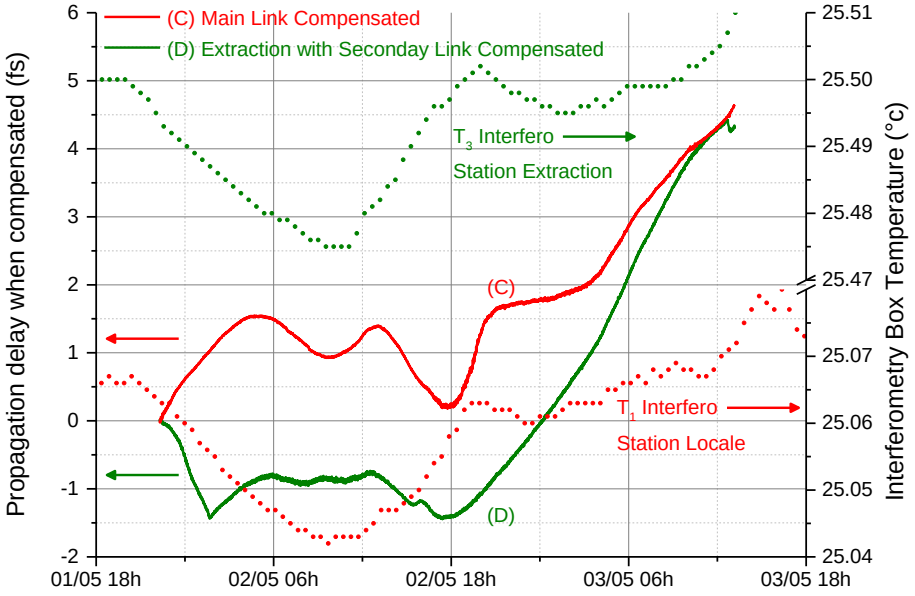
Ainsi, sur la figure 4.47a avec l'axe en ns à gauche, la phase à l'extrémité du lien principal libre en orange (A) est exprimée en délai par rapport à un cycle optique et elle fluctue de 1 ns après 1,5 jour. Pour le lien secondaire, la mesure de ϕ_{C2} donne le bruit du lien secondaire libre auquel s'ajoute le bruit de l'oscillateur local LO, puisque la correction ϕ_{C2} est égale à $\phi_{S1} + \phi_{LO}$ (voir figure 4.45). Les

fluctuations de la phase sont donc beaucoup plus importantes, avec une dérive en noir (B) de 12 ns après 1,5 jours, principalement du fait de l'oscillateur local. En effet, pour le lien principal, la station Locale utilise l'oscillateur de bonne qualité de l'équipe MMTF : un quartz avec une stabilité de quelques 10^{-13} à 1 s et une dérive de quelques 10^{-11} sur une journée. Le bruit introduit dans l'asservissement du lien principal est négligeable devant le bruit du lien libre. Tandis que la station Extraction utilise l'oscillateur d'un synthétiseur Rohde & Schwarz dont la dérive est suffisamment importante pour apparaître dans la fluctuation de la phase. Les phases optiques libres sont comparées avec les températures T_2 et T_4 mesurées au sein des bobines fibrées avec les sondes représentées sur le schéma expérimental (voir figure 4.46). Nous observons ainsi une sensible corrélation sur le moyen terme (cycle diurne) entre la phase du lien principal libre en orange (A) et la température des bobines L_A et L_B en pointillé orange, qui présente un écart jour/nuit de 0.5°C. Si nous mettons de côté la dérive de l'oscillateur local de la station Extraction, nous percevons que la phase du lien secondaire libre en noir (B) est également corrélée avec le même écart de température jour/nuit de la bobine L_{S1} en pointillé noir.

Lorsque les deux liens sont libres, la phase du lien secondaire fluctue 12 fois plus que celle du lien principal à cause des dérives de l'oscillateur local LO introduites dans la correction ϕ_{C2}. Mais ces dérives sont également introduites dans l'asservissement de la diode laser avec un signe opposé à la correction ϕ_{C2}. Ces deux introductions s'annulent donc, ce que nous vérifions avec les phases optiques résiduelles lorsque les liens sont compensés. Elles sont indiquées en fs sur l'axe de gauche de la figure 4.47b et nous pouvons observer que la phase à l'extrémité du lien principal en rouge (C) et celle à l'extrémité du lien secondaire en vert (D) fluctuent de quelques fs après 1.5 jour. Elles sont toujours sensibles aux fluctuations des températures des bobines, mais dans une moindre mesure. Elles sont surtout sensibles à la température de leurs dispositifs interférométriques de détection respectifs, représentée en pointillé rouge et vert. Puisque la station Extraction est asservie en phase sur le lien principal, elle cumule les sensibilités du montage interférométrique de la station Locale et de son propre montage interférométrique. Sa phase en vert (D) présente également un changement brusque un peu après minuit le 2 mai, correspondant à un saut de phase et au retrait des 3 points sur les données du compteur Λ.



(a) Fluctuation des phases optiques dégradées par les liens libres



(b) Fluctuation résiduelle des phases optiques avec les liens compensés

FIGURE 4.47 – Fluctuations de la phase optique et mesure des températures en pointillé. figure (a) en orange (A) et en noir (B), les phases du lien principal libre et du lien secondaire en ns, sensibles aux températures au sein de leurs bobines de fibre respectives. figure (b) les phases compensées en rouge (C) pour le lien principal et en vert (D) pour l'extraction, sensibles aux fluctuations des températures dans les montages interférométriques représentées en pointillées.

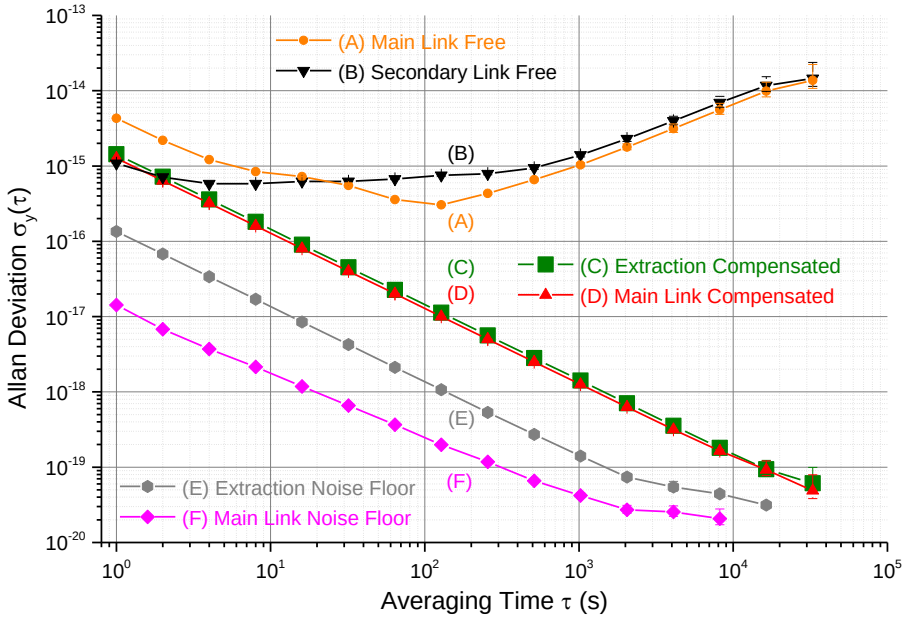
Stabilité de la fréquence optique

Nous présentons maintenant les stabilités de fréquence, correspondant aux données des phases optiques présentées précédemment. Les stabilités sont réalisées avec l'écart-type d'Allan avec recouvrement pour les données comptées en pleine-bande avec le compteur Π pour la figure 4.48a (en haut) et avec l'écart-type modifié d'Allan pour les données filtrées par le compteur Λ pour la figure 4.48b (en bas).

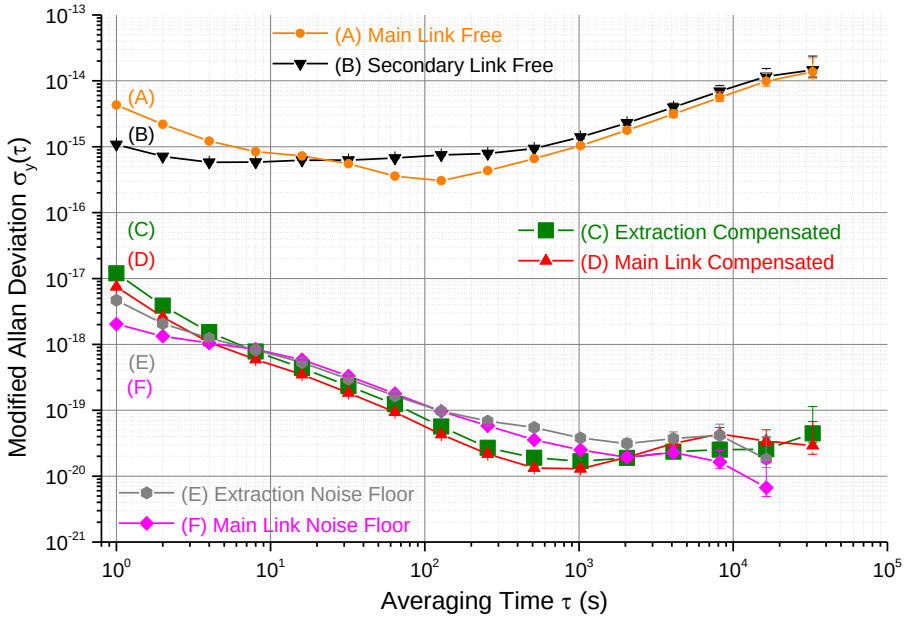
Le lien principal libre et le lien secondaire libre sont représentés respectivement en $\circ$ orange (A) et en $\triangledown$ noir (B), avec une stabilité de quelques 10^{-15} à une seconde d'intégration et qui remontent à 10^{-14} après une journée d'intégration. Ce sont les mêmes courbes de stabilité présentées sur les deux figures 4.48a et 4.48b. La stabilité du lien secondaire libre en $\triangledown$ noir (B) est meilleure à court terme car les bobines de fibre employées sont différentes du lien principal : ce sont des bobines non-contraintes lors de l'enroulement qui permettent de se rapprocher d'une fibre réelle déployée dans la réalité (du réseau de télécommunication).

Lorsque le lien principal est compensé, nous obtenons en pleine-bande (voir figure 4.48a) une stabilité en $\triangle$ rouge (D) égale à 1.3×10^{-15} à une seconde, avec une pente caractéristique d'un bruit blanc de phase en τ^{-1} jusqu'aux temps longs (supérieurs à 10000s). Ce résultat est conforme au précédent test réalisé au LPL pour le premier dispositif d'extraction. Nous avions un lien principal de 50 km de bobines fibrées et nous avions alors obtenu une stabilité de 1.6×10^{-15} (voir section 4.6.1.2). Avec les données filtrées par le compteur en Λ et traitées avec l'écart-type modifié d'Allan (voir figure 4.48b), nous obtenons une stabilité de la fréquence à l'extrémité du lien égale à 7.5×10^{-18} à une seconde d'intégration.

Nous pouvons observer que la courbe de cette stabilité est au niveau du plancher de bruit de la station Local en $\diamond$ rose (F). Pour les points entre 4 s et 2000 s la stabilité du lien avec la fibre est même inférieure au plancher de bruit de la station Locale. Ce résultat peut s'expliquer avec le bruit non-stationnaire entre les deux mesures : le lien principal avec la fibre a été mesuré pendant le weekend alors que le plancher de bruit a été réalisé en semaine, avec l'activité humaine qui provoque des perturbations de température. Pour vérifier ce point, nous avons réalisé alternativement des mesures courtes de plancher de bruit, puis avec le lien fibré et de nouveau un plancher de bruit, sur un période de 3h au total. Les bruits variaient d'une mesure



(a) Écart-type d'Allan avec recouvrement des fréquences relatives avec le compteur Π



(b) Écart-type modifié d'Allan des fréquences relatives avec le compteur Λ

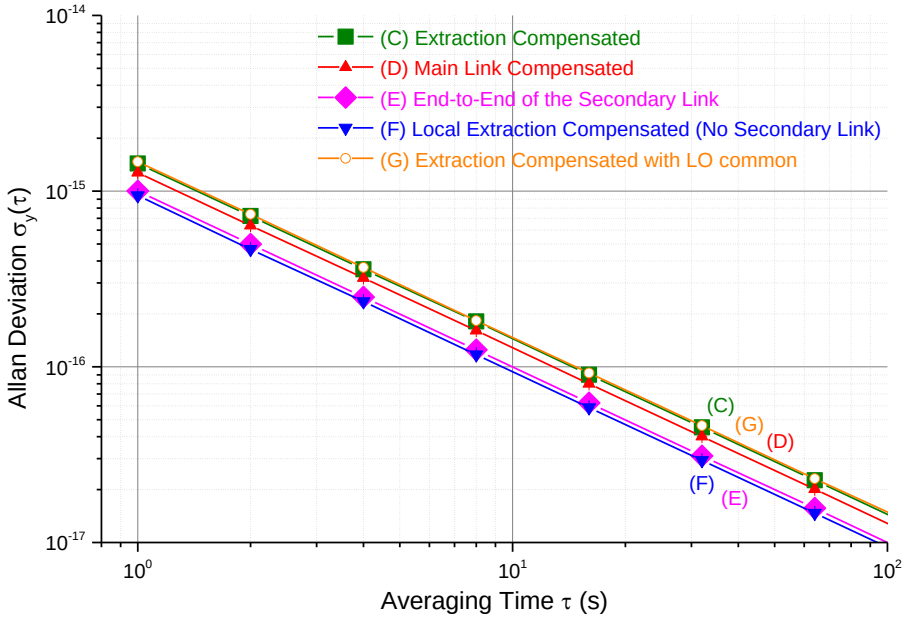
FIGURE 4.48 – Stabilité des fréquences relatives avec les données (a) du compteur Π traitées avec l'écart-type d'Allan avec recouvrement et (b) du compteur Λ traitées avec l'écart-type modifié Allan. En ○ orange (A) et ▽ noir (B), les stabilités du lien principal et de l'extraction lorsque le lien est libre. Lorsqu'il est compensé, en □ vert (C) la stabilité de l'extraction et en △ rouge (D) le lien principal, limités par leurs planchers de bruit respectivement représentés en ⬡ gris (E) et en ◇ rose (F).

à l'autre et nous avons réussi à obtenir une mesure de stabilité avec un lien fibré au niveau du plancher de bruit. Mais ces mesures demeurent insuffisamment convaincantes, avec une certaine incertitude pour les niveaux de stabilités inférieures à 10^{-19}. Il sera nécessaire d'approfondir ce point avec une nouvelle campagne de mesure.

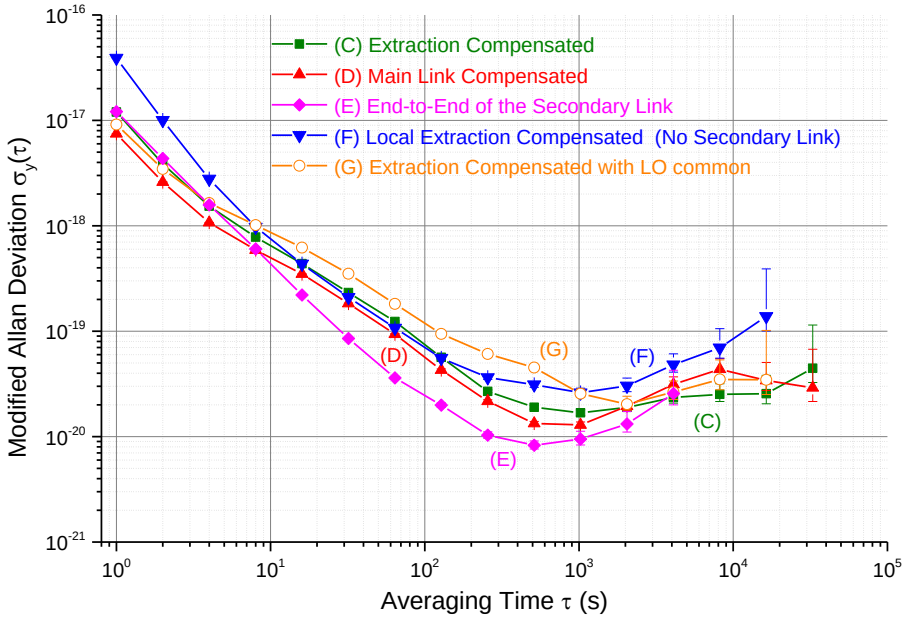
Le résultat en □ vert (C) de l'extraction correspond à la mesure du signal en sortie du lien secondaire par rapport au signal de référence ν_0 (mesure représentée en pointillé vert sur la figure 4.46). Nous obtenons une stabilité de la fréquence très légèrement au-dessus de celle du lien principal, égale à 1.4×10^{-15} à une seconde d'intégration et une pente en τ^{-1} jusqu'au temps long. Le premier dispositif d'extraction a également été testé au LPL avec 50 km de bobines de fibre pour le lien principal et la stabilité était légèrement en-dessous du lien principal mais dégradée sur le long terme à cause de la sensibilité thermique du montage interférométrique. Avec ce nouveau dispositif, la stabilité en sortie du lien secondaire est légèrement au-dessus du lien principal car il faut tenir compte de la contribution du bruit du lien secondaire. Mais cette stabilité n'est pas dégradée sur le long terme (supérieur à 10000 s). Avec les mesures en Λ, nous observons que la station Extraction et son lien secondaire sont également limités par le plancher de bruit de la station en ⬡ gris (E).

Pour vérifier la contribution au bruit du lien secondaire, nous avons réalisé le montage représenté en pointillé orange sur la figure 4.46. C'est la mesure du End-to-End du lien secondaire seul, sans intégrer le bruit résiduel du lien principal et le bruit de la diode laser et de son asservissement. Les résultats sont présentés avec la courbe en ◇ rose (E) sur la figure 4.49a pour les données en Π et l'écart-type d'Allan avec recouvrement, et sur la figure 4.49b pour les données en Λ et l'écart-type modifié d'Allan. Le battement optique détecté entre la sortie du lien secondaire et la fréquence optique de la Diode Laser ν_{DL} est à la fréquence $f_3 + f_4 = 74$ MHz. Nous avons obtenu une stabilité du lien secondaire égale à 1×10^{-15} à 1 s d'intégration, avec une pente en τ^{-1} légèrement en-dessous de celle du lien principal. Cette différence peut être dû à l'effet non-contraint des bobines, aux rapports signaux sur bruit différents et aux réglages des gains pour les corrections ϕ_{C1} et ϕ_{C2} différents.

Nous avons également testé la station Extraction avec une sortie locale, sans le lien secondaire. La sortie locale reste corrigée par l'AOM 3 même si le lien mesure 2 à 3 m. De même, l'AOM 4 décale de la fréquence f_4 le signal optique à l'extrémité



(a) Écart-type d'Allan avec recouvrement des fréquences relatives avec le compteur Π



(b) Écart-type modifié d'Allan des fréquences relatives avec le compteur Λ

FIGURE 4.49 – Stabilité des fréquences relatives traitées avec (a) l'écart-type d'Allan avec recouvrement et (b) l'écart-type modifié d'Allan. La stabilité de référence est la courbe en △ rouge (D) du lien principal, qui est comparée à l'extraction (avec lien secondaire) lorsque son oscillateur local est indépendant de la station Locale en □ vert (C) et commun en ○ orange (G). En ▽ bleu (F) la stabilité de l'extraction sans lien secondaire et en ◇ rose (E) la stabilité du lien secondaire seul.

Courbe	Mesure	Stabilité $\sigma_y(\tau = 1s)$
□ vert (C)	Sortie Extraction avec LO indépendants	1.43×10^{-15}
◇ rose (E)	End-to-End du lien secondaire	1.00×10^{-15}
▽ bleu (F)	Sortie Locale (pas de lien secondaire)	9.43×10^{-16}
○ orange (G)	Sortie Extraction avec LO commun	1.46×10^{-15}
$\sqrt{(\mathrm{E})^2 + (\mathrm{F})^2}$	Somme quadratique des bruits	1.37×10^{-15}

TABLE 4.5 – Stabilité à 1 seconde d'intégration de la fréquence relative transférée par l'extraction avec le lien secondaire en □ vert (C) sensiblement égale à la moyenne quadratique des bruits du End-to-End du lien secondaire en ◇ rose (E) et du bruit de la station Extraction avec une sortie locale en ▽ bleu (F). L'oscillateur local de la station Extraction n'ajoute pas de bruit par rapport au résultat de l'oscillateur commun en ○ orange (G) avec la station Locale.

des 2-3 m. Le battement avec la fréquence de référence ν_0 reste donc égale à $f_1 + f_2 =$ 75 MHz. Avec les données pleines-bandes, nous obtenons une stabilité en ▽ bleu (F) égale à 9.4×10^{-16} à 1 s d'intégration, avec une pente en τ^{-1}. Ce résultat est en-dessous de la stabilité du lien principal en △ rouge (D) comme le prédit le modèle de bruit proposé dans la section 4.5.

Le tableau 4.5 reprend le résultat en □ vert (C) de l'extraction avec le lien secondaire, que nous comparons avec le test du End-to-End du lien secondaire seul en ◇ rose (E) et d'une sortie locale en ▽ bleu (F). Nous observons que la somme quadratique de ces deux dernières sources de bruit donne une stabilité calculée à l'extrémité du lien secondaire égale 1.37×10^{-15}, conforme avec la stabilité mesurée et donnée par □ vert (C).

L'oscillateur local (LO) utilisé pour l'asservissement de la diode laser peut également être une source de bruit. La solution pour s'affranchir de son bruit est d'utiliser le même oscillateur pour l'asservissement de la diode laser et la compensation du lien secondaire, mais avec des signes opposés. Pour s'assurer que cette technique fonctionne correctement nous avons réalisé la mesure d'un oscillateur commun avec la station Locale en ○ orange (G), que nous comparons lorsque l'oscillateur est indépendant, en □ vert (C). Nous observons sur la figure 4.49a qu'il n'y a pas d'écart

entre les deux courbes en □ vert (C) et en ○ orange (G), donc pas de bruit ajouté par l'oscillateur OL 2.

Ces différentes observations ne peuvent pas être vérifiées avec les données en Λ car ce compteur réalise un filtrage sur des mesures dont les bruits sont de natures différentes. Les différentes mesures présentées dans cette section sont constituées *a priori* d'un bruit blanc (de phase) mais la distribution de ce bruit dans le domaine spectral n'est peut être pas parfaitement identique entre les mesures : contributions du plancher de bruit différentes, périodes de mesures différentes, fibres différentes entre le lien principal et secondaire,... En filtrant ces bruits blancs de phase avec une porte triangle de base égale à 2 s, le compteur Λ, avec sa distribution spectrale particulière, fait apparaître entre les mesures des différences de bruit importantes entre 0 et 1 Hz.

Spectre du bruit de phase

Nous avons réalisé les spectres de bruit avec la technique employée pour le premier dispositif :

- pour les liens libres, nous réalisons un mélange en fréquence entre le signal End-to-End du lien et l'oscillateur local et nous utilisons le convertisseur fréquence-tension. Représenté avec le tracé en pointillé bleu sur la figure 4.50, nous rappelons que ce dernier peut limiter la mesure si les liens libres sont peu bruyants. Après une FFT de la tension, nous obtenons un bruit de fréquence que nous convertissons en bruit de phase pour être comparé à la mesure des liens compensés ;
- pour les liens compensés, nous utilisons un mélangeur phase-fréquence et la FFT de la sortie nous permet d'obtenir directement le bruit de phase.

Le spectre du battement End-to-End du lien principal est représenté en orange (A) sur la figure 4.50. Pour l'extraction, nous réalisons la mesure représentée en pointillé vert sur la figure 4.46, correspondant au battement End-to-Extraction : entre le signal de référence de la station Locale et le signal de sortie du lien secondaire, incluant la station Extraction. Ce spectre est représenté en noir (B). Ces deux mesures n'ont pas été réalisées en même temps mais nous observons néanmoins une bonne similarité des bruits. Le bruit de phase est de quelques 10 rad^2/Hz à 1 Hz, se

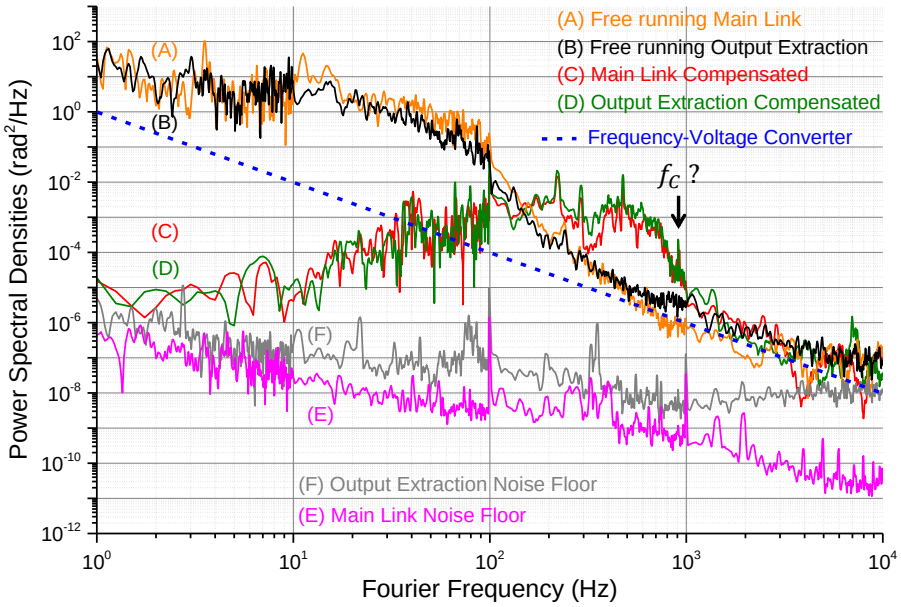


FIGURE 4.50 – Densité Spectrale de Puissance (DSP) du bruit de phase accumulé dans les liens. Lorsqu'ils sont libres, en orange (A) et en noir (B), les DSP du lien principal et de l'extraction avec son lien secondaire ne sont pas limités par le bruit du convertisseur fréquence-tension (trait pointillé bleu). Lorsqu'ils sont compensés, en rouge (C) le lien principal et en vert (D) l'extraction avec son lien.

comporte à peu près en $1/f^0$ jusqu'à 20 Hz et descend ensuite jusqu'à rejoindre le niveau de bruit du convertisseur fréquence-tension. Par rapport à ce résultat, l'extraction et son lien secondaire ne rajoutent pas de bruit et présentent les mêmes caractéristiques.

Pour les mesures de stabilité de fréquence présentées précédemment, nous avions utilisé les corrections de phase ϕ_{C1} et ϕ_{C2} pour en déduire le bruit de phase du lien principal et du lien secondaire lorsqu'ils sont libres. Nous avions ainsi observé que le lien secondaire (hors extraction) présentait par rapport au lien principal une meilleure stabilité entre 1 s et 10 s, probablement parce qu'il était construit avec des bobines de fibres non-contraintes donc moins sensible au bruit acoustique (bruit plutôt court terme). Cette observation ne se retrouve pas sur les spectres des bruits de phase car les mesures ne sont pas les mêmes : lien secondaire seul pour les stabilités et lien secondaire plus extraction pour les DSP.

Le lien principal compensé est représenté en rouge (C) sur la figure. Nous observons un bruit de phase atténué avec un taux de réjection R_p égal à quelques 10^6 à

1 Hz, compatible avec la valeur théorique égale à $7,6\times10^7$ pour un lien de 50 km. Le bruit est réduit jusqu'à environ 150 Hz. La fréquence de coupure f_C = 1041 Hz n'apparaît pas clairement sur ce spectre. Néanmoins, ce même lien a déjà été testé avec 50 km de bobines fibrées pour le premier dispositif. Nous savons donc que, expérimentalement, le pic de résonance de f_C apparaît vers 900 Hz et correspond peut-être au pic visible sur la figure 4.50. Le réglage des gains proportionnel et intégral du lien principal a été réalisé en observant simultanément le signal d'erreur de la PLL du lien principal et celui de la PLL du lien secondaire. Nous avons ainsi constaté que le réglage correct du lien principal produisait une oscillation du lien secondaire, même si ses propres gains étaient réglés bas. Pour éviter cela, nous sommes obligés de régler les gains de lien principal en-dessous de son régime de fonctionnement. La même problématique pour les liens cascadés est présentés dans la section 2.4.

Ce dispositif d'extraction est analogue à un lien composé du lien principal et du lien secondaire en cascade. Le bruit résiduel et les pics de résonances des boucles d'asservissement des liens et des diodes lasers se cumulent, ce qui nous empêche de mettre trop de gain. De plus, le tronçon le plus long impose la fréquence de coupure à l'ensemble, qu'il s'agisse du lien principal ou du lien secondaire. Ainsi, nous comprenons que nous avons tout intérêt à ce que le lien principal utilisé pour une ou plusieurs extractions soit plutôt court (donc τ petit et $f_C = 1/4\tau$ grand). Dans le cadre de Paris, les extractions réalisées pour les différents laboratoires se feront *a priori* à partir d'un lien court de 6 km.

Il est satisfaisant d'observer le résultat de la DSP de la station Extraction et du lien secondaire, représenté en vert (D) sur la figure 4.50. Nous observons le même niveau de bruit entre le lien principal et l'extraction, et cela malgré la contribution du lien secondaire. D'ailleurs il aurait été intéressant de compléter ces mesures avec le End-to-End du lien secondaire, probablement moins bruyant que le lien principal (car avec des bobines non-contraintes). En dehors du bruit des liens, variable d'une fibre à une autre, nous relevons surtout que ce deuxième dispositif d'extraction et sa diode laser n'ajoutent pas de bruit, contrairement au premier dispositif entre 1 et 10 Hz.

Nous avons ensuite réalisé les planchers de bruit des stations avec les bobines de fibres remplacées par des atténuateurs fibrés. Représenté en gris (F), le plancher de bruit de la station Extraction avec son lien secondaire, supérieur à celui de la station

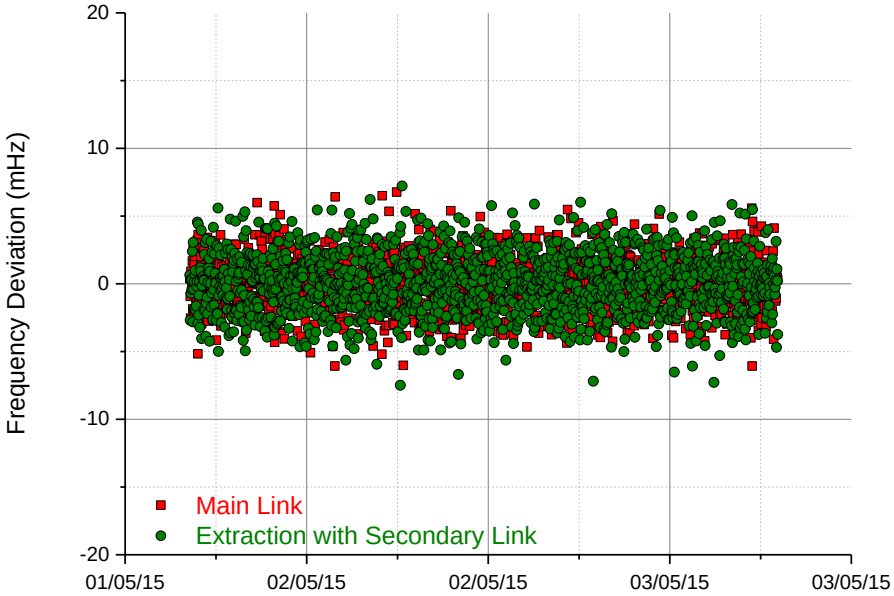
Locale en rose (E). Ce résultat est normal puisque la station Extraction est *esclave* de la station Locale. La contribution de la station Locale s'ajoute donc à celle de la station Extraction. Nous observons également que les planchers de bruit rejoignent le bruit des liens compensés vers 1 Hz mais sans les dépasser. Il est probable que cette observation se vérifierait davantage avec des spectres réalisés en dessous de 1 Hz. Cette remarque concorde avec l'observation des mesures de stabilité avec le compteur Λ. Nous avions en effet conclu qu'avec le compteur Λ, les stations étaient principalement limitées par leur plancher de bruit et non par le bruit des fibres (partiellement filtré par le compteur).

Exactitude de la fréquence transférée

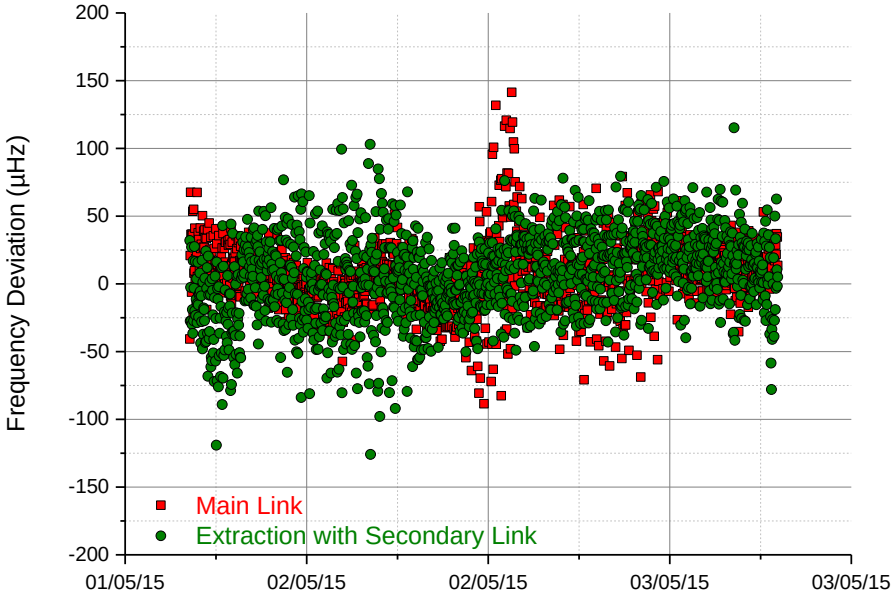
Pour déterminer l'exactitude, nous reprenons dans cette partie les deux approches appliquées au premier dispositif et présentées dans la section 4.6.1.3.

La première approche consiste à exploiter les données en pleine-bande du compteur Π. Nous réalisons dans un premier temps des moyennes y_k par paquets de 100 points (équation 4.38). Nous obtenons 1400 moyennes, représentées sur la figure 4.51a en □ rouge pour le lien principal et en ○ vert pour la sortie Extraction (l'extraction a été mesurée avec le montage en pointillé vert sur la figure 4.46). Nous pouvons observer une bonne coïncidence des deux mesures.

Nous présentons également sur la figure 4.51b les moyennes y_k obtenues avec les données du compteur en Λ. Cette mesure filtrée est beaucoup plus sensible (l'échelle a été divisée par 100 entre les figures 4.51a et 4.51b) et nous permet d'observer que la dispersion des mesures varient au cours du temps. Ceci est liée à la dégradation du rapport signal sur bruit de détection du bruit du lien en extraction, due en particulier aux changements de polarisation. En tournant progressivement, les états de polarisation des deux signaux montant ν_+ et descendant ν_- extraits au niveau de l'extraction ne sont plus alignées et l'amplitude de leur battement n'est donc plus optimisée. Cet effet intervient également pour les détections des signaux *Output Extraction* et *Output End* (voir figure 4.46). Nous pouvons observer ces effets durant certaines périodes, comme le 02/05 à minuit pour le signal de l'extraction (en ○ vert) et à 18h pour le signal du lien principal (en □ rouge). Ces situations dégradent sensiblement le résultat de l'exactitude.



(a) Moyennes y_k sur 100 points avec le avec le compteur de fréquence Π



(b) Moyennes y_k sur 100 points avec le avec le compteur de fréquence Λ

FIGURE 4.51 – Fréquence transférée et comptée à l'extrémité du lien (□ rouges) et en extraction (○ verts), chaque point correspondant à la moyenne sur 100 mesures successives sur un temps de 1 s obtenues (a) en pleines bandes avec un compteur Π et (b) filtrée par le compteur Λ. La moyenne de ces moyennes et l'incertitude associée donne l'exactitude du transfert. Les moyennes y_k en Λ permettent d'observer les effets liées aux variations de polarisation des signaux extraits.

	Segment	Moyenne	Ecart-type	Incertitude	
	k	$\overline{y}$	$\sigma_{\overline{y}}$	$u = \sigma/\sqrt{N}$	$u = \sigma/N$
Lien Principal	100	3.0×10^{-20}	9.8×10^{-18}	2.6×10^{-19}	7.0×10^{-21}
	1000	3.0×10^{-20}	1.0×10^{-18}	8.6×10^{-20}	7.3×10^{-21}
Extraction	100	1.7×10^{-20}	1.2×10^{-17}	3.1×10^{-19}	8.2×10^{-21}
	1000	1.7×10^{-20}	1.1×10^{-18}	9.2×10^{-20}	7.8×10^{-21}

TABLE 4.6 – Calcul des moyennes et des incertitudes avec des données intégrées sur des segments de 100 s ou de 1000s , pour le lien principal et l'extraction. L'exactitude correspond à l'incertitude calculée avec $\sqrt{N}$ ou par N sur la moyenne.

Avec les moyennes y_k du compteur Π nous calculons ensuite la grande moyenne $\overline{y}$ de ces moyennes (voir équation 4.39)) et l'écart-type des segments $\sigma_{\overline{y}}$ (voir équation 4.40). L'exactitude correspond à l'incertitude sur la moyenne, égale à $\sigma/\sqrt{N}$ pour une valeur conservative ou σ/N pour une valeur plus optimiste.

Nous obtenons des moyennes sensiblement identiques avec 3.0×10^{-20} à l'extrémité du lien principal et 1.7×10^{-20} pour une extraction à mi-chemin du lien principal, prolongée d'un lien secondaire de 50 km. L'exactitude, quel que soit son mode de calcul, est également du même ordre de grandeur, avec une valeur conservative (calculée avec la relation $\sigma/\sqrt{N}$) de 2.6×10^{-19} pour le lien principal et 3.1×10^{-19} après le lien secondaire. Par rapport au premier dispositif, nous démontrons ici que l'exactitude à l'extrémité du lien secondaire par rapport au lien principal n'est pas dégradée ni par le dispositif d'extraction, ni par le lien secondaire. En effet ce deuxième montage est beaucoup moins sensible aux effets thermiques que le montage précédent.

Ces résultats sont comparés dans le tableau 4.6 avec les moyennes et les exactitudes calculées sur des segments de 1000 points. Nous observons que la taille des segments influe très peu sur la valeur de l'incertitude lorsque celle-ci est calculée à partir de la relation σ/N. On en déduit que le bruit est probablement assez proche d'un bruit blanc de phase.

La deuxième approche utilise les données du compteur Λ traitée avec l'écart-type d'Allan avec recouvrement et l'exactitude est déterminée avec le dernier point de

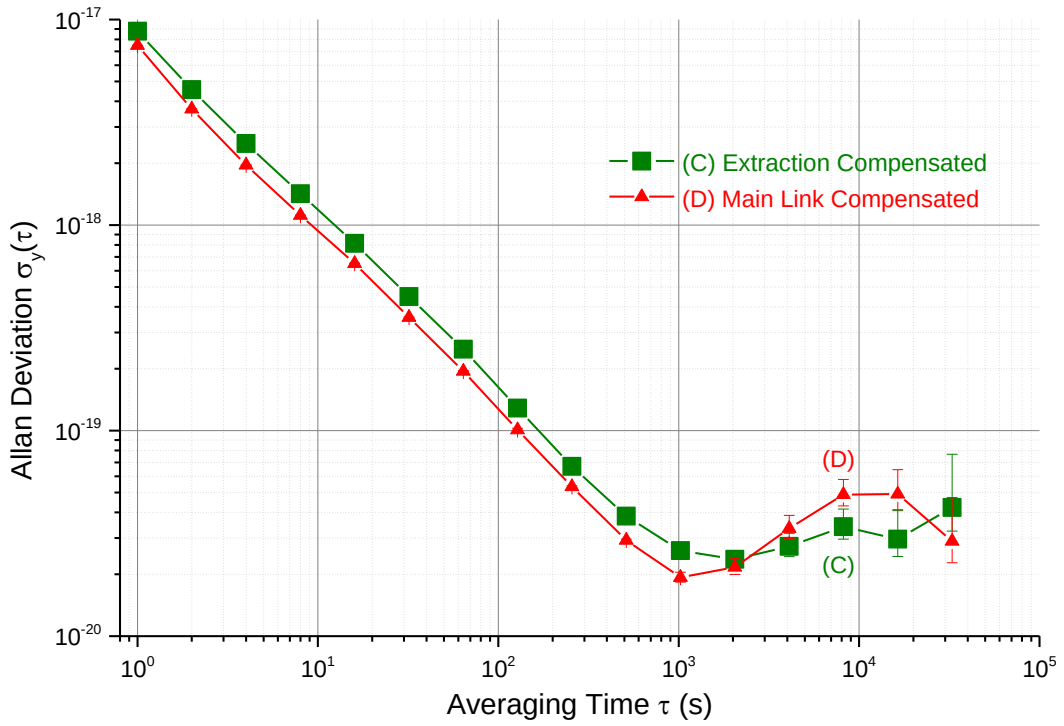


FIGURE 4.52 – Stabilité des fréquences relatives filtrées par le compteur Λ et traitées avec l'écart-type d'Allan avec recouvrement. En □ vert (C), la stabilité du deuxième dispositif avec une diode laser et un lien secondaire de 50 km et en △ rouge (D) la station Locale avec un lien principal de 50 km. La stabilité sur le long terme de quelques 10^{-20} donne l'incertitude sur la moyenne des dispositifs.

stabilité. La figure 4.52 présente les stabilités de fréquence du lien principal et de l'extraction avec son lien secondaire : nous relevons une incertitude respectivement égale à 2.9×10^{-20} et 4.2×10^{-20}.

Cette deuxième méthode donne une incertitude comprise entre les deux incertitudes calculées par la première méthode et est meilleure d'un facteur compris entre 7 et 9 par rapport à l'incertitude la plus conservative obtenue avec la première méthode. Nous retiendrons ces derniers chiffres pour l'exactitude de ce deuxième montage : le biais de fréquence observée en extraction est de 1.7×10^{-20} avec une incertitude de 4.2×10^{-20} pour le deuxième montage avec le lien secondaire.

4.6.2.3 Les améliorations possibles sur le setup 2

Nous avons vu dans les sections précédentes les premiers résultats très satisfaisants de ce deuxième dispositif. Testé en laboratoire sur des bobines fibrées, il serait également intéressant de le tester dans des conditions réelles, sur fibres déployées en zone urbaine par exemple. Nous observons également que certaines détections des signaux peuvent être améliorées avec :

- dans le bras gauche de l'extraction, le remplacement du contrôleur de polarisation PC 1 manuel par un automatique, afin d'optimiser automatiquement la détection f_{PD1} du battement entre les deux signaux montant et descendant du lien principal ;
- le remplacement de certains ampli-log par des cartes filtres-amplications permettant d'ajuster automatiquement l'amplification des signaux arrivant sur certains trackings.

Pour la première proposition, il est important de noter que le contrôleur de polarisation PC 1 doit être installé dans le bras gauche de l'extraction, ou tout du moins, dans le bras opposé au battement de la diode laser. Celle-ci possède son propre contrôleur de polarisation automatique PC 2, qui est déjà en place pour optimiser la détection f_{PD2} du battement entre la diode laser et le signal du lien principal sur lequel nous voulons l'asservir. Dans le cas contraire, les deux contrôleurs pourraient rentrer en conflit avec un ajustement simultané des deux polarisations.

L'autre solution serait d'intégrer un Miroir Faraday dans le bras droit de l'extraction, comme proposée par G. Grosche avec son deuxième montage (voir section 4.3.1.2). L'idée est ici reprise et appliquée au deuxième dispositif, représenté par la figure 4.53. Ce montage ne nécessiterait pas de contrôleur de polarisation automatique. La photodiode PD 1 détecterait le battement du signal montant réfléchi par le Miroir de Faraday FM 3 avec sa polarisation alignée sur celle du signal descendant, lui-même réfléchi par le Miroir de Faraday FM 2.

