



Contribution au diagnostic de défauts et à la commande des systèmes LPV et Multi-Modèles

Mickael Rodrigues

► To cite this version:

Mickael Rodrigues. Contribution au diagnostic de défauts et à la commande des systèmes LPV et Multi-Modèles: Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control for LPV Systems and Multi-Models. Automatique / Robotique. Université Claude Bernard Lyon 1, 2015. tel-01178925

HAL Id: tel-01178925

<https://hal.science/tel-01178925>

Submitted on 21 Jul 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

HABILITATION À DIRIGER DES RECHERCHES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

délivrée par

L'UNIVERSITÉ CLAUDE BERNARD LYON 1

Soutenue publiquement le 29 janvier 2015

par

Mickaël RODRIGUES

Contribution au diagnostic de défauts et à la commande des systèmes LPV et Multi-Modèles

Membres du jury :

<i>Rapporteurs :</i>	V. Cocquempot	Professeur à l'Université de Lille 1
	V. Puig	Professeur à Université Polytechnique de Catalogne, Espagne
	O. Sename	Professeur à l'Institut National Polytechnique de Grenoble
<i>Examineurs :</i>	M. Chadli	Maître de Conférences HDR à l'Université de Picardie Jules Verne
	H. Hammouri	Professeur à l'Université de Lyon 1
	D. Henry	Professeur à l'Université de Bordeaux 1
	D. Theilliol	Professeur à l'Université de Lorraine

Aux bras de mon père

A la ténacité de ma mère

A ma soeur

A mes enfants

Remerciements

Je tiens à remercier vivement Monsieur Vicenç PUIG, Professeur à l'Université Polytechnique de Catalogne à Barcelone, Monsieur Olivier SENAME, Professeur à l'Institut National Polytechnique de Grenoble et Monsieur Vincent COCQUEMPOT, Professeur à l'Université de Lille 1 d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce mémoire. Je leur suis extrêmement reconnaissant pour l'intérêt et l'attention qu'ils ont su porter à mon travail.

J'exprime ma profonde gratitude à Messieurs les Professeurs Mohammed CHADLI et David HENRY d'avoir accepté d'examiner ce travail et de faire partie de ce jury de HDR.

Je tiens à remercier également fortement le Professeur Hassan HAMMOURI pour m'avoir laissé une grande autonomie dans mes choix de recherche et de m'avoir mis en relation avec nombre de personnes avec lesquelles j'ai créé de forts liens en recherche.

Je remercie vivement aussi la Professeure Mme Claire VALENTIN pour son soutien et sa sympathie tant en recherche qu'en enseignement. Mes pensées et ma sympathie vont à aussi Mme Nadia CHAPEL pour sa bonne humeur communicative et son professionnalisme. Je remercie chaleureusement Mme Valérie DOS SANTOS MARTINS pour toutes ces heures de travail de recherche, d'encadrement de Masters et de rédaction : Merci beaucoup. Je remercie également le Dr. HAMDI Habib pour ses travaux avec moi qui, malgré la distance évidente, ont abouti. Je remercie également toutes les personnes qui de près ou de loin ont contribué à la rédaction de ce mémoire et notamment celles que j'ai cotoyées au sein du LAGEP mais aussi dans le Département GEII du site Gratte-Ciel de l'IUT Lyon 1.

Je ne saurais comment décrire la gratitude et l'immense sympathie que j'ai pour le Professeur Didier THEILLIOL qui depuis 2002 travaille inlassablement avec moi. Je lui porte fondamentalement une mention toute particulière pour tout ce qu'il a su pédagogiquement et patiemment m'inculquer. Merci à toi Didier pour tous ces moments de vie importants.

Je remercie également mes parents pour leur soutien ainsi que les valeurs qu'ils m'ont transmises. Je remercie enfin ma soeur pour son soutien tout au long de ses années.

Table des matières

Avant-propos	13
Partie 1 : Curriculum vitae et synthèse des activités	15
1 Curriculum vitae	17
1.1 Positions universitaires	17
1.2 Diplômes et formation	17
1.3 Responsabilités collectives	18
1.4 Collaborations internationales et nationales	18
1.5 Production scientifique et bilan comptable	20
1.6 Encadrement de jeunes chercheurs	20
1.7 Rayonnement international en recherche	22
2 Synthèse des activités d'enseignement	25
2.1 Synthèse des activités d'enseignement	25
2.1.1 Vacations durant mon DEA 2001-2002	25
2.1.2 Enseignement durant la thèse (192 HETD)	26
2.1.3 Enseignement durant l'ATER (96 HETD)	28
2.1.4 Enseignement dans le cadre de mon activité de Maître de Conférences . .	30
2.1.4.1 Electronique numérique	30
2.1.4.2 Informatique industrielle	30
2.1.4.3 Automatismes industriels	30
2.1.4.4 Mathématiques appliqués	30
2.1.4.5 Automatique	31
2.1.4.6 Suivi pédagogique	31
2.1.4.7 Licence Professionnelle CAIE	31
2.1.4.8 Ingénieur ITII IRC	31
2.1.5 Résumé des principales Activités d'enseignement depuis Septembre 2006 :	32
2.1.6 Réalisation de supports d'enseignement	32
3 Synthèse des activités d'encadrement et de recherche	33
3.1 Résumé des activités après la thèse :	33
3.2 Encadrement de jeunes chercheurs	36
3.2.1 Bilan comptable	36
3.2.2 Thèses co-encadrées	36
3.3 Liste des appels à projets soumis : ANR et PEPS	38

3.4	Liste complète contributions scientifiques	39
3.0.1	Articles de revues internationales avec comité de lecture	41
3.0.1.1	Sur mes travaux de thèse	41
3.0.1.2	Sur mes travaux de post-doctorat	41
3.0.1.3	Sur mes travaux d'après post-doctorat	41
3.0.2	Articles de revues internationales sans comité de lecture	42
3.0.2.1	Sur mes travaux d'après post-doctorat	42
3.0.3	Congrès internationaux avec comité de lecture et actes	42
3.0.3.1	Sur mes travaux de DEA	42
3.0.3.2	Sur mes travaux de thèse	43
3.0.3.3	Sur mes travaux de post-doctorat	43
3.0.3.4	Sur mes travaux d'après post-doctorat	44
3.0.4	Congrès nationaux avec comité de lecture et actes	45
3.0.4.1	Sur mes travaux de thèse	45
3.0.4.2	Sur mes travaux d'après post-doctorat	45
3.0.5	Communications nationales par présentation orale	45
3.0.5.1	Sur mes travaux de thèse	45
3.0.5.2	Sur mes travaux d'après post-doctorat	45
3.0.6	Communication internationale par présentation orale	46
Partie 2 : Activités de Recherche		47
4	Synthèse de méthodes de diagnostic et commande tolérante aux défauts	49
4.1	Introduction	49
4.2	Quelques mots sur les Multi-Modèles, la logique-floue et les systèmes LPV	49
4.3	Système descripteur	56
4.3.1	Introduction sur les systèmes singuliers et représentation	56
4.3.2	Notions de régularité et équivalences de représentations	57
4.3.3	Notion d'impulsivité, d'observabilité et de détectabilité	60
4.4	Détection et estimation de défauts constants de type actionneur	62
4.4.1	Introduction	62
4.4.2	Contexte	62
4.4.3	Observateur proportionnel intégral à entrées inconnues	63
4.4.4	Structure polytopique de l'observateur proportionnel intégral	64
4.4.5	Génération de résidus par l'OPIEI polytopique	65
4.4.6	Localisation des défauts actionneurs	66
4.4.7	Exemple illustratif	67
4.4.8	Synthèse de l'OPIEI polytopique	68
4.4.9	Simulation	69
4.4.10	Diagnostic des défauts par l'OPIEI polytopique	70
4.4.11	Conclusion	71
4.5	Estimation de défaut actionneur variant dans le temps	72
4.5.1	Introduction et contexte	72
4.5.2	Estimation de défauts variants robustes au bruit	72
4.5.3	Conclusion	77

4.6	Synthèse d'un filtre polytopique LPV	78
4.7	Introduction et contexte	78
4.8	Problématique	79
4.9	Détection, isolation et estimation de défaut capteur avec un facteur de qualité	81
4.9.1	Conception d'un filtre Polytopique LPV	81
4.9.2	Stabilité	84
4.9.3	Isolation de défaut	84
4.10	L'enrouleur de bandes	85
4.10.1	Description	85
4.10.2	Modélisation avec défaut capteur	86
4.10.3	Résultats expérimentaux	88
4.10.4	Conclusion	93
4.11	Commande active tolérante aux défauts	94
4.11.1	Introduction et motivation	94
4.11.2	Problématique	95
4.11.3	Synthèse d'un observateur adaptatif polytopique	96
4.11.4	Synthèse d'une commande active tolérante par retour d'état	98
4.11.5	Analyse de stabilité	99
4.11.6	Exemple sur un système chimique	100
4.11.7	Conclusion	106
5	Commande des canaux d'irrigation par une approche Multi-Modèles	107
5.1	Introduction	107
5.2	Motivations et contexte	107
5.3	Le problème de régulation du canal : un système de commande frontière	109
5.3.1	Le modèle d'un bief	109
5.3.2	Un modèle de régulation	110
5.3.3	Stabilité du système	111
5.3.4	La représentation Multi-Modèles pour les équations de Saint-Venant	112
5.4	Etude de stabilité du système bouclé	112
5.4.1	Structure en boucle fermée par retour de sortie	113
5.4.2	Etude de la stabilité par fonction quadratique de Lyapunov	114
5.5	Simulations et résultats expérimentaux	115
5.5.1	Le micro-canal de Valence	116
5.5.2	Améliorations par les fonctions d'activation	117
5.5.3	Le canal de Gignac	118
5.6	Conclusion	121
6	Projets de recherche	125
6.1	Axe diagnostic et commande tolérante sur les systèmes LPV	125
6.2	Axe Multi-Modèles en dimension infinie	127
6.3	Axe exploratoire	128

Annexes : Principales publications

135

Table des figures

1.1	Evolutions des citations depuis 2006	20
3.1	Synoptique du parcours de Mickael RODRIGUES	40
4.1	Caractéristique statique : choix du nombre de modèles locaux.	51
4.2	Le domaine d'évolution des paramètres μ_j	53
4.3	Le domaine d'évolution des paramètres θ^j	55
4.4	$x_1(t)$ et son estimé $\hat{x}_1(t)$	69
4.5	$x_2(t)$ et son estimé $\hat{x}_2(t)$	69
4.6	$x_3(t)$ et son estimé $\hat{x}_3(t)$	69
4.7	$x_4(t)$ et son estimé $\hat{x}_4(t)$	69
4.8	l'entrée inconnue $d(t)$ et son estimé $\hat{d}(t)$	70
4.9	le signal du résidu $r_1(t)$	71
4.10	le signal du résidu $r_2(t)$	71
4.11	le défaut actionneur $f_{a1}(t)$ et son estimé $\hat{f}_{a1}(t)$	71
4.12	le défaut actionneur $f_{a2}(t)$ et son estimé $\hat{f}_{a2}(t)$	71
4.13	Le paramètre variant dans le temps $\theta(k)$	74
4.14	Les fonctions de pondération $\rho_i(\theta(k))$, $i = 1, 2$	74
4.15	Estimation du défaut dans le cas d'un défaut abrupte et constant	75
4.16	Estimation du défaut dans le cas d'un défaut variant dans le temps	75
4.17	Les fonctions de pondération $\rho_i(\theta(k))$, $i = 1, 2$ when $\theta(k) = 1$	76
4.18	Estimation du défaut par notre méthode	76
4.19	Estimation du défaut par la méthode Zhang et al. 2012	77
4.20	Schéma du filtre polytopique LPV	83
4.21	Schéma de diagnostic, d'isolation et d'estimation du défaut	85
4.22	Architecture de commande de l'enrouleur de bandes	86
4.23	Evolution des paramètres ρ_j	88
4.24	Cas sans défaut : a) Sorties du système b) Entrées du système	89
4.25	Norme du vecteur des résidus dans le cas sans défaut	89
4.26	Sorties mesurées et sorties réelles du système dans le cas d'un défaut	90
4.27	Biais sur le capteur T_1	90
4.28	Estimation du défaut capteur T_1	91
4.29	Biais sur le capteur S_2	92
4.30	Biais sur le capteur S_2	92
4.31	Biais sur le capteur S_2 - Zoom	93
4.32	Flash tank system	100

4.33	Evolutions des fonctions ρ_i	103
4.34	Défaut actionneur et son estimation	103
4.35	Erreur d'estimation du défaut $e_f(t)$	104
4.36	$y_1(t)$ du système : sortie nominale, sortie sans FTC et sortie avec FTC	104
4.37	$y_2(t)$ du système : sortie nominale, sortie sans FTC et sortie avec FTC	105
4.38	$y_3(t)$ du système : sortie nominale, sortie sans FTC et sortie avec FTC	105
5.1	Schéma du Canal : deux vannes	109
5.2	Structure IMBC : Contrôle Frontières par Modèle Interne	111
5.3	La maquette du Canal de Valence	116
5.4	Capteurs à ultra-son sur la maquette de Valence	117
5.5	Variation de référence sur toute la plage de fonctionnement	118
5.6	Comparaison du niveau d'eau mesuré en aval	119
5.7	Cas 1 : Comparaison du niveau d'eau en aval	120
5.8	Cas 1 : Comparaison avec les nouvelles fonctions μ_i	121
5.9	Le canal de Gignac	121
5.10	Cas 2 : Comparaison du niveau d'eau en aval	122
5.11	Comparaison du niveau d'eau et nouvelles fonctions d'activation μ_i	123

Avant-propos

Ce mémoire intitulé "*Contribution au diagnostic de défauts et à la commande des systèmes LPV et Multi-Modèles*", dresse un panorama de mes travaux de recherche entrepris depuis ma nomination en qualité de Maître de Conférences à l'Université Claude Bernard, Lyon 1 en 2006. Ces divers travaux de recherche s'inscrivent au sein de l'équipe de recherche "Systèmes Non Linéaires Et Procédés-SNLEP", menés sous la responsabilité du Professeur Hassan Hammouri, au Laboratoire d'Automatique et de Génie des Procédés (LAGEP UMR CNRS 5007) dirigé par le Professeur Hatem Fessi.

Dans ce mémoire, je relate les différentes démarches scientifiques entreprises et les différentes applications sur lesquelles ont porté mon travail de recherche. Ce travail porte sur le diagnostic de défauts des systèmes c'est-à-dire la façon de générer une information lorsqu'une *anomalie* apparaît sur un système. Le but étant de pouvoir *détecter* suffisamment tôt ce défaut, qu'il soit de type capteur, actionneur ou interne au système, de manière à pouvoir pallier la présence de ce défaut et d'éviter ainsi qu'il ne détériore le système lui-même. Pour ce faire, j'ai focalisé mon attention depuis ma thèse sur les systèmes non linéaires que l'on peut modéliser sous une forme de multiples modèles linéaires, ou Linéaires à Paramètres Variants (LPV). Mon travail a consisté à élaborer plusieurs techniques utilisant des *observateurs*, des *filtres* afin de générer des *résidus* (différence entre sortie réelle du système et sortie estimée) capable de déterminer l'occurrence d'un défaut, de le *localiser* c'est-à-dire de déterminer l'élément (actionneur ou capteur) en cause et si possible d'en déterminer *l'amplitude*. Le but du diagnostic de défauts est donc de 'connaître' le défaut lorsqu'il y en a un, en élaborant des stratégies adéquates permettant de le mettre en évidence afin d'en informer au plus tôt les *superviseurs du système* qu'ils soient de type logiciel ou humain.

Un autre but du diagnostic de défauts est de pouvoir générer une *estimation* de l'amplitude du défaut suffisamment tôt et suffisamment précise, afin de pouvoir agir en conséquence sur la loi de commande du système que l'on nomme communément '*la commande tolérante aux défauts*'. L'objectif principal de cette commande permettant d'annihiler le défaut occurant sur le système, est de permettre à ce système de continuer d'évoluer malgré la présence de celui-ci. J'ai récemment entrepris de réinvestir cette thématique qui m'est chère mais cette fois-ci pour les systèmes descripteurs polytopiques LPV.

En arrivant au LAGEP, j'ai pu développer un nouvel axe de recherche sur la commande Multi-Modèles appliquée aux systèmes de dimension infinie. Cette thématique est très présente au sein du laboratoire, et il m'a plu de contribuer à pouvoir étendre des lois de commande stabilisantes pour des systèmes de dimension finie aux systèmes de dimension infinie. La mise en évidence de nos résultats obtenus sur les canaux d'irrigation ainsi que la nouveauté de cet axe de recherche au sein de la communauté, me feront continuer également dans cet axe.

Le mémoire se décompose comme suit :

La première partie de ce document présente mon activité d'enseignant-chercheur. Le chapitre 1 est un CV résumé dont l'ensemble des points sont développés dans le chapitre 2 qui synthétise mon activité d'enseignement. Le chapitre 3 synthétise mon activité d'encadrement et de recherche et clôt cette première partie.

Dans la seconde partie, je développe mon activité scientifique en présentant les travaux réalisés sur :

- le diagnostic et la commande tolérante aux défauts appliqués aux systèmes descripteurs LPV (chapitre 4)
- la synthèse de différents régulateurs pour des canaux d'irrigation modélisés par des multi-modèles (chapitre 5).

Le chapitre 6 développe les perspectives de recherche sur lesquelles je suis en train de travailler ainsi que celles à venir.

Les annexes sont consacrées à mes principales publications.

Partie 1 : Curriculum vitae et synthèse des activités

Chapitre 1

Curriculum vitae

RODRIGUES Mickael né le 25 juin 1979

Divorcé, 3 enfants

Maître de conférences, 5ème échelon, Université Lyon 1, IUT Lyon 1, Département GEII
Section CNU 61

Adresse professionnelle :

Laboratoire d'Automatique et de Génie des Procédés	IUT Lyon 1-Département GEII
Université Claude Bernard Lyon 1 Campus la Doua, 43 bd du 11 novembre F-69622 Villeurbanne Cedex Tel : +33 (0)4 72 43 18 92 Fax : +33 (0)4 72 43 16 82	Site de Villeurbanne Gratte-ciel 17 rue de France 69627 Villeurbanne Cedex FRANCE Tél : +33 (0)4 72 65 80 09 Fax : +33 (0)4 72 65 73 73

1.1 Positions universitaires

01/09/2006 - actuellement : **Maître de Conférences, 61ème section**, Université Lyon 1, IUT Lyon 1, Département GEii. **Titulaire de la PEDR 10/2014-10/2018.**

2005-2006 : **ATER** à l'ESSTIN, Université Henri Poincaré Nancy 1, CRAN UMR CNRS 7039

2002-2005 : **Allocataire UHP Nancy 1**, Moniteur IUT Nancy-Brabois, département GTR

1.2 Diplômes et formation

2005-2006 **Post-Doctorat** à l'ESSTIN, UHP Nancy 1-CRAN UMR CNRS 7039, $\frac{1}{2}$ ATER

2002-2005 **Doctorat en Automatique, Traitement du Signal et Génie Informatique**, UHP Nancy 1-CRAN, Allocataire Moniteur

Titre : *Diagnostic et Commande Active Tolérante aux Défauts appliqués aux Systèmes décrits par des Multi-Modèles Linéaires*. soutenue publiquement le 6 décembre 2005. Composition du Jury : G. Millérioux, A. Zolghadri, V. Cocquempot, Y. Zhang, D. Sauter et D. Theilliol.

2001-2002 **DEA Contrôle Signaux et Communications**, UHP Nancy 1 - CRAN, Bourse du mérite, mention bien

2000-2001 **Maîtrise Electronique Electrotechnique Automatique (EEA)** option Automatique et Informatique Industrielle, UHP Nancy 1, mention bien

1999-2000 : **Licence EEA**, UHP Nancy 1, mention assez bien

1997-1999 : **DEUG Technologie Industrielle**, mention Génie des Systèmes, UHP Nancy 1, mention bien

1997 : **Bac S (SVT) spécialité Mathématiques**, lycée Jacques Callot, Vandoeuvre-lès-Nancy (54)

1.3 Responsabilités collectives

Depuis 2008 : Membre élu du comité consultatif 61ème section de l'Université Lyon 1

Membre élu de deux Comités de Sélection pour les recrutements de Maîtres de Conférences 61 MCF 720 et 61 MCF 737 au LAGEP et CREATIS de l'Université Lyon 1.
Responsable du Comité : Pr. Sophie Cavassila, 61ème section.

Membre de la CSE-INPG (Grenoble) 61 section en 2008 et Membre du Jury de sélection pour le poste MCF 0121 recrutement pour le GIPSA-LAB.

2007-2009 : **Responsable pédagogique** du module d'Électronique Numérique et Systèmes Logiques première année de DUT à l'IUT au département GEII (module SIN1 ex-ENSL1-ERISI1 : Tableau de Karnaugh, numération, Compteur Synchrone et asynchrone, VHDL).

Depuis septembre 2009 : **Responsable pédagogique** du module AUTO2 ex-ARS2 Automatismes, réseaux et systèmes de première année DUT au département GEII.

Depuis septembre 2009 : **Responsable pédagogique** du module Automatisme dans la Licence Pro Chargé d'Affaires en Ingénierie Electrique (CAIE) au département GEII.

Depuis Janvier 2014, **Membre élu du Conseil du Laboratoire LAGEP UMR CNRS 5007.**

1.4 Collaborations internationales et nationales

Note importante : Dans toute la 1ère Partie, incluant les chapitres 1, 2 et 3, les références aux travaux personnels publiés pourront être trouvées directement dans la section (3.4).

J'ai participé avec M. Hammouri (LAGEP) et M. Yahoui (AMPERE-INSA) au **Comité Mixte Franco-Tunisien pour la Coopération Universitaire (CMCU)** : avec notamment la **mise en place d'un échange inter-universitaire** entre le LAGEP, le laboratoire Ampère et l'Université de Tunis, avec l'Ecole Polytechnique de Tunis. Les principaux interlocuteurs sont Messieurs Naceur Benhadj Braiek et Chokri Mechmeche : tous deux enseignants-chercheurs à Tunis au Laboratoire d'Etude et de Commande Automatique de Processus - LECAP devenu par la suite le Laboratoire des Systèmes Automatisés (LSA). Ce CMCU a été reconduit pour une année supplémentaire en 2009. J'ai effectué 3 voyages dans le cadre de ce CMCU en décembre 2007, 2008 et 2009 à Tunis. Ce CMCU a permis notamment la mise en place de la Thèse de H. Hamdi.

Pr. Naceur Benhadj Braiek (ex-Dir. du LECAP, nouvellement nommé LSA), **Dr. Chokri Mechmeche**, **Dr. Habib Hamdi**.

Collaboration sur des travaux de recherche portant sur l'estimation de défauts de systèmes singuliers en temps continu par méthodes multi-modèles et linéaires à paramètres variants (LPV).

Thèse de M. Habib HAMDI co-encadrée à 80%, entre le LSA (Laboratoire Systèmes Automatisés, ex-LECAP) de l'école polytechnique de Tunis, **Tunisie** et le LAGEP (01/12/2008-24/11/2012).

4 séjours de recherche pour des collaborations scientifiques en : 2007, 2008, 2009 et 2012 à Tunis.

Résultats : [CIO-ROD-2007], [CI-ROD-2008], [CI-HAM-2009], [CI-HAM-2010], [CN-HAM-2010], [CI-HAM-2011], [CI-ROD-2012], [CI-HAM-2013], [RI-MEC-2012], [RI-HAM-2012], [RI-HAM-2012b], [RI-ROD-2014], [RI-ROD-2014b].

Pr. Astorga-Zaragoza, **Dir. CENIDET**, Cuernavaca, **Mexique**. **Dr. Aguilera-Gonzalez A.**, **Dr. Adam Medina M.**

Collaboration sur l'estimation et le diagnostic de défauts par la synthèse d'observateurs à entrées inconnues sur des systèmes singuliers LPV en temps discret. 1 voyage en Août 2012 en préambule de la conférence Safeprocess 2012 afin de rencontrer ces chercheurs.

Résultats : [RI-AST-2012], [CI-AST-2011], [CI-AGU-2012]

Pr. Yi Shen, **HIT** (Institut de Technologie de Harbin, **Chine**), **Dr. M. Zhenhua Wang**.

Collaboration sur l'estimation et le diagnostic de défauts par la synthèse d'observateurs et de filtres en temps discret sur des systèmes singuliers LPV.

Résultats : [RI-WAN-2014], [RI-WAN-2014b], [RI-WAN-2014c] et [CI-WAN-2014].

Pr. Didier Theilliol, **S. Aberkane**, **J-C. Ponsart**, CRAN, Nancy, France

Collaboration sur l'estimation de défauts, le diagnostic et la commande tolérante aux défauts pour des systèmes LPV singuliers.

Résultats : [RI-HAM-2012], [RI-AST-2012], [RI-ROD-2013], [RI-WAN-2014], [RI-WAN-2014b], [RI-WAN-2014c], [RI-ROD-2014], [RI-ROD-2014b], [CI-THE-2008], [CI-HAM-2009], [CI-AST-2009], [CI-AST-2011], [CI-AGU-2012], [CI-ROD-2012] et [CI-WAN-2014].

1.5 Production scientifique et bilan comptable

Au 1er Novembre 2014, le bilan comptable de **mes 45 références bibliographiques** est détaillé comme suit :

- **13 articles de revue internationale avec comité de lecture**
- **29 congrès internationaux avec actes et comité de lecture** (IFAC, IEEE)
- **3 Présentations dans des Groupes de Travail nationaux** : S3, EDP-SAR , EDP - GDR MACS.
- **494 citations** sur Google Scholar, **indice H = 12**. **Publications les plus citées** d'après Google Scholar :
- **2 papiers cités plus de 70 fois** : [RI-ROD-2008] et [RI-ROD-2007].



FIGURE 1.1: Evolutions des citations depuis 2006

Voir le site et liens afférents : <http://hal.archives-ouvertes.fr/RODRIGUES-MICKAEL>

1.6 Encadrement de jeunes chercheurs

Encadrement d'un Post-Doctorant :

- Zhenhua WANG, co-encadrement à 100% (01/2013-10/2013) venant du Harbin Institute of Technology - HIT (China). Il a soutenu sa thèse le 5 décembre 2013 avec Pr. Y. Shen au Harbin Institute of Technology - HIT (China).

Depuis Janvier 2014, Zhenhua WANG est Assistant Professor au HIT.

Résultats : [RI-WAN-2014], [RI-WAN-2014b], [RI-WAN-2014c] et [CI-WAN-2014].

Co-encadrement de 1 Thèse soutenue :

- Habib HAMDI a soutenu sa thèse le 24 Novembre 2012 à l'école polytechnique de Tunis, co-encadrement à 80% avec N. BenhadjBraiek, Prof. à l'Université de Tunis, Tunisie. Depuis

Septembre 2013, Habib HAMDI est Maître de Conférences à l'Université de Kairouan.

Résultats : [CI-HAM-2009], [CI-HAM-2010], [CN-HAM-2010], [CI-HAM-2011], [CI-ROD-2012], [CI-HAM-2013], [RI-MEC-2012], [RI-HAM-2012], [RI-HAM-2012b].

Co-encadrement de 1 Thèse en cours :

- Mariem SAHNOUN co-encadrée à 50%, bourse MENRT débutée en septembre 2010 avec Pr. Hassan HAMMOURI (LAGEP), puis ATER (2013-2014). Elle soutiendra sa thèse le 4 décembre 2014 à l'Université Claude Bernard Lyon 1.

Résultats : [RI-ROD-2013], [CN-SAH-2012]. Depuis Octobre 2014, Mariem SAHNOUN est en post-doctorat à l'IMS à l'Université de Bordeaux 1 avec le Professeur A. Zolghadri.

5 Masters de recherche encadrés et co-encadrés :

Janvier-juillet 2012 : M. Yongxin WU, co-encadré à 50% avec Valérie Dos Santos (MCF LAGEP). Sujet : Commande et analyse de la stabilité des systèmes hyperboliques par une approche multi-modèles en dimension finie et/ou infinie.

Résultats : [RI-DOS-2014], [CI-ROD-2013], [CNO-DOS-2012], [CNO-DOS-2012b].

M. WU effectue actuellement une thèse (2012-2015) au LAGEP sous la direction du Pr. Bernhard Maschke.

Janvier-juillet 2009 : M. Mamadou DIAGNE, co-encadré à 50% avec Valérie Dos Santos (MCF LAGEP). sujet : Commande et analyse des systèmes hydrauliques par une approche multi-modèles en dimension finie et-ou infinie.

Résultats : [RI-DOS-2012], [CN-DIA-2010].

M. DIAGNE a effectué une thèse qu'il a soutenue en 2013 au LAGEP sous la direction du Pr. Bernhard Maschke. Il est actuellement en post doctorat au Department of Mechanical and Aerospace Engineering de l'University of California, San Diego sous la direction du Prof. Miroslav Krstic.

Janvier-juillet 2008 : M. Hatem Benbdira encadré à 100% sur le sujet : " Diagnostic de défauts actionneurs sur des systèmes LPV. Application à un système aérodynamique. ". L'étudiant a abandonné avant la soutenance par manque de résultats et de motivation.

Janvier-juillet 2008 : M. S. Chabou co-encadré à 50% avec Valérie Dos Santos sur le sujet : " Commande et analyse des systèmes hydrauliques par une approche multi-modèles en dimension infinie. ". L'étudiant a passé son UE Bibliographique mais n'a pas été autorisé à soutenir son stage par nous ses encadrants, en raison d'une rédaction non-aboutie.

Janvier-juillet 2007 : M. Walid ACHOUR co-encadré à 50% avec S. Othman (Lagep) sur le sujet : " Détection et isolation de pannes des systèmes non linéaires". Ce candidat a été recruté à l'ONERA pour effectuer une thèse avec Bourse CIFRE.

1.7 Rayonnement international en recherche

- Organisateur et Chairman d'une Session Invitée au Congrès International IFAC Safeprocess 2012 - Mexico City

Titre : Fault Detection/Isolation or/and Fault Tolerant Control design for LPV co-organisée avec Pr. A. Casavola (University of Calabria, Italia) dans le cadre du 8th IFAC Symposium SAFEPROCESS-2012 : Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes. **Cette session invitée comportait 6 papiers**, avec des personnalités reconnues dans le domaine du diagnostic de défaut (FDI) : R.J Patton, A. Casavola, V. Puig, J. Stoustrup, M. Verhaegen, D. Theilliol, M. Rodrigues,... et porte sur le diagnostic et la commande tolérante aux défauts des systèmes LPV.

- Co-organisateur et 'Guest Associate Editor' d'une issue spéciale à paraître en 2015 dans International Journal of Nonlinear and Robust Control IJRNC avec Pr. A. Casavola (Universita della Calabria, Italy) et Pr. D.Theilliol (CRAN, Université de Lorraine, Nancy), intitulée : '*Self-Healing Control Architectures and Design Methodologies for LPV Systems*'. **8 papiers sont dans cette Special Issue. Gestion de 2 papiers dans cette Special Issue.**

- Membre du Comité de Programme des 5ème JD/JN MACS 2013 :Journées Doctorales - Journées Nationales Modélisation, Analyse et Conduite des Systèmes dynamiques MACS,Strasbourg, 9-12 juillet 2013.La liste des membres du comité de programme est disponible sur le site <http://jdjnmacs2013.sciencesconf.org/>, (par Invitation du Pr. Didier.Maquin CRAN, 61ème section). **Gestion de 4 papiers.**

- Organisation des Journées Jeunes Chercheurs JJC 2007, 12-13 juin 2007. Dans le cadre des événements scientifiques inhérents au laboratoire LAGEP, chaque année est organisée la Journée des Jeunes Chercheurs (JJC) du LAGEP rassemblant 80 personnes. Au cours de l'année 2007, l'organisation nous a été confiée à Valérie Dos Santos et moi-même, (tant administratif, scientifique, logistique ...) de la JJC 2007 rassemblant l'ensemble des thésards de 1ère et 3ème année. L'objectif principal est de faire connaître les derniers arrivants du laboratoire et leur projet de recherche à l'ensemble du LAGEP, et de faire un état des lieux des futurs docteurs et une préparation à leur soutenance.

Référent dans les journaux nationaux, internationaux et conférences internationales suivantes :

- IEEE Transactions on Automatic Control, Erik Weyer Associate Editor 2011
- Automatica 2013, 2014, Loria, LSS Supelec
- International Journal of Adaptive Control and Signal Processing 2013
- ISA Transactions 2012, 2013, 2014
- International Journal of Robust and Nonlinear Control, C. Edwards, Editor 2012, 2014
- Asian Journal of Control, Prof. Li-Chen Fu, Editor in Chief 2010
- Journal Européen des systèmes Automatisés, A. Richard, ex-directeur du CRAN)
- Symposiums IFAC Safeprocess 2006, 2009 ,2012 Prof. D Sauter, AndrásEdelmayer, D. Theilliol and A. Varga

- World IFAC 2005, 2008, 2011, 2014
- IEEE MED 2009,2012 : Prof. C Aubrun, MED 2010 : Prof. Frederic Hamelin
- 18th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace 2010,Yoshimasa Ochi Professor
- IEEE Conference on Decision and Control, CDC 2005, 2008, 2011, 2012, 2013
- IFAC European Control Conference, ECC'05, ECC'07, ECC'13 (R. J Patton...)
- IEEE CIFA 2010, 2012
- JD/JN MACS 2011, 2013

Chapitre 2

Synthèse des activités d'enseignement

2.1 Synthèse des activités d'enseignement

Mes activités d'enseignement ont commencé durant ma thèse pendant laquelle j'ai été moniteur durant 3 ans à l'IUT Nancy-Brabois, Université Henri Poincaré Nancy 1, dans le département de Génie Télécommunication et Réseaux (GTR). Cette première expérience était centrée sur l'enseignement de l'électronique en première et deuxième année de DUT GTR. J'ai ensuite obtenu un demi poste d'ATER à l'Ecole Supérieure des Sciences et Technologies de l'Ingénieur à Nancy (ESSTIN) à l'Université Henri Poincaré Nancy 1. Cela m'a permis de découvrir l'enseignement en deuxième cycle et m'a également permis de diversifier mon activité d'enseignement en particulier en Automatique, électricité et statistiques.

Depuis septembre 2006, j'enseigne au département Génie Electrique et Informatique Industrielle (GEII) de l'IUT Lyon 1 dans divers modules aliant des notions de bases en logique combinatoire, séquentielle, programmation assembleur, en VHDL, en C, en Grafcet...et aussi en Automatique, et Mathématiques appliqués. Par ailleurs l'IUT ayant une grande offre de formation continue, je dispense un cours sur l'Automatisme en licence professionnelle Chargé d'Affaires en Ingénierie Electrique (CAIE). Ce chapitre présente de manière assez détaillée l'ensemble des modules dans lesquels je suis intervenu de même que les volumes horaires associés. Les responsabilités administratives liées à l'enseignement sont également détaillées.

2.1.1 Vacances durant mon DEA 2001-2002

L'ensemble de ces vacances ont eu lieu au sein de la Faculté des Sciences de Vandoeuvre-lès-Nancy, en 1ère année de DEUG et 4ème année d'IUP.

Projet de Maîtrise IUP

Public : maîtrise IUP GEII CASI

Responsable : D. Theilliol

Charge : 10 h TD

Période : vacances (2001-2002)

Ces vacances se sont déroulées à la Facultés des Sciences et Techniques de Vandoeuvre-lès-Nancy. Une des tâches les plus importantes de l'opérateur humain se trouvant à la conduite

d'un processus, est d'assurer sa fiabilité, sa disponibilité et sa sûreté de fonctionnement. L'opérateur humain doit pouvoir accéder aux informations concernant l'état de "santé" du processus afin de reconnaître un comportement ou un point de fonctionnement anormal et d'interpréter une anomalie. Afin d'atteindre cet objectif, l'étude proposée a porté sur la conception, la réalisation et la validation de 3 modules de diagnostic (analyse de tendance (I), équation de bilan (II), espace de parité (III)). La mise en oeuvre s'est effectuée à l'aide d'une approche modulaire sous Matlab/Simulink version 6 en exploitant les concepts orientés objets.

- Exploitation des outils graphiques de Matlab/Simulink (Graphical Configuration interface) ;
- Construction d'une aide en ligne cohérente ;
- Exploitation de données industrielles

Mathématiques-Physique Public : 1^{ère} année DEUG MIAS

Responsable : M.-J. Vigneron

Charge : 12 h TD

Période : vacances (2001-2002)

Ces vacances se sont déroulées à la Faculté des Sciences et Techniques de Vandoeuvre-lès-Nancy et avaient pour objectifs de permettre aux étudiants de 1^{ère} année d'effectuer des exercices complémentaires dans les disciplines des mathématiques et de la physique. En effet, ces deux modules étant les plus importants en DEUG MIAS, je proposais de nouveaux exercices différents des TD et je réexpliquais certains passages du cours. Ces vacances m'ont permis de mieux appréhender un groupe d'étudiants très hétérogènes de part leur niveau mais aussi de part leur motivation très différente en première année de DEUG. A chaque fin de séance, j'effectuais une petite interrogation écrite qui était prise en compte dans leur note finale de module si elle était supérieure à leurs notes de partiels. De ce fait, les étudiants étaient pour la plupart motivés à travailler.

2.1.2 Enseignement durant la thèse (192 HETD)

Mes activités d'enseignement ont débuté en Octobre 2001 durant l'année de DEA à la Faculté des Sciences et Techniques de l'Université Henri Poincaré à Vandoeuvre-lès-Nancy. Elles se sont poursuivies durant ma thèse (2002-2005) et dans le cadre du monitorat au département Génie des Télécommunications et Réseaux de l'Institut Universitaire Technologique de Nancy-Brabois. J'occupe actuellement un poste d'ATER à l'Ecole Supérieure des Sciences et Techniques de l'Ingénieur de Nancy.

Le tableau suivant récapitule tous mes enseignements des Vacances au Monitorat jusqu'au poste d'ATER :

Monitorat 2002/2005 : L'intégralité des cours a été effectuée au sein du département GTR de l'IUT NANCY-BRABOIS, en 1^{ère} et 2^{ème} année. Tout au long du monitorat, la formation a été dispensée par le Centre Insertion Enseignement Supérieur de Lorraine. Mes interventions concernent principalement deux disciplines : le traitement du signal et l'informatique industrielle.

Enseignement	Filière	Responsables	Nb. heures
2005/2006 : ATER à mi-temps			
Électronique-Physique	ESSTIN 1 ^{re} année	E. Landfried	24 h TD
Traitement du signal & Automatique	ESSTIN 3 ^e année	G. Millérioux	16 h TD
Statistiques	ESSTIN 3 ^e année	M.-C. Suhner	20 h TD
Sûreté de Fonctionnement	ESSTIN 4 ^e année	M.-C. Suhner	36 h TD
2002–2005 : Monitorat			
Électronique-Physique	IUT GTR 1 ^{re} année	D. Brie	104 h TP
Informatique industrielle	IUT GTR 1 ^{re} année	J. Moureaux	154 h TP+20h TD
2001/2002 : Vacations en DEA			
Projet	IUP GEII CASI 4 ^e année	D. Theilliol	10 h TD
Mathématiques & Physique	DEUG MIAS 1 ^{re} année	M.-J. Vigneron	12 h TD

Informatique industrielle

Public : IUT GTR

Responsable : J.-M. Moureaux

Charge : 20 h TD + 154 h TP

Période : monitorat (2002/2005)

Ce cours vise à introduire les bases des codages de l'information. Les enseignements en Travaux Dirigés sont axés sur les conversions des bits, la transmission de données ainsi que sur le support utilisé et le type de technologie utilisée. Cet enseignement est généralement bien apprécié par les étudiants qui comprennent l'utilité des codages et des principes des portes logiques. Les illustrations d'un tel cours sont aisées car elles se retrouvent dans la vie courante comme par exemple l'utilisation du code barres. Ci-dessous, les principales notions développées en TD et illustrées en TP :

- Principaux opérateurs logiques : OR, AND, NAND, XOR,...
- Conversion Binaire Codé Décimal (BCD), Code Gray, Code ASCII, Code Barres. ...
- Multiplexeur, Additionneur, Comparateur, UAL,...
- Registres à Décalage, Circuits Séquentiels, Diviseur de Fréquence,...

Un des avantages de cet enseignement est la grande autonomie qui m'a été donnée. J'ai ainsi pu modifier les énoncés de TP tout au long des trois années en fonction des remarques et des questions des étudiants. J'ai aussi élaboré de nouveaux sujets d'examens et de nouveaux sujets de TP suite à mon expérience de "terrain" acquise. Ces modifications ont été effectuées à la suite de réunions ou de discussions informelles avec le responsable du module M. Jean-marie Moureaux notamment.

Électronique-Physique

Public : IUT GTR

Responsable : D. Brie

Charge : 104 h TP

Période : monitorat (2002/2005)

Ces Travaux Pratiques ont pour but de familiariser l'étudiant aux outils et méthodes avec lesquels il sera amené à travailler. Entre autre : le matériel à proprement parler mais aussi toutes les notions d'électricité de base ainsi que les divers composants électroniques que l'on rencontre dans beaucoup d'appareils numériques ou analogiques. En GTR, il s'agit d'un module nécessaire de connaissances générales qui s'articule comme suit :

- Utilisation des instruments de mesure : oscilloscope numérique, GBF, ... ;
- Lois de Kirchhoff, modèles de Thévenin-Norton, Pont diviseur, ... ;
- Circuits du premier, second ordre et réponse indicielle, fréquentielle ;
- Amplificateur Opérationnel (AOP), Filtres Actifs, Diodes, ... ;
- Simulation par Logiciel Spice des comportements des circuits

Projet tuteuré

Public : IUT GTR 2^e année

Période : monitorat (2002/2005)

J'ai proposé et encadré un sujet de projet tuteuré portant sur la :

- *Constitution d'une base de données numériques sur les cours/TD/TP d'informatique industrielle accessibles depuis Internet.*

Ce projet a été mené à son terme avec succès. Les étudiants se sont parfaitement investis dans le sujet que je leur avais proposé. Ils ont intégré l'ensemble des données sur un site internet pour la diffusion des connaissances dans l'intranet de l'établissement. Les langages de programmation tels Php, Java, My SQL et les logiciels d'Office leur ont été utiles.

2.1.3 Enseignement durant l'ATER (96 HETD)

Demi-ATER 2005/2006 : L'intégralité des enseignements est effectuée au sein de l'ESSTIN à Vandoeuvre-lès-Nancy auprès des étudiants de 1^{ère}, 3^e et 4^e années. Mes interventions sont réparties en quatre modules : le traitement du signal et l'automatique, l'électronique-physique, les statistiques et la sûreté de fonctionnement.

Électronique-Physique

Public : École d'Ingénieur ESSTIN 1^{re} année

Responsables : E. Landfried

Charge : 24 h TD

Période : ATER (2005/2006)

Ce module consiste à enseigner les principes des circuits électriques dans la formation initiale de ces futurs ingénieurs. La durée des séances est de 2 heures avec un groupe de 24 étudiants. Ci-dessous, les principales notions développées en TD :

- Lois de Kirchhoff, modèles de Thévenin et de Norton, principe de superposition ;
- Régime sinusoïdal, phénomène de résonance, puissance active et réactive, Fresnel ;
- Quadripôles, Transformateurs, inductance mutuelle ;
- Amplificateur Opérationnel idéal, analyse fréquentielle (Diagrammes de Bode), Transformée de Fourier

Traitement du signal et Automatique**Public :** École d'Ingénieur ESSTIN 3^e année**Responsable :** G. Millérioux**Charge :** 16 h TD**Période :** ATER (2005/2006)

Ce module a pour but d'apporter aux futurs ingénieurs des connaissances de base en traitement du signal ainsi qu'en automatique linéaire. La durée des séances est de 2 heures avec un groupe de 24 étudiants. Ci-dessous, les principales notions développées en TD :

- Moyenne, Puissance, Énergie, Valeur efficace de signaux périodiques et non périodiques ;
- Convolution, Série de Fourier, Transformée de Fourier, Analyse fréquentielle, diagrammes de Bode ;
- Fonctions de transfert, réponse impulsionnelle, équations différentielles, représentation d'état des systèmes linéaires, transformée de Laplace, analyse temporelle et fréquentielle

Statistiques**Public :** École d'Ingénieur ESSTIN 3^e année**Responsable :** M.-C. Suhner**Charge :** 20 h TD**Période :** ATER (2005/2006)

Cet enseignement a pour principal objectif d'apporter aux futurs ingénieurs des connaissances approfondies en statistiques et traitement des données. La durée des séances est de 2 heures avec un groupe de 24 étudiants. Ci-dessous, les principales notions développées en TD :

- Moyenne, Médiane, Ecart-type, variance, écarts inter-déciles, classification des données ;
- Estimateurs de variable aléatoire, biais, maximum de vraisemblance, borne Cramer-Rao ;
- Lois : normale, Khi-deux, student, poisson, snedecor, binomiale ; Tests d'hypothèses, tests d'ajustement, tests d'indépendance et courbes d'efficacité

Sûreté de fonctionnement**Public :** École d'Ingénieur ESSTIN 4^e année**Responsables :** M.-C. Suhner, P. Weber**Charge :** 36 h TD**Période :** ATER (2005/2006)

A l'issue de ce module, les futurs ingénieurs ont acquis des connaissances approfondies en sûreté de fonctionnement également reprises en 5^{ème} et dernière année. La durée des séances est de 2 heures avec un groupe de 24 étudiants. Ci-dessous, les principales notions développées en TD :

- Etude de la fiabilité, Arbres des causes, AMDEC, taux de défaillances, MTTF, durée minimale de bon fonctionnement ;

- Temps de maintenance, temps de non-disponibilité, modèle exponentiel, modèle de Weibull, approches paramétriques et non paramétriques ;
- Prise en main du Logiciel Weibull++ pour le calcul des données statistiques en milieu industriel

2.1.4 Enseignement dans le cadre de mon activité de Maître de Conférences

2.1.4.1 Electronique numérique

TD-TP SIN1 ex-ENSL1

Il s'agit des premiers modules d'électronique numérique de DUT GEII. Généralement les groupes de TD à l'IUT sont composés d'environ 26 étudiants. On commence par voir la représentation des nombres en binaires, puis les différents opérateurs logiques et leur table de vérité, les bascules, les digrammes de Karnaugh, etc...et on va jusqu'à une introduction au VHDL. Différentes plateformes sont utilisées en TP pour la mise en oeuvre de ces notions. J'ai été responsable pédagogique de ce module de 2007 à 2009.

2.1.4.2 Informatique industrielle

TD-TP INFO2 ex-II2

Le module II2 permet aux étudiants d'aborder la programmation en langage assembleur. La partie TD leur permet de découvrir le jeu d'instruction qui est ensuite utilisé en TP. Sur une plateforme équipée d'un microcontrôleur de diodes et d'un afficheur 7 segments ils implantent sur le microcontrôleur des programmes de compteurs, de registres à décalages etc...

2.1.4.3 Automatismes industriels

TD-TP AUTO2 ex-ARS2

Les TP d'AUTO2 sont centrés autour de l'automatisme. Les notions de GRAFCET, de GEMMA sont vues en TD. Différentes plateformes (un ascenseur, une mini unité de production) permettent de mettre en pratique ces notions. Je suis responsable pédagogique de ce module depuis 2009.

2.1.4.4 Mathématiques appliqués

CM/TD MA22

Le module MA22 se déroule au deuxième semestre de première année de DUT GEII. Il se divise en deux grandes parties. La première traite de la transformée de Laplace. Le module essaye de se repositionner autant que possible dans le cadre du génie électrique. La complexité reste limitée mais les étudiants voient la transformée directe et inverse, la résolution des

équations différentielles et l'utilisation de la transformée de Laplace pour représenter les systèmes linéaires. Dans un deuxième temps ils voient les bases d'algèbre linéaire : déterminants, systèmes linéaires et matrices. J'ai été co-responsable pédagogique de ce module de 2009 à 2013.

2.1.4.5 Automatique

CM/TD/TP AU3

Le module d'Automatique se déroule au deuxième semestre de première année de DUT GEII. L'étude porte sur les systèmes continus : modélisation et analyse des systèmes du 1er au 3ème ordre, connaissance de Bode, plan de Black, étude de stabilité et synthèse des régulateurs. Utilisation de Matlab-Simulink et des maquettes au sein de l'IUT. Depuis 2014, je suis co-responsable de ce module pour les étudiants en parcours électrotechnique et électronique (PGEE/ETTS).

2.1.4.6 Suivi pédagogique

Je fais le suivi pédagogique d'étudiants en stage de DUT GEii de l'IUT Lyon 1 sur des sujets en relation avec les automatismes industriels, l'informatique industrielle et les réseaux. Visites en entreprises (environ 5/an) et participation aux soutenances (environ 10/an).

2.1.4.7 Licence Professionnelle CAIE

(Automatisme : 30 HETD/an)

Je dispense un cours d'Automatisme (CM/TD/TP) à 45 alternants en Lpro Chargé d'Affaires en Ingénierie Electrique (CAIE) sur les notions de Grafcet, d'implémentation sous PL7Pro et manipulation sur maquette ascenseur et d'un four. Je suis responsable pédagogique de ce module depuis 2008.

De plus, je fais le suivi pédagogique d'étudiants de cette Licence Pro sur des sujets en relation avec les automatismes industriels, l'informatique industrielle et les réseaux. Visites en entreprises (environ 4/an) et participation aux soutenances (environ 8/an).

2.1.4.8 Ingénieur ITII IRC

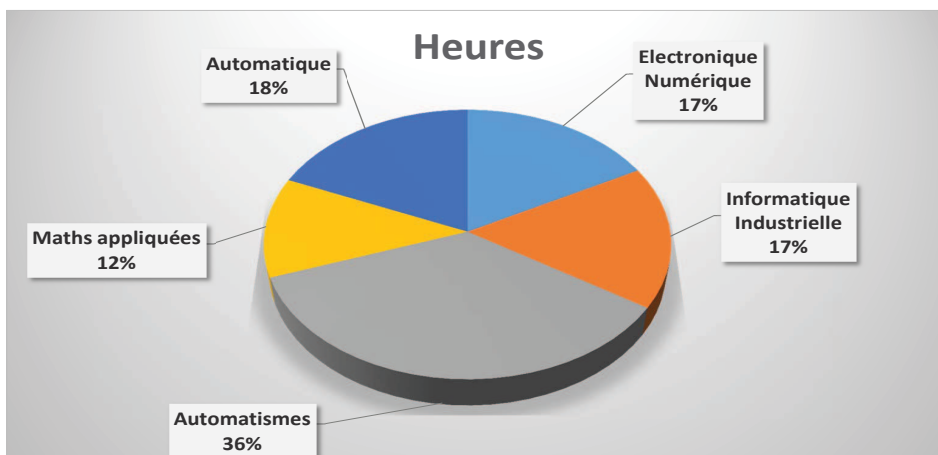
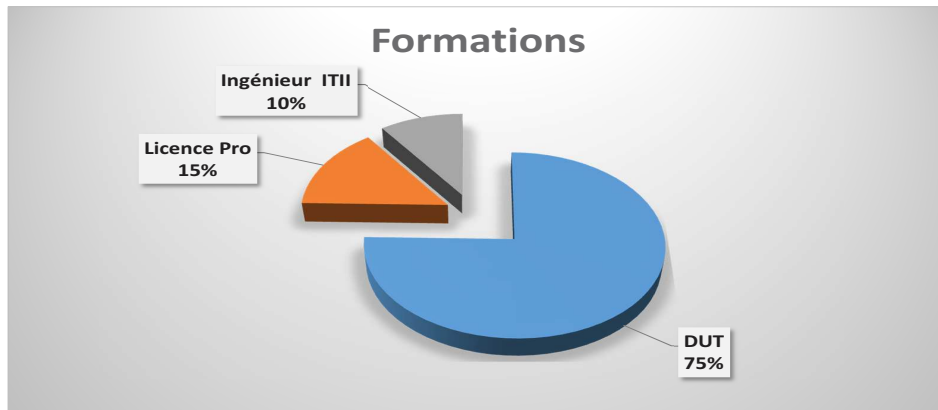
(Electronique numérique et logique : 20 HETD/an)

Je dispense un cours d'électronique numérique (CM/TD) en 1ère année d'école d'ingénieurs (donc Bac+3) à 60 alternants de la formation d'ingénieurs en alternance préparant au titre d'Ingénieur diplômé de l'Ecole Supérieure de Chimie Physique Electronique de Lyon, CPE Lyon spécialité Informatique et Réseaux de Communication (IRC), en partenariat avec l'Institut des Techniques d'Ingénieur de l'Industrie (ITII) de Lyon.

2.1.5 Résumé des principales Activités d'enseignement depuis Septembre 2006 :

Tous ces enseignements ont eu lieu à **Université Lyon 1, IUT Lyon 1, Site Villeurbanne Gratte-Ciel, Département GEii**. J'interviens dans les différentes formations suivantes :

- **Diplôme Universitaire de Technologie (DUT)**
- **Licence Pro Chargé d'Affaires en Ingénierie Electrique (CAIE)**
- **Institut des Techniques d'Ingénieur de l'Industrie (ITII) de Lyon**



2.1.6 Réalisation de supports d'enseignement

Co-auteur ou auteur de différents supports de Cours, TD et TP : Polycopié de Cours/TD de mathématiques appliquées DUT GEII, module MA22, 1ère année, 33 pages
 Polycopié de TP d'informatique DUT GEII, module AUTO2 1ère année, 50 pages
 Polycopié de TD d'informatique DUT GEII, module AUTO2 1ère année, 90 pages
 Polycopié de Cours/TD/TP d'Automatismes, Licence PRO CAIE, 90 pages
 Polycopié de Cours/TD/TP d'Automatique, DUT GEII, module AU3 2ème année, 85 pages
 Rédaction de nombreux sujets de devoirs surveillés et de partiels de TP.

Chapitre 3

Synthèse des activités d'encadrement et de recherche

3.1 Résumé des activités après la thèse :

Mes activités de recherches postdoctorales ont été réparties sur plusieurs thématiques, à la fois connexes et nouvelles de celles présentes dans ma thèse.

Axe de recherche sur la commande tolérante aux défauts :

J'ai continué à collaborer avec mon ancien directeur de recherche, le Pr. Theilliol Didier du CRAN (UHP-Nancy 1) avec lequel nous avons effectué de nombreux travaux sur le diagnostic et de commande tolérante aux défauts capteurs et actionneurs. Dans un premier temps durant mon poste d'ATER en 2006, j'ai poursuivi directement dans ma thématique de prédilection à savoir le diagnostic de défauts et l'accommodation (ou la reconfiguration) de la loi de commande afin de pallier ces défauts. Une courte définition serait de dire que le diagnostic de défaut se réfère être une détection de défaut qui est une déviation inhabituelle des caractéristiques du système vis à vis des conditions de fonctionnement de celui-ci. J'ai essentiellement travaillé sur la commande tolérante aux défauts sur des systèmes hybrides switchés [CI-ROD2006] ainsi que sur des systèmes polytopiques LPV [CI-ROD-2006b], [RI-ROD-2007]. Ces deux aspects avaient été débutés en fin de thèse mais non terminés. Avec le Pr. Theilliol, nous avons entrepris de les développer convenablement tant d'un point de vue théorique que pratique afin de les publier. J'ai aussi collaboré avec M. Aberkane (MCU, CRAN) sur la commande par retour de sortie d'une classe de systèmes hybrides. Mon travail de recherche sur cette partie a porté sur l'étude de stabilité par LMI [RI-ABE-2008]. Par la suite, j'ai beaucoup travaillé sur le diagnostic essentiellement avant de retravailler récemment [RI-ROD-2014] avec H. Hamdi et D. Theilliol, sur la synthèse à la fois d'un observateur et d'une loi de commande tolérante aux défauts pour des systèmes LPV descripteurs.

Axe de recherche sur le diagnostic de défauts par approche Multi-Modèles ou LPV sur des systèmes réguliers :

J'ai aussi continué à travailler avec le Pr. Theilliol du CRAN, sur la thématique du diagnostic

des systèmes non linéaires représentés par des multi-modèles qui étaient ma thématique durant ma thèse. Nous avons synthétisé un filtre permettant de détecter, isoler et estimer en ligne des défauts actionneurs sur un système non linéaire représentés par des multi-modèles. De plus, cette stratégie à l'aide de fonctions d'activation robuste aux défauts, permet également d'obtenir en ligne la représentation d'état du système. L'étude de stabilité a été faite à l'aide d'inégalités matricielles linéaires (LMI) permettant de déterminer une fonction de Lyapunov et plus spécifiquement une matrice définie positive permettant de déterminer les gains adéquats de ce filtre qui assurent la stabilité de celui-ci sur l'ensemble des points de fonctionnement considérés. Nous avons publié ces résultats dans [RI-ROD-2008]. Une extension a été faite de cette stratégie en utilisant ce module de diagnostic à des fins d'accommodation aux défauts sur un système non linéaire [CI-THE-2008]. Enfin, toujours dans cette thématique du diagnostic/commande tolérante sur des systèmes non linéaires, nous avons entrepris de synthétiser une méthode de diagnostic pour des systèmes initialement représentés par des matrices polynomiales. Nous nous sommes ramenés via un algorithme adéquat à une représentation multi-modèles appliquée à un enrouleur de bandes flexibles dont la plateforme est disponible au CRAN [CI-THE-2008b]. Nous avons entrepris de synthétiser un filtre permettant d'estimer en ligne l'amplitude de défauts capteurs. Pour cela, nous avons réécrit la représentation du système sous une forme de pseudo-défaut actionneur permettant de recouvrir à l'utilisation de notre filtre synthétisé dans [RI-ROD-08] et [CI-THE-2008]. La différence porte sur le type de défaut mais aussi sur une amélioration de la stabilité des systèmes avec des conditions LMI moins conservatives, c'est-à-dire permettant d'espérer l'obtention de matrices définies positives via l'utilisation de software adéquat comme la Robust Control Toolbox de Matlab par exemple. Ce travail de recherche est une partie du travail de thèse de Mariem Sahnoun que je co-encadre avec le Pr. Hammouri Hassan. Nous avons par ailleurs publié les résultats de ces travaux dans [CN-SAH-2012] et [RI-ROD-2013]. En 2008, j'ai aussi travaillé avec le Pr. Hammouri sur la synthèse nouvelle d'un observateur grand gain via l'utilisation de LMI publiée dans [CI-ROD-2008].

Axe de recherche sur l'observation d'état et diagnostic des systèmes singuliers par approche Multi-Modèles ou LPV :

J'ai participé entre 2007-2009 au Comité Mixte Franco-Tunisien pour la Coopération Universitaire (CMCU) : avec notamment la mise en place d'un échange inter-universitaire entre le LAGEP, le laboratoire Ampère, l'Université de Tunis et l'Ecole Polytechnique de Tunis. De cet échange, j'ai défini un sujet de thèse avec le Pr. Benhadj Braiek portant sur le diagnostic des systèmes singuliers non linéaires par approche multi-modèles. J'ai co-encadré à 50% l'étudiant Hamdi Habib, dont la thèse a été soutenue publiquement à l'Ecole Polytechnique de Tunis le 24/11/2012 : Approche Multi-Modèles pour l'observation d'état et le diagnostic des systèmes singuliers non linéaires. Cet étudiant est désormais Maître de Conférences à l'Université de Tunis. Sur cette thématique de l'estimation d'état et du diagnostic des systèmes singuliers, j'ai travaillé avec cet étudiant sur les systèmes singuliers mais essentiellement à l'aide d'une approche multi-modèles : 2 revues [RI-HAM-2012], [RI-HAM-2012b] et 5 congrès internationaux. J'ai travaillé et synthétisé récemment un Observateur Adaptatif Polytopique [CI-ROD-2012] afin de s'affranchir d'une hypothèse qui considérait que la dérivée des signaux, provenant des perturbations, étaient nulle notamment lors des travaux menés sur

les observateurs à entrées inconnues [RI-HAM-2012b]. Les résultats théoriques et applicatifs nous ont permis de mettre en avant une amélioration très nette sur l'estimation des défauts variant rapidement. Nous avons continué à collaborer pour la synthèse d'un observateur polytopique LPV sur des systèmes descripteurs LPV tout en rejetant les perturbations dans [RI-ROD-2014]. b) En parallèle et sur la même thématique d'observation de l'état des systèmes singuliers LPV, j'ai collaboré avec le Pr. Astorga (Mexique) et le Pr. Theilliol (Nancy). Nous avons établi plusieurs méthodes de diagnostic pour des défauts capteurs avec des observateurs LPV à entrées inconnues [CI-AST-2009], [CI-AST-2011], [RI-AST-2012] mais aussi avec des observateurs Proportionnel Intégral sur des systèmes LPV singuliers lors de la thèse de Mme Aguilera Gonzalez Adriana [CI-AGU-2012] qui améliorent l'estimation des défauts.

Axe de recherche sur la commande des systèmes et synthèse de régulateurs en dimension infinie par LMI via une approche Multi-Modèles : application aux canaux d'irrigation :

En 2009 et à l'occasion de l'encadrement d'un Master en collaboration avec Mme Dos Santos valérie, MCU au LAGEP, nous avons entrepris de déterminer un projet portant sur le contrôle de canaux d'irrigation et de voies navigables et publié au congrès [CN-DIA-2010]. Notre projet était basé sur le couplage de techniques permettant d'un côté la précision par la représentation par des EDP, et de l'autre, l'accès à toute la zone de fonctionnement d'un procédé : le principal défaut des EDP en dimension infinie, est qu'il contraint la plage de travail autour d'un état d'équilibre; défaut que nous proposons de lever grâce à la synthèse d'un régulateur Proportionnel Intégral (PI) par LMI, qui donnent accès à plusieurs plages en parallèle. Cela ouvre des possibilités d'amélioration de rendement en diminuant entre autre les pertes par une modélisation plus réaliste du procédé. Nous avons donc allié nos connaissances complémentaires à la fois sur les multi-modèles en dimension finie et en dimension infinie, mais aussi avec l'apport des équations aux dérivées partielles en dimension infinie et pour ma part, l'étude permettant d'utiliser les LMI afin d'obtenir des gains permettant d'assurer la stabilité du système en BF. Nous avons donc défini un régulateur Proportionnel Intégral sur les canaux d'irrigation par LMI publié dans [CN-DIA-2010], [CI-DOS-2011], [RI-DOS-2012], en assurant la stabilité sur l'ensemble de la plage de fonctionnement. Lors du Master de M. Wu en 2012, nous avons essayé d'améliorer la méthode précédente qui ne permettait de n'avoir que des gains égaux entre le gain proportionnel et le gain intégral. La version publiée au congrès [CI-ROD-2013] permet de s'affranchir de cette condition mais nous n'avions alors réussi qu'à prouver la stabilité uniquement dans le cas de la dimension finie. Nous avons travaillé à transposer en dimension infinie l'utilisation de cette technique que nous avons publiée en 2014 dans [RI-DOS-2014].

3.2 Encadrement de jeunes chercheurs

3.2.1 Bilan comptable

Depuis mon affectation au poste de maître de conférences en 2006, mon bilan d'encadrement se mesure de la façon suivante :

- **Stage Postdoctoral** : 1 pour une durée de 10 mois (débuté en Janvier 2013).
- **Thèses de doctorat co-encadrées** : 2 soutenues.
- **Stagiaires de Master de Recherche** : en moyenne 1 tous les deux ans.

3.2.2 Thèses co-encadrées

Encadrement de Thèse soutenue

- **Thèse de M. Habib HAMDI (01/12/2008-24/11/2012)**, bourse tunisienne, co-encadré à 80% par Mickael Rodrigues avec M. Benhadj Braiek (20%, LSA ex-LECAP, Tunis) soutenue publiquement le 24/11/2012 à l'Ecole Polytechnique de Tunis et intitulée : Approche Multi-Modèles pour l'observation d'état et le diagnostic des systèmes singuliers non linéaires. Jury : M. Farhat FNAIECH Professeur à l'ESSTT (Président du jury), M. Nabil DERBEL Professeur à l'ENIS (Rapporteur), M. Fayçal BEN HMIDA Maître de Conférences à l'ESSTT (Rapporteur), M. Mickael RODRIGUES Maître de Conférences à UCBL-Lyon (Co-Directeur), M. Naceur BENHADJ BRAIEK Professeur à l'ESSTT (Co-Directeur).

Cette thèse a donnée lieu aux **8 publications** : **2 revues internationales avec comité de lecture** [RI-HAM-2012], [RI-HAM-2012b] et 1 sans comité de lecture [RI-MEC-2012], et **5 conférences internationales avec comité de lecture et actes** [CI-HAM-2009],[CI-HAM-2010],[CI-HAM-2011],[CI-ROD-2012],[CI-HAM-2013] et 1 conférence nationale avec actes et comité de lecture [CN-HAM-2010].

Dr. Habib Hamdi **est actuellement Maître de conférences** à l'Université de Kairouan en Tunisie depuis septembre 2013.

Encadrement de Thèse en cours

- **Thèse de M. Mariem SAHNOUN (01/10/2010-30/11/2014)**, co-encadrée à 50% par Mickael Rodrigues avec le Professeur H. Hammouri (50%), avec Bourse Ministérielle et Monitorat, Ecole doctorale EEA de Lyon 1, portant sur : Observation, diagnostic et accommodation des défauts sur des systèmes non linéaires.

J'ai initié une collaboration avec le CRAN à Nancy avec les professeurs D. Theilliol, J-C. Ponsart, en ce qui concerne une étude sur un enrouleur de bandes flexibles publiée dans **1 conférence nationale** [CN-SAH-2012] et **1 revue internationale** [RI-ROD-2013]. La soutenance est prévue le 04/12/2014. Depuis Octobre 2014, Mariem SAHNOUN est en post-doctorat à l'IMS à l'Université de Bordeaux 1 avec le Professeur A. Zolghadri.

Encadrement d'un Post-Doctorat

- **Post-doctorat** d'un étudiant chinois du Harbin Institute of Technology (Chine) : **M. Zhenhua WANG**, co-encadré à 100% par Mickael Rodrigues **sur la période (01/2013-**

10/10/2013). Cet étudiant est venu avec sa propre bourse de son Université (Control Science and Engineering Department, Harbin Institute of Technology, P.R. China) sur la période 01/2013 au 10/2013 au LAGEP sous ma direction. Il a soutenu publiquement sa thèse le 5 décembre 2013 au HIT. La thèse étant rédigée en chinois, je n'ai pu faire partie du jury de thèse intégralement chinois. Le travail a porté sur la synthèse d'observateurs et de filtres pour des défauts capteurs et actionneurs sur des systèmes singuliers LPV. C'est le Pr. Theilliol qui m'a mis en relation avec le HIT et c'est aussi pour cela que nous avons collaboré tous ensemble. Ce post-doctorat a donné lieu à **3 publications : 2 revues internationales avec comité de lecture** [RI-WAN-2014], [RI-WAN-2014b] et **1 conférence internationale avec comité de lecture et actes** [CI-WAN-2014]. Je continue à collaborer et à travailler avec lui en 2014-2015, il est Assistant Professor au HIT depuis janvier 2014.

Encadrements de Master de Recherche :

Janvier-Juillet 2012 : M. Yongxin WU en MASTER GEGP - GSA, de l'Ecole Doctorale EEA, co-encadré à 50% par Mickael Rodrigues avec Valérie Dos Santos (50%) (LAGEP). Le sujet de stage de recherche porte sur la " Commande et l'analyse de la Stabilité des systèmes hyperboliques par une approche multi-modèles en dimension finie et/ou infinie".

2 publications publiées dont 1 conférence internationale avec actes et comité de lecture [CI-ROD-2013] et 1 revue internationale avec comité de lecture [RI-DOS-2014] ainsi qu' 1 présentation nationale dans le GT EDP dû à ce travail de Master [CNO-DOS-2012b].

Cet étudiant est actuellement en thèse au LAGEP sous la direction de Pr. Maschke.

Janvier-Juillet 2009 : l'étudiant Mamadou DIAGNE en MASTER GEGP - GSA, de l'Ecole Doctorale EEA, co-encadré par Mickael Rodrigues (50%) et Valérie Dos Santos(50%) (LAGEP). Le sujet de stage de recherche porte sur la " Commande et l'analyse des systèmes hydrauliques par une approche multi-modèles en dimension finie et/ou infinie " (étude bibliographique + stage de master).

1 article de revue [RI-DOS-2012], **2 articles de congrès internationaux** [CI-DOS-2011], [CN-DIA-2010].

D'autre part, l'étudiant effectue une thèse (01/09/2009-01/09/2012) au LAGEP sur la problématique de l'extrusion réactive, sous la direction du Pr. Bernhard Maschke, co-encadré par Mme Couenne et Mme Dos Santos.

Janvier-Juillet 2008 : Encadrement de l'étudiant Hatem Benbdira en MASTER GEGP - GSA, de l'Ecole Doctorale EEA, co-encadré à 100% par Mickael Rodrigues. Le sujet porte sur la "Diagnostic de défauts actionneurs sur des systèmes LPV. Application à un système aérodynamique " (étude bibliographique+stage de master, stage non abouti pour cause de problèmes familiaux de l'étudiant.)

Janvier-Juillet 2007 : Encadrement de l'étudiant Walid ACHOUR en MASTER GEGP - GSA, de l'Ecole Doctorale EEA, co-encadré à 50% par Mickael Rodrigues, maître de conférences (LAGEP) et Sami Othman maître de conférences-HDR (LAGEP). Le sujet porte sur la "Détection et isolation de pannes des systèmes non linéaires" (étude bibliographique+stage de

master). Cet étudiant a été recruté par l'ONERA pour effectuer une thèse avec une Bourse CIFRE en Septembre 2007.

Janvier-Juillet 2007 : Encadrement de l'étudiant Samir Chabou en MASTER GEGP - GSA, de l'Ecole Doctorale EEA, co-encadré à 50% par Mickael Rodrigues, maitre de conférences (LAGEP) et Valérie Dos Santos Martins (LAGEP). Le sujet porte sur la " Commande et l'analyse des systèmes hydrauliques par une approche multi-modèles en dimension finie et/ou infinie " (étude bibliographique+stage de master, stage non soutenu pour cause de problèmes familiaux de l'étudiant.)

3.3 Liste des appels à projets soumis : ANR et PEPS

L'ordre des noms indique en premier le porteur et en second le principal collaborateur :

- **ANR Jeunes Chercheurs et Jeunes Chercheuses- CoBioLUX 2007.** Madiha Nadri-Wolf et M. Rodrigues. 200k€, 36mois.

- **ANR JCJC COSINE 2008 :** Madiha Nadri-Wolf et M. Rodrigues. COntrol and Supervision of recombINant protEin expression . 228k€, 36mois.

- **ANR SIROCO 2009 :** Valérie Dos Santos et M. Rodrigues. Stability Study of Infinite Dimensional Systems by Multi-Models for Robust Control : Application to channels control. 140k€, 36mois.

- **ANR SCOPE 2010 et 2011-APPEL BIOTECS :** Madiha Nadri-Wolf et M. Rodrigues. Supervision et contrôle de la synthèse de protéines recombinantes. 228k€, 36mois.

- **ANR JCJC 2012. ARTHEMIS ;** Valérie Dos Santos et M. Rodrigues. Approach for the RegulaTion of Hyperbolic systems in infinitE dimension by MultI-modelS ;151k€, 42mois.

- **ANR CLEAN WATER 2014.** Valérie Dos Santos et M. Rodrigues. Control by LMI of partial differential Equations : Application to a WATER transport network, Gestion sobre des ressources et adaptation au changement climatique, 2014. 300k€, 42mois. Collaborative project : Barcelona, Spain. Main fields of research : *PE8* – 3 - Civil engineering, maritime/hydraulic engineering, geotechnics, waste water treatment.

- **PEPS INSIS : 1er APPEL A PROJETS EXPLORATOIRES 2011.** M. Rodrigues et Valérie Dos Santos. SYNPHOMIMES : SYNthèse d'un régulateur Pour des systèmes HyperbOliques par approche Multi-ModèlES, 12 mois.

- **Appel PE/PS 2011 "** Projet Exploratoire / premier soutien . V. Dos Santos et M. Rodrigues. Projet= E =(MC)T(MC) . Titre : Expérimentations sur le Contrôle Multi-Modèles de Canaux d'Irrigation. 10k€, 12mois.

- **PEPS INS2I 2012** : Acronyme du Projet : Chante Philomèle. Contrôle de systèmes Hyperbolique dit de saint-VenANT :commande d'EdP via des tecHniques ImL et apprOche Multi-modELEs. M. Rodrigues et V. Dos Santos. *15k€, 24mois*.
- **Tous ces projets soumis n'ont pas été retenus** quand bien même les critiques étaient bonnes.

3.4 Liste complète contributions scientifiques

En italique les étudiants encadrés.

Au 1er Novembre 2014, le bilan comptable de **mes 45 références bibliographiques** est détaillé comme suit :

- **13 articles de revue internationale avec comité de lecture**
- **29 congrès internationaux avec actes et comité de lecture** (IFAC, IEEE)
- **3 Présentations dans des Groupes de Travail Nationaux** : S3, EDP-SAR, EDP-GDR MACS.

Le synoptique (3.1) illustre de manière synthétique mes encadrements de Masters, de Thèses et de post-doctorants. Il y figure aussi mes participations aux différents comités de sélection, d'organisations de sessions invitées dans des conférences et dans des journaux.

Dans la bibliographie qui suit, les jeunes chercheurs encadrés sont mis en italique.

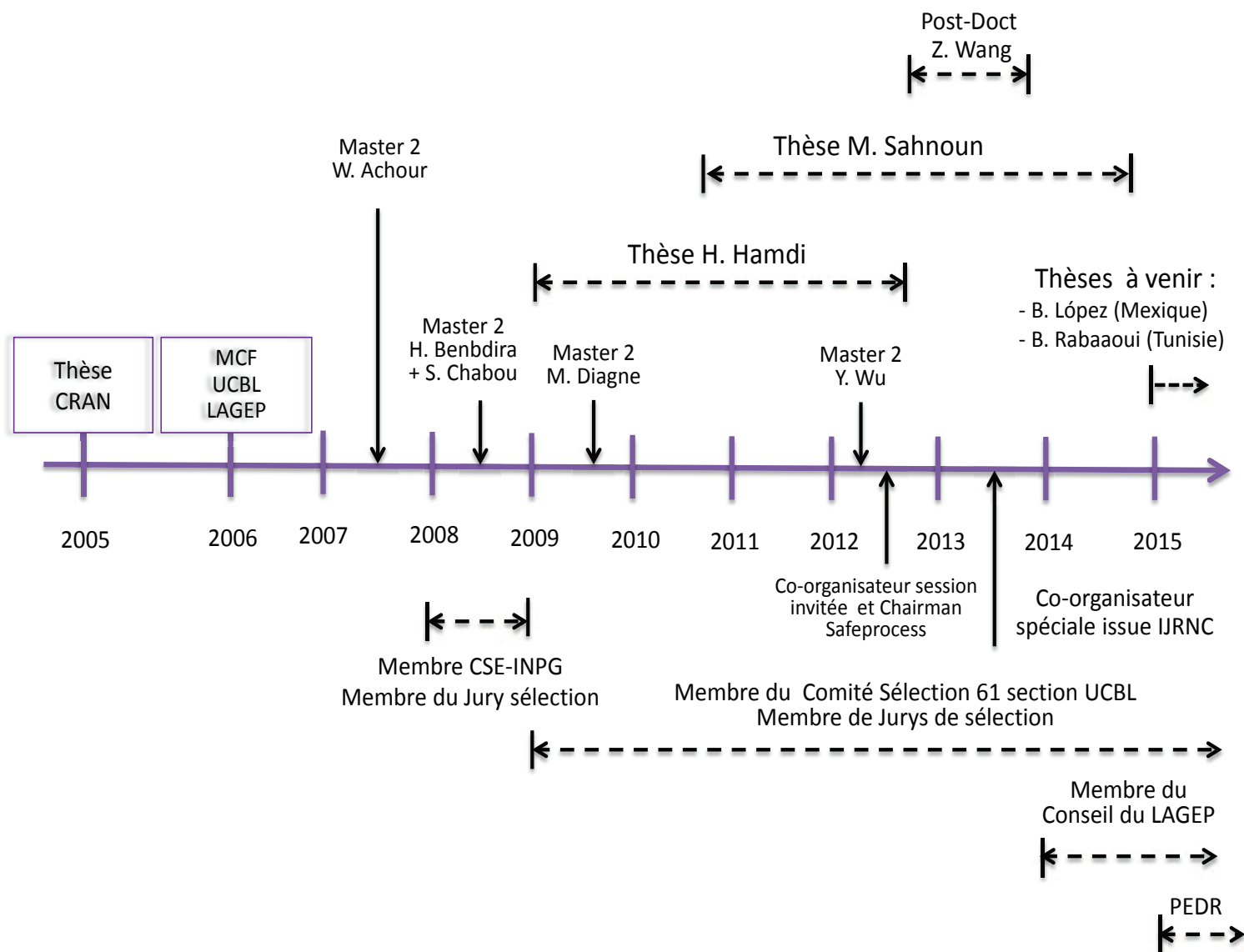


FIGURE 3.1: Synoptique du parcours de Mickael RODRIGUES

Bibliographie

3.0.1 Articles de revues internationales avec comité de lecture

3.0.1.1 Sur mes travaux de thèse

- [RI-ROD-2008] **RODRIGUES M.**, Theilliol D., Adam Medina M., Sauter D. "A fault detection and isolation scheme for industrial systems based on multiple operating models". Control Engineering Practice 16, 2, pp 225-239 (2008). 5-Year Impact Factor : 2.347.

