



HAL
open science

Propagation de la sensibilité dans les modèles hydrodynamiques.

Carole Delenne

► **To cite this version:**

Carole Delenne. Propagation de la sensibilité dans les modèles hydrodynamiques.: Analyse d'incertitude et estimation des paramètres.. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Montpellier II, 2014. tel-01198570

HAL Id: tel-01198570

<https://hal.science/tel-01198570>

Submitted on 13 Sep 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Habilitation à Diriger des Recherches

préparée au laboratoire **HydroSciences Montpellier**

dans le cadre de l'École Doctorale **SIBAGHE**

Spécialité : **Eaux Continentales et Sociétés**

présentée par

Carole DELENNE

Soutenance prévue le 11 décembre 2014

Propagation de la sensibilité dans les modèles hydrodynamiques

Analyse d'incertitude et estimation des paramètres

Jury :

M. Didier CLAMOND,	Examineur
M. Philippe FRAUNIE,	Rapporteur
M. Vincent GUINOT,	Examineur
M. Pierre-Olivier MALATERRE,	Examineur
M. Robert MOSE,	Rapporteur
M. Nicolas RIVIERE,	Examineur
Mme. Sandra SOARES-FRAZAO,	Rapporteur

Table des matières

Avant-propos	5
I Curriculum Vitae détaillé	7
1. Carrière et responsabilités administratives	9
2. Collaborations scientifiques et industrielles	11
3. Enseignant / Chercheur	13
II Document scientifique	
Propagation de la sensibilité dans les modèles hydrodynamiques	
Analyse d'incertitude et estimation des paramètres	17
Introduction	19
1. Analyse de sensibilité locale	21
1.1. Equations en sensibilité du modèle Saint-Venant	22
1.2. Résolution numérique	23
1.3. Résultats : comparaison des méthodes directe et empirique	24
2. Analyse d'incertitude à l'aide de la sensibilité locale	31
2.1. Méthodes	32
2.2. Résultats : comparaison des méthodes globale et locale	33
3. Utilisation de l'analyse de sensibilité pour l'estimation des paramètres des modèles	45
3.1. Fonctions objectifs	46
3.2. Algorithme de calage	48
3.3. Résultats	48
Conclusion	55
III Projet de recherche	57
1. Modélisation hydrodynamique	59
2. Modèles de transport	65
3. Acquisition et traitement de données pour l'utilisation et la validation des modèles	69
Références personnelles et bibliographie	75

Annexes	83
A. Résolution numérique des équations de Saint-Venant et en sensibilité	85
B. Equations en sensibilité pour les solutions discontinues	91
C. Rupture de barrage : solution analytique	95
D. Acquisition de données par télédétection	99
D.1. Détection et caractérisation de parcelles de vignes sur des images à très haute résolution spatiale	99
D.2. Suivi du stress hydrique des plantes méditerranéennes	100
D.3. Dynamique de crue dans le Delta Intérieur du Niger (DIN)	100
D.4. Bathymétrie par télédétection	101
E. Méthodes numériques et couplages	103
E.1. Couplage 1D/2D	103
E.2. Modélisation LBM et couplage avec un milieu granulaire	103
F. Cinq publications significatives	105
F.1. C. Delenne, P. Finaud-Guyot, V. Guinot and B. Cappelaere. Sensitivity of the 1D shallow water equations with source terms : solution method for discontinuous flows. <i>International Journal for Numerical Methods in Fluids</i> , 67 : 981-1003, 2011. 107	
F.2. C. Delenne and V. Guinot. Auxiliary Variable-based Balancing (AVB) for source term treatment in open channel simulations. <i>Advances in Water Resources</i> , 44 :85–100, 2012.	131
F.3. V. Guinot and C. Delenne. MUSCL schemes for the shallow water sensitivity equations with passive scalar transport. <i>Computers and Fluids</i> , 59 :11–30, 2012. . 148	
F.4. P. Finaud-Guyot, C. Delenne, J. Lhomme, V. Guinot, and C. Llovel. An approximate- state Riemann solver for the two-dimensionnal shallow water equations with po- rosity. <i>International Journal for Numerical Methods in Fluids</i> , 62 :1299–1331, 2010.	169
F.5. C. Delenne, S. Durrieu, G. Rabatel, and M. Deshayes. From pixel to vine parcel : a complete me- thodology for vineyard delineation and characterization using remote-sensing data. <i>Computers and Electronics in Agriculture</i> , 70(1) :78–83, 2010.203	

Avant-propos

Conformément aux recommandations de l'école doctorale SIBAGHE (Systèmes Intégrés en Biologie, Agronomie, Géosciences, Hydrosociences, Environnement) ED 477, ce mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches est structuré en 3 parties principales :

- ▷ Le Curriculum Vitae détaillé (Partie I page 7) présente mon parcours et mon engagement dans les responsabilités administratives tant au niveau de la recherche que de l'enseignement. J'y donne une description rapide de mes activités d'enseignement ainsi que de mes collaborations scientifiques et industrielles, en particulier à travers la liste des projets auxquels je participe ou ai participé.
- ▷ J'ai choisi de consacrer le document scientifique (Partie II page 17) à mes travaux relatifs à **l'analyse de sensibilité locale dans les modèles hydrodynamiques**, qui constituent une majorité de mes activités actuelles de recherche. La sensibilité des modèles aux paramètres est utilisée dans le cadre d'une analyse d'incertitude et pour mieux appréhender l'estimation des paramètres en définissant la précision nécessaire et les zones les plus pertinentes pour réaliser les mesures.
- ▷ Enfin, la troisième partie, page 57, présente mon projet de recherche. Il s'agit d'une part, de la mise en pratique à court terme des méthodologies développées dans le cadre d'applications à des études réelles. D'autre part, j'envisage de travailler sur la modélisation du transport dans les modèles hydrodynamiques et l'acquisition de données pour la paramétrisation et la validation des modèles, que ce soit par l'expérience ou par télédétection.

Les cinq publications les plus significatives sont jointes en Annexe F page 105. Les autres pourront être fournies sur demande.

PARTIE I

Curriculum Vitae détaillé

Carrière et responsabilités administratives

Carole DELENNE

Née le 17 novembre 1980 à Nîmes.

Université Montpellier 2

CCMSE, place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier Cedex 5

carole.delenne@univ-montp2.fr 04.67.14.90.24

Déroulement de carrière

Fonctions actuelles :

Maître de Conférences, classe normale (depuis le 1er septembre 2008), section CNU 60.

Titulaire de la Prime d'Excellence Scientifique depuis 2013.

Enseignement : Polytech'Montpellier

Département Sciences et Technologies de l'Eau.

Département Eau et Génie Civil : responsable pédagogique depuis sa création en 2012.

Recherche : UMR HydroSciences Montpellier (CNRS - IRD - UM1 - UM2), Axe 2.

Coordinatrice de l'atelier « Modélisation hydrodynamique et couplages » (MHC) pour le quadriennal 2011-2014. Membre de l'équipe « Etude multi-échelle pour le Transfert en milieux Hétérogènes » dans le prochain quinquennal.

Parcours :

09/2007-08/2008 : ATER complet, UMR HSM / Polytech'Montpellier.

01-03/2007 : Ingénieur, Cemagref (IRSTEA) UMR TETIS, Montpellier.

12/2003-11/2006 : Doctorant, ENGREF, UMR TETIS, Montpellier.

“Extraction et caractérisation des vignes à partir de données de télédétection à très haute résolution”

08-11/2003 : Ingénieur, Transiciel Technologie (CapGemini), Toulouse.

Formation :

06/2003 : Diplômes d'ingénieur INSA, département Génie Mathématique et Modélisation et de DEA en Mathématiques Appliquées

02-07/2003 : Stage de DEA / INSA 5ième Année, Airbus France, Toulouse.

“Interpolation de résultats d'optimisation structurale”

06-08/2002 : Stage INSA 4ième année, ONERA, Toulouse.

“Calcul de couche limite décollée pour un fluide compressible”

Responsabilités administratives et collectives

Les deux sections suivantes donnent mes principales responsabilités en terme d'enseignement et de recherche.

L'une d'elle concerne les deux aspects puisqu'en 2010, j'ai été membre du Jury de recrutement du poste de Maître de Conférences N°0700 pour l'Université d'Orléans et l'UMR 6113 ISTO.

En enseignement :

J'effectue la plupart de mes enseignements dans la formation Polytech'STE (Sciences et Technologies de l'Eau), où je suis actuellement **responsable des matières** de *Remise à niveau en mathématiques*, *Mathématiques pour l'ingénieur* et *Travaux pratiques d'hydraulique*. Depuis 2012, j'interviens également dans la nouvelle formation, Eau et Génie Civil (EGC) qui forme des ingénieurs par apprentissage. J'y suis responsable du premier module de *Mathématiques* et des *Projets Transversaux Eau et Génie-Civil*. En tant que **responsable pédagogique** de la formation, je suis plus particulièrement chargée du suivi des apprentis ainsi que des interactions apprentis/entreprise/école à travers le carnet de l'apprenti CFA-Clé.

Depuis mon arrivée à Polytech'Montpellier, je me suis investie dans les actions de l'école telles que les Journées Portes Ouvertes ou la participation aux forums d'étudiants. Je participe chaque année aux entretiens de recrutement des étudiants de Polytech toutes disciplines confondues. Les formations par apprentissage ayant un processus de recrutement des étudiants indépendant de celui du réseau Polytech, nous avons décidé en EGC de recruter sur dossier, concours écrit (Mathématiques, Français, Anglais) et entretien de motivation. J'ai donc participé à la conception des sujets de concours (en particulier celui de mathématiques) et j'interviens chaque année dans la sélection des dossiers, la correction des copies et les jurys d'entretien.

En recherche :

Deux ans après mon arrivée à Hydrosiences, j'ai été **coordinatrice de l'atelier "Modélisation hydrodynamique et couplages"** (environ 10 personnes issues des 4 axes de recherche d'HSM), créé lors du quadriennal 2007-2010. J'ai à ce titre été **membre du conseil scientifique HSM** pour le quadriennal 2011-2014.

Je suis **élue au conseil de laboratoire HSM** pour ce même quadriennal.

Depuis 2013, je suis **élue au conseil scientifique de l'Université Montpellier 2** dans le collège S4 (Maîtres de Conférences sans HDR).

Collaborations scientifiques et industrielles

Collaborations scientifiques et participation à des projets de recherche

Depuis sa création en 2010, je suis membre du comité d'organisation du **réseau MiDi** (réseau de recherche sur les milieux divisés) : organisation de séminaires, journées scientifiques, sorties terrains... Je suis également responsable de son site internet www.reseau-midi.org.

Je fais partie des collaborateurs de la nouvelle **équipe INRIA LEMON** (Littoral Environnement : MOdels and Numerics), constituée en 2014 par A. Rousseau.

Je suis membre du **Groupement d'Intérêt Scientifique HED2** (Hydraulique pour l'Environnement et le Développement Durable).

Par ailleurs, mes travaux de recherche m'ont amenée à développer des collaborations, en particulier à travers les projets de recherche suivants :

- ▷ **2008 - 2009.** « HydroDIN : Hydrodynamique du Delta Interieur du Niger ». Projet IFR ILEE, porté par G. Belaud (UMR G-EAU). Dans ce projet j'ai développé une méthode de détection de la dynamique des surfaces en eau sur des images satellites, appliquée au cas du fleuve Niger dans le cadre d'un stage de Master 2 [M2.3] (voir Annexe D.3).
- ▷ **2008-2009.** « Simulation des changements climatiques et anthropiques sur le bassin versant du Bani en Afrique de l'Ouest ». Projet interne HSM, porté par D. Ruelland. Ce projet à conduit à la publication sur l'utilisation des fonctions objectif de type formulation faible dans le calage des modèles hydrologiques [Ra7].
- ▷ **2009 - 2010.** « GERIMU : Gestion des risques d'inondation en milieu urbain ». Projet Région L-R, porté par P. Debar (CEREG Ingénierie). L'objectif était de développer un outil de calcul permettant de caractériser le risque pluvial, en termes de hauteur d'eau et de vitesse d'écoulement en milieu urbain, consécutivement à des pluies exceptionnelles. Une suite à ce projet sera prochainement soumise pour un financement par la région Languedoc-Roussillon.
- ▷ **2010.** « Modélisation de l'hydrodynamique non Darcienne et du transport dispersif dans les filtres à zéolites ». Projet interne HSM, porté par S. Majdalani. Encadrement du stage de V. Taver [M1.5].
- ▷ **2010.** « Modélisation de la dynamique des contaminants dans les lagunages ». Ce projet interne HSM, que j'ai coordonné, a été l'occasion de débiter les travaux sur l'utilisation de l'analyse de sensibilité locale pour le calage des modèles. Les premiers résultats obtenus lors du stage de B. Delmotte [M1.4] on ensuite été améliorés et publiés [Ci4, Rs1].
- ▷ **2010.** « Estimation spatialisée de l'évapotranspiration : Pilotage d'un modèle hydrologique par télédétection spatiale ». Projet du Conseil Scientifique UM2, porté par J. Demarty (HSM, IRD). Dans ce projet, j'ai plus particulièrement participé à l'encadrement d'un stage [M1.3] sur la comparaison de méthodes d'analyse de sensibilité.

- ▷ **2011.** « Modélisation de l'hydraulique à surface libre par des méthodes de type meshless ». Ce projet interne HSM, que j'ai coordonné, a permis d'initier des collaborations avec l'équipe Physique et Mécanique des Milieux Granulaires du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil de Montpellier. Lors du stage de L. Amarsid [M2.2], nous avons programmé une méthode couplée pour la modélisation des écoulements mixtes fluide/grains (voir Annexe E.2). Les premiers résultats ont été présentés dans [Cia1, Cn3]; l'étude de l'effet de l'effondrement d'une colonne de grain sur la génération d'ondes de surface fait l'objet d'une publication en cours de rédaction.
- ▷ **2014.** « Apport de l'imagerie à haute résolution spatiale à l'hydrologie urbaine : reconstitution du réseau de collecteurs enterrés à partir d'ouvrages de surface télédétections ». Il s'agit tout d'abord d'un projet du Programme National de recherche en Télédétection Spatiale (PNTS) co-porté avec N. Chahinian (voir projet de recherche) en collaboration avec l'UMR LISAH (J.S. Bailly) et l'UMR E&E à Nantes (F. Rodriguez et K. Chancibault). Les financements de stages n'étant pas éligibles au PNTS, nous avons également soumis un projet interne HSM qui a permis l'encadrement d'un stage de M2 [M2.1] et de deux stages de M1 [M1.1, M1.2] en traitement d'image. Un projet de fin d'étude Polytech'STE sera également encadré sur l'analyse d'incertitude des modèles de réseaux d'assainissement pour déterminer l'effet de la méconnaissance des caractéristiques du réseau sur l'évaluation de la quantité d'apport en eaux usées à la station d'épuration. Ce projet contient donc plusieurs volets intégrateurs de la diversité de mes travaux de recherche.

Organisation de séminaires

- ▷ J'ai été membre du comité d'organisation du congrès international **Modeling Granular Media Across Scales (MGMAS-2014)**, co-organisé par le Réseau MiDi et le Massachusetts Institute of Technology.
- ▷ Depuis juin 2014, je suis également identifiée comme co-organisatrice HSM du **séminaire MATHEO**. Il s'agit d'un séminaire mensuel à l'échelle de l'Institut Montpelliérain de l'Eau et de l'Environnement (IM2E), dont l'objectif est de présenter des démarches mathématiques de modélisation qui peuvent être appliquées à l'objet « eau » dans toutes ses dimensions.

Collaborations industrielles

Depuis mon recrutement à HSM je collabore avec la société CEREG Ingénierie sur plusieurs aspects :

- ▷ Développements de modules de calcul intégrés dans le logiciel SW2D.
- ▷ Participation au projet de recherche GERIMU.
- ▷ Co-encadrement de projets de fin d'étude Polytech (environ 1 à 2 par an).

J'ai également collaboré avec l'entreprise SIEE du groupe Ginger qui a financé la thèse CIFRE de P. Finaud-Guyot [Th1].

Enseignant / Chercheur

Activités d'enseignements

Les principaux enseignements que j'ai réalisés depuis mon recrutement à Polytech'Montpellier en tant qu'ATER sont donnés dans les tableaux suivants où les enseignements en gras sont ceux dont je suis responsable (je suis également responsable de l'enseignement remise à niveau en mathématiques STE3, dispensé par un vacataire) :

Enseignements actuels :

Niveau	Matière	Volume (eqTD)
STE3	Méthodes Mathématiques pour l'Ingénieur	40 h
EGC3	Mathématiques 1	37.5 h
STE4	TP Hydraulique	60 h
STE4	Transitoires Hydrauliques	27 h
STE5	Outils de l'ingénieur (modélisation 2D)	6 h

Enseignements passés :

Niveau	Matière	Volume (eqTD)
STE3	Méthodes numériques de base	40 h
STE3/MI3	Mécanique des fluides	19.5 h
STE3/EGC3	Informatique	12 à 50 h
STE3	TP Hydraulique et Mécanique des fluides	30 h
STE4	Hydraulique des réseaux	18 h
STE4	Hydraulique numérique	21 h
STE5	Outils de l'ingénieur (réseaux d'AEP)	12 h

Mes activités d'enseignement ont fortement évolué au cours des années pour plusieurs raisons : *i)* re-répartition des enseignements suite à un recrutement en 2010 ; *ii)* modification du contour des matières due à une réduction globale du nombre « d'heures étudiants » et à une volonté d'introduire de nouveaux concepts (tels que la modélisation hydraulique en deux dimensions) ; *iii)* création de la formation EGC en 2012 ; *iv)* reprise de l'enseignement des mathématiques en 2013, etc. De ce fait, je peux facilement échanger une partie de mes enseignements avec certains de mes collègues (en particulier V. Guinot, S. Majdalani et F.N. Cres) et nous sommes identifiés auprès des étudiants comme polyvalents et « interchangeables » sur de nombreux sujets.

Mes enseignements peuvent être regroupés en deux catégories : d'une part les mathématiques et méthodes numériques pour l'ingénieur et d'autre part l'hydraulique et la mécanique des fluides.

Mathématiques et méthodes numériques. J'ai dispensé pendant 4 ans le cours de *Méthodes numériques de base* [R5] de STE3 dont le contenu a été intégré l'année dernière dans celui de *Méthodes Mathématiques pour l'Ingénieur* [R1] dont je suis devenue responsable. Par ailleurs 12h de TD en ont été extrait pour réaliser une *Remise à Niveau en Mathématiques*¹ [R3] (dispensée par un vacataire). La matière MMI, représente 10h30 de cours et 24h de TD².

Depuis sa création en 2012, j'ai naturellement pris en charge la matière *Math. 1* [R2] de la formation EGC, qui reprend de façons plus approfondie la remise à niveau de STE3 et une partie de l'enseignement de MMI.

Dans ce domaine, je réalise également les Travaux Dirigés de l'enseignement de *Méthodes Numériques pour l'Hydraulique* en STE4 (remodelé l'an dernier en Transitoires Hydrauliques). Cette matière contient l'enseignement de la modélisation des écoulements transitoires à surface libre et en conduite (onde cinématique, onde diffusante, coup de bélier...) et des schémas numériques utilisés pour les résoudre (différences finies...). Elle est également l'occasion de sensibiliser les étudiants au fait de garder un oeil critique sur les résultats de modélisation.

Enfin, je participe plus ponctuellement aux enseignements d'informatique.

Hydraulique et mécanique des fluides. Je suis responsable des *TP d'hydraulique* STE4, qui consistent en cinq TP d'une journée chacun, réalisés par groupe de 3 étudiants, et qui permettent d'approfondir les notions

- ▷ d'hydraulique souterraine (loi de Darcy en milieu saturé, relation conductivité-teneur en eau en non saturé),
- ▷ d'hydraulique à surface libre (calcul de ligne d'eau, mesure de débit par canal Venturi, détermination et validation de lois de frottement dans les canaux à surface libre, ligne d'eau et champ de pression dans une maquette d'évacuateur de crue)
- ▷ d'hydraulique en conduite (lois de pertes de charge régulières et singulières).

J'ai également dispensé les TP d'hydraulique de STE3 pendant quelques années ainsi que les *TD de mécanique des fluides* (ceux-ci également dans le département Mécanique et Interactions pendant deux ans).

J'ai dispensé pendant plusieurs années les TD de *Réseaux d'Adduction d'Eau Potable* en STE4 ainsi qu'un module de *Modélisation de réseau d'AEP* en STE5. Celui-ci a été intégré à l'enseignement de quatrième année pour permettre la création d'un enseignement d'initiation à la modélisation hydrodynamique à deux dimensions (*Outils Avancés en Hydraulique-2D*) en STE5.

Depuis 2009, je dispense un cours de 12h sur les bases des réseaux d'adduction d'eau potable au Conservatoire National des Arts et Métiers, environ un an sur deux [R4]. Depuis 2011, j'interviens au département Génie Civil de l'IUT de Nîmes pour l'enseignement des TD d'hydraulique.

Enfin, la matière *Transitoires Hydrauliques* citée plus haut, peut être identifiée comme étant à l'interface entre les aspects hydrauliques et méthodes numériques ; elle est enseignée environ un an sur deux en anglais.

1. La remise à niveau reprend sous forme de TD les parties des programmes pré-bac indispensables au déroulement des matières techniques : éléments de géométrie, systèmes de coordonnées, trigonométrie, vecteurs, dérivation, intégration, limites, équations différentielles ordinaires...

2. A l'issue de la matière MMI, l'étudiant doit pouvoir : représenter des mesures et leurs incertitudes ; dériver et intégrer analytiquement les fonctions classiques ; utiliser la méthode de séparation des variables pour la résolution des équations différentielles ordinaires du 1er ordre ; dériver et intégrer numériquement des fonctions quelconques ; réaliser un développement limité d'une fonction ; dériver des vecteurs et des fonctions de plusieurs variables ; résoudre numériquement des équations et systèmes d'équations non linéaires ; résoudre numériquement des équations différentielles non linéaires ; effectuer des opérations matricielles de base.

Je réalise en outre un certain nombre d'enseignements non présentiels :

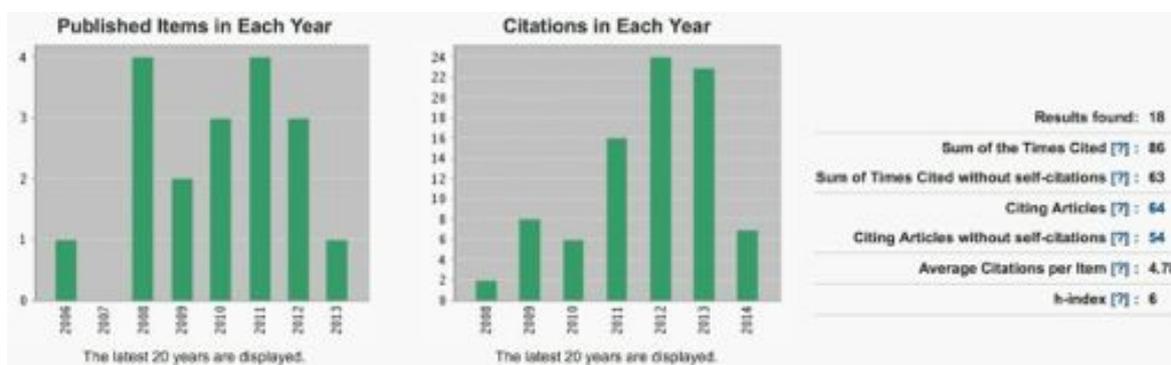
- ▷ Tutorat de 2 à 3 stages de quatrième et cinquième année par an.
- ▷ Encadrement de un à quatre projet(s) d'ingénierie mathématique par an.
- ▷ Encadrement de 1 à 3 projet(s) de fin d'étude par an.
- ▷ Tutrice de 1 à 2 apprentis EGC par an.
- ▷ Organisation et encadrement des projets transversaux Eau et Génie Civil³.

Activités de recherche en terme de publications

Comme expliqué dans l'avant-propos, le document scientifique est consacré à mes travaux sur l'analyse de sensibilité dans les modèles hydrodynamiques et son application à l'analyse d'incertitude et au calage des modèles. Les Annexes D et E présentent mes autres activités principales, avec en particulier la **téledétection** et les **méthodes numériques** pour la modélisation.

Cinq publications significatives sont fournies en Annexe F ; elles sont choisies de manière à représenter la diversité de mes travaux et ne sont donc pas redondantes avec le corps de ce document.

La figure suivante est une capture d'écran du « citation report » de Web Of Sciences :



Le Tableau ci-dessous donne le nombre de communications par type (sauf rapports et encadrement). La liste détaillée des publications ainsi que des encadrements de stagiaires se trouve en page 75. Les articles de rang A sont listés ci-après.

Type	Total (dont 1er auteur)
Articles soumis ou sous presse	Rs 5 (1)
Articles de revues référencées ISI	Ra 16 (8)
Articles de revues non référencées	Rb 1 (1)
Chapitre d'ouvrage	O 2 (1)
Conférences internationales avec actes	Cia 15 (8)
Conférences internationales sans actes	Ci 6 (2)
Conférences nationales	Cn 4 (2)

Les 14 articles de rang A, *i.e.* publiés dans les revues dont le facteur d'impact (IF) est supérieur à un, sont les suivants (IF5 : 5-years impact factor) :

1. [Ra2] Delenne et al. 2012, *Reliability Engineering & System Safety*, IF=2.048, IF5=2.593

3. Dans cette matière, les étudiants, par groupe de 3, sont mis en situation d'un bureau d'étude qui doit réaliser une étude d'adduction d'eau potable. Des données topographiques et démographiques sont fournies, ainsi que des données de qualité de l'eau pour une ou plusieurs sources. Dans chacun des cas, le scénario envisagé (e.g. mise en place de l'alimentation en eau d'un village, croissance démographique importante, création d'un village de vacances. . .) implique le choix d'une nouvelle source, la construction d'un réservoir, le dimensionnement d'une pompe et de la conduite d'adduction de la station de captage au réservoir.

2. [Ra3] Delenne et Guinot 2012, *Advances in Water Resources*, IF=2.780, IF5=3.534
3. [Ra4] Guinot et Delenne 2012, *Computers and Fluids*, IF=1.532, IF5=1.895
4. [Ra5] Delenne et al. 2011, *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, IF=1.329, IF5=1.345
5. [Ra7] Guinot et al. 2011, *Journal of Hydrology*, IF=2.693, IF5=3.678
6. [Ra6] Finaud-Guyot et al. 2011, *Comptes Rendus Mécanique*, IF=1.052, IF5=0.972
7. [Ra9] Finaud-Guyot et al. 2010, *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, IF=1.329, IF5=1.345
8. [Ra10] Delenne et al. 2010, *Computers and Electronics in Agriculture*, IF=1.486, IF5=2.066
9. [Ra11] Guinot et al. 2009, *Journal of Hydraulic Research*, IF=1.347, IF5=1.406
10. [Ra12] Guinot et al. 2009, *Advances in Water Resources*, IF=2.780, IF5=3.534
11. [Ra13] Delenne et al. 2008, *Comptes Rendus Mécanique*, IF=1.052, IF5=0.972
12. [Ra14] Rabatel et al. 2008, *Computers and Electronics in Agriculture*, IF=1.486, IF5=2.066
13. [Ra15] Delenne et al. 2008, *Geosciences and Remote Sensing Letters*, IF=1.806, IF5=1.906
14. [Ra16] Delenne et al. 2008, *International Journal of Remote Sensing*, IF=1.359, IF5=1.720

Revue pour des journaux à comité de lecture

Je suis « reviewer » pour

- ▷ *International Journal of Remote-Sensing*,
- ▷ *Journal of Hydraulic Research*,
- ▷ *Journal of hydroinformatics*,
- ▷ *Reliability Engineering and System Safety*,
- ▷ *Spanish Journal of Agricultural Research*.

Encadrement doctoral

Thèse. J'ai co-encadré la thèse de Pascal-Finaud Guyot (2007-2009) [Th1] : « Modélisation macroscopique des inondations fluviales et urbaines : prise en compte des écoulements directionnels et des échanges lit mineur - lit majeur ». Thèse de doctorat, Univ. Montpellier 2, 2009. Directeur de thèse : V. Guinot.

3 articles de rang A ont été publiés avec P. Finaud-Guyot [Ra6, Ra5, Ra9], actuellement maître de conférences à l'ENGEES de Strasbourg.

Stagiaires niveau M2. J'ai co-encadré cinq stages de niveau Master 2 : O. Bartoli [M2.1], L. Amarsid [M2.2], A. Oleksiak [M2.3], J. Berthelomeau [M2.4] et O. Bardou [M2.5] (voir titres dans la partie Références, page 75).

Un article est en cours de rédaction avec L. Amarsid, actuellement en thèse à l'IRSN.

Stagiaires niveau M1 : J'ai co-encadré 7 stages de niveau M1 : T Désert [M1.2]; M. Promé [M1.1], S. Laulin [M1.3], B. Delmotte [M1.4], R. Granzotto [M1.6], V. Taver [M1.5] et F. Magda [M1.7].

Un article a été soumis à *Water Science and Technology*, avec B. Delmotte [Rs1], actuellement en thèse à l'IMFS.

Projets de fin d'étude : dans le cadre de mes enseignements, j'encadre (ou co-encadre) un à trois projets de fin d'études Polytech'STE par an (soit 14 au total). Il s'agit de projet de niveau bac+5, sur deux mois environ, qui permettent aux étudiants ingénieurs d'obtenir une expérience de recherche. Deux d'entre eux ont conduit à des résultats présentés lors de congrès : celui de de J. Damis [Ci5] en 2008 et celui de T. Feret [Cia7] en 2010.

PARTIE II

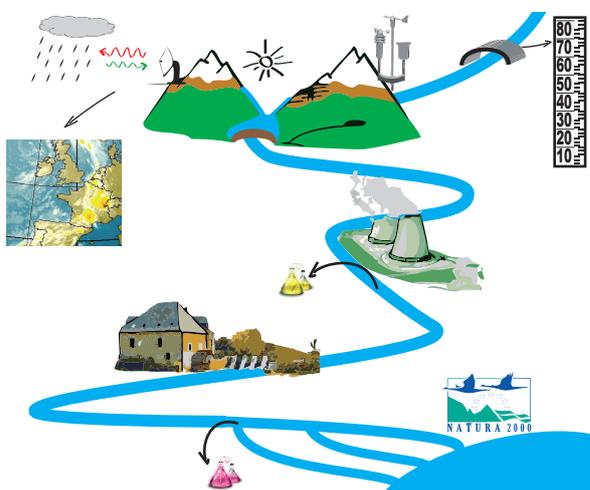
Document scientifique

Propagation de la sensibilité dans les modèles hydrodynamiques

Analyse d'incertitude et estimation des paramètres

Introduction

La modélisation de phénomènes réels est généralement entachée d'erreurs qui proviennent des multiples approximations faites à chaque étape de la construction et de l'application des modèles. En effet, un modèle mathématique est une représentation simplifiée d'un problème physique, qui utilise des équations résolues de façon approximative par des méthodes numériques. Il requiert des variables d'entrée qui doivent être mesurées ou estimées ainsi que des paramètres à caler. Les processus complexes, qui ne peuvent pas être tous représentés de façon précise, sont pris en compte de manière synthétique, à travers des paramètres globaux.



Des modèles mathématiques et numériques sont développés pour la prédiction des écoulements hydrodynamiques à partir d'un état initial et de l'application de conditions aux limites. Les données nécessaires pour l'utilisation de ces modèles sont de différents types : il peut s'agir de débits d'entrée dans le système, de hauteurs d'eau ou courbes de tarage, mais également de la topographie précise de la zone d'étude... Les moyens de mesure sont également très variés. Le plus couramment utilisé, mais également le plus coûteux, consiste à effectuer des relevés sur le terrain. L'inconvénient principal est que ces mesures sont forcément ponctuelles en temps et en espace, et des interpolations sont nécessaires pour estimer les variables d'entrée sur toute la zone d'étude.

Des appareils de mesures en continu peuvent également être installés, mais là aussi, les contraintes matérielles empêchent d'instrumenter toute une zone d'étude. Or, on sait que les phénomènes pluvieux, en particulier dans le sud de la France, sont souvent très rapides et fortement localisés dans l'espace (épisodes cévenols entraînant des crues éclair). Dans certains cas, l'utilisation de données acquises à distance, e.g. par détection RADAR pour la pluviométrie, peut permettre de s'affranchir d'un déplacement sur le terrain à des moments où celui-ci devient difficilement accessible, voire dangereux.

Une fois les modèles définis, la plus grande difficulté rencontrée pour une application pratique sur système réel concerne donc l'acquisition de données précises. De tous les points de vue, les incertitudes de mesures sont considérables :

- ▷ géométrie du système : jusqu'à quelle précision doit-on connaître la topographie du lit d'une rivière, des rues d'une zone urbaine... pour estimer le risque d'inondation d'un point sensible ?
- ▷ Etat initial : les niveaux d'eau initiaux peuvent être prépondérants sur la réponse du système à une crue. C'est le cas en particulier dans les systèmes karstiques qui jouent un rôle tampon important ou lors d'une crue urbaine, lorsque le réseau de collecteurs est saturé.
- ▷ Limites : la définition des conditions à imposer aux limites du modèle est souvent une opération très délicate, surtout en deux dimensions d'espace. Il est donc important de définir les limites du domaines de façon à minimiser l'effet de la condition choisie sur le

résultat du modèle, par exemple en les plaçant à l'aval d'une singularité (telle qu'un seuil hydraulique).

- ▷ Termes sources : l'estimation des apports et pertes d'eau dans le domaine est tout aussi difficile (mesure des pluies, infiltration, stockage dans les sous-sol. . .).

Afin d'assurer la maîtrise des risques liés aux événements pluvieux, la connaissance de l'impact de ces erreurs de mesures sur l'estimation des niveaux d'eau ou de débit dans les zones sensibles est primordiale pour les gestionnaires des collectivités territoriales. A quoi bon mesurer avec précision un débit de crue sur une station de mesure si l'on ne connaît pas la topographie des lits mineur et majeur de la rivière en aval? Une grande part de mes recherches concerne donc l'utilisation de la sensibilité pour l'analyse d'incertitude et l'estimation des paramètres des modèles.

L'estimation de la sensibilité du résultat d'un modèle numérique aux différents paramètres est donc une étape clé dans l'analyse de performance des modèles. Selon Saltelli et al. [1], l'analyse de sensibilité devrait être considérée comme un prérequis pour la construction et l'exploitation des modèles, quelle que soit la discipline scientifique. Dans les modèles hydrodynamiques, l'analyse de sensibilité peut être utilisée pour déterminer comment la réponse du modèle en un point donné, est affectée par un changement dans la topographie, les conditions initiale ou aux limites, ou à n'importe quel autre paramètre tel que les coefficients de frottement, diffusion ou dégradation (souvent inaccessibles par des mesures directes). Elle permet également d'estimer l'étendue de l'influence d'une perturbation localisée. L'objectif à terme de ces recherches est de fournir aux ingénieurs, utilisateurs des modèles, non seulement les résultats de la modélisation hydrodynamique, mais également des indications sur les emplacements optimaux d'appareils de mesure et sur les endroits où il est important d'affiner la description géométrique ou hydraulique du domaine, pour une meilleure précision des résultats.

En particulier, la sensibilité peut être utilisée 1) directement pour hiérarchiser l'importance des paramètres et des mesures à effectuer, 2) dans le cadre d'études de scénarios, comme approximation à l'ordre 1 d'une analyse d'incertitude, ou 3) dans un processus d'estimation automatique des paramètres. Ces trois aspects sont présentés dans les chapitres suivants.

Une activité de recherche, que je poursuis depuis ma thèse en parallèle à la modélisation hydrodynamique, est particulièrement intéressante pour pallier à la difficulté de réaliser des mesures sur le terrain : il s'agit de la télédétection. Celle-ci permet l'acquisition de données à distance, à grande échelle spatiale et temporelle et à faible coût (en comparaison de la mobilisation de personnel sur le terrain). Je ne détaillerai pas mes travaux réalisés dans ce domaine dans le document scientifique, mais il sont succinctement décrits dans l'Annexe D. De plus, l'utilisation de la télédétection pour l'acquisition de données nécessaires à l'application et au calage des modèles est une partie intégrante de mon projet de recherche.

En outre, la résolution des équations de l'hydrodynamique et en sensibilité m'a naturellement conduit à m'intéresser aux méthodes numériques et aux modèles couplés (1D/2D, interactions fluide/milieu granulaire...). Les recherches sur les schémas numériques étant très techniques, j'ai choisi de ne pas les détailler dans le document scientifique mais de fournir en fin de ce mémoire les publications les plus significatives sur ce sujet [Ra3, Ra4, Ra9].

