



# Systemes de transmission avec précodage linéaire et traitements itératifs

## Application à l'OFDM et aux techniques MIMO

présenté par Jérôme Le Masson

en vue de l'obtention du doctorat de l'Université de Bretagne-Sud

mention: Sciences pour l'ingénieur

# ■ Chaîne de transmission numérique

---

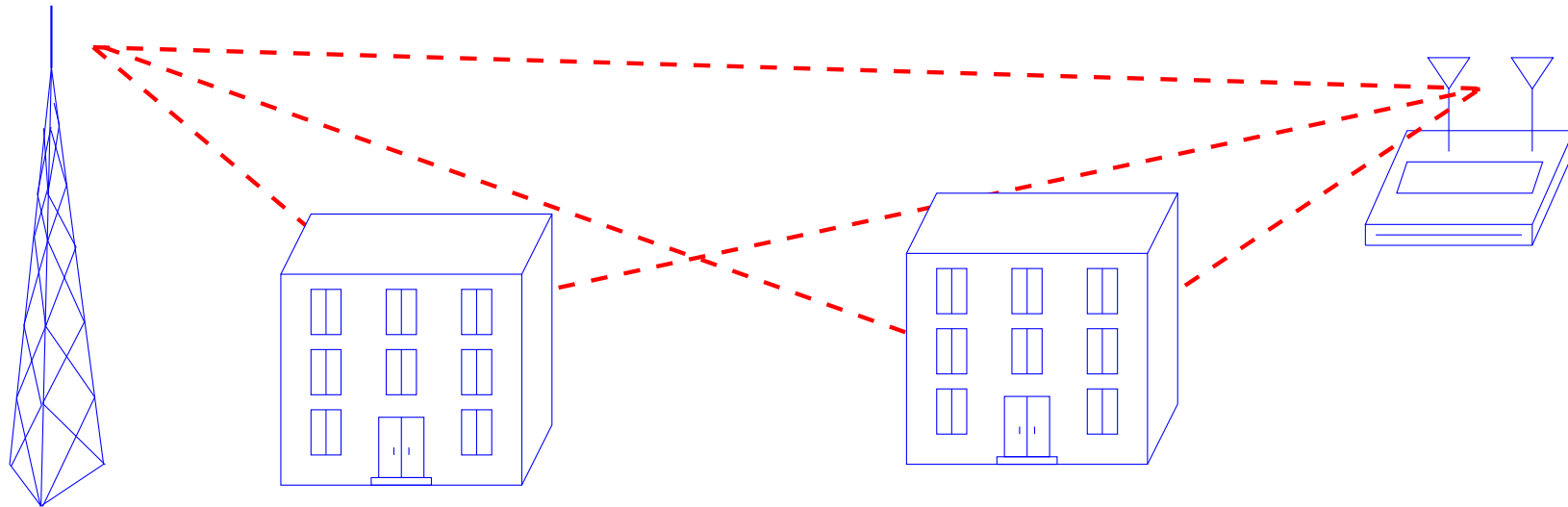
- Transmissions par voie herzienne
  - Réseaux locaux sans fils (WiFi)
  - Télévision numérique terrestre (TNT)
- Nécessitent un débit élevé pour de faibles taux d'erreurs
- Chaîne de transmission numérique



- Le canal perturbe le signal transmis (trajets multiples, BABG)
- Les modulations multiporteuses permettent un débit élevé
- Le codage de canal améliore le taux d'erreurs

# ■ Canal à trajets multiples

---



- Lorsque le débit augmente, les trajets multiples provoquent des interférences entre symboles
- Un égaliseur permet de traiter ces interférences en réception
- Une modulation multiporteuse à l'émission évite ces interférences
  - L'OFDM effectue cette modulation grâce à une DFT
  - L'atténuation du canal varie d'une sous-porteuse à l'autre
- De plus, le canal peut varier dans le temps (mobilité)

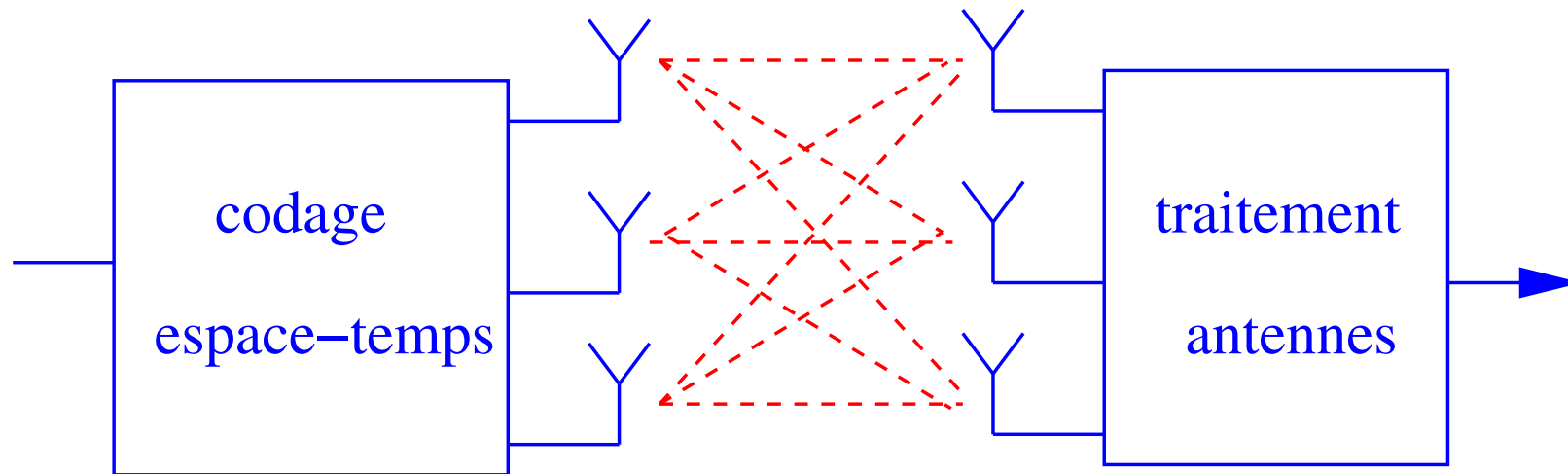
# ■ Principe du précodage linéaire

---

- Précodage linéaire: étalement des données à transmettre sur différentes porteuses ou instants
- Multiplication de chaque vecteur de symboles par une matrice de précodage
  - Matrice de précodage unitaire
  - Rendement égal à  $un$
- Matrice indépendante de l'état du canal
  - Pas de connaissance du canal à l'émission
- Techniques de précodage:
  - [Boutros *et al.*, 1997], [Giraud *et al.*, 1997]
  - Code division multiplexing [Kaiser, 1996]
  - Linear precoding [Ma et Giannakis, 2002]

# ■ Système à antennes multiples

---



- Augmenter le nombre d'antennes d'émission/réception permet de multiplier le nombre de relation entre l'entrée et la sortie du canal de transmission
- Les codes espace-temps améliorent la qualité de la transmission
  - Codes en blocs ou en treillis
- Le multiplexage spatial augmente le débit utile
  - Un traitement d'interférences est alors nécessaire

## ■ Points Étudiés

---

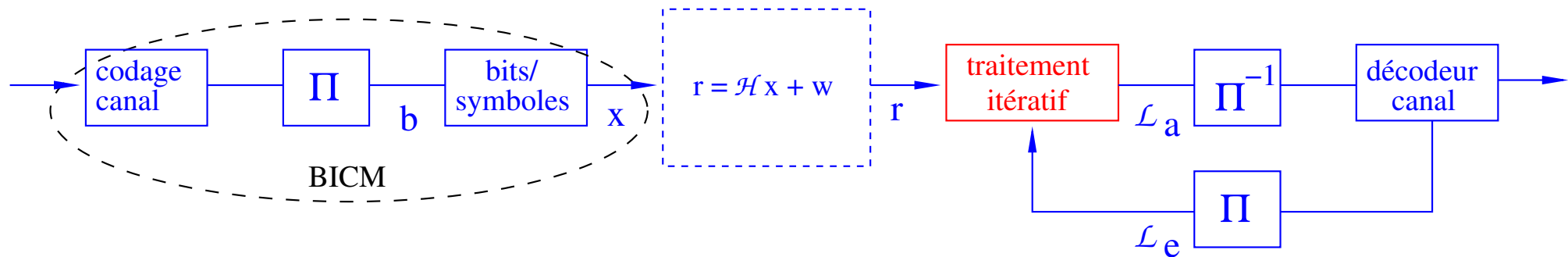
- Généralisation des méthodes de traitement des interférences
- Étude du précodage linéaire :  
Traitement itératif en réception
- Application à l'OFDM :  
Amélioration d'un système WLAN
- Association avec un multiplexage spatial :  
Traitement conjoint en réception

## ■ Points Étudiés

---

- *Généralisation des méthodes de traitement des interférences*
- Étude du précodage linéaire :  
Traitement itératif en réception
- Application à l'OFDM :  
Amélioration d'un système WLAN
- Association avec un multiplexage spatial :  
Traitement conjoint en réception

# ■ Description du système



- Modulation codée à entrelacement bits
  - Modulations de phase (MDP) ou modulation d'amplitude en quadrature (MAQ)
  - Codage de canal: code convolutif, poinçonné pour  $R > 1/2$
- Estimation de canal parfaite, uniquement en réception.
- Synchronisation rythme/porteuse parfaite
- Canal de Rayleigh non sélectif en fréquence



# ■ Description du système

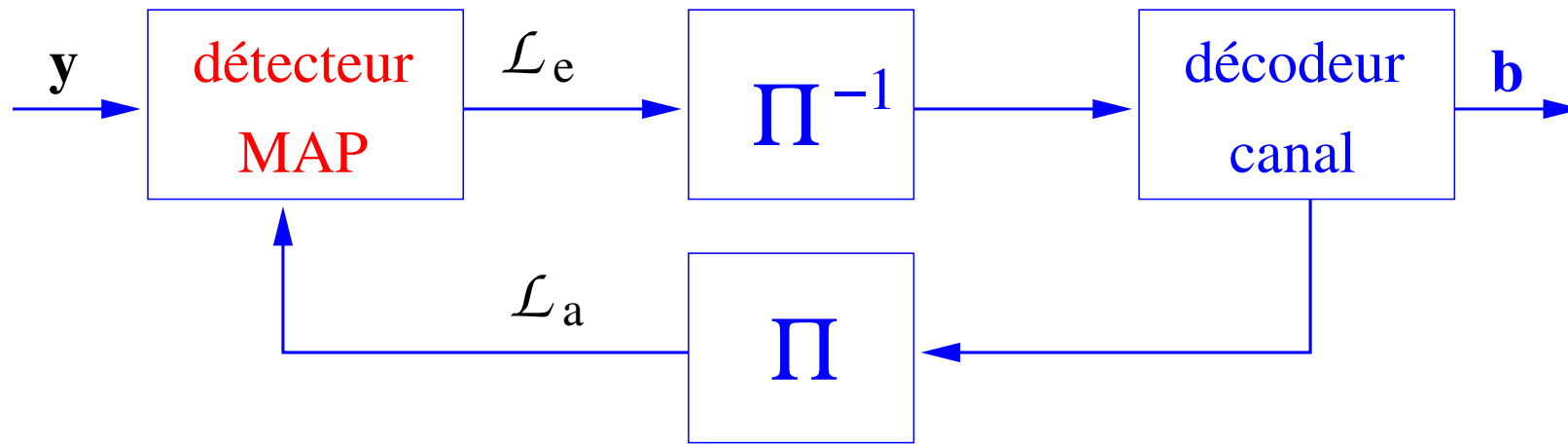
---

## ■ Représentation du canal

$$\mathbf{y} = \mathcal{H}\mathbf{x} + \mathbf{w}$$

$\mathbf{x} = [x_i]^T$	Vecteur de symboles transmis de taille $M$ pris dans une constellation $2^q$ -aire
$\mathbf{y} = [y_i]^T$	Vecteur de symboles reçus de taille $N$
$\mathcal{H} = [h_{i,j}]$	Matrice de transmission du canal de taille $N \times M$
$\mathbf{w} = [w_i]^T$	Vecteur de $N$ échantillons de bruit additif blanc gaussien de moyenne nulle et de variance $\sigma_w^2$

# ■ Algorithme MAP itératif



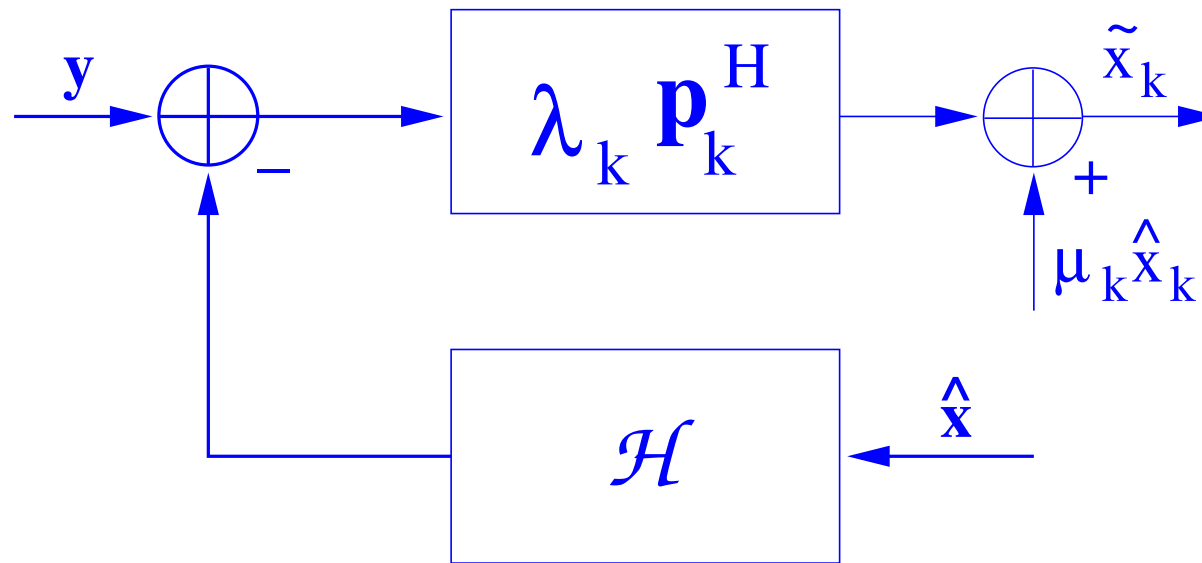
## ■ Récepteur maximum *a posteriori* (MAP)

$$\mathcal{L}_e(b_i) = \ln \left( \frac{\sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}_1^i} P\{\mathbf{y}|\mathbf{x}\} \prod_{j \neq i} P\{b_j\}}{\sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}_0^i} P\{\mathbf{y}|\mathbf{x}\} \prod_{j \neq i} P\{b_j\}} \right)$$