Cette technique est intéressante mais il faut veiller à la puissance optique du signal montant, qui circulerait à deux reprises dans les coupleurs optiques OC 1 et OC 2. L'insertion d'un amplificateur EDFA juste avant l'extraction, au niveau du signal montant, permettrait de résoudre ce point. Nous observons également qu'une partie du signal montant, réfléchi par le FM 3, repartirait vers la station Locale. Ce signal ne devrait pas perturber le fonctionnement de la station Locale, qui devra

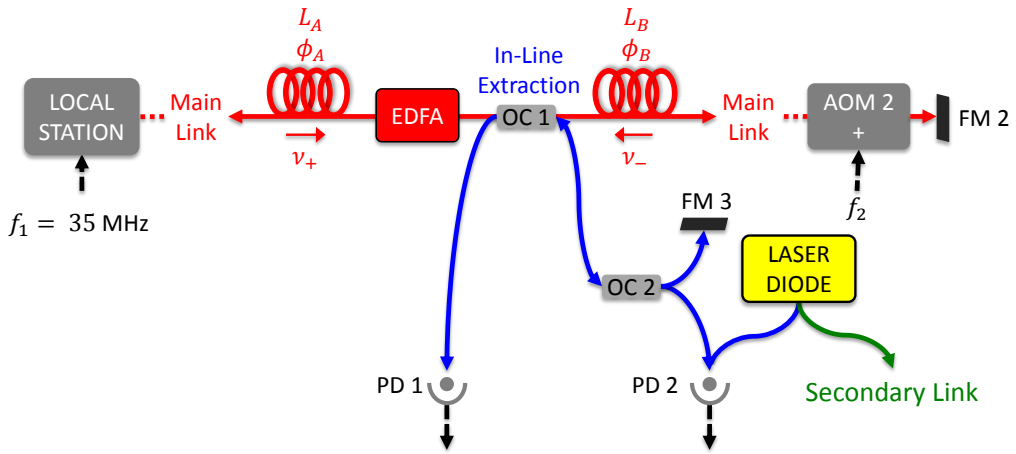


FIGURE 4.53 – Deuxième dispositif intégrant le Miroir de Farday FM 3 proposé par G. Grosche. Le miroir FM 3 permet de réfléchir le signal montant vers la photodiode PD 1 pour un battement optimisé avec une polarisation alignée sur celle du signal descendant, lui-même réfléchit par FM 2. La diode laser est toujours asservie sur une partie du signal montant distribuée par le coupleur OC 2.

discriminer le bon signal descendant, décalé en fréquence de $2 \times (f_1 + f_2)$, du signal *parasite* réfléchi par FM 3 et décalé de seulement $2 \times f_2$.

A travers ces réflexions, nous recherchons l'automatisation des détections et des asservissements afin de rendre la station autonome. C'est un développement important car la station Extraction, comme les stations lasers du réseau Refimeve+, sont vouées à être installées dans des laboratoires où les chercheurs ne sont pas nécessairement initiés aux signaux métrologiques et aux asservissements divers. De même, ces stations peuvent être installées dans des locaux difficiles d'accès, comme les locaux techniques en pleine campagne ou les Data Center à accès restreints. Il est donc nécessaire de développer des prototypes qui soient au maximum automatiques et indépendants.

Dans la section suivante, nous proposons d'ailleurs une organisation du réseau parisien pour délivrer le signal métrologique au Laboratoire Kastler Brossel (LKB) et à certains laboratoires de l'Université Paris-Saclay depuis le SYRTE.

4.7 Perspectives du maillage parisien avec ces deux dispositifs

La figure 4.54 illustre une réflexion pour la distribution d'une fréquence de référence à plusieurs laboratoires franciliens, à partir du réseau Renater. Ce signal serait envoyé via une fibre dédiée entre le SYRTE et le LKB, qui collaborent depuis longtemps pour le transfert d'un signal de référence à 100 MHz (signal optique modulé en amplitude). Celui-ci serait donc remplacé par le signal de référence à 194 THz, sur lequel serait asservie la diode laser de la station Extraction. Une première sortie locale de quelques dizaines de mètres, éventuellement corrigée avec un lien secondaire, permettrait de distribuer le signal ultrastable vers la salle d'expérience qui se trouve dans les sous-sols de Jussieu, trois niveaux plus bas. Un coupleur optique placé sur cette sortie, et l'installation d'un amplificateur EDFA, permettrait également de disséminer le signal métrologique vers le Laboratoire de Physique Moléculaire pour l'Atmosphère et l'Astrophysique (LPMAA à Paris 6) et, plus loin, vers le laboratoire AstroParticule et Cosmologie (APC à Paris 7). Ces deux liaisons représentées en pointillé sur la figure 4.54 seraient dans un premier temps non-compensées et le signal métrologique serait donc sensiblement dégradé (notamment pour APC à 3 km environ de Jussieu).

La station Extraction possède également une deuxième sortie optique. Cette sortie n'a pas été testée au cours des travaux présentés dans ce chapitre et il sera nécessaire de construire le dispositif électronique pour la compensation d'un lien secondaire. Néanmoins, le montage interférométrique de détection est déjà monté (voir figure 4.44). Nous envisageons d'utiliser ce montage pour construire un lien secondaire vers l'Université d'Orsay. Ce lien serait rebouclé vers la station Extraction avec l'entrée I/O 7 de la figure 4.44, de telle sorte que nous puissions surveiller son bon fonctionnement. Il faudrait alors installer à Orsay un dispositif d'extraction, par exemple le premier dispositif, qui offrirait des performances suffisantes pour les applications d'un laboratoire, ou du deuxième dispositif si le signal métrologique doit être distribué à plusieurs laboratoires. Nous observons ainsi que les deux dispositifs d'extraction présentés dans ce chapitre peuvent être complémentaires dans la construction du maillage parisien.

L'autre possibilité en cours de réflexion serait de mettre en oeuvre une grande

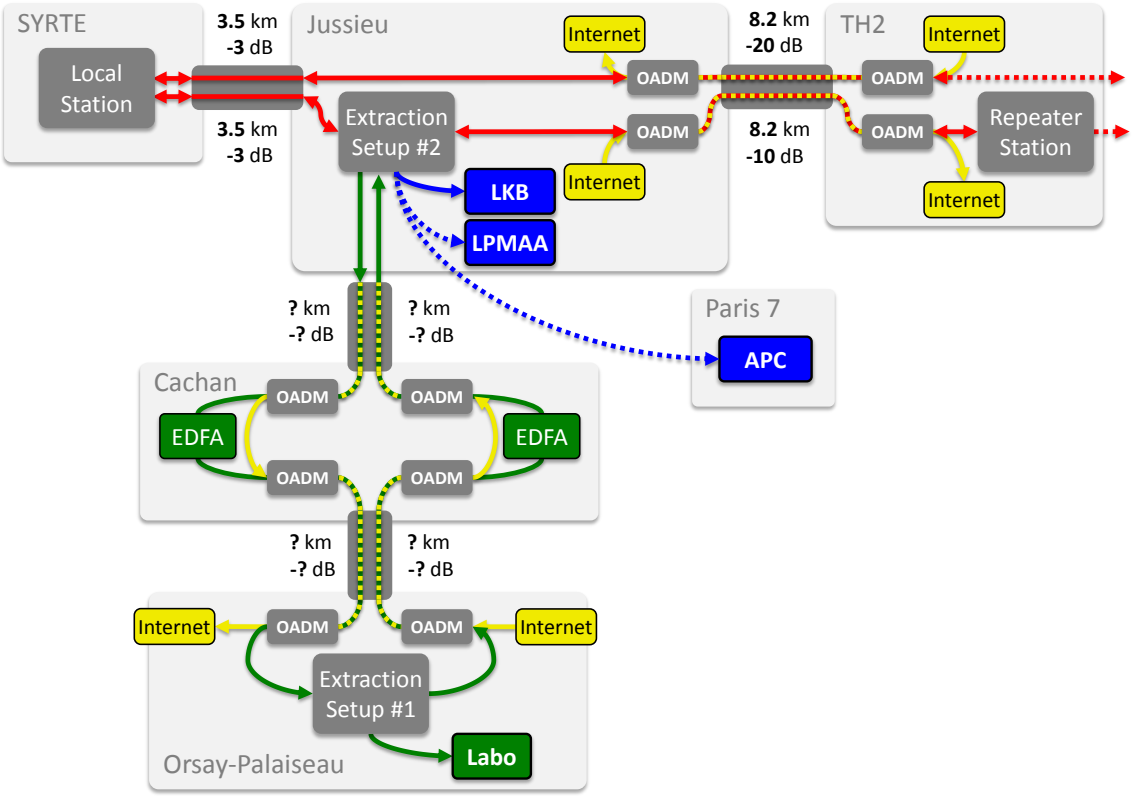


FIGURE 4.54 – Futur réseau métrologique en Île-de-France via Renater. Le lien principal est construit entre le SYRTE et le data center TeleHouse 2 (TH2). La station Extraction avec diode laser est placée à mi-chemin à Jussieu avec le lien secondaire vers le LKB, puis le LPMAA et APC (à Paris 7) avec des liaisons non-compensées en pointillé. Le deuxième lien secondaire réalise Jussieu-Orsay-Jussieu avec 2 amplificateurs EDFA à Cachan et le dispositif d'extraction simple à Orsay.

boucle métrologique en Île-de-France, qui circulerait à travers tous les laboratoires qui souhaitent être raccordés au réseau. Chaque laboratoire disposerait d'une station Extraction : installées le long de cette boucle, les stations et donc les laboratoires seraient indépendants les uns des autres. Les deux extrémités de la boucle seraient réunies au SYRTE, ce qui permettrait de surveiller le fonctionnement du lien principal, sans devoir équiper un lien descendant comme réalisé pour les longues liaisons du projet Refimeve+. Cette grande boucle serait un outil de travail pour les laboratoires mais elle serait aussi un outil de recherche en elle-même, puisque cette grande boucle permettrait également d'étudier l'effet Sagnac.

4.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons montré l'intérêt d'extraire en ligne une référence optique pour développer un réseau métrologique urbain et nous avons démontré le fonctionnement de deux dispositifs d'extraction.

Le premier dispositif

Le premier dispositif présenté est une version de l'extraction simple à mettre en oeuvre, construit avec trois coupleurs optiques connectorisés et un AOM. Nous rappelons en $\diamond$ gris (A) sur la figure 4.55 les résultats de ce dispositif avec une stabilité de la fréquence relative de $1,1 \times 10^{-15}$ à 1 s d'intégration et dégradée sur le moyen et long terme par des effets thermiques dans le montage interférométrique. Pour compenser passivement une partie de ces bruits, nous avons modifié ce dispositif avec l'ajustement de certaines longueurs de fibres et nous avons amélioré l'isolation thermique. Le résultat tracé en $\circ$ bleu (B) sur la figure 4.55 présente ainsi une meilleure stabilité sur le moyen terme, correspondant à la suppression de l'effet thermique de la climatisation. Cette version améliorée demeure sensible aux effets thermiques diurnes mais elle est parfaitement compatible avec de nombreuses applications physiques. De plus, ce dispositif a été testée sur un lien long de 92 km déployé en zone urbaine et nous avons présenté des résultats supérieurs à l'état de l'art, principalement réalisé avec de faibles longueurs de bobines fibrées (voir section 4.3).

Le dispositif d'extraction n'introduit pas de biais sur la fréquence optique transférée et l'exactitude est en accord avec celle du lien principal. En terme de stabilité de fréquence par rapport au lien principal, représenté en $\triangle$ rouge (D), nous avons observé que l'extraction était légèrement meilleure à court terme. Placé à mi-chemin, ce dispositif détecte et corrige correctement le bruit avec la correction de phase ϕ_C appliqué à l'instant t car le délai de propagation jusqu'au point d'extraction est petit et que le bruit du lien principal a été peu modifié. Tandis qu'à l'extrémité du lien, après un délai de propagation τ plus important, le bruit de phase est légèrement différent du bruit devant être corrigé par ϕ_C. Nous mettons ainsi en évidence que le bruit de phase varie pendant le délai de propagation.

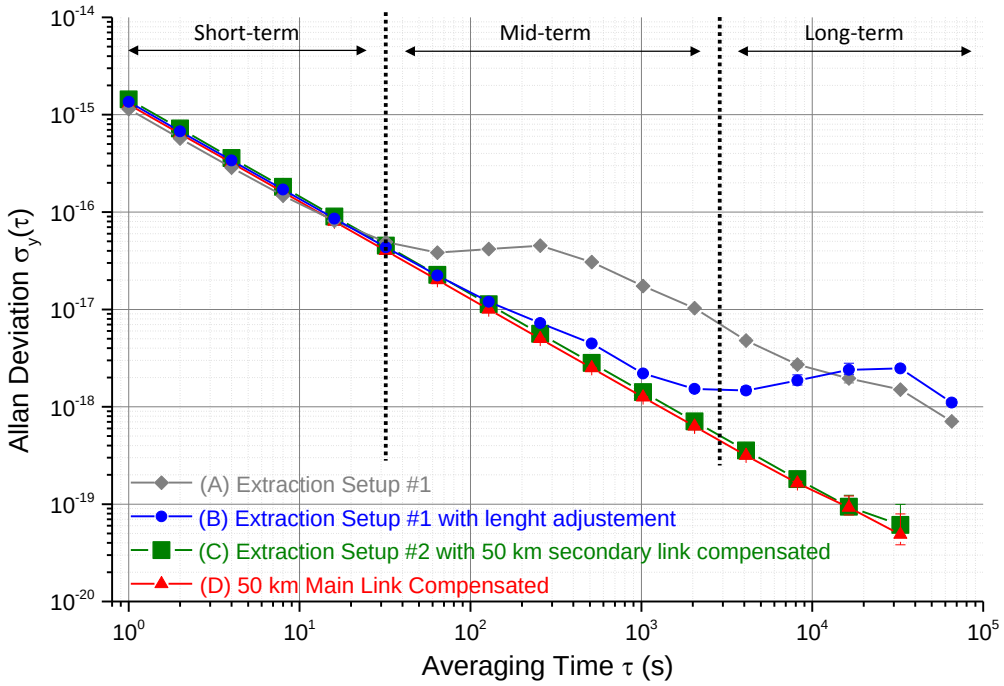


FIGURE 4.55 – Stabilité des fréquences relatives avec un compteur pleine-bande Π et traitées avec l'écart-type d'Allan. En ◇ gris (A) et ○ bleu (B), la stabilité du premier dispositif (#1) respectivement sans et avec ajustement des fibres. En □ vert (C), la stabilité du deuxième dispositif (#2)avec une diode laser et un lien secondaire de 50 km. Ces deux dispositifs d'extraction ont été testés avec un lien principal de 50 km de bobines fibrées, représenté en △ rouge (D).

Le deuxième dispositif

Nous avons ensuite présenté un deuxième dispositif permettant d'asservir une diode laser sur le signal extrait d'un lien principal et de réaliser un lien secondaire au départ de l'extraction. Le montage interférométrique est compact, avec des longueurs de fibre minimalisées et soudées, et l'ensemble activement thermalisé. Il a été testé à mi-chemin d'un lien principal constitué de 50 km de bobines fibrées et la diode laser permettait de disséminer le signal sur un lien secondaire de 50 km de bobines également. Nous avons obtenu une stabilité de fréquence relative de $1,4 \times 10^{-15}$ à 1 s, avec une parfaite pente en τ^{-1} jusqu'aux temps longs, représenté en □ vert (C) sur la figure 4.55. Avec ce résultat, nous démontrons qu'il est possible d'asservir la diode laser avec un oscillateur de qualité moyenne (celui d'un synthétiseur par

exemple) et de supprimer son bruit et ses dérives en utilisant le même oscillateur pour l'asservissement du lien secondaire.

Pour ce deuxième dispositif, nous avons observé que le bruit accumulé à l'extrémité du lien secondaire était légèrement supérieur au lien principal car la contribution du lien secondaire s'ajoute à celle du signal extrait.

Les limites fondamentales

Si nous plaçons plusieurs station d'extraction sur un lien principal, elles seront indépendantes les unes des autres, mais toutes resteront dépendantes du fonctionnement du lien principal et de ses caractéristiques : du taux de réjection du bruit R_p et de sa fréquence de coupure f_C. Ces deux caractéristiques seront communes à tous les dispositifs d'extraction. Nous aurons ainsi la même réjection du bruit R_p et nous verrons apparaître la fréquence de coupure à la même valeur et avec la même amplitude sur tous les spectres réalisés sur les différents dispositifs d'extraction. Ils sont tous dépendants de la correction de phase ϕ_{C1} de la station Locale.

Mais si les limites (R_p et f_C) pour produire la correction de phase ϕ_{C1} restent les mêmes pour tous les dispositifs d'extraction placés le long du lien, ceux-ci traiteront la correction de phase ϕ_{C1} différemment : plus on s'éloigne du point d'application de la correction, plus celle-ci va différer du bruit de phase qu'elle doit corrigée car le bruit varie pendant le délai de propagation. Ainsi, les dispositifs d'extraction placés plutôt en début de lien présenteront une meilleure stabilité de la fréquence optique extraite par rapport à ceux placés en fin de lien (et *a fortiori* par rapport à la fréquence disséminée à l'extrémité du lien).

Utilisation détournée de l'extraction

Nous retenons ainsi que le dispositif d'extraction permet d'obtenir un signal optique dont l'exactitude et la stabilité est égale voire meilleure que celle obtenue à l'extrémité du lien principal. Nous pouvons alors imaginer utiliser ce dispositif pour surveiller le fonctionnement du lien. En effet, si nous plaçons la station extraction au départ du lien principal, sur le même site que la station Locale, alors nous pouvons comparer facilement le signal extrait avec le signal de référence (de départ). La stabilité obtenue est dégradée si le lien principal ne fonctionne pas correctement.

Cela revient à comparer le signal à l'extrémité du lien principal par rapport au signal de référence, au facteur F près. C'est une astuce très intéressante car cela nous permettrait de surveiller le lien principal sans devoir équiper un deuxième lien descendant, comme expliqué dans la section 2.4. Il serait ainsi possible de faire des économies importantes pour le déploiement des liens optiques : nombre d'amplificateurs EDFA divisé par deux, nombre de stations Régénératrices divisé par deux, gestion du réseau simplifiée,...

Ce qu'il faut retenir :

1. le premier dispositif d'extraction est simple et rapide à mettre en oeuvre ;
2. l'ajustement des longueurs et une bonne isolation thermique permettent de minimiser le bruit thermique dans le montage interférométrique ;
3. un deuxième dispositif plus élaboré permet d'asservir une diode laser sur le signal extrait et de réaliser un lien secondaire activement compensé ;
4. les deux dispositifs présentent des résultats supérieurs à l'état de l'art ;
5. la modélisation du bruit et l'expérience montrent qu'une extraction en début de lien offre de meilleurs résultats qu'en fin de lien car le bruit de phase varie pendant le délai de propagation.

Chapitre 5

Technique de comparaison Two-Way appliquée au lien fibré

Sommaire

5.1 Introduction **220**

5.2 Principe du Two-Way **220**

5.2.1 Pour le transfert du temps 221

5.2.2 Pour le transfert d'une fréquence 225

5.3 Description des montages Two-Way sur fibre **234**

5.3.1 Two-Way Bidirectionnel 234

5.3.2 Two-Way Unidirectionnel 241

5.3.3 Two-Way Local 243

5.4 Résultats expérimentaux **251**

5.4.1 Two-Way Bidirectionnel 251

5.4.2 Two-Way Unidirectionnel et Local 269

5.5 Facteur de corrélation et extrapolation **284**

5.6 Comparaison de deux lasers distants **287**

5.7 Conclusion **289**

5.1 Introduction

Dans les chapitres précédents 2 et 3, nous avons étudié les liens optiques avec le bruit activement compensé (ANC). Ces liens permettent de transférer une fréquence optique de référence vers un site distant ou vers plusieurs sites à la fois avec le dispositif d'extraction en ligne (voir chapitre 4). Ce transfert peut être motivé par des expériences de physique de grande sensibilité, comme par exemple des mesures sur les constantes fondamentales (voir section 1.4). Mais ce transfert est surtout motivé pour faire une comparaison entre deux étalons, c'est à dire entre une fréquence d'horloge transférée et une fréquence d'horloge locale (voir section 1.3).

Si nous limitons le propos à la comparaison de deux fréquences, nous proposons dans ce chapitre une alternative à l'ANC : la technique Two-Way. Jusqu'ici, cette technique a été employée avec un lien satellitaire pour comparer deux horloges primaires reposant sur le césium, et plus récemment entre deux horloges optiques [Hachisu et al., 2014]. Nous ferons au début de ce chapitre une rapide revue des différentes techniques Two-Way appliquées à la comparaison en temps et en fréquence. Mais nous verrons que ces liens satellitaires ont des performances qui limitent aujourd'hui les comparaisons, même avec de longs temps d'intégration.

Dans l'article [Lopez et al., 2013] ont été publiés les travaux réalisés au LPL et au SYRTE sur le Two-Way appliqué à la comparaison en temps sur fibre optique. Dans ce chapitre, nous proposons maintenant d'appliquer le Two-Way sur un lien fibré pour la comparaison en fréquence, comme cela a été proposé dans les articles [Williams et al., 2008] et [Calosso et al., 2014]. Nous verrons que cette technique a le mérite d'être plus simple à mettre en oeuvre, avec un montage opto-électronique réduit par rapport à l'ANC. De plus, nous verrons qu'une variante du Two-Way appliquée sur deux fibres a l'avantage d'être compatible avec un réseau de télécommunication standard. Cette compatibilité nous permet aujourd'hui de projeter la mise en oeuvre de longues liaisons, notamment transatlantiques avec les USA.

5.2 Principe du Two-Way

Dans cette section, nous présentons le principe du Two-Way permettant le transfert du temps et/ou de la fréquence, initialement avec une liaison satellite puis appliquée plus récemment à une liaison fibrée.

5.2.1 Two-Way pour le transfert du temps

Initialement, le Two-Way a été réalisé pour le transfert simultané de deux signaux de temps provenant de deux horloges distantes mais reliées par un câble ou par satellite. Le premier transfert de temps avec le satellite *Telstar* a été réalisé dans les années 60 entre les USA et l'Angleterre [Steele et al., 1964]. Par la suite, la maîtrise des délais de propagation et le développement d'un réseau de satellite ont permis de diversifier les techniques Two-Way et d'améliorer les performances. Beaucoup plus récemment, le Two-Way en temps a aussi été réalisé sur un lien fibré, ouvrant des perspectives de stabilité et d'exactitude jamais atteinte.

5.2.1.1 Avec une liaison satellitaire

Dans l'article [Hanson, 1989], Hanson rappelle le principe du Two-Way, permettant de transférer simultanément d'un site à l'autre les temps t_a et t_b des horloges A et B. Ces signaux ont la forme d'une impulsion par seconde (signaux pps). Sur la figure 5.1, ces signaux sont codés sur du signal pseudo-aléatoire et transférés au site distant par une porteuse micro-onde avec les modules *Transmitters* et les paraboles orientées vers le satellite. Les modules *Receivers* du site distant permettent d'extraire les pulses t_a et t_b du code et de les comparer avec l'horloge locale. Sur chaque site, le compteur d'intervalle de temps (en anglais TIC) mesure ainsi l'écart entre les deux impulsions t_a et t_b.

En tenant compte du délai de propagation total τ_{AB} de la Station de départ A vers B et τ_{BA} de la Station de départ B vers A, nous pouvons écrire les intervalles de temps mesurés par les compteurs $TIC(A)$ et $TIC(B)$:

$$TIC(A) = t_a - [t_b + \tau_{BA}] \tag{5.1}$$

$$TIC(B) = t_b - [t_a + \tau_{AB}] \tag{5.2}$$

Si les délais de propagation τ_{AB} et τ_{BA} sont considérés comme égaux, ou suffisamment proches, il est possible d'éliminer leur contribution en réalisant la division par deux et la soustraction de $TIC(A)$ et $TIC(B)$:

$$\frac{TIC(A) - TIC(B)}{2} = \frac{[(t_a - t_b - \tau_{BA}) - (t_b - t_a - \tau_{AB})]}{2}$$

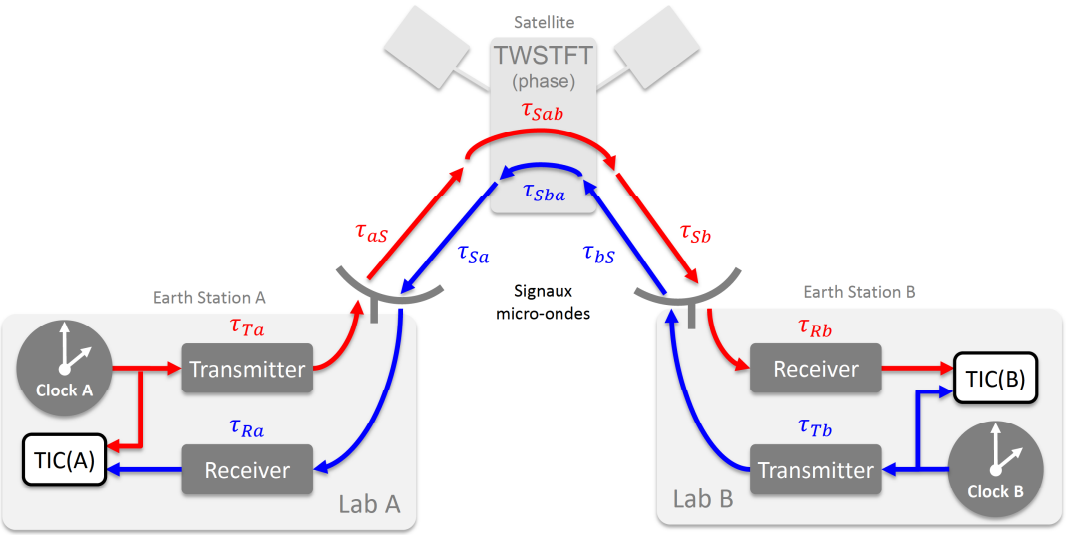


FIGURE 5.1 – Principe du transfert Two-Way de deux pulses-par-seconde (1 pps) de deux stations distantes A et B et relié par un satellite commun. Le *Transmitter* permet de coder la pulse sur du signal pseudo-aléatoire, utilisé ensuite pour moduler en phase une porteuse RF. Les délais de propagation introduit par le transfert Two-Way sont éliminer en post-traitement avec la calibrage des appareils et par réciprocité des chemins.

$$= (t_a - t_b) - \frac{(\tau_{BA} - \tau_{AB})}{2} \tag{5.3}$$

avec le premier terme correspondant à la comparaison des horloges A et B, et le deuxième terme correspondant à la suppression des délais de propagation. Dans le détail, les deux délais de propagation τ_{AB} et τ_{BA} correspondent à différents retards introduits par :

- les *Transmitter* des stations de départ A et B : τ_{Ta} et τ_{Tb} ;
- la propagation dans l'atmosphère lors du trajet *montant*, depuis les stations de départ vers le satellite : τ_{aS} et τ_{bS} ;
- le satellite lui-même, utilisé comme répéteur : τ_{Sab} pour le signal vers B et τ_{Sba} pour le signal vers A ;
- l'atmosphère lors du trajet *descendant*, du satellite vers les stations opposées : τ_{Sa} et τ_{Sb} ;
- puis les *Receivers* des stations opposées : τ_{Ra} et τ_{Rb} ;
- et enfin le décalage introduit par l'effet Sagnac.

Les délais introduits par les différents équipements peuvent être calibrés, en utilisant

par exemple une horloge commune et une station mobile (comprenant un *Transmitter* et un *Receiver* dont les délais sont connus). Ensuite, les délais introduits par le satellite peuvent être considérés égaux si le transfert est réalisé avec le même satellite et si les deux porteuses sont à la même fréquence. Le transfert Two-Way sera limité par les fluctuations des délais de propagation dans l'atmosphère. La technique repose donc sur la corrélation du bruit introduit par l'atmosphère.

Depuis, de nombreuses expériences ont démontré l'efficacité de cette technique et plusieurs types de liaisons satellitaire Two-Way exploitent ce principe (voir l'article [Fujieda et al., 2014]). La technique du TWSTFT (*Two-Way Satellite Time and Frequency Transfer*, voir section 1.3.1.2) utilise un satellite comme relais pour les signaux micro-ondes avec un oscillateur embarqué. Mais cette technique coûte très chère, elle est dépendante de la disponibilité du satellite et de la bande passante du canal de transmission (largeur du code-pseudo aléatoire). Dans le domaine de l'optique, la technique du T2L2 (*Transfert de Temps par Lien Laser*, voir section 1.3.1.3) offre de meilleurs résultats en stabilité de fréquence mais cette technique est dépendante de la clarté du ciel. La liaison sera totalement impossible si le temps est couvert sur un des deux sites, ce qui peut devenir compliqué durant certaines périodes. La liaison sera plus ou moins bruyante en fonction du comportement et de la composition de l'atmosphère (voir l'article [Samain et al., 2015]). Egalement dans le domaine optique, la nouvelle technique Mini-Doll utilise des signaux cohérents entre les stations au sol et le satellite mais son développement demeure compliqué (voir l'article [Djerroud et al., 2010]).

5.2.1.2 Avec une liaison fibrée

Le transfert de temps avec la technique Two-Way a également été testé sur une liaison fibrée par une équipe allemande du Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB, Braunschweig, voir l'article [Rost et al., 2012] et une équipe polonaise de l'Université de Science et Technologie de Cracovie (AGH, voir l'article [Sliwczynski et al., 2013a]). En France, nous avons réalisé une liaison fibrée pour le transfert simultané de temps et de fréquence. Les résultats ont été publiés dans l'article [Lopez et al., 2013]. La fréquence optique était transférée avec un lien activement compensé (ANC), tandis que le temps était transféré par la méthode Two-Way.

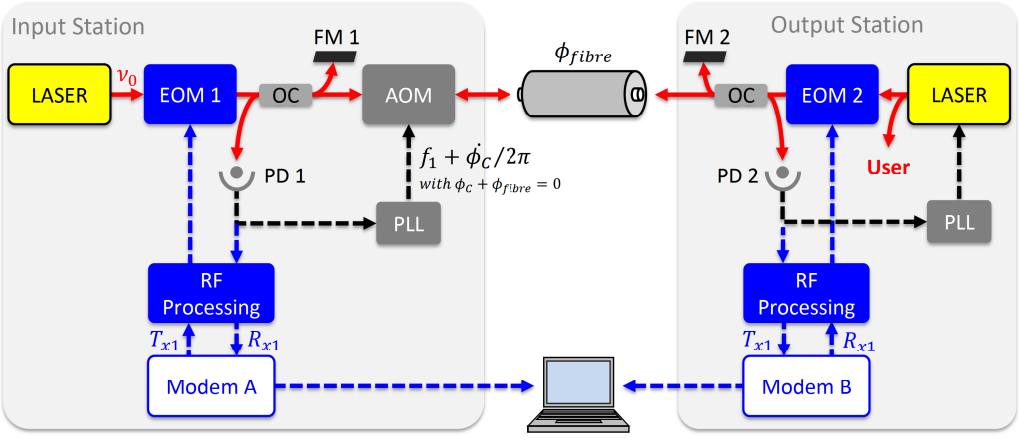


FIGURE 5.2 – Montage du lien activement compensé (ANC) en fréquence complété par le Two-Way en temps. En gris, l'AOM et la PLL de la Station de départ permettent de compenser activement le bruit de phase de la fibre pour le transfert de la fréquence ν_0. Simultanément, les modules en bleu permettant de réaliser le transfert Two-Way de deux pulses-par-seconde (1 pps) depuis les extrémités de la fibre. AOM : Modulateur Acousto-Optique ; PD : Photodiode ; FM : Faraday Mirror, PC ;Polarization Controller.

Nous retrouvons sur la figure 5.2 les modules de l'ANC représentés en gris, permettant le transfert de la fréquence optique dans la fibre. Depuis la station de départ, la fréquence de référence ν_0 provenant du laser 1 est transférée au site distant à travers la fibre. Dans cette station distante, nous réalisons un asservissement du laser local sur le signal arrivant avec la détection du battement sur PD2 et une PLL agissant directement sur le laser 2. Une partie de ce signal est renvoyée à la station de départ et une autre partie peut être distribuée à un utilisateur. Dans la station de départ, nous réalisons un deuxième battement optique entre le signal de retour et le laser de référence 1 pour détecter sur PD1 deux fois le bruit ϕ_{fibre} accumulé dans la fibre après l'aller-retour. Avec la PLL et l'AOM, nous pouvons ainsi apporter la correction de phase ϕ_C sur le signal optique afin de corriger une fois le bruit. De cette manière, le laser distant 2 est asservi sur un signal optique corrigé du bruit de phase accumulé à l'aller.

Pour réaliser le transfert de temps avec la technique Two-Way, nous avons ajouté à ce montage le matériel représenté en bleu sur la figure 5.2. Nous retrouvons les Modems A et B habituellement utilisés dans une liaison satellitaire. Ces Modems permettent de relier la phase d'un code pseudo-aléatoire de 20 MHz de bande

(20 Mchip/s) aux signaux de référence provenant de l'horloge locale et constitués d'un pps et d'un signal à 5 MHz. Ce code est ensuite utilisé pour moduler en phase une porteuse RF entre 50 et 80 MHz convertie vers le haut (ou *up-conversion*) à 400 MHz pour un site et à 700 MHz pour l'autre site. Ce signal est alors appliqué à la fréquence optique de référence avec des modulateurs électro-optiques (EOM 1 et 2) et transmis au site opposé. Le transfert simultané de ces signaux et le post-traitement permet de déterminer et éliminer le délai de propagation introduit par la fibre pour ne conserver que la comparaison des deux impulsions à chaque extrémité.

Les liaisons réalisées par fibre sur le réseau télécom pour le transfert de temps sont perturbées par le bruit de la fibre mais les résultats présentés dans l'article [Lopez et al., 2013] sont excellents : l'exactitude obtenue est de 250 ps et la stabilité de 20 ps après une journée d'intégration. Simultanément, pour le transfert de la fréquence optique, nous avons obtenu à l'extrémité du lien une fréquence optique exacte et stable à 2×10^{-18} en relatif. De plus, la liaison fibrée fournie par Renater permet d'avoir une continuité de service grâce à la fiabilité des réseaux Internet. Mais il est nécessaire de tenir compte de la construction unidirectionnelle de ce réseau Internet pour réaliser le transfert de la fréquence avec l'ANC et le Two-Way du temps.

5.2.2 Two-Way pour le transfert d'une fréquence

Le Two-Way permet également de comparer deux sources de fréquence. Récemment, la technique *Two-Way Satellite Time and Frequency Transfer* (TWSTFT) avec la phase d'un signal micro-onde a été développée afin d'améliorer les résultats du TWSTFT avec le code pseudo-aléatoire seul. Les premiers résultats expérimentaux sont présentés dans la thèse [Amale Kanj, 2012] et plus récemment dans l'article de [Fujieda et al., 2014]. Nous présentons dans cette section la technique développée au SYRTE par A. Kanj et J. Achkar et leur résultat, ainsi que les résultats de Fujieda. Le Two-Way en fréquence a également été appliqué sur un lien fibré et nous présentons dans ce chapitre nos résultats sur une boucle fibrée de 100 km.

5.2.2.1 Avec une liaison satellitaire

Pour déterminer le décalage entre deux horloges, la technique Two-Way dite TWSTFT en phase présentée dans la thèse de [Amale Kanj, 2012] combine en réalité

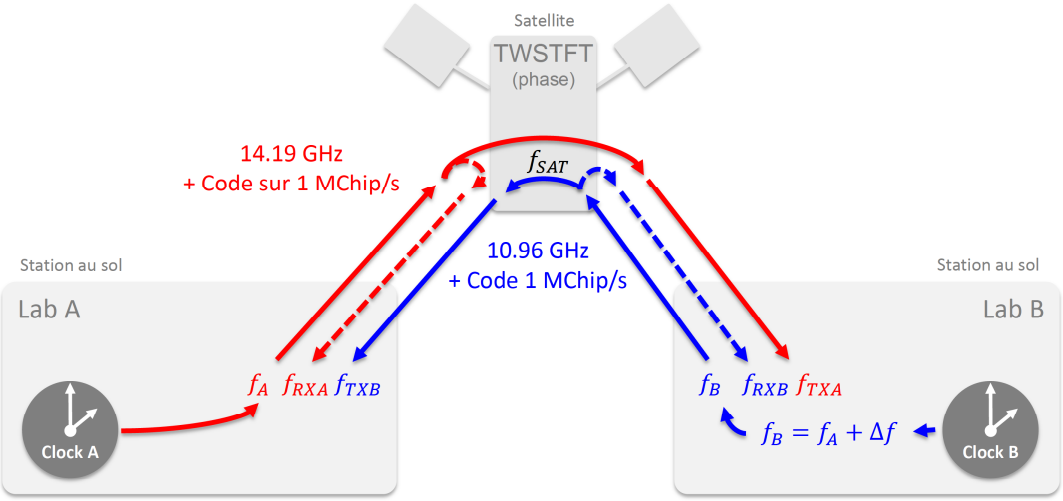


FIGURE 5.3 – Méthode TWSTFT combinant la phase des signaux micro-ondes et le code pseudo-aléatoire. Le site A transmet le signal f_A de l'horloge A vers le satellite. Le signal f_{RXA} correspond au signal renvoyée au site A et f_{TXA} au signal transmis au site B. Réciproquement pour l'horloge B. Il faut tenir compte de l'oscillateur f_{SAT} du satellite et de l'effet Doppler produit par le mouvement du satellite.

la mesure de la phase des signaux micro-onde et la mesure du code pseudo-aléatoire.

Nous considérons que l'horloge A est l'horloge de référence et l'horloge B, celle qui possède un décalage en fréquence Δf par rapport à la référence. La figure 5.3 présente les signaux micro-ondes transférés au site distant via le satellite avec :

- f_A le signal de départ de l'horloge A envoyé vers le laboratoire B et représentée en rouge ;
- et f_B le signal de départ de B vers A, représentée en bleu.

Au niveau du satellite, une partie du signal en pointillé est renvoyée vers le site de départ en passant par l'oscillateur local du satellite f_{SAT}. Pour les deux sites, ces signaux s'écrivent :

- f_{RXA} le signal de l'horloge A renvoyé vers le laboratoire A en pointillé rouge ;
- et f_{RXB} celui qui revient au laboratoire B en pointillé bleu.

L'autre partie du signal est effectivement transmise au site distant, qui reçoit le signal :

- f_{TXA} le signal de l'horloge A transmis au laboratoire B ;
- et f_{TXB} celui de B transmis à A ;

Pour ces deux derniers signaux transmis, il faudra également tenir compte de la

fréquence de l'oscillateur local du satellite f_{SAT}.

Toutes ces fréquences transmises subissent également un effet Doppler causé par le déplacement du satellite. Nous disposons ainsi d'un système de quatre équations avec quatre inconnues qui sont :

1. l'effet Doppler k_A relatif au site A par rapport au satellite ;
2. l'effet Doppler k_B relatif au site B par rapport au satellite ;
3. la fréquence de l'oscillateur local f_{SAT} embarqué dans le satellite ;
4. et enfin le décalage en fréquence entre les deux horloges Δf que nous souhaitons déterminer.

Ce système peut être résolu par deux méthodes. La première méthode, dite *itérative* basée sur la technique de Newton-Raphson, semblait intéressante car elle permettait de s'affranchir complètement du code pseudo-aléatoire et de ses limites. Mais certains tests ont montrés qu'elle introduisait un bruit supplémentaire dans la détermination de Δf. Cette méthode est détaillée dans la thèse de [Amale Kanj, 2012].

La deuxième méthode utilise le code pseudo-aléatoire des deux signaux renvoyés au point de départ. Il est alors possible de déterminer une écriture complexe du décalage Δf après des linéarisations au premier ordre (par des développements de Taylor) et de multiples combinaisons (par différenciation).

La figure 5.4 présente la stabilité de fréquence obtenue pour un lien TWSTFT en phase, entre le SYRTE et le PTB (Braunschweig en Allemagne). La stabilité a été calculée avec l'écart-type d'Allan pour des temps d'intégration allant jusqu'à 128 s. Le lien présente ainsi une stabilité de $2,6\times10^{-12}$ à 1 s avec une pente en $\tau^{-1/2}$ jusqu'à 100 s, caractéristique d'un bruit de blanc de fréquence. À 256 s, la stabilité atteint un point bas, égale à $8,7\times10^{-14}$, avant d'être dégradé par du bruit de scintillation de fréquence (pente en τ^0).

Sur la même figure, nous avons placé les résultats plus récents publiés dans l'article [Fujieda et al., 2014] et qui s'appuient sur les travaux de [Nakagawa et al., 2013]. M. Fujieda a réalisé un lien TWSTFT en phase de 9000 km, appelé dans l'article TWCP (*Two-Way Carrier Phase*), entre le *National Institute of Information and Communications Technology* (NICT) et le PTB avec la même technique mais des appareils expérimentaux différents. La stabilité de la fréquence obtenue à 1 s est de 2×10^{-13}, c'est à dire un ordre de grandeur en dessous des résultats de [Amale Kanj, 2012]. Après une journée d'intégration, le lien satellitaire doit prendre

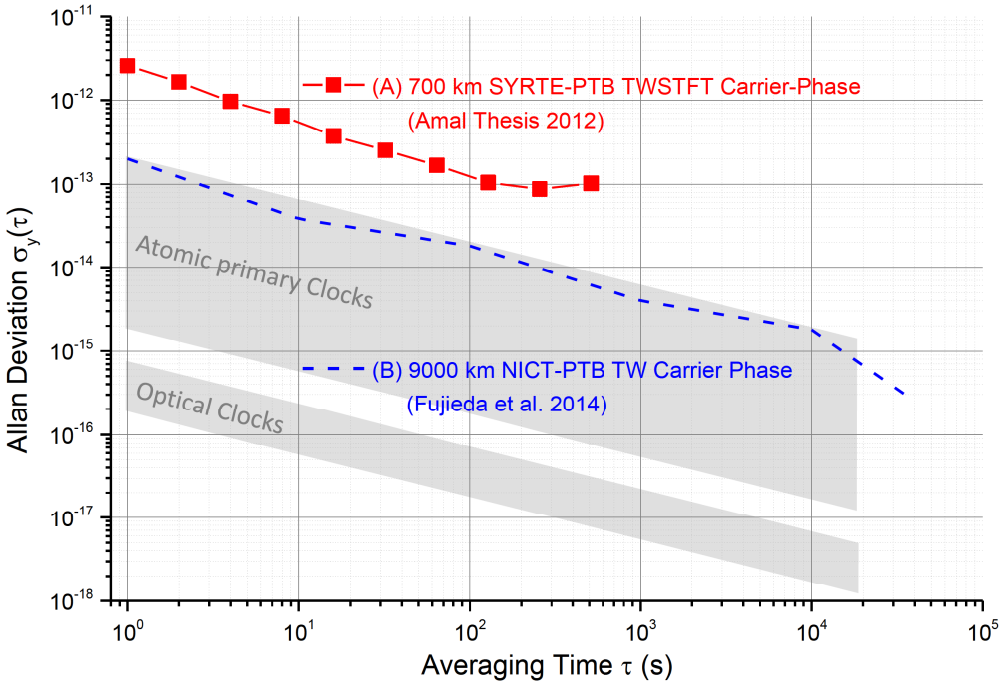


FIGURE 5.4 – Stabilité de fréquence des liens micro-onde TWSTFT en phase. Le lien entre le SYRTE et le PTB présente une stabilité en □ rouge (A) (sans les barres d'erreur) de $2,6 \times 10^{-12}$ à 1 s et limité par le bruit de scintillation de fréquence juste en-dessous de 10^{-13} [Amale Kanj, 2012]. Le niveau de stabilité en pointillé bleu (B) du lien de 9000 km entre le PTB et le NICT est meilleure d'un ordre de grandeur et est suffisante pour comparer certaines horloges primaires [Fujieda et al., 2014].

en compte le délai de l'ionosphère. Avec la correction de ce délai, M. Fujieda montre que la stabilité atteint pour la première fois quelques 10^{-16} à 10^5 s.