Analyse de sensibilité locale

On s'intéresse ici plus particulièrement à la modélisation hydrodynamique à surface libre, basée sur les équations "Shallow Water" (eaux peu profondes) ou équations de Saint-Venant. Pour plus de simplicité, on se limite dans ce document aux équations uni-dimensionnelles. Celles-ci forment un système hyperbolique de lois de conservations qui peut être écrit sous forme vectorielle :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{S} \quad (1.1a)$$

$$\mathbf{U}(x, 0) = \mathbf{U}_0(x) \quad (1.1b)$$

$$\mathbf{U}(x_b, t) = \mathbf{U}_b(t) \quad (1.1c)$$

où \mathbf{U} est le vecteur de la variable conservée, \mathbf{F} le vecteur flux et \mathbf{S} le terme source. $\mathbf{U}_0(x)$ et $\mathbf{U}_b(t)$ représentent respectivement la condition initiale et les conditions aux limites. On présente ici les équations de Saint-Venant avec transport scalaire et dégradation, qui seront utilisées dans les exemples de ce document. Dans ce cas \mathbf{U} , \mathbf{F} et \mathbf{S} sont définis par :

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} h \\ q \\ m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h \\ hu \\ hC \end{pmatrix}; \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} q \\ \frac{q^2}{h} + \frac{1}{2}gh^2 \\ \frac{qm}{h} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ gh(S_0 - S_f) \\ -km \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

où g (m s^{-2}) est la constante d'accélération gravitationnelle, h (m) est la profondeur de l'eau, q ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$) le débit unitaire, $S_0 = -\partial z_b / \partial x$ (m/m) la pente du fond (avec z_b la cote du fond) et S_f (m/m) la pente de frottement. Dans la suite, on considère que S_f suit une loi classique de Manning-Strickler sous l'hypothèse de canal large :

$$S_f = q |q| n_M^2 h^{-10/3} \quad (1.3)$$

où n_M est le coefficient de frottement de Manning (inverse du coefficient de Strickler K_S).

La troisième ligne de (1.2) contient l'équation de transport/dégradation où m est la quantité transportée (par exemple une masse de polluant), C sa concentration et k le coefficient de dégradation.

La sensibilité \mathbf{s} du résultat d'un modèle (variable \mathbf{U}) par rapport à un paramètre ψ est définie mathématiquement comme la dérivée partielle de \mathbf{U} par rapport à ψ :

$$\mathbf{s} \equiv \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \psi} \quad (1.4)$$

Celle-ci peut être calculée par une approche discrète ou continue. Dans l'approche discrète, les équations du modèle sont tout d'abord résolues numériquement et le résultat est ensuite dérivé

par rapport au paramètre d'intérêt. Par exemple, la méthode empirique classique (différences finies) consiste à calculer deux simulations du modèle avec deux valeurs légèrement différentes pour un paramètre ψ , puis à calculer la différence entre les deux résultats, normalisée par la variation $\tilde{\psi}$ du paramètre :

$$\mathbf{s} \simeq \frac{\mathbf{U}(\psi + \tilde{\psi}) - \mathbf{U}(\psi)}{\tilde{\psi}} \quad (1.5)$$

Cette approche est simple et particulièrement intéressante lorsque les fonctions de transfert entre les entrées et sorties du modèle sont complexes ou ne sont pas connues par l'utilisateur (modèle type « boîte noire »). Au contraire, lorsque les équations du modèle sont connues, elles peuvent être dérivées pour conduire aux équations en sensibilité.

Les deux approches sont basées sur l'hypothèse que les équations du modèle sont continues et dérivables par rapport au paramètre. Or, les systèmes hyperboliques de lois de conservation n'étant pas linéaires, ils peuvent conduire à des solutions discontinues ou non dérivables (apparition de chocs ou d'ondes de raréfaction). Dans la méthode empirique, une discontinuité dans la solution entraîne localement une valeur infinie de la sensibilité. De même, les équations en sensibilité ne peuvent plus s'appliquer au sens strict ; elles doivent être adaptées pour faire apparaître des termes sources au niveau des chocs. La résolution des équations en sensibilité devient alors impossible par les techniques classiques et de nouveaux schémas numériques doivent être développés. Pour ce faire, un terme source supplémentaire sous forme d'une fonction de Dirac peut être introduit au niveau des discontinuités [2]. Cette approche a été proposée pour les systèmes hyperboliques de loi de conservation, et appliquée aux équations de Saint-Venant 1D dans [Ra12, Ra13]. La solution adoptée alors pour la discrétisation du terme source en Dirac n'était pas entièrement satisfaisante dans tous les cas-tests et a été améliorée par la suite [Ra11, Ra5]. Pour faciliter la lecture, la résolution numérique des équations est donnée en Annexe A page 85 et le traitement particulier des solutions discontinues (chocs ou ressauts hydrauliques) en Annexe B page 91.

1.1. Equations en sensibilité du modèle Saint-Venant

Les flux \mathbf{F} et le terme source \mathbf{S} définis dans les équations (1.2) dépendent de la solution \mathbf{U} et de plusieurs paramètres, tels que le coefficient de frottement, la topographie, la condition initiale ou les conditions aux limites. La notation $\mathbf{F}(\mathbf{U}, \psi)$ (resp. $\mathbf{S}(\mathbf{U}, \psi)$) est donc utilisée par la suite, où ψ est l'un des paramètres dont dépendent \mathbf{F} et \mathbf{S} .

L'analyse de sensibilité locale par rapport à un paramètre d'intérêt ψ consiste à étudier l'influence d'une légère variation du paramètre sur la solution du modèle. Les équations en sensibilité sont obtenues en dérivant celles du modèle Saint-Venant (1.1) par rapport au paramètre ψ . Celui-ci est perturbé par une fonction $\tilde{\psi}(x, t)$ définie par $\psi_0 \varepsilon(x, t)$ où ε est la fonction de perturbation, avec $\varepsilon = 0$ dans les régions et aux instants où le paramètre est inchangé et $\varepsilon = 1$ lorsque le paramètre est modifié pour l'étude de sensibilité. Une perturbation sur le paramètre ψ entraîne une perturbation $\tilde{\mathbf{U}}$ de la solution \mathbf{U} de (1.1) :

$$\frac{\partial(\mathbf{U} + \tilde{\mathbf{U}})}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{U} + \tilde{\mathbf{U}}, \psi + \tilde{\psi})}{\partial x} = \mathbf{S}(\mathbf{U} + \tilde{\mathbf{U}}, \psi + \tilde{\psi}) \quad (1.6)$$

La sensibilité \mathbf{s} de \mathbf{U} par rapport à ψ est donnée par :

$$\mathbf{s} \equiv \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \psi} = \lim_{\tilde{\psi} \rightarrow 0} \frac{\tilde{\mathbf{U}}}{\tilde{\psi}} \quad (1.7)$$

Un développement en série de Taylor au premier ordre de l'équation (1.6) selon $\tilde{\psi}$ donne, après soustraction de l'équation (1.1) :

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{U}}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \psi} \tilde{\psi} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}} \tilde{\mathbf{U}} \right) = \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \psi} \tilde{\psi} + \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \mathbf{U}} \tilde{\mathbf{U}} \quad (1.8)$$

En remplaçant les définitions de $\tilde{\psi}$ et de \mathbf{s} dans l'équation précédente, et en simplifiant par ψ_0 , on obtient l'équation aux dérivées partielles sur \mathbf{s} suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}} \mathbf{s} \right) = \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \psi} \varepsilon + \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \mathbf{U}} \mathbf{s} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \psi} \varepsilon \right) \quad (1.9)$$

Cette équation peut être écrite sous la forme :

$$\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x} = \mathbf{Q} \quad (1.10a)$$

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} \eta \\ \theta \\ \mu \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \partial h / \partial \psi \\ \partial q / \partial \psi \\ \partial m / \partial \psi \end{pmatrix} \quad (1.10b)$$

$$\mathbf{G} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}} \mathbf{s} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ c^2 - u^2 & 2u & 0 \\ -uC & C & u \end{pmatrix} \mathbf{s} = \begin{pmatrix} \theta \\ (c^2 - u^2)\eta + 2u\theta \\ -uC\eta + C\theta + u\mu \end{pmatrix} \quad (1.10c)$$

$$\mathbf{Q} = \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \psi} \varepsilon + \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \mathbf{U}} \mathbf{s} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \psi} \varepsilon \right) \quad (1.10d)$$

où $c = (gh)^{1/2}$ est la vitesse de propagation des ondes de surface dans le fluide au repos. Les équations (1.10) sont la forme conservative des équations en sensibilité du modèle Saint-Venant. Dans ces équations, le terme source \mathbf{Q} est le seul qui dépend de la nature du paramètre ψ . Son expression sera donnée dans les sections suivantes en fonction des cas-tests étudiés.

1.2. Résolution numérique

Dans tous les exemples suivants, les équations d'écoulement et en sensibilité sont discrétisées par un schéma aux volumes finis et résolues de façon explicite. Le détail de la méthode de résolution est donné en Annexe A page 85.

Les flux \mathbf{F} et \mathbf{G} sont obtenus par la résolution d'un seul problème de Riemann. En effet, le problème de Riemann en sensibilité ne peut pas être considéré indépendamment de celui de l'écoulement car la matrice jacobienne $\partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{U}$ est utilisée dans la définition de \mathbf{G} (équation 1.10c). Le problème couplé est résolu par un solveur de type HLLC, adapté à la résolution simultanée du problème hydraulique et en sensibilité.

On propose une nouvelle approche permettant de respecter la condition d'équilibre statique, dénommée C -propriété dans [3]. Celle-ci est appelée Auxiliary Variable-based Balancing (AVB) [Ra3]. Elle généralise la proposition de [4] (qui consiste à remplacer les variables conservées h_L et h_R dans le calcul des flux par les cotes de surface libre z_L et z_R) à l'utilisation de variables auxiliaires telles que la force spécifique ou la charge hydraulique (Pour plus de détails sur la méthode AVB, voir l'article [Ra3] en Annexe F page 105).

Le solveur HLLC est également modifié pour prendre en compte la possibilité de présence de discontinuités dans les équations (Annexe B page 91).

La résolution étant explicite, une contrainte de stabilité doit être imposée. Puisque les valeurs propres des matrices Jacobiennes $\partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{U}$ et $\partial \mathbf{G} / \partial \mathbf{s}$ sont les mêmes (voir Annexe A page 85), la contrainte de stabilité sera la même pour les problèmes d'écoulement et de sensibilité. Le pas de temps de calcul maximum admissible Δt_{\max} est tel que le nombre de Courant Friedrich Lax (CFL) associé à la plus rapide des ondes $u - c$ et $u + c$ reste plus petit que 1. La contrainte de stabilité est donc :

$$\Delta t_{\max} = \min_i \frac{\Delta x_i}{|u_i^n| + c_i^n} \quad (1.11)$$

Dans la résolution numérique, le pas de temps est donc estimé à chaque itération, de manière à respecter cette contrainte.

Des schémas d'ordres plus élevés, de type MUSCL, ont également été étudiés et proposés dans [Ra4]. Plusieurs options ont été testées pour l'estimation de la vitesse des ondes et pour l'ordre de discrétisation en temps du solveur ; en particulier, les techniques MUSCL-Hancock, MUSCL-EVR et MUSCL-HLLG. Mais les analyses de convergence, à la fois sur les problèmes continus et discontinus, pour lesquels on dispose de solutions analytiques, ont montré que la discrétisation d'ordre un en temps est presque deux fois plus rapide que l'ordre deux et fournit des solutions en sensibilité plus précises (pour plus de détails voir article [Ra4] complet fourni en Annexe F).

1.3. Résultats : comparaison des méthodes directe et empirique

Pour comparer les méthodes directe et empirique j'ai choisi de présenter ici deux cas-tests unidimensionnels, transitoires et avec discontinuité ainsi qu'un cas bidimensionnel. Les chapitres suivants, sur l'application de la sensibilité à l'analyse d'incertitude et à l'estimation des paramètres, contiennent des cas-tests différents.

Problème de rupture de barrage

Le problème de rupture de barrage est un problème à valeurs initiales dans lequel l'eau est initialement au repos et la profondeur est différente de part et d'autre du barrage. La variable transportée peut également avoir des valeurs différentes de chaque côté du barrage. Il s'agit donc d'un problème de Riemann, défini par :

$$h(x, 0) = \begin{cases} h_L & \text{pour } x < x_0 \\ h_R & \text{pour } x > x_0 \end{cases} \quad (1.12a)$$

$$q(x, 0) = 0 \quad (1.12b)$$

$$m(x, 0) = \begin{cases} m_L & \text{pour } x < x_0 \\ m_R & \text{pour } x > x_0 \end{cases} \quad (1.12c)$$

On peut remarquer que ces conditions ne correspondent pas à des conditions d'équilibre dans le cas où $S_0 \neq 0$, mais elles permettent de calculer une solution analytique en flux et sensibilité (voir Annexe C et articles [Ra13, Ra12]). Le temps caractéristique de la rupture de barrage étant très court, on peut considérer que la variable transportée n'est pas soumise à dégradation (le coefficient k est nul dans le système d'équations 1.1-1.2).

L'analyse de sensibilité est effectuée par rapport à la valeur initiale de hauteur d'eau dans le réservoir : $\psi = h_L$. Le problème en sensibilité s'écrit alors

$$\eta(x, 0) = \begin{cases} 1 & \text{pour } x < x_0 \\ 0 & \text{pour } x > x_0 \end{cases} \quad (1.13a)$$

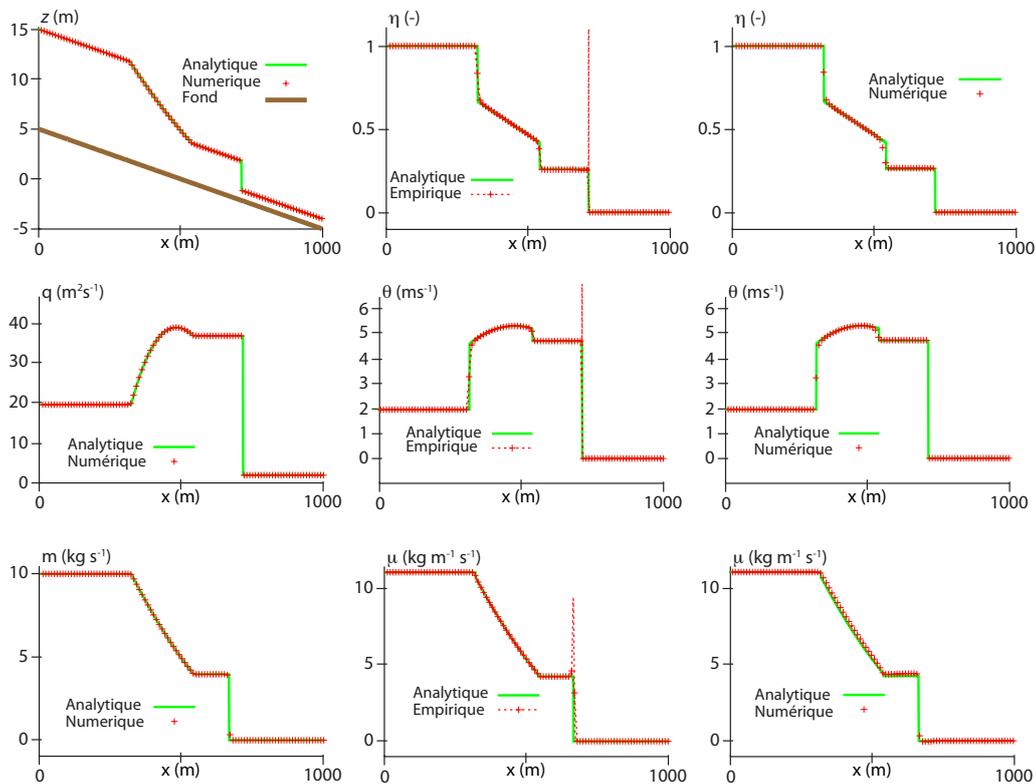
$$\theta(x, 0) = 0 \quad (1.13b)$$

$$\mu(x, 0) = 0 \quad (1.13c)$$

Les solutions, analytique, empirique et numérique, sont tracées dans la Figure 1.1 pour une pente positive, et dans la Figure 1.2 pour une pente négative, avec les paramètres donnés dans le Tableau 1.1.

Symbole	Signification	Valeur
g	Accélération gravitationnelle	9.81 m s^{-2}
L	Longueur du domaine de simulation	1000 m
S_0	Pente du fond	0.01 et -0.01
h_L	Hauteur d'eau à gauche de la discontinuité initiale	10 m
h_R	Hauteur d'eau à droite de la discontinuité initiale	1 m
q_L et q_R	débit unitaire à gauche et à droite de la discontinuité initiale	$0 \text{ m}^2 \text{ s}$
m_L	Valeur initiale de la variable transportée, à gauche de la discontinuité	1 kg s^{-1}
m_R	Valeur initiale de la variable transportée, à droite de la discontinuité	0 kg s^{-1}
x_0	Abscisse de la discontinuité initiale	500 m
η_L	Sensibilité de la hauteur d'eau à gauche de la discontinuité initiale	1 (-)
η_R	Sensibilité de la hauteur d'eau à droite de la discontinuité initiale	0 (-)
θ_L et θ_R	Sensibilité du débit unitaire à gauche et à droite de la discontinuité initiale	0 m s^{-1}
n_M	Coefficient de frottement de Manning	$0. \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$
Δx	Largeur des cellules de calcul	0.1 m
T	Temps de calcul	20 s

TABLE 1.1. – Paramètre du problème de rupture de barrage avec pente du fond.

FIGURE 1.1. – *Problème de rupture de barrage sur une pente positive.* Gauche : solution de l'écoulement, milieu : sensibilité empirique, droite : sensibilité numérique (un point sur 100 est représenté). Les pics atteints par la solution empirique pour η et θ sont respectivement de 175 et 2130.

Lorsque la valeur de la sensibilité est importante, cela signifie que la variable représentée est sensible au paramètre étudié. Par exemple, dans la Figure 1.1, la valeur de $\theta = \partial q / \partial h_L$ pour $x = 0$ est égale à 1.96 ; ce qui signifie qu'une variation de 1 pour h_L entrainera une variation approximative de 1.96 pour q . On peut vérifier en effet que le calcul avec $h_L = 10$ conduit à $q_{x=0} = 19.62$ alors que si $h_L = 11$ on a bien $q_{x=0} = 21.58$. La sensibilité étant calculée localement, cette approximation n'est vraie, en théorie, que pour de faibles variations de h_L ;

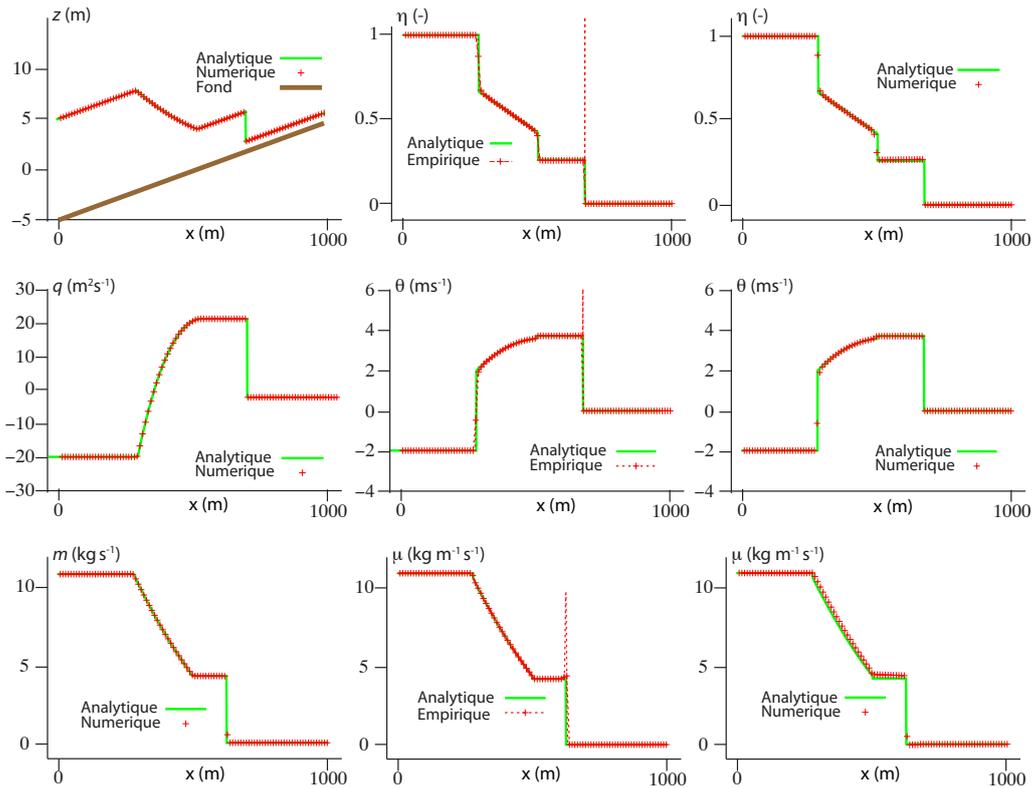


FIGURE 1.2. – **Problème de rupture de barrage sur une pente négative.** Gauche : solution de l'écoulement, milieu : sensibilité empirique, droite : sensibilité numérique (un point sur 100 est représenté). Les pics atteints par la solution empirique pour η et θ sont respectivement de 170 et 1245.

on verra cependant dans le chapitre suivant qu'elle reste valide pour des variations relativement importantes.

Les profils de sensibilité empirique ont été obtenus en utilisant deux valeurs légèrement différentes pour h_L (*i.e.* 10 et 10.01 m). Dans les Figures 1.1 et 1.2 la même échelle a été utilisée pour tracer les résultats empiriques et numériques, mais les profils empiriques présentent des pics artificiels au voisinage du choc qui dépassent largement le maximum de l'échelle. Ceci est dû au fait que la célérité du choc n'est pas tout à fait la même entre les deux simulations, car elle dépend de la valeur de h_L . Ce comportement est éliminé par le solveur présenté en Annexe B grâce à l'introduction du terme source en Dirac au niveau du choc.

Fermeture instantanée d'une vanne

L'objectif de ce cas-test est de montrer l'efficacité de la méthode proposée dans le cas d'un problème à valeurs aux limites en présence d'une solution discontinue. Pour cela, on choisit d'évaluer l'effet de la fermeture d'une vanne sur la variation de hauteur d'eau dans le canal, en fonction du débit initial. On considère le cas simple d'un canal horizontal, sans frottement et dans lequel l'eau s'écoule initialement à un débit constant q_0 avec une hauteur h_0 . Pour simplifier, on ne considère pas la variable transportée.

À $t = 0$, une vanne est fermée au milieu du domaine et le débit passe instantanément de la valeur q_0 à une valeur nulle $q_1 = 0$. Les limites du problème sont donc au centre du domaine, en $x = x_0$, de part et d'autre de la vanne. Un transitoire apparaît de chaque côté de la vanne :

à gauche : une onde de choc, avec élévation de la hauteur d'eau (h_{bL}), se propage vers l'amont à la vitesse c_s ;

à droite : une onde de raréfaction, avec diminution de la hauteur d'eau (h_{bR}) se propage vers l'aval à la vitesse $c = \sqrt{gh_r}$ (où h_r est la hauteur d'eau dans l'onde de raréfaction).

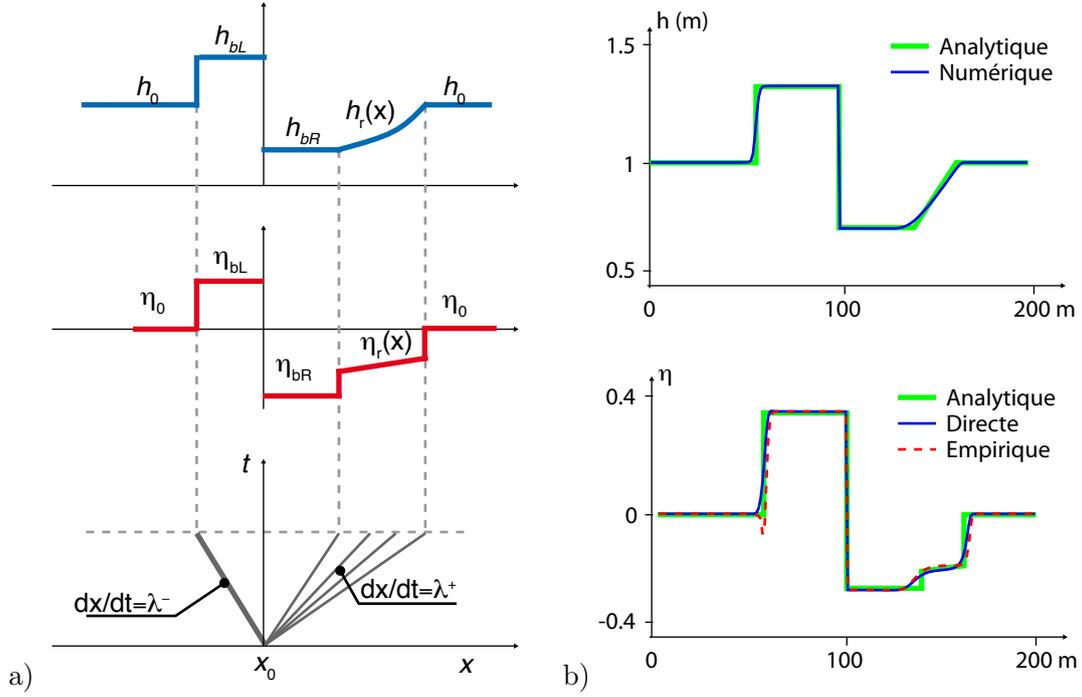


FIGURE 1.3. – *Fermeture instantanée d'une vanne.* a) Schéma explicatif des solutions analytiques en hauteur d'eau et sensibilité à la vitesse initiale dans le canal. b) Comparaison avec les solutions numériques (directe et empirique pour la sensibilité).

On souhaite étudier la sensibilité du profil de hauteur d'eau par rapport au débit initial dans le canal (Figure 1.3). La solution analytique peut être déterminée sur le même principe que la solution du problème de rupture de barrage (voir Annexe C page 95), en résolvant les relations de saut à travers les ondes.

Les conditions aux limites de ce problème sont de type débit imposé en $x = x_0$. La résolution numérique présentée en annexe A page 85 n'étant valable que pour l'intérieur du domaine, on applique les discrétisations suivantes. Le débit et la sensibilité sont imposés dans la première interface de part et d'autre de la vanne (que l'on peut noter $\pm 1/2$ selon qu'on soit à droite ou à gauche de la vanne, en repérant les cellules de gauche par des indices négatifs et celles de droite par des indices positifs) :

$$q_{\pm 1/2}^{n+1/2} = q_b \quad (1.14a)$$

$$\theta_{\pm 1/2}^{n+1/2} = \theta_b \quad (1.14b)$$

où $q_b = 0$ puisque le débit imposé aux deux limites est nul du fait de la fermeture de la vanne et $\theta_b = 0$ car l'analyse de sensibilité est réalisée par rapport au débit initial dans le canal et non par rapport à une condition à la limite.

Dans la programmation du schéma numérique proposé, la condition à la limite amont est de type débit imposée alors que la condition à la limite aval est soit de type hauteur imposée, soit de type relation hauteur/débit. Dans ce cas, l'amont correspond au côté droit de la vanne, pour lequel le débit est imposé à zéro. L'aval correspond au côté gauche de la vanne, pour lequel il faut calculer la valeur de la hauteur d'eau h_{bL} et de la sensibilité η_{bL} , en résolvant les relations de saut et leurs dérivées à travers l'onde de choc.

Les relations de saut pour l'écoulement sont les suivantes, et peuvent être résolues en h_{bL} et c_s par une méthode de recherche de racine :

$$q_0 = (h_0 - h_{bL}) c_s \quad (1.15a)$$

$$\frac{q_0^2}{h_0} + \frac{g}{2} (h_0^2 - h_{bL}^2) = q_0 c_s \quad (1.15b)$$

En dérivant (1.15) par rapport à q_0 et en utilisant le fait que la sensibilité de la hauteur d'eau initiale η_0 est égale à zéro on peut déterminer la valeur de la condition à la limite en sensibilité η_{bL} en résolvant les équations suivantes :

$$\eta_{bL} c_s + (h_{bL} - h_0) \frac{\partial c_s}{\partial q_0} = 1 \quad (1.16a)$$

$$2u_0 - gh_{bL}\eta_{bL} = c_s + q_0 \frac{\partial c_s}{\partial q_0} \quad (1.16b)$$

Les paramètres du cas-test sont donnés dans le Tableau 1.2.

Symbole	Signification	Valeur
g	Accélération gravitationnelle	9.81 m s^{-2}
L	Longueur du domaine de simulation	200 m
Δx	Largeur de cellule	1 m
t	Durée de calcul	15 s
h_0	Hauteur d'eau initiale	1 m
q_0	Débit unitaire initial	$1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
q_b	Débit imposé en $x = x_0$ à droite de la vanne	$0 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
θ_b	Sensibilité du débit imposé au débit initial	0 (-)
h_{bL}	Valeur calculée pour la hauteur d'eau à la limite à gauche de la vanne	1.342 m
η_{bL}	Valeur calculée pour la sensibilité imposée à la limite gauche de la vanne	$0.361 \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$

TABLE 1.2. – *Fermeture instantanée d'une vanne. Paramètres du cas-test pour l'analyse de sensibilité par rapport au débit initial.*

Les résultats de l'écoulement ainsi que les profils de sensibilité, analytique, numérique et empirique, sont tracés dans la Figure 1.3. La sensibilité empirique présente un pic artificiel au niveau du choc, bien que moins marqué que dans le cas de la rupture de barrage. Celui-ci est également éliminé par le solveur proposé. Dans cet exemple, cependant, la diffusion numérique semble plus importante, en particulier concernant le profil de sensibilité. Ce phénomène peut être atténué par l'utilisation de schémas numériques d'ordres supérieurs, tels que proposés dans [Ra4] (voir l'article complet donné en Annexe F page 105).

Sensibilité dans un modèle à deux dimensions

Dans ce cas-test [Ra12, Cia8], les équations Shallow Water et en sensibilité sont résolues sur un modèle de rond-point de $20 \text{ m} \times 60 \text{ m}$ (Figure 1.4), dont la géométrie est issue du rond-point situé à l'entrée de l'Université Montpellier 2. La pente du domaine est telle que lors de fortes pluies, l'eau est collectée dans les rues A et B et circule dans le rond-point avec les rues C et D comme exutoire. Dans la simulation, le débit est donc prescrit en entrée des rues A et B alors que la hauteur d'eau est imposée en aval, dans les rues C et D (voir Tableau 1.3).

La simulation est réalisée avec le logiciel SW2D en régime transitoire depuis un état initial au repos, jusqu'à ce que le régime permanent soit atteint. La Figure 1.5 donne les résultats après $T = 500 \text{ s}$ en terme de hauteur d'eau et champs de vitesse. Une caractéristique importante de l'écoulement est la présence d'un motif en deux tourbillons proches des entrées du domaine (Figure 1.5b). Puisque les équations Shallow Water n'introduisent pas de diffusion de quantité de mouvement, ces deux remous ne devraient pas être présents. Ils proviennent d'artefacts numériques dus à la diffusion de la quantité de mouvement latérale, induite par le schéma de résolution.

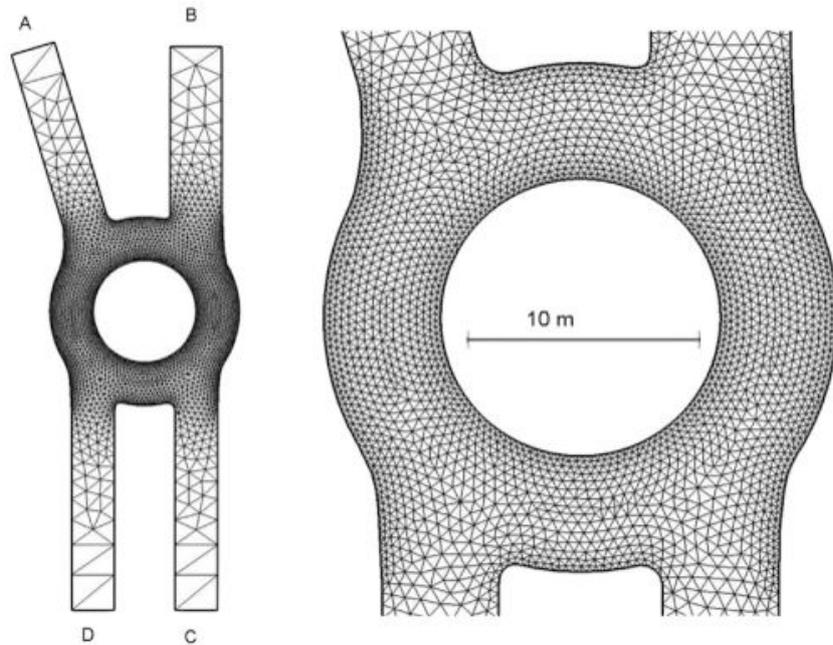


FIGURE 1.4. – *Sensibilité dans un modèle à deux dimensions : vue globale et zoom sur le domaine de simulation et le maillage utilisé.*

Symbole	Signification	Valeur
g	Accélération gravitationnelle	9.81 m s^{-2}
h_C	Hauteur d'eau imposée à la sortie de la rue C	0.1 m
h_D	Hauteur d'eau imposée à la sortie de la rue D	0.1 m
n_M	Coefficient de frottement de Manning	$0.0143 \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$
q_A	Débit unitaire imposé à l'entrée A	$0.03 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
q_B	Débit unitaire imposé à l'entrée B	$0.03 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
η_C	Sensibilité de la hauteur d'eau imposée en C	1
η_D	Sensibilité de la hauteur d'eau imposée en D	0
θ_A	Sensibilité du débit unitaire imposée en A	0 m s^{-1}
θ_B	Sensibilité du débit unitaire imposée en B	0 m s^{-1}
\tilde{h}_C	Perturbation sur h_C pour le calcul de sensibilité empirique	10^{-3} m
T	Durée de la simulation	500 s

TABLE 1.3. – *Sensibilité dans un modèle à deux dimensions : paramètres du cas-test.*

La Figure 1.6 compare les sensibilités calculées par la résolution directe des équations en sensibilité (gauche) et par l'approche empirique (droite). Les profils de sensibilité de la hauteur d'eau sont similaires. Par contre, un motif de circulation qui n'a rien de physique est observé dans le profil de sensibilité du débit calculé par l'approche empirique. Ce tourbillon observé entre les deux entrées du domaine, ne devrait pas être présent car *i*) la diffusion en quantité de mouvement de sensibilité n'est pas incluse dans les équations et *ii*) même si c'était le cas, la position du tourbillon en sensibilité, obstruant le flux de sensibilité, ne serait pas physiquement réaliste. Ce motif de circulation est un artéfact de calcul dû à la différenciation des flux d'eau qui sont eux-mêmes sujets à la diffusion numérique. On remarque par contre, que le calcul direct n'est pas sensible au caractère diffusif du résultat de l'écoulement, et ne présente aucun motif de circulation.

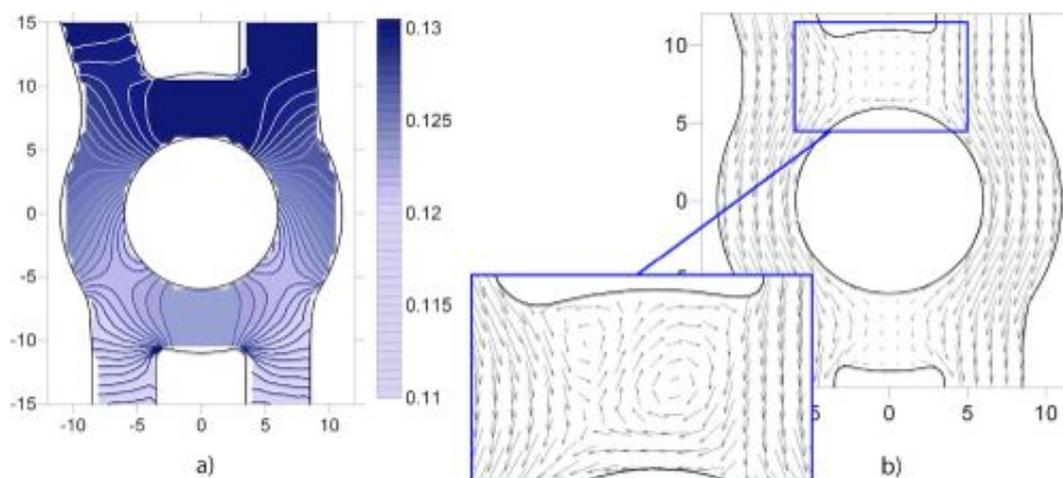


FIGURE 1.5. – *Sensibilité dans un modèle à deux dimensions.* Résultat de l'écoulement en terme de : a) hauteur d'eau (une courbe de niveau tous les 5×10^{-4} m, les plus foncées indiquant les plus grandes profondeurs); b) champs de débit unitaire avec un zoom sur le débit unitaire près des deux entrées.

