



Commande robuste et tolérante aux fautes

John Jairo Martinez Molina

► To cite this version:

John Jairo Martinez Molina. Commande robuste et tolérante aux fautes. Automatique / Robotique. Grenoble INP, 2013. <tel-01250394>

HAL Id: tel-01250394

<https://hal.science/tel-01250394v1>

Submitted on 4 Jan 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



Mémoire

présenté pour obtenir

L'HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES DE L'INSTITUT POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

Titre :

COMMANDE ROBUSTE ET TOLERANTE AUX FAUTES : Application aux systèmes mécatroniques

par

John Jairo MARTINEZ MOLINA

Soutenance prévue pour le 12 Juillet 2013 devant la Commission d'examen :

M. Michel Kinnaert	Rapporteur
M. Dominique Sauter	Rapporteur
M. David Henry	Rapporteur
M. Mazen Alamir	Examineur
M. Olivier Sename	Examineur

Table des matières

Avant propos	7
I Curriculum Vitae	11
1 Curriculum Vitae	13
1.1 Parcours et évolution de carrière	16
1.2 Expérience professionnelle avant la thèse	16
1.3 Enseignement dispensé	21
1.4 Encadrement doctoral et scientifique	23
1.5 Publications et production scientifique	26
II Activités de recherche	33
2 Problématiques étudiées	35
2.1 Travaux en commande robuste et prédictive	36
2.1.1 Rejet adaptatif de perturbations :	36
2.1.2 Conduite optimale de vallées hydroélectriques :	38
2.1.3 Commande robuste du trafic routier :	38
2.2 Travaux en détection de défauts	40
2.2.1 Détection de situation critique d'un véhicule automobile	40
2.2.2 Modélisation du véhicule	42
2.2.3 Détection de défauts	46
2.2.4 Validation expérimentale	51
3 L'automatique de mon point de vue	55
3.1 La structure de commande : un vrai choix	55
3.2 Le paramètre Youla-Kucera	57
3.3 Adaptation du paramètre de Youla-Kucera	60
3.4 La version recursive de l'équation de Riccati	62

3.5	Évaluation de la performance	67
3.5.1	L'estimation des bornes ultimes	67
3.5.2	Les ensembles invariants robustes	70
3.5.3	Performance sous contraintes	74
3.5.4	Synthèse des correcteurs sous contraintes	79
3.6	La commande MPC et le problème QP	82
3.6.1	Commande MPC explicite	85
3.7	Commande Tolérante aux Fautes	89
3.7.1	Sa structure est aussi un choix	89
3.7.2	Exemple d'un capteur virtuel (fault-hiding)	93
3.7.3	Génération des résidus	95
3.7.4	Le principe de séparation des ensembles	95
3.7.5	Le modèle de référence	97
3.7.6	Stratégie multi-capteurs et multi-observateurs	98
3.7.7	Stabilité pendant la défaillance :	99
III	Synthèse des travaux en cours	103
4	Introduction	105
5	Invariant sets for polytopic systems	107
5.1	Introduction	107
5.2	Preliminaries	109
5.3	Invariant sets for subsystems	110
5.3.1	Computation of robust invariant sets	110
5.3.2	Shrinking polyhedral RPI sets	112
5.4	Invariant-sets for polytopic systems	113
5.4.1	Common Lyapunov function based invariant-sets	113
5.4.2	Shrinking a common Lyapunov-based RPI set	115
5.5	Numerical examples	115
5.5.1	Example 1 (an LPV system)	115
5.5.2	Example 2 (a linear switched system)	118
5.6	Conclusion	119
6	Event-based control including performance	121
6.1	Introduction	121
6.2	Preliminaries	122
6.2.1	Invariant sets computation	123
6.2.2	Shrinking polyhedral RPI sets	125
6.3	Invariant-sets for an event-based controlled system	126

6.4	Geometric interpretation	129
-----	------------------------------------	-----

IV Perspectives 135

7 Conclusions et perspectives générales 137

7.1	Conclusions	137
7.2	Perspectives en commande tolérante aux fautes	138
7.3	Perspectives en rejet adaptatif des perturbations	140
7.4	Perspectives en commande événementielle	143
7.5	Perspectives en coordination de grands systèmes	144

8 Bibliographie 147

Avant propos

Ce mémoire cherche à présenter de façon synthétique mes activités de recherche passées et en cours, en cherchant à expliquer mes choix et mes directions de recherches, mes intérêts et mes thématiques préférées. Ce mémoire ne cherche pas à présenter l'état de l'art en commande robuste ni en commande tolérante aux fautes, mais à illustrer comment certaines techniques et/ou méthodes pourront donner réponse à la synthèse de correcteurs tolérants aux fautes d'une façon plus analytique et systématique.

Sans entrer dans les détails, je présente mon point de vue de l'automatique, dit "linéaire", qui a évolué vers une automatique dans les frontières du monde non-linéaire en prenant en compte par exemple les domaines admissibles, le domaine de validité du modèle linéaire, les incertitudes paramétriques, la gestion des saturations sur la commande ou sur l'état, la robustesse en stabilité mais aussi en performance, et en expliquant pourquoi parfois il faut garantir la performance bien avant la stabilité du système contrôlé. Dans nos jours, l'automatique s'intéresse à la commande tolérante aux fautes. D'un certain point de vue, ce type de commande est bien une extension de la commande robuste, qui cherche à garantir la stabilité et la performance du système mais cette fois-ci en présence de défaillances (capteur ou actionneur par exemple). La robustesse est ici bien plus que la distance au point critique souvent appelée "la marge de module". Il s'agit de prendre en compte, en plus, la distance entre les trajectoires du système nominal et les trajectoires du système défaillant, ceci traduit en termes de distance entre les ensembles invariants robustes pour chaque mode de fonctionnement. Ces ensembles caractérisent toutes les trajectoires possibles de l'état du système face aux perturbations bornées. Des méthodes de calculs de ces ensembles, pour les systèmes linéaires et les systèmes linéaires à paramètres variants (LPV), sont présentés en annexe. Ils représentent aujourd'hui un outil puissant d'analyse et de synthèse des correcteurs, en prenant en compte des critères temporels, fréquentiels et en incluant des contraintes sur l'état ou sur la commande. Ces derniers points expliquent pourquoi ces ensembles sont potentiellement très utiles pour la conception et pour l'analyse des lois de commande tolérante aux fautes.

La reconfiguration de la commande n'est pas aujourd'hui un problème, elle peut être mise en place avec des structures de commandes avancées de types commandes commutées

(switched control), ou de commandes linéaires à paramètres variants (LPV controller), ou des techniques qui peuvent prendre en compte une dégradation de l'efficacité du correcteur comme c'est le cas de la commande prédictive (MPC) ou certaines structures LPV qui gèrent les saturations grâce au paramètre de séquençement, parfois lui aussi s'adapte aux situations du système pour le rejet des perturbations ou pour augmenter la tolérance aux fautes. Un exemple de rejet des perturbations bande étroite est discuté dans ce mémoire. Il illustre la possibilité d'adaptation du paramètre de Youla-Kucera en vue de garder la performance du système perturbé le plus proche de la performance souhaitée (ou nominale).

En considérant la détection ou l'estimation des défaillances, il existe un grand nombre de travaux à ce respect, dont la plupart ont été proposés par la communauté qui travaille en diagnostic. Néanmoins, du point de vue de commande tolérante aux fautes, la détection de la défaillance ou son estimation n'est pas le problème principal. En effet, la commande tolérante aux fautes devra décider "en temps réel" les composants (ou la structure de contrôle) à employer selon la situation du système. Autrement dit, la commande devra choisir les composants qui permettront de garder la performance du système en défaillance pour assurer que le système reste dans une zone admissible et/ou dans sa région d'attraction. On pourra dire que le problème de commande se réduit à détecter les composants en bon état de fonctionnement (chose plus facile à caractériser en pratique) et fermer la boucle avec celui qui donnera la meilleure performance, tout en évitant d'utiliser un composant en défaillance. Ce problème de décision pourra se simplifier grâce aux calculs des ensembles invariants robustes du système nominal. Ainsi, mon mémoire cherche à mettre en avant quelques techniques de commande des systèmes linéaires en lien avec les ensembles invariants robustes. Tout pour faire face à la synthèse des commandes tolérantes aux fautes appliquées aux systèmes mécatroniques.

Le mémoire est organisé comme suit : tout d'abord je présente mon CV détaillé en incluant la liste des publications scientifiques. Puis, un résumé des travaux effectués avec mes doctorants est présenté dans la deuxième partie (dont 1 chapitre de livre, 6 revues et plus de 17 conférences internationales avec mes doctorants depuis 2009). Certains travaux sont issus de collaborations industrielles (avec Hutchinson et EDF R&D) et de collaborations scientifiques internationales (avec l'Australie, le Mexique et la Hongrie). Ensuite, un chapitre qui met en lien différentes techniques de commande et les travaux de recherche effectués, il s'agit d'une discussion analytique qui illustre le potentiel de chacune des techniques vis-à-vis de la commande tolérante aux fautes, celle-ci discutée à la fin de ce chapitre. Dans la troisième partie du mémoire, deux travaux inédits en cours d'évaluation pour des revues internationales sont présentés et discutés. Il s'agit de travaux dont je suis le premier auteur et qui représentent une contribution intéressante en lien avec mes activités en commande tolérante aux fautes. D'une part le calcul des ensembles invariants

robustes pour les systèmes LPV-polytopiques, et d'autre part, une technique de synthèse des commandes à base d'événements (Event-based control). Cette technique est basée sur les ensembles invariants du système contrôlé. La méthode pourra s'adapter facilement à la commande tolérante aux fautes d'actionneurs. Finalement, des perspectives concernant mes travaux de recherche sont présentées dans le dernier chapitre.

Première partie

Curriculum Vitae

Chapitre 1

Curriculum Vitae

État civil

John Jairo MARTINEZ MOLINA

Je suis Maître de Conférences à Grenoble-INP. La plupart de mes enseignements se déroulent à l'ENSE3 (Grand école publique d'ingénieurs en énergie eau et environnement du groupe **Grenoble INP**). Mes recherches se déroulent à **GIPSA-lab**, Département Automatique. Les thèmes concernant ma recherche sont principalement liés à la modélisation et commande robuste de systèmes mécatroniques (véhicule automobile, lecteurs optiques et systèmes d'anti-vibration). Notamment, je m'intéresse au rejet robuste de perturbations et à la commande tolérante aux défaillances (capteur et/ou actionneurs). Pour ceci, j'explore des méthodes issues de la théorie de systèmes commutés, systèmes linéaires à paramètres variants, la commande optimale sous contraintes et le calcul des espaces invariants robustes, entre autres.

Prénom : JOHN JAIRO

Nom : MARTINEZ MOLINA

Date de naissance : 02/07/1972

Grade : MCF CN

Etablissement d'affectation : GRENOBLE-INP

Section de CNU : 61

Unité de recherche d'appartenance : UMR 5216 CNRS GIPSA-lab

1.1 Parcours et évolution de carrière

Suite à ma thèse en Mars 2005 portant sur la commande de la dynamique véhicule, j'ai effectué deux post-doctorats, auxquels sont associés un nombre important de travaux.

2005 : Visiteur scientifique financé par l'Université de Newcastle (Australie) où nous avons proposé une nouvelle stratégie de commande tolérante aux fautes de capteurs en application avec le contrôle/commande de la dynamique des véhicules automobiles. J'ai eu d'autres visites de 2 mois en 2007 et 2009.

2005-2007 : Post-doctorat à Grenoble-INP. Travaux sur la commande robuste de la position de la lentille optique du système Blu-ray Disc dans le cadre du projet Européen BLAZE en association avec Philips Research (Pays-Bas) et Datarius (Autriche).

2007 : Recruté en tant que Maître de Conférences à Grenoble-INP.

Aujourd'hui : Titulaire de la Prime d'Excellence Scientifique (PES) depuis Octobre 2011. Mon bilan est : 3 thèses encadrées à 50% et soutenues entre 2011 et 2012 ; 9 projets master-recherche dont 4 en lien avec l'industrie ; 10 articles de revues et 31 articles de conférences publiés après la thèse (entre 2008 et 2012).

1.2 Expérience professionnelle avant la thèse

Enseignant-chercheur. Universidad Nacional de Colombia, Medellín-Colombia (2001-2002)
Chefs d'enseignement : Hernan D. Alvarez and Beatriz Londoño.

Diplôme de Master Recherche en Automatique. Universidad del Valle, Cali-Colombia (1998-2000) Tuteur : Jose M. Ramirez S. Obtention du prix "Tesis Laureada".

Diplôme d'ingénieur, spécialité Genie Électrique. Universidad del Valle, Cali-Colombia (1991-1997) Tuteur PFE : Edinson Franco M.

Expérience Industriel en Ecopetrol (Colombian Petroleum Company), Barrancabermeja-Colombia (1996-1997) Maître de stage : Humberto Suarez M.

Formation universitaire

Doctorat en Automatique et Productique (2002 - 2005).

- Thèse réalisée à l’Institut National Polytechnique de Grenoble, INPG.
- Soutenue le 14 Mars 2005.
- Mention : Sans objet à l’INPG - Décision du CA du 19/09/2002
- Sous la direction du M. Carlos Canudas-de-Wit (DR CNRS).
- Contexte : Projet ARCOS, inscrit dans le cadre des actions fédératives du PRE-DIT.
- Titre de la thèse : COMMANDE DE LA INTER-DISTANCE ENTRE DEUX VÉHICULES

Les contributions de cette thèse concernent principalement le développement d’un nouveau modèle de référence de l’inter-distance, la conception d’un contrôleur longitudinal associé et son application aux systèmes d’aide à la conduite, comme les systèmes d’avertissement de l’inter-distance, les systèmes d’anti-collisions et les systèmes de mitigation des collisions. Le modèle de référence de l’inter-distance peut être employé dans des scénarios comme l’Adaptive cruise control et le Stop&go. Le modèle proposé est non-linéaire et fournit des solutions dynamiques qui a priori vérifient simultanément des critères de confort (accélérations et jerk bornés) et des critères de sécurité (c.-à-d. la prévention de collisions). Le modèle de référence de l’inter-distance est basé sur des lois physiques de contact mécanique. Une particularité de ce modèle est que ses solutions peuvent être décrites par des courbes intégrales explicites. Ceci permet de caractériser explicitement l’ensemble des états initiaux pour lequel les critères de sécurité et de confort sont vérifiés.

La commande longitudinale et le modèle de référence de l’inter-distance ont été testés (en collaboration avec le LIVIC) tant en simulation qu’en expérimentation, ce qui permet d’évaluer la performance et la potentialité de cette approche.

Membres du Jury :

Mme. Brigitte D’Andréa-Novel (Prof-HDR E. de Mines à Paris), rapporteur.

M. Said Mammar (Prof-HDR Université d’Evry), rapporteur.

M. Jean Marc Blosseville (DR-INRETS), Président.

M. Olivier Sename (Prof-HDR-INPG), Examineur.

M. Xavier Claeys (Dr.Ing. Renault), Examineur.

M. Carlos Canudas-de-Wit (DR-CNRS), Directeur de thèse.

Master en Automatique (1998-2000). *Universidad del Valle* - Colombie.

Travail de recherche : Développement et implémentation d'une commande optimale appliquée au moteur asynchrone. Ce travail a été l'objet d'un article de revue nationale et un congrès international. Moyenne : 4.2 / 5.0

Ingénieur Electricien (1991-1997). *Universidad del Valle* - Colombie.

Projet de fin d'études : Développement et implémentation d'une commande adaptative "Self-tuning" appliquée au contrôle de procédés industriels. Ce travail a été l'objet d'un article dans une revue nationale. Moyenne : 3.9 / 5.0

Responsabilités et animation scientifique

Co-organisateur d'un Benchmark international – Benchmark on Adaptive Regulation : Rejection of unknown/time-varying multiple narrow band disturbances. L'objectif scientifique du benchmark est d'évaluer des procédures actuellement disponibles qui peuvent être appliquées dans le domaine du contrôle actif de vibrations et du contrôle du bruit. Ce benchmark a fait l'objet d'une session invitée ECC 2013.

Organisateurs : I.D. Landau, J.J. Martinez et A. Karimi.

Voir page : <http://www.gipsa-lab.grenoble-inp.fr/ioandore.landau/benchmark>

Coopération Scientifique nationale et internationale : –

- Coordonnateur Tâche 3 (Robust and Fault Tolerant Control) dans le projet INOVE (ANR 2010-2014), de durée 4 ans. INOVE « Une approche INTégrée pour l'Observation et la commande de la dynamique de VEHicules », dont les partenaires sont GIPSA-lab (coordonnateur), le laboratoire MIPS Mulhouse et l'industriel SOBEN.
- Participation dans le projet EVA Entomoptère Volant Autonome (ANR 2008-2012), depuis Janvier 2009, en collaboration avec Nicolas Marchand - GIPSA-lab (Coordinateur) sur la tâche : Contrôle-commande embarqué pour le système EVA.
- Collaborations internationales avec l'Hongrie à travers le projet PICS-CNRS CROTALE 2010-2013 et le Mexique PCP FLORE 2010-2013 avec le Tecnológico de Monterrey (Mexique). Ainsi que les collaborations « non-formalisés » avec l'Australie (The University of Newcastle) produisant un nombre important de travaux théoriques en commun dans la thématique de la commande tolérante aux fautes.
- Collaborations non-formalisés avec la Colombie sur la commande prédictive appliquée à la coordination d'une vallée hydroélectrique.
- Participation au Projet Européen BLAZE (MEDEA+). Animateur d'une tâche avec DaTarius et Philips Research. Développement d'un testeur Blu-ray disc de très haute vitesse.

Examineur scientifique de 3 thèses : –

- Juan Mauricio SALAMANCA, Universidad del Valle. Directeur : José Ramírez. Thèse : Análisis y control con modelos algebraicos diferenciales lineales de la

- estabilidad en pequeña señal de sistemas de potencia eléctrica. Soutenance : Mai 2009.
- Samia SMAILLI, Université d'Evry. Directeur : Said Mammar. Thèse : Modélisation et commande d'un système de trafic multimodal. Soutenance : 11 Janvier 2011.
 - José F. GARCÍA TIRADO, Universidad Nacional de Colombia. Directeur : Fabiola Angulo Garcia et Hector A. Botero Castro. Thèse : Robust Estimation of Uncertain Linear Systems using a Moving Horizon Approach. Soutenance : 18 Avril 2013.

Evaluateur scientifique pour revues et congrès internationaux : –

- Control Engineering Practice.
- IEEE Transaction on Control System Technology.
- ASME Journal of Dynamic System, Measurement and Control.
- IEEE Transaction on Mechatronics.
- IEEE Transaction on Vehicular Technology.
- IEEE Control System Society.
- IFAC Society.

1.3 Enseignement dispensé

Activités pédagogiques actuelles

Depuis Septembre 2007 j'ai un service minimum de 192h par an, propre d'un Maître de Conférences en Classe Normale. J'interviens principalement en 2A et 3A des filières Automatique, Systèmes et Information (ASI) et Ingénierie de l'Énergie Nucléaire (IEN) à l'**ENSE3** (école publique d'ingénieurs en énergie eau et environnement du groupe **Grenoble INP**), mais aussi en 2A dans une filière partagée avec l'école Genie Industriel (Filière IdP - Produits Futurs). De plus, j'interviens aussi en 2A pour des enseignements d'automatique orientés systèmes embarqués dans la filière Systèmes Logiciel Embarqués (SLE) de l'école ENSIMAG (école publique d'ingénieurs en informatique, mathématiques appliquées et télécommunications de Grenoble). Voici une liste des enseignements impartis chaque année :

- Identification des systèmes (CM + BE) 2A
- Outils pour la Commande (BE) 2A
- Commande Avancée & Optimisation (BE + TP) 2A
- Contrôle-commande (CM) 2A
- Modélisation-commande Mécatronique (CM + BE) 3A
- Projets intégrateurs (TP) 3A
- Produit Futurs - Commande Embarquée (CM + BE + TP) 2A
- Automatique et systèmes embarqués (CM + BE) 2A

J'étais responsable de **relations internationales et industrielles** pour la Filière ASI (école ENSE3) entre septembre 2008 et septembre 2012. Entre autres, j'étais responsable de l'accueil des professeurs invités ERASMUS (par exemple le Prof. Wojciech Kozinski de Warsaw University of Technology, Pologne, en Juillet 2009 et 2012). La tâche principale était l'accueil des étudiants qui partent à l'étranger et l'accueil des élèves étrangers en échange (semestre, année complète ou double diplôme). Aussi, la validation des sujets de stages industriels en 2A et 3A. Aujourd'hui je suis **responsable de la plateforme pédagogique en automatique**, appelée "salle AIDA". Cette plateforme est essentiellement équipée des prototypes développés en recherche à GIPSA-lab mis au service de l'enseignement à l'ENSE3.

Quelques publications issues des développements des projets des étudiants sont apparues récemment. Un article éducatif a été rédigé en 2011 pour la Conférence CETSIS et un autre pour une conférence nationale. En plus, j'ai un article éducatif dans une revue d'éducation en ingénierie (voir la liste ci-dessous).

Publications éducatives

- [1] Martinez J. et Khennouf H. "Approche d'état pour la commande optimale d'un système gyroscopique". In **Proceedings CETSIS 2011** - 9e Colloque sur l'Enseignement des Technologies et des Sciences de l'Information et des Systèmes, Canada 2011.
- [2] Erhart S., Doumiati M., Sename O., Martinez J. J., Dugard L. "Estimation du profil de la chaussée pour la dynamique du véhicule". Dans Actes des 4èmes Journées Doctorales / Journées Nationales MACS, **JD-JN-MACS 2011**, France 2011.
- [3] Martinez J. et Buche G. "Réponse Fréquentielle des Systèmes Continus". **Techniques de l'Ingénieur** 2010.

1.4 Encadrement doctoral et scientifique

Co-encadrement de 6 thèses (dont 3 déjà soutenues) en relation avec mes thématiques en commande robuste et la tolérance aux fautes. Un total de 10 stages encadrés de niveau master-recherche (dont 5 en collaboration industrielle). Un total de 22 publications avec mes doctorants.

Co-encadrement doctoral :

Marouane Alma (Début Oct. 2007, changement de direction et sujet de thèse en 2008. Soutenance : 20 Mai 2011)

Directeurs : ID Landau & J. Martinez (Encadrement à 50%)

Sujet : "Rejet adaptatif de perturbation multi-sinusoïdales et périodiques. Application à une suspension active"

Financement : Alloc. Ministère - ED EEATS (INPG). Publications en : 4 revues, 3 conférences. Il est devenu Maître de Conférences à l'IUT Longwy, Laboratoire CRAN à Nancy.

Antoine Lemarchand (Début Oct. 2008, Soutenance 24 Oct. 2011)

Directeurs : D. Koenig & J. Martinez (Encadrement à 50%)

Sujet : "Régulation optimale d'un système à modes multiples de fonctionnement : application à la gestion des flux de trafic routier"

Financement : Alloc. Ministère - ED EEATS (INPG). Publications en : 5 conférences. Il est devenu Ingénieur R&D chez MOVEA à Grenoble.

Jennifer Zarate-Florez (Début Mars. 2009, Soutenance 4 Mai 2012)

Directeurs : G. Besançon & J. Martinez (Encadrement à 50%)

Sujet : "Commande optimale et robuste d'une chaîne d'aménagements hydroélectriques"

Financement : CIFRE (Société EDF R&D Chatou) - ED EEATS (INPG)

Publications en : 1 revue, 4 conférences. Elle est devenue Ingénieur R&D chez EDF à Chatou.

Sébastien Varrier (Début Oct. 2010, Soutenance prévue pour Oct. 2013)

Directeurs : D. Koenig & J. Martinez (Encadrement à 50%)

Sujet : "Détection de situations critiques et commande tolérante aux fautes pour le véhicule"

Financement : Alloc. Ministère - ED EEATS (INPG)

Publications en : 3 conférences et un article de revue accepté.

Ting-Hong Wang (Début Oct. 2010, Soutenance prévue pour Oct. 2013)

Directeurs : O. Sename & J. Martinez (Encadrement à 50%)

Sujet : "Commande robuste pour le véhicule hybride"

Financement : Bourse Gouvernement Chinois - ED EEATS (INPG)

Publications en : 2 conférences

John A. Sandoval-Moreno (Début Mars. 2011, Soutenance prévue pour Mars 2014)

Directeurs : G. Besançon & J. Martinez (Encadrement à 50%)

Sujet : "Commande optimale et robuste des systèmes multi-energie"

Financement : Gouvernement Colombien (LASPAU : Academic and Professional Programs for the Americas)

Publications en : 2 articles de conférences soumis.

Encadrement des élèves master et/ou élèves ingénieurs (PFE) :

Luis Manuel GARCIA PLATA PFE élève ingénieur, UIS-Colombie, ENSE3 GRENOBLE-INP. Encadrement à 50% (+50% ALSTOM Hydro).

Sujet : "Modélisation des incertitudes d'une boucle d'asservissement de position d'un vérin en vue de la synthèse de correcteurs robustes d'ordre réduit"

du 01 février au 30 juin 2013.

Rodrigo COSTA, Mohamed BELMELIANI et Rafael JUNQUEIRA PFE élève ingénieur, ENSE3 GRENOBLE-INP. Encadrement à 50% avec O. Sename (+50% ASCOREL).

Sujet : "Pesage dynamique pour pelle mécanique"

du 01 février au 30 juin 2011.

PHUA Guilaine PFE élève ingénieur, ENSE3 GRENOBLE-INP. Encadrement à 50% (+50% EDF DGT).

Sujet : "Modélisation et identification paramétrique du réseau amont d'une file de renvoi de tension"

du 01 février au 30 juin 2011.

NGUYEN Xuan-Manh PFE élève ingénieur, ENSE3 GRENOBLE-INP. Encadrement à 50% (+50% Hutchinson R&D).

Sujet : "Contrôle actif acoustique des ordres moteur dans l'habitacle automobile"

du 01 février au 30 juin 2011.

ALQUIER Olivier PFE élève ingénieur, Université de Technologie de Belfort-Montbéliard.

Sujet : "Suppression robuste et adaptative de vibrations sur une structure souple"

du 02 février au 17 juillet 2009.

VAN ROEY Stefaan PFE élève ingénieur, Ghent University. Encadrement à 50%

Sujet : "Robust Diagnosis of a Switched System : applied to road traffic"

du 02 février au 30 juin 2009.

ESCOBEDO Arturo Projet Master Recherche, Instituto Politécnico Nacional (IPN) de México. Encadrement à 50% (Collaboration avec Laurent Bonnaud)

Sujet : "Estimation Robuste des Distances par Stéréovision sur la plateforme NeCS-Car"

du 15 Janvier au 15 Juin, 2009.

ZARATE-FLOREZ Jennifer Projet Master Recherche en Automatique, GIPSA-lab, Grenoble. Encadrement à 50% (+50% Hutchinson).

Sujet : "Identification et suppression robuste de vibrations sur une structure souple"
du 01 février au 01 juillet 2008.

MOHAMMAD Sami Projet Master Recherche en Automatique, GIPSA-lab, Grenoble. Encadrement à 50% (+50% Hutchinson).

Sujet : "Identification et suppression robuste de vibrations sur une suspension active"

du 01 février au 01 juillet 2008.

OUBAYAN Reslan PFE élève ingénieur, Faculté de Génie de l'Université Libannese.

Sujet : "Réduction des collisions entre véhicules en *platooning* à l'aide de commandes décentralisées"

du 01 février au 01 juillet 2008.

Encadrement Postdoctoral

DOUMIATI Moustapha Post-doctorant CNRS (Nov 2009 - Sept 2010)

Détection de situations critiques et commande tolérante aux fautes en vue de la correction dynamique de trajectoire pour l'automobile. Olivier Sename et John Martinez.

ALMA Marouane Post-doctorant INP (Sept 2011 - Déc 2011)

Pesage dynamique pour pelle mécanique. Validation et tests. John Martinez.

1.5 Publications et production scientifique

Chapitre de livre

- [1] Martinez J. and Sébastien Varrier. "Multisensor Fault-Tolerant Automotive Control". In : Robust Control and Linear Parameter Varying approaches : application to vehicle dynamics. Editors : O.Sename, P.Gaspar and J. Bokor. pp. 267-287. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2013.

Revue Internationale :

- [1] Varrier S., Koenig D., Martinez J. "Robust fault detection for uncertain unknown inputs LPV system". Accepted for publication in **Control Engineering Practice**, March 2013.
- [2] Doumiati, O. Sename, J. Martinez, L. Dugard, P. Gaspar and Z. Szabo. "Integrated vehicle dynamics control via coordination of active front steering and rear braking". Accepted for publication in the **European Journal of Control**, October 2012.
- [3] Zarate-Florez J., Martinez J.J., Besançon G., Faille D. "Decentralized-coordinated Model Predictive Control for a Hydro-Power Valley". **Mathematics and Computers in Simulation**. Accepted 29 April 2012. Available online 8 May 2012.
- [4] Martinez J.J. et Alma M. "Improving playability of Blu-ray disc drives by using adaptive suppression of repetitive disturbances". **Automatica**, Volume 48, Issue 4, April 2012, Pages 638-644.
- [5] Alma M., Martinez J., Landau I. et Buche G. "Design and Tuning of Reduced Order H-infinity Feedforward Compensators for Active Vibration Control". **IEEE Trans. on Control Systems Technology**, Vol.20, No.2, pages 554-561, March 2012.
- [6] Landau I., Alma M., Constantinescu A., Martinez J.J., Noe M. "Adaptive regulation - Rejection of unknown multiple narrow band disturbances (a review on algorithms and applications)". **Control Engineering Practice**, Vol. 19 Issue 10, pages 1168-1181, October 2011.
- [7] Landau I., Alma M., Martinez J. et Buche G. "Adaptive suppression of multiple time varying unknown vibrations using an inertial actuator". **IEEE Trans. on Control Systems Technology**, Vol.19, No.6, pages 1327-1338, November 2011.
- [8] Yetendje A., Seron M., De-Dona J. et Martinez J. "Sensor Fault-Tolerant Control of a Magnetic Levitation System". **International Journal of Robust and Nonlinear Control**, Vol. 20 Issue 18, pages 2108-2121, December 2010.

- [9] Martinez J., Sename O. et Voda A. "Modeling and Robust Control of Blu-ray disc servomechanisms". **Mechatronics**, accepté pour publication en février 2009.
- [10] Seron M., Zhuo X., De-Doná J. et Martinez J. "Fault Tolerant Multi-Sensor Switching Control Strategy ". **Automatica**, Vol.44, No.1, pp. 88-97, Jan. 2008.
- [11] Martínez J. et Canudas-de-Wit C. "A Safe Longitudinal Control for Stop-and-Go Scenario". **IEEE Transaction on Control System Technology**, Vol.15 No.2, pp.246-258. March 2007. IEEE Control Systems Society. ISSN : 1063-6536.
- [12] Canudas-de-Wit C., Bechart H., Claeys X., Dolcini P. et Martinez J. "Fun-To-Drive By Feedback". Fundamental Issues of Control. **European Journal of Control** - Special Issue. Vol. 11, No. 4-5, pp.353-383, 2005. Hermes Science Publications. ISBN : 2-7462-1283-8.
- [13] Martínez J. et Ramírez J. "Control Optimo U/f para Motores de Inducción". Revista **Energía y Computación**, (16) 2002. ISSN : 0121-5299.
- [14] Martínez J., Calero H. et Franco E. "Controlador Self-Tuning : Aplicado al Control de Procesos con Dinámicas Altamente Variables". Revista **Ingeniería y Competitividad**, Vol.1, No.2, pp.41-52, 1998. ISSN 0123-3033.

Publications éducatives

- [1] Martinez J. et Khenouf H. "Approche d'état pour la commande optimale d'un système gyroscopique". In **Proceedings CETSIS 2011** - 9e Colloque sur l'Enseignement des Technologies et des Sciences de l'Information et des Systèmes, Canada 2011.
- [2] Erhart S., Doumiati M., Sename O., Martinez J. J., Dugard L. "Estimation du profil de la chaussée pour la dynamique du véhicule". Dans Actes des 4èmes Journées Doctorales / Journées Nationales MACS, **JD-JN-MACS 2011**, France 2011.
- [3] Martinez J. et Buche G. "Réponse Fréquentielle des Systèmes Continus". **Techniques de l'Ingénieur**, France 2010.

Conférences Internationales avec Comité de Lecture :

- [1] Varrier S., Koenig D., Martinez J. "Robust Fault Detection for Vehicle Lateral Dynamics". 51st **IEEE Conference on Decision and Control CDC**, Maui, Hawaii, USA, December 2012.
- [2] Varrier S., Nemeth B., Koenig D., Martinez J and Gaspar P. "Robust Suspension Fault Detection". **VSDIA 2012** - 13th MINI Conference on Vehicle System Dynamics, Identification and Anomalies. Budapest, Hungary 5-7 November, 2012.
- [3] Zarate-Florez, Besançon G., Martinez J., Davelaar F. "Explicit price method for co-ordinated control and hydro-power production example". **IFAC Symposium on Power Plant and Power System Control PPPSC-2012**, Toulouse, France, September 2012.
- [4] Wang T., Martinez J., Sename O. "H-inf Observer-Based Battery Fault Estimation for HEV Application". **E-COSM'12** - IFAC Workshop on Engine and Powertrain Control, Simulation and Modeling. Rueil-Malmaison, France 23 - 25 October 2012.
- [5] Varrier S., Koenig D., Martinez J. "A Parity Space-Based Fault Detection on LPV Systems : Approach for Vehicle Lateral Dynamics Control System". **SAFEPROCESS** - 8th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Mexico, August 2012.
- [6] Wang T., Sename O., Martinez J. "H-inf Based Supervisory Control Strategy for a Parallel HEV with Battery Fault Accommodation". **SAFEPROCESS** - 8th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Mexico, August 2012.
- [7] Lemarchand A., Koenig D., Martinez J. "Incident Detection for an Uncertain Traffic Model". **SAFEPROCESS** - 8th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Mexico, August 2012.
- [8] Lemarchand A., Koenig D., Martinez J. "Dynamical Operating Mode Estimation for an On-ramp Neighborhood Under Normal Traffic Conditions". **American Control Conference** - Montreal, Canada. June, 2012.
- [9] Zarate-Florez, Martinez J., Besançon G., Faille D. "Explicit coordination for MPC-based distributed control with application to Hydro-Power Valleys". **IEEE Conference on Decision and Control CDC**, Orlando, USA, December 2011.
- [10] Alma M., Landau I., Martinez J., Airimitoiaie T.B. "Hybrid Adaptive Feedforward-Feedback Compensation Algorithms for Active Vibration Control Systems". **IEEE Conference on Decision and Control CDC**, Orlando, USA, December 2011.
- [11] Doumiati M., Sename O., Martinez J., Dugard L., Gaspar P., Szabo Z., Bokor J. "Vehicle Yaw Control Via Coordinated Use of Steering/braking Systems". **IFAC World Congress**, Milano, Italy, August 2011.

- [12] Briat C. and Martinez J. "H-inf Bounded Resilient State-Feedback Design for Linear Continuous-Time Systems - a Robust Control Approach". **IFAC World Congress**, Milano, Italy, August 2011.
- [13] Lemarchand A, Koenig D, Martinez J. "Smooth Switching Hinf PI Controller for Local Traffic On-Ramp Metering, an LMI Approach". **IFAC World Congress**, Milano, Italy, August 2011.
- [14] Zarate-Florez, Martinez J., Besancon G., Faille D. "Advanced coordinated control for a hydro-power valley". In IMACS International Conf. On Modeling and Simulation of Electric Machines, Converters and Systems, ELECTRIMACS. Paris, France. 6 - 8 June 2011.
- [15] Doumiati M, Sename O, Martinez J, Dugard L, Poussot-Vassal C. "Gain-scheduled LPV/Hinf controller based on direct yaw moment and active steering for vehicle handling improvements" **IEEE Conference on Decision and Control CDC** Atlanta, USA (2010).
- [16] Doumiati M, Sename O, Martinez J, Dugard L, Gaspar P, Szabo Z, Bokor J. "LPV/Hinf controller for vehicle handling and stability enhancement" **VSDIA2010** - VSDIA 2010 Budapest, Hongrie (2010).
- [17] Landau I., Alma M., Martinez J. and Buche G. "Direct adaptive suppression of multiple unknown vibrations using an inertial actuator". **IEEE Conference on Decision and Control CDC** Atlanta, USA (2010).
- [18] Lemarchand A, Koenig D, Martinez J. "Robust Design of a Switched PI Controller for an Uncertain Traffic Model" **IEEE Conference on Decision and Control CDC** Atlanta, USA (2010).
- [19] Lemarchand A, Martinez J, Koenig D. "Hierarchical Coordinated Freeway On-Ramp Metering Using Switching System Theory". 4th IFAC Symposium on System, Structure and Control. Ancona, Italy (2010).
- [20] Alma M., Landau I., Martinez J. and Buche G. "Suppression adaptative de vibrations en utilisant un actionneur inertiel". **Conférence Internationale Francophone d'Automatique**, Nancy, France (2010).
- [21] Seron M., De-Dona J. and Martinez J. "Improved multisensor switching scheme for fault tolerant control". 48th **IEEE Conference on Decision and Control**, Shanghai. December 16 - 18, 2009.
- [22] Briat C. and Martinez J.J. "Design of H-inf bounded non-Fragile controllers for discrete-time systems". 48th **IEEE Conference on Decision and Control**, Shanghai. December 16 - 18, 2009.
- [23] Zarate-Florez J., Martinez J.J., Besançon G. and Faille D. "Hydro power valley control : Decomposition/Coordination methods". 14th **Belgian-French-German Conference on Optimization**. Leuven, Belgique (2009).

- [24] Martinez J. Seron M., and De-Dona J. "Multi-sensor longitudinal control with fault tolerant guarantees". **European Control Conference**, Budapest - Hungary. September 2009.
- [25] Seron M., De-Dona J. and Martinez J. "Invariant set approach to actuator fault tolerant control". **SAFEPROCESS** - 7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Barcelona. 30th June - 3rd July 2009.
- [26] Martinez J., Seron M., and De-Doná J. "Fault-Tolerant Switching Scheme with Multiple Sensor-Controller Pairs". Proceedings of the **IFAC World Congress**, pp.1212-1217. Seoul 2008.
- [27] Berbra C., Lesecq S. and Martinez J. "A Multi-observer Switching Strategy for Fault-Tolerant Control of a Quadrotor Helicopter". Proceedings of the 16th **Mediterranean Conference on Control and Automation**. pp.1094-1099. Ajaccio, France June 25-27, 2008.
- [28] Seron M., Zhuo X., De-Doná J. et Martinez J. "Fault Tolerant Multi-Sensor Switching Control Strategy". **European Control Conference**, Grèce. Jul. 2007.
- [29] Martinez J., Sename O. et Voda A. "Experimental validation and \mathcal{H}_∞ control of the Opto-mechanical coupling effect in DVD Servo-mechanisms". **European Control Conference**, Grèce. Jul. 2007.
- [30] Martinez J., Sename O. et Voda A. "Modelling and Control in Optical Disk Drives : Reducing the Opto-mechanical coupling effect". **IFAC Symposium on Mechatronic Systems**, Heidelberg-Germany. Sept. 2006. Preprint IFAC.
- [31] Martinez J., Zhuo X., De-Doná J. et Seron M. "Multi-sensor switching strategy for automotive longitudinal control". IEEE Proceedings of the **American Control Conference** - Minneapolis, Minnesota USA, pp. 4652-4657, Jun. 2006. IEEE Control Systems Society. E-ISBN : 1-4244-0210-7. ISSN : 0743-1619.
- [32] Martinez J. et Canudas-de-Wit C. "A Warning Collision System Based on an Inter-distance Reference Model". Proceedings of the 16th **IFAC World Congress**, Prague, Jul. 2005. Publication : Jun-2006. ELSEVIER. ISBN-13 : 978-0-08-045108-4. ISBN-10 : 0-08-045108-X
- [33] Martinez J. et Canudas-de-Wit C. "Model Reference Control Approach for Safe Longitudinal Control". IEEE Proceedings of the **American Control Conference**, Boston-USA, Vol.3, pp. 2757- 2762, Jun. 2004. IEEE Control Systems Society. ISSN : 0743-1619.
- [34] Martinez J., Avila J. et Canudas-de-Wit C. "A New Bicycle Vehicle Model with Dynamic Contact Friction". **IFAC Advances in Automotive Control** 2004, Salerno-Italy, Abril 2004. Publication : Sept-2005. ELSEVIER. ISBN-13 : 978-0-08-044250-1. ISBN-10 : 0-08-044250-1

- [35] Martínez J. et Ramírez J. "Optimal U/f Control for Induction Motors". Proceedings of the 15th **IFAC World Congress**, Barcelona, Jun. 2002. Publication : Sep-2003. ELSEVIER. ISBN-13 : 978-0-08-044295-2. ISBN-10 : 0-08-044295-1.

Deuxième partie

Activités de recherche

Chapitre 2

Problématiques étudiées

Mes principales problématiques étudiées sont en lien avec les systèmes mécatroniques (automobile, lecteur optiques, systèmes anti-vibrations, turbines hydrauliques et éoliennes, vélo à assistance électrique, etc.). Ce type des systèmes, normalement équipés d'un nombre important de capteurs et d'actionneurs, demande un effort supplémentaire lors de la synthèse de lois de commande car en général, on cherche à construire des systèmes chaque fois plus fiables, très performantes, pas chères et additionnellement avec des propriétés d'adaptation à leur environnement. Certains sont construits avec des systèmes de commande embarqués, et une bonne majorité sont produit en masse.

