



HAL
open science

Systèmes de transmission avec précodage linéaire et traitements itératifs

Jérôme Le Masson

► **To cite this version:**

Jérôme Le Masson. Systèmes de transmission avec précodage linéaire et traitements itératifs: Application à l'OFDM et aux techniques MIMO. Théorie de l'information [cs.IT]. Université de Bretagne-Sud; Télécom Bretagne, 2005. Français. NNT: . tel-01217911

HAL Id: tel-01217911

<https://hal.science/tel-01217911>

Submitted on 20 Oct 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

N° d'ordre : xxxx

THÈSE

présentée

DEVANT L'UNIVERSITÉ DE BRETAGNE-SUD

pour obtenir

le grade de : DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BRETAGNE-SUD

Mention : *Sciences pour l'ingénieur*

par

Jérôme LE MASSON

Travail réalisé au sein du Département Électronique de
l'École Nationale Supérieure des Télécommunications de Bretagne

Systemes de transmission avec précodage linéaire et traitement itératif Application à l'OFDM et aux techniques MIMO

soutenue le 19 décembre 2005 devant la commission d'examen

Composition du Jury :

Rapporteurs : Marion BERBINEAU
Hikmet SARI

Examineurs : Claude BERROU
Emmanuel BOUTILLON
Maryline HÉLARD
Charlotte LANGLAIS

Résumé

CETTE THÈSE PRÉSENTE l'étude des systèmes itératifs pour le traitement du précodage linéaire et son application à l'OFDM et aux systèmes à antennes multiples. Le précodage linéaire est une méthode permettant de profiter de la diversité temporelle, fréquentielle ou spatiale du canal. Cependant, le détecteur optimal pour ce type de dispositif a une complexité qui croît de manière exponentielle avec les dimensions du système. Les algorithmes itératifs récemment dérivés du principe "turbo" permettent au détecteur de bénéficier d'une information *a priori* fournie par un code correcteur d'erreurs. Les principaux détecteurs applicables au précodage linéaire sont ainsi étudiés et une méthode de traitement itératif est adaptée à partir du récepteur MMSE-IC-LE pour la turbo-égalisation.

Le traitement proposé ainsi que les autres détecteurs étudiés offrent un gain en diversité potentiellement identique quel que soit le critère de détection choisi, MAP ou MMSE. Les performances théoriques sont déterminées en considérant une information *a priori* parfaite en entrée du détecteur. Sur un canal de Rayleigh, l'ordre de diversité est ainsi égal au produit de la diversité du code par la taille de la matrice de précodage. D'autre part, nous observons l'influence du traitement et des paramètres du système sur la convergence à l'aide de diagrammes EXIT. La méthode proposée offre un bon compromis entre performance et complexité, même si le seuil de convergence est retardé lorsque l'efficacité spectrale (modulation, rendement de code) et la taille du précodage linéaire augmentent.

Le précodage linéaire avec un traitement itératif en réception est alors appliqué à deux cas réalistes. La modulation multi-porteuses du standard 802.11a est tout d'abord considérée. Dans un contexte de diversité limitée en temps et en fréquence, le précodage linéaire est capable d'apporter un gain significatif avec un traitement de faible complexité. Enfin, le précodage linéaire est associé à un système multi-antennes. La forme générale utilisée pour décrire les architectures étudiées permet d'effectuer un traitement itératif conjoint du précodage linéaire et du multiplexage spatial. L'ordre de diversité obtenu précédemment est alors multiplié par le nombre d'antennes de réception. L'étude de la convergence du traitement itératif proposé montre que l'utilisation du précodage linéaire améliore les performances à fort rapport signal à bruit au prix d'une dégradation de la convergence.

Abstract

THIS THESIS DEALS with iterative processing for linear precoding and its application to OFDM and multi-antenna systems. The purpose of linear precoding is to exploit time, frequency or space diversity. Nevertheless, optimal detectors have a complexity increasing exponentially with the system parameters. Iterative algorithms recently derived from the “turbo” principle allow the detector to benefit from the *a priori* information provided by the error correcting code. The main detectors that can be applied to linear precoding are then studied and an iterative algorithm is adapted from the MMSE-IC-LE receiver for the turbo-equalization.

The proposed algorithm and the other detectors offer a diversity gain identical whatever the selected criteria, MAP or MMSE. Theoretical results are given when considering a perfect *a priori* information as input of the detector. The diversity order over a Rayleigh fading channel is then equal to the code diversity multiplied by the size of the precoding matrix. In addition, we observe the influence of the treatment and the system characteristics over the convergence by the way of EXIT charts. The proposed method offers a good trade-off between performance and complexity, even if the convergence threshold increases with the spectral efficiency (modulation, coding rate) and the size of linear precoding.

Linear precoding with iterative processing is then applied to two realistic cases. First, the multi-carrier modulation of the 802.11a WLAN standard is considered. In the context of a limited diversity in the time and frequency domains, the linear precoding is able to produce a significant gain with a low complexity method. Last, linear precoding is associated to a multi-antenna system. The general formulation of the studied architectures allows a joint treatment of the linear precoding and the spatial multiplexing. The diversity order previously obtained is multiplied by the number of receive antennas. Finally, the convergence study shows that the linear precoding improves the performance at high signal to noise ratio at the price of a higher convergence threshold.

Table des matières

Résumé	i
Abstract	iii
Liste des figures	ix
Liste des tableaux	xv
Abréviations	xvii
Introduction	1
1 Communications numériques et traitements itératifs	5
1.1 Communications numériques	6
1.1.1 Modulation et démodulation	7
1.1.2 Canal de transmission	8
1.2 Codage et décodage de canal	10
1.2.1 Modulations codées à entrelacement bit	11
1.2.2 Codes convolutifs récurrents systématiques circulaires	11
1.2.3 Turbocodes	13
1.3 Application du principe turbo à l'égalisation	15
1.3.1 Égalisation pour un canal multi-trajets	15
1.3.2 Turbo-égalisation	16
1.4 Échange d'informations	17
1.4.1 Logarithme du rapport de vraisemblance	17
1.4.2 Conversion symboles/LRV	17

1.4.3	Conversion LRV/symboles	20
1.5	Représentation matricielle d'un système à interférences	21
1.6	Détection MAP avec information <i>a priori</i>	23
1.6.1	Description du détecteur	23
1.6.2	Performances asymptotiques	25
1.7	Détection MMSE avec information <i>a priori</i>	26
1.7.1	Description du détecteur	26
1.7.2	Conversion symboles/bits	27
1.7.3	Détecteur MMSE et performances asymptotiques	28
1.7.4	Méthodes approchées	28
2	Outils d'analyse théorique des performances	31
2.1	Mesures de capacité du canal	32
2.1.1	Définitions	32
2.1.2	Capacité d'un canal à entrées et sorties multiples	33
2.1.3	Cas particulier : canal à une entrée et sorties multiples	36
2.2	Performances théoriques d'un système à diversité	37
2.2.1	Modèle de canal	37
2.2.2	Récepteur MRC	37
2.2.3	Système à diversité et codage de canal	39
2.3	Analyse de convergence : diagrammes EXIT	43
2.3.1	Mesure de l'information mutuelle	44
2.3.2	Application à un système itératif	44
2.3.3	Étude du codage de canal	46
3	Traitements itératifs du précodage linéaire	51
3.1	Exploitation de la diversité temporelle/fréquentielle	52
3.1.1	Principe du précodage linéaire	52
3.1.2	Techniques de réception	53
3.1.3	Choix des matrices de précodage	53
3.2	Précodage linéaire sans codage de canal	55
3.2.1	Décodage optimal	55

3.2.2	Traitements linéaires	57
3.3	Un traitement itératif pour le précodage linéaire	60
3.3.1	Égalisation avec information <i>a priori</i>	60
3.3.2	Cas particuliers	62
3.3.3	Résultats de simulation	63
3.4	Étude des performances du système	64
3.4.1	Performances théoriques et convergence	64
3.4.2	Paramètres du précodage linéaire	67
3.4.3	Influence du codage de canal	70
3.5	Comparaison des méthodes de traitement	73
3.5.1	Comparaison des détecteurs MAP et MMSE	74
3.5.2	Comparaison des différentes approximations du détecteur MMSE	75
4	Application du précodage linéaire à l'OFDM	79
4.1	Principe du multiplexage en fréquence	80
4.1.1	Modulation et démodulation OFDM	80
4.1.2	Insertion du préfixe cyclique	82
4.1.3	Réponse du canal	83
4.1.4	Estimation du canal	84
4.1.5	Codage de canal pour l'OFDM	84
4.2	Un standard utilisant l'OFDM	85
4.2.1	Réseaux locaux sans fil : la norme WLAN 802.11a	85
4.2.2	Modèle de canal utilisé	87
4.2.3	Performances simulées du système WLAN	90
4.3	Précodage linéaire pour l'OFDM	91
5	Application du précodage linéaire aux systèmes multi-antennes	97
5.1	Exploitation de la diversité spatiale	98
5.1.1	Codes spatio-temporels en blocs	98
5.1.2	Codes spatio-temporels en treillis	99
5.2	Techniques de Multiplexage Spatial	99
5.2.1	Traitements élémentaires du multiplexage spatial	100

5.2.2	Systèmes de transmission incluant un codage de canal	102
5.3	Traitements itératifs du multiplexage spatial	104
5.3.1	Traitement MAP itératif	104
5.3.2	Traitements MMSE itératifs	105
5.4	Précodage linéaire et multiplexage spatial	108
5.4.1	Traitement itératif conjoint	109
5.4.2	Étalement dans le domaine temporel	110
5.4.3	Étalement dans le domaine spatial	114
Conclusion		117
A Expression du traitement MMSE avec information <i>a priori</i> pour le précodage linéaire		121
Bibliographie		127

Table des figures

1.1	Modèle simplifié de chaîne de transmission numérique.	6
1.2	Modulations à 2, 4 et 16 états utilisées.	7
1.3	Propagation à trajets multiples.	9
1.4	Canal à trajets multiples représenté sous forme de ligne à retards.	9
1.5	Système à antennes multiples.	10
1.6	Code convolutif récursif systématique de longueur de contrainte $K = 5$ et de polynôme générateur $(23, 35)_o$	12
1.7	Turbocode basé sur une concaténation parallèle.	14
1.8	Schéma de principe du traitement itératif d'un turbocode.	15
1.9	Conversion symboles/LRV pour une MAQ-16 avec un <i>mapping</i> de Gray sans information <i>a priori</i>	19
1.10	Conversion LRV/symboles pour une MAQ-16 avec un <i>mapping</i> de Gray.	22
1.11	Détecteur MAP avec information <i>a priori</i> associé au décodeur de canal.	23
1.12	Détecteur MMSE avec information <i>a priori</i> associé au décodeur de canal.	26
1.13	Détection du symbole x_k en utilisant le critère MMSE avec information <i>a priori</i>	27
2.1	Capacité d'un canal de Rayleigh à entrées et sorties multiples dans le cas d'une source continue.	34
2.2	Capacité d'un canal de Rayleigh à entrées et sorties multiples pour différents types de modulation.	35
2.3	Capacité d'un canal de Rayleigh à une entrée et à sorties multiples pour différents types de modulation.	36
2.4	Canal à L branches de diversité avec un récepteur MRC.	37
2.5	Probabilité d'erreur binaire pour un récepteur MRC sur un canal de Rayleigh à L branches de diversité.	39

2.6	Probabilité d'erreur binaire pour des codes convolutifs récurrents de rendement 1/2 pour différentes longueurs de contrainte sur canal de Rayleigh et à bruit additif blanc gaussien.	42
2.7	Probabilité d'erreur binaire sur un canal de Rayleigh à L branches de diversité pour un code convolutif récurrent de longueur de de contrainte $K = 4$ et de rendement 1/2.	43
2.8	Protocole de mesure de l'information mutuelle entrante et sortante pour le détecteur et le décodeur de canal.	45
2.9	Exemple de diagramme EXIT pour une détection et un décodage itératif. . .	46
2.10	Fonction de transfert d'un code convolutif récurrent systématique circulaire pour différentes longueurs de contrainte.	47
2.11	Fonction de transfert d'un code convolutif récurrent systématique circulaire de longueur de contrainte $K=7$ poinçonné.	48
2.12	Fonction de transfert des information extrinsèques et <i>a posteriori</i> d'un code convolutif récurrent systématique circulaire de longueur de contrainte $K=7$. . .	48
3.1	Distribution des symboles précodés pour différentes tailles de matrices de Hadamard et une modulation MDP-2.	54
3.2	Transmission précodée sur un canal de Rayleigh pour un traitement ML, une modulation MDP-2 et les matrices définies en (3.3).	56
3.3	Transmission précodée sur un canal de Rayleigh pour un traitement ML, une modulation MDP-2 et des matrices de Hadamard.	57
3.4	Traitement linéaire d'une transmission précodée.	57
3.5	Traitements linéaires d'une transmission précodée avec une matrice de Hadamard de taille $L=8$ pour une modulation MDP-4 sur un canal de Rayleigh. .	58
3.6	Traitements linéaires d'une transmission précodée avec une matrice de Hadamard de taille $L=8$ pour une modulation MAQ-16 sur un canal de Rayleigh. .	59
3.7	Chaîne de transmission mettant en œuvre un précodage linéaire, une BICM pour un canal à évanouissements et un traitement itératif en réception.	60
3.8	Traitement linéaire du précodage avec une information <i>a priori</i> sur les symboles.	61
3.9	Système précodé avec une MDP-4 sur canal de Rayleigh, un code CRSC de longueur de contrainte $K=7$ et de rendement $R=2/3$	63
3.10	Système précodé avec une MAQ-16 sur canal de Rayleigh, un code CRSC de longueur de contrainte $K=7$ et de rendement $R=1/2$	64

3.11	Système précodé avec une MDP-2 sur canal de Rayleigh, un code CRSC de longueur de contrainte $K=4$ de rendement $R=1/2$, comparaison des résultats théoriques et simulés.	65
3.12	Diagramme EXIT d'un système précodé avec une MAQ-16 sur canal de Rayleigh, un code CRSC de longueur de contrainte $K=7$ de rendement $R=1/2$, et représentation de trajectoires issues de simulations.	66
3.13	Précodage linéaire de taille 4 pour une matrice de Hadamard et une matrice complexe définie en (3.3) dans le cas d'une modulation MDP-2 et d'un rendement $R=2/3$ sur un canal de Rayleigh pour un traitement MAP itératif.	67
3.14	Précodage linéaire de taille 4 pour une matrice de Hadamard et une matrice complexe définie en (3.3) dans le cas d'une modulation MAQ-16 et d'un rendement $R=1/2$ sur un canal de Rayleigh pour un traitement MMSE itératif.	68
3.15	Système précodé avec une MAQ-16 sur canal de Rayleigh, un code CRSC de longueur de contrainte $K=5$ et différentes tailles de précodage linéaire.	69
3.16	Information mutuelle en sortie du détecteur sans information <i>a priori</i> et avec information <i>a priori</i> parfaite pour différentes tailles de précodage linéaire.	70
3.17	Système comportant un précodage linéaire de taille 8 avec MAQ-16 sur un canal de Rayleigh et un code CRSC de rendement $R=1/2$	71
3.18	Système comportant un précodage linéaire de taille 8 avec une MDP-4 sur un canal de Rayleigh, un code CRSC de longueur de contrainte $K=7$ pour les rendements $R=2/3$ et $R=3/4$	72
3.19	Système comportant un précodage linéaire de taille 8 avec une MAQ-16 sur un canal de Rayleigh, un code CRSC de longueur de contrainte $K=7$ pour les rendements $R=2/3$ et $R=3/4$	73
3.20	Comparaison des détecteurs MAP et MMSE avec un précodage linéaire de taille $L=4$ et une modulation MDP-2 sur un canal de Rayleigh.	74
3.21	Diagramme EXIT du détecteur MAP avec un précodage linéaire de taille $L=1$ à 8 et une modulation MDP-2 sur un canal de Rayleigh.	75
3.22	Différentes approximations du détecteur MMSE avec un précodage linéaire de taille $L=8$ et une modulation MAQ-16 sur un canal de Rayleigh.	76
3.23	Fonctions de transfert de l'information mutuelle des différentes approximations du détecteur MMSE pour un précodage linéaire de taille $L=8$ et une modulation MAQ-16.	77
4.1	Représentation des seize sous-porteuses d'un signal OFDM.	81
4.2	Spectre d'un signal OFDM composé de seize sous-porteuses.	82

4.3	Insertion du préfixe cyclique composant l'intervalle de garde.	83
4.4	Chaîne de transmission OFDM avec codage de canal.	86
4.5	Amplitude moyenne des 16 trajets de la réponse temporelle du canal.	88
4.6	Atténuations des sous-porteuses pour un canal invariant par blocs.	89
4.7	Atténuations des sous-porteuses pour un canal variant dans le temps.	89
4.8	Système OFDM pour une MDP-4 et un code CRSC de rendement 1/2.	90
4.9	Simulation du système OFDM pour une MAQ-16 et un code de rendement 1/2 ou 3/4.	91
4.10	Chaîne de transmission OFDM utilisant un précodage linéaire.	92
4.11	Système LP-OFDM pour une MDP-4, un code CRSC de rendement 1/2 et un précodage linéaire de taille 8.	93
4.12	Système LP-OFDM pour une MAQ-16, un code CRSC de rendement 1/2 et un précodage linéaire de taille 8.	93
4.13	Simulation du système LP-OFDM pour une MAQ-16, un code CRSC de ren- dement 3/4 et un précodage linéaire de taille 8.	94
5.1	Systèmes à antennes multiples pour exploiter la diversité en réception(a), émission (b) ou émission et réception (c).	98
5.2	Multiplexage spatial sur un canal de Rayleigh avec un décodage du type maxi- mum de vraisemblance ML.	100
5.3	Multiplexage spatial sur un canal de Rayleigh avec un décodage du type ZF ou MMSE et une modulation MAQ-16.	102
5.4	Structure de multiplexage spatial HLST et DLST.	102
5.5	Multiplexage spatial associé à une modulation codée à entrelacement bit ST- BICM.	104
5.6	Multiplexage spatial 2×2 et 4×4 pour une MDP-2 avec un traitement MAP itératif, canal de Rayleigh.	105
5.7	Multiplexage spatial 2×2 et 4×4 pour une MDP-2 avec un traitement MAP itératif, canal invariant par blocs.	106
5.8	Multiplexage spatial 4×4 pour une MAQ-16 et traitement MMSE itératif, canal de Rayleigh.	107
5.9	Multiplexage spatial 4×4 pour une MDP-4 et une MAQ-16 avec un traitement MMSE itératif, canal invariant par blocs.	107
5.10	Multiplexage spatial et précodage linéaire, étalement temporel.	111

5.11	Multiplexage spatial 4×4 avec précodage linéaire de taille $L=8$ pour une MAQ-16 avec un traitement MMSE itératif.	111
5.12	Convergence des systèmes multi-antennes avec et sans précodage linéaire sur canal de Rayleigh, 7dB.	112
5.13	Comparaison des récepteurs MAP et MMSE pour un multiplexage spatial 2×2 et un précodage linéaire de taille $L=2$ avec les résultats théoriques.	113
5.14	Multiplexage spatial et précodage linéaire, diversité spatiale en transmission.	114
5.15	Multiplexage spatial 4×4 précodé pour une MDP-4 et une MAQ-16 avec un traitement MMSE itératif.	115
A.1	Traitement linéaire du précodage avec une information <i>a priori</i> sur les symboles	121

Liste des tableaux

1.1	Efficacité spectrale de différentes combinaisons rendement/modulation.	11
1.2	Masques de poinçonnage utilisés pour obtenir les rendements 1/2, 2/3 et 3/4.	13
1.3	Les différents éléments du modèle de canal à entrées et sorties multiples.	22
2.1	Spectres de distances pour différents codes convolutifs récurrents.	42
4.1	Les huit modes de transmission possible de la norme 802.11a.	87
5.1	Entrelacement spatial d'un système DLST.	103
5.2	Entrelacement spatial du système MIMO précodé.	114

Abréviations

ADSL	<i>Asynchronous Digital Subscriber Line</i>
BABG	Bruit Additif Blanc Gaussien
BICM	<i>Bit Interleaved Coded Modulation</i>
BICM-ID	<i>Bit Interleaved Coded Modulation - Iterative Decoding</i>
BLAST	<i>Bell Laboratories Space Time</i>
BCJR	Bahl Cocke Jelinek Raviv
CDM	<i>Code Division Multiplexing</i>
CDMA	<i>Code Division Multiple Access</i>
CRSC	Convolutif Récursif Systématique Circulaire
DFE	<i>Decision-Feedback Equalizer</i>
DLST	<i>Diagonal Layered Space Time</i>
DVB-T	<i>Digital Video Broadcasting - Terrestrial</i>
DVB-RCS	<i>Digital Video Broadcasting - Return Channel via Satellite</i>
EM	<i>Expectation Maximization</i>
ETSI	<i>European Telecommunications Standards Institute</i>
EXIT	<i>EXtrinsic Information Transfert</i>
HIPERLAN	<i>High PERFORMANCE Local Area Network</i>
HLST	<i>Horizontal Layered Space Time</i>
IES	Interférence Entre Symboles
LDPC	<i>Low Density Parity Check</i>
LP	<i>Linear Precoding</i>
LP-OFDM	<i>Linearly Precoded - Orthogonal Frequency Division Multiplex</i>
LRV	Log Rapport de Vraisemblance
MAP	Maximum <i>A Posteriori</i>
MAQ-.	Modulation d'Amplitude en Quadrature à . états
MC-CDMA	<i>Multi Carrier - Code Division Multiple Access</i>
MDP-.	Modulation par Déplacement de Phase à . états

MIMO	<i>Multiple Input Multiple Output</i>
ML	<i>Maximum Likelihood</i>
MLSD	<i>Maximum Likelihood Sequence Detection</i>
MMSE	<i>Minimum Mean Square Error</i>
MMSE-IC-LE	<i>Minimum Mean Square Error - Interference Canceller - Linear Equalizer</i>
MSE	<i>Mean Square Error</i>
MRC	<i>Maximum Ratio Combining</i>
OFDM	<i>Orthogonal Frequency Division Multiplex</i>
OFDM-CDM	<i>Orthogonal Frequency Division Multiplex - Code Division Multiplexing</i>
PEP	Probabilité d'Erreur par Paires
PIC	<i>Parallel Interference Cancellation</i>
RSB	Rapport Signal à Bruit
RSBI	Rapport Signal à Bruit plus Interférences
SIC	<i>Successive Interference Cancellation</i>
SISO	<i>Soft Input Soft Output</i>
SOVA	<i>Soft Output Viterbi Algorithm</i>
STBC	<i>Space Time Block Coding</i>
STBICM	<i>Space Time Bit Interleaved Coded Modulation</i>
STTC	<i>Space Time Treillis Coding</i>
TEB	Taux d'Erreurs Binaire
TEP	Taux d'Erreurs Paquet
TFD	Transformée de Fourier Discrète
TNT	Télévision Numérique Terrestre
WiFi	<i>Wireless Fidelity</i>
WLAN	<i>Wireless Local Area Network</i>
ZF	<i>Zero Forcing</i>
ZP-OFDM	<i>Zero Padding - Orthogonal Frequency Division Multiplex</i>

Introduction

LES NOUVELLES APPLICATIONS des réseaux sans fil nécessitent des liaisons à faible taux d'erreurs avec des débits de plus en plus élevés. Les modulations multi-porteuses permettent d'atteindre ces débits élevés, mais n'exploitent pas directement la diversité contenue dans les canaux à trajets multiples. Par ailleurs, les techniques de précodage linéaire profitent de la diversité temporelle et/ou fréquentielle du canal, tandis que les systèmes multi-antennes permettent d'utiliser la diversité spatiale et d'augmenter l'efficacité spectrale du système. L'exploitation de la diversité permet ainsi d'améliorer les performances en terme de taux d'erreurs sur un canal à évanouissements.

Les traitements optimaux en réception pour ce type de dispositifs ont néanmoins une complexité qui croît de manière exponentielle avec les paramètres du système. Cependant, les algorithmes itératifs récemment dérivés des turbocodes ont permis de développer des traitements à la fois très performants et d'une complexité raisonnable.

En particulier, les principes de la turbo-égalisation ont été largement développés depuis qu'ils ont été évoqués pour la première fois en 1995. Cette technique permet d'éliminer l'interférence entre symboles produite par un canal sélectif en fréquence. Comme pour les turbodécodeurs, le cœur du procédé consiste en un échange d'informations entre les différents éléments qui constituent le traitement itératif. Dans le cas de la turbo-égalisation, le système itératif met en œuvre un égaliseur avec information *a priori* et un décodeur de canal. Au fil des itérations, l'information échangée gagne en vraisemblance. Lorsque le système converge, il permet en plus d'exploiter toute la diversité offerte par les trajets multiples du canal. Différentes méthodes itératives basées sur ce principe ont été décrites. Celles qui nous intéressent dans cette thèse sont basées sur le critère du maximum *a posteriori* et sur celui du minimum d'erreur quadratique moyenne.

Cette thèse traite donc de l'utilisation de ces algorithmes pour des systèmes utilisant un précodage linéaire. Les méthodes utilisées sont tout d'abord décrites dans un cas général pouvant s'appliquer à de nombreux systèmes à interférences. Ces méthodes peuvent ainsi être adaptées au traitement itératif du précodage linéaire. Cela permet d'exploiter le potentiel offert par un canal à évanouissements et de profiter des gains de codage du code correcteur d'erreurs avec des algorithmes de faible complexité. L'évaluation des performances du précodage linéaire pour un multiplexage en fréquence et pour des systèmes à antennes multiples permet enfin de mettre en lumière les apports, mais aussi les limitations de telles

méthodes. Ce document est organisé en cinq chapitres.

Dans le *premier chapitre*, la description d'une chaîne de transmission numérique permet d'établir les bases des systèmes étudiés par la suite. Tout d'abord, différents modèles de canaux tels le canal à bruit additif blanc gaussien, le canal de Rayleigh et un modèle de canal à trajets multiples sont définis. De plus, le cas d'un système comportant plusieurs antennes en émission et en réception est évoqué. Certaines hypothèses simplificatrices sont considérées, par exemple en se plaçant dans un cadre mono-utilisateur et en considérant une estimation parfaite du canal en réception. Néanmoins, les systèmes ayant une connaissance de l'état du canal à l'émission n'entrent pas dans le champ de cette thèse. En effet, cette connaissance nécessite une voie de retour vers l'émetteur et un canal qui varie lentement dans le temps. Ensuite, les modulations et les codes correcteurs d'erreur utilisés sont décrits. Les constellations utilisées sont des modulations par déplacement de phase à deux ou quatre états, ainsi qu'une modulation d'amplitude en quadrature à seize états. Quand aux codes correcteurs d'erreur, ce sont des codes convolutifs qui peuvent être poinçonnés pour en faire varier le rendement. Le logarithme du rapport de vraisemblance est introduit dans le cadre de l'échange d'informations entre les différents éléments d'un système itératif. Enfin, des méthodes utilisées en turbo-égalisation sont étudiées dans le cadre d'un modèle général de systèmes à interférences. Ces méthodes permettent le traitement conjoint du codage de canal et de l'estimation des données en présence d'interférence entre symboles. Elles seront utilisées dans les chapitres trois à cinq pour le traitement itératif du précodage linéaire et des systèmes multi-antennes précodés. Pour les différents algorithmes qui effectuent ces traitements, une limite inférieure des performances est donnée.

Le *chapitre deux* est constitué en partie de résultats théoriques. Cela concerne tout d'abord la capacité des systèmes multi-antennes. Celle-ci permet de définir une limite de la quantité d'informations qui peut être transmise sur un canal donné. La capacité est mesurée sur un canal de Rayleigh pour une source à entrées continues puis pour une source à entrées discrètes avec différentes modulations. Elle est alors limitée par le produit de l'ordre de la modulation et du nombre d'antennes d'émissions. Ensuite, la notion de diversité est introduite et une expression de la probabilité d'erreur sur un canal de Rayleigh à L branches indépendantes est exprimée. Celle-ci est obtenue sans codage de canal, puis avec les codes convolutifs décrits dans le premier chapitre. Cela permet alors de déterminer les performances théoriques d'un code correcteur d'erreur associé à un système à diversité. Enfin, le principe des diagrammes de convergence pour les systèmes itératifs est décrit.

Le *troisième chapitre* introduit le précodage linéaire pour exploiter la diversité dans le domaine temporel. Deux types de matrice utilisées pour le précodage linéaire sont ainsi étudiées. Les performances des traitements du précodage linéaire sans code correcteur d'erreurs sur un canal de Rayleigh sont simulées. Dans ce cas, les traitements linéaires présentés sont sous optimaux mais peu complexes. Lorsqu'un codage de canal est introduit, des méthodes basées sur

le principe turbo peuvent être utilisées. Nous présentons alors une méthode itérative basée sur le principe de la turbo-égalisation dans le domaine fréquentiel. Ensuite, les différentes méthodes décrites dans le premier chapitre sont comparées entre elles pour différentes configurations. La convergence des systèmes est étudiée à l'aide des diagrammes EXIT décrits dans le second chapitre. Nous vérifions enfin que les performances obtenues correspondent aux résultats théoriques en termes d'exploitation de la diversité.

Le *quatrième chapitre* décrit tout d'abord le principe du multiplexage en fréquence OFDM aujourd'hui utilisé dans de nombreuses applications. Des simulations dans le cadre des réseaux locaux sans fil pour un canal constant ou variant dans le temps sont effectuées. Puis un précodage linéaire est inséré dans la chaîne de transmission de manière à exploiter la diversité fréquentielle et/ou temporelle du canal. Ensuite, la méthode de traitement à faible complexité décrite dans le chapitre trois est appliquée. Il est alors possible de comparer les performances obtenues avec un système sans précodage linéaire. Cela permet de valider l'utilisation du précodage linéaire et son traitement itératif dans un contexte où la diversité exploitable est limitée.

Le *chapitre cinq* permet d'introduire les systèmes à antennes multiples. Les systèmes à diversité sont rapidement passés en revue, puis le multiplexage spatial est étudié en particulier. Dans ce contexte, les méthodes itératives décrites dans le premier chapitre s'appliquent au traitement d'antennes. De plus, le précodage linéaire peut être associé au multiplexage spatial pour exploiter la diversité. Suivant la nature du canal, cette association est construite pour que le précodage linéaire exploite la diversité soit dans le domaine temporelle, soit dans le domaine spatial à l'émission. Dans les deux cas, le traitement du précodage linéaire et du multiplexage spatial est alors effectué conjointement tout en restant d'une complexité modérée. Les performances des différents traitements applicables peuvent alors être comparées grâce aux outils déjà mis en place.

Communications numériques et traitements itératifs

LE BUT DE CE CHAPITRE est tout d'abord de décrire les bases de communications numériques et les notions utilisées dans cette thèse. Une chaîne de transmission composée d'un codage de canal, d'une modulation et d'un canal de transmission est tout d'abord décrite. Différents canaux de transmission sont introduits : le canal à bruit additif blanc gaussien, le canal de Rayleigh, une représentation de canaux à trajets multiples et de systèmes multi-antennes. Ensuite, les modulations utilisées ainsi que les codes convolutifs employés par la suite sont détaillés.

Les traitements itératifs développés ces dernières années ont de multiples champs d'application. En particulier, les dernières avancées en turbo-égalisation permettent d'exploiter au mieux l'information issue du décodeur de canal. Ces techniques permettent de traiter les interférences entre symboles tout en profitant de la diversité offerte par les trajets multiples. De plus, elle peuvent être adaptées à d'autres cas en utilisant une représentation matricielle des systèmes à interférences. Nous avons souhaité présenter cette généralisation de manière à appliquer ces méthodes au précodage linéaire et aux systèmes multi-antennes précodés.

Les éléments impliqués dans les traitements itératifs communiquent entre eux en échangeant des informations sur les bits et les symboles de données. Pour cela, la fiabilité des données échangées est représentée par leur logarithme de rapport de vraisemblance. Les systèmes permettant de convertir l'information sur les symboles en information sur les bits et réciproquement sont ainsi détaillés.

Différents algorithmes de traitements itératifs sont alors passés en revue. Il s'agit tout d'abord d'un détecteur basé sur le critère de maximum *a posteriori*. Ensuite, le récepteur utilisant le critère du minimum d'erreur quadratique moyenne avec une information *a priori* est décrit. La version exacte ainsi que des versions simplifiées de ce détecteur sont détaillées. Dans les chapitres suivants, ils seront appliqués à différents problèmes.

1.1 Communications numériques

Le but d'une chaîne de communication est de transmettre une quantité d'information donnée avec le moins d'erreurs possibles. Si la chaîne de communication est numérique, les informations transmises font partie d'un ensemble de symboles discrets. Lorsque l'information prend des valeurs continues (un source sonore par exemple), elle nécessite d'être numérisée avant d'être transmise. Le canal de transmission est dépendant du milieu physique par lequel transitent les informations. Aujourd'hui, les fibres optiques permettent de transporter de grand volumes de données sur de longues distances. Les technologies dérivées de l'ADSL (*Asynchronous Digital Subscriber Line*) amènent l'internet à haut débit chez les particuliers grâce au paires de cuivre utilisées en téléphonie. Enfin, les réseaux locaux sans fil WLAN (*Wireless Local Area Network*) et les technologies WiFi (*Wireless Fidelity*) utilisent les transmissions hertziennes pour les échanges d'information entre des équipements (ordinateurs) géographiquement proches. La téléphonie mobile utilise de même les transmissions hertziennes pour transmettre des volumes d'information de plus en plus élevés (son, photo, vidéo, données).

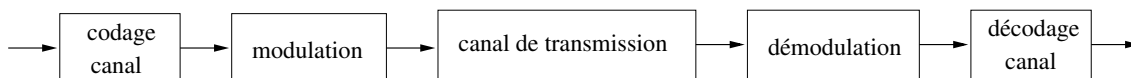


Fig. 1.1 — Modèle simplifié de chaîne de transmission numérique.

Un exemple très simplifié d'une chaîne de communication est représenté figure 1.1. Cette chaîne est constituée d'un canal de transmission, d'une opérations de modulation et de démodulation, ainsi que d'un codage et décodage de canal.

D'autres éléments, non étudiés ici, peuvent avoir leur place dans la chaîne de communication. Par exemple, un codage de source utilisant des techniques de compression permet d'améliorer le débit. Lorsque le canal est partagé par plusieurs utilisateurs, des protocoles et des techniques d'accès multiple doivent être mis en place.

Enfin, certains des systèmes présentés nécessitent une information sur l'état du canal. Cette connaissance peut être acquise par l'émission de séquences d'apprentissage ou de symboles pilotes connus du récepteur. D'autres systèmes utilisent une connaissance de l'état du canal à l'émission, ce qui nécessite alors une voie de retour du récepteur vers l'émetteur. Dans toute la suite, nous considérerons que le récepteur à une connaissance parfaite de l'état du canal et que l'émetteur n'en a aucune. D'autre part, nous nous plaçons dans le cas d'une transmission mono-utilisateur.

1.1.1 Modulation et démodulation

De manière générale, la modulation regroupe l'ensemble des opérations permettant de transformer l'information à émettre en signaux compatibles avec le canal de transmission choisi. Par exemple, il peut s'agir d'un signal lumineux pour une fibre optique, d'un signal électrique pour une liaison filaire, ou encore d'un signal radio pour une transmission hertzienne.

Dans le cas particulier des transmissions numériques hertziennes, la modulation transforme des séquences binaires en formes d'ondes. Celles-ci sont caractérisées par leur amplitude, leur phase ou leur fréquences. Les modulations utilisées dans la suite font varier les paramètres de phase et d'amplitude d'une onde porteuse, la fréquence de celle-ci restant constante. Le signal émis est donc caractérisé par ces deux paramètres et il peut alors être représenté par des symboles complexes discrets. Il s'agit de plus d'une modulation sans mémoire, la durée d'émission étant limitée strictement à un temps symbole T_s .

La modulation pourra donc être considérée comme la conversion des données binaires en symboles discrets. Ceux-ci composent une constellation $\chi = \{x_0, \dots, x_{M-1}\}$ dont le nombre de point M est généralement une puissance de deux. Chaque groupe de $q = \log_2(M)$ données binaires peut être représenté par un symbole choisi dans la constellation. La fonction de *mapping* $\mu(\cdot)$ associe à chaque q -uplet de bits $[b_0 \dots b_{q-1}]$ un symbole complexe. On utilisera les Modulations par Déplacement de Phase à 2 ou 4 états (MDP-2 ou MDP-4) ainsi qu'une Modulation d'Amplitude en Quadrature à 16 états (MAQ-16). La figure 1.2 représente les modulations utilisées ainsi que les correspondances avec les données binaires. Ces correspondances particulières sont appelées *mapping* de Gray.

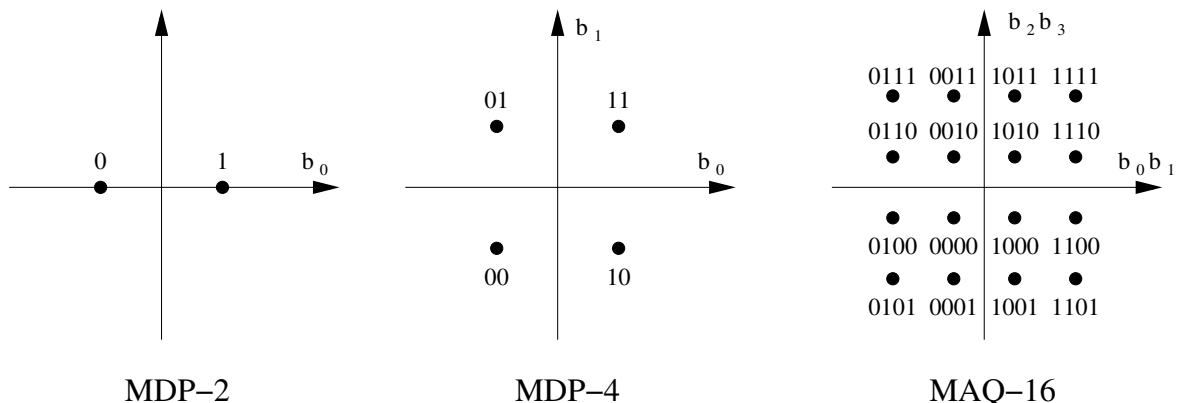


Fig. 1.2 — Modulations à 2, 4 et 16 états utilisées.

La démodulation effectue l'opération inverse. Dans toute la suite, on considérera une démodulation cohérente, c'est à dire que la phase et la fréquence de la porteuse sont parfaitement connues du récepteur. Le démodulateur fournit des sorties souples qui constituent une estimation pondérée de la séquence de bits émis. Cette fonction est décrite en détail dans

1.4.2.

Le canal de transmission provoque des erreurs sur les données transmises. Comme cela est indiqué dans la figure 1.1, un codage de canal est inséré pour protéger ces informations. Cette partie de la chaîne de transmission, particulièrement importante dans la suite de l'étude, est décrite dans la partie 1.2.

1.1.2 Canal de transmission

Un canal de transmission peut être extrêmement complexe à représenter. Des modèles de perturbation de l'information plus ou moins réalistes sont utilisés pour représenter le canal. Tout d'abord, le système de transmission est représenté en utilisant un modèle de temps discret. Les informations émises et les données reçues forment alors des suites d'échantillons indexés par le temps. Dans la suite, différents modèles du canal de transmission sont envisagés.

Modèles de canaux simples

Dans la représentation la plus simple, les informations transmises sur le canal sont simplement perturbées par un bruit additif lors de la transmission. Le bruit est modélisé par une variable aléatoire gaussienne de moyenne nulle. C'est le modèle de canal à Bruit Additif Blanc Gaussien BABG.

Dans un second cas, les données transmises subissent de plus une atténuation qui peut varier dans le temps. Cette atténuation peut être différente d'un symbole à l'autre, mais peut aussi rester constante lors de la transmission d'un bloc de données. Pour le canal de Rayleigh utilisé dans la suite, la relation qui lie l'entrée x_k et la sortie y_k du canal s'écrit

$$y_k = h_k x_k + w_k \tag{1.1}$$

w_k est un bruit blanc additif gaussien, et les coefficients d'atténuation h_k suivent une loi de Rayleigh unitaire. Le module carré $|h_k|^2$ est la somme des carrés de deux variables aléatoires gaussiennes et la phase $\arg(h_k)$ suit une loi uniforme sur $[0, 2\pi]$. Lors de la transmission de certains symboles, l'atténuation du canal peut être importante et dégrader fortement la qualité de la transmission. On parle alors d'évanouissements du canal. Les techniques de précodage linéaire développées dans le chapitre trois sont mises en place pour lutter contre ces évanouissements. Cette modélisation du canal peut aussi constituer aussi une première représentation des transmissions multi-porteuses décrites dans le chapitre quatre.

Canal à trajets multiples

Suite à des phénomènes tels que la réverbération des ondes sur des obstacles, le canal peut aussi être constitué de plusieurs trajets de propagation. La figure 1.3 illustre ce phénomène.

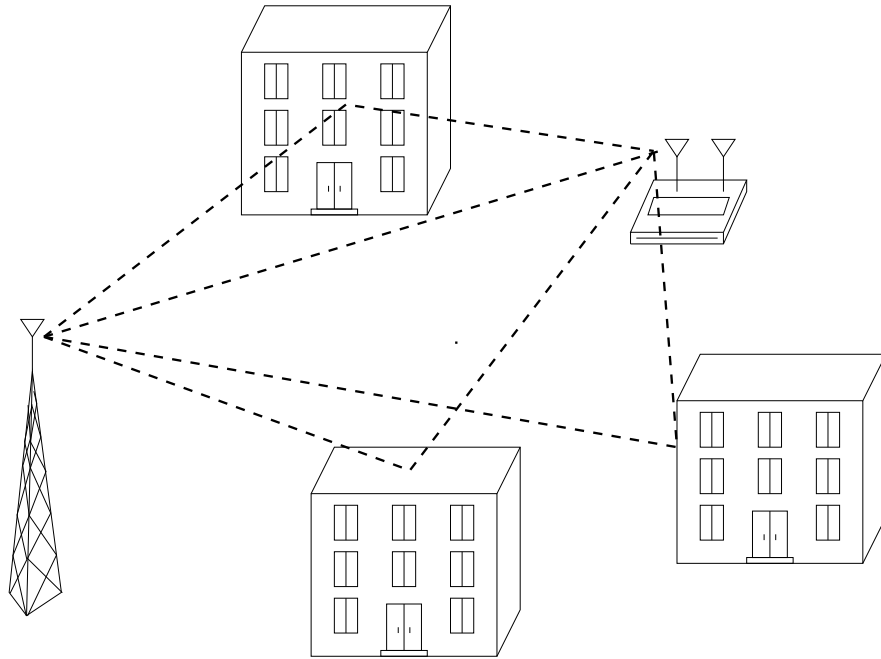


Fig. 1.3 — Propagation à trajets multiples.

Les symboles reçus sont alors constitués de contributions de plusieurs symboles ainsi que d'un bruit additif blanc gaussien. Si le canal est constitué de L trajets séparés chacun d'un temps symbole, on peut alors le représenter sous la forme de la ligne à retard illustrée par la figure 1.4. La relation qui lie l'entrée et la sortie du canal s'écrit alors

$$y_k = \sum_{l=0}^{L-1} h_l^k x_{k-l} + w_k \quad (1.2)$$

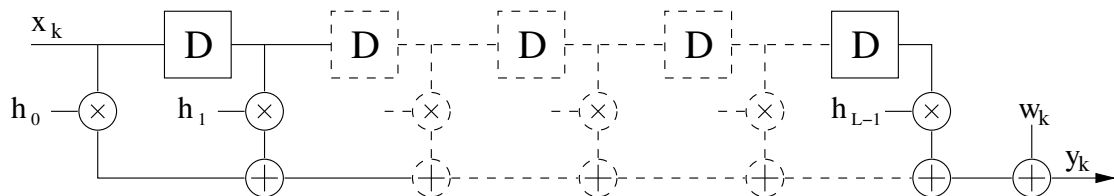


Fig. 1.4 — Canal à trajets multiples représenté sous forme de ligne à retards.

Ainsi, les contributions qui ne viennent pas du symbole à détecter constituent les interférences entre symboles. Pour lutter contre ce phénomène, les techniques de turbo-égalisation évoquées en 1.3.2 sont particulièrement efficaces. Une autre méthode, le multiplexage par division de fréquences orthogonales OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplex*) permet de s'affranchir d'une grande partie des interférences produites par le canal. Cette technique est développée dans le chapitre quatre.

Système à antennes multiples

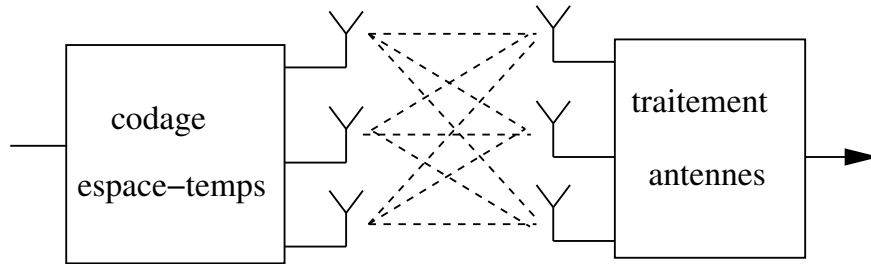


Fig. 1.5 — Système à antennes multiples.

Enfin, la figure 1.5 schématise un système à antennes multiples, dit aussi à entrées et sorties multiples MIMO (*Multiple Input, Multiple Output*). Ce système à N_e antennes d’émission et N_r antennes de réception peut être décrit sous forme matricielle. Le vecteur $\mathbf{x} = [x_k]$ contient les N_e informations transmises à un instant donné par les antennes d’émission. Les N_r informations reçues par les antennes de réception sont représentées par $\mathbf{y} = [y_k]$ qui s’écrit

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (1.3)$$

Le vecteur $\mathbf{w} = [w_k]$ est constitué de N_r éléments de bruit additif blanc gaussien indépendants. La matrice $\mathbf{H} = [h_{i,j}]$ de taille $N_r \times N_e$ est constituée des atténuations entre chacune des antennes d’émission et de réception. Pour cette représentation, le canal est supposé non sélectif en fréquence. Dans un cas réel, cette hypothèse s’applique par exemple lorsque le système MIMO utilise la modulation OFDM décrite dans le chapitre quatre (voir en particulier la partie 4.1.3). L’utilisation de ces systèmes est étudiée dans le chapitre cinq. En particulier, les $N_e N_r$ coefficients d’atténuation sont indépendants et suivent une distribution de Rayleigh unitaire. Dans le cas général, chaque vecteur d’information \mathbf{x} est soumis à une nouvelle réalisation du canal. Dans le modèle que nous nommerons “invariant par blocs”, le canal reste constant pendant toute la durée de transmission d’un bloc de données.

1.2 Codage et décodage de canal

Le codage de canal permet d’améliorer la qualité de la transmission sur le canal. Il consiste à ajouter des informations aux données à transmettre de manière à les protéger des perturbations du canal. Cette information supplémentaire, appelée redondance, est utilisée à l’autre bout de la chaîne de transmission par le décodeur de canal. Le décodage de canal utilise ces informations pour corriger une partie des erreurs qui se produisent lors de la transmission des données.

Depuis que Claude Shannon a jeté les bases de la théorie de l’information en 1948 [75], le codage de canal a connu de nombreux développements. Parmi les codes existants, les

codes convolutifs ont connu un succès particulier. Utilisés dans de nombreux standards de communications, ils servent aussi de base aux turbocodes convolutifs.

Le rendement du code indique la proportion de redondance introduite par le codage. Ainsi, un code de rendement $R=k/n$ produit n bits codés pour k bits de données utiles. Dans la suite, des codes de rendement $1/2$, $2/3$ ou $3/4$ seront utilisés.

L'efficacité spectrale (en bit/s/Hz) de chacun des systèmes étudiés durant le travail de thèse est déterminée par le produit $R\log_2(M)$. Le débit utile atteignable par une chaîne de transmission est directement fonction de cette efficacité spectrale. De plus, celle-ci peut encore être augmentée par un système à multiplexage spatial comme ceux décrits dans la partie 5.2. Le tableau 1.1 donne les efficacités spectrales de différentes combinaisons rendement/modulation.

	$R=1/2$	$R=2/3$	$R=3/4$
MDP-2	0.5 bit/s/Hz	0.66 bit/s/Hz	0.75 bit/s/Hz
MDP-4	1 bit/s/Hz	1.33 bit/s/Hz	1.5 bit/s/Hz
MAQ-16	2 bit/s/Hz	2.66 bit/s/Hz	3 bit/s/Hz

Tab. 1.1 — Efficacité spectrale de différentes combinaisons rendement/modulation.

1.2.1 Modulations codées à entrelacement bit

De nombreux travaux concernant l'association du codage de canal et de la modulation ont été réalisés. Les modulations codées en treillis proposées par G. Ungerboeck dans [91] apportent un gain significatif par rapport à une simple concaténation sur un canal BABG.

Lorsque la transmission est effectuée sur un canal à évanouissements de type Rayleigh, les techniques d'optimisation conjointes du codage et de la modulation sont alors très différentes. E. Zehavi montre dans [105] que l'utilisation d'un entrelacement bit après le codage de canal offre de meilleures performances que la modulation codée en treillis sur un canal de Rayleigh. Ce nouveau schéma est alors appelé modulation codée à entrelacement bit BICM (*Bit Interleaved Coded Modulation*) par G. Caire *et al.* dans [13].

Dans un système itératif, la BICM offre en particulier un avantage : l'entrelacement permet de considérer que les bits traités sont décorrélés. Cet avantage est exploité par les systèmes itératifs décrits dans les parties 1.6 et 1.7.

1.2.2 Codes convolutifs récurrents systématiques circulaires

Chaque séquence de données à transmettre est protégée par l'ajout de redondance. Lorsque les mots du code sont constitués de la concaténation des données et de la redondance, le code est alors dit systématique. Le code convolutif systématique récurrent peut se

représenter sous la forme d'un registre à décalage dont les sorties servent à calculer la redondance et l'état futur du codeur. Si D représente le délai induit par le registre à décalage, alors on peut écrire les valeurs de la redondance et de l'état futur sous une forme polynomiale. Par exemple le code de longueur de contrainte $K = 5$ utilisé dans la suite a les polynômes générateurs suivants

$$G_1(D) = 1 + D^3 + D^4 \tag{1.4}$$

$$G_2(D) = 1 + D + D^2 + D^4 \tag{1.5}$$

ce qui se note sous la forme $(23, 35)_o$ en base huit (octale). La figure 1.6 est une représentation possible de ce codeur. La longueur de contrainte du code est alors définie par $K = \nu + 1$,

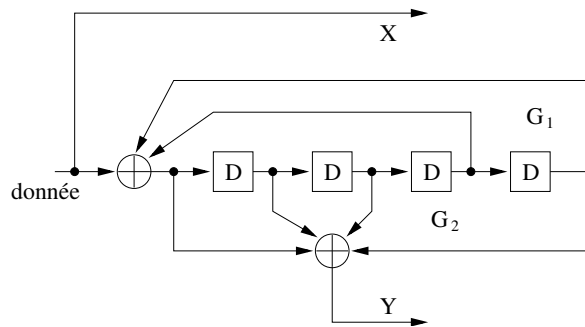


Fig. 1.6 — Code convolutif récursif systématique de longueur de contrainte $K = 5$ et de polynôme générateur $(23, 35)_o$.

avec ν le nombre d'éléments du registre à décalage. Ces codes récursifs ont un meilleur comportement que les codes non récursifs à bas rapport signal à bruit [86]. Cela en fait des codes bien adaptés aux méthodes itératives de décodage.

Ensuite, les codes convolutifs récursifs systématiques peuvent être rendus circulaires [2]. Ces codes sont alors dits convolutifs récursifs systématiques circulaires (CRSC). Lorsque le code n'est pas circulaire, la mémoire du codeur est généralement initialisée à l'état zéro au début de codage. Comme le décodage nécessite la connaissance de l'état final du codeur, il est d'usage de rajouter à la fin du bloc une séquence permettant au codeur de retourner à l'état zéro. C'est ce que l'on appelle la terminaison de treillis de type *tail bits*. En fonction du mot de code à transmettre, il est néanmoins possible de déterminer un état initial du codeur qui sera aussi l'état final. Cet état, appelé état de circulation, existe si la taille du mot de code n'est pas un multiple du nombre d'états du code moins un. Lorsque le code est rendu circulaire, l'ajout des bits de terminaison du treillis n'est alors plus nécessaire, ce qui a pour conséquence d'améliorer un peu l'efficacité de la transmission.