Le TWSTFT en phase (plus le code pseudo-aléatoire) a permis d'améliorer les résultats en stabilité court terme par rapport à la méthode précédente utilisant exclusivement du code pseudo-aléatoire et par rapport au GPS. En tenant compte des délais de l'ionosphère, il est possible d'atteindre quelques 10^{-16} sur le long terme avec une portée de 9000 km. La comparaison en fréquence des étalons devient accessible et offre un niveau de performance que seuls les liens fibrés dépassent. Mais ce résultat reste insuffisant pour les meilleures fontaines et pour les meilleures horloges optiques, représentées en gris sur la figure 5.4. De plus ces méthodes coûtent cher car il est nécessaire de louer du temps d'utilisation d'un satellite (donc également dépendantes de sa disponibilité) et de louer une largeur de bande importante.

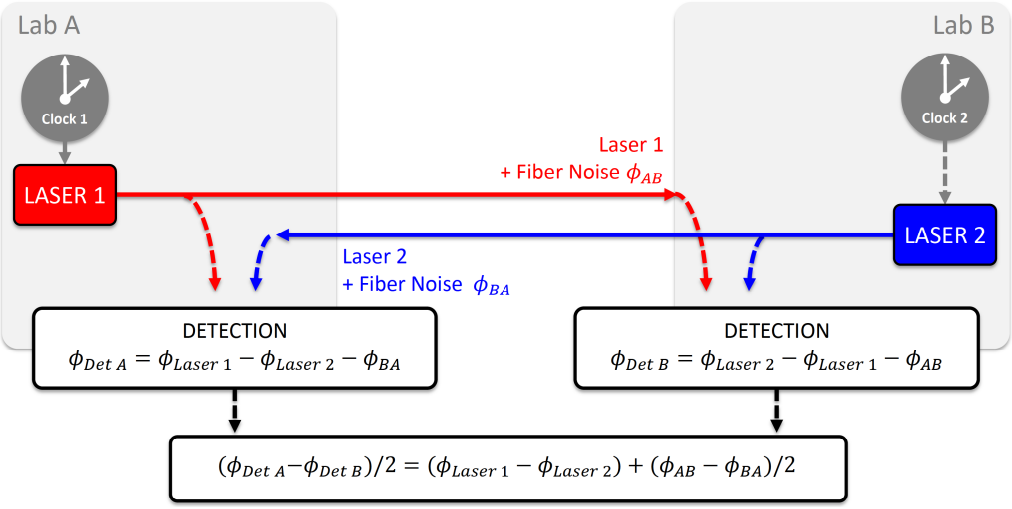


FIGURE 5.5 – Principe du Two-Way appliqué aux liens fibrés. Sur chaque site, une détection est réalisée entre le laser local et le laser transmis. Les bruits de phase ϕ_{AB} et ϕ_{BA} accumulés respectivement par les lasers transmis 1 et 2 sont supprimés en post-traitement avec la soustraction des deux détections et la division par deux.

5.2.2.2 Avec une liaison fibrée

Deux horloges distantes l'une de l'autre, par exemple *Clock A* et *Clock B* sur la figure 5.5, et reliées par une fibre optique peuvent également être comparées avec la technique du Two-Way. Le laboratoire A transfère son signal de référence laser 1 au laboratoire distant B à travers la fibre, ce qui introduit le bruit de phase ϕ_{AB}. Réciproquement, le signal de référence laser 2 du laboratoire B accumule le bruit de phase ϕ_{BA} lors du transfert vers A. Chaque site distant réalise alors la comparaison de phase du signal reçu avec son signal local et les détections donnent :

$$\phi_{DET\,1} = \phi_{Laser\,1} - \phi_{Laser\,2} - \phi_{BA} \tag{5.4}$$

$$\phi_{DET\,2} = \phi_{Laser\,2} - \phi_{Laser\,1} - \phi_{AB} \tag{5.5}$$

avec ϕ_{BA} le bruit de phase accumulé dans la fibre de B vers A et ϕ_{AB} le bruit de phase accumulé dans la fibre de A vers B. En post-traitement, la soustraction et la division par deux des détections $\phi_{DET\,1}$ et $\phi_{DET\,2}$ permet d'obtenir :

$$(\phi_{DET\,1} - \phi_{DET\,2})/2 = (\phi_{Laser\,1} - \phi_{Laser\,2}) + (\phi_{AB} - \phi_{BA})/2 \tag{5.6}$$

Dans l'hypothèse d'un bruit corrélé et d'une synchronisation des détections, le bruit de phase ϕ_{BA} est égal au bruit de phase ϕ_{AB} accumulé dans l'autre sens. Le deuxième terme devient négligeable devant la comparaison des lasers 1 et 2 et nous obtenons :

$$(\phi_{DET\,1} - \phi_{DET\,2})/2 = (\phi_{Laser\,1} - \phi_{Laser\,2}) \tag{5.7}$$

On peut ainsi comparer les phases des lasers 1 et 2. En suivant ce principe, nous proposons dans ce chapitre deux techniques Two-Way différentes :

1. le Two-Way en propagation bidirectionnelle avec une seule fibre ;
2. le Two-Way en propagation unidirectionnelle avec deux fibres parallèles.

Pour ces deux techniques, il est nécessaire de synchroniser les détections pour que :

- les bruits de phase accumulés dans les fibres puissent se retrancher ;
- et les dérives des lasers soient supprimées dans le traitement des données.

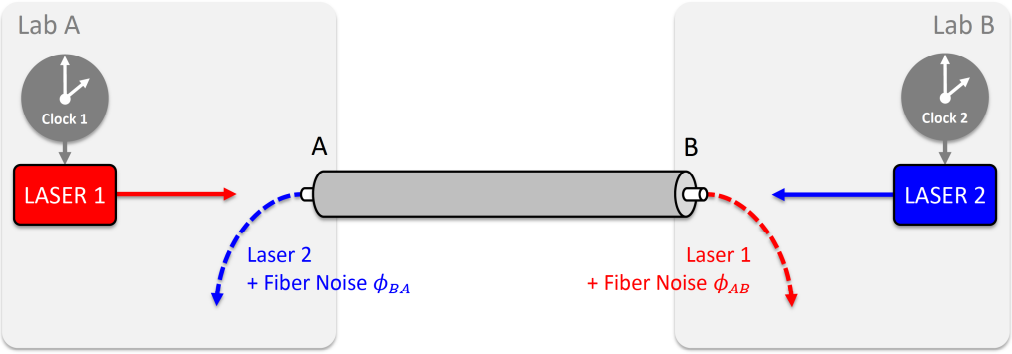
Ces deux techniques sont représentées sur la figure 5.6. La détection des signaux est réalisée avec des compteurs de fréquence et leur synchronisation est réalisée par exemple avec le GPS. Pour synchroniser les deux jeux de données, d'autres techniques sont possibles comme rechercher l'optimum de la soustraction. A la fin de ce chapitre, nous développons cette problématique avec la dérive des deux lasers.

Le Two-Way en configuration Bidirectionnelle

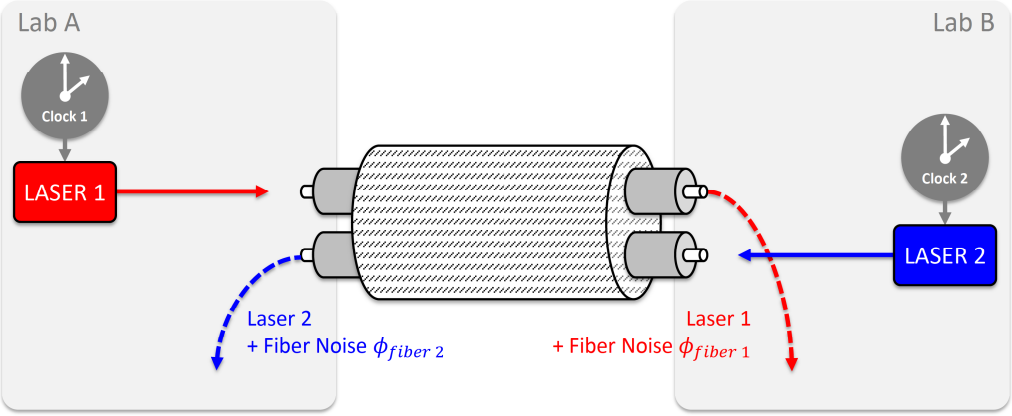
La première configuration est le Two-Way Bidirectionnel, ou 2WB, représentée par la figure 5.6a. La propagation dans la fibre est bidirectionnelle, comme avec l'ANC. Chaque site transfère son signal de référence dans la même fibre. Les chemins optiques étant rigoureusement identiques, les bruits de phase ϕ_{AB} et ϕ_{BA} sont fortement corrélés et donc compensés dans le post-traitement. Si la technique est déployée sur le réseau Internet, il faut contourner les équipements unidirectionnels.

Le Two-Way en configuration Unidirectionnelle

Pour éviter cette intervention sur le réseau, nous proposons également la technique du Two-Way Unidirectionnel, ou 2WU, représentée par la figure 5.6b. Les lasers sont transmis dans deux fibres différentes utilisées en propagation unidirectionnelle mais placées ensemble dans le même câble. Nous considérons donc que les



(a) Technique du Two-Way Bidirectionnel avec 1 fibre (2WB)



(b) Technique du Two-Way Unidirectionnel avec 2 fibres (2WU)

FIGURE 5.6 – Comparaison des lasers 1 et 2 par la méthode Two-Way appliquée (a) sur une fibre en propagation bidirectionnelle et (b) sur deux fibres en propagation unidirectionnelle. Pour (a), le bruit de phase est corrélé entre les deux sens de propagation et pour (b) partiellement corrélé entre les deux fibres côte à côte.

bruits de phase $\phi_{fiber\,1}$ et $\phi_{fiber\,2}$ entre les deux fibres respectivement 1 et 2 sont suffisamment corrélés pour éliminer une partie du bruit en post-traitement.

Two-Way en Local

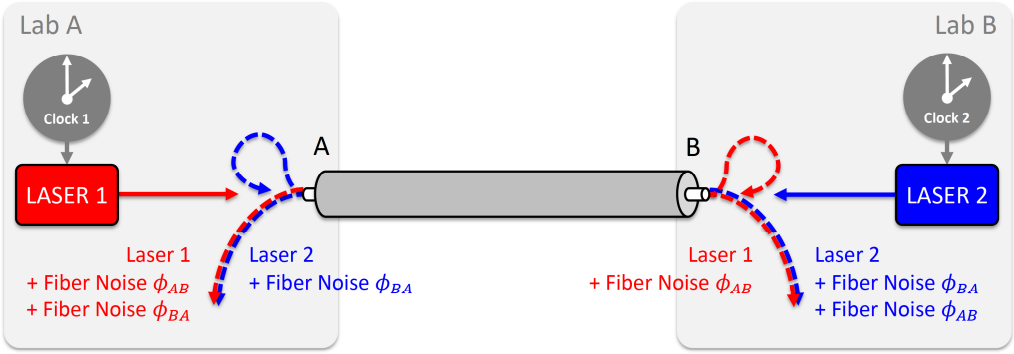
Pour résoudre la difficulté de la synchronisation, nous proposons pour ces deux techniques Two-Way une variante : le Two-Way Local, ou 2W-LO. Nous renvoyons une partie du signal transféré au point de départ pour réaliser localement une comparaison des deux horloges. Les signaux de référence sont transférés dans la (ou les) fibre(s) et à l'extrémité une partie de signal représenté en pointillé rouge sur les figures 5.7 est rebouclé vers le point de départ. Nous pouvons ainsi détecter le bruit aller-retour accumulé dans la fibre pour la configuration Bidirectionnelle et le bruit accumulé dans les deux fibres pour la configuration Unidirectionnelle.

La figure 5.7a représente le Two-Way Local en configuration Bidirectionnelle, ou 2WB-LO. Les signaux rebouclés en pointillé rouge et bleu sont renvoyés dans la même fibre. La figure 5.7b représente le Two-Way Local en configuration Unidirectionnelle, ou 2WU-LO. Le signal du laser 1 arrivant au site B est renvoyé vers A avec l'autre fibre. Et réciproquement pour le signal du laser 2.

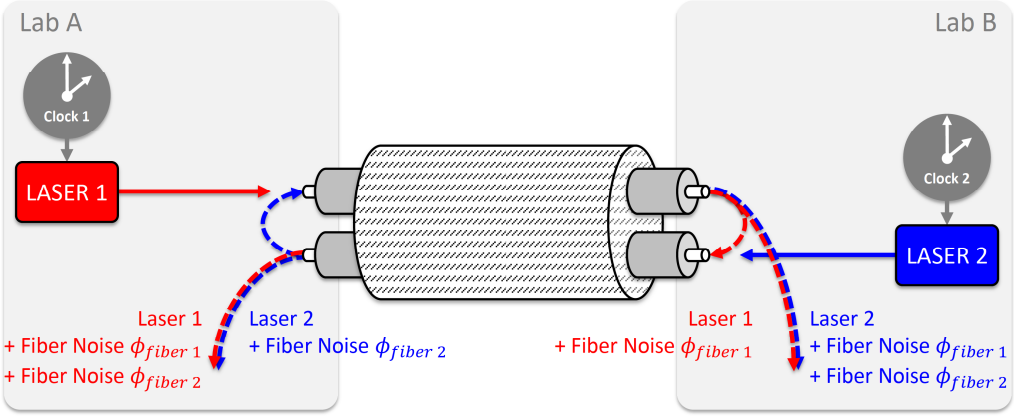
La comparaison des signaux peut alors se faire localement, sans échanger les données entre les sites et sans synchronisation des détections. Cette dernière technique cumule donc deux avantages : elle est compatible avec le réseau Internet unidirectionnel et les compteurs n'ont pas besoin d'être synchronisés par un signal extérieur.

En conclusion

Ces différentes techniques Two-Way sur fibre ne permettent pas de **transférer** une fréquence de référence à un laboratoire utilisateur comme nous le réalisons avec la technique de l'ANC. Le Two-Way permet seulement de **comparer** deux fréquences distantes, provenant par exemple d'un signal optique stabilisé sur une cavité ultrastable, dont les dérives sont maîtrisées avec la synchronisation des mesures. Dans ce cas, nous verrons avec les modèles de bruit et les résultats expérimentaux que les performances du Two-Way sur une boucle fibrée parisienne sont supérieures à l'ANC et dépasse de plusieurs ordres de grandeur toutes les liaisons satellitaires mise en oeuvre jusqu'ici, ce qui motive fortement son développement.



(a) Technique du Two-Way Bidirectionnel avec 1 fibre (2WB-LO)



(b) Technique du Two-Way Unidirectionnel avec 2 fibres (2WU-LO)

FIGURE 5.7 – Comparaison des lasers A et B par la méthode Two-Way Local avec une partie du signal rebouclée au point de départ via (a) la même fibre en propagation bidirectionnelle pour le 2WB-LO et (b) la deuxième fibre en propagation unidirectionnelle pour le 2WU-LO.

5.3 Description des montages Two-Way sur fibre

Les réseaux de télécommunications sont toujours constitués d'un fourreau avec plusieurs fibres, et chaque liaison Internet est réalisée avec une paire de fibres unidirectionnelles : une fibre *montante* et une fibre *descendante*. Notre partenariat avec Renater nous permet de bénéficier pour chaque liaison d'une paire de fibres.

5.3.1 Two-Way Bidirectionnel

Dans le cadre du Two-Way Bidirectionnel, nous contournons les équipements unidirectionnels de Renater et nous utilisons en propagation bidirectionnelle une seule des deux fibres.

5.3.1.1 Description du principe

Sur la figure 5.8, chacun des laboratoires A et B possède un laser de référence, respectivement le laser 1 et le laser 2. Après passage dans un coupleur et un décalage en fréquence par un premier AOM, une partie du signal optique est transférée au site distant à travers la fibre optique, où il est également décalé en fréquence par un deuxième AOM. Après propagation d'une extrémité à l'autre, le signal est donc décalé par les AOMs de la fréquence $f_1 + f_2$.

Au site opposé B, le coupleur OC 2 permet de détecter le battement entre le laser 1 transmis et le laser local 2 réfléchi par FM2. Ce battement est détecté avec la photodiode PD2. Réciproquement au laboratoire A, nous détectons sur PD1 le battement entre le laser local 1 et le laser transmis 2, également décalé de la fréquence $f_1 + f_2$. Les coupleurs OC 1 et OC 2 permettent ainsi de réaliser un double montage interférométrique de type Michelson. Le bras interférométrique de référence correspond au signal optique réfléchi par les miroirs FM1 et FM2 respectivement. Le bras long correspond à la fibre optique.

Dans le laboratoire A, le contrôleur de polarisation PC 1 permet d'optimiser simultanément les deux rapports signal sur bruit des battements sur PD1 et PD2. En réalité, nous avons observé lors des travaux expérimentaux qu'il n'était pas possible de les optimiser parfaitement et nous avons recherché un réglage des deux battements au mieux.

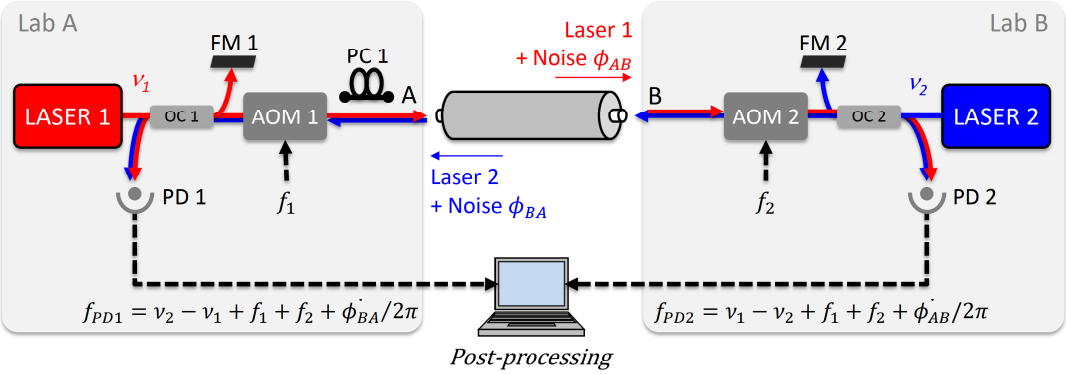


FIGURE 5.8 – Montage électro-optique du Two-Way Bidirectionnel. Le signal optique transmis est décalé de la fréquence $f_1 + f_2$ par les deux AOM 1 et 2. Le signal local est réfléchi par les miroirs FM1 et FM2 et le battement avec le signal transmis est détecté avec les photodiodes PD1 et PD2. AOM : Modulateur Acousto-Optique ; PD : Photodiode ; FM : Faraday Mirror ; PC : Polarization Controller.

Les détections des battements sur PD1 et PD2 donnent :

$$f_{PD1} = \nu_2 + f_1 + f_2 - \nu_1 + \dot{\phi}_{BA}/2\pi \tag{5.8}$$

$$f_{PD2} = \nu_1 + f_1 + f_2 - \nu_2 + \dot{\phi}_{AB}/2\pi \tag{5.9}$$

avec ν_1 et ν_2 les fréquences optiques des lasers 1 et 2 qui accumulent respectivement les bruits de phase ϕ_{AB} et ϕ_{BA} dans la fibre.

La détection synchronisée de ces deux signaux doit permettre de soustraire les bruits de phase corrélés ϕ_{AB} et ϕ_{BA}, et de mesurer la différence entre les signaux de référence ν_1 et ν_2 :

$$\begin{aligned}(f_{PD1} - f_{PD2})/2 &= (\nu_2 + f_1 + f_2 - \nu_1 - \nu_1 - f_1 - f_2 + \nu_2)/2 \\ &\quad + (\dot{\phi}_{BA}/2\pi - \dot{\phi}_{AB}/2\pi)/2 \\ &= (\nu_2 - \nu_1) + (\dot{\phi}_{BA}/2\pi - \dot{\phi}_{AB}/2\pi)/2 \end{aligned} \tag{5.10}$$

Dans nos conditions expérimentales, la fibre forme une boucle dont les deux extrémités sont réunies en un seul site (le LPL). Le laser est commun et le premier terme de l'équation 5.6 s'annule. Nous pouvons alors étudier le bruit résiduel $\phi_{BA} - \phi_{AB}$ du 2WB.

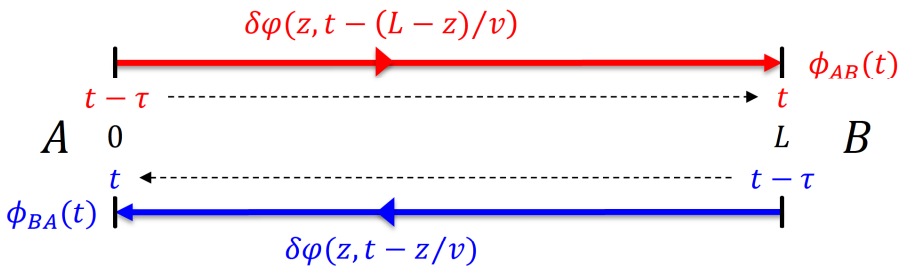


FIGURE 5.9 – Modélisation du bruit de phase linéique $\delta\varphi(z,t)$ intégré sur la longueur L de la fibre en propagation bidirectionnelle. De A vers B en rouge, le laser 1 accumule le bruit de phase ϕ_{AB} et de B vers A en bleu, le laser 2 accumule ϕ_{BA}.

5.3.1.2 Modélisation du bruit pour le 2WB et comparaison avec l'ANC

Nous reprenons les définitions du chapitre 3. Le bruit de phase par unité de longueur, ou bruit de phase linéique, s'écrit $\delta\varphi(z,t)$. Il est défini au point z de la fibre optique à l'instant t. Le bruit de phase accumulé sur une longueur $\mathrm{d}z$ de fibre est $\delta\varphi(z,t)\mathrm{d}z$. Pour la technique du lien compensé activement (ANC), nous avons aussi introduit les notions de *forward* et de *backward* pour les bruits de phase $\phi_+(t)$ et $\phi_-(t)$ respectivement, accumulés sur la longueur L de la fibre par le signal optique après un aller-retour. Dans le cadre du Two-Way, bien que les bruits accumulés soient les mêmes, ces notions n'ont pas de sens. Nous écrivons donc les bruit de phase $\phi_{AB}(t)$ et $\phi_{BA}(t)$.

La figure 5.9 reprend également la première partie (a) de la figure 3.1. Le bruit de phase accumulé par le laser 1 lors d'une propagation d'une extrémité à une autre et représenté en rouge s'écrit :

$$\phi_{AB}(t) = \int_0^L \delta\varphi\left(z, t-\tau+\frac{z}{v}\right)\mathrm{d}z \tag{5.11}$$

avec τ le délai de propagation dans la fibre égale à L/v. De même, le bruit de phase accumulé par le laser 2 et représenté en bleu s'écrit :

$$\phi_{BA}(t) = \int_0^L \delta\varphi\left(z, t-\frac{z}{v}\right)\mathrm{d}z \tag{5.12}$$

avec l'écriture des bruits de phase ϕ_{AB} et ϕ_{BA} identique à celle des bruits ϕ_+ et ϕ_- dans le chapitre 3, équation 3.1 et 3.2.

Ces deux bruits de phase sont détectés à chaque extrémité par les photodiodes PD1 et PD2. Il est donc nécessaire de synchroniser les détections, mais aussi de maîtriser les dérives des lasers sources pour que l'expression du temps t dans les équations 5.11 et 5.12 coïncident. Pour comparer les signaux de référence et supprimer le bruit de phase, nous réalisons une soustraction et une division par 2 des deux mesures synchronisées :

$$\begin{aligned}\phi_{2WB}(t) &= \frac{1}{2}\left[\phi_{AB}(t) - \phi_{BA}(t)\right] \\ &= \frac{1}{2}\int_0^L \left[\delta\varphi\left(z, t-\tau+\frac{z}{v}\right) - \delta\varphi\left(z, t-\frac{z}{v}\right)\right]\mathrm{d}z\end{aligned} \tag{5.13}$$

Un développement de Taylor au 1er ordre de $\phi_{2WB}(t)$ donne :

$$\phi_{2WB}(t) = \frac{1}{2}\int_0^L \left(\frac{2z}{v} - \tau\right)\cdot\delta\varphi'(z,t)\mathrm{d}z \tag{5.14}$$

avec $\delta\varphi'(z,t)$ la dérivée partielle du bruit de phase linéique $\delta\varphi(z,t)$ par rapport au temps (voir équation 3.4).

Le bruit de phase linéique $\delta\varphi(z,t)$ est un signal aléatoire. $\phi_{2WB}(t)$ est donc aussi un signal aléatoire et sa densité spectrale de puissance (PSD) est obtenue par la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation. Cette autocorrélation s'écrit :

$$\begin{aligned}R_{2WB}(u) &= \overline{\phi_{2WB}(t)\phi_{2WB}(t-u)} \\ &= \frac{1}{4}\int_0^L\int_0^L \left(\frac{2z}{v}-\tau\right)\left(\frac{2z'}{v}-\tau\right)\overline{\delta\varphi'(z,t)\delta\varphi'(z',t-u)}\mathrm{d}z\mathrm{d}z'\end{aligned} \tag{5.15}$$

Le bruit de phase sur cette fibre provient des fluctuations thermiques et acoustiques : $\delta\varphi'(z,t)$ est considéré non-corrélé pour deux positions différentes z et z' séparées de plus de ΔL. L'autocorrélation est donc calculée avec la fonction Dirac δ de largeur ΔL infiniment petite par rapport à la longueur L de la fibre. Nous considérons également que le bruit de phase linéique est indépendant de la position z (voir chapitre 3). L'autocorrélation de $\delta\varphi'(z,t)$ peut alors s'écrire :

$$\overline{\delta\varphi'(z,t)\delta\varphi'(z',t-u)} = \overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-u)}\Delta L\delta(z-z') \tag{5.16}$$

et l'autocorrélation de $R_{2WB}(u)$ devient :

$$\begin{aligned} R_{2WB}(u) &= \frac{1}{4}\overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-\tau)}\Delta L \int_0^L \left(\frac{2z}{v} - \tau\right)^2 \mathrm{d}z \\ &= \frac{1}{4}\overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-\tau)}\Delta L \frac{L\tau^2}{3} \end{aligned} \tag{5.17}$$

Nous réalisons ensuite la transformée de Fourier de cette fonction d'autocorrélation :

$$\begin{aligned} S_{2WB}(f) &= \mathcal{F}\left[R_{2WB}(u)\right] \\ &= \mathcal{F}\left[\overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-u)}\,\Delta L\,\frac{L\tau^2}{12}\right] \\ &= \frac{\tau^2}{12}\mathcal{F}\left[\overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-u)}\,\Delta L\,L\right] \end{aligned} \tag{5.18}$$

avec τ le délai de propagation dans la fibre. En suivant l'écriture des équations 3.15 et 3.16, on obtient :

$$S_{2WB}(f) = \frac{1}{12}(2\pi f\tau)^2 S_{fiber}(f) \tag{5.19}$$

avec $S_{fiber}(f)$ le bruit de phase de la fibre libre (voir équation 3.18). Le rapport entre la DSP du two-way bidirectionnel $S_{2WB}(f)$ et la DSP de la fibre libre $S_{fiber}(f)$ est donc :

$$\frac{S_{2WB}(f)}{S_{fiber}(f)} = \frac{1}{12}(2\pi f\tau)^2 = \frac{1}{R_p} \tag{5.20}$$

Cette expression du taux de réjection est analogue à celle obtenue pour l'ANC. Cependant nous obtenons un facteur 1/12 pour la technique 2WB tandis que la technique d'un lien compensé activement ANC donnait un facteur 1/3 (voir équation 3.19). Le facteur 4 entre les deux techniques signifie que la même puissance de bruit de phase détecté avec le 2WB sera 4 fois plus compensé qu'avec l'ANC.

Cette différence provient du délai de propagation. Pour compenser le bruit, l'ANC a besoin du signal aller-retour dans la fibre, ce qui nécessite un temps de propagation égal à 2τ. Avec le 2WB, il s'écoule un temps égal à τ pour que le bruit soit accumulé par les laser 1 et 2. D'un point de vue modélisation, nous pouvons dire que le délai de propagation est plus court pour le 2WB donc le taux de réjection

du bruit est amélioré. D'un point de vue physique, on peut remarquer que, pour le 2WB, le bruit en un point z de la fibre sera détecté par les lasers 1 et 2 avec un décalage temporel maximal de τ. Pour l'ANC au contraire, le bruit en un point z de la fibre sera détecté par le laser à l'aller et au retour avec un décalage temporel maximal de 2τ. Cependant ce bruit sera supprimé en post-traitement pour le 2WB, alors que l'ANC permet de le compenser activement en temps réel.

La comparaison des deux techniques et de leur modèle de bruit reste néanmoins très pertinente d'un point de vue métrologique car on compare deux techniques de transfert/comparaison de fréquence avec deux dispositifs complètement différents et indépendants. Nous avons ainsi une première approche du problème de corrélation des bruits dans un lien optique.

Nous avons vu dans le chapitre 3 et dans cette section que les performances d'un lien optique étaient limitées par le délai de propagation τ avec :

- le taux de réjection du bruit égale à $R_p = a \times (2\pi f \tau)^2$, avec $a = 1/3$ pour l'ANC (voir section 3.2.6 et équation 3.19) et $a = 1/12$ pour le 2WB (voir section précédente et équation 5.20) ;
- et la bande passante de la correction égale à $f_C = 1/4\tau$ pour la technique de l'ANC (voir section 3.3 et équation 3.27).

Pour détecter ces bruits, nous avons besoin d'une très bonne sensibilité du montage interférométrique, qui peut être une source de bruit par constitution. Il peut exister aussi entre les deux signaux des bruits ou des chemins non-réciproques dans le montage interférométrique, et des effets non-réciproques comme l'effet Sagnac sur le lien fibré. Ces aspects sont abordés dans le chapitre 2.

5.3.1.3 Sensibilité thermique du montage interférométrique

Relevé par le groupe américain [Williams et al., 2008] et le groupe allemand [Grosche et al., 2009], la détection du bruit de phase dans les liens est sensible au bruit existant sur les bras de référence du montage interférométrique. Ces bras de référence correspondent aux deux petites fibres avec les miroirs FM1 et FM2, représentés sur la figure 5.8 du 2WB. Dans le cadre de nos expériences, les deux montages interférométriques ont été placés dans une boîte métallique thermalisée et isolée par une épaisseur de mousse. Si les longueurs des fibres sont suffisamment petites et le montage interférométrique correctement isolé, nous pouvons négliger les bruits

acoustiques et mécaniques sur ces fibres et composants (à haute fréquence). Grace à une thermalisation active de la boîte métallique, nous serons également insensible aux bruits thermiques moyens termes, lié aux cycles de fonctionnement de la climatisation. En revanche, nous resterons sensible aux effets thermiques longs termes, comme les cycles diurnes et plus largement, les cycles saisonniers.

Erreur de phase sur les bras de référence

Dans la section 2.2.1.2, l'équation 2.3 décrit le bruit de phase d'origine thermique comme étant, pour les basses fréquences, une fonction déterministe des variations de la température. On en déduit l'équation 2.5 décrivant le bruit de phase d'origine thermique intégré sur une longueur de fibre L, qui nous permet d'écrire ici l'erreur de phase entre les deux bras de référence du 2WB :

$$\Delta\Phi(t) = \gamma\omega\left(\int_{OC1}^{FM1} \Delta T(z,t)\mathrm{d}z - \int_{OC2}^{FM2} \Delta T(z,t)\mathrm{d}z\right) \tag{5.21}$$

avec γ le coefficient phase-température égale à 37 fs/K.m (déterminé dans notre article [Stefani et al., 2014] pour une fibre SMF-28) et ω la fréquence angulaire du signal optique. Cette erreur de phase sera nulle si :

1. les longueurs des fibres des bras de référence sont parfaitement identiques et les plus petites possibles ;
2. les deux fibres sont à la même température.

Ceci peut être réalisé en plaçant côte à côte les deux fibres et avec une température de la boîte interférométrique parfaitement homogène et activement thermalisée.

Expérimentalement, il n'est pas possible de réunir parfaitement ces deux conditions, d'autant plus qu'en condition réelle, pour la comparaison de fréquence entre deux laboratoires, les deux interféromètres ne sont pas placés dans la même boîte interférométrique.

La solution pour obtenir l'erreur de phase introduite par les bras de référence est de caractériser le montage interférométrique. Nous introduisons un changement de température dans le montage et nous mesurons l'erreur de phase. Les résultats de la caractérisation du montage 2WB sont donnés dans la section 5.4.1.2.

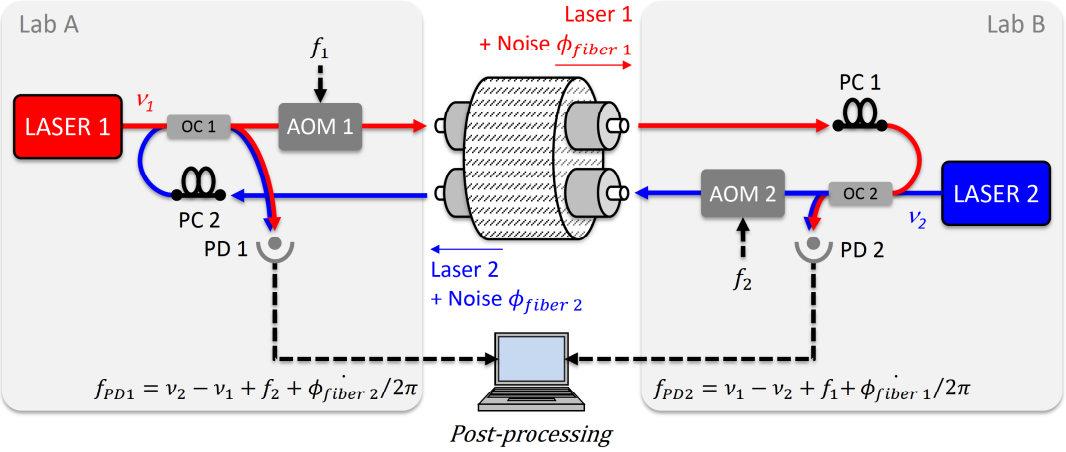


FIGURE 5.10 – Montage électro-optique du Two-Way Unidirectionnel. Le laser 1 est décalé de la fréquence f_1 par l'AOM 1 puis transmis au site opposé avec la fibre 1. Réciproquement pour le laser 2. Le battement avec le signal local est optimisé par un contrôleur de polarisation PC et détecté par une photodiode PD. AOM : Modulateur Acousto-Optique ; PD : PhotoDiode ; PC : Polarization Controller.

5.3.2 Two-Way Unidirectionnel

Le Two-Way Unidirectionnel, ou 2WU, utilise les deux fibres optiques fournies par notre partenaire Renater pour comparer deux fréquences optiques de référence distantes. Cette technique a l'avantage d'être compatible avec le réseau Internet unidirectionnel et simplifie le matériel à installer. Nous verrons dans la suite que cette technique est innovante et présente des résultats prometteurs bien que moins performants que ceux obtenus avec le 2WB ou l'ANC.

5.3.2.1 Description du principe

La figure 5.10 présente le dispositif. Chaque laboratoire possède un montage interférométrique pour réaliser un battement optique entre le laser local et le laser distant transféré avec une fibre. La fibre 1 correspond au bras long du montage interférométrique du laboratoire A et la fibre 2 à celui du laboratoire B. Avant de circuler dans la fibre, le laser 1 est décalé de la fréquence f_1 par l'AOM 1 et le laser 2 de la fréquence f_2 par l'AOM 2. Comme les signaux sont transférés avec une paire de fibres, qui sont juxtaposées, nous supposons que les bruits de phase $\phi_{fiber\,1}$ et $\phi_{fiber\,2}$ sont suffisamment corrélés pour être partiellement supprimés en post-traitement.

La polarisation du laser transmis au site distant peut être modifiée avec les contrôleurs de polarisation PC1 et PC2 pour optimiser indépendamment les deux battements détectés avec PD1 et PD2. La détection de ces battements donne :

$$f_{PD1} = \nu_2 + f_2 - \nu_1 + \dot{\phi}_{fiber\,2}/2\pi \tag{5.22}$$

$$f_{PD2} = \nu_1 + f_1 - \nu_2 + \dot{\phi}_{fiber\,1}/2\pi \tag{5.23}$$

avec ν_1 et ν_2 les fréquences optiques des lasers 1 et 2 qui accumulent respectivement les bruits de phase $\phi_{fiber\,1}$ (de A vers B) et $\phi_{fiber\,2}$ (de B vers A).

La détection de ces signaux doit être synchronisée pour supprimer correctement une partie du bruit corrélé dans l'opération du post-traitement :

$$(f_{PD1} - f_{PD2})/2 = (\nu_2 - \nu_1) + (f_2 - f_1)/2 + (\dot{\phi}_{fiber\,2}/2\pi - \dot{\phi}_{fiber\,1}/2\pi)/2 \tag{5.24}$$

Pour nos essais sur la boucle fibrée en région parisienne, nous avons utilisé les deux fibres avec les extrémités réunies vers le LPL et un seul laser. Le premier terme s'annule donc et nous pouvons étudier le bruit résiduel $\phi_{fiber\,2} - \phi_{fiber\,1}$.

5.3.2.2 Modélisation du bruit

La modélisation du bruit sur une liaison 2WU est plus délicate car les bruits de phase $\phi_{fiber\,1}$ et $\phi_{fiber\,2}$ accumulés par les lasers 1 et 2 ne sont pas parfaitement corrélés. Ces deux bruits s'écrivent :

$$\phi_{fiber\,1}(t) = \int_0^L \delta\varphi_{fiber\,1}\left(z_1, t - \tau + \frac{z}{v}\right) \mathrm{d}z \tag{5.25}$$

$$\phi_{fiber\,2}(t) = \int_0^L \delta\varphi_{fiber\,2}\left(z, t - \frac{z}{v}\right) \mathrm{d}z \tag{5.26}$$

avec τ le délai de propagation dans la fibre égale à L/v. On suppose que les longueurs des fibres sont quasiment égales mais les chemins parcourus peuvent être sensiblement différents, comme représentés en pointillé sur la figure 5.11.

Ces situations se rencontrent notamment lorsque la paire de fibre passe dans un Shelter de Renater avec des amplificateurs optiques séparés pour les deux fibres. Les deux fibres ne sont alors plus parfaitement juxtaposées et le bruit de phase linéique $\delta\varphi_{fiber\,1}$ devient sensiblement différent de $\delta\varphi_{fiber\,2}$ (sauf pour les très basses

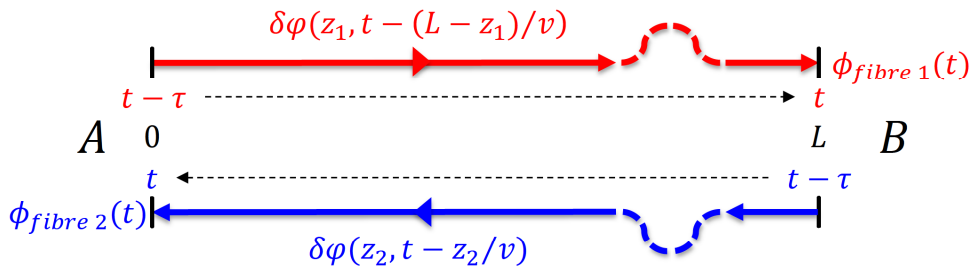


FIGURE 5.11 – Modélisation du bruit de phase linéique $\delta\varphi(z,t)$ intégré sur les longueurs L des deux fibres en propagation unidirectionnelle. De A vers B en rouge, le laser 1 accumule le bruit de phase $\phi_{fiber\,1}$ et de B vers A en bleu le laser 2 accumule $\phi_{fiber\,2}$. Sur certaines sections, représentées en pointillé, la modélisation du bruit non-corrélé est délicate car les deux fibres peuvent s'écarter l'une de l'autre.

fréquences). Nous verrons dans les résultats expérimentaux qu'une séparation sur quelques dizaines de mètres pour un lien de 100 km suffit pour dégrader la stabilité de la comparaison des fréquences. En tenant compte de ces situations, il est délicat de poursuivre la modélisation du bruit avec l'opération réalisée au post-traitement :

$$\begin{aligned}\phi_{2WU}(t) &= \frac{1}{2}\left[\phi_{fiber\,1}(t) - \phi_{fiber\,2}(t)\right] \\ &= \frac{1}{2}\int_0^L \left[\delta\varphi_{fiber\,1}\left(z, t-\tau+\frac{z}{v}\right) - \delta\varphi_{fiber\,2}\left(z, t-\frac{z}{v}\right)\right]\mathrm{d}z \end{aligned} \tag{5.27}$$

Cette technique permet néanmoins d'éliminer une partie du bruit de phase $\phi_{fiber\,1}(t)$ et $\phi_{fiber\,2}(t)$ dans la comparaison des fréquences optiques ν_1 et ν_2. Elle est compatible avec le réseau de télécommunications unidirectionnel et nous présenterons d'excellents résultats en section 5.4.2, avec les deux conditions suivantes :

1. les dérives des lasers doivent être maîtrisées ;
2. et les détections distantes doivent être synchronisées.

5.3.3 Two-Way Local

Dans les deux techniques précédentes, le lien Two-Way possède deux détections distantes PD1 et PD2. Pour éviter la synchronisation des détections et simplifier la comparaison, nous proposons dans cette section la technique Two-Way Local (2W-LO).

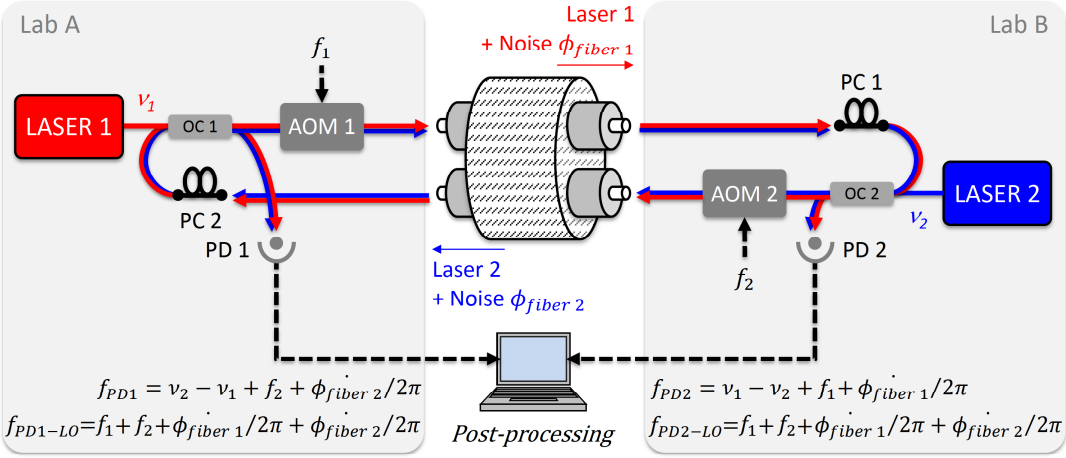


FIGURE 5.12 – Montage électro-optique du Two-Way Local appliqué au montage Unidirectionnel. Une partie du laser 1 transmis une première fois avec la fibre 1 est renvoyée au point de départ avec la fibre 2. Réciproquement pour le laser 2. Sur chaque site, le laser local bat avec le laser transmis et avec le laser rebouclé. AOM : Modulateur Acousto-Optique ; PD : Photodiode ; PC : Polarization Controller.

5.3.3.1 Description du principe appliqué au Two-Way Unidirectionnel

Le principe du Two-Way Local est de renvoyer vers le point de départ une partie du signal optique transférée une première fois. La technique s'applique au Bidirectionnel et au Unidirectionnel, respectivement 2WB-LO et 2WU-LO.