- $P\{\mathbf{y}|\mathbf{x}\} = K \exp(-\|\mathbf{y} - \mathcal{H}\mathbf{x}\|^2 / \sigma_w^2)$
- $\mathcal{X}_k^i$  est l'ensemble des  $2^{Mq-1}$  vecteurs  $\mathbf{x}$  tel que  $b_i = k$
- $P\{b_j\}$  se déduit de  $\mathcal{L}_a(b_j)$

## ■ Complexité exponentielle $\Rightarrow$ "sphere decoding"

## ■ MMSE avec information *a priori*

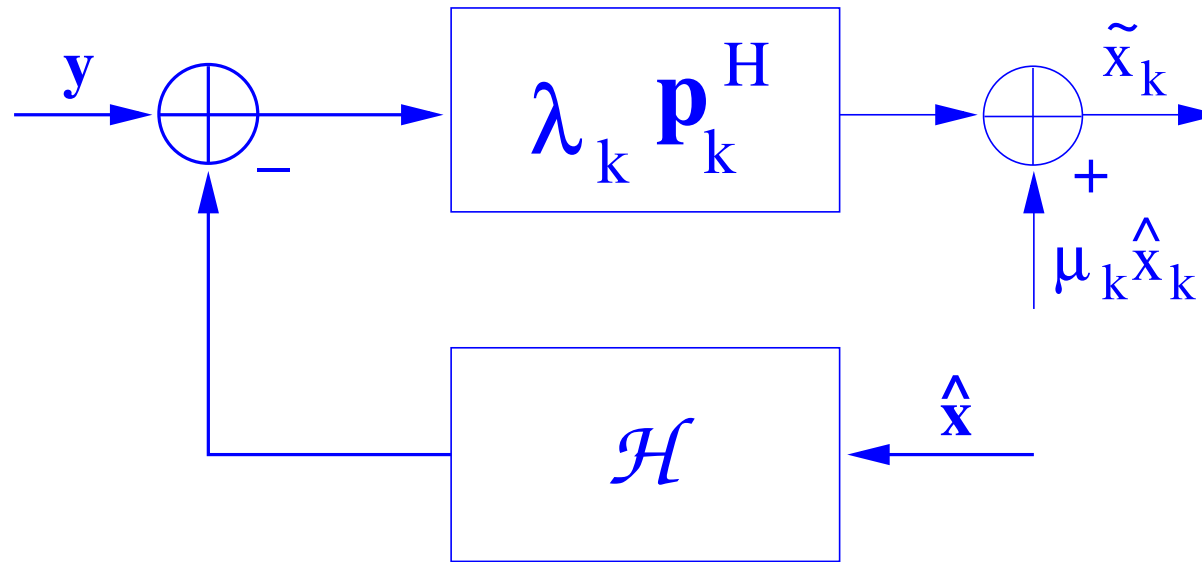


- Récepteur MMSE avec information *a priori* [Tüchler *et al.*, 2002]

$$\tilde{x}_k = \lambda_k \mathbf{p}_k^H (\mathbf{y} - \mathcal{H}\hat{\mathbf{x}}) + \mu_k \hat{x}_k$$

- $\mathbf{P} = (\mathcal{H}\mathbf{V}\mathcal{H}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I})^{-1} \mathcal{H}$ , matrice d'égalisation
- $\mathbf{V} = \text{diag}(\hat{\nu}_0^2, \dots, \hat{\nu}_{M-1}^2)$ , fiabilité des symboles  $\hat{x}$
- Calcul exact  $\Rightarrow$  nombreuses matrices à inverser

## ■ MMSE avec information *a priori*



- Simplification du MMSE avec information *a priori*: MMSE-IC-LE

$$\tilde{x}_k = \lambda_k \mathbf{p}_k^H (\mathbf{y} - \mathcal{H}\hat{\mathbf{x}}) + \mu_k \hat{x}_k$$

- $\mathbf{P} = ((\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2) \mathcal{H}\mathcal{H}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I})^{-1} \mathcal{H}$ , matrice d'égalisation
- Mesure de la fiabilité des symboles  $\hat{x}$  grâce à  $\sigma_{\hat{x}}^2 = \mathbb{E} \{ |\hat{x}_l|^2 \}$
- Lorsque  $\mathcal{H}$  possède une structure particulière  $\Rightarrow$  faible complexité

# ■ MMSE avec information *a priori*

---

- Approximation MMSE-IC-sous-optimal
  - Première itération: MMSE classique

$$\tilde{x}_k = \sigma_x^2 \mathbf{h}_k^H (\sigma_x^2 \mathcal{H} \mathcal{H}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{y}$$

- Itérations suivantes, estimation  $\hat{x}$  supposée parfaite:  $\sigma_{\hat{x}}^2 = \sigma_x^2$

$$\tilde{x}_k = \frac{\sigma_x^2 \mathbf{h}_k^H}{\sigma_x^2 \mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_k + \sigma_w^2} (\mathbf{y} - \mathcal{H} \hat{x} + \hat{x}_k \mathbf{h}_k)$$

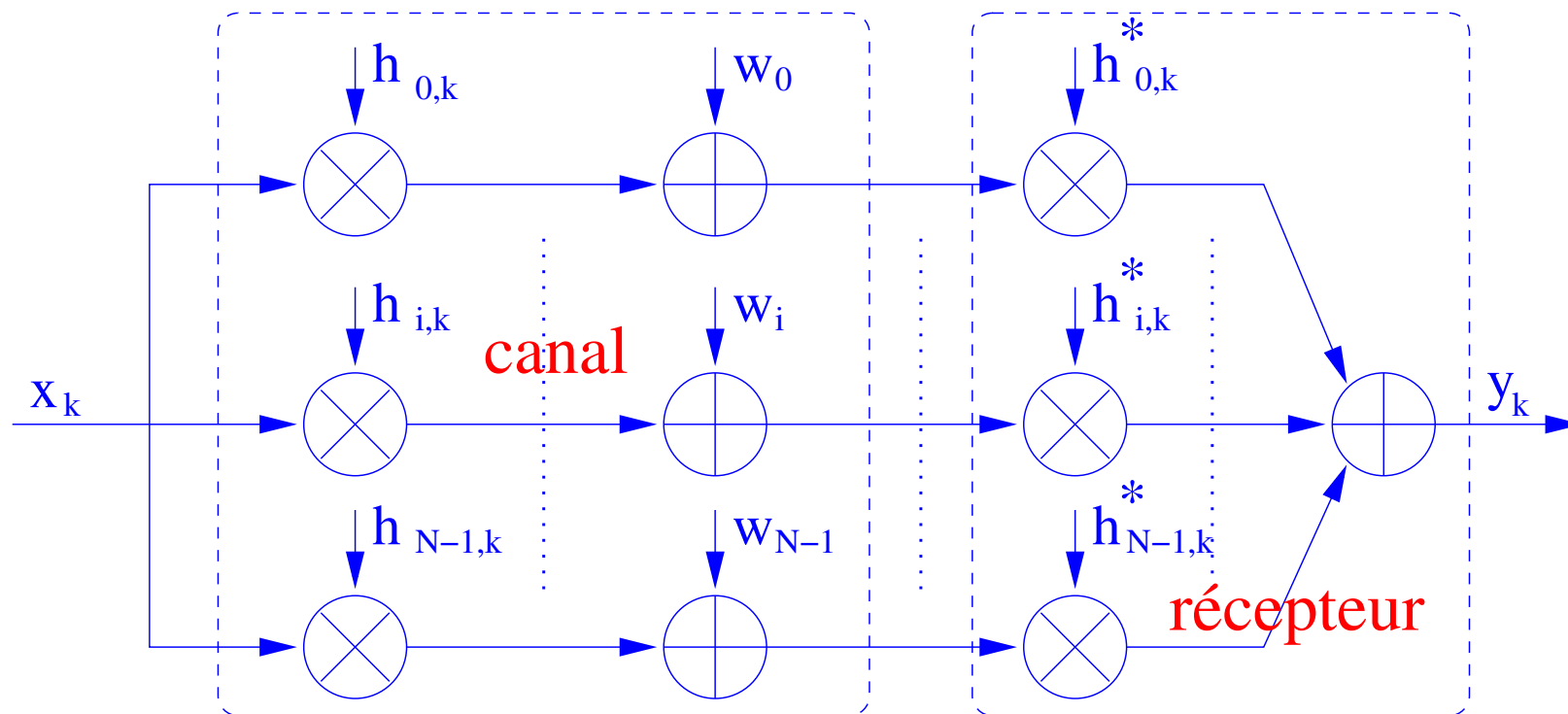
- Pas d'inversions de matrices en dehors de la première itération  $\Rightarrow$  faible complexité

# ■ Performances asymptotiques

- Information *a priori* parfaite en entrée du détecteur

$$\tilde{x}_k \propto \|\mathbf{h}_k\|^2 x_k + \mathbf{h}_k^H \mathbf{w}$$

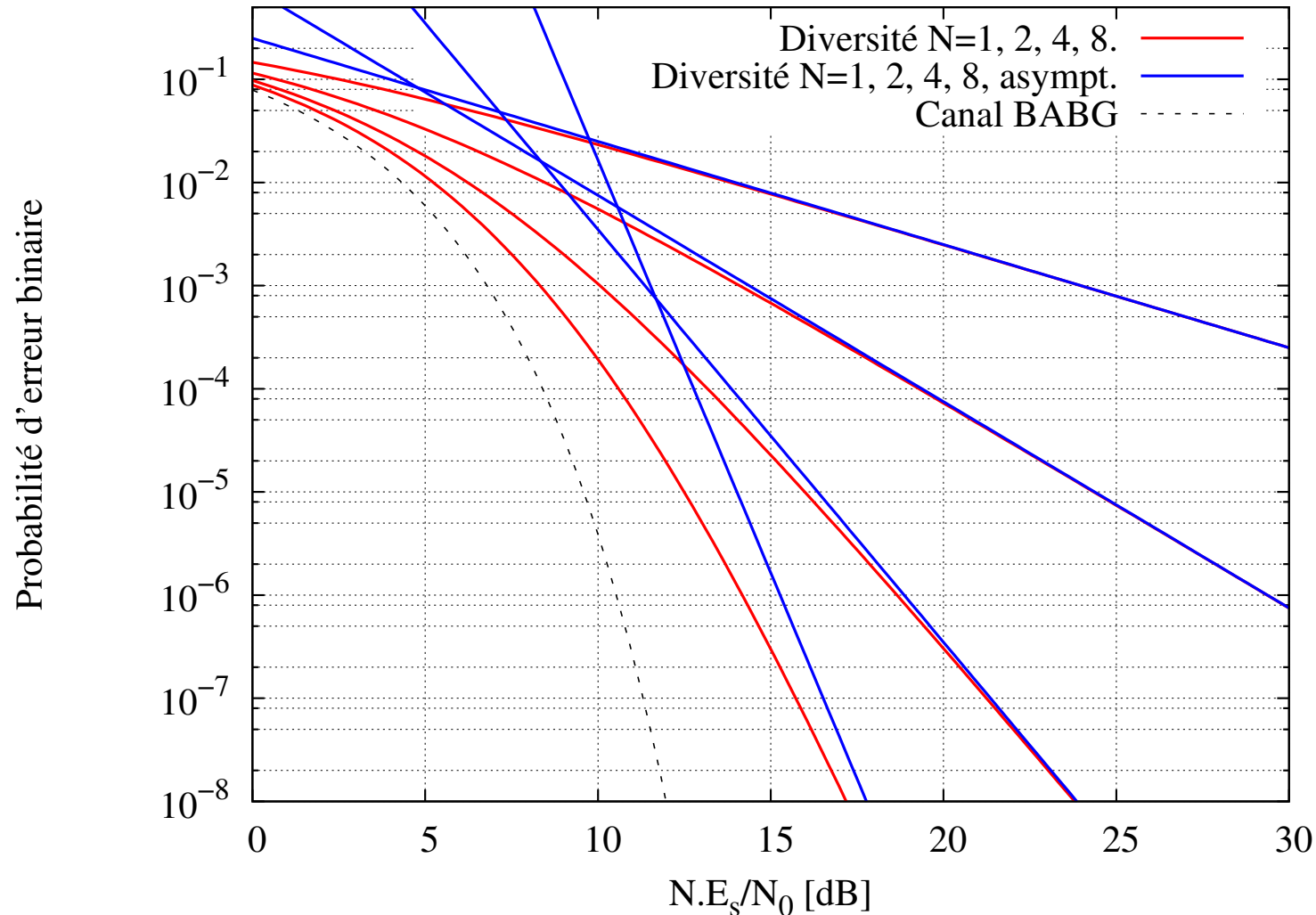
- Équivalent: récepteur MRC pour  $N$  branches de diversité