Des techniques de synthèse des commande robustes de type H_2 et H_∞ sont bien présentes dans mes activités de recherche car en général elles sont bien adaptées aux problématiques associées aux systèmes mécatroniques. La production en masse, par exemple, oblige l'utilisation des modèles "moyens" pour la synthèse de correcteurs (un seul pour des millions de systèmes construits). La modélisation des incertitudes et de perturbations sont donc incontournables (plusieurs cas sont traités dans la thèse de Marouane Alma, Antoine Lemarchand, Sébastien Varrier, et Tinghong Wang). Sachant que aujourd'hui nous devons construire des systèmes de plus en plus performantes, nous sommes confrontés aux choix de composants avec une vision globale. Par exemple, les choix de capteurs (nombre et emplacements) et d'actionneurs (nature et qualité). Le rôle de la commande va bien plus loin que de stabiliser le système. On doit donc, intégrer de tâches d'estimation et de compensation active de perturbations (par exemple des vibrations) pour augmenter la performance du système sans modifier sa bande passante, un exemple concerne la commande du lecteur optique Blu-ray Disc proposée en [76]. Des problématiques similaires, mais en considérant des défaillances additives ont été aussi étudiés dans la thèse d'Antoine Lemarchand, Tinghong Wang et Sébastien Varrier.

Un problème un peu invisible, est le problème associé à la conception de trajectoires "idéales" du système. On est souvent confronté à la génération des références qui doivent décrire le comportement du système souhaité, voir idéalisé. Plusieurs exemples se trouvent

dans les différentes thèses dirigées. Notamment en lien avec la commande des véhicules et la commande du trafic routière.

La performance a devenue l'objectif à attendre. Des outils d'évaluation des performances, au delà des méthodes classiques (fréquentielles ou temporelles), concerne les calculs des ensembles invariants robustes [15]. Ces techniques seront discutées plus tard. Elles sont particulièrement utilisées pour générer des critères de décision très puissants pour la commande tolérante aux fautes [115]. Des collaborations très enrichissantes sur ce sujet, ont donné lieu à plusieurs travaux avec mes collègues de l'Université de Newcastle en Australie [83, 115, 112]. Certains d'autres sont encore en cours avec des collègues du Technologico de Monterrey (Mexique) et de l'Académie de Sciences de Budapest MTA SZTAKI (Hongrie).

Les différentes thèses soutenues couvrent un spectre large d'applications et de techniques. Néanmoins, elles s'intéressent principalement à la commande robuste et à la commande prédictive. La prise en compte des incertitudes et forçement sa modélisation. L'adaptabilité du système aux variations de leur environnement, traduit la plupart comme étant des perturbations et/ou des défaillances. Des points communs entre les différents techniques et problématiques seront discutés dans le chapitre suivant. Voici un résumé des trois thèses déjà soutenues dont j'étais co-encadrant.

2.1 Travaux en commande robuste et prédictive

2.1.1 Rejet adaptatif de perturbations :

Le travail de thèse de Marouane Alma (encadré en collaboration avec Ioan Landau) a été dédié au rejet adaptatif de perturbations sur des structures flexibles. L'objectif était de développer des stratégies de commande adaptatives, pour le rejet actif de perturbations en utilisant une paramétrisation de Youla-Kucera. Les différentes structures de commande proposées ont été mise en oeuvre sur des procédés réels. En première partie, le rejet de perturbations bande-étroites inconnues a été traité en utilisant des lois de commande adaptatives en contre-réaction basées sur le principe du modèle interne (des résultats expérimentaux sont présentés sur la figure 2.1). En deuxième partie, des algorithmes adaptatifs pour l'atténuation de perturbations bande-larges par action anticipatrices "feedforward" ont été proposés, analysés, et testés en pratique sur une structure flexible de contrôle actif de vibrations, voir la figure 2.2. Les plateformes utilisées ont été développés en collaboration avec la société Hutchinson - Centre de Recherche et Vibrachoc. Un projet future sera l'adaptation des techniques dans le cadre multi-variable.

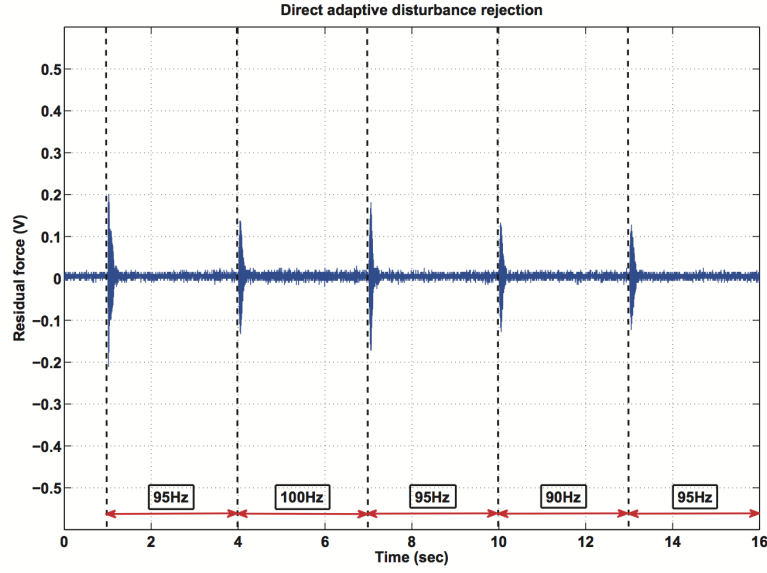


FIGURE 2.1 – Rejet adaptatif des perturbations multi-sinusoidales sur une structure souple.

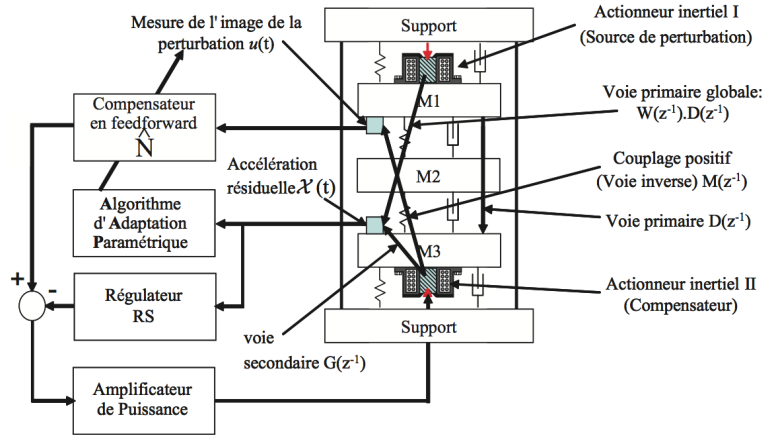


FIGURE 2.2 – Exemple d'une structure de commande pour le rejet adaptative des perturbations. La structure flexible est appelée : plateforme CARV.

2.1.2 Conduite optimale de vallées hydroélectriques :

Le travail de Jennifer ZARATE-FLOREZ (thèse CIFRE, co-encadré avec Gildas Besançon) a été dédié à la coordination des vallées hydro-électriques. Une vallée hydro-électrique est constituée d'un nombre important de centrales inter-connectées du fait de l'utilisation de la même ressource en eau. Pour pouvoir optimiser en temps réel sa production, il a été proposé dans cette thèse d'utiliser des méthodes de décomposition-coordination associées aux systèmes à grande échelle. Ces méthodes ont été examinées et appliquées à un cas d'étude simplifié mis à disposition par Électricité de France (EDF), voir [135, 137, 136]. Plus particulièrement, les méthodes de décomposition-coordination par les prix (voir figure 2.3), ou encore par les prédictions des interactions, s'appuyant sur des commandes prédictives MPC, ont été considérées et comparées avec une commande centralisée [134]. En vue d'une implémentation temps-réel, nous nous sommes intéressés à exprimer les problèmes d'optimisation comme des problèmes QP, pour ensuite obtenir des solutions explicites en utilisant une méthodologie de caractérisation géométrique. Nous avons proposé des formulations complètement explicites (niveau coordinateur et sous-systèmes) pour les deux méthodes. Des résultats de simulation avec des données réelles mises à disposition par EDF ont été présentés [133]. Une validation des méthodes "en temps réel" a été effectuée sur la plate-forme de Supervision NG d'EDF permettant la communication avec un modèle de la vallée hydroélectrique (basé sur les équations de Saint Venant et la bathymétrie de la rivière).

Une thèse en cours avec John Sandoval est dédié à la coordination des systèmes multi-énergie en tenant en compte les différents contraintes de fonctionnement et des variables en lien avec la qualité du service (tension, fréquence et déviation de la puissance demandée). Un premier résultat porte sur la poursuite de la puissance maximale sur une turbine éolienne sans capteur de vitesse du vent. Ce travail est présenté dans [106]. Des collaborations avec la Colombie (Université del Valle) sur les aspects concernant la réduction de pertes d'eau (non-utilisée pour la génération) sur les vallées hydroélectriques sont présentés dans [105], où une commande prédictive explicite est proposée.

2.1.3 Commande robuste du trafic routier :

Le travail d'Antoine Lemarchand (co-encadré avec Damien Koenig) s'inscrit dans le cadre du contrôle local et de la supervision des systèmes de trafic routier. Les principales contributions portent sur la modélisation, la supervision et la commande locale des systèmes de trafic routier [68]. La contribution apportée à la modélisation du trafic est l'ajout d'un modèle d'incertitude sur le modèle CTM (Cell Transmission Model [27]), voir figure 2.4 . Ce nouveau modèle permet de prendre en compte les incertitudes sur différents paramètres du modèle pour *in-fine* proposer de nouvelles stratégies de commandes commutées robustes. Outre cette approche de modélisation, nous proposons un niveau de supervision permettant d'une part d'estimer en temps réel le mode de fonctionnement

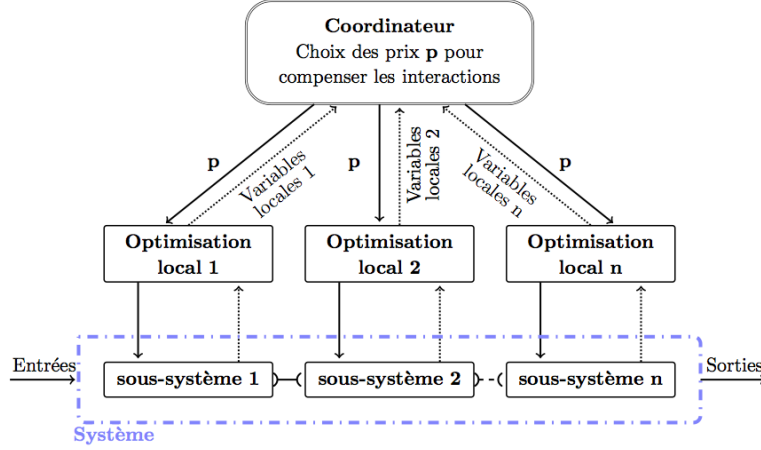


FIGURE 2.3 – Structure de coordination des grands systèmes.

et d'autre part de détecter, localiser et estimer certaines fautes sur le système [67, 66]. L'estimation dynamique de mode de fonctionnement nous permet de connaître l'état de congestion (ou de non-congestion) de l'aménagement routier considéré. Nous sommes en mesure de détecter des fautes telles que des chutes de vitesse ou des chutes de capacité survenant sur la route. Enfin, nous proposons deux lois de commandes locales basées sur la théorie des systèmes à commutations [65, 64]. Ainsi, le schéma de contrôle s'adaptera dynamiquement aux changements de propriétés du système. Ces lois de commande ont pour objet de s'insérer dans un schéma de régulation hiérarchique.

Des travaux en cours avec le doctorant Sébastien Varrier sont dédiés à la synthèse des estimateurs de défaillances pour les systèmes LPV incertains et à la commande robuste et tolérante aux fautes pour le contrôle des trajectoires des véhicules dans le cadre du projet ANR - INOVE, voir par exemple [123, 128, 124]. Certains travaux portent sur la détection de défaillances sur un système de suspension semi-active, en collaboration avec l'Académie de Sciences de Budapest MTA SZTAKI [126] et avec le Tecnológico de Monterrey [125, 127].

Un autre travail est celui de Tinghong Wang sur la commande robuste pour la gestion de la batterie des véhicules hybrides. Il s'agit de prendre en compte l'état de la charge et le vieillissement de la batterie pour reconfigurer la commande. Dans la thèse de Tinghong Wang, nous cherchons appliquer des techniques de détection de défaillances en utilisant des observateurs à entrée inconnues [129, 130]. Le modèle de la motorisation du véhicule hybride est écrit en forme quasi-LPV [131].

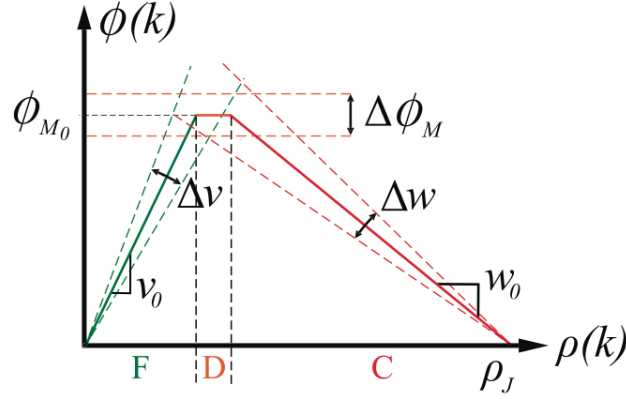


FIGURE 2.4 – Diagramme fondamental incertain.

2.2 Travaux en détection de défauts

Ces dernières années, mes thématiques de recherche sur la détection des défaillances et la commande tolérante aux fautes sont principalement dédiées à la commande dynamique du véhicule automobile (contrôle châssis). Elles ont été développées principalement pendant la thèse de Sébastien Varrier (qui soutiendra à la rentrée 2013), co-dirigé par Damien Koenig. Cette section présente une partie du travail de thèse de Sébastien Varrier sur la dynamique véhicule. Nous avons choisi de détailler cette partie, dédiée à la détection de défaillance, car il permettra de mieux comprendre les enjeux lors de la synthèse de lois de commande tolérante aux fautes.

Ainsi, cette section présente une méthode de détection de situation critique pour la dynamique latérale d'un véhicule automobile. La section porte sur la détection des défaillances pour des systèmes LPV incertains. Ici, l'approche repose sur la modélisation d'un véhicule par un modèle bicyclette. Les efforts latéraux des pneumatiques sont bien connus pour être fortement non linéaire. Cependant, la zone où la conduite est normale peut s'approximer comme étant linéaire. La détection de la situation critique se fait dès que les données physiques du véhicule ne correspondent plus aux efforts linéaires des pneumatiques. Le problème de détection de situation critique est alors réécrit en un problème de détection de défaut. Le modèle étant dépendant du paramètre vitesse du véhicule, une approche par espace de parité étendu pour les systèmes linéaires à paramètres variants (LPV) est alors utilisée.

2.2.1 Détection de situation critique d'un véhicule automobile

Le marché automobile demande constamment plus de confort et de sécurité concernant les véhicules automobiles. Ainsi, l'industrie automobile s'est concentrée ces dernières

années sur le développement de systèmes intelligents afin d'améliorer ces aspects. Cependant, l'*Organisation Mondiale de la Santé* recensait toujours en 2009 2.2% de mortalité dû aux collisions d'automobiles et à des pertes de stabilité.

Au cours des dernières années, de nouvelles technologies avancées actives et passives ont émergées, tel que l'ABS (Anti Blocking System), l'ESP (Electronic Stability Program), l'ACC (Automatic Cruise Control) etc... Ces systèmes sont pour la plupart basés sur des modèles cinématiques (et/ou dynamiques) du véhicule afin de proposer des solutions souples en terme d'implémentation. Bien que ces organes soient implémentés sur les véhicules modernes, on leur reproche toutefois un manque de robustesse ainsi qu'une absence de composantes dynamiques ou adaptatives.

Concernant la dynamique latérale du véhicule, l'ESP est l'organe actif le plus répandu permettant de stabiliser une voiture dans le cas de la perte de contrôle. L'ESP est principalement composé de capteurs mesurant les états du véhicule (angle des roues, vitesse du véhicule, accélérations vitesse de rotation au centre de gravité), ainsi que d'actionneurs de freinage [17, 109]. Le principe de l'ESP est de détecter un sous ou sur-virage et d'agir sur le freinage des roues pour corriger la trajectoire du véhicule. Par exemple, dès que la rayon de courbure du véhicule est plus grand que celui désiré par le conducteur (sur-virage), l'ESP freinera les roues extérieurs au virage afin de corriger la trajectoire. L'ESP se base sur le modèle bicyclette, à 2 degrés de liberté comme présenté en (2.1). Nous retrouvons la structure en cascade suivante pour l'ESP :

- Détection de perte de stabilité : calculs algébriques
- Action corrective de freinage : organes mécaniques

L'objectif du travail proposé concerne la partie détection de perte de stabilité du véhicule. En effet, les approches actuelles sont trop restrictives, peu robustes. Nous proposons ainsi une approche robuste et dépendante de la vitesse du véhicule. Le véhicule est alors modélisé par le modèle bicyclette, où les forces d'adhérence latérales sont considérées non linéaires. Plusieurs situations sont alors considérées : le cas où la conduite est normale, critique ou si le véhicule a perdu l'adhérence. La zone de conduite normale peut se traduire par des efforts latéraux linéaires. Ainsi, la différence entre le modèle linéaire du pneumatique et les données réelles du véhicule nous permettent de classifier la situation : normale ou critique. Cette différence est l'élément central de notre approche. Le problème est ainsi ré-écrit en un problème de détection de défauts, où le défaut se traduit par la différence entre le modèle nominal et le système réel. L'approche de détection de défauts choisie est une approche robuste et souple en terme d'implémentation [123].

Dans la littérature, on retrouve plusieurs approches de détection de défauts. Les approches basées sur des modèles sont les plus utilisées. On retrouve les méthodologies par redondance analytique dont celles inspirées de l'espace de parité [39, 23] qui sont les plus efficaces du fait de leur faible complexité d'implémentation. Il existe aussi des approches statistiques et géométriques [10, 22, 8] et des approches par observateur. Dernièrement, on remarque l'émergence de méthodes basées sur des processus d'optimisation, minimisant

les effets des incertitudes tout en maximisant l'effet des défauts, comme les approches \mathcal{H}_∞ résolues par inégalités matricielles (LMIs) [4, 51, 74]. Ces méthodes restent pour la plupart confinées aux systèmes à temps invariants (LTI). De nouvelles méthodes pour systèmes à paramètres variants (LPV) ont été développées dans [123, 45, 49, 128, 50].

L'approche proposée dans [123] est très adaptée au problème car elle permet une synthèse souple en fonction de la cible d'implémentation, et une synthèse simple.

2.2.2 Modélisation du véhicule

Le véhicule considéré est représenté sur la figure 2.5 :

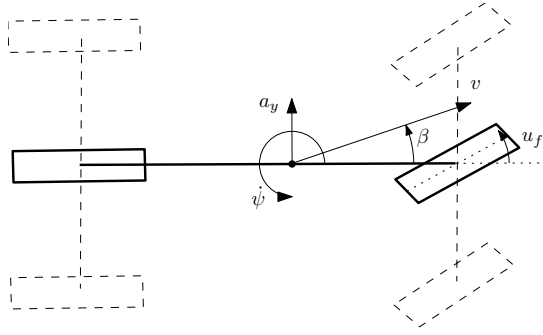


FIGURE 2.5 – Modélisation du véhicule

L'entrée de contrôle du véhicule est l'angle des roues u_f . Selon les capteurs présents sur le véhicule, on peut mesurer l'accélération latérale a_y par un accéléromètre, ou la vitesse de lacet $\dot{\psi}$ par un gyromètre. La vitesse du véhicule est dénotée v et forme un angle β – appelé angle de glissement – par rapport à l'axe longitudinal du véhicule.

Le modèle dynamique considéré propose la simplification du véhicule à 4 roues en un modèle à 2 roues, appelé modèle bicyclette. Il en découle les équations suivantes de la dynamique [3] :

$$\begin{aligned} mv(\dot{\beta} + \dot{\psi}) &= F_{yf} + F_{yr} \\ I_z \ddot{\psi} &= l_f F_{yf} - l_r F_{yr} \end{aligned} \quad (2.1)$$

où m représente la masse totale du véhicule, I_z son inertie autour de l'axe vertical, l_f et l_r représentant respectivement la distance entre le centre de gravité et l'essieu avant et respectivement l'arrière. Les forces F_{yf} et F_{yr} représentent les efforts latéraux des pneumatiques avant et arrières du véhicule. Leur modélisation sont proposées dans la section suivante.

Modélisation des forces latérales du véhicule

De nombreux modèles d'efforts latéraux de pneumatiques existent dans la littérature [98, 96, 56]. Parmi ces modèles, l'un des plus utilisés dans la communauté est le modèle de Pacejka où la force latérale F_y est donné en fonction de l'angle de dérive de la roue β_i (où i représente l'avant ($i = f$) ou l'arrière ($i = r$) du véhicule) par :

$$F_{yi} = D \sin \left[C \arctan \left(B\beta_i - E \left(B\beta_i - \arctan(B\beta_i) \right) \right) \right] \quad (2.2)$$

Ce modèle est basé sur des mesures expérimentales qui permettent d'affiner les paramètres B , C , D et E . La représentation graphique de ce modèle est présenté sur la figure 2.6.

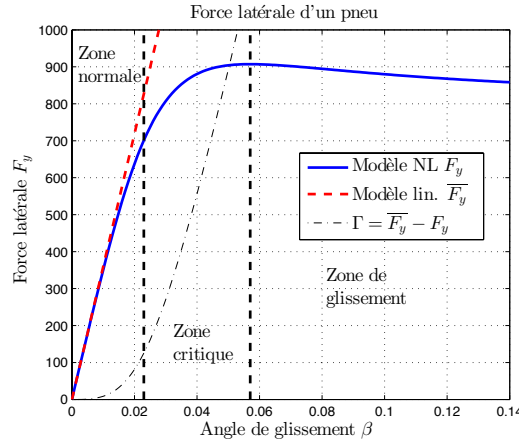


FIGURE 2.6 – Force latérale d'un pneu

D'après ce modèle non linéaire, on retrouve 3 zones de fonctionnement :

- zone normale : c'est la zone où l'adhérence du pneu est correcte. La caractéristique du pneu peut alors être considérée comme linéaire.
- zone critique : c'est la zone où l'adhérence devient limite. On est à la limite du glissement.
- zone de glissement : dans cette zone, le pneu glisse sur la chaussée.

Ainsi, en fonctionnement normal, l'expression des forces latérales $\overline{F_{yf}}$ et $\overline{F_{yr}}$ est donné en fonction des angles de glissement avant β_f et arrière β_r par :

$$\overline{F_{yf}} = c_f \beta_f \quad (2.3a)$$

$$\overline{F_{yr}} = c_r \beta_r \quad (2.3b)$$

avec :

$$\beta_f = u_f - \beta - \frac{l_f \dot{\psi}}{v} \quad (2.4a)$$

$$\beta_r = -\beta + \frac{l_r \dot{\psi}}{v} \quad (2.4b)$$

Afin de prendre en compte l'aspect non linéaire des pneus, les forces réelles $F_{yi,i=f,r}$ sont composées de la composante nominale (linéaire) et d'une composante non linéaire $\Gamma_{i,i=f,r}(\beta)$ de la forme :

$$F_{yf} = \overline{F_{yf}} + \Gamma_f(\beta) \quad (2.5a)$$

$$F_{yr} = \overline{F_{yr}} + \Gamma_r(\beta) \quad (2.5b)$$

En analysant la fonction $\Gamma(\beta)$, on remarque que sa dérivée est toujours positive sur l'intervalle considéré (figure 2.7). On constate que le modèle linéaire sur-évalue toujours la

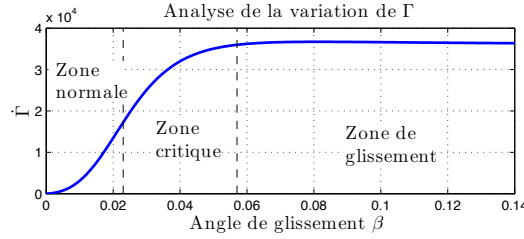


FIGURE 2.7 – Analyse de la variation de Γ

force latérale réelle. De plus, on remarque que dans la zone linéaire/normale, la différence entre les deux modèles reste faible, tandis que dans la zone critique, la différence est beaucoup plus significative.

Modélisation complète du véhicule

A partir du modèle donné en (2.1), et de la modélisation des forces en (2.4) et (2.5), la dynamique du véhicule est donnée par :

$$\begin{aligned} mv(\dot{\beta} + \dot{\psi}) &= c_f u_f - (c_r + c_f)\beta \\ &\quad + \frac{(c_r l_r - c_f l_f)}{v} \dot{\psi} + \Gamma_f + \Gamma_r \\ I_z \ddot{\psi} &= l_f c_f u_f - \frac{l_f^2 c_f - l_r^2 c_r}{v} \dot{\psi} \\ &\quad (l_r c_r + l_f c_f)\beta + l_f \Gamma_f - l_r \Gamma_r \end{aligned} \quad (2.6)$$

et peut s'écrire sous la représentation d'état suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{c_r + c_f}{mv} & \frac{c_r l_r - c_f l_f}{m v^2} - 1 \\ \frac{l_r c_r - l_f c_f}{I_z} & -\frac{l_f^2 c_f + l_r^2 c_r}{I_z v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{c_f}{l_f} \\ \frac{mv}{l_f} \end{bmatrix} u_f + \begin{bmatrix} \frac{1}{I_z} & \frac{1}{mv} \\ \frac{l_f}{I_z} & -\frac{l_r}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_f \\ \Gamma_r \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Variable	Valeur	Unité	Commentaires
g	9.80665	$m.s^{-2}$	Constante gravitationnelle
m	1621	kg	Masse du véhicule
l_f	1.15	m	distance du C.d.G. à l'essieu av.
l_r	1.38	m	distance du C.d.G. à l'essieu ar.
I_z	1975	$kg.m^2$	inertie autour de l'axe z
c_f	57117	$N.rad^{-1}$	rigidité de dérive essieu av.
c_r	81396	$N.rad^{-1}$	rigidité de dérive essieu ar.
v		$m.s^{-1}$	vitesse longitudinale
β		rad	angle de dérive
$\dot{\psi}(t)$		$rad.s^{-1}$	vitesse de lacet
u_f		rad	angle de la direction

TABLE 2.1 – Paramètres et données techniques du véhicule

On retrouve dans (2.7) la forme classique du modèle bicyclette, où apparaît les déviations Γ_i entre le modèle linéaire et non linéaire.

Le problème de détection de la situation critique peut maintenant se traduire par un problème de détection de défauts, où $\Gamma_{i,i=f,r}$ sont les défauts à détecter.

Remarquons que selon le caractère sur/sous-vireur du véhicule considéré, la détection de la situation critique peut se restreindre à la détection d'une seule composante de Γ_i . En effet, pour une voiture sous-(resp. sur)-vireuse, le train avant (resp. arrière) arrive en premier dans la zone critique. Ainsi, seule la composante qui décroche le plus facilement peut être étudiée. Cependant, la synthèse d'un détecteur global, détectant les deux cas permet de s'affranchir du type de véhicule en étant plus général.

Il est à noter que le modèle présenté dans (2.7) dépend de la vitesse. Ce système est alors discrétisé par une discrétisation rectangulaire [122], et réécrit sous la forme d'un système linéaire à paramètres variants :

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}_{k+1} &= \left(\begin{bmatrix} 1 & -T_d \\ T_d \frac{l_r c_r - l_f c_f}{I_z} & 1 \end{bmatrix} \right. \\
&\quad + \frac{1}{v_k} \begin{bmatrix} -T_d \frac{c_r + c_f}{m} & 0 \\ 0 & -T_d \frac{l_f^2 c_f + l_r^2 c_r}{I_z} \end{bmatrix} \\
&\quad \left. + \frac{1}{v_k^2} \begin{bmatrix} 0 & T_d \frac{c_r l_r - c_f l_f}{m} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}_k \\
&\quad + \left(\begin{bmatrix} 0 \\ T_d \frac{l_f c_f}{I_z} \end{bmatrix} + \frac{1}{v_k} \begin{bmatrix} T_d \frac{c_f}{m} \\ 0 \end{bmatrix} \right) u_f + \begin{bmatrix} \frac{T_d}{mv} & \frac{T_d}{mv} \\ T_d \frac{l_f}{I_z} & -T_d \frac{l_r}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_f \\ \Gamma_r \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.8}$$

où $\rho_{1k} \triangleq \frac{1}{v_k}$, $\rho_{2k} \triangleq \frac{1}{v_k^2}$ sont les paramètres variants et T_d est la période d'échantillonnage choisie.

Sur le véhicule réel, les mesures y_k sont effectuées par un gyromètre mesurant la vitesse de lacet :

$$y_k \triangleq \dot{\psi}_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}_k \quad (2.9)$$

2.2.3 Détection de défauts

La méthodologie de détection de défauts utilisée est inspirée de [123]. L'approche proposée repose sur la méthodologie de l'espace de parité comme proposée dans [39]. L'objectif est de réécrire le système LPV en une combinaison linéaire de systèmes LTI incertains dont l'incertitude dépend du/des paramètres variants. L'intérêt de cette approche réside dans le fait qu'elle est relativement simple en terme de synthèse et souple d'implémentation.

Principe de l'approche

L'objectif de la méthode proposée est d'outre-passer la complexité résultante des paramètres variants du système. Le système LPV est alors réécrit comme la combinaison commutée de sous-systèmes LTI incertains, en fonction des paramètres variants. L'incertitude concerne la zone de variation entre les différents sous-systèmes. Par exemple, comme

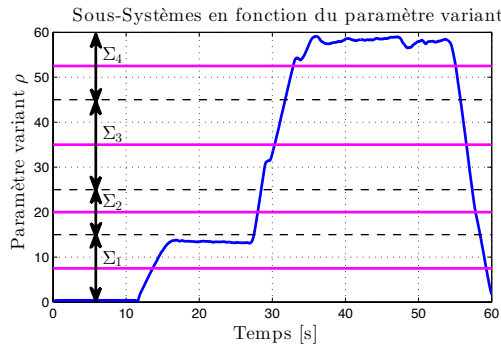


FIGURE 2.8 – Principe de l'approche

illustré sur la figure 2.8, le système dépendant du paramètre variant ρ est réécrit comme la combinaison de 4 sous-systèmes LTI incertains, fonctions de la valeur du paramètre variant ρ . Chaque sous-système pouvant avoir sa propre région de validité.

Le système LPV Σ_{LPV} s'écrit alors :

$$\Sigma_{LPV} = \prod_{i=1}^4 \mu_i(\rho) \Sigma_{i_{LTI \text{ incertain}}} \quad (2.10)$$

où

$$\mu_i(\rho) = \begin{cases} 1 & \text{si } \rho \in [\underline{\rho}_i, \bar{\rho}_i] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.11)$$

Chaque sous-système LTI est considéré comme étant incertain où l'incertitude représente la variation du paramètre variant dans la zone.

En fonction de chaque sous-système, un résidu robuste pour la variation des paramètres variants est synthétisé. Le résidu final est la combinaison commutée des différents résidus obtenus.

Détection de défauts pour systèmes incertains

Dans cette étude, il est considéré la forme incertaine affine, dont le modèle est présenté en (2.12) :

$$\Sigma_i : \begin{cases} x(k+1) = \bar{A}x(k) + Bu(k) + B_d d(k) + B_f f(k) \\ y(k) = \bar{C}x(k) + Du(k) + D_d d(k) + D_f f(k) \end{cases} \quad (2.12)$$

où les matrices barrées \bar{X} représentent des matrices incertaines, $x \in \mathbb{R}^n$ l'état du système, $y \in \mathbb{R}^m$ les sorties, $u \in \mathbb{R}^l$ les entrées, $d \in \mathbb{R}^d$ les entrées inconnues et $f \in \mathbb{R}^f$ les défauts.

Les matrices incertaines sont considérées sous la forme affine :

$$\bar{X} = X_0 + \sum_{i=1}^N \widetilde{X}_i \delta_i = X_0 + \underbrace{\begin{bmatrix} \widetilde{X}_1 & \widetilde{X}_2 & \cdots & \widetilde{X}_N \end{bmatrix}}_{\widetilde{X}} \underbrace{\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_N \end{bmatrix}}_{\delta} \quad (2.13)$$

où X_0 représente la partie nominale de la matrice, \widetilde{X}_i sont des matrices connues et δ_i des scalaires inconnus.

Le système (2.12) peut se réécrire sous la forme :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_0 x(k) + \widetilde{A} \widetilde{\delta} x(k) + Bu(k) \\ &\quad + B_d d(k) + B_f f(k) \\ y(k) &= C_0 x(k) + \widetilde{C} \widetilde{\delta} x(k) + Du(k) \\ &\quad + D_d d(k) + D_f f(k) \end{aligned} \quad (2.14)$$

En appliquant la méthodologie de l'espace de parité, les sorties y sont exprimées sur

un horizon d'intégration s . On obtient l'expression suivante :

$$\begin{aligned} Y_s(k) - H_{us}U_s(k) &= H_{os}x(k) + \sum_i \left(\zeta(i) \tilde{H}_{os,i} \right) x(k) \\ &\quad + \sum_i \left(\zeta(i) \tilde{H}_{us,i} \right) U_s(k) + H_{ds}U_{ds}(k) \\ &\quad + \sum_i \left(\zeta(i) \tilde{H}_{ds,i} \right) U_s(k) + H_{fs}F_s(k) \end{aligned} \quad (2.15)$$

où ζ est construit à partir de δ , des puissances de ses éléments et des différents produits induits :

$$\zeta = [\delta_1 \quad \cdots \quad \delta_N \quad \delta_1\delta_2 \quad \cdots \quad \delta_1^p \quad \cdots \quad \delta_N^{s+1}]$$

Les matrices et vecteurs de (2.15) sont de la forme :

$$\begin{aligned} Y_s &= \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k+1) \\ \vdots \\ y(k+s) \end{bmatrix}, \quad U_s = \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ \vdots \\ u(k+s) \end{bmatrix}, \quad H_{os} = \begin{bmatrix} C_0 \\ C_0A_0 \\ \vdots \\ C_0A_0^{s-1} \end{bmatrix}, \\ H_{us} &= \begin{bmatrix} D & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ C_0B & D & 0 & \cdots & 0 \\ C_0A_0B & C_0B & D & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ C_0A_0^{s-1}B & C_0A_0^{s-2}B & \cdots & C_0B & D \end{bmatrix}. \\ H_{fs} &= \text{diag}(D_f, \cdots, D_f). \end{aligned}$$

L'approche triviale de l'espace de parité consisterait à trouver une matrice de parité W de manière à être orthogonale à la matrice H_{os} , ainsi qu'à toutes les matrices relatives aux incertitudes $W^T \begin{bmatrix} H_{os} & \tilde{H}_{os} & \tilde{H}_{us} & H_{ds} & \tilde{H}_{ds} \end{bmatrix} = 0$. Cependant, l'existence d'une telle matrice est loin d'être garantie du fait de la taille des autres matrices.

En conséquence, un découplage parfait du résidu vis à vis des incertitudes n'est pas possible. L'objectif est de rechercher le sous espace optimum au sens du critère d'optimisation présenté en (2.17). Lequel donne alors une matrice W "non-parfaite", solution du problème.

Synthèse de la matrice de parité

L'objectif est de synthétiser une matrice W de manière à obtenir un résidu construit à partir des données mesurables du système :

$$r(k) = W^T(Y_s(k) - H_{us}U_s(k)) \quad (2.16)$$

tout en garantissant que ce résidu r soit le plus sensible possible aux défauts f et insensible aux incertitudes δ_i ainsi qu'aux entrées inconnues d . Le problème se réécrit sous la forme d'un problème d'optimisation (système (2.17)), où la contrainte $W^T H_{os}$ est conservée afin de garantir un résultat optimal vis à vis du système nominal :

$$\text{trouver } W \text{ tel que : } \begin{cases} W^T H_{os} = 0 \\ \max_W \|W^T H_{fs}\|^2 \\ \min_W \|W^T \tilde{H}_{os}\|^2 \\ \min_W \|W^T \tilde{H}_{us}\|^2 \\ \min_W \|W^T H_{ds}\|^2 \\ \min_W \|W^T \tilde{H}_{ds}\|^2 \end{cases} \quad (2.17)$$

qui peut être réécrit sous la forme du problème d'optimisation suivant :

$$\mathcal{P}_1 : \begin{cases} W^T H_{os} = 0 \\ \min_W \frac{\|W^T G\|^2}{\|W^T H_{fs}\|^2} \end{cases} \quad (2.18)$$

où $G = \begin{bmatrix} \tilde{H}_{os} & \tilde{H}_{us} & H_{ds} & \tilde{H}_{ds} \end{bmatrix}$.

On peut remarquer que ce problème d'optimisation est un problème avec contrainte, donc difficile à résoudre. Cependant, avec quelques manipulations algébriques, ce problème peut se réécrire sous la forme d'un problème d'optimisation sans contrainte. Pour ce faire, réécrivons la matrice H_{os} sous la forme :

$$H_{os} = \begin{bmatrix} H_{os1} \\ H_{os2} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

où la matrice H_{os1} est régulière, et donc inversible.

Ainsi, en définissant la matrice $W^T = [W_1^T \ W_2^T]^T$, la contrainte $W^T H_{os} = 0$ peut être explicitée par :

$$\begin{aligned} W^T H_{os} = 0 & \Leftrightarrow [W_1^T \ W_2^T] \begin{bmatrix} H_{os1} \\ H_{os2} \end{bmatrix} = 0 \\ & \Leftrightarrow W_1^T H_{os1} + W_2^T H_{os2} = 0 \\ & \Leftrightarrow W_1^T H_{os1} = -W_2^T H_{os2} \\ & \Leftrightarrow W_1^T = -W_2^T H_{os2} H_{os1}^{-1} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Ainsi, W devient :

$$\begin{aligned}
 W^T &= [W_1^T \quad W_2^T]^T \\
 &= [-W_2^T H_{os2} H_{os1}^{-1} \quad W_2^T] \\
 &= W_2^T \underbrace{[-H_{os2} H_{os1}^{-1} \quad \mathbb{I}_q]}_P \\
 W^T &= W_2^T P
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

Finalement, pour garantir la contrainte, la matrice W est contrainte par P . Le précédent problème d'optimisation avec contrainte (2.18) selon la variable W est réécrit comme un problème d'optimisation sans contrainte selon la variable W_2 :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{P}_1 : \min_{W_2} & \frac{\|W_2^T P G\|^2}{\|W_2^T P H_{fs}\|^2} \\
 &= \min_{W_2} \frac{W_2^T \Gamma_1 W_2}{W_2^T \Gamma_2 W_2}
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

où Γ_1 et Γ_2 sont des matrices symétriques définies par : $\Gamma_1 = P G G^T P^T$ et $\Gamma_2 = P H_{fs} H_{fs}^T P^T$.

Avec la réécriture de W comme dans (2.21), la solution de (2.22) satisfait la contrainte $W^T H_{os}$ par construction. Ainsi, elle ne fait plus partie du problème.

Le théorème 2.2.1 permet finalement de résoudre le problème d'optimisation :

Théorème 2.2.1 *Selon un problème d'optimisation de la forme :*

$$\gamma^* = \min_X \frac{X^T A X}{X^T B X} \tag{2.23}$$

où A et B sont des matrices symétriques, le minimum γ^* correspondant au critère (2.23) est atteint par X^* tel que :

$$X^* = \vartheta_{\lambda_q(A,B)} \tag{2.24}$$

où $\lambda_q(A, B)$ représente la plus petite valeur singulière généralisée de la paire (A, B) , et $\vartheta_{\lambda_q(A,B)}$ son vecteur propre associé. Le minimum γ^* est ainsi donné par $\gamma^* = \lambda_q(A, B)$. \circ

La preuve est donnée dans [123].

A l'aide du Théorème 2.2.1, le problème d'optimisation \mathcal{P}_1 (2.22) est résolu par :

$$\mathcal{P}_1 : W_2^T = \vartheta_{\lambda_q(\Gamma_1, \Gamma_2)} \tag{2.25}$$

Il est alors aisé de retrouver la matrice de parité W grâce à l'équation (2.21).

2.2.4 Validation expérimentale

Afin de mettre en avant la théorie précédente, une campagne d'essais a été menée dans le cadre du projet ANR/INOVE. Le laboratoire MIPS, partenaire de ce projet, possède un véhicule équipé de différents capteurs, illustré sur la figure 2.9.

Scénario de test

Afin de valider l'approche proposée, le véhicule est soumis au test de l'Elan pour différentes vitesses : 30,60 puis 90 km.h^{-1} . Le test de l'Elan est une manœuvre d'évitement qui permet d'évaluer la tenue de route d'un véhicule automobile. La route est composée premièrement d'un virage sur la gauche, puis du test de l'Elan.



(a) Test 60 km.h^{-1}

(b) Test 90 km.h^{-1}

FIGURE 2.9 – Validation expérimentale à 60 et 90 km.h^{-1}

Le test est toujours validé, excepté à 90 km.h^{-1} où la voiture sort de la voie et part en tête à queue.

Détection de la situation critique

Le modèle présenté en (2.8) est utilisé afin de synthétiser les résidus. Le modèle possède deux paramètres variants $\rho_1 = \frac{1}{v}$ et $\rho_2 = \frac{1}{v^2} = \rho_1^2$, dépendant de la vitesse du véhicule.

