SIMULATION DES GRANDES ÉCHELLES TURBULENTES D'UN JET PLAN EN IMPACT

François Beaubert

▶ **To cite this version:**

François Beaubert. SIMULATION DES GRANDES ÉCHELLES TURBULENTES D'UN JET PLAN EN IMPACT. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. 'École des Mines de Nantes, 2002. Français. NNT : . tel-01215594

HAL Id: tel-01215594
https://hal.science/tel-01215594

Submitted on 14 Oct 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

UNIVERSITÉ DE NANTES

ÉCOLE DOCTORALE
Mécanique, Thermique et Génie Civil
DE NANTES

Année: 2002

Thèse de **DOCTORAT**

Discipline: Thermique, Énergétique, Génie des Procédés
Spécialité: Mécanique des Fluides

Préparée à
l'École Nationale Supérieure des Techniques Industrielles et des Mines de Nantes

présentée et soutenue publiquement par

François Beaubert

le 7 juin 2002

à l'École des Mines de Nantes

SIMULATION DES GRANDES ÉCHELLES TURBULENTES D'UN JET PLAN EN IMPACT

Jury

J. Piquet	Professeur, École Centrale de Nantes	*Président*
R. Schiestel	Directeur de Recherches, CNRS, IRPHE, Marseille	*Rapporteur*
H. Wengle	Professeur, Universität Der Bundeswehr, München, Germany	*Rapporteur*
Y. Lecointe	Professeur, Université de Nantes	*Examinateur*
P. Legentilhomme	Professeur, Université de Nantes	*Examinateur*
P. Marty	Professeur, Université de Grenoble	*Examinateur*
C. Rey	Professeur, Université d'Aix-Marseille III	*Examinateur*
C. Solliec	Chargé de Recherches, École des Mines de Nantes	*Examinateur*
S. Viazzo	Maître-Assistant, École des Mines de Nantes	*Examinateur*

Directeur de Thèse	:	**C. Solliec**
Titre et grade	:	Chargé de Recherches, École des Mines de Nantes
Co-Encadrement	:	**S. Viazzo**
Laboratoire	:	Département Systèmes Énergétiques et Environnement – École des Mines de Nantes GEPEA – UMR CNRS 6144
Adresse	:	4, rue A. Kastler BP 20722 F-44307 Nantes Cedex 03

N° ED 0367–042

à mes parents,

Remerciements

L'histoire de cette thèse commence comme une aventure initiatique faite de ricochets quand, jeune étudiant, j'entrais dans l'univers passionnant de la recherche après mon DEA. François DENISET Maître de Conférences à l'Ecole Navale de Brest m'a aidé à trouver les repères scientifiques dont j'avais besoin en encadrant mes tous premiers travaux de recherche dans le laboratoire d'hydrodynamique de l'Ecole Navale de Brest. François, ta bonne humeur, tes encouragements m'ont permis de prendre mes premières marques scientifiques avec sérénité et je t'en suis reconnaissant. Je ne saurai oublier André ASTOLFI Maître de Conférences à l'Ecole Navale de Brest qui, par son ouverture d'esprit, son amitié de tous les jours et son humour ravageur m'ont appris à relativiser le poids de certaines décisions, parfois douloureuses à prendre. André, tu fus l'un des premiers à me faire partager ta passion pour la recherche, qu'il me soit permis ici de te témoigner ma profonde gratitude et mon amitié.

Alors que je commençais un MASTER à l'Ecole Centrale de Paris, les aléas de la recherche m'ont mené à Nantes, où j'ai été accueilli avec chaleur et enthousiasme par Pierre LE CLOIREC, Directeur du Département Systèmes Energétiques et Environnement de l'Ecole des Mines de Nantes. La confiance permanente accordée, l'intérêt manifesté pour mon travail et les moyens mis à ma disposition m'ont encouragé, et ont contribué au bon déroulement de mes travaux de recherche. Qu'il me soit permis ici de lui témoigner toute ma reconnaissance et ma gratitude.

L'étroite collaboration et les liens d'amitié tissés avec mes encadrants de thèse ont contribué à ajouter à cette aventure scientifique une dimension humaine d'une richesse insoupçonnée. De formations complémentaires, tous deux m'ont appris à aiguiser mon esprit critique et à nuancer la pertinence de certains résultats. Comment pourrais-je leur exprimer ici et en quelques mots toute ma gratitude ?

Camille SOLLIEC, directeur de l'équipe Dynamique des Fluides et Procédés et directeur de cette thèse, m'a permis d'envisager en toute sérénité l'aboutissement de ces travaux de recherche à travers ses grandes compétences, sa très large expérience scientifique et ses encouragements permanents. Soucieux de m'assurer les meilleurs conditions de travail, il a su écouter mes « tracas » quotidiens et me conseiller. Camille, ta disponibilité, la profondeur de tes qualités humaines et ta gentillesse ont contribué très largement au bon déroulement de ce travail et à mon épanouissement professionnel. J'ai été, tout au long de ces années, très sensible à ces qualités et à ton souci permanent de veiller à « l'équilibre » de tes doctorants. Par ces mots, je voudrais t'exprimer ma profonde reconnaissance.

Ce travail a été réalisé sous la direction scientifique de Stéphane VIAZZO, Maître assistant à l'Ecole des Mines de Nantes. En apportant la rigueur de son raisonnement et de ses compétences scientifiques, il m'a transmis son esprit critique et sa ténacité sans faille face aux problèmes

rencontrés. Stéphane a toujours été disponible pour guider mon travail, avec patience, encouragements et sans compter son temps. J'ai un souvenir ému où jusqu'à tard dans la nuit, noyés dans les lignes de code, nous traversions des moments de doute puis d'excitation « euphorique » qui laissaient perplexes et dubitatifs certains de nos collègues. Stéphane, ces instants précieux et privilégiés nous ont rapprochés et m'ont permis d'apprécier la profondeur de tes qualités scientifiques et humaines grâce auxquelles ces années ont été si passionnantes et enrichissantes. Derrière ton sens aigu des responsabilités et l'étendue de ta culture scientifique, tu as su me transmettre la chaleur du « feux sacré » qui t'habite, ta passion débordante et presque déraisonnable pour la recherche. J'ai eu un plaisir non dissimulé à travailler avec toi et je voudrais ici te témoigner ma profonde reconnaissance pour tout ce que tu m'as apporté.

Toute ma gratitude s'adresse aussi aux membres du Jury, qui m'ont accordé leur temps précieux pour juger la version finale de ces travaux. Je remercie Jean PIQUET Professeur à l'Ecole Centrale de Nantes pour l'intérêt qu'il a témoigné pour mon travail et qui m'a fait l'honneur de présider ce Jury. Je voudrais aussi exprimer ma profonde reconnaissance à Roland SCHIESTEL, Directeur de recherche au CNRS à l'IRPHE à Marseille. Ses hautes compétences dans le domaine et l'intérêt qu'il a manifesté pour cette thèse le désignait tout naturellement pour être rapporteur de ces travaux. Qu'il ait bien voulu faire partie du Jury m'honore sincèrement. Toute ma gratitude s'adresse également à Hans WENGLE, rapporteur de ces travaux et Professeur à l'Université de la Bundeswher à Munich pour avoir assumé cette lourde tâche avec enthousiasme et pour ses remarques si constructives. J'ai découvert, lorsqu'il m'a fait le plaisir de se déplacer pour la soutenance, un homme d'une gentillesse et d'une sympathie qui m'ont sincèrement touché. Je tiens aussi à remercier Yves LECOINTE Professeur à l'Université de Nantes et Patrick LEGENTILHOMME Professeur à l'Université de Nantes d'avoir bien voulu s'intéresser à ce travail et le juger. Je souhaite également à associer à ces remerciements Philippe MARTY Professeur à l'Université de Grenoble pour l'intérêt qu'il a toujours manifesté à cette étude et pour l'occasion qu'il ma donnée de présenter mes premiers résultats à la Société Française de Thermique. Enfin, je ne saurais oublier Claude REY Professeur à l'Université d'Aix-Marseille II pour son soutien dès les premières heures et pour les nombreuses discussions dont j'ai grandement bénéficiées et qui, par son enthousiasme communicatif a eu l'art d'insuffler une énergie si constructive.

Une thèse est faite de rencontres et je voudrais saluer ici mes collègues du labo qui sont devenus mes amis. J'espère qu'ils trouveront dans ces lignes l'écho des bons moments passés ensemble. Mes pensées vont à Frédéric et à Albert sans qui l'ambiance de travail n'aurait été si chaleureuse. Fred, je me souviens encore avec quelle spontanéité et chaleur (qui te caractérise si bien) tu m'as accueilli à l'Ecole des Mines. Tu fus l'un des premiers à m'offrir ton amitié à mon arrivée sur Nantes et c'est grâce à toi que je m'y suis senti aussi vite adopté. Ces années à partager le bureau ensemble furent un concentré de bonne humeur pendant lesquelles nous avons pu si souvent refaire le monde. Merci pour ça et pour tout le reste ... Tu m'as permis de rencontrer « Man in black with blue shoes », personnalité unique et haute en couleur. Albert, j'ai tout au long de ces années pu apprécier cet enthousiasme et cette curiosité débordante que tu avais sur tout qui ne faisaient que

refléter ton ouverture d'esprit, propice à notre complicité et à notre amitié. J'ai été très sensible à ta patience et tes encouragements quotidiens qui ont pris un sens tout particulier pendant la phase finale de la rédaction et qui soulignent si justement ta sensibilité. Merci d'avoir toujours répondu présent.

Je ne saurais oublier Laurence LECOQ pour cette touche de fraîcheur et de douceur qu'elle apportait quotidiennement, avec une constante bonne humeur et qui a contribué à rendre ces années aussi agréable. Je tiens également à associer à ces remerciements Michel PAVAGEAU pour ses remarques judicieuses et les nombreuses discussions que nous avons eu sur la physique des phénomènes rencontrés.

Mes derniers remerciements vont aux membres de ma famille. Je pense à mon frère, à ma soeur et à mes parents dont les encouragements et l'amour m'ont porté jusqu'aux derniers instants. Ce travail est aussi le leur.

Une place toute particulière revient à Juliane qui a partagé avec moi ces instants quelquefois difficiles avec compréhension et une patience infinie. Par ta présence et ton soutien de tous les jours tu as su m'enlever avec douceur et tendresse à mon immersion parfois tentaculaire. Merci d'avoir été si proche de moi et pour tous ces petits trésors que tu m'as apportés.

Table des matières

Introduction **22**

1 Les jets plans turbulents libres et en impact : synthèse bibliographique **27**

1.1 Contexte de l'étude 27

1.2 Structure générale du jet plan turbulent immergé 29

1.2.1 Définition 29

1.2.2 Grandeurs géométriques et cinématiques 30

1.3 Les équations du mouvement d'un jet plan turbulent 31

1.4 Les zones caractéristiques du jet 35

1.4.1 Le cône potentiel 35

1.4.2 La zone de transition 38

1.4.3 La zone développée 39

1.4.4 La zone d'impact 48

2 Formalisme de la simulation des grandes échelles **63**

2.1 Notions de filtrage 63

2.1.1 Propriétés opératoires fondamentales 65

2.1.2 Les différents filtres analytiques usuels 66

2.1.3 Extension au cas inhomogène 69

2.1.4 Le filtrage implicite et la mise en oeuvre pratique . . . 72
2.1.5 Filtres discrets explicites . . . 74
2.2 Filtrage des équations . . . 76
2.2.1 Équations de Navier-Stokes filtrées . . . 76
2.2.2 Tensions de sous-maille et décomposition de Leonard . . . 77
2.2.3 Invariance Galiléenne . . . 79
2.3 Modélisation de sous-maille . . . 80
2.3.1 Problème de fermeture . . . 80
2.3.2 Modélisation fonctionnelle . . . 82
2.3.2.1 Viscosité de sous-maille . . . 82
2.3.2.2 Le modèle de SMAGORINSKY . . . 84
2.3.3 Modélisation structurelle . . . 88
2.3.4 Modélisation mixte . . . 94
2.3.5 Modélisation dynamique . . . 95

3 Méthode numérique **103**

3.1 Contraintes imposées et choix de la méthode numérique . . . 103
3.2 Mise en équations . . . 105
3.3 Discrétisation spatiale . . . 107
3.3.1 Définition du maillage à pas constant . . . 110
3.3.2 Traitement des directions inhomogènes . . . 111
3.3.2.1 Maillage à pas variable . . . 111
3.3.2.2 Calcul des dérivées . . . 115
3.3.3 Méthodes pseudo-spectrales . . . 116
3.4 Discrétisation temporelle . . . 117
3.5 Technique de résolution : un schéma à pas fractionnaire . . . 119

3.5.1 Spécificités propres à la simulation des grandes échelles . . . 122
3.5.2 Contrôle de la stabilité . . . 124
3.6 Conditions aux limites . . . 124
3.6.1 Conditions d'entrée . . . 124
3.6.2 Traitement des parois . . . 126
3.6.3 Conditions de périodicité . . . 127
3.6.4 Conditions de sortie . . . 127
3.6.5 Conditions initiales . . . 133
3.7 Problème de conservation . . . 134
3.8 Mise en oeuvre de la méthode numérique, performances du code . . . 136

4 Simulations numériques d'un jet plan en impact proche : résultats 137

4.1 Choix de la configuration étudiée et influence des paramètres . . . 137
4.1.1 Configuration retenue . . . 137
4.1.2 Choix du modèle de sous-maille . . . 138
4.1.3 Influence de la longueur de la direction homogène . . . 141
4.1.4 Influence des conditions aux limites en sortie de buse . . . 144
4.1.5 Cas traités . . . 148
4.2 Analyse statistique . . . 149
4.2.1 Convergence et traitement statistique . . . 149
4.2.2 Topologie des champs moyens et fluctuants . . . 149
4.2.3 Évolution des grandeurs sur l'axe du jet . . . 156
4.2.4 Évolution transversale . . . 165
4.2.5 Définition de la hauteur d'impact H_i . . . 178
4.2.6 Champ pariétal . . . 180
4.2.7 Jets de paroi . . . 184

4.2.8 Analyse spectrale 191

4.3 Analyse structurelle 197

4.3.1 Topologie de l'écoulement : vue d'ensemble 197

4.3.2 Couches de mélange 200

4.3.3 Zone d'impact 208

4.3.4 Traceurs lagrangiens 213

4.4 Analyse des transferts de masse 217

4.4.1 Mise en oeuvre 217

4.4.2 Injection du traceur en sortie de buse 221

4.4.3 Mise en oeuvre pratique du système de rideau d'air : méthode en régime transitoire 229

Conclusions et perspectives **237**

A Formules de dérivation **255**

B Formules d'interpolation **259**

C Calcul explicite des dérivées et des interpolations hermitiennes **263**

D Résolution des équations de Helmholtz et de Poisson **265**

E Méthode de traitement statistique **273**

Table des figures

1.1 Visualisation par tomographie laser d'un jet plan 29

1.2 Structure générale du jet plan turbulent impactant - Grandeurs géométriques et cinématiques 30

1.3 Représentation schématique du cône potentiel 36

1.4 Influence du nombre de Reynolds sur l'évolution de la vitesse moyenne sur l'axe d'un jet *libre* - Namer et Ötügen (1988) 37

1.5 Processus de regroupement des structures tourbillonnaires - Hsiao et Huang (1994) . . 38

1.6 Évolution du coefficient de décroissance de la vitesse moyenne axiale U_m en fonction du rapport d'allongement α – Awbi (1991) 40

1.7 Influence du rapport d'ouverture H/e sur la demi-largeur du jet b_u : $Re = 27000$, $e = 20mm$ – Maurel (2001) 42

1.8 Évolution transversale de la composante longitudinale (U/U_m) et transversale (V/U_m) de la vitesse moyenne 44

1.9 Évolution transversale de la composante longitudinale de la vitesse moyenne (notée ici w/w_m) : $Re = 10000$, $H/e = 20$ – Cziesla et al. (2001) 44

1.10 Évolution de l'intensité de la turbulence le long de l'axe d'un jet plan libre : $\circ$ $\bullet$ $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_m$; $\triangle$ $\langle v'^2 \rangle^{1/2} / U_m$; $\square$ $\langle w'^2 \rangle^{1/2} / U_m$ – $Re = 30000$ – Gutmark et Wygnanski (1976) 45

1.11 Évolution de $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_m$ le long de l'axe d'un jet plan libre : $1000 \leq Re \leq 7000$ – Namer et Ötügen (1988) 46

1.12 Évolution de $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_0$ le long de l'axe d'un jet plan libre, dans la zone proche de la sortie de buse : $1000 \leq Re \leq 7000$ - Namer et Ötügen (1988) 46

1.13 Distribution transversale de la composante longitudinale de l'intensité de la turbulence $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_m$: $Re = 2000$, 6000 – Namer et Ötügen (1988) 47

1.14 Distribution transversale des tensions de Reynolds $\langle u'v' \rangle / U_m^2$ pour un jet plan en impact lointain : $Re = 66000$ – Guyonnaud (1998) 48

1.15 Tourbillons contrarotatifs dans le plan (xOz) sur la ligne d'arrêt d'un jet plan impactant – Yokobori et al. (1978) 49

1.16 Tourbillons contrarotatifs dans le plan (xOz) sur la ligne d'arrêt d'un jet plan impactant : $H/e = 5$, $e = 80$mm, $Re = 27000$ – Maurel et Solliec (2001) 49

1.17 Influence du rapport d'ouverture sur l'espacement ξ/e entre les paires de tourbillons contrarotatifs – Yokobori et al. (1978) 50

1.18 Influence du nombre de Reynolds sur l'espacement ξ/e entre les paires de tourbillons contrarotatifs – Yokobori et al. (1978) 50

1.19 Influence du rapport d'ouverture sur la fréquence de formation des paires de tourbillons contrarotatifs – Yokobori et al. (1978) 51

1.20 Modèle conceptuel du mécanisme de formation des tourbillons contrarotatifs de la zone d'impact – Yokobori et al. (1978) 51

1.21 Écoulement de retour entre les tourbillons contrarotatifs au voisinage de la paroi . . . 52

1.22 Influence du rapport d'ouverture H/e sur l'évolution axiale de l'intensité de la turbulence $I_u = \langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_0$ – Maurel (2001) 54

1.23 Évolution de la longueur du cône potentiel L_c/H et de la zone développée L_D/H en fonction de H/e – Maurel (2001) 55

1.24 Évolution de la pression pariétale P en fonction de H/e – Tu et Wood (1996). 55

1.25 Évolution de la pression d'arrêt P_s en fonction de H/e – Tu et Wood (1996). 57

1.26 Évolution de la demi-largeur b_p en fonction de H/e – Tu et Wood (1996). 58

1.27 Évolution transversale de la contrainte de cisaillement pariétale pour $Re = 11000$ – Comparaison avec la solution de Hiemenz – Tu et Wood (1996) 59

1.28 Dépendance de τ/τ_{max} en fonction du Nombre de Reynolds – Tu et Wood (1996) . . . 59

1.29 Dépendance de la valeur maximale de la contrainte de cisaillement pariétal τ_{max} en fonction du rapport d'ouverture et du nombre de Reynolds – Tu et Wood (1996) . . . 60

1.30 Dépendance du coefficient de frottement pariétal C_f en fonction du nombre de Reynolds - Zhe et Modi (2001) 61

1.31 Dépendance du coefficient de frottement pariétal C_f en fonction du rapport d'ouverture H/e - Zhe et Modi (2001) 61

2.1 Représentation symbolique du processus de filtrage 64

2.2 Représentation symbolique de la décomposition du spectre d'énergie de la solution associée à la simulation des grandes échelles 64

2.3 Filtre boîte 67

2.4 Filtre gaussien 68

2.5 Filtre porte 69

2.6 Extension du filtre boîte pour un maillage inhomogène - cellule d'intégration au point ξ 70

2.7 Filtre de maille et filtre test du modèle dynamique 95

3.1 Domaine de calcul 107

3.2 Maillage décalé de type MAC 108

3.3 Décollement des jets de paroi 111

3.4 Représentation schématique du maillage dans les directions inhomogènes 112

3.5 Représentation schématique de la distribution du maillage dans la direction transversale (Oy) 112

3.6 Fonctions de transformation utilisées dans les directions (Ox) et (Oy) : $H/e = 10$ et $L_y = 40$ 114

3.7 Représentation schématique de la zone tampon 130

3.8 Conditions initiales : évolution temporelle de la composante u de la vitesse en sortie de buse 133

3.9 Maillage décalé - cas bidimensionnel 135

4.1 Évolution longitudinale de la vitesse moyenne U sur l'axe du jet : Modèle de Smagorinsky, $Re = 10000$ – Mesures, $Re = 13500$ Maurel (2001) 140

4.2 Évolution longitudinale de l'intensité de la turbulence $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_0$ sur l'axe du jet : Modèle de Smagorinsky, $Re = 10000$ – Mesures, $Re = 13500$ Maurel (2001) 140

4.3 Auto-corrélations en deux points distants de ξ/e suivant (Oz) 143

4.4 Auto-corrélations en deux points distants de ξ/e des composantes u, v et w de la vitesse suivant (Oz) pour $L_z = \pi$ et $L_z = 2\pi$ en $x/e = 9,7$ – $Re = 3000$ 144

4.5 Profils de la vitesse moyenne U/U_m injectés en sortie de buse 145

4.6 Décroissance de la vitesse moyenne U sur l'axe du jet $(y/e = 0)$ - $Re = 3000$ – cas P-I et P-II 146

4.7 Évolution de la demi-largeur du jet : $Re = 3000$ – cas P-I et P-II 146

4.8 Évolution transversale de U/U_m en $x/e = 2$ et $x/e = 7$: $Re = 3000$ – cas P-I et P-II . 147

4.9 Évolution transversale de $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_m$ en $x/e = 2$: $Re = 3000$ – cas P-I et P-II 147

4.10 Champ moyen du vecteur vitesse : LES-$Re = 3000,\ 7500$ et 13500 150

4.11 Champ moyen de la composante u de la vitesse : LES-$Re = 3000,\ 7500$ et 13500 . . . 151

4.12 Champ moyen de la composante v de la vitesse : LES-$Re = 3000,\ 7500$ et 13500 . . . 152

4.13 Champ moyen de la pression statique : LES-$Re = 7500$ et 13500 152

4.14 Champ de $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_0$: LES-$Re = 3000,\ 7500$ et 13500 153

4.15 Champ de $\langle v'^2 \rangle^{1/2} / U_0$: LES-$Re = 3000,\ 7500$ et 13500 154

4.16 Champ de $\langle w'^2 \rangle^{1/2} / U_0$: LES-$Re = 3000,\ 7500$ et 13500 155

4.17 Champ de $\langle u'v' \rangle / U_0^2$: LES-$Re = 3000,\ 7500$ et 13500 155

4.18 Évolution longitudinale de U_m : LES $Re = 3000, 7500, 13500$ – Expérience Maurel (2001) 156

4.19 Évolution longitudinale de la pression moyenne sur l'axe du jet P_m : $Re = 7500$ et $Re = 13500$ – modèle modifié de Beltaos et Rajaratnam 157

4.20 Comparaison des lois de décroissance axiale de la vitesse U_m avec les simulations : modèle de Beltaos et modèle global de Maurel (2001) 159

4.21 Évolution longitudinale de I_u sur l'axe du jet $(y/e = 0)$: LES $Re = 3000, 7500, 13500$ – Expérience Maurel (2001) 160

4.22 Évolution longitudinale de I_u : LES $Re = 13500$ pour $y/e \geq 0$ – Expérience Maurel (2001) 161

4.23 Évolution longitudinale de I_v sur l'axe du jet $(y/e = 0)$: LES $Re = 3000, 7500, 13500$ – Expérience Maurel (2001) 162

4.24 Évolution longitudinale de I_v : LES $Re = 13500$ pour $y/e \geq 0$ – Expérience Maurel (2001) 162

4.25 Évolution longitudinale de I_w sur l'axe du jet $(y/e = 0)$: LES $Re = 3000, 7500, 13500$ 163

4.26 Évolution longitudinale de l'énergie cinétique turbulente k sur l'axe du jet $(y/e = 0)$: LES $Re = 3000, 7500, 13500$ 164

4.27 Évolution longitudinale de $\langle p'^2 \rangle^{1/2} / P_s$ sur l'axe du jet $(y/e = 0)$: LES $Re = 7500, 13500$ 164

4.28 Sections transversales étudiées 165

4.29 Évolution transversale de U et V dans la région du cône potentiel à $x/e = 0,8$: LES $Re = 3000, 7500, 13500$ - Expérience Maurel (2001) $Re = 6700, 13500, 27000$ 166

4.30 Évolution transversale de $\langle u'v' \rangle / U_0^2$: LES $Re = 3000, 7500, 13500$ - Expérience Maurel (2001) $Re = 13500$ 168

4.31 Évolution transversale de $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_0$: LES $Re = 3000, 7500, 13500$ - Expérience Maurel (2001) $Re = 13500$ 169

4.32 Évolution transversale de $\langle v'^2 \rangle^{1/2} / U_0$: LES $Re = 3000, 7500, 13500$ - Expérience Maurel (2001) $Re = 13500$ 170

4.33 Affinité des profils transversaux de la vitesse moyenne U : LES - $Re = 3000, 7500$ et 13500172

4.34 Profils transversaux de $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_m$ en coordonnées réduites : LES – $Re = 3000, 7500$ et 13500173

4.35 Profils transversaux de $\langle v'^2 \rangle^{1/2} / U_m$ en coordonnées réduites : LES – $Re = 3000, 7500$ et 13500174

4.36 Profils transversaux de $\langle u'v' \rangle / U_m^2$ en coordonnées réduites : LES – $Re = 3000, 7500$ et 13500175

4.37 Évolution longitudinale de la demi-largeur du jet b_u : LES $Re = 3000, 7500, 13500$ - modèle de Beltaos 176

4.38 Évolution longitudinale de la demi-largeur du jet b_u : LES $Re = 3000, 7500, 13500$ . . 177

4.39 Définition de la hauteur d'impact H_i à partir de l'évolution longitudinale de la vitesse moyenne U_m : LES $Re = 7500$ 178

4.40 Distribution longitudinale des tensions de Reynolds $\langle u'v' \rangle$ pour $y/e \geq 0$: LES $Re = 3000, 13500$ 179

4.41 Distribution de la pression pariétale : LES $Re = 7500, 13500$ 180

4.42 Évolution de la pression rms à la paroi : LES $Re = 7500, 13500$ 181

4.43 Évolution du coefficient de frottement pariétal : LES $Re = 3000, 7500, 13500$ 182

4.44 Évolution du coefficient de frottement pariétal $\tau\sqrt{Re_b}/0,5\rho U_0^2$ en fonction de l'abscisse réduite $\eta_p = y/b_p$: LES $Re = 7500, 13500$ – Mesures Tu et Wood (1996) pour $Re = 11000$, $H/e = 8$ et $H/e = 12$ 182

4.45 Évolution de la contrainte de cisaillement maximale τ_{max} en fonction de Re : LES $Re = 7500, 13500$ – Mesures $Re = 3040$, 4530 et 11000 Tu et Wood (1996) 183

4.46 Évolution transversale de τ/τ_{max} en fonction de l'abscisse réduite y/b_p : LES $Re = 7500, 13500$ - Mesures Tu et Wood (1996) $Re = 11000$, $H/e = 8$ et $H/e = 12$ 184

4.47 Définition de la demi-largeur des jets de paroi b_1 184

4.48 Évolution de V/U_0 en fonction de x/e pour différentes sections verticales en aval du point d'arrêt : LES-$Re = 3000,\ 7500$ et 13500 186

4.49 Évolution de V_{m1}/U_0 en fonction de y/H : LES-$Re = 3000,\ 7500$ et 13500 187

4.50 Similitude des jets de paroi : LES – $Re = 3000,\ 7500$ et 13500 en $y/e = 2,\ 4,\ 6,$ et 8 188

4.51 Évolution de V^+ en fonction de x^+ pour $y/e = 2,\ 4,\ 6$ et 8 : LES-$Re = 3000,\ 7500$ et 13500 190

4.52 Localisation des points d'enregistrement du signal instantané de la vitesse et de la pression 191

4.53 Spectres fréquentiels (sans fenêtrage temporel) de la composante u de la vitesse dans la couche de mélange (en $x/e = 4,5$ et $y/e = 0,5$) et dans le cône potentiel (en $x/e = 2$ et $y/e = 0$) 192

4.54 Signal instantané de la composante u de la vitesse dans la couche de mélange (en $x/e = 4,5$ et $y/e = 0,5$) et dans le cône potentiel (en $x/e = 2$ et $y/e = 0$) 192

4.55 Spectres fréquentiels des composantes u, v, w de la vitesse et de la pression dans le cône potentiel en $x/e = 2$ et $y/e = 0$ 193

4.56 Spectres fréquentiels des composantes u, v, w de la vitesse et de la pression dans la couche de mélange en $x/e = 2$ et $y/e = 0,5$ 194

4.57 Spectres fréquentiels des composantes u, v, w de la vitesse et de la pression dans la couche de mélange en $x/e = 4,5$ et $y/e = 0,5$ 195

4.58 Spectres fréquentiels des composantes u, v, w de la vitesse et de la pression à la fin du cône potentiel en $x/e = 4,5$ et $y/e = 0$ 196

4.59 Vue d'ensemble de la topologie de l'écoulement : champs instantanés de vecteur vitesse projetés dans le plan (xOy) en z/e=π - $Re = 3000$, 7500 et 13500 198

4.60 Comportement de drapeau du jet : champs instantanés de vecteur vitesse projetés dans le plan (xOy) en z/e=π - $Re = 3000$, 7500 et 13500 199

4.61 Couches de mélange : isosurface de la composante ω_z de la vorticité – $Re = 3000$, 7500 et 13500 201

4.62 Couches de mélange : isosurface de la composante ω_x de la vorticité – $Re = 3000$, 7500 et 13500 202

4.63 Champs de vecteurs vitesse projetés dans le plan (yOz) : $x/e = 0,5$ et $x/e = 4,2$ – $Re = 3000$, 7500 et 13500 203

4.64 Couche de mélange : isosurface de la composante ω_z et ω_x de la vorticité – $Re = 3000$ 204

4.65 Isosurface du critère Q colorée en fonction de y/e : $Re = 3000$, 7500 et 13500 206

4.66 Isosurface du critère Q pour une couche de mélange – $Re = 3000$, 7500 et 13500 207

4.67 Paires de tourbillons contrarotatifs dans la zone d'impact : champs instantanés de vecteurs vitesse et de vorticité associée dans le plan (xOz) en $y/e = 0$ - $Re = 3000$, 7500 et 13500 209

4.68 Corrélations spatiales en deux points (distants de ξ/e) suivant (Oz) de la composante u de la vitesse en $x/e = 9,7$ et $y/e = 0$ – $Re = 3000$, 7500 et 13500 210

4.69 Paires de tourbillons contrarotatifs dans la zone d'impact : champs instantanés de la composante ω_y de la vorticité - vue 3D et vue de dessus - $Re = 3000$, 7500 et 13500 - niveau positif en rouge, niveau négatif en bleu 211

4.70 Paires de tourbillons contrarotatifs dans la zone d'impact : champs instantanés de vecteurs vitesse projetés dans le plan (yOz) en $x/e = 9,9$ - composantes v et w - vue de dessus - $Re = 3000$, 7500 et 13500 212

4.71 Zone d'impact : champ instantané de vecteur vitesse projeté dans le plan (xOy) : (a) présent calcul, (b) PIV – Maurel (2001) 213

4.72 Évolution des particules injectées en sortie de buse : $Re = 3000$ - plan (xOy) 215

4.73 Évolution des particules injectées en sortie de buse : $Re = 3000$ - plan (xOz) 216

4.74 Évolution des particules injectées près de la paroi : $Re = 3000$ - plan (xOz) 217

4.75 Champs instantanés de la concentration c/C_0 : plan (xOy) en $z/e = \pi$; plan (xOz) en $y/e = 0$ 222

4.76 Champs instantanés de la concentration c/C_0 : plan (yOz) en $x/e = 1$, $x/e = 5$ et $x/e = 9,5$ 223

4.77 Distribution de la concentration moyenne sur l'axe du jet C_m : LES $Re = 7500$, $H/e = 10$ – Expérience $Re = 13500$ $H/e = 25$ et 50 Maurel (2001) 224

4.78 Évolution de $\langle c'^2 \rangle^{1/2} / C_0$ sur l'axe du jet : LES $Re = 7500$ 225

4.79 Distribution de $\langle u'c' \rangle / U_0 C_0$ sur l'axe du jet : LES $Re = 7500$ 226

4.80 Topologie du champ moyen de concentration et des grandeurs fluctuantes : $Re = 7500$,$-5 \leq y/e \leq 5$ 227

4.81 Topologie du champ moyen de concentration et des grandeurs fluctuantes : $Re = 7500$, $-15 \leq y/e \leq 15$ 228

4.82 Distribution spatiale de la concentration injectée au début de la méthode transitoire . 229

4.83 Évolution des champs instantanés de concentration c/C_0 dans le plan (xOy) en $z/e = \pi$: LES - $Re = 7500$ - $-5 \leq y/e \leq 15$ 231

4.84 Distribution spatiale de la concentration c/C_0 dans le plan (xOy) en $z/e = \pi$: LES - $Re = 7500$ - pour $-5 \leq y/e \leq 5$ et en $y/e = 0$ 232

4.85 Distribution spatiale de la concentration dans le plan (xOy) en $z/e = \pi$: LES - $Re = 7500$ - pour $-5 \leq y/e \leq 5$ et en $y/e = 0$ 233

4.86 Distribution spatiale de la concentration c/C_0 dans le plan (xOy) en $z/e = \pi$: LES - $Re = 7500$ - pour $-5 \leq y/e \leq 5$ et en $y/e = 0$ 234

4.87 Distribution spatiale de la concentration c/C_0 dans le plan (xOy) en $z/e = \pi$: LES - $Re = 7500$ - pour $-5 \leq y/e \leq 5$ et en $y/e = 0$ 235

4.88 Distribution spatiale de la concentration c/C_0 dans le plan (xOy) en $z/e = \pi$: LES - $Re = 7500$ - pour $-5 \leq y/e \leq 5$ et en $y/e = 0$ 236

A.1 Maillage non décalé 255

A.2 Maillage décalé 256

E.1 Traitement statistique : fenêtrage temporel avec intervalles de recouvrement 274

Liste des tableaux

3.1 Performances du code sur les plateformes Compaq-DS20 et NEC-SX5 136

4.1 Configuration utilisée pour tester le modèle de Smagorinsky 139

4.2 Influence de la longueur de la direction homogène : paramètres des simulations 143

4.3 Influence du profil de vitesse en sortie de buse : paramètres des simulations 145

4.4 Influence du nombre de Reynolds : paramètres des simulations 149

4.5 Coefficients du modèle de l'évolution longitudinale de la demi largeur b_u/e en fonction du nombre de Reynolds 177

4.6 Transfert de masse : paramètres de la simulation 221

Nomenclature

Notations latines

b	demi-largeur de la buse : $b = e/2$
b_u	demi-largeur du jet : coordonnée transversale pour laquelle $U = U_m/2$
b_p	demi-largeur du jet : coordonnée transversale pour laquelle $P = P_m/2$
C	concentration moyenne
C_0	concentration de référence en sortie de buse
C_f	coefficient de frottement à la paroi
C_m	concentration moyenne sur l'axe du jet
C_{ij}	tensions croisées
c	concentration instantannée
$\boldsymbol{D}$	approximation discrète de la divergence
D_c	coefficient de diffusion moléculaire
$E(k)$	spectre d'énergie
e	largeur de la buse suivant (Oy)
f	fonction générique
$\boldsymbol{G}$	approximation discrète du gradient
G	fonction filtre
g	fonction introduite dans les dérivées par la transformation de coordonnée du maillage
H	hauteur du domaine de calcul dans la direction longitudinale (Ox)
H_i	hauteur de la zone d'impact

h	fonction introduite dans les dérivées par la transformation de coordonnée du maillage
h_i	pas d'espace dans la direction i
I	Intensité turbulente
$\boldsymbol{k}$	vecteur nombre d'onde
k	énergie cinétique de la turbulence
k_{sm}	énergie cinétique turbulente de sous-maille
L	longueur de la buse suivant (Oz)
L_c	longueur du cône potentiel
L_D	longueur de la zone développée
L_y	longueur du domaine de calcul dans la direction transversale (Oy)
L_z	longueur du domaine de calcul dans la direction homogène (Oz)
L_{ij}	tensions de Leonard
N_x	nombre de points de discrétisation dans la direction longitudinale (Ox)
N_y	nombre de points de discrétisation dans la direction transversale (Oy)
N_z	nombre de points de discrétisation dans la direction homogène (Oz)
P_m	pression moyenne statique sur l'axe du jet
P_s	pression moyenne statique au point d'arrêt
P_t	pression moyenne totale
P_w	pression moyenne statique sur la paroi d'impact
p	pression statique
p^*	p/ρ
Q	débit local des sources internes (équation de transport d'un traceur)
Re	nombre de Reynolds du jet $Re = U_0 e/\nu$
Re_b	nombre de Reynolds $Re_b = U_0 b_p/\nu$
Re_c	nombre de Reynolds critique
R_{ii}	corrélations de vitesse
R_{pp}	corrélations de pression
S_{ij}	tenseur des taux de déformation

t	temps
U_0	composante longitudinale de la vitesse moyenne en sortie de buse sur l'axe du jet
U_i	vitesse moyenne
U_m	composante longitudinale de la vitesse moyenne sur l'axe du jet
$\boldsymbol{u}$	vecteur vitesse locale
u	composante longitudinale de la vitesse suivant (Ox)
$u^{'}$	fluctuation de la composante u
u_i	composantes locales de la vitesse
u_i^*	vitesse intermédiaire dans le schéma prédicteur-correcteur
u_τ	vitesse de frottement
V	composante transversale de la vitesse moyenne
V_m	composante transversale de la vitesse moyenne sur l'axe du jet
V_{m1}	composante transversale maximale de la vitesse moyenne dans les jets de paroi
v	composante transversale de la vitesse suivant (Oy)
$v^{'}$	fluctuation de la composante v
w	composante de la vitesse dans la direction homogène (Oz)
$w^{'}$	fluctuation de la composante w
X	coordonnée longitudinale dans l'espace transformé
x	coordonnée longitudinale dans l'espace physique
x_0	coordonnée de l'origine fictive sur l'axe du jet
Y	coordonnée transversale dans l'espace transformé
y	coordonnée transversale dans l'espace physique
z	coordonnée de la direction homogène

Notations grecques

δ_{ij}	symbol de Kronecker
Δ_i	largeur du filtre dans la drection i

ΔP	gradient transversal de pression statique
Δt	pas de temps
Δx	pas d'espace variable dans la direction (Ox)
ΔX	pas d'espace constant dans la direction (Ox)
Δy	pas d'espace variable dans la direction (Oy)
ΔY	pas d'espace constant dans la direction (Oy)
Δz	pas d'espace dans la direction homogène (Oz)
ε	taux de dissipation
ϕ	correction de pression
η	échelle de longueur de Kolmogorov
η_u	coordonnée transversale adimensionnée : $\eta_u = y/b_u$
η_p	coordonnée transversale adimensionnée : $\eta_p = y/b_p$
κ	constante de Von Karman
μ	viscosité dynamique
ν	viscosité cinématique
ν_τ	viscosité turbulente
$\widetilde{\nu}_\tau$	viscosité turbulente moyennée dans la direction homogène
ν_θ	coefficient de diffusivité turbulente
$\widetilde{\nu}_\theta$	coefficient de diffusivité turbulente moyenné dans la direction homogène
ρ	masse volumique
τ	contrainte tangentielle de cisaillement
τ_p	contrainte de cisaillement pariétale
τ_{ij}	tensions de sous-maille
ω	pulsation
ω_i	composante du vecteur rotationnel

Opérateurs

$\overline{}$	filtrage, grandeur filtrée
$\langle \ \rangle$	moyenne statistique (moyenne temporelle et par direction d'homogénéité)
$\langle \ \rangle_z$	moyenne dans la direction homogène
d	dérivée particulaire (totale)
∂	dérivée partielle
Δ	laplacien
∇	gradient
$\nabla.$	divergence

Exposant

n	grandeur à l'instant $n\Delta t$
n, m	grandeur à l'instant $n\Delta t$ et à la sous-itération m
$'$	terme de sous-maille
$\widehat{\ }$	transformée de Fourier
$^+$	coordonnée de paroi

Introduction

Les jets plans impactants sont très largement utilisés dans le milieu industriel et couvrent des domaines d'application aussi variés que les procédés de fabrication et de traitement des matériaux, le refroidissement ou le réchauffement de surface, en raison de leur taux élevé de transfert de masse et de chaleur. Le contexte de cette étude concerne plus particulièrement l'écoulement du jet plan utilisé comme *séparateur d'ambiances climatiques* pour améliorer la réduction des déperditions thermiques ou comme *élément de sécurité* pour la prévention et la protection de pollution gazeuse ou solide (industries agroalimentaire ou chimique, protection incendie, ...). Bien que le jet plan turbulent ait été largement étudié par des méthodes analytiques et expérimentales, la plupart des études se sont limitées à des configurations de jet plan libre (sans impact). Pour des jets plans en présence d'un impact, beaucoup de questions restent encore sans réponse en particulier sur la dynamique des structures cohérentes turbulentes présentes dans l'écoulement, notamment dans la zone d'impact encore mal définie et sur les phénomènes de transfert de masse qui sont particulièrement critiques pour les applications visées ici. L'étude approfondie et le perfectionnement de ces dispositifs de rideaux d'air passent par une étude paramétrique de ces systèmes, le plus souvent entreprise sur des maquettes à échelle réduite. Le dimensionnement de ces installations entraîne souvent des coûts importants et peut s'avérer délicat dans le cas de configurations complexes. La simulation numérique apparaît donc comme une alternative intéressante et complémentaire pour aider au dimensionnement de ces dispositifs, cette approche permettant de plus d'atteindre des grandeurs difficilement accessibles expérimentalement.

La méthode de simulation «idéale» est la simulation directe de la turbulence (DNS) qui calcule et prend en compte directement la dynamique de toutes les échelles spatio-temporelles de l'écoulement jusqu'à l'échelle de Kolmogorov. Pour représenter numériquement la totalité de ces échelles, il est nécessaire que les pas de discrétisation en temps et en espace soient respectivement plus petits que le temps caractéristique et la longueur caractéristique de la plus petite échelle de la solution. En d'autres termes, l'échelle de résolution spatio-temporelle de la simulation doit être aussi fine que celle du problème continu. Cependant, la gamme de ces échelles est extrêmement large. Classiquement, pour un écoulement turbulent statistiquement homogène et isotrope, la représentation de toute les échelles de l'écoulement dans un cube de coté L nécessite un maillage comportant $Re^{9/4}$ degrés de liberté (L étant la longueur caractéristique de l'échelle la plus énergétique et Re le nombre de Reynolds). Le

coût (en temps de calcul) de la simulation pour représenter l'évolution de la solution sur une durée voisine du temps caractéristique de l'échelle la plus énergétique est proportionnel à Re^3. Compte tenu du caractère fortement instationnaire de l'écoulement et des nombres de Reynolds fréquemment rencontrés dans les systèmes à rideaux d'air, ce type d'approche reste hors de portée de la puissance des calculateurs actuels. Pour pouvoir envisager le calcul de la solution, il est indispensable de ne plus résoudre explicitement toutes les échelles spatio-temporelles du problème continu et donc de réduire le nombre de degrés de liberté du système.

Une opération classique permettant de réduire considérablement le nombre de degrés de liberté de la solution consiste à ne calculer directement que la moyenne statistique de la solution, c'est l'approche appelée *modélisation statistique* ou *Navier-Stokes moyennée* (RANS – Reynolds Averaged Navier-Stokes). Les fluctuations de la solution ne sont pas directement représentées dans la simulation numérique mais sont prises en compte à l'aide d'un modèle de turbulence (c'est l'approche la plus utilisée dans le domaine industriel). Cependant, la solution moyennée ne permet pas une description très précise des mécanismes mis en jeu, en particulier lorsque l'opération de moyenne statistique est représentée par une moyenne en temps. Craft et al. [41] ont évalué les performances de quatre modèles de turbulence (un modèle $k-\varepsilon$ et trois modèles du second ordre) pour prévoir les transferts de chaleur dans la zone d'impact d'un jet circulaire. Aucun des modèles mis en oeuvre n'a donné des résultats complètement satisfaisants et aucun ne permet de prévoir correctement l'effet du nombre de Reynolds. Le modèle $k-\varepsilon$ bas nombre de Reynolds de Launder et Sharma [107] et le modèle aux tensions de Reynolds entraînent en particulier une sur-estimation de l'intensité de la turbulence dans la zone d'impact. D'autres études utilisant des modèles à deux équations montrent un apport limité avec ce type d'approche : Diannat et al. [54] avec un modèle $k-\varepsilon$ standard, Heyerichs et Pollard [81] avec un modèle $k-\omega$ de Wilcox [191] ainsi que Chen et Modi [33] qui utilisent aussi un modèle $k-\omega$. Pour un jet plan en impact proche, Guyonnaud [77] montre que les modèles du premier ordre et du second ordre entraînent une surestimation de la longueur du noyau potentiel ainsi qu'une sous-estimation de l'épanouissement transversal du jet. Parneix et al. [138] soulignent cependant les améliorations apportées par le modèle $V2F$ pour un jet axisymétrique en impact. La fermeture des équations de Navier-Stokes par des modèles statistiques ne permet pas de remonter à la nature instationnaire de l'écoulement du jet plan pour ne garder que son caractère moyenné[1]. Cette approche ne donne pas d'information sur la dynamique des structures présentes dans l'écoulement et ne permet donc pas d'isoler les événements ponctuels bien qu'ils puissent être d'une grande importance lorsque l'on s'intéresse par exemple aux transferts de masse dans les systèmes de rideaux d'air.

En revanche, la simulation des grandes échelles turbulentes (LES – Large Eddy Simulation) constitue une alternative intéressante. En effet, cette méthode ne repose pas exclusivement sur la modélisation de la turbulence mais intègre au contraire les équations de Navier-Stokes tridimensionnelles instationnaires. En simulation des grandes échelles turbulentes, toutes les échelles de la turbulence ne sont

[1] A l'exception de l'approche nommée Navier-Stokes moyennée instationnaire (URANS – Unsteady Navier-Stokes Reynolds Averaged Navier-Stokes) qui permet de calculer directement certains modes basse-fréquence en temps. Même si elle contient plus d'informations que l'approche RANS, cette méthode reste le plus souvent limitée à des configurations où le caractère instationnaire est forcé par une action extérieure, comme pour des écoulements pulsés par exemple.

pas résolues, la sélection des échelles qui est à la base de cette technique de simulation repose en fait sur la détermination d'une échelle de référence appelée *échelle de coupure* qui sépare les échelles résolues directement (*grandes échelles*) des petites échelles (*échelles de sous-maille*) qui doivent être modélisées par un modèle appelé modèle de sous-maille. Cette méthode présente donc l'avantage d'être moins coûteuse que les simulations directes tout en permettant une description très fine des phénomènes physiques mis en jeu dans la mesure où les grandes échelles fortement énergétiques et anisotropes de l'écoulement sont explicitement calculées. Cette technique permet donc d'obtenir des résultats présentant des caractéristiques communes avec ceux issus d'une simulation directe : accès à la connaissance de l'instationnarité et de la dynamique tridimensionnelle des structures de l'écoulement. C'est cette approche qui a été retenue dans cette étude des jets plans en impact.

Dans ce contexte, l'objectif de ce travail est multiple. Il s'agit dans un premier temps de valider la simulation avec l'expérience et de montrer ainsi l'intérêt de la simulation des grandes échelles turbulentes vis-a-vis des modèles statistiques classiques et de fournir une base de données utile à l'élaboration de modèles statistiques plus performants. Mais, il s'agit aussi d'apporter des informations précises sur la dynamique du jet plan en impact proche, à travers une analyse des structures organisées présentes dans l'écoulement et des transferts. Les informations recueillies permettront d'améliorer les connaissances actuelles sur les phénomènes de transferts de masse qui sont particulièrement critiques pour les applications concernant la protection contre la pollution (industrie agroalimentaire, protection incendie, ...).

Pour répondre à ces différents objectifs, l'organisation du mémoire s'articule autour de quatre chapitres :

- le premier chapitre situe le système de rideau d'air dans son contexte industriel et appliqué et présente une synthèse bibliographique du jet plan libre et en impact. La modélisation analytique de l'écoulement du jet plan est abordée et permet de souligner les limites de cette approche. Les différentes zones caractéristiques du jet plan impactant sont finalement détaillées en présentant l'état de l'art pour chacune des zones considérées et en étudiant l'influence des grandeurs géométriques et cinématiques sur le développement du jet.
- dans le deuxième chapitre, le formalisme de la simulation des grandes échelles est présenté en abordant dans un premier temps la notion de filtrage. Les outils mathématiques étant introduits, les différentes formes et décompositions des équations de conservation filtrées sont présentées. Le problème de fermeture de ces équations est finalement abordé en évoquant les techniques de modélisation de sous-maille les plus répandues afin de positionner le présent travail par rapport à la problématique de l'étude et à l'état de l'art des connaissances actuelles.
- les contraintes numériques de l'étude sont exposées dans le troisième chapitre et permettent de dégager une stratégie quant au choix d'une méthode numérique appropriée pour la configuration du jet plan turbulent impactant. Après la mise en équations du problème, les discrétisations spatiale et temporelle sont décrites et justifiées. La technique de résolution numérique est détaillée pour préciser finalement les conditions initiales et aux limites du problème.

– le quatrième et dernier chapitre présente les résultats obtenus dans l'étude du jet plan en impact proche par simulation des grandes échelles turbulentes. Les paramètres géométriques, cinématiques et numériques qui ont permis le choix de la configuration retenue sont tout d'abord exposés. Puis, les résultats sont validés avec les mesures et la littérature. L'effet du nombre de Reynolds sur le développement cinématique du jet y est discuté. Une attention particulière est portée sur la dynamique des structures cohérentes présentes dans l'écoulement, notamment dans la zone d'impact. Enfin, une étude préliminaire et complémentaire des transferts de masse dans le jet (qui sont particulièrement critiques pour les applications visées) est mise en oeuvre à l'aide d'un scalaire passif.

Chapitre 1

Les jets plans turbulents libres et en impact : synthèse bibliographique

Ce chapitre replace dans un premier temps l'étude des jets plans turbulents impactants dans leur contexte industriel en énumérant les principales applications des jets d'air. Les caractéristiques physiques génériques des jets plans turbulents seront ensuite exposées à travers l'analyse de la structure de cet écoulement. On rappellera les grandeurs géométriques et cinématiques couramment utilisées dans la littérature pour aborder ensuite la modélisation analytique de l'écoulement du jet plan en détaillant la mise en équations simplifiées du problème. Les différentes zones caractéristiques du jet plan impactant seront finalement détaillées en présentant l'état de l'art pour chacune des zones considérées et en étudiant l'influence des grandeurs géométriques et cinématiques sur le développement du jet.

1.1 Contexte de l'étude

Les jets impactants (ronds ou plans) sont très largement utilisés dans le milieu industriel et couvrent des domaines d'applications aussi variés que les procédés de fabrication et de traitement des matériaux, le refroidissement ou le réchauffement de surfaces en raison de leurs taux élevés de transferts de masse et de chaleur. Le contexte de cette étude concerne plus particulièrement l'écoulement du jet plan utilisé comme rideau d'air. Exceptés quelques cas particuliers, on peut regrouper les applications des rideaux d'air en deux grandes familles : les *séparateurs d'ambiance*, la *protection et la sécurité*.

Les séparateurs d'ambiance

Le séparateur d'ambiance est l'application la plus répandue du système à rideaux d'air. L'objectif d'un tel dispositif est multiple : il doit non seulement isoler thermiquement une pièce de l'extérieur mais permettre aussi la libre circulation du matériel et des individus. Ce système peut être rencontré

dans les salles d'entrepôt où il remplace les portes solides pleines ou composées de lames plastiques mais il sait se faire aussi plus discret comme dans les entrées de magasins ou les couloirs de métro en améliorant le confort et la sécurité des usagers. De nombreuses études ont donc été menées afin de mieux comprendre la structure du jet d'air plan et de quantifier l'efficacité et le coût de telles installations. On peut citer les travaux de Lawton et Lowel [108] qui mettent en évidence une meilleure efficacité des rideaux verticaux par rapport aux systèmes horizontaux et affirment qu'un tel dispositif est amorti économiquement en deux ans seulement. Dowing et Meffert [55] ont, quant à eux, évalué de façon précise l'efficacité des rideaux d'air simples verticaux et doubles horizontaux. Leurs conclusions se basent sur le rapport des débits d'air échangé à travers un passage protégé par un rideau et lorsque celui-ci n'est pas protégé. Pour des conditions opératoires identiques, les efficacités sont évaluées à 80% et 78%, respectivement pour le rideau d'air vertical et pour le rideau d'air horizontal, alors que celles-ci sont estimées entre 90 % et 95% pour les portes pleines ou à lames plastiques. Précisons qu'au-delà d'une certaine largeur de porte, il est nécessaire de coupler deux rideaux d'air. C'est généralement le cas lorsque le soufflage est horizontal. Ces rideaux peuvent être en vis-à-vis ou parallèles pour réduire les échanges de chaleur. Dans cette dernière configuration, une efficacité plus faible qu'un système classique, peut provenir d'un mauvais alignement des deux jets [55]. Si les rideaux d'air froid peuvent être indifféremment horizontaux ou verticaux, les jets d'air chauffés sont généralement à plans verticaux, afin de mieux récupérer l'air chaud. En effet, la plupart des rideaux actuels fonctionnent avec une recirculation, à la fois pour une question de coût et pour une question de faisabilité.

Outre les entrées de halls ou de magasins, les systèmes à rideaux d'air sont aussi très largement répandus dans l'industrie agro-alimentaire pour l'isolation des meubles frigorifiques par exemple. Guyonnaud [76] a étudié, en collaboration avec la société FORUM, la modélisation de telles installations, en s'appuyant sur les études expérimentales menées auparavant par Baléo et Lemoult [12]. Nous pouvons enfin citer des études plus récentes qui affinent la modélisation des rideaux d'air pour le confinement thermique d'enceintes [61].

La protection et la sécurité

Au-delà du caractère de confort, les dispositifs à rideaux d'air permettent d'agir efficacement dans le domaine de la protection de l'homme et de son environnement en confinant de la matière et en protégeant ainsi une ambiance saine d'une zone contaminée par des polluants ou des produits toxiques.

Pour les applications liées à la protection de l'environnement, nous pouvons entre autre citer :

- la récupération et le contrôle des poussières dans l'industrie minière, le traitement des déchets. Lors du déversement de matière générant de la poussière, le rideau d'air va canaliser cette masse volatile vers un collecteur.
- un système d'application proche consiste à placer un jet d'air plan au-dessus d'une fosse à incinération, dans le but de minimiser les émissions toxiques et de maximiser le taux d'incinération en améliorant la combustion par un apport d'air pur issu du jet (Kruk [101]).

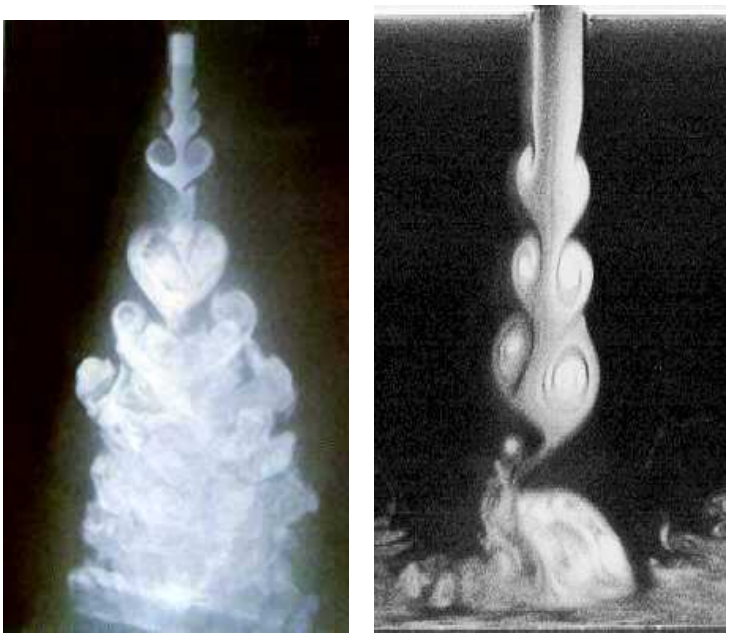
Mais le rideau d'air ne se limite pas seulement à des applications liées à la protection de l'environnement. En effet, on retrouve de tels dispositifs dans les salles «blanches», dans les hôpitaux, dans l'industrie agro-alimentaire et dans les laboratoires pour isoler la zone d'exploitation du milieu extérieur et permettre ainsi aux usagers un accès libre au plan de travail qui reste protégé d'éventuelles contaminations extérieures (Etkin et McKinney [59], Laborde et al. [105]).

Enfin, le principe du rideau d'air appliqué à la sécurité incendie est très largement utilisé pour confiner les fumées toxiques générées par un feu. Sakurai et al. [157] ont présenté un dispositif permettant de contenir des fumées toxiques en couplant le soufflage et l'aspiration d'un jet plan en travers d'un passage critique. La largeur peu commune du jet (de l'ordre de 2 m) assure au système une isolation presque totale. Notons cependant que l'aspect économique n'a pas été abordé. Plus récemment, plusieurs études sur le confinement de fumées ont été menées au C.S.T.B. de Nantes par Dufresnes de Virel et al. [47] dans le but d'analyser et d'optimiser ce système pour l'implanter dans le métro parisien et ainsi remplacer les sas à double porte très souvent utilisés.

1.2 Structure générale du jet plan turbulent immergé

1.2.1 Définition

Le jet est un écoulement de liquide, de gaz ou de plasma issu d'une buse de forme variable qui débouche dans un milieu ambiant libre ou confiné et qui peut être animé d'une vitesse inférieure ou supérieure à celle du jet en sortie de buse. On parle de *jet plan* lorsque celui-ci est issu d'une buse rectangulaire dont le rapport d'allongement longueur/largeur est très grand. Pour une buse de largeur e et de longueur L, l'épanouissement latéral du jet sera négligé pour un rapport d'allongement $\alpha = L/e \geq 20$. L'écoulement pourra alors être considéré bidimensionnel en moyenne (Rajaratnam [147]) : les valeurs moyennes de l'écoulement obtenues dans un plan donné sont identiques dans tous les autres plans parallèles. On notera qu'un jet non confiné issu d'une buse dont le rapport d'allongement est inférieur à 20 perdra peu à peu son aspect bidimensionnel. A partir d'une certaine distance en aval de la buse celui-ci se comportera comme un jet axisymétrique.



(a) jet libre : $Re = 1700$ (Meyer 1989)

(b) jet en impact : $H/e = 12$, $Re = 1300$ (Maurel 2001)

Figure 1.1: *Visualisation par tomographie laser d'un jet plan*

Le jet est dit *noyé* ou *immergé* lorsque celui-ci débouche dans un milieu ambiant constitué du même fluide que le jet. On parlera de *jet libre* dans le cas où celui-ci se développe loin de parois et lorsque les conditions aux limites sont repoussées théoriquement à l'infini. La figure 1.1 présente des visualisations instantanées (obtenues par tomographie laser) d'un jet plan libre et d'un jet plan en présence d'un impact.

Il apparaît ici utile d'introduire certaines grandeurs couramment employées dans la littérature qui nous permettront de mieux caractériser les jets. Celles-ci sont de deux types en couvrant à la fois les aspects géométriques et cinématiques des jets plans.

1.2.2 Grandeurs géométriques et cinématiques

La figure 1.2 représente un jet plan impactant issu d'une buse rectangulaire de grande longueur L devant sa largeur e débitant avec une vitesse U_0 dans un milieu ambiant immobile. On notera respectivement x et y les coordonnées longitudinale et transversale du domaine. L'origine du repère orthonormé $(Oxyz)$ est placée en sortie de buse sur l'axe de symétrie du jet. Ce schéma récapitule les grandeurs géométriques et cinématiques fréquemment utilisées, ces grandeurs sont explicitées dans les paragraphes suivants.

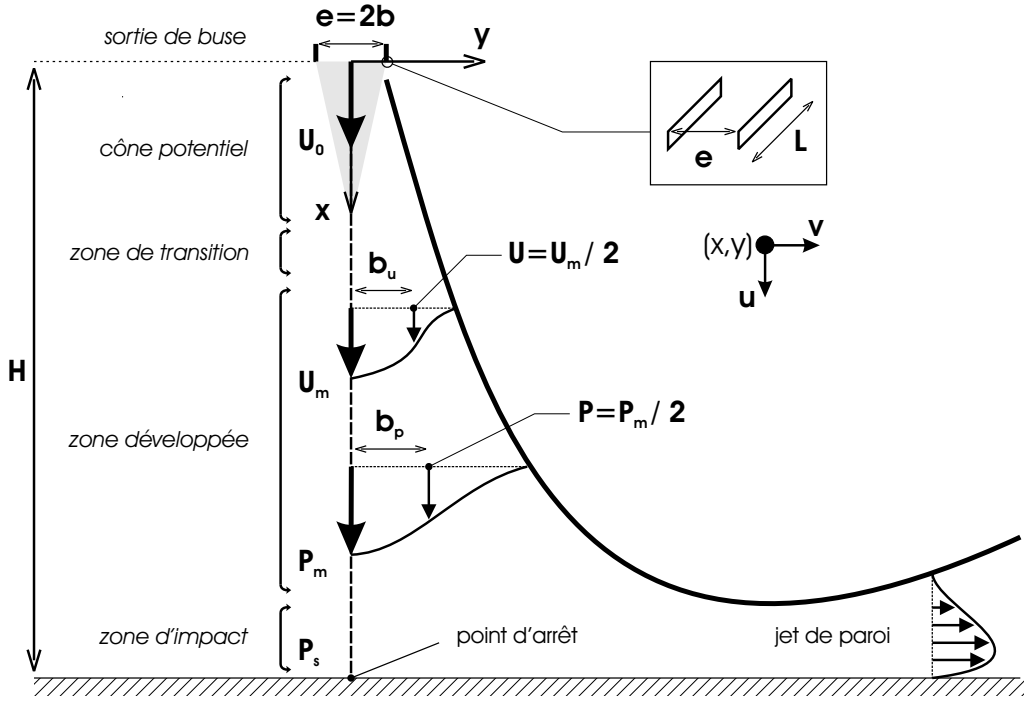


Figure 1.2: *Structure générale du jet plan turbulent impactant - Grandeurs géométriques et cinématiques*

Le jet est caractérisé dans un premier temps par les grandeurs géométriques de sa buse. Pour les jets plans, la buse rectangulaire est définie par sa largeur e et sa longueur L. Le paramètre e étant largement utilisé dans la littérature pour normaliser les grandeurs géométriques et cinématiques de l'écoulement. Certains auteurs introduisent aussi la *demi-largeur* du jet b définie par $b = e/2$. Lorsque le jet plan vient impacter une paroi, on introduit la *hauteur d'impact* H qui représente la distance

entre la sortie de buse et l'impact qui correspond le plus souvent à une plaque plane située dans le plan orthogonal à celui du jet. Le *rapport d'ouverture* du jet est alors défini par H/e (cf. figure 1.2).

Le jet est aussi caractérisé par sa *vitesse moyenne en sortie de buse* sur l'axe du jet qui est notée U_0. Cette vitesse permet de définir le nombre de Reynolds du jet :

$$Re = \frac{U_0 e}{\nu} \tag{1.1}$$

ν étant la viscosité cinématique du fluide considéré.

On introduit la composante longitudinale de la vitesse moyenne sur l'axe du jet notée U_m, tel que : $U_m = \langle u(x,o)\rangle$. L'épanouissement (l'expansion transversale) du jet s'accompagne d'une diminution progressive de la *vitesse axiale* U_m. L'épanouissement du jet résulte du cisaillement induit par le gradient de vitesse qui existe entre le jet lui-même et le milieu ambiant (initialement immobile) et qui provoque l'entraînement de celui-ci. Il est souvent difficile de quantifier et de visualiser l'expansion du jet, celle-ci n'ayant pas de frontière physique bien délimitée. Pour cela, nous introduisons la *demi-largeur* b_u du jet définie par l'évolution axiale de la position du point où la composante longitudinale de la vitesse moyenne est égale à la moitié de la vitesse axiale U_m :

$$\langle u\rangle\,(x, b_u) = \frac{1}{2}\,\langle u\rangle\,(x,0) = \frac{1}{2}U_m\,(x) \tag{1.2}$$

Pour les études concernant le champ de pression, les auteurs utilisent le même formalisme en définissant la *demi-largeur* b_p comme l'abscisse transversale pour laquelle $\langle p\rangle = 1/2P_m$ (P_m étant la *pression moyenne sur l'axe du je*t) :

$$\langle p\rangle\,(x, b_p) = \frac{1}{2}\,\langle p\rangle\,(x,0) = \frac{1}{2}P_m\,(x) \tag{1.3}$$

1.3 Les équations du mouvement d'un jet plan turbulent

En utilisant une forme simplifiée des équations de conservation, il est possible d'établir les équations du mouvement d'un jet plan turbulent en supposant que celui-ci se développe très loin d'une paroi. La mise en équations du problème se fait à partir de *l'équation de conservation de la masse* (1.4) et de l'*équation de conservation de la quantité de mouvement* (1.5) écrites en variables primitives (u, v, w, p). En utilisant la convention d'Einstein de sommation sur les indices répétés, on obtient :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1.4}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + F_i \tag{1.5}$$

Afin de simplifier la mise en équations du problème, nous supposerons de plus que l'écoulement vérifie les hypothèses suivantes :

- l'écoulement est *stationnaire* en moyenne : $\frac{\partial \langle\rangle}{\partial t} = 0$;
- l'écoulement est *isotherme* ;
- le fluide est *newtonien* et *incompressible* ;
- pour un jet immergé, les *forces volumiques* extérieures sont *négligeables* : $F_i = 0$

Compte tenu de ces hypothèses, l'*équation de continuité* (1.7) et l'*équation de conservation de la quantité de mouvement* (1.6) s'écrivent :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1.6}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \tag{1.7}$$

En se plaçant dans le cas d'un régime turbulent et en utilisant la *décomposition de Reynolds*, les grandeurs instantanées s'expriment sous la forme d'une somme d'une grandeur *moyenne* notée $\langle\rangle$ et sa *fluctuation* notée $'$:

$$u_i = \langle u_i \rangle + u_i' \quad \text{et} \quad p = \langle p \rangle + p' \tag{1.8}$$

où la moyenne est une moyenne temporelle définie par :

$$\langle u_i \rangle = \lim_{T \longmapsto \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u_i \, dt \tag{1.9}$$

Soient f et g deux fonctions aléatoires et λ une constante, l'*opérateur de Reynolds* défini précédemment vérifie alors les propriétés suivantes :

$$\langle f + g \rangle = \langle f \rangle + \langle g \rangle \tag{1.10}$$

$$\langle \lambda f \rangle = \lambda \langle f \rangle \tag{1.11}$$

$$\langle \langle f \rangle g \rangle = \langle f \rangle \langle g \rangle \tag{1.12}$$

L'opération de moyenne commute de plus avec les opérateurs de dérivation spatiale et temporelle :

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial t} \right\rangle = \frac{\partial \langle f \rangle}{\partial t} \text{ et } \left\langle \frac{\partial f}{\partial x_i} \right\rangle = \frac{\partial \langle f \rangle}{\partial x_i} \tag{1.13}$$

En tenant compte des propriétés précédentes et en prenant la moyenne des équations (1.7) et (1.6), il vient :

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \tag{1.14}$$

$$\langle u_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \left\langle u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \langle u_i \rangle}{\partial x_j \partial x_j} \tag{1.15}$$

En soustrayant (1.14) à (1.6) on a de plus :

$$\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1.16}$$

D'après l'équation de continuité sur le champ fluctuant (1.16), on peut écrire :

$$\left\langle u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle = \frac{\partial \left\langle u'_i u'_j \right\rangle}{\partial x_j} - \left\langle u'_i \frac{\partial u'_j}{\partial x_j} \right\rangle = \frac{\partial \left\langle u'_i u'_j \right\rangle}{\partial x_j} \tag{1.17}$$

Les *équations de Reynolds* 1.15 qui représentent la dynamique de l'écoulement moyen deviennent donc :

$$\langle u_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\nu \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} - \left\langle u'_i u'_j \right\rangle\right) \tag{1.18}$$

Cette équation fait donc apparaître 9 moments inconnus $\left\langle u'_i u'_j \right\rangle$ dus aux fluctuations turbulentes que l'on appelle les *tensions de Reynolds*, qui agissent comme des contraintes supplémentaires, celles-ci s'exerçant dans la direction i sur des volumes de contrôle normaux à j. Le tenseur du second ordre formé par ces contraintes turbulentes étant symétrique ($\left\langle u'_i u'_j \right\rangle = \left\langle u'_j u'_i \right\rangle$), seulement 6 moments sont inconnus.

En supposant que la longueur de la buse de soufflage L est grande devant sa largeur e et pour un rapport d'aspect géométrique $\alpha = L/e$ supérieur à 20, on peut négliger l'épanouissement latéral du jet et se placer alors dans une configuration d'écoulement moyen bidimensionnel à deux composantes : $w = 0$ et $\frac{\partial}{\partial z} = 0$. Les composantes longitudinale et transversale de la vitesse moyenne seront notées respectivement $U = \langle u \rangle$ et $V = \langle v \rangle$, $P = \langle p \rangle$ étant la pression moyenne.

Le jet est soumis à de fortes contraintes de cisaillement. En définissant deux échelles d'espace, l'une longitudinale (L), l'autre transversale (δ), et en appliquant l'approximation de couche limite libre ($\delta \ll L$), les évolutions longitudinales peuvent ainsi être négligées devant les évolutions transversales.

On obtient ainsi pour un écoulement bidimensionnel :

– pour la composante *longitudinale* (suivant Ox) de l'équation de quantité de mouvement :

$$U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu\frac{\partial U}{\partial y}-\left\langle u'v'\right\rangle\right)-\frac{\partial\left\langle u'^2\right\rangle}{\partial x} \tag{1.19}$$

– pour la composante *transversale* (suivant Oy) de l'équation de quantité de mouvement :

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y}+\frac{\partial\left\langle v'^2\right\rangle}{\partial y}=0 \tag{1.20}$$

Le gradient longitudinal de pression est calculé en intégrant l'équation (1.20) selon l'ordonnée transversale y du jet. On notera $p_\infty=\langle p\rangle(x,\infty)$ la constante d'intégration. En substituant ce résultat dans l'équation (1.21), on obtient finalement :

$$U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_\infty}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\left\langle u'^2\right\rangle-\left\langle w'^2\right\rangle\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu\frac{\partial U}{\partial y}-\left\langle u'v'\right\rangle\right) \tag{1.21}$$

On suppose de plus que la turbulence est homogène, et donc que $\left\langle u'^2\right\rangle$ et $\left\langle v'^2\right\rangle$ sont du même ordre de grandeur. On remarquera que le terme de diffusion visqueuse $\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu\frac{\partial U}{\partial y}\right)$ n'est important que près des parois, on négligera donc ce terme dans la zone développée du jet ou dans le cas d'un jet de buse mince débouchant dans un espace infini.

Dans le cas particulier d'un champ de pression constante, le système d'équations décrivant le développement du jet loin d'une paroi s'écrit :

$$\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}=0 \tag{1.22}$$

$$U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}=-\frac{\partial}{\partial y}\left(\left\langle u'v'\right\rangle\right) \tag{1.23}$$

Nous sommes alors en présence d'un problème de fermeture des équations puisque nous avons trois inconnues $(U,V,\langle u'v'\rangle)$ pour deux équations décrivant l'écoulement du jet plan se développant loin d'une paroi. Pour cela nous utilisons un modèle de fermeture du premier ordre qui consiste à modéliser les tensions de Reynolds en introduisant le concept de *viscosité turbulente* notée ν_t :

$$\left\langle u'v'\right\rangle=-\nu_t\left(\frac{\partial U}{\partial y}+\frac{\partial V}{\partial x}\right) \tag{1.24}$$

En faisant les approximations de couche limite, nous pouvons supposer que $\frac{\partial V}{\partial x} \ll \frac{\partial U}{\partial y}$. Pour le jet plan libre, les approximations des tensions de Reynolds s'écrivent donc :

$$\langle u'v' \rangle = -\nu_t \frac{\partial U}{\partial y} \tag{1.25}$$

Des solutions analytiques du système composé des équations (1.22) et (1.23) existent : elles seront détaillées dans l'exposé des différentes zones caractéristiques du jet plan qui fait l'objet du prochain paragraphe.

1.4 Les zones caractéristiques du jet

L'écoulement d'un jet plan est généralement décomposé en trois ou quatre zones selon qu'il est en présence d'un impact ou non (*cf.* figures 1.1 et 1.2) :

- **le cône potentiel** ou **noyau potentiel** : en sortant de la buse, le jet conserve une *vitesse constante*, cette zone caractérisée par $U_m/U_o \simeq 1$ s'appelle le cône potentiel. Autour de ce cône, on observe la naissance d'une zone de mélange due au cisaillement induit par le jet en mouvement dans un fluide initialement au repos.
- **la zone de transition** : située en aval du noyau potentiel, cette zone débute avec la *réunion des deux couches de mélange* et la formation de structures tourbillonnaires qui prennent naissance de part et d'autre de l'axe du jet. La zone de transition n'est pas toujours prise en compte dans la littérature, certains auteurs l'incluent directement dans la zone développée.
- **la zone développée** : cette zone est caractérisée par *l'affinité des profils* de la vitesse moyenne et des valeurs rms correspondantes ; elle est très largement étudiée dans la littérature.
- **la zone d'impact** : certaines configurations ou installations présentent un *impact du jet*, le plus souvent dû à la présence d'une paroi plane faisant obstacle à l'écoulement. Cette région est le théâtre d'une diminution rapide de la vitesse axiale et d'une augmentation de l'intensité de la turbulence. De brusques changements de direction apparaissent entraînant ainsi la formation de *jets pariétaux* qui se développent de part et d'autre de l'axe de symétrie du jet.

Ces différentes régions caractéristiques sont détaillées dans les paragraphes suivants. On présentera l'état de l'art pour chacune des zones considérées ainsi que l'influence des grandeurs géométriques et cinématiques sur le développement du jet.

1.4.1 Le cône potentiel

Cette zone qu'on appelle aussi *noyau potentiel* se rencontre aussi bien dans les jets plans que circulaires, qu'ils soient libres ou impactants. Après avoir exposé les différents moyens qui permettent de caractériser et d'identifier cette région, l'influence des conditions initiales, des paramètres géométriques et cinématiques du jet sur le développement du cône potentiel sera discutée.

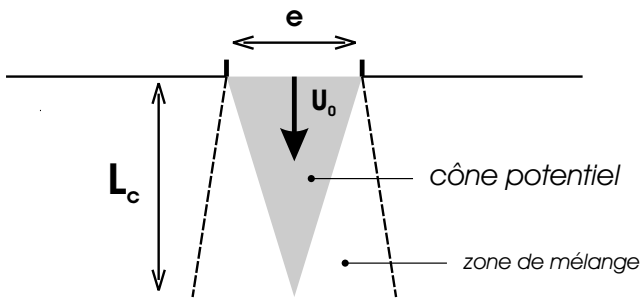


Figure 1.3: *Représentation schématique du cône potentiel*

Caractérisation du cône potentiel :

Cette région est caractérisée par l'existence d'un secteur angulaire à l'intérieur duquel la vitesse du jet reste identique (à 1% près) à la vitesse axiale en sortie de buse à savoir U_0 :

$$0,99 \leq \frac{U}{U_0} \leq 1 \tag{1.26}$$

Dans le cône potentiel, la composante transversale de la vitesse moyenne est identiquement nulle :

$$\frac{V(x,y)}{U_0} \simeq 0 \tag{1.27}$$

Sunyach et Mathieu [173] ont une définition un peu plus restrictive puisqu'ils définissent le cône potentiel comme la région où la vitesse du jet doit vérifier :

$$0,9975 < \frac{U}{U_0} \leq 1 \tag{1.28}$$

En plus de celle basée sur la vitesse moyenne, ces auteurs introduisent une définition faisant intervenir la pression totale. Le noyau potentiel correspond alors à la surface où la somme de la pression statique et de la pression dynamique est égale à la pression atmosphérique.

Cette étude a permis de montrer que dans la zone de mélange, les intensités de la turbulence $\langle u'^2 \rangle^{1/2}$,$\langle v'^2 \rangle^{1/2}$,$\langle w'^2 \rangle^{1/2}$ sont du même ordre de grandeur mais que dans la région du cône potentiel, celles-ci vérifient : $\langle v'^2 \rangle^{1/2} > \langle u'^2 \rangle^{1/2} \gg \langle w'^2 \rangle^{1/2}$.

La longueur du cône potentiel est généralement constante quel que soit le régime de l'écoulement. Cependant, suivant les études, cette valeur est comprise entre $4e$ et $6e$: Lepicovsky [112] obtient une valeur de $4e$ alors que Antonia et al. [3], Gardon et Akfirat [65], Hussain et Thompson [91] mesurent une longueur du cône potentiel de $5e$. Une valeur de $6e$ est obtenue par Beltaos [22], Thomas et Goldschmidt [177]. Les études menées par Namer et Ötügen [131], Kuhlman [103], Hill et al. [82] montrent en revanche que l'influence du nombre de Reynolds sur la longueur du cône potentiel est loin d'être négligeable.

Les travaux de Namer et Ötügen concernent l'étude d'un jet plan libre dans une gamme du nombre de Reynolds comprise entre 1000 et 7000, l'intensité de la turbulence en sortie de buse étant fixée à $1,4\%$ pour toutes les réalisations. Les auteurs constatent une diminution de la longueur du cône potentiel lorsque le nombre de Reynolds augmente (cf. figure 1.4). Awbi [10] souligne que pour un jet rond, la longueur du cône potentiel est dépendante du nombre de Reynolds jusqu'à une valeur critique obtenue pour $Re = 30000$ et au-delà de laquelle la longueur du cône ne semble plus être influencée.

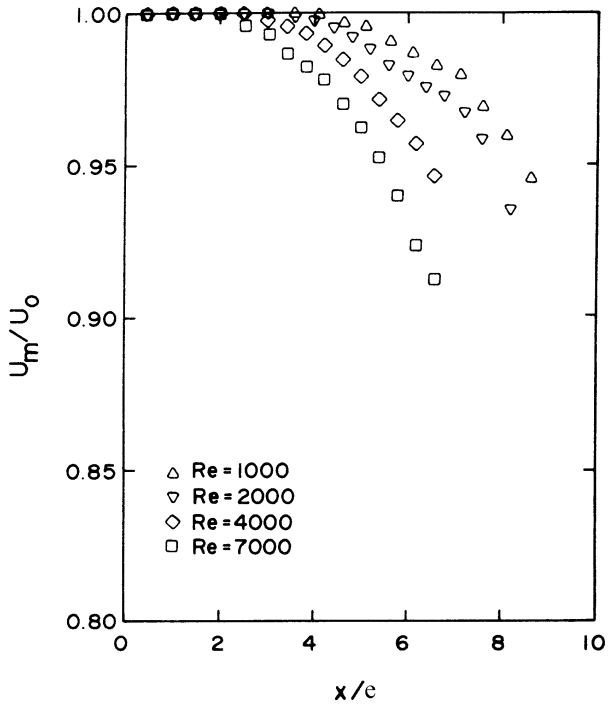


Figure 1.4: *Influence du nombre de Reynolds sur l'évolution de la vitesse moyenne sur l'axe d'un jet* libre - *Namer et Ötügen (1988)*

Maurel [122] a étudié l'influence du rapport d'ouverture sur la longueur du cône potentiel (notée L_c), les rapports H/e variant entre 10 et 50. Pour un nombre de Reynolds fixé à 27000, il propose de représenter l'évolution de la longueur du cône L_c (normalisée par la hauteur d'impact) par le modèle suivant :

$$\frac{L_c}{H} = 3,95 \left(\frac{H}{e}\right)^{-1} \tag{1.29}$$

Schlichting [162] a proposé, à partir de la théorie de Görtler, une loi d'évolution de la vitesse moyenne sur l'axe du jet pour un domaine incluant le cône potentiel et la zone de transition :

$$\frac{U}{U_0} = \frac{1}{2}\left[1 - \mathrm{erf}\left(\sigma_1 \frac{y - e/2}{x}\right)\right] \tag{1.30}$$

avec

$$\mathrm{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-x^2} dx \tag{1.31}$$

La constante σ_1 déterminée empiriquement est fixée à $\sigma_1 = 13,5$.

L'influence de l'intensité de turbulence en sortie de buse sur le développement d'un jet a été étudiée par Van et Howell [180]. Les auteurs montrent qu'une augmentation de l'intensité de turbulence en sortie de buse entraîne une diminution de la longueur de cône potentiel. Ils en déduisent qu'un taux de turbulence de l'ordre de 20% devrait supprimer la présence du noyau potentiel.

1.4.2 La zone de transition

La zone de transition assure, comme son nom l'indique, la transition entre le cône potentiel et la zone développée. Elle est parfois négligée car directement incluse dans le noyau potentiel ou la zone développée. Cette zone est identifiée par la création de structures tourbillonnaires liées au regroupement des deux couches de mélange situées de part et d'autre l'axe de symétrie du jet. Rockwell et Niccolls [152] ont étudié, à l'aide de visualisations, l'écoulement d'un jet plan juste en aval de la buse de soufflage pour des nombres de Reynolds compris entre 1860 et 10800. Ils constatent que ces structures tourbillonnaires peuvent se former suivant un mode symétrique et antisymétrique. D'autres auteurs tiennent effectivement compte de la zone de transition (Padet [137], Bragg et Bednari [28]).

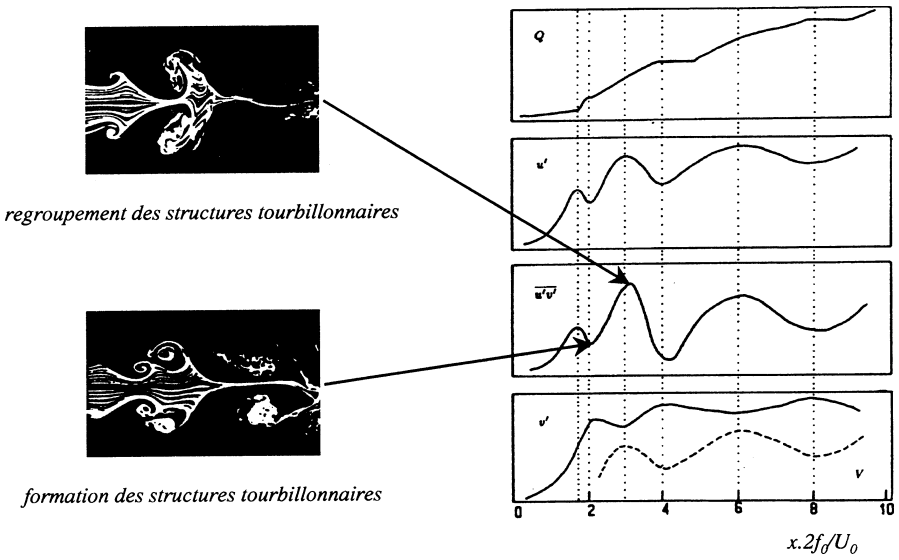


Figure 1.5: *Processus de regroupement des structures tourbillonnaires - Hsiao et Huang (1994)*

Hsiao et Huang [88] se sont intéressés au processus de regroupement des structures tourbillonnaires observées dans la zone de transition et à leurs corrélations avec l'expansion du jet (représentée par le débit d'entraînement Q). Ces derniers s'appuient sur des visualisations du regroupement des tourbillons dans la couche de mélange et des mesures du champ moyen et des grandeurs fluctuantes. Signalons que le jet est excité suivant la fréquence fondamentale des structures tourbillonnaires qui se forment dans la couche de mélange. Ils constatent (cf. figure 1.5) au début de la phase de regroupement des tourbillons, pour un nombre de Reynolds fixé à 10000, qu'aux maxima locaux observés pour V, u' et $\langle u'v' \rangle$ correspondent des minima locaux pour la fluctuation transversale v'. Lorsque la phase de regroupement est achevée, ils observent le phénomène opposé.

Contrairement au cône potentiel, il est difficile de trouver une expression analytique ou empirique décrivant l'évolution du jet dans la zone de transition, celle-ci étant très sensible aux conditions initiales. Notons cependant que Schlichting considère que l'évolution longitudinale de la vitesse moyenne U_m peut être bien représentée par la relation (1.30), celle-ci étant valable pour $x/e < 5,2$.

1.4.3 La zone développée

Située entre la zone de transition et la zone d'impact, cette région est caractérisée par un écoulement turbulent pleinement développé ainsi que par l'affinité des profils de la vitesse moyenne et des grandeurs turbulentes. Cette propriété n'entraîne donc une dépendance des grandeurs cinématiques du jet qu'en fonction de l'abscisse de la section d'étude considérée. Cette zone est largement décrite dans la littérature pour des configurations de jets plans libres. Nous présenterons l'évolution des grandeurs moyennes et turbulentes le long de l'axe du jet et dans la direction transversale ainsi que les modèles analytiques qui décrivent l'évolution de ces grandeurs. Lorsque le jet est en présence d'un impact, les modifications à apporter aux modèles y seront également discutées. Pour des jets plans impactants, l'affinité des profils des vitesses moyennes est obtenue pour x/e compris entre 4 et 6. Pour les grandeurs turbulentes en revanche, les profils de similitude ne sont atteints que pour $x/e > 10$. Les expériences disponibles dans la littérature confirment ce décalage qui existe entre le début de l'affinité des profils de la vitesse moyenne et des grandeurs turbulentes.

Évolution des grandeurs moyennes

❑ sur l'axe du jet

Awbi [10] propose de représenter l'évolution de la composante longitudinale de la vitesse moyenne sur l'axe du jet sous la forme d'une loi en puissance :

$$\frac{U_m}{U_0} \sim \frac{1}{x^n} \tag{1.32}$$

La puissance n doit être ajustée suivant la forme de la buse et en particulier son rapport d'allongement $\alpha = L/e$. La figure 1.6 représente l'évolution de la puissance n en fonction du rapport d'allongement α. Pour des buses carrées, n est proche de l'unité pour ensuite décroître jusqu'à une valeur minimum de $0,33$ obtenue en $\alpha = 10$. Pour des rapports d'allongement supérieurs à 20, donc pour des jets plans bidimensionnels (pour les grandeurs moyennes), le coefficient atteint une valeur asymptotique proche $1/2$.

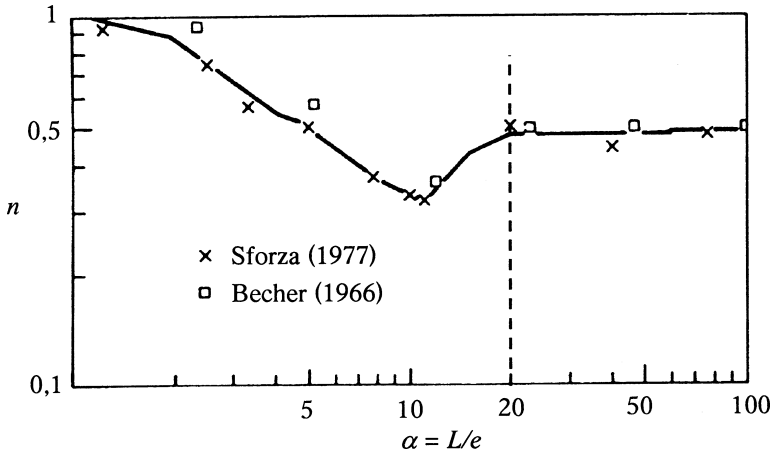


Figure 1.6: *Évolution du coefficient de décroissance de la vitesse moyenne axiale U_m en fonction du rapport d'allongement α – Awbi (1991)*

Comte-Bellot [38] constate, d'après des observations expérimentales, l'affinité des profils des vitesses moyennes et des tensions de Reynolds :

$$\frac{U(x,y)}{U_m(x)} = f(\eta_u) \tag{1.33}$$

$$\frac{\langle u'v' \rangle (x,y)}{U_m^2(x)} = g(\eta_u) \tag{1.34}$$

avec :

$$\eta_u = y/b_u \tag{1.35}$$

En introduisant ces propriétés dans les équations simplifiées de la conservation de la masse (1.22) et de la quantité de mouvement (1.23) obtenues au paragraphe §1.3, l'auteur aboutit à un système de deux équations décrivant l'évolution de la demi-largeur du jet b_u et de la vitesse moyenne longitudinale sur l'axe de symétrie du jet :

$$\frac{b_u(x)}{e} = A\frac{x - x_0}{e} \tag{1.36}$$

$$\frac{U_m(x)}{U_0} = \frac{B}{\sqrt{\frac{x-x_0}{e}}} \tag{1.37}$$

où A et B sont des constantes empiriques à déterminer et où x_0/e représente *l'origine fictive* du jet[1].

[1] l'abscisse à laquelle une source linéaire générerait un jet équivalent au jet réel observé

Comte-Bellot considère que l'origine fictive x_0/e doit être la même pour l'expression de b_u ou de U_m. Les différentes réalisations disponibles dans la littérature tendent cependant à montrer le contraire. Non seulement la valeur de l'origine fictive n'est pas la même suivant qu'elle est déterminée par la demi-largeur du jet ou par la décroissance de la vitesse axiale mais elle est, de plus (pour une même méthode de calcul) fortement dépendante des conditions opératoires (géométrie de la buse, conditions initiales et aux limites). Suivant les configurations étudiées x_0/e varie de façon encore inexpliquée entre -6,7 et 6,98. Ainsi, Namer et Ötügen [131] montrent dans une configuration de jet plan libre que l'origine fictive basée sur la demi-largeur du jet b_u est constante ($x_0 \simeq 6$) pour $1000 \leq Re \leq 7000$ sauf pour $Re = 6000$ où elle chute de manière inexpliquée à 0,06. En se basant sur l'équation (1.37), la dépendance de l'origine fictive x_0/e en fonction du nombre de Reynolds n'a pu être clairement identifiée, celle-ci variant de façon aléatoire entre -4,2 et 5. Ainsi, Sato et Sakao [158] montrent, malgré la grande disparité des valeurs, que l'origine fictive semble se déplacer à contre-courant à mesure que le nombre de Reynolds augmente (celui-ci étant compris entre 10 et 200). En revanche, la tendance opposée est observée par Meyer [124] pour une gamme du nombre de Reynolds plus élevée, compris entre 1700 et 17000. Plus récemment Chua et Lua [34] reportent des valeurs de x_0/e comprises entre -2,1 et 5 sans pouvoir conclure sur l'origine des disparités.

Namer et Ötügen [131] constatent que la valeur du coefficient A diminue lorsque le nombre de Reynolds augmente pour tendre vers une valeur asymptotique de 0,098 pour $Re = 6000$. Pour un nombre de Reynolds de 7600, Browne et al. [30] obtiennent $A = 0,104$. Cette valeur est en bon accord avec les résultats de Van der Hegge Zijnen [201] et de Jenkins et Goldschmidt [92] qui obtiennent respectivement $A = 0,095$ et $A = 0,096$ pour un nombre de Reynolds fixé à 14000. Ces résultats montrent donc que A atteint une valeur asymptotique pour $Re \simeq 6000$. Cette conclusion est confirmée par Tailand et al. [174] qui montrent pour un jet libre que l'expansion du jet (basée sur la demi-largeur b_u) ne semble pas être influencée par le nombre de Reynolds lorsque celui-ci est compris entre 8500 et 38000. Pour $Re = 20000$, ils obtiennent $A = 0,1$. Ribault et al. [151] ont étudié l'évolution d'un jet plan libre à l'aide de simulation directe et des grandes échelles pour deux nombres de Reynolds fixés à 3000 et 30000. Pour $Re = 3000$, ils obtiennent un coefficient $A = 0,094$ pour la simulation directe et la simulation des grandes échelles utilisant le modèle de sous-maille de Smagorinsky dynamique alors que celui-ci est de 0,106 pour un modèle mixte dynamique. Pour $Re = 30000$, le coefficient A est fixé à $0,094$ et $0,091$ respectivement pour le modèle de sous-maille de Smagorinsky dynamique et le modèle mixte dynamique. Ces valeurs sont consistantes avec les résultats précédents.

Namer et Ötügen [131] montrent que pour un nombre de Reynolds fixé, la distribution axiale de la vitesse moyenne longitudinale est bien représentée par l'expression (1.37). Ils constatent dans un premier temps que les valeurs B dépendent du nombre de Reynolds dans la gamme qu'ils ont étudiée ($1000 \leq Re \leq 7000$). Ainsi B augmente avec le nombre de Reynolds, indiquant un taux de décroissance de la vitesse moyenne axiale U_m plus élevé pour des nombres de Reynolds plus faibles et donc un taux d'expansion plus important. Pour $Re = 1000$, ils obtiennent $B = 2,05$ alors que pour $Re = 7000$ cette constante atteint la valeur de 2,39. Bradbury [26] et Gutmark et Wygnanski [75] obtiennent respectivement $B = 2,5$ et $B = 2,46$ pour un nombre de Reynolds fixé à 30000. En revanche, Meyer obtient des coefficients B qui augmentent de 1,62 pour $Re = 1700$ à 2,67 pour $Re = 17000$. Ces résultats indiquent que le taux de décroissance de la vitesse moyenne axiale n'atteint pas une valeur

asymptotique pour $Re = 7000$. Dans leur simulation d'un jet plan libre, Ribault et al. [151] obtiennent pour $Re = 3000$: $B = 2,19$ pour la simulation directe, $B = 2,29$ et $B = 2,13$ pour une simulation des grandes échelles utilisant respectivement le modèle de Smagorinsky dynamique et le modèle mixte dynamique.

Là encore, les spécificités propres à chaque étude semblent responsables des écarts observés ($0,087 \leq A \leq 0,238$ et $1,92 \leq B \leq 2,99$) sans qu'une tendance puisse être clairement dégagée. Les constantes A et B introduites par Comte-Bellot [38] sont des constantes d'intégration, elles sont donc très sensibles aux conditions initiales et aux conditions aux limites. Maurel [122] propose de fixer les valeurs A et B à 0,123 et 2,37 respectivement, valeurs moyennes obtenues sur la base d'un échantillon de 28 références. En adoptant le même principe Guyonnaud [77] obtient $A = 0,115$ et $B = 2,50$ pour un échantillon de 14 références. Dans son étude bibliographique, plus ancienne et donc peut-être moins représentative, Rajaratnam obtenait $A = 0,1$ et $3,12 \leq B \leq 3,78$.

Beltaos et Rajaratnam [23], ont étudié le jet plan en impact ($31 \leq H/e \leq 67,5$) pour des nombres de Reynolds compris entre 5270 et 9400. Pour la zone développée, ils proposent une formulation analytique de l'évolution de la vitesse axiale U_m qui prend en compte la hauteur d'impact H du jet. Suite à une analyse dimensionnelle et en utilisant les résultats d'Abramovich [1], les auteurs montrent que la demi-largeur du jet b_u et que la vitesse moyenne axiale U_m peuvent s'écrire pour $0,2 < x/H < 0,65$:

$$\frac{b_u(x)}{H} = 0,10\left(\frac{x}{H} + 0,15\right) \tag{1.38}$$

$$\frac{U_m(x)}{U_0}\sqrt{\frac{H}{e}} = 2,5\left(\frac{x}{H}\right)^{-1/2} \tag{1.39}$$

Maurel [122] a étudié l'influence du rapport d'ouverture H/e sur l'évolution de la demi-largeur du jet b_u d'un jet plan turbulent. Dans la gamme des rapports d'ouverture étudiés ($5 \leq H/e \leq 50$), il montre pour un nombre de Reynolds fixé à 27000 que la demi-largeur du jet b_u augmente avec le rapport H/e (cf. figure 1.7).

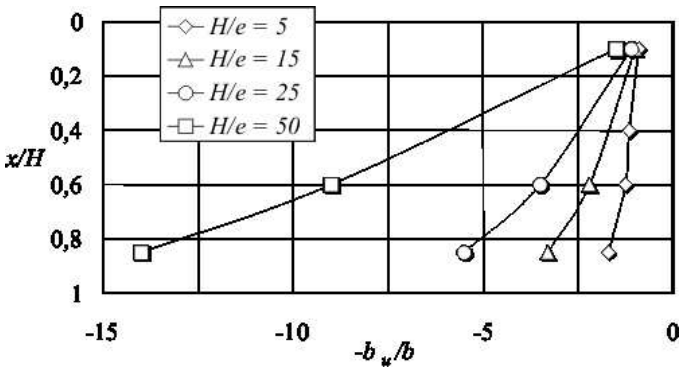


Figure 1.7: *Influence du rapport d'ouverture H/e sur la demi-largeur du jet b_u : $Re = 27000$, $e = 20mm$ – Maurel (2001)*

❑ évolution transversale

Namer et Ötügen [131] ont étudié l'évolution transversale de la vitesse moyenne longitudinale d'un jet plan libre pour des nombres de Reynolds de 2000, 4000 et 6000. Leurs mesures mettent en évidence que la distance à partir de laquelle l'affinité des profils de la vitesse moyenne est obtenue varie en fonction du nombre de Reynolds. L'affinité des profils est obtenue à $x/e = 10$ pour $Re = 6000$ alors que celle-ci n'est atteinte qu'à $x/e = 18$ et 25 respectivement pour $Re = 4000$ et $Re = 2000$. Ribault et al. constatent, dans leurs simulations directes et des grandes échelles turbulentes d'un jet plan libre, l'affinité des profils transversaux de la composante longitudinale de la vitesse moyenne à partir de $x/e = 8$ pour $Re = 3000$. Dai et al. [45] obtiennent l'affinité des profils moyens pour $x/e > 6$ dans leur simulation des grandes échelles d'un jet plan libre à $Re = 6000$. Pour un jet plan en impact lointain ($H/e > 40$) et dans une gamme de nombres de Reynolds plus élevés ($33000 \leq Re \leq 66000$), Guyonnaud [77] constate l'affinité des profils transversaux de la vitesse moyenne à partir de $x/e = 6$.

Guyonnaud [77] montre pour un jet plan en impact proche ($H/e = 12$) que l'affinité des profils moyens est obtenue pour $Re = 32000$ à partir de $x/e = 6$, soit la distance observée pour des jets en impact lointain. Les travaux de Cziesla et al. [44] qui portent sur une étude numérique par simulation des grandes échelles d'un jet plan impactant ($8 \leq H/e \leq 20$) confirment les conclusions de Guyonnaud (cf. figure 1.9).

En suivant le concept de viscosité turbulente introduit par Prandlt, Comte-Bellot [38] calcule la fonction $f(\eta_u)$ intervenant dans l'équation (1.33) :

$$f(\eta_u) = \frac{1}{ch\left(\frac{4}{3}B^2 A \eta_u\right)} \tag{1.40}$$

L'évolution transversale de la composante longitudinale de la vitesse moyenne est donc totalement décrite par le couple d'équations (1.40) et (1.33).

L'évolution transversale de la composante longitudinale de la vitesse moyenne est aussi couramment représentée par une fonction gaussienne du type :

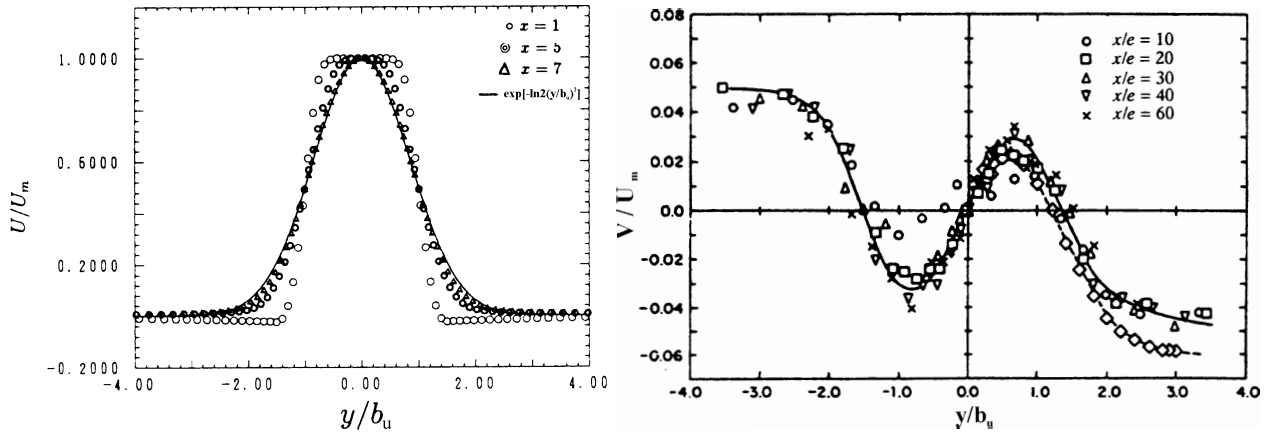
$$\frac{U(x,y)}{U_m} = \exp\left(-\xi \eta_u^2\right) \tag{1.41}$$

où ξ est une constante empirique.

En intégrant l'équation de continuité du champ moyen, Ramaprian et Chandrasekhara [148] proposent de représenter l'évolution transversale de la composante transversale V de la vitesse moyenne par l'expression suivante :

$$\frac{V(x,y)}{U_m} = \left[-\frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{\xi}}\mathrm{erf}\left(\eta_u\sqrt{\xi}\right) + \eta_u \exp\left(-\xi\eta_u^2\right)\right]\frac{db_u}{dx} \tag{1.42}$$

Pour $\xi = \ln(2)$, ils constatent un très bon accord entre cette formulation et les mesures, excepté sur les frontières extérieures du jet où des écarts de l'ordre de 30% peuvent être constatés. Cette valeur a été très largement utilisée dans la littérature pour les jets plan libres (Persen [140], Reichardt [150]) jusqu'à des nombres de Reynolds relativement bas, de l'ordre de 2000 pour Kotsovinos [100] et de 1500 pour Ramaprian et Chandrasekhara [148] (cf. figure 1.8). Namer et Ötügen [131] constatent que cette valeur du coefficient $\xi = 0,693$ est aussi la mieux adaptée et que celle-ci est indépendante du nombre de Reynolds dans la gamme qu'ils ont étudiée : $1000 \leq Re \leq 7000$. Dai et al. [46] obtiennent le même coefficient dans une simulation des grandes échelles d'un jet plan libre à $Re = 6000$ (cf. figure 1.8). En revanche, Sato et Sakao préconisent une valeur de $\xi = 0,88136$ proposée par Bickley pour les jets plans libres à très faibles nombres de Reynolds ($10 \leq Re \leq 1200$).



(a) U/U_m : $Re = 6000$ – Dail et al. (1994)

(b) V/U_m : $Re = 1500$, — eq. (1.42) – Ramaprian et Chandrasekhara (1985)

Figure 1.8: *Évolution transversale de la composante longitudinale (U/U_m) et transversale (V/U_m) de la vitesse moyenne*

Pour les jets impactants, Beltaos et Rajaratnam montrent que la distribution transversale de la composante longitudinale de la vitesse moyenne est bien représentée par la formulation (1.41) mais les auteurs suggèrent alors de modifier la valeur du coefficient ξ en la fixant à 0,834. Ils soulignent cependant que cette formulation n'est valide que dans l'intervalle $0,317 \leq x/H \leq 0,835$. Plus près de la paroi, l'écoulement est très largement modifié par la zone d'impact et cette représentation n'est plus valable. Cziesla et al. [44] obtiennent dans leur simulation des grandes échelles turbulentes d'un jet plan en impact proche ($8 \leq H/e \leq 20$) un assez bon accord avec l'expression (1.41) en gardant le paramètre $\xi = \ln(2)$ pour $Re = 10000$ (cf. figure 1.9).

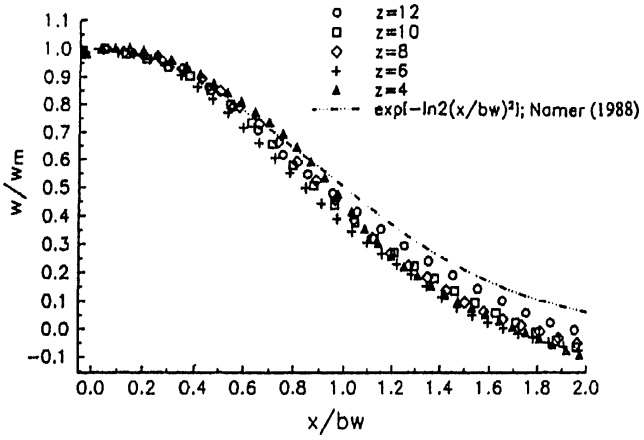


Figure 1.9: *Évolution transversale de la composante longitudinale de la vitesse moyenne (notée ici w/w_m) : $Re = 10000$, $H/e = 20$ – Cziesla et al. (2001)*

Évolution des grandeurs turbulentes

La transition du jet plan d'un régime laminaire à un régime turbulent reste encore mal définie dans la littérature. Ainsi Tennekes et Lumley [175] préfèrent seulement souligner que dans le cas d'écoulements libres, le déclenchement de la turbulence se fait à très faibles nombres de Reynolds. Sato et Sakao [158] observent la naissance d'un régime turbulent en constatant l'apparition de fluctuations irrégulières liées au phénomène de transition dite «naturelle» pour des nombres de Reynolds supérieurs à 50. Kotsovinos [99] considère pour sa part, que l'écoulement devient turbulent pour des nombres de Reynolds supérieurs à 500.

❑ sur l'axe du jet

Gutmark et Wygnanski [75] ont étudié l'évolution axiale des trois composantes de l'intensité de la turbulence dans la configuration d'un jet plan libre pour un nombre de Reynolds fixé à 30000. En confrontant leurs mesures à celles de Bradbury [26] et de Heskestad [80], ils constatent (cf. figure 1.10) que l'intensité de la turbulence normalisée par la vitesse moyenne sur l'axe du jet U_m tend vers une valeur asymptotique comprise entre 22 et 25%. Les auteurs concluent que l'intensité de la turbulence sur l'axe d'un jet plan libre est proche de 22%–25% dans la zone développée. Ces conclusions sont aussi avancées par Ribault et al. [151] qui constatent, dans leurs simulations directes et des grandes échelles d'un jet plan libre, que la composante longitudinale de l'intensité de la turbulence $I_u = \langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_m$ tend vers une asymptote voisine de 0,25 pour $x/e > 10$.