# ■ Résultats sur canal de Rayleigh

Diversité à  $N$  branches sans codage de canal

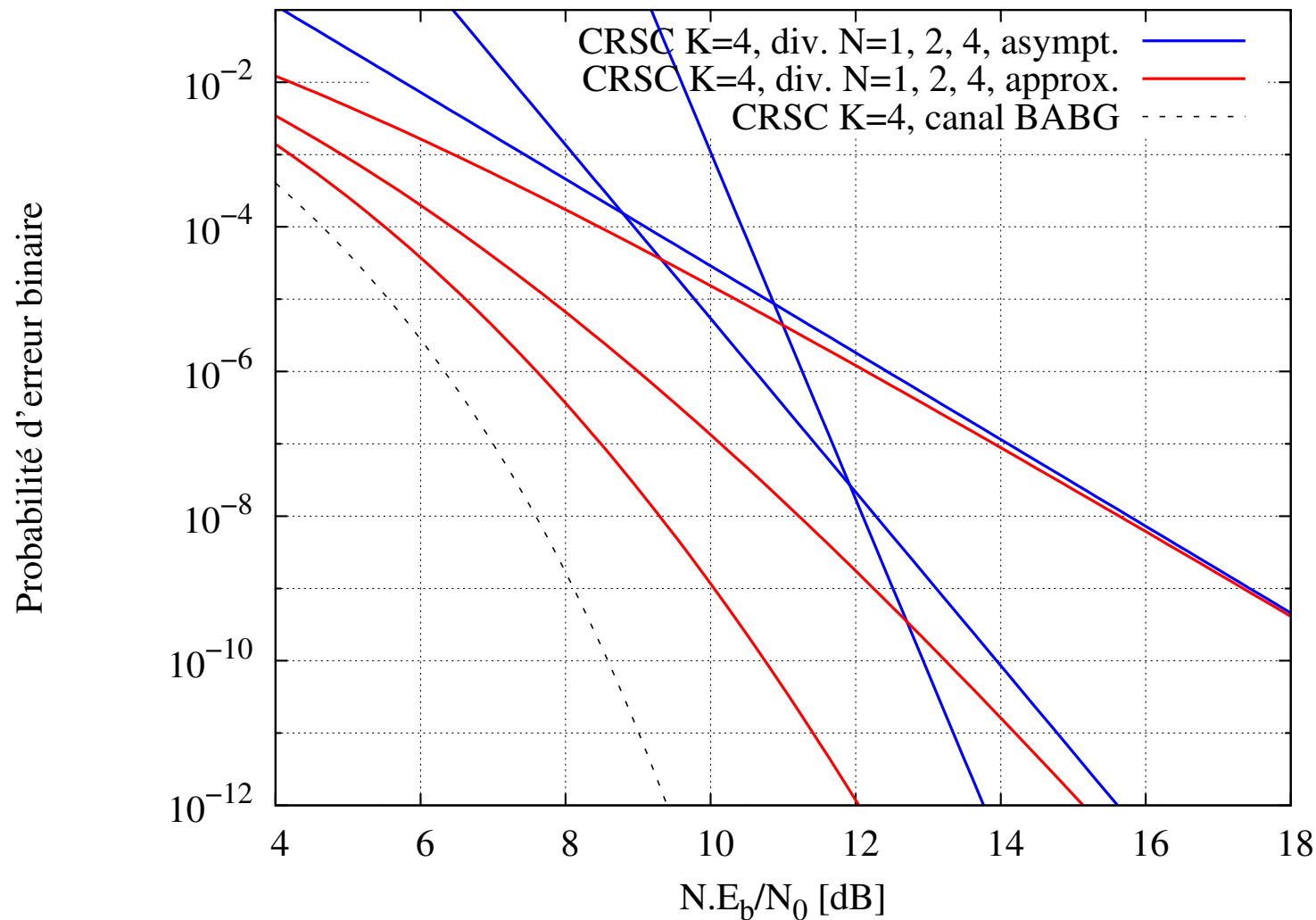
$$P_e \approx C_{2N-1}^N (4E_s/N_0)^{-N}$$



# ■ Résultats sur canal de Rayleigh

Code convolutif de distance minimale  $d_{min}$  et  $N$  branches de diversité

$$P_e \approx A_{d_{min}}^{(b)} C_{2N \cdot d_{min} - 1}^{N d_{min}} (4RE_b/N_0)^{-N d_{min}}$$





# ■ Aspects importants

---

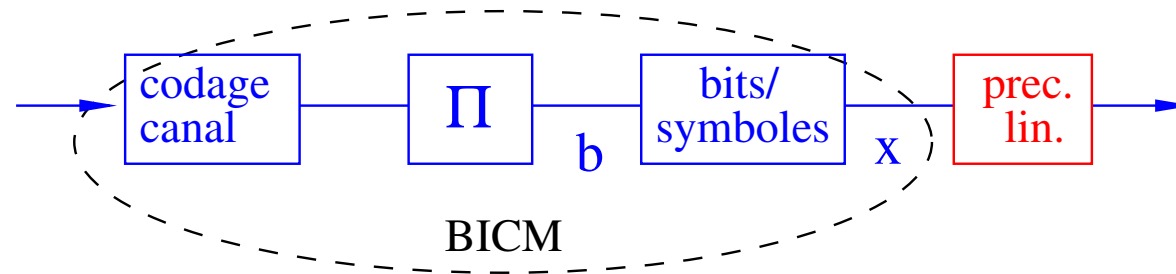
- Le récepteur MAP fonctionne au niveau bit
- Les récepteurs MMSE itératifs sont basé sur une annulation d'interférences
  - Plusieurs niveaux de simplification possibles
- Performances asymptotiques indépendantes du choix du détecteur
- Détecteurs avec information *a priori* parfaite: équivalents à un récepteur MRC pour  $N$  branches de diversité
  - Gain en diversité égal à  $N$
- Association avec un code convolutif de distance minimale  $d_{min}$ 
  - La diversité du système est égale au produit  $Nd_{min}$
- Choix de la méthode: compromis performances/complexité

## ■ Points Étudiés

---

- Généralisation des méthodes de traitement des interférences
- *Étude du précodage linéaire :  
Traitement itératif en réception*
- Application à l'OFDM :  
Amélioration d'un système WLAN
- Association avec un multiplexage spatial :  
Traitement conjoint en réception

# ■ Description du système



- Précodage linéaire de taille  $L$ , canal à évanouissement

$$\mathbf{y} = \mathcal{H}\mathbf{x} + \mathbf{w}, \quad \mathcal{H} = \mathbf{H}\mathbf{D}_L, \quad \mathbf{H} = \text{diag}(h_0, \dots, h_{L-1}) \text{ et } \mathbf{D}_L \text{ unitaire}$$

- Exploiter la diversité
  - Diversité au maximum égale à  $L$
- Résoudre le problème des interférences
  - Profiter de l'information apportée par le décodage de canal

# ■ Traitements du précodage

---

- Traitement ML : recherche de la séquence transmise la plus vraisemblable

$$\tilde{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{s} \in \chi^L} (\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{D}_L\mathbf{s}\|^2)$$

- Décodage linéaire: égalisation suivie du précodage inverse
  - Méthode ZF: restauration de l'orthogonalité, mais amplification du bruit
  - Méthode MRC: maximum de diversité, mais interférences élevées
  - Les coefficients MMSE donnent les meilleurs résultats:

$$p_k = \frac{h_k^*}{|h_k|^2 + \sigma_w^2 / \sigma_x^2}$$

- Traitements itératifs en réception

# ■ Matrices de précodage

---

- Matrices de Hadamard [Kaiser, 1996]

$$\mathbf{D}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{D}_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{L/2} & \mathbf{D}_{L/2} \\ \mathbf{D}_{L/2} & -\mathbf{D}_{L/2} \end{bmatrix}$$

- Maximum de diversité [Ma et Giannakis, 2002]

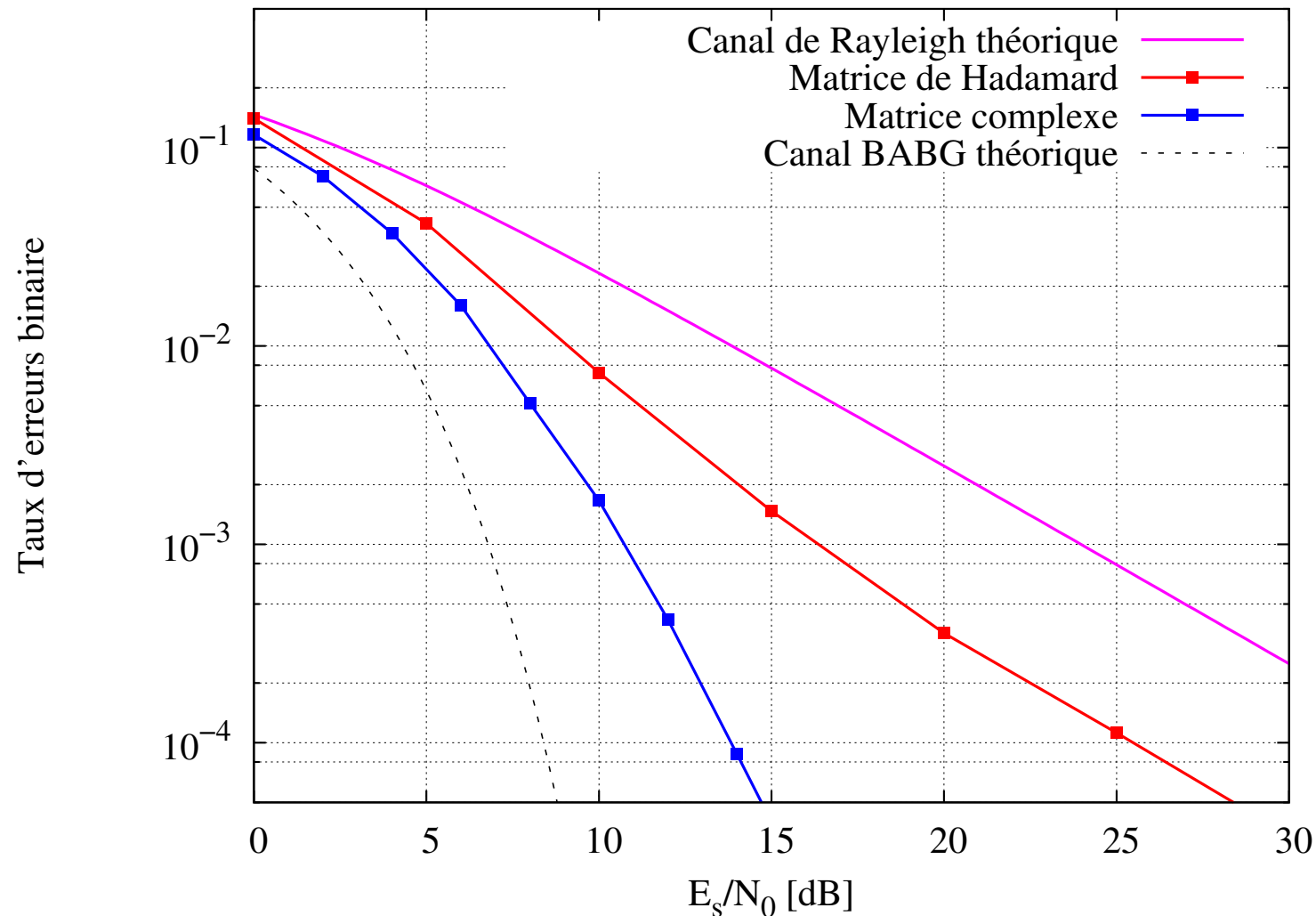
$$\mathbf{D}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{\pi}{4}} \\ 1 & -e^{j\frac{\pi}{4}} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{D}_4 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{\pi}{8}} & e^{j\frac{2\pi}{8}} & e^{j\frac{3\pi}{8}} \\ 1 & e^{j\frac{5\pi}{8}} & e^{j\frac{10\pi}{8}} & e^{j\frac{15\pi}{8}} \\ 1 & e^{j\frac{9\pi}{8}} & e^{j\frac{18\pi}{8}} & e^{j\frac{27\pi}{8}} \\ 1 & e^{j\frac{13\pi}{8}} & e^{j\frac{26\pi}{8}} & e^{j\frac{39\pi}{8}} \end{bmatrix}$$

- Minimum d'interférences [Le Nir et Hérald, 2003], tirage aléatoire/recherche par ordinateur [Goeckel et Ananthaswamy, 2002]

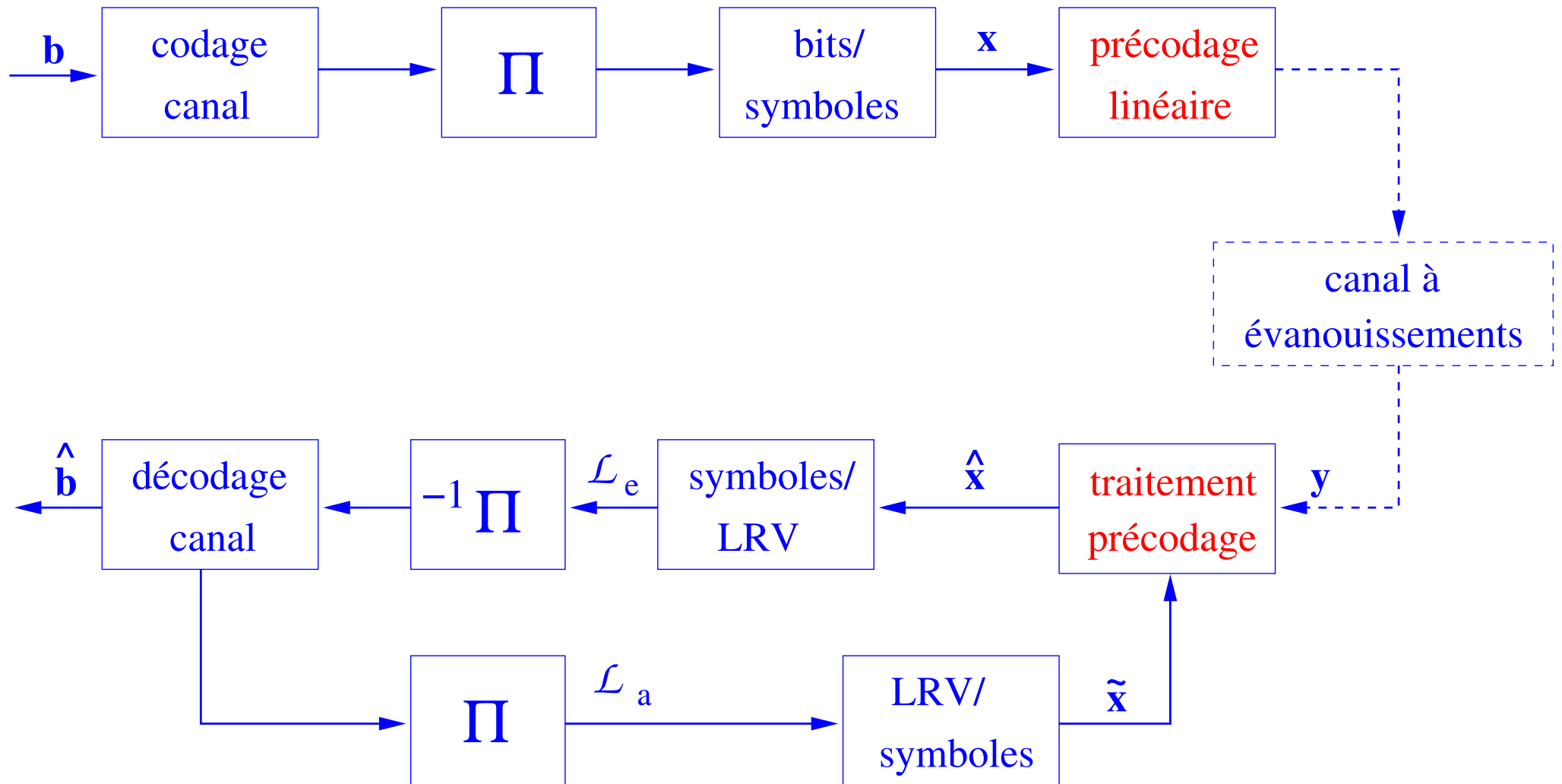
# ■ Exemple: matrices et décodage ML

$$P_e \approx G_k (G_c E_s / 4N_0)^{-G_d}$$

$G_k$ ,  $G_c$  et  $G_d$  dépendent de la matrice [Ma et Giannakis, 2002]