En fonction de la vitesse du véhicule, plusieurs résidus sont synthétisés. Les résidus sont générés pour des vitesses nominales v_{0i} tous les 10 km.h^{-1} , avec des variations δ_v de $\pm 5 \text{ km.h}^{-1}$. Le paramètre variant ρ_1 s'écrit alors ainsi :

$$\rho_{1k} = \frac{1}{v_k} = \frac{1}{v_0 + \delta_v}$$

En faisant une approximation de Taylor au premier ordre, on peut ré-écrire le paramètre variant sous la forme :

$$\rho_{1k} \simeq \frac{1}{v_0} - \frac{\delta_v}{v_0^2} \quad (2.26)$$

A partir du système LPV discret présenté en (2.8), 9 sous-systèmes ont été considérés pour le synthèse des résidus en utilisant l'approximation du paramètre variant de (2.26) :

Σ_{LTI}	v_0	Σ_{LTI}	v_0
Σ_{LTI1}	10 km.h^{-1}	Σ_{LTI6}	60 km.h^{-1}
Σ_{LTI2}	20 km.h^{-1}	Σ_{LTI7}	70 km.h^{-1}
Σ_{LTI3}	30 km.h^{-1}	Σ_{LTI8}	80 km.h^{-1}
Σ_{LTI4}	40 km.h^{-1}	Σ_{LTI9}	90 km.h^{-1}
Σ_{LTI5}	50 km.h^{-1}		

Remark Dans cette application pratique, les ressources informatiques nous permettent d'utiliser une grande capacité de calcul. Ainsi, plusieurs sous-systèmes ont été considérés, et une faible variation des paramètres variants a été considéré. Cependant, selon le type de cible, le nombre de sous-systèmes peut être diminué afin de réduire les temps de calculs en augmentant la variation δ_v .

La composition des différents résidus est effectuée en réalisant une combinaison commutée des résidus, en fonction de la vitesse (figure 2.10).

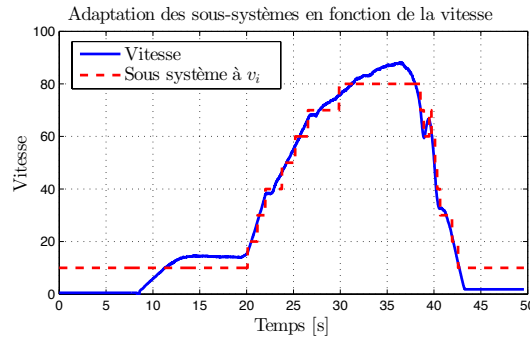
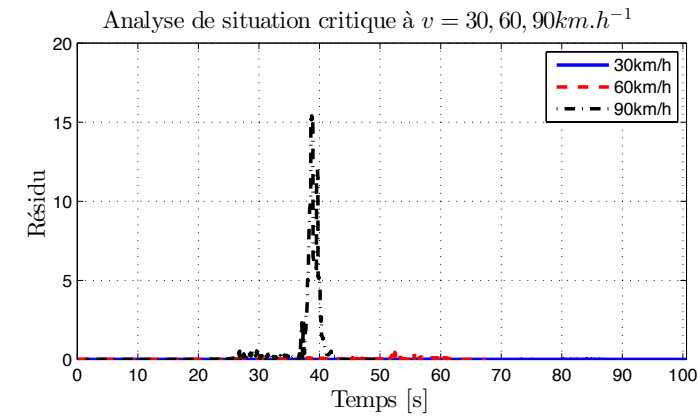
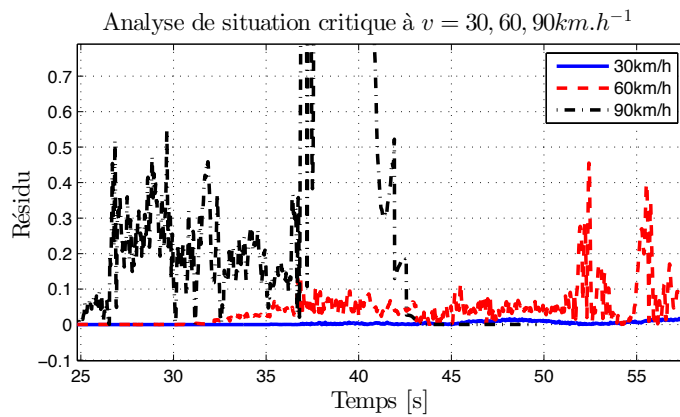


FIGURE 2.10 – Adaptation selon la vitesse

Le résidu est appliqué sur les données du véhicule, pour les 3 vitesses (figures 2.11).



(a) Analyse des situations critiques



(b) Zoom sur les résidus

FIGURE 2.11 – Analyse des situations critiques

On observe que lorsque le véhicule reste en situation normale (30 et 60 $km.h^{-1}$), le résidu reste faible (figure 2.11). Cependant, dès que la situation devient critique (à 90 $km.h^{-1}$), le résidu devient très grand et notamment lors de la perte de stabilité du véhicule. On observe ainsi à $t = 37s$ que le résidu dévie beaucoup signifiant la sortie de route du véhicule.

Chapitre 3

L'automatique de mon point de vue

3.1 La structure de commande : un vrai choix

L'automatique couvre un champ très large des connaissances, des points de vue, des méthodes, voire des habitudes pour commander et/ou observer un système. En parlant d'automatique les ingénieurs pensent souvent au correcteur PID (correcteur à action proportionnelle, intégrale et dérivée). Certains continuent encore à comparer la complexité et la performance de leurs solutions vis-à-vis de ce fameux PID. Le grand secret de la réussite du PID est en effet sa structure. D'un point de vue plus moderne, dit-on, il s'agit en effet d'un correcteur par retour d'état (e.g. position et vitesse) avec une compensation de perturbations (en utilisant le principe de modèle interne et en supposant des perturbations constantes ou des basses fréquences). De ce point de vue, le correcteur PID possède une structure intéressante. Le PID est capable de stabiliser un système de deuxième ordre ou potentiellement un système plus complexe, en utilisant un modèle d'ordre réduit par exemple. Il peut être synthétisé en utilisant une synthèse par placement de pôles, optimale de type LQR (Régulateur Linéaire Quadratique) ou une synthèse robuste de type H_∞ .

En général, une solution de contrôle-commande est retenue lorsque on arrive à prouver ses qualités stabilisantes mais surtout ses bonnes performances. En termes de stabilité (robuste) nous pouvons dire qu'il s'agit de prouver que le système contrôlé reste stable en présence de perturbations (la consigne est incluse), des incertitudes paramétriques, et parfois même en présence de défaillances.

Analytiquement, nous pouvons prouver la stabilité d'un système, si on arrive à trouver une fonction de Lyapunov qui vérifie un certain nombre de conditions. Pour un système linéaire (et invariant dans le temps) la tâche est en général très simple. Pour les systèmes non-linéaires tout dépend de la classe de systèmes car le terme "non-linéaire" veut dire simplement "tout système qui n'est pas linéaire". Ici, nous allons nous concentrer dans une classe de systèmes. Il s'agit de systèmes linéaires à paramètres variants. Il y a des nombreux cas d'études qui montrent comment on peut passer d'une certaine classe de système non-

linéaire à un "simple" système linéaire à paramètres variants (LPV) [7]. De la même façon que le PID, un correcteur de type LPV possède une structure intéressante faisant la tâche d'analyse ou de synthèse de lois de commande beaucoup plus simple. Dans la plupart des cas, un correcteur LPV peut prendre une forme polytopique (dit LPV-polytopique), ce qui permettra d'utiliser des approches géométriques pour la synthèse et/ou pour l'analyse. En plus, un système à commutations (switched system) peut être modélisé comme étant un système LPV de type polytopique avec un paramètre de séquençement qui peut changer de façon abrupte. Ainsi, des changements abrupts du modèle (par exemple pendant une défaillance capteur ou actionneur), des changements du point de fonctionnement d'un système linéarisé, des incertitudes paramétriques d'un système linéaire, et d'autres cas similaires peuvent être pris en compte dans un modèle de type LPV polytopique.

Un premier point fort des LPV est donc la facilité à recouvrir un nombre important des phénomènes "non-linéaires" (les commutations par exemple). En général, ça dépend de l'agilité de l'ingénieur à réécrire un modèle complexe sous forme LPV.

Deuxième point fort, il existe un nombre important de résultats qui nous permet de démontrer la stabilité d'un système LPV. Des tests basés sur la solution de LMIs sont largement disponibles dans la littérature.

Troisième point fort, la synthèse des correcteurs peut être mise en oeuvre de façon complètement systématique. Dans certains cas, où le paramètre de séquençement n'est pas complètement exogène, on l'utilise pour obtenir un certain comportement (par exemple pour poursuivre une certaine performance sans affecter la stabilité, voire le respect des contraintes).

D'autres points forts peuvent venir compléter cette discussion, mais nous nous concentrerons sur deux types de cas :

1. La synthèse de correcteurs LPV facilitée par l'utilisation des approches polytopiques donnant une synthèse relativement facile et systématique.
2. La possibilité d'utiliser la structure LPV dans la forme de paramétrisation Youla-Kucera ce qui permet d'adapter un paramètre du correcteur sans affecter la stabilité du système de contrôle.

Il est clair que le paramètre de séquençement doit rester borné pour assurer la stabilité du système LPV. Ce qui explique pourquoi cette hypothèse est incontournable. Certains travaux se concentrent à prouver la stabilité de ce paramètre quand il n'est pas complètement exogène, par exemple dans le cas où on utilise un algorithme d'adaptation paramétrique (PAA) pour adapter le paramètre de séquençement (un exemple est le rejet de perturbations bande étroite [76]). Des exemples de ce type de problèmes sont proposés dans les thèses de Jennifer ZARATE-FLOREZ (Soutenue en 2012) et Marouane Alma (Soutenue en 2011). Dans le cas où le paramètre de séquençement est fonction de l'état (on l'appellera système quasi-LPV) on devra s'assurer que ce paramètre de séquençement reste borné, en imposant par exemple des conditions initiales de l'état dans un domaine

admissible. Il faudra néanmoins s'assurer aussi que les trajectoires de l'état restent dans cet ensemble admissible (l'existence d'un ensemble invariant des trajectoires à l'intérieur d'ensemble admissible peut aider à garantir qu'il restera toujours borné).

Un correcteur LPV bien conçu permet d'assurer la stabilité malgré les variations du paramètre de séquençement (en restant bien sûr toujours dans le domaine prévu lors de la synthèse des lois de commande). Ainsi, une bonne partie de la performance, voire la totalité, peut être donc assurée par le paramètre de séquençement. Nous allons illustrer ce dernier point en utilisant la paramétrisation de Youla-Kucera.

3.2 Le paramètre Youla-Kucera

Avant d'aborder le paramètre Youla-Kucera, il faudra parler des observateurs d'états étendus. En effet, lorsqu'on est confronté à l'estimation d'une perturbation (voire une défaillance), on peut concevoir un système d'estimation qui prend en compte la nature d'une telle perturbation. Prenons par exemple le système perturbé ci-dessous :

$$\begin{aligned} x^+ &= Ax + Bu + Ew \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (3.1)$$

où w est une perturbation exogène et u la commande. On pourra toujours atténuer l'impact de cette perturbation "inconnue" (et non-mesurable) par une synthèse robuste de la commande. Néanmoins, si l'information par rapport à la nature de la perturbation est disponible, on pourra construire un système de commande qui rejettera "parfaitement" la perturbation. Construisons un système étendu qui inclut un modèle de la perturbation, c'est-à-dire

$$\begin{aligned} x^+ &= Ax + Bu + Ew \\ w^+ &= A_w w \end{aligned} \quad (3.2)$$

La matrice A_w reflète la nature de la perturbation. Par exemple, si on cherche à rejeter une perturbation constante (ou constante par morceaux) on devra prendre $A_w = 1$. Si la perturbation est plus complexe, par exemple une perturbation sinusoïdale pure et non amortie, on devra prendre A_w une matrice possédant une paire de pôles complexes conjugués situés sur le cercle unitaire. Dans ce cas précis, les pôles (valeurs propres) de A_w seront :

$$z^* = \exp(\pm j\omega_d T_s) \quad (3.3)$$

pour une perturbation sinusoïdale de pulsation ω_d (rad/s) et une période d'échantillonnage de T_s secondes.

Une loi de commande de la forme *observateur augmenté* (état étendu défini par $x_e := [x \ w]^T$) avec un *retour d'état* pourrait être mise en oeuvre comme suit :

$$\begin{aligned} \hat{x}_e^+ &= A_e \hat{x}_e + B_e u + L_e (y - \hat{y}) \\ u &= -K_e \hat{x}_e \end{aligned} \quad (3.4)$$

où L_e correspond au gain de l'observateur (un gain du Kalman par exemple) qui assure la stabilité et la performance de l'estimateur. Les matrices A_e , B_e correspondent aux matrices étendues décrivant le système (3.2). Les symboles y et \hat{y} correspondent aux mesures disponibles et leurs estimées respectivement ($\hat{y} = C\hat{x}$ par exemple). La commande pourra être assurée par un retour d'état (optimale par exemple) de la forme $u = -K_e x_e$, avec K_e une matrice qui assure la stabilité du système commandé. La commande par retour d'état avec action intégrale est un exemple. Le PID est donc un cas particulier, où l'erreur $y - y_{ref}$ (avec y_{ref} une consigne) est utilisée à la place de $y - \hat{y}$ dû au fait qu'il n'y a pas d'observateur disponible et que l'objectif du correcteur est seulement de minimiser l'erreur de suivi de consigne.

Remarquons que dans la structure de commande (3.4) la seule information requise est la pulsation ω_d de la perturbation (en plus de la disponibilité d'un modèle du système, bien sûr). La structure de la commande est illustrée dans la figure 3.1a sous la forme d'un système LPV. Remarquons que la stabilité du correcteur (nécessaire dans certains systèmes embarqués) dépendra forcément du modèle de la perturbation. En plus, cette structure de commande n'est pas recommandée lorsqu'on cherche à adapter la commande pour faire face à une perturbation inconnue (pulsation ω_d inconnue). Imaginons par exemple, construire une matrice $A_w(\theta)$, avec θ un paramètre de séquençement (la vitesse de lecture du Blu-ray Disc par exemple), il faudra garantir que le paramètre θ est mesuré et qu'il reste borné. L'imprécision de la mesure de θ réduira la performance souhaitée car les valeurs propres de la matrice $A_w(\theta)$ dépendront directement de θ , autrement dit, le rejet parfait n'est pas garanti.

Nous sommes maintenant intéressés par une structure de commande plus souple qui pourrait nous permettre l'adaptation du correcteur sans affecter la stabilité et qui pourrait garantir la performance souhaitée malgré les erreurs de mesure.

Une autre façon d'écrire le correcteur est la forme Observateur avec retour d'état et paramètre de *Youla-Kucera*. La figure 3.1b illustre cette structure de commande. Il s'agit donc de concevoir le correcteur en deux étapes indépendantes. D'abord, on construit un observateur d'état et un retour d'état "classique" pour le système non-perturbé, puis, on construit le paramètre de *Youla-Kucera* qui devra inclure le modèle de la perturbation (connu comme le Principe du Modèle Interne). Pour simplicité, nous prenons ici le paramètre de Youla $Q(z)$ comme étant un polynôme fonction de la variable complexe z . Le correcteur complet prendra la forme suivante :

$$\begin{aligned}\hat{x}^+ &= A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y}) \\ u &= -K\hat{x} + v\end{aligned}\tag{3.5}$$

où le terme de correction supplémentaire v sera

$$v = Q(z)[y - \hat{y}]\tag{3.6}$$

Ainsi, en calculant le système obtenu en boucle fermée (système (3.1) avec (3.5)), nous

avons :

$$\begin{aligned} x^+ &= (A - BK)x + Bv + Ew \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (3.7)$$

La fonction de transfert décrivant la sortie y par rapport à la perturbation w , nommée $S_{yw}(z)$, est obtenue en appliquant la commande nominale au système. Cette fonction de transfert est donnée par

$$S_{yw}(z) := \frac{N_{yw}(z)}{P(z)} \quad (3.8)$$

avec $P(z)$ le polynôme caractéristique obtenu en boucle fermée.

Par ailleurs, la fonction de transfert y par rapport à l'entrée v , nommée $S_{yv}(z)$, sera

$$S_{yv}(z) := \frac{N_{yv}(z)}{P(z)} \quad (3.9)$$

On s'intéresse au rejet d'une perturbation w sur la sortie y . Cette sortie peut s'écrire comme suit :

$$y = S_{yw}(z)w + S_{yv}(z)v \quad (3.10)$$

La variable v peut être écrite en fonction du signal de perturbation w . En définissant l'erreur d'estimation comme $\tilde{x} := x - \hat{x}$, sa dynamique sera égale à

$$\tilde{x}^+ = (A - LC)\tilde{x} + Ew \quad (3.11)$$

donc, la fonction de transfert décrivant l'erreur d'estimation $y - \hat{y} = C\tilde{x}$ par rapport à la perturbation w sera :

$$S_o(z) := C[Iz - (A - LC)]^{-1}E = \frac{N_o(z)}{D_o(z)} \quad (3.12)$$

Ainsi, la variable v en (3.6) peut s'écrire comme suit :

$$v = Q(z)S_o(z)w \quad (3.13)$$

En remplaçant (3.13) dans (3.10) nous avons

$$y = [S_{yw}(z) + S_{yv}(z)Q(z)S_o(z)]w \quad (3.14)$$

et donc à la pulsation ω_d (pulsation de la perturbation) nous souhaitons

$$S_{yw}(z) + S_{yv}(z)Q(z)S_o(z) = 0 \quad (3.15)$$

Cette condition est très difficile à assurer. Une minimisation du côté gauche est parfois pratiquée mais dans ce cas le rejet parfait n'est pas assuré. Néanmoins, en utilisant le

modèle de la perturbation $w = \frac{N_p(z)}{D_p(z)}\delta(0)$ (avec $\delta(0)$ un delta Dirac à l'instant initial $k = 0$ et $D_p(z)$ le polynôme modélisant la perturbation dont les pôles de $D_p(z)$ égale aux valeurs propres de A_w en (3.2)), nous pouvons écrire (3.14) sous la forme :

$$y = \left[\frac{N_{yw}(z)}{P(z)} + \frac{N_{yv}(z)}{P(z)} \frac{N_o(z)}{D_o(z)} Q(z) \right] \underbrace{\frac{N_p(z)}{D_p(z)}}_w \delta(0) \quad (3.16)$$

Remarquons qu'il sera possible de rejeter la perturbation si on trouve un polynôme $Q(z)$ tel que l'équation de **Bezout** suivante soit satisfaite :

$$D_o(z)N_{yw}(z) + N_{yv}(z)N_o(z)Q(z) = N'(z)D_p(z) \quad (3.17)$$

où les seules polynômes inconnus sont $Q(z)$ et $N'(z)$ (le polynôme $N'(z)$ est un polynôme auxiliaire qui permet de garantir que les deux côtés de l'égalité soient du même ordre). La solution permettra d'écrire l'équation (3.16) sous la forme :

$$y = \left[\frac{N'(z)D_p(z)}{P(z)D_o(z)} \right] \frac{N_p(z)}{D_p(z)} \delta(0) = \left[\frac{N'(z)}{P(z)D_o(z)} \right] N_p(z) \delta(0) \quad (3.18)$$

Ainsi, y tend asymptotiquement vers zero car les polynômes $P(z)$ et $D_o(z)$ (associés à la commande par retour d'état et à l'observateur) possèdent des pôles à l'intérieur du cercle unitaire.

En pratique, les équations précédentes sont résolues avec des polynômes en z^{-1} . Ainsi, le paramètre de Youla-Kucera est en réalité un filtre FIR de la forme :

$$Q(z^{-1}) = \theta_0 + \theta_1 z^{-1} + \dots + \theta_{n_Q} z^{-n_Q} \quad (3.19)$$

Le correcteur (3.5) est alors en réalité un correcteur de type LPV avec un paramètre de séquençement $\theta := [\theta_0 \ \theta_1 \ \dots \ \theta_{n_Q}]^T$. Ce paramètre est fonction de la pulsation de la perturbation ω_d à travers le polynôme D_p en résolvant l'équation de Bezout (3.17).

3.3 Adaptation du paramètre de Youla-Kucera

Dans le cas où la pulsation ω_d de la perturbation est inconnue, on peut utiliser un algorithme d'adaptation paramétrique (PAA) pour estimer le paramètre $Q(z)$ (i.e. les coefficients θ_i , $i = \{1, \dots, n_Q\}$). Remarquons qu'à tout instant k , le signal v en (3.135), c'est-à-dire

$$v(k) = Q(z^{-1})S_o(z^{-1})w(k) \quad (3.20)$$

peut s'écrire comme suit :

$$v(k) = \theta^T \phi(k) \quad (3.21)$$

avec

$$\theta := \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_{n_Q} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \phi(k) := \begin{bmatrix} 1 \\ q^{-1} \\ \vdots \\ q^{-n_Q} \end{bmatrix} S_o(q^{-1})w(k) \quad (3.22)$$

A partir de maintenant, on notera v le signal *idéal* permettant de rejeter la perturbation avec le paramètre θ *idéal*. Le paramètre estimé à l'instant k sera donc noté $\hat{\theta}(k)$ et on définit le signal à appliquer $\hat{v}(k) := \hat{\theta}^T \phi(k)$.

Remarquons que l'on pourra utiliser l'équation $y - \hat{y} = S_o w$ et l'équation de Bezout (3.17) pour construire un signal d'erreur de prédiction *a priori*, noté \hat{e} . C'est-à-dire

$$\hat{e} := S_{yw}(z)[y - \hat{y}] + S_{yv}(z)S_o \hat{v} \quad (3.23)$$

équivalente à

$$\begin{aligned} \hat{e} &= S_{yw}(z)S_o(z)w + S_{yv}(z)S_o \hat{v} \\ &= -S_{yv}(z)S_o(z)v + \frac{N'(z)D_p(z)S_o(z)}{P(z)D_o}w + S_{yv}(z)S_o \hat{v} \\ &= -S_{yv}(z)S_o(z)[v - \hat{v}] \\ &= -S_{yv}(z)S_o(z)[\theta^T \phi(k) - \hat{\theta}^T(k)\phi(k)] \\ &= -S_{yv}(z)S_o(z)[\theta^T - \hat{\theta}^T(k)]\phi(k) \end{aligned} \quad (3.24)$$

En définissant $\phi_f(k) := -S_{yv}(z)S_o(z)\phi(k)$ nous avons :

$$\hat{e}(k) = [\theta^T - \hat{\theta}^T(k)]\phi_f(k) \quad (3.25)$$

Les équations (3.23) et (3.25) sont donc équivalentes. L'équation (3.23) est réellement implémentée tandis que l'équation (3.25) nous permet simplement de s'assurer que la minimisation de (3.23) implique la minimisation de l'erreur d'estimation de θ (i.e. $[\theta^T - \hat{\theta}^T(k)]$ pour un $\phi(k)$ différent de zero). Remarquons de plus, que si la perturbation w est persistante, nous avons alors un signal $\phi(k)$ toujours différent de zero.

Ainsi, pour estimer $\hat{\theta}(k)$ à chaque instant, sur l'hypothèse que le paramètre θ est constant, on devra chercher à minimiser l'erreur \hat{e} en mettant en ouvre l'équation récursive suivante :

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + L(k)\hat{e}(k) \quad (3.26)$$

où $L(k)$ doit être une matrice permettant de garantir la convergence de (3.26). Un gain de Kalman $L(k)$, issu d'une solution récursive de l'équation de Riccati correspondante, est souvent utilisé. Ce point sera discuté dans la section suivante.

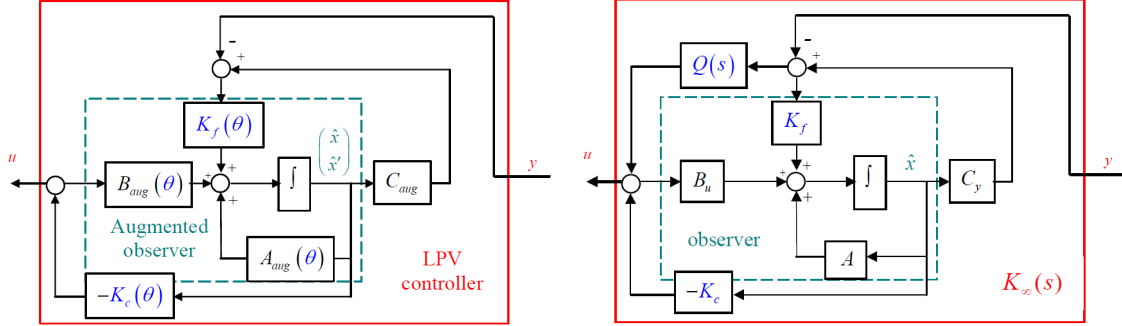


FIGURE 3.1 – Correcteur écrit sous la forme "Observateur augmenté" (Berriri et. al 2006) et correcteur écrit sous la forme "retour d'état-observateur + paramètre de Youla-Kucera stable" [12, 6].

3.4 La version recursive de l'équation de Riccati

Lors de la synthèse de lois de commande (ou parfois simplement pour l'analyse du système) on doit résoudre des équations de Riccati associées aux correcteurs (observateur et retour d'état) ou résoudre des expressions équivalentes sous forme d'Inégalités Matricielles Linéaires¹ (LMI). Ces équations cherchent donc à assurer que la solution (si elle existe) stabilise le système tout est garantissant la minimisation d'une fonction de coût (souvent quadratique). Ainsi, toute loi de commande (même un PID) qui stabilise un système donné, minimise une fonction de coût. Cette fonction de coût est parfois inconnue, mais on pourra facilement faire le lien et le parallèle avec une fonction de Lyapunov, elle aussi parfois inconnue. Résoudre les équations de Riccati (ou les LMI associées) peut donc être utilisé pour la synthèse des lois de commande dite "optimale" dans le sens où l'ingénieur concepteur choisi la fonction de coût qu'il souhaite minimiser avec son correcteur. De multiples solutions existent selon le choix de la fonction de coût. Par exemple dans la synthèse d'une commande de type H-infinie on cherche à minimiser une sortie du système par rapport à la pire des perturbations en entrée. On cherche donc une solution pouvant garantir la stabilité du système (qui doit, si possible, inclure les modèles de perturbations) en minimisant la sortie et en maximisant la perturbation. Le résultat donnera donc une fonction de transfert du système contrôlé qui possède une norme infinie la plus petite possible. La qualité de la synthèse dépendra donc de la qualité du modèle du système, de la qualité du modèle des perturbations (ou incertitudes) et d'un choix de pondérations cohérent avec le problème à résoudre.

1. Les inégalités matricielles linéaires (LMI) sont devenues un outil classique de l'automatique. Les méthodes de synthèse classiques ont généralement une formulation LMI. Les LMI sont à la base de nombreuses méthodes innovantes grâce à la possibilité d'intégrer des nouvelles contraintes au problème de synthèse.

Considérons le problème de synthèse d'une commande linéaire dite "quadratique" (LQR) à travers la minimisation suivante :

$$\min_u J = \sum_{k=0}^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) \quad (3.27)$$

sujet à

$$\begin{aligned} x^+ &= Ax + Bu \\ x(0) &= x_0 \end{aligned} \quad (3.28)$$

avec Q et R des matrices semi-définies positives choisies en fonction du problème de commande. On cherche à trouver une commande stabilisante par retour d'état $u = -Kx$ qui minimise (3.27). Dans le cas des systèmes linéaire en temps discret, la solution optimale est connue :

$$K = (B^T P B + R)^{-1} B^T P A \quad (3.29)$$

où la matrice $P = P^T > 0$ est la solution de l'équation de Riccati suivante :

$$P = A^T P A + Q - A^T P B (B^T P B + R)^{-1} B^T P A \quad (3.30)$$

On se demande souvent d'où cette équation un peu étrange est issue. Voici une preuve simplifiée :

Supposons que l'on cherche à minimiser une fonction qui pourra s'écrire en fonction de la variable d'état x , car $u = -Kx$. C'est-à-dire,

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^T Q x + u^T R u = \sum_{k=0}^{\infty} x^T P x \quad (3.31)$$

Initialement, nous ne connaissons pas la matrice P , mais on comprend vite qu'une telle matrice (la plus petite), permettra de minimiser (3.31). Commençons pour définir la fonction suivante :

$$V := x^T P x \quad (3.32)$$

On cherche une matrice $P = P^T > 0$ telle que $V^+ - V < 0$ pour garantir que (3.31) décroît à chaque instant k . Remarquons que $V^+ - V = -V$ est une solution admissible car $V \geq 0$. Ainsi, si on développe cette dernière égalité nous avons :

$$\begin{aligned}
V^+ - V &= -V \\
(x^+)^T P(x^+) - x^T P x &= -x^T Q x - u^T R u \\
(Ax + Bu)^T P(Ax + Bu) - x^T P x &= -x^T Q x - u^T R u \\
(x^T A^T P + u^T B^T P)(Ax + Bu) - x^T P x &= -x^T Q x - u^T R u \\
x^T (A^T P A)x + x^T (A^T P B)u + u^T B^T P(Ax + Bu) - x^T P x &= -x^T Q x - u^T R u \\
x^T (A^T P A + Q)x + x^T (A^T P B)u + u^T (B^T P A x + B^T P B u + R u) &= x^T P x \\
x^T (A^T P A + Q)x + x^T (A^T P B)u + u^T (B^T P A x + [B^T P B + R]u) &= \underbrace{x^T P x}_V
\end{aligned}$$

Remarquons donc que le minimum de la fonction $V = x^T P x$ (à droite de l'égalité) peut être calculé en utilisant la fonction à gauche de l'égalité précédente. Ainsi, la dérivée partielle de cette fonction par rapport à u , égalisée à zéro ($\partial V / \partial u = 0$), donne alors la solution optimale suivante $u^* = -(B^T P B + R)^{-1} B^T P A x$. On voit alors clairement que la matrice de retour d'état K est égale à $K = (B^T P B + R)^{-1} B^T P A$. Ainsi la première partie du résultat est prouvée. On peut rajouter le fait que le coût total obtenu est égal à $J = x_0^T P x_0$ (fonction seulement de la condition initiale) car si $V^+ - V = -V$ nous avons $V^+ = 0$ et donc (3.31) devient :

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} x^T P x = x_0^T P x_0 \quad (3.33)$$

Pour obtenir la matrice P (nécessaire pour le calcul de K) nous utilisons la dernière égalité en remplaçant u par u^* ce qui donne :

$$x^T (A^T P A + Q)x - x^T A^T P B (B^T P B + R)^{-1} B^T P A x = x^T P x \quad (3.34)$$

autrement dit :

$$A^T P A + Q - A^T P B (B^T P B + R)^{-1} B^T P A = P \quad (3.35)$$

Cette équation est bien l'équation de Riccati. Une version très intéressante est la forme récursive :

$$P^+ = A^T P A + Q - A^T P B (B^T P B + R)^{-1} B^T P A \quad (3.36)$$

dont la convergence est garantie. L'idée est d'utiliser l'inégalité suivante $V^+ - V \leq -V$ pour induire une récurrence sur P . Remarquons qu'à tout instant k , il est vrai que :

$$A^T P(k) A + Q - A^T P(k) B (B^T P(k) B + R)^{-1} B^T P(k) A \leq P(k) \quad (3.37)$$

Le côté gauche de l'inégalité pourra être utilisé pour mettre à jour la valeur de P (avec une matrice initiale $P(0)$ suffisamment grande) comme suit :

$$P(k+1) = A^T P(k) A + Q - A^T P(k) B (B^T P(k) B + R)^{-1} B^T P(k) A \leq P(k) \quad (3.38)$$

Ainsi, la valeur finale de $P(k)$ devra coïncider avec la valeur recherchée de P , la solution de l'équation de Riccati. Une condition nécessaire pour l'existence de P est que le couple (A, B) soit stabilisable.

Un aspect additionnel important, est le fait que l'on pourra utiliser le résultat précédent pour l'estimation de l'état x (ou pour l'estimation des paramètres, éventuellement). En effet, il est suffisant de remplacer dans la même équation de Riccati, le couple (A, B) par (A^T, C^T) pour calculer une matrice L^T (L le gain de Kalman de l'observateur), c'est-à-dire :

$$L^T = (CP_oC^T + R_o)^{-1}CP_oA^T \quad (3.39)$$

et

$$AP_oA^T + Q_o - AP_oC^T(CP_oC^T + R_o)^{-1}CP_oA^T = P_o \quad (3.40)$$

Dans ce cas, les matrices Q_o et R_o reflètent le problème d'estimation. En général, Q_o est utilisée pour tenir compte des perturbations issues des actionneurs (perturbations d'entrée) tandis que R_o est utilisée pour tenir compte des perturbations issues des mesures (perturbations de sortie). P_o sera donc la solution de l'équation de Riccati pour l'observateur. L'observateur sera implémenté comme suit :

$$\hat{x}^+ = A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y}) \quad (3.41)$$

Ce sont des résultats de base très utiles pour tout ingénieur automaticien (voir par exemple [77]).

Estimation paramétrique (approche de Kalman) Revenons à notre problème d'estimation du paramètre de Youla-Kucera pour le rejet adaptatif des perturbations. En effet on cherche le vecteur de paramètres θ qui minimise :

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \hat{e}^2(k) \quad (3.42)$$

avec

$$\hat{e}(k) = [\theta^T - \hat{\theta}^T(k)]\phi_f(k) \quad (3.43)$$

sujet à

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + L(k)\hat{e}(k) \quad (3.44)$$

où $\phi_f(k)$ est définie en (3.25) en utilisant (3.22). Notons que le problème est donc réduit à trouver la matrice $L(k)$ tel que la fonction de coût (3.42) soit minimisée. Nous avons choisi une fonction de coût quadratique car nous savons maintenant comment résoudre ce type de problèmes.

Remarquons que la dynamique (3.44) ne possède pas d'entrée exogène à contrôler (car on cherche à trouver un paramètre θ constant), donc la fonction de coût cherche à minimiser une sortie de performance particulière. Cette sortie peut être affectée par des erreurs

de mesure. Ainsi, seule la matrice de pondération $R_o = I$ est utilisée (avec I une matrice identité d'ordre convenable). En remplaçant les matrices (A^T, C^T, Q_o, R_o) du problème générique par les matrices propres du problème d'estimation paramétrique $(I, \phi_f(k), 0, I)$, l'algorithme récursif suivant pourra être utilisé en temps réel pour l'adaptation du paramètre de Youla-Kucera (ou tout type de problème (3.42)-(3.44)) :

<p>Condition initiale: $P_o(0)$ (suffisamment grande), Condition initiale: $\hat{\theta}(0)$ (arbitraire). A tout instant k: 1) l'erreur \hat{e} et le vecteur d'information ϕ_f sont disponibles. 2) on met à jour les équations suivantes:</p> $\begin{aligned} L &= P_o \phi_f [\phi_f^T P_o \phi_f + I]^{-1} \\ P_o^+ &= P_o - P_o \phi_f [\phi_f^T P_o \phi_f + I]^{-1} \phi_f^T P_o \\ \hat{\theta}^+ &= \hat{\theta} + L \hat{e} \end{aligned} \tag{3.45}$ <p>3) on récupère le vecteur $\hat{\theta}$ (paramètre de Youla).</p>
--

Ici l'indice k (l'instant temporel) a été supprimé pour simplicité et pour améliorer la lisibilité des équations. Cet algorithme et la façon particulière de calculer \hat{e} (équation (3.23)) ont été utilisés dans la thèse de Marouane Alma pour le rejet de perturbations bande-étroite et validé sur des plate-formes réelles (conçues en collaboration avec Hutchinson - Centre de Recherche et développées par l'équipe technique de Gipsa-lab). Des structures différentes de commande en fonction de la disponibilité ou pas d'une image (en amont) de la perturbation ont été proposées en [76]. Notamment, des structures en Feedforward et mixtes (Feedforward et Feedback simultanées). Une propriété intéressante de l'algorithme proposé est la possibilité de calculer la variance des estimations (σ^2) en prenant la matrice de covariance P_o obtenue à partir de (3.45), évaluée à l'instant $k = N$ (N suffisamment grand), comme suit :

$$\sigma^2 = \text{diag}(P_o(N)) \sigma_\eta^2 \tag{3.46}$$

avec σ_η^2 l'estimation de la variance du bruit de mesure, comme il est proposé en [71], c'est-à-dire :

$$\sigma_\eta^2 = \frac{1}{N - \mathbf{C}} \sum_{k=1}^N \hat{e}^2(k) \tag{3.47}$$

où \mathbf{C} représente le nombre de paramètres estimés ($\mathbf{C} = \dim(\theta)$).

Ainsi, nous pouvons calculer les écarts-types σ de l'estimation $\hat{\theta}(N)$. Remarquons qu'il est possible aussi de construire une ellipsoïde caractérisant la précision de l'estimation avec une certaine probabilité. Par exemple, on pourra assurer que l'erreur d'estimation de θ se

trouve dans l'ellipsoïde décrite par l'inégalité suivante :

$$(\hat{\theta} - \theta)^T \mathbf{M}^{-1} (\hat{\theta} - \theta) \leq 1 \quad (3.48)$$

avec une probabilité de 95,4% si $\mathbf{M} = P_o(N)(2\sigma_\eta)^2$.

Récemment, des approches de diagnostic basées sur un principe très similaire sont discutées en [40]. La technique d'analyse des composantes principales (PCA) initialement proposée en [42], se concentre sur l'étude de la structure des valeurs propres de la matrice de covariance, elle même construite à partir de données collectées en fonctionnement normal. Les relations "nominales" entre les variables permet la caractérisation du modèle de référence du procédé. Ce modèle permet donc de vérifier si les données instantanées ont varié par rapport au comportement espéré du système "nominal". En termes de performances, cette approche est très similaire à celui proposé en [83], puis en [115] dans un cadre déterministe, où nous employons le concept des ensembles invariants robustes. Un résultat intéressant pouvant être exploité pour la détection de défaillances concerné le calcul des ensembles invariants et des bornes ultimes "probabilistes" présenté dans [60]. Remarquons que l'erreur d'estimation $\tilde{\theta} := \theta - \hat{\theta}$ peut être décrit par la dynamique d'un système perturbé comme suit :

$$\tilde{\theta}^+ = [I - L(k)\phi_f^T(k)] \tilde{\theta} - L(k)\eta \quad (3.49)$$

où η représente le bruit de mesure. Les conditions de stabilité de (3.49) ont été aussi discutées dans [76]. Nous allons présenter et discuter différents aspects concernant les ensembles invariants et des bornes ultimes, dans un cadre déterministe, dans la section suivante.

3.5 Évaluation de la performance

3.5.1 L'estimation des bornes ultimes

Il est relativement facile de montrer que la synthèse d'une commande qui minimise la norme H_∞ de la fonction de transfert entre la sortie d'intérêt et une perturbation d'entrée peut être calculée en utilisant les mêmes équations de Riccati avec des modifications mineures (on ne développera pas ce point). Nous nous intéressons maintenant à des méthodes pouvant nous permettre d'évaluer la performance d'un système (e.g. un système déjà stabilisé à travers une commande).

Considérons le problème d'optimisation suivant :

$$\min_{\gamma} J = \sum_{k=0}^{\infty} (z^T z - \gamma^2 w^T w) \quad (3.50)$$

sujet à

$$\begin{aligned} x^+ &= Ax + Ew \\ z &= Cx \\ \gamma &> 0 \end{aligned} \tag{3.51}$$

On cherche à calculer donc la valeur de γ en utilisant l'équation de Riccati, discutée précédemment, avec les matrices $Q = C^T C$ (car $z = Cx$) et $R = -\gamma^2 I$. Ainsi, nous devons résoudre l'équation suivante :

$$A^T P A + C^T C - A^T P E (E^T P E - \gamma^2 I)^{-1} E^T P A = P \tag{3.52}$$

Cette équation peut être résolue de façon récursive en initialisant γ avec une valeur suffisamment grande et en cherchant la solution P associée. En suite, on diminue la valeur de γ et on continue à calculer la matrice P associée. Le calcul sera arrêté lorsque, pour une valeur γ donnée, il n'existe plus de solution P . Des équivalences LMI (voir des BMI) sont souvent utilisées pour calculer la valeur de γ et de P de manière plus efficace (par exemple en utilisant le Lemme Borné Réel). On s'intéresse maintenant à l'interprétation de γ . Lorsque l'on obtient la valeur la plus petite de γ nous savons que :

$$\sum_{k=0}^{\infty} (z^T z - \gamma^2 w^T w) = x(0)^T P x(0) \tag{3.53}$$

et donc, l'énergie de la sortie z (pour des conditions initiales nulles $x(0) = 0$) peut être bornée comme suit

$$\sum_{k=0}^{\infty} z^T z \leq \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} w^T w \tag{3.54}$$

Ainsi, γ est la norme H_{∞} de la fonction de transfert entre la sortie z et l'entrée perturbatrice w . Remarquons qu'on pourra calculer une **borne ultime** des trajectoires de (3.51), en anglais "an ultimate bound", à partir de l'inégalité suivante :

$$x^T C^T C x \leq \gamma^2 w^T w \tag{3.55}$$

ou également :

$$x^T M x \leq 1 \tag{3.56}$$

Ainsi (3.56) décrit une ellipsoïde caractérisée par la matrice $M := C^T C / (\gamma^2 w^T w)$, c'est à dire :

$$B_1 \triangleq \{x \in \mathbb{R}^n : x^T M x \leq 1\}, \tag{3.57}$$

Nous allons discuter plus tard des méthodes plus efficaces pour calculer des bornes ultimes et des ensembles invariants sous forme de polyèdres (convexes). Par exemple, prenons le système (3.51) avec des matrices :

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.25 \\ 0 & 0.25 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

et C une matrice identité d'ordre 2. On considère ici une perturbation w bornée telle que $|w| \leq 1$. En calculant la norme infinie du système on obtient $\gamma = 1.4907$. La figure 3.2 illustre les ensembles obtenus. Ici B_1 caractérise une balle de rayon γ (car $|w| \leq 1$ elle correspond aussi à la norme H_∞ du système). Le calcul d'une borne ultime, parfois moins conservateur pourra être mise en oeuvre en utilisant les normes H_∞ obtenues pour chaque canal (état par état). Par exemple, pour un système d'ordre 2 nous avons :

$$\begin{aligned} x_1^T x_1 &\leq \gamma_1^2 w^T w \\ x_2^T x_2 &\leq \gamma_2^2 w^T w \end{aligned} \quad (3.59)$$

c'est-à-dire

$$x^T \bar{M} x \leq 1 \quad (3.60)$$

avec

$$\bar{M} := \begin{bmatrix} 1/\gamma_1^2 & 0 \\ 0 & 1/\gamma_2^2 \end{bmatrix} \frac{1}{(2w^T w)} \quad (3.61)$$

Ainsi, une autre borne ultime du système sera l'ellipsoïde B_2 définie comme suit :

$$B_2 \triangleq \{x \in \mathbb{R}^n : x^T \bar{M} x \leq 1\}, \quad (3.62)$$

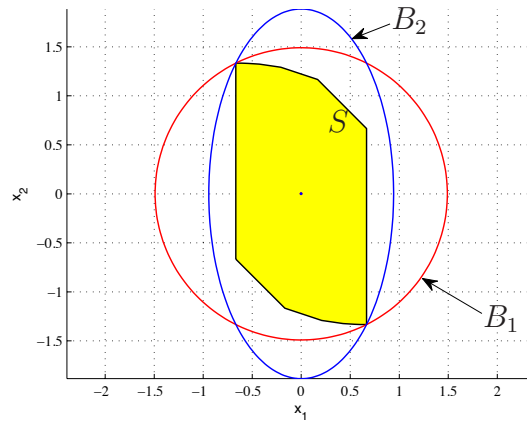


FIGURE 3.2 – Bornes ultimes des trajectoires de l'état du système (3.51) avec matrices (3.63). L'ensemble S est un ensemble invariant robuste.