3.0.1.2 Sur mes travaux de post-doctorat

- [RI-ROD-2007] **RODRIGUES M.**, Theilliol D., Aberkane S., Sauter D. "Fault tolerant control design for polytopic LPV system." International Journal of Applied Mathematics and Computer Science 17, 1, pp 27-37, (2007). 5-Year Impact Factor : 1.39
- [RI-ABE-2008] Aberkane S., Ponsart J.-C., **RODRIGUES M.**, Sauter D. "Output Feedback Control of a Class of Stochastic Hybrid Systems" Automatica 44, 5, pp 1325-1332, (2008). DOI : 10.1016/j.automatica.2007.09.021. 5-Year Impact Factor : 4.423.

3.0.1.3 Sur mes travaux d'après post-doctorat

- [RI-HAM-2012] *Hamdi H.*, **RODRIGUES M.**, Mechmeche C., Theilliol D., BenhadjBraiek N. "Fault Detection and Isolation for Linear Parameter Varying Descriptor Systems via Proportional Integral Observer", International Journal of Adaptive Control and Signal Processing 26, 3, pp : 224-240 (2012). DOI : 10.1002/acs.1260, Impact Factor : 1.656
- [RI-AST-2012] Astorga Zaragoza C-M., Theilliol D., Ponsart J.-C., **RODRIGUES M.** "Fault estimation for a class of Descriptor Linear Parameter Varying systems". International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 26, 3, pp : 208-223(2012). DOI : 10.1002/acs.1259, Impact Factor : 1.656
- [RI-DOS-2012] Dos Santos V., **RODRIGUES M.**, *Diagne M.* " A Multi-Models Approach of Saint-Venant's Equations : A Stability Study by LMI". International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 22, 3, pp : 539-550 (2012). DOI : 10.2478/v10006-012-0041-6, 5-Year Impact Factor : 1.39
- [RI-HAM-2012b] *Hamdi H.*, **RODRIGUES M.**, Mechmeche C., BenhadjBraiek N. "Robust Fault Detection and Estimation for Descriptor Systems based on Multi-Models Concept". International Journal of Control, Automation, and Systems, Vol. 10, No. 6, pp 1260-1266, December(2012). DOI : 10.1007/s12555-012-0622-z, Impact Factor : 1.065

- [RI-ROD-2013] **RODRIGUES M.**, *Sahnoun M.*, Theilliol D., Ponsart J-C. "Sensor fault detection and isolation filter for polytopic LPV systems : A winding machine application". Journal of Process Control, Vol. 10, No. 6, pp 1260-1266, (2013). DOI : 10.1016/j.jprocont.2013.04.002, 5-Year Impact Factor : 2.555
- [RI-WAN-2014] *Wang Z.*, **RODRIGUES M.**, Theilliol D., Shen Y. "Actuator fault estimation observer design for discrete-time linear parameter-varying descriptor systems", International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, DOI : 10.1002/acs.2469, 2014. Impact Factor : 1.656
- [RI-DOS-2014] Dos santos V., *Wu. Y.*, **RODRIGUES M.** "Design of a PI Control using Operator Theory for Infinite Dimensional Hyperbolic Systems", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 22, No. 5, pp 2024-2030, (2014). DOI : 10.1109/TCST.2014.2299407, Impact Factor : 2.521
- [RI-WAN-2014b] *Wang Z.*, **RODRIGUES M.**, Theilliol D., Shen Y. "Sensor Fault Estimation Filter Design for Discrete-Time Linear Time-Varying Systems". Acta Automatica Sinica. Vol. 40, N 10, pp : 2364-2369, (2014).
- [RI-ROD-2014] **RODRIGUES M.**, *Hamdi H.*, Theilliol D., Mechmeche C., BenhadjBraiek N. "Observer-based Fault Tolerant Control Design for a Class of LPV Descriptor Systems". Journal of The Franklin Institute, DOI : 10.1016/j.jfranklin.2014.02.016, Vol. 351, N6, pp : 3104-3125, (2014). Impact Factor : 2.418
- [RI-ROD-2014b] **RODRIGUES M.**, *Hamdi H.*, Theilliol D., Mechmeche C., BenhadjBraiek N. "Actuator Fault Estimation based Adaptive Polytopic Observer for a Class of LPV Descriptor Systems". International Journal of Robust and Nonlinear Control, DOI : 10.1002/rnc.3236, Special issue 'Self-Healing Control Architectures and Design Methodologies for LPV Systems', (2014). Impact Factor : 2.652
- [RI-WAN-2014c] *Wang Z.*, **RODRIGUES M.**, Theilliol D., Shen Y. "Fault estimation filter design for discrete-time descriptor systems". IET Control Theory and Applications. Impact factor : 1,717. *Second review, minor comments* en 06/2014.

3.0.2 Articles de revues internationales sans comité de lecture

3.0.2.1 Sur mes travaux d'après post-doctorat

- [RI-MEC-2012] Mechmeche C., *Hamdi H.*, **RODRIGUES M.**, Benhadj Braiek N. "State and Unknown Inputs Estimations for Multi-Models Descriptor Systems", American Journal of Computational and Applied Mathematics, Vol. 3, No. 2, June (2012). p-ISSN : 2165-8935, e-ISSN : 2165-8943. DOI : 10.5923/j.ajcam.20120203.04.

3.0.3 Congrès internationaux avec comité de lecture et actes

3.0.3.1 Sur mes travaux de DEA

- [CI-THE-2002] Theilliol D., **RODRIGUES M.**, Quintero E., Adam Medina M., Sauter D. "Adaptive filter design for fault detection and isolation in non linear systems described by interpolated L.T.I. models." Dans Congreso Latinoamericano de Control Automatico 2002 CLCA'02, Mexique (2002)

- [CI-ROD-2002] **RODRIGUES M.**, Adam Medina M., Theilliol D., Sauter D. "Fault isolation and estimation in nonlinear systems : an adaptive filter solution based on multiple model approach". Dans Institute for Automation and Robotics, Advanced Control and Diagnosis (IAR-ACD), Grenoble, France (2002).

3.0.3.2 Sur mes travaux de thèse

- [CI-THE-2003] Theilliol D., **RODRIGUES M.**, Adam Medina M., Sauter D. "Adaptive filter design for fault detection and isolation of nonlinear systems based on multiple model approach." Dans 5th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, SAFEPROCESS 2003, États-Unis (2003)
- [CI-ADA-2003] Adam Medina M., **RODRIGUES M.**, Theilliol D., Jamouli H. "Fault diagnosis in nonlinear systems through an adaptive filter under a convex set representation." Dans European Control Conference, ECC 2003, Royaume-Uni (2003).
- [CI-ROD-2004] **RODRIGUES M.**, Adam Medina M., Theilliol D., Sauter D. "Fault Diagnosis on Industrial systems based on a multiple model approach". Dans 11th IFAC Symposium on Automation in Mining, Mineral and Metal processing, MMM 2004, France (2004)
- [CI-ROD-2005] **RODRIGUES M.**, Theilliol D., Sauter D. "Design of an active fault tolerant control for nonlinear systems described by a multi-model representation". Dans The 20th IEEE International Symposium on Intelligent Control, ISIC'05 and the 13th Mediterranean Conference on Control and Automation, MED'05, Chypre (2005)
- [CI-ROD-2005b] **RODRIGUES M.**, Theilliol D., Sauter D. "Fault tolerant control design of nonlinear systems using LMI gain synthesis". Dans 16th IFAC World Congress, Tchèque, République (2005)
- [CI-ROD-2005c] **RODRIGUES M.**, Theilliol D., Sauter D. "Design of a robust polytopic unknown input observer for FDI : Application for systems described by a multi-model representation." Dans 44th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, CDC-ECC'05, Espagne (2005)
- [CI-ROD-2005d] **RODRIGUES M.**, Theilliol D., Sauter D. "Design of an active fault tolerant control and polytopic unknown input observer for systems described by a multi-model representation". Dans 44th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, CDC-ECC'05, Espagne (2005)

3.0.3.3 Sur mes travaux de post-doctorat

- [CI-ROD-2006] **RODRIGUES M.**, Theilliol D., Sauter D. "Active fault tolerant control design for switched hybrid systems." Dans 2nd IFAC Symposium on Analysis and Design of Hybrid Systems, ADHS'06, Italie (2006)
- [CI-ROD-2006b] **RODRIGUES M.**, Theilliol D., Sauter D. "Active actuator fault tolerant control design for polytopic LPV systems". Dans 6th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Beijing, P.R. China (2006)

3.0.3.4 Sur mes travaux d'après post-doctorat

- [CI-THE-2008] Theilliol D., **RODRIGUES M.**, Ponsart J.-C. "Fault diagnosis and accommodation design for nonlinear systems described by interpolated LTI models." Dans 16th Mediterranean Conference on Control and Automation, MED'08, France (2008)
- [CI-ROD-2008] **RODRIGUES M.**, Hammouri H., Mechmeche C., Benhadj Braiek N. "A High Gain Observer based LMI Approach". Dans 17th IFAC World Congress, Seoul, Korea, July (2008)
- [CI-THEb-2008b] Theilliol D., Ponsart J.-C., **RODRIGUES M.**, Aberkane S., Yamé J. J. "Design of sensor fault diagnosis method for nonlinear systems described by linear polynomial matrices formulation : application to a winding machine". Dans 17th IFAC World Congress, Seoul, Korea, July (2008)
- [CI-HAM-2009] *Hamdi H.*, **RODRIGUES M.**, Mechmeche C., Theilliol D., Benhadj Braiek N. "State estimation for polytopic LPV descriptor systems : application to fault diagnosis." Dans 7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Safeprocess (2009)
- [CI-AST-2009] Astorga Zaragoza C-M., Theilliol D., Ponsart J.-C., **RODRIGUES M.** "Sensor fault diagnosis for a class of LPV descriptor systems". In 7th Workshop on Advanced Control and Diagnosis, Poland (2009)
- [CI-HAM-2010] *Hamdi H.*, **RODRIGUES M.**, Mechmeche C., Benhadj Braiek N. "Robust Hinfini Fault Diagnosis for Multi-Model Descriptor Systems : A Multi-Objective Approach". Dans MED 2010 - 18th Mediterranean Conference on Control and Automation, Maroc (2010)
- [CI-HAM-2011] *Hamdi H.*, Mechmeche C., **RODRIGUES M.**, Benhadj Braiek N. "State and Unknown Inputs Estimations for Multi-Model descriptor Systems". Dans SSD11 - International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices SSD11, Tunisie (2011)
- [CI-DOS-2011] Dos Santos V., **RODRIGUES M.** "A Proportional Integral Feedback for Open Channels Control trough LMI Design". Dans World IFAC Congress 2011, Italie (2011)
- [CI-AST-2011] Astorga Zaragoza C. M., Theilliol D., Ponsart J.-C., **RODRIGUES M.** "Observer synthesis for a class of descriptor LPV systems". Dans American Control Conference, ACC 2011, États-Unis (2011)
- [CI-AGU-2012] Aguilera González A., Theilliol D., Adam Medina M., Astorga Zaragoza C. M., **RODRIGUES M.** "Sensor fault and unknown input estimation based on proportional integral observer applied to LPV descriptor systems". Dans 8th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, SAFEPROCESS 2012, Mexique (2012)
- [CI-ROD-2012] **RODRIGUES M.**, *Hamdi H.*, Theilliol D., Mechmeche C., Benhadj Braiek N. "Fault diagnosis based on adaptive polytopic observer for LPV descriptor systems". Dans 8th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, SAFEPROCESS 2012, Mexique (2012)
- [CI-HAM-2013] *Hamdi H.*, **RODRIGUES M.**, Mechmeche C., Benhadjbraiek N. "Observer based Fault Tolerant Control for Takagi-Sugeno NonlinearDescriptor systems". Dans Inter-

national Conference on Control, Engineering & Information Technology (CEIT'13), Tunisie (2013)

[CI-ROD-2013] **RODRIGUES M.**, Wu Y., Aberkane S., Dos Santos V. "LMI & BMI techniques for the design of a PI control for irrigation channels". Dans 12th European Control Conference, ECC'13 - 12th European Control Conference, ECC'13, Suisse (2013)

[CI-WAN-2014] Wang Z., **RODRIGUES M.**, Theilliol D., Shen Y. "Fault Estimation for A Class of Discrete-Time Nonlinear Systems". 19th IFAC World Congress, South Africa, (2014).

3.0.4 Congrès nationaux avec comité de lecture et actes

3.0.4.1 Sur mes travaux de thèse

[CN-ROD-2005] **RODRIGUES M.**, Theilliol D., Sauter D. Synthèse d'une loi de commande tolérante aux défauts actionneurs : Application aux systèmes non linéaires décrits par de multiples modèles. Dans Journées Doctorales et Nationales du GDR MACS, France (2005)

3.0.4.2 Sur mes travaux d'après post-doctorat

[CN-DIA-2010] *Diagne M.*, Dos Santos V., **RODRIGUES M.** "Une approche Multi-modèles des équations de Saint-Venant : une analyse de la stabilité par techniques LMI". Dans Sixième Conférence Internationale Francophone d'Automatique Nancy, CIFA, France (2010)

[CN-HAM-2010] *Hamdi H.*, **RODRIGUES M.**, Mechmeche C., Benhadj Braiek N. "Synthèse d'un observateur proportionnel intégral à entrées inconnues pour les systèmes singuliers représentés par des multi-modèles". Dans Sixième Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA, France (2010)

[CN-SAH-2012] *Sahnoun M.*, **RODRIGUES M.**, Ponsart J.-C., Theilliol D. "Synthèse d'un filtre de détection et isolation de défauts capteur pour les systèmes polytopiques LPV : application à un enrouleur de bandes". Dans 7ème Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA 2012 - 7ème Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA 2012, France (2012)

3.0.5 Communications nationales par présentation orale

3.0.5.1 Sur mes travaux de thèse

[CNO-ROD-2005] **RODRIGUES M.** "Synthèse d'une loi de commande tolérante aux défauts actionneurs : application aux systèmes non linéaires décrits par des multiples modèles." Dans GT S3 : Sécurité, Surveillance, Supervision du GDR MACS, France (2005)

3.0.5.2 Sur mes travaux d'après post-doctorat

[CNO-DOS-2012] Dos Santos V., **RODRIGUES M.** "Une approche Multi-Modèles sur un système hyperbolique en dimension infinie". Dans GT EDP-GDR MACS, Valence, France, 6-7 février 2012, France (2012)

- [CNO-DOS-2012b] Dos Santos V., **RODRIGUES M.**, *Wu Y.* "Design of a PI Control using Operator Theory for Infinite Dimensional Systems : Application to Hyperbolic PDE". Dans Groupe de travail Systèmes à Retards, Réunion commune EDP-SAR du 18-19 Septembre 2012, France (2012)

3.0.6 Communication internationale par présentation orale

- [CIO-ROD-2007] **RODRIGUES M.** "Fault Tolerant Control and Application to Nonlinear Systems." Présentation à l'Ecole Polytechnique de Tunis, 16 décembre 2007, Tunis, Tunisie. Invited Speaker.

Partie 2 : Activités de recherche

Chapitre 4

Synthèse de méthodes de diagnostic et de loi de commande tolérante aux défauts

4.1 Introduction

Ce chapitre traite des méthodes développées pour le diagnostic des systèmes singuliers représentés sous forme de multi-modèles, de système LPV. Cette thématique est assez peu développée au LAGEP, et je collabore essentiellement avec D. Theilliol (CRAN, Université de Lorraine), mais aussi avec C-M. Astorga (CENIDET, Mexico). J'ai aussi encadré des Masters de Recherche : en 2007 M. Achour, en 2008 M. Bendira et 2 thésards : M. Hamdi de 2008 à 2012, Mme Sahnoun de 2010 à 2014 et 1 Post-doctorant : M. Wang durant l'année 2013.

Dans les sections 4.2 et 4.3, j'introduis quelques concepts pour le lecteur sur les Multi-Modèles, les systèmes LPV ainsi que quelques concepts sur l'observabilité des systèmes descripteurs, nécessaire à la synthèse des différents observateurs. Le lecteur pourra trouver directement les travaux de recherche qui débutent à **la section 4.4**.

4.2 Quelques mots sur les Multi-Modèles, la logique-floue et les systèmes LPV

La modélisation représente une étape indispensable pour la conduite de processus industriels. Cette étape est tout aussi nécessaire pour l'élaboration d'une loi de commande ou d'un schéma de diagnostic. La modélisation d'un processus vise donc à établir les relations qui lient les variables caractéristiques de ce dernier entre elles et à représenter d'une manière rigoureuse son comportement dans un domaine de fonctionnement donné.

Multi-Modèles :

L'approche Multi-Modèles a connu un intérêt certain depuis de nombreuses années. Les travaux de (Johansen and Foss, 1993), (Murray-Smith and Johansen, 1997) définissent l'idée de l'approche multi-modèles comme l'appréhension d'un comportement non linéaire d'un système par un ensemble de modèles locaux (linéaires ou non linéaires) caractérisant le fonctionnement

du système dans différentes zones de fonctionnement. La motivation d'une telle approche découle du fait qu'il est souvent difficile de concevoir ou d'identifier un modèle tenant compte de toute la complexité du système étudié. En utilisant cette définition, les multi-modèles peuvent être entendus comme des modèles définis autour de points de fonctionnement.

La modélisation de systèmes non linéaires par les multi-modèles a été d'un intérêt croissant comme il est possible de l'appréhender dans les travaux de (Hadjili and Wertz, 2002), (Bhagwat *et al.*, 2003) et (Venkat *et al.*, 2003). Ces derniers proposent notamment des fonctions de pondération à pente douce en fonction de l'entrée du système. (Zheng *et al.*, 2002) modélisent un CSTR (Continuous Stirred Tank Reaction) par approche multi-modèles autour de différents points de fonctionnement caractéristiques du système.

Dans le cadre de l'approche multi-modèles, les systèmes étudiés se représentent sous forme d'une interpolation entre les modèles linéaires locaux. Chaque modèle local est un système dynamique Linéaire à Temps Invariant (LTI) valide autour d'un point de fonctionnement. Selon l'information disponible, plusieurs méthodes distinctes peuvent être utilisées pour l'obtention d'un multi-modèles. Deux méthodes sont principalement utilisées pour obtenir les modèles locaux d'une représentation multi-modèles d'un système non linéaire :

- Identification de type boîte noire lorsque le système non linéaire n'a pas de forme analytique,
- Linéarisation du système autour de plusieurs points de fonctionnement.

Si l'on ne dispose par exemple que des mesures d'entrées-sorties du système, il faut procéder par identification (Gasso *et al.*, 2002) en cherchant ou en imposant la structure multi-modèles recherchée (Johansen *et al.*, 1998).

Il est parfois possible en connaissant les équations qui régissent l'ensemble d'un système de définir un modèle unique non linéaire. Toutefois, il est bien souvent préférable de linéariser ce modèle pour pouvoir utiliser des techniques plus répandues de commande ou de diagnostic faites pour les cas linéaires. Même si notre but n'est pas l'identification des systèmes non linéaires par les multi-modèles, un des points fondamentaux dans cette décomposition reste le choix du nombre ainsi que l'emplacement des points de fonctionnement afin de refléter au mieux l'évolution intrinsèque du système. Il est important de définir des critères pour une meilleure sélection des régimes linéaires : Stabilité des régimes de fonctionnement, bonnes performances des régimes, et bonnes commutations entre les modèles.

Cependant, l'augmentation des problèmes liés à la commutation entre modèles et au temps de calcul n'est pas négligeable. De ce fait, il sera judicieux de choisir le nombre de modèles et la zone des modèles avec parcimonie (Gasso, 2000), (Hosseini *et al.*, 2012), (Hariprasad *et al.*, 2012) et (Du *et al.*, 2013), même si ceci ne constitue pas notre problématique principale de recherche.

De manière à illustrer ces propos, considérons un système non linéaire pour lequel nous cherchons à obtenir une représentation multi-modèles permettant de décrire le comportement

de ce système. Ainsi sur la figure (4.1), la représentation statique révèle l'importance du choix du nombre optimal de modèles locaux à utiliser. On peut aisément comprendre sur cet exemple, l'utilité de la décomposition en plusieurs modèles car il apparaît alors évident qu'un seul modèle ne peut simuler le fonctionnement du système sur toute la plage de fonctionnement. En revanche, le choix d'une décomposition en trois modèles linéaires paraît plus judicieux pour réaliser un compromis entre la représentation du système non-linéaire et la charge de calcul.

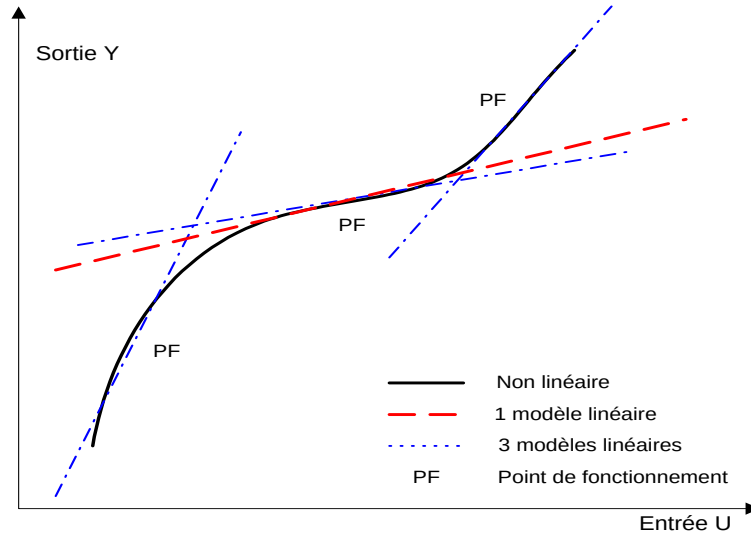


FIGURE 4.1: Caractéristique statique : choix du nombre de modèles locaux.

Supposons qu'un ensemble de N modèles locaux $f_j(x(t), u(t))$ décrivant le comportement du système dans différentes zones de fonctionnement. Ces modèles peuvent être construits par exemple à partir de connaissances physiques sur le fonctionnement du systèmes dans ces zones. La validité locale de chaque modèle f_j est indiquée par une fonction de validité $\beta_j(x(t), u(t))$ pour $j \in [1, \dots, N]$. Le modèle global s'obtient de la manière suivante :

$$y_m(t) = \frac{\sum_{j=1}^N \beta_j(x(t), u(t)) f_j(x(t), u(t))}{\sum_{j=1}^N \beta_j(x(t), u(t))} \quad (4.1)$$

et posons

$$\gamma_j(x(t), u(t)) = \frac{\beta_j(x(t), u(t))}{\sum_{j=1}^N \beta_j(x(t), u(t))} \quad (4.2)$$

En combinant alors les équations (4.1) et (4.2), on obtient l'expression générale d'une structure multi-modèles (Johansen and Foss, 1993) :

$$y_m(t) = \sum_{j=1}^N \gamma_j(x(t)) f_j(x(t), u(t)) \quad (4.3)$$

La fonction d'activation $\gamma_j(x(t), u(t))$ est normalisée et détermine le degré d'activation du j ème modèle local associé. Selon la zone où évolue le système, cette fonction indique la contribution plus ou moins importante du modèle local correspondant dans le modèle global (multi-modèle). Elle assure un passage progressif de ce modèle aux modèles locaux voisins. Ces fonctions sont généralement de forme triangulaire, sigmoïdale ou gaussienne et satisfont aux propriétés suivantes :

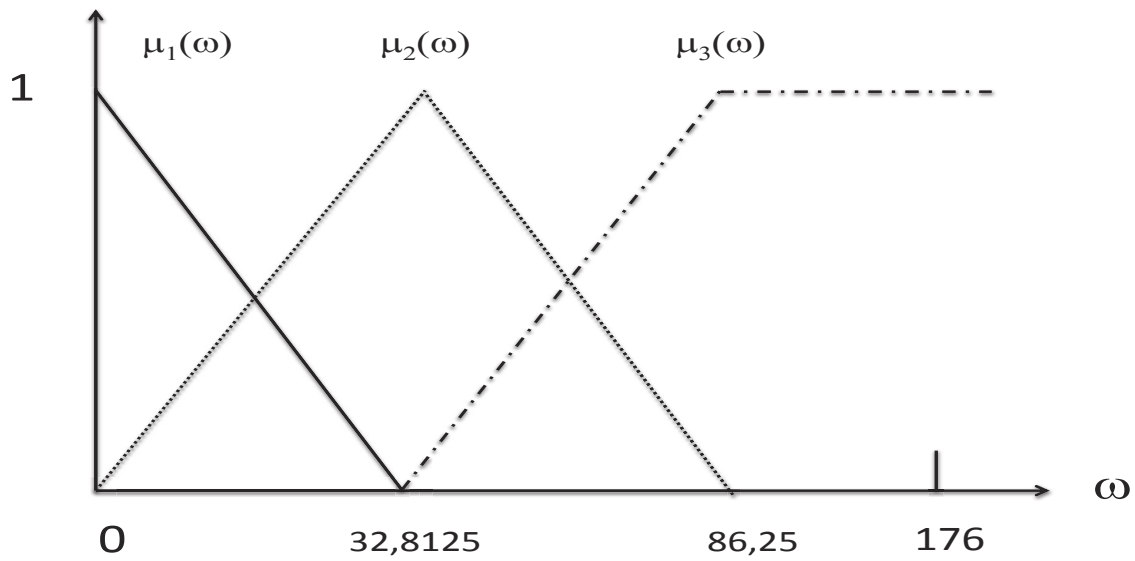
$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N \gamma_j(x(t), u(t)) &= 1 \\ 0 &\leq \gamma_j(x(t), u(t)) \leq 1 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Remarque : On pourra noter que le concept de multi-modèles a aussi été utilisé comme modèles de défauts où chacun des modèles est un modèle d'un défaut particulier bien identifié du système. Cette approche se retrouve notamment dans l'algorithme Multiple Model Adaptive Estimation ou MMAE, qui a notamment été utilisé dans le domaine de l'aéronautique (Stepaniak and Maybeck, 1997), (Hamlon and Maybeck, 1997). Cette utilisation du terme Multi-Modèles se retrouve encore dans la littérature dans certains papiers de commande tolérante aux défauts (Zhang and Jiang, 2003).

Logique floue :

Depuis (Zadeh, 1965) qui fût un des instigateurs de la logique floue dans la décomposition des systèmes non linéaires en de multiples systèmes linéaires, d'autres comme (Takagi and Sugeno, 1985) ont suivi cette approche avec les bien connus modèles de Takagi-Sugeno' ou 'T-S'. L'approche floue propose un ensemble de règles "si prémisse alors conséquence" (IF-THEN-RULES), telle que la conséquence d'une règle est la sélection d'un modèle. Le modèle global est alors obtenu par l'agrégation des différents modèles locaux. Comme on peut le voir dans l'exemple donné dans le livre de (Chen and Patton, 1999) chapitre 9 sur un moteur qui est modélisé en fonction de sa vitesse ω , les fonctions de pondération sont données de cette façon à la figure (4.2).

Remarque : On pourra noter que les modèles T-S ont eu pour habitude de déterminer de manière arbitraires les fonctions de pondération sous forme de triangle (en fonction de l'évolution du vecteur d'état par exemple) avec des zones de recouvrement plus ou moins grande et cela en fonction de chaque système (Wang *et al.*, 1996). Néanmoins, récemment les modèles polytopiques LPV et une partie des modèles flous convergent sur une même structure. La communauté scientifique travaillant sur les modèles TS continue d'utiliser le nom de modèles flous TS même si les récentes approches de modélisation (comme la transformation en secteur

FIGURE 4.2: Le domaine d'évolution des paramètres μ_j

de nonlinéarités (Tanaka *et al.*, 1996), (NagyKiss *et al.*, 2011), (Chadli, 2002)), le modèle obtenu n'est plus tellement 'flou' de part l'utilisation de fonctions de pondération devenues tout à fait déterministes, ce qui correspond plus de ce fait à des systèmes polytopiques LPV.

Les systèmes LPV :

La notion de système Linéaire à Paramètres Variants dans le temps (LPV) a été introduite pour la première fois dans la thèse de Shamma (Shamma, 1988) par le développement de régulateurs de type '*Gain Scheduling*' c'est-à-dire par *séquencement de gains*. Le principe du séquencement de gains est basé sur la synthèse d'un régulateur globale pour les systèmes nonlinéaires en effectuant une pondération de différents régulateurs locaux. Ces régulateurs sont mélangés en temps réel (par interpolation ou par switch) en temps réel sur la base des mesures disponibles en ligne. La principale différence entre les systèmes LPV et les systèmes basés sur le séquencement de gains, réside dans le fait que les systèmes LPV ont été définis comme un ensemble de systèmes linéaires dépendant d'un paramètre exogène, c'est-à-dire indépendant de l'état du système. Dans le concept de séquencement de gains, ce paramètre est une fonction de l'état du système et est donc endogène, voir les livres de (Mohammadpour and Scherer, 2012), (Briat, 2015) et des références incluses.

Les propriétés des systèmes LPV sont globales et concernent les caractéristiques du système le long de toutes les trajectoires paramétriques possibles alors que les propriétés des systèmes Linéaires à Temps Invariant (LTI) sont uniquement locales et concernent les caractéristiques du système pour une valeur particulière des paramètres. Un système LPV est la généralisation des systèmes LTI et des systèmes à temps variant (LTV). En effet, un système LTI peut être vu comme un système LPV dont les paramètres sont figés sur une valeur fixe. De même, un système LTV peut être interprété comme un système LPV avec une trajectoire prédéfinie. Les

modèles LPV interviennent souvent dans des applications où l'évolution des paramètres est a priori inconnue mais peut être mesurée en temps réel. Par opposition à un système LTV dont l'évolution temporelle est entièrement décrite par les équations, un système LPV aura autant de comportements différents qu'il y a de trajectoires paramétriques admissibles.

Un système LPV est donc un système dont les matrices d'état A, B, C, D dépendent d'un vecteur de paramètres θ qui peut varier en fonction du temps (Apkarian *et al.*, 1995), (Arzelier *et al.*, 2001), (Bara, 2001). Étant donné l'ensemble des trajectoires admissibles du vecteur des paramètres Γ , le système LPV est défini comme étant l'ensemble des trajectoires admissibles à temps variant associés à la famille Γ . Le système LPV est représenté par :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A(\theta)x_k + B(\theta)u_k \\ y_k &= C(\theta)x_k + D(\theta)u_k \end{aligned} \quad (4.5)$$

A défaut de connaître à l'avance la trajectoire de θ , on connaît souvent des bornes sur ses différentes composantes : $\underline{\theta}_k \leq \theta_k \leq \overline{\theta}_k$ ainsi que les vitesses de variations : $\underline{\dot{\theta}}_k \leq \dot{\theta}_k \leq \overline{\dot{\theta}}_k$.

Les systèmes quasi-LPV sont des systèmes dans lesquels il existe un couple de matrices non nulles (F, G) tel que :

$$F\Theta_k = Gx_k \quad (4.6)$$

Dans la réalité, la plupart des systèmes rencontrés dans la pratique sont quasi-LPV et ils s'apparentent donc aux systèmes basés sur le séquençement de gains.

Il existe des représentations d'état différentes avec lesquelles on peut passer de l'une à l'autre. Le vecteur des paramètres peut être vu comme une entrée supplémentaire qui ne rentre alors plus dans la classe des systèmes linéaires. Parmi les systèmes LPV, certains types particuliers sont intéressants à étudier : les systèmes LPV affines et les systèmes LPV polytopiques.

Les systèmes LPV affines

Dans ce cas, la dépendance des matrices d'état en fonction des paramètres est linéaire. Notons

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} A(\theta) & B(\theta) \\ C(\theta) & D(\theta) \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

On a alors $M(\theta) = M_0 + \theta_k^1 M_1 + \theta_k^2 M_2 + \dots + \theta_k^N M_N$.

Les systèmes LPV polytopiques

La matrice représentant le système est une combinaison barycentrique de plusieurs matrices $M_1^s, M_2^s, \dots$: $M = \rho_k^1 M_1^s + \rho_k^2 M_2^s + \dots + \rho_k^{2^N} M_{2^N}^s$, avec $0 \leq \rho_k^j \leq 1$ et $\sum_j \rho_k^j = 1$.

Un système LPV affine dont les paramètres varient sur des intervalles connus peut être considéré comme un système polytopique. Traitons l'exemple d'un système dépendant de deux paramètres (voir figure 4.3) $M(\theta) = M_0 + \theta_k^1 M_1 + \theta_k^2 M_2$ et notons $M_1^s, M_2^s, M_3^s, M_4^s$ ses sommets tels que :

$$\begin{aligned} M_1^s &= M_0 + \underline{\theta^1} M_1 + \underline{\theta^2} M_2 \\ M_2^s &= M_0 + \overline{\theta^1} M_1 + \underline{\theta^2} M_2 \\ M_3^s &= M_0 + \underline{\theta^1} M_1 + \overline{\theta^2} M_2 \\ M_4^s &= M_0 + \overline{\theta^1} M_1 + \overline{\theta^2} M_2 \end{aligned} \quad (4.8)$$

en prenant pour notation $\underline{\theta^1}$ pour la borne inférieure de θ_k^1 , et $\overline{\theta^1}$ pour la borne supérieure.

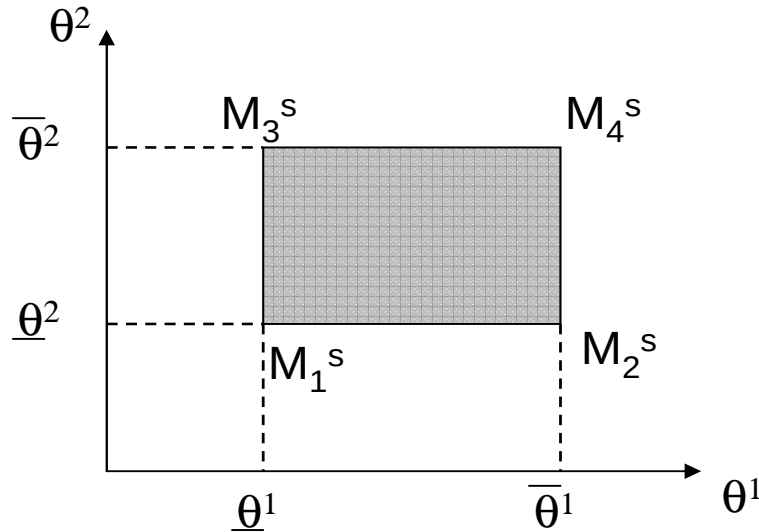


FIGURE 4.3: Le domaine d'évolution des paramètres θ^j

Il est alors possible de construire le système polytopique $\widetilde{M} = \rho_k^1 M_1^s + \rho_k^2 M_2^s + \rho_k^3 M_3^s + \rho_k^4 M_4^s$ avec

$$\begin{aligned} \rho_k^1 &= \frac{\overline{\theta^1} - \theta_k^1 \overline{\theta^2} - \underline{\theta^2}}{\overline{\theta^1} - \underline{\theta^1} \overline{\theta^2} - \underline{\theta^2}} & \rho_k^2 &= \frac{\theta_k^1 - \underline{\theta^1} \overline{\theta^2} - \underline{\theta^2}}{\overline{\theta^1} - \underline{\theta^1} \overline{\theta^2} - \underline{\theta^2}} \\ \rho_k^3 &= \frac{\overline{\theta^1} - \theta_k^1 \underline{\theta^2} - \overline{\theta^2}}{\overline{\theta^1} - \underline{\theta^1} \underline{\theta^2} - \overline{\theta^2}} & \rho_k^4 &= \frac{\theta_k^1 - \underline{\theta^1} \underline{\theta^2} - \overline{\theta^2}}{\overline{\theta^1} - \underline{\theta^1} \underline{\theta^2} - \overline{\theta^2}} \end{aligned}$$

Moyennant quelques calculs, on peut vérifier que $\widetilde{M} = M$. Ce résultat est encore valable pour un nombre de paramètres d'ordre supérieur. On retiendra qu'il y a équivalence entre les représentations affines et polytopiques. Ce type de modèle admet une définition plus générale que le modèle affine parce que l'hyper-rectangle Γ peut être remplacé par un polytope à $m = 2^N$ sommets.

4.3 Système descripteur

La modélisation d'un processus physique complexe commence généralement par le choix des variables utilisées pour sa description et par le choix des grandeurs permettant d'agir sur l'évolution du système. Ces variables, appelées variables d'état et de commande, sont choisies, dans la mesure du possible, pour avoir une signification physique (position, vitesse, accélération, température, pression, etc). Une fois les variables choisies, les relations mathématiques les liant sont dictées par les lois de comportement du système considéré.

Ces relations peuvent être de deux types : soit dynamiques (i.e. faisant intervenir les variations des variables au cours du temps), soit purement statiques (algébriques). On arrive naturellement à une mise en équation de la forme suivante

$$\begin{cases} F(\dot{x}(t), x(t), u(t)) = 0 \\ G(x(t), u(t), y(t)) = 0 \end{cases} \quad (4.9)$$

avec $x(t) \in \mathcal{R}^n$ le vecteur des variables d'état du système, $u(t) \in \mathcal{R}^p$ l'entrée de commande et $y(t) \in \mathcal{R}^m$ le vecteur des sorties mesurables. F et G sont deux fonctions différentiable de dimensions appropriées.

4.3.1 Introduction sur les systèmes singuliers et représentation

Après linéarisation autour d'un point de fonctionnement (par exemple par linéarisation tangente, en utilisant comme variables, les écarts au point de fonctionnement) on obtient le formalisme suivant

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (4.10)$$

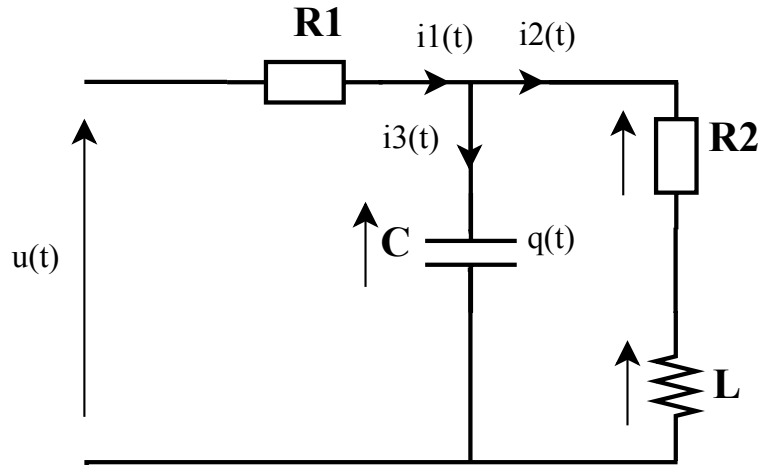
où les matrices E , A , B et C sont réelles, constantes et de dimensions compatibles avec les dimensions de $x(t)$, $u(t)$ et $y(t)$. Les dérivées de plusieurs variables d'état peuvent intervenir dans une même relation, de ce fait E n'a pas nécessairement une structure diagonale. Toutes les relations de comportement n'étant pas nécessairement dynamiques, E n'est pas nécessairement de plein rang ligne.

L'étude des systèmes décrits par (4.10) peut être intéressante, dans le cas où E est inversible ; néanmoins dans ce cas, il est possible de se ramener à une représentation d'état usuelle en prémultipliant l'équation d'état par E^{-1} , on a alors

$$\dot{x}(t) = E^{-1}Ax(t) + E^{-1}Bu(t), y(t) = Cx(t) + Du(t).$$

Nous nous intéresserons donc exclusivement au cas où E n'est pas de plein rang, on a alors : $\text{rang}(E) = r < n$.

Exemple : Considérons le circuit électrique représenté par la figure suivante (Marx, 2003) :



Le circuit est commandé par une tension $u(t)$. Les courants $i_1(t)$ et $i_2(t)$ traversant respectivement les deux résistances R_1 et R_2 sont considérés comme des variables de sorties. La charge aux bornes du condensateur de capacité C est notée $q(t)$ et L désigne une inductance pure. Si l'on choisit comme variables d'état $q(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$, on a alors les équations dynamiques et algébriques suivantes :

- $\frac{dq(t)}{dt} = u(t)/R_1 - 1/(CR_1)q(t) - i_2(t)$: L'intensité qui traverse le condensateur.
- $L\frac{di_2(t)}{dt} = \frac{1}{C}q(t) - R_2i_2(t)$: La tension aux bornes de l'inductance.
- $\frac{1}{C}q(t) + R_1i_1(t) - u(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{C}q(t) + R_1i_2(t) + R_1i_3(t) - u(t) = 0$: L'équation algébrique

Ces équations peuvent se mettre sous la forme d'un système singulier (ou descripteur) comme suit :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}(t) \\ \dot{i}_2(t) \\ \dot{i}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/(CR_1) & -1 & 0 \\ 1/(LC) & -R_2/L & 0 \\ 1/C & R_1 & R_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q(t) \\ i_2(t) \\ i_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/R_1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} u(t) \quad (4.11)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q(t) \\ i_2(t) \\ i_3(t) \end{bmatrix}$$

L'étude des systèmes algébro-différentiels a motivé de nombreuses recherches depuis le début des années 70 car ce formalisme permet l'analyse et le contrôle de systèmes pour lesquels la représentation d'état usuelle n'est pas satisfaisante : les équations purement statiques, qui traduisent généralement le maillage ou des contraintes physiques, sont ignorées dans une représentation d'état usuelle. D'après (Dai, 1989), les principales classes de systèmes relevant de cette approche sont les systèmes interconnectés de grandes dimensions tels que les réseaux électriques ou hydrauliques...

4.3.2 Notions de régularité et équivalences de représentations des systèmes singuliers

Dans le cadre des systèmes standards (réguliers), la notion de régularité est toujours vérifiée dans la mesure où pour toute condition initiale $x(0)$ et une commande $u(t)$ connue sur un intervalle $[0, t]$, la sortie $y(t)$ du système existe et est unique.

En revanche, dans le cadre des systèmes singuliers, la sortie est unique pour une condition initiale définie et une loi de commande connue si le couple (E, A) est régulier.

Définition 1 *Le couple matriciel (E, A) du système (4.10) est dit régulier (Dai, 1989), (Marx, 2003) si et seulement si le polynôme :*

$$\det(sE - A) \neq 0$$

où s désigne l'opérateur de Laplace. □

Equivalence de représentations

Reprenons l'exemple du circuit électrique et calculons le déterminant de $(sE - A)$, il vient :

$$|sE - A| = R_1 L s^2 + (R_1 R_2 + L/C)s + (R_1 + R_2)/C$$

Le déterminant n'est pas identiquement nul, autrement dit, le système est régulier.

Le choix des variables d'état utilisées pour décrire un processus singulier donné (E, A, B, C) n'est pas généralement unique et par conséquent le modèle qui le décrit n'est pas unique.

Il existe notamment deux formes classiques équivalentes de représentation d'état des systèmes singuliers linéaires qui sont :

- La forme de *Kronecker-Weierstrass* qui n'existe que lorsque la paire (E, A) est régulière.
- La décomposition en valeurs singulières (SVD).

Ces formes sont utilisées pour l'analyse et la synthèse des systèmes singuliers.

La décomposition de *Kronecker-Weierstrass* (Dai, 1989) est obtenue par l'utilisation du résultat suivant :

Pour tout système de la forme (4.10) qui admet un couple (E, A) régulier, il existe deux matrices non singulières U_1 et U_2 , telles que :

$$U_1 E U_2 = \begin{bmatrix} I_{n_1} & 0 \\ 0 & \Pi \end{bmatrix} \text{ et } U_1 A U_2 = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & I_{n_2} \end{bmatrix}$$

Le système (4.10) est équivalent à :

$$\dot{x}_1(t) = A_1 x_1(t) + B_1 u(t) \tag{4.12}$$

$$\Pi \dot{x}_2(t) = x_2(t) + B_2 u(t) \tag{4.13}$$

$$y(t) = C_1 x_1(t) + C_2 x_2(t) \tag{4.14}$$

où $x_1 \in \mathcal{R}^{n_1}$, $x_2 \in \mathcal{R}^{n_2}$, $n_1 + n_2 = n$ et Π est une matrice nilpotente, i.e., toutes ses valeurs propres sont nulles.

Π est d'indice de nilpotence κ ($\kappa \leq \dim(\Pi)$) tel que $\Pi^{\kappa-1} \neq 0$ et $\Pi^\kappa = 0$.

$$U_1 B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, \quad C U_2 = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \text{ et } U_2^{-1} x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Étant donné que toute matrice nilpotente a toutes ses valeurs propres égales à 0, il est facile de montrer en utilisant la forme équivalente de Kronecker-Weierstrass, que l'ensemble des valeurs propres finies du faisceau (E, A) (autrement dit, les λ finies $\in \mathcal{C}$ telles que $|\lambda E - A| = 0$) est égal au spectre de la matrice A_1 (4.12). On note $spf(E, A)$ l'ensemble des valeurs propres finies du faisceau (E, A) . On peut alors caractériser la stabilité d'un système singulier selon le théorème (1) suivant.

Théorème 1 *Le système (4.10) est stable si et seulement si $spf(E, A) \in \mathcal{C}^-$, où $\mathcal{C}^-$ désigne le demi plan gauche complexe $\mathcal{C}^- = \{s \mid s \in \mathcal{C}, \mathbb{R}(s) < 0\}$*

Il faut toutefois tempérer le théorème (1) où la condition de stabilité dépend uniquement des pôles finis du système, c'est-à-dire de la stabilité du sous-système causal, mais n'impose pas que le système n'ait pas de mode impulsif. Autrement dit l'énergie de sortie d'un système dit stable peut être infinie pour une entrée d'énergie finie. De ce fait, il est utile de définir une notion supplémentaire appelée *admissibilité* (pour éviter le paradoxe d'un système stable à sortie non bornée pour une énergie d'entrée finie) :

Définition 2 (*Admissibilité*). *Un système (4.10) est dit admissible si et seulement si (E, A) est stable et non impulsif, autrement dit, si et seulement si $spf(E, A) \in \mathcal{C}^-$ et $\deg(\det(sE - A)) = \text{rang}(E)$.*

La seconde forme équivalente est fondée sur la décomposition en valeurs singulières (Duan, 2010) de la matrice E . En effet, pour toute matrice $E \in \mathcal{R}^{n \times n}$ il existe deux matrices non singulières V_1 et V_2 telle que :

$$V_1 E V_2 = \begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

L'utilisation de ces deux matrices permet de représenter le système (4.10) sous la forme suivante :

$$\dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2 + B_1u(t) \quad (4.15)$$

$$0 = A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2 + B_2u(t) \quad (4.16)$$

$$y(t) = C_1x_1(t) + C_2x_2(t) \quad (4.17)$$

avec $V_1 A V_2 = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$, $V_1 B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$, $C V_2 = [C_1 \ C_2]$, $V_2^{-1}x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$,

$x_1 \in \mathcal{R}^r$ et $x_2 \in \mathcal{R}^{n-r}$, où $r = \text{rang}(E)$.

- Dans cette transformation par SVD, les matrices V_1 et V_2 ne sont pas uniques, ce qui implique l'existence d'autre formes équivalentes.
- L'équation (4.15) est une équation différentielle qui constitue la mémoire du système.
- La relation (4.16) est une équation statique qui évoque l'interconnection des variables d'état.
- Ainsi, un système singulier peut être représenté comme un système composé de plusieurs sous-systèmes interconnectés.

4.3.3 Notion d'impulsivité, d'observabilité et de détectabilité

Généralement les sauts dans la réponse temporelle des systèmes, sont indésirables voire dangereux pour la sécurité du système, on va donc distinguer les systèmes dits impulsifs, des systèmes non impulsifs (*impulse free* dans la littérature anglo-saxonne).

Notion d'impulsivité

Définition 3 *Système non impulsif : Un système est dit non impulsif, si sa réponse temporelle est continue pour toute condition initiale et toute commande $u(t) \in \mathcal{C}^{h-1}$, où $\mathcal{C}^{h-1}$ désigne l'ensemble des fonctions $(h-1)$ fois continûment différentiables par morceaux.* $\square$

Un système non-impulsif a une fonction de transfert qui ne comporte que des termes causaux, tandis que la fonction de transfert d'un système impulsif présente des termes polynômiaux en s . Il en découle, qu'un système singulier (E, A, B, C) non impulsif admet une représentation d'état non singulière $(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D})$.

Notion d'observabilité pour les systèmes descripteurs

Le concept d'observabilité se généralise aux systèmes singuliers de la même manière que celui de commandabilité (Marx, 2003), (Marx et al., 2004). On va donc définir l'observabilité avant de la décomposer en R-observabilité et Imp-observabilité. Comme dans le cas des systèmes usuels l'observabilité se définit comme la possibilité de reconstruire l'état par la connaissance des entrées et des sorties du système.

Définition 4 *État atteignable : Un état $x_a \in \mathcal{R}^n$ est dit atteignable, s'il existe une condition initiale x_0 , une commande $u(t) \in \mathcal{C}^{h-1}$ et $t_f > 0$ tels que $x(t_f) = x_a$* $\square$

Définition 5 *Observabilité : Le système (4.12-4.14) est dit observable si la condition initiale x_0 peut être déterminée de manière unique par $u(t)$ et $y(t)$ pour $t \in [0, \infty[$* $\square$

Définition 6 *R-Observabilité : Le système (4.12-4.14) est dit R-observable si tout état de l'espace atteignable peut être déduit de manière unique de $y(t)$ et $u(\tau)$ pour $\tau \in [0, t]$.* $\square$

Si l'observabilité traduit la possibilité de reconstruire l'état, y compris les termes impulsifs, à partir des vecteurs d'entrée et de sortie, la R-observabilité ne concerne que l'état atteignable, donc ne reflète pas l'observabilité des termes impulsifs. Ce dernier aspect relève de l'observabilité impulsive ou Impo-observabilité.

Définition 7 *Observabilité impulsive ou Impo-Observabilité : Le système (4.12-4.14) est dit Impo-observable si les termes impulsifs de l'état peuvent être déterminés de manière unique à partir de $y(t)$ et $u(t)$.* $\square$

Pour un système singulier donné, l'observabilité, la R-observabilité et l'Impo-observabilité précisent la capacité de construire les variables d'état. La relation entre ces trois concepts d'observabilité peut être illustrée par le diagramme suivant :

$$(E, A, C) \text{ observable} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{matrix} (I_{n1}, A_1, C_1) \\ \text{observable} \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} (E, A, C) \\ R - \text{observable} \end{matrix} \\ \begin{matrix} (\Pi, I_{n2}, C_2) \\ \text{observable} \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} (E, A, C) \\ \text{impo} - \text{observable} \end{matrix} \end{cases}$$

Notion de détectabilité

Pour les systèmes linéaires ordinaires, le concept de détectabilité est plus faible que l'observabilité (Marx, 2003), (Marx *et al.*, 2004).

La détectabilité est la condition minimale pour qu'un système ordinaire puisse avoir un observateur d'état. Ce concept peut également être généralisé au cas des systèmes singuliers linéaires.

La détectabilité assure que les pôles finis instables sont observables, ou les pôles non observables sont stables.

Théorème 2 *Le système (4.10) est dit détectable s'il existe une matrice $G \in \mathbb{R}^{n \times m}$ telle que le faisceau matriciel $(E, A + GC)$ soit stable.* $\square$

Théorème 3 *Les propositions suivantes sont équivalentes :*

- 1) *Le système (4.10) est détectable.*
- 2) *$\text{rang} [sE^T - A^T C^T] = n, \forall s \in \mathcal{C}^+$*
- 3) *Il existe une matrice $G \in \mathbb{C}^{n \times m}$ telle que $\text{spf}(E, A + GC) \in \mathcal{C}^-$* $\blacksquare$

où $\text{spf}(M, N)$ est l'ensemble des valeurs propres finies du faisceau matriciel (M, N) , $\mathcal{C}^-$ désigne le demi plan gauche complexe $\mathcal{C}^- = \{s \mid s \in \mathbb{C}, \mathbb{R}(s) < 0\}$ et $\mathcal{C}^+$ désigne le demi plan droit complexe $\mathcal{C}^+ = \{s \mid s \in \mathbb{C}, \mathbb{R}(s) \geq 0\}$.

Théorème 4 *Il existe une matrice $G \in \mathbb{C}^{n \times m}$ telle que $(E, A + GC)$ soit non impulsif si et seulement si (E, A, C) est Impo-observable.* $\blacksquare$

On peut résumer ces différents résultats concernant l'observabilité par le schéma récapitulatif suivant.

$$(E, A, C) \text{ est observable} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{matrix} (I_{n1}, A_1, C_1) \\ \text{observable} \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} (E, A, C) \\ R - \text{observable} \end{matrix} \Leftrightarrow \mathcal{I} \text{ un gain } G \text{ tel que} \\ \text{spf}(E, A + GC) \text{ soit place arbitrairement} \\ \begin{matrix} (\Pi, I_{n2}, C_2) \\ \text{observable} \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} (E, A, C) \\ \text{impo} - \text{observable} \end{matrix} \Leftrightarrow \mathcal{I} \text{ un gain } G \text{ tel que} \\ \text{spf}(E, A + GC) \text{ soit non-impulsif} \end{cases}$$

4.4 Détection et estimation de défauts constants de type actionneur pour des systèmes descripteurs LPV à temps continu

4.4.1 Introduction

Dans le cadre de la thèse de doctorat en Automatique d'Habib HAMDI (2008-2012) que j'ai co-encadrée, nous avons pu travailler sur différents aspects de l'estimation d'état, du diagnostic pour des systèmes continus singuliers, et aussi sur un aspect commande tolérante aux défauts (hors thèse pour ce dernier axe). Cette collaboration est née suite à ma participation au Comité Mixte Franco-Tunisien (CMCU) qui avait été initié par le professeur Hassan Hammouri (LAGEP) et M. Hamed Yahoui (AMPERE). Lors de nos déplacements à Tunis, j'ai pu rencontrer le Dr. Mechmeche Chokri ainsi que le professeur Naceur Benhadj Braiek avec lesquels j'ai décidé de collaborer et de co-encadrer à 80% la thèse de H. Hamdi intitulée : "Approche Multi-Modèle pour l'Observation d'état et le Diagnostic des Systèmes Singuliers Non Linéaires" soutenue publiquement à l'Université de Tunis le 24/11/2012. Malgré la distance évidente, cette thèse a pu être menée à bien. H. Hamdi est désormais Maître de Conférences à l'université de Kairouan (Tunisie) depuis Septembre 2013.

Les résultats affiliés à cette thèse sont : [CI-HAM-2009],[CI-HAM-2010],[CN-HAM-2010],[CI-HAM-2011],[CI-ROD-2012],[CI-HAM-2013], [RI-MEC-2012], [RI-HAM-2012], [RI-HAMb-2012].

4.4.2 Contexte

L'idée principale de cette partie a été publiée le Symposium IFAC Safeprocess 2009 de Barcelone en session invitée sur le "diagnostic et la commande tolérante aux défauts pour des systèmes LPV". Ce papier a ensuite été sélectionné et amélioré pour faire partie d'une session spéciale publiée dans la revue (Hamdi *et al.*, 2012).

La contribution principale de cette partie est la conception d'un observateur à entrées inconnues proportionnel intégral pour les systèmes polytopiques LPV descripteurs.

L'idée directrice était de synthétiser un observateur pour des systèmes polytopiques LPV singuliers alors qu'il en existait peu dans la littérature; en effet, les principaux observateurs sont soit construits pour des systèmes LPV réguliers, soit pour des systèmes LTI singuliers mais pas les deux. D'autre part, le diagnostic de défauts pour des systèmes polytopiques LPV singuliers était aussi très peu répandu.

La contribution principale de cette partie réside dans la conception d'un Observateur Proportionnel-Intégral à Entrées Inconnues (OPIEI) polytopique pour les systèmes singuliers polytopiques LPV. Dans ce cadre de modélisation, le comportement dynamique du système singulier LPV est donné sous une forme polytopique, ce qui permet de décrire le système comme une combinaison convexe de sous-systèmes définis par les sommets d'un polytope.

Ces sous-modèles sont ensuite combinés par des fonctions de pondération convexes. Nous proposons de présenter une méthode de synthèse d'un OPIEI polytopique pour les systèmes LPV singuliers soumis à des perturbations. L'observateur obtenu est alors utilisé à la fois pour l'estimation du vecteur d'état et aussi pour l'estimation des entrées inconnues. De plus, cet OPIEI peut également être utilisé pour la détection et la localisation ainsi que l'estimation des défauts actionneurs.

4.4.3 Observateur proportionnel intégral à entrées inconnues dans le cadre polytopique LPV

La représentation d'état du système considéré a été la suivante :

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \tilde{A}(\theta(t))x(t) + \tilde{B}(\theta(t))u(t) + \tilde{R}(\theta(t))d(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.18)$$

où $x(t) \in \mathcal{R}^n$ est le vecteur d'état, $u(t) \in \mathcal{R}^p$ est la commande et $y(t) \in \mathcal{R}^m$ est le vecteur de sortie. $d(t) \in \mathcal{R}^q$ représente le vecteur des entrées inconnues. $E \in \mathcal{R}^{n \times n}$ est une matrice constante singulière. $\tilde{A}(\cdot), \tilde{B}(\cdot), \tilde{R}(\cdot)$ sont des fonctions continues qui dépendent du vecteur $\theta(t)$. De plus, nous supposons dans toute la suite que ces fonctions ont une dépendance affine vis-à-vis du paramètre θ (Hamdi *et al.*, 2012). De ce fait, le système descripteur (4.18) peut s'écrire sous la forme polytopique LPV suivante :

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + R_i d(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.19)$$

avec $A_i \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $B_i \in \mathcal{R}^{n \times p}$, $R_i \in \mathcal{R}^{n \times q}$ et $C \in \mathcal{R}^{m \times n}$ sont des matrices à temps invariant définies pour le $i^{\text{ème}}$ modèle. $\rho_i(\theta(t))$ sont des fonctions de pondération qui satisfont les propriétés suivantes :

$$\Omega = \left\{ \rho(\theta(t)) \in \mathcal{R}^h, \rho(\theta(t)) = [\rho_1(\theta(t)), \dots, \rho_h(\theta(t))]^T, \rho_i(\theta(t)) \geq 0, \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) = 1 \right\} \quad (4.20)$$

Dans la suite, on présente la procédure de synthèse de l'Observateur polytopique Proportionnel Intégral à Entrées Inconnues (OPIEI) pour les systèmes descripteurs polytopiques LPV. La principale restriction de ce travail tenait au fait que les défauts étaient supposés constants ou à variation lente même si dans la pratique l'estimation de défaut variant fonctionnait.

Pour la synthèse de l'observateur polytopique LPV, il est nécessaire d'avoir l'observabilité des sous-systèmes (Koenig and Mammar, 2002). Les hypothèses suivantes sont donc requises pour la synthèse de l'observateur polytopique LPV :

Hypothèse H1 : La matrice C est de rang plein ligne, $\text{rang}(C) = m$.

Hypothèse H2 : Le triplet matriciel (E, A_i, C) est R-observable (Koenig and Mammar, 2002), $\forall i = 1, \dots, h$, c-à-d,

$$\text{rang} \begin{bmatrix} sE - A_i \\ C \end{bmatrix} = n, \quad \forall s \in \mathcal{C}. \quad (4.21)$$

Hypothèse H3 : Le triplet matriciel (E, A_i, C) est impo-observable (Koenig and Mammar, 2002), $\forall i = 1, \dots, h$, c-à-d,

$$\text{rank} \begin{bmatrix} E & A_i \\ 0 & E \\ 0 & C \end{bmatrix} = n + \text{rank}(E) \quad (4.22)$$

Hypothèse H4 : (Rodrigues et al., 2014a)

$$q \leq m$$

Pour les systèmes descripteurs (singuliers), l'observabilité reflète la capacité à estimer l'état tout entier. De fait, deux types d'observabilité sont requises :

La *R-observabilité* qui caractérise la capacité à reconstruire seulement la partie dynamique de l'état (provenant des équations différentielles).

L'*impo-observabilité* qui caractérise la capacité à reconstruire la partie statique de l'état (provenant des équations algébriques).

4.4.4 Structure polytopique de l'observateur proportionnel intégral

La structure de l'observateur proportionnel intégral du système descripteur polytopique LPV (4.19) est décrite par :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) (N_i z(t) + G_i u(t) + L_i y(t) + H_i \hat{d}(t)) \\ \hat{x}(t) = z(t) + T_2 y(t) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) \\ \dot{\hat{d}}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) \Phi_i (y(t) - \hat{y}(t)) \end{cases} \quad (4.23)$$

avec $\hat{x}(t) \in \mathcal{R}^n$, $z(t) \in \mathcal{R}^n$ et $\hat{d}(t) \in \mathcal{R}^q$ sont respectivement le vecteur d'état estimé, le vecteur d'état de l'observateur polytopique et l'estimation des entrées inconnues. $N_i, G_i, \Delta z_i, L_i, H_i, \Phi_i$ et T_2 sont les matrices inconnues du l'OPIEI qui doivent être synthétisées de sorte que la dynamique de l'erreur d'estimation (4.24) (avec l'erreur définie par : $e(t) = T_1 E x(t) - z(t)$) soit stable :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) (N_i e(t) + (T_1 A_i - L_i C - N_i T_1 E) x(t) + (T_1 B_i - G_i) u(t) + H_i \zeta(t) + (T_1 R_i - H_i) d(t)) \quad (4.24)$$

où $\zeta(t) = d(t) - \hat{d}(t)$. Les conditions suivantes doivent être vérifiées $\forall i = 1, \dots, h$:

$$T_1 A_i = N_i T_1 E + L_i C \quad (4.25)$$

$$G_i = T_1 B_i \quad (4.26)$$

$$I_n = T_1 E + T_2 C \quad (4.27)$$

$$H_i = T_1 R_i \quad (4.28)$$

On suppose que les entrées inconnues sont bornées et qu'elles sont à variation lentes c'est-à-dire $\dot{d}(t) \simeq 0$. Alors, la dérivée temporelle des entrées inconnues peut s'écrire sous la forme :

$$\dot{\zeta}(t) = -\dot{d}(t) \quad (4.29)$$

Les dynamiques des erreurs d'estimation d'état et des entrées inconnues peuvent alors être décrites par l'équation d'état augmentée suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{e}(t) \\ \dot{\zeta}(t) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) \begin{bmatrix} N_i & H_i \\ -\Phi_i C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ \zeta(t) \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Les conditions de stabilité des erreurs d'estimations (4.30) ainsi que les détails de la sytnhèse des autres matrices de l'observateur se trouvent dans [Hamdi et al. 2012, IJACSP].

4.4.5 Génération de résidus par l'OPIEI polytopique

La génération de résidus à l'aide d'une estimation d'état consiste à reconstruire l'état ou plus généralement la sortie du processus à l'aide d'un observateur polytopique et à la comparer à la sortie réelle du système. Dans cette partie, l'algorithme de génération de résidus obtenu par l'utilisation d'un observateur proportionnel intégral polytopique, est rendu sensible au vecteur de défaut actionneur $f_a \in \mathcal{R}^f$ et insensible aux perturbations $d(t)$, (Theilliol *et al.*, 2002).

Considérons le système singulier polytopique suivant avec une unique matrice de commande B_i , soit $B_i = B$, une unique matrice de distribution $R_i = R$ et un défaut actionneur $f_a(t)$ pour tous les modèles locaux :

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t))(A_i x(t) + Bu(t) + Rd(t) + Ff_a(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.31)$$

Afin de concevoir le générateur de résidus pour le système singulier (4.31), la forme générale de l'observateur proportionnel intégral polytopique s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t))(N_i z(t) + G_i u(t) + L_i y(t) + H \hat{f}_a(t)) \\ \hat{x}(t) = z(t) + T_2 y(t) \\ r(t) = y(t) - \hat{y}(t) \\ \dot{\hat{f}}_a(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t))\Phi_i(y(t) - \hat{y}(t)) \end{cases} \quad (4.32)$$

où $r(t)$ est le signal du résidu généré par la comparaison des sorties mesurées et estimées. Les différentes matrices du modèle (4.32) seront déterminées afin d'assurer la convergence des erreurs d'estimation des états et des défauts. En exprimant l'erreur d'estimation d'état $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ entre l'observateur polytopique (4.32) et le système singulier (4.31), on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) [& N_i e(t) + (T_1 A_i - N_i T_1 E - L_i C)x(t) + (T_1 B - G)u(t) \\ & + T_1 R d(t) + (T_1 F - H)f_a(t) + H \zeta_{f_a}(t)] \end{aligned} \quad (4.33)$$

avec

$$\zeta_{f_a}(t) = f_a(t) - \hat{f}_a(t) \quad (4.34)$$

Si les conditions (4.25) à (4.27) sont vérifiées, et :

$$H = T_1 F \quad (4.35)$$

$$T_1 R = 0 \quad (4.36)$$

l'équation de l'erreur d'estimation devient alors :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) (N_i e(t) + H \zeta_{f_a}(t)) \quad (4.37)$$

Pour un défaut f_a à variation lente, on a :

$$\dot{\zeta}_{f_a}(t) = -\dot{\hat{f}}_a(t) \quad (4.38)$$

Soit, en se référant au modèle de l'observateur (4.32) :

$$\dot{\zeta}_{f_a}(t) = - \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) \Phi_i C e(t) \quad (4.39)$$

Les équations (4.37) et (4.39) peuvent être combinées sous une forme augmentée comme suit :

$$\begin{bmatrix} \dot{e}(t) \\ \dot{\zeta}_{f_a}(t) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) \begin{bmatrix} N_i & H \\ -\Phi_i C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ \zeta_{f_a}(t) \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

La conception de l'observateur polytopique (4.32) revient alors à résoudre les équations (4.25) à (4.27) sous la contrainte (4.36) dans le but d'assurer la convergence et la stabilité de l'erreur d'estimation (4.40). Le résidu généré par cet observateur n'est autre que l'erreur de reconstruction de la sortie. Il sert à fournir un signal significatif permettant de mettre en évidence l'occurrence des défauts. L'observateur utilisé, peut fournir aussi une estimation des variables d'états et des défauts appliqués.

4.4.6 Localisation des défauts actionneurs

La localisation des défauts consiste à distinguer l'occurrence d'un défaut particulier parmi les autres défauts possibles. Si un simple résidu, sensible à tous les défauts, est suffisant pour la détection, un ensemble de résidus structurés est nécessaire afin d'isoler un ou plusieurs défauts. Ainsi les résidus structurés sont conçus pour être sensibles à un certain type de défaut et insensibles à d'autres. L'idée consiste à rendre chaque résidu sensible à un seul défaut actionneur (résidu dédié) et insensible aux autres (Theilliol *et al.*, 2002). Cela conduit à ne considérer chaque fois, qu'une seule composante de l'entrée de commande $u(t)$ est défectueuse tandis que les autres sont intégrées dans la matrice des entrées inconnues. Pour chaque défaut actionneur, le système singulier polytopique défectueux est alors exprimé par :

$$\begin{cases} E \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) (A_i x(t) + B u(t) + [R \ F^r] \begin{bmatrix} d(t) \\ f_{ad}(t) \end{bmatrix} + F^j f_{aj}(t)) \\ y(t) = C x(t) \end{cases} \quad (4.41)$$

où F^j est la $j^{\text{ième}}$ colonne de la matrice de commande B , F^r est une matrice formée par les colonnes restantes de la matrice B et $j \in [1, \dots, p]$. $f_{aj}(t)$ représente le défaut actionneur qui va être isolé et estimé, et $f_{ad}(t)$ est considéré comme une entrée inconnue. $\begin{bmatrix} R & F^r \end{bmatrix}$ est la nouvelle matrice de distribution composée par la matrice R et la matrice F^r . En se basant sur le modèle de description ci-dessus (4.41), un banc de p observateurs PI polytopiques doit être synthétisé afin de générer un résidu porteur d'information sur un défaut spécifique. Pour $j \in [1, \dots, p]$, ce banc d'observateurs est décrit par :

$$\begin{cases} \dot{z}^j(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) (N_i^j z^j(t) + G_i^j u(t) + L_i^j y(t) + H \hat{f}_{aj}(t)) \\ \hat{x}^j(t) = z^j(t) + T_2 y(t) \\ r^j(t) = y(t) - \hat{y}^j(t) \\ \dot{\hat{f}}_{aj}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) \Phi_i^j (y(t) - \hat{y}(t)) \end{cases} \quad (4.42)$$

Chaque vecteur de résidu $r^j(t)$ obtenu, est utilisé pour isoler un défaut. Dans la section suivante, nous allons illustrer l'approche proposée par un exemple académique.

4.4.7 Exemple illustratif

Considérons le système singulier à paramètres variants décrit par :

$$\begin{cases} E \dot{x}(t) = \tilde{A}(\theta(t))x(t) + \tilde{B}(\theta(t))u(t) + \tilde{R}(\theta(t))d(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

avec

$$\tilde{A}(\theta) = \begin{bmatrix} -1.75 + \theta_2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 + \theta_1 & 0 & 0 \\ -1.8 & -1 & -0.75 + \theta_1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 + \theta_2 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 + \theta_1 & 1 \\ 1 & 0.5 + \theta_2 \\ 1 & 0 \\ \theta_2 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{R}(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.6 + \theta_1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ et } C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Dans cet exemple, la représentation polytopique du système singulier LPV est traité, les variables θ_i varient en fonction de $\theta_1 \in [-0.05, 0.05]$ et $\theta_2 \in [-0.1, 0.1]$, $l = 2$. Dans ce cas, la représentation polytopique peut être écrite comme suit :

$$\begin{cases} E \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 \rho_i(\theta(t)) (A_i x(t) + B_i u(t) + R_i d(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

Le système obtenu évolue dans un polytope à quatre sommets correspondant aux valeurs limites des paramètres θ_1 et θ_2 . Les matrices décrivant ce système sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \begin{bmatrix} -1.85 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1.05 & 0 & 0 \\ -1.8 & -1 & -0.8 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1.1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -1.65 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1.05 & 0 & 0 \\ -1.8 & -1 & -0.8 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -0.9 \end{bmatrix} \\
 A_3 &= \begin{bmatrix} -1.85 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -0.95 & 0 & 0 \\ -1.8 & -1 & -0.7 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1.1 \end{bmatrix}, A_4 = \begin{bmatrix} -1.65 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -0.95 & 0 & 0 \\ -1.8 & -1 & -0.7 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -0.9 \end{bmatrix} \\
 B_1 &= \begin{bmatrix} 0.95 & 1 \\ 1 & 0.4 \\ 1 & 0 \\ -0.1 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.95 & 1 \\ 1 & 0.6 \\ 1 & 0 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 1.05 & 1 \\ 1 & 0.4 \\ 1 & 0 \\ -0.1 & 0 \end{bmatrix}, B_4 = \begin{bmatrix} 1.05 & 1 \\ 1 & 0.6 \\ 0 & 0 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix} \\
 R_1 = R_2 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, R_3 = R_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.65 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ et } C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Les fonctions de pondération $\rho_i(\theta(t))$ sont telles que :

$$\begin{aligned}
 \rho_1(\theta(t)) &= \frac{\theta_1(t) - \underline{\theta}_1}{\bar{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} \frac{\theta_2(t) - \underline{\theta}_2}{\bar{\theta}_2 - \underline{\theta}_2} = \frac{(\theta_1(t) + 0.05)(\theta_2(t) + 0.1)}{0.02} \\
 \rho_2(\theta(t)) &= \frac{\theta_1(t) - \underline{\theta}_1}{\bar{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} \frac{\bar{\theta}_2 - \theta_2(t)}{\bar{\theta}_2 - \underline{\theta}_2} = \frac{(\theta_1(t) + 0.05)(0.1 - \theta_2(t))}{0.02} \\
 \rho_3(\theta(t)) &= \frac{\bar{\theta}_1 - \theta_1(t)}{\bar{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} \frac{\theta_2(t) - \underline{\theta}_2}{\bar{\theta}_2 - \underline{\theta}_2} = \frac{(0.05 - \theta_1(t))(\theta_2(t) + 0.1)}{0.02} \\
 \rho_4(\theta(t)) &= \frac{\bar{\theta}_1 - \theta_1(t)}{\bar{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} \frac{\bar{\theta}_2 - \theta_2(t)}{\bar{\theta}_2 - \underline{\theta}_2} = \frac{(0.05 - \theta_1(t))(0.1 - \theta_2(t))}{0.02}
 \end{aligned}$$

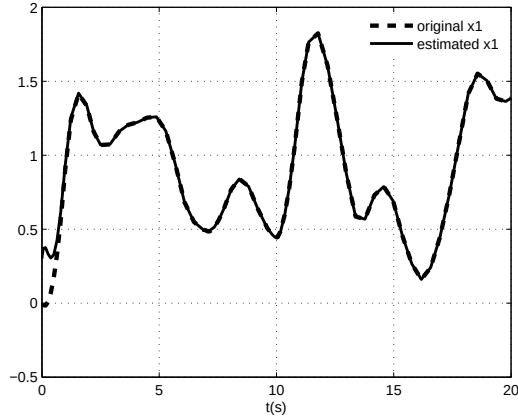
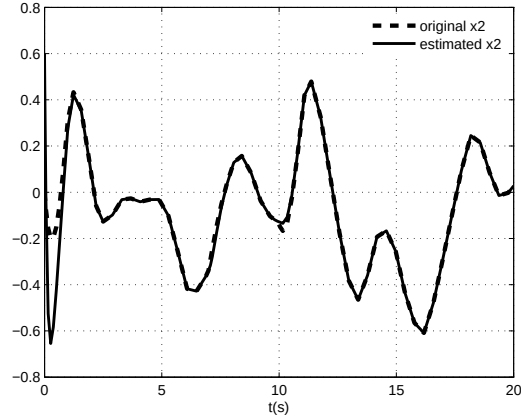
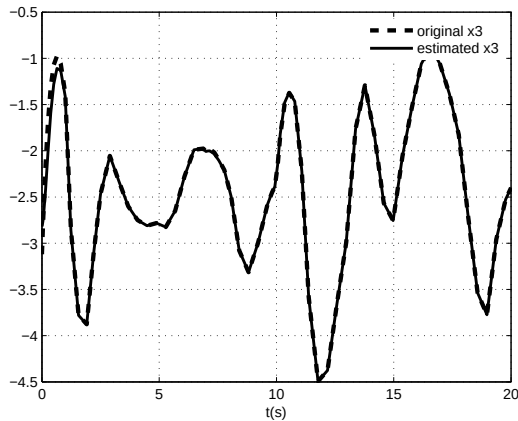
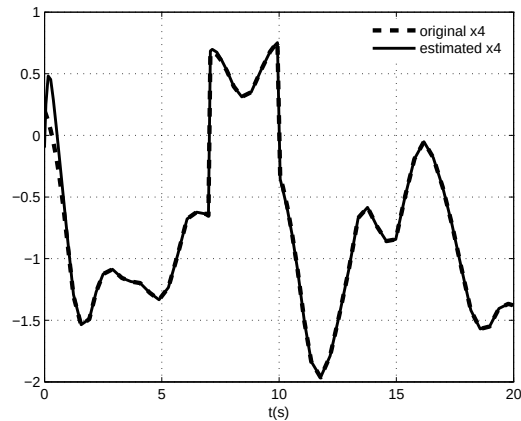
4.4.8 Synthèse de l'OPIEI polytopique

L'observateur polytopique proportionnel intégral est représenté par le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \sum_{i=1}^4 \rho_i(\theta(t)) (N_i z(t) + G_i u(t) + L_i y(t) + H_i \hat{d}(t)) \\ \hat{x}(t) = z(t) + M y(t) \\ \dot{\hat{d}}(t) = \sum_{i=1}^4 \rho_i(\theta(t)) \Phi_i(y(t) - \hat{y}(t)) \end{cases} \quad (4.43)$$

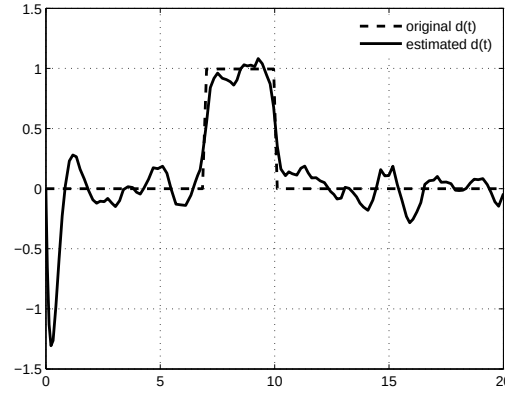
4.4.9 Simulation

Les signaux d'entrées sont choisis constants : $u_1(t) = u_2(t) = 2$. La perturbation $d(t)$ est un signal rectangulaire appliqué pour $7 \leq t \leq 10$. Les valeurs initiales de l'état $x(t)$ et de l'entrée inconnue $d(t)$ sont choisies nulles. Pour $\hat{x}(0)$ distinct de $x(0)$: $\hat{x}(0) = [0.5 \ 1 \ 0.5 \ -0.5]^T$, l'OPIEI synthétisé dans le paragraphe précédent permet de reconstituer les états du système et les entrées inconnues. Les figures (4.4-4.7) montrent les grandeurs estimées.

FIGURE 4.4: $x_1(t)$ et son estimé $\hat{x}_1(t)$ FIGURE 4.5: $x_2(t)$ et son estimé $\hat{x}_2(t)$ FIGURE 4.6: $x_3(t)$ et son estimé $\hat{x}_3(t)$ FIGURE 4.7: $x_4(t)$ et son estimé $\hat{x}_4(t)$

Il est clair que les états estimés convergent rapidement vers les états réels et reproduisent quasi parfaitement leur comportement, et ce malgré l'entrée inconnue $d(t)$ qui affecte le système et le bruit rajouté au niveau des sorties (un bruit blanc gaussien centré de variance 0.01).