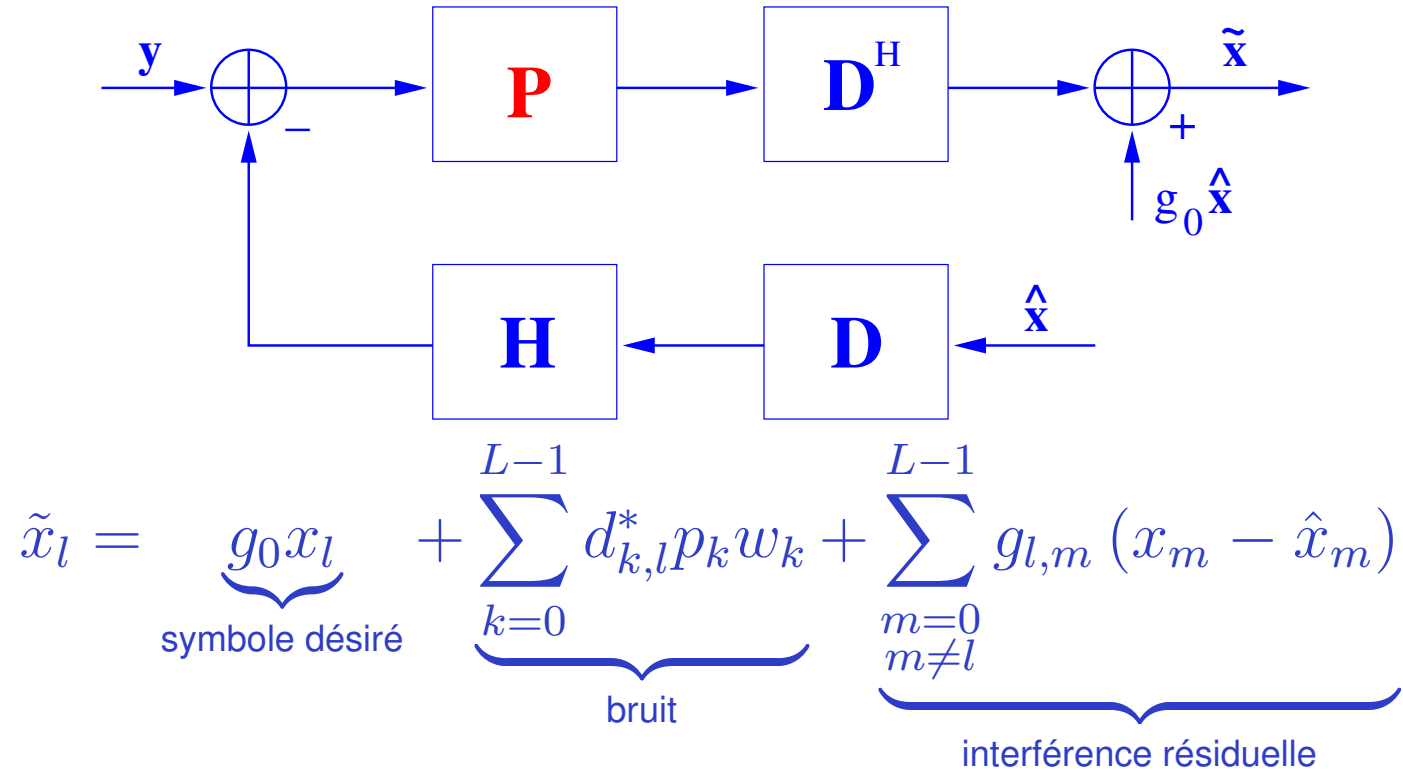


# Traitement itératif en réception



# ■ Solution proposée

- Traitement linéaire avec information *a priori*



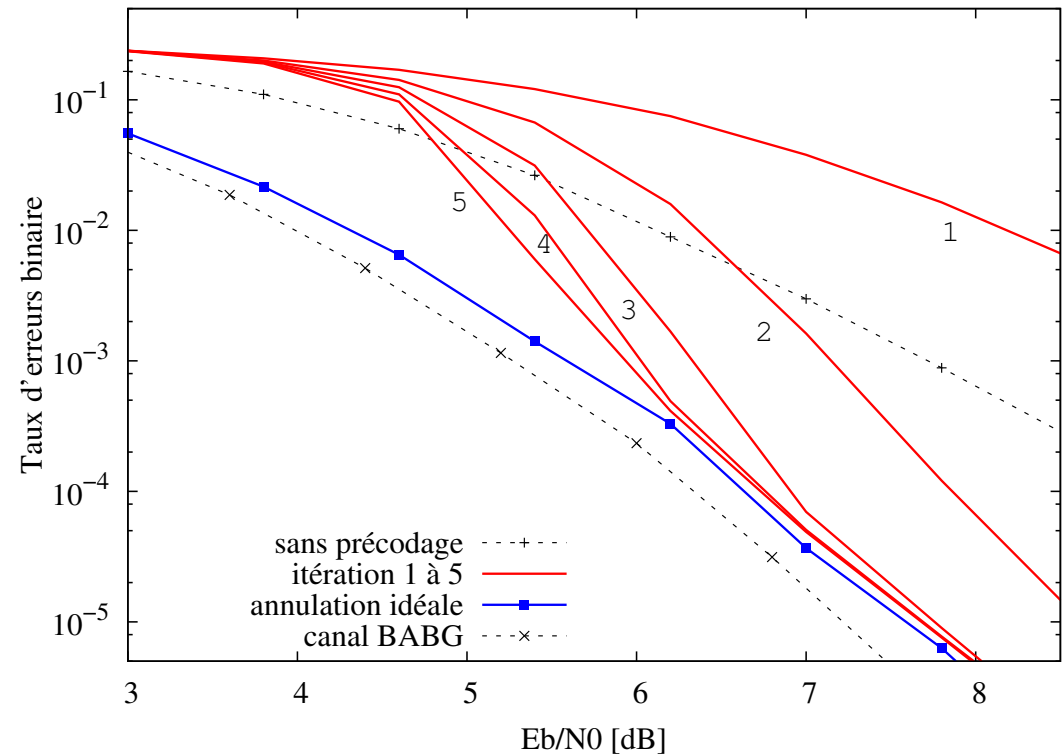
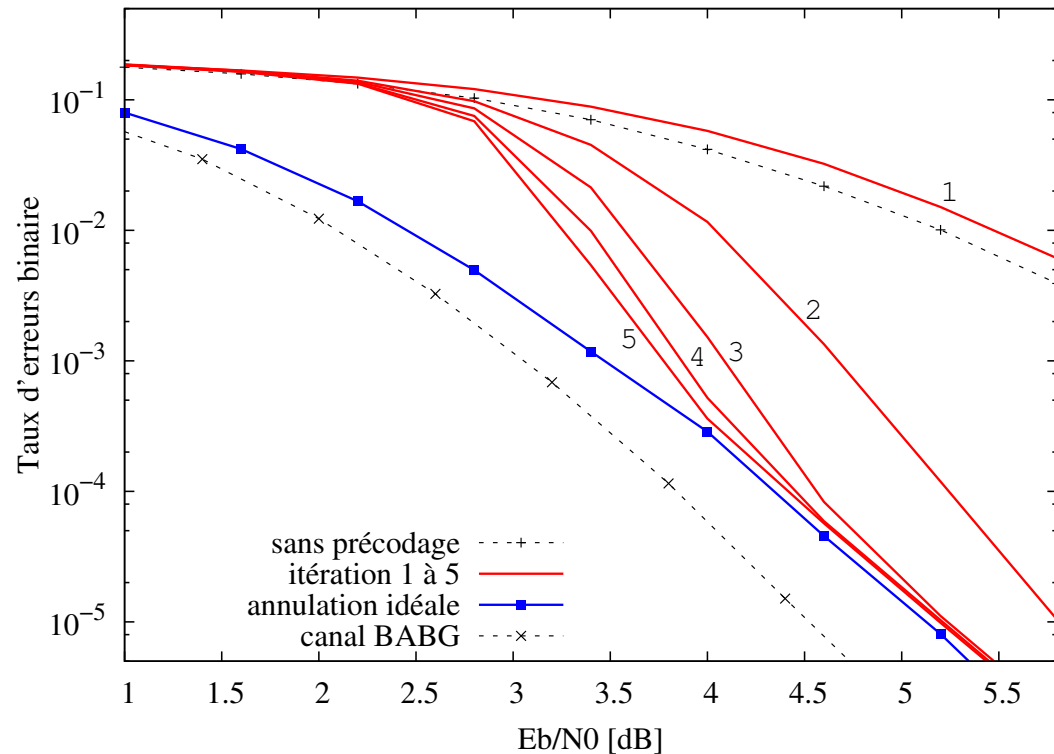
- Coefficients d'égalisation MMSE-IC-LE

$$p_k = \lambda \frac{h_k^*}{(\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2) |h_k|^2 + \sigma_w^2}$$

- Pas d'inversion de matrices, mise à jour à chaque itération



# Résultats de simulation



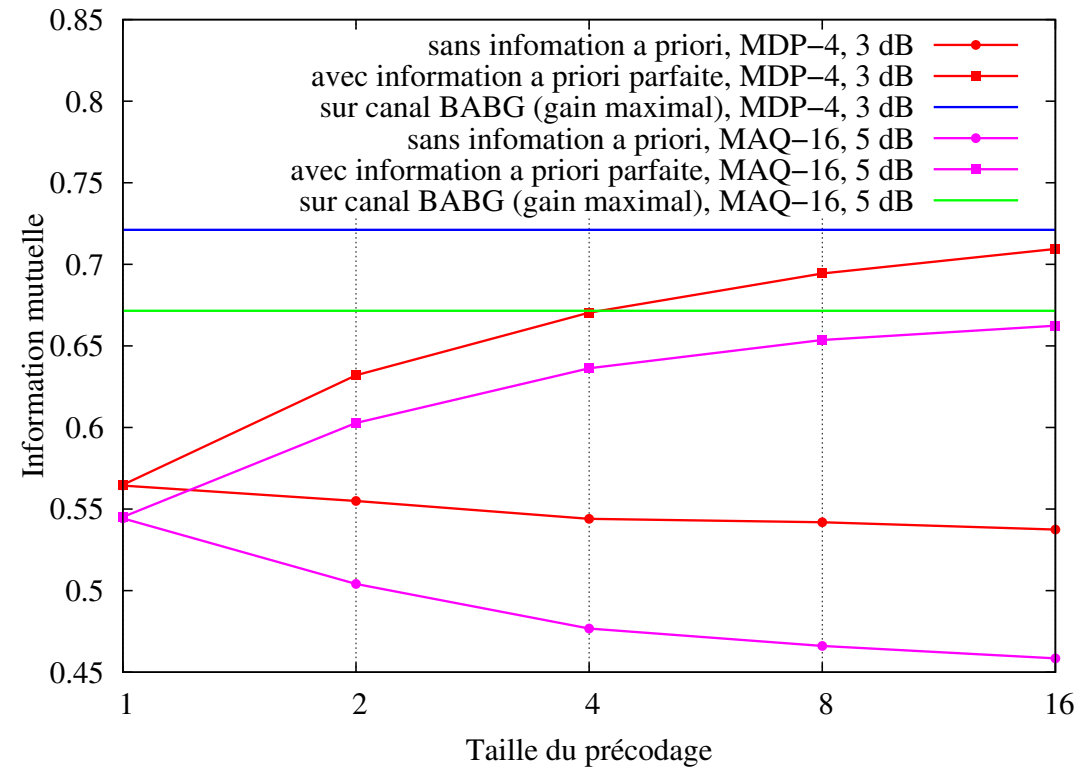
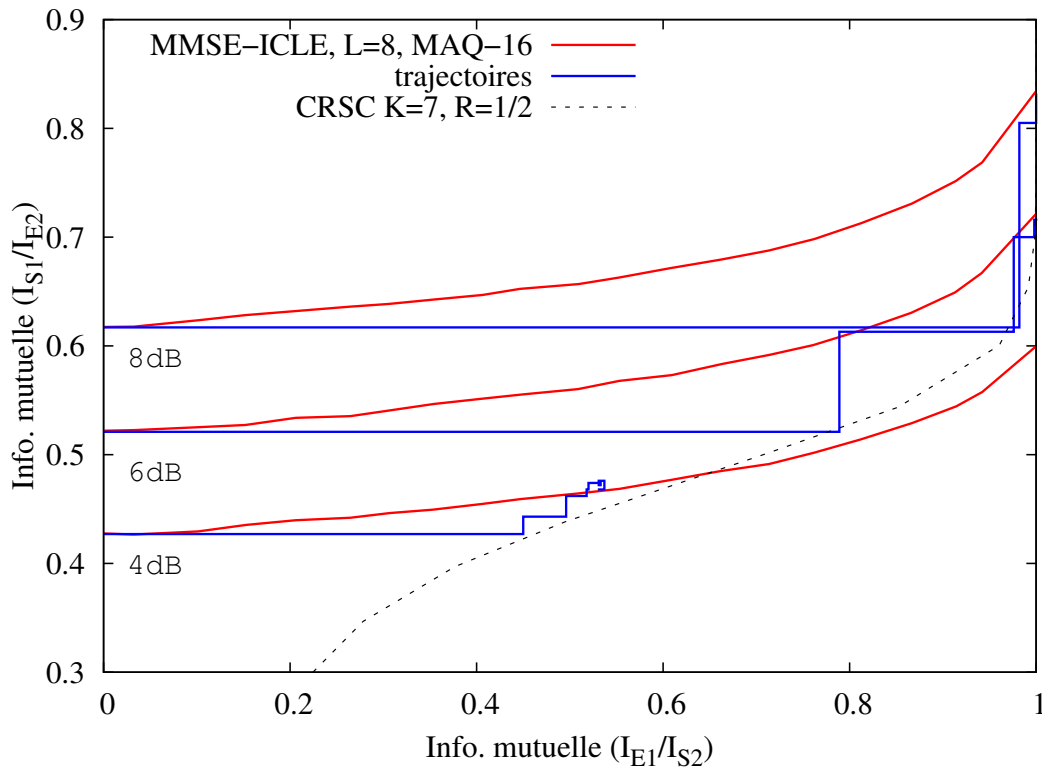
## BICM