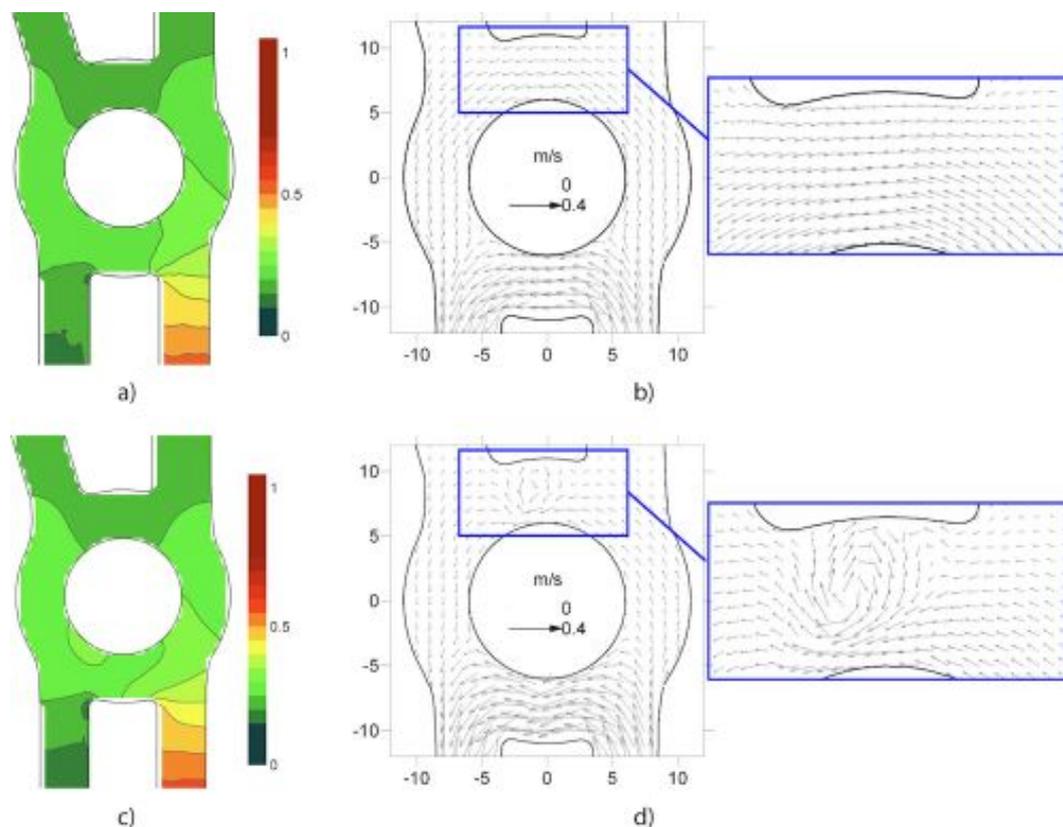


FIGURE 1.6. – *Sensibilité dans un modèle à deux dimensions.* Carte des sensibilités de la hauteur d'eau (gauche) et du débit unitaire (droite) obtenues par la méthode directe (haut) ou empirique (bas).

Analyse d'incertitude à l'aide de la sensibilité locale

La modélisation de phénomènes réels nécessite l'utilisation de paramètres et de variables d'entrée dans les modèles. Ceux-ci étant mesurés avec une précision parfois faible, l'analyse d'incertitude est utile pour estimer la fiabilité des prédictions du modèle, en prenant en compte plusieurs sources d'incertitude dans sa construction et son implémentation.

Souvent négligée par manque de temps, l'analyse d'incertitude devrait être considérée comme une part intégrale de la modélisation, en particulier dans les domaines de l'ingénierie de l'eau et de la gestion de la ressource, du fait de l'imprécision des mesures sur le terrain (e.g. estimation du débit maximum d'une crue). Par exemple, l'incertitude due à l'estimation des paramètres des modèles est de plus en plus étudiée par la méthode GLUE (Generalised Likelihood Uncertainty Evaluation), développée dans le contexte de la modélisation hydrologique [5, 6]. Cette technique est basée sur un échantillonnage qui nécessite une exploration extensive de l'espace des paramètres possibles, et donc de nombreuses simulations. L'avantage est qu'aucune analyse spécifique ou hypothèse a priori n'est nécessaire sur le modèle, qui peut être utilisé en boîte noire. Quand les paramètres peuvent être décrits par une densité de probabilité, les simulations de Monte Carlo fournissent une description statistique des résultats du modèles. Mais le grand nombre de paramètres ou variables d'entrées du modèle, associé aux temps de calculs, rend généralement cette approche difficilement utilisable, même avec des procédures d'échantillonnage plus efficaces qu'un tirage aléatoire.

Quand le modèle peut être considéré presque linéaire dans un domaine de l'espace des paramètres, une estimation au premier ordre de la propagation de l'incertitude peut être obtenue en utilisant un calcul de sensibilité locale. On propose d'étudier l'utilisation de la sensibilité locale dans un but d'analyse d'incertitude pour les modèles hydrodynamiques. Les cas-tests proposés représentent des risques hydrauliques tels que la propagation d'une crue éclair ou la rupture de barrage. Ceux-ci peuvent être modélisés par les équations de Saint-Venant, qui sont généralement considérées comme fortement non linéaires et qui ont parfois des solutions discontinues. Dans ces modèles, les paramètres sont soit impossibles à mesurer directement (coefficient de rugosité qui doit être calé) soit disponibles avec une très grande incertitude (e.g. débit de pointe, non mesurable en période de crue). Il est donc important d'estimer la propagation des incertitudes sur les entrées du modèle aux variables de sortie, qui sont ici la hauteur d'eau et la vitesse en fonction du temps et de l'espace.

La section suivante définit rapidement la méthodologie utilisée pour l'analyse d'incertitude selon les deux approches comparées : *i*) analyse globale avec simulations de Monte Carlo (GUA - Global Uncertainty Analysis); *ii*) estimation au premier ordre par une analyse de sensibilité locale (LSA - Local Sensitivity Analysis). Des cas-tests sont ensuite présentés pour comparer les méthodes dans une étude « one-factor-at-a-time » (OAT) ainsi que pour la variation simultanée de plusieurs paramètres, qu'ils soient corrélés ou non.

2.1. Méthodes

Notations et loi de distribution des paramètres

L'incertitude des paramètres d'entrée du modèle est représentée par une loi de distribution (gaussienne, uniforme, log-normale...). On choisit ici une loi Bêta qui a le double avantage *i*) d'avoir un support fini (contrairement à la loi gaussienne, classiquement utilisée), afin d'éviter des valeurs physiquement inadmissibles comme un paramètre de frottement négatif, et *ii*) de permettre une probabilité plus importante autour d'un jeu de paramètres nominaux (contrairement à la loi uniforme). La loi Bêta peut également être utilisée dans le cas où l'incertitude du paramètre n'est pas symétrique.

La fonction densité de probabilité de la loi Bêta est la suivante :

$$f(\phi; \alpha, \beta) = \frac{\phi^{\alpha-1}(1-\phi)^{\beta-1}}{\int_0^1 u^{\alpha-1}(1-u)^{\beta-1} du} \quad (2.1)$$

où $\phi \in [0, 1]$ et où (α, β) sont les paramètres de forme de la loi, choisis ici comme $\alpha = \beta = 5$ (distribution symétrique). Un changement d'échelle est ensuite effectué pour déterminer la distribution du paramètre ψ , centrée sur le paramètre nominal ψ^0 et définie sur un intervalle $\psi^0 \pm \Delta\psi$.

L'incertitude associée aux résultats du modèle est estimée à travers les deux premiers moments des variables de sortie : la moyenne μ et l'écart-type σ . Dans la suite, les indices L et G sont utilisés pour représenter les résultats obtenus respectivement par l'approximation locale basée sur l'analyse de sensibilité (LSA) et par l'analyse d'incertitude globale basée sur les simulations de Monte Carlo (GUA).

Dans le cas où plusieurs paramètres sont considérés incertains simultanément, ils peuvent être soit indépendants, soit liés par une relation (*e.g.* loi de tarage reliant la hauteur d'eau au débit).

Analyse d'incertitude et de sensibilité globale

Des simulations de Monte Carlo sont calculées par une génération aléatoire de N valeurs du paramètre ψ selon une densité de probabilité de la loi Bêta (équation 2.1). Dans le cas où un seul paramètre est considéré incertain et que le modèle est suffisamment rapide, un tirage aléatoire classique est utilisé. Dans le cas contraire, afin de limiter les temps de calcul, nous utilisons le principe de l'hypercube latin (voir par exemple [1]) pour le tirage de N valeurs du vecteur des p paramètres incertains : $\Psi = (\psi_1, \dots, \psi_p)$.

Pour l'approche GUA, la réponse du modèle et son incertitude sont estimées respectivement par la moyenne μ_G et la variance σ_G^2 des N valeurs du vecteur variable \mathbf{U} en fonction de l'espace et du temps. On utilise les estimateurs suivants :

$$\mu_G(x, t) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \mathbf{U}(x, t; \Psi_m) \quad (2.2)$$

$$\sigma_G^2(x, t) = \frac{1}{N-1} \sum_{m=1}^N [\mathbf{U}^T \mathbf{U}(x, t; \Psi_m)] - \mu_G^2(x, t) \quad (2.3)$$

La sensibilité globale est estimée à l'aide de la méthode au premier ordre de Sobol' [7]. Deux échantillons différents de taille N sont générés aléatoirement pour le vecteur de paramètres Ψ . On dispose donc de deux matrices d'échantillonnage de taille $N \times p$, repérées dans les équations suivantes par les exposants ⁽¹⁾ et ⁽²⁾. La variance partielle de premier ordre (*i.e.* le numérateur de l'indice de Sobol') est calculée pour chaque paramètre ψ_i , $i = 1 \dots p$ par [1, 7] :

$$(\sigma_G^2)_{\psi_i}(x, t) = \frac{1}{N-1} \sum_{m=1}^N \left[\mathbf{U}^T \left(x, t; \Psi_m^{(1)} \right) \mathbf{U} \left(x, t; \Psi_{(\sim i), m}^{(2)}, \psi_{i, m}^{(1)} \right) \right] - \mu_G^2(x, t) \quad (2.4)$$

où $\Psi_m^{(1)}$ représente un point de l'échantillon (*i.e.* un vecteur de valeurs pour les p paramètres) de la première matrice, le symbole $\sim i$ désigne le fait que le vecteur $\Psi_{(\sim i),m}^{(2)}$ issu de la deuxième matrice d'échantillonnage est privé de la i -ième composante, laquelle est remplacée par la valeur $\psi_{i,m}^{(1)}$ de la première matrice. La variance partielle pour le paramètre ψ_i est donc calculée en utilisant le résultat \mathbf{U} obtenu avec les valeurs de paramètres de la première matrice, multiplié par le résultat obtenu avec une autre matrice de paramètres, dans laquelle seul le paramètre ψ_i est gardé constant. Cette approche nécessite donc $(p+1)N$ calculs du modèle. Dans cette équation, la moyenne μ_G est calculée avec la matrice d'échantillonnage ⁽¹⁾.

Estimation au premier ordre de l'incertitude globale par l'analyse de sensibilité locale

La distribution des paramètres étant définie comme symétrique, le résultat du modèle obtenu avec la moyenne *i.e.* la valeur nominale du jeu de paramètres, fournit une estimation au premier ordre de la sortie moyenne, notée μ_L .

Dans le cas où l'analyse d'incertitude concerne un seul paramètre, la variance σ^2 de la sortie du modèle est estimée au premier ordre à l'aide de l'analyse de sensibilité locale (LSA), par :

$$\sigma_L^2 = \mathbf{s}^T \mathbf{s} \sigma_\psi^2 \quad (2.5)$$

où \mathbf{s} est la sensibilité de \mathbf{U} par rapport à ψ , obtenue avec le jeu de paramètres nominaux et σ_ψ^2 est la variance de la distribution du paramètre ψ .

Si plusieurs paramètres $\psi_i, i = 1 \dots p$ peuvent varier en même temps de façon indépendante, l'estimation au premier ordre de la variance s'écrit :

$$\sigma_L^2 = \sum_{i=1}^p \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i \sigma_{\psi_i}^2 \quad (2.6)$$

où \mathbf{s}_i représente le vecteur de sensibilité de la variable \mathbf{U} par rapport au paramètre ψ_i . La variance partielle au premier ordre pour chaque paramètre étant simplement estimée par chacun des termes de la somme.

Si les paramètres ne sont pas indépendants, les covariances doivent être utilisées ; ce qui donne, pour des paramètres dépendants deux à deux :

$$\sigma_L^2 = \sum_{i=1}^p [\mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i \sigma_{\psi_i}^2] + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^p [\mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_j \text{cov}(\psi_i, \psi_j)] \quad (2.7)$$

2.2. Résultats : comparaison des méthodes globale et locale

Dans les cas-tests suivants la comparaison des méthodes, globale et locale, est faite à travers les deux premiers moments de la réponse du modèle : la moyenne μ et l'écart-type σ (racine carrée de la variance). Prenant comme référence l'estimation globale (μ_G, σ_G) , l'erreur moyenne relative de la méthode LSA est déterminée par :

$$\varepsilon_\mu = \frac{1}{L} \int_{\mathcal{D}} \frac{|\mu_G - \mu_L|}{\mu_G} \quad (2.8a)$$

$$\varepsilon_\sigma = \frac{1}{L} \int_{\mathcal{D}} \frac{|\sigma_G - \sigma_L|}{\sigma_G} \quad (2.8b)$$

où \mathcal{D} est le domaine (spatial ou temporel) de réponse du modèle et L sa longueur. Dans la suite ces intégrales sont estimées par des sommes sur tous les points de calcul.

Tous les cas-tests étudiés [Ra1, Cia2, Ra2, Cia6] ne pouvant pas être présentés ici, le Tableau 2.1 en résume les principaux résultats en donnant la variation possible des paramètres incertains et l'erreur relative de la méthode LSA par rapport à la méthode GUA sur l'estimation de la moyenne et de l'écart-type de la hauteur d'eau calculée par le modèle (les résultats sont similaires concernant la variable débit). On choisit de détailler, dans les sections suivantes, trois cas-tests représentatifs avec respectivement 1 paramètre incertain, 3 paramètres incertains indépendants et 2 paramètres incertains corrélés.

ψ	$\Delta\psi$	ε_{μ_h}	ε_{σ_h}
Courbe de remous [Ra1]			
S_0	70%	0.6%	3.4%
q	70%	0.6%	1.2%
h_{av}	70%	1.3%	33% ^{R1}
n_M	70%	0.5%	1.6%
$[S_0, q, h_{av}, n_M]$ indépendants	40%	<1%	2.8%
$[q, h_{av}]$ corrélés (entre 0 et 1)	[33%, 25%]	<1%	<1%
Propagation d'un hydrogramme de crue [Cia7, Ra2]			
q_{max}	80%	1.4%	2.8%
$[S_0, n_M, T_{crue}, q_{max}]$	[50, 25, 33, 20]%	1.7%	9.8% ^{R2}
Rupture de barrage [Ra2]			
z_L	80%	4.5%	34% ^{R3}
n_M	40%	0.6%	10.3% ^{R3}
S_0	50%	0.6%	5% ^{R3}
$[z_L, S_0, n_M]$	40%	2.8%	17%
Fermeture d'une vanne [Cia7]			
q_0	50%	0.1%	4% ^{R2}

TABLE 2.1. – Utilisation de la sensibilité locale dans le calcul d'incertitude. Tableau résumant les principaux résultats obtenus sur différents cas-tests. R1 : Cette valeur importante de l'erreur vient du fait que la hauteur à l'aval conditionne la forme de la courbe de remous. R2 : Calcul réalisé en ne prenant en compte que les valeurs supérieures à 10^{-4} pour éviter les divisions par zéro. R3 : Cette valeur est largement réduite en ne prenant pas en compte un intervalle autour du choc.

Propagation d'un hydrogramme de crue : incertitude du débit maximum

On étudie ici le cas classique de la propagation d'un transitoire hydraulique, sous la forme d'une variation de débit, le long d'un canal. Un hydrogramme triangulaire est imposé à la limite amont d'un canal uniforme (Figure 2.1). La simulation est initialisée au régime permanent avec un débit q_{min} . Entre les temps t_1 et t_2 , le débit augmente jusqu'à son maximum q_{max} puis décroît jusqu'à sa valeur initiale en t_3 . La fonction représentative du débit amont est donc :

$$q_{am}(t) = \begin{cases} q_{min} & t < t_1 \\ q_{min} + \frac{q_{max}-q_{min}}{t_2-t_1}(t-t_1) & t \in [t_1; t_2] \\ q_{max} + \frac{q_{min}-q_{max}}{t_3-t_2}(t-t_2) & t \in [t_2; t_3] \\ q_{min} & t > t_3 \end{cases} \quad (2.9)$$

On considère qu'un seuil à la limite aval impose la hauteur d'eau par la relation :

$$h_{av} = h_{seuil} + h_c \quad (2.10)$$

où h_c est la hauteur critique définie par un nombre de Froude égal à 1 :

$$\frac{u}{\sqrt{gh_c}} = 1 \Rightarrow h_c = q^{2/3}g^{-1/3} \quad (2.11)$$

L'analyse de sensibilité est réalisée par rapport à la valeur maximale du débit : q_{\max} . Dans ce cas, la sensibilité θ prescrite en entrée du domaine (limite amont) est également une fonction triangulaire dont le maximum est atteint lorsque le pic de débit entre dans le domaine (Figure 2.1) :

$$\theta_{\text{am}}(t) = \begin{cases} 0 & t < t_1 \\ \frac{t-t_1}{t_2-t_1} & t \in [t_1; t_2] \\ \frac{t_3-t}{t_3-t_2} & t \in [t_2; t_3] \\ 0 & t > t_3 \end{cases} \quad (2.12)$$

A la limite amont, la relation en sensibilité est obtenue en dérivant l'équation (2.11) par rapport au paramètre d'intérêt :

$$\eta_{\text{av}} = \left(\frac{2}{3} \theta (qg)^{-1/3} \right)_{\text{av}} \quad (2.13)$$

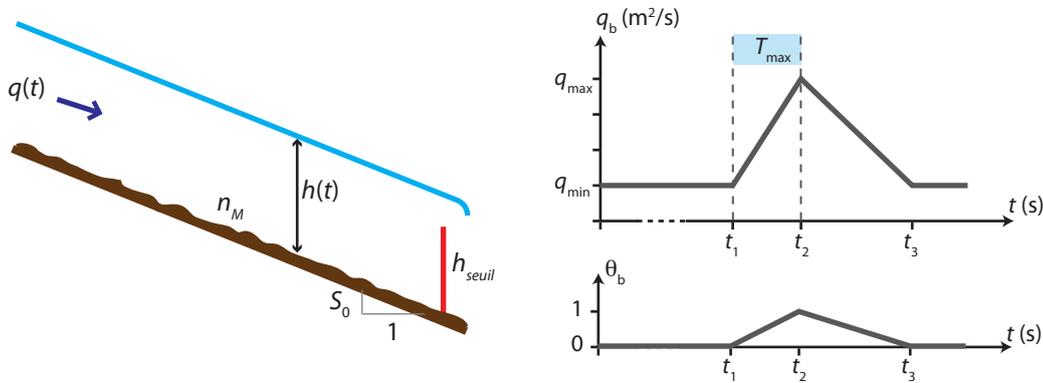


FIGURE 2.1. – **Analyse d'incertitude pour le test de propagation de crue.** Gauche : schéma de définition des paramètres. Droite : hydrogramme de crue et sa sensibilité au débit maximum.

Les paramètres du problème sont donnés dans le Tableau 2.2. A partir d'un état initial en régime permanent, le débit augmente d'un facteur 4 en 10 min puis retrouve sa valeur initiale en 20 min. La Figure 2.2 montre la solution en flux et en sensibilité pour quatre temps différents.

Symbole	Définition	Valeur
g	Accélération gravitationnelle	9.81 m s^{-2}
L	Longueur du domaine de simulation	3000 m
S_0	Pente du fond	10^{-3}
n_M	Coefficient de frottement de Manning	$0.025 \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$
$q(t)$	Débit unitaire prescrit à la limite amont	voir Fig. 2.1
q_{\max}	Débit maximum prescrit à la limite amont	$4 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
q_{\min}	Débit minimum prescrit à la limite amont	$1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
t_1	Temps de début de la crue	0 min
t_2	Temps auquel le débit d'entrée est maximal	10 min
t_3	Temps de fin de la crue	30 min
$\theta(t)$	Sensibilité du débit d'entrée au débit maximum	voir Fig. 2.1
T_{\max}	Temps de comparaison des méthodes	15 min
Δx	Pas de discrétisation en espace	1 m
N	Nombre de simulations de Monte-Carlo	1000

TABLE 2.2. – **Propagation de crue.** Paramètres du cas-test pour l'analyse d'incertitude par rapport au débit maximum de la crue.

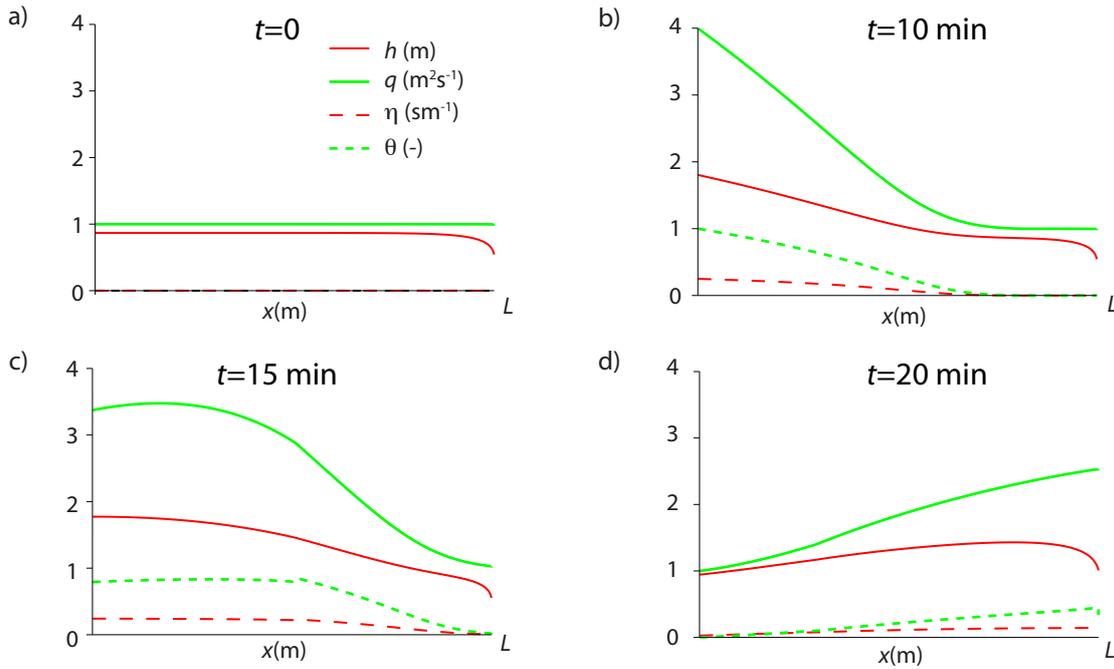


FIGURE 2.2. – **Propagation de crue.** Hauteur d'eau, débit et leur sensibilité par rapport au maximum du débit d'entrée, pour quatre temps.

Pour l'analyse d'incertitude, le débit maximum suit une loi Bêta (Eq. 2.1) et l'écart-type est calculé par les deux approches pour la hauteur d'eau en fonction de x et au temps T_{\max} . La Figure 2.3b) représente l'écart-type obtenu par les deux méthodes lorsque q_{\max} suit une loi Bêta entre les bornes 3.6 et 4.4 m^2s^{-1} , ce qui correspond à une variation relative de $\pm 10\%$. Dans la Figure 2.3c) $q_{\max} \in [2.8; 5.2]$ m^2s^{-1} , soit une variation relative de $\pm 30\%$. On peut voir dans cette Figure que les écarts-types obtenus par les deux approches sont très comparables.

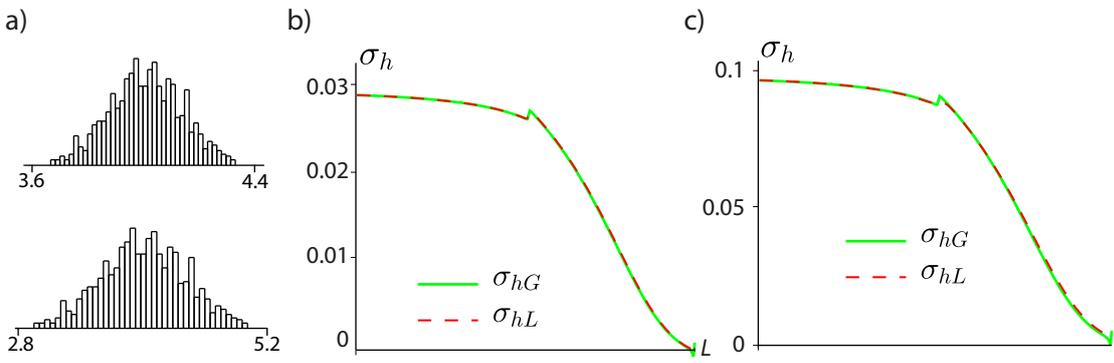


FIGURE 2.3. – **Propagation de crue.** a) histogramme de la distribution du débit maximum pour une variation relative $\Delta q_{\max}/q_{\max} = 10\%$ et $\Delta q_{\max}/q_{\max} = 30\%$. b) et c) Estimation de l'écart-type $\sigma_h(x)$ de la hauteur d'eau dans le canal au temps T_{\max} avec l'approche locale $(\sigma_h)_L$ et l'approche globale $(\sigma_h)_G$ pour les variations relatives de 10% et 30%.

Afin de confirmer ces résultats, une analyse de convergence est réalisée sur les deux premiers moments statistiques (moyenne et écart-type). L'erreur relative de la méthode locale par rapport à la méthode globale (Eq. 2.8) est tracée dans la Figure 2.4, pour les variables de sortie h et q , en fonction du pourcentage possible de variation du débit maximum (de $\pm 10\%$ à $\pm 80\%$). Puisque l'approche locale suppose la linéarité autour de la valeur nominale du paramètre d'intérêt, les valeurs de $(\mu, \sigma)_L$ sont d'autant plus proches de $(\mu, \sigma)_G$ que l'écart-type de la distribution du paramètre incertain est faible.

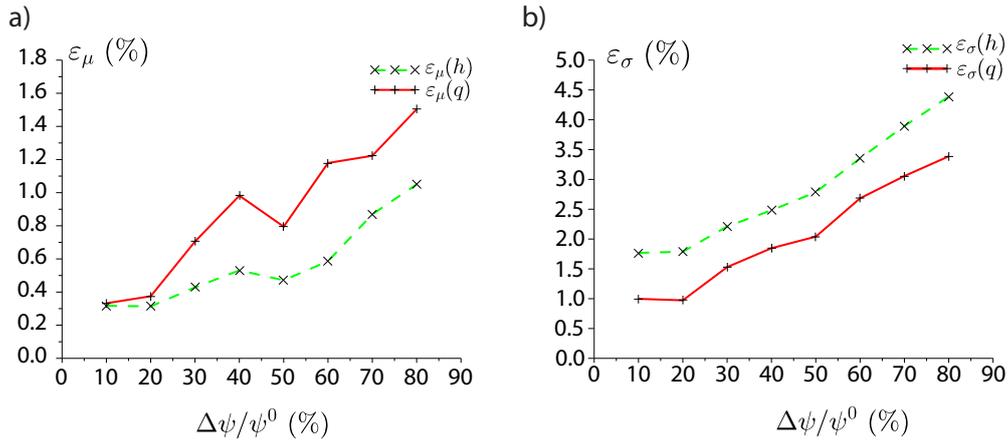


FIGURE 2.4. – **Propagation de crue : analyse de convergence.** *Ecart relatif de l'approche locale par rapport à l'approche globale (Eq. 2.8) en fonction de la variabilité du paramètre : $\Delta\psi/\psi^0$. a) pour la moyenne des résultats en terme de hauteur d'eau h et de débit unitaire q ; b) pour l'écart-type. La différence entre les méthodes reste inférieure à 1.8% pour μ (resp. 5% pour σ) même si le maximum de débit peut varier de plus ou moins 80%.*

La Figure 2.4a) montre que la différence relative entre les deux estimations de la moyenne reste toujours inférieure à 2% de l'estimation GUA que ce soit pour la hauteur d'eau ou le débit unitaire, même si le débit maximum peut varier de $\pm 80\%$ soit entre $0.8 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ et $7.2 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$. On peut voir dans la Figure 2.4b) que l'erreur d'estimation de l'écart-type σ_L est toujours inférieure à 5% par rapport à σ_G . Cette analyse de convergence montre que, même si le débit maximum en entrée du domaine est estimé avec une très faible précision, la méthode LSA permet une excellente reproduction de la moyenne et l'écart-type du résultat du modèle obtenu par 1000 simulations de Monte Carlo. D'autre part, les calculs de ce cas-test sur un ordinateur de bureau ont duré de l'ordre de 80s pour LSA au lieu de plus de 12h pour GUA.

L'analyse d'incertitude concernant la variation d'un paramètre à la fois, a également été présentée dans [Ra1] pour la courbe de remous (en régime permanent), ainsi que pour l'ouverture ou la fermeture instantanée d'une vanne. Pour chacun des paramètres, la méthode LSA permet de reproduire correctement la moyenne et la variance obtenues par la méthode GUA, mais également chacun des déciles de la distribution.

Incertitude de 3 paramètres indépendants et solution discontinue : rupture de barrage

On reprend le problème de rupture de barrage défini dans la première partie, mais adapté pour mieux correspondre à un cas réel, en prenant en compte le frottement et une vitesse dans la rivière, en aval (Figure 2.5). Les conditions initiales du problème peuvent donc s'écrire :

$$z(x, 0) = \begin{cases} z_L = h_L + z_b & \text{pour } x < x_0 \\ z_R = h_R + z_b & \text{pour } x > x_0 \end{cases} \quad (2.14a)$$

$$q(x, 0) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x < x_0 \\ u_R h_R & \text{pour } x > x_0 \end{cases} \quad (2.14b)$$

où z est la cote de l'eau, z_b est la cote du fond, x_0 est l'abscisse du barrage et u_R est la vitesse initiale imposée dans la rivière. h_R est la hauteur d'eau dans la rivière, qui peut être soit une valeur arbitraire soit la hauteur normale h_N , définie en considérant la pente de frottement S_f

égale à celle du fond S_0 dans l'équation de Manning-Strickler (1.3), ce qui donne :

$$h_N = \left(\frac{u_R n_M}{\sqrt{S_0}} \right)^{3/2} \quad (2.15)$$

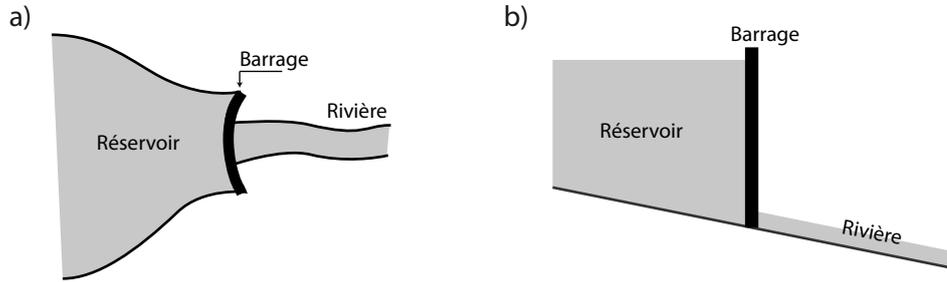


FIGURE 2.5. – **Cas-test rupture de barrage.** Vue schématique du barrage; a) du dessus, b) coupe longitudinale.

L'analyse d'incertitude est effectuée par rapport aux trois paramètres principaux : la cote de surface libre initiale dans le réservoir z_L , le coefficient de frottement de Manning n_M et la pente du fond S_0 . Les paramètres de ce cas-test sont donnés dans le Tableau 2.3. La sensibilité locale est calculée en résolvant les équations en sensibilité 1.10 page 23 autour des valeurs nominales repérées par l'exposant 0 dans le Tableau 2.3. Les échantillons utilisés dans la méthode globale sont générés par N répétitions de la loi Bêta (équation 2.1) qui est centrée et mise à l'échelle avec les paramètres du Tableau 2.4. Le temps de calcul pour $N = 1000$ simulations est d'environ 500 s contre moins d'une seconde pour la méthode locale.

Symbole	Définition	Valeur
Paramètres fixes		
g	Accélération gravitationnelle	9.81 m s^{-2}
L	Longueur du domaine de simulation	200 m
x_0	Position initiale du barrage	100 m
T_{\max}	Temps de comparaison des méthodes	3 s
h_R	Hauteur d'eau initiale dans la rivière	h_N (Eq. 2.15)
u_R	Vitesse initiale dans la rivière	1 m s^{-1}
Δx	Pas de discrétisation en espace	0.1 m
Paramètres incertains		
S_0^0	Valeur nominale de la pente du fond	10^{-2}
n_M^0	Valeur nominale du coefficient de frottement	$0.025 \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$
z_L^0	Valeur nominale de la cote initiale dans le réservoir	10 m
$\Delta\psi$	Variation possible du paramètre incertain	voir Tableau 2.4
N	Nombre de simulations de Monte-Carlo	1000

TABLE 2.3. – **Problème de rupture de barrage.** définition des paramètres.

Paramètre	Moyenne	Minimum	Maximum	$\Delta\psi$	Ecart-type σ
S_0 (-)	$S_0^0 = 10^{-2}$	$0.5 \cdot 10^{-2}$	$1.5 \cdot 10^{-2}$	$0.5 S_0^0$	$1.49 \cdot 10^{-3}$
n_M ($\text{m}^{-1/3} \text{ s}$)	$n_M^0 = 0.025$	0.015	0.035	$0.4 n_M^0$	$2.96 \cdot 10^{-3}$
z_L (m)	$z_L^0 = 10$	8	12	$0.2 z_L^0$	0.598

TABLE 2.4. – **Problème de rupture de barrage.** Caractéristiques des distributions des paramètres incertains pour l'analyse de Monte Carlo.

La comparaison des écarts-types obtenus par les méthodes locale et globale est donnée dans la Figure 2.6a) lorsque l'incertitude porte sur la cote initiale dans le réservoir, 2.6b) pour la

pente du fond et 2.6c) pour le coefficient de frottement de Manning. Dans ce cas-test, le pic de sensibilité dû au choc a volontairement été gardé (on n'utilise pas le traitement proposé dans l'Annexe B). Dans chaque cas, on remarque une bonne reproduction de l'écart-type du résultat par la sensibilité locale et l'équation (2.5), sur tout le domaine excepté autour du choc où le pic est naturellement plus pointu avec la méthode locale. Ces résultats ont été obtenus pour

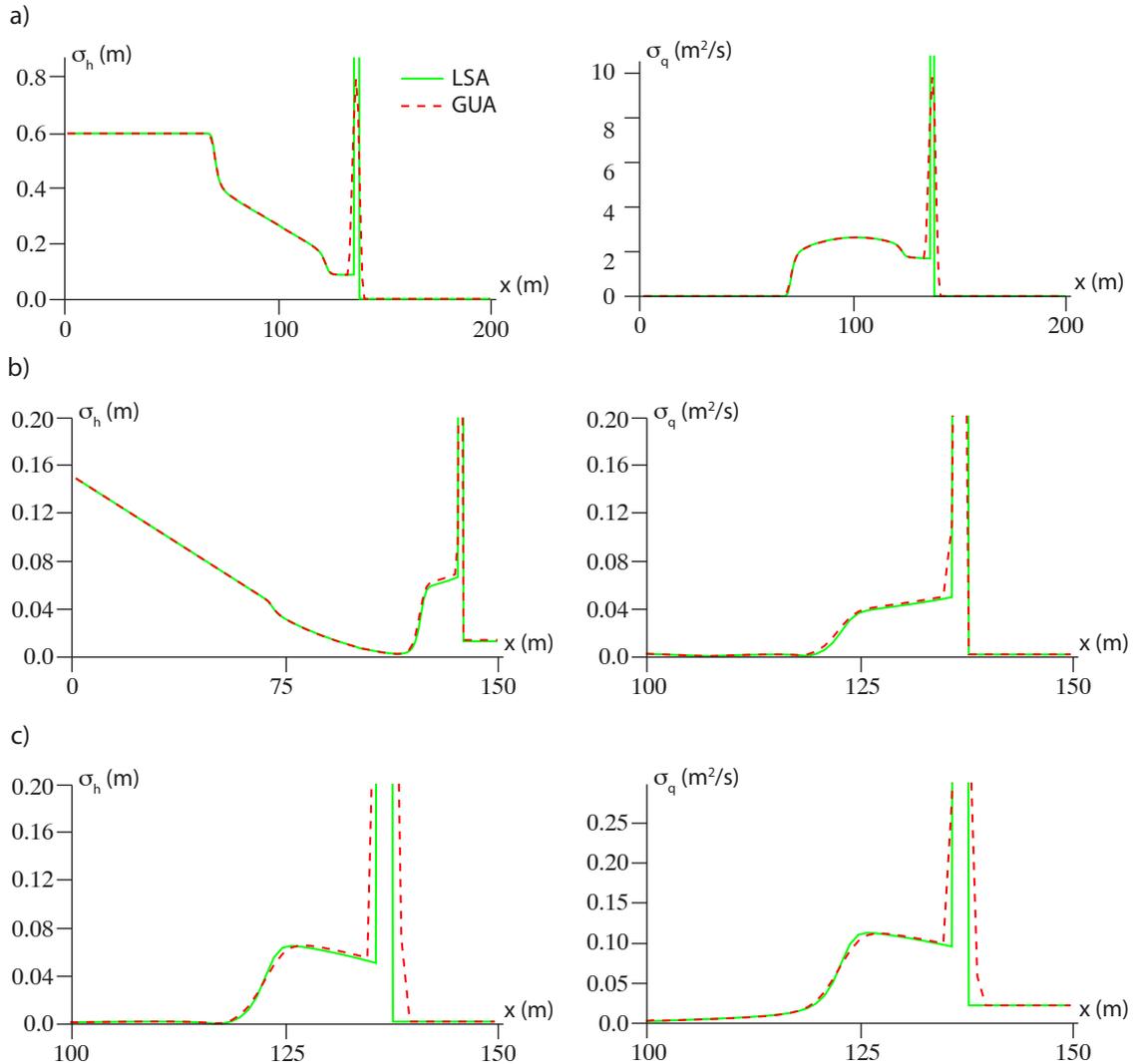


FIGURE 2.6. – **Problème de rupture de barrage.** Comparaison des écart-type de la hauteur d'eau (gauche) et du débit (droite), estimés par la méthode GUA et LSA pour les paramètres : a) cote initiale dans le réservoir, b) pente du fond et c) coefficient de frottement.

une variation possible de $\pm 20\%$ pour la cote dans le réservoir, $\pm 40\%$ pour le coefficient de frottement et $\pm 50\%$ pour la pente du fond, ce qui correspond à des incertitudes envisageables dans des applications réelles.