Par ailleurs, l'OPIEI proposé pour le système étudié permet de reconstruire d'une manière satisfaisante le signal de l'entrée inconnue comme le montre la figure (4.8)

FIGURE 4.8: l'entrée inconnue $d(t)$ et son estimé $\hat{d}(t)$

4.4.10 Diagnostic des défauts par l'OPIEI polytopique

Dans ce paragraphe, on considère un vecteur de commande constant et deux défauts actionneurs avec amplitude constante. Considérons le modèle (4.41) avec des matrices de commande et de distribution uniques :

$$\tilde{B}(\theta) = B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad \text{et} \quad R(\theta) = R = \begin{bmatrix} 0 & 0.6 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

Afin de détecter et d'isoler les défauts actionneurs, deux OPIEI polytopiques sont prévus à savoir un OPIEI pour chaque défaut actionneur. Les OPIEI correspondants à ces deux défauts sont caractérisés par un système de la forme (4.42). La performance du système de diagnostic des défauts est illustrée en considérant le cas des deux défauts actionneurs suivants :

- Un premier défaut actionneur noté f_{a1} et défini par :

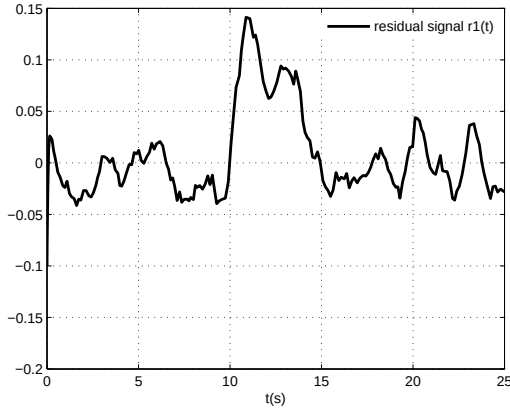
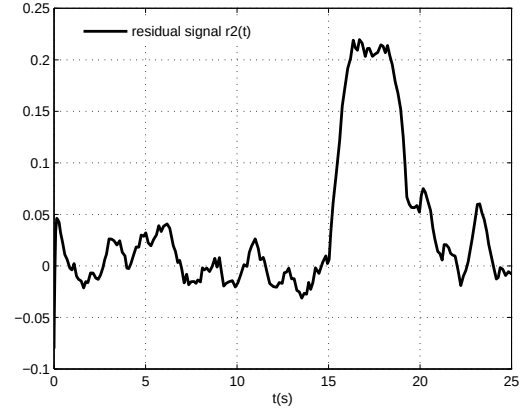
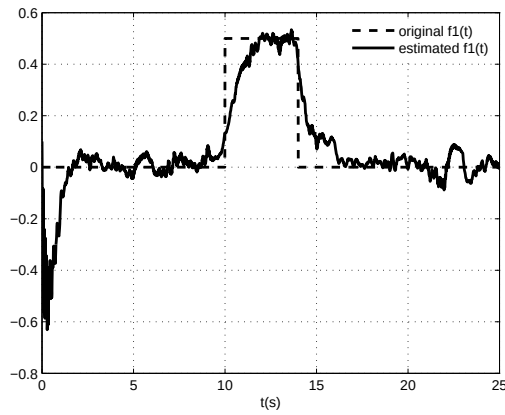
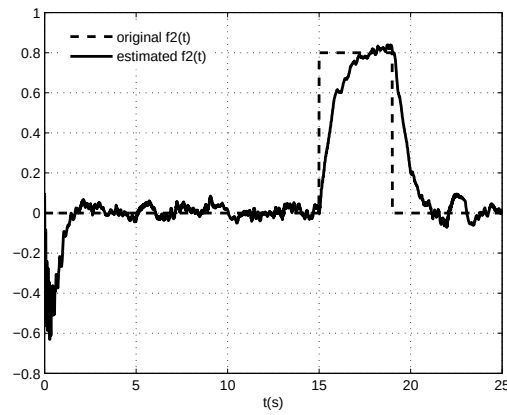
$$f_{a1}(t) = \begin{cases} 0.25u_1(t) & \text{pour } 10 \leq t \leq 14 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

- Un second défaut actionneur noté f_{a2} et défini par :

$$f_{a2}(t) = \begin{cases} 0.4u_2(t) & \text{pour } 15 \leq t \leq 19 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Les deux résidus associés à ces deux défauts et générés par l'observateur polytopique proportionnel integral, sont représentés sur les figures 4.9 et 4.10.

On peut y voir que les résidus $r_1(t)$ et $r_2(t)$ restent très proches de zéro en absence de défauts. (Les petites fluctuations sont dues à l'environnement bruité du système). L'amplitude des résidus change d'une manière considérable en présence d'un défaut actionneur qui affecte l'actionneur correspondant. Les estimations des défauts sont reportés sur les figures (4.11) et (4.12). Il faut noter que ces estimations $f_{a1}(t)$ et $f_{a2}(t)$ sont correctes mais sont produites dans un environnement bruité afin de rendre plus réaliste le diagnostic qui en est fait.

FIGURE 4.9: le signal du résidu $r_1(t)$ FIGURE 4.10: le signal du résidu $r_2(t)$ FIGURE 4.11: le défaut actionneur $f_{a1}(t)$ et son estimé $\hat{f}_{a1}(t)$ FIGURE 4.12: le défaut actionneur $f_{a2}(t)$ et son estimé $\hat{f}_{a2}(t)$

4.4.11 Conclusion

Dans le cadre LPV, ce premier travail de recherche sur les systèmes descripteurs a permis de poser des bases essentielles en déterminant les principales hypothèses quant à la synthèse d'un observateur proportionnel intégral à entrées inconnues. Ce travail a permis de générer des résidus robustes aux incertitudes afin de détecter les défauts mais aussi d'estimer leurs amplitudes ainsi que celle de l'entrée inconnue. L'étude de stabilité par le biais des LMI a permis de synthétiser les gains de l'observateur.

Néanmoins, cette étude avait pour hypothèse de ne pouvoir estimer (en théorie) que des défauts constants ou ne variants que faiblement, comme cela avait été le cas dans le travail collaboratif mené avec le Professeur Astorga (Astorga-Zaragoza *et al.*, 2012). Afin de réduire ce conservatisme, j'ai entrepris de diriger mes recherches en synthétisant d'autres méthodes permettant de s'affranchir de ce problème. Les travaux entrepris lors du Post-doctorat de Zhenhua WANG en 2013 (Wang *et al.*, 2014a), ainsi que celui entrepris avec Habib HAMDI (Rodrigues *et al.*, 2014a) ont permis de résoudre ce point clef.

4.5 Estimation de défaut actionneur variant dans le temps pour des systèmes descripteurs LPV à temps discret

4.5.1 Introduction et contexte

Dans le cadre du Post-doctorat en Automatique de Zhenhua Wang (01/2013-10/2013), nous avons pu travailler sur différentes synthèses d'observateurs en temps discret pour des systèmes réguliers LTI, LPV et LPV singuliers. Cette collaboration est née suite à une discussion qui avait été initiée par le professeur Didier Theilliol du CRAN avec le professeur Yi Shen du HIT. Z. Wang a soutenu publiquement sa thèse au HIT en Chine le 05/12/2013. Lors de l'année 2013, cet étudiant est venu passer 10 mois au LAGEP sous ma direction plénière.

Les résultats affiliés à ce post-Doctorat sont : [RI-WAN-2014], [RI-WANb-2014], [RI-WANc-2014] et [CI-WAN-2014].

L'idée principale de ce post-doctorat résulte dans le fait que peu de résultats existent pour l'estimation de défauts pour des systèmes singuliers LPV dans le cadre discret. Par rapport à la thèse d'Habib Hamdi, la principale différence résulte dans l'élaboration de méthodes en temps discret par rapport au continu. L'objectif reste très similaire mais la synthèse des observateurs et notamment l'aspect stabilité est différent. De plus, par rapport aux travaux d'Astorga et al. 2012, les travaux de Zhenhua Wang ont permis de relaxer une contrainte forte souvent utilisée lors de la conception des observateurs, qui était de ne pouvoir estimer que des défauts constants ou variants très lentement. Ce travail a donc permis de contribuer au diagnostic des systèmes polytopiques LPV descripteurs avec défauts variants dans le temps en présence de perturbations.

Notre travail a aussi permis de prendre en considération des nonlinéarités de type Lipschitzienne sur des systèmes LPV réguliers comme dans (Boukroune *et al.*, 2013). Ces résultats ont été publiés dans (Wang *et al.*, 2014b) et permettent de dégager déjà quelques perspectives.

Je relate ici la mise en application sur un système camion-remorque (Wang *et al.*, 2014a), d'un observateur robuste à la présence de perturbations inconnues et permettant l'estimation de défaut actionneurs pour des systèmes descripteurs LPV à temps discret.

4.5.2 Estimation de défauts variants robustes au bruit sur un système d'un camion-remorque

Le système considéré est un modèle de camion-remorque (K.Tanaka and Sano, 1994) en considérant à la fois des défauts actionneurs $f(k)$ et des perturbations $w(k)$. La commande $u(k)$ représente l'angle de braquage. Il est supposé que la vitesse varie en fonction de $\theta(k)$. Le modèle considéré est le suivant :

$$\begin{cases} Ex(k+1) = \sum_{i=1}^2 \rho_i(\theta(k))(A_i x(k) + B_i u(k) + F_i f(k) + D_i w(k)) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (4.44)$$

Les matrices sont les suivantes :

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 1.2182 & 0 & 0 & 0 \\ -0.21821 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0.6 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 1.4364 & 0 & 0 & 0 \\ -0.4364 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1.2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -0.4286 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -0.8571 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, D_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1.2 \\ 0 \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -2.4 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Les fonctions de pondération $\rho_i(\theta(k))$ sont

$$\rho_1(\theta(k)) = \frac{\theta(k) - \bar{\theta}}{\underline{\theta} - \bar{\theta}} = \frac{\theta(k) + 1.2}{0.6}, \quad \rho_2(\theta(k)) = \frac{\theta(k) - \underline{\theta}}{\bar{\theta} - \underline{\theta}} = \frac{\theta(k) + 0.6}{-0.6}$$

Dans cette étude, des défauts actionneurs sont considérés et de fait, nous avons la matrice de distribution des défauts F_i établie comme suit : $F_i = B_i, i = 1, 2$.

Dans le papier (Astorga-Zaragoza *et al.*, 2012), un système en temps discret singulier LPV avec une matrice de distribution des défaut constante avait été considéré. Or, dans cet exemple, si la vitesse varie, la matrice de distribution des défauts varie aussi en fonction de ce paramètre. De fait, la méthode explicitée dans (Astorga-Zaragoza *et al.*, 2012) ne peut pas être utilisée car elle ne tient pas compte de cette situation.

Dans la simulation, le paramètre à temps variant $\theta(k)$ est représenté sur la figure (4.13) et les fonctions de pondération $\rho_1(\theta(k)), \rho_2(\theta(k))$ sont représentées sur la figure (4.14).

Dans un premier temps, un défaut abrupte est introduit selon le modèle suivant :

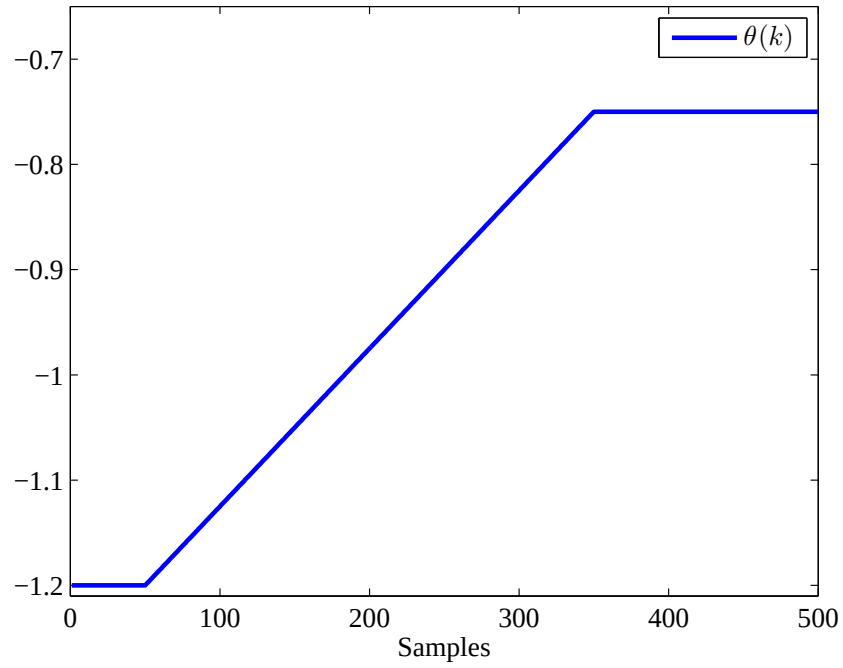
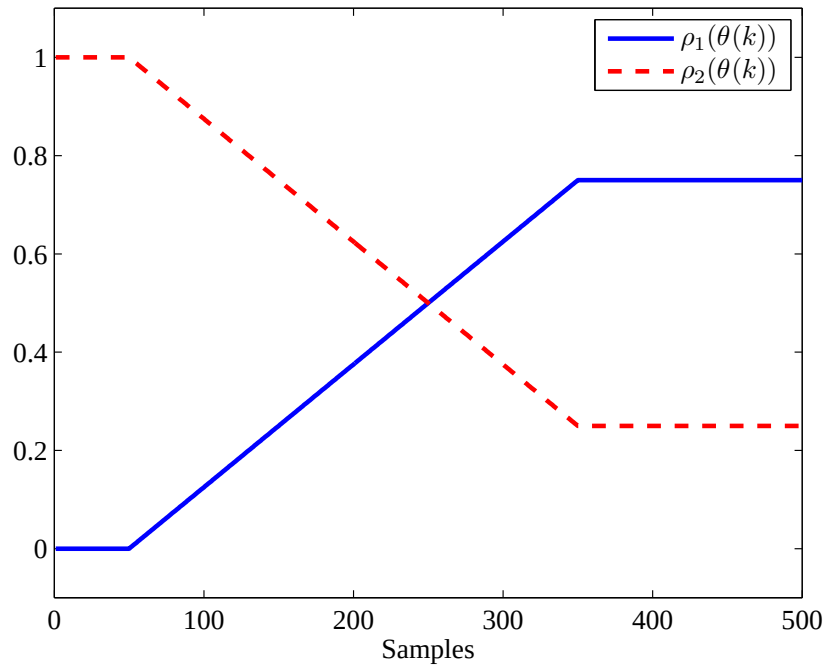
$$f(k) = \begin{cases} 0 & k < 200 \\ -1.5 & k \geq 200 \end{cases} \quad (4.45)$$

L'estimation robuste de ce défaut est représenté sur la figure (4.15). Sur celle-ci, le défaut réel est représenté par une ligne discontinue et l'estimation du défaut par une courbe solide. Comme le montre la figure (4.15), l'estimation est insensible à l'incertitude de modèle et le bruit de mesure. En outre, bien qu'il y ait erreur d'estimation initiale, l'estimation de défaut peut rapidement tendre vers le défaut réel. Ceci illustre la convergence rapide de l'observateur par rapport à l'erreur d'estimation initiale.

Dans un second temps, nous avons introduit un défaut variant dans le temps afin d'illustrer le potentiel de la méthode développée ; ce défaut est alors modélisé comme suit :

$$f(k) = \begin{cases} 0 & k < 100 \\ 2\sin(0.05(k - 100)) & k \geq 100 \end{cases} \quad (4.46)$$

Dans cette seconde situation, l'estimation du défaut est représentée sur la figure (4.16). On peut voir sur la figure (4.16) qu'il existe un retard entre l'estimation du défaut $\hat{f}(k)$ et le défaut

FIGURE 4.13: Le paramètre variant dans le temps $\theta(k)$ FIGURE 4.14: Les fonctions de pondération $\rho_i(\theta(k))$, $i = 1, 2$

réel $f(k)$. Ceci provient de la variation du défaut dans la synthèse de l'observateur. Pour plus de détails, le lecteur pourra se référer au papier (Wang *et al.*, 2014a).

Nous avons comparé notre approche avec une autre présentée dans (Zhang *et al.*, 2012) appliquée sur ce même exemple. Cependant, puisqu'une vitesse constante avait été considérée

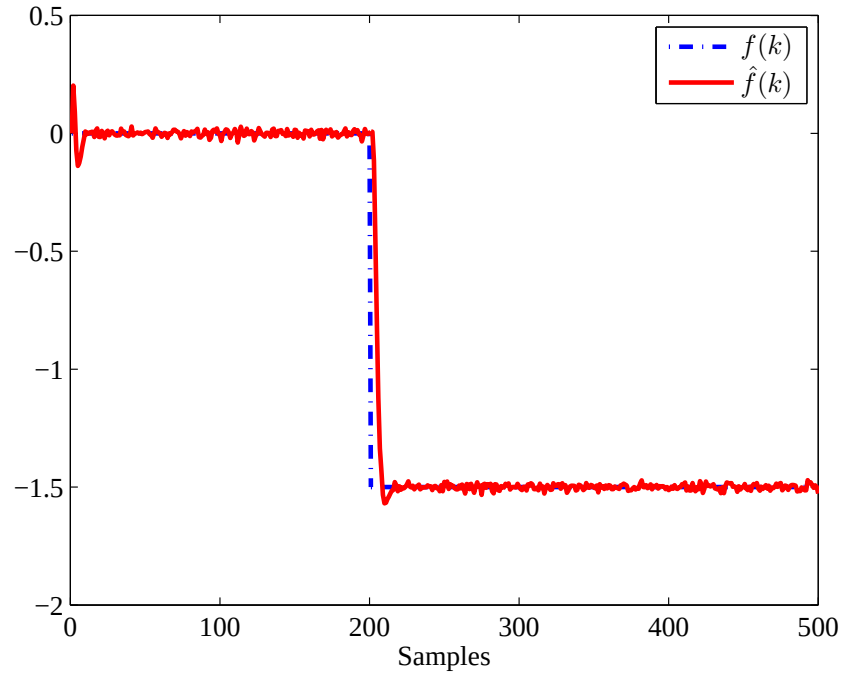


FIGURE 4.15: Estimation du défaut dans le cas d'un défaut abrupte et constant

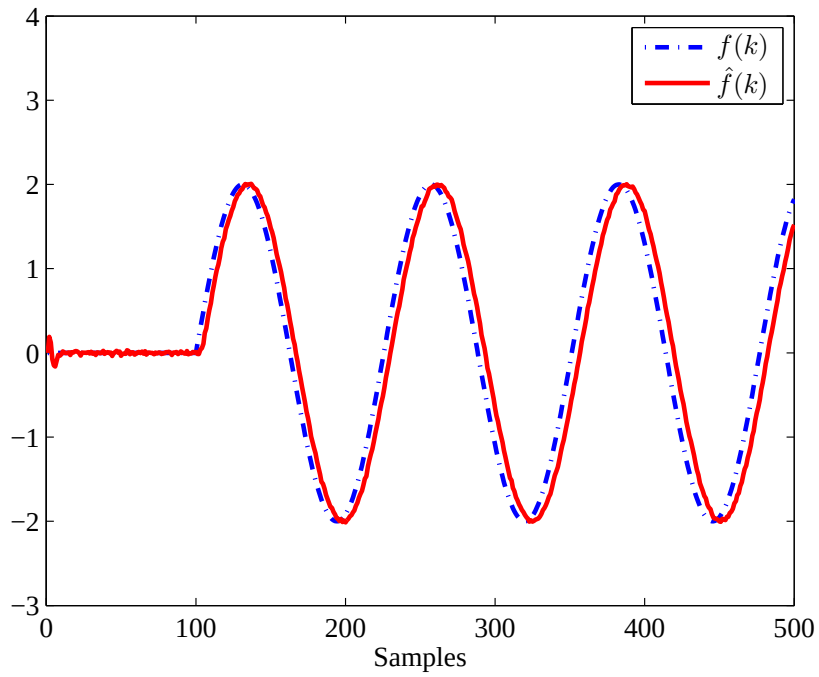


FIGURE 4.16: Estimation du défaut dans le cas d'un défaut variant dans le temps

dans (Zhang *et al.*, 2012), nous nous sommes mis dans cette même situation c'est à dire en considérant $\theta(k) = -1$. De fait, les nouvelles fonctions de pondération $\rho_1(\theta(k))$, $\rho_2(\theta(k))$ de cette nouvelle situation sont représentées sur la figure (4.17).

Le défaut considéré est représenté comme suit :

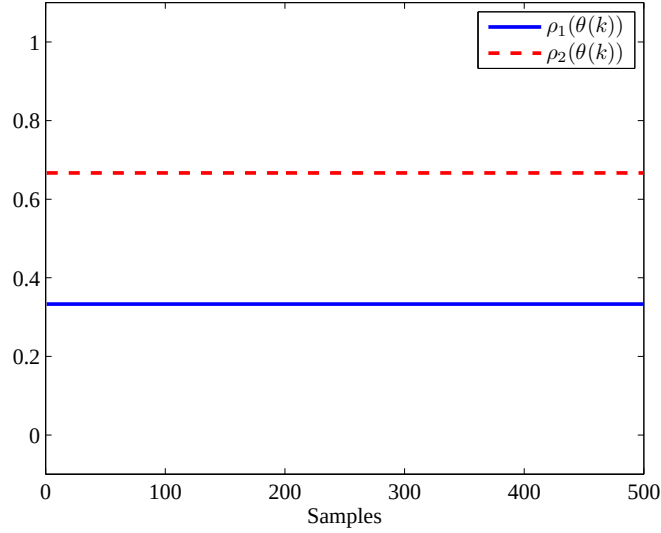


FIGURE 4.17: Les fonctions de pondération $\rho_i(\theta(k))$, $i = 1, 2$ when $\theta(k) = 1$

$$f(k) = \begin{cases} 0 & k < 100 \\ 4(1 - e^{-0.05(k-100)}) & k \geq 100 \end{cases} \quad (4.47)$$

L'estimation du défaut avec notre approche et celle de (Zhang *et al.*, 2012) sont représentées respectivement sur les figures (4.18) et (4.19). Nous pouvons voir que notre approche est plus robuste au bruit que celle de (Zhang *et al.*, 2012) puisque cette dernière ne prenait pas en compte le bruit dans sa synthèse. L'estimation du défaut par notre approche est de fait meilleure.

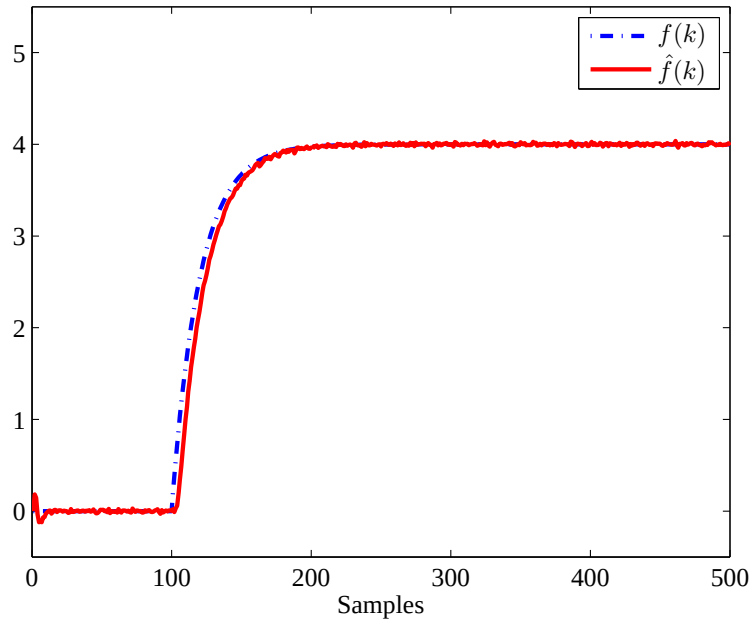


FIGURE 4.18: Estimation du défaut par notre méthode

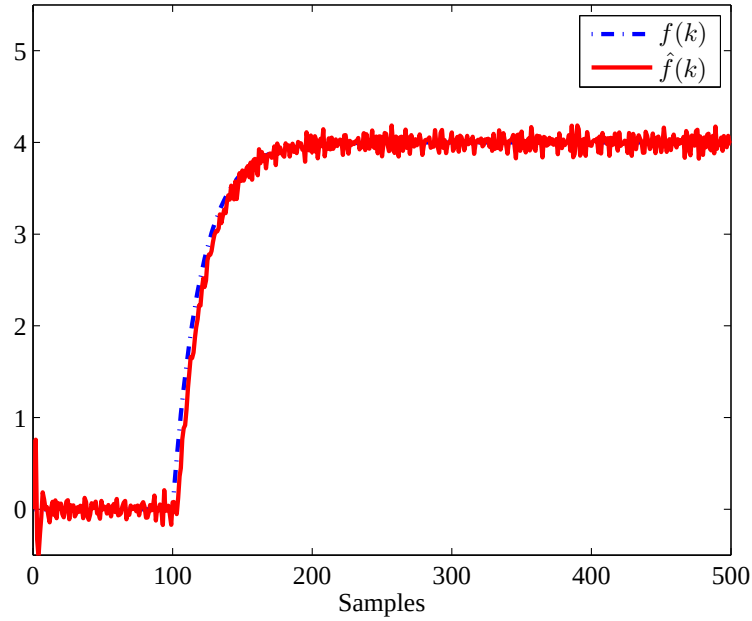


FIGURE 4.19: Estimation du défaut par la méthode Zhang et al. 2012

4.5.3 Conclusion

Ce travail de recherche sur les systèmes descripteurs LPV a permis de développer une autre méthode de diagnostic permettant de détecter et d'estimer des défauts actionneurs. Cette synthèse a permis notamment d'estimer des défauts variants dans le temps, problème important que nous n'avions pas résolu lors du travail présenté à la section précédente. De plus, nous avons développé cette méthode de diagnostic dans un cadre discret alors qu'auparavant la plupart des méthodes basées sur des observateurs étaient développées en temps continu. L'exemple pertinent sur le camion-remorque a montré que les travaux de (Astorga-Zaragoza *et al.*, 2012) ne pouvait pas être utilisé et une autre comparaison avec un travail de (Zhang *et al.*, 2012) a permis de surligner les contributions apportées, notamment sur la robustesse vis-à-vis du bruit.

Les challenges méthodologiques seront désormais de prendre en compte ces estimations de défaut afin de synthétiser de nouvelles lois de commande notamment par exemple par une accommodation des défauts. Ceci fera partie notamment de mon projet de recherche.

4.6 Synthèse d'un filtre polytopique LPV pour des systèmes réguliers LPV à temps discret : application à un enrouleur de bandes

Dans le cadre de la thèse de doctorat en Automatique de Mariem Sahnoun (bourse ministérielle MENRT 2010-2014) que j'ai co-encadrée à 50% avec le Professeur Hassan Hammouri, nous avons pu travailler sur un aspect de détection, isolation et estimation d'amplitude de défauts capteurs sur des systèmes LPV. Cette thèse s'intitule : 'Observation des systèmes non linéaires : Application à la détection de défauts' qui sera soutenue publiquement à l'Université Claude Bernard Lyon 1 le 4 décembre 2014.

Les résultats affiliés à cette thèse sur lesquels j'ai participé sont : [RI-ROD-2013], [CN-SAH-2012].

Le travail a porté sur la synthèse d'un filtre de détection, isolation et estimation de défauts capteur sur un enrouleur de bandes présent au CRAN.

4.7 Introduction et contexte

La principale motivation de ce travail a consisté à effectuer un diagnostic sur des systèmes réels sur une grande plage de fonctionnement. Les systèmes d'enroulement de bandes sont des procédés non linéaires qui tiennent compte d'une grande plage de fonctionnement. Cette plateforme disponible au CRAN était un bon sujet d'étude car le modèle était connu et de nombreuses données facilement disponibles de suite. D'autre part, la commande et le diagnostic de défauts pour de tels systèmes restent un défi à la fois du point de vue de la recherche et aussi d'un point de vue économique.

Nous avons donc décidé de travailler sur une nouvelle méthode diagnostic pour des défauts capteurs sur un système d'enroulement de bande modélisé sous une forme LPV. Dans (Gassmann and Knittel, 2011), les auteurs ont examiné un système d'enroulement qui a été modélisé comme un système LPV, et ils ont synthétisé un contrôleur LPV pour un système d'enroulement, mais avec un seul observateur LTI pour estimer un paramètre du système sous certaines hypothèses. En tenant compte de la modélisation d'un système d'enroulement sous une forme LPV comme dans (Gassmann and Knittel, 2011), les auteurs de (Theilliol *et al.*, 2008) ont développé une technique FDI afin de générer des résidus insensibles aux défauts par une méthode spécifique de découplage. Les auteurs ont établi une méthode de diagnostic de défaut capteur et ont étudié les conditions de stabilité d'un Observateur à entrée inconnue (UIO) qui effectue une détection et isolation de défaut. Cependant, aucune estimation de défaut n'a été fournie avec une telle méthode. Dans (Ponsart *et al.*, 2010), les auteurs ont développé une méthode avec un filtre qui était capable à la fois d'isoler et d'estimer des défauts capteurs. Cependant, les conditions de stabilité n'avaient pas été étudiées. Dans (Rodrigues *et al.*, 2008), les conditions de stabilité d'un filtre polytopique LPV avaient clairement été

établies et ce filtre permettait une détection et une estimation efficace de défaut actionneur, l'isolement et l'estimation dans un cadre de modélisation multi-modèles.

En utilisant cette dernière considération, l'objectif de ce travail a donc été de prolonger et de développer une détection, une isolation et une estimation de défaut capteur, pour un système non linéaire modélisé sous une forme LPV en temps discret. Les objectifs étaient de concevoir une méthode de diagnostic permettant l'estimation d'un défaut capteur sur une large plage de fonctionnement appliquée à une machine d'enroulement de bandes.

4.8 Problématique

Considérons la classe suivante de systèmes discrets affines LPV avec des défauts capteurs :

$$\begin{cases} x_{k+1} = \tilde{A}(\theta_k)x_k + \tilde{B}(\theta_k)u_k \\ y_k = Cx_k + Ff_k \end{cases} \quad (4.48)$$

$x_k \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $u_k \in \mathbb{R}^p$ est la commande et $y_k \in \mathbb{R}^m$ représente le vecteur de sorties mesurées. $F \in \mathbb{R}^{m \times q}$ représente la matrice de distribution du défaut capteur et $f_k \in \mathbb{R}^q$ est le défaut capteur où $q < m$. La présence de tels défauts peuvent conduire à une détérioration de la performance, de l'instabilité du système ou la perte du processus.

La matrice F , qui représente la matrice de distribution des défauts capteur, est souvent (mais pas toujours) définie comme une matrice où chacune de ses colonnes est représentée comme suit :

$$F_i = [0 \dots 1 \dots 0]^T \quad (4.49)$$

qui représente le i -ème défaut capteur. Il s'agit d'une généralisation de la représentation d'un défaut capteur.

$\tilde{A}(\cdot), \tilde{B}(\cdot)$ sont des fonctions dépendant affinement du vecteur des paramètres à temps variant $\theta_k \in \mathbb{R}^l$. On suppose aussi que le vecteur des paramètres θ_k est sans défaut, borné et évoluant dans un hypercube (Anstett *et al.*, 2009), (Bruzeliuss, 2004) tel que $\forall j \in [1, \dots, l]$:

$$\theta_k \in \Gamma = \{\theta_k \mid \underline{\theta}_k^j \leq \theta_k^j \leq \bar{\theta}_k^j\}, \quad \forall k \geq 0 \quad (4.50)$$

Les matrices $\tilde{A}(\theta_k), \tilde{B}(\theta_k)$ du système LPV (4.48) avec une dépendance affine des paramètres (4.50) sont représentées telles que :

$$\tilde{A}(\theta_k) = \tilde{A}_0 + \sum_{j=1}^l \theta_k^j \tilde{A}_j, \quad \tilde{B}(\theta_k) = \tilde{B}_0 + \sum_{j=1}^l \theta_k^j \tilde{B}_j \quad \forall \theta_k \in \Gamma \quad (4.51)$$

En se basant sur (4.51), le système (4.48) peut être transformé en une forme convexe d'interpolation des j sommets Γ où les sommets du polytope sont définis de telle sorte que (Rodrigues *et al.*, 2007) : $S_j = [A_j, B_j, C, F]$, $\forall j \in [1, \dots, N]$ où $N = 2^l$. Les coordonnées polytopiques sont indiquées par $\rho(\theta(k))$ et varient dans l'ensemble convexe Λ :

$$\Lambda = \{\rho(\theta_k) \in \mathbb{R}^N, \rho(\theta_k) = [\rho_1(\theta_k), \dots, \rho_N(\theta_k)]^T, \rho_j(\theta_k) \geq 0, \sum_{j=1}^N \rho_j(\theta_k) = 1\}$$

Par conséquent, le système LPV polytopique sous défauts de capteur considération est donnée par :

$$\begin{cases} x_{k+1} = \sum_{j=1}^N \rho_j(\theta_k)(A_j x_k + B_j u_k) \\ y_k = C x_k + F f_k \end{cases} \quad (4.52)$$

où $A_j \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_j \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ and $F \in \mathbb{R}^{m \times q}$ sont à temps invariant matrices définies pour le j^e modèle. Dans (Rodrigues *et al.*, 2008), les auteurs ont considéré des défauts actionneurs et, dans ce document, les défauts apparaissant sur les capteurs sont considérés. Tout d'abord, un travail préliminaire consiste à réécrire le système(4.52). Basé sur (Park *et al.*, 1994), en présence de défauts de capteurs, un système (4.52) peut être réécrit comme un système affecté par un pseudo-défaut actionneur. Supposons que la dynamique du défaut capteur puisse être décrite comme suit :

$$f_{k+1} = \delta f_k + \bar{f}_k \quad (4.53)$$

où $\delta \in \mathbb{R}^{q \times q}$ definit par $\delta = \text{diag}(\delta_1, \dots, \delta_q)$ et $\bar{f}_k$ est l'entrée d'erreur de capteur. Notez que δ représente le degré de liberté supplémentaire dans la conception de l'estimateur (Voir (Park *et al.*, 1994)) et devrait être fixé entre $]0, \dots, 1]$. Ainsi, selon (4.52) et (4.53), une nouvelle représentation polytopique du système LPV en présence de défaut est donné par :

$$\begin{cases} \bar{x}_{k+1} = \sum_{j=1}^N \rho_j(\theta_k)(\bar{A}_j \bar{x}_k + \bar{B}_j u_k + \bar{F} \bar{f}_k) \\ y_k = \bar{C} \bar{x}_k \end{cases} \quad (4.54)$$

avec $\bar{x}_k = \begin{bmatrix} x_k \\ f_k \end{bmatrix}$, $\bar{A}_j = \begin{bmatrix} A_j & 0 \\ 0 & \delta \end{bmatrix}$, $\bar{B}_j = \begin{bmatrix} B_j \\ 0 \end{bmatrix}$, $\bar{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$ and, $\bar{C} = [C \ F]$ où 0 désigne la matrice nulle et I la matrice identité de dimensions appropriées.

Remarque : Cette représentation d'un défaut capteur par un pseudo-défaut actionneur est pertinente afin d'utiliser des méthodes classiques de diagnostic avec des entrées inconnues.

Le but principal de la détection et isolation des défauts (FDI) est de concevoir un filtre qui soit en mesure de déterminer si un défaut est apparu ou non sur le système. Pour cette simple question, il est bien connu que la synthèse d'un résidu, qui est la différence entre les sorties du système et les sorties estimés du filtre, peut donner une réponse à cette question. Donc, à cette fin, les concepteurs peuvent par exemple synthétiser un filtre polytopique LPV de type Luenberger sous l'hypothèse classique que les paires $(\bar{C}, \bar{A}_j)$ soient observables avec les notations

suivantes $(\cdot)(\rho_k) = \sum_{j=1}^N \rho_j(\theta_k)(\cdot)_j$ tel que :

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1} = \bar{A}(\rho_k) \hat{x}_k + \bar{B}(\rho_k) u_k + \bar{K}(\rho_k)(y_k - \bar{C} \hat{x}_k) \\ \hat{y}_k = \bar{C} \hat{x}_k \end{cases} \quad (4.55)$$

Avec (4.54) et (4.55), l'erreur d'estimation $e_k = \bar{x}_k - \hat{x}_k$ et les résidus $r_k = \bar{y}_k - \hat{y}_k$ sont donnés par les relations suivantes :

$$\begin{cases} e_{k+1} = (\bar{A}(\rho_k) - \bar{K}(\rho_k) \bar{C}) e_k + \bar{F} \bar{f}_k \\ r_k = \bar{C} e_k \end{cases} \quad (4.56)$$

Habituellement, à ce stade, l'objectif consiste à stabiliser la matrice $(\bar{A}(\rho_k) - \bar{K}(\rho_k)\bar{C})$ grâce à un choix du gain $\bar{K}(\rho_k)$ telle que la matrice $(\bar{A}(\rho_k) - \bar{K}(\rho_k)\bar{C})$ soit Hurwitz, c'est à dire que ses valeurs propres restent stables. Ainsi, dans le cas sans défaut (i.e $\bar{f}_k = 0$), l'erreur d'estimation e_k et la valeur du résidu r_k tendent vers zéro. Ceci indique qu'aucun défaut ne s'est produit sur le système. En outre, en cas de défaut ($\bar{f}_k \neq 0$), alors l'erreur d'estimation e_k et la valeur du résidu r_k , deviennent différentes de zéro et indiquent qu'un défaut s'est produit.

Toutefois, ce filtre LPV Luenberger ne peut pas être utilisé s'il y a plus d'un défaut dû au fait que le résidu r_k serait corrompu par des informations différentes à travers le vecteur des défauts $\bar{f}_k$, donc le filtre serait sensible à tous les défauts capteurs : l'isolation des défauts ne serait pas possible et, évidemment, l'estimation du défaut capteur ne pourrait être obtenue. Pour de multiples défauts capteurs, une technique classique consiste à concevoir un filtre LPV de Luenberger pour un seul capteur et d'interpréter les différents résidus basées sur un banc de filtres dédiés. Cette méthode permet de détecter et d'isoler un défaut parmi d'autres. Cependant, il n'est pas possible avec un tel filtre d'estimer l'amplitude de plusieurs défauts capteurs.

De ce fait, afin de fournir une estimation d'un défaut parmi plusieurs, la synthèse d'un résidu particulier sera pourvu par un nouveau filtre LPV polytopique. Celui-ci sera présenté dans la section suivante sous les hypothèses suivantes :

- Les paires $(\bar{C}, \bar{A}_j)$ sont observables, $\forall i \in [1, \dots, N]$.
- Le nombre de mesures est supérieur au nombre de défauts c'est-à-dire $q < m$ (à des fins d'isolation de défaut).
- La matrice de distribution des défauts est de rang plein colonne c'est-à-dire égal à q .

Il convient de noter que la synthèse d'un unique filtre pour tous les défauts capteur n'est pas possible afin d'assurer à la fois la détection, l'isolation et l'estimation de tous les défauts. Par conséquent, tel que présenté dans la section suivante, un banc de filtres sera également conçu.

4.9 Détection, isolation et estimation de défaut capteur avec un facteur de qualité

4.9.1 Conception d'un filtre Polytopique LPV

Un algorithme classique de détection de défaut est capable de détecter un défaut par l'utilisation de résidus, notés r_k , définis classiquement comme la différence entre la sortie du système et le sortie du modèle. Afin de déterminer également l'amplitude du défaut et d'estimer le vecteur d'état du système, les auteurs de (Rodrigues *et al.*, 2008) ont proposé de concevoir un filtre de telle sorte que le résidu r_k soit divisé en deux sous-vecteurs : un sous-vecteur est rendu sensible au défaut tandis que l'autre sous-vecteur est rendu insensible au défaut. La division du résidu en deux sous-vecteurs provient notamment de la synthèse du gain du filtre $\bar{K}(\rho_k)$ (4.55) qui vérifie l'égalité suivante :

$$(\bar{A}(\rho_k) - \bar{K}(\rho_k)\bar{C})\bar{F} = 0 \quad (4.57)$$

Si l'équation (4.57) est satisfaite et si le nombre de défauts est strictement inférieur au nombre de sorties pour des fins d'isolation, à savoir $\text{rang}(\bar{C}\bar{F}) = q < m$, une solution de (4.57) a été

proposée pour les systèmes LTI par (Keller, 1999) pour paramétrer le gain $\bar{K}(\rho_k)$ tel que :

$$\bar{K}(\rho_k) = K^A(\rho_k) + K^C(\rho_k) \quad (4.58)$$

où :

– $K^A(\rho_k)$ est défini par :

$$K^A(\rho_k) = \omega(\rho_k)\Pi \quad (4.59)$$

avec $\omega(\rho_k) = \bar{A}(\rho_k)\bar{F}$ et $\Pi = (\bar{C}\bar{F})^+$ où $(\cdot)^+$ représente la pseudo-inverse de la matrice $(\cdot)$ dans l'ensemble du papier.

– $K^C(\rho_k)$ est défini par :

$$K^C(\rho_k) = K(\rho_k)\Psi \quad (4.60)$$

avec $\Psi = \beta(I_m - (\bar{C}\bar{F})(\bar{C}\bar{F})^+)$, $\beta \in \mathbb{R}^{(m-q) \times m}$ est une matrice constante arbitraire définie de telle sorte que la matrice Ψ soit de plein rang et $K(\rho_k)$ est un gain à synthétiser.

En utilisant les équations (4.59) et (4.60), le filtre précédent défini dans (4.55) peut être réécrit comme suit :

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1} = (\mathcal{A}(\rho_k) - K(\rho_k)\mathcal{C})\hat{x}_k + \bar{B}(\rho_k)u_k + K^A(\rho_k)y_k + K(\rho_k)\Psi y_k \\ \hat{y}_k = \bar{C}\hat{x}_k \end{cases} \quad (4.61)$$

avec $\mathcal{A}(\rho_k) = \bar{A}(\rho_k)(I_m - \bar{F}\Pi\bar{C})$ et $\mathcal{C} = \Psi\bar{C}$.

Avec (4.54) et (4.61), l'erreur d'estimation $e_k = \bar{x}_k - \hat{x}_k$ et le résidu r_k sont donnés par les relations suivantes :

$$\begin{cases} e_{k+1} = (\mathcal{A}(\rho_k) - K(\rho_k)\mathcal{C})e_k + \bar{F}\bar{f}_k \\ r_k = \bar{C}e_k \end{cases} \quad (4.62)$$

où $K(\rho_k)$ doit être synthétisé pour garantir la stabilité du filtre LPV polytopique et la convergence de l'erreur d'estimation. Dans le cas sans défaut (ex : $\bar{f}_k = 0$), les relations précédentes sont réécrites de telle sorte que :

$$\begin{cases} \bar{e}_{k+1} = (\mathcal{A}(\rho_k) - K(\rho_k)\mathcal{C})\bar{e}_k \\ \bar{r}_k = \bar{C}\bar{e}_k \end{cases} \quad (4.63)$$

où $\bar{e}_k$ et $\bar{r}_k$ représentent, respectivement, l'erreur d'estimation et le résidu dans le cas sans défaut.

A noter que le résidu r_k dans (4.62) est obtenu en multipliant l'erreur d'estimation e_k par la matrice $\bar{C}$ et peut être écrit comme suit

$$r_{k+1} = \bar{C}e_{k+1} = \bar{C}(\mathcal{A}(\rho_k) - K(\rho_k)\mathcal{C})e_k + \bar{C}\bar{F}\bar{f}_k \quad (4.64)$$

Ainsi, basé sur l'équation (4.63), il peut être réécrit comme

$$r_k = \bar{r}_k + \bar{C}\bar{F}\bar{f}_{k-1} \quad (4.65)$$

A partir de l'équation (4.65), le filtre polytopique LPV est capable de donner deux informations différentes par l'utilisation d'une matrice spécifique $\begin{bmatrix} \Psi \\ \Pi \end{bmatrix}$ de telle sorte qu'un résidu p_k projeté est défini comme suit :

$$p_k = \begin{bmatrix} \Psi \\ \Pi \end{bmatrix} r_k = \begin{bmatrix} \Psi \\ \Pi \end{bmatrix} (\bar{r}_k + \bar{C}\bar{F}\bar{f}_{k-1}) = \begin{bmatrix} \Psi\bar{r}_k + \Psi\bar{C}\bar{F}\bar{f}_{k-1} \\ \Pi\bar{r}_k + \Pi\bar{C}\bar{F}\bar{f}_{k-1} \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

Puis, en considérant les propriétés suivantes (qui impliquent la décomposition du gain (4.58)) :

$$\Pi\bar{C}\bar{F} = I \text{ and } \Psi\bar{C}\bar{F} = 0 \quad (4.67)$$

la synthèse du résidu p_k projeté à partir de l'équation (4.66), peut être définie comme suit :

$$p_k = \begin{bmatrix} \Psi \\ \Pi \end{bmatrix} r_k = \begin{bmatrix} \Psi\bar{r}_k \\ \Pi\bar{r}_k + \bar{f}_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_k \\ \Omega_k \end{bmatrix} \quad (4.68)$$

Le résidu p_k est divisé en deux sous-vecteurs : un vecteur insensible aux défauts $\bar{f}_k$ noté γ_k et un vecteur sensible aux défauts $\bar{f}_k$ noté Ω_k . Le vecteur insensible aux défauts $\bar{f}_k$ ($\gamma_k \in \mathbb{R}^{mq}$) est proche de zéro dans le cas sans défaut ou lorsqu'un défaut $\bar{f}_k$ se produit sur le système. Cependant, le vecteur γ_k est différent de zéro, s'il y a des erreurs de modélisation ou d'autres défauts qui ne sont pas pris en compte dans la synthèse du filtre. Ce vecteur γ_k est un indicateur de qualité déterminant l'efficacité du filtre polytopique LPV. La figure (4.20) illustre le filtre polytopique LPV générant deux types de résidus.

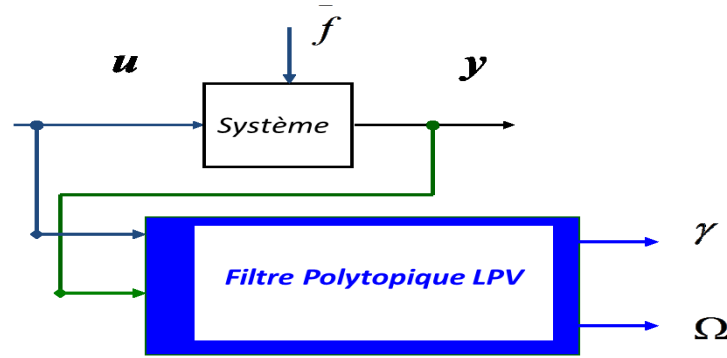


FIGURE 4.20: Schéma du filtre polytopique LPV

Si un défaut $\bar{f}_k$ se produit sur le système, une évaluation des résidus peut être faite afin d'indiquer l'amplitude du défaut en scrutant la dernière composante $\Omega_k = \Pi\bar{r}_k + \bar{f}_{k-1}$. En ce qui concerne cette dernière composante $\Omega_k \in \mathbb{R}^q$, qui représente le vecteur des résidus sensibles aux défauts, celle-ci peut être utilisée afin d'obtenir une estimation de $\bar{f}_k$. Avec un seul échantillon de retard et, comme mentionné dans la Proposition 1 dans (Rodrigues *et al.*, 2008), une estimation $\hat{f}_k$ du défaut capteur $\bar{f}_k$ pourra être réalisée au travers l'utilisation d'une Matrice de Moore-Penrose comme suit :

$$\hat{f}_k = (\bar{F})^+ \bar{F} \Omega_k \quad (4.69)$$

4.9.2 Stabilité

Le problème de la stabilité est réduite à déterminer les matrices de gains $K_j \forall j \in [1, \dots, N]$ de sorte que l'interpolation de gain $K(\rho_k)$ assure la convergence asymptotique de l'erreur d'estimation (4.63) dans le cas sans défaut. Un autre objectif est aussi d'obtenir des conditions moins restrictives pour la synthèse des gains que celles consistant à prendre couramment une seule matrice symétrique définie positive. Donc, nous allons utiliser la notion de stabilité polyquadratique qui consiste à trouver une matrice quadratique de Lyapunov dépendant de paramètres telle que mentionné dans (Anstett *et al.*, 2009).

Proposition 1 *L'erreur d'estimation (4.63) est poly-quadratiquement stable s'il existe des matrices symétriques définies positives P_j , des matrices R_j et G de dimensions appropriées $\forall j \in [1, \dots, n]$ telles que :*

$$\begin{pmatrix} -P_j & \mathcal{A}_j^T G - \mathcal{C}^T R_j^T \\ G \mathcal{A}_j - R_j \mathcal{C} & P_j - (G + G^T) \end{pmatrix} < 0, \forall i, j \in [1, \dots, N] \quad (4.70)$$

Alors le gain K_j est donné par $K_j = G^{-1} R_j$. ■

Comme il est expliqué dans les paragraphes précédents, la conception d'un seul filtre polytopique LPV stable peut être déterminée afin de détecter les défauts capteur. Pour réaliser la tâche de localisation du défaut (l'isolation), qui consiste à décider quel élément (s) du système est (sont) en défaut, une procédure d'isolation de défaut doit être effectuée tel que définie dans la section suivante.

4.9.3 Isolation de défaut

Tel que présenté dans la figure (4.20), un filtre LPV polytopique peut détecter, isoler et estimer des défauts capteur à chaque échantillon k sur la base de la norme des vecteurs γ_k et Ω_k . Cependant, la synthèse d'un unique filtre polytopique LPV afin de détecter tous les défauts capteur, n'est pas possible en raison de la condition de rang $\text{rang}(\bar{C}\bar{F}) = q < m$ qui doit être vérifiée. Ainsi, dans ce cas, la méthode consiste à concevoir un banc de m filtres polytopiques où chacun d'eux est synthétisé de manière à estimer un unique défaut. L'idée présentée ici est basée sur l'efficacité du "facteur de qualité" qui est rendu insensible à une partie des défauts mais sensible à une seule autre partie.

Ce schéma de diagnostic de défaut est semblable à l'approche bien connue de la structure résiduelle généralisée. Il est possible d'établir un banc de filtres spécifiques tels que la structure d'observateurs généralisée (GOS) soit capable d'isoler un défaut, ou la structure dédiée d'observateurs (DOS) capable d'isoler des défauts simultanés comme proposé par (Frank and Ding, 1997), (Rodrigues *et al.*, 2013a). Pour ce faire, chaque résidu $\gamma^i, i \in [1, \dots, m]$ du i ème filtre polytopique est insensible au i ème défaut capteur, mais sensible à tous les autres défauts c'est-à-dire $\gamma_k \in \mathbb{R}^{m-1}$ et $\Omega_k \in \mathbb{R}^1$. Concernant la structure DOS, chaque résidu $\gamma^i, i \in [1, \dots, m]$ du i ème filtre polytopique est insensible à tous les défauts de capteurs à l'exception du i ème capteur, c'est-à-dire $\gamma_k \in \mathbb{R}^1$ et $\Omega_k \in \mathbb{R}^{m-1}$. La figure (4.21) résume les différents niveaux du diagnostic que sont la détection, l'isolation et l'estimation des défauts.

Note : La méthode d'isolation des défauts est basée sur le fait qu'un seul défaut peut être détecté exactement au même instant, ceci afin de pouvoir identifier la signature du défaut. Il convient

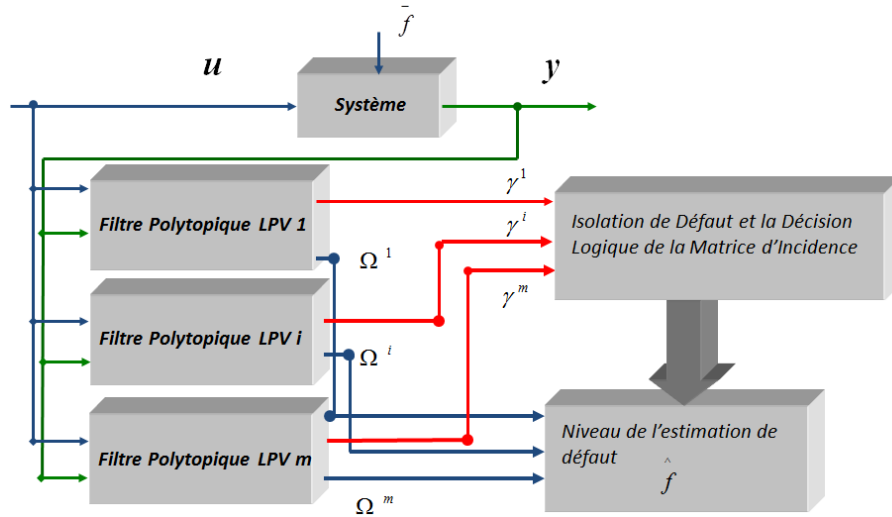


FIGURE 4.21: Schéma de diagnostic, d'isolation et d'estimation du défaut

de remarquer que la probabilité pour que deux ou plusieurs défauts apparaissent exactement au même instant, et de manière simultanée, est proche de zéro. Plusieurs défauts peuvent apparaître au cours d'une expérience, mais pas exactement au même instant. Si plusieurs défauts apparaissent exactement au même instant (très faible probabilité), alors l'isolation du défaut n'est pas garanti, mais la détection reste valide.

4.10 L'enrouleur de bandes

4.10.1 Description

Le processus d'enroulement de bandes (chapitre 3 de (Noura *et al.*, 2009)), est composé d'une toile en plastique et de trois bobines appelées respectivement bobines de dénouement, stimulation et de réenroulement avec un rayon non-mesurable directement. Chaque bobine est couplée à un moteur à courant continu par l'intermédiaire d'un réducteur de vitesse. La vitesse angulaire des deux premières bobines (S_1, S_2) et les tensions (T_1, T_3) entre les bobines, est mesurée par des tachymètres et des voltmètres. Les sorties sont les trois entrées de commande U_1, U_2 et U_3 des trois moteurs comme illustré dans la figure 4.22. Chaque moteur est commandé par un contrôleur local composé d'un ou de deux régulateurs PI (Ponsart *et al.*, 2010). La première boucle de contrôle ajuste le courant du moteur (I_1, I_2, I_3), et sa constante de temps d'intégration est d'environ 40 ms, tandis que la deuxième boucle contrôle la vitesse angulaire avec une constante de temps d'intégration égale à 200 ms. Les points de réglage de ces contrôleurs sont calculés par un contrôleur logique programmable (PLC) afin de contrôler à la fois les tensions et la vitesse linéaire de la bande (300 m longueur, 5 cm large et 0.2 mm d'épaisseur). Sous l'étude expérimentale spécifique qui dure 40 min, le rayon de réenroulement de la bobine varie de 210 à 70 mm. Un environnement de développement en temps réel (Simulink Real-Time Workshop+dSPACE) basé sur un ordinateur est utilisé à la place du PLC pour améliorer le contrôle. Les entrées et les sorties du système sont données dans l'intervalle $[0 \text{ } 100\%]$ correspondant à $[-10V ; 10V]$.

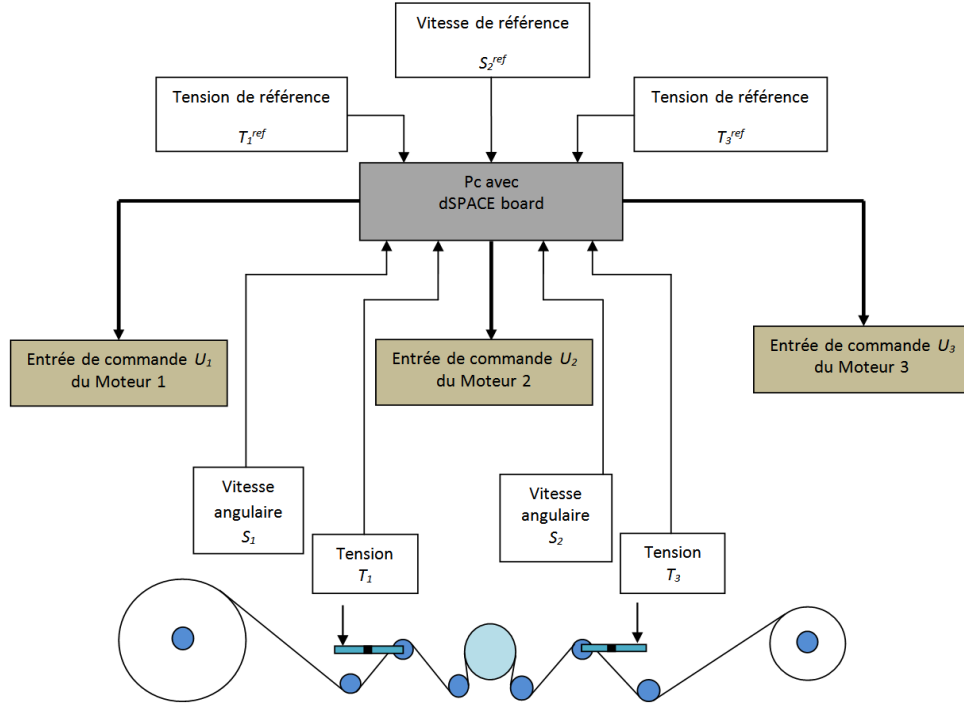


FIGURE 4.22: Architecture de commande de l'enrouleur de bandes

4.10.2 Modélisation avec défaut capteur

Le lecteur pourra retrouver l'essentiel de la modélisation dans (Ponsart and Theilliol, 2004) ainsi que de manière plus complète dans le chapitre 3 de (Noura *et al.*, 2009) avec la représentation suivante :

$$\begin{cases} x_{k+1} = A(R_k)x_k + B(R_k)u_k \\ y_k = Cx_k + Ff_k \end{cases} \quad (4.71)$$

où $x_k = x(kT_e)$, avec la période d'échantillonnage $T_e = 0.1s$, $y = x = [T_1 \ S_2 \ T_3]^T$ et $u = [U_1 \ U_2 \ U_3]^T$. La matrice du système A et la matrice de contrôle B sont des matrices linéaires polynomiales dépendant d'un paramètre positif borné et variant au cours du temps noté R_k où $0 < R_{min} < R_k < R_{max}$ et vérifiant :

$$G(R) = G_0R^0 + G_1R^1 + G_2R^2 + \dots + G_\alpha R^\alpha \quad (4.72)$$

où G représente A ou B et α définit le degré du polynôme. En utilisant la technique développée par (Hetel *et al.*, 2007) et (Theilliol *et al.*, 2008) où chaque matrice polynomiale peut être définie par un polytope convexe avec $(\alpha + 1)$ sommets, la représentation (4.71) peut se ramener à un système polytopique LPV augmenté :

$$\begin{cases} \Delta_1^G = G_\alpha R_{min}^\alpha + \dots + G_2 R_{min}^2 + G_1 R_{min}^1 + G_0 R_{min}^0 \\ \Delta_2^G = G_\alpha R_{min}^\alpha + \dots + G_2 R_{min}^2 + G_1 R_{max}^1 + G_0 R_{max}^0 \\ \Delta_3^G = G_\alpha R_{min}^\alpha + \dots + G_2 R_{max}^2 + G_1 R_{max}^1 + G_0 R_{max}^0 \\ \vdots \\ \Delta_{\alpha+1}^G = G_\alpha R_{max}^\alpha + \dots + G_2 R_{max}^2 + G_1 R_{max}^1 + G_0 R_{max}^0 \end{cases} \quad (4.73)$$

La représentation polytopique est obtenue par le calcul des paramètres $\rho_j(R)$ ($\forall j \in [0, \dots, \alpha]$) par l'algorithme récursif suivant avec $\tau = 2, \dots, \alpha$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1(R) = 1 - \frac{R - R_{min}}{R_{max} - R_{min}} \\ \rho_{\alpha+1}(R) = \frac{R^\alpha - R_{min}^\alpha}{R_{max}^\alpha - R_{min}^\alpha} \\ \rho_\tau(R) = \frac{R^{\tau-1} - R_{min}^{\tau-1}}{R_{max}^{\tau-1} - R_{min}^{\tau-1}} - \sum_{j=\tau+1}^{\alpha+1} \rho_j(R) \end{array} \right. \quad (4.74)$$

Par conséquent, les paramètres $\rho_j(R)$ se situent dans un ensemble convexe spécifique Λ :

$$\Lambda = \{\rho(R) \in \mathbb{R}^{\alpha+1}, \rho = [\rho_1 \dots \rho_{\alpha+1}]^T \text{ and } \sum_{j=1}^{\alpha+1} \rho_j(R) = 1 \text{ } \rho_j \geq 0\}$$

Après quoi, $\forall j \in [1, \dots, \alpha + 1]$, Δ_j^G définissent les sommets d'un polyèdre convexe telle que :

$$G(R) = \sum_{j=1}^{\alpha+1} \rho_j(R) \Delta_j^G \quad (4.75)$$

Sur la base des équations précédentes (4.53) et (4.75), la représentation d'état discrète en présence de défaut (4.71) peut être transformée en un système LPV polytopique de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x}_{k+1} = \sum_{j=1}^{\alpha+1} \rho_j(R_k) (\bar{A}_j \bar{x}_k + \bar{B}_j u_k + \bar{F} \bar{f}_k) \\ y_k = \bar{C} \bar{x}_k \end{array} \right. \quad (4.76)$$

où $\bar{A}_j \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $\bar{B}_j \in \mathbb{R}^{n \times p}$ sont des matrices constantes et $\forall j \in [1, \dots, \alpha + 1]$: $\rho_j \geq 0$, $\sum_{j=1}^{\alpha+1} \rho_j(R_k) = 1$ and $0 < R_{min} < R_k < R_{max}$.

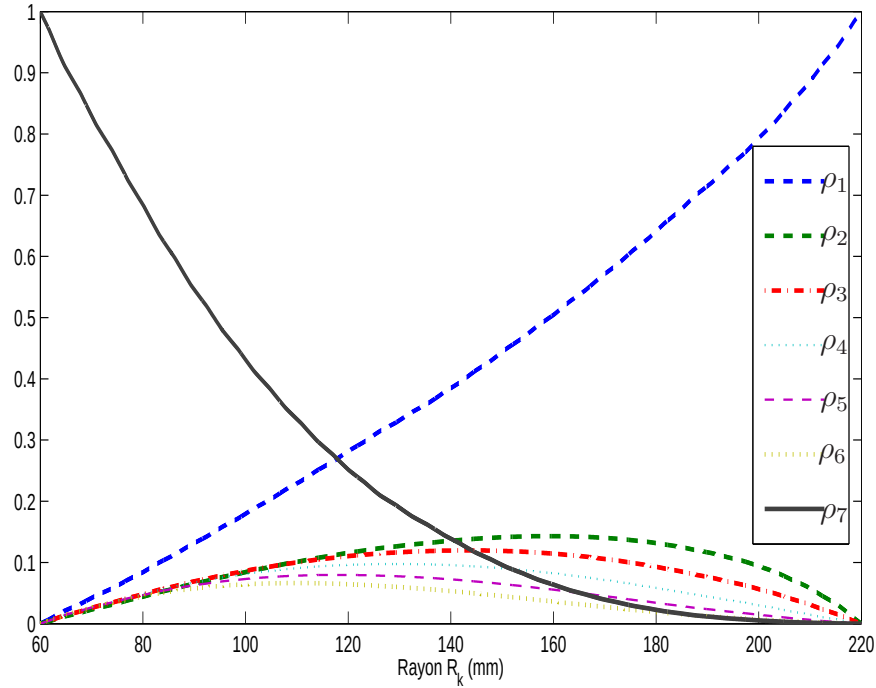
Ici, l'enrouleur de bandes peut être représenté avec $\alpha = 6$ ainsi qu'avec un rayon R_k comme dans l'équation (4.76) with $0 < R_{min} < R_k < R_{max}$ with $R_{min} = 70mm$ and $R_{max} = 210mm$. Pour des raisons techniques, le rayon est estimé via l'équation suivante :

$$R_k = R_{k-1} + \frac{h}{2\pi} S_{1,k} \quad (4.77)$$

où h est l'épaisseur de la bande. Les sorties mesurées sont $y_k = x_k = [T_1 \ S_2 \ T_3]^T$. $S_{1,k}$ représente la vitesse angulaire de la bobine S_1 et est supposée être sans défaut.

La figure (4.23) représente l'évolution des 6 + 1 paramètres ρ_j qui ont été obtenus pour cet exemple. Leurs évolutions justifient l'utilisation d'un modèle de LPV où les paramètres évoluent de façon non linéaire.

Sans aucune restriction sur la méthode mise au point, nous considérons dans la suite qu'un seul défaut peut se produire sur le système. Afin d'évaluer le procédé, un banc de filtres LPV polytopique a été développé afin de détecter, isoler et estimer un défaut précis. Chacun de ces filtres est dédié à un seul défaut capteur suivant le principe GOS.

FIGURE 4.23: Evolution des paramètres ρ_j

Remarque 1 Si deux défauts capteur se produisent simultanément, le découplage est encore vérifié ($\text{rang}(\bar{C}\bar{F}) = q = 2 < 3$). Un banc de 3 filtres est mis en place afin de fournir une structure DOS ($\gamma_k \in \mathbb{R}^2$ et $\Omega_k \in \mathbb{R}^1$). Avec un tel système, il est possible de détecter, isoler et estimer deux défauts simultanément dans l'hypothèse où il n'y a aucun autre défaut ou ni erreurs de modélisation. Toutefois, si trois défauts devaient apparaître, le système proposé serait alors capable de détecter seulement les défauts mais pas de les estimer. Encore une fois, on peut noter qu'un seul filtre pour tous les défauts de capteurs avec $F = I_3$ ne peut pas être synthétisé puisque la condition de découplage $\text{rang}(\bar{C}\bar{F}) = q = 3 < m$ ne serait pas remplie, m étant ici égal à 3.

4.10.3 Résultats expérimentaux

L'efficacité et les performances de la méthode de diagnostic développée sont appliquées et des filtres polytopiques LPV sont testés sur le procédé. La synthèse des gains K_j des filtres polytopiques LPV ont été calculés par LMI.

Cas sans défaut : La figure (4.24) montre l'évolution des sorties et des entrées en boucle fermée dans le cas sans défaut. Cette expérimentation a été réalisée pour des changements progressifs de 20% par rapport à leurs valeurs d'exploitation.

Il convient de noter que les résidus générés par le filtre polytopique représenté sur la figure (4.25) sont à moyenne nulle : cela signifie qu'il n'y a ni défaut ni erreur de modélisation.

Cas avec défaut :

* *Première expérience :* Un défaut sur la tension T_1 est considéré comme devant se produire et disparaître à des instants différents. Selon (4.71), la matrice F est égale à $[1 \ 0 \ 0]^T$.

Tel que présenté dans la figure (4.26), la sortie T_1 est différente du régime nominal en raison

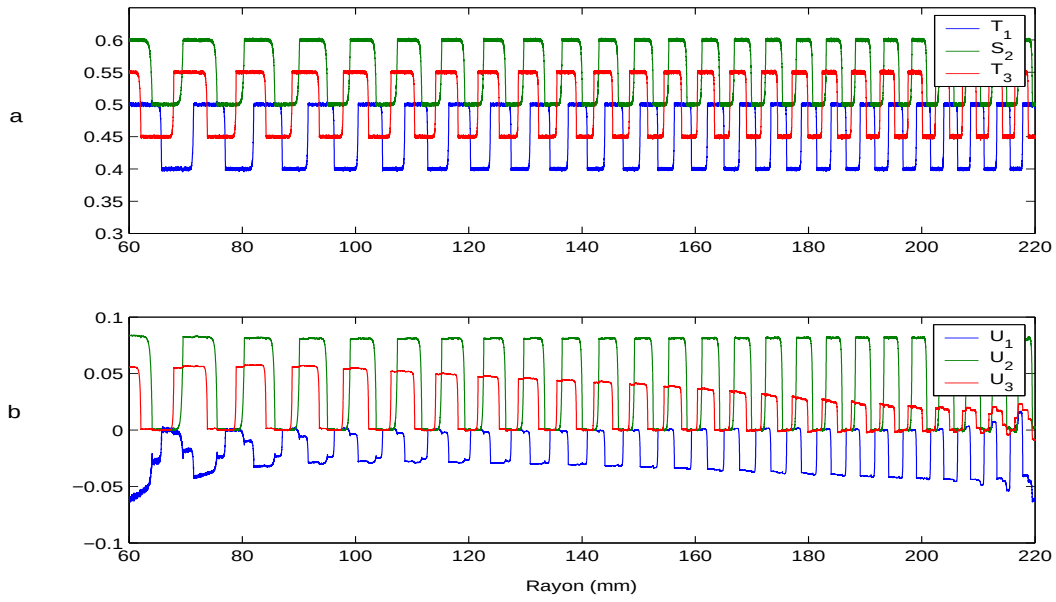


FIGURE 4.24: Cas sans défaut : a) Sorties du système b) Entrées du système

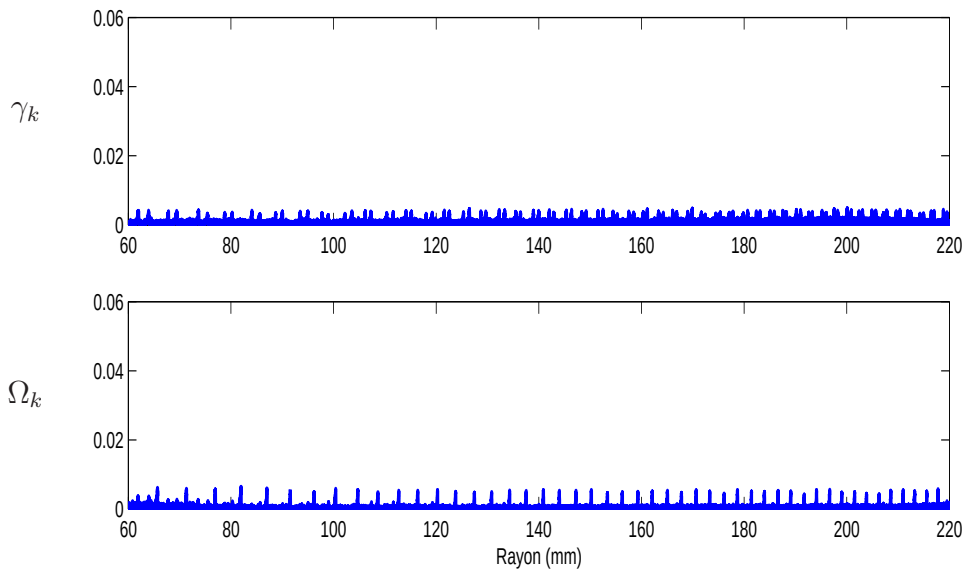


FIGURE 4.25: Norme du vecteur des résidus dans le cas sans défaut

de la présence de défauts. La sortie réelle est différente de l'entrée de référence pour les valeurs du rayon autour de : 100 , 170 et 215 mm.

Les résultats du filtre de découplage sont représentés sur la figure (4.27) où le résidu $\|\Omega_k\|$ est affecté par des changements brusques qui correspondent au défaut sur le capteur T_1 . Un tel résidu a été synthétisé afin d'être sensible uniquement au défaut capteur T_1 . Sur la figure (4.27), il apparaît clairement que le facteur de qualité $\|\gamma_k\|$ est égal à zéro, alors l'erreur d'estimation provenant du résidu sensible aux défauts, peut être utilisée pour évaluer ce défaut. La bonne estimation du défaut illustre l'efficacité du filtre comme sur la figure (4.28).

Remarque 2 Selon la loi de commande MIMO utilisée, les mesures des sorties sont affectées par les variations sur les autres sorties. Par conséquent, certains pics peuvent être observés sur

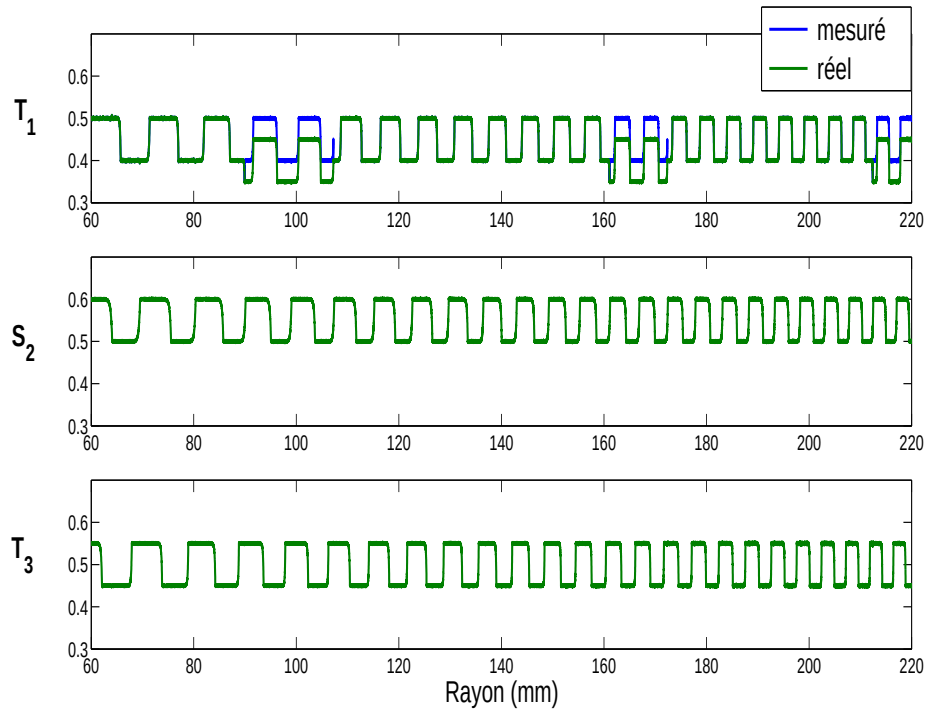
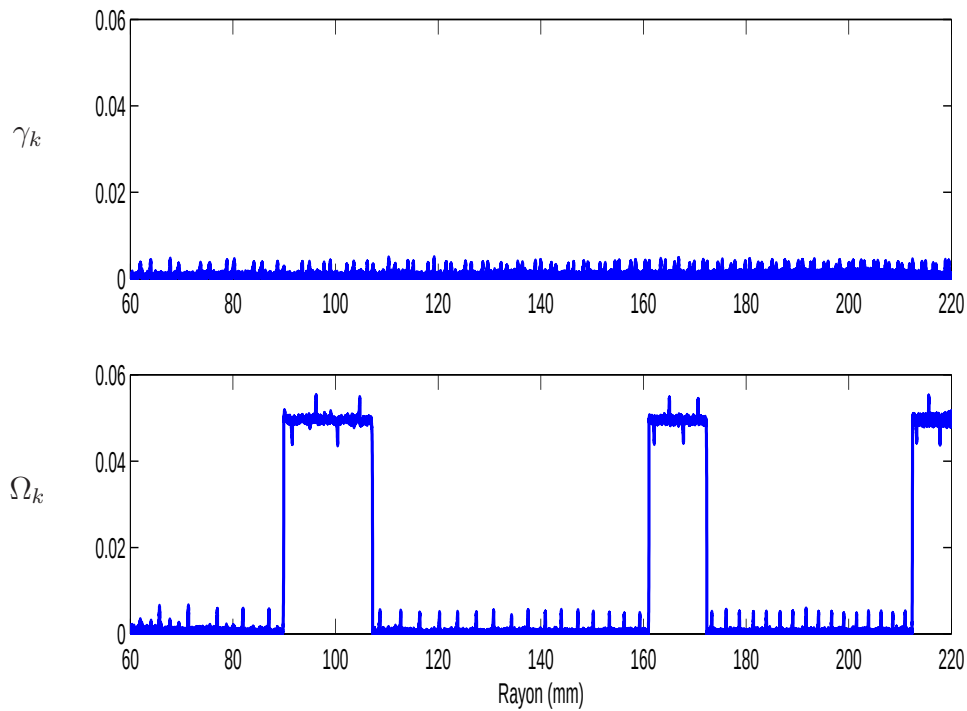


FIGURE 4.26: Sorties mesurées et sorties réelles du système dans le cas d'un défaut

FIGURE 4.27: Biais sur le capteur T_1 - Norme des résidus du filtre synthétisés pour le défaut capteur T_1 .

la figure (4.28) et sur d'autres aussi.

* *Seconde expérience* : Un défaut capteur sur la bobine S_2 est considéré. Afin de souligner le

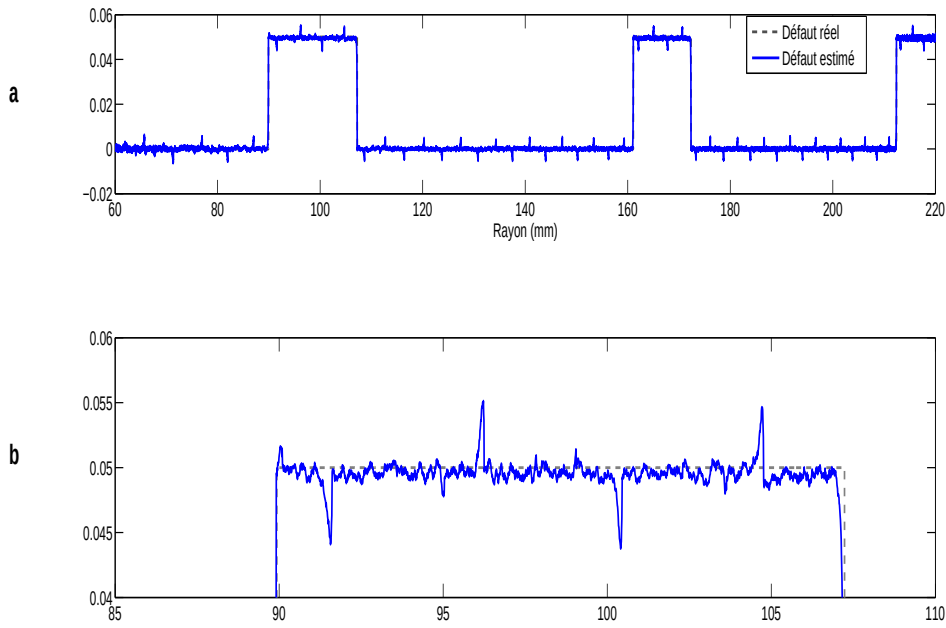


FIGURE 4.28: a) Estimation du défaut capteur T_1 b) Zoom autour de $R \approx 100$ mm - Biais sur le capteur T_1 .

rôle du facteur de qualité, le même filtre, synthétisé pour l'occurrence du défaut capteur T_1 , est utilisé. Ainsi, celui-ci ne sera pas adapté pour le défaut capteur S_2 et, bien sûr, l'estimation (par ce filtre inadapté) de ce défaut capteur sera fausse.