La distance de Hamming entre deux mots de code est définie par le nombre de bits qui y diffèrent. La plus petite distance de Hamming pour l'ensemble des couples de mots distincts d'un code est appelée distance minimale du code, et est notée d_{min} . Dans la partie 2.2, les performances théoriques du code convolutif récursif sont étudiées pour un système à

diversité. Pour un rapport signal à bruit suffisamment élevé, les performances du code sont étroitement dépendantes de cette valeur de d_{min} . En général, l'augmentation de la longueur de contrainte K du code permet d'augmenter la distance minimale et améliore ainsi son pouvoir de correction. Néanmoins, la complexité du décodage augmente exponentiellement avec la longueur de contrainte du code, ce qui limite la réalisation pratique de codes convolutifs ayant une distance minimale élevée.

Le rendement, rapport entre la taille des blocs d'information et la taille des données codées est naturellement de $1/2$ pour les codes décrits jusqu'à présent. Le poinçonnage permet d'augmenter le rendement du code en supprimant simplement une partie des informations en sortie du décodeur. En contrepartie, la distance minimale du code est diminuée, ce qui dégrade les performances du décodage. Dans la suite, le rendement naturel $1/2$ ainsi que les rendements $2/3$ et $3/4$ obtenus par poinçonnage seront utilisés. Pour le rendement $2/3$, le poinçonnage consiste à supprimer un bit de redondance sur deux. Pour obtenir le rendement $3/4$, on conserve inchangé un couple (bit systématique, redondance) sur trois, puis la redondance est supprimée dans le couple suivant, et enfin, le bit systématique est supprimé dans le troisième. Cela peut être représenté par les masques du tableau 1.2. La première ligne concerne les bits systématiques et la seconde les bits de redondance. La présence d'un 1 signifie que le bit est conservé et un 0 correspond à un bit supprimé.

$$\begin{array}{ccc} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ 1/2 & 2/3 & 3/4 \end{array}$$

Tab. 1.2 — Masques de poinçonnage utilisés pour obtenir les rendements $1/2$, $2/3$ et $3/4$.

Les décodeurs à entrée et sortie souples les plus usités sont

- le décodage de Viterbi [93] modifié à entrée et sortie pondérée SOVA (*Soft Output Viterbi Algorithm*) [33]
- l'algorithme BCJR (*Bahl Cocke Jelinek Raviv*) [3] utilisant le critère du Maximum *a posteriori* (MAP)
- le max-log-MAP [72], simplification de l'algorithme précédent

Les résultats présentés dans la suite utilisent le décodage max-log-MAP pour le code correcteur d'erreurs.

1.2.3 Turbocodes

Les turbocodes sont la première application efficace d'un principe de détection/décodage itératif en réception. Inventés par C. Berrou *et al.* en 1993 [6], ces codes sont aujourd'hui adoptés dans de nombreux standards de communications. Les premiers turbocodes sont basés

sur deux codes correcteurs d'erreurs convolutifs [5]. Dans une concaténation parallèle, les données sont d'abord codées par un premier codage de canal. Puis, après un entrelacement, elles passent par un deuxième codage de canal. Les données ainsi que les redondances des deux codeurs sont transmises après avoir été éventuellement poinçonnées. La figure 1.7 montre le schéma de principe d'un turbocode basé sur une concaténation parallèle.

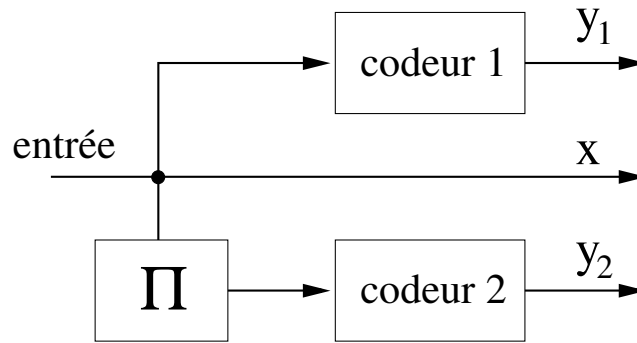


Fig. 1.7 — Turbocode basé sur une concaténation parallèle.

Une telle structure permet d'obtenir une distance minimale élevée. Un décodage "en une fois" du code constitué par les deux codages de canal conduirait à un traitement extrêmement complexe. La construction utilisée permet cependant de mettre en place un processus de traitement itératif. Lors du décodage, les deux décodeurs échangent des informations pondérées sur les données transmises. Chaque demi-itération correspond à l'action de l'un des décodeurs. Ensuite, celui-ci transmet de nouvelles informations à l'autre décodeur pour la demi-itération suivante. Le principe du traitement itératif du turbodécodeur est illustré figure 1.8. L'intérêt de ce type de code est donc d'offrir un très fort pouvoir de correction des erreurs avec une complexité de décodage raisonnable.

Chacun des deux décodeurs est à entrées et sorties souples. La méthode utilisée pour représenter l'information sur les données est décrite dans 1.4.1. La sortie souple de chacun des décodeurs est appelée information *a posteriori*. Celle-ci peut être décomposée en une somme de trois termes :

- l'information directement issue du canal de transmission,
- l'information *a priori* provenant de l'autre décodeur,
- l'information extrinsèque produite par le décodeur considéré.

Parmi ces trois termes, seul le dernier est transmis dans le processus itératif. Cela évite ainsi les phénomènes de propagation d'erreurs.

Un turbocode est aujourd'hui utilisé dans le standard DVB-RCS (*Digital Video Broadcasting - Return Channel via Satellite*) [20]. Il utilise une concaténation parallèle de deux codes convolutifs récurrents systématiques circulaires à 8 états. Ces codes sont double-binaires, c'est à dire qu'un bit de redondance est généré pour chaque couple de bits entrant. Ainsi,

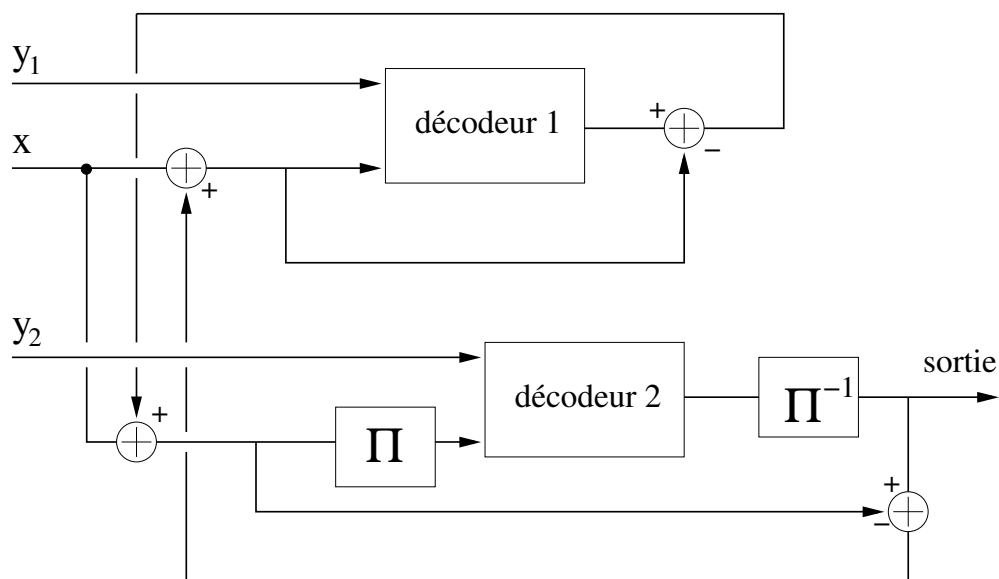


Fig. 1.8 — Schéma de principe du traitement itératif d'un turbocode.

le rendement de chaque code élémentaire vaut $2/3$ et le rendement naturel du turbocode est alors $1/2$.

1.3 Application du principe turbo à l'égalisation

Le traitement itératif utilisé dans les turbocodes a été généralisé sous l'appellation de "principe turbo". D'autres techniques telles que la turbo-égalisation utilisent ce principe. Un détecteur qui exploite une information *a priori* est ainsi associé à un décodeur correcteur d'erreurs. Au cours d'un processus itératif, le décodeur fournit une information pondérée sur les données transmises, ce qui permet d'améliorer la détection.

1.3.1 Égalisation pour un canal multi-trajets

Sur un canal à trajets multiples (figure 1.3), le signal émis est mélangé à des répliques retardées et atténuées de lui-même. Le traitement appelé égalisation consiste à traiter la séquence reçue de manière à estimer les données émises malgré la présence d'Interférences Entre Symboles (IES). Pour cela, on peut utiliser la représentation du canal sous forme de la ligne à retard de la figure 1.4.

Une première solution au problème de l'égalisation consiste à faire une recherche exhaustive de la séquence émise la plus vraisemblable. Ce critère appelé MLSD (*Maximum Likelihood Sequence Detection*) conduit rapidement à une complexité extrêmement élevée. En 1972, G. Forney a montré dans [23] que le canal sélectif en fréquence pouvait être représenté sous forme d'un diagramme en treillis et que la détection à l'aide du critère MLSD pouvait être

effectuée par l'algorithme de Viterbi.

La complexité de l'algorithme augmente néanmoins exponentiellement avec le nombre de trajets, ce qui limite son utilisation à des canaux pour lesquels l'étalement temporel reste faible.

Une autre approche a consisté à utiliser des structures à base de filtres. Les coefficients de ces filtres sont alors choisis par rapport à un critère permettant d'optimiser la détection. En pratique, le critère du minimum d'erreur quadratique moyenne MMSE (*Minimum Mean Square Error*) offre une solution peu complexe au problème de l'interférence entre symboles. Ce système provoque néanmoins une amplification du bruit qui peut dégrader fortement les performances sur certains canaux.

Pour améliorer les performances du système, il est possible d'utiliser une structure d'égaliseur à retour de décision appelée DFE (*Decision-Feedback Equalizer*). Cette technique consiste simplement à venir éliminer l'IES en utilisant les symboles détectés aux instants précédents

1.3.2 Turbo-égalisation

En 1995, l'idée d'utiliser l'information issue du décodeur de canal pour améliorer l'égalisation a été proposée par C. Douillard *et al.* [19]. Le décodeur et l'égaliseur améliorent chacun leur tour l'estimation des données transmises dans un processus itératif proche des turbocodes. Cette première version de la turbo-égalisation utilise un égaliseur basé sur le critère MLSL utilisant l'algorithme SOVA. Plus tard, une structure de turbo-égalisation adaptative a été proposées par A. Glavieux *et al.* en 1997 [29].

L'égaliseur basé sur le critère MMSE avec information *a priori* a été formalisé par M. Tüchler *et al.* [89], [90] en utilisant une représentation matricielle du canal. Enfin, C. Laot *et al.* utilisent ce critère pour un système de turbo-égalisation dont les coefficients sont calculés dans le domaine fréquentiel [48].

Toutes ces techniques itératives développées pour traiter les données issue d'un canal à trajets multiples sont détaillées dans la thèse de R. Le Bidan [49]. Elles peuvent aussi être appliquées à d'autres sources d'interférences. Les systèmes à accès multiple de type CDMA (*Code Division Multiple Access*) [94] ont par exemple à prendre en compte des interférences entre utilisateurs. Dans [98], X. Wang et H. V. Poor décrivent un traitement itératif pour le CDMA de la même forme que celui de M. Tüchler [90].

Les systèmes itératifs basés sur le critère MAP ou MMSE avec information *a priori* permettent d'éliminer presque totalement les interférences et de profiter au mieux de la diversité du canal. De plus, les principes de la turbo-égalisation peuvent être appliqués au problème du précodage linéaire (chapitre trois) ou aux systèmes multi-antennes précodés (chapitre cinq). C'est pourquoi, pour permettre ces différentes applications, une généralisation

des problèmes liés à l'IES est proposée dans la partie 1.5.

1.4 Échange d'informations

Les données reçues par le récepteur sont traitées par les différents éléments de la chaîne de réception afin de restituer des données aussi proches que possible des informations émises. Comme cela a été montré dans la partie 1.3.2, il est possible d'associer ces éléments dans un traitement itératif. Ainsi, les traitements sont répétés afin d'affiner l'estimation des données grâce aux informations fournies par les autres éléments de la chaîne de réception.

Dans notre cas, les fonctions qui composent un traitement itératif travaillent sur des données binaires. Cependant, les informations échangées nécessitent une représentation de la fiabilité de ces données. Chacun des éléments prend donc en entrée une information pondérée et restitue une sortie pondérée elle aussi. On peut alors parler de traitement à entrée et sortie souples SISO (*Soft Input Soft Output*).

Cette partie décrit une représentation possible des informations échangées, ainsi que les méthodes permettant de convertir une information sur les bits en information sur les symboles complexes et réciproquement.

1.4.1 Logarithme du rapport de vraisemblance

Le Logarithme du Rapport de Vraisemblance LRV est une manière pratique de représenter l'information pondérée d'une valeur binaire [32]. Le LRV d'un bit $b \in \{0, 1\}$ est défini par :

$$\mathcal{L}(b) = \ln \left(\frac{P\{b=1\}}{P\{b=0\}} \right) \quad (1.6)$$

Ainsi, la décision sur le bit b est donnée par le signe du LRV $\mathcal{L}(b)$. L'information de fiabilité sur cette décision correspond à $|\mathcal{L}(b)|$. Une certitude concernant la valeur de b donnera alors $|\mathcal{L}(b)| = +\infty$. Réciproquement, les probabilités $P\{b=1\}$ et $P\{b=0\}$ peuvent être déduites du LRV par

$$P\{b=1\} = \frac{\exp(\mathcal{L}(b))}{1 + \exp(\mathcal{L}(b))} \quad \text{et} \quad P\{b=0\} = 1 - P\{b=1\} \quad (1.7)$$

1.4.2 Conversion symboles/LRV

Les données sont transmises sur le canal sous la forme de symboles complexes. Comme le décodeur de canal fonctionne avec des LRV sur les bits transmis, il peut être nécessaire de disposer d'une fonction de conversion symboles/LRV. Ainsi, le détecteur présenté dans la partie 1.7 fournit une estimation \tilde{x} d'un symbole x transmis sous la forme

$$\tilde{x} = g.x + \eta \quad (1.8)$$

Cette estimation \tilde{x} est alors l'entrée du convertisseur symboles/LRV, g est un biais réel positif introduit par l'estimation et η sera considéré comme un bruit additif complexe suivant une distribution gaussienne de moyenne nulle. On considère que le biais g est connu, ainsi que la variance du bruit σ_η^2 . La sortie d'un canal à évanouissement sans interférences peut aussi s'écrire directement sous cette forme si l'atténuation est connue du récepteur. Le symbole transmis x est choisi dans une constellation χ de taille 2^q . La probabilité conditionnelle $P\{\tilde{x}|x\}$ est alors égale à

$$P\{\tilde{x}|x\} = \frac{1}{\pi\sigma_\eta^2} \exp\left(\frac{-|\tilde{x} - g.x|^2}{\sigma_\eta^2}\right) \quad (1.9)$$

Soit χ_b^i le sous-ensemble de la constellation χ pour lequel le bit d'index i est égal à b . On obtient alors le LRV associé au bit d'index i du symbole \tilde{x} en appliquant la formule de Bayes :

$$\mathcal{L}(b_i|\tilde{x}) = \ln\left(\frac{P\{b_i = 1|\tilde{x}\}}{P\{b_i = 0|\tilde{x}\}}\right) \quad (1.10)$$

$$\mathcal{L}(b_i|\tilde{x}) = \ln\left(\frac{\sum_{x \in \chi_1^i} P\{x|\tilde{x}\}}{\sum_{x \in \chi_0^i} P\{x|\tilde{x}\}}\right) \quad (1.11)$$

$$\mathcal{L}(b_i|\tilde{x}) = \ln\left(\frac{\sum_{x \in \chi_1^i} P\{\tilde{x}|x\} P\{x\}}{\sum_{x \in \chi_0^i} P\{\tilde{x}|x\} P\{x\}}\right) \quad (1.12)$$

On peut distinguer deux cas, suivant que l'on dispose ou non d'une information *a priori* sur le symbole x .

Démodulation sans information *a priori*

Dans ce cas, on considère que tous les symboles transmis sont équiprobables, donc $P\{x\} = 1/2^q$. On écrit alors

$$\mathcal{L}(b_i|\tilde{x}) = \ln\left(\frac{\sum_{x \in \chi_1^i} P\{\tilde{x}|x\}}{\sum_{x \in \chi_0^i} P\{\tilde{x}|x\}}\right) \quad (1.13)$$

$$\mathcal{L}(b_i|\tilde{x}) = \ln\left(\frac{\sum_{x \in \chi_1^i} \exp\left(\frac{-|\tilde{x} - g.x|^2}{\sigma_\eta^2}\right)}{\sum_{x \in \chi_0^i} \exp\left(\frac{-|\tilde{x} - g.x|^2}{\sigma_\eta^2}\right)}\right) \quad (1.14)$$

L'approximation "max-log" $\ln(e^a + e^b) \approx \max(a, b)$ est utilisée pour simplifier l'opération de démodulation. Grâce à cette approximation, décrite par exemple dans [47], on obtient

$$\mathcal{L}(b_i|\tilde{x}) \approx \max_{x \in \chi_1^i} \left(\frac{-|\tilde{x} - g.x|^2}{\sigma_\eta^2}\right) - \max_{x \in \chi_0^i} \left(\frac{-|\tilde{x} - g.x|^2}{\sigma_\eta^2}\right) \quad (1.15)$$

$$\mathcal{L}(b_i|\tilde{x}) \approx \frac{1}{\sigma_\eta^2} \left[\min_{x \in \chi_0^i} (|\tilde{x} - g.x|^2) - \min_{x \in \chi_1^i} (|\tilde{x} - g.x|^2) \right] \quad (1.16)$$

Les calculs suivants dépendent de la modulation choisie, $\Re(\cdot)$ et $\Im(\cdot)$ signifiant partie réelle et partie imaginaire.

– Pour une modulation MDP-2,

$$\mathcal{L}(b_0|\tilde{x}) \approx \frac{4g}{\sigma_\eta^2} \Re(\tilde{x}) \quad (1.17)$$

– Pour une modulation MDP-4,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(b_0|\tilde{x}) &\approx \frac{4g}{\sigma_\eta^2} \Re(\tilde{x}) \\ \mathcal{L}(b_1|\tilde{x}) &\approx \frac{4g}{\sigma_\eta^2} \Im(\tilde{x}) \end{aligned} \quad (1.18)$$

– Enfin, pour une modulation MAQ-16 utilisant un *mapping* de Gray,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(b_0|\tilde{x}) &\approx \frac{4g}{\sigma_\eta^2} \begin{cases} 2\Re(\tilde{x}) + 2g & \text{si } \Re(\tilde{x}) < -2g \\ \Re(\tilde{x}) & \text{si } -2g \leq \Re(\tilde{x}) \leq 2g \\ 2\Re(\tilde{x}) - 2g & \text{si } \Re(\tilde{x}) > 2g \end{cases} \\ \mathcal{L}(b_1|\tilde{x}) &\approx \frac{4g}{\sigma_\eta^2} (|\Re(\tilde{x})| - 2g) \\ \mathcal{L}(b_2|\tilde{x}) &\approx \frac{4g}{\sigma_\eta^2} \begin{cases} 2\Im(\tilde{x}) + 2g & \text{si } \Im(\tilde{x}) < -2g \\ \Im(\tilde{x}) & \text{si } -2g \leq \Im(\tilde{x}) \leq 2g \\ 2\Im(\tilde{x}) - 2g & \text{si } \Im(\tilde{x}) > 2g \end{cases} \\ \mathcal{L}(b_3|\tilde{x}) &\approx \frac{4g}{\sigma_\eta^2} (|\Im(\tilde{x})| - 2g) \end{aligned} \quad (1.19)$$

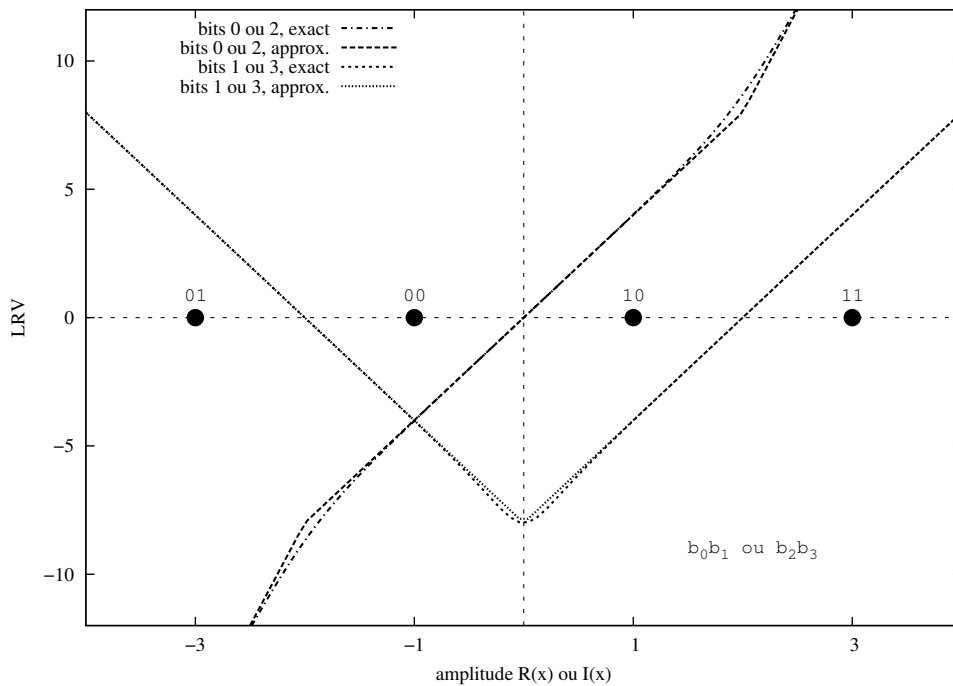


Fig. 1.9 — Conversion symboles/LRV pour une MAQ-16 avec un *mapping* de Gray sans information *a priori*.

Les courbes de la figure 1.9 représentent les fonctions exactes (1.14) et approchées (1.19) de conversion symboles/LRV. On remarque que l'approximation est très proche du calcul exact des LRV.

Démodulation avec information *a priori*

Dans ce cas, le système dispose d'une information *a priori* sur chacun des bits transmis. Cette information, généralement disponible sous la forme de LRV est convertie en probabilité grâce à l'équation (1.7). Les probabilité *a priori* $P\{b_j\}$ sont connues, $(b_j)_{j=0}^{q-1}$ étant les bits qui constituent le symbole x . Grâce à la fonction d'entrelacement présente après le codage de canal, on peut faire l'hypothèse que ces bits ne sont pas corrélés, ce qui permet d'écrire

$$P\{x\} = \prod_{j=0}^{q-1} P\{b_j\} \quad (1.20)$$

Le LRV *a posteriori* est alors donné par :

$$\mathcal{L}(b_i|\tilde{x}) = \ln \left(\frac{\sum_{x \in \mathcal{X}_1^i} P\{\tilde{x}|x\} \prod_{j=0}^{q-1} P\{b_j\}}{\sum_{x \in \mathcal{X}_0^i} P\{\tilde{x}|x\} \prod_{j=0}^{q-1} P\{b_j\}} \right) \quad (1.21)$$

$$\mathcal{L}(b_i|\tilde{x}) = \underbrace{\ln \left(\frac{\sum_{x \in \mathcal{X}_1^i} P\{\tilde{x}|x\} \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{q-1} P\{b_j\}}{\sum_{x \in \mathcal{X}_0^i} P\{\tilde{x}|x\} \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{q-1} P\{b_j\}} \right)}_{\mathcal{L}_e(b_i)} + \underbrace{\ln \left(\frac{P\{b_j = 1\}}{P\{b_j = 0\}} \right)}_{\mathcal{L}_a(b_i)} \quad (1.22)$$

Dans l'équation (1.22), $\mathcal{L}_e(b_i)$ représente le LRV extrinsèque sur le bit b_i , tandis que $\mathcal{L}_a(b_i)$ est égal à l'information *a priori* fournie en entrée du démodulateur. Pour éviter les phénomènes de propagation d'erreurs, seul le LRV extrinsèque $\mathcal{L}_e(b_i)$ est transmis au décodeur de canal. Ainsi, la sortie du démodulateur avec information *a priori* s'écrit

$$\mathcal{L}_e(b_i) = \ln \left(\frac{\sum_{x \in \mathcal{X}_1^i} P\{\tilde{x}|x\} \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{q-1} P\{b_j\}}{\sum_{x \in \mathcal{X}_0^i} P\{\tilde{x}|x\} \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{q-1} P\{b_j\}} \right) \quad (1.23)$$

Dans un système comportant une démodulation classique, il a été montré que le *mapping* de Gray offrait les meilleurs performances. En utilisant une démodulation avec information *a priori* dans un système itératif comportant un codage de canal, il est possible d'exploiter des fonctions de *mapping* qui semblaient au départ peu performants. Cette technique a été proposée par X. Li et J. A. Ritcey [60] sous le nom de modulation codée avec entrelacement bit, démodulation itérative (BICM-ID). Avec ce traitement itératif, il est possible d'obtenir un gain important sur un schéma de transmission classique dès que le rapport signal à bruit est suffisant pour assurer la convergence.

1.4.3 Conversion LRV/symboles

Les systèmes à annulation d'interférence nécessitent une estimation des symboles transmis. Cette estimation est produite par un convertisseur à entrée et sortie pondérées qui prend en entrée les LRV sur les bits transmis et qui donne une estimation du symbole transmis.

Si \mathcal{L}_a est l'ensemble des LRV *a priori* sur les bits qui composent le symbole transmis x , alors une estimation \hat{x} de x est donnée par

$$\hat{x} = E \{x | \mathcal{L}_a\} \quad (1.24)$$

et cela peut encore s'écrire

$$\hat{x} = \sum_{s \in \mathcal{X}} s P \{x = s | \mathcal{L}_a\} \quad (1.25)$$

En supposant que les bits transmis sont indépendants, la probabilité $P \{x = s | \mathcal{L}_a\}$ peut être calculée pour un symbole donné $s = \mu(a_0, \dots, a_{q-1})$ par l'équation

$$P \{x = s | \mathcal{L}_a\} = \prod_{i=0}^{q-1} P \{b_i = a_i\} \quad (1.26)$$

En utilisant les équations de conversion donnée par (1.7), on en déduit le symbole estimé \hat{x} en fonction des LRV *a priori* sur les bits qui le composent.

– Pour une modulation MDP-2,

$$\begin{aligned} \Re(\hat{x}) &= \tanh\left(\frac{\mathcal{L}(b_0)}{2}\right) \\ \Im(\hat{x}) &= 0 \end{aligned} \quad (1.27)$$

– Pour une modulation MDP-4,

$$\begin{aligned} \Re(\hat{x}) &= \tanh\left(\frac{\mathcal{L}(b_0)}{2}\right) \\ \Im(\hat{x}) &= \tanh\left(\frac{\mathcal{L}(b_1)}{2}\right) \end{aligned} \quad (1.28)$$

– Pour une modulation MAQ-16 avec un mapping de Gray,

$$\begin{aligned} \Re(\hat{x}) &= \frac{3e^{\mathcal{L}(b_0)}e^{\mathcal{L}(b_1)} + e^{\mathcal{L}(b_0)} - 1 - 3e^{\mathcal{L}(b_1)}}{(1+e^{\mathcal{L}(b_0)})(1+e^{\mathcal{L}(b_1)})} \\ \Im(\hat{x}) &= \frac{3e^{\mathcal{L}(b_2)}e^{\mathcal{L}(b_3)} + e^{\mathcal{L}(b_2)} - 1 - 3e^{\mathcal{L}(b_3)}}{(1+e^{\mathcal{L}(b_2)})(1+e^{\mathcal{L}(b_3)})} \end{aligned} \quad (1.29)$$

La figure 1.10 représente la fonction de conversion LRV/symboles pour une MAQ-16 avec un *mapping* de Gray. Chacune des deux dimensions du symbole (réelle ou imaginaire) est fonction de deux LRV. Contrairement à la fonction de conversion symboles/LRV, une approximation par des fonctions linéaires semble dans ce cas peu envisageable.

1.5 Représentation matricielle d'un système à interférences

Le problème de l'interférence entre symboles pour un canal à trajets multiples est traité efficacement par des systèmes de turbo-égalisation (voir 1.3.2). Ces solutions sont généralisables à de nombreuses autres situations comportant aussi des interférences. Comme nous proposons de les étudier dans le cadre d'autres systèmes il est nécessaire de poser un modèle générique de transmission. Il s'agit d'une représentation matricielle pour un système à interférences quelconque.

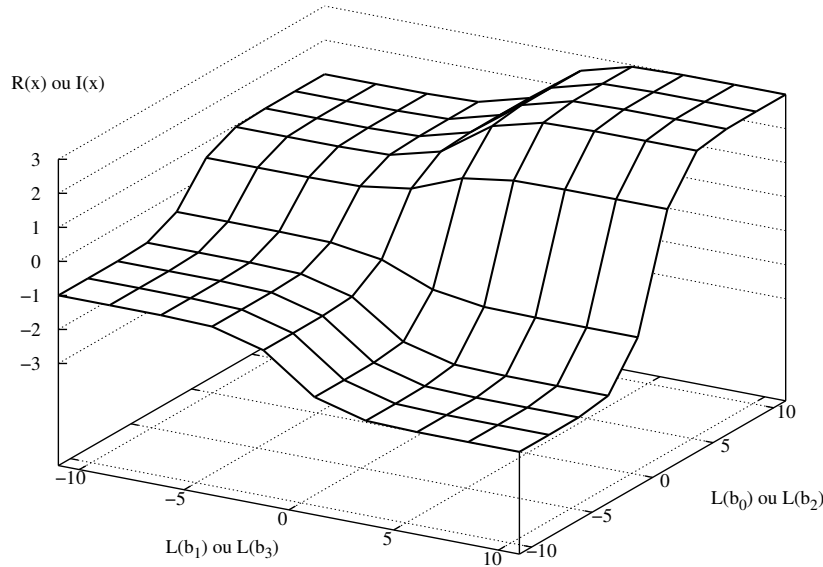


Fig. 1.10 — Conversion LRV/symboles pour une MAQ-16 avec un *mapping* de Gray.

Les symboles transmis $\mathbf{x} = [x_0, \dots, x_{M-1}]^T$ sont multipliés par une matrice de canal \mathbf{H} de taille $N \times M$ et subissent un bruit additif blanc gaussien $\mathbf{w} = [w_0, \dots, w_{N-1}]^T$ de moyenne nulle et de variance σ_w^2 . Le vecteur reçu $\mathbf{y} = [y_0, \dots, y_{N-1}]^T$ peut donc s'écrire

$$\mathbf{y} = \mathcal{H}\mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (1.30)$$

Les différents paramètres et leurs dimensions apparaissent dans le tableau 1.3

$\mathbf{x} = [x_i]^T$	vecteur de symboles transmis de taille M pris dans une constellation 2^q -aire
$\mathbf{y} = [y_i]^T$	vecteur de symboles reçus de taille N
$\mathcal{H} = [h_{i,j}]$	matrice de transmission du canal de taille $N \times M$
$\mathbf{w} = [w_i]^T$	vecteur de M échantillons de bruit additif blanc gaussien de moyenne nulle et de variance σ_w^2

Tab. 1.3 — Les différents éléments du modèle de canal à entrées et sorties multiples.

De plus, on considère que les symboles \mathbf{x} sont construits à partir des vecteurs de bits $\mathbf{b} = [b_0, \dots, b_{qM-1}]^T$. La fonction $\mu(\cdot)$ est le *mapping* qui associe un vecteur de symboles \mathbf{x} à un vecteur de bits \mathbf{b} . L'ensemble $\mathcal{X} = \{\mu(\mathbf{b}), \mathbf{b} \in \{0, 1\}^{qM}\}$ représente tous les vecteurs de symboles possibles. La matrice de transmission \mathcal{H} ainsi que la variance du bruit σ_w^2 sont supposées parfaitement connues du détecteur.

Ce modèle peut s'appliquer naturellement à la représentation d'un canal à trajets multiples dans le cadre de la turbo-égalisation (voir 1.3.2). Il est aussi valable pour représenter un système multi-antennes tel que celui décrit figure 1.5. Dans le chapitre trois, il permet de modéliser le précodage linéaire. Enfin, dans le chapitre cinq, nous utilisons cette description pour représenter différentes associations d'un système à antennes multiples et d'un précodage linéaire.

1.6 Détection MAP avec information *a priori*

L'équation (1.30) donne l'expression du vecteur de données reçu dans le cas général d'un système à interférence. Le but de ce détecteur est de fournir une estimation des bits transmis en utilisant le critère du Maximum *a posteriori*. En plus de la connaissance de \mathbf{y} et de \mathcal{H} , le détecteur dispose d'une information *a priori* sur les données transmises sous forme de LRV $\mathcal{L}_a(b_i)$. Cette information est fournie par le décodeur de canal, ainsi que cela est montré par la figure 1.11. Le détecteur produit une information extrinsèque $\mathcal{L}_e(b_i)$ directement utilisable par le décodeur de canal. L'entrelacement Π permet de supposer l'indépendance des LRV.

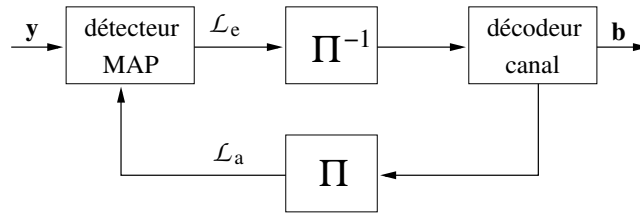


Fig. 1.11 — Détecteur MAP avec information *a priori* associé au décodeur de canal.

Ce système est basé sur un processus itératif. Lors de la première itération, le détecteur ne dispose pas d'information *a priori*. Puis, au fil des itérations, la fiabilité de l'information en provenance du décodeur de canal s'améliore. Dans 1.6.2, l'hypothèse d'une information *a priori* parfaite est évoquée pour déterminer la performance limite du système.

1.6.1 Description du détecteur

\mathbf{w} étant un vecteur de bruit blanc gaussien, la probabilité conditionnelle $P\{\mathbf{y}|\mathbf{x}\}$ peut s'écrire

$$P\{\mathbf{y}|\mathbf{x}\} = \left(\frac{1}{\pi\sigma_w^2}\right)^N \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y} - \mathcal{H}\mathbf{x}\|^2}{\sigma_w^2}\right) \quad (1.31)$$

$\|\cdot\|$ représentant la norme euclidienne sur \mathbb{C}^N .

Soit $\chi_k^i, k \in \{0,1\}$ le sous-ensemble de χ pour lequel le bit d'index i est égal à k . Le LRV

associé au bit d'index i du symbole \hat{x} est donné par

$$\mathcal{L}(b_i|\mathbf{y}) = \ln \left(\frac{\mathbb{P}\{b_i = 1|\mathbf{y}\}}{\mathbb{P}\{b_i = 0|\mathbf{y}\}} \right) \quad (1.32)$$

$$\mathcal{L}(b_i|\mathbf{y}) = \ln \left(\frac{\sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}_1^i} \mathbb{P}\{\mathbf{x}|\mathbf{y}\}}{\sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}_0^i} \mathbb{P}\{\mathbf{x}|\mathbf{y}\}} \right) \quad (1.33)$$

$$\mathcal{L}(b_i|\mathbf{y}) = \ln \left(\frac{\sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}_1^i} \mathbb{P}\{\mathbf{y}|\mathbf{x}\} \mathbb{P}\{\mathbf{x}\}}{\sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}_0^i} \mathbb{P}\{\mathbf{y}|\mathbf{x}\} \mathbb{P}\{\mathbf{x}\}} \right) \quad (1.34)$$

Dans ce cas, le détecteur dispose d'une information *a priori* sur les bits transmis. La probabilité $\mathbb{P}\{\mathbf{x}\}$ peut donc être déterminée par

$$\mathbb{P}\{\mathbf{x}\} = \prod_{j=0}^{Mq-1} \mathbb{P}\{b_j\} \quad (1.35)$$

Sachant que $\mathbb{P}\{b_j\}$ est donnée par le LRV *a priori* sur b_i et la conversion (1.7), le LRV *a posteriori* s'exprime alors par

$$\mathcal{L}(b_i|\mathbf{y}) = \ln \left(\frac{\sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}_1^i} \mathbb{P}\{\mathbf{y}|\mathbf{x}\} \prod_{j=0}^{Mq-1} \mathbb{P}\{b_j\}}{\sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}_0^i} \mathbb{P}\{\mathbf{y}|\mathbf{x}\} \prod_{j=0}^{Mq-1} \mathbb{P}\{b_j\}} \right) \quad (1.36)$$

$$\mathcal{L}(b_i|\mathbf{y}) = \underbrace{\ln \left(\frac{\sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}_1^i} \mathbb{P}\{\mathbf{y}|\mathbf{x}\} \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{Mq-1} \mathbb{P}\{b_j\}}{\sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}_0^i} \mathbb{P}\{\mathbf{y}|\mathbf{x}\} \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{Mq-1} \mathbb{P}\{b_j\}} \right)}_{\mathcal{L}_e(b_i)} + \underbrace{\ln \left(\frac{\mathbb{P}\{b_i = 1\}}{\mathbb{P}\{b_i = 0\}} \right)}_{\mathcal{L}_a(b_i)} \quad (1.37)$$

Ce LRV *a posteriori* s'écrit donc comme la somme de l'information *a priori* $\mathcal{L}_a(b_i)$ et d'une information extrinsèque $\mathcal{L}_e(b_i)$ sur le bit b_i . Pour éviter les phénomènes de propagation d'erreur, l'information *a priori* ne doit pas être transmise de nouveau. C'est donc la quantité suivante qui est envoyée vers le décodeur de canal

$$\mathcal{L}_e(b_i) = \ln \left(\frac{\sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}_1^i} \mathbb{P}\{\mathbf{y}|\mathbf{x}\} \prod_{j \neq i} \mathbb{P}\{b_j\}}{\sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}_0^i} \mathbb{P}\{\mathbf{y}|\mathbf{x}\} \prod_{j \neq i} \mathbb{P}\{b_j\}} \right) \quad (1.38)$$

Sachant que chacun des éléments de \mathcal{X} est testé, la complexité de cette détection est exponentielle en $\mathcal{O}(2^{Mq})$. Le passage à une version log-MAP ou max-log-MAP simplifie les calculs, mais ne change pas l'ordre de grandeur de la complexité.

Lorsqu'il s'agit de traiter les interférences pour un canal à trajets multiples, l'égalisation peut être effectuée par un algorithme de type BCJR comme cela est par exemple proposé dans [26]. Dans ce cas, le canal admet une représentation en treillis. La complexité est alors dominée par le nombre de trajets du canal.

Le décodage par sphère [36] est une application sous optimale du critère MAP qui permet de réduire significativement la complexité du détecteur. Il est par exemple utilisé dans [38] et [97] pour le récepteur itératif d'un système à antennes multiples.

1.6.2 Performances asymptotiques

Une démonstration des performances asymptotiques du détecteur MAP avec information *a priori* est donnée dans [49]. On considère pour cela une information *a priori* parfaite en provenance du décodeur de canal. Dans l'équation (1.38), les termes $P\{b_j\}$ valent alors soit 0 soit 1 suivant la valeur du bit émis. Les éléments de la somme du numérateur sont alors tous nuls sauf pour le vecteur $\mathbf{x}^{(1)}$ correspondant au vecteur de symboles émis à l'exception du bit d'indice i qui vaut 1. Symétriquement, les éléments de la somme du dénominateur sont alors nuls sauf pour le vecteur $\mathbf{x}^{(0)}$ égal au vecteur de symboles émis à l'exception du bit d'indice i qui vaut 0. La sortie du détecteur MAP s'écrit alors

$$\mathcal{L}_e(b_i) = \frac{1}{\sigma_w^2} \left[\left\| \mathbf{y} - \mathcal{H}\mathbf{x}^{(1)} \right\|^2 - \left\| \mathbf{y} - \mathcal{H}\mathbf{x}^{(0)} \right\|^2 \right] \quad (1.39)$$

Comme les $\mathbf{x}^{(\cdot)}$ ne diffèrent que par le bit de position i et si j est l'indice du symbole auquel appartient ce bit, alors

$$\mathcal{L}_e(b_i) = \frac{1}{\sigma_w^2} \left[\left\| (x_j - x_j^{(1)}) \mathbf{h}_j + \mathbf{w} \right\|^2 - \left\| (x_j - x_j^{(0)}) \mathbf{h}_j + \mathbf{w} \right\|^2 \right] \quad (1.40)$$

Si λ et μ sont des nombres complexes et que \mathbf{a} et \mathbf{b} sont des vecteurs complexes on a l'égalité

$$\left\| \lambda \mathbf{a} + \mathbf{b} \right\|^2 - \left\| \mu \mathbf{a} + \mathbf{b} \right\|^2 = \frac{1}{\|\mathbf{a}\|^2} \left[\left| \lambda \|\mathbf{a}\|^2 + \mathbf{a}^H \mathbf{b} \right|^2 - \left| \mu \|\mathbf{a}\|^2 + \mathbf{a}^H \mathbf{b} \right|^2 \right] \quad (1.41)$$

Il suffit pour cela de développer les deux membres de l'égalité. L'équation (1.41) permet d'en déduire

$$\mathcal{L}_e(b_i) = \frac{1}{\|\mathbf{h}_j\|^2 \sigma_w^2} \left[\left\| \|\mathbf{h}_j\|^2 (x_j - x_j^{(1)}) + \mathbf{h}_j^H \mathbf{w} \right\|^2 - \left\| \|\mathbf{h}_j\|^2 (x_j - x_j^{(0)}) + \mathbf{h}_j^H \mathbf{w} \right\|^2 \right] \quad (1.42)$$

En définissant z_j par

$$z_j = \|\mathbf{h}_j\|^2 x_j + \mathbf{h}_j^H \mathbf{w} \quad (1.43)$$

cela permet d'écrire

$$\mathcal{L}_e(b_i) = \ln \left(\frac{P\{z_j | x_j = x_j^{(1)}\}}{P\{z_j | x_j = x_j^{(0)}\}} \right) \quad (1.44)$$

L'équation (1.43) est la sortie d'un récepteur MRC (*Maximum Ratio Combining*) pour N branches parallèles (voir l'équation (2.17)). L'expression obtenue en (1.44) pour $\mathcal{L}_e(b_i)$ est l'information extrinsèque de la démodulation de z_j avec une information *a priori* parfaite. Ainsi, les performances du détecteur MAP avec un *a priori* parfait correspondent à celle d'un récepteur MRC exploitant la diversité de N branches parallèles. Pour obtenir un ordre de diversité effectivement égal à N , il faut cependant que les coefficients de \mathbf{h} soient indépendants et suivent une loi de Rayleigh unitaire (voir partie 2.2).

1.7 Détection MMSE avec information *a priori*

Le détecteur MAP a une complexité qui croît très rapidement avec les paramètres du système. Cela rend une réalisation matérielle peu envisageable dans de nombreux cas. Les techniques décrites dans la suite sont issues de travaux sur le filtrage et les systèmes à annulation d'interférence. Les différentes méthodes décrites ici sont détaillées dans [49] pour la turbo-égalisation. Elle s'appliquent à la représentation du système à interférence détaillé dans la section 1.5.

1.7.1 Description du détecteur

On considère ici que le détecteur a connaissance d'une information *a priori* sous la forme des symboles estimés $\hat{\mathbf{x}}$. De plus, une information de fiabilité sur ces symboles $\hat{\nu}_i^2$ est elle aussi supposée connue.

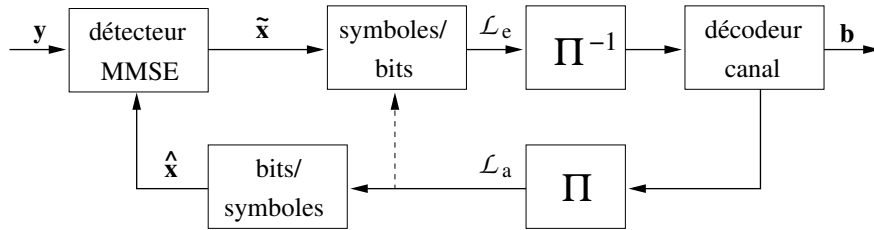


Fig. 1.12 — Détecteur MMSE avec information *a priori* associé au décodeur de canal.

La détection MMSE avec information *a priori* a été développée et formalisée dans le cadre de la turbo-égalisation. Elle est basée sur le critère du minimum d'erreur quadratique moyenne prenant en compte une information *a priori* sur les symboles transmis. Cette technique est applicable à de nombreux systèmes ayant à traiter des interférences, par exemple, les systèmes multi-utilisateurs ou le traitement d'antennes pour un multiplexage spatial. Il suffit pour cela que le système puisse être représenté sous la forme de l'équation (1.30).

Les symboles estimés issus du décodage de canal permettent d'évaluer le terme d'interférence et de le soustraire au signal reçu. Le traitement MMSE représenté par la figure 1.13 prend en compte l'interférence résiduelle et ses coefficients sont adaptés pour chaque itération de décodage.

La matrice diagonale $\mathbf{V} = \text{diag}(\hat{\nu}_0^2, \dots, \hat{\nu}_{M-1}^2)$ est constituée des éléments $\hat{\nu}_k$ qui représentent la fiabilité des symboles \hat{x}_k . Les $\hat{\nu}_k$ sont déterminés par

$$\hat{\nu}_k = \sum_{s \in \mathcal{X}} |s|^2 \mathbf{P}\{x = s | \mathcal{L}_a\} - \left| \sum_{s \in \mathcal{X}} s \mathbf{P}\{x = s | \mathcal{L}_a\} \right|^2 \quad (1.45)$$

Lorsque l'information *a priori* sur x_k est parfaite, $\mathbf{P}\{x = s | \mathcal{L}_a\}$ vaut un si $s = x_k$ et zéro sinon. $\hat{\nu}_k$ est donc nul dans ce cas. Quand l'information *a priori* est nulle, $\mathbf{P}\{x = s | \mathcal{L}_a\} = 1/2^q$

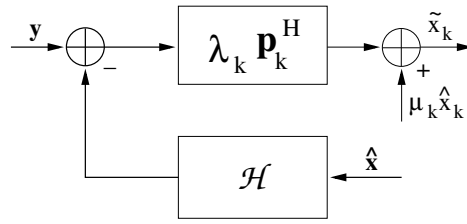


Fig. 1.13 — Détection du symbole x_k en utilisant le critère MMSE avec information *a priori*.

pour tout $s \in \chi$ et $\hat{\nu}_k$ est égal à σ_x^2 . D'après (1.25), l'équation (1.45) peut aussi s'écrire

$$\hat{\nu}_k = \sum_{s \in \chi} |s|^2 \text{P}\{x = s | \mathcal{L}_a\} - |\hat{x}_k|^2 \quad (1.46)$$

La sortie de l'égaliseur MMSE avec annulation d'interférence est alors donnée par

$$\tilde{x}_k = \lambda_k \mathbf{p}_k^H (\mathbf{y} - \mathcal{H}\hat{\mathbf{x}} + \hat{x}_k \mathbf{h}_k) \quad (1.47)$$

$$\tilde{x}_k = \lambda_k \mathbf{p}_k^H (\mathbf{y} - \mathcal{H}\hat{\mathbf{x}}) + \mu_k \hat{x}_k \quad (1.48)$$

avec $\mu_k = \lambda_k \mathbf{p}_k^H \mathbf{h}_k$.

La figure 1.13 représente le traitement effectué par l'équation (1.48). Le critère MMSE permet d'obtenir les coefficients d'égalisation du système, la démonstration étant donnée dans [90] et [49]

$$\mathbf{p}_k = (\mathcal{H}\mathbf{V}\mathcal{H}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{h}_k \quad (1.49)$$

Les coefficient λ_k sont calculé par

$$\lambda_k = \frac{\sigma_x^2}{1 + (\sigma_x^2 - \hat{\nu}_k^2) \beta_k}, \quad \beta_k = \mathbf{p}_k^H \mathbf{h}_k, \quad (1.50)$$

À chaque itération, le détecteur reçoit une nouvelle estimation $\hat{\mathbf{x}}$ qui provient du décodeur de canal. Les différents paramètres du systèmes sont alors mis à jour pour calculer de nouvelles valeurs de \tilde{x}_k .

1.7.2 Conversion symboles/bits

Le détecteur MMSE avec information *a priori* fournit une estimation des symboles transmis. Ceux-ci sont alors passés au convertisseur symboles/bits, comme illustré figure 1.12.

Cette conversion, décrite en 1.4.2 nécessite la connaissance du biais et de la variance du terme de bruit. Ces deux quantités peuvent être déterminées par les équations décrivant le filtrage MMSE. Ainsi, le biais g_k associé au symbole x_k est égal à

$$g_k = \lambda_k \beta_k \quad (1.51)$$

Le terme de bruit en sortie, que l'on appelle η_k , est constitué de la somme du bruit du canal et de l'interférence résiduelle. Il peut être approché par une variable aléatoire gaussienne de moyenne nulle. Dans [49], sa variance est estimée par

$$\sigma_{\eta_k}^2 = \sigma_x^2 g_k (1 - g_k) \quad (1.52)$$

l'estimation du symbole transmis x_k peut alors s'écrire

$$\tilde{x}_k = g_k x_k + \eta_k \quad (1.53)$$

Cela correspond au modèle (1.8) utilisé par la conversion symboles/LRV définie en 1.4.2. Toute la chaîne permettant de fournir des LRV au décodeur de canal à partir des données reçues et d'une information *a priori* est donc définie.

1.7.3 Détecteur MMSE et performances asymptotiques

Lors de la première itération, on ne dispose pas d'information *a priori* sur les données transmises. Cela donne donc $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$ et $\mathbf{V} = \sigma_x^2 \mathbf{I}$. Le détecteur devient alors

$$\tilde{x}_k = \sigma_x^2 \mathbf{h}_k^H (\sigma_x^2 \mathcal{H} \mathcal{H}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{y} \quad (1.54)$$

Ce qui correspond à une égalisation MMSE classique.

De même que pour le détecteur MAP, on peut déterminer une borne inférieure des performances du système en supposant une information *a priori* parfaite. On peut alors écrire que $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}$ et que \mathbf{V} est nulle. Le détecteur correspond alors au filtre adapté car il n'y a plus d'interférence résiduelle. L'estimation en sortie du récepteur s'écrit

$$\tilde{x}_k \propto \|\mathbf{h}_k\|^2 x_k + \mathbf{h}_k^H \mathbf{w} \quad (1.55)$$

L'équation (1.55) correspond à la sortie d'un récepteur MRC exploitant une diversité sur N canaux parallèles (voir équation (2.17)). Si cette estimation est suivie d'une démodulation avec un *a priori* parfait, on retrouve l'expression obtenue pour le détecteur MAP en (1.44).

1.7.4 Méthodes approchées

Le calcul des coefficients de l'égaliseur (équation (1.49)) requiert une inversion de matrice de taille $N \times N$. Cette inversion de matrice est réalisée à chaque itération ce qui peut entraîner une complexité élevée. Il existe des méthodes permettant de simplifier le calcul des inverses de matrices dans ce cadre. L'une d'entre elles est par exemple proposée dans [90]. Une autre approche consiste à simplifier le traitement MMSE grâce à certaines approximations. Ce qui suit présente deux d'entre elles.

Approximation MMSE-IC-LE

L'approximation MMSE-IC-LE (*Minimum Mean Square Error - Interference Cancellor - Linear Equalizer*), présentée dans [49] et [89] permet de simplifier la mise en œuvre du détecteur MMSE avec information *a priori*.

Il s'agit de remplacer les coefficients $\hat{\nu}_k^2$ par leur moyenne $\hat{\nu}^2$ sur l'ensemble du bloc de codé (de taille N_b) dans le calcul des coefficients d'égalisation.

$$\hat{\nu}^2 = \text{E} \{ \hat{\nu}_n^2 \} \approx \frac{1}{N_b} \sum_{n=0}^{N_b-1} \hat{\nu}_n^2 \quad (1.56)$$

Ce calcul peut être simplifié en utilisant l'estimation suivante

$$\sigma_{\hat{x}}^2 = \text{E} \{ |\hat{x}_n|^2 \} \approx \frac{1}{N_b} \sum_{n=0}^{N_b-1} |\hat{x}_l|^2 \quad (1.57)$$

et en faisant l'approximation

$$\hat{\nu}^2 \approx \sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2 \quad (1.58)$$

Par rapport à l'égalisation MMSE avec information *a priori* développée précédemment, l'estimation des symboles est conservée. On a donc

$$\tilde{x}_k = \lambda_k \mathbf{p}_k^H (\mathbf{y} - \mathcal{H}\hat{\mathbf{x}} + \hat{x}_k \mathbf{h}_k) \quad (1.59)$$

Cependant, les vecteurs \mathbf{p}_k sont désormais déterminés par

$$\mathbf{p}_k = ((\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2) \mathcal{H}\mathcal{H}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{h}_k \quad (1.60)$$

Quand aux coefficients λ_k , ils se calculent alors par

$$\lambda_k = \frac{\sigma_x^2}{1 + \sigma_{\hat{x}}^2 \beta_k}, \quad \beta_k = \mathbf{p}_k^H \mathbf{h}_k, \quad (1.61)$$

Comme cela sera étudié dans le chapitre trois, une telle approximation permet d'éviter les inversions de matrices lorsque cette structure est utilisée pour le précodage linéaire.