La figure 3.2 permet de comparer les bornes ultimes obtenues par rapport à l'ensemble invariant S (ce dernier pouvant être utilisé comme la "meilleure" borne ultime). Avant de montrer comment calculer le polyèdre S , on peut dire, à partir de la figure 3.2 que la solution la plus efficace est de prendre comme étant la plus petite borne ultime, l'intersection de toutes les bornes ultimes calculées avec différentes méthodes (ou combinaison des méthodes).

En général, le calcul de l'intersection entre ellipsoïdes et polyèdres n'est pas trivial. Néanmoins, nous proposons d'approcher les ellipsoïdes par des polyèdres puis de calculer leur intersection en utilisant des outils génériques (e.g. la boîte à outils Multi-Parametric Toolbox). L'approximation des ellipsoïdes en polyèdres pourra être obtenue en utilisant la transformation $z = M^{1/2}x$ avec M la matrice qui décrit la forme de l'ellipsoïde ($x^T M x \leq 1$). Cette transformation permet de transformer les ellipsoïdes en cercles de rayon unitaire dont les sommets sont facilement calculables, nommés ici v_z (les sommets dans l'espace z). Le sommet du polyèdre, correspondant à l'approximation de l'ellipsoïde, dans l'espace d'état x sera donc calculé comme suit $v_x = M^{-1/2}v_z$.

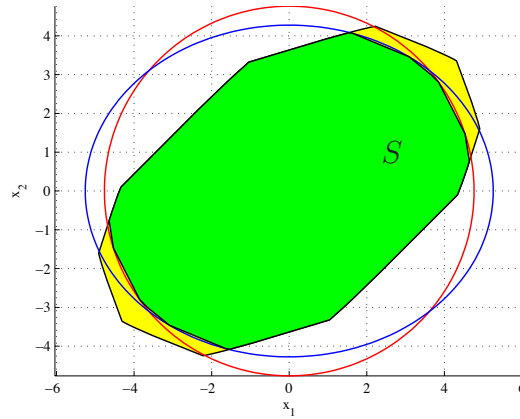


FIGURE 3.3 – Approximation de l'intersection entre deux ellipsoïdes et un polyèdre. Le résultat est un polyèdre S .

3.5.2 Les ensembles invariants robustes

L'automatique classique a toujours employé la réponse fréquentielle et la réponse temporelle (indicielle) pour analyser un système dynamique. En effet, la première s'effectue dans un domaine fréquentiel donné, ce qui accorde une image très complète de la réponse du système à différents types d'entrées (par exemple un échelon, des sinusoides ou n'importe quel signal répétitif). La réponse indicielle est limitée à un seul type d'entrée (un échelon), ce qui limite l'analyse malgré la possibilité de récupérer des informations utiles

à partir de cette réponse (temps de réponse, erreur statique, etc.). Un outil tout aussi puissant que la réponse en fréquences, est sans doute le calcul des ensembles invariants robustes, car il s'agit de tenir compte de n'importe quelle entrée bornée, sans s'inquiéter de sa topologie. Un ensemble invariant robuste décrira donc la réponse du système (dans l'espace d'état) à toute entrée bornée pour tout le domaine temporel.

Définition des ensembles invariants robustes : Un ensemble (positivement) invariant robuste S est un ensemble qui décrit toutes les trajectoires possibles d'un système stable affecté par une perturbation bornée, telle que, si $x(0) \in S$ donc $x(k) \in S$ pour tout $k > 0$.

Les calculs de ces ensembles invariants robustes s'effectuent de façon numérique dans la plupart de cas. Les méthodes employées dans mes travaux, notamment pour les systèmes linéaires et les systèmes LPV-polytopiques, sont décrits dans le Chapitre 5. Un exemple est illustré par la figure 3.4. La figure présente un ensemble invariant robuste d'un système linéaire (3.51) avec des matrices :

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.1 \\ 0 & 0.8 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

et C une matrice identité d'ordre 2. On suppose le système soumis à une perturbation w bornée tel que $|w| \leq 1$. On observe l'ensemble invariant initial (le plus grand) et sa compression vers un ensemble de plus en plus petit. L'objectif ici est de trouver l'ensemble invariant robuste minimal. L'ensemble initial a été obtenu de façon analytique en utilisant la méthode présentée en [62], puis comprimé en utilisant les techniques présentées en [90]. Les trajectoires à l'intérieur correspondent à toutes les trajectoires qui démarrent sur les sommets du polytope final (c'est-à-dire le plus petit ensemble invariant robuste).

Dans le Chapitre 5 (en annexe) il est présenté une nouvelle méthode qui permet de calculer des ensembles invariants robustes pour les systèmes LPV-polytopiques.

Théorème 3.5.1 *Considérons le système polytopique suivant :*

$$x^+ = A(\alpha)x + E(\alpha)w \quad (3.64)$$

où $A(\alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i A_i$ et $E(\alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i E_i$, avec $\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1$ et $\alpha_i \geq 0$ pour tout $i = 1, \dots, N$. $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $E \in \mathbb{R}^{n \times m}$. Supposons que toutes les matrices A_i possèdent des valeurs propres qui se trouvent strictement à l'intérieur du cercle unitaire. Supposons aussi que $w(k) \preceq \bar{w}$ pour tout $k \geq 0$, où $w \in \mathbb{R}^m$, $\bar{w} \succ 0$, et prenons $\bar{w} \triangleq \sup\{w(k)\}$. Pour $\epsilon \in \mathbb{R}$, $\epsilon \geq 0$, définissons l'ensemble :

$$S_\epsilon \triangleq \{x \in \mathbb{R}^n : x^T P x \leq \lambda_{\max}(P)(\gamma^2 \bar{w}^T \bar{w} + \epsilon)\}, \quad (3.65)$$

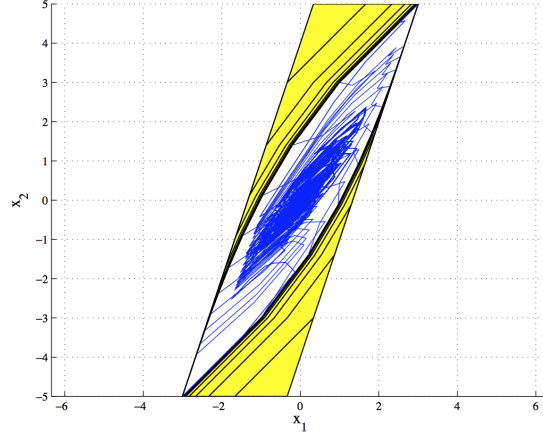


FIGURE 3.4 – Exemple d'un ensemble invariant robuste.

avec P , une matrice définie positive, et $\gamma \in \mathbb{R}$, $\gamma > 0$, qui satisfait simultanément la famille d'équations de Riccati (en temps discret) suivante :

$$A_i^T P A_i - P + I^T I - A_i^T P E_i (E_i^T P E_i - \gamma^2)^{-1} E_i^T P A_i = 0 \quad (3.66)$$

pour $i = 1, 2, \dots, N$. Donc :

1. L'ensemble S_ϵ est (positivement) invariant. C'est-à-dire, si $x(0) \in S_\epsilon$, donc $x(k) \in S_\epsilon$ pour tout $k \geq 0$.
2. Pour un $\epsilon \in \mathbb{R}$, $\epsilon > 0$, il existe un $k^* \geq 0$ tel que $x(k) \in S_\epsilon$ pour tout $k \geq k^*$. \circ

La preuve de ce résultat est basée sur le *Lemme Borné-réel* pour des systèmes en temps discret [31]. Ici on cherche une fonction de Lyapunov $V(x) = x^T P x$ et un scalaire γ communs à toute la famille d'équations (3.66). Remarquons que nous pouvons résoudre des LMIs équivalentes pour calculer P et γ convenablement (en utilisant par exemple le *Complément de Schur*). S'il existe des solutions, nous avons donc :

$$x^T x - \gamma^2 w^T w = x^T P x \quad (3.67)$$

pour n'importe quelle séquence de valeurs de α sur le système (3.64). Il est facile de montrer que la boule suivante :

$$\mathbf{B}_f \triangleq \{x \in \mathbb{R}^n : x^T x \leq \gamma^2 \bar{w}^T \bar{w}\}, \quad (3.68)$$

est une borne ultime du système (3.64). C'est-à-dire que le plus petit ensemble invariant (pas nécessairement ellipsoïdal) se trouve à l'intérieur de cette boule. Ainsi, le plus petit ensemble invariant (et borne ultime) peut être calculé en prenant le plus petit scalaire γ qui vérifie (3.66).

On pourra compresser ces ensembles invariants (en vue d'obtenir le plus petit possible) en utilisant les images de chaque sous-système et en suivant un raisonnement similaire à celui de [90]. Ainsi,

$$\bar{S}_i = A_i \Phi(s) \oplus E_i \mathbf{W}, \quad \Phi(0) = \Psi \quad (3.69)$$

$$\Phi(s+1) = \text{convex.hull} \{ \bar{S}_1, \bar{S}_2, \dots, \bar{S}_N \}, \quad (3.70)$$

pour $i = 1, 2, \dots, N$. Le symbol \oplus représente la **somme de Minkowski** des ensembles. Ici, nous prenons comme ensemble initial Ψ l'ensemble ellipsoïdal décrit par la matrice P (approche par un polyèdre). \mathbf{W} est un polyèdre décrivant les perturbations w , c'est à dire $w \in \mathbf{W}$ pour toute $k \geq 0$. La figure 3.5 illustre la méthode proposée. Plus des détails sont présentés dans le Chapitre 5 en annexe.

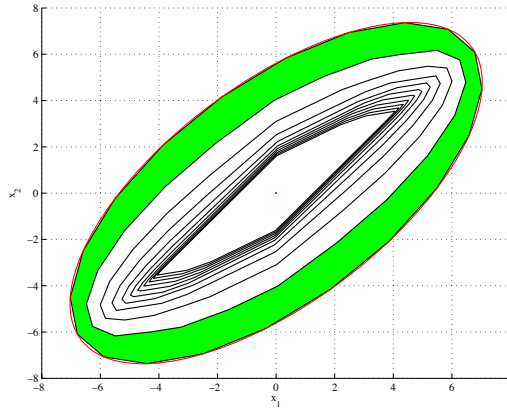


FIGURE 3.5 – Compression de l'ensemble initial Ψ en vue d'obtenir le plus petit ensemble invariant robuste Φ .

Remarquons qu'en pratique, il est numériquement très difficile de trouver l'ensemble invariant robuste "minimal". Sachant que les ensembles calculés sont une approximation *supérieure* à l'ensemble recherché, nous pouvons arrêter la démarche dès que l'on obtient un ensemble proche de la borne ultime \mathbf{B}_f . C'est-à-dire :

$$\Omega \subseteq \Phi(s^*) \subseteq \mathbf{B}_f \oplus \mathbb{B}_p^n(\epsilon) \subseteq \Psi \quad (3.71)$$

pour un $\epsilon > 0$ donné. La figure 3.6 illustre ce point. Remarquons aussi que la plus petite valeur de γ correspond à la norme H_∞ de la fonction de transfert du système polytopique, concernant l'état x par rapport à la perturbation w .

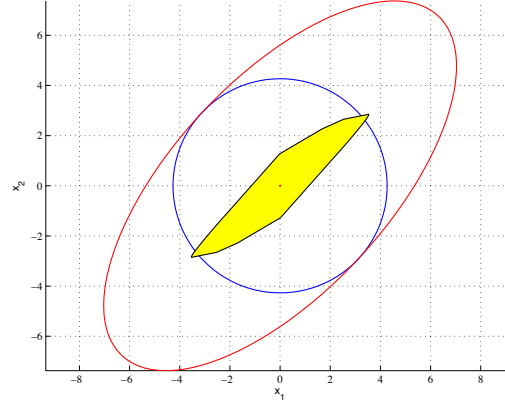


FIGURE 3.6 – Le plus petit ensemble invariant robuste calculé. Il doit entrer à l'intérieur de la boule \mathbf{B}_f (la borne ultime) lorsque $s^* \rightarrow \infty$.

3.5.3 Performance sous contraintes

En parlant de performances, il est plus facile de la gérer quand nous n'avons pas à nous inquiéter de la stabilité (même si parfois en pratique c'est le contraire : performance implique stabilité). En pratique, nous sommes confrontés aux phénomènes non-linéaires du système réel (pouvant venir des caractéristiques des capteurs et/ou des actionneurs, par exemple). La figure 3.7 illustre la caractéristique non-linéaire (appelée "la courbe S ") d'un capteur de type photo-détecteur à 4 quadrants utilisé pour la commande de position de la lentille optique du Blu-ray Disc. Le système de commande devra garantir que l'erreur de suivi (focus) reste toujours dans la zone linéaire du capteur (particulièrement étroite) pour assurer la stabilité du positionnement de la lentille.

Les outils de synthèse linéaire ou LPV devront donc tenir compte du domaine d'attraction du système. Ce domaine conditionnera le démarrage du système de commande (c.-à-d. les conditions initiales du procédé et du correcteur) et déterminera le domaine admissible où les états devront évoluer. Une comparaison de l'ensemble invariant du système contrôlé et du domaine admissible (ou d'attraction) permettra d'établir la possibilité réelle de stabilisation du système. Rappelons qu'un ensemble invariant (dit robuste) S est un ensemble qui décrit toutes les trajectoires possibles d'un système stable affecté par une perturbation bornée, telle que, si $x(0) \in S$ alors $x(k) \in S$ pour tout $k > 0$.

La figure 3.8 présente un ensemble invariant robuste S correspondant à un système en boucle fermée (affecté par une perturbation dont la valeur maximale est donnée). L'ensemble admissible S_x est un polyèdre qui traduit toutes les contraintes sur l'état du système (même les contraintes sur les actionneurs $u_{min} \leq u \leq u_{max}$ qui sont ici réécrites

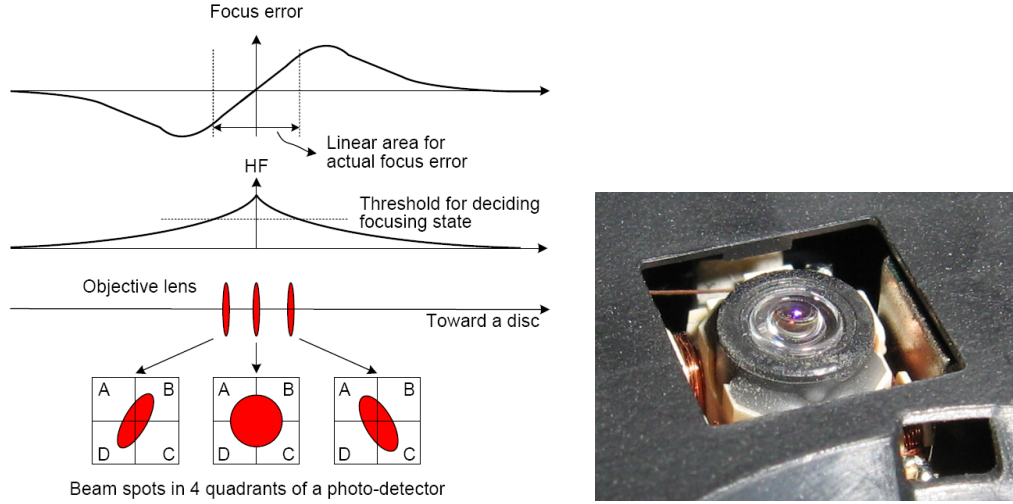


FIGURE 3.7 – Caractéristique non-linéaire du capteur du lecteur optique Blu-ray Disc.

dans l'espace de l'état car $u = -Kx$), c'est-à-dire :

$$S_x \triangleq \{x \in \mathbb{R}^n : Lx \leq W\} \quad (3.72)$$

avec L et W définis comme suit :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -K \\ K \\ I_{n \times n} \\ -I_{n \times n} \end{bmatrix}}_L x \leq \underbrace{\begin{bmatrix} u_{max} \\ -u_{min} \\ x_{max} \\ -x_{min} \end{bmatrix}}_W \quad (3.73)$$

Dans la figure 3.8 nous remarquons que l'ensemble invariant S est bien à l'intérieur du domaine admissible S_x . Ce qui veut dire que le correcteur qui a permis d'obtenir l'ensemble invariant S (du système en boucle fermée) n'ira jamais saturer les actionneurs (c.-à-d. il respectera les contraintes $u_{min} \leq u \leq u_{max}$) si toutes les conditions initiales $x(0)$ appartiennent à S . Remarquons aussi que toute condition initiale en dehors de S_x peut provoquer la saturation des actionneurs, par exemple le point $x = [1.5, 1.5]^T$ dans la figure 3.8.

Nous pouvons toujours tester (en simulation ou en temps réel) la performance obtenue pour un système de commande. Néanmoins, la question qui vient à l'esprit est : comment obtenir *a priori* une bonne mesure des performances attendues ?.

Pour ceci, on peut calculer la "performance robuste" du système basée sur l'analyse fréquentielle en utilisant par exemple les fameuses *fonctions de sensibilité*. Ce type d'étude permet d'avoir une image complète du comportement du système vis-à-vis de perturba-

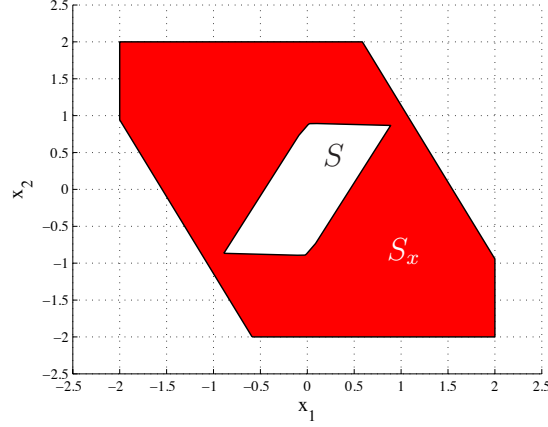


FIGURE 3.8 – Exemple d'un ensemble invariant (robuste) S du système contrôlé, à l'intérieur d'un ensemble admissible S_x .

tions caractérisées dans le domaine fréquentiel. L'analyse de performances est utilisée par exemple dans le problème de commande des lecteurs optiques. Il s'agit d'analyser l'atténuation obtenue par le système commandé dans la zone fréquentielle où la perturbation (la plus importante) est présente. Voir l'exemple de la figure 3.9.

Dans cet exemple, les perturbations les plus importantes se trouvent à basses fréquences, elles sont en effet produites par la déformation du disque (en radial et en vertical). Due à la nature rotative du système ces perturbations possèdent un comportement répétitive. Ces perturbations sont donc transposables dans le domaine fréquentiel en fonction de la vitesse de lecture. Sur la figure 3.9, on observe aussi les fonctions de sensibilité de référence donnés par la Blu-ray Disc Association (BDA) intégrée par Sony, Panasonic, Pioneer, Philips, Thomson, LG Electronics, Hitachi, Sharp, and Samsung. Ainsi, lors de la standardisation du format Blu-ray Disc, il a fallu déterminer les déformations du disque admissibles et donc les perturbations attendues. Un système de commande devra donc atténuer suffisamment ces perturbations afin de garantir la bonne lecture du disque. Les fonctions de sensibilité de référence sont donc le résultat de l'analyse de performances attendues. Les tableaux 3.1 et 3.2 illustrent les amplitudes des perturbations et des erreurs de suivi requises pour un lecteur Blu-ray Disc. Remarquons l'impossibilité d'atténuer les perturbations dans tout le domaine fréquentiel. Ce fait est bien pris en compte dans la construction des fonctions de sensibilité de référence. Le théorème de l'intégrale de Bode (Waterbed effect) explique ce phénomène. En effet, dans un système de commande, il faut accepter "d'amplifier" autant "qu'atténuer". Les ingénieurs doivent donc faire un choix intelligent des zones où il faudra atténuer, et se permettre d'amplifier dans les zones (fréquentielles) où l'amplification n'aura aucun impact (ou un impact négligeable). La valeur maximale d'amplification devra être suffisamment bornée pour augmenter les marges de

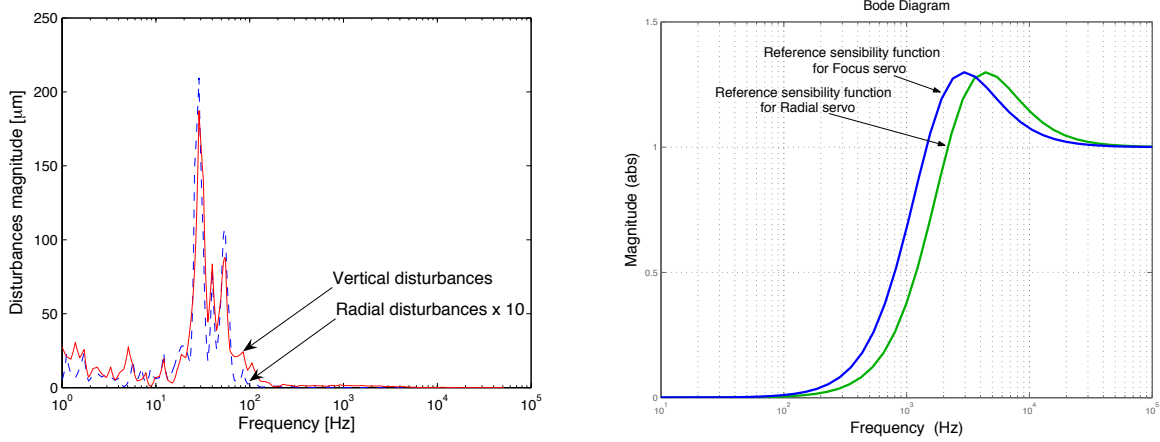


FIGURE 3.9 – Exemple de perturbations radiales et verticales dans le lecteur optique Blu-ray Disc (gauche) et les fonctions de sensibilité de référence (droite).

stabilité du système (par exemple la marge de module) et donc d'augmenter la probabilité d'obtenir un système stable en présence des incertitudes paramétriques du procédé (très fortes dans le cas des produits fabriqués en masse).

Rappelons que la marge de module est la distance du lieu de Nyquist du système (en boucle ouverte) par rapport au point critique -1 . Elle est en effet une mesure directe de la "stabilité robuste" du système qui devra être nécessairement respectée. Si nous prenons la fonction de transfert du système en boucle ouverte (procédé et correcteur) :

$$L(z) = K(Iz - A)^{-1}B \quad (3.74)$$

avec A et B les matrices décrivant le procédé en représentation d'état, et K le gain de retour d'état. Nous savons que la distance au point critique -1 sera :

$$|L(z) - (-1)| = |1 + L(z)| \quad (3.75)$$

Ainsi, la marge de module ΔM sera donc

$$\Delta M = \inf |1 + L(z)| \quad (3.76)$$

Remarquons que cette marge dépendra tant du procédé que de la commande. Lors de la conception d'un système mécatronique, par exemple, nous sommes souvent confrontés au problème de dimensionnement du procédé au même temps que de la synthèse du correcteur en cherchant une solution optimale (bas prix, basse consommation, hautes performances, etc.). Ainsi, la fonction de transfert $L(z)$ joue un rôle primordial dans cette réflexion. Des fonctions de sensibilité ou sensibilité complémentaire de références (fonctions de $L(z)$) devront être définies de le début de la conception en tenant compte du cahier de charges

TABLE 3.1 – Amplitudes des perturbations (déformations du disque)

Type de perturbation	valeur Max.
Déviaton verticale max. : z_{dmax}	$500\mu m$
Déviaton radiale max. : x_{dmax}	$70\mu m$

TABLE 3.2 – Erreurs de suivi par rapport à la position de la lentille

Erreurs de suivi admissibles	valeur Max.
Erreur vertical max. : \bar{z}_{max}	$0.3\mu m$
Erreur radial max. : \bar{x}_{max}	$0.04\mu m$

et des possibles sources de perturbations. La fonction $L(z)$ sera donc conditionnée par les fonctions de sensibilité de référence.

Pour ce type de problème, des méthodes de synthèse des correcteurs de type H_2 ou H_∞ sont très appropriées. Il s'agit en effet, de trouver un correcteur qui garantit l'atténuation nécessaire en présence des perturbations et des incertitudes. Dans le cas où l'on cherche à minimiser l'effet d'une perturbation en sortie y , par exemple, il faut trouver un correcteur stabilisant tel que l'inégalité suivante soit vérifiée :

$$\|W_p(j\omega)S_{yp}(j\omega)\|_\infty \leq 1 \quad (3.77)$$

où $W_p(j\omega)$ est une fonction de transfert modélisant les perturbations et $S_{yp}(j\omega)$ la fonction de sensibilité du système commandé entre la sortie commandée y et la perturbation p . Notons que $1/W_p(j\omega)$ peut être la fonction de sensibilité de référence.

En pratique, on devra clairement ajouter une condition additionnelle sur l'effort de commande, c'est-à-dire :

$$\|W_u(j\omega)S_{up}(j\omega)\|_\infty \leq 1 \quad (3.78)$$

où $W_u(j\omega)$ devra modéliser les limites de l'actionneur (amplitudes maximales et bande passante). La fonction $S_{up}(j\omega)$ est la fonction de sensibilité du système commandé entre la sortie de commande u et la perturbation p .

La synthèse du correcteur permet d'obtenir le meilleur correcteur qui assure l'atténuation recherchée. Les fonctions de pondération $W_p(j\omega)$ et $W_u(j\omega)$ peuvent prendre en compte des modèles d'incertitudes pour rendre encore plus robuste le correcteur synthétisé.

On pourra *a priori* évaluer la performance attendue en calculant, par exemple, la norme H_2 (ou H_∞) de la sortie d'intérêt. Une autre façon d'évaluer la performance d'un système est d'observer le canal d'intérêt et vérifier (en temps réel) si on obtient l'atténuation recherchée (approche pragmatique *a posteriori*). La figure 3.10 illustre l'utilisation

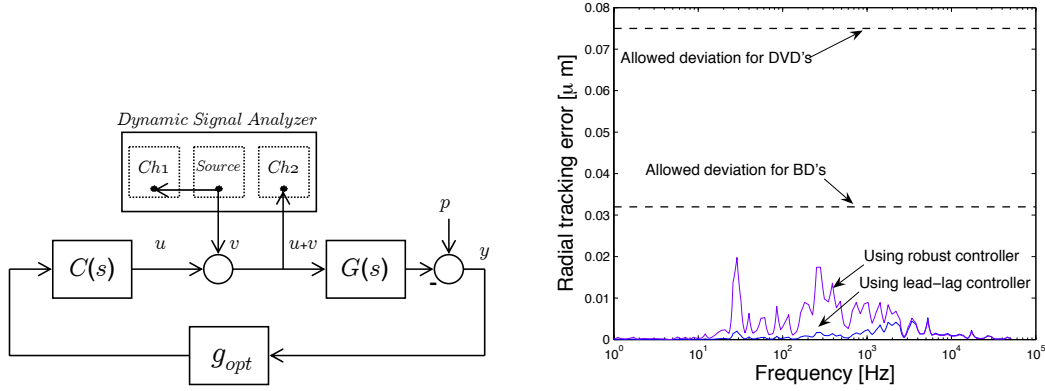


FIGURE 3.10 – Schéma de connexion d'un analyseur de signaux dynamiques et erreur de suivi radial obtenue.

d'un analyseur de signaux dynamiques (DSA) pour l'analyse des performances du lecteur Blu-ray Disc.

3.5.4 Synthèse des correcteurs sous contraintes

Un aspect qui intéresse beaucoup les chercheurs en Automatique concerne la prise en compte des contraintes du système de façon plus explicite pendant la synthèse du correcteur. Il y a quelques exemples réussis dans le cas des systèmes LPV, par exemple [34, 125] où la commande synthétisée prend en compte les limites de l'actionneur en rajoutant un paramètre de séquençement convenable qui affectera la sortie du correcteur.

La synthèse des correcteurs par des techniques LMI permet donc d'ajouter des contraintes explicites sur le problème, par exemple un placement de pôles dans une certaine zone [18, 108]. Un autre exemple est présenté en [19] où l'on cherche à obtenir un correcteur *résilient* qui assure une certaine performance H_∞ en donnant une matrice de retour d'état avec des coefficients bornés (permettant une mise en œuvre du correcteur en utilisant un nombre de bits restreint).

La synthèse de commandes prédictives à horizon glissant (Model Predictive Control ou simplement MPC), est une autre façon de prendre en compte des contraintes réels, voir par exemple [44, 5]. Des contraintes sur les amplitudes de l'état et de la commande sont prises en compte de façon directe et explicite dans la formulation du problème de synthèse. Des solutions explicites du problème MPC sont devenues intéressantes pour de nombreuses applications. En effet, il s'agit de réécrire le problème MPC sous la forme d'un problème de Programmation Quadratique (QP). Puis, en utilisant une caractérisation géométrique

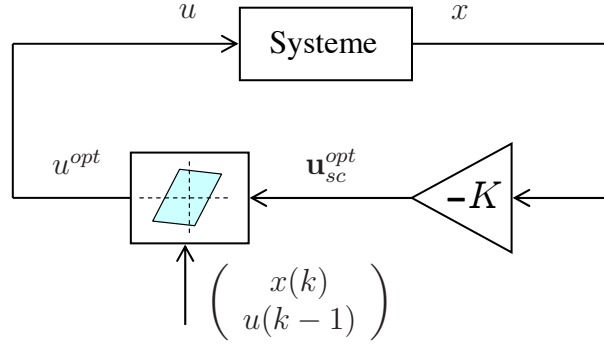


FIGURE 3.11 – Schéma sous la forme quasi-LPV d'une commande MPC basée sur la solution explicite d'un problème QP.

de l'espace de contraintes du problème, on peut obtenir des solutions explicites. Ainsi, la commande à appliquer est issue d'un calcul purement algébrique qui donnera à chaque instant la valeur de la commande à appliquer qui respecte les contraintes.

La figure 3.11 illustre un schéma sous la forme quasi-LPV d'une commande MPC basée sur la solution explicite d'un problème QP. Un correcteur MPC explicite peut être considéré comme un correcteur quasi-LPV sous la forme polytopique :

$$u = -F_i x + g_i \quad (3.79)$$

avec F_i une matrice de retour d'état et g_i un terme additif où $i = \{1, 2, \dots, C\}$ la contrainte active (C le nombre total de contraintes). En fait, une contrainte active sera simplement l'hyperplan qui ne vérifie pas l'inégalité (les contraintes) suivante :

$$Lu \leq W \quad (3.80)$$

par exemple l'hyperplan $L_i u > W_i$. En effet, $Lu \leq W$ décrit un polyèdre de contraintes dans l'espace de la commande u . Toutes les contraintes peuvent être traduites dans cet espace. Par exemple, si l'on considère des contraintes sur la commande et sur l'état, avec la commande $u \in \mathbb{R}^m$ et l'état $x \in \mathbb{R}^n$, nous savons que :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I_{m \times m} \\ -I_{m \times m} \\ B \\ -B \end{bmatrix}}_L u \leq \underbrace{\begin{bmatrix} u_{max} \\ -u_{min} \\ x_{max} - Ax \\ -x_{min} + Ax \end{bmatrix}}_W \quad (3.81)$$

Un problème ouvert est de caractériser des ensembles invariants robustes, de façon systématique et moins conservatrice, d'un système sous contraintes [58, 120, 119]. La Figure 3.12 illustre un ensemble invariant minimal \bar{S} pour un système présentant des

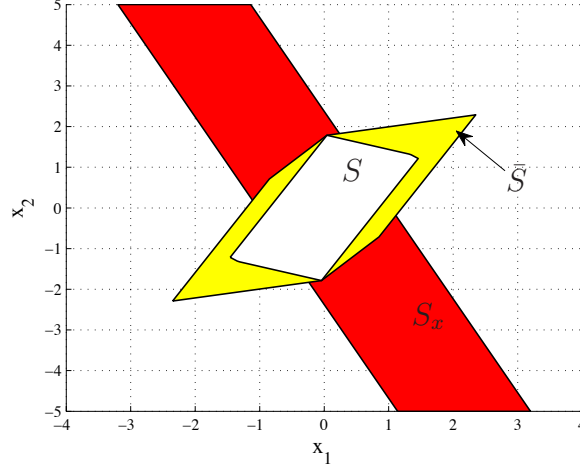


FIGURE 3.12 – Ensemble invariant minimal de trajectoires sous contraintes \bar{S} , par rapport à l'ensemble invariant minimal de trajectoires sans contraintes S . La commande u peut être saturée.

contraintes sur la commande. Prenons par exemple un système quasi-LPV, modélisant le système sous contraintes en boucle fermée :

$$x^+ = (A - B\rho K)x + Ew \quad (3.82)$$

où le paramètre de séquençement $\rho = \rho(x)$ prend en compte le comportement de toute commande qui vérifie (3.81). Remarquons que l'on peut choisir ρ comme suit :

$$\rho := \text{sat}(u)[-Kx]^+ \quad (3.83)$$

avec $\text{sat}(u)$ toute commande vérifiant (3.81) et $[-Kx]^+$ dénotant la séudo-inverse de la commande sans contraintes $u = -Kx$. Ainsi, nous savons que le paramètre de séquençement peut être borné comme suit

$$\rho_{\min} \preceq \rho \preceq I_{m \times m} \quad (3.84)$$

où $\rho_{\min} = \rho_{\min}(K, x)$ sera une matrice contenant les plus petites "possibles" valeurs des éléments de ρ . Cette matrice peut être *a priori* calculée en fonction de u_{\min} , u_{\max} , x_{\min} et x_{\max} par exemple. Ainsi, on pourra trouver un ensemble invariant ellipsoïdal Ψ en utilisant la technique présentée dans la Section 3.5.2 pour des systèmes pouvant s'écrire de façon polytopique. Puis, on pourra mettre en place une compression de cet ensemble (polyèdre) initial en utilisant les propriétés géométriques du problème. Remarquons que tout ça est possible seulement si le système polytopique partage une fonction de Lyapunov commune, selon le Théorème 3.5.1. La stabilité du système (3.82) dépendra donc d'une

synthèse convenable de la commande (c.-à-d. le gain K) et les possibles valeurs initiales de l'état x , ce qui doit assurer un paramètre de séquençement ρ borné. Dans [33], il est proposé une synthèse des correcteurs LPV qui respecte des contraintes sur la commande et sur l'état. L'approche présentée reste néanmoins conservateur car l'ensemble invariant robuste (décrivant les trajectoires de l'état), calculé sous la forme **ellipsoïdal**, doit rester à l'intérieur de l'ensemble des restrictions S_x , comme il a été illustré sur la figure 3.8. Des commandes, possiblement plus performantes, peuvent être obtenues si on se permet des ensembles invariants robustes **polyédriques** et en dehors de S_x comme l'illustre la figure 3.12. La commande MPC est un exemple des commandes qui permettent la saturation des actionneurs (possiblement très utile pour faire face aux défaillances sur les actionneurs), ce qui produirait des ensembles invariants similaires à celui de la figure 3.12.

Ainsi, la commande MPC peut représenter une bonne alternative lors de la conception des lois de commande tolérante aux fautes tandis que l'analyse de stabilité et de performance devrait s'effectuer en transformant le système contrôlé sous une forme LPV-polytopique. Dans la section suivante, nous allons nous concentrer sur la formulation du problème MPC sous la forme QP et sa solution explicite dans un cadre général.

3.6 La commande MPC et le problème QP

Considérons dans un premier temps un problème dépourvu de contraintes. Le système est modélisé comme suit :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + Ed_k \\ y_k &= Cx_k \end{aligned} \tag{3.85}$$

avec u l'entrée de commande et d une perturbation exogène.

En considérant la représentation (3.85), et en supposant que les valeurs des références u_s , x_s correspondent aux valeurs de consigne pour une perturbation d'entrée d_s donnée ou prévue, le problème classique *d'optimisation à horizon fini* consiste à minimiser l'erreur de suivi de la commande $\tilde{u}_k = u_k - u_s$ et aussi l'erreur de suivi de l'état $\tilde{x}_k = x_k - x_s$ sur un horizon fini, en prenant en compte l'erreur de suivi de l'état final $\tilde{x}_N = x_N - x_s$, sous l'effet des perturbations d'entrée d_k .

Formellement, cela signifie qu'il faut trouver la séquence de commande $\{u_0, u_1, \dots, u_{N-1}\}$ qui minimise :

$$J = \frac{1}{2} \left(\tilde{x}_N^T P \tilde{x}_N + \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{x}_k^T Q \tilde{x}_k + \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{u}_k^T R \tilde{u}_k \right) \tag{3.86}$$

sous les contraintes liées à la dynamique du système (3.85).

N est l'horizon de prédiction, P , Q , R sont des matrices symétriques telles que $P \geq 0$, $Q \geq 0$, $R > 0$.

Dans le cadre de *la commande à horizon glissant*, le problème d'optimisation à horizon fixe est résolu à chaque instant en fonction de l'état présent. Le premier élément de la séquence de commande calculée est utilisé comme commande actuelle. La procédure est répétée à chaque instant.

Le problème d'optimisation à horizon fixe avec la fonction objectif (3.86) et le système (3.85) peut être transformé dans un problème QP (*Quadratic Programming*) comme il est discuté en [43].

Définissons l'ensemble des vecteurs de dimension N suivant :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \\ \vdots \\ u_{N-1} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{x}_s = \begin{bmatrix} x_{s_0} \\ x_{s_1} \\ \vdots \\ x_{s_{(N-1)}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_s = \begin{bmatrix} u_{s_0} \\ u_{s_1} \\ \vdots \\ u_{s_{(N-1)}} \end{bmatrix},$$

Définissons également les matrices suivantes :

$$\Gamma = \begin{bmatrix} B & 0 & \cdots & 0 \\ AB & B & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A^{N-1}B & A^{N-2}B & \cdots & B \end{bmatrix}, \quad \Omega = \begin{bmatrix} A \\ A^2 \\ \vdots \\ A^N \end{bmatrix}. \quad (3.87)$$

Nous utiliserons de plus les erreurs de suivi suivantes : $\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{u} - \mathbf{u}_s$ et $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_s$.

La fonction de coût (3.86) devient alors :

$$J = \frac{1}{2} \left(\tilde{x}_0^T Q \tilde{x}_0 + \tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{u}}^T \mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}} \right) \quad (3.88)$$

avec

$$\mathbf{Q} = \text{diag}\{Q, \dots, Q, P\}$$

$$\mathbf{R} = \text{diag}\{R, \dots, R\}$$

D'autre part, $\tilde{\mathbf{x}}$ peut être exprimé en fonction de la séquence de commande comme suit :

$$\tilde{\mathbf{x}} = \Gamma(\mathbf{u} - \mathbf{u}_s) + \Omega(x_0 - x_s) \quad (3.89)$$

Ainsi, en substituant (3.89) dans (3.88), la fonction de coût peut être exprimée en fonction de la séquence de commande \mathbf{u} :

$$J = \bar{V} + \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{H} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T [\mathbf{F}(x_0 - x_s) - \mathbf{H} \mathbf{u}_s] \quad (3.90)$$

où

$$\begin{aligned} \bar{V} &= \text{termes indépendants de la commande } \mathbf{u} \\ \mathbf{H} &= \Gamma^T \mathbf{Q} \Gamma + \mathbf{R} \\ \mathbf{F} &= \Gamma^T \mathbf{Q} \Omega \end{aligned}$$

Par conséquent, la minimisation de la fonction de coût (3.90) est un problème QP dont la solution explicite (sans contraintes) est *a priori* connue, c'est-à-dire :

$$\mathbf{u}_{sc}^{opt} = -\mathbf{H}^{-1} [\mathbf{F}(x_0 - x_s) - \mathbf{H} \mathbf{u}_s] \quad (3.91)$$

Gestion des contraintes

Les systèmes réels sont soumis à des contraintes physiques et/ou opérationnelles qui peuvent être écrites en termes des contraintes sur les états, les entrées, les sorties, etc. Les contraintes physiques proviennent du fait que le système ne peut pas être repoussé au-delà de certaines limites sans le risque d'entraîner des dommages matériels. D'autre part, les contraintes opérationnelles peuvent être établies à partir des spécifications de sécurité, de lois environnementales, pour des raisons écologiques, de qualité et économiques entre autres.

Par exemple, prenons les contraintes suivantes :

$$\begin{aligned} x_{min} &\leq x_k &\leq x_{max} \\ u_{min} &\leq u_k &\leq u_{max} \\ \delta u_{min} &\leq u_k - u_{k-1} &\leq \delta u_{max} \\ y_{min} &\leq y_k &\leq y_{max} \end{aligned} \quad (3.92)$$

où les inégalités sur les vecteurs sont à entendre terme par terme.