La figure (4.29) présente deux normes de résidus générés par le filtre polytopique LPV considéré. Comme prévu et illustré sur la figure (4.29), le résidu $\|\gamma_k\|$ n'est pas égal à zéro, ce qui signifie que le résidu $\|\Omega_k\|$ ne peut pas être utilisé pour estimer l'amplitude du défaut.

Maintenant, considérons le filtre dédié à ce défaut capteur sur la bobine S_2 . Comme illustré dans la figure (4.30), ce filtre fournit une estimation correcte du défaut capteur. Le facteur de qualité est égal à zéro, ce qui indique que le résidu sensible peut être utilisé pour estimer ce défaut capteur. L'estimation du défaut capteur est proche du défaut réel comme représenté sur la figure (4.31).

Le principal avantage de ce filtre polytopique est la bonne estimation de l'amplitude du défaut, mais également la capacité à utiliser les informations qualitatives supplémentaires provenant du résidu insensible : si ce facteur de qualité $\|\gamma_k\|$ n'est pas égal à zéro, cela signifie qu'il y a une altération par un autre défaut ou par des erreurs de modélisation et de ce fait il ne peut pas être utilisé pour estimer l'amplitude du défaut capteur.

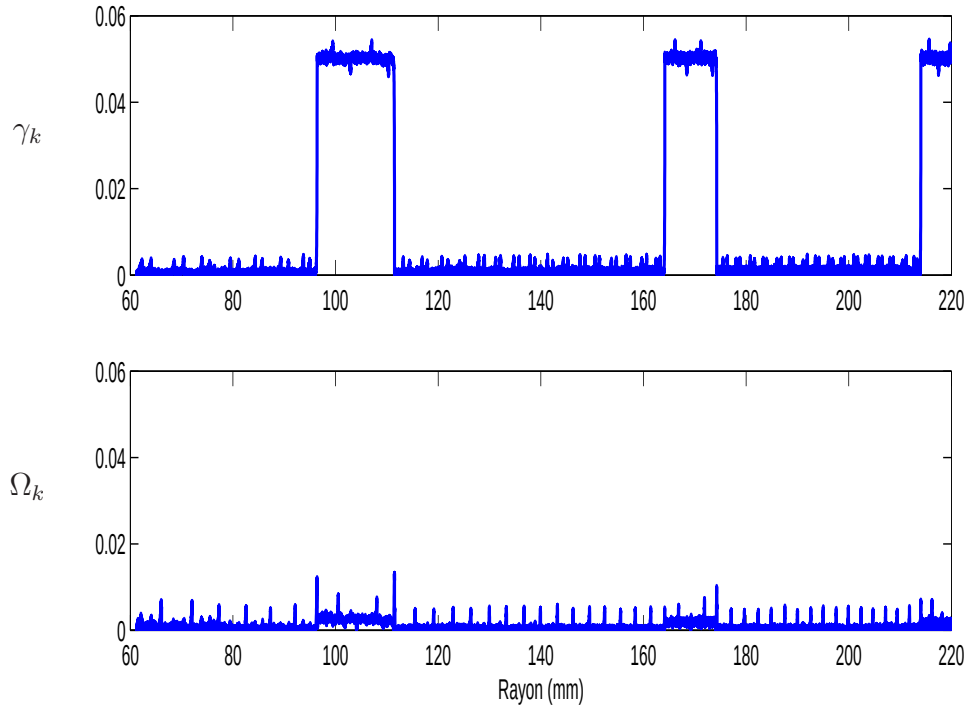


FIGURE 4.29: Biais sur le capteur S_2 - Norme des résidus du filtre synthétisés pour le défaut capteur T_1 .

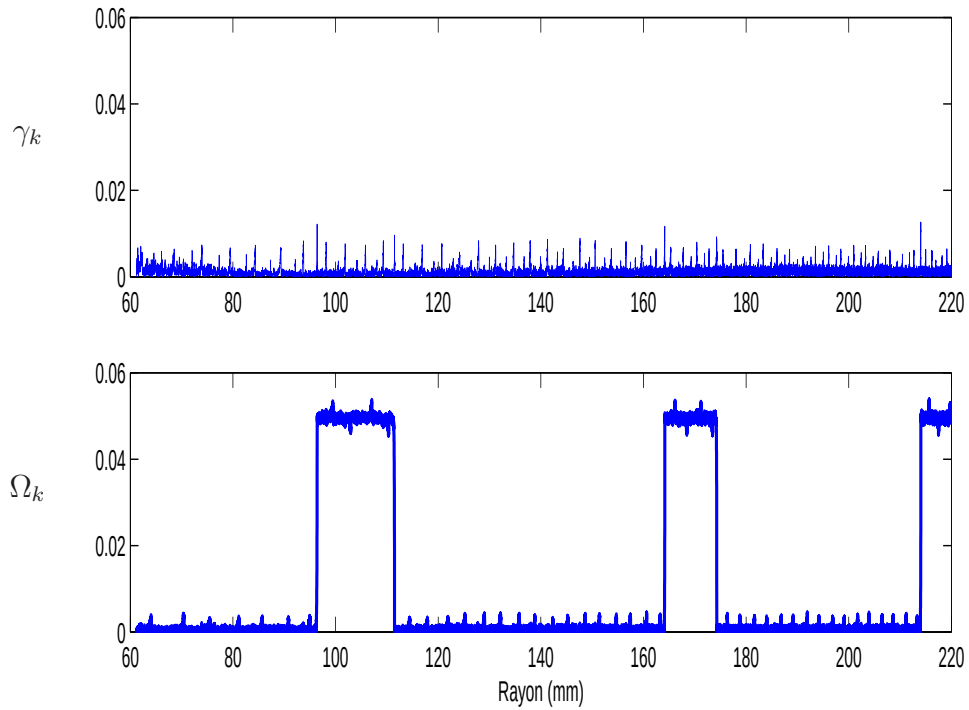


FIGURE 4.30: Biais sur le capteur S_2 - Norme des résidus du filtre synthétisés pour le défaut capteur S_2 .

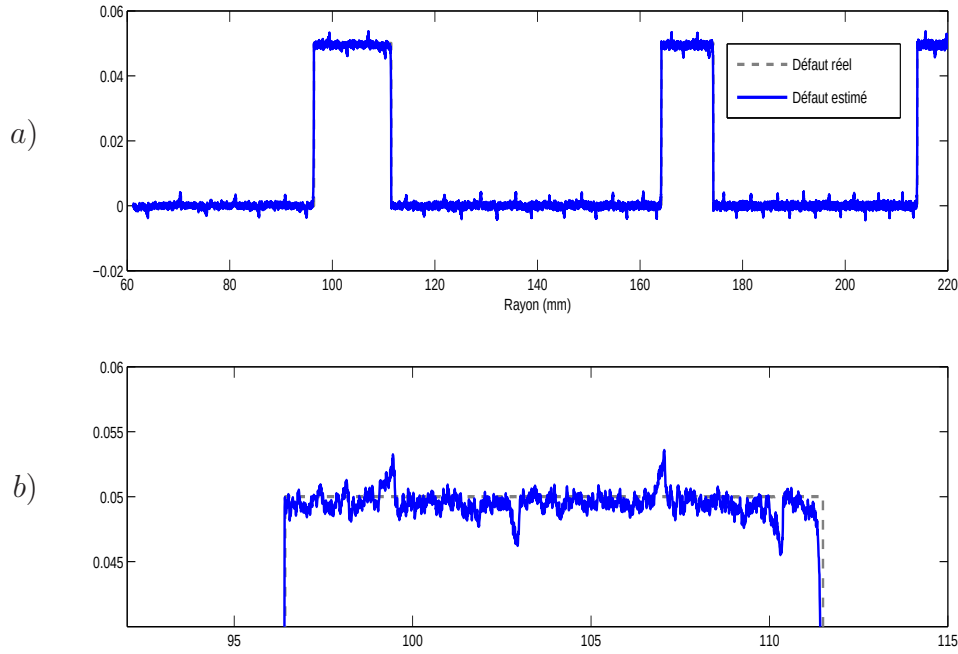


FIGURE 4.31: Biais sur le capteur S_2 - a) Estimation du défaut capteur S_2 b) Zoom autour de $R \approx 100mm$.

4.10.4 Conclusion

Le travail que nous avons réalisé a permis de développer une méthode de diagnostic pour des systèmes LPV réguliers à temps discret en étudiant notamment la stabilité du filtre synthétisé. Cette méthode a le mérite d'effectuer à la fois une détection, isolation et estimation de multiples défauts capteur dans un cadre LPV tout en rajoutant un facteur de qualité quant à l'estimation du défaut pourvue par ce filtre. De cette façon, nous sommes à même de déterminer si l'estimation d'un filtre permettant l'estimation d'un défaut spécifique, est corrompue et doit être ou non utilisée. D'autre part, ce travail collaboratif effectué entre deux laboratoires a permis d'appliquer notre méthode de diagnostic de défauts sur un enrouleur de bandes qui reste un enjeu économique mais aussi théorique.

Il reste néanmoins des verrous scientifiques comme par exemple la prise en compte à la fois des défauts actionneurs, effectuée dans un cadre Multi-Modèles dans (Rodrigues *et al.*, 2008), et les défauts capteurs par cette approche. Dans la méthode de (Rodrigues *et al.*, 2008), il y a une restriction sur la matrice de distribution des défauts qu'il serait intéressant de lever car bon nombres d'exemples pratiques requièrent d'avoir une matrice de distribution des défauts actionneurs qui varie avec le paramètre θ .

De plus, l'utilisation de ce filtre à des fins de commande active tolérante aux défauts avec étude de stabilité approfondie reste à faire.

4.11 Commande active tolérante aux défauts pour des systèmes descripteurs polytopiques LPV

Préambule : Lors de l'IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, SAFEPROCESS 2012, Mexique, 2012, j'avais initié une session invitée avec le Pr. Alessandro Casavola, sur le thème du diagnostic et de la commande tolérante aux défauts pour des systèmes LPV. Le papier de (Rodrigues *et al.*, 2012) dans cette session avait le mérite d'améliorer l'estimation de défaut lorsque ces derniers variaient dans le temps, chose qui, jusqu'à présent pour des systèmes singuliers polytopiques LPV, n'avait pas pu être possible (voir les restrictions des articles suivants : (Astorga-Zaragoza *et al.*, 2012) et (Hamdi *et al.*, 2012)). De ce fait, en appui de ce papier, j'ai décidé d'orienter mes travaux de recherche basé sur ce papier en utilisant le diagnostic avec une commande tolérante active capable d'annihiler les effets des défauts de type actionneur : (Rodrigues *et al.*, 2014b). La partie diagnostic a aussi été améliorée et augmentée permettant la prise en compte de perturbations publiée dans l'issue spéciale intitulée "Self-Healing Control Architectures and Design Methodologies for LPV Systems" dans International Journal of Robust and Nonlinear Control (Rodrigues *et al.*, 2014a) (dont je suis éditeur invité avec A. casavola et D. Theilliol).

4.11.1 Introduction et motivation

Le concept de tolérance aux défauts est basée sur le fait que lorsqu'un défaut (capteur ou actionneur, par exemple) se produit sur le système et fournit un effet indésirable, le système peut devenir instable ou être endommagé. Par ailleurs, l'idée de base de ce concept est d'être robuste contre ce défaut ou de tenir compte de l'occurrence de défaut dans un nouveau contrôle qui deviendra tolérant à ce défaut par l'annulation de ses mauvais effets.

La commande tolérante aux défauts (FTC) peut être classée en deux catégories (Zhang and Jiang, 2008) : passive et active. Dans les approches dites passives, un seul contrôleur avec une structure fixe est utilisé pour traiter tous les différents scénari possibles qui sont supposés être connus a priori. Par conséquent, le contrôleur passif est généralement conservateur et s'apparente à de la commande robuste. En outre, si un défaut apparaît qui n'était pas pris en compte dans la conception de la loi de commande FTC, la stabilité du système en boucle fermée ne peut pas être garantie. Ces limites des approches passives fournissent une forte motivation pour le développement de méthodes et de stratégies dites actives (AFTC) (Gao and Ding, 2007). Contrairement aux méthodes passives FTC, les techniques actives reposent sur un module de détection de défauts en temps réel ainsi que d' un mécanisme de reconfiguration du contrôleur.

Certaines techniques utilisent par exemple une sélection de différents contrôleurs selon différents défauts apparaissant sur le système et donc une meilleure performance du système en boucle fermée peut être attendue. Cependant, ceci reste vrai lorsque le module de diagnostic ne fait pas une mauvaise décision (Li *et al.*, 2008). Une stratégie active FTC est conçue de manière à reconfigurer automatiquement le contrôleur en assurant la stabilité du système et en

tenant compte de l'amplitude et du type de défaut considéré ; ceci permet alors d'obtenir de meilleures performances du système en évitant notamment que le système ne devienne instable et se casse (Theilliol *et al.*, 2002),(Li *et al.*, 2013).

Cependant, la plupart des techniques de commande tolérante aux défauts sont dédiées uniquement pour les systèmes normaux (réguliers). Notre objectif a donc été de synthétiser une loi de commande tolérante active pour des systèmes descripteurs LPV.

Antérieurement dans les documents (Rodrigues *et al.*, 2005) et (Rodrigues *et al.*, 2007), les auteurs avaient mis au point une stratégie FTC active pour annihiler les défauts actionneurs pour des systèmes réguliers LPV polytopiques. Toutefois la partie diagnostic n'avait pas été synthétisée et était supposée connue et parfaite. En outre, très peu de contributions s'attachent à faire la synthèse à la fois d'un module de diagnostic et d'une loi de commande tolérante active pour des systèmes descripteurs polytopiques LPV. Les principales contributions ont donc été de concevoir un Observateur Adaptif Polytopique LPV (APO) qui permet d'estimer les défauts actionneur variant dans le temps. Certaines techniques antérieures de diagnostic présentées dans (Astorga-Zaragoza *et al.*, 2011), (Astorga-Zaragoza *et al.*, 2012) et dans (Hamdi *et al.*, 2012) ne pouvaient faire face qu'à des défauts constants. D'autre part, les auteurs de (Wang and Daley, 1996) avaient présenté un observateur adaptatif dédié aux systèmes LTI permettant d'estimer des défauts constants. de plus, les auteurs de (Zhang *et al.*, 2008) avaient amélioré cette technique pour permettre l'estimation de défauts variants dans le temps mais seulement pour des systèmes réguliers LTI.

L'idée principale de nos travaux, a donc été d'intégrer les informations fournies par l'APO dans une nouvelle synthèse de retour d'état, de façon à annuler les effets des défauts actionneurs par une nouvelle loi de commande AFTC. Le module de diagnostic ainsi que le module de reconfiguration de la loi de commande FTC sont conçus en même temps alors que la plupart des stratégies FTC traitent avec des systèmes réguliers LTI ou LPV et supposent que la partie FDI est parfaite. Pour les systèmes de descripteurs LPV, une telle stratégie n'a jamais été utilisée à notre connaissance. L'étude a bien évidemment aussi porté sur la stabilité de l'APO et du système en boucle fermée avec la nouvelle loi de commande mise en place par LMI .

4.11.2 Problématique

Prenons un défaut actionneur sur le système polytopique LPV descripteur suivant :

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) [A_i x(t) + B_i(u(t) + f(t))] \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.78)$$

où $A_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $B_i \in \mathbf{R}^{n \times p}$ et $C \in \mathbf{R}^{m \times n}$ sont des matrices définies pour le i^{th} modèle. $f(t) \in \mathbf{R}^p$ est le vecteur des défauts. Les défauts actionneurs peuvent être représentés par un signal externe additif ou multiplicatif comme dans (Rodrigues *et al.*, 2007). Ces défauts actionneurs peuvent être représentés par une commande de la forme suivante : $u_f(t) = (I_p - \gamma)u(t)$, qui peut être réécrite sous la forme d'un signal d'additif externe : $u(t) + f(t)$ où $f(t) = -\gamma u(t)$ avec

$$\gamma \triangleq \text{diag}[\gamma^1, \gamma^2, \dots, \gamma^p], \quad 0 \leq \gamma^k \leq 1 \text{ such that}$$

$$\begin{cases} \gamma^k = 1 \rightarrow \text{une perte totale du } k^{ime} \text{ actionneur } k \in [1, \dots, p] \\ \gamma^k = 0 \rightarrow \text{le } k^{ime} \text{ actionneur sain} \end{cases} \quad (4.79)$$

Note : dans ce qui suit, $\gamma^k \in [0, 1[$ c'est-à-dire que la perte totale d'un actionneur n'est pas considérée ici. Le terme γ^k représente la perte d'efficacité du k^{ime} actionneur, soit par exemple une perte de 60% d'efficacité du 1^{er} actionneur sera représenté par $\gamma^1 = 0,60$. Lorsqu'un défaut actionneur apparaît sur le système, ces défauts actionneurs peuvent provoquer l'instabilité voire la destruction du système. Avant de commencer la synthèse de notre loi de commande, nous supposons que (Darouach and Boutayeb, 1995), (Zhang *et al.*, 2008) et (Hamdi *et al.*, 2012) :

Hypothèse H1 : $\text{rank}(CB_i) = \text{rank}(B_i) = p, \quad \forall i = 1, \dots, h,$

Hypothèse H2 : Le triplet matriciel (E, A_i, C) est R-observable, pour tout $i = 1, \dots, h$, i.e.,

$$\text{rang} \begin{bmatrix} sE - A_i \\ C \end{bmatrix} = n, \forall s \in \mathcal{C}. \quad (4.80)$$

où $\mathcal{C}$ représente le plan complexe.

Hypothèse H3 : Le triplet matriciel (E, A_i, C) est Impulse-observable, pour tout $i = 1, \dots, h$, i.e.,

$$\text{rang} \begin{bmatrix} E & A_i \\ 0 & E \\ 0 & C \end{bmatrix} = n + \text{rang}(E) \quad (4.81)$$

Hypothèse H4 : le défaut $f(t)$ satisfait $\|f(t)\| \leq \alpha_1$ et la dérivée de $f(t)$ est bornée telle que $\|\dot{f}(t)\| \leq \alpha_2$ and $0 \leq \alpha_1, \alpha_2 < \infty$.

Hypothèse H5 : Seuls les défauts actionneurs partiels sont considérés, c'est à dire, $\gamma^k \in [0, 1[$.

Notons que, le R-observabilité caractérise la capacité de reconstruire seulement la partie dynamique de l'état et l'observabilité impulsive garantit la capacité d'estimer la partie statique de l'état du système descripteur (4.78).

L'objectif principal est de trouver une loi de commande telle que le système reste stable malgré la présence de défaut actionneur (Rodrigues *et al.*, 2007), (Zhang and Jiang, 2008). A cet effet, la synthèse d'un module de diagnostic est nécessaire pour estimer à la fois les états et les défauts. Dans ce qui suit, une commande tolérante active par retour d'état sera utilisée suivant :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) K_i \hat{x}(t) - \hat{f}(t) \quad (4.82)$$

4.11.3 Synthèse d'un observateur adaptatif polytopique

Tout d'abord, introduisons le module de diagnostic à savoir l'observateur adaptatif polytopique suivant :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t))(N_i z(t) + G_i u(t) + R_i y(t) + B_i \hat{f}(t)) \\ \hat{x}(t) = z(t) + T_2 y(t) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) \\ \dot{\hat{f}}(t) = \Gamma \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) U_i (\dot{e}_y(t) + \sigma e_y(t)) \\ e_y(t) = y(t) - \hat{y}(t) = C e_x(t) \end{cases} \quad (4.83)$$

où $z(t)$ est le vecteur d'état, $\hat{f}(t)$ est une estimation du défaut $f(t)$ et $\hat{y}(t) = C \hat{x}(t)$ est le vecteur de sortie estimé. La matrice $\Gamma \in \mathbf{R}^f$ est une matrice symétrique définie positive définissant le taux d'apprentissage. N_i , G_i , R_i et T_2 sont des matrices inconnues de dimensions appropriées qui doivent être déterminées.

Définissons l'erreur d'estimation d'état $e_x(t)$ à partir de (4.78) et de (4.83) telle que :

$$e_x(t) = x(t) - \hat{x}(t) = (I_n - T_2 C)x(t) - z(t) \quad (4.84)$$

Puisque pour $\text{rang} \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix} = n$, il existe des matrices non singulières $T_1 \in \mathbf{R}^{n \times n}$ and $T_2 \in \mathbf{R}^{n \times m}$ telles que :

$$T_1 E + T_2 C = I_n \quad (4.85)$$

Alors, l'erreur d'estimation d'état (4.84) est décrite par :

$$e_x(t) = T_1 E x(t) - z(t) \quad (4.86)$$

et l'erreur d'estimation du défaut actionneur $e_f(t)$ est définie par

$$e_f(t) = f(t) - \hat{f}(t) \quad (4.87)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation d'état est alors donnée par :

$$\dot{e}_x(t) = T_1 E \dot{x}(t) - \dot{z}(t) \quad (4.88)$$

En utilisant (4.78) avec la loi de commande par retour d'état définie en (4.82), l'équation (4.88) devient après quelques calculs

$$\begin{aligned} \dot{e}_x(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) [& N_i e_x(t) + (T_1 A_i - N_i T_1 E - R_i C)x(t) + (T_1 B_i - G_i)u(t) \\ & + (B_i + T_1 B_i - G_i)e_f(t) + (G_i - B_i)f(t)] \end{aligned} \quad (4.89)$$

Alors si les conditions suivantes sont vérifiées $\forall i = 1, \dots, h$:

$$T_1 A_i - R_i C - N_i T_1 E = 0 \quad (4.90)$$

$$T_1 B_i - G_i = 0 \quad (4.91)$$

et en prenant en compte (4.78), (4.83) et (4.88), la dynamique de l'erreur d'estimation d'état peut être écrite selon :

$$\dot{e}_x(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) [N_i e_x(t) + B_i e_f(t) + M_i f(t)] \quad (4.92)$$

avec $M_i = (T_1 - I_n)B_i$.

La substitution de (4.85) dans (4.90) permet d'obtenir :

$$N_i = T_1 A_i + (N_i T_2 - R_i)C = T_1 A_i + L_i C \quad (4.93)$$

où $L_i = N_i T_2 - R_i$.

Sans perte de généralité, sans considérer l'équation (4.85), on peut écrire la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} T_1 & T_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_n \end{bmatrix} \quad (4.94)$$

Une solution $\begin{bmatrix} T_1 & T_2 \end{bmatrix}$ existe si (Darouach and Boutayeb, 1995), (Hamdi *et al.*, 2012) :

$$\text{rank} \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix} = n \quad (4.95)$$

Ensuite, une solution particulière de (4.94) en utilisant le généralisée matrice inverse notée $(\cdot)^+$ est donnée par :

$$\begin{bmatrix} T_1 & T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix}^+ \quad (4.96)$$

Sur la base d'une estimation de défaut donné par l'APO, l'objectif de notre commande est de concevoir une loi de commande tolérante aux défauts par retour d'état de telle sorte que le système reste stable, même en cas de défaut. La section suivante est consacrée aux conditions de stabilité de cette commande tolérante active aux défauts sur la base d'un défaut d'actionneur dont l'estimation est pourvue par l'observateur adaptatif polytopique.

4.11.4 Synthèse d'une commande active tolérante par retour d'état et estimation simultanée du défaut actionneur

La dynamique de l'erreur d'estimation d'état (4.92) et du système en boucle fermée avec la loi de commande (4.82), sont définies comme suit :

$$\dot{e}_x(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) [N_i e_x(t) + B_i e_f(t) + M_i f(t)] \quad (4.97)$$

$$E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^h \rho_i(\theta(t)) \rho_j(\theta(t)) [\Phi_{ij} x(t) + B_i K_j e_x(t) + B_i e_f(t)] \quad (4.98)$$

avec $N_i = T_1 A_i + L_i C$ and $\Phi_{ij} = (A_i - B_i K_j)$. Le but est d'assurer la stabilité de ces deux équations.

4.11.5 Analyse de stabilité

Afin d'étudier les critères de stabilité, nous considérons le Lemme suivant :

Lemme 1 (Zhang et al., 2008) Soit un scalaire $\mu > 0$ et une matrice symétrique définie positive P_1 , alors l'inégalité suivante est vraie :

$$2x^T y \leq \frac{1}{\mu} x^T P_1 x + \mu y^T P_1^{-1} y \quad x, y \in \mathbf{R}^n \quad (4.99)$$

■

Contrairement à (Hamdi et al., 2012), les défauts ici variant dans le temps sont considérés. Il s'ensuit que $\dot{f}(t) \neq 0$ et par conséquent :

$$\dot{e}_f(t) = \dot{f}(t) - \hat{\dot{f}}(t) \quad (4.100)$$

Théorème 1 En considérant les hypothèses H_1 à H_5 , ainsi que les scalaires $\sigma, \mu, \beta > 0$, s'il existe matrices symétriques définies positives X, Q, P_1, P_2 et des matrices W_i et S_i telles que, $\forall i \in [1, \dots, h], \forall j \in [1, \dots, h]$:

$$\begin{pmatrix} \Theta_{ij} & B_i W_j & B_i & 0 & 0 \\ * & -2\delta X & 0 & \delta I & 0 \\ * & * & -2\delta I & 0 & \delta I \\ * & * & * & \Omega_i & \Sigma_{ij} \\ * & * & * & * & \Upsilon_{ij} \end{pmatrix} < 0 \quad (4.101)$$

s.t.

$$E^T P_1 = P_1^T E \geq 0 \quad (4.102)$$

$$B_i^T Q - U_i C = 0 \quad (4.103)$$

où

$$\Theta_{ij} = (A_i X - B_i W_j) + (A_i X - B_i W_j)^T \quad (4.104)$$

$$\Omega_i = (Q T_1 A_i - S_i C) + (Q T_1 A_i - S_i C)^T + \frac{1}{\mu} P_1 \quad (4.105)$$

$$\Sigma_{ij} = -\frac{1}{\sigma} (A_j^T T_1^T Q - C^T S_j^T) B_i \quad (4.106)$$

$$\Upsilon_{ij} = -\frac{1}{\sigma} (B_i^T Q B_j + B_j^T Q B_i) + \frac{2}{\sigma \mu} P_2 \quad (4.107)$$

alors l'état $x(t)$ du système, l'erreur d'estimation d'état $e_x(t)$ et l'erreur d'estimation du défaut $e_f(t)$ sont bornés. Les gains de l'observateur et la loi de commande par retour d'état sont donnés par les matrices respectives suivantes $L_i = Q^{-1} S_i$ and $K_i = W_i X^{-1}$. ■

4.11.6 Exemple sur un système chimique

L'exemple proposé est un exemple chimique d'un système flash à deux phases (Ben-Zvi *et al.*, 2006) représenté dans par la figure 4.32, dans laquelle un composant volatil clignote dans un mélange dilué. Il est supposé que la commande de niveau est quasi-instantanée et que les phases liquide et vapeur sont à la même température. Etant donné que seul un composant est volatil, la phase gazeuse contient un composant purement volatil. L'accumulation d'énergie et de matière dans la phase gazeuse sont négligées parce que la masse du liquide dans le récipient de détente est beaucoup plus importante que la masse de gaz.

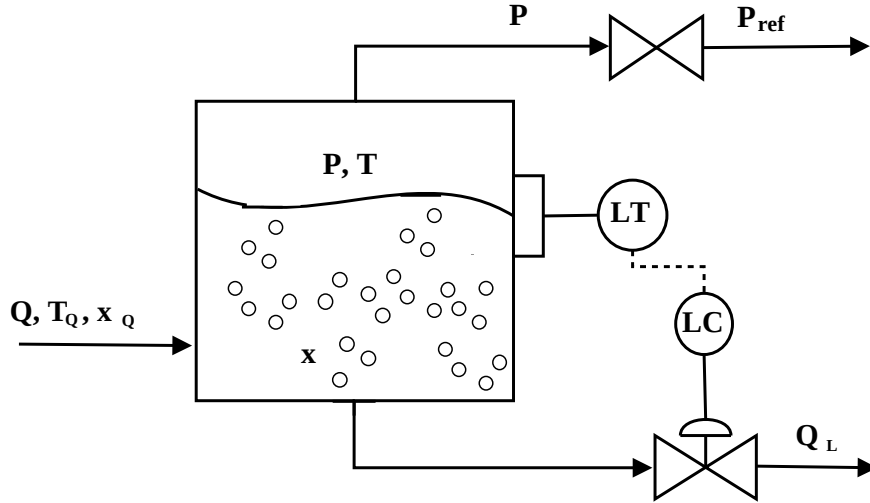


FIGURE 4.32: Flash tank system

Le réacteur continu isotherme peut être modélisé en utilisant un modèle descripteur LPV comme suit :

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \tilde{A}(\theta(t))x(t) + \tilde{B}(\theta(t))u(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.108)$$

où $\tilde{A}(\theta(t)) =$

$$\begin{bmatrix} \frac{-M_w(Q_{L0} - (k_m A + \theta_1(t)))}{\rho V} & 0 & \frac{M_w(k_m A + \theta_1(t))}{\rho V} & 0 & \frac{M_w x_0}{\rho V} \\ \frac{-(k_m A + \theta_1(t))(h_v + \theta_2(t))}{\rho V C_p} & \frac{M_w Q_{L0}}{\rho V} & \frac{(h_v + \theta_2(t))(k_m A + \theta_1(t))}{\rho V C_p} & 0 & \frac{M_w T_0}{\rho V} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-1}{H} & 0 \\ 0 & \frac{-b}{(T_0 + c)^2} & 0 & \frac{1}{P_0 \ln(10)} & 0 \\ \frac{(k_m A + \theta_1(t))^2 (h_v + \theta_2(t))}{\rho V C_p} & \frac{-(k_m A + \theta_1(t)) M_w Q_{L0}}{\rho V} & \frac{-(k_m A + \theta_1(t))^2 (h_v + \theta_2(t))}{\rho V C_p} & 0 & \frac{-(k_m A + \theta_1(t)) M_w T_0}{\rho V} \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{B}(\theta(t)) = \begin{bmatrix} \frac{-M_w x_Q}{\rho v} \\ \frac{-M_w T_Q}{\rho v} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{(k_m A + \theta_1(t)) M_w T_Q}{\rho v} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

où $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $x_4(t)$ et $x_5(t)$ sont respectivement la fraction molaire liquide du composant volatil, la température du réservoir Flash, la fraction molaire à l'équilibre, la pression dans le réservoir

et le débit de sortie . Nous avons donc : $[x_L \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T = [x_L \ T \ x^* \ P \ Q_L]^T$. Les paramètres du système sont listés dans le tableau ci-après.

Variable	Définition	Valeur/Unités
état $x(t)$		
$x_L(t)$	Fraction molaire liquide du composant volatil	—
$T(t)$	Température du réservoir	K
$x^*(t)$	Fraction molaire à l'équilibre	—
$P(t)$	Pression dans le réservoir	KPa
$Q_L(t)$	Débit de sortie	mol/s
Input $u(t)$		
$Q(t)$	Débit d'entrée	$4,377 \ mol/s$
Paramètres		
ρV	Masse du liquide	$23.7 \ kg$
$k_m A$	Coefficient de transfert de masse	$0,12 \pm 15\% \ mol/s$
h_v	Chaleur de vaporisation	$23,24 \pm 10\% \ kJ/mol$
Constantes connues		
C_p	Capacité de chaleur moyenne	$4.2 \ kJ/K.g$
M_w	Masse moléculaire moyenne du liquide	$50 \ g/mol$
C_v	Coefficient de débit de la vanne	$16,8 \ (kPa)^{-1/2} mol/s$
V	Volume du liquide	$19 \ m^3$
x_Q	Composant volatile en fraction molaire en entrée	1
T_Q	Température à l'entrée	$500 \ K$
H	Constante de la loi d'Henry	$313 \ K$
P_{ref}	Pression en aval	$10 \ KPa$
b	Constante de l'équation d'Antoine	$130.63 \ ^0C^{-1}$
c	Constante de l'équation d'Antoine	$23.426 \ ^0C$

Les paramètres $k_m A$ et h_v (désormais notés $\theta_1(t)$ et $\theta_2(t)$) sont considérés comme des variables qui varient telles que : $\theta_1 \in [-0.018, 0.018]$ and $\theta_2 \in [-2.32, 2.32]$. Comme c'est le cas dans le cadre LPV, ces paramètres sont supposés être disponibles (Alwi *et al.*, 2012), (Rodrigues *et al.*, 2013a). Comme il y a $l = 2$ paramètres qui varient dans ce système descripteur LPV (4.108), alors $2^2 = 4$ modèles sont considérés. Les fonctions $\rho(\theta(t))$ varient dans un ensemble convexe et sont représentées dans la figure (4.33). Dans ce cas, la représentation polytopique LPV descripteur (4.108) peut être réécrite comme suit :

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 \rho_i(\theta(t))(A_i x(t) + B_i(u(t) + f(t))) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.109)$$

Les matrices du système peuvent être déterminées au niveau des sommets du polytope pour les valeurs extrêmes des paramètres ρ_i . Ainsi, les matrices A_i sont définies comme suit :

$$\begin{aligned}
A_1 &= \begin{bmatrix} -0.8223 & 0 & 0.5279 & 0 & 1.0127 \\ -0.3011 & 0.6751 & 0.3011 & 0 & 201.1814 \\ 0 & 0 & 1 & -0.0484 & 0 \\ 0 & -0.0013 & 0 & 0.3967 & 0 \\ 0.2355 & -0.5279 & -0.2355 & 0 & -157.3239 \end{bmatrix} \\
A_2 &= \begin{bmatrix} -0.8223 & 0 & 0.5279 & 0 & 1.0127 \\ -0.3376 & 0.6751 & 0.3376 & 0 & 201.1814 \\ 0 & 0 & 1 & -0.0484 & 0 \\ 0 & -0.0013 & 0 & 0.3967 & 0 \\ 0.2640 & -0.5279 & -0.2640 & 0 & -157.3239 \end{bmatrix} \\
A_3 &= \begin{bmatrix} -0.7980 & 0 & 0.5522 & 0 & 1.0127 \\ -0.3150 & 0.6751 & 0.3150 & 0 & 201.1814 \\ 0 & 0 & 1 & -0.0484 & 0 \\ 0 & -0.0013 & 0 & 0.3967 & 0 \\ 0.2577 & -0.5522 & -0.2577 & 0 & -164.5664 \end{bmatrix} \\
A_4 &= \begin{bmatrix} -0.7980 & 0 & 0.5522 & 0 & 1.0127 \\ -0.3531 & 0.6751 & 0.3531 & 0 & 201.1814 \\ 0 & 0 & 1 & -0.0484 & 0 \\ 0 & -0.0013 & 0 & 0.3967 & 0 \\ 0.2889 & -0.5522 & -0.2889 & 0 & -157.3239 \end{bmatrix} \text{ and } B_i = B = \begin{bmatrix} -1.2152 \\ -251.8143 \\ 0 \\ 0 \\ 201.4515 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Les fonctions de pondération $\rho_i(\theta(t))$ sont définies comme des combinaisons de θ_j (Hamdi *et al.*, 2012) et sont données comme suit :

$$\begin{aligned}
\rho_1(\theta(t)) &= \frac{\theta_1(t) - \underline{\theta}_1}{\bar{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} \frac{\theta_2(t) - \underline{\theta}_2}{\bar{\theta}_2 - \underline{\theta}_2} = \frac{(\theta_1(t) + 0.018)(\theta_2(t) + 2.32)}{0.167} \\
\rho_2(\theta(t)) &= \frac{\theta_1(t) - \underline{\theta}_1}{\bar{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} \frac{\bar{\theta}_2 - \theta_2(t)}{\bar{\theta}_2 - \underline{\theta}_2} = \frac{(\theta_1(t) + 0.018)(2.32 - \theta_2(t))}{0.167} \\
\rho_3(\theta(t)) &= \frac{\bar{\theta}_1 - \theta_1(t)}{\bar{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} \frac{\theta_2(t) - \underline{\theta}_2}{\bar{\theta}_2 - \underline{\theta}_2} = \frac{(0.018 - \theta_1(t))(\theta_2(t) + 2.32)}{0.167} \\
\rho_4(\theta(t)) &= \frac{\bar{\theta}_1 - \theta_1(t)}{\bar{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} \frac{\bar{\theta}_2 - \theta_2(t)}{\bar{\theta}_2 - \underline{\theta}_2} = \frac{(0.018 - \theta_1(t))(2.32 - \theta_2(t))}{0.167}
\end{aligned}$$

Prenons un défaut actionneur additif $f(t)$ affectant le système descripteur polytopique LPV (4.78) défini comme suit :

$$\begin{aligned}
f(t) &= 0, & t < 15s \\
f(t) &= 25\sin(2.5t), & 15s \leq t < 25s \\
f(t) &= 15, & 25s \leq t < 35s \\
f(t) &= 0, & t > 35s
\end{aligned}$$

La loi de commande basée sur l'observateur donnée par les équations (4.83), est obtenue en résolvant le problème LMI défini dans le théorème 1. On peut vérifier que les hypothèses $H2$ et $H3$ sont vérifiées. Ensuite et selon la proposition définie au paragraphe 4.11.3, les matrices T_1 et T_2 peuvent être calculées à partir de l'équation (4.96). Les gains des matrices de l'APO et les gains du retour d'état sont obtenus en résolvant les LMI (4.101) avec la valeur de paramètre $\delta = 1,442$.

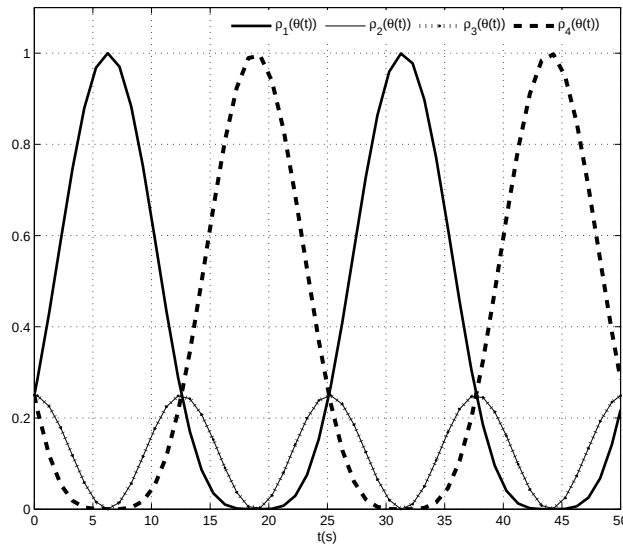
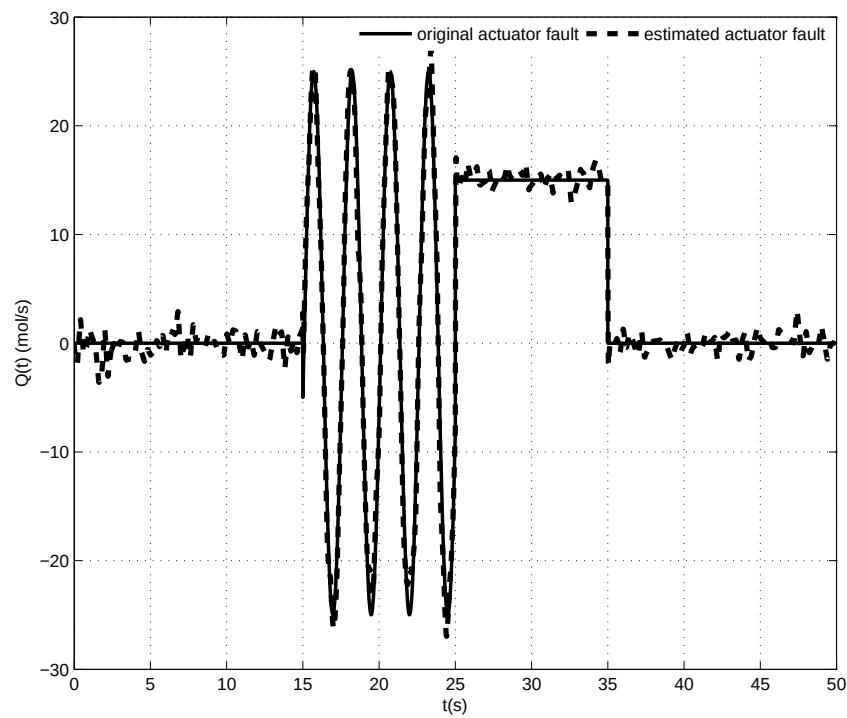
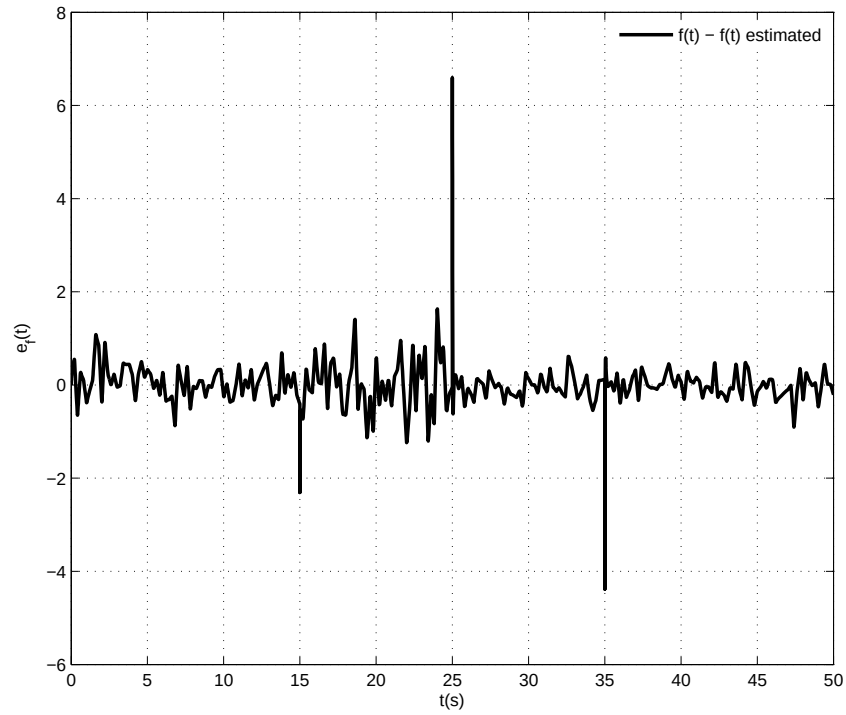
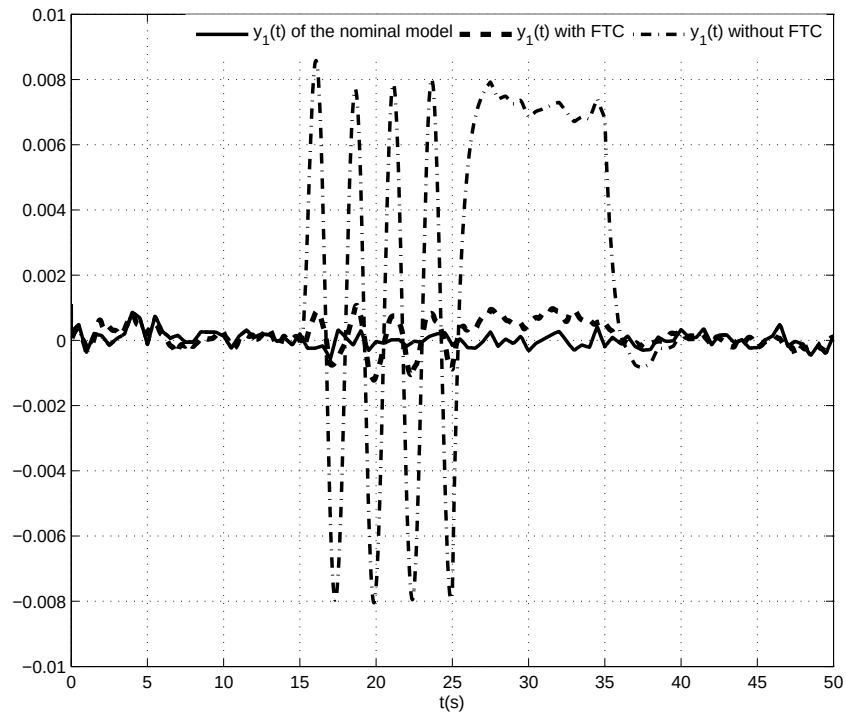
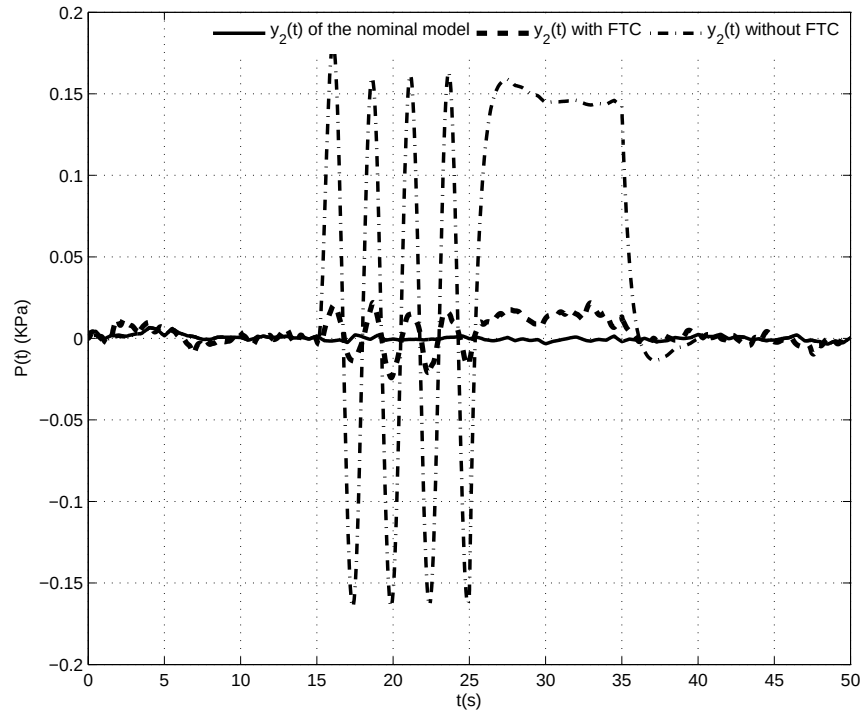
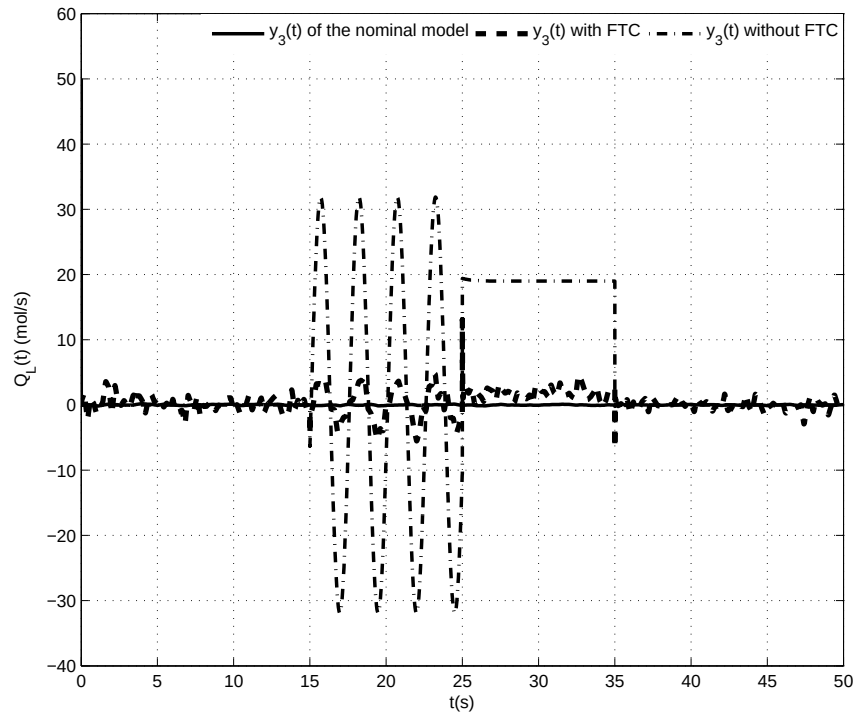
FIGURE 4.33: Evolutions des fonctions ρ_i 

FIGURE 4.34: Défaut actionneur et son estimation

Les simulations ont été réalisées avec l'ajout d'un bruit aléatoire d'amplitude maximale 0,01 sur les mesures de sortie. Le défaut actionneur et son estimation sont représentés sur la figure 4.34. On peut voir la bonne estimation du défaut actionneur par l'utilisation de l'APO, malgré la présence d'un bruit additif. Cette estimation du défaut actionneur est également utilisée dans la loi de commande donnée par (4.82) de manière à rendre le système robuste contre ce défaut actionneur. En outre, il convient de noter que l'erreur d'estimation du défaut $e_f(t)$ représentée sur la figure 4.35 est de moyenne nulle

FIGURE 4.35: Erreur d'estimation du défaut $e_f(t)$ FIGURE 4.36: $y_1(t)$ du système : sortie nominale, sortie sans FTC et sortie avec FTC

FIGURE 4.37: $y_2(t)$ du système : sortie nominale, sortie sans FTC et sortie avec FTCFIGURE 4.38: $y_3(t)$ du système : sortie nominale, sortie sans FTC et sortie avec FTC

ce qui souligne une estimation précise du défaut actionneur. Notez que les changements brusques du défaut peuvent générer des 'pics' sur la figure 4.35 au moment des instants 15 s, 25 s et 35 s. Des pics similaires ont été observés dans l'exemple de (Rodrigues *et al.*, 2013a) pour les mêmes raisons.

Les figures (4.36 - 4.38) illustrent une comparaison entre les sorties du modèle nominal (c'est-à-dire sans défaut), les sorties du système en présence de défauts mais sans FTC (avec un régulateur classique par un retour d'état) et enfin les sorties avec notre loi de commande AFTC. On peut noter que les sorties sans FTC ne convergent pas vers la dynamique nominale : ceci souligne que le système est perturbé par le défaut actionneur. La loi de commande tolérante aux défauts basée sur l'APO (4.82) rend le système robuste aux défauts actionneurs puisque les trajectoires des sorties du système avec la commande FTC rejoignent les sorties du système nominal (sans défaut).

4.11.7 Conclusion

Ce travail de recherche approfondi qui regroupe une bonne partie des travaux de recherche précédents, a permis de synthétiser une loi de commande active tolérante aux défauts pour des systèmes descripteurs LPV, domaine dans lequel peu de travaux sont publiés. L'un des apports de ce travail est notamment d'avoir développé à la fois une nouvelle synthèse de gains par retour d'état, mais aussi d'avoir synthétisé en même temps le module de diagnostic qui estime en ligne l'amplitude du défaut. Naturellement, ces travaux de recherche récents se sont appuyés sur les travaux que nous avons effectués sur le diagnostic en incorporant les nouvelles stratégies que nous avons mises en place afin de pouvoir aussi estimer des défauts variants dans le temps. Aussi ce module de diagnostic utilisé dans cette section pour la commande tolérante aux défauts, a été mis au point grâce notamment aux travaux menés dans (Rodrigues *et al.*, 2014a) où la synthèse d'un observateur polytopique LPV robuste aux perturbations a été décrite.

L'application utilisée sur un procédé chimique ouvre de nouvelles perspectives quant aux applications potentielles de notre stratégie de commande tolérante aux défauts. De plus, la synthèse même de notre commande reste perfectible avec notamment la réduction du conservatisme de la solution LMI sous contraintes d'égalités.

Chapitre 5

Synthèse de régulateurs pour la commande des canaux d'irrigation par une approche Multi-Modèles

5.1 Introduction

Ce chapitre traite des méthodes développées pour la synthèse de nouveaux régulateurs en dimension infinie par Inégalités Matricielles Linéaires appliquées aux canaux d'irrigation. Cette thématique nouvelle au LAGEP, est le fruit d'une collaboration entre Mme Valérie Dos Santos Martins, Maître de Conférences au LAGEP, et moi-même. Cette collaboration a débuté en 2008 et s'est poursuivie avec les co-encadrements de 3 Masters de Recherche : en 2008 avec M. S. Chabou, en 2009 avec M. Diagne puis avec M. Y. Wu en 2012.

5.2 Motivations et contexte

Cet axe de recherche rentre dans les diverses activités du LAGEP dans le domaine de l'Automatique et plus précisément dans le domaine de la synthèse de commande robuste pour les systèmes de dimension infinie. L'objectif principal est de développer une nouvelle loi de commande pour les systèmes en dimension infinie par l'étude des techniques usuelles généralement appliquées aux systèmes en dimension finie par le biais de la représentation Multi-Modèles.

Le contrôle des canaux d'irrigation représente à la fois un intérêt d'un point de vue économique, environnemental et aussi d'un point de vue théorique non négligeable. En effet, il faut savoir qu'environ 250 millions d'hectares sont irrigués dans le monde et 70% de cette irrigation est réalisée manuellement avec des pertes d'efficacité et d'eau très importantes à l'heure où cette ressource est encore plus rare et demeure un enjeu stratégique de la première importance. Il est donc très utile d'étudier en profondeur des systèmes, des lois de commande à mettre en place qui permettent de garantir un minimum de perte et d'assurer une bonne adéquation entre la demande et l'approvisionnement de celle-ci au travers la mise en place de régulateurs capables de gérer le système sur une grande plage de fonctionnement.

Beaucoup de chercheurs ont travaillé dans ce domaine afin de mieux gérer les ressources en eau et de minimiser les pertes. De ce fait, il est important d'amener le niveau de l'eau et le débit à certaines

valeurs désirées dans les canaux ouverts pendant l'écoulement de l'eau. La difficulté pour contrôler ce système est que seule la position des ouvertures des vannes peut être gérée. Il s'agit de ce que l'on nomme le *contrôle frontière*. Dans le cas de la régulation des canaux d'irrigation, le problème a été d'obtenir un modèle qui prenne en compte l'aspect distribué du système. Les équations aux dérivées partielles (EDP) dites de Saint-Venant intègrent cet aspect avec un contrôle frontière tant sur un bief à surface libre que sur plusieurs biefs concaténés. Le problème de la régulation des canaux d'irrigation a déjà été pris en compte dans la littérature en utilisant plusieurs techniques. Le problème de la théorie du contrôle linéaire classique a été étudié dans (Malaterre *et al.*, 1998). En utilisant l'approche des coordonnées de Riemann, les résultats de la stabilité des équations de Saint-Venant sont donnés dans (Greenberg and Li, 1984) pour un système à deux lois de conservations. D'autre part, des techniques utilisant l'approche de Lyapunov ont été utilisées dans (Coron *et al.*, 2007), (Dos Santos *et al.*, 2008), (Dos Santos and Prieur, 2008). L'idée est donc de voir comment utiliser l'approche de Lyapunov sur des systèmes EDP.

En pratique, les processus industriels par exemple en génie chimique, le traitement des eaux, sont caractérisés par des processus complexes qui opèrent souvent sur une grande plage de fonctionnement. Il est souvent difficile d'obtenir des modèles non-linéaires qui décrivent un tel processus sur toute la plage de fonctionnement. La plupart des stratégies de commande développées pour les systèmes en dimension infinie pour les canaux d'irrigation l'ont été autour d'un point d'équilibre et non sur une grande plage de fonctionnement (Dos Santos *et al.*, 2008). Dans la thèse de Valérie Dos Santos Martins (Dos Santos, 2004), une approche Multi-Modèles avait été initiée expérimentalement puis en simulation. Néanmoins, les conditions de stabilité notamment lors des transitions de points de fonctionnement, n'avaient pas été démontrées.

Les Multi-Modèles en dimension finie sont bien connus et sont basés sur l'idée simple de partitionner les conditions d'exploitation d'un système en 'région', et permettent notamment de représenter un système de grande dimension (généralement non linéaire) à l'aide de modèles linéaires (ou non) définis autour de points de fonctionnement judicieusement choisis. Cette représentation autour de points de fonctionnement, a notamment pour but de permettre l'utilisation des outils dédiés initialement aux systèmes LTI en appliquant des lois de commande locales autour de chaque zone de fonctionnement (Murray-Smith and Johansen, 1997).

Cette philosophie multi-modèles (Rodrigues, 2005) est basée sur des fonctions de pondérations (Rodrigues *et al.*, 2008) qui donnent plus ou moins de 'poids' à un modèle local en fonction des paramètres du système (entrées, sorties,...) à un instant donné. Ces fonctions de pondération peuvent être calculées de différentes façons mais sont généralement le plus souvent utilisées sous une forme convexe qui est utilisée en multi-modèles, en logique floue et en modélisation polytopique LPV.

La modélisation Multi-Modèles a souvent été utilisée pour la commande de systèmes non linéaires (Athans *et al.*, 2005) avec notamment des stratégies de type 'gain-scheduling' ou séquençement de gains (Leith and Leithead, 2000), de régulateurs interpolés (Banerjee *et al.*, 1995), de régulateurs switchés (Narendra *et al.*, 1995). L'utilisation Multi-Modèles a aussi été utilisée pour le diagnostic (Bhagwat *et al.*, 2003), (Gatzke and Doyle, 2002), (Rodrigues *et al.*, 2008).

Néanmoins, l'utilisation de la représentation Multi-Modèles pour les systèmes nonlinéaires décrits par des équations différentielles partielles (EDP) est quelque chose de nouveau dans la littérature. Ainsi, le but de notre collaboration a donc été de voir s'il était possible de transposer l'utilisation des

Multi-Modèles et de leur étude de stabilité en dimension finie en dimension infinie. La stabilité de la commande des systèmes EDP reste un problème ouvert et l'idée est donc de proposer une étude de stabilité par le biais de l'utilisation des Multi-Modèles en développant des théories permettant de faire une transposition de l'étude en dimension finie en dimension infinie.

Travaillant pour ma part sur des systèmes avec de grandes plages de fonctionnement et ayant aussi effectué durant ma thèse de nombreux tests sur une application de 3 cuves disponible au CRAN, j'avais pu me confronter aux différentes lois de commande mises en place avec une approche Multi-Modèles pour des systèmes en dimension finie et à l'aide d'inégalités matricielles linéaires (LMI). Dans ce qui suit, j'expose la problématique et les différentes solutions envisagées pour le contrôle des canaux d'irrigation sur plusieurs points de fonctionnement.

5.3 Le problème de régulation du canal : un système de commande frontière

On considère la classe suivante de canaux, représentés par la figure (5.1) pour un bief avec deux vannes de fond où :

- $Q(x, t)$ est le débit,
- $Z(x, t)$ est la hauteur d'eau du canal,
- L est la longueur du bief en amont $x = 0$ et en aval $x = L$,
- $U_{am} = U_0(t)$, $U_{av} = U_L(t)$ sont les ouvertures des vannes.

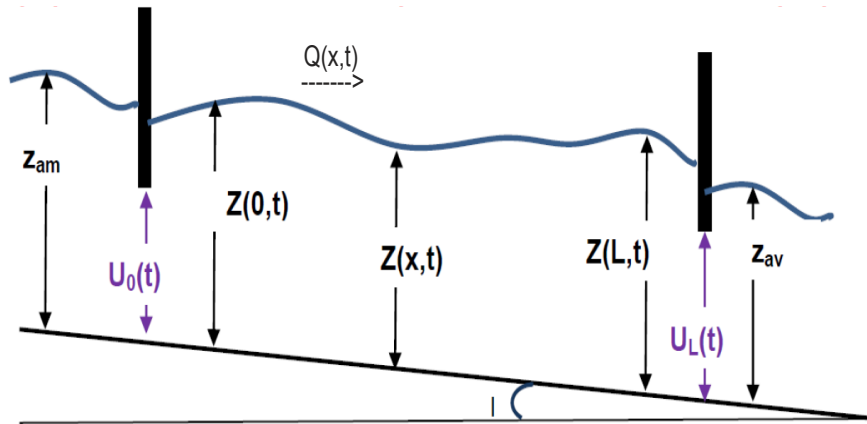


FIGURE 5.1: Schéma du Canal : deux vannes

Le problème de régulation concerne la stabilisation du débit et/ou de la hauteur d'eau, autour d'un niveau d'équilibre pour un bief, noté $(Z_e(x), Q_e(x))$. Un modèle linéarisé à coefficients variables peut être utilisé pour décrire les variations dans ce bief que nous rappelons dans la suite.

5.3.1 Le modèle d'un bief

On suppose que le canal a une longueur L suffisante, de telle sorte qu'on puisse considérer un mouvement uniforme dans la direction latérale. Les EDPs non linéaires de Saint-Venant qui décrivent les

écoulements dans un canal rectangulaire à surface libre sont les suivantes (de Saint-Venant, 1871), (Georges, 2002) :

$$\partial_t Z = -\partial_x \frac{Q}{b}, \quad (5.1)$$

$$\partial_t Q = -\partial_x \left(\frac{Q^2}{bZ} + \frac{1}{2}gbZ^2 \right) + gbZ(I - J), \quad (5.2)$$

$$Z_0(x) = Z(x, 0), Q_0(x) = Q(x, 0) \quad (5.3)$$

$\forall x \in \Omega = (x_{am}, x_{av}) = (0, L)$, $t > 0$, où I est la pente du fond, b est la largeur du canal, g est la constante de gravité. J est le frottement de friction exprimé à partir de la formule de Manning-Strickler et R est le rayon hydraulique. J et R s'expriment de la manière suivante :

$$J = \frac{n^2 Q^2}{(bZ)^2 R^{4/3}}, \quad R = \frac{bZ}{b + 2Z} \quad (5.4)$$

Cas du contrôle multivariables :

L'équation de la condition en amont du bief ($x = x_{am}$) est donnée par

$$Q(x_{am}, t) = U_{am}(t) \Psi_1(Z(x_{am}, t)) \quad (5.5)$$

avec $\Psi_1(Z) = K_1 \sqrt{2g(z_{am} - Z)}$.

Z_{am} est la hauteur d'eau en amont de la vanne, $K_i, i \in \{1, 2\}$ est le produit de la largeur du canal avec le coefficient de débit de la i ème vanne (i noté dans le sens de l'écoulement), U_{am} est la commande amont. Notons que la variable à contrôler est la hauteur Z_{av} en x_{av} . On a donc dans le cas $x_{am} = 0$, $x_{av} = L$, $U_{am} = U_0$ (cf. figure (5.1)). De plus, une autre commande apparaît en aval du bief, i.e. en $x = x_{av}$ (figure (5.1)) :

$$Q(x_{av}, t) = U_{av}(t) \Psi_2(Z(x_{av}, t)) \quad (5.6)$$

où $\Psi_2(Z) = K_2 \sqrt{2g(Z - z_{av})}$ et $U_{av}(t)$ est la commande aval du bief, Z_{av} est la hauteur d'eau en aval de la vanne.

5.3.2 Un modèle de régulation

Un état d'équilibre du système ($\partial_t(\cdot) \equiv 0$) vérifie les équations suivantes :

$$\partial_x Q_e = 0 \quad (5.7)$$

$$\partial_x Z_e = gbZ_e \frac{I + 2J_e + \frac{4}{3}J_e \frac{1}{1+2Z_e/b}}{gbZ_e - Q_e^2/bZ_e^2}, \quad (5.8)$$

On se place dans le cas fluvial, on obtient :

$$Z_e > \sqrt[3]{Q_e^2/(gb^2)}. \quad (5.9)$$

Notons que Q_e est constant mais que Z_e dépend de la variable d'espace. Avec $\xi(t) = (z(t), q(t))^t$, le système linéarisé autour d'un niveau d'équilibre $(Z_e(x), Q_e(x))^t$, est alors :

$$\partial_t \xi(x, t) = A_1(x) \partial_x \xi(x, t) + A_2(x) \xi(x, t) = \mathcal{A} \xi(x, t) \quad (5.10)$$

$$\xi(0, t) = \xi_0(t)$$

$$q(x_{am}, t) = U_{am,e} \partial_z \Psi_1(Z_e(x_{am}, t)) z(x_{am}, t) + u_{am}(t) \Psi_1(Z_e(x_{am}, t)) \quad (5.11)$$

$$q(x_{av}, t) = U_{av,e} \partial_z \Psi_2(Z_e(x_{av}, t)) z(x_{av}, t) + u_{av}(t) \Psi_2(Z_e(x_{av}, t)) \quad (5.12)$$

où $U_{am,e}, U_{av,e}$ sont les ouvertures de vannes pour les points d'équilibre amont et aval d'un bief, et $u_{am}(t), u_{av}(t)$ sont les variations de ces ouvertures. Les matrices $A_1(x), A_2(x)$ sont données dans la thèse de (Dos Santos, 2004).

Le problème de commande est alors le suivant : trouver les variations de $u_{am}(t)$ à l'extrémité $x = x_{am}$ et $u_{av}(t)$ à l'extrémité $x = x_{av}$ du bief telles que la ou les variable(s) de sorties en un ou des point(s) $x \in [0, L]$ (variables mesurées), suivent un signal de référence $r(t)$. Ici, on se propose de contrôler la hauteur d'eau en $x = L$, i.e. $Z(L, t)$. Le signal de référence $r(t)$ est choisi dans tous les cas, soit constant, soit non persistant (une réponse indicielle stable d'un système non oscillatoire).

Dans ce manuscrit, nous adoptons un schéma de contrôle basé sur la régulation par contrôle frontière par modèle interne ou IMBC (Internal Model Boundary Control) (Dos Santos and Toure, 2005) comme l'illustre la figure (5.2). Cette stratégie de commande intègre le modèle du procédé en temps réel et permet de réguler la hauteur d'eau en tout point du canal par une prise en compte de l'erreur entre le modèle et le système.

- M_f est le modèle de filtrage linéaire de dimension finie qui sert à filtrer le signal d'erreur $e(t) = y_s(t) - y(t)$.
- M_r est le modèle de poursuite qui permet d'imposer une dynamique à la consigne fixée.

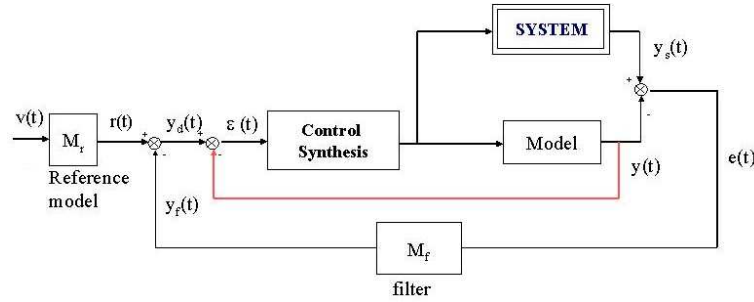


FIGURE 5.2: Structure IMBC : Contrôle Frontières par Modèle Interne

5.3.3 Stabilité du système

L'équation (5.10) présente la dynamique du système en boucle ouverte. Dans cette représentation, le vecteur d'état $\xi(x, t)$ n'est pas explicitement lié à la commande qui n'intervient que sur la frontière. Afin de concevoir un retour de sortie et d'étudier la stabilité en boucle fermée, on introduit un opérateur de distribution D de la commande frontière sur l'état. D est un opérateur borné tel que $Im(D) = Ker(\mathcal{A})$ et $Du \in D(\mathcal{A})$ (Dos Santos *et al.*, 2004) :

$$\xi(x, t) = \varphi(x, t) + Du(t) \quad (5.13)$$

Cet opérateur est naturellement nul dans le domaine de $\mathcal{A}(x)$ et s'active seulement à la frontière du domaine. Ce changement de variable permet d'obtenir une représentation de Kalman pour le système :

$$\partial_t \varphi(x, t) = \mathcal{A}(x) \varphi(x, t) - D \dot{u} \quad (5.14)$$

$$\varphi(x, 0) = \varphi_0(x) = \xi_0(x) - Du(0) \quad (5.15)$$

Il a été prouvé que le système en boucle ouverte était exponentiellement stable dans (Dos Santos and Toure, 2005) car l'opérateur du système linéarisé en dimension infinie génère une C_0 -semi-groupe exponentiellement stable. De plus, sous un contrôle $u(t) \in U = \mathbb{R}^n, u \in C^\alpha([0, \infty], U)$ ¹, le semi-groupe

1. Coefficient régularité est $\alpha = 2$

reste stable. En particulier pour une commande de type Proportionnel Intégral $u(t) = \alpha_i \kappa_i \int \varepsilon(d) ds + \alpha_p \kappa_p \varepsilon(t) \in U = \mathbb{R}^n$, les conditions des paramètres sont données pour préserver les propriétés de stabilité du système linéarisé en boucle fermée (figure(5.2)). Ces conditions sur les paramètres d'une commande PI sont :

$$0 \leq \alpha_i < \alpha_{i,max} = \min_{\lambda \in \Gamma} (a \|R(\lambda; \mathcal{A}_e)\| + 1)^{-1} \quad (5.16)$$

$$0 \leq \alpha_p < \alpha_{p,max} = \left(\sup_{\lambda \in \Gamma} a \|R(\lambda; \mathcal{A})\| \right)^{-1} \quad (5.17)$$

où $\mathcal{A}_e$ est une partie du développement en série de l'opérateur en boucle fermée (Dos Santos and Toure, 2005), et $R(\lambda; K)$ est la résolvante de K . a est une constante qui dépend de $\mathcal{A}_e$.

Pour contrôler le niveau de l'eau sur une plage de variation définie, nous considérons des modèles établis autour de plusieurs points/états d'équilibre judicieusement choisis : chaque modèle est une approximation du procédé dans un intervalle restreint de la plage de variation et doit être activé pour concevoir la commande dans cet intervalle. L'idée est de construire un ensemble de modèles définis dans des intervalles successifs pour commander le système sur toute la plage de fonctionnement.

5.3.4 La représentation Multi-Modèles pour les équations de Saint-Venant

La représentation Multi-Modèles permet d'atteindre les objectifs de commande sur une grande plage de fonctionnement parce qu'elle prend en compte différents sous-modèles (ou modèles locaux) pouvant être activés en fonction des différents modes de fonctionnement (Murray-Smith and Johansen, 1997), (Rodrigues *et al.*, 2008). La représentation des équations de Saint-Venant autour de N points d'équilibres par approche Multi-Modèles est définie par les équations suivantes :

$$\partial_t \xi(x, t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\zeta(t)) \mathcal{A}_i(x) \xi(x, t) \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_i(x) &= A_{1,i}(x) \partial_x + A_{2,i}(x) \\ \xi_0(x) &= \xi(x, 0) \end{aligned} \quad (5.19)$$

où :

- $\mathcal{A}_i(x)$ est l'opérateur correspondant au i^{eme} état d'équilibre ou profil de fonctionnement.
- $\zeta(t)$ est une fonction qui dépend de variables de décision. Ces variables sont liées directement aux variables d'état mesurables.
- $\mu_i(\zeta(t))$ est la fonction d'activation qui sélectionne le modèle de synthèse de la loi de commande en fonction de la hauteur en sortie du procédé, soit z_L dans notre cas.

5.4 Etude de stabilité du système bouclé

Dans cette section, on étudie une structure en boucle fermée (figure (5.2)) avec une commande de type Proportionnel Intégral. Le modèle de poursuite (M_r) et le modèle de filtrage (M_f) ne sont pas considérés.

5.4.1 Structure en boucle fermée par retour de sortie de type Proportionnel Intégral

Pour une commande par retour de sortie, $u(t) = K_{int} \int \varepsilon(\tau) d\tau + K_{pr} \varepsilon(t)$, où K_{int} et K_{pr} sont respectivement les gains intégral et proportionnel. On obtient (Dos Santos, 2004) :

$$\varepsilon(t) = r(t) - y(t) \quad (5.20)$$

$$u(t) = K_{int} \int [r(\tau) - y(\tau)] d\tau + K_{pr} [r(t) - y(t)] \quad (5.21)$$

avec $y(t) = C(\xi(x, t) + Eq(x, t))$ où $Eq(x, t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\zeta(t))(z_{e,i}(x, t) - q_{e,i})^t$ est l'état d'équilibre, par exemple $CEq(x, t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\zeta(t))z_{e,i}(L)$ si le but est de réguler le niveau d'eau à $x = L$.

$$y(t) = C\varphi(x, t) + CEq(x, t) + CDu(t) \quad (5.22)$$

En remplaçant $y(t)$ dans l'équation de commande (5.21) :

$$\begin{aligned} u(t) &= K_{int} \int [r(\tau) - (C\varphi(x, \tau) + CEq(x, \tau) + CDu(\tau))] d\tau \\ &\quad + K_{pr} [r(t) - (C\varphi(x, t) + CEq(x, t) + CDu(t))] \\ \Rightarrow \dot{u}(t) &= K_{int} [r(t) - C\varphi(x, t) - CEq(x, t) - CDu(t)] \\ &\quad + K_{pr} [\dot{r}(t) - C\dot{\varphi}(x, t) - C\dot{Eq}(x, t) - CD\dot{u}(t)] \\ &= K_{int} [r(t) - C\varphi(x, t) - CEq(x, t) - CDu(t)] \\ &\quad + K_{pr} [\dot{r}(t) - C\dot{Eq}(x, t) - CA_i(x)\varphi] \end{aligned} \quad (5.23)$$

Dans chaque modèle local, $Eq(x, t)$ est une fonction par morceaux ($\dot{Eq}(x, t) = 0$), de même pour $r(t)$, donc $\dot{u}$ se simplifie sous la forme suivante :

$$\dot{u}(t) = K_{int} [r(t) - C\varphi(x, t) - CEq(x, t) - CDu(t)] - K_{pr} CA_i(x)\varphi \quad (5.24)$$

et en utilisant $\dot{u}(t)$ dans l'équation (5.14), la représentation du système en boucle fermée est alors :

$$\begin{aligned} \partial_t \varphi(x, t) &= \sum_{i=1}^N \mu_i(\zeta(t)) [(A_i + DK_{int}C + DK_{pr}CA_i)\varphi(x, t) \\ &\quad + DK_{int}(CDu(t) + CEq(x, t) - r(t))] \end{aligned} \quad (5.25)$$

En définissant :

$$\tilde{K}_{int} = DK_{int}, \tilde{K}_{pr} = DK_{pr} \quad (5.26)$$

Alors l'équation (5.25) s'écrit :

$$\begin{aligned} \partial_t \varphi(x, t) &= \sum_{i=1}^N \mu_i(\zeta(t)) [(A_i + \tilde{K}_{int}C + \tilde{K}_{pr}CA_i)\varphi(x, t) \\ &\quad + \tilde{K}_{int}(CDu(t) + CEq(x, t) - r(t))] = \sum_{i=1}^N \mu_i(\zeta(t)) \mathcal{M}_i(x, t) \end{aligned} \quad (5.27)$$

Or, réguler le canal revient à garantir une convergence de la hauteur d'eau au point x_{av} vers la référence imposée $r(t)$ sur toute la plage de fonctionnement. Nous proposons de déduire les conditions qui assurent cette stabilité en utilisant une fonction quadratique de Lyapunov.

5.4.2 Etude de la stabilité par fonction quadratique de Lyapunov

Soit :

$$V(\varphi(x, t), t) = \langle \varphi(x, t), P\varphi(x, t) \rangle \quad (5.28)$$

où $\langle ., . \rangle$ est le produit scalaire.

La représentation Multi-Modèles de l'EDP linéarisé de Saint-Venant définie par l'équation (5.25) est asymptotiquement stable s'il existe une matrice/opérateur $P > 0$, telle que² :

- Les systèmes en dimension finie ($P > 0$ est une matrice) :

$$\dot{V}(\varphi(x, t), t) < 0 \Leftrightarrow \langle \dot{\varphi}, P\varphi \rangle + \langle \varphi, P\dot{\varphi} \rangle < 0 \quad (5.29)$$

- Les systèmes en dimension infinie ($P > 0$ est un opérateur) (Curtain and Zwart, 1995) :

$$\langle \dot{\varphi}, P\varphi \rangle + \langle \varphi, P\dot{\varphi} \rangle = - \langle \varphi, \varphi \rangle \quad (5.30)$$

Les techniques LMI sont définies pour les systèmes en dimension finie. A notre connaissance, peu d'auteurs s'étaient penchés sur le problème de l'utilisation des LMI pour les systèmes en dimension infinie. Les auteurs (Amin *et al.*, 2012) ont étudié la stabilité des systèmes switchés en dimension infinie en développant des outils mathématiques pour ce type de systèmes. La différence entre les théorèmes de stabilité en dimension finie et en dimension infinie vient du fait que l'inégalité (5.29) en dimension finie ne suffit pas habituellement en dimension infinie.