Au cours des travaux présentés dans ce manuscrit, nous avons réalisé le 2WU-LO et la figure 5.12 présente son principe. Nous retrouvons le montage réalisé pour le 2WU avec les lasers 1 et 2 transférés une première fois au site distant pour battre avec le laser local. Pour ces battements, nous redonnons les équations précédentes 5.22 et 5.23 :

$$f_{PD1} = \left(\nu_2 + f_2 + \dot{\phi}_{fiber\,2}/2\pi\right) - \nu_1 \tag{5.28}$$

$$f_{PD2} = \left(\nu_1 + f_1 + \dot{\phi}_{fiber\,1}/2\pi\right) - \nu_2 \tag{5.29}$$

Une partie du signal transmis une première fois est renvoyée vers le site de départ. Si nous prenons le cas du laser 1 transféré vers le laboratoire B avec la fibre 1, puis à la sortie du coupleur OC2 une partie est renvoyée avec la fibre 2 vers le laboratoire d'origine A. Le signal accumule le bruit de phase $\phi_{fiber\,1}+\phi_{fiber\,2}$ et sa détection avec

PD1 donne :

$$f_{PD1-LO} = \left(\nu_1 + f_1 + f_2 + \dot{\phi}_{fiber\,1}/2\pi + \dot{\phi}_{fiber\,2}/2\pi\right) - \nu_1 \tag{5.30}$$

avec le signal optique ν_1 du laser 1 décalé successivement des fréquences f_1 et f_2 par les AOM 1 et 2. Réciproquement, le laser 2 accumule le bruit de phase $\phi_{fiber\,2} + \phi_{fiber\,1}$ après un aller-retour dans les fibres 2 et 1. La détection de ce signal par la photodiode PD2 donne :

$$f_{PD2-LO} = \left(\nu_2 + f_2 + f_1 + \dot{\phi}_{fiber\,2}/2\pi + \dot{\phi}_{fiber\,1}/2\pi\right) - \nu_2 \tag{5.31}$$

Ces signaux ont réalisé un aller-retour et ils sont deux fois plus atténués que les signaux 5.28 et 5.29. Il peut être nécessaire d'insérer des amplificateurs optiques de type EDFA (*Erbium-Doped Fiber Amplifier*) au niveau des contrôleurs de polarisation PC1 et PC2. Le passage dans les amplificateurs unidirectionnels du réseau de télécommunication peut également améliorer le bilan pertes/amplification car ils sont réglés vers 25 dB contre 15-20 dB pour les amplificateurs bi-directionnels.

En post-traitement, la soustraction entre l'équation 5.28 et 5.30 donne :

$$\begin{aligned}
-f_{PD1} + f_{PD1-LO}/2 = &- \left(\nu_2 - \nu_1 + f_2 + \dot{\phi}_{fiber\,2}/2\pi\right) \\
&+ \left(f_1 + f_2 + \dot{\phi}_{fiber\,1}/2\pi + \dot{\phi}_{fiber\,2}/2\pi\right)/2 \\
=&\nu_1 - \nu_2 + (f_1 - f_2)/2 \\
&- \dot{\phi}_{fiber\,2}/2\pi + \left(\dot{\phi}_{fiber\,1}/2\pi + \dot{\phi}_{fiber\,2}/2\pi\right)/2 \\
=&\nu_1 - \nu_2 + (f_1 - f_2)/2 + \left(\dot{\phi}_{fiber\,1}/2\pi - \dot{\phi}_{fiber\,2}/2\pi\right)/2
\end{aligned} \tag{5.32}$$

Au terme $(f_1 - f_2)/2$ près, nous obtenons le même signal qu'en 2WU classique (voir équation 5.24). Nous posons l'hypothèse que le bruit de phase $\phi_{fiber\,1}$ est sensiblement égale à $\phi_{fiber\,2}$. Il est donc possible de comparer les lasers 1 et 2 avec :

$$-f_{PD1} + f_{PD1-LO}/2 = \nu_1 - \nu_2 + (f_1 - f_2)/2 \tag{5.33}$$

Ce résultat est obtenu pour une comparaison au laboratoire 1, sans échanger les données avec le laboratoire distant 2 et donc sans synchroniser les données. La même analyse est possible au laboratoire 2 avec les détections PD2 et PD2-LO.

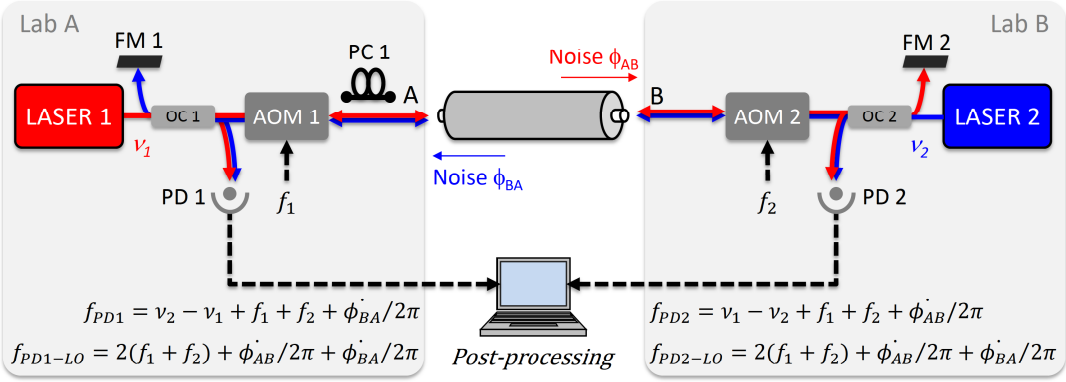


FIGURE 5.13 – Montage électro-optique du Two-Way Local appliqué au montage Bidirectionnel. Une partie du laser 1 transmis une première fois est réfléchie par le miroir FM2 et renvoyée au point de départ. Réciproquement pour le laser 2. Sur chaque site, le laser local bat avec le laser transmis et avec le laser renvoyé. AOM : Modulateur Acousto-Optique ; FM : Faraday Mirror ; PD : Photodiode ; PC : Polarization Controller.

5.3.3.2 Description du principe appliqué au Two-Way Bidirectionnel

Une partie du signal est renvoyée dans la fibre et la figure 5.13 présente ce deuxième montage. Par rapport au montage précédent (voir figure 5.8), seuls les miroirs FM1 et FM2 et les détections PD1 et PD2 ont été modifiés pour permettre la rétro-réflection d'une partie du signal vers le laboratoire de départ. Les détections donnent toujours les battements du signal provenant du laser distant avec le laser local et s'écrivent :

$$f_{PD1} = \nu_2 + f_1 + f_2 - \nu_1 + \dot{\phi}_{BA}/2\pi \tag{5.34}$$

$$f_{PD2} = \nu_1 + f_1 + f_2 - \nu_2 + \dot{\phi}_{AB}/2\pi \tag{5.35}$$

avec ϕ_{AB} et ϕ_{BA} les bruits de phase accumulés après un trajet dans la fibre 1.

Les miroirs FM1 et FM2 permettent de renvoyer une partie du signal au point de départ. On détecte ainsi à la fréquence $2(f_1+f_2)$ les signaux ayant fait un aller-retour dans la fibre :

$$f_{PD1-LO} = \left(\nu_1 + 2(f_1 + f_2) + \dot{\phi}_{AB}/2\pi + \dot{\phi}_{BA}/2\pi\right) - \nu_1 \tag{5.36}$$

$$f_{PD2-LO} = \left(\nu_2 + 2(f_1 + f_2) + \dot{\phi}_{BA}/2\pi + \dot{\phi}_{AB}/2\pi\right) - \nu_2 \tag{5.37}$$

Comme pour le 2WU-LO, la combinaison des détections PD1 et PD1-LO du laboratoire 1 permet de réaliser la comparaison des lasers 1 et 2 :

$$\begin{aligned}
-f_{PD1} + f_{PD1-LO}/2 =& -\left(\nu_2 - \nu_1 + f_1 + f_2 + \dot{\phi}_{BA}/2\pi\right) \\
&+ \left(2(f_1 + f_2) + \dot{\phi}_{AB}/2\pi + \dot{\phi}_{BA}/2\pi\right)/2 \\
=&\nu_1 - \nu_2 - \dot{\phi}_{BA}/2\pi + \left(\dot{\phi}_{AB}/2\pi + \dot{\phi}_{BA}/2\pi\right)/2 \\
=&\nu_1 - \nu_2 + \left(\dot{\phi}_{AB}/2\pi - \dot{\phi}_{BA}/2\pi\right)/2
\end{aligned} \tag{5.38}$$

Nous considérons que le bruit de phase ϕ_{BA} accumulé dans le sens de propagation B vers A est égal au bruit de phase ϕ_{AB} accumulé dans le sens opposé. Dans ce cas, le deuxième terme, correspondant au bruit de phase, s'annule et nous pouvons comparer les deux lasers 1 et 2 avec les seules données du laboratoire 1 :

$$-f_{PD1} + f_{PD1-LO}/2 = \nu_1 - \nu_2 \tag{5.39}$$

Cette analyse peut également être réalisée sur les données détectées par PD2 et PD2-LO au laboratoire 2.

5.3.3.3 Two-Way Bidirectionnel Local réalisé en temps réel

Il est également possible de réaliser le Two-Way Local avec la suppression du bruit de phase en temps réel, sans réaliser le post-traitement. La technique consiste à mélanger les deux signaux f_{PD1} et f_{PD1-LO} (et f_{PD2} et f_{PD2-LO} pour le laboratoire B) directement avec la chaîne de détection électronique. Ce montage a été réalisé par Won-Kyu Lee, chercheur invité au LNE-SYRTE, sur une paire de fibres entre le laboratoire du SYRTE et le LPL [Stefani et al., 2014]. La figure 5.14 illustre ce montage. Avec les filtres passe-bandes centrés autour de la fréquence $f_1 + f_2$ et $2 \times (f_1 + f_2)$, il est possible de sélectionner les détections f_{PD1} et f_{PD1-LO} respectivement et de réaliser le mélange pour obtenir la composante soustractive. Ainsi le terme du bruit de phase accumulé dans la fibre est négligeable devant la comparaison entre les deux lasers 1 et 2.

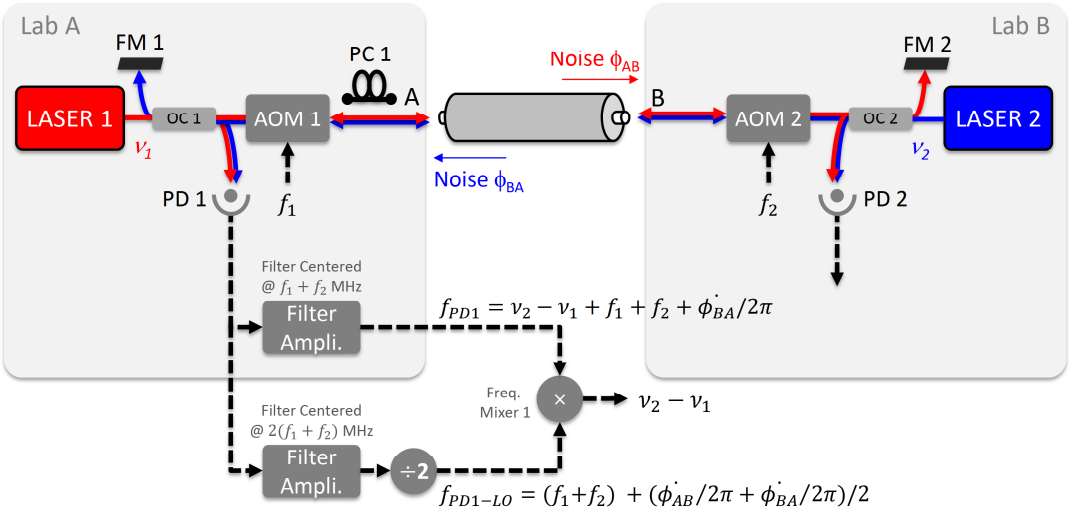


FIGURE 5.14 – Montage électro-optique du Two-Way Bidirectionnel Local réalisé en temps réel. Sur chaque site, le laser local bat avec le laser distant et avec le laser local après un aller-retour dans la fibre. Les deux battements détectés sont mélangés avec un mixeur pour supprimer en temps réel le bruit de phase. AOM : Modulateur Acousto-Optique ; FM : Faraday Mirror ; PD : Photodiode ; PC : Polarization Controller.

5.3.3.4 Modélisation du bruit pour le 2WB-LO

Nous proposons dans cette section la modélisation du bruit pour la configuration du 2WB-LO [Stefani et al., 2014]. En effet, la configuration 2WU-LO demeure difficile à modéliser car le bruit entre les deux fibres juxtaposées n'est pas parfaitement corrélé. Pour le 2WB-LO, nous considérons seulement les deux détections réalisées au laboratoire A, avec en premier lieu la détection de f_{PD1} correspondant au battement entre le laser transféré 2 au laboratoire A et le laser local 1, avec l'équation 5.12 précédemment écrite et rappelée ici :

$$\phi_{BA}(t) = \int_0^L \delta\varphi\left(z, t - \frac{z}{v}\right) \mathrm{d}z \tag{5.40}$$

avec $\phi_{BA}(t)$ le bruit de phase accumulé de B vers A et représenté en bleu sur la figure 5.15.

Nous considérons ensuite le laser 1 au laboratoire A qui réalise l'aller-retour dans la fibre 1. Le battement hétérodyne du laser 1 avec lui-même après un aller-retour

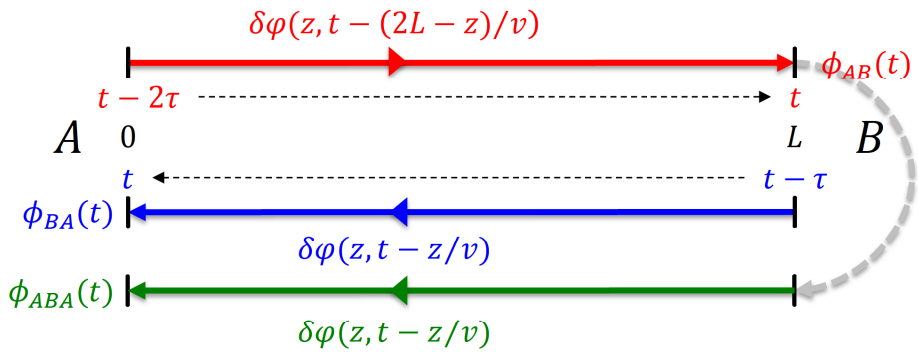


FIGURE 5.15 – Modélisation du bruit de phase linéique $\delta\varphi(z,t)$ intégré sur la longueur L de la fibre en propagation bidirectionnelle. De A vers B en rouge puis renvoyé de B vers A en vert, le laser 1 accumule le bruit de phase total ϕ_{ABA}. Le laser 2 accumule de B vers A en bleu le bruit ϕ_{BA}.

donne :

$$\phi_{ABA}(t) = \int_0^L \delta\varphi\left(z, t-2\tau+\frac{z}{v}\right)\mathrm{d}z + \int_0^L \delta\varphi\left(z, t-\frac{z}{v}\right)\mathrm{d}z \tag{5.41}$$

avec $\phi_{ABA}(t)$ le premier terme du bruit de phase accumulé à l'aller de A vers B, en rouge sur la figure 5.15, puis au retour de B vers A, en vert.

En post-traitement, nous réalisons ensuite l'opération décrite par l'équation 5.39 et qui s'écrit ici pour la modélisation du bruit par :

$$\begin{aligned}\phi_{2WB-LO}(t) &= \phi_{AB}(t) - \frac{1}{2}\phi_{ABA}(t)\\ &= \int_0^L \delta\varphi\left(z, t-\frac{z}{v}\right)\mathrm{d}z\\ &- \frac{1}{2}\int_0^L \delta\varphi\left(z, t-\frac{z}{v}\right)\mathrm{d}z - \frac{1}{2}\int_0^L \delta\varphi\left(z, t-2\tau+\frac{z}{v}\right)\mathrm{d}z\\ &= \frac{1}{2}\int_0^L \left[\delta\varphi\left(z, t-\frac{z}{v}\right) - \delta\varphi\left(z, t-2\tau+\frac{z}{v}\right)\right]\mathrm{d}z\end{aligned} \tag{5.42}$$

Un développement de Taylor au 1er ordre de $\phi_{2WB-LO}(t)$ donne :

$$\begin{aligned}\phi_{2WB-LO}(t) &= \frac{1}{2}\int_0^L \left[\cancel{\delta\varphi(z,t)} - \frac{z}{v}\delta\varphi'(z,t) - \cancel{\delta\varphi(z,t)} + \left(2\tau - \frac{z}{v}\right)\delta\varphi'(z,t)\right]\mathrm{d}z\\ &= \int_0^L \left(\frac{L-z}{v}\right)\delta\varphi'(z,t)\mathrm{d}z\end{aligned} \tag{5.43}$$

avec $\delta\varphi'(z,t)$ la dérivée partielle du bruit de phase linéique $\delta\varphi(z,t)$ par rapport au temps (voir équation 3.4).

Nous réalisons ensuite la transformée de Fourier de l'autocorrélation du bruit de phase $\phi_{2WB-LO}(t)$, qui est un signal aléatoire. L'autocorrélation s'écrit :

$$\begin{aligned} R_{2WB-LO}(u) &= \overline{\phi_{2WB-LO}(t)\phi_{2WB-LO}(t-u)} \\ &= \int_0^L \int_0^L \left(\frac{L-z}{v}\right)\left(\frac{L-z'}{v}\right)\overline{\delta\varphi'(z,t)\delta\varphi'(z',t-u)}\mathrm{d}z\mathrm{d}z' \end{aligned} \tag{5.44}$$

Nous considérons toujours que :

- $\delta\varphi'(z,t)$ est non-corrélé pour deux positions différentes z et z' séparées de plus de ΔL
- et que le bruit de phase linéique est indépendant de la position z (voir chapitre 3).

L'autocorrélation est donc calculée avec la fonction Dirac δ de largeur ΔL infiniment petite par rapport à la longueur L de la fibre :

$$\overline{\delta\varphi'(z,t)\delta\varphi'(z',t-u)} = \overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-u)}\Delta L\delta(z-z') \tag{5.45}$$

et l'autocorrélation de $R_{2WB-LO}(u)$ devient :

$$\begin{aligned} R_{2WB-LO}(u) &= \overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-\tau)}\Delta L \int_0^L \left(\frac{L-z}{v}\right)\mathrm{d}z \\ &= \overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-\tau)}\Delta L\frac{L\tau^2}{3} \end{aligned} \tag{5.46}$$

La transformée de Fourier de cette fonction d'autocorrélation donne alors :

$$\begin{aligned} S_{2WB-LO}(f) &= \mathcal{F}\left[R_{2WB-LO}(u)\right] \\ &= \mathcal{F}\left[\overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-u)}\,\Delta L\,\frac{L\tau^2}{3}\right] \\ &= \frac{\tau^2}{3}\mathcal{F}\left[\overline{\delta\varphi'(t)\delta\varphi'(t-u)}\,\Delta L\,L\right] \end{aligned} \tag{5.47}$$

avec τ le délai de propagation dans la fibre. Toujours selon l'écriture des équations

3.15 et 3.16, on résout $S_{2WB-LO}(f)$:

$$S_{2WB-LO}(f) = \frac{1}{3}(2\pi f\tau)^2 S_{fiber}(f) \tag{5.48}$$

avec $S_{fiber}(f)$ le bruit de phase de la fibre libre (voir équation 3.18). Le taux de réjection R_p correspond au rapport entre la DSP du Two-Way Bidirectionnel Local $S_{2WB-LO}(f)$ et la DSP de la fibre libre $S_{fiber}(f)$:

$$R_p = \frac{S_{2WB-LO}(f)}{S_{fiber}(f)} = \frac{1}{3}(2\pi f\tau)^2 \tag{5.49}$$

Nous observons un facteur 4 par rapport au taux de réjection du Two-Way Bidirectionnel classique, sans l'aller-retour du laser 1 (équation 5.49). Cet écart s'explique par le délai de propagation supplémentaire τ nécessaire pour détecter le bruit de phase accumulé par le laser 1 à l'aller, puis au retour, et représenté respectivement en rouge puis en vert sur la figure 5.15. Le délai de propagation total aller-retour 2τ introduit donc la même limite dans la réjection du bruit qu'avec la technique d'un lien compensé activement ANC (équation 3.19).

5.4 Résultats expérimentaux

Dans cette section nous allons présenter la mise en oeuvre des montages Two-Way sur une boucle fibrée déployée dans la région de Paris et les résultats expérimentaux. Ces résultats seront comparés à la méthode classique d'un lien compensé activement (ANC) testée aussi sur cette boucle fibrée.

5.4.1 Two-Way Bidirectionnel

La première configuration présentée est le Two-Way Bidirectionnel (2WB). Les signaux optiques circulent en double sens dans une seule fibre comme l'ANC, ce qui motive leur comparaison. D'une part, il est intéressant de confronter les résultats expérimentaux avec la modélisation du bruit dans la fibre, avec un facteur théorique de quatre entre les deux techniques (section 5.3.1.2). D'autre part, si nous limitons la discussion à la **comparaison** de fréquence optique, nous verrons que le montage expérimental du 2WB est plus simple pour des performances supérieures.

5.4.1.1 Présentation de la boucle fibrée et déployée en Île-de-France

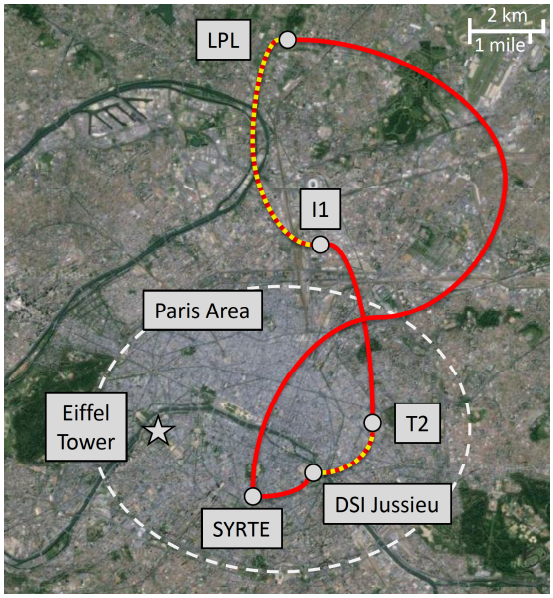
L'étude de la sensibilité de la technique 2WB nécessite d'utiliser un seul laser de référence aux deux extrémités pour que le bruit des lasers soit en mode commun dans les détections et éliminé. Nous avons donc mis en oeuvre une boucle fibrée de 100 km de long nous permettant d'avoir ses deux extrémités réunies au même endroit.

La figure 5.16a présente cette boucle déployée dans la région parisienne. Les deux extrémités sont réunies au Laboratoire de Physique des Lasers (LPL) et les fibres passent par les deux Data Center (DC1 et DC2), qui sont Interxion 1 (I1) dans le nord de Paris et Telehouse 2 (T2) dans l'est de Paris, puis elles passent par la Direction des Systèmes Informatique de Jussieu (DSI Jussieu) et enfin par les laboratoires LKB et SYRTE.

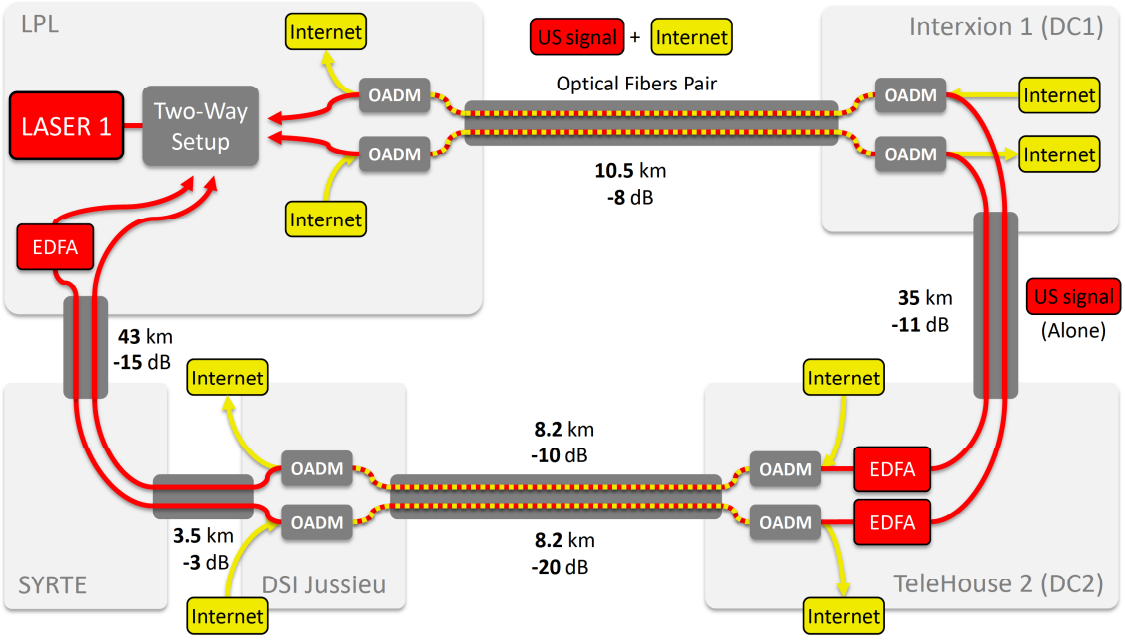
La boucle mesure ainsi 100 km de long, dont 20 km commun avec Internet, entre le LPL et Interxion 1, et entre TeleHouse 2 et la DSI de Jussieu. Sur ces tronçons en pointillé rouge et jaune, nous utilisons un canal noir, correspondant au canal #44 (1542,14 nm), distant d'au moins 100 GHz (soit 0,8 nm) par rapport aux autres canaux utilisés pour Internet. Sur les autres tronçons en rouge continu, nous utilisons des fibres dites *noires*, où seul notre signal optique circule.

Pour insérer et extraire notre signal de référence dans les tronçons télécoms, nous utilisons des OADM (*Optical Add & Drop Multiplexer*) de 100 GHz de large et représentés sur la figure 5.16b. Et pour amplifier notre signal optique, nous avons placé à mi-chemin, au Data Center TeleHouse 2, deux amplificateurs optiques de type EDFA (*Erbium-Doped Fiber Amplifier*).

Un troisième EDFA a été placé au LPL pour compenser les pertes excessives mesurées sur la deuxième fibre, entre DC2 et DSI, avec -20 dB de pertes optiques pour une longueur de 8,2 km, contre -10 dB sur l'autre fibre. Ces fibres sont exploitées par *Renater* pour le réseau Internet académique. Nous n'avons donc pas la possibilité d'intervenir librement sur les fibres pour les nettoyer. Les techniques 2WB et ANC ne nécessitant qu'une seule fibre, nous avons privilégié la première fibre avec des pertes normales (mais néanmoins déjà importantes) sans l'EDFA supplémentaire.



(a) Carte de la boucle fibrée déployée dans l'Île-de-France



(b) Montage de la boucle fibrée avec les OADM et les EDFA

FIGURE 5.16 – Boucle fibrée de 100 km déployée en Île-de-France avec les deux extrémités au LPL. La paire de fibre est constituée de trois tronçons dédiés et représentés en rouge et deux tronçons partagés avec Internet et représentés en pointillé rouge et jaune. Les *Optical Add & Drop Multiplexer* (OADM) permettent d'introduire et d'extraire le signal et 3 *Erbium-Doped Fiber Amplifier* (EDFA) de l'amplifier.

5.4.1.2 Montage expérimental

La boucle fibrée nous permet de réunir l'ensemble du dispositif expérimental au LPL. Nous détaillons ici la partie optique du montage, avec notamment la caractérisation thermique des deux interféromètres réunis dans le même boitier. Nous verrons ensuite rapidement la partie électronique du traitement des signaux qui est assez simple par rapport au montage de l'ANC.

Nous aborderons enfin la synchronisation des détections, même si pour ces essais, l'ensemble des détections était réalisé sur le même site avec le même compteur et ne nécessitait donc pas d'être synchronisé.

Montage optique du 2WB

La partie optique est constituée de deux montages interférométriques à chaque extrémité de la fibre avec lesquels nous réalisons un battement optique entre le laser local et le laser transmis. Nous nous intéressons ici à la sensibilité de la technique Two-Way et à son bruit de phase résiduel. Nous avons donc utilisé une seule source laser, qui n'est pas asservie sur un signal de référence du SYRTE, mais dont la longueur de cohérence est supérieure à la longueur du lien fibré. Représentés sur la figure 5.17, les deux montages ont également été placés ensemble dans le même boitier métallique activement thermalisé et isolé avec une épaisseur de mousse.

Montage interférométrique et ajustement des longueurs du 2WB

Afin de déterminer la sensibilité de la technique Two-Way sur fibre, les deux montages interférométriques ont été construits avec des composants optiques soudés et des longueurs de fibres optimisées. Les interféromètres sont donc indissociables et le montage ne peut pas être utilisé pour comparer deux fréquences optiques distantes.

Le signal du laser 1 est séparé en deux vers les deux montages interférométriques avec le coupleur OC 0. A partir de ce coupleur, le bruit accumulé par les deux interféromètres n'est plus parfaitement commun. Pour limiter la sensibilité au bruit (thermique principalement), les deux fibres de longueur L_0 sont ajustées et minimalisées. Les deux montages interférométriques sont construits avec les coupleurs OC 1 et OC 2, dont les bras de référence correspondent aux longueurs de fibre L_1

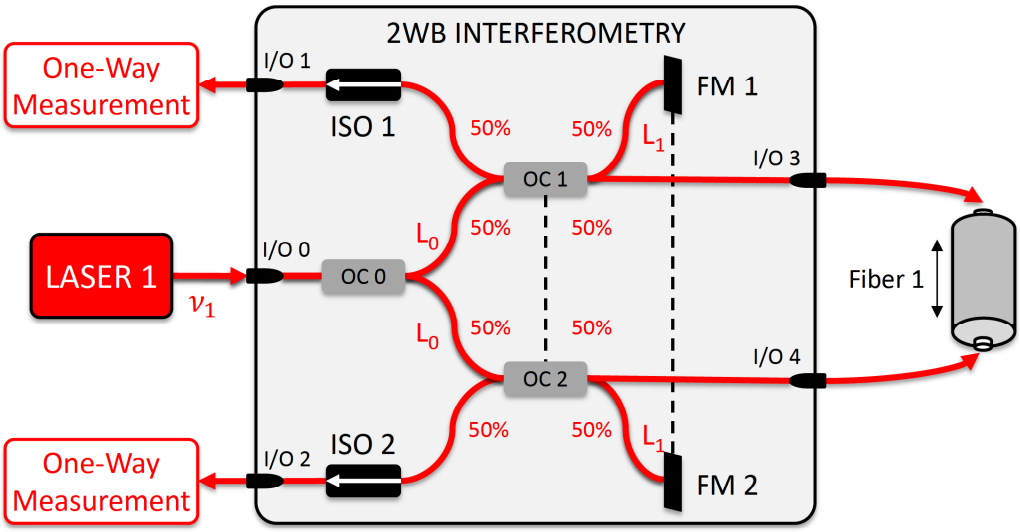


FIGURE 5.17 – Montage optique du Two-Way Bidirectionnel. Le laser est divisé en deux avec le coupleur OC 0 et les fibres L_0 en sorties sont également ajustées. Les montages interférométriques sont construits avec OC 1 et OC 2. Les bras de référence L_1 avec les miroirs FM1 et FM2 sont également ajustés. Les réflexions parasites des détections sont bloquées avec les isolateurs ISO 1 et ISO 2. L'ensemble est activement thermalisé à 30°C.

vers les miroirs FM1 et FM2. Ces longueurs sont aussi égalisées et minimisées. Cette opération est néanmoins délicate car nous sommes exposés aux aléas des soudures des fibres.

Les signaux optiques des deux interféromètres parcourent ensuite la boucle fibrée depuis les sortie I/O 3 et I/O 4 et reviennent battre dans l'interféromètre opposé avec le signal de référence réfléchi par les miroirs. Deux isolateurs optiques ISO 1 et ISO 2 bloquent les éventuelles réflexions optiques produites par les photodiodes aux sorties I/O 1 et 2. L'ensemble est thermalisé à 30°C avec un module Peltier.

Caractérisation du double interféromètre du 2WB

Pour déterminer la sensibilité au bruit des deux interféromètres, nous pouvons mesurer l'erreur de phase introduite par le montage, en absence de la boucle fibrée en fonction de la température. Nous utilisons l'asservissement de la température avec le module Peltier et le thermocouple pour introduire un palier de température

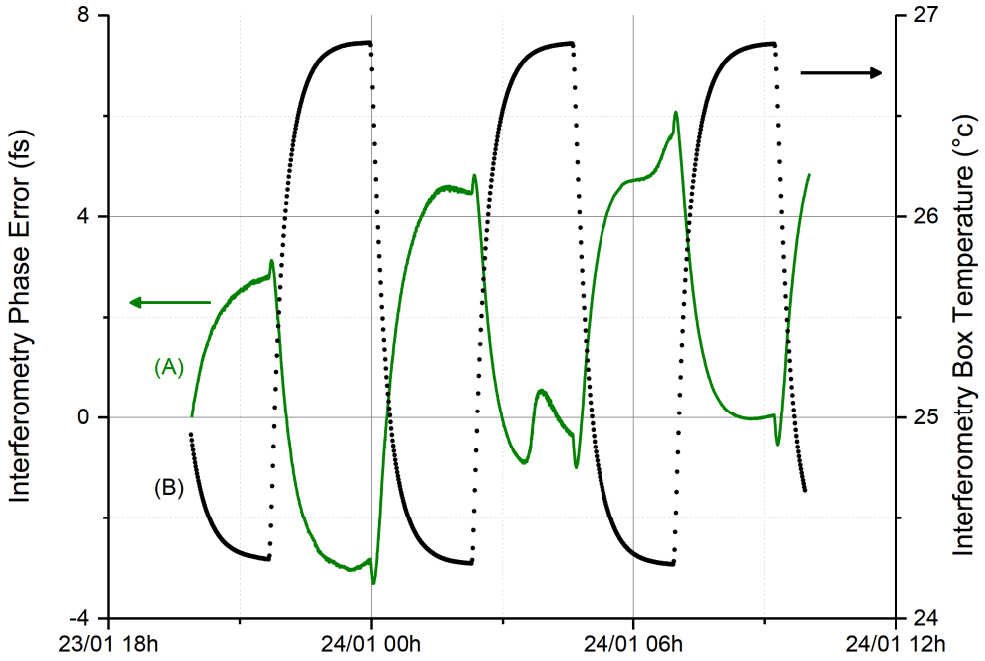


FIGURE 5.18 – Caractérisation thermique des deux montages interférométriques du 2WB. La boucle fibrée a été remplacée par un atténuateur optique pour maintenir le niveau de puissance. Sur l'axe de gauche en fs, l'erreur de phase totale de 4 fs est introduite par les deux montages avec des paliers de température de $2,5°$C (axe de droite) de 2h pendant une nuit.

pendant un certain temps, que nous modifions ensuite par cycle. Nous faisons cette expérience pendant une nuit pour éviter les perturbations thermiques ambiantes inévitables au cours du jour.

La figure 5.18 reprend le résultat de cette caractérisation. Nous avons appliqué des paliers de $2,5°$C toutes les 2,5 h pendant une nuit (courbe (B) en pointillé noir) et nous avons mesuré l'erreur de phase représentée en vert (A), en négligeant les défauts des courbes lors des changements de température. Cette erreur de phase est exprimée en différence de temps de propagation, égale à 5,5 fs soit -2,2 fs/°C. Ce résultat est très satisfaisant car, par la suite, la température du montage interférométrique est stabilisée avec une variation maximale sur une journée de $0,05°$C, soit une erreur de phase introduite par le montage de 0,11 fs.

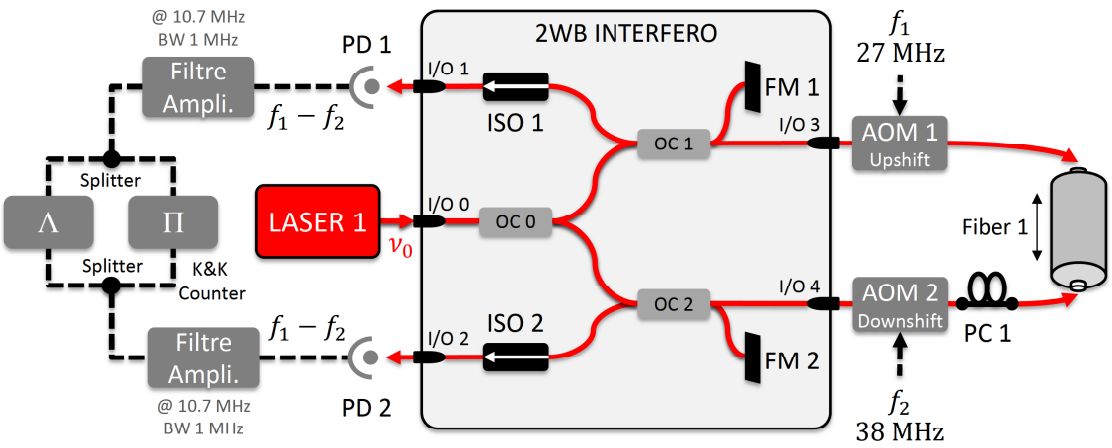


FIGURE 5.19 – Montage électro-optique complet du Two-Way Bidirectionnel. Les signaux optiques dans la boucle sont décalés de $f_1 - f_2 = 11$ MHz par 2 Modulateur Acousto-Optique (AOM) après un trajet One-Way. Ces signaux sont détectés à 11 MHz par les photodiodes PD1 et PD2 et chaîne filtre-amplification permet de les compter en pleine-bande par un compteur Π et filtrés par un compteur Λ.

Montage électronique du 2WB

Sur les sorties I/O 1 et I/O 2 de la figure 5.19, les deux photodiodes PD1 et PD2 permettent de détecter les deux battements optiques réalisés avec les deux montages interférométriques, entre le signal de référence et le signal transmis à travers la fibre. Ces signaux sont décalés de la fréquence $+f_1 = 38$ MHz par l'AOM 1 Upshift (ordre +1 en sortie) et de $-f_2 = 27$ MHz par l'AOM 2 Downshift (ordre −1 en sortie). Nous obtenons ainsi une détection hétérodyne sur les photodiodes PD1 et PD2 à la fréquence $f_1 - f_2 = 11$ MHz. Cette fréquence est intéressante car elle nous permet d'utiliser pour la chaîne électronique des filtres passe-bande très courants, centrés sur 10,7 MHz avec seulement 1 MHz de bande.

Après la chaîne de filtrage et d'amplification, nous avons compté toutes les secondes les deux signaux à 11 MHz avec deux compteurs : un premier en mode pleine-bande appelé compteur Π et un deuxième permettant de filtrer une partie du bruit et appelé compteur Λ (voir l'annexe B et les articles [Rubiola et al., 2005b, Dawkins et al., 2007]).

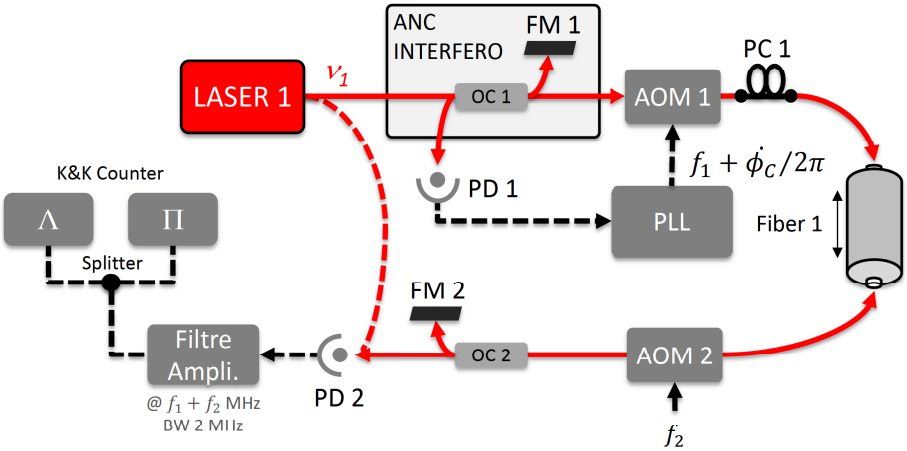


FIGURE 5.20 – Montage électro-optique d'un lien compensé activement (ANC). Le signal est transféré à l'extrémité de la boucle fibré. Une partie du signal est réfléchie par le Miroir de Faraday MF2 vers le montage interférométrique (OC 1) pour détecter et corriger le bruit de phase avec la PLL et l'AOM 1. La détection PD2 et la chaîne filtre-amplification permet de surveiller le lien avec les compteurs Π et Λ.

Montage de l'ANC

L'ensemble de ce dispositif 2WB testé sur la boucle fibrée a été comparé avec la technique plus classique, par compensation active du bruit de phase (ANC). La figure 5.20 illustre ce montage appliqué à la même fibre avec l'amplificateur optique EDFA à mi-chemin, au Data Center 2. Nous rappelons ici brièvement son principe, la technique étant traitée au chapitre 2 et la modélisation de son bruit au chapitre 3.

L'ANC est constitué d'un montage interférométrique avec le coupleur OC 1. Le bras de référence correspond au signal du laser 1 réfléchi par le Miroir de Faraday FM1 et le bras long du montage correspond à la boucle fibrée. Dans cette boucle, le signal accumule à l'aller le bruit de phase ϕ_{AB}. A l'extrémité, une partie du signal peut être délivrée à l'utilisateur mais dans notre cas expérimental, nous réalisons un battement optique avec le signal de référence en pointillé rouge et la détection avec la photodiode PD2. Pour détecter le bruit de phase et le compenser activement, l'autre partie du signal est réfléchie vers le point de départ avec le miroir de Faraday FM2. Après un aller-retour, le signal a donc accumulé le bruit de phase $\phi_{AB} + \phi_{BA}$.

Nous réalisons une détection hétérodyne de ce signal avec le signal de référence réfléchi par FM1. La photodiode PD1 et la Boucle à verrouillage de phase (PLL) nous permettent de détecter le bruit et produire une correction de phase $\phi_C = -(\phi_{AB} + \phi_{BA})/2$ appliquée par le premier AOM 1. Nous supposons ainsi que le bruit de phase accumulé à l'aller ϕ_{AB} est égale au bruit de phase au retour ϕ_{BA} dans la limite du délai de propagation dans la fibre.

5.4.1.3 Résultats expérimentaux

Pour étudier les performances du montage 2WB, nous présentons dans cette section le bruit de phase accumulé après un trajet dans la fibre, appelé signal One-Way (ou 1W). Nous comparons cette mesure avec le bruit de phase résiduel obtenu avec la soustraction et la division par deux des deux signaux One-Way, que nous appelons Two-Way Bidirectionnel (ou 2WB). Pour étudier ces bruits, nous observons :

- les spectres du bruit de phase pour comparer les mesures précédentes dans le domaine des hautes fréquences (supérieur à 1 Hz jusqu'à quelques dizaines de kHz) ;
- les fluctuations de la phase optique pour étudier les corrélations du bruit de phase avec la température notamment ;
- la stabilité de la fréquence optique pour comparer efficacement les mesures dans le domaine des basses fréquences (inférieures à 1 Hz) du signal One-Way, du Two-Way et du bruit de plancher du dispositif (ou Noise Floor), obtenu en remplaçant la fibre par un atténuateur ;
- et enfin nous étudions l'exactitude du transfert de la fréquence optique Two-Way car la finalité de cette technique est de comparer deux horloges.

Les données du 2WB présentées dans cette section correspondent à une mesure de 1,5 jours, du 22 mars 2014 au 24 mars 2014, et celles de l'ANC du 28 au 31 mars. Les fréquences de détection ont été comptées toutes les secondes, soit 138843 points de mesure et aucun point n'a été supprimé lors du traitement. Nous avons utilisé un compteur en mode Π pour compter les fréquences en pleine-bande et un compteur en mode Λ pour filtrer une partie du bruit. Les données filtrées ont été utilisées pour tracer les fluctuations de phase, calculer les stabilités de fréquence et les exactitudes. Pour tracer les spectres du bruit de phase, nous avons utilisé le compteur pleine-bande Π pendant quelques heures avec une période de mesure de 1 ms.