- Code CRSC  $K = 7$
- MDP-4, rendement  $2/3$
- MAQ-16, rendement  $1/2$

## Précodage linéaire

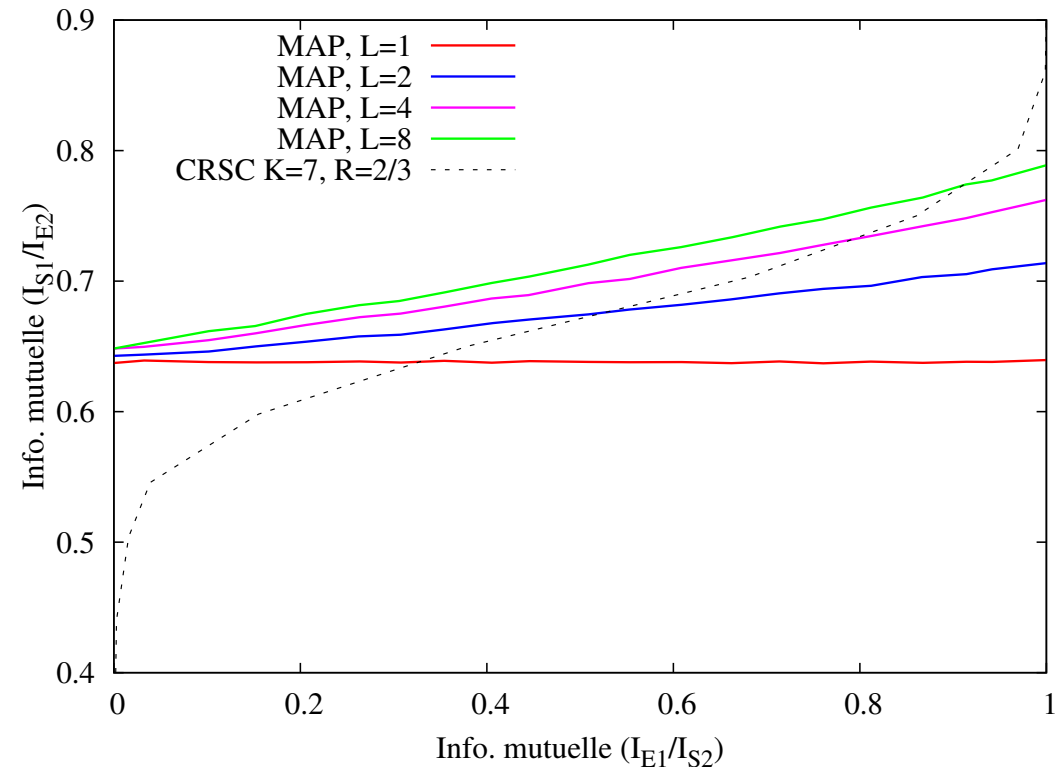
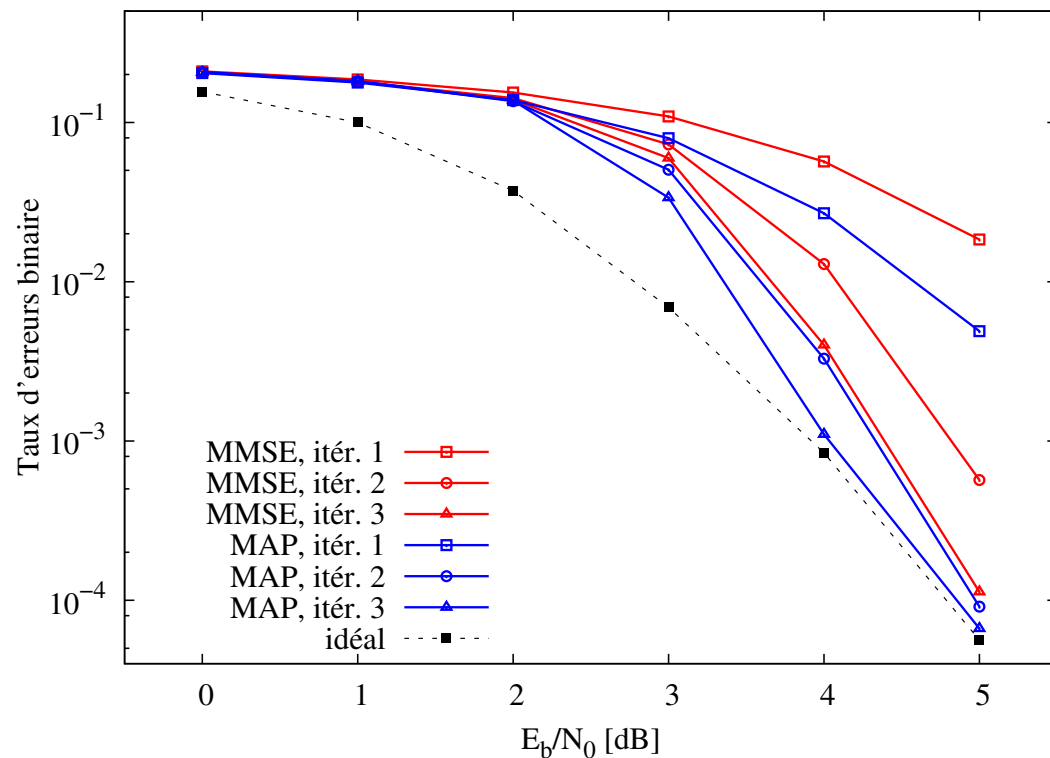
- Matrices de Hadamard
- Taille  $L = 8$
- Itérations 1 à 5

# ■ Étude de la convergence



- Diagramme EXIT pour étudier la convergence
- Information mutuelle en fonction de la taille du précodage
  - L'augmentation de la taille retarde la convergence
  - Plus sensible avec une modulation d'ordre élevé

# ■ Comparaison des récepteurs



## ■ Récepteur MMSE-IC-LE par rapport MAP:

- Convergence moins bonne mais mêmes performances asymptotiques
- Gain important en terme de complexité
- Les performances du MAP s'améliorent avec la taille du précodage

# ■ Aspects importants

---

- Récepteurs itératifs pour le précodage linéaire avec information *a priori* parfaite: diversité égale à  $Ld_{min}$ 
  - Indépendant du choix de la matrice
- Choix de la méthode
  - Le récepteur MAP offre les meilleurs performances
  - MMSE-IC-LE compromis intéressant performances/complexité
    - Simplification liée à la structure du précodage linéaire
  - Utilisation de diagrammes EXIT pour estimer la convergence
- Avec le critère MMSE
  - Le seuil de convergence est lié à la taille du précodage
  - Dégradation des performances pour une efficacité spectrale élevée (rendement/modulation)

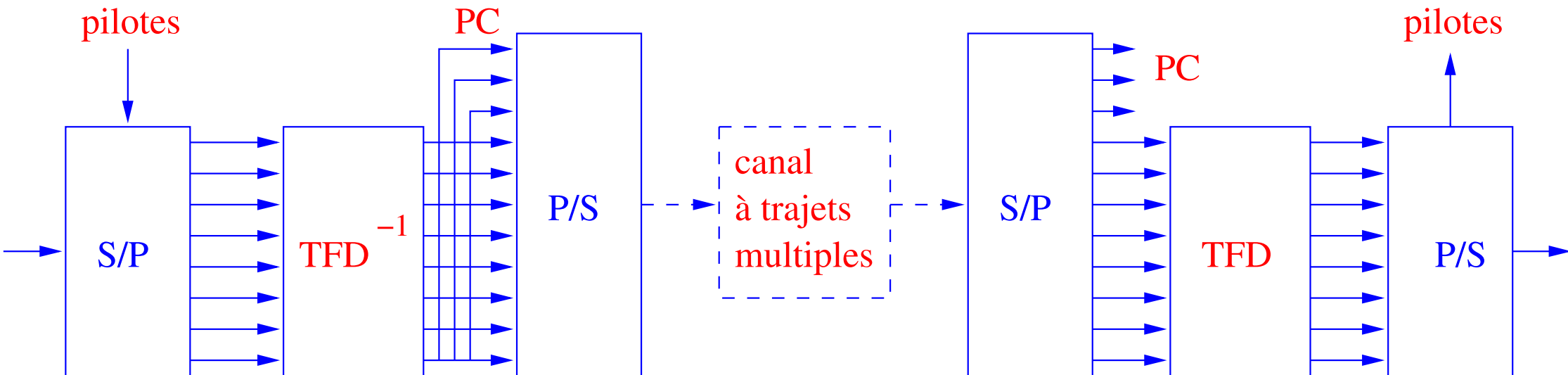
## ■ Points Étudiés

---

- Généralisation des méthodes de traitement des interférences
- Étude du précodage linéaire :  
Traitement itératif en réception
- *Application à l'OFDM :*  
*Amélioration d'un système WLAN*
- Association avec un multiplexage spatial :  
Traitement conjoint en réception

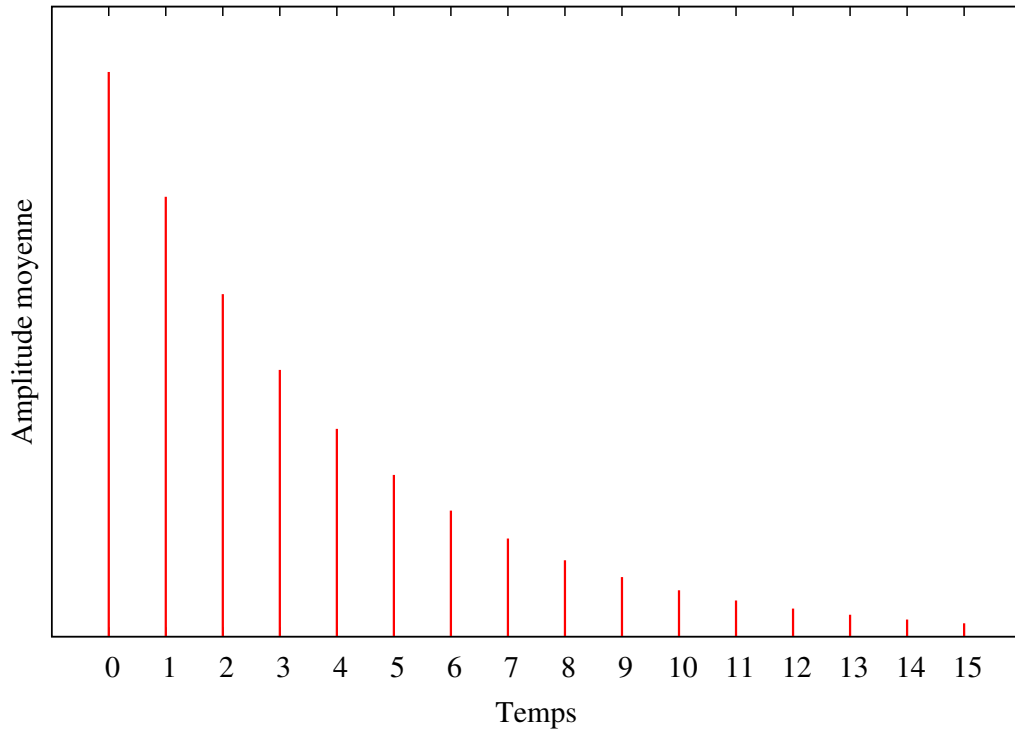
# ■ Description du système

- Canal à trajets multiples  $\Rightarrow$  interférences entre symboles
- Multiplexage en fréquence  $\Rightarrow$  le canal est plat pour chacune des sous-porteuses
- Mise en œuvre simple grâce à une transformée de Fourier discrète

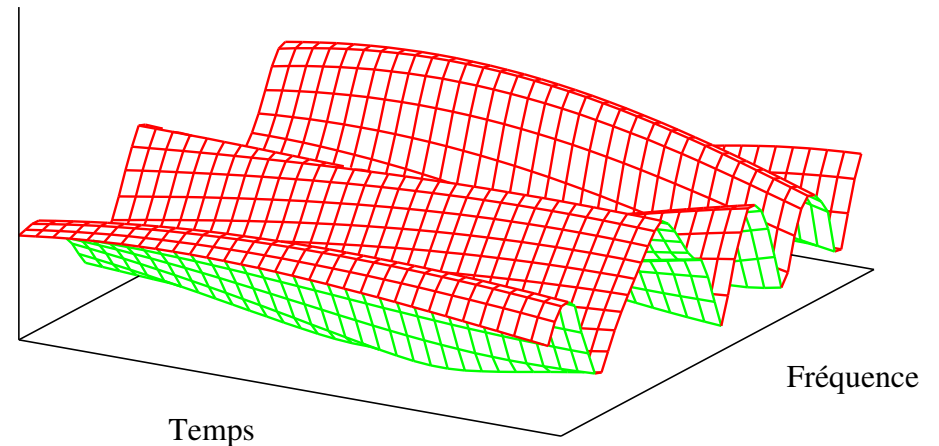
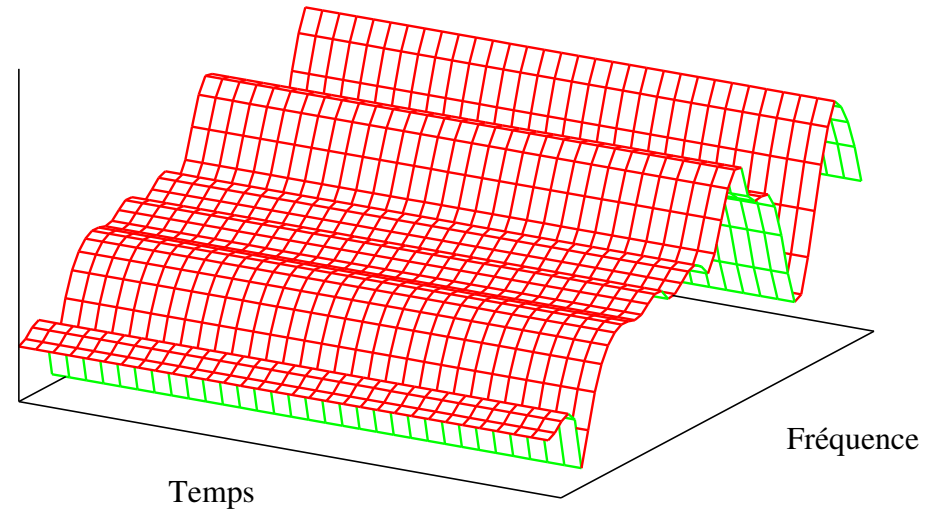