Mais l'égalité (5.30) peut se simplifier dans les cas suivants : par exemple pour les opérateurs à résolvante compacte (Curtain and Zwart, 1995; Dos Santos, 2004) pour lesquels l'inégalité en dimension finie devient une condition nécessaire et suffisante en dimension infinie. En effet l'inégalité de la dimension finie ne peut pas être transposée directement en dimension infinie. La raison est qu'en dimension infinie, nous ne pouvons pas généralement vérifier la croissance spectrale (toujours vraie en dimension finie). En effet, un opérateur A est générateur d'un C_0 -semigroupe $T_A(t)$ qui satisfait la propriété de la croissance spectrale si :

$$\sup\{\mathcal{R}(\lambda); \lambda \in \sigma(A)\} = w_0(A) := \inf_{t>0} \frac{\|T_A(t)\|}{t} \quad (5.31)$$

Donc si la croissance spectrale est satisfaite, et s'il existe un opérateur $P \in L$ tel que (avec $\dot{z} = Az$) :

$$\langle Az, Pz \rangle + \langle Pz, Az \rangle < 0, \forall z \in Z \quad (5.32)$$

alors $T_A(t)$ est exponentiellement stable.

Pour les équations de Saint-Venant, dans (Dos Santos, 2004), il a déjà été démontré que l'opérateur est à une résolvante compacte, donc il satisfait la propriété de la croissance spectrale. Ensuite, en prenant en compte (5.25)-(5.30), on obtient l'inégalité suivante :

$$\langle \mathcal{M}_i, P\varphi \rangle + \langle \varphi, P\mathcal{M}_i \rangle < 0 \quad (5.33)$$

où $\mathcal{M}_i$ est défini dans (5.27). Le développement de cette inégalité conduit à l'inégalité, pour chaque modèle d'index i , de la forme :

$$\begin{aligned} & \langle [\mathcal{A}_i + \tilde{K}_{int}C + \tilde{K}_{pr}C\mathcal{A}_i]\varphi(x, t), P\varphi(x, t) \rangle + \langle \tilde{K}_{int}[CDu(t) + CEq(x, t) - r(t)], P\varphi(x, t) \rangle \\ & + \langle \varphi(x, t), P[\mathcal{A}_i + \tilde{K}_{int}C + \tilde{K}_{pr}C\mathcal{A}_i]\varphi(x, t) \rangle + \langle \varphi(x, t), P\tilde{K}_{int}[CDu(t) + CEq(x, t) - r(t)] \rangle < 0 \end{aligned} \quad (5.34)$$

2. On pose pour la suite que $\partial_t \phi = \dot{\phi}$ pour toute fonction ϕ .

A ce stade de la recherche, nous avons effectué 4 approches depuis 2009 afin de synthétiser des gains K_{int} et K_{pr} qui satisfassent les conditions de stabilité en boucle fermée :

- **Approche avec un régulateur Intégrateur (I)** : (Diagne *et al.*, 2010) et (Dos Santos *et al.*, 2012), avec $K_{int} \neq 0$ et $K_{pr} = 0$:

Cette première approche a eu le mérite de poser la problématique et de synthétiser un régulateur intégral.

- **Approche avec un régulateur Proportionnel Intégral (PI)** : (Dos Santos and Rodrigues, 2011) a été effectuée avec $K_{int} = K_{pr}$.

Ce second travail plus approfondi a permis de synthétiser un régulateur PI avec cependant une contrainte qui simplifiait grandement les calculs avec $K_{int} = K_{pr}$.

- **Approche avec un régulateur PI avec relaxation sur les choix des gains $K_{int} \neq K_{pr}$ publié dans (Rodrigues *et al.*, 2013b)** :

Ce troisième travail a le mérite d'avoir relaxer des contraintes sur le choix des gains par la synthèse LMI et d'améliorer les simulations effectuées sur les canaux. Néanmoins, les conditions de stabilité n'avaient été démontrées que pour la dimension finie.

- **Approche avec un régulateur PI avec relaxation sur les choix des gains $K_{int} \neq K_{pr}$ publié dans (Dos Santos *et al.*, 2014)** :

Ce travail reprend intégralement l'idée de (Rodrigues *et al.*, 2013b) mais en définissant un cadre avec des opérateurs de manière à pouvoir étudier la stabilité du système bouclé en dimension infinie avec des conditions relaxées sur l'obtention des gains.

En fonction de chacune de ses approches, le développement LMI qui s'en est suivi est quelque peu différent (voir (Dos Santos and Rodrigues, 2011) et (Rodrigues *et al.*, 2013b)). Ces LMI ont permis d'obtenir des gains qui ont été implémentés en simulation et en pratique sur un cas réel. La taille de ces gains dépend notamment de la discrétisation qui est faite du système et du nombre de points N . La difficulté réside aussi dans la résolution des LMI par la considération du nombre de points de fonctionnement à considérer.

Les gains $\tilde{K}_{int}$ et $\tilde{K}_{pr}$ ont été implémentés en simulation dans le but de comparer la dynamique du système en boucle fermée par rapport aux résultats précédemment publiés pour le canal de Valence et le canal de Gignac. Notre objectif est de comparer les courbes qui ont été simulées par nos différentes méthodes avec celles obtenues expérimentalement dans les travaux (Dos Santos and Toure, 2005).

5.5 Simulations et résultats expérimentaux

Nous avons effectué plusieurs campagnes d'expérimentations sur le canal de Valence, illustré sur les figures (5.3-5.4), afin de valider nos simulations. Ce canal expérimental est localisé à l'ESISAR³ /INPG⁴ à Valence en France. Ce canal est sous la responsabilité du LCIS⁵.

3. École Supérieure d'Ingénieurs en Systèmes industriels Avancés Rhône-Alpes

4. Institut National Polytechnique de Grenoble

5. Laboratoire de Conception et d'Intégration des Systèmes



FIGURE 5.3: La maquette du Canal de Valence

5.5.1 Le micro-canal de Valence

Pour étudier le canal de Valence, considérons l'ensemble des paramètres de ce canal :

- $L = 64,5 \text{ dm}$ est la longueur du canal,
- $b = 1 \text{ dm}$ est la largeur du canal,
- $N = 20$ est le nombre de points de discrétisation,
- Z_L est la hauteur d'eau à réguler, telle que $z_{min} < Z < 2 \text{ dm}$; où z_{min} est le niveau critique minimal de l'eau, 2 dm est la hauteur maximale du canal.

Dans une configuration mono-bief à deux vannes, la régulation de la hauteur d'eau par Z_L en $x = L$, se fait en contrôlant les ouvertures des vannes en amont et en aval du bief soit $U_0(t)$ et $U_L(t)$: ceci est une commande multi-variables (cf. figure (5.1)). Les profils d'équilibre ont été choisis de telle sorte que la commande calculée à partir des modèles locaux puisse être performante sur toute la plage de variation de la hauteur d'eau (Dos Santos, 2004). Sachant que nous avons pu vérifier expérimentalement qu'un modèle est valable à $\pm 20\%$ autour d'un profil d'équilibre, pour assigner des références comprises entre $0,6 \text{ dm}$ et 2 dm , les points de fonctionnement en $x = 0$ sont les suivants :

$z_{e1}(x = 0)$	$z_{e2}(x = 0)$	$z_{e3}(x = 0)$
$0,6219 \text{ dm}$	$1,0149 \text{ dm}$	$1,5819 \text{ dm}$

Pour les deux applications qui sont présentées et utilisées, c'est-à-dire le micro-canal de Valence et le canal de Gignac, la fonction d'activation $\mu_i(\zeta(t))$ vaut 1 si la hauteur en sortie appartient à l'intervalle de validité du modèle et 0 dans le cas contraire, pour chaque état d'équilibre. Le paramètre $\zeta(t)$ dépend exclusivement de la sortie qui est la seule variable de décision dans ce cas de figure.

Les résultats sont obtenus au moyen d'une commande par modèle interne Multi-Modèles avec les gains calculés précédemment par les techniques LMI. La figure (5.5) montre que la sortie converge vers la référence même si cette dernière varie fortement. On peut observer que la sortie suit correctement la référence.

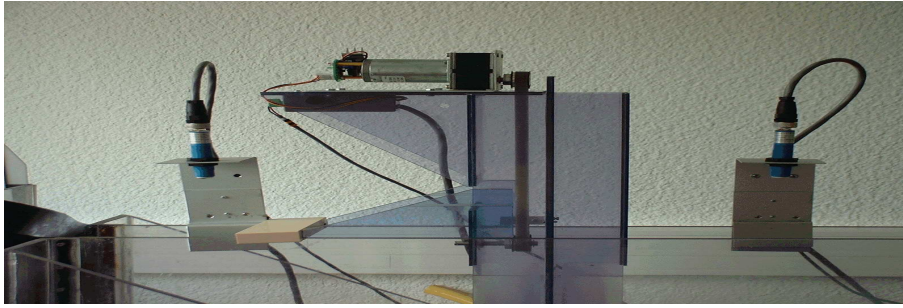


FIGURE 5.4: Capteurs à ultra-son sur la maquette de Valence

Les simulations représentées sur la figure (5.6) comparent le contrôleur PI avec $K_{int} \neq K_{pr}$ et le contrôleur PI réalisé dans (Dos Santos and Rodrigues, 2011) avec $K_{int} = K_{pr}$. Les gains ($K_{int} \neq K_{pr}$) sont obtenus par les techniques LMI. Dans la figure (5.6), les simulations du système avec les gains $K_{int} \neq K_{pr}$ convergent plus rapidement et de plus, il y a moins de dépassements que pour le régulateur avec les gains $K_{int} = K_{pr}$. Nous avons donc amélioré la synthèse des gains et apporté un degré de liberté supplémentaire afin d'obtenir une meilleure dynamique du système en boucle fermée.

Dans la figure (5.6), on compare également les simulations avec les gains $K_{int} \neq K_{pr}$ et l'expérimentation qui avait été réalisée par l'approche Multi-Modèles qui n'était pas optimale et sans preuve théorique de stabilité présentée dans (Dos Santos and Toure, 2005). On peut observer que le système avec les nouveaux gains a de meilleures performances que dans l'expérimentation de 2005 ainsi que par rapport aux premières simulations avec $K_{int} = K_{pr}$.

5.5.2 Améliorations par les fonctions d'activation

Une dernière idée sur laquelle nous avons travaillé, est notamment l'amélioration possible sur les fonctions de pondération μ_i qui peuvent être différentes des valeurs binaires $\{0, 1\}$ prises jusqu'à présent. D'un point de vue théorique, nous sommes capables de générer différents types de fonctions d'activation μ_i tant que celles-ci respectent les conditions de convexité. Au travers les courbes qui vont suivre, nous montrons l'amélioration de la qualité du suivi de la référence appliquée au canal de Gignac. Deux cas d'études seront considérés dans ce qui suit pour permettre de mettre en relief l'apport des nouvelles fonctions d'activation comparées aux anciennes sur deux canaux :

- Cas 1 : Le canal de Valence.
- Cas 2 : Le canal de Gignac.

La figure (5.7) illustre l'amélioration apportée notamment autour des instants suivants : $t = 250, 1000s$ and $2180s$ par les nouvelles fonctions de pondération $\mu_i \in [0, 1]$ (Fig (5.7, en bas à gauche) vis à vis des anciennes fonctions de pondération avec $\mu_i \in \{0, 1\}$ de (Dos Santos *et al.*, 2014). En effet, la hauteur d'eau en aval suit beaucoup mieux la référence et permet d'éviter des dépassement indésirables. On peut remarquer que les ouvertures des vannes à la figure (5.7), (en bas à droite) ont une dynamique très similaire en dépit de fonctions de pondération μ_i différentes : cependant, autour des instants $t = 900s$ et $t = 2000s$, les ouvertures des vannes sont sensiblement différentes ce qui correspond à la transition entre les fonctions de pondération. Puisque dans (Dos Santos *et al.*, 2014), ces fonctions étaient considérées comme des switches entre un modèle et un autre modèle défini autour d'un

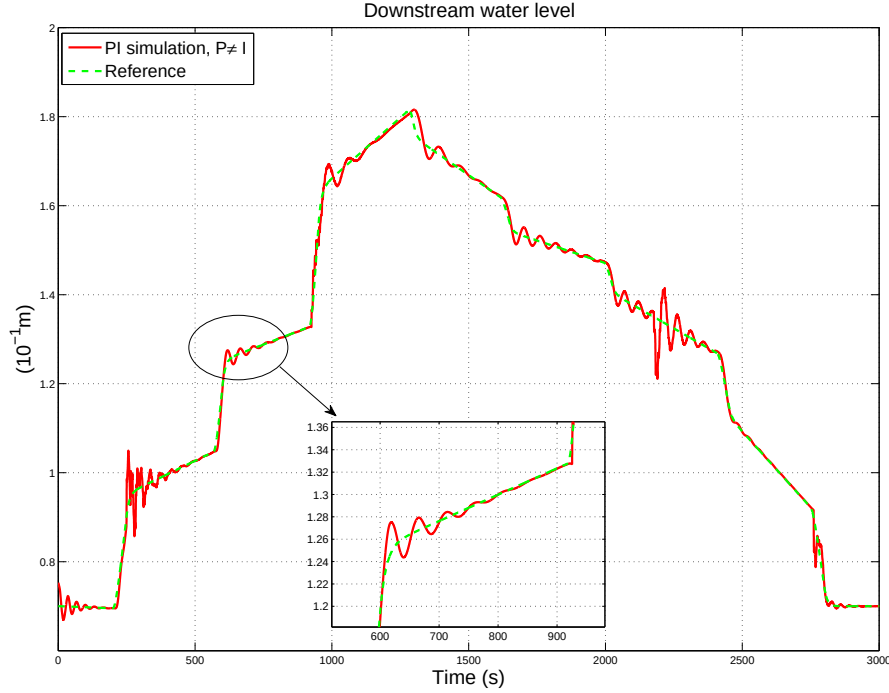


FIGURE 5.5: Variation de référence sur toute la plage de fonctionnement

point de fonctionnement, le changement de commande appliquée au système lors des instants de transition (commutation) était trop brutale et des oscillations apparaissaient. En utilisant les nouvelles fonctions de pondération $\mu_i \in [0, 1]$, il existe une meilleure interpolation entre les gains des différents modèles locaux afin d'améliorer considérablement la commande appliquée au système à chaque instant.

La figure (5.8) représente les différents essais avec les anciennes et les nouvelles fonctions d'activation sur le canal de Valence. Les simulations faites avec les nouvelles fonctions $\mu_i \in [0, 1]$ sont plus proches de la référence que celles faites pour les fonctions $\mu_i \in 0, 1$: il y a moins de dépassement, d'oscillations et la réponse est plus rapide. La courbe des données expérimentales a été faite à l'époque avec les anciennes fonctions d'activation : elle illustre l'applicabilité de la méthode.

5.5.3 Le canal de Gignac

Le canal de Gignac représenté à la figure (5.9) est également étudié. Les paramètres d'un bief du canal de Gignac sont :

- $L = 2272 \text{ m}$ est la longueur du canal,
- $b = 3 \text{ m}$ est la largeur du canal,
- $N = 40$ est le nombre de points de discrétisation,
- Z_L est la hauteur d'eau à réguler, telle que $1,7 \text{ m} < Z_L < 2,5 \text{ m}$.

La hauteur du canal est de $2,5 \text{ m}$.

Les points de fonctionnement en $x = 0$ sont les suivants :

Pour le canal de Gignac, la longueur et la largeur de celui-ci sont beaucoup plus grandes que le canal de Valence. Dans la figure Fig (5.10, (en bas à gauche), on peut voir que l'utilisation des fonctions de pondérations $\mu_i \in [0, 1]$ permet aussi d'éviter des dépassements indésirables notamment aux instants

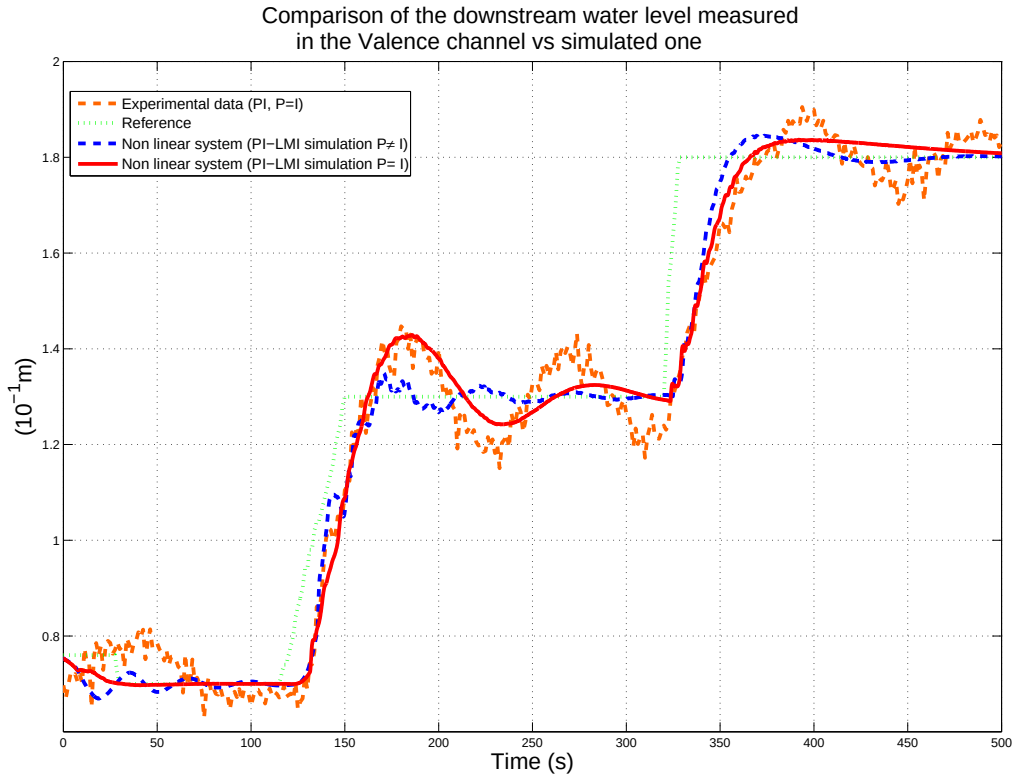


FIGURE 5.6: Comparaison du niveau d'eau mesuré en aval entre les simulations et les données expérimentales

$z_{e1}(x = 0)$	$z_{e2}(x = 0)$	$z_{e3}(x = 0)$
1,0866 m	1,4566 m	1,6766 m

$t = 1200s$ et $t = 2800s$ sur la figure 5.10 (en haut à gauche), ce qui correspond aussi à des transitions de modèles. De plus, à la figure (5.10, en haut à droite), on peut voir que l'utilisation des nouvelles fonctions de pondération permet d'éviter de trop fortes oscillations sur le débit d'eau en amont en particulier aux instants $t = 1200s$ et $t = 2800s$. Le débit d'eau en aval est aussi amélioré même si cette amélioration est moins importante que sur la figure précédente. L'ouverture des vannes à la figure 5.10, (en bas à droite) aux instants $t = 1200s$ et $t = 2800s$, est plus linéaire et avec de moins grandes variations d'amplitude, ce qui est physiquement plus réalisable avec en plus moins d'usure. La dernière figure (5.11) présente un autre type de référence pour le niveau d'eau en aval. On peut voir que par le biais de l'utilisation des nouvelles fonctions de pondération, tous les dépassements ont totalement disparu. En effet, aux instants $t = 800s, 4000s, 5800s, 8600s$ qui correspondent aux transitions entre les modèles locaux, les nouvelles fonctions de pondération permettent d'obtenir des niveaux d'eau beaucoup plus lisses et qui suivent beaucoup mieux la référence. On pourra souligner le fait que les transitions à la figure (5.11, en bas à gauche) couvrent les instants de $t = 500s$ à $t = 1500s$ c'est-à-dire que la stratégie Multi-Modèles prend tout son sens en montrant qu'un seul modèle lors de la transition n'est pas judicieux mais qu'il faut une réelle interpolation entre deux modèles au moins, pour obtenir une dynamique plus adéquate. Les fonctions de pondération des modèles locaux durant ces transitions permettent d'obtenir de meilleures performances d'un point de vue pratique en

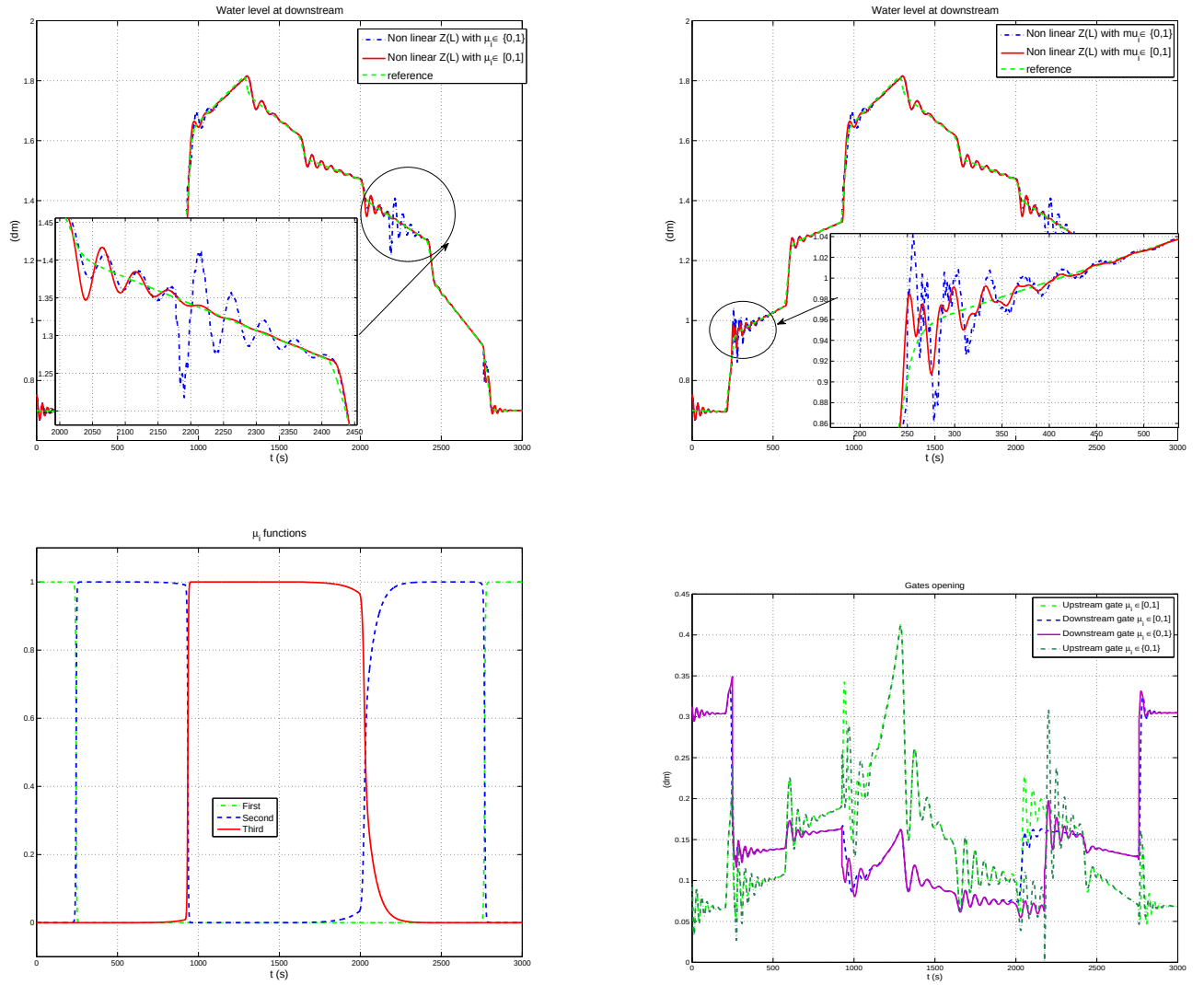


FIGURE 5.7: Cas 1 : Comparaison du niveau d'eau en aval avec les différentes fonctions d'activation (en haut à gauche et à droite), les nouvelles fonctions μ_i (en bas à gauche), ouverture des vannes (en bas à droite)

éliminant les dépassements et en améliorant la commande des vannes sur le système comme représenté sur la figure (5.11, en bas à droite). Cette amélioration est notamment importante aux instants $t = 800s$ et $t = 8600s$.

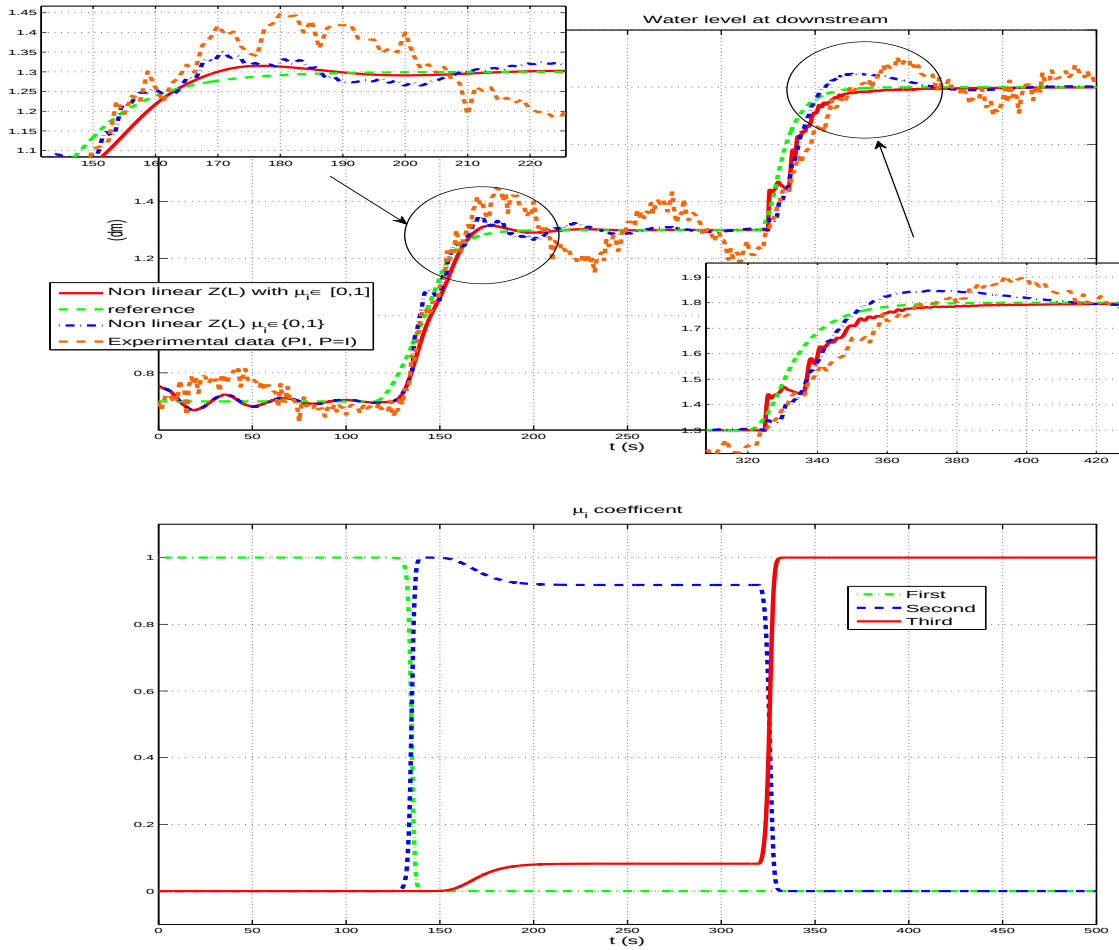


FIGURE 5.8: Cas 1 : Comparaison du niveau d'eau en aval entre les différentes simulations avec différentes fonctions d'activation (en haut), les nouvelles fonctions μ_i (en bas)



FIGURE 5.9: Le canal de Gignac

5.6 Conclusion

A travers ce chapitre, nous avons proposé des méthodes de synthèse de gains par LMI pour le contrôle des EDP de Saint-Venant. L'approche est basée sur une représentation Multi-Modèles de l'écoulement dans un canal et sur l'étude de la stabilité par une fonction quadratique de Lyapunov. Un changement de variable permet de contrôler le système avec une commande par retour de sortie. Ce travail est le

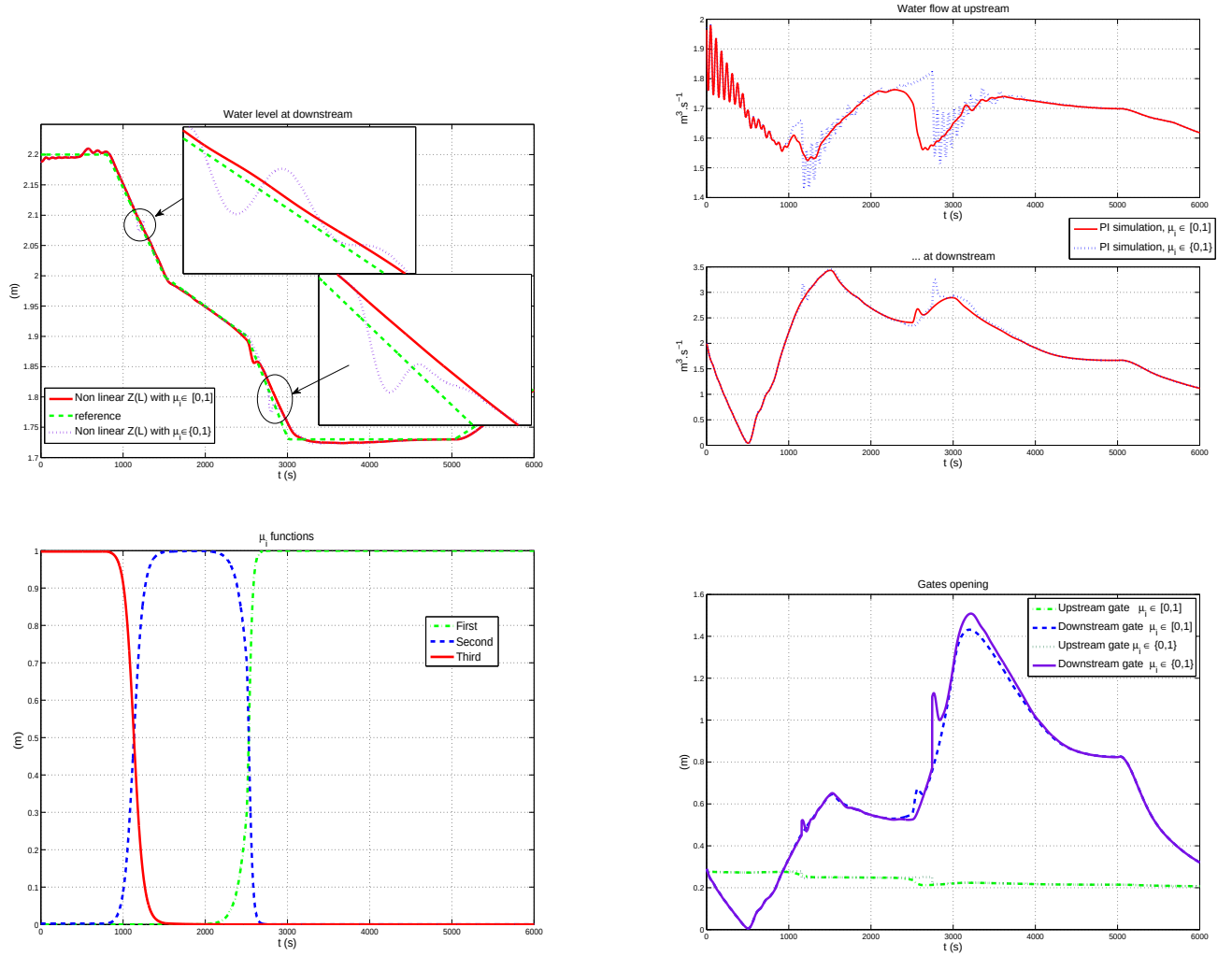


FIGURE 5.10: Cas 2 : Comparaison du niveau d'eau en aval (en haut) avec différentes fonctions d'activation , les nouvelles fonctions d'activation μ_i (en bas à gauche) et ouvertures des vannes (en bas à droite)

prolongement des expérimentations en Multi-Modèles réalisées sur le canal de valence dans la thèse de (Dos Santos, 2004) et les résultats obtenus depuis 2009 tant en simulation qu'au niveau expérimental, montrent une nette amélioration des différentes solutions proposées.

Le principal enjeu scientifique de ce travail réside dans l'étude de stabilité de l'approche Multi-Modèles, initialement dévoués aux systèmes en dimension finie, afin de déterminer un cadre dans lequel l'utilisation des LMI peut apporter une solution quant à la détermination des gains pour la commande des systèmes EDP. Ce travail exploratoire est nouveau dans la communauté et très peu de travaux sont publiés dans ce sens.

Néanmoins, ce travail a montré des résultats fortement probants et encourageants pour le moins, tant d'un point de vue théorique que d'un point de vue pratique. Le travail publié récemment dans (Dos Santos *et al.*, 2014) développe une théorie plus approfondie sur l'utilisation des LMI en dimension infinie. A court terme, il serait intéressant d'implémenter les gains obtenus ainsi que la nouvelle stratégie de pondération sur le canal de Valence, et dans le long terme, une étude plus approfondie prenant en compte les perturbations ou les défauts permettrait d'étendre l'envergure de ces résultats.

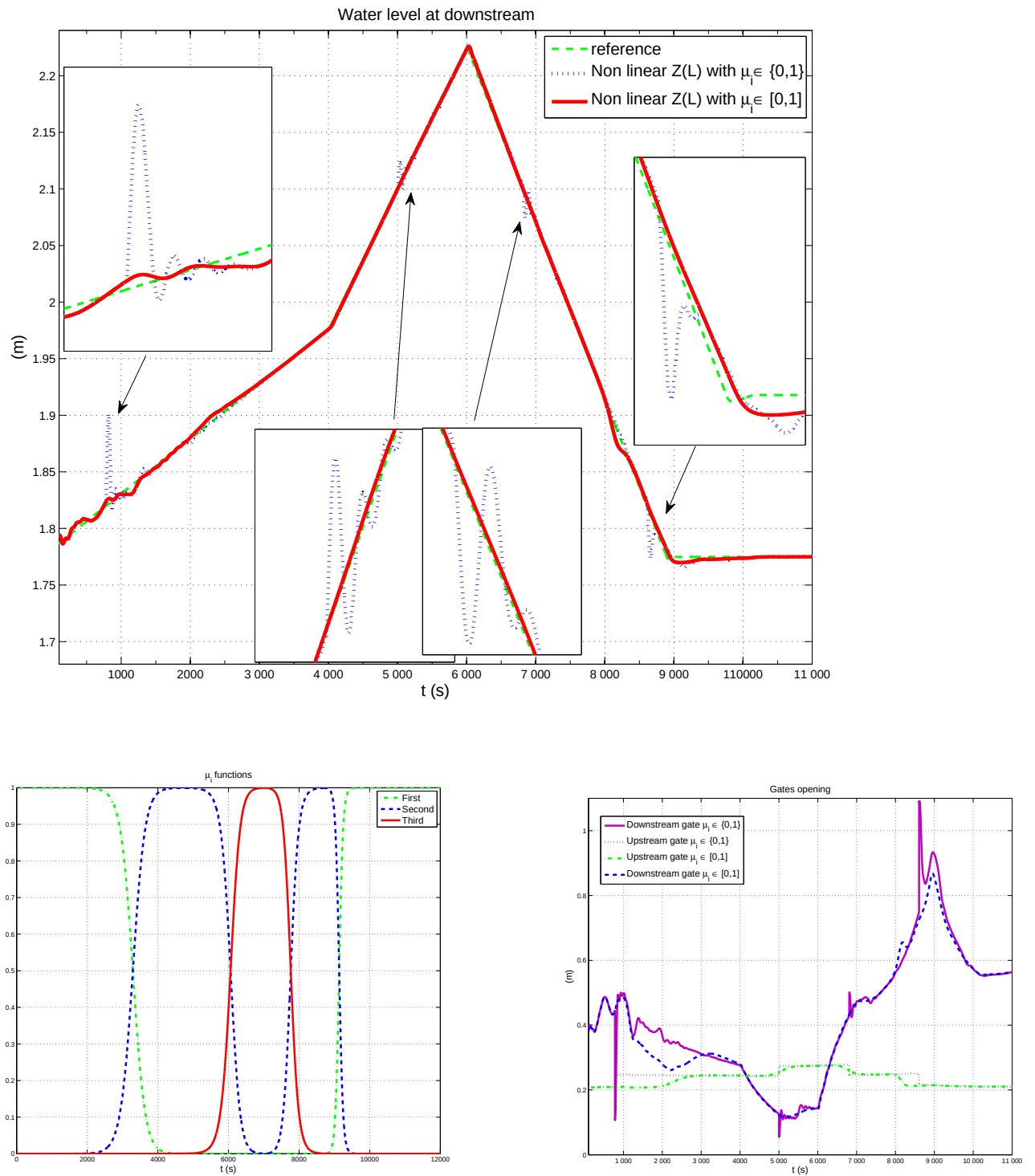


FIGURE 5.11: Cas 2 : Comparaison du niveau d'eau en aval (en haut) avec différentes fonctions d'activation, les nouvelles fonctions d'activation μ_i (en bas à gauche) et ouvertures des vannes (en bas à droite)

Chapitre 6

Projets de recherche

Ce chapitre décrit mes projets de recherche à plus ou moins long terme. Ils se situent dans la continuité de mon activité passée et s'articule autour des différentes thématiques de recherche décrites dans ce mémoire à savoir le diagnostic et la commande.

6.1 Axe diagnostic et commande tolérante sur les systèmes LPV

La thématique du diagnostic des défauts des systèmes est présente au sein du LAGEP dans l'équipe de recherche SNLEP. Depuis mon DEA au CRAN en 2002, je travaille sur le diagnostic des systèmes qu'ils soient sous forme LTI/LPV/Multi-Modèles. Je me suis tout d'abord attaché à développer des observateurs, des filtres pour des systèmes réguliers. Depuis quelques années au travers mes encadrements de thèse et de post-doctorat, je me suis dirigé vers le domaine des systèmes descripteurs sous forme LPV afin de modéliser des systèmes provenant de la mécanique ou de la chimie entre autre. En effet, ces domaines ont souvent des relations à la fois dynamiques et aussi algébriques. Je pense donc continuer dans cette voie étant donné le potentiel de développement que j'entrevois dans ce domaine. Je pense notamment à la prise en compte des incertitudes dans la synthèse d'observateurs ou de filtres pour les systèmes LPV descripteurs, travail sur lequel nous avons débuté avec Dr. Z. Wang (HIT-China) au travers la publication (Wang *et al.*, 2014b) sur des systèmes réguliers LPV polytopiques et dans (Wang *et al.*, 2014a) pour des systèmes descripteurs. Je pense que la synthèse peut encore être améliorée et des applications pratiques doivent être développées.

Bien entendu, il sera intéressant de regarder à appliquer et à comparer des lois de commande tolérantes aux défauts sur des systèmes réels. Dans la publication (Rodrigues *et al.*, 2014b), nous avons mis en évidence l'apport de la synthèse simultanée d'un observateur et d'une loi de commande tolérante aux défauts sur des systèmes descripteurs polytopiques LPV. La mise en exergue de nos travaux sur un cas réel serait un grand plus afin de contribuer à asseoir notre savoir faire dans ce domaine et à en montrer l'importance. J'ai lancé des collaborations avec des personnes avec lesquelles j'ai déjà travaillé et publié. Je pense notamment à une thèse en co-tutelle qui débutera en Janvier 2015 : avec le LSA (Tunis) sur la commande tolérante sur les systèmes descripteurs polytopiques LPV avec le Professeur Naceur Benhadj Braïek (Tunis, Tunisie) et le Dr. Habib Hamdi.

Sur la partie diagnostic, le but sera de contribuer à développer observateurs améliorants ou la synthèse

et/ou les performances d'estimation des observateurs déjà existants sur les systèmes descripteurs polytopiques LPV. La prise en compte des défauts actionneurs se fait souvent en prenant une matrice de commande B unique car la synthèse s'en trouve alors largement simplifiée. Le but est donc d'étendre le spectre de nos méthodes en relaxant certaines contraintes de synthèse. De plus, bon nombre de modules de diagnostic pour les systèmes descripteurs sont développés dans le cadre continu et il sera donc utile de continuer à développer l'étude sur les systèmes descripteurs LPV discrets (Astorga-Zaragoza *et al.*, 2012), (Wang *et al.*, 2014a). Sur les systèmes LPV, les travaux menés par le Professeur O. Sename (Briat *et al.*, 2011) portant sur la synthèse d'observateurs LPV prenant en compte les retards pourraient être une bonne voie de recherche car peu de travaux sont menés en ce sens sur de tels systèmes. De plus, les applications pratiques sur les véhicules, leur consommation ou sur la commande des freins et des suspensions (Poussot-Vassal *et al.*, 2011) sont des sujets très intéressants d'un point de vue théoriques et économiques.

Sur les applications potentielles des observateurs LPV (Multi-Modèles) et de la commande active tolérante aux défauts, un projet portant le diagnostic et la commande d'un réacteur bio-diesel pourra être lancé en septembre 2015 avec les professeurs Adam-Medina et Astorga du CENIDET au Mexique, avec la thèse de Mlle Betty Yolanda López-Zapata. Le bio-diesel provient de la culture des oléagineux et des graisses animales, et est utilisé notamment dans les moteurs diesels et certaines chaudières. Cette collaboration contribuera à développer un module de diagnostic sur une grande plage de fonctionnement tout en estimant les variables des diverses réactions chimiques. Un autre module de commande tolérante sera mis en place basé sur le premier module de diagnostic en ligne.

Des collaborations avec les travaux menés par le Professeur V. Cocquempot sur les systèmes hybrides ou switchés (Yang *et al.*, 2014) tant du point de vue diagnostic que sur la partie commande tolérante, sont très envisageables étant donné la proximité de certains travaux ou de leur complémentarité. Par exemple, dans les travaux que nous avons menés et publiés récemment dans (Rodrigues *et al.*, 2014a), ceux-ci sont basés sur de précédents travaux portant sur la synthèse d'un filtre adaptatif dans le cadre LTI (Zhang *et al.*, 2008). L'étude pourrait notamment porter sur la synthèse d'une loi de commande tolérante pour des systèmes switchés descripteurs avec des modes instables.

Sur la partie commande tolérante, l'objectif sera de développer une loi de commande tolérante aux défauts pour des systèmes descripteurs LPV dans le cadre discret. En effet, la publication de (Rodrigues *et al.*, 2014b) est dédiée aux systèmes en temps continu et il est important d'étudier une loi de commande dans le cadre discret. Récemment, des chercheurs comme le professeur M. Chadli, ont contribué de nouveau à développer des commandes pour les systèmes singuliers (Chadli and Darouach, 2012), (Chadli and Darouach, 2013) ce qui montre bien qu'il y a un réel besoin dans ce domaine. Les nouvelles études de stabilité doivent nous permettre d'améliorer nos futures synthèses et de prendre en compte les relaxations nouvellement proposées.

Les lois de commande tolérantes proposées pour les systèmes descripteurs polytopiques LPV ont été développées pour des défauts actionneurs dans la grande majorité des cas. Dans la publication (Rodrigues *et al.*, 2013a), nous nous étions attelés à synthétiser dans le cadre discret LPV, un module de diagnostic permettant la prise en compte des défauts capteur tout en assurant la stabilité de l'ensemble. Cependant, ce travail avait été réalisé pour des systèmes réguliers LPV, et par conséquent il sera utile en regardant l'existant et nos connaissances, de contribuer à développer la prise en compte des défauts capteurs sur les systèmes singuliers LPV.

Contrairement à ce qui se faisait en FTC il y a 15 ans (Patton, 1997), (Zhang and Jiang, 2003), la synthèse d'une loi de commande tolérante aux défauts n'est plus décorrélée du module de diagnostic qui estime le défaut, qu'il soit actionneur ou capteur. En effet, beaucoup d'approches avaient pris le parti de synthétiser une loi de commande basée sur un module de diagnostic (souvent supposé parfait) dont la synthèse était faite à part. Dorénavant, les recherches s'orientent plus vers une synthèse globale, c'est-à-dire faire une synthèse alliant le module de diagnostic et le module de reconfiguration ou accommodation en même temps. Cette stratégie reste peu développée dans le cadre des systèmes descripteurs LPV et il conviendra donc de contribuer à la développer.

6.2 Axe Multi-Modèles en dimension infinie

Le contrôle des canaux d'irrigation représente un grand intérêt d'un point de vue écologique, économique mais aussi d'un point de vue théorique. L'eau devenant de plus en plus un enjeu stratégique et vital pour de nombreuses populations dans le monde, il est à mon sens important que l'on fasse un effort afin de préserver et de gérer au plus juste cette ressource rare et précieuse.

Cet axe de recherche rentre dans les diverses activités du LAGEP dans le domaine de l'Automatique et plus précisément dans le domaine de la synthèse de commande robuste pour les systèmes de dimension infinie. Depuis 2009, je collabore avec Mme Valérie Dos Santos (Maître de Conférences au LAGEP) afin de développer de nouveaux régulateurs en dimension finie et en dimension infinie pour les canaux d'irrigation.

Nous avons, de par nos travaux dans ce domaine du contrôle des canaux d'irrigation, développé une stratégie Multi-Modèles qui a montré beaucoup d'amélioration sur le contrôle du niveau d'eau dans un canal tant pratique que théorique. En effet, la mise en évidence en simulation sur les canaux de Valence et de Gignac a été confortée par la mise en pratique de nos nouveaux régulateurs. Nous avons notamment montré des résultats avec des fonctions de pondération qui étaient abruptes voire "switchées" (Dos Santos *et al.*, 2014), mais aussi avec de nouvelles fonctions de pondérations beaucoup plus douces permettant d'éviter des 'sauts' dans la commande qui altèrent l'efficacité de la régulation (papier soumis avec Valérie Dos Santos en 06/2014). De ce fait, la commande des canaux reste toujours un challenge afin d'améliorer encore les performances du système et d'un point de vue théorique nous sommes proches des travaux de (Amin *et al.*, 2012) sur lesquels nous pourrions travailler et nous appuyer.

Je pense aussi aux travaux menés par le Professeur V. Puig, pour le contrôle des systèmes de grandes dimension et notamment sur le contrôle des canaux ouverts et des eaux usées de Barcelona (Y. Bolea and Blesa, 2014). Il sera utile de continuer à discuter du potentiel de nos recherches respectives afin de voir les interactions possibles et les améliorations substantielles que nous pourrions en tirer. Les domaines d'application pourront donc être les canaux d'irrigation et les eaux usées. De plus, l'étude de la stabilité de la commande des systèmes EDP reste un problème ouvert. L'utilisation des LMI dans la synthèse de ces régulateurs pourra être utile en ayant connaissance de ce que l'on peut déjà faire en dimension finie afin d'essayer de le transcrire au niveau de la dimension infinie. La généralisation de notre approche Multi-Modèles pour tous les systèmes EDP est un verrou scientifique qu'il est important d'explorer tant de nombreux systèmes comme les CSTR, extrudeuse...sont modélisés sous cette forme. L'impact de notre méthode portée au-delà de la simple application des canaux d'irrigation, permettrait de proposer une nouvelle façon de contrôler les systèmes EDP au travers de multiples points de fonctionnement.

L'idée est donc de continuer à approfondir et à synthétiser d'autres lois de commande en prenant en compte notamment des perturbations sur le système. D'autre part, venant du domaine du diagnostic, il est évident qu'il sera intéressant de s'attacher à étudier les observateurs en dimension infinie afin d'effectuer un diagnostic sur les canaux, donc sur des systèmes modélisés par des EDP. Au sein du laboratoire, nous avons notamment des personnes aptes à nous aider à développer de tels modules de diagnostic.

De plus et à plus long terme, il sera très intéressant de développer et d'étudier une synthèse d'observateur et de loi de commande tolérante aux défauts en dimension infinie. En effet, le but serait de pouvoir incorporer les informations issues du module de diagnostic afin de pouvoir annihiler les effets notoires du défaut apparu sur le système et cela sur une grande plage de fonctionnement. Nos travaux pourront être testés en simulation et en application sur le canal de Valence mais aussi en ayant des données réelles du canal de Gignac.

6.3 Axe exploratoire

Un domaine particulier d'applications (et aussi d'études), serait de s'attacher aux structures de tenségrité (Tensegrity Structures), (Sultan and Skelton, 2004). Ces structures particulières sont composées de câbles et de barres légers mais très robustes pouvant se déployer sous différentes formes géométriques particulières. Les applications aérospatiales sont fortement intéressantes par exemple sur le déploiement des satellites, l'encombrement minimal de ceux-ci, les commandes possibles sur les câbles et/ou les noeuds par de petits moteurs dans les noeuds par exemple. De plus, il a été montré dans la thèse de (Wroldsen, 2007) que la modélisation par des équations algébro-différentielles (on n'est pas loin des systèmes descripteurs), pouvaient être suffisantes pour contrôler ces structures plutôt que par des EDP (équations aux dérivées partielles). Cet axe est aussi un lien dans mes projets de recherche entre la dimension finie et la dimension infinie. De plus, le passage de ces structures d'une forme à une autre, pourrait s'apparenter à une 'restructuration' sous une forme multi-modales et de ce fait, une modélisation sous une forme multi-modèles ainsi que le développement de stratégies de diagnostic et de commande me paraît tout à fait approprié. Ce domaine est très certainement porteur et plein d'avenir puisque la NASA prévoit dès aujourd'hui (Calangi, 2014) et pour ses futures explorations cosmiques, le développement et l'utilisation de ces structures de tenségrité : <http://www.gizmodo.co.uk/2014/09/10-strange-projects-in-development-at-nasa/>. Il sera donc judicieux de mener des recherches sur l'utilisation des observateurs et des différentes commandes spécifiques à mettre en oeuvre pour de telles structures avec un impact économique important.

Dans ce mémoire, j'ai effectué une synthèse de mes travaux de recherche et de mes différentes activités depuis ma nomination en tant que Maître de Conférences. La conclusion que je tire de tout ceci est, qu'avec toujours autant de conviction, je souhaite poursuivre dans ce domaine en continuant à améliorer et à explorer les méthodes de diagnostic et de commandes tolérantes aux défauts. La recherche est ainsi faite qu'elle fait se rencontrer les gens, et contribue à entremêler les idées de chacun de manière qu'à la fin nous puissions peut-être générer une idée globale tirant parti de toutes les plus petites contributions qui mises bout à bout, ont enfin un sens.

Bibliographie

- Alwi, H., C. Edwards and A. Marcos (2012). Fault reconstruction using a LPV sliding mode observer for a class of LPV systems. *Journal of The Franklin Institute* **349**, 510–530.
- Amin, S., F. Hante and A. Bayen (2012). Exponential stability of switched linear hyperbolic initial-boundary value problems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **57**(2), 291–301.
- Anstett, F., G. Millerioux and G. Bloch (2009). Polytopic observer design for LPV systems based on minimal convex polytope finding. *Journal of Algorithms and Computational Technology* **3**, 23–43.
- Apkarian, P. ;, P. Gahinet and G. Becker (1995). Self scheduled hinf control of linear parameter varying systems : a design example. *Automatica* **31**(9), 1251–1261.
- Arzelier, D., D. Henrion and D. Peaucelle (2001). Robust state feedback d stabilization via a cone complementary algorithm. In : *Proc. of European Control Conference, Porto, Portugal*. pp. 390–395.
- Astorga-Zaragoza, C-M., D. Theilliol, J.-C. Ponsart and M. Rodrigues (2011). Observer synthesis for a class of a descriptor LPV systems. In : *American Control Conference ACC2011*. Etats-Unis, USA.
- Astorga-Zaragoza, C-M., D. Theilliol, J. C. Ponsart and M. Rodrigues (2012). Fault diagnosis for a class of descriptor linear parameter-varying systems. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* **26**, 208–223.
- Athans, M., S. Fekri and A. Pascoal (2005). Issues on robust adaptive feedback control. In : *Proc. 16th IFAC World Congress, Prague, Czech Republic*.
- Banerjee, A., Y. Arkun, R. Pearson and B. Ogunnaike (1995). H_∞ control of nonlinear processes using multiple linear models. In : *Proc. of European Control Conference, Roma, Italy*. pp. 2671–2676.
- Bara, G.I. (2001). Estimation d'état des systèmes linéaires à paramètres variants. Phd thesis. Institut National Polytechnique de Lorraine, CRAN.
- Ben-Zvi, A., P. J. McLellan and K. B. McAuley (2006). Identifiability of non-linear differential algebraic systems via a linearization approach. *Canadian Journal of Chemical Engineering* **84**, 590–596.
- Bhagwat, A., R. Srinivasan and P. R. Krishnaswamy (2003). Multi-linear model-based fault detection during process transitions. *Chemical Engineering Science* **58**, 1649–1670.
- Boulkroune, B., S. Halabi and A. Zemouche (2013). h_-/h_∞ fault detection filter for a class of nonlinear descriptor systems. *International Journal of Control* **86**(2), 253–262.
- Briat, C. (2015). *Linear Parameter Varying and Time Delay Systems, Analysis, Observation, Filtering and Control*. Advances in Delays and Dynamics, Volume 3.
- Briat, C., O. Sename and J.-F. Lafay (2011). Design of lpv observers for LPV time-delay systems : an algebraic approach. *International Journal of Control* **84**(9), 1533–1542.
- Bruzeliuss, F. (2004). Linear Parameter-Varying Systems an approach to gain scheduling. Phd thesis. Department of Signals and Systems, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden.

- Calangi, J. (2014). Model-based Control system for Packing a 6-Bar Tensegrity Structure. *Funginstitute, University of Berkeley, Rapport technique de la NASA*.
- Chadli, M. (2002). Stabilité et commande de systèmes décrits par des Multimodèles. Phd thesis. Institut National Polytechnique de Lorraine.
- Chadli, M. and M. Darouach (2012). Novel bounded real lemma for discrete-time descriptor systems : Application to hinfinitiy control design. *Automatica* **48**(2), 449–453.
- Chadli, M. and M. Darouach (2013). Further enhancement on robust *h_{infinity}* control design for discrete-time singular systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*. doi 10.1109/TAC.2013.2273266.
- Chen, J. and R.J. Patton (1999). Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems. *Kluwer Academic Publishers*.
- Coron, J. M., B. Andrea-Novel and G. Bastin (2007). A strict lyapunov function for boundary control of hyperbolic systems of conservation laws. *IEEE Transactions on Automatic Control* **52**(1), 2–11.
- Curtain, R.F. and H. Zwart (1995). *An introduction to Infinite Dimensional Linear Systems*. Springer Verlag, New York.
- Dai, L. (1989). *Singular Control Systems*. Springer, Germany.
- Darouach, M. and M. Boutayeb (1995). Design of observers for descriptor systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **75**(7), 490–501.
- de Saint-Venant, A.J.C. Barre (1871). Théorie du mouvement non permanent des eaux avec applications aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris* **73**, 148–154, 237–240.
- Diagne, M., V. Dos Santos and M. Rodrigues (2010). Une approche multi-modèles des équations de saint-venant : une analyse de la stabilité par techniques LMI. *IEEE Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA 2010), Nancy, France*.
- Dos Santos, V. (2004). Contrôle Frontière par Modèle Interne de Systèmes Hyperboliques : Application à la Régulation de Canaux d'Irrigation. Phd thesis. Université d'Orléans.
- Dos Santos, V. and C. Prieur (2008). Boundary control of open channels with numerical and experimental validations. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **16**, 1252–1264.
- Dos Santos, V. and M. Rodrigues (2011). A proportional integral feedback for open channels control trough LMI design. In : *18th IFAC World Congress, August 28 - September 2, 2011, Milano, Italy*.
- Dos Santos, V. and Y. Toure (2005). Irrigation multireaches regulation problem by internal model boundary control. *44th CDC-ECC05, IEEE Control Systems Society Conference, Espagne*.
- Dos Santos, V., G. Bastin, J.M. Coron and B. Andrea-Novel (2008). Boundary control with integral action for hyperbolic systems of conservation laws : Lyapunov stability analysis and experimental validation. *Automatica* **44**(5), 1310–1318.
- Dos Santos, V., M. Diagne and M. Rodrigues (2012). A multi-models approach of saint-venant's equations : A stability study lmi. *Int. Jour. of Applied Mathematics and Computer Science*.
- Dos Santos, V., Y. Toure and N. Cisol (2004). Régulation de canaux d'irrigation : Approche par contrôle frontière multivariable et modèle interne d'edp. In : *Proc. of 2nd IEEE Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA 2004), Tunisie*.
- Dos Santos, V., Y. Wu and M. Rodrigues (2014). Design of a PI control using operator theory for infinite dimensional hyperbolic systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **22**(5), 2024–2030.

- Du, J., C. Song, Y. Yao and P. Li (2013). Multilinear model decomposition of mimo nonlinear systems and its implication for multilinear model-based control. *Journal of Process Control* **23**, 271–281.
- Duan, G-R. (2010). *Analysis and Design of descriptor Linear Systems Advances in Mechanics and Mathematics*. Springer.
- Frank, P.M. and X. Ding (1997). Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems. *Journal of Process Control* **7**, 403–424.
- Gao, Z. and S. X. Ding (2007). Actuator fault robust estimation and fault-tolerant control for a class of nonlinear descriptor systems. *Automatica* **43**(5), 912–920.
- Gassmann, V. and D. Knittel (2011). Robust pi-lpv tension control with elasticity observer for roll-to-roll systems. In : *Proceedings of the 18th World Congress, IFAC11*. Milano, Italia.
- Gasso, K. (2000). Identification des systèmes dynamiques non linéaires : approche multi-modèle. Phd thesis. INPL, Centre de Recherche en Automatique de Nancy.
- Gasso, K., G. Mourot and J. Ragot (2002). Structure identification of multiple models with output error local models. In : *Proc. of the 15th Triennial World Congress, IFAC, Spain*.
- Gatzke, E. and F. Doyle (2002). Use of multiple models and qualitative knowledge for on-line moving horizon disturbance estimation and fault diagnosis. *Journal of Process Control* **12**, 339–352.
- Georges (2002). *Automatique pour la Gestion des Ressources en Eau*. Edts IC2, Systèmes automatisés, Hermès.
- Greenberg, J-M. and T-t. Li (1984). The effect of boundary damping for the quasilinear wave equations. *Journal of Differential Equations* **52**, 66–75.
- Hadjili, M. L. and V. Wertz (2002). Takagi-sugeno fuzzy modeling incorporating input variables selection. *IEEE Transactions on fuzzy systems* **10**, 728–742.
- Hamdi, H., M. Rodrigues, C.Mechmeche, D. Theilliol and N. BenHadj Braiek (2012). Fault detection and isolation in linear parameter-varying descriptor systems via proportional integral observer. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* **26**, 224–240.
- Hamlon, P.D. and P.S. Maybeck (1997). Equivalent kalman filter bank structure for multiple model adaptative estimation (mmae) and generalized likelihood failure detection. In : *Proc. of the 36th IEEE Conference on Decision and Control, San Diego, USA*.
- Hariprasad, K., S. Bhartiya and R. D. Gudi (2012). A gap metric based multiple model approach for nonlinear switched systems. *Journal of Process Control* **22**, 1743–1754.
- Hetel, L., J. Daafouz and C. Iung (2007). Lmi control design for a class of exponential uncertain systems with application to network controlled switched systems. American Control Conference ACC. New York City, USA, CD Rom.
- Hosseini, S., A. Fatehi, T. A. Johansen and A. K. Sedigh (2012). Multiple model bank selection based on nonlinearity measure and h-gap metric. *Journal of Process Control* **22**, 1732–1742.
- Johansen, T.A. and B.A. Foss (1993). State-space modeling using operating regime decomposition and local models. In : *IFAC 12th Triennial World Congress, Australia*.
- Johansen, T.A., K.J. Hunt, P.J. Gawthrop and H. Fritz (1998). Off-equilibrium linearisation and design of gain-scheduled control with application to vehicle speed control. *Control Engineering Practice* **6**, 167–180.
- Keller, J. (1999). Fault isolation filter design for linear stochastic systems. *Automatica*.
- Koenig, D. and S. Mammar (2002). Design of proportional-integral observer for unknown input descriptor systems.. *IEEE transactions on automatic control*.

- K.Tanaka and M. Sano (1994). A robust stabilization problem of fuzzy control systems and its application to backing up control of a trucktrailer. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **2**(2), 119–134.
- Leith, D. J. and W. E. Leithead (2000). Survey of gain-scheduling analysis and design. *International Journal of Control* **73**(11), 1001–1025.
- Li, Q., Z. Ren, S. Dai and W. Wang (2013). A new robust fault-tolerant controller for self-repairing flight control system. *Journal of The Franklin Institute*.
- Li, S., D. Sauter, C. Aubrun and J. Yame. (2008). Stability guaranteed active fault-tolerant control of networked control systems. *Journal of Control Science and Engineering*. Doi :10.1155/2008/189064, 2008.
- Malaterre, P.-O., D.C. Rogers and J. Schuurmans (1998). Classification of canal control algorithms. *J. of Irrigation and Drainage Engineering* **124**(1), 3–10.
- Marx, B. (2003). Contribution à la Commande et au Diagnostic des Systèmes Algèbro-différentiels Linéaires. Phd thesis. Institut National Polytechnique de Grenoble, INPG.
- Marx, B., D. Koenig and D. Georges (2004). Robust fault tolerant control for descriptor systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **49**(10), 1869–1876.
- Mohammadpour, J. and C. W. Scherer (2012). *Control of Linear Parameter Varying Systems with Applications*. Springer Science and Business Media, LLC.
- Murray-Smith, R. and T.A. Johansen (1997). *Multiple Model Approaches to Modelling and Control*. Taylor and Francis.
- NagyKiss, A., B. Marx, G. Mourot, G. Schutz and J. Ragot (2011). State estimation of two-time scale multiple models. application to wastewater treatment plant. *Control Engineering Practice* **19**, 1354–1362.
- Narendra, K., J. Balakrishnan and M. Kernal (1995). Adaptation and learning using multiple models, switching and tuning. *IEEE Contr. Syst. Mag.* pp. 37–51.
- Noura, H., D. Theilliol, J.-C. Ponsart and A. Chamseddine (2009). *Fault-Tolerant Control Systems : Design and Practical Applications*. Springer.
- Park, J., G. Rizzoni and WB. Ribbens (1994). On the representation of sensor faults in fault detection filters. *Automatica* **30**(11), 1793–1795.
- Patton, R. J. (1997). Fault detection fault-tolerant control : the 1997 situation. In IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS, Kingston Upon Hull, England, pp 1033-1054.
- Ponsart, J.-C. and D. Theilliol (2004). Actuator fault diagnosis of a nonlinear system : the winding process. 11e IFAC Symposium on Automation in Mining, Mineral and Metal Processing. Nancy, France.
- Ponsart, J.-C., D. Theilliol and C. Aubrun (2010). Virtual sensors design for active fault tolerant control system applied to a winding machine. *Control Engineering Practice* pp. 1037–1044.
- Poussot-Vassal, C., O. Sename, L. Dugard, P. Gáspár, Z. Szabó and J. Bokor (2011). Improvements through gain-scheduled suspensions and brakes control. *Control Engineering Practice* **19**, 252–263.
- Rodrigues, M. (2005). Diagnostic et commande active tolérante aux défauts appliqués aux systèmes décrits par des multi-modèles linéaires. Phd thesis. Université Henri Poincaré, Nancy 1.
- Rodrigues, M., D. Theilliol and D. Sauter (2005). Design of an Active Fault Tolerant Control for Nonlinear Systems described by a Multi-Model Representation. In : *Proc. The 20th IEEE International Symposium on Intelligent Control (ISIC'05) and the 13th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED'05), Limassol, Cyprus*.

- Rodrigues, M., D. Theilliol, M. Adam-Medina and D. Sauter (2008). A fault detection and isolation scheme for industrial systems based on multiple operating models. *Control Engineering Practice* **16**(2), 225–239.
- Rodrigues, M., D. Theilliol, S. Aberkane and D. Sauter (2007). Fault tolerant control design for polytopic LPV system. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science* **17**, 27–37.
- Rodrigues, M., H. Hamdi, D. Theilliol, C. Mechmeche and N. Benhadj Braiek (2012). Fault diagnosis based on adaptive polytopic observer for LPV descriptor systems. In : *Proceedings of 8th IFAC Symposium SAFEPROCESS : Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes, CD-Rom, 2012*. Mexico City, Mexico.
- Rodrigues, M., H. Hamdi, D. Theilliol, C. Mechmeche and N. BenHadj Braiek (2014a). Actuator fault estimation based adaptive polytopic observer for a class of LPV descriptor systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*. To appear.
- Rodrigues, M., H. Hamdi, N. BenHadj Braiek and D. Theilliol (2014b). Observer-based fault tolerant control design for a class of LPV descriptor systems. *Journal of The Franklin Institute* **351**(6), 3104–3125.
- Rodrigues, M., M. Sahnoun, D. Theilliol and J-C. Ponsart (2013a). Sensor fault detection and isolation filter for polytopic LPV systems : A winding machine application. *Journal of Process Control* **23**(6), 805–816.
- Rodrigues, M., Y. Wu, S. Aberkane and V. Dos Santos (2013b). LMI & BMI technics for the design of a PI control for irrigation channels. Zurich, Switzerland.
- Shamma, J. (1988). *Analysis and design of gain scheduled control systems*. Massachusetts Institute of Technology, Department of Mechanical Engineering, advised by M. Athans, USA.
- Stepaniak, M.J. and P.S. Maybeck (1997). Mmae-based control redistribution applied to the vista f-16. In : *Proc. of the American Control Conference, Albuquerque, USA*.
- Sultan, C. and R. Skelton (2004). A force and torque tensegrity sensor. *Sensors and actuators* **112**, 220–231.
- Takagi, T. and M. Sugeno (1985). Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control. *IEEE Transactions. Systems, Man, and Cybernetics* **15**, 116–132.
- Tanaka, K., T. Ikeda and H.O. Wang (1996). Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control : quadratic stabilizability, hinf control theory, and linear matrix inequalities. *IEEE Trans. on Fuzzy systems* **4**(1), 1–13.
- Theilliol, D., H. Noura and J.C. Ponsart (2002). Fault diagnosis and accommodation of three-tank system based on analytical redundancy. *ISA Transactions* **41**, 365–382.
- Theilliol, D., J.-C. Ponsart, M. Rodrigues, S. Aberkane and J. Yamé (2008). Design of sensor fault diagnosis method for nonlinear systems described by linear polynomial matrices formulation : application to a winding machine. Proceedings of the 17th World Congress, IFAC08. Seoul, Korea.
- Venkat, A. N., P. Vijaysai and R. D. Gudi (2003). Identification of complex nonlinear processes based on fuzzy decomposition of the steady state space. *Journal of process control* **13**, 473–488.
- Wang, H. and S. Daley (1996). Actuator fault diagnosis : An adaptive observer-based technique. *IEEE Transactions on Automatic Control* **41**(7), 1073–1078.
- Wang, H.O., K. Tanaka and M.F. Griffin (1996). An approach to fuzzy control of nonlinear systems : stability and design issues. *IEEE Transactions on Fuzzy systems* **4**(1), 14–23.

- Wang, Z., M. Rodrigues, D. Theilliol and Y. Shen (2014a). Actuator fault estimation observer design for discrete-time linear parameter-varying descriptor systems. *International Journal of Adaptive Control and signal Processing* p. DOI : 10 ;1002/acs.2469.
- Wang, Z., M. Rodrigues, D. Theilliol and Y. Shen (2014b). Fault estimation for a class of discrete-time nonlinear systems. *Proceedings of World IFAC Congress, South Africa*.
- Wroldsen, A. S. (2007). Modelling and Control of Tensegrity Structures. Phd thesis. Department of Marine Technology, Norwegian University of Science and Technology.
- Y. Bolea, V. Puig and J. Blesa (2014). Gain-scheduled smith predictor pid-based lpy controller for open-flow canal control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **22**(2), 468–477.
- Yang, H., B. Jiang and V. Cocquempot (2014). A survey of results and perspectives on stabilization of switched nonlinear systems with unstable modes. *Nonlinear Analysis : Hybrid Systems* **13**, 45–60.
- Zadeh, L. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control* **8**, 338–353.
- Zhang, K., B. Jiang and P. Shi (2012). Fault estimation observer design for discrete-time takagi-sugeno fuzzy systems based on piecewise lyapunov functions. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **20**, 192–200.
- Zhang, K., B. Jiang and V. Cocquempot (2008). Adaptive observer-based fast fault estimation. *International Journal of Control, Automation and Systems* **6**(3), 320–326.
- Zhang, Y. and J. Jiang (2003). Bibliographical review on reconfigurable Fault-Tolerant Control systems. In : *Proc. IFAC Symposium Safeprocess, Washington. D.C, USA, CD-Rom*.
- Zhang, Y. and J. Jiang (2008). Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems. *Annual Reviews in Control*. **32**, 229–252.
- Zheng, F., Q-G. Wang and T. H. Lee (2002). Output tracking control of mimo fuzzy nonlinear systems using variable structure control approach. *IEEE Transactions on fuzzy systems* **10**, 686–697.

Annexes : Principales publications

Hamdi H., **RODRIGUES M.**, Mechmeche C., Theilliol D., BenhadjBraiek N. "Fault Detection and Isolation for Linear Parameter Varying Descriptor Systems via Proportional Integral Observer", International Journal of Adaptive Control and Signal Processing 26, 3, pp : 224-240 (2012). DOI : 10.1002/acs.1260, Impact Factor : 1.656

Dos Santos V., **RODRIGUES M.**, *Diagne M.* " A Multi-Models Approach of Saint-Venant's Equations : A Stability Study by LMI". International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 22, 3, pp : 539-550 (2012). DOI : 10.2478/v10006-012-0041-6, 5-Year Impact Factor : 1.39

RODRIGUES M., *Sahnoun M.*, Theilliol D., Ponsart J-C. "Sensor fault detection and isolation filter for polytopic LPV systems : A winding machine application". Journal of Process Control, Vol. 10, No. 6, pp 1260-1266, (2013). DOI : 10.1016/j.jprocont.2013.04.002, 5-Year Impact Factor : 2.555

RODRIGUES M., *Wu Y.*, Aberkane S., Dos Santos V. "LMI & BMI technics for the design of a PI control for irrigation channels". Dans 12th European Control Conference, ECC'13 - 12th European Control Conference, ECC'13, Suisse (2013)

Wang Z., **RODRIGUES M.**, Theilliol D., Shen Y. "Actuator fault estimation observer design for discrete-time linear parameter-varying descriptor systems", International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, DOI : 10.1002/acs.2469, 2014. Impact Factor : 1.656

RODRIGUES M., *Hamdi H.*, Theilliol D., Mechmeche C., BenhadjBraiek N. "Observer-based Fault Tolerant Control Design for a Class of LPV Descriptor Systems". Journal of The Franklin Institute, DOI : 10.1016/j.jfranklin.2014.02.016, Vol. 351, N6, pp : 3104-3125, 2014. Impact Factor : 2.418

Fault Detection and Isolation for Linear Parameter Varying Descriptor Systems via Proportional Integral Observer

H. HAMDI¹, M. RODRIGUES², C. MECHMECHE¹, D. THEILLIOL³ and
N. BENHADJ BRAIEK¹

¹ *Laboratoire d'Etude et Commande Automatique des Processus (LECAP), Ecole Polytechnique de Tunisie; (e-mail: hammdihabib@yahoo.fr, chokri.mechmeche@esstt.rnu.tn, naceur.benhadj@ept.rnu.tn)*

² *Laboratoire d'Automatique et de Génie des Procédés (LAGEP), CNRS UMR 5007, Université Lyon 1, Villeurbanne, F-69622, France (e-mail: rodrigues@lagep.univ-lyon1.fr)*

³ *Centre de Recherche en Automatique de Nancy (CRAN), Nancy-Université, CNRS, B.P. 70239, F-54506 Vandœuvre-lès-Nancy, FRANCE, (e-mail: didier.theilliol@cran.uhp-nancy.fr)*

SUMMARY

The main contribution of this paper is the design of a polytopic Unknown Input Proportional Integral Observer (UIPIO) for Linear Varying Parameter (LPV) descriptor systems. This observer is used for actuator Fault Detection and Isolation (FDI). The proposed method is based on the representation of LPV descriptor systems in polytopic form where its parameters evolve in a hypercube domain. The designed polytopic UIPIO is also able to estimate the states and the unknown inputs of the LPV descriptor system. Stability conditions of such observer are expressed in terms of Linear Matrix Inequalities (LMI). An example illustrates the performances of such polytopic UIPIO for multiple actuator faults estimation in spite of disturbances.

Copyright © 2011 John Wiley & Sons, Ltd.

Received . . .

KEY WORDS: LPV descriptor systems, polytopic Proportional Integral Observer, fault detection and isolation, Linear Matrix Inequalities (LMIs)

1. INTRODUCTION

The topic of Fault Detection and Isolation (FDI) in dynamic systems has been an active research area in the last two decades, as can be seen, in survey papers by [23] for linear systems, [19] for multi-models representation and [3] for nonlinear systems. For many processes it is feasible to use differential-algebraic equations to describe the plant dynamic behavior. The use of the physical or chemical laws is often a natural choice. In the most general form, a set of so-called descriptor system equations can be used as discussed by [4].

Model-based FDI techniques use mathematical models of the monitored process and extract features from measured signals, to generate fault indicating signals, that is, the residuals. Hence, generation of residual signals is a central issue in model-based FDI and a rich variety of methods are available for FDI. The basic idea behind the observer-based approaches is to estimate the outputs of the system from the measurements by using observers. Then, the output estimation error is used as a residual.

The problem of designing observers has been investigated by many authors. The authors in [8] have proposed full and reduced order observers for linear descriptor systems. In [11], the authors have developed an observer design method based on singular value decompositions and the concept of generalized inverse matrix. Observer design for nonlinear descriptor systems was studied in [4]. The authors in [14] have proposed an unknown inputs multi-observer for nonlinear descriptor systems

described by multi-models. As in the conventional systems, in view of the advantages of integral actions, some researchers have introduced the integral term in observer design for descriptor systems [1, 13]. Full and reduced order Proportional Integral (PI) observers for fuzzy descriptor system subject to parameter variations have been designed in [12]. These observers allow estimation of both the state and the unknown inputs. The authors in [24], [22] have synthesized robust control laws for fuzzy descriptor systems. More recently, Linear Parameter Varying (LPV) modeling of the monitored system has been considered. Such models can be used efficiently to represent some ordinary nonlinear systems. Some researchers from the fault detection and isolation community have developed model-based FDI methods [9, 26] and Fault Tolerant Control [20] using LPV systems. For polytopic LPV systems, a polytopic unknown inputs observer has been also used for the state estimation of uncertain systems and for FDI of nonlinear systems described by a multi-models representation [21].

The authors in [16, 17] have designed gain-scheduled controllers for LPV descriptor systems. In spite of that, there are few studies on state reconstruction and fault diagnosis for LPV descriptor systems despite of a method for actuator fault detection and estimation proposed in [10].

The main contribution of this paper is associated with the design of a polytopic Unknown Input Proportional Integral Observer (UIPIO) for LPV descriptor systems and for fault detection and isolation. In this modeling framework, the dynamic behavior of the LPV descriptor system is given in a polytopic form, that allows to describe the system as a convex combination of subsystems defined by the vertices of a convex polytope. These submodels are then combined by a convex weighing functions to yield the global model.

The first step of this work consists of modeling the LPV descriptor system by a polytopic form. The second step is devoted to the design of a polytopic UIPIO for LPV descriptor systems subjected to external disturbances. The obtained observer is used for state, unknown inputs estimation and for actuator faults detection and isolation. Note that, in one hand, to estimate the state and unknown inputs, all matrices of the LPV descriptor systems are considered with time-varying parameters. On the other hand, to ensure the fault detection and estimation, the control matrix and disturbance matrix of the dynamic systems are considered with static parameters.

This paper is organized as follows: The polytopic representation of LPV descriptor systems is presented in Section 2. The polytopic Unknown Input Proportional Integral Observer (UIPIO) design corresponding to the polytopic models and its stability conditions are studied in Section 3. Section 4 is devoted to detection, isolation and estimation of the actuator faults by using a set of polytopic UIPIO for LPV descriptor systems. Finally, an illustrative example is provided to show the effectiveness of the proposed approach.

In this paper, the notation is standard. $\mathbb{R}$ denotes the set of real numbers; $\mathbb{C}$ is the complex plane; A^+ denotes the generalized inverse of A ; $Q > 0$ or $(Q < 0)$ indicates that the matrix Q is positive (or negative) definite. Also, $\forall$ means "for all".