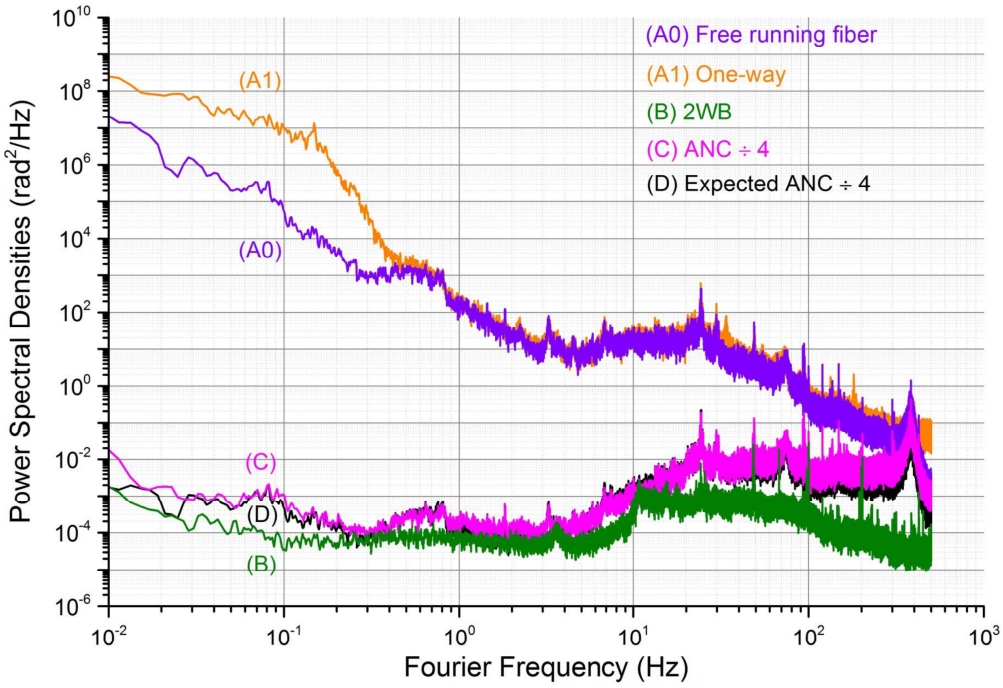


FIGURE 5.21 – Densité Spectrale de Puissance (DSP) du bruit de phase dans la boucle fibrée. En violet (A0), le lien activement compensé (ANC) lorsqu'il est libre et en orange (A1) le One-Way, avec le bruit du laser libre démodulé entre 10^{-2} Hz et 5×10^{-3} Hz. En vert (B) le Two-Way Bidirectionnel (2WB) et en rose (C) l'ANC, légèrement plus bruyant mais conforme au taux de réjection théorique en noir (D).

Spectre du bruit de phase

Contrairement aux liens ANC, nous ne pouvons pas réaliser un spectre du bruit de phase du Two-Way avec un mélangeur phase-fréquence puisqu'il est nécessaire de faire un post-traitement des deux signaux One-Way (sauf pour la technique Two-Way Local Real-Time présentée dans la partie 5.3.3.3). Nous avons utilisé le compteur pleine-bande Π avec une période de mesure réglée à 1 ms au lieu de 1 s. Les données de fréquence ont été ensuite converties en phase. Ceci correspond à un échantillonnage du bruit avec une fréquence égale à 1 kHz, ce qui est suffisant pour comparer le bruit de phase résiduel entre le Two-Way et l'ANC, dont la fréquence de coupure se situe à $f_C = 500\ Hz$ pour un lien de 100 km ($f_C = 1/4\tau$ avec $\tau = 0,5$ ms).

Le compteur nous permet d'échantillonner simultanément le bruit de phase des deux signaux One-Way et, avec ces données, nous obtenons le bruit de phase du Two-

Way. La figure 5.21 présente l'ensemble de ces mesures comparées à celle de l'ANC. Dans les fréquences inférieures à 5×10^{-1} Hz, le signal One-Way en orange (A1) présente un excès de bruit par rapport à la fibre libre en violet (A0) (correspondant à la mesure de la correction de l'ANC). Cet excès provient de la source laser, qui était libre pour le 2WB et asservie sur un signal du SYRTE pour l'ANC.

Il est satisfaisant d'observer que cet excès de bruit sur le signal One-Way est parfaitement compensé dans le 2WB, en vert (B). En dehors de cet excès de bruit, pour $f > 5 \times 10^{-1}$ Hz, nous obtenons un taux de réjection du bruit par rapport au One-Way égal à 2×10^7 pour $f = 1$ Hz. Ce taux se vérifie jusqu' à $f > 100$ Hz, contrairement à l'ANC en rose (C), qui introduit du bruit de phase supplémentaire dû à l'asservissement avec une fréquence d'oscillation égale à $f_C{}' = 400$ Hz. Cette DSP a été décalée d'un facteur 1/4 pour faciliter la comparaison avec celle du 2WB.

Nous constatons que la DSP de l'ANC avec multiplication par 1/4 demeure supérieure à celle du 2WB, sauf entre 1 Hz et 10 Hz, où ce facteur est proche de 1. Nous rappelons en effet que, pour les deux techniques 2WB et ANC, le taux de réjection du bruit de phase entre la DSP de la fibre compensée, respectivement $S_{2WB}(f)$ (voir section précédente 5.3.1.2) et $S_{ANC}(f)$ (voir chapitre 3), et la DSP de la fibre libre $S_{fiber}(f)$, sont :

$$\frac{1}{R_p(2WB)} = \frac{S_{2WB}(f)}{S_{fiber}(f)} = \frac{1}{12}\left(2\pi f \tau\right)^2 \tag{5.50}$$

$$\frac{1}{R_p(ANC)} = \frac{S_{out}(f)}{S_{fiber}(f)} = \frac{1}{3}\left(2\pi f \tau\right)^2 \tag{5.51}$$

Le 2WB est théoriquement meilleur par rapport à l'ANC d'un facteur 4 lorsque le rapport est exprimé en Densité Spectrale de Puissance. Avec la multiplication par 1/4, les deux courbes devraient donc se superposer, ce que nous ne vérifions pas avec les résultats expérimentaux.

Par ailleurs, nous avons vérifié que la DSP de l'ANC recopie correctement la DSP théorique de l'ANC en noir (D) (également multipliée par 1/4), calculée à partir de la DSP de la fibre libre en violet (A0) et du taux de réjection $R_p(ANC)$ de l'ANC (équation 5.51). Nous concluons donc que la DSP de l'ANC correspond aux prévisions de notre modèle tandis que la DSP du 2WB est légèrement meilleure par rapport à la valeur théorique de $R_p(2WB) = 8.2 \times 10^7$. Nous verrons plus loin que cet écart peut être dû à la forme particulière de la boucle.

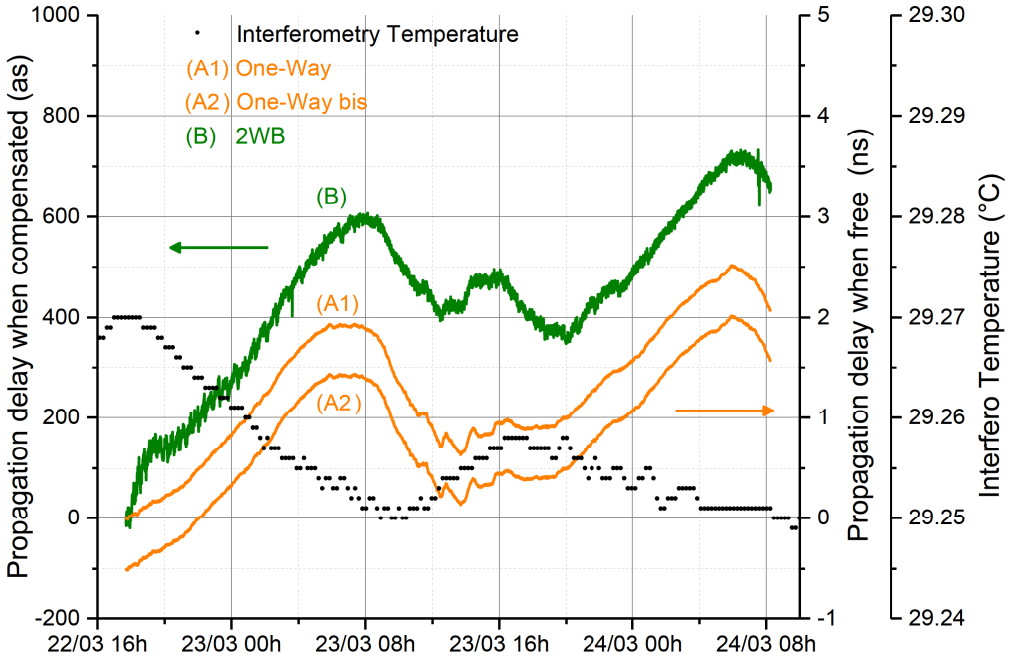


FIGURE 5.22 – Fluctuation des phases optiques avec la mesure de la température du montage interférométrique en pointillé. Avec l'axe de droite en ns, les fluctuations de phase des deux signaux One-Way en orange (A1) et (A2). Avec l'axe de gauche en as, la fluctuation de la phase Two-Way Bidirectionnel en vert (B), corrélée aux fluctuations inverses de la température.

Fluctuation de la phase optique

La mesure présentée précédemment permet d'observer le fonctionnement et la qualité des liens optiques (ANC et Two-Way) dans les temps très courts (inférieurs à 1 s). Dans le domaine des temps courts à très longs (de 1 s à 10000 s) nous comptons les deux signaux One-Way pendant plusieurs jours. Nous pouvons ainsi observer les fluctuations de phase et la stabilité de fréquence du lien sur les temps longs.

La figure 5.22 présente les fluctuations de la phase optique. Les courbes oranges (A1) et (A2) représentent les évolutions des phases des deux signaux One-Way détectées par les photodiodes PD1 et PD2 et comptées avec le compteur Λ. La courbe (A2) a été décalé de -0,5 ns pour faciliter la lecture car les deux courbes ont des fluctuations de phase parfaitement identiques. Après 1,5 jours, les fluctuations de la fibre sont de 2,5 ns (axe de droite en ns), corrélés aux fluctuations de température

jour/nuit le long de la fibre, qui ne peuvent pas être mesurées en condition réelle.

Lorsque nous réalisons le post-traitement de ces deux signaux One-Way, nous obtenons le Two-Way représenté en vert sur la figure 5.22. Nous obtenons une fluctuation long terme de seulement 700 as (axe de gauche en as), avec un bruit de phase court terme de 50 as (correspondant à l'épaisseur de la courbe). Les fluctuations longs termes du Two-Way suivent celles des deux signaux One-Way.

Stabilité de fréquence

Les caractéristiques de ces fluctuations de phase peuvent s'étudier avec l'écart-type modifié d'Allan de la fréquence relative. En △ orange sur la figure 5.23, nous avons tracé la stabilité de la fréquence d'un signal One-Way correspondant aux données précédentes, le deuxième One-Way présentant exactement le même niveau de stabilité. Nous obtenons la stabilité d'une fibre de 100 km libre, égale à quelques 10^{-14} en relatif. C'est le niveau de bruit standard pour une fibre urbaine à Paris.

Par comparaison, le post-traitement de ces deux signaux One-Way nous donne le Two-Way, plus stable de 4 ordres de grandeur à 1 s. A une seconde, la stabilité du 2WB en vert (B) est égale à $6,7 \times 10^{-18}$. Sur le long terme, la stabilité est inférieure à 10^{-20}, limitée par la stabilité du plancher de bruit du dispositif expérimental représentée en noir (C). Ce plancher correspond, à court terme, au bruit électronique du dispositif de détection. À long terme, au niveau de quelques 10^{-21}, les limites sont encore mal connues et peuvent être la combinaison de plusieurs effets comme le bruit interférométrique et éventuellement l'effet de la PMD.

Nous avons tracé la stabilité en rose (D) de la boucle fibrée compensé activement (ANC) et nous relevons à 1 s une stabilité de 3×10^{-17}. D'après la modélisation, nous attendons un rapport 2 entre la stabilité de l'ANC et celle du 2WB (2 et non 4 car la stabilité est calculée à partir de la racine d'une intégrale d'une fonction proportionnelle à la DSP). Nous observons en réalité à 1 s un facteur 4 entre le 2WB et l'ANC. Ce résultat est cohérent avec l'écart observé avec les DSP.

Il faut observer la forme de la boucle fibrée pour comprendre cette différence. La figure 5.24a illustre le cas d'une boucle idéale, avec les deux extrémités de la fibre qui se rejoignent au niveau du dispositif (Setup). Dans ce cas de figure, nous devrions observer un facteur 2 pour la stabilité entre les deux techniques ANC et

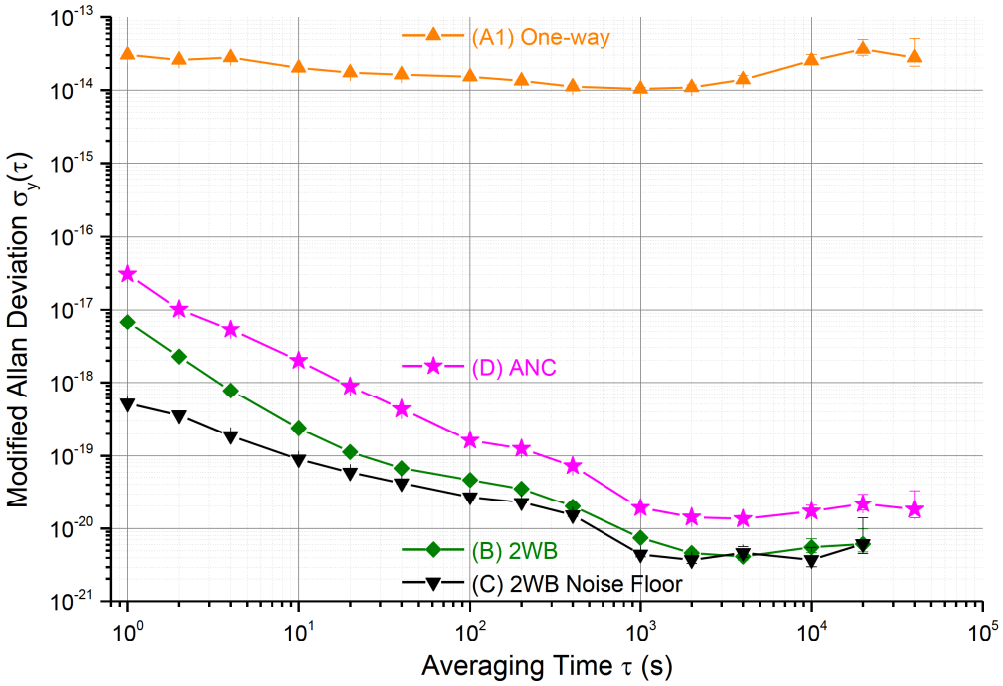
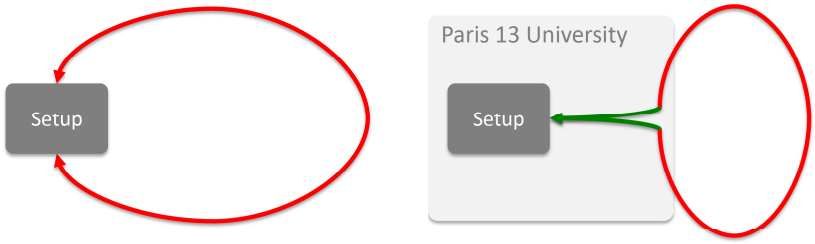


FIGURE 5.23 – Stabilité des fréquences relatives filtrées avec le compteur Λ et traitées avec l'écart-type modifié d'Allan. En $\triangle$ orange (A1), la stabilité du One-Way correspondant au lien libre, en $\diamond$ vert (B) le Two-Way Bidirectionnel (2WB), limité sur le long terme par son plancher de bruit en $\triangledown$ noir (C), et avec un facteur 4, la stabilité du lien activement compensé (ANC) en ☆ rose (D).

2WB, comme le prévoient les modèles de bruit. Pour rappel, ce facteur 2 provient du délai de propagation, égale à 2τ pour l'ANC après un aller-retour et égale à τ pour le 2WB. En réalité, les deux extrémités sont parallèles sur une certaine longueur, notamment au sein de l'Université pour atteindre le LPL, comme représenté par la figure 5.24b avec la partie illustrée en vert. Dans le cas du 2WB, les signaux optiques parcourant cette section détecteront sensiblement le même bruit, au même endroit et au même instant :

- sensiblement le même bruit car il s'agit de deux fibres différentes mais jointives ;
- au même endroit et au même instant car les deux signaux One-Way détecteront tous les deux ce bruit au début de leur trajet au même instant et à la fin de leur trajet au même instant.

C'est le facteur *au même instant* qui est déterminant car il permet de penser que le 2WB détecte exactement le même bruit entre les deux signaux One-Way : les bruits



(a) Boucle fibrée idéale (b) Boucle fibrée réelle

FIGURE 5.24 – Représentation d'une boucle fibrée qui est (a) idéale, avec les deux extrémités qui se rejoignent sans être parallèle, et (b) réelle avec les deux extrémités parallèles sur la longueur en vert avec un bruit de phase partiellement corrélée.

aux deux extrémités sont donc fortement corrélés.

Pour l'ANC, au contraire, les extrémités ne sont pas vues *au même instant* par les deux faisceaux : il y a le faisceau aller et après un temps τ le faisceau retour. Le 2WB présente donc une stabilité meilleure que prévue, avec un facteur 4 au lieu de 2 par rapport à l'ANC. Mais nous sommes pour le 2WB dans une situation biaisée par rapport à l'ANC avec deux extrémités de fibres non-indépendantes géographiquement, ce qui favorise une technique au détriment de l'autre, et donc au détriment de la comparaison des deux techniques.

Exactitude

Le Two-Way a pour vocation exclusive de comparer deux lasers distants reliés à deux horloges. Il est donc nécessaire de s'assurer que l'exactitude de la technique soit supérieure à celle mesurée entre les deux horloges pour que la comparaison de celles-ci ne soit pas dégradée par la fibre.

En première approche, l'exactitude du Two-Way Bidirectionnel a été calculée avec les données filtrées par le compteur Λ. Ces données sont corrélées deux-à-deux à 1 s mais considérées indépendantes lorsque les points sont moyennés sur 100 s et au-delà (voir figure 4.41 et articles [Lopez et al., 2015] et [Raupach et al., 2015]). Comme pour l'extraction, nous calculons les moyennes y_k sur 100 points, que nous rappelons égale à :

$$y_k = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n=100} y_i}{n} \right)_k \tag{5.52}$$

Ces moyennes y_k sont représentées sur la figure 5.32, avec les moyennes de deux signaux One-Way en ⬡ noir (A1) et △ orange (A2), et les moyennes du signal Two-Way Bidirectionnel en □ vert (B). Nous observons que les moyennes des signaux One-Way s'écartent de la fréquence théorique de 194 THz dans une fourchette comprise entre −60 Hz et +60 Hz. Le 2WB nous permet de corriger le bruit et de ramener cet écart entre −50 μHz et +50 μHz, soit un facteur $1,2 \times 10^6$.

Nous calculons ensuite les moyennes $\overline{y}$ des moyennes y_k :

$$\overline{y} = \frac{\sum_{k=1}^{N} y_k}{N} \tag{5.53}$$

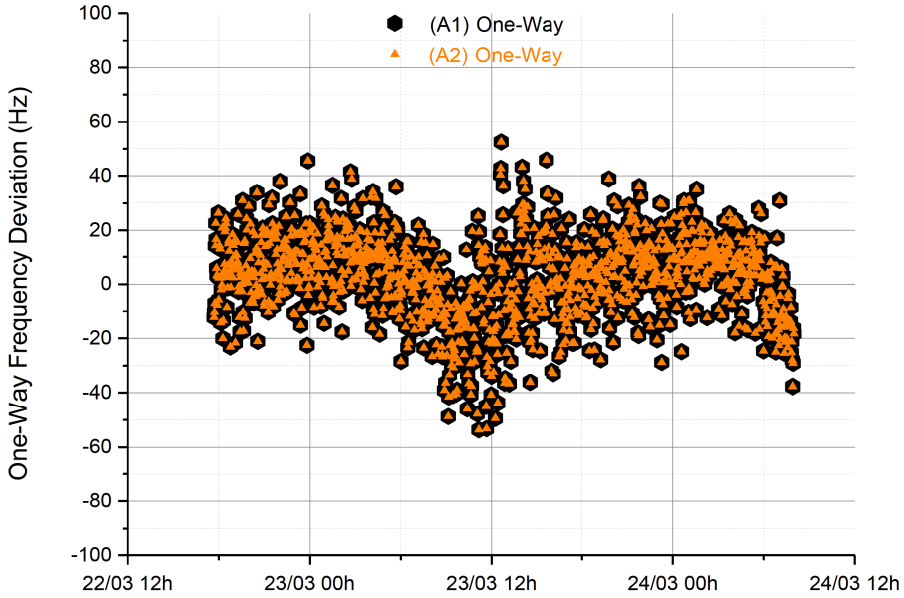
avec $N = 1380$ le nombre de moyenne y_k. L'incertitude u associée à l'écart-type des moyennes y_k par rapport à $\overline{y}$ est donnée par :

$$\sigma_{\overline{y}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N}(y_k - \overline{y})^2}{N-1}} \tag{5.54}$$

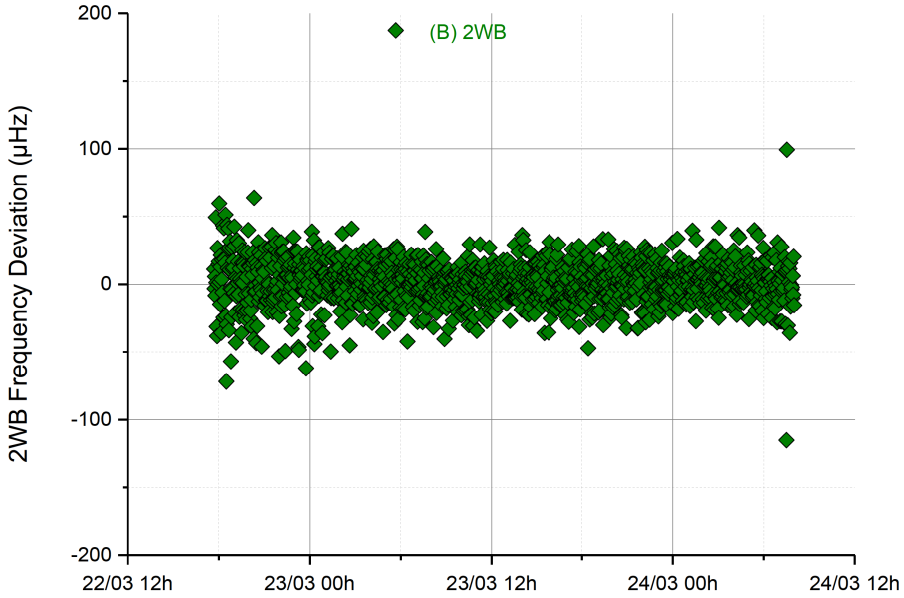
$$u = \frac{\sigma_{\overline{y}}}{N} \tag{5.55}$$

Pour le 2WB, nous obtenons ainsi une moyenne correspondant à un biais de fréquence égale à 7×10^{-21} et une incertitude u égale à 3×10^{-21}. Nous avons observé que cette incertitude a une valeur constante pour des longueurs de n points consécutifs avec $n \leq 1000$, ce qui se vérifie effectivement pour un bruit blanc de phase [Lee et al., 2010]. Au-delà de $n = 1000$, l'incertitude se dégrade sensiblement à cause du bruit de scintillation de fréquence (*frequency flicker* en anglais), également visible sur la figure 5.23, avec la stabilité de fréquence du 2WB en ◇ vert (B) limitée par son plancher de bruit en ▽ noir (C).

Afin d'être indépendant de toute modélisation du bruit, une deuxième approche exploite l'écart-type d'Allan avec recouvrement. Le moyennage des données est réalisé directement en calculant l'écart-type d'Allan pour des durées $1 \leq \tau \leq$ qlq. 10^4 s. Nous utilisons l'écart-type d'Allan avec recouvrement pour diminuer les barres d'erreur sur le long terme. La figure 5.26 présente ce traitement, avec une pente en ◇ vert (B) qui descend en τ^{-1} jusqu'au plancher de bruit atteint vers 4×10^3 s. Le dernier point à 2×10^4 s de cette pente nous donne une incertitude (statistique) de 6.8×10^{-21}. Nous avons également tracé la stabilité du lien compensé activement (ANC) en ☆ rose (D). Pour comparer l'exactitude de l'ANC par rapport au 2WB,



(a) Représentation des moyennes y_k sur 100 points des deux signaux One-Way



(b) Représentation des moyennes y_k sur 100 points du Two-Way Bidirectionnel

FIGURE 5.25 – Calcul des moyennes y_k sur 100 points de la fréquence optique (a) des deux signaux One-Way, en △ orange et en ⬡ noir, correspondant au transfert libre sans correction et (b) du Two-Way Bidirectionnel en □ vert lorsque nous réalisons la soustraction et la divisions par 2 des deux One-Way.

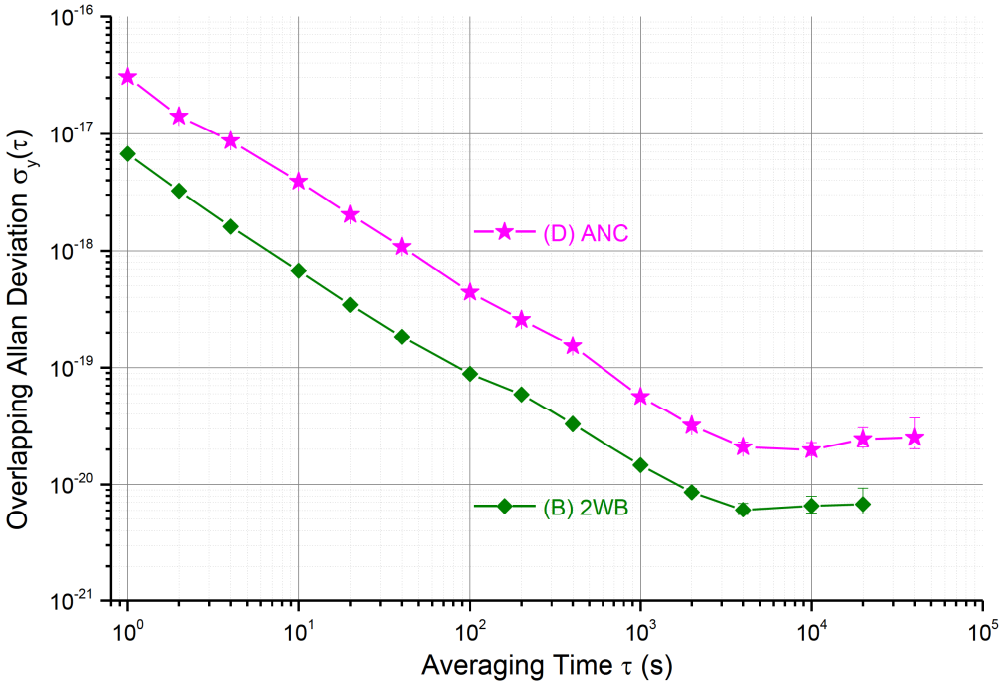


FIGURE 5.26 – Stabilité des fréquences relatives filtrées avec le compteur Λ et traitées avec l'écart-type d'Allan avec recouvrement. Le dernier point de ces stabilités donne une exactitude plus conservative et indépendante du type de bruit. En ◇ vert (B) le Two-Way Bidirectionnel (2WB) et en ☆ rose (D) le lien compensé activement (ANC) avec une exactitude respectivement de 6.8×10^{-21} et 2.5×10^{-20} à 2×10^4 s.

nous relevons l'avant-dernier point d'incertitude à 2×10^4 s afin d'être au même temps d'intégration que le 2WB. L'incertitude est de 2.5×10^{-20} sur une moyenne de 2.0×10^{-20}, soit une exactitude dégradée d'un facteur 4 par rapport à 6.8×10^{-21} du 2WB.

Nous retiendrons cette dernière valeur, plus conservative d'un facteur 2 par rapport à la première approche. Nous relevons ainsi un biais de fréquence de 7×10^{-21} avec une incertitude de 6.8×10^{-21}.

Bilan de la technique 2WB par rapport à l'ANC

La technique 2WB demeure limitée aux **comparaisons** de fréquence optique, et non au **transfert**. Il est également nécessaire de maîtriser la synchronisation des détections.

Mais pour les comparaisons, nous relevons à travers ces résultats que la technique est une solution très compétitive. D'une part le dispositif opto-électronique du 2WB est beaucoup plus simple. Et d'autre part, malgré cette simplicité, nous avons obtenu une stabilité de fréquence supérieure d'un facteur 4 par rapport à l'ANC. Ce facteur est deux fois plus important que celui prédit par les modèles de bruit, le 2WB étant probablement favorisé par la forme de la boucle. Il s'agit d'un point qui nécessitera d'être vérifié plus en détail, notamment avec les expériences menées par Won-Kyu Lee. Ce dernier a réalisé une comparaison simultanée 2WB/ANC sur la paire de fibre LPL-SYRTE de 43 km, avec une fibre pour chaque technique. Les deux extrémités sont séparées entre les deux laboratoires et les deux techniques ont l'avantage d'être testées simultanément, contrairement aux expériences présentées dans ce chapitre. Nous avons en effet basculé successivement d'une technique à l'autre, ce qui peut induire aussi des bruits différents entre les deux compagnes de mesure car le bruit n'est pas stationnaire.

5.4.2 Two-Way Unidirectionnel et Local

Le Two-Way Unidirectionnel est la deuxième technique présentée dans cette section. Cette technique a été testée sur la même boucle fibrée. Son objectif principal est d'être compatible avec le réseau de télécommunication, pour une propagation unidirectionnelle du signal de référence. Nous devons donc exploiter deux fibres. Dans cette section, nous présentons le montage mis en oeuvre sur la boucle fibrée pour tester simultanément le Two-Way Unidirectionnel (ou 2WU) et la technique qui ne nécessite pas la synchronisation des détections, le Two-Way Local appliqué à ce montage Unidirectionnel (ou 2WU-LO).

5.4.2.1 La double boucle fibrée en Île-de-France

Pour tester le 2WU et le 2WU-LO, nous devons utiliser les deux fibres de la boucle déployée en Île-de-France. Ces techniques ont été conçues pour être compatibles avec le réseau de télécommunication et donc compatibles avec les amplificateurs EDFA unidirectionnels. Néanmoins, pour ces expériences, nous avons utilisé nos propres amplificateurs bidirectionnels placés au Data Center 2 mais utilisés en unidirectionnel, avec un amplificateur pour chaque fibre. Dans la section précédente,

nous avons testé la technique 2WB avec une seule des deux fibres de la boucle : celle qui présentait le moins de pertes optiques (voir figure 5.16b). Pour compenser les excès de pertes de la deuxième fibre, nous avons placé un troisième EDFA sur la deuxième fibre, au LPL, à la fin du trajet optique. L'amplification a été réglée pour équilibrer les pertes par rapport à l'autre fibre.

5.4.2.2 Montage expérimental

Cette boucle fibrée nous permet d'avoir tout le dispositif réuni au LPL, avec les deux montages interférométriques placés dans le même environnement. Nous présentons dans cette section la construction de ces montages. Nous développons également la partie électronique, qui nécessite un doublement des détections électroniques pour la fonction Two-Way Local.

Montage optique du 2WU

La partie optique comprend deux montages interférométriques placés ensemble dans une boîte en dural (alliage d'aluminium et de cuivre), isolée par une épaisseur de mousse et activement thermalisée. La fonction Two-Way Local nécessite de reboucler vers le point de départ une partie du signal optique transféré une première fois. Ce principe est possible avec le montage optique du 2WU classique, seule la partie électronique nécessite des changements pour intégrer cette fonction.

Montage interférométrique et ajustement des longueurs du 2WU

Comme pour le 2WB, les montages interférométriques ont été construits ensemble avec des composants optiques fibrés et soudés. Pour le 2WU (et sa variante le 2WU-LO), nous retrouvons sur la figure 5.27 le coupleur OC 0 qui divise le signal de la source optique vers les deux montages interférométriques avec deux fibres dont les longueurs L_0 sont minimalisées et égales. Dans ces deux montages interférométriques, ce sont les seules longueurs sensibles qui pourront affecter le plancher de bruit. La source optique est identique à celle du 2WB : le laser 1 est un laser Koheras utilisé libre, non-asservi sur un signal du SYRTE, avec une longueur de cohérence optique plus importante que la longueur de la boucle fibrée.

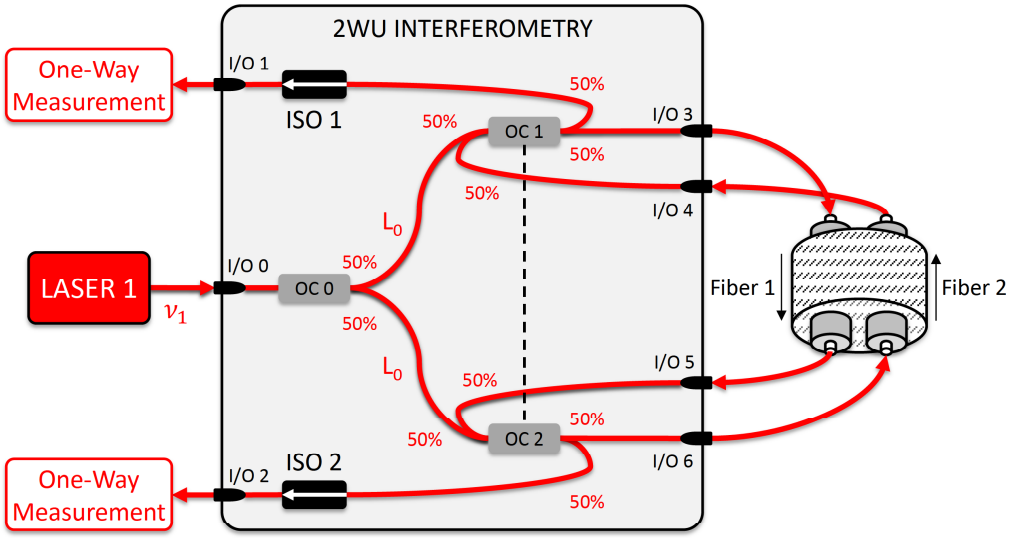


FIGURE 5.27 – Montage optique du Two-Way Unidirectionnel. Le signal du laser est divisé vers les deux montages interférométriques avec le coupleur OC 0 et les longueurs L_0 sont ajustées et minimalisées. Les deux interféromètres sont réalisés avec les coupleurs OC 1 et OC 2. Le signal de référence bat avec les signaux One-Way revenant par les connections I/O 4 et I/O 5. Les isolateurs ISO 1 et ISO 2 bloquent les réflexions parasites des détections. L'ensemble est activement thermalisé à 30°C.

Les deux interféromètres sont construits avec les coupleurs OC 1 et OC 2. Contrairement aux montages 2WB et ANC, il n'y a pas de bras interférométrique court avec un Miroir (de Faraday pour l'ANC) correspondant au bras de référence. Le battement optique est directement réalisé entre la source optique et le signal qui a circulé une première fois dans le lien fibré. Ainsi, pour le premier montage interférométrique OC 1, nous réalisons un battement optique entre la source laser 1 et 50% du signal qui a circulé dans la fibre 2 et qui rentre dans le montage optique par le connecteur I/O 4. Réciproquement, le deuxième montage interférométrique OC 2 correspond au battement optique entre la même source laser 1 et 50% du signal qui a circulé dans la fibre 1 et qui revient par I/O 5.

Ces deux premiers battements optiques sont réalisés avec 50% du signal transféré une première fois par les fibres 1 et 2. Pour réaliser le Two-Way Local, les 50% restants permettent de renvoyer le signal au point de départ avec l'autre fibre. Ainsi, ces signaux ont circulé successivement dans les deux fibres et ils sont détectés dans le montage interférométrique de départ.

Caractérisation du montage interférométrique

Le montage interférométrique n'a pas été caractérisé en température. On peut néanmoins penser que sa sensibilité thermique est meilleure que celle mesurée pour le 2WB. Avec des paliers de température de $2,5°$C, nous avions mesuré une sensibilité thermique du 2WB égale à $-2,2$ fs/°C (voir figure 5.18). Cette erreur de phase est introduite par le montage interférométrique et tout particulièrement par les deux longueurs L_0 et les deux autres longueurs L_1 (voir figure 5.17). Malgré un ajustement au plus juste, ces longueurs peuvent accumuler un bruit thermique sensiblement différent et introduire une erreur de phase dans les signaux de référence.

Dans le cas du 2WU, seules les deux fibres L_0 de la figure 5.27 peuvent introduire une erreur de phase entre les deux signaux de référence des deux montages interférométriques, les autres étant par constitution intégrées aux deux fibres de la double boucle. Nous pouvons donc penser que la sensibilité thermique est inférieure à $(-)2,2$ fs/°C.

Montage électronique : 4 battements à détecter

Sur la figure 5.28, un premier signal est décalé par l'AOM 1 de la fréquence $f_1 = 27$ MHz avec l'ordre +1 en sortie et circule ensuite dans la fibre 1. De même, le signal qui circule dans la fibre 2 est décalé par l'AOM 2 de la fréquence $f_2 = 38$ MHz avec l'ordre -1 en sortie. Nous obtenons ainsi deux premiers battements entre le signal de référence et les signaux optiques ayant parcouru une fois les fibres. Ces battements sont détectés sur les sorties I/O 1 et I/O 2 avec les photodiodes :

- PD1 pour le battement à la fréquence f_2 correspondant au signal optique ayant circulé dans la fibre 2 ;
- et PD2 pour le battement à la fréquence f_1 correspondant au signal optique ayant circulé dans la fibre 1.

Nous rappelons ainsi respectivement les équations 5.22 et 5.23 correspondant à ces deux battements :

$$f_{PD1} = \nu_1 - (\nu_1 - f_2 + \dot{\phi}_{fiber\,2}/2\pi) = f_2 - \dot{\phi}_{fiber\,2}/2\pi \tag{5.56}$$

$$f_{PD2} = (\nu_1 + f_1 + \dot{\phi}_{fiber\,1}/2\pi) - \nu_1 = f_1 + \dot{\phi}_{fiber\,1}/2\pi \tag{5.57}$$

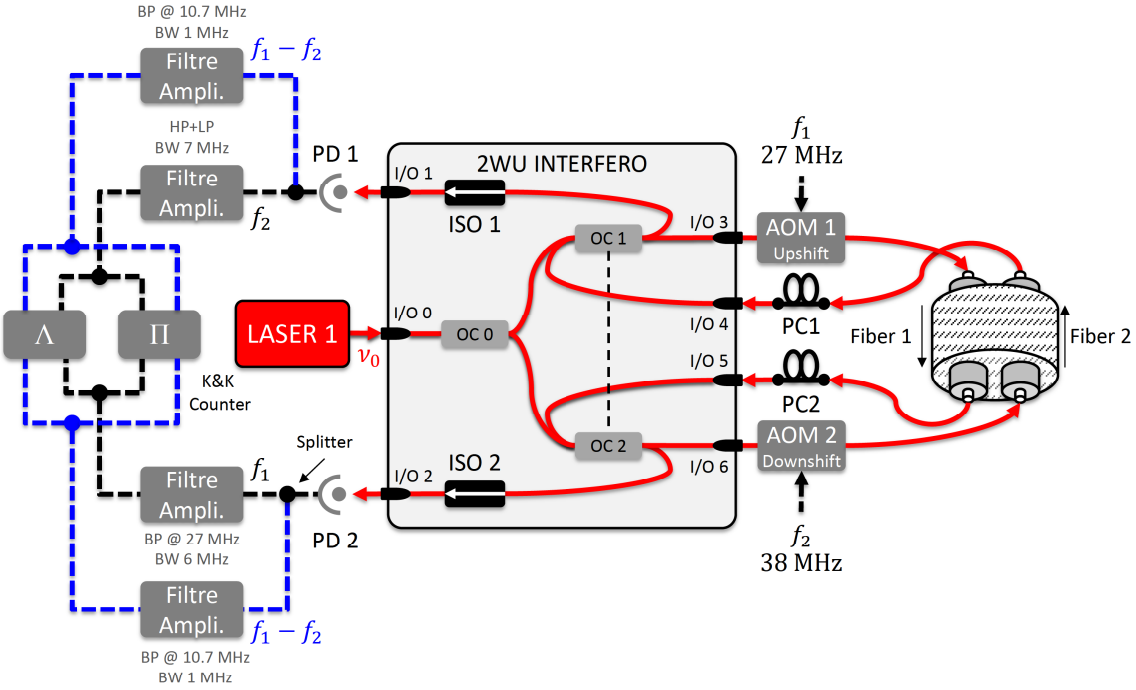


FIGURE 5.28 – Montage électro-optique du Two-Way Unidirectionnel et Local. Sur chaque fibre, un Modulateur Acousto-Optique (AOM) permet de détecter quatre battements optiques : deux One-Way à la fréquence f_1 sur la photodiode PD2 et f_2 sur PD1, et deux Round-Trip à $f_1 - f_2$. Après la chaîne filtre-amplification, ils sont comptés en pleine-bande par un compteur Π et filtrés par un compteur Λ.

avec, pour chaque équation, le premier terme entre parenthèse correspondant au laser 1 de fréquence optique ν_1, décalé de la fréquence f_1 ou f_2 avant de circuler dans la fibre 1 ou 2 et qui a accumulé respectivement les bruits de phase $\phi_{fiber\,1}$ ou $\phi_{fiber\,2}$. Comme pour le 2WB, ces signaux ont été atténués par des pertes optiques dans les fibres. Une simple chaîne électronique avec un filtre, un ampli-log pour une sortie stabilisée et un dernier filtre suffit pour qu'ils soient détectés et comptés par les compteurs Π et Λ.

La partie optique permet également de réaliser simultanément le Two-Way Local appliqué à ce montage Unidirectionnel (2WU-LO). Pour cette technique, nous avons besoin de détecter les signaux optiques qui ont réalisé un passage dans les deux fibres successivement. Ces signaux sont donc rebouclé vers le point de départ et ils sont successivement décalé par les AOM 1 et 2. L'AOM 2 étant un *Downshift*, la fréquence est décalée avec l'ordre -1. Il en résulte deux battements détectés à

la fréquence $-f_1 + f_2 = 11$ MHz par les photodiodes PD1 et PD2. Dans ce cas, les équations 5.30 et 5.31 correspondant à ces battements deviennent :

$$\begin{aligned} f_{PD1-LO} &= \nu_1 - \left(\nu_1 + f_1 - f_2 + \dot{\phi}_{fiber\,1}/2\pi + \dot{\phi}_{fiber\,2}/2\pi\right) \\ &= -f_1 + f_2 - \dot{\phi}_{fiber\,1}/2\pi - \dot{\phi}_{fiber\,2}/2\pi \end{aligned} \tag{5.58}$$

$$\begin{aligned} f_{PD2-LO} &= \nu_1 - \left(\nu_1 - f_2 + f_1 + \dot{\phi}_{fiber\,2}/2\pi + \dot{\phi}_{fiber\,1}/2\pi\right) \\ &= f_2 - f_1 - \dot{\phi}_{fiber\,2}/2\pi - \dot{\phi}_{fiber\,1}/2\pi \end{aligned} \tag{5.59}$$

avec le premier terme entre parenthèse correspondant au laser 1 de fréquence optique ν_1 décalé de la fréquence $f_2 - f_1$, circulant successivement dans les deux fibres 1 et 2 et qui a accumulé respectivement les bruits de phase $\phi_{fiber\,1}$ et $\phi_{fiber\,2}$.

Après double passage dans la boucle fibrée, ces signaux sont fortement atténués. Pour que les signaux puissent être détectés et comptés par les compteurs Π et Λ, la chaîne électronique représentée en bleu sur la figure 5.28 est composée de deux amplificateurs RF dont le dernier est de type ampli-log. Avant et après chaque amplificateur, les signaux sont filtrés finement par des filtres passe-bandes centrés sur 11 MHz avec 1 MHz de bande.

5.4.2.3 Résultats expérimentaux

Nous avons testé simultanément le 2WU et le 2WU-LO. Le 2WU et le 2WU-LO ont suivi le même protocole de mesure que le 2WB. La campagne de mesure a durée un peu moins de 2 jours, du 14 mars 2014 au 16 mars 2014. Les fréquences de détection ont été comptées toutes les secondes, soit 167308 points de mesure et aucun point n'a été supprimé lors du traitement. Nous commenterons dans cette section les mesures des spectres du bruits de phase réalisés avec le compteur de fréquence pleine-bande Π et les mesures des fluctuations de la phase optique, des stabilités de fréquence et le calcul des exactitudes réalisés avec le compteur Λ. Les résultats sont présentés en bleu pour le 2WU et en rouge pour le 2WU-LO.