Approximation MMSE-IC-sous optimal

Comme nous l'avons déjà signalé, la mise à jour des coefficients d'égalisation nécessite une inversion de matrice à chaque itération de décodage dans le cas général. Une solution consiste à n'utiliser la structure MMSE que pour la première itération. Pour les itérations suivantes, l'information *a priori* est supposée parfaite pour calculer les coefficients d'égalisation. On pose alors $\hat{\nu}_k^2 = 0$ pour toutes les itérations sauf la première.

Lors de la première itération, on conserve le traitement MMSE classique, sans information *a priori*

$$\tilde{x}_k = \sigma_x^2 \mathbf{h}_k^H (\sigma_x^2 \mathcal{H}\mathcal{H}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{y}$$

Les itérations suivantes supposent que l'information *a priori* est exacte, ce qui donne le calcul suivant de la sortie :

$$\tilde{x}_k = \frac{\sigma_x^2 \mathbf{h}_k^H}{\sigma_x^2 \mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_k + \sigma_w^2} (\mathbf{y} - \mathcal{H} \hat{\mathbf{x}} + \hat{x}_k \mathbf{h}_k)$$

Avec cette méthode, l'inversion de matrice n'est nécessaire que pour le traitement MMSE de la première itération. Comme avec la méthode MMSE-IC-LE, cette inversion de matrice se réduit à un calcul très simple lorsque \mathcal{H} possède une structure particulière.

Conclusion

Dans ce premier chapitre, une chaîne de transmission numérique a été décrite. Elle permet d'introduire les traitements itératifs mettant en œuvre un détecteur et un décodeur de canal à entrées et sorties pondérées. La turbo-égalisation permet ainsi de supprimer les interférences et d'exploiter la diversité d'un canal à trajets multiples. En partant d'un modèle matriciel de système à interférences, nous avons souhaité généraliser les techniques de turbo-égalisation à tout système admettant une telle représentation. Dans ce contexte, le détecteur MAP et MMSE avec information *a priori* ont été décrits. Ensuite, deux simplifications du détecteur MMSE permettant une réduction significative de la complexité ont été rappelées. Enfin, en considérant une information *a priori* parfaite à l'entrée de ces systèmes, ceux-ci peuvent être considérés comme des récepteurs MRC exploitant toute la diversité offerte. Le chapitre deux donne les performances théoriques d'un tel récepteur sur un canal de Rayleigh. Dans les chapitres trois et cinq, les détecteurs étudiés sont appliqués à des systèmes produisant des interférences.

Outils d'analyse théorique des performances

DIFFÉRENTS OUTILS permettant de prédire ou d'évaluer les performances de certains systèmes sont mis en place dans ce chapitre. La notion de capacité, inventée par Claude Shannon en 1948, donne une limite théorique de la quantité d'information qui peut être transmise sur un canal. On en donne une mesure pour des canaux de Rayleigh à entrées et sorties multiples, ainsi que pour différents types de modulation. Cela montre le potentiel offert par les systèmes à antennes multiples.

Ensuite, la notion de diversité est introduite en étudiant les performances d'un système à L branches parallèles sur un canal de Rayleigh. Le calcul de la probabilité d'erreur pour un tel système est alors exposé. Cela permet de déterminer une borne théorique des performances d'un système exploitant la diversité dans le domaine temporel, fréquentiel ou spatial. Cette borne peut aussi être calculée lorsqu'un code correcteur d'erreurs est utilisé. Elle est donnée dans ce chapitre pour un code convolutif systématique récursif associé à un système à diversité. Cette étude est intéressante pour approcher les performances des systèmes itératifs décrits dans le premier chapitre. On en déduit ainsi des indications sur le comportement du système pour un rapport signal à bruit élevé. Cependant, ces résultats ne donnent pas de renseignement concernant la convergence vers les bornes calculées.

La convergence des systèmes itératifs peut être étudiée grâce à des diagrammes de transfert d'information mutuelle. En particulier, nous utiliserons la méthode des diagrammes *EXIT charts* proposée par ten Brink [84]. Ces diagrammes permettront d'analyser la convergence des traitements itératifs utilisés dans les chapitres trois et cinq.

2.1 Mesures de capacité du canal

La capacité donne une limite de la quantité maximale d'information qui peut être transmise sur un canal donné. Dans cette partie, la capacité est étudiée pour les systèmes à antennes multiples. Cela permet de montrer, par exemple, que la capacité est limitée lorsque le canal est à entrées discrète et que cette limite dépend de l'ordre de la modulation et du nombre d'antennes d'émission.

2.1.1 Définitions

Soit χ un alphabet fini formé de 2^q symboles d'information. On considère par ailleurs une source délivrant la séquence de symboles (x_n) appartenant à χ suivant la distribution de probabilité $(p_i)_{i=0}^{2^q-1}$ où p_i est la probabilité d'occurrence du symbole $x_i \in \chi$.

En 1948, Claude Shannon a défini une mesure de la quantité d'information véhiculée par ces symboles [75]. Une mesure de l'information est liée à l'incertitude de celle-ci : la quantité d'information contenue dans un symbole est d'autant plus importante que l'évènement qu'il représente est improbable.

Une définition qui répond à cette condition, pour la source décrite ci-dessus est $I(x_i) = -\log p_i$. Le choix de la base du logarithme permet de spécifier l'unité de mesure de l'information. Le logarithme de base deux est le plus souvent utilisé et dans ce cas l'unité de mesure est le bit. On peut alors caractériser cette source par l'information moyenne qu'elle délivre. Cette grandeur, appelée entropie de la source, peut être définie par

$$H(x) = \sum_{i=0}^{2^q-1} P\{x_i\} I(x_i) = - \sum_{i=0}^{2^q-1} p_i \log_2(p_i) \quad (2.1)$$

Quelques propriétés issues de cette définition sont remarquables, par exemple :

- L'entropie de la source est maximale lorsque les symboles sont équiprobables ($p_i = 1/2^q$), et dans ce cas, $H(x) = q$.
- L'entropie est nulle quand l'une des probabilités p_i est égale à un (les autres étant nulles) ; la source délivre ainsi toujours le même symbole.

Si x et y sont deux variables aléatoires, l'entropie conjointe de x et y est définie par

$$H(x, y) = - \sum_{i,j} P\{x_i, y_j\} \log_2(P\{x_i, y_j\}) \quad (2.2)$$

L'entropie conditionnelle $H_x(y)$ est donnée par

$$H_x(y) = - \sum_{i,j} P\{x_i, y_j\} \log_2(P\{x_i|y_j\}) \quad (2.3)$$

Sachant que $P\{x|y\} = P\{x, y\} / P\{y\}$, on peut montrer que

$$H(x, y) = H(x) + H_x(y) \quad (2.4)$$

Ces définitions peuvent être généralisées dans le cas de sources continues. Si x et y sont des variables aléatoires continues, on définit l'entropie de x par

$$H(x) = - \int_{-\infty}^{+\infty} P\{x\} \log_2(P\{x\}) dx \quad (2.5)$$

l'entropie conjointe par

$$H(x, y) = - \iint_{-\infty}^{+\infty} P\{x, y\} \log_2(P\{x, y\}) dx dy \quad (2.6)$$

et l'entropie conditionnelle par

$$H_x(y) = - \iint_{-\infty}^{+\infty} P\{x, y\} \log_2\left(\frac{P\{x, y\}}{P\{x\}}\right) dx dy \quad (2.7)$$

Enfin, l'expression de l'information mutuelle est donnée par

$$I(x, y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} P\{x, y\} \log_2\left(\frac{P\{x, y\}}{P\{x\}P\{y\}}\right) dx dy \quad (2.8)$$

2.1.2 Capacité d'un canal à entrées et sorties multiples

On se place maintenant dans le cas d'un canal multi-antennes, appelé aussi à entrées et sorties multiples MIMO. La relation qui lie l'entrée et la sortie du canal peut s'écrire

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (2.9)$$

\mathbf{H} est la matrice d'atténuation du canal de taille $N_r \times N_e$, N_e étant le nombre d'entrées du canal et N_r le nombre de sorties. On considère dans la suite que les coefficients de \mathbf{H} sont indépendants et suivent une distribution de Rayleigh. \mathbf{w} est le vecteur du bruit additif blanc gaussien BABG qui vient perturber la transmission.

L'information mutuelle peut être considérée comme représentative de l'information que y apporte sur la connaissance de x . On peut l'écrire sous la forme suivante

$$I(x, y) = H(y) - H_x(y) = H(y) - H(w) \quad (2.10)$$

La capacité du canal est la quantité d'information maximale que peut transmettre celui-ci. Elle peut être calculée par

$$C = \max_{P(x)} I(x, y) \quad (2.11)$$

Source à entrées continues

Dans le cas d'une source dont les entrées sont continues et suivent une distribution gaussienne, G. J. Foschini et M. J. Gans [25] d'une part, et I. E. Telatar [83] d'autre part ont

déterminé l'expression de la capacité d'un tel système. Lorsque la source est à valeur continues, la capacité du système à entrées et sorties multiples s'écrit sous la forme

$$C = E_{\mathbf{H}} \left\{ \log_2 \left(\det \left(\mathbf{I} + \frac{\gamma}{N_r} \mathbf{H}\mathbf{H}^H \right) \right) \right\} \quad (2.12)$$

où \mathbf{I} est la matrice identité.

Dans [69], O. Oyman *et al.* étudient le comportement de la capacité pour différents régimes. Pour un rapport signal à bruit élevé, la capacité augmente linéairement avec une pente égale au minimum du nombre d'antennes d'émission et de réception.

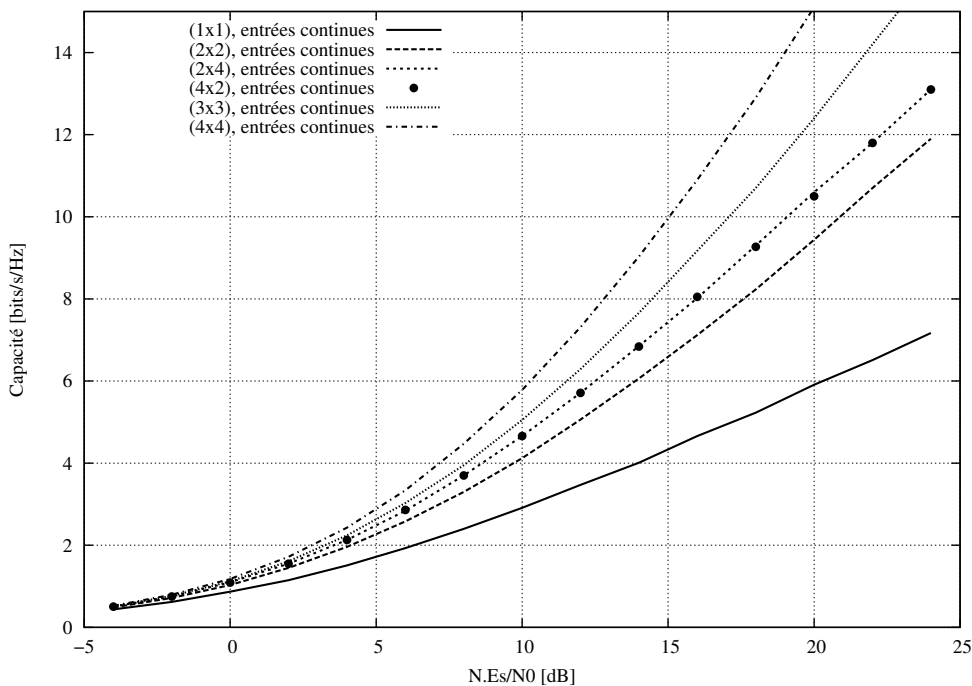


Fig. 2.1 — Capacité d'un canal de Rayleigh à entrées et sorties multiples dans le cas d'une source continue.

Les courbes de la figure 2.1 représentent la capacité en fonction du rapport signal à bruit pour différents couples (N_e, N_r) . Le rapport signal à bruit étant normalisé par rapport au nombre d'antennes de réception, on peut remarquer que les systèmes 2×4 et 4×2 ont la même capacité. D'autre part, les couples ayant le même $\min(N_e, N_r)$ sont parallèles pour un rapport signal à bruit élevé.

Source à entrées discrètes

Dans le cas d'une source à entrées discrètes, la capacité ne s'exprime pas simplement. Il est néanmoins possible de la calculer numériquement. Dans [13], G. Caire *et al.* donnent les courbes de capacité pour de nombreuses modulations dans le cas d'un canal à une entrée et une

sortie. B. Hochwald et S. ten Brink donnent une méthode de calcul de l'information mutuelle moyenne (2.10) pour un canal à entrées et sorties multiples et une source à symboles discrets [38]. En supposant une source à symboles discrets équiprobables, [68] donne une mesure de la capacité (2.11) du canal à entrées et sorties multiples. Comme \mathbf{w} est un vecteur de bruit additif blanc gaussien complexe de variance σ_w^2 , on a $H(\mathbf{w}) = N_r \log_2(\pi \sigma_w^2 e)$. Il n'existe pas pour l'instant de forme littérale de l'expression de $H(\mathbf{y})$, mais celle-ci peut être calculée numériquement par une simulation de type Monte Carlo lorsque le produit $N_e q$ n'est pas trop élevé. Grâce à la probabilité conditionnelle donnée en (1.31), on peut écrire :

$$H(\mathbf{y}) = -\mathbb{E}_{\mathbf{H}, \mathbf{w}} \left\{ \log_2 \left(\frac{1}{2^{N_e q} (\pi \sigma_w^2)^{N_r}} \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}} e^{-\frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2}{\sigma_w^2}} \right) \right\} \quad (2.13)$$

Dans le cas d'une source discrète, on obtient alors l'expression suivante de la capacité

$$C = N_e q + \log_2(e) - \mathbb{E}_{\mathbf{H}, \mathbf{w}} \left\{ \log_2 \left(\sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}^{N_e}} e^{-\frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2}{\sigma_w^2}} \right) \right\} \quad (2.14)$$

Lorsque le rapport signal à bruit tend vers l'infini, la capacité tend alors vers $N_e q$, produit du nombre d'entrées par le logarithme de base deux du cardinal de l'alphabet de symboles. C'est ce que l'on peut observer sur la figure 2.2 pour différentes combinaisons de modulations et d'antennes.

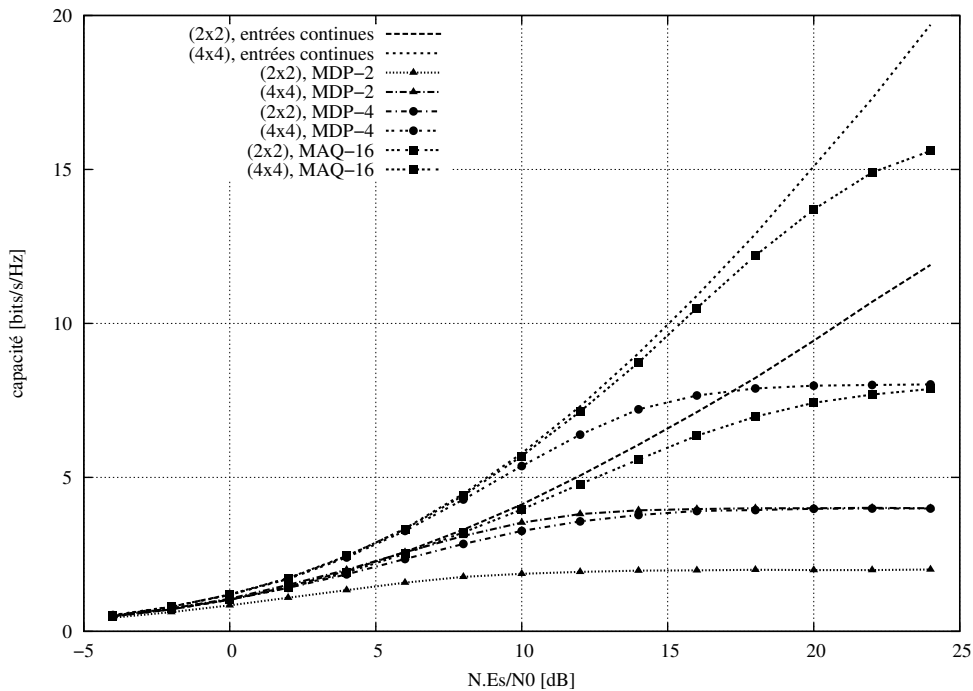


Fig. 2.2 — Capacité d'un canal de Rayleigh à entrées et sorties multiples pour différents types de modulation.

2.1.3 Cas particulier : canal à une entrée et sorties multiples

Il s'agit typiquement du cas d'un système à N_r branches de diversité, tel que celui étudié dans la partie 2.2. Dans ce cas, la capacité est donnée pour un canal à entrées continues par

$$C = E_{\mathbf{h}} \left\{ \log_2 \left(1 + \gamma \|\mathbf{h}\|^2 \right) \right\} = E_{\mathbf{h}} \left\{ \log_2 \left(1 + \gamma \sum_{i=0}^{N_r-1} |h_i|^2 \right) \right\} \quad (2.15)$$

Pour une source discrète, on a alors

$$C = q + \log_2(e) - E_{\mathbf{h}, \mathbf{w}} \left\{ \log_2 \left(\sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}} e^{-\frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{h}\mathbf{x}\|^2}{\sigma_w^2}} \right) \right\} \quad (2.16)$$

Les courbes de la figure 2.3 correspondent à des systèmes à diversité pour une source continue et les modulations MDP-2, MDP-4 et MAQ-16. Dans le cas de la source continue, les courbes sont parallèles pour un rapport signal à bruit élevé. Pour les différentes modulations, la capacité tend vers q d'autant plus vite que l'ordre de diversité est élevé.

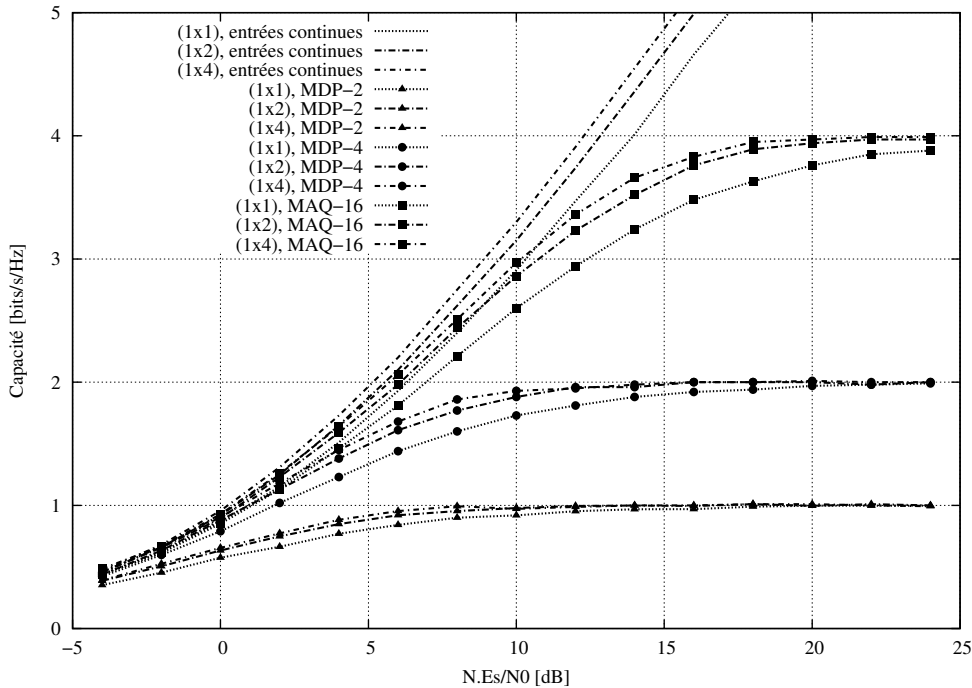


Fig. 2.3 — Capacité d'un canal de Rayleigh à une entrée et à sorties multiples pour différents types de modulation.

La section suivante permet de déterminer la probabilité d'erreur de ces systèmes à diversité.

2.2 Performances théoriques d'un système à diversité

Les performances asymptotiques des systèmes itératifs étudiés dans le premier chapitre (parties 1.6 et 1.7) correspondent à la sortie d'un récepteur MRC exploitant la diversité du canal. Ce sont les performances théoriques d'un tel système pour un canal de Rayleigh que l'on étudie dans cette partie.

2.2.1 Modèle de canal

On considère un canal possédant L branches de diversité. Ainsi, L répliques de chaque symbole sont transmises sur L canaux indépendants distincts. Chaque réplique subit une atténuation h_k et un BABG w_k de variance $\sigma_w^2 = N_0$. On considère de plus que les symboles émis sont de module constant et de puissance $|x_k|^2 = E_s$.

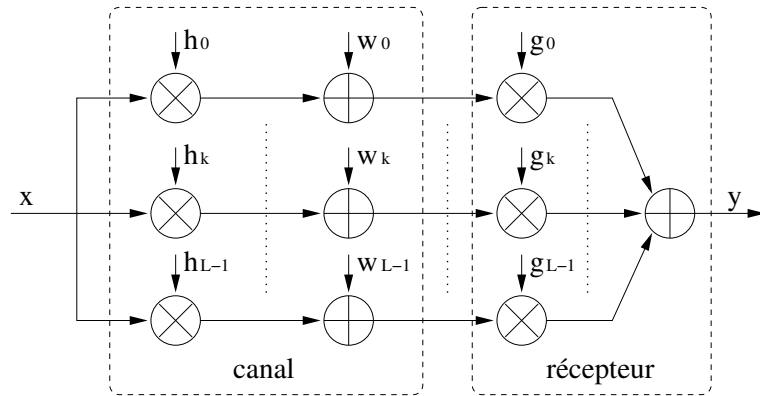


Fig. 2.4 — Canal à L branches de diversité avec un récepteur MRC.

2.2.2 Récepteur MRC

Coefficients du récepteur

Le récepteur à combinaison de rapport maximal (MRC) maximise le rapport signal à bruit instantané en sortie ([4], p. 714). Les coefficients du récepteur MRC sont appelés $\mathbf{g} = [g_k]^T$ et les coefficients d'atténuation du canal $\mathbf{h} = [h_k]^T$ sont supposés connus du récepteur. Le signal en sortie du récepteur s'écrit

$$y = \mathbf{g}^T \mathbf{h} x + \mathbf{g}^T \mathbf{w} = \sum_{k=0}^{L-1} g_k h_k x + \sum_{k=0}^{L-1} g_k w_k \quad (2.17)$$

Le rapport signal à bruit en sortie du récepteur vaut donc

$$\gamma = \frac{E_s |\mathbf{g}^T \mathbf{h}|^2}{N_0 \|\mathbf{g}\|^2} = \frac{E_s \left| \sum_{k=0}^{L-1} g_k h_k \right|^2}{N_0 \sum_{k=0}^{L-1} |g_k|^2} \quad (2.18)$$

L'inégalité de Cauchy-Schwarz

$$|\mathbf{g}^T \mathbf{h}|^2 \leq \|\mathbf{g}\|^2 \|\mathbf{h}\|^2 \quad \text{ou} \quad \left| \sum_{k=0}^{L-1} g_k h_k \right|^2 \leq \sum_{k=0}^{L-1} |g_k|^2 \sum_{k=0}^{L-1} |h_k|^2 \quad (2.19)$$

permet de maximiser ce rapport. En effet, on a alors :

$$\gamma \leq \frac{E_s}{N_0} \|\mathbf{h}\|^2 = \frac{E_s}{N_0} \sum_{k=0}^{L-1} |h_k|^2 \quad (2.20)$$

avec égalité si et seulement si $\mathbf{g} = \lambda \mathbf{h}^*$, quel que soit $\lambda \in \mathbb{C}$. Les coefficients du récepteur MRC sont donc les $(h_k)^*$.

Probabilité d'erreur binaire

La probabilité d'erreur binaire d'un récepteur MRC pour un canal de Rayleigh à L branches de diversité est donnée dans [4] et [70]. D'après (2.18) et [4] (équation (13.19), p. 700), la probabilité d'erreur conditionnée au rapport signal à bruit γ peut s'écrire

$$\mathrm{P}\{e|\gamma\} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma}) \quad (2.21)$$

Avec

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-t^2} dt = 2Q(\sqrt{2}x) \quad (2.22)$$

La probabilité d'erreur est alors obtenue en calculant la moyenne

$$\mathrm{P}\{e\} = \mathbb{E}_\gamma \{\mathrm{P}\{e|\gamma\}\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{P}\{e|y\} f_\gamma(y) dy \quad (2.23)$$

où $f_\gamma(y)$ est la densité de probabilité de la variable aléatoire $\gamma = \sum_{k=0}^{L-1} |h_k|^2 E_s/N_0$ d'après (2.20). Comme la somme de L carrés de variables de Rayleigh indépendantes suit une loi en chi-carré, la densité de probabilité $f_\gamma(y)$ s'écrit :

$$f_\gamma(y) = \frac{y^{L-1}}{(L-1)! \bar{\gamma}^L} \exp\left(\frac{-y}{\bar{\gamma}}\right) \quad (2.24)$$

$\bar{\gamma}$ étant le rapport signal à bruit moyen par branche

$$\bar{\gamma} = \frac{E_s}{N_0} \mathbb{E}\{|h_k|^2\} = \frac{E_s}{N_0} \quad (2.25)$$

Une expression exacte de la probabilité d'erreur peut alors être obtenue :

$$\mathrm{P}\{e\} = \left(\frac{1-\mu}{2}\right)^L \sum_{k=0}^{L-1} C_{L-1+k}^k \left(\frac{1+\mu}{2}\right)^k \quad \text{et} \quad \mu = \sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{1+\bar{\gamma}}} \quad (2.26)$$

Lorsque le rapport signal à bruit tend vers l'infini, l'expression (2.26) peut être approchée par

$$\mathrm{P}\{e\} \approx C_{2L-1}^L \left(\frac{1}{4\bar{\gamma}}\right)^L \quad (2.27)$$

Si la probabilité d'erreur est représentée avec une échelle logarithmique, on obtient un faisceau de droite lorsque l'on trace $P\{e\}$ en fonction du rapport signal à bruit pour différentes valeurs du nombre de branches de diversité L . La pente de chaque droite vaut alors L , que l'on appelle ordre de diversité [70]. Ces droites ainsi que la probabilité d'erreur donnée en (2.26) sont représentée en figure 2.5 pour $L=1, 2, 4$ ou 8 branches de diversité.

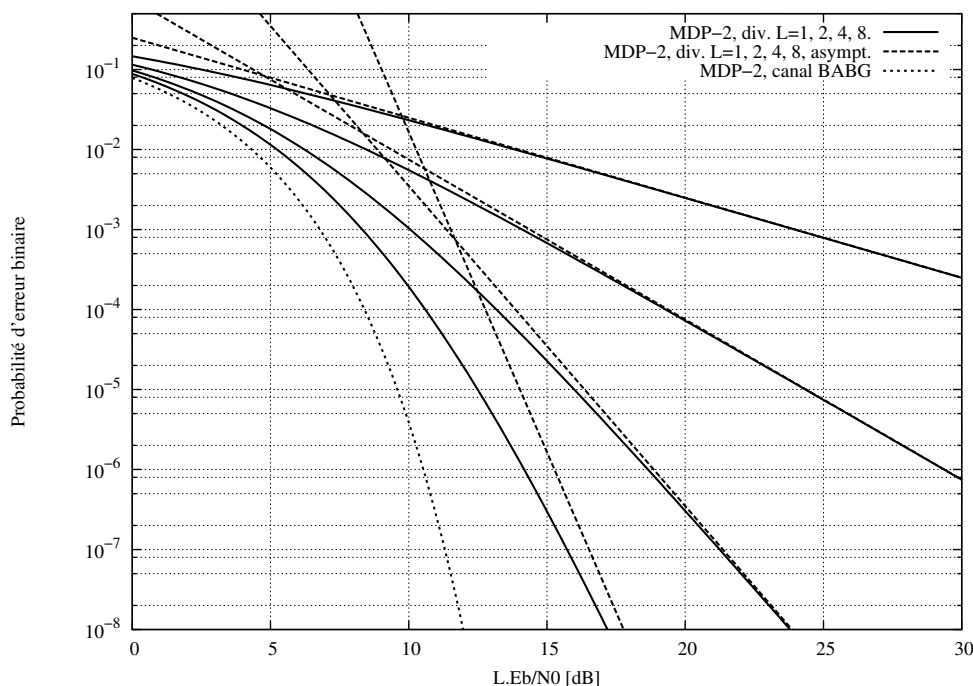


Fig. 2.5 — Probabilité d'erreur binaire pour un récepteur MRC sur un canal de Rayleigh à L branches de diversité.

2.2.3 Système à diversité et codage de canal

L'équation (2.27) donne la probabilité d'erreur pour un système à diversité non codé. Il est possible de déterminer cette probabilité d'erreur lorsque le système à diversité est associé à un code convolutif comme ceux décrits dans la partie 1.2.2.

Pour cela, on considère un système à L branches de diversité associé à une BICM de rendement R . $h_{k,n}$ représente l'atténuation du canal sur la branche k à l'instant n . Si la valeur de λ , défini en 2.2.2, est fixée à $\lambda = 1/\sqrt{\sum_{k=0}^{L-1} |h_{k,n}|^2}$, la sortie du récepteur MRC peut s'écrire

$$y_n = h'_n x_n + w'_n \quad \text{avec} \quad h'_n = \sqrt{\sum_{k=0}^{L-1} |h_{k,n}|^2} \quad \text{et} \quad w'_n = \frac{\sum_{k=0}^{L-1} h_{k,n}^* w_{k,n}}{\sqrt{\sum_{k=0}^{L-1} |h_{k,n}|^2}} \quad (2.28)$$

Supposons maintenant que \mathbf{x} soit un vecteur de données transmis. La Probabilité d'Erreur

par Paire (PEP) désigne la probabilité que la séquence $\tilde{\mathbf{x}}$ soit préférée à \mathbf{x} par le détecteur ([4], p.190). Elle se note en général $P\{\mathbf{x} \rightarrow \tilde{\mathbf{x}}\}$.

La PEP pour une réalisation particulière du canal $\mathbf{h} = (h_{k,n})$ s'écrit alors

$$P\{\mathbf{x} \rightarrow \tilde{\mathbf{x}}|\mathbf{h}\} = P\{X < 0\} \quad (2.29)$$

avec

$$X = \sum_n |y_n - h'_n \tilde{x}_n|^2 - \sum_n |y_n - h'_n x_n|^2 \quad (2.30)$$

D'après (2.28), X peut s'écrire

$$X = \sum_n |h'_n|^2 |x_n - \tilde{x}_n|^2 + 2\Re(h'_n (x_n - \tilde{x}_n) w'_n)^* \quad (2.31)$$

X est donc une variable aléatoire gaussienne de moyenne

$$E\{X\} = \sum_n |h'_n|^2 |x_n - \tilde{x}_n|^2 \quad (2.32)$$

et de variance

$$\sigma_X^2 = E\left\{\left|2 \sum_n \Re(h'_n (x_n - \tilde{x}_n) w'_n)^*\right|^2\right\} = 2 \sum_n |h'_n|^2 |x_n - \tilde{x}_n|^2 \sigma_{w'}^2 \quad (2.33)$$

avec $\sigma_{w'}^2 = \sigma_w^2 = N_0$ d'après (2.28). Comme

$$P\{X < 0\} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{E\{X\}}{\sqrt{2}\sigma_X}\right) \quad (2.34)$$

la PEP s'écrit finalement

$$P\{\mathbf{x} \rightarrow \tilde{\mathbf{x}}|\mathbf{h}\} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\sum_n \sum_k |h_{k,n}|^2 |x_n - \tilde{x}_n|^2}{4N_0}}\right) \quad (2.35)$$

Dans le cas $L = 1$, on retrouve la probabilité d'erreur par paire donnée dans [77] (equation (13.12), p.765). La borne de l'union permet de majorer la probabilité d'erreur binaire d'un code convolutif de rendement R par

$$P\{e\} \leq \sum_{d=d_{min}}^{+\infty} A_d^{(b)} P\{\mathbf{x} \rightarrow \tilde{\mathbf{x}}_d\} \quad (2.36)$$

Les paires $(A_d^{(b)}, d \in [d_{min}, \dots, \infty])$ forment le spectre des distances au niveau bit du code et $P\{\mathbf{x} \rightarrow \tilde{\mathbf{x}}_d\}$ est la probabilité d'erreur par paires pour \mathbf{x} et $\tilde{\mathbf{x}}_d$ vérifiant $d_H(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}_d) = d$.

Pour la MDP-2, on a $|\tilde{x}_n - x_n|^2 = 4E_s = 4RE_b$ si $\tilde{x}_n \neq x_n$ et E_b est l'énergie moyenne par bit. Si d est la distance de Hamming du couple $(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}_d)$, $d = d_H(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}_d)$ on note a_0, \dots, a_{d-1} les indices pour lesquels $\tilde{x}_n \neq x_n$ et on obtient

$$P\{\mathbf{x} \rightarrow \tilde{\mathbf{x}}_d|\mathbf{h}\} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{RE_b}{N_0} \sum_{i=0}^{d-1} \sum_{k=0}^{L-1} |h_{k,a_i}|^2}\right) \quad (2.37)$$

Pour appliquer le même raisonnement que dans la section 2.2.2, on pose

$$\gamma' = \frac{RE_b}{N_0} \sum_{i=0}^{d-1} \sum_{k=0}^{L-1} |h_{k,a_i}|^2 \quad (2.38)$$

et $\bar{\gamma}' = RE_b/N_0$ représente le rapport signal à bruit moyen par branche. γ' suit une loi en chi-carré à Ld variables et on peut donc appliquer la méthode déjà utilisée pour le système à diversité sans codage de canal.

On en déduit la probabilité d'erreur par paire

$$P\{\mathbf{x} \rightarrow \bar{\mathbf{x}}\} = \left(\frac{1-\mu'}{2}\right)^{Ld} \sum_{k=0}^{Ld-1} C_{Ld-1+k}^k \left(\frac{1+\mu'}{2}\right)^k \quad \text{et} \quad \mu' = \sqrt{\frac{\bar{\gamma}'}{1+\bar{\gamma}'}} \quad (2.39)$$

La méthode donnée dans [96] (p. 83) permet d'aboutir à un résultat similaire. Le comportement asymptotique de cette probabilité d'erreur par paire est donné par

$$P\{\mathbf{x} \rightarrow \bar{\mathbf{x}}\} \approx C_{2L,d-1}^{Ld} \left(\frac{1}{4RE_b/N_0}\right)^{Ld} \quad (2.40)$$

Pour $L = 1$, le résultat obtenu est identique à celui présenté dans [78]. Dans le cas d'un code spatio-temporel en treillis, une expression exacte de la probabilité d'erreur par paire est donnée dans [76]. L'application de (2.36) et (2.39) donne une expression de la borne supérieure des performances d'une BICM sur canal de Rayleigh avec L branches de diversité.

$$P\{e\} \leq \sum_{d=d_{min}}^{+\infty} A_d^{(b)} \left(\frac{1-\mu'}{2}\right)^{Ld} \sum_{k=0}^{Ld-1} C_{Ld-1+k}^k \left(\frac{1+\mu'}{2}\right)^k \quad (2.41)$$

Grâce à l'approximation (2.40), la borne supérieure de la probabilité d'erreur peut s'écrire de manière approchée par

$$P\{e\} \leq \sum_{d=d_{min}}^{+\infty} A_d^{(b)} C_{2L,d-1}^{Ld} \left(\frac{1}{4RE_b/N_0}\right)^{Ld} \quad (2.42)$$

Pour un rapport signal à bruit élevé, le premier terme de (2.42) est prépondérant. On en déduit que l'ordre de diversité du système est égal au produit de la distance minimale du code d_{min} par le nombre de branches de diversité L . Un tel résultat est aussi présenté pour différentes modulations dans [30]. La probabilité d'erreur (2.42) peut aussi être comparée à la borne de l'union obtenue pour un canal à bruit additif blanc gaussien ([4], p. 569)

$$P\{e\} \leq \frac{1}{2} \sum_{d=d_{min}}^{+\infty} A_d^{(b)} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{dRE_b}{N_0}} \right) \quad (2.43)$$

Le tableau 2.1 donne, pour exemple, les spectres de distances de codes convolutifs récursifs systématiques de longueur de contrainte $K = 3$ à $K = 5$ et de rendement $1/2$ calculés dans [86]. On remarque que la diversité de code d_{min} augmente avec la longueur de contrainte.

$K = 3$	$d = 5$	6	7	8	9	10	11	12	...
$(5\ 7)_o$	$A_d^{(d)} = 2$	6	14	32	72	160	352	768	...
$K = 4$	$d = 6$	7	8	9	10	11	12	13	...
$(15\ 17)_o$	$A_d^{(d)} = 4$	9	20	51	124	303	728	1739	...
$K = 5$	$d = 7$	8	9	10	11	12	13	14	...
$(23\ 35)_o$	$A_d^{(d)} = 8$	12	16	84	213	406	1156	3104	...

Tab. 2.1 — Spectres de distances pour différents codes convolutifs récurrents.

Les courbes théoriques obtenues sur canal de Rayleigh (équation (2.41)) et sur canal à bruit additif blanc gaussien (équation (2.43)) sont représentées sur la figure 2.6, en ne conservant que les trois premiers termes des spectres de distances. Ces courbes illustrent l'augmentation de la diversité avec la longueur de contrainte. Elles montrent aussi un écart de performances important entre les résultats sur le canal de Rayleigh et le canal BABG.

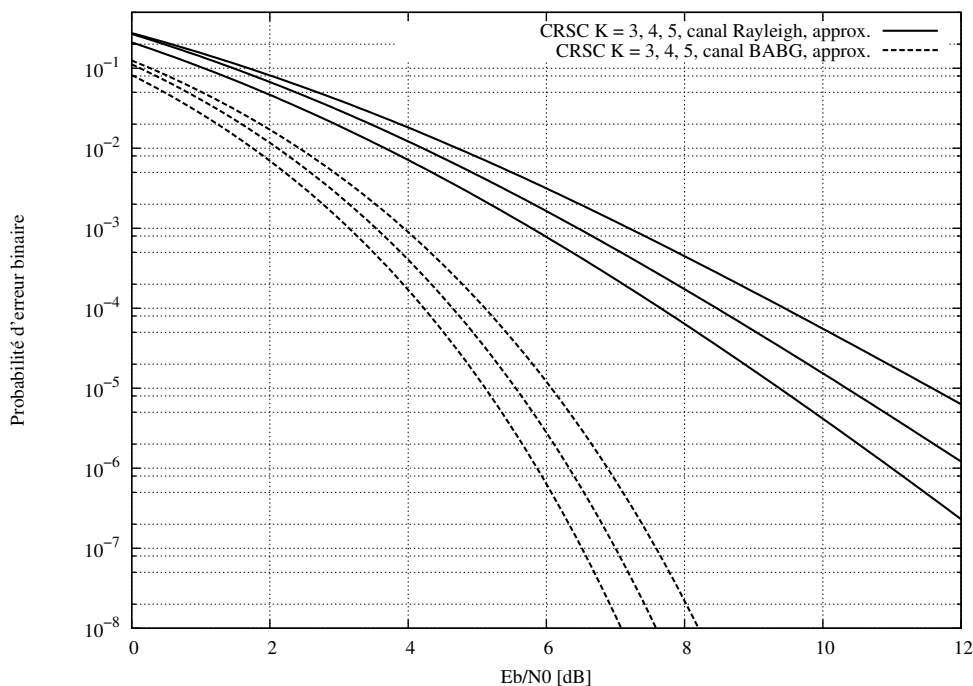


Fig. 2.6 — Probabilité d'erreur binaire pour des codes convolutifs récurrents de rendement 1/2 pour différentes longueurs de contrainte sur canal de Rayleigh et à bruit additif blanc gaussien.

La figure 2.7 représente les performances théoriques d'un codage de canal associé à un système à diversité sur canal de Rayleigh. Le codage de canal est un CRSC de longueur de contrainte $K=4$ et de rendement $R=1/2$ pour $L=1, 2$ ou 4 branches de diversité. Ces courbes

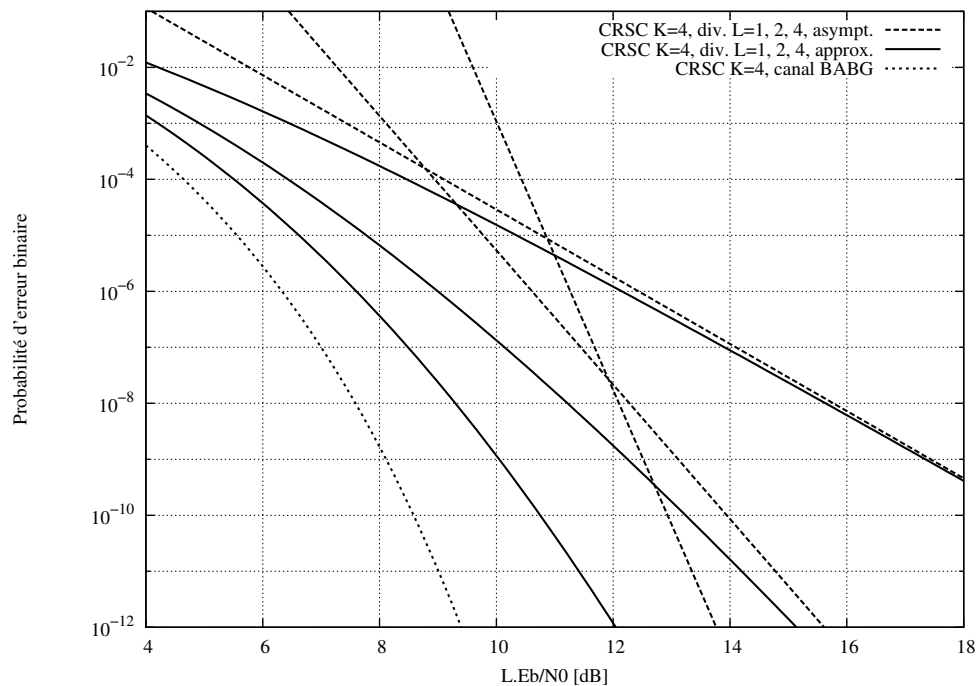


Fig. 2.7 — Probabilité d’erreur binaire sur un canal de Rayleigh à L branches de diversité pour un code convolutif récursif de longueur de de contrainte $K = 4$ et de rendement $1/2$.

illustrent l’effet multiplicatif de la diversité d’un codage de canal avec un récepteur MRC. En effet, les asymptotes représentées sur la figure ont des pentes égales au produit Ld_{min} . D’autre part, lorsque L augmente, les performances approchent la courbe de probabilité d’erreur sur canal BABG. Il est ainsi possible d’obtenir des gains importants en exploitant la diversité sur le canal de Rayleigh, y compris en présence d’un codage de canal.

Cependant, il s’agit dans cette étude d’un canal théorique très “riche” en diversité potentielle. Les canaux plus réalistes offrent généralement des possibilités de gain plus limitées.

2.3 Analyse de convergence : diagrammes EXIT

Pour les système étudiés et sur des canaux à évanouissements théoriques, les performances asymptotiques dépendent de l’ordre de diversité du système. On observe que les traitements itératifs ne convergent en général vers ces performances asymptotiques que pour un rapport signal à bruit suffisamment élevé. Le seuil de convergence dépend du choix des paramètres du système, tels le codage de canal ou l’algorithme de traitement utilisé. Dans la comparaison des systèmes, ce seuil de convergence est un paramètre important. En effet, un dispositif ayant d’excellentes performances asymptotiques n’a que peu d’intérêt si la convergence se produit bien au-delà du rapport signal à bruit visé.

La méthode des diagrammes EXIT (*EXtrinsic Information Transfert*) inventée par ten

Brink [84] permet de visualiser les échanges d'information lors d'un traitement itératif en réception.

La méthode consiste à représenter sur un diagramme la caractéristique de transfert des fonctions du traitement itératif. On définit la caractéristique (ou fonction) de transfert d'un traitement à entrées et sorties pondérées SISO comme la mesure de l'information mutuelle sortante en fonction de l'information mutuelle entrante. D'abord développé pour les turbocodes, cet outil est adapté aussi aux processus itératifs en général, notamment la turbo-démodulation [60], la turbo-égalisation [89] et les systèmes MIMO itératifs [37].

2.3.1 Mesure de l'information mutuelle

Si \mathcal{L}_x , représentant une information pondérée de l'élément binaire $x \in \{-1, +1\}$, est caractérisée par la densité de probabilité $f_{\mathcal{L}}(\mathcal{L}_x|x)$, alors l'information mutuelle moyenne $I(\mathcal{L}, x)$ est une mesure de la quantité d'information apportée par \mathcal{L}_x sur x . En utilisant la définition de l'information mutuelle (2.8), on obtient

$$I(\mathcal{L}, x) = \frac{1}{2} \sum_{x \in \{-1, 1\}} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\mathcal{L}}(l|x) \log_2 \left(\frac{2f_{\mathcal{L}}(l|x)}{f_{\mathcal{L}}(l+1) + f_{\mathcal{L}}(l-1)} \right) dl \quad (2.44)$$

La grandeur L choisie correspond ici aux LRV. Pour cela, deux hypothèses sont faites sur les LRV représentant l'information *a priori* :

- Ils suivent une distribution gaussienne.
- La densité de probabilité $f_{\mathcal{L}}(l|x)$ est *consistante*, c'est à dire qu'elle vérifie la condition de symétrie exponentielle que l'on peut écrire $f_{\mathcal{L}}(l|x)f_{\mathcal{L}}(l-x)^{-1} = \exp(l)$.

Les résultats de simulation suggèrent que ces deux hypothèses sont correctement approchées par les LRV pour des entrelacements de grande taille et après quelques itérations de décodage. Grâce à ces hypothèses, la densité de probabilité $f_{\mathcal{L}}(l|x)$ est modélisée par une variable aléatoire gaussienne de variance σ_a^2 et de moyenne μ_a , avec $\sigma_a^2 = 2\mu_a$:

$$f_{\mathcal{L}}(l|x) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\mu_a}} \exp \left(\frac{-(l - \mu_a x)^2}{4\mu_a} \right) \quad (2.45)$$

Une information mutuelle nulle indique que L_x n'apporte aucune information sur x . Si l'information mutuelle est égale à un, alors les x sont entièrement déterminés par les L_x .

2.3.2 Application à un système itératif

La mesure de l'information mutuelle dépend du type d'élément à caractériser. Pour un détecteur opérant sur les données issues du canal et bénéficiant d'une information *a priori*, le schéma de mesure est présenté dans la figure 2.8 (a). La mesure dépend ici du canal de transmission et de la fiabilité des informations *a priori*. Le canal est caractérisé par la variance

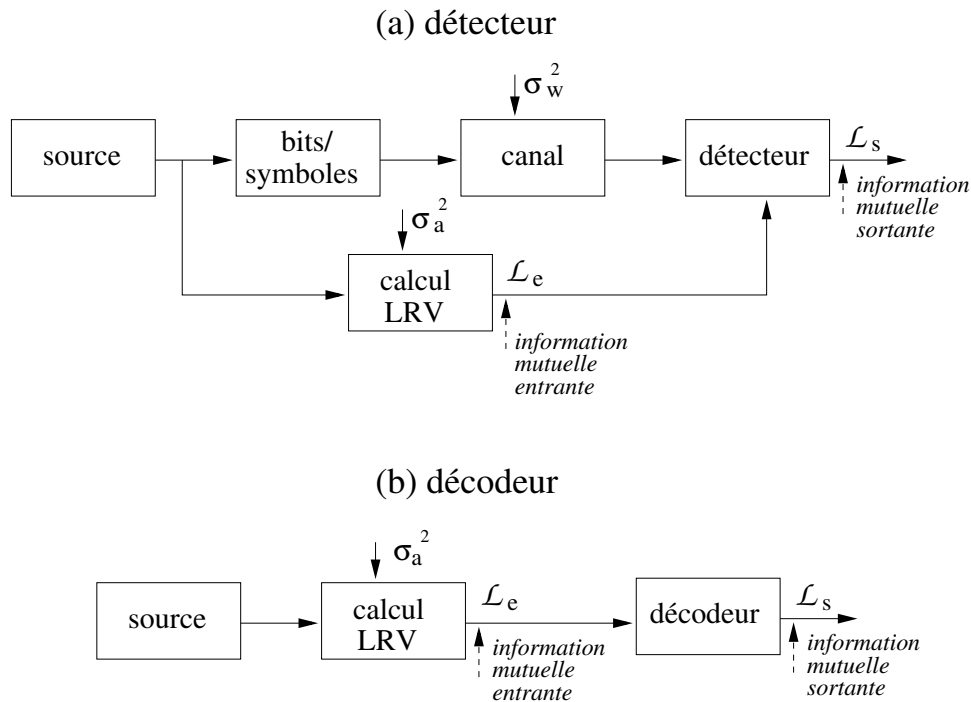


Fig. 2.8 — Protocole de mesure de l'information mutuelle entrante et sortante pour le détecteur et le décodeur de canal.

du bruit σ_w^2 et les informations *a priori* par le terme σ_a^2 . L'information mutuelle entrante est calculée en générant une variable aléatoire gaussienne suivant (2.45). L'information mutuelle sortante est déterminée grâce à (2.44). Pour cela, la densité de probabilité $f_{\mathcal{L}}(l|x)$ est approchée en réalisant un histogramme des LRV sortants. En effectuant des mesures pour différents niveaux de bruit, on obtient un faisceau de courbes.

Dans le contexte de la thèse, le décodeur de canal ne reçoit des informations que du détecteur. Il s'agit donc d'une concaténation série. La mesure d'information mutuelle est effectuée suivant le schéma de la figure 2.8 (b). Dans ce cas, la sortie du décodeur ne dépend que de l'information *a priori* et on obtient une courbe unique indépendante du rapport signal à bruit du canal.

Les résultats de ces mesures donnent les fonctions de transfert de chacun des éléments. Le diagramme EXIT est la représentation de ces mesures dans laquelle :

- pour le détecteur (élément interne), l'information entrante est mise en abscisse et l'information sortante en ordonnée
- pour le décodeur (élément externe), l'information entrante est mise en ordonnée et l'information sortante en abscisse

Cette représentation permet de déterminer la trajectoire d'un décodage itératif. En effet, si on mesure l'évolution de l'information mutuelle pendant un traitement itératif, on obtient une courbe en escalier, chaque marche correspondant à une itération. Cette courbe en escalier se

prolonge jusqu'au point de croisement des deux fonctions de transfert, qui est caractéristique des performances asymptotiques du système.

La figure 2.9 donne un exemple de diagramme. On peut y voir la fonction de transfert du décodeur et celle du détecteur quand le rapport signal à bruit varie. La trajectoire représentée montre la convergence pour un rapport signal à bruit fixé. Le début d'une trajectoire est le point de coordonnées $(0, 0)$ et elle se termine au point de croisement de la courbe du détecteur et du décodeur.

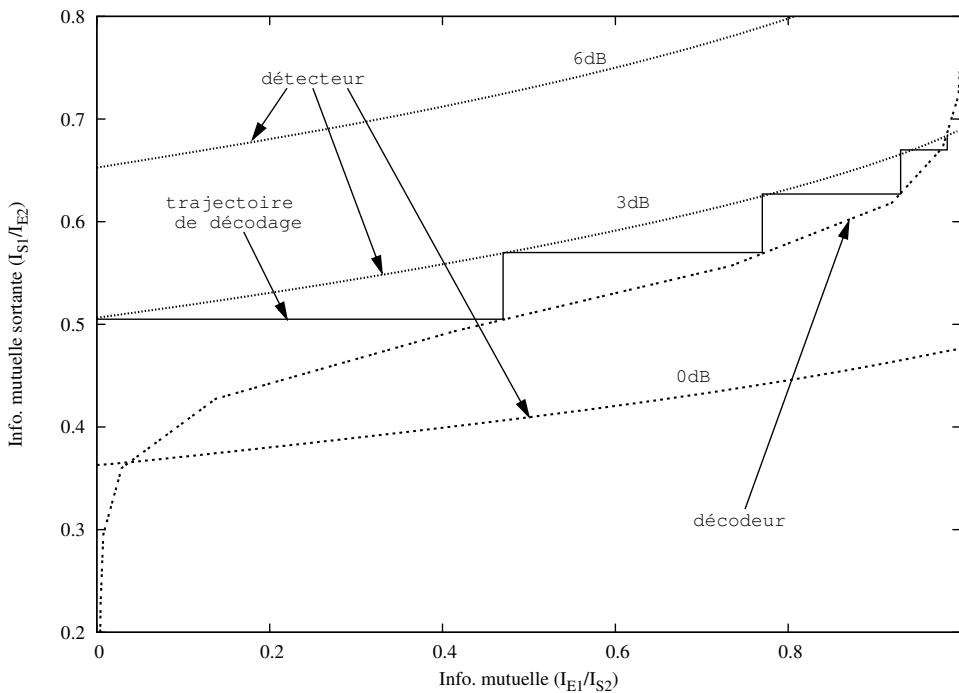


Fig. 2.9 — Exemple de diagramme EXIT pour une détection et un décodage itératif.