2. POLYTOPIC LPV DESCRIPTOR SYSTEM

Consider the class of LPV descriptor systems:

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \tilde{A}(\theta(t))x(t) + \tilde{B}(\theta(t))u(t) + \tilde{R}(\theta(t))d(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1)$$

$x(t) \in \mathbb{R}^n$ is the state vector, $u(t) \in \mathbb{R}^p$ is the control input, $d(t) \in \mathbb{R}^q$ is the unknown input vector and $y(t) \in \mathbb{R}^m$ represents the measured output vector. $\tilde{A}(\cdot)$, $\tilde{B}(\cdot)$, $\tilde{R}(\cdot)$ are continuous functions which depend affinely on the time-varying parameter vector $\theta(t) \in \mathbb{R}^l$. It is also assumed that this time-varying parameter vector $\theta(t)$ is bounded and lies into a hypercube such that [2, 6, 25]:

$$\theta(t) \in \Gamma = \{\theta \mid \underline{\theta}_i(t) \leq \theta(t) \leq \bar{\theta}_i(t)\}, \quad \forall t \geq 0 \quad (2)$$

The LPV descriptor system (1) with the affine parameter dependence (2) allows us to determine a set of matrices Π_i such that:

$$\Pi(\theta(t)) = \Pi_0 + \sum_{i=1}^h \theta_i(t) \Pi_i, \quad \forall \theta(t) \in \Gamma \quad (3)$$

where

$$\Pi = \begin{pmatrix} \tilde{A} & \tilde{B} & \tilde{R} \\ C & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

The system (1) can be transformed into a convex interpolation of the vertices of Γ where the vertices of the polytope are defined such that [20]: $S_i = [A_i, B_i, C, R_i]$, $\forall i \in [1, \dots, h]$ where $h = 2^l$. The polytopic coordinates are denoted $\rho(\theta(t))$ and vary into the convex set Ω :

$$\Omega = \left\{ \rho(\theta(t)) \in \mathbb{R}^h, \rho(\theta(t)) = [\rho_1(\theta(t)), \dots, \rho_h(\theta(t))]^T, \rho_i(\theta(t)) \geq 0, \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) = 1 \right\} \quad (5)$$

Consequently, the polytopic LPV descriptor system with the time-varying parameter vector $\rho(\theta(t)) \in \Omega$ is given by:

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) (A_i x(t) + B_i u(t) + R_i d(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (6)$$

where $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_i \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $R_i \in \mathbb{R}^{n \times q}$ and $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ are time invariant matrices defined for the i^{th} model. $E \in \mathbb{R}^{n \times n}$ is a constant matrix and $rank(E) = r < n$.

The following section presents a design method of a polytopic Unknown Input Proportional Integral Observer (UIPIO) for LPV descriptor systems subjects to disturbances. This observer is constructed by the interpolation of a set of sub-UIPIO, according to the parameter $\rho_i(\theta(t))$. As in ordinary multi-models representation [19] and for multi-observer design, the observability requires that all the subsystems are observable. Then, the following assumptions express the observability properties of the polytopic LPV descriptor system.

Assumption A1: The matrix C is of full-row rank, i.e., $rank(C) = m$.

Assumption A2: The triple matrix (E, A_i, C) is R-observable [12], $\forall i = 1, \dots, h$, i.e.,

$$rank \begin{bmatrix} sE - A_i \\ C \end{bmatrix} = n, \quad \forall s \in \mathbb{C}. \quad (7)$$

Assumption A3: The triple matrix (E, A_i, C) is impulse-observable [12], $\forall i = 1, \dots, h$, i.e.,

$$rank \begin{bmatrix} E & A_i \\ 0 & E \\ 0 & C \end{bmatrix} = n + rank(E) \quad (8)$$

Descriptor system is represented by a combined set of Differential and Algebraic Equations (DAE). The observability reflects the capacity to estimate the whole state. Then, two types of observability are required:

The *R-observability* characterizes the capacity to reconstruct only the state of the dynamic part (governed by differential equations).

The *impulse observability* guarantees the capacity to estimate the state of static part (governed by algebraic equations).

3. POLYTOPIC UNKNOWN INPUT PROPORTIONAL INTEGRAL OBSERVER DESIGN

Polytopic UIPIO of LPV descriptor system (6) is described by the following equations:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t))(N_i z(t) + G_i u(t) + L_i y(t) + T_i \hat{d}(t)) \\ \hat{x}(t) = z(t) + H_2 y(t) \\ \dot{\hat{d}}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) \Phi_i (y(t) - \hat{y}(t)) \end{cases} \quad (9)$$

where $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^n$, $z(t) \in \mathbb{R}^n$ and $\hat{d}(t) \in \mathbb{R}^q$ are the estimated state vector, transformed state vector and estimated unknown inputs vector respectively. N_i , G_i , L_i , T_i , H_2 and Φ_i are unknown matrices of appropriate dimensions. The unknown inputs can be regarded as signals to be estimated. This polytopic UIPIO (9) aggregates all local observers defined at each vertex.

Definition 1

System (9) is called a polytopic UIPIO for system (6) if for arbitrary initial conditions $x(0)$ and $z(0)$ and arbitrary input $u(t)$, the following relations hold:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x(t) - \hat{x}(t)) = 0 \quad (10)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (d(t) - \hat{d}(t)) = 0, \quad \forall \hat{d}(0) \quad (11)$$

□

The state estimation error is equal to: $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$; then it follows from (6) and (9) that

$$e(t) = x(t) - z(t) - H_2 C x(t)$$

$$e(t) = (I_n - H_2 C)x(t) - z(t)$$

Assuming there exists a matrix $H_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ such that:

$$H_1 E = I_n - H_2 C \quad (12)$$

which is equivalent to

$$\begin{bmatrix} H_1 & H_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix} = I_n \quad (13)$$

Equation (13) has a solution if $\text{rank} \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix} = n$. By using (12), the state estimation error becomes:

$$e(t) = H_1 E x(t) - z(t) \quad (14)$$

Now, we assume that the bounded unknown inputs are defined with slow variation, i.e. $\dot{d}(t) \simeq 0$. Then, for $\zeta(t) = d(t) - \hat{d}(t)$ the derivative of the unknown input is

$$\dot{\zeta}(t) = -\dot{\hat{d}}(t) \quad (15)$$

By taking into account (6), (9) and (14), the dynamics of the estimation error is given by the following equation:

$$\dot{e}(t) = H_1 E \dot{x}(t) - \dot{z}(t) \quad (16)$$

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) (N_i e(t) + (H_1 A_i - L_i C - N_i H_1 E)x(t) + (H_1 B_i - G_i)u(t) + T_i \zeta(t) + (H_1 R_i - T_i)d(t)) \quad (17)$$

If the following relations hold true $\forall i = 1, \dots, h$:

$$H_1 A_i - N_i H_1 E - L_i C = 0 \quad (18)$$

$$G_i = H_1 B_i \quad (19)$$

$$H_1 E = I_n - H_2 C \quad (20)$$

$$T_i = H_1 R_i \quad (21)$$

and from (9), (15) and (17), the dynamics of the state estimation and the unknown input errors become:

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) (N_i e(t) + T_i \zeta(t)) \quad (22)$$

$$\dot{\zeta}(t) = - \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) (\Phi_i C (x(t) - \hat{x}(t))) \quad (23)$$

$$\dot{\zeta}(t) = - \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) (\Phi_i C) e(t) \quad (24)$$

The above errors dynamics can be represented by connecting (24) to (22) as follows:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}(t) \\ \dot{\zeta}(t) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) \begin{bmatrix} N_i & T_i \\ -\Phi_i C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ \zeta(t) \end{bmatrix} \quad (25)$$

If the above augmented error dynamic equation is stable, the state estimation will converge asymptotically to the real state.

3.1. UIPIO Matrices Computing

In order to find matrix $\begin{bmatrix} H_1 & H_2 \end{bmatrix}$, it follows that equation (13) has a solution since

$\text{rank} \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix} = n$, and the solution is given by

$$\begin{bmatrix} H_1 & H_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix}^+ \quad (26)$$

By substituting (20) into (18), we obtain $\forall i = 1, \dots, h$:

$$H_1 A_i = N_i (I_n - H_2 C) + L_i C \quad (27)$$

Equation (27) can be equivalently written as:

$$N_i = H_1 A_i - K_i C \quad (28)$$

with

$$K_i = L_i - N_i H_2 \quad (29)$$

and matrices L_i can be deduced from equation (29) as follows:

$$L_i = K_i + N_i H_2 \quad (30)$$

To compute the gains K_i and Φ_i , the estimated errors equation (25) can be written as:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}(t) \\ \dot{\zeta}(t) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) (\bar{A}_i - \bar{K}_i \bar{C}) \begin{bmatrix} e(t) \\ \zeta(t) \end{bmatrix} \quad (31)$$

or equivalently such that:

$$\dot{e}_a(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) (\bar{A}_i - \bar{K}_i \bar{C}) e_a(t) = \mathcal{A}(t) e_a(t) \quad (32)$$

where:

$$\bar{A}_i = \begin{bmatrix} H_1 A_i & T_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{K}_i = \begin{bmatrix} K_i \\ \Phi_i \end{bmatrix}, \bar{C} = [C \quad 0], e_a(t) = \begin{bmatrix} e(t) \\ \zeta(t) \end{bmatrix} \text{ and } T_i = H_1 R_i.$$

Note that this estimation error (32) is a continuous function which depends on the time-varying parameter vector $\rho(t) \in \Omega$.

Obviously, the stability of (32) is ensured if and only if the pair $(\bar{A}_i, \bar{C})$ is detectable $\forall i = 1, \dots, h$ which is equivalent to:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} sE - H_1 A_i & -H_1 R_i \\ 0 & sI_q \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + q, \quad \forall s \in \mathcal{C}^+. \quad (33)$$

Equation (33) is the generalization of *R-detectability* [12] for the polytopic descriptor system.

3.2. Stability and convergence conditions

The exponential convergence of the estimation error (α -stability of the observer) is a way to ensure a convergence velocity of the estimation error via a decay rate and to improve dynamic performances of the observer [18]. The following theorem provides sufficient conditions for ensuring the exponential convergence of the estimation error (32).

Theorem 1

Let consider the system (6) and the polytopic UIPIO (9). The exponential convergence of the estimation error (32) is guaranteed if there exists a symmetric and positive definite matrix Q , matrices $W_i = Q\bar{K}_i$ and a positive scalar α for all $\rho \in \Omega$ such that:

$$\bar{A}_i^T Q + Q\bar{A}_i - \bar{C}^T W_i^T - W_i \bar{C} + 2\alpha Q < 0, \quad \forall i \in [1, \dots, h] \quad (34)$$

■

Proof 1

The proof of this theorem is performed by using the following quadratic Lyapunov function:

$$V(t) = e_a^T(t) Q e_a(t), \quad Q = Q^T > 0 \quad (35)$$

The exponential convergence of the estimation error is guaranteed if:

$$\exists Q = Q^T > 0 : \quad \dot{V}(t) + 2\alpha V(t) < 0 \quad (36)$$

where α is called the decay rate. Indeed, the solution of the Equation (36) is given by:

$$V(t) \leq V(0) \exp(-2\alpha t), \quad \forall t \geq 0 \quad (37)$$

Due to $\lambda_{\min}(Q) \|e_a(t)\|^2 \leq V(t) \leq \lambda_{\max}(Q) \|e_a(t)\|^2$, the norm of the estimation error can be bounded by:

$$\|e_a(t)\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(Q)}{\lambda_{\min}(Q)}} \exp(-\alpha t) \|e_a(0)\|, \quad \forall t \geq 0 \quad (38)$$

The derivative of (35) with respect to time yields:

$$\dot{V}(t) = \dot{e}_a^T Q e_a + e_a^T Q \dot{e}_a(t) \quad (39)$$

that becomes by using equation (32):

$$\dot{V}(t) = e_a(t)^T \{ \mathcal{A}(t)^T Q + Q \mathcal{A}(t) \} e_a(t) \quad (40)$$

By using (35) and (40), the inequality (36) becomes:

$$e_a(t)^T \{ \mathcal{A}(t)^T Q + Q \mathcal{A}(t) + 2\alpha Q \} e_a(t) \quad (41)$$

that is a quadratic form in $e_a(t)$. Therefore, the above inequality is satisfied if the following inequality holds:

$$\mathcal{A}(t)^T Q + Q \mathcal{A}(t) + 2\alpha Q < 0 \quad (42)$$

that is a sufficient condition for ensuring the exponential convergence of the estimation error $e_a(t)$. By considering the fact that Q is positive definite matrix and that $\mathcal{A}(t)$ is a continuous function of parameter $\rho \in \Omega$, and Ω is compact: it is clear that if there exists a positive definite matrix Q for all $\rho \in \Omega$ it implies that the left hand side of equation (42) is uniformly negative definite [25].

Then, from equation (32), let replace $\mathcal{A}(t)$ by $\sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) (\bar{A}_i - \bar{K}_i \bar{C}) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) \Psi_i$. Hence, the inequality (42) becomes for all $\rho_i(\theta(t)) \in \Omega$:

$$\sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) \Psi_i^T Q + Q \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) \Psi_i + 2\alpha Q < 0 \quad (43)$$

For any $\rho_i(\theta(t)) \in \Omega$ and due to the properties of this compact set [15], the previous inequality (43) becomes

$$\sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) \Psi_i^T Q + Q \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) \Psi_i + \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) 2\alpha Q < 0 \quad (44)$$

The inequality (44) holds if the following inequalities are satisfied over all $\rho_i(\theta(t)) \in \Omega$:

$$\Psi_i^T Q + Q \Psi_i + 2\alpha Q < 0, \quad \forall i \in [1, \dots, h] \quad (45)$$

or equivalently by substituting Ψ_i :

$$\bar{A}_i^T Q + Q \bar{A}_i - Q \bar{K}_i \bar{C} - (\bar{K}_i \bar{C})^T Q + 2\alpha Q < 0, \forall i \in [1, \dots, h] \quad (46)$$

Let us notice that the above inequalities are bilinear in $\bar{K}_i$ and Q . Therefore, it is not possible to solve them directly using standard convex optimization algorithms. However, the following change of variable: $W_i = Q \bar{K}_i$ can be useful in order to linearize (46) which becomes:

$$\bar{A}_i^T Q + Q \bar{A}_i - \bar{C}^T W_i^T - W_i \bar{C} + 2\alpha Q < 0, \forall i \in [1, \dots, h] \quad (47)$$

that are linear inequalities in Q and W_i . Now, a solution can be found using classical LMI tools and the gains are computed with $\bar{K}_i = Q^{-1} W_i, \forall i \in [1, \dots, h]$. $\square$

Remark : Exponential convergence of estimation error (32) is a strong form of convergence; it implies asymptotic convergence [25]. Indeed, the asymptotic convergence of the estimation error is obtained by considering a decay rate equal to zero ($\alpha = 0$).

In the following, the proposed observer is used for fault detection, isolation and estimation of actuator fault with disturbance rejection.

4. FAULT DETECTION AND ISOLATION IN LPV DESCRIPTOR SYSTEM

Fault diagnosis is usually performed to accomplish one or more of the following tasks: fault detection (or monitoring), to indicate the fault occurrence; fault isolation, to determine the location of the fault and fault identification, to estimate the fault magnitude.

However, the relative importance of these three tasks are obviously subjective even if fault detection and isolation are an absolute must for any practical system. Fault identification (estimation), which is certainly helpful, may not be essential if no reconfiguration action is involved. Hence, fault diagnosis is very often considered as fault detection and isolation.

In this section, the polytopic UIPIO are specifically designed for fault detection, isolation and estimation. In the framework of robust fault detection, we are looking forward to generate residual signals that indicate if a fault occurs or not.

4.1. Residual generation via polytopic UIPIO

A residual generation algorithm using a polytopic UIPIO is considered in order to be sensitive to an actuator fault vector $f \in R^f$ and insensitive to the disturbance vector $d(t)$ [23].

Consider the following polytopic descriptor system with a constant control matrix B_i , i.e. $B_i = B$ and a constant unknown input matrix $R_i = R$:

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t))(A_i x(t) + Bu(t) + Rd(t) + Ff(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (48)$$

For residual generation purposes of (48), the polytopic UIPIO has the following form:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t))(N_i z(t) + G_i u(t) + L_i y(t) + T\hat{f}(t)) \\ \hat{x}(t) = z(t) + H_2 y(t) \\ r(t) = y(t) - \hat{y}(t) \\ \dot{\hat{f}}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t))\Phi_i(y(t) - \hat{y}(t)) \end{cases} \quad (49)$$

where $r(t)$ is the so-called residual signal generated by the comparison between measured and estimated outputs. The diverse matrices in (49) will be determined to ensure the convergence of the estimated errors. In order to describe the dynamic of polytopic UIPIO (49), the estimation error and the residual equations are defined by: $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ and $r(t) = Ce(t)$. It can be shown that:

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t))N_i e(t) + (H_1 A_i - N_i H_1 E - L_i C)x(t) + (H_1 B - G)u(t) + H_1 R d(t) + (H_1 F - T)f(t) + T\zeta_f(t) \quad (50)$$

where

$$\zeta_f(t) = f(t) - \hat{f}(t) \quad (51)$$

The following conditions have to be verified in order to provide robustness to unknown inputs and sensitivity to faults. Then, equations (18) to (20) and the following equations must be satisfied:

$$T = H_1 F \quad (52)$$

$$H_1 R = 0 \quad (53)$$

Hence, equation (50) becomes:

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t))(N_i e(t) + T\zeta_f(t)) \quad (54)$$

By assuming the fault as a step, we find:

$$\dot{\zeta}_f(t) = -\dot{f}(t) \quad (55)$$

Thus, from (49) we obtain:

$$\dot{f}(t) = -\sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) \Phi_i C e(t) \quad (56)$$

Equations (54) and (56) can be combined in an augmented form as follows:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}(t) \\ \dot{\zeta}_f(t) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) \begin{bmatrix} N_i & T \\ -\Phi_i C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ \zeta_f(t) \end{bmatrix} \quad (57)$$

The design of the polytopic UIPIO (49) is equivalent to solve equations (18) to (20) under constraint (53) and to ensure that the augmented error equation (57) is stable. Then, matrices H_1 and H_2 are determined such that constraints (20) and (53) are satisfied. Equations (20) and (53) are rewritten in an augmented matrix equation as

$$\begin{bmatrix} H_1 & H_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & R \\ C & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_n & 0 \end{bmatrix} \quad (58)$$

A solution of (58) exists if [13]:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} E & R \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + \text{rank}(R) \quad (59)$$

Under (59), the general solution of (58) is:

$$\begin{bmatrix} H_1 & H_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & R \\ C & 0 \end{bmatrix}^+ \quad (60)$$

The remaining matrices G_i , N_i and L_i of this polytopic UIPIO based residual generator are given by (19), (28) and (30) respectively.

The residuals are generated by integrating the estimated output errors and the occurrence of faults are detected by its magnitudes. Thus, it is verified that the polytopic UIPIO based residual generator can estimate the state variables and detect faults at the same time.

4.2. Actuator Fault Isolation

The fault isolation problem is to determine in which actuator the fault has occurred. The idea is to make each residual sensitive to only one actuator fault and insensitive to all other faults [19]. To design robust actuator fault isolation scheme, only one component of $u(t)$ is considered faulty. The others are assumed to be fault free and considered as unknown inputs. Hence, for each actuator fault, the polytopic LPV descriptor system corrupted by faults and unknown inputs is described by:

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) (A_i x(t) + B u(t) + \begin{bmatrix} R & F^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d(t) \\ f_d(t) \end{bmatrix}) + F^j f_j(t) \\ y(t) = C x(t) \end{cases} \quad (61)$$

where F^j is the j^{th} column of B with $j \in [1, \dots, p]$, F^r is a matrix of the remaining columns of B . f_j represents the faults to be isolated and estimated and $f_d(t)$ is considered in this FDI scheme as an unknown input. $\begin{bmatrix} R & F^r \end{bmatrix}$ is the new disturbance matrix composed by the original unknown inputs matrix R and the matrix F^r . Based on the above system description, p polytopic UIPIO based

residual generators can be synthesized for $j \in [1, \dots, p]$ such that:

$$\begin{cases} \dot{z}^j(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t))(N_i^j z(t) + G_i^j u(t) + L_i^j y(t) + T \hat{f}_j(t)) \\ r^j(t) = y(t) - \hat{y}(t) \\ \dot{\hat{f}}_j(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) \Phi_i^j (y(t) - \hat{y}(t)) \end{cases} \quad (62)$$

The observer matrices must satisfy the equations (19), (28), (29) and (60) such that the initial matrix R is replaced by $\begin{bmatrix} R & F^r \end{bmatrix}$. Each residual vector $r^j(t)$ produced by the j^{th} polytopic UIPIO, may be used to isolate a fault according to a statistical test [21]. The isolation scheme can only isolate a single fault at the same time. This is based on the fact that the probability for two or more faults to occur at the same time is very small in a real situation.

5. ILLUSTRATIVE EXAMPLE

Let us consider the following LPV descriptor system defined by

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = A(\theta(t))x(t) + B(\theta(t))u(t) + R(\theta(t))d(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

where

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} -1.75 + \theta_2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 + \theta_1 & 0 & 0 \\ -1.8 & -1 & -0.75 + \theta_1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 + \theta_2 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B(\theta) = \begin{bmatrix} 1 + \theta_1 & 1 \\ 1 & 0.5 + \theta_2 \\ 1 & 0 \\ \theta_2 & 0 \end{bmatrix}, R(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.6 + \theta_1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ and } C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

In this example, the polytopic LPV descriptor system is considered where variables θ_i vary according to $\theta_1 \in [-0.05, 0.05]$ and $\theta_2 \in [-0.1, 0.1]$, $l = 2$. In this case, the polytopic representation can be written as follows:

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 \rho_i(\theta(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + R_i d(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

The obtained system evolves in a polytope of 4 vertices corresponding to the extreme values of the parameters θ_1 and θ_2 . The system matrices are given:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1.85 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1.05 & 0 & 0 \\ -1.8 & -1 & -0.8 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1.1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -1.65 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1.05 & 0 & 0 \\ -1.8 & -1 & -0.8 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -0.9 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -1.85 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -0.95 & 0 & 0 \\ -1.8 & -1 & -0.7 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1.1 \end{bmatrix}, A_4 = \begin{bmatrix} -1.65 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -0.95 & 0 & 0 \\ -1.8 & -1 & -0.7 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -0.9 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0.95 & 1 \\ 1 & 0.4 \\ 1 & 0 \\ -0.1 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.95 & 1 \\ 1 & 0.6 \\ 1 & 0 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 1.05 & 1 \\ 1 & 0.4 \\ 1 & 0 \\ -0.1 & 0 \end{bmatrix}, B_4 = \begin{bmatrix} 1.05 & 1 \\ 1 & 0.6 \\ 0 & 0 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_1 = R_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.55 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, R_3 = R_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.65 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ and } C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

The weighing functions $\rho_i(\theta(t))$ are defined such that:

$$\begin{aligned} \rho_1(\theta(t)) &= \frac{\theta_1 - \underline{\theta}_1}{\bar{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} \frac{\theta_2 - \underline{\theta}_2}{\bar{\theta}_2 - \underline{\theta}_2} = \frac{(\theta_1 + 0.05)(\theta_2 + 0.1)}{0.02}, \rho_2(\theta(t)) = \frac{\theta_1 - \underline{\theta}_1}{\bar{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} \frac{\bar{\theta}_2 - \theta_2}{\bar{\theta}_2 - \underline{\theta}_2} = \frac{(\theta_1 + 0.05)(0.1 - \theta_2)}{0.02} \\ \rho_3(\theta(t)) &= \frac{\bar{\theta}_1 - \theta_1}{\bar{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} \frac{\theta_2 - \underline{\theta}_2}{\bar{\theta}_2 - \underline{\theta}_2} = \frac{(0.05 - \theta_1)(\theta_2 + 0.1)}{0.02}, \rho_4(\theta(t)) = \frac{\bar{\theta}_1 - \theta_1}{\bar{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} \frac{\bar{\theta}_2 - \theta_2}{\bar{\theta}_2 - \underline{\theta}_2} = \frac{(0.05 - \theta_1)(0.1 - \theta_2)}{0.02} \end{aligned}$$

5.1. UIPIO Design

The polytopic Unknown Input Proportional Integral Observer is represented by

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \sum_{i=1}^4 \rho_i(\theta(t)) (N_i z(t) + G_i u(t) + L_i y(t) + T_i \hat{d}(t)) \\ \hat{x}(t) = z(t) + H_2 y(t) \\ \dot{\hat{d}}(t) = \sum_{i=1}^4 \rho_i(\theta(t)) \Phi_i (y(t) - \hat{y}(t)) \end{cases}$$

The design procedure of the polytopic UIPIO is thus given as follows:

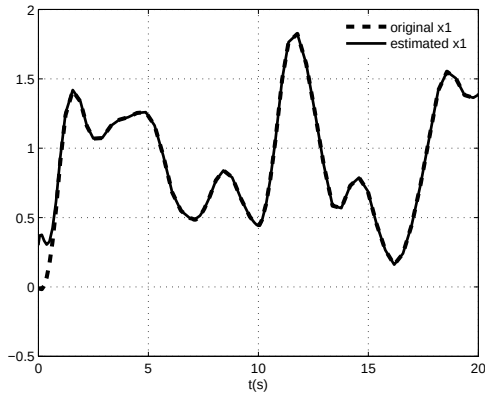
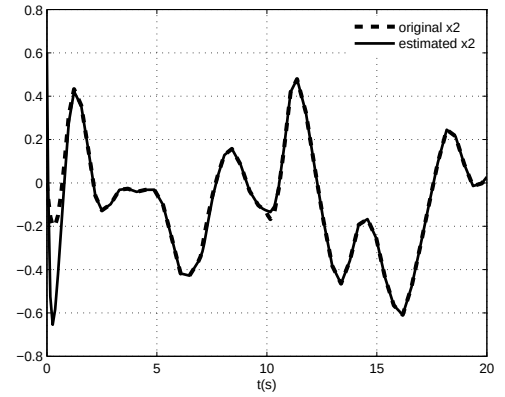
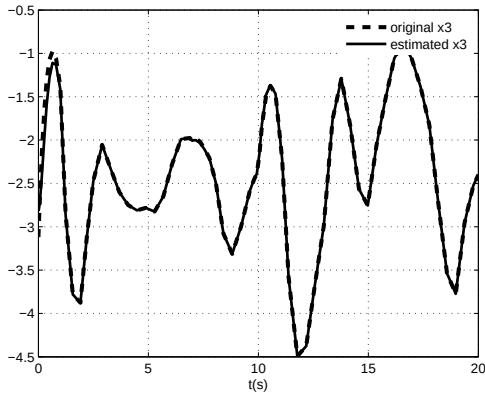
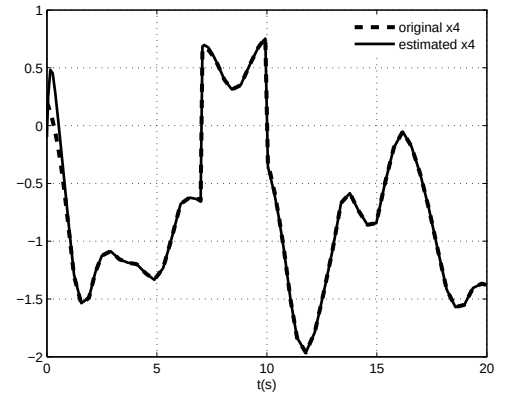
- (i) Based on the system matrices, assumptions A_2 and A_3 are satisfied.
- (ii) Matrices H_1 and H_2 are obtained from equation (26).
- (iii) By using (21), LMI (47) can be efficiently solved via numerical approach using the LMI toolbox to determine the gains matrices. Therefore, these inequalities are fulfilled with:

$$\begin{aligned} K_1 &= \begin{bmatrix} -1.1672 & 2.7989 & -2.2082 \\ 5.1350 & -5.8683 & 6.9783 \\ 3.9170 & 5.6084 & -5.1706 \\ -8.4141 & 9.8486 & 0.1051 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} -1.1179 & 2.7162 & -2.1058 \\ 5.0955 & -5.6972 & 6.7604 \\ 2.7157 & 6.7906 & -5.9916 \\ -7.6181 & 8.8765 & 0.8780 \end{bmatrix} \\ K_3 &= \begin{bmatrix} -1.2822 & 2.9205 & -2.3191 \\ 5.5822 & -6.3372 & 7.3882 \\ 4.2007 & 5.3086 & -4.9580 \\ -8.8752 & 10.3629 & -0.3293 \end{bmatrix}, K_4 = \begin{bmatrix} -1.2307 & 2.8367 & -2.2169 \\ 5.5333 & -6.1608 & 7.1708 \\ 2.9920 & 6.4925 & -5.7753 \\ -8.0687 & 9.3878 & 0.4393 \end{bmatrix} \\ \Phi_1 &= [38.2002 \quad -37.1450 \quad 31.6370], \Phi_2 = [37.0113 \quad -35.2044 \quad 29.8070] \\ \Phi_3 &= [42.2863 \quad -41.4254 \quad 35.1279], \Phi_4 = [41.0013 \quad -39.4316 \quad 33.3043] \end{aligned}$$

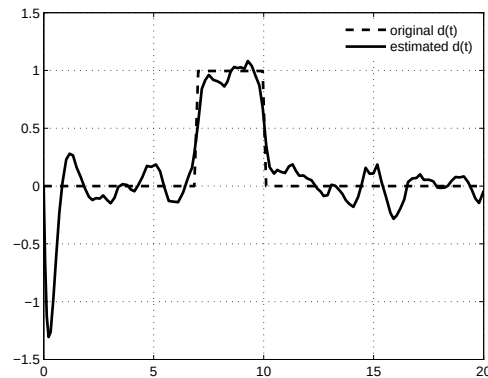
where K_i are the proportional and Φ_i are the integral gains matrices.

- (iv) The remaining polytopic UIPIO matrices G_i , N_i and L_i can be established by (19), (28) and (29) respectively.

The input signals are constant: $u_1(t) = u_2(t) = 2$, the disturbance $d(t)$ is a rectangular signal applied for $7 \leq t \leq 10$. The initial values of the original states $x(t)$ and the unknown input $d(t)$ are equal to 0 and the initial values of the estimated states are: $\hat{x}(t) = [0.5 \quad 1 \quad 0.5 \quad -0.5]^T$. The state estimation and unknown inputs estimation given by the polytopic UIPIO are shown on the following figures.


 Figure 1. Original state $x_1(t)$ and its estimated $\hat{x}_1(t)$

 Figure 2. Original state $x_2(t)$ and its estimated $\hat{x}_2(t)$

 Figure 3. Original state $x_3(t)$ and its estimated $\hat{x}_3(t)$

 Figure 4. Original state $x_4(t)$ and its estimated $\hat{x}_4(t)$

The behavior of the polytopic UIPIO is shown on figures (1) to (4). It can be observed that the estimated states can closely track the original states of the polytopic descriptor system affected by an unknown input in spite of measurements which are perturbed by a white Gaussian noise with variance 0.01.


 Figure 5. Unknown input $d(t)$ and its estimated $\hat{d}(t)$

In addition, as seen on the figure (5), the polytopic UIPIO provides a correct unknown input estimation in spite of noise and disturbances. The polytopic UIPIO design is easy but the restriction for this polytopic UIPIO is to consider that disturbances have slow variation i.e. $\dot{d}(t) \simeq 0$. However, in practice, we can relax this constraint.

5.2. Fault diagnosis with polytopic UIPIO

In this paragraph, we will only consider a constant matrix B and two actuator faults with constant magnitudes. Let us consider the model (61) and the polytopic UIPIO (49) with the same previous matrices except for a constant matrix $B(\theta)$:

$$B(\theta) = B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \text{ and } R(\theta) = R = \begin{bmatrix} 0 & 0.6 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T.$$

In this part, we recall that F^j is the j^{th} column of B and F^r is the matrix B without the j^{th} column. In order to detect and isolate the actuators faults, two polytopic UIPIO are designed here, each one designed to isolate an actuator fault. Let consider $f_1(t)$ and $f_2(t)$, the fault signals which represent control input dysfunctions of $u_1(t)$ and $u_2(t)$ respectively and defined by:

$$f_1(t) = \begin{cases} 0.25u_1(t) & \text{for } 10 \leq t \leq 14 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad \text{and} \quad f_2(t) = \begin{cases} 0.4u_2(t) & \text{for } 15 \leq t \leq 19 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

The first polytopic UIPIO is designed to estimate and isolate the first actuator fault $f_1(t)$ and a second one is also designed to estimate and isolate the second actuator fault $f_2(t)$. The performance of the fault diagnosis system is illustrated for two actuator faults as shown below.

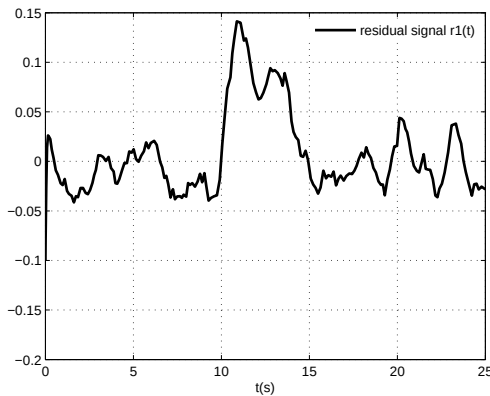


Figure 6. the residual signal $r_1(t)$

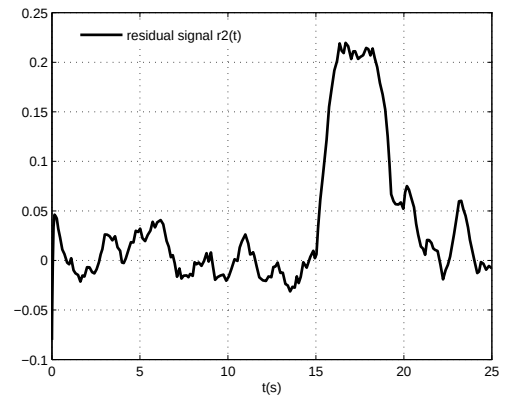


Figure 7. the residual signal $r_2(t)$

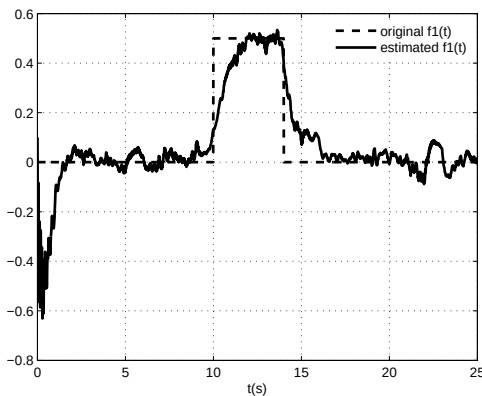


Figure 8. first actuator fault $f_1(t)$ and its estimated $\hat{f}_1(t)$

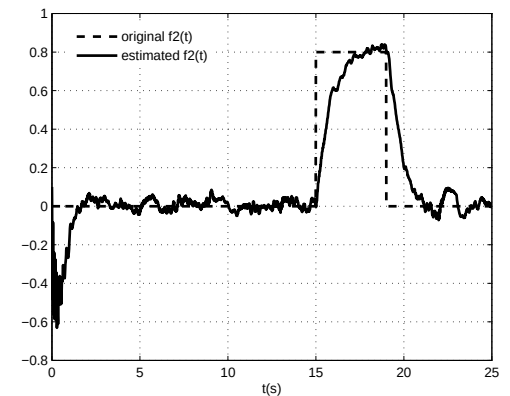


Figure 9. second actuator fault $f_2(t)$ and its estimated $\hat{f}_2(t)$

Figures (6) and (7) display the isolation task. One can see that the residual is almost zero throughout the time simulation run for fault-free residuals despite noisy environment and increase in magnitude considerably when actuator faults occur at time $t = 10s$ (Fig.(6)) and at time $t = 15s$ (Fig.(7)). Then, faults are easily isolated using the information provided by residuals signals. Figures (8) and (9) display the estimation of $f_1(t)$ and $f_2(t)$. An error appears in the estimation of both $f_1(t)$ and $f_2(t)$ respectively. This is due to the fact that when those faults stop abruptly, there is a remaining time to give an estimation of $f_1(t)$ and $f_2(t)$ owing to the response of this polytopic UIPIO. It is important to note that without noise, the estimation is better but we want to present a more realistic point of view in a noisy environment.

6. CONCLUSION

This paper has addressed the problem of state estimation, fault detection and isolation for dynamic systems that can be described by polytopic LPV descriptor models subject to disturbances. The state and unknown inputs estimation are obtained by a polytopic Unknown Inputs Proportional Integral Observer which has been used here for the detection, isolation and estimation of actuators faults in spite of disturbances. Stability conditions of this polytopic UIPIO have been formulated and solved within a linear matrix inequality framework. The developed FDI scheme for LPV descriptor systems has been applied into an example in order to estimate both state vector and disturbances. Based on fault estimation, a fault tolerant control scheme for LPV descriptor systems could be synthesized so as to enhance robustness of the system.

REFERENCES

1. Ai-Guo Wu and Guang-Ren Duan. Generalized PI observer design for linear systems. *IMA Journal of Mathematical Control and Information* 2008, vol 25, pp 239-250.
2. Anstett F. and Millerioux G. and Bloch G. Polytopic observer design for LPV systems based on minimal convex polytope finding *Journal of Algorithms and Computational Technology*, vol 3, N1, 2009, pp 23-43.
3. Bokor J. and Szabo Z. Fault detection and isolation in nonlinear systems *Annual Reviews in Control.*, vol 33, N 2, 2009, pp 113-123.
4. Boutayeb M. and Darouach M. Observers design for non linear descriptor systems *Proceedings of the 34th Conference on Decision and Control*, New Orleans, 1995, pp 2369-2374.
5. Boyd S. and El Ghaoui L. and Feron E. and Balakrishnan V. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory *SIAM, Studies In Applied Mathematics*.
6. Bruzelius F. Linear Parameter-Varying Systems an approach to gain scheduling *PhD Thesis*, Department of Signals and Systems, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden.
7. Chen J. and Patton R.J. Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems *Kluwer Academic Publishers*, 1999.
8. Darouach M. and Boutayeb M. Design of Observers for Descriptor Systems *IEEE transactions on Automatic Control*, vol 40, 1995, pp 1323-1327.
9. Grenaille S., Henry D. and Zolghadri A. A method for designing FDI filters for polytopic LPV models. *safepprocess*, 2006.
10. Hamdi H., Rodrigues M., Mechmeche C., Theilliol D. and BenHadj Braiek N., State Estimation for Polytopic LPV Descriptor Systems: Application to Fault Diagnosis. *the 7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, Barcelona, Spain, June 30 - July 3, 2009 pp 438-443.
11. Hou M. and Muller P. C. Observer Design for Descriptor Systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* 1999, Vol 44, pp 164-168.
12. Koenig D. and Mammar S. Design of Proportional-Integral Observer for Unknown Input Descriptor Systems. *IEEE transactions on automatic control*, december 2002, vol 47, N12.
13. Koenig D. Unknown Input Proportional Multiple-Integral Observer Design for Linear Descriptor Systems: Application to State and Fault Estimation. *IEEE Transactions on Automatic control* February 2005; Vol 50, N2, pp 212-217.
14. Marx B., Koenig D. and Ragot J. Design of observers for Takagi-Sugeno descriptor systems with unknown inputs and application to fault diagnosis *IET Control Theory Appl.*, vol N1, 2007, pp 1487-1495.
15. Mason P. and Sigalotti M. and Daafouz J. On stability analysis of linear discrete-time switched systems using quadratic Lyapunov Functions *Proceedings of 46th IEEE Conference Decision and Control*, New Orleans, LA 2007, pp 5629-5633.
16. Masubuchi I., Kato J., Saeki M. and Ohara A., Gain-Scheduled Controller Design Based on Descriptor Representation of LPV Systems: Application to Flight Vehicle Control. *43rd IEEE Conference on Decision and Control*, Atlantis, Paradise Island, Bahamas, December 14-17, 2004, pp 815-820.

17. Masubuchi I. and Suzuki A., Gain-Scheduled Controller Synthesis Based on New LMIs for Dissipativity of Descriptor LPV Systems *The International Federation of Automatic Control*, Proceedings of the 17th World Congress, Seoul, Korea, July 6-11, 2008, pp 9993-9998.
18. Orjuela R., Marx B., Maquin D. and Ragot J., State estimation for nonlinear systems using decoupled multiple model. *International Journal of Modelling, Identification and Control* 2008, Vol. 4(1), pp. 59-67
19. Rodrigues M., Theilliol D., Adam-Medina M., and Sauter D., A Fault Detection and Isolation Scheme for Industrial Systems based on Multiple Operating Models. *Control Engineering Practice* 2008, Vol N16, pp 225-239.
20. Rodrigues M., Theilliol D., Aberkane S. and Sauter D. Fault Tolerant Control Design for Polytopic LPV Systems. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences*, 2007, Vol N17, pp 27-37.
21. Rodrigues M., Theilliol D. and Sauter D. Design of a Robust Polytopic Unknown Input Observer for FDI: Application to Nonlinear Systems described by a Multi-Models Representation. *44th IEEE Conference on Decision and Control and European Control*, Conference ECC, Sevilla, Spain 2005, pp 6268-6273.
22. Taniguchi T., Tanaka K., and Wang H. O. Fuzzy Descriptor Systems and Nonlinear Model Following Control. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2000, Vol N 8, pp 442-452.
23. Theilliol D., Noura H. and Ponsart J.C. Fault diagnosis and accommodation of three-tank system based on analytical redundancy. *ISA Transactions*, 2002, Vol N 41, pp 365-382.
24. Wang Y., Sun Z. Q. and Sun F. C. Robust Fuzzy Control of a Class of Nonlinear Descriptor Systems with Time-Varying Delay. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2004, Vol N 2, pp 76-82.
25. Wu F. Control of Parameter Varying Systems *PhD Thesis*, University of california at berkeley, USA.
26. Zolghadri A., Henry D. and S. Grenaille Fault diagnosis for LPV systems. *16th Mediterranean Conference on Control and Automation*, MED'08, Ajaccio, 2008,

A MULTI-MODEL APPROACH TO SAINT-VENANT EQUATIONS: A STABILITY STUDY BY LMIs

VALÉRIE DOS SANTOS MARTINS, MICKAEL RODRIGUES, MAMADOU DIAGNE

Automatic and Process Control Laboratory (LAGEP)
University of Lyon 1, CNRS, UMR 5007, Villeurbanne F-69622, France
e-mail: dossantos@lagep.univ-lyon1.fr, mickael.rodrigues@univ-lyon1.fr

This paper deals with the stability study of the nonlinear Saint-Venant Partial Differential Equation (PDE). The proposed approach is based on the multi-model concept which takes into account some Linear Time Invariant (LTI) models defined around a set of operating points. This method allows describing the dynamics of this nonlinear system in an infinite dimensional space over a wide operating range. A stability analysis of the nonlinear Saint-Venant PDE is proposed both by using Linear Matrix Inequalities (LMIs) and an Internal Model Boundary Control (IMBC) structure. The method is applied both in simulations and real experiments through a microchannel, illustrating thus the theoretical results developed in the paper.

Keywords: Saint-Venant equation, multi-model, LMIs, infinite dimensional system, exponential stability, strongly continuous semigroup, internal model boundary control.

1. Introduction

Control problems for irrigation channels are of economic and environment interest and considerable research has been conducted in this area. Indeed, water is a precious resource which has to be efficiently managed and protected. However, water losses in irrigation channels are substantial remaining the biggest consumer of fresh water ($\simeq 80\%$). The automation of irrigation channels has improved the output of such a process, but the losses are still around 30%, due to inefficient management and control. In order to avoid overflows and to satisfy specific water requirements, the level of instrumentation (e.g., water level measurements and motor-driven gates) and automation in open channel networks increases (see the work of Mareels *et al.* (2005) for an overview). On the other hand, the demands, the ecological constraints and necessary limitations have become more and more important these last years. Instrumentation and control (e.g., by a state feedback) allow improving the management of such systems. Nevertheless, it is necessary to improve them so as to take into account in a more precise way every event that may occur.

In order to deliver water, it is important to ensure that the water level and the flow rate in the open channel remain at given values. The difficulty in this control

system is that only the gate positions are able to meet performance specifications. That is why the use of boundary control laws satisfying the control objectives is required. Open surface channels possess nonlinear complex dynamics because they couple phenomena of transport and those of delay. Those distributed parameters systems have dynamics represented by hyperbolic Saint-Venant Partial Differential Equations (PDEs). This problem has been previously considered in the literature using a wide variety of techniques (see the use of classical linear control theory by Malaterre *et al.* (1998), Papageorgiou and Messmer (1989), Weyer (2002)). Some of them take into account the uncertainties and apply some robust control approaches (e.g., Litrico and Georges, 1999). Other researchers have studied directly the nonlinear dynamics (Zaccarian *et al.*, 2007; Litrico *et al.*, 2005; Dulhoste *et al.*, 2001; Dos Santos and Prieur, 2008). Recent approaches have considered the distributed nature of the system. Using Riemann's coordinate approach to Saint-Venant equations, stability results are given by Greenberg and Li (1984) for a system of two conservation laws and by Li (1994) for a system of a larger dimension. Lyapunov techniques have been used by Coron *et al.* (2007), Dos Santos *et al.* (2008) as well as Dos Santos and Prieur (2008).

In practice, process industries such as mining, chem-

ical engineering, or water treatment processes are characterized by complex processes which often operate in multiple operating regimes (Blesa *et al.*, 2010). It is often difficult to obtain nonlinear models that accurately describe plants in all regimes. Also, considerable effort is required for development of nonlinear models. Comparatively, different techniques for linear system identification, control and monitoring are available. An attractive alternative to nonlinear techniques is to use a multiple linear model strategy. The concept of multiple models, or ‘multi-models’, is based on the partitioning of the operating range of a system into separated regions by applying local linear control to each region (Murray-Smith and Johansen, 1997).

The multi-model structure is well adapted for nonlinear systems because it allows determining a set of linear models defined around some predefined operating points. Each local model (sub-model) is defined as a Linear Time Invariant (LTI) model dedicated to a specific operating point. The multi-model philosophy is based on weighting functions, which ensure the transition between the different local models. These functions represent the degree of validity of each local model. This degree is a function of the system inputs, outputs and time. The multi-model approach has often been used for the modelling and control of nonlinear systems (Porfrio *et al.*, 2003; Athans *et al.*, 2005) and for fault diagnosis (Bhagwat *et al.*, 2003; Gatzke and Doyle, 2002; Rodrigues *et al.*, 2008). Some authors refer to it as a gain scheduling strategy (Leith and Leithead, 2000), or Linear Parameter Varying (LPV) systems with the same formalism (Hamdi *et al.*, 2011), or interpolated controllers (Banerjee *et al.*, 1995) and switching controllers (Narendra *et al.*, 1995).

The use of the multi-model representation for a stability study of systems described by nonlinear PDEs is something new in the literature on such systems, but some researchers like Wang *et al.* (2011) have recently developed a control strategy using Takagi–Sugeno models for nonlinear PDE systems with a stability study. More generally, common approaches are based on a finite dimensional approximation of the nonlinear PDE and adaptive control. The stability and the control of such systems in infinite dimensions are still an open problem.

In this paper, an analysis of the stability of the nonlinear Saint-Venant PDE is proposed through the use of the multi-model and Internal Model Boundary Control (IMBC) structures. The stability study is performed based on a Linear Matrix Inequality (LMI) due to the effectiveness in calculating a unique gain solution for multiple models (Lopez-Toribio *et al.*, 1999; Rodrigues *et al.*, 2007; Dos Santos Martins and Rodrigues, 2011).

The paper is organized as follows. Firstly, Saint-Venant equations are presented along with the control problem. The internal model boundary control is explained and the physical constraints are given. Secondly,

linearized systems are developed around a set of equilibria which depend on the space variable. Their insertion into the LMI formalism is also described. The third part of the paper is dedicated to the design of an integral feedback gain by an LMI which ensures the system stability: an integral controller is designed and implemented using a ‘Lyapunov/LMI’ approach. The last section is dedicated to simulations and experiments. The data used are those of the water channel of Valence. Comparisons between initial experimental results using a PI-controller (done some years ago) and simulations with the presented integral controller using the theoretically tuned gain are realized. New experiments are implemented, too, with these theoretical gains found by LMI synthesis.

2. Channel regulation problem statement

Consider the class of water channels represented in Figs. 1 and 2, i.e., a reach of an open channel delimited by underflow and/or overflow gates, where

- $Q(x, t)$ is the water flow rate,
- $Z(x, t)$ is the height of water channel,
- L is the length of the reach taken between the upstream $x_{up} = 0$ and the downstream $x_{do} = L$,
- $U_{up} = U_0(t)$, $U_{do} = U_L(t)$ are the openings of the gates at upstream and downstream.

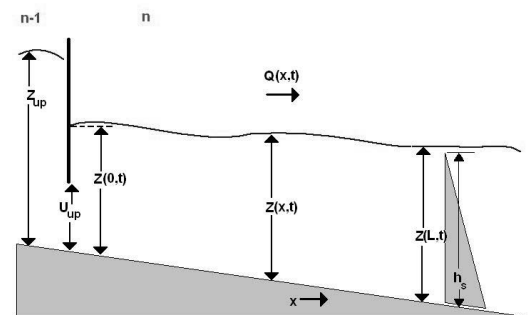


Fig. 1. Channel scheme: upstream underflow and downstream overflow gates.

The regulation problem concerns the stabilization of the water flow rate and/or the height of the water around an equilibrium for a reach denoted by $(Z_e(x), Q_e(x))$. A linear model with varying coefficients can be deduced from the nonlinear PDE, in order to describe the variation in the water level and the flow for an open channel. Let us recall these models.

2.1. Model of a reach. The channel is supposed to have a sufficient length L such that one can assume that the lateral movement is uniform. Nonlinear Saint-Venant

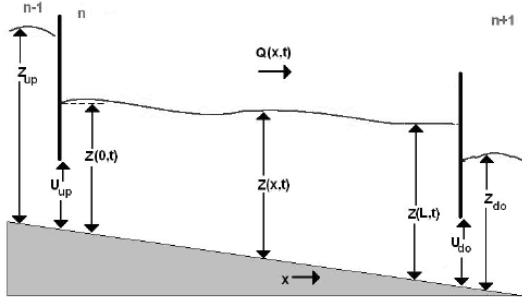


Fig. 2. Channel scheme: two underflow gates.

PDEs, which describe the flow on the channel, are the following (Georges, 2002):

$$\partial_t Z = -\partial_x \frac{Q}{b}, \quad (1)$$

$$\partial_t Q = -\partial_x \left(\frac{Q^2}{bZ} + \frac{1}{2}gbZ^2 \right) + gbZ(I - J), \quad (2)$$

$$Z_0(x) = Z(x, 0), \quad Q_0(x) = Q(x, 0), \quad (3)$$

$\forall x \in \Omega = (x_{up}, x_{do}) = (0, L)$, $t > 0$, where I is the slope, b is the channel width, g is the constant gravity.

Here J is the friction slope from the Manning-Strickler formula and R is the hydraulic radius. J and R are defined such that

$$J = \frac{n^2 Q^2}{(bZ)^2 R^{4/3}}, \quad R = \frac{bZ}{b + 2Z}. \quad (4)$$

The different limit conditions allow us to consider two control cases, for all $x \in \Gamma = \partial\Omega$:

Case A. Single variable control, spillway case.

The equation of the upstream condition of the reach ($x = x_{up}$) is given by

$$Q(x_{up}, t) = U_{up}(t)\Psi_1(Z(x_{up}, t)), \quad (5)$$

with $\Psi_1(Z) = K_1\sqrt{2g(Z_{up} - Z)}$. The downstream condition of the reach ($x = x_{do}$) is given by the spillway equation, cf. Fig. 1:

$$Z(x_{do}, t) = \Psi_2(Q(x_{do}, t)), \quad (6)$$

where

$$\Psi_2(Q) = \left(\frac{Q^2}{2gK_2} \right)^{1/3} + h_s.$$

Z_{up} is the water height at the upstream of the gate, K_i is the product of the channel width and the water flow rate coefficient of the gate $n^0 i$, $U_{up}(t)$ is the upstream control. h_s is the height of the spillway which considered constant in this case. Note that the controlled variable is the height $Z(x_{do})$. Thus, in this case $x_{up} = 0$, $x_{do} = L$, $U_{up} = U_0$, (cf. Fig. (1)).

Case B. Multi-variable control.

The upstream condition equation is still (5). Another control can appear at the downstream of the reach, i.e., at $x = x_{do}$ (Fig. 2):

$$Q(x_{do}, t) = U_{do}(t)\Psi_3(Z(x_{do}, t)),$$

where $\Psi_3(Z) = K_2\sqrt{2g(Z - Z_{do})}$ and $U_{do}(t)$ is the downstream control of the reach, Z_{do} is the water height downstream of the gate (cf. Fig. 2). Note that

- The upstream and downstream depend on the reach considered. The same case is for the abscissa and the gates.
- Case B is considered, i.e., the multi-variable control case.

2.2. Regulation model. An equilibrium state ($\partial_t(\cdot) \equiv 0$) of the system satisfies the following equations:

$$\partial_x Q_e = 0, \quad (7)$$

$$\partial_x Z_e = gbZ_e \frac{I - J_e}{gbZ_e - Q_e^2/bZ_e^2}, \quad (8)$$

Remark 1. The river case is considered and it follows that:

$$Z_e > \sqrt[3]{Q_e^2/(gb^2)}. \quad (9)$$

Note that Q_e is constant but Z_e depends on the space variable. The linearized model around an equilibrium point $(Z_e(x), Q_e(x))^t$ is written down by introducing

$$\xi(t) = (z(t) \ q(t))^t.$$

We obtain

$$\begin{aligned} \partial_t \xi(x, t) &= A_1(x)\partial_x \xi(x, t) + A_2(x)\xi(x, t) \\ &= \mathcal{A}(x)\xi(x, t), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\xi(x, 0) = \xi_0(x),$$

$$\begin{aligned} q(x_{up}, t) &= U_{up,e}\partial_z \Psi_1(Z_e(x_{up}, t))z(x_{up}, t) \\ &\quad + u_{up}(t)\Psi_1(Z_e(x_{up}, t)), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} q(x_{do}, t) &= U_{do,e}\partial_z \Psi_3(Z_e(x_{do}, t))z(x_{do}, t) \\ &\quad + u_{do}(t)\Psi_3(Z_e(x_{do}, t)), \end{aligned} \quad (12)$$

where $U_{up,e}$ and $U_{do,e}$ are the opening gates for the upstream and downstream at the equilibrium and $u_{up}(t)$, $u_{do}(t)$ are the variations of these opening gates to be controlled. The matrices $A_1(x)$, $A_2(x)$ are given by

$$A_1(x) = \begin{pmatrix} 0 & -a_1 \\ -a_2(x) & -a_3(x) \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$A_2(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ a_4(x) & -a_5(x) \end{pmatrix}, \quad (14)$$

with

$$\begin{aligned} a_1 &= 1/b, \\ a_2(x) &= gbZ_e(x) - \frac{Q_e^2}{bZ_e^2(x)}, \\ a_3(x) &= \frac{2Q_e}{bZ_e(x)}, \\ a_4(x) &= gb(I + J_e(x) + \frac{\frac{4}{3}J_e(x)}{1 + 2Z_e(x)/b}), \\ a_5(x) &= \frac{2gbJ_e(x)Z_e(x)}{Q_e}. \end{aligned}$$

The control problem is to find variations in $u_{up}(t)$ at the extreme $x = x_{up}$ and $u_{do}(t)$ at the extreme $x = x_{do}$ of the reach such that the downstream water level, $z(x_{do}, t) = z(L, t)$ (measured variables), tracks a reference signal $r(t)$.

The reference signal $r(t)$ is chosen for all cases: constant or non-persistent (a stable step response of a non-oscillatory system).

In this paper, the control scheme based on the Internal Model Boundary Control (IMBC) (Dos Santos, 2004; Dos Santos et al., 2005) is adopted as illustrated in Fig. 3. This control strategy integrates the process model in real time and allows regulating the water height in all the points of the channel by taking into account the error between the linearized model and the real system (or the nonlinear model for the simulations).

Observe that

- M_f is a linear filtering model of a finite dimension which aims at filtering the error signal $e(t) = y_s(t) - y(t)$.
- M_r is a pursuit model which allows to impose dynamics by means of a fixed reference $r(t)$.

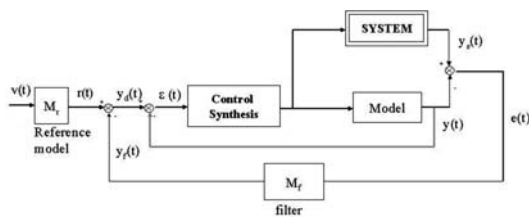


Fig. 3. IMBC structure.

2.3. Stability of the system. Equation (10) describes the dynamics of the open loop system. In this representation, the state vector $\xi(x, t)$ is not explicitly linked to the boundary control. In order to design an output feedback and to study the closed-loop stability, an operator D of the boundary control distribution is introduced.

It is a bounded operator such that $\text{Im}(D) \subset \text{Ker}(A)$ and $Du \in D(\mathcal{A})$ and (Dos Santos, 2004; Touré and Rudolph, 2002; Sakawa and Matsushita, 1975)

$$\xi(x, t) = \varphi(x, t) + Du(t). \quad (15)$$

This operator is naturally null in the domain of $A(x)$ as it is active only on the domain boundary. This change of variables allows obtaining a Kalman system representation (Touré and Rudolph, 2002; Sakawa and Matsushita, 1975; Alizadeh Moghadam et al., 2011):

$$\partial_t \varphi(x, t) = \mathcal{A}(x)\varphi(x, t) - D\dot{u}, \quad (16)$$

$$\varphi(x, 0) = \varphi_0(x) = \xi_0(x) - Du(0). \quad (17)$$

It has been proved that the open-loop system described below is exponentially stable (Dos Santos, 2004; Dos Santos and Toure, 2005), as the operator of the linearized system in infinite dimensions generates an exponentially stable C_0 -semigroup. Moreover, under a PI control $u(t) = \alpha_i \kappa_i \int \varepsilon(s) ds + \alpha_p \kappa_p \varepsilon(t) \in U = \mathbb{R}^n$, $u \in C^\alpha([0, \infty], U)$ ¹, conditions on the tuning parameters are also given to ensure the stability of the closed-loop nonlinear system using the IMBC structure and the properties of stability of the closed-loop linearized system Fig. 3. For example, some of those conditions are taken for the tuned parameters of the PI-control:

$$0 \leq \alpha_i < \alpha_{i,\max} = \min_{\lambda \in \Gamma} (a \|R(\lambda; \mathcal{A}_e)\| + 1)^{-1}, \quad (18)$$

$$0 \leq \alpha_p < \alpha_{p,\max} = \left(\sup_{\lambda \in \Gamma} a \|R(\lambda; \mathcal{A})\| \right)^{-1}, \quad (19)$$

where $\mathcal{A}_e$ is a part of the series development of the closed-loop operator (Dos Santos and Toure, 2005), and $R(\lambda; K)$ is the resolvent operator of K , while a signifies a constant which depends on $\mathcal{A}_e$.

Those theoretical results were coupled with simulations and experiments which confirmed this approach (Dos Santos, 2004; Dos Santos and Toure, 2005). The experiments showed limitations due to the linearization around an equilibrium state and a first attempt at multi-model experiments was successfully realized (Fig. 10), but it was not optimal and no theoretical proof was given. The aim of this paper is to develop a first step towards this proof.

In order to control the water level over a wide operational range, a set of local models are considered around judicious operating points: each model is an approximation of the process in a small interval of the operating range and a control is synthesized and activated on this interval when the system goes through it. The idea here is to define necessary conditions to preserve the stability of this system all along the operating range.

¹The regularity coefficient is generally taken as $\alpha = 2$.

2.4. Multi-model representation of Saint-Venant equations. The multi-model structure like that of Rodrigues *et al.* (2008), or Hamdi *et al.* (2011), allows controlling the system over a wide operating range because it takes into account the different sub-models which can be activated under different operating regimes (Murray-Smith and Johansen, 1997). The representation of the (the Saint-Venant PDE) around N operating points by the multi-models approach is defined by the following equations:

$$\partial_t \xi(x, t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\zeta(t)) \mathcal{A}_i(x) \xi(x, t), \quad (20)$$

$$\mathcal{A}_i(x) = A_{1,i}(x) \partial_x + A_{2,i}(x), \quad (21)$$

$$\xi_0(x) = \xi(x, 0),$$

where

- $\mathcal{A}_i(x)$ is the operator which corresponds to the i -th equilibrium state;
- $\zeta(t)$ is a function depending on some decision variables directly linked with the measurable state variables and eventually with the input;
- $\mu_i(\zeta(t))$ is the weighting function that based on the output height of the process z_L and determining which sub-model is used for the control law.

A multi-model approach can be developed. It makes the study of the stability by the second Lyapunov method possible.

In the following paragraph, the synthesis of a control law by the LMI technique is outlined. An output feedback is considered under an integral control and the synthesis of the gain by the LMI technique ensures the system stability.

3. Stability study by the LMI

In this part, the closed-loop structure (Fig. 3) is studied under an integral feedback. The pursuit model (M_r) and the filtering model (M_f) are not considered. The choice of an integrator can be justified by the fact that the derivative of the control $\dot{u}$ appears in the state equation (16).

3.1. Closed-loop structure for an integral feedback.

For a control with an output feedback, K is defined as the gain, $u(t) = K \int \varepsilon(t) dt$, and it follows that (Dos Santos, 2004)

$$\varepsilon(t) = r(t) - y(t), \quad (22)$$

$$u(t) = K \int [r(\tau) - y(\tau)] d\tau, \quad (23)$$

with $y(t) = C(\xi(x, t) + E q(x, t))$, where $E q(x, t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\zeta(t)) (z_{e,i}(x) - q_{e,i})^t$ is the equilibrium state and,

for example, $C E q(x, t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\zeta(t)) z_{e,i}(L)$ if the aim is to regulate the water level at $x = L$. From Eqn. (15), one deduces that

$$y(t) = C \varphi(x, t) + C E q(x, t) + C D u(t), \quad (24)$$

and by substituting $y(t)$ into the control equation,

$$u(t) = K \int [r(\tau) - C E q(x, \tau) - C \varphi(x, \tau) - C D u(\tau)] d\tau$$

which implies

$$\dot{u}(t) = K [r(t) - C E q(x, t) - C \varphi(x, t) - C D u(t)].$$

From Eqn. (16), the closed-loop expression is

$$\begin{aligned} \partial_t \varphi(x, t) &= \sum_{i=1}^N \mu_i(\zeta(t)) [\mathcal{A}_i(x) \varphi(x, t) - D K (r(t) - C E q(x, t) - C \varphi(x, t) - C D u(t))] \\ &= \sum_{i=1}^N \mu_i(\zeta(t)) [(\mathcal{A}_i(x) + D K C) \varphi(x, t) + D K (C D u(t) + C E q(x, t) - r(t))]. \end{aligned} \quad (25)$$

Define

$$\tilde{K} = D K. \quad (26)$$

Equation (25) can be written as

$$\begin{aligned} \partial_t \varphi(x, t) &= \sum_{i=1}^N \mu_i(\zeta(t)) [(\mathcal{A}_i(x) + \tilde{K} C) \varphi(x, t) + \tilde{K} (C D u(t) + C E q(x, t) - r(t))] \\ &= \mathcal{M}_i(x, t). \end{aligned} \quad (27)$$

The stability conditions are ensured by using a quadratic Lyapunov function as in the works of Rodrigues *et al.* (2007) and Hamdi *et al.* (2011) in order to guarantee the convergence of the water height to the reference $r(t)$ over the widest operating range.

3.2. Stability study with a quadratic Lyapunov function. Consider

$$V(\varphi(x, t), t) = \langle \varphi(x, t), P \varphi(x, t) \rangle, \quad (28)$$

where $\langle \cdot, \cdot \rangle$ is the inner product under study. The multi-model representation of the linearized Saint-Venant PDE defined by Eqn. (27) is asymptotically stable if there exists a matrix/operator $P > 0$ such that¹

¹We assume that $\partial_t \psi = \dot{\psi}$ whatever the function ψ .

(i) for finite-dimensional systems,

$$\dot{V}(\varphi(x, t), t) < 0, \quad (29)$$

$$\Leftrightarrow \langle \dot{\varphi}, P\varphi \rangle + \langle \varphi, P\dot{\varphi} \rangle < 0; \quad (30)$$

(ii) for infinite-dimensional systems,

$$\langle \dot{\varphi}, P\varphi \rangle + \langle P\varphi, \dot{\varphi} \rangle = -\langle \varphi, \varphi \rangle. \quad (31)$$

Remark 2. As stated previously, we want to give the first elements of a proof of the stability using the LMI technique usually defined for finite-dimensional systems but applied to infinite-dimensional systems in this paper. Hante and Sigalotti (2010) worked on the stability of switching systems in infinite dimensions and they are still working to link those mathematical results to the LMI approach. The tools for the LMI technique developed in infinite dimensions have not been found by the authors and we try to develop those making a parallel with known techniques. Wang *et al.* (2011) also used an LMI technique for the stability study.

The previous results, like in the example part, can be put in parallel with the following theorem (Curtain and Zwart, 1995).

Theorem 1. Suppose that A is the infinitesimal generator of a C_0 -semigroup $T(t)$ on a Hilbert space Z . Then $T(t)$ is exponentially stable if and only if there exists a positive operator $P \in \mathcal{L}$ such that (with $\dot{z} = Az$)

$$\langle Az, Pz \rangle + \langle Pz, Az \rangle = -\langle z, z \rangle, \quad \forall z \in Z.$$

The main difference here between this stability result in finite and infinite dimensions is located in the inequality of the Lyapunov function for a finite-dimensional system and the equality for infinite dimensional ones. This equality complexity can be removed in some cases. For example, for operators with a compact resolvent (Triggiani, 1975; Dos Santos, 2004; Curtain and Zwart, 1995), and in this case the same inequality from finite dimension is a sufficient and necessary condition for the infinite-dimensional case. Indeed, the inequality from finite dimension cannot be transposed directly in infinite dimensions because the spectral growth assumption is not satisfied in general (it is in a finite dimension), i.e., an operator A generating a C_0 -semigroup $T_A(t)$ satisfies the spectral growth assumption if

$$\sup\{\mathcal{R}(\lambda); \lambda \in \sigma(A)\} = w_0(A) := \inf_{t>0} \frac{\|T_A(t)\|}{t}.$$

Thus, if the spectral growth assumption is satisfied and there exists a positive operator $P \in \mathcal{L}$ such that (with $\dot{z} = Az$)

$$\langle Az, Pz \rangle + \langle Pz, Az \rangle < 0, \quad \forall z \in Z, \quad (32)$$

then $T(t)$ is exponentially stable.

For Saint-Venant equations, it has been shown that the operator has a compact resolvent (Dos Santos and Toure, 2005; Dos Santos, 2004), so it satisfies the spectral growth assumption.

Then, taking account of (27)–(32), it follows that one has to prove the inequality

$$\langle \mathcal{M}_i, P\varphi \rangle + \langle \varphi, P\mathcal{M}_i \rangle < 0. \quad (33)$$

The development of this inequality leads us to considering an inequality for each sub-system of index i such that

$$\begin{aligned} & \langle [\mathcal{A}_i(x) + \tilde{K}C]\varphi(x, t), P\varphi(x, t) \rangle \\ & + \langle \tilde{K}(CDu(t) - r(t) + CEq(x, t)), P\varphi(x, t) \rangle \\ & + \langle \varphi(x, t), P\tilde{K}(CDu(t) - r(t) + CEq(x, t)) \rangle \\ & + \langle \varphi(x, t), P[\mathcal{A}_i(x) + \tilde{K}C]\varphi(x, t) \rangle < 0. \end{aligned} \quad (34)$$

In the inequality (34), which defines the system stability condition, the control parameter u appears and it is a difficulty for the design of the gain $\tilde{K}$. Let us consider the following equality deduced from (15):

$$CDu(t) - r(t) = C\xi(x, t) - r(t) - C\varphi(x, t). \quad (35)$$

Proposition 1. If there exists a positive definite matrix P , a matrix W and a scalar α such that the following statements hold true:

$$(a) \langle \varphi, P\tilde{K}(CDu(t) + CEq(x, t) - r(t)) \rangle \leq \alpha \varphi^T P \tilde{K} C \varphi, \quad (36)$$

$$(b) \mathcal{A}_i^T P + P\mathcal{A}_i + WC + C^T W^T < 0, \quad (37)$$

with

$$\tilde{K} = \frac{1}{1 + \alpha} P^{-1} W,$$

then the system (16) with an integral control input (23) is stable. ■

Proof. Let us consider the quadratic Lyapunov function

$$V(\varphi(x, t), t) = \langle \varphi, P\varphi \rangle = \varphi^T P \varphi.$$

Then one can write $\dot{V}(t) < 0$ such that (34) can be upper bounded. Indeed, the inequality (36) implies that

$$\begin{aligned} & \varphi^T P \left[(\mathcal{A}_i + \tilde{K}C)\varphi + \tilde{K}(CDu - r) \right] \\ & \leq \varphi^T P \left[(\mathcal{A}_i + \tilde{K}C)\varphi + \alpha \tilde{K}C\varphi \right] \\ & \leq \varphi^T P \left[\mathcal{A}_i\varphi + \tilde{K}C\varphi(1 + \alpha) \right]. \end{aligned} \quad (38)$$

Hence, with the last consideration, the inequality (34) can

be then upper bounded by

$$\begin{aligned} & \varphi^T(x, t)[A_i(x) + \tilde{K}C]^T P \varphi(x, t) \\ & + \varphi^T(x, t)P[A_i(x) + \tilde{K}C]\varphi(x, t) \\ & + [\tilde{K}(CDu(t) - r(t) + CEq(x, t))]^T P \varphi(x, t) \\ & + \varphi^T(x, t)P[\tilde{K}(CDu(t) - r(t) + CEq(x, t))] \\ & \leq \varphi^T(x, t) \left\{ [A_i(x) + (1 + \alpha)\tilde{K}C]^T P \right. \\ & \quad \left. + P[A_i(x) + (1 + \alpha)\tilde{K}C] \right\} \varphi(x, t) \quad (39) \\ & = \varphi^T [A_i^T P + PA_i + WC + C^T W^T] \varphi < 0, \end{aligned}$$

with

$$\tilde{K} = \frac{1}{1 + \alpha} P^{-1} W.$$

Now, let us examine the inequality (36):

$$\varphi^T P \tilde{K} (CDu(t) + CEq(x, t) - r(t)) \leq \alpha \varphi^T P \tilde{K} C \varphi.$$

Let us remember that the system is exponentially stable in open loop and for a PI-controller in closed loop, with gains correctly tuned (Dos Santos, 2004; Dos Santos and Toure, 2005) for a time t well chosen, so one can assume that there exists $k > 0$ such that

$$|C\xi(x, t) + CEq(x, t) - r(t)| \leq k|C\varphi(x, t)|. \quad (40)$$

Let $\varepsilon_{f(t)} = \text{sign}(f(t))$. Then

$$\begin{aligned} & CDu(t) - (r(t) - CEq(x, t)) \\ & = C\xi(x, t) - (r(t) - CEq(x, t)) \\ & \quad - C\varphi(x, t), \\ & |CDu - r + CEq(x, t)| \\ & \leq |C\xi - (r - CEq)| + |C\varphi|. \end{aligned}$$

That is to say, one can bound $(CDu - r)$ by

$$\begin{aligned} & - (k + 1)\varepsilon_{(C\varphi)} C \varphi \\ & \leq CDu - r \\ & \leq (k + 1)\varepsilon_{(C\varphi)} C \varphi, \\ & - (k + 1)\varepsilon_{(C\varphi)} \varepsilon_{(\varphi^T P \tilde{K} C)} \varphi^T P \tilde{K} C \varphi \\ & \leq \varphi^T P \tilde{K} (CDu - r) \\ & \leq (k + 1)\varepsilon_{(C\varphi)} \varepsilon_{(\varphi^T P \tilde{K} C)} \varphi^T P \tilde{K} C \varphi \end{aligned}$$

and thus

$$\varphi^T P \tilde{K} (CDu - r) \leq (k + 1)\varepsilon_{(\varphi^T P \tilde{K} C \varphi)} \varphi^T P \tilde{K} C \varphi.$$

Accordingly, the inequality (36) is proved and

$$\begin{aligned} & \varphi^T P[A_i + \tilde{K}C]\varphi + \varphi^T P[\tilde{K}(CDu - r)]\varphi \quad (41) \\ & \leq \varphi^T P[A_i + (1 + (k + 1)\varepsilon_{(\varphi^T P \tilde{K} C \varphi)})\tilde{K}C]\varphi. \end{aligned}$$

Then, we obtain the gain $\tilde{K}$ as

$$\begin{aligned} & \varphi^T P[A_i + \tilde{K}C]\varphi + \varphi^T P[\tilde{K}(CDu - r)]\varphi \\ & \begin{cases} \leq \varphi^T P[A_i + (k + 2)\tilde{K}C]\varphi \\ \quad \text{if } \varepsilon_{(\varphi^T P \tilde{K} C \varphi)} = 1, \text{ with } \alpha = k + 1, \\ \leq \varphi^T P[A_i + k\tilde{K}C]\varphi \\ \quad \text{if } \varepsilon_{(\varphi^T P \tilde{K} C \varphi)} = -1, \text{ with } \alpha = -k. \end{cases} \quad (42) \end{aligned}$$

Remark 3. The solution of Proposition 1 may lead to a conservatism since a unique gain has been determined for all the models. However, it is here a first attempt into infinite dimensions and the use of the LMI applied to such PDE systems is very recent.

The gain $\tilde{K}$ has been implemented in the discretized model for simulations so as to verify the stability of the system. Some results have been obtained for a single reach with two underflow gates. The aim is to compare the simulation and experimental curves obtained with this method and those obtained experimentally by Dos Santos Martins in her previous works (Dos Santos, 2004; Dos Santos *et al.*, 2005).

4. Simulation and experimentation results

Firstly, let us describe the benchmark used for the simulations and the experimentations which are presented in the second and third subsections, respectively.

4.1. Configuration and data of the channel. An experimental validation has been performed on the Valence micro-channel, cf. Figs. 4 and 5, Table 1. This pilot channel is located at the ESISAR²/INPG³ engineering school in Valence (France). It is operated under the responsibility of the LCIS⁴ laboratory. This experimental channel (total length of 8 meters) has an adjustable slope and a rectangular cross-section (a width of 0.1 meter). The channel is ended at its downstream by a variable overflow spillway and equipped with three underflow control gates (Figs. 4 and 5). Ultrasound sensors provide water level measurements at different locations of the channel (Fig. 6).

Note that the water flow is deduced from the gate equations and was not measured directly. For all numerical simulations, the Chang and Cooper theta-scheme of order 2 is used (Cordier *et al.*, 2004). To validate this numerical discretization, comparisons between the numerical simulations with real data and those using the Preissmann scheme (which is employed in other works dealing with the control of flows (Litrico and Georges, 1999; Ouarit

²École Supérieure d'Ingénieurs en Systèmes Industriels Avancés Rhône-Alpes.

³Institut National Polytechnique de Grenoble.

⁴Laboratoire de Conception et d'Intégration des Systèmes.

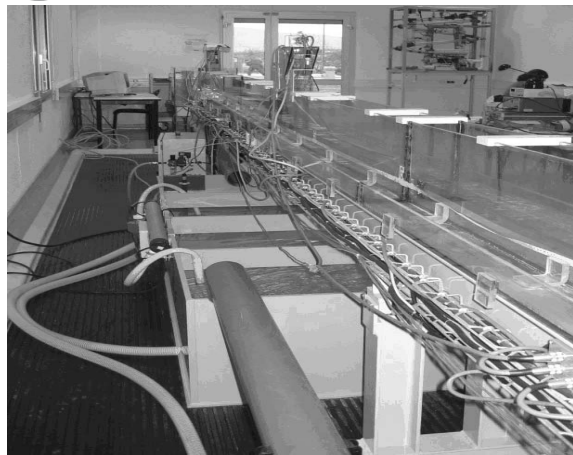


Fig. 4. Pilot channel of Valence.

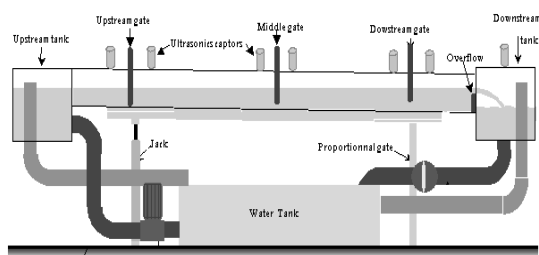


Fig. 5. Pilot channel of Valence.

et al., 2003)) were provided by Dos Santos and Prieur (2008). They validated the numerical discretization and the identification of the parameters. It also was done for the micro-channel (Fig. 7). The experimental data depicted below were filtered to get a better idea of the experimentation results. One reach has a length of 0.7 m, the water level at the upstream of the first gate is $Z_{up} = 0.172$ m and at the downstream of the second gate $Z_{do} = 0.085$ m (theoretical values).

For this study, the following set of parameters from the practical Valence channel (Fig. 5) is considered;

- $n = 20$ is the number of the discretized points,
- Z_L is the water height to be regulated.

Table 1. Parameters of the channel of Valence.

Parameters	B [m]	L [m]	K [m] [m ^{1/3} · s ⁻¹]
Values	0.1	7	97
Parameters	μ_0	μ_L	slope [m · m ⁻¹]
Values	0.6	0.73	1.6 ‰

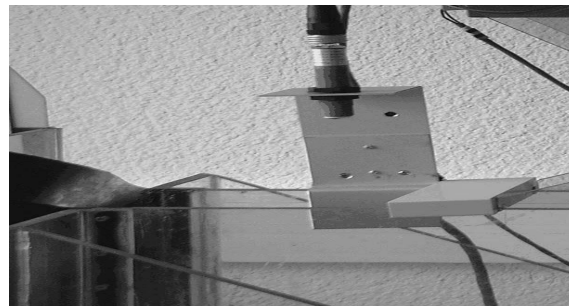


Fig. 6. Pilot channel of Valence: gate and ultrasound sensors.