Spectre du bruit de phase

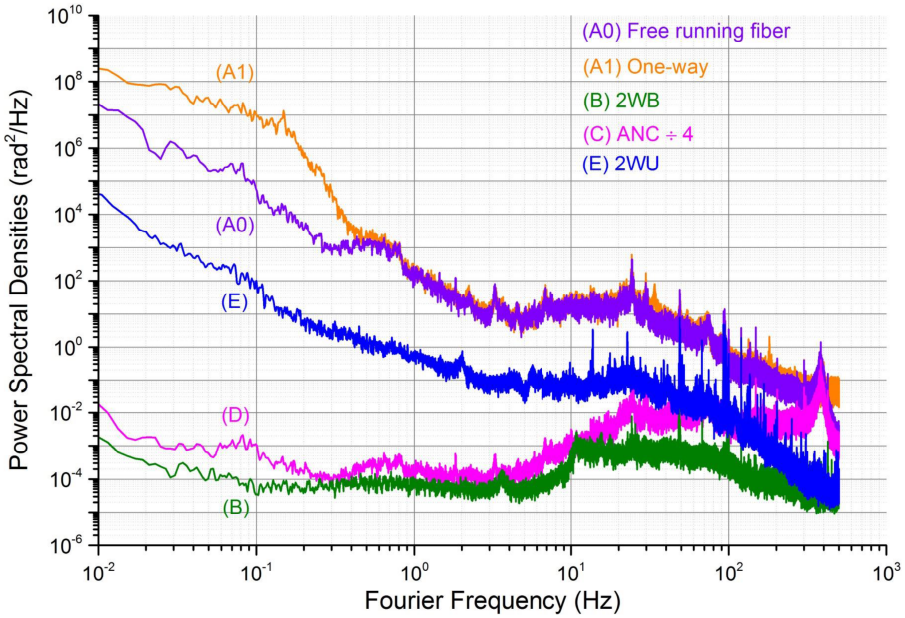
Les spectres du bruit de phase nous donnent une indication des bruits résiduels des signaux One-Way avec la fibre libre et du signal Two-Way avec le post-traitement

des deux One-Way. L'écart entre les deux mesures correspond au taux de réjection du bruit de la technique. Le 2WU est particulier car il est délicat de déterminer le taux de réjection théorique : le modèle de bruit est difficile à écrire car il faut définir un taux de corrélation du bruit entre les deux fibres en fonction de f. Les mesures de DSP nous permettent cependant d'évaluer les corrélations entre les deux fibres.

La figure 5.29a reprend une partie des résultats précédents obtenus avec le compteur pleine-bande Π et un taux d'échantillonnage de 1 kHz (période de mesure de 1 ms). Nous retrouvons la DSP du bruit de phase du 2WB en vert (B) comparée à la DSP du lien activement compensé (ANC) représentée en rose (C) et divisée par 4 pour faciliter la comparaison avec le 2WB. Nous avons également repris les DSP des liens libres de l'ANC en violet (A0) et le signal One-Way en orange (A1). Ce bruit de phase est sensiblement égal pour les deux fibres 1 et 2 utilisées pour la technique des Two-Way Undirectionnel. Nous représentons donc une seule DSP. Entre 10^{-2} Hz et quelques 10^{-1} Hz, nous retrouvons la contribution au bruit du laser 1 démodulée par le lien de 100 km.

La corrélation partielle du bruit de phase entre les deux signaux One-Way permet de compenser une partie du bruit avec le 2WU, représenté en bleu (E). Afin d'évaluer le taux de réjection de cette technique, nous avons tracé sur la figure 5.29b en noir (I) le rapport entre le 2WU et le signal One-Way d'une fibre. En premier lieu, nous relevons un très bon taux de réjection pour les fréquences inférieures à 1 Hz, permettant de supprimer l'excès de bruit apporté par le laser 1. Ensuite pour les fréquences supérieures à 1 Hz, le taux de réjection du bruit est stable et compris entre 10^2 et 10^3. Le bruit de phase est supprimé de manière homogène sur l'ensemble de ces fréquences. Nous avons également tracé en gris (J) le taux de réjection du 2WB par rapport au même signal One-Way. L'écart entre les deux courbes noire (I) et grise (J) correspond au degré de corrélation du bruit entre les deux fibres, par rapport au cas idéal du 2WB.

Les deux taux de réjection semblent ensuite se rejoindre vers 500 Hz. Il serait intéressant d'approfondir cette mesure pour vérifier que les deux taux convergent effectivement vers les hautes fréquences. Néanmoins, nous observons déjà que le bruit de phase entre les deux fibres 2WU est mieux corrélé et donc mieux supprimé dans les hautes fréquences. La DSP du Two-Way Local (2WU-LO) n'a pas été tracée car elle présente dans ces fréquences une parfaite similitude avec le 2WU en bleu (E).



(a) DSP du Two-Way Unidirectionnel (2WU) comparé au 2WB et à l'ANC

(b) Comparaison des taux de réjection du 2WU avec le 2WB

FIGURE 5.29 – DSP du bruit de phase dans la boucle fibrée. En violet (A0), le lien activement compensé (ANC) lorsqu'il est libre et en orange (A1) le One-Way, avec le bruit du laser libre démodulé dans les basses fréquences. En vert (B) le 2WB et en rose (C) l'ANC. La DSP du 2WU en bleu (E) est plus bruyante mais son taux de réjection en noir (I) rejoint dans les hautes fréquences celui du 2WB en gris (J).

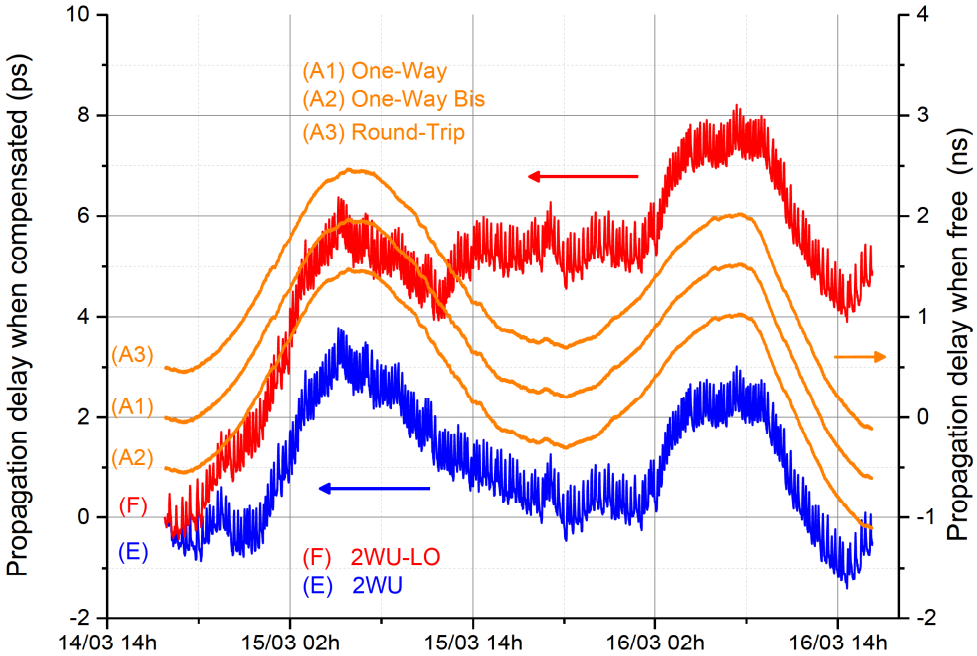


FIGURE 5.30 – Fluctuation des phases optiques du montage 2WU et 2WU-LO. Avec l'axe de droite en ns, les fluctuations des deux signaux One-Way en orange (A1) et (A2) et du Round-Trip en orange (A3), utilisé pour le Two-Way Unidirectionnel Local (2WU-LO). Avec l'axe de gauche en as, le Two-Way Unidirectionnel (2WU) en bleu (E) et le 2WU-LO en rouge (F).

Fluctuation de la phase optique

Nous présentons sur la figure 5.30 les fluctuations de la phase optique dues aux bruits de phase dans les basses fréquences et exprimées en différence de temps de propagation sur deux jours complets. En orange (A1) nous avons représenté les fluctuations du premier signal One-Way correspondant à la détection f_{PD1}. Ce sont les fluctuations libres de la phase dans la fibre 2 qui suit les cycles diurnes de la température, avec une oscillation jour/nuit égale à 4 ns (axe de droite en ns). Le deuxième One-Way qui circule dans la fibre 1 et correspondant à la détection f_{PD2} est représenté en orange (A2). Il a été décalé de -0,5 ns. Il présente exactement les mêmes fluctuations que f_{PD1}, ce qui indique que le bruit de phase entre les deux fibres est effectivement corrélé (partiellement).

Nous avons également tracé en orange (A3) les fluctuations de la phase accumu-

lées par le signal qui réalise l'aller-retour à travers la fibre 1 puis 2, correspondant à la détection de f_{PD1-LO}. Par rapport à f_{PD1} et f_{PD2}, ce signal a accumulé deux fois plus de bruit. Pour que les trois signaux puissent être comparés, et en suivant l'écriture du post-traitement (voir équation 5.32), la détection f_{PD1-LO} du 2WU-LO a été divisée par 2. Pour plus de clarté, elle a également été décalée de +0,5 ns. Nous observons ainsi une bonne corrélation entre les trois tracés orange (A1), (A2) et (A3), ce qui indique que les bruits sont corrélés et que nous pouvons réaliser le post-traitement des données pour obtenir le 2WU et le 2WU-LO.

Le post-traitement du 2WU consiste à soustraire et diviser par deux les deux détections f_{PD1} et f_{PD2}. Nous obtenons ainsi le 2WU représenté en bleu (E), qui suit les fluctuations diurnes des deux détections. Cette phase Two-Way oscille de 4 ps (axe de gauche en ps), avec un bruit court terme légèrement inférieur à 1 ps (correspondant à l'épaisseur du tracé bleu (E)). L'épaisseur de ce bruit illustre les limites de la corrélation du bruit entre les deux fibres à court terme (avec une période de mesure de 1 s). Par comparaison, avec une seule fibre en propagation bidirectionnel, nous avons mesuré pour le 2WB un bruit de phase court terme égale à 50 as, soit un facteur 2×10^4. A la fin de ce chapitre, nous retrouverons la racine carrée de ce facteur lorsque nous comparerons les stabilités de fréquence obtenues à 1 s d'intégration pour l'ensemble des techniques.

Le 2WU-LO est représenté en rouge (F). Nous retrouvons sensiblement les oscillations jour/nuit ainsi que le bruit de phase court terme de 1 ps. Nous observons également une dérive long terme de la phase de 3 ps, qui n'est pas observée pour le 2WU. Le 2WU-LO est obtenu en réalisant l'opération $f_{PD1} - f_{PD1-LO}/2$. Ces deux signaux ont un délai de propagation différent :

- f_{PD1} correspond au signal optique qui a circulé une fois dans la boucle : le délai de propagation est égale à τ ;
- f_{PD1-LO} correspond au signal optique qui a été rebouclé vers le point de départ : le signal a donc circulé deux fois dans la boucle et le délai de propagation est égale à $2 \times \tau$.

Ce dernier signal est ensuite divisé par 2. Mais la différence de propagation entre les détections peut introduire un bruit de phase sensiblement différent car il n'est pas stationnaire dans le temps, d'où une dérive supplémentaire dans le temps par rapport à la phase 2WU en bleu (E).

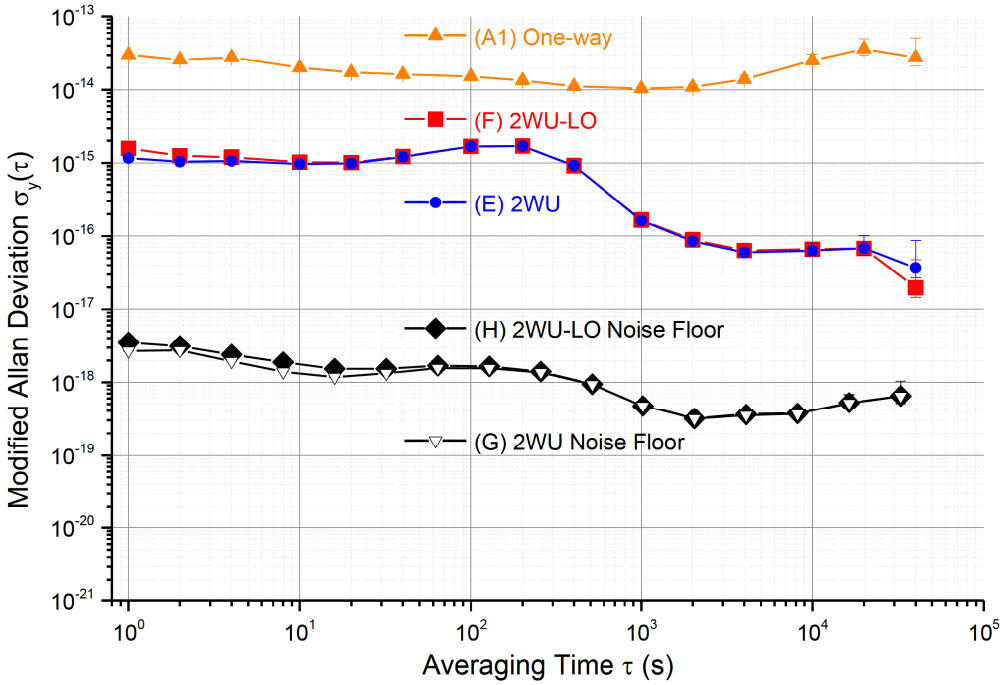


FIGURE 5.31 – Stabilité des fréquences relatives filtrées avec le compteur Λ et traitées avec l'écart-type modifié d'Allan. En △ orange (A1) la stabilité du One-Way, en ○ bleu (E) le Two-Way Unidirectionnel (2WU) et en □ rouge (F) sa variante en Local (2WU-LO). Ils ne sont pas limités par leur plancher de bruit, respectivement en ▽ noir (G) et ◇ noir (H), mais limités par la corrélation du bruit entre les deux fibres.

Stabilité de fréquence

Nous retrouvons sur la figure 5.31 en △ orange (A1) la stabilité de la fibre 2 détectée par f_{PD1}. Par souci de clarté, nous n'avons pas tracé la stabilité du signal circulant dans la fibre 1 (détection f_{PD2}). De même, nous n'avons pas tracé celle du signal Two-Way Local qui circule successivement dans les fibres 1 puis 2 (détection f_{PD1-LO}). Ces trois signaux présentent une même stabilité en fréquence relative de quelques 10^{-13} sur des temps courts et quelques 10^{-14} sur des temps longs.

Lorsque nous traitons les deux signaux One-Way (détection f_{PD1} et f_{PD2}), une partie du bruit est supprimé dans le post-traitement et nous obtenons le Two-Way Unidirectionnel représenté en ○ bleu (E). Ce 2WU présente une stabilité de $1,2 \times 10^{-15}$ à 1 s d'intégration et $2,0 \times 10^{-17}$ à 40000 s. Par rapport au One-Way en △ orange (A1), nous obtenons une compensation du bruit de deux ordres de grandeur

à court terme et de trois ordres de grandeur sur le long terme. C'est un résultat très satisfaisant car ce Two-Way est réalisé avec deux fibres différentes mais juxtaposées.

La détection f_{PD1} et f_{PD1-LO} nous permet de réaliser le 2WU-LO en □ rouge (F). Pour ce Two-Way Local, nous observons une courbe de stabilité de la fréquence relative pratiquement égale au premier 2WU. A long terme, les deux points de stabilité s'écartent mais nous sommes dans les barres d'erreur. A court terme, nous obtenons une stabilité égale à $1,6\times10^{-15}$, légèrement moins bonne que celle du 2WU.

Cette différence provient de la corrélation du bruit entre les signaux f_{PD1}, f_{PD2} et f_{PD1-LO}. Pour réaliser le 2WU, nous utilisons les signaux f_{PD1} et f_{PD2}. Ces deux signaux circulent dans deux fibres différentes mais sur la même période $t-\tau$. Le bruit de phase entre les deux est donc partiellement corrélé. Pour le 2WU-LO, nous utilisons le signal f_{PD1} qui circule dans la fibre 2 pendant $t-\tau$ et le signal f_{PD1-LO} qui circule dans la fibre 1 pendant $t-2\tau$ puis la fibre 2 pendant $t-\tau$, le tout divisé par deux. Si le bruit n'est pas parfaitement stationnaire, le bruit accumulé dans la fibre 1 pendant $t-2\tau$ ne sera pas corrélé avec le bruit accumulé dans la fibre 2 pendant $t-\tau$, d'où une stabilité légèrement moins bonne à court terme pour le 2WU-LO.

Les planchers de bruit des deux Two-Way sont présentés en noir sur la figure 5.31. Les deux fibres 1 et 2 sont remplacées par deux atténuateurs optiques. Par conséquent, nous mesurons le niveau de bruit du dispositif 2WU en ▽ noir (G) et 2WU-LO en ◇ noir (H) : en fréquence relative, ils sont inférieurs à 10^{-17} sur le court terme et inférieurs à 10^{-18} sur le long terme. Ils ne limitent donc pas la mesure du Two-Way lorsque la boucle fibrée est en place. C'est la démonstration que le bruit interférométrique est négligeable devant le bruit des fibres.

Sur le court terme, on relève que le plancher de bruit du 2WU est sensiblement plus bas que celui du 2WU-LO. Précédemment, nous avons observé que le 2WU était plus stable car ses signaux étaient, en moyenne, mieux corrélés. Nous retrouvons cet effet pour les plancher de bruit réalisé avec des atténuateurs fibrés. Ces derniers sont constitués de seulement 1 m de fibres mais ils ne sont pas parfaitement juxtaposés, contre précédemment 100 km de fibre mais en proportion mieux juxtaposés. Il est parfaitement possible que le plancher de bruit de l'interféromètre et des chaînes de détection soit plus bas que celui mesuré avec les atténuateurs (et le mètre de fibre qu'il introduit). Dans ces conditions, même si le bruit de phase accumulé est très petit, il est suffisant pour que le 2WU-LO soit défavorisé par rapport au 2WU.

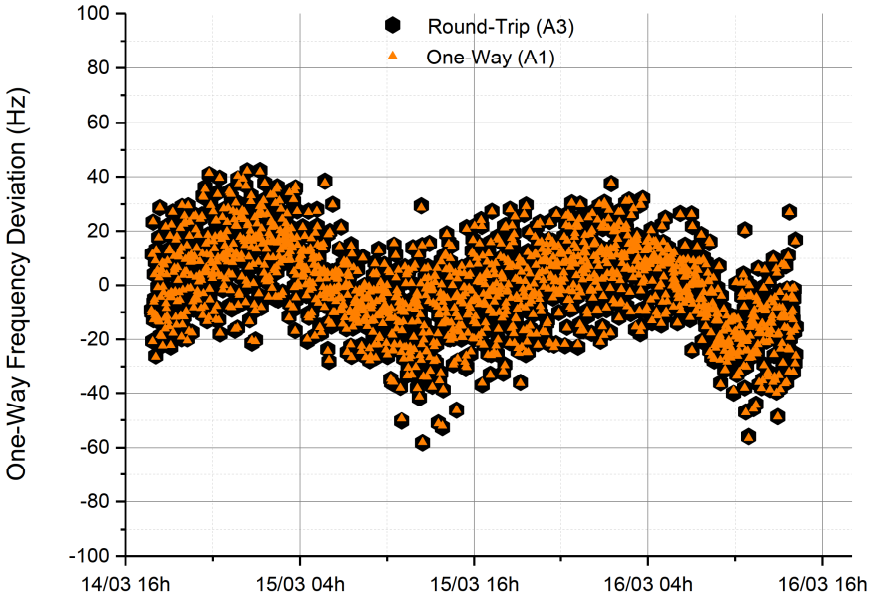
Exactitude

En suivant la méthodologie décrite précédemment, nous avons utilisé les données pleines-bandes du compteur Λ avec une période de mesure de 1 s pendant 160000 s.

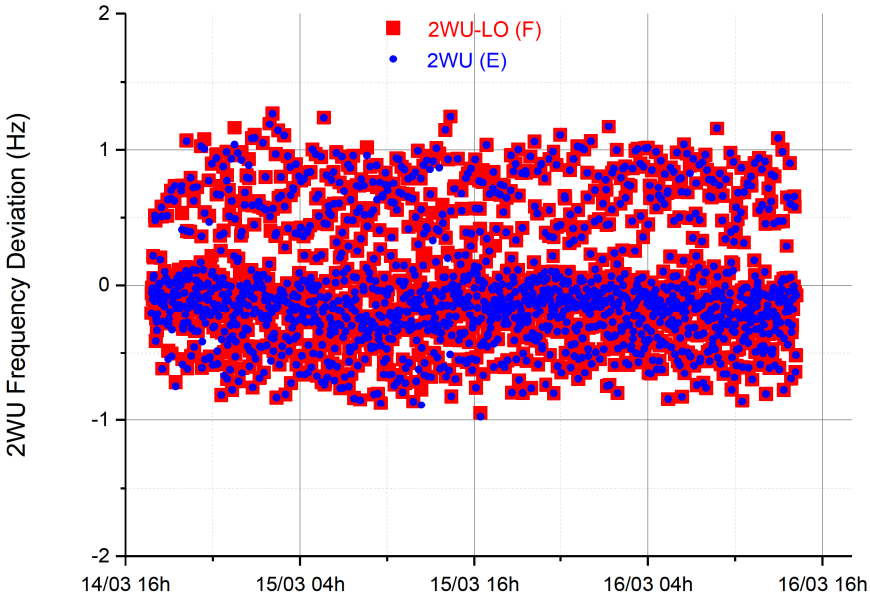
Nous calculons les moyennes y_k sur 100 points (voir équation 5.52) représentées sur la figure 5.32. En $\triangle$ orange et $\bigcirc$ noir sur la figure 5.32a, nous avons représenté respectivement les moyennes du signal One-Way correspondant à la détection f_{PD1} et celles du signal Round-Trip correspondant à f_{PD1-LO}. Nous n'avons pas tracé le deuxième signal One-Way f_{PD2} car il présente des moyennes y_k très similaire à f_{PD1}. Nous observons une bonne coïncidence entre les moyennes des détections f_{PD1} et f_{PD1-LO}, comprises entre -40 Hz et +40 Hz par rapport à la fréquence théorique de 194 THz. Nous observons également un peu avant 16h le 15 mars et le 16 mars les évolutions des rapports signaux sur bruit des détections que nous attribuons à des variations de polarisation, avec quelques moyennes qui sortent du groupe.

La figure 5.32b présente ces moyennes y_k pour le 2WU en $\bigcirc$ bleu et le 2WU-LO en $\square$ rouge. Grâce à la compensation du bruit de phase, l'écart des points est ramené entre -1 Hz et +1 Hz par rapport à 194 THz, avec une certaine concentration des points entre 0 et -1 Hz. Par comparaison, le bruit compensé avec le 2WB permet de ramener les moyennes dans une fourchette de -50 μHz et +50 μHz, soit de nouveau le facteur 2×10^4 entre les deux techniques 2WB et 2WU. Les changements de polarisation observés sur les signaux One-Way sont compensés dans les 2WU et 2WU-LO, ou du moins suffisamment compensés par rapport à l'écart des points (-1 Hz et +1 Hz) pour ne pas être perceptible sur la figure 5.32b.

Nous calculons ensuite la grande moyenne $\overline{y}$ de ces moyennes y_k (voir équation 5.53) et l'écart-type $\sigma_{\overline{y}}$ (voir équation 5.54). Pour le 2WB, nous avons déterminé une incertitude u sur la moyenne avec $\sigma_{\overline{y}}$ divisé par le nombre de moyennes N (voir équation 5.55). Dans le cas du 2WU et 2WU-LO, la division par N n'est pas assez conservatif car les stabilités de fréquences présentées précédemment montrent très clairement que nous n'avons pas un bruit blanc de phase pur mais un mélange avec un bruit de fréquence. Il est donc préférable de diviser $\sigma_{\overline{y}}$ par $\sqrt{N}$ pour avoir une approche du bruit plus conservative. Nous obtenons ainsi exactement le même résultat pour le 2WU et le 2WU-LO, avec une moyenne correspondant à un biais en fréquence relative égale à 8×10^{-18} et une incertitude u égale à $6,0 \times 10^{-17}$.



(a) Représentation des moyennes y_k sur 100 points d'un One-Way et du Round-Trip



(b) Représentation des moyennes y_k sur 100 points du 2WU et sa variante le 2WU-LO

FIGURE 5.32 – Calcul des moyennes y_k sur 100 points de la fréquence optique. Le traitement de deux signaux One-Way et dont l'un des deux est représenté en △ orange sur (a) donne le Two-Way Unidirectionnel (2WU) en ○ bleu (E) sur (b). Le traitement d'un One-Way et d'un signal Round-Trip représenté en ⬡ noir sur (a) permettent d'obtenir la variante locale (2WU-LO) en □ rouge (F) sur (b).

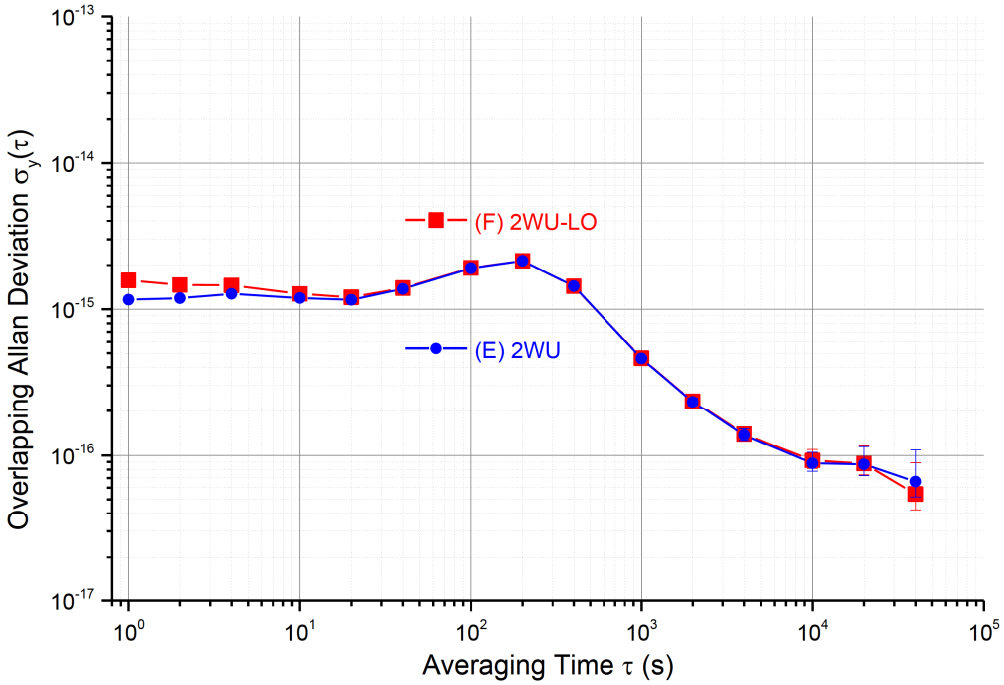


FIGURE 5.33 – Stabilité des fréquences relatives filtrées avec le compteur Λ et traitées avec l'écart-type d'Allan avec recouvrement. Le dernier point de ces stabilités donne une incertitude plus conservative et indépendante du type de bruit. En ○ bleu (E) pour le Two-Way Unidirectionnel (2WU) et en □ rouge (F) pour la variante locale (2WU-LO) avec une incertitude respectivement de 6.6×10^{-17} et 5.4×10^{-17} à 2×10^{4} s.

Néanmoins, pour être indépendant du type de bruit, il est préférable d'exploiter la valeur long terme de l'écart-type d'Allan calculée avec les données en Λ. Elle est représentée sur la figure 5.33 en ○ bleu (E) pour le Two-Way Unidirectionnel (2WU) et en □ rouge (F) pour la variante locale (2WU-LO), avec une incertitude à 4×10^{4} s de 6.6×10^{-17} et 5.4×10^{-17}.

Le 2WU et sa variante locale 2WU-LO présentent donc un biais de 8×10^{-18}. Sur cette moyenne, les deux techniques ont une incertitude différente, respectivement de 6.6×10^{-17} et de 5.4×10^{-17}, mais avec des barres d'erreur qui se recouvrent [1]. Nous pouvons ainsi conclure que, dans la limite de ces valeurs et pour ce lien de 100 km, les techniques de comparaison de fréquence 2WU et 2WU-LO n'introduisent pas de biais de fréquence.

1. Dans l'article [Bercy et al., 2014], le 2WU est donné avec une incertitude légèrement différente, égale à 6.5×10^{-17} car nous avons utilisé les données en Π.

5.5 Facteur de corrélation et extrapolation

Si nous comparons la stabilité à une seconde entre le 2WB et le 2WU, nous obtenons un facteur entre les deux techniques égal à $2,3 \times 10^4$. C'est également le facteur relevé lorsque nous avons comparé les fluctuations de la phase optique à court terme entre les deux techniques : 50 as pour le 2WB et 1 ps pour le 2WU-LO, soit un facteur de 2×10^4. Cet écart entre les techniques bidirectionnelles et unidirectionnelles est lié au facteur de corrélation du bruit entre les deux fibres.

En fonction de la configuration du réseau, ce facteur de corrélation peut être davantage dégradé. En effet, le 2WU est très sensible à la proximité des deux fibres : si les fibres sont séparées sur certaines sections, le bruit accumulé dans les deux fibres sera non-corrélé et nous ne pourrons pas le supprimer dans le post-traitement. C'est particulièrement vrai lorsque le lien passe dans des noeuds de télécommunication. Pour chaque amplificateur unidirectionnel, les deux fibres sont séparées. Ainsi, au Data Center 2 (TeleHouse 2 dans Paris) nos deux fibres ont été séparées de 10 à 50 cm sur une longueur de 2 m. Sur cette section le bruit accumulé n'est plus corrélé et ne peut pas être supprimé. Nous observons ainsi sur la figure 5.31 les stabilités du 2WU en ○ bleu (E) et du 2WU-LO en □ rouge (F) avec une bosse entre 20 s et 1000 s liée à la forte climatisation du Data Center.

En revanche, l'ANC et le 2WB ne sont pas sensibles aux climatisations dans les Data Center car le bruit accumulé est parfaitement corrélé entre les deux sens de propagation de l'unique fibre. Sur les stabilités de l'ANC, du 2WB et de son plancher de bruit, nous observons néanmoins une bosse mais légèrement plus tard, entre 100 s et 1000 s. C'est la *signature* de la climatisation de notre salle d'expérience, qui a un effet sur les longueurs sensibles du montage interférométrique (notamment les bras interférométrique de référence avec les miroirs).

Expression du facteur de corrélation du bruit

Sur la base de ces observations, il est possible d'exprimer la stabilité de la fréquence du 2WU avec une proportion de longueur corrélée et une proportion de longueur non-corrélée, tel que :

$$\sigma_{2WU} = \sqrt{\sigma^2_{corrélée} + \sigma^2_{non-corrélée}} \tag{5.60}$$

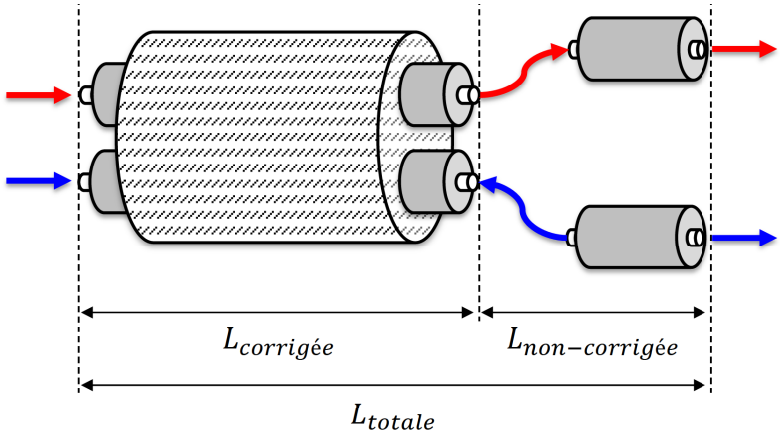


FIGURE 5.34 – Représentation de la paire de fibre utilisée pour le Two-Way en configuration unidirectionnelle, avec les fibres juxtaposées sur la longueur $L_{corrigé}$ sur laquelle le bruit est corrélé et corrigé, et les fibres séparées sur la petite longueur $L_{non-corrigée}$ sur laquelle le bruit est non-corrélé et libre.

ce qui revient à écrire une proportion de bruit corrigé et une proportion de bruit non-corrigé (libre) :

$$\sigma_{2WU} = \sqrt{\sigma^2_{corrigé} + \sigma^2_{libre}} \tag{5.61}$$

Le bruit corrigé suit une loi en fonction de la longueur en $\sqrt{L^3_{corrigée}}$ donnant la contribution $\sigma_{corrigée}$ et le bruit libre proportionnel en $\sqrt{L_{libre}}$ donnant la contribution σ_{libre}. Ces sections de fibre sont représentées sur la figure 5.34.

Finalement, dans cette somme quadratique, la contribution principale du bruit provient de la longueur de fibre libre devant celle corrigée. La stabilité du 2WU peut alors s'écrire :

$$\sigma_{2WU} = \sigma_{libre} = \sigma_{libre-totale} \times \sqrt{\frac{L_{non-corrigée}}{L_{totale}}} \tag{5.62}$$

avec $\sigma_{libre-totale}$ la stabilité d'un signal One-Way, représentée en △ orange (A1) sur la figure 5.35, multipliée par la fraction de longueur non-corrigée du 2WU. Sur la figure 5.35, il est possible de relever le facteur entre la stabilité du 2WU et le One-Way

égale à 1/20, si bien que :

$$\frac{\sigma_{2WU}}{\sigma_{libre-totale}} = \sqrt{\frac{L_{non-corrigée}}{L_{totale}}} = \frac{1}{20} \tag{5.63}$$

Connaissant la longueur totale de 100 km de la boucle fibrée, il est possible d'estimer la longueur $L_{non-corrigée}$ sur laquelle le bruit est non-corrélé et donc non-corrigé :

$$L_{non-corrigée} = \left(\frac{1}{20}\right)^2 \times L_{totale} = 250 \text{ m} \tag{5.64}$$

Cette longueur donne un ordre de grandeur des longueurs de fibre effectivement séparées.

Extrapolation du Two-Way Unidirectionnel

A partir des résultats du 2WU obtenus en stabilité de fréquence sur la boucle fibrée de 100 km, nous proposons deux extrapolations pour la comparaison d'horloges : une liaison courte Paris-Londres que nous considérons entièrement terrestre et une liaison longue Paris-USA avec une majorité sous-marine.

Le 2WU est principalement limité par la corrélation du bruit entre les deux fibres. Nous posons l'hypothèse que cet effet agit de manière homogène le long de la fibre. Nous pouvons donc extrapoler la stabilité de la fréquence obtenue sur la boucle fibrée de 100 km vers un lien de 800 km entre Paris et Londres. Nous définissons les stabilités de fréquence par l'écart-type d'Allan $\sigma_y(t)$, qui est fonction de la longueur de la fibre en $\sqrt{L}$. Par conséquent, pour un lien de 800 km, nous pourrions atteindre une stabilité de 4×10^{-15} à 1 s et 9×10^{-17} à 30000 s.

Une liaison transatlantique avec les USA serait constitué de 1000 km de fibre terrestre et 6500 km de fibre sous-marine. Le bruit de phase accumulé dans une liaison sous-marine est considérée dix fois moins important que dans une liaison terrestre [Ebenhag et al., 2009]. Dans ce cas, le résultat des 100 km de la boucle fibrée peut être extrapolé vers un lien de 1000 km plus 6500 km pondéré par un facteur 1/10. Nous pourrions obtenir une stabilité de 5×10^{-15} à 1 s et 1×10^{-16} à 30000 s.

5.6 Comparaison de deux lasers distants : dérive des lasers et synchronisation des détections

Avec la technique Two-Way, nous souhaitons comparer deux lasers dont la fréquence, en pratique, varie dans le temps. En effet, ils sont stabilisés sur une cavité Fabry-Perot ultrastable qui subit elle-même des dérives lentes. Par exemple le SYRTE possède deux cavités installées dans une salle climatisée située 10 m sous-terre mais qui dérivent de quelques centaines de mHz/s à quelques dizaines de Hz/s. Nous admettons que cette pente est linéaire à court terme mais suit sur le long terme les cycles diurnes et saisonniers. Dans ce cas, les valeurs exactes des fréquences des lasers L_1 et L_2 évoluent dans le temps et peuvent s'écrire au premier ordre :

$$Laser\,1(t_1) = L_1 + a \times t_1 \tag{5.65}$$

$$Laser\,2(t_2) = L_2 + b \times t_2 \tag{5.66}$$

avec $a \times t_1$ et $b \times t_2$ leurs dérives respectives dans le temps. Ces dérives peuvent être maîtrisées localement, par exemple en se référençant sur un peigne de fréquences, lui-même référencé sur la fréquence exacte d'une horloge. Nous supposons ici que les dérives ont le même sens +. En revanche, dans les deux laboratoires distants, l'échelle de temps peut être différente donc le temps est différencié par t_1 et t_2. Il est possible d'écrire cette différence avec Δt, par exemple reportée sur le laser 2 du site 2, en considérant que le site 1 est notre référence temporelle :

$$Laser\,1(t) = L_1 + a \times t \tag{5.67}$$

$$Laser\,2(t + \Delta t) = L_2 + b \times (t + \Delta t) \tag{5.68}$$

Lorsque les lasers sont transférés au site distant, nous obtenons deux battements optiques détectés avec les photodiodes PD1 et PD2, que nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} f_{PD1}(t) &= L_2 + b \times (t + \Delta t) - [L_1 + a \times (t - \tau)] \\ &= L_2 - L_1 + b \times (t + \Delta t) - a \times (t - \tau) \end{aligned} \tag{5.69}$$

$$\begin{aligned} f_{PD2}(t + \Delta t) &= L_1 + a \times t - [L_2 + b \times (t + \Delta t - \tau)] \\ &= L_1 - L_2 + a \times t - b \times (t + \Delta t - \tau) \end{aligned} \tag{5.70}$$

Nous ignorons ici le décalage en fréquence introduit par les AOM du lien fibré. Pour le Two-Way, le post-traitement de ces détections donne :

$$\begin{aligned}[f_{PD1}(t) - f_{PD2}(t+\Delta t)]/2 &= L_2 - L_1 + b \times (t + \Delta t - \tau/2) - a \times (t - \tau/2) \\ &= [L_2 - L_1] + [(a-b) \times (t - \tau/2)] + [b \times \Delta t] \end{aligned} \quad (5.71)$$

Le premier terme correspond à la comparaison des deux lasers 1 et 2. Nous observons ensuite qu'il est important de connaître la valeur des dérives pour apporter une correction à l'équation 5.71 et supprimer le deuxième terme. Nous observons également qu'il est nécessaire de synchroniser les deux détections $f_{PD1}(t)$ et $f_{PD2}(t+\Delta t)$ afin de supprimer le dernier terme de l'équation 5.71 avec $\Delta t = 0$, particulièrement si les dérives b (ou a) sont importantes.

Si nous prenons en compte le bruit de phase ϕ_{fibre} accumulé dans la fibre par les signaux One-Way, le Two-Way devient :

$$\begin{aligned}[f_{PD1}(t) - f_{PD2}(t+\Delta t)]/2 &= [L_2 - L_1] + [(a-b) \times (t - \tau/2)] + [b \times \Delta t] \\ &+ \left[\dot{\phi}_{fibre}(t)1/2\pi - \dot{\phi}_{fibre}(t+\Delta t)1/2\pi\right]/2 \end{aligned} \quad (5.72)$$

Nous observons ainsi que la synchronisation des détections avec $\Delta t = 0$ est également importante pour supprimer correctement le bruit de phase dans le Two-Way.

Dans le cadre d'un comparaison de deux fréquences optiques à $\nu = 200$ THz, nous considérons par exemple que le premier laser dérive de $a = 1$ Hz/s tandis que le deuxième laser est *fixe*. Pour la comparaison, le laser qui dérive est par exemple transféré avec un lien de 1000 km, ce qui signifie qu'après 5 ms de délais de propagation, le laser de départ aura dérivé de 5 mHz par rapport au même laser à l'extrémité de la fibre. Afin de tenir compte de cette dérive, le compteur utilisé pour la comparaison à l'extrémité de la fibre et cadencé au temps local t_2 doit être synchronisé par rapport au *temps de départ* t_1 avec un Δt suffisamment petit pour ne pas dégrader l'incertitude attendue.

Par exemple, si l'objectif est de comparer deux lasers avec une incertitude attendue de quelques 10^{-18} alors nous pouvons évaluer le Δt requis :

$$\frac{a \times \Delta t}{\nu} < 10^{-18}$$

$$\Delta t < 2 \times 10^{-4} \text{ s} \tag{5.73}$$

avec a la dérive du laser de 1 Hz/s. Par conséquent, le battement entre les deux lasers à 200 THz, par exemple à 20 MHz, est compté avec un compteur dont l'erreur de synchronisation doit être inférieure à $\Delta t = 200\,\mu$s. De plus, l'incertitude de quelques 10^{-18} rapportée à ce battement est de quelques 10^{-11}, ce qui signifie que l'incertitude de la référence externe du compteur doit être mieux que quelques 10^{-11}. Ce niveau est accessible avec un bon oscillateur local synchronisé sur le GPS.

Lorsque la synchronisation n'est pas possible, il est également possible de traiter statistiquement les données des deux détections $f_{PD1}(t)$ et $f_{PD2}(t + \Delta t)$ jusqu'à obtenir l'optimum en terme de stabilité (voir les articles [Calosso et al., 2014] et [Hachisu et al., 2014]).

5.7 Conclusion

Pour comparer les techniques, nous reprenons dans cette conclusion les stabilités de fréquence présentées dans ce chapitre. Pour cette boucle de 100 km, le bruit de phase accumulé dégrade la stabilité du signal transféré à hauteur de quelques 10^{-14} en fréquence relative, représentée sur la figure 5.35 en △ orange (A1).

La compensation active du bruit (ANC)

Pour compenser ce bruit de phase et ne pas dégrader le signal de référence, il existe la technique ANC pour *Active Noise Compensation*. Après un premier trajet à travers la fibre, l'ANC nécessite de rétro-réfléchir une partie du signal au point de départ pour détecter et corriger activement le bruit de phase accumulé dans la fibre. A cause de l'aller-retour, le délai de propagation égale à 2τ introduit un retard dans la correction et limite le taux de réjection du bruit. L'ANC a permis de stabiliser le signal transmis à 3×10^{-17} en fréquence relative à 1 s d'intégration et à quelques 10^{-20} sur le long terme, représenté en ☆ rose (D) sur la figure 5.35. Cette fréquence transférée peut être utilisée pour des mesures de très haute sensibilité en physique fondamentale ou pour une comparaison avec un autre laser de référence.