Une analyse de convergence a été effectuée pour étudier l'influence de la valeur maximale de l'incertitude sur la différence entre les deux méthodes. Cette analyse est tracée dans la Figure 2.7 pour le résultat de hauteur d'eau, en terme de moyenne et écart-type, dans le cas où le paramètre incertain est la cote initiale dans le réservoir. Les conclusions suivantes sont similaires pour le débit unitaire q et pour les autres paramètres. Dans cette figure, les erreurs relatives de la moyenne et de l'écart-type de la méthode LSA (μ_L, σ_L) par rapport à l'approche GUA (μ_G, σ_G), sont calculées par les équations (2.8). Les valeurs de (μ_L, σ_L) convergent naturellement vers (μ_G, σ_G) lorsque l'écart-type du paramètre incertain devient faible (*i.e.* lorsque l'intervalle min-max de variation du paramètre est plus petit). Cependant, l'écart relatif entre les deux

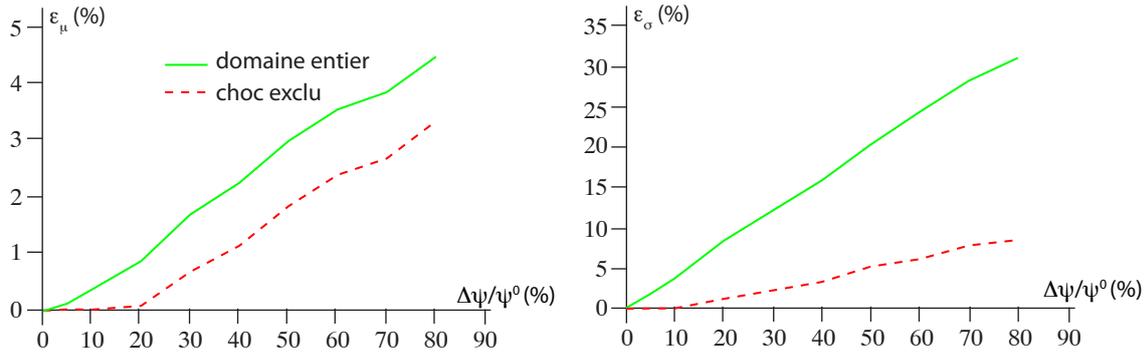


FIGURE 2.7. – **Problème de rupture de barrage.** Erreur relative sur l'estimation de la moyenne (gauche) et de la variance (droite) lorsque le seul paramètre incertain est z_L (haut). Sur chaque graphique les erreurs sont tracées en prenant en compte tout le domaine ou en excluant 4 m autour du choc.

méthodes reste inférieur à 5% même lorsque $\Delta\psi/\psi^0 = 80\%$, ce qui correspond à un écart-type de la cote initiale dans le réservoir de $\sigma_{z_L} = 2.42$ m. Du fait de la forte sur-estimation de l'amplitude du pic autour du choc par la méthode LSA, l'erreur sur l'écart-type peut atteindre plus de 30%. Mais si on exclut un intervalle de 4 m autour de ce choc, la différence relative entre les deux méthodes ne dépasse pas 9%. De plus, l'aire sous les deux courbes est équivalente ce qui indique qu'un traitement spécifique autour du choc peut être envisagé afin de mieux représenter la variance globale à ce niveau.

Pour aller plus loin, on considère maintenant que les trois paramètres z_L , n_M et S_0 peuvent être incertains simultanément. Dans ce cas, le nombre de simulations a été fixé à $N = 10\,000$, ce qui correspond à un temps de calcul d'environ une heure. Pour chaque simulation, chacun des trois paramètres est généré indépendamment par une loi Bêta centrée sur la valeur nominale ψ^0 du paramètre et bornée par un intervalle $[\psi^0 - \Delta\psi; \psi^0 + \Delta\psi]$ où $\Delta\psi$ est choisi comme un pourcentage de ψ^0 , identique pour les trois paramètres. La Figure 2.8 compare les écarts-types de la hauteur d'eau $h(x)$, calculés par les méthodes locale et globale, quand les paramètres peuvent s'écarter de leur valeur nominale de $\pm 0.1\%$, $\pm 20\%$ ou $\pm 40\%$. Dans le premier cas, l'estimation par la méthode LSA est quasi identique à celle de GUA. Mais lorsque l'écart-type des paramètres d'entrée augmente, bien que les résultats restent très proches dans la plus grande partie du domaine, les méthodes se comportent différemment au voisinage de la discontinuité. En effet, l'amplitude du pic obtenu par LSA augmente avec la variance des paramètres d'entrée et son étalement reste identique. Au contraire, l'écart-type obtenu par GSA diminue en amplitude autour du choc, mais devient plus large. Malgré cette différence, l'aire sous les deux courbes reste très proche, avec un écart relatif inférieur à 13% pour une variation de $\pm 40\%$ des trois paramètres.

L'analyse de convergence est également effectuée pour le cas où les trois paramètres varient simultanément. La Figure 2.9 montre l'erreur relative sur les deux premiers moments statistiques calculés par LSA par rapport à GUA, en fonction de $\Delta\psi/\psi^0$. Cette erreur, calculée sur tout le domaine, atteint seulement 3% sur la moyenne mais 18% sur l'écart-type lorsque les trois paramètres peuvent varier jusqu'à $\pm 40\%$ chacun. Par contre, si l'on ne prend pas en compte un domaine de 4 m autour de la discontinuité, l'erreur relative reste inférieure à 1.6% et 4.5%.

Un autre résultat intéressant de l'analyse de sensibilité locale, dans le cas de plusieurs paramètres incertains, est le fait qu'elle fournit directement une estimation au premier ordre de l'importance relative de chacun des paramètres dans la génération de l'incertitude sur le résultat du modèle. En effet, l'équation (2.6) exprime la variance du résultat du modèle comme la somme des contributions de chaque paramètre incertain ; on peut donc en extraire directement la part relative de chacun des paramètres. En appliquant cette opération sur le cas-test de rup-

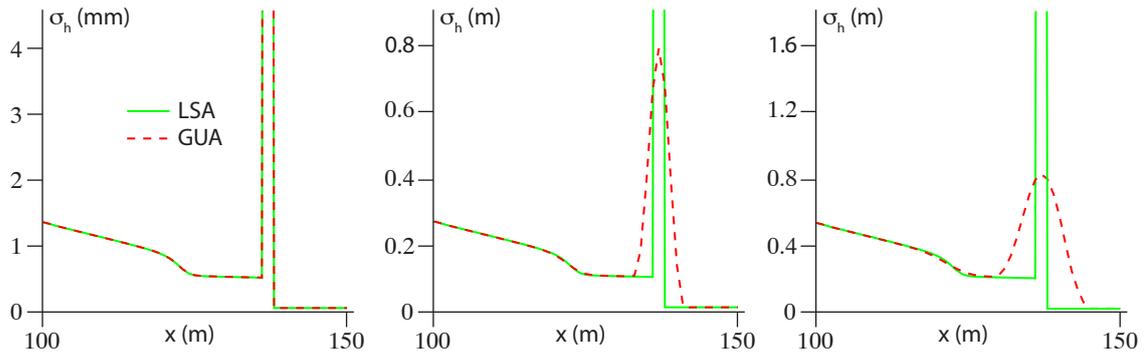


FIGURE 2.8. – *Problème de rupture de barrage avec trois paramètres incertains. Estimation de l'écart-type de $h(x)$ par les deux approches pour trois amplitudes de variation des paramètres $\psi = z_L, n_M, S_0$: a) $\pm 0.1\%$, b) $\pm 20\%$ et c) $\pm 40\%$. Lorsque la variance des paramètres d'entrée augmente, l'estimation par la méthode locale reste très précise sauf au niveau des chocs où la hauteur du pic est largement sur-estimée alors que sa largeur reste identique.*

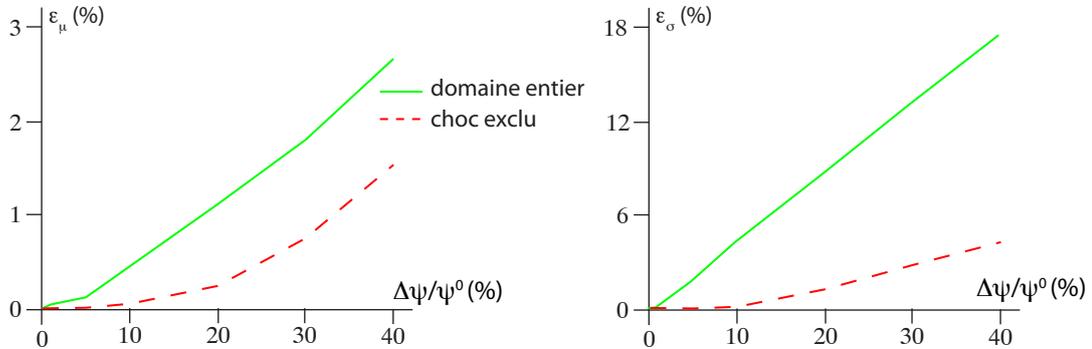


FIGURE 2.9. – **Problème de rupture de barrage.** *Erreur relative sur l'estimation de la moyenne (gauche) et de la variance (droite) lorsque les trois paramètres varient simultanément. Sur chaque graphique les erreurs sont tracées en prenant en compte tout le domaine ou en excluant 4 m autour du choc.*

ture de barrage, on peut voir qu'il existe une zone de prédominance de chacun des paramètres (Figure 2.10). La cote de l'eau dans le réservoir z_L est le paramètre le plus important en amont du choc, mais il n'a aucun effet en aval. Le coefficient de frottement n_M est celui qui a le plus d'importance à l'aval. On remarque également que la pente du fond est le paramètre qui influe le moins sur les résultats.

Incertitude de deux paramètres corrélés (loi de tarage)

Pour simplifier la présentation du problème, on se place ici en régime permanent. On obtient donc la courbe de remous, simplification des équations de Saint-Venant 1D dans le cas d'un écoulement permanent et d'un canal rectangulaire uniforme :

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dx} &= \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2} \\ h(L) &= h_{av} \end{aligned} \quad (2.16)$$

où $Fr = \sqrt{q^2 / (gh^3)}$ est le nombre de Froude pour un canal rectangulaire, L est la longueur du domaine et h_{av} est la hauteur d'eau imposée à la limite aval. Les quatre paramètres de ce cas-test sont : la pente du fond S_0 , le débit constant imposé à l'amont q , la hauteur d'eau imposée à l'aval h_{av} et le coefficient de Manning n_M , qui intervient dans la pente de frottement S_f . La seule variable de sortie est la hauteur d'eau en fonction de l'espace : $h(x)$.

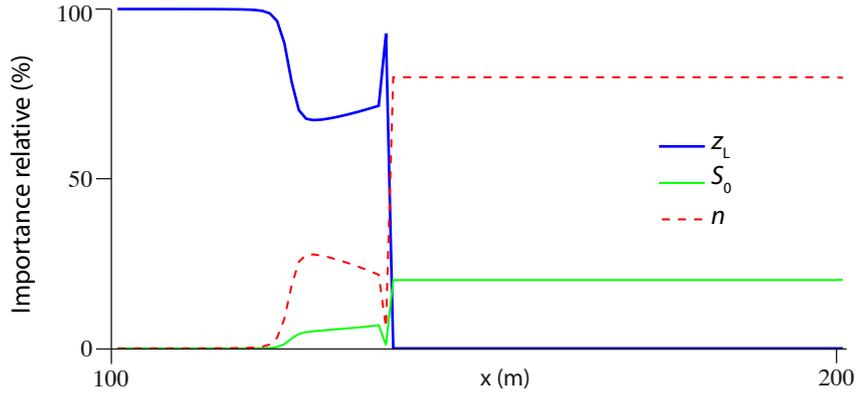


FIGURE 2.10. – Problème de rupture de barrage avec incertitude de trois paramètres. Importance relative de chacun des paramètres calculée par la méthode LSA, en fonction de l'espace au temps T_{\max} .

L'équation en sensibilité de la courbe de remous s'écrit :

$$\frac{d\eta}{dx} = \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2} \right) \eta + \varepsilon_\psi \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2} \right) \quad (2.17)$$

où η est la sensibilité de la hauteur d'eau par rapport au paramètre ψ et ε_ψ la fonction de perturbation du paramètre ψ . Le dernier terme doit donc être déterminé en fonction du paramètre d'intérêt.

Les courbes de sensibilité sont présentées dans la Figure 2.11. Pour faciliter la comparaison, elles sont normalisées, en multipliant le résultat par ψ_0/h_N (où ψ_0 est la valeur nominale du paramètre et h_N la hauteur normale). On observe logiquement que les valeurs de sensibilité par rapport à tous les paramètres, sauf la condition à la limite, sont nulles à la limite aval. Elles atteignent leur maximum (en valeur absolue) au niveau de la hauteur normale. A l'inverse, la condition à la limite voit son influence diminuer à mesure que h s'approche de la valeur de h_N .

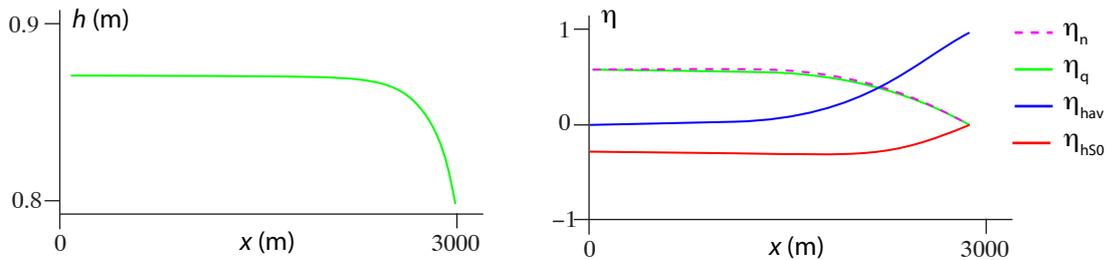


FIGURE 2.11. – Sensibilité de la courbe de remous par rapport à ses quatre paramètres.

On s'intéresse plus particulièrement ici au cas où plusieurs paramètres sont incertains et potentiellement corrélés. Un cas classique est celui de la loi de tarage, ou relation hauteur-débit. Dans ce cas, un tirage aléatoire de $N = 10000$ valeur a été fait pour la hauteur d'eau imposée à l'aval, selon une loi Bêta, avec $h_{av} \in [1.5; 2.5]$ m (ce qui conduit à un écart-type $\sigma_h = 0.15$ m). Pour le débit imposé à l'amont trois cas sont étudiés :

1. tirage aléatoire selon une loi Bêta, avec $q \in [2; 4]$ m²/s, soit un écart-type $\sigma_q = 0.27$ m²/s.
2. calcul du débit par la courbe de tarage :

$$q = \frac{1}{3} \sqrt{g(h_{av} - 0.5)^3} \quad (2.18)$$

3. ajout d'un bruit gaussien au calcul de la formule précédente

Dans le premier cas, le coefficient de corrélation R entre les paramètres h_{av} et q est nul ; dans le second il est égal à 1 puisque les paramètres sont totalement dépendants l'un de l'autre ; enfin, dans le troisième, le bruit gaussien ajouté à la courbe de tarage conduit à un coefficient $R = 0.9$. Les valeurs des paramètres sont tracées dans la Figure 2.12 (haut) ainsi que les résultats obtenus par les approches LSA et GUA en terme d'écart-type (bas). Les résultats de l'approche LSA sont obtenus par l'équation (2.7). L'erreur relative est respectivement 0.65% pour $R = 0$, 0.2% pour $R = 0.9$ et 0.12% pour $R = 1$. Ce cas-test montre donc que la méthode locale permet d'estimer avec précision les résultats de la méthode globale, même dans le cas où les paramètres peuvent être corrélés.

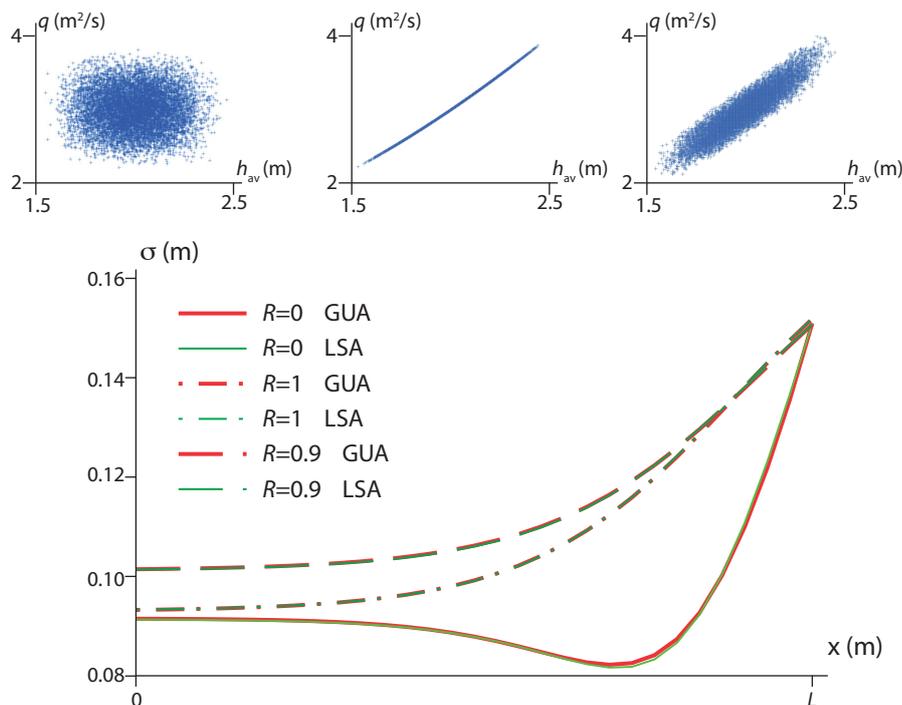


FIGURE 2.12. – Incertitude de deux paramètres corrélés. Ecart-type de la variable h calculé par les méthodes LSA et GUA pour les différentes distributions des paramètres h_{av} et q présentées au-dessus.

L'analyse d'incertitude sur les quatre paramètres à la fois est également présentée dans [Ra1], pour des paramètres indépendants. Dans ce cas, l'erreur relative du calcul de l'écart-type par la méthode LSA par rapport à GUA reste inférieure à 3% du résultat de GUA, même si les quatre paramètres varient de $\pm 40\%$ simultanément. De plus, pour permettre un calcul dans un temps raisonnable, la méthode Hyper-Cube Latin a été utilisée. La fonction de probabilité de la loi Bêta est divisée en 20 intervalles de probabilité égale dans lesquels une valeur est choisie aléatoirement. Ce tirage conduit à un nombre total de simulations égal à $20^4 = 160\,000$, en comparaison de 5 calculs pour la méthode locale (un pour l'écoulement et un pour la sensibilité par rapport à chaque paramètre).

II.3

Utilisation de l'analyse de sensibilité pour l'estimation des paramètres des modèles

L'estimation des paramètres (ou processus de calage) est une étape essentielle pour permettre l'application pratique d'un modèle. Elle est classiquement réalisée à travers un problème d'optimisation, dans lequel une fonction objectif représentant l'aptitude du modèle à reproduire des valeurs mesurées doit être, selon les cas, minimisée ou maximisée. Le paramètre est recherché en comparant une variable \mathbf{U}_{sim} calculée par le modèle à des valeurs observées \mathbf{U}_{obs} , de manière à ce que le résultat du modèle corresponde le mieux aux observations.

Un grand nombre de références de la littérature concerne le calage des modèles dans les domaines de l'hydrologie, les écoulements souterrains et la modélisation hydrodynamique, dont certaines incluent des recommandations pour des applications pratiques (voir par exemple les travaux réalisés sur ce sujet à HSM dans [8, 9]). Les domaines de sciences de la terre en général sont en effet largement concernés par les problèmes de calage puisque des modèles conceptuels simples, faisant intervenir un nombre limité de paramètres sont utilisés pour représenter des phénomènes physiques nombreux et complexes. Cependant, dans la plupart des références de la littérature (quel que soit le domaine) ainsi que dans les applications concrètes en industrie, le modèle est calé « manuellement », en utilisant l'expertise du modélisateur, ou par un parcours systématique de l'espace des paramètres. Bien souvent, ni le critère ni l'algorithme d'optimisation ne sont mentionnés dans les publications.

Une fonction objectif spécifique est généralement définie pour chaque application. Il s'agit le plus souvent d'une mesure de distance entre les valeurs simulées et observées dont l'expression est dérivée des formules classiques de distance euclidienne ou de valeur absolue. Celles-ci permettent de rassembler plusieurs paramètres à estimer en un problème d'optimisation à un seul critère, à travers une fonction objectif unique. Les difficultés d'observation contraignent souvent à réaliser le calage sur une autre variable que la variable d'intérêt, plus facilement accessible à la mesure (*e.g.* un débit mesuré en sortie d'un hydrosystème pour le calage d'un modèle réservoir). Le choix de la fonction objectif ainsi que celui de la variable utilisée pour le calage peuvent avoir un effet conséquent sur les valeurs des paramètres optimaux déterminés. En hydrologie par exemple, la fonction la plus utilisée est sans doute le critère de Nash-Sutcliffe [10], qui a été largement discuté et adapté dans la littérature. Cependant, les fonctions objectif de type distance sont bien connues pour introduire des minima locaux dans la surface de réponse des modèles et nécessitent donc des algorithmes d'optimisation globale.

On propose donc une autre forme de fonctions objectif, basée sur la formulation faible du problème de calage [Cia9, Cia10, Ra7, Ci3, Ci4, Rs1]. De telles fonctions transforment le problème d'optimisation en un processus de recherche de racine. On peut montrer que pour de nombreux modèles classiques (modèles hydrologiques de type réservoir, équation de convection/dégradation, courbe de remous...) ces fonctions objectif sont monotones par rapport aux paramètres du modèle, ce qui permet d'utiliser des techniques classiques de descente plutôt que des algorithmes d'optimisation globale, en assurant l'absence d'équifinalité.

3.1. Fonctions objectifs

Dans la suite, on définit l'erreur de modélisation e comme la différence entre les valeurs simulées et observées de la variable (éventuellement normalisée par la moyenne des observations) :

$$e = U_{\text{sim}} - U_{\text{obs}} \quad (3.1)$$

Cette erreur sera nulle si le modèle est parfait *i.e.* s'il permet de reproduire la mesure exactement (et sous réserve de considérer la mesure comme exacte).

Formulation de type distance

On rappelle que les fonctions objectif de type distance (DOF – Distance-based Objective Function) peuvent s'écrire sous la forme :

$$D_\alpha = a + b \|e\|_\alpha \quad (3.2)$$

où a et b sont respectivement un "offset" et une constante d'échelle, et où l'opérateur $\|\cdot\|_\alpha$ définit la norme α , classiquement calculée par

$$\|e\|_\alpha = \left(\sum_{n=1}^N |e_n|^\alpha \right)^{1/\alpha}$$

où N est le nombre de mesures disponibles et α est une valeur réelle supérieure à 1 ($\alpha = 2$ correspondant à la distance Euclidienne). Par définition, la distance est positive et le processus de calage devient alors un problème d'optimisation de la fonction objectif (minimisation ou maximisation selon la valeur de a et b). Dans la suite, nous prendrons $a = 0$ et $b = 1$. La puissance $1/\alpha$ n'influençant pas le processus d'optimisation, elle peut être omise. L'optimum sera unique si la dérivée de la fonction objectif par rapport au paramètre d'intérêt s'annule une et une seule fois. Une condition suffisante pour assurer l'unicité de ce zéro est que la dérivée seconde soit monotone.

La dérivée première de la fonction D_α par rapport au paramètre ψ est donnée par :

$$\frac{\partial D_\alpha}{\partial \psi} = \alpha \sum_{n=1}^N |e_n|^{\alpha-2} e_n \frac{\partial U}{\partial \psi} \quad (3.3)$$

où la dérivée de U par rapport au paramètre ψ est, par définition, la sensibilité de U par rapport à ψ :

$$\frac{\partial U}{\partial \psi} \equiv \chi_\psi \quad (3.4)$$

Dans beaucoup de cas, la sensibilité de la variable de sortie du modèle par rapport à un paramètre garde le même signe sur tout le domaine (ou sur une grande partie du domaine). Cependant, la fonction (3.3) peut s'annuler puisque e_n peut prendre des valeurs positives ou négatives. Ce qui signifie qu'il peut exister un minimum pour D_α . La dérivée seconde est donnée par :

$$\frac{\partial^2 D_\alpha}{\partial \psi^2} = \alpha(\alpha - 1) \sum_{n=1}^N |e_n|^{\alpha-2} \chi_\psi^2 + \sum_{n=1}^N \alpha |e_n|^{\alpha-2} e_n \frac{\partial \chi_\psi}{\partial \psi} \quad (3.5)$$

La dérivée seconde peut également s'annuler puisque e_n peut prendre des valeurs positives ou négatives, ce qui implique une dérivée première non monotone qui peut éventuellement s'annuler plus d'une fois et conduire au problème d'équifinalité pour l'estimation des paramètres.

Formulation faible de la fonction objectif

Un autre type de fonctions objectif peut être utilisé. Il s'agit de la formulation faible (WOF – Weak form-based Objective Function) donnée par la forme :

$$W_\alpha = a + b \sum_{n=1}^N e_n |e_n|^{\alpha-1} \quad (3.6)$$

Contrairement à la formulation basée sur la distance (Eq. 3.2), la fonction objectif définie par (3.6) n'est pas nécessairement positive puisque le signe de l'erreur e_n peut être variable selon si la solution numérique sur- ou sous-estime la valeur mesurée. L'utilisation de ce type de fonction objectif modifie la procédure de calage en un problème de recherche de racine. En effet, la valeur recherchée pour la fonction objectif n'est plus un minimum mais un zéro. De même que pour la fonction D_α , on peut choisir pour la suite $a = 0$ et $b = 1$ sans perte de généralité.

La dérivée de W_α par rapport à un paramètre ψ est alors donnée par :

$$\frac{\partial W_\alpha}{\partial \psi} = \alpha \sum_{n=1}^N |e_n|^{\alpha-1} \chi_\psi \quad (3.7)$$

Lorsque la sensibilité du résultat par rapport à un paramètre est de signe constant, la fonction objectif formulation faible est monotone selon ψ . Elle ne peut donc s'annuler qu'une seule fois, permettant ainsi d'éviter le problème d'équifinalité.

Cependant, il faut garder en mémoire que l'unicité théorique de la solution, d'un point de vue mathématique, peut ne pas être garantie du point de vue numérique. En effet, si la dérivée de la fonction objectif est nulle proche de l'optimum théorique des paramètres (c'est-à-dire si la fonction objectif est plate), plusieurs valeurs du paramètre ψ peuvent être considérées comme acceptables numériquement.

Pour éliminer ce problème, la fonction objectif peut être modifiée de manière à ce que sa dérivée reste négative même si l'erreur est nulle. L'équation (3.6) est donc remplacée par

$$W_\alpha = \sum_{n=1}^N e_n |e_n|^{\alpha-1} + \beta e_n \quad (3.8)$$

où β est un coefficient petit, dont la valeur dépend de l'ordre de grandeur de la variable mesurée. Dans ce cas, la dérivée de W_α par rapport au paramètre ψ est donnée par la fonction strictement monotone :

$$\frac{\partial W_\alpha}{\partial \psi} = \alpha \sum_{n=1}^N |e_n|^{\alpha-1} \chi_\psi + \beta \chi_\psi \quad (3.9)$$

Une autre conséquence de la non positivité de W_α est que les erreurs peuvent se compenser sur tout le domaine d'étude, particulièrement lorsque celui-ci est grand (voir exemples dans les sections suivantes). Dans ce cas, un paramètre risque d'être estimé en utilisant des mesures prises à des temps ou positions où la solution est indépendante de ce paramètre. Pour éviter ce problème, on multiplie l'erreur e_n de chaque point de mesure par la sensibilité du résultat par rapport au paramètre ψ , avant de procéder au calage :

$$e_n \leftarrow e_n \chi_\psi \quad (3.10)$$

La section suivante décrit l'algorithme utilisé. Le but étant de pouvoir estimer plusieurs paramètres simultanément, il est nécessaire de définir une fonction objectif par paramètre (en prenant différentes valeurs de l'exposant α).

3.2. Algorithme de calage

Un modèle à p paramètres peut être calé en définissant p fonctions objectif WOF et en cherchant leur intersection dans l'espace des paramètres. On cherche donc le vecteur de paramètres $\Psi = [\psi_1, \dots, \psi_p]^T$ pour lequel les p fonctions objectif choisies $W_{\alpha_1}, \dots, W_{\alpha_p}$ s'annulent simultanément.

Ces fonctions étant monotones, l'intersection est unique. On peut donc utiliser une approche classique de recherche de racine en dimension quelconque : l'algorithme de Newton-Raphson. Les p fonctions objectif peuvent être définies en utilisant plusieurs valeurs de la puissance α ou plusieurs variables observées ou transformations de ces variables (tant que la transformation est monotone).

Le processus itératif de calage proposé est donc le suivant :

1. Initialiser le vecteur de paramètres à une valeur choisie, pour $i = 0$: $\Psi^i = [\psi_1^i, \dots, \psi_p^i]^T$
2. Calculer la variation suivante :

$$\delta\Psi^i = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{W} \quad (3.11)$$

où $\mathbf{W} = [W_{\alpha_1}(\Psi), \dots, W_{\alpha_p}(\Psi)]^T$ est le vecteur des fonctions objectif calculé avec le jeu de paramètres Ψ^i , et \mathbf{A} est la matrice jacobienne définie par :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial W_1}{\partial \psi_1} & \cdots & \frac{\partial W_1}{\partial \psi_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial W_p}{\partial \psi_1} & \cdots & \frac{\partial W_p}{\partial \psi_p} \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

où les dérivées $\partial W_i / \partial \psi_j$ sont données par l'équation (3.9).

3. Mettre à jour le vecteur de paramètres :

$$\Psi^{i+1} = \Psi^i + \delta\Psi^i \quad (3.13)$$

4. Répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à ce que $\delta\Psi^i$ puisse être considéré comme le vecteur nul (*i.e.* tester que, soit toutes les fonctions objectif sont plus faibles qu'un seuil fixé, soit que la variation successive de deux jeux de paramètres est faible).

Le principal défaut de cet algorithme est que la convergence n'est pas garantie. Pour contourner ce problème, un test peut être fait pour assurer que les paramètres sont bien recherchés dans un intervalle de valeurs réalistes. Dans le cas contraire, on reprend l'algorithme avec une nouvelle valeur de départ du paramètre tirée aléatoirement dans cet intervalle.

3.3. Résultats

Les différences de comportement entre les fonctions objectif de type « distance » et celles de type « formulation faible » ont été étudiées dans le cas de modèles hydrologiques conceptuels [Ra7]. Je présente ici de nouveaux résultats obtenus sur d'autres cas-tests.

Calage du coefficient de frottement de Manning

Pour tester la robustesse de la méthode, on l'applique à un cas test « numérique », dans lequel les « mesures » sont générées par un modèle, de manière à maîtriser totalement les valeurs des paramètres. On utilise pour cela le modèle classique de la courbe de remous et le calage du coefficient de frottement de Manning/Strickler.

On rappelle que la courbe de remous, simplification, en régime permanent, des équations de Saint-Venant 1D s'écrit (Eq. 2.16 page 41) :

$$\frac{dh}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$

où S_f est la pente de frottement qui dépend du coefficient de Manning. En régime fluvial, la ligne d'eau est calculée de l'aval vers l'amont à partir de la hauteur h_{av} et pour un débit et une pente du fond donnés.

Vérification élémentaire :

On calcule une ligne d'eau avec des valeurs constantes et connues de tous les paramètres : $q = 3 \text{ ms}^{-1}$, $h_{av} = 1.5 \text{ m}$ et $S_0 = 10^{-3}$. Le coefficient de Manning est constant par morceaux sur N_b biefs où N_b varie entre 1 et 10. Il est choisi aléatoirement entre $0.011 \text{ m}^{-1/3}\text{s}$ et $0.04 \text{ m}^{-1/3}\text{s}$ (la valeur maximale correspond à un cours d'eau à forte rugosité et la valeur minimale est fixée de manière à assurer un régime fluvial). Les valeurs « mesurées » sont ensuite générées à partir de cette ligne d'eau tous les 200 m.

On applique l'algorithme de calage automatique sur ces données en considérant le même nombre de biefs que pour la génération des mesures. Ceci permet de vérifier que la méthode est capable de retrouver les mêmes coefficients de Manning. On considère que la convergence est atteinte lorsque la différence entre deux valeurs consécutives du vecteur de paramètres est inférieure à 10^{-5} ou que l'écart maximal aux valeurs mesurées est inférieure à 1 cm.

La Figure 3.1 montre un exemple des différentes étapes de l'algorithme pour atteindre la convergence dans le cas où $N_b = 10$. On donne aussi le nombre d'itérations pour atteindre la convergence ainsi que les erreurs relatives entre les coefficients de Manning estimés et leurs valeurs théoriques. Celles-ci sont toujours inférieures à 1% et ne semblent pas dépendre du nombre de coefficients à caler.

Ce cas test élémentaire permet de montrer que la méthode est robuste et converge vers les coefficients imposés.

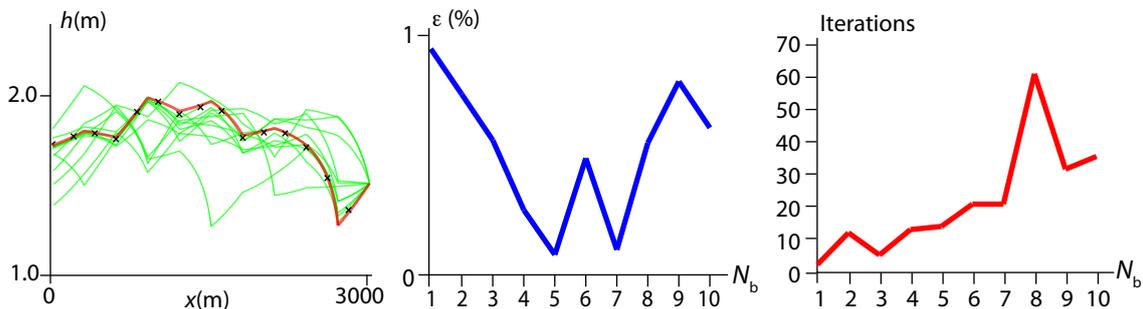


FIGURE 3.1. – Calage du coefficient de frottement. Résultat du cas-test élémentaire de vérification de la robustesse de l'approche. Gauche : différentes étapes de l'algorithme pour $N_b = 10$; milieu : erreur relative ($< 1\%$); droite : nombre d'itérations pour atteindre la convergence.

Influence des incertitudes de mesure sur la valeur du paramètre calé :

Le premier cas-test a permis de vérifier la robustesse de la méthode dans l'hypothèse où tous les paramètres sont parfaitement maîtrisés. Or, ceci n'est jamais vrai dans la modélisation d'un problème réel : même si le régime permanent peut être supposé, le débit n'est jamais parfaitement constant, la pente du fond varie localement et la hauteur à l'aval est mesurée avec plus ou moins de précision. De manière à représenter l'incertitude sur tous les paramètres, on introduit donc un bruit sur la génération des mesures de hauteur d'eau.

On a vu lors de l'analyse de sensibilité présentée dans le chapitre précédent sur la courbe de remous, que l'incertitude sur la condition aval influence le résultat de hauteur d'eau jusqu'à ce que la hauteur normale soit atteinte. Au contraire, les autres paramètres ont une influence maximale au niveau de la hauteur normale, quand l'influence de la condition à la limite est dissipée. Si l'on peut supposer que la mesure de hauteur à l'aval du système est relativement précise (de l'ordre du centimètre), les mesures de débit sont souvent beaucoup plus incertaines

(car généralement estimées à partir d'une loi de tarage). On se place ici dans le cas où l'incertitude sur h_{av} est estimée à 10%, celle sur q à 30% et celle sur la pente S_0 à 20%. Dans le cas le plus défavorable (les valeurs de h_{av} et q sont augmentées de leur incertitude respective alors que la valeur de la pente est diminuée), on peut estimer que l'incertitude maximale sur la mesure de hauteur d'eau sera d'environ 25%. On représente donc l'erreur potentiellement commise sur les mesures par une valeur aléatoire comprise entre plus et moins 25% de la valeur de hauteur d'eau calculée avec les paramètres nominaux du problème. On génère cette fois-ci les mesures sur N_b biefs où N_b varie entre 1 et 15, avec une mesure par bief, qui servira de condition à la limite aval pour le calage des N_b coefficients de Manning. On cherche à caler les coefficients de manière à reproduire fidèlement les mesures bruitées, *i.e.* en tolérant une erreur de 1% près en moyenne et 1.5% au maximum. Dans ce cas, la Figure 3.2 montre que la convergence est impossible dès que les mesures deviennent trop proches les unes des autres, à moins de permettre aux paramètres de prendre des valeurs aberrantes. Bien sûr, si on prend en compte l'incertitude dans le processus de calage (ne serait-ce que de la moitié de l'incertitude supposée), l'algorithme converge rapidement vers un résultat cohérent (Figure 3.2 droite).