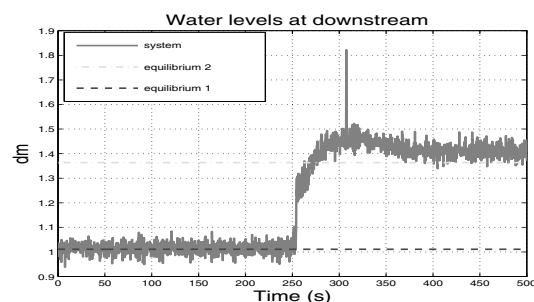


Fig. 7. Pilot channel of Valence: open-loop identification.

In this single reach with two gates, the regulation of the water height Z_L at $x = L$ is done by controlling the openings $U_0(t)$ and $U_L(t)$ of the gates at upstream and downstream, respectively: it is a multi-variable control (cf. Fig. 2).

The equilibria profiles were chosen such that the calculated control law from the local models can be efficient over the entire operating range of the water height (Dos Santos, 2004). Let notice that it was experimentally verified that a local model is valid for around $\pm 20\%$ of a water level equilibrium profile, i.e., the model and the data have the same behavior and values. In order to assign references which are included between 0.06 m and 0.2 m, the operating points at $x = 0$ are given in Table 2.

Table 2. Initial set points for the simulations and the experimentations.

Simulations		Experimentations	
$z_{e1}(x = 0)$	0.062 m	$z_{e1}(x = 0)$	0.062 m
$z_{e2}(x = 0)$	0.077 m	$z_{e2}(x = 0)$	0.094 m
$z_{e3}(x = 0)$	0.099 m	$z_{e3}(x = 0)$	0.141 m
$z_{e4}(x = 0)$	0.135 m		
$z_{e5}(x = 0)$	0.18 m		

The efficiency of the computer managing the D-Space card cannot bear more than three equilibrium states as it runs on a Windows 95 version. Consequently, their

numbers towards the simulations had to be reduced.

In this application, the weighting function $\mu_i(\zeta(t))$ is equal to 1 if the output's height is included into the validity domain of the model, otherwise it is equal to 0. The parameter $\zeta(t)$ exclusively depends on the output, which is the only one decision variable in this case.

4.2. Simulations. These results are obtained from an IMBC control and a multi-model approach with an LMI gain calculated in the previous section. Figure 8 shows that the output $Z(L)$ converges to the reference even if it strongly varies (variations $> 100\%$). The reference tracks slow dynamics and one can see that the convergence of the output is good.

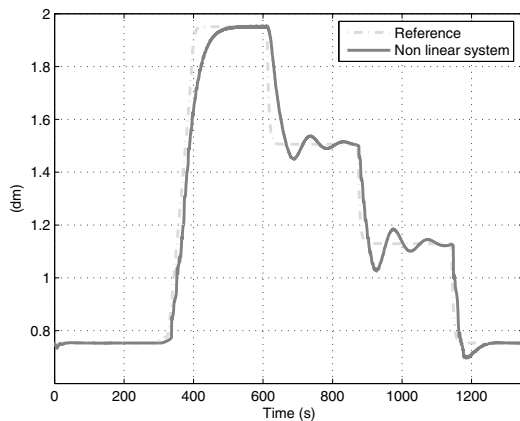


Fig. 8. Variations in the reference greater than 100%.

The curves that describe the upstream and downstream gate openings of the reach are given in Fig. 9. The convergence of the output to the reference is ensured even when the reference is decreasing or increasing.

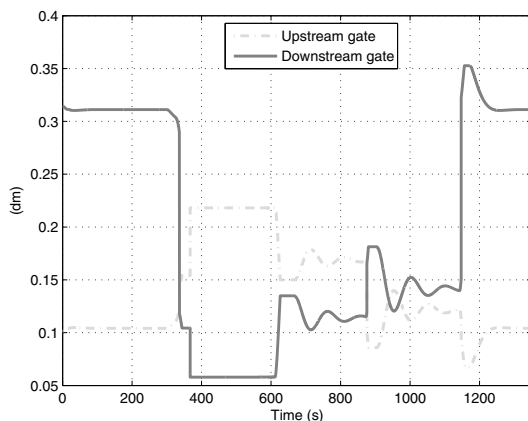


Fig. 9. Gate opening.

Next simulations are a first comparison between simulations using the theoretical gain obtained through the

LMI approach with the first tests realized some years ago by Dos Santos *et al.* (2005), using an experimental multi-model gain, without any theoretical study. Figure 10 represents the dynamic evolution of the simulated system and the experimental data. Note that the reference curves are equals, the experimental one stands for the signal $v(t)$, and the simulation one stands for the signal $r(t)$ after the reference model M_r (cf. Fig. 3). Figure 11 compares the dynamics of the gate openings. The dynamics of the gates and the water level are similar and this result are promising. One can observe in Fig. 10 that the convergence is

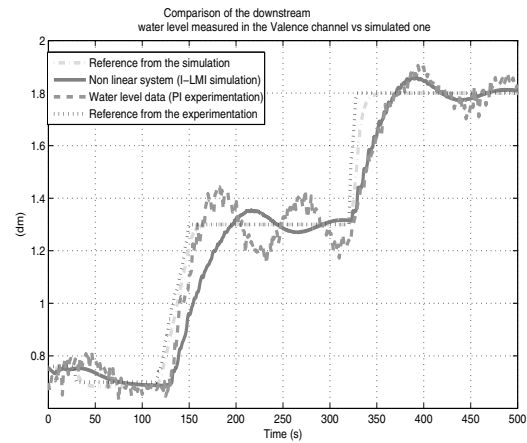


Fig. 10. Comparison of the downstream water level measured in the Valence channel with the first multi-models approach in 2004 vs. the simulated one with the LMI approach.

better than the one obtained experimentally and the overshoot is smaller, too. But the rising time is obviously long (at time $t = 120 - 200$ s example given) with the integral controller (simulation) vs. the PI-controller (experimentation). The next step is to design a new PI-controller using the LMI, to compare it with the experimental PI. It is presently under study.

Remark 4. The reference level of the channel is limited by physical constraints: the minimum is obtained with the maximum between the water height of the downstream reach and the fluvial condition, obtained from the initial model (9). The maximum from the size of the channel itself. In these simulations, the critical water height from fluvial constraint is $z_{ec} = 0.0369$ m.

4.3. Experiments. The experiments were realized in the Valence channel (Fig. 5) with a multi-model approach and a gain calculated via the LMI approach. In the experimental figures (12)–(13), a wide range of the accessible water level is tested. Let us remark that some problems appear with the gates as sometimes they stay jammed because of the friction (e.g., here at time $t = 50$ s, $t = 120$

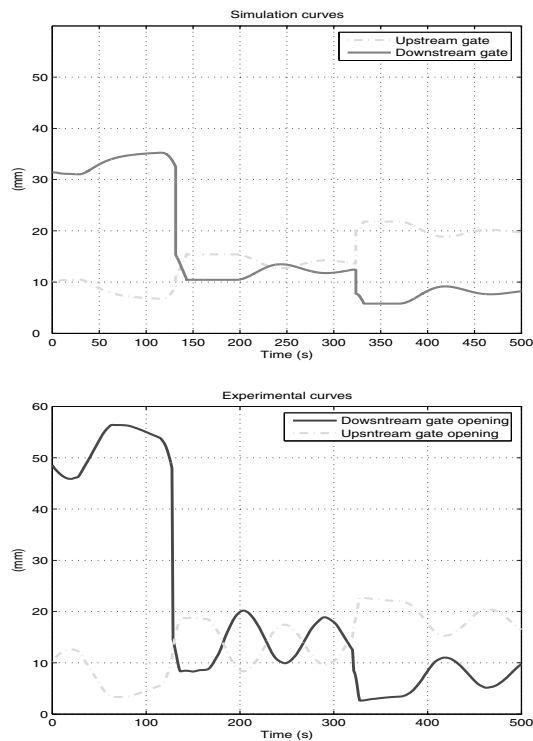


Fig. 11. Gate opening.

s, $t = 550$ s and $t = 625$ s). Those problems act like perturbations and the integral controller tries to compensate them.

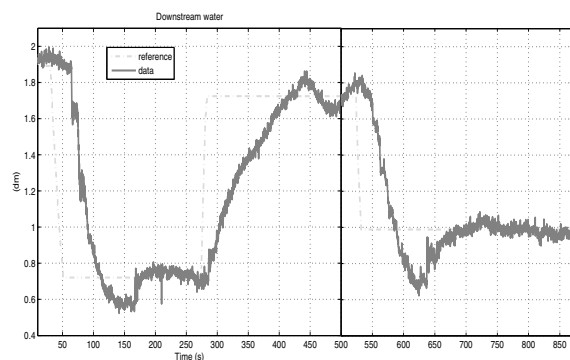


Fig. 12. Valence micro channel: downstream water level.

The convergence of the downstream water level is ensured in spite of the perturbations, but it is necessary to improve the controller to take them into account.

Those experimental results are relevant and promising for the applicability of our approach. Nevertheless, some improvements have to be done and the next step is to extend first results to a PI-controller, and thus to get robustness.

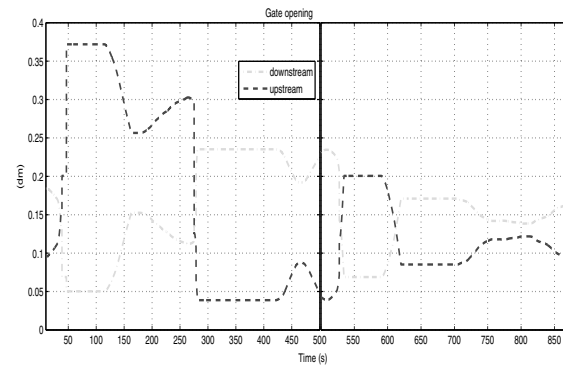


Fig. 13. Valence micro channel: gate openings.

5. Conclusion

First attempts to employ a multi-model approach for irrigation channels control, through an IMBC structure, have been made some years ago (Dos Santos, 2004; Dos Santos *et al.*, 2005). Good experimental results, but with no attendant theory, were obtained and are promising. In this paper, the authors have formalized an LMI approach to the problem and gave first theoretical results in order to tune the new feedback gain trough LMI in the case of an integral controller. Simulations demonstrated the improvements realized towards the initial multi-model approach and new experiments confirmed the new theoretical gain tuning method. This paper allowed to find some stability results for infinite dimensional systems with LMI tools for finite dimensional systems.

Extensions to a PI-controller are actually investigated and preliminary results have been published (Dos Santos Martins and Rodrigues, 2011). The complexity is here located in the fact that it is a boundary control problem. Consequently, the control appears in a derivative form. Further experiments are planned for a new PI-controller and thus comparisons with the same controller have already been performed.

Acknowledgment

Thanks go to Professor E. Mendes and LCIS for allowing us to conduct our experimentations on the micro-channel.

References

- Alizadeh Moghadam, A., Aksikas, I., Dubljevic, S. and Forbes, J. (2011). LQR control of an in finite dimensional time-varying CSTR-PFR system, *18th IFAC World Congress, Milan, Italy*.
- Athans, M., Fekri, S. and Pascoal, A. (2005). Issues on robust adaptive feedback control, *Proceedings of the 16th IFAC World Congress, Prague, Czech Republic*.
- Banerjee, A., Arkun, Y., Pearson, R. and Ogunnaike, B. (1995). H_∞ control of nonlinear processes using multiple linear

- models, *Proceedings of the European Control Conference, Rome, Italy*, pp. 2671–2676.
- Bhagwat, A., Srinivasan, R. and Krishnaswamy, P.R. (2003). Multi-linear model-based fault detection during process transitions, *Chemical Engineering Science* **58**: 1649–1670.
- Blesa, J., Puig, V. and Bolea, Y. (2010). Fault detection using interval LPV models in an open-flow canal, *Control Engineering and Practice* **18**(5): 460–470.
- Cordier, S., Buet, C. and Dos Santos, V. (2004). A conservative and entropy scheme for a simplified model of granular media, *Transport Theory and Statistical Physics* **33**(2): HYKE 2003–021.
- Coron, J. M., d'Andréa Novel, B. and Bastin, G. (2007). A strict Lyapunov function for boundary control of hyperbolic systems of conservation laws, *IEEE Transactions on Automatic Control* **52**(1): 2–11.
- Curtain, R. and Zwart, H. (1995). *An Introduction to Infinite Dimensional Linear Systems*, Springer Verlag, New York, NY.
- Dos Santos Martins, V. and Rodrigues, M. (2011). A proportional integral feedback for open channels control through LMI design, *18th IFAC World Congress, Milan, Italy*.
- Dos Santos, V. (2004). *Contrôle Frontière par Modèle Interne de Systèmes Hyperboliques: Application à la Régulation de Canaux d'Irrigation*, Ph.D. thesis, University of Orléans, Orléans.
- Dos Santos, V., Bastin, G., Coron, J.-M. and d'Andréa Novel, B. (2008). Boundary control with integral action for hyperbolic systems of conservation laws: Lyapunov stability analysis and experimental validation, *Automatica* **44**(5): 1310–1318.
- Dos Santos, V. and Prieur, C. (2008). Boundary control of open channels with numerical and experimental validations, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **16**(9): 1252–1264.
- Dos Santos, V. and Toure, Y. (2005). Irrigation multireaches regulation problem by internal model boundary control, *44th CDC-ECC05, IEEE Control Systems Society Conference, Seville, Spain*, pp. 1905–1910.
- Dos Santos, V., Toure, Y., Mendes, E. and Courtial, E. (2005). Multivariable boundary control approach by internal model, applied to irrigations canals regulation, *Proceedings of the 16th IFAC World Congress, Prague, Czech Republic*.
- Dulhoste, J.-F., Besançon, G. and Georges, D. (2001). Nonlinear control of water flow dynamics by input-output linearisation based on a collocation model, *European Control Conference, Porto, Portugal*.
- Gatzke, E. and Doyle, F. (2002). Use of multiple models and qualitative knowledge for on-line moving horizon disturbance estimation and fault diagnosis, *Journal of Process Control* **12**(2): 339–352.
- Georges (2002). *Automatique pour la Gestion des Ressources en Eau*, Edts IC2, Systèmes automatisés, Hermès, Paris.
- Greenberg, J.-M. and Li, T. (1984). The effect of boundary damping for the quasilinear wave equations, *Journal of Differential Equations* **52**(1): 66–75.
- Hamdi, H., Rodrigues, M., Mechmeche, C., Theilliol, D. and Braiek, N. B. (2011). Fault detection and isolation in linear parameter varying descriptor systems via proportional integral observer, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* **26**(3): 224–240, DOI: 10.1002/acs.1260.
- Hante, F. and Sigalotti, M. (2010). Existence of common Lyapunov functions for infinite-dimensional switched linear systems, *49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC), Atlanta, GA, USA*, pp. 5668–5673.
- Leith, D.J. and Leithead, W.E. (2000). Survey of gain-scheduling analysis and design, *International Journal of Control* **73**(11): 1001–1025.
- Li, T. (1994). *Global Classical Solutions for Quasilinear Hyperbolic Systems, Research in Applied Mathematics*, Masson and Wiley, Paris/Milan/Barcelona.
- Litrico, X., Fromion, V., Baume, J.-P., Arranja, C. and Rijo, M. (2005). Experimental validation of a methodology to control irrigation canals based on Saint-Venant equations, *Control Engineering Practice* **13**(11): 1425–1437.
- Litrico, X. and Georges, D. (1999). Robust continuous-time and discrete-time flow control of a dam-river system, I: Modelling, *Journal of Applied Mathematical Modelling* **23**(11): 809–827.
- Lopez-Toribio, C., Patton, R. and Daley, S. (1999). A multiple-model approach to fault-tolerant control using Takagi–Sugeno fuzzy modelling: Real application to an induction motor drive system, *European Control Conference, ECC 99, Karlsruhe, Germany*.
- Malaterre, P.-O., Rogers, D. and Schuurmans, J. (1998). Classification of canal control algorithms, *Journal of Irrigation and Drainage Engineering* **124**(1): 3–10.
- Mareels, I., Weyer, E., Ooi, S., Cantoni, M., Li, Y. and Nair, G. (2005). Systems engineering for irrigation systems: Successes and challenges, *Annual Reviews in Control* **29**(2): 191–204.
- Murray-Smith, R. and Johansen, T. (1997). *Multiple Model Approaches to Modelling and Control*, Taylor and Francis, London.
- Narendra, K., Balakrishnan, J. and Kernal, M. (1995). Adaptation and learning using multiple models, switching and tuning, *IEEE Control Systems* **15**(3): 37–51.
- Ouarit, H., Lefevre, L. and Georges, D. (2003). Robust optimal control of one-reach open channels, *European Control Conference 03, Cambridge, UK*.
- Papageorgiou, M. and Messmer, A. (1989). Flow control of a long river stretch, *Automatica* **25**(2): 177–183.
- Porfirio, C. R., Neito, E. A. and Odloak, D. (2003). Multi-model predictive control of an industrial c3/c4 splitter, *Control Engineering Practice* **11**(7): 765–779.

- Rodrigues, M., Theilliol, D., Aberkane, S. and Sauter, D. (2007). Fault tolerant control design for polytopic LPV systems, *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science* **17**(1): 27–37, DOI: 10.2478/v10006-007-0004-5.
- Rodrigues, M., Theilliol, D., Adam-Medina, M. and Sauter, D. (2008). A fault detection and isolation scheme for industrial systems based on multiple operating models, *Control Engineering Practice* **16**(2): 225–239.
- Sakawa, Y. and Matsushita, T. (1975). Feedback stabilization of a class of distributed systems and construction of a state estimator, *IEEE Transactions on Automatic Control* **AC-20** (6): 748–753.
- Touré, Y. and Rudolph, J. (2002). Controller design for distributed parameter systems, *Encyclopedia of LIFE Support on Control Systems, Robotics and Automation*, Vol. I, Eolss Publishers, Oxford, pp. 933–979.
- Triggiani, R. (1975). On the stability problem in Banach space, *Journal of Mathematical Analysis and Applications* **52**(3): 383–403.
- Wang, J.-W., Wu, H.-N. and Li, H.-X. (2011). Distributed fuzzy control design of nonlinear hyperbolic PDE systems with application to nonisothermal plug-flow reactor, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **19**(3): 514–526.
- Weyer, E. (2002). Decentralised PI controller of an open water channel, *15th IFAC World Congress, Barcelona, Spain*.
- Zaccarian, L., Li, Y., Weyer, E., Cantoni, M. and Teel, A.R. (2007). Anti-windup for marginally stable plants and its application to open water channel control systems, *Control Engineering Practice* **15**(2): 261–272.



Valérie Dos Santos Martins was born in Troyes, France, in 1976. She graduated in mathematics from the University of Orléans, France, in 2001. She received the Ph.D degree in 2004 in applied mathematics from the same university. After one year at the MAPMO Laboratory of Mathematics in Orléans as an ATER, she was a post-doc at the CESAME/INMA laboratory of the Catholic University of Louvain, Belgium. Currently, she is an assistant professor in the LAGEP laboratory, University of Lyon 1. Her present research interests include nonlinear control theory, perturbations theory of operators and semigroups, spectral theory and control of nonlinear partial differential equations as well as Hamiltonian systems.



Mickael Rodrigues was born in Essey-lès-Nancy, France, in 1979. He received his Ph.D. degree in automatic control from the Department of Automatic Control of the Henri Poincaré University of Nancy 1 in 2005. Since 2006, he has been an associate professor at the Claude Bernard University of Lyon 1 with the Automatic and Process Control Laboratory (LAGEP), France. His current research interests are focused on model-based fault diagnosis, fault tolerant control, multi-models, LPV systems, singular/descriptor systems, observers, stability and LMIs.



Mamadou Diagne was born in Senegal in 1980. He graduated with an M.Sc. degree from the Claude Bernard University of Lyon. He is currently a Ph.D. student at the LAGEP laboratory, Claude Bernard University of Lyon. His present research interests include linear control theory and Hamiltonian systems.

Received: 21 July 2011

Revised: 26 June 2012



Sensor fault detection and isolation filter for polytopic LPV systems: A winding machine application



Mickael Rodrigues^{a,b}, Mariem Sahnoun^{a,b}, Didier Theilliol^{c,*}, Jean-Christophe Ponsart^c

^a Laboratoire d'Automatique et Génie des Procédés, Université de Lyon, Lyon F-69003, France

^b Université Lyon 1, CNRS UMR 5007, Villeurbanne F-69622, France

^c Centre de Recherche en Automatique de Nancy, Université de Lorraine, CNRS UMR 7039, France

ARTICLE INFO

Article history:

Received 23 February 2012

Received in revised form 9 February 2013

Accepted 2 April 2013

Keywords:

Polytopic LPV system

Observer

Fault diagnosis

Sensor

Model-based

LMI

Winding machine

ABSTRACT

In this paper, a fault diagnosis method is developed for a particular class of nonlinear systems described by a polytopic linear parameter varying (LPV) formulation. The main contribution consists in the synthesis of an accurate fault detection and isolation (FDI) filter and also a sensor fault magnitude estimation with a quality factor. This quality factor of the filter underlines if the fault estimation can be used or not. Stability conditions of the polytopic LPV filter are studied by ensuring poly-quadratic stability with Linear Matrix Inequality (LMI) representation. The effectiveness of this global FDI scheme through LPV modelization, filter design and stability analysis, is illustrated on a real winding machine under multiple sensor faults.

© 2013 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

Complex automated industrial systems are vulnerable to faults in instrumentation due to the fact that sensors and actuators can be deteriorated. The unexpected sensor or actuator faults may cause unacceptable deterioration of continuous operations and leads to dangerous situations for a human operator [1,2]. Fault detection and isolation (FDI) refers to the task of inferring the occurrence of faults in a process [3] and finding their root causes with various knowledge-based system strategies: quantitative models [4] and qualitative models [5]. Model-based FDI techniques are considered to guarantee safety in industrial Process Control [6]. Several books are dedicated to these topics such as [7–9] or more recently [10].

However, FDI for nonlinear systems remains a challenge [11] due to the fact that a wide operating range is considered for such systems and a single LTI model could not be used for all considered operating points. Another way to deal with FDI for nonlinear systems is to study LPV systems [12]. FDI for regular LPV systems has been considered for example in [13–15] and FDI for descriptor LPV systems in [16].

Winding systems, web handling systems or roll-to-roll systems are nonlinear processes which consider a large operating range. Control and fault diagnosis for such systems remain a challenge for both economical point of view and research. In the paper of [17], the authors have developed a Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control strategy for a winding system. However, their theory is developed for LTI systems and they can only consider a single operating point. In the paper of [18,19], the authors have synthesized and compared a LTI controller versus a LPV controller. They underline that a LTI controller can be considered for only one operating point and not for the entire operating range. In [20], the authors have considered a winding system which has been modeled as a LPV system, and they have synthesized a LPV controller for a winding system but only a single LTI observer for estimating a parameter of the system under some assumptions. In [21], the authors have developed decentralized controllers, Proportional Integral controllers by state feedback. The method consists in designing state-feedback control with the use of BMI optimization for large-scale systems such as a winding machine.

By taking into account the modelization of a winding system into a LPV form as in [20], the authors in [22] have developed a FDI technique so as to generate insensitive residuals to fault by specific decoupling methods. The authors have established a sensor fault diagnosis method for nonlinear system and have developed stability conditions of an accurate Unknown Input Observer (UIO) that performs fault detection and isolation. However, no fault

* Corresponding author. Tel.: +33 383684465; fax: +33 383684462.

E-mail addresses: mickael.rodrigues@univ-lyon1.fr (M. Rodrigues), sahnoun@lagep.univ-lyon1.fr (M. Sahnoun), didier.theilliol@univ-lorraine.fr (D. Theilliol), jean-christophe.ponsart@univ-lorraine.fr (J.-C. Ponsart).

estimation has been provided with such method. In [23], the authors have developed a method with an accurate filter which was able to both isolate and estimate sensor faults. However, the stability conditions were not studied. In [24], stability conditions of a polytopic LPV filter which allows an efficient actuator fault detection, and estimation in multi-models framework was presented.

Using the latest consideration, this paper contributes to extend and to develop a sensor fault detection, isolation and estimation for nonlinear system based on discrete time LPV model. The objectives of this paper are to design a global FDI scheme for estimating a sensor fault magnitude over a wide operating range applied to a winding machine.

Thus, based on a polytopic LPV representation, this paper addresses an original contribution that could allow not only to detect, isolate and estimate multiple sensor faults but also to provide an additional indicator of the efficiency of the filter. This indicator is defined as a quality factor: close to zero if the filter decouples the appropriate faults or different from zero otherwise. The stability conditions of each polytopic LPV filter are studied through poly-quadratic stability. The polytopic LPV filter performances are tested on a real winding process. This process is well-known in the industry where identification model for control or FDI is still an open research field as in [6,25,23].

The paper is organized as follows: in Section 2, the FDI problem for polytopic LPV system is stated. Section 3 defines the design of the sensor fault diagnosis module under LPV representation. The stability study conditions are addressed by using Linear Matrix Inequality (LMI). Section 4 illustrates the developed method applied to a winding machine. Finally, Section 5 is devoted to conclusions.

2. Problem statement

Consider the following class of affine LPV discrete systems with sensor faults:

$$\begin{cases} x_{k+1} = \tilde{A}(\theta_k)x_k + \tilde{B}(\theta_k)u_k \\ y_k = Cx_k + Ff_k \end{cases} \quad (1)$$

$x_k \in \mathbb{R}^n$ is the state vector, $u_k \in \mathbb{R}^p$ is the control input and $y_k \in \mathbb{R}^m$ represents the measured output vector. $F \in \mathbb{R}^{m \times q}$ represents the sensor fault distribution matrix and $f_k \in \mathbb{R}^q$ is the fault vector where $q < m$. The presence of such faults may lead to performance deterioration, instability of the system or the loss of the process.

The matrix F , which represents the sensor fault distribution matrix, is often (but not always) defined as a matrix where each one of its column are standard (unit) vector:

$$F_i = [0 \dots 1 \dots 0]^T \quad (2)$$

which represents the i th sensor fault. It is a generalization of the sensor fault representation.

$\tilde{A}(\cdot)$, $\tilde{B}(\cdot)$ are functions which depend affinely on the time-varying parameter vector $\theta_k \in \mathbb{R}^l$. It is also assumed that this time-varying parameter vector θ_k is fault-free, bounded and lies into a hypercube [26,27] such that $\forall j \in [1, \dots, l]$:

$$\theta_k \in \Gamma = \{\theta_k | \underline{\theta}_k^j \leq \theta_k^j \leq \bar{\theta}_k^j, \quad \forall k \geq 0\} \quad (3)$$

The matrices $\tilde{A}(\theta_k)$, $\tilde{B}(\theta_k)$ of the LPV system (1) with the affine parameter dependence (3) are represented such that:

$$\tilde{A}(\theta_k) = \tilde{A}_0 + \sum_{j=1}^l \theta_k^j \tilde{A}_j, \quad \tilde{B}(\theta_k) = \tilde{B}_0 + \sum_{j=1}^l \theta_k^j \tilde{B}_j \quad \forall \theta_k \in \Gamma \quad (4)$$

Based on (4), the system (1) can be transformed into a convex interpolation of the j vertices of Γ where the vertices of

the polytope are defined such that [2]: $S_j = [A_j, B_j, C, F]$, $\forall j \in [1, \dots, N]$ where $N=2^l$. The polytopic coordinates are denoted $\rho(\theta_k)$ and vary within the convex set Λ :

$$\Lambda = \{\rho(\theta_k) \in \mathbb{R}^N, \quad \rho(\theta_k) = [\rho_1(\theta_k), \dots, \rho_N(\theta_k)]^T, \quad \rho_j(\theta_k) \geq 0, \quad \sum_{j=1}^N \rho_j(\theta_k) = 1\}$$

Consequently, the polytopic LPV system under sensor faults consideration is given by:

$$\begin{cases} x_{k+1} = \sum_{j=1}^N \rho_j(\theta_k)(A_j x_k + B_j u_k) \\ y_k = Cx_k + Ff_k \end{cases} \quad (5)$$

where $A_j \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_j \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ and $F \in \mathbb{R}^{m \times q}$ are time invariant matrices defined for the j th model. In [24], the authors have considered actuator faults and, in this paper, sensor faults are considered. First of all, a preliminary work consists in rewriting the system (5). Based on [28], in the presence of sensor faults, a system (5) can be rewritten as a system affected by a pseudo-actuator fault. Assume that the dynamic of the sensor fault is described as:

$$f_{k+1} = \delta f_k + \bar{f}_k \quad (6)$$

where $\delta \in \mathbb{R}^{q \times q}$ defined by $\delta = \text{diag}(\delta_1, \dots, \delta_q)$ and $\bar{f}_k$ is the sensor error input. Note that δ represents the additional degree-of-freedom in estimator design (See [28]) and should be fixed between $[0, \dots, 1]$. So, according to (5) and (6), a new fault polytopic LPV system representation is given by:

$$\begin{cases} \bar{x}_{k+1} = \sum_{j=1}^N \rho_j(\theta_k)(\bar{A}_j \bar{x}_k + \bar{B}_j u_k + \bar{F} \bar{f}_k) \\ y_k = \bar{C} \bar{x}_k \end{cases} \quad (7)$$

with $\bar{x}_k = \begin{bmatrix} x_k \\ f_k \end{bmatrix}$, $\bar{A}_j = \begin{bmatrix} A_j & 0 \\ 0 & \delta \end{bmatrix}$, $\bar{B}_j = \begin{bmatrix} B_j \\ 0 \end{bmatrix}$, $\bar{F} = [0I]$ and, $\bar{C} = [C \ F]$ where 0 means the zero matrix and I the identity matrix of appropriate dimensions.

itNote: This representation of sensor fault with pseudo-actuator fault is relevant to deal with Unknown Input methods developed in classical FDI framework.

The main goal in fault detection and isolation (FDI) is to design a filter which is able to determine if a fault has occurred or not in the system. For this simple question, it is well known that synthesizing a residual, which is the difference between the outputs of the system and the estimated outputs from the filter, can give an answer to this question. So, to this end, the designers can synthesize the following polytopic LPV Luenberger filter under the classical assumption that the pairs $(\bar{C}, \bar{A}_j)$ are observable [8]:

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1} = \sum_{j=1}^N \rho_j(\theta_k)(\bar{A}_j \hat{x}_k + \bar{B}_j u_k + \bar{K}_j(y_k - \bar{C} \hat{x}_k)) \\ \hat{y}_k = \bar{C} \hat{x}_k \end{cases} \quad (8)$$

or also with notation $(\cdot)(\rho_k) = \sum_{j=1}^N \rho_j(\theta_k)(\cdot)$ such as:

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1} = \bar{A}(\rho_k) \hat{x}_k + \bar{B}(\rho_k) u_k + \bar{K}(\rho_k)(y_k - \bar{C} \hat{x}_k) \\ \hat{y}_k = \bar{C} \hat{x}_k \end{cases} \quad (9)$$

According to (7) and (9), the estimation error $e_k = \bar{x}_k - \hat{x}_k$ and the residual $r_k = \bar{y}_k - \hat{y}_k$ are given by the following relations:

$$\begin{cases} e_{k+1} = (\bar{A}(\rho_k) - \bar{K}(\rho_k)\bar{C})e_k + \bar{F}\bar{f}_k \\ r_k = \bar{C}e_k \end{cases} \quad (10)$$

Usually, at this point, the goal consists in stabilizing the matrix $(\bar{A}(\rho_k) - \bar{K}(\rho_k)\bar{C})$ through a choice of the gain $\bar{K}(\rho_k)$ such that the matrix $(\bar{A}(\rho_k) - \bar{K}(\rho_k)\bar{C})$ is Hurwitz, i.e. its eigenvalues remain stable. So, in fault-free case (i.e. $\bar{f}_k = 0$), the estimation error e_k and the residual r_k tend to zero. This indicates that no fault has occurred on the system. Moreover, if a fault occurs ($\bar{f}_k \neq 0$) then the estimation error e_k and the residual r_k become different from zero and indicate that a fault has occurred.

However, this LPV Luenberger filter can not be used if there is more than one fault due to the fact that the residual r_k would be corrupted by different information through the fault vector $\bar{f}_k$, i.e. the filter would be sensitive to all sensor faults: fault isolation is not possible and obviously the sensor fault estimation either. For multiple sensor faults, a classical technic consists in designing a LPV Luenberger filter [8] for only one sensor and to interpret the different residuals based on a bank of dedicated filters. This method allows to detect and isolate a fault. However, there is no possibility with such a filter to estimate the magnitude of multiple sensor faults.

In order to provide an efficient fault detection and isolation, the synthesis of a residual decoupled from sensor fault is provided by a polytopic LPV filter. This one will be presented in the next section under the following required assumptions for the existence of the polytopic LPV filter:

- The pairs $(\bar{C}, \bar{A}_j)$ are observable, $\forall i \in [1, \dots, N]$.
- The number of measurements is greater than the number of faults, i.e. $q < m$ (for fault isolation purposes).
- The fault distribution matrix is full column rank, i.e. equal to q .

It is also assumed that the maximum value of fault detectability indexes is equal to one [29]. It should be noted that the synthesis of a single filter for all sensor faults is not possible to achieve a fault detection, isolation and estimation task. Consequently, as presented in the next section, a bank of filters will also be designed.

3. Sensor fault detection, isolation and estimation with a quality factor

3.1. Polytopic LPV filter design

A conventional fault detection algorithm [8] is able to detect a fault by monitoring a residual, noted r_k , classically defined as a system-model difference output. In order to determine also the fault magnitude estimation and to estimate the state space vector, the authors in [24] have proposed to design a filter such that the residual vector r_k is split into two sub-vectors: one sub-vector is made sensitive to faults and the other sub-vector is made insensitive. The goal to split the residual into two-subvectors is directly linked with the fact that the main objective is to detect, isolate and estimate the fault with the sensitive part of the residual which is equivalent to synthesize the filter gain matrix $\bar{K}(\rho_k)$ from filter (9) such as

$$(\bar{A}(\rho_k) - \bar{K}(\rho_k)\bar{C})\bar{F} = 0 \quad (11)$$

in a specific way. It can be noticed that the insensitive residual sub-vector is designed in order to provide an additional information named quality factor, considered for fault isolation as presented in Section 3.3. It is also explained how such decoupling is obtained.

If Eq. (11) is satisfied and if the number of faults is strictly lower than the number of outputs for fault isolation purposes, i.e. $\text{rank}(\bar{C}\bar{F}) = q < m$, a solution to (11) was proposed for LTI systems by [29] which parameterized the gain $\bar{K}(\rho_k)$ such that:

$$\bar{K}(\rho_k) = K^A(\rho_k) + K^C(\rho_k) \quad (12)$$

where

- $K^A(\rho_k)$ is defined by:

$$K^A(\rho_k) = \omega(\rho_k)\Pi \quad (13)$$

with $\omega(\rho_k) = \bar{A}(\rho_k)\bar{F}$ and $\Pi = (\bar{C}\bar{F})^+$ where $(\cdot)^+$ denotes the pseudo-inverse of the matrix $(\cdot)$ throughout the paper.

- $K^C(\rho_k)$ is defined by:

$$K^C(\rho_k) = K(\rho_k)\Psi \quad (14)$$

with $\Psi = \beta(I_m - (\bar{C}\bar{F})(\bar{C}\bar{F})^+)$, $\beta \in \mathbb{R}^{(m-q) \times m}$ is an arbitrary constant matrix defined so that matrix Ψ is of full row rank and $K(\rho_k)$ is a gain to be synthesized.

Based on (13) and (14), the previous filter defined in (9) can be rewritten as a Polytopic LPV Filter defined as follows:

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1} = (A(\rho_k) - K(\rho_k)C)\hat{x}_k + \bar{B}(\rho_k)u_k + K^A(\rho_k)y_k + K(\rho_k)\Psi y_k \\ \hat{y}_k = \bar{C}\hat{x}_k \end{cases} \quad (15)$$

with $A(\rho_k) = \bar{A}(\rho_k)(I_m - \bar{F}\Pi\bar{C})$ and $C = \Psi\bar{C}$.

According to (7) and (15), the estimation error $e_k = \bar{x}_k - \hat{x}_k$ and the residual r_k are given by the following relations:

$$\begin{cases} e_{k+1} = (A(\rho_k) - K(\rho_k)C)e_k + \bar{F}\bar{f}_k \\ r_k = \bar{C}e_k \end{cases} \quad (16)$$

where $K(\rho_k)$ should be synthesized in order to guarantee the stability of the polytopic LPV filter and to achieve some error convergence performances. In fault-free case (i.e. $\bar{f}_k = 0$), the previous relations are rewritten such that:

$$\begin{cases} \bar{e}_{k+1} = (A(\rho_k) - K(\rho_k)C)\bar{e}_k \\ \bar{r}_k = \bar{C}\bar{e}_k \end{cases} \quad (17)$$

where $\bar{e}_k$ and $\bar{r}_k$ denote respectively the estimation error and the residual in fault-free case.

Note that the residual r_k in (16) is obtained by multiplying the estimation error e_k by the matrix $\bar{C}$ and can be written as follows

$$r_{k+1} = \bar{C}e_{k+1} = \bar{C}(A(\rho_k) - K(\rho_k)C)e_k + \bar{C}\bar{F}\bar{f}_k \quad (18)$$

So, based on Eq. (17), it can be rewritten such as

$$r_k = \bar{r}_k + \bar{C}\bar{F}\bar{f}_{k-1} \quad (19)$$

Now, from Eq. (19), the polytopic LPV filter is able to give two different information by the use of a specific matrix $\begin{bmatrix} \Psi \\ \Pi \end{bmatrix}$ such that a projected residual p_k is defined as follows:

$$p_k = \begin{bmatrix} \Psi \\ \Pi \end{bmatrix} r_k = \begin{bmatrix} \Psi \\ \Pi \end{bmatrix} (\bar{r}_k + \bar{C}\bar{F}\bar{f}_{k-1}) = \begin{bmatrix} \Psi\bar{r}_k + \Psi\bar{C}\bar{F}\bar{f}_{k-1} \\ \Pi\bar{r}_k + \Pi\bar{C}\bar{F}\bar{f}_{k-1} \end{bmatrix} \quad (20)$$

Then, by considering the following properties (which involve the gain decomposition (12)):

$$\Pi\bar{C}\bar{F} = I \text{ and } \Psi\bar{C}\bar{F} = 0 \quad (21)$$

the generation of the projected residual p_k from Eq. (20), can be defined as follows:

$$p_k = \begin{bmatrix} \Psi \\ \Pi \end{bmatrix} r_k = \begin{bmatrix} \Psi\bar{r}_k \\ \Pi\bar{r}_k + \bar{f}_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_k \\ \Omega_k \end{bmatrix} \quad (22)$$

The residual p_k is split into two sub-vectors: a vector insensitive to fault $\bar{f}_k$ noted γ_k and a vector sensitive only to fault $\bar{f}_k$ noted Ω_k . The vector insensitive to fault $\bar{f}_k$ ($\gamma_k \in \mathbb{R}^{m-q}$) is close to zero in fault-free case or in faulty case when the fault $\bar{f}_k$ occurs on the

system. However, the vector γ_k is different from zero meaning the presence of modeling errors or other sensor faults which are not considered in the synthesis of the filter. Such vector γ_k is an indicator to qualify the efficiency of the polytopic LPV filter. If a fault $\bar{f}_k$ occurs on the system, a residual evaluation technique should be computed in order to indicate the accuracy of the projected residual vector p_k and more precisely, the accuracy of the last component $\Omega_k = \Pi \bar{r}_k + \bar{f}_{k-1}$. With respect to the component $\Omega_k \in \mathbb{R}^q$ which represents the residual vector sensitive to fault, this one can be used to a fault estimation of $\bar{f}_k$. With only one sample for time delay and as mentioned in Proposition 1 of [24], an estimation $\hat{f}_k$ of sensor fault $\bar{f}_k$ could be carried out through a Moore–Penrose matrix like:

$$\hat{f}_k = (\bar{F})^+ \bar{F} \Omega_k \quad (23)$$

3.2. Polytopic LPV filter stability

The stability problem is reduced to find matrices gains $K_j, \forall j \in [1, \dots, N]$ so that the gain interpolation $K(\rho_k)$ ensures the asymptotic convergence of the estimation error (17) in fault-free case to the origin. Another goal is to obtain less restrictive conditions of the synthesis than the commonly use of a single symmetric definite positive matrix. So, we will use the notion of poly-quadratic stability if there exists a parameter-dependent quadratic Lyapunov function as mentioned in [26].

Proposition 1. *The estimation error (17) is poly-quadratically stable if there exist symmetric positive definite matrices P_j , matrices R_j and G of appropriate dimensions $\forall j \in [1, \dots, N]$ such that:*

$$\begin{pmatrix} -P_j & A_j^T G - C^T R_j^T \\ G A_j - R_j C & P_i - (G + G^T) \end{pmatrix} < 0, \quad \forall i, j \in [1, \dots, N] \quad (24)$$

Then, the gain K_j is given by $K_j = G^{-1} R_j$.

Proof. Let the Lyapunov function defined such as $V(\bar{e}_k, \rho_k) = \bar{e}_k^T P(\rho_k) \bar{e}_k > 0$. To ensure stability, its difference $\mathcal{L} = V(\bar{e}_{k+1}, \rho_{k+1}) - V(\bar{e}_k, \rho_k)$ along the solution of Eq. (17) should be negative definite such that:

$$(\mathcal{A}(\rho_k) - K(\rho_k)C)^T P(\rho_{k+1})(\mathcal{A}(\rho_k) - K(\rho_k)C) - P(\rho_k) < 0 \quad (25)$$

with $\mathcal{A}(\rho_k) = \sum_{j=1}^N \rho_j(\theta_k) A_j$ and the Lyapunov matrix $P(\rho_k) = \sum_{j=1}^N \rho_j(\theta_k) P_j$ over convex set Λ .

Let us assume that (24) is true. Then, using notation $R_j = G K_j$, multiplying each inequality (24) by $\rho_j(\theta_k)$ and adding all of them $\forall j \in [1, \dots, N]$ with $\sum_{j=1}^N \rho_j(\theta_k)$, then (24) becomes $\forall j \in [1, \dots, N]$:

$$\begin{pmatrix} -\sum_{j=1}^N \rho_j(\theta_k) P_j & \sum_{j=1}^N \rho_j(\theta_k) (A_j - K_j C)^T G^T \\ G \sum_{j=1}^N \rho_j(\theta_k) (A_j - K_j C) & P_i - (G + G^T) \end{pmatrix} < 0, \quad (26)$$

and by adding the inequalities (26) over i , (26) becomes:

$$\begin{pmatrix} -P(\rho_k) & (\mathcal{A}^T(\rho_k) - K(\rho_k)C)^T G^T \\ G(\mathcal{A}(\rho_k) - K(\rho_k)C) & P_+(\rho_k) - (G + G^T) \end{pmatrix} < 0 \quad (27)$$

under the following notations:

$$\begin{aligned} P(\rho_k) &= \sum_{j=1}^N \rho_j(\theta_k) P_j \\ P_+(\rho_k) &= P(\rho_{k+1}) = \sum_{j=1}^N \rho_j(\theta_{k+1}) P_j = \sum_{i=1}^N \rho_i(\theta_k) P_i \end{aligned} \quad (28)$$

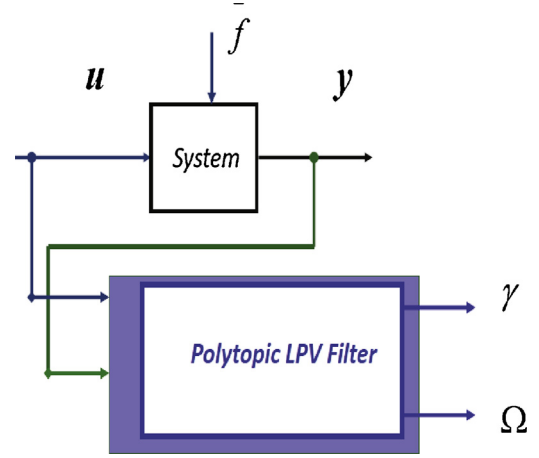


Fig. 1. Polytopic filter scheme.

Multiplying (27) on the left by $[I(\mathcal{A}(\rho_k) - K(\rho_k)C)^T]$ and on the right by $[I(\mathcal{A}(\rho_k) - K(\rho_k)C)^T]^T$, the following inequality is obtained:

$$(\mathcal{A}(\rho_k) - K(\rho_k)C)^T P_+(\rho_k)(\mathcal{A}(\rho_k) - K(\rho_k)C) - P(\rho_k) < 0 \quad (29)$$

In other words, the inequality (29) is the same inequality as in (25) by recalling that $P_+(\rho_k) = P(\rho_{k+1})$. Hence, the estimation error (17) satisfies the condition of poly-quadratic stability. $\square$

As explained in the previous paragraphs, the design of a stable single polytopic LPV filter has been provided to detect sensor faults. To achieve a fault diagnosis task, fault isolation, which consists in deciding which element(s) of the system has (have) indeed failed, a fault isolation procedure should be performed as defined in the next section.

3.3. Fault isolation design

As presented in Fig. 1, a polytopic LPV filter can detect, isolate and estimate sensor faults at each sample k based on γ_k and Ω_k vectors norm. However, the synthesis of a single filter to detect all sensor faults is not possible due to the rank condition like $\text{rank}(\bar{C}\bar{F}) = q < m$ which cannot be completed. So, in this case, the method consists in designing a bank of m polytopic LPV filters where each of them is synthesized to estimate faults. The idea presented here is based on the efficiency of the “quality factor” which is insensitive to specific faults vector but sensitive to others.

This fault diagnosis scheme is similar to the well-known generalized residual structure approach. According to the developed filter, it was possible to establish various bank of filters such as Generalized Observer Scheme (GOS) only able to isolate one fault or Dedicated Observer Scheme (DOS) able to isolate simultaneous faults as proposed by [30]. For the well-known GOS, each residual $\gamma^i, i \in [1, \dots, m]$ of the i_{th} polytopic filter is insensitive to the i_{th} sensor fault but sensitive to all other faults, i.e. $\gamma_k \in \mathbb{R}^{m-1}$ and $\Omega_k \in \mathbb{R}^1$. However, for DOS, each residual $\gamma^i, i \in [1, \dots, m]$ of the i_{th} polytopic filter is insensitive to all sensor faults except the i_{th} sensor, i.e. $\gamma_k \in \mathbb{R}^1$ and $\Omega_k \in \mathbb{R}^{m-1}$. Fig. 2 summarizes the different levels of the FDI scheme.

An incidence matrix (Tables 1 and 2) can be established where $\|\gamma_k\|$ is considered equal to ‘0’ when the residual is close to zero in some sense and equal to ‘1’ otherwise. Each column of the incidence matrix is called the coherence vector associated with each fault signature. From Tables 1 and 2, a decision making selects which ones of the sensor is ‘faulty’. A column indicates that one signal is equal to zero whereas the others are equal to one, i.e. the ‘0’ indicates the

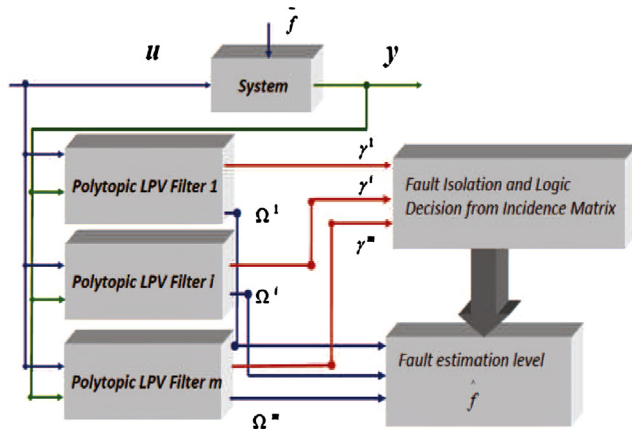


Fig. 2. FDI scheme for isolation purpose.

Table 1

Incidence matrix – GOS (*) Other fault or minimum two sensors are faulty.

Residual	No fault	$\bar{f}^1$	...	$\bar{f}^i$	...	$\bar{f}^m$	*
$\ \gamma_k\ ^1$	0	0	1	1	1	1	1
$\vdots$	$\vdots$	1	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	1
$\ \gamma_k\ ^i$	0	1	$\vdots$	0	$\vdots$	1	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	1
$\ \gamma_k\ ^m$	0	1	...	1	...	0	1

localization of the sensor fault with the dedicated polytopic LPV filter.

Decision making is then used according to elementary logic [31], which can be described as follows: a 'fault indicator' is equal to one

if the residual vector $\gamma = \begin{bmatrix} \|\gamma_k\|^1 \\ \vdots \\ \|\gamma_k\|^i \\ \vdots \\ \|\gamma_k\|^m \end{bmatrix}$ generated by the bank, is

equal to a column of the incidence matrix, and to zero otherwise. The element associated with the indicator being equal to one is then declared to be 'faulty'.

Note: The Fault Isolation method is already based on the fact that only one fault can be detected at exactly the same time, for recovering fault signature from Tables 1 and 2. It should be noticed that the probability that two or more faults appearing at exactly the same time, so simultaneously, is close to zero. Multiple faults can appear during an experiment, but not exactly at the same time. If multiple faults appear at exactly the same time (very small probability), then the fault isolation is not guaranteed but the fault detection is still working.

Table 2

Incidence matrix – DOS (*) Other fault or all sensors are faulty.

Residual	No fault	$\bar{f}^1$	...	$\bar{f}^i$	...	$\bar{f}^m$	*
$\ \gamma\ ^1$	0	1	0	0	0	0	1
$\vdots$	$\vdots$	0	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	1
$\ \gamma\ ^i$	0	0	$\vdots$	1	$\vdots$	0	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	1
$\ \gamma\ ^m$	0	0	...	0	...	1	1

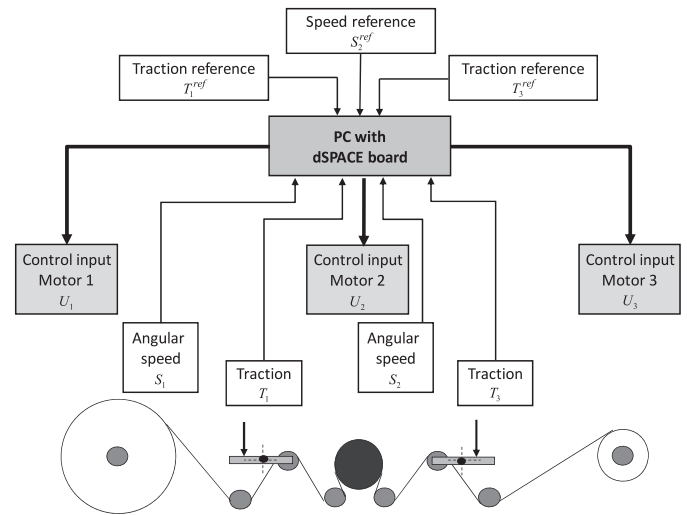


Fig. 3. Winding process control architecture.

4. The winding machine

4.1. System description

The winding process, [32] in chapter 3, is composed of a plastic web and three reels, respectively, called the unwinding, pacer and rewinding reels but the radius is unmeasurable directly. Each reel is coupled with a DC-motor via gear reduction. The angular speed of the first two reels (S_1, S_2) and both the tensions between the reels (T_1, T_3) are measured by tachometers and tension meters. The three control inputs U_1, U_2 and U_3 are the input voltage of the three motors as illustrated in Fig. 3. Each motor is driven by a local controller composed of one or two PI controllers [23]. The first control loop adjusts the motor current (I_1, I_2, I_3), and its constant of time integration is about 40 ms, while the second loop controls the angular speed with an integration time constant equal to 200 ms. The set-points of those controllers are computed by a Programmable Logic Controller (PLC) in order to control both tensions and the linear velocity of the strip (300 m length, 5 cm broad and 0.2 mm thickness). Under specific experimental investigation which lasts 40 min, the radius of the unwinding reel varies from 210 to 70 mm. A real-time development environment (Simulink Real-Time Workshop+dSPACE) based on a PC computer is used instead of the PLC to improve control for instance. System inputs and outputs are given in the interval [0 100%] corresponding to [−10V; 10V] equal to [−1; +1] with Matlab variables.

4.2. The winding machine modelization with sensor faults

Based on [23], where identification and validation steps are developed and presented in details, the winding machine can be represented in the following state space representation:

$$\begin{cases} x_{k+1} = A(R_k)x_k + B(R_k)u_k \\ y_k = Cx_k + Ff_k \end{cases} \quad (30)$$

where $x_k = x(kT_e)$, with the sampling period $T_e = 0.1$ s, $y_k = x_k = [T_1 \ S_2 \ T_3]^T$ and $u_k = [U_1 \ U_2 \ U_3]^T$. The system matrix A and the control matrix B are linear polynomial matrices depending on a bounded positive time varying parameter noted R_k where $0 < R_{min} < R_k < R_{max}$ and verifying:

$$G(R) = G_0R^0 + G_1R^1 + G_2R^2 + \dots + G_\alpha R^\alpha \quad (31)$$

where G stands for A or B , α defines the polynomial degree equal to 6 as proof in [22]. Here, the method developed by [33] is considered.

This method underlines the exact equivalence between polynomial model and convex polytopic representation. Thus each polynomial matrix is defined by a convex polytope with $(\alpha + 1)$ vertices Δ_j^G calculated as follows:

$$\begin{cases} \Delta_1^G = G_\alpha R_{\min}^\alpha + \dots + G_2 R_{\min}^2 + G_1 R_{\min}^1 + G_0 R_{\max}^0 \\ \Delta_2^G = G_\alpha R_{\min}^\alpha + \dots + G_2 R_{\min}^2 + G_1 R_{\max}^1 + G_0 R_{\max}^0 \\ \Delta_3^G = G_\alpha R_{\min}^\alpha + \dots + G_2 R_{\max}^2 + G_1 R_{\max}^1 + G_0 R_{\max}^0 \\ \vdots \\ \Delta_{\alpha+1}^G = G_\alpha R_{\max}^\alpha + \dots + G_2 R_{\max}^2 + G_1 R_{\max}^1 + G_0 R_{\max}^0 \end{cases} \quad (32)$$

The convex polytope formulation is achieved by the computation of the parameter $\rho_j(R)$ ($\forall j \in [0, \dots, \alpha]$) by the following recursive algorithm with $\tau = 2, \dots, \alpha$:

$$\begin{cases} \rho_1(R) = 1 - \frac{R - R_{\min}}{R_{\max} - R_{\min}} \\ \rho_{\alpha+1}(R) = \frac{R^\alpha - R_{\min}^\alpha}{R_{\max}^\alpha - R_{\min}^\alpha} \\ \rho_\tau(R) = \frac{R^{\tau-1} - R_{\min}^{\tau-1}}{R_{\max}^{\tau-1} - R_{\min}^{\tau-1}} - \sum_{j=\tau+1}^{\alpha+1} \rho_j(R) \end{cases} \quad (33)$$

Therefore, the parameter $\rho_j(R)$ lies in a specific convex set Λ :

$$\Lambda = \{\rho(R) \in \mathbb{R}^{\alpha+1}, \rho = [\rho_1 \dots \rho_{\alpha+1}]^T \text{ and } \sum_{j=1}^{\alpha+1} \rho_j(R) = 1, \rho_j \geq 0\}$$

Whereupon, $\forall j \in [1, \dots, \alpha + 1]$, Δ_j^G defines the vertices of a convex polytope such as:

$$G(R) = \sum_{j=1}^{\alpha+1} \rho_j(R) \Delta_j^G \quad (34)$$

Based on these previous Eqs. (6) and (34), the faulty discrete state space representation (30) can be expressed as an augmented polytopic LPV system:

$$\begin{cases} \bar{x}_{k+1} = \sum_{j=1}^{\alpha+1} \rho_j(R_k) (\bar{A}_j \bar{x}_k + \bar{B}_j u_k + \bar{F} \bar{f}_k) \\ y_k = \bar{C} \bar{x}_k \end{cases} \quad (35)$$

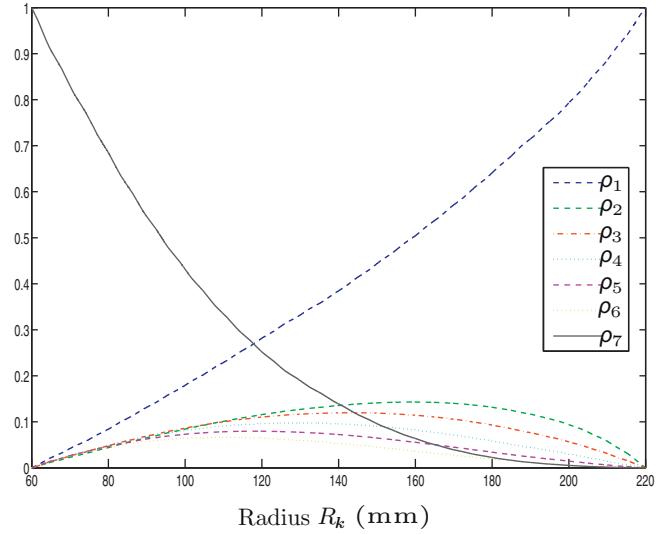


Fig. 4. Parameters evolution ρ_j .

where $\bar{A}_j \in \mathbb{R}^{n \times n}$ and $\bar{B}_j \in \mathbb{R}^{n \times p}$ are constant matrices and $\forall j \in [1, \dots, \alpha + 1] : \rho_j \geq 0, \sum_{j=1}^{\alpha+1} \rho_j(R_k) = 1$ and $0 < R_{\min} < R_k < R_{\max}$.

Here, the winding machine can be represented with $\alpha = 6$ with a dependence on the unwinding real radius R_k as in Eq. (35) with $0 < R_{\min} < R_k < R_{\max}$ with $R_{\min} = 70$ mm and $R_{\max} = 210$ mm. For technical reasons, the radius is estimated via the following equation:

$$R_k = R_{k-1} + \frac{h}{2\pi} S_{1,k} \quad (36)$$

where h is the strip thickness.

The measured outputs are $y_k = x_k = [T_1 \ S_2 \ T_3]^T$. $S_{1,k}$ is the time dependence of the angular speed of reel S_1 and is assumed to be fault-free.

Fig. 4 represents the 6 + 1 parameters evolution ρ_j which have been obtained for this example. Their evolutions justify the use of a LPV model where parameters evolve in a nonlinear way. The different matrices A_j and B_j are presented in Appendix A.

Note that an input–output linearizing control law, based on the polynomial model, has been implemented (as in [32]) using nonlinear theoretical development from [34] and [35]: it is essential

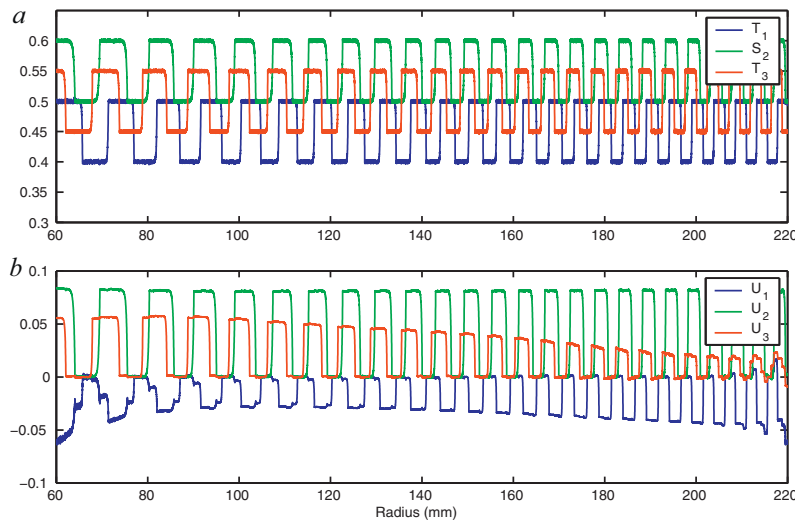


Fig. 5. Fault-free case: (a) system outputs and (b) system inputs.

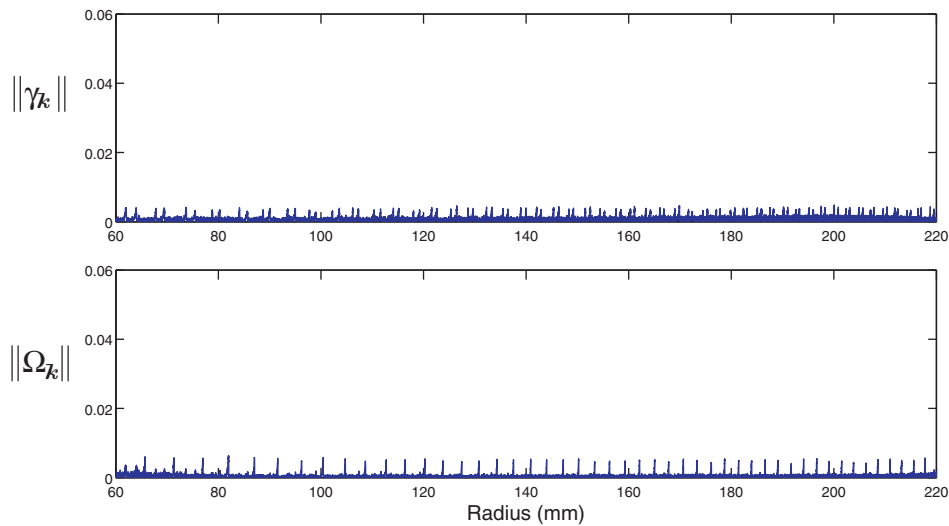


Fig. 6. Residual vector norms in fault-free case.

since this system is unstable in open loop. It can be verified through the computation of eigenvalues of various matrices A_j presented in Appendix A. Without any restrictions on the developed method, we consider in the following of the paper that only one fault can occur on the system. In order to evaluate the method, a bank of polytopic LPV filters have been developed in order to detect, isolate and estimate an accurate state of the system in presence of faults. Each one of these filters is dedicated for only one specific sensor fault following the GOS principle.

Remark 1. If two faults are considered to occur simultaneously, the decoupling condition is verified ($\text{rank}(\overline{CF}) = q = 2 < 3$). A bank of 3 filters is established in order to provide a DOS structure ($\gamma_k \in \mathbb{R}^2$ and $\Omega_k \in \mathbb{R}^1$). With such scheme, it is possible to detect, isolate and estimate two simultaneous faults under the assumption that no

other faults occur or modeling errors. However if three faults occur, the proposed scheme is able to detect faults only. It can be noted that a single filter for all sensor faults with $F = I_3$ can not be synthesized as the decoupling condition $\text{rank}(\overline{CF}) = q = 3 < m$ would not be fulfilled.

4.3. Experimental results

The effectiveness and performances of the developed FDI method is applied and a generalized polytopic LPV scheme is tested for the real process. The synthesis of LPV filter gains K_j , presented in Appendix A, has been computed with the LMI Toolbox of the Robust Control Toolbox which is a part of the Matlab software environment.

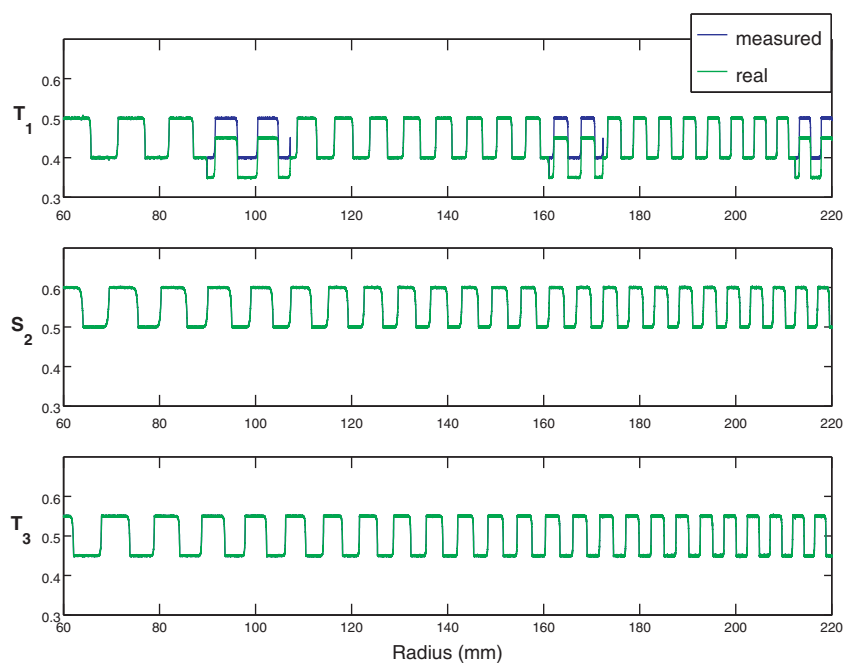


Fig. 7. Measured and real system outputs in faulty case.

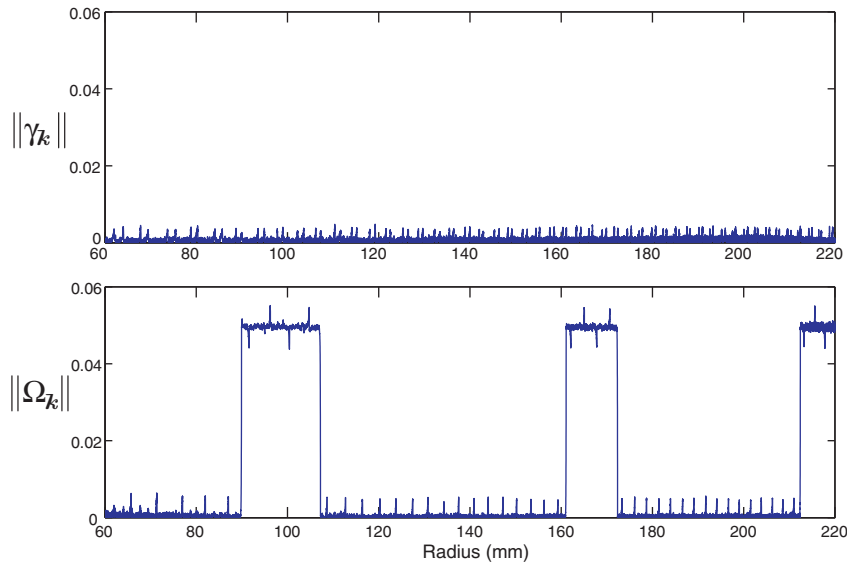


Fig. 8. Bias on sensor T_1 – norm of residuals filter designed for a fault on sensor T_1 .

4.3.1. In fault-free case

Fig. 5 shows the evolution of the outputs driven in closed loop by the inputs in the fault-free case. This experiment was carried out for step changes with 20% of their corresponding operating values.

It should be noticed that the residuals generated by the polytopic filter depicted in Fig. 6 are zero-mean: that means there are no fault and no modeling errors exist.

4.3.2. In the faulty case

* *First experimentation:* A fault on the tension T_1 is considered to occur and to disappear at different times. According to (30), F is equal to $[1\ 0\ 0]^T$.

As presented in Fig. 7, the output T_1 is different from the nominal regime due to the presence of faults. The real output is different from the reference input for radius values around: 100, 170 and 215 mm.

The results of the decoupling filter are depicted in Fig. 8. As shown in Fig. 8 the residual $\|\Omega_k\|$ is affected by abrupt changes which correspond to the sensor fault of T_1 . Such residual has been synthesized in order to be only sensitive to fault on the output T_1 . Fig. 8, it clearly appears that the quality factor $\|\gamma_k\|$ is equal to zero then the fault estimation derived from the sensitive residual vector can be used to estimate the real fault. The accurate fault magnitude estimation illustrates the performance and the effectiveness of the decoupling filter as it can be observed in Fig. 9.

Remark 2. According to the developed MIMO control law, the output measurements are affected by step variation on the other ones. Consequently, some peaks can be observed in Fig. 9 and other figures.

* *Second experimentation:* A sensor fault on the reel S_2 is considered. In order to underline the role of quality factor, the same

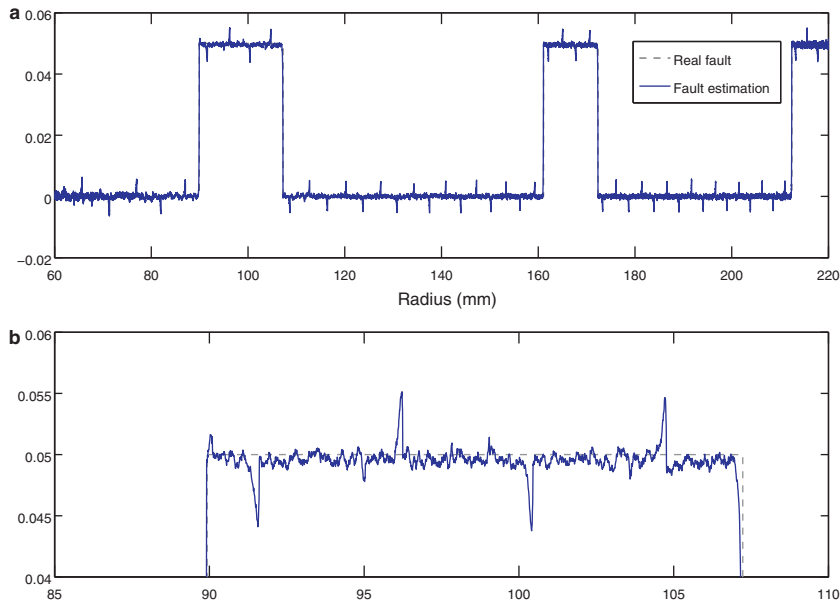


Fig. 9. (a) Sensor fault estimation T_1 , (b) zoom around $R \approx 100$ mm – bias on sensor T_1 .

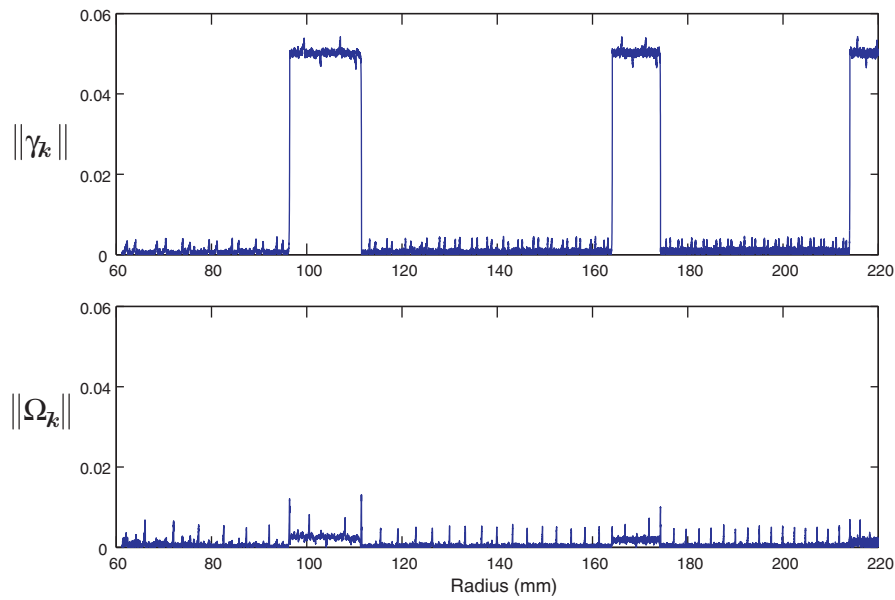


Fig. 10. Bias on sensor S_2 – norm of residuals filter designed for a fault on the output T_1 .

filter, synthesized for the sensor fault occurrence on T_1 , is used. So, it is not the adapted filter for sensor fault on S_2 and of course, the sensor fault estimation should be corrupted.

Fig. 10 presents two residual norms generated by the considered polytopic LPV filter. As expected and illustrated in Fig. 10, the residual $\|\gamma_k\|$ is not equal to zero which means that the residual $\|\Omega_k\|$ can not be considered to estimate the fault magnitude.

Now, consider the filter dedicated to the sensor fault on the reel S_2 , i.e. synthesized with $F=[0\ 1\ 0]^T$. As illustrated in Fig. 11, such filter provides an appropriate sensor fault estimator. The

quality factor equal to zero, indicates that the sensitive residual can be used to estimate this sensor fault (as in Table 1). The sensor fault estimation is close to the real one as shown in Fig. 12.

The main advantage of this polytopic LPV filter is the performance of fault magnitude estimation but also the ability to generate an additional qualitative information from the insensitive residual: if this quality factor $\|\gamma_k\|$ is not equal to zero it means that it is corrupted by another fault or by modeling errors and could not be used to estimate a sensor fault magnitude.

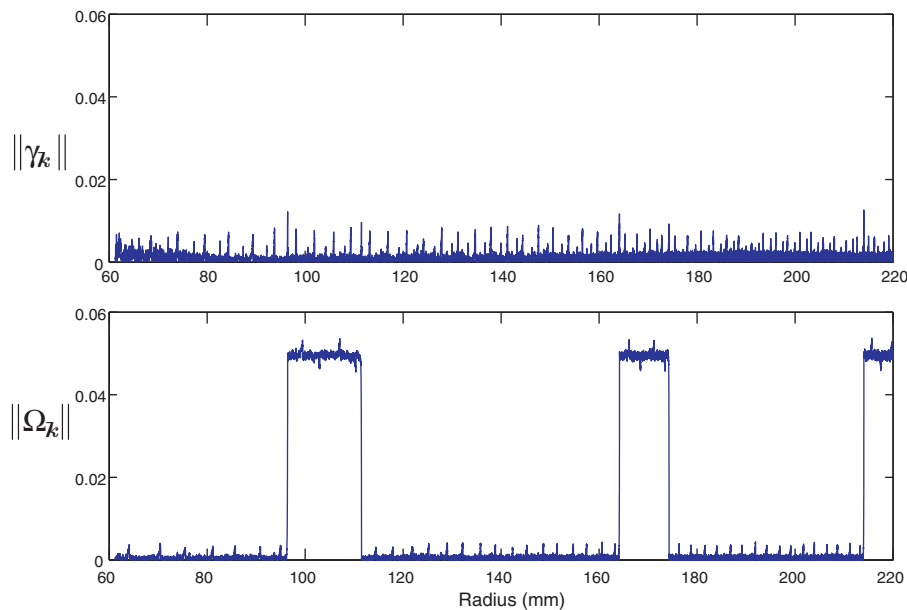


Fig. 11. Bias on sensor S_2 – norm of residuals filter designed for a fault on the output S_2 .

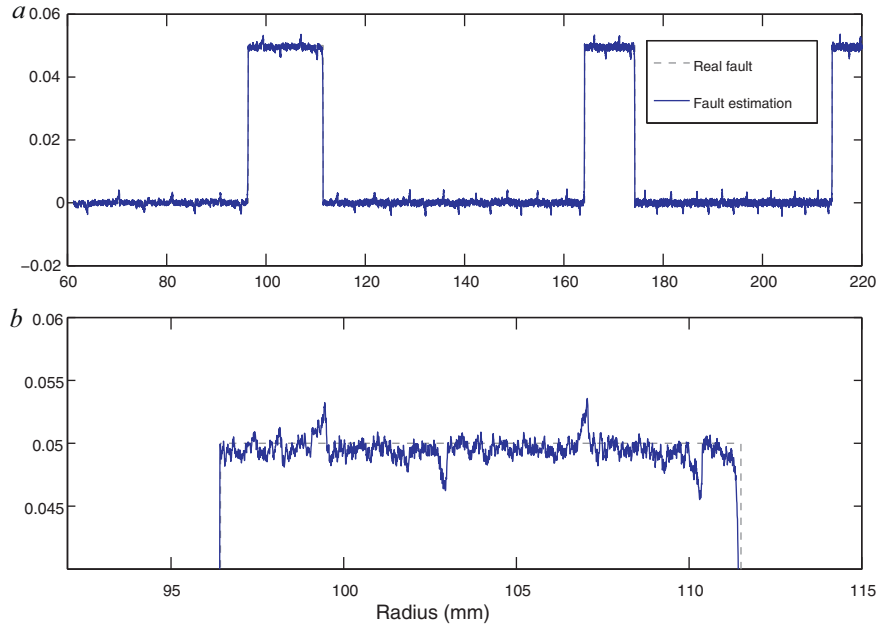


Fig. 12. Bias on sensor S_2 – (a) sensor fault estimation S_2 and (b) zoom around $R \approx 100$ mm.

5. Conclusion

In this paper, a general approach for sensor fault diagnosis designed for polytopic LPV systems has been proposed. This global method was developed using a polytopic LPV filter which is designed to detect, isolate and estimate sensor faults through a polytopic LPV representation. Even if a single filter synthesis is not always possible, a bank of dedicated polytopic LPV filters has been introduced to allow a detection, isolation and sensor fault estimation under a quality factor. The stability of this filter has been performed using LMI into a convex set. The effectiveness and performances of the polytopic LPV filter have been demonstrated in a web transport process: a winding machine.

Appendix A.