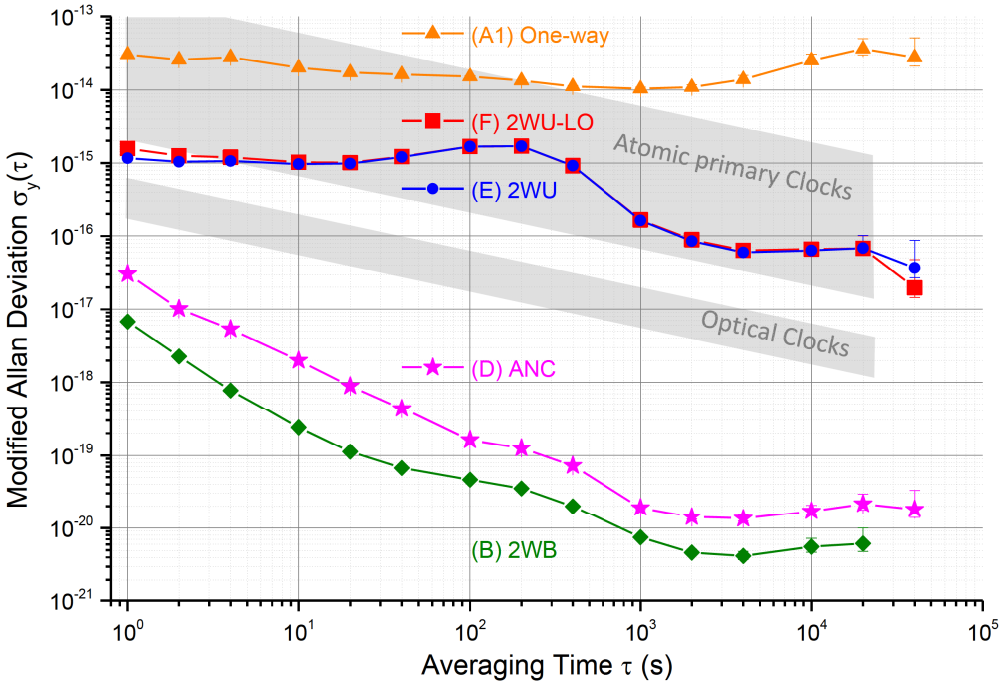


FIGURE 5.35 – Stabilité des fréquences relatives filtrées avec le compteur Λ et traitées avec l'écart-type modifié d'Allan. En △ orange (A1) le One-Way. En ○ bleu (E) et □ rouge (F), le 2WU et le 2WU-LO permettent les comparaisons des horloges à atomes froids. Avec une meilleure stabilité, l'ANC en ☆ rose (D) et le 2WB en ◇ vert (B) permettent les comparaisons des horloges optiques.

Le Two-Way Bidirectionnel (2WB)

Si nous limitons le propos à la comparaison de fréquence optique, la deuxième technique 2WB proposée dans ce chapitre permet de surpasser ce résultat. Le 2WB est implémentée sur une seule fibre de la boucle utilisée en propagation bidirectionnelle. A chaque extrémité de la fibre, nous transférons la fréquence optique de référence, qui circule une seule fois dans la fibre. Par conséquent, le délai de propagation égal à τ limite dans une moindre mesure le taux de réjection du bruit. Nous avons obtenu une stabilité de fréquence en ◇ vert (B), égale à 7×10^{-18} à 1 s et en-dessous de 10^{-20} sur le long terme. Le 2WB améliore ainsi le résultat de l'ANC avec un facteur 4, alors que la modélisation du bruit du 2WB et de l'ANC prévoyait seulement un facteur 2. La forme particulière de la boucle pourrait être la cause de cet écart, dû à la corrélation du bruit pour le 2WB.

Le Two-Way Unidirectionnel (2WU)

L'inconvénient des deux techniques précédentes est la propagation bidirectionnelle dans la fibre, qui nécessite de contourner les équipements de télécommunication sur le trajet de la fibre. Pour limiter ces interventions sur le réseau, nous avons également développé dans ce chapitre le Two-Way Unidirectionnel ou 2WU. Cette technique exploite la corrélation partielle du bruit entre deux fibres juxtaposées pour le compenser (partiellement). Les deux fibres sont donc utilisées en propagation unidirectionnelle et nous pouvons également utiliser les amplificateurs EDFA unidirectionnels du réseau de télécommunication. Avec la fibre de 100 km, nous avons obtenu une stabilité de la fréquence égale à $1,2\times10^{-15}$ à 1 s d'intégration et quelques 10^{-17} sur le long terme, représentée en ○ bleu (E). Nous avons également proposé une variante de ce 2WU avec une partie du signal renvoyée au point de départ. Nous pouvons ainsi comparer les deux lasers localement en utilisant le signal aller-retour pour compenser le bruit de phase corrélé entre les deux fibres. Cette technique est le Two-Way Local, réalisée dans ce chapitre en propagation unidirectionnelle (2WU-LO) mais possible aussi en bidirectionnel (2WB-LO). Avec le 2WU-LO, nous avons obtenue une stabilité sensiblement moins bonne à court terme par rapport au 2WU, égale à $1,6\times10^{-15}$ à 1 s d'intégration et représentée en □ rouge (F).

Le Two-Way satellitaire

Malgré les limitations dues aux planchers de bruit et au facteur de corrélation entre les deux fibres, les techniques Two-Way sur fibre (et l'ANC) présentent d'excellents résultats. Nos stabilités de fréquence présentées dans ce chapitre proviennent des données filtrées par le compteur Λ et traitées avec l'écart-type d'Allan modifié. Il est donc délicat de comparer nos résultats avec la stabilité obtenue avec la technique TWSTFT en phase, présentée par la section 5.4. Les distances des liens et la nature du bruit ne sont pas non plus identiques :

- 100 km de fibre avec un bruit blanc de phase pour notre lien ;
- et deux liens satellitaires entre Paris-Braunschweig et Braunschweig-Tokyo avec un bruit blanc de fréquence.

Néanmoins, il apparait nettement que les résultats du Two-Way sur fibre surpassent

ceux par satellite. De plus, la nature du bruit blanc de phase permet d'obtenir une pente en τ^{-1} sur nos stabilités de fréquence, contrairement au bruit blanc de fréquence (pente en $\tau^{-1/2}$). Cela nous permet de descendre plus bas, plus rapidement. Ensuite, le faible coût et la fiabilité du réseau fibré nous permet d'intégrer le bruit sur des périodes beaucoup plus longues. Le TWSTFT garde cependant l'avantage des comparaisons sur des très longues distances.

En conclusion

Nous concluons ainsi que l'ANC et surtout le 2WB permettent de comparer les nouvelles horloges à fréquence optique, dont la fourchette de stabilité est représentée en gris sur la figure 5.35. Ensuite les techniques 2WU et 2WU-LO sont des techniques prometteuses, avec de bons résultats en stabilité et en exactitude de fréquence, compatibles avec le réseau de télécommunication mais sensibles à la structure de ce réseau. Elles peuvent permettre de comparer des horloges primaires à atomes froids, dont la fourchette de stabilité est également représentée en gris. Ces deux techniques sont aussi très intéressantes pour des liaisons intercontinentales avec des fibres passant au fond des océans. En effet, ces milieux très profonds sont naturellement stables en température et possède un bruit acoustique très faible. Nous avons ainsi extrapolé les résultats du Two-Way Unidirectionnel pour une liaison avec Londres et nous avons estimé la stabilité de 4×10^{-15} à 1 s et 9×10^{-17} à 30000 s d'intégration. Pour une liaison transatlantique avec les USA, nous pourrions obtenir une stabilité de 5×10^{-15} à 1 s et 1×10^{-16} à 30000 s. Ces résultats permettraient de comparer les meilleures horloges primaires à atomes froids entre les deux continents.

Ce qu'il faut retenir :

1. la première technique Two-Way en configuration bidirectionnelle (2WB) présente d'excellents résultats en stabilité et en exactitude de fréquence, supérieurs d'un facteur 4 mais théoriquement de 2 par rapport à la technique classique d'un lien compensé activement (ANC) ;
2. la comparaison entre l'ANC et le 2WB est une excellente démarche métrologique car nous comparons deux techniques sur fibre avec deux dispositifs complètement différents et indépendants ;

3. afin d'être compatible avec la construction unidirectionnelle du réseau Internet, nous avons présenté et testé une deuxième technique appelée Two-Way Unidirectionnel (2WU), qui exploite correctement la corrélation partielle du bruit entre deux fibres différentes mais juxtaposées dans un fourreau ;
4. le 2WB et 2WU peuvent être réalisées avec une variante appelée Two-Way Local (LO), retournant une partie du signal optique au point de départ après un premier trajet, permettant ainsi de comparer localement les deux lasers sans synchronisation des détections distantes ;
5. nous avons également proposé (mais non-réalisé) un montage électronique du Two-Way Local amélioré, permettant de comparer les deux lasers distants avec la suppression du bruit de la fibre en temps réel, sans post-traitement.
6. finalement, en réalisant le 2WU en local et en temps réel, il est possible de comparer deux lasers distants, sans synchroniser les deux détections distantes, sans réaliser l'opération du post-traitement et avec un montage compatible avec le réseau télécom.

Conclusion

J'ai présenté dans ce manuscrit de thèse mes travaux sur le **transfert** d'un signal optique et son **extraction** à partir de n'importe quel point de la fibre. J'ai également présenté mes travaux sur la **comparaison** de deux signaux optiques de référence avec la technique Two-Way appliquée à une fibre puis à deux fibres.

Premier dispositif d'extraction

Pour disséminer simultanément le signal optique ultrastable à plusieurs utilisateurs, nous avons mis en oeuvre la technique proposée par G. Grosche du PTB, qui consiste à extraire les signaux *montant* et *descendant* pour les recombiner et corriger le signal délivré à l'utilisateur.

Nous avons réalisé un premier dispositif avec un interféromètre passivement thermalisé et les longueurs des fibres ont été ajustées pour que le bruit accumulé sur la fibre jusqu'à l'utilisateur soit passivement compensé. Ce premier dispositif a été testé sur des bobines fibrées pour valider le principe, puis sur 92 km de fibres déployées dans la région parisienne. Pour ce test, l'extraction a été réalisée plutôt en début de lien, après 6 km, puis en fin de lien, après 86 km. Nous avons obtenu d'excellents résultats en extraction par rapport au lien principal, avec une sensibilité au bruit limitée sur le long terme par les cycles thermiques diurnes.

Nous avons montré que **la stabilité à court terme est meilleure en extraction que pour le lien principal lorsque l'extraction est réalisée en début de lien.** Ces résultats sont en bon accord avec une modélisation du bruit accumulé le long du lien principal et jusqu'au point d'extraction.

Ce premier dispositif d'extraction est simple, efficace et nous avons obtenu d'excellents résultats. Les performances sont suffisantes pour distribuer un signal optique

ultrastable vers les laboratoires du réseau Refimeve+ mais ce dispositif présente deux limites :

1. malgré les précautions sur la thermalisation passive, le montage interférométrique demeure sensible au cycle thermique diurne (avec une stabilité limitée à quelques 10^{-19} sur le long terme) ;
2. et l'utilisateur du signal extrait dispose d'une puissance optique limitée, fonction de celle disponible sur le lien principal.

Deuxième dispositif d'extraction

Pour les applications plus exigeantes, nous avons donc développé un deuxième dispositif avec une Diode Laser qui vient s'asservir sur le signal extrait. Pour réaliser cet asservissement nous avons conçu un dispositif pouvant fonctionner avec un oscillateur local qui n'est pas nécessairement de bonne qualité. Le dispositif comprend un lien secondaire avec une compensation active du bruit accumulé et est indépendant des bruits et dérives de l'oscillateur local.

Ce dispositif a été testé en laboratoire avec des bobines fibrées. Nous avons conçu un lien principal de 50 km avec le dispositif d'extraction placé à mi-chemin, et la sortie du signal extrait était prolongée d'un lien secondaire de 50 km. Nous avons ainsi obtenu une stabilité du lien principal meilleure que 10^{-17} à 1 s et de quelques 10^{-20} sur le long terme. A l'extrémité du lien secondaire, la stabilité de fréquence est légèrement au-dessus de celle du lien principal dû à la contribution du lien secondaire.

Il est néanmoins très satisfaisant d'observer que **ce deuxième dispositif ne dégrade pas sur le long terme le signal en extraction** par rapport à ce que nous obtenons avec le lien principal. Nous atteignons une stabilité sur le long terme de quelques 10^{-20} grâce :

1. à l'interféromètre passivement et activement thermalisé ;
2. aux longueurs des fibres du montage interférométrique parfaitement ajustées ;
3. et au lien secondaire activement compensé jusqu'au point d'utilisation du laboratoire.

Two-Way appliqué à une fibre

L'autre partie de mon travail de thèse concerne la comparaison de deux fréquences optiques avec la méthode Two-Way employée dans les liaison satellitaires et appliqué ici dans une liaison fibrée. Nous avons exploré des techniques bidirectionnelles et unidirectionnelles sur une boucle de 100 km à travers un réseau de télécommunication actif.

En configuration bidirectionnelle, nous exploitons la corrélation du bruit accumulé dans les deux sens de propagation au sein d'une fibre pour le supprimer en post-traitement. Il est ainsi possible de comparer deux sources lasers distantes sans que la comparaison soit perturbée par le bruit de la fibre. **Nos résultats expérimentaux démontrent une stabilité de fréquence exceptionnelle** à 6.7×10^{-18} à 1 s et à quelques 10^{-21} sur le long terme. Ces résultats dépassent les performances du lien activement compensé (ANC) testé sur cette même boucle fibrée.

Nous avons modélisé la réjection du bruit et nous avons démontré que **la stabilité de fréquence du 2WB à court terme est en effet attendue supérieure d'un facteur 4 à celle de l'ANC**. Nous avons aussi montré que la réjection du bruit est supérieure à celle prédite théoriquement. C'est une première observation expérimentale des effets des corrélations dans les liens optiques.

Two-Way appliqué à deux fibres

L'inconvénient des techniques bidirectionnelles est qu'elles impliquent de contourner tous les équipements de télécommunication unidirectionnels.

Nous avons donc ensuite proposé et testé le Two-Way Unidirectionnel, qui exploite la corrélation partielle du bruit entre deux fibres en propagation unidirectionnelle, placées ensemble dans un fourreau. La sensibilité de cette technique a été testée avec la même boucle fibrée et doublée par une deuxième fibre. À 1 s d'intégration, nous avons obtenu $1,2 \times 10^{-15}$ et quelques 10^{-17} sur le long terme, soit un gain d'un ordre de grandeur à court terme et de trois ordres de grandeurs à long terme par rapport à la stabilité de quelques 10^{-14} de la fibre libre.

Lorsque nous **extrapolons ce résultat pour une liaison transatlantique entre l'Europe et les USA**, en tenant compte qu'une liaison sous-marine est

dix fois moins bruyante qu'une liaison terrestre, nous obtenons une stabilité de fréquence égale à 5×10^{-15} à 1 s d'intégration et 1×10^{-16} à 10^4 s. Cela permettrait de comparer des horloges primaires en un temps record alors que les liaisons satellitaires atteignent cette résolution après plusieurs jours d'intégration.

Two-Way Local

Pour obtenir les résultats des 2WB et 2WU, il est nécessaire d'exploiter les signaux mesurés aux deux extrémités de la fibre et donc de synchroniser ces deux mesures, ce qui n'a pas posé de problème avec notre boucle fibrée.

Lorsque la synchronisation n'est pas possible, ou pour simplifier le traitement de données, nous avons enfin proposé la technique du Two-Way Local, qui consiste à renvoyer au point de départ une partie du signal optique qui a déjà circulé une première fois. Nous pouvons ainsi en déduire le bruit de la fibre après un trajet et réaliser localement la comparaison de fréquence entre le laser local et le laser distant. Dans le cadre de mes travaux de thèse, j'ai testé le Two-Way Local avec le montage unidirectionnel et obtenu une stabilité de fréquence sensiblement égale celle du 2WU classique.

Cette technique est très intéressante car elle permet de comparer des fréquences optiques localement en temps réel, sans post-traitement des données ni synchronisation.

Perspectives

Mon travail de thèse ouvre des perspectives enthousiasmantes pour le déploiement d'un réseau métrologique.

En ce qui concerne l'extraction, nous devons tout d'abord compléter notre dispositif expérimental par un ordinateur et l'implémentation du contrôle à distance, comme le sont les stations Régénératrices, et il doit être testé sur des fibres déployées. A terme, cette nouvelle station sera industrialisée et sera une brique supplémentaire, en plus de la station Régénératrice, pour la construction du réseau Refimeve+, en particulier en Île-de-France. À court terme, une station Extraction sera installée pour délivrer simultanément le signal métrologique au LKB et à quelques autres laboratoires de la région parisienne sans que cela perturbe la distribution du signal à

l'échelle nationale ou intercontinentale. Installé au départ d'un lien activement compensé, le principe de l'extraction pourra également être détourné pour surveiller le fonctionnement du lien *montant* sans qu'il soit nécessaire de construire et d'équiper un lien *descendant*.

Le montage Two-Way est une solution simple, efficace et très performante pour des comparaisons locales ou à plus grande distance. Si nous prenons l'exemple de la comparaison des horloges strontium du SYRTE en France et du PTB en Allemagne, nous retenons que les signaux sont transférés vers Strasbourg avec deux liens activement compensés et comparés avec un montage Two-Way. A plus long terme, pour éviter d'intervenir sur le réseau fibré, nous pouvons envisager des comparaisons par Two-Way Unidirectionnel vers certains laboratoires qui ne seraient pas encore desservis par Refimeve+.

Avec le deuxième dispositif d'extraction, la stabilité de fréquence et l'incertitude atteignent quelques 10^{-20} tandis que le dispositif Two-Way va au-delà et atteint quelques 10^{-21}. Jusqu'à récemment, les liens étaient principalement limités sur le long terme par le bruit interférométrique, provenant du bras de référence de l'interféromètre de Michelson ou de segments de fibres non-communes pour les propagations aller et retour. Un important travail a été réalisé pour abaisser cette sensibilité [Stefani et al., 2014]. La stabilité long terme peut être limitée par des effets non-réciproques, comme la dispersion de mode de polarisation ou l'asymétrie des fréquences transférées. D'autres travaux sont également en cours pour estimer la contribution à la stabilité long terme des variations de fréquence de la source laser stabilisée sur une cavité ultrastable. Au stade actuel des connaissances, il semblerait que les liens fibrés soient limités par l'ensemble de ces facteurs. Il est donc nécessaire de poursuivre ces travaux et ces études afin de développer un moyen de comparaison encore plus performant pour les futures horloges optiques.

Finalement, l'ensemble de mes travaux sur l'extraction et le Two-Way définissent aujourd'hui l'état de l'art et contribuent au développement du réseau métrologique Refimeve+. Ces travaux de thèse sont en ceci remarquables qu'ils démontrent pour la première fois la dissémination d'une fréquence optique avec une résolution de quelques 10^{-21}.

Annexe A

Les écart-types d'Allan

Il existe une importante littérature décrivant les processus de bruit d'un oscillateur, notamment des livres [Riehle, 2006] et [Rubiola, 2009] ainsi que des manuels [Uhrich, 2007] et [Riley, 2007]. Nous présentons ici les principaux résultats. Le signal délivré par un oscillateur idéal peut s'écrire :

$$V(t) = V_0 \times \sin(2\pi\nu_0 t) \tag{A.1}$$

avec V_0 l'amplitude du signal et ν_0 sa fréquence. Le signal d'un oscillateur perturbé en amplitude par $\epsilon(t)$ et en fréquence par un bruit de phase $\varphi(t)$ est :

$$V(t) = [V_0 + \epsilon(t)] \times \sin[2\pi\nu_0 t + \varphi(t)] \tag{A.2}$$

En général, nous pouvons négliger la perturbation de l'amplitude. La fréquence instantanée correspond à la dérivée de la phase totale $[2\pi\nu_0 t + \varphi(t)]$:

$$\begin{aligned} \nu(t) &= \frac{1}{2\pi} \times \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[2\pi\nu_0 t + \varphi(t)] \\ &= \nu_0 + \frac{1}{2\pi} \times \frac{\mathrm{d}\varphi(t)}{\mathrm{d}t} \end{aligned} \tag{A.3}$$

À partir de cette fréquence instantanée nous pouvons définir son écart instantané par rapport à la fréquence de référence ν_0 et son écart normé instantané, respectivement

égale à :

$$\Delta\nu(t) = \nu(t) - \nu_0 = \frac{1}{2\pi} \times \frac{\mathrm{d}\varphi(t)}{\mathrm{d}t} \tag{A.4}$$

$$y(t) = \frac{\nu(t) - \nu_0}{\nu_0} = \frac{1}{2\pi\nu_0} \times \frac{\mathrm{d}\varphi(t)}{\mathrm{d}t} \tag{A.5}$$

A.1 Variance *classique*

La variable $y(t)$ peut être définie par sa moyenne $\overline{y}$ et la dispersion de ses échantillons y_i, c'est à dire la variance σ_y^2 ou l'écart-type σ_y. Les échantillons y_i sont définis par une moyenne de $y(t)$ sur un temps τ :

$$y_i = \frac{1}{\tau} \int_{t_i}^{t_i+\tau} y(u)\mathrm{d}u \tag{A.6}$$

ou encore :

$$y_i = \frac{\varphi(t_i + \tau) - \varphi(t_i)}{2\pi\nu_0\tau} \tag{A.7}$$

Leur moyenne donne $\overline{y}$:

$$\overline{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} y_i \tag{A.8}$$

et leur dispersion par rapport à cette moyenne donne la variance *classique* σ_y^2 :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (y_i - \overline{y})^2 \tag{A.9}$$

A.2 Variance d'Allan (AVAR)

La variance *classique* ne permet pas de caractériser des oscillateurs en présence de bruit de type scintillation de fréquence ou marche aléatoire, car dans ces cas, elle diverge avec le nombre d'échantillon N et le temps de mesure τ. Avec l'article [Allan, 1966], David W.Allan a donc introduit la variance entre deux échantillons y_i

qui converge pour tous les types de bruit, appelée *variance d'Allan* :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(M-1)} \sum_{i=1}^{M-1} (y_{i+1} - y_i)^2 \tag{A.10}$$

où y_i est le i^{ème} échantillon qui correspond à une moyenne sur le temps τ. La période d'analyse ne pourra pas être supérieure à la moitié de la durée totale de la mesure car il faut au moins deux échantillons.

A.3 Variance d'Allan avec recouvrement

Pour améliorer l'intervalle de confiance de la variance d'Allan et augmenter la période d'analyse, nous avons privilégié dans ce manuscrit la variance d'Allan avec recouvrement, c'est à dire une variance avec des échantillons y_{i+1} et y_i qui se recouvrent partiellement. Ces moyennes ne sont pas indépendantes mais ce calcul n'introduit pas de biais dans le résultat [Uhrich, 2007]. Cette variance s'écrit :

$$\sigma_y^2(\tau = m \times \tau_0) = \frac{1}{2m^2 \times (M - 2m + 1)} \times \sum_{j=1}^{M-2m+1} \left[\sum_{i=j}^{j+m-1} (y_{i+m} - y_i) \right]^2 \tag{A.11}$$

avec τ la durée de l'analyse qui est un multiple m de la durée d'échantillonnage τ_0.

A.4 Variance d'Allan *modifiée* (MVAR)

Les deux variances précédentes ont l'inconvénient de ne pas discriminer le bruit blanc de phase et le bruit de scintillation de phase car ces deux bruits suivent une loi en $\sigma_y \propto \tau^{-1}$. Un second article [Allan and Barnes, 1981] a ensuite introduit la variance d'Allan dite *modifiée*, qui s'écrit :

$$\text{Mod } \sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2m^4(M - 3m + 2)} \sum_{k=1}^{M-3m+2} \left\{ \sum_{j=k}^{k+m-1} \left[\sum_{i=j}^{j+m-1} (y_{i+m} - y_i) \right]^2 \right\} \tag{A.12}$$

et permet de distinguer le bruit blanc de phase, avec une loi en Mod $\sigma_y \propto \tau^{-3/2}$ en bleu sur la figure 1.2, et le bruit de scintillation de phase, en Mod $\sigma_y \propto \tau^{-1}$ en rouge.

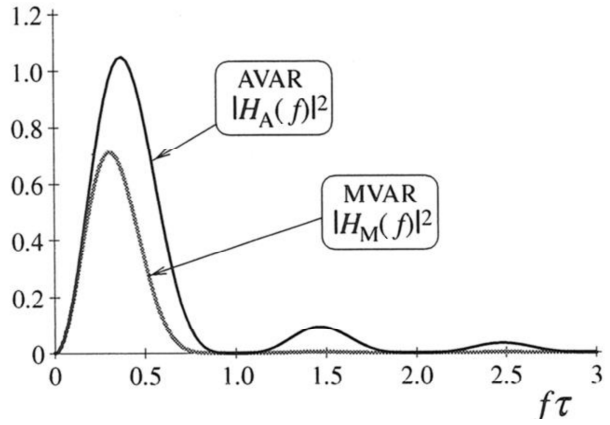


FIGURE A.1 – Fonction de transfert de la variance d'Allan $|H_A(f)|^2$ avec des lobes secondaires, et la *modifiée* $|H_M(f)|^2$ sans lobes secondaires [Rubiola, 2009].

A.5 Interprétation dans le domaine spectral

Dans le domaine spectral, la variances d'Allan et la variance d'Allan *modifiée* sont assimilables à des filtres dont les fonctions de transfert, respectivement $H_A(f)$ et $H_M(f)$, sont appliquées à la DSP unilatérale du bruit de fréquence $S_y^I(f)$:

$$\sigma_y^2(\tau) = \int_0^\infty S_y^I(f)\,|H_A(f)|^2\,\mathrm{d}f \tag{A.13}$$

$$\mathrm{Mod}\ \sigma_y^2(\tau) = \int_0^\infty S_y^I(f)\,|H_M(f)|^2\,\mathrm{d}f \tag{A.14}$$

avec les fonctions de transfert :

$$|H_A(f)|^2 = 2\frac{\sin^4 \pi\tau f}{(\pi\tau f)^2} \tag{A.15}$$

$$\lim_{\substack{n\to+\infty \\ n\tau_0=\tau}} |H_M(f)|^2 = 2\frac{\sin^6 \pi\tau f}{(\pi\tau f)^4} \tag{A.16}$$

La fonction AVAR $|H_A(f)|^2$ a l'allure d'un filtre passe bande et est représentée sur la figure A.1, avec un lobe principal centré à $f\tau \approx 0,37$ et des lobes secondaires. La fonction MVAR $|H_M(f)|^2$ dépend de n mais converge rapidement. Elle est également représentée sur la figure A.1. Nous observons ici tout l'intérêt de ce dernier filtre, avec un lobe principal plus étroit, centré à $f\tau \approx 0,31$ et surtout des lobes secondaires quasiment inexistants, permettant de mieux filtrer le bruit.

Annexe B

Compteur K&K

Le compteur K&K mesure la phase sans temps mort et dispose de 4 entrées pour des fréquences comprises entre 4 kHz et 65 MHz. Le compteur se synchronise sur une référence extérieure à 5 ou 10 MHz. Pour chaque canal, la phase est mesurée tous les $\tau_0 = 1$ ms avec une résolution de 12 ps [Messtechnik GmbH, 2008]. Ensuite, depuis l'application du PC, il est possible de sélectionner une mesure sur des temps différents, jusqu'à $\tau = n\tau_0 = 30$ s. Le microprocesseur embarqué dans le compteur réalise alors un moyennage des mesures de 1 ms et transmet le résultat final exprimé en phase ou en fréquence à l'application du PC.

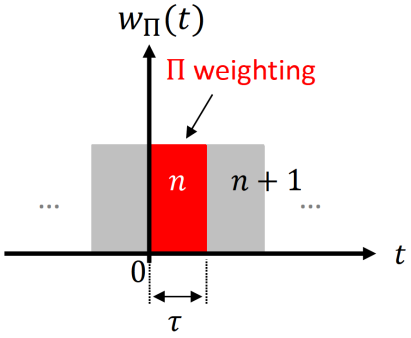
Ce moyennage sur un temps d'échantillonnage $\tau = n\tau_0$ s'écrit comme une intégrale pondérée par la fonction $w(t)$:

$$E\{\nu\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \nu(t)w(t)\mathrm{d}t \tag{B.1}$$

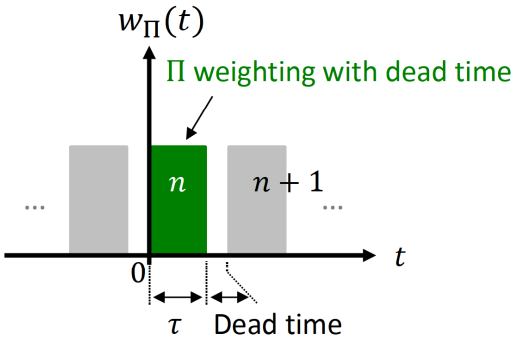
avec $E\{\nu\}$ l'espérance de la fréquence $\nu(t)$, c'est à dire la fréquence mesurée f_{meas} [Dawkins et al., 2007]. Le compteur K&K propose deux types de pondération :

1. une pondération w_Π représentée sur la figure B.1a en forme de *Porte* ou Π ;

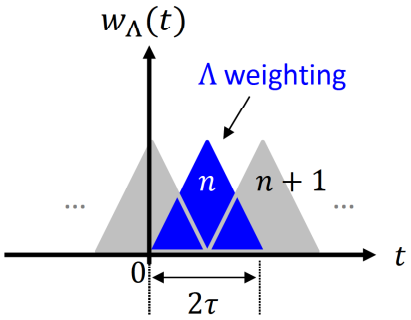
2. une pondération w_Λ représentée sur la figure B.1c en forme de *Triangle* ou Λ.



(a) Estimateur Π sans temps mort du compteur K&K



(b) Estimateur Π avec temps mort du compteur HP 53132



(c) Estimateur Λ du compteur K&K

FIGURE B.1 – Fonction de pondération des compteurs (a) avec l'estimateur Π sans temps mort entre deux pondérations $w_\Pi(t)$, (b) avec un temps mort entre deux $w_\Pi(t)$ et (c) avec l'estimateur Λ qui permet de filtrer une partie du bruit de la mesure.

B.1 Moyennage avec l'estimateur Π

La première pondération $w_\Pi(t)$ de l'estimateur Π est définie par :

$$w_\Pi(t) = \begin{cases} 1/\tau & 0 < t < \tau \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \tag{B.2}$$

Les compteurs K&K peuvent réaliser cette pondération sans temps *mort*, comme représenté sur la figure B.1a. Cela est indispensable lorsque nous sommes en présence d'un bruit blanc de phase car l'information de la phase est conservée. C'est intéressant pour étudier par exemple l'asservissement en phase d'un lien optique. Dans ce cas, la stabilité de la fréquence de l'estimateur Π exprimée avec l'écart-type d'Allan classique $\sigma_y(t)$ et appliquée par exemple au lien optique compensé, suivra une loi en $\sigma_y \propto \tau^{-1}$ [Rubiola et al., 2005b].

En présence d'un bruit blanc de fréquence, il est possible d'utiliser indifféremment un estimateur Π avec ou sans temps morts entre deux pondérations. Les temps morts représentés sur la figure B.1b ne perturberont pas les mesures si le bruit de fréquence est stationnaire et/ou les temps morts sont petits devant τ. C'est le cas par exemple du compteur HP 53132, qui peut être utilisé pour compter des fréquences dans un asservissement en fréquence. Dans les deux cas, avec ou sans temps mort, la stabilité de la fréquence suivra une loi en $\sigma_y \propto \tau^{-1/2}$.

L'estimateur Π n'ajoute pas de filtrage pour l'estimation de l'écart-type d'Allan classique (voir partie précédente). Nous parlons alors dans ce manuscrit de **compteur pleine-bande**.

B.2 Moyennage avec l'estimateur Λ

La deuxième pondération $w_\Lambda(t)$ de l'estimateur Λ est définie par :

$$w_\Lambda(t) = \begin{cases} t/\tau & 0 < t < \tau \\ -t/\tau & \tau < t < 2\tau \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \tag{B.3}$$

Deux pondérations consécutives se recouvrent, comme représenté sur la figure B.1c. Après deux pondérations Λ, chaque mesure de 1 ms est utilisée deux fois pour τ_0 = 1 ms et n fois lorsque l'utilisateur du compteur K&K sélectionne une mesure d'une durée de $\tau = n\tau_0$ s (jusqu'à 30 s). Ce moyennage revient à filtrer une partie du bruit. De cette manière, pour un bruit blanc de phase, l'estimateur suit une loi en $\sigma_y \propto \tau^{-3/2}$ [Rubiola et al., 2005b].

Lorsque nous traitons les données en Lambda avec la MDEV (voir annexe précédente), nous pouvons mieux analyser les processus de bruit à l'oeuvre dans le lien, en distinguant blanc de phase et scintillation de phase (*flicker phase*), et en atteignant plus vite les planchers de bruits de l'expérience. Ces planchers sont définis par une loi en τ^0, correspondant à la scintillation de la fréquence (*flicker frequency*). Dans ce manuscrit, nous citons cet estimateur Λ comme un **compteur avec filtrage**.

B.3 Interprétation dans le domaine spectral

La transformée de Fourier de la fonction de pondération de l'estimateur Λ, qui a la forme d'un *Triangle*, donne dans le domaine spectral une courbe qui tend très rapidement vers zéro, avec des lobes secondaires qui *s'écrasent* rapidement. Au contraire, lorsque le compteur est programmé avec une porte Π, nous obtenons un filtre un peu plus large et des lobes secondaires plus importants [Dawkins et al., 2007]. Pour le filtre Λ, la base est égale à $2 \times \tau$ avec τ = 1 s par exemple, donc cela correspond dans le domaine spectral à un filtre centré vers 0,5 Hz et qui filtre très fortement les fréquences supérieures à 1 Hz.

Annexe C

Montage électronique

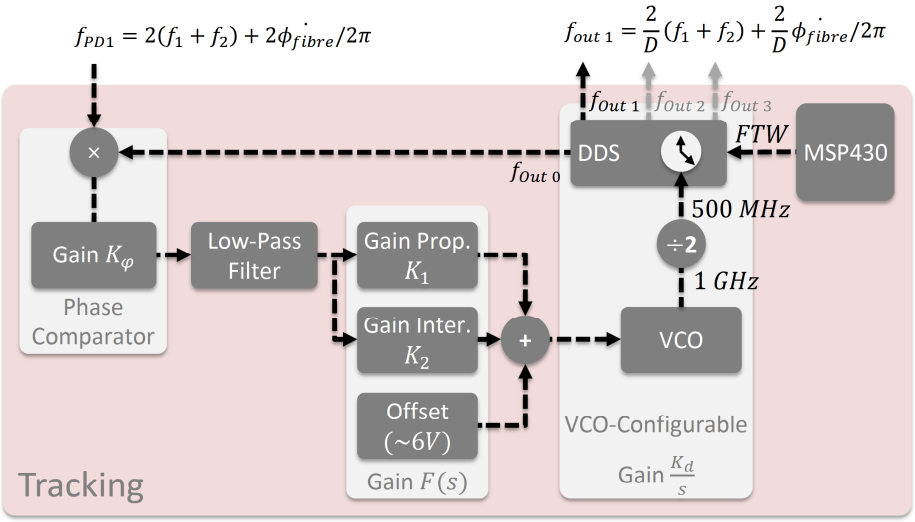
Le montage électronique des liens optiques doit permettre de détecter le bruit accumulé dans la fibre et, après traitement électronique, de produire une correction de ce bruit appliquée au départ du lien. Les deux cartes électroniques principales représentées sur la figure C.1 permettent de réaliser ces opérations.

La première carte électronique, appelée *Tracking*, permet de filtrer finement et éventuellement de diviser en fréquence le battement f_{PD1} (équation 2.7) et la carte *Lock Link* permet de produire la correction appliquée sur le lien avec un AOM.

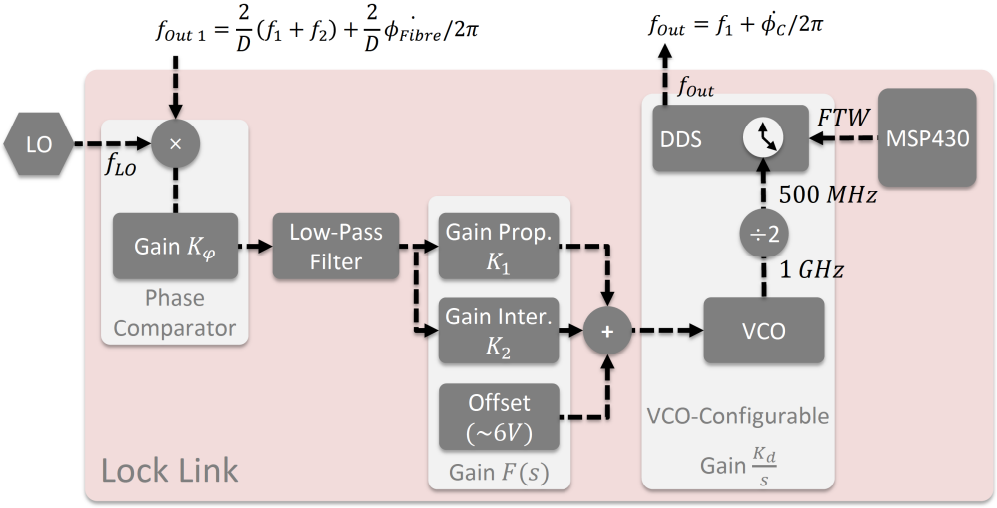
C.1 Tracking

Le *Tracking* est constitué d'un oscillateur asservi en phase sur le signal entrant. Cet oscillateur est un **VCO configurable** avec 4 sorties de fréquences et programmables avec des multiples entiers. Il est composé d'un oscillateur controlé en tension (VCO, *Voltage Controller Oscillator*) et d'un synthétiseur de fréquence multi-voies (DDS, *Direct Digital Synthesis*).

La figure C.1a présente le schéma synoptique de la boucle à verrouillage de phase (PLL, *Phase-Locked Loop*) avec l'exemple du battement f_{PD1}. Cette fréquence est mélangée avec la sortie $f_{Out\,0}$ du DDS. En sortie, le signal d'erreur est filtré par un filtre passe-bas d'une dizaines de kHz (entre 30 et 200 kHz) pour ne garder que la composante soustractive du mélange. La tension de commande en sortie du gain proportionnel-intégral (PI) permet de corriger le **VCO Configurable**. Nous ajoutons également un offset d'environ 6 V afin d'être centré sur la plage du VCO.



(a) *Tracking* : carte électronique pour suivre et diviser la fréquence



(b) *Lock Link* : carte électronique pour corriger le lien

FIGURE C.1 – Schéma synoptique des cartes électroniques *Tracking* et *Lock Link*. VCO : *Voltage Controller Oscillator* ; DDS : *Direct Digital Synthesis* ; MSP430 : Micro-processeur.

Les VCO sont des DCSO1000-12 : 0-12V en entrée et 1000 MHz en sortie avec une bande de 15 MHz environ. Ramené au battement f_{PD1} à 150 MHz, cela fait une bande d'accordabilité de 2 MHz environ, ce qui est un compromis entre une largeur suffisante pour suivre les excursions du battement mais pas excessive pour réussir un verrouillage automatique. Les DDS AD9959 utilisés sont cadencés par une horloge interne à 500 MHz, synchronisée dans le cas de nos *Tracking* sur la sortie du VCO divisée par deux.

La sortie $f_{Out\,0}$ est programmée avec un diviseur numérique tel que $f_{Out\,0} \approx f_{PD1}$ à quelques dizaines de kHz avant le verrouillage de la boucle et parfaitement égale avec le verrouillage. Le diviseur est programmé par un mot de commande hexadécimal *FTW* (*Frequency Tuning Word*) envoyé au DDS par un microprocesseur MSP430 à chaque fois que la carte est démarrée ou ré-initialisée. Ce mot de $n = 32$ bits est calculé par :

$$FTW = \frac{f_{Out} \times 2^n}{f_{Clock}} \tag{C.1}$$

avec $f_{Clock} = 500$ MHz la fréquence de l'horloge. L'asservissement du *Tracking* sur le signal du battement f_{PD1} permet ensuite d'utiliser les autres sorties cohérentes du DDS. Par exemple, nous utilisons la sortie $f_{Out\,1}$ divisée numériquement par un entier D pour le *Lock Link*. Le bruit de phase ϕ_{fibre} est donc également divisé par D.

Grâce au DDS programmable, le *Tracking* est une carte électronique modulaire pour des applications variées. Par exemple, nous pouvons utiliser les 4 voies du *Tracking* pour disséminer la fréquence de notre oscillateur local à 10 MHz (provenant du Quartz), qui peuvent être divisées ou multipliées en fonction des besoins. Avec une horloge interne à 500 MHz, le théorème de Shannon impose une fréquence maximale de 250 MHz.

C.2 Lock Link

Le *Lock Link* permet ensuite de comparer le battement divisé f_{PD1}/D avec l'oscillateur local et de générer un signal de correction.

La figure C.1b présente le schéma synoptique de la carte, presque identique au *Tracking*. Le mélangeur est ici un comparateur phase-fréquence avec une plage de

comparaison de $\pm 2\pi$ rad. Les excursions du bruit de phase doivent rester dans cette plage. Nous adaptons donc la division de f_{PD1} en fonction des caractéristiques du bruit du lien. Par exemple, pour notre lien expérimental de 92 km présenté au chapitre 4, nous devions diviser notre battement à 150 MHz par $D = 150$.

Le signal d'erreur en sortie du comparateur correspond au signal d'erreur du lien optique. Nous retrouvons ensuite les gains proportionnel et intégral K_1 et K_2 et la tension de commande, centrée sur 6 V, qui corrigent le VCO. L'horloge du DDS est cadencée par la sortie divisée par 2 du VCO. La voie $f_{Out\,0}$ du DDS correspond à la fréquence de correction appliquée avec un AOM sur le lien optique et elle est généralement autour de 37,5 MHz. Comme pour le *Tracking*, l'utilisation d'un DDS programmable permet d'ajuster la fréquence de correction à celle de l'AOM utilisé. Finalement, dans le cas du *Lock Link*, la boucle à verrouillage de phase se referme avec le lien optique.

Annexe D

Interféromètre Sagnac et effets de polarisation

L'interféromètre appelé *Sagnac* a été développé pour étudier les variations éventuelles de l'effet Sagnac entre deux signaux optiques contra-propageants dans un montage fibré de type Two-Way. Les variations peuvent être dues à la variation de la surface A balayée par le déplacement de la fibre ou les variations de la rotation de la Terre Ω. Elles introduisent alors un effet non-réciproque entre les deux signaux, qui pourrait être limitant dans le transfert d'une fréquence optique ultrastable. Cette limite fondamentale est décrite dans la section 2.3.2.3. Notre interféromètre Sagnac diffère de l'interféromètre classique utilisé par exemple dans les gyroscopes [Lefevre, 1993] ou démontré sur une fibre urbaine en forme de boucle par [Clivati et al., 2013]. Il nous a permis d'étudier les limites de notre montage Two-Way Bidirectionnel.

D.1 Principe de l'interféromètre Sagnac

Le montage interférométrique présenté dans cette annexe à la particularité d'avoir un bruit interférométrique très bas. Son principe reprend celui du montage Two-Way Bidirectionnel (2WB) présenté dans la section 5.3.1.1 et testé sur une boucle fibrée de 100 km dans la section 5.4.1. La seule différence avec l'interféromètre Sagnac représenté sur la figure D.1 concerne les deux miroirs de Faraday FM 1 et 2, remplacés ici par une fibre en pointillé rouge, commune aux deux coupleurs OC 1 et OC 2. Ceci

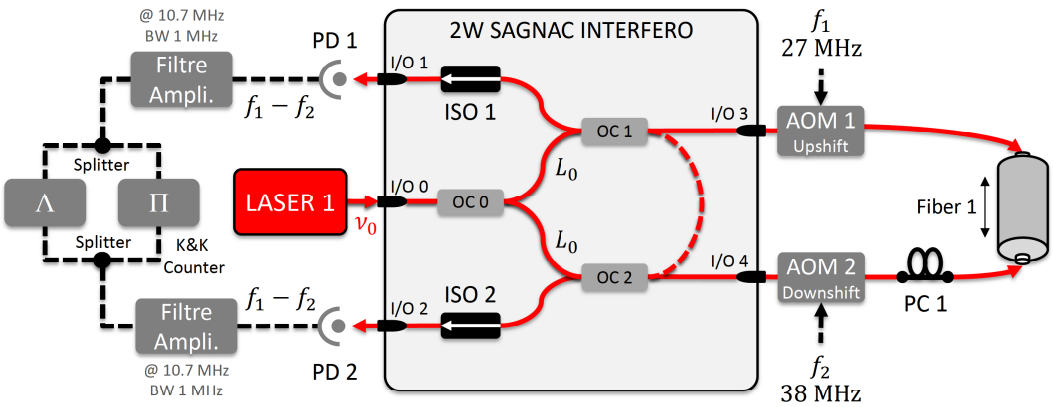


FIGURE D.1 – Montage de l'interféromètre Sagnac. Le laser est divisé en deux avec le coupleur OC 0 et les fibres L_0 en sorties sont ajustées (la différence de bruit de phase est néanmoins supprimée). Les interféromètres sont construits avec OC 1 et OC 2. Ils ont en commun le *bras de référence* en pointillé rouge. Les réflexions parasites des photodiodes sont bloquées avec les isolateurs ISO 1 et ISO 2. L'ensemble est activement thermalisé à 30°C.

permet d'avoir l'ensemble du montage interférométrique complètement commun aux deux signaux optiques contra-propageants. Ce montage Sagnac est sans partie non-commune, aux contraires des interféromètres utilisés en Two-Way ou pour un lien ANC. Il sera donc *a priori* insensible aux bruits thermiques et permettra de mesurer l'effet Sagnac avec une très bonne résolution. Mais il est inutilisable pour du transfert/comparaison de fréquences optiques distantes car la fibre en pointillé rouge empêche d'*ouvrir* le montage optique et de séparer les deux interféromètres entre les deux sites distants.