Il est aisé de montrer que toutes les contraintes (3.92) peuvent être exprimées en fonction de la variable de contrôle \mathbf{u} sur l'horizon de prédiction N (voir [43]). C'est-à-dire :

$$\mathbf{L} \mathbf{u} \leq \mathbf{W} \quad (3.93)$$

avec

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \Phi \\ -\Phi \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} \bar{\Delta} \\ \underline{\Delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\zeta \\ \zeta \end{bmatrix} X_0 \quad (3.94)$$

où les matrices Φ , Δ et ζ sont obtenues à partir de (3.92).

Le problème d'optimisation QP (3.90), prenant en compte les contraintes d'inégalité (3.93) devient donc :

$$\min_{\mathbf{u}} \quad \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{H} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T [\mathbf{F}(x_0 - x_s) - \mathbf{H} \mathbf{u}_s] \quad (3.95)$$

sous la contrainte $\mathbf{L} \mathbf{u} \leq \mathbf{W}$.

Les problèmes QP peuvent être résolus en utilisant des solveurs QP standards. Néanmoins, nous explorons les solutions explicites.

Plusieurs auteurs [11], [111], [91] ont proposé des méthodologies pour obtenir des solutions explicites dans le contexte des problèmes de commande sous contraintes. En [11] le problème sous la forme mp-QP (*multi-parametric quadratic programs*) est proposé. Ils proposent un algorithme basé sur les conditions algébriques d'optimalité pour trouver des solutions explicites. Dans [91], les auteurs présentent une approche géométrique basée sur des polyèdres paramétrés, permettant la construction de solutions explicites pour les problèmes d'optimisation quadratiques multiparamétriques et pour la commande prédictive. Nous pouvons également trouver une étude sur la redondance des ensembles de contraintes et la possibilité de réduire le nombre de calculs (la charge calculatoire) dans [93].

3.6.1 Commande MPC explicite

Dans plusieurs travaux [111], [43], [11] les auteurs présentent la caractérisation globale de la commande optimale linéaire quadratique sous contraintes. Ils montrent qu'il existe une caractérisation géométrique finie de la solution relativement simple, qui peut être calculée et stockée efficacement pour des horizons courts et pour des faibles dimensions d'états. Cette caractérisation est une forme explicite pour la commande à horizon glissant. Dans cette étude, nous nous basons sur les principes de cette méthode et nous l'adaptions pour obtenir des solutions en temps réel. En effet, nous proposons une adaptation de l'algorithme de caractérisation géométrique où il n'est pas nécessaire de caractériser tout l'espace d'état ni de stocker beaucoup de données, ainsi, la dimension des états et de l'horizon est moins contraignante que dans la méthode originale.

Caractérisation géométrique du problème QP

Nous nous intéressons particulièrement à la méthode de caractérisation géométrique du problème QP, proposée par [111] et [43]. La solution résultante proposée par ces auteurs consiste à diviser l'espace d'état en régions dont la loi de commande correspondante a une forme analytique affine. Les régions et la loi de commande sont caractérisées en termes de paramètres du problème de commande optimale en boucle ouverte. L'algorithme proposé

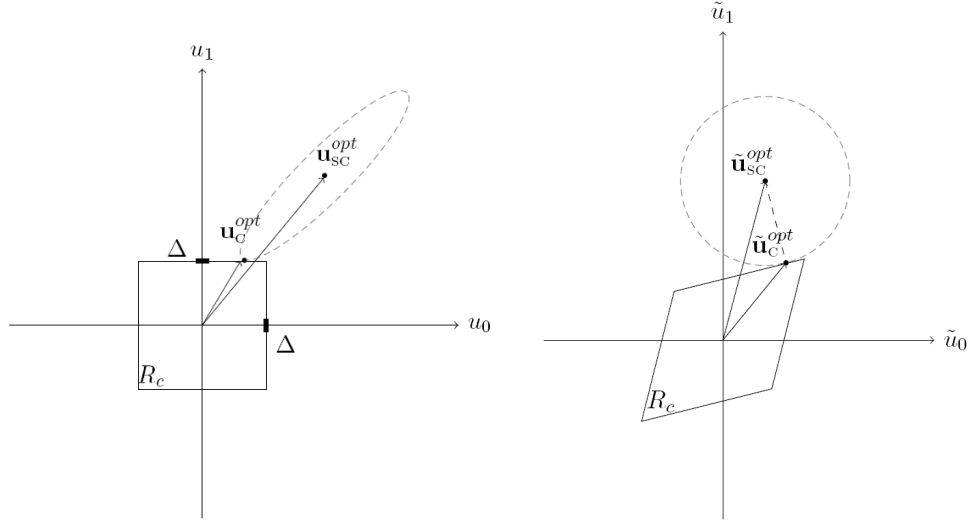


FIGURE 3.13 – Interprétation géométrique du problème d’optimisation QP d’origine (gauche) et après une transformation de coordonnées (droite).

par ces auteurs calcule la solution dans l’espace des entrées pour toutes les combinaisons de contraintes et sélectionne celles qui définissent un ensemble non vide par projection sur l’espace d’état. Après division de l’espace d’état et calcul hors-ligne des lois de commande, celles-ci peuvent être stockées pour les utiliser en ligne.

Le problème QP (3.95) a une interprétation géométrique intéressante dans l’espace de la commande qui sera présentée par la suite.

Considérons l’équation suivante, avec x_0 l’état actuel :

$$\frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{H} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T [\mathbf{F} x_0 + c_s] = c \quad (3.96)$$

où c est une valeur constante (coût). Cette équation (3.96) définit un ellipsoïde en $\mathbb{R}^{N \times m}$ et il est centré sur la commande sans contraintes :

$$\mathbf{u}_{sc}^{opt} = -\mathbf{H}^{-1} [\mathbf{F} x_0 + c_s] \quad (3.97)$$

Le problème d’optimisation QP peut être reformulé ainsi : trouver le plus petit ellipsoïde intersectant les limites de la région de contraintes R_c , le point d’intersection \mathbf{u}_c^{opt} représente la commande qui prend en compte les contraintes.

Le problème peut se simplifier par un changement de coordonnées :

$$\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{H}^{\frac{1}{2}} \mathbf{u} \quad (3.98)$$

La matrice Hessienne \mathbf{H} est la matrice de changement de coordonnées. Dans ce nouveau repère, l'ellipsoïde devient une sphère centrée en

$$\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{u}}_{\text{sc}}^{\text{opt}} = -\mathbf{H}^{-\frac{1}{2}}[\mathbf{F}x_0 + c_s] \quad (3.99)$$

Pour simplifier les notations, nous noterons également R_c le nouveau polyèdre des contraintes projeté dans ce repère.

Après le changement de coordonnées, le problème d'optimisation peut être reformulé comme suit : trouver le point dans la région de contraintes R_c qui est le plus proche de $\tilde{\mathbf{u}}_{\text{sc}}^{\text{opt}}$ en distance euclidienne. La figure 3.13 illustre un exemple de changement de coordonnées.

Le polyèdre des contraintes convexe défini en coordonnées- \mathbf{u} dans (3.94) peut être transformé dans un polyèdre de contraintes en coordonnées- $\tilde{\mathbf{u}}$ comme suit :

$$\tilde{\Phi}\tilde{\mathbf{u}} \leq \bar{\Delta} - \zeta x_0 \quad (3.100)$$

$$-\tilde{\Phi}\tilde{\mathbf{u}} \leq \underline{\Delta} + \zeta x_0 \quad (3.101)$$

où

$$\tilde{\Phi} = \Phi\mathbf{H}^{-1/2} \quad (3.102)$$

Considérons les définitions suivantes :

- “l'ensemble actif ℓ ” inclut les indices des contraintes qui sont actives. Ces indices proviennent de la vérification des inégalités qui définissent le polyèdre des contraintes (3.101), i.e. ils correspondent alors aux lignes qui ne respectent pas ces inégalités.
- “Le vecteur de la valeur active Δ ” identifie si la contrainte active dont l'indice est ℓ correspond à une des lignes d'une des inégalités de (3.101).

$$\begin{aligned} \Delta &= \bar{\Delta}_\ell & \text{si } \tilde{\Phi}_\ell\tilde{\mathbf{u}} &= \bar{\Delta}_\ell - \zeta_\ell x_0 \\ \Delta &= -\underline{\Delta}_\ell & \text{si } -\tilde{\Phi}_\ell\tilde{\mathbf{u}} &= -\underline{\Delta}_\ell - \zeta_\ell x_0 \end{aligned} \quad (3.103)$$

avec $\tilde{\mathbf{u}}$ définie dans (3.98).

Par conséquent la commande optimale explicite sous contraintes $\mathbf{u}_c^{\text{opt}}$ est calculée à partir du $\tilde{\mathbf{u}}_c^{\text{opt}}$ comme suit :

Soit le sommet de R_c le plus proche de $\tilde{\mathbf{u}}_{\text{sc}}^{\text{opt}}$, soit la commande $\tilde{\mathbf{u}}_c^{\text{opt}}$, en (3.104) pour chaque ℓ , la plus proche de $\tilde{\mathbf{u}}_{\text{sc}}^{\text{opt}}$ qui appartient à l'ensemble R_c .

$$\tilde{\mathbf{u}}_c^{\text{opt}} = \tilde{\Phi}_\ell^T[\tilde{\Phi}_\ell\tilde{\Phi}_\ell^T]^{-1}(\Delta - \zeta_\ell x_0) - [I - \tilde{\Phi}_\ell^T[\tilde{\Phi}_\ell\tilde{\Phi}_\ell^T]^{-1}\tilde{\Phi}_\ell]\mathbf{H}^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{F}x_0 + c_s) \quad (3.104)$$

avec $\tilde{\Phi}_\ell$, ζ_ℓ , Δ déterminées à partir de (3.100), (3.101) et (3.103), respectivement. La commande dans ses coordonnées d'origine sera donc :

$$\mathbf{u} = \mathbf{H}^{-\frac{1}{2}}\tilde{\mathbf{u}} \quad (3.105)$$

Remarque : L'équation (3.104) peut se voir comme la projection de la solution sans contraintes \mathbf{u}_{sc}^{opt} sur les contraintes actives. L'équation (3.104) nécessite en particulier de connaître l'ensemble des contraintes actives " ℓ ", celui-ci est déterminé à partir des inégalités (3.100) et (3.101), et de l'état courant x_0 .

Coordination des grands systèmes : Dans la thèse de Zarate-Florez, nous avons exploré des techniques de coordination des grands systèmes sur la base d'une coordination explicite de correcteurs MPC. Cette technique a été présentée en [136] et [133]. Nous allons ici simplement présenter la loi de commande MPC explicite pour chaque sous-système, utilisé pour la coordination. En effet, chaque sous-système i qui fait partie du grand système à contrôler (coordonner) devra appliquer un contrôle de la forme :

$$\mathbf{u}_{(i)}^{opt} = -\mathbf{H}_{(i)}^{-1}[\mathbf{K}_{1(i)}(x_i - x_{si}) + \mathbf{K}_{2(i)}\mathbf{p} - \mathbf{H}_{(i)}\mathbf{u}_{(i)s}] \quad (3.106)$$

où $\mathbf{H}_{(i)}$, $\mathbf{K}_{1(i)}$, $\mathbf{K}_{2(i)}$ sont de matrices de dimension convenable, et $\mathbf{u}_{(i)s}$ la valeur de la commande autour du point d'équilibre (une espèce de "feedforward"),

Remarquons donc qu'il y a un terme de coordination $\mathbf{K}_{2(i)}\mathbf{p}$ qui peut être interprété comme étant un terme qui modifie la consigne à l'équilibre pour assurer l'optimum global du grand système. On pourra aussi l'interpréter comme étant un paramètre de Youla. En effet, le vecteur \mathbf{p} est un multiplicateur de Lagrange qui cherche à minimiser l'effet des interactions entre les sous-systèmes. La tâche du coordinateur est donc de fournir la bonne valeur de \mathbf{p} à chaque instant de coordination. Il peut être calculé en utilisant l'algorithme d'Uzawa [24, 38, 84, 101, 102], c'est à dire :

$$\mathbf{p}^{h+1} = \mathbf{p}^h + \gamma(y^h - \hat{y}^h) \quad (3.107)$$

avec $y = \mathbf{F}\mathbf{u}^h$ (les interactions réelles) et $\hat{y} = \mathbf{v}^h$ (les interactions prédites), toutes construites en utilisant l'information provenant de chaque sous-système, notamment les commandes qu'ils pensent en appliquer. La coordination est effective que lorsque l'on obtient $y^h - \hat{y}^h = 0$. Des détails sont disponibles en [133].

3.7 Commande Tolérante aux Fautes

3.7.1 Sa structure est aussi un choix

Une commande tolérante aux fautes (FTC) pourra être définie comme étant une commande capable de maintenir la stabilité d'un système en défaillance tout en gardant sa performance la plus proche de sa performance nominale. Dans la littérature, nous trouvons tout d'abord des commandes, dites *FTC passives*, issues d'une synthèse des lois de commandes robustes. Il s'agit de faire face aux défaillances (par exemple l'apparition d'un biais sur la mesure ou l'augmentation inattendue du frottement sec dans un actionneur) qui peuvent être compensées par un correcteur suffisamment robuste. L'action intégrale est un exemple d'une commande capable de compenser une telle défaillance. Ainsi, le régulateur PID est un correcteur tolérante aux fautes *additives* de basses fréquences (c'est pour cette raison que les ingénieurs apprécient le PID).

Par ailleurs, on trouve dans la littérature des commandes tolérante aux fautes, dites *FTC actives*. Il s'agit des lois de commandes qui s'adaptent aux nouvelles conditions de fonctionnement du système. Ainsi, la régulation adaptative (en utilisant la paramétrisation Youla-Kucera), un correcteur LPV dont le paramètre de séquençement prend en compte l'apparition de la défaillance, ou encore un correcteur MPC dans lequel les défaillances sont prises en compte comme étant une variation des contraintes, sont des exemples possibles d'un correcteur FTC actif.

Si on parle de défaillances, il faudra parler des modèles de défaillances. Ce qui n'est pas anodin, car la synthèse d'une loi de commande FTC devra bien en tenir compte. La figure 3.7.1 illustre un défaut abrupt d'une caméra embarquée sur un véhicule. Dans la littérature, on trouve des modèles de défaillances très utilisés en diagnostic. Il s'agit de modèles où la défaillance est un signal qui affecte le système de façon additive. Si on considère le système nominal (fault-free system) suivant :

$$x^+ = Ax + Bu + Ew \quad (3.108)$$

$$y = Cx + \eta \quad (3.109)$$

Le système en défaillance sera modélisé comme suit :

$$x^+ = Ax + Bu + \textcolor{red}{w}_F + \textcolor{blue}{E}w \quad (3.110)$$

$$y = Cx + \textcolor{red}{\eta}_F + \textcolor{blue}{\eta} \quad (3.111)$$

où les entrées $\textcolor{red}{w}_F$ et $\textcolor{red}{\eta}_F$ reflètent les défaillances actionneur et/ou capteurs. Un tel modèle permet de modéliser des changements arbitraires sur les entrées du système. Un point négatif de ce type de modèles concerne le fait que les défaillances (modélisées comme étant des entrées inconnues exogènes) ne vont jamais déstabiliser le système, ce qui est possible en pratique.



FIGURE 3.14 – Exemple d'un véhicule en train de souffrir un défaut capteur "camera".

Un autre type de modèles, peut-être plus adapté pour la synthèse des lois de commande tolérante aux fautes, concerne des modèles où la défaillance apparaît de façon *multiplicative*, c'est-à-dire :

$$x^+ = Ax + F_a Bu + Ew \quad (3.112)$$

$$y = F_s Cx + \eta \quad (3.113)$$

où les matrices F_a et F_s reflètent les défaillances actionneur et/ou capteurs. Ce type de modélisation permet de tenir compte d'un nombre important de possibles défaillances, comme par exemple la défaillance d'une composante (voir [86]). Il est clair qu'en présence d'une défaillance actionneur, on ne pourra pas utiliser l'actionneur de façon nominale car on perd, soit une partie soit la totalité de l'efficacité de l'actionneur pendant la défaillance. Le correcteur FTC devra donc se "reconfigurer" pour faire face à la défaillance.

Remarquons que les modèles de défaillances additives sont plus appropriés pour la détection de défaillances tandis que les modèles de défaillances multiplicatives le sont pour la commande tolérante aux fautes. En effet, même si l'estimation (ou la détection) de défaillances fonctionne efficacement, la décision de fermer la boucle de commande avec un autre composant (actionneur ou capteur) n'est pas directe. Un critère de performance devra faire partie des éléments de décision. Par exemple, du point de vue de la stabilité et de la performance du système en défaillance, nous pouvons prendre un composant en défaillance, pour fermer la boucle pendant quelques instants, si cette décision augmente les chances de conservation de la stabilité ou de la performance du système. Ceci est encore un problème ouvert, mais fait partie des paradigmes associés à mes travaux de recherche [115, 82]. Le problème de synthèse d'une commande FTC est donc associé au développement des algorithmes capables de prendre des décisions sur l'utilisation ou pas d'un composant (de préférence en état de fonctionnement, mais ça n'exclut pas les autres).

Des approches très intéressantes de commande FTC sont présentées en [2] où les défaillances sont modélisées comme étant des processus Markoviens mesurables, séparables et à espaces d'états finis. Des commandes FTC sur la base de correcteurs robustes H_∞ , H_2 et/ou multi-objectives sont proposées en [89, 2, 1] et en lien avec mes travaux [67, 130]. Un *benchmark* sur la turbine éolienne a été proposé en [88]. Il s'agit d'un procédé qui permet tester des techniques de synthèse FTC, en incluant différents types des défaillances capteurs et actionneurs.

La reconfiguration d'un correcteur FTC peut s'effectuer sans forcément détecter l'élément en défaillance. Par exemple, des techniques d'estimation paramétrique (ou identification) peuvent être utiles pour détecter le composant en état de fonctionnement bien plus rapidement que le fait de détecter le composant en défaillance. En effet, les composants opérationnels sont facilement caractérisables, chose qui n'est pas facile avec un composant en défaillance. Les commande de type LPV [104, 33, 35, 124], ou de type prédictive MPC [114, 94, 92], est un autre exemple de possibles structures de commande FTC car elles sont facilement reconfigurables. Le potentiel de la commande prédictive à résoudre le problème de l'accommodation aux défauts à été montré par Maciejowski [73]. Ces types de commande sont très attractifs car ils peuvent adapter la performance du système, et/ou faire face aux variations d'efficacité des actionneurs en modifiant les contraintes du problème par exemple.

Parmi les techniques de reconfiguration les plus populaires, nous pouvons citer les techniques :

- basées sur la commutation des correcteurs [83],
- basées sur la fusion des correcteurs [28],
- basées sur des approches dites de *Défaut-masqué* (*Fault-hiding* en anglais) [113, 85].

Une bonne partie des mes travaux de recherche en commande tolérante aux fautes porte sur le problème de commutation entre différents correcteurs pour garantir la stabilité du système en défaillance [83, 115, 82, 112]. Ici nous allons nous concentrer sur l'approche dite de Défaut-masqué car il s'agit d'un schéma qui nous permettra d'illustrer l'intérêt de la détection rapide de défaillances et du bon choix de la composante en bon état de fonctionnement. Un exemple de capteurs virtuels pour la mise en place d'une commande tolérante aux fautes basée sur l'approche de Défaut-masqué est présenté en [85]. Il s'agit donc de maintenir un correcteur nominal (conçu pour le système sans défaillance) dans la boucle comme une partie du correcteur reconfiguré.

Par exemple si le correcteur nominal est un pilote d'avion, l'approche Défaut-masqué cherche à réduire la difficulté du pilote à diriger l'engin car le système reconfiguré se comportera toujours comme étant le système nominal. Des hypothèses de conservation de la commandabilité du système (ou de l'observabilité dans le cas des défaillances capteur)



FIGURE 3.15 – Exemple d'un système sur-actionné pour la tolérance aux fautes.

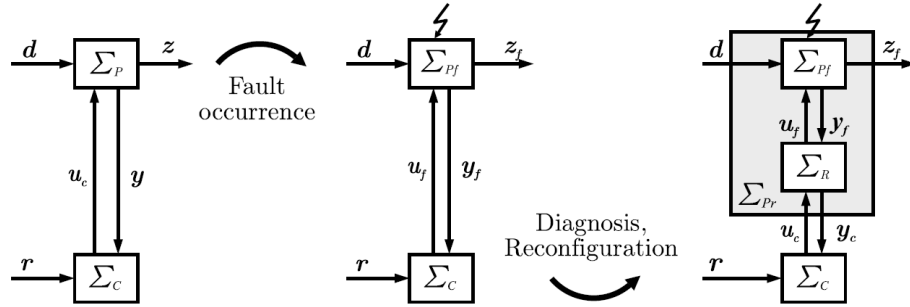


FIGURE 3.16 – Reconfiguration du système de commande avec actionneur virtuel [103].

sont bien sûr plus que nécessaires. Un exemple de systèmes sur-actionnés sont les appareils de transport de passagers, comme celui présenté dans la figure 3.15. La figure 3.16 illustre les différentes étapes de la reconfiguration d'un système en défaillance en utilisant un actionneur virtuel.

Pendant la reconfiguration d'un système de commande FTC, nous pouvons citer trois situations possibles :

- (a) **Situation Nominale** : le système de commande est libre de défaillance (Fault-free).
- (b) **Situation de défaillance** : le système de commande peut éventuellement utiliser un composant en défaillance pendant quelques instants sans que le "pilote" ne s'en aperçoive. Le système devra rester dans sa région d'attraction (ou région admissible) pour maintenir les possibilités de stabilisation du système.
- (c) **Système reconfiguré** : le système continue à fonctionner comme il était prévu avant la défaillance. La défaillance continue à exister mais elle est masqué par rapport au correcteur nominal, c'est-à-dire caché au "pilote" (fault-hiding situation).

Nous pouvons citer quelques ouvrages traitant le problème de détection et de la com-

mande tolérante aux fautes, par exemple [16, 53] et [87]. Certains travaux portent sur la détection de défaillances et la commande FTC sur des systèmes commandés par réseaux, par exemple [107, 69].

Analysons maintenant le comportement d'un système de commande FTC basée sur les approches Défaut-masqué en utilisant des capteurs virtuels.

3.7.2 Exemple d'un capteur virtuel (fault-hiding)

La technique de Défaut-masqué en utilisant des capteurs (ou actionneurs) virtuels est devenue une technique très répandue, voir par exemple [55, 85, 113, 103]. Prenons par exemple le correcteur nominal suivant :

$$u_c = -K\hat{x} \quad (3.114)$$

$$\hat{x}^+ = A\hat{x} + Bu_c + L(y_c - C\hat{x}) \quad (3.115)$$

On considère une famille de N capteurs (ou groupe de capteurs). Chacune des combinaisons garantit l'observabilité du système. Ainsi, pendant une défaillance capteur nous avons une sortie en défaillance de la forme :

$$y = F_\sigma Cx \quad (3.116)$$

où F_σ caractérise la défaillance (F_σ égale à une matrice identité en absence de défaut). La dynamique du capteur virtuel peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\theta^+ = (A - Q_\sigma F_\sigma C)\theta + Bu_c + Q_\sigma y \quad (3.117)$$

$$y_c = (C - F_\sigma C)\theta + y \quad (3.118)$$

où Q_σ est calculé pour chaque matrice de défaut F_σ , en assurant que $(A - Q_\sigma F_\sigma C)$ est une matrice Schur (c'est-à-dire que tous ses valeurs propres se trouvent à l'intérieur d'un cercle unitaire) et partagent la même fonction de Lyapunov. Remarquons donc, que en absence de perturbations et du bruit, l'état θ converge vers x . Ce comportement peut être analysé en considérant l'équation d'erreur décrite par l'état $\zeta := x - \theta$, c'est-à-dire :

$$\zeta^+ = (A - Q_\sigma F_\sigma C)\zeta - Q_\sigma \eta + Ew \quad (3.119)$$

Ainsi, la sortie du capteur virtuel y_c devient (en absence de perturbations et du bruit) :

$$y_c = (C - F_\sigma C)\theta + y \quad (3.120)$$

$$y_c = (C - F_\sigma C)x + y \quad (3.121)$$

$$y_c = Cx - F_\sigma Cx + F_\sigma Cx \quad (3.122)$$

$$y_c = Cx \quad (3.123)$$

La sortie y_c donnera donc des valeurs équivalentes au capteur en bon état de fonctionnement malgré la présence de la défaillance. Néanmoins, il faudra s'assurer que l'estimation de la matrice F_σ est correcte et suffisamment rapide car la matrice Q doit être choisie parmi les combinaisons possibles afin d'obtenir $Q = Q_\sigma$. Dans tous les cas, pendant la défaillance et avant la reconfiguration, nous avons la matrice $(A - Q_i F_j C)$ avec $i \neq j$, qui ne est pas nécessairement une matrice stable. En conséquence, l'état risque de sortir de sa région admissible (ou région d'attraction) pendant la période entre l'apparition de la défaillance et la reconfiguration. Ainsi, le problème de détection rapide et fiable de la défaillance est encore un problème ouvert.

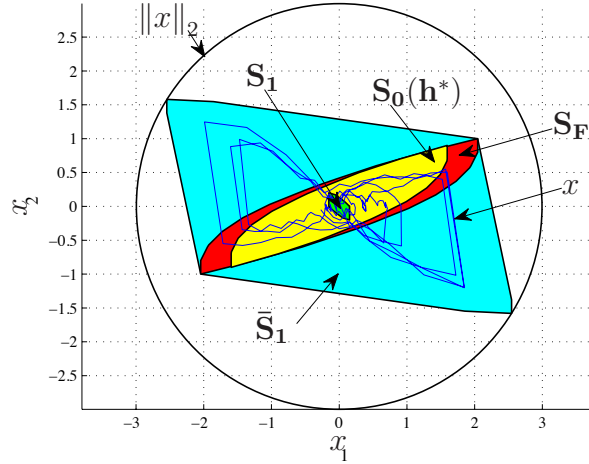


FIGURE 3.17 – Ensembles invariants robustes pendant la reconfiguration du système FTC.

La figure 3.17 illustre le comportement de l'état pendant la reconfiguration. L'ensemble S_1 concerne l'ensemble invariant robuste minimal du système nominal, $S_0(h^*)$ l'ensemble qui décrit l'évolution de l'état après h^* instants du temps après l'apparition de la défaillance, et S_F l'ensemble où la détection et la reconfiguration ont été effectuées "convenablement". Remarquons que l'ensemble invariant robuste minimal \bar{S}_1 après la reconfiguration est beaucoup plus grand que l'original S_1 et sa taille déterminera donc la plus grande valeur de $\|x\|_2$ (c-à-d. la performance attendue du système tolérant aux fautes). L'analyse du comportement du système en défaillance peut s'effectuer en calculant ce type d'ensembles et en vérifiant que pour le pire de cas le système reste à l'intérieur de son domaine admissible. Parmi mes travaux en cours se trouve la synthèse des correcteurs qui agissent en fonction des événements tout en garantissant une certaine performance (voir le chapitre 6).

3.7.3 Génération des résidus

Comment estimer la situation de défaillance ? Pour chaque défaut F_i on peut considérer la construction d'un signal résiduel r_i comme discuté en [16]. Le signal résiduel est construit en utilisant toute information disponible et mesurable en temps réel (références, commandes, estimations et sorties mesurées par exemple), et il devra être sensible à la défaillance. On pourra le décrire comme suit :

$$r_i = \begin{cases} r_i^H \in \mathcal{S}_i^H, & \text{if } F_i \text{ inactive} \\ r_i^F \in \mathcal{S}_i^F, & \text{if } F_i \text{ active} \end{cases}$$

La plupart des techniques de génération de résidus supposent qu'il s'agit des défauts entrant de façon affine dans le modèle du système (c'est-à-dire des défaillances additives [121, 59]). Les défauts sont considérés bornés et dans la plupart des cas découplés des autres perturbations (au moins qu'ils ne sont pas corrélés). De plus, le modèle du système est supposé connu en incluant, parfois, des modèles des incertitudes bornées. Les techniques les plus populaires sont :

- L'approche basée sur l'espace de parité (Gertler & Singer, 1990) [41] .
- La synthèse des observateurs à entrées inconnues. (Frank & Wünnenberg, 1989) [37].
- L'approche par des observateurs de Kalman (Basseville and Benveniste, 1986) [9, 10]
- L'estimation paramétrique (Isermann, 1984) [52].
- La technique basée sur des votes (Desai and Ray, 1984) [32].

Les observateurs de Kalman et l'estimation paramétrique sont peut-être plus conviviaux pour la commande FTC lorsque l'on suppose la présence de défaillances multiplicatives. Dans mes travaux de recherche, nous proposons de techniques où les résidus sont basés sur la *performance* du système de commande [81]. En particulier, l'utilisation des erreurs de suivi de consigne estimées (c'est-à-dire la différence entre l'état estimé et l'état souhaité), voir par exemple [83] où l'approche est appliquée à la commande d'inter-distance entre véhicules en suivant un modèle de référence proposé en [79, 80].

Des techniques de détection de défauts pour des systèmes LPV (polytopiques, incertains et/ou perturbés), ont été largement étudiées ces dernières années. Quelques exemples se trouvent en [51, 49, 50, 104]. D'autres exemples, en lien avec mes travaux de recherche se trouvent en [123, 128, 124, 125] et [78]. Ce dernier en lien avec les approches des ensembles invariants.

3.7.4 Le principe de séparation des ensembles

Supposons que nous allons construire des résidus r_i qui sont sensibles aux défaillances. La question sera donc d'estimer la situation de défaillance et quand il faudra prendre la décision de reconfiguration. En pratique, les résidus issus de composants en bon état

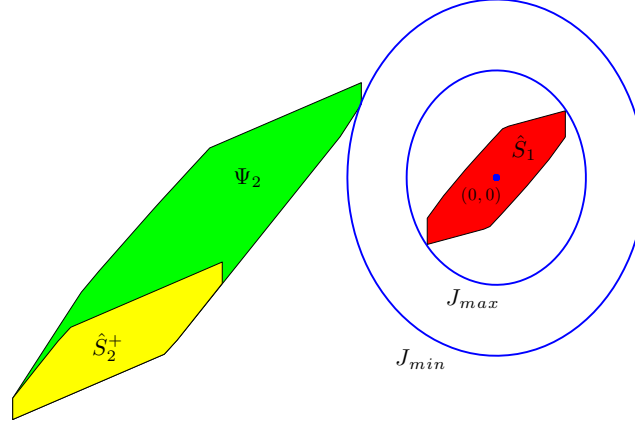


FIGURE 3.18 – Principe de séparation des ensembles. Ensemble en fonctionnement normal \hat{S}_1 , ensemble au moment de la défaillance \hat{S}_2^+ et Ψ_2 l'ensemble après la défaillance.

de fonctionnement appartiennent à un ensemble invariant \hat{S}_i où la taille de l'ensemble dépendra du niveau du bruit (ou des incertitudes du modèle). Certaines défaillances sont très faciles à détecter car elles sont brutales et provoquent une déviation important des résidus associés à la défaillance en question [83]. La figure 3.18 illustre le principe de séparation des ensembles en bonne santé par rapport aux ensembles en défaillances. La distance de séparation peut être augmentée de façons diverses. Par exemple, en choisissant des capteurs (ou actionneurs) moins bruités, ou en construisant de signaux de références appropriés, ou en effectuant un changement de base plus approprié des résidus. Dans la figure 3.18, les ellipsoïdes caractérisant le critère de performance "quadratique" utilisé pour évaluer le résidus.

Le critère d'évaluation des résidus peut être construit en utilisant des fonctions quadratiques, mais aussi en utilisant de fonction de barrière (ou hyperplans) qui parfois peut permettre une bonne séparation des ensembles de façon moins conservatrice, comme il est proposé en [90]. Ainsi, les ensembles invariants robustes peuvent être utilisés comme "Thresholds" (seuils de détection) pendant l'évaluation des résidus. Ce principe a été présenté en [112] pour la commande tolérante aux fautes multi-capteurs. La figure 3.19 présente le schéma de commande proposé. Un exemple du fonctionnement est présenté dans les figures 3.20 et 3.21. Il a été montré qu'une condition de "séparation" est nécessaire pour assurer la stabilité du système en défaillance capteur.

Pour mieux comprendre le fonctionnement du schéma proposé, nous allons analyser le comportement des résidus basés sur la performance.

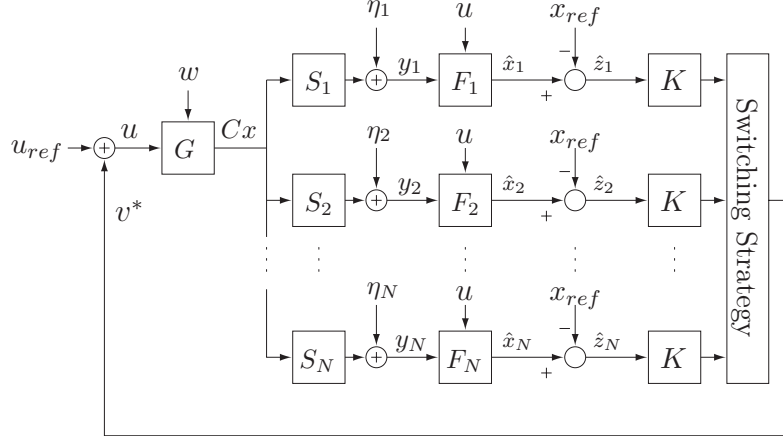


FIGURE 3.19 – Schéma du système multi-capteur avec procédé G , capteurs S_1, \dots, S_N , observateurs F_1, \dots, F_N et gain de retour d'état K .

3.7.5 Le modèle de référence

Prenons le système linéaire décrit par l'équation suivante :

$$x^+ = Ax + Bu + Ew, \quad (3.124)$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ et $x^+ \in \mathbb{R}^n$ correspondent aux états à l'instant k et à l'instant $k + 1$, respectivement, $u \in \mathbb{R}^m$ l'entrée manipulable du système, et $w \in \mathbb{R}^p$ une perturbation bornée. On suppose que le couple (A, B) est stabilisable.

Prenons maintenant un système de référence qui décrit le comportement "idéal" du procédé.

$$x_{ref}^+ = Ax_{ref} + Bu_{ref}. \quad (3.125)$$

Remarquons que l'on conserve la même structure tant pour le procédé que pour le système de référence avec les mêmes matrices A et B . Nous supposons que u_{ref} et x_{ref} sont bornés. Puisque la matrice A ne possède pas forcément des valeurs propres propres à l'intérieur du cercle unitaire, l'entrée u_{ref} devra être obtenue à partir d'un correcteur (pas forcément linéaire) qui stabilise (3.125).

Maintenant, nous pouvons étudier l'erreur de suivi définie comme suit :

$$z \triangleq x - x_{ref}. \quad (3.126)$$

De plus, nous définissons l'erreur de suivi des entrées de commande :

$$v \triangleq u - u_{ref}. \quad (3.127)$$

Ainsi, à partir de (3.124), (3.125), (3.126) et (3.127), la dynamique de l'erreur de suivi peut être décrite par

$$z^+ = Az + Bv + Ew. \quad (3.128)$$

L'objectif du contrôle *nominal* pourrait être donc réinterprété comme suit : Trouver à chaque instant une commande convenable v tel que l'erreur de suivi z soit borné en présence des perturbations bornées w . En pratique, nous n'avons pas toujours accès aux états du système. Par conséquent, nous devons faire notre analyse en passant par leurs estimations.

3.7.6 Stratégie multi-capteurs et multi-observateurs

Nous considérons ici que la sortie du système est mesurée à partir d'une famille de N capteurs.

$$y_i = C_i x + \eta_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad (3.129)$$

où $y_i \in \mathbb{R}^{p_i}$ est la sortie mesurée et $\eta_i \in \mathbb{R}^{p_i}$ du bruit de mesure borné. Nous supposons que les paires (A, C_i) sont détectables pour $i = 1, \dots, N$.

Ainsi, nous considérons N estimateurs d'états :

$$\hat{x}_i^+ = A\hat{x}_i + Bu + L_i(y_i - C_i\hat{x}_i), \quad (3.130)$$

Les gains L_i assurent que $A_{L_i} \triangleq A - L_i C_i$ possèdent leurs valeurs propres strictement à l'intérieur du cercle unitaire. Ce qui est toujours possible pour un système détectable. Les erreurs d'estimation, définies comme suit

$$\tilde{x}_i \triangleq x - \hat{x}_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad (3.131)$$

vérifient

$$\tilde{x}_i^+ = A_{L_i} \tilde{x}_i + Ew - L_i \eta_i \quad (3.132)$$

et donc, par construction, \tilde{x}_i est borné si les perturbation w et η_i sont bornées.

Mécanisme de commutation : Maintenant nous allons définir l'erreur de suivi estimé comme suit :

$$\hat{z}_i \triangleq \hat{x}_i - x_{ref}, \quad i = 1, \dots, N. \quad (3.133)$$

avec \hat{x}_i les états estimés et x_{ref} les états de référence. Pour chacun des couples capteur-observateur nous associons un retour d'état² suivant :

$$v_i = -K\hat{z}_i, \quad i = 1, \dots, N. \quad (3.134)$$

2. Il est possible aussi d'analyser le cas avec multiples gains de retour d'état K_i , voir [81].

où K assure que la matrice $A - BK$ possède toutes ses valeurs propres à l'intérieur du cercle unitaire. Remarquons qu'en pratique, z et \tilde{x}_i ne sont pas disponibles, tandis que \hat{z}_i et \hat{x}_i les sont à partir des observateurs.

La stratégie de commutation des capteurs-observateurs est effectuée à chaque période d'échantillonnage. Elle devra permettre de choisir :

$$v = -K\hat{z}_l, \quad (3.135)$$

avec l défini comme suit

$$l \triangleq \arg \min_{i=1, \dots, N} \{\hat{z}_i^T P \hat{z}_i\}, \quad (3.136)$$

avec P une matrice symétrique et définie positive. On pourra par exemple utiliser la matrice P issue de la solution d'une équation de Riccati caractérisant la stabilité du système nominal. Ainsi, à chaque instant, le mécanisme de commutation choisi la commande (3.135) qui fournit le plus petit valeur $\hat{z}_l^T P \hat{z}_l$ du critère de performance en (3.136).

Remarquons que l'erreur de suivi estimé peut être réécrit comme suit :

$$\hat{z}_i = z - \tilde{x}_i, \quad i = 1, \dots, N. \quad (3.137)$$

avec z l'erreur de suivi et \tilde{x}_i l'erreur d'estimation sur les états à partir de l'observateur i . Nous avons donc que la dynamique (3.128) commandée par (3.135) devient :

$$z^+ = (A - BK)z + BK\tilde{x}_l + Ew. \quad (3.138)$$

Par conséquent, l'erreur de suivi z est borné si l'erreur d'estimation sur les états \tilde{x}_l et la perturbation w sont bornés. De plus, nous avons :

$$\hat{z}_i^+ = A_{L_i}\hat{z}_i + (L_i C_i - BK)z + BK\tilde{x}_l + L_i \eta_i, \quad (3.139)$$

pour $i = 1, \dots, N$. Ainsi, l'erreur de suivi estimé \hat{z}_i sera borné si z , \tilde{x}_l et η_i sont bornés.

3.7.7 Stabilité pendant la défaillance :

Supposons ici un scénario de défaillance abrupte du capteur j . Nous avons donc que la sortie mesurée pendant la défaillance sera :

$$y_j = \eta_j^F, \quad (3.140)$$

avec η_j^F un bruit de défaillance borné. La dynamique de l'erreur de suivi estimé, pendant la défaillance, sera :

$$\hat{z}_j^+ = A_{L_j}\hat{z}_j + \gamma_{lj}^F, \quad j = 1, \dots, N, \quad (3.141)$$

où $\gamma_{lj}^F \triangleq -BKz + BK\tilde{x}_l + L_j\eta_j^F - L_j C_j x_{ref}$ avec l qui varie entre les valeurs $\{1, \dots, N\}$, $l \neq j$. Le fait que $l \neq j$ implique que le capteur en défaillance n'est pas choisi. Nous devons donc garantir que cette condition de fonctionnement est vérifiée à chaque instant pour pouvoir garantir la stabilité du mécanisme de commutation et donc du système en boucle fermée.

Condition de fonctionnement : Pendant un scénario de défaillance capteur, nous devons assurer que

- A chaque instant, au moins un capteur est opérationnel ;
- Tous les capteurs opérationnels i possèdent des observateurs dont les erreurs d'estimations et leur respectifs résidus \hat{z}_i appartiennent à leurs ensembles invariants respectifs \hat{S}_i ;
- A l'instant où un capteur j est en mode défaillant, son résidu associé appartient à l'ensemble défaillant \hat{S}_j^F .