- Les trajets multiples font varier l'atténuation dans le domaine fréquentiel

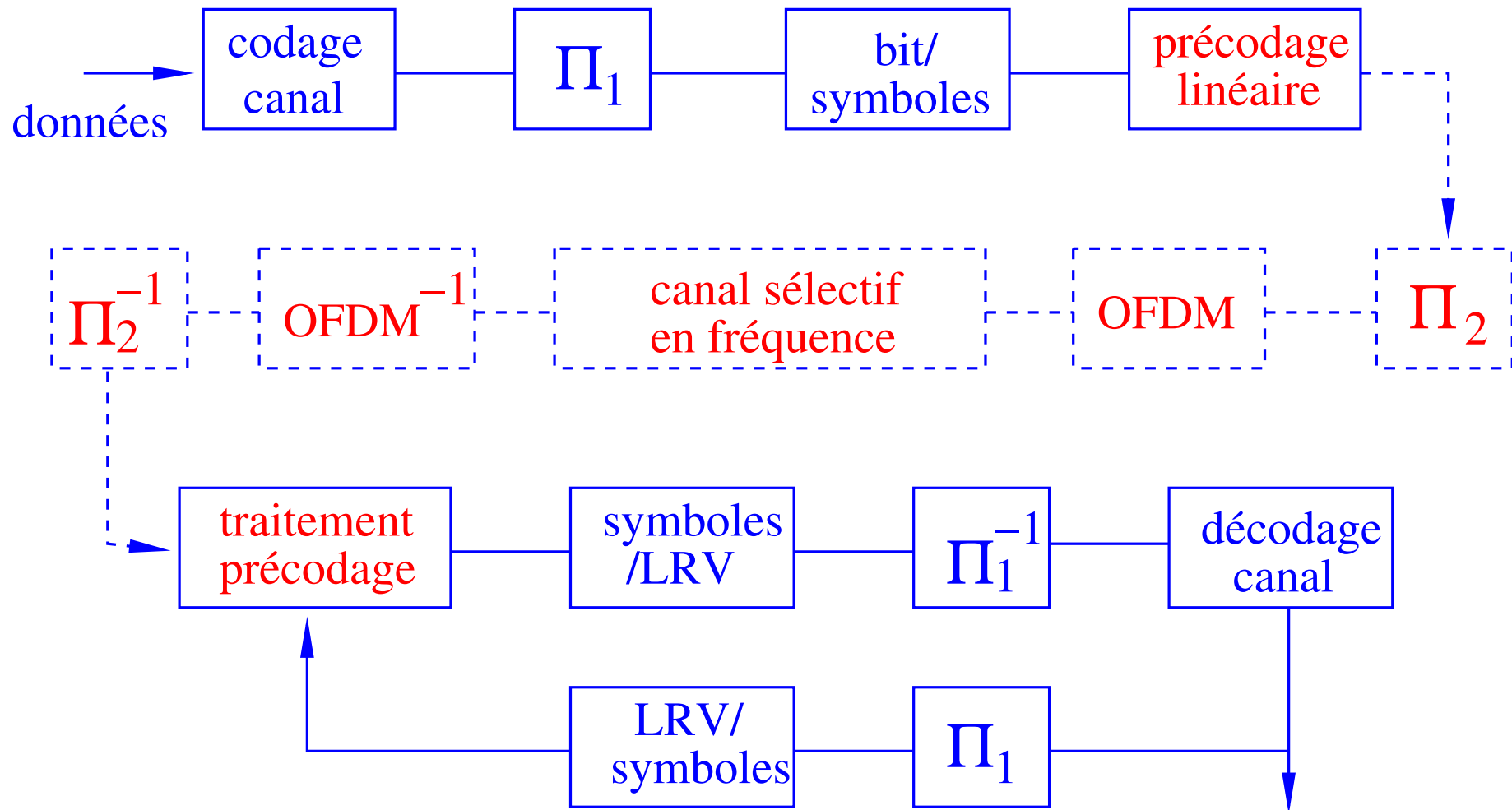
# ■ Atténuations du canal



- Canal invariant par blocs ou variant dans le temps (mobilité)
- Diversité dans le domaine fréquentiel et temporel
- Entrelacement nécessaire



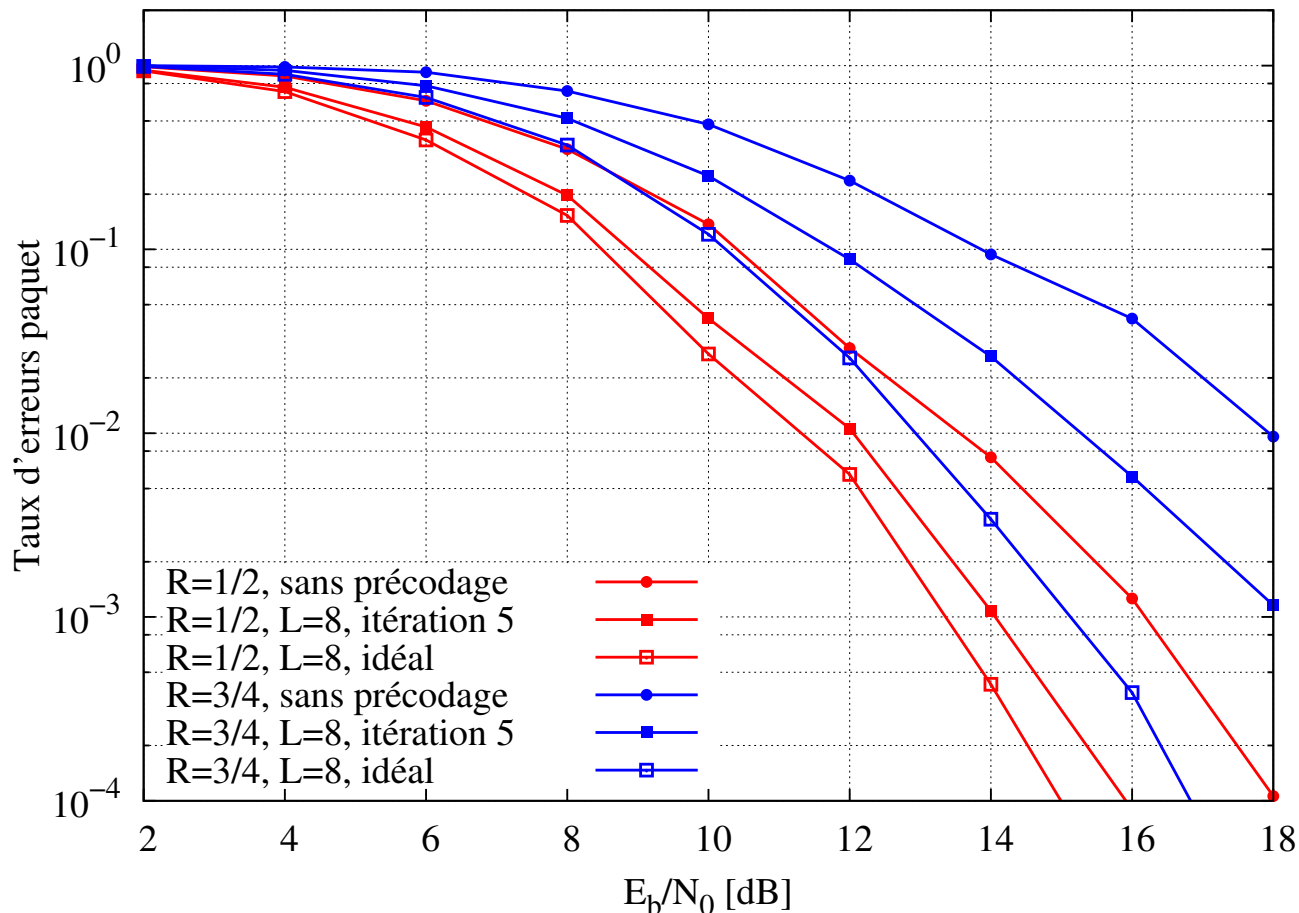
# ■ OFDM et précodage linéaire



- Entrelacement  $\Pi_2$  pour exploiter la diversité temporelle et fréquentielle
- Traitement itératif basé sur le détecteur MMSE-IC-LE



# ■ Résultats de simulation



- OFDM
  - 64 porteuses
- Canal
  - 16 trajets
  - Invariant par blocs
- Matrice de Hadamard
  - Taille  $L = 8$
- MAQ-16
  - $R = 1/2$  ou  $R = 3/4$
- CRSC  $K = 7$

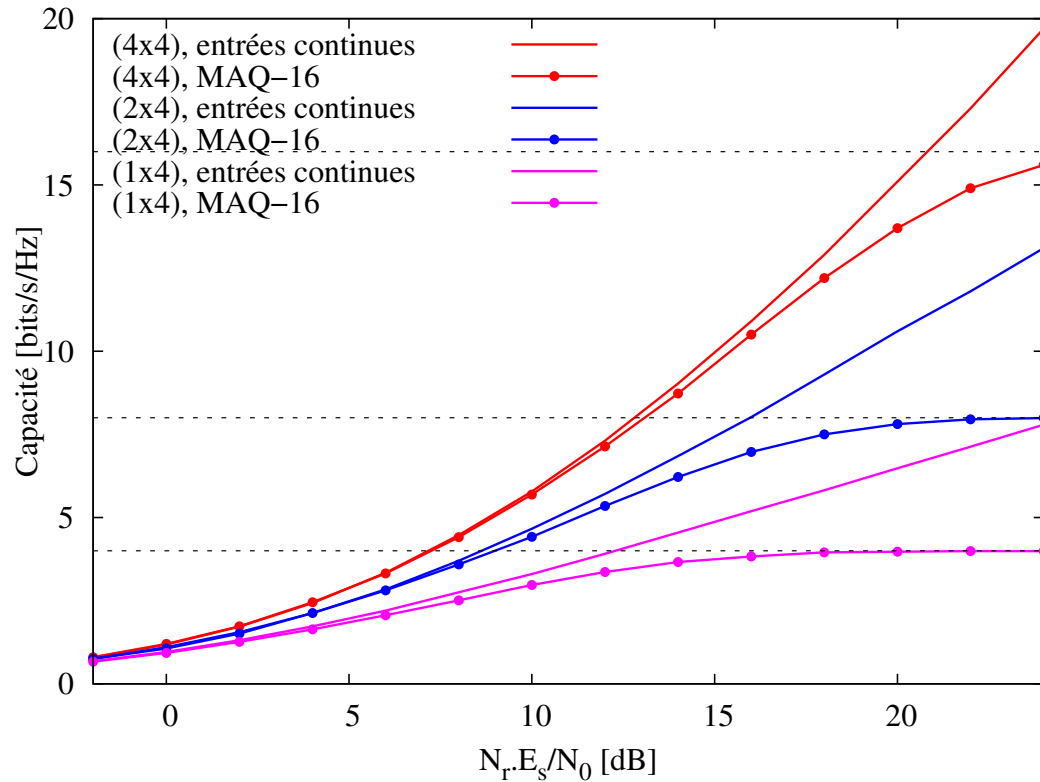
- Exploitation de la diversité temporelle et fréquentielle
- Contexte de diversité limité  $\Rightarrow$  dégradation de la convergence

## ■ Points Étudiés

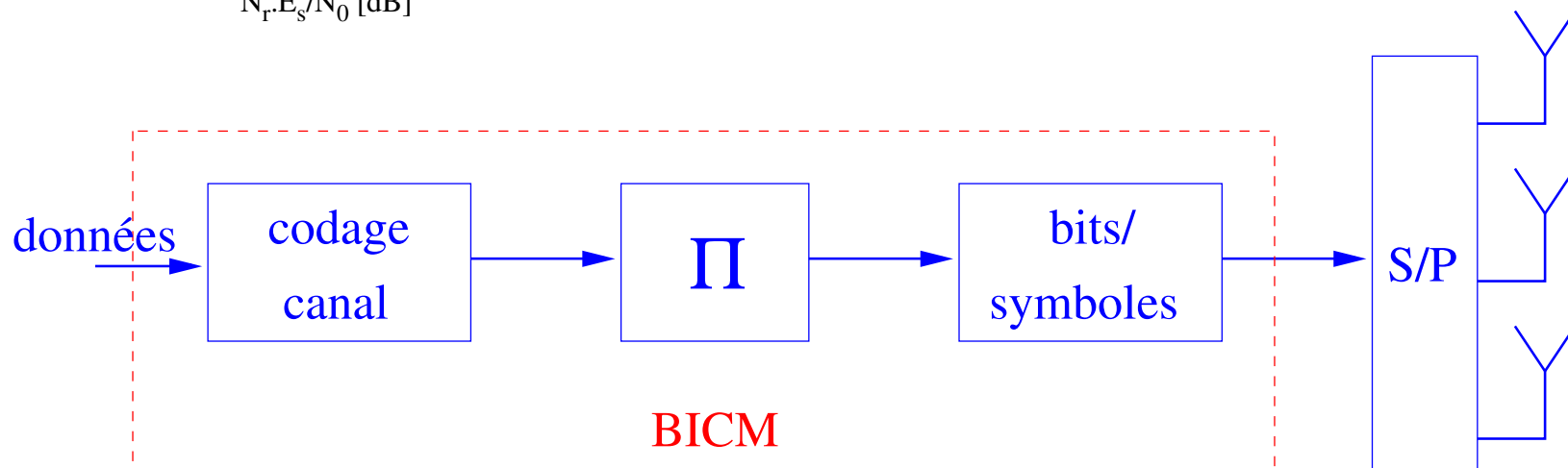
---

- Généralisation des méthodes de traitement des interférences
- Étude du précodage linéaire :  
Traitement itératif en réception
- Application à l'OFDM :  
Amélioration d'un système WLAN
- *Association avec un multiplexage spatial :  
Traitement conjoint en réception*