On peut en déduire deux règles élémentaires : *i*) il ne faut pas essayer de reproduire parfaitement les mesures lorsque l'on sait que celles-ci sont fortement incertaines ; *ii*) l'incertitude sur les mesures devient prépondérante lorsque les distances entre deux mesures consécutives sont faibles, au point d'empêcher l'algorithme de calage de converger vers des paramètres physiquement admissibles.

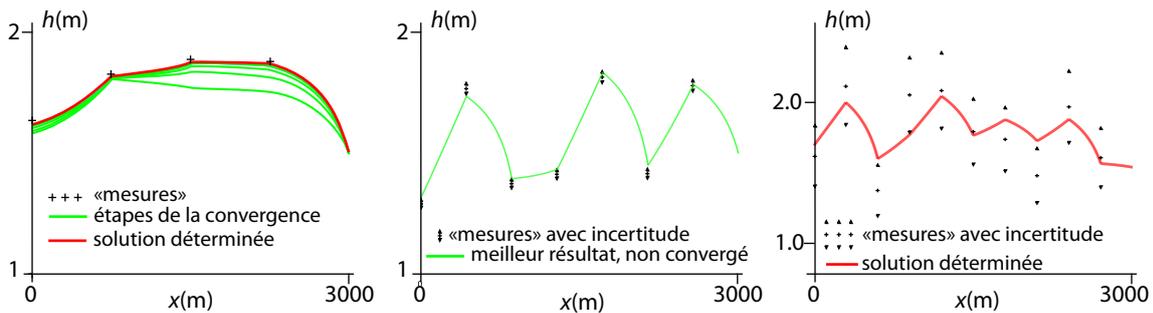


FIGURE 3.2. – Influences des incertitudes de mesure sur la valeur du paramètre calé. Gauche : exemple de résultat convergé en 5 itérations (pour $N_b = 4$). Milieu : solution non convergée ($N_b = 7$) ; droite : solution pour $N_b = 10$ avec prise en compte de l'incertitude.

Longueur optimale pour le calage des coefficients par bief :

Le résultat du cas-test précédent rejoint une étude théorique sur la sensibilité de la courbe de remous au coefficient de Strickler, qui a permis à Guinot et Cappelaere [11] de montrer qu'il existe une longueur optimale pour le calage de ce coefficient par bief. Afin de vérifier ce résultat, on propose le cas test suivant. On considère un canal de longueur totale L et de pente uniforme S_0 . Le débit unitaire q circulant dans le canal est supposé constant et connu. On dispose d'une mesure de hauteur d'eau à la limite aval et à la limite amont du modèle. Le domaine est divisé en deux parties de longueur L_1 à l'amont et $L - L_1$ à l'aval. Sur la partie aval, le coefficient de Manning est choisi aléatoirement. On applique alors l'algorithme de calage sur la partie amont.

La Figure 3.3 montre les courbes convergées pour plusieurs valeurs de L_1 et l'évolution de la valeur du coefficient n_M déterminé en fonction de L_1 . On remarque que cette valeur ne varie plus à partir d'une longueur de 1000 m environ. Ceci est en cohérence avec les résultats obtenus dans [11], puisque la longueur caractéristique $L_{1/2}$ que les auteurs ont calculée avec les mêmes valeurs de paramètres est égale à 279 m, et ceux-ci préconisent un calage sur une longueur d'environ 3 fois la longueur caractéristique.

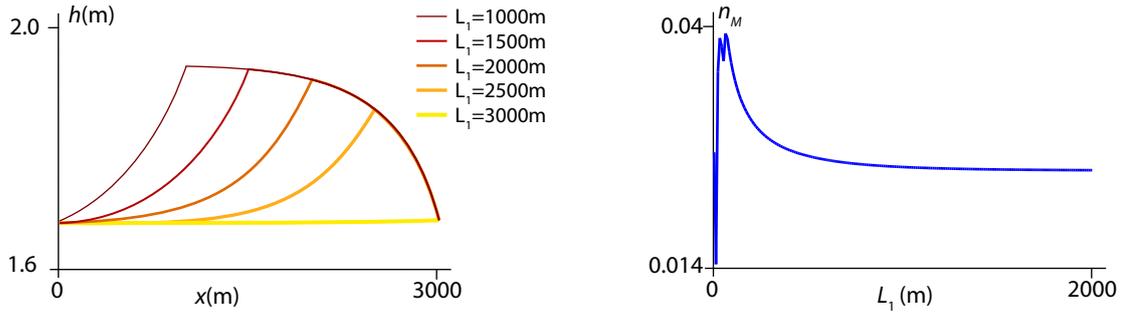


FIGURE 3.3. – Longueur optimale pour le calage des coefficients par bief. Gauche : résultats après calage pour plusieurs valeurs de L_1 ; droite : valeur de n_M en fonction de L_1 .

Cas-test réel : calage d'un coefficient de dégradation en lagune

On applique ici l'algorithme de calage à un modèle simplifié de dégradation de contaminant en lagune. Pour plus de généralité, on se place dans le cas où la largeur du domaine n'est pas forcément uniforme sur l'espace (exemple : système de plusieurs lagunes en série de sections différentes). Dans ce cas, les équations du modèle en une dimension peuvent s'écrire :

$$\frac{\partial A(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (3.14a)$$

$$\frac{\partial AC(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial QC(x, t)}{\partial x} = -kAC(x, t) \quad (3.14b)$$

où A (m^2) est la section en travers de l'écoulement, Q (m^3s^{-1}) le débit, C ($kg\ m^{-3}$) la concentration en contaminant et k (s^{-1}) le coefficient de dégradation.

Dans les lagunes, le niveau d'eau est maintenu approximativement constant (soit $\partial A/\partial t = 0$). L'équation de continuité définie par la première ligne du système précédent implique alors un débit uniforme sur le domaine (soit $\partial Q/\partial x = 0$). En considérant que le coefficient de dégradation est identique sur tout le domaine, et en simplifiant par la section A , on obtient l'équation de convection/dégradation :

$$\frac{\partial C(x, t)}{\partial t} + u(x, t) \frac{\partial C(x, t)}{\partial x} = -k(t)C(x, t) \quad (3.15)$$

où $u = Q/A$ est la vitesse de l'écoulement, qui peut dépendre de x dans le cas où la section n'est pas uniforme. La condition initiale est définie par une concentration uniforme dans la lagune :

$$C(x, 0) = C_{\text{init}} \quad \forall x \quad (3.16)$$

et la condition à la limite est la concentration en contaminant à l'entrée du domaine :

$$C(0, t) = C_0(t) \quad (3.17)$$

Le paramètre à caler dans ce cas-test est le coefficient de dégradation $k(t)$. Cependant, celui-ci étant dépendant du temps, on le définit comme une fonction linéaire par morceaux avec M sommets :

$$k(t) = \sum_{m=1}^M k_m \varepsilon_m(t) \quad (3.18)$$

où ε_m est la fonction support de chaque sommet k_m , triangulaire, définie par (voir Figure 3.4) :

$$\varepsilon_m = \begin{cases} 0 & \text{si } t < t_{m-1} \\ \frac{t-t_{m-1}}{t_m-t_{m-1}} & \text{si } t \in [t_{m-1}, t_m] \\ \frac{t_{m+1}-t}{t_{m+1}-t_m} & \text{si } t \in [t_m, t_{m+1}] \\ 0 & \text{si } t > t_{m+1} \end{cases} \quad (3.19)$$

Les équations en sensibilité sont obtenues en dérivant l'équation (3.15) par rapport à chaque sommet k_m

$$\frac{\partial \chi_m(x, t)}{\partial t} + u \frac{\partial \chi_m(x, t)}{\partial x} = -k_m \chi_m(x, t) - \varepsilon_m C(x, t) \quad (3.20)$$

où χ_m est la sensibilité de la concentration C par rapport à la valeur k_m .

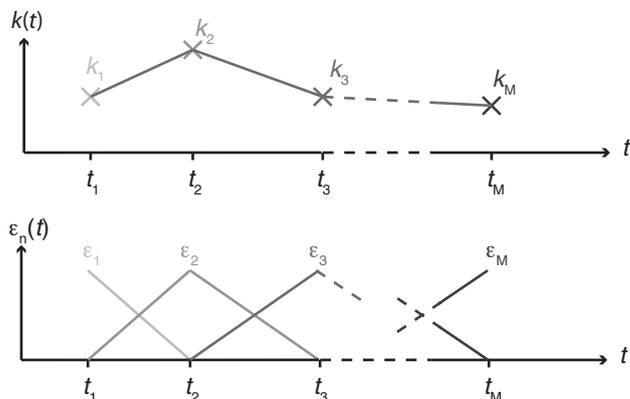


FIGURE 3.4. – **Calage du coefficient de dégradation.** Définition de la fonction $k(t)$, linéaire par morceau et des fonctions support ε , triangulaires.

Les sommets du coefficient de dégradation sont calibrés en comparant les valeurs de concentration simulées à des valeurs mesurées en sortie de la lagune. Dans la suite, l'erreur relative moyenne des données simulées par rapport aux observations est définie par :

$$\bar{e} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{|C(L, t_n) - C_{\text{obs}}^n|}{C_{\text{obs}}} \quad (3.21)$$

où C_{obs}^n est la valeur moyenne des concentrations mesurées.

Les mesures utilisées ont été réalisées environ tous les 15 jours sur un an (2002-2003), dans un système de trois lagunes situé à Mèze [12]. La hauteur de l'eau dans les trois bassins est comprise entre 1.1 et 1.7 m, leur section et leur longueur sont respectivement : $A_1 \approx 88 \text{ m}^2$, $A_2 \approx 60 \text{ m}^2$, $A_3 \approx 70 \text{ m}^2$, $L_1 \approx 530 \text{ m}$, $L_2 \approx 360 \text{ m}$, $L_3 \approx 320 \text{ m}$. Deux paramètres sujets à dégradation sont étudiés : $\text{NH}_4\text{-N}$ (ammonia nitrogen) et DCO (Demande Chimique en Oxygène) :

Le $\text{NH}_4\text{-N}$ a été analysé par la méthode spectrophotométrie d'absorption moléculaire au bleu d'indophénol (ISO 7150-1). L'azote amoniacal mesure la présence de matière oxydable contenant de l'azote. L'évolution de ce paramètre est liée à la dégradation pendant le traitement de l'eau usée et dépend également de la température et du pH dans le bassin d'épuration. Lors d'un travail de thèse [12], les différents processus concernant l'élimination des oxydes d'azote ont été caractérisés dans le système étudié.

La Demande Chimique en Oxygène mesure la présence de matière oxydable. Elle est souvent utilisée pour suivre l'efficacité de la station de traitement car l'évolution de ce paramètre est liée à la dégradation de la matière organique.

Les débits à l'entrée et la sortie du système ont également été mesurés (voir Figure 3.5). Cependant, de nombreuses sources d'incertitudes peuvent être signalées, les deux principales étant : *i*) les mesures de DCO et $\text{NH}_4\text{-N}$ ont été réalisées par des prélèvements ponctuels, qui ne peuvent pas tenir compte des fortes variations journalières de concentration ; *ii*) les débits n'ont pas été mesurés aux entrées/sorties de chaque bassin, mais seulement à l'entrée/sortie du système global, ce qui empêche de tenir compte de by-pass connus, qui peuvent modifier localement la valeur du débit. On voit sur la Figure 3.5 que le débit de sortie est presque systématiquement supérieur au débit d'entrée, ce qui est contraire à l'hypothèse de débit uniforme sur tout le domaine.

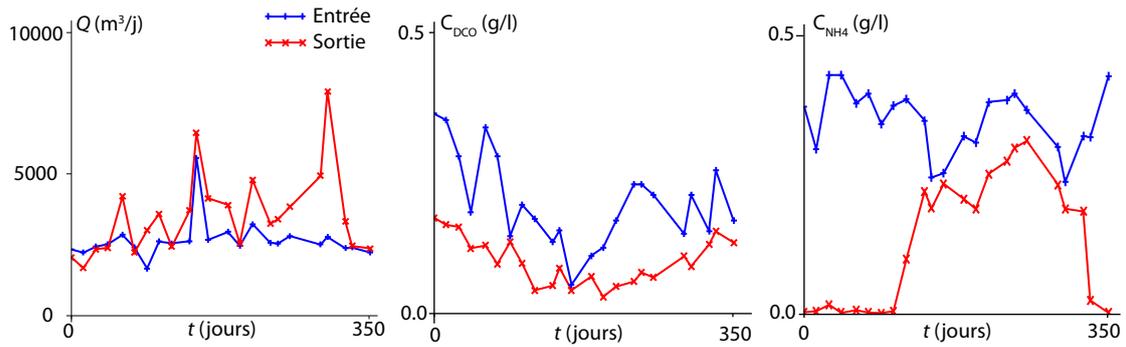


FIGURE 3.5. – *Calage du coefficient de dégradation en lagune.* Gauche : mesures du débit en entrée et en sortie du système ; milieu et droite : mesures des concentrations en DCO et $\text{NH}_4\text{-N}$. L'incertitude sur ces données n'a pas été estimée de façon précise mais est connue pour être au moins $\pm 15\%$ des valeurs mesurées.

Le processus de calage est appliqué en utilisant quatre sommets équirépartis pour représenter le coefficient de dégradation en fonction du temps. Les résultats sont montrés dans la Figure 3.6. Pour signifier l'incertitude globale sur les mesures, les concentrations relevées sont tracées avec un intervalle de plus ou moins 15% .

Sur les mesures de $\text{NH}_4\text{-N}$, la convergence de l'algorithme est atteinte en 73 itérations avec une erreur relative moyenne de $\bar{\epsilon} = 18.7\%$, qui peut être considérée comme étant dans la limite de l'incertitude des mesures. Les résultats obtenus avec la concentration en COD sont moins bons avec une convergence atteinte en 85 itérations et une erreur relative moyenne $\bar{\epsilon} = 27.8\%$. L'allure générale de l'évolution de la concentration dans l'année est cependant respectée.

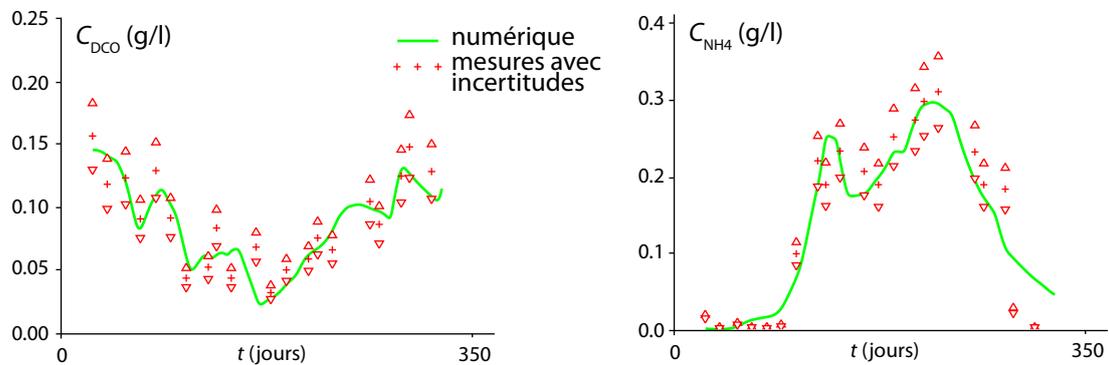


FIGURE 3.6. – *Calage du coefficient de dégradation en lagune.* Résultats de simulation après le processus de calage appliqué sur les valeurs de DCO (gauche) et $\text{NH}_4\text{-N}$ (droite).

Conclusion

La première partie de ce document scientifique a été consacrée à la résolution des équations en sensibilité pour le modèle de Saint-Venant avec la présence éventuelle de solutions discontinues. Les cas-tests proposés ont permis la comparaison de la méthode de résolution directe, avec la méthode empirique, qui consiste à dériver le résultat du modèle. L'avantage principal de cette deuxième approche, est qu'elle ne nécessite pas la connaissance des équations du modèle et de leurs dérivées par rapport à chaque paramètre d'intérêt. Un inconvénient est que deux calculs doivent être lancés au lieu d'un pour l'approche directe qui résout les équations en flux et sensibilité simultanément. Or, les temps de calcul, qui sont généralement très courts pour des modèles uni-dimensionnels, peuvent vite devenir prohibitifs lorsque l'on traite de modèles 2D.

Si les solutions sont continues, les deux approches fournissent des résultats comparables en une dimension. Mais la méthode empirique présente un pic au niveau des discontinuités, qui peut être détecté et traité par la résolution directe. D'autre part, le dernier cas-test montre que la résolution des équations en sensibilité en deux dimensions est moins sujette aux artefacts numériques que le calcul empirique.

D'autres cas-tests sont présentés dans les publications, tels que l'analyse de sensibilité d'un écoulement permanent au coefficient de frottement ou l'application du problème de rupture de barrage à un canal trapézoïdal (voir article [Ra5], fourni en Annexe F page 105).

La deuxième partie présente l'utilisation de la sensibilité locale pour l'analyse d'incertitude. L'avantage principal de la méthode proposée, basée sur la résolution directe des équations en sensibilité, est qu'elle ne requiert qu'une seule simulation au lieu de plusieurs centaines ou milliers pour la méthode globale classique, ce qui représente un gain de temps considérable, même pour un modèle 1D simple. Cette étude montre que l'analyse de sensibilité locale peut être utilisée à la place d'un grand nombre de simulations de Monte Carlo, même dans le cas de problèmes hydrodynamiques complexes, avec variations de plusieurs paramètres corrélés ou non. Ceci n'est vrai que tant que l'écoulement reste continu. Dans le cas du problème de rupture de barrage par exemple, il faut envisager une amélioration de la méthode pour mieux estimer la forme du « pic » autour de la discontinuité. On a vu dans la première partie de ce document que la position du choc peut être déterminée avec précision et que le pic peut être éliminé, ce qui laisse à penser que cette amélioration ne devrait pas poser de grandes difficultés. En outre, dans l'hypothèse où les équations en sensibilité du modèle ne pourraient pas être déterminées, la méthode empirique, bien que moins précise, peut également être utilisée.

L'analyse de sensibilité est enfin utilisée de façon originale dans le processus d'estimation automatique des paramètres d'un modèle. L'avantage de cette méthode, est que l'utilisation d'une fonction objectif formulation faible permet d'exprimer le processus de calage sous la forme d'un problème de recherche de racine, qui peut être résolu par une approche classique de type Newton-Raphson. L'utilisation de la sensibilité est intéressante en deux points : *i*) elle est requise dans l'algorithme de recherche de racine ; *ii*) et elle est utilisée comme filtre dans l'estimation de l'erreur, pour s'assurer qu'un paramètre n'est pas modifié par des mesures effectuées à des endroits où il n'a pas d'influence.

Les cas-tests numériques confirment que cette approche est robuste et ne présente pas de phénomène d'équifinalité. Cependant, la convergence n'est pas toujours garantie, en particulier

si les données sont trop bruitées et que l'on souhaite passer au plus près des mesures.

Les résultats obtenus dans le cas-test réel de dégradation en lagune sont beaucoup moins précis, mais ceci est largement dû aux grandes incertitudes de mesures. Une façon d'améliorer ces résultats en particulier en terme de vitesse de convergence, serait d'utiliser d'autres données disponibles dont peut dépendre le coefficient de dégradation. En effet, celui-ci étant par exemple dépendant de la température, une fonction plus adaptée pourrait être utilisée pour définir la valeur initiale des paramètres. La méthodologie, ainsi que les premiers résultats sur le modèle de convection/dégradation ont fait l'objet d'un article soumis à la revue *Water Science and Technology* [Rs1].

La partie suivante présente mon projet de recherche, d'une part dans la continuité des travaux sur l'analyse de sensibilité, et d'autre part, concernant les modèles de transport ainsi que l'acquisition de données pour la paramétrisation et la validation des modèles.

PARTIE III

Projet de recherche

Modélisation hydrodynamique

Application à des problèmes d'ingénierie

Dans le cadre de la modélisation hydrodynamique, on étudie la sensibilité des résultats aux différents paramètres des modèles dans le but d'identifier les zones ayant le plus d'influence sur les résultats en un point donné – celles-ci étant généralement différentes suivant la variable considérée (conditions initiales, conditions aux limites, topographie, coefficient de frottement. . .).

Un certain nombre de perspectives méthodologiques est prévu à court terme pour adapter les modèles développés, ainsi que les méthodes d'analyse d'incertitude et de calage, à des applications réelles. Ces travaux sont envisagés en collaboration avec les entreprises du secteur, en particulier avec le bureau d'études CEREG Ingénierie à travers le co-encadrement de projets de fin d'étude d'étudiants Polytech'STE.

Sensibilité

Des perspectives de recherche immédiates concernent les développements méthodologiques pour l'analyse de sensibilité. L'obtention et la résolution des équations en sensibilité du modèle Saint-Venant 1D ont été présentées dans le cas de solutions continues et discontinues. Une méthode originale a été proposée dans [Ra3] pour améliorer la stabilité de la résolution numérique des équations de Saint-Venant. Elle est basée sur l'utilisation d'une variable auxiliaire dans le calcul du flux. Une perspective de recherche immédiate consiste donc à généraliser cette méthode, appelée AVB, aux équations en sensibilité. Ceci pourra être fait, par exemple, dans le cadre d'un stage d'une formation en mathématiques appliquées ou en numérique.

D'autres recherches concernent l'application de la technique de résolution des équations en sensibilité avec choc au modèle en deux dimensions. Cette généralisation n'est pas triviale [13] car la résolution des équations en sensibilité 2D nécessite de résoudre une troisième équation pour la quantité de mouvement transverse. Jusqu'à présent, une partie de la troisième équation a été discrétisée sous la forme non conservative pour préserver la propriété d'invariance de l'invariant de Riemann le long de l'onde de contact. En deux dimensions, ne pas discrétiser l'équation de quantité de mouvement transverse de manière totalement conservative peut conduire à des problèmes de stabilité. De plus, la détection et la détermination exacte de la position et de la vitesse de propagation des chocs en deux dimensions est encore problématique.

L'analyse de sensibilité est également utile pour la comparaison du comportement des modèles vis à vis d'une variation de paramètre. Par exemple, elle permet de montrer que les modèles shallow water 1D et 2D ne se comportent pas de la même manière du point de vue du calage [14, Cia10]. Un exemple simple concerne le coefficient de frottement dans un écoulement en rivière. Si l'écoulement est considéré uni-dimensionnel, ce coefficient est calé de manière à intégrer les pertes de charge dues à la géométrie du domaine. Ceci n'est pas le cas pour le modèle 2D qui inclut la représentation de la géométrie et des pertes de charge associées. La Figure 1.1 montre un exemple présenté aux étudiants de dernière année de Polytech'STE lors de l'enseignement d'initiation à

la modélisation 2D. Il illustre de façon simple la différence de comportement des modèles 1D et 2D. Le coefficient de frottement que l'on doit imposer sur un modèle 1D d'un canal à méandres pour retrouver la perte de charge déterminée par un modèle 2D sans frottement est d'environ 0.015 (soit $K_s = 67$). Le modèle 2D est donc moins sensible au coefficient de frottement, qui sera, par conséquent, moins utilisable comme paramètre de calage.

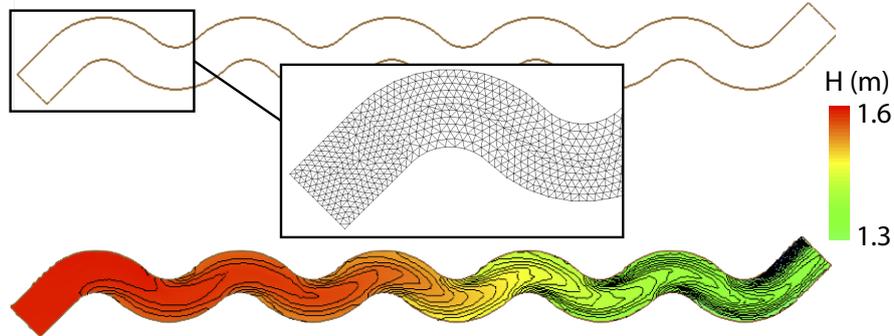


FIGURE 1.1. – *Perte de charge dans un canal à méandres, sans frottement. Un modèle 1D nécessiterait l'utilisation d'un coefficient de frottement non nul pour représenter la même perte de charge, d'environ 30cm.*

On a vu également dans les cas-tests sur la courbe de remous, que l'influence de la condition à la limite aval peut se propager sur plusieurs kilomètres avant de diminuer au profit des autres paramètres. Cependant, des simulations numériques on montré que la sensibilité à la condition aval dans les modèles à deux dimensions, se propage dans des rues rectilignes, mais qu'elle est très rapidement dissipée au passage de carrefours [Cia12, Cn4] (Figure 1.2).

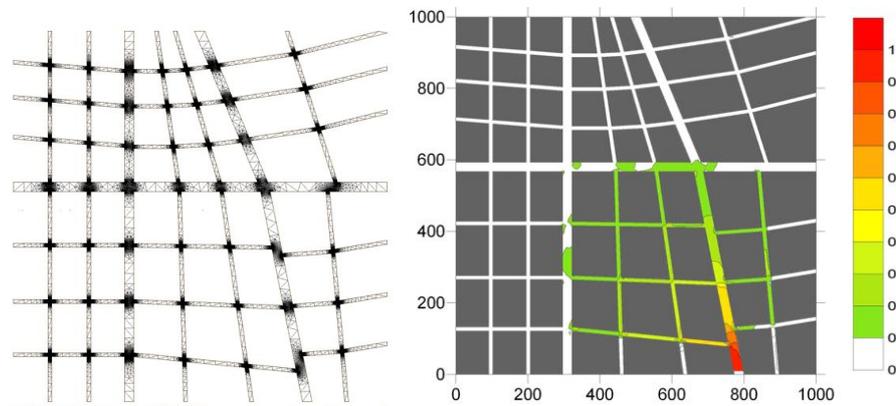


FIGURE 1.2. – *Sensibilité de la hauteur d'eau à la condition à la limite aval dans un modèle 2D (quartier virtuel du projet HY2VILLE).*

Ce comportement est particulièrement intéressant lorsque les conditions aux limites du domaine sont méconnues. Les études de sensibilité des différents types de modèles utilisés dans les bureaux d'études en hydraulique permettront de proposer des guides pour l'application et la définition des points de mesures. Par exemple, une application directe est prévue dans le cadre du projet PNTS THUB et en partenariat avec CEREG Ingénierie, sur l'analyse de sensibilité des résultats d'un modèle de réseau d'assainissement à la méconnaissance des caractéristiques du réseau.

Incertitudes

Dans le cadre de la modélisation hydrodynamique, la sensibilité locale peut être utilisée comme approximation au premier ordre pour une analyse d'incertitude globale, même si les équations de Saint-Venant sont connues pour être fortement non linéaires, et même si les variations possibles

des paramètres sont importantes. En effet, dans tous les tests effectués, qu'ils soient mono- ou multi-paramétrique, allant jusqu'à une variation relative de $\pm 80\%$ des paramètres, l'analyse de sensibilité locale permet une estimation correcte des résultats obtenus par une analyse d'incertitude globale, alors qu'elle ne nécessite que quelques simulations au lieu de plusieurs centaines ou milliers. Les deux méthodes diffèrent seulement lorsque la solution hydraulique est discontinue. Lors du projet de fin d'étude de A. Mosca [Pr.1] avec CEREG Ingénierie, des tests, réalisés avec le logiciel HEC-RAS sur une géométrie réelle d'un cours d'eau, ont montré que cette approche peut s'avérer imprécise si les paramètres nominaux sont mal choisis ou si l'on souhaite connaître l'effet d'une trop grande variation des paramètres. Malgré cela, on peut voir sur l'exemple présenté dans la Figure 1.3, que la réponse du modèle en terme de cote de surface libre, à une variation de débit, reste quasi-linéaire par morceaux. Un nombre restreint de calculs de sensibilité locale reste donc suffisant pour représenter l'incertitude globale des paramètres. La généralisation de la méthode à des modélisations de cas réels ne devrait donc pas poser de problème majeur et sera étudiée à court terme.

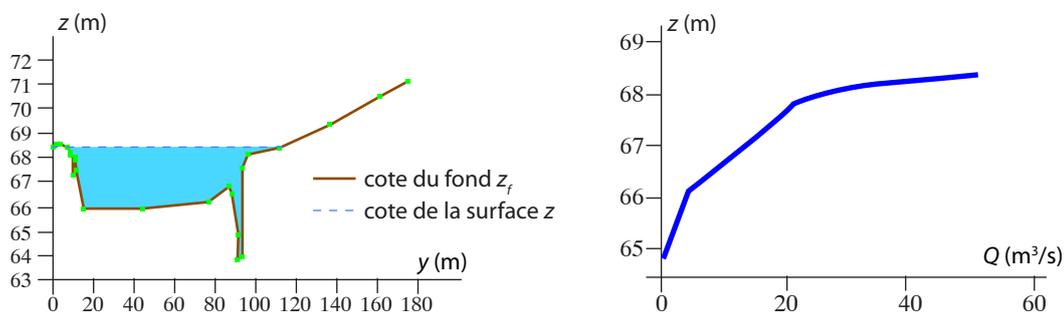


FIGURE 1.3. – Sensibilité de la cote de l'eau au débit sur une géométrie réelle. Gauche : section en travers pour une abscisse de la rivière ; droite : cote en fonction du débit à la même abscisse. La sensibilité de la cote de surface libre par rapport au débit est constante par morceaux.

Estimation automatique des paramètres des modèles

L'algorithme de calage automatique développé a été appliqué dans le cas où la sensibilité par rapport au paramètre est monotone et où, même si plusieurs paramètres sont calés, ceux-ci sont de même nature (coefficient de frottement ou de dégradation variables). La méthode devra être adaptée pour pouvoir répondre à des problématiques plus complexes, pour lesquelles les paramètres sont de natures totalement différentes ou pour lesquels la monotonie n'est pas assurée sur tous le domaine.

La société CEREG Ingénierie a proposé pour fin 2014, un sujet de projet de fin d'étude sur le développement d'un processus de calage automatique d'un modèle pluie/débit développé par V. Guinot. Ce sera sans doute l'occasion de tester l'algorithme présenté ici.

Une application envisagée à court terme concerne également le calage d'un modèle multi-vitesses présenté dans le chapitre suivant et développé par V. Guinot, qui sera prochainement appliqué aux expériences sur les écoulements en milieux poreux hétérogènes, publiées dans [?].

Modèles à porosités pour la simulation des inondations en zone urbaine

Les méthodes de changement d'échelle dans les modèles constituent un enjeu important de recherche, quel que soit le domaine d'application. On parle de "upscaling" ou "downscaling" selon le sens du changement d'échelle :

Upscaling : la modélisation fine d'un système dans le but de caractériser les phénomènes de façon réaliste, implique généralement la constitution d'un maillage précis et des temps de calculs prohibitifs. Une réponse possible à ce problème est le développement de modèles à prise de moyenne, qui consistent à décrire la zone d'étude comme un milieu continu équivalent, par le biais de propriétés macroscopiques. Ceci permet de représenter de façon simple les propriétés du milieu, en utilisant un maillage beaucoup plus grossier que ne l'auraient demandé des simulations fines.

Downscaling : au contraire, les modèles continus, définis à l'échelle macroscopique, doivent être paramétrés par des lois de comportement qui peuvent être très difficile à déterminer par l'expérience. Un modèle numérique plus précis peut alors s'avérer nécessaire pour mieux comprendre les phénomènes à l'échelle micro (voir par exemple l'annexe E.2).

Dans le cadre de la modélisation hydrodynamique, les modèles "shallow water 2D" sont désormais admis comme des outils fiables pour la simulation des inondations en milieu urbain. Mais ils ne peuvent pas être considérés comme des outils d'analyse et de décision opérationnelle à l'échelle de l'agglomération, pour des raisons de temps de calcul et de traitement des géométries réelles. En effet, avec une densité de singularités hydrauliques particulièrement élevée, la géométrie urbaine est extrêmement complexe et l'opération de maillage ne peut pas être automatisée. Une supervision humaine est nécessaire avec une bonne connaissance de l'hydraulique et de la modélisation bi-dimensionnelle à surface libre. La dépendance aux conditions aux limites aval empêche d'étudier une zone limitée de l'espace, sans une connaissance précise des conditions qui l'entourent. Dans une étude hydraulique d'inondation urbaine, la préparation du maillage peut donc représenter un poste de dépense majeur dans le coût total de l'étude.

Une alternative efficace consiste à décrire le milieu urbain comme un milieu continu équivalent, via des propriétés géométriques et hydrauliques statistiques. Les équations de ce modèle macroscopique sont obtenues à partir d'un changement d'échelle (upscaling) appliqué aux équations shallow water 2D classiques. Avec des mailles de la taille d'un immeuble ou d'un bloc d'habitations, le modèle macroscopique permet un gain de temps considérable, non seulement en terme de calcul mais surtout en temps de création du maillage.

Le premier modèle développé dans ce sens à HSM [15] a consisté à introduire dans les équations une valeur de porosité, qui reflète la réduction des zones de stockage et de passage de l'écoulement due à la présence d'immeubles ou autres singularités du milieu urbain. Un solveur de Riemann approché pour les systèmes hyperboliques de lois de conservation avec terme source et porosité a également été développé dans le cadre de deux thèses [Ra9]. Les tests réalisés à l'ENSAM sur un canal Venturi, ont montré que ce nouveau solveur (PorAS) fournit des résultats satisfaisants sur un maillage 1D avec porosité variable, comparables à une approche classique à deux dimensions [Ra9]. Ce modèle, à porosité unique, a ensuite été amélioré lors d'une thèse à l'Université Catholique de Louvain [16], de façon à prendre en compte l'anisotropie du système grâce à une modification des termes sources. En parallèle, un modèle à porosités multiples a été proposé par V. Guinot [17, Cn2, Cia4, Cia5] et prend également en compte l'anisotropie, mais à travers la définition d'axes préférentiels d'écoulement.

Un jeu de données, issu d'expériences en laboratoire réalisées dans le cadre du projet européen IMPACT [18] sur le modèle réduit du Toce (Italie), a servi au calage et à la validation de ces trois approches. Cependant, ces modèles n'ont pas la même structure et ne sont pas basés sur les mêmes hypothèses. Ils pourraient donc conduire à des résultats différents sur d'autres cas-tests. L'analyse de sensibilité peut alors être une aide à la définition d'autres expériences qui permettraient éventuellement de discriminer les modèles.

La Figure 1.4 montre un exemple de zone urbaine idéalisée où le modèle à porosités multiples [17] se comporte de la même manière qu'un modèle 2D fin. Un débit constant est imposé en amont (à gauche) et on observe le transitoire qui se propage dans le modèle. Quand celui-ci atteint la zone urbaine, une partie de l'onde est réfléchiée vers l'amont alors que l'autre partie se propage dans la zone urbaine vers l'aval. Les résultats du modèle à porosités multiples sont

inévitables lissés par rapport au modèle fin. Cependant, la position et la hauteur de l'onde de choc réfléchi en amont sont correctement reproduites ainsi que l'influence de la zone urbaine sur l'écoulement, en particulier le caractère asymétrique qui ne peut pas être représenté par un modèle à porosité simple. En effet, sur le même cas-test, le modèle à porosité unique conduit inévitablement à un résultat symétrique, car il ne prend pas en compte l'anisotropie de la porosité. Pour ce cas test, le ratio du nombre de cellules utilisées par le modèle fin par rapport au modèle à porosité est de 22 et le ratio de temps CPU nécessaire est de 230.

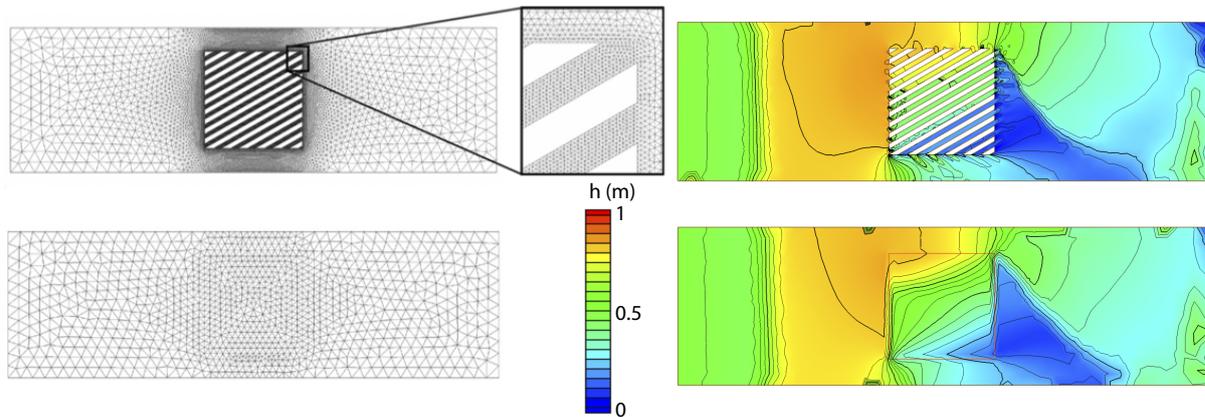


FIGURE 1.4. – *Comparaison des résultats du modèle SW2D fin (haut) à ceux du modèle à porosités multiples (bas) proposé dans [17].*

Le modèle homogénéisé peut être utilisé tel quel, si l'objectif est par exemple de rendre compte de l'influence globale d'une zone urbaine sur la dynamique d'une plaine d'inondation. De façon réciproque, les champs macroscopiques des variables d'écoulement peuvent être utilisés comme conditions aux limites de modèles détaillés, d'emprise plus petite, afin de déterminer avec une grande précision les champs inondants dans les zones les plus sensibles. Une fois les calculs à grande échelle effectués à l'aide du modèle macroscopique, il sera donc nécessaire de les interpoler sur la géométrie fine du milieu urbain afin de fournir une cartographie détaillée du risque.