Ainsi, le diagramme EXIT donne des indications sur le nombre d'itérations nécessaires, le seuil de convergence et les performances asymptotiques. On dispose ainsi d'un outil qui permet de comparer différents algorithmes de traitement de l'information et ne nécessite pas un temps de calcul extrêmement élevé.

2.3.3 Étude du codage de canal

Les figures 2.10 et 2.11 montrent la mesure de l'information extrinsèque en sortie du décodeur d'un code convolutif utilisant l'algorithme "max-log-MAP".

La figure 2.10 permet d'observer l'impact de la longueur de contrainte du code dans le contexte d'un décodage itératif. Lorsque l'information mutuelle entrante est comprise entre 0.5 et 1.0, l'information mutuelle sortante augmente avec la longueur de contrainte du code. Dans l'intervalle $[0.0, 0.5]$, c'est l'inverse. Ainsi, l'augmentation de cette longueur améliore

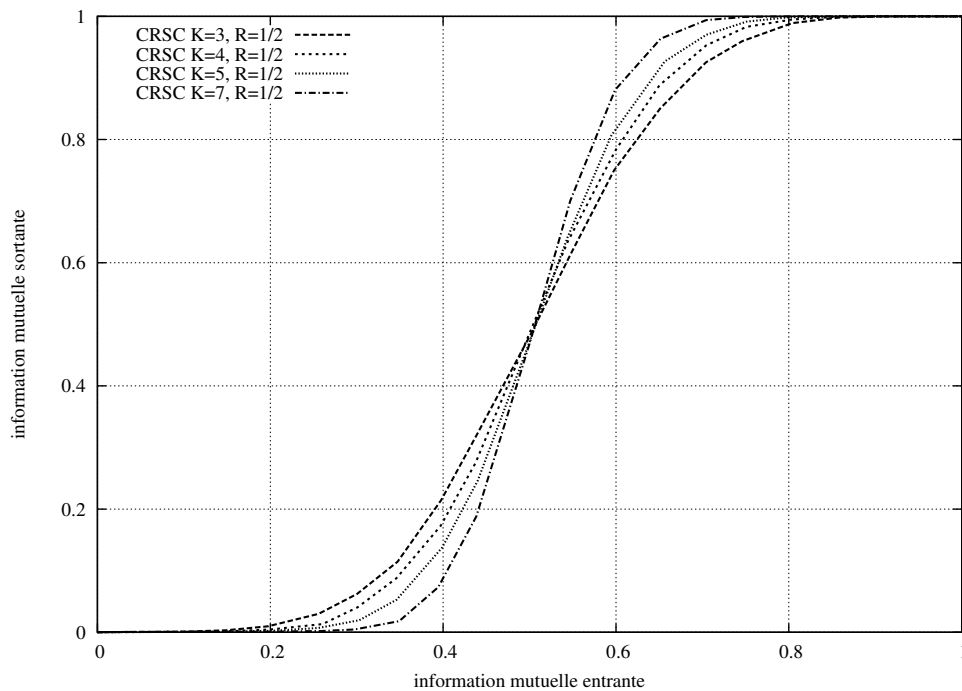


Fig. 2.10 — Fonction de transfert d'un code convolutif récurrent systématique circulaire pour différentes longueurs de contrainte.

le pouvoir de correction du code convolutif, mais retarde la convergence lorsqu'il fait partie d'un système itératif. La figure 2.11 correspond à un code convolutif de longueur de contrainte $K=7$ et de rendement $1/2$ poinçonné pour obtenir les rendements $2/3$ et $3/4$. Le poinçonnage augmente le rendement du code au prix d'une correction des erreurs moins efficace. Au niveau du diagramme EXIT, le poinçonnage se traduit par un décalage vers la droite de la fonction de transfert. Cette augmentation du rendement se fait donc aussi au prix d'une convergence beaucoup moins favorable.

Dans le chapitre suivant, nous utilisons l'information *a posteriori* au lieu de l'information extrinsèque en sortie du décodeur de canal pour un traitement basé sur une annulation d'interférences. Dans les deux cas, l'outil que constitue le diagramme EXIT peut être utilisé. La figure 2.12 montre les mesures respectives des informations extrinsèques et *a posteriori* en sortie du décodeur de canal de longueur de contrainte $K = 7$ et de rendement $1/2$. La courbe de l'information *a posteriori* se situe au-dessus de la courbe de l'information extrinsèque, ce qui permet de prédire une convergence plus favorable. Néanmoins, cela est à relativiser à cause des phénomènes de propagation d'erreurs. Une étude [95] montre à l'aide de diagrammes EXIT et de simulations qu'il est peut-être intéressant d'utiliser l'information *a posteriori* pour l'annulation d'interférence.

Le choix des paramètres du codage de canal doit faire l'objet d'un soin particulier. Une grande longueur de contrainte améliore les performances asymptotiques, mais dégrade la

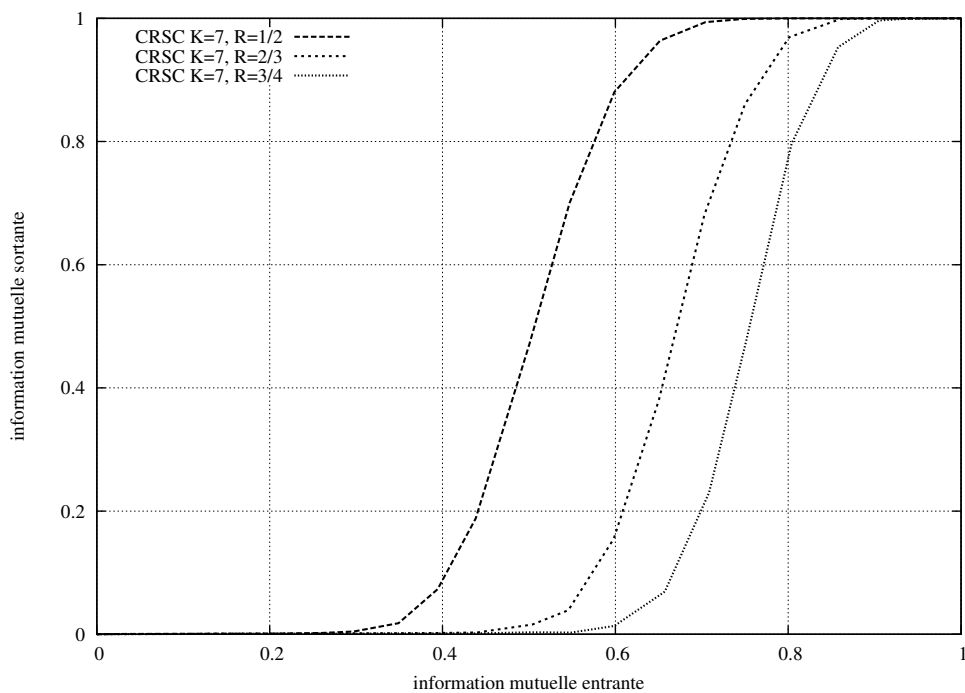


Fig. 2.11 — Fonction de transfert d'un code convolutif récurrent systématique circulaire de longueur de contrainte $K=7$ poinçonné.

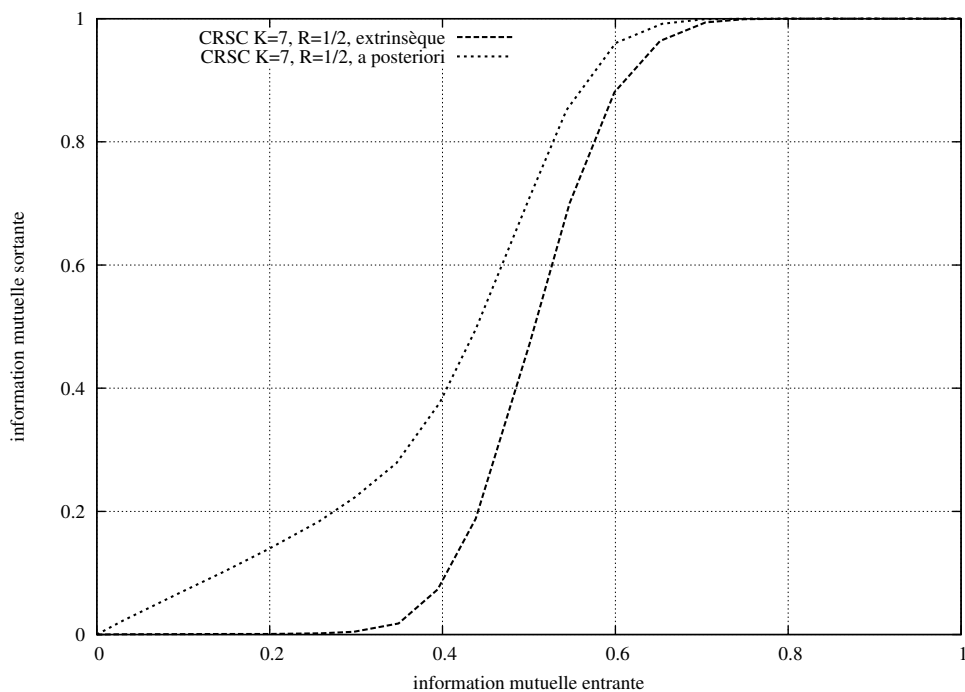


Fig. 2.12 — Fonction de transfert des information extrinsèques et *a posteriori* d'un code convolutif récurrent systématique circulaire de longueur de contrainte $K=7$.

convergence et nécessite une plus grande complexité de décodage. Le code peut être poinçonné pour augmenter le débit de la transmission, mais cela dégrade les performances asymptotiques ainsi que la convergence du système itératif. Ce choix doit donc prendre en compte les contraintes de l'application (débit, taux d'erreur ciblé), du système (complexité, traitement itératif) et de l'environnement (canal, antennes multiples). Enfin, la taille de bloc joue aussi un rôle dans la convergence, mais la représentation en diagramme EXIT suppose celle-ci infinie.

Conclusion

Dans ce chapitre, les différents outils nécessaires à l'évaluation des systèmes itératifs étudiés sont mis en place. En premier lieu, la capacité donne une limite théorique liée au canal de transmission. Pour un canal multi-antennes $N_e \times N_r$ et une modulation d'ordre q , la quantité d'information qui peut être transmise sur le canal est dominée par le produit qN_e . Ensuite, l'étude de la diversité permet de donner la probabilité d'erreur théorique d'un code convolutif de distance minimale d_{min} associé à un système à L branches de diversité sur un canal de Rayleigh. L'ordre de diversité obtenu est dans ce cas égal au produit Ld_{min} et cela montre l'intérêt d'une telle association. De plus, cette étude permet de déterminer une limite théorique des performances des systèmes itératifs décrits dans le premier chapitre en fonction des paramètres choisis. Ces limites ne sont valables que lorsque le système itératif converge. Les diagrammes EXIT des systèmes permettent enfin d'étudier la convergence du processus itératif. Cette méthode, décrite dans la dernière partie de ce chapitre, sera utilisée dans les chapitres trois et cinq.

Traitements itératifs du précodage linéaire

CE CHAPITRE EST consacré au précodage linéaire utilisé pour exploiter la diversité d'un canal à évanouissements. Après avoir décrit les principes de base du précodage linéaire, les performances de celui-ci, sans codage de canal, sont étudiées. Le décodage de type maximum de vraisemblance donne les performances optimales du précodage linéaire. Les traitements linéaires ont une faible complexité, mais offrent de moins bonnes performances.

Quand le précodage linéaire est associé à un code correcteur d'erreur, un traitement itératif peut être mis en œuvre. Nous décrivons tout d'abord une méthode de traitement peu complexe basée sur un récepteur MMSE avec information *a priori*. Cette méthode, adaptée d'un système de turbo-égalisation dans le domaine fréquentiel, permet d'exploiter toute la diversité offerte par le précodage linéaire.

Ensuite, grâce à la généralisation effectuée dans le premier chapitre, nous évaluons les performances de différents traitements itératifs appliqués au précodage linéaire. Cela permet de faire une synthèse de l'état de l'art des méthodes itératives pour le précodage linéaire. Les outils utilisés pour évaluer les différents systèmes sont des simulations de type Monte Carlo ainsi que les diagrammes EXIT présentés dans le chapitre deux. Nous comparons enfin les performances obtenues en faisant varier certains paramètres tels que le choix des matrices, leurs tailles ou encore les paramètres du code correcteur d'erreur.

3.1 Exploitation de la diversité temporelle/fréquentielle

Les canaux de type Rayleigh connaissent des évanouissements qui dégradent la qualité des transmissions numériques. Les techniques de diversité donnent des moyens de lutter contre ces évanouissements. Dans la partie 2.2, les outils théoriques permettant d'évaluer les gains qu'apporte l'exploitation de la diversité ont été exposés. Le codage de canal apporte de la diversité de code, mais souffre cependant des évanouissements du canal. La figure 2.6 montre la perte engendrée par le canal de Rayleigh par rapport au canal BABG. Sur la figure 2.7, le gain apporté par l'association d'un système à diversité et d'un codage de canal est bien visible.

Les techniques de précodage linéaire permettent d'exploiter la diversité dans ses différentes dimensions (temps, fréquence, espace). Ces techniques basées sur des transformations de constellations de symboles ont pour origine les travaux de X. Giraud *et al.* [28], ainsi que J. Boutros *et al.* [10]. Parallèlement à cela, S. Kaiser [40] présente sous l'appellation CDM (*Code Division Multiplexing*) un étalement des données par une matrice de Hadamard. Dans [64], le principe est généralisé sous le nom de précodage linéaire LP (*Linear Precoding*) par X. Ma et G. B. Giannakis.

3.1.1 Principe du précodage linéaire

Dans le cadre d'un canal à évanouissements non sélectif en fréquence, $\mathbf{H} = \text{diag}(h_k)$ représente la matrice d'atténuation du canal. Les informations à transmettre sont groupées en un vecteur de symboles \mathbf{x} . Le précodage linéaire consiste à étaler les symboles à transmettre en multipliant \mathbf{x} par une matrice de précodage \mathbf{D} avant la transmission sur le canal. Le résultat est alors un nouveau vecteur dont chacun des éléments contient une contribution des symboles originaux. Ainsi, plusieurs répliques de ces symboles peuvent subir des atténuations différentes. Il est alors possible en les recombinaison d'obtenir un gain en diversité.

Cette opération peut être vue comme un code en bloc de rendement un, mais qui transforme la constellation choisie (MDP ou MAQ). La matrice de précodage \mathbf{D} de dimension $L \times L$ doit être de rang L pour garantir la récupération des données. Pour assurer un étalement uniforme des symboles et pour ne pas modifier la puissance moyenne, le module de chacun des éléments de \mathbf{D} peut être fixé à $1/\sqrt{L}$.

La relation qui lie les symboles émis \mathbf{x} et les données reçues \mathbf{y} s'écrit

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{D}\mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (3.1)$$

Le gain en diversité potentiel apporté par le précodage peut au maximum être égal à L , mais cela nécessite un système de réception approprié.

3.1.2 Techniques de réception

Concernant les techniques de réception, le critère du maximum de vraisemblance permet d'atteindre les performances optimales, mais la complexité du décodage augmente alors exponentiellement avec la taille de la matrice et l'ordre de la modulation [64]. Un traitement linéaire de type MMSE, beaucoup moins complexe, permet une exploitation partielle de la diversité du précodage linéaire [16]. Lorsqu'il est associé à un codage de canal, un dispositif itératif de type turbo permet d'obtenir toute la diversité du précodage linéaire. Un détecteur itératif basé sur le critère du maximum *a posteriori* MAP a été proposé par Z. Wang *et al.* [99]. Dans [17], M. Debbah *et al.* décrivent un détecteur à annulation successive d'interférences SIC et les premiers récepteurs itératifs basés sur le critère MMSE avec information *a priori* sont proposés par S. Kaiser [40] ainsi que A. Bury et J. Lindner [12]. Dans [54], nous proposons un récepteur itératif basé sur une technique de turbo-égalisation dans le domaine fréquentiel. D. Qu *et al.* [71] utilisent la méthode approchée du récepteur MMSE décrite dans 1.7.4 (MMSE-IC-sous-optimal) pour le traitement du précodage linéaire.

3.1.3 Choix des matrices de précodage

Quand à la matrice de précodage, elle peut être déterminée en fonction d'un critère à optimiser. Dans [64], Ma et Giannakis décrivent une méthode de construction de matrice offrant un gain en diversité maximal pour un décodage de type ML (*Maximum Likelihood*). Ces matrices s'écrivent sous la forme :

$$\mathbf{D}_L = \frac{1}{\sqrt{L}} \begin{bmatrix} 1 & \alpha_1 & \dots & \alpha_1^{L-1} \\ 1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_2^{L-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \alpha_L & \dots & \alpha_L^{L-1} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Si L est une puissance de deux, les α_k peuvent être choisis tels que $\alpha_k = e^{j\pi(4k-1)/2L}$. Sinon, les techniques permettant de déterminer α_k sont données dans [64]. Pour $L = 2$ et 4, cela donne les matrices suivantes

$$\mathbf{D}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{\pi}{4}} \\ 1 & -e^{j\frac{\pi}{4}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_4 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{\pi}{8}} & e^{j\frac{2\pi}{8}} & e^{j\frac{3\pi}{8}} \\ 1 & e^{j\frac{5\pi}{8}} & e^{j\frac{10\pi}{8}} & e^{j\frac{15\pi}{8}} \\ 1 & e^{j\frac{9\pi}{8}} & e^{j\frac{18\pi}{8}} & e^{j\frac{27\pi}{8}} \\ 1 & e^{j\frac{13\pi}{8}} & e^{j\frac{26\pi}{8}} & e^{j\frac{39\pi}{8}} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Dans [57], les matrices utilisées minimisent les interférences pour un traitement MMSE en réception. Les matrices utilisées par S. Kaiser dans [40] sont des matrices de Hadamard. Cette dernière technique est à rapprocher du MC-CDMA (*Multi Carrier - Code Division Multiple Access*) utilisant des codes de Walsh-Hadamard pour l'étalement des données. Les

matrices de Hadamard sont définies récursivement par

$$\mathbf{D}_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{L/2} & \mathbf{D}_{L/2} \\ \mathbf{D}_{L/2} & -\mathbf{D}_{L/2} \end{pmatrix} \text{ with } \mathbf{D}_1 = 1 \quad (3.4)$$

L'utilisation d'une transformée de Hadamard rapide conduit à une implantation extrêmement simple du précodage linéaire et du précodage linéaire inverse. Il s'agit d'une technique similaire à la transformée de Fourier rapide qui permet de réaliser le précodage et son inverse en $L \log_2(L)$ additions.

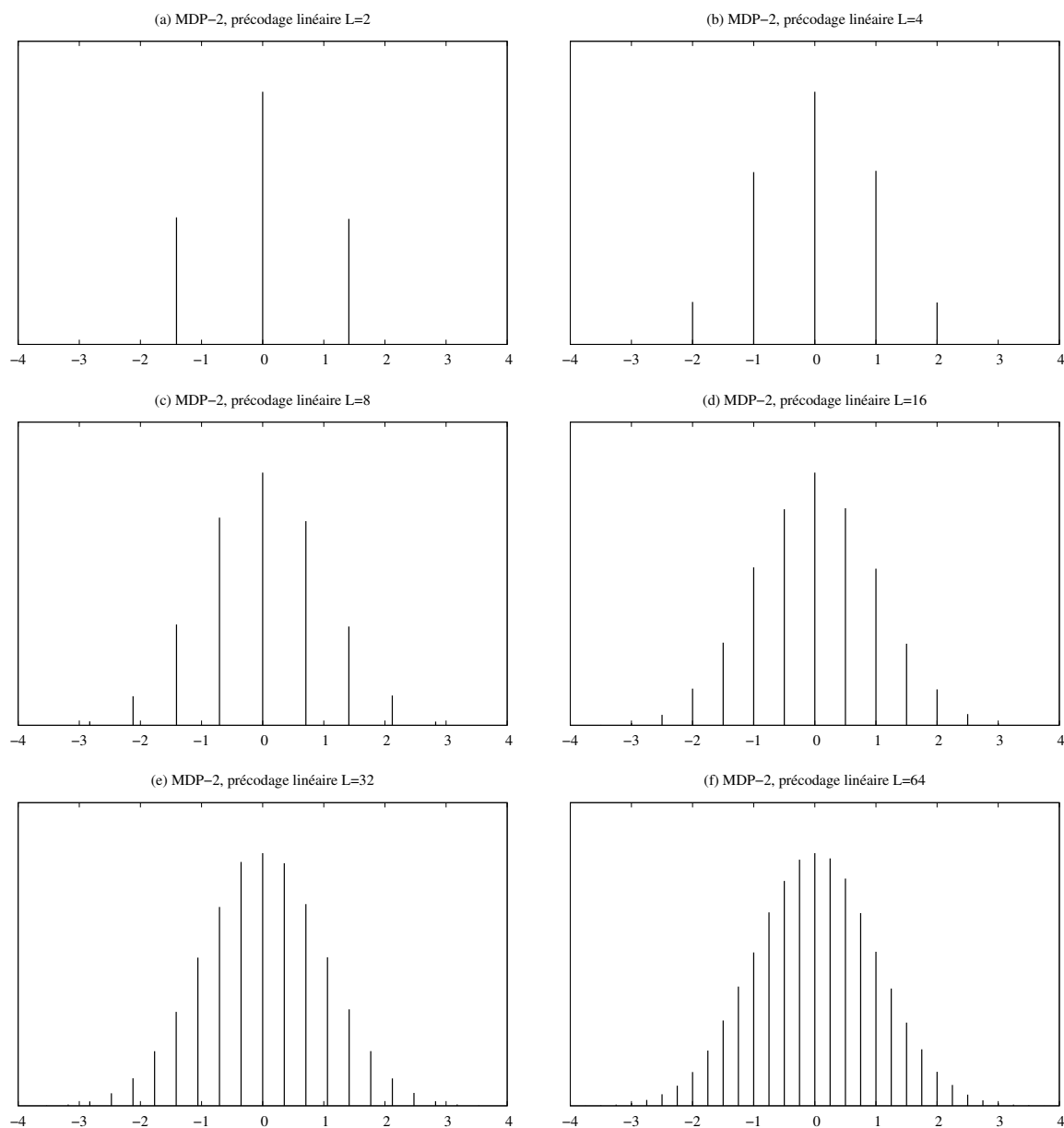


Fig. 3.1 — Distribution des symboles précodés pour différentes tailles de matrices de Hadamard et une modulation MDP-2.

La figure 3.1 montre la distribution des symboles après un précodage linéaire utilisant une

matrice de Hadamard pour une modulation MDP-2. La constellation MDP-2 et les matrices de Hadamard n'ont pas de partie imaginaire, les symboles précodés sont donc réels dans ce cas. On remarque que la taille de la constellation obtenue augmente avec celle du précodage, et que les symboles ne sont plus équiprobables. Cette nouvelle distribution qui semble gaussienne se retrouve à deux dimensions si la constellation d'origine ou la matrice de précodage est complexe [56].

3.2 Précodage linéaire sans codage de canal

Dans cette partie, les performances du précodage linéaire sans codage de canal sont évaluées pour un canal de Rayleigh. Les matrices de Hadamard ainsi que les matrices définies par (3.3) sont testées. Dans un premier temps, un décodage optimal est présenté. Ensuite, des méthodes basées sur des traitements linéaires sont décrites.

3.2.1 Décodage optimal

Lorsque le système ne comporte pas de codage de canal, le critère du maximum de vraisemblance ML est optimal pour le traitement de précodage linéaire. Le décodage consiste à chercher parmi toutes les séquences possibles celle qui est la plus probable. La détection est donc effectuée en calculant

$$\tilde{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x} \in \chi^L} \left(\|\mathbf{y} - \mathbf{D}\mathbf{x}\|^2 \right) \quad (3.5)$$

La complexité d'un tel traitement augmente exponentiellement avec l'ordre de la modulation et la taille du précodage linéaire. Cela ne rend cette méthode praticable que pour des matrices de précodage de petite taille.

X. Ma et G. B. Giannakis ont proposé une borne supérieure de la probabilité d'erreur d'un système avec précodage linéaire et traitement ML sur un canal de Rayleigh [64]. Ainsi, pour un rapport signal à bruit suffisamment élevé, la probabilité d'erreur peut être approchée par la borne suivante

$$P_e \leq G_k \left(G_c \frac{E_s}{4N_0} \right)^{-G_d} \quad (3.6)$$

Les paramètres G_k , G_c et G_d dépendent de la matrice de précodage et du choix de la modulation. G_d est le gain en diversité et sa valeur maximale est L , la taille de la matrice de précodage linéaire. Dans les représentations de P_e en fonction du rapport signal à bruit, G_g est la pente de l'asymptote. Cela est donc à rapprocher de l'ordre de diversité défini dans la partie 2.2. Cet ordre de diversité donne en effet une pente des courbes de probabilité d'erreur à fort rapport signal à bruit sur un canal de Rayleigh. Le décalage par rapport au système sans précodage est donné par le gain de codage G_d et le paramètre G_k . Les matrices définies en (3.2) offrent un gain en diversité maximal, soit 2 pour la matrice de taille D_2 et 4 pour la

matrice D_4 . Les courbes de la figure 3.2 montrent les performances de ces deux précodages linéaires pour une détection de type ML. On observe bien une pente qui croît avec la taille de la matrice utilisée.

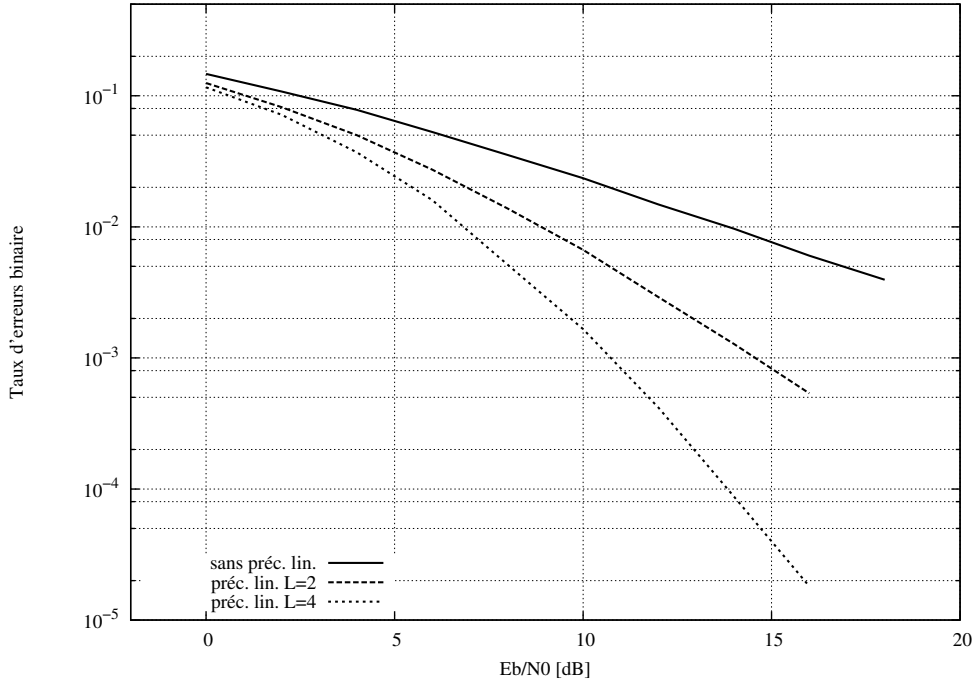


Fig. 3.2 — Transmission précodée sur un canal de Rayleigh pour un traitement ML, une modulation MDP-2 et les matrices définies en (3.3).

Matrices de Hadamard

Dans [64], le gain en diversité G_d est égal à la distance de Hamming minimale $d_h(\mathbf{D}\mathbf{x}, \mathbf{D}\tilde{\mathbf{x}})$ sur tous les couples de vecteurs de symboles $(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}})$. Soit \mathbf{D} la matrice de Hadamard réelle de taille L utilisée comme précodage linéaire et \mathbf{d}_k les lignes de cette matrice. Comme tous les coefficients de \mathbf{D} valent $\pm 1/\sqrt{L}$, le vecteur $\mathbf{x}^k = \sqrt{L}\mathbf{d}_k^T$ est un vecteur de symboles MDP-2 de taille L et il en est de même pour $\tilde{\mathbf{x}}^k = -\mathbf{x}^k$. Comme la matrice \mathbf{D} est orthogonale, on a $\mathbf{D}\mathbf{x}_k = [0, \dots, \sqrt{L}, \dots, 0]^T$, l'unique valeur non nulle étant à la position k . Cela permet d'en déduire que la distance de Hamming $d_h(\mathbf{D}\mathbf{x}_k, \mathbf{D}\tilde{\mathbf{x}}_k)$ est égale à 1. Ainsi, quelle que soit la taille de matrice choisie, il existe des couples $(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}})$ pour lesquels la distance de Hamming $d_h(\mathbf{D}\mathbf{x}, \mathbf{D}\tilde{\mathbf{x}})$ vaut 1. Le gain en diversité du précodage linéaire utilisant une matrice de Hadamard est donc égal à 1 pour un décodage de type ML sans information *a priori*.

La figure 3.3 montre les performances d'un précodage linéaire utilisant des matrices de Hadamard avec un décodage de type ML. On remarque que les courbes de taux d'erreurs semblent parallèles lorsque le rapport signal à bruit est suffisamment élevé. Ainsi, même si les matrices de Hadamard améliorent les performances, le gain en diversité reste limité.

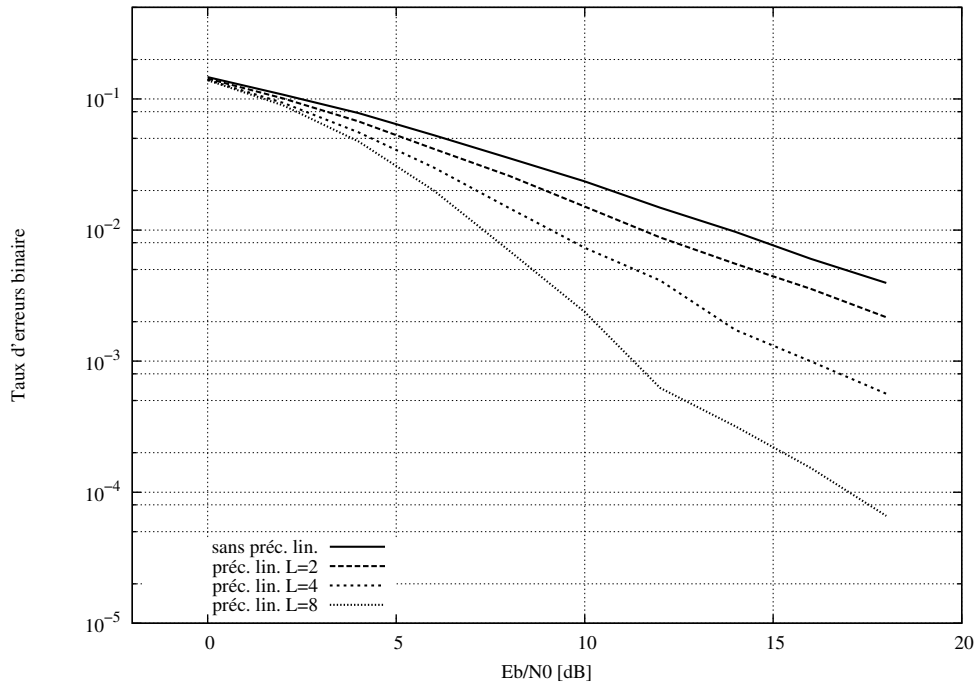


Fig. 3.3 — Transmission précodée sur un canal de Rayleigh pour un traitement ML, une modulation MDP-2 et des matrices de Hadamard.

3.2.2 Traitements linéaires

Les données reçues sont traitées par blocs de la taille du précodage linéaire. Le traitement linéaire du précodage consiste à égaliser le signal reçu puis à le multiplier par la matrice de précodage inverse pour obtenir une estimation des symboles transmis.

Dans [41], Kaiser compare les différentes méthodes d'égalisation appliquées au précodage linéaire.

La matrice des coefficients d'égalisation est notée $\mathbf{P} = \text{diag}(p_k)$ et la matrice de précodage est supposée unitaire ($\mathbf{D}^H = \mathbf{D}^{-1}$). D'après l'équation (3.1), le traitement linéaire permet d'obtenir l'estimation suivante

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{D}^H \mathbf{P} \mathbf{H} \mathbf{D} \mathbf{x} + \mathbf{D}^H \mathbf{P} \mathbf{w} \quad (3.7)$$

La figure 3.4 représente la chaîne de transmission correspondant au traitement linéaire du précodage.

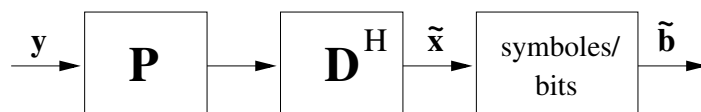


Fig. 3.4 — Traitement linéaire d'une transmission précodée.

Trois méthodes d'égalisation sont particulièrement remarquables :

- L'égalisation à combinaison de rapport de gain maximal (MRC) : les coefficients d'égalisation sont les $p_k = h_k^*$. Ce type d'égalisation permet de collecter la diversité du canal (voir section 2.2), mais produit un terme d'interférence élevé.
- Le forçage à zéro (ZF) utilise l'inverse des coefficients du canal $p_k = 1/h_k$. Ainsi, le terme d'interférence est nul, mais le bruit est fortement amplifié.
- L'égalisation utilisant le minimum d'erreur quadratique moyenne MMSE offre le meilleur compromis entre amplification du bruit et interférences. On peut montrer que ce choix maximise le rapport signal à bruit en sortie du récepteur (voir annexe A). Une analyse des performances d'un tel récepteur sur un canal OFDM est proposée dans [16].

Les courbes 3.5 et 3.6 comparent les performances des différents récepteurs pour une MDP-4 et une MAQ-16 respectivement. Le précodage linéaire utilisé est une matrice de Hadamard de taille $L = 8$ et les simulations sont effectuées sur un canal de Rayleigh. La courbe en trait plein donne les performances du système sans précodage linéaire.

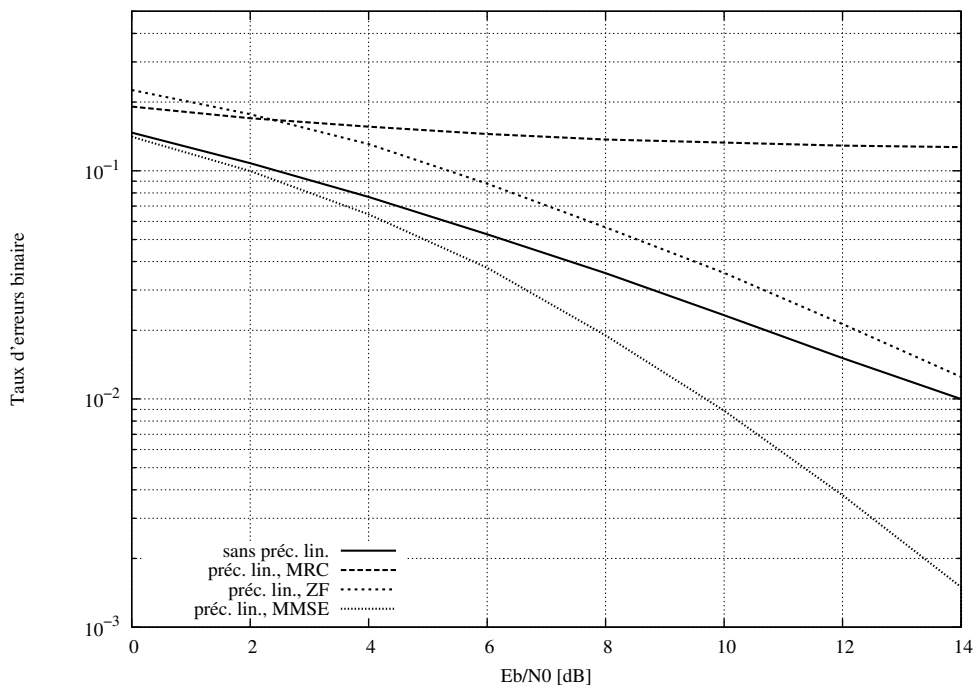


Fig. 3.5 — Traitements linéaires d'une transmission précodée avec une matrice de Hadamard de taille $L=8$ pour une modulation MDP-4 sur un canal de Rayleigh.

Dans les deux cas, le récepteur MMSE est celui qui offre les meilleures performances, toutes valeurs de E_b/N_0 confondues. Pour la modulation MDP-4, le précodage linéaire associé au récepteur MMSE apporte un gain par rapport au système sans précodage. Par contre, dans le cas de la modulation d'ordre élevé MAQ-16, l'ajout du précodage linéaire n'offre un gain que lorsque le rapport signal à bruit est suffisamment élevé. Ainsi, sur la figure 3.6,

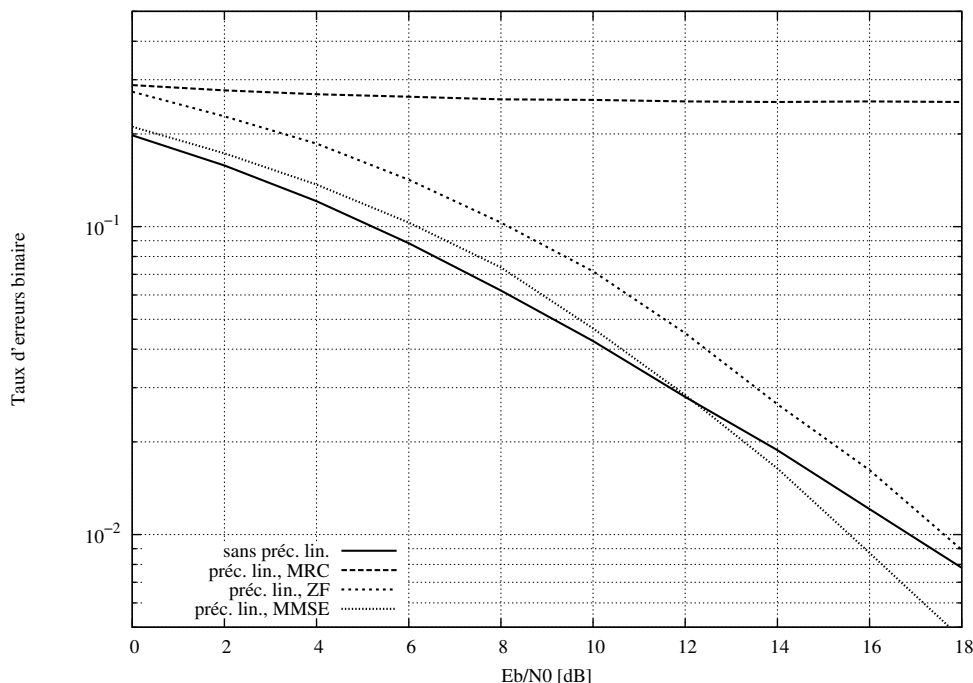


Fig. 3.6 — Traitements linéaires d'une transmission précodée avec une matrice de Hadamard de taille $L=8$ pour une modulation MAQ-16 sur un canal de Rayleigh.

les performances du système précodé avec traitement MMSE sont meilleures que celles du système sans précodage à partir d'un rapport signal à bruit supérieur à 12dB.

Dans tous les cas, les performances restent largement moins bonnes que celles du récepteur à maximum de vraisemblance ML. Celui-ci souffre néanmoins d'une complexité élevée qui limite ses cas d'utilisation.

Pour améliorer les performances et conserver une complexité raisonnable, des dispositifs à retour de décision du type DFE évoqué en 1.3.2 peuvent être mis en œuvre. Dans le cas particulier du précodage linéaire, les dispositifs d'annulation d'interférences de type SIC (*Successive Interference Cancellation*) ou PIC (*Parallel Interference Cancellation*) ont été largement étudiés dans la thèse de Debbah [15]. Bury et Lindner ont aussi proposé dans [12] un traitement à retour de décision basé sur une égalisation MMSE et offrant des performances proches du récepteur ML.

La quasi totalité des chaînes de transmission actuelles utilisent un code correcteur d'erreur comme codage de canal. Le traitement linéaire du précodage étant limité par le problème des interférences, les techniques itératives développées dans le premier chapitre semblent particulièrement appropriées. De nouvelles solutions prenant en compte de l'information issue du décodage de canal ont donc été développées.

3.3 Un traitement itératif pour le précodage linéaire

Les données à transmettre sont codées grâce à une BICM qui utilise un code convolutif systématique récursif décrit dans la section 1.2.2. La modulation est choisie parmi une MDP-2, une MDP-4 ou une MAQ-16. Le précodage linéaire opère à la sortie de la conversion bits/symbole, ainsi que cela est décrit par la figure 3.7. La matrice de précodage $\mathbf{D} = [d_{i,j}]$ utilisée est de taille L , unitaire et vérifiant $|d_{i,j}|^2 = 1/L$ pour tous les couples (i, j) .

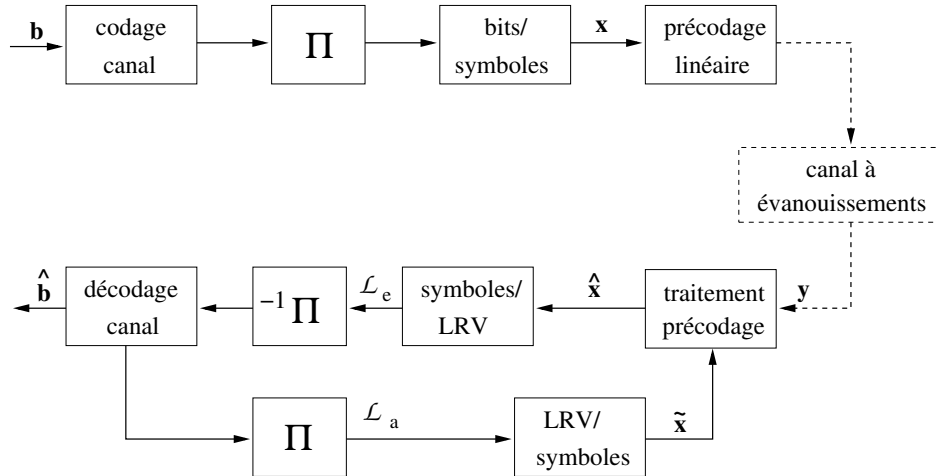


Fig. 3.7 — Chaîne de transmission mettant en œuvre un précodage linéaire, une BICM pour un canal à évanouissements et un traitement itératif en réception.

En réception, les éléments de traitement du précodage ainsi que le décodeur de canal échangent des informations sous forme de LRV. Ce type de structure de décodage a tout d'abord été proposé par S. Kaiser dans [40]. Par rapport à la méthode initialement décrite, il est possible d'améliorer le calcul des coefficients d'égalisation grâce à une estimation de la fiabilité de l'information *a priori* à chaque itération. Dans [48], C. Laot *et al.* proposent ainsi une méthode peu complexe de turbo-égalisation dont les coefficients sont calculés dans le domaine fréquentiel. Nous proposons d'adapter ces résultats pour mettre en œuvre un traitement itératif du précodage linéaire.

3.3.1 Égalisation avec information *a priori*

On considère le schéma de traitement du précodage linéaire de la figure 3.8. Le traitement linéaire du précodage est effectué par la branche supérieure, tandis que la branche inférieure sert à estimer le terme d'interférence grâce aux symboles souples donnés par les LRV en provenance du décodeur de canal à l'itération précédente. Ce terme d'interférence estimé est alors retranché aux données reçues.

La matrice \mathbf{P} est une matrice d'égalisation, comme dans le traitement linéaire du précodage. Les coefficients sont aussi calculés avec le critère MMSE. Cependant, ce critère

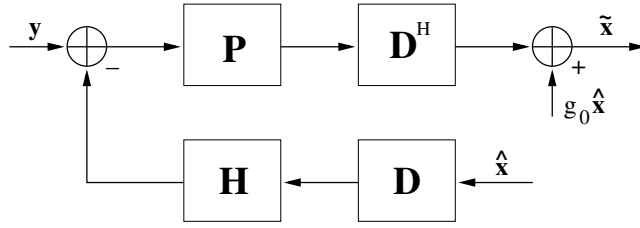


Fig. 3.8 — Traitement linéaire du précodage avec une information *a priori* sur les symboles.

prend ici en compte la présence d'information *a priori* et en particulier la vraisemblance de celle-ci. La matrice d'égalisation doit donc être mise à jour à chaque itération de décodage.

La matrice du canal $\mathbf{H} = \text{diag}(h_0, \dots, h_{L-1})$ (voir (3.1)) est constituée des coefficients d'atténuation du canal durant la transmission d'un vecteur de symboles précodés.

La matrice d'égalisation est aussi diagonale $\mathbf{P} = \text{diag}(p_0, \dots, p_{L-1})$, comme dans le cas du traitement linéaire. Cela est la conséquence du choix d'une matrice de précodage unitaire (voir annexe A). Cette simplification liée au choix de la matrice de précodage a notamment été constatée dans [12] et [15].

Soit $\mathbf{G} = [g_{l,m}]$ la matrice définie par

$$\mathbf{G} = \mathbf{D}^H \mathbf{P} \mathbf{H} \mathbf{D} \quad (3.8)$$

(on peut noter que les termes diagonaux de \mathbf{G} sont tous égaux). La sortie du traitement du précodage linéaire s'écrit alors

$$\tilde{x}_l = \sum_{k=0}^{L-1} d_{k,l}^* p_k w_k + \sum_{m=0}^{L-1} g_{l,m} (x_m - \hat{x}_m) + g_0 \hat{x}_l. \quad (3.9)$$

En fixant g_0 tel que

$$g_0 = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} p_k h_k = g_{l,l} \quad l = 0 \dots L-1. \quad (3.10)$$

la contribution de \hat{x}_l est ainsi éliminée lors de l'estimation du symbole \tilde{x}_l . La sortie \tilde{x}_l est alors indépendante de l'information apporté par \hat{x}_l . On peut alors réécrire (3.9) comme une somme de trois termes

$$\tilde{x}_l = \underbrace{g_0 x_l}_{\text{symbole désiré}} + \underbrace{\sum_{k=0}^{L-1} d_{k,l}^* p_k w_k}_{\text{bruit}} + \underbrace{\sum_{\substack{m=0 \\ m \neq l}}^{L-1} g_{l,m} (x_m - \hat{x}_m)}_{\text{interférence résiduelle}} \quad (3.11)$$

Les coefficients de la matrice \mathbf{P} sont mis à jour à chaque itération de décodage. Ils sont déterminés en utilisant le critère du maximum du rapport signal à bruit en sortie du détecteur. D'après les résultats donnés dans l'annexe A, ce maximum est atteint pour les coefficients

(p_k) suivants

$$p_k = \lambda \frac{h_k^*}{(\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2) |h_k|^2 + \sigma_w^2} \quad (3.12)$$

où λ est un réel positif indépendant de k . La valeur optimale de λ est déterminée dans l'annexe A en utilisant le critère du minimum d'erreur quadratique moyenne.

L'équation (3.12) donne une manière simple de calculer les coefficients d'égalisation, mais nécessite la connaissance de $\sigma_{\hat{x}}^2$. Cette quantité est estimée en sortie de la conversion LRV/symboles à chaque itération après le décodage de canal par

$$\sigma_{\hat{x}}^2 = E \left\{ |\hat{x}_l|^2 \right\} \approx \frac{1}{N_b} \sum_{l=0}^{N_b-1} |\hat{x}_l|^2 \quad (3.13)$$

N_b étant la taille des blocs codés.

Des méthodes de traitement MMSE itératif proches de celle-ci ont été proposées par Bury et Lindner dans [12] ainsi que dans la thèse de Debbah [15]. La différence avec ces solutions est que le calcul des coefficients d'égalisation prend ici explicitement en compte la fiabilité de l'information *a priori*. Dans [12], ce facteur est déterminé empiriquement, tandis que dans [15] il est calculé par récurrence en l'absence de codage de canal.

3.3.2 Cas particuliers

Lors de la première itération, le détecteur ne dispose pas d'information *a priori*. On a alors $\sigma_{\hat{x}}^2 = 0$ et $\lambda = \sigma_x^2$ et les coefficients d'égalisation valent alors

$$p_k = \sigma_x^2 \frac{h_k^*}{\sigma_x^2 |h_k|^2 + \sigma_w^2} \quad (3.14)$$

Ce qui correspond à un traitement linéaire simple basé sur le critère MMSE d'écrit en 3.2.2.

Dans le cas où l'information *a priori* en provenance du décodeur de canal est parfaite, on a $\hat{x}_l = x_l$ et $\sigma_{\hat{x}}^2 = \sigma_x^2$. Les coefficients d'égalisation p_k sont alors proportionnels aux h_k^* , ce qui donne

$$\tilde{x}_l \propto \underbrace{x_l \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} |h_k|^2}_{\text{symbole désiré}} + \underbrace{\sum_{k=0}^{L-1} d_{k,l}^* h_k^* w_k}_{\text{bruit}} \quad (3.15)$$

Cette expression est identique à la sortie du récepteur MRC pour L branches de diversité tel que décrit dans la section 2.2.2. Cette expression est indépendante du type de matrice choisie. Il suffit juste que la matrice soit unitaire et que tous ses coefficients aient un module égal à $1/\sqrt{L}$ (voir début de la partie 3.3). Dans ce cas, le gain en diversité obtenu est donc égal à L . Les résultats présentés dans la partie 3.4 viennent confirmer ce résultat.

3.3.3 Résultats de simulation

Deux exemples sont présentés pour différentes modulations et rendements de code. Le modèle de canal utilisé est un canal de Rayleigh. La modulation codée BICM utilise le code convolutif systématique récursif circulaire de longueur de contrainte $K=7$ et la taille des blocs est de 512 octets. Le précodage linéaire utilise une matrice de Hadamard de taille $L=8$.

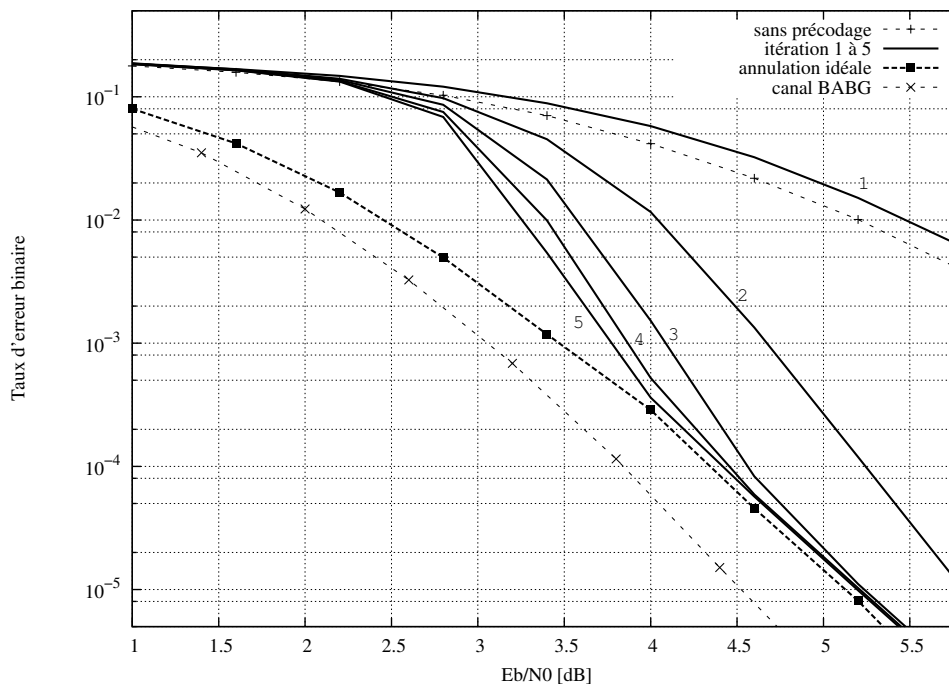


Fig. 3.9 — Système précodé avec une MDP-4 sur canal de Rayleigh, un code CRSC de longueur de contrainte $K=7$ et de rendement $R=2/3$.

Les figures 3.9 et 3.10 présentent les résultats de simulation dans deux cas ; tout d'abord une MDP-4 et un rendement de $R=2/3$, puis une MAQ-16 pour un rendement de $R=1/2$. Les efficacités spectrales sont respectivement de 1.33bit/s/Hz et 2bit/s/Hz. Comme référence, les résultats de la BICM sans précodage linéaire sont présentés pour le canal de Rayleigh et le canal BABG. Les résultats de simulation du système itératif pour une à cinq itérations de décodage sont présentés. De plus, la courbe des performances du système en considérant une information *a priori* parfaite est aussi représentée.