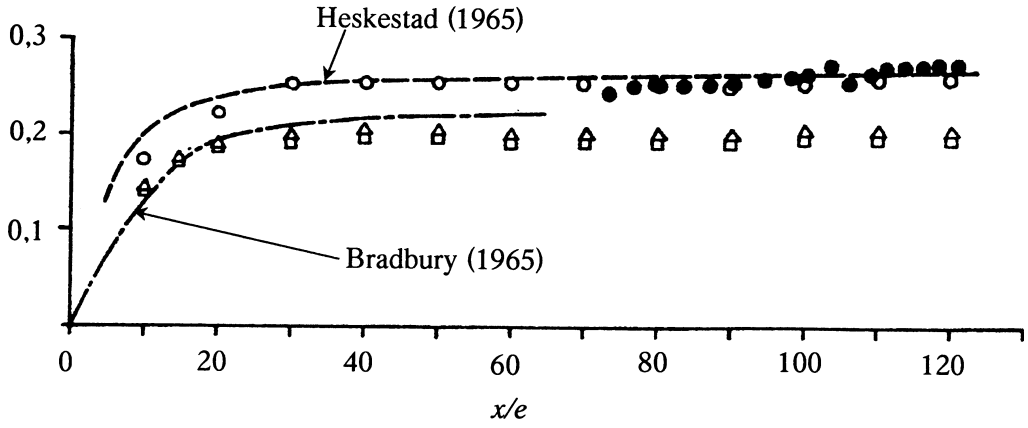


Figure 1.10: *Évolution de l'intensité de la turbulence le long de l'axe d'un jet plan libre : ∘ • $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_m$; △ $\langle v'^2 \rangle^{1/2} / U_m$; □ $\langle w'^2 \rangle^{1/2} / U_m$ – $Re = 30000$ – Gutmark et Wygnanski (1976)*

Le même niveau est atteint dans les mesures de Namer et Ötügen [131], puisque ceux-ci constatent pour des jets plans libres une intensité de la turbulence $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_m$ voisine de 22% dans la zone développée pour $Re \geq 2000$. Les auteurs montrent cependant, en accord avec Heskestad [80], que des niveaux plus importants sont mesurés pour des nombres de Reynolds moindres (cf. figure 1.11). L'effet du nombre de Reynolds devient moins significatif lorsque celui-ci augmente. Les auteurs concluent en soulignant que le nombre de Reynolds affecte la distance à partir de laquelle $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_m$ atteint sa valeur asymptotique, cette distance augmentant lorsque le nombre de Reynolds diminue.

Pour $Re = 1000$, l'intensité de la turbulence atteint une valeur de l'ordre de 30% pour $x/e = 90$ alors que pour des nombres de Reynolds supérieurs, celle-ci a déjà atteint sa valeur asymptotique de 22%. Ce comportement est confirmé par les mesures de Bradbury [26] où une valeur asymptotique de 22% est atteinte dès $x/e = 30$ pour $Re = 30000$. Pour toute la gamme du nombre de Reynolds qu'ils ont balayée ($1000 \leq Re \leq 7000$), Namer et Ötügen observent un pic de l'intensité turbulente pour $10 \leq x/e \leq 20$. Ils constatent que ce pic devient moins prononcé et semble apparaître plus près de la sortie de buse lorsque l'on augmente le nombre de Reynolds (cf. figure 1.11).

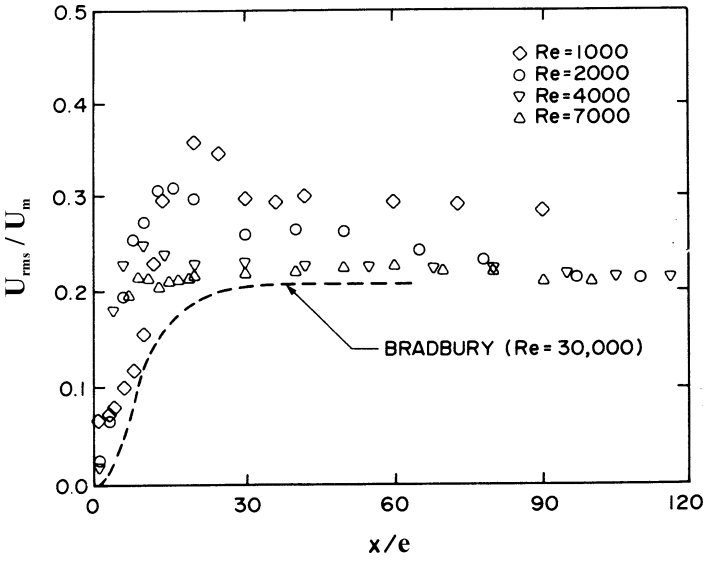


Figure 1.11: *Évolution de* $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_m$ *le long de l'axe d'un jet plan libre :* $1000 \leq Re \leq 7000$ *– Namer et Ötügen (1988)*

Namer et Ötügen [131] mettent en évidence l'existence d'une région s'étendant de la sortie de buse jusqu'à la fin du cône potentiel où la composante longitudinale de l'intensité de la turbulence conserve le niveau mesuré en sortie de buse. La longueur de cette zone qui semble coïncider avec la longueur du noyau potentiel diminue quand le nombre de Reynolds augmente. Au-delà de cette frontière, l'intensité de la turbulence $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_0$ augmente avec un taux plus élevé pour des nombres de Reynolds plus importants (cf. figure 1.12).

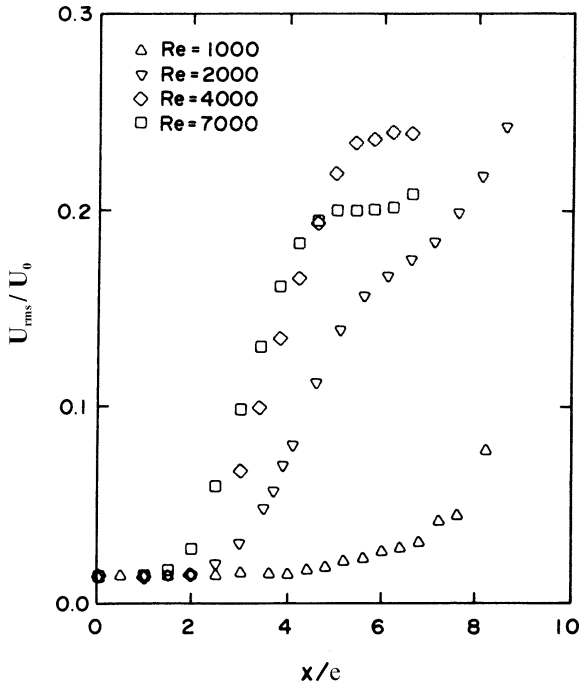


Figure 1.12: *Évolution de* $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_0$ *le long de l'axe d'un jet plan libre, dans la zone proche de la sortie de buse :* $1000 \leq Re \leq 7000$ *- Namer et Ötügen (1988)*

Ce phénomène explique en partie la décroissance plus rapide de la vitesse moyenne axiale longitudinale pour des nombres de Reynolds plus élevés. Ces résultats corroborent les travaux de Hill et al. [82] qui constatent un développement plus rapide de la turbulence lorsque l'on augmente le nombre de Reynolds dans une gamme comprise entre 10^5 et 10^7.

❑ évolution transversale

Gutmark et Wygnanski ont complété leurs mesures axiales de l'intensité de la turbulence en étudiant la distribution transversale de $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_m$ pour $Re = 30000$. Ils constatent que la distribution de l'intensité de la turbulence prend une allure de «selle», très marquée en sortie de buse et qui tend à disparaître à mesure que l'on s'éloigne de cette dernière. Namer et Ötügen quant à eux n'observent pas une forme de selle marquée pour la gamme du nombre de Reynolds qu'ils ont étudiée : $1000 \leq Re \leq 7000$. Pour $Re = 4000$ et $Re = 6000$, la valeur maximale de $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_m$ observée est de 24% pour $\eta_u = y/b_u = 0,6$. Les auteurs constatent l'affinité des profils de l'intensité turbulente pour les deux plus grands nombres de Reynolds, en revanche pour $Re = 2000$ l'affinité des profils n'a pas été observée jusqu'à $x/e = 95$, limite de leurs mesures (cf. figure 1.13).

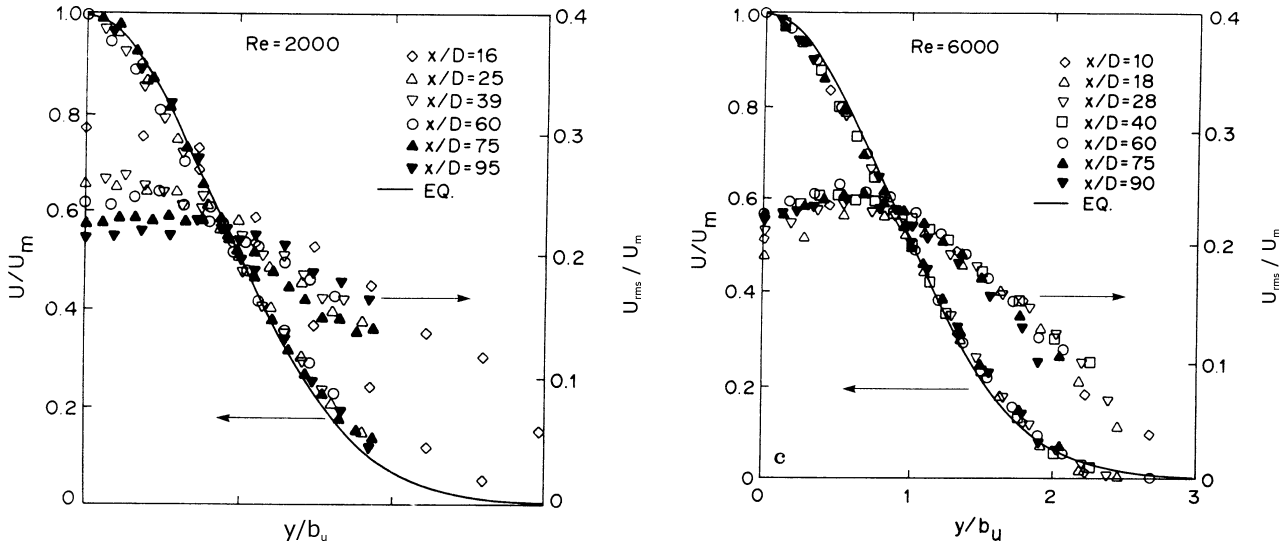


Figure 1.13: *Distribution transversale de la composante longitudinale de l'intensité de la turbulence* $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_m$ *:* $Re = 2000, 6000$ *– Namer et Ötügen (1988)*

Ramaprian et Chandrasekhara [148] observent sur un jet plan libre à $Re = 1500$ une très bonne affinité des profils des tensions de Reynolds $\langle u'v' \rangle / U_m^2$ pour $x/e > 10$. La valeur maximale des tensions de Reynolds est obtenue pour $0,9 < \eta_u < 1$. En intégrant l'équation de quantité de mouvement, les auteurs proposent une formulation analytique qui permet de décrire l'évolution transversale des tensions de Reynolds :

$$\frac{\langle u'v' \rangle}{U_m^2} = -\frac{UV}{U_m^2} + \eta_u \frac{U^2}{U_m^2} \frac{db_u}{dx} \tag{1.43}$$

Guyonnaud [77, 78] constate, pour un jet plan turbulent ($Re = 66000$) en impact lointain ($H/e > 40$), que l'affinité des profils des tensions de Reynolds représentés sur la figure 1.14 est obtenue à partir de $x/e = 12$, donc plus loin que pour la vitesse moyenne.

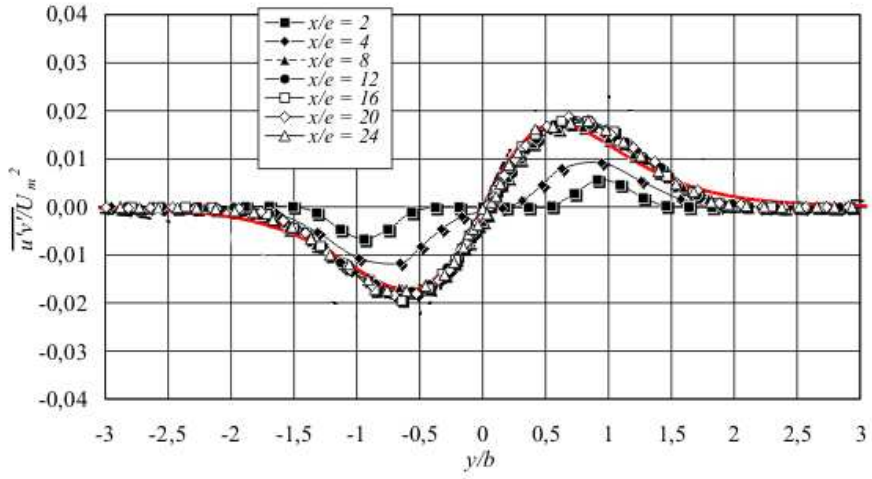


Figure 1.14: *Distribution transversale des tensions de Reynolds $\langle u'v' \rangle / U_m^2$ pour un jet plan en impact lointain : $Re = 66000$ – Guyonnaud (1998)*

Dans leur étude numérique du jet plan libre, Ribault et al. [151] observent l'affinité des valeurs rms de la composante longitudinale de la vitesse à partir de $x/e = 11$ pour $Re = 3000$ et $x/e = 14$ pour $Re = 30000$. Pour conclure, tous les auteurs s'accordent à dire que l'affinité des profils transversaux des fluctuations de vitesse est atteinte pour une distance plus importante que celle constatée pour l'affinité des profils de la vitesse moyenne.

Maurel [122] met en évidence un changement du comportement du jet d'un état fortement confiné ($H/e = 5$) à un état pleinement développé ($H/e = 50$). En étudiant la distribution transversale des tensions de Reynolds $\langle u'v' \rangle / U_0^2$, il montre que le pic observé à $y/b_u = 1$ est minimal pour $H/e = 5$ et maximal pour $H/e = 15$. L'auteur en conclut qu'un rapport d'ouverture proche de $10 \sim 15$ correspond à un jet dont le niveau de turbulence est plus élevé.

1.4.4 La zone d'impact

La connaissance des phénomènes mis en jeux dans la zone d'impact est essentielle pour la maîtrise des rideaux d'air et des applications qui en découlent, cette zone jouant un rôle important dans les processus de transferts de masse et de chaleur. En effet, cette région est caractérisée par la présence de très forts gradients et de mouvements tridimensionnels complexes entraînant une forte anisotropie de l'écoulement.

Analyse structurelle

Yokobori et al. [195, 196] furent les premiers à s'intéresser à l'analyse phénoménologique de la zone d'impact en privilégiant l'approche par visualisations. Les auteurs ont étudié le développement du jet

plan au voisinage de la zone d'impact pour des nombres de Reynolds compris entre 1000 et 10000 et des rapports d'ouverture H/e allant de 2 à 10. Ils constatent (cf . figure 1.15) la présence de tourbillons contrarotatifs qui coupent l'axe de symétrie du jet et qui se développent dans le plan (xOz).

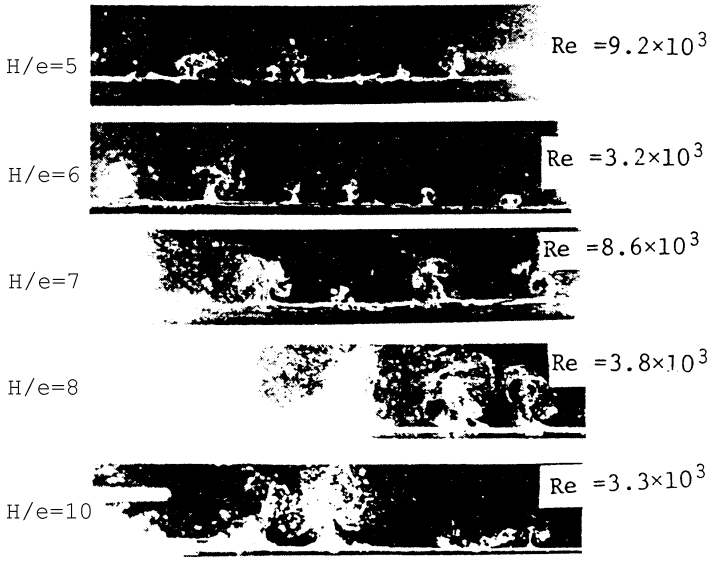


Figure 1.15: *Tourbillons contrarotatifs dans le plan (xOz) sur la ligne d'arrêt d'un jet plan impactant – Yokobori et al. (1978)*

En accord avec les travaux de Yokobori et al., Maurel et Solliec [123] mettent eux aussi en évidence la présence de ces paires de tourbillons contrarotatifs à partir de champs instantanés obtenus par PIV[2] (cf. figure 1.15) pour un nombre de Reynolds supérieur $Re = 27000$ et des rapports d'ouverture allant jusqu'à $H/e = 50$.

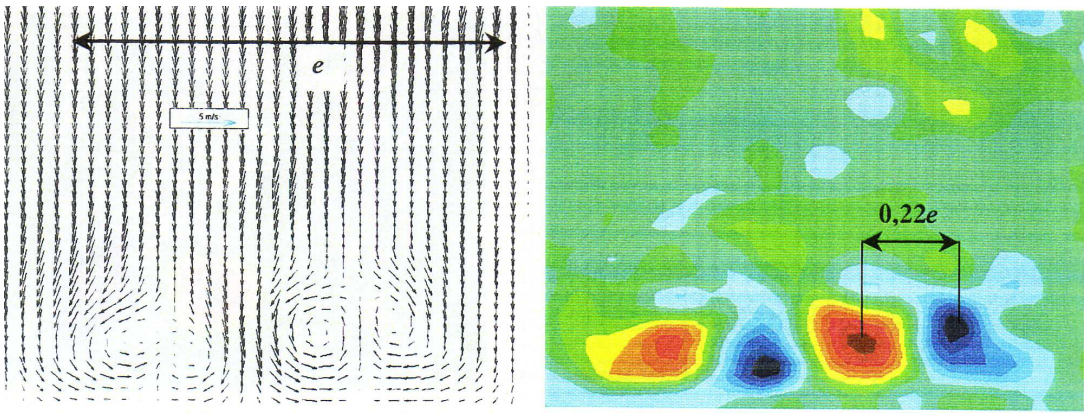


Figure 1.16: *Tourbillons contrarotatifs dans le plan (xOz) sur la ligne d'arrêt d'un jet plan impactant : $H/e = 5$, $e = 80mm$, $Re = 27000$ – Maurel et Solliec (2001)*

Yokobori et al. soulignent que la hauteur et la largeur de cette paire de structures tourbillonnaires semblent être influencées par le rapport d'ouverture H/e du jet, la taille des tourbillons contrarotatifs augmentant avec le rapport H/e, sans préciser les valeurs obtenues. Maurel [122] constate pour $H/e =$ 5, 15 et 50 la même influence mais pour un nombre de Reynolds plus élevé ($Re = 27000$) : la largeur des tourbillons varie entre $0,7e$ et $7e$, alors que la hauteur est comprise entre $0,28e$ et $4e$ suivant le

[2]Particle Image Velocimetry

rapport d'ouverture considéré.

Yokobori et al. étudient aussi l'influence du rapport d'ouverture sur l'espacement ξ qui existe entre deux paires de tourbillons et concluent que ξ/e augmente avec H/e (cf. figure 1.17). Mais compte tenu des incertitudes de mesures, il est préférable de dire que pour les rapports d'ouverture étudiés ($5 \leq H/e \leq 10$), l'espacement ξ est compris entre $0,5e$ et $1,5e$.

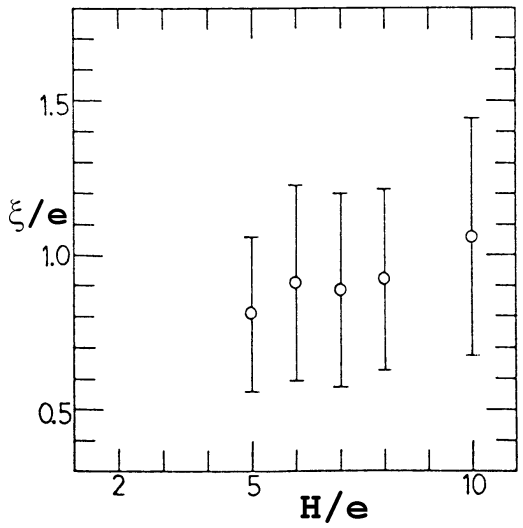


Figure 1.17: *Influence du rapport d'ouverture sur l'espacement ξ/e entre les paires de tourbillons contrarotatifs – Yokobori et al. (1978)*

Pour un rapport H/e fixé, ils constatent également (cf. figure 1.18) que l'espacement ξ entre les paires de cellules contrarotatives est quasiment indépendant du nombre de Reynolds pour la gamme étudiée ($1000 \leq H/e \leq 10000$).

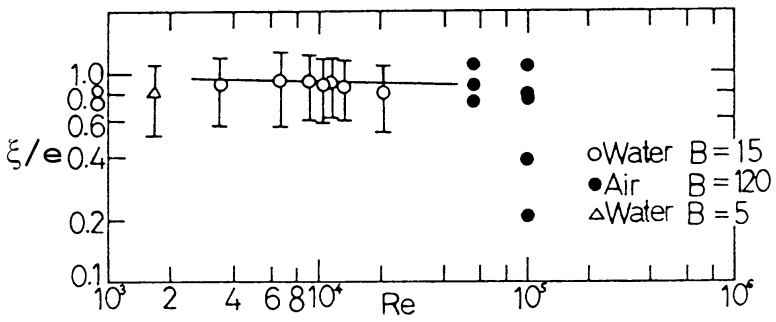


Figure 1.18: *Influence du nombre de Reynolds sur l'espacement ξ/e entre les paires de tourbillons contrarotatifs – Yokobori et al. (1978)*

Pour $H/e = 6$, les auteurs proposent le modèle suivant :

$$\frac{\xi}{e} = Re^{-0,046} \tag{1.44}$$

En outre, Yokobori et al. précisent que le phénomène observé est instationnaire et que ces structures peuvent apparaître en différentes positions de l'axe (Oz). Il semblerait que les paires de tourbillons soient créées à un intervalle de temps très régulier et que celles-ci conservent leur positions initiales

sur un temps très long comparé à leur échelle de temps caractéristique. En évaluant la fréquence de formation de ces structures, ils montrent (cf. figure 1.19) que celle-ci atteint son maximum pour $H/e = 7$ avant de décroître rapidement pour des rapports d'ouverture plus élevés.

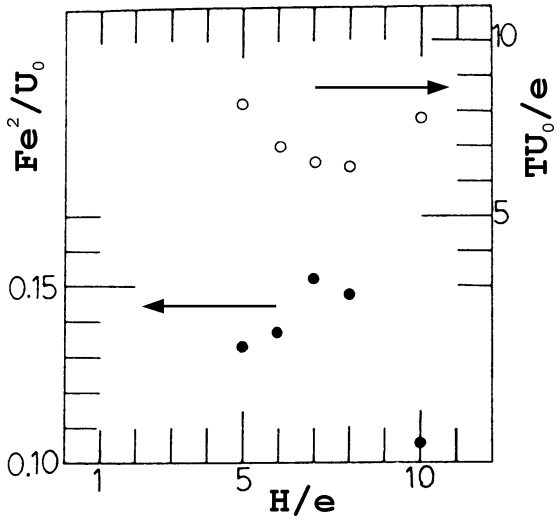


Figure 1.19: *Influence du rapport d'ouverture sur la fréquence de formation des paires de tourbillons contrarotatifs – Yokobori et al. (1978)*

En corrélant leurs visualisations de la couche de mélange du jet et celles de la zone d'impact, Yokobori et al. proposent un modèle conceptuel (cf. figure 1.20) expliquant la formation des paires de tourbillons contrarotatifs observées au voisinage de la paroi. Les instabilités de Kelvin-Helmohltz qui se développent dans la couche de mélange génèrent la formation de gros tourbillons bidimensionnels qui sont convectés de la sortie de buse vers la zone d'impact. Plus en aval, ces tubes de vorticité perdent leur forme initiale et se distordent en raison du mécanisme d'étirement tourbillonnaire pour finalement prendre une forme en U sinusoïdale au voisinage de la zone d'impact. Les auteurs suggèrent que la distorsion de ces tourbillons bidimensionnels joue un rôle important dans la formation des structures cohérentes présentes dans la zone d'impact, celles-ci apparaissant dans les creux des tubes de forme sinusoïdale formés par les tourbillons de la couche de mélange. Yokobori et al. confirment cette description en complétant leurs visualisations par des mesures du champ de pression sur la ligne d'arrêt du jet, la présence de ces structures contrarotatives correspondant à une baisse de la pression d'arrêt.

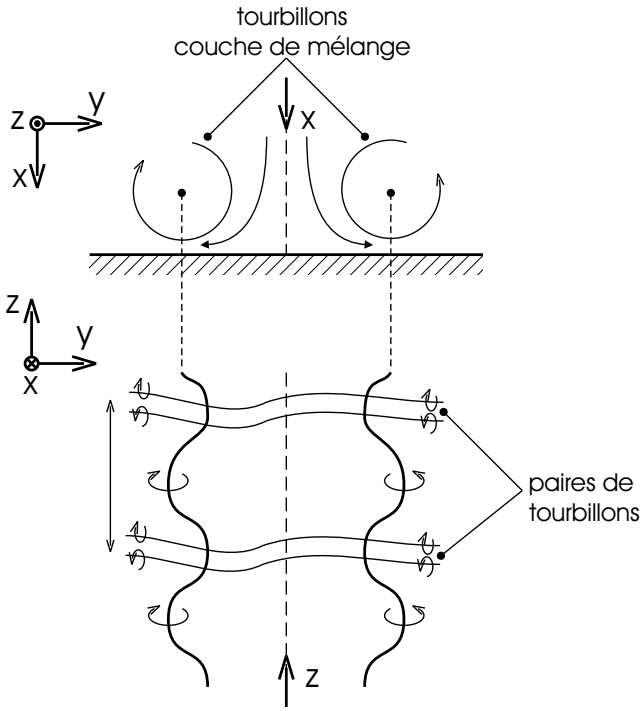


Figure 1.20: *Modèle conceptuel du mécanisme de formation des tourbillons contrarotatifs de la zone d'impact – Yokobori et al. (1978)*

Afin d'étudier les transferts de chaleur et la structure tourbillonnaire de l'écoulement au voisinage de la zone d'impact, Sakakibara et al. [156] ont récemment mené une étude sur un jet plan en impact proche. En s'appuyant sur les résultats de Gardon et Akfirat [65], qui montrent que le taux moyen de transfert de chaleur est fortement dépendant de la hauteur d'impact et que celui-ci est maximum pour $H/e = 8$, Sakakibara et al. fixent leur rapport d'ouverture H/e à 8. Le nombre de Reynolds est fixé à 2000, car celui-ci ne semble pas influencer la formation des paires de tourbillons contrarotatifs dans la zone d'impact. Sakakibara et al. constatent que c'est l'écoulement de retour (opposé à la direction de l'écoulement principal) entre les deux tourbillons contrarotatifs qui entraîne une augmentation importante du flux de chaleur turbulent (cf. figure 1.21).

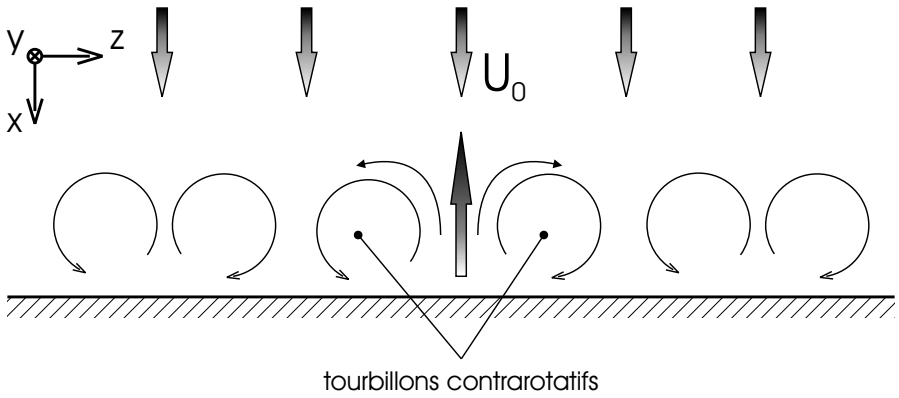


Figure 1.21: *Écoulement de retour entre les tourbillons contrarotatifs au voisinage de la paroi*

Évolution des grandeurs cinématiques

Beltaos et Rajaratnam [23], proposent de déterminer analytiquement l'évolution axiale de la composante longitudinale de la vitesse moyenne U_m dans la zone d'impact. A partir de leurs mesures, ils constatent qu'au voisinage de l'impact :

$$\left.\frac{\partial (UV)}{\partial y}\right|_{y \to 0} = -K_1 \tag{1.45}$$

En introduisant l'équation de continuité (1.22) dans l'expression précédente et en se plaçant sur l'axe du jet ($y = 0$), ils obtiennent finalement par intégration l'évolution de la vitesse moyenne U_m sur l'axe du jet :

$$U_m^2 (x) = 2K_1 x + K_2 \tag{1.46}$$

Ils proposent une formulation équivalente :

$$\frac{U_m}{U_0}\sqrt{\frac{H}{e}} = K_3\sqrt{1 - \frac{x}{H}} + K_4 \tag{1.47}$$

Les constantes empiriques K_3 et K_4 déduites de leurs résultats sont fixées respectivement à 5,5 et 0 pour $x/H > 0,75$:

$$\frac{U_m}{U_0}\sqrt{\frac{H}{e}} = 5,5\sqrt{1-\frac{x}{H}} \tag{1.48}$$

Plus près de la zone d'impact ($0,98 \leq x/H \leq 1$), les auteurs suggèrent de modifier leur modèle en proposant une loi empirique linéaire plus proche de leurs mesures :

$$\frac{U_m}{U_0}\sqrt{\frac{H}{e}} = 30\left(1-\frac{x}{H}\right) \tag{1.49}$$

Mais ils rappellent que le domaine de validité de cette relation est très faible et que celle-ci n'est donc vraiment représentative que dans leur configuration.

Gutmark et al. [74] ont repris le modèle proposé par Beltaos et Rajaratnam et montrent à partir de différentes mesures que celui-ci permet de représenter correctement la décroissance axiale de la vitesse moyenne U_m pour $5600 \leq Re \leq 43000$. Notons toutefois que les rapports d'ouverture considérés ne traitent pas la configuration d'un jet plan en impact proche, ceux-ci étant compris entre 31 et 100. En confrontant ces résultats avec leur étude du jet plan libre, ils concluent que l'influence de l'impact sur le développement du jet n'est pas remarquable pour $x/H < 0,8$. Au voisinage de l'impact, ils observent, en accord avec Beltaos et Rajaratnam, une décroissance linéaire de la vitesse moyenne U_m. En étudiant la distribution axiale des valeurs *rms,* ils montrent que la composante transversale $\langle v'^2 \rangle^{1/2}$décroît plus rapidement que les deux autres composantes. Cette décroissance s'explique par l'étirement des structures cohérentes dans la direction transversale (Oy) et par leur compression dans la direction axiale (Ox). Ils notent de plus, que $\langle v'^2 \rangle^{1/2}$ est influencée par l'impact sur une distance représentant $0,15H$ alors que les effets de l'impact n'affectent les composantes $\langle u'^2 \rangle^{1/2}$et $\langle w'^2 \rangle^{1/2}$qu'à une hauteur équivalente à $0,07H$.

Maurel [122] a étudié le jet plan impactant pour des rapports d'ouverture H/e compris entre 5 et 50 et des nombres de Reynolds de 13500 à 27000. Ces travaux mettent en évidence un changement du comportement du jet d'un état fortement confiné ($H/e = 5$) à un état pleinement développé ($H/e = 50$). En étudiant l'évolution axiale de l'intensité de la turbulence, Maurel met en évidence (figure 1.22) la présence d'un pic de turbulence sur la composante $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_0$ au proche voisinage de la zone d'impact qui tend à s'élargir au fur et à mesure que H/e augmente. Il constate de plus, une forte augmentation du pic de l'intensité de la turbulence $I_u = \langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_0$ observé au voisinage de l'impact, entre $H/e = 5$ et $H/e = 10$, les niveaux étant respectivement de 13% et 25%. Pour des rapports d'ouverture $H/e > 20$, le pic de l'intensité de la turbulence observé près de la paroi décroît linéairement pour atteindre 15% à $H/e = 50$. Pour des applications industrielles visant à réduire les transferts de masse et de chaleur au niveau de la zone d'impact, il est donc conseillé d'utiliser un jet soit fortement confiné ou ayant au contraire un rapport d'ouverture $H/e > 20$. Pour des applications cherchant au contraire à accroître les transferts au niveau de la zone d'impact un jet ayant un rapport

d'ouverture proche de 10 est plutôt préconisé, ces résultats étant en accord avec ceux de Sakakibara et al. [156] cités précédemment.

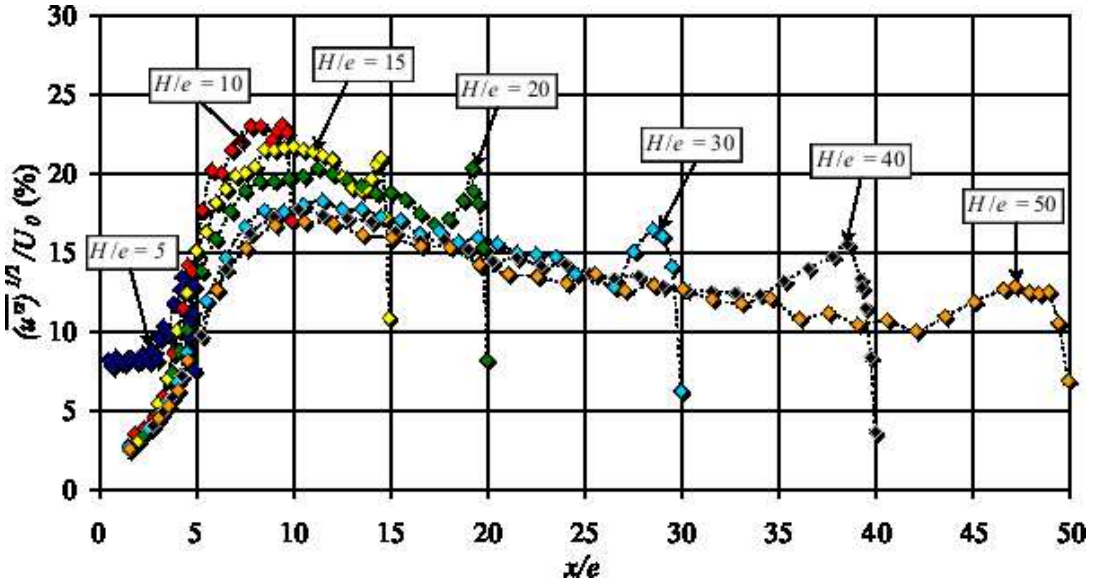


Figure 1.22: *Influence du rapport d'ouverture H/e sur l'évolution axiale de l'intensité de la turbulence $I_u = \langle u'^2 \rangle^{1/2}/U_0$ – Maurel (2001)*

En étudiant l'évolution longitudinale de l'intensité de la turbulence I_u pour des rapports d'ouverture compris entre 5 et 50 et un nombre de Reynolds fixé à 27000, Maurel constate que celle-ci passe par un minimum local à une distance de $0,12H$ de l'impact. Il définit la hauteur d'impact H_i comme la distance entre ce point singulier et la paroi. En suivant la même approche, il étudie l'évolution longitudinale des tensions de Reynolds et montre que celles-ci s'annulent (pour $y/b_u > 0$) à une distance de $0,13H$ de la paroi quel que soit le rapport d'ouverture. Il retient la position de ce point singulier pour définir la hauteur d'impact relative aux tensions de Reynolds. Compte tenu des incertitudes de mesures, il conclut que la zone d'impact s'étend sur une hauteur comprise entre 10 et 15% de la hauteur totale du jet. A partir de ce constat et de l'équation (1.29) définissant l'évolution de la longueur du cône potentiel en fonction de H/e, Maurel propose de définir la longueur de la zone développée L_D/H en fonction du rapport d'ouverture par (cf. figure 1.23) :

$$\frac{L_C}{H} + \frac{L_D}{H} + \frac{H_i}{H} = 1 \tag{1.50}$$

soit :

$$\frac{L_D}{H} = 0,87 - 4\frac{e}{H} \tag{1.51}$$

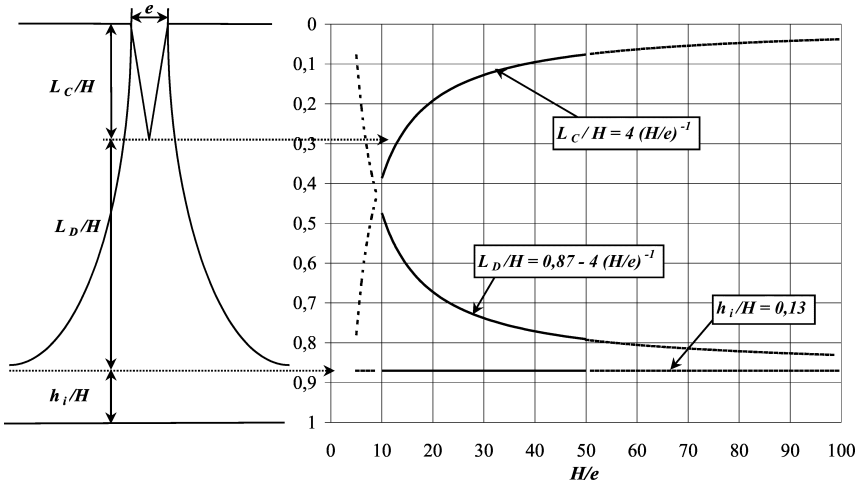


Figure 1.23: *Évolution de la longueur du cône potentiel L_c/H et de la zone développée L_D/H en fonction de H/e – Maurel (2001)*

Évolution de la pression

Tu et Wood [179] ont étudié l'impact d'un jet plan pour une gamme du nombre de Reynolds comprise entre 3040 et 11000 et pour des rapports d'ouverture H/e compris entre 1 et 20. Les auteurs ont étudié notamment l'influence du rapport d'ouverture sur la distribution transversale de la pression pariétale. Ils constatent (figure 1.24) qu'une augmentation du rapport d'ouverture entraîne la diminution de la pression d'arrêt P_s et une augmentation de la demi-largeur b_p définie comme la distance transversale où la pression moyenne est égale à la moitié de la pression moyenne sur l'axe du jet ($P = P_m/2$).

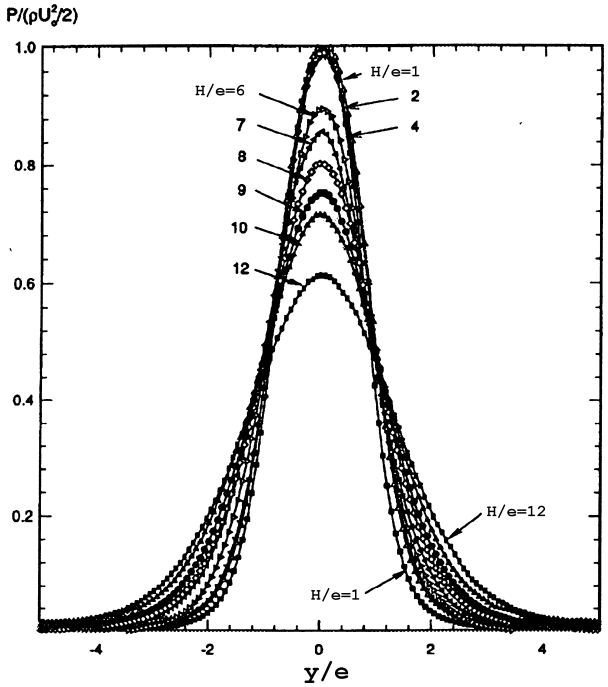


Figure 1.24: *Évolution de la pression pariétale P en fonction de H/e – Tu et Wood (1996).*

Ainsi l'aire située en dessous de la courbe de pression, qui représente la force par unité de longueur agissant sur la paroi, reste constante afin de contrebalancer le flux de quantité de mouvement du

jet. Pour les différents rapports d'ouverture considérés, la forme des profils reste similaire à une distribution gaussienne :

$$\frac{P}{P_s} = \exp\left(-\alpha\eta_p^2\right) \tag{1.52}$$

avec $\eta_p = y/b_p$ et $\alpha = \ln(2)$, on notera que la valeur de ce coefficient correspond à celle utilisée pour l'évolution transversale de la vitesse moyenne U/U_m dans l'équation (1.41).

Les auteurs soulignent cependant que l'équation (1.52) n'est valide que pour des rapports d'ouverture inférieurs à 8. Pour $H/e > 12$, ils proposent de modifier cette expression en introduisant un terme correctif défini par la fonction f_p :

$$\frac{P}{P_s} = \exp\left(-\alpha\eta_p^2\right) + f_p\left(\eta_p\right) \tag{1.53}$$

avec :

$$f_p\left(\eta_p\right) = \frac{c_1\left|\eta_p\right|}{1 + \left(c_2 + \eta_p\right)^2} \tag{1.54}$$

Les constantes c_1 et c_2 sont obtenues empiriquement ; avec leurs mesures Tu et Wood obtiennent $c_1 = 0,01895$ et $c_2 = -1,67489$.

Pour des rapports d'ouverture $H/e > 14$ et des nombres de Reynolds compris entre 5270 et 9400, Beltaos et Rajaratnam [23] proposent de représenter l'évolution transversale de la pression moyenne normalisée par la pression statique moyenne sur l'axe (notée P_m) en utilisant une formulation identique à Tu et Wood. Pour $0,75 < x/H < 0,952$, ils écrivent :

$$\frac{P}{P_m} = \exp\left[\left(-0,834\eta_p\right)^2\right] \tag{1.55}$$

Beltaos et Rajaratnam suggèrent de représenter la pression pariétale normalisée par la pression d'arrêt P_s par une formulation faisant intervenir la hauteur d'impact H :

$$\frac{P}{P_s} = \exp\left(-38,5\left(y/H\right)^2\right) \tag{1.56}$$

Beltaos et Rajaratnam constatent, en étudiant l'évolution de la pression moyenne sur l'axe du jet, que la pression totale P_t est constante dans la zone d'impact. En utilisant leurs mesures, ils relient la pression totale (normalisée par la pression d'arrêt P_s) à l'abscisse longitudinale x/H :

$$\frac{P_t}{P_s} = 1,73 - 0,73\frac{x}{H} \tag{1.57}$$

Sachant que $P_m = P_t - \frac{1}{2}\rho U_m^2$ et en tenant compte de l'équation de conservation de la quantité de mouvement, ils aboutissent finalement à la relation suivante, exprimant l'évolution longitudinale de la pression moyenne dans la zone d'impact :

$$\frac{P_m}{P_s} = 3,2\frac{x}{H} - 2,2 \tag{1.58}$$

En étudiant l'évolution de la pression d'arrêt P_s en fonction du rapport d'ouverture, Tu et Wood montrent que la pression P_s est égale à la pression dynamique $1/2\rho U_0^2$ lorsque le cône potentiel vient frapper directement la paroi, donc pour $H/e < 5$. Pour des rapports d'ouverture plus importants, P_s décroît de manière significative comme le montre la figure 1.25. L'évolution de la pression moyenne au point d'arrêt est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{P_s}{\frac{1}{2}\rho U_0^2} = c\left(\frac{H}{e}\right)^{-1} \tag{1.59}$$

avec $c = 6,5$.

L'équation (1.59) est une modification de la relation proposée par Beltaos [22] pour des jets impactants perpendiculaires à la paroi, ce dernier imposait $c = 8$.

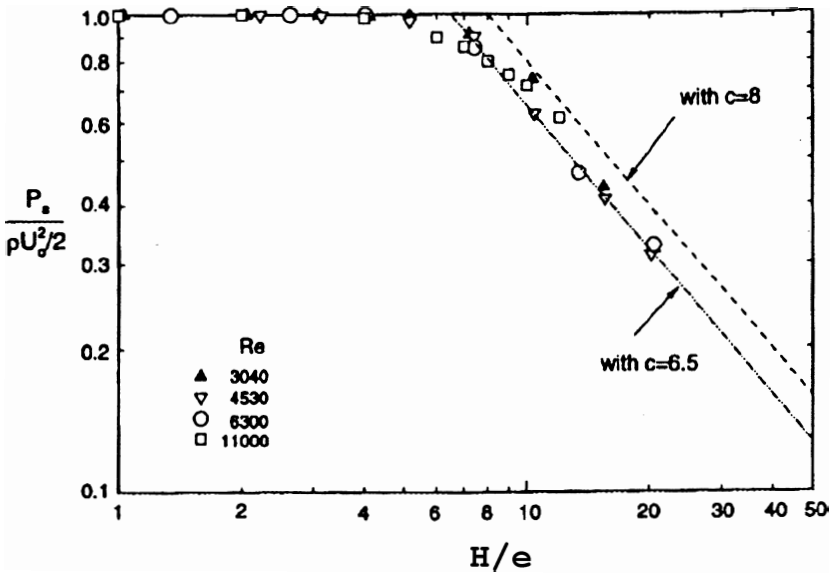


Figure 1.25: *Évolution de la pression d'arrêt P_s en fonction de H/e – Tu et Wood (1996).*

La variation de la demi-largeur b_p en fonction du rapport d'ouverture est représentée sur la figure 1.26. Lorsque le cône potentiel vient impacter directement la paroi ($H/e \leq 5$), $2b_p/e$ est quasiment constant, avec une valeur comprise entre 1,85 et 1,95, ce qui correspond approximativement à la demi-largeur obtenue pour le profil des vitesses dans la configuration d'un jet libre. Pour $H/e > 6$, b_p est proportionnel à H, le rapport b_p/H étant compris entre 0,12 et 0,13, en accord avec les résultats de Schauer et Eustis [159], Beltaos et Rajaratnam [23] et Beltaos [22]. Tu [178] montre que la dépendance

de b_p par rapport à H/e est similaire à celle de la demi-largeur du jet b_u obtenue pour le jet libre. Tu et Wood soulignent enfin, que pour la gamme de nombres de Reynolds étudiée ($3040 \leq Re \leq 11000$), le nombre de Reynolds n'a que peu d'influence sur l'évolution de la demi-largeur b_p.

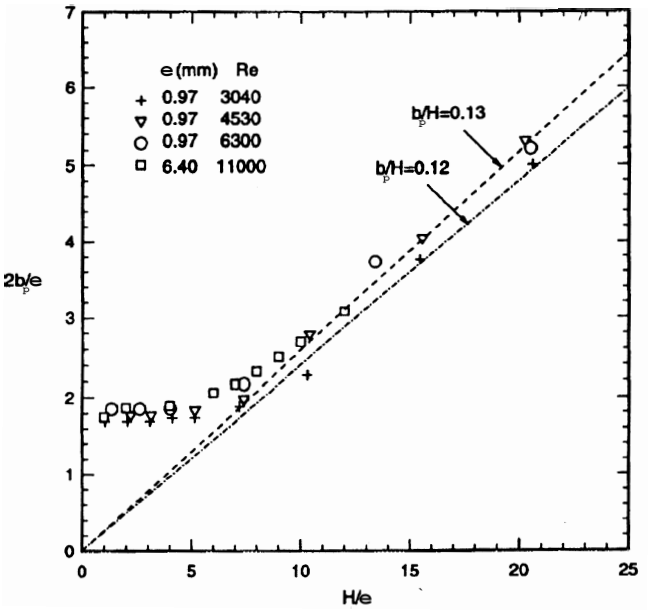


Figure 1.26: *Évolution de la demi-largeur b_p en fonction de H/e – Tu et Wood (1996).*

Contrainte de cisaillement pariétale

Plusieurs auteurs se sont intéressés au comportement de la contrainte de cisaillement à l'impact. Beltaos et Rajaratnam [23], montrent à partir des équations du mouvement simplifiées, que l'évolution transversale du coefficient de frottement C_f peut être représentée par l'expression suivante qui corrèle bien leurs mesures expérimentales dans la zone de proche paroi :

$$C_f = \frac{\tau_p}{\frac{1}{2}\rho U_0^2} = \frac{e}{H} 0,058 \operatorname{erf}\left(6,2\frac{y}{H}\right) \tag{1.60}$$

avec $\tau_p = \rho u_\tau^2$, u_τ étant la vitesse de frottement.

A partir d'une analyse de la solution de Hiemenz [163] pour l'écoulement de proche paroi, Tu [178] établit une relation analytique exprimant l'évolution de la contrainte de cisaillement pariétale dans la direction transversale pour des petits rapports d'ouverture ($4 \leq H/e \leq 12$) :

$$\frac{\tau_p}{\frac{1}{2}\rho U_0^2}\sqrt{Re_b} = 1,873\frac{y}{b_p} \tag{1.61}$$

avec :

$$Re_b = \frac{U_0 b_p}{\nu} \tag{1.62}$$

L'équation (1.61) indique une variation linéaire de la contrainte de cisaillement pariétale en fonction de la distance à l'axe de symétrie du jet. Cependant, on remarque sur la figure 1.27 que les pentes obtenues avec leurs mesures sont moins prononcées que celles obtenues théoriquement. Tu explique le plus faible niveau des valeurs expérimentales par la présence d'effets tridimensionnels au voisinage de l'impact mis en évidence par les paires de tourbillons contrarotatifs décrites précédemment.

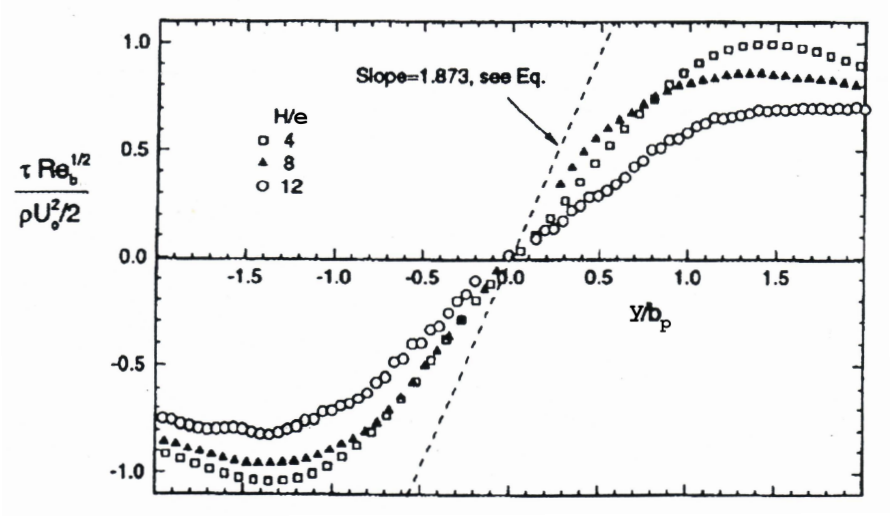


Figure 1.27: *Évolution transversale de la contrainte de cisaillement pariétale pour $Re = 11000$ – Comparaison avec la solution de Hiemenz – Tu et Wood (1996)*

Tu et Wood ont étudié l'influence du nombre de Reynolds sur la distribution transversale du coefficient de frottement à la paroi τ_p. La figure 1.28 représente l'évolution de la contrainte de cisaillement à la paroi normalisée par sa valeur maximum τ_{max}. La valeur de y/b_p pour laquelle la contrainte de cisaillement est maximale ne semble pas être influencée par le nombre de Reynolds. Elle est voisine de 1,5 pour $3040 \leq Re \leq 11000$ et $H/e \simeq 4$.

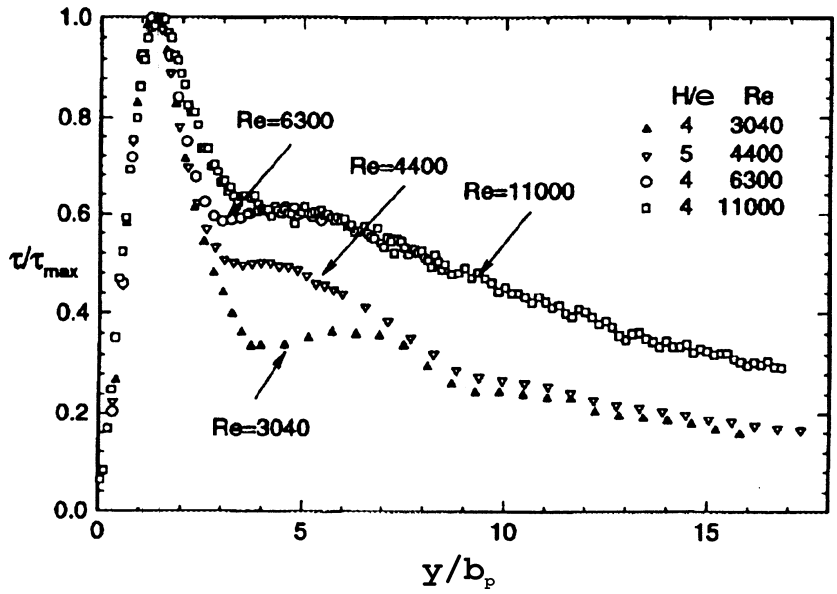


Figure 1.28: *Dépendance de τ/τ_{max} en fonction du Nombre de Reynolds – Tu et Wood (1996)*

En revanche, on peut voir sur la figure 1.29 que pour un rapport d'ouverture H/e fixé ($1 \leq H/e \leq 20$), la valeur de τ_{max} est dépendante du nombre de Reynolds lorsque celui-ci est compris entre 3040 et 11000. Les auteurs constatent cependant que pour des rapports d'ouverture $H/e > 7$ et des nombres de Reynolds $Re > 6000$, τ_p/τ_{max} atteint un comportement asymptotique et que pour $H/e \geq 10$ et $Re \geq 6300$ la valeur de τ_{max} semble être indépendante à la fois du rapport H/e et du nombre de Reynolds.

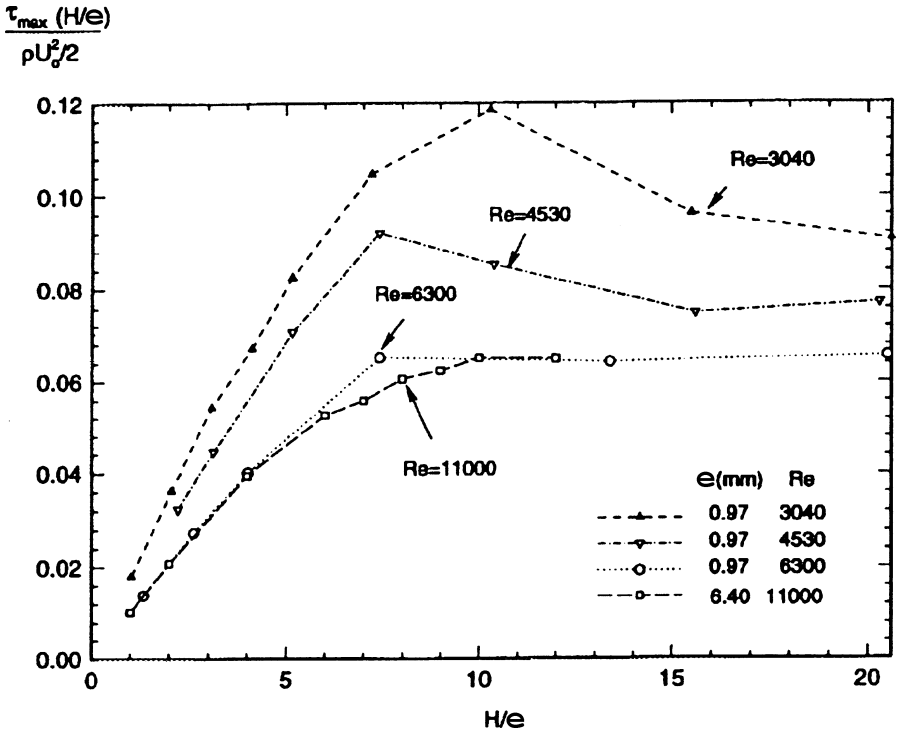


Figure 1.29: *Dépendance de la valeur maximale de la contrainte de cisaillement pariétal τ_{max} en fonction du rapport d'ouverture et du nombre de Reynolds – Tu et Wood (1996)*

Pour une gamme de nombres de Reynolds plus élevés ($10000 \leq Re \leq 30000$) et des rapports d'ouverture H/e compris entre 2 et 9,2, Zhe et Modi [200] montrent (cf. figure 1.30) que le coefficient de frottement à la paroi est indépendant du nombre de Reynolds à partir d'une valeur critique située entre 10000 et 20000. Ils constatent (cf. figure 1.31) que l'évolution transversale du coefficient de frottement est dépendante du rapport d'ouverture lorsque celui-ci est inférieur à 4 mais dans de faibles proportions (ce qui n'est pas forcément contradictoire avec les mesures de Tu et Wood compte tenu de la gamme de nombres de Reynolds étudiée). Pour $H/e > 5$, la dépendance de C_f en fonction du rapport d'ouverture est très faible. Zhe et Modi mettent en évidence la présence d'un deuxième pic du coefficient de frottement (pour $H/e \leq 4$) également constaté dans les mesures de Tu et Wood (figure 1.28) associé à la présence de recirculations pour des jets fortement confinés. Pour $H/e > 5$, ce deuxième pic est toutefois absent.

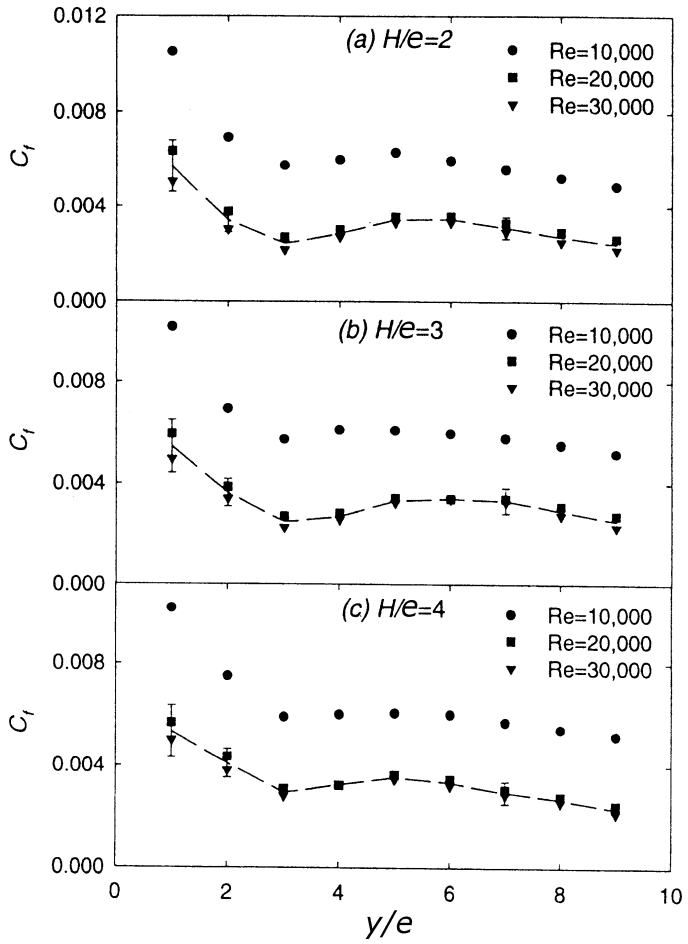


Figure 1.30: *Dépendance du coefficient de frottement pariétal C_f en fonction du nombre de Reynolds - Zhe et Modi (2001)*

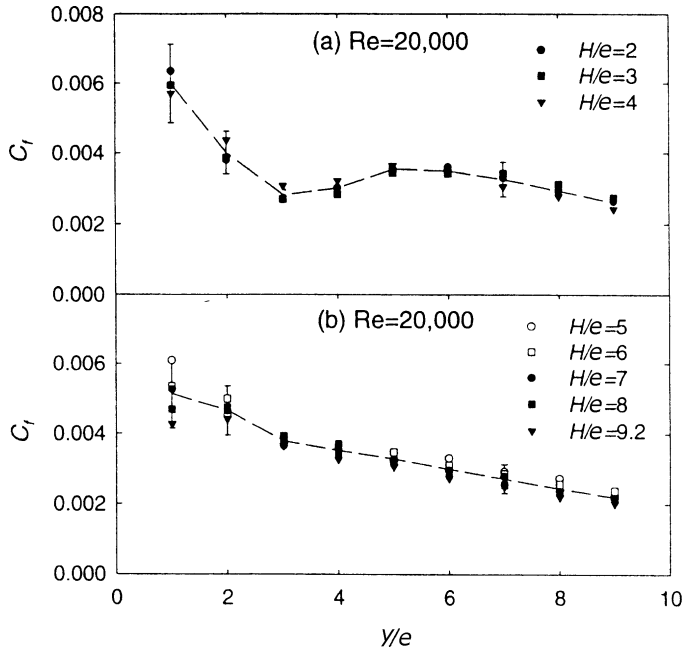


Figure 1.31: *Dépendance du coefficient de frottement pariétal C_f en fonction du rapport d'ouverture H/e - Zhe et Modi (2001)*

Chapitre 2

Formalisme de la simulation des grandes échelles

Le formalisme de la simulation des grandes échelles est présenté en introduisant dans un premier temps la notion de filtrage dans le cadre idéal des filtres homogènes isotropes. L'extension aux cas d'un domaine de calcul borné et de filtres inhomogènes y sera également discutée. Les outils mathématiques étant introduits, nous présenterons les différentes formes et décompositions des équations de conservation filtrées. Le problème de fermeture des équations filtrées est finalement abordé en évoquant les techniques de modélisation de sous-maille les plus répandues afin de positionner notre travail par rapport à la problématique de l'étude et à l'état de l'art des connaissances actuelles.

2.1 Notions de filtrage

Le formalisme de la LES consiste à effectuer une séparation d'échelles entre les grandes échelles résolues et les petites échelles qui sont modélisées. Cette séparation est réalisée par l'application d'un filtre passe-haut en échelle *(i.e.* passe-bas en nombre d'onde) à la solution exacte (cf. figure 2.1). On ne calcule que les bas nombres d'onde. La sélection des échelles qui constitue le fondement de la simulation des grandes échelles repose sur la définition des grandes et des petites échelles. Cette sélection est donc liée à la détermination d'une longueur de référence appelée *longueur de coupure*. Les échelles qui sont d'une taille caractéristique plus grande que la longueur de coupure sont appelées *grandes échelles* ou *échelles résolues*. Les échelles non résolues sont dénommées *échelles de sous-maille* ou *petites échelles* et sont déterminées à l'aide d'un modèle statistique appelé *modèle de sous-maille*. Le processus de filtrage peut être interprété comme une opération de moyenne locale destinée à éliminer les petites échelles des variables et à n'en conserver que les grandes échelles.

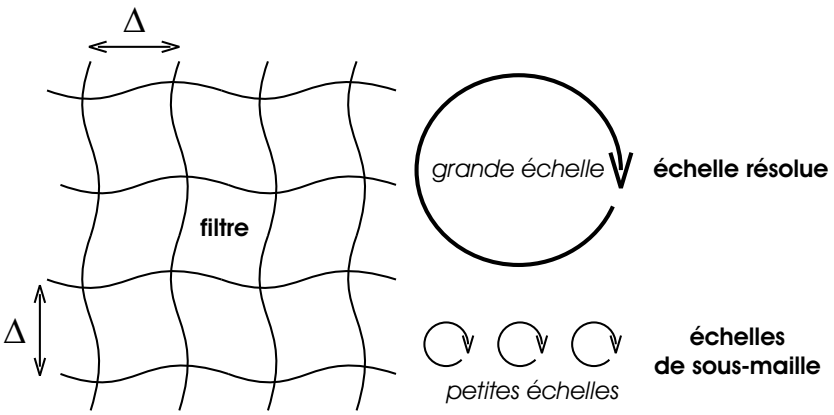


Figure 2.1: *Représentation symbolique du processus de filtrage*

Nous nous restreindrons tout d'abord au cas des filtres *homogènes isotropes*. C'est en effet dans ce cadre historique que s'est développé le formalisme mathématique utilisé dans la modélisation de sous-maille. Le filtre utilisé dans la séparation d'échelles étant considéré comme isotrope, ses propriétés sont donc indépendantes de la position en espace et de l'orientation du repère de référence. Cette caractéristique implique d'une part que l'échelle de coupure soit constante et soit la même dans toutes les directions de l'espace, et d'autre part que le filtre soit appliqué sur un domaine non borné. L'extension du formalisme mathématique au cas des filtres anisotropes ou inhomogènes sera développée dans le paragraphe §2.1.3.

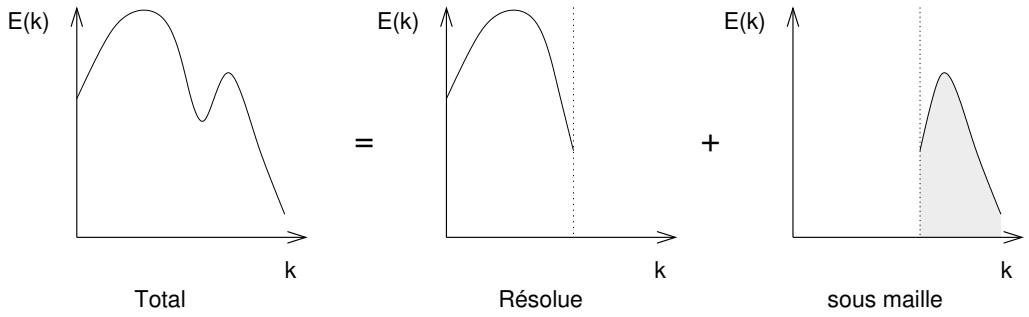


Figure 2.2: *Représentation symbolique de la décomposition du spectre d'énergie de la solution associée à la simulation des grandes échelles*

Le filtrage d'une variable spatio-temporelle $f(\boldsymbol{x},t)$ est obtenu dans l'espace physique par un produit de convolution entre cette variable et une fonction filtre $G(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},t,t')$. On notera $\overline{f}$ la partie filtrée (la contribution à grande échelle de la variable $f(\boldsymbol{x},t)$) définie par :

$$\overline{f}(\boldsymbol{x},t) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\boldsymbol{\xi},t')G(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},t,t')d^3\boldsymbol{\xi}dt' \tag{2.1}$$

A cette fonction filtre $G(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\xi},t,t')$ sont associées deux échelles de coupure :

- l'échelle de coupure en espace Δ
- l'échelle de coupure en temps $\overline{\tau}$

La partie modélisée dite *partie de sous-maille* est notée $f'(\boldsymbol{x},t)$. Elle est définie dans l'espace physique par :

$$f(\boldsymbol{x},t) = \overline{f}(\boldsymbol{x},t) + f'(\boldsymbol{x},t) \tag{2.2}$$

Pour des simulations basées sur des méthodes spectrales, la contribution à grandes échelles de la variable $f(\boldsymbol{x},t)$ est donnée dans l'espace spectral par :

$$\widehat{\overline{f}}(\boldsymbol{k},\omega) = \widehat{G}(\boldsymbol{k},\omega)\widehat{f}(\boldsymbol{k},\omega) \tag{2.3}$$

la quantité de sous-maille étant :

$$\widehat{f'}(\boldsymbol{k},t) = \widehat{f}(\boldsymbol{k},\omega) - \widehat{\overline{f}}(\boldsymbol{k},\omega) = \left(1 - \widehat{G}(\boldsymbol{k},\omega)\right)\widehat{f}(\boldsymbol{k},\omega) \tag{2.4}$$

où $\boldsymbol{k}$ et ω sont respectivement le nombre d'onde et la pulsation. Un nombre d'onde de coupure k_c et une fréquence de coupure ω_c sont respectivement associés à l'échelle de coupure en espace Δ et à l'échelle de coupure en temps $\overline{\tau}$.

En turbulence homogène, le filtre G n'est fonction que de l'écart spatial $\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\xi}$. La grandeur filtrée $\bar{f}$ est alors donnée par le produit de convolution :

$$\overline{f}(\boldsymbol{x},t) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\boldsymbol{\xi},t')G(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\xi},t-t')d^3\boldsymbol{\xi}dt' \tag{2.5}$$

Remarque : Il est possible de retrouver à l'aide des filtres définis par Germano [67] les deux approches évoquées dans l'introduction. En effet, en définissant des filtres du type :

$$\overline{f}(\boldsymbol{x},t) = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} f(\boldsymbol{x},t')dt' \text{ et } \overline{f}(\boldsymbol{x},t) = \frac{1}{\Delta^3}\int_x^{x+\Delta} f(\boldsymbol{\xi},t)d^3\boldsymbol{\xi}$$

on retrouve l'approche directe (pour $T \mapsto 0$ et $\Delta \mapsto 0$) et l'approche statistique (pour $T \mapsto \infty$ et $\Delta \mapsto \infty$).

2.1.1 Propriétés opératoires fondamentales

On impose au filtre de vérifier les trois propriétés suivantes : conservation des constantes, linéarité, et dans le cas particulier de filtres de largeur constante, on a de surcroît la propriété de commutativité avec la dérivation.

1. *conservation des constantes* :

$$\overline{a} = a \Longleftrightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\xi}, t - t')d^3\boldsymbol{\xi}dt' = 1 \tag{2.6}$$

2. *linéarité* :

$$\overline{f + g} = \overline{f} + \overline{g} \tag{2.7}$$

3. *commutativité avec la dérivation* (filtre de largeur constante) :

$$\overline{\frac{\partial f}{\partial s}} = \frac{\partial \overline{f}}{\partial s} \text{ avec } s = x_i, t \tag{2.8}$$

On vérifie notamment que ces filtres ne sont généralement pas des opérateurs de Reynolds couramment utilisés dans la modélisation statistique, en particulier :

$$\overline{\overline{f}} = G^2 f \neq \overline{f} = Gf \tag{2.9}$$

$$\overline{f'} = G(1 - G)f \neq 0 \tag{2.10}$$

Le fait que $\overline{\bar{f}f'}$ soit différent de zéro prouve qu'il existe des interactions entre le champ filtré et les quantités de sous-maille, alors que pour la décomposition de Reynolds il n'existe pas de corrélation entre les fluctuations et le champ moyen.

Bien qu'il soit possible d'utiliser un filtre temporel explicite (Germano [66]), cette méthode n'est cependant pas utilisée et on considérera que ce filtre est implicitement lié au schéma de discrétisation temporelle. On ne considérera dans ce qui suit que des filtres spatiaux indépendants du temps.

2.1.2 Les différents filtres analytiques usuels

Sont définis ici les trois filtres les plus utilisés pour effectuer la séparation d'échelles en espace. Ceux-ci sont présentés sous leur forme unidimensionnelle, Δ et k_c étant respectivement la longueur caractéristique du filtre et le nombre d'onde de coupure (les grandes échelles sont celles qui vérifient $k < k_c$) :

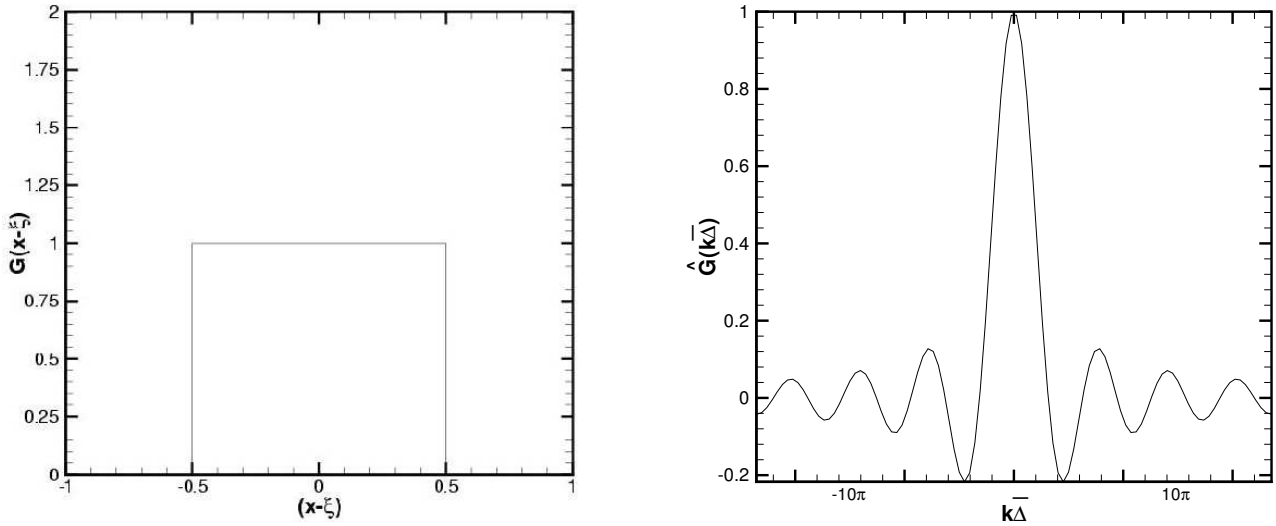
Le filtre boîte (box filter, top hat filter)

Le noyau de convolution G et la fonction de transfert associée $\hat{G}$ sont définis par :

$$G(x - \xi) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta} & \text{si } |x - \xi| \leq \frac{\bar{\Delta}}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{2.11}$$

$$\hat{G}(k) = \frac{\sin\left(k\bar{\Delta}/2\right)}{\bar{\Delta}/2} \tag{2.12}$$

On remarque que le filtre boîte est local dans l'espace physique et non-local dans l'espace de Fourier où il a l'inconvénient d'être oscillatoire.



(a) noyau de convolution dans l'espace physique normalisé par $\bar{\Delta}$

(b) fonction de transfert associée

Figure 2.3: *Filtre boîte*

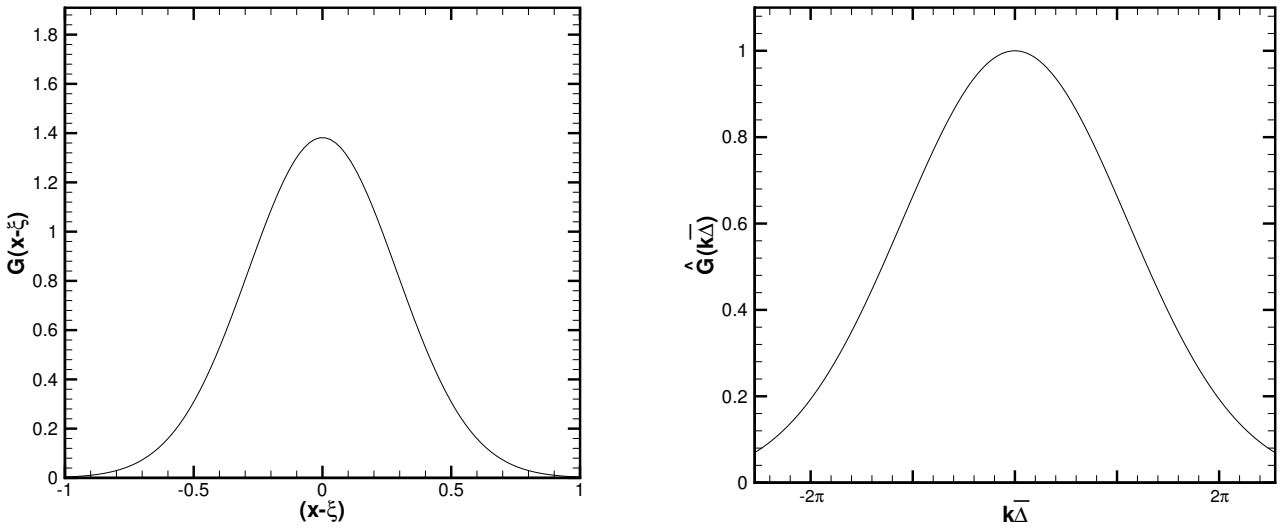
Le filtre gaussien (gaussian filter)

Ce filtre est un filtre non-local à la fois dans l'espace physique et dans l'espace de Fourier. La constante γ est généralement fixée à 6.

$$G(x-\xi) = \left(\frac{\gamma}{\pi\bar{\Delta}^2}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{-\gamma\left|x-\xi\right|^2}{\bar{\Delta}^2}\right) \tag{2.13}$$

$$\hat{G}(k) = \exp\left(\frac{-\bar{\Delta}^2 k^2}{4\gamma}\right) \tag{2.14}$$

Le filtre gaussien étant progressif, il est largement utilisé dans les directions d'homogénéité, une partie des petites échelles étant incorporée dans la définition des échelles résolues. Ce filtre produit une transition plus progressive entre les échelles résolues et les échelles de sous-maille. Ce filtre est de plus non-oscillatoire à la fois dans l'espace physique et dans l'espace de Fourier.



(a) noyau de convolution dans l'espace physique normalisé par $\bar{\Delta}$

(b) fonction de transfert associée

Figure 2.4: *Filtre gaussien*

Le filtre porte ou filtre droit (sharp cut-off filter, spectral cut-off filter)

A l'inverse du filtre boîte, le filtre porte est non-local dans l'espace physique alors qu'il est local dans l'espace spectral. Ce filtre possède l'inconvénient d'être oscillatoire dans l'espace physique. Notons que lors de l'utilisation des méthodes pseudo-spectrales ce filtre est implicitement utilisé pour l'approximation d'une série infinie par une série finie de modes.

$$G(x-\xi) = \frac{\sin\left(k_c\left(x-\xi\right)\right)}{k_c\left(x-\xi\right)} \text{ avec } k_c = \frac{\pi}{\bar{\Delta}} \tag{2.15}$$

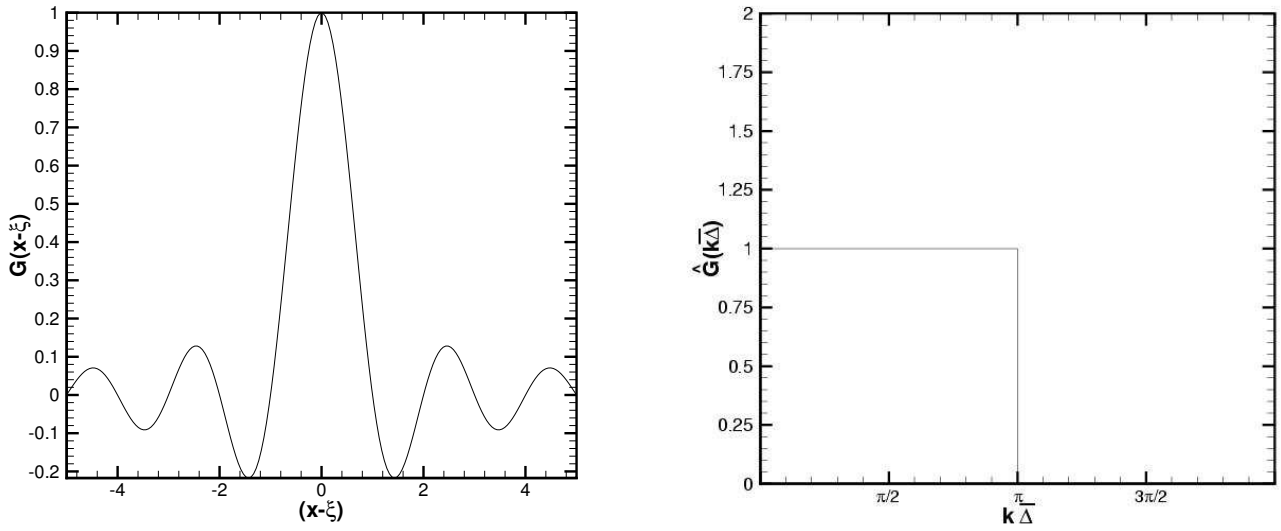
$$\hat{G}(k) = \begin{cases} 1 & \text{si } |k| \leq k_c \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{2.16}$$

De ces trois filtres, c'est le seul qui vérifie la propriété *d'idempotence* dans l'espace spectral, à savoir :

$$\underbrace{\hat{G}\cdot\hat{G}\ldots\hat{G}}_{\text{n fois}} = \hat{G}^n = \hat{G} \tag{2.17}$$

On notera que les filtres boîte et gaussien sont appelés des *filtres diffus*, car il existe un recouvrement en nombre d'onde entre les quantités $\overline{u}$ et u' .

Le choix du filtre est souvent dicté par la méthode numérique employée, des méthodes spectrales incitant à utiliser un filtre à coupure spectrale, ce choix influant sur la nature des résultats obtenus.



(a) noyau de convolution dans l'espace physique

(b) fonction de transfert associée

Figure 2.5: *Filtre porte*

Ainsi, un filtrage à coupure spectrale comme le filtre droit permet de conserver l'intégralité de l'énergie des modes considérés contrairement au filtre gaussien qui agit même sur les plus grandes échelles. Le choix du filtre peut de plus conditionner le type de modélisation de sous-maille à mettre en oeuvre. Ainsi, Piomelli et al. [145], Liu et al. [118] suggèrent d'adapter le filtre au modèle utilisé afin de rendre optimale la qualité du résultat. Les méthodes numériques sont indépendantes du choix du filtre lorsque la largeur du filtre est très supérieure au pas d'espace h_i. L'indépendance du champ à grandes échelles vis-à-vis de la méthode numérique est donc assurée lorsque $\Delta_i \gg h_i$ (Kwak et al. [104], Moin [125, 126]).

2.1.3 Extension au cas inhomogène

Comme il a été souligné dans les paragraphes précédents, les hypothèses d'homogénéité et d'isotropie des filtres ont été formulées dans le cas d'écoulements homogènes. Pour prendre en considération la variation des échelles des tourbillons dans le cas d'un écoulement possédant une ou plusieurs directions d'inhomogénéité (induit par la présence de paroi par exemple), des maillages non uniformes sont utilisés. Leur emploi nécessite de faire varier la longueur de coupure du filtre qui dépend alors de la position à l'intérieur du domaine de calcul. L'utilisation de filtres non-locaux en espace interdit l'emploi de domaines de calcul non bornés puisque les filtres ne seraient alors plus définis. Cependant, la définition des filtres où la longueur de coupure est variable en espace ne permet pas de vérifier la propriété de commutation avec la dérivation (équation 2.8). C'est la raison pour laquelle Ghosal et Moin [70] ont introduit une extension du filtre boîte au cas inhomogène dont la longueur de coupure varie en espace :

$$\overline{\phi}(\xi) = \frac{1}{(\triangle_+(\xi) + \triangle_-(\xi))} \int_{\xi-\triangle_-(\xi)}^{\xi+\triangle_+(\xi)} \phi(\eta)\, d\eta \tag{2.18}$$

où $\triangle_+(\xi)$ et $\triangle_-(\xi)$ sont des fonctions positives et $\triangle_+(\xi)+\triangle_-(\xi)$ est la longueur de coupure effective du filtre au point ξ. Pour un domaine fini ou semi-infini $\triangle_+(\xi)$ et $\triangle_-(\xi)$ doivent décroître suffisamment rapidement vers 0 près des frontières pour que le domaine d'intégration de ϕ reste défini.

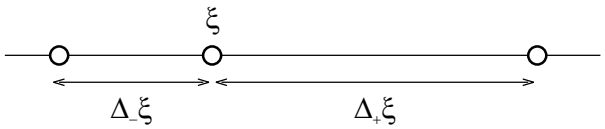


Figure 2.6: *Extension du filtre boîte pour un maillage inhomogène - cellule d'intégration au point ξ*

On peut montrer que le filtre défini en (2.18) ne commute pas avec la dérivation :

$$\overline{\frac{d\phi}{d\xi}} - \frac{d\overline{\phi}}{d\xi} = \frac{(d/d\xi)\,(\triangle_+(\xi) + \triangle_-(\xi))}{\triangle_+(\xi) + \triangle_-(\xi)}\overline{\phi} \tag{2.19}$$

$$-\frac{1}{\triangle_+(\xi) + \triangle_-(\xi)} \left[\phi\,(\xi + \triangle_+(\xi))\,\frac{d\triangle_+(\xi)}{d\xi} + \phi\,(\xi - \triangle_-(\xi))\,\frac{d\triangle_-(\xi)}{d\xi}\right] \tag{2.20}$$

ainsi :

$$\overline{\frac{d\phi}{d\xi}} \neq \frac{d\overline{\phi}}{d\xi} \tag{2.21}$$

.

Chacune des dérivées présentes dans les équations de Navier-Stokes introduit donc des termes supplémentaires qui ne peuvent pas être exprimés en fonction du champ filtré. Au problème de fermeture induit par les termes non-linéaires s'ajoute donc celui lié aux termes linéaires.

Afin de contourner cette difficulté, Ghosal et Moin [70] ont introduit une définition du filtrage reposant sur des fonctions de transformation des coordonnées. Cette extension par changement de variable connue sous le nom de filtre *SOCF (Second Order Commuting Filter)* permet alors la commutation du filtrage et de la dérivation en espace au second ordre. Ce changement de variable permet l'utilisation d'un filtre homogène. Soit ϕ un champ défini sur l'intervalle fini ou infini $[a, b]$, la donnée d'un maillage non-uniforme sur le domaine $a \leq x \leq b$ peut être alors reliée à un maillage uniforme de pas Δ sur le domaine $[-\infty, +\infty]$ en utilisant le changement de variable suivant :

$$\xi = f(x) \tag{2.22}$$

f étant une fonction monotone différentiable vérifiant :

$$f(a) = -\infty, \quad f(b) = +\infty \tag{2.23}$$

La longueur de coupure variable notée $\overline{\delta}(x)$ définie sur l'intervalle $[a,b]$ s'exprime en fonction de la longueur de coupure constante $\overline{\Delta}$ par :

$$\overline{\delta}(x) = \frac{\overline{\Delta}}{f'(x)} \tag{2.24}$$

Le nouveau processus de filtrage d'une fonction $\psi(x)$ dans le cas inhomogène est ainsi défini par les trois étapes suivantes :

- on procède dans un premier temps au changement de variable $x = f^{-1}(\xi)$ pour obtenir la nouvelle fonction $\phi(\xi) = \psi\left(f^{-1}(\xi)\right)$.
- la fonction $\phi(\xi)$ est ensuite filtrée en utilisant le filtre homogène classique :

$$\overline{\psi}(x) \equiv \overline{\phi}(\xi) = \frac{1}{\overline{\Delta}} \int_{-\infty}^{+\infty} G\left(\frac{f(x)-\eta}{\overline{\Delta}}\right) \phi(\eta) d\eta \tag{2.25}$$

- finalement, une transformation inverse permet d'exprimer la quantité filtrée dans l'espace de départ :

$$\overline{\psi}(x) = \frac{1}{\overline{\Delta}} \int_{a}^{b} G\left(\frac{f(x)-f(y)}{\overline{\Delta}}\right) \psi(y) f'(y) dy \tag{2.26}$$

Ghosal et Moin montrent alors que l'erreur de commutation du filtre avec la dérivation spatiale est du second ordre en fonction de la longueur de coupure $\overline{\Delta}$. Ainsi, dans le cas d'une simulation des grandes échelles turbulentes d'un écoulement turbulent inhomogène utilisant un schéma numérique du second ordre pour les dérivées spatiales, la procédure de filtrage peut être considérée comme commutant avec les opérateurs de dérivation. Cependant, cette erreur peut s'avérer inacceptable si un schéma d'intégration spatiale d'ordre plus élevé ou des méthodes pseudo-spectrales sont employés. Les auteurs montrent toutefois qu'en utilisant un développement asymptotique de l'erreur de commutation il est possible en ajoutant des termes de correction d'ordre plus élevé aux équations standards de la LES d'assurer que l'erreur de commutation ne dépasse pas celle du schéma de discrétisation spatiale. Mais l'introduction de ces dérivées spatiales d'ordre supérieur dans les équations nécessite l'introduction de conditions aux limites supplémentaires pour obtenir une solution unique au problème.

Van der Ven [53] propose une famille de filtres continus qui commutent avec la dérivation spatiale à un ordre arbitraire supérieur à 2. Cependant, cette classe de filtre ne peut s'appliquer que dans le cas d'un domaine infini. La prise en compte des frontières d'un domaine fini fait apparaître des termes d'erreur supplémentaires qui ne permettent plus alors de garantir l'ordre de l'erreur de commutation.

Une autre solution, développée récemment par Vasilyev et al. [181] consiste à utiliser une classe de filtres discrets construits pour être commutatifs sur des maillages structurés non-uniformes. En revanche B.J. Geurts [69] souligne, et ce malgré l'utilisation de schémas d'ordre deux, qu'il est nécessaire de modéliser l'erreur de commutation surtout si le filtre utilisé est le filtre implicite de maille. L'utilisation d'un filtre explicite permet de ne pas tenir compte de l'erreur de commutation si la longueur de coupure est au moins trois fois supérieure à celle du filtre de maille.

Les difficultés évoquées précédemment expliquent en partie le fait qu'en turbulence non homogène sur paroi aucun pré-filtrage explicite n'est réalisé dans les directions d'inhomogénéité. Le filtrage obtenu implicitement est induit par le schéma d'intégration numérique.

2.1.4 Le filtrage implicite et la mise en oeuvre pratique

En plus du filtrage explicite que nous avons précédemment défini, les schémas numériques induisent un filtrage implicite dont on ne connaît pas la forme analytique[1]. On notera qu'un filtrage implicite est induit par l'utilisation des différences finies dans l'approximation des dérivées spatiales. En effet, l'approximation aux différences finies centrées du second ordre de la dérivée première d'une variable f s'écrit :

$$\frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h} = \frac{d}{dx}\left[\frac{1}{2h}\int_{x-h}^{x+h} f(\xi)d\xi\right] = \frac{d}{dx}\left[\int_{\Omega_x} G(x,\xi)f(\xi)d\xi\right]$$

Que l'on peut représenter formellement par un filtre *«top hat»*. L'opérateur de dérivation discret filtre donc les échelles d'une taille inférieure à la maille de calcul. De plus, l'approximation de chaque terme des équations de Navier-Stokes introduit un type de filtre différent. Il n'est donc pas possible de déterminer une forme analytique du filtre induit par la discrétisation de tous les termes des équations de conservation. La propriété de commutation n'est alors pas garantie. On supposera néanmoins pour l'établissement des équations filtrées que l'erreur reste faible et on conservera la notation $\overline{f}$ qui reste formelle.

Dans la réalité, la solution calculée résulte de quatre filtrages qui composent le filtre *effectif* de la simulation :

1. le filtre explicite analytique décrit au paragraphe §2.1.2 qui permet l'écriture des équations de Navier-Stokes filtrées ;
2. le filtre associé à l'approximation des opérateurs continus de dérivation par des opérateurs discrets ;
3. le filtre lié à la représentation discrète du domaine de calcul et donc à un maillage donné ;
4. le filtre induit par les erreurs de modélisation liées à la fermeture de sous-maille.

Il se pose donc la question de l'identification du filtre réel qui détermine la solution discrète du problème pour pouvoir en déterminer la longueur de coupure effective afin de :

– connaître les échelles numériques et physiques correctement résolues pour le post-traitement des résultats ;

[1] à l'exception des méthodes pseudo-spectrales lorsqu'un développement en série infinie est tronqué par un nombre fini de modes, le filtre implicite correspond au filtre droit.

– permettre l'utilisation dans la fermeture de sous-maille de modèles prenant en compte explicitement cette longueur de coupure comme ceux basés sur une hypothèse de viscosité turbulente.

Devant les difficultés rencontrées pour déterminer le filtre effectif, deux stratégies sont couramment employées [154] :

1. Utiliser une technique de pré-filtrage qui permet d'assurer la prédominance du filtre analytique devant les trois autres filtres, sa longueur de coupure devant être grande devant les trois autres. La forme du filtre et la définition de sa longueur de coupure sont donc alors parfaitement contrôlées, ce filtre analytique étant explicitement appliqué sur chaque grandeur calculée. Afin de garantir des performances raisonnables en terme de coûts de calcul, le filtrage correspondant à un produit de convolution dans l'espace physique n'est employé que dans l'espace spectral où il se réduit alors à un simple produit. Dans l'espace physique, des filtres discrets reposant sur des combinaisons linéaires sont souvent utilisés. Ces filtres connus sous le nom de filtres *discrets explicites* seront détaillés dans le paragraphe §2.1.5.
   Une autre approche, quoique plus contestable, consiste à considérer que c'est le filtre numérique qui est prédominant en utilisant des méthodes ne faisant pas intervenir de modélisation de sous-maille. La diffusion implicite étant considérée ici comme une technique de pré-filtrage. Cependant, il est très difficile de connaître le filtre induit par cette technique. De plus, celui-ci reste trop dépendant des conditions opératoires de la simulation comme le maillage du domaine de calcul et ses conditions aux limites. En revanche, cette stratégie présente l'avantage de réduire les coûts de calcul en supprimant l'utilisation de filtre discret explicite et d'un modèle de sous-maille.
2. Associer le filtre effectif à celui imposé par le maillage de calcul. Ce filtre est en effet toujours actif puisque la coupure associée à un maillage du domaine de calcul donné est inévitable. La fermeture des équations par la modélisation de sous-maille impose alors la définition d'une longueur de coupure liée au maillage. Nous ne considérerons ici que le cas d'un maillage cartésien :
   (a) pour un maillage uniforme à pas constant, la longueur de coupure dans la direction i correspond à la taille de la maille dans cette même direction, ainsi :

$$\overline{\Delta}_i = \Delta x_i \tag{2.27}$$

   (b) pour un maillage à pas variable, la longueur de coupure au noeud d'indice j dans la direction i est évaluée par :

$$\overline{\Delta}_i(j) = \frac{(x_i(j+1) - x_i(j-1))}{2} \tag{2.28}$$

   On voit alors que les filtres considérés ici sont anisotropes dans la mesure où la longueur de coupure $\overline{\Delta}_i$ du filtre est différente suivant chaque direction de l'espace. Il se pose alors le problème de l'évaluation de la longueur de coupure du filtre Δ. Nous ne présenterons ici que la méthode qui consiste à ne définir qu'une seule échelle de longueur pour identifier le filtre. On notera cependant que cette méthode n'est acceptable que pour des cas d'anisotropie faible ou modérée.

La méthode la plus généralement employée est celle développée par Deardorff [48] où la longueur de coupure du filtre est définie par :

$$\overline{\Delta}(j) = \left(\overline{\Delta}_x(j)\overline{\Delta}_y(j)\overline{\Delta}_z(j)\right)^{1/3} \tag{2.29}$$

ou par d'autres variantes :

$$\overline{\Delta}(j) = \left(\overline{\Delta}_x^2(j) + \overline{\Delta}_y^2(j) + \overline{\Delta}_z^2(j)\right)^{1/2} \tag{2.30}$$

$$\overline{\Delta}(j) = max\left(\overline{\Delta}_x(j), \overline{\Delta}_y(j), \overline{\Delta}_z(j)\right) \tag{2.31}$$

Cette formulation est consistante avec le cas isotrope dans la mesure où $\overline{\Delta} = \overline{\Delta}_x$ pour $\overline{\Delta}_x = \overline{\Delta}_y = \overline{\Delta}_z$.

Une autre approche proposée par Scotti [166] et développée à partir d'une analyse théorique est basée sur un filtre homogène anisotrope, la longueur de coupure étant constante dans chaque direction.

On pourra se référer aux travaux de Bardina et al. [13], Zahrai et al. [198] pour une description plus détaillée des modèles tensoriels qui prennent en compte plusieurs échelles caractéristiques de longueurs dans la modélisation de sous-maille dans le but de mieux représenter l'anisotropie du filtre.

2.1.5 Filtres discrets explicites

Les équations de Navier-Stokes filtrées qui sont la base des développements théoriques en simulation des grandes échelles ont été établies en appliquant un filtre analytique aux équations de conservation sous la forme d'un produit de convolution. Si cette procédure de filtrage est simple et peu coûteuse dans l'espace spectral[2], elle est en revanche beaucoup plus onéreuse dans l'espace physique pour des domaines de calcul bornés et entraîne une restriction supplémentaire dans la mesure où les filtres non-locaux ne peuvent être utilisés.

Pour contourner cette difficulté, des filtres *discrets explicites* sont implémentés. Ceux-ci sont représentés par des combinaisons linéaires de la variable aux noeuds adjacents au point d'indice i où la grandeur filtrée $\overline{f}$ est exprimée :

$$\overline{f_i} = \sum_{j=-N}^{N} a_j f_{i+j} \tag{2.32}$$

où N est le rayon du support du filtre.

[2]le produit de convolution se réduisant à un simple produit dans l'espace spectral.

On distinguera deux classes de filtres :

1. les filtres symétriques tel que $a_j = a_{-j} \quad j \in [-N, N]$
2. les filtres antisymétriques tel que $a_0 = 0$ et $a_j = -a_{-j} \quad j \in [-N, N]$ avec $j \neq 0$

Comme pour les filtres de convolution définis dans le paragraphe §2.1.2, ceux-ci doivent vérifier la conservation des constantes, ce qui implique :

$$\sum_{j=-N}^{N} a_j = 1 \tag{2.33}$$

Le noyau de convolution du filtre discret est exprimé à l'aide d'une fonction de Dirac :

$$G(x-y) = \sum_{j=-N}^{N} a_j \delta(x - y + j\Delta x) \text{ avec } \Delta x = x_{i+1} - x_i \tag{2.34}$$

Les filtres les plus couramment employés sont les filtres symétriques à trois points. Parmi ceux-ci on retiendra le filtre *trapézoïdal* (2.35) et le filtre de *Simpson* (2.36) :

$$\overline{f_i} = \frac{1}{4}(f_{i-1} + 2f_i + f_{i+1}) \tag{2.35}$$

$$\overline{f_i} = \frac{1}{6}(f_{i-1} + 4f_i + f_{i+1}) \tag{2.36}$$

Les filtres discrets peuvent aussi être construits en utilisant des approximations d'ordre plus élevé en utilisant la contribution des points en aval de $j-1$ et en amont de $j+1$. Najjar et Tafti [129, 130] construisent ainsi un filtre discret à sept points défini par :

$$\overline{f_i} = \frac{1}{256}(f_{i-3} - 18f_{i-2} + 63f_{i-1} + 164f_i + 63f_{i+1} - 18f_{i+2} + f_{i+3}) \tag{2.37}$$

Certains modèles de sous-maille comme le modèle dynamique font intervenir un filtre test associé ici au filtre discret. Il est alors nécessaire de connaître la longueur de coupure Δ_d de ce filtre. Celle-ci est déterminée en calculant la déviation standard du filtre de convolution associé [121, 130, 154] :

$$\Delta_d = \left(12 \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^2 G(\xi) d\xi\right)^{1/2} \tag{2.38}$$

Les longueurs de coupure des deux filtres symétriques définis précédemment sont respectivement $\sqrt{6}\Delta x$ pour le filtre trapézoïdal et $2\Delta x$ pour le filtre de Simpson.

Les filtres multidimensionnels sont obtenus en appliquant un filtre unidimensionnel dans chacune des directions de l'espace, de façon simultanée ou séquentielle. C'est cette dernière approche qui est la plus couramment employée, ces filtres étant plus facilement implémentables dans les algorithmes.

L'implémentation du filtre discret volumique (qui sera utilisé dans cette étude pour la définition du filtre test) est la suivante :

$$f^*_{i,j,k} = \frac{1}{4}\left(f_{i-1,j,k} + 2f_{i,j,k} + f_{i+1,j,k}\right) \tag{2.39}$$

$$f^{**}_{i,j,k} = \frac{1}{4}\left(f^*_{i-1,j,k} + 2f^*_{i,j,k} + f^*_{i+1,j,k}\right) \tag{2.40}$$

$$\overline{f}_{i,j,k} = \frac{1}{4}\left(f^{**}_{i-1,j,k} + 2f^{**}_{i,j,k} + f^{**}_{i+1,j,k}\right) \tag{2.41}$$

Cette technique développée dans le cas de maillage cartésien à pas constant peut être étendue à des maillages cartésiens à pas variables tant que la variation du pas d'espace est lente et progressive. L'extension aux configurations faisant intervenir des maillages non-structurés est discutée dans Sagaut [154].

2.2 Filtrage des équations

2.2.1 Équations de Navier-Stokes filtrées

Nous appliquons aux équations de Navier-Stokes incompressibles écrites en variables primitives un filtre spatial ayant les propriétés définies dans le paragraphe §2.1.1. Les équations filtrées obtenues décrivent alors l'évolution des grandes échelles spatio-temporelles de l'écoulement. Ce sont ces équations qui sont résolues lors de la simulation numérique.

En appliquant le filtre de grille à l'équation de continuité et aux équations de conservation de la quantité de mouvement et en tenant compte de la propriété de commutation avec la dérivation, on obtient les équations du mouvement filtré :

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{2.42}$$

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(2\nu \overline{S}_{ij}\right) \tag{2.43}$$

où $\overline{S}_{ij}$ est le tenseur du *taux de déformation* du champ filtré défini par :

$$\overline{S}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i}\right) \tag{2.44}$$

Le terme non-linéaire correspondant au produit filtré des vitesses instantanées $\overline{u_i u_j}$ peut être développé en utilisant la décomposition du champ suivant sa partie filtrée $\overline{u_i}$ et sa composante de sous-maille : $u_i' = u_i - \overline{u}_i$. Les différentes décompositions du terme non-linéaire seront discutées dans le paragraphe suivant.

2.2.2 Tensions de sous-maille et décomposition de Leonard

Leonard [111] décompose le terme non-linéaire $\overline{u_i u_j}$ en fonction du champ filtré $\overline{u}_i$ et du champ des petites échelles u_i' pour réécrire le terme non-linéaire dans l'espace physique sous la forme d'une somme faisant intervenir quatre termes. En tenant compte du fait que $\overline{\overline{f}} \neq \overline{f}$ et que $\overline{f'} \neq 0$, on obtient en effet :

$$\overline{u_i u_j} = \overline{\left(\overline{u}_i + u_i'\right)\left(\overline{u}_j + u_j'\right)} \tag{2.45}$$

$$= \overline{u}_i \overline{u}_j + \underbrace{\left(\overline{\overline{u}_i \overline{u}_j} - \overline{u}_i \overline{u}_j\right)}_{Lij} + \underbrace{\left(\overline{u_i' \overline{u}_j} + \overline{u_j' \overline{u}_j}\right)}_{C_{ij}} + \underbrace{\overline{u_i' u_j'}}_{R_{ij}} \tag{2.46}$$

Ce développement permet de dégager trois groupements bien distincts qui contribuent différemment au mouvement des échelles résolues :

1. Les *tensions de Leonard* notées :

$$L_{ij} = \left(\overline{\overline{u}_i \overline{u}_j} - \overline{u}_i \overline{u}_j\right) \tag{2.47}$$

   Ce terme ne faisant intervenir que les échelles résolues, il peut être *a priori* calculé explicitement.

2. Les *tensions croisées* («cross term» ou «outscatter») :

$$C_{ij} = \left(\overline{u_i' \overline{u}_j} + \overline{u_j' \overline{u}_j}\right) \tag{2.48}$$

   Ce terme mettant en jeu les échelles résolues et les échelles de sous-maille doit être modélisé. Il représente les interactions entre ces deux gammes d'échelles.

3. Les *tensions de* R*eynolds* de sous-maille ou tensions de vrai sous-maille («backscatter») :

$$R_{ij} = \overline{u_i' u_j'} \tag{2.49}$$

   Ce terme représente les interactions entre les échelles de sous-maille et nécessite également une modélisation.

Deux écoles se distinguent alors dans l'établissement du tenseur de sous-maille et des équations associées :

- la première s'appuie sur le fait que tous les termes présents dans les équations du mouvement filtré doivent être eux-mêmes filtrés. L'expression du tenseur de sous-maille τ_{ij} est alors :

$$\tau_{ij} = C_{ij} + R_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{\overline{u}_i \overline{u}_j} \tag{2.50}$$

  cette décomposition porte le nom de *décomposition double*, l'équation de quantité de mouvement associée s'écrit :

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\overline{u}_i \overline{u}_j}\right) = -\frac{\partial \overline{p^*}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(2\nu \overline{S}_{ij}\right) \quad \text{avec} \quad p^* = \frac{p}{\rho} \tag{2.51}$$

- la deuxième approche suppose que tous les termes présents dans l'équation de quantité de mouvement doivent pouvoir s'exprimer directement à partir des variables filtrées. L'expression du tenseur de sous-maille τ_{ij} prend alors la forme d'une triple somme, appelée *décomposition de Leonard* ou *décomposition triple* :

$$\tau_{ij} = L_{ij} + C_{ij} + R_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u}_i \overline{u}_j \tag{2.52}$$

  l'équation de quantité de mouvement associée est :

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{u}_i \overline{u}_j\right) = -\frac{\partial \overline{p^*}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(2\nu \overline{S}_{ij}\right) \quad \text{avec} \quad p^* = \frac{p}{\rho} \tag{2.53}$$

Initialement, Leonard [111] suggérait que le terme L_{ij} était responsable d'un tiers de la dissipation d'énergie des grandes échelles. Plusieurs chercheurs ont calculé L_{ij} explicitement. Moin et Kim [127] appliquent un filtre explicite dans les deux directions où une méthode pseudo-spectrale est employée. Dans la troisième direction non homogène, le filtre implicite de maille est utilisé. Kwak et al. [104] choisissent de le modéliser (ainsi que les tensions croisées) en utilisant des développements de Taylor et un opérateur de Laplace :

$$L_{ij} = \frac{1}{24} \triangle^2 \nabla^2 \left(\overline{u}_i \overline{u}_j\right) + O\left(\triangle^4\right) \tag{2.54}$$

Clark et al. [36], Germano [66] suivent la même procédure. Cette approche reste cependant moins précise que le calcul explicite de ces différents termes. Malgré le préfiltrage explicite qui peut être effectué dans les directions d'homogénéité, le filtrage implicite induit par le schéma de discrétisation spatiale dans les directions non-homogènes fait apparaître un terme de Leonard. Shaanan et al. [167] montrent que ce terme est du même ordre de grandeur que l'erreur de troncature si des différences finies centrées sont utilisées. Par conséquent, il est possible de calculer le terme de Leonard en utilisant des méthodes précises au quatrième ordre et un filtre explicite, mais avec un schéma précis au second ordre ce terme ne doit pas être pris en compte dans la modélisation.

Cependant, beaucoup d'auteurs restent convaincus que ce terme ne joue qu'un rôle mineur dans la cascade énergétique. Il est par conséquent inclus implicitement dans les termes modélisés ou tout simplement négligé. Deardorff [48] choisit de ne pas en tenir compte. Antonopoulos-Domis [6] souligne que le terme de Leonard ne se comporte pas comme l'avait prédit Leonard : sa contribution dans le transfert d'énergie vers les échelles de sous-maille est négligeable alors qu'il contribue à la cascade inverse d'énergie vers les grandes échelles. Des remarques similaires ont été faites par Kwak et al. [104]. Par la suite, Ferziger [60] a aussi convenu que ce terme n'était responsable qu'en faible proportion au transfert d'énergie des grandes échelles vers les petites échelles. Antonopoulos-Domis [5] montre de plus que ce terme est en partie pris en compte lorsque des maillages décalés sont mis en oeuvre.