Ces signaux parcourent la fibre 1 en propagation bidirectionnelle et battent chacun avec le signal de référence circulant dans la fibre en pointillé. Dans ce montage interférométrique, cette fibre correspond *au bras de référence* et elle est commune pour les deux battements optiques détectés sur les photodiodes PD 1 et 2 à la fréquence $f_1 - f_2 = 11$ MHz. Le montage électronique est ensuite identique au montage du Two-Way Bidirectionnel représenté sur la figure 5.8. Après un filtre passe-bande fin de 1 MHz centré sur 11,7 MHz et une amplification, il est possible de compter ces deux battements avec les deux compteurs Π (pleine-bande) et Λ (avec filtrage) décrits dans l'annexe B.

Les deux battements optiques de ce montage sont identiques aux deux signaux

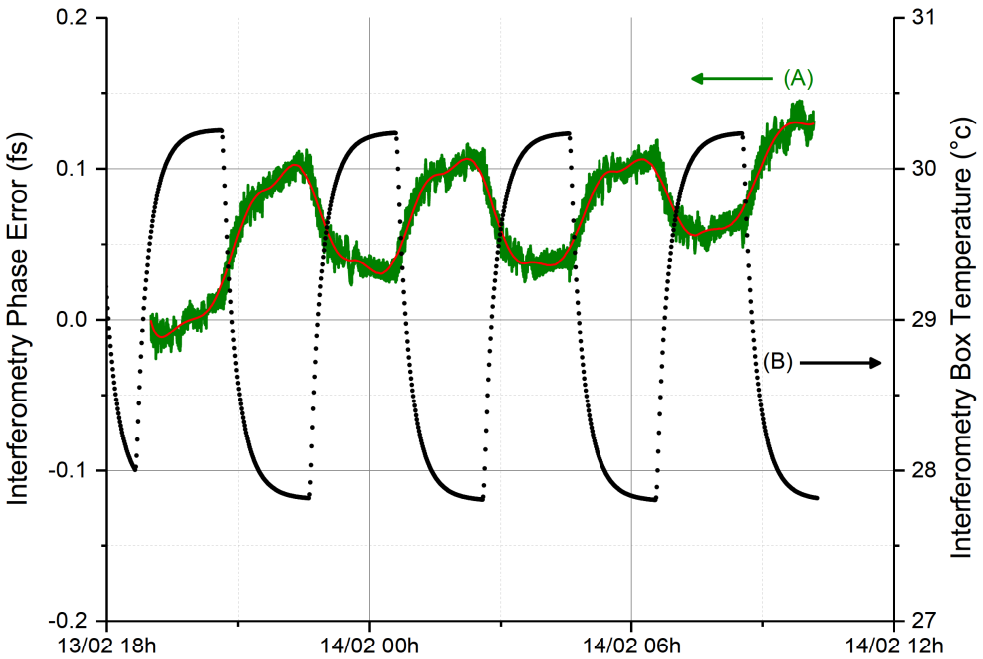


FIGURE D.2 – Caractérisation thermique du montage interférométrique Sagnac. La fibre 1 est remplacée par un atténuateur optique pour maintenir le niveau de puissance. Sur l'axe de gauche en fs, l'erreur de phase de 0,1 fs (courbe verte) est introduite par le montage avec des paliers de température de $2,5°$C (points noirs, axe de droite) de 2h.

One-Way f_{PD1} et f_{PD2} du montage 2WB (voir les équations 5.8). Pour obtenir la suppression du bruit de phase accumulé par les signaux One-Way, nous réalisons ensuite le même post-traitement des données avec $(f_{PD1} - f_{PD2})/2$ (voir l'équation 5.10).

D.2 Caractérisation thermique

La sensibilité thermique de cet interféromètre a été évaluée en remplaçant la fibre 1 par une jarretière très courte et la température du montage interférométrique a été modifiée par palier de 2,5 ° d'une durée de 2 h pendant une nuit entière. Le montage électronique de la détection et le post-traitement des deux battements restent identiques. Nous avons ainsi pu mesurer le bruit de phase introduit par ce montage interférométrique, *a priori* idéal. La figure D.2 présente le résultat de cette caractérisation thermique, avec une sensibilité très basse de -0,03 fs/K. L'erreur de

la phase est représentée sur l'axe de gauche en fs et est tracée avec un facteur 10 par rapport à la caractérisation du montage Two-Way Bidirectionnel présentée sur la figure 5.18. Nous avions mesuré pour ce 2WB une sensibilité thermique de -2,2 fs/K.

Nous pouvons affirmer que le résultat de l'interféromètre Sagnac pose un record en terme de sensibilité thermique. La sensibilité résiduelle de -0,03 fs/K peut être attribuée à des gradients thermiques dépendant du temps dans l'interféromètre. Elle peut être aussi due à des effets de polarisation non réciproque dans le bras long de l'interféromètre, car les états de polarisation injectés dans le bras long varient avec la température de l'interféromètre.

D.3 Etude des changements de polarisation dans une fibre et contribution long terme

La très bonne sensibilité de cet interféromètre a notamment été utilisée pour étudier les effets de polarisation au sein d'une fibre. Pour ce faire, le montage de la figure D.1 a été testé alternativement avec deux types de bobines fibrées de 50 km :

- **des bobines fibrées contraintes,** qui sont enroulées et contraintes autour d'un rouleau : cet effet contraint autour d'un rouleau plastique est susceptible d'augmenter la sensibilité thermique, acoustique et les effets de PMD par rapport à une fibre déployée car il faut prendre en compte le serrage de la fibre et les réactions thermiques et acoustiques du rouleau.
- **des bobines fibrées non-contraintes,** simplement enroulées sur elles-mêmes, sans rouleau : la fibre est maintenue dans cette position sans contrainte mécanique.

Nous présentons sur la figure D.3 les deux stabilités de fréquence Two-Way obtenues après le post-traitement des deux expériences. Les données exploitées proviennent du compteur Λ avec filtrage et elles ont été traitées avec l'écart-type d'Allan modifié (voir l'annexe A). Nous relevons des stabilités parfaitement similaires à court terme avec quelques 10^{-18} à 1 s et une bosse thermique à moyen terme, vers 200 s, correspondant aux cycles de la climatisation. En revanche il est intéressant d'observer sur le moyen-long terme un écart de stabilité avec :

- quelques 10^{-20} vers $10^3 - 10^4$ s pour le test avec les bobines fibrées contraintes en □ rouge (A) ;

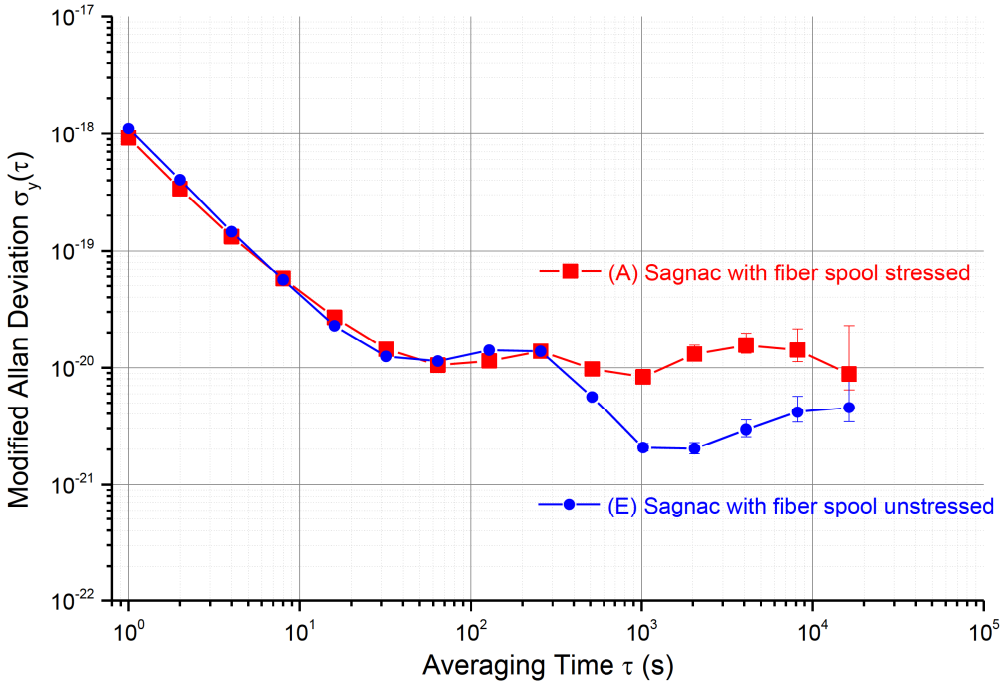


FIGURE D.3 – Stabilité des fréquences relatives filtrées avec le compteur Λ et traitées avec l'écart-type modifié d'Allan. En □ rouge (A), la stabilité de la fréquence avec les bobines contraintes et en ○ bleu (E) celle avec les bobines non contraintes.

– et quelques 10^{-21} aux mêmes temps d'intégration pour le test avec les bobines fibrées non-contraintes en ○ bleu (B).

Au-delà de 10^4 s, l'écart entre les deux courbes diminue. Cet écart peut être attribué à des effets thermiques et acoustiques plus importants sur les bobines fibrées contraintes. Il pourrait également être dû aux variations de fréquence de la source laser. Celles-ci sont néanmoins très faibles car nous avons utilisé le laser Koheras du LPL asservi sur le signal ultrastable du SYRTE, qui a une légère dérive long terme de quelques Hz/s. Néanmoins, nous considérons que cette dérive long terme était assez proche pour les deux tests réalisés sur deux jours consécutifs.

Les changements longs termes de la polarisation peuvent également dégrader la stabilité de la fréquence, en affectant les rapports signaux à bruit. Pour mesurer les variations de la polarisation, nous avons inséré un polarimètre avant l'AOM 1. Le polarimètre est constitué de 4 photodétections associées à 4 filtres polarisants à travers lesquels circule une partie du signal optique ayant parcouru la fibre 1. Une

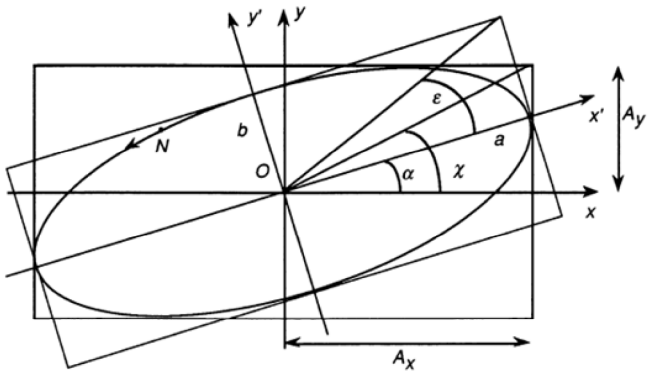


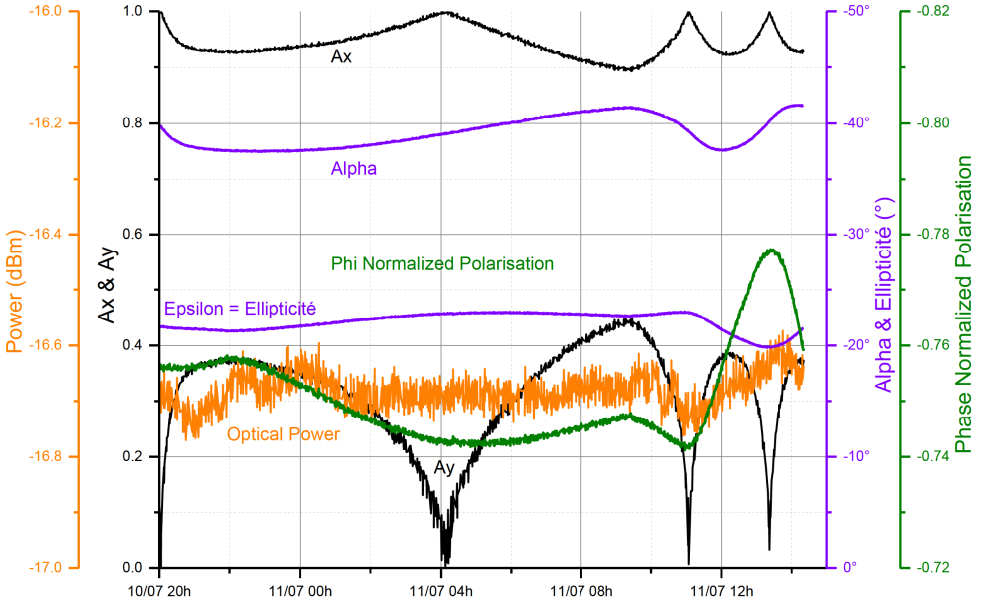
FIGURE D.4 – Représentation de l'état de la polarisation d'un laser sous la forme de l'ellipse avec ses caractéristiques géométriques : les projections normalisées A_X et A_Y, son ellipticité ϵ et son orientation α. Figures extraites du livre [Huard, 1994].

matrice de calibration permet d'obtenir une représentation de la polarisation sous la forme d'une ellipse. Les caractéristiques de cette ellipse sont représentées sur la figure D.4, avec les paramètres suivants :

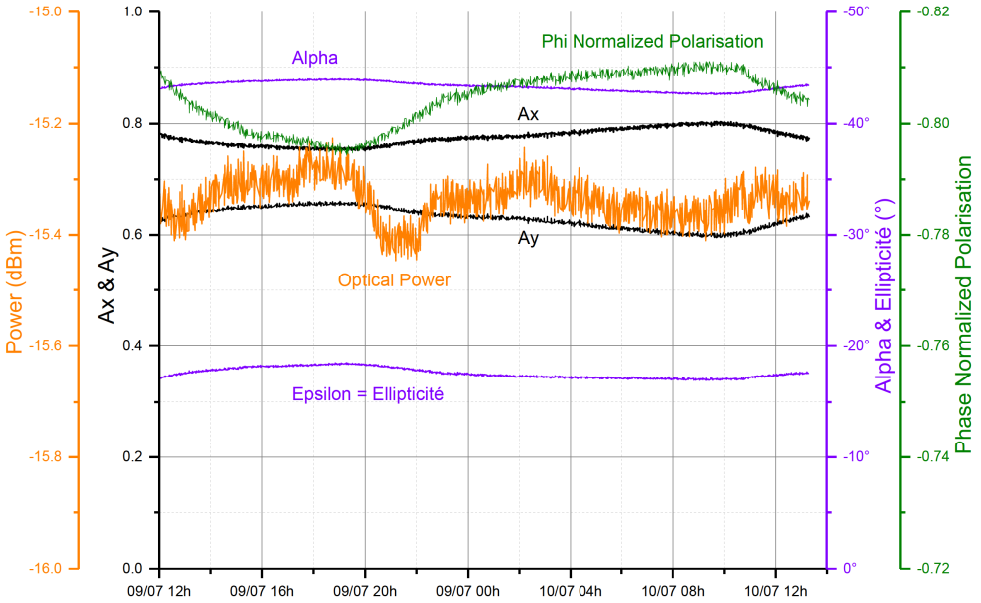
- les projections normalisées A_X et A_Y de l'ellipse sur les axes x et y ;
- à partir desquelles il est possible de calculer le degré d'ellipticité ϵ (en °) ;
- et l'orientation α de l'ellipse dans le repère [x ;y] (en °).

Il est également possible de calculer la puissance optique.

L'ensemble de ces caractéristiques ont été relevées pendant les tests et tracées sur la figure D.5a pour les bobines contraintes et sur la figure D.5b pour les bobines non-contraintes. Les axes entre les deux figures sont identiques (sauf pour la puissance optique). Nous observons que les caractéristiques de la polarisation fluctuent davantage mais lentement avec les bobines contraintes, ce qui est particulièrement visible avec A_X et A_Y en noir. Ces changements de polarisations dans une bobine contrainte (avec une forte PMD donc) peuvent induire une non-réciprocité entre les deux signaux optiques contra-propageant et donc dégrader la stabilité long terme. Néanmoins cette étude doit être approfondie pour estimer quantitativement cette dégradation et vérifier que d'autres phénomènes n'en sont pas à l'origine.



(a) Fluctuation de la polarisation après 50 km dans les bobines fibrées contraintes



(b) Fluctuation de la polarisation après 50 km dans les bobines fibrées non-contraintes

FIGURE D.5 – Relevé des caractéristiques de l'ellipse de la polarisation du laser avec le montage interférométrique Sagnac et le polarimètre après avoir circulé à travers (a) 50 km de bobines fibrées contraintes et (b) 50 km de bobines fibrées non-contraintes. A_X et A_Y sont les projections normalisées de l'ellipse sur x et y, ϵ son degré d'ellipticité et α son orientation de l'ellipse dans [x ;y].

Bibliographie

[Abgrall et al., 2015] Abgrall, M., Chupin, B., De Sarlo, L., Guéna, J., Laurent, P., Le Coq, Y., Le Targat, R., Lodewyck, J., Lours, M., Rosenbusch, P., Rovera, G. D., and Bize, S. (2015). Atomic fountains and optical clocks at SYRTE : Status and perspectives. *Comptes Rendus Physique*, 16(5) :461–470. 24

[Allan, 1966] Allan, D. (1966). Statistics of Atomic Frequency Standards. *Proceedings of the IEEE*, 54(2) :221–230. 21, 302

[Allan and Barnes, 1981] Allan, D. W. and Barnes, J. A. (1981). A Modified "Allan Variance" with Increased Oscillator Characterization Ability. In *Proceedings of the 35th Annula Frequency Control Symposium, USAERADCOM*, pages 470–474. 21, 303

[Amale Kanj, 2012] Amale Kanj (2012). Etude et développement de la méthode TWSTFT phase pour des comparaisons hautes performances d'étalons primaires de fréquence. 225, 227, 228

[Arnoult et al., 2010] Arnoult, O., Nez, F., Julien, L., and Biraben, F. (2010). Optical frequency measurement of the 1S-3S two-photon transition in hydrogen. *European Physical Journal D*, 60(2) :243–256. 41

[Bai et al., 2013] Bai, Y., Wang, B., Zhu, X., Gao, C., Miao, J., and Wang, L. J. (2013). Fiber-based multiple-access optical frequency dissemination. *Optics letters*, 38(17) :3333–5. 121, 122, 134

[Bauch et al., 2006] Bauch, A., Achkar, J., Bize, S., Calonico, D., Dach, R., Hlavac, R., Lorini, L., Parker, T., Petit, G., Piester, D., Szymaniec, K., and Uhrich, P. (2006). Comparison between frequency standards in Europe and the USA at the 10^{-15} uncertainty level. *Metrologia*, 43(1) :109 – 20. 13, 27

[Bendat and Allan G. Piersol, 2010] Bendat, J. S. and Allan G. Piersol (2010). Stationary Random Processes. In *Random Data : Analysis and Measurement Procedures*, Wiley Series in Probability and Statistics, pages 109–171. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA. 95

[Bercy et al., 2014] Bercy, A., Stefani, F., Lopez, O., Chardonnet, C., Pottie, P. E., and Amy-Klein, A. (2014). Two-way optical frequency comparisons at 5 x 10(-21) relative stability over 100-km telecommunication network fibers. *Physical Review A*, 90(6) :5. 177, 283

[BIPM, 2006] BIPM (2006). Le Système International d´unités. page 186. 18

[Bouchendira et al., 2011] Bouchendira, R., Cladé, P., Guellati-Khélifa, S., Nez, F., and Biraben, F. (2011). New Determination of the Fine Structure Constant and Test of the Quantum Electrodynamics. *Physical Review Letters*, 106(8) :080801. 42

[Calonico et al., 2014] Calonico, D., Bertacco, E. K., Calosso, C. E., Clivati, C., Costanzo, G. a., Frittelli, M., Godone, a., Mura, a., Poli, N., Sutyrin, D. V., Tino, G., Zucco, M. E., and Levi, F. (2014). High-accuracy coherent optical frequency transfer over a doubled 642-km fiber link. *Applied Physics B*, 117(3) :979–986. 48, 82, 88

[Calosso et al., 2014] Calosso, C. E., Bertacco, E., Calonico, D., Clivati, C., Costanzo, G. A., Frittelli, M., Levi, F., Mura, A., and Godone, A. (2014). Frequency transfer via a two-way optical phase comparison on a multiplexed fiber network. *Optics Letters*, 39(5) :1177–1180. 15, 83, 220, 289

[Chanteau, 2014] Chanteau, B. (2014). *Transfert à très haute résolution d'une rérence de fréquence ultra-stable par lien optique et application à la stabilisation d'un laser moyen-infrarouge*. PhD thesis, Université Paris 13. 68

[Chen et al., 2015] Chen, W., Liu, Q., Cheng, N., Xu, D., Yang, F., Gui, Y., and Cai, H. (2015). Joint time and frequency dissemination network over delay-stabilized fiber optic links. page 8. 50

[Chiodo et al., 2015] Chiodo, N., Quintin, N., Stefani, F., Wiotte, F., Camisard, E., Chardonnet, C., Santarelli, G., Amy-Klein, A., Pottie, P.-E., and Lopez, O. (2015). Cascaded optical fiber link using the Internet network for remote clocks comparison. 72, 80, 88

[Chou et al., 2010] Chou, C., Hume, D., Koelemeij, J., Wineland, D., and Rosenband, T. (2010). Frequency Comparison of Two High-Accuracy <math display="inline"> <msup> <mi>Al</mi> <mo>+</mo> </msup> </math> Optical Clocks. *Physical Review Letters*, 104(7) :070802. 26

[Clivati et al., 2013] Clivati, C., Calonico, D., Costanzo, G. a., Mura, A., Pizzocaro, M., and Levi, F. (2013). Large-area fiber-optic gyroscope on a multiplexed fiber network. *Optics letters*, 38(7) :1092–4. 38, 83, 313

[Daussy et al., 2005] Daussy, C., Lopez, O., Amy-Klein, a., Goncharov, a., Guinet, M., Chardonnet, C., Narbonneau, F., Lours, M., Chambon, D., Bize, S., Clairon, a., Santarelli, G., Tobar, M. E., and Luiten, a. N. (2005). Long-distance frequency dissemination with a resolution of 10-17. *Physical Review Letters*, 94(20) :203904. 30, 31, 32

[Dawkins et al., 2007] Dawkins, S., McFerran, J., and Luiten, A. (2007). Considerations on the measurement of the stability of oscillators with frequency counters. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 54(5) :918–925. 257, 305, 308

[DeBeauvoir et al., 1996] DeBeauvoir, B., Nez, F., Julien, L., Biraben, F., Cagnac, B., Zondy, J., Touahri, D., Acef, O., and Hilico, L. (1996). Transmission of an optical frequency through a 3 km long optical fiber : application to absolute optical frequency measurements in hydrogen. *Proceedings of 20th Biennial Conference on Precision Electromagnetic Measurements*, 1(2) :227–229. 14, 33, 75

[Dewdney et al., 2009] Dewdney, P., Hall, P., Schilizzi, R., and Lazio, T. (2009). The Square Kilometre Array. *Proceedings of the IEEE*, 97(8) :1482–1496. 123

[Djerroud et al., 2010] Djerroud, K., Acef, O., Clairon, A., Lemonde, P., Man, C. N., Samain, E., and Wolf, P. (2010). Coherent optical link through the turbulent atmosphere. *Optics letters*, 35(9) :1479–1481. 28, 223

[Droste et al., 2013] Droste, S., Ozimek, F., Udem, T., Predehl, K., Hänsch, T. W., Schnatz, H., Grosche, G., and Holzwarth, R. (2013). Optical-frequency transfer over a single-span 1840 km fiber link. *Physical Review Letters*, 111(11) :110801. 78, 88

[Ebenhag et al., 2009] Ebenhag, S.-C., Hedekvist, P. O., and Jaldehag, K. (2009). Fiber-Based Frequency Distribution Based on Long-Haul Communication Lasers.

In *Proceedings of the 41st Annual Precise Time and Time Interval Systems and Applications Meeting*, pages 57–66. 286

[Esnault et al., 2010] Esnault, F. X., Holleville, D., Rossetto, N., Guerandel, S., and Dimarcq, N. (2010). High-stability compact atomic clock based on isotropic laser cooling. *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 82(3) :1–5. 29

[Falke et al., 2014] Falke, S., Lemke, N., Grebing, C., Lipphardt, B., Weyers, S., Gerginov, V., Huntemann, N., Hagemann, C., Al-Masoudi, A., Häfner, S., Vogt, S., Sterr, U., and Lisdat, C. (2014). A strontium lattice clock with 3×10^{-17} inaccuracy and its frequency. *New Journal of Physics*, 16(7) :073023. 13, 26, 36

[Foreman et al., 2005] Foreman, S. M., Marian, A., Ye, J., Petrukhin, E. A., Gubin, M. A., Mücke, O. D., Wong, F. N. C., Ippen, E. P., and Kärtner, F. X. (2005). Demonstration of a HeNe/CH4-based optical molecular clock. *Opt. Lett.*, 30(5) :570–572. 29

[Fujieda et al., 2010] Fujieda, M., Kumagai, M., and Nagano, S. (2010). Coherent microwave transfer over a 204-km telecom fiber link by a cascaded system. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 57(1) :168–174. 32, 74, 88

[Fujieda et al., 2011] Fujieda, M., Kumagai, M., Nagano, S., Yamaguchi, A., Hachisu, H., and Ido, T. (2011). All-optical link for direct comparison of distant optical clocks. *Optics express*, 19(17) :16498–507. 52, 88

[Fujieda et al., 2014] Fujieda, M., Piester, D., Gotoh, T., Becker, J., Aida, M., and Bauch, A. (2014). Carrier-phase two-way satellite frequency transfer over a very long baseline. *Metrologia*, 51(3) :253–262. 13, 28, 223, 225, 227, 228

[Galtier et al., 2014] Galtier, S., Nez, F., Julien, L., and Biraben, F. (2014). Ultraviolet continuous-wave laser source at 205nm for hydrogen spectroscopy. *Optics Communications*, 324 :34–37. 41

[Gao et al., 2012] Gao, C., Wang, B., Chen, W. L., Bai, Y., Miao, J., Zhu, X., Li, T. C., and Wang, L. J. (2012). Fiber-based multiple-access ultrastable frequency dissemination. *Optics letters*, 37(22) :4690–2. 130, 131

[Grosche, 2014] Grosche, G. (2014). Eavesdropping time and frequency : phase noise cancellation along a time-varying path, such as an optical fiber. *Optics Letters*, 39(9) :2545. 78, 111, 113, 114, 116, 118, 119

[Grosche et al., 2009] Grosche, G., Terra, O., Predehl, K., Holzwarth, R., Lipphardt, B., Vogt, F., Sterr, U., and Schnatz, H. (2009). Optical frequency transfer via 146 km fiber link with 10 -19 relative accuracy. *Optics letters*, 34(15) :2270–2272. 77, 239

[Grosche, 2010] Grosche, G. D. (2010). Reference frequency providing method for continuous wave laser, involves transmitting light of reference laser from reference location, calculating beat frequency between lights, and determining reference frequency from beat frequency. 111

[Guena et al., 2012] Guena, J., Abgrall, M., Rovera, D., Laurent, P., Chupin, B., Lours, M., Santarelli, G., Rosenbusch, P., Tobar, M. E., Gibble, K., Clairon, A., and Bize, S. (2012). Progress in atomic fountains at LNE-SYRTE. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 59(3) :391–409. 29

[Hachisu et al., 2014] Hachisu, H., Fujieda, M., Nagano, S., Gotoh, T., Nogami, A., Ido, T., Falke, S., Huntemann, N., Grebing, C., Lipphardt, B., Lisdat, C., and Piester, D. (2014). Direct comparison of optical lattice clocks with an intercontinental baseline of 9000 km. *Opt. Lett.*, 39(14) :4072–4075. 220, 289

[Hanson, 1989] Hanson, D. (1989). Fundamentals of Two-Way Time Transfers by Satellite. In *Proceedings of the 43st Annual Symposium on Frequency Control*, pages 174–178. 120, 221

[Huard, 1994] Huard, S. (1994). *Polarisation de la lumière*. Masson, masson edition. 318

[ISO/IEC, 2008] ISO/IEC (2008). Uncertainty of measurement - Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM :1995), `http://www.bipm.org/fr/publications/guides/gum.html`. 175

[Jiang, 2010] Jiang, H. (2010). *Development of ultra-stable laser sources and long-distance optical link via telecommunication networks*. PhD thesis, Université Paris 13. 100

[Jiang et al., 2008] Jiang, H., Kéfélian, F., Crane, S., Lopez, O., Lours, M., Millo, J., Holleville, D., Lemonde, P., Chardonnet, C., Amy-Klein, A., and Santarelli, G. (2008). Long-distance frequency transfer over an urban fiber link using optical phase stabilization. *Journal of the Optical Society of America B*, 25(12) :2029. 31

[Kersten et al., 1999] Kersten, P., Mensing, F., Sterr, U., and Riehle, F. (1999). A transportable optical calcium frequency standard. *Applied Physics B : Lasers and Optics*, 68(1) :27–38. 29

[Krehlik et al., 2015] Krehlik, P., Sliwczyński, L., Buczek, L., Kołodziej, J., and Lipiński, M. (2015). Ultrastable long-distance fibre-optic time transfer : active compensation over a wide range of delays. *Metrologia*, 52(1) :82–88. 84, 88

[Krisher et al., 1990] Krisher, T. P., Maleki, L., Lutes, G. F., Primas, L. E., Logan, R. T., Anderson, J. D., and Will, C. M. (1990). Test of the isotropy of the one-way speed of light using hydrogen-maser frequency standards. *Physical Review D*, 42(2) :731. 30

[Le Targat et al., 2013] Le Targat, R., Lorini, L., Le Coq, Y., Zawada, M., Guéna, J., Abgrall, M., Gurov, M., Rosenbusch, P., Rovera, D. G., Nagórny, B., Gartman, R., Westergaard, P. G., Tobar, M. E., Lours, M., Santarelli, G., Clairon, A., Bize, S., Laurent, P., Lemonde, P., and Lodewyck, J. (2013). Experimental realization of an optical second with strontium lattice clocks. *Nature communications*, 4 :2109. 13, 24, 26, 36

[Lee et al., 2010] Lee, W.-K., Yu, D.-H., Park, C. Y., and Mun, J. (2010). The uncertainty associated with the weighted mean frequency of a phase-stabilized signal with white phase noise. *Metrologia*, 47(1) :24–32. 178, 266

[Lefevre, 1993] Lefevre, H. (1993). *The Fiber-Optic Gyroscope*. 313

[Lopez et al., 2010] Lopez, O., Amy-Klein, a., Lours, M., Chardonnet, C., and Santarelli, G. (2010). High-resolution microwave frequency dissemination on an 86-km urban optical link. *Applied Physics B : Lasers and Optics*, 98(4) :723–727. 32

[Lopez et al., 2013] Lopez, O., Chardonnet, C., Amy-Klein, A., Kanj, A., Pottie, P. E., Rovera, D., Achkar, J., Santarelli, and Giorgio (2013). Simultaneous remote transfer of accurate timing and optical frequency over a public fiber network. *Applied Physics B : Lasers and Optics*, 110(1) :3–6. 220, 223, 225

[Lopez et al., 2015] Lopez, O., Kéfélian, F., Jiang, H., Haboucha, A., Bercy, A., Stefani, F., Chanteau, B., Kanj, A., Rovera, D., Achkar, J., Chardonnet, C., Pottie, P.-E., Amy-Klein, A., and Santarelli, G. (2015). Frequency and time transfer for metrology and beyond using telecommunication network fibres. *Comptes Rendus Physique*, 16(5) :531–539. 178, 265

[Ma et al., 1994] Ma, L. S., Jungner, P., Ye, J., and Hall, J. L. (1994). Delivering the same optical frequency at two places : accurate cancellation of phase noise introduced by an optical fiber or other time-varying path. *Optics letters*, 19(21) :1777–1779. 14, 30, 33

[Marra et al., 2012] Marra, G., Margolis, H. S., and Richardson, D. J. (2012). Dissemination of an optical frequency comb over fiber with 3.10-18 fractional accuracy. *Optics Express*, 20(2) :1775–1782. 31, 35, 81, 82, 88

[Messtechnik GmbH, 2008] Messtechnik GmbH (2008). K+K FXE High Resolution Multichannel Synchronous Phase Recorder Manual. Technical report, K+K Messtechnik GmbH. 305

[Nakagawa et al., 2013] Nakagawa, F., Amagai, J., Tabuchi, R., Takahashi, Y., Nakamura, M., Tsuchiya, S., and Hama, S. (2013). Carrier-phase TWSTFT experiments using the ETS-VIII satellite. *Metrologia*, 50(3) :200. 227

[Narbonneau et al., 2006] Narbonneau, F., Lours, M., Bize, S., Clairon, a., Santarelli, G., Lopez, O., Daussy, C., Amy-Klein, a., and Chardonnet, C. (2006). High resolution frequency standard dissemination via optical fiber metropolitan network. *Review of Scientific Instruments*, 77(6) :064701. 52

[Nez et al., 1992] Nez, F., Plimmer, M. D., Bourzeix, S., Julien, L., Biraben, F., Felder, R., Acef, O., Zondy, J. J., Laurent, P., Clairon, A., Abed, M., Millerioux, Y., and Juncar, P. (1992). Precise Frequency-Measurement of the 2s-8s/8d Transitions in Atomic-Hydrogen - New Determination of the Rydberg Constant. *Physical Review Letters*, 69(16) :2326–2329. 33, 41

[Nicholson et al., 2015] Nicholson, T. L., Campbell, S. L., Hutson, R. B., Marti, G. E., Bloom, B. J., McNally, R. L., Zhang, W., Barrett, M. D., Safronova, M. S., Strouse, G. F., Tew, W. L., and Ye, J. (2015). Systematic evaluation of an atomic clock at 2 $\times$ 10(-18) total uncertainty. *Nature communications*, 6 :6896. 13

[Pistoni and Martinelli, 1991] Pistoni, N. C. and Martinelli, M. (1991). Polarization noise suppression in retracing optical fiber circuits. *Optics Letters*, 16(10) :711. 57

[Predehl et al., 2012] Predehl, K., Grosche, G., Raupach, S. M. F., Droste, S., Terra, O., Alnis, J., Legero, T., Hansch, T. W., Udem, T., Holzwarth, R., and Schnatz, H. (2012). A 920-Kilometer Optical Fiber Link for Frequency Metrology at the 19th Decimal Place. *Science*, 336(6080) :441–444. 34, 68, 77

[Primas et al., 1988] Primas, L., Lutes, G., and Sydnor, R. (1988). Fiber optic frequency transfer link. In *Frequency Control Symposium, 1988., Proceedings of the 42nd Annual*, pages 478–484. IEEE. 30

[Raupach et al., 2015] Raupach, S. M. F., Koczwara, A., and Grosche, G. (2015). Brillouin amplification supports 1×10^{-20} uncertainty in optical frequency transfer over 1400km of underground fiber. *Phys. Rev. A*, 92(2) :21801. 52, 69, 78, 88, 178, 265

[Riehle, 2006] Riehle, F. (2006). *Frequency Standards*. 19, 23, 24, 25, 301

[Riley, 2007] Riley, W. J. J. (2007). *Handbook of Frequency Stability Analysis*. Number 12. 21, 301

[Rost et al., 2012] Rost, M., Piester, D., Yang, W., Feldmann, T., Wübbena, T., and Bauch, A. (2012). Time transfer through optical fibres over a distance of 73 km with an uncertainty below 100 ps. 223

[Rovera et al., 2014] Rovera, G. D., Torre, J.-M., Sherwood, R., Abgrall, M., Courde, C., Laas-Bourez, M., and Uhrich, P. (2014). Link calibration against receiver calibration : an assessment of GPS time transfer uncertainties. *Metrologia*, 51(5) :476–490. 13, 27

[Rubiola, 2009] Rubiola, E. (2009). *Phase noise and frequency stability in oscillators*. Cambridge, UK. 178, 301, 304

[Rubiola et al., 2005a] Rubiola, E., Salik, E., Huang, S., Yu, N., and Maleki, L. (2005a). Photonic-delay technique for phase-noise measurement of microwave oscillators. *Journal of the Optical Society of America B*, 22(5) :987. 100

[Rubiola et al., 2005b] Rubiola, E., Vernotte, F., and Giordano, V. (2005b). On the measurement of frequency and of its sample variance with high-resolution

counters. *Proceedings of the IEEE International Frequency Control Symposium and Exposition*, 2005(5) :46–49. 179, 257, 307, 308

[Samain et al., 2015] Samain, E., Exertier, P., Courde, C., Fridelance, P., Guillemot, P., Laas-Bourez, M., and Torre, J.-M. (2015). Time transfer by laser link : a complete analysis of the uncertainty budget. *Metrologia*, 52(2) :423–432. 28, 223

[Santarelli et al., 2014] Santarelli, G., Lopez, O., Kéfélian, F., Jiang, H., Chanteau, B., Lours, M., Narbonneau, F., Haboucha, A., Crane, S., Daussy, C., Amy-klein, A., and Chardonnet, C. (2014). Frequency transfer using optical fiber in metrology. *Revue française de métrologie*, 2014-1 :9–19. 33

[Schediwy et al., 2013] Schediwy, S. W., Gozzard, D., Baldwin, K. G. H., Orr, B. J., Bruce Warrington, R., Aben, G., and Luiten, A. N. (2013). High-precision optical-frequency dissemination on branching optical-fiber networks. *Optics Letters*, 38(15) :2893–2896. 88, 123, 124, 125, 126

[SEDI-ATI Fibres optiques, 2015] SEDI-ATI Fibres optiques (2015). Fibre Monomode SMF28e+. 61

[Sliwczynski et al., 2013a] Sliwczynski, L., Czubla, A., Krehlik, P., Buczek, L., and Lipinski, M. (2013a). Dissemination of time and RF frequency via a stabilized fibre optic link over a distance of 420 km. *Metrologia*, 50 :133. 32, 83, 84, 127, 223

[Sliwczynski et al., 2011] Sliwczynski, L., Krehlik, P., Buczek, L., and Lipinski, M. (2011). Active propagation delay stabilization for fiber-optic frequency distribution using controlled electronic delay lines. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 60(4) :1480–1488. 83

[Sliwczynski et al., 2013b] Sliwczynski, L., Krehlik, P., Buczek, L., and Lipinski, M. (2013b). Multipoint dissemination of RF frequency in delay-stabilized fiber optic link in a side-branch configuration. *2013 Joint European Frequency and Time Forum and International Frequency Control Symposium, EFTF/IFC 2013*, pages 876–878. 127, 128, 129

[Steele et al., 1964] Steele, J. M., Markowitz, W., and Lidback, C. A. (1964). Telstar Time Synchronization. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, IM-13(4) :164–170. 221

[Stefani et al., 2014] Stefani, F., Lopez, O., Bercy, A., Lee, W.-K., Chardonnet, C., Santarelli, G., Pottie, P.-E., and Amy-Klein, A. (2014). Tackling the Limits of Optical Fiber Links. *Optics express*. 49, 240, 247, 248, 299

[Terra et al., 2010] Terra, O., Grosche, G., and Schnatz, H. (2010). Brillouin amplification in phase coherent transfer of optical frequencies over 480 km fiber. *Optics express*, 18(15) :16102–16111. 62, 77

[Uhrich, 2007] Uhrich, P. (2007). Stabilité des Oscillateurs ultra-stables. Technical report, LNE-SYRTE, Paris. 21, 301, 303

[Ushijima et al., 2015] Ushijima, I., Takamoto, M., Das, M., Ohkubo, T., and Katori, H. (2015). Cryogenic optical lattice clocks. *Nat Photon*, 9(3) :185–189. 26

[Wang et al., 2012] Wang, B., Gao, C., Chen, W. L., Miao, J., Zhu, X., Bai, Y., Zhang, J. W., Feng, Y. Y., Li, T. C., and Wang, L. J. (2012). Precise and Continuous Time and Frequency Synchronisation at the 5.10-19 Accuracy Level. *Scientific Reports*, 2 :556. 130

[Warwick et al., 1977] Warwick, R. S., Davis, R. J., and Spencer, R. E. (1977). Phase Stability, Angular Structure and Position Measurements With a Radio-Link Interferometer. *MNRAS*, 177(9) :335–347. 14

[Williams et al., 2008] Williams, P. A., Swann, W. C., and Newbury, N. R. (2008). High-stability transfer of an optical frequency over long fiber-optic links. *Journal of the Optical Society of America B*, 25(8) :1284. 34, 88, 98, 220, 239

Titre. — Liens ultra-stables par fibres optiques : déploiement vers plusieurs utilisateurs distants, étude des limites fondamentales et technologiques et nouvelles applications

Résumé. — Les liens optiques permettent de disséminer une fréquence de référence ultrastable à de nombreux laboratoires de recherche pour des mesures de très haute précision en métrologie et au-delà. Nous avons démontré premièrement une extraction simple d'un signal ultrastable en différents points d'une liaison optique urbaine de 92 km, avec une stabilité de fréquence relative à 1 s de $1,3 \times 10^{-15}$ et sensiblement dégradée sur le long terme par les effets thermiques diurnes. Nous avons développé et testé un deuxième dispositif amélioré avec un montage interférométrique compact et activement thermalisé et une diode laser permettant de disséminer le signal vers un lien secondaire dont le bruit est activement compensé. Ces deux dispositifs permettront de disséminer le signal à de multiples utilisateurs en région parisienne et sur le réseau REFIMEVE+.

Nous avons deuxièmement évalué les performances d'une méthode de type Two-Way pour la comparaison de deux références de fréquence par fibre optique. Nous avons testé la sensibilité de cette comparaison sur une boucle fibrée de télécommunication de 100 km en propagation unidirectionnelle puis bidirectionnelle, avec une excellente stabilité de la fréquence grâce à une très bonne réjection du bruit de la fibre.

Ces résultats ouvrent la voie à la réalisation d'un réseau métrologique à l'échelle nationale et internationale pour la dissémination des meilleures horloges optiques.

Mots clés. — Lien optique ; Laser ultrastable ; Fibre optique ; Métrologie temps-fréquence ; asservissement en phase ; Two-Way.

***

Title. — Ultra-stable optical fiber link : multiple-users dissemination, study of fundamental and technological limits and new applications

Abstract. — Optical frequency links give the possibility to disseminate an ultra-stable frequency reference to many research laboratories for precise measurements as performed in frequency metrology and in applied and fundamental physics. We demonstrated first a simple branching network setup dropping an ultra-stable signal at different positions along an urban optical link of 92 km, that exhibits a relative frequency stability of 1.3×10^{-15} at 1 s integration time, limited by long-term diurnal thermal effects. We developed and tested an improved setup with a compact and thermalized optical interferometer and a laser diode used to feed a secondary link, which fiber noise is compensated. These two setup open the way to multiple-users dissemination in Paris area and on the REFIMEVE+ network.

Second we demonstrated optical frequency comparison using a two-way method. We tested the sensitivity of this comparison over a 100 km telecommunication fiber loop network using either unidirectional or bidirectional propagation, with an excellent frequency stability thanks to the very good rejection of the fiber noise.

These results open the way to high-resolution frequency comparison of the best optical clocks over national or international fiber networks.

Keywords. — Optical link ; Ultrastable laser ; Optical Fiber ; Time-frequency metrology ; Phase Locking Loop ; Two-Way.