On observe pour les deux modulations une convergence vers les courbes avec information *a priori* parfaite après cinq itérations de décodage. Ces performances sont proches de la référence du canal BABG, indiquant ainsi une bonne exploitation de la diversité présente sur le canal de Rayleigh.

La première itération correspond à un simple traitement MMSE. Pour la modulation MAQ-16, cette première itération offre des performances bien moins bonnes que la courbe de référence sans précodage sur canal de Rayleigh. Les interférences provoquées par le précodage

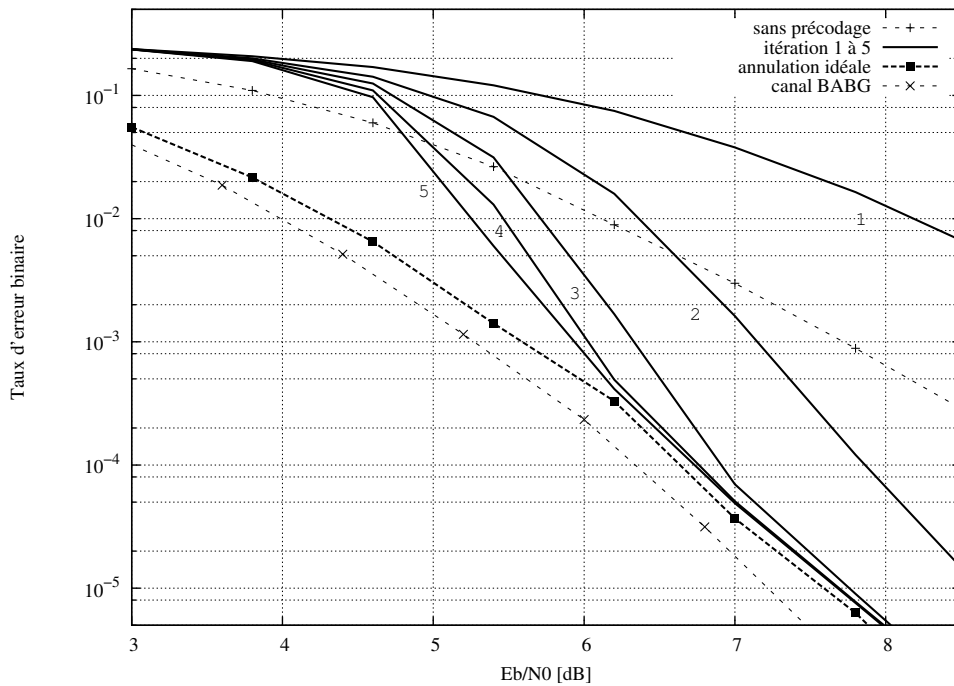


Fig. 3.10 — Système précodé avec une MAQ-16 sur canal de Rayleigh, un code CRSC de longueur de contrainte $K=7$ et de rendement $R=1/2$.

linéaire dégradent davantage les performances de la première itération lorsque la modulation utilisée est d'ordre élevé. Néanmoins, les itérations suivantes permettent de supprimer ces interférences et de profiter du gain en diversité dès que le rapport signal à bruit est suffisamment élevé.

3.4 Étude des performances du système

Les performances du précodage linéaire associé à un code correcteur d'erreurs dépendent de nombreux paramètres. Il peut s'agir de la méthode de traitement itératif, du choix de la matrice de précodage, ou encore des caractéristiques du codage de canal. Ces paramètres jouent un rôle dans la limite des performances atteignables à haut rapport signal à bruit. De plus, ils ont une influence sur la convergence vers cette limite.

3.4.1 Performances théoriques et convergence

Les résultats concernant les systèmes à diversité présentés dans la partie 2.2 permettent tout d'abord d'établir la limite théorique des performances du système sur un canal de Rayleigh. Ensuite, grâce aux diagrammes EXIT présentés en 2.3, la convergence du traitement itératif du système précodé est étudiée.

Performances théoriques

Lorsque le détecteur dispose d'une information *a priori* parfaite, les interférences sont complètement éliminées et le récepteur se comporte comme un récepteur MRC pour L branches de diversité concaténé avec un codage de canal (voir équation (3.15)). Dans la partie 2.2.3, la probabilité d'erreur théorique sur canal de Rayleigh d'un tel système est donnée par l'équation (2.41). La figure 3.11 représente les résultats de simulation du traitement itératif d'un système précodé et les courbes théoriques correspondantes.

Le codage de canal est de rendement $R=1/2$ pour une longueur de contrainte $K=4$ et la modulation est une MDP-2. Les courbes théoriques sont données pour une à quatre branches de diversité et cela correspond aux tailles de précodage linéaire utilisées. Les courbes de simulation sont données pour cinq itérations du traitement itératif décrit en 3.3.1.

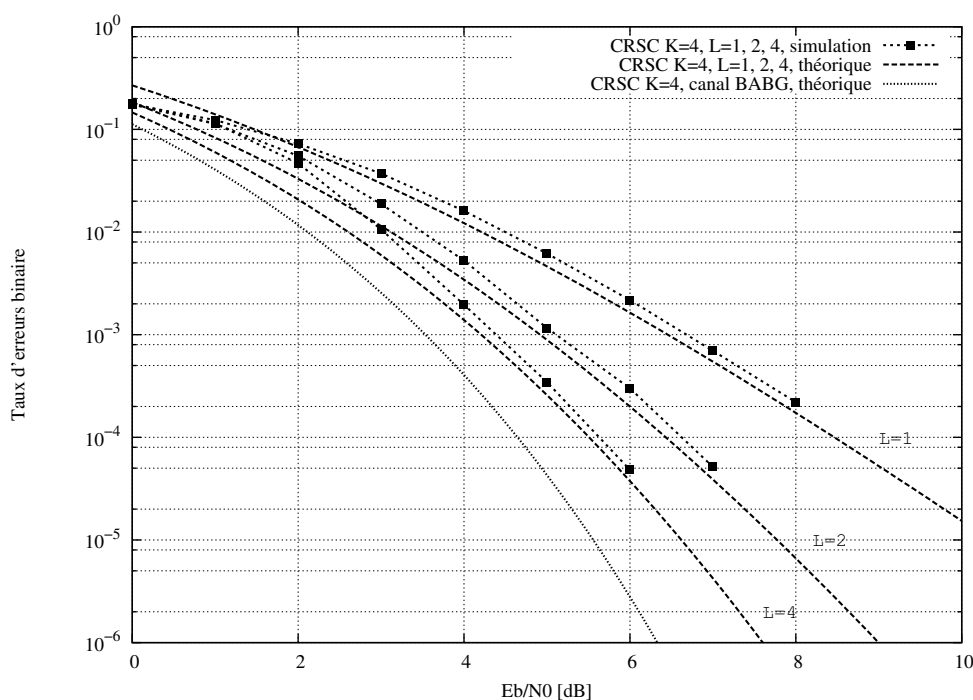


Fig. 3.11 — Système précodé avec une MDP-2 sur canal de Rayleigh, un code CRSC de longueur de contrainte $K=4$ de rendement $R=1/2$, comparaison des résultats théoriques et simulés.

On remarque une convergence rapide des courbes simulées vers les courbes théoriques. Les paramètres utilisés favorisent en effet la convergence du système itératif : code de faible rendement et longueur de contrainte peu élevée, petites matrices de précodage, modulation à seulement deux états. Cela confirme néanmoins l'effet multiplicatif de la diversité de code et de la diversité temporelle. La première est apportée par le code convolutif et la seconde par le précodage linéaire. La distance minimale du code choisi étant égale à 6, on a donc une diversité totale d'ordre 6 sans précodage linéaire, d'ordre 12 avec un précodage de taille $L=2$

et 24 pour un précodage de taille $L=4$. Cet effet multiplicatif de la diversité du précodage linéaire et du codage de canal a été montré par Z. Wang *et al.* [99] ainsi que N. Gresset [30] pour un récepteur MAP itératif.

Convergence du système

Comme cela peut être observé sur les figures 3.9 et 3.10, la convergence vers les courbes asymptotiques ne se produit que pour un rapport signal à bruit suffisamment élevé. Cette convergence peut être étudiée au moyen des diagrammes EXIT décrits dans la partie 2.3.

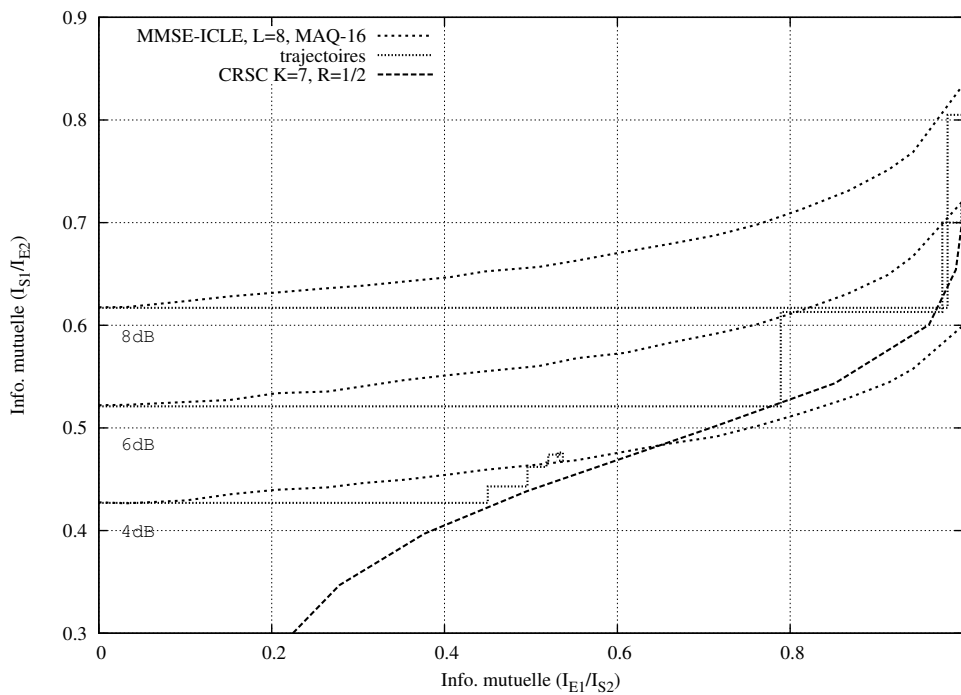


Fig. 3.12 — Diagramme EXIT d'un système précodé avec une MAQ-16 sur canal de Rayleigh, un code CRSC de longueur de contrainte $K=7$ de rendement $R=1/2$, et représentation de trajectoires issues de simulations.

Ainsi, la figure 3.12 montre un digramme EXIT pour la méthode itérative décrite en 3.3.1, une modulation MAQ-16 et une codage de canal de longueur de contrainte $K=7$ et de rendement $R=1/2$. La fonction de transfert du décodeur de canal est représentée, ainsi que celle du traitement itératif pour différents RSB. Des trajectoires sont aussi affichées. Il s'agit de résultats provenant de simulations qui permettent de visualiser l'évolution de l'information mutuelle durant le traitement itératif. Ces mesures, représentées lorsque le système itératif converge, sont dans ce cas assez proches des trajectoires prévisibles.

3.4.2 Paramètres du précodage linéaire

La matrice de précodage peut être caractérisée par son type et par sa taille. Les deux types de précodage comparés dans cette partie sont constitués des matrices des Hadamard (3.4) et des matrices définies par (3.3). Ensuite, l'influence de la taille du précodage sur la convergence du système itératif est étudiée.

Choix de la matrice de précodage

Les matrices complexes définies par (3.3) sont déterminées de manière à maximiser le gain en diversité pour un détecteur basé sur le critère du maximum de vraisemblance ML. Elles sont donc particulièrement adaptées aux systèmes utilisant le traitement MAP itératif décrit en 1.6. Les matrices de Hadamard sont intéressantes pour la faible complexité de leur mise en œuvre.

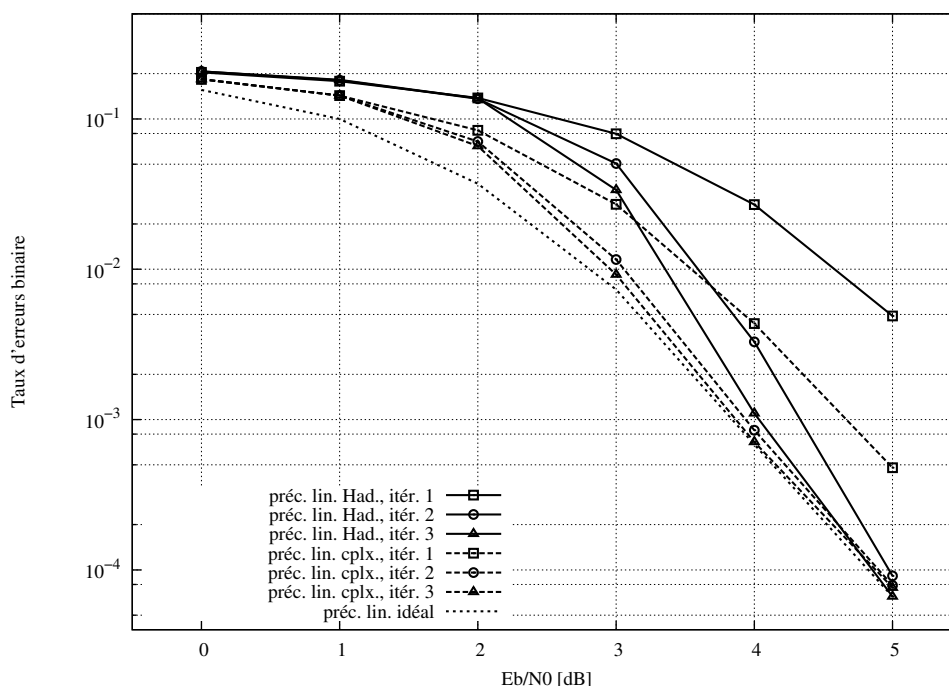


Fig. 3.13 — Précodage linéaire de taille 4 pour une matrice de Hadamard et une matrice complexe définie en (3.3) dans le cas d'une modulation MDP-2 et d'un rendement $R=2/3$ sur un canal de Rayleigh pour un traitement MAP itératif.

La figure 3.13 compare les performances du traitement MAP itératif pour les deux types de matrice. Le précodage linéaire est de taille 4 et la modulation est une MDP-2 de manière à conserver une complexité de traitement raisonnable. Le codage de canal choisi est un CRSC de longueur $K=7$ poinçonné pour un rendement $R=2/3$. Les performances sont données pour 1 à 3 itérations de décodage et on affiche aussi la courbe de taux d'erreurs lorsque le détecteur reçoit une information *a priori* parfaite. Les performances du système utilisant une matrice

complexe sont bien meilleures dès la première itération. Après 3 itérations de décodage, les deux systèmes convergent vers les performances asymptotiques, mais cela se produit plus tard lorsque le précodage linéaire utilise une matrice de Hadamard.

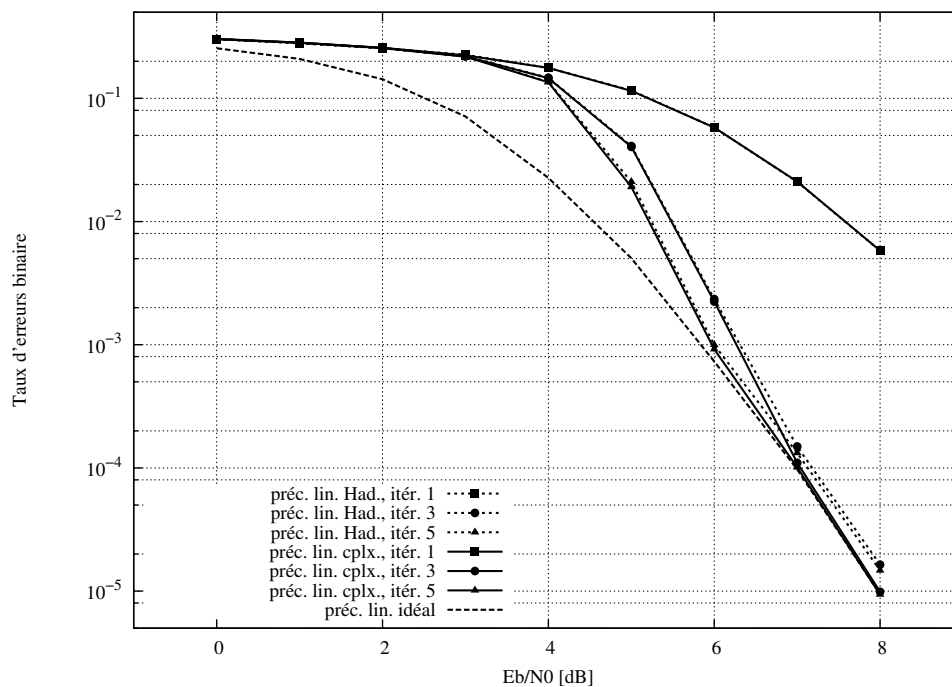


Fig. 3.14 — Précodage linéaire de taille 4 pour une matrice de Hadamard et une matrice complexe définie en (3.3) dans le cas d'une modulation MAQ-16 et d'un rendement $R=1/2$ sur un canal de Rayleigh pour un traitement MMSE itératif.

Le même type de comparaison est établi avec un traitement MMSE et les résultats sont donnés par la figure 3.14 pour une MAQ-16 et un rendement $R=1/2$. Les résultats sont affichés pour 1, 3 et 5 itérations de décodage. Dans ce cas, les deux types de précodage offrent des performances identiques, et notamment une bonne convergence vers la courbe avec une information *a priori* parfaite. Cependant, lorsque l'ordre de la modulation est élevé et que le rendement augmente, on observe que les performances du système itératif sont dégradées (voir section 3.4.3). Il faut noter que dans ce cas, les matrices définies par (3.3) donnent de meilleurs résultats que les matrices de Hadamard (non représentés). Un travail d'optimisation, basé par exemple sur la fonction de transfert de l'information mutuelle, pourrait être mené afin de déterminer les matrices de précodage offrant de bonnes performances pour ce type de traitement. Dans la suite, nous continuons à utiliser des matrices de Hadamard pour conserver un traitement de faible complexité.

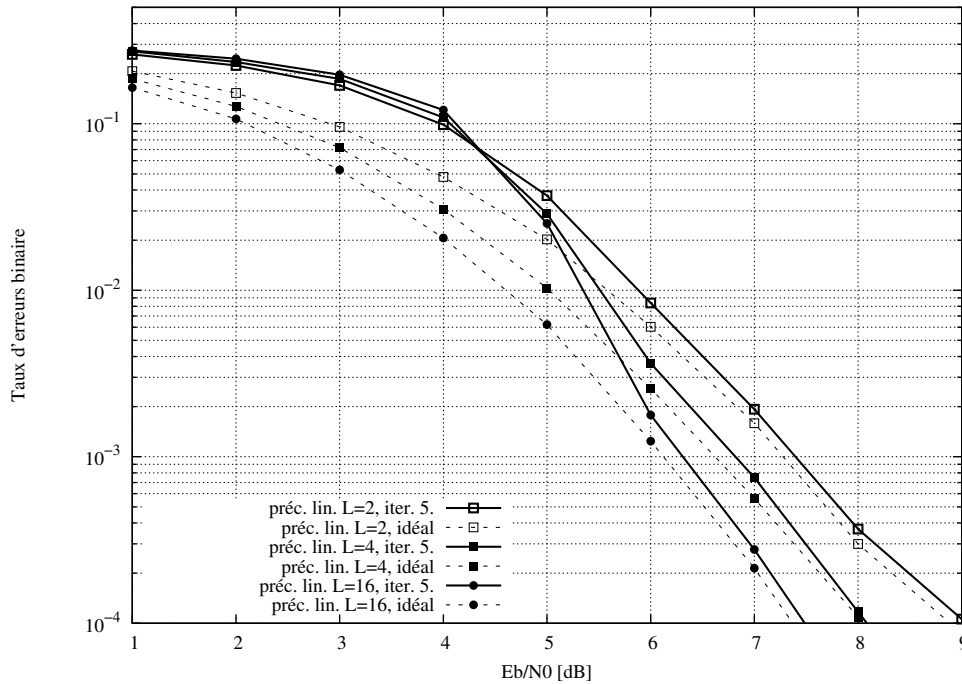


Fig. 3.15 — Système précodé avec une MAQ-16 sur canal de Rayleigh, un code CRSC de longueur de contrainte $K=5$ et différentes tailles de précodage linéaire.

Taille du précodage linéaire

La figure 3.15 donne les performances du système pour différentes tailles de précodage linéaire. La modulation choisie est une MAQ-16 et le codage de canal un CRSC de longueur de contrainte $K=5$ et de rendement $R=1/2$. Le système est simulé pour 5 itérations de décodage et les tailles du précodage linéaire sont $L=2$, $L=4$ et $L=16$. Les courbes pour une information *a priori* parfaite sont aussi représentées.

Quelle que soit la taille du précodage linéaire, il y a convergence vers la courbe avec information *a priori* parfaite. Lorsque la taille du précodage augmente, on observe

- une convergence plus tardive du système
- une amélioration des performances du système à haut rapport signal à bruit

La figure 3.16 illustre ces deux phénomènes pour les modulations MDP-4 et MAQ-16. L'information mutuelle en sortie du traitement du précodage linéaire est représentée pour les différentes tailles de précodage lorsqu'il n'y a pas d'information *a priori*, puis lorsque celle-ci est parfaite. Il s'agit donc des deux extrémités de la fonction de transfert du traitement du précodage linéaire.

Lorsqu'il n'y a pas d'information *a priori*, la mesure de l'information mutuelle correspond à la première itération de décodage. Ces deux courbes sont décroissantes, indiquant une convergence de plus en plus tardive avec l'augmentation de la taille du précodage. On peut remarquer que cet effet est beaucoup plus prononcé pour la MAQ-16 que pour la MDP-4.

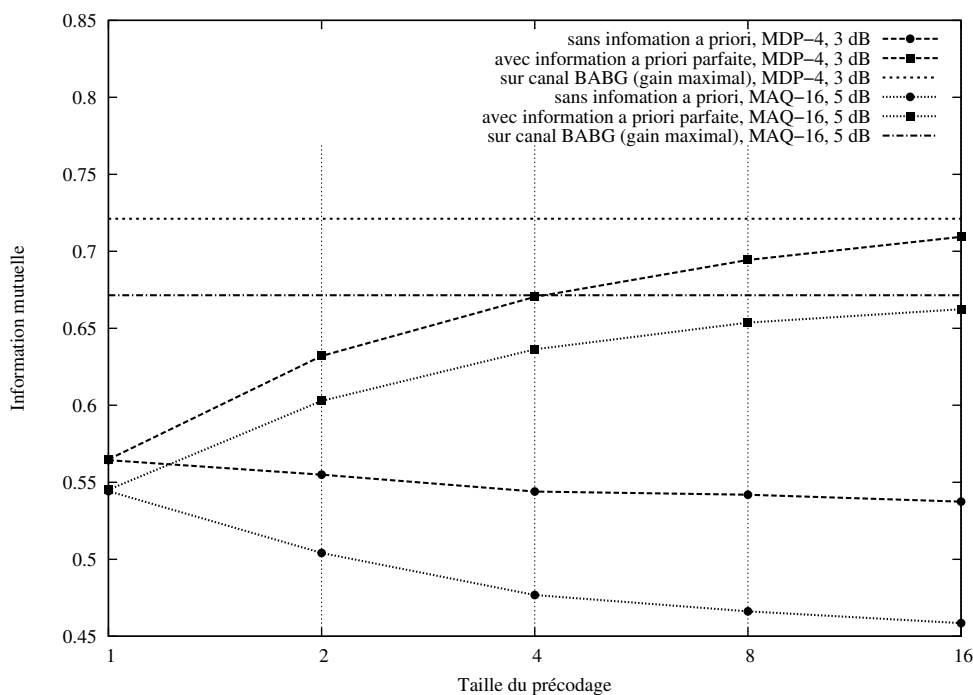


Fig. 3.16 — Information mutuelle en sortie du détecteur sans information *a priori* et avec information *a priori* parfaite pour différentes tailles de précodage linéaire.

Cela indique que le précodage linéaire dégrade fortement les performances pour la MAQ-16 par rapport à la BICM seule lors de la première itération du traitement basé sur le critère MMSE. La figure 3.10 en donne une illustration.

Les mesures avec une information *a priori* parfaite correspondent à une borne inférieure des performances lorsque le système converge. Ces courbes sont croissantes avec la taille du précodage linéaire, illustrant ainsi l'amélioration des performances pour un rapport signal à bruit suffisamment élevé. Lorsque la taille du précodage tend vers l'infini, la mesure tend vers celle obtenue sur canal BABG. Cette mesure donne la limite des performances atteignables grâce au principe du précodage linéaire.

3.4.3 Influence du codage de canal

Le choix des paramètres du codage de canal peut influencer le comportement du système. Pour les codes convolutifs choisis, les paramètres du code sont sa longueur de contrainte et son rendement.

Longueur de contrainte du code

Le choix de la longueur de contrainte du codage de canal résulte d'un compromis entre performances et complexité. La distance minimale du code augmente avec sa longueur de

contrainte, ce qui le rend plus robuste sur un canal à évanouissement. La complexité de décodage est fonction du nombre d'états du code, c'est à dire 2^{K-1} . D'autre part, la figure 2.10 concernant les diagramme EXIT montre que la convergence peut être retardée pour un code ayant une grande longueur de contrainte.

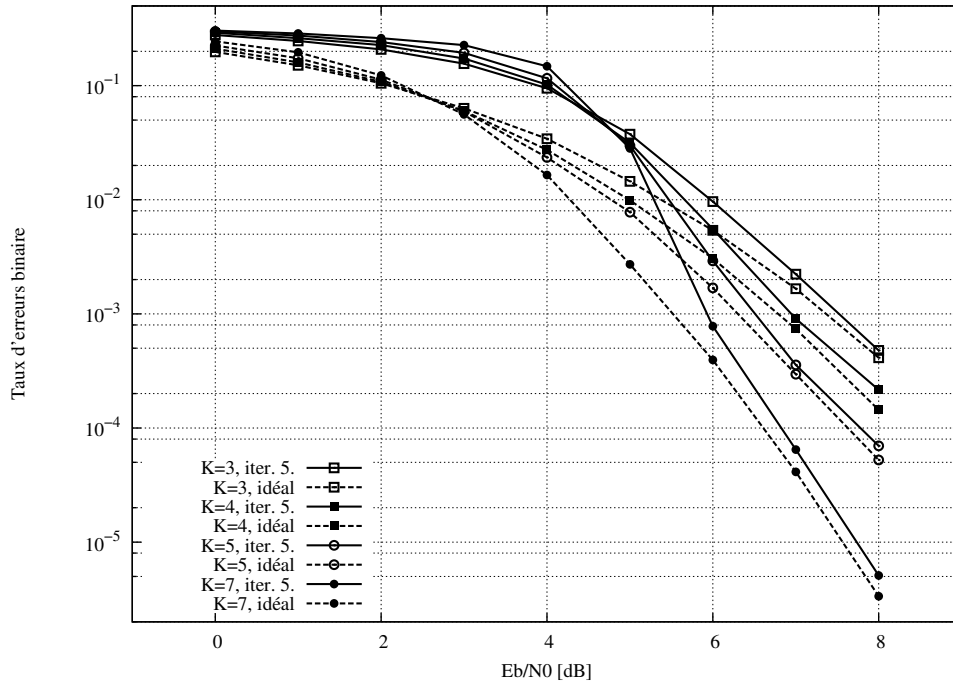


Fig. 3.17 — Système comportant un précodage linéaire de taille 8 avec MAQ-16 sur un canal de Rayleigh et un code CRSC de rendement $R=1/2$.

Les simulations présentées en figure 3.17 permettent de comparer les performances du système lorsque la longueur de contrainte du code varie. Le précodage linéaire utilise des matrices de Hadamard de taille $L=8$ avec le traitement itératif présenté en 3.2.2. La modulation est une MAQ-16 sur canal de Rayleigh. Les codes utilisés ont un rendement $R=1/2$ et les longueurs de contrainte $K=3, 4, 5$ et 7 . Il s'agit des codes récursifs systématiques circulaires décrits en 1.2.2, les blocs étant de taille 128 octets. Les résultats sont présentés pour 5 itérations de décodage et lorsque l'information *a priori* est parfaite. Pour les quatre codes testés, les performances tendent vers la courbe avec information *a priori* parfaite, ce qui montre que le système exploite toute la diversité offerte par le précodage linéaire avec ces différents codes. Il n'y a pas de problèmes de convergence particuliers et cela s'explique par le peu de différences observé entre les fonctions de transfert représentées en figure 2.10.

Rendement du code

Les codes convolutifs décrits dans le premier chapitre ont un rendement naturel de $R=1/2$. Grâce au poinçonnage, le rendement peut être augmenté pour atteindre le rendement $R=2/3$

et $R=3/4$. La quantité d'information transmise est alors augmentée, mais le pouvoir de correction du code en est diminué. De plus, les fonctions de transfert d'information mutuelle en fonction du rendement de code de la figure 2.11 tendent à indiquer une moins bonne convergence du système itératif avec le poinçonnage.

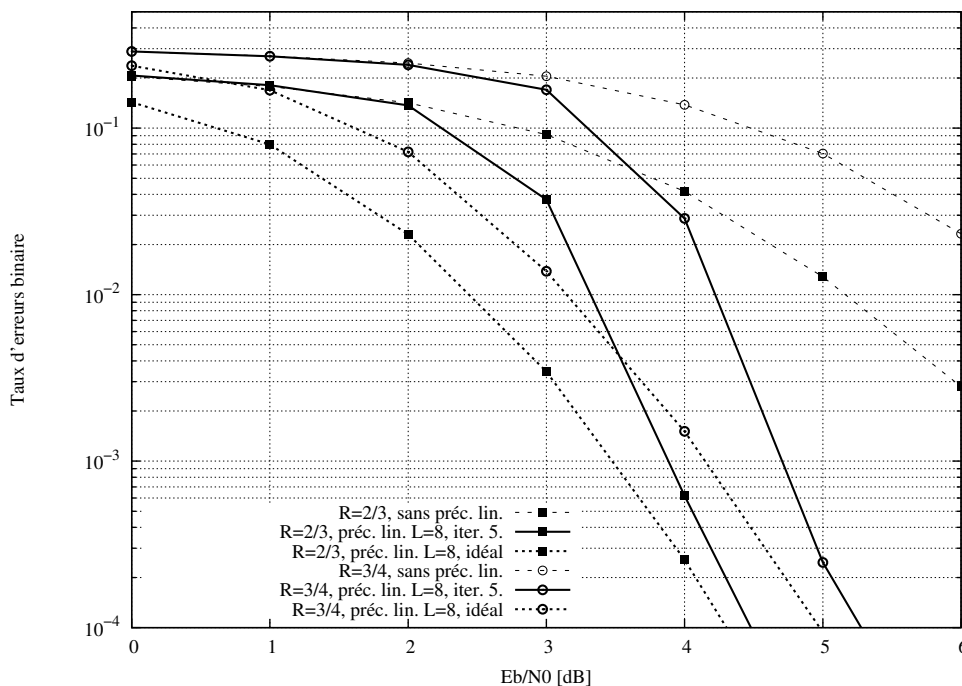


Fig. 3.18 — Système comportant un précodage linéaire de taille 8 avec une MDP-4 sur un canal de Rayleigh, un code CRSC de longueur de contrainte $K=7$ pour les rendements $R=2/3$ et $R=3/4$.

Les courbes des figures 3.18 et 3.19 montrent les résultats de simulation d'un système utilisant un précodage linéaire et un code convolutif poinçonné pour les rendements $R=2/3$ et $R=3/4$. La longueur de contrainte de code est fixée à $K=7$, le précodage linéaire utilise des matrices de Hadamard de taille $L=8$ et les modulations utilisées sont la MDP-4 et la MAQ-16. La taille des blocs est fixée à 192 octets. Les efficacités spectrales obtenues figurent dans le tableau 1.1. Pour les deux modulations utilisées, la convergence vers la courbe avec annulation d'interférence idéale se dégrade lorsque le rendement du code augmente. Le phénomène est beaucoup moins marqué lorsque la modulation est une MDP-4 (figure 3.18) que pour la modulation MAQ-16 (figure 3.19). Ainsi, avec la modulation MAQ-16 et le rendement $R=3/4$, la convergence se produit très tardivement. Par exemple, pour un taux d'erreurs égal à 2.10^{-4} , la différence entre la courbe avec annulation d'interférences idéale et celle du traitement itératif est d'environ 2dB pour la MAQ-16 avec un rendement $R=3/4$. Le précodage linéaire apporte néanmoins un gain sur le système sans précodage même dans ce cas lorsque le taux d'erreurs visé est inférieur à 7.10^{-2} .

Si la longueur de contrainte du code ne joue que faiblement sur la convergence du système,

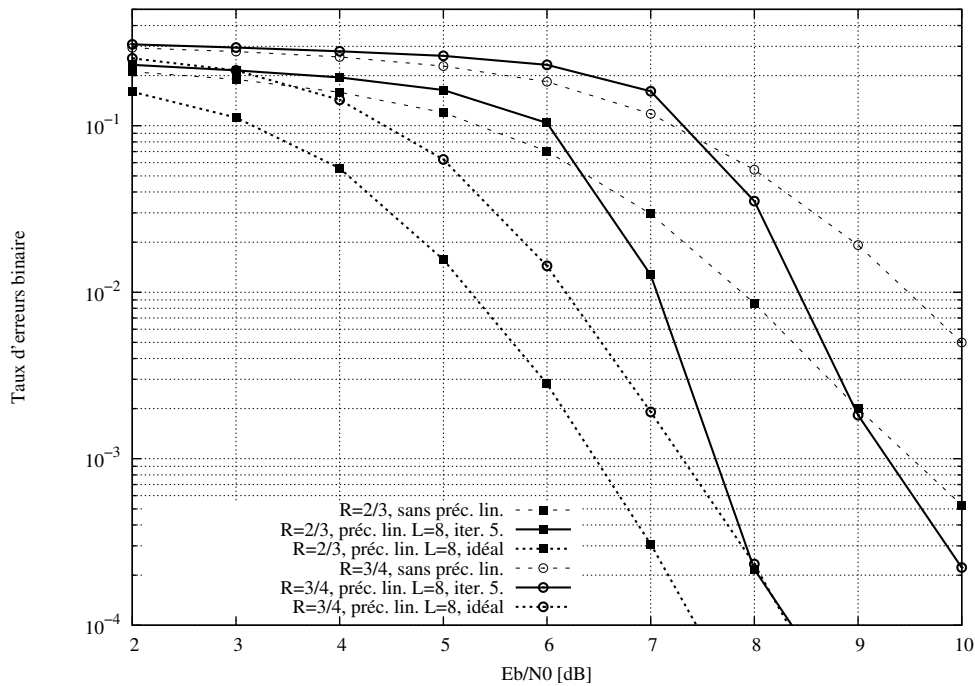


Fig. 3.19 — Système comportant un précodage linéaire de taille 8 avec une MAQ-16 sur un canal de Rayleigh, un code CRSC de longueur de contrainte $K=7$ pour les rendements $R=2/3$ et $R=3/4$.

le rendement peut dégrader notablement les performances du système itératif, surtout lorsque celui-ci est employé avec une modulation d'ordre élevé.

3.5 Comparaison des méthodes de traitement

La méthode de traitement itératif décrite dans 3.3 est identifiable au traitement itératif MMSE-IC-LE présenté dans le premier chapitre. Il suffit pour cela de considérer que la matrice de canal \mathcal{H} utilisée est en réalité le produit de la matrice de canal diagonale \mathbf{H} par la matrice du précodage \mathbf{D} . L'égalisation du traitement MMSE-IC-LE inclue dans ce cas l'égalisation \mathbf{P} et le précodage inverse \mathbf{D}^H effectué ici.

Cette méthode est donc une approximation du traitement MMSE avec information *a priori*. Son avantage, pour le traitement du précodage linéaire est qu'elle ne requiert pas d'inversion de matrice, donc que la complexité du traitement reste modérée.

Les autres méthodes décrites dans le premier chapitre sont aussi applicables dans ce contexte.

Dans [99], Wang *et al.* proposent un système itératif basé sur un détecteur MAP avec information *a priori* pour le traitement du précodage linéaire.

Qu *et al.* [71] utilisent la méthode IC-sous-optimale décrite dans la partie 1.7.4 pour le

traitement du précodage linéaire basé sur des matrices de Hadamard.

En terme de complexité, la quantité de calculs de la détection MAP augmente exponentiellement avec la taille du précodage linéaire et l'ordre de la modulation. L'algorithme MMSE exact nécessite de nombreuses inversions de matrices dont la taille est égale à celle du précodage. Le MMSE-IC-LE et l'IC-sous-optimal ne nécessitent qu'un nombre peu important de calculs. Celui-ci est dominé par les opérations de précodage et de précodage inverse. Si le choix du précodage est celui des matrices de Hadamard, le calcul de celui-ci ne nécessite que $\log_2(M)$ additions par symbole grâce à l'utilisation de la transformée de Hadamard rapide.

3.5.1 Comparaison des détecteurs MAP et MMSE

On compare par des simulations les systèmes utilisant un traitement de type MAP et le traitement MMSE avec information *a priori* décrit en 3.3. Le code utilisé est le CRSC de longueur de contrainte $K=7$ de rendement $R=2/3$. La complexité du détecteur MAP augmentant exponentiellement avec la taille du précodage et l'ordre de la modulation, on se limite à un précodage linéaire de taille $L=4$ utilisant une matrice de Hadamard et une modulation MDP-2.

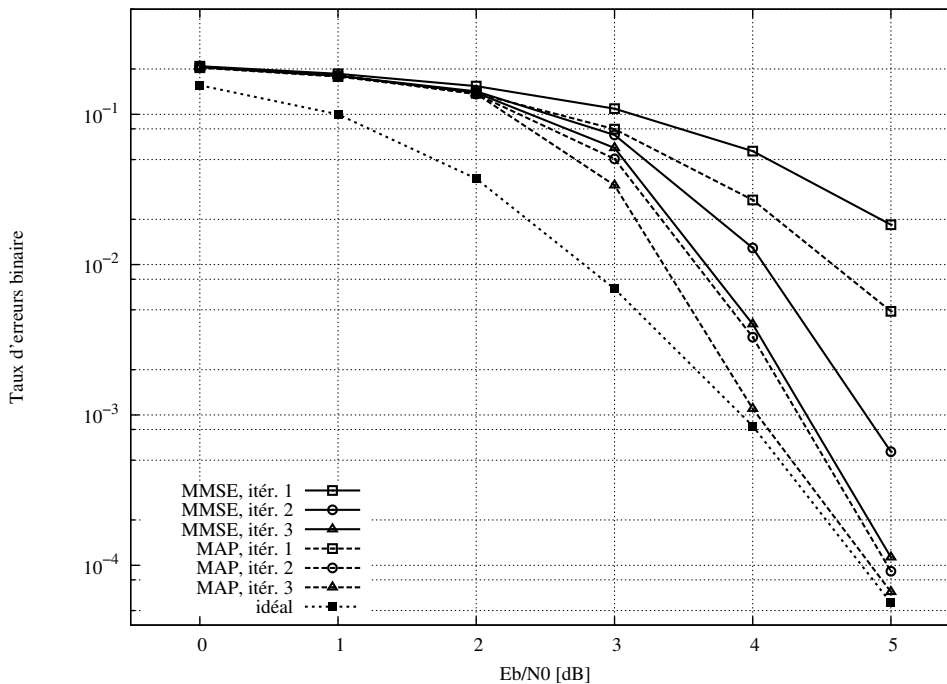


Fig. 3.20 — Comparaison des détecteurs MAP et MMSE avec un précodage linéaire de taille $L=4$ et une modulation MDP-2 sur un canal de Rayleigh.

Les résultats de simulation sont présentés sur la figure 3.20 pour 3 itérations de décodage. Ces 3 itérations sont en effet suffisantes pour obtenir les meilleures performances du MAP dans ce contexte de simulation. On représente aussi les performances en supposant une information

a priori exacte pour le détecteur. Cette borne inférieure est identique pour les deux détecteurs et correspond à un gain en diversité égal à 4. On remarque que, dans cette configuration, la convergence est nettement plus rapide pour le détecteur MAP que pour le MMSE itératif.

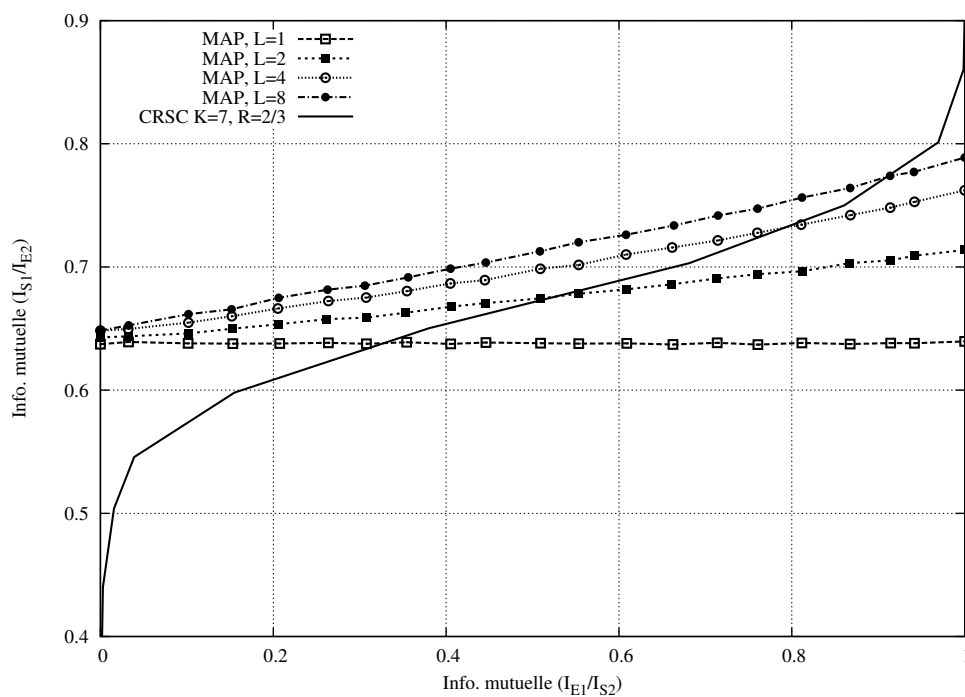


Fig. 3.21 — Diagramme EXIT du détecteur MAP avec un précodage linéaire de taille $L=1$ à 8 et une modulation MDP-2 sur un canal de Rayleigh.

La figure 3.21 représente un diagramme EXIT du traitement itératif utilisant une détection MAP avec information *a priori* pour un précodage linéaire basé sur des matrices de Hadamard de différentes tailles. Contrairement au récepteur MMSE (voir figure 3.16), la valeur de l'information mutuelle en sortie du décodeur sans information *a priori* augmente avec la taille du précodage. Ainsi, plus la taille du précodage linéaire est importante, meilleures seront les performances dès la première itération pour la détection MAP. C'est le phénomène inverse de ce qui est constaté pour le traitement MMSE itératif dans la partie 3.4.2.

3.5.2 Comparaison des différentes approximations du détecteur MMSE

Les simulations effectuées pour comparer les différentes approximations du détecteur MMSE sont représentées en figure 3.22. On utilise un code convolutif récursif de longueur de contrainte $K=5$ de rendement $R=1/2$ et une modulation MAQ-16 sur un canal de Rayleigh. Les courbes sont représentées pour 5 itérations de décodage.

La courbe notée MMSE-exacte correspond au premier détecteur MMSE présenté dans 1.7. Le MMSE-IC-LE correspond à la première approximation du détecteur précédent, identique à la méthode décrite en 3.3. La méthode notée IC-sous-optimale est la dernière décrite en

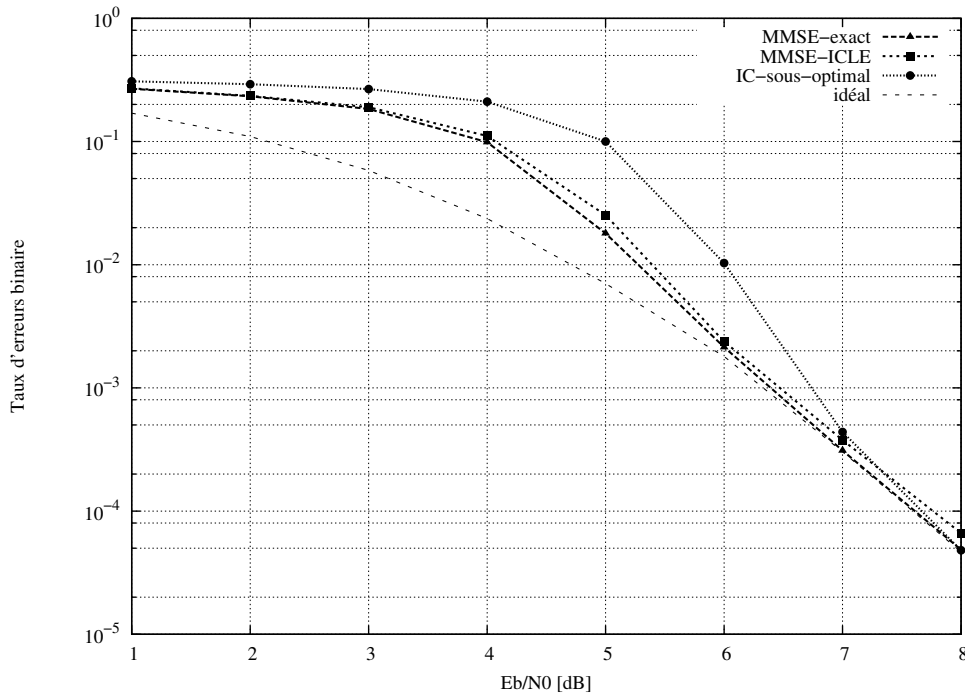


Fig. 3.22 — Différentes approximations du détecteur MMSE avec un précodage linéaire de taille $L=8$ et une modulation MAQ-16 sur un canal de Rayleigh.

1.7.4. Elle consiste à appliquer le filtre MMSE en première itération puis le filtre adapté pour les itérations suivantes. On remarque tout d'abord que les trois méthodes offrent les mêmes performances pour un rapport signal à bruit élevé. La convergence pour les deux premiers récepteurs testés est presque identique, et la troisième est un peu dégradée.

On peut aussi utiliser la méthode des diagrammes EXIT pour comparer les différents traitements possibles. La figure 3.23 montre les fonctions de transfert de l'information mutuelle des différentes méthodes basées sur le détecteur MMSE. Les courbes MMSE-exact et MMSE-IC-LE ont les mêmes points de départ et d'arrivée, mais la première est supérieure à la seconde pour toutes les valeurs d'information mutuelle entrante. Cela correspond bien aux meilleures performances observées pour la première méthode. La courbe IC-sous-optimale est largement en dessous des deux premières pour les faibles valeurs de l'information mutuelle entrante. Néanmoins, elle converge vers le même point lorsque l'information mutuelle entrante tend vers 1. Cela indique les mêmes performances asymptotiques que les deux autres détecteurs, mais une convergence plus tardive.

La comparaison de ces méthodes conduit à choisir le récepteur MMSE-IC-LE dans le contexte de simulation utilisé ici. En effet, les performances sont peu différentes de celles du récepteur MMSE exact et du MAP. Quand à la complexité, elle est bien inférieure, étant donné qu'elle ne nécessite pas d'inversions de matrice grâce à la structure du précodage linéaire.

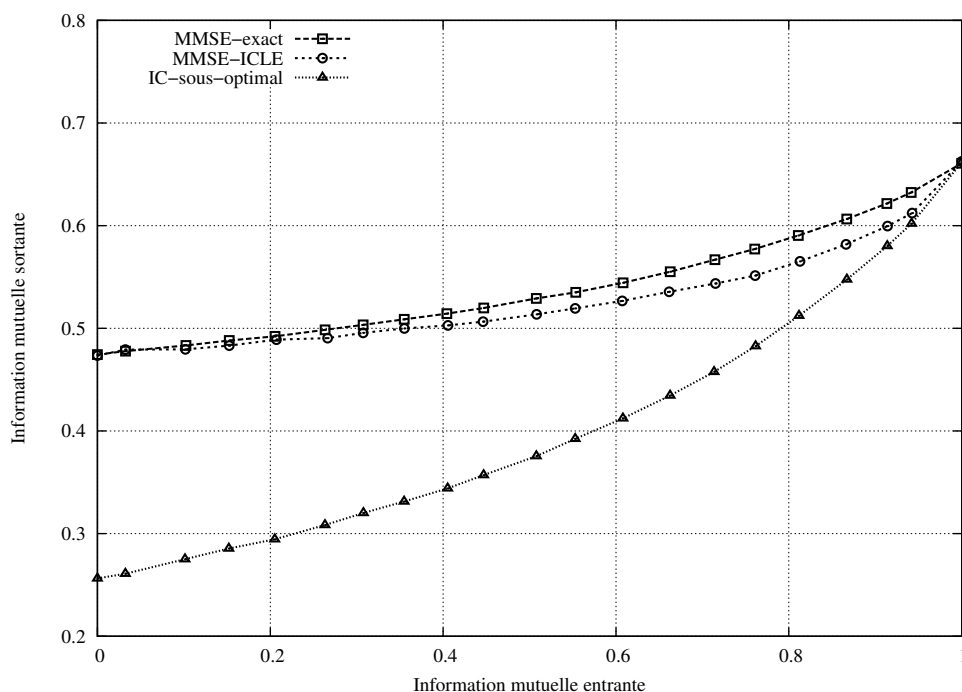


Fig. 3.23 — Fonctions de transfert de l'information mutuelle des différentes approximations du détecteur MMSE pour un précodage linéaire de taille $L=8$ et une modulation MAQ-16.

Conclusion

Dans ce chapitre, le précodage linéaire basé sur des matrices unitaires a été présenté. Nous proposons une méthode de traitement itératif dérivée d'une technique de turbo-égalisation dans le domaine fréquentiel. Les algorithmes décrits dans les parties 1.6 et 1.7 ont été également utilisés pour le traitement itératif du précodage linéaire. Le détecteur MAP offre une convergence plus rapide, mais au prix d'une complexité élevée. La méthode MMSE-IC-LE est un compromis intéressant entre performance et complexité dans les différentes configurations testées. Lorsqu'une information *a priori* parfaite est utilisée en entrée du détecteur, le précodage linéaire apporte un gain en diversité égal à la taille de la matrice utilisée. Ainsi, les courbes théoriques calculées en 2.2 peuvent être utilisées pour prédire la probabilité d'erreur lorsque le système converge. La convergence est étudiée grâce aux diagrammes EXIT. Cela permet par exemple d'observer que l'augmentation de la taille du précodage linéaire retarde la convergence du système lorsque celui-ci est basé sur le critère MMSE. Au contraire, le phénomène inverse se produit pour un détecteur MAP. Les chapitres quatre et cinq permettent d'évaluer l'apport du précodage linéaire dans deux contextes différents : un système OFDM réaliste d'une part et un système à antennes multiples d'autre part.

4 Application du précodage linéaire à l'OFDM

DANS CE CHAPITRE, la technique de multiplexage par division de fréquences orthogonales (OFDM) permet, moyennant une transformée de Fourier du signal transmis, de rendre non sélectif en fréquence un canal multi-trajets. Cependant, l'OFDM n'exploite pas la diversité des trajets multiples. L'atténuation varie donc d'une sous-porteuse à l'autre et le canal présente des évanouissements qui dégradent la qualité de la transmission. C'est pourquoi on lui adjoint en général un code correcteur d'erreurs. Par ailleurs, le précodage linéaire associé à un codage de canal est conçu pour utiliser la diversité offerte par un tel canal. Nous proposons donc d'évaluer cette association sur un canal OFDM en utilisant le traitement itératif décrit dans le chapitre trois. Il est en effet nécessaire de vérifier que ce traitement itératif fonctionne bien dans un contexte où la diversité reste limitée par rapport au canal de Rayleigh utilisé précédemment. Pour cela, on se place dans le cadre d'un standard utilisant l'OFDM pour les réseaux locaux sans fil. Les simulations du système avec et sans précodage linéaire montrent le gain que l'on peut obtenir en exploitant la diversité fréquentielle. Nous utilisons pour cela une représentation d'un canal éventuellement variant dans le temps. Dans ce dernier cas, les variations temporelles ajoutent une dimension de diversité.

4.1 Principe du multiplexage en fréquence

L'augmentation du débit d'une transmission hertzienne provoque des interférences entre symboles liées aux trajets multiples du canal. Le multiplexage en fréquence consiste à répartir les données à transmettre sur différentes porteuses, le débit restant limité sur chacune d'entre elles.