Les tensions croisées doivent être modélisées ou supprimées en accord avec le terme de Leonard pour satisfaire la propriété d'invariance galiléenne. Cette propriété fait l'objet du paragraphe suivant.

2.2.3 Invariance Galiléenne

Un des fondements de la modélisation en mécanique des fluides est la préservation des propriétés génériques des équations de conservation. Les équations de Navier-Stokes doivent en effet vérifier la propriété d'*invariance galiléenne* par translation après l'emploi d'un filtre spatial et des différentes décompositions du terme non-linéaire $u_i u_j$ (Speziale [171]). La transformation galiléenne par translation est définie par :

$$\widetilde{x} = x + Vt + b \text{ et } \widetilde{t} = t \tag{2.55}$$

$$\frac{\partial}{\partial \widetilde{x}_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \text{ et } \frac{\partial}{\partial \widetilde{t}} = \frac{\partial}{\partial t} - V_i \frac{\partial}{\partial x_i} \tag{2.56}$$

où V et b sont des vecteurs arbitrairement choisis.

Le champ de vecteur vitesse s'écrivant dans le repère translaté :

$$\widetilde{u} = u + V \tag{2.57}$$

La démonstration de l'invariance galiléenne des équations de Navier-Stokes est immédiate compte tenu des propriétés précédentes. Il reste à montrer que l'opération de filtrage conserve cette propriété. Soit la variable f tel que $\widetilde{f} = f$, montrons donc que :

$$\overline{\widetilde{f}} = \overline{f} \tag{2.58}$$

L'opération de filtrage dans le nouveau repère translaté peut s'écrire :

$$\overline{\widetilde{f}} = \int G\left(\widetilde{x} - \widetilde{\xi}\right) \widetilde{f}\left(\widetilde{\xi}\right) d^3\widetilde{\xi} \tag{2.59}$$

D'après l'équation (2.55) $\widetilde{x} - \widetilde{\xi} = x - \xi$ et $d^3\widetilde{\xi} = d^3\xi$, on peut donc écrire :

$$\overline{\widetilde{f}} = \int G(x-\xi)\, f(\xi)\, d^3\xi = \overline{f} \tag{2.60}$$

On peut montrer que le champ filtré du vecteur vitesse n'est pas invariant par la transformation galiléenne alors que les termes de sous-maille le sont :

$$\overline{\widetilde{u}} = \overline{u} + V,\ \widetilde{u}' = u' \text{ et } \overline{\widetilde{u}'} = \overline{u'}$$

En ce qui concerne les différents termes de la décomposition de Léonard, on montre que les tenseurs $L_{ij} + C_{ij}$, $L_{ij} + C_{ij} + R_{ij}$ et R_{ij} vérifient l'invariance galiléenne par translation mais pas les tenseurs L_{ij} et C_{ij} pris séparément :

$$\widetilde{L}_{ij} = L_{ij} - \left(V_i\overline{u'_j} + V_i\overline{u'_j}\right) \tag{2.61}$$

$$\widetilde{C}_{ij} = C_{ij} + \left(V_i\overline{u'_j} + V_i\overline{u'_j}\right) \tag{2.62}$$

$$\widetilde{R}_{ij} = R_{ij} \tag{2.63}$$

$$\widetilde{L}_{ij} + \widetilde{C}_{ij} = L_{ij} + C_{ij} \tag{2.64}$$

$$\widetilde{L}_{ij} + \widetilde{C}_{ij} + \widetilde{R}_{ij} = L_{ij} + C_{ij} + R_{ij} \tag{2.65}$$

Concernant l'invariance galiléenne les *décompositions double* ou *triple* réagissent donc différemment. Lorsque le tenseur L_{ij} est pris en compte dans la modélisation, l'invariance galiléenne est satisfaite. Au contraire si L_{ij} est calculé explicitement, il faut s'assurer que C_{ij} vérifie l'invariance galiléenne ou le modéliser de manière à ce que les équations du champ filtré la satisfassent.

2.3 Modélisation de sous-maille

2.3.1 Problème de fermeture

Le système formé par les équations de Navier-Stokes filtrées (2.42, 2.51) est formellement similaire au système obtenu en moyennant les équations de Navier-Stokes par la décomposition de Reynolds. Les termes de sous-maille qui apparaissent traduisent les effets des échelles non résolues sur le champ filtré. Pour fermer le système, il est donc nécessaire de relier les quantités de sous-maille aux variables résolues par l'intermédiaire d'un modèle appelé *modèle de sous-maille*. Le rôle du modèle de sous-maille est donc de fournir aux échelles résolues les informations contenues dans les échelles non résolues dites échelles de sous-maille. Dans le cas de schémas numériques peu dissipatif, l'absence de modèle et donc de son rôle dissipatif sur les grandes échelles résolues entraînerait un comportement instable de l'algorithme numérique par une accumulation d'énergie aux plus petites échelles résolues. Cette

absence de modèle ne peut se justifier que si le maillage du domaine de calcul est suffisamment fin pour atteindre les échelles dissipatives de Kolmogorov, ce qui est rarement le cas dans des configurations complexes ou pour des nombres de Reynolds élevés. On notera cependant que dans ce développement, seul le cas de la turbulence pleinement développée, homogène, isotrope sera pris en compte. C'est le seul en effet qui permet de faire des développements théoriques concernant l'élaboration des modèles de sous-maille. Et même si la majeure partie des écoulements industriels sont en présence de parois, la prise en compte du caractère anisotrope de la turbulence à proximité des parois dans les modèles de sous-maille reste très délicate et ne sera pas développée ici.

Pour traduire fidèlement la physique des phénomènes à modéliser, l'élaboration des modèles de sous-maille doit donc respecter certaines contraintes physiques. Ceux-ci doivent en effet :

- respecter les propriétés des équations initiales (invariance Galiléenne) ;
- représenter les mêmes effets que le terme à modéliser (dissipatif, dispersif, ...) et doit donc permettre :
  - le transfert d'énergie des échelles résolues vers les échelles non résolues (cascade énergétique) ;
  - dans certains cas un transfert inverse près des parois, d'intensité plus faible que le précédant (cascade inverse ou «backscatter»). Quelques modèles ont été proposés mais aucun ne semble donner des résultats vraiment satisfaisants ;
- avoir une contribution nulle dans les zones sans turbulence (toutes les échelles spatiales de l'écoulement y sont théoriquement résolues) ;
- conserver la dynamique des échelles résolues pour ne pas contraindre ou inhiber les mécanismes moteur de l'écoulement.

A ces contraintes physiques s'ajoutent des contraintes d'ordre numérique qui doivent être prises en compte lors de l'implémentation des modèles dans la méthode numérique :

- dans un souci évident de performance et de coût de calcul, les modèles locaux en temps et en espace seront privilégiés ;
- on veillera à ce que l'implémentation discrète de ces modèles ne déstabilise pas la solution numérique en utilisant des schémas numériques possédant de bonnes propriétés de conservation. L'utilisation de modèle permettant une cascade inverse d'énergie est particulièrement délicate puisque de l'énergie est injectée au champ résolu et peut donc entraîner la formation d'instabilités numériques très préjudiciables à la stabilité du schéma numérique et donc à l'obtention d'une solution.

De ces contraintes physiques et numériques nécessaires à l'élaboration des modèles de sous-maille se dégagent deux stratégies bien distinctes :

1. La première approche porte le nom de *modélisation structurelle* et repose sur la connaissance de la structure des petites échelles de sous-maille afin de déterminer les relations qui existent entre le champ non résolu et le champ résolu. Ces dernières peuvent être obtenues à partir d'une estimation des composantes de sous-maille non résolues ($u_i' = u_i - \bar{u}_i$) ou d'un développement en série. Pour être cohérente, cette approche sous-entend l'une des deux hypothèses suivantes (Sagaut [154]) :

- les petites échelles spatiales non résolues sont décorrélées des échelles résolues en ayant un caractère et une forme universels. Leur niveau d'énergie doit cependant être modélisé.
- pour que le comportement des échelles non résolues soit déduit des structures résolues il faut qu'une très forte corrélation existe entre ces différentes échelles spatiales.

2. A contrario, la deuxième approche ne repose plus sur la connaissance de la structure des échelles elles-mêmes mais sur la nature des interactions entre les structures à différentes échelles (inter-échelles). Cette approche est connue sous le nom de *modélisation fonctionnelle*. L'hypothèse sur laquelle elle est fondée ne porte plus sur le caractère universel des échelles non résolues mais plutôt sur l'universalité des échanges entre échelles de sous-maille et échelles résolues. Contrairement à la modélisation structurelle où l'on cherche à modéliser directement les termes de sous-maille, cette stratégie essaye de modéliser l'action des termes de sous-maille sur ceux qui sont résolus.

2.3.2 Modélisation fonctionnelle

Les modèles fonctionnels nécessitent la compréhension des interactions inter-échelles. Dans le cadre de la turbulence pleinement développée, homogène, isotrope, les interactions entre les échelles de sous-maille et les échelles résolues se traduisent par (Lesieur [113]) :

- une cascade directe d'énergie des grandes échelles vers les échelles de sous-maille ;
- une cascade inverse d'énergie, d'intensité plus faible, des échelles non résolues vers les échelles résolues ;

Dans la modélisation fonctionnelle, la construction des modèles de sous-maille repose sur le fait que l'interaction qui existe entre les échelles de sous-maille et les grandes échelles est uniquement énergétique. Pour modéliser les termes de sous-maille, la majorité des modèles existants font appel au concept de viscosité turbulente.

2.3.2.1 Viscosité de sous-maille

Depuis très longtemps le concept de viscosité turbulente a été introduit pour modéliser l'action du champ turbulent sur le champ moyen (Boussinesq). Lorsque les premières simulations des grandes échelles sont apparues, il sembla donc logique et simple de réintroduire ce concept pour modéliser l'action des petites échelles sur les échelles résolues. Physiquement, cela se justifie en faisant une analogie entre l'agitation moléculaire qui introduit un terme de viscosité dans les équations de Navier-Stokes et l'agitation turbulente qui pourra être interprétée comme introduisant un terme équivalent mais d'un ordre de grandeur plus élevé. Dans le processus de cascade énergétique, l'action essentielle des petits tourbillons sur les grandes échelles est d'absorber de l'énergie pour la dissiper ensuite à petite échelle. En simulation des grandes échelles, seules les grandes échelles sont calculées explicitement, il faut donc s'assurer de rétablir un niveau de dissipation énergétique suffisant et renforcer de manière directe la dissipation en augmentant la valeur de la viscosité. De plus, pour l'aspect numérique la

viscosité turbulente est très attrayante puisqu'elle renforce la stabilité des schémas numériques et ne fait pas appel à de nouveaux opérateurs. La formulation utilisée est similaire à celle développée dans les fermetures statistiques du premier ordre basées sur l'*hypothèse de Boussinesq* de viscosité turbulente où le tenseur des contraintes de sous-maille est relié au tenseur des déformations du champ résolu par une relation du type :

$$\tau_{ij} = -2\nu_\tau \bar{S}_{ij} \tag{2.66}$$

Le terme ν_τ est une viscosité due à l'agitation turbulente. Dans la fermeture du tenseur des contraintes de sous-maille, apparaît le terme τ_{kk} qui n'a pas d'effet dynamique et qui doit être combiné à la pression filtrée pour définir une *pseudo-pression*. En effet, pour ce type de modèle, la pression doit être modifiée afin d'assurer la contrainte de divergence nulle du champ à grandes échelles. Pour des écoulements incompressibles, le terme $\overline{S}_{kk}$ s'annule alors que τ_{kk} n'est nul que si l'énergie cinétique de sous-maille l'est aussi, en d'autres termes lorsque la turbulence de sous-maille est inexistante. La composante isotrope du tenseur S_{ij} est donc ajoutée à la pression de sorte que la pression est modifiée selon :

$$\overline{P} = \overline{p^*} + \frac{1}{3}\tau_{kk} \tag{2.67}$$

Pour des études relatives à la pression, il faudra cependant se rappeler que la pression n'est définie qu'à $\tau_{kk}/3$ près, bien que ce terme reste généralement petit devant $\overline{p^*}$. Notons, en ce qui concerne le champ de pression pariétale, que la pseudo-pression pariétale $\overline{P}$ est égale à la vraie pression pariétale filtrée $\overline{p^*}$ puisque la vitesse s'annule à la paroi et que par conséquent $\tau_{kk} = 0$.

La modélisation porte donc sur la partie déviatrice du tenseur des contraintes de sous-maille :

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij} = -2\nu_\tau \bar{S}_{ij} \tag{2.68}$$

Le problème de fermeture consiste désormais à définir la viscosité turbulente de sous-maille ν_τ qui est fonction du temps et de l'espace. Les modèles de sous-maille se différencient essentiellement par la formulation employée pour définir cette viscosité turbulente. Plusieurs formulations existent mais l'hypothèse la plus communément admise est qu'il suffit, pour définir la viscosité de sous-maille, d'une échelle de temps t_0 et de longueur l_0 caractéristiques des termes de sous-maille. Pour des écoulements turbulents homogènes, l'hypothèse de longueur de mélange de Prandlt est utilisée. La viscosité de sous-maille peut alors s'écrire sous la forme :

$$\nu_\tau = \frac{l_0^2}{t_0} \tag{2.69}$$

2.3.2.2 Le modèle de Smagorinsky

C'est sans conteste le modèle de sous-maille le plus ancien et le plus communément utilisé dans la littérature. Il a été élaboré et utilisé en 1963 par Smagorinsky [169] en météorologie pour simuler les mouvements à grandes échelles de l'atmosphère. La modélisation consiste à supposer que la longueur de coupure $\bar{\Delta}$ imposée par le filtre est caractéristique des tourbillons de sous-maille et donc de l'échelle de longueur l_0 :

$$l_0 = C_s \bar{\Delta} \tag{2.70}$$

où C_s est la constante du modèle qu'il reste à déterminer.

La détermination de l'échelle de temps caractéristique t_0 se fait sous l'hypothèse qu'il existe un équilibre local entre le taux de production d'énergie cinétique, le taux de dissipation de cette énergie et le flux d'énergie cinétique à travers la coupure imposée par le filtre.

La production d'énergie cinétique de sous-maille est donnée par :

$$P = -\tau_{ij}\bar{S}_{ij} = 2\nu_\tau \bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij} \tag{2.71}$$

La dissipation d'énergie dans la zone inertielle est représentée par :

$$\varepsilon = C_l \frac{(k_{\mathrm{sm}})^{\frac{3}{2}}}{l} \tag{2.72}$$

où k_{sm} est l'énergie cinétique turbulente de sous-maille définie par $k_{\mathrm{sm}} = \overline{u_i' u_i'}$

Dans ces conditions, le temps caractéristique des échelles non résolues est égal à celui des échelles résolues. Il est donné par le temps de retournement d'une grosse structure :

$$\frac{1}{t_0} = \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}}$$

D'après (2.69) la viscosité de sous-maille est proportionnelle au gradient local de vitesse à grandes échelles :

$$\nu_\tau = (C_s l)^2 \sqrt{2\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij}} = (C_s l)^2 \left|\overline{S}\right| \tag{2.73}$$

l étant l'échelle de longueur des plus grands tourbillons de sous-maille et C_s la constante de Smagorinsky.

La valeur théorique de la constante de Smagorinsky C_s est obtenue en supposant un spectre de Kolmogorov inertiel infini :

$$E(k) = C_k \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad k \in [0, +\infty[\tag{2.74}$$

C_k étant la constante de Kolmogorov.

Lilly [117] propose une autre formulation de la viscosité turbulente de sous-maille en faisant intervenir non pas la valeur instantanée du taux de déformation mais sa valeur moyenne :

$$\nu_\tau = (C_l \Delta)^2 \left\langle \sqrt{\overline{S_{ij} S_{ij}}} \right\rangle \tag{2.75}$$

L'égalisation des termes de production et de dissipation suppose implicitement que le nombre d'onde de coupure du filtre dans l'espace de Fourier $k_c = \pi/\Delta$ se situe dans la zone inertielle de décroissance énergétique en $k^{-5/3}$ du spectre de Kolmogorov. La valeur théorique est donnée par :

$$C_s \simeq \frac{1}{\pi} \left(\frac{3C_k}{2} \right)^{-3/4} \tag{2.76}$$

Malheureusement, la valeur de la constante de Smagorinsky n'est pas universelle et dépend du type d'écoulement étudié (de la forme du spectre d'énergie). Suivant les configurations rencontrées et le type de filtre utilisé cette valeur est comprise entre 0,1 et 0,24. Dans le cas d'une turbulence homogène isotrope, en équilibre avec un spectre de Kolmogorov, Lilly [114, 115] obtient une valeur de $C_s = 0,23$. Dans le cas d'écoulements cisaillés homogènes, des valeurs comprises entre 0,1 et 0,12 sont plutôt préconisées. Dai et *al.* [46] utilisent une valeur de 0,12 dans leur simulation d'un jet plan turbulent. Ribault et *al.* [151] imposent $C_s = 0,13$, ce qui correspond à la moyenne de la constante du modèle de Smagorinsky dynamique obtenue pour une couche de mélange (Vreman et al. [188]). En effet, une valeur trop importante entraînerait un amortissement excessif des intensités de sous-maille. Cette diminution de la valeur de la constante est utilisée afin de maintenir un équilibre local et afin de prendre en compte la contribution du cisaillement moyen dans l'évaluation de l'échelle de temps. La valeur de la constante C_s dépend du cisaillement moyen, du choix du filtre et de la méthode numérique utilisée, les différence finies entraînant une dissipation supplémentaire. Cette constante souffre d'un manque d'universalité et est souvent définie empiriquement suivant les configurations étudiées.

Le modèle de Smagorinsky nécessite l'homogénéité et l'isotropie locale, il n'est donc plus valable près des parois où les structures sont de plus petites tailles. Il faut en effet tenir compte de la réduction des échelles près des parois et du rôle prédominant de la viscosité pour cette gamme d'échelles. Dans la région de proche paroi les forces visqueuses sont prépondérantes devant les forces d'inertie, la viscosité turbulente ainsi que ses gradients doivent tendre vers zéro. Le modèle doit donc être modifié près des frontières solides du domaine de calcul.

Près des parois, la viscosité turbulente ainsi que ses gradients doivent tendre vers zéro ; suite à une analyse dimensionnelle, la dissipation d'énergie cinétique s'exprime par :

$$D = f\left(\nu, k_{\mathrm{sm}}, l\right) = \nu \frac{k_{\mathrm{sm}}}{l^2} f\left(k_{\mathrm{sm}}^{1/2}, l/\nu\right) \tag{2.77}$$

de plus la dissipation est définie par :

$$D = 2\nu\left(\overline{S_{ij}S_{ij}}\right) \tag{2.78}$$

Au voisinage des frontières solides du domaine de calcul, la dissipation est donc :

$$D = C\frac{\nu k_{\mathrm{sm}}}{l^2} \tag{2.79}$$

En égalisant la production et la dissipation d'énergie (Moin et al. [128]), on obtient :

$$k_{\mathrm{sm}}^{1/2} = C_2 \frac{l^3}{\nu}\left(2\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij}\right) \tag{2.80}$$

La valeur de la constante C_2 peut être évaluée en égalisant les deux modèles de viscosité :

$$C_2 \frac{l^2}{\nu}\left(2\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij}\right)^{1/2} = C_s^2 \tag{2.81}$$

En couche limite, le profil de la vitesse moyenne suivant une loi logarithmique de pente $1/\kappa$ (κ étant la constante de Von Karman), le terme $\left(2\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij}\right)^{1/2}$ peut être évalué par :

$$\left(2\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij}\right)^{1/2} = \frac{\partial\left\langle u\right\rangle}{\partial x} = \frac{u_\tau}{\kappa x_p} \tag{2.82}$$

où $\langle u\rangle$ est la vitesse moyenne et x_p la distance à la paroi la plus proche.

Les données expérimentales montrent que l'égalité doit avoir lieu en $x^+ = xu_\tau/\nu = 27$.

En posant $l = \kappa x_p$ on obtient :

$$C_2 = \frac{C_s^2 \nu}{27\kappa u_\tau} \tag{2.83}$$

Nous obtenons alors l'expression de la viscosité de sous-maille modifiée près des parois :

$$\nu_\tau = \begin{cases} C_2 \frac{l^4}{\nu} \left(2\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij}\right) & \text{pour} \quad x_p \leq x_c \\ \\ (C_s l)^2 \left(2\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij}\right)^{1/2} & \text{pour} \quad x_p > x_c \end{cases} \tag{2.84}$$

x_c étant la distance où la moyenne des deux expressions de ν_τ sur un plan parallèle à la paroi est identique.

L'échelle de longueur l est caractéristique des plus grandes échelles de sous-maille. Elle est reliée aux plus grandes échelles non résolues par l'intermédiaire de la largeur du filtre donc au pas d'espace. En utilisant l'expression proposée par Moin et *al.* [128] il vient :

$$l = \left(\prod_{i=1}^{3} min\left(\Delta_i, l'\right)\right)^{1/3} \quad \text{avec } l' = \begin{cases} 0,1 & \text{pour} \quad x_p > 0,1\delta/k \\ \kappa x_p & \text{pour} \quad x_p \leq 0,1\delta/k \end{cases} \tag{2.85}$$

L'expression de la largeur du filtre Δ_i dans la direction x_i est détaillée dans le paragraphe §2.1.4. Si un filtrage explicite est employé dans la direction d'homogénéité par l'intermédiaire d'un filtre gaussien, la largeur de ce filtre est fixée à $\Delta_h = 2\Delta_x$. Pour une modélisation complète du spectre (pour $\Delta_i \to \infty$), l'échelle de longueur l tend vers κx_p qui est la longueur de mélange classique employée dans les modélisations statistiques en un point.

Une autre façon de procéder consiste à opérer des corrections empiriques sur l. La variation des échelles de longueur au voisinage des parois nécessite un raffinement du maillage dans la direction normale aux frontières solides. L'utilisation de maillage anisotrope pour décrire correctement la sous-couche visqueuse et la zone tampon n'est cependant pas suffisante pour décrire convenablement cette variation d'échelle. L'utilisation de loi de paroi de type Van Driest permet d'obtenir un bon comportement de la réduction des échelles de longueur (Moin et Kim [127]) :

$$l = C_s \left[1 - \exp\left(-\frac{x^+}{A^+}\right)\right] \left(\prod_{i=1}^{3} \Delta_i\right)^{1/3}, \quad A^+ = 25 \tag{2.86}$$

Bien que ce modèle ait été largement utilisé, il révèle cependant quelques faiblesses. Parmi celles-ci, on retiendra le niveau énergétique trop important fourni par ce modèle et par conséquent son caractère trop dissipatif. Dans certaines conditions, il peut inhiber la transition à la turbulence. Des tests préliminaires ont en effet révélé ces faiblesses dans la configuration du jet plan impactant (cf. §4.1.2). La constante du modèle n'étant pas universelle, elle est imposée *a priori* et il faut l'adapter aux configurations rencontrées : écoulement en transition, avec parois, cisaillé ... De plus ce modèle n'autorise pas un transfert inverse d'énergie («backscatter») des petites échelles vers les grandes

échelles et peut donc être inadapté. A cela s'ajoute la difficulté inhérente à la définition d'une loi de paroi appropriée à la configuration d'un jet plan impactant et nécessaire pour représenter correctement cette réduction d'échelle au voisinage des parois. Mais celle-ci reste très délicate à mettre en oeuvre compte tenu de la topologie de l'écoulement[3] : zone d'impact, jet de paroi, ... Des modèles plus élaborés doivent être mis en oeuvre.

2.3.3 Modélisation structurelle

Cette famille de modèles repose sur la connaissance de la structure des échelles de sous-maille en faisant abstraction des hypothèses avancées précédemment sur la nature des interactions qui existent entre les grandes échelles et les échelles de sous-maille. Plusieurs écoles se distinguent alors dans la construction des différents modèles utilisés dans la modélisation structurelle. Parmi celles-ci, on peut citer :

- les modèles obtenus à partir de *développements formels en série* des termes de sous-maille ;
- les modèles faisant appel à l'hypothèse physique de *similarité d'échelles* qui suppose une dynamique des structures à différentes échelles ;
- les modèles basés sur des *équations de transport* pour les composantes du tenseur de sous-maille.

Développements formels en série

Ces modèles ne font intervenir aucune connaissance *a priori* sur la physique des écoulements et ne reposent que sur des développements en série des différents termes qui apparaissent dans les équations de Navier-Stokes filtrées. Nous ne présenterons ici que le modèle de Clark [36] qui est le plus couramment utilisé. On pourra se référer à Sagaut [154] pour une description plus détaillée des modèles basés sur les développements formels en séries.

Le modèle de Clark est construit autour d'un développement en série de Taylor des variables du champ (notées f) autour du point x :

$$f(\xi) = f(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\xi - x)^n}{n!} \frac{\partial^n f(x)}{\partial x^n} \tag{2.87}$$

En utilisant ce développement pour établir l'expression de la quantité filtrée, nous obtenons :

$$\overline{f}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(x - \xi) f(\xi) \, d\xi \tag{2.88}$$

$$\overline{f}(x) = f(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha^{(n)}}{n!} \frac{\partial^n f(x)}{\partial x^n} \tag{2.89}$$

[3] Cet aspect sera discuté au paragraphe §4.2.7.

où $\alpha^{(n)}$ représente le moment d'ordre n du noyau de convolution et dépend de la nature du filtre utilisé :

$$\alpha^{(n)} = \int_{-\infty}^{+\infty} z^n G(z)\, dz \tag{2.90}$$

La partie de sous-maille peut alors s'écrire :

$$f'(x) = f(x) - \overline{f}(x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha^{(n)}}{n!} \frac{\partial^n f(x)}{\partial x^n} \tag{2.91}$$

Pour que cette formulation soit valable, il est nécessaire de relier le terme de sous-maille au champ résolu. Ceci est obtenu en inversant la relation (2.89) :

$$f(x) = (Id + D)^{-1}\, \overline{f}(x) \tag{2.92}$$

avec :

$$D = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha^{(n)}}{n!} \frac{\partial^n}{\partial x^n} \tag{2.93}$$

En supposant que D est un petit paramètre de x, le terme de sous-maille peut alors s'écrire :

$$f'(x) = f(x) - \overline{f}(x) = (Id - D)\, \overline{f}(x) \tag{2.94}$$

En utilisant des développements au second ordre, Clark et al. [36] approchent les différents termes de la décomposition triple de Leonard comme :

$$L_{ij} = \frac{1}{2}\alpha^{(2)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\overline{u}_i \overline{u}_j) + O\left(\overline{\Delta}^4\right) \tag{2.95}$$

$$C_{ij} = -\frac{1}{2}\alpha^{(2)} \left(\overline{u}_i \frac{\partial^2}{\partial x^2} \overline{u}_j + \overline{u}_j \frac{\partial^2}{\partial x^2} \overline{u}_i \right) + O\left(\overline{\Delta}^4\right) \tag{2.96}$$

$$L_{ij} + C_{ij} = \alpha^{(2)} \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x} \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x} + O\left(\overline{\Delta}^4\right) \tag{2.97}$$

$$R_{ij} = \frac{1}{4} \left(\alpha^{(2)}\right)^2 \frac{\partial^2 \overline{u}_i}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \overline{u}_j}{\partial x^2} + O\left(\overline{\Delta}^6\right) \tag{2.98}$$

Le tenseur de Reynolds de sous-maille n'apparaît que comme un terme du quatrième ordre contrairement aux tenseurs L_{ij} et C_{ij} qui sont d'ordre 2. Celui-ci disparaît donc dans un développement au

second ordre. Cependant, ce modèle ne fournit pas une évaluation correcte du tenseur de Reynolds de sous-maille. Cette approche n'est donc utilisée en pratique que pour l'établissement des tenseurs L_{ij} et C_{ij} qui échappent à la modélisation fonctionnelle.

Similarité d'échelles

L'hypothèse de similarité d'échelles proposée par Bardina et al. [13] consiste à supposer que le spectre d'énergie de la vitesse est continu et que celui-ci varie lentement en fonction du nombre d'onde. Ainsi Bardina et al. proposent d'évaluer le tenseur des contraintes de sous-maille en utilisant les quantités calculées aux plus hauts nombres d'onde résolus. Cette hypothèse fait donc apparaître un découpage du spectre de la solution en trois zones : les plus grandes échelles résolues, les plus petites échelles résolues et les échelles de sous-maille. Cette cohérence statistique peut s'expliquer de deux façons. La première est directement liée à la notion de cascade énergétique : les échelles de sous-maille et les plus petites échelles résolues ont en effet un historique commun lié à leurs interactions avec la dynamique des grandes échelles résolues de l'écoulement. L'effet des grandes échelles s'exerce sur les plus petites échelles résolues qui influencent à leur tour les échelles non résolues qui sont influencées indirectement par les premières mais de façon identique. Cette cohérence statistique peut aussi être interprétée en considérant la notion de structures cohérentes qui peuvent apparaître sur chacune des trois bandes spectrales considérées introduisant donc une cohérence du champ entre les trois niveaux de décomposition.

Tous les modèles basés sur l'hypothèse de similarité d'échelles utilisent une technique d'extrapolation, le tenseur de sous-maille étant évalué par un tenseur similaire calculé à partir des plus petites échelles résolues. Nous ne présenterons ici que le modèle de Bardina qui est le plus couramment employé. Parmi les autres modèles utilisés nous pouvons citer le modèle Liu-Meneveau-Katz [118] qui est une extension du modèle de Bardina permettant l'utilisation de deux filtres consécutifs de formes et de fréquences différentes pour calculer les fluctuations des échelles résolues. Le modèle de similarité dynamique quant à lui utilise une procédure dynamique pour calculer l'intensité des tensions de sous-maille.

Le modèle de Bardina propose de modéliser les termes C_{ij} et R_{ij} de la décomposition de Leonard en appliquant une seconde fois le filtre utilisé pour effectuer la séparation d'échelles. En faisant l'approximation :

$$\overline{fg} \simeq \overline{f}\,\overline{g}$$

On peut alors écrire :

$$R_{ij} = \left(\overline{u}_i - \overline{\overline{u}}_i\right)\left(\overline{u}_j - \overline{\overline{u}}_j\right) \tag{2.99}$$

$$C_{ij} = \left(\overline{u}_i - \overline{\overline{u}}_i\right)\overline{\overline{u}}_j + \left(\overline{u}_j - \overline{\overline{u}}_j\right)\overline{\overline{u}}_i \tag{2.100}$$

d'où :

$$R_{ij} + C_{ij} = \left(\overline{u}_i\overline{u}_j - \overline{\overline{u}}_i\overline{\overline{u}}_j\right) \tag{2.101}$$

En ajoutant le terme de Leonard qui est calculé directement à partir des échelles résolues, le tenseur de sous-maille peut donc s'écrire :

$$\tau_{ij} = L_{ij} + R_{ij} + C_{ij} = \left(\overline{\overline{u}_i\overline{u}_j} - \overline{\overline{u}}_i\overline{\overline{u}}_j\right) = \mathcal{L}_{ij} \tag{2.102}$$

On notera que ce modèle n'est pas efficace lorsque le filtre employé correspond à un opérateur de Reynolds, les termes calculés s'annulant.

En utilisant les données obtenues à partir de simulations directes, des tests ont montré que ce modèle fournissait un très bon niveau de corrélation avec le tenseur de vrai sous-maille et ce, même pour des écoulements anisotropes (Horuiti [87]). Cependant l'expérience montre que ce modèle est très peu dissipatif et que même s'il prend en compte la cascade inverse d'énergie il sous-estime la cascade d'énergie. Le niveau trop bas du taux de dissipation prédit peut entraîner la naissance d'instabilités numériques préjudiciables au calcul de l'écoulement. Ce modèle n'a donc pas été retenu.

Dans la pratique, le filtre $\overline{}$ utilisé pour exprimer les équations filtrées est le filtre implicite de maille. Il est donc difficile de calculer les quantités doublement filtrées avec le même filtre. L'expression du tenseur de sous-maille repose de ce fait généralement sur l'expression d'un filtre test noté $(\widehat{\ })$ de longueur de coupure plus grande que celle du filtre implicite. La généralisation du modèle de Bardina à l'utilisation de deux niveaux de coupure est connue sous le nom de modèle de Liu-Meneveau-Katz [118] :

$$\tau_{ij} = C_1\left(\widehat{\overline{u}_i\overline{u}_j} - \widehat{\overline{u}}_i\widehat{\overline{u}}_j\right) \tag{2.103}$$

La constante C_1 peut être évaluée théoriquement afin de garantir que la valeur moyenne de l'énergie cinétique de sous-maille modélisée soit égale à sa contrepartie exacte (Cook [39]) :

$$C_1 = \frac{\langle\overline{u_k u_k} - \overline{u}_k\overline{u}_k\rangle}{\left\langle\widehat{\overline{u}_k\overline{u}_k} - \widehat{\overline{u}}_k\widehat{\overline{u}}_k\right\rangle} \tag{2.104}$$

C_1 a été évaluée à partir de diverses réalisations expérimentales qui montrent que $C_1 \simeq 1$ (O'Neil et Meneveau [134]). Cette valeur est de plus la seule à pouvoir assurer l'invariance galiléenne (cf. §2.2.3).

Équation de transport

Certains auteurs ont proposé d'étendre à la modélisation de sous-maille l'approche par équations de transport couramment utilisée en modélisation statistique de la turbulence : équation de transport de l'énergie cinétique turbulente des modèles à une équation du premier ordre, équation de transport du tenseur de Reynolds dans le cas des modèles au second ordre. On doit l'extension de ces modèles aux travaux pionniers de Deardorff [49] et de Schumann [164]. En ayant introduit une décomposition du champ en quantités filtrées et quantités de sous-maille, il devient possible d'écrire une équation exacte pour les fluctuations de vitesse à petites échelles et ainsi d'obtenir une équation de transport pour le tenseur de sous-maille τ_{ij}. Nous nous restreindrons ici au cas où le filtre correspond à un opérateur de Reynolds, le tenseur de sous-maille τ_{ij} se réduisant alors au tenseur de Reynolds de sous-maille R_{ij} (L_{ij} et C_{ij} étant identiquement nuls). L'équation d'évolution du tenseur de sous-maille s'écrit :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\overline{u}_k \tau_{ij}\right) - \tau_{ik}\frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_k} - \tau_{jk}\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_k} \\ &\quad -\frac{\partial}{\partial x_k}\overline{u_i' u_j' u_k'} + \overline{p'\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j'}{\partial x_i}\right)} \\ &\quad -\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{u_i' p'} - \frac{\partial}{\partial x_i}\overline{u_j' p'} - 2\nu\overline{\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_k}\frac{\partial u_j'}{\partial x_k}\right)}\end{aligned} \tag{2.105}$$

Les modèles proposés par Deardorff pour représenter les différents termes intervenant dans l'équation de transport sont :

- pour les corrélations triples :

$$\overline{u_i' u_j' u_k'} = -C_{3m}\overline{\Delta}\left(\frac{\partial}{\partial x_i}\tau_{jk} + \frac{\partial}{\partial x_j}\tau_{ik} + \frac{\partial}{\partial x_k}\tau_{ij}\right) \tag{2.106}$$

  C_{m} est une constante à déterminer.

- pour la corrélation pression-déformation :

$$\overline{p'\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j'}{\partial x_i}\right)} = -C_m\frac{\sqrt{k_{\mathrm{sm}}}}{\overline{\Delta}}\left(\tau_{ij} - \frac{2}{3}k_{\mathrm{sm}}\delta_{ij}\right) + \frac{2}{5}k_{\mathrm{sm}}\overline{S}_{ij} \tag{2.107}$$

  où C_{m} est une constante à fixer, k_{sm} l'énergie cinétique de sous-maille et $\overline{S}_{ij}$ le tenseur du taux de déformation du champ résolu.

- pour le terme de dissipation :

$$\overline{\nu\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_k}\frac{\partial u_j'}{\partial x_k}\right)} = \delta_{ij}C_{\mathrm{e}}\frac{(\mathrm{k_{sm}})^{3/2}}{\overline{\Delta}} \tag{2.108}$$

  C_{e} étant une constante à déterminer.

– pour les corrélation pression-vitesse : les termes $\overline{u_i' p'}$ sont purement et simplement négligés.
– les constantes utilisées sont celles déterminées dans le cas d'une turbulence homogène isotrope :

$$C_{3\mathrm{m}} = 0,2, \quad C_{\mathrm{m}} = 4,13, \quad C_{\mathrm{e}} = 0,70 \tag{2.109}$$

– l'énergie cinétique de sous-maille $\mathrm{k_{sm}}$ est déterminée en considérant l'équation d'évolution (Sagaut [154]) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} k_{\mathrm{sm}} + \underbrace{\frac{\partial \overline{u}_j k_{\mathrm{sm}}}{\partial x_j}}_{\text{advection}} = & \underbrace{-\tau_{ij}\overline{S}_{ij}}_{\text{production}} - \underbrace{C_1 \frac{(k_{\mathrm{sm}})^{3/2}}{\overline{\Delta}}}_{\text{dissipation turbulente}} \\ & + \underbrace{C_2 \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\Delta}\sqrt{k_{\mathrm{sm}}}\frac{\partial k_{\mathrm{sm}}}{\partial x_j}\right)}_{\text{diffusion turbulente}} + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 k_{\mathrm{sm}}}{\partial x_j \partial x_j}}_{\text{dissipation visqueuse}} \end{aligned} \tag{2.110}$$

avec : $k_{\mathrm{sm}} = \overline{(u_i - \overline{u}_i)^2}$
Les constantes C_1 et C_2 sont déterminées en utilisant une théorie analytique de la turbulence, Yoshizawa [197] et Horiuti [86] proposent $C_1 = 1$ et $C_2 = 0,1$.

Bien que l'introduction d'une équation de transport permette de tenir compte de «l'historique» de l'écoulement turbulent, cette approche impose l'échelle de longueur de la viscosité de sous-maille par le choix du maillage de la simulation. Dejoan et Schiestel [52, 51] proposent de déterminer l'échelle de longueur de la viscosité de sous-maille par l'introduction d'une seconde équation reposant sur le terme de dissipation de l'équation de l'énergie cinétique du champ de sous-maille. Ce modèle développé dans le cas d'une turbulence homogène anisotrope a été étendu au cas plus complexe d'une turbulence inhomogène en présence de paroi et testé dans une configuration de canal plan pulsé. Ce modèle présente l'avantage de ne pas tomber en défaut lorsque la largeur du filtre est grande et de mieux tenir compte des effets de non équilibre.

Les équations du champ turbulent de sous-maille s'écrivent alors dans la zone pleinement turbulente (Befeno [21]) :

$$\frac{dk_{\mathrm{sm}}}{dt} = -2\nu_t \overline{S}_{ij} - \varepsilon_{\mathrm{sm}} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\nu_\tau}{\sigma_k}\frac{\partial}{\partial x_j} k_{\mathrm{sm}}\right) \tag{2.111}$$

$$\frac{d\varepsilon_{\mathrm{sm}}}{dt} = C_{1\mathrm{sm}} \frac{\varepsilon_{\mathrm{sm}}}{\mathrm{k_{sm}}} \nu_\tau \left(\overline{u}_{i,j}\left(\overline{u}_{i,j} + \overline{u}_{j,i}\right)\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\nu_\tau}{\sigma_e}\frac{\partial}{\partial x_j}\varepsilon_{\mathrm{sm}}\right) - C_{2\mathrm{sm}}\frac{\varepsilon_{\mathrm{sm}}^2}{k_{\mathrm{sm}}} \tag{2.112}$$

avec : $C_{1\mathrm{sm}} = 1,5$, $C_{2\mathrm{sm}} = 1,5 + 0,42/\left(1 + 3,8N_c^{2/3}\right)$, $N_c = K_c L$, $\sigma_k = 1$ et $\sigma_e = 1,3$.

où $K_c = (\Delta_x \Delta_y \Delta_z)^{-1/3}$ représente le nombre d'onde de coupure et L est une macroéchelle approchée ici à $0,41d$, d étant la distance à la paroi la plus proche.

Près des parois, ce modèle est étendu par une analogie directe au modèle $k-\varepsilon$ bas nombre de Reynolds de Launder et Sharma [107]. On pourra se référer à [50] pour l'extension du modèle dans le cas d'écoulement en présence de paroi.

2.3.4 Modélisation mixte

Les approches fonctionnelle et structurelle décrites précédemment pour la modélisation du tenseur des contraintes de sous-maille présentent chacune des qualités et des défauts qui les rendent complémentaires :

- la modélisation fonctionnelle fournit généralement un taux de dissipation de l'énergie cinétique relativement satisfaisant en prenant en compte correctement le niveau des transferts énergétiques entre les échelles résolues et les échelles de sous-maille. Malheureusement, ces modèles prédisent mal le tenseur de sous-maille lui-même en ne fournissant pas les bonnes orientations du tenseur. Étant donnée l'hypothèse de séparation d'échelles sur laquelle ces modèles sont construits, ils représentent les interactions à longue distance ;
- en revanche, la modélisation structurelle prédit correctement la structure du tenseur des contraintes de sous-maille mais ces modèles fournissent un niveau de transfert énergétique trop faible. Ils sont représentatifs des interactions à courte distance.

La construction de modèles de sous-maille réunissant les qualités tant énergétiques que structurelles des deux approches précédentes consiste à combiner un modèle fonctionnel avec un modèle structurel. Cette famille de modèles est appelée *modélisation mixte*. L'expérience montre qu'une combinaison linéaire des deux modèles précédents améliorent généralement les résultats par rapport à ceux obtenus par un modèle basé sur l'estimation d'une viscosité de sous-maille.

Parmi ceux-ci nous pouvons citer :

- le modèle de *Smagorinsky-Bardina* [14] : ce modèle se présente sous la forme d'une combinaison linéaire du modèle de Smagorinsky et du modèle de similarité d'échelles de Bardina. La partie déviatrice du tenseur des contraintes de sous-maille s'écrit alors :

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij} = \frac{1}{2}\left(-2\nu_\tau \bar{S}_{ij} + \mathcal{L}_{ij} - \frac{1}{3}\mathcal{L}_{kk}\delta_{ij}\right) \tag{2.113}$$

avec :

$$\mathcal{L}_{ij} = \left(\overline{\overline{u}_i\overline{u}_j} - \overline{\overline{u}}_i\overline{\overline{u}}_j\right) \tag{2.114}$$

et :

$$\nu_\tau = C_s\overline{\Delta}^2\left|\overline{S}\right| \tag{2.115}$$

Ce modèle est limité par les hypothèses inhérentes aux deux parties qui le composent, la viscosité

de sous-maille étant basée par exemple sur l'hypothèse d'une zone inertielle infinie. L'expérience montre cependant que la combinaison de ces deux modèles diminue les contraintes associées à ces hypothèses, ce qui participe à l'amélioration des résultats. Des variantes peuvent être obtenues en changeant le modèle de viscosité de sous-maille.

– le modèle *mixte dynamique* : dans ce modèle proposé par Zang et al. [199] la viscosité de sous-maille est calculée à l'aide d'une procédure dynamique du type Germano-Lilly décrite dans le paragraphe §2.3.5. Les tenseurs de sous-maille correspondants aux deux niveaux de filtrage sont modélisés par un modèle mixte. Cette technique permet de modifier les poids respectifs de la partie structurelle et fonctionnelle du modèle, le modèle de viscosité de sous-maille étant désormais déterminé comme un complément du modèle de similarité d'échelles. Cette procédure permet de mieux contrôler la dissipation induite tout en privilégiant *a priori* la partie structurelle [154].

2.3.5 Modélisation dynamique

Comme nous l'avons vu précédemment, la modélisation fonctionnelle est fondée sur la nature des interactions qui existent entre les échelles de sous-maille et les échelles résolues. Cette approche souffre d'un manque d'informations sur la nature des structures locales à petites échelles. L'hypothèse d'équilibre local utilisée dans ces modèles pour calculer la constante dont ils dépendent est une restriction supplémentaire. Pour tenir compte des effets d'anisotropie locale et ainsi mieux modéliser la structure locale de l'écoulement, une procédure dynamique du calcul de la constante du modèle est développée. Il s'agit ici d'ajuster la constante du modèle localement dans l'espace et dans le temps afin de réduire les erreurs de modélisation.

Les modèles dynamiques ont été développés à partir de la relation de Germano [68]. Cette nouvelle fermeture de sous-maille se présente sous une forme identique au modèle de Smagorinsky à ceci près que le coefficient C_s n'est plus une constante à ajuster *a priori* mais un coefficient C_d qui dépend à la fois de l'espace et du temps. Ce dernier est obtenu dynamiquement au cours de la simulation à partir des informations contenues dans les plus petites échelles résolues de l'écoulement. Le principe consiste à refiltrer les équations de Navier-Stokes à l'aide d'un *filtre test* noté ($\widehat{\ }$) de largeur plus importante que le filtre de maille. Le modèle dynamique est obtenu en établissant la relation entre les tenseurs des contraintes de sous-maille écrits à ces deux niveaux de filtrage (τ_{ij} pour le premier niveau et T_{ij} pour le second). Le premier niveau de filtrage est donné par le filtre implicite de longueur de coupure $\bar{\Delta}$. Le deuxième niveau de filtrage est obtenu à partir du filtre test analytique de longueur de coupure $\hat{\bar{\Delta}} > \bar{\Delta}$ (cf. figure 2.7).

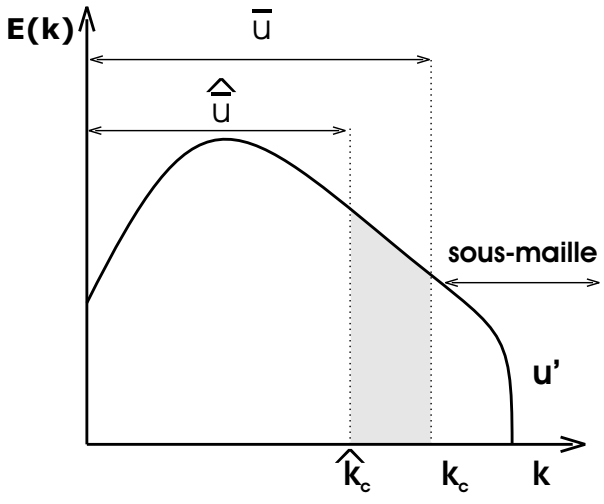


Figure 2.7: *Filtre de maille et filtre test du modèle dynamique*

En appliquant le filtre test aux équations de conservation de la quantité de mouvement, on obtient :

$$\frac{\partial \widehat{\overline{u}}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\widehat{\overline{u_i u_j}}\right) = -\frac{\partial \widehat{\overline{p}}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re}\frac{\partial^2 \widehat{\overline{u}}_i}{\partial x_j \partial x_j} \tag{2.116}$$

or :

$$\widehat{\overline{u_i u_j}} = \overline{u}_i \widehat{\overline{u}_j} + \tau_{ij} = \widehat{\overline{u}_i \overline{u}_j} + \widehat{\tau_{ij}} \tag{2.117}$$

Les tensions de sous-maille sont définies par :

$$T_{ij} = \widehat{\overline{u_i u_j}} - \widehat{\overline{u}}_i \widehat{\overline{u}}_j \tag{2.118}$$

Les tensions turbulentes résolues peuvent ainsi s'écrire :

$$\begin{aligned} L_{ij} &= \widehat{\overline{u}_i \overline{u}_j} - \widehat{\overline{u}}_i \widehat{\overline{u}}_j \\ &= \widehat{\overline{u}_i \overline{u}_j} - \widehat{\overline{u}}_i \widehat{\overline{u}}_j + \widehat{\overline{u_i u_j}} - \widehat{\overline{u_i u_j}} \\ &= \widehat{\overline{u_i u_j}} - \widehat{\overline{u}}_i \widehat{\overline{u}}_j - \widehat{\overline{u_i u_j}} + \widehat{\overline{u}_i \overline{u}_j} \end{aligned}$$

$$L_{ij} = T_{ij} - \widehat{\tau_{ij}} \tag{2.119}$$

Le tenseur de Leonard L_{ij} résultant de la relation (2.119) ne fait intervenir que des termes résolus et peut, de ce fait, être calculé facilement.

Modélisation de T_{ij} et $\widehat{\tau}_{ij}$

Pour évaluer la constante du modèle des contraintes de sous-maille, il est supposé que la même modélisation peut être appliquée aux deux niveaux de coupure utilisés (T_{ij} et τ_{ij}) avec le même coefficient. Pour y parvenir nous introduisons une hypothèse de *similarité d'échelles* entre les tensions de sous-maille obtenues pour le premier niveau de filtrage et le second. Nous supposons donc que les deux filtres utilisés interviennent sur la même zone du spectre d'énergie turbulente, à savoir la zone inertielle.

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij} = C_d f_{ij}\left(\bar{\Delta}, \bar{u}\right) \tag{2.120}$$

$$T_{ij} - \frac{1}{3}T_{kk}\delta_{ij} = C_d f_{ij}\left(\widehat{\bar{\Delta}}, \widehat{\bar{u}}\right) \tag{2.121}$$

Le terme f_{ij} représente le modèle de sous-maille proprement dit, privé de sa constante. On notera que ce tenseur est à trace nulle. Dans ce modèle, les tensions de sous-maille sont toujours formulées via l'expression de la *viscosité turbulente*. Germano et *al.* [68] utilisent le modèle de Smagorinsky. Les parties anisotropes de τ_{ij} et T_{ij} s'écrivent alors :

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij} = -2C_d\bar{\Delta}^2 \left|\bar{S}\right| \bar{S}_{ij} \tag{2.122}$$

$$T_{ij} - \frac{1}{3}T_{kk}\delta_{ij} = -2C_d\hat{\bar{\Delta}}^2 \left|\hat{\bar{S}}\right| \hat{\bar{S}}_{ij} \tag{2.123}$$

En injectant les relations (2.120) et (2.121) dans (2.119) nous obtenons :

$$L_{ij} - \frac{1}{3}L_{kk}\delta_{ij} = C_d f_{ij}\left(\hat{\bar{\Delta}}, \hat{\bar{u}}\right) - \widehat{C_d f_{ij}}\left(\bar{\Delta}, \bar{u}\right) \tag{2.124}$$

L'équation (2.124) fait apparaître dans le deuxième terme du second membre la constante C_d uniquement au travers d'un produit filtré. Pour déterminer cette constante, il est nécessaire de faire une hypothèse supplémentaire en considérant que C_d est constante sur une longueur au moins égale à longueur de coupure du filtre test. Sous cette hypothèse, on peut donc écrire :

$$\widehat{C_d f_{ij}}\left(\bar{\Delta}, \bar{u}\right) = C_d\widehat{f_{ij}}\left(\bar{\Delta}, \bar{u}\right) \tag{2.125}$$

D'après (2.124) il vient :

$$L_{ij} - \frac{1}{3}L_{kk}\delta_{ij} = -2C_d\left(\hat{\bar{\Delta}}^2\left|\hat{\bar{S}}\right|\hat{\bar{S}}_{ij} - \bar{\Delta}^2\widehat{\left|\bar{S}\right|\bar{S}_{ij}}\right) \tag{2.126}$$

$$= -2C_d M_{ij} \tag{2.127}$$

avec :

$$M_{ij} = \hat{\bar{\Delta}}^2\left|\hat{\bar{S}}\right|\hat{\bar{S}}_{ij} - \bar{\Delta}^2\widehat{\left|\bar{S}\right|\bar{S}_{ij}} \tag{2.128}$$

L'expression de la constante C_d, qui dépend des trois coordonnées de l'espace et du temps, est obtenue en contractant le tenseur L_{ij} avec un tenseur A_{ij} :

$$C_d\left(x, y, z, t\right) = -\frac{1}{2}\frac{L_{ij}A_{ij}}{M_{ij}A_{ij}} \tag{2.129}$$

Germano et *al.* [68] ont initialement choisi comme tenseur A_{ij} le tenseur S_{ij} de sorte qu'il vient :

$$C_d\left(x, y, z, t\right) = -\frac{1}{2}\frac{L_{ij}S_{ij}}{M_{ij}S_{ij}} \tag{2.130}$$

Comme le note Lilly [116], il est cependant délicat de trouver une constante C_d satisfaisant les neuf équations de (2.127). La procédure suggérée consiste donc à calculer la constante C_d de manière à

minimiser l'erreur commise dans la relation (2.125). Le problème rencontré est donc un problème de minimisation du résidu :

$$E_{ij} = L_{ij} - \frac{1}{3}L_{kk}\delta_{ij} - 2C_d M_{ij} \tag{2.131}$$

Pour ne prendre en compte qu'une des valeurs possibles de la constante C_d , celle-ci est déterminée en minimisant une certaine norme de l'erreur E_{ij}. Dans ce problème de minimisation, la technique la plus couramment utilisée, est celle des moindres carrés :

$$\frac{\partial E_{ij}E_{ij}}{\partial C_d} = 0 \tag{2.132}$$

qui fournit l'expression de la valeur de la constante dynamique C_d :

$$C_d = -\frac{1}{2}\frac{\left[\left(L_{ij} - \frac{1}{3}L_{kk}\delta_{ij}\right)M_{ij}\right]}{M_{ij}M_{ij}} \tag{2.133}$$

On voit bien que cette formulation permet à C_d de s'adapter à l'écoulement localement en la calculant en chaque point du maillage et à chaque pas de temps. Ce modèle ne dépend que d'un paramètre qui doit être fixé *a priori*. Il s'agit du rapport de la longueur de coupure du filtre test et du filtre de maille noté $\alpha = \widehat{\overline{\Delta}}/\overline{\Delta}$. Le choix du facteur d'échelle α est immédiat lorsque le filtre porte est utilisé à la fois comme filtre de maille et comme filtre test. Le facteur d'échelle est alors défini comme le rapport du nombre d'onde de coupure du filtre de maille sur le filtre test. Germano et *al.* [68] ont trouvé une valeur optimale $\alpha = 2$ dans le cas d'un écoulement de canal. Cependant le choix du facteur d'échelle α est plus délicat pour les filtres tests discrets présentés et utilisés dans ce travail. Plusieurs approches sont utilisées pour définir ce paramètre. La première consiste à calculer le rapport de la racine carrée de la variance du filtre test sur le filtre de maille (Najjar et Tafti [130]), qui correspond dans l'espace spectral au rapport des dérivées secondes des fonctions de transferts respectives (notées $\widehat{\varsigma}$ et $\overline{\varsigma}$) au nombre d'onde nul (Arsac [7]) :

$$\alpha = \frac{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \widehat{G}(x)dx}}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \overline{G}(x)dx}} = \frac{\sqrt{-\widehat{\varsigma}''(0)}}{\sqrt{-\overline{\varsigma}''(0)}} \tag{2.134}$$

avec :

$$\overline{\widehat{f}}(k) = \widehat{\varsigma}(k)\,\overline{\overline{f}}(k) \tag{2.135}$$

Le filtre boîte (2.11) qui est implicitement utilisé comme filtre de maille pour les méthodes de discrétisation basées sur des différences finies possède une variance de $\overline{\Delta}^2/12$ (Najjar et Tafti [130]). En introduisant les équations (2.35) et (2.36), le facteur d'échelle est alors $\alpha = \sqrt{6}$ et 2, respectivement pour le filtre trapézoïdal et le filtre de Simpson.

Une procédure alternative consiste à calculer dans l'espace spectral les valeurs du nombre d'onde où les fonctions de transfert $\widehat{\varsigma}$ et $\overline{\varsigma}$ sont égales à une valeur arbitraire Θ. Plusieurs auteurs ont discuté de l'influence du facteur d'échelle α en fonction des filtres test utilisés. Citons W. Cabot [32] qui a étudié le rapport de forme approprié pour les filtres (2.35) et (2.36). Celui-ci présente les résultats d'une simulation de canal plan pour le filtre (2.35) avec $\alpha = 2$. D'autres auteurs [11, 95, 199] ont adopté la même technique en choisissant un rapport d'échelle de 2 couplé à un filtre test basé sur la règle trapézoïdale. Najjar et Tafti [130] ont étudié l'influence du filtre test et du facteur d'échelle sur une simulation de canal plan. Ils ont montré que le filtre (2.35) basé sur la règle d'intégration trapézoïdale calculait une viscosité turbulente plus élevée que le filtre d'ordre plus élevé (2.37). En effet le filtre trapézoïdal inclut une part plus importante de l'énergie des grandes structures dans l'identité de Germano. En revanche, ils montrent que le filtre discret d'ordre plus élevé possède un comportement très similaire au filtre porte. De plus, ces auteurs mettent en évidence, pour le même filtre discret, la dépendance de la constante dynamique du modèle au rapport d'échelle α. Scotti et al. [165] ont étudié l'influence de l'anisotropie du maillage (pour des rapports d'aspect allant de 1 à $1/16^{\text{ème}}$) sur une turbulence isotrope en utilisant le modèle de Smagorinsky dynamique. Afin d'améliorer les performances du modèle dynamique dans des cas extrêmes d'anisotropie du maillage, les auteurs suggèrent d'utiliser un filtre test isotrope.

On notera cependant que la définition appropriée du facteur d'échelle α reste un problème ouvert pour les simulations basées sur des formulations en différences finies, en particulier pour des maillages ayant une distribution non uniforme.

avantages de la procédure dynamique

Le principal avantage des modèles dynamiques réside dans le fait que la valeur de la constante C_d peut s'annuler dans certaines zones du domaine de calcul, ce qui est particulièrement intéressant pour :

- les zones de proches parois, où le modèle s'annule automatiquement à la paroi (sans utiliser de fonction de pondération comme la loi de paroi de type Van Driest, dont l'emploi est très contestable dans le cas du jet plan impactant), l'anisotropie dans la direction normale à la paroi pouvant être ainsi reproduite ;
- les zones pleinement résolues où la contribution de sous-maille s'annule ;
- les zones de transition du régime laminaire au régime turbulent pleinement développé, la viscosité turbulente ne venant pas influencer le calcul avant que la cascade énergétique ne soit établie.

inconvénients de la procédure dynamique

Ceux-ci proviennent des degrés de liberté intrinsèques au calcul de la constante dynamique C_d :

- cette procédure reste basée sur une hypothèse de type viscosité turbulente et requière la colinéarité des axes principaux du tenseur de sous-maille et du tenseur de déformation filtré (problématique pour des écoulements avec courbure ...) ;

- dans le cas où le dénominateur est nul ou proche de zéro, la valeur de C_d peut devenir indéterminée ou si grande qu'elle peut entraîner des instabilités numériques. On notera que la modification apportée par Lilly est une méthode plus stable que celle de Germano et *al.* [68] basée sur la contraction de L_{ij} avec $\bar{S}_{ij}$. En effet le dénominateur de (2.133) ne s'annule que si les neuf composantes s'annulent au même instant et dans ce cas le numérateur s'annule aussi.
- C_d peut prendre des valeurs négatives, entraînant une viscosité de sous-maille négative qui peut s'interpréter comme une modélisation de la cascade inverse d'énergie («backscatter»). Mais malheureusement aucun développement théorique n'a mis en évidence la véracité de cette modélisation comme prise en compte de ce mode de transfert d'énergie. De plus, en raison des larges fluctuations de la constante C_d du modèle, ce retour inverse d'énergie peut apparaître localement très important si bien que des valeurs négatives de ν_τ plus grandes que la viscosité moléculaire peuvent se manifester, entraînant une croissance exponentielle des instabilités numériques.

Les inconvénients mentionnés précédemment conduisent à des problèmes de stabilité numérique dans la résolution des équations de Navier-Stokes. Certaines solutions sont proposées pour palier à ces effets indésirables.

solutions proposées

- une des solutions possibles pour contourner ces effets déstabilisants est de réduire le nombre de degrés de liberté de C_d par l'utilisation de moyenne :

  - par plan d'homogénéité ou sur une zone proche du point considéré (Jones et Wille [94], Sohankar et al. [170]). Yang et Ferziger [194, 199] moyennent la constante C_d sur les neuf points voisins (trois dans chaque direction) du point où la moyenne est considérée ;
  - en temps ;
  - ces moyennes sont effectuées soit sur l'expression complète de C_d, soit sur le numérateur et le dénominateur pris séparément (Ribault et al. [151]). *C'est cette dernière approche que nous avons adoptée ici.*

- Rodi et al. [153] suggèrent de sous-relaxer en temps la valeur de C_d :

$$C_{d\,\text{effectif}}^{n+1} = (1-\varepsilon) C_{d\,\text{effectif}}^{n} + \varepsilon C_d^n \text{ avec } \varepsilon = O\left(10^{-3}\right) \tag{2.136}$$

- majorer et minorer C_d pour :

  - d'une part éviter, à l'aide d'une valeur «plafond», des phénomènes de sur-diffusion dans des régions laminaires ou de très faible intensité turbulente (Olsson et Fuchs[133]).
  - d'autre part ne pas introduire à l'aide d'une valeur «plancher» des phénomènes d'anti-diffusion ($\nu + \nu_\tau \leq 0$) (Olsson et Fuch [133], Sohankar et al. [170]) ;
  - $C_{min} < C_d < C_{max}$:

- Sagaut et al. [155] imposent une valeur «plafond» de 0,2 correspondant à la valeur de la constante du modèle de Smagorinsky, *nous avons suivi la même approche* ;
- Orlsson et Fuchs [135] choisissent une valeur «plafond» de 0,5 et une valeur «plancher» de -0,01 dans leur simulation de jet axisymétrique impactant ;
- Ribault et al. [151], Jones et Wille [94] annulent la constante C_d si celle-ci devient négative dans leur simulation de jet plan libre. Cziesla et al. [44] adoptent la même procédure pour un jet plan impactant. *Nous avons suivi ici la même approche.*
- Zang et al. [199] imposent une viscosité totale $\nu + \nu_\tau$ nulle si cette dernière est inférieure à zéro dans leur simulation de cavité entraînée.

Chapitre 3

Méthode numérique

Dans ce chapitre nous présentons une méthode numérique à pas fractionnaire utilisant des schémas compacts d'ordre élevé pour résoudre les équations de Navier-Stokes instationnaires. Cette méthode initialement développée par Viazzo et Schiestel [161, 184, 186] et étendue au cas de deux directions non-homogènes par Védy [182] permet la simulation des écoulements bi(tri)dimensionnels incompressibles instationnaires pouvant posséder ou non une ou deux directions d'homogénéité. Cette méthode s'applique aussi bien à la simulation directe de la turbulence (DNS) qu'à la simulation des grandes échelles de la turbulence (LES) pour des fluides incompressibles puisque les contraintes numériques de ces deux approches sont très voisines. Ces contraintes numériques sont exposées et permettent de dégager une stratégie quant au choix d'une méthode numérique appropriée pour la configuration du jet plan turbulent impactant. Après la mise en équations du problème, les discrétisations spatiale et temporelle sont décrites et justifiées par rapport à la problématique de l'étude. La technique de résolution numérique est détaillée pour préciser finalement les conditions initiales et aux limites du problème.

3.1 Contraintes imposées et choix de la méthode numérique

En simulation des grandes échelles turbulentes, les schémas numériques mis en oeuvre doivent avoir une précision d'ordre élevé afin de reproduire correctement les plus petites échelles résolues de l'écoulement. La seule dissipation présente dans la simulation doit correspondre à la dissipation physique (moléculaire ou turbulente). On veillera donc à ce que le schéma numérique utilisé n'induise pas ou peu de diffusion numérique tout en étant stable. Les auteurs s'accordent aujourd'hui à dire que l'ordre de la méthode numérique employée doit être au moins égal à 2 en espace et en temps. Malgré leur caractère stabilisant, les méthodes numériques du premier ordre sont donc à rejeter dans la mesure où elles induisent une dissipation numérique préjudiciable à la qualité des résultats. Bien que satisfaisantes dans certaines configurations, les méthodes d'ordre 2 en espace sont souvent substituées par des schémas d'ordre supérieur. L'utilisation de méthodes d'ordre modéré entraîne une très nette augmentation de l'influence de l'erreur numérique. Les temps d'intégration rencontrés en simulation

des grandes échelles sont souvent très importants, de sorte que de bonnes propriétés de conservation au sens discret, notamment de l'énergie, sont nécessaires. Cet aspect et en particulier le choix d'une forme appropriée des équations de Navier-Stokes sera discuté dans le paragraphe §3.7.

Pour la discrétisation spatiale, les méthodes spectrales ou pseudo-spectrales possèdent une très bonne précision dans l'évaluation des dérivées liées aux petites échelles. Pour les directions d'homogénéité, les méthodes pseudo-spectrales, construites sur des développements en série de Fourier, sont très efficaces tant que les erreurs «d'aliasing» sont correctement contrôlées. Dans les directions non-homogènes, les méthodes spectrales basées sur des polynômes de Tchebycheff sont envisageables. En revanche, ces méthodes restent limitées à des configurations simples même si l'utilisation de décomposition de domaines est envisageable (Raspo [149]). Cette approche ne sera donc pas retenue dans notre étude. Une alternative peut être trouvée dans l'utilisation des différences finies d'ordre élevé. Nous retiendrons la famille des schémas compacts qui sont fréquemment utilisés dans des écoulements turbulents ou en transition vers la turbulence. Celle-ci conjugue en effet précision et facilité de mise en oeuvre pour des configurations complexes. Rai et Moin [146], Schiestel et Viazzo [161] ont obtenu d'excellents accords avec les méthodes spectrales dans le cas de l'écoulement de canal plan en utilisant la même résolution. Lele [110] et Gonze [71] ont utilisé les schémas compacts pour des configurations de couche de mélange. En conséquence, nous ferons appel aux *méthodes pseudo-spectrales* dans les directions d'homogénéité alors que dans les directions non-homogènes, des *méthodes hermitiennes* (à l'ordre 4) appartenant aux schémas compacts, seront employées.

La simulation de la turbulence nécessitant des méthodes stables sur des temps d'intégration longs, des schémas temporels peu ou non dissipatifs sont vivement conseillés. La discrétisation temporelle est souvent basée sur un *schéma semi-implicite* en simulation de la turbulence. L'utilisation d'un schéma entièrement explicite n'est pas judicieuse compte tenu des critères de stabilité sévères à respecter. En effet, le raffinement du maillage dans les zones de forts gradients (paroi, couche de mélange, ...) implique un pas de temps trop petit pour assurer la stabilité du schéma. L'introduction d'un schéma implicite pour les termes visqueux a un effet stabilisant sur l'algorithme et permet d'obtenir des critères de stabilité moins restrictifs. Les termes non-linéaires peuvent être traités à l'aide d'un schéma du deuxième ordre de type Adams-Bashforth ou par des schémas d'ordre supérieur de type Runge Kutta. Notre choix s'est porté sur le premier pour sa simplicité de mise en oeuvre et son faible coût en mémoire. En effet, compte tenu du raffinement des maillages utilisés, l'utilisation d'un schéma à plusieurs pas de temps peut être trop contraignante pour l'espace mémoire requis lors des simulations. Dans la présente étude, un *schéma explicite de type Adams-Bashforth* pour les termes convectifs et un *schéma implicite de Crank-Nicolson* pour les termes visqueux sont mis en oeuvre.

La méthode numérique développée ici est limitée aux *écoulements incompressibles*. Cette contrainte induit une difficulté algorithmique particulière dans la mesure où l'équation de continuité ne fait intervenir que les termes de vitesse, sans la pression. Une technique de couplage vitesse-pression doit donc être introduite. Citons les méthodes basées sur la formulation rotationnelle des équations de Navier-Stokes qui éliminent le problème dû à la pression (cette dernière pouvant être obtenue ultérieurement par la résolution d'une équation de Poisson). Mais l'imposition de conditions aux limites physiques reste délicate et cette approche est souvent retenue pour des configurations bidimensionnelles. Les

extensions aux problèmes tridimensionnels (vorticité-potentiel vecteur, vorticité-vitesse) sont peu utilisées. Nous retiendrons donc une formulation des équations de Navier-Stokes en *variables primitives* (u, v, w, p). Afin d'éviter des problèmes d'oscillations parasites sur le champ de pression (Peyret et Taylor [143]), des *maillages décalés* sont mis en oeuvre lorsqu'une formulation vitesse-pression des équations de Navier-Stokes est utilisée, permettant d'améliorer le couplage vitesse-pression.

Les méthodes de résolution directe des équations de Navier-Stokes discrètes prenant en compte explicitement l'équation de continuité dans les équations à résoudre satisfont directement la condition d'incompressibilité. Cependant, ces méthodes ne sont réellement envisageables que si des différences finies d'ordre 2 sont employées, l'algorithme s'appuyant alors sur des systèmes tridiagonaux par bloc. Mais pour des méthodes d'ordre plus élevé, utilisées dans la simulation directe ou des grandes échelles, les systèmes obtenus deviennent alors complexes à résoudre. Le choix de conditions aux limites appropriées y est de surcroît délicat. Différents algorithmes permettent de résoudre ce *couplage vitesse-pression* et de satisfaire la contrainte de divergence nulle. Citons les travaux de Fortin [62] et Peyret [141] sur la méthode itérative de compressibilité artificielle qui adapte la méthode de compressibilité artificielle aux écoulements instationnaires, en appliquant cette dernière à chaque itération. Une extension de la méthode de compressibilité artificielle est la méthode du gradient conjugué qui permet d'assurer une condition globale d'incompressibilité en y ajustant la pression afin de minimiser une norme de la divergence. Des études antérieures (Viazzo [184]) ont montré, comparativement aux autres méthodes, que la *méthode à pas fractionnaire* s'inscrivait comme une des plus performante en terme de rapidité de convergence. Cette dernière est donc une des seules réellement envisageable au regard des temps d'intégration rencontrés en simulation des grandes échelles turbulentes.

3.2 Mise en équations

L'écoulement considéré est celui d'un fluide *newtonien incompressible* de densité ρ et de viscosité dynamique μ dans un référentiel fixe muni d'un repère orthonormé $(Oxyz)$. Les équations du mouvement sont écrites en variables primitives $(\boldsymbol{u}, p)$, on notera $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, t) = (u(\boldsymbol{x}, t), v(\boldsymbol{x}, t), w(\boldsymbol{x}, t)) = (u_1(\boldsymbol{x}, t), u_2(\boldsymbol{x}, t), u_3(\boldsymbol{x}, t))$ le vecteur vitesse, p la pression statique. Les équations de conservation à résoudre sont l*es équations de Navier-Stokes* (3.1) (conservation de la quantité de mouvement) et l'*équation de continuité* (3.2) (conservation de la masse) :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j u_i}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) = -\frac{\partial p^*}{\partial x_i} + \frac{1}{Re}\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \qquad \text{pour} \quad i = 1, 2, 3 \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{3.2}$$

avec $p^* = p/\rho$

Ces équations sont mises sous forme *adimensionnée* en introduisant une longueur caractéristique l et une vitesse caractéristique U_0. Re est le nombre de Reynolds sans dimension défini par $Re = U_0 l/\nu$, $\nu{=}\mu/\rho$ étant la viscosité cinématique supposée constante et uniforme.

La simulation de la turbulence nécessitant des temps d'intégration longs, les propriétés de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement au sens discret sont cruciales. Les termes convectifs sont écrits ici sous la forme *«skew-symmetric»* afin de préserver sur un maillage décalé la conservation globale de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique[1] (Viazzo [184], Védy [182]) . Ces propriétés de conservation seront discutées au paragraphe §3.7. De plus, la forme «skew-symmetric» minimise les erreurs d'aliasing (Zang et al.[199]).

Il est désormais nécessaire de replacer l'exposé de la méthode numérique dans le contexte de la simulation des grandes échelles. Pour une *modélisation de sous-maille* s'appuyant sur le *concept de viscosité turbulente* que nous adoptons dans cette étude, les équations du champ filtré s'écrivent (voir paragraphe §2.2) :

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \overline{u}_j \overline{u}_i}{\partial x_j} + \overline{u}_j \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j}\right) = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \frac{1}{Re}\frac{\partial^2 \overline{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \tag{3.3}$$

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{3.4}$$

en posant :

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u}_i \overline{u}_j = -2\nu_\tau \overline{S}_{ij} \text{ avec } S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{3.5}$$

Pour des raisons de stabilité numérique, la viscosité turbulente de sous-maille est décomposée en une partie moyenne et une partie fluctuante telle que :

$$\nu_\tau = \tilde{\nu}_\tau + \nu'_\tau \text{ avec } \tilde{\nu}_\tau = \langle \nu_\tau \rangle \tag{3.6}$$

l'opérateur $\langle\ \rangle$ définissant la moyenne suivant les directions d'homogénéité.

Les équations à résoudre sont donc :

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \overline{u}_j \overline{u}_i}{\partial x_j} + \overline{u}_j \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j}\right) = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i}\right)\frac{\partial \nu_\tau}{\partial x_j} + \nu'_\tau \frac{\partial^2 \overline{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \left(\frac{1}{Re} + \tilde{\nu}_\tau\right)\frac{\partial^2 \overline{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \tag{3.7}$$

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{3.8}$$

[1] en l'absence de dissipation visqueuse

3.3 Discrétisation spatiale

Le domaine de calcul représenté sur la figure 3.1 est une boîte rectangulaire de dimensions $H \times L_y \times L_z$. Le repère orthonormé $(Oxyz)$ est centré en sortie de buse sur l'axe de symétrie du jet. Les directions verticale (Ox) et horizontale (Oy) sont *non-homogènes*, tandis que la direction transversale (Oz) est *homogène*. La buse de soufflage, de largeur e, est centrée sur la frontière supérieure du domaine de calcul.

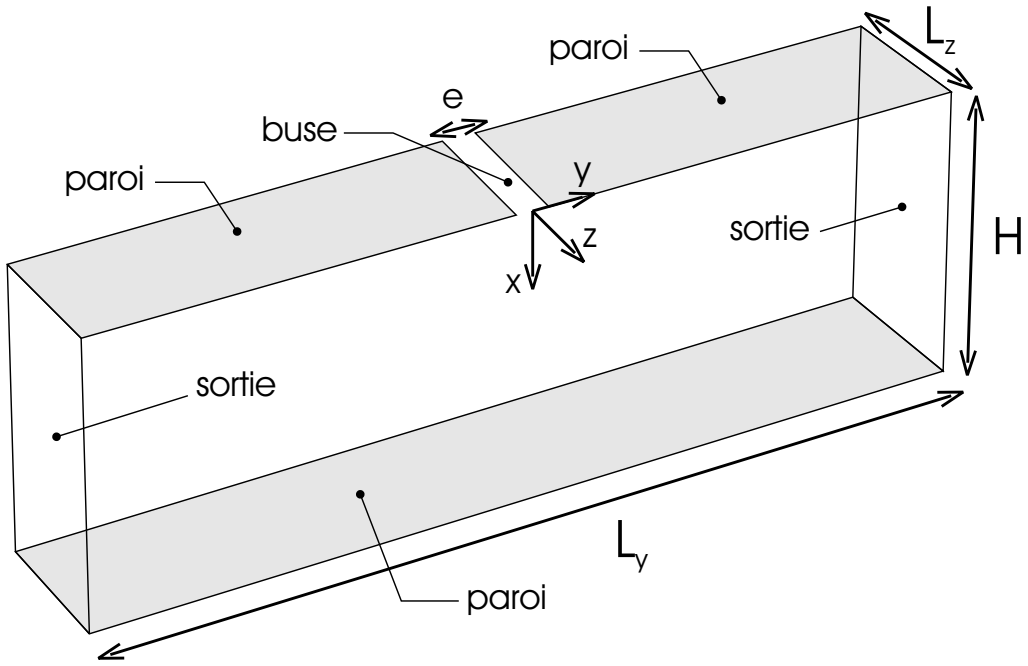


Figure 3.1: *Domaine de calcul*

La région de l'écoulement considéré est un domaine parallélipédique, noté Ω, défini par :

$$\Omega = \{0 \leq x \leq H,\ -L_y/2 \leq y \leq L_y/2,\ 0 \leq z \leq L_z\} \tag{3.9}$$

Les fondements des méthodes hermitiennes sont apparus au milieu des années 70 avec les travaux d'Adam [2] et de Hirsh [83]. Plus tard, des auteurs comme Bontoux [25], Elsaesser et Peyret [58], Aubert et Deville [9] ont poursuivi le développement de ces méthodes dans le cas de la résolution des équations de Navier-Stokes. Les méthodes hermitiennes donnent des relations liant la fonction considérée et ses dérivées en plusieurs points voisins du maillage. Ces relations sont déduites du développement de Taylor de la fonction et de ses dérivées (cf. Annexe A). De tels schémas possèdent les qualités des différences finies classiques, à savoir, simplicité et souplesse de mise en oeuvre en n'utilisant qu'un nombre restreint de points tout en conservant une précision d'ordre élevé avoisinant la précision des méthodes spectrales ou pseudo-spectrales (Lele [110]). Au contraire, l'augmentation de la précision par utilisation des différences finies classiques implique une diminution du pas d'espace (donc une augmentation du nombre de points de discrétisation et de l'espace mémoire requis) : pour les méthodes du deuxième ordre et pour les méthodes d'ordre supérieur, il est alors nécessaire d'utiliser

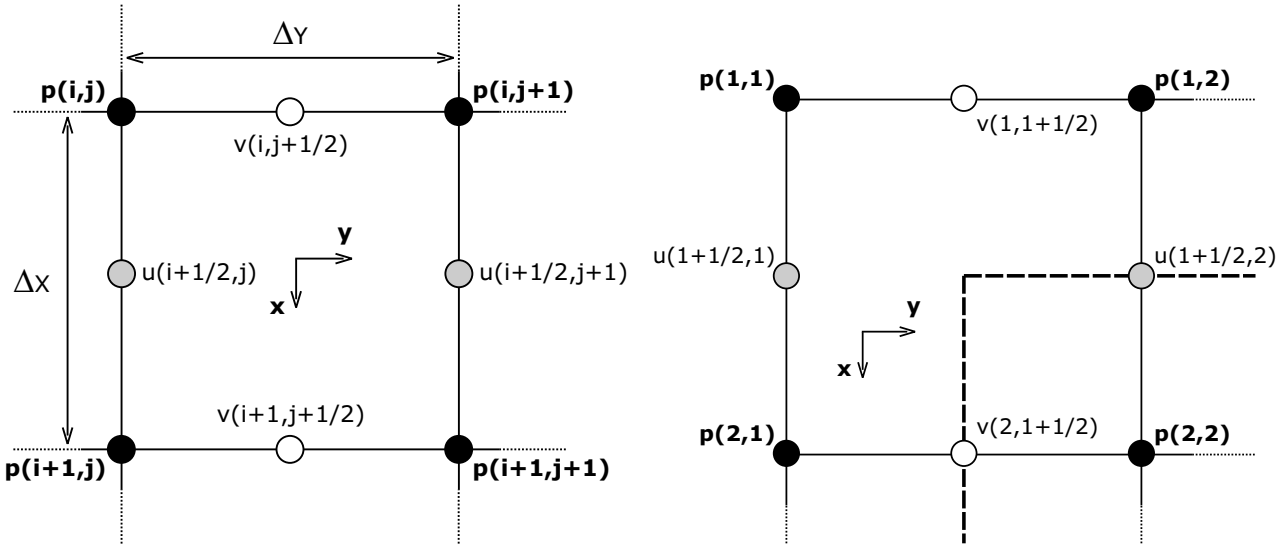
davantage de points de discrétisation entraînant la résolution de systèmes plus coûteux. Des études relativement récentes (Verstappen et Veldman [183]) ont montré leur indiscutable supériorité sur des méthodes de différences centrées pour la simulation directe d'écoulements turbulents. Les simulations directes ou des grandes échelles requièrent une précision d'ordre élevé (le second ordre est un minimum) afin de calculer correctement les plus petites échelles de l'écoulement (Sagaut [154]).

La discrétisation spatiale utilise donc des *schémas compacts* dans les deux directions (x, y). Comparativement aux méthodes spectrales, les méthodes aux différences finies sont plus souples au regard de la distribution des noeuds du maillage (cruciale dans le cas du jet plan impactant). Le maillage mis en oeuvre est un *maillage décalé de type MAC* (Marker And Cell) développé par Welch et al. [189], chacune des variables primitives étant évaluée sur une grille qui lui est propre. Rappelons les motivations qui ont entraîné ce choix :

- l'utilisation d'un maillage non-décalé ne peut empêcher l'apparition d'oscillations parasites sur le champ de pression (Viazzo [184]) ;
- les erreurs d'aliasing propres aux méthodes pseudo-spectrales sont atténuées sur un maillage décalé ;
- sur un maillage décalé, il n'est pas nécessaire d'imposer des conditions aux limites sur la pression qui sont toujours délicates.

Sur la figure 3.2, est présentée la distribution des noeuds de vitesse et de pression près des parois et à l'intérieur du domaine de calcul. Les composantes de vitesse et la pression sont définies aux noeuds :

- $(x\,(i+1/2)\,, y\,(j)\,, z\,(k))$ pour la composante u que l'on notera $u_{i+1/2,j,k}$
- $(x\,(i)\,, y\,(j+1/2)\,, z\,(k))$ pour la composante v que l'on notera $v_{i,j+1/2,k}$
- $(x\,(i)\,, y\,(j)\,, z\,(k+1/2))$ pour la composante w que l'on notera $w_{i,j,k+1/2}$
- $(x\,(i)\,, y\,(j)\,, z\,(k))$ pour la pression que l'on notera $p_{i,j,k}$



(a) Distribution des noeuds intérieurs

(b) Distribution des noeuds au voisinage des frontières

Figure 3.2: *Maillage décalé de type MAC*

On notera cependant, qu'il n'est possible, sur ce type de maillage, que de définir la composante normale de vitesse sur chaque frontière physique du domaine de calcul (figure 3.2). Les composantes tangentielles sont fixées en utilisant une technique de réflexion qui est susceptible d'altérer la précision de la méthode.

Le choix d'un maillage est le résultat d'un compromis entre plusieurs critères :

- le raffinement du maillage doit être suffisamment important pour calculer correctement les grandes échelles caractéristiques de l'écoulement étudié ;
- le nombre de mailles est déterminé en fonction des ressources informatiques disponibles (mémoire et fréquence de l'horloge du processeur) ;
- les conditions aux limites ne doivent pas ou peu influencer la solution calculée, en conséquence les frontières de sorties doivent être suffisamment éloignées du domaine d'étude du champ turbulent.

L'écoulement étant homogène dans la *direction transversale* (Oz), la distribution des noeuds y est *uniforme*.

Pour les directions *non-homogènes* (Ox) et (Oy) et afin de prendre en compte les zones de fort gradient, le maillage est *raffiné* près des parois de la veine et autour de l'axe du jet (en particulier au niveau des deux couches de mélange qui s'y développent). Au lieu d'utiliser une approximation spatiale complexe sur un maillage non uniforme, on préfère introduire une *transformation analytique des coordonnées*. On introduit la transformation suivante $x = x(X)$ où x est la coordonnée de l'espace physique avec un maillage à pas variable, X étant la coordonnée transformée avec un maillage à pas constant. La fonction introduite doit vérifier impérativement la continuité des dérivées premières et secondes. Tant que la variation de la maille physique est douce et progressive, l'erreur supplémentaire introduite par cette transformation reste négligeable (Aubert [8]). On veillera donc à utiliser des fonctions de transformation vérifiant ces propriétés. Cela nous permet donc d'approximer les dérivées premières (3.10) et secondes (3.11) en utilisant un schéma spatial sur un maillage uniforme. En utilisant les formules de dérivées partielles de fonctions composées, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \equiv g_x \, \frac{\partial}{\partial X} \text{ avec } g_x = \frac{dX}{dx} \tag{3.10}$$

avec :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \equiv g_x^2 \, \frac{\partial^2}{\partial X^2} + h_x \, \frac{\partial}{\partial X} \text{ avec } h_x = \frac{d^2X}{dx^2} \tag{3.11}$$

Comme la pression et chaque composante de la vitesse sont situées sur des noeuds différents, les dérivées premières dans les termes non-linéaires des équations de Navier-Stokes doivent être évaluées sur le maillage décalé mais aussi sur le maillage non-décalé. Des interpolations sont donc nécessaires. Dans les termes diffusifs, les dérivées secondes sont évaluées seulement sur le maillage non-décalé (on pourra se référer aux annexes A, B et C pour plus détails).

3.3.1 Définition du maillage à pas constant

Sont définies ici les coordonnées du maillage à pas constant à la fois pour les noeuds de vitesse et de pression. Les noeuds de pression sont décalés d'un demi-pas d'espace par rapport aux noeuds de vitesse comme dans (3.14) et (3.20).

Noeuds de vitesses

1. Direction *longitudinale*, composante u :

$$X(i) = (i-1)\Delta X \begin{cases} i = 1, ..., N_X - 1 \\ \Delta X = H/(N_x - 2) \end{cases} \tag{3.12}$$

   Cette distribution assure les conditions suivantes :

$$X(1) = 0\,;\; X(\frac{N_x}{2}) = H/2\,;\; X(N_x - 1) = H \tag{3.13}$$

2. Direction *transversale*, composante v :

$$Y(j) = -\frac{L_y}{2} + (j-1)\Delta Y \begin{cases} j = 1, ..., N_y - 1 \\ \Delta Y = L_y/(N_y - 2) \end{cases} \tag{3.14}$$

   Cette distribution assure les conditions suivantes :

$$Y(1) = -\frac{L_y}{2}\,;\; Y(\frac{N_y}{2}) = 0\,;\; Y(N_y - 1) = \frac{L_y}{2} \tag{3.15}$$

3. Direction *homogène*, composante w :

$$Z(k) = (k-1)\Delta Z \begin{cases} k = 1, ..., N_z \\ \Delta Z = H_z/N_z \end{cases} \tag{3.16}$$

   Cette distribution assure les conditions suivantes :

$$Z(1) = 0\,;\; Z(\frac{N_z}{2}) = L_z/2 - \Delta Z\,;\; Z(N_z) = L_z - \Delta Z \tag{3.17}$$

Noeuds de pression

1. Direction *longitudinale*

$$X(i) = -\frac{\Delta X}{2} + (i-1)\Delta X \begin{cases} i = 1, ..., N_x \\ \Delta X = H/(N_x - 2) \end{cases} \tag{3.18}$$

Cette distribution assure les conditions suivantes :

$$X(1) = -\frac{\Delta X}{2}\ ;\ X(\frac{N_x}{2}) = -\frac{\Delta X}{2}\ ;\ X(N_x - 1) = H - \frac{\Delta X}{2}\ ;\ X(N_x) = H + \frac{\Delta X}{2} \tag{3.19}$$

2. Direction *transversale*

$$Y(j) = -\frac{L_y}{2} - \frac{\Delta Y}{2} + (j-1)\Delta Y \begin{cases} j = 1, ..., N_y \\ \Delta Y = L_y / (N_y - 2) \end{cases} \tag{3.20}$$

Cette distribution assure les conditions suivantes :

$$Y(1) = -\frac{L_y}{2} - \frac{\Delta Y}{2} \quad Y(\frac{N_y}{2}) = -\frac{\Delta Y}{2} \quad Y(N_y - 1) = \frac{L_y}{2} - \frac{\Delta Y}{2} \quad Y(N_y) = \frac{L_y}{2} + \frac{\Delta Y}{2}$$

3. Direction *homogène*

$$Z(k) = -\frac{\Delta Z}{2} + (k-1)\Delta Z \begin{cases} k = 1, ..., N_z \\ \Delta Z = L_z / N_z \end{cases} \tag{3.21}$$

Cette distribution assure les conditions suivantes :

$$Z(1) = -\frac{\Delta Z}{2}\ ;\ Z(\frac{N_z}{2}) = L_z/2 - \frac{3}{2}\Delta Z\ ;\ Z(N_z) = L_z - \frac{3}{2}\Delta Z \tag{3.22}$$

3.3.2 Traitement des directions inhomogènes

3.3.2.1 Maillage à pas variable

Pour les directions non-homogènes (Ox) et (Oy), le maillage à pas variable est raffiné dans les zones de forts gradients (cf. figure 3.4) :

suivant la *direction transversale* (Oy) **:** le maillage est raffiné autour de l'axe du jet, en particulier au niveau des deux couches de mélange qui se développent et où de forts cisaillements sont rencontrés. Afin d'éviter une trop forte anisotropie des cellules de calcul, le maillage a été également localement enrichi au niveau de la zone de décollement des jets de paroi sur la paroi inférieure du domaine de calcul (cf. figure 3.3).

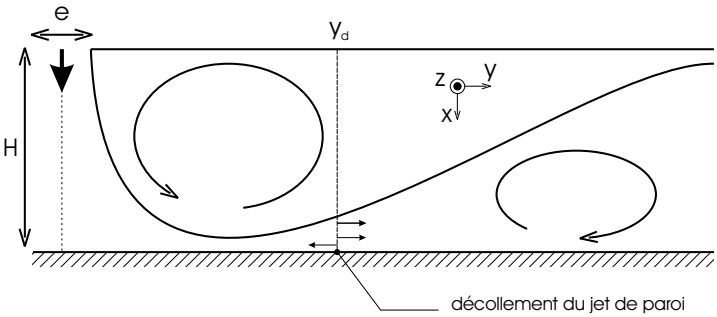


Figure 3.3: *Décollement des jets de paroi*

suivant la *direction longitudinale* (Ox) **:** les mailles sont resserrées près des parois du domaine, en sortie de buse et au voisinage de la zone d'impact ;

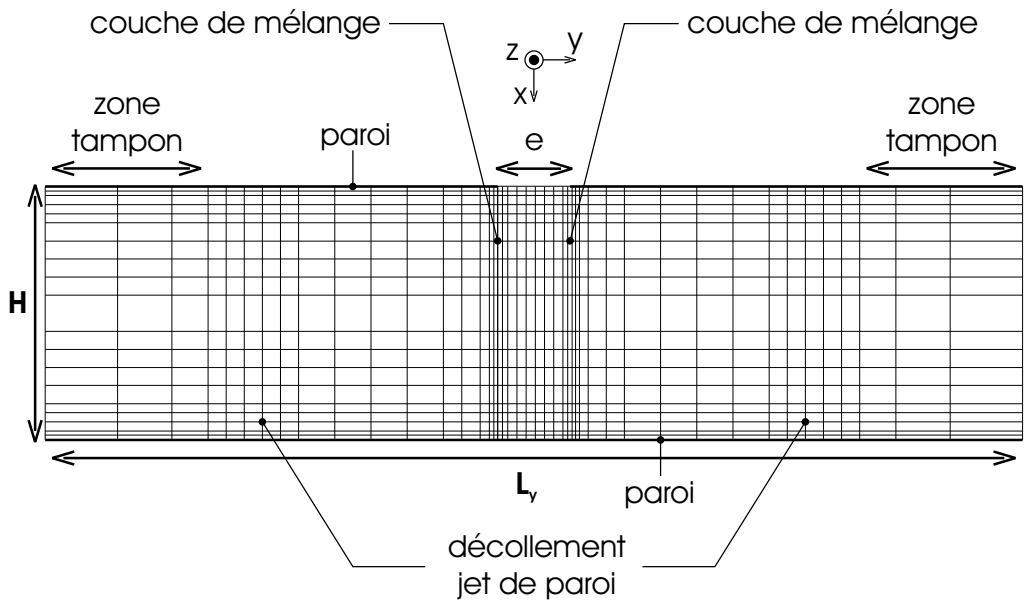


Figure 3.4: *Représentation schématique du maillage dans les directions inhomogènes*

La topologie de l'écoulement nous a imposé l'utilisation de deux fonctions de transformation différentes. Cependant les transformations adoptées sont toutes les deux basées sur des fonctions en tangente hyperbolique afin d'assurer des variations du pas d'espace douces et continues et de minimiser ainsi les erreurs de discrétisation induites par le changement de variable. Ces deux fonctions font appel à des paramètres de resserrement qui permettent de contrôler plus finement le raffinement du maillage.

Direction transversale

La distribution des points est obtenue en utilisant une somme de trois fonctions de classe C^2 (cf. figure 3.5) :

$$y(Y) = y_1(Y) + y_2(Y) + y_3(Y) \tag{3.23}$$

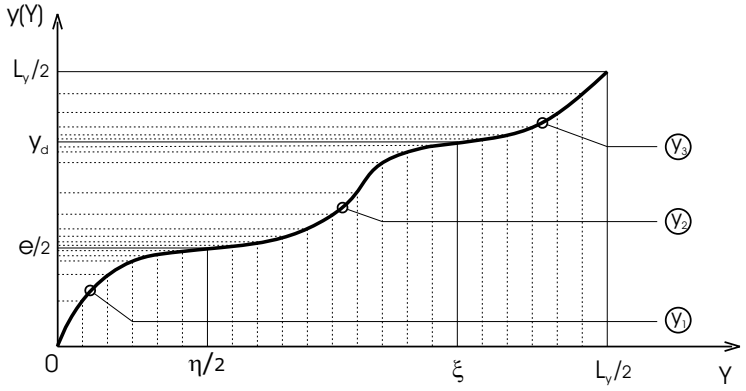


Figure 3.5: *Représentation schématique de la distribution du maillage dans la direction transversale* (Oy)

y_1 contrôle le raffinement du maillage autour de l'axe du jet, η étant déterminé par le nombre de points souhaités (noté N_{pt}) dans la buse :

$$y_1(Y) = a_1 \tanh(\gamma_1 Y) \tag{3.24}$$

tel que :

$$y_1(\pm\eta/2) = \pm e/2 \text{ et } \eta = (N_{pt} - 1)\,\Delta Y \tag{3.25}$$

y_2 permet de contrôler la distribution des noeuds autour du point de décollement des jets de paroi noté $\pm y_d$ dans l'espace physique, ξ et y_d étant fixés :

$$y_2(Y) = a_2 \left\{ \mathrm{Th}^p_{\alpha_2}\left[\gamma_2 (Y - \xi)\right] + \mathrm{Th}^m_{\alpha_2}\left[\gamma_2 (Y + \xi)\right] \right\} \tag{3.26}$$

tel que :

$$y_2(\pm\xi) = \pm y_d \tag{3.27}$$

y_3 assure un relâchement progressif des mailles vers les sorties du domaine de calcul :

$$y_3(X) = a_3 \left\{ \mathrm{Th}^p_{\alpha_3}\left[\gamma_3 (Y - L_y/2)\right] + \mathrm{Th}^m_{\alpha_3}\left[\gamma_3 (Y + L_y/2)\right] \right\} \tag{3.28}$$

tel que :

$$y_3(\pm L_y/2) = \pm L_y/2 \tag{3.29}$$

Les paramètres γ_i permettent de contrôler le taux de resserrement du maillage.

Les distributions y_2 et y_3 sont définies à l'aide des fonctions $\mathrm{Th}^p_\alpha(Y)$ et $\mathrm{Th}^m_\alpha(Y)$:

$$\mathrm{Th}^p_\alpha(Y) = \frac{\exp(Y) - \exp(-Y)}{\alpha \exp(Y) + \exp(-Y)} \qquad \text{et} \qquad \mathrm{Th}^m_\alpha(Y) = \frac{\exp(Y) - \exp(-Y)}{\exp(Y) + \alpha \exp(-Y)} \tag{3.30}$$

Comme $e/2 \ll y_d$, les fonctions $\mathrm{Th}^p_\alpha(Y)$ et $\mathrm{Th}^m_\alpha(Y)$ font intervenir un paramètre α qui sert à dissymétriser les distributions respectives des noeuds.

Cette distribution associée à celle du maillage à pas constant doit assurer les conditions suivantes pour les noeuds de vitesse v :

$$y(-L_y/2) = -L_y/2\,;\; y(0) = 0\,;\; y(L_y/2) = L_y/2 \tag{3.31}$$

De plus, les constantes a_i (à calculer) doivent permettre d'assurer la continuité des trois fonctions y_i ainsi que de leurs dérivées premières et secondes. Ces constantes sont obtenues par la résolution analytique d'un système de 3 équations à trois inconnues qui ne sera pas détaillé ici.

Direction longitudinale

La distribution des noeuds dans la direction verticale est donnée par la fonction suivante :

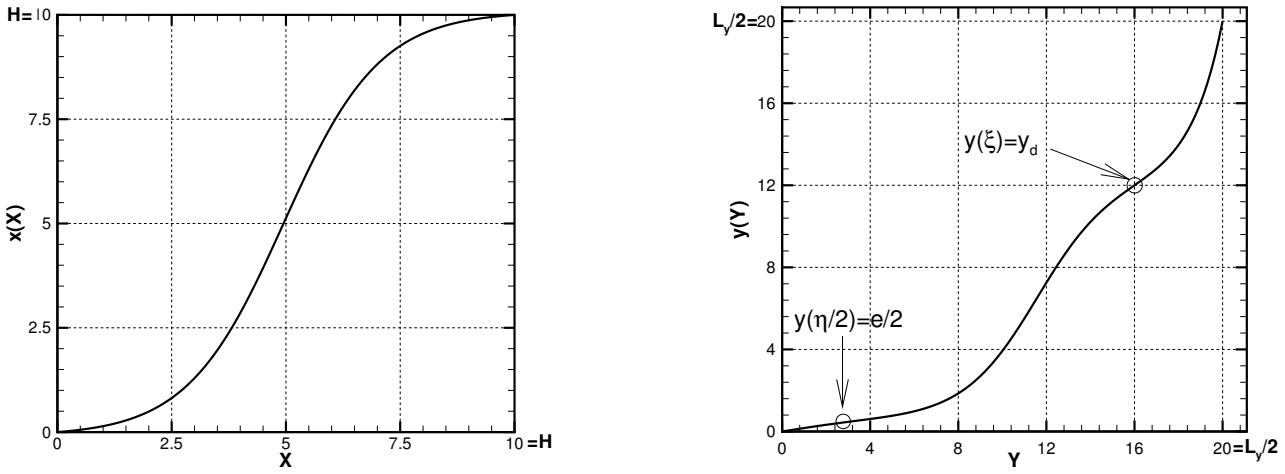
$$x(X) = a\left\{1 - \frac{\tanh\left[\gamma\left(\xi - X\right)\right]}{\tanh\left(\gamma\xi\right)}\right\} \tag{3.32}$$

De façon analogue, les paramètres ξ et γ permettent respectivement de contrôler le point d'inflexion de la fonction ainsi que le taux de compression du maillage dans cette direction. Pour les noeuds de vitesse u, la distribution $x\left(X\right)$ associée à celle du maillage à pas constant impose naturellement la condition suivante :

$$x(0) = 0 \tag{3.33}$$

La constante a est introduite pour permettre d'assurer la condition suivante :

$$x(H) = H \tag{3.34}$$



(a) noeuds de vitesse u suivant (Ox)

(b) noeuds de vitesse v suivant (Oy)

Figure 3.6: *Fonctions de transformation utilisées dans les directions* (Ox) *et* (Oy) *:* $H/e = 10$ *et* $L_y = 40$

3.3.2.2 Calcul des dérivées

Au lieu d'utiliser les approximations sur le maillage à pas variable on applique la transformation analytique des coordonnées sur l'expression des dérivées premières et secondes. Dans les directions d'inhomogénéité, les dérivées pourront donc être approximées par les différences finies dans l'espace transformé à pas constant. On obtient ainsi les formules de dérivations suivantes :

Dérivées premières

1. Direction *longitudinale* :

$$\frac{\partial}{\partial x} = g\frac{\partial}{\partial x} \quad \text{avec} \quad g = \frac{dX}{dx} = \frac{\tanh(\gamma\xi)}{\gamma a}\left\{\cosh\left[\gamma\left(\xi - X\right)\right]\right\}^2 \tag{3.35}$$

2. Direction *transversale* :

$$\frac{\partial}{\partial y} = g\frac{\partial}{\partial Y} \quad \text{avec} \quad g = \frac{dY}{dy} = \frac{1}{\left[y_1'(Y) + y_2'(Y) + y_3'(Y)\right]} = \frac{1}{R} \tag{3.36}$$

avec :

$$y_1'(Y) = \frac{a_1\gamma_1}{\cosh^2(\gamma_1 Y)} \tag{3.37}$$

$$y_2'(Y) = \frac{1+\alpha_2}{2}\gamma_2\left\{\frac{1}{\mathrm{Ch}_{\alpha_2}^{p^2}\left[\gamma_2\left(Y-\xi\right)\right]} + \frac{1}{\mathrm{Ch}_{\alpha_2}^{m^2}\left[\gamma_2\left(Y+\xi\right)\right]}\right\} \tag{3.38}$$

$$y_3'(Y) = \frac{1+\alpha_3}{2}\gamma_3\left\{\frac{1}{\mathrm{Ch}_{\alpha_3}^{p^2}\left[\gamma_3\left(Y-L_y/2\right)\right]} + \frac{1}{\mathrm{Ch}_{\alpha_3}^{m^2}\left[\gamma_3\left(Y+L_y/2\right)\right]}\right\} \tag{3.39}$$

et où :

$$\mathrm{Ch}_\alpha^p(Y) = \frac{\alpha\exp(Y) + \exp(-Y)}{2} \text{ et } \mathrm{Ch}_\alpha^m(Y) = \frac{\exp(Y) + \alpha\exp(-Y)}{2} \tag{3.40}$$

Dérivées secondes

1. Direction *longitudinale* :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = g^2\frac{\partial^2}{\partial X^2} + h\frac{\partial}{\partial X} \tag{3.41}$$

avec :

$$h = \frac{d^2X}{dx^2} = -2\left[\frac{\tanh(\gamma\xi)}{\gamma a}\right]^2\gamma\cosh^3\left[\gamma\left(\xi - X\right)\right]\sinh\left[\gamma\left(\xi - X\right)\right] \tag{3.42}$$

2. Direction *transversale* :

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} = g^2 \frac{\partial^2}{\partial Y^2} + h \frac{\partial}{\partial Y} \quad \text{avec} \quad h = g \frac{dg}{dY} = \frac{d^2 Y}{dy^2} = -\frac{R'}{R^3} \tag{3.43}$$

avec

$$R' = y_1'' (X) + y_2'' (X) + y_3'' (X) \tag{3.44}$$

et :

$$y_1'' (X) = -\frac{2 a_1 \gamma_1^2 \sinh (\gamma_1 Y)}{\cosh^3 (\gamma_1 Y)} \tag{3.45}$$

$$y_2'' (Y) = -(1+\alpha_2) \gamma_2^2 a_2 \left\{ \frac{\mathrm{Sh}_{\alpha_2}^p [\gamma_2 (Y-\xi)]}{\mathrm{Ch}_{\alpha_2}^{p^3} [\gamma_2 (Y-\xi)]} + \frac{\mathrm{Sh}_{\alpha_2}^m [\gamma_2 (Y+\xi)]}{\mathrm{Ch}_{\alpha_2}^{m^3} [\gamma_2 (Y+\xi)]} \right\} \tag{3.46}$$

$$y_3'' (Y) = -(1+\alpha_3) \gamma_3^2 a_3 \left\{ \frac{\mathrm{Sh}_{\alpha_3}^p [\gamma_3 (Y-L_y/2)]}{\mathrm{Ch}_{\alpha_3}^{p^3} [\gamma_3 (Y-L_y/2)]} + \frac{\mathrm{Sh}_{\alpha_3}^m [\gamma_3 (Y+L_y/2)]}{\mathrm{Ch}_{\alpha_3}^{m^3} [\gamma_3 (Y+L_y/2)]} \right\} \tag{3.47}$$

Les fonctions Sh_α^p et Sh_α^m sont définies par :

$$\mathrm{Sh}_\alpha^p (Y) = \frac{\alpha \exp (Y) - \exp (-Y)}{2} \text{ et } \mathrm{Sh}_\alpha^m (Y) = \frac{\exp (Y) - \alpha \exp (-Y)}{2} \tag{3.48}$$

3.3.3 Méthodes pseudo-spectrales

Dans la direction homogène, la discrétisation spatiale fait appel aux méthodes pseudo-spectrales. La périodicité de l'écoulement étant assurée dans la direction (Oz), chaque variable peut être développée en série de Fourier discrète :

$$f (x, y, z_k) = \sum_{p=-N_z/2}^{N_z/2-1} \widehat{f} (x, y, k_p) \, e^{i k_p z_k} \tag{3.49}$$

où k_p et p sont respectivement les nombre d'onde et les modes de Fourier qui, compte tenu de (3.16), sont définis par :

$$k_p = \frac{2\pi}{L_z} p \text{ avec } p = -\frac{N_z}{2}, \cdots, 0, \cdots, \frac{N_z}{2} - 1 \tag{3.50}$$

$2\pi/L_z$ étant le pas dans l'espace spectral.

En considérant cette décomposition, les approximations pseudo-spectrales des dérivées premières et secondes suivant z sur un maillage non-décalé s'expriment par (Fox et Orzag [64, 136]) :

$$\frac{\partial f}{\partial z}(x,y,z_k) = \sum_{p=-N_z/2}^{N_z/2-1} ik_p \widehat{f}(x,y,k_p)\, e^{ik_p z_k} \tag{3.51}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}(x,y,z_k) = -\sum_{p=-N_z/2}^{N_z/2-1} k_p^2 \widehat{f}(x,y,k_p)\, e^{ik_p z_k} \tag{3.52}$$

Les propriétés de décalage des transformées de Fourier permettent d'obtenir l'expression des dérivées premières sur un maillage décalé :

$$\frac{\partial f}{\partial z}\left(x,y,z_k+\frac{\Delta Z}{2}\right) = \sum_{p=-N_z/2}^{N_z/2-1} ik_p \widehat{f}(x,y,k_p)\, e^{ik_p z_k + \frac{\Delta Z}{2}} \tag{3.53}$$

Il est donc facile de voir qu'une dérivation dans l'espace physique se traduit par une simple multiplication dans l'espace spectral :

$$\widehat{\frac{\partial f}{\partial z}} = ik_p \widehat{f} \tag{3.54}$$

A chaque pas de temps, il est donc nécessaire d'opérer des transformées de Fourier inverses et directes afin de revenir dans l'espace physique. Les coefficients de Fourier sont définis par :

$$\widehat{f}(x,y,k_p) = \frac{1}{N_z}\sum_{k=1}^{N_z} f(x,y,z_k)\, e^{-ik_p z_k} \tag{3.55}$$

3.4 Discrétisation temporelle

Concernant le choix du schéma numérique, principalement trois critères interviennent : sa précision, son coût en stockage et en temps de calcul ainsi que ses caractéristiques de stabilité. La simulation de la turbulence nécessitant des méthodes stables sur des temps d'intégration longs, des schémas temporels peu ou non *dissipatifs* sont vivement conseillés. La discrétisation temporelle choisie est du *second ordre* (l'erreur de troncature en temps est Δt^2). Elle est basée sur un schéma *explicite Adams-Bashforth* pour les termes convectifs et un schéma *implicite Crank-Nicolson* pour les termes visqueux. L'utilisation d'un schéma totalement explicite n'aurait pas été judicieuse compte tenu des critères de stabilité sévères à respecter. En effet, le raffinement du maillage dans la zone de développement du jet et près des parois aurait impliqué un pas de temps trop petit pour assurer la stabilité du

schéma. L'introduction du schéma implicite a un effet stabilisant sur l'algorithme et permet d'avoir des critères de stabilité moins restrictifs. Ce schéma présente en outre l'avantage d'être d'une mise en oeuvre simple et de ne faire intervenir que deux pas de temps ce qui réduit le coût de stockage en espace mémoire comparativement à des schémas temporels d'ordre plus élevé comme le schéma de Runge-Kutta d'ordre 3 fréquemment utilisé (Kim et Moin [98], Le et Moin [98, 109]).