On a vu que les modèles à différentes dimensions, ne se comportent pas du tout de la même manière du point de vue de la sensibilité à leurs paramètres. Il en est certainement de même pour les modèles définis à différentes échelles. Plusieurs questions peuvent alors se poser concernant le changement d'échelle dans les modèles hydrodynamiques.

- ▷ Dans [17], V. Guinot montre que la notion de Volume Élémentaire Représentatif (VER) ne peut pas s'appliquer à un modèle urbain. Dans ce cas, quelle taille doit-on choisir pour les zones de porosité homogène? De même, existe-t-il une taille pertinente de maille par rapport à la taille caractéristique des rues?
- ▷ A porosités identiques, comment appréhender une différence au niveau de la microstructure (effet sous-maille)?
- ▷ Les modèles développés à différentes échelles se comportent-ils de la même manière en terme de sensibilité? est-ce que les différents modèles seront sensibles aux mêmes paramètres?
- ▷ Quelle peut être la sensibilité des résultats du modèle par rapport aux paramètres globaux (e.g. porosité)? Peut-on identifier, grâce à l'analyse de sensibilité, des règles à suivre pour le calage d'un modèle à grande échelle?
- ▷ Les 3 modèles cités précédemment ont pu être calés sur les mêmes données (Toce) et donnent chacun des résultats cohérents. Mais donneront-ils des résultats comparables s'ils sont appliqués sur d'autres cas-tests ou avec d'autres conditions initiales ou aux limites?

Une perspective de recherche importante est donc de trouver des éléments de réponses à ces questions afin de s'assurer de la validité des modèles à grande échelle.

Modèles de transport

Modèle multi-vitesse pour les écoulements dans les milieux poreux à fort degré d'hétérogénéité

Etudier l'effet de l'hétérogénéité sur le transport de soluté nécessite à la fois un fort degré d'hétérogénéité du milieu poreux et la possibilité de créer un milieu périodique pour évaluer l'importance des effets d'échelle. Un modèle réduit de milieu poreux hétérogène (MHPM) avec fort degré d'hétérogénéité a été construit par S. Majdalani [?]. Il est constitué d'une colonne de 10 cm de diamètre remplie de billes de verre de $\phi = 1$ mm et au milieu de laquelle un court-circuit de $\phi = 2,5$ cm permet un écoulement libre (Figure 2.1). Des colonnes formées de N MHPM en série ont été construites avec $N = 3, 5, 10$ et 15 . Les expériences de traçage sur les colonnes contenant initialement de l'eau déminéralisée, sont réalisées en injectant de l'eau salée (mélange d'eau déminéralisée et de NaCl à une concentration $C_0 = 0.1$ Mol/l) dans les 4 entrées de la série. Le débit est maintenu constant à l'aide d'une pompe péristaltique, jusqu'à ce que la concentration en sortie de la série atteigne C_0 . Plusieurs répliquats sont faits pour chacune des colonnes (20 pour $N = 3$, 12 pour $N = 5$, 8 pour $N = 10$ et 4 pour $N = 15$).

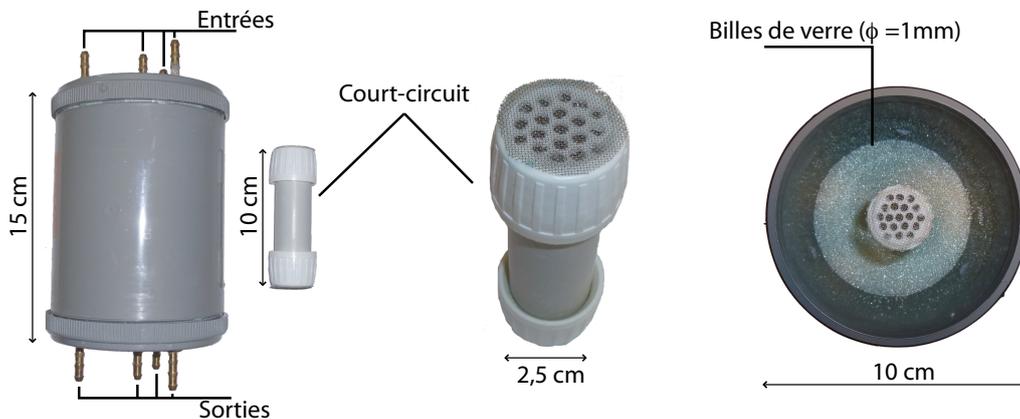


FIGURE 2.1. – Modèle réduit de milieu poreux hétérogène. La porosité est de 100% dans le court-circuit et 40% dans les billes de verres.

Les courbes de concentration de sortie en fonction du temps sont très différentes de la forme en S du modèle d'advection-diffusion classique, pour les faibles valeurs de N ($N = 3$ et 5 sur la Figure 2.2). Elles s'en rapprochent lorsque N augmente. Le comportement du transport dans les milieux poreux dépend donc clairement de l'échelle d'observation. On remarque également une forte variabilité des courbes d'un répliquat à l'autre, avec des valeurs non négligeables de l'écart-type, ce qui pourrait conduire à un calage erroné des modèles.

Ces premiers résultats [?] montrent que le modèle numérique d'advection-dispersion classique n'est pas adapté à la reproduction d'un tel écoulement à deux vitesses principales et que les

expériences doivent être répétées plusieurs fois si l'on souhaite des valeurs statistiques fiables.

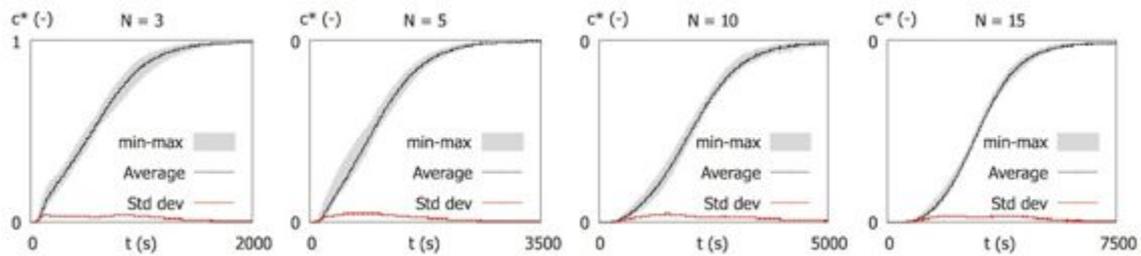


FIGURE 2.2. – Concentration normalisée en sortie du MHPM en fonction du temps [?].

Un autre modèle est en cours de développement, pour prendre en compte de façon globale les différentes vitesses d'écoulement. Celui-ci généralise le modèle mobile/immobile à un nombre quelconque de régions aux vitesses d'écoulement différentes, avec possibilité d'échange entre les régions. Les paramètres (vitesses, coefficients d'échanges...) devront être calés en utilisant les expériences, tout en s'assurant qu'ils gardent des valeurs physiquement admissibles. On pourra, pour cela, adapter l'algorithme de calage automatique proposé dans le chapitre 3 du document scientifique. L'analyse de sensibilité permettra de discriminer et hiérarchiser les paramètres principaux. On pourra également à ce stade, identifier les éventuelles dépendances entre paramètres.

On peut également envisager la création d'un modèle numérique à l'échelle des particules avec la méthode LBM, afin d'identifier les paramètres du système qui pourront permettre le calage du modèle à grande échelle (collaboration prévue avec V. Richefeu, Grenoble). Une fois le modèle précis validé sur les expériences parfaitement maîtrisées, il pourra être appliqué sur des cas plus complexes pour lesquels des expériences physiques ne sont pas envisageables.

Modèle macroscopique du transport d'objets lors d'inondations urbaines

Dans les approches actuelles, l'hydrodynamique est abordée à géométrie fixée. Dans la réalité, les véhicules et éléments de mobilier urbain peuvent rapidement former des embâcles et modifier de façon significative les champs hydrodynamiques (à partir de 15 à 20 cm de hauteur d'eau, une voiture perd toute adhérence au sol et est emportée par le courant). On retrouve dans ce type de phénomène des comportements de colmatage bien connus des spécialistes des milieux granulaires sous le nom générique de "jamming" (blocage). La modélisation de ces écoulements met en jeu des interactions hydrodynamiques entre le fluide et les particules ainsi que des interactions de contact frottant entre particules. Ces dernières sont souvent traitées dans le cadre des approches par éléments discrets (Discrete Element Modeling). Négliger ces phénomènes constitue un facteur limitant pour les modèles hydrodynamiques. Une perspective majeure de recherche est donc d'étendre encore le pouvoir prédictif et les domaines d'application du modèle à porosités multiples, en incluant dans la modélisation deux phénomènes qui pour l'instant ne sont pas représentés : *i*) le transport de scalaire passif : contaminants, matières en suspension... et *ii*) le transport avec rétroaction sur l'hydrodynamique : véhicules, débris, mobilier urbain... pouvant être considérés comme des éléments discrets susceptibles de constituer des embâcles (Figure 2.3).

Modèle macroscopique de transport passif

Un modèle macroscopique de transport passif pourra être utilisé pour la simulation du devenir des pollutions accidentelles (effluents industriels et urbains). Il forme un pré-requis nécessaire au développement d'un modèle de transport couplé. Sur le plan théorique, l'upscaling des modèles à surface libre présente un certain nombre de défis : les équations de l'hydrodynamique et du transport sont de type hyperbolique. Or, les techniques d'homogénéisation à échelles multiples



FIGURE 2.3. – Inondations à Lamalou-les-bains (Hérault), le 18 septembre 2014 (photographies Midi-Libre).

ne sont pas applicables à ce type d'équation [19], sauf pour des solutions de régime permanent. Les techniques de prise de moyenne sont utilisables ; cependant, les équations étant non-linéaires, un problème de fermeture apparaît lorsque l'on procède à l'upscaling des équations. Ce problème est analogue à celui que l'on rencontre dans le domaine de la turbulence, où il est nécessaire de proposer un modèle de fluctuation des variables autour des valeurs moyennes. Dans le domaine du transport en milieu poreux, des arguments de mécanique statistique permettent de proposer des modèles de type Fick pour décrire la dispersion hydrodynamique, mais qui ne sont valides que de manière asymptotique : les hypothèses sous-jacentes ne sont valables que sur des domaines de très grande taille par rapport à la taille de pore. Or, en milieu urbain, le principe de séparation des échelles microscopique et macroscopique n'est pas vérifié et le volume élémentaire représentatif n'existe pas [17]. La prise de risque touche ici à la possibilité de développer un modèle de fermeture suffisamment précis pour les flux de transport passif.

Modèle macroscopique de transport couplé

Le modèle de transport passif sera ensuite généralisé pour prendre en compte les interactions entre le transport et l'hydrodynamique. Dans la mesure où l'objectif est de représenter l'influence de l'obstruction de la voirie par des véhicules, le couplage est en effet nécessaire. Sur le plan mathématique, il se traduira par l'introduction d'équations d'état supplémentaires, permettant notamment de décrire la position et l'orientation des véhicules. De tels modèles sont déjà utilisés en mécanique des fluides numérique pour la simulation des écoulements de polymères et de fluides contenant des fibres [20]. Des modèles d'entraînement dans des écoulements turbulents ont également été proposés dans la littérature [21] et leur adaptation ne pose théoriquement pas de problème. Par contre, il sera également nécessaire de proposer un modèle d'évolution de la porosité en fonction de la densité et de l'orientation des véhicules. Ce modèle constitue une prise de risque importante dans la mesure où, la taille caractéristique des véhicules étant du même ordre de grandeur que la largeur des rues, le principe de séparation des échelles n'est, une fois de plus, pas vérifié. On peut s'attendre à ce que le couplage entre hydrodynamique et transport conduise à une modification significative des propriétés des solutions des équations, notamment en ce qui concerne les vitesses de propagation d'onde. Une part importante de l'analyse théorique consistera à étudier les propriétés du système hyperbolique modifié, notamment à l'aide d'une analyse de sensibilité.

Acquisition et traitement de données pour l'utilisation et la validation des modèles

Validation expérimentale des modèles hydrodynamiques et en sensibilité

Tous les modèles nécessitent l'acquisition de données, tant pour leur validation en vue d'une application sur des cas réels que pour le calage des paramètres, ou même pour l'estimation des variables géométriques. Les expériences réalisées sur les canaux de la halle hydraulique de Sup'Agro lors des TP d'hydraulique avec les étudiants de Polytech'STE4 permette une prise de conscience de la difficulté de réaliser des mesures sur modèles réduits et de la nécessité de prendre en compte toutes les sources d'incertitude.

Construction d'un pilote expérimental pour la validation du modèle à porosités multiples

On a vu précédemment que le modèle à porosités multiples fournit des résultats comparables à un modèle 2D fin, avec un gain en temps de calcul considérable. Mais il fait apparaître un terme supplémentaire de perte d'énergie par rapport aux formulations classiques qui n'est actif que lorsque des volumes significatifs sont échangés entre les différentes régions d'écoulement (régions isotropes, stagnantes et anisotropes). Ceci est le cas principalement en régime transitoire. Il a été montré dans [17] que ce terme est suffisamment important pour occulter les termes de perte de charge classiques, qui s'observeront donc plutôt en régime permanent. Le modèle à porosités multiples ne peut donc être paramétré et validé par l'expérience qu'en effectuant, sur une même configuration géométrique, des essais en régime permanent et transitoires. Ces considérations ont conduit à la proposition, lors d'un projet soumis à l'ANR en 2013, de la construction d'un pilote expérimental adapté. Bien que non financé par l'ANR, ce projet reste d'actualité et d'autres sources de financement pourront être recherchées.

Validation expérimentale de la sensibilité

Des premières séries de mesures réalisées en 2014 sur le pilote expérimental du laboratoire ICube à Strasbourg (Figure 3.1) ont confirmé l'importance des incertitudes qui empêchent pour l'instant une validation expérimentale de la sensibilité. En effet, pour des hauteurs d'eau d'environ 5 cm, la ligne d'eau sur une même section en travers peut varier d'un ou deux centimètre(s). On peut alors se poser la question de la validité du modèle shallow water dans ce cas. La largeur des "rues" étant de l'ordre de 10 cm, les similitudes géométriques ne sont pas respectées par rapport à une configuration réelle où le ratio largeur/hauteur serait plutôt de l'ordre de 5 minimum. Si l'on souhaite respecter l'hypothèse d'eau peu profonde, il faut des hauteurs d'eau beaucoup plus faibles, ce qui rend les mesures encore plus délicates. Une simplification du modèle

réduit est donc envisagée, en fermant certaines rues pour ne garder qu'un ou deux carrefour. Les écoulements seront alors mieux maîtrisés, et des mesures plus précises pourront être réalisées.

De même, les tests numériques présentés sur le calage du coefficient de frottement (page 48), peuvent être réalisés expérimentalement dans le canal disponible à la halle hydraulique de Sup'Agro. Le coefficient de frottement peut être modifié localement en plaçant au fond du canal un revêtement rugueux.

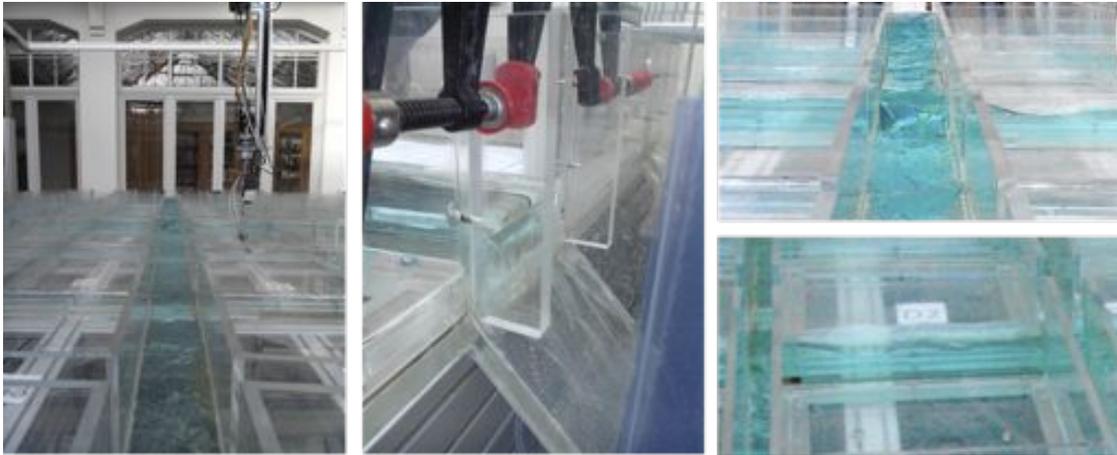


FIGURE 3.1. – *Gauche : vue globale du modèle réduit du quartier virtuel au laboratoire ICube à Strasbourg. Milieu : modification de la condition à la limite aval par la pose d'un seuil. Droite : zooms sur les variations de hauteur d'eau dans une même section.*

Acquisition et traitement de données de télédétection

L'acquisition de données expérimentales pour la validation et le calage des modèles hydrodynamiques est une opération à la fois très délicate et coûteuse, mais cependant nécessaire. La création de modèles réduits, tels que les pilotes hydrauliques expérimentaux, ou les colonnes représentatives de milieux poreux hétérogène, permet la réalisation d'expériences répétitives et maîtrisées. Elle a cependant plusieurs défauts : *i*) la mise en place de pilotes tels que celui du laboratoire iCube à Strasbourg demande des moyens financiers et humains considérables ; *ii*) la fiabilité des mesures n'est pas toujours garantie et les difficultés inhérentes à l'expérimentation sont nombreuses ; *iii*) le respect des similitudes (en terme de géométrie, mais aussi de variables caractéristiques d'écoulement, telles que le nombre de Froude ou de Reynolds) est souvent impossible à obtenir...

Une manière idéale d'acquérir des données serait de pouvoir réaliser des mesures directement sur le terrain, à l'échelle des systèmes étudiés. Mais ces relevés sont également très coûteux, et peuvent s'avérer impossibles en période de crue. Une alternative consiste donc à utiliser des données acquises à distance, par télédétection.

L'Annexe D présente quelques-uns des travaux que j'ai réalisés en télédétection et traitement d'image, de la caractérisation des parcelles culturales à la détection du stress hydrique, en passant par l'estimation des surfaces et profondeur en eau. Les paragraphes suivants présentent quelques perspectives envisagées dans ce cadre, de façons non exhaustives.

Estimation de la granulométrie en rivière

Lors de la caractérisation d'un cours d'eau ou lors de l'évaluation du transport solide, entre autres paramètres importants, intervient la distribution granulométrique des éléments constituant le lit du cours d'eau. La caractérisation de cette granulométrie, si elle est aisée sur des surfaces réduites où il est possible d'échantillonner convenablement, devient beaucoup plus problématique à l'échelle de la section de rivière et plus encore à l'échelle du tronçon de cours d'eau.

Pour pallier à ce manque, des recherches sont menées pour mettre au point une méthode fiable de caractérisation de la granulométrie à partir de photographies de “proxi-détection” (prises au sol à l’aide d’une perche ou avec un drone). Une méthode de traitement d’image par analyse texturale basée sur l’utilisation des variogrammes a été initiée dans le cadre du projet de fin d’étude de P-L Ducroix [Pr.4], co-encadré avec J-S Bailly. L’objectif était, à minima, de déterminer le diamètre médian (d_{50}) de la distribution. La principale difficulté a résidé dans la validation de la méthode. En effet, elle a été testée sur des photographies naturelles, pour lesquelles un échantillonnage d’une vingtaine de grains a été réalisé. Celui-ci étant apparu insuffisant pour effectuer une validation correcte, des images de synthèse ont été réalisées, pour lesquelles la granulométrie de l’échantillon est totalement maîtrisée (projet de J. Gobillot [Pr.3] utilisant le programme « Pebbles » de J. Hunt). Les premiers résultats obtenus (cf. Figure 3.2)

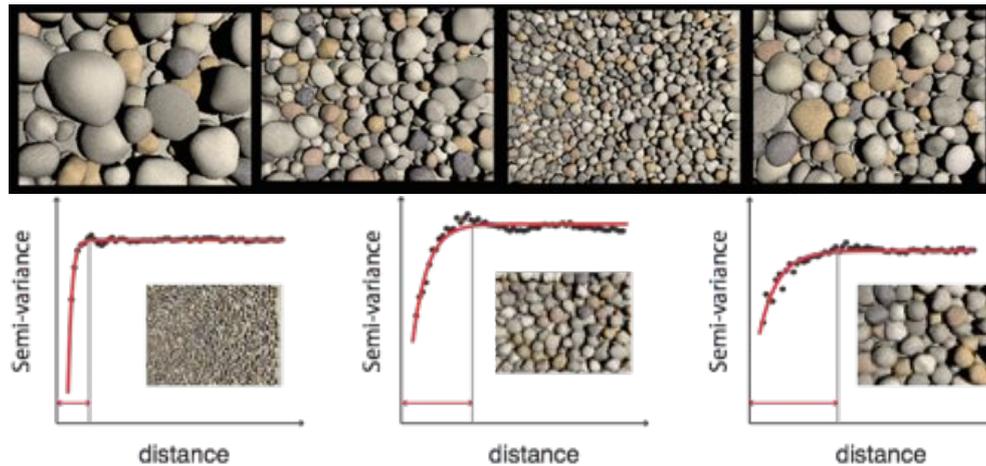


FIGURE 3.2. – **Détection de la granulométrie.** Haut : Exemples d’images de synthèse de galets (Programme « Pebbles » de J. Hunt). Bas : La portée du variogramme semble corrélée à la taille des grains dans l’image.

ont fait l’objet d’une présentation orale à l’EGU en 2011 [Ci2]. En première approximation, le diamètre médian semble linéairement corrélé à la portée du variogramme, même dans le cas de distribution de granulométrie gaussienne de variance relativement importante. On observe bien sûr un effet de résolution : les images contenant le plus de galets étant celles pour lesquelles l’approximation du d_{50} est la meilleure.

Bien qu’initiée il y a quelques années maintenant, cette problématique fait toujours partie de mon projet de recherche car ses applications pourront être nombreuses. La demande initiale venait d’une équipe de l’IRSTEA d’Aix en Provence, qui souhaitait caractériser les habitats aquatiques dans la rivière Durance. Par ailleurs, les normes de qualité pour l’analyse des contaminants dans les sédiments se rapportent à la fraction fine, *i.e.* inférieure à 2mm. Dans les rivières intermittentes, lors des périodes de décrue les polluants peuvent s’accumuler dans les sédiments et être remis en suspension par les premières crues. Afin de quantifier les stocks de polluants, il est nécessaire de connaître la quantité et l’évolution des sédiments fins sur un bief de rivière. Dans ces rivières, la caractérisation peut se faire en période sèche ; mais l’utilisation d’un Lidar terrestre pourrait également permettre de traiter les zones en eau peu profonde.

Détection d’ouvrages de surface en vue de la reconstitution du réseau d’assainissement

Ce thème de recherche fait l’objet d’un projet PNTS financé pour l’année 2014, intitulé « Apport de l’imagerie à haute résolution spatiale à l’hydrologie urbaine : reconstitution du réseau de collecteurs enterrés à partir d’ouvrages de surface télédétectés ». Ce projet, porté par HSM (N. Chahinian) est réalisé en collaboration avec l’UMR LISAH et l’UMR E&E de Nantes.

L'urbanisation à l'échelle de la planète crée des modifications aussi bien à la surface que dans le sous-sol des villes. Un grand nombre de services et commodités urbaines, notamment pour l'approvisionnement en eau et l'assainissement, nécessitent la pose d'ouvrages enterrés. On assiste actuellement à l'amplification des problèmes liés au mauvais positionnement de ces ouvrages à cause, d'une part, de l'extension urbaine et de la multiplication des réseaux utilitaires et, d'autre part, de la difficulté à combiner des données de nature et de provenance différentes. L'utilisation de la télédétection en milieux urbain s'est focalisée dans un premier temps sur l'identification et l'estimation des surfaces urbaines. Avec l'avènement des images à très haute résolution spatiale et le développement des techniques de fusion des données, l'identification d'objets précis du paysage urbain devient possible.

L'objectif de ce projet est de mettre en place une chaîne méthodologique pour identifier deux éléments représentatifs d'un réseau de collecteurs : les avaloirs pour le réseau pluvial et les tampons d'égout pour les réseaux d'eaux usées ; et par la suite reconstituer le réseau de collecteurs souterrain en utilisant une approche multi-critère. Un stage de Master 2 [M2.1] et deux stages de niveau M1 [M1.2, M1.1] ont été réalisés durant l'été 2014. Les images du satellite Pléiades sont utilisées pour extraire les routes et filtrer les ombres et la végétation. Les avaloirs et bouches d'égout sont ensuite détectés sur des orthophoto, entre 5cm et 25cm de résolution. La validation de la méthode est faite sur le site de Gigean, près de Montpellier. Les premiers résultats, obtenus par une méthode de détection d'objets circulaires [M2.1], semblent encourageant puisque environ la moitié des plaques et avaloirs est détectée, même s'il persiste de nombreux "faux-positifs" qu'il sera nécessaire de supprimer. En effet, si ce chiffre paraît encore faible, *i)* il est du même ordre de grandeur que les relevés généralement effectués sur le terrain en France (une plaque sur deux relevée pour limiter les coûts) et *ii)* l'augmentation constante de la résolution des images disponibles ne peut qu'améliorer ce résultat, *iii)* l'objectif à terme, est d'appliquer les méthodes développées à des villes (telles que Fes au Maroc) où aucun plan des réseaux n'est disponible, même en format papier. En parallèle, une analyse d'incertitude sur les modèles d'eau usée, permettra d'estimer l'influence des erreurs de positionnement des bouches d'égout et avaloirs, sur les résultats en terme d'apport à la station d'épuration ou au milieu naturel.

Le stage d'O. Bartoli a été l'occasion d'initier une collaboration avec le LIRMM où J. Pasquer s'intéresse pour sa thèse à la détection d'objets urbains à forte variabilité et présents en grand nombre sur une image (tels que les tombes dans un cimetière). La combinaison de sa méthode, qui utilise une base d'apprentissage, et de la méthode de détection de motifs circulaires fait l'objet d'un résumé soumis au colloque JURSE 2015.

Ce projet a également été l'occasion d'acquérir des images dans le thermique. En effet, des mesures au sol ont montré que les avaloirs ont une température moyenne inférieure de plusieurs degrés à celle des plaques d'eau usée (Figure 3.3). On espère donc pouvoir discriminer ces deux types d'objets, qui ont approximativement la même réponse radiométrique sur des images en couleurs naturelles. Les images thermiques sont encore rares et ont fait l'objet de très peu d'études, il s'agit donc d'une phase exploratoire intéressante.

Caractérisation de la géométrie urbaine pour l'application du modèle à porosités

Dès 1995, la « Loi Barnier » (JORF 1995) faisait obligation aux collectivités de se doter de Plans de Prévention des Risques (PPR), dont les Plans de Prévention des Risques d'Inondation (PPRI) forment un volet. La mise au point de ces PPRI a demandé, sur les 15 dernières années, un effort considérable de la part des collectivités, ainsi que des bureaux d'étude et de conseil en hydraulique et environnement. La Directive Inondation du 23.10.2007 (JOUE 2007) impose en outre une révision périodique (tous les 6 ans) des évaluations préliminaires, cartes des zones inondables et plans de prévention des risques. Ceci implique l'utilisation périodique d'outils de modélisation pour actualiser ces produits réglementaires. La tâche est d'autant plus conséquente en zone urbaine que les transformations y sont en général rapides et concernent souvent des zones de grande étendue par rapport à celle de la ville elle-même. Enfin, la Directive de 2007 recom-



FIGURE 3.3. – Exemple d’avaloir et bouche d’égout sur une image à 5cm de résolution en couleurs naturelles (gauche) et à 40cm de résolution en thermique (droite). L’avaloir apparaît nettement plus sombre, donc plus froid, que la route.

mande l’utilisation des « meilleures pratiques » et des « meilleures technologies disponibles, sans être excessivement onéreuses ». Dans ces conditions, le développement de modèles macroscopiques, qui permettraient d’obtenir des résultats à la fois plus fiables et de façon plus rapide qu’avec les outils de modélisation existants, formerait un apport considérable à l’application de la Directive.

L’utilisation du modèle à porosités multiples présenté dans la section précédente apparaît comme très prometteuse dans ce contexte. Mais elle nécessite la caractérisation de grandeurs macroscopiques telles que la porosité et les directions préférentielles d’écoulement (avenues, boulevards, barres d’immeubles, etc.). À l’heure actuelle, ces paramètres doivent être déterminés manuellement. Pour une utilisation opérationnelle (c’est-à-dire en tant qu’outil d’ingénierie par des industriels de type bureaux d’étude), il est nécessaire d’automatiser la détermination de ces propriétés statistiques du milieu urbain. L’objectif est d’utiliser les données de télédétection (photographies aériennes et données altimétriques standards telles que celles issues du Lidar) pour identifier les propriétés macroscopiques de la zone urbaine : directions préférentielles du réseau de voirie, porosités des régions mobiles isotropes et anisotropes, zones stagnantes. . .



Les méthodes de détection des routes identifiées dans le cadre du projet THUB décrit précédemment, pourront servir de première étape dans ces recherches. Cependant, la classification des pixels en “route” n’est pas suffisante à ce niveau. Si elle permet facilement la détermination d’une porosité unique (il suffit de « compter » les pixels n’appartenant pas au bâti), le problème se complique notablement lorsque l’on a affaire à des porosités multiples. En effet, pour déterminer à quelle région appartient un pixel donné, il faut être capable de déterminer la connectivité de la voirie. Ainsi, une rue orientée nord-sud peut être identifiée comme faisant partie d’une région mobile anisotrope ; mais si cette rue est une impasse, elle n’est en réalité qu’une région de stockage, car l’écoulement y est globalement stagnant. Par conséquent, outre des algorithmes de télédétection, des techniques de reconnaissance topologique devront être mises en oeuvre. Cette partie du projet de recherche devrait être réalisée prochainement dans le cadre du projet GERIMU2 (avec les sociétés CERE Ingénierie et Prédic) proposé à la Région Languedoc-Roussillon et à l’Agglo de Montpellier.

Références personnelles et bibliographie

Dans un but de clarté, les références de la littérature sont présentées séparément des références personnelles. Elles sont en nombre limité car elles servent uniquement à positionner, sans détail, mes travaux de recherche par rapport à ceux de la littérature. Les références personnelles sont identifiées par des préfixes correspondants aux types de publications (revue de rang A, actes de congrès, etc.). Elles sont triées par ordre chronologique. Elles contiennent également les encadrements de stage et de thèse. Les encadrements de projets de fin d'études (environ 1 à 2 par an) sont présents seulement lorsqu'ils sont cités dans le texte.

Références personnelles

— Article soumis ou sous-presse —

- [Rs1] C. Delenne, B. Delmotte, V. Guinot, and E. Gomez. Automatic calibration of maturation pond model using a sensitivity-based approach. *Water Science and Technology*, soumis.
- [Rs2] V. Guinot and C. Delenne. Macroscopic modelling of urban floods. *Houille Blanche*, soumis.
- [Rs3] V. Guinot and C. Delenne. The HLL-MS Riemann solver for the shallow water equations with porosity. *Journal of Hydraulic Research*, Soumis.
- [Rs4] A. Ogilvie, G. Belaud, C. Delenne, J.-C. Bader, A. Oleksiak, J. S. Bailly, L. Ferry, and D. Martin. Decadal monitoring of the Niger Inner Delta flood dynamics using MODIS optical data. *Journal of Hydrology*, Soumis.

— Articles parus dans des revues référencées ISI —

- [Ra1] C. Delenne, V. Guinot, and B. Cappelaere. Local sensitivity for uncertainty analysis in one-dimensional open channel flow modelling. *Houille Blanche*, (1) :50–59, 2013.
- [Ra2] C. Delenne, B. Cappelaere, and V. Guinot. Uncertainty analysis of river flooding and dam failure risks using local sensitivity computations. *Reliability Engineering and System Safety*, 107 :171–183, 2012.
- [Ra3] C. Delenne and V. Guinot. Auxiliary Variable-based Balancing (AVB) for source term treatment in open channel simulations. *Advances in Water Resources*, 44 :85–100, 2012.
- [Ra4] V. Guinot and C. Delenne. MUSCL schemes for the shallow water sensitivity equations with passive scalar transport. *Computers and Fluids*, 59 :11–30, 2012.
- [Ra5] C. Delenne, P. Finaud-Guyot, V. Guinot, and B. Cappelaere. Sensitivity of the 1D shallow water equations with source terms : Solution method for discontinuous flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 67 :981–1003, 2011.
- [Ra6] P. Finaud-Guyot, C. Delenne, V. Guinot, and C. Llovel. 1D-2D coupling for river flow modelling. *Comptes Rendus Mécanique*, 339(4) :226–334, 2011.
- [Ra7] V. Guinot, B. Cappelaere, C. Delenne, and D. Ruelland. Towards improved criteria for hydrological model calibration : theoretical analysis of distance- and weak form-based functions. *Journal of Hydrology*, 401 :1–13, 2011.
- [Ra8] P. Finaud-Guyot, C. Delenne, and V. Guinot. Coupling of 1D-2D models for river flow modelling. *Houille Blanche*, 3 :23–28, 2011.
- [Ra9] P. Finaud-Guyot, C. Delenne, J. Lhomme, V. Guinot, and C. Llovel. An approximate-state Riemann solver for the two-dimensionnal shallow water equations with porosity. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 62 :1299–1331, 2010.

- [Ra10] C. Delenne, S. Durrieu, G. Rabatel, and M. Deshayes. From pixel to vine parcel : a complete methodology for vineyard delineation and characterization using remote-sensing data. *Computers and Electronics in Agriculture*, 70(1) :78–83, 2010.
- [Ra11] V. Guinot, B. Cappelaere, and C. Delenne. Finite volume solution of the one-dimensional shallow water sensitivity equations. *Journal of Hydraulic Research*, 47(6) :811–819, 2009.
- [Ra12] V. Guinot, C. Delenne, and B. Cappelaere. An approximate-state Riemann solver for sensitivity equations with discontinuous solutions. *Advances in Water Resources*, 32(1) :61–77, 2009.
- [Ra13] C. Delenne, V. Guinot, and B. Cappelaere. Direct sensitivity computation for the Saint-Venant equations with hydraulic jumps. *Comptes Rendus Mécanique*, 336 :766–771, 2008.
- [Ra14] G. Rabatel, C. Delenne, and M. Deshayes. A non-supervised approach using Gabor filters for vine plot detection in aerial images. *Computers and Electronics in Agriculture*, 62(2) :159–168, 2008.
- [Ra15] C. Delenne, G. Rabatel, and M. Deshayes. An automatized frequency analysis for vine plot detection and delineation in remote sensing. *IEEE Geosciences and Remote Sensing Letters*, 5(3) :341–345, 2008.
- [Ra16] C. Delenne, S. Durrieu, G. Rabatel, M. Deshayes, J.-S. Bailly, C. Lelong, and P. Couteron. Textural approaches for vineyard detection and characterization using very high spatial resolution remote-sensing data. *International Journal of Remote Sensing*, 29(4) :1153–1167, 2008.

— **Articles de revues non référencées ISI** —

- [Rb1] C. Delenne, J.-S. Bailly, and M. Deshayes. Testing the relevance of daily MODIS data to monitor Mediterranean shrubland canopy water content with temporal cross-correlation analyses. *International Journal of Agricultural and Environmental Information Systems. Special issue on Remote Sensing Data for Agricultural and Environmental Geographic Information Systems*, 4(1) :1–19, 2013.

— **Chapitres d'ouvrages** —

- [O1] C. Delenne, S. Durrieu, G. Rabatel, and M. Deshayes. *Object-based image analysis - spatial concepts for knowledge-driven remote sensing applications*, chapter Chapter 4.5 : A Local Fourier Transform approach for vine plot extraction from aerial images, pages 443–456. Blaschke, T. and Lang, S. and Hay, G.J. (Eds), Springer, 2008.
- [O2] G. Rabatel, C. Debain, C. Delenne, and M. Deshayes. *"Bacchus" : methodological approach for vineyard inventory and management*, chapter Textural and structural analysis, pages 67–87. European Commission DG Research, 2006.

— **Conférences internationales avec actes** —

- [Cia1] L. Amarsid, C. Delenne*, J.-Y. Delenne, V. Guinot, and F. Radjai. Surface wave generation by seabed collapse simulated by the coupled Lattice Boltzmann / Discrete Element Method (oral presentation and 8p. paper). In *HIC*, Hambourg (Allemagne), August 2012.
- [Cia2] C. Delenne*, B. Cappelaere, V. Guinot, and J. Demarty. Sensitivity and uncertainty analysis for flash flood propagation : local vs global approaches (oral presentation and 8p. paper). In *HIC*, Hambourg (Allemagne), August 2012.
- [Cia3] V. Guinot and C. Delenne*. Shock-capturing schemes and Riemann solvers for shallow water sensitivity equations (oral presentation and 8p. paper). In *HIC*, Hambourg (Allemagne), August 2012.
- [Cia4] V. Guinot and C. Delenne*. Shallow water models with multiple porosity for large scale modelling of urban floods (oral presentation and 8p. paper). In *HIC*, Hambourg (Allemagne), August 2012.
- [Cia5] V. Guinot* and C. Delenne. Upscaled shallow water equations for urban flood modelling : multiple porosity models (oral presentation and 8p. paper). In *SimHydro*, Nice (France), 9 2012.
- [Cia6] C. Delenne*, V. Guinot, and B. Cappelaere. Local sensitivity for uncertainty analysis in one-dimensional open channel flow modelling (oral presentation and 8p. paper). In *SimHydro*, Nice (France), 9 2012.
- [Cia7] C. Delenne*, T. Feret, V. Guinot, and B. Cappelaere. Direct sensitivity computation for 1D hydrodynamic modelling vs classical empirical and Monte Carlo approaches (oral presentation and 2p. paper). In *Procedia Social and Behavioral Sciences (Elsevier)*, 6th International Conference on Sensitivity Analysis of Model Output, Milan (Italy), July 2010.