Les premiers systèmes de multiplexage en fréquence utilisaient une combinaison modulateur/démodulateur pour chaque porteuse. Cela conduit à une complexité matérielle très importante et à une sous-utilisation de la bande passante disponible. En effet, dans ce cas, les porteuses doivent être suffisamment espacées pour éviter les interférences entre porteuses.

L'introduction de l'OFDM *Orthogonal Frequency Division Multiplex* a permis de supprimer ces deux problèmes. En 1971, Weinstein et Ebert [101] ont montré qu'un multiplexage par division de fréquences orthogonales revenait à effectuer une Transformée de Fourier Discrète (TFD) inverse de la séquence de symboles à émettre. Comme cela est montré en 4.1.3, cette opération permet de "voir" le canal multi-trajets comme un canal non sélectif en fréquence. Il a cependant fallu attendre les années 90 et les progrès récents en densité d'intégration de circuits pour que cette technique soit appliquée [8]. Aujourd'hui, de nombreuses applications utilisent l'OFDM, par exemple, la télévision numérique et les réseaux sans fil. Enfin, la modulation OFDM a été associée à d'autres techniques permettant par exemple le partage du canal entre plusieurs utilisateurs. Les techniques d'accès multiple du type MC-CDMA sont par exemple développées dans [51].

4.1.1 Modulation et démodulation OFDM

Modulation OFDM

Si $\mathbf{x} = [x_0, \dots, x_{P-1}]$ sont les éléments d'information à transmettre sur P porteuses adjacentes, alors la TFD inverse de cette séquence $\mathbf{X} = [X_0, \dots, X_{P-1}] = \mathcal{F}^{-1}(\mathbf{x})$ s'écrit :

$$X_q = \sum_{p=0}^{P-1} x_p e^{2j\pi p \frac{q}{P}} \quad \text{pour } q \in [0..P-1] \quad (4.1)$$

Soit le signal $X(t)$ défini sur $[0, \tau]$ par

$$X(t) = \sum_{p=0}^{P-1} x_p e^{2j\pi p \frac{t}{\tau}} = \sum_{p=0}^{P-1} x_k e^{2j\pi f_p t} \quad \text{avec } f_p = \frac{p}{\tau} \quad (4.2)$$

Ce signal peut être vu comme le multiplexage en fréquence de la séquence \mathbf{x} sur le jeu de fréquences (f_0, \dots, f_{P-1}) , pendant le temps τ . D'autre part, la séquence \mathbf{X} correspond aux échantillons du signal $X(t)$ aux instants $(qt_s)_{q=0}^{P-1}$, avec $t_s = \tau/P$ le temps symbole. Ainsi, le signal $X(t)$ peut être construit simplement par $\mathbf{X} = \mathcal{F}^{-1}(\mathbf{x})$. La séquence d'échantillons \mathbf{X} est appelée symbole OFDM et les fréquences utilisées sont régulièrement espacées de $\Delta f = 1/\tau$.

Ce jeu de fréquences est dit orthogonal car il vérifie pour tout couple $(p, q) \in [0..P - 1]^2$ la relation

$$\frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} e^{-2j\pi f_k t} e^{-2j\pi f_l t} du = \begin{cases} 1 & \text{si } k = l \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.3)$$

Cette relation garantit l'absence d'interférences entre porteuses lors de la démodulation.

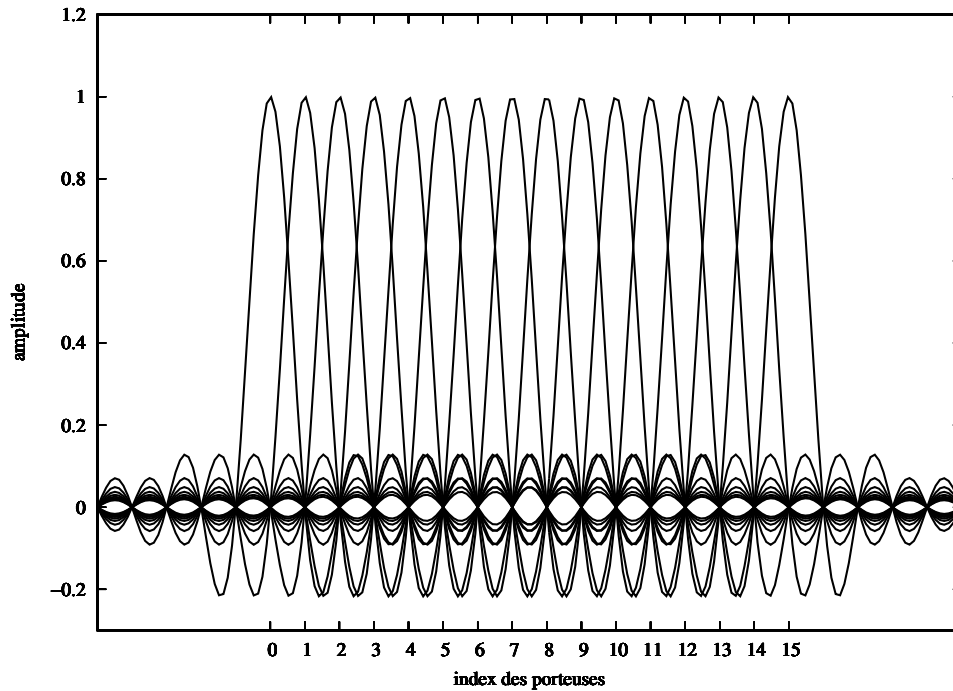


Fig. 4.1 — Représentation des seize sous-porteuses d'un signal OFDM.

La figure 4.1 représente les 16 sous-porteuses d'un signal OFDM. Sur la figure 4.2, on observe le spectre complet de ce signal. On peut remarquer que l'occupation de la bande de fréquence est presque optimale (spectre quasi rectangulaire).

Démodulation OFDM

Grâce à la relation d'orthogonalité donnée par l'équation (4.3), on a :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} X(u) e^{-2j\pi f_p u} du &= \frac{1}{\tau} \sum_{q=0}^{P-1} \left(x_q \int_t^{t+\tau} e^{2j\pi f_q u} e^{-2j\pi f_p u} du \right) \\ &= x_p \quad \text{pour } p \in [0..P - 1] \end{aligned} \quad (4.4)$$

Ainsi, on dispose d'un moyen pour démoduler séparément la porteuse d'indice $p \in [0..P - 1]$. Comme dans le cas de l'émission, il n'est pas nécessaire de démoduler une à une chacune des porteuses (ce qui nécessiterait de nombreux démodulateurs et intégrateurs). Une transformée de Fourier discrète inverse ayant été utilisée en émission, il suffit d'appliquer une transformée

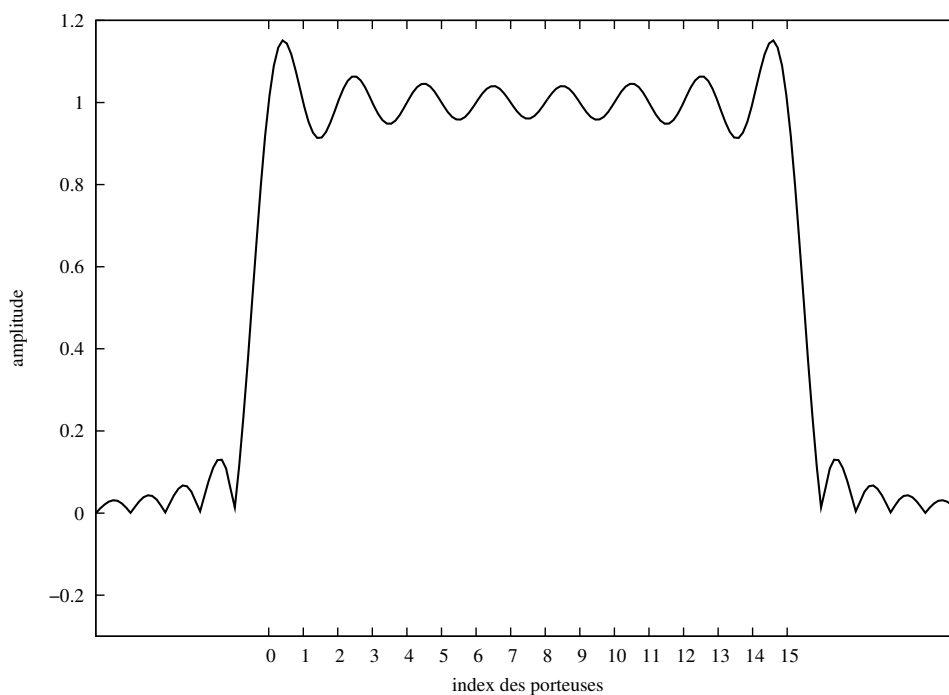


Fig. 4.2 — Spectre d'un signal OFDM composé de seize sous-porteuses.

de Fourier discrète sur le signal reçu et échantillonné pour récupérer simultanément l'ensemble des données émises.

En réalité, le canal considéré est multi-trajets, c'est à dire que le récepteur reçoit le signal émis ainsi que des copies retardées et atténuées de ce même signal. Les symboles OFDM émis les uns après les autres sans précaution risquent alors d'interférer entre eux. De plus, cette perturbation du signal sur une période d'intégration τ vient "casser" la relation d'orthogonalité entre les sous-porteuses, ce qui ajoute des interférences entre porteuses.

4.1.2 Insertion du préfixe cyclique

Pour éviter cela, il est possible d'insérer un intervalle de garde d'une durée supérieure à la mémoire du canal. L'insertion d'un Préfixe Cyclique (PC) consiste à remplir l'intervalle de garde par une recopie d'échantillons du symbole OFDM, de façon à conserver la propriété d'orthogonalité entre les sous-porteuses. La figure 4.3 représente l'insertion du préfixe cyclique qui compose l'intervalle de garde. Dans cette figure, N_g est le nombre d'échantillons qui constituent le préfixe cyclique. Il doit être choisi suffisamment élevé pour que l'intervalle de garde soit d'une durée supérieure à la mémoire du canal. Cependant, l'augmentation de N_g entraîne une diminution du débit utile de la transmission. Le symbole OFDM est alors finalement constitué des P échantillons de la TFD inverse du vecteur de symboles plus la recopie des N_g premiers échantillons.

Dans [67], les auteurs proposent de remplacer le préfixe cyclique par une suite de zéros. Cette technique nommée ZP-OFDM *Zero Padding - Orthogonal Frequency Division Multiplex* [66] permet en plus de combattre les évanouissements du canal mais introduit des interférences qui augmentent la complexité du traitement en réception.

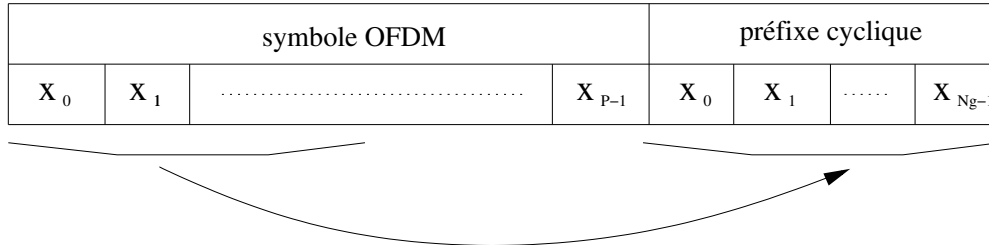


Fig. 4.3 — Insertion du préfixe cyclique composant l'intervalle de garde.

4.1.3 Réponse du canal

Supposons un canal à L trajets comme celui décrit dans la partie 1.1.2. Ces trajets sont espacés chacun d'un temps symbole t_s . De plus, la mémoire du canal est considérée comme inférieure à la durée de l'intervalle de garde, donc $L \leq N_g$. Soit $\alpha = [\alpha_0, \dots, \alpha_{P-1}]$ la suite des coefficients d'atténuation complexes du canal. La taille de α est fixée à P en supposant que $\alpha_k = 0$ si $L \leq k < P$. Chaque échantillon du symbole OFDM subit de plus un BABG noté W_p . Grâce à l'insertion du préfixe cyclique, la sortie du canal s'écrit pour $p \in [0, \dots, P-1]$

$$Y_p = \sum_{l=0}^{P-1} \alpha_l X_{(p-l) \bmod P} + W_p \quad (4.5)$$

Donc, après la transformée de Fourier correspondant à la démodulation OFDM, on obtient

$$y_q = \sum_{p=0}^{P-1} \left(\sum_{l=0}^{P-1} \alpha_l X_{(p-l) \bmod P} \right) e^{-2j\pi q \frac{p}{P}} + w_q \quad (4.6)$$

en appelant $[w_q]$ les coefficients de la transformée de Fourier discrète du vecteur de bruit $\mathbf{W} = [W_0, \dots, W_{P-1}]$. Sachant que la fonction $p \rightarrow e^{-2j\pi q \frac{p}{P}}$ est périodique de période P , les termes de l'équation (4.6) peuvent être réordonnés pour obtenir

$$y_q = \sum_{p=0}^{P-1} X_p \sum_{l=0}^{P-1} \alpha_l e^{-2j\pi q \frac{p+l}{P}} + w_q \quad (4.7)$$

$$(4.8)$$

Si les $[h_k]$ sont les coefficients de la transformée de Fourier des atténuations $[\alpha_l]$, on obtient finalement

$$y_q = h_q x_q + w_q \quad (4.9)$$

Ainsi, le canal sélectif en fréquence est transformé en canal non sélectif en fréquence dont les atténuations correspondent à la transformée de Fourier des trajets du canal.

4.1.4 Estimation du canal

L'estimation de canal est effectuée à l'aide de l'insertion de symboles pilotes. Ces symboles qui sont connus du récepteur permettent d'évaluer la réponse du canal. En contrepartie, ils diminuent le débit utile du système. La place et le nombre de symboles pilotes doivent prendre en compte ce facteur ainsi que les caractéristiques du canal. Diverses méthodes d'estimation du canal ont été proposées. Elles peuvent être basées sur des critères de type MMSE [61], MAP [85] ou EM (*Expectation Maximization*) [74], [59] dans un système itératif. Pour les simulations effectuées dans les parties 4.2.3 et 4.3, le récepteur a une connaissance parfaite de l'état du canal.

4.1.5 Codage de canal pour l'OFDM

La technique OFDM permet de s'affranchir des problèmes d'interférence entre symboles ou entre porteuses. Cela permet d'éviter d'avoir recours à des techniques d'égalisation ou de turbo-égalisation qui peuvent être complexes à mettre en œuvre. Cependant, un canal sélectif en fréquence provoque des atténuations qui varient suivant les sous-porteuses. Il peut se produire sur certaines sous-porteuses des évanouissements qui empêchent la récupération des symboles transmis. Cela se traduit ainsi par des performances assez mauvaises lorsque l'OFDM est employé sans code correcteur d'erreurs.

Une première solution consiste donc à utiliser un codage de canal pour l'OFDM. Ainsi, les symboles fortement dégradés suite à un évanouissement de canal peuvent être récupérés par le décodeur. La diversité de code introduite par le code correcteur d'erreurs permet donc de combattre les évanouissements du canal.

Comme cela a été constaté dans la partie 2.2.3, le gain en diversité d'un code convolutif est égal à sa distance minimale d_{min} . La distance minimale augmente avec la longueur de contrainte K du code, mais la complexité du décodage augmente exponentiellement avec celle-ci.

C'est pourquoi de nombreuses associations de l'OFDM à des codes correcteurs d'erreurs puissants et utilisant des techniques itératives ont été proposées. Dans [62], [44], [88] et [50] des schémas de transmission utilisant des turbocodes et une modulation OFDM sont proposés et évalués. L'utilisation de codes LDPC (*Low Density Parity Check*) pour l'OFDM est par exemple étudiée dans [27]. C. S. Lee *et al.* proposent une comparaison des performances de plusieurs techniques de codage de canal pour l'OFDM [58].

Dans le chapitre trois, l'association d'un précodage linéaire et d'un code convolutif permet d'exploiter efficacement un canal à évanouissements théorique. Le traitement itératif proposé en 3.3 offre une solution à complexité réduite. Dans [55], nous étudions l'apport de cette technique dans le cadre d'un standard pour les réseaux sans fil (voir partie 4.3).

Enfin, lorsque l'émetteur possède une connaissance de l'état du canal, une transmission adaptative peut être effectuée. Par exemple, il est dans ce cas possible d'adapter l'ordre de la modulation et le rendement pour chaque sous-porteuse en fonction de son atténuation [43], [45]. Une autre possibilité est de recourir à une pré-égalisation pour que le rapport signal à bruit reste identique sur chacune des sous-porteuses [42]. Ces techniques sont étudiées en détail dans [34].

4.2 Un standard utilisant l'OFDM

L'OFDM est aujourd'hui largement utilisé dans des applications de la vie quotidienne. Ainsi, la diffusion de la Télévision Numérique Terrestre (TNT) est permise grâce à la norme DVB-T (*Digital Video Broadcasting - Terrestrial*) [21] qui utilise l'OFDM. Un autre exemple est le domaine des réseaux locaux sans fil WLAN (*Wireless Local Area Network*). Le système WiFi (*Wireless Fidelity*) est basé sur le standard IEEE 802.11a [39]. Les applications de télévision numérique et de réseaux sans fil ont cependant des exigences bien différentes.

Dans le cas de la télévision numérique, il s'agit d'une diffusion à un large groupe d'utilisateurs. Il n'y a donc pas de possibilité d'adaptation du lien en fonction de la qualité de réception chez l'utilisateur, ni de possibilité de réémettre les données erronées. Ainsi, le taux d'erreurs requis est très faible (TEB autour de 10^{-10}). Il est obtenu par la concaténation de deux codes correcteurs d'erreurs. Le code interne est un code convolutif de longueur de contrainte $K=7$ et le code externe est un code de Reed-Solomon.

Pour les réseaux locaux sans fil, il s'agit d'une liaison point-à-point bidirectionnelle. Le lien peut donc être adapté en fonction des conditions de transmission. De plus, si un paquet de données est erroné, il peut être retransmis. Dans ce dernier cas, le taux d'erreurs paquet visé est de 10^{-2} . Le code de canal utilisé dans ce cas est simplement un code convolutif de longueur de contrainte $K=7$.

La figure 4.4 est la représentation d'un chaîne de transmission classique comprenant un codage de canal et une modulation OFDM.

4.2.1 Réseaux locaux sans fil : la norme WLAN 802.11a

Les réseaux locaux sans fils dits WLAN ont connu ces dernières années un développement extraordinaire. Cette technologie a été popularisée en Europe sous l'appellation WiFi (*Wireless Fidelity*) et son premier usage est de permettre un accès sans fil à internet. Utilisée d'abord dans les entreprises et chez les particuliers, elle permet maintenant d'offrir un accès à internet dans les lieux publics tels les gares et les aéroports.

Deux normes ont permis les premières implantations des réseaux sans fil : la norme 802.11a définie par l'IEEE et HIPERLAN/2 [22] par l'organisme ETSI BRAN. La couche physique

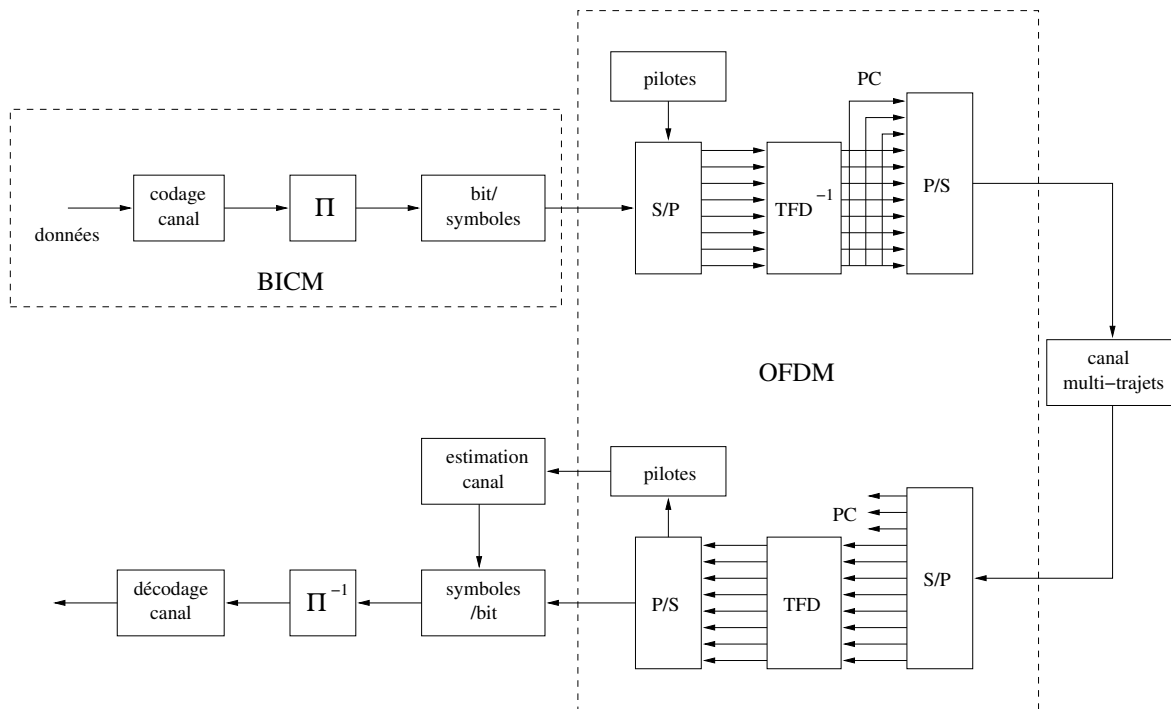


Fig. 4.4 — Chaîne de transmission OFDM avec codage de canal.

des deux normes est similaire et leurs performances respectives sont évaluées dans [18].

En Europe, les réseaux sans fil émettent principalement dans la bande autour de 5.2 GHz. Les deux normes autorisent de nombreux modes de transmission et permettent des débits allant jusqu'à 54 Mb/s. Une description détaillée des deux normes est donnée dans [18].

Cette partie s'intéresse ici uniquement à l'aspect couche physique de la norme 802.11a. Le codage de canal est constitué par le code convolutif non systématique de rendement $1/2$, de longueur de contrainte $K=7$ et représenté par le polynôme $(171,133)_0$. Le code peut être poinçonné de façon à obtenir les rendements $2/3$ et $3/4$ comme cela est décrit en 1.2.2. Les modulations utilisées sont les modulations par déplacement de phase à 2 ou 4 états, ainsi que les modulations d'amplitude en quadrature à 16 ou 64 états. Les couples poinçonnage/modulation autorisés par la norme permettent d'obtenir les différents débits indiqués dans le tableau 4.1.

Le système OFDM a été choisi pour se prémunir des interférences dues aux trajets multiples. La taille de la transformée de Fourier a été choisie égale à 64. Le nombre de porteuses est fixé à 52, dont 4 sont utilisées comme pilotes continus. Ces pilotes servent à corriger la dérive de phase durant la réception d'un paquet. Les deux premiers symboles OFDM de chaque paquet sont entièrement constitués de pilotes qui servent à l'estimation de canal.

Le préfixe cyclique est constitué de la copie des 16 premiers échantillons du symbole OFDM. La fréquence d'échantillonnage est fixée à 20 MHz, ce qui correspond à un temps

Modulation	Rendement	Débit (Mb/s)
MDP-2	1/2	6
MDP-2	3/4	9
MDP-4	1/2	12
MDP-4	3/4	18
MAQ-16	1/2	24
MAQ-16	3/4	36
MAQ-64	2/3	48
MAQ-64	3/4	54

Tab. 4.1 — Les huit modes de transmission possible de la norme 802.11a.

$t_s=50$ ns pour chaque symbole d'information cela donne un temps symbole OFDM de $3.2\mu s$ sans le préfixe cyclique et $4\mu s$ avec.

4.2.2 Modèle de canal utilisé

De nombreux modèles de canaux ont été proposés pour évaluer par simulation les performances des systèmes de transmission. Ces modèles sont toujours des compromis entre réalisme et complexité en terme de calcul.

Nous utilisons un canal à trajets multiples basé sur un profil exponentiel décroissant de la puissance des trajets. Le paramètre τ_{rms} permet de définir la vitesse de décroissance de cette puissance. Le retard entre deux trajets consécutifs est égale à $t_s=50$ ns, la durée de transmission d'un échantillon. Ainsi la puissance moyenne du trajet ayant un retard kt_s par rapport au trajet principal est donnée par

$$|h_k|^2 = K \exp\left(\frac{-kt_s}{\tau_{rms}}\right) \quad \text{avec} \quad K = 1 - \exp\left(\frac{-t_s}{\tau_{rms}}\right) \quad (4.10)$$

Le coefficient K ainsi choisi permet de normaliser la somme des puissances des trajets à 1. Le choix de τ_{rms} dépend de l'environnement et sera fixé à 100 ns dans les simulations. Dans cette situation, l'atténuation est suffisante pour que l'on ne prenne en compte que les 16 premiers trajets. Ainsi, la mémoire du canal ne dépasse pas l'intervalle de garde et il n'y a donc pas d'interférence entre symboles OFDM. La figure 4.5 montre l'amplitude moyenne des trajets de la réponse temporelle du canal.

Le canal est supposé constant durant la durée de transmission d'un symbole OFDM. D'autre part, on envisage deux cas de figure :

- le canal ne varie pas pendant la transmission d'un bloc de données. Une nouvelle réalisation du canal est calculée pour chaque bloc et chaque trajet suit une distribution de Rayleigh. Nous le nommons canal invariant par blocs.

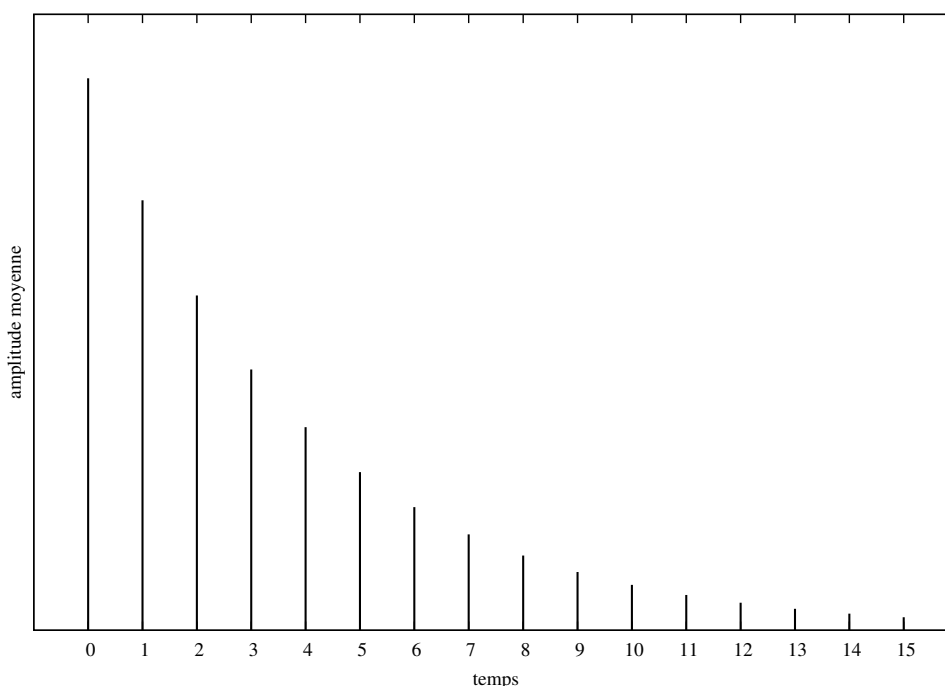


Fig. 4.5 — Amplitude moyenne des 16 trajets de la réponse temporelle du canal.

- le canal varie dans le temps. Dans ce cas, chaque trajet subit une atténuation suivant le modèle de Jakes qui est basé sur l'effet Doppler. Cette atténuation varie lentement dans le temps en fonction de la vitesse de déplacement du récepteur. Pour les simulations, une vitesse de déplacement de 30 m/s (108 km/h) est considérée.

Avec l'OFDM, le canal multi-trajets ainsi défini ne pose pas de problèmes d'interférences. Si on se place à la sortie du système OFDM, l'atténuation vue par les données transmises est alors la réponse fréquentielle du canal comme cela est montré dans 4.1.3. Pour le canal invariant, cette atténuation dépend donc uniquement de l'index de la sous-porteuse. Si le canal varie dans le temps, l'atténuation est aussi fonction de l'instant de transmission.

La figure 4.6 montre les atténuations obtenues pour une réalisation particulière du canal invariant. Sur la figure 4.7, ces mêmes atténuations sont représentées dans le cas du canal variant dans le temps. Le canal invariant par blocs n'offre de la diversité que dans le domaine fréquentiel, tandis que le canal variant dans le temps offre une diversité dans deux domaines : temporel et fréquentiel. Cependant, comme cela peut être remarqué sur la figure 4.7, l'atténuation varie peu entre des symboles voisins. Pour briser cette corrélation dans le domaine temporel et fréquentiel, un entrelacement est nécessaire. Cet entrelacement permet ainsi d'éviter de former des paquets d'erreurs en entrée du décodeur de canal. De plus, la diversité du canal peut alors être exploitée, car on se ramène à des conditions proches du canal de Rayleigh utilisé dans le chapitre trois.

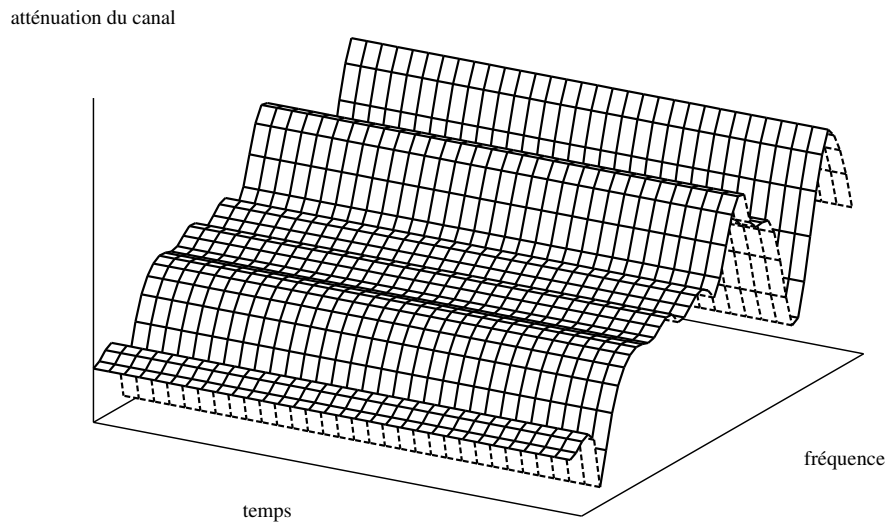


Fig. 4.6 — Atténuations des sous-porteuses pour un canal invariant par blocs.

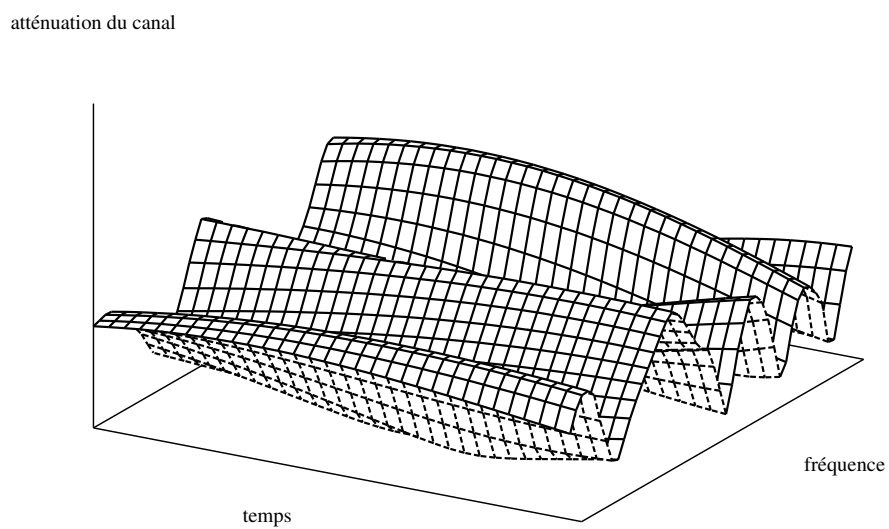


Fig. 4.7 — Atténuations des sous-porteuses pour un canal variant dans le temps.

4.2.3 Performances simulées du système WLAN

Comme dans le standard décrit en 4.2.1, une transformée de Fourier de taille 64 est utilisée et 48 sous-porteuses sont utilisées pour les données utiles. Les atténuations du canal sont supposées parfaitement connues du récepteur. Le codage de canal utilise le code convolutif circulaire de longueur $K=7$ décrit dans la partie 1.2.2 et qui est proche de celui de la norme par sa structure et ses performances. Les modes simulés sont une MDP-4 et une MAQ-16 pour le rendement 1/2 ou 3/4. Étant donné les caractéristiques de l'application, il est intéressant de faire figurer les résultats de simulation en termes de taux d'erreurs paquet (TEP) en plus du taux d'erreurs binaire (TEB).

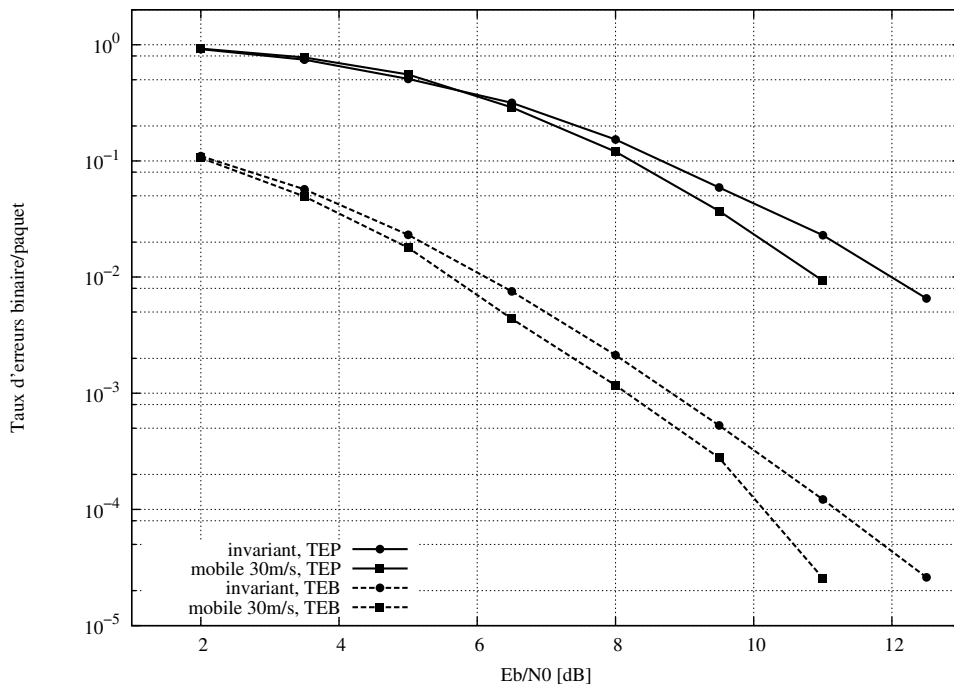


Fig. 4.8 — Système OFDM pour une MDP-4 et un code CRSC de rendement 1/2.

La figure 4.8 montre les courbes de simulation de système pour une MDP-4, un rendement 1/2 sur le canal invariant par blocs et le canal variant dans le temps. La taille des paquets est de 768 octets de données utiles. Les paramètres choisis correspondent à un débit de 12Mb/s ainsi qu'indiqué dans le tableau 4.1. Les performances observées sont meilleures pour le canal variant dans le temps. Le décodeur de canal dispose en effet de plus de diversité à exploiter dans ce cas. Il faut cependant relativiser ce résultat à cause du problème de l'estimation de canal. En effet, cette estimation était supposée parfaite, or en réalité, elle est effectuée grâce aux symboles pilotes positionnés en début de paquets. Cette estimation risque d'être peu fiable en dehors des premiers symboles OFDM du paquet si le canal varie dans le temps. Ainsi il est probable que les variations temporelles du canal dégradent finalement les performances au lieu de les améliorer.

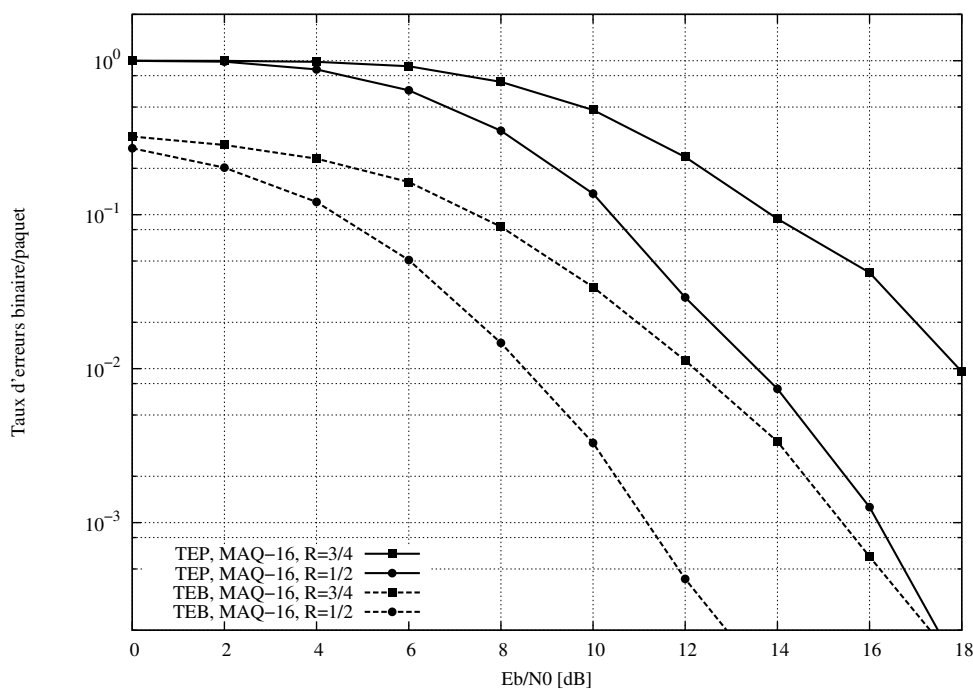


Fig. 4.9 — Simulation du système OFDM pour une MAQ-16 et un code de rendement 1/2 ou 3/4.

La figure 4.9 présente des courbes de simulation pour des débits plus élevés. La modulation est alors une MAQ-16 et les rendements utilisées sont 1/2 et 3/4. La taille des paquets est de 768 octets pour le rendement 1/2 et 792 octets pour le rendement 3/4. Il s'agit de transmettre ainsi un nombre entier de symboles OFDM. Les efficacités spectrales sont alors de 2bit/s/Hz et 3bit/s/Hz et les débits correspondants sont de 24Mb/s et 36Mb/s. Cette augmentation du débit a pour conséquence une dégradation des performances en terme de taux d'erreurs. Le mécanisme d'adaptation du lien permet d'optimiser le débit utile en choisissant le mode de transmission le mieux adapté à l'état du canal.

Les résultats présentés dans cette partie donnent donc les performances d'une BICM pour une modulation OFDM avec des paramètres proches de la norme 802.11a. Dans la suite, un précodage linéaire avec un traitement itératif en réception est inséré dans la chaîne de transmission. Les courbes des figures 4.8 et 4.9 servent dans la suite de référence pour estimer le gain apporté par le précodage linéaire.

4.3 Précodage linéaire pour l'OFDM

Le précodage linéaire décrit dans le chapitre précédent permet d'exploiter la diversité sur un canal à évanouissements. Dans la partie 4.2.2, le système OFDM décrit permet d'éviter les interférences entre symbole, mais ne profite pas de la diversité du canal. Lorsque le précodage

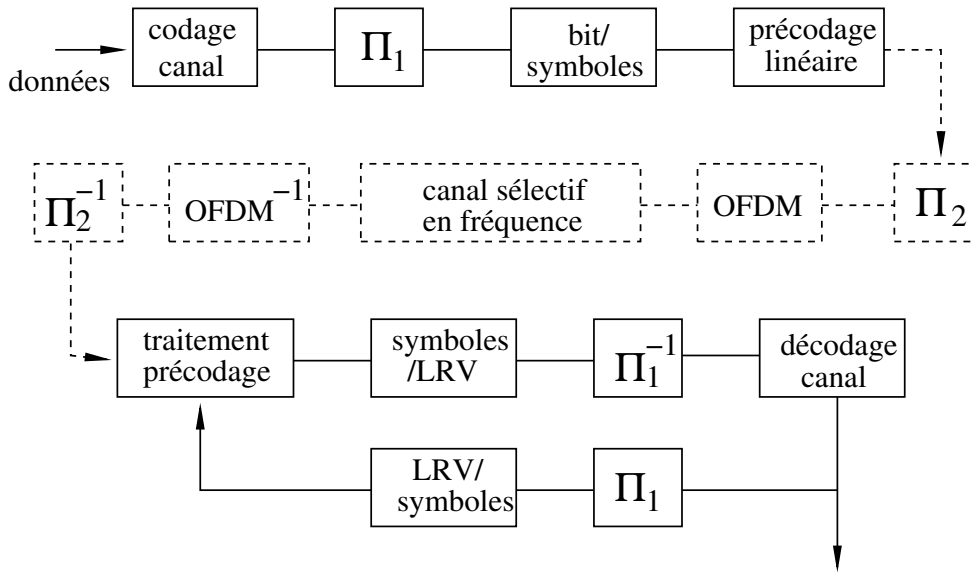


Fig. 4.10 — Chaîne de transmission OFDM utilisant un précodage linéaire.

linéaire est utilisé afin d'exploiter la diversité dans le contexte de l'OFDM, le système est généralement appelé LP-OFDM (*Linearly Precoded - Orthogonal Frequency Division Multiplex*) [15]. Dans [40], il est aussi décrit sous le nom OFDM-CDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplex - Code Division Multiplexing*). Plusieurs articles traitent des systèmes OFDM utilisant un précodage linéaire et un traitement itératif en réception. Dans [99], le système LP-OFDM est associé à un récepteur MAP itératif. Dans [40], [56] et [71] le LP-OFDM associé à un codage de canal est traité par des récepteurs construits sur le critère MMSE avec information *a priori*, tel que décrit en 1.7.4. Le traitement que nous évaluons dans cette partie utilise le récepteur itératif présenté dans la partie 3.3 et une modulation d'ordre élevé. La figure 4.10 présente le schéma de transmission mettant en œuvre un précodage linéaire avec un système OFDM. Le précodage linéaire se trouve dans ce cas entre la BICM et le système OFDM. Un second entrelacement Π_2 sépare le précodage linéaire de l'OFDM. Cet entrelacement agit de façon à ce que le précodage linéaire exploite à la fois la diversité fréquentielle et temporelle. Pour cela, il doit être de la taille du paquet transmis.

Les résultats de simulation présentés dans les figures 4.11, 4.12 et 4.13 permettent d'évaluer le gain apporté par le précodage linéaire pour les modes de transmission évalués en 4.2.3. Le précodage linéaire utilise des matrices de Hadamard de taille 8 et le traitement itératif comporte 5 itérations de décodage.

La figure 4.11 montre les résultats en taux d'erreurs paquet avec une MDP-4 et un rendement $R=1/2$ pour le canal invariant par blocs et variant dans le temps. Comme l'entrelacement Π_2 est de la taille du bloc, le précodage linéaire profite ainsi de la diversité fréquentielle et temporelle. Dans les deux cas, le précodage linéaire apporte un gain significatif, de l'ordre

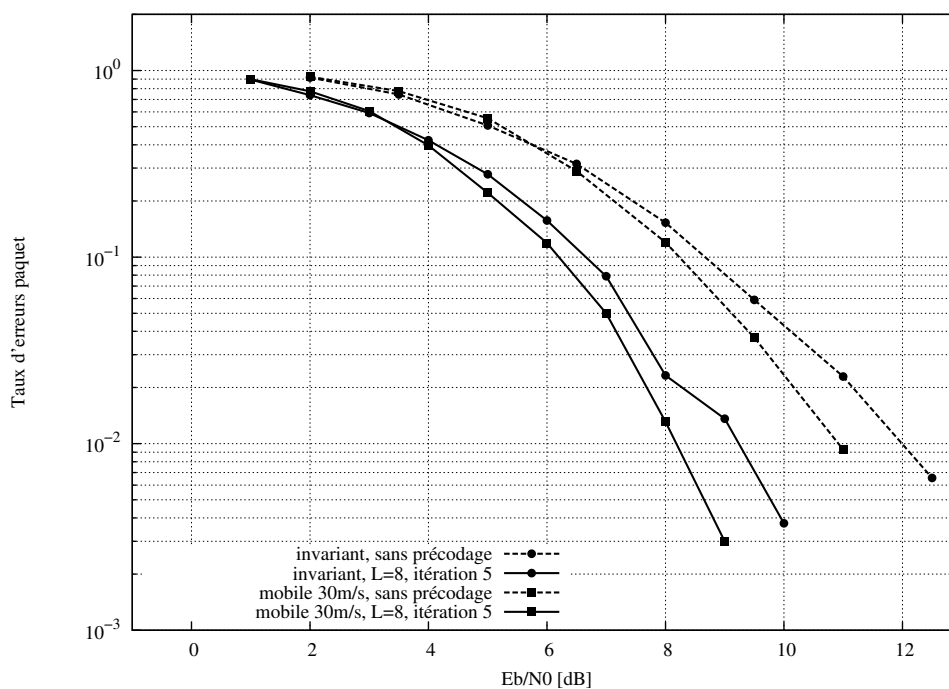


Fig. 4.11 — Système LP-OFDM pour une MDP-4, un code CRSC de rendement 1/2 et un précodage linéaire de taille 8.

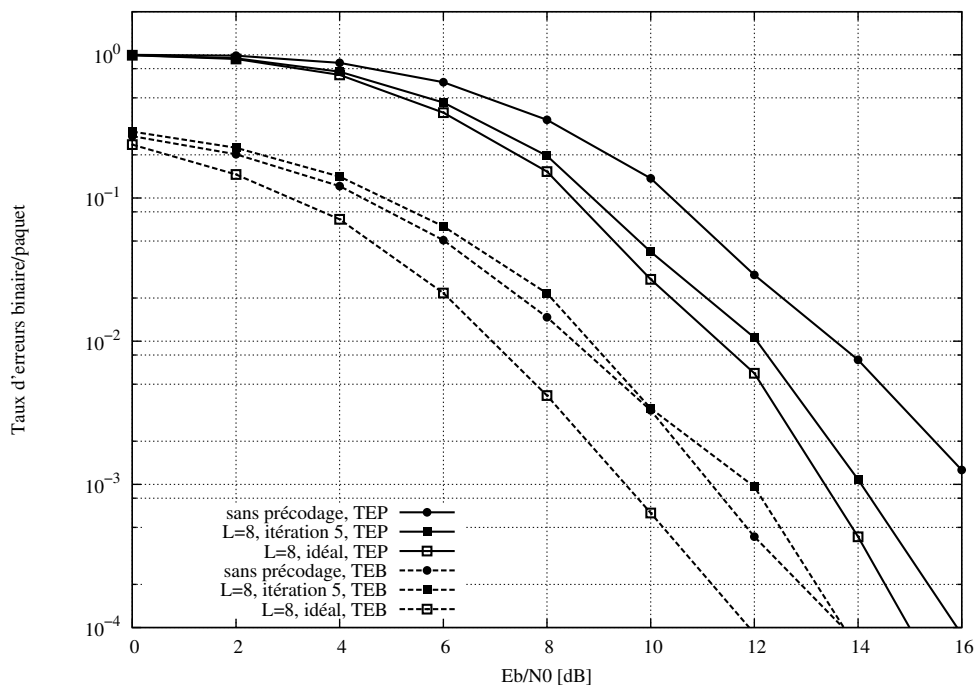


Fig. 4.12 — Système LP-OFDM pour une MAQ-16, un code CRSC de rendement 1/2 et un précodage linéaire de taille 8.

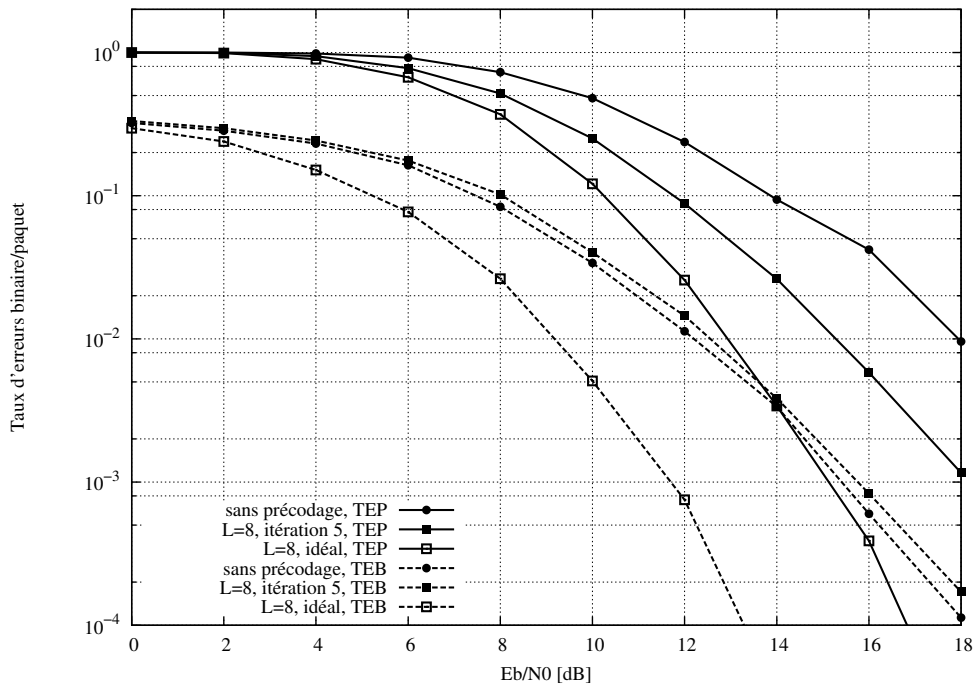


Fig. 4.13 — Simulation du système LP-OFDM pour une MAQ-16, un code CRSC de rendement 3/4 et un précodage linéaire de taille 8.

de 2.5 dB pour un taux d'erreur paquets égal à 10^{-2} .

Les figures 4.12 et 4.13 donnent les résultats de simulation pour une modulation MAQ-16 et les rendements 1/2 et 3/4 sur le canal invariant par blocs. Les courbes représentent les résultats de simulation du système après 5 itérations du traitement proposé. Les performances du système avec une information *a priori* parfaite sont représentées, ainsi que celles du système sans précodage linéaire. Ces résultats sont représentés en termes de TEB et TEP. Le précodage linéaire apporte une nette amélioration des performances en ce qui concerne le TEP pour la modulation MAQ-16 avec les deux rendements testés : environ 1.5 dB pour le rendement $R=1/2$ et 2.5 dB pour le rendement $R=3/4$ à un TEP de 10^{-2} . Ainsi, le précodage linéaire exploite la diversité dans le domaine fréquentiel. Cependant, il reste un écart important entre les résultats du système itératif et les courbes avec information *a priori* parfaite, comme cela avait été noté en 3.4.3 lorsqu'un rendement fort et une modulation d'ordre élevé sont associés. Cet écart, faible pour la MDP-4 avec rendement 1/2, est assez important dans le cas de la MAQ-16 avec rendement 3/4.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit le principe de l'OFDM et la nécessité de l'utiliser avec un système exploitant la diversité. La norme 802.11a utilise un système OFDM associé

à un codage de canal. Nous avons donc ajouté un précodage linéaire à la chaîne de transmission puis testé le traitement itératif décrit dans le chapitre trois. Les performances ont été évaluées pour un canal qui peut varier dans le temps avec des paramètres offrant une efficacité spectrale élevée. Le système simulé apporte un gain significatif en utilisant la diversité fréquentielle et éventuellement temporelle du canal. Cependant, il semble qu'il reste un certain potentiel à exploiter lorsque le mode de transmission correspond à une rendement et une modulation d'ordre élevé. En effet, dans ce cas, les courbes de performances du système itératif ne rejoignent pas la limite données par le système avec information *a priori* parfaite.

Application du précodage linéaire aux systèmes multi-antennes

LES SYSTÈMES À antennes multiples ouvrent de nouveaux axes de recherche pour améliorer les transmissions sans fil. Dans le chapitre deux, nous avons étudié l'accroissement de la capacité offert par la multiplication des antennes. Ces antennes multiples en émission ou en réception peuvent être utilisées de différentes manières afin d'augmenter le débit ou la qualité de la transmission. Le canal représentatif d'un système à antennes multiples a été brièvement décrit dans la partie 1.1.2. Dans ce chapitre, nous décrivons d'abord brièvement quelques systèmes permettant d'exploiter la diversité spatiale offerte par les systèmes multi-antennes. Il s'agit pour l'essentiel de codes spatio-temporels en blocs ou en treillis permettant d'exploiter la diversité offerte par les antennes d'émission. Ensuite, le principe du multiplexage spatial est abordé ainsi que les techniques utilisées en réception. Comme le multiplexage spatial est générateur d'interférence, les traitements itératifs décrits dans le chapitre un peuvent être appliqués. D'autre part, le précodage linéaire développé dans le chapitre trois permet d'exploiter une diversité temporelle ou fréquentielle. Ainsi, les codes spatio-temporels classiquement utilisés peuvent être remplacés par le précodage linéaire qui est utilisable avec un multiplexage spatial. Les traitements itératifs pour le précodage linéaire et les systèmes multi-antennes étant de même nature, nous les appliquons à un système où les deux techniques sont associées et décodées conjointement. L'utilisation de matrices de Hadamard et d'un traitement MMSE simplifié permet de limiter la complexité du traitement en réception. Enfin, nous testons un traitement itératif conjoint sur un système où le précodage linéaire est utilisé comme code spatio-temporel pour exploiter la diversité spatiale en émission.