Les équations discrétisées s'écrivent alors :

$$\frac{u_i^{n+1}-u_i^n}{\Delta t}=\frac{1}{2}(3H_i^n-H_i^{n-1})-\frac{\partial p^{*^{n+1}}}{\partial x_i}+\frac{1}{2Re}\frac{\partial^2}{\partial x_j\partial x_j}\left(u_i^{n+1}+u_i^n\right) \tag{3.56}$$

$$\frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial x_i}=0 \tag{3.57}$$

où Δt est le pas de temps, l'opérateur H_i représentant les termes convectifs, définis par :

$$H_i=-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j u_i}{\partial x_j}+u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) \tag{3.58}$$

Les équations du mouvement sont résolues sur les noeuds de vitesse alors que la divergence est forcée sur les noeuds de pression.

Dans le cas des simulations des grandes échelles turbulentes, les équations filtrées du mouvement sont discrétisées en ne prenant en compte dans le terme semi-implicite que la moyenne spatiale (par direction d'homogénéité) de la viscosité de sous-maille évaluée au pas de temps n. Les termes liés à la modélisation de sous-maille sont traités avec les autres termes du schéma d'Adams-Bashforth. L'opérateur H_i qui est traité à l'aide du schéma d'Adams-Bashforth devient alors :

$$H_i=-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \overline{u}_j\overline{u}_i}{\partial x_j}+\overline{u}_j\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j}\right)+\underbrace{\left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i}\right)\frac{\partial \nu_\tau}{\partial x_j}+\nu_\tau'\frac{\partial^2\overline{u}_i}{\partial x_j\partial x_j}}_{\text{termes supplémentaires, rajoutés pour la LES}} \tag{3.59}$$

D'après (3.7) et (3.8), les équations discrétisées du champ filtré deviennent ainsi :

$$\frac{\overline{u}_i^{n+1}-\overline{u}_i^n}{\Delta t}=\frac{1}{2}\left(3H_i^n-H_i^{n-1}\right)-\frac{\partial \overline{P}^{n+1}}{\partial x_i}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{Re}+\tilde{\nu}_\tau^n\right)\frac{\partial^2}{\partial x_j\partial x_j}\left(\overline{u}_i^{n+1}+\overline{u}_i^n\right) \tag{3.60}$$

$$\frac{\partial \overline{u}_i^{n+1}}{\partial x_i}=0 \tag{3.61}$$

3.5 Technique de résolution : un schéma à pas fractionnaire

Le système constitué des équations (3.56)-(3.57) ou (3.60)-(3.61) est résolu en utilisant un schéma à pas fractionnaire à deux niveaux du type *prédicteur-correcteur* (Gresho [72], Kim et Moin [98], Schiestel et Viazzo [161]). Cette méthode consiste à déterminer une première approximation du champ final $\boldsymbol{u}^{n+1}$. Le champ ainsi approximé, noté $\boldsymbol{u}^*$, dans l'étape de prédiction ne satisfait pas l'équation de continuité. La pression est alors utilisée pour corriger le champ $\boldsymbol{u}^*$ afin d'obtenir un champ final à divergence nulle. Le rôle de la pression peut être interprété ici comme un opérateur de projection qui projette un champ de vecteurs arbitraires sur un champ de vecteurs à divergence nulle. La méthode est décrite, dans un premier temps, dans le cas de la simulation directe. Les spécificités propres à la simulation des grandes échelles sont ensuite exposées.

Au lieu de résoudre le système prédicteur-correcteur itérativement comme dans Schiestel et Viazzo [161], les étapes de prédiction et de correction sont résolues directement dans le but de réduire les temps de calcul.

Pour alléger les notations, les équations de conservation (3.56) et (3.57) sont écrites sous forme vectorielle. Le terme de pression $p^* = p/\rho$ sera noté p pour ne pas le confondre avec le champ approximé. L'opérateur δ^2 représente le laplacien discret. Les expressions discrètes de l'opérateur gradient et divergence sont notées respectivement $\boldsymbol{G}$ et $\boldsymbol{D}$.

L'algorithme de résolution est donc donné par l'équation de *prédiction* (3.62), l'équation de *correction* (3.63) et la *contrainte de divergence nulle* (3.64) :

$$\frac{\boldsymbol{u}^* - \boldsymbol{u}^n}{\Delta t} = \frac{1}{2}\left(3\boldsymbol{H}^n - \boldsymbol{H}^{n-1}\right) - \boldsymbol{G}p^n + \frac{1}{2Re}\delta^2\left(\boldsymbol{u}^* + \boldsymbol{u}^n\right) \tag{3.62}$$

$$\frac{\boldsymbol{u}^{n+1} - \boldsymbol{u}^*}{\Delta t} = -\boldsymbol{G}\Phi^{n+1} \tag{3.63}$$

$$\boldsymbol{D}.\boldsymbol{u}^{n+1} = 0 \tag{3.64}$$

La vitesse $\boldsymbol{u}^*$ du prédicteur est calculée *implicitement* à partir de (3.62) :

$$\left(1 - \frac{\Delta t}{2Re}\delta^2\right)\boldsymbol{u}^* = \boldsymbol{u}^n + \frac{\Delta t}{2}\left(3\boldsymbol{H}^n - \boldsymbol{H}^{n-1}\right) - \Delta t\boldsymbol{G}p^n + \frac{\Delta t}{2Re}\delta^2\left(\boldsymbol{u}^n\right) \tag{3.65}$$

La correction de pression Φ^{n+1} est déterminée en prenant la divergence de (3.63) et en considérant (3.64). La quantité Φ^{n+1} est donc solution de l'équation de Poisson :

$$\boldsymbol{D}.\boldsymbol{G}\Phi^{n+1} = \frac{\boldsymbol{D}.\boldsymbol{u}^*}{\Delta t} \tag{3.66}$$

Le champ de vitesse finale à divergence nulle $\boldsymbol{u}^{n+1}$ est ensuite calculé *explicitement* en utilisant (3.63) :

$$\boldsymbol{u}^{n+1} = \boldsymbol{u}^* - \Delta t \boldsymbol{G}\Phi^{n+1} \tag{3.67}$$

On peut remarquer que le champ de pression finale p^{n+1} est obtenu en sommant (3.62) et (3.63) :

$$\boldsymbol{G}p^{n+1} = \boldsymbol{G}(p^n + \Phi^{n+1}) - \frac{\Delta t}{2Re}[\delta^2(\boldsymbol{G}\Phi^{n+1})] \tag{3.68}$$

En prenant la divergence de (3.68), on obtient ainsi la pression en résolvant l'équation de Poisson :

$$\boldsymbol{D}.\boldsymbol{G}p^{n+1} = \boldsymbol{D}.\boldsymbol{G}(p^n + \Phi^{n+1}) - \frac{\Delta t}{2Re}\ \boldsymbol{D}.[\delta^2(\boldsymbol{G}\Phi^{n+1})] \tag{3.69}$$

Les opérateurs $\boldsymbol{G}$ et δ^2 ne commutent pas sur un maillage décalé ce qui empêche d'exprimer directement p^{n+1} en fonction de p^n et Φ^{n+1} comme suggéré par Kim et Moin [98]. Cependant, conformément aux études de Hoffmann et Benocci. [85], Van Kan [97], des essais préliminaires ont montré qu'une très faible erreur était introduite en supposant la commutation des opérateurs G et δ^2 ; de sorte que la pression est évaluée par :

$$p^{n+1} = p^n + \Phi^{n+1} \tag{3.70}$$

Il est à noter qu'aucune condition aux limites particulière n'est nécessaire pour la vitesse de prédiction sachant que $\boldsymbol{G}p^n$ est calculé explicitement dans le schéma prédicteur (contrairement à Kim et Moin [98]). Les mêmes conditions aux limites que pour le champ de vitesse finale sont utilisées, à l'exception de la sortie du domaine de calcul ($y/e = \pm L_y/e$) où les conditions de Dirichlet suivantes sont imposées :

$$\boldsymbol{u}^* = \boldsymbol{u}^n|_{\text{en sortie du domaine}} \tag{3.71}$$

Lorsque des conditions aux limites de type Dirichlet sont utilisées pour le champ de vitesse sur toute la frontière $\partial\Omega$ du domaine de calcul, les conditions aux limites sur Φ^{n+1}, déduites de l'équation (3.63), sont de type Neumann homogène :

$$\left.\frac{\partial \Phi}{\partial n}\right|_{\partial\Omega} = 0 \tag{3.72}$$

La sommation des deux membres de l'équation de correction de pression sur l'ensemble du domaine de calcul (Ω) entraîne :

$$\frac{1}{\Delta t}\int_\Omega \nabla.\boldsymbol{u} d\Omega = \int_\Omega \triangle\Phi d\Omega \tag{3.73}$$

Ce qui peut s'écrire en considérant $\partial\Phi/\partial n = 0$:

$$\frac{1}{\Delta t}\int_{\partial\Omega}(\boldsymbol{u}.\boldsymbol{n})d\sigma = \int_{\partial\Omega}\nabla\Phi.\boldsymbol{n}d\sigma = \int_{\partial\Omega}\frac{\partial\Phi}{\partial n}d\sigma = 0 \tag{3.74}$$

Les conditions aux limites sur le champ de vitesse doivent donc satisfaire la *condition de compatibilité* :

$$\frac{1}{\Delta t}\int_{\partial\Omega}(\boldsymbol{u}.\boldsymbol{n})d\sigma = 0 \tag{3.75}$$

Cette relation s'interprète comme la conservation du débit sur l'ensemble du domaine de calcul. Elle permet d'assurer, à une constante près, l'existence et l'unicité de la solution du problème constitué des équations (3.66) et (3.72) (Fortin et al. [63], Gresho [72], Védy [182]).

Il faut s'assurer, en outre, que la relation (3.73) soit vraie au sens discret. La discrétisation des équations à l'ordre deux permet de conserver directement l'identité (3.73). Par contre l'approximation hermitienne à l'ordre 4 ne permet pas de satisfaire (3.75) au sens discret. Ce problème de compatibilité des opérateurs est résolu dans ce cas en renormalisant la vitesse normale aux frontières de sorties du domaine de calcul, à chaque pas de temps et ce, avant de résoudre l'équation de poisson (3.66).

A chaque pas de temps, le problème se réduit à la résolution de trois équations d'Helmholtz (3.62) pour les trois composantes de la vitesse (u, v, w) et de une équation de Poisson (3.66) pour la correction de pression Φ. Les équations d'Helmholtz et de Poisson peuvent s'écrire sous la forme générique :

$$L(f) = S \tag{3.76}$$

où f est un scalaire qui désigne soit une des composantes de vitesse, soit la correction de pression Φ.

Pour l'étape de prédiction l'opérateur L s'écrit (I étant l'opérateur identité) :

$$L \equiv I - \frac{\Delta t}{2Re}\,\delta^2 \tag{3.77}$$

le membre de droite S de (3.76) est l'une des trois composantes du vecteur :

$$\boldsymbol{u}^n + \Delta t\left\{\frac{1}{2}(3\boldsymbol{H}^n - \boldsymbol{H}^{n-1}) - \boldsymbol{G}p^n + \frac{1}{2Re}\delta^2(\boldsymbol{u}^n)\right\} \tag{3.78}$$

Pour l'équation de Poisson L s'écrit :

$$L \equiv \boldsymbol{D}.\boldsymbol{G} \tag{3.79}$$

et S devient :

$$S = \frac{\boldsymbol{D}.\boldsymbol{u}^{\star}}{\Delta t} \tag{3.80}$$

La résolution directe de ces systèmes d'équations fait appel à une méthode de diagonalisation basée sur le calcul de valeurs propres décrite dans l'annexe D. On notera également que pour les maillages mis en oeuvre dans cette étude, toutes les valeurs propres obtenues sont réelles ce qui permet d'améliorer les temps de calcul et donc les performances du code.

L'ensemble de la méthode numérique a été préalablement validée dans le cas d'une simulation directe d'un écoulement de cavité 3D entraînée non régularisée pour un nombre de Reynolds de 10000. En effet, cet écoulement est un excellent cas test pour la validation de schémas numériques en raison de sa géométrie rectangulaire et de ses conditions aux limites «exactes» (Beaubert et Viazzo [16]).

3.5.1 Spécificités propres à la simulation des grandes échelles

Cette technique de résolution n'est cependant valide que pour des simulations directes. La simulation des grandes échelles requière des modifications supplémentaires en particulier en ce qui concerne l'étape de prédiction qui est alors résolue de manière *itérative*. En effet, pour une modélisation de sous-maille utilisant le concept de viscosité turbulente (voir §2.3.2.1) , il n'est désormais plus possible de résoudre directement l'étape de prédiction, la viscosité turbulente étant dépendante du temps et de l'espace.

Étape de prédiction

Comme $\widetilde{\nu}_\tau$ est évaluée au pas de temps n et dépend des directions de non-homogénéité, il n'est pas envisageable, pour des raisons de coût de calcul, de construire un opérateur à chaque pas de temps et de l'inverser. Le champ approximé $\boldsymbol{u}^*$ est donc obtenu dans l'étape de prédiction en sous-itérant (les sous-itérations étant notées par un exposant m).

En considérant (3.62) et (3.60), l'étape de prédiction pour le champ filtré devient ainsi :

$$\begin{aligned}\left(1 - \frac{\Delta t}{2Re}\delta^2\right)\overline{\boldsymbol{u}}^{*m+1} &= \overline{\boldsymbol{u}}^{n} + \\ &\Delta t\left[\frac{1}{2}\left(3\boldsymbol{H}^n - \boldsymbol{H}^{n-1}\right) - \boldsymbol{G}\overline{P}^n + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{Re} + \tilde{\nu}_\tau^n\right)\delta^2\left(\overline{\boldsymbol{u}}^n\right) + \frac{1}{2}\tilde{\nu}_\tau^n\delta^2\left(\overline{\boldsymbol{u}}^{*m}\right)\right]\end{aligned} \tag{3.81}$$

Les termes convectifs du champ filtré étant définis par la relation (3.63).

Le critère de convergence de l'étape de prédiction est donné par $\left|\overline{u_i}^{*m+1} - \overline{u_i}^{*m}\right| < \varepsilon$, ε étant fixé en fonction de la précision souhaitée. En pratique trois sous-itérations sont nécessaires pour atteindre une convergence de 10^{-6}.

Étape de correction

Il n'est pas nécessaire ici d'apporter de modification par rapport à la DNS. Comme dans (3.63), le champ filtré au pas de temps $(n+1)\,\Delta t$ est évalué par :

$$\frac{\overline{\boldsymbol{u}}^{n+1} - \overline{\boldsymbol{u}}^{*}}{\Delta t} = -\boldsymbol{G}\Phi^{n+1} \tag{3.82}$$

$$\boldsymbol{D}.\boldsymbol{G}\Phi^{n+1} = \frac{\boldsymbol{D}.\overline{\boldsymbol{u}}^{*}}{\Delta t} \tag{3.83}$$

Détermination du champ de pression finale

La pression finale $\overline{P}^{n+1}$ est obtenue directement en considérant :

$$\overline{P}^{n+1} = \overline{P}^{n} + \Phi^{n+1} \tag{3.84}$$

Pour la problématique du jet plan turbulent impactant, les conditions aux limites en sortie du domaine de calcul devraient idéalement assurer que la pression moyennée dans le temps soit identique sur les deux frontières de sortie. Dans les présentes simulations, la pression moyenne le long des frontières de sortie du domaine de calcul est maintenue constante à chaque pas de temps. Dans ce but, un gradient de pression suivant (Oy) est ajouté au champ de pression finale après l'équation (3.84) :

$$\overline{P}\,(i,j,k) = \overline{P}\,(i,j,k) + \frac{\Delta P}{2y_{\text{sortie gauche}}}\left(y\,(i) + y_{\text{sortie gauche}}\right) \tag{3.85}$$

où $y\,(i)$ représente l'abscisse des noeuds de pression, le repère orthonormé $(Oxyz)$ étant choisi de façon à avoir $y_{\text{sortie gauche}} = -y_{\text{sortie droit}}$ (cf. §3.3)

ΔP est la différence de pression entre les sorties droite et gauche du domaine de calcul, moyennée dans les directions (Ox) et (Oz) :

$$\Delta P = \left\langle \overline{P}_{\text{sortie droit}} \right\rangle_{x,z} - \left\langle \overline{P}_{\text{sortie gauche}} \right\rangle_{x,z} \tag{3.86}$$

La pression ainsi modifiée par (3.85) permet de garantir à chaque pas de temps un gradient de pression moyenne nul entre les deux frontières de sortie du domaine de calcul.

3.5.2 Contrôle de la stabilité

Les paramètres utilisés pour contrôler la stabilité du schéma numérique sont :

1. Le *nombre de courant* :

$$\Delta t \left(\sum_{i=1}^{3} \left| \frac{u_i}{\Delta x_i} \right| \right)_{\max} \tag{3.87}$$

où $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ et Δt sont respectivement les pas d'espace et le pas de temps.

Pour le schéma explicite d'Adams-Bashforth des termes convectifs (voir paragraphe 3.4) le nombre de courant ne doit pas dépasser la valeur de $0,3$. Le pas de temps Δt de la simulation doit donc être imposé de façon à ne pas dépasser cette valeur «plafond». On veillera à garder ce pas de temps constant lors de l'acquisition des données pour le traitement statistique de la simulation.

2. Le *critère de stabilité visqueuse* :

$$\Delta t \left(\sum_{i=1}^{3} \frac{|\nu_\tau - \tilde{\nu}_\tau|}{\Delta x_i^2} \right)_{\max} \tag{3.88}$$

Lorsque le modèle de Smagorinsky est utilisé le critère maximum autorisé est de $0,04$.

Le contrôle de ces deux valeurs permet d'assurer une bonne stabilité du schéma numérique. Typiquement, une valeur de $0,019$ au voisinage de la paroi inférieure et une valeur de $0,017$ au voisinage de la paroi supérieure, sont obtenues.

3.6 Conditions aux limites

3.6.1 Conditions d'entrée

La prise en compte des informations de l'écoulement en amont du domaine de calcul pose des difficultés lorsque ce dernier n'est pas connu de façon déterministe. Cette perte d'informations est une source d'erreurs supplémentaires pour les écoulements instationnaires turbulents qui possèdent généralement un très grand nombre de modes spatio-temporels. L'élaboration de telles conditions reste encore aujourd'hui un problème d'actualité. Pour fournir au calcul de simulation des grandes échelles une information sur tous les modes qu'il contient, plusieurs techniques de génération de conditions aux limites peuvent être utilisées.

Parmi celles-ci, la technique la plus couramment employée consiste à superposer au profil statistique moyen un bruit aléatoire qui possède des moments statistiques (ou des spectres) souhaités :

$$\boldsymbol{u}(t) = U + \boldsymbol{u}'(t) \tag{3.89}$$

où le profil moyen U est donné par la théorie, des calculs stationnaires ou encore l'expérience, $\boldsymbol{u}'$ étant la fluctuation de vitesse obtenue à partir d'une construction aléatoire.

Bien que cette procédure permette de contrôler et donc de respecter le niveau énergétique des fluctuations ainsi que les corrélations en un point dans les directions d'homogénéité, elle se révèle incapable de reproduire les corrélations spatio-temporelles en deux points. L'information concernant la phase est perdue. Or pour les écoulements cisaillés justement (couche de mélange, jet), le caractère cohérent des fluctuations est très important. La zone du domaine de calcul nécessaire, pour que la cohérence spatio-temporelle propre aux équations de Navier-Stokes soit établie peut représenter une part très importante du domaine où la solution n'est pas exploitable, entraînant de plus un surcoût non négligeable en terme de temps de calcul (Chung et Sung [35]). Il est de plus très difficile de reproduire une solution particulière pour une géométrie donnée.

Ainsi, dans leur simulation des grandes échelles d'un jet plan libre Dai et al. [46] utilisent une combinaison d'un profil stationnaire $U_j(y)$ et d'une perturbation instationnaire u' tel que :

$$U_j(y) = \left[1 - \left(\frac{y}{0,5}\right)^8\right] \text{ et } u' = U_j(y) \sum_{i=1}^{3} A_i \sin(2\pi St_i t) \tag{3.90}$$

l'amplitude A_i étant fixée à $0,002$, tandis que les trois valeurs du nombre de Strouhal des perturbations St_i sont respectivement $0,34$; $0,46$ et $0,52$.

Dans leur simulation des grandes échelles d'un jet plan turbulent, Ribault et al. [151] conservent le même type d'approche en superposant à un profil stationnaire des fluctuations de vitesse dont le spectre d'énergie est représentatif d'une turbulence isotrope :

$$E(k) = \frac{k^4}{16} \exp\left[-2\left(\frac{k}{k_0}\right)^2\right] \tag{3.91}$$

k_0 étant le mode le plus instable pour la couche de mélange.

D'autres auteurs ont utilisé cette technique de superposition pour fixer les conditions d'entrée pour les jets, parmi ceux-ci nous pouvons citer Voke et al. [187], Jones et Wille [94], Olsson et Fuchs [133] qui excitent le jet à un nombre de Strouhal de $0,28$ correspondant à la fréquence naturelle du jet libre, les amplitudes des fluctuations de vitesse étant de $0,028$.

Dans la plupart des cas, l'intensité de la turbulence injectée en sortie de buse, est de l'ordre de 2 à 5 %, mais il est difficile de dégager des conditions d'entrée génériques à la fois sur la forme du profil moyen à imposer (profil turbulent pleinement développé, profil plat) et l'amplitude des perturbations. Ces paramètres dépendent fortement des conditions opératoires rencontrées : nombre de Reynolds,

géométrie de la buse et du circuit amont (présence ou non d'un convergent par exemple), épaisseur de la couche limite, etc ... La transition de la couche de mélange et le développement du jet sont fortement dépendants des conditions amont comme la plupart des écoulements cisaillés. Mais pour le cas du jet plan turbulent, il est difficile d'isoler un paramètre prédominant. L'influence des conditions aux limites en sortie de buse sur le développement du jet plan reste encore aujourd'hui un problème ouvert.

Des conditions aux limites basées uniquement sur des profils stationnaires ont aussi été utilisées comme conditions d'entrée en sortie de buse. Elles présentent l'avantage sur les précédentes d'être d'une mise en oeuvre plus aisée en s'affranchissant du coûteux calcul précurseur ou de la génération délicate (en ce qui concerne la qualité de la représentation physique du phénomène) des fluctuations de vitesse superposées au profil moyen. Elles permettent, en outre, d'isoler un des paramètres influant la transition de la couche de mélange et le développement du jet, à savoir la forme du profil de vitesse en sortie de buse et par là même l'épaisseur de la couche limite. *C'est cette stratégie*, utilisée par Hoffmann et Benocci [85], Cziesla et al. [44] *que nous avons aussi adoptée* en utilisant plusieurs type de profils de vitesse moyenne en sortie de buse : un profil pleinement développé issu du calcul précurseur d'un canal plan ainsi qu'un profil non développé reproduisant le profil de vitesse moyenne obtenu par Maurel [122] sur le banc d'essai disponible au Département Système Énergétique et Environnement de l'École des Mines de Nantes.

3.6.2 Traitement des parois

L'adhérence du fluide sur les deux parois fixes de la veine se traduit par une condition de Dirichlet suivante sur le champ de vitesse :

$$\boldsymbol{u}\,(x = 0 \text{ ou } H, y, z, t) = 0 \tag{3.92}$$

On notera cependant que l'emploi d'un modèle de paroi (modèle de sous-maille particulier) permettrait de réduire sensiblement le nombre de points et d'aborder des simulations tridimensionnelles à grands nombres de Reynolds avec un gain non négligeable en terme de coût de calcul (Piomelli et al. [144]). Dans ce cas, pour éviter d'avoir à représenter la zone interne, un modèle est donc utilisé pour représenter la dynamique de la zone comprise entre le premier point de maillage et la paroi solide. Nous pouvons citer les travaux de Deardorff [48] et de Schumann [164] dans le cadre d'une simulation de canal plan ou ceux de Werner et Wengle [190] qui ont développé un modèle de paroi pour traiter le cas de l'écoulement décollé autour d'un cube placé sur une plaque plane. Cependant, la validité de ces modèles peut être remise en cause dans la zone d'impact, les lois de paroi classiques ne reproduisant plus la nature très complexe de l'écoulement dans cette région. *Dans cette étude nous avons systématiquement choisi de raffiner suffisamment le maillage au voisinage des parois pour nous affranchir de l'utilisation d'un tel modèle (qui est de surcroît délicat à mettre en oeuvre pour l'impact d'un jet).* Ce raffinement nous permet de décrire finement la zone d'impact responsable d'une part importante des transferts de masse et de chaleur comme nous le verrons au paragraphe §4.4.

3.6.3 Conditions de périodicité

Le choix de l'homogénéité de la direction transversale (Oz) revient à supposer la périodicité des champs de vitesse et de pression dans cette direction. Cette condition de périodicité s'exprime par :

$$\boldsymbol{u}\left(x,y,z,t\right)=\boldsymbol{u}\left(x,y,z+L_z,t\right) \tag{3.93}$$

$$p\left(x,y,z,t\right)=p\left(x,y,z+L_z,t\right) \tag{3.94}$$

Le choix de la longueur de la direction homogène (Oz) est cependant délicat. En effet, les conditions aux limites périodiques suivant la direction homogène ne sont justifiées que si la dimension transversale L_z est suffisamment grande pour capturer les plus grandes structures de l'écoulement. Il convient donc d'accorder les dimensions du domaine de calcul aux périodicités «naturelles» éventuelles de l'écoulement. La longueur sur laquelle on applique cette périodicité aura donc un impact important sur la nature et la qualité des résultats. Jimenez et Moin [93] ont montré numériquement qu'en canal plan, l'obtention d'un état de turbulence développée n'était possible que si les dimensions du domaine de calcul étaient supérieures à la taille caractéristique des structures présentes dans l'écoulement. La dimension de la direction homogène doit être telle qu'elle permette de contenir au minimum une structure élémentaire. L'imposition de conditions aux limites périodiques sur une trop courte distance contraindrait fortement l'écoulement en occultant tous les mouvements caractéristiques à plus grandes échelles.

La forme des corrélations en deux points du champ de vitesse constitue un critère souvent adopté pour garantir l'innocuité des conditions de périodicité. Les corrélations en deux points sur les composantes de la vitesse doivent devenir négligeables pour des distances de séparation supérieures à la moitié de la largeur de la direction homogène. En d'autres termes, les fluctuations doivent être pratiquement décorrélées sur une demi-période $(L_z/2)$. Cette condition étant vérifiée, on peut alors supposer que l'écoulement possède suffisamment de degrés de liberté pour ne pas être influencé artificiellement par les conditions aux limites périodiques.

On notera toutefois, que ces dimensions critiques à respecter sont susceptibles de varier en fonction des paramètres de l'écoulement (comme le nombre de Reynolds Re, le rapport d'ouverture du jet H/e), ces derniers pouvant en effet conditionner les tailles caractéristiques des échelles les plus énergétiques. Ce choix de la longueur de la direction homogène sera discuté dans la présentation des résultats au paragraphe §4.1.3.

3.6.4 Conditions de sortie

Le choix de conditions aux limites en sortie du domaine de calcul est souvent délicat. Il s'agit en effet de représenter aussi fidèlement que possible la physique du problème en dépit de contraintes fortes

sur la stabilité du schéma numérique. On veillera en particulier à ce que l'erreur commise en imposant cette condition aux limites ne soit pas transmise en amont de l'écoulement (phénomène de *réflexion*).

Conditions aux limites convectives

Principe

Bien que les conditions de Neumann homogènes sur la vitesse soient les plus couramment utilisées comme conditions de sortie, Ku et al. [102], Shimizu et Wada himizu [168] ont montré que ces conditions exerçaient une influence non négligeable sur le développement de l'écoulement amont. En conséquence, et afin de réduire la réflexion importante de ce type de conditions aux limites, celles-ci doivent être imposées aussi loin que possible en aval de la zone à étudier pour obtenir des résultats fiables, entraînant inévitablement un coût supplémentaire en terme de stockage et de temps de calcul. Ku et al. ont montré dans leur simulation de la marche descendante que l'utilisation de conditions portant sur les dérivées seconde de la vitesse $\partial^2 u/\partial n^2 = 0$ en sortie du domaine avait moins d'effet sur le développement de l'écoulement amont. Une condition aux limites de type *convective* (qui abandonne complètement l'approche d'extrapolation) a été utilisée par Lowery et Reynolds [120] , Buell et Mansour [31] pour la simulation d'une couche de mélange. Dai et Kobayashi [45] ont montré dans leur étude de la convection d'un tourbillon par un écoulement moyen que les conditions aux limites de type convective étaient les plus appropriées comme conditions de sortie. Une analyse directe des équations de Navier-Stokes pour la convection du tourbillon montre que les termes de pression s'équilibrent avec les termes non-linéaires séparés des termes convectifs et que les termes visqueux étaient d'un ordre de grandeur deux fois plus petit (Dai et Kobayashi[45]). De plus, Pauley et al. [139] ont montré que l'inclusion de un ou plusieurs termes visqueux dans l'équation avait un effet déstabilisant. Ainsi l'équation de convection est équivalente aux équations de Navier-Stokes pour la convection de tourbillon. De plus, le caractère hyperbolique de l'équation de convection supprime la réflexion amont de l'erreur qui est commise en sortie du domaine. Ceci explique en partie la raison pour laquelle les propriétés instationnaires de l'écoulement en sortie sont bien représentées en utilisant l'équation de convection. Celle-ci est la plus appropriée pour évacuer correctement les structures tourbillonnaires du domaine de calcul. On choisit donc d'imposer aux frontières de sortie du domaine la condition suivante sur chacune des composantes de vitesse :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + V_c \frac{\partial u_i}{\partial y} = 0 \tag{3.95}$$

V_c étant une vitesse de convection donnée. Le choix de la vitesse de convection sera discuté dans les paragraphes suivants.

Ces conditions se ramènent donc à des conditions du type Dirichlet pour la vitesse avec des conditions de type Neumann homogène sur la correction de pression Φ. Ces conditions sont écrites directement sur les noeuds de vitesse sans utiliser la technique d'interpolation mise en oeuvre concernant les frontières du domaine de calcul.

Discrétisation

La discrétisation temporelle est basée sur un schéma d'Euler explicite. On obtient donc les équations suivantes pour les composantes de la vitesse (écrites ici seulement pour une des deux frontières de sortie) :

$$u^{n+1}_{i+1/2,N_y,k} = u^{n}_{i+1/2,N_y,k} - \Delta t \left(V_c \frac{\partial u}{\partial y} \right)^{n}_{i+1/2,N_y,k} \tag{3.96}$$

$$v^{n+1}_{i,N_y-1+1/2,k} = v^{n}_{i,N_y-1+1/2,k} - \Delta t \left(V_c \frac{\partial v}{\partial y} \right)^{n}_{i,N_y-1+1/2,k} \tag{3.97}$$

$$w^{n+1}_{i,N_y,k+1/2} = w^{n}_{i,N_y,k+1/2} - \Delta t \left(V_c \frac{\partial w}{\partial y} \right)^{n}_{i,N_y,k+1/2} \tag{3.98}$$

Choix de la vitesse de convection

Le choix de la vitesse de convection varie suivant les auteurs et des traitements supplémentaires sont souvent nécessaires pour assurer la stabilité du schéma numérique.

Han et al. [79] utilisent une vitesse de convection V_c qui correspond à la vitesse normale à la frontière au pas de temps courant. Cette formulation peut violer l'équation de compatibilité (3.73). Si la vitesse de convection est une fonction de l'espace, elle ne garantit pas la conservation globale du débit à chaque pas de temps. Cette difficulté peut être contournée en multipliant , par exemple, la vitesse en sortie du domaine par le rapport du débit entrant $\dot{m}_e$ sur le débit sortant $\dot{m}_s$ (Le et Moin [109]). Cette approche n'est cependant efficace que si la différence des débits $|\dot{m}_e - \dot{m}_s|$ est faible. Des tests menés par Han et al. [79], Le et Moin [109] ont montré que ce déséquilibre des débits massiques pouvait augmenter et entraîner des instabilités numériques si la vitesse de convection devenait négative. Dans ce cas, si la vitesse instantanée en sortie du domaine est négative, la vitesse de convection V_c est forcée à zéro.

Védy [182] utilise une vitesse de convection construite à partir de la composante normale à la frontière de sortie de la vitesse moyennée dans la direction homogène :

$$(V_c)_{i,N_y-1+1/2} = \left((\langle v \rangle_z)_{i,N_y-1+1/2}, 0 \right)_{max} \tag{3.99}$$

Là encore, cette relation permet d'éviter les problèmes d'instabilités numériques qui peuvent survenir lorsque la vitesse de convection devient négative (en raison de la ré-entrée de fluide par la frontière de sortie du domaine de calcul) impliquant alors un coefficient d'amplification des composantes de vitesse supérieur à 1.

Une méthode plus simple permettant d'assurer la conservation globale de la masse est d'utiliser une vitesse de convection constante comme la vitesse moyenne débitante. Le et Moin [109] ont montré dans leur étude de la marche descendante que l'utilisation d'une vitesse de convection constante n'avait que peu d'effets sur la qualité des résultats statistiques.

Lors de nos tests, les conditions aux limites convectives avec une vitesse de convection V_c variable se sont révélées être beaucoup plus instables que dans le cas où la vitesse de convection est choisie constante (Beaubert et al. [15]). *C'est cette dernière approche (V_c constante) qui a donc été retenue.*

Implémentation de la zone tampon

Compte tenu de l'écoulement étudié (le jet plan impactant), les conditions aux limites en sortie du domaine de calcul doivent permettre les ré-entrées possibles de fluide à l'intérieur du domaine. Mais ces ré-entrées de fluide dues à la présence de gros tourbillons aux frontières de sortie peuvent entraîner une accumulation d'erreurs et d'instabilités numériques en sortie. Cette configuration peut entraîner le développement d'une solution numériquement instable et ce malgré l'utilisation de conditions aux limites convectives. Afin de contourner ce problème, la méthode numérique développée dans cette étude utilise le concept de *zone tampon* proposé par Streett et Macaraeg [172], Liu et Liu [119] et utilisé par Hoffmann et Benocci [85] dans leur simulation des grandes échelles d'un jet plan impactant, ainsi que par Ribault et al. [151] dans une configuration de jet plan libre.

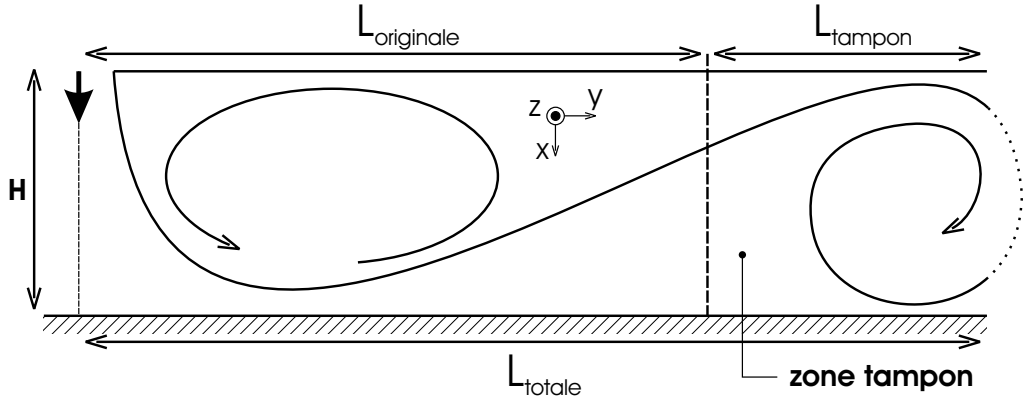


Figure 3.7: *Représentation schématique de la zone tampon*

Formalisme

Le principe consiste à modifier les équations du mouvement pour que celles-ci deviennent paraboliques dans la zone tampon afin de réduire les phénomènes de réflexion dans la direction transversale (Oy) [119]. La modification des termes visqueux transversaux est réalisée à l'aide d'une fonction b monotone décroissante ($1 \rightarrow 0$), celle-ci étant appliquée aux termes visqueux transversaux. L'influence amont des termes visqueux transversaux est ainsi progressivement réduite dans la zone tampon. Le traitement des modes instables qui peuvent s'amplifier est pris en charge par une deuxième fonction b_{Re} qui réduit le nombre de Reynolds graduellement jusqu'à une valeur inférieure à un *nombre de Reynolds*

critique qui est à déterminer. Il s'agit ici d'augmenter artificiellement la viscosité de façon à dissiper les instabilités numériques qui pourraient s'accumuler en sortie du domaine de calcul.

Définitions des fonctions utilisées

Les deux fonctions $b(\xi)$ et $b_{Re}(\xi)$ introduites précédemment sont définies par (Liu et Liu [119]) :

$$b(\xi) = \begin{cases} \dfrac{\tanh\left(L_{\text{total}} - \xi\right)}{\tanh\left(L_{\text{tampon}}\right)} & L_{\text{originale}} \leq \xi \leq L_{\text{total}} \\ 1 & 0 \leq \xi \leq L_{\text{originale}} \end{cases} \tag{3.100}$$

$$b_{Re}(\xi) = \begin{cases} c\dfrac{\left(\xi - L_{\text{originale}}\right)^2}{L^2_{\text{tampon}}} & L_{\text{originale}} \leq \xi \leq L_{\text{total}} \\ 1 & 0 \leq \xi \leq L_{\text{originale}} \end{cases} \tag{3.101}$$

La constante c est déterminée par la condition suivante sur b_{Re} :

$$\frac{b_{Re}}{Re} \geq \frac{1}{Re_c} \text{ pour } \xi = L_{\text{total}} \quad \text{d'où} \quad c > \frac{Re - Re_c}{Rec} \tag{3.102}$$

Re_c est un nombre de Reynolds critique à déterminer. Ce paramètre est susceptible de varier suivant le nombre de Reynolds de la simulation. Des tests préliminaires ont montré, en accord avec les travaux de Hoffmann et Benocci [85], qu'une zone tampon de longueur $L_{\text{total}}/4$ permettait d'assurer une évolution douce et progressive des fonctions b et b_{Re} et de garantir la stabilité de la solution pour un coût de calcul supplémentaire modéré.

Écriture des nouvelles équations de Navier-Stokes modifiées

Les équations de Navier-Stokes sont modifiées en pondérant les termes visqueux transversaux par la fonction b et l'ensemble des termes visqueux par la fonction b_{Re}. Les équations de conservation de la quantité de mouvement modifiées s'écrivent alors :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + H(u) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{b_{Re}}{Re}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \tag{3.103}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + H(v) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{b_{Re}}{Re}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + b\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) \tag{3.104}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + H(w) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{b_{Re}}{Re}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + b\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) \tag{3.105}$$

Modification de l'algorithme de résolution

Dans le cas de la simulation des grandes échelles turbulentes le processus itératif en temps s'écrit, compte-tenu de (3.60) :

$$\begin{aligned}\frac{\overline{\boldsymbol{u}}^{n+1}-\overline{\boldsymbol{u}}^{n}}{\Delta t} &= \frac{1}{2}\left(3\boldsymbol{H}^{n}-\boldsymbol{H}^{n-1}\right)-\boldsymbol{G}\bar{P}^{n+1}+\frac{\widetilde{\nu_\tau}}{2}\delta^2\left(\overline{\boldsymbol{u}}^{n+1}+\overline{\boldsymbol{u}}^{n}\right) \\ &+\frac{b_{Re}}{Re}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+b\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\left(\overline{\boldsymbol{u}}^{n+1}+\overline{\boldsymbol{u}}^{n}\right)\end{aligned} \tag{3.106}$$

soit :

$$\begin{aligned}\frac{\overline{\boldsymbol{u}}^{n+1}-\overline{\boldsymbol{u}}^{n}}{\Delta t} &= \frac{1}{2}\left(3\boldsymbol{H}^{n}-\boldsymbol{H}^{n-1}\right)-\boldsymbol{G}\bar{P}^{n+1}+\frac{1}{2}\left(\widetilde{\nu_\tau}+\frac{1}{Re}\right)\delta^2\left(\overline{\boldsymbol{u}}^{n+1}+\overline{\boldsymbol{u}}^{n}\right) \\ &-\frac{1}{2Re}\delta^2\left(\overline{\boldsymbol{u}}^{n+1}+\overline{\boldsymbol{u}}^{n}\right)+\frac{b_{Re}}{Re}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+b\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\left(\overline{\boldsymbol{u}}^{n+1}+\overline{\boldsymbol{u}}^{n}\right)\end{aligned} \tag{3.107}$$

En posant :

$$\alpha=\frac{b_{Re}b-1}{2Re}\quad \beta=\frac{b_{Re}-1}{2Re}\quad \Delta^2=\beta\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\alpha\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\beta\frac{\partial^2}{\partial z^2} \tag{3.108}$$

on peut écrire finalement :

$$\begin{aligned}\frac{\overline{\boldsymbol{u}}^{n+1}-\overline{\boldsymbol{u}}^{n}}{\Delta t} &= \frac{1}{2}\left(3\boldsymbol{H}^{n}-\boldsymbol{H}^{n-1}\right)-\boldsymbol{G}\bar{P}^{n+1}+\frac{1}{2}\left(\widetilde{\nu_\tau}+\frac{1}{Re}\right)\delta^2\left(\boldsymbol{H}^{n+1}+\boldsymbol{H}^{n}\right) \\ &+\Delta^2\left(\boldsymbol{H}^{n+1}+\boldsymbol{H}^{n}\right)\end{aligned} \tag{3.109}$$

Prédiction

En utilisant les notations définies dans (3.108), l'étape de prédiction s'écrit :

$$\frac{\overline{\boldsymbol{u}}^{*}-\overline{\boldsymbol{u}}^{n}}{\Delta t}=\frac{1}{2}\left(3\boldsymbol{H}^{n}-\boldsymbol{H}^{n-1}\right)-\boldsymbol{G}\bar{P}^{n}+\frac{1}{2}\left(\widetilde{\nu_\tau}^{n}+\frac{1}{Re}\right)\delta^2\left(\overline{\boldsymbol{u}}^{*}+\overline{\boldsymbol{u}}^{n}\right)+\Delta^2\left(\overline{\boldsymbol{u}}^{*}+\overline{\boldsymbol{u}}^{n}\right) \tag{3.110}$$

Ce qui peut aussi s'écrire sous la forme :

$$\left(I - \frac{\Delta t}{2Re}\delta^2\right)\overline{\boldsymbol{u}}^* = \overline{\boldsymbol{u}}^n + \Delta t\left[\frac{1}{2}\left(3\boldsymbol{H}^n - \boldsymbol{H}^{n-1}\right) - \boldsymbol{G}\bar{P}^n\right] + \Delta t\left[\frac{1}{2}\left(\widetilde{\nu_\tau}^n + \frac{1}{Re}\right)\delta^2\left(\overline{\boldsymbol{u}}^n\right) + \Delta^2\left(\overline{\boldsymbol{u}}^n\right) + \left(\frac{1}{2}\widetilde{\nu_\tau}^n\delta^2 + \Delta^2\right)\overline{\boldsymbol{u}}^*\right] \tag{3.111}$$

Correction et pression finale

L'étape de correction et de pression finale ne subissent pas de modification par rapport à l'algorithme initial :

$$\frac{\overline{\boldsymbol{u}}^{n+1} - \overline{\boldsymbol{u}}^*}{\Delta t} = -\boldsymbol{G}\Phi^{n+1} \tag{3.112}$$

$$\overline{P}^{n+1} = \overline{P}^n + \Phi^{n+1} \tag{3.113}$$

3.6.5 Conditions initiales

Les champs de vitesse et de pression sont initialisés à 0 à l'intérieur du domaine de calcul. Comme suggéré par Peyret et Rebourset [142], le profil des vitesses u est injecté progressivement en sortie de buse afin d'éviter tout choc numérique lié à l'imposition trop brutale des conditions aux limites en sortie de buse (figure 3.8). La fonction $\beta(t)$, qui permet une mise en mouvement progressive du fluide, a été choisie égale à :

- pour $t < t_0$: $u(t) = u\beta(t)$ *avec* $\beta(t) = t^2[t^2 - 2t(t_0 + \frac{1}{t_0^3}) + (t_0^2 + \frac{3}{t_0^2})]$
- pour $t \geq t_0$: $u(t) = u$

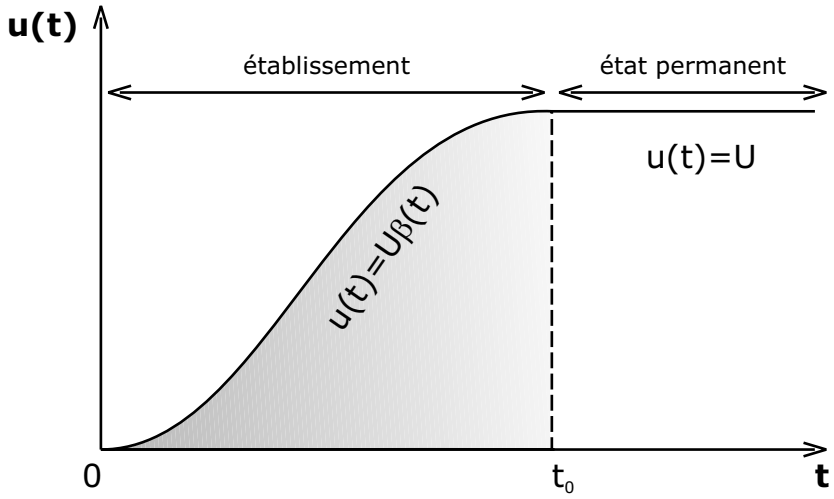


Figure 3.8: *Conditions initiales : évolution temporelle de la composante u de la vitesse en sortie de buse*

Le choix de la constante t_0 et de la fonction β est arbitraire et n'influence l'écoulement résultant que pendant la période d'établissement.

3.7 Problème de conservation

Nous entendons ici par *conservation* le fait qu'en l'absence de toute force extérieure et de toute dissipation, la seule cause de variation de quantité de mouvement ou de l'énergie cinétique dans un volume de contrôle Ω donné est due au transfert à travers la surface du volume considéré :

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\Omega} u_i d\Omega = 0 \text{ conservation de la quantité de mouvement} \tag{3.114}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\Omega} \frac{1}{2} u_i u_i d\Omega = 0 \text{ conservation de l'énergie} \tag{3.115}$$

En simulation numérique d'écoulements turbulents, il est impératif que ces propriétés de conservation soient respectées au sens discret. Cette propriété est d'autant plus cruciale que les temps d'intégration rencontrés en régime turbulent sont souvent très importants. L'absence de ces propriétés peut entraîner des instabilités numériques incontrôlables. Parmi les différentes écritures des équations de Navier-Stokes en variables primitives nous citerons :

Forme à divergence dite conservative :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_j u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p^*}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \tag{3.116}$$

Forme convective dite non conservative :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p^*}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \tag{3.117}$$

Forme «skew-symmetric» :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j u_i}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) = -\frac{\partial p^*}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \tag{3.118}$$

Forme rotationnelle :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) = -\frac{\partial}{\partial x_i}\left(p^* + \frac{u_j u_j}{2}\right) + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \tag{3.119}$$

avec $p^* = p/\rho$

Bien que ces formes soient équivalentes au sens continu en garantissant toute la conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique, elles diffèrent lorsque l'on se place dans une formulation discrète du problème.

L'utilisation d'un maillage décalé étant primordiale pour supprimer les oscillations parasites sur le champ de pression, nous ne nous intéresserons ici qu'aux propriétés de conservation au sens discret sur un maillage décalé. On se réfèrera à Viazzo [184] pour l'utilisation de maillage non-décalé. Dans un souci d'exhaustivité, nous nous restreindrons au cas bidimensionnel comportant une direction d'inhomogénéité (Ox) et une direction homogène (Oz) :

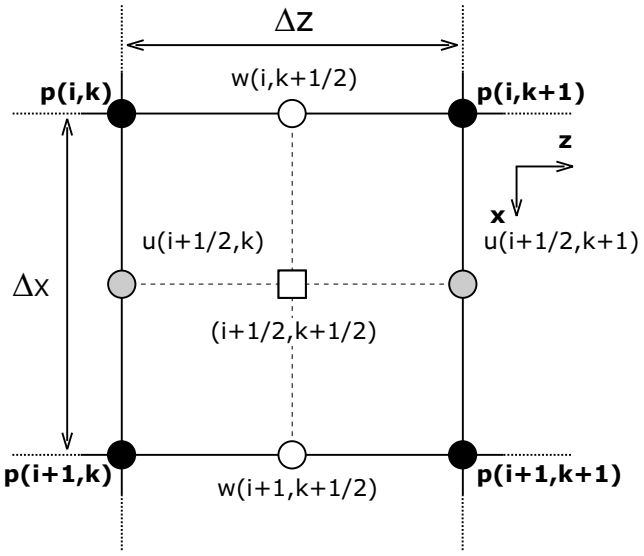


Figure 3.9: *Maillage décalé - cas bidimensionnel*

Contrairement aux maillages non-décalés, la formulation dite rotationnelle ne garantit plus la conservation de l'énergie sur un maillage décalé. Dans l'équation de quantité de mouvement, le terme de convection s'écrit en effet :

– pour la composante u

$$w_{i+1/2,k}\left(\frac{\partial u}{\partial z}\mid_{i+1/2,k} - \frac{\partial w}{\partial x}\mid_{i+1/2,k}\right) \tag{3.120}$$

– pour la composante w

$$u_{i,k+1/2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\mid_{i,k+1/2} - \frac{\partial u}{\partial z}\mid_{i,k+1/2}\right) \tag{3.121}$$

Après multiplication par le vecteur $\boldsymbol{u}$, les termes s'annulant au sens continu ne le sont plus au sens discret, chacun des termes étant calculé sur des noeuds différents (composante u et w).

En revanche la formulation «skew-symmetric» des équations de Navier-Stokes assure la conservation de l'énergie au sens discret. Les termes de convection présents dans l'équation de quantité de mouvement s'écrivent en effet :

– pour la composante u

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial uu}{\partial x}\mid_{i+1/2,k} + u_{i+1/2,k}\frac{\partial u}{\partial x}\mid_{i+1/2,k} + \frac{\partial uw}{\partial x}\mid_{i+1/2,k} + w_{i+1/2,k}\frac{\partial w}{\partial z}\mid_{i+1/2,k}\right) \tag{3.122}$$

– pour la composante w

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial uw}{\partial x}\mid_{i,k+1/2} + u_{i+1/2,k}\frac{\partial u}{\partial x}\mid_{i,k+1/2} + \frac{\partial ww}{\partial x}\mid_{i,k+1/2} + w_{i+1/2,k}\frac{\partial w}{\partial z}\mid_{i,k+1/2}\right) \tag{3.123}$$

En multipliant par le vecteur $\boldsymbol{u}$ et en intégrant par partie, ces termes s'annulent bien car ils sont issus d'équations évaluées aux mêmes noeuds (l'une aux noeuds u et l'autre aux noeuds w). L'intégration par partie étant réalisée sans décalage, la conservation de l'énergie est assurée. Pour le cas bidimensionnel étudié ici, l'énergie est définie sur un maillage décalé par :

$$E = \frac{1}{2}u_i u_i = \frac{1}{4}\left(u^2_{i+1/2,k} + u^2_{i-1/2,k} + w^2_{i,k+1/2} + u^2_{i,k-1/2}\right) \tag{3.124}$$

Pour garantir la conservation de la quantité de mouvement il faut s'assurer que l'intégration par partie reste valable au sens discret sur un maillage décalé. Ceci est fait en utilisant la même définition des dérivées(cf. Annexe §A, dérivées décalées des noeuds de vitesse aux noeuds de pression). Ainsi, en prenant exemple sur l'équation de quantité de mouvement pour la composante u, dans le terme $w\partial u/\partial z$ la vitesse u doit être interpolée au point $(i+1/2, k+1/2)$ avant d'être dérivée en utilisant une dérivée décalée. La conservation de la quantité de mouvement est exacte seulement si une interpolation inversible comme les interpolations de Fourier ou de Tchebycheff est utilisée. Viazzo [184] a montré que l'emploi d'interpolation barycentrique ou compact n'introduit qu'une faible erreur numérique qui peut être négligée.

3.8 Mise en oeuvre de la méthode numérique, performances du code

La mise en oeuvre de la méthode numérique a conduit au développement de différents modules qui ont été implémentés dans le code initialement développé par Viazzo [184]. L'ensemble du code est écrit en `FORTRAN77` sous la forme de modules indépendants et fait appel aux librairies scientifiques standards (`LAPACK`, `EISPACK`, `SCILIB`, ...) pour assurer une portabilité aisée. Dans sa phase initiale de test, le code a été développé sur une plateforme Compaq-DS20[2], puis porté sur un supercalculateur de l'IDRIS[3] (NEC-SX5) pour sa phase de production. Les performances du code (sur plateformes Compaq-DS20 et NEC-SX5) dans une configuration de simulation des grandes échelles turbulentes utilisant le modèle de Smagorinsky dynamique sont reportées dans le tableau 3.1. Le temps CPU est présenté pour un calcul représentatif de la phase de production, soit $600\Delta t$.

Plateformes	Nbre de points	Temps CPU pour $600\Delta t$	Temps CPU par Δt et par noeud
NEC-SX5	$150 \times 232 \times 64$	5,46 h	$1,47.10^{-5}$ s
Compaq-DS20	$150 \times 232 \times 64$	31,61 h	$8,51.10^{-5}$ s

Tableau 3.1: *Performances du code sur les plateformes Compaq-DS20 et NEC-SX5*

[2]serveur bi-processeur, architecture ALPHA, processeurs EV67 cadencés à 667Mhz, 1,2Go de mémoire vive
[3]Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique

Chapitre 4

Simulations numériques d'un jet plan en impact proche : résultats

Les chapitres précédents nous ont permis de dégager une stratégie à adopter en replaçant notre étude dans le cadre des connaissances actuelles en simulation des grandes échelles turbulentes et sur les jets plans impactants. Ce chapitre présente l'étude du jet plan en impact proche par simulation des grandes échelles turbulentes. L'objectif est ici double puisqu'il s'agit dans un premier temps de valider la simulation avec l'expérience et de montrer ainsi l'intérêt de la LES sur les modèles statistiques classiques. Mais, il s'agit aussi d'apporter des informations précises sur la dynamique du jet plan en impact proche, à travers une analyse des structures organisées présentes dans l'écoulement. Les informations recueillies permettront d'améliorer les connaissances actuelles sur les phénomènes de transferts de masse qui sont particulièrement critiques pour les applications concernées. Nous détaillerons dans un premier temps les éléments qui nous ont permis de déterminer la configuration de l'étude. La deuxième partie de ce chapitre portera sur l'analyse statistique de l'écoulement et permettra de valider la simulation tout en fournissant une base de données utile à l'élaboration de modèles statistiques plus performants. La troisième partie sera consacrée à l'étude de la dynamique du jet au travers de visualisations instantanées des champs de pression, de vitesse et de vorticité. Enfin, une étude complémentaire basée sur une analyse des transferts de masse sera mise en oeuvre. Cette étude permettra dans un premier temps de fournir la topologie détaillée de la répartition et de la dilution du traceur dans le jet et consistera dans un deuxième temps en une mise en oeuvre pratique du système de rideau d'air utilisé comme élément de sécurité.

4.1 Choix de la configuration étudiée et influence des paramètres

4.1.1 Configuration retenue

Choix du rapport d'ouverture

Comme cela a déjà été souligné précédemment, la littérature est très riche lorsqu'elle traite des configurations de jets plans libres. La plupart des études sont menées expérimentalement et seulement

quelques références sont disponibles pour des études numériques utilisant la simulation des grandes échelles turbulentes. En particulier, la configuration du jet plan turbulent en impact proche ou lointain est bien traitée expérimentalement mais elle est en revanche très nettement moins représentée par des études numériques du type *LES*. C'est donc dans ce contexte que s'inscrit entre autre l'originalité de notre travail.

D'autre part, l'étude bibliographique développée dans le chapitre précédent dégage le changement de comportement du jet lorsque celui-ci passe d'une configuration fortement confinée ($H/e < 5$) à une configuration plus développée ($H/e > 20$) très largement documentée. Il est donc apparu pertinent de se placer dans cette gamme du rapport d'ouverture : $5 < H/e < 20$. Enfin, les applications industrielles envisagées par l'étude concernent les rideaux d'air utilisant dans la majorité des cas un rapport d'ouverture $H/e \simeq 10$. Notre choix s'est donc porté sur un *rapport d'ouverture* $H/e = 10$ qui réunit à la fois pertinence ou intérêt scientifique et objectifs industriels ou applicatifs.

Choix de la gamme du nombre de Reynolds

L'état de l'art nous a permis de montrer que le développement cinématique du jet plan semblait atteindre un état «asymptotique» lorsque le nombre de Reynolds dépassait une valeur critique située dans la gamme $8500 \leq Re \leq 10000$.

Namer et Ötügen [131] constatent, pour des jets plans libres, une influence du nombre de Reynolds sur la longueur du noyau potentiel dans une gamme inférieure :$1000 \leq Re \leq 7000$. Tailland et al. [174] montrent en revanche que le taux d'épanouissement d'un jet plan est indépendant du nombre de Reynolds lorsque celui-ci est compris entre 8500 et 38000.

Pour des jets plans impactants, Maurel [122] montre que le développement axial de la composante longitudinale de la vitesse moyenne U_m est indépendant du nombre de Reynolds pour $H/e > 20$ et $Re = 13500, 27000$. Mais l'auteur ne précise pas l'influence du nombre de Reynolds pour des rapports d'ouverture inférieurs et des nombres de Reynolds plus modérés. Pour $H/e = 10$, il constate que l'évolution transversale des grandeurs moyennes du jet plan est indépendante du nombre de Reynolds lorsque celui-ci est compris entre 6700 et 27000. Mais pouvons-nous étendre ces conclusions pour les valeurs fluctuantes et les moments d'ordre supérieur ?

Il apparaissait donc intéressant de compléter ces résultats en étudiant le développement du jet dans une gamme du nombre de Reynolds englobant cette valeur critique mais aussi pour des nombres de Reynolds plus modérés. Pour couvrir la gamme concernée, le *nombre de Reynolds* a donc été fixé successivement à 3000, 7500 et 13500.

4.1.2 Choix du modèle de sous-maille

Avant d'engager plus profondément l'étude, il était nécessaire de tester l'influence du modèle de sous-maille sur le développement du jet. Le critère retenu porte sur la qualité des statistiques produites

par les simulations en comparant les résultats obtenus avec les différents modèles de sous-maille par rapport à la littérature et aux mesures. Cette garantie sur la pertinence des résultats étant obtenue, elle nous permet de fonder et de valider notre analyse portant sur la physique de l'écoulement.

Parmi les modèles de sous-maille proposés dans la littérature, les modèles de viscosité de sous-maille sont généralement à préconiser lorsque la dynamique de l'écoulement devient complexe. En effet, leur caractère stabilisant (en assurant une dissipation nette d'énergie cinétique) devient prépondérant devant la qualité physique de la modélisation de sous-maille lorsque les difficultés numériques se multiplient (gradients importants, fortes anisotropies de l'écoulement).

Nous avons donc, dans un premier temps, porté notre choix sur le modèle de Smagorinsky (cf. §2.3.2.2) en adaptant la constante du modèle aux écoulements cisaillés. Dai et al [46], Ribault et al. [151] proposent de diminuer la constante du modèle afin de prendre en compte la contribution du cisaillement moyen et d'éviter un amortissement excessif des intensités de sous-maille. En accord avec leurs conclusions , nous avons fixé la constante du modèle de Smagorinsky à $C_s = 0,12$.

Le nombre de Reynolds de la simulation, choisi en accord avec les mesures réalisées par Maurel [122], est fixé à $Re = U_0 e/\nu = 10000$. Étant donné que ce modèle est reconnu pour son caractère très dissipatif, nous avons réalisé une simulation avec une intensité turbulente de l'ordre de 4% en sortie de buse, valeur correspondant aux mesures de Maurel pour une même gamme du nombre de Reynolds. Le profil instationnaire, pleinement turbulent injecté en sortie de buse est obtenu à l'aide d'une simulation des grandes échelles turbulentes en canal plan. Les conditions d'entrée de l'écoulement du jet correspondent alors au champ instantané obtenu par la simulation de canal plan qui est injecté à chaque itération en sortie de buse. Cette technique de «calcul précurseur» permet de générer un champ instantané pleinement turbulent ayant des propriétés spectrales physiques qu'il est difficile d'obtenir par une génération artificielle des fluctuations à l'aide d'un bruit blanc superposé au profil moyen injecté en sortie de buse. Les caractéristiques de cette simulation sont rappelées dans le tableau 4.1.

Cas	C_s	L_y/e	L_z/e	Maillage	$\Delta x/e$	$\Delta y/e$	$\Delta z/e$	$\Delta t U_0/e$	Re
S-I	$0,12$	40	π	$126 \times 120 \times 64$	$0,012 - 0,14$	$0,029 - 1,3$	$0,049$	$6\,10^{-3}$	10000

Tableau 4.1: *Configuration utilisée pour tester le modèle de Smagorinsky*

La figure 4.1 compare l'évolution longitudinale de la vitesse moyenne U sur l'axe du jet (en $y/e = 0$) obtenue par simulation et les mesures de Maurel pour un même rapport d'ouverture ($H/e = 10$) et un nombre de Reynolds fixé à 13500 pour l'expérience. Même avec une constante C_s *a priori* adaptée aux écoulements cisaillés, le modèle de Smagorinsky apparaît très clairement inadapté à cet écoulement et ne reproduit pas du tout la décroissance axiale de la vitesse moyenne. La dissipation excessive du modèle retarde le développement de la couche de mélange et entraîne une surestimation de la longueur du cône potentiel. Celle-ci est en effet voisine de $8e$ pour la simulation alors qu'un large consensus de mesures prévoit une longueur du cône de $4e$, indépendante du nombre de Reynolds dans la gamme considérée ($10000 \leq Re \leq 13500$).

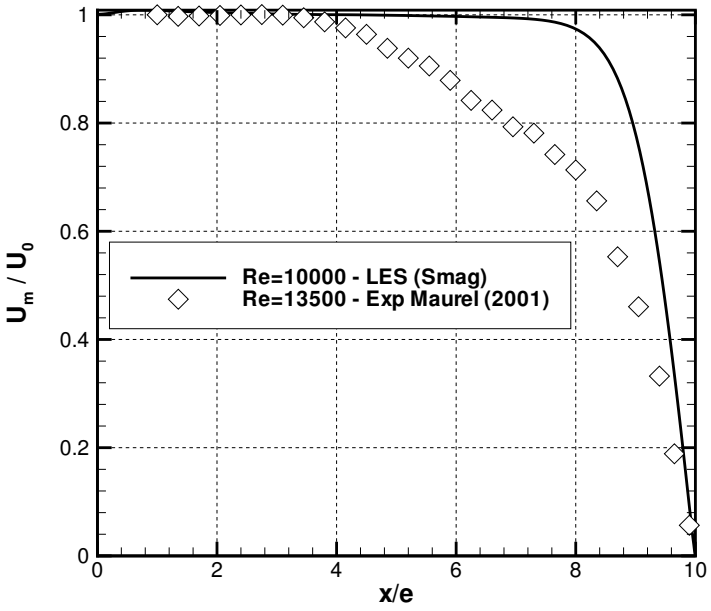


Figure 4.1: *Évolution longitudinale de la vitesse moyenne U sur l'axe du jet : Modèle de Smagorinsky, $Re = 10000$ – Mesures, $Re = 13500$ Maurel (2001)*

Le caractère excessivement dissipatif du modèle de Smagorinsky est confirmé sur la figure 4.2 qui confronte l'évolution axiale de la composante longitudinale de l'intensité de la turbulence $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_0$ de la simulation avec les mesures. On notera les valeurs irréalistes de l'intensité de la turbulence obtenues par le modèle de Smagorinsky.

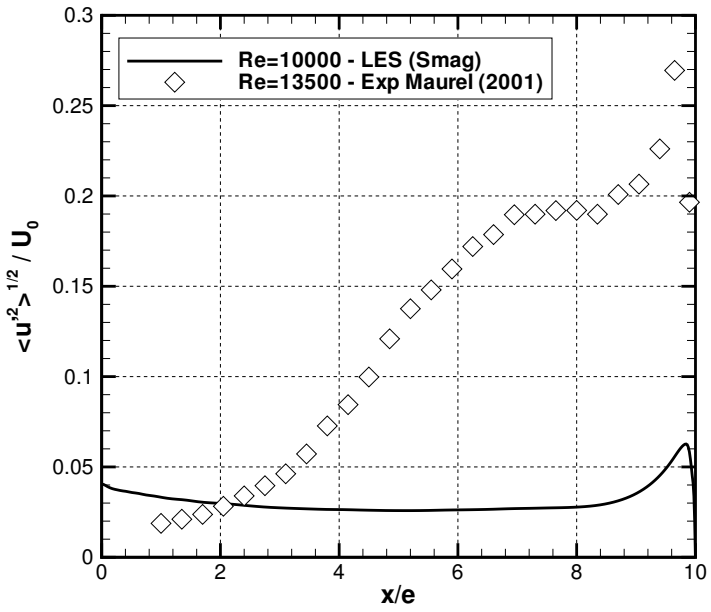


Figure 4.2: *Évolution longitudinale de l'intensité de la turbulence $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_0$ sur l'axe du jet : Modèle de Smagorinsky, $Re = 10000$ – Mesures, $Re = 13500$ Maurel (2001)*

Il apparaît donc clairement que ce modèle n'est pas adapté à la configuration d'un jet plan en impact proche, la *dissipation trop importante* du modèle inhibe *la transition* et entraîne une *surestimation de la longueur du cône potentiel.*

Ces conclusions sont confirmées par les résultats de Ribault et al. [151] qui ont utilisé le modèle de Smagorinsky ($C_s = 0,13$) pour simuler le développement d'un jet plan libre. Les auteurs mettent également en évidence la dissipation excessive du modèle qui entraîne une sous-estimation de la demi-largeur du jet et de la décroissance axiale de la composante longitudinale de la vitesse moyenne. Ils reportent aussi des valeurs irréalistes et extrêmement faibles de l'intensité de la turbulence $\left\langle u'^2 \right\rangle^{1/2} / U_0$. A la dissipation du modèle s'ajoute aussi une dissipation numérique associée au maillage utilisé dans la présente simulation. On veillera donc dans la suite des simulations effectuées à utiliser des maillages plus raffinés pour éviter d'introduire une dissipation numérique importante.

Afin d'éviter les effets néfastes du modèle de Smagorinsky, une procédure de calcul dynamique de la constante du modèle (décrite dans le paragraphe §2.3.5) peut être mise en oeuvre. Cette classe de modèle permet de mieux tenir compte de l'anisotropie de l'écoulement en ajustant la constante du modèle localement dans l'espace et dans le temps afin de réduire les erreurs de modélisation et de mieux représenter la structure locale de l'écoulement. Hoffmann et Benocci [85], Cziesla et al. [44] suivent cette approche pour des configurations de jets plans en impact proche et déconseillent l'emploi du modèle de Smagorinsky au profit du modèle de *Smagorinsky dynamique*. Ribault et al. [151] ont comparé les performances du modèle de Smagorinsky dynamique et du modèle *mixte dynamique* (combinaison d'un modèle fonctionnel avec un modèle structurel) dans une simulation d'un jet plan libre. Les auteurs constatent peu de différences entre ces deux approches, ce qui peut paraître surprenant au premier abord, le modèle mixte dynamique étant réputé pour fournir une meilleure représentation du tenseur des contraintes de sous-maille que le modèle de Smagorinsky dynamique. En examinant le bilan moyen de la quantité de mouvement, Ribault et al. constatent que la somme du tenseur des contraintes résolues et du tenseur des contraintes de sous-maille est similaire pour les deux modèles, ce qui explique leurs performances voisines.

Notre choix s'est donc porté sur le modèle de *Smagorinsky dynamique*, ce dernier étant moins coûteux et d'une mise en oeuvre plus facile. *Tous les résultats présentés dans la suite de l'étude font intervenir le modèle de Smagorinsky dynamique.*

4.1.3 Influence de la longueur de la direction homogène

Le choix de la longueur de la direction homogène (Oz) est délicat. En effet, les conditions aux limites périodiques (dictées par l'utilisation de séries de Fourier) suivant la direction homogène ne sont justifiées que si la dimension transversale L_z est suffisamment large pour capturer les plus grandes structures de l'écoulement. La longueur L_z sur laquelle on applique cette périodicité aura donc une influence importante sur la nature et la qualité des résultats. Il faudra donc veiller à accorder les dimensions du domaine de calcul aux périodicités «naturelles» éventuelles de l'écoulement. La dimension de la direction homogène doit pouvoir permettre de contenir au minimum une structure élémentaire. L'imposition de conditions aux limites périodiques sur une trop courte distance contraindrait fortement l'écoulement en occultant tous les mouvements caractéristiques à plus grandes échelles. Le champ turbulent obtenu serait alors non physique.

Le critère retenu pour garantir l'innocuité des conditions de périodicité s'appuie sur le comportement des corrélations spatiales en deux points dans la direction (Oz). Les corrélations spatiales doubles des composantes de vitesse u_i et u_j en deux points A et B sont définies par :

$$R_{ij} = \left\langle u_i'\left(x, y, z_A\right) u_j'\left(x, y, z_B\right)\right\rangle \tag{4.1}$$

De plus, comme l'écoulement est supposé homogène dans la direction (Oz), R_{ij} ne dépend plus de la position respective des points A et B mais seulement de l'écart $\xi = z_B - z_A$ séparant les deux points. Les corrélations spatiales en deux points dans la direction homogène sont donc définies par :

$$R_{ij} = \left\langle u_i'\left(x, y, 0\right) u_j'\left(x, y, \xi\right)\right\rangle \tag{4.2}$$

Ces corrélations sont normalisées de façon à avoir $R_{ij} = 1$ lorsque le décalage spatial est nul :

$$R_{ij} = \frac{\left\langle u_i'\left(x, y, 0\right) u_j'\left(x, y, \xi\right)\right\rangle}{\left\langle u_i'\left(x, y, 0\right) u_j'\left(x, y, 0\right)\right\rangle} \tag{4.3}$$

Les corrélations en deux points sur les composantes de la vitesse doivent devenir négligeables pour des distances de séparation supérieures à la moitié de la longueur de la direction homogène. En d'autres termes, les fluctuations doivent être pratiquement décorrélées sur une demi-période $(L_z/2)$. Cette condition étant vérifiée, on peut alors supposer que la solution calculée a suffisamment de degrés de liberté et que celle-ci n'est pas contrainte artificiellement par l'utilisation de conditions aux limites périodiques. On notera toutefois, que ces dimensions critiques à respecter sont susceptibles d'évoluer en fonction des paramètres de l'écoulement (comme le nombre de Reynolds Re, le rapport d'ouverture du jet H/e), ces derniers pouvant en effet conditionner les tailles caractéristiques des échelles les plus énergétiques.

L'étude bibliographique nous a permis de montrer que la taille des paires des structures tourbillonnaires présentes dans la zone d'impact était dépendante du rapport H/e. Pour le rapport d'ouverture considéré ici $(H/e = 10)$, Maurel [122], Yokobori et al. [196] montrent que la taille de cette paire de tourbillons avoisine celle de la largeur de buse e. De plus, Yokobori et al. estiment que l'espacement entre les paires de tourbillons est indépendant du nombre de Reynolds et que celui-ci est inférieur à $1,5e$ pour $H/e = 10$. Une dimension supérieure à $2,5e$ pour la direction homogène permettrait donc de représenter correctement le phénomène. En l'absence de corrélations spatiales en deux points disponibles dans la littérature, dans le cas d'un jet plan en impact proche, nous avons considéré successivement deux dimensions transversales différentes. La première s'appuie sur les constatations précédentes et les simulations des grandes échelles turbulentes de jets impactants de Hoffmann et al. [85], Voke et al. [187] qui ont fixé la longueur de la direction homogène L_z/e à π. Notons que dans leur étude récente Cziesla et al. [44] fixent la longueur de la direction homogène à $2e$, après avoir constaté que la taille caractéristique des structures tourbillonnaires dans cette direction était

inférieure à $2e$ (Cziesla [43]). Afin d'évaluer l'influence de la longueur de la direction homogène nous avons aussi réalisé une simulation avec une dimension double : $L_z/e = 2\pi$. Pour les deux dimensions transversales, le maillage comprend 64 points de discrétisation.

Les configurations mises en oeuvre pour tester l'influence de la longueur de la direction homogène sont répertoriées dans le tableau 4.2. Rappelons que tous les cas présentés dans ce chapitre font intervenir un rapport d'ouverture $H/e = 10$.

Cas	L_y/e	L_z/e	Maillage	$\Delta x/e$	$\Delta y/e$	$\Delta z/e$	$\Delta t U_0/e$	Re
H-I	60	π	$126 \times 240 \times 64$	$0,012 - 0,14$	$0,03 - 0,55$	$0,049$	$3\,10^{-3}$	3000
H-II	60	2π	$126 \times 240 \times 64$	$0,012 - 0,14$	$0,03 - 0,55$	$0,098$	$3\,10^{-3}$	3000

Tableau 4.2: *Influence de la longueur de la direction homogène : paramètres des simulations*

La figure 4.4 représente les auto-corrélations en deux points (distants de ξ/e) suivant (Oz) des différentes composantes de la vitesse sur l'axe du jet $(y/e = 0)$ pour les deux simulations (H-I et H-II).

Nous présentons ici l'évolution des auto-corrélations au voisinage de la paroi en $x/e = 9,7$, zone où les structures tourbillonnaires contrarotatives se forment. Dans cette région, l'écoulement est fortement tridimensionnel. Des structures bidimensionnelles s'étendant dans toute la direction homogène (comme celles de Kelvin-Helmholtz dans une couche de mélange) sont absentes dans cette zone, ce qui justifie une décorrélation des fluctuations de vitesse pour les plus grands écarts dans la direction homogène. Or, figure 4.4, on peut noter un problème de recouvrement pour la plus petite largeur $L_z/e = \pi$. En effet pour $\xi/e = \pi/2$, les auto-corrélations en deux points du champ de vitesse montrent encore une corrélation non négligeable pour les plus grands écarts, ce qui traduit le manque de degrés de liberté de la solution calculée qui n'a alors plus une réalité physique. Le choix d'une longueur $L_z/e = \pi$ pour la direction homogène apparaît donc inadéquat pour le rapport d'ouverture considéré $(H/e = 10)$. En revanche, pour $L_z/e = 2\pi$, les différentes composantes de la vitesse ont un niveau de corrélation faible, la solution calculée n'est donc pas contrainte artificiellement par l'utilisation de conditions aux limites périodiques (Beaubert et Viazzo [18]).

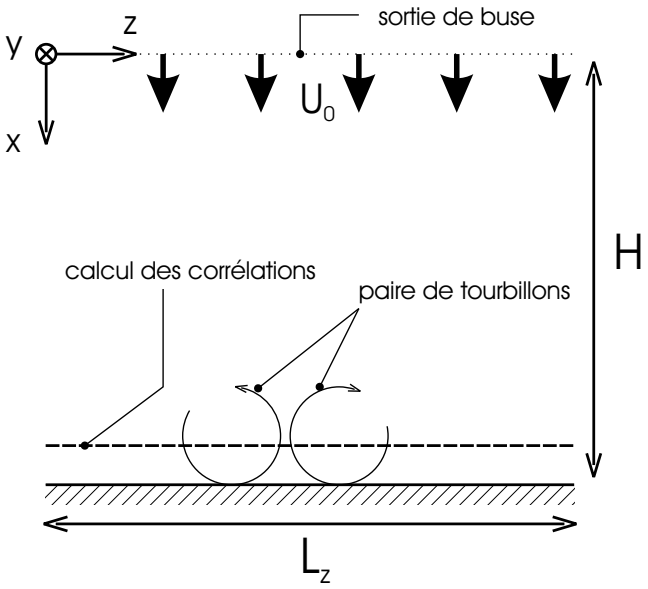


Figure 4.3: *Auto-corrélations en deux points distants de ξ/e suivant (Oz)*

En conséquence, *tous les calculs qui seront présentés par la suite ont été réalisés avec une longueur de la direction homogène fixée à $L_z = 2\pi$.*

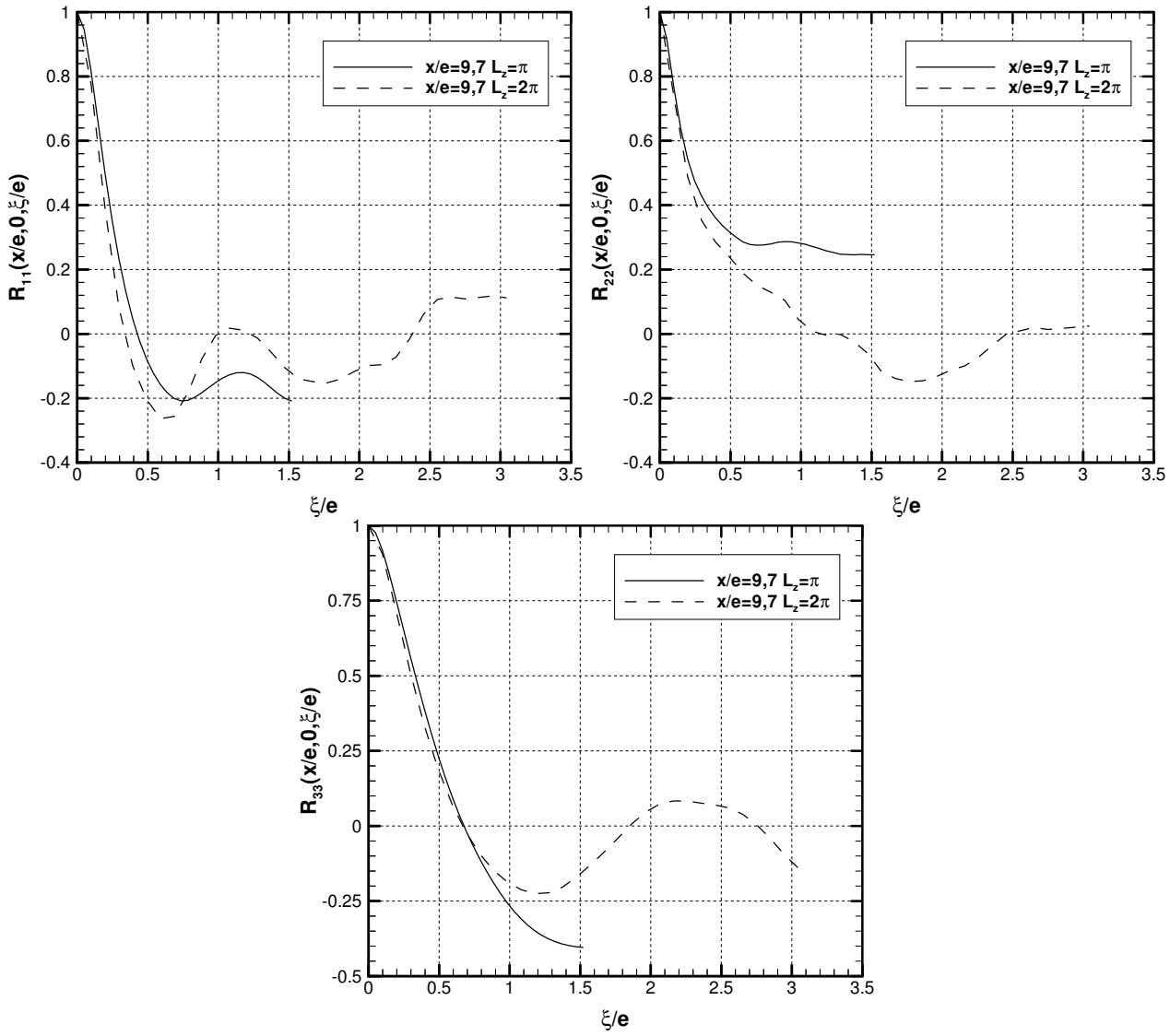


Figure 4.4: *Auto-corrélations en deux points distants de ξ/e des composantes u, v et w de la vitesse suivant (Oz) pour $L_z = \pi$ et $L_z = 2\pi$ en $x/e = 9,7$ – $Re = 3000$*

4.1.4 Influence des conditions aux limites en sortie de buse

Le choix de conditions aux limites appropriées et donc la prise en compte des informations de l'écoulement en amont du domaine de calcul est souvent un problème délicat en simulation numérique. Lorsque ces conditions ne sont pas connues explicitement, la perte de la «mémoire» des conditions amont est une source d'erreurs supplémentaires pour les écoulements instationnaires turbulents qui possèdent généralement un très grand nombre de modes spatiaux-temporels. Il semblait donc pertinent de s'intéresser à l'influence des conditions aux limites en sortie de buse sur le développement du jet.

Notre choix, justifié au paragraphe §3.6.1, s'est porté sur la forme du profil de la vitesse moyenne U *stationnaire* injecté en sortie de buse. Cette stratégie nous permet d'isoler un des paramètres influant la transition de la couche de mélange et le développement du jet, à savoir la forme du profil de vitesse en sortie de buse et par là même, l'épaisseur de la couche limite et de quantité de mouvement.

Sur la plupart des installations expérimentales la présence d'un convergent en amont de la buse de soufflage tend à délivrer un profil de vitesse non développé en entrée de l'écoulement. En revanche, des conditions d'entrée correspondant à un écoulement turbulent pleinement développé auront tendance à arrondir le profil de vitesse en sortie de buse, celui-ci étant bien représenté par une loi en puissance $1/7^{\text{ème}}$. Ces deux types de profils ont été testés. Le *profil turbulent pleinement établi* correspond au profil moyen obtenu par une simulation des grandes échelles d'un canal plan. Le profil de vitesse reproduisant celui des mesures de Maurel [122] suit une loi en puissance $1/20^{\text{ème}}$. Ces deux profils, ainsi que les données expérimentales sont représentés sur la figure 4.5.

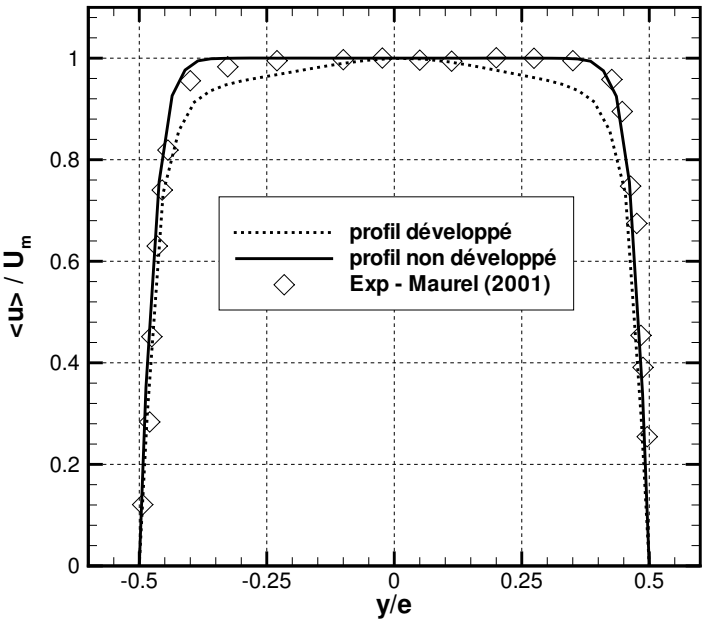


Figure 4.5: *Profils de la vitesse moyenne U/U_m injectés en sortie de buse*

Le nombre de Reynolds des deux simulations est fixé à 3000. En accord avec les résultats précédents, la longueur de la direction homogène est fixée à 2π et le modèle de sous-maille utilisé est le modèle de Smagorinsky dynamique. Les caractéristiques des simulations mises en oeuvre pour tester l'influence du profil de vitesse moyenne en sortie de buse sont répertoriées dans le tableau 4.3. On remarquera que les dimensions du domaine de calcul sont différentes entre les deux cas traités. Mais nous avons essayé, dans la mesure du possible, de garder une distribution identique des mailles de calcul, en particulier autour de l'axe du jet pour ne pas ou peu introduire d'effet de maillage.

Cas	Profil de vitesse	L_y/e	L_z/e	Maillage	$\Delta x/e$	$\Delta y/e$	$\Delta z/e$	$\Delta t U_0/e$	Re
P-I	développé	60	2π	$126 \times 240 \times 64$	$0,012 - 0,14$	$0,03 - 0,55$	$0,098$	$5\,10^{-3}$	3000
P-II	non développé	40	2π	$160 \times 180 \times 64$	$0,011 - 0,12$	$0,025 - 0,73$	$0,098$	$3\,10^{-3}$	3000

Tableau 4.3: *Influence du profil de vitesse en sortie de buse : paramètres des simulations*

La distribution axiale de la composante longitudinale de la vitesse moyenne U_m/U_0 est représentée sur la figure 4.6. On notera la décroissance axiale de U_m/U_0 un peu plus rapide pour le profil pleinement développé, traduisant un élargissement plus important du jet.

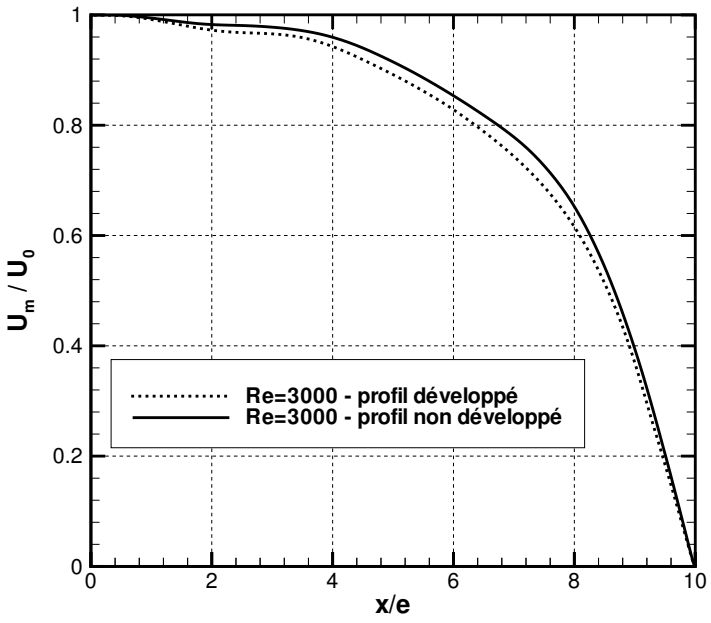


Figure 4.6: *Décroissance de la vitesse moyenne U sur l'axe du jet ($y/e = 0$) - $Re = 3000$ – cas P-I et P-II*

Ce phénomène est confirmé par l'évolution de la demi-largeur du jet b_u et par l'évolution transversale de U/U_m représentées respectivement figure 4.7 et 4.8. Pendant la phase initiale du développement du jet, la demi largeur du jet est sensiblement la même pour les deux profils considérés. En revanche, à partir de $x/e = 4$, l'épanouissement du jet est légèrement plus important pour le profil pleinement développé. Mais pour $x/e > 8.5$, les pentes observées au voisinage de l'impact sont voisines. Il semble donc que le jet ait perdu la mémoire des conditions initiales au voisinage de l'impact.

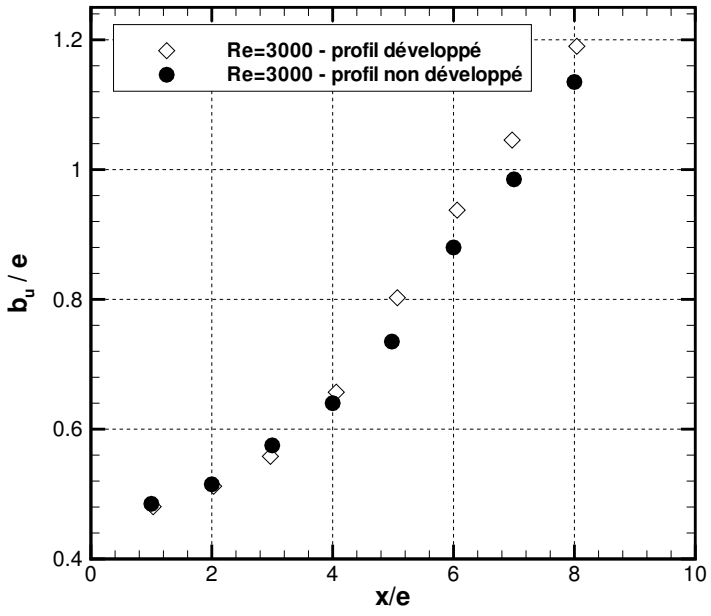


Figure 4.7: *Évolution de la demi-largeur du jet : $Re = 3000$ – cas P-I et P-II*

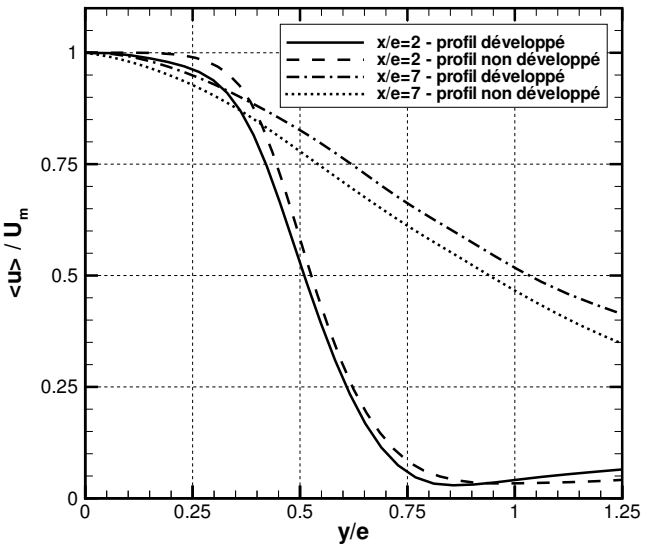


Figure 4.8: *Évolution transversale de U/U_m en $x/e = 2$ et $x/e = 7$: $Re = 3000$ – cas P-I et P-II*

La distribution transversale des grandeurs turbulentes $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_m$, $\langle v'^2 \rangle^{1/2} / U_m$ (figure 4.9) en $x/e = 2$ révèle aussi de légères différences entre les deux écoulements. Le maximum des valeurs *rms* observées au niveau de la couche de cisaillement ($y/e = \pm 0,5$) est légèrement plus important pour le jet issu d'un convergent (profil non développé), traduisant l'augmentation du cisaillement dans la couche de mélange. Ces résultats sont en accord avec les travaux de Antonia et Zhao [4] bien que ceux-ci observent des écarts plus prononcés. Notons cependant que leur étude porte sur l'influence du profil de vitesse en sortie de buse sur le développement d'un jet rond libre pour un nombre de Reynolds plus élevé. Or dans notre étude, la présence de grosses recirculations, liées au confinement vertical et situées de part et d'autre l'axe du jet modifie largement l'écoulement. Ces recirculations viennent «lécher» les couches de mélange au voisinage de la sortie de buse ; il est donc concevable que l'écoulement perde rapidement la mémoire des conditions initiales dans cette zone $x/e \geq 2$.

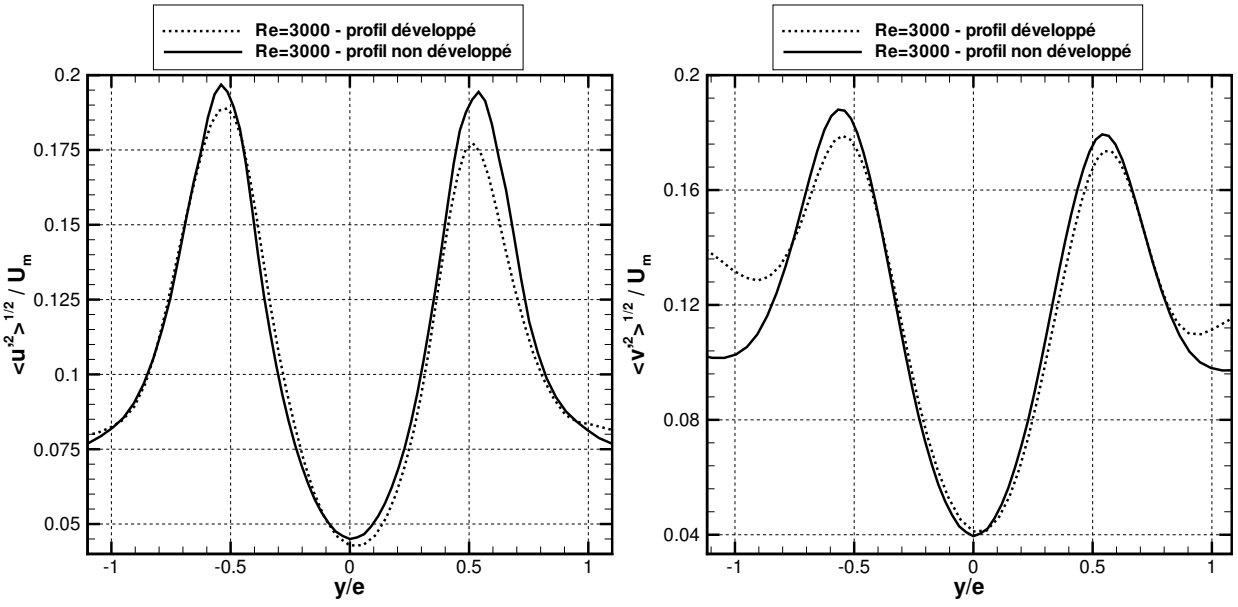


Figure 4.9: *Évolution transversale de $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_m$ en $x/e = 2$: $Re = 3000$ – cas P-I et P-II*

Plusieurs auteurs se sont attachés à déterminer le rôle que pouvaient jouer le profil de la vitesse moyenne en sortie de buse et le régime de l'écoulement sur le développement du jet. Ainsi, Hussain et Clark [90] ont comparé quatre configurations de jets plans libres : une couche limite turbulente et une couche limite laminaire et deux nombres de Reynolds ($Re = 32550, 81400$) pour chaque régime. Ils constatent dans un premier temps que le régime de l'écoulement modifie sensiblement l'évolution transversale de la vitesse moyenne U et donc l'évolution de la demi-largeur du jet. Des conditions de sortie de buse laminaires auront tendance à augmenter l'épanouissement du jet. Les auteurs soulignent aussi, qu'au proche voisinage de la buse, la composante longitudinale de l'intensité de la turbulence $\left\langle u'^2 \right\rangle^{1/2} / U_m$ atteint un niveau plus élevé dans le cas d'un profil laminaire. Ces constatations sont confirmées par les mesures de Hill et al. [82] qui observent également une augmentation plus importante de l'intensité de la turbulence lorsque la couche limite est laminaire que lorsqu'elle est turbulente. De plus, pour une couche limite laminaire, la décroissance axiale de la vitesse moyenne sera très dépendante du nombre de Reynolds. Ce phénomène n'est pas observé pour une couche limite turbulente.

4.1.5 Cas traités

Les résultats précédents nous ont permis de tester l'influence de paramètres importants tant sur la qualité de la modélisation que sur le développement du jet. Les caractéristiques retenues sont les suivantes :

- le choix du modèle de sous-maille s'est porté sur le modèle de *Smagorinsky dynamique ;*
- la longueur de la direction homogène (Oz) est fixée à $L_z = 2\pi$, cette valeur permettant de garantir l'innocuité des conditions aux limites périodiques appliquées dans la direction homogène ;
- l'influence du profil de vitesse en sortie de buse a été mise en évidence dans le paragraphe précédent. Afin de pouvoir comparer et valider les résultats des simulations avec les mesures de Maurel [122] obtenues dans notre laboratoire, nous avons imposé dans la suite des réalisations un profil stationnaire en sortie de buse, correspondant au profil non développé obtenu sur le banc d'essais.

Dans la suite de l'étude, nous nous sommes attachés à étudier l'influence du nombre de Reynolds sur le développement du jet. La gamme retenue ici (justifiée au paragraphe §4.1.1) est couverte par trois nombres de Reynolds fixés à 3000, 7500 et 13500.

Nous avons pris soin de garantir, dans la mesure du possible, une distribution identique du maillage entre les différents cas, en particulier au niveau des frontières du jet et des parois. Cependant, l'augmentation du nombre de Reynolds a nécessité quelques ajustements mineurs. Dans tous les cas, le maillage a été suffisamment raffiné au niveau de la paroi afin de garantir que le premier point de maillage se trouve dans la sous-couche visqueuse. Afin de respecter la condition de stabilité CFL, le pas de temps a été réduit pour la simulation à $Re = 13500$.

Les caractéristiques de chacune des simulations réalisées sont détaillées dans le tableau 4.4. La distance maximale du premier point de maillage à la paroi, exprimée en coordonnées de paroi est notée x^+_{min}.

Cas	Maillage	$\Delta x/e$	$\Delta y/e$	$\Delta z/e$	x^+_{min}	$\Delta t U_0/e$	Re	Re_c
I	$160 \times 180 \times 64$	$0,011 - 0,12$	$0,025 - 0,73$	$0,098$	2.58	$3\,10^{-3}$	3000	500
II	$140 \times 232 \times 64$	$0,005 - 0,165$	$0,024 - 0,90$	$0,098$	2.66	$3\,10^{-3}$	7500	1500
III	$150 \times 232 \times 64$	$0,005 - 0,163$	$0,024 - 0,90$	$0,098$	$4,24$	$1,75\,10^{-3}$	13500	1500

Tableau 4.4: *Influence du nombre de Reynolds : paramètres des simulations*

4.2 Analyse statistique

4.2.1 Convergence et traitement statistique

Afin de s'assurer de la perte des conditions initiales et de la *convergence statistique* (i.e la permanence des propriétés statistiques) de l'écoulement, un nombre important d'itérations temporelles ont été nécessaires. Les équations discrétisées sont intégrées dans une première phase sur un temps adimensionné de l'ordre de $T^* = TU_O/e \simeq 50$ pour assurer la stationnarité statistique du champ turbulent.

Une fois la convergence statistique obtenue, le stockage du champ instantané est réalisé tous les $\Delta t = 0,03e/U_0$. Cet échantillonnage assure une très bonne résolution du signal instantané tout en garantissant un encombrement optimal sur le disque de stockage. Les statistiques sont ensuite calculées en moyennant le champ instantané à la fois *dans le temps* et *suivant la direction homogène* (Oz). Le temps d'intégration sur lequel le traitement statistique est réalisé correspond à un temps adimensionné $T^* \simeq 85$ pour $Re = 3000$, $T^* \simeq 90$ pour $Re = 7500$ et $T^* \simeq 70$ pour $Re = 13500$. Les statistiques d'ordre un atteignent un état «convergé» pour $T^* \simeq 50$, alors que les statistiques d'ordre supérieur comme les valeurs *rms* (ordre 2) ou les facteurs de dissymétrie ou d'aplatissement (ordre 3) requièrent un temps d'intégration plus important. La durée importante du temps d'intégration, nécessaire pour obtenir des statistiques d'ordre élevé non «bruitées», explique les légères dissymétries observées sur le comportement des moments d'ordre supérieur ou égal à deux.

4.2.2 Topologie des champs moyens et fluctuants

Avant d'aborder l'influence du nombre de Reynolds sur le développement du jet par une étude quantitative, il était intéressant de se représenter la structure globale de l'écoulement. Afin de mieux cerner la topologie de l'écoulement moyen et fluctuant, les champs de la vitesse moyenne, de la pression moyenne et des grandeurs *rms* sont étudiés. Ces planches ne font apparaître qu'une portion du domaine de calcul pour se concentrer sur la zone d'intérêt : $-15 \leq y/e \leq 15$, peu influencée par la zone tampon *numérique* implémentée aux deux extrémités du domaine de calcul.

Grandeurs moyennes

La figure 4.10 représente le champ de vecteur de la vitesse moyenne obtenu par les présents calculs. Afin de mieux visualiser la structure de l'écoulement moyen, seulement un noeud sur 4 est représenté dans la direction longitudinale (Ox) et un noeud sur deux dans la direction transversale (Oy) pour les champs de vecteurs vitesse.

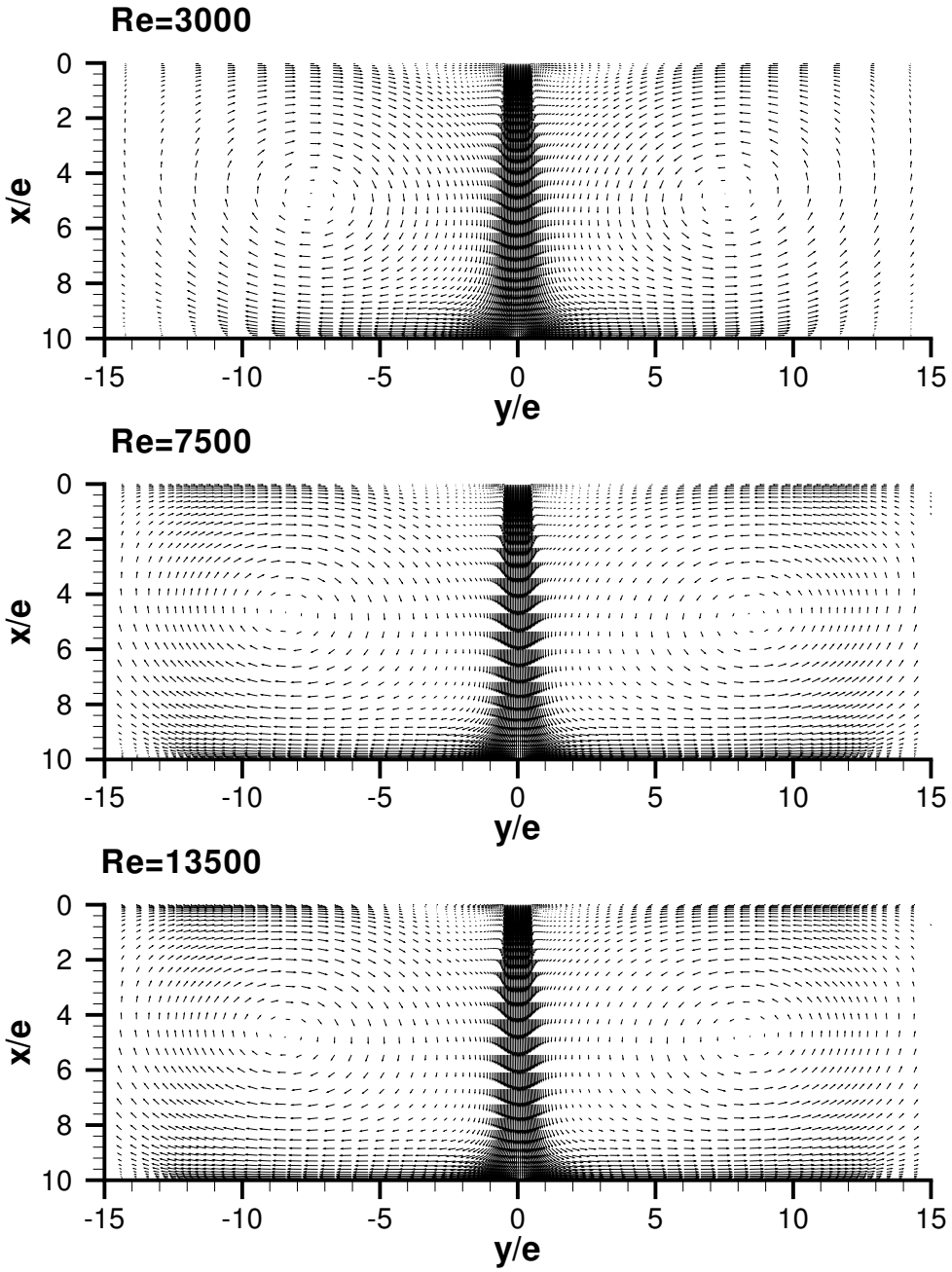


Figure 4.10: *Champ moyen du vecteur vitesse : LES-*$Re = 3000,\ 7500$ *et* 13500

On notera la présence de deux grosses recirculations de part et d'autre de l'axe du jet qui sont confinées entre les parois supérieures et inférieures du domaine et qui viennent «lécher» les couches de mélange. On notera aussi la présence des jets de paroi qui seront étudiés dans les paragraphes suivants.

L'effet du nombre de Reynolds, qui apparaît négligeable (d'un point de vue «qualitatif») loin des parois, est en revanche plus important lorsque l'on s'intéresse au décollement des jets de paroi. L'augmentation du nombre de Reynolds tend en effet à translater en aval du point d'arrêt l'abscisse transversale y/e à laquelle ce décollement est constaté. Ce comportement sera précisé au paragraphe §4.2.7.

Le champ moyen de la composante u de la vitesse est représenté figure 4.11. On notera la signature du cône potentiel, ainsi que les niveaux négatifs et positifs correspondant aux deux grosses recirculations évoquées précédemment (figure 4.10), l'axe (Ox) étant orienté positivement de la sortie de buse vers la paroi d'impact.