- [Cia8] C. Delenne*, P. Finaud-Guyot, V. Guinot, and B. Cappelaere. Empirical versus Direct sensitivity computations : application to the shallow water equations (oral presentation and 8p. paper). In *proceedings of simHydro 2010 - hydraulic modeling and uncertainties*, Nice (France), June 2010.
- [Cia9] V. Guinot*, B. Cappelaere, C. Delenne, and D. Ruelland. Objective function definition in conceptual hydrological modelling (oral presentation and 8p. paper). In *proceedings of simHydro 2010 - hydraulic modeling and uncertainties*, Nice (France), June 2010.
- [Cia10] V. Guinot*, B. Cappelaere, and C. Delenne. Sensitivity patterns in 1D and 2D free open channel models - consequences on calibration and validation (oral presentation and 8p. paper). In *proceedings of simHydro 2010 - hydraulic modeling and uncertainties*, Nice (France), June 2010.
- [Cia11] P. Finaud-Guyot*, C. Delenne, and V. Guinot. Coupling of 1D and 2D models for river flow modelling (oral presentation and 8p. paper). In *proceedings of simHydro 2010 - hydraulic modeling and uncertainties*, Nice (France), June 2010.
- [Cia12] C. Delenne*, V. Guinot, and B. Cappelaere. Direct sensitivity computation for the shallow water equations with discontinuous solution (oral presentation and 4p. paper). In *proceedings of the International Workshop on Environmental Hydraulics*, Valencia (Spain), October 2009.
- [Cia13] C. Delenne, S. Durrieu, G. Rabatel, and M. Deshayes. Frequency analysis for vineyard detection and characterization from airborne images (poster and 9p. paper). In *Fifth International WorkShop on Information Optics (WIO)*, Toledo (Spain), June 2006.
- [Cia14] C. Delenne*, G. Rabatel, V. Agurto, and M. Deshayes. Vine plot detection in aerial images using Fourier analysis (oral presentation and 6p. paper). In S. Lang, T. Blaschke, and E. Schepfer, editors, *1st International Conference on Object-based Image Analysis (OBIA 2006)*, Salzburg (Austria), July 2006.
- [Cia15] C. Delenne*, S. Durrieu, G. Rabatel, and M. Deshayes. Approches texturales pour la caractérisation de parcelles en vue de la détection des vignes (oral presentation and 12p. paper). In *International Conference on Spatial Analysis and GEomatics (SAGEO)*, Avignon (France), June 2005.

— Conférences internationales sans actes —

- [Ci1] A. Ogilvie, G. Belaud, C. Delenne, J.-C. Bader, A. Oleksiak, and J.-S. Bailly. Monitoring the spatial and temporal dynamics of annual floods in the Niger Inner Delta using MODIS satellite imagery (Poster). In *European Geosciences Union (EGU) General Assembly*, 2012.
- [Ci2] J. S. Bailly and C. Delenne*. Riverbed image simulation for a better exploration of coarse-grained sediment sizing image analysis methods (oral presentation). In *European Geosciences Union (EGU) General Assembly*, Vienna (Austria), April 2011.
- [Ci3] C. Delenne, V. Guinot, and B. Cappelaere. Weak-formed based objective functions in hydrology. application to a 1d transport/degradation model (poster). In *European Geosciences Union (EGU) General Assembly*, Vienna (Austria), April 2011.
- [Ci4] B. Delmotte, C. Delenne, V. Guinot, and E. Gomez. Calibration and sensitivity analysis of a simple 1d model of pollutant transport and degradation in maturation ponds (poster). In *European Geosciences Union (EGU) General Assembly*, Vienna (Austria), April 2011.
- [Ci5] J. Damis, C. Delenne, J.-S. Bailly, and C. Puech. Performances comparison of bathymetry on rivers from various visible very high resolution images (poster). In *European Geosciences Union (EGU) General Assembly*, Vienna (Austria), April 2008.
- [Ci6] C. Delenne and S. Durrieu. Automatic vine plot segmentation on very high spatial resolution remote sensing data (poster). In *PEER Geoinformation Seminar, Global Earth Information and Environmental Monitoring*, Montpellier (France), November 2005.

— Conférences nationales —

- [Cn1] V. Guinot and C. Delenne*. Modèles à surface libre : les apports du calcul direct de sensibilité au calage et à l'analyse d'incertitude (oral presentation and 10p. paper). In *9èmes Journées Scientifiques et Techniques (GIS HE2D)*, Paris, December 2012.
- [Cn2] V. Guinot and C. Delenne*. Modèles à porosité pour la modélisation macroscopique des inondations urbaines (oral presentation and 10p. paper). In *9èmes Journées Scientifiques et Techniques (GIS HE2D)*, Paris, December 2012.

- [Cn3] C. Delenne*, L. Amarsid, J.-Y. Delenne, F. Radjai, and V. Guinot. Modélisation hydrodynamique à surface libre par la méthode LBM : application à la rupture de barrage. In *Colloque "Modélisation numérique des mélanges Grains-Fluides"*. LMGC Montpellier, October 2012.
- [Cn4] C. Delenne*, V. Guinot, and B. Cappelaere. Etude de sensibilité pour la modélisation des inondations en milieu urbain. In *Colloque CNFSH*, Marne la Vallée, June 2009.
- **Rapports, documents pédagogiques et vulgarisation scientifique** —
- [R1] C. Delenne. *Polycopié de cours : méthodes mathématiques pour l'ingénieur*. Polytech'STE, 2013.
- [R2] C. Delenne. *Polycopié de cours : mathématiques de base*. Polytech'EGC, 2012.
- [R3] C. Delenne and V. Guinot. *Polycopié de cours : Remise à niveau en mathématiques*. Polytech'STE, 2013.
- [R4] C. Delenne. *Polycopié de cours : réseaux d'adduction d'eau potable - notions de base*. Conservatoire National des Arts et Métiers, 2009.
- [R5] C. Delenne. *Polycopié de cours : méthodes numériques de base*. Polytech'STE, 2008.
- [R6] G. Rabatel, M. Deshayes, and C. Delenne. *Les "Dossiers d'Agropolis" N9 : Information spatiale pour l'environnement et les territoires*, chapter Reconnaissance de parcelles de vigne par télédétection à très haute résolution spatiale, pages 11–11. Agropolis International, 2010.
- [R7] C. Delenne, P. Finaud-Guyot, and V. Guinot. Plaquette de présentation du logiciel SW2D (anglais), 2008.
- [R8] C. Delenne. *Extraction et caractérisation de vignes à partir de données de télédétection à très haute résolution spatiale*. PhD thesis, ENGREF, 2006.
- [R9] C. Delenne. Si Fourier n'était pas né... (Poster). In *Fête de la science (prix du jury)*, Montpellier, 2005.
- [R10] C. Delenne. Le dieu Bacchus veille sur son domaine (poster). In *Fête de la science*, Montpellier, September 2004.
- [R11] C. Delenne. Application de modèles de surfaces de réponse à l'interpolation de résultats d'optimisation structurale. Master's thesis, Airbus France, département Génie Mathématique et Modélisation, INSA de Toulouse, 2003.
- [R12] C. Delenne. Calcul de l'écoulement décollé d'un fluide compressible. Master's thesis, ONERA, département Génie Mathématique et Modélisation, INSA de Toulouse, 2002.
- **Encadrement de thèses** —
- [Th1] P. Finaud-Guyot. *Modélisation macroscopique des inondations fluviales et urbaines : prise en compte des écoulements directionnels et des échanges lit mineur - lit majeur*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2, 2009. Encadrement : V. Guinot, C. Delenne (50%).
- **Encadrement de stagiaires niveau Master 2** —
- [M2.1] O. Bartoli. Apport de l'imagerie à haute résolution spatiale à l'hydrologie urbaine : détection d'ouvrages de surface en vue de la reconstitution du réseau de collecteurs enterrés. Master 2, Université Montpellier 2 Master Imagina, 2012. Encadrement : C. Delenne, N. Chahinian.
- [M2.2] L. Amarsid. Modélisation de l'hydraulique à surface libre par la méthode LBM. Master 2, Université Montpellier 2 Master Physique et Ingénieries, 2011. Encadrement : C. Delenne, F. Radjai, J.-Y. Delenne, V. Guinot.
- [M2.3] Aurélie Oleksiak. Suivi par télédétection de la dynamique de crue du Delta Intérieur du Niger pour l'élaboration d'un modèle de fonctionnement hydraulique. Master 2, Université Paris 7, Master TGAE, 6 mois, 2008. Encadrement : C. Delenne, G. Belaud.
- [M2.4] Jérémy Berthelomeau. Reconnaissance de vignes à partir de données de télédétection à très haute résolution spatiale. Master 2, Ecole Supérieure des Géomètres et Topographes, 6 mois, 2006. Encadrement : C. Delenne et M. Deshayes.
- [M2.5] Olivier Bardou. Traitement d'images aériennes pour la reconnaissance de parcelles de vigne en gobelet. stage de fin d'études, Ecole Nationale d'Ingénieur des Travaux Agricoles de Bordeaux, 6 mois, 2005. Encadrement : G. Rabatel, C. Delenne.

— Encadrement de stagiaires niveau Master 1 —

- [M1.1] M. Promé. Adaptation d'une méthode de télédétection des regards de collecteurs enterrés (eaux usées et pluviales) à deux zones urbaines contrastées. Master 1, INSA de Toulouse, Génie Mathématique et Modélisation, 2014. Encadrement : C. Delenne, N. Chahinian.
- [M1.2] T. Desert. Apport de données multi-sources pour le positionnement des regards de collecteurs enterrés par télédétection : application aux réseaux des eaux usées et pluviales. Master 1, INSA de Toulouse, Génie Mathématique et Modélisation, 2014. Encadrement : C. Delenne, N. Chahinian.
- [M1.3] S. Laulin. Analyse de sensibilité dans les modèles hydrauliques. Master 1, Polytech' Clermont Génie Mathématique et modélisation, 4 mois, 2011. Encadrement : C. Delenne, J. Demarty.
- [M1.4] Blaise Delmotte. Modélisation de la dynamique des contaminants dans les lagunages. Master 1, Génie Mathématique et Modélisation, INSA de Toulouse, 2010. Encadrement : C. Delenne.
- [M1.5] Virgile Taver. Modélisation de l'hydrodynamique non Darcienne et du transport dispersif dans les filtres à zéolites. Master 1, Sciences de l'Eau dans l'Environnement Continental, Université Montpellier 2, 3 mois, 2010. Encadrement : C. Delenne, S. Majdalani.
- [M1.6] Rémi Granzotto. Réalisation d'une interface pour le logiciel Shallow Water 2D. Master 1, Polytech'Montpellier, département Informatique et Gestion, 3 mois, 2009. Encadrement : C. Delenne, P. Finaud-Guyot.
- [M1.7] Fabien Magda. Validation du logiciel Bacchus. Master 1, Université Montpellier 2, 3 mois, 2005. Encadrement : C. Delenne, M. Deshayes et S. Durrieu.

— Encadrement de Projets de fin d'études Polytech'Montpellier —

- [Pr.1] A. Mosca. Analyse d'incertitude des modèles hydrauliques unidimensionnels : apports de la sensibilité locale, 2013. Co-encadré avec V. Guinot.
- [Pr.2] Thibaut Feret. Comparaison des méthodes d'analyse de sensibilité directe et de Monte-Carlo d'un modèle hydraulique 1D en régime permanent, 2010.
- [Pr.3] Julien Gobillot. Granulométrie émergée et immergée par traitement d'images de proxi-détection., 2010. Co-encadré avec J.-S. Bailly.
- [Pr.4] Pierre-Loup Ducroix. Granulométrie de lit de rivière par traitement d'images, 2009. Co-encadré avec : J.-S. Bailly.
- [Pr.5] Juliette Damis. Bathymétrie à partir d'images de télédétection sur rivière, 2008. Co-encadré avec J.-S. Bailly.

Références de la littérature

- [1] A. Saltelli, S. Tarantola, and F. Campolongo. *Sensitivity analysis in practice : a guide to assessing scientific models*. Wiley, 2008.
- [2] C. Bardos and O. Pironneau. A formalism for the differentiation of conservation laws. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences Paris, Ser. I*, 335 :839–845, 2002.
- [3] A. Bermudez and M.E. Vazquez. Upwind methods for hyperbolic conservation laws with source terms. *Computers & Fluids*, 23 :1049–1071, 1994.
- [4] M. Nujic. Efficient implementation of non-oscillatory schemes for the computation of free-surface flows. *Journal of Hydraulic Research*, 33 :101–111, 1995.
- [5] K. Beven. Prophecy, reality and uncertainty in distributed hydrological modeling. *Advances in Water Resources*, 16(1) :41–51, 1993.
- [6] K. Beven and J. Freer. Equifinality, data assimilation, and uncertainty estimation in mechanistic modelling of complex environmental systems using the GLUE methodology. *Journal of Hydrology*, 249(1-4) :11–29, Aug. 2001.
- [7] I. M. Sobol'. Sensitivity analysis for non-linear mathematical models. *Mathematical Modelling and Computation*, 1 :407–414, 1993.
- [8] V. Guinot and P. Gourbesville. Calibration of physically based models : back to basics ? *Journal of Hydroinformatics*, 5(4) :233–244, 2003.
- [9] N. Mazzilli, V. Guinot, and H. Jourde. Sensitivity analysis of two-dimensional steady-state aquifer flow equations. implications for groundwater flow model calibration and validation. *Advances in Water Resources*, 33(8) :905 – 922, 2010.

- [10] J.E. Nash and J.V. Sutcliffe. River flow forecasting through conceptual models part i — a discussion of principles. *Journal of Hydrology*, 10(3) :282–290, 1970.
- [11] V. Guinot and B. Cappelaere. Sensitivity equations for the one-dimensional shallow water equations : Practical application to model calibration. *Journal of Hydrologic Engineering*, 14 :858–861, 2009.
- [12] T Andrianarison. *Traitement d’effluents urbains dans un système de 11 lagunes. Décontamination microbienne et élimination de l’azote*. PhD thesis, Université Montpellier 2, 2006.
- [13] V. Guinot. Upwind finite volume solution of sensitivity equations for hyperbolic systems of conservation laws with discontinuous solutions. *Computers and Fluids*, 38 :1697–1709, 2009.
- [14] V. Guinot and B. Cappelaere. Sensitivity analysis of 2d steady-state shallow water flow. application to free surface flow model calibration. *Advances in Water Resources*, 32 :540–560, 2009.
- [15] J. Lhomme. *Modélisation des inondations en milieu urbain : approches unidimensionnelle, bidimensionnelle et macroscopique*. PhD thesis, Univ. Montpellier 2, 2006.
- [16] C. Velickovic. *Macroscopic modeling of urban flood by a porosity approach*. PhD thesis, Univ. Catholique de Louvain, 2012.
- [17] V. Guinot. Multiple porosity shallow water models for macroscopic modelling of urban floods. *Advances in Water Resources*, 37 :40–72, 2012.
- [18] S. Soares Frazão, J. Lhomme, V. Guinot, and Y. Zech. Two-dimensional shallow water model with porosity for urban flood modelling. *Journal of Hydraulic Research*, 46 :45–64, 2008.
- [19] J.L. Auriault, C. Boutin, and C. Geindreau. *Homogénéisation de phénomènes couplés en milieux hétérogènes*. Hermès/Lavoisier, 2009.
- [20] H. Zhang, J. Ouyang, L. Zhang, and S. Zheng. Multi-scale mathematic modeling of non-isothermal polymeric flow of fiber suspensions. *Computers and Chemical Engineering*, 32 :1523–1532, 2008.
- [21] N. Marheineke and R. Wegener. Modeling and application of a stochastic drag for fibers in turbulent flows. *International Journal of Multiphase Flow*, 37 :136–148, 2011.
- [22] A. Harten, P.-D. Lax, and B. Van-Leer. On upstream differencing and Godunov-type schemes for hyperbolic conservation laws. *SIAM Review*, 25 :35–61, 1983.
- [23] E. F. Toro, M. Spruce, and W. Speares. Restoration of the contact surface in the HLL-Riemann solver. *Shock Waves*, 4 :25–34, 1994.
- [24] S. F. Davis. Simplified second-order Godunov-type methods. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 9 :455–473, 1988.
- [25] P.-D. Lax. Hyperbolic systems of conservation laws. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 10 :537–566, 1957.
- [26] B. Spinewine, V. Guinot, S. Soares-Fraza, and Y. Zech. Solution properties and approximate riemann solvers for two-layer shallow flow models. *Computers & Fluids*, 44(1) :202 – 220, 2011.

Annexes

Résolution numérique des équations de Saint-Venant et en sensibilité

Les équations d'écoulement et en sensibilité présentées dans le chapitre 1 page 21, sont discrétisées par un schéma aux volumes finis :

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x_i} \left(\mathbf{F}_{i-1/2}^{n+1/2} - \mathbf{F}_{i+1/2}^{n+1/2} \right) + \Delta t \mathbf{S}_i^{n+1/2} \quad (\text{A.1a})$$

$$\mathbf{s}_i^{n+1} = \mathbf{s}_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x_i} \left(\mathbf{G}_{i-1/2}^{n+1/2} - \mathbf{G}_{i+1/2}^{n+1/2} \right) + \Delta t \mathbf{Q}_i^{n+1/2} \quad (\text{A.1b})$$

où Δt est le pas de temps de calcul, Δx_i est la largeur de la cellule i , \mathbf{U}_i^n et \mathbf{s}_i^n sont respectivement les valeurs moyennes de \mathbf{U} et \mathbf{s} sur la cellule i au temps n , $\mathbf{F}_{i-1/2}^{n+1/2}$ et $\mathbf{G}_{i-1/2}^{n+1/2}$ sont les valeurs moyennes des flux \mathbf{F} et \mathbf{G} à travers l'interface $i - 1/2$ (entre les cellules $i - 1$ et i) entre les temps n et $n + 1$, et $\mathbf{S}_i^{n+1/2}$ et $\mathbf{Q}_i^{n+1/2}$ sont les valeurs moyennes de \mathbf{S} et \mathbf{Q} sur la cellule i entre les temps n et $n + 1$. Le calcul des flux et des termes sources est détaillé dans les sections suivantes.

Estimation des flux

Les flux \mathbf{F} et \mathbf{G} des équations (A.1) peuvent être calculés par la résolution de problèmes de Riemann. Mais le problème de Riemann en sensibilité ne peut pas être considéré indépendamment de celui de la variable d'écoulement car la matrice Jacobienne $\partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{U}$ utilisée dans la définition de \mathbf{G} (équation 1.10c) dépend de la solution \mathbf{U} . Un seul problème de Riemann doit donc être défini pour la partie hyperbolique des équations (1.1a) et (1.10a) pour une interface donnée $i + 1/2$ entre les cellules i et $i + 1$:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.2a})$$

$$\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.2b})$$

$$(\mathbf{U}, \mathbf{s})(x, 0) = \begin{cases} (\mathbf{U}_L, \mathbf{s}_L) & \text{pour } x < x_{i+1/2} \\ (\mathbf{U}_R, \mathbf{s}_R) & \text{pour } x \geq x_{i+1/2} \end{cases} \quad (\text{A.2c})$$

où $x_{i+1/2}$ est l'abscisse de l'interface.

La solution générale du problème de Riemann pour un système hyperbolique de lois de conservation $m \times m$, est constituée de m ondes (raréfaction, choc ou discontinuité de contact) qui séparent, des états gauche et droit du problème, $m - 1$ régions intermédiaires d'état constant. La solution pour les variables de l'écoulement est donc formée de trois ondes séparant deux

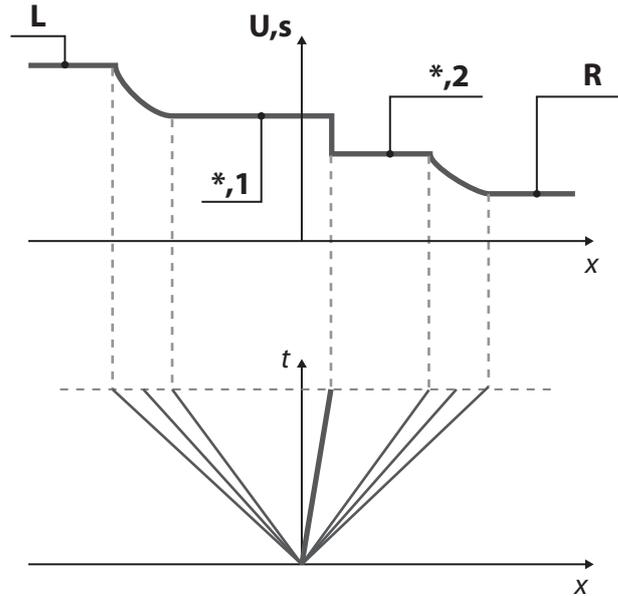


FIGURE A.1. – Structure de la solution du problème de Riemann

régions internes d'état constant des états gauche et droit du problème. Elle est auto-similaire, c'est à dire qu'elle ne dépend que de la variable $\xi = x/t$ (Figure A.1).

Les deux systèmes hyperboliques de lois de conservations 3×3 définis par les équations (1.1a) et (1.10a) ont les mêmes valeurs propres, réelles et distinctes :

$$\begin{pmatrix} \lambda^{(1)} \\ \lambda^{(2)} \\ \lambda^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u - c \\ u \\ u + c \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Le système défini par les équations (A.2) est donc dégénéré (ses vecteurs propres et valeurs propres sont doubles). Par conséquent, la matrice \mathbf{K} , formée des vecteurs propres, ne peut pas être inversée et la relation classique $d\mathbf{W} = \mathbf{K}^{-1}d\mathbf{V}$ ne peut pas être utilisée pour déterminer les invariants de Riemann \mathbf{W} à la fois pour l'écoulement et la sensibilité. Les invariants de Riemann pour la sensibilité seront donc déterminés en dérivant ceux de l'écoulement par rapport au paramètre ψ .

Résoudre le problème de Riemann de façon exacte nécessite une procédure impliquant deux boucles itératives. Dans la première, la nature des ondes est supposée a priori et le système d'équations correspondant est résolu (*i.e.* relations de saut si l'onde est un choc, invariants de Riemann sinon). Puisque les équations ne sont pas linéaires, cette procédure est également itérative. Une fois la solution déterminée, la supposition initiale sur la nature des ondes est vérifiée a posteriori. Si elle s'avère non valide, une autre supposition est faite et un nouveau système d'équations doit être résolu. Les solveurs approchés de Riemann utilisent une simplification du système à résoudre, qui élimine la nécessité de supposer la nature des ondes.

Le solveur de Riemann HLL/HLLC [22, 23] est basé sur l'hypothèse a priori que les première et troisième ondes ($dx/dt = \lambda^{(1)}$ et $dx/dt = \lambda^{(3)}$) sont des discontinuités ; la deuxième onde ($dx/dt = \lambda^{(2)}$) étant une onde de contact. Les flux sont calculés en utilisant le solveur de Riemann HLLC original pour les variables d'écoulement et un solveur HLLC modifié pour le problème en sensibilité.

Les longueurs d'ondes $\lambda^{(1)}$ et $\lambda^{(3)}$ sont estimées a priori par les quantités λ^- et λ^+ suivantes, pour permettre d'écrire les relations de Rankine-Hugoniot. Selon les valeurs de $\lambda^{(1)}$ et $\lambda^{(3)}$, l'interface $i + 1/2$ peut ne pas être localisée dans la zone intermédiaire d'état constant, mais dans l'état gauche ou droit. Les équations suivantes permettent une résolution quel que soit le régime

hydraulique (fluvial ou torrentiel) à l'aide de la même formule [24] :

$$\lambda^- = \min(u_L - c_L, u_R - c_R, 0) \quad (\text{A.4a})$$

$$\lambda^+ = \max(u_L + c_L, u_R + c_R, 0) \quad (\text{A.4b})$$

Les relations de Rankine-Hugoniot pour les deux premières lignes du système (1.1a) s'écrivent alors :

$$(\mathbf{U}_L - \mathbf{U}_*) \lambda^- = \mathbf{F}_L - \mathbf{F}_* \quad (\text{A.5a})$$

$$(\mathbf{U}_R - \mathbf{U}_*) \lambda^+ = \mathbf{F}_R - \mathbf{F}_* \quad (\text{A.5b})$$

où l'indice $*$ indique la valeur de la variable \mathbf{U} et du flux \mathbf{F} dans la zone intermédiaire d'état constant (Figure A.1). La résolution des équations (A.5) donne :

$$\mathbf{U}_* = \frac{-\lambda^- \mathbf{U}_L + \lambda^+ \mathbf{U}_R + \mathbf{F}_L - \mathbf{F}_R}{\lambda^+ - \lambda^-} \quad (\text{A.6})$$

$$\mathbf{F}_* = \frac{\lambda^+ \mathbf{F}_L - \lambda^- \mathbf{F}_R - \lambda^- \lambda^+ (\mathbf{U}_L - \mathbf{U}_R)}{\lambda^+ - \lambda^-} \quad (\text{A.7})$$

Les deux premières composantes du flux $\mathbf{F} = (F_1, F_2, F_3)^T$ peuvent être estimées par l'équation (A.7) appliquée entre les cellules i et $i + 1$

$$(F_1)_{i+1/2}^{n+1/2} = \frac{\lambda^+ q_L - \lambda^- q_R - \lambda^- \lambda^+ (h_L - h_R)}{\lambda^+ - \lambda^-} \quad (\text{A.8a})$$

$$(F_2)_{i+1/2}^{n+1/2} = \frac{\lambda^+ F_{2,L} - \lambda^- F_{2,R} - \lambda^- \lambda^+ (q_L - q_R)}{\lambda^+ - \lambda^-} \quad (\text{A.8b})$$

La première équation est modifiée de manière à respecter la condition d'équilibre statique, dénommée C -propriété dans [3]. En effet, supposons que la solution discrétisée a atteint le régime permanent ; les quantités $(F_1)_{i+1/2}^{n+1/2}$, q_L et q_R devraient être égales à un même débit uniforme q_0 . Or, si la géométrie du canal est arbitraire, de manière générale, $h_L \neq h_R$; ce qui est en contradiction avec la supposition précédente. Par conséquent, le calcul numérique conduit à un profil de débit non-uniforme. En particulier, si la condition initiale est statique ($q_0 = 0$), des débits non-nuls sont calculés et entraînent des oscillations qui se propagent dans tout le domaine de calcul. L'approche la plus utilisée pour respecter la C -propriété consiste à adapter la discrétisation du terme source à la formulation du flux. Une autre approche a été proposée dans [Ra3] dans laquelle, au contraire, la formulation du gradient de flux est adaptée à celle du terme source. Cette approche, appelée Auxiliary Variable-based Balancing (AVB), généralise la proposition de [4] (remplacer les variables conservées h_L et h_R dans (A.8a) par les cotes de surface libre z_L et z_R) à l'utilisation de variables auxiliaires telles que la force spécifique ou la charge hydraulique (voir l'article [Ra3] fourni en Annexe pour les détails de la méthode AVB).

Des cas-tests numériques présentés dans [13] ont permis de montrer que l'application de cette procédure à la troisième composante du système de l'écoulement (1.1a) peut conduire à des oscillations numériques, entraînant parfois l'instabilité de la solution de l'équation de transport scalaire. Une formulation alternative doit donc être utilisée pour la discontinuité de contact (ce qui était déjà le cas dans le solveur de Riemann HLLC [23]). La troisième composante est donc estimée par l'expression suivante :

$$(\mathbf{F}_3)_{i+1/2}^{n+1/2} = \begin{cases} (\mathbf{F}_1)_{i+1/2}^{n+1/2} C_L & \text{si } u \geq 0 \\ (\mathbf{F}_1)_{i+1/2}^{n+1/2} C_R & \text{si } u < 0 \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

qui tient compte de l'équation caractéristique de la variable C

$$\frac{dC}{dt} = 0 \text{ pour } \frac{dx}{dt} = u \quad (\text{A.10})$$

Les deux premières composantes du flux en sensibilité $\mathbf{G}_{i+1/2}^{n+1/2}$ sont obtenues en étendant les équations (A.8) à la sensibilité¹

$$(\mathbf{G}_1)_{i+1/2}^{n+1/2} = \frac{\lambda^+ \theta_L - \lambda^- \theta_R - \lambda^- \lambda^+ (\eta_L - \eta_R)}{\lambda^+ - \lambda^-} \quad (\text{A.11a})$$

$$(\mathbf{G}_2)_{i+1/2}^{n+1/2} = \frac{\lambda^+ \mathbf{G}_{2,L} - \lambda^- \mathbf{G}_{2,R} - \lambda^- \lambda^+ (\theta_L - \theta_R)}{\lambda^+ - \lambda^-} \quad (\text{A.11b})$$

Le problème identifié pour la troisième composante du système de l'écoulement est également valable pour le système en sensibilité (1.10a). L'onde de contact en sensibilité doit donc être discrétisée de façon à préserver la propriété d'invariance de l'invariant de Riemann correspondant.

La dérivation de l'équation (A.10) par rapport au paramètre ψ conduit à la propriété d'invariance suivante :

$$\frac{d\chi}{dt} = 0 \text{ pour } \frac{dx}{dt} = u \quad (\text{A.12})$$

où χ est la sensibilité de la variable transportée C . Cette équation peut également être écrite sous forme non-conservative

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + u \frac{\partial \chi}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.13})$$

De plus, puisque $m = hC$

$$\mathbf{s}_3 = \mu = h\chi + \eta C \quad (\text{A.14})$$

et

$$\mathbf{G}_3 = \theta C + q\chi \quad (\text{A.15})$$

Si l'on substitue ces deux équations dans la troisième composante de (1.10a), on obtient

$$\frac{\partial h\chi}{\partial t} + \frac{\partial \eta C}{\partial t} + \frac{\partial \theta C}{\partial x} + \frac{\partial q\chi}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.16})$$

Le développement des dérivées de ηC et θC , la substitution de la première composante de l'équation (1.1a) et l'utilisation de (A.13), conduisent à l'équation suivante :

$$\frac{\partial h\chi}{\partial t} + \frac{\partial q\chi}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.17})$$

Cette équation est également discrétisée par un schéma aux volumes finis :

$$(h\chi)_i^{n+1} = (h\chi)_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[(q\chi)_{i-1/2}^{n+1/2} - (q\chi)_{i+1/2}^{n+1/2} \right] \quad (\text{A.18})$$

où $q\chi$ est calculé en utilisant la propriété d'invariance (A.13) :

$$(q\chi)_{i+1/2}^{n+1/2} = \begin{cases} q_{i+1/2}^{n+1/2} \chi_L & \text{si } u \geq 0 \\ q_{i+1/2}^{n+1/2} \chi_R & \text{si } u < 0 \end{cases} \quad (\text{A.19})$$

Par conséquent, la troisième composante de l'équation (A.1b) est remplacée par

$$\mu^{n+1} = \mu^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[(q\chi)_{i-1/2}^{n+1/2} - (q\chi)_{i+1/2}^{n+1/2} \right] + (\eta C)_i^{n+1} - (\eta C)_i^n \quad (\text{A.20})$$

1. Le principe de l'AVB peut également être appliqué au cas des équations en sensibilité, il pourra faire l'objet d'une publication future.

Calcul des termes sources

Le terme source \mathbf{S} dans l'équation (A.1a) est calculé pour la cellule i entre les temps n et $n + 1$ par

$$\mathbf{S}_i^{n+1/2} = \begin{bmatrix} 0 \\ gh(S_0 - S_f) \\ -km \end{bmatrix}_i^{n+1/2} \quad (\text{A.21})$$

Il est discrétisé en utilisant un schéma de type « décentré amont » :

$$\mathbf{S}_i^{n+1/2} = \begin{bmatrix} 0 \\ gh(S_0 - S_f) \\ -km \end{bmatrix}_{i,L}^{n+1/2} + \begin{bmatrix} 0 \\ gh(S_0 - S_f) \\ -km \end{bmatrix}_{i,R}^{n+1/2} \quad (\text{A.22})$$

où les indices L et R représentent la contribution respective des interfaces gauche et droite de la cellule i au terme source total. Les contributions de l'interface $i + 1/2$ respectivement aux cellules i et $i + 1$ sont données par :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ gh(S_0 - S_f) \\ -km \end{bmatrix}_{i,L}^{n+1/2} = \frac{-\lambda^-}{\lambda^+ - \lambda^-} \begin{bmatrix} 0 \\ gh_{i+1/2}^n \left(-\frac{z_{b_i} - z_{b_{i+1}}}{\Delta x_i} - n_M^2 h_{i+1/2}^{-10/3} q_{i+1/2} |q_{i+1/2}| \right) \\ -km_{i+1/2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.23a})$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ gh(S_0 - S_f) \\ -km \end{bmatrix}_{i+1,R}^{n+1/2} = \frac{\lambda^+}{\lambda^+ - \lambda^-} \begin{bmatrix} 0 \\ gh_{i+1/2}^n \left(-\frac{z_{b_i} - z_{b_{i+1}}}{\Delta x_i} - n_M^2 h_{i+1/2}^{-10/3} q_{i+1/2} |q_{i+1/2}| \right) \\ -km_{i+1/2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.23b})$$

où l'indice $i + 1/2$ représente la moyenne de la variable sur les cellules i et $i + 1$.

Le terme source \mathbf{Q} pour la sensibilité est calculé par

$$\mathbf{Q}_i^{n+1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ S_0 g \eta + 7/3 S_f g \eta - 2 g n_M^2 |q| h^{-7/3} \theta - 2 g h \frac{S_f}{n_M} \varepsilon_{n_M} \\ -k \mu \end{pmatrix}_i^{n+1/2} \quad (\text{A.24})$$

Il est discrétisé par la même procédure que \mathbf{S} .

Equations en sensibilité pour les solutions discontinues

La méthode numérique pour la résolution des équations en sensibilité est présentée dans l'Annexe A dans le cas de solutions continues. On donne ici le principe de la détection des chocs dans l'écoulement et du traitement à appliquer aux équations en sensibilité [Ra5, Ra13, Cia3, Cia12].