5.1 Exploitation de la diversité spatiale

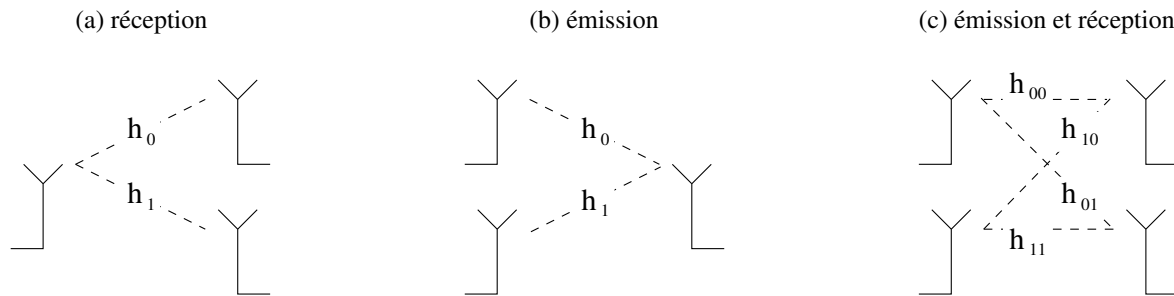


Fig. 5.1 — Systèmes à antennes multiples pour exploiter la diversité en réception (a), émission (b) ou émission et réception (c).

Les systèmes multi-antennes ajoutent une nouvelle dimension à l'exploitation de la diversité : le domaine spatial. La diversité en réception d'un système tel que celui de la figure 5.1 (a) est facilement exploitable par le récepteur MRC décrit dans le chapitre deux. En effet, le schéma de transmission avec une antenne d'émission et N_r antennes de réception est équivalent à N_r canaux parallèles indépendants. Ainsi, s'il n'y a pas de corrélation entre antennes, le gain en diversité est égal à N_r . Cette technique, maîtrisée et utilisée depuis longtemps, est décrite dans [70] (chapitre 14).

La diversité en émission du schéma représenté en 5.1 (b) est moins triviale à exploiter. Si on considère le schéma de transmission à N_e antennes d'émission et une antenne de réception, le signal reçu est la superposition des signaux émis sur chacune des antennes. Les codes spatio-temporels permettent d'utiliser la diversité en transmission. Les deux grandes familles existantes sont les codes spatio-temporels en blocs 5.1.1 et en treillis 5.1.2.

L'exploitation de la diversité spatiale en émission et en réception est possible, ce qui donne le schéma (c) de la figure 5.1. La diversité maximale qui est alors exploitable est égale au produit $N_e N_r$ [46].

5.1.1 Codes spatio-temporels en blocs

Les codes spatio-temporels en bloc STBC (*Space-Time Block Coding*) ont été proposés pour exploiter la diversité en émission. Le code d'Alamouti [1] offre une manière très simple d'utiliser la diversité de deux antennes d'émission. On suppose que le canal reste constant durant l'émission de deux symboles consécutifs. Les symboles à transmettre sont groupés par couples (x_0, x_1) et sont émis comme suit :

- au premier temps symbole, on émet x_0 et x_1 sur chacune des deux antennes,
- à l'instant suivant, $-x_1^*$ et x_0^* sont émis.

Il s'agit d'un code de rendement un car deux temps symboles permettent d'émettre deux symboles. Le rendement désigne dans ce cas le rapport entre le nombre de symbole transmis

et le nombre de temps symboles nécessaires à la transmission.

En réception, les signaux reçus consécutivement y_0 et y_1 sont alors

$$\begin{cases} y_0 &= h_0 x_0 + h_1 x_1 + w_0 \\ y_1 &= -h_0 x_1^* + h_1 x_0^* + w_1 \end{cases} \quad (5.1)$$

La combinaison des signaux reçus est alors effectuée de la manière suivante

$$\begin{cases} \tilde{x}_0 &= h_0^* y_0 + h_1 y_1^* \\ \tilde{x}_1 &= h_1^* y_0 - h_0 y_1^* \end{cases} \quad (5.2)$$

Cela donne

$$\begin{cases} \tilde{x}_0 &= \left(|h_0|^2 + |h_1|^2 \right) x_0 + h_0^* w_0 + h_1 w_1^* \\ \tilde{x}_1 &= \left(|h_0|^2 + |h_1|^2 \right) x_1 + h_1^* w_0 - h_0 w_1^* \end{cases} \quad (5.3)$$

L'expression obtenue dans (5.3) est similaire à celle décrite dans la section 2.2 pour un système de diversité à deux branches. On en déduit que l'ordre de diversité obtenu par le code d'Alamouti est égal à deux.

Le code d'Alamouti permet donc de profiter pleinement de la diversité de transmission à deux antennes avec un traitement peu complexe en réception. Cette technique peut aussi être associée à un nombre quelconque d'antennes de réception N_r , l'ordre de diversité obtenu étant alors égal à $2N_r$. Ce code ne peut cependant pas être étendu facilement à plus de deux antennes d'émission, ce qui limite l'exploitation de la diversité spatiale en émission.

D'autres codes ont été proposés pour utiliser un nombre supérieur d'antennes d'émission. Les codes de V. Tarokh et H. Jafarkhani [80],[81] y parviennent, mais au prix d'un rendement inférieur à un.

5.1.2 Codes spatio-temporels en treillis

Sur le principe des modulations codées en treillis, des codes spatio-temporels en treillis STTC (*Space-Time Treillis Coding*) pour exploiter la diversité spatiale en émission ont été proposés. Ces codes adaptent les techniques des modulation codées en treillis à un schéma multi-antennes. De tels codes ont été proposé par Tarokh *et al.* [82] pour différents systèmes à antennes multiples. En réception, les méthodes de décodage des codes convolutifs, tel l'algorithme de Viterbi, peuvent être utilisés.

5.2 Techniques de Multiplexage Spatial

Lorsque l'on dispose de plusieurs antennes d'émission, celles-ci peuvent aussi être utilisées pour augmenter l'efficacité spectrale de la transmission. En effet, il est possible d'émettre des flux de données différents sur chacune des antennes en réalisant ainsi un multiplexage

spatial. Dans ce cas, les informations transmises par ces antennes vont interférer entre elles. Cela nécessite donc de concevoir des traitements permettant de séparer les flux transmis par chacune des antennes.

5.2.1 Traitements élémentaires du multiplexage spatial

Comme cela a été fait dans le chapitre trois pour le précodage linéaire, on considère d'abord le traitement du multiplexage spatial sans codage de canal ni dispositif à retour de décision.

Maximum de vraisemblance

Le critère du maximum de vraisemblance ML permet d'obtenir les performances optimales du multiplexage spatial. L'inconvénient de cette méthode reste sa complexité qui augmente exponentiellement avec le nombre d'antennes d'émission et l'ordre de la modulation. Les

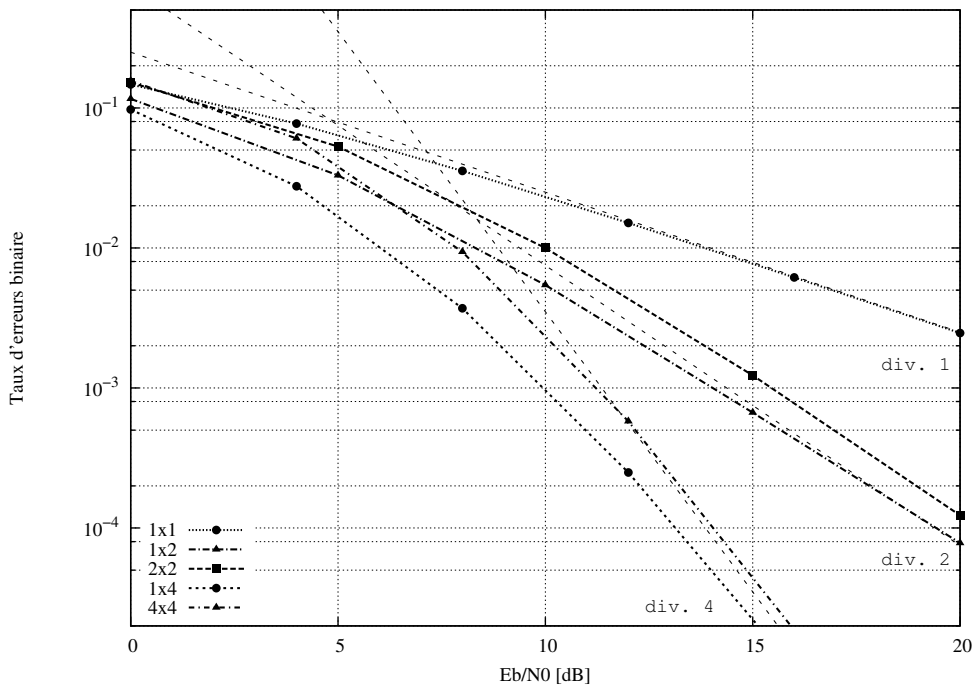


Fig. 5.2 — Multiplexage spatial sur un canal de Rayleigh avec un décodage du type maximum de vraisemblance ML.

courbes de la figure 5.2 donnent les résultats de simulation d'un multiplexage spatial pour différentes valeurs du couple (N_e, N_r) . La modulation utilisée est une MDP-4 sur un canal de Rayleigh. Les asymptotes des systèmes à diversité calculées dans la partie 2.2 (équation (2.27)) sont aussi représentées pour 1, 2 et 4 branches. Les pentes des courbes obtenues sont identiques pour un même nombre d'antennes de réception. Le multiplexage spatial dégrade

évidemment les résultats en terme de taux d'erreurs lorsque le nombre de flux augmente, mais n'a pas d'influence sur la pente des courbes à fort rapport signal à bruit. Ces pentes correspondent à un ordre de diversité égal au nombre d'antennes de réception.

La complexité du traitement augmente cependant de manière exponentielle avec le nombre de flux transmis et l'ordre de la modulation. L'algorithme de décodage par sphère est une manière efficace de réduire la complexité du traitement. Il est par exemple utilisé dans [97] pour le traitement du multiplexage spatial.

Traitements linéaires

Les traitements linéaires sont peu complexes mais sous-optimaux dans le cas du multiplexage spatial. La technique du forçage à zéro ZF consiste à inverser le canal, ce qui supprime les interférences, mais provoque une amplification du bruit. On calcule donc

$$\tilde{\mathbf{x}} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y} \quad (5.4)$$

Dans [102], J. H. Winter *et al.* montrent que le traitement ZF donne une diversité égale à $N_r - N_e + 1$. Ainsi, l'augmentation du nombre de flux émis simultanément fait diminuer la diversité obtenue. Un traitement MMSE permet d'améliorer les performances en établissant un compromis entre les interférences et le bruit. L'estimation MMSE s'écrit alors

$$\tilde{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y} \quad (5.5)$$

γ représentant le rapport signal à bruit.

La figure 5.3 représente les résultats de simulation des deux récepteurs linéaires pour 2, 3 ou 4 antennes d'émission et 4 antennes de réception. Les simulations sont effectuées pour une MAQ-16 sur un canal de Rayleigh. Le traitement MMSE offre dans tous les cas de meilleures performances que le traitement ZF. Contrairement à ce qui a été observé avec le critère du maximum de vraisemblance, la pente des courbes à fort rapport signal à bruit est aussi fonction du nombre d'antennes d'émission. Elles correspondent effectivement à des diversités égales à $N_r - N_e + 1$:

- diversité 1 pour le système 4×4 .
- diversité 2 pour le système 3×4 .
- diversité 3 pour le système 2×4 .

Dans ces conditions, les interférences engendrées par le multiplexage spatial dégradent les performances de façon importantes. Ces interférences peuvent faire l'objet d'un traitement spécifique qui permet d'améliorer les résultats. Les méthodes à retour de décision proposées dans le domaine de l'égalisation peuvent être utilisées, mais des structures spécifiques incluant un codage de canal ont aussi été développées.

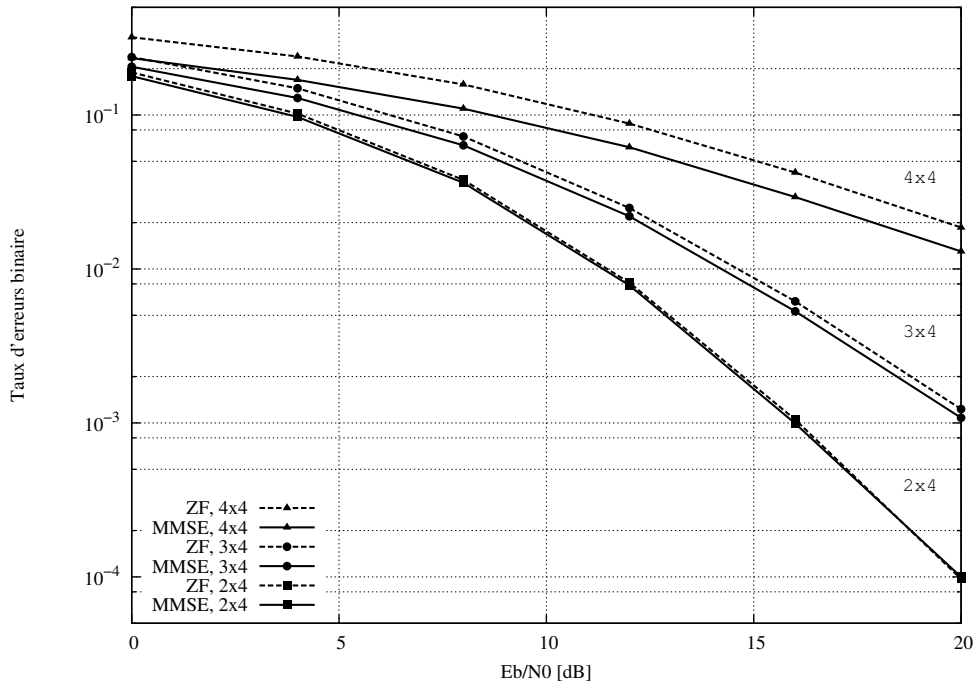


Fig. 5.3 — Multiplexage spatial sur un canal de Rayleigh avec un décodage du type ZF ou MMSE et une modulation MAQ-16.

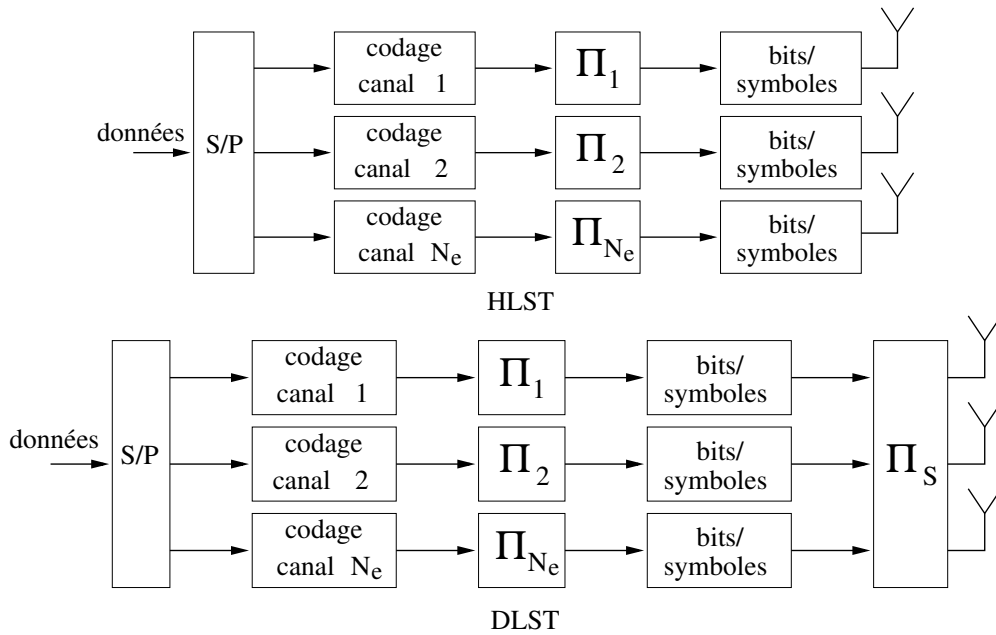
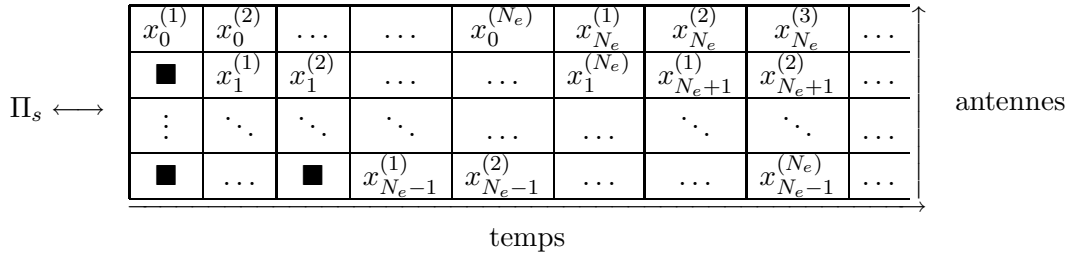


Fig. 5.4 — Structure de multiplexage spatial HLST et DLST.

5.2.2 Systèmes de transmission incluant un codage de canal

Un multiplexage spatial associé à une méthode de traitement peu complexe et appelé BLAST (*Bell Laboratories Space Time*) a été proposé par G. J. Foschini en 1996 [24]. Dans



Tab. 5.1 — Entrelacement spatial d'un système DLST.

[96], différentes structures d'architectures spatio-temporelles LST (*Layered Space Time*) sont détaillées. Ces structures montrent différentes associations possibles d'un multiplexage spatial et d'un codage de canal.

La figure 5.4 montre deux des schémas de transmission possible présentés dans [96]. Ces schémas sont conçus de manière à pouvoir mettre en place un système à annulation successive d'interférence (SIC) en réception. Les différents flux sont codés séparément, donc ils peuvent également être décodés un par un. Le système SIC consiste alors à traiter un flux, puis à utiliser le résultat du décodage pour venir éliminer les interférences des flux suivants. Le procédé est répété jusqu'à ce que toutes les données soient traitées. Ainsi, le décodage de chaque flux est amélioré par la connaissance des données déjà décodées. L'ordonnancement du décodage permet d'obtenir de meilleures performances (le flux ayant le meilleurs RSB est décodé le premier).

Avec la première structure, appelée HLST (*Horizontal Layered Space Time*), chaque flux codé correspond à une antenne d'émission. L'inconvénient de cette structure est que le codage de canal ne profite pas de la diversité spatiale d'émission. La structure DLST (*Diagonal Layered Space Time*) ajoute un entrelacement spatial Π_s pour y parvenir. L'appellation "diagonal" vient de la forme de l'entrelacement qui répartit les flux dans le domaine spatial de la manière indiquée dans le tableau 5.1.

Le symbole noté $x_k^{(n)}$ représente le symbole d'indice k produit par le flux n . Rien n'est transmis durant les instants marqués par ■, qui sont perdus pour la transmission d'informations. En contrepartie, la diversité temporelle peut être exploitée sur chacun des flux.

Les traitements itératifs utilisés dans la suite ne nécessitent pas un codage de canal différent pour chaque flux de données. Pour mettre en place un traitement itératif en réception, il suffit donc de concaténer une BICM au multiplexage spatial. Cette structure, proposée dans [87] et [9] a été nommée STBICM (*Space Time Bit Interleaved Coded Modulation*) par A. M. Tonello. La figure 5.5 représente une structure STBICM.

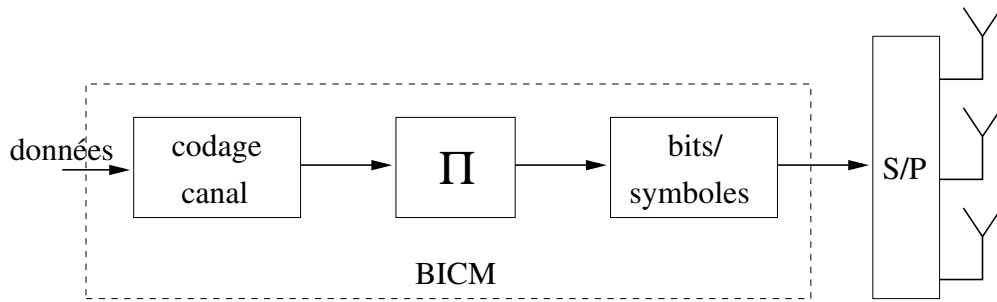


Fig. 5.5 — Multiplexage spatial associé à une modulation codée à entrelacement bit ST-BICM.

5.3 Traitements itératifs du multiplexage spatial

Le système de réception du multiplexage spatial nécessite de lutter contre les interférences et d'exploiter la diversité spatiale du système. Lorsque le schéma d'émission est la ST-BICM décrite figure 5.5, les traitements itératifs déjà présentés peuvent être appliqués. La partie 1.6 donne la description du détecteur MAP avec information *a priori* et la partie 1.7 décrit le détecteur itératif basé sur le critère MMSE avec les approximations possibles. Dans [37], les auteurs étudient la convergence de ces différents traitements itératifs avec des diagrammes EXIT.

L'application de ces traitements au problème des systèmes MIMO a été largement traité dans la littérature et nous proposons ici une synthèse des résultats. Les canaux considérés ici sont non sélectifs en fréquence. En ce qui concerne les canaux à trajets multiples, des traitements itératifs prenant en compte à la fois les interférences liées au canal et celles du multiplexage spatial sont par exemple proposés dans [92] et [100].

5.3.1 Traitement MAP itératif

Le schéma STBICM a d'abord été conçu pour un traitement itératif basé sur le critère MAP avec information *a priori*. Ce type de solution a été proposé par A. M. Tonello dans [87] et par J. Boutros *et al.* dans [9]. L'algorithme MAP nécessite un nombre important de calculs mais sa mise en œuvre peut être effectuée en utilisant un algorithme de décodage par sphère. Des réalisations sont ainsi décrites par exemple dans [38], [97] et [14]. La complexité des calculs, qui était une fonction exponentielle de la taille des données à traiter, devient alors polynomiale [36].

La limite des performances du système est obtenue en considérant une information *a priori* parfaite en entrée du détecteur. D'après les résultats donnés en 1.6.2, le gain en diversité est alors égal à N_r . L'ordre de diversité est finalement de $d_{min}N_r$ si d_{min} est la distance minimale du code convolutif de la BICM (voir la partie 2.2.3).

Résultats de simulation

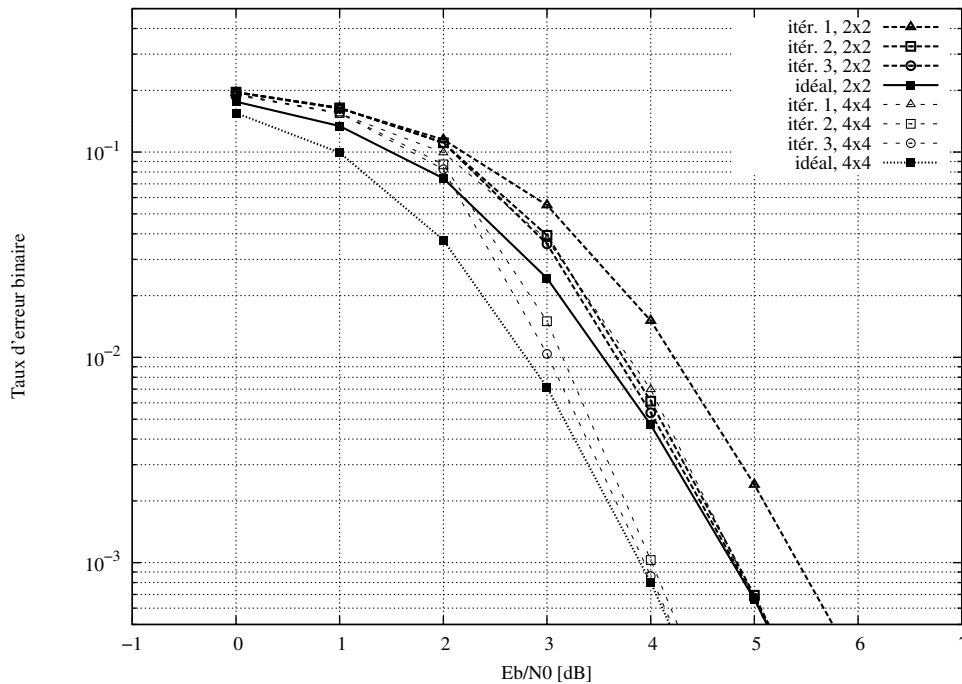


Fig. 5.6 — Multiplexage spatial 2×2 et 4×4 pour une MDP-2 avec un traitement MAP itératif, canal de Rayleigh.

Les figures 5.6 et 5.7 montrent des résultats de simulations utilisant un récepteur MAP itératif pour le traitement d'antennes. Le système simulé utilise une MDP-2 avec les systèmes MIMO 2×2 et 4×4 . Le codage de canal est un CRSC de rendement $R=2/3$ et de longueur de contrainte $K=7$. L'efficacité spectrale est donc de 1.33 bit/s/Hz pour le système MIMO 2×2 et de 2.66 bit/s/Hz pour le système MIMO 4×4 . Les performances sont données pour 1 à 3 itérations de décodage ainsi que lorsque le détecteur reçoit une information *a priori* parfaite. Les résultats sont présentés en taux d'erreurs binaire figure 5.6 pour un canal de Rayleigh et en taux d'erreurs paquet dans la figure 5.7 pour un canal invariant par blocs. Dans le premier cas, une nouvelle réalisation du canal est calculée pour chaque vecteur de symboles transmis tandis que dans le second, le canal reste constant pendant la durée de transmission d'un bloc de données. Pour les deux canaux, on observe une convergence rapide vers les courbes avec information *a priori* parfaite. Le manque de diversité du canal invariant ne semble donc pas nuire à la convergence du système et le récepteur MAP exploite toute la diversité spatiale en réception.

5.3.2 Traitements MMSE itératifs

De la même manière, le système itératif basé sur le critère MMSE avec information *a priori* a été utilisé pour le traitement d'antennes dans un schéma de type STBICM [104],[7].

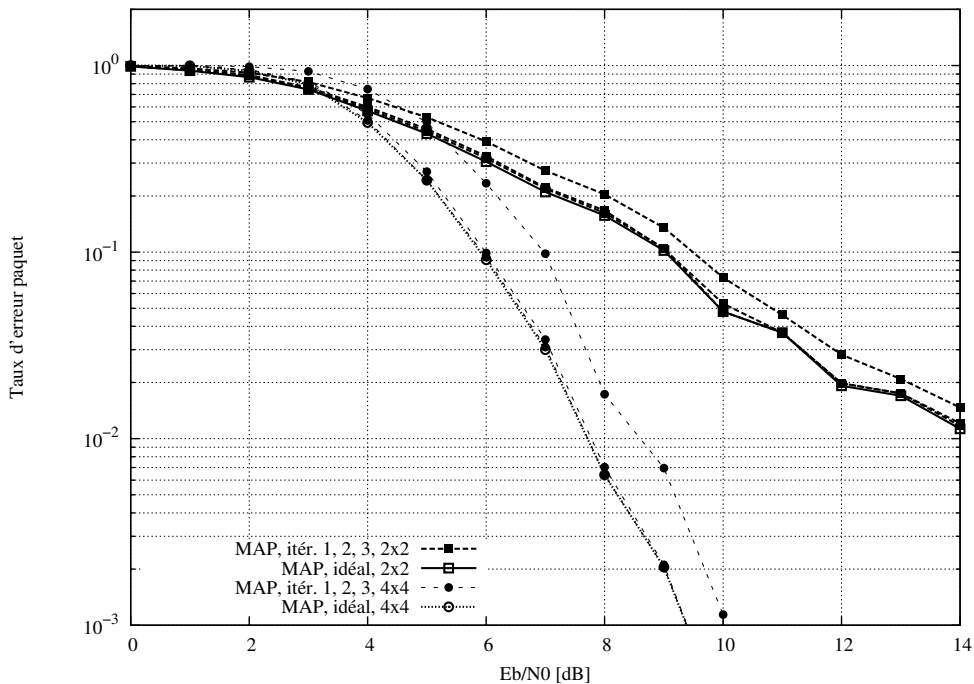


Fig. 5.7 — Multiplexage spatial 2×2 et 4×4 pour une MDP-2 avec un traitement MAP itératif, canal invariant par blocs.

Dans [104], M. Witzke *et al.* étudient le traitement MMSE exact ainsi que l'approximation MMSE-IC-LE (voir partie 1.7) pour le traitement d'antennes. De plus, on note dans cet article que l'utilisation de l'information *a posteriori* au lieu de l'information extrinsèque en sortie du décodeur de canal offre de meilleures performances. Dans [7], E. Biglieri *et al.* analysent de plus la convergence du système en utilisant des diagrammes EXIT. Enfin, la dernière approximation décrite dans 1.7 (IC-sous-optimale) est utilisée dans le système turbo-BLAST proposé par M. Sellathurai et S. Haykin dans [73]. Elle consiste à appliquer le traitement MMSE pour la première itération, puis à utiliser le système à annulation d'interférence en supposant une information *a priori* parfaite (filtre adapté). Le traitement MMSE exact nécessite l'inversion de matrices de taille égale aux nombre d'antennes de réception à chaque itération. Le système turbo-BLAST ne nécessite une inversion de matrice que lors de la première itération du traitement.

Résultats de simulation

Les figures 5.8 et 5.9 montrent les résultats de simulations du traitement itératif pour un système MIMO 4×4 . La modulation est une MAQ-16, le codage de canal est un CRSC de longueur de contrainte $K=7$ de rendement $1/2$. Les résultats sont présentés pour 8 itérations de décodage.

Sur la figure 5.8, les algorithmes utilisés sont les méthodes MMSE-IC-LE et IC-sous-

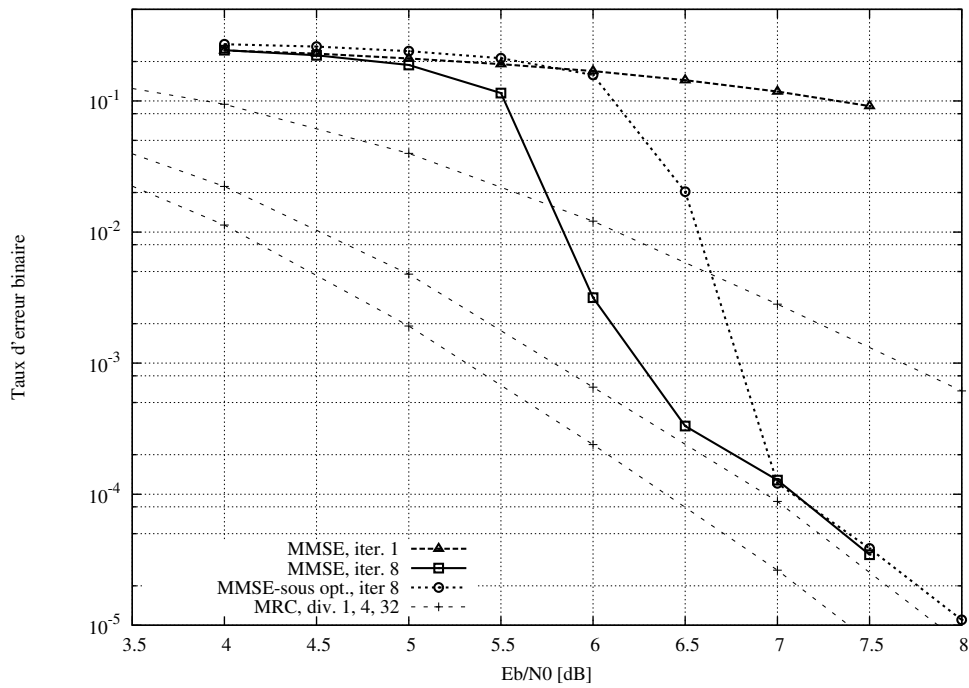


Fig. 5.8 — Multiplexage spatial 4×4 pour une MAQ-16 et traitement MMSE itératif, canal de Rayleigh.

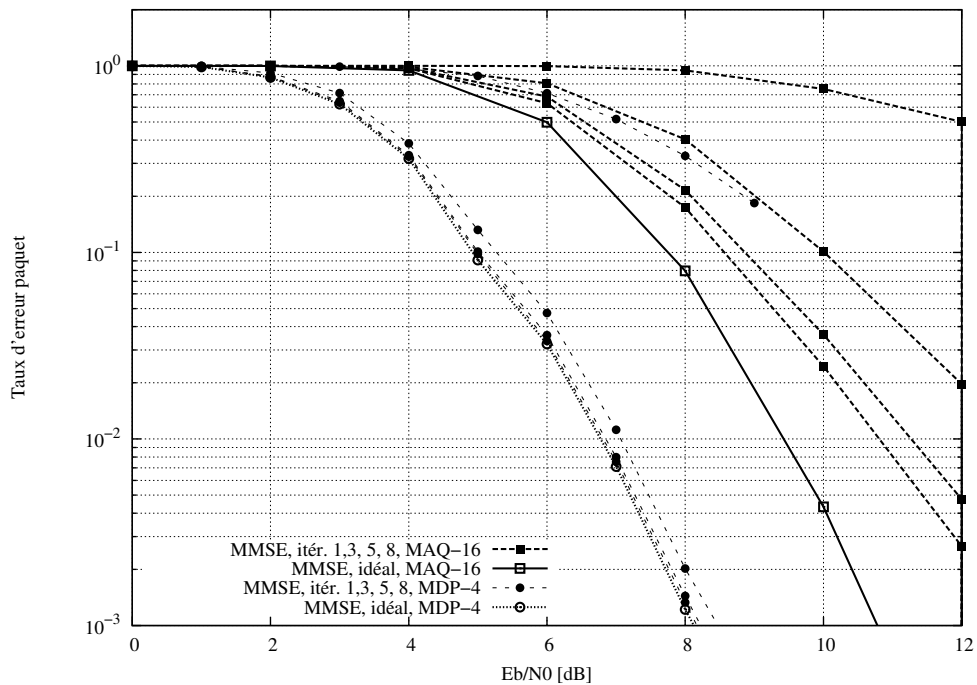


Fig. 5.9 — Multiplexage spatial 4×4 pour une MDP-4 et une MAQ-16 avec un traitement MMSE itératif, canal invariant par blocs.

optimale (voir partie 1.7). Les courbes en pointillé représentent les résultats de simulation de la BICM avec un système à 1, 4 ou 32 branches de diversité. Pour les deux algorithmes, les courbes convergent vers celle du système à 4 branches de diversité. Les deux récepteurs itératifs exploitent donc bien toute la diversité en réception. Néanmoins, la convergence du récepteur sous-optimal est plus tardive que celle du récepteur MMSE-IC-LE. Il est à noter que la taille de bloc choisie est de 2048 octets. En effet, une grande taille de bloc est dans ce cas nécessaire pour observer une convergence vers la courbe avec information *a priori* parfaite.

Sur la figure 5.9, le système itératif MMSE-IC-LE pour un système MIMO 4×4 est utilisé sur le canal invariant par blocs. Les simulations sont effectuées pour les modulations MDP-4 et MAQ-16, un codage de canal de rendement $R=1/2$ et de longueur de contrainte $K=7$. Les efficacités spectrales sont respectivement de 4 et 8 bit/s/Hz. Pour la MDP-4, on observe une convergence rapide vers la courbe avec information *a priori* parfaite. Dans le cas de la MAQ-16, après 8 itérations de décodage, les performances restent éloignées de la borne inférieure obtenue avec une information *a priori* parfaite. Contrairement à ce qui a été observé sur le canal de Rayleigh, le système ne parvient pas dans ce cas à éliminer entièrement les interférences.

Le multiplexage spatial permet d'atteindre une efficacité spectrale élevée et le traitement itératif associé permet d'exploiter la diversité spatiale en réception. De plus, le codage de canal utilise la diversité temporelle et spatiale en émission. Le précodage linéaire étudié dans le chapitre trois peut cependant encore améliorer cette exploitation de la diversité. Comme les systèmes itératifs utilisés pour le précodage linéaire et le traitement d'antennes sont identiques, il est possible d'appliquer un traitement conjoint en réception. C'est l'objet de la partie 5.4.

5.4 Précodage linéaire et multiplexage spatial

De nombreux travaux ont été effectués dans le domaine de l'association de systèmes multi-antennes et du précodage linéaire. Ainsi, il est par exemple possible d'associer un précodage linéaire exploitant la diversité temporelle ou fréquentielle avec un système à diversité spatiale. L'association d'un précodage linéaire et d'un code d'Alamouti a par exemple été étudié par V. Le Nir sans codage de canal [57] et par S. Kaiser [41] avec un traitement itératif. Nous avons aussi proposé un tel système dans [53]. Dans ce cas, les gains en diversité apportés par les deux systèmes se multiplient.

Le gain en diversité du précodage linéaire étant potentiellement très important, il paraît judicieux d'étudier les associations de celui-ci avec un multiplexage spatial. En particulier, X. Ma et G. B. Giannakis étudient dans [63] différents schémas d'émission en fonction du type de canal : constant, sélectif en fréquence ou variant dans le temps. Suivant les conditions, le

précodage peut agir dans le domaine spatial, fréquentiel ou temporel. Le traitement utilisé dans ce cas est basé sur le critère du maximum de vraisemblance. V. Le Nir [56] ainsi que P.-J. Bouvet *et al.* [11] proposent un système itératif basé sur un critère MMSE pour des systèmes MIMO précodés. Celui-ci est basé sur l'approximation MMSE-IC-sous-optimale de la partie 1.7.4. Dans [31], N. Gresset *et al.* utilisent un traitement conjoint du précodage linéaire et du système MIMO avec un détecteur MAP itératif. Lorsque le précodage est utilisé pour exploiter la diversité spatiale en transmission, la technique peut être rapprochée des codes à dispersion linéaire proposée par B. Hassibi et B. Hochwald [35]. Pour ce type de codes, M. Witzke propose une solution basée sur les traitements MMSE et MMSE-IC-LE [103]. Nous proposons dans la suite d'appliquer cette dernière méthode au cas d'un système MIMO précodé.

Dans un système de type STBICM, le précodage linéaire peut être inséré entre la modulation et le système multi-antennes. Le choix de l'architecture permet alors de déterminer le type de diversité à exploiter. Dans la suite, deux associations possibles du précodage linéaire et du multiplexage spatial sont étudiées.

Il existe aussi des travaux concernant les aspects théoriques du précodage linéaire associé à un système multi-antennes. L'influence du précodage linéaire sur la capacité d'un système MIMO est étudiée dans [79]. La probabilité d'erreur d'un précodage linéaire et d'un codage de canal concaténé à un multiplexage spatial est calculée dans [30] pour un canal de Rayleigh ou à atténuations par blocs. Les aspects de diversité maximale pour des systèmes MIMO précodés sur des canaux à diversité limitée sont traités dans [63] et [31]. Suivant le schéma d'émission et le canal de transmission, un système MIMO précodé permet d'atteindre un gain en diversité égal à LN_r si L est la taille du précodage linéaire. Le précodage linéaire utilisé comme code spatio-temporel permet d'obtenir un gain en diversité égal à $N_e N_r$ avec dans ce cas $L=N_e$. Cela est fait en conservant un multiplexage spatial composé d'un flux par antennes d'émission.

Le problème du système de réception se pose alors dans les mêmes termes que pour un système STBICM seul. Comme on l'a fait pour le précodage linéaire seul ou pour les systèmes décrits plus haut, les traitements itératifs décrits dans le premier chapitre peuvent être adaptés pour effectuer conjointement le traitement du précodage linéaire et du multiplexage spatial.

5.4.1 Traitement itératif conjoint

Dans la suite, nous considérons un traitement conjoint du précodage linéaire et du multiplexage spatial. Les traitements MAP et MMSE-IC-LE sont étudiés et des comparaisons sont établies avec les courbes théorique calculées en 2.2.3. De plus, dans [52], nous utilisons des diagrammes EXIT pour évaluer l'influence du précodage linéaire sur la convergence du système itératif.

Le précodage linéaire opère un étalement sur L symboles grâce à une matrice de Hadamard \mathbf{D} de taille $L \times L$. Le système multi-antennes est constitué de N_e antennes d'émissions et N_r antennes de réception et les données sont multiplexées sur N_e flux. $\mathbf{H} = \text{diag}(\mathbf{H}_0, \dots, \mathbf{H}_{L-1})$ est la matrice diagonale par blocs rectangulaire constituée des matrices du canal aux instants $0 \dots L-1$. \mathbf{G} est une matrice de taille $LN_e \times LN_e$ constituée des éléments de \mathbf{D} . Cette matrice dépend du choix d'étalement effectué. En écrivant $\mathcal{H} = \mathbf{H}\mathbf{G}$, les techniques de détection décrites dans le premier chapitre peuvent être appliquées.

Lorsque le système MAP itératif est appliqué, la complexité est alors exponentielle en fonction de la taille des données traitées. Or, dans ce cas, les données à traiter font qLN_e bits, q étant l'ordre de la modulation, L la taille du précodage et N_e le nombre d'antennes d'émission. Nous nous limitons donc à un précodage linéaire de taille 2, un système MIMO 2×2 et une MDP-2.

Les traitements MMSE ont une complexité moins importante qui est indépendante de l'ordre de la modulation mais nécessite des inversions de matrice. Avec la méthode MMSE-IC-LE que nous proposons d'utiliser, la matrice à inverser est de la forme

$$(\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2) (\mathbf{H}\mathbf{G}) (\mathbf{H}\mathbf{G})^H + \sigma_w^2 \mathbf{I} \quad (5.6)$$

Comme le précodage linéaire est basé sur une matrice unitaire, $\mathbf{G}\mathbf{G}^H = \mathbf{I}$ et l'expression (5.6) devient

$$(\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2) \mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma_w^2 \mathbf{I} \quad (5.7)$$

La matrice à inverser est donc diagonale par blocs de taille N_r . L'inversion de matrice de taille $L.N_r$ se réduit donc à L inversions de matrices de taille N_r . Le précodage linéaire augmente donc peu la complexité globale du traitement dans ce cas. Ainsi il est possible de traiter simultanément les 128 bits correspondant à une modulation MAQ-16, un précodage de taille 8 et 4 antennes d'émission. Pour que ces 128 bits puissent être supposé indépendants, il est nécessaire de travailler avec de grands entrelacements et donc de grandes tailles de blocs codés.

5.4.2 Étalement dans le domaine temporel

Un précodage linéaire est inséré sur chacune des branches d'émission du schéma ST-BICM décrit en 5.3. Le schéma de transmission ainsi obtenu est représenté dans la figure 5.10. Dans cette configuration, le précodage linéaire provoque un étalement des données dans le domaine temporel ou fréquentiel avec une modulation OFDM. Avec une matrice de Hadamard $\mathbf{D} = (d_{p,s})$ de taille $L \times L$ utilisée comme précodage linéaire, la matrice $\mathbf{G} = (g_{i,j})$ de taille $LN_e \times LN_e$ introduite dans 5.4.1 peut dans ce cas être définie par

$$g_{i,j} = \begin{cases} d_{p,s} & \text{si } q = r \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} p = i \text{ div } N_e & r = i \text{ mod } N_e \\ q = j \text{ div } L & s = j \text{ mod } L \end{cases} \quad (5.8)$$

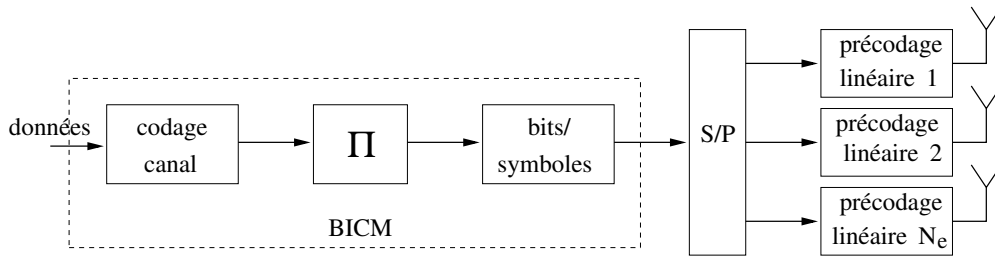


Fig. 5.10 — Multiplexage spatial et précodage linéaire, étalement temporel.

Résultats de simulation

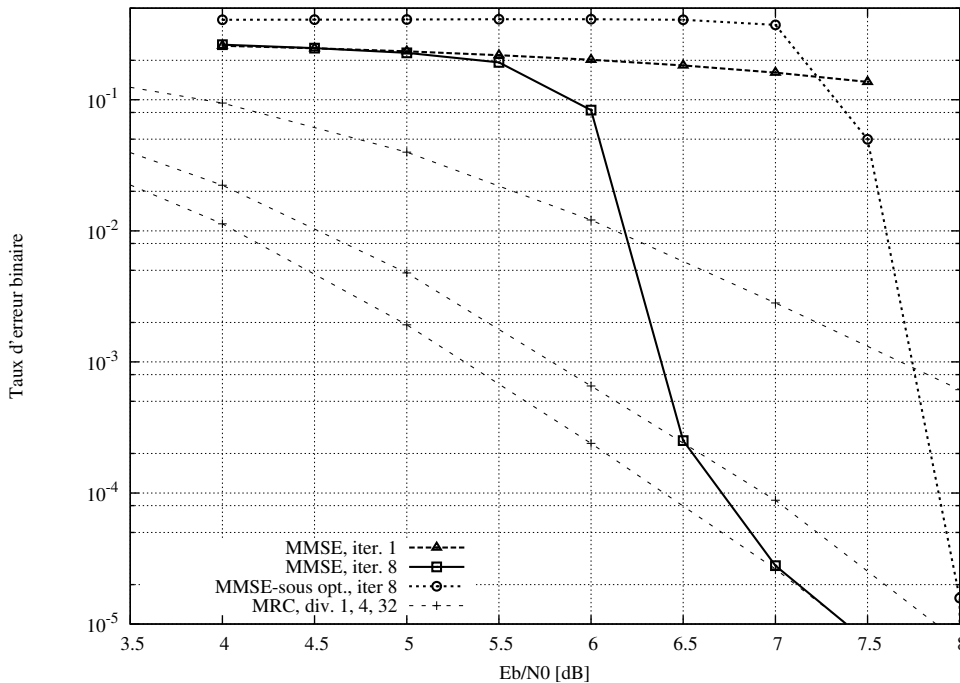


Fig. 5.11 — Multiplexage spatial 4×4 avec précodage linéaire de taille $L=8$ pour une MAQ-16 avec un traitement MMSE itératif.

La figure 5.11 représente les résultats de simulation du système MIMO 4×4 précodé avec une matrice de Hadamard de taille $L=8$ pour un traitement MMSE itératif. Les paramètres de simulation sont identiques à ceux utilisés en 5.3.2 (sans précodage, figure 5.8) ce qui permet d'établir une comparaison. Ainsi, avec la méthode que nous avons adaptée de la partie 3.3, qui correspond au traitement MMSE-IC-LE, le gain observé est d'environ 0.5dB pour un TEB égal à 10^{-5} . De plus, il y a convergence vers la courbe correspondant à un gain en diversité de 32. Ainsi, la diversité apportée par le système MIMO précodé correspond bien au produit LN_r . Par contre, avec le traitement MMSE-IC-sous-optimal, l'ajout du précodage linéaire retarde fortement la convergence du système.

Étude de la convergence

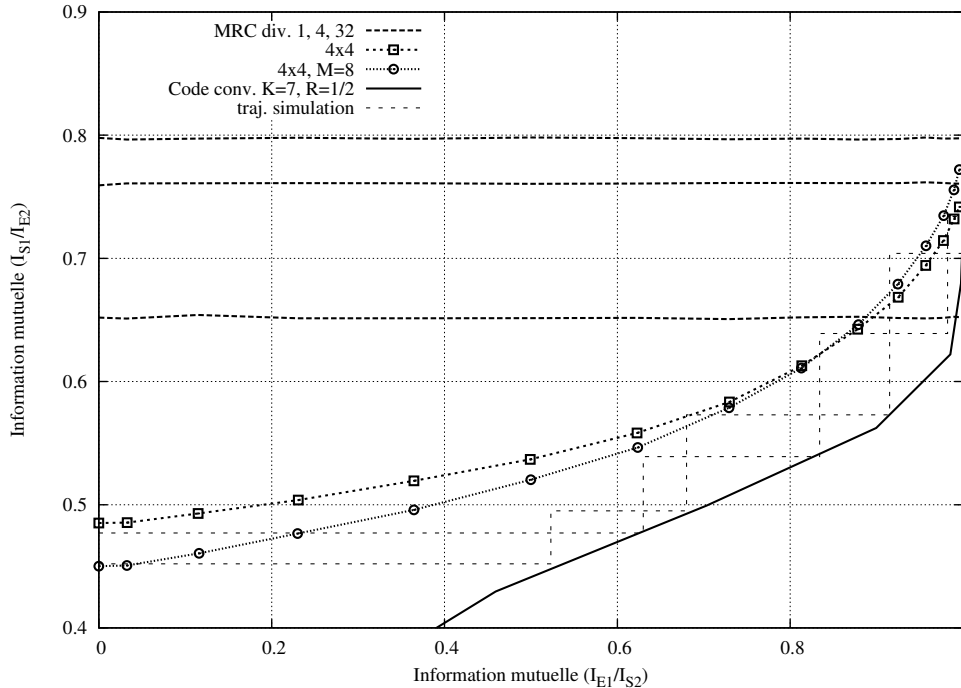


Fig. 5.12 — Convergence des systèmes multi-antennes avec et sans précodage linéaire sur canal de Rayleigh, 7dB.

Les diagrammes EXIT permettent d'étudier l'influence de précodage linéaire sur la convergence du système. En figure 5.12, les fonctions de transfert du détecteur MMSE-IC-LE pour un système MIMO 4×4 avec ou sans précodage linéaire sont représentées. La modulation est une MAQ-16 et le précodage linéaire utilise une matrice de Hadamard de taille $L=8$. De plus, la fonction de transfert du décodeur de canal pour le CRSC de longueur de contrainte $K=7$ et de rendement $R=1/2$ est affichée. Ainsi, les paramètres utilisés sont identiques à ceux des simulations présentées dans les figures 5.8 et 5.11.

Sur la partie gauche du diagramme, la courbe du système précodé se trouve au dessous de celle du système MIMO seul. Cela indique donc que l'insertion du précodage linéaire retarde la convergence pour ce type de traitement. À l'inverse, lorsque l'information mutuelle entrante tend vers 1, les courbes des deux systèmes étudiés se croisent. On en déduit que le précodage linéaire améliore les performances asymptotiques du système. Ceci est la conséquence de l'exploitation de la diversité temporelle du canal par le précodage linéaire. Les simulations confirment ce résultat. Par ailleurs, des mesures de l'information mutuelle au cours d'une simulation de transmission sont effectuées. Les trajectoires obtenues (en pointillé sur la figure 5.12) ne coïncident pas exactement avec les courbes. L'explication de ce phénomène, donnée dans [37], ne remet pas en cause l'interprétation du diagramme faite ici.

Comparaison avec les résultats théoriques

Dans le premier chapitre, les performances obtenues pour les différents récepteurs itératifs avec une information *a priori* parfaite ont été étudiées. Il a été montré que le gain en diversité maximal est égal au nombre de lignes de la matrice du canal \mathcal{H} , que le critère utilisé soit le MAP ou le MMSE avec information *a priori*.

Le précodage linéaire provoque un étalement des données sur L temps/symboles et la diversité spatiale peut être exploitée sur les N_r antennes de réceptions. La matrice \mathcal{H} est alors de taille $LN_r \times LN_e$. Le gain en diversité maximal atteignable par le système MIMO précodé est donc égal à LN_r . D'après les résultats de la partie 2.2.3, l'ordre de diversité total est alors $d_{\min}LN_r$ où d_{\min} est la distance minimale du code correcteur d'erreurs.