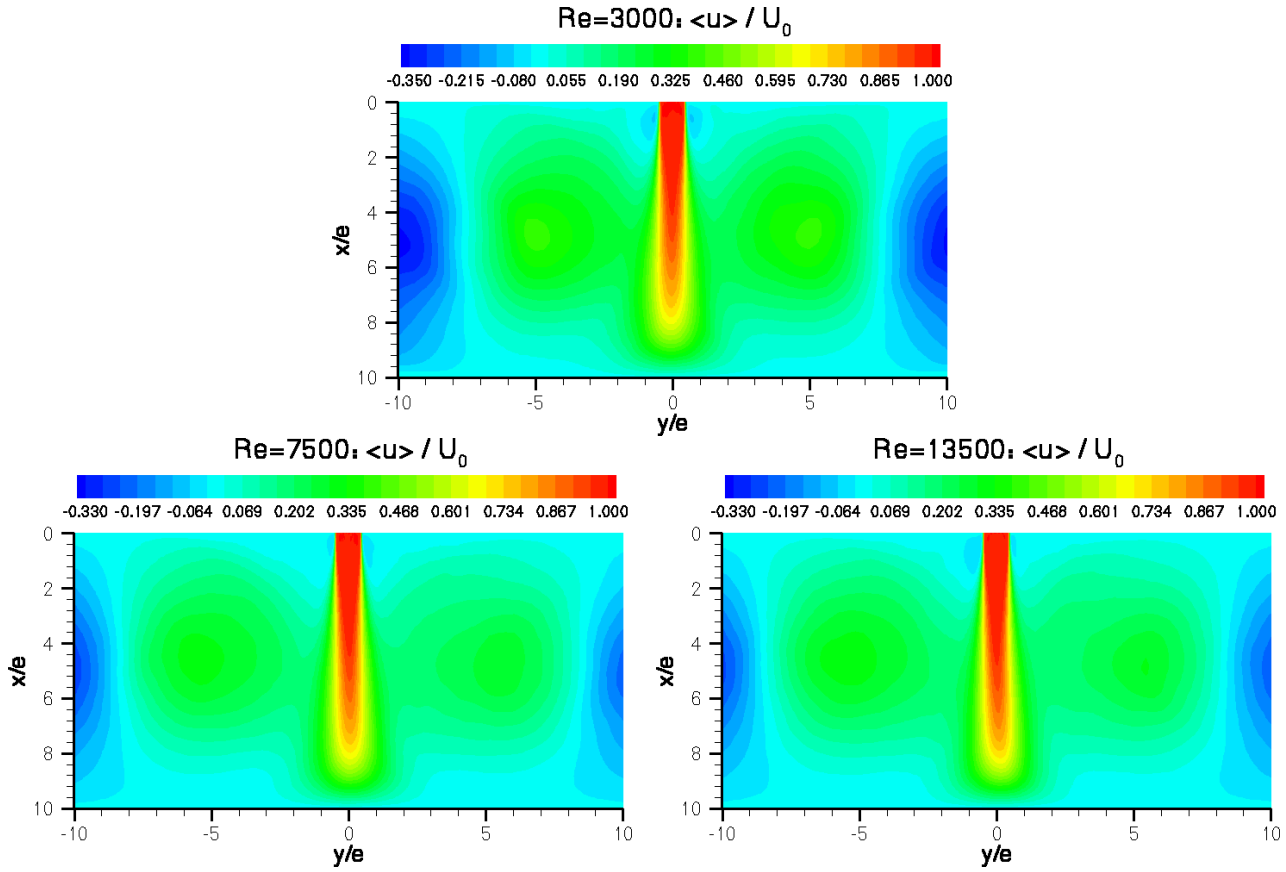


Figure 4.11: *Champ moyen de la composante u de la vitesse : LES-$Re = 3000,\ 7500$ et 13500*

La figure 4.12, représentant la distribution de la vitesse moyenne transversale V, fait apparaître les survitesses positives et négatives au niveau de la paroi inférieure du domaine. Ces niveaux «matérialisent» les jets de paroi. On notera aussi, la signature des grosses recirculations sur la paroi supérieure du domaine de calcul.

La figure 4.13 représente le champ de la pression statique moyenne pour $Re = 7500$ et $Re = 13500$. Le coeur des deux recirculations est bien marqué par les fortes dépressions. On notera aussi la surpression au niveau de la zone d'impact et du point d'arrêt. Les deux champs sont qualitativement équivalents.

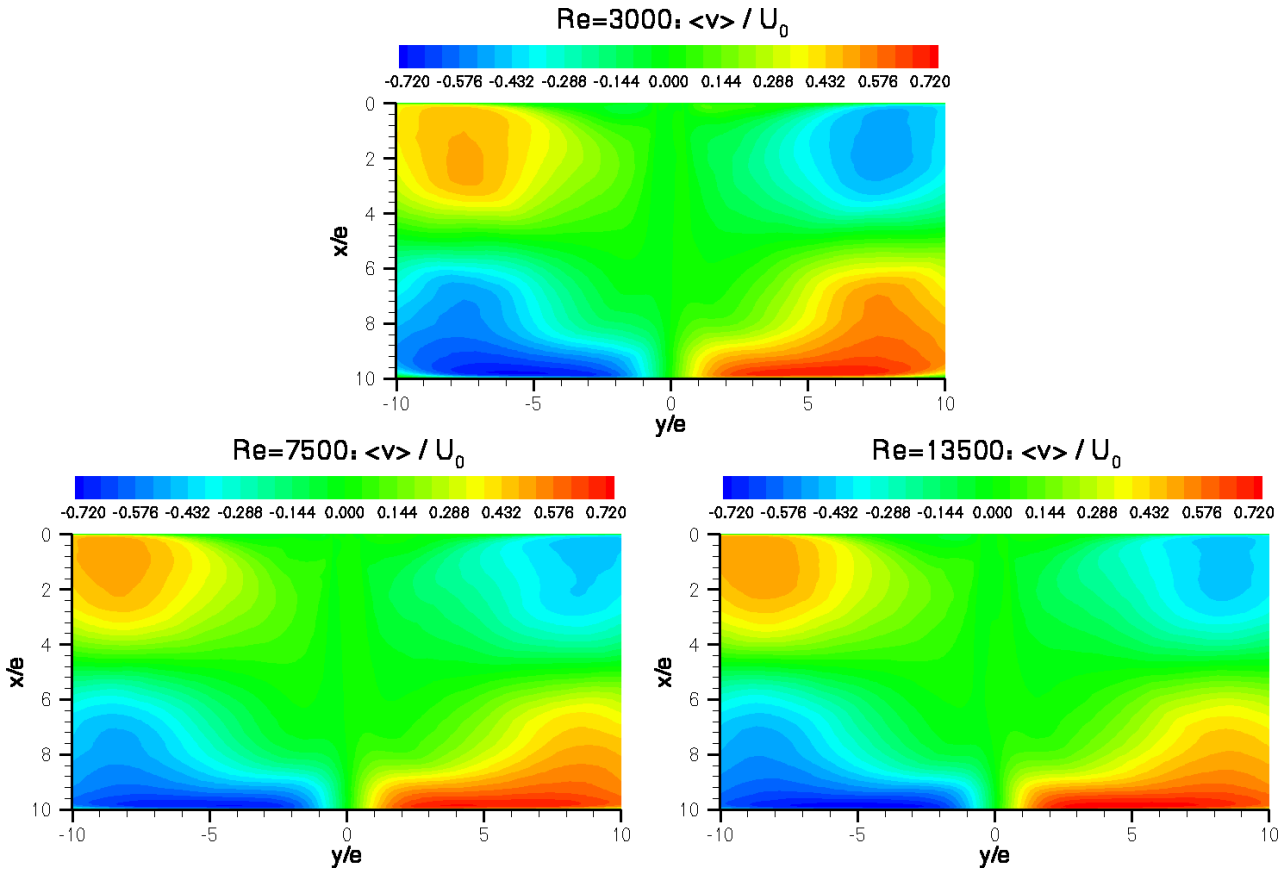


Figure 4.12: *Champ moyen de la composante v de la vitesse : LES-$Re = 3000,\ 7500$ et 13500*

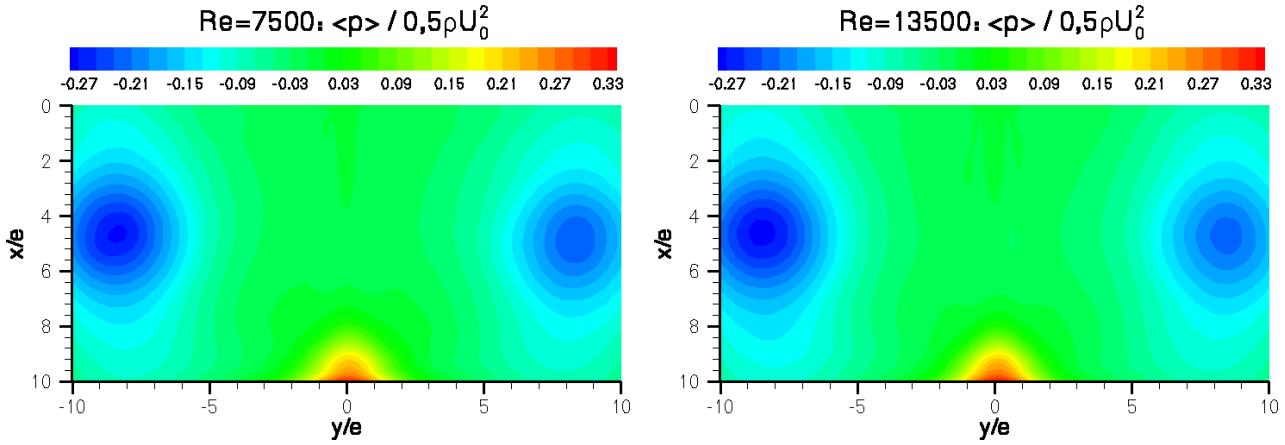


Figure 4.13: *Champ moyen de la pression statique : LES-$Re = 7500$ et 13500*

Grandeurs fluctuantes

Nous avons vu précédemment que l'influence du nombre de Reynolds sur la topologie des champs moyens était négligeable loin des parois d'un point de vue qualitatif. Cette tendance est à relativiser lorsque l'on s'intéresse à la topologie des champs fluctuants.

La figure 4.14 représente la distribution de $\left\langle u'^2 \right\rangle^{1/2} / U_0$ pour $Re = 3000,\ 7500$ et 13500. On constate la présence en sortie de buse d'un secteur angulaire d'intensité I_u très faible correspondant au noyau potentiel. Cette zone est plus réduite pour $Re = 3000$. Pour ce nombre de Reynolds, le niveau énergétique observé sur l'axe du jet est globalement plus important. Ce comportement sera mis en évidence figure 4.21 au paragraphe §4.2.3. On notera aussi l'épaississement des deux couches de mélange situées de chaque côté du jet (reporté au paragraphe §4.2.4 figure 4.31) qui traduisent son épanouissement. Cette figure révèle la présence d'un pic d'intensité turbulente I_u qui s'étale de part et d'autre de l'axe du jet et qui souligne le brassage turbulent important dans la zone d'impact.

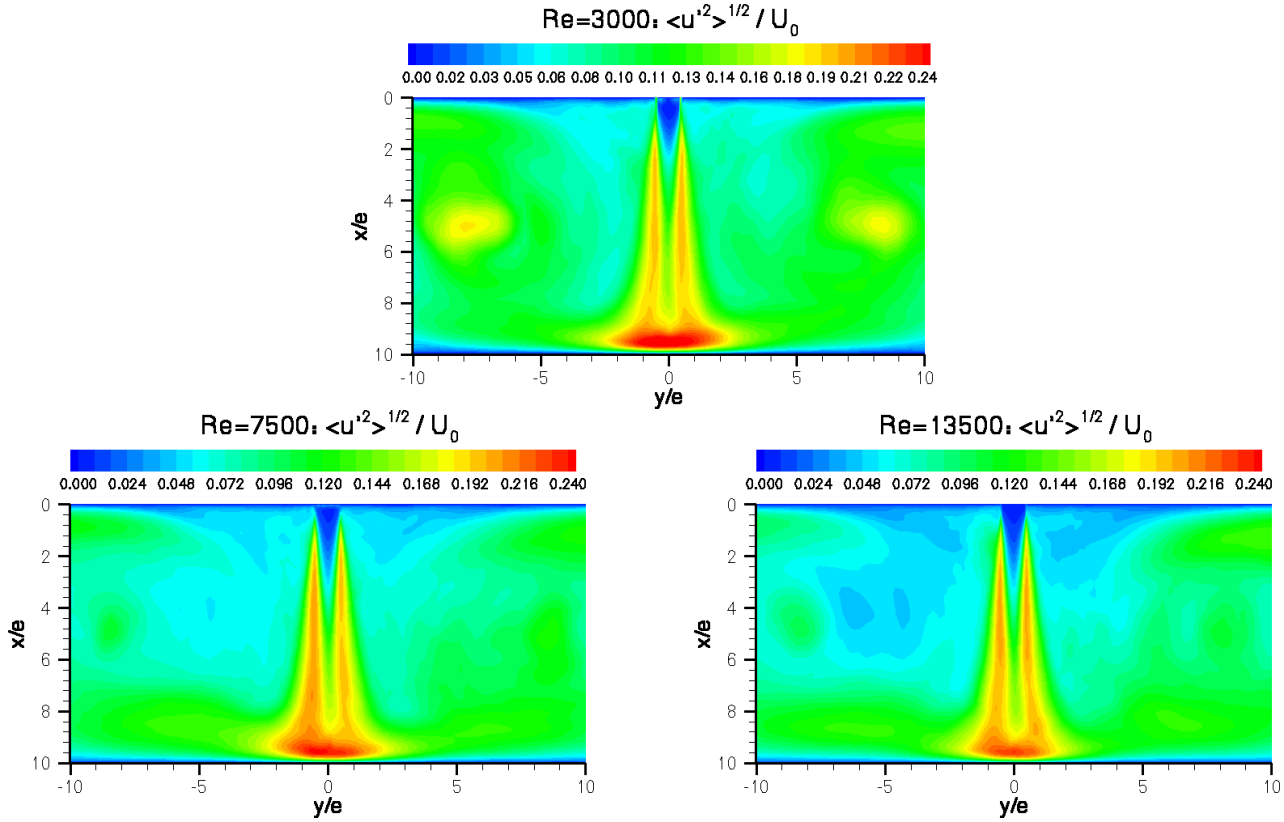


Figure 4.14: *Champ de* $\left\langle u'^2 \right\rangle^{1/2} / U_0$ *: LES-*$Re = 3000,\ 7500$ *et* 13500

La figure 4.15 reporte la distribution du champ de $\left\langle v'^2 \right\rangle^{1/2} / U_0$. On notera, à nouveau, la présence d'un secteur angulaire d'intensité I_v très faible dans la région du cône potentiel ainsi que la signature des deux couches de mélange et des grosses recirculations de chaque côté du jet. L'intensité I_v augmente dans la zone de développement du jet puis décroît quand on se rapproche de la paroi pour augmenter à nouveau au voisinage du point d'arrêt. Ce comportement sera précisé au paragraphe §4.2.3 sur la figure 4.23. Les niveaux atteints dans la couche de mélange et sur l'axe du jet sont sensibles au nombre de Reynolds. On constate en effet une diminution de l'intensité I_v avec l'augmentation du nombre de

Reynolds. Les niveaux énergétiques obtenus pour $Re = 3000$ étant globalement plus importants.

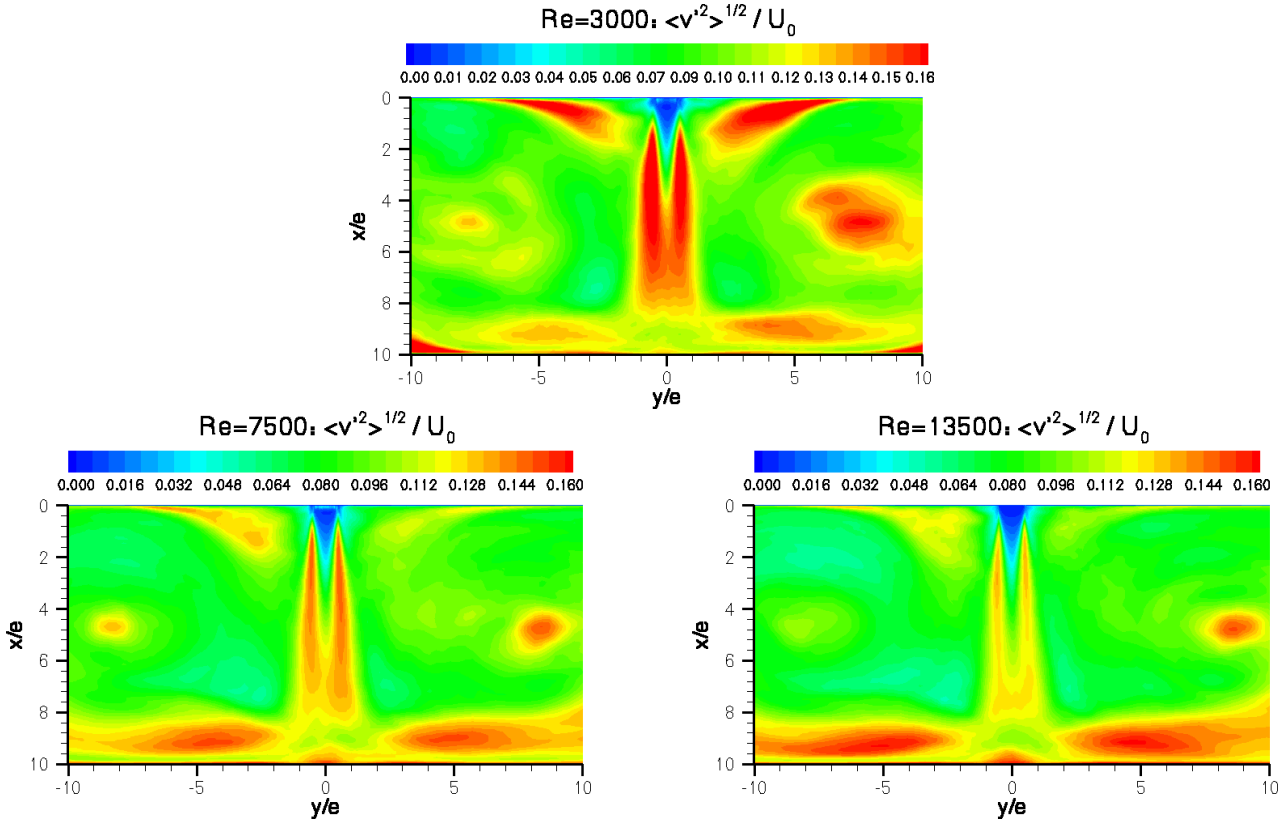


Figure 4.15: *Champ de* $\langle v'^2 \rangle^{1/2} / U_0$ *: LES-*$Re = 3000,\ 7500$ *et* 13500

L'évolution de $\langle w'^2 \rangle^{1/2} / U_0$ est représentée sur la figure 4.16. Comme pour les composantes longitudinale et transversale de l'intensité turbulente, la signature du noyau potentiel y est clairement visible. On notera de plus, la nature rapidement tridimensionnelle de l'écoulement dans la couche de mélange ainsi que les forts effets tridimensionnels au proche voisinage de la paroi d'impact.

La figure 4.17 représente la répartition des tensions $\langle u'v' \rangle$ pour les trois nombres de Reynolds considérés ici. Les couches de mélange sont caractérisées par le signe opposé des tensions $\langle u'v' \rangle$ suivant que l'on se place à gauche ou à droite de l'axe de symétrie du jet. Cette caractéristique est due au changement de signe de la vorticité au passage de l'axe du jet. Au voisinage de la zone d'impact ces tensions s'annulent pour prendre, dans la région des jets de paroi, un signe opposé à celui observé dans la couche de mélange. Ce comportement indique que les structures tourbillonnaires présentes dans la région des jets de paroi ont une vorticité opposée aux structures qui se développent dans la couche de mélange (cet aspect sera souligné au paragraphe §4.3 qui présente une analyse structurelle du jet).

Cette première approche qualitative a permis de souligner la topologie complexe de l'écoulement du jet plan en impact proche qui s'écarte radicalement de celle du jet plan libre. L'effet du nombre de Reynolds sur le développement cinématique du jet (en particulier sur les grandeurs fluctuantes) est mis en évidence mais une approche plus fine s'avère nécessaire. Cette étude fait l'objet des paragraphes suivants.

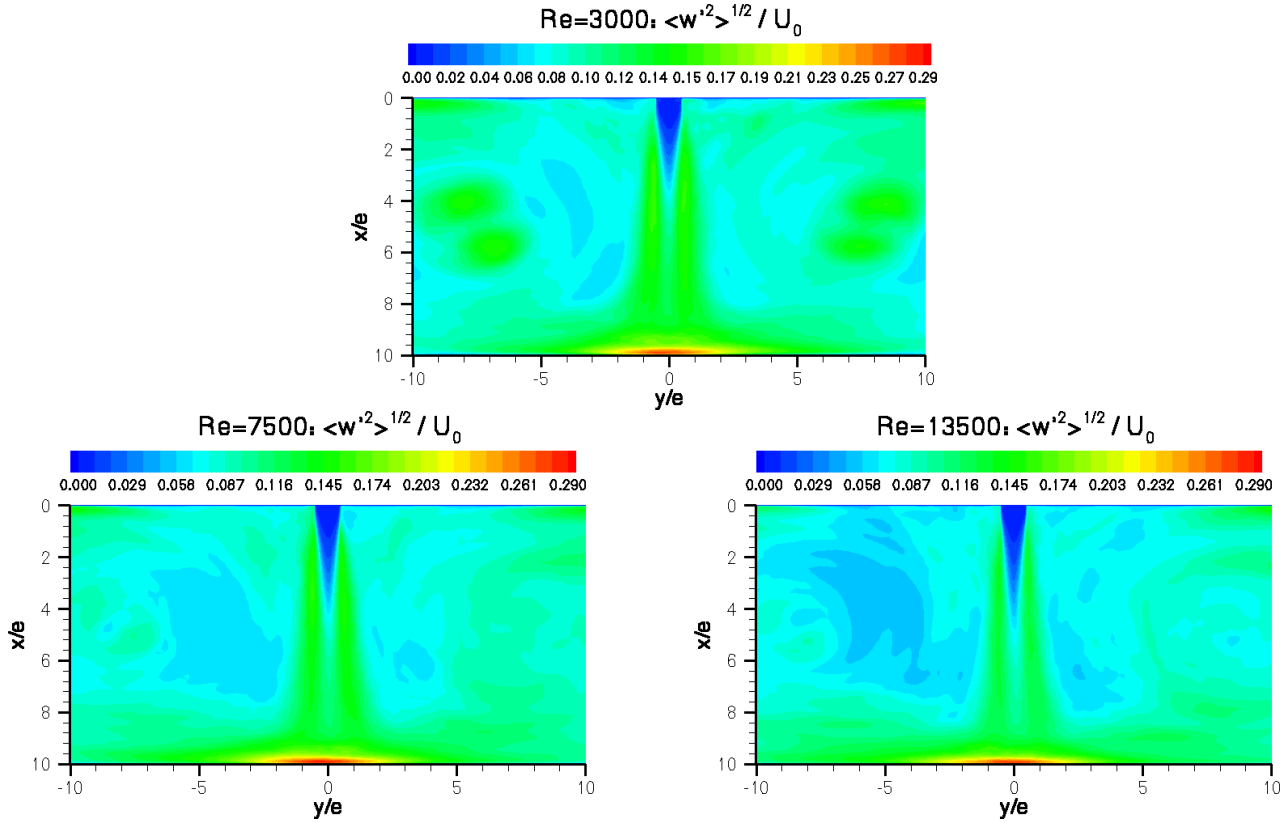


Figure 4.16: *Champ de* $\langle w'^2 \rangle^{1/2} / U_0$ *: LES-*$Re = 3000,\ 7500\ et\ 13500$

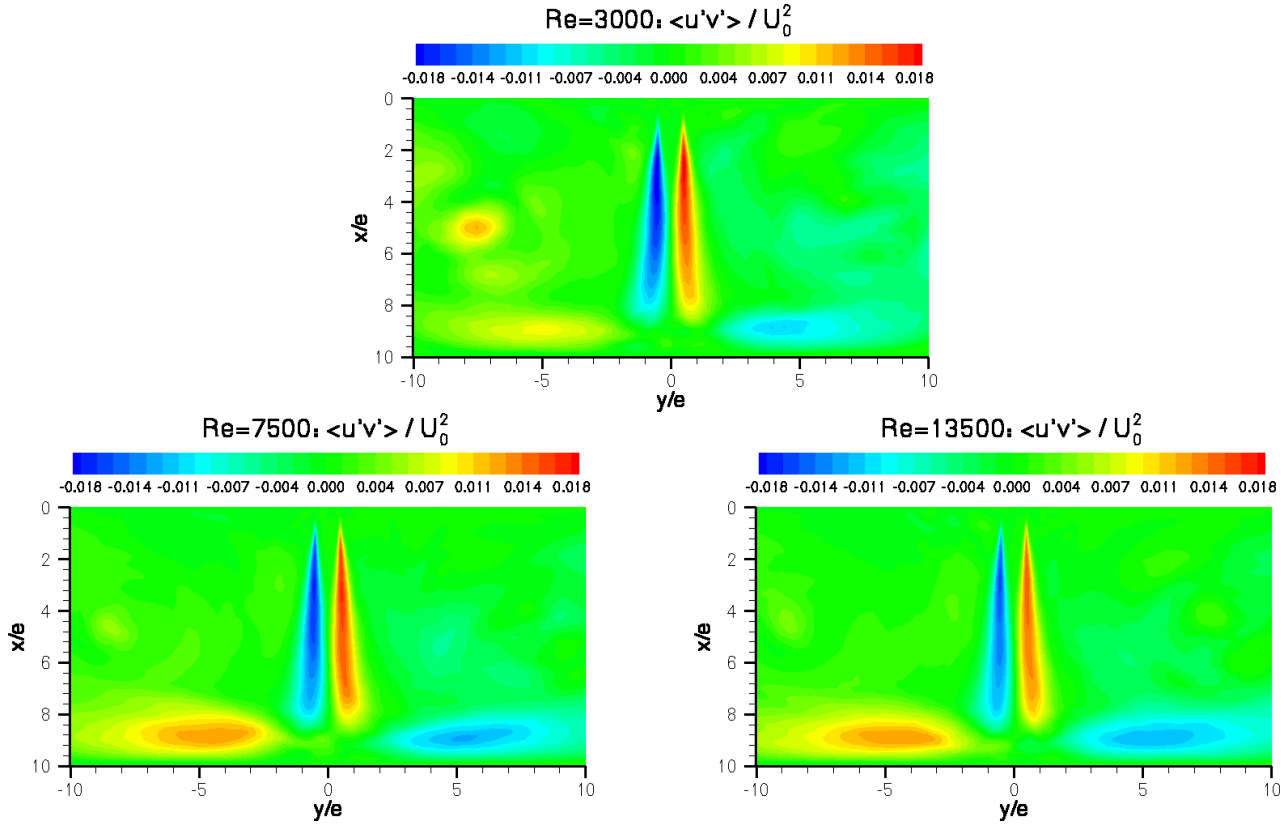


Figure 4.17: *Champ de* $\langle u'v' \rangle / U_0^2$ *: LES-*$Re = 3000,\ 7500\ et\ 13500$

4.2.3 Évolution des grandeurs sur l'axe du jet

Évolution des grandeurs moyennes

Nous nous sommes, dans un premier, temps attaché à étudier l'évolution des grandeurs moyennes et fluctuantes sur l'axe du jet ($y/e = 0$). Dès que cela s'est avéré possible, les résultats ont été comparés avec ceux disponibles dans la littérature pour valider la simulation.

La figure 4.18 représente l'évolution longitudinale de la vitesse moyenne U_m pour les trois nombres de Reynolds considérés. Les résultats sont confrontés aux mesures de Maurel [122] réalisées pour $H/e = 10$, $Re = 13500$ et $Re = 27000$.

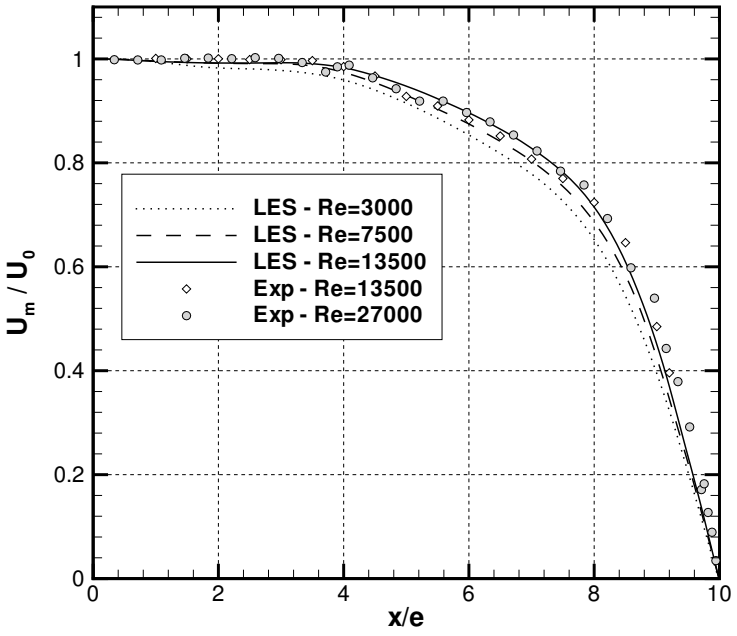


Figure 4.18: *Évolution longitudinale de U_m : LES $Re = 3000, 7500, 13500$ – Expérience Maurel (2001)*

On constate que la longueur du cône potentiel augmente avec le nombre de Reynolds : pour $Re = 3000$ celle-ci est voisine de e alors que pour $Re \geq 7500$ la longueur du noyau potentiel est de $4e$. Pour $Re = 13500$, les résultats sont en bon accord avec les mesures de Maurel à $Re = 13500$ et $Re = 27000$. Cette tendance conforte donc l'idée que l'évolution longitudinale de la vitesse moyenne U_m atteint un état «asymptotique» pour $Re > 7500$. A partir de cette valeur critique, la longueur du cône potentiel devient indépendante du nombre de Reynolds. Pour des nombres de Reynolds inférieurs, la décroissance de la vitesse moyenne U_m est plus rapide.

On notera que ce comportement est en contradiction avec les conclusions avancées par Namer et Ötügen [131] qui constatent, pour une configuration de jet plan libre, une diminution de la longueur du cône potentiel avec l'augmentation du nombre de Reynolds (cf. §1.4.1). Cependant, le confinement vertical du jet donne naissance à de grosses recirculations situées de part et d'autre de l'axe du jet qui modifient largement l'écoulement en injectant de la quantité de mouvement supplémentaire (cf. figure 4.10).

Sur la figure 4.19 est représentée l'évolution longitudinale de la pression statique moyenne P_m , normalisée par la pression statique au point d'arrêt P_s pour $Re = 7500$ et $Re = 13500$. Au fur et à mesure de la décroissance axiale de la vitesse moyenne, la pression augmente pour atteindre son maximum au point d'arrêt. L'évolution de la pression P_m/P_s est indépendante du nombre de Reynolds et pour $x/H > 0,75$ elle est quasi-linéaire.

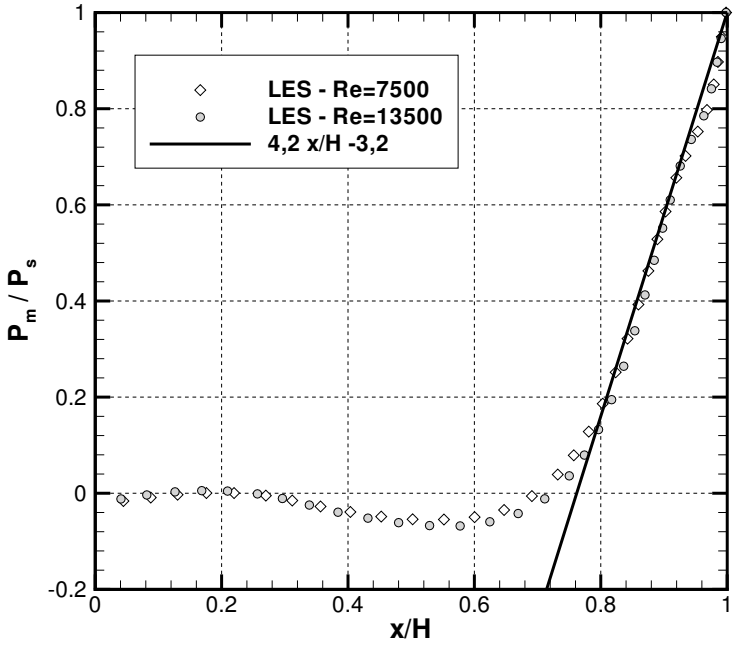


Figure 4.19: *Évolution longitudinale de la pression moyenne sur l'axe du jet P_m : $Re = 7500$ et $Re = 13500$ – modèle modifié de Beltaos et Rajaratnam*

Au voisinage de l'impact, l'évolution longitudinale de la pression moyenne P_m peut être bien représentée par la formule proposée par Beltaos et Rajaratnam [23] au paragraphe §1.4.4 :

$$\frac{P_m}{P_s} = 3,2\frac{x}{H} - 2,2 \tag{4.4}$$

Cette expression, valide pour des rapports d'ouverture $H/e > 30$ et pour des nombres de Reynolds compris entre 5270 et 7100 a été modifiée pour mieux tenir compte du confinement important de la configuration étudiée ($H/e = 10$). Nous proposons donc d'ajuster le coefficient directeur de la droite et suggérons le modèle suivant (représenté sur la figure 4.19) :

$$\frac{P_m}{P_s} = 4,2\frac{x}{H} - 3,2 \tag{4.5}$$

Ces résultats montrent, qu'au voisinage de la zone d'impact, le comportement de la pression statique peut donc être bien représenté par une évolution linéaire pour une gamme du nombre de Reynolds comprise entre 5270 et 13500 et pour des rapports d'ouverture $H/e \geq 10$.

Loi de décroissance de la vitesse axiale

Plusieurs auteurs ont essayé de représenter la décroissance axiale de la vitesse moyenne U_m d'un jet plan par un modèle analytique mais peu d'études ont considéré le rapport d'ouverture comme paramètre lorsque le jet est en présence d'un impact. Nous pouvons citer les travaux de Beltaos et Rajaratnam [23] repris par Gutmark et al. [74] évoqués au paragraphe §1.4. Leur démarche, fondée sur une analyse dimensionnelle montre que l'évolution de la vitesse moyenne U_m peut s'écrire sous la forme $U_m/U_0 = (H/e)^{-1/2}\, g\,(x/H)$:

– pour la zone-développée $(0,3 < x/H < 0,65)$, ils obtiennent :

$$\frac{U_m}{U_0} = \left(\frac{H}{e}\right)^{-1/2} B_1 \left(\frac{x}{H}\right)^{-1/2} \tag{4.6}$$

– pour la zone d'impact $(0,75 < x/H < 0,65)$, ils obtiennent :

$$\frac{U_m}{U_0} = \left(\frac{H}{e}\right)^{-1/2} B_2 \sqrt{1 - \frac{x}{H}} \tag{4.7}$$

Les coefficients B_1 et B_2 sont ajustés empiriquement en fonction des configurations rencontrées.

Plus récemment, Maurel [122] a développé un modèle original pour des rapports d'ouverture H/e compris entre 20 et 50 et un nombre de Reynolds de 27000. Ce modèle est construit sur une décomposition en 5 zones de l'écoulement : le cône potentiel, la zone d'établissement, la zone pseudo-développée, la zone perturbée par l'impact et la zone de paroi. Maurel propose de représenter la décroissance axiale de la vitesse moyenne par :

– pour $x/H < 1/B$:

$$\begin{aligned} \frac{U_m}{U_0} \;=\; & \left[\frac{1 + \left(\frac{K_3 x}{H}\frac{A}{2,45}\right)}{1 + \left(\frac{K_3 x}{H}\right)^n}\right] \\ & \times \left[1 + \left(\frac{x}{K_1 e}\right) 2,45 \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{K_2 e}\right)^n}\right] \left(\frac{x}{e}\right)^{-1/2} \left[1 - \left(B\frac{x}{H}\right)^n\right]\right] \\ & \times \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{x}{K_{1e}}\right)^n}\right] \end{aligned} \tag{4.8}$$

– pour $x/H > 1/B$:

$$U_m = 0 \tag{4.9}$$

Les termes en puissance n assurent la transition entre la zone d'établissement et la zone pseudo-développée. L'auteur propose de fixer $n = 10$, valeur qui permet d'obtenir un bon raccordement entre la fin du cône potentiel, le début de la décroissance axiale de U_m en puissance $-1/2$, tout en décrivant

correctement la zone d'impact. Les coefficients K_1,K_2 et K_3 sont ajustés empiriquement. Pour la gamme des rapports d'ouverture qu'il a étudiée, Maurel propose de fixer $K_1 = 7,5$, $K_2 = 6,5$ et $K_3 = 2,5$. Le paramètre A permet de représenter la modification du débit d'entraînement dans la zone perturbée par l'impact. Le paramètre B caractérise l'existence d'une zone tampon (proche de la paroi) à partir de laquelle le modèle n'est plus valide (la vitesse U_m pouvant devenir négative en raison de fortes recirculations observées dans cette zone). Les constantes A et B peuvent être fixées mais ne permettent pas de décrire une large gamme du rapport d'ouverture. L'auteur préfère ainsi les déterminer par une loi empirique faisant intervenir le rapport H/e :

$$A = 2,045 + 0,409 \left[1 - \exp\left(-0,0008 \left(\frac{H}{e} - 50 \right)^2 \right) \right] \tag{4.10}$$

$$B = 1 + 0,02 \text{arctang}\left(0,03 \frac{H}{e} \right) \tag{4.11}$$

La comparaison de ces deux modèles avec les simulations est reportée figure 4.20. Les constantes du modèle proposé par Beltaos ont été ajustées pour mieux tenir compte du confinement important du jet : nous avons choisi $B_1 = 2,2$ et $B_2 = 4,9$. La supériorité du modèle à 5 zones de Maurel sur celui proposé par Beltaos réside dans sa capacité à décrire globalement la décroissance axiale de la vitesse moyenne U_m. Mais il semble malgré tout difficile de pouvoir représenter la décroissance axiale de la vitesse moyenne U_m pour des jets fortement confinés et des nombres de Reynolds modérés ($Re < 7500$).

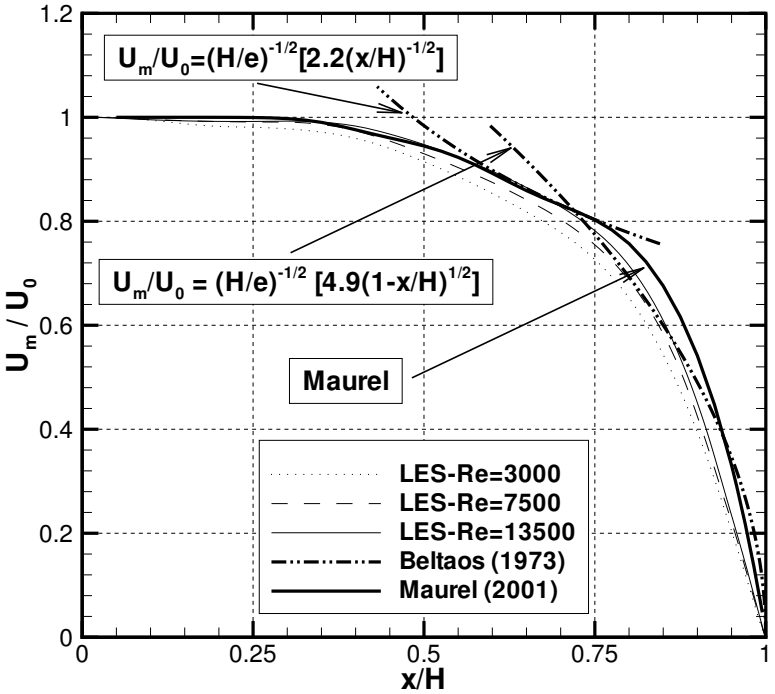
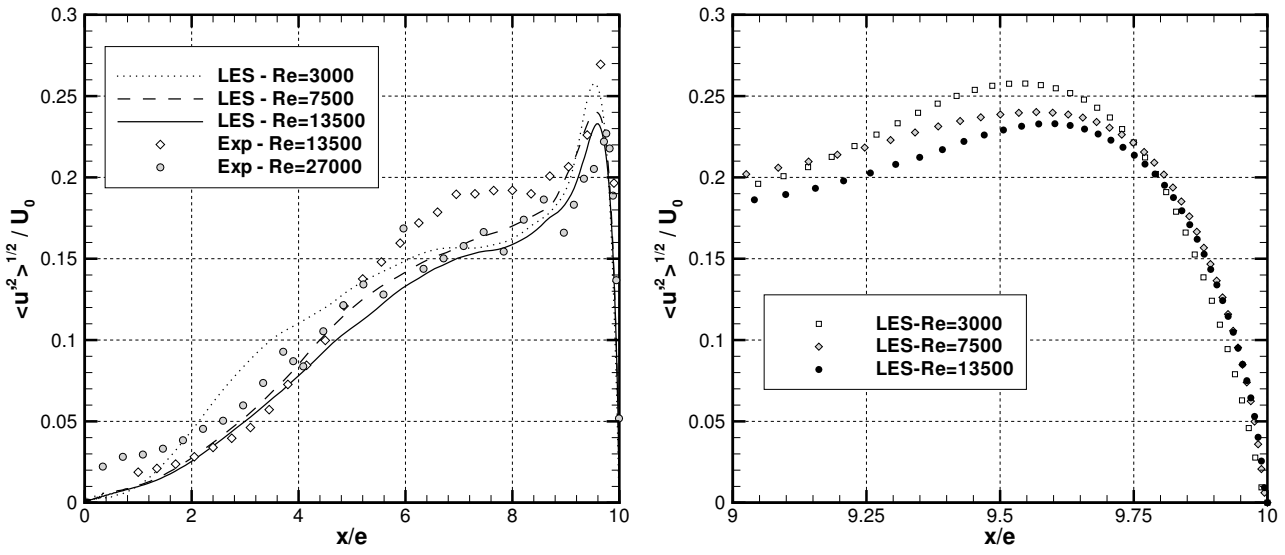


Figure 4.20: *Comparaison des lois de décroissance axiale de la vitesse U_m avec les simulations : modèle de Beltaos et modèle global de Maurel (2001)*

Évolution des grandeurs turbulentes

L'évolution longitudinale des valeurs *rms* de la vitesse est reportée sur les figures 4.21, 4.23 et 4.25. Ces dernières mettent en évidence la présence d'un pic de turbulence au voisinage de la zone d'impact. Les valeurs et la position de ce pic de turbulence semblent être peu influencées par le nombre de Reynolds, mais les niveaux atteints varient suivant les différentes composantes de la vitesse. En revanche, dans la phase de développement du jet, les fluctuations de la vitesse diminuent avec l'augmentation du nombre de Reynolds pour atteindre un état indépendant du nombre de Reynolds au voisinage de la zone d'impact. Ce comportement observé pour toutes les composantes des valeurs *rms,* souligne le caractère pleinement développé de la turbulence au voisinage de l'impact. L'écoulement semble perdre dans cette zone la «mémoire» de ces conditions initiales. La distance à partir de laquelle le comportement des valeurs rms devient peu sensible au nombre de Reynolds varie sensiblement suivant les composantes considérées, cette distance étant comprise entre $8e$ et $9e$.

La figure 4.21 représente l'évolution longitudinale de la composante $I_u = \left\langle u'^2 \right\rangle^{1/2} / U_0$ de l'intensité de la turbulence. On notera les niveaux plus importants atteints pour $Re = 3000$, pendant la phase de développement du jet. En revanche, pour des nombres de Reynolds supérieurs, les niveaux diminuent et deviennent peu sensibles au nombre de Reynolds au-delà de $Re = 7500$. Le pic de turbulence observé au voisinage de la zone d'impact est compris entre 26% pour $Re = 3000$ et 24% pour $Re = 7500$ et 13500, celui-ci apparaît près de la paroi pour x/e voisin de $9,5$ quel que soit le nombre de Reynolds.



(a) vue complète

(b) zoom près de la paroi

Figure 4.21: *Évolution longitudinale de I_u sur l'axe du jet ($y/e = 0$) : LES $Re = 3000, 7500, 13500$ – Expérience Maurel (2001)*

Bien que le comportement global de I_u soit bien décrit par la simulation, on note des écarts importants entre la simulation et les mesures pour $Re = 13500$ qui sont absents pour $Re = 27000$. Le comportement différent observé pour $x/e > 4$ peut cependant être expliqué. En effet, il semblerait que pour les mesures réalisées à $Re = 13500$, le jet soit légèrement dévié (à droite de son axe de symétrie) à partir

d'une abscisse longitudinale supérieure à 4. Cette condition de symétrie parfaite est très difficile à atteindre expérimentalement, les conditions aux limites ne pouvant être parfaitement contrôlées.

Ainsi, nous avons représenté sur la figure 4.22 l'évolution longitudinale de I_u obtenue par simulation à $Re = 13500$ sur l'axe du jet et à des abscisses transversales légèrement décalées vers la gauche (correspondant à $y/e = 0,12$, $y/e = 0,17$, $y/e = 0,23$, $y/e = 0,28$, $y/e = 0,33$ et $y/e = 0,53$). Les évolutions longitudinales de I_u sont confrontées aux résultats expérimentaux présentés précédemment et obtenus pour le même nombre de Reynolds. A mesure que le décalage transversal croît, on constate, une augmentation des valeurs de I_u ; les niveaux atteints correspondent à ceux obtenus expérimentalement. Pour $y/e = 0,57$ et $x/e > 7$, on remarque, sur la distribution longitudinale de I_u obtenue par simulation, la présence du plateau constaté sur les mesures. Le niveau énergétique est de plus en très bon accord avec celui observé expérimentalement. Les différences observées au niveau du pic de turbulence dans la zone de proche paroi peuvent s'expliquer par le cisaillement plus important qui est mesuré sur l'axe lorsque le jet est dévié vers la droite. Le léger décalage transversal du jet (avoisinant $e/2$) à droite de son axe de symétrie expliquerait ainsi les écarts observés entre la simulation et les mesures à $Re = 13500$.

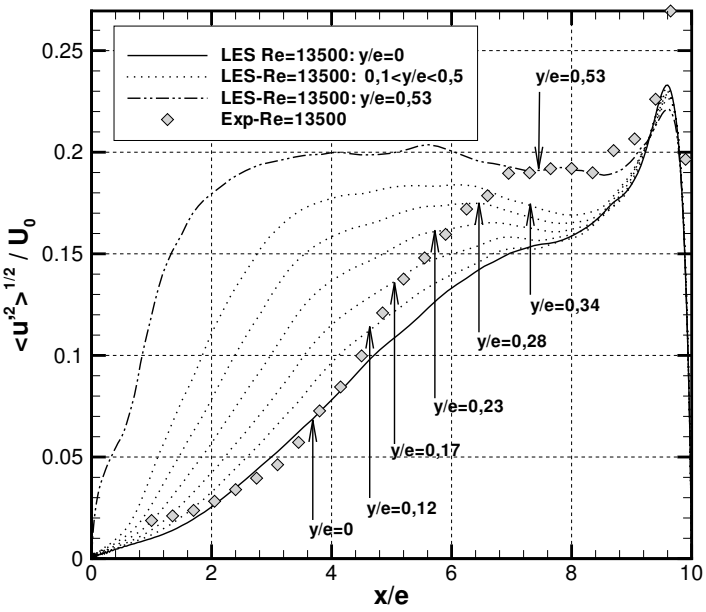
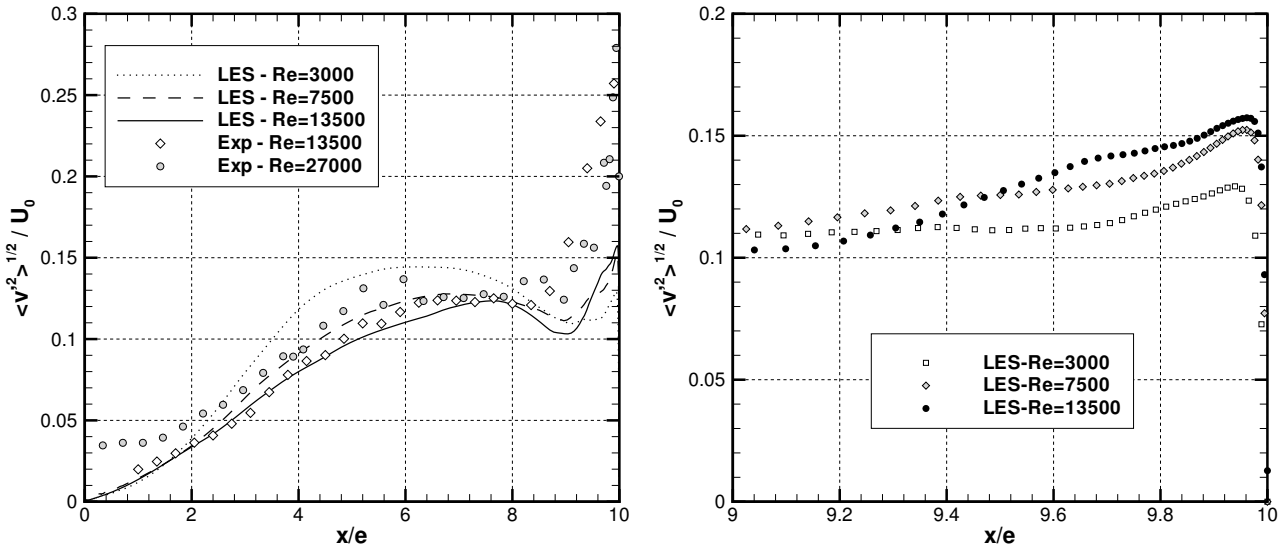


Figure 4.22: *Évolution longitudinale de I_u : LES $Re = 13500$ pour $y/e \geq 0$ – Expérience Maurel (2001)*

Sur la figure 4.23 est reportée l'évolution longitudinale de la composante $I_v = \left\langle v'^2 \right\rangle^{1/2} / U_0$ de l'intensité de la turbulence. Les mêmes remarques que pour la composante I_u peuvent être formulées ici : diminution de l'intensité I_v avec l'augmentation du nombre de Reynolds qui a un effet moins important au voisinage de l'impact. Pour $Re = 27000$, l'intensité I_v observée en sortie de buse est plus importante que celle à $Re = 13500$, mais pour $x/e > 6$ celle-ci tend rapidement vers les niveaux obtenus pour $Re = 7500$ et $Re = 13500$. Cette tendance confirme que le jet semble perdre la «mémoire» des conditions initiales injectées en sortie de buse à partir de $x/e = 6$. Ce comportement est aussi observé pour $Re = 3000$. On notera cependant que le niveau du pic d'intensité de la turbulence I_v est plus faible, cette dernière étant voisine de 15% pour $Re = 7500$ et $Re = 13500$ et de 13% pour $Re = 3000$. Ce pic apparaît plus près de la paroi, à $x/e = 9,96$, ce qui souligne la nécessité d'employer

des maillages très raffinés afin de capturer correctement les forts gradients observés au niveau de la zone d'impact.



(a) vue complète

(b) zoom près de la paroi

Figure 4.23: *Évolution longitudinale de I_v sur l'axe du jet ($y/e = 0$) : LES $Re = 3000, 7500, 13500$ – Expérience Maurel (2001)*

Le résultat des simulations apparaît en bon accord avec les mesures même pour celles effectuées à $Re = 13500$. En effet, comme le montre la figure 4.24, le décalage du jet par rapport à son axe de symétrie n'influence que très légèrement la distribution longitudinale de I_v, bien que des écarts plus importants sont cependant constatés dans la zone d'impact.

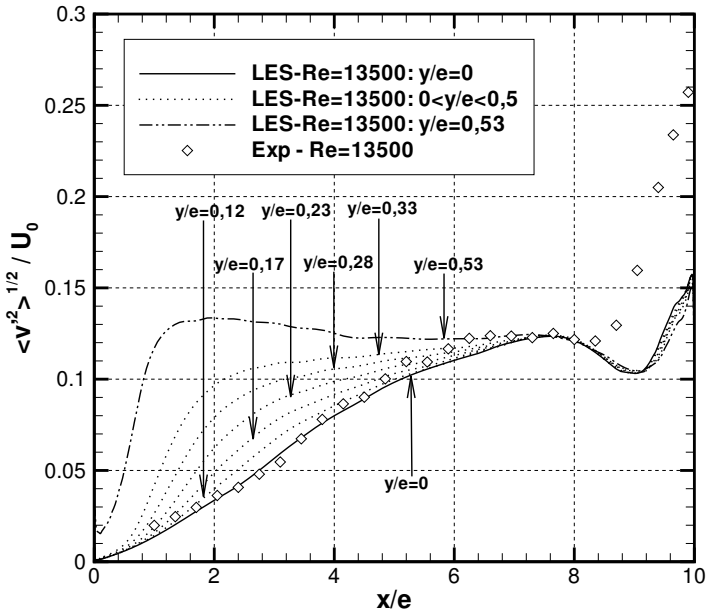
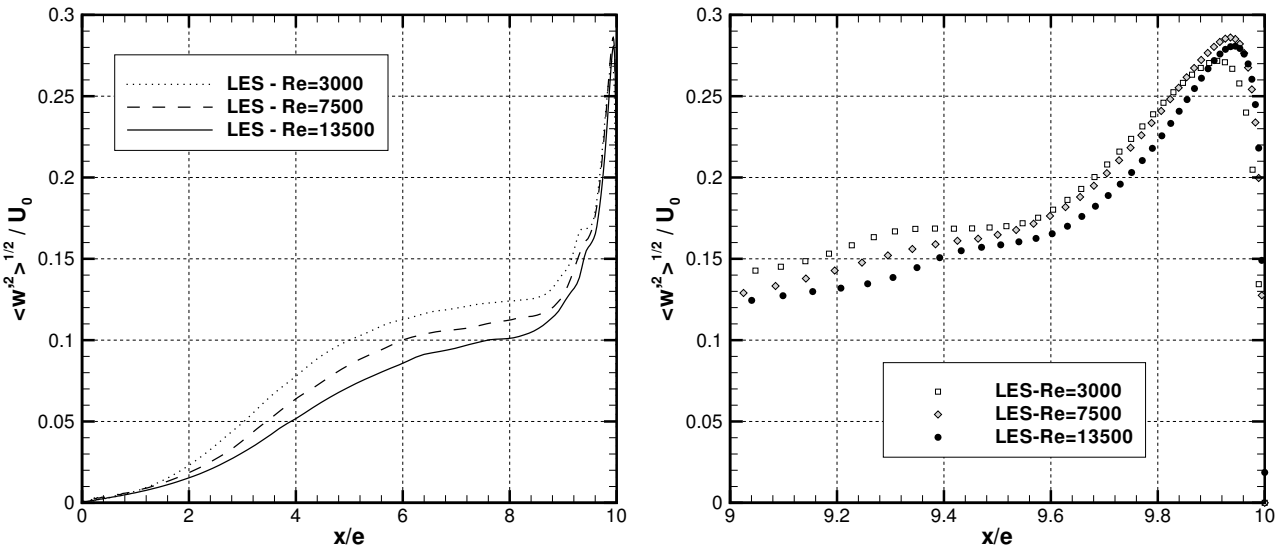


Figure 4.24: *Évolution longitudinale de I_v : LES $Re = 13500$ pour $y/e \geq 0$ – Expérience Maurel (2001)*

Le pic de l'intensité de la turbulence $I_w = \langle w'^2 \rangle^{1/2} / U_0$ obtenue par calcul (figure 4.25) atteint un niveau voisin de 27% pour $Re = 3000$ et de 29% pour $Re = 7500$ et 13500. Ce pic apparaît lui aussi très près de la paroi à $x/e = 9,95$ pour $Re = 7500$ et 13500 et à $x/e = 9,92$ pour $Re = 3000$. Là encore on constate une diminution des valeurs *rms* avec l'augmentation du nombre de Reynolds, le comportement de I_w devenant peu dépendant de Re à partir de $x/e = 9$.



(a) vue complète

(b) zoom près de la paroi

Figure 4.25: *Évolution longitudinale de I_w sur l'axe du jet ($y/e = 0$) : LES $Re = 3000, 7500, 13500$*

En accord avec Sunyach et Mathieu [173], on constate pour $Re = 7500$ et 13500 que dans la région du cône potentiel ($x/e \leq 4$) les fluctuations vérifient : $\langle v'^2 \rangle^{1/2} > \langle u'^2 \rangle^{1/2} > \langle w'^2 \rangle^{1/2}$. Cette relation n'est plus vérifiée pour $Re = 3000$ où le cône potentiel est quasiment absent. En revanche, plus en aval et pour tous les nombres de Reynolds des simulations, on constate que $I_w < I_v < I_u$. A mesure que l'on se rapproche de l'impact, les effets tridimensionnels deviennent plus importants et à partir de $x/e = 8$, I_w dépasse les niveaux atteints par I_v pour dépasser I_u au proche voisinage de la paroi.

Sur la figure 4.26 est reportée l'évolution de l'énergie cinétique turbulente $k = I_u^2 + I_v^2 + I_w^2$ qui permet de représenter plus globalement le niveau énergétique du jet. On y retrouve le même comportement, à savoir : diminution du niveau de l'énergie cinétique turbulente avec l'augmentation du nombre de Reynolds hors de la zone d'impact.

L'évolution longitudinale de la pression *rms* $\langle p'^2 \rangle^{1/2} / P_s$ sur l'axe du jet est représentée figure 4.27 pour $Re = 7500$ et $Re = 13500$. Elle est semblable à celle observée sur les fluctuations de vitesse. On y constate une légère diminution des fluctuations de pression avec l'augmentation du nombre de Reynolds dans la zone de développement du jet. Au voisinage de l'impact (pour $x/H > 0,8$), le pic des valeurs rms semble peu influencé par le nombre de Reynolds et atteint une intensité proche de 25%, valeur voisine de l'intensité observée sur la composante longitudinale de la vitesse (figure 4.21).

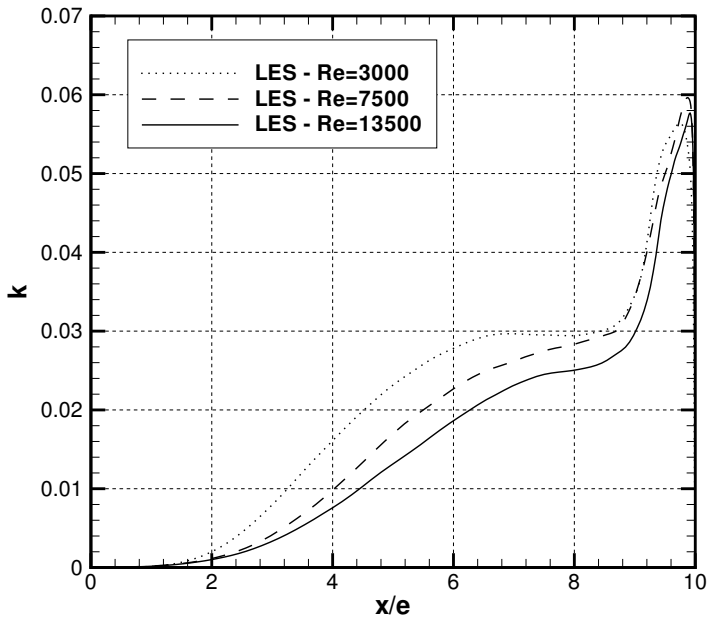


Figure 4.26: *Évolution longitudinale de l'énergie cinétique turbulente k sur l'axe du jet ($y/e = 0$) : LES $Re = 3000, 7500, 13500$*

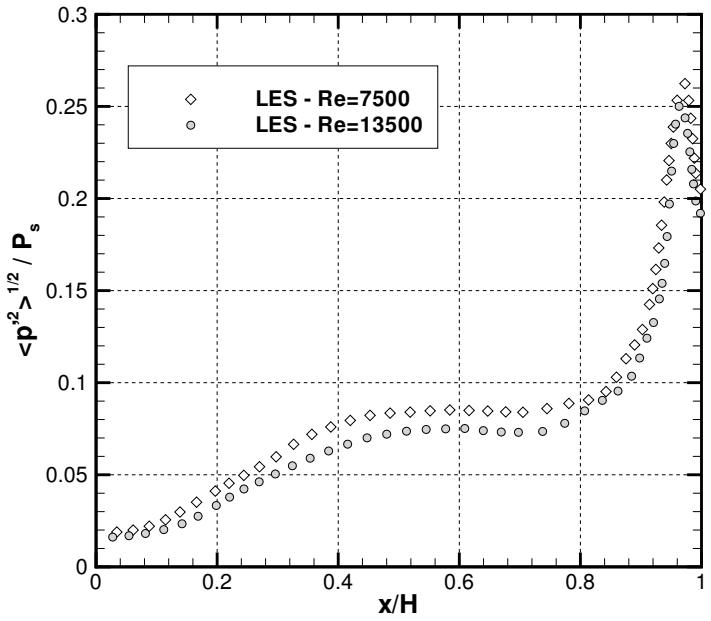


Figure 4.27: *Évolution longitudinale de $\langle p'^2 \rangle^{1/2} / P_s$ sur l'axe du jet ($y/e = 0$) : LES $Re = 7500, 13500$*

4.2.4 Évolution transversale

Nous proposons d'étudier dans ce paragraphe l'évolution transversale des grandeurs cinématiques du jet pour les trois nombres de Reynolds considérés. Les résultats des présentes simulations seront dans un premier temps confrontés aux mesures (Maurel [122]) pour différentes sections transversales données afin de valider la simulation (cf. figure 4.28). Les propriétés d'affinité des grandeurs moyennes et turbulentes seront examinées. Enfin, l'effet du nombre de Reynolds sur le développement transversal et en particulier l'évolution de la demi-largeur du jet sera également discutée.

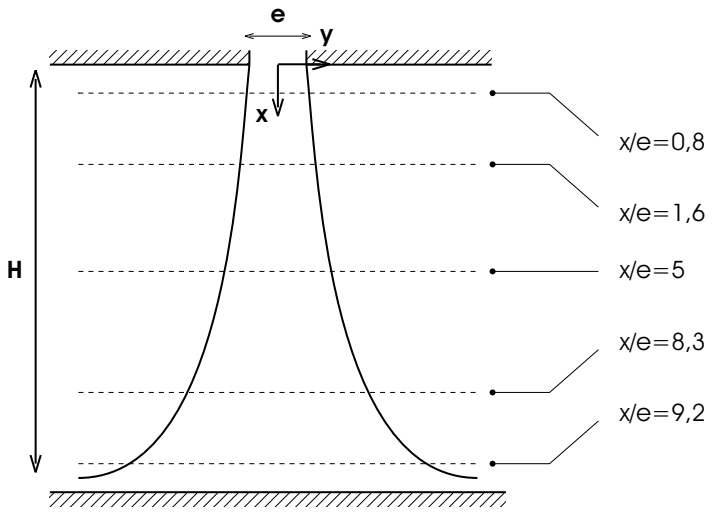


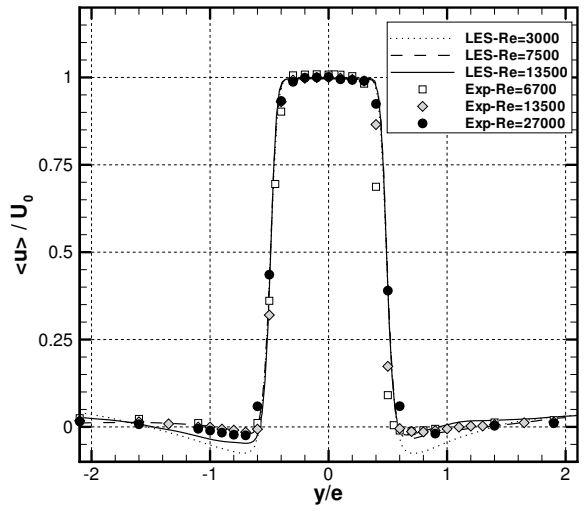
Figure 4.28: *Sections transversales étudiées*

Validation et comparaison à l'expérience

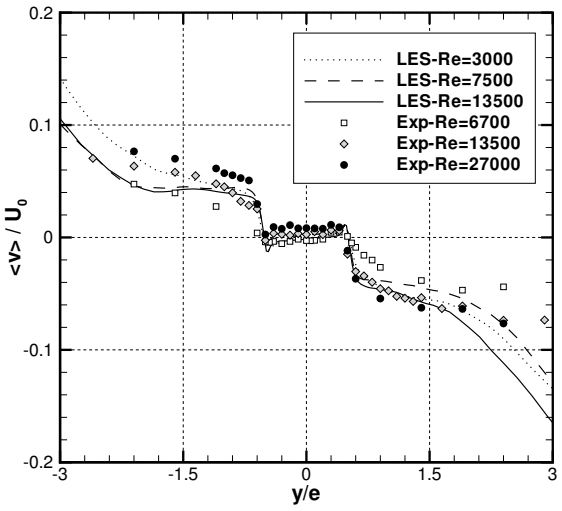
Sur la figure 4.29 est reportée l'évolution transversale des composantes longitudinale et transversale de la vitesse moyenne obtenue par simulation et les mesures de Maurel pour le même rapport d'ouverture et pour $Re = 6700$, $Re = 13500$ et $Re = 27000$. Cette gamme du nombre de Reynolds nous permet de balayer un large éventail de configurations. Trois sections transversales, permettant de couvrir les différentes zones caractéristiques du jet plan impactant, ont été retenues : $x/e = 0,8$ pour le noyau potentiel, $x/e = 5$ pour la zone développée et $x/e = 9,2$ pour la zone d'impact.

Le résultat des simulations est en bon accord avec les mesures de Maurel compte tenu des incertitudes de mesures (estimées à 2,5%) et de la légère dissymétrie constatée sur les profils expérimentaux et numériques. Ce phénomène, visible notamment sur la figure 4.29 en $x/e = 5$ où les valeurs de la vitesse moyenne V sur l'axe du jet devraient être théoriquement identiquement nulles, suggérerait de réaliser le traitement statistique sur des temps d'intégration un peu plus importants. Les écarts les plus importants sont observés au voisinage de l'impact ($x/e = 9,2$), région caractérisée par un brassage turbulent important requérant donc des temps d'intégration plus longs.

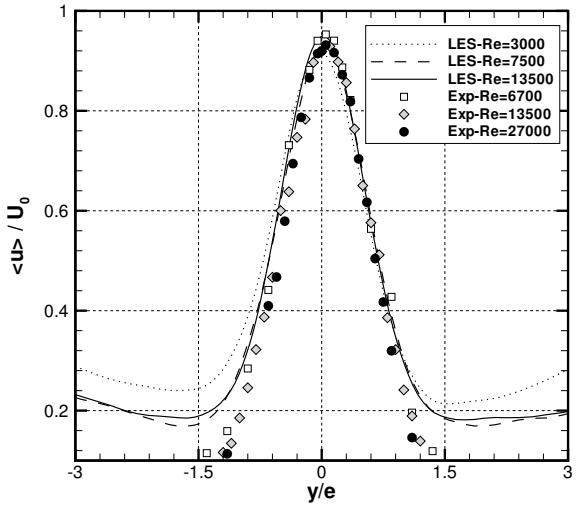
On remarquera, figure 4.29, l'élargissement des pics de sur-vitesse de la composante V, lié à l'épaississement de la couche de mélange entre $x/e = 0,8$ et $x/e = 5$. On notera, pour $x/e = 9,2$, la



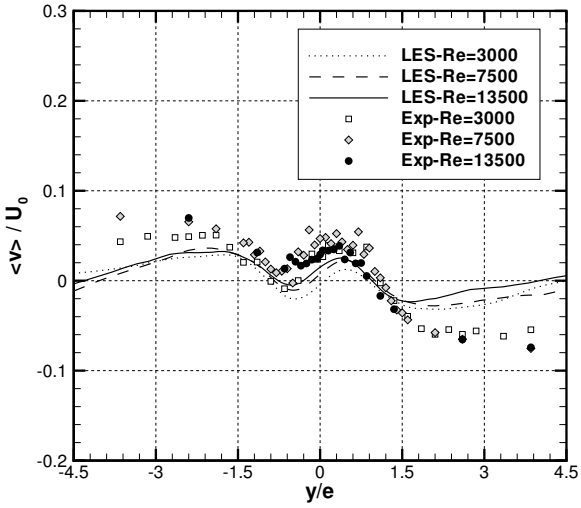
(a) composante longitudinale U en $x/e = 0,8$



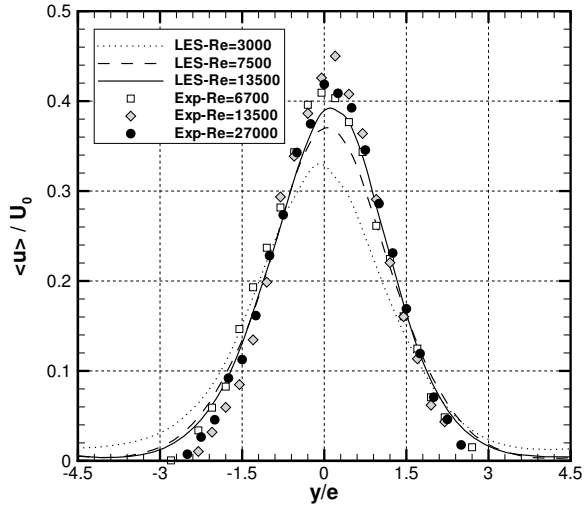
(b) composante transversale V en $x/e = 0,8$



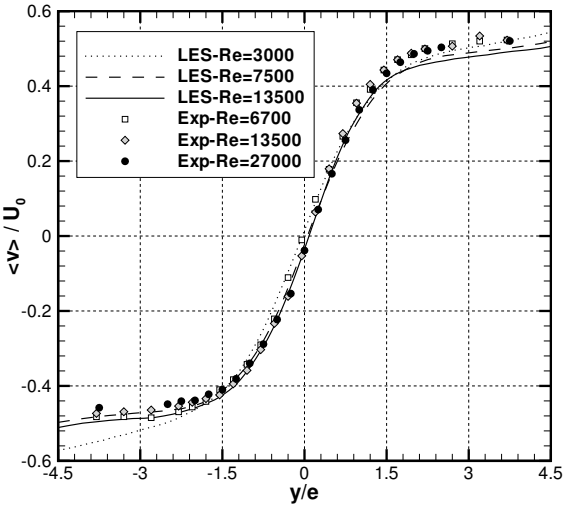
(c) composante longitudinale U en $x/e = 5$



(d) composante transversale V en $x/e = 5$



(e) composante longitudinale U en $x/e = 9,2$



(f) composante transversale V en $x/e = 9,2$

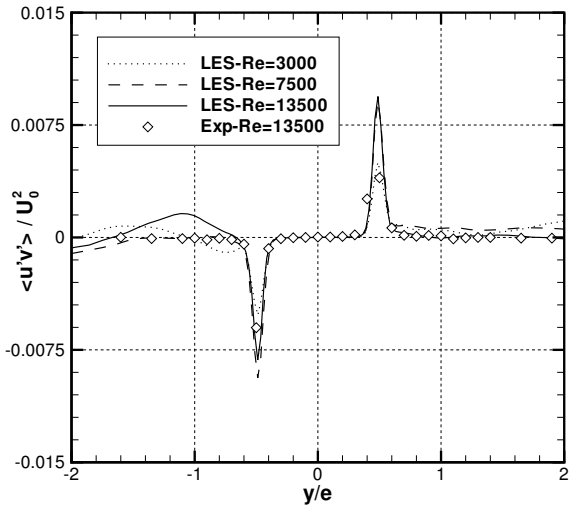
Figure 4.29: *Évolution transversale de U et V dans la région du cône potentiel à $x/e = 0,8$: LES $Re = 3000, 7500, 13500$ - Expérience Maurel (2001) $Re = 6700, 13500, 27000$*

présence des jets de parois, caractérisée par le changement de signe et la forte augmentation de la composante V de la vitesse moyenne, l'écoulement étant accéléré dans la direction orthogonale à l'axe de symétrie du jet. Ce comportement confirme la nécessité d'employer des maillages suffisamment fins au niveau de la zone d'impact afin de pouvoir capturer correctement les forts gradients observés longitudinalement pour la composante U et transversalement pour la composante V.

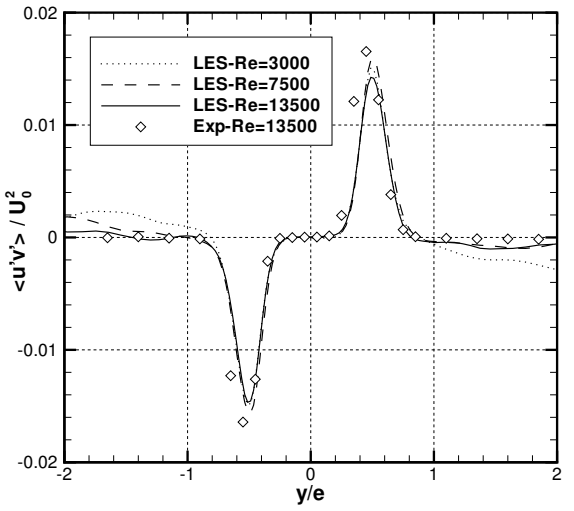
Le nombre de Reynolds ne semble pas avoir une influence notable sur le développement transversal de la vitesse moyenne pour une gamme comprise entre $Re = 3000$ et $Re = 27000$. Les paragraphes suivants ont pour but d'évaluer l'effet du nombre de Reynolds sur la distribution transversale des grandeurs fluctuantes.

La distribution transversale des tensions de Reynolds $\langle u'v' \rangle / U_0^2$ obtenues par simulations et mesures (Maurel [122]) est représentée sur la figure 4.30 pour les abscisses longitudinales suivantes : $x/e = 0,8$; $1,6$; 5; $8,3$ et $9,2$. Le résultat des simulations est en très bon accord avec l'expérience. Ces figures font apparaître la présence d'un pic de turbulence qui correspond à la signature de la couche de mélange. A mesure que l'on s'éloigne de la sortie de buse, la couche de mélange s'épaissit et les pics observés s'élargissent en passant d'une distribution de type Dirac à une forme plus arrondie. L'abscisse transversale (y/e) pour laquelle les tensions de Reynolds sont maximales augmente avec l'abscisse longitudinale (x/e), traduisant l'épanouissement du jet. Ainsi dans la région du cône potentiel $(x/e = 0,8)$ le maximum des tensions de Reynolds est observé pour $y/e = 0,5$ alors que celui-ci se situe à une abscisse transversale voisine de $y/e = 0,7$ pour $x/e = 8,3$. Pour $x/e = 0,8$, l'effet du nombre de Reynolds observé numériquement est à relativiser compte tenu des mesures de Maurel. Toujours est-il que celui-ci apparaît négligeable dans la gamme considérée ici ($3000 \leq Re \leq 13500$). Quel que soit le nombre de Reynolds, on constate une augmentation des valeurs des pics des tensions de Reynolds dans la phase initiale du développement du jet $(x/e < 8)$. Mais à mesure que l'on se rapproche de l'impact, ceux-ci diminuent pour finalement changer de signe dans la zone de proche paroi $(x/e = 9,2)$. Ce comportement caractéristique sera détaillé dans le paragraphe §4.2.5 consacré à la définition de la hauteur d'impact.

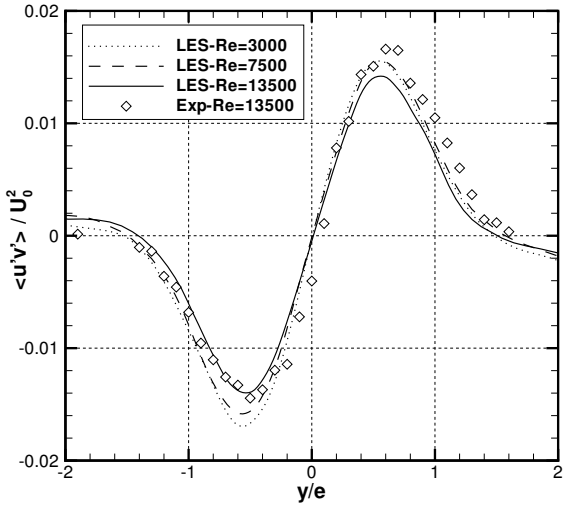
La distribution transversale des valeurs *rms* $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_0$ est reportée sur la figure 4.31. On retiendra la forme «en selle», très marquée dans la région du cône potentiel $(x/e = 0,8)$, qui tend à disparaître lorsque l'on se rapproche de la zone d'impact. Les pics observés s'élargissent pour prendre une forme plus arrondie et plus étirée lorsque l'on s'éloigne de la sortie buse. L'abscisse transversale pour laquelle le maximum des valeurs rms est observé augmente lorsque l'on se rapproche de la paroi, passant de $y/e = 0,5$ pour $x/e = 0,8$ à $y/e = 0,70$ pour $x/e = 8,3$. Ce comportement, qui traduit l'épanouissement du jet, s'accompagne d'une augmentation de l'intensité turbulente I_u sur l'axe du jet (observée précédemment sur la figure 4.21) qui tend vers les niveaux atteints par le maximum des valeurs *rms*. Ce phénomène, qui accompagne l'épanouissement du jet, traduit une certaine «homogénéisation» du brassage turbulent dans la zone de proche paroi. Les niveaux atteints par les pics de turbulence augmentent rapidement entre $x/e = 0,8$ et $x/e = 1,6$ puis restent voisins de 20% lorsque l'on se rapproche de la paroi d'impact. Comme pour les tensions de Reynolds, le nombre de Reynolds a peu d'effets sur l'évolution transversale de $\langle u'^2 \rangle^{1/2} / U_0$.



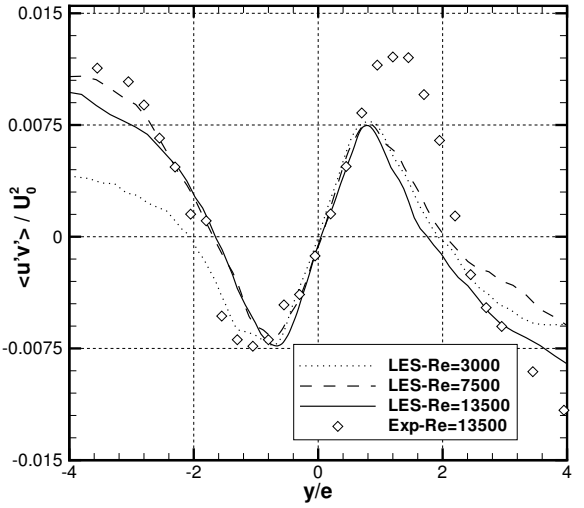
(a) $x/e = 0,8$



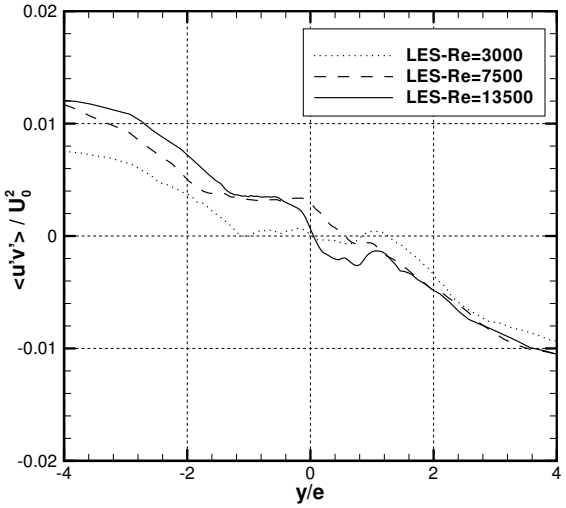
(b) $x/e = 1,6$



(c) $x/e = 5$

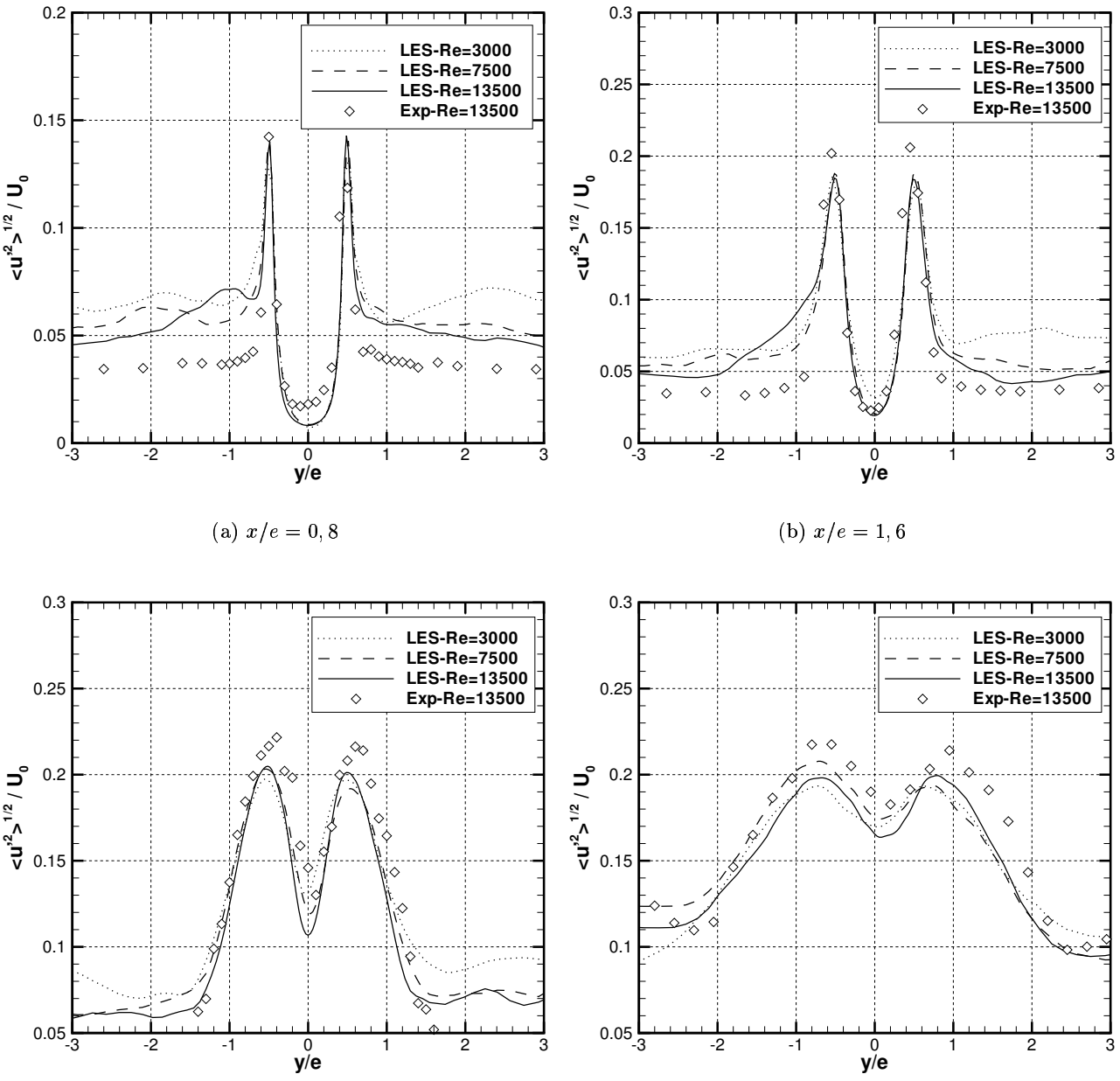


(d) $x/e = 8,3$



(e) $x/e = 9,2$

Figure 4.30: *Évolution transversale de* $\langle u'v' \rangle / U_0^2$ *: LES* $Re = 3000, 7500, 13500$ - *Expérience Maurel (2001)* $Re = 13500$



(a) $x/e = 0,8$

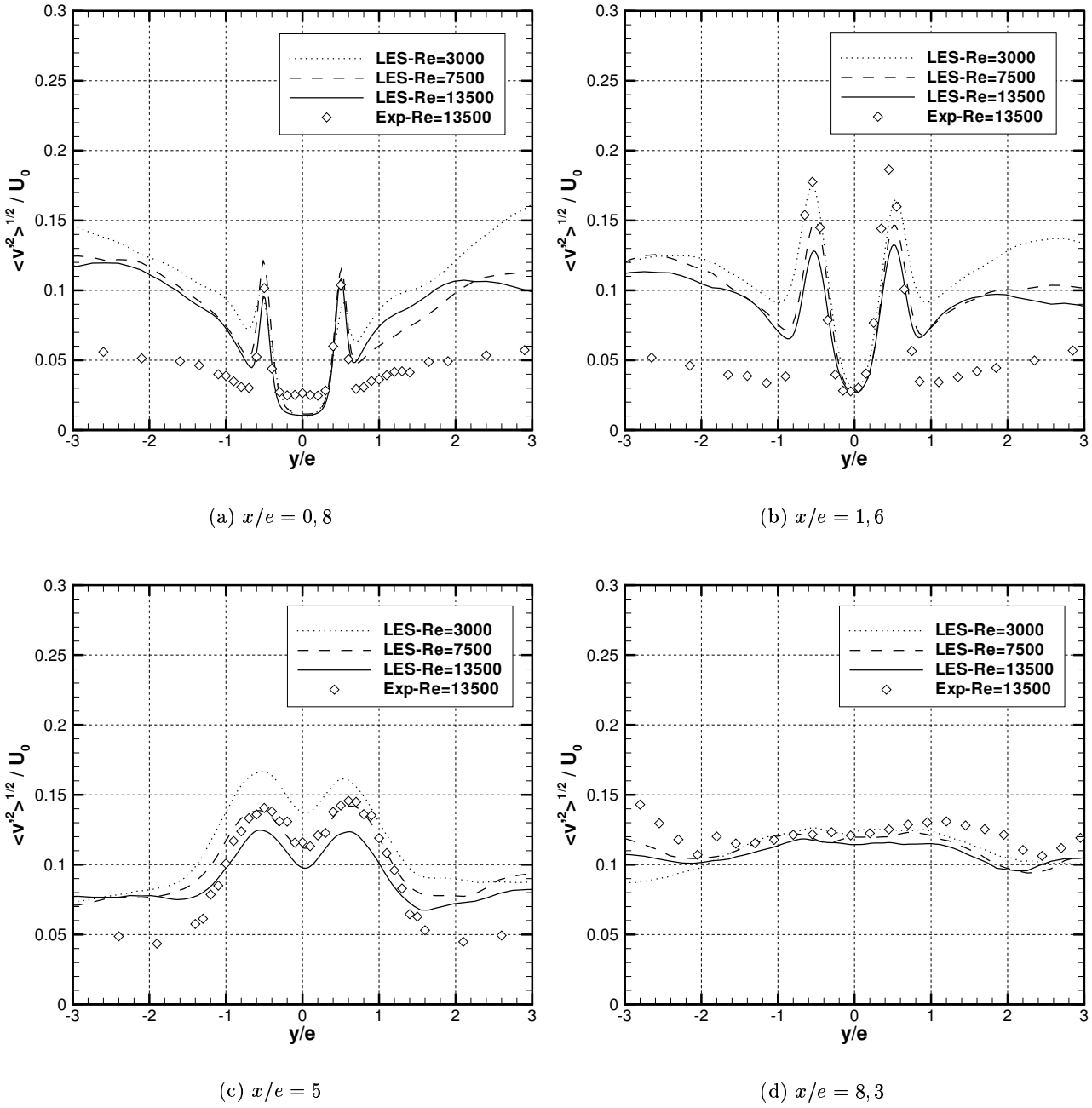
(b) $x/e = 1,6$

(c) $x/e = 5$

(d) $x/e = 8,3$

Figure 4.31: *Évolution transversale de* $\langle u'^2 \rangle^{1/2}/U_0$ *: LES* $Re = 3000, 7500, 13500$ *- Expérience Maurel (2001)* $Re = 13500$

Sur la figure 4.32 est représentée la distribution transversale des valeurs *rms* $\left\langle v'^2 \right\rangle^{1/2} / U_0$ pour $x/e = 0,8$, $x/e = 1,6$, $x/e = 5$ et $x/e = 8,3$. Les écarts observés sur l'axe du jet entre le calcul et les mesures proviennent de l'intensité de la turbulence en sortie de buse qui est nulle pour les calculs et qui est de l'ordre de 3% pour les mesures. Comme pour les valeurs *rms* de la composante longitudinale de la vitesse, à mesure que le jet s'épanouit, on constate un élargissement des pics de turbulence lorsque l'on se rapproche de la paroi. La localisation de ces pics est bien décrite par la simulation et l'abscisse transversale y/e pour laquelle les maxima sont atteints augmente avec la distance à la sortie de buse.



(a) $x/e = 0,8$

(b) $x/e = 1,6$

(c) $x/e = 5$

(d) $x/e = 8,3$

Figure 4.32: *Évolution transversale de* $\left\langle v'^2 \right\rangle^{1/2} / U_0$ *: LES* $Re = 3000, 7500, 13500$ *- Expérience Maurel (2001)* $Re = 13500$

Affinité des profils moyens et des valeurs rms

L'affinité des grandeurs cinématiques (qui est largement établi dans la littérature pour des jets plans libres ou en impact lointain) consiste à supposer que, dans la zone développée, les profils transversaux des grandeurs cinématiques de l'écoulement ne dépendent que de l'abscisse longitudinale x/e. Ce paragraphe étudie l'affinité des profils transversaux de la vitesse moyenne et des grandeurs turbulentes pour un jet plan en impact proche ($H/e = 10$) pour les trois nombres de Reynolds mis en oeuvre dans les simulations : $Re = 3000, 7500, 13500$. Les profils transversaux sont exprimés en *coordonnées réduites* : les grandeurs cinématiques moyennes et turbulentes sont normalisées par la vitesse moyenne sur l'axe du jet U_m et l'ordonnée transversale y est normalisée par la demi-largeur du jet b_u.

Sur la figure 4.33 est reportée l'évolution transversale de la vitesse moyenne U normalisée par la vitesse moyenne sur l'axe du jet en fonction de l'ordonnée réduite y/b_u pour $Re = 3000, 7500$ et 13500. Les propriétés d'affinité sont vérifiées pour $x/e > 4$, mais sur un domaine transversal plus réduit que celui observé pour les jets plans libres : $-1 \leq y/b_u \leq 1$. Les écarts observés pour $Re = 13500$ semblent dus au temps d'intégration qui est légèrement inférieur pour ce nombre de Reynolds. Ces résultats sont en accord avec les mesures de Guyonnaud [77] qui constate l'affinité des profils de la vitesse moyenne U à partir de $x/H = 0,5$, pour $H/e = 12$ et pour $Re = 32000$. Pour le même rapport d'ouverture et pour un nombre de Reynolds plus modéré ($Re = 10000$) , Cziesla et al. [44] montrent par simulation des grandes échelles turbulentes que les profils transversaux de la vitesse moyenne deviennent également affines à partir de $x/e \simeq 5$.

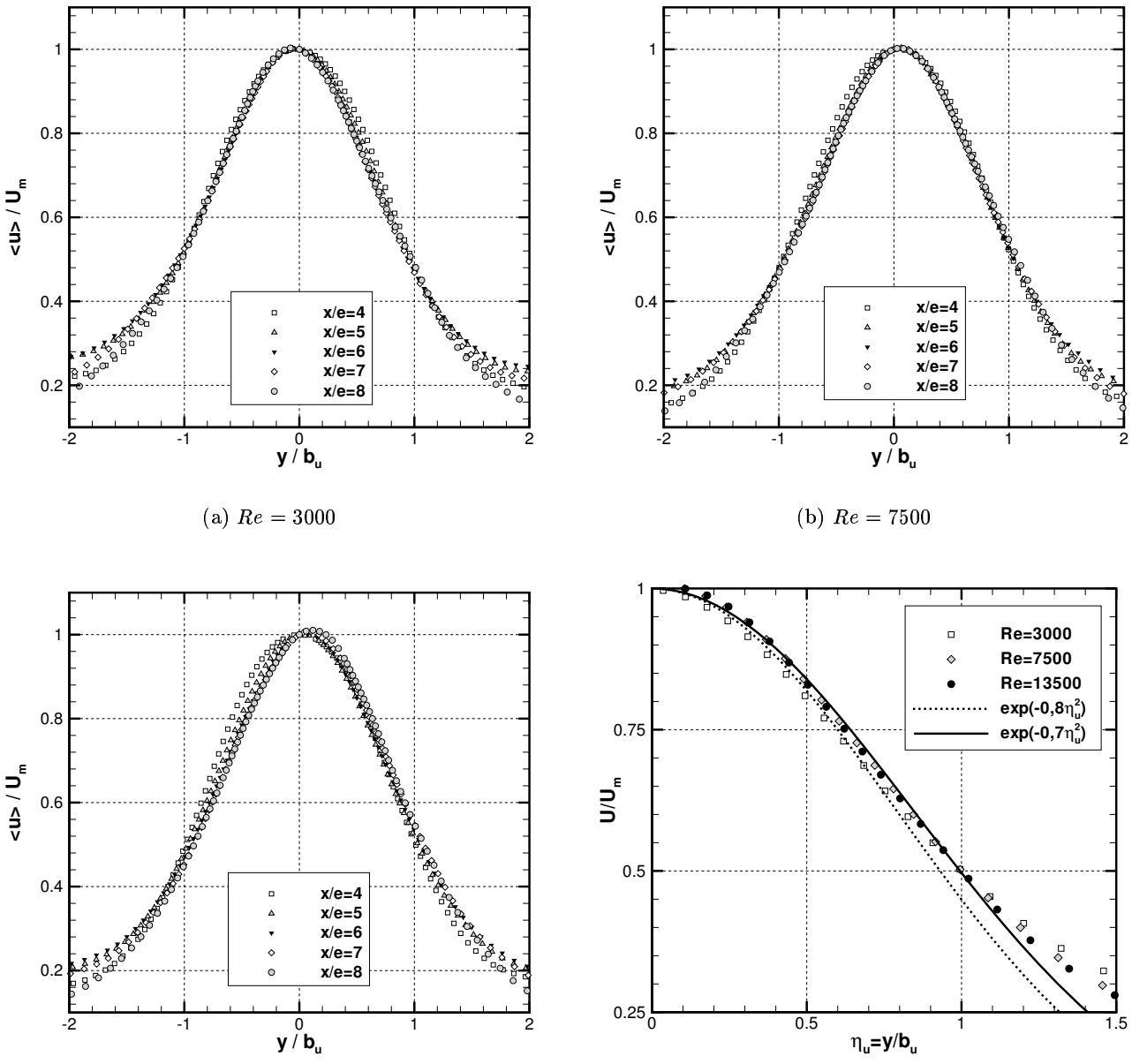
Les profils affines de la vitesse moyenne sont relativement bien représentés par une distribution du type Gaussien souvent utilisée pour les jets plan libres ou en impact lointain (Namer et Ötügen [131], Beltaos et Rajaratnam [23]) :

$$\frac{U(x,y)}{U_m(x)} = \exp\left(-A\eta_u^2\right) \tag{4.12}$$

où η_u est l'ordonnée transversale réduite définie par $\eta_u = y/b_u(x)$.

Pour des jets plans libres, Namer et Ötügen utilisent $A = \ln(2)$. Cette constante a été modifiée ici pour mieux tenir compte du confinement important du jet. Pour $Re = 3000$, la constante A est fixée à $0,7$. Pour $Re = 7500$ et $Re = 13500$, nous proposons $A = 0,8$. On notera, sur la figure 4.33, le changement de comportement du jet pour $Re = 3000$. Le profil transversal de la vitesse moyenne exprimée en coordonnées réduites est en effet moins bien représenté par une distribution de type Gaussien.

Les profils transversaux des grandeurs turbulentes exprimées en coordonnées réduites sont représentés sur les figures 4.34, 4.35 et 4.36. L'affinité des grandeurs turbulentes est souvent observée à partir d'une abscisse longitudinale x/e plus importante que celle obtenue pour la vitesse moyenne U (cf. §1.4.3). Pour ce rapport d'ouverture, l'affinité des grandeurs turbulentes n'est pas atteinte. Guyonnaud [77] fait le même constat à partir de mesures effectuées pour $H/e = 12$ et $Re = 32000$.



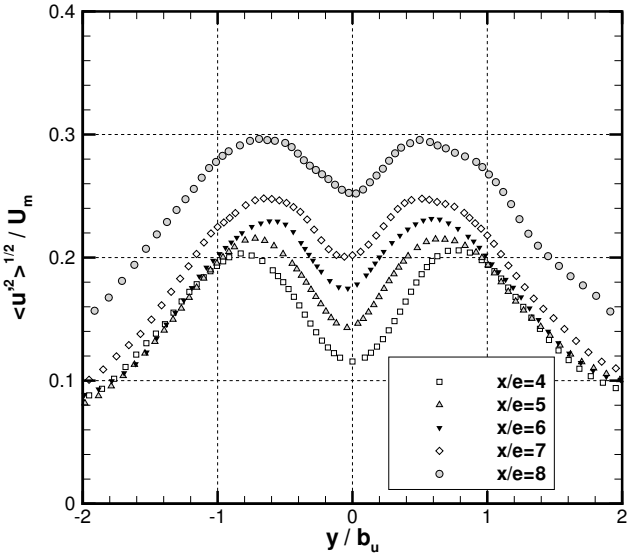
(a) $Re = 3000$

(b) $Re = 7500$

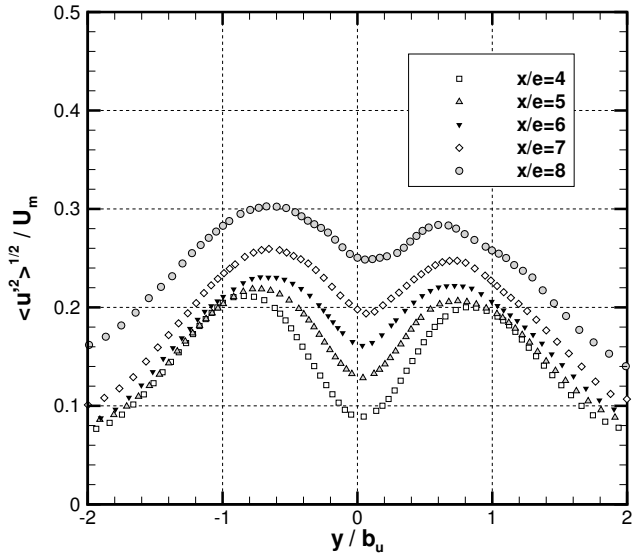
(c) $Re = 13500$

(d) distribution gaussienne

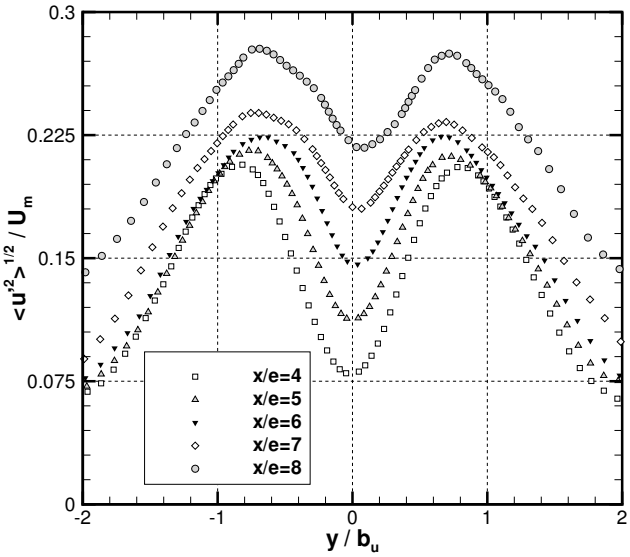
Figure 4.33: *Affinité des profils transversaux de la vitesse moyenne U : LES - $Re = 3000, 7500$ et 13500*



(a) $Re = 3000$

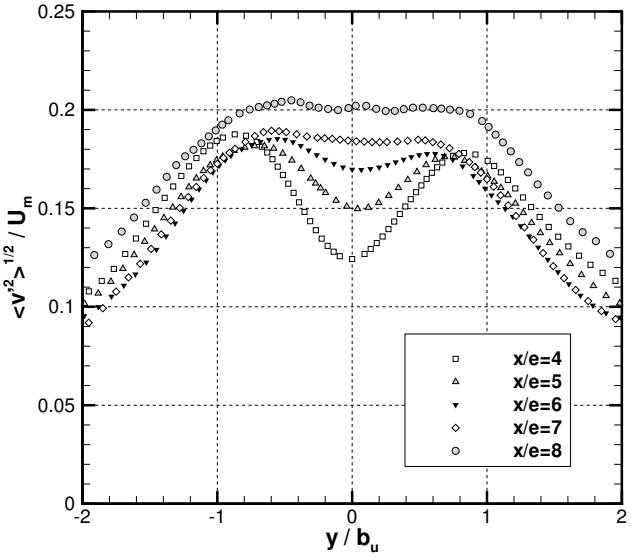


(b) $Re = 7500$

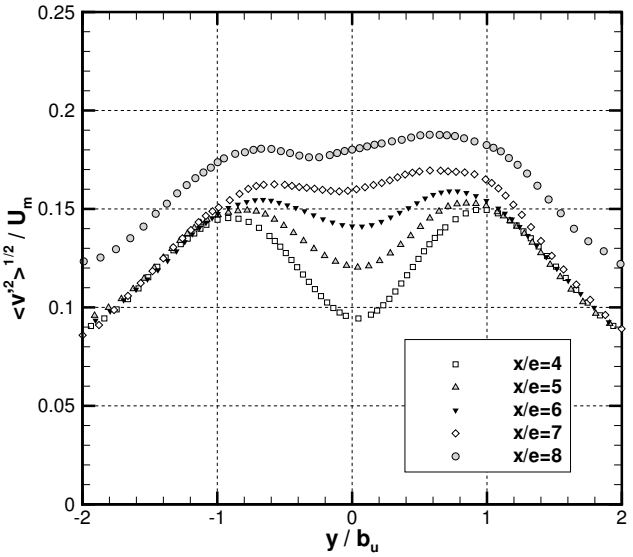


(c) $Re = 13500$

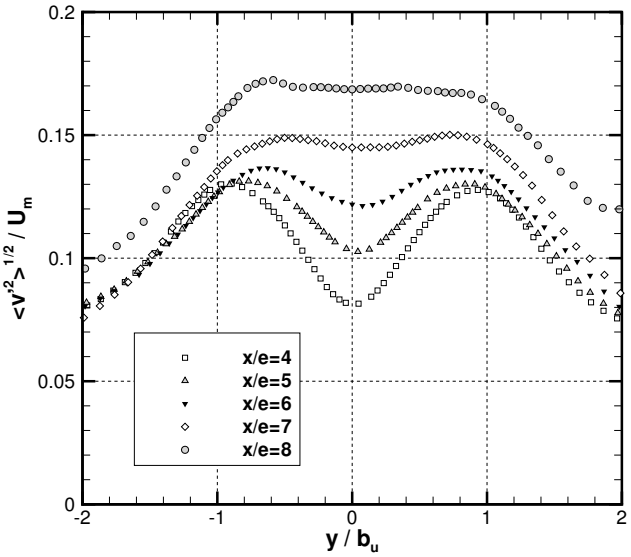
Figure 4.34: *Profils transversaux de* $\left\langle u'^2 \right\rangle^{1/2} / U_m$ *en coordonnées réduites : LES –* $Re = 3000, 7500$ *et* 13500



(a) $Re = 3000$

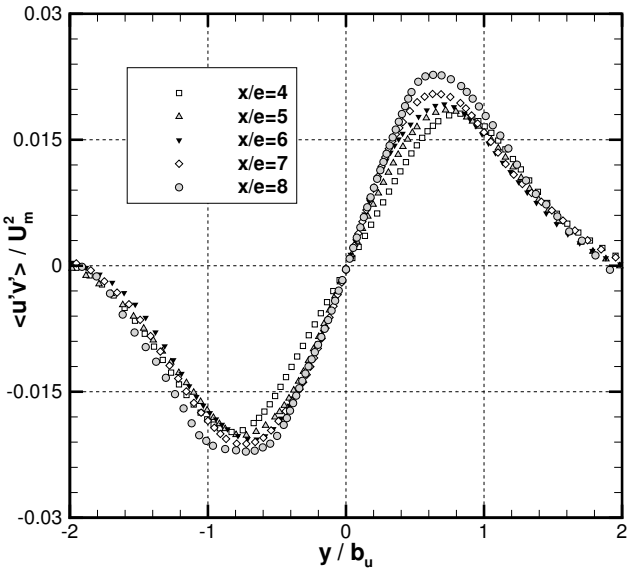


(b) $Re = 7500$

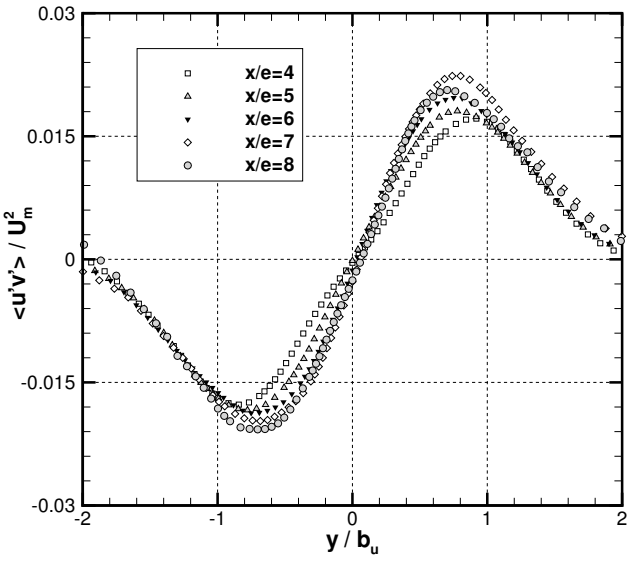


(c) $Re = 13500$

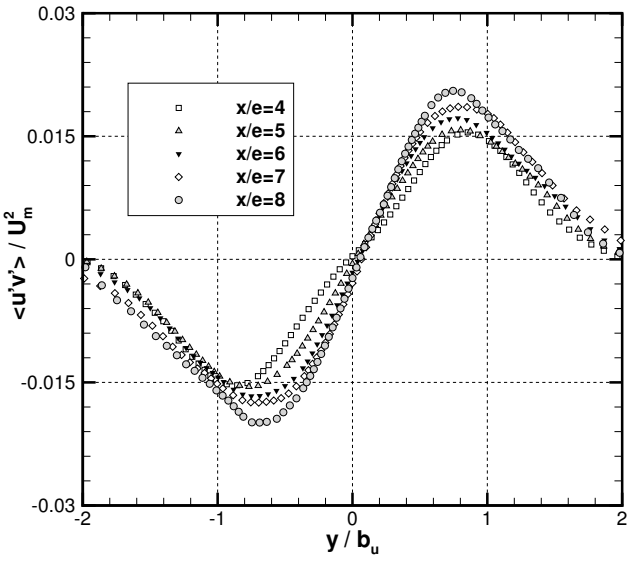
Figure 4.35: *Profils transversaux de* $\left\langle v'^2 \right\rangle^{1/2} / U_m$ *en coordonnées réduites : LES –* $Re = 3000, 7500$ *et* 13500



(a) $Re = 3000$



(b) $Re = 7500$



(c) $Re = 13500$

Figure 4.36: *Profils transversaux de* $\langle u'v' \rangle / U_m^2$ *en coordonnées réduites : LES –* $Re = 3000, 7500$ *et* 13500

Évolution de la demi-largeur du jet b_u

L'évolution longitudinale de la demi-largeur du jet b_u en fonction de x/H est représentée sur la figure 4.37. Pour $x/H < 0,5$, le nombre de Reynolds a peu d'effet sur l'épanouissement du jet. Plus en aval, l'épanouissement du jet diminue avec l'augmentation du nombre de Reynolds, les écarts s'atténuant pour les plus grandes valeurs du nombre de Reynolds. Cette tendance confirme le fait que le jet tend vers un comportement asymptotique pour des nombres de Reynolds supérieurs à 7500.