Ainsi, le schéma de commutation (voir figure 3.19) sélectionne un capteur opérationnel i au lieu d'un capteur en défaillance j au moment de la défaillance et pendant que le capteur j reste en défaillance, si la condition suivante est respectée :

$$J_i^{max} \triangleq \max \left\{ (\hat{z}_i)^T P \hat{z}_i : \hat{z}_i \in \hat{S}_i \right\} < J_j^{min} \triangleq \min \left\{ (\hat{z}_j)^T P \hat{z}_j : \hat{z}_j \in \hat{S}_j^F \right\}.$$

Il s'agit donc de pouvoir garantir *a priori* que la séparation des ensembles \hat{S}_i et \hat{S}_j^F est assurée, comme l'illustre la figure 3.18. En effet, si cette condition n'est pas vérifiable, on ne pourra pas garantir que le choix de capteurs (par le schéma de commutation) sera toujours des capteurs opérationnels. De plus, le choix d'un capteur en défaillance, même pour un bref instant, peut provoquer l'instabilité du système et du mécanisme de décision car aucune estimation et/ou résidus ne resteront pas dans leur ensembles invariants pré-calculés et nous n'aurons donc pas un critère de sélection valable. Ainsi, le capteur choisi à chaque instant sera donc issu du problème d'optimisation suivant (voir aussi (3.136)) :

$$(\hat{z}^*, v^*) = \arg \min_{(\hat{z}, v)} \left\{ J(\hat{z}, v) : \hat{z} \in \hat{Z}, v \in \mathbb{R}^m \right\}, \quad (3.142)$$

La commande à appliquer sera $u^* = u_{ref} + v^*$ comme l'illustre la figure 3.19. Les détails sur cette approche sont discutés dans [112] et appliqués sur des systèmes réels en [13] et [132]. Récemment, nous avons proposé un calcul moins conservateur de la matrice P de la fonction de coût $J(\hat{z}, v) = (\hat{z}_i)^T P \hat{z}_i$. Il s'agit d'utiliser une borne ultime "ellipsoïdal" la plus proche de l'ensemble invariant minimal \hat{S}_i . Cette borne ultime peut être calculée comme suit :

$$\begin{aligned} & \text{minimize} (-\log \det(P)) \\ & \text{subject to } \mathbf{v}_i^T P \mathbf{v}_i \leq 1 \end{aligned} \quad (3.143)$$

où \mathbf{v}_i , $i = \{1, \dots, N_v\}$ corresponde aux N_v sommets du polytope \hat{S}_i . Des détails sont présentés en [78], où l'approche est étendue pour le cas des systèmes LPV polytopiques. Le chapitre 5 en annexe, décrit la méthode de calcul des ensembles invariants minimaux de façon plus général et systématique. Pour le cas des défaillances sur les actionneurs, le mécanisme de commutation et les conditions de stabilité ont été présentés dans [110].

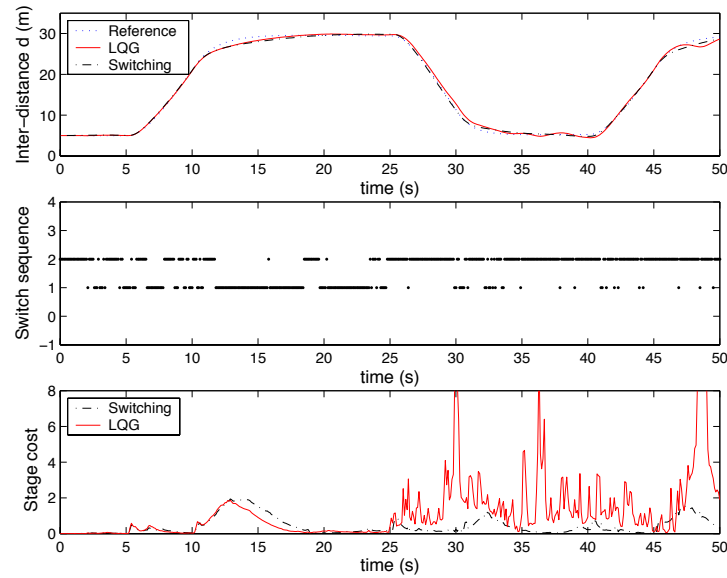


FIGURE 3.20 – Commande FTC de la distance entre deux véhicules. Scénario : Le capteur 1 est en mode dégradé (bruité) à partir de 25s. Le capteur 1 est utilisé dès lors que le niveau de performance est acceptable.

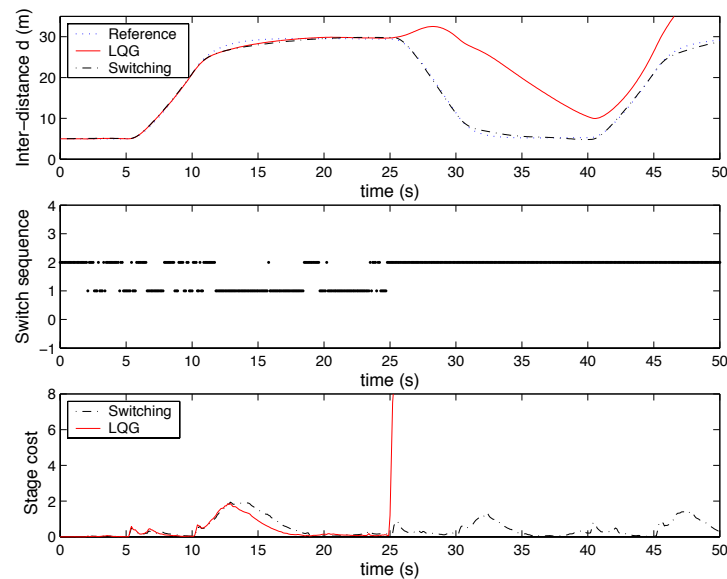


FIGURE 3.21 – Commande FTC de la distance entre deux véhicules. Scénario : Le capteur 1 est en défaillance totale à partir de 25s. Le capteur n'est plus utilisé à partir de 25s. Le critères de récupération-capteur (sensor recovering) a été étudié en [95, 117].

Troisième partie

Synthèse des travaux en cours

Chapitre 4

Introduction

Ce partie contient deux travaux inédits en cours d'évaluation pour des revues internationales. Il s'agit des travaux dont je suis le premier auteur et qui représentent des nouvelles contributions en lien avec mes activités en commande tolérante aux fautes. D'une part, le calcul des ensembles invariants robustes pour les systèmes LPV, et d'autre part, une méthode basée sur les ensembles invariants qui peut être utilisée pour la synthèse des lois de commande à base d'événements et qui pourrait s'adapter facilement à la commande tolérante aux fautes d'actionneurs. Les deux travaux seront présentés en version originale (en anglais). Néanmoins, un résumé en français est présenté ci-dessous :

Ensembles invariants pour des systèmes polytopiques : Le chapitre 5 porte sur le problème de calcul des bornes ultimes et des ensembles invariants robustes pour des systèmes LPV polytopiques. Ces ensembles invariants peuvent être utilisés pour l'analyse et l'évaluation de performance. Ces ensembles peuvent aussi être très utiles pour la commande tolérante aux fautes basées sur le principe de séparation des ensembles, ainsi que pour calculer des "seuils" plus appropriés pour la détection des défaillances. Ce travail est consacré à une classe de systèmes linéaires à paramètres variants (LPV) qui peuvent être écrits sous forme polytopique, c'est-à-dire comme une combinaison convexe d'un nombre fini de sous-systèmes. Ici, les sous-systèmes (qui décrivent un système polytopique) sont supposés d'être stables en présence de perturbations bornées et, de plus, partager une fonction de Lyapunov commune. L'approche proposée est basée sur le calcul des ensembles invariants robustes "ellipsoïdales" obtenus en utilisant le lemme Réel-borné. Ensuite, une approximation supérieure, de l'ensemble invariant robuste "polyédrique" *minimal* est obtenue à partir d'un processus original et nouveau de *contraction* des ensembles invariants. Ce chapitre se termine par l'interprétation géométrique de l'ensemble calculé et par la présentation des deux exemples numériques qui illustrent l'efficacité de l'approche proposée.



FIGURE 4.1 – EVA - Entomoptère Volant Autonome.

Commande basée en événements incluant des garanties de performance : Le chapitre 6 propose une nouvelle technique de contrôle à base d'événements pour des systèmes linéaires en temps discret. La technique proposée utilise le concept des ensembles invariants et des bornes ultimes pour calculer toutes les trajectoires possibles de l'état du système contrôlé par événements. L'approche des ensembles invariants nous permet, de façon explicite, de calculer un seuil de performance (ici par exemple la valeur de la norme 2 des trajectoires de l'état). Ainsi, le chapitre fournit un outil pour l'analyse et la synthèse (conception) des stratégies de contrôle à base d'événements. En choisissant le seuil de performance, un compromis peut être fait entre *la performance de la commande* et *la charge de l'actionneur*. La stratégie de commande proposée peut être vue comme étant une commande commutée dépendant de l'état qui est destinée à réduire la consommation d'énergie des actionneurs. Ce dernier point est très intéressant lorsque on cherche à contrôler un système embarqué car on peut ainsi augmenter par exemple l'autonomie du système. La technique présentée fait partie des efforts de Gipsa-lab dans le cadre de l'ANR EVA (voir [http : //www.gipsa – lab.fr/recherche/projets.php](http://www.gipsa-lab.fr/recherche/projets.php)). La figure 4.1 illustre le système embarqué à contrôler dans le cadre de l'ANR EVA.

Chapitre 5

Invariant sets for polytopic systems

This chapter deals with the problem of computing robust invariant sets for polytopic systems. Such invariant sets may be used for performance analysis and evaluation. It is also interesting for Fault-tolerant control applications based on the set-separation principle and for computing more suitable "Thresholds" for fault-detection. This work is dedicated to a class of stable Linear Parameter Varying (LPV) systems that could be written in a polytopic form, i.e. as a convex combination of a finite number of subsystems. Here, the subsystems (which describe a polytopic system) are assumed to be stable in presence of bounded disturbances and, in addition, to share a common Lyapunov function. The proposed approach is based on the computation of "ellipsoidal" invariant sets which are obtained by using the Bounded-real lemma. Then, an outer-approximation of the minimal "polyhedral" invariant set for the polytopic system is obtained by applying a new shrinking process. A geometrical interpretation together with two numerical examples illustrate the application of a such approach.

5.1 Introduction

Control of complex systems where conflicting requirements make a single linear time-invariant controller unsuitable. For instance to control a vehicle dynamics probably we required a particular LPV controller that is able to assure both comfort and safety specifications [97]. Fault-Tolerant Control (FTC) systems, for instance, could require to take into account abrupt changes in the system model, and then, it is probably more suitable to consider the system as a switched system with arbitrary switching of state-space matrices [82]. Polytopic system can be seen as a generic model to describe a certain class of LPV systems, switched linear systems and any system that can be written as a convex combination of a finite number of subsystems. Stability issues for polytopic systems are largely treated in the literature. Some results are presented in [25, 30, 26] and [29].

Ultimate boundedness and invariant-sets are terms related to practical stability of dy-

namical system when those are affected by nonvanishing perturbations. In the literature, techniques for computing invariant-sets and/or ultimate bounds are mostly related to the computation of levels sets of a Lyapunov function (non necessarily a quadratic one, [14, 118]) or, in others cases, just by the computation of some norm of the system state. See for example [21, 15, 70, 138]. Recently, works that propose to compute componentwise ultimate bounds becomes more suitable in practical applications, e.g. for FTC control design and for performance analysis of LPV systems. [62] proposes a technique to compute componentwise ultimate bounds for linear systems. In [36] it is proposed a technique for computing "maximal" invariant sets for convex difference inclusions, in particular for generalized saturated systems. In [115] and [82] the switching on the disturbance realization is taken into account to compute the invariant-sets. More recent a work dedicated to switched linear systems propose an interesting technique, see [47]. However, the proposed method requires to find a suitable matrix transformation that is, in general, a non trivial problem. For instance, [47] presents a particular case where this matrix transformation can be found when the matrices of the switched linear system generate a solvable Lie algebra. In other hands, [95, 90] propose an interesting method for computing a minimal robustly positively invariant (minimal RPI) set using a contractive procedure starting from an initial RPI set (for instance computed using the techniques in [62]). In [99] an improved algorithm provides the maximal number of iterations for the obtention of the approximation for a given precision ϵ .

This work deals with the problem of computing invariant-sets for polytopic systems. Here, the subsystems (which describe a polytopic system) are assumed to be stable in presence of bounded disturbances and, in addition, to share a common Lyapunov function. The novel approach is based on the computation of "ellipsoidal" invariant sets which are obtained by using the Bounded-real lemma. Then, an outer-approximation of the minimal "polyhedral" invariant set for the polytopic system is obtained by applying a new shrinking process. The proposed method could be used for computing invariant-sets of switched linear systems, polytopic LPV systems or any system written in a polytopic form. This method is completely systematic and departs from [47] in terms of non *a priori* matrix transformation is required. The proposed method also departs from that proposed in [99, 63] in terms of its simplicity for obtaining small invariant sets and the fact that the condition to stop the algorithm (during the invariant sets shrinking) could be *a priori* computed by using the Bounded-real lemma [31].

This chapter is organized as follows : Section 5.2 introduce some preliminary results and useful definitions related to invariant sets and ultimate boundness. In Section 5.3 a result which allow to compute invariant-sets for a polytopic system is presented. This result constitutes the main contribution of the paper. Then, in Section 5.5 a numerical example, using a polytopic LPV model of a vehicle dynamics, illustrates the application of the proposed method. Finally some conclusions and final remarks are presented in Section 5.6.

5.2 Preliminaries

Consider the following (stable) Linear Parameter Varying (LPV) system :

$$x^+ = A(\rho)x + E(\rho)w, \quad \rho \in \mathbb{P} \quad (5.1)$$

where $A(\rho) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $E(\rho) \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $\rho \in \mathbb{P}$ with \mathbb{P} a given (convex) polytope. ρ stands for the scheduling parameters. $x \in \mathbb{R}^n$ and $x^+ \in \mathbb{R}^n$ are, respectively, the current and successor system states (in the sequel we will use this notation for simplicity). We assume that $w \in \Delta$ is a bounded exogenous process disturbance.

It is assumed that $A(\rho)$ has eigenvalues strictly inside the unit circle $\forall \rho \in \mathbb{P}$, then the LPV system (5.1) can be written as a polytopic system (with N vertices) in the form :

$$x^+ = A(\alpha)x + E(\alpha)w \quad (5.2)$$

where $A(\alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i A_i$ and $E(\alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i E_i$, with $\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1$ and $\alpha_i \geq 0$ for all $i = 1, \dots, N$.

Definition The system (5.2) is robustly stable if the system's state x remains bounded in presence of bounded disturbances w .

Polytopic time-varying systems (5.2) are systems where the dynamical matrix evolves in a polytope defined by its vertices. Switched systems can be viewed as polytopic systems with the particularity that the allowable values for the dynamical matrix are those corresponding to the vertices of the polytope. Stability analysis results proposed in [25, 26], allow to find a parameter dependent Lyapunov function to check stability of polytopic time varying systems and/or linear switched systems. Nevertheless, finding a quadratic common Lyapunov function ($V := x^T P x$) of the system (5.2) is always more suitable and probably more simple for *a priori* stable matrices A_i , $i = 1, \dots, N$. We can make use of results presented in [30] to find a quadratic common Lyapunov function. The next lemma allow to find a such Lyapunov function for a certain class of stable LPV systems and for stable arbitrary-switched linear systems.

Lemma 5.2.1 *The polytopic system (5.2) is robustly stable, in presence of bounded disturbances, if*

$$A_i^T P A_i - P < 0 \quad (5.3)$$

for all $i = 1, \dots, N$.

Then a single matrix P which satisfies the condition given in Lemma 5.2.1 may be found by the use of now standard efficient LMI tools. In this work, it is assumed that matrices A_i , $i = 1, 2, \dots, N$, have all its eigenvalues strictly inside the unit circle. In addition, it

is assumed that every subsystem $x^+ = A_i x$, $i = 1, 2, \dots, N$, share a quadratic common Lyapunov function $V = x^T P x$.

Let introduce now two new definitions related to practical stability such as the robust positive invariance set and ultimate boundedness of the state trajectories.

Definition (Robust positive invariance) The set $\Omega \in \mathbb{R}^n$ is a robustly positively invariant (RPI) set for the polytopic discrete-time system (5.2) with disturbances in Δ , if for any $x \in \mathbb{R}^n$, $k \in \mathbb{N}^+$ and any $w \in \Delta$ it holds that $x^+ \in \Omega$.

Definition (Ultimate boundedness) We define that the polytopic discrete-time system (5.2) is ultimately bounded (UB) to the set Ω , if for each $x_0 \in \mathbb{R}^n$ there exists a $k^* > 0$ such that any state trajectory of (5.2) with initial condition x_0 (and any arbitrary realization of the disturbance $w : \mathbb{N} \mapsto \Delta$) satisfies $x(k) \in \Omega$ for all $k > k^*$.

5.3 Invariant sets for subsystems

5.3.1 Computation of robust invariant sets

In this section we present a method to compute robust positively invariant (RPI) sets for linear discrete-time systems. Firstly, an ellipsoidal RPI set is computed by making use of the bounded-real lemma [31]. Then, we approximate the obtained RPI set by a polyhedral set that is refined by using the method proposed in [90]. The obtained set will be then a very good estimation of the *minimal Robust Positively Invariant* (mRPI) set.

We present below a theorem that will allow us to compute robust positively invariant (RPI) sets for the closed-loop system's states. In the sequel, $x \preceq y$ ($x \prec y$) denotes the set of elementwise (strict) inequalities between the components of the real vectors x and y . $\lambda_{\max}(P)$ denotes the maximum eigenvalue of matrix P , and I an identity matrix of suitable dimensions.

Theorem 5.3.1 *Consider the system*

$$x(k+1) = Ax(k) + Ew(k), \quad (5.4)$$

where $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $E \in \mathbb{R}^{n \times m}$, and A has eigenvalues strictly inside the unit circle. Assume that $w(k) \preceq \bar{w}$ for all $k \geq 0$, where $w \in \mathbb{R}^m$, $\bar{w} \succ 0$, and let $\bar{w} \triangleq \sup\{w(k)\}$. For $\epsilon \in \mathbb{R}$, $\epsilon \geq 0$, define the set

$$S_\epsilon \triangleq \{x \in \mathbb{R}^n : x^T P x \leq \lambda_{\max}(P)(\gamma^2 \bar{w}^T \bar{w} + \epsilon)\}, \quad (5.5)$$

with P , a definite positive matrix, and $\gamma \in \mathbb{R}$, $\gamma > 0$, that satisfy the following discrete time algebraic Riccati equation :

$$A^T P A - P + I^T I - A^T P E (E^T P E - \gamma^2)^{-1} E^T P A = 0 \quad (5.6)$$

Then :

1. The set S_ϵ is (positively) invariant. That is, if $x(0) \in S_\epsilon$, then $x(k) \in S_\epsilon$ for all $k \geq 0$.
2. Given $\epsilon \in \mathbb{R}$, $\epsilon > 0$, there exists $k^* \geq 0$ such that $x(k) \in S_\epsilon$ for all $k \geq k^*$.

Proof It is possible to prove the theorem by using the bounded-real lemma for discrete-time systems [31]. The fact that system (6.1) is a stable system, guarantees the existence of a definite positive matrix P and a scalar $\gamma > 0$ that verify (6.3). The latter implies :

$$\sum_{k=0}^{\infty} (x^T x - \gamma^2 w^T w) = \sum_{k=0}^{\infty} x^T P x = x(0)^T P x(0) \quad (5.7)$$

or equivalently,

$$x^T x - \gamma^2 w^T w = x^T P x \quad (5.8)$$

Defines the sets

$$\Omega_c \triangleq \{x \in \mathbb{R}^n : x^T P x \leq \lambda_{\max}(P) r^2\}, \quad (5.9)$$

where $\lambda_{\max}(P)$ denotes the maximum eigenvalue of matrix P , and $r > 0$ a given constant such that the following invariant condition holds :

$$0 < x^T P x < x(0)^T P x(0) \leq \lambda_{\max}(P) r^2 \quad (5.10)$$

This is, for all initial conditions $x(0)$ inside the ellipsoid Ω_c , the future states trajectories x , for $k > 0$, belong to the ellipsoid Ω_c . In others words, if $x(0) \in \Omega_c$ then $x(k) \in \Omega_c$ for all $k > 0$.

Remark, using (6.5), that Condition (6.7) holds only if

$$\gamma^2 w^T w < x^T x < \gamma^2 w^T w + x(0)^T P x(0) \quad (5.11)$$

Hence, the left part of the inequality could be used to find an ultimate bound for the system trajectories, i.e. the ball described by

$$\mathbf{B}_f \triangleq \{x \in \mathbb{R}^n : x^T x \leq \gamma^2 \bar{w}^T \bar{w}\}, \quad (5.12)$$

Now, taken the fact that

$$x^T P x \leq \lambda_{\max}(P) x^T x \quad (5.13)$$

we have, using (6.8) and taking a $\epsilon > 0$, that a “ P -shaped ellipsoid” positively invariant set for system (6.1) could be computed by using the following inequality :

$$x^T P x \leq \lambda_{\max}(P) (\gamma^2 \bar{w}^T \bar{w} + \epsilon) \quad (5.14)$$

This completes the proof of the theorem. ■

Remark It is assumed that bounds on the process disturbance $|w| \preceq \bar{w}$ is problem data.

Remark Part 1 of Theorem 6.2.1 characterizes invariant sets in the state space, the smallest “ P -shaped ellipsoid” being the set S_0 obtained by taking $\epsilon = 0$ and the minimum possible value of γ in (5.5). Part 2 shows that the state trajectories asymptotically converge to the invariant set S_ϵ for $\epsilon \geq 0$ (in particular, S_0) from any initial condition. In addition, for $\epsilon > 0$, the state trajectories enter S_ϵ in finite time.

Remark Condition (6.7) allow us to find P -shaped ellipsoidal invariant sets. However the ultimate bound (6.9) suggests the existence of invariant sets inside the ellipsoid S_ϵ with “a priori” unknown shapes. It is then possible to conclude that the smallest invariant set have to be into the ball \mathbf{B}_f .

In the following subsection it is proposed a way to find a good estimation of the minimal invariant set for system (6.1) that has not necessarily an ellipsoidal shape.

5.3.2 Shrinking polyhedral RPI sets

Computation of polyhedral RPI sets for linear systems (6.1) could be performed by using similar techniques developed in [62], [115], and [82]. Those techniques are very useful to compute RPI sets in a polyhedral form, en particular for systems where the eigenvalues of matrix A are real ones. In [100] it is proposed a more general way to obtain RPI sets. However, the computation allow to find *inner* approximations of *minimal Robust Positively Invariant* (mRPI) sets, that are in general less suitable in practical applications. Polyhedral invariant sets computation was shown to have many advantages over traditional ultimate-bound computation methods based on the use of quadratic Lyapunov functions, as discussed in [46]. In particular, they could be less conservative (smaller sets) than ellipsoids describing quadratic Lyapunov functions.

A refined “polyhedral” robust invariant set could be obtained by implementing a sequence of *outer* approximations of the *minimal Robust Positively Invariant* (mRPI) set as proposed in [90], that is, a sequence of sets can be recursively built by considering the Minkowski sum between the image of an mRPI set through the linear transformation A and the polyhedral set $E\Delta$:

$$\Phi(s+1) = A\Phi(s) \oplus E\Delta, \quad \Phi(0) = \Psi \quad (5.15)$$

with A a stable matrix (all its eigenvalues inside the unit circle) and $E\Delta$ a polyhedral set which includes all the disturbances trajectories. Here $\Psi \in \mathbb{R}^n$ is a polyhedral¹ describing

1. remember that if we have an ellipsoid $x^T M x \leq 1$ then we can compute its vertices as follows $v_x = M^{-1/2} v_z$, where v_z is a vector containing a finite number of vertices of a unitary ball than can be a priori known or easily computed. The approximated polyhedral will be computed as the convex hull of v_x .

an initial invariant set estimation of the state trajectories which are computed using (5.5). Hence, [90] states that for any $\delta > 0$ exists $s^* \in N^+$ such that the following relation is true

$$\Omega \subseteq \Phi(s^* + 1) \subseteq \Phi(s^*) \subseteq \Psi \quad (5.16)$$

Then, $\Phi \rightarrow \Omega$ for $s^* \rightarrow \infty$, that is,

$$\Omega \subseteq \Phi(s^*) \subseteq \Omega \oplus \mathbb{B}_p^n(\delta) \quad (5.17)$$

where $\mathbb{B}_p^n(\delta)$ denotes a n -dimensional ball with radius δ respect to the p -norm.

Remark The initial set Ψ in the set recursion (5.15) can be in fact any *Robust Positively Invariant* (RPI) set for the dynamics (6.1). Theorem 6.2.1 provides a simple and direct way of obtaining the initial condition using the set (5.5), in view of an algorithmic implementation.

Remark The proof of Theorem 6.2.1 provides a criteria to stop the shrinking algorithm (5.15) for a given tolerance ϵ . For instance, it is suitable to stop the algorithm when the computed invariant set Φ belongs to a ball of radius $\sqrt{\gamma^2 \bar{w}^T \bar{w}}(1 + \epsilon)$. That is

$$\Omega \subseteq \Phi(s^*) \subseteq (1 + \epsilon)\mathbf{B}_f \quad (5.18)$$

with \mathbf{B}_f an ultimate bound for system (6.1) described by the ball (6.9), the smallest one obtained by using the small possible value of γ .

The figure 5.1 illustrates the advantage of the proposed shrinking. The initial “ellipsoidal” invariant set is reduced to a polyhedral set that represents an outer estimation of the minimal RPI set.

5.4 Invariant-sets for polytopic systems

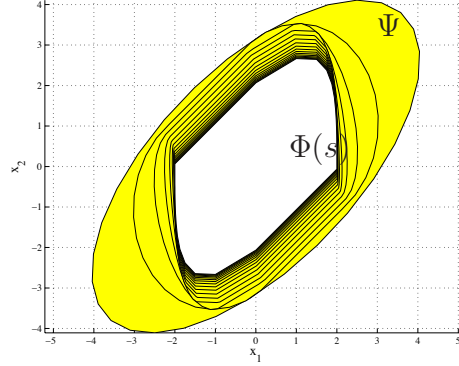
5.4.1 Common Lyapunov function based invariant-sets

We present below a theorem that will allow us to compute robust positively invariant (RPI) sets for stable polytopical systems.

Theorem 5.4.1 *Consider the polytopic system*

$$x^+ = A(\alpha)x + E(\alpha)w \quad (5.19)$$

where $A(\alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i A_i$ and $E(\alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i E_i$, with $\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1$ and $\alpha_i \geq 0$ for all $i = 1, \dots, N$. Matrices $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ and $E \in \mathbb{R}^{n \times m}$. Assume that all matrices A_i have

FIGURE 5.1 – Example of shrinking a RPI set Ψ to obtain the mRPI set Φ .

eigenvalues strictly inside the unit circle. Assume also that $w(k) \preceq \bar{w}$ for all $k \geq 0$, where $w \in \mathbb{R}^m$, $\bar{w} \succ 0$, and let $\bar{w} \triangleq \sup\{w(k)\}$. For $\epsilon \in \mathbb{R}$, $\epsilon \geq 0$, define the set

$$S_\epsilon \triangleq \{x \in \mathbb{R}^n : x^T P x \leq \lambda_{\max}(P)(\gamma^2 \bar{w}^T \bar{w} + \epsilon)\}, \quad (5.20)$$

with P , a definite positive matrix, and $\gamma \in \mathbb{R}$, $\gamma > 0$, that simultaneously satisfy the following family of discrete-time algebraic Riccati equations :

$$A_i^T P A_i - P + I^T I - A_i^T P E_i (E_i^T P E_i - \gamma^2)^{-1} E_i^T P A_i = 0 \quad (5.21)$$

for $i = 1, 2, \dots, N$. Then :

1. The set S_ϵ is (positively) invariant. That is, if $x(0) \in S_\epsilon$, then $x(k) \in S_\epsilon$ for all $k \geq 0$.
2. Given $\epsilon \in \mathbb{R}$, $\epsilon > 0$, there exists $k^* \geq 0$ such that $x(k) \in S_\epsilon$ for all $k \geq k^*$.

Proof Similarly to theorem 5.4.1, it is possible to proof the theorem by using the bounded-real lemma for discrete-time systems [31]. Here we looking for a common Lyapunov function $V(x) = x^T P x$ and a common scalar $\gamma > 0$ such that the family of equations (5.21) is verified (this point could be verified by solving suitable LMIs). The existence of a such matrix and the scalar γ implies :

$$x^T x - \gamma^2 w^T w = x^T P x \quad (5.22)$$

for any arbitrary sequence of values α for system (5.19). The proof follows by using the same reasoning than in the proof of Theorem 6.2.1. ■

Remark As discussed in section 6.2.2, the obtained P -shape invariant set could be very conservative. However, the result suggests the possibility to obtain a less conservative invariant set (a smaller one) by using a shrinking technique, similar to that presented in section 5.3.2.

5.4.2 Shrinking a common Lyapunov-based RPI set

A sequence of invariant sets can be recursively built by considering the convex hull of the images of the individual subsystems by starting with an initial invariant set (the previously computed set, for instance), as follows :

$$\bar{S}_i = A_i \Phi(s) \oplus E_i \Delta, \quad \Phi(0) = \Psi \quad (5.23)$$

$$\Phi(s+1) = \text{convex.hull} \{ \bar{S}_1, \bar{S}_2, \dots, \bar{S}_N \}, \quad (5.24)$$

for $i = 1, 2, \dots, N$.

The sets \bar{S}_i correspond to the images of an initial invariant set Φ . It is clear that the convex-hull of such individual images \bar{S}_i corresponds to a new invariant set included into the initial one. In other words, for all time-instances $k > 0$, if $x(k) \in \Phi(s+1)$, that is equivalent to $x(k) \in \Phi(s)$, then $x(k+1) \in \Phi(s+1)$ (because all trajectories in $\Phi(s)$ go to the set $\Phi(s+1)$). Hence for any $\delta > 0$ exists $s^* \in \mathbb{N}^+$ such that the following relation is true

$$\Omega \subseteq \Phi(s^*+1) \subseteq \Phi(s^*) \subseteq \Psi \quad (5.25)$$

Then, $\Phi \rightarrow \Omega$ for $s^* \rightarrow \infty$, that is,

$$\Omega \subseteq \Phi(s^*) \subseteq \Omega \oplus \mathbb{B}_p^n(\delta) \quad (5.26)$$

where $\mathbb{B}_p^n(\delta)$ denotes a n -dimensional ball with radius δ respect to the p -norm.

Remark The initial set Ψ in the set recursion (5.23) can be in fact any *Robust Positively Invariant* (RPI) set for the polytopic system (5.19). Theorem 5.4.1 provides a simple and direct way of obtaining the initial condition using the set (6.2), in view of an algorithmic implementation.

5.5 Numerical examples

5.5.1 Example 1 (an LPV system)

In this example we will apply the proposed method for computing an invariant set of a vehicle lateral dynamics. The vehicle model under consideration is the well known bicycle system, which dynamics is given by :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\beta}(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{-(c_{\alpha V} + c_{\alpha H})}{mv(t)} & \frac{l_H c_{\alpha H} - l_V c_{\alpha V}}{mv^2(t)} - 1 \\ \frac{l_H c_{\alpha H} - l_V c_{\alpha V}}{I_z} & \frac{-(l_V^2 c_{\alpha V} + l_H^2 c_{\alpha H})}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(t) \\ \psi(t) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \frac{c_{\alpha V}}{mv(t)} \\ \frac{l_V c_{\alpha V}}{I_z} \end{bmatrix} u_L(t) \end{aligned} \quad (5.27)$$

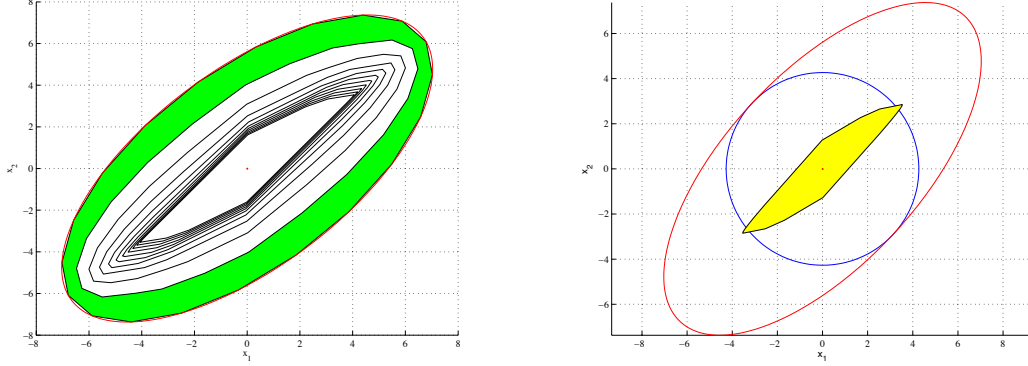


FIGURE 5.2 – Shrinking an initial RPI set Ψ of the polytopic system, to obtain the mRPI set Φ .

where β denotes the side slip angle, $\dot{\psi}$ the yaw rate, u_L the relative steering wheel angle and $v(t)$ the speed of the vehicle. Others symbols in (5.27) represent constant parameters of the model.

Thus, the model is converted to discrete-time according to the rectangular discretisation. Other methods should give even better results in terms of matching errors. However this method is taken here because it preserves the linearity in the parameters. It yields a discrete time model sampled by the sampling period T_s :

$$x(k+1) = \mathcal{A}x(k) + \mathcal{E}u_L(k) \quad (5.28)$$

with

$$\begin{aligned} \mathcal{A} = & \begin{bmatrix} 1 & -T_s \\ T_s \frac{l_H c_{\alpha H} - l_V c_{\alpha V}}{I_z} & 1 \end{bmatrix} \\ & + \frac{1}{v(k)} \begin{bmatrix} T_s \frac{-(c_{\alpha V} + c_{\alpha H})}{m} & 0 \\ 0 & -T_s \frac{l_V^2 c_{\alpha V} + l_H^2 c_{\alpha H}}{I_z} \end{bmatrix} \\ & + \frac{1}{v(k)^2} \begin{bmatrix} 0 & T_s \frac{l_H c_{\alpha H} - l_V c_{\alpha V}}{m} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.29a)$$

$$\mathcal{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ T_s \frac{l_V c_{\alpha V}}{I_z} \end{bmatrix} + \frac{1}{v(k)} \begin{bmatrix} T_s \frac{c_{\alpha V}}{m} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.29b)$$

This model can be considered as an LPV model by defining $n = 2$ scheduling parameters $\rho_1(k) \triangleq 1/v(k)$ and $\rho_2(k) \triangleq 1/v(k)^2$. Since the vehicle speed is bounded, the scheduling parameters are also bounded : $\rho_1 \in [\underline{\rho}_1 \quad \bar{\rho}_1]$ and $\rho_2 \in [\underline{\rho}_2 \quad \bar{\rho}_2]$.

This LPV model can be turned into a polytopic one by considering the dependency between each parameters ρ_1 and ρ_2 . As a consequence, the parameter set, which is for instance initially composed of $2^n = 4$ vertices, can be restricted to 3 vertices as illustrated in figure 5.3. Each vertex coordinates is given by : $\omega_1 := [\underline{\rho}_1 \quad \underline{\rho}_2]$; $\omega_2 := [\bar{\rho}_1 \quad \underline{\rho}_2]$; $\omega_3 := [\bar{\rho}_1 \quad \bar{\rho}_2]$.

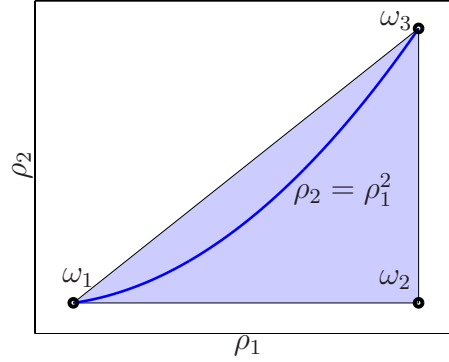


FIGURE 5.3 – Illustration of the schedule-parameters polytope.

The polytopic coordinates could be obtained by solving the following matrix equality :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\rho}_1 & \bar{\rho}_1 & \bar{\rho}_1 \\ \underline{\rho}_2 & \underline{\rho}_2 & \bar{\rho}_2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathcal{M}} \begin{bmatrix} \alpha_1(k) \\ \alpha_2(k) \\ \alpha_3(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1(k) \\ \rho_2(k) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

yielding :

$$\begin{bmatrix} \alpha_1(k) \\ \alpha_2(k) \\ \alpha_3(k) \end{bmatrix} = \mathcal{M}^{-1} \begin{bmatrix} \rho_1(k) \\ \rho_2(k) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

Then, polytopic matrices A_i and E_i are obtained by evaluating the LPV matrices at each vertex of the polytope, that is

$$\begin{aligned} A_i &= \mathcal{A}(\omega_i) \\ E_i &= \mathcal{E}(\omega_i) \end{aligned} \quad (5.32)$$

It is then obtained the *polytopic* vehicle model ($T_s = 0.02s$) with matrices :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.9583 & -0.0197 \\ 0.5973 & 0.9207 \end{bmatrix} \quad E_1 = \begin{bmatrix} 0.0178 \\ 0.9803 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.7914 & -0.0197 \\ 0.5973 & 0.6035 \end{bmatrix} \quad E_2 = \begin{bmatrix} 0.0891 \\ 0.9803 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0.7914 & -0.0125 \\ 0.5973 & 0.6035 \end{bmatrix} \quad E_3 = \begin{bmatrix} 0.0891 \\ 0.9803 \end{bmatrix}$$

By solving suitable LMIs, it is obtained that the systems $x^+ = A_i x + E_i w$ (for $i = 1, 2, 3$), share a quadratic common Lyapunov function $V(x) = x^T P x$ with P :

$$P = \begin{bmatrix} 340.4450 & 13.9834 \\ 13.9834 & 10.2702 \end{bmatrix}$$

with a scalar $\gamma = 9.9391$. The figure 5.4 illustrates the obtained **minimal robustly invariant set** by applying Theorem 6.2.1 (with refinements presented in Section) for a normalized disturbance, i.e. $|w(k)| < 1$. The curve **E** that circumscribes the set Φ , corresponds to a minimum volume ellipsoid around the polytope Φ .

The obtained polytope Φ has 42 sides (or faces). In order to reduce the complexity of the obtained minimal invariant set for *real-time applications* (i.e. by computing a small ultimate bound), for instance, we could make use of more simple shape approximations, as for example ellipsoidal approximations of a polytope. Such approximation could be done by finding a matrix M which solves the following problem :

$$\begin{aligned} & \text{minimize}(-\log \det(M)) \\ & \text{subject to } v_i^T M v_i \leq 1 \end{aligned} \tag{5.33}$$

where $v_i, i = \{1, \dots, N_v\}$ stand for the N_v vertices of a given polytope Φ . This is in fact the problem of finding the minimum volume ellipsoid around a given polytope defined by the convex hull of vertices v_i . This ellipsoid could be described as follows :

$$\mathbf{E} \triangleq \{x : x^T M x \leq 1\}$$

Thus, by solving the problem (5.33) it is obtained the following shape matrix M :

$$M = \begin{bmatrix} 0.2598 & 0.0049 \\ 0.0049 & 0.0067 \end{bmatrix}$$

As a final remark, a less conservative minimal invariant-set could be obtained in practice by including the actuator dynamics into the model. This fact will constraint the steering angle dynamics that is taken here as a disturbance, i.e. $w(k) = u_L(k)$ in (5.28).

5.5.2 Example 2 (a linear switched system)

Here we consider a linear switched system with matrices :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.9 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad E_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

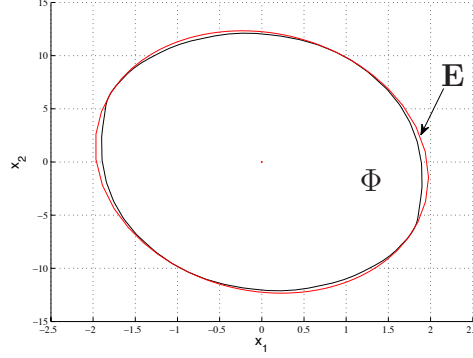


FIGURE 5.4 – Estimated ultimate bound \mathbf{E} and the minimal invariant set Φ of the polytopic vehicle model system.

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.9 & 0 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix} \quad E_2 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ -0.3 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -0.9 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad E_3 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

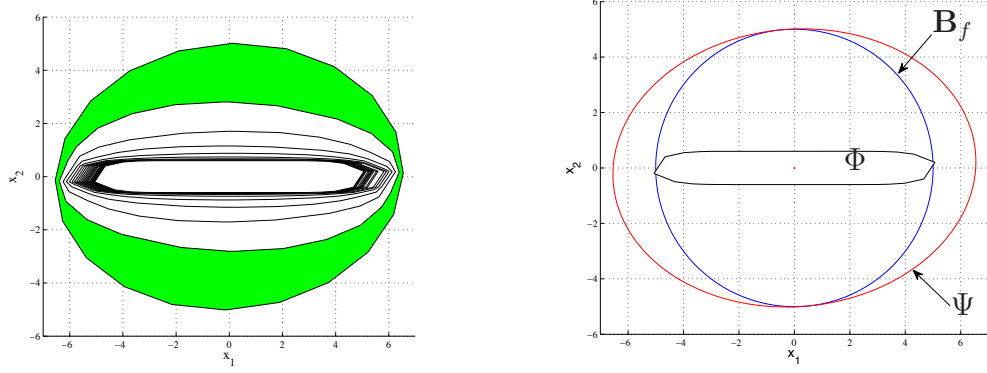
By solving suitable LMIs, it is obtained that the systems $x^+ = A_i x + E_i w$ (for $i = 1, 2, 3$), share a quadratic common Lyapunov function $V(x) = x^T P x$ with P :

$$P = \begin{bmatrix} 10.0239 & -0.6027 \\ -0.6027 & 17.0659 \end{bmatrix}$$

with a scalar $\gamma = 5.0040$. The figure 5.5 illustrates the obtained **minimal invariant set** by applying Theorem 5.4.1 (with refinements presented in Section) for a normalized disturbance, i.e. $|w(k)| < 1$. Remark that the obtained minimal invariant set is included into the ellipsoidal set Ψ .

5.6 Conclusion

In this work it is proposed a new method for computing ultimate bounds and minimal robustly invariant sets for polytopic systems. The method could be used for performance analysis of stable switched systems, polytopic LPV systems, and any system that can take a polytopic form with stable matrices. The proposed approach is based on the computation of ellipsoidal invariant sets which verify the Bounded-real lemma. The proposed method is completely systematic and guarantees that the obtained sets are always invariant sets. Thus, an outer-approximation of the minimal "polyhedral" robustly positive invariant-set for the polytopic system is obtained by applying a novel shrinking process. The shape

FIGURE 5.5 – Obtained minimal invariant set Φ for the switched system.

of the robustly positive invariant sets are influenced by the structure of the pair $(A(\alpha), B(\alpha))$ and the topology of the disturbance set Δ . A geometrical interpretation of the results and two numerical examples illustrate the application of a such approach.