Définition d'un terme source pour le traitement des chocs

On considère un choc qui se déplace à la vitesse c_s , avec des solutions en flux et sensibilité \mathbf{U}_L , \mathbf{s}_L (*resp.* \mathbf{U}_R , \mathbf{s}_R) à gauche (*resp.* à droite) du choc. L'application des conditions de Rankine-Hugoniot (ou relations de saut) sur un volume de contrôle qui contient le choc conduit à l'égalité suivante pour les variables d'écoulement :

$$(\mathbf{U}_L - \mathbf{U}_R) c_s = \mathbf{F}_L - \mathbf{F}_R \quad (\text{B.1})$$

La relation de saut pour les variables en sensibilité est plus complexe. La perturbation d'un paramètre ψ par une valeur $\tilde{\psi}$ (cf. chapitre 1 page 21) entraîne des perturbations $\tilde{\mathbf{U}}_L$ et $\tilde{\mathbf{U}}_R$ sur les variables et \tilde{c}_s sur la vitesse c_s . Par conséquent, la position du choc x_s est modifiée par \tilde{x}_s . Les valeurs perturbées de \mathbf{U} et \mathbf{F} sur les côtés gauche et droit du choc sont données par :

$$\mathbf{U}_L^P = \mathbf{U}_L + \tilde{\mathbf{U}}_L + \tilde{x}_s \frac{\partial \mathbf{U}_L}{\partial x} \quad (\text{B.2a})$$

$$\mathbf{U}_R^P = \mathbf{U}_R + \tilde{\mathbf{U}}_R + \tilde{x}_s \frac{\partial \mathbf{U}_R}{\partial x} \quad (\text{B.2b})$$

$$\mathbf{F}_L^P = \mathbf{F}_L + \tilde{\mathbf{F}}_L + \tilde{x}_s \frac{\partial \mathbf{F}_L}{\partial x} \quad (\text{B.2c})$$

$$\mathbf{F}_R^P = \mathbf{F}_R + \tilde{\mathbf{F}}_R + \tilde{x}_s \frac{\partial \mathbf{F}_R}{\partial x} \quad (\text{B.2d})$$

où l'exposant \mathbf{P} représente la valeur perturbée. La relation de saut (B.1) devient alors

$$(\mathbf{U}_L^P - \mathbf{U}_R^P) (c_s + \tilde{c}_s) = \mathbf{F}_L^P - \mathbf{F}_R^P \quad (\text{B.3})$$

En introduisant les équations (B.2) dans (B.3), on obtient

$$\begin{aligned} & \left[\mathbf{U}_L + \tilde{\mathbf{U}}_L + \tilde{x}_s \frac{\partial \mathbf{U}_L}{\partial x} - \left(\mathbf{U}_R + \tilde{\mathbf{U}}_R + \tilde{x}_s \frac{\partial \mathbf{U}_R}{\partial x} \right) \right] (c_s + \tilde{c}_s) \\ & = \mathbf{F}_L + \tilde{\mathbf{F}}_L + \tilde{x}_s \frac{\partial \mathbf{F}_L}{\partial x} - \left(\mathbf{F}_R + \tilde{\mathbf{F}}_R + \tilde{x}_s \frac{\partial \mathbf{F}_R}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Si l'on soustrait de (B.4) la relation de saut sur les variables initiales (équation B.1) et que l'on ne retient que les termes de premier ordre (*i.e.* en considérant une perturbation de faible amplitude), on obtient :

$$(\mathbf{U}_L - \mathbf{U}_R) \tilde{c}_s + (\tilde{\mathbf{U}}_L - \tilde{\mathbf{U}}_R) c_s + \tilde{x}_s \frac{\partial}{\partial x} (\mathbf{U}_L - \mathbf{U}_R) c_s = \tilde{\mathbf{F}}_L - \tilde{\mathbf{F}}_R + \tilde{x}_s \frac{\partial}{\partial x} (\mathbf{F}_L - \mathbf{F}_R) \quad (\text{B.5})$$

En remarquant que

$$\tilde{\mathbf{U}} = \psi_0 \mathbf{s} \quad (\text{B.6a})$$

$$\tilde{\mathbf{F}} = \psi_0 \mathbf{G} + (\partial \mathbf{F} / \partial \psi) \varepsilon \psi_0 \quad (\text{B.6b})$$

$$\tilde{x}_s = (\partial x_s / \partial \psi) \psi_0 \quad (\text{B.6c})$$

$$\tilde{c}_s = (\partial c_s / \partial \psi) \psi_0 \quad (\text{B.6d})$$

et en simplifiant par ψ_0 , les relations de saut complètes pour la sensibilité peuvent s'écrire :

$$\begin{aligned} (\mathbf{s}_L - \mathbf{s}_R) c_s = \mathbf{G}_L - \mathbf{G}_R - \frac{\partial c_s}{\partial \psi} (\mathbf{U}_L - \mathbf{U}_R) - \frac{\partial x_s}{\partial \psi} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} \right)_L - \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} \right)_R \right] c_s \\ + \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \psi} \varepsilon \right)_L - \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \psi} \varepsilon \right)_R + \frac{\partial x_s}{\partial \psi} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} \right)_L - \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} \right)_R \right] \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

La notation \mathbf{R} est utilisée pour le terme supplémentaire par rapport aux relations de saut classiques dans (B.7) :

$$\begin{aligned} \mathbf{R} = -\frac{\partial c_s}{\partial \psi} (\mathbf{U}_L - \mathbf{U}_R) - \frac{\partial x_s}{\partial \psi} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} \right)_L - \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} \right)_R \right] c_s \\ + \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \psi} \varepsilon \right)_L - \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \psi} \varepsilon \right)_R + \frac{\partial x_s}{\partial \psi} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} \right)_L - \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} \right)_R \right] \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Ce terme source supplémentaire étant non nul seulement en cas de choc, l'équation (1.10a) peut être ré-écrite pour les solutions continues et discontinues par :

$$\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x} = \mathbf{Q} + \mathbf{R} \delta_s \quad (\text{B.9})$$

où δ_s représente la distribution de Dirac au niveau du choc. Cette expression de \mathbf{R} relativement complexe, peut être simplifiée dans le cas de la solution du problème de Riemann.

Résolution numérique

Le terme source \mathbf{R} est pris en compte dans l'équation (A.1b) qui est modifiée comme suit :

$$\mathbf{s}_i^{n+1} = \mathbf{s}_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x_i} \left(\mathbf{G}_{i-1/2}^{n+1/2} - \mathbf{G}_{i+1/2}^{n+1/2} + \mathbf{R}_{i-1/2}^{n+1/2} + \mathbf{R}_{i+1/2}^{n+1/2} \right) + \Delta t \mathbf{Q}_i^{n+1/2} \quad (\text{B.10})$$

où $\mathbf{R}_{i-1/2}^{n+1/2}$ est la contribution du terme source en Dirac potentiellement généré par des chocs se propageant de la cellule $i-1$ à la cellule i entre les temps n et $n+1$.

Le problème de Riemann défini par les équations (A.2) est modifié pour tenir compte des chocs en rajoutant terme $\mathbf{R} \delta_s$:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.11a})$$

$$\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x} = \mathbf{R} \delta_s \quad (\text{B.11b})$$

$$(\mathbf{U}, \mathbf{s})(x, 0) = \begin{cases} (\mathbf{U}_L, \mathbf{s}_L) & \text{for } x < x_{i+1/2} \\ (\mathbf{U}_R, \mathbf{s}_R) & \text{for } x \geq x_{i+1/2} \end{cases} \quad (\text{B.11c})$$

où $x_{i+1/2}$ est l'abscisse de l'interface. Ces équations proviennent de (1.1a) et (B.9) en considérant \mathbf{U} et \mathbf{F} constants de part et d'autre de la discontinuité et sans terme source (*i.e.* \mathbf{S} et \mathbf{Q} sont nuls). Dans ce cas, les dérivées en x s'annulent dans l'expression de \mathbf{R} (B.8) ainsi que le terme $\varepsilon \partial \mathbf{F} / \partial \psi$ (puisque $\mathbf{Q} = 0$). On obtient donc la simplification suivante :

$$\mathbf{R} = -\frac{\partial c_s}{\partial \psi} (\mathbf{U}_L - \mathbf{U}_R) \quad (\text{B.12})$$

Détection des chocs et calcul du terme source

Le calcul du terme source \mathbf{R} , nécessite la détection des chocs. La procédure utilisée dans [Ra5, Ra12, Ra13] a montré son efficacité. Un choc est détecté pour l'onde λ^- si les deux conditions suivantes sont satisfaites :

$$u_L - c_L > u_* - c_* \quad (\text{B.13a})$$

$$u_L + c_L > u_* + c_* \quad (\text{B.13b})$$

alors qu'un choc est détecté pour l'onde λ^+ si

$$u_* - c_* > u_R - c_R \quad (\text{B.14a})$$

$$u_* + c_* > u_R + c_R \quad (\text{B.14b})$$

où u est la vitesse de l'écoulement et c la vitesse de propagation des ondes dans le fluide au repos, et où l'indice $*$ représente la zone d'état constant.

Remarque : Dans la théorie originale des systèmes hyperboliques de lois de conservation [25], les équations (B.13a) et (B.14b) étaient définies comme des conditions nécessaires et suffisantes pour la détection des chocs ; mais les termes sources n'étaient alors pas considérés. L'utilisation de ces équations seules peut conduire à la détection de choc même dans le cas de l'eau au repos, si la pente du fond n'est pas nulle [Ra12, Ra13]. C'est pour cela que les équations (B.13b) et (B.14a) ont été rajoutées.

Quand un choc est détecté, le terme source ponctuel \mathbf{R} est séparé en deux contributions, notées \mathbf{R}^- pour l'onde λ^- et \mathbf{R}^+ pour l'onde λ^+ . Puisque les ondes λ^- et λ^+ séparent les états gauche et droit du problème de Riemann de la zone intermédiaire d'état constant, l'équation (B.12) permet d'écrire

$$\mathbf{R}^- = -\frac{\partial \lambda^-}{\partial \psi} (\mathbf{U}_L - \mathbf{U}_*) \quad (\text{B.15a})$$

$$\mathbf{R}^+ = -\frac{\partial \lambda^+}{\partial \psi} (\mathbf{U}_* - \mathbf{U}_R) \quad (\text{B.15b})$$

L'idée principale de ce solveur consiste à utiliser l'équation (A.6) pour l'estimation de \mathbf{U}_* en tenant compte du fait que les vitesses λ^- et λ^+ dépendent de \mathbf{U}_L et \mathbf{U}_R seulement dans la partie conservative des équations. Par conséquent, l'équation (B.15a) peut s'écrire

$$\mathbf{R}^- = - \left(\frac{\partial \lambda^-}{\partial \mathbf{U}_L} \frac{\partial \mathbf{U}_L}{\partial \psi} + \frac{\partial \lambda^-}{\partial \mathbf{U}_R} \frac{\partial \mathbf{U}_R}{\partial \psi} \right) (\mathbf{U}_L - \mathbf{U}_*) \quad (\text{B.16})$$

Puisque $\partial \mathbf{U} / \partial \psi = \mathbf{s}$ par définition, (B.16) devient

$$\mathbf{R}^- = - \left(\frac{\partial \lambda^-}{\partial \mathbf{U}_L} \mathbf{s}_L + \frac{\partial \lambda^-}{\partial \mathbf{U}_R} \mathbf{s}_R \right) (\mathbf{U}_L - \mathbf{U}_*) \quad (\text{B.17})$$

Le même raisonnement appliqué à λ^+ conduit à

$$\mathbf{R}^+ = - \left(\frac{\partial \lambda^+}{\partial \mathbf{U}_L} \mathbf{s}_L + \frac{\partial \lambda^+}{\partial \mathbf{U}_R} \mathbf{s}_R \right) (\mathbf{U}_* - \mathbf{U}_R) \quad (\text{B.18})$$

Les définitions de λ^- et λ^+ (équations A.4) conduisent aux expressions suivantes pour le calcul des $\partial \lambda^\pm / \partial \mathbf{U}$:

$$\frac{\partial \lambda^-}{\partial \mathbf{U}_L} = \begin{cases} \frac{1}{h_L} \begin{bmatrix} -u_L - \frac{c_L}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \text{si } u_L - c_L < \min(u_R - c_R; 0) \\ \text{sinon} & \end{cases} \quad (\text{B.19a})$$

$$\frac{\partial \lambda^-}{\partial \mathbf{U}_R} = \begin{cases} \frac{1}{h_R} \begin{bmatrix} -u_R - \frac{c_R}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \text{si } u_R - c_R < \min(u_L - c_L; 0) \\ \text{sinon} & \end{cases} \quad (\text{B.19b})$$

$$\frac{\partial \lambda^+}{\partial \mathbf{U}_L} = \begin{cases} \frac{1}{h_L} \begin{bmatrix} -u_L + \frac{c_L}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \text{si } u_L + c_L \geq \max(u_R + c_R; 0) \\ \text{sinon} & \end{cases} \quad (\text{B.19c})$$

$$\frac{\partial \lambda^+}{\partial \mathbf{U}_R} = \begin{cases} \frac{1}{h_R} \begin{bmatrix} -u_R + \frac{c_R}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \text{si } u_R + c_R > \max(u_L + c_L; 0) \\ \text{sinon} & \end{cases} \quad (\text{B.19d})$$

Si l'on introduit les équations ci-dessus dans (B.17) et (B.18) on obtient

$$\mathbf{R}^- = \begin{cases} \frac{1}{h_L} \left[(u_L + \frac{c_L}{2}) \eta_L - \theta_L \right] (\mathbf{U}_L - \mathbf{U}_*) & \text{si } u_L - c_L < \min(u_R - c_R; 0) \\ \frac{1}{h_R} \left[(u_R + \frac{c_R}{2}) \eta_R - \theta_R \right] (\mathbf{U}_L - \mathbf{U}_*) & \text{si } u_L - c_L \geq \max(u_R - c_R; 0) \end{cases} \quad (\text{B.20a})$$

$$\mathbf{R}^+ = \begin{cases} \frac{1}{h_R} \left[(u_R - \frac{c_R}{2}) \eta_R - \theta_R \right] (\mathbf{U}_* - \mathbf{U}_R) & \text{si } u_L + c_L < \min(u_R + c_R; 0) \\ \frac{1}{h_L} \left[(u_L - \frac{c_L}{2}) \eta_L - \theta_L \right] (\mathbf{U}_* - \mathbf{U}_R) & \text{si } u_L + c_L \geq \max(u_R + c_R; 0) \end{cases} \quad (\text{B.20b})$$

Solution analytique, en flux et sensibilité, du problème de rupture de barrage

La solution analytique du problème de rupture de barrage sans frottement ni pente du fond ¹, peut être obtenue par la résolution du problème de Riemann suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{U}(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(x,t)}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{s}(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{G}(x,t)}{\partial x} &= 0 \\ (\mathbf{U}, \mathbf{s})(x, 0) &= \begin{cases} (\mathbf{U}_L, \mathbf{s}_L) & \text{pour } x < x_0 \\ (\mathbf{U}_R, \mathbf{s}_R) & \text{pour } x > x_0 \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

où x_0 représente l'abscisse du barrage.

La solution générale du problème de Riemann est constituée de deux ondes de directions opposées, séparées par une zone intermédiaire d'état constant. La première onde est une onde de raréfaction alors que la deuxième est une onde de choc (voir Figure C.1). Les célérités de ces deux ondes sont données par :

$$\begin{pmatrix} \lambda^- \\ \lambda^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u - c \\ u + c \end{pmatrix} \quad (\text{C.2})$$

Le développement détaillé de la solution analytique est donné par exemple dans [Ra12, Ra13]. La solution est auto-similaire [25], c'est-à-dire qu'elle ne dépend que de la variable $\xi = (x - x_0) / t$. La solution de l'écoulement est donnée par :

$$h = \begin{cases} h_L & \text{si } \xi < (u - c)_L \\ h_r(\xi) & \text{si } (u - c)_L < \xi < (u - c)_* \\ h_* & \text{si } (u - c)_* < \xi < c_s \\ h_R & \text{si } c_s < \xi \end{cases} \quad (\text{C.3})$$

$$q = \begin{cases} q_L & \text{si } \xi < (u - c)_L \\ h_r u_r(\xi) & \text{si } (u - c)_L < \xi < (u - c)_* \\ h_* u_* & \text{si } (u - c)_* < \xi < c_s \\ q_R & \text{si } c_s < \xi \end{cases} \quad (\text{C.4})$$

où c_r, h_r, u_r sont les expressions de c, h et u à travers l'onde de raréfaction :

$$c_r = \frac{1}{3} (u_L + 2c_L - \xi) \quad (\text{C.5a})$$

1. Dans le cas où la pente du fond est non nulle, une accélération longitudinale apparait et il suffit d'appliquer un changement de repère ($x \leftarrow x + gS_0 t^2 / 2$)

$$h_r = c_r^2/g \quad (\text{C.5b})$$

$$u_r = \frac{1}{3}(u_L + 2c_L + 2\xi) \quad (\text{C.5c})$$

c_* et u_* sont les expressions de c et u dans la zone intermédiaire d'état constant :

$$c_* = \sqrt{gh_*} \quad (\text{C.6})$$

$$u_* = (u_L + 2c_L - 2c_*) \quad (\text{C.7})$$

La vitesse du choc c_s et la hauteur d'eau dans la zone d'état constant h_* sont obtenues en résolvant les relations de saut (système 2×2 d'équations non linéaires) au passage du choc :

$$\mathbf{F}_* - \mathbf{F}_R = (\mathbf{U}_* - \mathbf{U}_R) c_s \quad (\text{C.8})$$

La première équation de (C.8) conduit à :

$$c_s = \frac{h_* u_* - q_R}{h_* - h_R} \quad (\text{C.9})$$

et h_* est ensuite obtenue en résolvant la deuxième équation de (C.8) par une méthode numérique itérative.

La solution en sensibilité est obtenue en dérivant (C.3) et (C.4) par rapport au paramètre d'intérêt ψ :

$$\eta = \begin{cases} \eta_L & \text{si } \xi < (u - c)_L \\ \eta_r = \frac{2}{g} c_r \chi_r & \text{si } (u - c)_L < \xi < (u - c)_* \\ \eta_* & \text{si } (u - c)_* < \xi < c_s \\ \eta_R & \text{si } c_s < \xi \end{cases} \quad (\text{C.10})$$

$$\theta = \begin{cases} \theta_L & \text{si } \xi < (u - c)_L \\ (\eta u + h\nu)_r & \text{si } (u - c)_L < \xi < (u - c)_* \\ \theta_* & \text{si } (u - c)_* < \xi < c_s \\ \theta_R & \text{si } c_s < \xi \end{cases} \quad (\text{C.11})$$

où χ et ν sont les sensibilités de c et u par rapport au paramètre ψ . A travers l'onde de raréfaction, les sensibilités sont identiques et données par :

$$\chi_r = \nu_r = \left[\frac{1}{3h} (\theta - u\eta + c\eta) \right]_L \quad (\text{C.12})$$

Les sensibilités η_* et θ_* dans la zone d'état constant sont déterminées par la résolution des relations de saut généralisées à la sensibilité :

$$\mathbf{G}_* - \mathbf{G}_R = (\mathbf{s}_* - \mathbf{s}_R) c_s + (\mathbf{U}_* - \mathbf{U}_R) \frac{\partial c_s}{\partial h_L} \quad (\text{C.13})$$

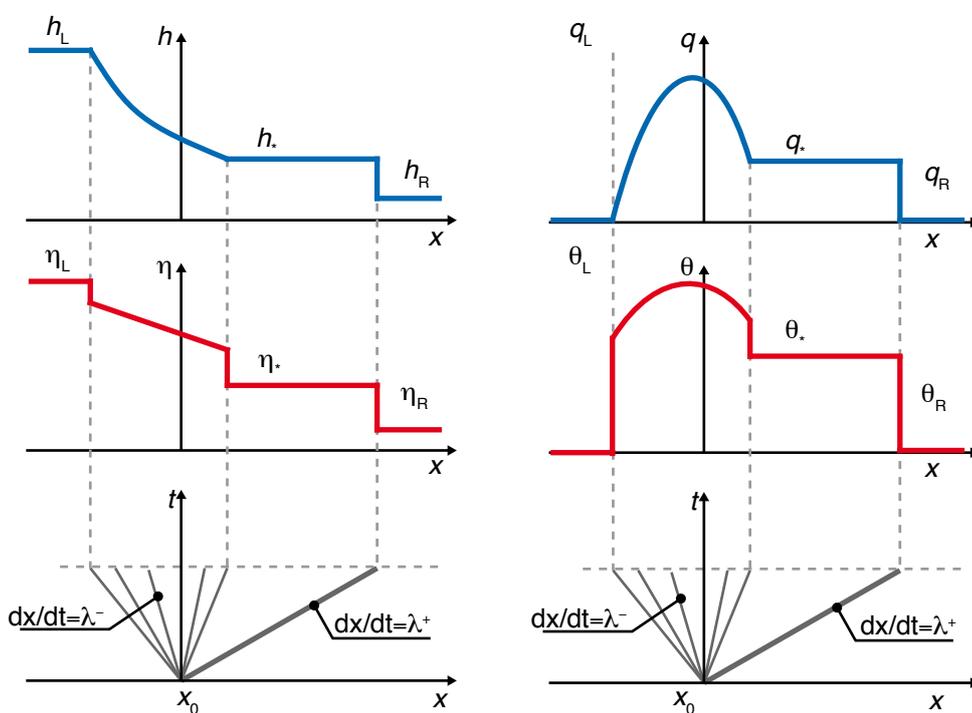


FIGURE C.1. – Structure de la solution du problème de rupture de barrage, en flux et sensibilité par rapport à la hauteur d'eau initiale dans le réservoir. Gauche : hauteur d'eau h et sa sensibilité η . Droite : débit unitaire q et sa sensibilité θ .

Acquisition de données par télédétection

D.1. Détection et caractérisation de parcelles de vignes sur des images à très haute résolution spatiale

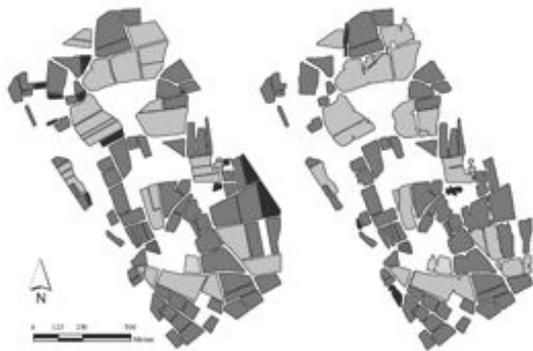


FIGURE D.1. – *Détection de parcelles de vigne sur une image aérienne à 50cm de résolution. Gauche : vérité terrain ; droite : résultat de la méthode par analyse fréquentielle.*

Ma thèse, effectuée au sein de l'UMR TETIS, a été l'occasion de découvrir la télédétection et les problématiques liées à la spatialisation des phénomènes étudiés. Ces travaux se sont inscrits dans le cadre de contrats de recherche : le projet européen Bacchus et le projet Mobhydic du programme national de recherche en hydrologie (PNRH).

Les études réalisées depuis plusieurs années sur des bassins versants expérimentaux montrent l'importance primordiale des états de surface des sols et de la structure du parcellaire sur les flux d'eau et de polluants. Depuis quelques décennies, l'intensification des pratiques culturales, contribue à des phénomènes d'érosion, d'instabilité hydrologique, mais aussi à des risques de pollution, d'inondation ou de sécheresse. Les modèles hydrologiques distribués s'appuient sur des segmentations spatiales qui leur permettent de prendre explicitement en compte les

singularités d'origine anthropique. Le principal problème pour leur application effective, reste la faible disponibilité des données nécessaires à leur paramétrisation, compte tenu des contraintes d'investissement sur les dispositifs expérimentaux à mettre en place. On cherche donc à explorer les possibilités offertes par la télédétection pour identifier des caractéristiques parcellaires pouvant être des indicateurs de pratique culturale : mode de plantation des vignes, écartements des rangs, présence et fréquence d'inter-rang enherbés. . .

Dans ce but, une analyse fréquentielle est particulièrement adaptée du fait des textures orientées et périodiques induites par les modes de plantation des vignes sur les images à très haute résolution spatiale. Celle-ci permet la segmentation des parcelles de vigne (export sous format SIG) ainsi que l'estimation très précise de l'orientation des rangs et de la distance inter-rang (Figure D.1). Ces travaux, réalisés pendant ma thèse, ont été publiés dans des revues de rang A [Ra10, Ra14, Ra15, Ra16], des chapitres d'ouvrage [R6, O1, O2] et présentés dans des congrès nationaux ou internationaux [Cia13, Cia14, Cia15, Ci6].

D.2. Suivi du stress hydrique des plantes méditerranéennes

La teneur en eau d'une plante influe sur son rayonnement dans la partie infrarouge du spectre électromagnétique, invisible à l'œil nu. Dans le sud de la France, des mesures régulières de teneur en eau des plantes sont effectuées depuis 1996 par le « réseau hydrique ». Ces mesures réalisées une à deux fois par semaines sur un trentaine de sites en saison estivale permettent d'activer des alertes sécheresses en cas de baisse importante de la teneur en eau.

Le programme européen Forest Focus avait parmi ses objectifs, celui d'utiliser la télédétection comme outil de suivi du stress hydrique. La sensibilité des longueurs d'ondes du proche infrarouge à la teneur en eau de la végétation a orienté l'étude vers les données journalières fournies par le capteur MODIS du satellite américain TERRA, qui permettent une étude temporelle fine. Une approche statistique basée sur la covariance croisée a été développée pour estimer le niveau de corrélation (éventuellement avec un décalage temporel) entre des données de télédétection dans le proche et moyen infrarouge et des relevés terrains. Des tests statistiques ont été réalisés pour 29 sites sur lesquels les deux espèces dominantes étaient parmi 18 espèces différentes. L'utilisation des indices de végétation classiques NDII et NDWI a conduit à des corrélations significatives respectivement de 67% et 54%. Ces corrélations étaient cependant faibles (0.5 au maximum) et avec un décalage possible de quelques jours entre la variation de teneur en eau mesurée sur le terrain et l'effet sur les images MODIS. Les difficultés rencontrées sont principalement dues à la résolution spatiale des images MODIS (500m/pixel) qui n'est pas adaptée aux sites étudiés du fait de leur hétérogénéité. De plus, la capacité des plantes méditerranéennes à résister au stress hydrique entraîne des variations souvent très faibles de teneur en eau. Voir l'article [Rb1] pour plus de détails.

D.3. Dynamique de crue dans le Delta Intérieur du Niger (DIN)

La gestion des barrages et des cultures de décrue sur les grands fleuves tels que le Niger, nécessite la prise en compte des temps de propagation des écoulements (lâchures ou crues naturelles). Cette propagation est fortement influencée par les débordements, puisqu'une partie importante de la crue peut être stockée dans le lit majeur. La première difficulté de ce type d'étude est liée à l'accès aux données permettant une description suffisamment précise des écoulements. De ce fait, le traitement automatique d'images satellites devrait permettre une estimation, relativement précise et à moindre coût, des surfaces en eau et de la géométrie du fleuve, et donc de la dynamique de crue.

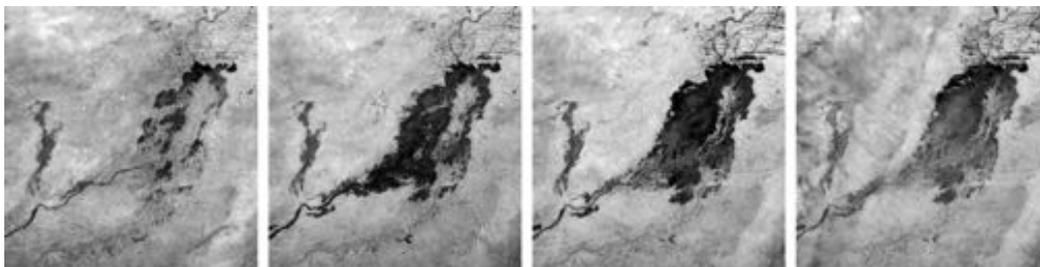


FIGURE D.2. – *Suivi de crue dans le Delta Intérieur du Niger. Images MODIS du 1 sept. au 30 nov. 2001 par pas de 30 jours.*

Une méthode semi automatique a été développée pour étudier la dynamique spatiale et temporelle de la crue dans le DIN. 526 images MODIS de résolution 8 jours/500 m ont été exploitées sur la période 2000-2011 (exemples Figure D.2). Un nouvel indice est proposé, basé sur le MNDWI (Modified Normalised Difference Water Index) et le NDMI (Normalised Difference Moisture Index). En comparaison de cinq autres indices classiques pour la détection des surfaces en eau, il permet de meilleures détections avec un seuil unique. Les surfaces inondées détectées ont été

comparées à des données terrain et des classifications par photo-interprétation sur des images à haute résolution.

Cette méthode montre que les images MODIS permettent une gestion de la dynamique des crues dans le DIN avec des résolutions temporelles et spatiales adaptées aux grands fleuves (excepté durant la montée de la crue où des nuages peuvent encore être présents). Les zones inondées varient entre 11 700 km² et 20 000 km², avec des pertes par évaporation allant de 12 km³ à 21 km³.

Les connaissances acquises sur le temps, la durée et l'étendue de la crue sur toute la zone inondée, incluant les lacs alentours peuvent être utiles pour la gestion de l'eau pour l'agriculture. Elles peuvent également servir à développer et calibrer un modèle hydraulique du DIN.

Ces travaux ont débuté avec un stage de Master 2 [M2.3] dans le cadre du projet HydroDIN en 2008. Ils continuent actuellement à travers une thèse en cours [Ci1, Rs4].

D.4. Bathymétrie par télédétection

La bathymétrie (*i.e.* la profondeur de l'eau en tout point d'une rivière) est une variable importante pour les études hydro-écologiques. Là où des moyens de levé traditionnel par SONAR ne sont pas possibles, seules des investigations à pied d'homme, extrêmement coûteuses, sont à ce jour réalisées. Dans le cas de faibles profondeurs, l'utilisation de la télédétection pourrait donc apporter une solution rapide et efficace. Certains travaux engagés sur la bathymétrie du littoral ont montré qu'il peut exister une relation physique entre la profondeur de l'eau et la réponse radiométrique sur des images en couleurs naturelles. On cherche donc à évaluer les potentialités de telles images à très haute résolution spatiale pour cartographier la profondeur d'eau d'une rivière, de type « *graved-bed river* », telle que la Durance. Trois images ont été utilisées : deux images aériennes de 50cm de résolution en couleurs naturelles (rouge, vert, bleu), acquises par avion (Bd-Ortho© de l'IGN) ou ULM (entreprise l'Avion Jaune), et une image de 2,4m de résolution, multi-spectrale (rouge, vert, bleu, infrarouge) fournie par le satellite Quickbird.

Une régression multiple « pas à pas » sur les différentes bandes spectrales disponibles, validée grâce à un grand nombre de relevés terrain effectués en même temps que les prises de vues, fournit des coefficients de régression supérieurs à 0,7. L'analyse des erreurs et leur représentation spatiale a permis d'identifier, d'une part, une sous-estimation générale des grandes profondeurs (supérieures à 1m) et d'autre part, un lien entre sur-estimation de la profondeur et présence de végétation immergée. Ces travaux, réalisés en partie dans le cadre du projet de fin d'étude de J. Damis [Pr.5], ont été présentés dans [Ci5]. Ils montrent également la nécessité d'utiliser des pré-traitements radiométriques afin de « normaliser » les images.

Méthodes numériques et couplages

Trois publications significatives sur les schémas numériques pour la résolution des équations de Saint-Venant sont données en Annexe F page 105 [Ra3, Ra4, Ra9]; une autre est en cours de review [Rs3]. Ces travaux ne sont donc pas rappelés ici.

E.1. Couplage 1D/2D

La modélisation 1D des écoulements en rivière est généralement insatisfaisante quand des débordements apparaissent, dans la mesure où les transferts de quantité de mouvement entre les lits mineur et majeur sont négligés. Les approches 2D nécessitent un maillage fin du lit mineur pour prendre en compte la topographie, ce qui augmente le temps de calcul et de création du maillage. Les modèles 1D-2D existants négligent les transferts de quantité de mouvement entre lits.

Une nouvelle méthodologie de couplage 1D-2D a donc été développée pendant la thèse de Pascal Finaud-Guyot [Th1], dont le code a été appelé SW12D (pour Shallow Water 1D-2D). Celle-ci permet de réduire le nombre de mailles en comparaison avec un maillage 2D classique en incluant chaque cellule 1D dans une unique cellule 2D représentative de la plaine d'inondation. Elle permet également une réduction du temps de calcul, car le calcul des flux entre mailles 1D et 2D (qui imposent généralement un faible pas de temps pour garantir la stabilité de la solution) n'est plus nécessaire.

Les équations sont discrétisées par une approche aux volumes finis. Le problème de Riemann à l'interface entre deux cellules 1D (ou 2D) est résolu grâce au solveur HLLC. Plusieurs hypothèses permettent de déterminer l'échange de masse et de quantité de mouvement entre les cellules 1D et 2D. Les cas-tests présentés dans [Th1, Cia11, Ra8, Ra6] comparent SW12D à une approche 2D sur des configurations théoriques classiques et sur la base de données expérimentales. La capacité de SW12D à reproduire les résultats d'un modèle 2D est également validée sur une topographie réelle (Figure E.1). Dans tous les cas, SW12D produit des résultats comparables à un modèle 2D fin, mais avec un temps de calcul fortement réduit.

E.2. Modélisation LBM et couplage avec un milieu granulaire

Ces recherches ont été initiées lors de l'encadrement du stage de Lhassan Amarsid [M2.2], en collaboration avec Farhang Radjaï et Jean-Yves Delenne du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil de Montpellier (LMGC). Ce travail s'inscrit dans un cadre général de recherches sur la modélisation des instabilités sous-marines et leurs conséquences sur la génération d'ondes en surface, qui peuvent être dévastatrices (telles que le tsunami déclenché par l'effondrement de l'aéroport de Nice en 1979). La plupart des modèles classiques sont basés sur la représentation du mélange grain/fluide par un seul fluide non newtonien. Un modèle continu à deux couches a été développé lors d'une collaboration entre HSM (Vincent Guinot) et l'Université Catholique

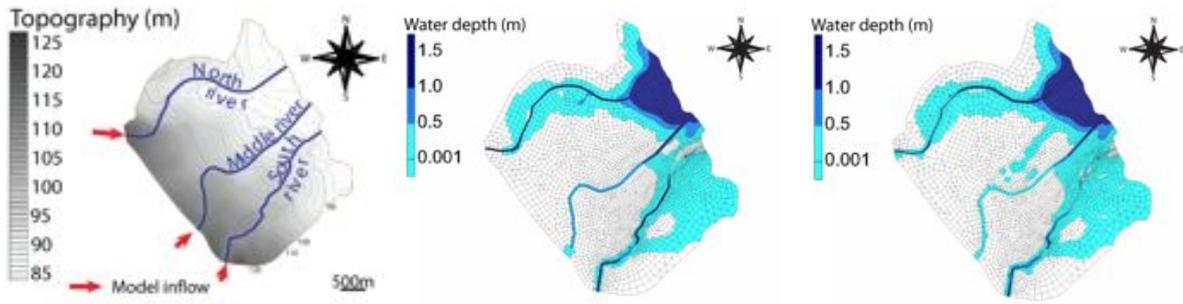


FIGURE E.1. – Comparaison de SW12D et SW2D sur une topographie réelle (fournie par Ginger Environnement et Infrastructures) : hauteur d'eau maximale atteinte pendant la simulation (voir [Ra8] pour plus de détails).

de Louvain, pour la représentation d'un écoulement géomorphologique à deux couches (eau sur lit fluidisé mobile) et appliqué dans le cas d'une rupture de barrage [26]. Il représente les phénomènes globaux mais ne permet pas de décrire précisément les processus intervenant dans les écoulements granulaires sous-marins. Il apparaît également que sous certaines conditions, les équations différentielles qui gouvernent les écoulements bi-couches peu profonds perdent leur caractère hyperbolique et deviennent elliptiques en temps et en espace. Ceci signifie que, pour être résolues correctement, elles nécessitent deux conditions en temps : une condition initiale et une condition finale. Or, puisque la condition initiale seulement peut être donnée, le problème est obligatoirement mal posé et sa résolution peut s'avérer impossible.

Par ailleurs, la méthode DEM (Discrete Element Method), largement utilisée pour les avalanches sèches par l'équipe PMMG (Physique et Mécanique des Milieux Granulaires) au LMGC, a l'avantage de fournir des informations détaillées sur les phénomènes à l'échelle locale. Cette méthode a donc été couplée à une approche permettant la représentation de la phase liquide avec surface libre : la méthode Lattice Boltzmann (LBM) en deux dimensions verticales avec l'approche « mass-tracking » pour la gestion de la surface libre.

Les premiers résultats ont été présentés dans [Cia1, Cn3]. La Figure E.2 représente les étapes de l'effondrement d'une colonne de grains, pour trois temps caractéristiques où T a été normalisé par la formule : $T = t\sqrt{gh_0}$ où h_0 est la hauteur d'eau initiale. La hauteur de la colonne est égale à $0.9h_0$. Un article présentant la méthode sera prochainement soumis à International Journal of Numerical Methods in Fluids.

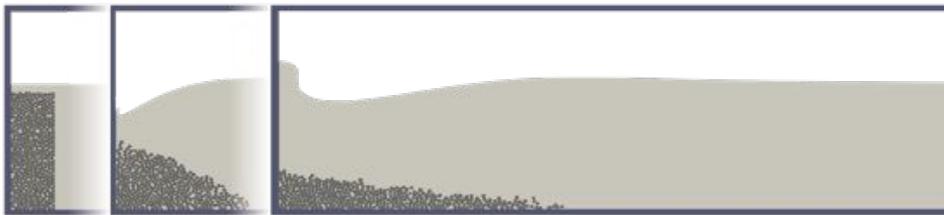


FIGURE E.2. – Couplage LBM/DEM : effondrement d'une colonne de grains à différents temps ($T = 0$, $T = 0.04$ et $T = 0.08$).

Une analyse physique à l'échelle locale permet de mieux comprendre les phénomènes et de mieux définir les modèles globaux, à travers la paramétrisation des interactions entre la phase aqueuse et la phase granulaire. Du fait du nombre important de variables mises en jeu, ainsi que des imprécisions de mesure, l'estimation de ces paramètres par des expériences en laboratoire est presque impossible. Ces dernières sont donc remplacées par des expériences numériques. L'objectif à long terme de ces recherches est de comprendre les phénomènes à l'échelle locale puis d'en déduire des lois de comportement qui pourraient être utilisées dans des modèles à grande échelle, et donc beaucoup plus rapides.

Cinq publications significatives

L'école doctorale SIBAGHE propose de fournir **5 publications significatives**. Sur les 16 articles de revues internationales dont je suis co-auteur, j'ai choisi d'en présenter cinq qui sont représentatifs de la diversité de mes travaux de recherche. Seul le premier concerne l'analyse de sensibilité, à laquelle ce document est consacré. Les trois suivants concernent plus particulièrement les travaux sur les méthodes numériques et le dernier est un exemple de publication réalisée en télédétection.

1. C. Delenne, P. Finaud-Guyot, V. Guinot and B. Cappelaere. Sensitivity of the 1D shallow water equations with source terms : solution method for discontinuous flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 67 : 981-1003, 2011.
2. C. Delenne and V. Guinot. Auxiliary Variable-based Balancing (AVB) for source term treatment in open channel simulations. *Advances in Water Resources*, 44 :85–100, 2012.
3. V. Guinot and C. Delenne. MUSCL schemes for the shallow water sensitivity equations with passive scalar transport. *Computers and Fluids*, 59 :11–30, 2012.
4. P. Finaud-Guyot, C. Delenne, J. Lhomme, V. Guinot, and C. Llovel. An approximate-state Riemann solver for the two-dimensionnal shallow water equations with porosity. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 62 :1299–1331, 2010.
5. C. Delenne, G. Rabatel, and M. Deshayes. An automatized frequency analysis for vine plot detection and delineation in remote sensing. *IEEE Geosciences and Remote Sensing Letters*, 5(3) :341–345, 2008