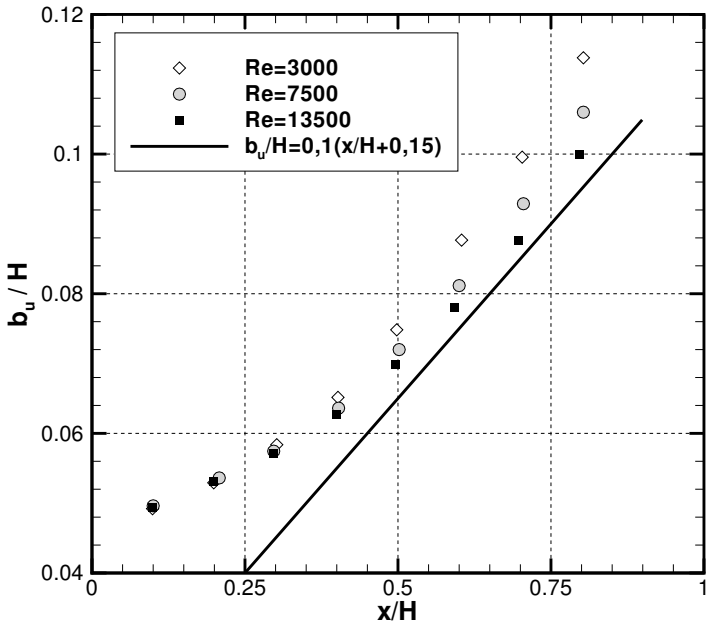


Figure 4.37: *Évolution longitudinale de la demi-largeur du jet b_u : LES $Re = 3000, 7500, 13500$ - modèle de Beltaos*

Dans la gamme du nombre de Reynolds considérée ici, Beltaos et Rajaratnam proposaient le modèle suivant pour décrire l'évolution de la demi-largeur du jet pour des rapports d'ouverture $H/e > 30$ et pour $0,2 < x/H < 0,65$:

$$\frac{b_u\,(x/H)}{H} = 0,10\left(\frac{x}{H} + 0,15\right) \tag{4.13}$$

Ce modèle, reporté figure 4.37, se révèle inadapté pour des jets en impact proche et ne tient pas compte de la région proche de la sortie de buse.

Nous proposons donc un modèle à deux zones pour décrire à la fois le champ proche de la sortie de buse et la zone de développement du jet. On constate (figure 4.38) que l'évolution de la demi-largeur b_u/e en fonction de x/e est linéaire sur les domaines $x/e\,\epsilon\,[1;4]$ et $x/e\,\epsilon\,[4;8]$. On remarquera que l'intersection des deux droites correspond à la fin du cône potentiel ($x/e = 4$) pour $Re = 7500$ et $Re = 13500$ mais aussi au début de la zone de similitude pour les trois nombres de Reynolds considérés ici.

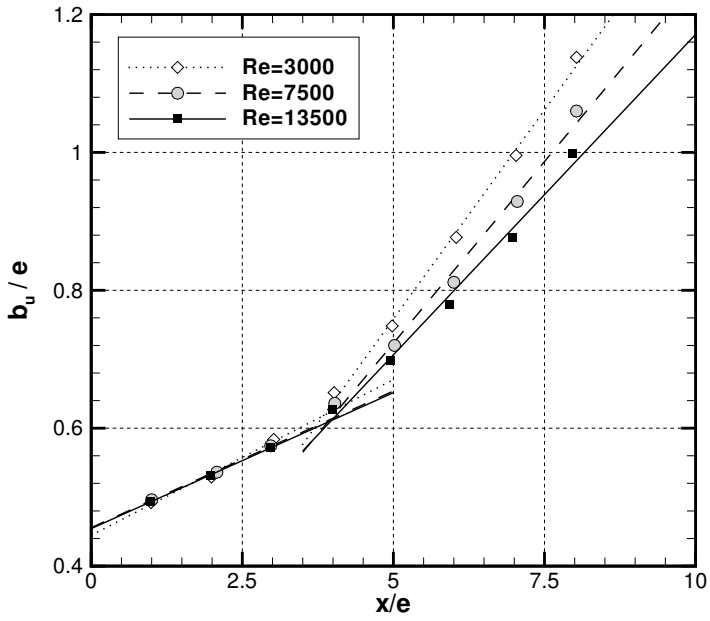


Figure 4.38: *Évolution longitudinale de la demi-largeur du jet b_u : LES $Re = 3000, 7500, 13500$*

Nous proposons donc le modèle suivant pour décrire les deux zones observées :

$$b_u/e = a_1 \frac{x}{e} + b_1 \text{ pour } x/\text{e } \epsilon \text{ } [1;4] \tag{4.14}$$

$$b_u/e = a_2 \left(\frac{x}{e} - b_2 \right) \text{ pour } x/\text{e } \epsilon \text{ } [4;8] \tag{4.15}$$

L'équation (4.15) rappelle la formulation (1.36) proposée par Comte-Bellot [38] au paragraphe §1.4.3, b_2 jouant le rôle de l'origine fictive du jet. Les valeurs des coefficients a_i et b_i, répertoriés dans le tableau 4.5, confirment que l'évolution de la demi-largeur du jet est peu sensible au nombre de Reynolds pour $x/\text{e } \leq 4$. Les coefficients directeurs a_2 des droites dans la zone développée sont comparables aux valeurs moyennes reportées au paragraphe §1.4.3.

Re	a_1	b_1	a_2	b_2
3000	0,045	0,44	0,121	−1,256
7500	0,039	0,45	0,105	−1,866
13500	0,039	0,45	0,093	−2,591

Tableau 4.5: *Coefficients du modèle de l'évolution longitudinale de la demi largeur b_u/e en fonction du nombre de Reynolds*

En accord avec les mesures de Namer et Ötügen obtenues pour un jet plan libre, on constate une diminution des coefficients a_2 avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Ce comportement était attendu compte tenu des niveaux plus élevés de l'intensité de la turbulence observés pour les faibles nombres de Reynolds.

De plus, il est intéressant de noter que les pentes obtenues dans la zone développée sont voisines de celles constatées pour un jet plan libre. Ainsi, Namer et Ötügen obtiennent un coefficient a_2 de $0,179$ pour $Re = 1000$, et constatent que ce coefficient tend vers une valeur asymptotique de $0,098$ pour $Re = 6000$. Pour un nombre de Reynolds de 7620, Browne et al. obtiennent $a_2 = 0,104$, valeur identique à celle obtenue pour la simulation à $Re = 7500$. Les conclusions avancées dans l'étude bibliographique au paragraphe §1.4.3 page 39 sont ainsi vérifiées : le nombre de Reynolds n'influence l'évolution de la demi-largeur du jet b_u dans la zone développée qu'en dessous d'une valeur critique voisine de $Re = 6000$. Pour des nombre de Reynolds plus importants le coefficient a_2 semble être peu influencé : il est compris entre $0,093$ et $0,105$, valeurs identiques à celles obtenues pour un jet plan libre. On constate un décalage de l'origine fictive du jet (coefficient b_2) en amont de l'écoulement à mesure que le nombre de Reynolds augmente.

4.2.5 Définition de la hauteur d'impact H_i

La figure 4.39 montre que l'évolution longitudinale de la vitesse moyenne U_m sur l'axe du jet peut être représentée par une décroissance quasi linéaire dans la zone développée et dans la zone d'impact. Il est ainsi possible de définir une hauteur d'impact H_i comme la distance au point d'intersection des droites qui décrivent l'évolution linéaire de la vitesse moyenne U_m dans la zone développée ($4 < x/e < 8$) et dans la zone d'impact ($8,5 < x/e < 10$) Maurel [122]. Pour les trois nombres de Reynolds étudiés ici, l'intersection des deux droites se situe à une distance de la paroi représentant entre 16% et 17% de la hauteur totale du jet, respectivement pour $Re = 7500$, $Re = 13500$ et $Re = 3000$. Ces valeurs sont en accord avec les mesures de Maurel qui estime (par cette même technique) une hauteur d'impact H_i comprise entre 10% et 15 % de la hauteur totale du jet pour un nombre de Reynolds fixé à 27000 et des rapports d'ouverture $H/e \geq 10$.

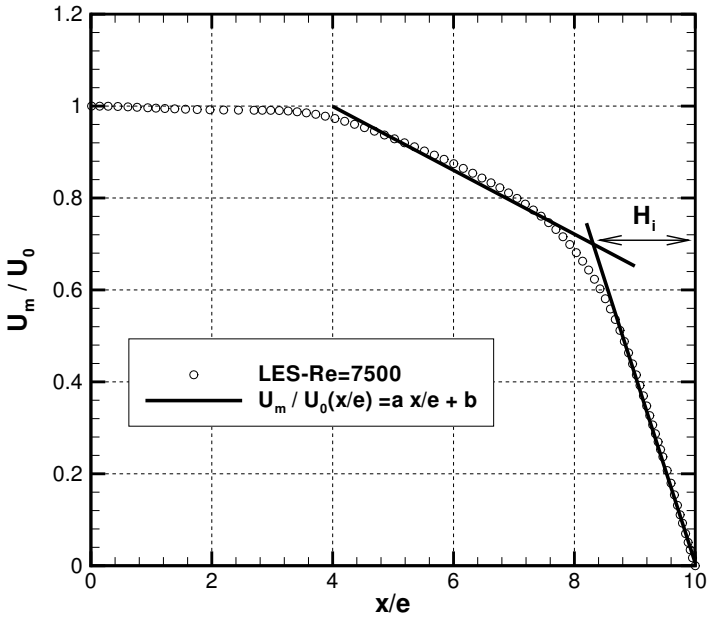
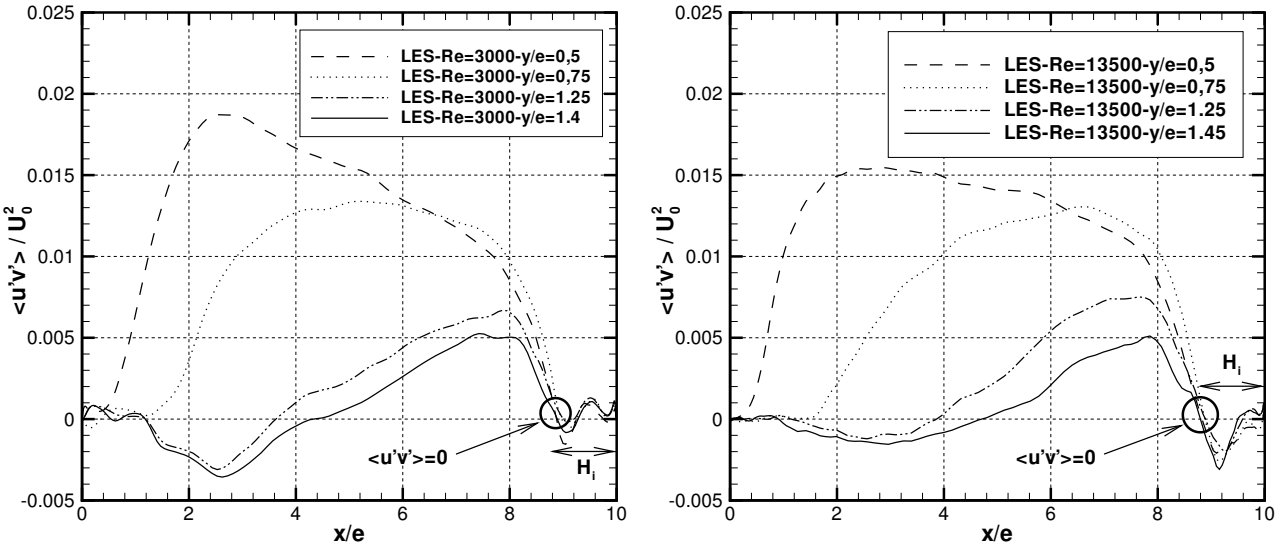


Figure 4.39: *Définition de la hauteur d'impact H_i à partir de l'évolution longitudinale de la vitesse moyenne U_m : LES $Re = 7500$*

Cette méthode souffre cependant d'un manque de précision dû à la faible étendue de la zone développée pour ce rapport d'ouverture et de la difficulté à déterminer la pente à l'impact ($\partial U/\partial x = 0$ par continuité).

L'évolution transversale des tensions de Reynolds $\langle u'v' \rangle$ (figure 4.30) met en évidence le changement de comportement des tensions de Reynolds au voisinage de la zone d'impact. A mesure que l'on se rapproche de la paroi, les tensions de Reynolds diminuent pour finalement changer de signe au proche voisinage de l'impact, conformément aux mesures de Maurel. Nous avons retenu la position de ce point singulier (caractérisé par l'annulation des tensions $\langle u'v' \rangle$) pour définir avec moins d'incertitudes la hauteur d'impact H_i relative ici aux tensions de Reynolds.

La figure 4.40 reporte l'évolution longitudinale des tensions de Reynolds sur des parallèles à l'axe du jet (pour $y/e > 0$). Le comportement observé est identique pour les trois nombres de Reynolds mis en oeuvre dans la simulation, mais seuls sont reportés les résultats obtenus pour les deux extrema : $Re = 3000$ et 13500. On constate que sur des parallèles à l'axe du jet, les tensions de Reynolds $\langle u'v' \rangle$ s'annulent toutes en un point voisin de $y/e = 8,8$. La position de ce point singulier représente 12% de la hauteur totale du jet, ce qui corrobore très bien les résultats de Maurel. Pour $H/e = 25$ et $Re = 13500$ et 27000, l'auteur obtient une hauteur d'impact équivalente à $0,13H$. On notera cependant que l'abscisse transversale maximale pour laquelle ce comportement est encore observé varie entre le calcul et les mesures. Pour des rapports d'ouverture $H/e \geq 25$, Maurel constate la présence de ce point singulier jusqu'à $y/e \simeq 2,5$ alors que pour le rapport d'ouverture moins important mis en oeuvre dans la simulation ($H/e = 10$) l'existence de ce point singulier n'est plus observée au-delà de $y/e = 1,5$.



(a) $Re = 3000$

(b) $Re = 13500$

Figure 4.40: *Distribution longitudinale des tensions de Reynolds* $\langle u'v' \rangle$ *pour* $y/e \geq 0$ *: LES* $Re = 3000, 13500$

Ces deux méthodes (décroissance de la vitesse moyenne U_m et évolution longitudinale de $\langle u'v' \rangle$) permettent donc d'estimer la hauteur d'impact H_i du jet à environ 15% de la hauteur totale du jet.

4.2.6 Champ pariétal

Pression pariétale

L'évolution de la pression moyenne à la paroi P_w normalisée par la pression au point d'arrêt P_s en fonction de y/H est reportée figure 4.41. Le profil obtenu est bien représenté par une distribution Gaussienne. Nous avons utilisé la formulation proposée par Beltaos et Rajaratnam décrite au paragraphe §1.4.4, qui fait intervenir la hauteur d'impact H. La constante du modèle a dû être légèrement modifiée (de 38,5 à 33) pour mieux tenir compte du confinement important de notre configuration :

$$\frac{P_w}{P_s} = \exp\left(-33\,(y/H)^2\right) \tag{4.16}$$

En accord avec les mesures de Tu et Wood [179], on constate que l'influence du nombre de Reynolds sur la distribution transversale de la pression pariétale $\mathrm{P_W}/P_s$ est négligeable. Les écarts observés sur la demi-largeur b_p entre $Re = 7500$ et $Re = 13500$ sont inférieurs à 4%. Pour les deux nombres de Reynolds nous obtenons un rapport $b_p/H \simeq 0,14$. Pour le même rapport d'ouverture et pour un nombre de Reynolds fixé à 11000, Tu et Wood obtiennent un rapport b_p/H voisin de 0,135. Pour un jet plan en impact lointain ($H/e > 60$) et un nombre de Reynolds de 5650, Beltaos et Rajaratnam [23] obtiennent $b_p/H \simeq 0,14$.

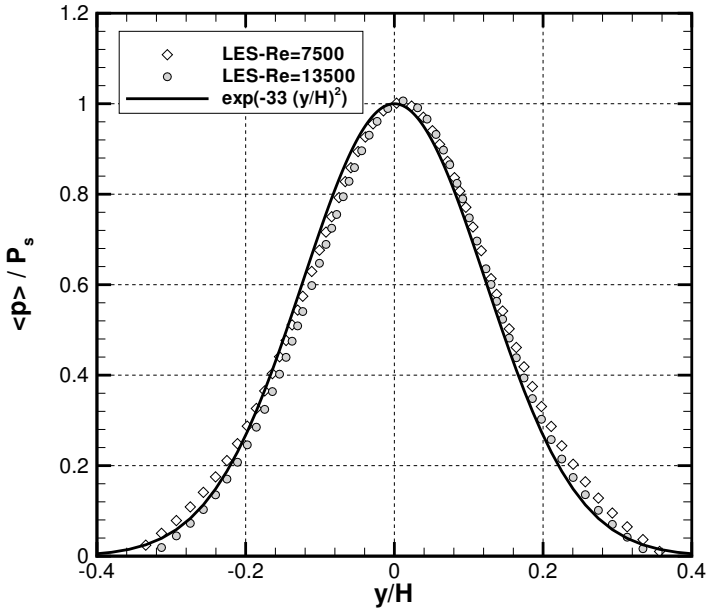


Figure 4.41: *Distribution de la pression pariétale : LES* $Re = 7500, 13500$

L'évolution de la pression *rms* (normalisée par la pression au point d'arrêt) en fonction de y/H est représentée figure 4.42. On notera la diminution des valeurs rms avec l'augmentation du nombre de Reynolds ainsi que la présence de deux pics résiduels de part et d'autre de l'axe de symétrie du jet.

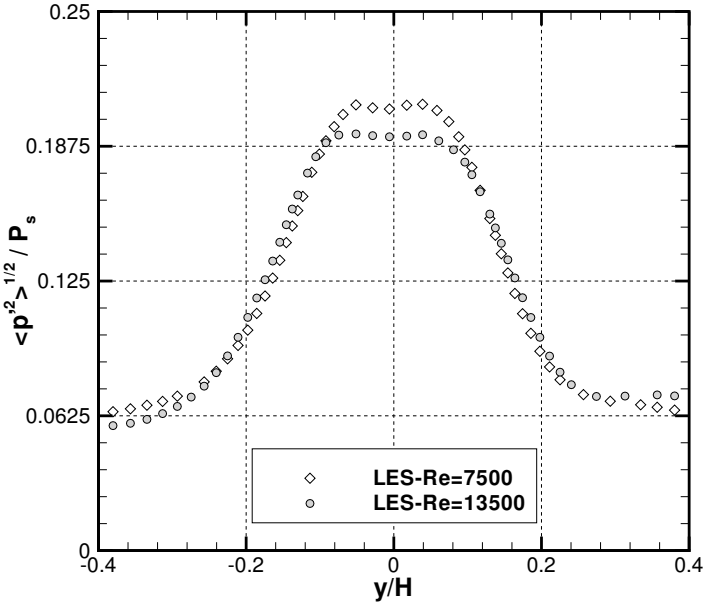


Figure 4.42: *Évolution de la pression rms à la paroi : LES* $Re = 7500, 13500$

Frottement à la paroi

Beaucoup de procédés industriels requièrent la connaissance de la contrainte de cisaillement à la paroi, de façon directe en raison de son rapport aux forces exercées sur la paroi ou pour l'enlèvement de matière et de façon indirecte en raison de son lien avec le transfert de masse et de chaleur. Ce paragraphe propose une étude de la contrainte de cisaillement pariétal, difficile à réalisée expérimentalement dans la configuration du jet plan impactant (altérations des mesures en raison d'une composante de la vitesse non dominante, calibration des instruments de mesure pour les faibles vitesses, estimation de la distance à la paroi, ...), Zhe et Modi [200].

La contrainte de cisaillement pariétal est calculée sous la forme d'un coefficient de frottement à la paroi défini par :

$$C_f = \frac{\tau_p}{0,5\rho U_0^2} = \frac{2}{Re} \left. \frac{d\left(V/U_0\right)}{d\left(x/e\right)} \right|_{x/e=H} \tag{4.17}$$

L'évolution du coefficient de frottement à la paroi est reportée sur la figure 4.43 pour les trois nombres de Reynolds mis en oeuvre dans les simulations ($Re = 3000, 7500, 13500$). Cette figure souligne l'évolution linéaire de la contrainte de cisaillement entre le point d'arrêt et l'abscisse transversale où apparaît le pic de τ_p. On constate une diminution de la valeur du pic avec l'augmentation du nombre de Reynolds ainsi qu'un léger décalage de l'abscisse transversale pour laquelle le coefficient de frottement est maximal. Les écarts diminuent à mesure que le nombre de Reynolds augmente.

En accord avec les mesures de Zhe et Modi [200] (cf. §1.4.4), le deuxième pic observable pour des rapports $H/e < 5$ n'est pas décelable pour le rapport d'ouverture considéré ici ($H/e = 10$).

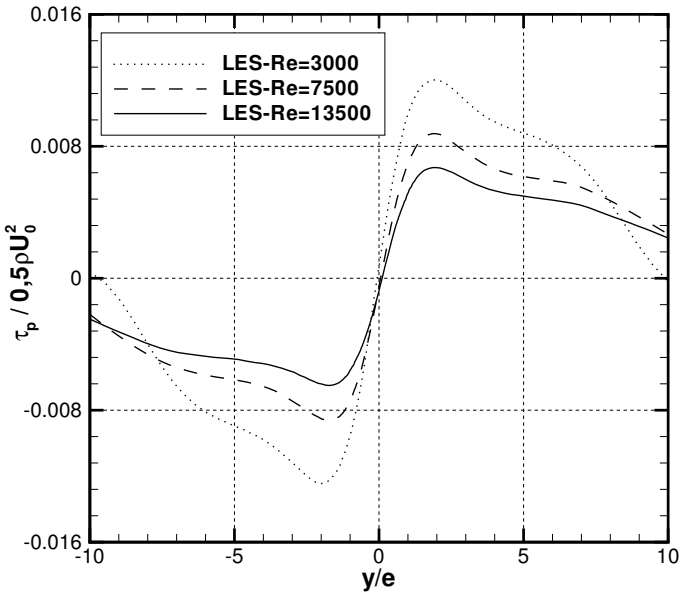


Figure 4.43: *Évolution du coefficient de frottement pariétal : LES* $Re = 3000, 7500, 13500$

Tu [178] montre, en analysant la solution de Hiemenz (cf. §1.4.4), que l'évolution transversale du coefficient de frottement peut s'exprimer (pour des petits rapports d'ouverture), par :

$$\frac{\tau\sqrt{Re_b}}{\rho U_0^2/2} = 2,465\alpha^{3/4}\eta_p \approx 1,873\eta_p \tag{4.18}$$

avec $\alpha = \ln(2)$, $\eta_p = y/b_p$ et $Re_b = U_0 b_p/\nu$.

Comme l'indique l'équation (4.18), on constate (figure 4.44) une évolution linéaire du coefficient de frottement en fonction de la distance à l'axe de symétrie du jet.

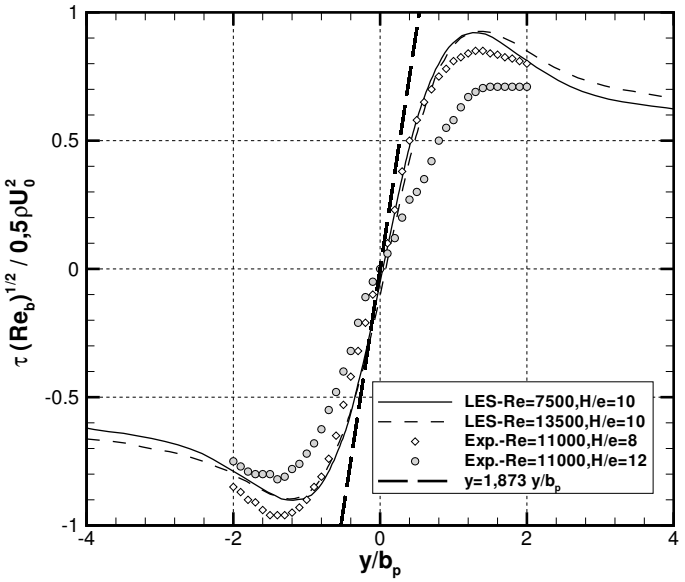


Figure 4.44: *Évolution du coefficient de frottement pariétal* $\tau\sqrt{Re_b}/0,5\rho U_0^2$ *en fonction de l'abscisse réduite* $\eta_p = y/b_p$ *: LES* $Re = 7500, 13500$ *– Mesures Tu et Wood (1996) pour* $Re = 11000$, $H/e = 8$ *et* $H/e = 12$

Les pentes observées pour $Re = 7500$ et $Re = 13500$ sont inférieures à celle obtenues théoriquement, mais le comportement est en bon accord avec les mesures de Tu et Wood. Ces derniers attribuent ces différences aux effets tridimensionnels dus à la présence de structures tourbillonnaires contrarotatives dans la zone d'impact (ces structures seront mises en évidence au paragraphe §4.3).

Les valeurs maximales du coefficient de frottement à la paroi sont reportées sur la figure 4.45 et confrontées aux mesures de Tu et Wood (réalisées pour le même rapport d'ouverture). Pour un rapport d'ouverture $H/e \geq 10$, les auteurs ont constaté une diminution de τ_{max} avec l'augmentation du nombre de Reynolds jusqu'à un nombre de Reynolds critique au-delà duquel la valeur maximale du coefficient de frottement devient indépendante du nombre de Reynolds. Même si le nombre de réalisations ne permet pas de se prononcer définitivement, les conclusions avancées par les auteurs semblent ici vérifiées par nos simulations. Au-delà de $Re = 9000$, la valeur de τ_{max} semble tendre vers une valeur asymptotique voisine de 0,0065.

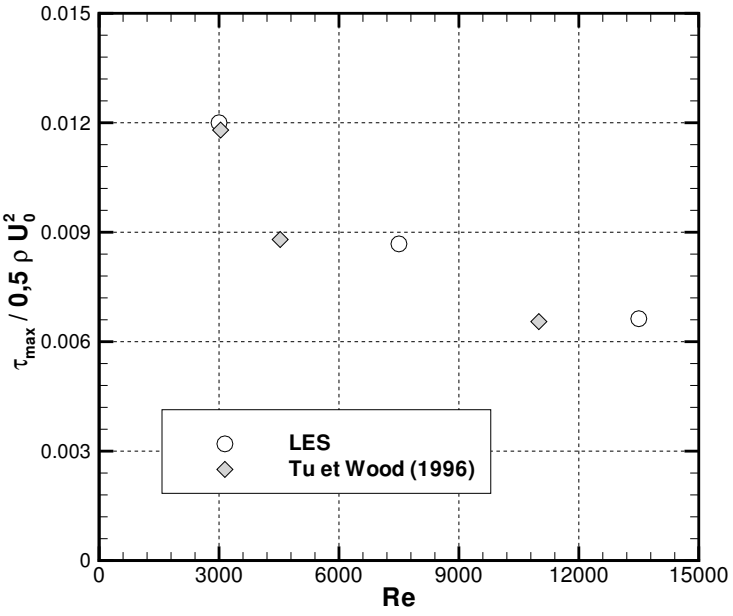


Figure 4.45: *Évolution de la contrainte de cisaillement maximale τ_{max} en fonction de Re : LES $Re = 7500, 13500$ – Mesures $Re = 3040$, 4530 et 11000 Tu et Wood (1996)*

Enfin, les auteurs soulignent que pour des rapports d'ouverture suffisamment élevés ($H/e > 7$) et des nombres de Reynolds supérieurs à 6000, l'évolution transversale de τ/τ_{max} en fonction de l'abscisse réduite y/b_p apparaît être universelle.

Sur la figure 4.46 est reportée l'évolution transversale de τ/τ_{max} en fonction de y/b_p obtenue par simulation (pour $Re = 7500$ et $Re = 13500$). Les valeurs de τ/τ_{max} issues des calculs sont confrontées aux mesures de Tu et Wood effectuées pour deux rapports d'ouverture voisins ($H/e = 8$ et $H/e = 12$) et pour un nombre de Reynolds fixé à 11000. Les présents résultats permettent de confirmer les conclusions de Tu et Wood.

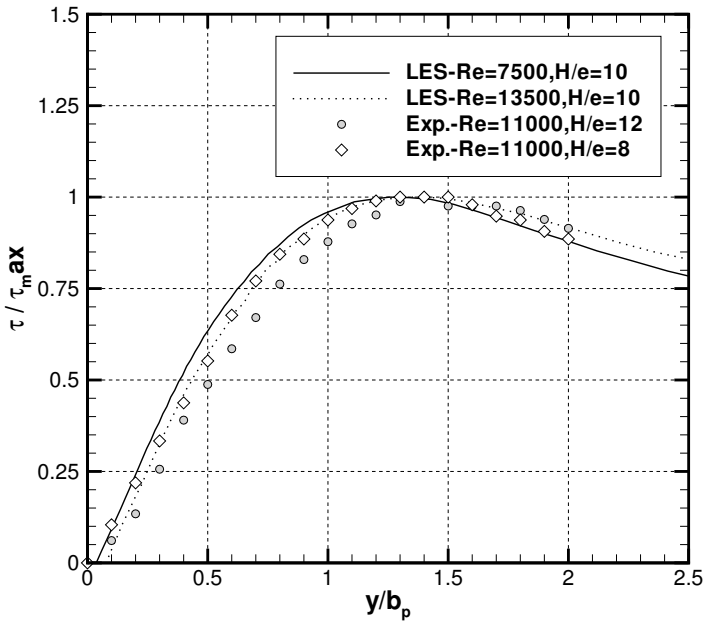


Figure 4.46: *Évolution transversale de τ/τ_{max} en fonction de l'abscisse réduite y/b_p : LES $Re = 7500, 13500$ - Mesures Tu et Wood (1996) $Re = 11000$, $H/e = 8$ et $H/e = 12$*

4.2.7 Jets de paroi

Lorsque le jet approche la paroi, celui-ci est dévié de son axe pour s'écouler parallèlement à la paroi et donner naissance à des *jets de paroi*. Par analogie au développement longitudinal de la vitesse moyenne U_m, on peut définir la *demi-largeur des jets de paroi* (notée b_1) comme la distance à la paroi pour laquelle la vitesse moyenne transversale V vérifie :

$$V\left(b_1, y\right) = \frac{1}{2} V_{m1} \tag{4.19}$$

V_{m1} étant la vitesse moyenne maximale à l'abscisse transversale y considérée. Ces grandeurs sont schématisées sur la figure 4.47.

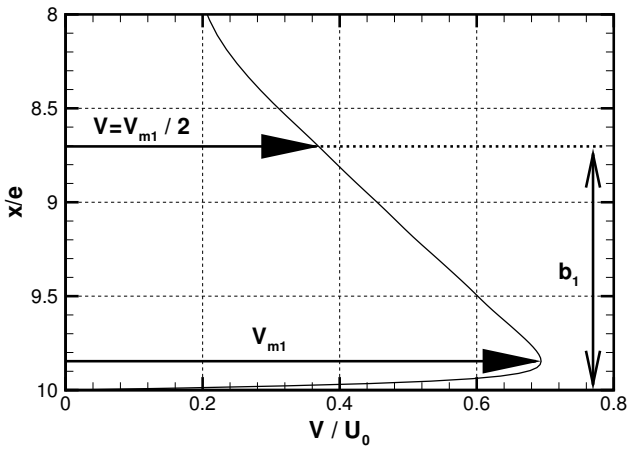


Figure 4.47: *Définition de la demi-largeur des jets de paroi b_1*

L'évolution de la vitesse moyenne V pour différentes sections verticales dans la zone des jets de paroi est reportée figure 4.48 pour $Re = 3000,\ 7500$ et 13500. En accord avec les mesures de Zhe et Modi [200], on constate (pour tous les nombres de Reynolds) une augmentation de la vitesse moyenne V avec la distance au point d'arrêt jusqu'à une valeur critique au-delà de laquelle la vitesse V commence à décroître (cette valeur critique ainsi que sa dépendance au nombre de Reynolds sera précisée ultérieurement). De plus, l'abscisse longitudinale où le maximum de vitesse est observé s'éloigne de la paroi à mesure que la distance au point d'arrêt augmente. Ces comportements sont caractéristiques des jets de paroi. Pour une section verticale donnée, on constate que la vitesse moyenne maximale V_{m1} est dépendante du nombre de Reynolds (pour la gamme étudiée ici). On notera, en outre, que l'abscisse transversale x/e pour laquelle ce maximum est observé diminue avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Ce comportement corrobore les résultats de Zhe et Modi. Signalons toutefois que, pour la gamme qu'ils ont étudiée ($10000 \leq Re \leq 30000$), les auteurs ne constatent pas d'effet de nombre de Reynolds sur le maximum de la vitesse V.

Afin de préciser l'influence du nombre de Reynolds sur la vitesse V_{m1}, l'évolution transversale de V_{m1}/U_0 en fonction de y/H est reportée sur la figure 4.49 pour $Re = 3000,\ 7500$ et 13500. On constate une augmentation de la vitesse V_{m1} avec la distance à l'axe de symétrie du jet jusqu'à une certaine valeur de y/H au-delà de laquelle la vitesse v_{m1} commence à décroître à cause du mélange turbulent et de l'entraînement. Pour $y/H < 0,1$, on constate une diminution de V_{m1} avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Au-delà, la tendance s'inverse et la vitesse V_{m1} augmente avec le nombre de Reynolds. L'abscisse transversale à partir de laquelle la décroissance de V_{m1} est observée diminue avec l'augmentation du nombre de Reynolds. La diminution de V_{m1} apparaît plus tôt quand le nombre de Reynolds augmente. Celle-ci est constatée à partir de $y/H = 0,6$, $y/H = 4,5$ et $y/H = 4$ respectivement pour $Re = 3000,\ 7500$ et 13500.

En supposant que la turbulence et la viscosité ont une influence négligeable à proximité de V_{m1} dans la zone des jets de paroi, Beltaos et Rajaratnam ont montré :

$$P_w + \frac{1}{2}\rho V_{m1}^2 = P_S \tag{4.20}$$

En tenant compte de la conservation de la quantité de mouvement et à l'aide de l'équation (4.16) représentant l'évolution de la pression pariétale en fonction de y/H, on peut montrer que :

$$P_s = \frac{1}{2}\rho U_0^2 \frac{e}{H}\frac{1}{K_{pw}} \tag{4.21}$$

avec

$$K_{pw} = \int_0^\infty \frac{P_w}{P_s} d\left(\frac{y}{H}\right) \tag{4.22}$$

La constante d'intégration K_{pw} est fixée à 0,155 (0,154 pour l'expression analytique de P_w/P_s définie en (4.16))

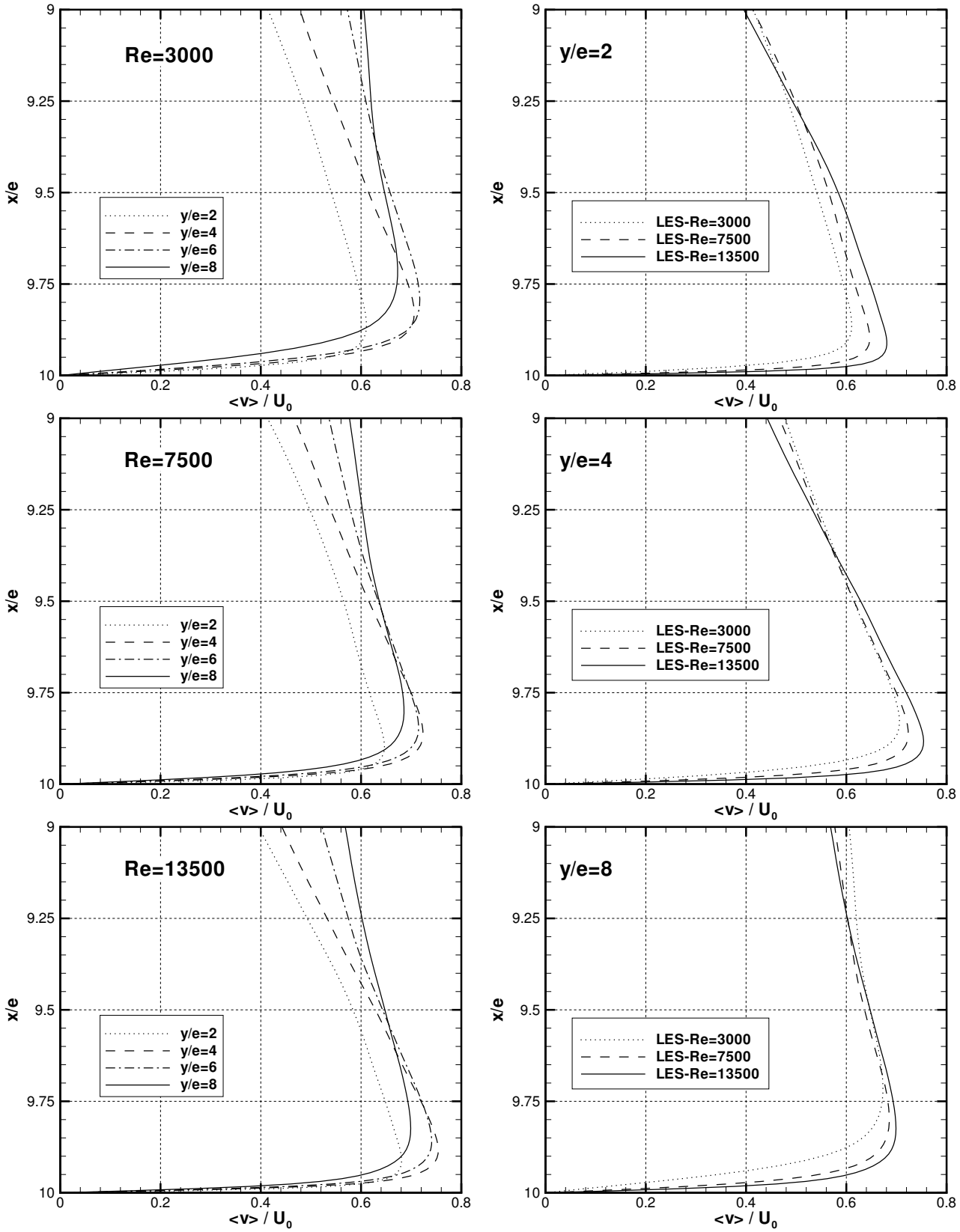


Figure 4.48: *Évolution de V/U_0 en fonction de x/e pour différentes sections verticales en aval du point d'arrêt : LES-Re = 3000, 7500 et 13500*

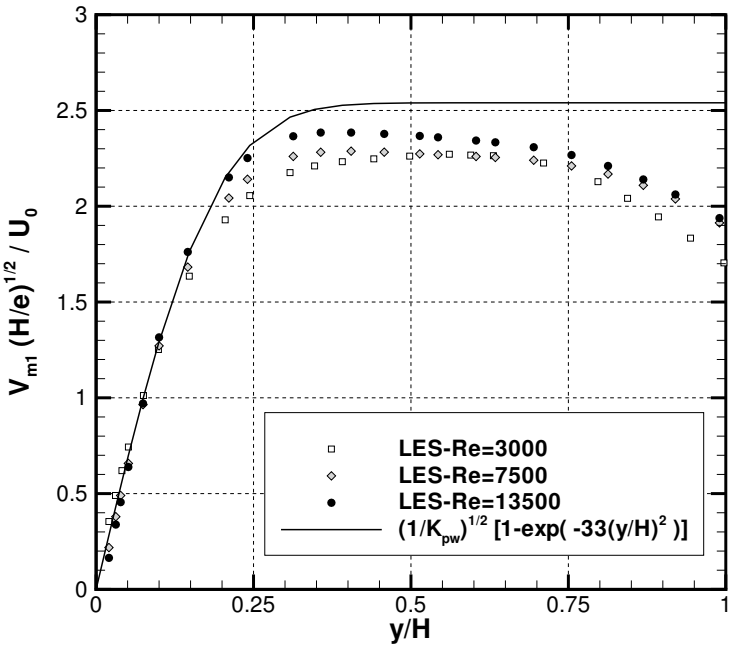


Figure 4.49: *Évolution de V_{m1}/U_0 en fonction de y/H : LES-Re = 3000, 7500 et 13500*

Après quelques manipulations algébriques simples, on montre que :

$$\frac{V_{m1}}{U_0}\sqrt{\frac{H}{e}} = \sqrt{\frac{1}{K_{pw}}}\left[1 - e^{-33\left(\frac{y}{H}\right)^2}\right]^{1/2} \tag{4.23}$$

La figure 4.49 montre que l'équation (4.23) traduit bien l'évolution de V_{m1}/U_0 pour $y/H \leq 0,25$. Pour des rapports d'ouverture plus importants ($H/e > 40$), Beltaos et Rajaratnam constatent que la courbe théorique est en accord avec leurs mesures jusqu'à $y/H \simeq 4$.

Beltaos et Rajaratnam montrent qu'en régime établi, la distribution longitudinale de la vitesse V atteint un état de similitude si l'on se se place suffisamment loin en aval du point d'impact. Ces conclusions obtenues pour des rapports d'ouverture élevés ($H/e > 40$) et pour une gamme du nombre de Reynolds comprise entre 5600 et 9400 ne sont pas vérifiées ici. La figure 4.50 reporte l'évolution longitudinale de la vitesse moyenne V exprimée en coordonnées réduites (V étant normalisée par V_{m1} et l'abscisse longitudinale x par la demi-largeur des jets de paroi b_1) pour $y/e = 2,\ 4,\ 6,$ et 8.

Le confinement important du jet ne permet pas aux jets de paroi de se développer suffisamment et le régime établi évoqué par Beltaos et Rajaratnam n'est pas atteint. Les jets de paroi décollent en effet assez rapidement, pour des abscisses x/e d'autant plus grandes que le nombre de Reynolds est élevé : en $x/e = 11,1$; $x/e = 15$ et $x/e = 15,9$ respectivement pour Re = 3000, 7500 et 13500 (cf. figure 4.10 au paragraphe §4.2.2).

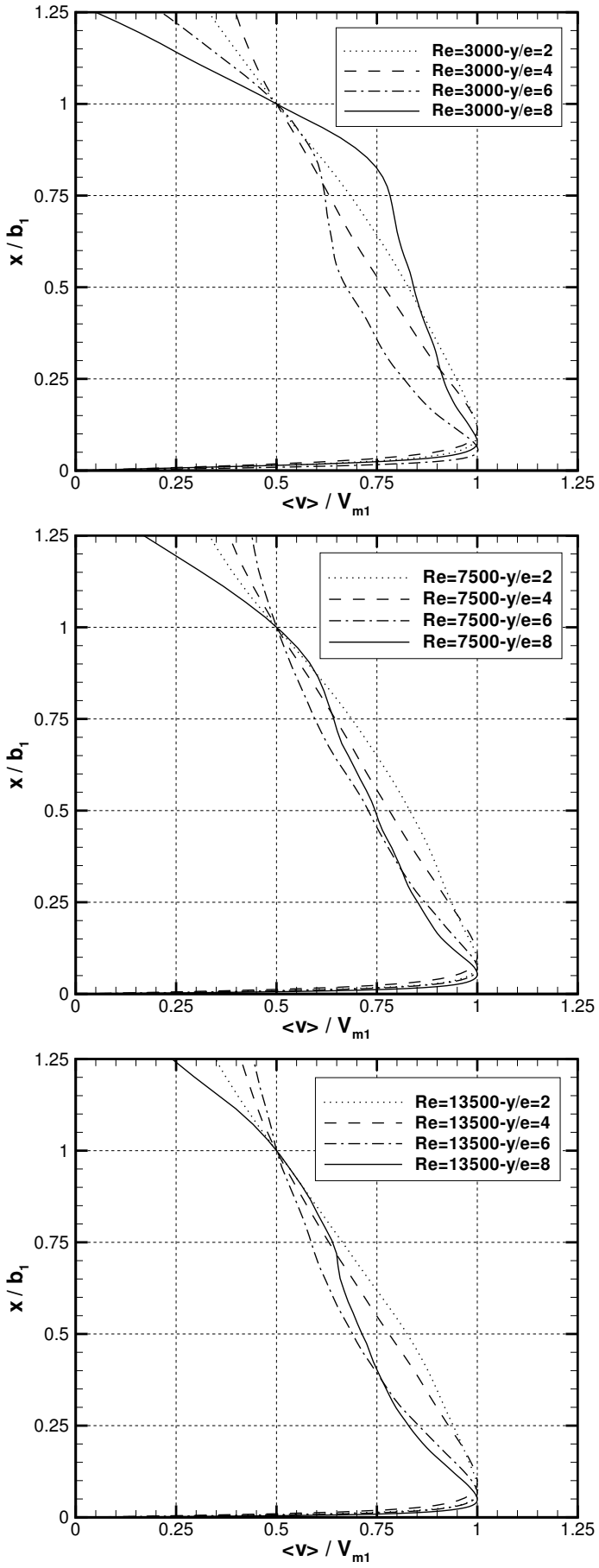


Figure 4.50: *Similitude des jets de paroi : LES* – $Re = 3000,\ 7500\ et\ 13500$ *en* $y/e = 2,\ 4,\ 6,\ et\ 8$

Il est très difficile de trouver dans la littérature des études relatives aux lois de paroi applicables à l'écoulement issu de l'impact d'un jet plan. Des études existent cependant pour des jets de paroi pleinement développés. Les mesures de Kamemoto [96], Bradshaw et Gee [27], Wygnanski et al. [193] montrent que la vitesse moyenne V peut être représentée par la loi de paroi «classique» qui sera décrite dans la suite. Cette configuration peut être cependant considérée comme étant presque similaire si l'on se place suffisamment loin de la zone d'impact. L'objectif de ce paragraphe est donc d'étudier et de discuter la validité de la loi de paroi au voisinage de la zone d'impact. Étant donné le rôle prédominant de la viscosité sur la turbulence dans la région de paroi, il est nécessaire d'introduire de nouvelles échelles caractéristiques dans cette zone. L'échelle de vitesse est donnée par la vitesse de frottement u_τ et l'échelle de longueur par ν/u_τ. Il est usuel, dans cette région, de présenter les variables normalisées par ces deux échelles caractéristiques. Cette nouvelle normalisation sera classiquement notée à l'aide de l'exposant $^+$. Les grandeurs exprimées en unités pariétales sont donc :

$$V^+ = \frac{V}{u_\tau} \text{ et } x^+ = x\frac{u_\tau}{\nu} \tag{4.24}$$

L'expérience montre que la *zone de paroi* s'étend jusqu'à $x^+ = 26$. Cette région peut être elle-même divisée en deux sous-domaines : une région appelée *sous-couche visqueuse* ($0 \leq x^+ \leq 5$) et une *zone tampon* ($5 \leq x^+ \leq 26$). Dans la sous-couche visqueuse, la contrainte de cisaillement est presque uniquement due au gradient normal de la vitesse principale, si bien que l'on a :

$$V^+ = x^+ \text{ pour } x^+ \leq 5 \tag{4.25}$$

La zone tampon est une zone intermédiaire entre la sous-couche visqueuse où la viscosité est prépondérante et la zone logarithmique, où celle-ci devient négligeable. En utilisant l'expression donnée par Zhe et Modi [200], l'évolution de la vitesse principale V^+ est représentée par :

$$V^+ = -3,05 + 5\ln\left(x^+\right) \text{ pour } 5 \leq x^+ \leq 26 \tag{4.26}$$

Dans la zone logarithmique, le profil de la vitesse moyenne principale obéit à une loi logarithmique :

$$V^+ = C + \frac{1}{\kappa}\ln\left(x^+\right) \text{ pour } x^+ > 26 \tag{4.27}$$

où $\kappa = 0,409$ est la constante de Von Karman et C est une constante supposée universelle. Cette constante, déterminée empiriquement est fixée à 5.

L'évolution de la vitesse moyenne transversale V^+ en fonctions x^+ pour différentes sections verticales est reportée sur la figure 4.51. Les résultats obtenus pour $y/e = 2,\ 4,\ 6,$ et 8 indiquent que le comportement linéaire de V^+ dans la sous-couche visqueuse est observé jusqu'à $x^+ = 4$ pour tous les nombres de Reynolds. La concordance avec la loi de paroi de Zhe et Modi [200] de la zone tampon

s'améliore lorsque l'on s'éloigne de l'axe du jet. Pour un jet fortement confiné ($H/e = 4$), Zhe et Modi [200] observent à partir de leurs mesures le même comportement pour $Re = 20000$. On notera que cette concordance apparaît plus tôt lorsque le nombre de Reynolds augmente. Pour $Re = 13500$ et 7500, les résultats suivent l'évolution de la loi de paroi jusqu'à $x^+ = 50$ respectivement en $y/e = 6$ et $y/e = 8$. En revanche, pour le plus faible nombre de Reynolds ($Re = 3000$) le jet de paroi n'a pas le temps de se développer suffisamment et la distribution longitudinale de V^+ s'écarte de la loi de paroi dès $y/e = 8$. A partir de $y/e = 9$, la distribution de V^+ s'écarte de la loi de paroi pour tous les nombres de Reynolds considérés ici.

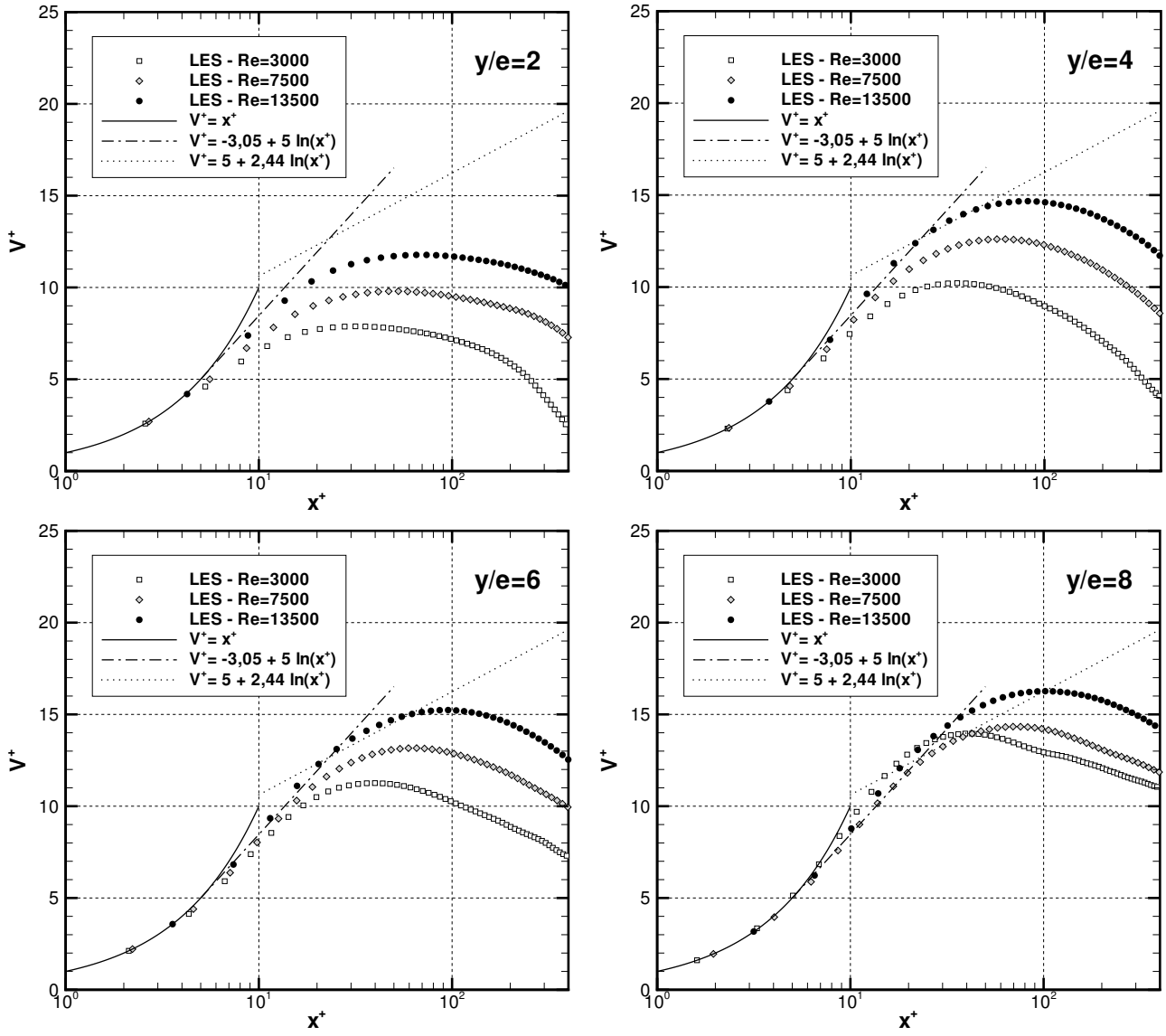


Figure 4.51: *Évolution de V^+ en fonction de x^+ pour $y/e = 2,\ 4,\ 6$ et 8 : LES-$Re = 3000,\ 7500$ et 13500*

Les réserves émises au paragraphe §2.3.2.2 sur la difficulté de trouver des lois de paroi appropriées pour le modèle de Smagorinsky sont ici particulièrement mises en évidence, la loi de paroi classique étant mise en défaut. Les figures précédentes confirment de plus l'adéquation des maillages utilisés qui permettent de décrire finement la zone de paroi incluant la sous-couche visqueuse, la zone tampon et la zone logarithmique.

4.2.8 Analyse spectrale

Afin d'identifier les fréquences dominantes de l'écoulement qui peuvent être associées à la formation des structures tourbillonnaires dans la couche de mélange et à la réunion des deux couches de mélange à la fin du cône potentiel, la distribution spectrale des fluctuations de vitesse et de pression est étudiée. Pour couvrir les zones d'intérêt, l'enregistrement du signal instantané de la vitesse et de la pression est réalisé en différents points sur l'axe du jet et dans la couche de mélange à droite de l'axe de symétrie du jet. Ces points d'enregistrement sont illustrés sur la figure 4.52.

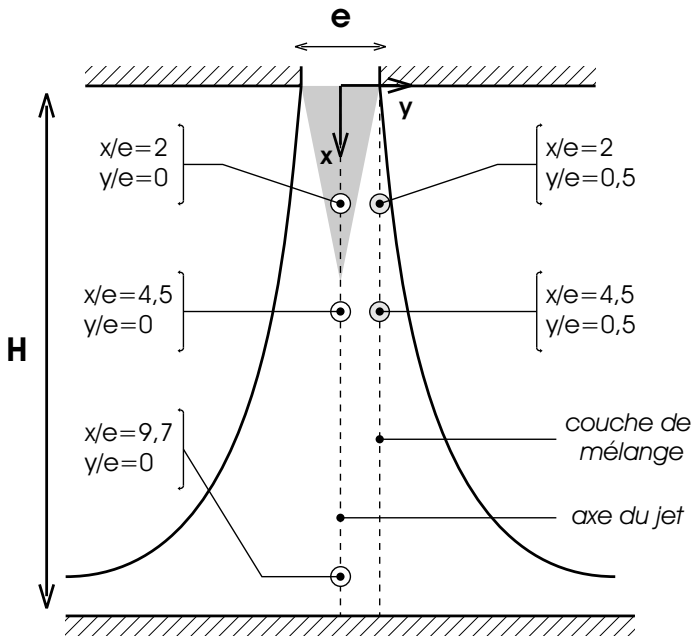


Figure 4.52: *Localisation des points d'enregistrement du signal instantané de la vitesse et de la pression*

Les spectres fréquentiels sans fenêtrage temporel des fluctuations de la composante longitudinale de la vitesse réalisés à partir des trois simulations sont présentés en coordonnées log-log sur la figure 4.53. Pour information, le signal instantané correspondant est reporté sur la figure 4.54 pour $Re = 7500$ et $Re = 13500$.

Dans la couche de mélange (en $x/e = 4,5$ et $y/e = 0,5$), les calculs permettent de retrouver sur une décade une pente proche de celle en $-5/3$ prédite par la théorie de Kolmogorov sur laquelle repose d'ailleurs le formalisme de la simulation des grandes échelles turbulentes. Ce comportement indique que les échelles turbulentes résolues ont un comportement «physique» en représentant correctement le transfert d'énergie des échelles énergétiques vers les échelles dissipatives dans la *zone inertielle*.

Cependant, ces spectres (sans fenêtrage temporel) étant très bruités, une technique de traitement statistique doit être mise en oeuvre afin de pouvoir dégager nettement les éventuelles fréquences dominantes de l'écoulement. La méthode de traitement statistique utilisée ici est rappelée en Annexe E. Cette technique, mise en oeuvre dans une étude du champ de pression pariétale en écoulement de canal plan (Viazzo et al. [185]) est basée sur une pondération du signal instantané à l'aide d'une fenêtre de Hanning, couplée à une technique utilisant des intervalles de recouvrement.

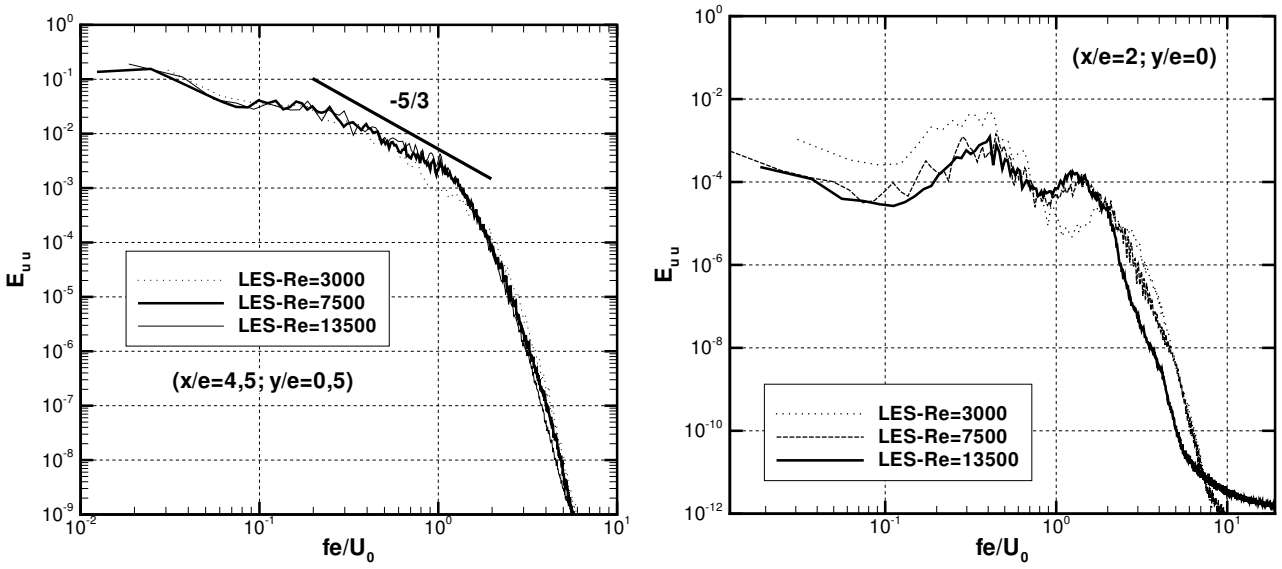


Figure 4.53: *Spectres fréquentiels (sans fenêtrage temporel) de la composante u de la vitesse dans la couche de mélange (en $x/e = 4,5$ et $y/e = 0,5$) et dans le cône potentiel (en $x/e = 2$ et $y/e = 0$)*

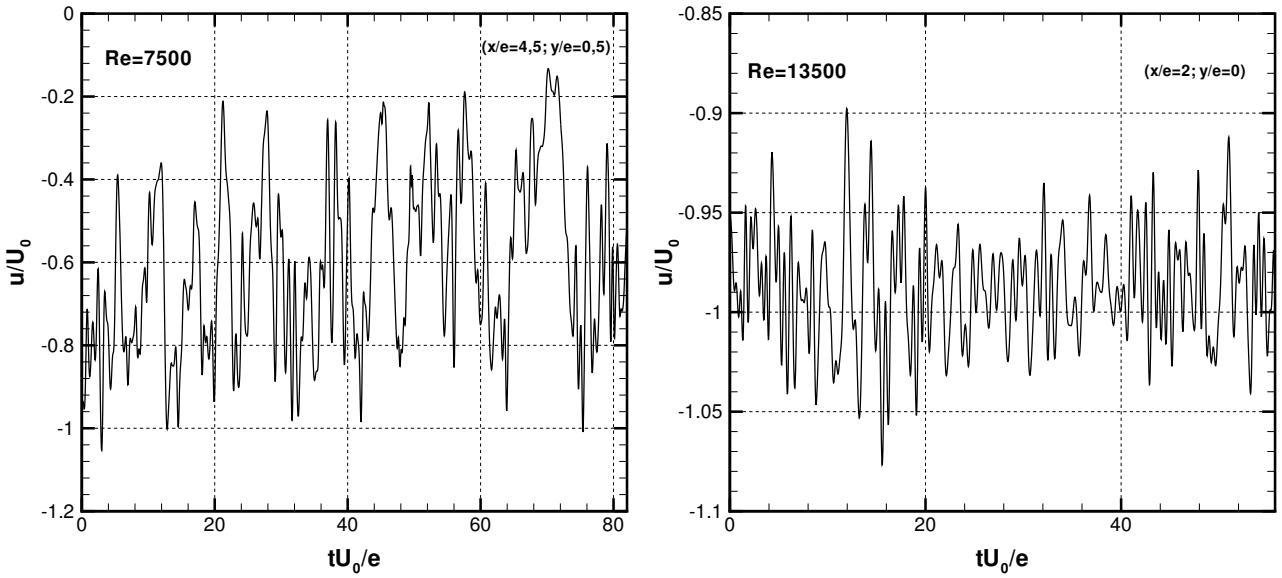


Figure 4.54: *Signal instantané de la composante u de la vitesse dans la couche de mélange (en $x/e = 4,5$ et $y/e = 0,5$) et dans le cône potentiel (en $x/e = 2$ et $y/e = 0$)*

La distribution spectrale des fluctuations de vitesse et de pression suivant la fréquence adimensionnée fe/U_0 dans le cône potentiel ($x/e = 2$) sur l'axe du jet est reportée sur la figure 4.55 en coordonnées semi-log. Les spectres fréquentiels obtenus sont caractérisés par la présence d'une fréquence dominante marquée voisine de $0,38$ ainsi qu'un pic secondaire de niveau plus faible et de plus haute fréquence observé sur les composantes de la vitesse.

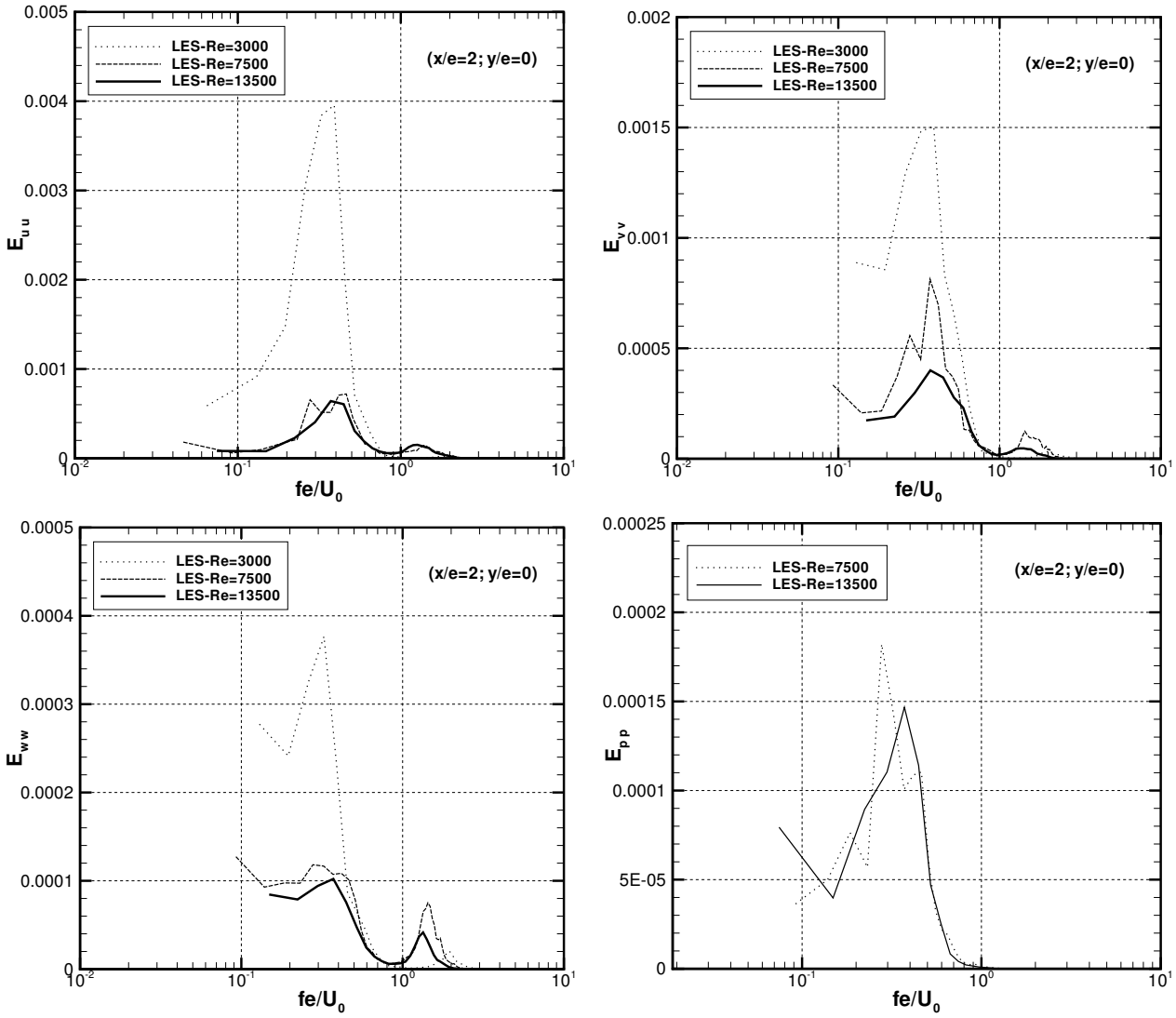


Figure 4.55: *Spectres fréquentiels des composantes u, v, w de la vitesse et de la pression dans le cône potentiel en $x/e = 2$ et $y/e = 0$*

La distribution spectrale du champ fluctuant dans la couche de mélange ($x/e = 2$ et $y/e = 0,5$), met en évidence (figure 4.56) la présence d'un pic marqué (absent pour la composante u) pour fe/U_0 voisin de $0,45$ qui pourrait être associé à la formation et au détachement des structures tourbillonnaires dans la couche de mélange. Ces tourbillons qui se développent de part et d'autre l'axe du jet viennent exciter le jet au proche voisinage de la sortie de buse et pourraient être responsables du pic observé dans le cône potentiel sur l'axe du jet (figure 4.55).

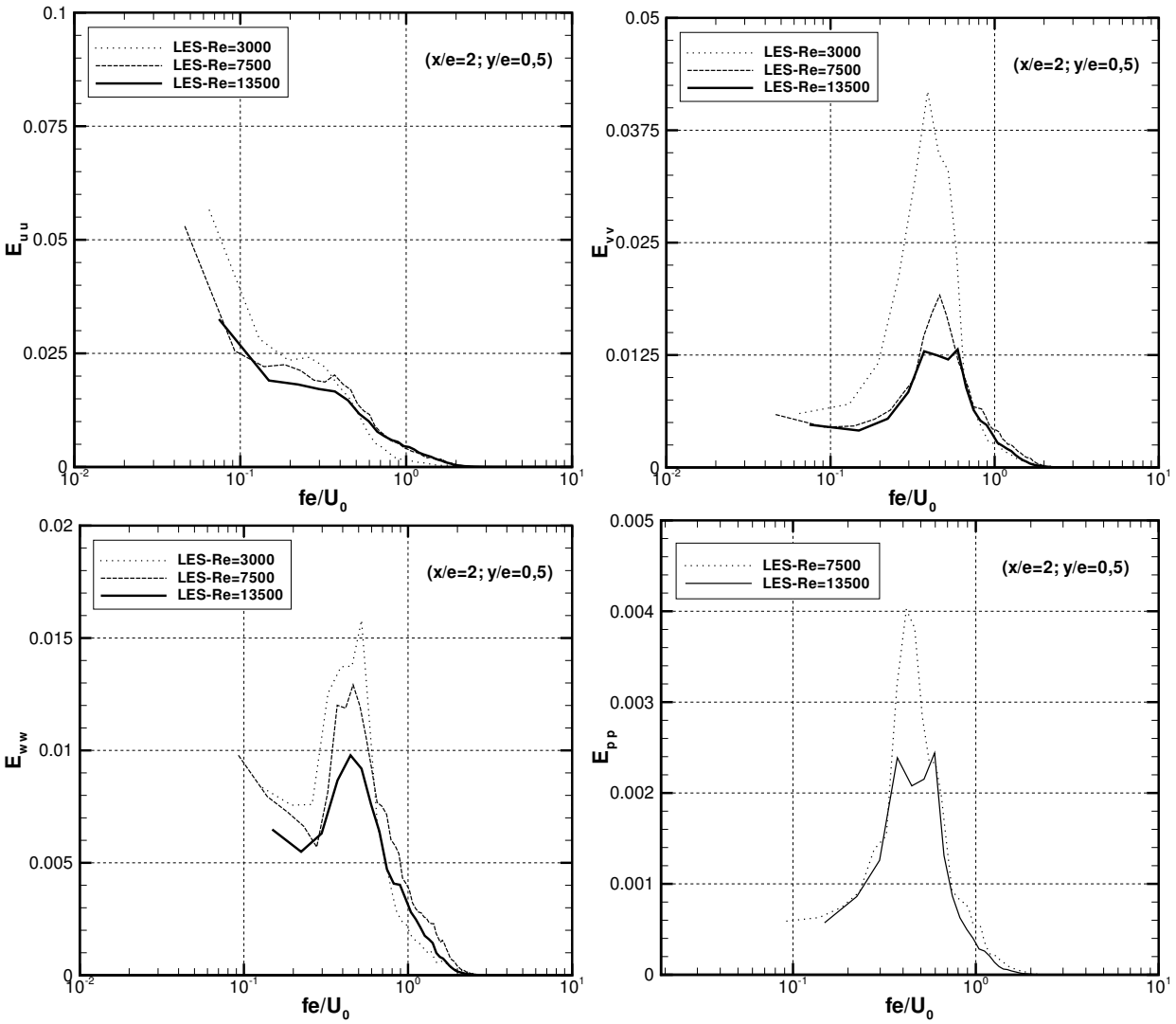


Figure 4.56: *Spectres fréquentiels des composantes u, v, w de la vitesse et de la pression dans la couche de mélange en $x/e = 2$ et $y/e = 0,5$*

Toujours dans la couche de mélange mais plus en aval ($x/e = 4,5$ et $y/e = 0,5$), on observe sur la figure 4.57, la présence d'un nouveau mode correspondant à $fe/U_0 \simeq 0,28$. Cette fréquence dominante adimensionnée est en bon accord avec les mesures de Namer et Ötügen [131]. Les auteurs obtiennent, pour des jets libres et une gamme de Reynolds comprise entre 1000 et 7000, un nombre de Strouhal $S_t = fe/U_0$ de 0,273 en $x/e = 5$ et $y/e = 0,5$. Ils attribuent cette fréquence dominante à la signature des tourbillons bidimensionnels à cette position.

Gutmark et Ho [73], Thomas et Goldschmidt [177], Crow et Champagne [42] ont étudié la distribution spectrale des fluctuations de la vitesse à l'extrémité du cône potentiel. Les auteurs mettent en évidence la présence d'une fréquence dominante correspondant à un nombre de Strouhal compris entre 0,15 et 0,64 suivant les configurations. Maurel [122] obtient un nombre de Strouhal de 0,24 pour des nombres de Reynolds compris entre 6700 et 11000 *et des rapports* $H/e \geq 10$. *Hoffmann et Benocci* [85] obtiennent une valeur de 0,25 dans leur simulation des grandes échelles d'un jet plan impactant pour $H/e = 20$ et $Re = 10000$.

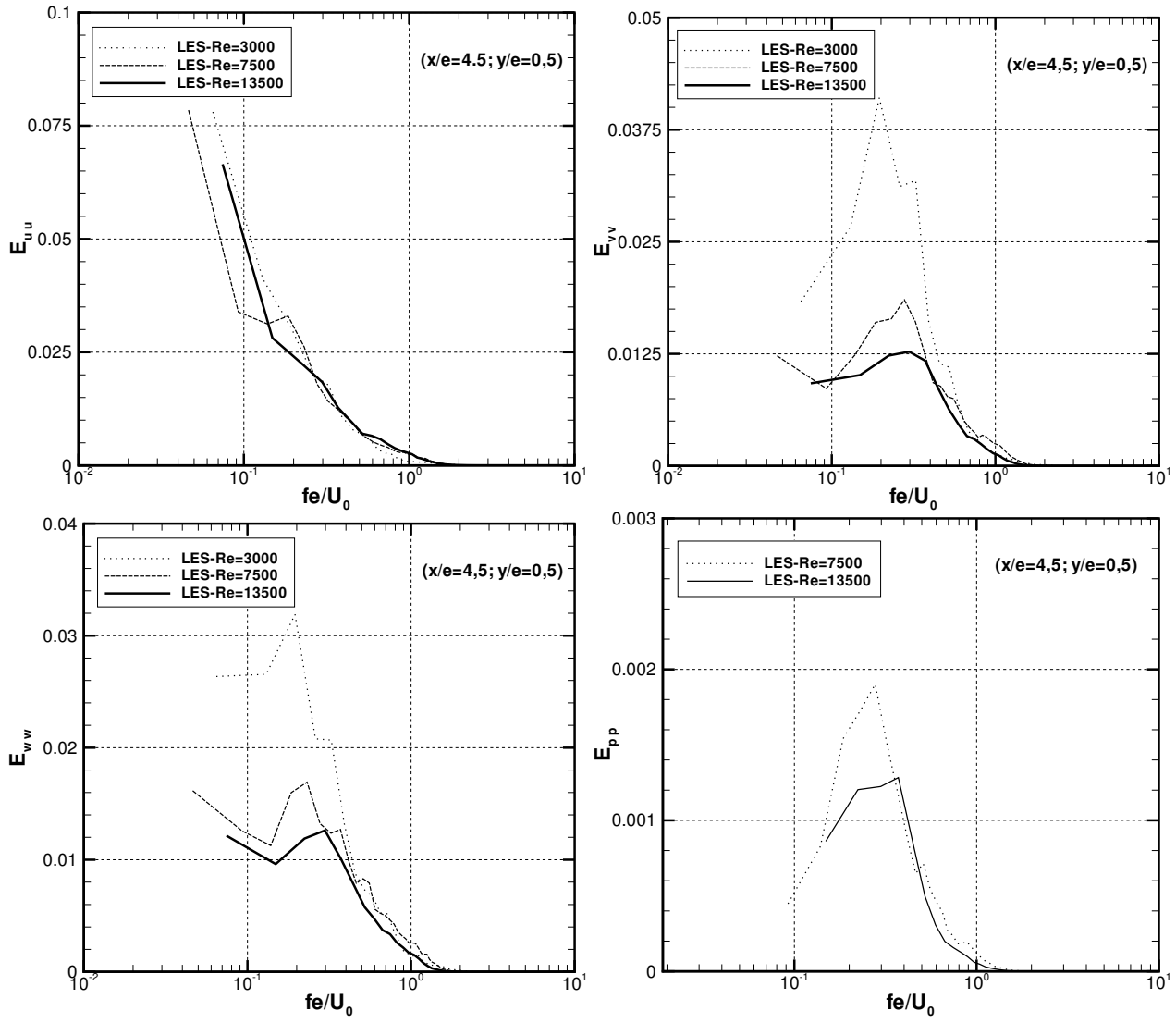


Figure 4.57: *Spectres fréquentiels des composantes u, v, w de la vitesse et de la pression dans la couche de mélange en $x/e = 4,5$ et $y/e = 0,5$*

Dans leur étude bibliographique, Gutmark et Ho soulignent néanmoins que les techniques mises en oeuvre pour déterminer la fréquence dominante pourraient être responsables des écarts observés.

La figure 4.58 reporte la distribution spectrale des fluctuations de vitesse et de pression à la fin du cône potentiel en $x/e = 4,5$ sur l'axe du jet. La fréquence dominante observée est en bon accord avec les résultats expérimentaux, celle-ci étant voisine de $0,3$. Ce mode pourrait être associé à la réunion des deux couches de mélange situées à la fin du cône potentiel.

Lorsque l'on s'éloigne de la sortie de buse, la gamme des échelles s'élargit et le niveau énergétique augmente. Au proche voisinage de l'impact, en $x/e = 9,7$, aucun pic marqué n'est décelable (Beaubert et Viazzo [17]).

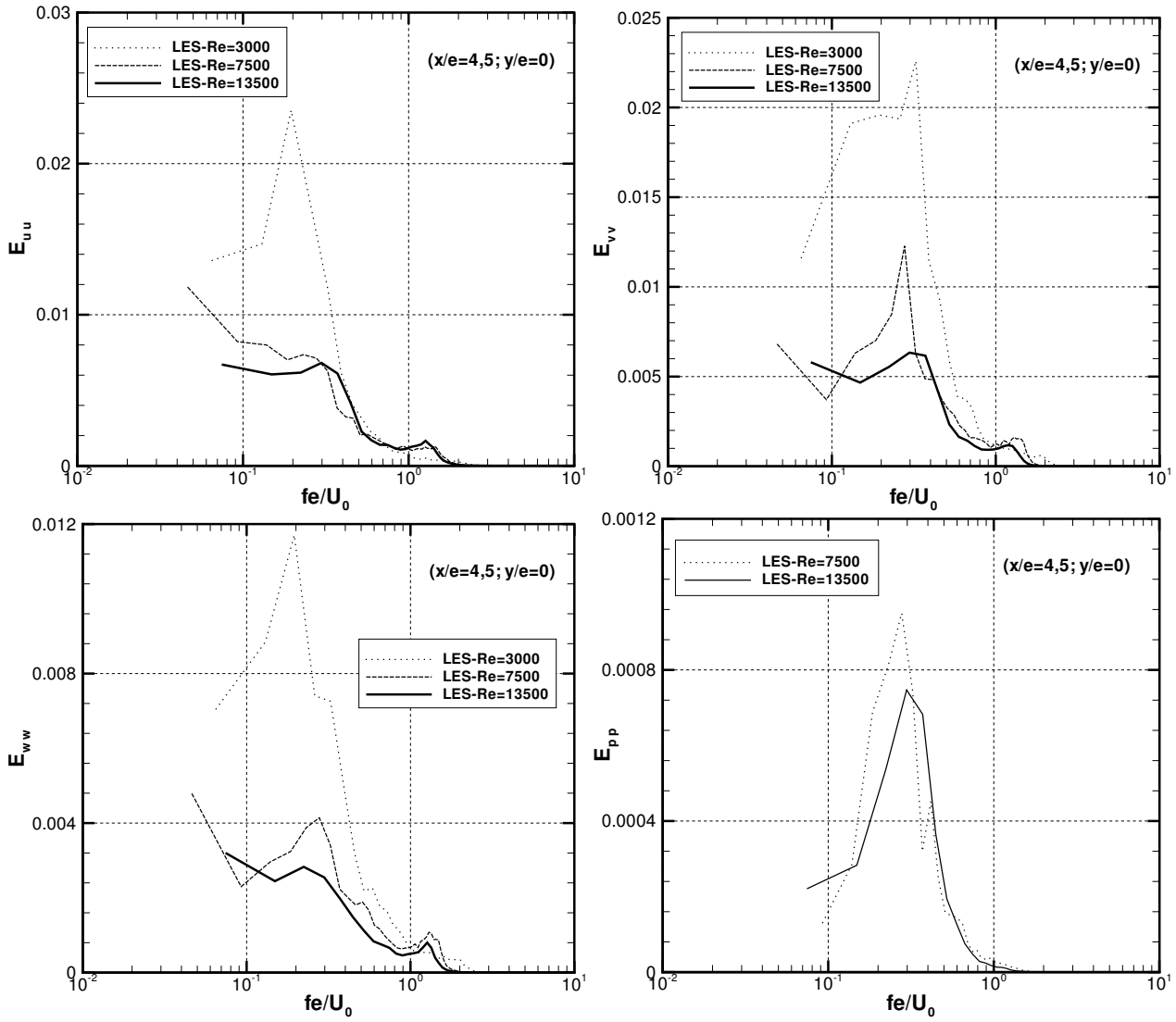


Figure 4.58: *Spectres fréquentiels des composantes u, v, w de la vitesse et de la pression à la fin du cône potentiel en $x/e = 4,5$ et $y/e = 0$*

Il semble que le nombre de Reynolds n'ait pas d'influence sur les fréquences dominantes observées. Ces conclusions sont en accord avec les résultats de Beawers et Wilson [20] obtenus sur un jet plan pour une gamme du nombre de Reynolds comprise entre 500 et 3000. Maurel [122] observe aussi le même comportement pour des nombres de Reynolds supérieurs à 6000. Drubka [56] montre, pour un jet axisymétrique que le nombre de Reynolds n'a aucun effet sur le nombre de Strouhal. Le fait que les fréquences dominantes soient indépendantes du nombre de Reynolds indique que le nombre de Reynolds n'a pas d'effet sur le nombre de structures formées par unité de longueur du jet. En revanche, il apparaît clairement que les niveaux énergétiques atteints pour $Re = 3000$ sont plus importants que ceux obtenus pour des plus grands nombres de Reynolds. Ce phénomène peut s'interpréter par la présence de structures plus organisées et plus énergétiques pour $Re = 3000$.

4.3 Analyse structurelle

L'interaction entre le jet et l'environnement ambiant dans lequel il est immergé se traduit par la formation de grandes structures turbulentes qui peuvent être organisées (on les appelle alors *structures cohérentes)* ou non et qui vont largement influencer l'écoulement. Cependant, la plupart des applications visées ici (transferts de masse et de chaleur) concerne le proche voisinage du jet où la dynamique de l'écoulement est principalement contrôlée par la présence de ces structures cohérentes.

La présence de structures cohérentes dans les jets a été mise en évidence dès le milieu des années 30 par Brown [29] qui constata la création de tourbillons ordonnés de part et d'autre de l'axe d'un jet excité acoustiquement. La connaissance de la dynamique des structures présentes dans l'écoulement est essentielle pour affiner la théorie et les modèles existants et améliorer les techniques qui utilisent le jet. De plus, il est maintenant largement établi que la création, l'évolution et l'interaction de ces structures cohérentes peuvent être modifiées en contrôlant les instabilités qui les génèrent. Le contrôle de la turbulence par intervention sur les structures cohérentes nécessite toutefois une connaissance détaillée de la dynamique de ces structures à plusieurs stades de leur évolution.

Ce paragraphe propose une étude de la dynamique de ces structures cohérentes à l'aide de visualisations instantanées des champs de vitesse et de vorticité. Nous présenterons d'abord la topologie globale de l'écoulement, pour nous intéresser ensuite à la formation et l'organisation des structures cohérentes présentes dans les couches de mélange. Enfin, la zone d'impact, caractérisée par des phénomènes tridimensionnels complexes et importants, sera abordée. Cette étude est complétée par un suivi de particules souvent appelées *traceurs lagrangiens.*

4.3.1 Topologie de l'écoulement : vue d'ensemble

La figure 4.59 présente le champ instantané du vecteur vitesse projeté dans le plan (xOy) pour $Re = 3000$, 7500 et 13500 en $z/e = \pi$. Afin d'améliorer la lisibilité des figures seulement un noeud sur deux est représenté dans les directions (Ox) et (Oy). Cette figure souligne la différence qui existe entre la topologie de l'écoulement d'un jet plan libre ou en impact lointain et celle d'un jet plan en impact proche. Cette différence est en particulier marquée par la présence de deux grosses recirculations situées de part et d'autre de l'axe du jet qui viennent «lécher» les deux couches de mélanges et dont le coeur se situe approximativement en $x/e = 5$ et $y/e = \pm 8$. A notre connaissance, aucune étude numérique ne tient compte de ce phénomène et la plupart des auteurs tronquent le domaine de calcul avant que le développement de ces recirculations ne soit complet, ce qui peut modifier sensiblement la topologie de l'écoulement.

La figure 4.60 représente une vue rapprochée des champs de vecteur vitesse obtenus figure 4.59. Cette figure met en évidence le «battement» du jet, connu sous le nom de comportement de drapeau («flag-like flapping») et caractérisé par un mouvement de va-et-vient sinueux de l'ensemble du jet dans la direction transversale (Oy). Contrairement aux travaux de Wygnansky et Gutmark [192] (au début des années 70) qui affirmaient que les jets plans ne pouvaient avoir des mouvements de «battements»,

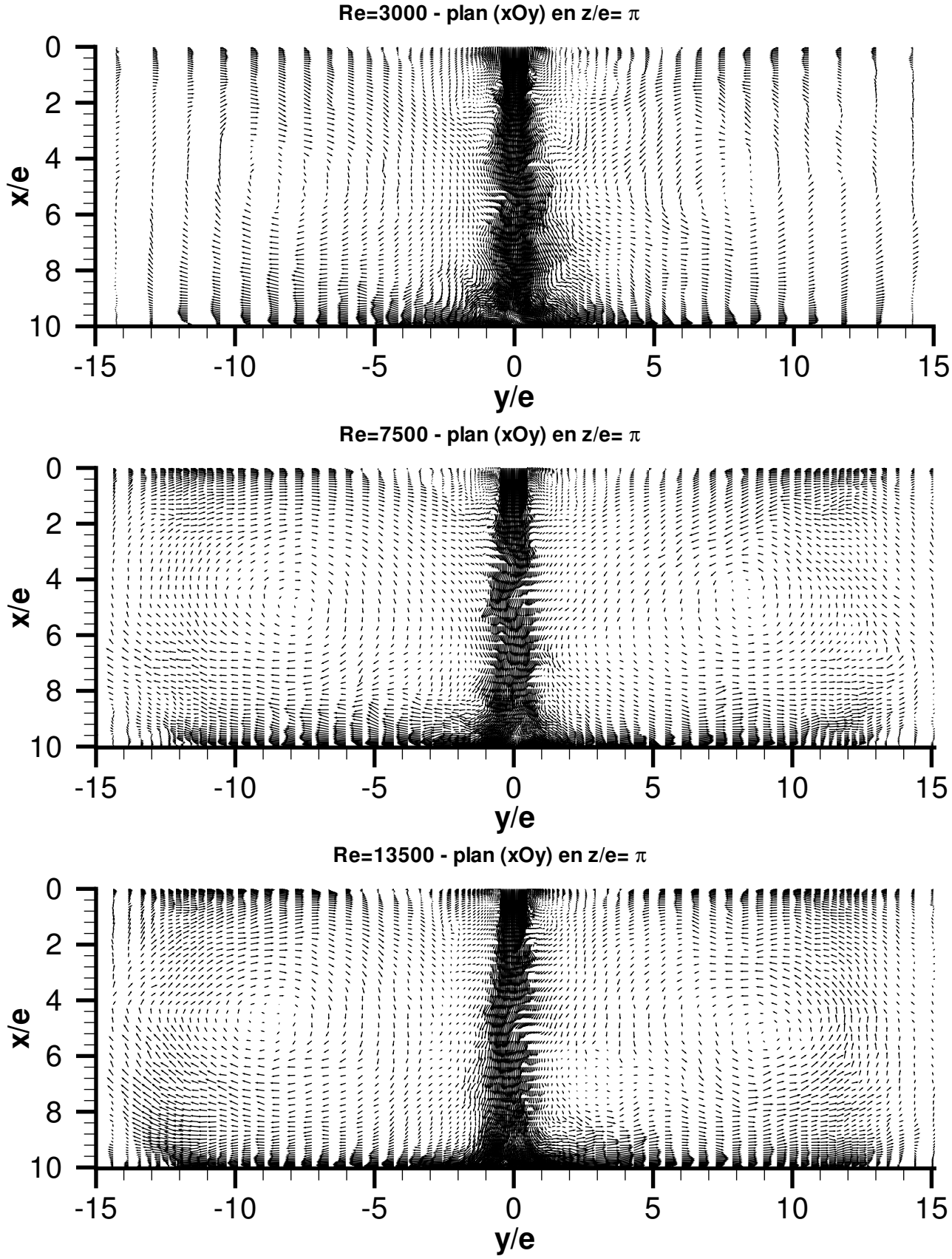


Figure 4.59: *Vue d'ensemble de la topologie de l'écoulement : champs instantanés de vecteur vitesse projetés dans le plan* (xOy) *en z/e=*π *-* $Re = 3000$, 7500 *et* 13500

Oler et Goldschmidt [132], Thomas et Goldschmidt [177] mettent en évidence, dix ans plus tard, ce comportement en drapeau du jet. Observé notamment dans la zone de similitude pour les jets plans libres, il résulte du développement alterné des structures tourbillonnaires qui naissent de chaque côté du jet. Pour des jets en impact proche, ce comportement en drapeau peut apparaître plus tôt, dès $x/e = 3$. Antonia et al. [3] soulignent en outre que le «battement» apparent du jet résulte bien du passage alterné de structures tourbillonnaires et non d'un déplacement du profil de vitesse.

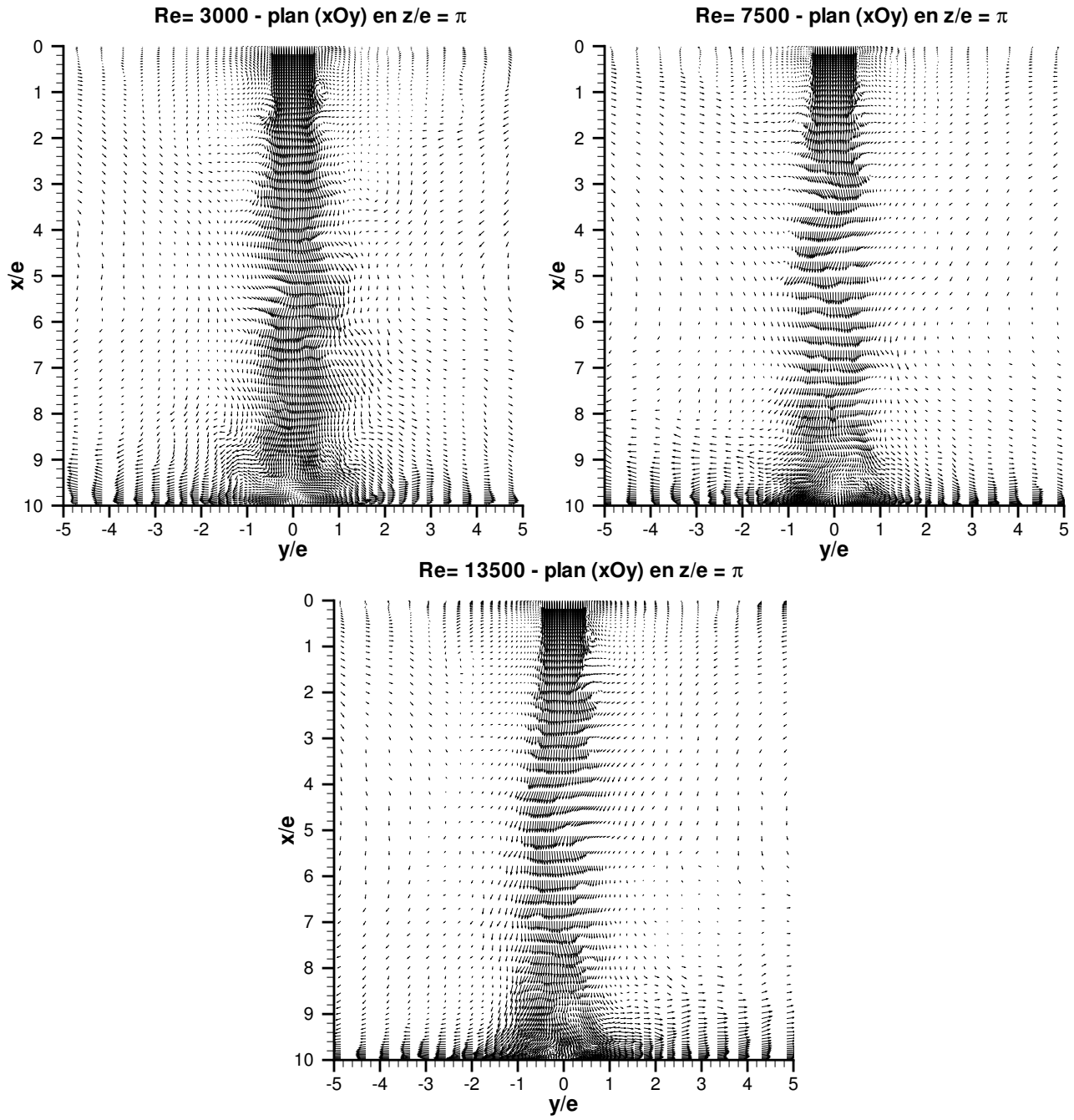


Figure 4.60: *Comportement de drapeau du jet : champs instantanés de vecteur vitesse projetés dans le plan* (xOy) *en* $z/e=\pi$ *-* $Re = 3000, 7500$ *et* 13500

4.3.2 Couches de mélange

Le jet plan n'est en fait qu'une représentation particulière des couches de mélange, celles-ci étant caractérisées par la rencontre de deux écoulements animés d'une vitesse différente : l'écoulement principal dû au jet et l'écoulement dû au milieu ambiant. L'interface entre ces deux écoulements est caractérisée par un fort gradient de vitesse et la naissance de tourbillons bidimensionnels issus des instabilités de Kelvin-Helmholtz [40, 84]. Sato et Sakao[158], Rockwell et Nicolls [152] montrent que les modes instables et la formation des structures tourbillonnaires dans la couche de mélange d'un jet plan sont dépendants du profil de vitesse en sortie de buse. Pour un profil de vitesse non développé en sortie de buse, les auteurs constatent que les structures se forment périodiquement selon un mode symétrique (*variqueux*) au voisinage de la buse, alors que le mode antisymétrique (*sinueux*) domine pour un profil de vitesse pleinement développé. Thomas [176] rapporte, pour des profils non développés en sortie de buse, la superposition de modes antisymétriques basse fréquence à des modes symétriques. L'auteur note qu'un changement s'opère dans la zone de transition, les structures évoluant d'un mode symétrique vers un mode non symétrique.

La figure 4.61 représente des isosurfaces de la composante ω_z de la vorticité de niveaux positifs et négatifs pour $Re = 3000,\ 7500$ et 13500. Afin de distinguer clairement chacune des couches de mélange, un seul côté du jet est représenté sur chaque graphique. On notera la nature plus organisée des structures à $Re = 3000$ qui se développent sous la forme de rouleaux bidimensionnels (instabilités de type Kelvin-Helmholtz) qui sont convectés vers la paroi et qui se distordent en raison du mécanisme d'étirement tourbillonnaire. Des instabilités secondaires brisent ces structures et des échelles plus petites apparaissent. Plus en aval, l'écoulement devient pleinement turbulent et un large spectre d'échelle de structures se forme (Beaubert et Viazzo [19]). Il semble ici difficile de parler de modes symétriques ou antisymétriques dans la mesure où ces rouleaux se déforment pour prendre une forme sinusoïdale. Ainsi, suivant l'abscisse z considérée, des coupes dans le plan (xOy) peuvent faire apparaître alternativement des modes symétriques ou antisymétriques ou une superposition des deux. Pour des nombres de Reynolds supérieurs, ces structures apparaissent moins organisées et soulignent le changement du comportement du jet à partir de $Re = 7500$.

On notera également sur la figure 4.62 la présence de tourbillons verticaux intenses (matérialisés par des isosurfaces de la composante ω_x de la vorticité) de signe opposé et organisés sous la forme d'un treillis, les isosurfaces de même signe se développant suivant un angle caractéristique marqué. Là encore ces structures apparaissent plus organisées pour $Re = 3000$.

La figure 4.63 représente une projection du champ de vecteur vitesse dans le plan (yOz) pour différentes abscisses longitudinales x/e : dans le cône potentiel $(x/e = 0,5)$ et aval de celui-ci $(x/e = 4,2)$. On notera la déformation du front du jet entre $x/e = 0,5$ et $x/e = 4,2$. A mesure que l'on s'éloigne de la sortie de la buse, les deux couches de mélange situées de part et d'autre de l'axe du jet, initialement parallèles $(x/e = 0,5)$, se distordent pour prendre une forme sinueuse caractérisée par de forts gradients de vitesse. Pour $x/e = 4,2$, on retrouve la signature des tourbillons verticaux par la présence de petites structures qui tournent alternativement dans des sens opposés et caractérisent le changement de signe de la composante ω_x de la vorticité. Elle sont visibles sur les isosurfaces de la figure 4.62.

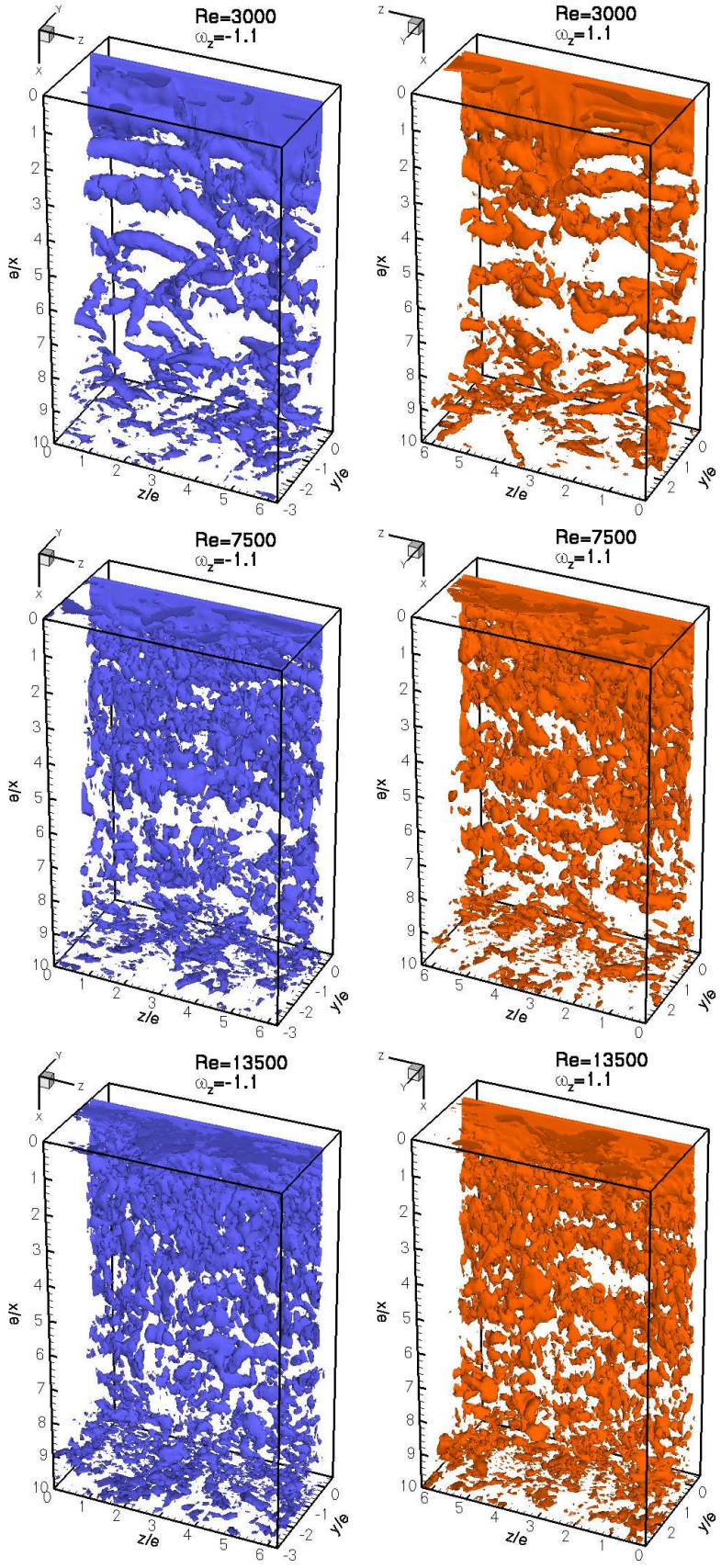


Figure 4.61: *Couches de mélange : isosurface de la composante ω_z de la vorticité – $Re = 3000, 7500$ et 13500*

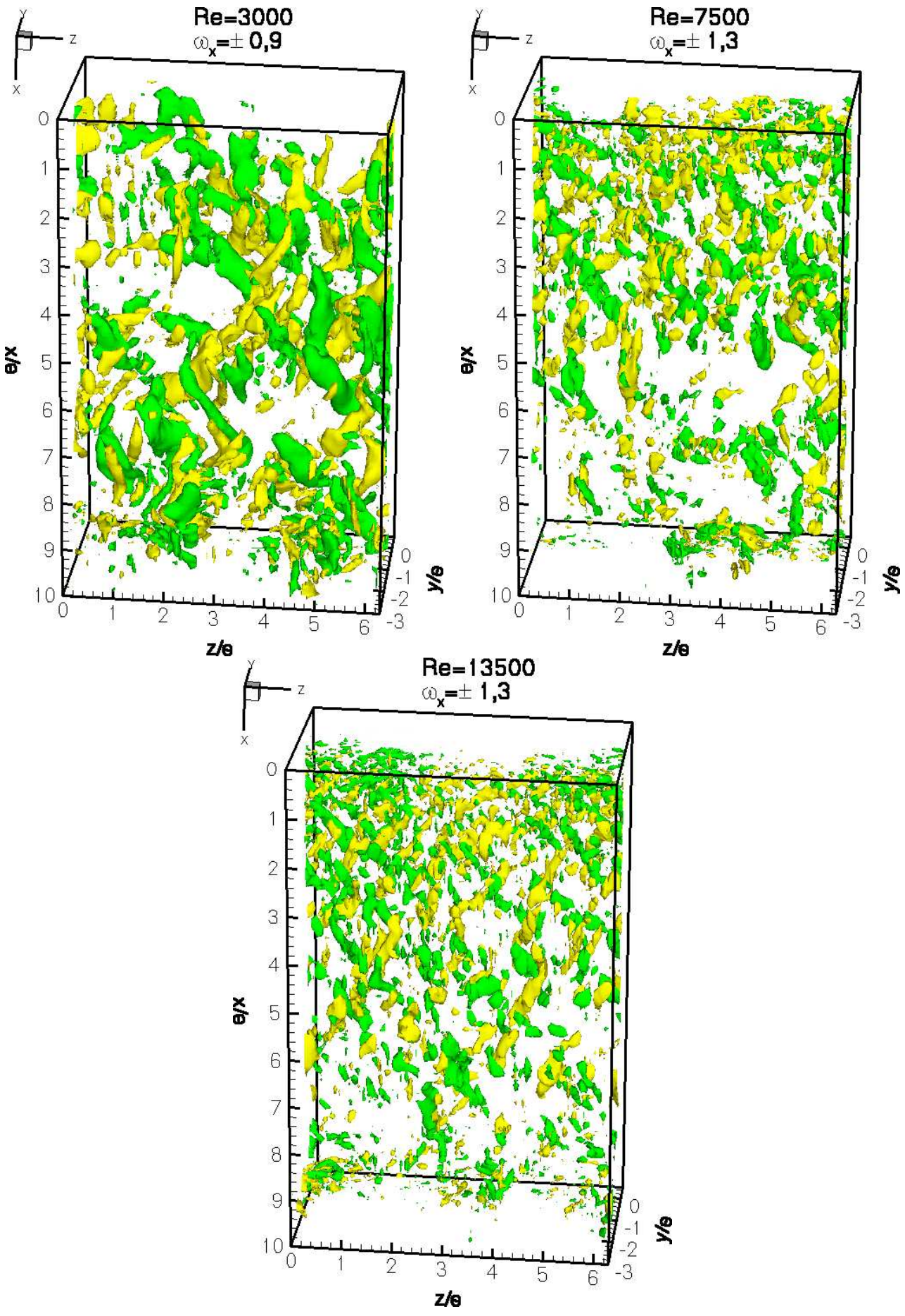


Figure 4.62: *Couches de mélange : isosurface de la composante ω_x de la vorticité – $Re = 3000$, 7500 et 13500*

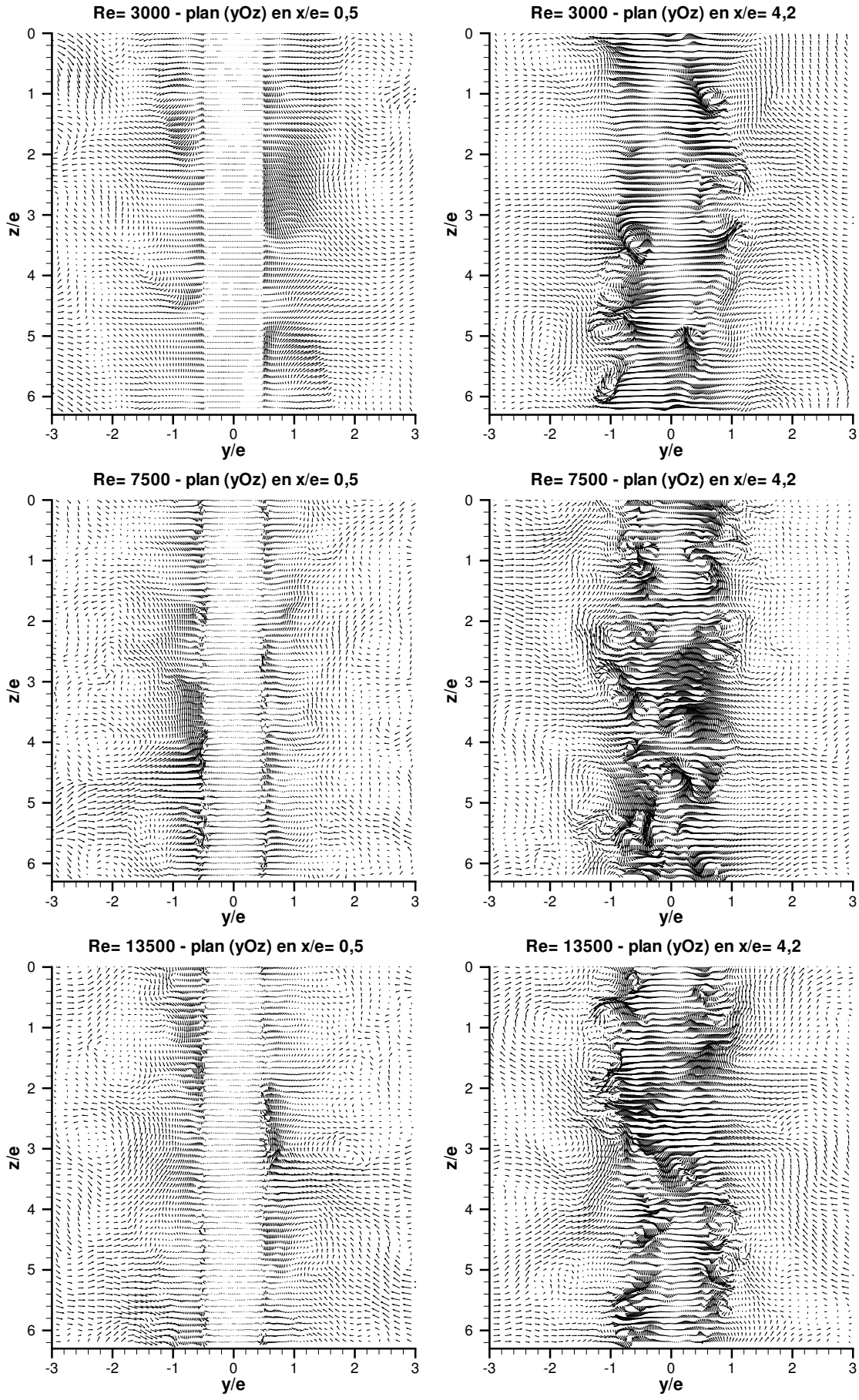


Figure 4.63: *Champs de vecteurs vitesse projetés dans le plan* (yOz) *:* $x/e = 0,5$ *et* $x/e = 4,2$ *–* $Re = 3000$, 7500 *et* 13500

Afin d'avoir une représentation plus globale de l'agencement de ces différentes structures entre elles, la figure 4.64 représente la superposition des isosurfaces de la composante ω_z et ω_x de la vorticité pour une seule couche de mélange donnée (ici à droite de l'axe de symétrie du jet). En raison du caractère plus organisé de l'écoulement à $Re = 3000$, notre choix s'est porté sur ce nombre de Reynolds. On retrouve les tourbillons bidimensionnels (composante ω_z) qui sont convectés vers la paroi et la présence des tourbillons verticaux intenses (composante ω_x) étirés entre les précédents et caractéristiques des couches de mélange (Comte [37]).