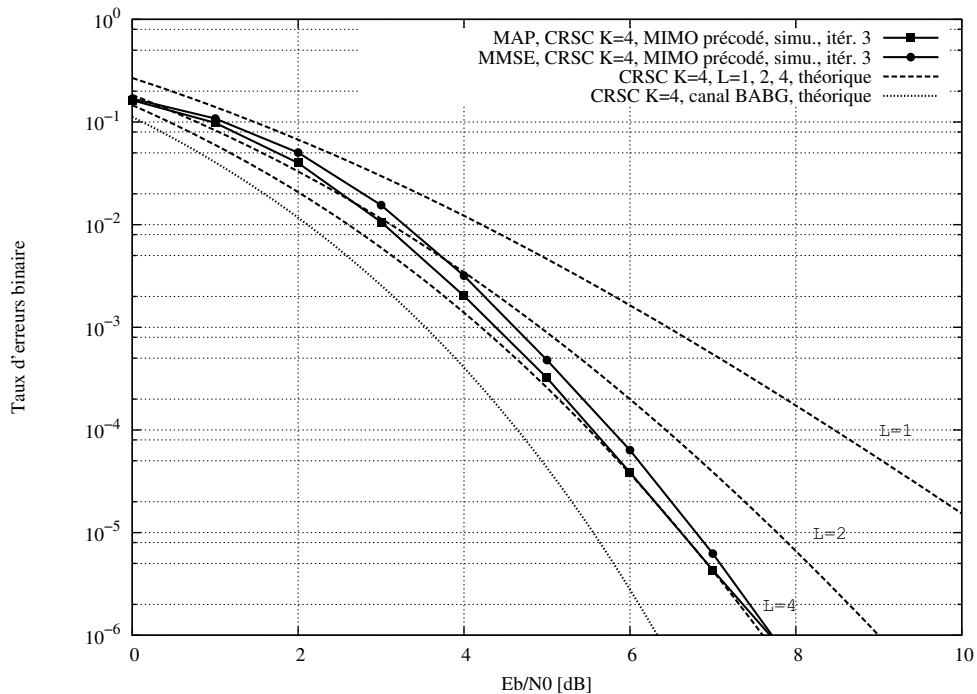


Fig. 5.13 — Comparaison des récepteurs MAP et MMSE pour un multiplexage spatial 2×2 et un précodage linéaire de taille $L=2$ avec les résultats théoriques.

La figure 5.13 compare les résultats obtenus par les deux récepteurs itératifs MAP et MMSE-IC-LE ainsi que les courbes théoriques obtenues en 2.2.3. La modulation est une MDP-2 sur un canal de Rayleigh et le codage de canal à un rendement $1/2$ et une longueur de contrainte de $K=4$. Le précodage linéaire utilise une matrice de Hadamard de taille $L=2$. Dans ce cas, trois itérations suffisent pour que le système converge. Pour les deux détecteurs, on observe une convergence vers la courbe théorique correspondant à un codage de canal associé à un système de diversité à 4 branches. La distance minimale du code est $d_{\min}=6$, donc la diversité exploitée est égale à 24. Cela confirme qu'un système STBICM avec précodage linéaire offre un ordre de diversité égal à $Ld_{\min}N_r$. Cette diversité est exploitée aussi bien par

$\Pi_s \longleftrightarrow$	$z_0^{(1)}$	$z_1^{(N_e)}$	\dots	$z_{N_e-2}^{(3)}$	$z_{N_e-1}^{(2)}$	↑ antennes
	$z_0^{(2)}$	$z_1^{(1)}$	$z_2^{(N_e)}$	\dots	$z_{N_e-1}^{(3)}$	
	\vdots	\ddots	\ddots	\ddots	\vdots	
	$z_0^{(N_e-1)}$	\dots	$z_{N_e-3}^{(2)}$	$z_{N_e-2}^{(1)}$	$z_{N_e-1}^{(N_e)}$	
	$z_0^{(N_e)}$	$z_1^{(N_e-1)}$	\dots	$z_{N_e-2}^{(N_e)}$	$z_{N_e-1}^{(1)}$	
	↓ temps					

Tab. 5.2 — Entrelacement spatial du système MIMO précodé.

le détecteur MAP que le détecteur MMSE-IC-LE, bien que ce dernier soit d'une complexité bien inférieure.

5.4.3 Étalement dans le domaine spatial

Dans le schéma précédent, le précodage linéaire devient inefficace si les variations temporelles du canal sont faibles ou nulles. Le précodage linéaire peut aussi être employé pour exploiter la diversité spatiale, sans sacrifier le multiplexage spatial. Inspiré du système DLST, un précodage linéaire exploitant la diversité spatiale en émission a été proposé par X. Ma et G. B. Giannakis dans [63]. Avec un précodage linéaire dont la taille est égale au nombre d'antennes d'émission, l'entrelacement spatial Π_s décrit par le tableau 5.2 opère une rotation des données précodées dans le temps. L'élément $z_k^{(n)}$ désigne alors la sortie du précodage linéaire numéroté n à l'instant k dans la figure 5.14. Dans [63], il est démontré qu'une telle structure associée un précodage linéaire utilisant les matrices de (3.3) permet d'obtenir à la fois la diversité et le multiplexage spatial.

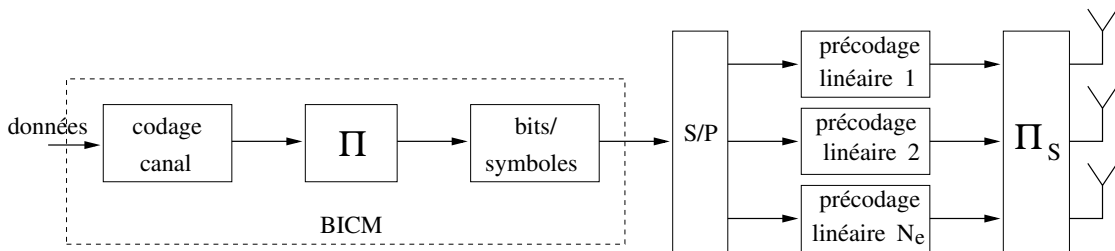


Fig. 5.14 — Multiplexage spatial et précodage linéaire, diversité spatiale en transmission.

D'autres schémas d'association sont possibles. Dans [65], A. Medles et D. T. M. Slock associent un précodage linéaire au codage de canal et à l'entrelacement spatial du système DLST (tableau 5.1). Enfin, le schéma de transmission de N. Gresset *et al.* dans [31] est basé sur la construction d'un précodage linéaire exploitant à la fois la diversité spatiale et

temporelle et le récepteur est constitué d'un système MAP itératif.

Le précodage linéaire utilisé pour exploiter la diversité spatiale opère suivant une approche similaire aux codes à dispersion linéaire. Pour ceux-ci, un traitement MMSE avec information *a priori* est proposé par M. Witzke dans [103]. Comme les codes à dispersion linéaire utilisent les symboles à émettre ainsi que leur conjugués, le système de détection est alors plus complexe à mettre en œuvre.

L'entrelacement spatial 5.2 est ici utilisé avec le schéma de transmission représenté figure 5.14. Les symboles précodés de chaque flux sont répartis entre les N_e antennes d'émission ce qui permet d'exploiter la diversité spatiale. Le système MIMO précodé peut être représenté par une matrice $\mathcal{H} = \mathbf{H}\mathbf{G}$ de taille $LN_r \times LN_e$ (avec $L=N_e$). À la différence de ce qui a été fait dans la section 5.4.2, la matrice \mathbf{G} prend maintenant en compte l'entrelacement spatial défini par 5.2. Nous pouvons alors appliquer les méthodes de traitement itératif décrites dans le premier chapitre.

Résultats de simulation

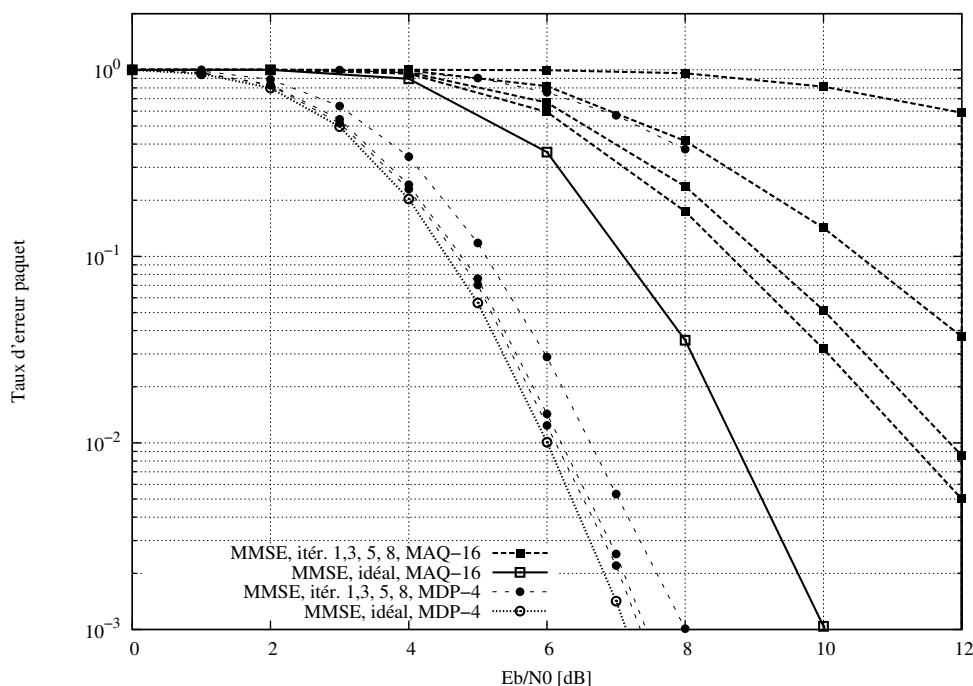


Fig. 5.15 — Multiplexage spatial 4×4 précodé pour une MDP-4 et une MAQ-16 avec un traitement MMSE itératif.

Sur un canal de Rayleigh, les performances devraient être similaires que l'étalement soit dans le domaine temporel ou spatial. La figure 5.15 montre des résultats de simulation pour un système MIMO 4×4 avec un précodage linéaire utilisant une matrice de Hadamard sur un canal invariant par blocs. Le schéma de transmission est celui de la figure 5.14 avec

l'entrelacement spatial Π_s décrit par le tableau 5.2. Ainsi, le système doit pouvoir exploiter la diversité offerte par les $N_e N_r = 16$ coefficients d'atténuation du canal MIMO. Les modulations utilisées sont une MDP-4 ou une MAQ-16 et le codage de canal utilise un CRSC de longueur de contrainte $K=7$ de rendement $R=1/2$. Les résultats présentés en terme de taux d'erreurs paquet peuvent donc être comparés à ceux obtenus en 5.3.2 sans précodage linéaire sur le canal invariant par blocs.

Le traitement itératif utilise l'algorithme MMSE-IC-LE adapté au traitement conjoint du système MIMO précodé. La limite des performances est constituée des courbes de simulation en considérant une information *a priori* parfaite. La comparaison des courbes avec (figure 5.15) et sans précodage linéaire (figure 5.9) montre que ce dernier apporte un gain significatif pour les performances limites. Pour la modulation MDP-4, le système itératif converge dans les deux cas vers sa limite. Le traitement MMSE-IC-LE est donc efficace dans ce cas. Par contre, lorsque la modulation est une MAQ-16, la convergence est moins bonne pour le système avec précodage linéaire. Il y a donc des cas (système MIMO, canal invariant par blocs et modulation d'ordre élevé) où le traitement itératif proposé ne permet pas d'exploiter la diversité supplémentaire offerte par le précodage linéaire.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une étude des systèmes itératifs permettant de traiter l'association d'un multiplexage spatial et d'un précodage linéaire. Les systèmes MIMO précodés présentés permettent à la fois un gain en diversité important et un débit élevé respectivement grâce au précodage linéaire et au multiplexage spatial. Le système itératif basé sur le critère MMSE que nous avons utilisé permet un traitement peu complexe en réception. Il permet en général d'exploiter la diversité supplémentaire apportée par le précodage linéaire dans le domaine temporel ou spatial. En utilisant les diagramme EXIT, nous avons montré que l'insertion du précodage linéaire retarde néanmoins la convergence du système itératif avec une modulation d'ordre élevé.

Conclusion

DANS CETTE THÈSE, nous avons étudié l'utilisation de différents traitements itératifs pour le précodage linéaire. Ces traitements ont été évalués dans le contexte d'un multiplexage en fréquence OFDM et d'un système à antennes multiples MIMO.

Pour cela, le modèle utilisé pour représenter une chaîne de transmission numérique a tout d'abord été décrit. Après avoir introduit le principe turbo, nous avons rappelé les principales méthodes de traitements itératifs pour des systèmes générant des interférences. Ainsi, les critères du maximum *a posteriori* MAP et du minimum d'erreur quadratique moyenne MMSE avec information *a priori* sont généralisés à tout système à interférences acceptant une représentation matricielle. L'existence de ces différents traitements permet de choisir un compromis entre performance et complexité. Par ailleurs, les détecteurs MAP ou MMSE itératifs ainsi que les approximations de ce dernier ont des performances asymptotiques identiques. Ils permettent ainsi d'exploiter toute la diversité offerte.

Ensuite, différents résultats théoriques ont été exposés. Tout d'abord, la notion de capacité appliquée au systèmes à antennes multiples montre que l'efficacité spectrale maximale est fonction du produit de l'ordre de la modulation et du nombre d'antennes d'émission. Une étude de la diversité permet par ailleurs d'obtenir une mesure des performances de différents systèmes sur un canal à évanouissements. L'ordre de diversité permet ainsi d'obtenir la pente des courbes de mesure de taux d'erreurs sur un canal de Rayleigh à fort rapport signal à bruit. D'autre part, lorsque deux systèmes exploitant la diversité sont utilisés, il est possible d'obtenir un ordre de diversité total égal au produit des ordres de diversité de chacun des systèmes. En particulier, si un système exploitant la diversité est utilisé avec un code correcteur d'erreur, l'ordre de diversité global est égal au produit de la distance minimale du code et de l'ordre de diversité du système. Enfin, on a rappelé le principe des diagrammes EXIT et son application aux traitements itératifs décrits précédemment. Ces diagrammes permettent d'évaluer la convergence du traitement itératif en fonction de l'algorithme choisi et des paramètres du système.

Le précodage linéaire a été l'objet de nombreuses études ces dernières années. Il permet d'exploiter la diversité d'un canal à évanouissement dans le domaine temporel et/ou fréquentiel. Lorsque le précodage linéaire est associé à un codage de canal, les traitements itératifs permettent d'obtenir un gain en diversité égal à la taille de la matrice de précodage. Nous avons proposé une méthode de traitement itératif peu complexe basés sur une technique

de turbo-égalisation dont les coefficients sont calculés dans le domaine fréquentiel. Deux types de matrices ont été utilisées : une classe de matrices complexes et des matrices de Hadamard. Dans un traitement itératif, elles offrent les mêmes performances asymptotiques, mais les premières permettent une meilleure convergence tandis que les secondes diminuent la complexité. Dans les deux cas, la limite des performances correspond à un ordre de diversité égal au produit de la taille du précodage linéaire et de la distance minimale du code. Profitant de la structure particulière de la matrice de précodage, la méthode proposée ne nécessite pas d'inversion de matrices et la complexité du traitement augmente linéairement avec la taille de la matrice de précodage. En général, cette méthode permet une convergence vers la limite obtenue en considérant une information *a priori* parfaite pour le détecteur. Cependant, certains facteurs retardent ou ne permettent pas cette convergence. Ainsi lorsque la modulation d'ordre élevé MAQ-16 est associée à un code de haut rendement, il existe un décalage entre la limite et les performances du système itératif. D'autre part, l'augmentation de la taille du précodage linéaire retarde le seuil de convergence du système, contrairement aux détecteurs basés sur le critère MAP.

Le précodage linéaire peut être appliqué à un multiplexage en fréquence OFDM. La modulation OFDM permet en effet de "voir" le canal à trajets multiples comme un canal à évanouissements sans interférence. Le standard 802.11a utilisé aujourd'hui dans les réseaux sans fil utilise un système OFDM et un codage de canal. Nous avons inséré donc un précodage linéaire entre la BICM et la modulation OFDM à l'émission ainsi que le traitement itératif décrit dans le chapitre trois en réception. Cela nous a permis d'observer l'efficacité du traitement itératif proposé dans un contexte où la diversité disponible est réduite. Malgré cette limitation, le traitement itératif du précodage linéaire apporte un gain significatif.

Enfin, il est possible d'associer le précodage linéaire à un système à antennes multiples. Le système MIMO utilisé en multiplexage spatial avec un précodage linéaire apporte à la fois un gain en diversité et un débit multiplié par le nombre d'antennes d'émission. La représentation matricielle du canal faite dans le chapitre un permet de réaliser un traitement conjoint du précodage linéaire et des interférences entre antennes. En particulier, le traitement MMSE-IC-LE que nous avons appliqué dans ce contexte donne un système itératif de faible complexité. À l'aide d'un diagramme EXIT, nous avons mis en évidence que l'ajout du précodage linéaire au système MIMO retarde la convergence du traitement itératif mais améliore les performances à fort rapport signal à bruit.

Le précodage linéaire a déjà fait l'objet de nombreuses études montrant des gains potentiels très importants. Les méthodes basées sur le critère du maximum de vraisemblance offrent des performances optimales au prix d'une complexité élevée. Nous avons proposé un traitement itératif peu complexe qui profite de l'information apportée par le décodeur de canal pour exploiter au mieux la diversité maximale du précodage linéaire. Cela se vérifie lorsque le précodage linéaire est appliqué à l'OFDM et à un multiplexage spatial. Enfin, nous

avons mis en évidence l'existence de facteurs tel que l'ordre de la modulation, le rendement du code ou des variations faibles du canal qui, associés, dégradent les performances du détecteur.

Dans le cadre de travaux futurs, il semble intéressant d'envisager une réalisation matérielle des systèmes étudiés. Cela pourrait être considéré tout d'abord pour un système OFDM précodé, puis étendu au cas multi-antennes. Les nouveaux axes ainsi ouverts pourraient concerner d'une part la faisabilité matérielle des systèmes et d'autre part l'évaluation de leurs performances dans des situations réelles. Il reste cependant à intégrer une estimation de canal dans le processus itératif.

D'autre part, la méthode développées dans le chapitre trois montre la similitude entre un traitement itératif pour l'OFDM précodé et une turbo-égalisation dans le domaine fréquentiel. Une comparaison de ces deux systèmes en termes de performances et de complexité pourrait mettre en évidence l'avantage d'un système par rapport à l'autre, sachant que les traitements en réception sont presque identiques.

Au-delà, une autre perspective d'étude semble intéressante. Lorsqu'il est associé à un système MIMO-OFDM, le précodage linéaire est capable d'utiliser la diversité dans trois domaines : temporel, fréquentiel ou spatial. Suivant le contexte d'utilisation (mobilité, richesse des trajets multiples, décorrélation des antennes), les variations du canal peuvent être plus intéressantes à exploiter dans un domaine particulier. À l'image du mécanisme d'adaptation de lien présent dans le système WiFi, il serait imaginable de mettre en place un système adaptatif choisissant le domaine de diversité et la taille du précodage linéaire à utiliser.

A

Expression du traitement MMSE avec information *a priori* pour le précodage linéaire

Dans [48], Laot *et al.* donnent l'expression de l'égaliseur MMSE-IC-LE dans le cas de la turbo-égalisation dans le domaine fréquentiel. L'égalisation dans le domaine fréquentiel permet, grâce à une transformée de Fourier, d'éviter les inversions de matrices. Lorsque le précodage linéaire est utilisé sur un canal non sélectif en fréquence, le traitement de celui-ci peut facilement être identifié à ce type d'égalisation.

On rappelle la structure du traitement linéaire du précodage linéaire avec information *a priori* sur la figure A.1.

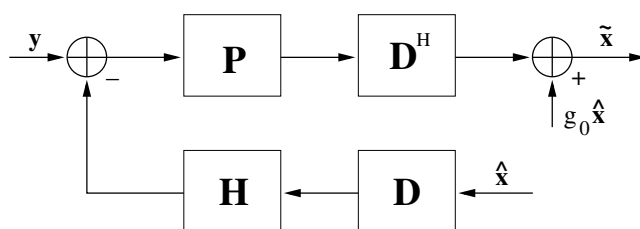


Fig. A.1 — Traitement linéaire du précodage avec une information *a priori* sur les symboles

Ce traitement permet d'obtenir une estimation $\tilde{\mathbf{x}}$ de \mathbf{x} en fonction de la sortie du canal $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{w}$, coefficients d'atténuation de celui-ci $\mathbf{H} = \text{diag}(h_0, \dots, h_{L-1})$ et de la variance σ_w^2 du terme de bruit \mathbf{w} . On dispose aussi d'une information *a priori* sous la forme des symboles estimés $\hat{\mathbf{x}}$ et leur variance $\sigma_{\hat{\mathbf{x}}}^2$. Les symboles $\hat{\mathbf{x}}$ calculés à partir des LRV *a priori* \mathcal{L}_a

sont définis par

$$\hat{\mathbf{x}} = \text{E} \{ \hat{x} | \mathcal{L}_a \} \quad (\text{A.1})$$

La variance des symboles transmis σ_x^2 est aussi supposé connue.

La matrice de précodage $\mathbf{D} = [d_{i,j}]$ est une matrice unitaire de taille L , vérifiant $|d_{i,j}|^2 = 1/L$ pour tout les couples (i, j) . La matrice des coefficients d'atténuation est diagonale, de même que la matrice d'égalisation $\mathbf{P} = \text{diag}(p_0, \dots, p_{L-1})$. On définit la matrice $\mathbf{G} = [g_{k,l}]$ par

$$\mathbf{G} = \mathbf{D}^H \mathbf{P} \mathbf{H} \mathbf{D} \quad (\text{A.2})$$

Les coefficients diagonaux de G sont tous égaux et valent

$$g_{l,l} = g_0 = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} p_k h_k \quad l = 0 \dots L-1. \quad (\text{A.3})$$

La valeur de g_0 (voir figure A.1) fixée ainsi permet d'éliminer la contribution de \hat{x}_l lors de l'estimation de \tilde{x}_l .

On peut alors écrire ce traitement sous forme matricielle

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{G} (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) + g_0 \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{D}^H \mathbf{P} \mathbf{w} \quad (\text{A.4})$$

Une sortie l du traitement s'écrit alors

$$\tilde{x}_l = \underbrace{g_0 x_l}_{\text{symbole désiré}} + \underbrace{\sum_{k=0}^{L-1} d_{k,l}^* p_k w_k}_{\text{bruit}} + \underbrace{\sum_{\substack{m=0 \\ m \neq l}}^{L-1} g_{l,m} (x_m - \hat{x}_m)}_{\text{interférence résiduelle}} \quad (\text{A.5})$$

En supposant que les interférences suivent une distribution gaussienne, le Rapport Signal à Bruit plus Intéférences RSBI en sortie vaut alors

$$\text{RSBI} = \frac{\sigma_x^2 |g_0|^2}{\sigma_{\text{BI}}^2} \quad (\text{A.6})$$

où σ_{BI}^2 est la variance du bruit plus interférence donnée par

$$\sigma_{\text{BI}}^2 = \text{E} \left\{ |\tilde{x}_l - g_0 x_l|^2 \right\} \quad (\text{A.7})$$

La démonstration donnée en [48] donne l'expression des coefficients d'égalisations qui maximisent le RSBI dans le cadre de la turbo-égalisation. On adapte cette démonstration pour obtenir les coefficients \mathbf{P} dans le cas du précodage linéaire sur un canal non sélectif en fréquence.

D'après A.5 et A.7 on peut écrire

$$\sigma_{\text{BI}}^2 = \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq l}}^{M-1} |g_{l,m}|^2 \text{E} \left\{ |x_m - \hat{x}_m|^2 \right\} + \sum_{k=0}^{M-1} |p_k|^2 \sigma_w^2 \quad (\text{A.8})$$

En utilisant la propriété

$$\mathbb{E}_X \{X\} = \mathbb{E}_Y \{ \mathbb{E}_{X|Y} \{X|Y\} \} \quad (\text{A.9})$$

on peut écrire

$$\mathbb{E} \{x_m \hat{x}_m^*\} = \mathbb{E} \{ \mathbb{E} \{x_m \hat{x}_m^* | \mathcal{L}_a\} \} \quad (\text{A.10})$$

Comme les \hat{x}_m sont déjà conditionnés aux LRV \mathcal{L}_a , on a

$$\mathbb{E} \{x_m \hat{x}_m^*\} = \mathbb{E} \{ \hat{x}_m^* \mathbb{E} \{x_m | \mathcal{L}_a\} \} \quad (\text{A.11})$$

ce qui donne, d'après la définition des \hat{x}_m donnée en (A.1)

$$\mathbb{E} \{x_m \hat{x}_m^*\} = \mathbb{E} \{ \hat{x}_m^* \hat{x}_m \} = \sigma_{\hat{x}}^2 \quad (\text{A.12})$$

Comme

$$\mathbb{E} \{ |x_m - \hat{x}_m|^2 \} = \mathbb{E} \{ |x_m|^2 \} + \mathbb{E} \{ |\hat{x}_m|^2 \} - 2\Re(\mathbb{E} \{x_m \hat{x}_m^*\}), \quad (\text{A.13})$$

On a alors

$$\mathbb{E} \{ |x_m - \hat{x}_m|^2 \} = \sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2. \quad (\text{A.14})$$

Ensuite, on développe l'expression suivante

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^{M-1} |g_{l,m}|^2 &= \sum_{m=0}^{M-1} \left| \sum_{k=0}^{M-1} d_{k,l} d_{k,m} p_k h_k \right|^2 \\ &= \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{M-1} (d_{j,l} d_{j,m} p_j h_j) (d_{k,l} d_{k,m} p_k^* h_k^*) \\ &= \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{M-1} d_{j,l} d_{k,l} p_j h_j p_k^* h_k^* \sum_{m=0}^{M-1} d_{k,m} d_{j,m} \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Grâce aux propriétés des matrices de précodage utilisées et avec $\delta_{j,k}$ désignant le symbole de Kronecker, on a

$$\sum_{m=0}^{M-1} d_{k,m} d_{j,m} = \delta_{j,k} \quad (\text{A.16})$$

on obtient alors de (A.15)

$$\sum_{m=0}^{M-1} |g_{l,m}|^2 = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} |p_k h_k|^2. \quad (\text{A.17})$$

En utilisant les résultats (A.14) et (A.17), l'équation A.8 peut se réécrire

$$\sigma_{\text{BI}}^2 = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} |p_k \alpha_k|^2 - (\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2) \left| \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} p_k h_k \right|^2 \quad (\text{A.18})$$

où les coefficients (α_k) sont des réels positifs définis par

$$\alpha_k = \left((\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2) |h_k|^2 + \sigma_w^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{A.19})$$

On en déduit une nouvelle expression du RSBI

$$\text{RSBI} = \sigma_x^2 \left(\frac{M \sum_{k=0}^{M-1} |p_k \alpha_k|^2}{\left| \sum_{k=0}^{M-1} p_k h_k \right|^2} - (\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2) \right)^{-1}. \quad (\text{A.20})$$

En utilisant l'inégalité de Cauchy-Schwartz, on obtient

$$\left| \sum_{k=0}^{M-1} p_k h_k \right|^2 \leq \left(\sum_{k=0}^{M-1} |p_k \alpha_k|^2 \right) \left(\sum_{k=0}^{M-1} \left| \frac{h_k}{\alpha_k} \right|^2 \right). \quad (\text{A.21})$$

Avec (A.20) et (A.21), on obtient l'inégalité

$$\text{RSBI} \leq \frac{\sigma_x^2}{M \left(\sum_{k=0}^{M-1} \left| \frac{h_k}{\alpha_k} \right|^2 \right)^{-1} - (\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2)} \quad (\text{A.22})$$

avec égalité pour les coefficients d'égalisation suivants

$$p_k = \lambda \frac{h_k^*}{(\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2) |h_k|^2 + \sigma_w^2} \quad (\text{A.23})$$

Finalement, avec (A.22) et avec β défini par

$$\beta = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} \left| \frac{h_k}{\alpha_k} \right|^2 \quad (\text{A.24})$$

On obtient une expression du rapport signal à bruit plus interférences maximal

$$\text{RSBI}_{\max} = \frac{\sigma_x^2}{\beta^{-1} - (\sigma_x^2 - \sigma_{\hat{x}}^2)} \quad (\text{A.25})$$

Le critère du minimum d'erreur quadratique moyenne permet de fixer une valeur optimale pour λ . L'Erreur Quadratique Moyenne EQM en sortie du système donnée par

$$\text{EQM} = \text{E} \left\{ |\tilde{x}_l - x_l|^2 \right\} \quad (\text{A.26})$$

peut s'écrire

$$\text{EQM} = \text{E} \left\{ |x_l (g_0 - 1) + (\tilde{x}_l - g_0 x_l)|^2 \right\} \quad (\text{A.27})$$

D'après (A.18) et comme $(\tilde{x}_l - g_0 x_l)$ ne dépend que de $(\tilde{x}_m)_{m \neq l}$ and $(x_m)_{m \neq l}$, on a

$$\text{EQM} = (g_0 - 1)^2 \sigma_x^2 + \sigma_{\text{BI}}^2 \quad (\text{A.28})$$

En utilisant (A.6), (A.25) et (A.28), on obtient

$$\text{EQM} = \lambda^2 \beta (1 + \beta \sigma_{\hat{x}}^2) - 2\lambda \beta \sigma_x^2 + \sigma_x^2 \quad (\text{A.29})$$

La valeur EQM étant considérée comme une fonction de λ , elle atteint son minimum pour

$$\lambda = \frac{\sigma_x^2}{1 + \beta \sigma_{\hat{x}}^2} \quad (\text{A.30})$$

On obtient finalement pour le précodage linéaire la même expression des coefficients d'égalisation que celle obtenue dans le cadre de la turbo-égalisation dans le domaine fréquentiel.

Liste des publications

Conférences internationales avec comité de lecture

J. LE MASSON, C. LANGLAIS et C. BERROU, *Étude d'un système MIMO avec précodage linéaire à annulation d'interférences*, dans *International Symposium on Image/Video Communications over fixed and mobile networks, ISIVC'2004*, (pp. 165–168), July 2004.

J. LE MASSON, C. LANGLAIS et C. BERROU, *Full diversity linear precoding with low complexity turbo equalization*, dans *Symposium on Communications and Vehicular Technology in the Benelux, SCVT'2004*, Nov. 2004.

J. LE MASSON, C. LANGLAIS et C. BERROU, *Linear precoding with low complexity MMSE turbo-equalization and application to the wireless LAN system*, dans *International Conference on Communications, ICC'2005*, vol. 4, (pp. 2352–2356), May 2005.

Conférences nationales avec comité de lecture

J. CUEVAS, P. ADDE, S. KEROUÉDAN, M. ARZEL et J. LE MASSON, *Turbo décodage de code produit haut débit utilisant un code BCH étendu (128, 106, 8) à fort pouvoir de correction*, dans *Colloque GRETSI sur le traitement du signal et des images, GRETSI'2003*, vol. 1, (pp. 349-352), Sept. 2003.

C. JEGO, J. LE MASSON et E. PIRIOU, *Introduction à un langage dédié à la modélisation au niveau système : SystemC*, dans *Journées Pédagogiques du CNFM*, (pp. 39-44), Dec. 2004.

J. LE MASSON et C. LANGLAIS, *Analyse de la convergence d'un système multi-antennes précodé itératif*, dans *Colloque GRETSI sur le traitement du signal et des images, GRETSI'2005*, Sept. 2005.

Bibliographie

- [1] S. M. ALAMOUTI, *A simple transmit diversity technique for wireless communications*, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 16, no. 8, pp. 1451–1458, Oct. 1998.
- [2] J. B. ANDERSON et S. M. HLADICK, *Tailbiting MAP decoders*, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 16, no. 2, pp. 297–302, Feb. 1998.
- [3] L. BAHL, J. COCKE, F. JELINEK et J. RAVIV, *Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate*, IEEE Transactions on Information Theory, vol. 20, no. 2, pp. 284–287, Mar. 1974.
- [4] S. BENEDETTO et E. BIGLIERI, *Principles of digital transmission with wireless applications*, Kluwer Academic, 1999.
- [5] C. BERROU et A. GLAVIEUX, *Near optimum error correcting coding and decoding : Turbo-codes*, IEEE Transactions on Communications, vol. 44, no. 10, pp. 1261–1271, Oct. 1996.
- [6] C. BERROU, A. GLAVIEUX et P. THITIMAJSHIMA, *Near shannon limit error-correcting coding and decoding : Turbo-codes*, dans *International Conference on Communications*, (pp. 1064–1070), May 1993.
- [7] E. BIGLIERI, A. NORDIO et G. TARICCO, *Iterative receiver interfaces for coded MIMO signaling*, dans *IEEE 60th Vehicular Technology Conference, VTC2004-Fall*, (pp. 3669–3673), Sept. 2004.
- [8] J. A. C. BINGHAM, *Multicarrier modulation for data transmission : an idea whose time has come*, IEEE Communications Magazine, vol. 28, pp. 5–14, May 1990.
- [9] J. BOUTROS, F. BOIXADERA et C. LAMY, *Bit-interleaved coded modulation for multiple-input multiple-output channels*, dans *International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications, ISSSTA'2000*, vol. 1, (pp. 123–126), Sept. 2000.
- [10] J. BOUTROS et E. VITERBO, *Signal space diversity : a power- and bandwidth-efficient diversity technique for the Rayleigh fading channel*, IEEE Journal on Information Theory, vol. 44, no. 4, pp. 1453–1467, July 1998.

- [11] P.-J. BOUVET, M. HÉLARD et V. LE NIR, *Low complexity iterative receiver for linear precoded MIMO systems*, dans *Eighth International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications, ISSSTA'2004*, (pp. 17–21), Aug. 2004.
- [12] A. BURY et J. LINDNER, *Block transmission equalizers using constrained minimum variance filters with application to MC-CDM*, dans *International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications, ISSSTA'2000*, vol. 1, (pp. 159–163), Sept. 2000.
- [13] G. CAIRE, G. TARICCO et E. BIGLIERI, *Bit-interleaved coded modulation*, IEEE Transactions on Information Theory, vol. 44, no. 3, pp. 927–946, May 1998.
- [14] Y. L. C. DE JONG et T. J. WILLINK, *Iterative tree search detection for mimo wireless systems*, IEEE Transactions on Communications, vol. 53, no. 6, pp. 930–935, June 2005.
- [15] M. DEBBAH, *Précodage linéaire pour les transmissions OFDM sans fil*, Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, Oct. 2002.
- [16] M. DEBBAH, P. LOUBATON et M. DE COURVILLE, *Spread OFDM performance with MMSE equalization*, dans *Proceedings of Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP'2001*, vol. 4, (pp. 2385–2388), May 2001.
- [17] M. DEBBAH, P. LOUBATON et M. DE COURVILLE, *Asymptotic performance of successive interference cancellation in the context of linear precoded OFDM system*, IEEE Transactions on Communications, vol. 52, no. 9, pp. 1444–1448, Sept. 2004.
- [18] A. DOUFEXI, S. ARMOUR, M. BUTLER, A. NIX, D. BULL, J. MCGEEHAN et P. KARLSSON, *A comparison of the HIPERLAN/2 and IEEE 802.11a wireless LAN standards*, IEEE Communications Magazine, vol. 40, no. 5, pp. 172–180, 2002.
- [19] C. DOUILLARD, M. JÉZÉQUEL et C. BERROU, *Iterative correction of intersymbol interference : Turbo-equalization*, European Transactions on Telecommunications, vol. 6, no. 5, pp. 507–511, Sept. 1995.
- [20] C. DOUILLARD, M. JÉZÉQUEL, C. BERROU, N. BRENGARTH, J. TOUSCH et N. PHAM, *The turbo code standard for DVB-RCS*, dans *International Symposium on Turbo Codes and Related Topics*, (pp. 535–538), Sept. 2000.
- [21] ETSI EN 300 744, *Digital Video Broadcasting (DVB) ; Framing structure, channel coding and modulation for digital terrestrial television*, 2001.
- [22] ETSI TS 101 475 V1.3.1, *Broadband Radio Access Networks (BRAN) ;HIPERLAN Type 2 ; Physical (PHY) layer*, 1999.
- [23] G. FORNEY, *Maximum-likelihood sequence estimation of digital sequences in the presence of intersymbol interference*, IEEE Transactions on Information Theory, vol. 18, no. 3, pp. 363–378, May 1972.
- [24] G. J. FOSCHINI, *Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment using multi-element antennas*, Bell Labs Technical Journal, vol. 1, pp. 41–59, 1996.

- [25] G. J. FOSCHINI et M. J. GANS, *On limits of wireless communications in a fading environment using multiple antennas*, *Wireless personal communications*, vol. 6, pp. 311–335, 1998.
- [26] L. FUNXIN, B. VUCETIC et Y. SATO, *Optimum soft-output detection for channels with intersymbol interference*, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 41, no. 3, pp. 704–713, May 1995.
- [27] H. FUTAKI et T. OHTSUKI, *Low-density parity-check (LDPC) coded OFDM systems*, dans *Vehicular Technology Conference*, vol. 1, (pp. 82–86), 2001.
- [28] X. GIRAUD, E. BOUTILLON et J. C. BELFIORE, *Algebraic tools to build modulation schemes for fading channels*, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 43, no. 3, pp. 938–952, May 1997.
- [29] A. GLAVIEUX, C. LAOT et J. LABAT, *Turbo equalization over a frequency selective channel*, dans *International Symposium on Turbo Codes and Related Topics*, (pp. 96–101), Sept. 1997.
- [30] N. GRESSET, *New space-time coding techniques with bit interleaved coded modulations*, Thèse de doctorat, ENST Paris, Dec. 2004.
- [31] N. GRESSET, J. BOUTROS et L. BRUNEL, *Linear precoding under iterative processing for multiple antennas channels*, dans *First International Symposium on Control, Communications and Signal Processing*, (pp. 563–566), 2004.
- [32] J. HAGENAUER, E. OFFER et L. PAPKE, *Iterative decoding of binary block and convolutional codes*, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 42, no. 2, pp. 429–445, March 1996.
- [33] J. HAGENHAUER et P. HOEHER, *A viterbi algorithm with soft-decision outputs and its applications*, dans *Global Telecommunications Conference, GLOBECOM'89*, vol. 3, (pp. 1680–1686), Nov. 1989.
- [34] L. HANZO, C. H. WONG et M. S. YEE, *Adaptative Wireless Transceivers*, John Wiley & Sons, 2002.
- [35] B. HASSIBI et B. M. HOCHWALD, *High-rate codes that are linear in space and time*, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 48, no. 7, pp. 1804–1824, July 2002.
- [36] B. HASSIBI et H. VIKALO, *On the expected complexity of sphere decoding*, dans *34th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, vol. 2, (pp. 1051–1055), Nov. 2001.
- [37] C. HERMOSILLA et L. SZCZECINSKI, *Exit charts for turbo receivers in MIMO systems*, dans *Seventh International Symposium on Signal Processing and Its Applications*, vol. 1, (pp. 209–212), July 2003.
- [38] B. HOCHWALD et S. TEN BRINK, *Achieving near-capacity on a multiple-antenna channel*, *IEEE Transactions on Communications*, vol. 51, no. 3, pp. 389–399, March 2003.

- [39] IEEE STD 802.11A-1999, *Part 11 : Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) specifications : High-speed Physical Layer in the 5 GHz Band*, 1999.
- [40] S. KAISER, *OFDM code-division multiplexing in fading channels*, IEEE Transactions on Communications, vol. 50, no. 8, pp. 1266–1273, Aug. 2002.
- [41] S. KAISER, *Space-frequency block codes and code division multiplexing in OFDM systems*, dans *Global Telecommunication Conference GLOBECOM'2003*, vol. 4, (pp. 2360–2364), Dec. 2003.
- [42] T. KELLER et L. HANZO, *Sub-band adaptative pre-equalized OFDM transmission*, dans *Vehicular Technology Conference*, vol. 1, (pp. 334–338), Sept. 1999.
- [43] J. KIM, J. T. CHEN et J. M. CIOFFI, *Low complexity bit mapping algorithm for multi-carrier communication systems with fading channels*, dans *International Conference on Universal Personal Communications*, vol. 2, (pp. 927–931), 1998.
- [44] J. Y. KIM, *Turbo-coded OFDM system for a mobile satellite broadcasting system*, dans *Vehicular Technology Conference*, vol. 4, (pp. 2945–2949), 2001.
- [45] B. S. KRONGOLD, K. RAMCHANDRAN et D. L. JONES, *Computationally efficient optimal power allocation algorithms for multicarrier communication systems*, IEEE Transactions on Communications, vol. 48, pp. 23–27, January 2000.
- [46] L. ZHENG et D. N. C. TSE, *Diversity and multiplexing : a fundamental tradeoff in multiple-antenna channels*, IEEE Journal on Information Theory, vol. 49, no. 5, pp. 1073–1096, May 2003.
- [47] C. LAOT, *Égalisation autodidacte et turbo-égalisation. Application aux canaux sélectifs en fréquence*, Thèse de doctorat, Université de Rennes 1, 1997.
- [48] C. LAOT, R. LE BIDAN et D. LEROUX, *Low-complexity MMSE turbo equalization : A possible solution for EDGE*, IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 4, no. 3, pp. 965–974, May 2005.
- [49] R. LE BIDAN, *Turbo-equalization for bandwidth-efficient digital communications over frequency-selective channels*, Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, 2003.
- [50] B. LE FLOCH, M. ALARD et C. BERROU, *Coded orthogonal frequency division multiplex*, dans *Proceedings of the IEEE*, vol. 83, (pp. 982–996), June 1995.
- [51] R. LE GOUABLE, *Association de modulations multiporteuses et de techniques d'accès multiple : application aux transmissions sans fil à haut débit*, Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, 2001.
- [52] J. LE MASSON et C. LANGLAIS, *Analyse de la convergence d'un système multi-antennes précodé itératif*, dans *Colloque GRETSI sur le traitement du signal et des images, GRETSI'2005*, Sept. 2005.

- [53] J. LE MASSON, C. LANGLAIS et C. BERROU, *Étude d'un système MIMO avec précodage linéaire à annulation d'interférences*, dans *International Symposium on Image/Video Communications over fixed and mobile networks, ISIVC'2004*, (pp. 165–168), July 2004.
- [54] J. LE MASSON, C. LANGLAIS et C. BERROU, *Full diversity linear precoding with low complexity turbo equalization*, dans *Symposium on Communications and Vehicular Technology in the Benelux, SCVT'2004*, Nov. 2004.
- [55] J. LE MASSON, C. LANGLAIS et C. BERROU, *Linear precoding with low complexity MMSE turbo-equalization and application to the wireless LAN system*, dans *International Conference on Communications, ICC'2005*, vol. 4, (pp. 2352–2356), May 2005.
- [56] V. LE NIR, *Étude et optimisation des systèmes multi-antennes associés à des modulation multiporteuses*, Thèse de doctorat, INSA de Rennes, Nov. 2004.
- [57] V. LE NIR et M. HÉLARD, *Reduced-complexity space-time block schemes with block linear precoding*, *Electronics Letters*, vol. 39, no. 14, pp. 1066–1068, July 2003.
- [58] C. S. LEE, S. X. NG, L. PIAZZO et L. HANZO, *TCM, TTCM, BICM and iterative BICM assisted OFDM-based digital video broadcasting to mobile receivers*, dans *Vehicular Technology Conference*, vol. 1, (pp. 732–736), 2001.
- [59] J. H. LEE, Y. H. KIM et J. C. HAN, *Pilot symbol initiated iterative channel estimation and decoding for QAM modulated OFDM signals*, dans *Vehicular Technology Conference*, vol. 2, (pp. 1322–1326), April 2003.
- [60] X. LI et J. A. RITCEY, *Bit-interleaved coded modulation with iterative decoding*, dans *International Conference on Communications*, vol. 2, (pp. 858–863), June 1999.
- [61] Y. LI, L. J. CIMINI et N. R. SOLLENBERGER, *Robust channel estimation for OFDM systems with dispersive fading channels*, *IEEE Transactions on Communications*, vol. 46, no. 7, pp. 902–915, July 1998.
- [62] Y. LI et S. SUN, *Design of bit-interleaved turbo-coded modulation in OFDM-based wireless LAN systems*, dans *International Workshop on Mobile and Wireless Communications Network*, (pp. 549–553), 2002.
- [63] X. MA et G. GIANNAKIS, *Full-diversity full-rate complex-field space-time coding*, *IEEE transactions on signal processing*, vol. 51, no. 11, pp. 2917–2930, Nov. 2003.
- [64] X. MA et G. B. GIANNAKIS, *Complex field coded MIMO systems : performance, rate, and trade-offs*, *Wireless Communications and Mobile Computing*, vol. 2, pp. 693–717, 2002.
- [65] A. MEDLES et D. T. M. SLOCK, *Linear precoding and DFE equalization achieve the diversity vs multiplexing optimal tradeoff*, dans *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, ICASSP'2005*, vol. 3, (pp. 421–424), March 2005.
- [66] B. MUQUET, *Nouveaux Schémas de décodage pour les systèmes OFDM avec préfixe cyclique ou zero-padding*, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, 2001.

- [67] B. MUQUET, P. MAGNIEZ, P. DUHAMEL, M. DE COURVILLE et G. GIANNAKIS, *Turbo demodulation of zero-padded OFDM transmissions*, dans *34th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, vol. 2, (pp. 1815–1819), 2000.
- [68] S. X. NG et L. HANZO, *On the MIMO channel capacity for multi-dimensionnal signal sets*, dans *Vehicular Technology Conference, VTC'2004*, vol. 3, (pp. 1594–1598), Sept. 2004.
- [69] O. OYMAN, R. U. NABAR, H. BOLCSKEI et A. J. PAULRAJ, *Characterizing the statistical properties of mutual information in mimo channels*, *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 51, no. 11, pp. 2784–2795, Nov. 2003.
- [70] J. G. PROAKIS, *Digital communications*, Mac Graw Hill, 3rd édition, 1995.
- [71] D. QU, G. ZHU et Z. CHEN, *Low complexity LMMSE turbo equalization for linearly precoded OFDM*, dans *Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, PIMRC'2003*, vol. 1, (pp. 819–823), Sept 2003.
- [72] P. ROBERTSON, E. VILLEBRUN et P. HOEHER, *A comparison of optimal and sub-optimal map decoding algorithms operating in the log domain*, dans *International Conference on Communications (ICC'95)*, vol. 2, (pp. 1009–1013), June 1995.
- [73] M. SELLATHURAI et S. HAYKIN, *Turbo-BLAST for wireless communications : theory and experiments*, *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 10, pp. 2538–2546, 2002.
- [74] O. SELLER et D. LACROIX, *Turbo channel estimation for Hiperlan2 advanced WiFi system*, dans *International Symposium on Turbo Codes and Related Topics*, (pp. 91–94), Sept. 2003.
- [75] C. E. SHANNON, *A mathematical theory of communications*, *Bell System Technical Journal*, vol. 27, July 1948.
- [76] H. SHIN et J. H. LEE, *Upper bound on the error probability for space-time codes in fast fading channels*, dans *Vehicular Technology Conference, VTC 2002-Fall*, vol. 1, (pp. 243–246), Sept 2002.
- [77] M. K. SIMON et M.-S. ALOUINI., *Digital communications over fading channels*, John Wiley & Sons, 2nd édition, 2004.
- [78] S. SLIMANE et T. LE-NGOC, *Tight bounds on the error probability of coded modulation schemes in rayleigh fading channels*, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 44, no. 1, pp. 121–130, Feb. 1995.
- [79] J. SYKORA et M. KNIZE, *Linear diversity precoding design criterion for block-fading delay limited MIMO channel*, dans *Global Telecommunications Conference, GLOBE-COM'2004*, vol. 6, (pp. 3711–3715), Nov. 2004.
- [80] V. TAROKH, H. JAFARKHANI et A. R. CALDERBANK, *Space-time block codes from orthogonal designs*, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 45, no. 5, pp. 1456–1467, July 1999.

- [81] V. TAROKH, H. JAFARKHANI et A. R. CALDERBANK, *Space-time block coding for wireless communications : performance results*, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 17, no. 3, pp. 451–460, March 1999.
- [82] V. TAROKH, N. SESHADRI et A. R. CALDERBANK, *Space-time codes for high data rate wireless communication : performance criterion and code construction*, IEEE Transactions on Information Theory, vol. 44, no. 2, pp. 744–765, 1998.
- [83] I. E. TELATAR, *Capacity of multi-antenn gaussian channels*, European Transactions on Telecommunications, vol. 10, no. 6, pp. 585–595, Nov. 1999.
- [84] S. TEN BRINK, *Convergence behavior of iteratively decoded parallel concatenated codes*, IEEE Transactions on Communications, vol. 49, no. 10, pp. 1727–1737, Oct. 2001.
- [85] S. TEN BRINK, F. SANZI et J. SPEIDEL, *Two-dimensional iterative APP channel estimation and decoding for OFDM systems*, dans *Global Telecommunication Conference*, vol. 2, (pp. 741–745), Nov. 2000.
- [86] P. THITIMAJSHIMA, *Les codes convolutifs récurrents systématiques et leur application à la concaténation parallèle*, Thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale, Dec. 1993.
- [87] A. M. TONELLO, *Space-time bit-interleaved coded modulation with an iterative decoding strategy*, dans *Vehicular Technology Conference (VTC-Fall'2000)*, vol. 1, (pp. 473–478), Sept. 2000.
- [88] M. TORABI et M. R. SOLEYMANI, *Turbo coded OFDM for wireless local area networks*, dans *Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, vol. 3, (pp. 1363–1367), 2002.
- [89] M. TÜCHLER, R. KOETTER et A. C. SINGER, *Turbo equalization : principles and new results*, IEEE Transactions on Communications, vol. 50, no. 5, pp. 754–767, May 2002.
- [90] M. TÜCHLER, A. C. SINGER et R. KOETTER, *Minimum mean squared error equalization using a priori information*, IEEE Transactions On Signal Processing, vol. 50, no. 3, pp. 673–683, March 2002.
- [91] G. UNGERBOECK, *Channel coding with multilevel/phase signals*, IEEE Transactions on Information Theory, vol. 28, no. 1, pp. 55–67, Jan. 1982.
- [92] R. VISOZ et A. O. BERTHET, *Iterative decoding and channel estimation for space-time BICM over MIMO block fading multipath AWGN channel*, IEEE Transactions on Communications, vol. 51, no. 8, pp. 1358–1367, Aug. 2003.
- [93] A. VITERBI, *Error bounds for convolutional codes and an asymptotically optimum decoding algorithm*, IEEE Transactions on Information Theory, vol. 13, no. 2, pp. 260–269, Apr. 1967.
- [94] A. J. VITERBI, *CDMA. Principles of spread spectrum communications*, Addison-Westley, 1997.

- [95] F. VOGELBRUCH et S. HAAR, *Improved soft ISI cancellation for turbo equalization using full soft output channel decoder's information*, dans *Global Telecommunications Conference, GLOBECOM'03*, vol. 3, (pp. 1736–1740), Dec. 2003.
- [96] B. VUCETIC et J. YUAN, *Space-Time Coding*, John Wiley & Sons, 2003.
- [97] R. WANG et G. B. GIANNAKIS, *Approaching mimo channel capacity with reduced-complexity soft sphere decoding*, dans *Wireless Communications and Networking Conference (WCNC'2004)*, vol. 3, (pp. 1620–1625), March 2004.
- [98] X. WANG et H. V. POOR, *Iterative (turbo) soft interference cancellation and decoding for coded CDMA*, IEEE Transactions on Communications, vol. 47, no. 7, pp. 1046–1061, July 1999.
- [99] Z. WANG, S. ZHOU et G. B. GIANNAKIS, *Joint coding-precoding with low-complexity turbo-decoding*, IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 3, no. 3, pp. 832–842, May 2004.
- [100] X. WAUTELET, A. DEJONGHE et L. VANDENDORPE, *MMSE-based turbo receiver for space-time BICM over frequency-selective MIMO fading channels*, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 52, no. 6, pp. 1804–1809, June. 2004.
- [101] S. B. WEINSTEIN et P. M. EBERT, *Data transmission by frequency division multiplexing using the discrete fourier transform*, IEEE Transactions on Communication Technology, vol. 19, pp. 628–634, October 1971.
- [102] J. H. WINTERS, J. SALZ et R. D. GITLIN, *The impact of antenna diversity on the capacity of wireless communication systems*, IEEE Transactions on Communications, vol. 42, no. 234, pp. 1740–1751, Feb. 1994.
- [103] M. WITZKE, *Linear and widely linear filtering applied to iterative detection*, Annales des télécommunications, vol. 60, no. 1-2, pp. 148–168, Jan. 2005.
- [104] M. WITZKE, S. BARO, F. SCHRECKENBACH et J. HAGENAUER, *Iterative detection of MIMO signals with linear detectors*, dans *36th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, vol. 1, (pp. 289–293), Nov. 2002.
- [105] E. ZEHAVIDI, *8-PSK trellis codes for a rayleigh channel*, IEEE Transactions on Communications, vol. 40, no. 5, pp. 873–884, May 1992.