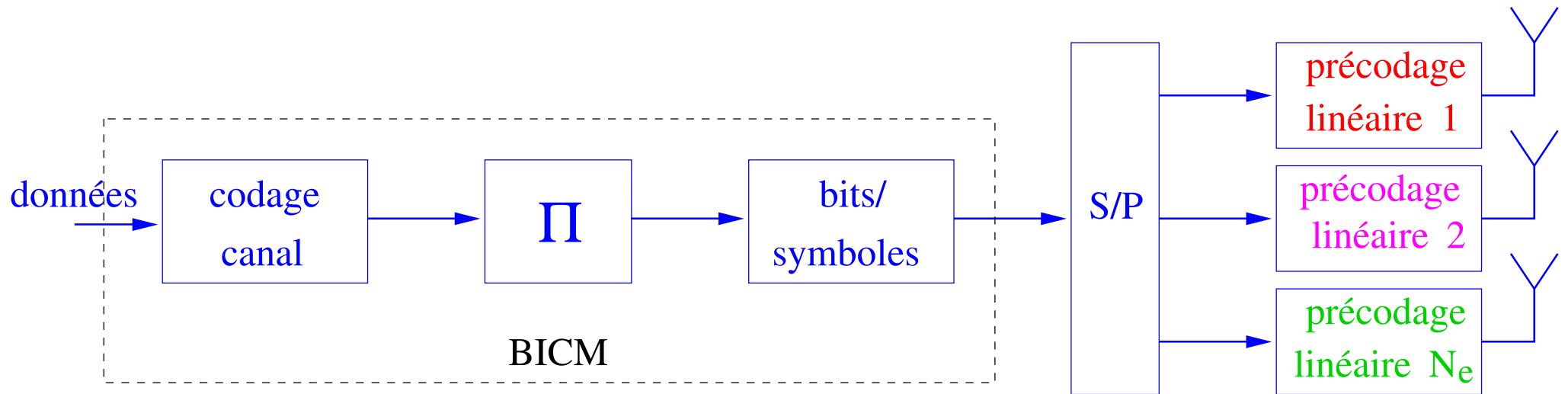
# Multiplexage spatial ST-BICM



- Courbes de capacité
  - Rayleigh/MIMO
  - Entrées continues/discrètes
- ST-BICM
  - Multiplexage spatial
  - Interférences entre antennes
  - Traitement itératif en réception



# ■ Système MIMO précodé



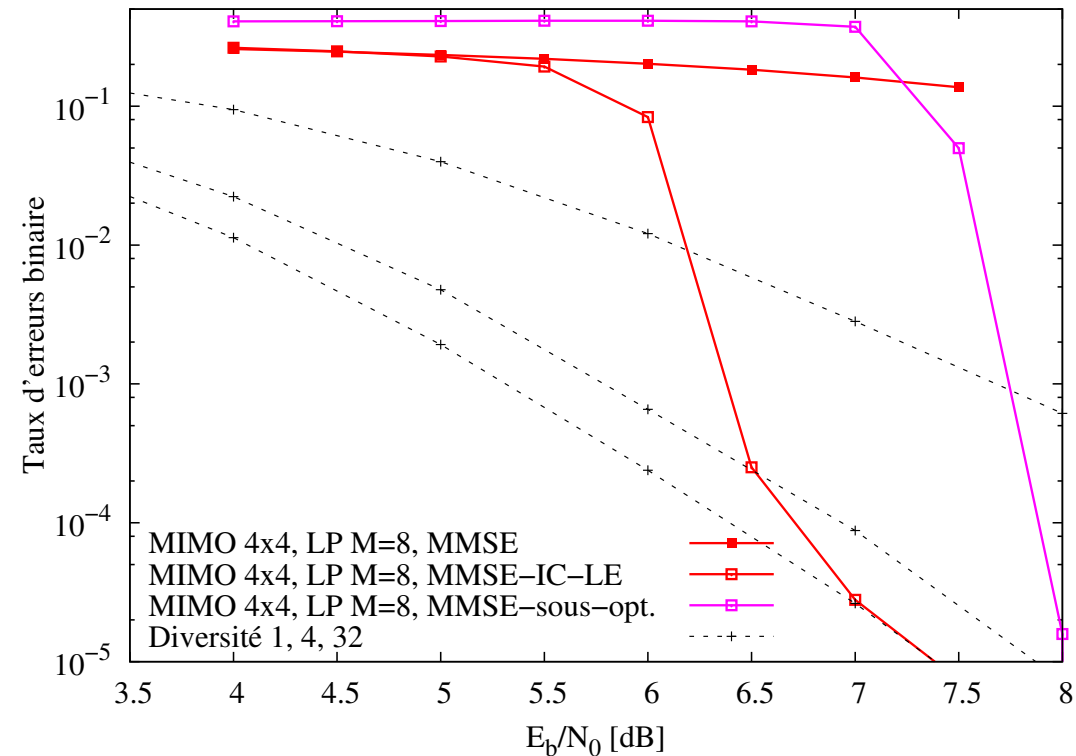
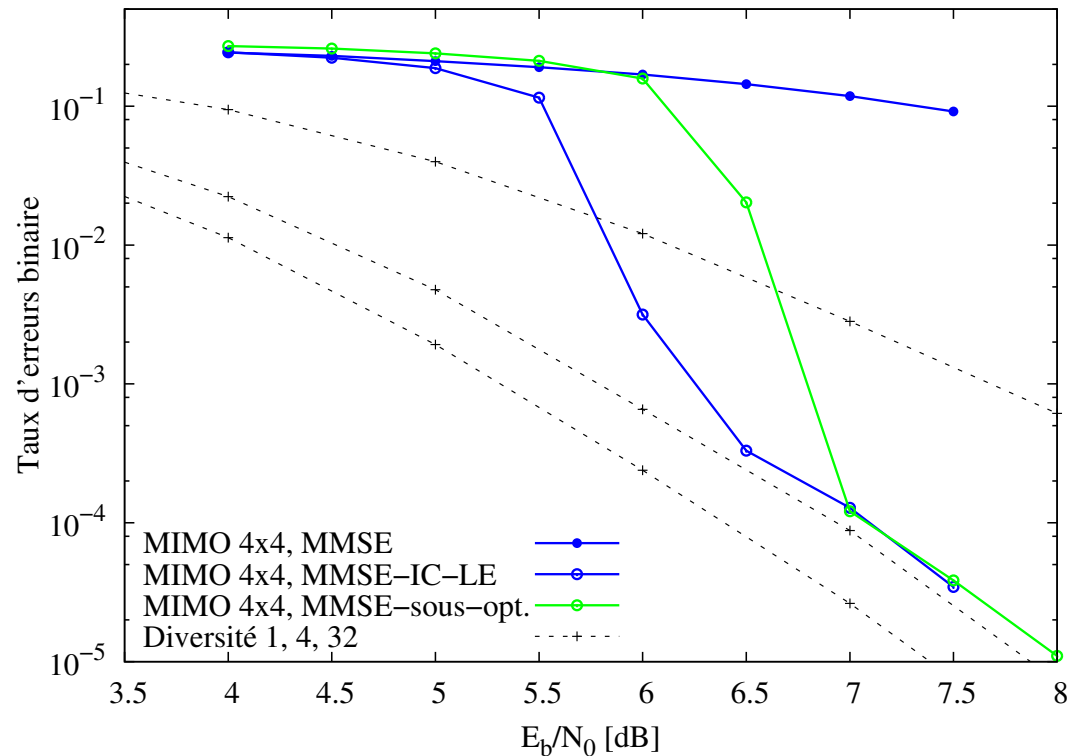
- Étalement dans le domaine temporel/fréquentiel
- Traitement itératif conjoint antennes et précodage

- $\mathbf{G}$  matrice de taille  $LN_e \times LN_e$  à partir de  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{G}\mathbf{G}^H = \mathbf{I}$
- $\mathcal{H} = \mathbf{H}\mathbf{G}$  avec  $\mathbf{H} = \text{diag}(\mathbf{H}_0, \dots, \mathbf{H}_{L-1})$

$$\mathbf{P} = \left( (\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2) \mathcal{H}\mathcal{H}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \mathcal{H} = \left( (\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2) \mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{H}\mathbf{G}$$

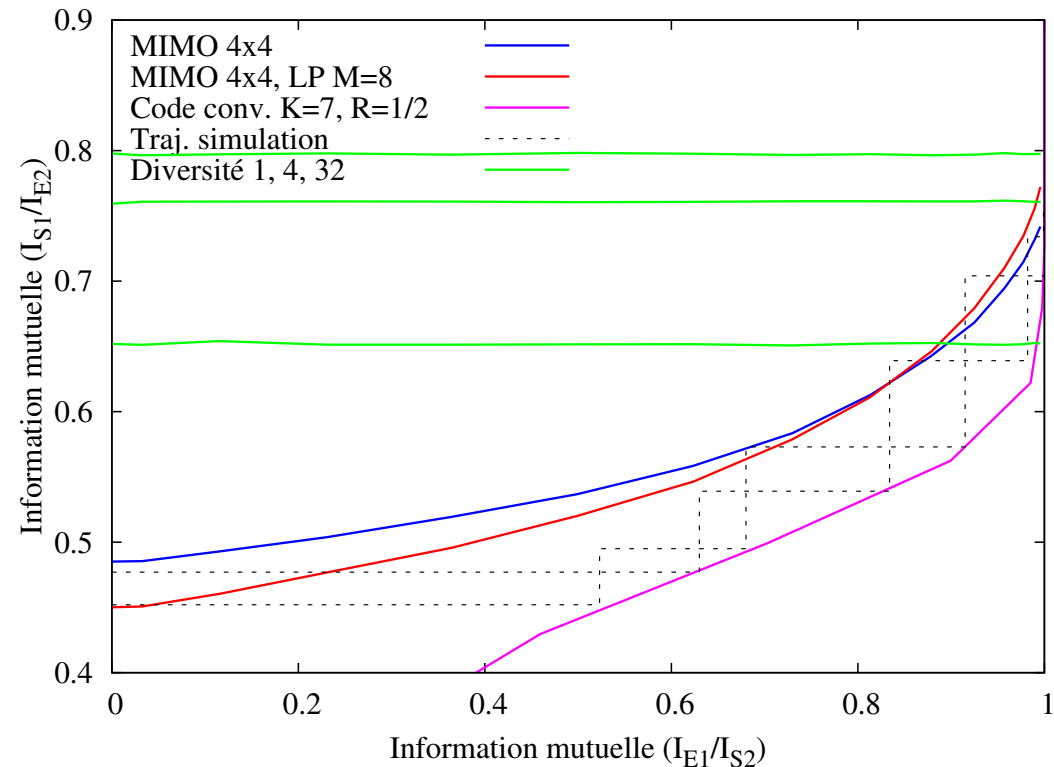
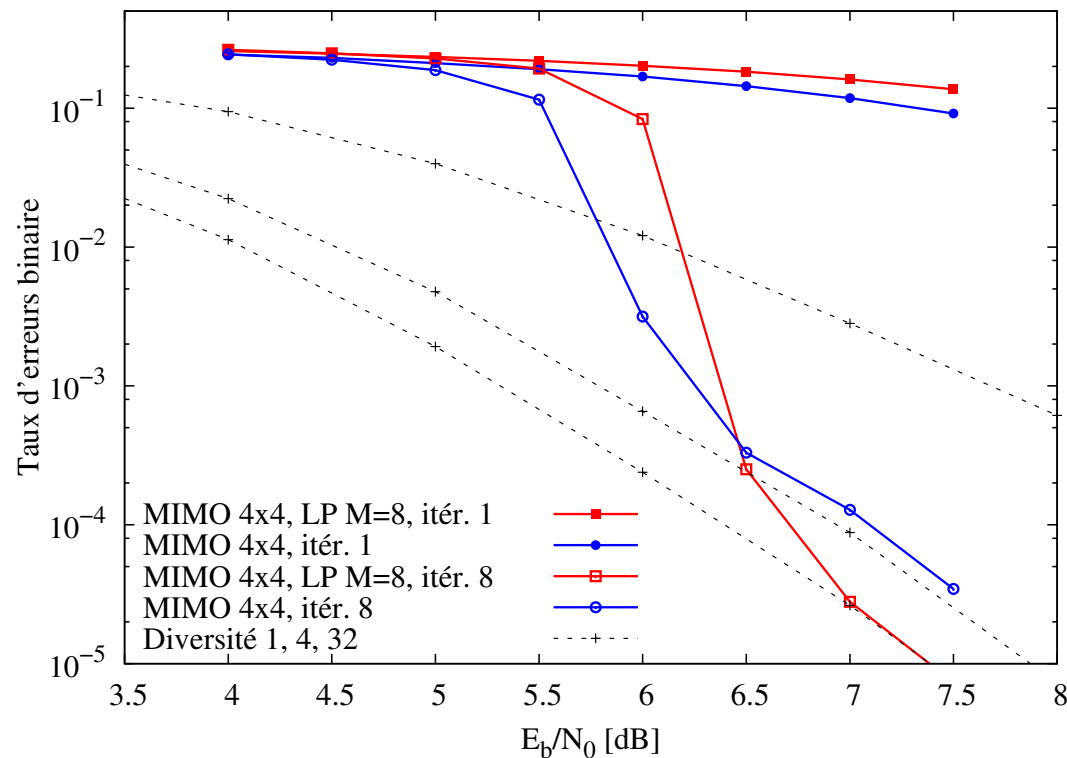
- Gain en diversité : taille précodage  $\times$  antennes d'émission