Chapitre 6

Event-based control including performance

This chapter proposes a new event-based control technique for discrete-time linear systems. The proposed technique uses the concept of invariant-sets and ultimate bounds for computing all possible trajectories of the system states for the proposed event-based control. The invariant-set approach allow us to explicitly compute a performance threshold (here for example the vector 2-norm of the state trajectories) providing a tool for analysis and design of event-based control strategies. By choosing this threshold, a trade-off can be made between *control performance* and *actuation load*. Thus, the proposed control strategy could be seen as a state-dependent switching control which is intended for reducing the energy consumption in actuation for controlling an embedded system, to increase for instance, the autonomy of such a system¹.

6.1 Introduction

Event-based control often refer to the situation where the control action is not invoked by some clock but “on demand” by the control error or some other signal exceeding a certain threshold, an example of such an approach is found in [61]. In particular, authors propose to compare the event-based controlled system with respect to the continuous time one. Recently, [72] proposes a method for event-based state-feedback control in which a control input generator mimics a continuous feedback between two consecutive event times. This approach is intended for obtaining a performance-based threshold of the event-based control. The performance is then evaluated by comparing the event-based control

1. In this chapter we report a work done in the context of the EVA project. EVA is a French ANR program on Autonomous Flying Entomopter design and control. For details, see <http://www.gipsa-lab.fr/recherche/projets.php>

system with respect to the continuous state-feedback loop. However, it is assumed that the open-loop plant is stable and no model uncertainties occur. Some recent references in the topic are [75] [57, 48]. [116] proposes a novel framework for the stability analysis of linear sampled-data systems using the discrete-time Lyapunov theorem and the continuous-time model of sampled-data systems. Based in this framework, the author propose upper-bounds of the maximum allowable sampling period and provides stability analysis of sampled-data systems under multiple sampling rates.

In this chapter we propose a new approach for event-based control design and analysis. The approach is based on computations of positive invariant-sets of the trajectories of the event-based control system.

The main idea is to only perform the controller when it is necessary from a control performance point of view. For instance, we propose event-driven controllers that do not apply the control value when the tracking error is below a certain threshold. That threshold (the vector 2-norm of the state trajectories, for instance) could be computed by using the invariant-set of the closed-loop system (that includes the set describing the open-loop dynamics). By choosing such a threshold, a trade-off can be made between control performance and *actuation load* (possibly *sensing load* as well). To get insight in this trade-off, theory is presented to analyze the control performance of these event-driven control loops in terms of ultimate bounds on the system states. The theory is based on inferring properties (like robust positive invariance and ultimate boundedness) for the event-driven controlled system from discrete-time linear systems.

The chapter is organized as follows : Firstly, in Section 6.2 we present some preliminary results to compute invariant-sets and ultimate-bounds for discrete-time linear systems. Then, in Section 6.3 it is computed a family of invariant sets describing the state-trajectories of the system when applying the proposed event-based control strategy. Finally, a geometrical interpretation, by using two numerical examples, are presented and discussed in Section 6.4.

6.2 Preliminaries

In this section we present a method to compute robust positively invariant (RPI) sets for linear discrete-time systems. Firstly, an ellipsoidal RPI set is computed by making use of the bounded-real lemma [31]. Then, we approximate the obtained RPI set by a polyhedral set that is refined by using the method proposed in [90]. The obtained set will be then a very good *outer*-estimation of the *minimal Robust Positively Invariant* (mRPI) set.

6.2.1 Invariant sets computation

We present below a theorem that will allow us to compute robust positively invariant (RPI) sets for the closed-loop system's states. In the sequel, $x \preceq y$ ($x \prec y$) denotes the set of elementwise (strict) inequalities between the components of the real vectors x and y . $\lambda_{\max}(P)$ denotes the maximum eigenvalue of matrix P , and I an identity matrix of suitable dimensions.

Theorem 6.2.1 *Consider the system*

$$x(k+1) = Ax(k) + Ew(k), \quad (6.1)$$

where $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, and A has eigenvalues strictly inside the unit circle. Assume that $w(k) \preceq \bar{w}$ for all $k \geq 0$, where $w \in \mathbb{R}^m$, $\bar{w} \succ 0$, and let $\bar{w} \triangleq \sup\{w(k)\}$. For $\epsilon \in \mathbb{R}$, $\epsilon \geq 0$, define the set

$$S_\epsilon \triangleq \{x \in \mathbb{R}^n : x^T P x \leq \lambda_{\max}(P)(\gamma^2 \bar{w}^T \bar{w} + \epsilon)\}, \quad (6.2)$$

with P , a definite positive matrix, and $\gamma \in \mathbb{R}$, $\gamma > 0$, that satisfy the following discrete time algebraic Riccati equation :

$$A^T P A - P + I^T I - A^T P E (E^T P E - \gamma^2 I)^{-1} E^T P A = 0 \quad (6.3)$$

Then :

1. The set S_ϵ is (positively) invariant. That is, if $x(0) \in S_\epsilon$, then $x(k) \in S_\epsilon$ for all $k \geq 0$.
2. Given $\epsilon \in \mathbb{R}$, $\epsilon > 0$, there exists $k^* \geq 0$ such that $x(k) \in S_\epsilon$ for all $k \geq k^*$.

Proof It is possible to proof the theorem by using the bounded-real lemma for discrete-time systems [31]. The fact that system (6.1) is a stable system, guarantees the existence of a definite positive matrix P and a scalar $\gamma > 0$ that verify (6.3). The latter implies :

$$\sum_{k=0}^{\infty} (x^T x - \gamma^2 w^T w) = \sum_{k=0}^{\infty} x^T P x = x(0)^T P x(0) \quad (6.4)$$

or equivalently,

$$x^T x - \gamma^2 w^T w = x^T P x \quad (6.5)$$

Defines the sets

$$\Omega_c \triangleq \{x \in \mathbb{R}^n : x^T P x \leq \lambda_{\max}(P)r^2\}, \quad (6.6)$$

where $\lambda_{\max}(P)$ denotes the maximum eigenvalue of matrix P , and $r > 0$ a given constant such that the following invariant condition holds :

$$0 < x^T P x < x(0)^T P x(0) \leq \lambda_{\max}(P) r^2 \quad (6.7)$$

This is, for all initial conditions $x(0)$ inside the ellipsoid Ω_c , the future states trajectories x , for $k > 0$, belong to the ellipsoid Ω_c . In others words, if $x(0) \in \Omega_c$ then $x(k) \in \Omega_c$ for all $k > 0$.

Remark, using (6.5), that Condition (6.7) holds only if

$$\gamma^2 w^T w < x^T x < \gamma^2 w^T w + x(0)^T P x(0) \quad (6.8)$$

Hence, the left part of the inequality could be used to find an ultimate bound for the system trajectories, i.e. the ball described by

$$\mathbf{B}_f \triangleq \{x \in \mathbb{R}^n : x^T x \leq \gamma^2 \bar{w}^T \bar{w}\}, \quad (6.9)$$

Now, taken the fact that

$$x^T P x \leq \lambda_{\max}(P) x^T x \quad (6.10)$$

we have, using (6.8) and taking a $\epsilon > 0$, that a “ P -shaped ellipsoid” positively invariant set for system (6.1) could be computed by using the following inequality :

$$x^T P x \leq \lambda_{\max}(P) (\gamma^2 \bar{w}^T \bar{w} + \epsilon) \quad (6.11)$$

This completes the proof of the theorem.

Remark It is assumed that bounds on the process disturbance $|w| \preceq \bar{w}$ is problem data.

Remark Part 1 of Theorem 6.2.1 characterizes invariant sets in the state space, the smallest “ P -shaped ellipsoid” being the set S_0 obtained by taking $\epsilon = 0$ and the minimum possible value of γ in (6.2). Part 2 shows that the state trajectories asymptotically converge to the invariant set S_ϵ for $\epsilon \geq 0$ (in particular, S_0) from any initial condition. In addition, for $\epsilon > 0$, the state trajectories enter S_ϵ in finite time.

Remark Condition (6.7) allow us to find P -shaped ellipsoidal invariant sets. However the ultimate bound (6.9) suggests the existence of invariant sets inside the ellipsoid S_ϵ with “a priori” unknown shapes. It is then possible to conclude that the smallest invariant set have to be into the ball \mathbf{B}_f .

In following subsection it is proposed a way to find a good estimation of the minimal invariant set for system (6.1) that has not necessarily an ellipsoidal shape.

6.2.2 Shrinking polyhedral RPI sets

Computation of polyhedral RPI sets for linear systems (6.1) could be performed by using similar techniques developed in [62], [115], and [82]. Those techniques are very useful to compute RPI sets in a polyhedral form, in particular for systems where the eigenvalues of matrix A are real ones. In [100] it is proposed a more general way to obtain RPI sets. However, the computation allow to find *inner* approximations of *minimal Robust Positively Invariant* (mRPI) sets, that are in general less suitable in practical applications. Polyhedral invariant sets computation was shown to have many advantages over traditional ultimate-bound computation methods based on the use of quadratic Lyapunov functions [46]. In particular, they could be less conservative (smaller sets) than ellipsoids describing quadratic Lyapunov functions.

A refined "polyhedral" robust invariant set could be obtained by implementing a sequence of ϵ -outer approximations of *minimal Robust Positively Invariant* (mRPI) sets as proposed in [90], that is, a sequence of sets can be recursively built by considering the Minkowski sum between the image of an mRPI set through the linear transformation A and the polyhedral set $E\Delta$:

$$\Phi(s+1) = A\Phi(s) \oplus E\Delta, \quad \Phi(0) = \Psi \quad (6.12)$$

with A a stable matrix (all its eigenvalues inside the unit circle) and $B\Delta$ a polyhedral set which includes all the disturbances trajectories. Here $\Psi \in \mathbb{R}^n$ is a polyhedral² describing an initial invariant set estimation of the state trajectories which are computed using (6.2). Hence, [90] states that for any $\delta > 0$ exists $s^* \in \mathbb{N}^+$ such that the following relation is true

$$\Omega \subseteq \Phi(s^*) \subseteq \Psi \quad (6.13)$$

Then, $\Phi \rightarrow \Omega$ for $s^* \rightarrow \infty$, that is,

$$\Omega \subseteq \Phi(s^*) \subseteq \Omega \oplus \mathbb{B}_p^n(\delta) \quad (6.14)$$

where $\mathbb{B}_p^n(\delta)$ denotes a n -dimensional ball with radius δ respect to the p -norm.

Remark The initial set Ψ in the set recursion (6.12) can be in fact any *Robust Positively Invariant* (RPI) set for the dynamics (6.1). Theorem 6.2.1 provides a simple and direct way of obtaining the initial condition using the set (6.2), in view of an algorithmic implementation.

2. remember that if we have an ellipsoid $x^T M x \leq 1$ then we can compute its vertices as follows $v_x = M^{-1/2} v_z$, where v_z is a vector containing a finite number of vertices of a unitary ball than can be a priori known or easily computed. The approximated polyhedral will be computed as `convex.hull`{ v_x }.

Remark Theorem 6.2.1 also provides a criteria to stop the shrinking algorithm (6.12) for a given tolerance ϵ . For instance, stop the algorithm when the computed invariant set Φ belongs to a ball of radius $\sqrt{(1+\epsilon)\gamma^2\bar{w}^T\bar{w}}$. That is

$$\Omega \subseteq \Phi(s^*) \subseteq \mathbf{B}_f(1+\epsilon) \quad (6.15)$$

with \mathbf{B}_f an ultimate bound for system (6.1) described by the ball (6.9), the smallest one obtained by using the small possible value of γ .

6.3 Invariant-sets for an event-based controlled system

Consider the following open-loop system :

$$x^+ = A_0x + Bu + Ew, \quad (6.16)$$

where $A_0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $E \in \mathbb{R}^{n \times e}$ and $x \in \mathbb{R}^n$ and $x^+ \in \mathbb{R}^n$ are, respectively, the current and successor system states (in the sequel we will use this notation for simplicity) and $w \in \Delta$ is a bounded process disturbance (here it is assumed that Δ is a given polytope). We assume that the system (6.16) could be stabilized by using a state feedback control $u = -Kx$ providing the following closed-loop system :

$$x^+ = A_1x + Ew, \quad (6.17)$$

with $A_1 \triangleq A_0 - BK$.

Because A_1 has eigenvalues strictly inside the unit circle, for bounded disturbances $w \in \Delta$, we can compute the *minimal* Robust Positive Invariant (mRPI) set of trajectories (6.17) by using the techniques presented in Section 6.2. Here S_1 denotes the mRPI set of the trajectories (6.17) for bounded disturbances $w \in \Delta$.

Now we compute the polyhedral set S_0 describing all possible open-loop trajectories (i.e. for $u = 0$) of the state x dictated by the dynamics (6.16) starting in S_1 . That is,

$$S_0(h+1) = A_0S_0(h) \oplus E\Delta, \quad S_0(0) = S_1 \quad (6.18)$$

where \oplus denotes the Minkowski sum of sets and $h \in N^+$. Hence, we assume that there exists a given number of samples $h^* \in N^+$ such that the set $S_0(h^*)$ remains bounded. In addition, we define the set S_F as an *one-step ahead* set of the state-trajectories starting in $S_0(h^*)$, i.e.

$$S_F \triangleq S_0(h^*+1) = A_0S_0(h^*) \oplus E\Delta, \quad (6.19)$$

The sample time-instant h^* will be used later as a degree of freedom for the event-based control design.

We are now ready to compute an invariant set, namely \bar{S}_1 of the trajectories of the closed-loop system (6.17) with considering initial conditions into the set S_F (this set is in fact the set where the states will be one-step ahead the trajectories of x go out of the set $S_0(h^*)$). We assume a mechanism that detect the moment where the state x goes out of the set $S_0(h^*)$ but is still into the set S_F to perform the control feedback $u = -Kx$ (otherwise the control is $u = 0$, and trajectories are dictated by (6.16)). Thus, to compute the set S_F we use the results in [90, 112] about mRPI computation with inclusion preserving, that is,

$$\bar{S}_1(p+1) = \text{conv.hull}\{\cup_{h=0}^{h^*+1} S_0(h), A_1 \bar{S}_1(p) \oplus E\Delta\}, \quad (6.20)$$

$$\bar{S}_1(0) := \mu S_1 \quad (6.21)$$

where $\mu \geq 1$ a scaling factor such that $\cup_{h=0}^{h^*+1} S_0(h) \subseteq \bar{S}_1(0)$. It is pointed in [90] that the following set μS_1 (with $\mu > 1$ a scaling factor) is also an invariant set of trajectories (6.17), this consideration will be used later.

Therefore we have $\bar{S}_1 = \bar{S}_1(p)$ for some value of $p \geq 0$, $p \in N^+$. The larger the value of p , the better \bar{S}_1 approximates the mRPI set for system (6.17) that contains $\cup_{h=0}^{h^*+1} S_0(h)$.

Event-based control strategy The proposed event-based control strategy could be summarized as follows :

$$u = \begin{cases} u_0 = 0 & \text{if } x \in S_0(h^*) \\ u_1 = -Kx & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6.22)$$

Remark that this is actually a state-dependend switching rule, assuring that the state trajectories x remains into the set \bar{S}_1 by using the control u_1 only when the state goes out the set S_0 (i.e. when $x \notin S_0$). The set S_F is just a transition set describing the trajectories of the state x , for the open-loop system, starting in S_0 . Remark that, even if the control is applied at the moment the state $x \in S_F \wedge x \notin S_0$, the trajectories of the state remains into \bar{S}_1 .

The main idea is to only perform the controller when it is necessary from a control performance point of view. For instance, we propose event-driven controllers that do not apply the control value when the states are below a certain threshold (here for example $x \in S_0(h^*)$). By choosing this threshold, a trade-off can be made between *control performance* and *actuation load*. We are now ready to formalise the main result of this chapter.

Theorem 6.3.1 *Consider the system (6.16) in feedback with the event-based control mechanism (6.22) for a given state feedback gain K . There exist a sample time-instant h^* , $h^* \in N^+$ such that the sets S_1 and $S_0(h^* + 1)$ are bounded polyhedral sets. Then :*

1. The control actuation is strictly zero when $x \in S_0(h^*)$.
2. The state-trajectories of the event-based controlled system remains into the bounded polyhedral set $\bar{S}_1 \supseteq \cup_{h=0}^{h^*+1} S_0(h)$.
3. There exist a sample time-instant h^* which guarantees that the system constraints are respected. That is, $S_x \supseteq \bar{S}_1$.

Proof The statement of this theorem immediately follows from arguments presented above.

Remark It is possible to compute the admissible set S_x by written all the constraints in terms of states constraints. For instance, the state constraints $x_{min} \preceq x \preceq x_{max}$ and the control constraints $u_{min} \preceq u \preceq u_{max}$ for a given constant values x_{min} , x_{max} , u_{min} and u_{max} . Because $u = -Kx$, the admissible set could be defined as follows :

$$S_x := \{x \in \mathbb{R}^n : Lx \leq W\}$$

with L and W given by :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -K \\ K \\ I_{n \times n} \\ -I_{n \times n} \end{bmatrix}}_L x \leq \underbrace{\begin{bmatrix} u_{max} \\ -u_{min} \\ x_{max} \\ -x_{min} \end{bmatrix}}_W$$

Remark The proposed event-based control mechanism provides also a way to decrease the *sensing load*. In fact, the control law requires the state information (measurement of x) only during the moment when $x \notin S_0(h^*)$. Then, in a networked controlled system for instance, an additional rule could be : **do not send new data as long as** $x \in S_0(h^*)$.

Remark Remark also that more complex control laws could be taken into account in the proposed framework. For instance, a state observer (or more general transfer functions) could be included into the dynamics of the system, and the problem can be solved for the extended one.

Some insights about the event-control design : In terms of control-design, it will be necessary to perform (at least) the following steps :

1. Choose a sample-time T_s . This value has to be chosen before the control design to decrease, for instance, the *processor load*.
2. Find a discrete-time model of the open-loop system dynamics (as in (6.16)).

3. Compute a desired "nominal" state-feedback controller K . The feedback gain K is assumed to be computed off-line for a given desired performance for 100% actuation load (e.g. obtain K from an H-inf bounded non-fragile control design as proposed in [19] or, just more simple, obtain K from a LQR design).
4. Find a discrete-time model of the closed-loop system dynamics by using the feedback gain K (as in (6.17)).
5. Choose the sample-time instant h^* . It will be chosen in such a way that a desired performance is achieved (more bigger is h^* more degradation is expected for the system performance but less actuation load could be obtained). Remark that the parameter h^* is an integer value ($h^* \geq 0$). Remark also that, if we choose $h^* = 0$ the set $S_0(h^*) \equiv S_1$. This parameter h^* could be also imposed by a scheduling algorithm (for taking into account processor time, communication bandwidth, etc.).
6. Compute the minimal RPI set of the closed-loop dynamics S_1 , then compute the set describing all possible trajectories of the open-loop system at the instant h^* , i.e. the set $S_0(h^*)$. Using this set compute the one-step ahead trajectories of $S_0(h^*)$, namely the set S_F . Use this set to compute the minimal RPI set of the closed-loop dynamics \bar{S}_1 which includes S_F and $S_0(h^*)$. The *a priori* performance of the controlled system could be then evaluated by using the set \bar{S}_1 which guarantee that all trajectories of the event-based controlled system remain inside this set (if the initial states belongs to the set \bar{S}_1).
7. Perform the control mechanism (6.22) by using the set $S_0(h^*)$.

6.4 Geometric interpretation

Case 1 : (A double integrator system) In this section we give a geometric interpretation of the system trajectories dictated by the control law (6.22). The figure 6.1 depicts the geometric interpretation of the system behavior. The invariant sets S_1 and \bar{S}_1 have been obtained by applying techniques presented in Section 6.3 for a bounded *random* disturbance, i.e. $|w| \leq 1$. The sets $S_0(h^*)$ and S_F have been obtained by choosing $h^* = 7$. Here we consider a second order system (a double integrator system) with matrices :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

The control law (when active) $u_1 = -Kx$ with

$$K = [17.5 \quad 8.5]$$

Remark that we can associate a performance threshold to the trajectories of the state x , for instance, the vector 2-norm of x (denoted $\|x\|_2$ in figure 6.1). Hence, a suitable

choice of h^* in (6.18) and (6.19) provides an *a priori* H_∞ performance of the transfert function between the state x and the input w . Remember that $\|x\|_2 = \|G\|_\infty \|w\|_2$, where G stands for the transfert function between the state (or output) x and the input w .

A control design could be implemented by fixing a desired performance threshold and then consistently choose a suitable h^* . It is easy to show that for smaller h^* we will expect to obtain a better performance of the system (See Table 6.2 and figure 6.4 for various choices of h^*). That is, for $h^* = 0$, for instance, we have the best performance which is very near to the performance of the (100% actuation) closed-loop system (6.17). In this example, it is chosen $h^* = 3$ for obtaining an $\|x\|_2$ equal to 2.9967 between x and the input w .

The figure 6.2 illustrates the activation or not of the control $u = -Kx$. In this example, the control action is reduced to 19% with respect to the synchronous controller (i.e. 100% actuation controller). The figure 6.3 illustrates the obtained behavior of the state x_1 for a given sequence of disturbances w , $|w| \leq 1$. From a practical point of view we can chose $S_0 = p * S_1$ in (6.18), with $0 \leq p \leq 1$, to obtain equivalent performances with more higher actuation load. For example, for $S_0 = 0.33 * S_1$ we obtain a vector 2-norm of 0.2541 (which is exactly the same obtained with a full actuation) with actuation load equal to 81%.

Notice that, for non-linear systems controlled by a linear controller (around a given operation point), it is necessary to guarantee that the obtained invariant set \bar{S}_1 is a subset of the *attraction region* of the original non-linear system, namely Ω_a (i.e. $\bar{S}_1 \subseteq \Omega_a$), in order to guarantee stability of the proposed control strategy. Because \bar{S}_1 is a mRPI convex set inside the attraction region Ω_a , the stability of the proposed approach is guaranteed by the state-dependent switching mechanism (6.22). In terms of *asynchronous samplings* point of view, the stability analysis could be also performed by using the framework proposed in [116].

TABLE 6.1 – Obtained performance and actuation load with respect to h^* (Case 1).

h^*	=	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$\ x\ _2$	\leq	0.30	0.45	0.71	1.04	1.43	1.88	2.41	2.99	3.64
Actuation load	:	26%	37%	34%	32%	28.5%	24.5%	17.5%	19%	19.5%

Case 2 : (An oscillator system) Similarly, the figure 6.5 depicts the geometric interpretation of the system behavior. The invariant sets S_1 and \bar{S}_1 have been obtained by applying techniques presented in Section 6.3 for a bounded *random* disturbance, i.e. $|w| \leq 1$. The sets $S_2(h^*)$ and S_F have been obtained by choosing $h^* = 3$. Here we consider a second order system (an oscillator system) with matrices :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

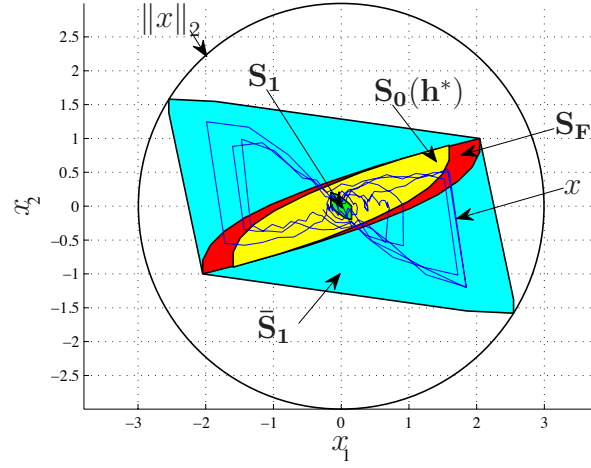


FIGURE 6.1 – Case 1 : Geometric interpretation of the proposed event-based control.

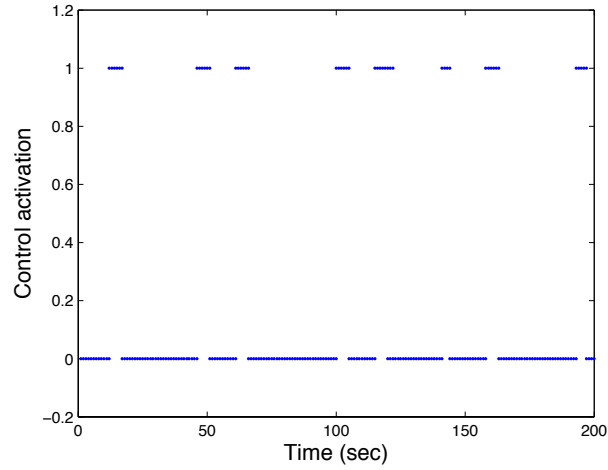
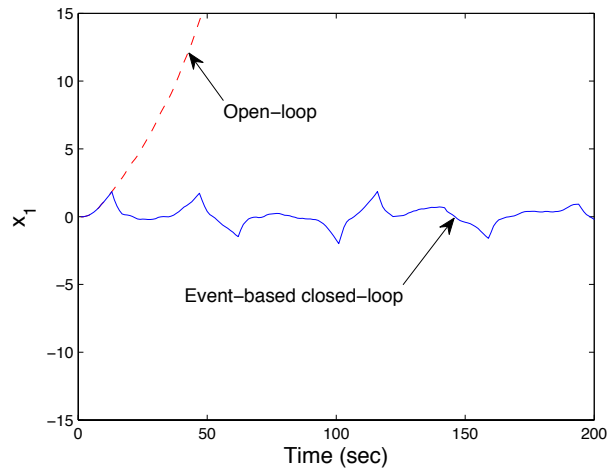
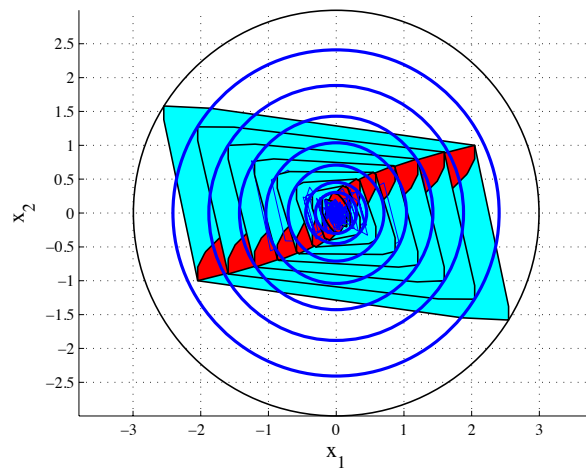


FIGURE 6.2 – Case 1 : Control activation, (1) when control is turn-on, (0) when control is turn-off.

FIGURE 6.3 – Case 1 : Time response for x_1 : Closed-loop vs. Open loop.FIGURE 6.4 – Case 1 : Geometric interpretation of the obtained performance for various choices of h^* . See also Table 6.2.

The control law (when active) $u_1 = -Kx$ with

$$K = [-8.25 \quad -8.50]$$

The obtained vector 2-norm is 0.7986 (see figure 6.5). The figure 6.7 illustrates the obtained performance in the time-domain. That performance remains acceptable despite the low actuation load (see figure 6.6). In this example, the control action is reduced to 10% with respect to the nominal synchronous controller (i.e. 100% actuation). The figure 6.7 illustrates the obtained behavior of the state x_1 for a given sequence of disturbances w , $|w| \leq 1$.

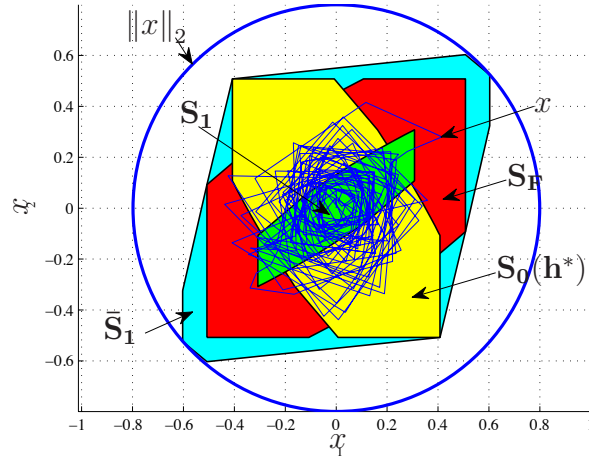


FIGURE 6.5 – Case 2 : Geometric interpretation of the proposed event-based control.

TABLE 6.2 – Obtained performance and actuation load with respect to h^* (Case 2).

h^*	=	0	1	2	3	4	5	6	7
$\ x\ _2$	\leq	0.67	0.67	0.79	0.79	0.93	0.93	1.07	1.07
Actuation load	:	42%	22.5%	38.5%	10%	13.5%	3.5%	19%	2%

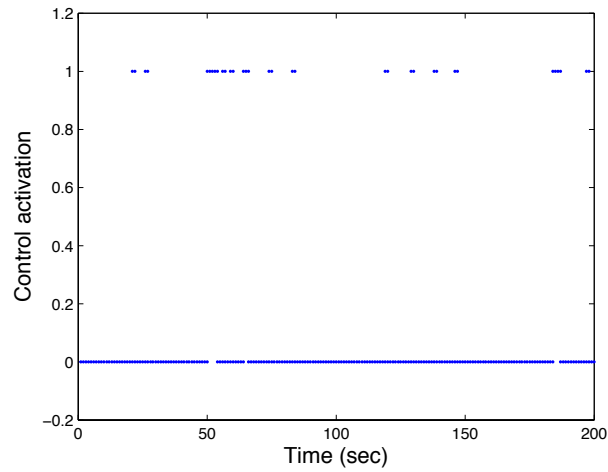


FIGURE 6.6 – Case 2 : Control activation, (1) when control is turn-on, (0) when control is turn-off.

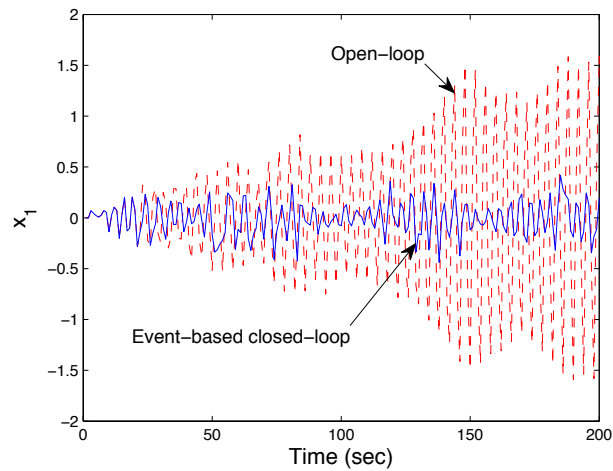


FIGURE 6.7 – Case 2 : Time response for x_1 : Closed-loop vs. Open loop.

Quatrième partie

Perspectives

Chapitre 7

Conclusions et perspectives générales

7.1 Conclusions

Mes thématiques de recherches sont très diverses. Néanmoins, les aspects méthodologiques peuvent être regroupés en 3 groupes :

- la commande robuste et tolérante aux fautes,
- la régulation adaptative des perturbations et
- la coordination des grands systèmes à partir de la commande prédictive distribuée.

Un nombre important de travaux sont effectués avec mes doctorants (dont 1 chapitre de livre, 6 revues et plus de 17 conférences internationales depuis 2009) et témoignent mon investissement. Certains travaux sont issus de collaborations industrielles (avec la société Hutchinson - Centre de recherche et la société EDF R&D) et de collaborations scientifiques internationales avec mes collègues en Australie (Université de Newcastle), au Mexique (Tecnológico de Monterrey) et en Hongrie (Académie de Sciences MTA SZ-TAKI). Une bonne partie des mes recherches est très orientée sur les applications. Elles sont aussi très variées, par exemple :

- la commande robuste et tolérante aux fautes, ainsi que la régulation adaptative des perturbations appliquées aux systèmes mécatroniques (systèmes d'assistance à la conduite et de commande du châssis automobile, lecteurs optiques, suspensions actives et semi-actives, structures flexibles et atténuation du bruit acoustique) en collaboration avec Philips Research, Datarius et Hutchinson.
- L'identification paramétrique et la commande prédictive "explicite" appliquées aux systèmes de dimension réduite et pour la coordination des grands systèmes (vallées hydroélectriques, turbines éoliennes, systèmes multi-sources d'énergie) en collabo-

ration avec EDF R&D.

De nouvelles collaborations avec la Colombie (José M. RAMIREZ, Universidad del Valle) viennent de démarrer dans cette direction. Récemment, je me suis intéressé à la commande d'un certain type de robots mobiles et de systèmes embarqués dans le cadre du projet ANR EVA. Le but est d'appliquer des nouvelles techniques de contrôle événementiel et de codage non-fragile proposé en [54],[19] et [20]. Ces dernières thématiques sont récentes et feront partie de mes sujets principaux en combinaison avec la commande tolérante aux fautes.

Aujourd'hui, j'envisage de poursuivre la collaboration avec mes anciens doctorants : Marouane ALMA, maître de conférences en contrôle, identification et diagnostic à l'IUT de Longwy, laboratoire CRAN à Nancy (UMR CNRS 7039) depuis septembre 2012 ; Jennifer ZARATE-FLOREZ Zarate-Florez, ingénieur R&D chez EDF à Chatou et Antoine LEMARCHAND, ingénieur R&D chez MOVEA à Grenoble. Dans la suite, je présenterai quelques perspectives et des problèmes ouverts sur lesquels je devrais consacrer une bonne partie de mes activités de recherches futures.

7.2 Perspectives en commande tolérante aux fautes

Plusieurs sujets de recherche en lien avec mes activités en commande tolérante aux fautes restent d'actualité, avec tout d'abord, l'application de techniques proposées de commande tolérante aux fautes en utilisant des structures de commande de type LPV-polytopique, contrôle commuté ou commande prédictive sur des procédés réels me semble plus que naturel. Il faudra arriver à mettre en évidence les potentiels des approches proposées ces dernières années. Un benchmark international sera l'opportunité des comparer différentes approches et pourquoi pas d'unifier certaines. Ce sera aussi une bonne façon d'augmenter la liste des collaborations avec des collègues travaillant sur des thématiques communes et/ou complémentaires. Le benchmark pourra se mettre en place sur une des nouvelles plateformes construites dans le cadre du projet ANR INOVE 2010-2014 (Integrated approach of Observation and control and VEHICLE dynamics), coordonnée par Olivier SENAME qui réunit GIPSA-lab, MIPS (Mulhouse) et la société SOBEN. L'objectif sera de tester des techniques de tolérance aux fautes d'actionneurs et de capteurs, en particulier celles qui sont associées au système de suspension semi-active et à la dynamique du châssis. La figure 7.2 présente une des plateformes INOVE équipée des accéléromètres, une centrale inertielle, des capteurs de débattement de la suspension, entre autres. Pour plus de détails sur le projet INOVE voir la page : <http://www.gipsa-lab.fr/projet/inove/>

En dehors du projet INOVE, nous participons déjà au projet de collaboration avec le Tecnológico de Monterrey dans la cadre du projet PCP 2011-2013 FLORE (Fault-

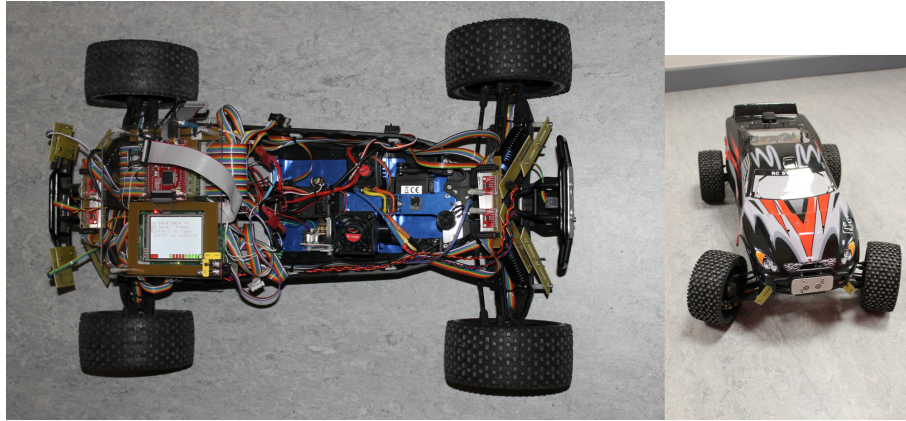


FIGURE 7.1 – Plateforme CarRita pour la commande du châssis. Conçue par Sébastien Varrier.

toLerant cOntrol for smaRt vEHicles). Dans ce projet, on s'intéresse particulièrement à la commande tolérante aux fautes pour les systèmes de suspension semi-active en utilisant des plateformes expérimentales à Monterrey. Il s'agit d'une collaboration établie depuis 2007 animée par Olivier SENAME et qui sert de complément idéal vis-à-vis de notre intérêt sur les connaissances des actionneurs pour la commande du châssis. Une possible suite sera envisagée pour permettre de valider expérimentalement un certain nombre des résultats.



FIGURE 7.2 – Plateforme INOVE pour la suspension semi-active. Conçue par la société Soben.

Les résultats récemment obtenus et soumis sur le calcul des ensembles invariants

pour les systèmes LPV-polytopiques, permettront de proposer de nouvelles techniques de conception des systèmes d'aide à la conduite. Un projet PHC Balaton 2013, dont je suis le coordonnateur, vient d'être soumis. Il réunit des collègues de l'Académie de Sciences MTA SZTAKI - Hongrie (Zoltan SZABO, Peter GASPARI et Jozsef BOKOR) et de SUPELEC (Sorin OLARU). Il s'agit d'appliquer les approches des ensembles invariants pour décrire le comportement nominal de la dynamique du véhicule en prenant en compte l'action du conducteur à travers l'angle du volant comme une entrée exogène bornée. Ici, on se concentrera sur la supervision du lacet, l'angle de glissement et l'accélération latérale. La perte d'attention du conducteur devra être modélisée comme étant une défaillance. La commande devra intervenir uniquement lorsque la dynamique sort de son ensemble invariant nominal mais à l'intérieur du domaine d'attraction. L'approche explorée peut être basée sur la commande événementielle récemment proposée en [54]. La figure 7.3 illustre un exemple des ensembles invariants pour l'assistance au conducteur pour la gestion de l'inter-distance entre deux véhicules.

En condition normale, les trajectoires de l'état du système (distance et vitesse relatives) doivent rester dans l'ensemble \mathbf{S}_1 . Ce comportement est garanti grâce aux actions du conducteur du véhicule suiveur (en amont) indépendamment des actions du véhicule suivi (en aval). Néanmoins, dans le cas d'une perte d'attention du conducteur en amont (par exemple après $h^* = 1s$ d'inattention), pendant un freinage d'urgence "imprévu" du véhicule en aval (avec une décélération maximale de $-10m/s^2$), les trajectoires de l'état (distance et vitesse relatives) se trouvent dans l'ensemble $\mathbf{S}_0(h^*)$. Le système d'assistance à la conduite entrera en action lorsque les trajectoires se trouveront dans l'ensemble $\mathbf{S}_F = \mathbf{S}_0(h^* + T_e)$ (avec T_e la période d'échantillonnage). Ainsi, les trajectoires de l'état resteront dans l'ensemble invariant $\tilde{\mathbf{S}}_1$ assurant que les trajectoires ne sortiront jamais de l'ensemble admissible \mathbf{S}_x . Ces ensembles peuvent être calculés *a priori* de façon analytique, permettant d'assurer un certain confort du conducteur et bien sûr la sécurité du véhicule.

7.3 Perspectives en rejet adaptatif des perturbations

Étant sensible aux problématiques industrielles, des collaborations avec ALSTOM-Hydro à Grenoble viennent de démarrer. Le principal objectif est de mettre en place des méthodologies d'analyse et de commande robuste pour la modélisation des incertitudes dans la chaîne de commande des vannes associées aux turbines hydroélectriques. Des correcteurs robustes de complexité réduite devront être mis en place sur des vrais prototypes. Il a été détecté des problèmes de stabilité dus à la dispersion des paramètres du système, en particulier l'apparition de vibrations non désirées dans la tuyauterie. Nous devons donc étudier les causes de ces vibrations de façon à les compenser en temps réel. Des techniques d'estimation paramétrique et d'anti-vibration bande étroite proposées pendant

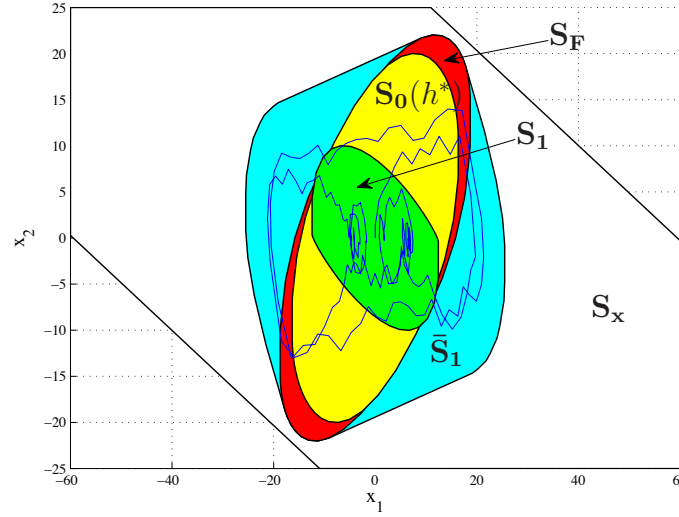


FIGURE 7.3 – Approche par invariance pour la commande de l'inter-distance. Les états x_1 et x_2 sont la distance et la vitesse relatives respectivement.

la thèse de Marouane ALMA pourront être explorées et testées sur ce type de systèmes. La rédaction d'un sujet de thèse dans cette thématique est envisagée. D'autres collaborations industrielles avec notre ancien partenaire (Pascal AUDRAIN, Hutchinson Centre de Recherche), et avec un nouveau partenaire (Hervé ILLY, Groupe acoustique de la Direction de la Recherche de Renault) devraient démarrer prochainement, notamment, sur l'atténuation du bruit bande large à l'intérieur du véhicule. Nous avons déjà une longue expérience dans le domaine de la commande des structures souples et le rejet actif des vibrations. Des travaux effectués en collaboration avec Ioan Landau témoignent de notre capacité à résoudre ce type de problèmes (Voir le benchmark international organisé par I. Landau, A. Karimi et moi-même : http://www.gipsa-lab.grenoble-inp.fr/~ioandore.landau/benchmark_adaptive_regulation/).