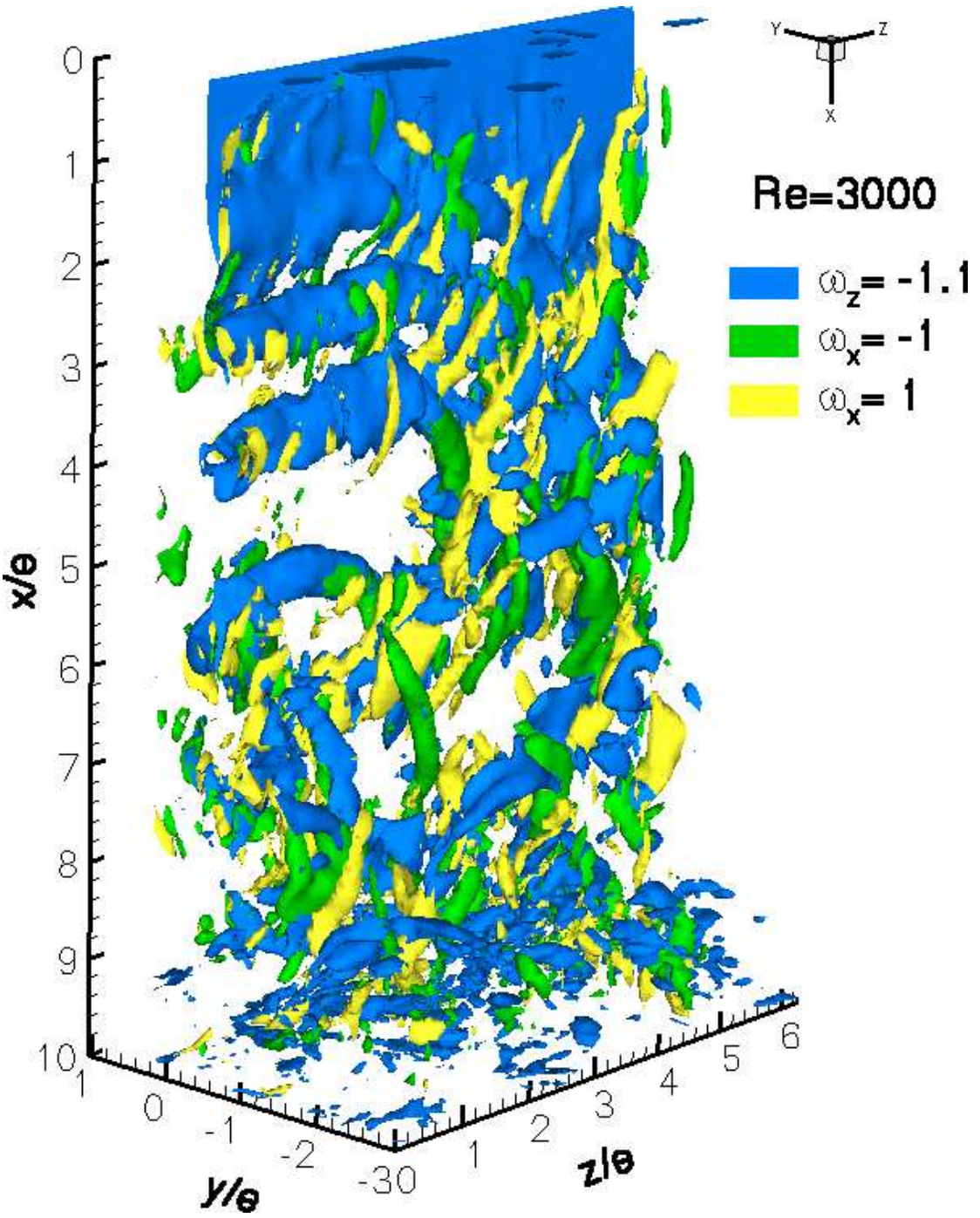


Figure 4.64: *Couche de mélange : isosurface de la composante ω_z et ω_x de la vorticité – $Re = 3000$*

Les approches mises en oeuvre précédemment ne permettent pas cependant d'avoir une représentation globale de l'organisation des structures présentes dans l'écoulement si un seul critère est retenu. Nous proposons ici d'introduire un nouveau critère qui présente de surcroît l'avantage de mettre en évidence essentiellement les zones de forte rotation.

Cette grandeur appelée critère Q a été introduite à la fin des année 80 par Hunt et al. [89] et permet d'identifier les régions où le second invariant du tenseur de gradient de vitesse est *positif* comme des tourbillons :

$$Q = -\frac{1}{2}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\partial u_j}{\partial x_i} = -\frac{1}{2}\left(S_{ij}S_{ji} + \Omega_{ij}\Omega_{ji}\right) = \frac{1}{2}\left(\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij}\right) \tag{4.28}$$

où Ω_{ij} et S_{ij} sont respectivement les tenseurs de rotation et de déformation, définis comme les parties antisymétrique et symétrique du gradient de vitesse :

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{4.29}$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{4.30}$$

Ce critère permet donc de définir une structure comme une région de l'écoulement où le taux de rotation locale est prépondérant devant le taux de déformation. Comme le souligne Dubief et Delcayre [57], ce champ scalaire peut être aussi relié au minimum local de pression sous certaines conditions.

Les figures 4.65 et 4.66 reportent des isosurfaces du critère Q pour les trois nombres de Reynolds étudiés ici. Afin de mettre en évidence l'interaction qui existe entre les deux couches de mélange du jet (figure 4.65), les isosurfaces du critère Q sont colorées en fonction de l'abscisse transversale y/e.

L'organisation structurelle de l'écoulement est très bien représentée par ce critère. On retrouve en effet (figure 4.65 et 4.66) la signature des tourbillons verticaux étirés entre les tourbillons bidimensionnels convectés vers la paroi. Ce critère permet en outre de confirmer la nature moins organisée de l'écoulement pour des nombres de Reynolds $Re \geq 7500$ et souligne la formation d'échelles plus petites à ces nombres de Reynolds.

Enfin, on notera sur la figure 4.65 (pour tous les nombres de Reynolds), la présence de structures longitudinales organisées qui se forment au voisinage de la paroi et qui traversent l'axe du jet. Ce phénomène, de nature fortement tridimensionnelle sera décrit en détail dans le paragraphe suivant.

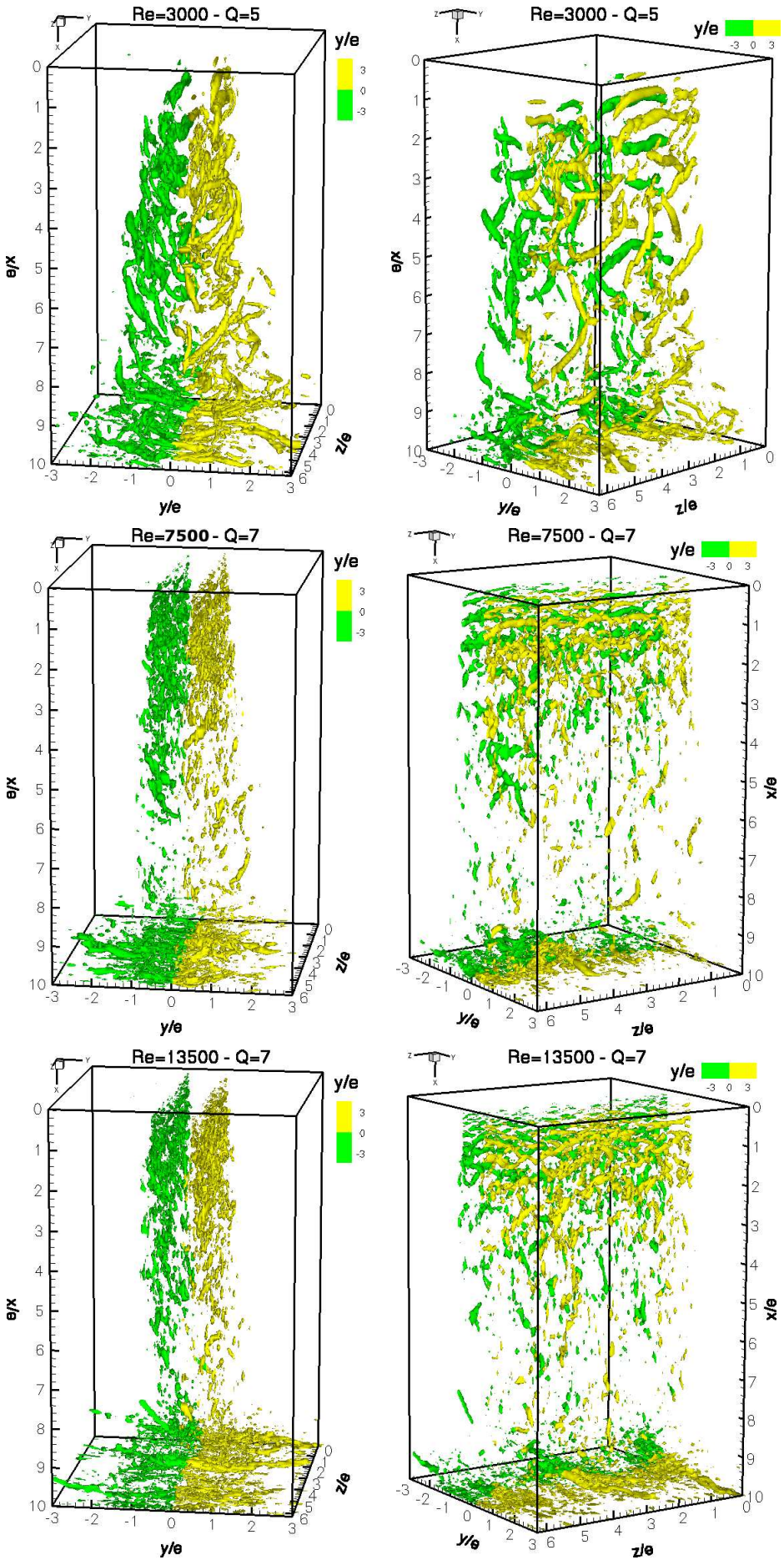


Figure 4.65: *Isosurface du critère Q colorée en fonction de y/e : $Re = 3000$, 7500 et 13500*

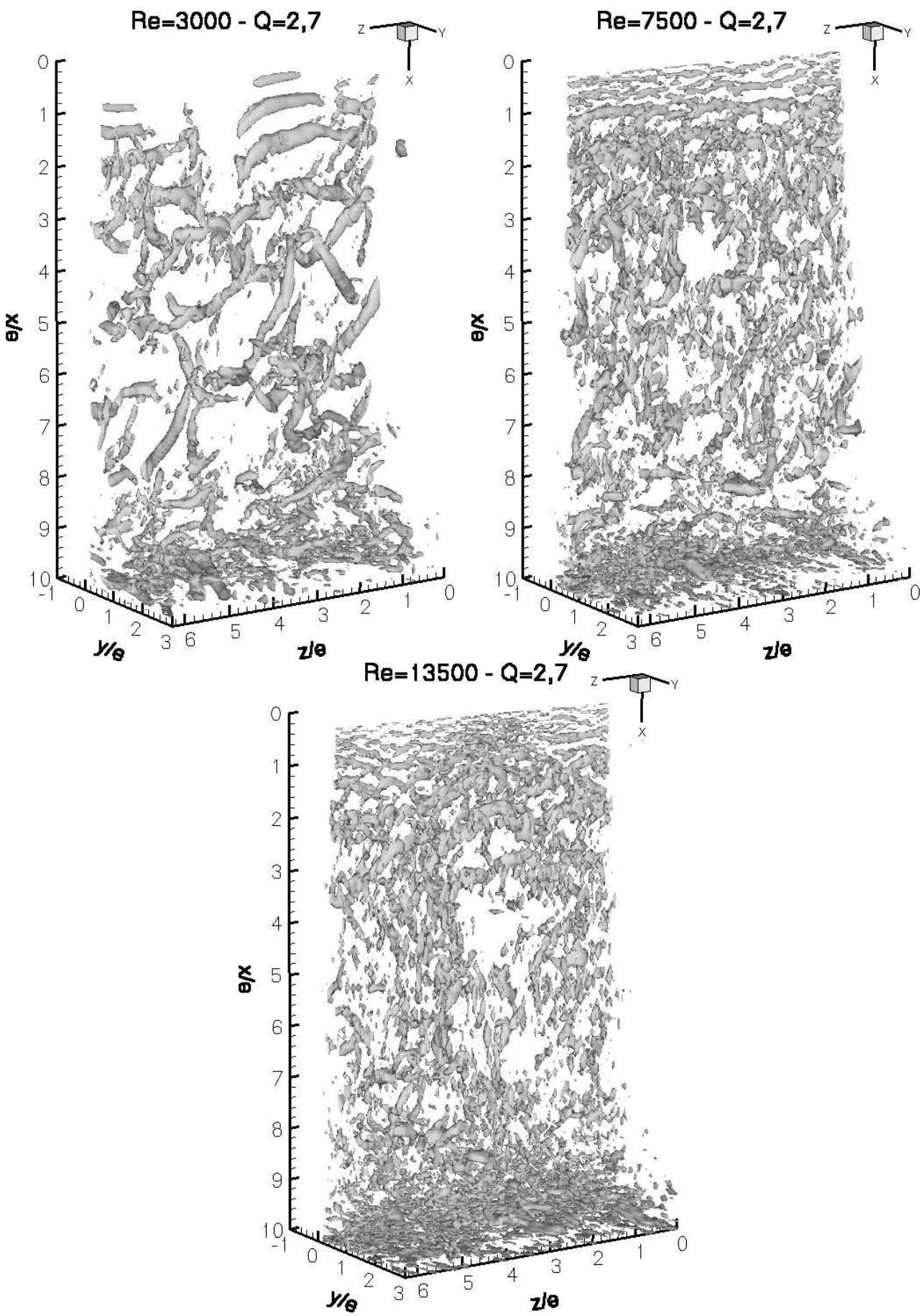


Figure 4.66: *Isosurface du critère Q pour une couche de mélange – $Re = 3000$, 7500 et 13500*

4.3.3 Zone d'impact

L'étude bibliographique réalisée au paragraphe §1.4.4 a souligné le peu d'études phénoménologiques réalisées sur la zone d'impact qui reste encore assez mal définie (Yokobori et al. [195], Sakakibara et al. [156], Maurel [122]). Cependant, cette région joue un rôle déterminant dans les processus de transferts de masse et de chaleur au voisinage de la paroi. La connaissance de la structure de l'écoulement dans cette région est essentielle afin d'appréhender les phénomènes mis en jeux, qui contribuent fortement à l'efficacité des systèmes à rideaux d'air. Ce paragraphe propose une étude phénoménologique de la zone d'impact à travers des visualisations instantanées des champs de vitesse et de vorticité dans cette région pour les différents nombres de Reynolds mis en oeuvre dans les simulations.

Yokobori et al. [195], Sakakibara et al. [156] soulignent la nature fortement tridimensionnelle de l'écoulement dans la zone d'impact et mettent en évidence la présence de structures longitudinales contra-rotatives similaires aux tourbillons de Görtler souvent observés dans les couches limites sur parois concaves.

La figure 4.67 représente les champs instantanés de vecteur vitesse et de la vorticité associée dans le plan (xOz) sur l'axe du jet (en $y/e = 0$) pour $Re = 3000,\ 7500$ et 13500. Cette figure met en évidence, pour tous les nombres de Reynolds, la présence des paires de tourbillons contrarotatifs évoquées par Yokobori et al., Sakakibara et al. au voisinage de la paroi. En accord avec Yokobori et al., on constate que les dimensions de ces tourbillons semblent être indépendantes du nombre de Reynolds dans la gamme considérée ici ($3000 \leq Re \leq 13500$). Sur un échantillon de plusieurs champs instantanés, on peut estimer la hauteur et la largeur de ces tourbillons respectivement à $0,5e$ et à e quel que soit le nombre de Reynolds. Ces valeurs sont en bon accord avec les mesures de Maurel réalisées à partir de champs instantanés (cf. figure 1.15 §4.3.3) obtenus par PIV (Particle Image Velocimetry). Conformément aux mesures de Yokobori et al., l'auteur constate pour $Re = 27000$ une augmentation de la taille des tourbillons contrarotatifs avec le rapport d'ouverture H/e. Compte tenu des incertitudes de mesures, il estime, pour une largeur de buse de 80mm la hauteur et la largeur de ces tourbillons respectivement à $0,28e$ et $0,7e$ pour $H/e = 5$ et à $0,7e$ et $1,3e$ pour $H/e = 15$. La taille des paires de tourbillons obtenue à partir des calculs pour $H/e = 10$ se situe donc entre ces valeurs. Ces résultats provenant de sources et de méthodes différentes confirment l'augmentation de la taille des tourbillons contrarotatifs avec le rapport H/e.

Mais du fait de la dépendance de la taille de ces structures au rapport d'ouverture, nous préférons exprimer les dimensions de ces tourbillons en fonction de la hauteur d'impact H. Pour $H/e = 10$, les calculs estiment la hauteur des structures à $0,05H$ et leur largeur à $0,1H$. En reprenant les mesures de Maurel, on obtient une hauteur comprise entre $0,056H$ et $0,046H$ et une largeur comprise entre $0,14H$ et $0,086H$ respectivement pour $H/e = 5$ et $H/e = 10$. En raison de la résolution spatiale obtenue par calcul ou PIV ainsi que du caractère instationnaire du phénomène observé, ces valeurs doivent être considérées plutôt comme des ordres de grandeur.

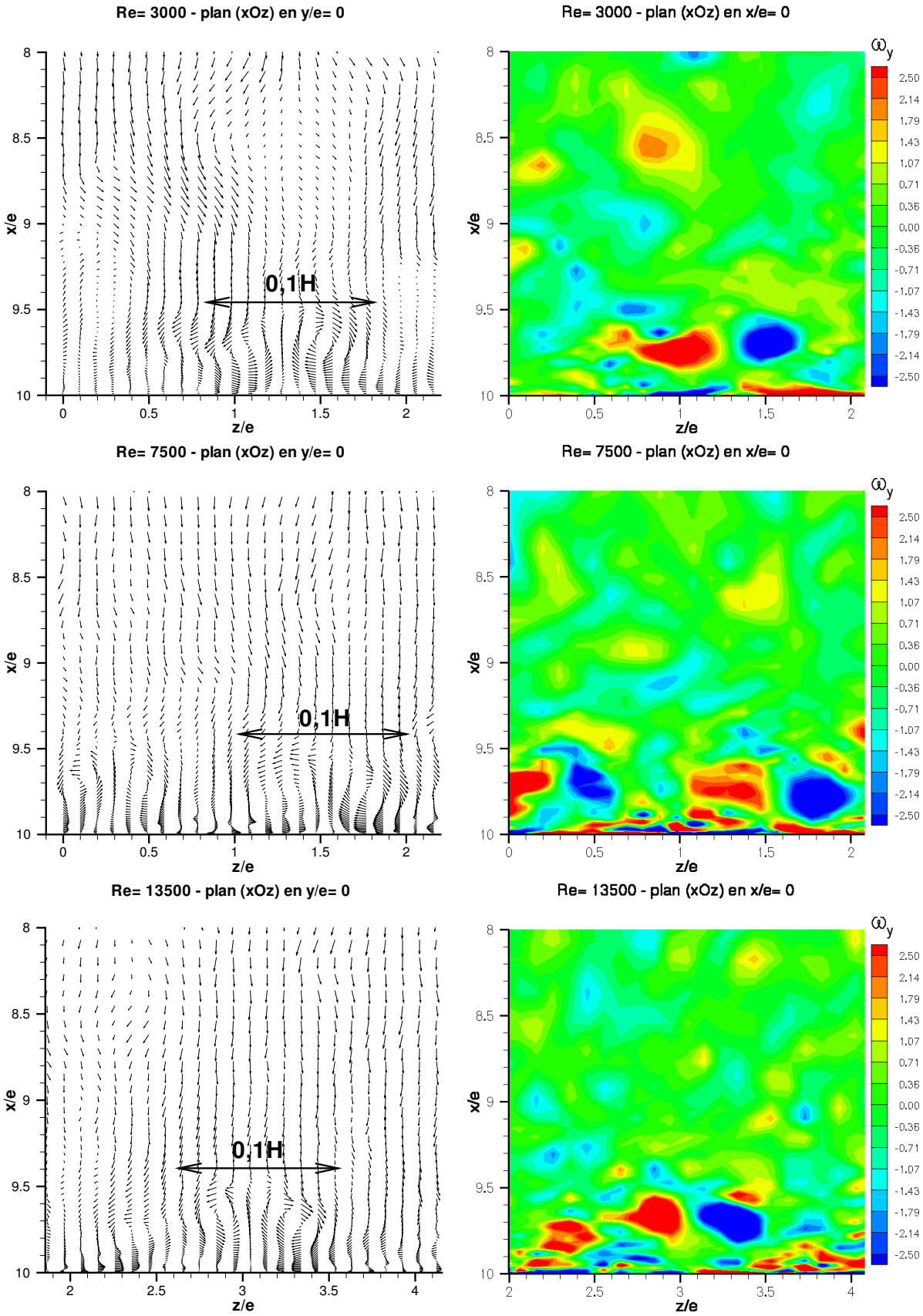


Figure 4.67: *Paires de tourbillons contrarotatifs dans la zone d'impact : champs instantanés de vecteurs vitesse et de vorticité associée dans le plan* (xOz) *en* $y/e = 0$ *-* $Re = 3000,\ 7500\ et\ 13500$

Le comportement des corrélations spatiales en deux points (distants de ξ/e) suivant (Oz) de la composante u de la vitesse au coeur des cellules contrarotatives (en $x/e = 9,7$ et $y/e = 0$) confirme l'estimation de la largeur des paires de tourbillons obtenue à partir des champs instantanés de vitesse et de vorticité. On note en effet, sur la figure 4.68, la présence d'un minimum local pour un écart ξ/e voisin de $0,05H$. Cette distance correspond à la largeur d'une cellule contrarotative et permet de déterminer la largeur des paires de tourbillons à $0,1H$.

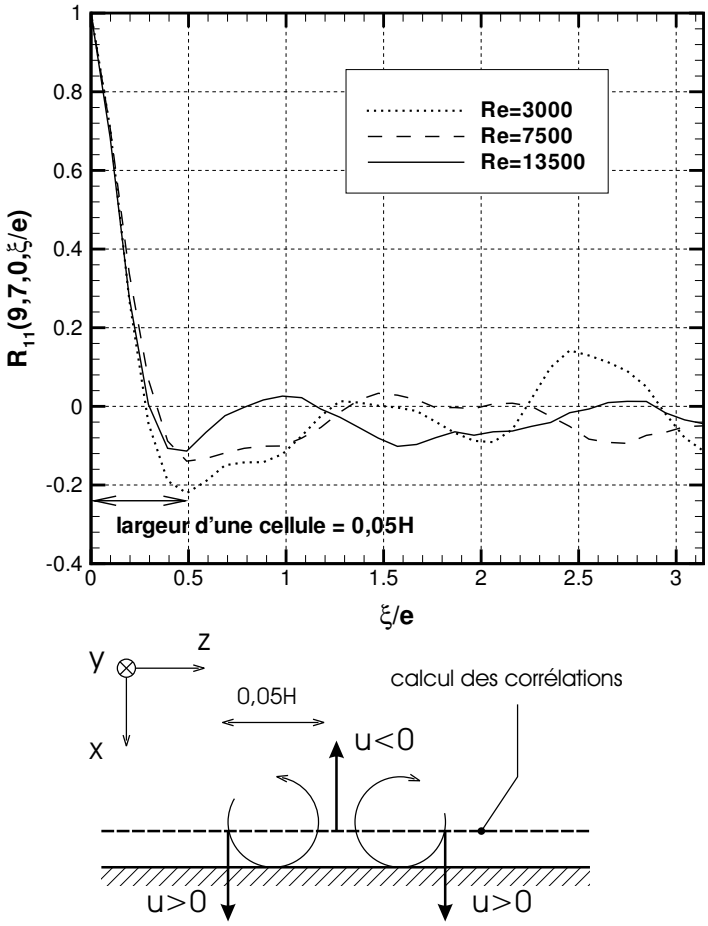


Figure 4.68: *Corrélations spatiales en deux points (distants de ξ/e) suivant (Oz) de la composante u de la vitesse en $x/e = 9,7$ et $y/e = 0$ – $Re = 3000,\ 7500$ et 13500*

Afin de mieux se représenter la nature tridimensionnelle des structures présentes dans la zone d'impact, sur la figure 4.69 est reportée une isosurface de la composante ω_y de la vorticité dans la zone d'impact sur une portion du domaine de calcul ($8 \leq x/e \leq 10$, $-3 \leq y/e \leq 3$, $0 \leq z/e \leq 2\pi$). Les conditions aux limites périodiques dans la direction homogène (Oz) sont ici particulièrement visibles. On notera que ces structures contrarotatives coupent le plan de symétrie du jet (en $y/e = 0$) parfois avec un angle marqué et se distordent en raison des fortes contraintes observées dans la zone d'impact. Contrairement à Yokobori et al., Sakakibara et al. et étant donné le fait que ces structures traversent le plan de symétrie du jet, il semble difficile d'associer ces structures à des tourbillons de type Görtler souvent observés dans les couches limites sur parois concaves et qui seraient dus à la courbure de l'écoulement au voisinage de l'impact. Bien qu'il soit ici difficile de généraliser, ces structures semblent de plus très localisées et ne sont pratiquement plus visibles au-delà du domaine $-3 < y/e < 3$. On notera aussi la présence de structures isolées, intercalées entre les paires de tourbillons contrarotatifs.

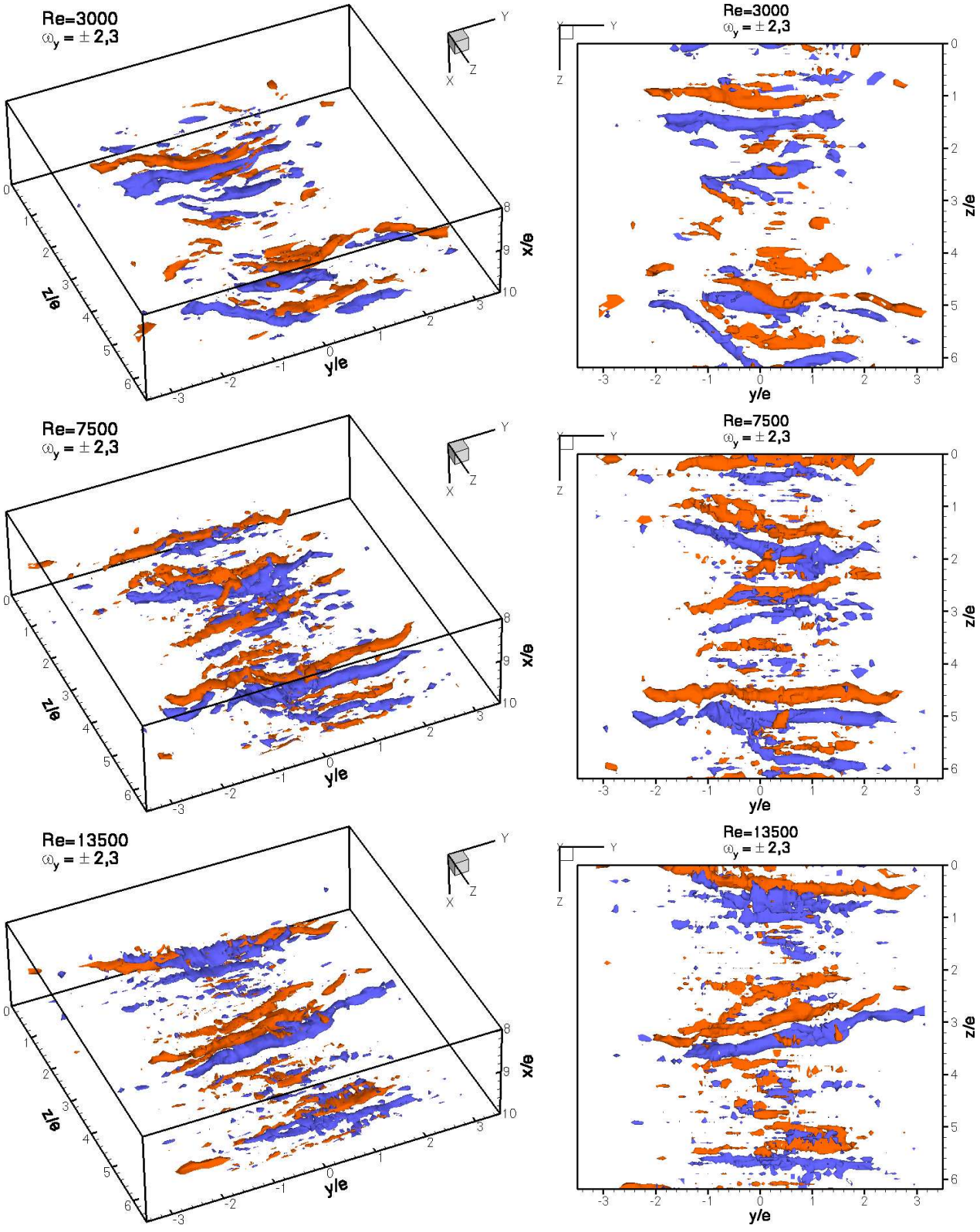


Figure 4.69: *Paires de tourbillons contrarotatifs dans la zone d'impact : champs instantanés de la composante ω_y de la vorticité - vue 3D et vue de dessus - $Re = 3000,\ 7500\ et\ 13500$ - niveau positif en rouge, niveau négatif en bleu*

Sur la figure 4.70 est représentée une vue de dessus du champ de vecteur vitesse projeté dans le plan (yOz) au voisinage de la paroi d'impact en $x/e = 9,9$ pour $Re = 3000,\ 7500$ et 13500. Cette figure souligne très nettement la trace des tourbillons contrarotatifs mis en évidence figure 4.69 par la présence de fortes valeurs de la composante w du champ de vitesse alternativement positive et négative dans la zone $-2,5 < y/e < 2,5$. Dans cette région, les valeurs de la composante v du champ de vitesse y sont nettement moins importantes pour finalement augmenter au niveau des jets de paroi.

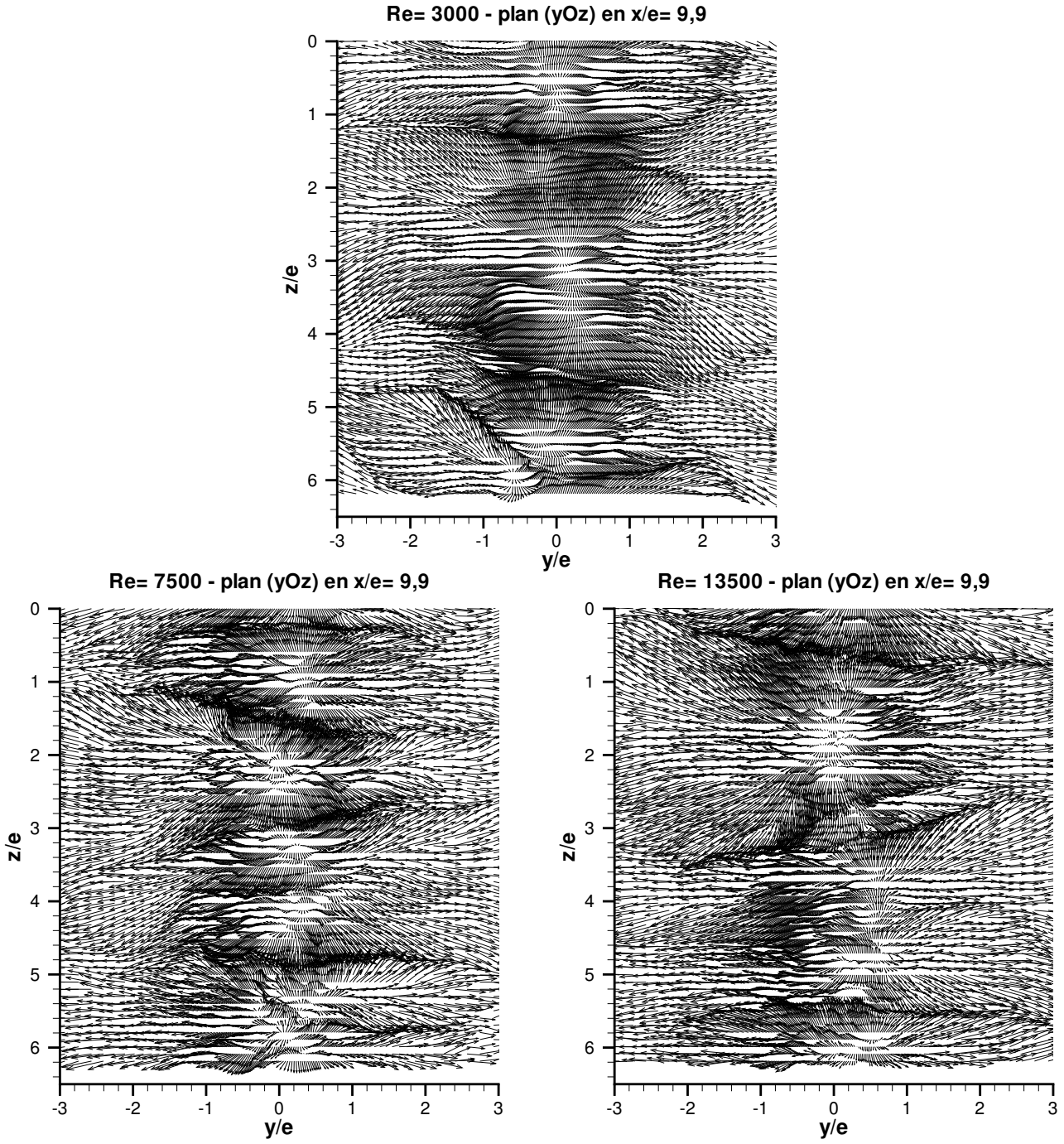
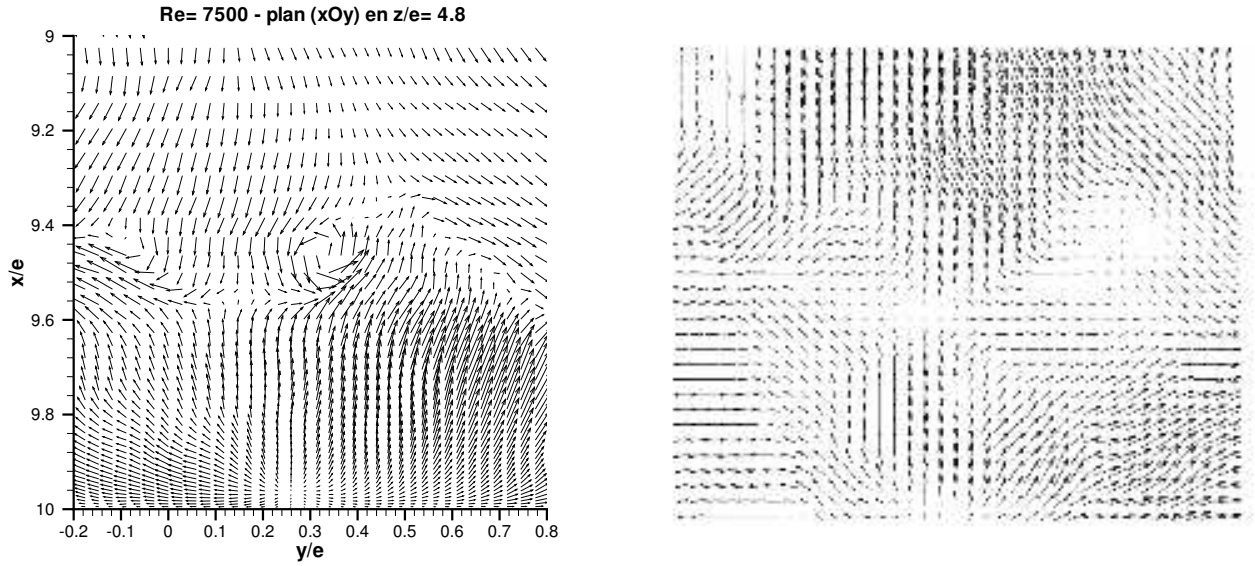


Figure 4.70: *Paires de tourbillons contrarotatifs dans la zone d'impact : champs instantanés de vecteurs vitesse projetés dans le plan (yOz) en $x/e = 9,9$ - composantes v et w - vue de dessus - $Re = 3000,\ 7500$ et 13500*

Ces zones singulières de forte vitesse w (alternativement positive et négative) et de faible vitesse v sont aussi caractérisées par un écoulement vertical opposé à celui du jet (composante $u < 0$). Ce phénomène est observé pour tous les nombres de Reynolds mais, afin d'alléger la discussion, seul le cas à $Re = 7500$ est présenté ici. La figure 4.71 montre la distribution du champ de vecteur vitesse projeté dans le plan (xOy) en $z/e = 4,8$. Cette figure est à rapprocher des figures 4.70 et 4.69 pour $Re = 7500$ et de la paire des tourbillons contrarotatifs bien visible à cet endroit. L'écoulement de retour caractérisé par une composante u du vecteur vitesse de signe opposé à celle du jet est induit par la paire de tourbillons contrarotatifs. Cette singularité de l'écoulement s'étend sur une distance à la paroi de $0,05H$, ce qui correspond à la hauteur des tourbillons contrarotatifs.



(a) $H/e = 10$, $Re = 7500$ – présent calcul

(b) $H/e = 15$, $Re = 27000$ – Maurel (2001)

Figure 4.71: *Zone d'impact : champ instantané de vecteur vitesse projeté dans le plan (xOy) : (a) présent calcul, (b) PIV – Maurel (2001)*

Précisons que le phénomène observé est fortement instationnaire et que ces structures peuvent apparaître en différentes positions de l'axe (Oz). Il semblerait de plus, en accord avec les visualisations de Yokobori et al., que les paires de tourbillons se forment et disparaissent à intervalle de temps régulier. En revanche, il ne nous a pas été possible d'évaluer la fréquence de formation des ces structures. Rappelons toutefois que Yokobori et al. montrent que cette fréquence de formation atteint son maximum pour $H/e = 7$ avant de décroître rapidement pour des rapports d'ouverture plus élevés.

4.3.4 Traceurs lagrangiens

Afin de préciser le rôle des différentes structures présentes dans l'écoulement dans les processus de transfert et d'appréhender plus finement la dynamique de l'écoulement, une étude complémentaire à l'aide de *traceurs lagrangiens* a été effectuée. Les particules au nombre de 29 sont considérées sans masse et sont injectées suivant une ligne placée en sortie de buse et centrée dans la direction homogène (Oz).

La position x_i de ces particules est déterminée en intégrant (par une méthode de Runge-Kutta d'ordre 4) l'équation qui régit le transport de ces traceurs passifs :

$$\frac{dx_i}{dt} = u_i \tag{4.31}$$

où u_i est le champ de vecteur vitesse instantanée issu de la simulation.

Afin de mieux cerner les passages préférentiels des particules, celles-ci sont colorées en fonction de leur position sur la ligne d'injection. Les particules émises à droite de l'axe du jet ($y/e < 0$) sont colorées en noir, les autres sont matérialisées par des points gris. Les figures suivantes représentent la distribution de ces particules à intervalles de temps réguliers dans les plans (xOy) et (xOz). Étant donné la nature plus organisée de l'écoulement à $Re = 3000$, le suivi de ces traceurs lagrangiens a été réalisé à ce nombre de Reynolds. Le temps est adimensionné par $t_0 = e/U_0$.

La figure 4.72 représente, en vue de face, la distribution de ces particules à différents instants. La formation des structures bidimensionnelles dans la couche de mélange est clairement mise en évidence ici. On notera la forme sinueuse du «panache» de particules due au phénomène de battement du jet observé après la zone de transition. Il semblerait de plus, que le détachement des tourbillons bidimensionnels en aval du cône potentiel conjugué au battement du jet participe fortement aux processus de transfert, ceux-ci s'effectuant préférentiellement dans la zone d'impact (pour $x/e > 8$). Plus près de la paroi, les particules sont rapidement convectées par les jets de paroi.

La figure 4.73 représente l'évolution des particules dans le plan (xOz). On notera la nature rapidement tridimensionnelle de l'écoulement qui devient très marquée au voisinage de l'impact. Les particules s'enroulent autour des tubes de vorticité caractéristiques des instabilités de Kelvin-Helmholtz mais aussi autour des tourbillons verticaux étirés entre les tourbillons bidimensionnels. A mesure que l'on s'éloigne de la sortie de buse, le nuage de particules traceuses s'étale dans la direction homogène (Oz). En revanche, le rôle des structures contra-rotatives (observées dans la zone d'impact) dans les processus de transfert ne peut être clairement déterminé.

Afin d'identifier le rôle de ces structures contrarotatives dans les processus de transfert, une injection de particules à proximité de la paroi a été réalisée. Les particules ont été alors placées sur une ligne parallèle à la paroi dans la direction homogène (Oz) en $x/e = 9,7$ (ce qui correspond au coeur des tourbillons contrarotatifs). Cette ligne d'injection est placée en aval du point d'arrêt, à la limite des tourbillons contrarotatifs en $y/e = 2$. La figure 4.74 représente la distribution des particules sur une portion du domaine de calcul à un instant donné. Il apparaît clairement que ces particules sont convectées par les jets de paroi en aval de leur ligne d'émission. Les transferts se font donc majoritairement dans la partie supérieure de la zone d'impact et semblent dus en grande partie au battement du jet. Ce dernier point sera précisé dans le paragraphe suivant où une étude des transferts de masse est mise en oeuvre en injectant un scalaire passif dans l'écoulement.

Cette première étape semble très prometteuse et riche d'enseignements sur la dynamique de ces structures tourbillonnaires. On pourrait envisager de quantifier les transferts de masse en opérant, dans un premier temps, un dénombrement des particules qui traversent l'axe du jet.

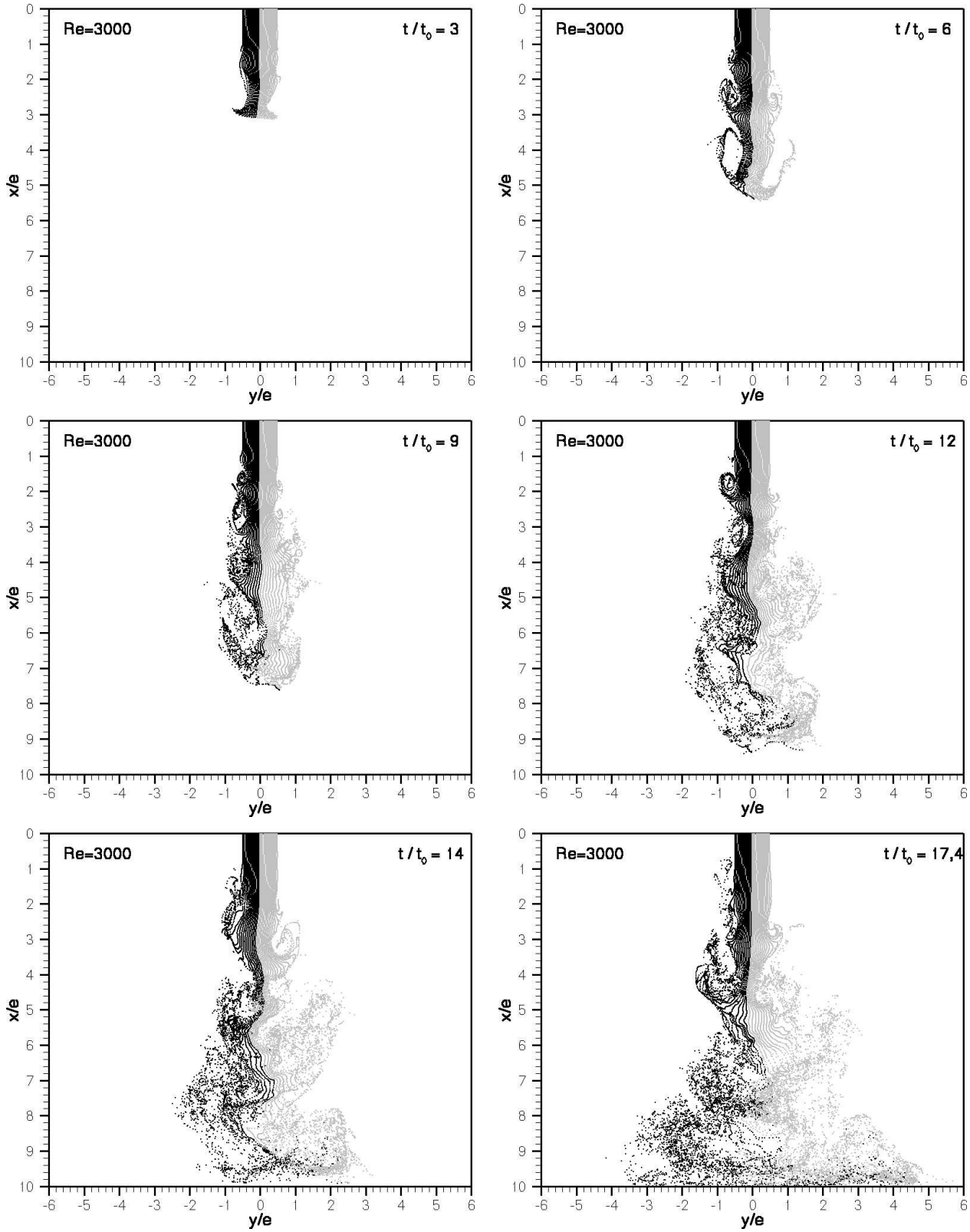


Figure 4.72: *Évolution des particules injectées en sortie de buse : $Re = 3000$ - plan (xOy)*

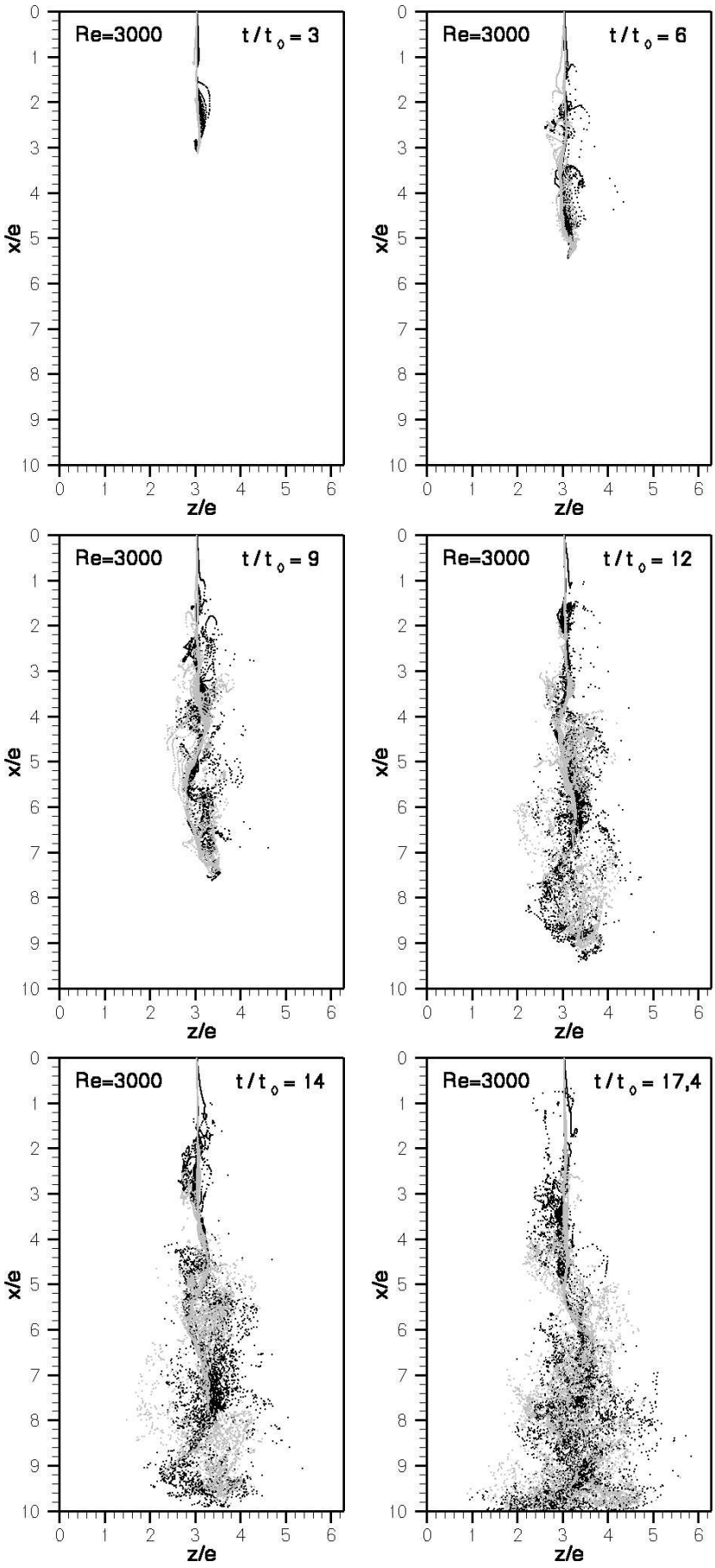


Figure 4.73: *Évolution des particules injectées en sortie de buse : $Re = 3000$ - plan (xOz)*

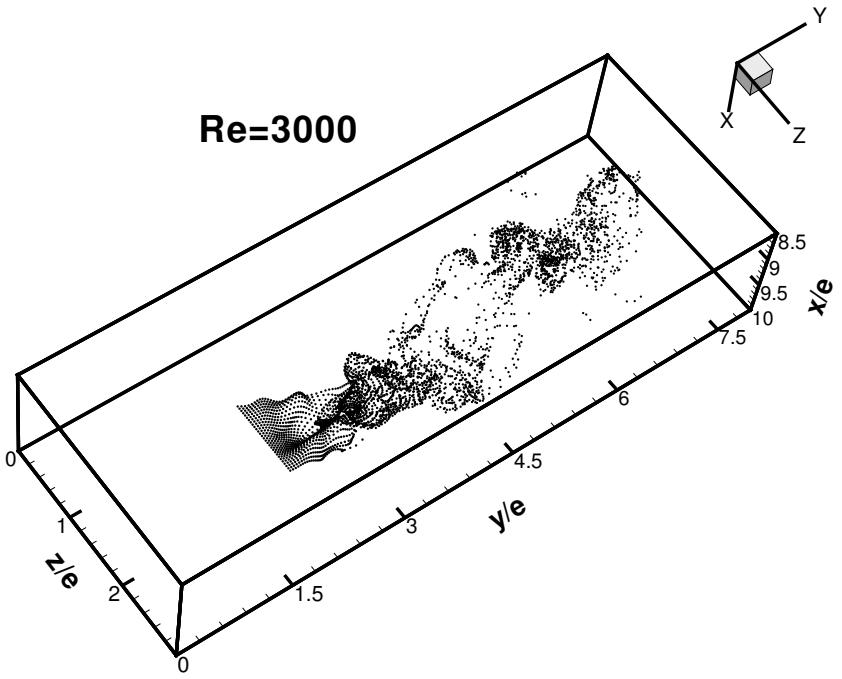


Figure 4.74: *Évolution des particules injectées près de la paroi : $Re = 3000$ - plan (xOz)*

4.4 Analyse des transferts de masse

Les développements précédents fournissent une information précieuse sur la structure de l'écoulement et soulignent la complexité des phénomènes mis en jeux dans la zone d'impact mais ne permettent pas d'identifier finement les zones où les transferts s'effectuent préférentiellement. Une approche complémentaire fondée sur une analyse des transferts de masse s'avère donc nécessaire.

Cette étude préliminaire peut se scinder en deux volets. Le premier consiste à fournir des informations détaillées sur la répartition du traceur dans le jet et permettra d'identifier les zones préférentielles de mélange. Le deuxième volet, est une mise en oeuvre pratique du système de rideau d'air utilisé comme élément de sécurité. Cette approche consiste à injecter le traceur (jouant ici le rôle d'un polluant) dans une région située en aval du point d'arrêt et permettra d'estimer l'efficacité du dispositif. Après une description concise de la méthode mise en oeuvre pour étudier les transferts de masse dans le jet, les deux approches évoquées précédemment seront développées. Compte tenu des temps d'intégration qui sont très longs, précisons que cette étude n'a pu être réalisée qu'à un seul nombre de Reynolds, fixé à $Re = 7500$. Étant donné le caractère cinématiquement «asymptotique» de l'écoulement à ce nombre de Reynolds, cette valeur est représentative des installations fréquemment rencontrées dans les systèmes à rideaux d'air.

4.4.1 Mise en oeuvre

L'analyse des transferts de masse dans l'écoulement nécessite l'adjonction d'une équation supplémentaire représentant le transport d'un traceur de concentration locale $c(\boldsymbol{x}, t)$. Si on peut négliger les effets de différences de densité introduits par la présence du traceur, celui-ci est d'une part entraîné

par la vitesse locale de l'écoulement, et d'autre part, il s'étale par diffusion moléculaire. Les mécanismes de transport diffusif et convectif peuvent agir simultanément dans les problèmes de dispersion de traceurs. L'analyse des effets convectifs est d'ailleurs plus simple car la vitesse n'intervient que pour le transport convectif et la quantité convectée (concentration) est un scalaire. On ne considérera ici que le transport d'un *scalaire passif*, ce qui signifie que le contaminant émis ne modifie pas les caractéristiques de l'écoulement porteur.

Équation à résoudre

L'étude du transfert d'un scalaire passif transporté par le champ turbulent nécessite la résolution d'une équation supplémentaire découplée de la résolution des équations de Navier-Stokes. L'équation de convection-diffusion qui régit le transport d'un traceur de concentration locale $c(\boldsymbol{x}, t)$ s'écrit :

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla.(c\boldsymbol{u}) = \nabla.(D_c \nabla c) + Q \tag{4.32}$$

où D_c est le coefficient de diffusion moléculaire du traceur et où Q représente le débit local des sources internes.

En replaçant le problème dans le contexte de la simulation des grandes échelles, l'équation du champ filtré peut s'écrire en utilisant une décomposition des termes non linéaires similaire à la *décomposition de Leonard* au paragraphe §2.2.2 :

$$\frac{\partial \overline{c}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{u_i}\,\overline{c}) = \frac{1}{Re\,Sc}\frac{\partial^2 \overline{c}}{\partial x_i^2} - \frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{u_i c} - \overline{u_i}\,\overline{c}) + Q \tag{4.33}$$

où $Re = \frac{U_0 e}{\nu}$ est le *nombre de Reynolds* et où $Sc = \frac{\nu}{D_c}$ est le *nombre de Schmidt.*

Notons qu'il aurait été possible d'introduire directement le *nombre de Peclet* défini par $Pe = Re\,Sc = \frac{U_0 e}{D_c}$. Ce nombre sans dimension correspond au rapport du temps caractéristique de diffusion de la masse sur le temps caractéristique de convection de la masse. Ce nombre représente, pour les phénomènes de transport de masse, l'équivalent du nombre de Reynolds pour la quantité de mouvement.

Modélisation de sous-maille

Comme pour la conservation de la quantité de mouvement nous sommes confrontés ici à un problème de fermeture, l'équation filtrée faisant apparaître des termes de sous-maille qui doivent être modélisés. Ces termes s'expriment sous la forme d'un flux convectif, noté h_i et défini par :

$$h_i = \overline{u_i c} - \overline{u_i}\,\overline{c} \tag{4.34}$$

La fermeture des équations repose sur une procédure dynamique analogue à celle utilisée pour fermer les équations de Navier-Stokes filtrées (Lilly [116]). Cette procédure ne sera pas détaillée ici, on pourra se référer au paragraphe §2.3.5 pour une description complète de la méthode employée.

En appliquant le filtre test à l'équation de transport du traceur, on obtient :

$$\frac{\partial \widehat{\overline{c}}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\widehat{\overline{u_i}}\,\widehat{\overline{c}}\right) = \frac{1}{Re\,Sc}\frac{\partial^2 \widehat{\overline{c}}}{\partial x_i^2} - \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\widehat{\overline{u_i c}} - \widehat{\overline{u_i}}\,\widehat{\overline{c}}\right) + Q \tag{4.35}$$

Les expressions du flux convectif obtenu pour le filtre de maille et le filtre test sont notées respectivement h_i et H_i et s'écrivent :

$$h_i = \overline{u_i c} - \overline{u_i}\,\overline{c} = -\frac{C_d \overline{\Delta}^2}{Sc_t}\left|\overline{S}\right|\frac{\partial \overline{c}}{\partial x_i} = -\nu_\theta \frac{\partial \overline{c}}{\partial x_i} \tag{4.36}$$

$$H_i = \widehat{\overline{u_i c}} - \widehat{\overline{u_i}}\,\widehat{\overline{c}} = -\frac{C_d \widehat{\overline{\Delta}}^2}{Sc_t}\left|\widehat{\overline{S}}\right|\frac{\partial \widehat{\overline{c}}}{\partial x_i} \tag{4.37}$$

avec :

$$\nu_\theta = \frac{C_d \overline{\Delta}^2}{Sc_t}\left|\overline{S}\right| \tag{4.38}$$

Par analogie au tenseur des contraintes de sous-maille (voir paragraphe §2.3.5), on montre que la constante dynamique du modèle est déterminée par :

$$\frac{C_d}{Sc_t} = -\frac{P_i R_i}{R_i R_i} \tag{4.39}$$

avec :

$$P_i = \widehat{\overline{u_i}\,\overline{c}} - \widehat{\overline{u_i}}\,\widehat{\overline{c}} \tag{4.40}$$

$$R_i = \widehat{\overline{\Delta}}^2\left|\widehat{\overline{S}}\right|\frac{\partial \widehat{\overline{c}}}{\partial x_i} - \overline{\Delta}^2\widehat{\left|\overline{S}\right|\frac{\partial \overline{c}}{\partial x_i}} \tag{4.41}$$

Afin de réduire le nombre de degrés de liberté de la constante dynamique C_d et ainsi d'augmenter la stabilité du schéma numérique, une moyenne dans la direction homogène (Oz) est effectuée si bien que C_d s'exprime finalement par :

$$\frac{C_d}{Sc_t} = -\frac{\langle P_i R_i \rangle_z}{\langle R_i R_i \rangle_z} \tag{4.42}$$

Implémentation numérique

Compte tenu de (4.43) et (4.36) le problème se réduit à la résolution de l'équation suivante forcée sur les noeuds de pression :

$$\frac{\partial \overline{c}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\overline{u_i}\,\overline{c}\right) = \frac{1}{Re\,Sc}\frac{\partial^2 \overline{c}}{\partial x_i^2} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\nu_\theta \frac{\partial \overline{c}}{\partial x_i}\right) + Q \tag{4.43}$$

Pour des raisons de stabilité numérique, le coefficient de diffusivité turbulente est décomposé en une partie moyenne et une partie fluctuante tel que :

$$\nu_\theta = \widetilde{\nu}_\theta + \nu_\theta^{'} \text{ avec } \widetilde{\nu}_\theta = \langle \nu_\theta \rangle_z \tag{4.44}$$

On obtient donc finalement :

$$\frac{\partial \overline{c}}{\partial t} + J = \left(\frac{1}{Re\,Sc} + \widetilde{\nu}_\theta\right)\frac{\partial^2 \overline{c}}{\partial x_i^2} + Q \tag{4.45}$$

avec :

$$J = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\overline{u_i}\,\overline{c}\right) - \nu_\theta^{'}\frac{\partial^2 \overline{c}}{\partial x_i^2} - \frac{\partial \nu_\theta}{\partial x_i}\frac{\partial \overline{c}}{\partial x_i} \tag{4.46}$$

La discrétisation temporelle du second ordre est basée sur un schéma semi-implicite (Adams-Bashforth, Crank-Nicolson) :

$$\frac{\overline{c}^{n+1} - \overline{c}^{n}}{\Delta t} + \frac{1}{2}\left(3J^n - J^{n-1}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{Re\,Sc} + \widetilde{\nu}_\theta^n\right)\frac{\partial^2}{\partial x_i^2}\left(\overline{c}^{n+1} + \overline{c}^{n}\right) + Q \tag{4.47}$$

Comme la quantité $\widetilde{\nu}_\theta$ est évaluée au pas de temps n et dépend des directions de non-homogénéité, il n'est pas envisageable, pour des raisons de coût de calcul, de construire un opérateur à chaque pas de temps et de l'inverser. La résolution de l'équation repose donc sur un processus sous-itératif (les sous-itérations étant notées par un exposant m) :

$$\overline{c}^{n+1,m+1} = \overline{c}^{n} + \Delta t\left[-\frac{1}{2}\left(3J^n - J^{n-1}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{Re\,Sc} + \widetilde{\nu}_\theta^n\right)\frac{\partial^2}{\partial x_i^2}\left(\overline{c}^{n+1,m} + \overline{c}^{n}\right) + Q\right] \tag{4.48}$$

avec :

$$\overline{c}^{n+1,0} = \overline{c}^{n} \tag{4.49}$$

En pratique 6 sous-itérations sont nécessaires pour obtenir la convergence avec une précision ε de 10^{-6}.

Les conditions aux limites sont du type Neumann homogène sur les parois (flux nul) alors que des conditions aux limites de type convectives sont appliquées en sortie du domaine de calcul :

$$\frac{\partial \overline{c}}{\partial n}\Big|_{\text{parois}} = 0 \tag{4.50}$$

$$\frac{\partial \overline{c}}{\partial t} + U_c \frac{\partial \overline{c}}{\partial x}\Big|_{\text{sortie}} = 0 \tag{4.51}$$

Au début de la simulation, il existe toutefois de grandes régions du domaine de calcul où la concentration $\overline{c}$ est nulle. Cette propriété peut entraîner une indétermination de la constante du modèle utilisé pour fermer l'équation de transport du traceur. En effet, la nullité de la concentration entraîne :

$$\frac{\partial \overline{c}}{\partial x_i} = 0 \Rightarrow R_i = 0 \Rightarrow R_i R_i = 0$$

Or, le terme $R_i R_i$ intervient au dénominateur de l'équation (4.42) et peut donc entraîner un problème «d'overflow» dans les calculs. Afin de contourner cette singularité, nous proposons de forcer ν_θ à 0 dans les zones où $\partial\overline{c}/\partial x_i = 0$. En effet, en reprenant l'équation (4.36) on peut écrire :

$$h_i = \overline{u_i c} - \overline{u_i}\,\overline{c} = -\nu_\theta \frac{\partial \overline{c}}{\partial x_i} = 0$$

En pratique, le coefficient de diffusion moléculaire est forcé à 0 si les dérivées $\partial\overline{c}/\partial x$, $\partial\overline{c}/\partial y$ et $\partial\overline{c}/\partial z$ sont inférieures à une valeur critique fixée à 10^{-8}.

Les caractéristiques de la simulation sont rappelées dans le tableau 4.6. Le temps d'intégration sur lequel le traitement statistique est réalisé correspond à un temps adimensionné $T^* \simeq 40$. Le nombre de Schmidt Sc est fixé ici à 1. Cette valeur permet de se rapprocher d'un mélange air/éthane utilisé dans la configuration expérimentale au sein de notre laboratoire.

Maillage	$\Delta x/e$	$\Delta y/e$	$\Delta z/e$	$\Delta t U_0/e$	Re	Re_c	Sc
$140 \times 232 \times 64$	$0,005 - 0,165$	$0,024 - 0,90$	$0,098$	$3\,10^{-3}$	7500	1500	1

Tableau 4.6: *Transfert de masse : paramètres de la simulation*

4.4.2 Injection du traceur en sortie de buse

L'objectif de ce paragraphe est de fournir une information détaillée de la distribution du traceur dans le jet et d'essayer d'identifier les zones de mélange où les transferts interviennent préférentiellement.

Cette étude permettra en outre de révéler les corrélations qui peuvent exister entre les grandeurs cinématiques et la concentration, ces corrélations étant très difficiles à obtenir expérimentalement puisqu'elles nécessitent des mesures synchrones des champs de vitesse et de concentration par des méthodes qui ont parfois l'inconvénient d'être intrusives.

La démarche adoptée consiste à injecter le traceur de manière continue et homogène dans le jet au niveau de la sortie de buse. Les conditions aux limites en sortie de buse sont donc du type Dirichlet. Nous avons choisi un profil de concentration suivant l'évolution du profil de la vitesse U_0 injectée en sortie de buse :

$$c\,(0,y,z) = C_0\left(1-(2\mathrm{y}/e)^{20}\right) \text{ pour } -0,5 \leq y/e \leq 0,5 \text{ et } 0 \leq z/e \leq 2\pi \tag{4.52}$$

La figure 4.75 représente une vue instantanée du champ de concentration c/C_0 dans les plans (xOy) et (xOz) respectivement en $z/e = \pi$ et $y/e = 0$ (sur l'axe du jet). A mesure que l'on se rapproche de l'impact, le battement du jet, conjugué au détachement des tourbillons à la fin du cône potentiel, tend à diluer le traceur injecté en sortie de buse. Cette dilution, liée à l'entraînement de l'air ambiant par le jet, est négligeable en sortie de buse et augmente avec la distance à la sortie de buse. Les forts effets tridimensionnels constatés dans la zone d'impact tendent, de plus, à homogénéiser de façon significative le mélange traceur/air.

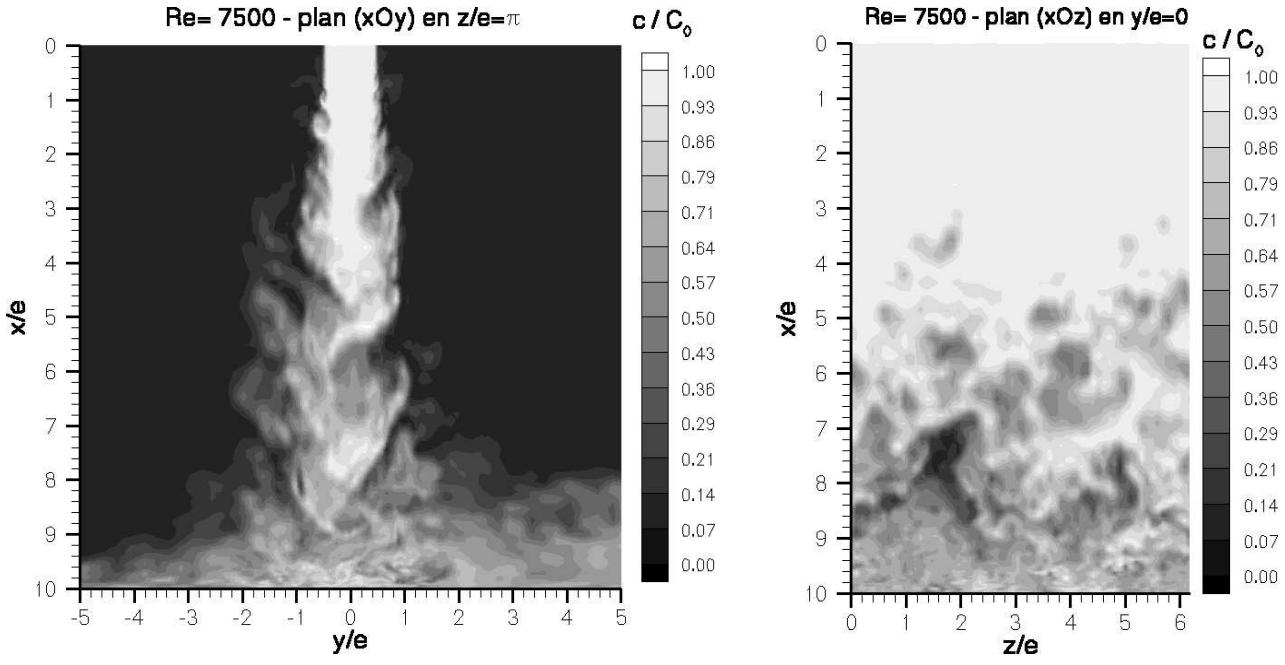


Figure 4.75: *Champs instantanés de la concentration c/C_0 : plan (xOy) en $z/e = \pi$; plan (xOz) en $y/e = 0$*

Sur la figure 4.76 est reportée la distribution du champ instantané de concentration c/C_0 dans le plan (yOz) pour différentes régions de l'écoulement : le cône potentiel pour $x/e = 1$, la zone de transition pour $x/e = 5$ et la zone d'impact pour $x/e = 9,5$. On notera la dilution importante du traceur et l'augmentation de l'homogénéisation du mélange traceur/air (favorisées par le brassage turbulent) en se rapprochant de l'impact.

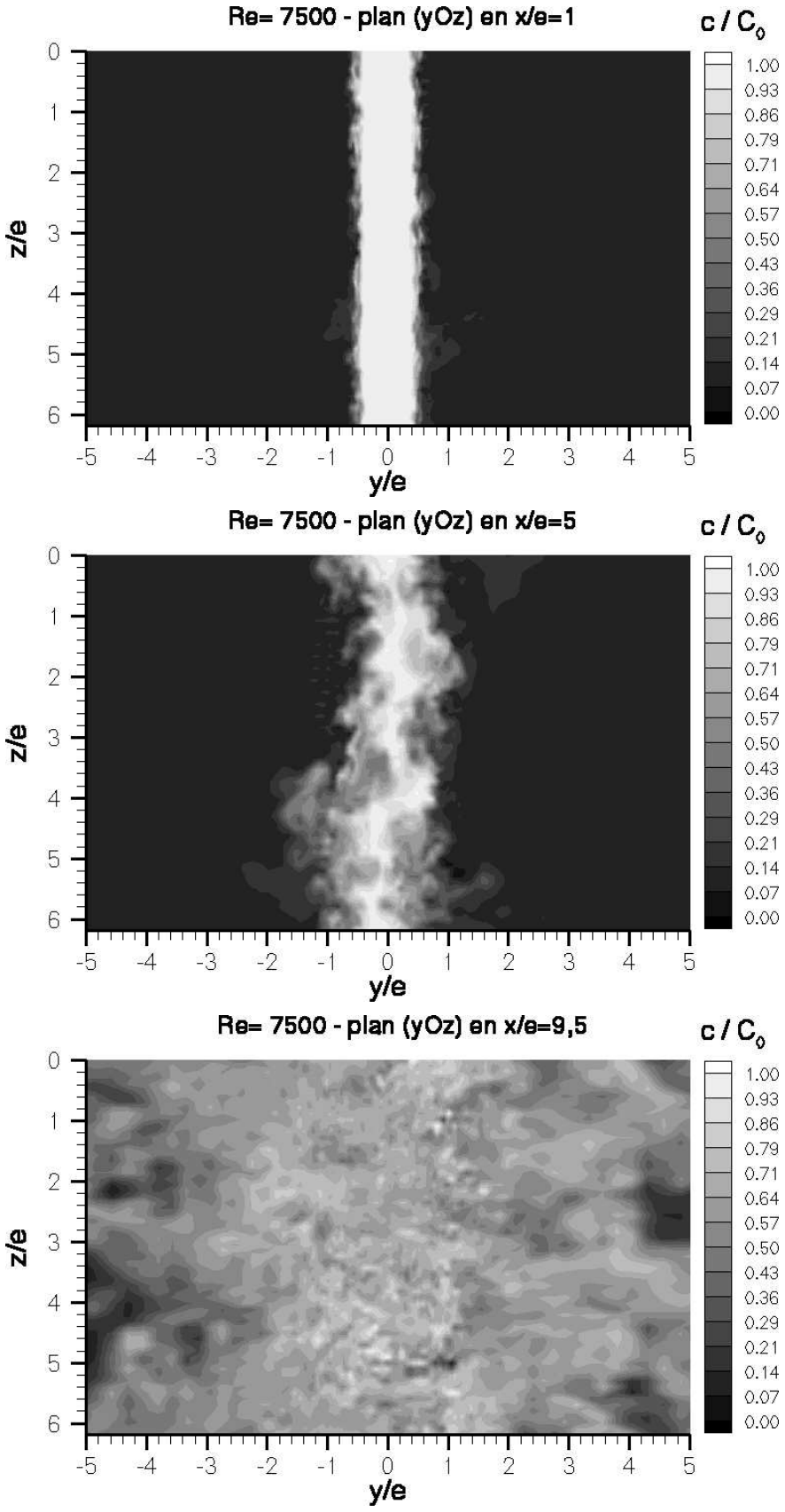


Figure 4.76: *Champs instantanés de la concentration c/C_0 : plan (yOz) en $x/e = 1$, $x/e = 5$ et $x/e = 9,5$*

La figure 4.77 montre l'évolution longitudinale de la concentration moyenne sur l'axe du jet (notée C_m/C_0) pour $Re = 7500$. Le résultat des simulations est comparé à des données expérimentales (Maurel [122]) réalisées à $Re = 13500$ pour deux rapports d'ouverture, respectivement $H/e = 25$ et $H/e = 50$.

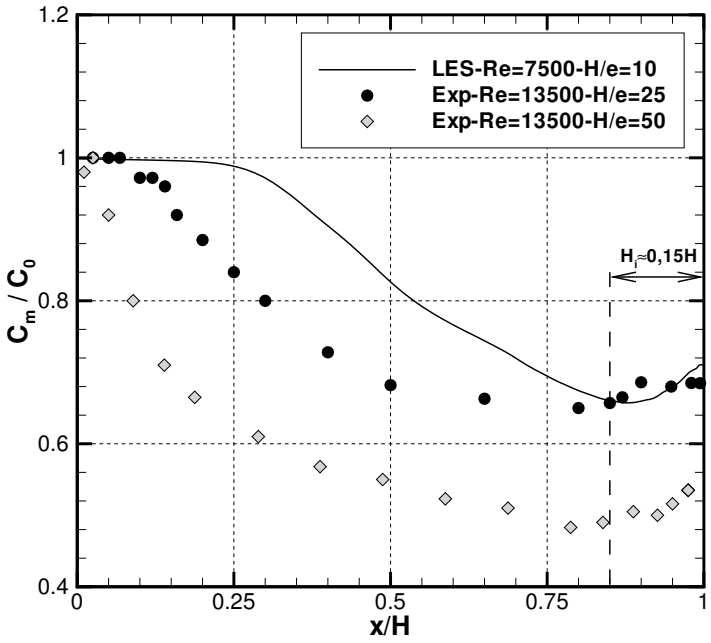


Figure 4.77: *Distribution de la concentration moyenne sur l'axe du jet C_m : LES $Re = 7500$, $H/e = 10$ – Expérience $Re = 13500$ $H/e = 25$ et 50 Maurel (2001)*

Dans la mesure où la cinématique de l'écoulement est apparue peu dépendante du nombre de Reynolds (dans la gamme considérée ici), l'effet du nombre de Reynolds peut être considéré comme négligeable, de sorte que les courbes puissent être comparées. Pour les trois rapports d'ouverture considérés ici, la concentration C_m/C_O reste constante sur une distance comprise entre $2e$ et $3e$ puis décroît d'autant plus rapidement que le rapport d'ouverture augmente. Cette décroissance de la concentration représente la dilution du traceur liée à l'entraînement d'air «pur» (extérieur à l'écoulement principal) par le jet. Cet apport est négligeable dans la région proche de la buse ($x/H < 0,25$) et augmente avec le développement du jet. Ainsi, le long de l'axe on observe bien un pallier de la concentration moyenne puis sa décroissance. La dilution du traceur est d'autant plus importante que la distance à parcourir avant l'impact (donc le rapport d'ouverture H/e) est grande et explique donc la décroissance plus rapide de la concentration pour les plus grands rapports H/e.

Au voisinage de la zone d'impact, on observe une légère augmentation de la concentration à mesure que l'on se rapproche de la paroi. Ce comportement est constaté pour tous les rapports d'ouverture étudiés. L'abscisse longitudinale x/H, à partir de laquelle cette augmentation est constatée, semble se déplacer légèrement en amont de la paroi à mesure que le rapport d'ouverture augmente. Cette distance à la paroi est en effet de $1,2e$, $3,8e$ et $8,1e$ respectivement pour $H/e = 10$, $H/e = 25$ et $H/e = 50$, ce qui représente entre 12% et 16% de la hauteur totale du jet, soit $0,84 \leq x/H \leq 0,88$. Cette position singulière est donc à rapprocher très étroitement de la hauteur d'impact H_i définie au paragraphe §4.2.5 qui représente environ 15% de la hauteur du jet. Ce phénomène pourrait s'expliquer par la présence des paires de tourbillons contrarotatifs mis en évidence au paragraphe

§4.3.3 (figures 4.70 et 4.71), la hauteur (normalisée par e) des tourbillons contrarotatifs augmentant avec le rapport d'ouverture. Cette région peut donc être interprétée comme une zone de recirculation dans laquelle il y aurait une accumulation locale du traceur. Notons toutefois que la hauteur des tourbillons contrarotatifs observés au voisinage de la paroi (voir §4.3.3) est inférieure à la distance sur laquelle l'augmentation de la concentration est constatée.

La distribution longitudinale des écarts types de la concentration obtenue par calcul à $Re = 7500$ sur l'axe du jet est représentée figure 4.78. Au voisinage de la sortie de buse, les fluctuations de la concentration sont très faibles étant donnée l'absence de dilution dans cette zone. En effet, l'entraînement du milieu ambiant par le jet et donc l'apport d'air pur est négligeable dans cette région. En s'éloignant de la sortie de la buse l'entraînement d'air pur s'accroît. De plus, le battement du jet et le passage alterné de structures tourbillonnaires entraînent, dans cette zone, une forte inhomogénéité du mélange air «pur»/traceur. Ainsi l'écart type de la concentration augmente rapidement pour atteindre la valeur palier de 17% entre $x/e = 5$ et $x/e = 8$, ce qui rend compte de l'importance du phénomène. Plus près de la paroi, les effets tridimensionnels augmentant, le brassage turbulent devient plus important et les écarts types de la concentration diminuent, le mélange air «pur»/traceur devenant plus homogène.

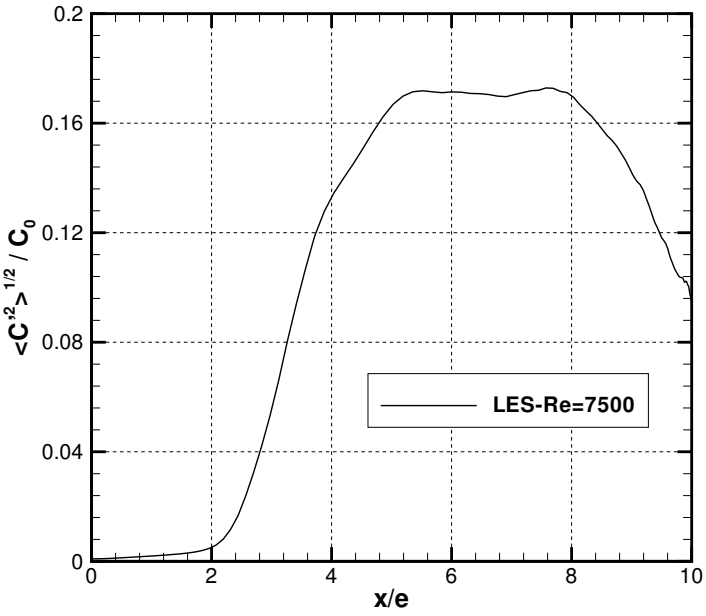


Figure 4.78: *Évolution de* $\langle c'^2 \rangle^{1/2} / C_0$ *sur l'axe du jet : LES* $Re = 7500$

Les flux turbulents d'un scalaire passif sont représentés par les corrélations double des fluctuations de vitesse et du scalaire. Ils constituent, en outre, le terme de fermeture des équations d'évolution moyenne du scalaire (Schiestel [160]). Le débit local des sources internes Q est nul ici, l'équation de transport moyen du traceur s'écrit donc :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla.(C\boldsymbol{U}) = \nabla.\left(D_c \nabla C - \langle c'\boldsymbol{u}' \rangle\right) + Q \tag{4.53}$$

où $C = \langle c \rangle$ représente la concentration moyenne du traceur et où $\boldsymbol{U} = \langle \boldsymbol{u} \rangle$ représente la vitesse moyenne de l'écoulement tel que (au sens des moyennes statistiques) : $c = C + c'$ et $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{U} + \boldsymbol{u}'$.

La fermeture de l'équation (4.53) est réalisée en supposant que le flux turbulent de la concentration peut s'exprimer par :

$$\left\langle c'\boldsymbol{u}'\right\rangle = -\varepsilon\nabla C \tag{4.54}$$

où ε représente le coefficient de diffusion turbulente.

En supposant que l'écoulement moyen est permanent ($\partial/\partial t = 0$), l'intégration de l'équation (4.53) sur un volume de contrôle Ω s'écrit :

$$\int_\Omega \nabla.\left(C\boldsymbol{U}\right) d\Omega = \int_\Omega \nabla.\left(D_c\nabla C - \left\langle c'\boldsymbol{u}'\right\rangle\right) d\Omega \tag{4.55}$$

En utilisant la formule d'Ostrogradsky, l'équation (4.55) peut se ramener à une intégrale de surface :

$$\int_{\partial\Omega} C\boldsymbol{U}d\boldsymbol{n} = \int_{\partial\Omega} \left(D_c + \varepsilon\right)\nabla C d\boldsymbol{n} \tag{4.56}$$

La distribution de la composante longitudinale des fluctuations du flux du scalaire passif $\langle u'c'\rangle/U_0C_0$ sur l'axe du jet (en $y/e = 0$) est reportée figure 4.79. Ces fluctuations, négligeables au voisinage de la sortie de buse (pour $x/e < 2,5$), augmentent rapidement pour atteindre un maximum voisin de $1,7\%$ en $x/e \simeq 8$. Ce maximum correspond à des variations importantes du flux de traceur dans la direction longitudinale caractérisé par un mélange air/traceur fortement inhomogène. Plus près de l'impact, le mélange air/traceur devenant plus homogène (figure 4.78), les fluctuations du flux diminuent pour finalement s'annuler à la paroi.

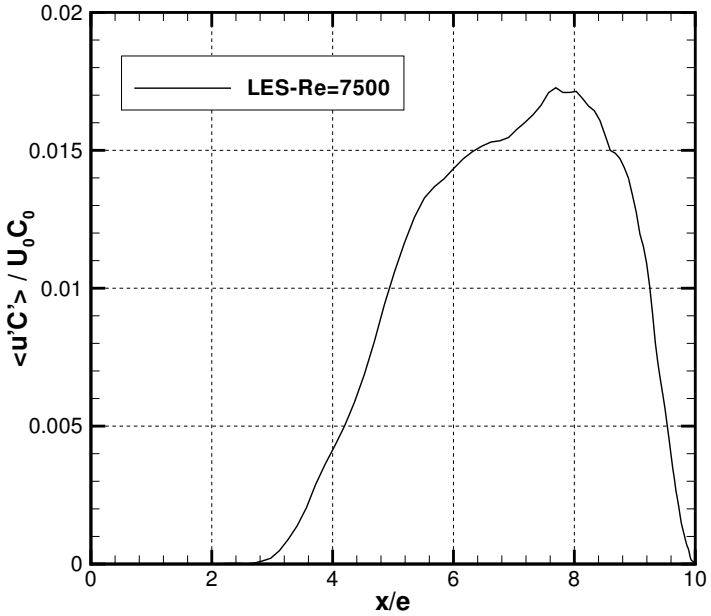


Figure 4.79: *Distribution de $\langle u'c'\rangle/U_0C_0$ sur l'axe du jet : LES $Re = 7500$*

Les champs moyen et fluctuant de la concentration sont représentés figure 4.80 (zoom) et figure 4.81. On notera la dilution plus importante du traceur lorsque l'on s'éloigne de la sortie de buse et de l'axe du jet. La légère augmentation de la concentration observée au voisinage de la paroi (mise en évidence figure 4.77) s'étend sur une région correspondant à la longueur des tourbillons contrarotatifs, soit $-3 < y/e < 3$. Ce comportement permet de confirmer, en partie, l'hypothèse émise précédemment.

La répartition de l'écart type de la concentration permet de souligner les zones de forte inhomogénéité du mélange air/traceur qui se situent préférentiellement dans les couches de mélange et au niveau des jets de paroi (pour $y/e < -3$ et $y/e > 3$). Ces régions sont caractérisées par de fortes variations du flux turbulent du scalaire passif.

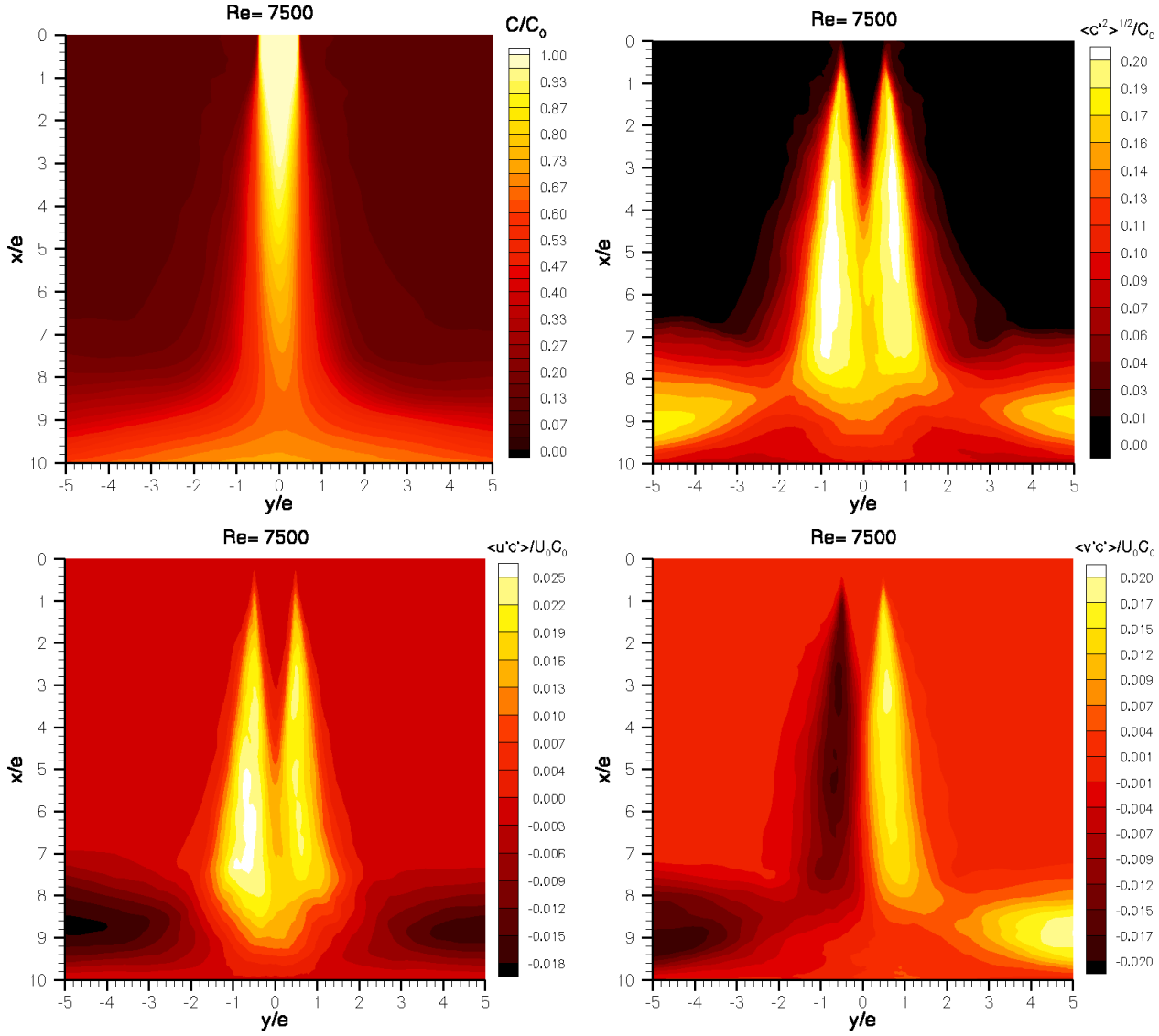


Figure 4.80: *Topologie du champ moyen de concentration et des grandeurs fluctuantes :* $Re = 7500, -5 \leq y/e \leq 5$

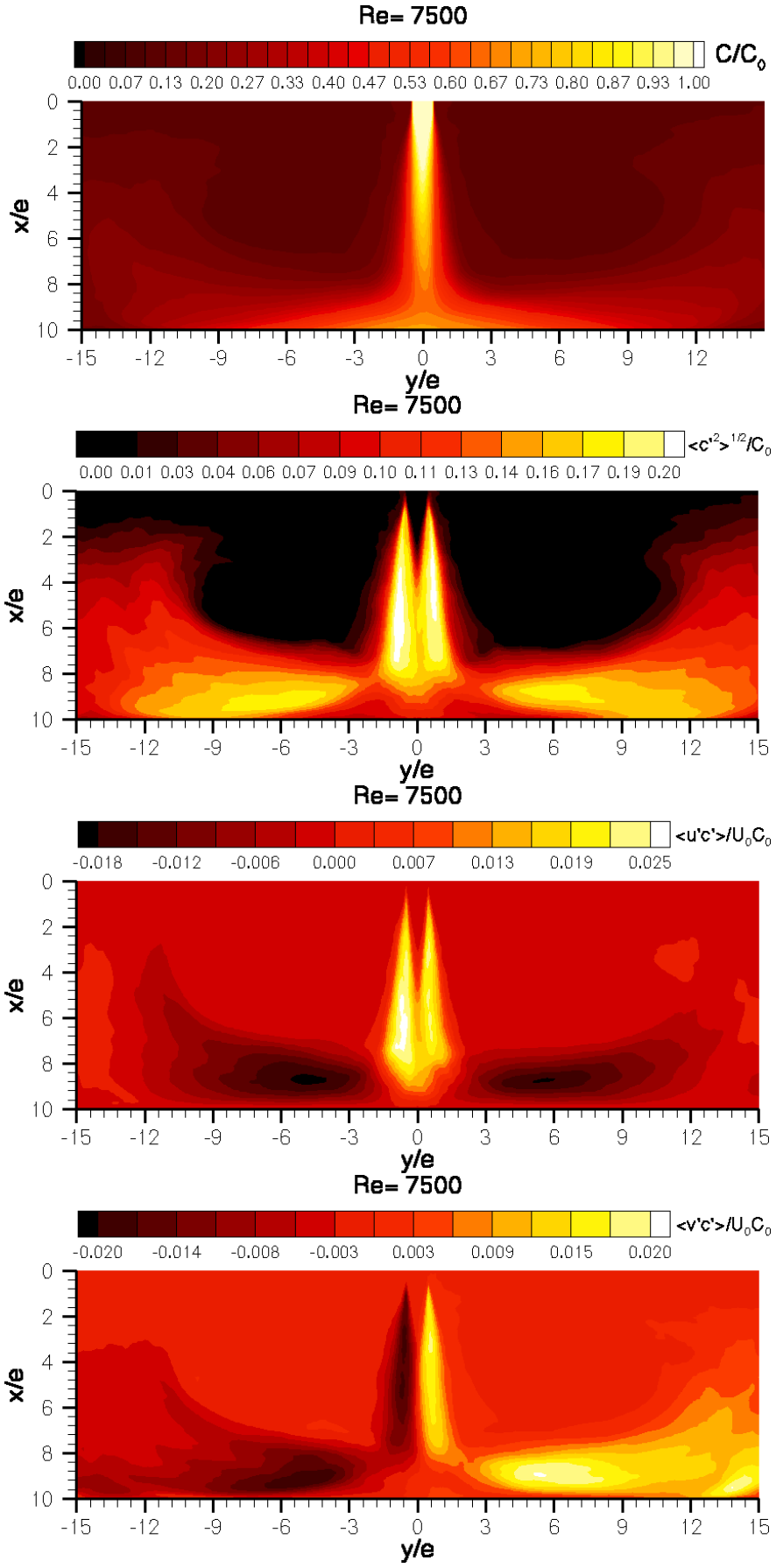


Figure 4.81: *Topologie du champ moyen de concentration et des grandeurs fluctuantes :* $Re = 7500$, $-15 \leq y/e \leq 15$

4.4.3 Mise en oeuvre pratique du système de rideau d'air : méthode en régime transitoire

Cette deuxième approche des transferts de masse est une mise en oeuvre pratique du système de rideau d'air (utilisé ici comme élément de sécurité) par une *méthode en régime transitoire* qui permet d'estimer l'efficacité du dispositif.

La présente étude consiste donc à injecter initialement le scalaire passif (jouant ici le rôle d'un polluant) dans un volume de fluide donné. Ce volume, situé en aval de l'axe de symétrie du jet, est initialement porté à la concentration C_0 et le débit local des sources internes Q est nul. L'évolution temporelle de la concentration instantanée c/C_0 est ensuite étudiée et permettra, à l'aide de visualisations instantanées[1] du champ de concentration, de dégager les régions de l'écoulement où les transferts de cette quantité passive interviennent majoritairement.

La distribution spatiale de la concentration du traceur injecté initialement ($t/t_0 = 0$ avec $t_0 = e/U_0$) est représentée figure 4.82. Afin d'éviter la présence d'un dirac de concentration entre ce volume «pollué» et le milieu ambiant (qui pourrait être préjudiciable à la stabilité du schéma numérique), la concentration est progressivement réduite dans la direction transversale entre $y/e = 3$ et $y/e = 0,7$ et pour $y/e \geq 9$.

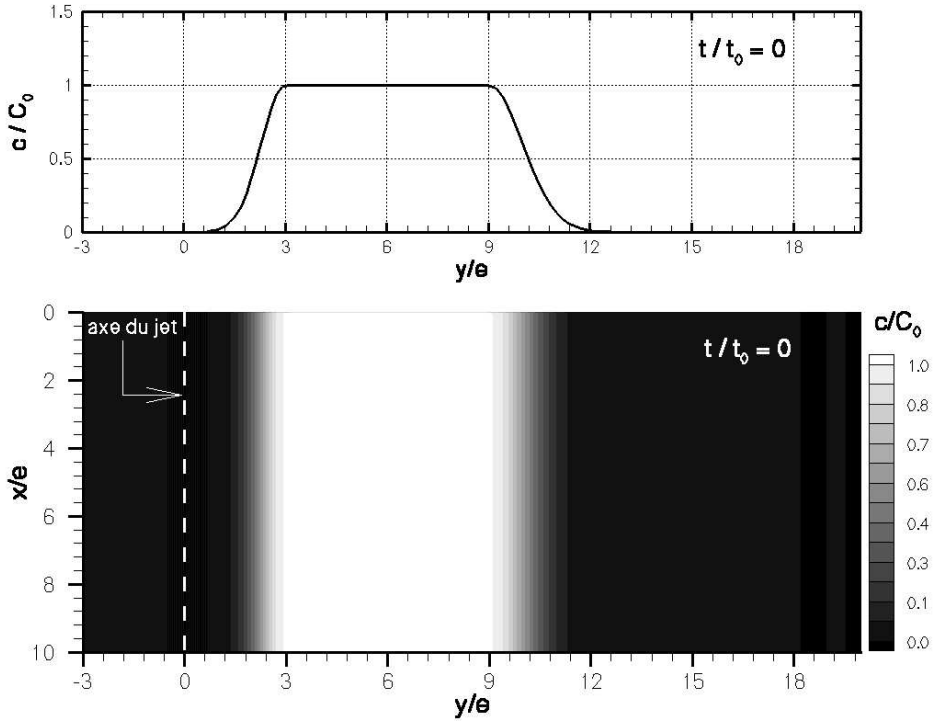


Figure 4.82: *Distribution spatiale de la concentration injectée au début de la méthode transitoire*

[1]Les séquences instantanées qui sont présentées dans la suite sont issues d'une animation qui est disponible au laboratoire.

La distribution spatiale de la concentration instantanée dans le plan (xOy) en $z/e = \pi$ sur un domaine incluant la zone polluée et celle à protéger $(y/e < 0)$ est représentée sur la figure 4.83. Cette figure permet d'avoir, dans un premier temps, une bonne représentation de la structure du champ de concentration et des différents mécanismes mis en jeux dans les processus de transfert. La large recirculation située à droite de l'axe de symétrie du jet et liée à l'entraînement du milieu ambiant par le jet lui-même, cisaille fortement la zone où le traceur a été injecté pour donner naissance à deux poches de concentration élevée. Cette recirculation réalimente en permanence une zone située près de la sortie de buse. L'accumulation du scalaire passif dans cette région alimente à son tour en permanence le jet qui convecte ce traceur en aval de la sortie de buse. Ce dernier est ensuite entraîné dans les jets de paroi et la recirculation évoquée précédemment. La barrière virtuelle créée par le jet est ici bien visible, celui-ci retenant les poches de concentration élevée. Mais ce blocage permet au jet de puiser un mélange air/traceur en concentration élevée. C'est donc, d'une certaine manière, le jet lui-même qui entretient ces processus de transferts observés majoritairement dans la zone d'impact. La description de ces phénomènes fait l'objet du paragraphe suivant.

Les figures 4.84, 4.85, 4.86, 4.87 et 4.88 montrent l'évolution de la concentration instantanée dans le plan (xOy) en $z/e = \pi$ ainsi que sa distribution sur l'axe du jet $(y/e = 0)$ pour différents instants. Les phénomènes de transfert, mis en évidence ici, sont associés aux détachements des tourbillons dans la zone de transition ainsi qu'au battement du jet mis en évidence sur la figure 4.60. Ces structures plus ou moins allongées traversent l'axe de symétrie du jet, emportant avec elles un mélange air/traceur de concentration rarement supérieure à $0,5C_0$. Même si l'on peut observer localement des pics de concentration assez élevés dans la partie supérieure du domaine, ces pics ne semblent pas être associés à un transfert de traceur dans la zone à protéger $(y/e < -1)$. Ces phénomènes de transfert interviennent en effet majoritairement dans la zone d'impact, généralement pour $x/e > 8$.