# Résultats de simulation



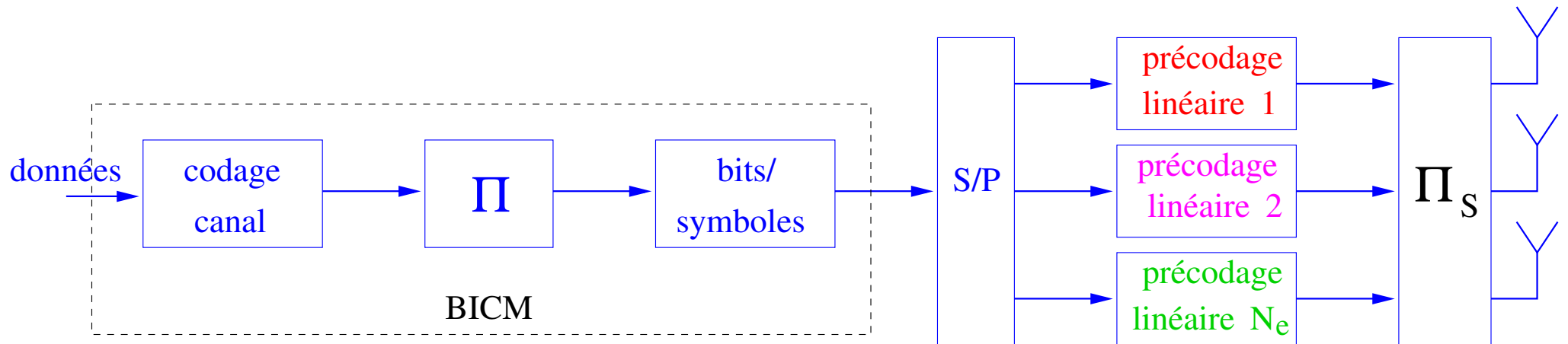
- Système MIMO  $4 \times 4$  sans/avec précodage linéaire  $M = 8$
- Récepteur MMSE-IC-LE et MMSE-sous-optimal, 8 itérations de décodage
  - Retard en terme de convergence
  - Mêmes performances asymptotiques

# ■ Étude de la convergence

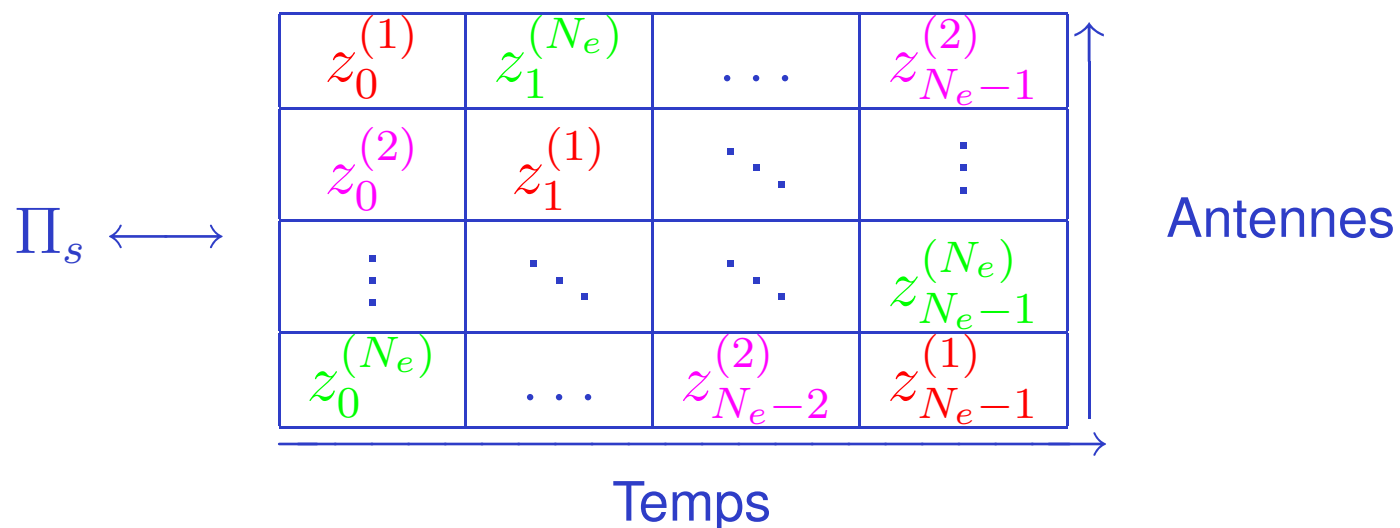


- Récepteur MMSE-IC-LE, MIMO  $4 \times 4$  avec ajout du précodage linéaire  $M = 8$ 
  - Retard en terme de convergence
  - Meilleures performances asymptotiques
  - Pas d'accroissement significatif de la complexité

# ■ Étalement dans le domaine spatial

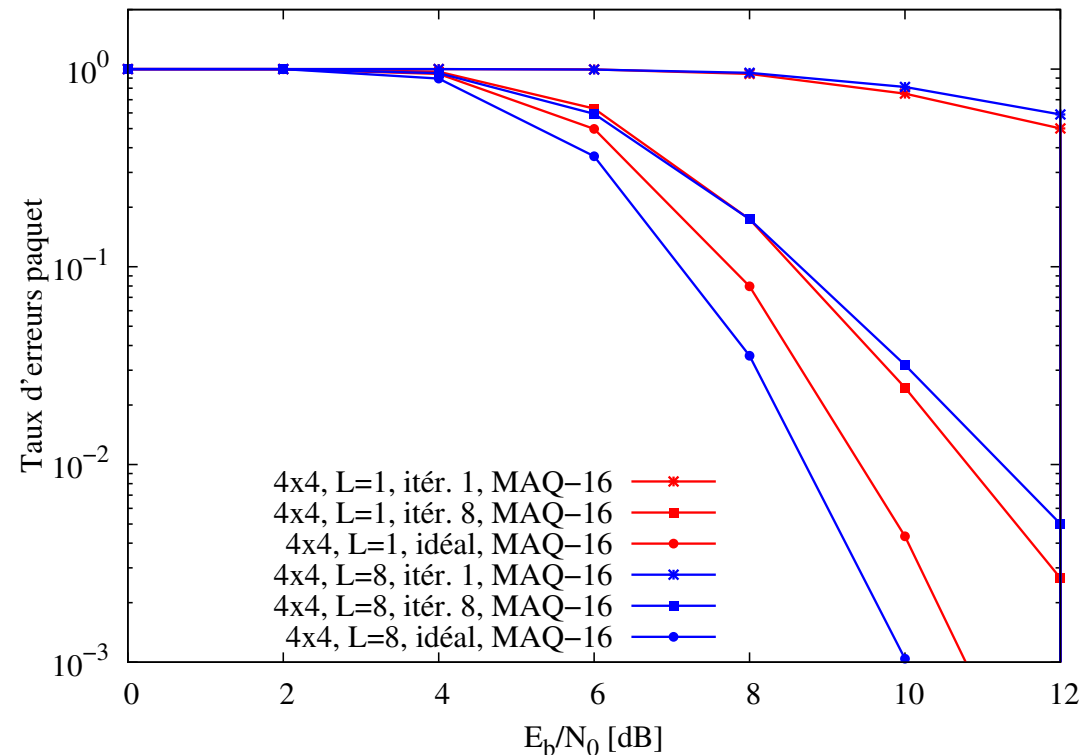
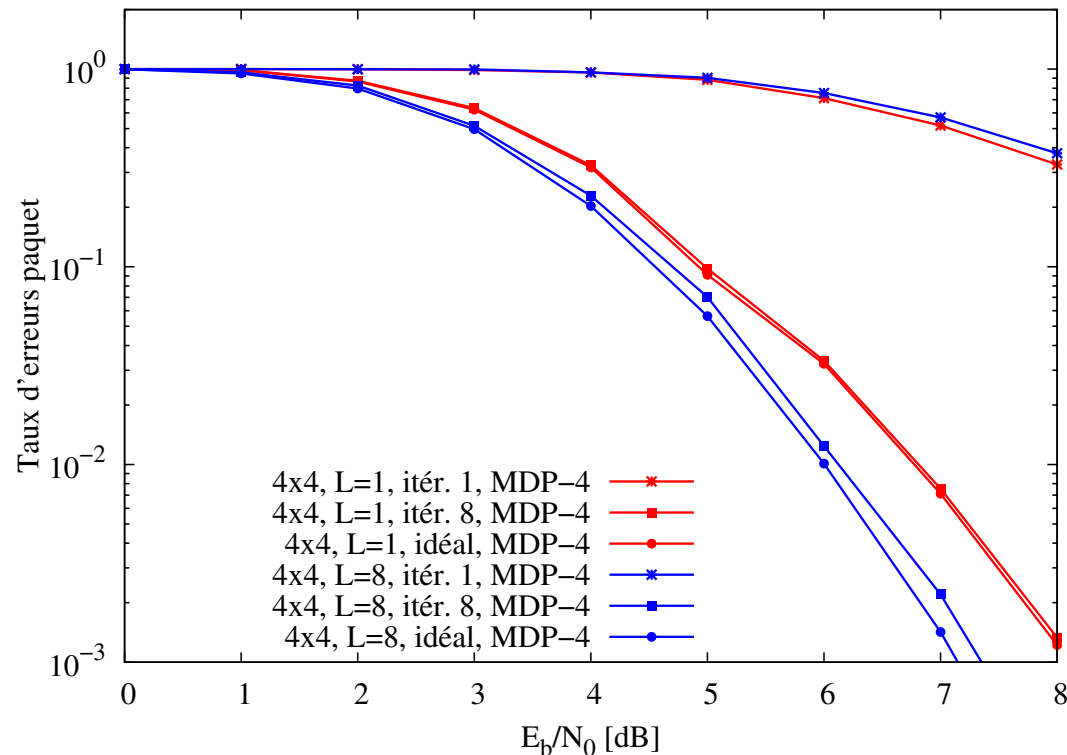


## ■ Étalement dans le domaine spatial grâce à $\Pi_s$



# ■ Étalement dans le domaine spatial

- Similaire à l'étalement temporel pour un canal de Rayleigh
- Avantageux pour un canal invariant par blocs
  - Profite de la diversité spatiale en émission
- Possibilité d'associer étalement temporel/fréquentiel et spatial
- Simulations pour un canal invariant par blocs, MIMO  $4 \times 4$





# ■ Aspects importants

---

- Récepteurs itératifs avec information *a priori* parfaite, système MIMO précodé
  - Diversité égale à  $LN_r d_{min}$  sur canal de Rayleigh
  - Indépendant du choix de la matrice et du domaine de diversité
- Étalement dans le domaine temporel/fréquentiel ou spatial
  - Possibilité de combiner les deux
- Récepteur MMSE-IC-LE, compromis performances/complexité
  - Inversion de matrices de taille  $N_e$
  - Le précodage linéaire retarde le seuil de convergence
  - Dégradation des performances lorsque la diversité est limitée

# ■ Conclusion

---

- Étude de récepteurs itératifs sous forme matricielle
  - Applicable à de nombreux systèmes à interférences
  - MAP, MMSE et différentes simplifications
  - Plusieurs niveaux de complexité, mêmes performances asymptotiques
  - Exploitation de toute la diversité offerte
- Traitement itératif du précodage linéaire
  - Récepteur MMSE-IC-LE: compromis performances/complexité
  - Gain en diversité égal à la taille du précodage
    - Indépendant du choix de la matrice
    - Indépendant du type de récepteur
  - Étude de la convergence à l'aide de diagrammes EXIT

# ■ Conclusion

---

- Application à un système WLAN
  - OFDM sur canal multi-trajets  $\Rightarrow$  diversité fréquentielle
  - Mobilité  $\Rightarrow$  diversité temporelle
  - Exploitation avec un précodage linéaire et un entrelacement
- Association à un dispositif multi-antennes
  - Multiplexage spatial  $N_e$  flux
  - Gain en diversité:  $LN_r$
  - Étalement dans le domaine temporel/fréquentiel
  - Étalement dans le domaine spatial
  - Exploitation de différents domaines de diversité
  - Convergence du récepteur MMSE-IC-LE

# ■ Perspectives

---

- Réalisation matérielle
  - Complexité de mise en œuvre
  - Évaluation en situation réelle
- Comparaison de l'OFDM précodé avec la turbo-égalisation
  - Similitude entre les méthodes
  - Prise en compte de l'estimation de canal
- Précodage adaptatif en fonction de la diversité exploitable
  - Choix du domaine de diversité à exploiter
  - Sur le principe de l'adaptation de lien pour les systèmes WiFi

# ■ Publications

---

## ■ Concernant le précodage linéaire

- J. LE MASSON, C. LANGLAIS et C. BERROU, *Étude d'un système MIMO avec précodage linéaire à annulation d'interférences*, dans *International Symposium on Image/Video Communications over fixed and mobile networks, ISIVC'2004*, (pp. 165–168), July 2004.
- J. LE MASSON, C. LANGLAIS et C. BERROU, *Full diversity linear precoding with low complexity turbo equalization*, dans *Symposium on Communications and Vehicular Technology in the Benelux, SCVT'2004*, Nov. 2004.
- J. LE MASSON, C. LANGLAIS et C. BERROU, *Linear precoding with low complexity MMSE turbo-equalization and application to the wireless LAN system*, dans *International Conference on Communications, ICC'2005*, vol. 4, (pp. 2352–2356), May 2005.
- J. LE MASSON et C. LANGLAIS, *Analyse de la convergence d'un système multi-antennes précodé itératif*, dans *Colloque GRETSI sur le traitement du signal et des images, GRETSI'2005*, Sept. 2005.

## ■ Autres publications

- J. CUEVAS, P. ADDE, S. KEROUÉDAN, M. ARZEL et J. LE MASSON , *Turbo décodage de code produit haut débit utilisant un code BCH étendu (128, 106, 8) à fort pouvoir de correction*, dans *Colloque GRETSI sur le traitement du signal et des images, GRETSI'2003*, vol. 1, (pp. 349-352), Sept. 2003.
- C. JEGO, J. LE MASSON et E. PIRIOU, *Introduction à un langage dédié à la modélisation au niveau système: SystemC*, dans *Journées Pédagogiques du CNFM*, (pp. 39-44), Dec. 2004.