Pour améliorer le confort acoustique à l'intérieur des véhicules, l'approche classique nécessite une mise au point spécifique, processus long et coûteux, dépendante du véhicule considéré. Celle-ci repose essentiellement sur un ajustement judicieux des caractéristiques mécaniques du véhicule : raideur, masse, amortissement. Pour simplifier, on peut dire que cette approche entraîne une augmentation de la masse du véhicule de manière non négligeable. Cette approche peut être qualifiée de "passive". Pour remédier à cette tendance, une solution consiste à utiliser la technologie du contrôle actif de bruit : des haut-parleurs émettent un son qui atténue le bruit naturel du véhicule, en différents points de contrôle situés dans l'habitacle. Cette technique est surtout intéressante à basse fréquence, dans

une plage comprise entre 30 et 300 Hz, car c'est dans cette plage que les gains de masse (sur le véhicule) sont les plus significatifs par rapport aux techniques classiques et que le contrôle actif est le plus adapté.

Cette technologie n'est pas nouvelle. Certains constructeurs l'utilisent déjà dans leur véhicule, mais son application est limitée au cas du bourdonnement, c'est-à-dire à la composante dominante du bruit provenant du moteur (harmonique 2 dans le cas d'un moteur 4 cylindres). Actuellement, il n'est pas possible de s'affranchir des solutions classiques puisque le contrôle actif ne traite pas le cas d'un bruit large-bande comme le bruit de roulement, présent dans cette gamme de fréquences. Le développement d'un algorithme de contrôle actif pour ce dernier cas constitue donc un verrou technologique fort qui limite encore l'utilisation de cette technologie de contrôle actif.

La complexité technique de ce problème a deux origines :

1. La structure de la perturbation à rejeter : il s'agit d'un signal aléatoire large-bande, produit par des sources multiples et décorréliées (les quatre roues du véhicule contribuent au bruit de roulement), ce qui en fait un problème d'automatique difficile (problème de rejet de perturbation dans le cadre des procédés multi-entrées multi-sorties).
2. L'influence des contraintes industrielles sur la structure du système de contrôle : la mise en œuvre effective des algorithmes de contrôle actif doit prendre en compte les contraintes habituelles présentes lors de leur intégration dans les véhicules produits en série dans le domaine automobile : architecture, coût faible, simplicité de mise au point, robustesse et tolérance vis-à-vis des dispersions de fabrication ou de variations d'usage et des incertitudes sur la connaissance exacte du système.

Les problèmes de suppression de ces vibrations (pour le confort acoustique) deviennent plus difficiles si la structure mécanique est elle-même caractérisée par plusieurs modes de vibrations peu amortis. Cette situation se rencontre de plus en plus en pratique, suite à l'allègement des structures mécaniques. Il existe des solutions mono-variables avec un seul actionneur et deux capteurs (dont un capteur dit de "référence"), dans une configuration "feedforward", et des solutions mono-variables avec un seul actionneur et un capteur dans une configuration "feedback". La dernière est convenable pour la réduction de coût de développement et dans notre cas précis pour la difficulté à placer un tel "capteur de référence".

On devra donc explorer et tester la performance des différentes lois de contrôle, notamment, des commandes robustes multi-variables de type H_2 et H_∞ . Différentes structures du correcteur seront prises en compte (LTI, LPV ou commuté) selon le besoin ou non de prendre en compte la vitesse du véhicule comme étant une variable mesurée et les saturations potentielles des haut-parleurs.

La commande pourra contenir une partie fixe (dite robuste) et une partie variable (dite

adaptative) dans le même esprit que la commande proposée en [76]. La première cherche à compenser de façon robuste les modes vibratoires "invariants" dans le système mécanique tout en tenant en compte des possibles couplages entre les actionneurs (ici des haut-parleurs). La deuxième cherche à compenser les modes non-modélisés et très incertains à travers l'adaptation directe d'un paramètre ou d'un vecteur de réglage en utilisant la paramétrisation de Youla-Kucera, par exemple. Ces points devront être étudiés, et en particulier, des extensions dans la forme "multi-variable" des travaux récents développés pendant la thèse de Maroune Alma.

Les collaborations industrielles permettront de s'approprier des modèles physiques du système puis de tester en temps réel les solutions proposées sur un démonstrateur physique chez l'industriel.

7.4 Perspectives en commande événementielle

Certaines thématiques continueront à évoluer, notamment les approches explorées pour la synthèse de commande tolérante aux fautes en tenant en compte la perte d'efficacité sur les actionneurs. Ici nous pouvons utiliser la méthode proposée dans le chapitre 6 pour la commande à événements (event-based control) basée sur des calculs des ensembles invariants robustes [54]. Je participe avec Nicolas MARCHAND à différentes actions du labex PERSYVAL-Lab ("Pervasive systems and algorithms" à la confluence du monde physique et numérique). Ce labex pluridisciplinaire (Mathématiques, Informatique, Automatique, Traitement du signal, et Architecture des machines) favorise une approche globale pour l'élaboration d'un programme scientifique ambitieux axé sur différentes actions de recherches. Notre participation est principalement située dans l'action de recherche "Pervasive Computing Systems" qui vise à concevoir des stratégies de contrôle/commande distribuées et des algorithmes pour les infrastructures de capteurs distribués et actionneurs en vue de développer des méthodes et des outils pour la conception de systèmes réactifs et fiables.

Parmi mes activités en collaboration avec Nicolas MARCHAND, il y a le projet ANR EVA. Ce projet se situe dans le cadre de recherches menées au niveau mondial et vise à développer les robots volants dits de quatrième génération. Ces engins d'envergure inférieure à 10 cm représentent une rupture technologique que nous proposons de traiter par une approche biomimétique : le vol battu. Par rapport aux projets existant comme le MFI en Californie ou la mouche de R.J. Wood à Harvard, nous proposons de développer un prototype légèrement plus petit (envergure environ 8 cm pour une masse de l'ordre du gramme). Ce positionnement a pour objectif de relâcher les contraintes de réalisation et d'intégration propres aux procédés de microfabrication en salle blanche afin de réaliser un méso-robot autonome tant au niveau de son énergie qu'au niveau de ses capacités de

perception et d'action.

Ce robot sera ainsi capable de produire un vol stationnaire et d'effectuer l'évitement d'obstacles grâce à un micro-capteur de flux optique biomimétique embarqué. Ces points seraient une réelle avancée car aucune équipe au monde n'a encore réalisé ce challenge. Afin d'atteindre ces objectifs, nous constituons aujourd'hui un consortium pluridisciplinaire de sept laboratoires ou organismes de recherche répartis sur les quatre sections du CNRS que sont : les sciences de la vie (l'ISM : pour le capteur et l'évitement d'obstacle biomimétique), les sciences des technologies de l'information et de la communication (l'IRCCYN, le GIPSA-lab : pour l'intégration robotique, l'informatique et la commande), les micro et nano-technologies, électronique, photonique, électromagnétisme et énergie électrique (SATIE pour l'énergie embarquée et partiellement FANO pour l'actionnement) et l'ingénierie des matériaux et des structures, la mécanique des solides et l'acoustique. A cela s'ajoutent les compétences de l'ONERA en mécanique du vol et du CEA en conception et optimisation de structures flexibles.

Dans la même direction, un projet PEPS INS2I vient d'être accepté. Le projet dénommé "Commande événementielle pour le contrôle d'un robot miniature biomimétique (SpikeRob)" a été déposé par Thibaut RAHARIJAONA et Franck RUFFIER, de l'Institut des Sciences du Mouvement de Marseille dans le cadre du programme "PEPS INS2I : Rupture en sciences et technologies de l'information 2013-2014". GIPSA-lab devra être un acteur actif de ce projet avec la participation de Nicolas MARCHAND et moi même dans la partie commande événementielle embarquée. La proposition de commande bio-inspirée proposée s'inscrit bien dans les stratégies du Laboratoire GIPSA-lab, notamment ses activités en robotique, au sein de l'Equipex Robotex.

7.5 Perspectives en coordination de grands systèmes

Par rapport aux thématiques en coordination des grands systèmes à travers la commande prédictive "explicite", nous avons proposé en collaboration avec Gildas BESANÇON, un travail sur la coordination des systèmes multi-énergies. Le but est de mettre en application et proposer de nouvelles méthodes pour la coordination en tenant compte des contraintes en lien avec la qualité de l'énergie (régulation de tension et de fréquence, minimisation des déviations de la puissance produite, minimisation des pertes d'eau à cause de déversements excessifs, etc.). Le problème de coordination de ce type de grands systèmes comporte des difficultés scientifiques et techniques majeures :

- aspect distribué et interdépendant des moyens de production ;
- multiplicité des contraintes de production et environnementales ;
- aspect multicritère des objectifs de performance ;

- incertitudes sur les modèles disponibles et présence des perturbations ;
- caractéristiques non-linéaires des unités de production, entre autres.

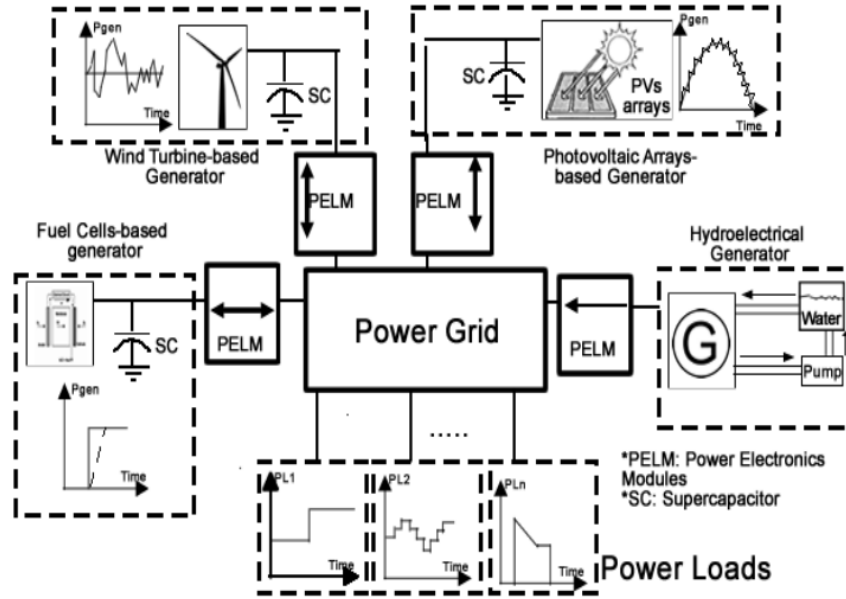


FIGURE 7.4 – Schéma d'un système multi-énergies.

Les approches initialement proposées dans la thèse de Jennifer ZARATE-FLOREZ seront explorées dans le cas de la coordination d'un réseau des systèmes de production d'énergie contenant des unités de génération très diverses et hétérogènes (hydroélectrique, éolien, thermique, photo-voltaïque, etc.). La figure 7.4 illustre un réseau multi-énergies qui sera utilisé comme cas d'étude. Ici, un coordinateur doit calculer en temps réel un vecteur de "prix" (un multiplicateur de Lagrange) qui doit permettre d'atteindre l'optimalité globale du système décomposé en sous-systèmes (voir figure 7.5). Ce vecteur de prix garantit que les interactions vues de chaque côté des sous-systèmes convergent aux mêmes valeurs (notamment des valeurs optimales). Classiquement, ce vecteur de prix est calculé en utilisant un algorithme récursif (algorithme d'Uzawa [24]), normalement très gourmand en termes de temps de calcul et d'échanges de données entre les sous-systèmes et le coordinateur. Nous proposons de faire face à ce type de problèmes en utilisant des commandes prédictives "explicites" pour chacun des sous-systèmes et en exécutant une coordination "explicite" qui résout le problème de façon algébrique en utilisant juste un pas d'exécution, réduisant ainsi le temps de calcul et des échanges d'informations.

La coordination des systèmes par la méthode des "prix" proposée dans la thèse de Jennifer ZARATE-FLOREZ pour la coordination des vallées hydro-électriques (voir [133])

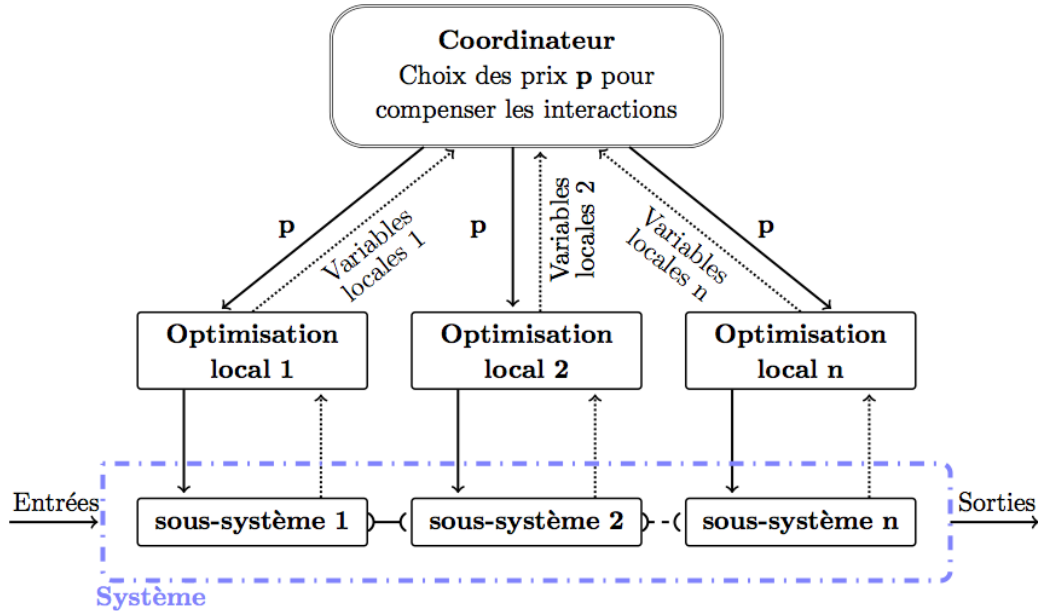


FIGURE 7.5 – Schéma de coordination par les prix.

sera évaluée et testée sur la plateforme EDF à Chatou. La continuité de la collaboration avec EDF et de futures collaborations avec la société Total - Division R&D à Toulouse (Carlos CARREJO) et le laboratoire CNRS LAAS (Corinne ALONSO) devront être assurées à travers notre doctorant John SANDOVAL-MORENO qui travaille dans les aspects multi-énergies. Pour finir, des test réels de coordination des correcteurs prédictifs (MPC) sont envisagés avec la société EPSA (un des producteurs d'énergie de Colombie) en collaboration avec l'Université del Valle (José M. RAMIREZ) sur une petite vallée hydroélectrique.

Chapitre 8

Bibliographie

Bibliographie

- [1] S. Aberkane, Ponsart J., and D. Sauter. Output feedback robust h-inf control of uncertain active fault tolerant control systems via convex analysis. *International Journal of Control*, 81(2) :252–263, 2007.
- [2] S. Aberkane, J.C. Ponsart, and D. Sauter. Output feedback h-(infinity) control of a class of stochastic hybrid systems with wiener process via convex analysis. *International Journal of Inovative Computing, Information and Control*, 2(6) :1179–1196, 2006.
- [3] J. Ackermann and D. Forschungsanstalt. Yaw disturbance attenuation by robust decoupling of car steering. *Control Engineering Practice*, 5 :1131–1136, 1996.
- [4] O. Adrot. *Diagnostic à base de modèles incertains utilisant l'analyse par intervalles : l'approche bornante*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, Centre de Recherche en Automatique de Nancy, 2000.
- [5] M. Alamir. A framework for real-time implementation of low dimensional parameterized NMPC. *Automatica*, 48(1) :198–204, 2012.
- [6] D. Alazard and P. Apkarian. Exact observer-based structures for arbitrary compensators. *Int. Journal of Robust and Non Linear Control*, 9 :101–118, 1999.
- [7] G. Z. Angelis. *System Analysis, Modelling and Control with Polytopic Linear Models*. Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven, 2001.
- [8] G. Balas, J. Bokor, and Z. Szabó. Invariant subspace for lpv systems and their applications. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 48 :2065–2069, 2003.
- [9] M. Basseville and A. Benveniste. *Detection of Abrupt Changes in Signals and Dynamical Systems*. Springer Verlag, 1986.
- [10] M. Basseville and I.V. Nikiforov. *Detection of Abrupt Changes - Theory and Application*. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice-Hall Inc., 1993.
- [11] A. Bemporad, M. Morari, V. Dua, and E. N. Pistikopoulos. The explicit linear quadratic regulator for constrained systems. *Automatica*, 38(1) :3 – 20, 2002.
- [12] R.A. Bender. Some considerations for estimator-based compensator design. *International Journal of Control*, 41 :1577–1588, 1985.

- [13] C. Berbra, S. Lesecq, and J. Martinez. A multi-observer switching strategy for fault-tolerant control of a quadrotor helicopter. In *16th Mediterranean Conference on Control and Automation*, pages 1094–1099, Ajaccio, France, June 2008.
- [14] F. Blanchini. Nonquadratic lyapunov functions for robust control. *Automatica*, 31(3) :451–561, March 1995.
- [15] F. Blanchini. Set invariance in control. *Automatica*, 35(11) :1747 – 1767, 1999.
- [16] M. Blanke, M. Kinnaert, J. Lunze, and M. Staroswiecki. *Diagnosis and Fault-Tolerant Control*. Springer, Berlin, 2nd, 672 p. edition, 2006.
- [17] R. Bosch. *ESP Electronic Stability Program*. Robert Bosch GmbH, Germany, 1999.
- [18] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balaskrishnan. Linear matrix inequalities in systems and control theory. *SIAM Publications*, June 1994.
- [19] C. Briat and J.J. Martinez. Design of h-inf bounded non-fragile controllers for discrete-time systems. In *Decision and Control, 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference. CDC/CCC 2009. Proceedings of the 48th IEEE Conference on*, pages 2192–2197, dec. 2009.
- [20] C. Briat and J.J. Martinez. \mathcal{H}_∞ bounded resilient state-feedback design for linear continuous-time systems - a robust control approach. In *18th IFAC World Congress, Milano, Italy*, pages 9307–9312, 2011.
- [21] M.L. Brockman and M. Corless. Quadratic boundedness of nominally linear systems. *International Journal of Control*, 71(6) :1105–1117, 1998.
- [22] J. Cao and J. Gertler. Fault diagnosis in a class of nonlinear systems using identification and glr testing. In *American Control Conference*, volume 6, pages 5052–5057. IEEE, 2004.
- [23] E. Chow and A. Willsky. Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1 :603–619, 1984.
- [24] G. Cohen. Optimization by decomposition and coordination : a unified approach. *IEEE Trans. Automatic Control*, pages 222–232, 1978.
- [25] J. Daafouz and J. Bernussou. Parameter dependent lyapunov functions for discrete time systems with time varying parametric uncertainties. *Systems & Control Letters*, 43(5) :355 – 359, 2001.
- [26] J. Daafouz, P. Riedinger, and C. Iung. Stability analysis and control synthesis for switched systems : a switched lyapunov function approach. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 47(11) :1883 – 1887, nov 2002.
- [27] C.F. Daganzo. The cell transmission model , a dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory. *Transportation Research Part B*, (28) :269–288, 1994.

- [28] J.A. De Dona, M.M. Seron, and A. Yetendje. Multisensor fusion fault-tolerant control with diagnosis via a set separation principle. In *Decision and Control, 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference. CDC/CCC 2009. Proceedings of the 48th IEEE Conference on*, pages 7825–7830, 2009.
- [29] M. C. de Oliveira and J. C. Geromel. A class of robust stability conditions where linear parameter dependence of the Lyapunov function is a necessary condition for arbitrary parameter dependence. *Systems Control Lett.*, 54(11) :1131–1134, 2005.
- [30] M.C. de Oliveira, J. Bernussou, and J.C. Geromel. A new discrete-time robust stability condition. *Systems & Control Letters*, 37(4) :261 – 265, 1999.
- [31] Carlos E. de Souza and Lihua Xie. On the discrete-time bounded real lemma with application in the characterization of static state feedback controllers. *Systems and Control Letters*, 18(1) :61 – 71, 1992.
- [32] M. Desai and A. Ray. A fault detection and isolation methodology-theory and application. In *American control conference*, pages 262–270, San Diego, 1984.
- [33] A.L. Do, J. M. Gomes da Silva, O. Senname, and L. Dugard. Control design for LPV systems with input saturation and state constraints : An application to a semi-active suspension. In *Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, CDC-ECC 2011, Orlando, FL, USA, December 12-15, 2011*, pages 3416–3421, 2011.
- [34] Anh-Lam Do, O. Senname, and L. Dugard. An lpv control approach for semi-active suspension control with actuator constraints. In *American Control Conference (ACC), 2010*, pages 4653–4658, 2010.
- [35] M. Doumiati, O. Senname, L. Dugard, J. Martinez, P. Gaspar, and Z. Szabo. Integrated vehicle dynamics control via coordination of active front steering and rear braking. *accepted to European Journal of Control*, October 2012.
- [36] M. Fiacchini, T. Alamo, and E.F. Camacho. Invariant sets computation for convex difference inclusions systems. *Systems & Control Letters*, 61 :819–826, 2012.
- [37] P.M. Frank and J. Wunnenberg. *Fault Diagnosis in Dynamic Systems*, chapter Robust fault diagnosis using unknown input observer schemes. Prentice Hall, 1989.
- [38] D. Georges. Distributed model predictive control based on decomposition-coordination and networking. In *European Control Conference*, Hongrie, 2009.
- [39] J. Gertler. *Fault detection and diagnosis in engineering systems*. Marcel Dekker, New York, 1998.
- [40] J. Gertler and J. Cao. Pca-based fault diagnosis in the presence of control and dynamics. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 50(2), February 2004.
- [41] J. Gertler and D. Singer. A new structural framework for parity equation based fault detection and isolation. *Automatica*, 26 :381, 1990.

- [42] Janos Gertler, Weihua Li, Yunbing Huang, and Thomas McAvoy. Isolation enhanced principal component analysis. *AIChE Journal*, 45(2) :323–334, 1999.
- [43] G. Goodwin, M. Seron, and J.De Doná. *Constrained control & estimation. An optimisation approach*. Springer, E.Cliffs NJ, USA, 2005.
- [44] G.C. Goodwin, M.M. Seron, and J.A. De Doná. *Constrained Control and Estimation. An Optimisation Approach*. Springer, 2005.
- [45] S. Grenaille, D. Henry, and A. Zolghadri. A Method for Designing Fault Diagnosis Filters for LPV Polytopic Systems. *Journal of Control Science and Engineering*, pages 1–11, 2008.
- [46] H. Haimovich, E. Kofman, and M.M. Seron. Analysis and improvements of a systematic componentwise ultimate-bound computation method. In *Proceedings of the 17th IFAC World Congress*, Seoul, South Korea, July 2008.
- [47] H. Haimovich and M.M. Seron. Componentwise ultimate bound computation for switched linear systems. In *Proceedings of the Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference*, pages pp. 2150–2155, Shanghai, P.R. China, December 2009.
- [48] T. Henningsson, E. Johansson, and A. Cervin. Sporadic event-based control of first-order linear stochastic systems. *Automatica*, 44(11) :2890 – 2895, 2008.
- [49] D. Henry. Structured fault detection filters for lpv systems modeled in an lfr manner. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 26(3) :190–207, 2012.
- [50] D. Henry. *Robust Control and Linear Parameter Varying Approaches*, volume 437, chapter Design of Norm Based Fault Detection and Isolation LPV Filters, pages 125–180. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [51] D. Henry and A. Zolghadri. Norm-based design of robust {FDI} schemes for uncertain systems under feedback control : Comparison of two approaches. *Control Engineering Practice*, 14(9) :1081 – 1097, 2006.
- [52] R. Isermann. Process fault detection based on modeling and estimation methods : A survey. *Automatica*, 20 :387–404, 1984.
- [53] R. Isermann. *Fault-Diagnosis Systems : An Introduction from Fault Detection to Fault Tolerance*. Springer-Verlag Berlin, 2006.
- [54] Martinez J. and Marchand N. Invariant-set approach for event-based control design with performance guarantees. *Submitted to Automatica*, March 2013.
- [55] Ponsart J., D. Theilliol, and C. Aubrun. Virtual sensors design for active fault tolerant control system applied to a winding machine. *Control Engineering Practice*, 18 :1037–1044, 2010.
- [56] R.N. Jazar. *Vehicle Dynamics : Theory and Application*. Springer, Berlin, 2009.

- [57] Sandee J.H. *Event-driven control in theory and practice : trade-offs in software and control performance*. Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven, 2006. 152 p.
- [58] M. Junger, E.B. Castelan, S. Tarbouriech, and J. Daafouz. Finite l_2 -induced gain and λ -contractivity of discrete-time switching systems including modal nonlinearities and actuator saturations. *Nonlinear Analysis : Hybrid Systems*, 5(2) :289–300, 2011.
- [59] J. Y. Keller and D. Sauter. Restricted diagonal detection filter and updating strategy for multiple fault detection and isolation. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 25(1) :68–87, 2011.
- [60] E. Kofman, J. De Doná, and M. Seron. Probabilistic Set Invariance and Ultimate Boundedness. *Automatica*, 48(10) :2670–2676, 2012.
- [61] E. Kofman and Braslavsky J. H. Level crossing sampling in feedback stabilization under data-rate constraints. In *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 2006 San Diego*, pages 4423–4428, 2006.
- [62] E.J. Kofman, H. Haimovich, and M.M. Seron. A systematic method to obtain ultimate bounds for perturbed systems. *International Journal of Control*, 80(2) :167–178, February 2007.
- [63] K.I. Kouramas, S.V. Rakovic, E.C. Kerrigan, J.C. Allwright, and D.Q. Mayne. On the minimal robust positively invariant set for linear difference inclusions. In *Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC '05. 44th IEEE Conference on*, pages 2296–2301, 2005.
- [64] A. Lemarchand, D. Koenig, and J. Martinez. Robust design of a switched pi controller for an uncertain traffic model. In *IEEE Conference on Decision and Control CDC*, Atlanta, USA, December 2010.
- [65] A. Lemarchand, D. Koenig, and J. Martinez. Smooth switching hinf pi controller for local traffic on-ramp metering, an lmi approach. In *IFAC World Congress*, Milano, Italy, August 2011.
- [66] A. Lemarchand, D. Koenig, and J. Martinez. Dynamical operating mode estimation for an on-ramp neighborhood under normal traffic conditions. In *American Control Conference*, Montreal, Canada, June 2012.
- [67] A. Lemarchand, D. Koenig, and J. Martinez. Incident detection for an uncertain traffic model. In *8th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 2012)*, Mexico, August 2012.
- [68] A. Lemarchand, J. Martinez, and D. Koenig. Hierarchical coordinated freeway on-ramp metering using switching system theory. In *4th IFAC Symposium on System, Structure and Control*, Ancona, Italy, 2010.
- [69] S. Li, D. Sauter, and B. Xu. Fault isolation filter for networked control system with event-triggered sampling scheme. *Sensors*, 11(1) :557–572, 2011.

- [70] H. Lin and P.J. Antsaklis. Disturbance attenuation properties for discrete-time uncertain switched linear systems. In *Decision and Control, 2003 42nd IEEE Conference on*, pages 5289–5294, dec. 2003.
- [71] L. Ljung. *System Identification - Theory For the User*. PTR Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J., 2nd ed edition, 1999.
- [72] Jan Lunze and Daniel Lehmann. A state-feedback approach to event-based control. *Automatica*, 46(1) :211 – 215, 2010.
- [73] J.M. Maciejowski. Reconfigurable control using constrained optimization. In *European Control Conference*, pages 2219–2224, Brussels, Belgium, July 1997.
- [74] Z. Maiying, S. Ding, H. Qing-Long, and D. Qiang. Parity space-based fault estimation for linear discrete time-varying systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 55 :1726–1731, 2010.
- [75] N. Marchand, S. Durand, and J.F.G. Castellanos. A general formula for the stabilization of event-based controlled systems. In *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 2011 50th IEEE Conference on*, pages 8199 –8204, dec. 2011.
- [76] J. Martinez and M. Alma. Improving playability of blu-ray disc drives by using adaptive suppression of repetitive disturbances. *Automatica*, 48(4) :638–644, April 2012.
- [77] J. Martinez and H. Khenouf. Approche d’état pour la commande optimale d’un système gyroscopique. In 9e Colloque sur l’Enseignement des Technologies et des Sciences de l’Information et des Systèmes, editor, *Proceedings CETISIS*, Université du Quebec à Trois-Rivieres, October 2011.
- [78] J. Martinez and S. Varrier. *Robust Control and Linear Parameter Varying Approaches*, volume 437, chapter Multisensor Fault-Tolerant Automotive Control, pages 267–287. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [79] J.J. Martínez and C. Canudas de Wit. Model reference control approach for safe longitudinal control. In *Proc. of the 2004 American Control Conference*, Boston, MA, USA, June 2004.
- [80] J.J. Martínez and C. Canudas-de Wit. A safe longitudinal control for adaptive cruise control and stop-and-go scenarios. *IEEE Transaction on Control System Technology*, 2006. To appear.
- [81] J.J. Martinez, M. Seron, and J.A. De Dona. Fault-tolerant switching scheme with multiple sensor-controller pairs. In *17th IFAC World Congress*, volume 17, pages 1212–1217, 2008.
- [82] J.J. Martínez, M.M. Seron, and J.A. De Doná. Multi-sensor longitudinal control with fault tolerant guarantees. In *Proceedings of the European Control Conference*, Budapest - Hungary., September 2009.

- [83] J.J. Martínez, X.W. Zhuo, J.A. De Doná, and M.M. Seron. Multisensor switching strategy for automotive longitudinal control. In *Proc. of the 2006 American Control Conference*, Minneapolis, MN, USA, 2006.
- [84] M. D. Mesarovic, D. Macko, and Y. Takahara. *Theory of hierarchical, multilevel, systems*. Academic Press. Mathematics in Science and Engineering, E.Cliffs NJ, USA, 1970.
- [85] R. Nazari, M.M. Seron, and De Donna J.A. Fault-tolerant control of convex polytopic linear parameter varying systems using virtual-sensor-based reconfiguration. In *IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS)*, Mexico, 2012.
- [86] H. Niemann and J. Stoustrup. An architecture for fault tolerant controllers. *International Journal of Control*, 78(14) :1091–1110, 2005.
- [87] H. Noura, D. Theilliol, J. Ponsart, and A. Chamssedine. *Fault-tolerant Control Systems : Design and Practical Applications*. Springer Dordrecht Heidelberg, London, 2009.
- [88] P. F. Odgaard, J. Stoustrup, and M. Kinnaert. Fault Tolerant Control of Wind Turbines a benchmark model. In *Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, pages 155–160, Barcelona, Spain, June 2009. IFAC.
- [89] P.F. Odgaard, J. Stoustrup, P. Andersen, M.V. Wickerhauser, and H.F. Mikkelsen. A fault tolerant control scheme for CD players to handle surface defects. *Control Engineering Practice*, 14(12) :1495–1509, December 2006.
- [90] S. Olaru, J.A. De Doná, M.M. Seron, and F. Stoican. Positive invariant sets for fault tolerant multisensor control schemes. *International Journal of Control*, 83(12) :2622–2640, 2010.
- [91] S. Olaru and D. Dumur. A parameterized polyhedra approach for explicit constrained predictive control. In *43th IEEE Conference on Decision and Control, Atlantis, Bahamas*, pages 1580 – 1585, 2004.
- [92] S. Olaru and D. Dumur. Compact explicit MPC with guarantee of feasibility for tracking. In *44th IEEE Conference on Decision and Control and the European Control Conference, Seville, Spain*, 2005.
- [93] S. Olaru and D. Dumur. Explicit constrained model predictive control. the influence of constraints redundancy. In *International Conference on Control and Automation ICCA, Budapest, Hungary*, 2005.
- [94] S. Olaru, D. Dumur, and Tebbani S. Parameterized polyhedra approach for robust constrained generalized predictive control. In *IEEE International Conference on Control Applications, Toronto, Canada*, pages 428 – 433, 2005.

- [95] S. Oлару, F. Stoican, J.A. De Doná, and M.M. Seron. Necessary and sufficient conditions for sensor recovery in a multisensor control scheme. In *Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, pages pp. 977–982, Barcelona, Spain, July 2009.
- [96] H. Pacejka. *Tire and Vehicle Dynamics*. Elsevier, 2012.
- [97] C. Poussot-Vassal, O. Sename, L. Dugard, and S.M. Savaresi. Vehicle dynamic stability improvements through gain-scheduled steering and braking control. *Vehicle System Dynamics*, 49(10) :1597–1621, 2011.
- [98] R. Rajamani. *Vehicle Dynamics and Control*. Springer, Berlin, 2005.
- [99] S.V. Rakovic. Minkowski algebra and banach contraction principle in set invariance for linear discrete time systems. In *Decision and Control, 2007 46th IEEE Conference on*, pages 2169 –2174, dec. 2007.
- [100] S.V. Rakovic, E.C. Kerrigan, K.I. Kouramas, and D.Q. Mayne. Invariant approximations of the minimal robust positively invariant set. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 50(3) :406 – 410, march 2005.
- [101] A. Rantzer. Dynamic dual decomposition for distributed control. In *American Control Conference, St. Louis, USA*, pages 884–888, 2009.
- [102] J. B. Rawlings and B. T. Stewart. Coordinating multiple optimization-based controllers : New opportunities and challenges. In *Journal of Process Control*, pages 839–845, 2008.
- [103] J.H. Richter, W.P.M.H. Heemels, N. van de Wouw, and J. Lunze. Reconfigurable control of piecewise affine systems with actuator and sensor faults : Stability and tracking. *Automatica*, 47(4) :678 – 691, 2011.
- [104] M. Rodrigues, D. Theilliol, S. Aberkane, and D. Sauter. Fault tolerant control design for polytopic lvp system. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 17(1), 2007.
- [105] N. Rosero, J. Ramirez, and J. Martinez. Minimization of water losses for optimal hydroelectric power generation. In *21st Mediterranean Conference on Control and Automation (MED'13)*, Platania-Chania, Crete, June 2013.
- [106] J. Sandoval-Moreno, G. Besançon, , and J. Martinez. Observer-based maximum power tracking in wind turbines with only generator speed measurement. In *European Control Conference*, Zurich, July 2013.
- [107] D. Sauter, S. Li, and C. Aubrun. Robust fault diagnosis of networked control systems. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 23(8) :722–736, 2009.
- [108] C.W. Scherer, P. Gahinet, and M. Chilali. Multiobjective output feedback control via lmi optimization. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 42 :896–911, 1997.

- [109] S. Schneider, N. Weinhold, S.X. Ding, and A. Rehm. Parity space based fdi-scheme for vehicle lateral dynamics. In *IEEE Conference on Control Applications*, pages 294–298, Toronto, Canada, December 2005. IEEE.
- [110] M. Seron, J.A. De Dona, and J.J. Martinez. Invariant set approach to actuator fault tolerant control. In *7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (Safeprocess)*, pages 1605–1610, 2009.
- [111] M. Seron, G. Goodwin, and J. De Doná. Characterisation of receding horizon control for constrained linear systems. *Asian Journal of Control*, 5(2) :271–286, 2003.
- [112] M.M. Seron, J.A. De Dona, and J.J. Martinez. Improved multisensor switching scheme for fault tolerant control. In *Decision and Control, 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference. CDC/CCC 2009. Proceedings of the 48th IEEE Conference on*, pages 7807 –7812, dec. 2009.
- [113] M.M. Seron, J.A. De Doná, and J. Richter. Fault tolerant control using virtual actuators and set-separation detection principles. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 22(7) :709–742, 2012.
- [114] M.M. Seron, G.C. Goodwin, and J.A. De Doná. Characterization of receding horizon control for constrained linear systems. *Asian Journal of Control*, 5 :271–286, 2003.
- [115] M.M Seron, X.W. Zhuo, J.A. De Dona, and J.J. Martinez. Multisensor switching control strategy with fault tolerance guarantees. *Automatica*, 44(1) :88 – 97, 2008.
- [116] A. Seuret. A novel stability analysis of linear systems under asynchronous samplings. *Automatica*, 48(1) :177 – 182, 2012.
- [117] Florin Stoican, Sorin Olaru, María M. Seron, and José A. De Doná. A fault tolerant control scheme based on sensor ?actuation channel switching and dwell time. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, pages n/a–n/a, 2012.
- [118] Zhendong Sun and S.S. Ge. Analysis and synthesis of switched linear control systems. *Automatica*, 41(2) :181–195, 2005.
- [119] S. Tarbouriech, G. Garcia, J.M. Gomes da Silva Jr., and I. Queinnec. *Stability and Stabilization of Linear Systems with Saturating Actuators*. Springer-Verlag, London, 2011.
- [120] S. Tarbouriech, I. Queinnec, T. Alamo, M. Fiacchini, and E.F. Camacho. Ultimate bounded stability and stabilization of linear systems interconnected with generalized saturated functions. *Automatica*, 47(7) :1473 – 1481, 2011.
- [121] M. Theilliol, D. Mahfouf, J.C. Ponsart, D. Sauter, and A. Gamam. Design of a fault diagnosis system based on a bank of filter observers with application to a hot rolling mill. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 32(3) :265–285, 2010.

- [122] R. Tóth, P.S.C. Heuberger, and P.M.J. Van den Hof. Discretisation of linear parameter-varying state-space representations. *IET Control Theory and Applications*, 4 :2080–2096, 2010.
- [123] S. Varrier, D. Koenig, and J. Martinez. Robust fault detection for vehicle lateral dynamics. In *Conference on Decision and Control*, Maui, Hawaiï, Etats-Unis, December 2012. IEEE.
- [124] S. Varrier, D. Koenig, and J. Martinez. Robust fault detection for uncertain unknown inputs LPV system. *accepted to Control Engineering Practice*, March 2013.
- [125] S. Varrier, R. Morales-Menendez, J. Lozoya-Santos, D. Hernandez, J. Martinez, and D. Koenig. Fault detection in automotive semi-active suspension : Experimental results. *SAE Technical Paper*, (2013-01-1234), 2013.
- [126] S. Varrier, B. Nemeth, D. Koenig, J. Martinez, and P. Gaspar. Robust suspension fault detection. In *VSDIA 2012 - 13th MINI Conference on Vehicle System Dynamics, Identification and Anomalies*, Hungary, 2012.
- [127] S. Varrier, C. Vivas-Lopez, Lozoya-Santos, D. Koenig, J. Martinez, R. Morales-Menendez, and J.C. Tudon-Martinez. Applicative fault tolerant control for semi-active suspension system : Preliminary results. July 2013.
- [128] Martinez J. Varrier S., Koenig D. A parity space-based fault detection on lpv systems : Approach for vehicle lateral dynamics control system. In *IFAC Safeprocess*, Mexico, 2012.
- [129] T.H. Wang, J. Martinez, and O. Sename. H-inf observer-based battery fault estimation for hev application. In *IFAC Workshop on Engine and Powertrain Control, Simulation and Modeling, (E-COSM'12)*, Rueil-Malmaison, France, August 2012.
- [130] T.H. Wang, O. Sename, and J. Martinez. H-inf based supervisory control strategy for a parallel hev with battery fault accommodation. In *8th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 2012)*, Mexico, August 2012.
- [131] T.H. Wang, O. Sename, and J. Martinez. A lpv ems regulator for the parallel hev with battery life prolongation. In *21st Mediterranean Conference on Control and Automation (MED'13)*, Platanias-Chania, Crete, June 2013.
- [132] A. Yetendje, M. Seron, J. De-Dona, and J. Martinez. Sensor fault-tolerant control of a magnetic levitation system. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 20(18) :2108–2121, December 2010.
- [133] J. Zárate Flórez, G. Besançon, J. J. Martinez, and F. Davelaar. Explicit price method for coordinated control and hydro-power production example. In *8th IFAC Power Plant & Power Systems Control*, Toulouse, France, 2012.

- [134] J. Zarate Florez, J. Martinez, G. Besancon, and D. Faille. Decentralized-coordinated model predictive control for a hydro-power valley. *Mathematics and Computers in Simulation*, Available online 8 May 2012, 2012.
- [135] J. Zárate Flórez, J. J. Martinez, G. Besançon, and D. Faille. Hydro-power valley control : decomposition/coordination methods. In *14th Belgian-French-German conference on Optimization, Leuven, Belgium*, 2009.
- [136] J. Zárate Flórez, J. J. Martinez, G. Besançon, and D. Faille. Advanced coordinated control for a hydro-power valley. In *IMACS International Conf. on Modeling and Simulation of Electric machines, Converters and Systems, Paris, France*, 2011.
- [137] J. Zárate Flórez, J. J. Martinez, G. Besançon, and D. Faille. Explicit MPC-based decomposition-coordination control with application to hydro-power valleys. In *50th IEEE Conference on Decision and Control and 20th European Control Conference, Orlando, FL, USA*, pages 830 – 835, 2011.
- [138] L. Zhang, Y. Lu, Y. Chen, and N.E. Mastorakis. Robust uniformly ultimate boundedness control for uncertain switched linear systems. *Computers & Mathematics with Applications*, 56(7) :1709 – 1714, 2008.