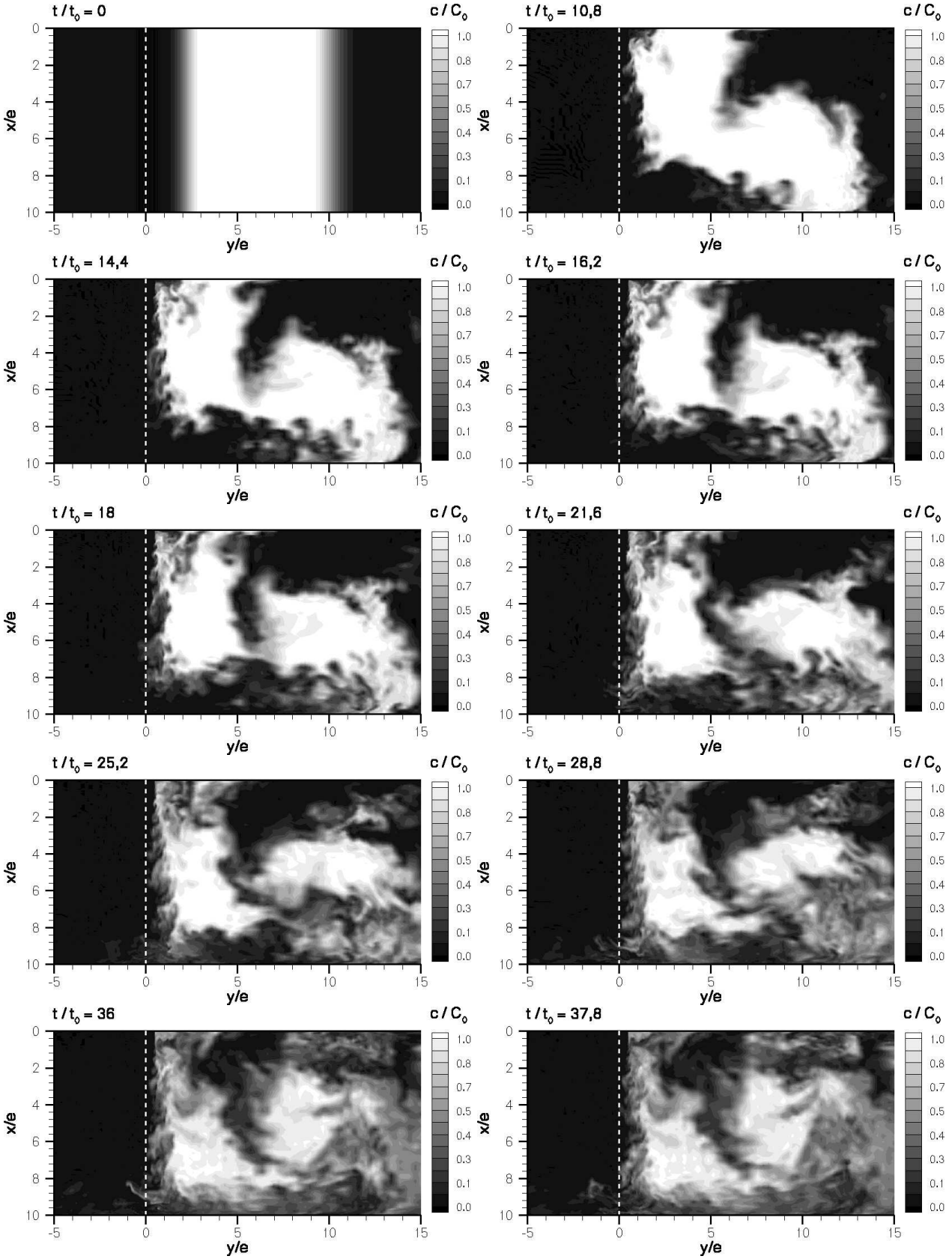


Figure 4.83: *Évolution des champs instantanés de concentration c/C_0 dans le plan (xOy) en $z/e = \pi$: LES - $Re = 7500$ - $-5 \leq y/e \leq 15$*

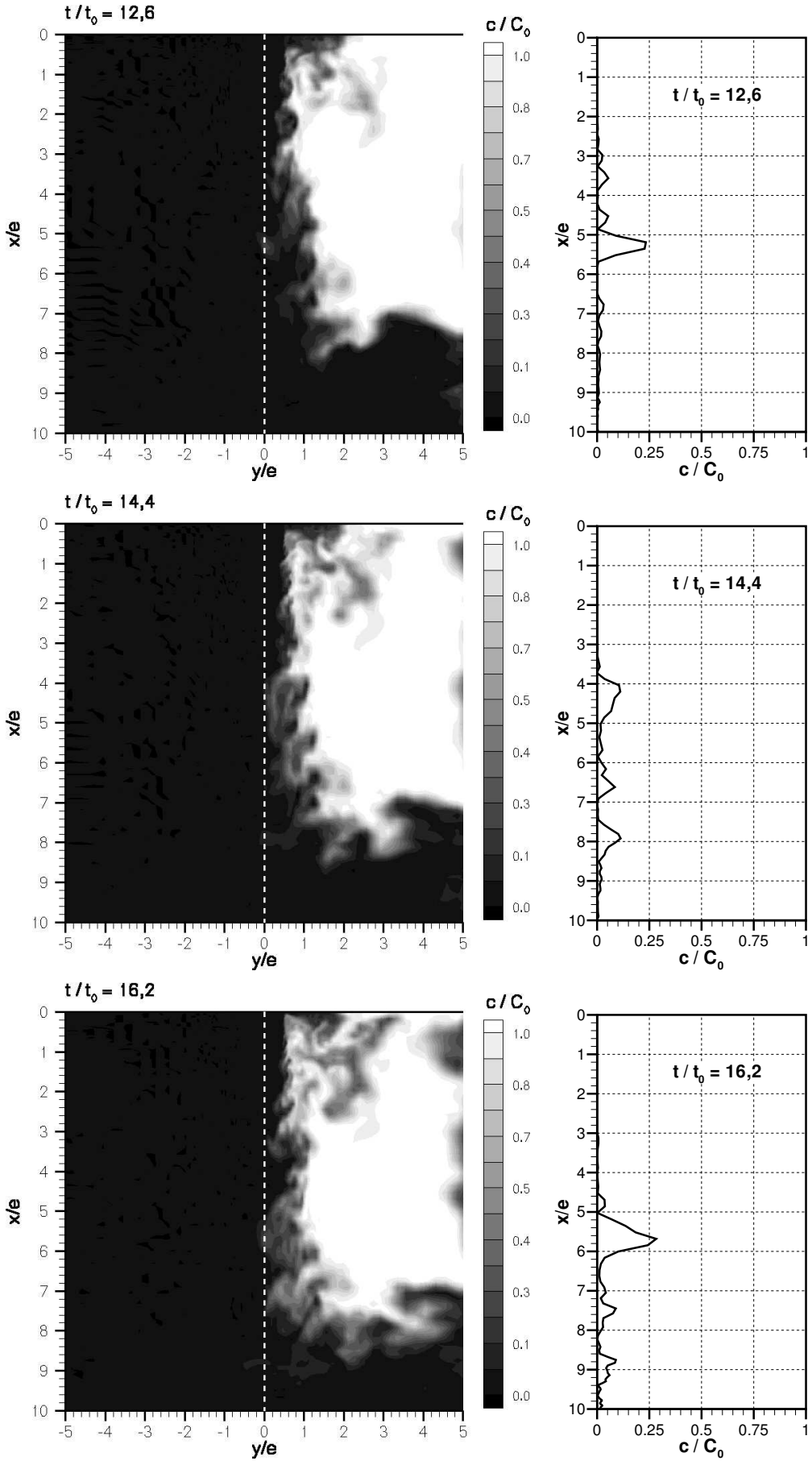


Figure 4.84: *Distribution spatiale de la concentration c/C_0 dans le plan (xOy) en $z/e = \pi$: LES - $Re = 7500$ - pour $-5 \leq y/e \leq 5$ et en $y/e = 0$*

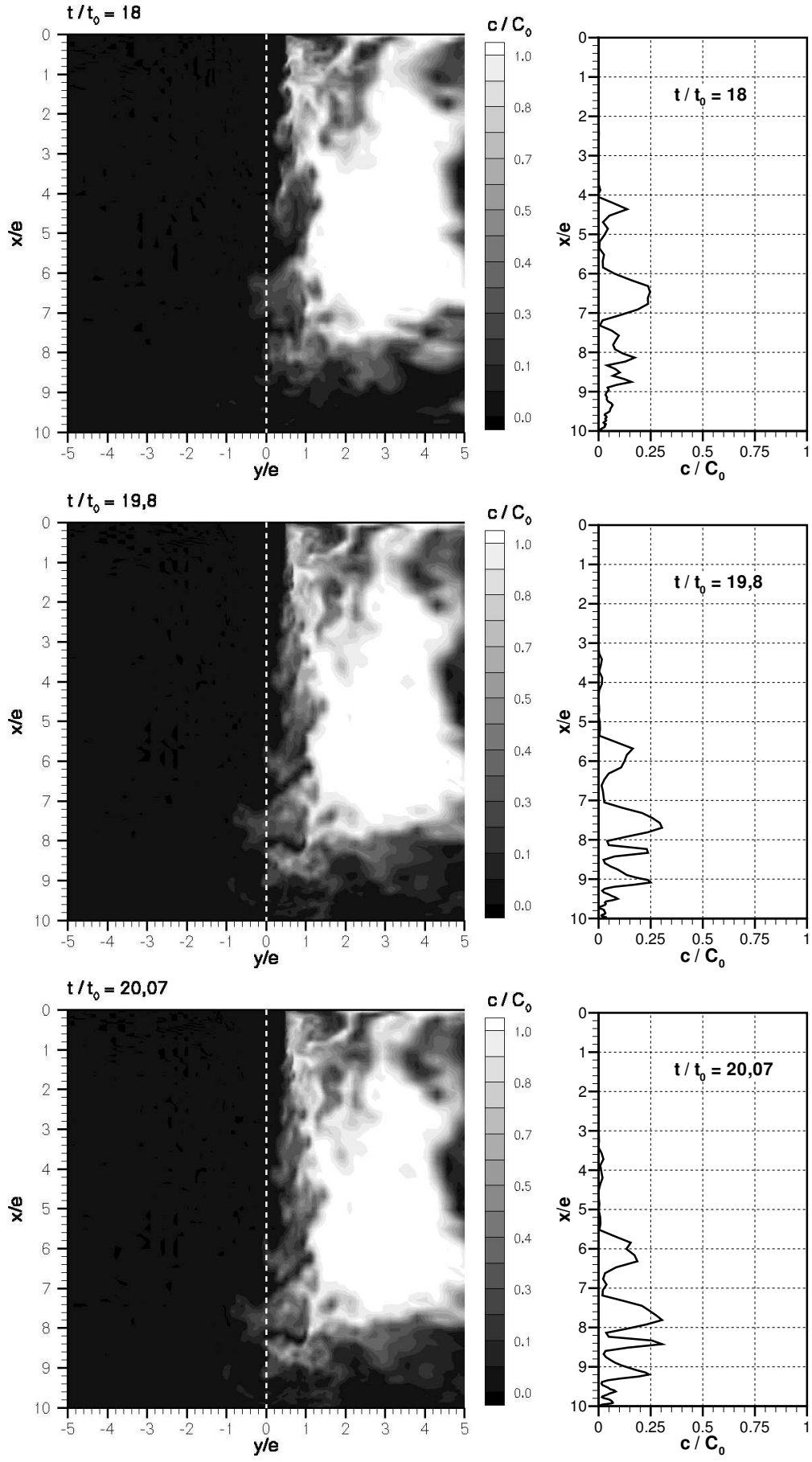


Figure 4.85: *Distribution spatiale de la concentration dans le plan* (xOy) *en* $z/e = \pi$ *: LES -* $Re = 7500$ *- pour* $-5 \leq y/e \leq 5$ *et en* $y/e = 0$

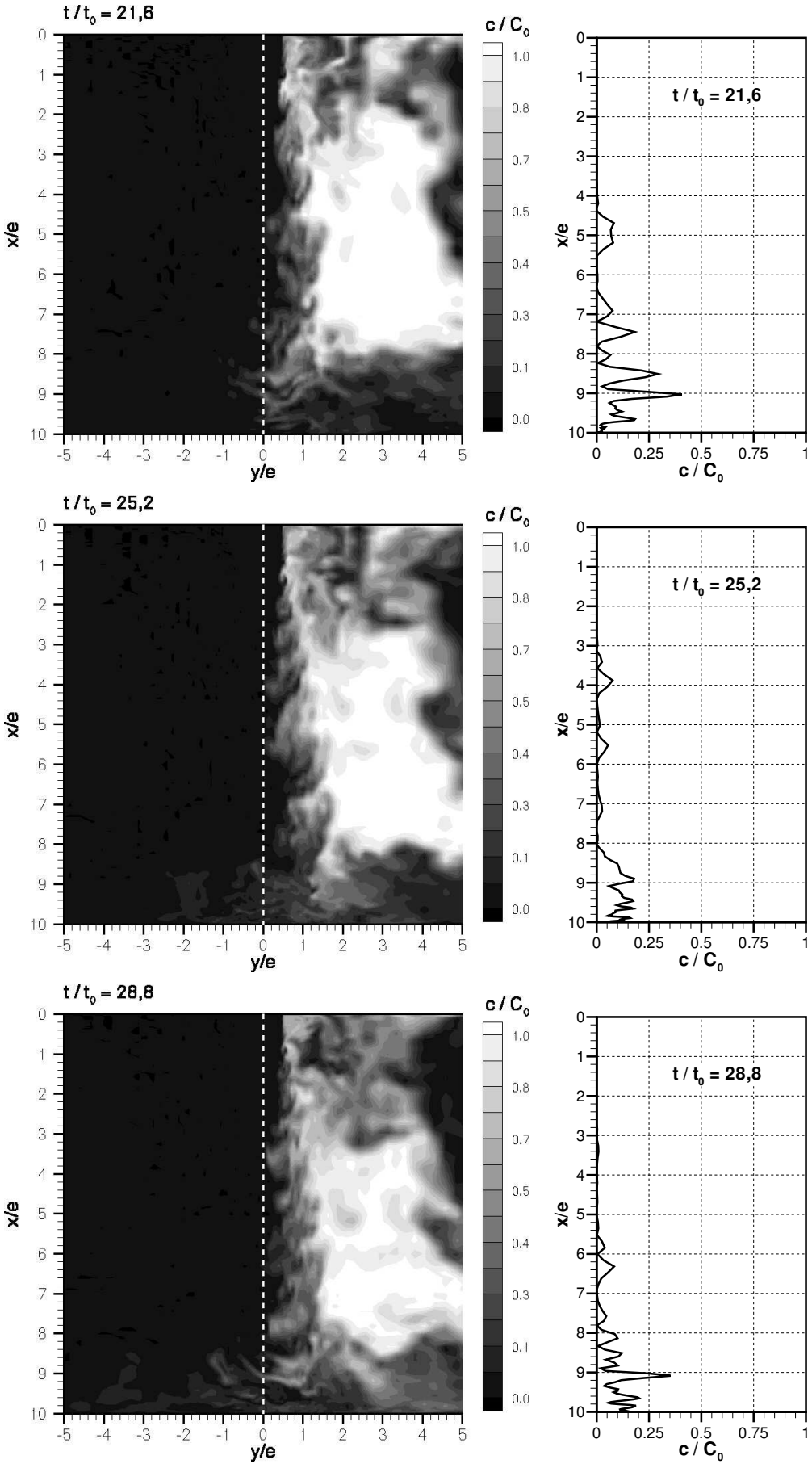


Figure 4.86: *Distribution spatiale de la concentration c/C_0 dans le plan (xOy) en $z/e = \pi$: LES - $Re = 7500$ - pour $-5 \leq y/e \leq 5$ et en $y/e = 0$*

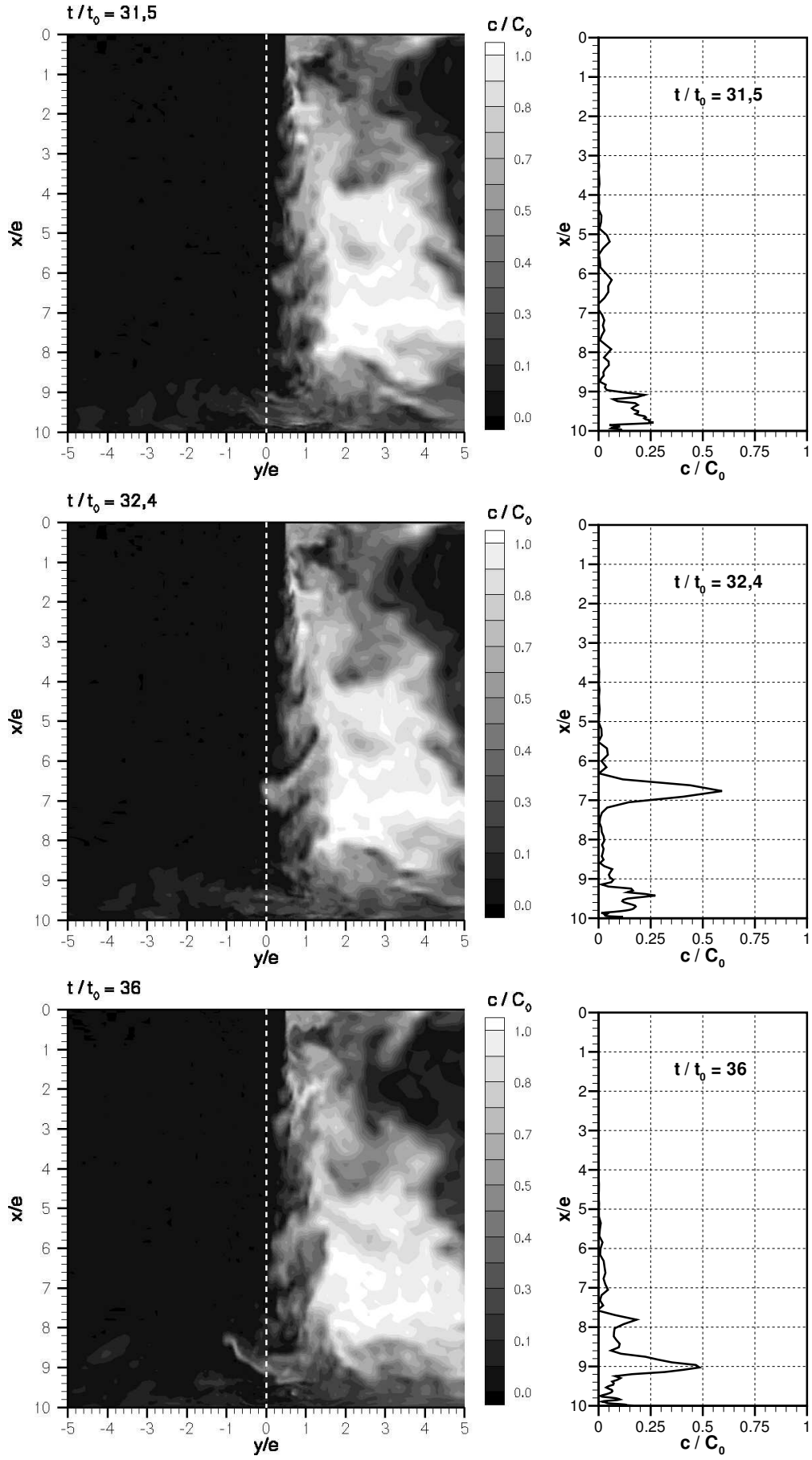


Figure 4.87: *Distribution spatiale de la concentration c/C_0 dans le plan (xOy) en $z/e = \pi$: LES - $Re = 7500$ - pour $-5 \leq y/e \leq 5$ et en $y/e = 0$*

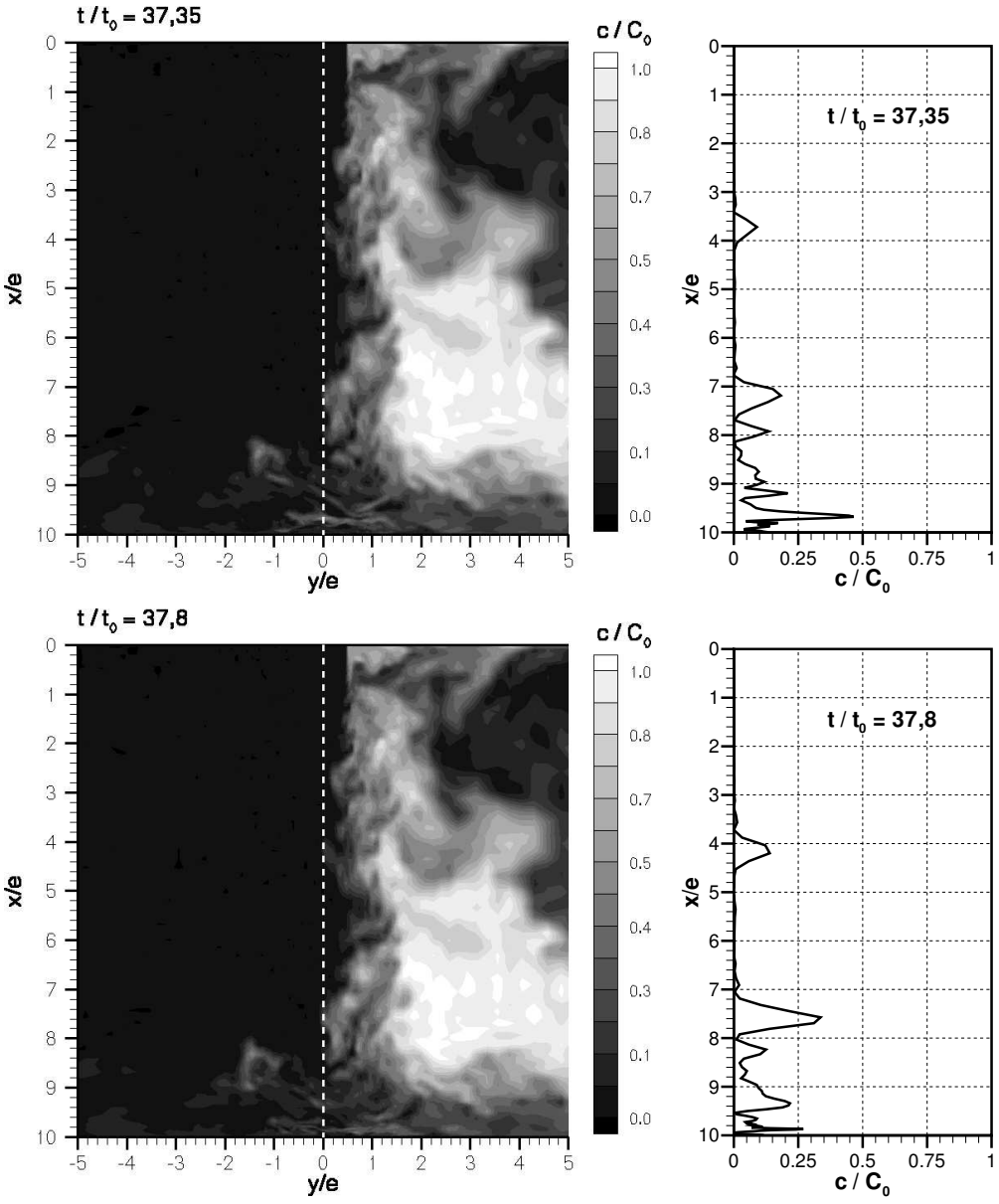


Figure 4.88: *Distribution spatiale de la concentration c/C_0 dans le plan (xOy) en $z/e = \pi$: LES - $Re = 7500$ - pour $-5 \leq y/e \leq 5$ et en $y/e = 0$*

Conclusions et perspectives

Les systèmes de rideaux d'air sont aujourd'hui très largement utilisés dans le milieu industriel. Ils couvrent des domaines d'application liés à la séparation d'ambiances climatiques et à la protection de la pollution par des particules solides ou gazeuses. Le dimensionnement de ces installations reste cependant problématique. La connaissance de l'écoulement nécessite donc d'être approfondie afin de mieux appréhender les processus de transferts de masse et de chaleur qui conditionnent l'efficacité de ces systèmes de rideaux d'air. Souvent abordé par l'expérience, le jet plan turbulent impactant une paroi a été assez peu étudié à l'aide de simulations numériques du type DNS ou LES (Hoffmann et Benocci [85], Voke et al. [187], Cziesla et al. [44]). Les résultats obtenus sur la base de modélisations statistiques classiques du type $k-\varepsilon$ ou RSM ont montré les limites actuelles de ces modèles pour les jets impactants (Craft et al. [41], Guyonnaud [77]). En revanche, les simulations numériques des grandes échelles turbulentes (LES – Large Eddy Simulation) apparaissent bien adaptées à cette configuration dans la mesure où les gros tourbillons fortement énergétiques et anisotropes y sont explicitement calculés. C'est dans ce contexte que s'inscrit l'originalité de notre travail. Dans le but de développer des outils d'aide au dimensionnement des dispositifs à rideau d'air, une étude par simulation des grandes échelles turbulentes a donc été menée sur un jet plan turbulent en impact proche.

L'étude bibliographique, réalisée au chapitre premier, a permis de souligner la très grande diversité des études consacrées au jet d'air plan qui sont le plus souvent abordées de manière expérimentale dans une configuration de jet plan libre. Cette synthèse souligne, en outre, le plus faible nombre de travaux consacrés à l'analyse phénoménologique de la zone d'impact qui reste encore aujourd'hui mal connue, en dépit de son rôle essentiel dans les processus de transfert de masse et de chaleur.

Le deuxième chapitre, rappelle le formalisme de la simulation des grandes échelles turbulentes et nous a permis de positionner le présent travail par rapport à la problématique de l'étude et à l'état de l'art des connaissances actuelles en évoquant les différentes techniques de fermeture des équations filtrées ainsi que les limites de cette approche.

Les contraintes numériques de l'étude, exposées dans le troisième chapitre, permettent de dégager une méthode numérique appropriée à la configuration du jet plan turbulent impactant. Cette mé-

thode, initialement développée par Viazzo et Schiestel [161][184][186], qui permet la simulation des écoulements tridimensionnels incompressibles instationnaires, a été ici étendue et adaptée à la configuration du jet plan en impact proche. Les principales caractéristiques de la méthode sont rappelées brièvement ici. Les termes convectifs sont considérés sous la forme *«skew-symmetric»* afin de préserver sur un maillage décalé la conservation globale de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique (en l'absence de dissipation visqueuse). Dans les deux directions non-homogènes (Ox) et (Oy) des différences finies *hermitiennes* précises au $4^{\text{ème}}$ ordre sont mises en oeuvre alors que des méthodes *pseudo-spectrales* sont appropriées dans la direction homogène (Oz). La discrétisation temporelle du *second ordre* est basée sur un schéma explicite d'Adams-Bashforth pour les termes non-linéaires et un schéma implicite de Crank-Nicolson pour les termes visqueux, ainsi qu'un traitement implicite de la pression. La résolution du système d'équations repose sur un schéma à pas fractionnaire à deux étapes du type *prédicteur-correcteur*. En sortie du domaine de calcul, afin de : (1) supprimer la réflexion amont importante de l'erreur commise en utilisant des conditions aux limites de type Neumann homogène (Ku et al. [102], Shimizu et Wada himizu [168]), (2) évacuer correctement les structures tourbillonnaires du domaine de calcul, une condition aux limites de type *convective* a été développée (Dai et Kobayashi[45], Pauley et al. [139]). De plus, en raison de «ré-entrées» de fluide dues à la présence de gros tourbillons aux frontières de sortie, une *zone tampon* a été implémentée afin de prévenir l'apparition d'instabilités numériques sur les frontières en sortie (Streett et Macaraeg [172], Liu et Liu [119], Hoffmann et Benocci [85], Ribault et al. [151]).

La quatrième et dernière partie de ce mémoire présente l'ensemble des résultats obtenus par simulation des grandes échelles turbulentes d'un jet plan en impact. Dans un premier temps les paramètres géométriques, cinématiques et numériques qui ont permis le choix de la configuration retenue, sont exposés. L'étude bibliographique a montré que le jet change de comportement lorsque celui-ci passe d'une configuration fortement confinée ($H/e < 5$) à une configuration plus développée ($H/e > 20$). Pour étudier cette gamme intermédiaire, le rapport d'ouverture H/e a donc été fixé à 10 (valeur en outre fréquemment rencontrée dans les systèmes de rideaux d'air). Le nombre de Reynolds du jet a été fixé successivement à 3000, 7500 et 13500. Cette gamme permet d'englober la valeur critique voisine de $\mathrm{Re} = 8000$ (reportée dans la littérature) au-delà de laquelle le jet semble atteindre un état cinématique «asymptotique». L'influence du modèle de sous-maille sur le développement du jet a été étudiée et révèle que le modèle de Smagorinsky n'est pas adapté à la configuration d'un jet plan en impact proche. En effet, la *dissipation trop importante* du modèle inhibe *la transition* et entraîne une *surestimation de la longueur du cône potentiel*. Afin d'éviter les effets néfastes du modèle de Smagorinsky une procédure de calcul dynamique de la constante du modèle a été adoptée (Germano [68], Lilly [116]) et implémentée. Les résultats montrent que le modèle de *Smagorinsky dynamique* permet de mieux prendre en compte les effets d'anisotropie locale et ainsi de mieux modéliser la structure locale de l'écoulement. Enfin, l'étude du comportement des corrélations spatiales en deux points dans la direction homogène (Oz) a montré qu'une longueur de la direction homogène (Oz) fixée à 2π permettait de garantir l'innocuité des conditions de périodicité imposées dans cette direction.

Ces paramètres importants étant fixés, l'influence du nombre de Reynolds sur le développement cinématique du jet est ensuite discutée : les grandeurs moyennes et turbulentes sont présentées et validées avec la littérature. Les résultats sont en bon accord avec les mesures. Pour $Re = 3000$, les simulations ont mis en évidence la faible longueur du cône potentiel. Il apparaît que dans la gamme de nombre de Reynolds étudiée ($3000 \leq Re \leq 13500$), le développement axial et transversal des grandeurs moyennes du jet est peu dépendant du nombre de Reynolds pour $Re \geq 7500$. En revanche, l'augmentation du nombre de Reynolds entraîne une diminution de l'intensité turbulente sur l'axe du jet, cette influence étant nettement moins marquée dans la zone d'impact. Cette étude montre de plus, en accord avec les résultats expérimentaux, que le jet semble avoir atteint un état «asymptotique» au-delà de $Re = 7500$. Les propriétés d'affinité des profils transversaux moyens sont vérifiées pour $x/e > 4$, mais sur un domaine transversal plus réduit que celui constaté pour les jets plans libres. En revanche, pour le rapport d'ouverture mis en oeuvre ici ($H/e = 10$), l'affinité des grandeurs turbulentes n'est pas observée. L'étude du coefficient de frottement à la paroi a mis en évidence une diminution de la valeur maximale de la contrainte de cisaillement avec l'augmentation du nombre de Reynolds. De plus, il est montré que l'évolution transversale de τ/τ_{max} en fonction de l'abscisse réduite y/b_p apparaît être universelle. L'analyse du champ pariétal est complétée par une étude des jets de paroi. On constate que le confinement important du jet ne permet pas aux jets de paroi de se développer suffisamment, ces derniers n'atteignent pas un état de similitude et décollent d'autant plus rapidement que le nombre de Reynolds est faible. L'étude de la distribution longitudinale de la vitesse transversale exprimée en «unités pariétales» montre que celle-ci ne suit pas la loi de paroi «classique» et souligne la difficulté de trouver des lois de paroi appropriées à la configuration d'un jet plan impactant pour une fermeture de sous-maille utilisant un modèle de paroi. L'analyse spectrale des fluctuations de vitesse et de pression en différents points sur l'axe du jet et dans la couche de mélange a permis d'identifier des fréquences dominantes de l'écoulement qui sont associées à la formation et au détachement de structures tourbillonnaires dans la couche de mélange et à la fin du cône potentiel.

Une attention particulière est portée sur la dynamique des structures cohérentes présentes dans l'écoulement à l'aide de visualisations instantanées des champs de vitesse et de vorticité. Cette étude a révélé le caractère plus organisé de l'écoulement à $Re = 3000$, en particulier la formation de structures bidimensionnelles qui prennent naissance dans la couche de mélange et qui sont convectées vers la paroi ainsi que la présence de structures longitudinales organisées sous la forme d'un treillis et étirées entre les précédentes. Une approche complémentaire à l'aide de traceurs lagrangiens a aussi été réalisée et met en évidence le comportement en «drapeau» du jet. Une analyse détaillée de la zone d'impact a permis d'estimer la hauteur d'impact du jet à environ 10–15% de la hauteur totale du jet (en accord avec les travaux de Maurel [122]). Cette étude a souligné la nature fortement tridimensionnelle de l'écoulement par la présence de structures contrarotatives qui traversent l'axe du jet. En accord avec Yokobori et al. [196], la hauteur et la largeur de ces paires de tourbillons semblent être indépendantes du nombre de Reynolds dans la gamme étudiée ici. Les calculs estiment la hauteur des structures à $0,05H$ et leur largeur à $0,1H$, valeurs qui sont voisines de celles obtenues expérimentalement par Maurel [122].

Enfin, une étude complémentaire basée sur une analyse des transferts de masse dans le jet (qui sont particulièrement critiques pour les applications concernées) est réalisée en considérant le transport d'un *scalaire passif*[2]. Cette étude propose deux approches. La première a fourni des informations détaillées sur la répartition du traceur dans le jet et a permis d'identifier les zones préférentielles de mélange et de dilution. La deuxième approche est une mise en oeuvre pratique du système de rideau d'air par une méthode en régime transitoire. Le principe consiste à injecter le scalaire passif (jouant ici le rôle d'un polluant) à un instant donné dans un volume de fluide situé à droite de l'axe du jet. Cette étude préliminaire permet d'estimer l'efficacité du dispositif et révèle que ces transferts s'effectuent préférentiellement dans la zone d'impact, bien que le polluant soit prélevé dans la partie supérieure du volume contaminé et transporté vers l'impact par le jet.

Les objectifs principaux de cette étude étant atteints, les perspectives à court et moyen terme sont nombreuses et couvrent à la fois les aspects numériques et physiques de l'étude.

Sur l'aspect numérique, la sensibilité de la méthode mise en oeuvre nécessite d'être plus approfondie. On s'attachera en particulier à tester l'influence de la précision de la méthode numérique en utilisant des schémas compacts d'ordre supérieur à quatre et en testant d'autres schémas temporels. Lamballais [106] rapporte dans son étude par simulations directes et des grandes échelles turbulentes d'un écoulement de canal plan tournant qu'un schéma temporel d'ordre trois de type Runge-Kutta à stockage réduit, s'est avéré remarquablement précis et économique. L'auteur souligne que l'utilisation de ce schéma entraîne un coût de calcul moindre que le schéma d'Adams-Bashforth, le critère de stabilité (la condition de CFL) étant moins restrictif pour le schéma de type Runge-Kutta réduit et permet d'utiliser un pas de temps jusqu'à quatre fois supérieur à celui autorisé par le schéma d'Adams-Bashforth. Compte tenu des temps d'intégration rencontrés ici, cette réduction du temps de calcul permettrait d'envisager une étude paramétrique de la configuration à moindre coût. La sensibilité de la solution obtenue aux modèles de sous-maille pourra être aussi explorée. On veillera en particulier à tester des modèles de sous-maille qui ne reposent plus exclusivement sur une hypothèse de viscosité turbulente. L'étude menée par Ribault et al. [151] sur un jet plan libre a montré que l'utilisation du modèle mixte dynamique avait peu d'effet sur la qualité des résultats statistiques. Une alternative intéressante consisterait à mettre en oeuvre une modélisation de sous-maille reposant sur des équations de transport (Deardorff [49], Schumman [164], Dejoan et Schiestel [50, 52]).

L'exploitation de la base de données générée par les simulations constitue une source d'informations précieuses en vue de l'élaboration de modèles statistiques plus performants. Des travaux préliminaires ont été initiés en examinant la contribution des différents termes de l'équation de bilan de l'énergie cinétique turbulente et nécessitent d'être poursuivis. En parallèle aux simulations tridimensionnelles pleinement turbulentes, il serait également intéressant d'étudier la transition du régime de l'écoulement en augmentant progressivement le nombre de Reynolds du jet afin d'identifier le nombre de Reynolds critique à partir duquel la transition s'opère et les effets tridimensionnels se manifestent. La réduction des transferts de masse par des techniques de contrôle actif (forçage du jet) ou passif

[2]ce qui signifie que le contaminant émis ne modifie pas les caractéristiques de l'écoulement porteur

du battement du jet et des structures cohérentes pourrait être abordée et compléterait l'étude préliminaire déjà engagée. Il serait par ailleurs intéressant de poursuivre ces travaux par une analyse paramétrique du système à rideaux d'air en faisant varier par exemple l'inclinaison du jet et le rapport d'ouverture de la configuration ou en ajoutant un gradient transversal de pression. Une autre perspective importante concerne l'étude des transferts de chaleur qui pourraient être abordés, soit d'un point de vue passif, soit d'un point de vue actif dans le cadre de l'approximation de Boussinesq, cette dernière se prêtant bien à la méthode numérique mise en oeuvre ici. Ceci permettrait d'élargir et d'orienter les recherches futures vers de nouveaux domaines d'application.

Bibliographie

[1] Abramovich, G. N. *The theory of turbulent jets.* MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1963.

[2] Adam, A. A hermitian finite difference method for the solution of parabolic equations. *Comput. Math. Appl. 1* (1975), 393–406.

[3] Antonia, R. A., Browne, L. W., Rajagopalan, S., and Chambers, A. J. On the organized motion of a turbulent plane jet. *J. Fluid Mech. 134* (1983), 49–66.

[4] Antonia, R. A., and Zhao, Q. Effect of initial conditions on a circular jet. *Experiments in Fluids 31* (2001), 319–323.

[5] Antonopoulos-Domis, M. Aspect of large eddy simulation of homogeneous isotropic turbulence. *Int. J. Num. Meth. Fluids 1* (1981), 273–290.

[6] Antonopoulos-Domis, M. Large eddy simulation of a passive scalar in isotropic turbulence. *J. Fluid. Mech. 104* (1981), 55–79.

[7] Arsac, J. *Fourier Transforms and the Theory of distributions.* Prentice-Hall Series in Applied Mathematics, Englewood Cliffs, 1966.

[8] Aubert, X. L. *Transformations de coordonnées et schémas compacts aux différences finies appliqués à la résolution des équations de Navier-Stokes.* PhD thesis, Louvain-la-Neuve, 1983.

[9] Aubert, X. L., and Deville. Steady viscous flows by compact differences in boundary fitted coordinates. *J. Comput. Phys. 49*, 3 (1983), 490–522.

[10] Awbi, H. B. *Ventilation of buildings.* E & FN Spon Edition, 1991.

[11] Balaras, E., Benocci, C., and Piomelli, U. Finite-difference computations of high reynolds number flows using the dynamic subgrid-scale model. *Theor. Comput. Fluid Dyn. 7* (1995).

[12] Baléo, J., and Lemoult, B. Etude des modifications techniques en vue d'une amélioration des performances thermo-aérauliques d'une vitrine réfrigérée, rapport final d'étude. Tech. rep., Ecole des Mines de Nantes, 1994.

[13] Bardina, J., Ferziger, J., and Reynolds, W. Improved subgrid scale models for large eddy simulation. *AIAA Paper 80-1357* (1980).

[14] Bardina, J., Ferziger, J., and Reynolds, W. Improved turbulence models based on large eddy simulation of homogeneous, incompressible, turbulent flows. Report tf-19, Thermosciences Division, Dept. Mech. Engineering, Stanford University, 1983.

[15] Beaubert, F., Maurel, S., Viazzo, S., and Solliec, C. Visualization of the plane turbulent jet impinging on a flat plate. In *9th (Millennium) International Symposium on Flow Visualization* (Edinburgh, Scotland UK, 22–25 août 2000).

[16] Beaubert, F., and Viazzo, S. Une simulation directe d'ordre élevé d'un écoulement de cavité 3d entraînée. In *14ème Congrès Français de Mécanique* (Toulouse, 30 août – 3 sept. 1999).

[17] Beaubert, F., and Viazzo, S. Etude d'un jet plan turbulent impactant par simulation des grandes échelles. In *15ème Congrès Français de Mécanique* (Nancy, 3 – 7 sept. 2001).

[18] Beaubert, F., and Viazzo, S. Large eddy simulations of plane turbulent impinging jets. In *14th Australasian Fluid Mechanics Conference* (Australia, 10–14 dec 2001), Adelaide University, pp. 425–428.

[19] Beaubert, F., and Viazzo, S. Large eddy simulations of plane turbulent impinging jets at moderate reynolds numbers. In *5th International Symposium on Engineering Turbulence Modeling and Measurements* (Mallorca, Spain, 16–18 sept. 2002). accepté.

[20] Beavers, G. S., and Wilson, T. A. Vortex growth in jets. *J. Fluid Mech. 44* (1970), 97–112.

[21] Befeno, I., and Schiestel, R. Simulation de grandes échelles en écoulement turbulent non cisaillé : effet des conditions d'entrée et du modèle de sous-maille. In *15ème Congrès Français de Mécanique* (Nancy, 3–7 Sept. 2001).

[22] Beltaos, S. Oblique impingement of plane turbulent jets. *ASCE J. Hydraulic Div. 102* (1972), 1177–1192.

[23] Beltaos, S., and Rajaratnam, N. Plane turbulent impinging jets. *Journal of Hydraulic Research 1* (1973), 29–60.

[24] Bendat, J. S., and Piersol, A. G. *Random Data - Analysis and Measurement Procedures*, 2 ed. Wiley-Interscience, 1986.

[25] Bontoux, P. *Contributuion à l'étude des écoulements visqueux en milieu confiné. Analyse et optimisation des méthodes numériques de haute précision.* PhD thesis, Univ. d'Aix-Marseille II, 1978.

[26] Bradbury, L. J. S. The structure of a self-preserving turbulent plane jet. *J. Fluid Mech. 23* (1965), 31–64.

[27] Bradshaw, P., and Gee, M. T. Turbulent wall jets with and without an external stream. In *Aeronautical Research Council-R. & M.* (Great Britain, 1960).

[28] Bragg, G. M., and Bednari, H. V. Particulate diffusion across a plane turbulent jet. *Int. J. Heat Mass Transfer 18* (1995), 443–451.

[29] Brown, B. G. On vortex motion in gaseous jets and the origin of their sensitivity to sound. *Physical Society 47*, 4 (1935), 703–733.

[30] Browne, L. W. B., Antonia, R. A., Rajagopalan, S., and Chambers, A. J. Interaction region of a two-dimensional turbulent plane jet in still air. In *Structure of Complex Turbulent Shear Flow* (1983), R. Dumas and L. Fulachier, Eds., pp. 411–419.

[31] Buell, J. C., and Mansour, N. N. Asymmetric effects in three dimensional spatially developing mixing layer. In *Seventh Symposuim on Turbulence Shear Flows* (Stanford University, 1989), p. 9.

[32] Cabot, W. Dynamic localisation and second-order subgrid-scale models in large eddy simulations of channel flow. Annual research briefs, Center of Turbulent Research Stanford University, Stanford, 1993.

[33] Chen, Q., and Modi, V. Mass transfer in turbulent impinging slot jets. *Int. J. Heat Mass Transf. 42*, 873–887 (1999).

[34] Chua, L. P., and Lua, A. C. Measurements of a confined jet. *Physics of Fluids 10*, 12 (1998), 3137–3143.

[35] Chung, Y. M., and Sung, H. J. Comparative study of inflow conditions for spatially evolving simulation. *AIAA Journal 35*, 2 (1997), 269–274.

[36] Clark, R. A., Ferziger, J. H., and Reynolds, W. C. Evaluation of subgrid-scale models using an accurately simulated turbulent flow. *J. Fluid. Mech. 91*, 1 (1979), 1–16.

[37] Comte, P., Ducros, F., Silvestrini, J., David, E., Lamballais, E., Métais, O., and Lesieur, M. Simulation des grandes échelles d'écoulements transitionnels. In *74th Fluid Dynamics Symposium on "Application of Direct and Large Eddy Simulation to Transition and Turbulence* (Chania, Crete, Greece, apr 1994), pp. 14–1–14–12.

[38] Comte-Bellot, G. *Cours de Turbulence.* Ecole Centrale de Lyon.

[39] Cook, A. W. Determination of the constant coefficient in the scale similarity models of turbulence. *Phys. Fluids 9*, 5 (1997), 1485–1497.

[40] Corcos, G. M., and Sherman, F. S. The mixing layer : deterministic models of a turbulent flow. part 1. introduction and the two-dimensional flow. *J. Fluid Mech. 139* (1984), 29–65.

[41] Craft, T., Graham, L., and Launder, B. Impinging jet studies for turbulence model assessment. an examination of the performance of four turbulence models. *Int. J. Heat Mass Transfer 36* (1993), 2685–2697.

[42] Crow, S. C., and Champagne, F. H. Orderly structure in jet turbulence. *J. Fluid Mech. 48*, 3 (1971), 547–591.

[43] Cziesla, T. *Grostruktursimulation der Strömungs- und Temperaturfelder von Prallstrahlen aus Schlitzdüsen.* PhD thesis, Rhur Universitat Bochum, Dusseldorf, Germany, 1998.

[44] Cziesla, T., Biswas, G., Chattopadhyay, H., and Mitra, N. K. Large-eddy simulation of flow and heat transfer in an impinging slot jet. *Int. Jour. of Heat and Fluid Flow 22* (2001), 500–508.

[45] Dai, Y., and Kobayashi, T. Numerical analysis on outflow boundary condition of vortex convection with uniform mean flow. *JSME International Journal 58*, 546 (1992), 311.

[46] Dai, Y., Kobayashi, T., and Taniguchi, N. Large eddy simulation of plane turbulent jet flow using a new outflow velocity boundary condition. *JSME International Journal 37*, 2 (1994), 242–253.

[47] de Virel, M. D., Gandemer, J., and Barnaud, G. Le rideau d'air, une porte dynamique contre l'écoulement des fumées dans les réseaux souterrains. *CSTB Magazine*, 90 (1995).

[48] Deardorff, J. A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large reynolds numbers. *J. Fluid Mech. 41* (1970), 453–465.

[49] Deardorff, J. The use of subgrid transport equations in a three-dimensional model of atmospheric turbulence. *ASME J. Fluids Engng.* (1973), 429–438.

[50] Dejoan, A. *Simulations de grandes échelles turbulentes en écoulement de canal plan soumis à des perturbations instationnaires.* PhD thesis, Université d'Aix-Marseille II, 1998.

[51] Dejoan, A., and Schiestel, R. Simulation de grandes échelles en écoulement turbulent soumis à des perturbations instationnaires. In *14ème Congrès Francais de Mécanique* (Toulouse, 30 août - 3 sept. 1999).

[52] Dejoan, A., and Schiestel, R. Large eddy simulations of non-equilibrium pulsed turbulent flows using transport equations subgrid scale model. In *Turbulence and Shear Flow Phenomena, Second International Symposium* (KTH Stockholm, 27–29 june 2001), pp. 341–346.

[53] der Ven, H. V. A family of large eddy simulation (les) filters with nonuniform filter widths. *Phys. Fluids. 7*, 5 (1995), 1171–1172.

[54] Diannat, M., Fairweather, M., and Jones, W. P. Predictions of axisymetric and two-dimensional impinging turbulents jets. *Int. J. Heat Fluid Flow 17* (1997), 530–538.

[55] Downing, C. C., and Meffert, W. A. Effectiveness of cold-storage door infiltration protective devices. *ASHRAE Transactions*, 3726 (1994).

[56] Drubka, R. E. *Instabilities in the near field of trubulent jets and their dependance on initial conditions and Reynolds number.* PhD thesis, Illinois Institute of technology, Chicago USA, 1981.

[57] Dubief, Y., and Delcayre, F. On coherent-vortex identification in turbulence. *Journal of Turbulence 1* (2000).

[58] Elsaesser, E., and Peyret, R. *Méthodes numériques dans les sciences de l'ingénieur.* E. Absi and R. Glowinsky, Paris, 1979, ch. Méthodes hermitiennes pour la résolution numérique des équations de Navier-Stokes, pp. 249–258.

[59] Etkin, B., and McKinney, W. An air curtain fume cabinet. *American Industrial Hygiene Assoc. Journal*, 53 (octobre 1992), 625–631.

[60] Ferziger, J. H. Higher level simulations of turbulent flows. *Computational methods for turbulent , transonic and viscous flows*, 93–182.

[61] Flick, D., Moureh, J., and Ding, Y. Confinement thermique d'une enceinte par jet d'air en convection forcée. *Rev. Gén. Therm. 36* (1997), 443–452.

[62] Fortin, M. *Calcul numérique des Ecoulements des Fluides de Binham et des Fluides Newtoniens par la Méthodes des Eléments Finis.* PhD thesis, Université Paris VI, 1972.

[63] Fortin, M., Peyret, R., and Temam, R. Résolution numérique des équations de navier-stokes pour un fluide incompressible. *Journal de Mécanique 10*, 3 (sept 1971).

[64] Fox, D. G., and Orszag, S. A. Pseudospectral approximation to two-dimensional turbulence. *J. Comput. Phys. 11*, 4 (1973).

[65] Gardon, R., and Akfirat, J. C. The role of turbulence in determining the heat transfer characteristics of impinging jet. *Int. J. Heat Mass Transfer 8* (1965), 1261–1272.

[66] Germano, M. Differential filters for the large eddy numerical simulation of turbulent flows. *Phys. Fluids 29*, 6 (1986), 1755–1756.

[67] Germano, M. Turbulence : the filtering approach. *J. Fluid Mech. 238* (1992), 325–336.

[68] Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., and Cabot, W. H. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids A 3*, 7 (jul 1991), 1760–1765.

[69] Geurts, B. J. How can we make les to fulfill its promise ? In *EUROMECH Colloquim* (2000).

[70] Ghosal, S., and Moin, P. The basic equations for the large eddy simulation of turbulent flows in complex geometry. *Journal of Computaional Physics 118* (1995), 24–37.

[71] Gonze, M. A. *Simulation numérique des sillages en transition à la turbulence.* PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, avril 1993.

[72] Gresho, P. On the theory of the semi-implicit projection methods for viscous incompressible flow and its implementation via a finite element method that also intoduces a nearly consistent mass matrix. *Theory. Int. J. Numer. Meth. Fluids 1*, 11 (1990), 587–620.

[73] Gutmark, E., and Ho, C. Preferred modes and the spreading rates of jets. *Phys. Fluids 26*, 10 (1983), 2932–2938.

[74] Gutmark, E., Wolfshtein, M., and Wygnanski, I. The plane turbulent impinging jet. *J. Fluid Mech 88*, 4 (1978), 737–756.

[75] Gutmark, E., and Wygnanski, I. The planar turbulent jet. *J. Fluid Mech 73*, 3 (1976), 465–495.

[76] Guyonnaud, L. Modélisation numérique par volumes finis et caractérisation expérimentale d'un rideau d'air de vitrine frigorifique. Rapport de DEA, Université de Nantes, Ecole Centrale de Nantes, septembre 1994.

[77] Guyonnaud, L. *Étude expérimentale de rideaux d'air.Contribution à leur modélisation.* PhD thesis, École doctorale Sciences pour l'Ingénieur de Nantes, 1998. ED 82-314.

[78] Guyonnaud, L., Solliec, C., Dufresne, M., and Rey, C. Designing air curtains used for area confinement tunnel. *Experiments in Fluids 28*, 4 (April 2000), 368–375.

[79] Han, T. Y., Meng, J. C. S., and Innis, G. E. An open boundary condition for incompressible stratified flows. *J. of Comp. Phys. 49* (1983), 276–297.

[80] Heskestad, G. Hot-wire measurements in a plane turbulent jet. *Journal of Applied Mechanics* (1965), 721–734.

[81] Heyerichs, K., and Pollard, A. Heat transfer in separated and impinging turbulent flows. *Int. J. Heat Mass Transf. 39* (1996), 2385–2400.

[82] Hill, W. G. J., Jenkins, R. C., and Gilbert, B. L. Effects of initial boundary layer state on turbulent jet mixing. *AIAA Journal 17* (1976), 1055–1060.

[83] Hirsh. Higher order accurate difference solution of fluid mechanics problems by a compact differencing technique. *J. Comput. Phys. 19* (1975), 90–109.

[84] Ho, C.-M., and Huerre, P. Perturbed free shear layers. *Ann. Rev. Fluid Mech. 16* (1984), 365–424.

[85] Hoffmann, G., and Benocci, C. Numerical simulation of spatially-developing planar jets. In *74th Fluid Dynamics Symposium on Application of Direct and Large Eddy Simulation of Transition and Turbulence* (Chania, Crete, Greece, apr 1994), vol. 26, pp. 1–6.

[86] Horiuti, K. Large eddy simulation of turbulent channel flow by one-equation modeling. *J. Phys. Soc. Japan 54*, 8 (1985), 2855–2865.

[87] Horuiti, K. The role of the bardina model in large eddy simulation of turbulent channel flow. *Phys. Fluids 1*, 2 (1989), 426–428.

[88] Hsiao, F. B., and Huang, J.-M. On the dynamics of the flow structure development in an excited plane jet. *J. Fluids Eng. 116* (1994), 714–720.

[89] Hunt, J., Wray, A., and Moin, P. Eddies, streams and convergence zones in turbulent flows. Tech. Rep. CTR-S88, Center for Turbulence Research, 1988.

[90] Hussain, A. K. M. F., and Clark, A. R. Upstream influence on the near field of a plane turbulent jet. *The Physics of Fluids 20*, 9 (1977), 1416–1425.

[91] Hussain, A. K. M. F., and Thompson, C. A. Controlled symmetric perturbation of the plane jet : an experimental study in the initial region. *J. Fluid Mech. 100*, 2 (1980), 397–431.

[92] Jenkins, P. E., and Goldschmidt, V. W. Mean temperature and velocity in a plane turbulent jet. *Trans. ASME J. Fluids Eng. 95* (1973), 581–584.

[93] Jimenez, J., and Moin, P. The minimal flow unit in near-wall turbulence. *J. Fluid Mech. 225* (1991), 213–240.

[94] Jones, W. P., and Wille, M. Large-eddy simulation of a plane jet in a cross-flow. *Int. J. Heat and fluid flow 17*, 3 (feb 1996), 296–306.

[95] Jordan, S. A., and Ragab, S. A. On the unsteady and turbulent characteristics of the three-dimensional shear-driven cavity flow. In *Engineering Applications of Large Eddy Simulations* (New York, 1993), ASME Fluids Engineering Summer Meeting, ASME, p. 127.

[96] Kamemoto, K. Investigation of turbulence jets over logarithmic spiral surface. *JSME 17*, 105 (1974), 343–350.

[97] Kan, J. V. A second-order accurate pressure correction scheme for viscous incompressible flow. *J. Sci. Stat. Comp. 7* (1986).

[98] Kim, J., and Moin, P. Application of a fractional-step method to incompressible navier-stokes equations. *Journal of Computational Physics 59* (1985), 308–323.

[99] Kotsovinos, N. *A study of the entrainment and turbulence in a plane buoyant jet.* Ph.d. thesis, California Institute of Technology, Pasadena/CA, USA, 1975.

[100] Kotsovinos, N. A note on the spreading rate and virtual origin of a plane jet. *J. Fluid Mech. 77* (1976), 305–311.

[101] KRUK, K., Ed. *Air curtain incinerator tests* (Février 1983), Oil Spill Conf. San Antonio.

[102] KU, H., HIRSH, R., TAYLOR, T., AND ROSENBERG. A pseudospectral matrix element method for solution of three dimensional incompressible flows and its parallel implementation. *J. Comp. Phys. 83* (1989), 260.

[103] KUHLMAN, J. M. Survey of nearfield reynolds number effects and initial condition effects on buoyant and non-buoyant jets. In *Int. Symp. On Modelling Environnemental Flows* (Albuquerque/NM USA, June 1985), ASME.

[104] KWAK, D., REYNOLDS, W., AND FERZIGER, J. Three-dimensionnal time dependent computation of turbulent flow. Rep. tf-5, Dept. Mech. Eng., Stanford Univ., 1975.

[105] LABORDE, J. C., ET M. POURPRIX, V. M. M., AND RENOUX, A. Confinement dynamique par rideau d'air appliqué à l'industrie agro-alimentaire. In *11èmes Journées d'études sur les aérosols* (Paris, Dec. 1995), COFERA.

[106] LAMBALLAIS, E. *Simulations numériques de la turbulence dans un canal plan tournant.* PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1996.

[107] LAUNDER, B. E., AND SHARMA, B. I. Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. *Letters in Heat and Mass Transfer 1* (1974), 131–138.

[108] LAWTON, E. B., AND HOWELL, R. H. Energy savings using air curtains installed in high-traffic doorways. *Technical and symposium papers presented at the 1995 annual meeting of the American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, San Diego CA*, 3891 (24-28 1995).

[109] LE, H., AND MOIN, P. Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step. Report TF-58, Thermosciences Division, Dep. of Mech. Eng. Stanford University, December 1994.

[110] LELE, S. K. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *Journal of Computational Physics 103* (1992), 16–42.

[111] LEONARD, A. Energy cascade in large-eddy simulations of turbulent fluid flows. *Adv. in Geophys. A*, 18 (1974), 237–248.

[112] LEPICOVSKY, J. Laser velocimeter measurements of large-scale structures in a tone-excited jet. *AIAA Journal 24*, 1 (1986), 27–31.

[113] LESIEUR, M. *Turbulence in fluids.* Kluwer Academic Publishers, 1997.

[114] LILLY, D. On the application of the eddy viscosity concept in the inertial sub-range of turbulence. *NCAR Manuscript 123* (1966).

[115] LILLY, D. The representation of small-scale turbulence in numerical simulation experiments. In *Proceedings of the IBM Scientific Computing Symposium on Environmental Sciences* (Yorktown Heights,N.Y., 1967).

[116] LILLY, D. A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method. *Phys. Fluids 4*, 3 (Mar. 1992), 633–635.

[117] Lilly, D. K. Numerical simulation of developing and decaying two-dimensional turbulence. *J. Fluid Mech. 45*, 2 (1971), 395.

[118] Liu, S., Meneveau, C., and Katz, J. On the properties of similarity subgrid scale models as deduced from measurements in a turbulent jet. *J. Fluid Mech. 275* (1994), 83–119.

[119] Liu, Z., and Liu, C. Fourth order finite difference and multigrid methods for modeling instabilities in flat plate boundary layers 2d and 3d approaches. *Computers Fluids 23*, 7 (1994), 955–982.

[120] Loweryand, P. S., and Reynolds, W. C. Numerical simulation of a spatially-developing, forced, plane mixing layer. Report TF-26, Thermosciences Division, Dept. of Mech. Eng., Stanford University, 1986.

[121] Lund, T. On the use of discrete filters for large eddy simulation. *Annual Research Briefs - Center for Turbulence Research* (1997), 83–95.

[122] Maurel, S. *Etude expérimentale d'un jet plan en impact. Analyse paramétrique et caractérisation des transferts de masse.* PhD thesis, Université de Nantes, Nantes, Oct. 2001.

[123] Maurel, S., and Solliec, C. The plane air jet impinging nearby and far from flate plate. *Exp. in Fluids 31*, 6 (dec 2001), 687–697.

[124] Meyer, J. Structures organisées et transition dans la zone proche du jet plan : synthèse d'analyses expérimentales, visuelle et numérique. Institut National Polytechnique de Toulouse, 1989.

[125] Moin, P. Towards large eddy simulation of complex turbulent flows. *Comp. Meth. Applied Mech. Eng. 87* (1991), 329–334.

[126] Moin, P. Large eddy simulation of complex flows. In *ERCOFTAC* (1993), vol. 87.

[127] Moin, P., and Kim, J. Numerical investigation of turbulent channel flow. *J. Fluid Mech. 118* (1982), 341–377.

[128] Moin, P., Reynolds, W., and Ferziger, J. Large eddy simulation of incompressible turbulent channel flow. Rep. tf-12, Dept. Mech. Engn., Stanford Univ., 1978.

[129] Najjar, F., and Tafti, D. Finite-differenced large-eddy simulations of incompressible turbulent flows using the dynamic subgrid-scale stress model : Effects of test filters and numerical approximations. NCSA Technical Rep. 031, National Center for Supercomputing Applications, Urbana, Apr. 1995.

[130] Najjar, F., and Tafti, D. Study of discrete test filters and finite difference approximations for the dynamic subgrid-scale stress model. *Phys. Fluids 8*, 4 (Apr. 1996), 1076–1088.

[131] Namer, I., and Ötugen, M. Velocity measurements in a plane turbulent air jet at moderate Reynolds numbers. *Exp. in Fluids 6* (1988), 387–399.

[132] Oler, J. W., and Goldschmidt, V. W. A vortex-street model of the flow in the similarity region of a two dimensional free turbulent jet. *J. Fluid Mech. 118* (1982), 241–268.

[133] Olsson, M., and Fuchs, L. Large eddy simulations of a forced semiconfined circular impinging jet. *Physics of Fluids 10*, 2 (Feb. 1998), 476–486.

[134] O'Neil, J., and Meneveau, C. Subgrid-scale stresses and their modelling in a turbulent plane wake. *J. Fluid Mech. 349* (1997), 253–293.

[135] Orlsson, M., and Fuchs, L. Significant term in dynamic sgs-modelling. In *First ERCOFTAC Workshop on Large-Eddy Simulation* (Guildford, Mar 1994).

[136] Orszag, S. Comparison of pseudospectral and spectral approximation. *Studies in Appl. Math. 3* (1972), 253.

[137] Padet, J. *Fluides en écoulement - méthodes et modèles.* Editions Masson, 1991.

[138] Parneix, S., Behnia, M., and Durbin, P. A. Predictions of turbulent heat transfer in an axisymmetric jet impinging on a heated pedestal. *J. of Heat Transfer 121* (1999), 43–49.

[139] Pauley, L. L., Moin, P., and Reynolds, W. C. A numerical study of unsteady laminar boundary layer separation. Report TF-34, Thermosciences Division, Dept. of Mech. Eng., Stanford University, 1988.

[140] Persen, L. N. The near field of a plane turbulent jet. *AGARD Conf. Proceedings*, 308 (1981), 14.1–14.18.

[141] Peyret, R. Unsteady evolution of a horizontal jet in a stratified fluid. *J. Fluid Mech. 78* (1976), 49–63.

[142] Peyret, R., and Rebourcet, B. Développement de jets en fluides stratifiés. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée 1*, 3 (1982), 467–491.

[143] Peyret, R., and Taylor, T. *Computational methods for fluid flow.* Springer-Verlag, 1983.

[144] Piomelli, U., Ferziger, J., and Moin, P. New approximation boundary conditions for large eddy simulations of wall-bounded flows. *Phys. Fluids A 1(6)* (1989), 1061–1068.

[145] Piomelli, U., Moin, P., and Ferziger, J. H. Model consistency in large eddy simulation of turbulent channel flows. *Phys. Fluids A*, 31 (1988), 1884–1891.

[146] Rai, M. M., and Moin, P. Direct simulations of turbulent flow using finite-difference schemes. *J. Comp. Phys. 96* (1991), 15–53.

[147] Rajaratnam, N. Turbulent jets. *Elsevier Scientific Publishing Company* (1976).

[148] Ramaprian, B. R., and Chandrasekhara, M. Lda measurements in plane turbulent jets. *Transactions of the ASME 107* (24–26 juin 1985).

[149] Raspo, I. *Méthodes spectrales et de décomposition de domaine pour les écoulements complexes confinés en rotation.* PhD thesis, Université Aix-Marseille II, 1996.

[150] Reichardt, H. Gesetzmassikeiten der freien turbulenz. 1–22.

[151] Ribault, C. L., Sarkar, S., and Stanley, S. A. Large eddy simulation of a plane jet. *Physics of Fluids 11*, 10 (Oct. 1999), 3069–3083.

[152] Rockwell, D. O., and Niccolls, W. O. Natural breakdown of planar jets. *Journal of Basic Enginnering, Transactions of the ASME* (1972), 720–730.

[153] Rodi, W., Pourquie, M., and Breuer, M. Large eddy simulation of complex turbulent flows at karlsruhe. In *Private communication* (Chatou, aug 1994).

[154] Sagaut, P. *Introduction à la simulation des grandes échelles pour les écoulements de fluide incompressible*, vol. 30. Springer, 1998.

[155] Sagaut, P., Troff, B., Lê, T., and Phuoc, L. T. Numerical simulation with subgrid scale model for separated flow. In *First ERCOFTAC Workshop on Large-Eddy Simulation* (Guildford, Mar 1994).

[156] Sakakibara, J., Hishida, K., and Maeda, M. Vortex structure and heat transfer in the stagnation region of an impinging plane jet (simultaneous measurements of velocity and temperature fields by digital particle image velocimetry and laser-induced fluorescence. *Int. J. Heat Mass Transfer 40*, 13 (1997), 3163–3176.

[157] Sakurai, H., Hayashi, T., Shibata, M., and Kanehara, K. Researches on air shutter for fire defense. *Fire Safety Journal 2* (1979/80), 9–16.

[158] Sato, H., and Sakao, F. An experimental investigation of the instability of a two-dimensional jet at low reynolds numbers. *J. Fluid Mech. 20*, 2 (1964), 337–352.

[159] Schauer, J. J., and Eustis, R. H. The flow development and heat transfer characteristics of plane turbulent impinging jets. Tech. Rep. 3, Dept. Mech. Eng., Stanford Univ., 1963.

[160] Schiestel, R. *Modélisation et simulation des écoulements turbulents*. Hermes, 1993.

[161] Schiestel, R., and Viazzo, S. A Hermitian-Fourier numerical method for solving the incompressible Navier-Stokes equations. *Computers & Fluids 24* (1995), 739–752.

[162] Schlichting, H. *Boundary Layer Theory*, 6 ed. McGraw-Hill Book Co., 1968.

[163] Schlichting, H. *Boundary Layer Theory*, 7 ed. McGraw-Hill Book Co., 1979, pp. 94–111.

[164] Schumann, U. Subgrid model for finite difference simulations of turbulent flows in plane channel and annuli. *J. Comp. Phys. 18* (1975), 376–404.

[165] Scotti, A., Meneveau, C., and Fatica, M. Dynamic smagorinsky model on anisotropic grids. *Pysics of Fluids 9*, 6 (June 1997), 1856–1858.

[166] Scotti, A., Meneveau, C., and Lilly, D. K. Generalized smagorinsky model for anisotropic grids. *Pysics of Fluids 5*, 9 (Sept. 1993), 2306–2308.

[167] Shaanan, S., j. H. Ferziger, and Reynolds, W. C. Numerical simulation of turbulence in the presence of shear. Rep. tf–6, Dept. Mech. Eng., Stanford Univ., 1975.

[168] Shimizu, A., and Wada, T. A numerical analysis of vortex growth in a two-dimensional jet. *Computers and fluids 13*, 1 (1985), 83.

[169] Smagorinsky, J. General circulation experiments with the primitive equations, i. the basic experiment. *Mon. Weather Rev. 91* (1963), 99–165.

[170] Sohankar, A., Davidson, L., and Norberg, C. Large eddy simulation of flow past a square cylinder : Comparison of different subgrid scale models. *Journal of Fluids Engineering 122* (mar 2000), 39–47.

[171] Speziale, C. G. Galilean invariance of subgrid-scale stress models in the large-eddy simulation. *J. Fluid. Mech. 156* (1985), 55–62.

[172] Streett, C., and Macaraeg, M. Spectral multi-domain for large-scale fluid dynamic simulations. *Applied Numerical Mathematics 26* (1989/90), 123–139.

[173] Sunyach, M., and Mathieu, J. Zone de mélange d'un jet plan - fluctuations induites dans le cône a potentiel-intermittence. *Int. J. Heat Mass Transfer 12* (1969), 1679–1697.

[174] Tailland, A., Sunyach, M., and Mathieu, J. Etude d'un jet plan. *C. R. Acad. Sc. Paris t. 264 série A* (13 mars 1967).

[175] Tennekes, H., and Lumley, J. L. *A first course in turbulence.* The MIT Press, 1972.

[176] Thomas, F. O. Structure of mixing layers and jets. *Applied Mechanic Review 44* (1991), 119–153.

[177] Thomas, F. O., and Goldschmidt, V. W. Structural characteristics of a developing turbulent planar jet. *J. Fluid Mech. 163* (1986), 227–256.

[178] Tu, C. V. *Impingement of Plane Turbulent Jets and their Application in Industrial Coating Control.* PhD thesis, Univ. Newcastle, Callaghan, NSW, Australia, 1995.

[179] Tu, C. V., and Wood, D. H. Wall pressure and shear stress measurements beneath an impinging jet. *Experimental Thermal and Fluid Science 13* (1996), 364–373.

[180] Van, N. Q., and Howell, R. H. Influence of initial turbulence intensity on the development of plane air-cutain jets. *ASHRAE Transactions*, 2396 (1976), 208–228.

[181] Vasilyev, O., Lund, T., and Moin, P. A general class of commutative filters for les in complex geometries. *Journal of Computational Physics 146* (1998), 82–104.

[182] Védy, E. *Développement de simulations de grandes échelles turbulentes en présence de parois et application au champ de pression pariétal.* PhD thesis, Univ. d'Aix-Marseille II, 1998.

[183] Verstappen, R. W. C. P., and Veldman, A. E. P. A comparison of low-order dns, high-order dns and les. In *The second ERCOFTAC Workshop on Direct and Large Eddy Simulation* (Grenoble France, 1996), vol. 1, pp. B.5.1 – B.5.10.

[184] Viazzo, S. *Simulation numérique de grandes structures turbulentes en canal plan et application à l'étude du champ de pression pariétal.* Thèse de doctorat, Univ. d'Aix-Marseille II, 1993.

[185] Viazzo, S., Dejoan, A., and Schiestel, R. Spectral features of the wall-pressure fluctuations in turbulent wall flows and without perturbations using les. *Int. J. of Heat and Fluid Flow 22* (2001), 39–52.

[186] Viazzo, S., and Schiestel, R. Simulation des grandes échelles turbulentes en canal à l'aide d'un schéma hermitien. *C. R. Acad. Sci. 321*, IIb (1995), 225–232.

[187] Voke, P. R., Gao, S., and Leslie, D. Large-eddy simulations of plane impinging jets. *International Journal for Numerical Methods in Engineering 38* (1995), 489–507.

[188] Vreman, B., Geurts, B., and Kuerten, H. Large-eddy simulation of the turbulent mixing layer. *J. Fluid Mech 339*, 357 (1997).

[189] Welch, J. E., Harlow, F. H., Shannon, and Daly. The mac method, a computing technique for solving viscous, incompressible, transient fluid flow problems involving free surfaces. Los Alamos scientific laboratory report LA3425, UC32, Math. and Comput. TID4500, University of California, 1966.

[190] Werner, H., and Wengle, H. Large-eddy simulation of turbulent flow over and around a cube in a plate channel. In *8th Symposium on Turbulent Shear Flows* (Munich, Germany 1991).

[191] Wilcox, D. C. *Turbulence Modeling for CFD.* DCW Indus. Inc., La Canada, 1993.

[192] Wygnansky, I., and Gutmark, E. Lateral motion of the two-dimensional jet boundaries. *The Physics of Fluids 14* (1971), 1309–1311.

[193] Wygnansky, I., Katz, Y., and Horev, E. On the applicability of various scaling laws to the turbulent wall jet. *J. Fluid Mech. 234* (1992), 669–690.

[194] Yang, K. S., and Ferziger, J. H. Large-eddy simulation of turbulent obstacle flow using a dynamic subrid-scale model. *AIAA Journal 31*, 8 (Aug 1993), 1406–1413.

[195] Yokobori, S., Kasagi, N., and Hirata, M. Characteristic behaviour of turbulence in the stagnation region of a two-dimensional submerged jet impinging normally on a flat plate. In *Symposium on Turbulent Shear Flows* (Pennsylvania, Apr. 1977), pp. 3.17–3.25.

[196] Yokobori, S., Kasagi, N., Hirata, M., and Nishiwaki, N. Role of large-scale eddy structure on enhancement of heat transfer in stagnation region of a two-dimensionnal, submerged, impinging jet. In *6th Int. Heat Transfer Conf* (Toronto, Canada, Apr. 1978), pp. 305–310.

[197] Yoshizawa, A., and Horiuti, K. A statistically-derived subgrid-scale kinetic energy model for the large-eddy simulation of turbulent flows. *J. Phys. Soc. Japan 54*, 8 (1985), 2834–2839.

[198] Zahrai, S., Bark, F., and Karlsson, R. On anisotropic subgrid modeling. *Eur. J. Mech. B/Fluids 14*, 4 (1995), 459–486.

[199] Zang, Y. Z., Street, R. L., and Koseff, J. R. A dynamic mixed subgrid-scale model and its application to turbulent recirculating flow. *Physics of Fluids A 5*, 12 (Dec. 1993), 3186–3196.

[200] Zhe, J., and Modi, V. Near wall measurements for a turbulent impinging slot jet. *Transactions of the ASME 123* (Mar. 2001), 112–120.

[201] Zijnen, B. V. D. H. Measurements of the velocity distribution in a plane turbulent jet of air. *Appl. Sci. Res. 7* (1957), 256–276.

Annexe A

Formules de dérivation

Dans cette étude des schémas compacts sont utilisés pour l'approximation des dérivées premières et secondes. Des relations hermitiennes (Bontoux [25]) tridiagonales du quatrième et du sixième ordre ont été implémentées, mais seules celles précises au quatrième ordre ont été utilisées. On explicitera ces relations (déduites des développements de Taylor) seulement sur une frontière du domaine, les autres se déduisant facilement par symétrie.

Dérivées premières sur un maillage non-décalé :

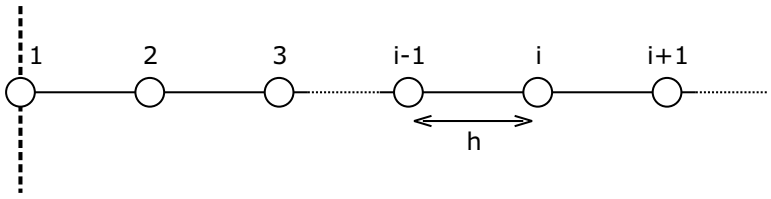


Figure A.1: *Maillage non décalé*

- Quatrième ordre ($i = 2$ à $N-1$) :

$$\frac{1}{4}f'_{i-1} + f'_i + \frac{1}{4}f'_{i+1} = \frac{3}{4h}(f_{i+1} - f_{i-1}) + O(h^4) \tag{A.1}$$

avec une relation du troisième ordre en frontière :

$$f'_1 + 2f'_2 = \frac{1}{2h}(-5f_1 + 4f_2 + f_3) + O(h^3) \tag{A.2}$$

- Sixième ordre ($i = 3$ à $N-2$) :

$$\frac{1}{3}f'_{i-1} + f'_i + \frac{1}{3}f'_{i+1} = \frac{1}{36h}(f_{i+2} - f_{i-2}) + \frac{7}{9h}(f_{i+1} - f_{i-1}) + O(h^6) \tag{A.3}$$

avec deux relations du cinquième ordre en frontière :

$$f'_1 + 4f'_2 = \frac{1}{12h}(-37f_1 + 8f_2 + 36f_3 - 8f_4 + f_5) + O(h^5) \tag{A.4}$$

$$\frac{1}{6}f'_1 + f'_2 + \frac{1}{2}f'_3 = \frac{1}{18h}(-10f_1 - 9f_2 + 18f_3 + f_4) + O(h^5) \tag{A.5}$$

Même si les relations de frontières sont d'un ordre moins élévé, celles-ci n'affectent que très peu la précision globale du schéma (Bontoux [25]).

Dérivées premières sur un maillage décalé (des noeuds de vitesse $i + 1/2$ vers les noeuds de pression i) :

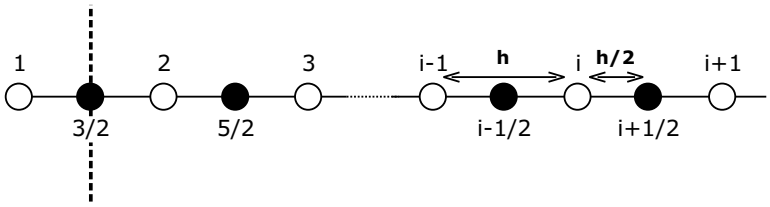


Figure A.2: *Maillage décalé*

- Quatrième ordre ($i = 2$ à $N - 1$) :

$$\frac{1}{22}f'_{i-1} + f'_i + \frac{1}{22}f'_{i+1} = \frac{12}{11h}(f_{i+1/2} - f_{i-1+1/2}) + O(h^4) \tag{A.6}$$

avec une relation du troisième ordre en frontière :

$$f'_1 + 23f'_2 = \frac{1}{h}(-25f_{1+1/2} + 26f_{2+1/2} - f_{3+1/2}) + O(h^3) \tag{A.7}$$

- Sixième ordre ($i = 3$ à $N - 2$) :

$$\begin{aligned} &\frac{9}{62}f'_{i-1} + f'_i + \frac{9}{62}f'_{i+1} \\ &= \frac{17}{186h}(f_{i+1+1/2} - f_{i-2+1/2}) + \frac{63}{62h}(f_{i+1/2} - f_{i-1+1/2}) + O(h^6) \end{aligned} \tag{A.8}$$

avec deux relations du cinquième ordre en frontière :

$$\begin{aligned} & f'_1 + \frac{1689}{71} f'_2 \\ &= \frac{1}{71h}\left(-\frac{14587}{8} f_{1+1/2} + \frac{11243}{6} f_{2+1/2} - \frac{129}{4} f_{3+1/2}\right. \\ &\quad \left. -\frac{47}{2} f_{4+1/2} + \frac{127}{24} f_{5+1/2}\right) + O(h^5) \end{aligned} \tag{A.9}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{22} f'_1 + f'_2 - \frac{127}{198} f'_3 \\ &= \frac{1}{h}\left(-\frac{665}{594} f_{1+1/2} + \frac{41}{22} f_{2+1/2} - \frac{17}{22} f_{3+1/2} + \frac{17}{594} f_{4+1/2}\right) + O(h^5) \end{aligned} \tag{A.10}$$

Dérivées premières sur un maillage décalé (des noeuds de pression i vers les noeuds de vitesse $i+1/2$) :

- Quatrième ordre ($i = 2$ à $N-1$) :

$$\frac{1}{22} f'_{i-1+1/2} + f'_{i+1/2} + \frac{1}{22} f'_{i+1+1/2} = \frac{12}{11h}(f_{i+1} - f_i) + O(h^4) \tag{A.11}$$

avec une relation du troisième ordre en frontière :

$$f'_{1+1/2} + 23 f'_{2+1/2} = \frac{1}{h}(-f_1 + 2f_2 - f_3) + O(h^3) \tag{A.12}$$

- Sixième ordre ($i = 3$ à $N-2$) :

$$\begin{aligned} & \frac{9}{62} f'_{i-1+1/2} + f'_{i+1/2} + \frac{9}{62} f'_{i+1+1/2} \\ &= \frac{17}{186h}(f_{i+2} - f_{i-1}) + \frac{63}{62h}(f_{i+1} - f_i) + O(h^6) \end{aligned} \tag{A.13}$$

avec une relation du cinquième ordre en frontière :

$$f'_{1+1/2} + \frac{71}{9} f'_{2+1/2}$$

$$= \frac{1}{864h}(-508f_1 - 7056f_2 + 7992f_3 - 464f_4 + 36f_5) + O(h^5) \tag{A.14}$$

Dérivées secondes sur un maillage non-décalé :

- Quatrième ordre ($i = 2$ à $N-1$) :

$$\frac{1}{10} f''_{i-1} + f''_i + \frac{1}{10} f''_{i+1} = \frac{6}{5h^2}(f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}) + O(h^4) \tag{A.15}$$

avec une relation du troisième ordre en frontière :

$$f''_1 + 11 f''_2 = \frac{1}{h^2}(13f_1 - 27f_2 + 15f_3 - f_4) + O(h^3) \tag{A.16}$$

- Sixième ordre ($i = 3$ à $N-2$) :

$$\frac{2}{11} f''_{i-1} + f''_i + \frac{2}{11} f''_{i+1}$$

$$= \frac{3}{124h^2}(f_{i+2} - 2f_i + f_{i-2}) + \frac{291}{248h^2}(f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}) + O(h^6) \tag{A.17}$$

avec deux relations du cinquième ordre en frontière :

$$f''_1 + \frac{137}{13} f''_2 = \frac{1}{156h^2}(1955f_1 - 4057f_2 + 2234f_3 - 110f_4 - 29f_5 + 7f_6) + O(h^5) \tag{A.18}$$

$$\frac{1}{10} f''_1 + f''_2 - \frac{7}{20} f''_3 = \frac{3}{80h^2}(33f_1 - 80f_2 + 62f_3 - 16f_4 + f_5) + O(h^5) \tag{A.19}$$

Annexe B

Formules d'interpolation

Les opérateurs d'interpolation permettent de passer des noeuds décalés aux noeuds non décalés et inversement. Au lieu d'utiliser des interpolations explicites barycentriques comme dans Schiestel et Viazzo [161] [184], nous préférons utiliser des schémas compacts pour des interpolations aux centres des cellules (Lele [110]) ce qui réduit l'erreur de troncature par rapport aux expressions explicites des interpolations barycentriques.

Interpolation centrale des noeuds de vitesse $i+1/2$ vers les noeuds de pression i :

- Quatrième ordre ($i = 2$ à $N-1$) :

$$\frac{1}{6}\hat{f}_{i-1} + \hat{f}_i + \frac{1}{6}\hat{f}_{i+1} = \frac{2}{3}(f_{i+1/2} + f_{i-1+1/2}) + O(h^4) \tag{B.1}$$

avec deux relations du troisième ordre en frontière :

$$\hat{f}_1 + 5\hat{f}_2 = \frac{1}{4}(15f_{1+1/2} + 10f_{2+1/2} - f_{3+1/2}) + O(h^3) \tag{B.2}$$

$$\hat{f}_N + 5\hat{f}_{N-1} = \frac{1}{4}(15f_{N-1+1/2} + 10f_{N-2+1/2} - f_{N-3+1/2}) + O(h^3) \tag{B.3}$$

- Sixième ordre ($i = 3$ à $N-2$) :

$$\begin{aligned} &\frac{3}{10}\hat{f}_{i-1} + \hat{f}_i + \frac{3}{10}\hat{f}_{i+1} \\ &= -\frac{13}{496}(f_{i+1+1/2} - f_{i-2+1/2}) + \frac{165}{248}(f_{i+1/2} - f_{i-1+1/2}) + O(h^6) \end{aligned} \tag{B.4}$$

avec quatre relations du cinquième ordre en frontière :

$$\begin{aligned}
&\hat{f}_1 + 9\hat{f}_2 \\
&= \frac{1}{64}\left(315 f_{1+1/2} + 420 f_{2+1/2} - 126 f_{3+1/2}\right. \\
&\quad \left. + 36 f_{4+1/2} - 5 f_{5+1/2}\right) + O(h^5)
\end{aligned} \tag{B.5}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{14}\hat{f}_1 + \hat{f}_2 - \frac{5}{6}\hat{f}_3 \\
&= \frac{1}{84}\left(35 f_{1+1/2} + 105 f_{2+1/2} + 21 f_{3+1/2} - f_{4+1/2}\right) + O(h^5)
\end{aligned} \tag{B.6}$$

$$\begin{aligned}
&\hat{f}_N + 9\hat{f}_{N-1} \\
&= \frac{1}{64}\left(315 f_{N-1+1/2} + 420 f_{N-2+1/2}\right. \\
&\quad \left. - 126 f_{N-3+1/2} + 36 f_{N-4+1/2} - 5 f_{N-5+1/2}\right) + O(h^5)
\end{aligned} \tag{B.7}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{14}\hat{f}_N + \hat{f}_{N-1} - \frac{5}{6}\hat{f}_{N-2} \\
&= \frac{1}{84}\left(35 f_{N-1+1/2} + 105 f_{N-2+1/2} + 21 f_{N-3+1/2} - f_{N-4+1/2}\right) + O(h^5)
\end{aligned} \tag{B.8}$$

Interpolation centrale des noeuds de pression i vers les noeuds de vitesse $i+1/2$:

- Quatrième ordre ($i = 2$ à $N-2$) :

$$\frac{1}{6}\hat{f}_{i-1+1/2} + \hat{f}_{i+1/2} + \frac{1}{6}\hat{f}_{i+1+1/2} = \frac{2}{3}(f_{i+1} + f_i) + O(h^4) \tag{B.9}$$

avec deux relations du troisième ordre en frontière :

$$\hat{f}_{1+1/2} + \hat{f}_{2+1/2} = \frac{1}{4}(f_1 + 6f_2 + f_3) + O(h^3) \tag{B.10}$$

$$\hat{f}_{N-1+1/2} + \hat{f}_{N-2+1/2} = \frac{1}{4}(f_N + 6f_{N-1} + f_{N-2}) + O(h^3) \tag{B.11}$$

- Sixième ordre ($i = 3$ à $N-2$) :

$$\begin{aligned} &\frac{3}{10}\hat{f}_{i-1+1/2} + \hat{f}_{i+1/2} + \frac{3}{10}\hat{f}_{i+1+1/2} \\ &= -\frac{13}{496}(f_{i+2} - f_{i-1}) + \frac{165}{248}(f_{i+1} - f_i) + O(h^6) \end{aligned} \tag{B.12}$$

avec deux relations du cinquième ordre en frontière :

$$\begin{aligned} &\hat{f}_{1+1/2} + \frac{7}{3}\hat{f}_{2+1/2} \\ &= \frac{1}{192}(35f_1 + 420f_2 + 210f_3 \\ &\quad -28f_4 + 3f_5) + O(h^5) \end{aligned} \tag{B.13}$$

$$\begin{aligned} &\hat{f}_{N-1+1/2} + \frac{7}{3}\hat{f}_{N-2+1/2} \\ &= \frac{1}{192}(35f_N + 420f_{N-1} \\ &\quad +210f_{N-2} - 28f_{N-3} + 3f_{N-4}) + O(h^5) \end{aligned} \tag{B.14}$$

Annexe C

Calcul explicite des dérivées et des interpolations hermitiennes

Les systèmes obtenus (à la fois pour les dérivées et les interpolations) peuvent être exprimés de façon générale sous la forme de produits matriciels. Prenons l'exemple de la dérivée première sur un maillage non-décalé. Le système d'équations correspondant peut donc s'écrire sous la forme :

$$EF' = HF \tag{C.1}$$

où E et H sont des matrices $N \times N$ (E est tridiagonal ou pentadiagonal suivant la précision souhaitée), F et F' sont des vecteurs de dimension N représentant respectivement la fonction et sa dérivée (N étant soit N_x ou N_y). En calculant (une fois pour toute) la matrice inverse E^{-1} par une décomposition de type LU et en multipliant à gauche chaque membre de l'équation par E^{-1}, on obtient finalement :

$$F' = AF \tag{C.2}$$

La matrice $A = E^{-1}H$ étant elle aussi calculée une seule fois.

On remarquera que pour un maillage non-uniforme, A s'écrit :

$$A = gE^{-1}H$$

où g est la fonction résultant de la transformation des coordonnées du maillage.
Sont résumées ci-dessous les notations pour les dérivées et les interpolations aux centres des cellules (le premier exposant indique l'origine des noeuds et le second les noeuds finaux) :

- **Dérivées premières sur un maillage non-décalé** : $F' = A^{uu}F$ où A^{uu} est une matrice $N \times N$, F' et F des vecteurs de dimension N
- **Dérivées premières sur un maillage décalé** (des noeuds de pression vers les noeuds de vitesse) : $F' = A^{pu}F$ où A^{pu} est une matrice $(N-1) \times N$, F' et F sont respectivement des vecteurs de dimension $N-1$ et N
- **Dérivées premières sur un maillage décalé** (des noeuds de vitesse vers les noeuds de pression) : $F' = A^{up}F$ où A^{up} est une matrice $N \times (N-1)$, F' et F sont respectivement des vecteurs de dimension N et $N-1$
- **Dérivées secondes sur un maillage non-décalé** : $F'' = BF$ où B est une matrice $N \times N$, F' et F des vecteurs de dimension N
- **Interpolation** (des noeuds de pression vers les noeuds de vitesse) : $\hat{F} = C^{pu}F$ où C^{pu} est une matrice $(N-1) \times N$, $\hat{F}$ et F sont respectivement des vecteurs de dimension $N-1$ et N
- **Interpolation** (des noeuds de vitesse vers les noeuds de pression) : $\hat{F} = C^{up}F$ où C^{up} est une matrice $N \times (N-1)$, $\hat{F}$ et F sont respectivement des vecteurs de dimension N et $N-1$

L'élément de A^{pu} (i$^{\text{ème}}$ ligne, k$^{\text{ème}}$ colonne) sera noté a^{pu}_{ik}

Annexe D

Résolution des équations de Helmholtz et de Poisson

Dans un souci d'exhaustivité et afin d'alléger les notations, la résolution des équations de Helmholtz et de Poisson sera décrite dans le cas bidimensionnel présentant deux directions non-homogènes. Pour expliciter la méthode détaillons, l'étape de prédiction de la composante v ($i = 1$ à N_x, $j = 1$ à $N_y - 1$) en gardant à l'esprit que pour la composante u : $i = 1$ à $N_x - 1$, $j = 1$ à N_y.

Le but est ici de résoudre le système constitué des équations (3.76) pour les noeuds intérieurs (avec $i = 2$ à $N_x - 1$, $j = 2$ à $N_y - 2$) :

$$(I - \frac{\Delta t}{2Re}\,\delta^2)\,v = S \tag{D.1}$$

avec les conditions d'adhérence :

$$v_{1+1/2,j+1/2} = 0\ ,\ v_{N_x-1+1/2,j+1/2} = 0 \tag{D.2}$$

et si des conditions de Neumann homogènes sont utilisées :

$$v'_{i,1+1/2} = 0\ ,\ v'_{i,N_y-1+1/2} = 0 \tag{D.3}$$

$$v_{1,j+1/2} = \alpha^x_{1N_x} \sum_{i=2}^{N_x-1} c^{pu}_{N_x i} v_{i,j+1/2} + \alpha^x_{N_xN_x} \sum_{i=2}^{N_x-1} c^{pu}_{1i} v_{i,j+1/2}$$

$$v_{N_x,j+1/2} = \alpha^x_{11} \sum_{i=2}^{N_x-1} c^{pu}_{N_x i} v_{i,j+1/2,} + \alpha^x_{N_x 1} \sum_{i=2}^{N_x-1} c^{pu}_{1i} v_{i,j+1/2} \tag{D.4}$$

avec :

$$\alpha^x_{11} = \frac{c^{pu}_{11}}{c^{pu}_{N_x 1} c^{pu}_{1N_x} - c^{pu}_{N_x N_x} c^{pu}_{11}} \quad , \quad \alpha^x_{1N_x} = \frac{-c^{pu}_{1N_x}}{c^{pu}_{N_x 1} c^{pu}_{1N_x} - c^{pu}_{N_x N_x} c^{pu}_{11}} \tag{D.5}$$

$$\alpha^x_{N_x 1} = \frac{-c^{pu}_{N_x 1}}{c^{pu}_{N_x 1} c^{pu}_{1N_x} - c^{pu}_{N_x N_x} c^{pu}_{11}} \quad , \quad \alpha^x_{N_x N_x} = \frac{c^{pu}_{N_x N_x}}{c^{pu}_{N_x 1} c^{pu}_{1N_x} - c^{pu}_{N_x N_x} c^{pu}_{11}} \tag{D.6}$$

de même on a :

$$\begin{aligned} v_{i,1+1/2} &= \alpha^y_{1N_{y-1}} \sum_{j=2}^{N_y-2} a^{uu}_{N_{y-1}j} v_{i,j+1/2} + \alpha^y_{N_{y-1}N_{y-1}} \sum_{j=2}^{N_y-2} a^{uu}_{1j} v_{i,j+1/2} \\ v_{i,N_y-1+1/2} &= \alpha^y_{11} \sum_{j=2}^{N_y-2} a^{uu}_{N_y-1 j} v_{i,j+1/2} + \alpha^y_{N_y-11} \sum_{j=2}^{N_x-2} a^{uu}_{1j} v_{i,j+1/2} \end{aligned} \tag{D.7}$$

avec :

$$\alpha^y_{11} = \frac{a^{uu}_{11}}{a^{uu}_{N_y-11} a^{uu}_{1N_y-1} - a^{uu}_{N_y-1N_y-1} a^{uu}_{11}} \quad , \quad \alpha^y_{1N_y-1} = \frac{-a^{uu}_{1N_y-1}}{a^{uu}_{N_y-11} a^{uu}_{1N_y-1} - a^{uu}_{N_y-1N_y-1} a^{uu}_{11}} \tag{D.8}$$

$$\alpha^y_{N_y-11} = \frac{-a^{uu}_{N_y-11}}{a^{uu}_{N_y-11} a^{uu}_{1N_y-1} - a^{uu}_{N_y-1N_y-1} a^{uu}_{11}} \quad , \quad \alpha^y_{N_y-1N_y-1} = \frac{a^{uu}_{N_y-1N_y-1}}{a^{uu}_{N_y-11} a^{uu}_{1N_y-1} - a^{uu}_{N_y-1N_y-1} a^{uu}_{11}} \tag{D.9}$$

Les relations (D.4) sont déduites des relations d'interpolation au centre des cellules en considérant la condition d'adhérence (D.2). Alors que les relations (D.7) proviennent des formules de dérivation (non décalées) qui traduisent la condition de Neumann homogène (D.3).

L'équation sur les noeuds intérieurs s'écrit (D.1) :

$$v_{i,j+1/2} - \frac{\Delta t}{2Re} \left\{ \sum_{n=1}^{N_x} b^x_{in} v_{n,j+1/2} + \sum_{l=1}^{N_y-1} b^y_{jl} v_{i,l+1/2} \right\} = S_{i,j+1/2} \tag{D.10}$$

En introduisant les conditions aux limites (D.2) (D.4) et (D.7) dans (D.10), on obtient un système de $(N_x - 2) \times (N_y - 3)$ équations modifiées avec $(N_x - 2) \times (N_y - 3)$ inconnues :

$$v_{i,j+1/2} - \frac{\Delta t}{2Re}\left\{\sum_{n=2}^{N_x-1}\gamma^x_{in}v_{n,j+1/2} + \sum_{l=2}^{N_y-2}\gamma^y_{jl}v_{i,l+1/2}\right\} = S_{i,j+1/2} \tag{D.11}$$

avec :

$$\gamma^x_{in} = b^x_{in} + b^x_{i1}\left(\alpha^x_{1N_x}c^{pu}_{N_xn} + \alpha^x_{N_xN_x}c^{pu}_{1n}\right) + b^x_{iN_x}\left(\alpha^x_{11}c^{pu}_{N_xn} + \alpha^x_{N_x1}c^{pu}_{1n}\right) \tag{D.12}$$

$$\gamma^y_{jl} = b^y_{jl} + b^y_{j1}\left(\alpha^y_{1N_y-1}a^{uu}_{N_y-1l} + \alpha^y_{N_y-1N_y-1}a^{uu}_{1l}\right) + b^y_{jN_y-1}\left(\alpha^y_{11}a^{uu}_{N_y-1l} + \alpha^y_{N_y-11}a^{uu}_{1l}\right) \tag{D.13}$$

Si des conditions de Neumann non-homogènes ou de Dirichlet (avec une vitesse non nulle) sont utilisées, le second membre S sera également modifié.

Pour résoudre ce système d'équations (D.11), nous utilisons une méthode de diagonalisation décrite ci-dessous.

Considérons la matrice de dimensions $(N_x-2)\times(N_y-3)$:

$$V = \begin{pmatrix} v_{2,2+1/2} & \cdots & \cdots & v_{2,N_y-2+1/2} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ v_{N_x-1,2+1/2} & \cdots & \cdots & v_{N_x-1,N_y-2+1/2} \end{pmatrix} \tag{D.14}$$

et :

$$R = \begin{pmatrix} S_{2,2+1/2} & \cdots & \cdots & S_{2,N_y-2+1/2} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ S_{N_x-1,2+1/2} & \cdots & \cdots & S_{N_x-1,N_y-2+1/2} \end{pmatrix} \tag{D.15}$$

Ainsi les équations (D.11) peuvent s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$V - \frac{\Delta t}{2Re}\left(\Gamma^{(x)}V + V\Gamma^{(y)t}\right) = R \tag{D.16}$$

(l'indice t désignant la matrice transposée)

Les matrices $\Gamma^{(x)}$ et $\Gamma^{(y)}$ sont définies par :

$$\Gamma^{(x)} = P^{(x)} D^{(x)} P^{(x)-1} \quad , \quad \Gamma^{(y)} = P^{(y)} D^{(y)} P^{(y)-1} \tag{D.17}$$

où $D^{(x)}$ et $D^{(y)}$ sont des matrices diagonales composées des valeurs propres $\lambda_i^{(x)}$ et $\lambda_j^{(y)}$ de $\Gamma^{(x)}$ et $\Gamma^{(y)}$. Les matrices $P^{(x)}$ et $P^{(y)}$ sont construites à partir de leurs vecteurs propres respectifs.

En exprimant V comme :

$$V = P^{(x)} \widetilde{V} \tag{D.18}$$

($P^{(x)}$ dépendant uniquement de x)

et en multipliant (D.16) à gauche par $P^{(x)-1}$ on obtient :

$$\widetilde{V} - \frac{\Delta t}{2Re} \left(D^{(x)} \widetilde{V} + \widetilde{V} \Gamma^{(y)t} \right) = P^{(x)-1} R \tag{D.19}$$

En écrivant :

$$\widetilde{V} = \widetilde{\widetilde{V}} P^{(y)t} \tag{D.20}$$

et en multipliant à droite (D.19) par $P^{(y)-t}$, nous obtenons finalement l'équation matricielle suivante :

$$\widetilde{\widetilde{V}} - \frac{\Delta t}{2Re} \left(D^{(x)} \widetilde{\widetilde{V}} + \widetilde{\widetilde{V}} D^{(y)t} \right) = \Theta \tag{D.21}$$

avec :

$$\Theta = P^{(x)-1} R P^{(y)-t} \tag{D.22}$$

ainsi pour i variant de 2 à $N_x - 1$, pour j variant de 2 à $N_y - 2$:

$$\widetilde{\widetilde{V}}_{i,j+1/2} - \frac{\Delta t}{2Re} \left((\lambda_i^{(x)} + \lambda_j^{(y)}) \widetilde{\widetilde{V}}_{i,j+1/2} \right) = \theta_{i,j+1/2} \tag{D.23}$$

ce qui conduit à la relation suivante :

$$\widetilde{\widetilde{V}}_{i,j+1/2} = \frac{\theta_{i,j+1/2}}{1 - (\Delta t / 2Re)(\lambda_i^{(x)} + \lambda_j^{(y)})} \tag{D.24}$$

On notera que si le dénominateur est égal à zéro, la solution $\widetilde{\widetilde{V}}_{i,j+1/2}$ est forcée à zéro dans l'espace transformé.

Les valeurs dans l'espace physique de $v_{i,j+1/2}$ sont retrouvées en utilisant les matrices $P^{(x)}$ et $P^{(y)}$:

$$v_{i,j+1/2} = p^{(x)}_{im}\ \widetilde{\widetilde{v}}_{m,q+1/2}\ p^{(y)}_{qj} \tag{D.25}$$

(les limites des sommations sont définies par : $m = 2$ à $N_x - 1$ et $q = 2$ à $N_y - 2$)

Comme les matrices diagonales $D^{(x)}$ et $D^{(y)}$ ainsi que $P^{(x)}$ et $P^{(y)}$ dépendent uniquement de l'espace, leurs calculs sont effectués une fois pour toute au début de la simulation. Ainsi à chaque pas de temps quatre produits matriciels sont nécessaires, ce qui n'est pas très coûteux dans la mesure où des algorithmes performants sont utilisés (deux produits sont effectués dans le second membre et deux autres sont nécessaires pour retourner dans l'espace physique). La même technique est utilisée pour calculer u dans l'étape de prédiction.

L'équation de Poisson (3.66) est résolue en utilisant cette méthode. Nous avons déjà vu que des conditions aux limites compatibles pour la correction de pression Φ sont de type Neumann si des conditions aux limites de type Dirichlet sont imposées pour la vitesse.

L'opérateur $\boldsymbol{D.G}$ est obtenu en utilisant les formules de dérivation sur le maillage décalé.

L'équation de Poisson sur les noeuds intérieurs s'écrit :

$$\sum_{l=1}^{N_x} \beta^x_{il}\Phi_{l,j} + \sum_{n=1}^{N_y} \beta^y_{jn}\Phi_{i,n} = S_{i,j} \tag{D.26}$$

avec :

$$\begin{aligned} \beta^x_{il} &= \sum_{q=1}^{N_x-1} a^{up}_{iq} a^{pu}_{ql} \\ \beta^y_{jn} &= \sum_{q=1}^{N_y-1} a^{up}_{jq} a^{pu}_{qn} \end{aligned} \tag{D.27}$$

avec les conditions aux limites de type Neumann $\partial\Phi/\partial n = 0$ imposées sur les noeuds $(i+1/2, j+1/2)$:

$$\Phi_{1,j} = \sigma^x_{1N_x} \sum_{i=2}^{N_x-1} a^{pu}_{N_x i}\Phi_{i,j} + \sigma^x_{N_xN_x} \sum_{i=2}^{N_x-1} a^{pu}_{1i}\Phi_{i,j}$$

$$\Phi_{N_x,j} = \sigma^x_{11} \sum_{i=2}^{N_x-1} a^{pu}_{N_x i}\Phi_{i,j} + \sigma^x_{N_x 1} \sum_{i=2}^{N_x-1} a^{pu}_{1i}\Phi_{i,j} \tag{D.28}$$

$$\Phi_{i,1} = \sigma^y_{1N_y} \sum_{j=2}^{N_y-1} a^{pu}_{N_y j}\Phi_{i,j} + \sigma^y_{N_y N_y} \sum_{j=2}^{N_y-1} a^{pu}_{1j}\Phi_{i,j}$$

$$\Phi_{i,N_y} = \sigma^y_{11} \sum_{j=2}^{N_y-1} a^{pu}_{N_y j}\Phi_{i,j} + \sigma^y_{N_y 1} \sum_{j=2}^{N_y-1} a^{pu}_{1j}\Phi_{i,j} \tag{D.29}$$

avec :

$$\sigma^x_{11} = \frac{a^{pu}_{11}}{a^{pu}_{N_x 1}a^{pu}_{1N_x} - a^{pu}_{N_x N_x}a^{pu}_{11}} \quad , \quad \sigma^x_{1N_x} = \frac{-a^{pu}_{1N_x}}{a^{pu}_{N_x 1}a^{pu}_{1N_x} - a^{pu}_{N_x N_x}a^{pu}_{11}} \tag{D.30}$$

$$\sigma^x_{N_x 1} = \frac{-a^{pu}_{N_x 1}}{a^{pu}_{N_x 1}a^{pu}_{1N_x} - a^{pu}_{N_x N_x}a^{pu}_{11}} \quad , \quad \sigma^x_{N_x N_x} = \frac{a^{pu}_{N_x N_x}}{a^{pu}_{N_x 1}a^{pu}_{1N_x} - a^{pu}_{N_x N_x}a^{pu}_{11}} \tag{D.31}$$

$$\sigma^y_{11} = \frac{a^{pu}_{11}}{a^{pu}_{N_y 1}a^{pu}_{1N_y} - a^{pu}_{N_y N_y}a^{pu}_{11}} \quad , \quad \sigma^y_{1N_y} = \frac{-a^{pu}_{1N_y}}{a^{pu}_{N_y 1}a^{pu}_{1N_y} - a^{pu}_{N_y N_y}a^{pu}_{11}} \tag{D.32}$$

$$\sigma^y_{N_y 1} = \frac{-a^{pu}_{N_y 1}}{a^{pu}_{N_y 1}a^{pu}_{1N_y} - a^{pu}_{N_y N_y}a^{pu}_{11}} \quad , \quad \sigma^y_{N_y N_y} = \frac{a^{pu}_{N_y N_y}}{a^{pu}_{N_y 1}a^{pu}_{1N_y} - a^{pu}_{N_y N_y}a^{pu}_{11}} \tag{D.33}$$

En introduisant les relations (D.28) et (D.29) dans (D.26) on obtient :

$$\sum_{l=2}^{N_x-1} \omega^x_{il}\Phi_{l,j} + \sum_{n=2}^{N_y-1} \omega^y_{jn}\Phi_{i,n} = S_{i,j} \tag{D.34}$$

avec :

$$\omega^x_{il} = \beta^x_{il} + \beta^x_{i1}\left(\sigma^x_{1N_x}a^{pu}_{N_x l} + \sigma^x_{N_x N_x}a^{pu}_{1l}\right) + \beta^x_{iN_x}\left(\sigma^x_{11}a^{pu}_{N_x l} + \sigma^x_{N_x 1}a^{pu}_{1l}\right) \tag{D.35}$$

$$\omega^y_{jn} = \beta^y_{jn} + \beta^y_{j1}\left(\sigma^y_{1N_y}a^{pu}_{N_y n} + \sigma^y_{N_y N_y}a^{pu}_{1n}\right) + \beta^y_{jN_y}\left(\sigma^y_{11}a^{pu}_{N_y n} + \sigma^y_{N_y 1}a^{pu}_{1n}\right) \tag{D.36}$$

La technique de diagonalisation décrite précédemment entraîne :

$$\widetilde{\widetilde{\Phi}}_{i,j} = \frac{\theta_{i,j}}{\lambda_i^{(x)} + \lambda_j^{(y)}} \tag{D.37}$$

L'utilisation de conditions aux limites de type Neumann entraîne la singularité des opérateurs $\Omega^{(x)}$ et $\Omega^{(y)}$. Chacun d'entre eux a une valeur propre égale à zéro ($\lambda_{i0}^{(x)} = \lambda_{j0}^{(y)} = 0$), et ainsi le dénominateur $\lambda_{i0}^{(x)} + \lambda_{j0}^{(y)} = 0$. Dans ce cas précis la solution $\widetilde{\widetilde{\Phi}}_{i0,j0}$ est forcée à zéro, ce qui n'enlève rien à la généralité de la solution obtenue car le champ de pression est défini à une constante près (Védy [182]).

Annexe E

Méthode de traitement statistique

Le traitement du signal «brut» des fluctuations de vitesse et de pression ne permet pas d'obtenir des spectres fréquentiels réellement exploitables lorsqu'il s'agit de mettre en évidence des fréquences dominantes marquées, ces spectres étant très bruités. Une méthode particulière de traitement statistique doit donc être mise en oeuvre afin d'extraire un signal plus propre sur lequel les propriétés spectrales pourront être plus facilement interprétables. La procédure présentée ici repose sur une technique de traitement du signal basée sur un fenêtrage temporel avec intervalles de recouvrement (Bendat et Piersol [24]).

Fenêtrage et pondération du signal

Soit un signal $X(t)$ défini sur l'intervalle de temps $t \in [0, T]$ et échantillonné sur N points équidistants. Pour pouvoir traiter ce signal à l'aide de transformées de Fourier, on le pondère à l'aide d'une fonction $P(t)$ s'annulant en $t = 0$ et $t = T$. Le signal pondéré $\widetilde{X}(t)$ est ainsi rendu périodique :

$$\widetilde{X}(t) = P(t)\, X(t) \tag{E.1}$$

En effet l'application de simples transformées de Fourier sur le signal aurait entraîné des oscillations parasites en fréquence, en raison de la non-périodicité temporelle de celui-ci. Cette caractéristique est connue sous le nom de *phénomène de Gibbs*. La fenêtre de pondération utilisée est la fenêtre de Hanning définie par :

$$P(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(1 - \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)\right) = 1 - \cos^2\left(\frac{\pi t}{T}\right) & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{E.2}$$

Cependant, la pondération du signal sur tout l'intervalle $[0, T]$ entraîne une perte d'information du signal pondéré près des frontières surtout pour les grands écarts. Pour remédier à cela, l'intervalle de temps $[0, T]$ est subdivisé en m sous intervalles (*intervalles de recouvrement*s) de durée $T_m = 2T/(m+1)$ se recouvrant à 50%.

Le signal pondéré sur le $j^{\text{ème}}$ intervalle de recouvrement s'écrit donc :

$$\widetilde{X}^{(j)}(t) = P(t) X^{j}(t) \tag{E.3}$$

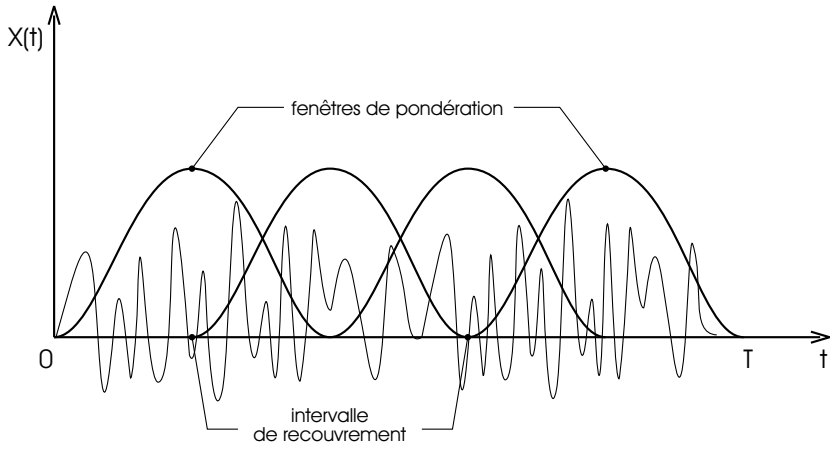


Figure E.1: *Traitement statistique : fenêtrage temporel avec intervalles de recouvrement*

Le spectre en fréquence du signal $X(t)$ sur le $j^{\text{ème}}$ intervalle est donné par le produit :

$$\widetilde{E}^{(j)}(f) = \widehat{\widetilde{X}^{(j)}}\,\widehat{\widetilde{X}^{(j)*}} \tag{E.4}$$

où * désigne le complexe conjugué.

Le spectre du signal complet est donné par la moyenne des spectres sur chaque intervalle de recouvrement :

$$\widetilde{E}(f_l) = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} \widetilde{E}^{(j)}(f_l) \text{ pour } l = 0, 1, ..., M/2 \tag{E.5}$$

où f_l sont les fréquences échantillonnées définies par :

$$f_l = \frac{2\pi}{T_M} l \tag{E.6}$$

M est le nombre d'échantillons par intervalle de recouvrement défini par :

$$M = 2N/(m+1) \tag{E.7}$$

Normalisation

La multiplication du signal $X(t)$ par une fonction de pondération $P(t)$ ne permet plus de vérifier que l'intégrale du spectre calculé soit égale à la variance de f. Le spectre obtenu doit donc être normalisé afin de vérifier cette propriété :

$$\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} X_j^2 = \sum_{i=-M/2}^{M/2-1} \widetilde{E}(f_l) \tag{E.8}$$

SIMULATION DES GRANDES ÉCHELLES TURBULENTES D'UN JET PLAN EN IMPACT

Résumé : Ce travail concerne l'étude d'un jet plan turbulent en impact par simulation des grandes échelles turbulentes. Le jet plan en impact est très largement utilisé dans le milieu industriel et couvre des domaines d'application aussi variés que les procédés de fabrication et de traitements des matériaux, le refroidissement ou le réchauffement de surface. Le contexte de cette étude concerne plus particulièrement l'écoulement du jet plan utilisé comme séparateur d'ambiances climatiques ou comme élément de sécurité pour la prévention et la protection de pollution gazeuse ou solide. Une méthode numérique hermitienne, à pas fractionnaire est utilisée pour résoudre les équations de Navier-Stokes incompressibles. La fermeture des équations filtrées repose sur le concept de viscosité turbulente. Le modèle de sous-maille de Smagorinsky, initialement mis en oeuvre a révélé son caractère excessivement dissipatif. Ce modèle a été abandonné au profit du modèle de Smagorinsky dynamique apte à traduire les effets locaux d'anisotropie. Dans un premier temps, les résultats statistiques sont validés avec les mesures de la littérature. L'effet du nombre de Reynolds ($3000 \leq Re \leq 13500$) sur le développement cinématique du jet est discuté : les grandeurs moyennes et turbulentes sont présentées. Une attention particulière est portée sur la dynamique des structures cohérentes présentes dans l'écoulement à l'aide de visualisations instantanées des champs de vitesse et de vorticité. Cette étude révèle le caractère fortement tridimensionnel de l'écoulement dans la zone d'impact et la présence de structures contrarotatives qui traversent l'axe du jet. Une approche complémentaire à l'aide de traceurs lagrangiens est également effectuée. Enfin, l'étude des transferts de masse à l'aide d'un scalaire passif montre que ces transferts s'opèrent préférentiellement dans la zone d'impact.

Mots clés : Simulation des grandes échelles turbulentes, Turbulence, Jet plan turbulent en impact, Structures cohérentes, Transferts de masse.

LARGE EDDY SIMULATION OF A PLANE TURBULENT IMPINGING JET

Abstract: This work deals with the study of a plane turbulent impinging jet using large eddy simulation. Plane impinging jets are widely used in industrial domain, they find many applications in materials processing and manufacturing, heating and cooling surfaces. The aimed applications concern in particular air curtains devices used as climatic ambience separation or security elements for prevention and protection against gas and solid pollution. A hermitian fractional time step numerical method is used to solve the incompressible Navier-Stokes equations. The space filtered equations are closed using the eddy viscosity assumption. The Smagorinsky model is tested as a first approach but reveals its excessive dissipation. This model is rejected in favour of the dynamic Smagorinsky model able to take into account the anisotropy of the flow. The statistical results are first validated with the measurements of the literature. The effect of the Reynolds number ($3000 \leq Re \leq 13500$) on the kinematic development of the jet is discussed: mean and turbulent quantities are presented. We also focus on the dynamics of the coherent structures present in the flow using instantaneous visualizations of the velocity and vorticity fields. This study reveals the strong three-dimensional nature of the flow in the vicinity of the impingement and the existence of counter-rotating vortices extending from both sides of the symmetry plane of the jet. This approach is completed with particle tracking. Finally, an investigation of mass transfers using passive scalar is carried out and exhibits that these transfers occur for the most part in the impinging region.

Key words: Large eddy simulation, Turbulence, Plane turbulent impinging jet, Coherent structures, Mass transfer.