Matrices A_j :

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0.7175 & -0.8396 & -0.2270 \\ 0.0122 & 0.5370 & -0.0650 \\ -0.0074 & 0.1675 & 0.1563 \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 29.7488 & -88.2373 & -29.5144 \\ -0.1112 & 6.9024 & -2.0532 \\ 15.9178 & 126.3875 & -106.7138 \end{pmatrix}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} -120.5489 & 485.6371 & 164.0216 \\ -0.6368 & -32.7339 & 8.5105 \\ -85.5748 & -665.5708 & 544.8643 \end{pmatrix}$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} 0.1947 & -1.0040 & -0.3470 \\ 0.0037 & 0.0681 & -0.0156 \\ 0.1841 & 1.3995 & -1.1048 \end{pmatrix} \times 10^3$$

$$A_5 = \begin{pmatrix} -0.1444 & 0.9396 & 0.3338 \\ -0.0057 & -0.0625 & 0.0138 \\ -0.1848 & -1.3627 & 1.0353 \end{pmatrix} \times 10^3$$

$$A_6 = \begin{pmatrix} 43.2658 & -335.2822 & -121.1661 \\ 3.1253 & 22.9693 & -4.9550 \\ 72.3623 & 511.4675 & -369.7696 \end{pmatrix}$$

$$A_7 = \begin{pmatrix} 0.4412 & -0.0026 & -0.0254 \\ 0.0354 & 0.5204 & -0.0087 \\ -0.0471 & 0.3558 & 0.5210 \end{pmatrix}$$

Matrices B_j :

$$B_1 = \begin{pmatrix} -1.1003 & 0.7929 & 0.3777 \\ 0.0617 & 0.5755 & 0.1169 \\ -0.0470 & -0.2363 & 1.5299 \end{pmatrix}$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} 44.0344 & 122.2789 & -14.1984 \\ 7.0243 & -11.0918 & 14.4880 \\ 50.8487 & -128.2938 & 320.7654 \end{pmatrix}$$

$$B_3 = \begin{pmatrix} -0.1944 & -0.6379 & 0.0433 \\ -0.0328 & 0.0600 & -0.0715 \\ -0.2587 & 0.6670 & -1.6587 \end{pmatrix} \times 10^3$$

$$B_4 = \begin{pmatrix} 0.2430 & 1.2760 & -0.0462 \\ 0.0644 & -0.1180 & 0.1445 \\ 0.5287 & -1.3791 & 3.4280 \end{pmatrix} \times 10^3$$

$$B_5 = \begin{pmatrix} -0.0885 & -1.1601 & 0.0115 \\ -0.0592 & 0.1092 & -0.1358 \\ -0.5074 & 1.3148 & -3.2489 \end{pmatrix} \times 10^3$$

$$B_6 = \begin{pmatrix} -0.0128 & 0.4023 & 0.0033 \\ 0.0215 & -0.0374 & 0.0496 \\ 0.1914 & -0.4814 & 1.1763 \end{pmatrix} \times 10^3$$

$$B_7 = \begin{pmatrix} -1.1713 & 0.0450 & 0.2243 \\ 0.0799 & 0.5809 & 0.0942 \\ -0.2549 & -0.5926 & 3.0868 \end{pmatrix}$$

Matrices K_j for a fault vector equal to $F = [1 \ 0 \ 0]^T$:

$$K_1 = \begin{pmatrix} 0.6663 & 0 & -0.3041 \\ 0.0150 & 0 & -0.0572 \\ -0.0172 & 0 & 0.2560 \\ 8.9932 \times 10^{-7} & 0 & -7.1218 \times 10^{-7} \end{pmatrix}$$

$$K_2 = \begin{pmatrix} 35.5841 & 0 & -36.2347 \\ 0.1270 & 0 & -2.4444 \\ 21.7830 & 0 & -130.0642 \\ 8.3810 \times 10^{-7} & 0 & -6.6695 \times 10^{-7} \end{pmatrix}$$

$$K_3 = \begin{pmatrix} -143.8215 & 0 & 200.2627 \\ -2.1831 & 0 & 10.1451 \\ -116.5421 & 0 & 661.2573 \\ 9.3783 \times 10^{-7} & 0 & -6.9896 \times 10^{-7} \end{pmatrix}$$

$$K_4 = \begin{pmatrix} 243.6176 & 0 & -446.0330 \\ 7.8905 & 0 & -19.4836 \\ 263.4774 & 0 & -1.4117 \times 10^3 \\ 8.4298 \times 10^{-7} & 0 & -6.6690 \times 10^{-7} \end{pmatrix}$$

$$K_5 = \begin{pmatrix} -193.4364 & 0 & 463.0827 \\ -11.1942 & 0 & 18.5535 \\ -284.7824 & 0 & 1.4271 \times 10^3 \\ 8.5434 \times 10^{-7} & 0 & -6.9896 \times 10^{-7} \end{pmatrix}$$

$$K_6 = \begin{pmatrix} 62.1699 & 0 & -184.2103 \\ 6.1130 & 0 & -7.2484 \\ 121.6514 & 0 & -558.0424 \\ 6.7022 \times 10^{-7} & 0 & -5.5183 \times 10^{-7} \end{pmatrix}$$

$$K_7 = \begin{pmatrix} 0.3383 & 0 & 0.1074 \\ 2.3482 \times 10^{-3} & 0 & 21.2326 \times 10^{-3} \\ -0.3684 & 0 & 1.1766 \\ 8.9820 \times 10^{-7} & 0 & -7.1121 \times 10^{-7} \end{pmatrix}$$

Matrices K_j for a fault vector equal to $F = [0 \ 1 \ 0]^T$:

$$K_1 = \begin{pmatrix} 0.6954 & -0.7069 & 0 \\ -1.1278 \times 10^{-3} & 0.2990 & 0 \\ -11.3542 \times 10^{-3} & 0.1764 & 0 \\ -3.1547 \times 10^{-5} & -4.9406 \times 10^{-4} & 0 \end{pmatrix}$$

$$K_2 = \begin{pmatrix} 38.9388 & -58.1434 & 0 \\ -0.1276 & 4.4628 & 0 \\ 17.0758 & 82.6757 & 0 \\ 6.9342 \times 10^{-5} & 1.0204 \times 10^{-3} & 0 \end{pmatrix}$$

$$K_3 = \begin{pmatrix} -162.0358 & 319.5950 & 0 \\ -0.9691 & -21.4814 & 0 \\ -91.9862 & -435.4859 & 0 \\ 1.9191 \times 10^{-5} & 2.9529 \times 10^{-4} & 0 \end{pmatrix}$$

$$K_4 = \begin{pmatrix} 283.0694 & -697.8027 & 0 \\ 5.2561 & 46.9645 & 0 \\ 209.3752 & 966.2187 & 0 \\ 3.5039 \times 10^{-5} & 5.2213 \times 10^{-4} & 0 \end{pmatrix}$$

$$K_5 = \begin{pmatrix} -233.2794 & 704.4033 & 0 \\ -8.5758 & -46.6604 & 0 \\ -227.9262 & -1.0137 \times 10^3 & 0 \\ 1.1388 \times 10^{-4} & 1.6783 \times 10^{-3} & 0 \end{pmatrix}$$

$$K_6 = \begin{pmatrix} 77.7121 & -275.0765 & 0 \\ 5.0731 & 18.5601 & 0 \\ 98.3034 & 416.5143 & 0 \\ 9.8984 \times 10^{-5} & 1.4689 \times 10^{-3} & 0 \end{pmatrix}$$

$$K_7 = \begin{pmatrix} 0.3161 & 0.3329 & 0 \\ -12.5148 \times 10^{-3} & 0.2681 & 0 \\ -0.3404 & -0.4086 & 0 \\ 3.1325 \times 10^{-5} & 4.6642 \times 10^{-4} & 0 \end{pmatrix}$$

References

- [1] R. Isermann, P. Balle, Trends in the application of model based fault detection and diagnosis of technical processes, *Control Engineering Practice* 5 (1997) 709–719.
- [2] M. Rodrigues, D. Theilliol, S. Aberkane, D. Sauter, Fault tolerant control design for polytopic LPV system, *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science* 17 (1) (2007) 27–37.
- [3] T.J. Harris, C. Seppala, L.D. Desborough, A review of performance monitoring and assessment techniques for univariate and multivariate control systems, *Journal of Process Control* 9 (1999) 1–17.
- [4] V. Venkatasubramanian, R. Rengaswamy, K. Yin, S. Kavuri, A review of process fault detection and diagnosis. Part I: quantitative model-based methods, *Computers and Chemical Engineering* 27 (2003) 293–311.
- [5] V. Venkatasubramanian, R. Rengaswamy, S. Kavuri, A review of process fault detection and diagnosis. Part II: qualitative models-based methods, *Computers and Chemical Engineering* 27 (2003) 313–326.
- [6] D. Knittel, E. Laroche, D. Gigan, H. Koc, Tension control for winding systems with two degrees of freedom H infinity controller, *IEEE Transactions on Industry Applications* 39 (2003) 113–120.
- [7] J. Gertler, *Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems*, Marcel Dekker, Inc., New York, Basel, Hong Kong, 1998.
- [8] J. Chen, R. Patton, *Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*, Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London, 1999.
- [9] L. Chiang, E. Russell, R. Braatz, *Fault Detection and Diagnosis in Industrial Systems*, Springer-Verlag, New York, USA, 2001.
- [10] S. Ding, *Model-Based Fault Diagnosis Techniques Design Schemes, Algorithms and Tools*, Springer, Berlin Heidelberg, 2008.
- [11] J. Bokor, Z. Szabo, Fault detection and isolation in nonlinear systems, *Annual Reviews in Control* 33 (2009) 113–123.
- [12] C. Poussot-Vassal, O. Senane, L. Dugard, P. Gáspár, Z. Szabó, J. Bokor, A new semi-active suspension control strategy through LPV technique, *Control Engineering Practice* 16 (2008) 1519–1534.
- [13] J. Bokor, G. Balas, Detection filter design for LPV systems—a geometric approach, *Automatica* 40 (2004) 511–518.
- [14] A. Zolghadri, D. Henry, S. Grenaille, Fault diagnosis for LPV systems, in: 16th Mediterranean Conference on Control and Automation, MED'08, Ajaccio, 2008.
- [15] S. Armeni, A. Casavola, E. Mosca, Robust fault detection and isolation for LPV systems under a sensitivity constraint, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* 23 (2009) 55–72.
- [16] H. Hamdi, M. Rodrigues, C. Mechmeche, D. Theilliol, N.B. Braiek, Fault detection and isolation in linear parameter-varying descriptor systems via proportional integral observer, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* 26 (2012) 224–240.

- [17] Y. Xiao, S. Huang, H. Chen, B. Xu, Research on tension control strategy of battery pole-piece winding and unwinding system based on fault-tolerant control, *Procedia Engineering* 15 (2011) 5073–5078.
- [18] F. Claveau, P. Chevrel, K. Knittel, A 2DOF gain-scheduled controller design methodology for a multi-motor web transport system, *Control Engineering Practice* 16 (2008) 609–622.
- [19] D. Kuhm, D. Knittel, M.-A. Bueno, Robust control strategies for an electric motor driven accumulator with elastic webs, *ISA Transactions* 51 (2012) 732–742.
- [20] V. Gassmann, D. Knittel, Robust PI-LPV tension control with elasticity observer for roll-to-roll systems, in: *Proceedings of the 18th World Congress, IFAC11*, Milano, Italy, 2011.
- [21] A. Benlatreche, D. Knittel, E. Ostertag, Robust decentralised control strategies for large-scale web handling systems, *Control Engineering Practice* 16 (2008) 736–750.
- [22] D. Theilliol, J.-C. Ponsart, M. Rodrigues, S. Aberkane, J. Yamé, Design of sensor fault diagnosis method for nonlinear systems described by linear polynomial matrices formulation: application to a winding machine, in: *Proceedings of the 17th World Congress, IFAC08*, Seoul, Korea, 2008.
- [23] J.-C. Ponsart, D. Theilliol, C. Aubrun, Virtual sensors design for active fault tolerant control system applied to a winding machine, *Control Engineering Practice* (2010) 1037–1044.
- [24] M. Rodrigues, D. Theilliol, M. Adam-Medina, D. Sauter, A fault detection and isolation scheme for industrial systems based on multiple operating models, *Control Engineering Practice* 16 (2008) 225–239.
- [25] E. Laroche, D. Knittel, An improved linear fractional model for robustness analysis of a winding system, *Control Engineering Practice* 13 (2005) 659–666.
- [26] F. Anstett, G. Millerioux, G. Bloch, Polytopic observer design for LPV systems based on minimal convex polytope finding, *Journal of Algorithms and Computational Technology* 3 (2009) 23–43.
- [27] F. Bruzelius, Linear Parameter-Varying Systems: an approach to gain scheduling, Department of Signals and Systems, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden, 2004.
- [28] J. Park, G. Rizzoni, W. Ribbens, On the representation of sensor faults in fault detection filters, *Automatica* 30 (1994) 1793–1795.
- [29] J. Keller, Fault isolation filter design for linear stochastic systems, *Automatica* 35 (1999).
- [30] P. Frank, X. Ding, Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems, *Journal of Process Control* 7 (1997) 403–424.
- [31] S. Leonhardt, M. Ayoubi, Methods of fault diagnosis, *Control Engineering Practice* 5 (1997) 683–692.
- [32] H. Noura, D. Theilliol, J.-C. Ponsart, A. Chamseddine, *Fault-Tolerant Control Systems: Design and Practical Applications*, Springer, London, 2009.
- [33] L. Hetel, J. Daafouz, C. Lung, LMI control design for a class of exponential uncertain systems with application to network controlled switched systems, in: *American Control Conference (ACC)*, New York City, USA, 2007 (CD ROM).
- [34] A. Fossard, D. Normand-Cyrot, *Nonlinear Systems 1: Modeling and Estimation*, Chapman and Hall Edition, London, 1995.
- [35] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*, 3rd ed., Springer, London Berlin Heidelberg, 1995.

LMI & BMI Technics for the Design of a PI Control for Irrigation Channels

Mickael Rodrigues*, Yongxin Wu, Samir Aberkane[†], Valérie Dos Santos Martins

Abstract

This paper considers the problem of control design for a nonlinear distributed parameter system in infinite dimension which is described by hyperbolic Partial Differential Equations (PDEs) of de Saint-Venant. For describing the dynamic of this nonlinear system over a wide operating range, the Multi-Models approach, which takes into account Linear Time Invariant (LTI) models defined around a set of operating points, has been used. By means of an Internal Model Boundary Control (IMBC), a new design of Proportional Integral (PI) feedback is performed through Bilinear Matrix Inequality (BMI) and Linear Matrix Inequality (LMI) technics. The new results have been simulated and also compared to the previous results, illustrating the new theoretical contribution.

1. Introduction

Regulation of irrigation channels has received an increasing interest over the last two or three decades. Indeed, water losses in open channels are very large due to inefficient management and control. In order to deliver water, it is important to ensure that water level and the flow rate in the open channel remain at certain values [15]. The difficulty of this regulation problem is that only the gate positions are able to meet performance specifications. So this needs to design boundary control laws satisfying the control objectives. The channel regulation problem has been previously considered in the literature using a wide variety of technics [14]. Studying directly the nonlinear dynamics is also possible as in [6, 13]. Recent approaches consider the distributed feature of the system. Using the Riemann coordinates approach on the de Saint-Venant equations, stability results are given for a system of two conservation laws, and for system of larger dimension. Lyapunov technics have been used in [4, 6]. In practice, the physical

systems are generally represented by nonlinear models. The Multi-Models structure is well adapted for nonlinear systems [1] and for fault diagnosis [2, 17] in finite dimension. Indeed this structure allows to determine a set of linear models defined around some predefined operating points. Each local model is defined as a LTI dynamic system defined for a specific operating point. In the Multi-Models concept, some authors speak about gain scheduling strategy for example in [11] or for interpolated controllers or switching controllers [16].

The use of Multi-Models representation for stability study of system described by nonlinear PDE has been studied in [9]. In this paper, an analysis of the stability of the problem of de Saint-Venant equations is proposed with the use of Multi-Models and Internal Model Boundary Control (IMBC) structure. The stability in Multi-Models framework is often performed by Linear Matrix Inequality (LMI) due to the effectiveness for calculating a unique gain solution for multiple models [8, 9]. But in control synthesis, BMI provides more general frameworks than LMI.

The paper is organized as follows: firstly, the equations of de Saint-Venant are presented as well as the control problem. Secondly, the linearized systems are developed around equilibrium sets which depend on the space variable. Third part of the paper is dedicated to the design of the feedback gain by LMI&BMI technics which ensures the stability of the closed loop system in finite dimension. The last section is dedicated to the simulations and comparison with previous works.

2. Problem statement about channel regulation

Let us consider the following class of water channels represented on figure (1), i.e. a reach of an open channel delimited by underflow gates where $Q(x, t)$ and $Z(x, t)$ are the state variables and stand for the water flow rate and the height of water in the channel respectively, L is the length of the reach from the upstream $x = 0$ to the downstream $x = L$, $U_{up} = U_0(t)$, $U_{do} = U_L(t)$ are the opening of the gates at upstream and downstream respectively. The regulation problem concerns the stabilization of the water flow rate and/or the height of the water around an equilibrium for a reach denoted by $(Z_e(x), Q_e(x))$. A linear model with variable coeffi-

*M. Rodrigues, M. Wu, and Ms. Dos Santos Martins are with LAGEP, Université de Lyon, Lyon, F-69003, France; Université Lyon 1, CNRS, UMR 5007, LAGEP, Villeurbanne, F-69622, France. E-mail: surname@lagep.univ-lyon1.fr.

[†]M. Aberkane is with CRAN UMR 7039, Nancy-Université, CNRS, Faculté des Sciences et Technologies-B.P. 70239, F54506 Vandoeuvre-les-Nancy. E-mail: samir.aberkane@cran.uhp-nancy.fr

cients can be deduced from the non-linear PDE, in order to describe the variation of the water level and flow for an open channel. Let us recall these models.

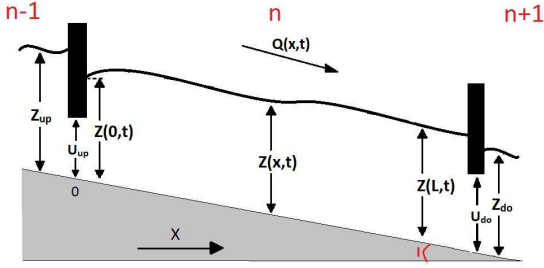


Figure 1. Channel scheme: 2 underflow gates

2.1. A model of a reach

The channel is supposed to be rectangular and to have a sufficient length L such that hydraulic conditions are assumed following the classical 1D assumptions. Non-linear PDE of de Saint-Venant which describe the flow on the channel are the following [8]¹:

$$\partial_t Z = -\partial_x \frac{Q}{b}, \quad (1)$$

$$\partial_t Q = -\partial_x \left(\frac{Q^2}{bZ} + \frac{1}{2}gbZ^2 \right) + gbZ(I - J), \quad (2)$$

$$Z_0(x) = Z(x, 0), Q_0(x) = Q(x, 0) \quad (3)$$

$\forall x \in \Omega = (x_{up}, x_{do}) = (0, L), t > 0$, where I is the slope, b is the channel width, g is the gravity constant. J is the friction slope from the formula of Manning-Strickler. (3) are the initial conditions. The limit conditions considered here are the multivariable case, $\forall x \in \Gamma = \partial\Omega$ the boundary of Ω on figure (1):

$$Q(x, t) = U(t)\Psi_i(Z(x, t)) \quad (4)$$

with $\Psi_i(Z) = \kappa_i \sqrt{2g(Z_{up} - Z_{do})}$. Z_{up} Z_{do} are the water height at the upstream of the considered gate, resp. at downstream of the considered gate, κ_i is the product of the channel width with the water flow rate coefficient of the gate n^0i , $U(t)$ is the control of the considered gate. The variable to control is the height of water at downstream, i.e. $Z(L)$, considering two underflow gates.

2.2. A regulation model

An equilibrium state ($\partial_t(\cdot) \equiv 0$) of the system satisfies the following equations:

$$\partial_x Q_e = 0, \partial_x Z_e = gbZ_e \frac{I + 2J_e + \frac{4}{3}J_e \frac{1}{1+2Z_e/b}}{gbZ_e - Q_e^2/bZ_e^2} \quad (5)$$

The fluvial case is considered and it follows that:

$$Z_e > \sqrt[3]{Q_e^2/(gb^2)} \quad (6)$$

¹ $\partial_\theta f = \partial f / \partial \theta$

Let us denote that Q_e is constant but Z_e depends on variable space. With $\xi(t) = (z(t), q(t))^t$, the linearized model around an equilibrium point $(Z_e(x), Q_e(x))^t$ is:

$$\partial_t \xi(x, t) = [A_1(x)\partial_x + A_2(x)] \xi(x, t) = \mathcal{A} \xi(x, t) \quad (7)$$

$$\xi(0, t) = \xi_0(t)$$

$$q(x_{up}) = U_{up,e} \partial_z \Psi_1(Z_e(x_{up}))z(x_{up}) + u_{up} \Psi_1(Z_e(x_{up}))$$

$$q(x_{do}) = U_{do,e} \partial_z \Psi_2(Z_e(x_{do}))z(x_{do}) + u_{do} \Psi_2(Z_e(x_{do}))$$

where $U_{up,e}$, $U_{do,e}$ are the gates opening for the upstream and downstream at the equilibrium and $u_{up}(t)$, $u_{do}(t)$ are the variation of these gates opening to be controlled. The matrices $A_1(x)$, $A_2(x)$ are given by:

$$A_1(x) = \begin{pmatrix} 0 & -1/b \\ -a_2 & -a_3 \end{pmatrix}, A_2(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ a_4 & -a_5 \end{pmatrix}$$

$$\text{with } a_2(x) = gbZ_e - \frac{Q_e^2}{bZ_e^2(x)}, a_5(x) = \frac{2gbJ_e(x)Z_e(x)}{Q_e},$$

$$a_4(x) = gb(I + 2J_e(x) + \frac{4}{3} \frac{J_e(x)}{1+2Z_e(x)/b}), a_3(x) = \frac{2Q_e}{bZ_e(x)}.$$

The control problem is to find the variations of $u_{up}(t)$ and $u_{do}(t)$ at extremities $x = x_{up}$ and $x = x_{do}$ resp. of the reach such that downstream water level, $Z(x_{do}, t) = Z(L, t)$ (measured variable), tracks a reference signal $r(t)$. $r(t)$ is chosen for all cases either constant or non-persistent (a stable step answer of a non-oscillatory system). In this paper, the Internal Model Boundary Control (IMBC) [7] is adopted (figure (2)). This control strategy integrates the process model in real time and allows to regulate the water height in all the points of the channel by taking into account the error between the linearized model and the real system (or the NL model for the simulations).

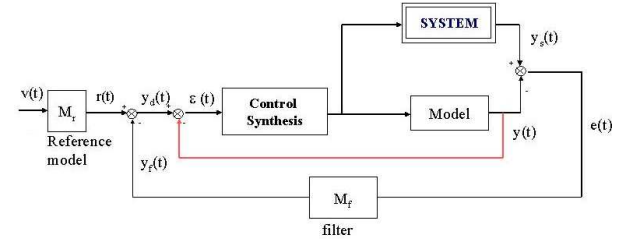


Figure 2. IMBC structure

2.3. Stability of the system

The equation (7) describes the dynamic of the system in open loop. In this representation, the state vector $\xi(x, t)$ is not explicitly linked with the boundary control. In order to design an output feedback, an operator D of distribution of the boundary control is introduced, it is a bounded operator such that $Im(D) = Ker(\mathcal{A})$ and $Du \in D(\mathcal{A})$, [7]:

$$\xi(x, t) = \varphi(x, t) + Du(t) \quad (8)$$

This operator is naturally null in the domain of $\mathcal{A}(x)$ as it is active only on the boundary of the domain. This change of variables allows to get a Kalman representation for the system:

$$\partial_t \varphi(x, t) = \mathcal{A}(x) \varphi(x, t) - D\dot{u} \quad (9)$$

$$\varphi(x, 0) = \varphi_0(x) = \xi_0(x) - Du(0) \quad (10)$$

It has been proved that the open loop system described above is exponentially stable [7], as the operator of the linearized system in infinite dimension generates an exponentially stable C_0 -semigroup. All the more, under a control $u \in C^\alpha([0, \infty], U)$ ², conditions on the tuning parameters are also given to ensure the stability of the closed loop system. Those theoretical results have been coupled with simulations and experimentations that have confirmed this approach [7]. Those experimentations have risen up the limitations due to the linearization around an equilibrium state and a first attempt of a Multi-Models experimentations have been realized with success (figure (5)) but it was not optimal and no theoretical proof has been given. A first approach for an integral control then for a PI control in [8] have been done with gains of the proportional and of the integrator equals. The aim of this paper is to develop the previous results with the proportional gain different from the integrator one. In order to control the water level over a wide operating range, sufficient conditions are presented to preserve the stability of this system all along the operating set, under a PI control, in finite dimension.

2.4. A Multi-Models representation of Saint-Venant's Equation

The Multi-Models structure [17] allows to control the system over a wide operating range because it takes into account the different sub-models which can be activated under different operating levels. The representation of de Saint-Venant's PDE around N operating points by the Multi-Models approach is defined by the following equations:

$$\partial_t \xi(x, t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\zeta(t)) \mathcal{A}_i(x) \xi(x, t) \quad (11)$$

$$\mathcal{A}_i(x) = A_{1,i}(x) \partial_x + A_{2,i}(x) \quad (12)$$

$$\xi_0(x) = \xi(x, 0)$$

where $\mathcal{A}_i(x)$ is the operator which corresponds to the i^{th} equilibrium state. $\zeta(t)$ is a function depending of some decision variables directly linked with the mesurables states variables and eventually to the input. $\mu_i(\zeta(t)) \in (0, 1)$ is the weighting functions which determines the sub-model for the control law synthesis depending of

²Regularity coefficient is generally taken as $\alpha = 2$

the output height of the process z_L . In the following section, the synthesis of a control law by LMI & BMI technics is considered: a proportional integral control and the synthesis of the gains which preserve the stability of the system all over the operating range are deduced from BMI technics.

3. Stability study

3.1. Closed-loop structure for a proportional integral feedback

For a control with an output feedback, $u(t) = K_{int} \int \varepsilon(\tau) d\tau + K_{pr} \varepsilon(t)$, where K_{int} and K_{pr} are defined as the gains, it follows that [7]:

$$\varepsilon(t) = r(t) - y(t) \quad (13)$$

$$u(t) = K_{int} \int [r(\tau) - y(\tau)] d\tau + K_{pr} [r(t) - y(t)] \quad (14)$$

with $y(t) = C(\xi(x, t) + Eq(x, t))$ where $Eq(x, t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\zeta(t)) (z_{e,i}(x, t) q_{e,i})^t$ is the equilibrium state, and for example $CEq(x, t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\zeta(t)) z_{e,i}(L)$ if the aim is to regulate the water level at $x = L$. C is the the output operator is the Kalman structure.

$$y(t) = C\varphi(x, t) + CEq(x, t) + CDu(t) \quad (15)$$

and by replacing $y(t)$ into the control equation (14):

$$\begin{aligned} u(t) &= K_{pr} [r(t) - (C\varphi(x, t) + CEq(x, t) + CDu(t))] \\ &+ K_{int} \int [r(\tau) - (C\varphi(x, \tau) + CEq(x, \tau) + CDu(\tau))] d\tau \\ \Rightarrow \dot{u}(t) &= K_{int} [r(t) - C\varphi(x, t) - CEq(x, t) - CDu(t)] \\ &+ K_{pr} [\dot{r}(t) - \dot{CEq}(x, t) - C\mathcal{A}_i(x)\varphi] \end{aligned}$$

In each local model, $Eq(x, t)$ is a piecewise function ($\dot{Eq}(x, t) = 0$), it is also the case of $r(t)$. So $\dot{u}$ can be simplified into the following form:

$$\begin{aligned} \dot{u}(t) &= K_{int} [r(t) - C\varphi(x, t) - CEq(x, t) - CDu(t)] \\ &- K_{pr} C \mathcal{A}_i(x) \varphi \end{aligned} \quad (16)$$

and using $\dot{u}$ into the equation (9), the expression of closed-loop is then:

$$\begin{aligned} \partial_t \varphi(x, t) &= \sum_{i=1}^N \mu_i(\zeta(t)) [(A_i + DK_{int}C + DK_{pr}CA_i) \varphi(x, t) \\ &+ DK_{int}(CDu(t) + CEq(x, t) - r(t))] \end{aligned} \quad (17)$$

Let define:

$$\tilde{K}_{int} = DK_{int}, \tilde{K}_{pr} = DK_{pr} \quad (18)$$

The equation (17) can be written as:

$$\begin{aligned} \partial_t \varphi(x, t) &= \sum_{i=1}^N \mu_i(\zeta(t)) [(\mathcal{A}_i + \tilde{K}_{int}C + \tilde{K}_{pr}C\mathcal{A}_i) \varphi(x, t) \\ &+ \tilde{K}_{int}(CDu(t) + CEq(x, t) - r(t))] \\ &= \sum_{i=1}^N \mu_i(\zeta(t)) \mathcal{M}_i(x, t) \end{aligned} \quad (19)$$

The conditions which provide the stability are ensured by using a quadratic Lyapunov function in order to guarantee the convergence of the water height to the reference $r(t)$, over the widest operating range.

3.2. Stability study with a quadratic Lyapunov function

Let us consider:

$$V(\varphi(x,t),t) = \langle \varphi(x,t), P\varphi(x,t) \rangle \quad (20)$$

where $\langle \cdot, \cdot \rangle$ is the considered inner product. The Multi-Models representation of the linearized PDE of de Saint-Venant defined by equation (17) is asymptotically stable if there exists a $P > 0$, such that³: For finite dimensional systems ($P > 0$ is a matrix) and infinite dimensional systems ($P > 0$ is an operator) [5] resp.:

$$\dot{V}(\varphi(x,t),t) < 0 \Leftrightarrow \langle \dot{\varphi}, P\varphi \rangle + \langle \varphi, P\dot{\varphi} \rangle < 0 \quad (21)$$

$$\langle \dot{\varphi}, P\varphi \rangle + \langle \varphi, P\dot{\varphi} \rangle = -\langle \varphi, \varphi \rangle \quad (22)$$

The LMI technics are usually defined for finite dimensional systems, the authors begin to give some proof of the LMI technics application for the stability study to infinite dimensional system [9, 8]. The authors of [19] have used LMI technics for the stability study to a non-linear distributed parameter system with a development of fuzzy state-feedback control. The authors in [10] have worked on the stability of switching systems in infinite dimension and they are still working to link those mathematical results to the LMI approach. The main difference here between the stability result in finite and infinite dimension, is located in the inequality of the Lyapunov function for finite dimensional systems (21) and equality for infinite ones (22). This equality complexity can be removed in some cases: as for example for operators with compact resolvent [5, 7] and in this case the same inequality from finite dimension is a sufficient and necessary condition for the infinite dimensional case: it is a question of satisfying the spectral growth assumption [9]. Moreover for the equations of de Saint-Venant, it has been shown that the operator has a compact resolvent [7] so it satisfies the spectral growth assumption. Then, taking account of (17)-(22), it follows that one has to prove the inequality:

$$\langle \mathcal{M}_i, P\varphi \rangle + \langle \varphi, P\mathcal{M}_i \rangle < 0, \quad \forall i \quad (23)$$

where $\mathcal{M}_i$ is defined in (19). The development of this inequality leads us to consider an inequality for each local system of index i such that:

$$\langle [\mathcal{A}_i + \tilde{K}_{int}C + \tilde{K}_{pr}C\mathcal{A}_i]\varphi(x,t), P\varphi(x,t) \rangle$$

³We suppose that $\partial_t \phi = \dot{\phi}$ whatever the function ϕ .

$$\begin{aligned} &+ \langle \tilde{K}_{int}[CDu(t) + CEq(x,t) - r(t)], P\varphi(x,t) \rangle \\ &+ \langle \varphi(x,t), P[\mathcal{A}_i + \tilde{K}_{int}C + \tilde{K}_{pr}C\mathcal{A}_i]\varphi(x,t) \rangle \quad (24) \\ &+ \langle \varphi(x,t), P\tilde{K}_{int}[CDu(t) + CEq(x,t) - r(t)] \rangle < 0 \end{aligned}$$

In the inequality (24), which defines the stability condition of the system $\forall i$, the control parameter u appears in this inequality and it is a difficulty for the design of the gains $\tilde{K}_{int}$, $\tilde{K}_{pr}$. A first approach was made in [8] with $K_{pr} = K_{int}$. Here, in this paper K_{int} is considered different of K_{pr} . It has been proved that a good choice of K_{int} in [7] based on semi-group theory is $K_{int} = -\alpha_i[CD]^\dagger$ ($\dagger$ represent the right pseudo-inverse) and $K_{pr} = \alpha_p[CD]^\dagger$. α_i and α_p are defined in [7]. So one can suppose that $\exists \beta \in \mathbb{R}$ such that $K_{pr} = \beta K_{int}$, i.e. $\tilde{K}_{pr} = \beta \tilde{K}_{int}$ (cf. (18)). Then the equation (24) becomes:

$$\begin{aligned} &\langle [\mathcal{A}_i + \tilde{K}_{int}C + \beta \tilde{K}_{int}C\mathcal{A}_i]\varphi(x,t), P\varphi(x,t) \rangle \quad (25) \\ &+ \langle \tilde{K}_{int}[CDu(t) + CEq(x,t) - r(t)], P\varphi(x,t) \rangle \\ &+ \langle \varphi(x,t), P[\mathcal{A}_i + \tilde{K}_{int}C + \beta \tilde{K}_{int}C\mathcal{A}_i]\varphi(x,t) \rangle \\ &+ \langle \varphi(x,t), P\tilde{K}_{int}[CDu(t) + CEq(x,t) - r(t)] \rangle < 0 \end{aligned}$$

The term $[CDu(t) + CEq(x,t) - r(t)]$ of (25) has been treated in [9] and it has been proved that:

$$\varphi^T P \tilde{K}_{int} (CDu + CEq - r) \leq \alpha \varphi^T P \tilde{K}_{int} C \varphi \quad (26)$$

with $\alpha = (k+1)\varepsilon_{(\varphi^T P \tilde{K}_{int} C \varphi)}$ and $\varepsilon_{f(x)} = \text{sign}(f(x))$. (25) is then implied by (27)

$$\begin{aligned} &\varphi(x,t)^T [\mathcal{A}_i^T P + P\mathcal{A}_i + \gamma W_{int}C + \gamma C^T W_{int}^T \\ &+ \beta W_{int}C\mathcal{A}_i + \beta (C\mathcal{A}_i)^T W_{int}^T] \varphi(x,t) < 0 \quad (27) \end{aligned}$$

with $\gamma = 1 + \alpha$, $W_{int} = P\tilde{K}_{int}$, $\tilde{K}_{pr} = \beta \tilde{K}_{int}$. The problem is that (27) is a BMI in infinite dimension, for which the tools do not exist as long as we know. In the following proposition, the authors use the methods in finite dimension to ensure the stability of the closed-loop system (19).

Proposition 1 *If there exists a symmetric positive-definite matrix P , matrices W_{int} and W_{pr} , the scalars $\sigma, \gamma \in \mathbb{R}$, such that:*

$$\begin{bmatrix} \mathcal{A}_i^T P + P\mathcal{A}_i + \gamma W_{int}C + \gamma C^T W_{int}^T & W_{int} \\ W_{int}^T & \sigma^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} \mathcal{A}_i^T P + P\mathcal{A}_i + \gamma W_{int}C + \gamma C^T W_{int}^T & (C\mathcal{A}_i)^T \\ C\mathcal{A}_i & \sigma^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

then, the closed-loop system (19) under the PI control law (14) is stable.

Proof: The inequality (27) has two variables: β and W_{int} that lead to a BMI (Bilinear Matrix Inequality) problem. As BMI is a non-convex constraint, we can not use the convex optimization methods. So the idea

is to derive two LMIs which are equivalent to this BMI. The BMI problem can thus be solved as a LMI problem by convex optimization method. By using Schür complement [3], the two inequalities (28-29) are sufficient to prove (30)

$$G - \sigma U^T U < 0, \quad G - \sigma V^T V < 0, \quad \forall \sigma \in \mathbb{R} \quad (30)$$

with $G = \mathcal{A}_i^T P + P \mathcal{A}_i + \gamma W_{int} C + \gamma C^T W_{int}^T$, $U^T = W_{int}$, $X = \beta$, $V = C \mathcal{A}_i$. The Finsler's lemma [18] proves that (30) is equivalent to (31)

$$U^{\perp T} G U^{\perp} < 0, \quad V^{\perp T} G V^{\perp} < 0 \quad (31)$$

where $U^{\perp}$ and $V^{\perp}$ are orthogonal complements of U and V respectively, i.e. $U^{\perp} U = 0$ and $V^{\perp} V = 0$. Then based on the Elimination Lemma [3], the inequality (31) is equivalent to the following inequalities:

$$G + U^T X V + V^T X U < 0 \Leftrightarrow (25) \quad (32)$$

The two LMIs (28) and (29) allow to solve the BMI problem (27) which can be solved by convex optimization method and determine parameter σ^{-1} , matrices W_{int} and $P > 0$. After, and based on the numerical values of W_{int} and P , the only unknown parameter is β . So, one can determine this parameter β by solving inequality (27). Then, the gains $\tilde{K}_{int} = P^{-1} W_{int}$ and $\tilde{K}_{pr} = \beta \tilde{K}_{int}$ can be obtained by solving LMI (28-29). ■

Now, the gains $\tilde{K}_{int} \neq \tilde{K}_{pr}$ have been implemented in simulations so as to compare the dynamic of the closed-loop system versus previous results. The aim is to compare the simulated curves obtained with this method and the ones obtained on the experimental benchmark [7] and the simulations with the gains $\tilde{K}_{int} = \tilde{K}_{pr}$ [8, 9].

4. Simulations results

Firstly, let describe the benchmark used for the simulations in a rectangular micro-channel of Valence (France), which are described in the following subsections. The simulations are based on a Chang and Cooper scheme, for more details see [6, 9].

4.1. Parameters of the micro-channel

For the study of the micro-channel of Valence, the following set of parameters is considered where the data are defined such that: $L = 6.45m$ is the length of the channel, $b = 0.1m$ is the width of the channel, $N = 20$ is the number of the discretized points, the slope $I = 1.6\text{‰}$ Z_L is the water height to regulate, such that $z_{min} < Z < 0.2m$, $\forall Z(x, t)$; where z_{min} is the minimum critical fluvial water level, $0.2m$ is the channel height. The equilibria profiles have been chosen such that the calculated control law from the local models can be efficient over all the operating range of the water height [7]. Let notice that it has been experimentally verified

that a local model is valid around $\pm 20\%$ of an equilibrium profile. In order to assign references which are included between $z_{min} = 0.06m$ and $0.2m$, the operating points at $x = 0$ are the following: In this application, the

Table 1. Initial set points for the simulations

$Z_{e1}(x=0)$	$Z_{e2}(x=0)$	$Z_{e3}(x=0)$
0.06219 m	0.10149 m	0.15819 m

weighting function $\mu_i(\zeta(t))$ is equal to 1 if the output's height is included into the validity domain of the model and 0 in the other case for each operating state. The parameter $\zeta(t)$ exclusively depends on the output which is the only one variable of decision in this precise case.

4.2. Simulations of the micro-channel

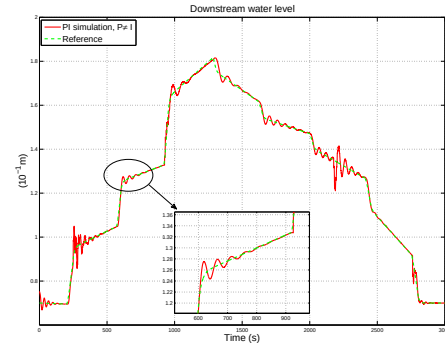


Figure 3. Variations along the valued domain

These results are obtained from an IMB Control and a Multi-Models approach with a LMI gain previously calculated. Figure (3) shows that the output converges to the reference even is this one strongly varies (variations $> 100\%$ towards the initial conditions). The references tracks a dynamic and one can see that the water tracks correctly to reference. The curves that describe the upstream and downstream opening gates of the reach are given by figure (4). The convergence of the output to the reference is ensured even when the reference is decreasing or increasing. The following simulations compare a PI controllers (gains $K_{int} = K_{pr}$ [8]) and the new PI controllers (gains $K_{int} \neq K_{pr}$), these last gains have been calculated by the LMI approach, the first one with traditional LMI technics, the second by the method of BMI, figure (5). One can observe on figure (5), that the convergence of the new PI controllers is better than the one obtained by PI controllers with $K_{int} = K_{pr}$ [8], and the overshoot is less too. It is also better than the experimental PI which has been firstly implemented.

5. Conclusion

First attempts of a Multi-Models approach on irrigation channels control, through an IMBC structure, have been realized some years ago [7]. Good experimental results, but without theoretical approach, were obtained and have shown promising results. The first theoretical results in order to tune the feedback gain through LMI have been raised in the case of an integral controller in [9]. A preliminary results of a PI controller in a particular case ($K_{int} = K_{pr}$) have been published [8]. In this paper, the authors take into account the more general case of PI controller with $K_{int} \neq K_{pr}$, and synthesize a new feedback gain of this PI controller by solving a BMI problem in finite dimension. Simulations have shown a better performance through this new PI feedback controller designed by BMI & LMI than the previous results. The extension of those works is to extend the tools of BMI technics to the infinite dimension.

References

- [1] Athans M, Fekri S, Pascoal A. 2005. *Issues on robust adaptive feedback control*. In: Proc. 16th IFAC World Congress, Prague, Czech Republic.
- [2] Bhagwat A, Srinivasan R, Krishnaswamy P R. 2003. *Multi-linear model-based fault detection during process transitions*. Chem. Eng. Science 58, 1649–1670.
- [3] Boyd S, El Ghaoui L, Feron E, Balakrishnan V. 1994. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, Society for Indus. and Appl. Math., Philadelphia, USA.
- [4] Coron J M, d'Andréa Novel B, Bastin G. 2007. *A strict lyapunov function for boundary control of hyperbolic systems of conservation laws*. IEEE Transactions on Automatic Control 52(1), 2–11.
- [5] Curtain R F, Zwart H. 1995. *An introduction to Infinite Dimensional Linear Systems*, Springer Verlag, New York.
- [6] Dos Santos V, Prieur C. 2008. *Boundary control of open channels with numerical and experimental validations*. IEEE TCST 16, 1252–1264.
- [7] Dos Santos V, Toure Y, Mendes E, Courtial E. 2005. *Multivariable boundary control approach by internal model, applied to irrigations canals regulation*. In: Proc. 16th IFAC World Congress, Prague, Czech Republic.
- [8] Dos Santos Martins V, Rodrigues M. 2011. *A Proportional Integral Feedback for Open Channels Control Trough LMI Design*, 18th IFAC World Congress, August 28 - September 2, 2011, Milano, Italy.
- [9] Dos Santos Martins V, Rodrigues M, Diagne M. 2012. *A Multi-Models Approach of Saint-Venant's Equations: A Stability study LMI*. Int. Journal of Applied Mathematics and Computer Science, Vol.22, No.3, September, 2012.
- [10] Hante F, Sigalotti M. 2010. *Existence of common lyapunov functions for infinite-dimensional switched linear systems*, 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC), Atlanta, GA pp.5668-5673. ISSN:0743-1546.
- [11] Leith D J, Leithead W E. 2000. *Survey of gain-scheduling analysis and design*. International Journal of Control 73 (11), 1001–1025.
- [12] Li T. 1994. *Global Classical Solutions for Quasilinear Hyperbolic Systems*. Research in Applied Mathematics. Masson and Wiley, Paris, Milan, Barcelona.
- [13] Litrico X, Fromion V, Baume J P, Arranja C, Rijo M. 2005. *Experimental validation of a methodology to control irrigation canals based on Saint-Venant equations*. Control Engineering Practice 13, 1425–1437.
- [14] Malaterre P O, Rogers D, Schuurmans J. 1998. *Classification of canal control algorithms*. J. of Irrigation and Drainage Engineering 124(1), 3–10.
- [15] Mareels I, Weyer E, Ooi S, Cantoni M, Li Y, Nair G. 2005. *Systems engineering for irrigation systems: Successes and challenges*. An. Rev. in Con. 29(2), 191–204.
- [16] Narendra K, Balakrishnan J, Kernal M. 1995. *Adaptation and learning using multiple models, switching and tuning*. IEEE Contr. Syst. Mag., 37–51.
- [17] Rodrigues M, Theilliol D, Adam-Medina M, Sauter D. 2008. *A fault detection and isolation scheme for industrial systems based on multiple operating models*. Control Engineering Practice 16, 225–239.
- [18] Skelton R, Iwasak T, Grigoriadis K. 1997. *A Unified Algebraic Approach to Linear Control Design*. Taylor and Francis, London, UK.
- [19] Wang J W, Wu H N, Li H X. 2011. *Distributed fuzzy control design of nonlinear hyperbolic PDE systems with application to nonisothermal plug-flow reactor*, IEEE T. Fuzzv Systems 19(3):514-526.

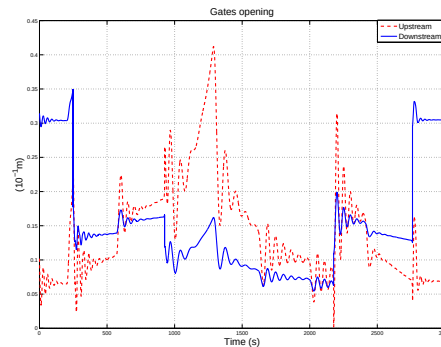


Figure 4. Gates opening

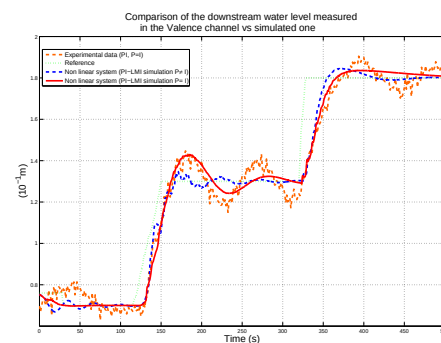


Figure 5. Experiment vs simulation

Actuator fault estimation observer design for discrete-time linear parameter-varying descriptor systems

Zhenhua Wang¹, Mickael Rodrigues^{2,3,*}, Didier Theilliol⁴ and Yi Shen¹

¹*School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, 150001, Harbin, People's Republic of China*

²*Automatic and Process Control Laboratory, University of Lyon, Lyon, F-69003, France*

³*Université Lyon 1, CNRS UMR 5007, Villeurbanne, F-69622, France*

⁴*Centre de Recherche en Automatique de Nancy, Université de Lorraine, CNRS UMR 7039, Vandoeuvre-les-Nancy, F-54506, France*

SUMMARY

This paper deals with actuator fault estimation for a class of discrete-time linear parameter-varying descriptor systems. By considering the fault as an auxiliary state vector, an augmented system is established. Then, a fault estimation observer is designed based on the augmented system. In this paper, the fault estimation observer design is formulated as a linear matrix inequality (LMI) feasibility problem. Therefore, all parameters of the observer can be simultaneously designed by solving a set of strict LMIs. In order to attenuate the effect of the unknown disturbance, fault variation, and measurement noise, we further propose a robust fault estimation observer design method, which is the main contribution of this paper. Finally, performance of the proposed robust fault estimation observer is shown through the application to a truck-trailer model. Copyright © 2014 John Wiley & Sons, Ltd.

Received 26 July 2013; Revised 12 December 2013; Accepted 22 December 2013

KEY WORDS: fault estimation; discrete time; linear parameter varying (LPV); descriptor systems; observer design; linear matrix inequality (LMI)

1. INTRODUCTION

It is known that faults may lead to performance degradation or even serious system damages. As a result, it is essential to detect and identify faults so that necessary protective actions can be taken in advance. Therefore, fault diagnosis techniques have received considerable attention. During the past decades, model-based fault diagnosis has been most widely considered, and various methods have been proposed in the literature; see, for example, [1–4] and the references therein.

In the literature, most of the existing fault diagnosis methods are based on linear time-invariant systems. Although much attention has been devoted to fault diagnosis for nonlinear systems [5, 6], extension of the fault diagnosis approaches in linear systems to general nonlinear case is still a challenging problem. As linear parameter-varying (LPV) model can be used to approximate a large class of nonlinear systems, the LPV representation has often been used for modeling and control of nonlinear systems [7, 8]. In recent years, a few scholars have proposed several fault diagnosis methods for LPV systems [9–11]. For instance, Alwi *et al.* [9] proposed a fault reconstruction method for a class of LPV systems using LPV sliding mode observer. Kulcsár and Verhaegen [10] proposed a fault estimation approach for discrete-time LPV systems based on robust dynamic inversion technique. Rodrigues *et al.* [11] developed a sensor fault isolation and estimation method for nonlinear

*Correspondence to: Mickael Rodrigues, Automatic and Process Control Laboratory, University of Lyon, Lyon, France.

†E-mail: mickael.rodrigues@univ-lyon1.fr

systems described by polytopic LPV representation. However, it should be noted that these papers only deal with regular systems.

On the other hand, the descriptor systems (also known as singular systems, generalized systems, and implicit systems) appear in many fields, for example, power systems, electrical networks, and mechanical systems [12, 13]. In the past decades, many results have been reported on analysis and design of descriptor systems; see, for example, [12, 13] and the references therein. However, there are limited papers on fault diagnosis methods for descriptor systems [14–20]. Vemuri *et al.* [14] proposed a fault estimation method for continuous-time nonlinear descriptor systems by using online learning methodology. Duan *et al.* [15] used generalized unknown input observer (UIO) to deal with the robust fault detection problem for linear descriptor systems. In [16], UIO was used to generate residuals to detect and isolate faults for the descriptor systems, and the fault reconstruction was achieved by sliding mode observer. More recently, Lin *et al.* [17] investigated fault detection for discrete-time switched descriptor systems with time-varying state delays. However, to the best knowledge of the authors, fault diagnosis for LPV descriptor systems has not been well investigated yet [18–20]. Boulkroune *et al.* [18] designed a robust fault detection filter for a class of nonlinear descriptor systems described by LPV form with globally Lipschitz term. The main idea of Boulkroune *et al.* [18] is to formulate the robust fault detection filter design as an H_-/H_∞ problem. However, the methods in [18] only address the fault detection problem, but the fault magnitudes cannot be estimated. As pointed out in [21], accurate and timely fault estimation/identification is an important antecedent for satisfactory control reconfiguration. Therefore, it is important to develop fault estimation methods for descriptor systems. In [19], the authors proposed a fault detection, isolation, and estimation scheme via unknown input proportional integral (PI) observers. It should be noticed that Hamdi *et al.* [19] deals with continuous LPV descriptor systems while this paper focuses on the discrete-time case. Moreover, our paper considers how to attenuate the influence of the measurement noise, which is not considered in [19]. In view of this point, the proposed method is more practical than that from [19]. In [20], an actuator fault estimation method for discrete-time LPV descriptor systems is proposed by using PI observer. However, the fault distribution matrix in [20] is constant, which restricts its scope of application. Moreover, external disturbance is not considered in [20]. In view of this, we present this paper to improve the method in [20]. Herein, it is interesting to mention that this paper is different from the work in [22]. In [22], discrete-time Takagi–Sugeno systems with sensor faults are first formulated as a descriptor representation, and then an H_-/H_∞ fault detection filter is designed based on the obtained descriptor system. In other words, Chadli *et al.* [22] deal with fault detection for regular systems by using the technique of descriptor systems. However, this paper studies discrete-time LPV descriptor systems with faults. It is known that descriptor system representation is a generalization of the regular system. Therefore, the proposed method is more general than that in [22].

The aim of this paper is to develop a fault estimation method for a class of discrete-time LPV descriptor systems. In this paper, the constant fault distribution matrix considered in [20] is relaxed to a parameter-varying matrix. As a result, the proposed method has a broader application scope. Moreover, we also consider unknown disturbance, fault variation, and measurement noise in this paper. The basic idea of this paper is to construct an augmented system by taking the fault as an auxiliary state vector and then design a fault estimation observer based on this augmented system. The main contribution of the proposed method lies in the following aspects. First, a new fault estimation observer with a novel structure is proposed for discrete-time LPV descriptor systems. The proposed fault estimation observer can be designed by solving a set of linear matrix inequalities (LMIs). Second, a robust observer design method is proposed to attenuate the effect of unknown disturbance, fault variation, and measurement noise on fault estimation.

The rest of this paper is organized as follows. Section 2 briefly introduces the problem to be studied. In Section 3, a new fault estimation observer for discrete-time LPV descriptor systems is proposed, and the observer design is formulated as an LMI feasibility problem. In order to deal with unknown disturbance, fault variation, and measurement noise, Section 4 proposes a robust fault estimation observer design method. In Section 5, a truck–trailer example is used to show the effectiveness and performance of the proposed methods. Finally, conclusions are given in Section 6.

2. PROBLEM STATEMENT

Consider the following class of discrete-time LPV descriptor system:

$$\begin{cases} Ex(k+1) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k))(A_i x(k) + B_i u(k) + F_i f(k)) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (1)$$

where $x(k) \in \mathbb{R}^n$ is the descriptor state vector, $u(k) \in \mathbb{R}^p$ is the input vector, $y(k) \in \mathbb{R}^m$ is the output vector, and $f(k) \in \mathbb{R}^q$ represents the fault vector. $E \in \mathbb{R}^{n \times n}$ is a constant matrix, which may be rank deficient, that is, $\text{rank}(E) = r \leq n$. $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_i \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $F_i \in \mathbb{R}^{n \times q}$, and $C \in \mathbb{R}^{m \times m}$ are known constant matrices, and it is assumed that $\text{rank}(C) = m$, $\text{rank}(F_i) = q$, and $q \leq m$. In system (1), $\theta(k) \in \mathbb{R}^l$ is a bounded time-varying parameter vector, which is assumed to be measured online and not affected by fault, which is a general assumption in the LPV framework [9, 11]. System (1) refers to a polytopic LPV descriptor system, which is a particular class of LPV systems and $\rho_i(\theta(k))$, $i = 1, 2, \dots, h$ are the weighting functions. It is assumed that the weighting functions $\rho_i(\theta(k))$, $i = 1, 2, \dots, h$ vary within the following convex set Ω for all k :

$$\Omega = \left\{ \rho(\theta(k)) \in \mathbb{R}^h, \rho(\theta(k)) = [\rho_1(\theta(k)), \dots, \rho_h(\theta(k))]^T, \rho_i(\theta(k)) \geq 0, \forall i, \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) = 1 \right\} \quad (2)$$

Herein, h is the total number of weighting functions. It is noted that h is determined in the modeling procedure of LPV system (1). For instance, if LPV system (1) is obtained by interpolation in a given polytope, then h equals to the number of extreme values of this polytope (see [19] for more details about constructing a polytopic LPV system). If (1) is modeled by other methodologies, h depends on specific modeling technique.

In order to achieve fault estimation, the following assumptions are considered in this paper.

Assumption 1

Matrices E and C satisfy the following rank condition:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix} = n \quad (3)$$

Assumption 2

The fault $f(k)$ in (1) is piecewise constant or slow varying, that is, it is assumed that

$$f(k+1) = f(k) \quad (4)$$

Remark 1

It should be noted that Assumption 2 is just a theoretical condition for the convenience of design that is often used in the literature; see, for example, [20, 23]. Moreover, this assumption will be relaxed in Section 4.

By defining the following augmented state vector

$$\bar{x}(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ f(k) \end{bmatrix} \quad (5)$$

an augmented system is constructed as follows

$$\begin{cases} \bar{E} \bar{x}(k+1) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (\bar{A}_i \bar{x}(k) + \bar{B}_i u(k)) \\ y(k) = \bar{C} \bar{x}(k) \end{cases} \quad (6)$$

where

$$\bar{E} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & I_q \end{bmatrix}, \bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & F_i \\ 0 & I_q \end{bmatrix}, \bar{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{C} = [C \ 0] \quad (7)$$

Following the definition of $\bar{x}(k)$ in (5), the state vector $x(k)$ and fault $f(k)$ in the system (1) can be estimated simultaneously if the estimation of augmented state $\bar{x}(k)$ is obtained. Therefore, the fault estimation problem for system (1) is converted as an observer design for the augmented system (6).

3. ACTUATOR FAULT ESTIMATION OBSERVER DESIGN

For the augmented system (6), the following observer is constructed

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) \left(T \bar{A}_i \hat{\bar{x}}(k) + T \bar{B}_i u(k) + L_i \left(y(k) - \bar{C} \hat{\bar{x}}(k) \right) \right) \\ \hat{\bar{x}}(k) = \xi(k) + N y(k) \end{cases} \quad (8)$$

where $\xi(k) \in \mathbb{R}^{(n+q)}$ is an intermediate state vector, $\hat{\bar{x}}(k) \in \mathbb{R}^{(n+q)}$ is the estimate of the augmented state $\bar{x}(k)$. $T \in \mathbb{R}^{(n+q) \times n}$, $N \in \mathbb{R}^{(n+q) \times m}$, and $L_i \in \mathbb{R}^{(n+q) \times m}$, $i = 1, 2, \dots, h$ are matrices to be synthesized.

The following lemma will be used in the sequel.

Lemma 1

Given matrices $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{a \times b}$, $\mathcal{B} \in \mathbb{R}^{b \times c}$, and $\mathcal{Y} \in \mathbb{R}^{a \times c}$. If $\text{rank}(\mathcal{B}) = c$, then the general solution of the following equation

$$\mathcal{X} \mathcal{B} = \mathcal{Y} \quad (9)$$

is given by

$$\mathcal{X} = \mathcal{Y} \mathcal{B}^\dagger + \mathcal{S} (I_b - \mathcal{B} \mathcal{B}^\dagger) \quad (10)$$

where $\mathcal{S} \in \mathbb{R}^{a \times b}$ is an arbitrary matrix. Herein and throughout this paper, the symbol † denotes the pseudo-inverse of a matrix.

Proof

Lemma 1 is a straightforward result of the theorem of Penrose [24]. $\square$

Now, the following theorem is proposed to design the observer (8).

Theorem 1

The dynamic system (8) is an observer for the augmented system (6) if there exist a symmetric positive definite matrix $P \in \mathbb{R}^{(n+q) \times (n+q)}$, a matrix $Y \in \mathbb{R}^{(n+q) \times (n+q+m)}$, and matrices $W_i \in \mathbb{R}^{(n+q) \times m}$, $i = 1, 2, \dots, h$ such that the following LMIs hold:

$$\begin{bmatrix} -P & \mathcal{A}_{1i}^T P + \mathcal{A}_{2i}^T Y^T - \bar{C}^T W_i^T \\ * & -P \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, h \quad (11)$$

Herein and throughout this paper, $*$ is used to represent the elements induced by symmetry. In (11), matrices $\mathcal{A}_{1i}$ and $\mathcal{A}_{2i}$ are

$$\mathcal{A}_{1i} = \Psi^\dagger \alpha_1 \bar{A}_i, \quad \mathcal{A}_{2i} = \left(I_{n+q+m} - \Psi \Psi^\dagger \right) \alpha_1 \bar{A}_i \quad (12)$$

where $\Psi \in \mathbb{R}^{(n+q+m) \times (n+q)}$ is given by

$$\Psi = \begin{bmatrix} \bar{E} \\ \bar{C} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Moreover, if the LMIs in (11) are solved, the matrices T , N , and L_i , $i = 1, 2, \dots, h$ in observer (8) are determined by

$$T = \Psi^\dagger \alpha_1 + P^{-1} Y \left(I_{n+q+m} - \Psi \Psi^\dagger \right) \alpha_1 \quad (14)$$

$$N = \Psi^\dagger \alpha_2 + P^{-1} Y \left(I_{n+q+m} - \Psi \Psi^\dagger \right) \alpha_2 \quad (15)$$

$$L_i = P^{-1} W_i, i = 1, 2, \dots, h \quad (16)$$

where $\alpha_1 \in \mathbb{R}^{(n+q+m) \times (n+q)}$, $\alpha_2 \in \mathbb{R}^{(n+q+m) \times m}$ are given by

$$\alpha_1 = \begin{bmatrix} I_{n+q} \\ 0 \end{bmatrix}, \alpha_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ I_m \end{bmatrix} \quad (17)$$

Proof

Under Assumption 1, it is easy to derive that

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \bar{E} \\ \bar{C} \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & I_q \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + q \quad (18)$$

Then, according to Lemma 1, there exist matrices T and N such that the following equation

$$T \bar{E} + N \bar{C} = I_{n+q} \quad (19)$$

holds.

Equation (19) can be written as

$$\begin{bmatrix} T & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{E} \\ \bar{C} \end{bmatrix} = I_{n+q} \quad (20)$$

By using Lemma 1 to (20), the general solution for $\begin{bmatrix} T & N \end{bmatrix}$ is given by

$$\begin{bmatrix} T & N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{E} \\ \bar{C} \end{bmatrix}^\dagger + S \left(I_{n+q+m} - \begin{bmatrix} \bar{E} \\ \bar{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{E} \\ \bar{C} \end{bmatrix}^\dagger \right) \quad (21)$$

where $S \in \mathbb{R}^{(n+q) \times (n+q+m)}$ is an arbitrary matrix.

Following (21), Equation (19) holds if the matrices T and N are respectively determined by

$$T = \Psi^\dagger \alpha_1 + S \left(I_{n+q+m} - \Psi \Psi^\dagger \right) \alpha_1 \quad (22)$$

and

$$N = \Psi^\dagger \alpha_2 + S \left(I_{n+q+m} - \Psi \Psi^\dagger \right) \alpha_2 \quad (23)$$

where Ψ , α_1 , and α_2 are given by (13) and (17).

Now, define the augmented state estimation error as

$$e(k) = \bar{x}(k) - \hat{\bar{x}}(k) \quad (24)$$

Using Equation (19), the state estimation error is written as

$$\begin{aligned} e(k) &= \bar{x}(k) - \xi(k) - N y(k) \\ &= (I_{n+q} - N \bar{C}) \bar{x}(k) - \xi(k) \\ &= T \bar{E} \bar{x}(k) - \xi(k) \end{aligned} \quad (25)$$

Take the following Lyapunov function

$$V(k) = e^T(k) P e(k), P > 0 \quad (26)$$

Then, the time difference of $V(k)$ is

$$\begin{aligned}\Delta V(k) &= V(k+1) - V(k) \\ &= e^T(k+1)Pe(k+1) - e^T(k)Pe(k) \\ &= e^T(k) \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k))(T\bar{A}_i - L_i\bar{C}) \right\}^T P \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k))(T\bar{A}_i - L_i\bar{C}) \right\} e(k) \\ &\quad - e^T(k)Pe(k)\end{aligned}\quad (27)$$

From (27), it can be seen that $\Delta V(k) < 0$ holds if

$$\left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k))(T\bar{A}_i - L_i\bar{C}) \right\}^T P \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k))(T\bar{A}_i - L_i\bar{C}) \right\} - P < 0 \quad (28)$$

By the Schur complement lemma [25], inequality (28) is equivalent to

$$\begin{bmatrix} -P & \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k))(T\bar{A}_i - L_i\bar{C})^T P \\ * & -P \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

Using the property of $\rho_i(\theta(k))$ in (2), it can be obtained that inequality (29) holds if

$$\begin{bmatrix} -P & (T\bar{A}_i - L_i\bar{C})^T P \\ * & -P \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, h \quad (30)$$

is fulfilled.

Substituting (22) into (30) and considering the definitions of $\mathcal{A}_{1i}$ and $\mathcal{A}_{2i}$ in (12), the inequalities in (30) become

$$\begin{bmatrix} -P & (\mathcal{A}_{1i} + S\mathcal{A}_{2i} - L_i\bar{C})^T P \\ * & -P \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, h \quad (31)$$

By letting $Y = PS$ and $W_i = PL_i$, the equalities in (31) become the LMIs in (11). Moreover, if the LMIs in (11) are solved, the matrices $L_i, i = 1, 2, \dots, h$ can be determined by $L_i = P^{-1}W_i$, and the matrix S is obtained by $S = P^{-1}Y$. Then, the matrices T and N can be determined by (14) and (15), respectively. $\square$

Remark 2

Once the augmented state estimation $\hat{\bar{x}}(k)$ is obtained, the fault estimation $\hat{f}(k)$ can be calculated by

$$\hat{f}(k) = C_f \hat{\bar{x}}(k) \quad (32)$$

where $C_f \in \mathbb{R}^{q \times (n+q)}$ is given by

$$C_f = [0 \quad I_q] \quad (33)$$

4. ROBUST FAULT ESTIMATION OBSERVER DESIGN

In Section 3, a fault estimation observer design method is proposed. However, the method proposed in Section 3 assumes the fault to be constant, which is a restrictive assumption in some practical situations. Moreover, model uncertainty and measurement noise are not considered in Section 2. To overcome these problems, this section proposes a robust fault estimation observer design method to relax Assumption 2 and attenuate the effect of disturbance and noise.

Consider the following polytopic LPV descriptor system:

$$\begin{cases} Ex(k+1) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (A_i x(k) + B_i u(k) + F_i f(k) + D_i w(k)) \\ y(k) = Cx(k) + v(k) \end{cases} \quad (34)$$

where $w(k) \in \mathbb{R}^d$ represents the unknown disturbance, $D_i \in \mathbb{R}^{n \times d}$ is the distribution matrix, and $v(k) \in \mathbb{R}^m$ is the measurement noise. Other symbols in (34) are the same as defined before.

For the descriptor system (34), an augmented system is constructed as follows:

$$\begin{cases} \bar{E} \bar{x}(k+1) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (\bar{A}_i \bar{x}(k) + \bar{B}_i u(k) + \bar{D}_i w(k) + \bar{G}_i \Delta f(k)) \\ y(k) = \bar{C} \bar{x}(k) + v(k) \end{cases} \quad (35)$$

where

$$\bar{x}(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ f(k) \end{bmatrix}, \Delta f(k) = f(k+1) - f(k) \quad (36)$$

$$\bar{E} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & I_q \end{bmatrix}, \bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & F_i \\ 0 & I_q \end{bmatrix}, \bar{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{D}_i = \begin{bmatrix} D_i \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{G}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ I_q \end{bmatrix}, \bar{C} = [C \ 0] \quad (37)$$

Then, the following theorem is proposed to design a robust observer in the form of (8) for the augmented system (35).

Theorem 2

For the augmented system (35) and given scalars $\gamma_d > 0$, $\gamma_f > 0$, $\gamma_L > 0$, $\gamma_N > 0$, if there exists a symmetric positive definite matrix $P \in \mathbb{R}^{(n+q) \times (n+q)}$, a matrix $Y \in \mathbb{R}^{(n+q) \times (n+q+m)}$ and matrices $W_i \in \mathbb{R}^{(n+q) \times m}$, $i = 1, 2, \dots, h$ such that the following LMIs hold:

$$\begin{bmatrix} -P + C_f^T C_f & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{A}_{1i}^T P + \mathcal{A}_{2i}^T Y^T - \bar{C}^T W_i^T \\ * & -\gamma_d^2 I_d & 0 & 0 & 0 & \mathcal{D}_{1i}^T P + \mathcal{D}_{2i}^T Y^T \\ * & * & -\gamma_f^2 I_q & 0 & 0 & \mathcal{G}_{1i}^T P + \mathcal{G}_{2i}^T Y^T \\ * & * & * & -\gamma_L^2 I_m & 0 & -W_i^T \\ * & * & * & * & -\gamma_N^2 I_m & -\mathcal{N}_1^T P - \mathcal{N}_2^T Y^T \\ * & * & * & * & * & -P \end{bmatrix} < 0, i = 1, 2, \dots, h \quad (38)$$

where $\mathcal{A}_{1i}$ and $\mathcal{A}_{2i}$ are given in (12) and

$$\mathcal{D}_{1i} = \Psi^\dagger \alpha_1 \bar{D}_i, \mathcal{D}_{2i} = (I_{n+q+m} - \Psi \Psi^\dagger) \alpha_1 \bar{D}_i \quad (39)$$

$$\mathcal{G}_{1i} = \Psi^\dagger \alpha_1 \bar{G}_i, \mathcal{G}_{2i} = (I_{n+q+m} - \Psi \Psi^\dagger) \alpha_1 \bar{G}_i \quad (40)$$

$$\mathcal{N}_1 = \Psi^\dagger \alpha_2, \mathcal{N}_2 = (I_{n+q+m} - \Psi \Psi^\dagger) \alpha_2 \quad (41)$$

Then the fault estimation error $e_f(k) = f(k) - \hat{f}(k)$ is robust against the disturbance, fault variation, and measurement noise, that is,

$$\|e_f\|_2 \leq \sqrt{\gamma_d^2 \|w\|_2^2 + \gamma_f^2 \|\Delta f\|_2^2 + (\gamma_L^2 + \gamma_N^2) \|v\|_2^2 + V(0)} \quad (42)$$

where $\|\cdot\|_2$ represents the $\mathcal{L}_2$ norm, and $V(0)$ is a quadratic function of $e(0)$, which will be given later. Moreover, if the LMIs in (38) are solved, the matrices T , N , and L_i , $i = 1, 2, \dots, h$ are determined by

$$T = \Psi^\dagger \alpha_1 + P^{-1} Y \left(I_{n+q+m} - \Psi \Psi^\dagger \right) \alpha_1 \quad (43)$$

$$N = \Psi^\dagger \alpha_2 + P^{-1} Y \left(I_{n+q+m} - \Psi \Psi^\dagger \right) \alpha_2 \quad (44)$$

$$L_i = P^{-1} W_i, i = 1, 2, \dots, h \quad (45)$$

where Ψ , α_1 , and α_2 are given in (13) and (17).

Proof

If the matrices T and N are respectively determined by

$$T = \Psi^\dagger \alpha_1 + S \left(I_{n+q+m} - \Psi \Psi^\dagger \right) \alpha_1 \quad (46)$$

and

$$N = \Psi^\dagger \alpha_2 + S \left(I_{n+q+m} - \Psi \Psi^\dagger \right) \alpha_2 \quad (47)$$

then the following equation holds:

$$T \bar{E} + N \bar{C} = I_{n+q} \quad (48)$$

Following (48) and using (25), (35), and (8), it is easy to derive the following error dynamics:

$$\begin{aligned} e(k+1) &= T \bar{E} \bar{x}(k+1) - \xi(k+1) - N v(k+1) - N v(k+1) \\ &= \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) ((T \bar{A}_i - L_i \bar{C}) e(k) + T \bar{D}_i w(k) + T \bar{G}_i \Delta f(k) - L_i v(k) \\ &\quad - N v(k+1)) \end{aligned} \quad (49)$$

Take the following Lyapunov function:

$$V(k) = e^T(k) P e(k), P > 0 \quad (50)$$

and define the following criterion function:

$$\begin{aligned} J &= \sum_{k=0}^{\infty} \left(\Delta V(k) + e_f^T(k) e_f(k) - \gamma_d^2 w^T(k) w(k) - \gamma_f^2 (\Delta f(k))^T \Delta f(k) \right. \\ &\quad \left. - \gamma_L^2 v^T(k) v(k) - \gamma_N^2 v^T(k+1) v(k+1) \right) \end{aligned} \quad (51)$$

By using the fact that $\Delta V(k) = V(k+1) - V(k)$, we obtain

$$\begin{aligned} J &= V(\infty) - V(0) + \sum_{k=0}^{\infty} \left(e_f^T(k) e_f(k) - \gamma_d^2 w^T(k) w(k) - \gamma_f^2 (\Delta f(k))^T \Delta f(k) \right. \\ &\quad \left. - \gamma_L^2 v^T(k) v(k) - \gamma_N^2 v^T(k+1) v(k+1) \right) \end{aligned} \quad (52)$$

As $V(\infty) \geq 0$, the inequality $J < 0$ implies

$$\|e_f\|_2^2 - \gamma_d^2 \|w\|_2^2 - \gamma_f^2 \|\Delta f\|_2^2 - \gamma_L^2 \|v\|_2^2 - \gamma_N^2 \|v\|_2^2 - V(0) < 0 \quad (53)$$

that is, the criteria (42) is satisfied.

On the other hand, it is clear that $J < 0$ holds if

$$\begin{aligned} \Delta V(k) + e_f^T(k) e_f(k) - \gamma_d^2 w^T(k) w(k) - \gamma_f^2 (\Delta f(k))^T \Delta f(k) \\ - \gamma_L^2 v^T(k) v(k) - \gamma_N^2 v^T(k+1) v(k+1) < 0 \end{aligned} \quad (54)$$

is fulfilled for all k . Therefore, the criteria (42) is satisfied if (54) holds.

Using (49) yields

$$\begin{aligned}
 & \Delta V(k) + e_f^T(k) e_f(k) - \gamma_d^2 w^T(k) w(k) - \gamma_f^2 (\Delta f(k))^T \Delta f(k) \\
 & \quad - \gamma_L^2 v^T(k) v(k) - \gamma_N^2 v^T(k+1) v(k+1) \\
 & = \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) ((T \bar{A}_i - L_i \bar{C}) e(k) + T \bar{D}_i w(k) + T \bar{G}_i \Delta f(k) - L_i v(k) - N v(k+1)) \right\}^T P \\
 & \quad \times \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) ((T \bar{A}_i - L_i \bar{C}) e(k) + T \bar{D}_i w(k) + T \bar{G}_i \Delta f(k) - L_i v(k) - N v(k+1)) \right\} \\
 & \quad - e^T(k) P e(k) + e_f^T(k) e_f(k) - \gamma_d^2 w^T(k) w(k) - \gamma_f^2 (\Delta f(k))^T \Delta f(k) - \gamma_L^2 v^T(k) v(k) \\
 & \quad - \gamma_N^2 v^T(k+1) v(k+1) \\
 & \triangleq \begin{bmatrix} e(k) \\ w(k) \\ \Delta f(k) \\ v(k) \\ v(k+1) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} & \Omega_{13} & \Omega_{14} & \Omega_{15} \\ * & \Omega_{22} & \Omega_{23} & \Omega_{24} & \Omega_{25} \\ * & * & \Omega_{33} & \Omega_{34} & \Omega_{35} \\ * & * & * & \Omega_{44} & \Omega_{45} \\ * & * & * & * & \Omega_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(k) \\ w(k) \\ \Delta f(k) \\ v(k) \\ v(k+1) \end{bmatrix} \quad (55)
 \end{aligned}$$

where

$$\Omega_{11} = \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{A}_i - L_i \bar{C}) \right\}^T P \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{A}_i - L_i \bar{C}) \right\} - P + C_f^T C_f \quad (56)$$

$$\Omega_{12} = \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{A}_i - L_i \bar{C}) \right\}^T P \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{D}_i) \right\} \quad (57)$$

$$\Omega_{13} = \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{A}_i - L_i \bar{C}) \right\}^T P \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{G}_i) \right\} \quad (58)$$

$$\Omega_{14} = \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{A}_i - L_i \bar{C}) \right\}^T P \left\{ - \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) L_i \right\} \quad (59)$$

$$\Omega_{15} = \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{A}_i - L_i \bar{C}) \right\}^T P \left\{ - \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) N \right\} \quad (60)$$

$$\Omega_{22} = \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{D}_i) \right\}^T P \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{D}_i) \right\} - \gamma_d^2 I_d \quad (61)$$

$$\Omega_{23} = \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{D}_i) \right\}^T P \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{G}_i) \right\} \quad (62)$$

$$\Omega_{24} = \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{D}_i) \right\}^T P \left\{ - \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) L_i \right\} \quad (63)$$

$$\Omega_{25} = \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{D}_i) \right\}^T P \left\{ - \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) N \right\} \quad (64)$$

$$\Omega_{33} = \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{G}_i) \right\}^T P \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{G}_i) \right\} - \gamma_f^2 I_q \quad (65)$$

$$\Omega_{34} = \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{G}_i) \right\}^T P \left\{ - \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) L_i \right\} \quad (66)$$

$$\Omega_{35} = \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{G}_i) \right\}^T P \left\{ - \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) N \right\} \quad (67)$$

$$\Omega_{44} = \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) L_i \right\}^T P \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) L_i \right\} - \gamma_L^2 I_m \quad (68)$$

$$\Omega_{45} = \left\{ \sum_{i=1}^h -\rho_i(\theta(k)) L_i \right\}^T P \left\{ - \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) N \right\} \quad (69)$$

$$\Omega_{55} = \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) N \right\}^T P \left\{ \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) N \right\} - \gamma_N^2 I_m \quad (70)$$

Herein, the equation $e_f(k) = C_f e(k)$ is used.

From (55), it can be seen that (54) holds if

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} & \Omega_{13} & \Omega_{14} & \Omega_{15} \\ * & \Omega_{22} & \Omega_{23} & \Omega_{24} & \Omega_{25} \\ * & * & \Omega_{33} & \Omega_{34} & \Omega_{35} \\ * & * & * & \Omega_{44} & \Omega_{45} \\ * & * & * & * & \Omega_{55} \end{bmatrix} < 0 \quad (71)$$

By using the Schur complement lemma [25], inequality (71) is equivalent to

$$\begin{bmatrix} -P + C_f^T C_f & 0 & 0 & 0 & 0 & \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{A}_i - L_i \bar{C})^T P \\ * & -\gamma_d^2 I_d & 0 & 0 & 0 & \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{D}_i)^T P \\ * & * & -\gamma_f^2 I_q & 0 & 0 & \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) (T \bar{G}_i)^T P \\ * & * & * & -\gamma_L^2 I_q & 0 & - \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) L_i^T P \\ * & * & * & * & -\gamma_N^2 I_q & - \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(k)) N^T P \\ * & * & * & * & * & -P \end{bmatrix} < 0 \quad (72)$$

Using the property of $\rho_i(\theta(k))$ in (2), inequality (72) holds if

$$\begin{bmatrix} -P + C_f^T C_f & 0 & 0 & 0 & 0 & (T \bar{A}_i - L_i \bar{C})^T P \\ * & -\gamma_d^2 I_d & 0 & 0 & 0 & (T \bar{D}_i)^T P \\ * & * & -\gamma_f^2 I_q & 0 & 0 & (T \bar{G}_i)^T P \\ * & * & * & -\gamma_L^2 I_m & 0 & -L_i^T P \\ * & * & * & * & -\gamma_N^2 I_m & -N^T P \\ * & * & * & * & * & -P \end{bmatrix} < 0, i = 1, 2, \dots, h \quad (73)$$

Substituting (46) and (47) into (73) and using the definitions of $\mathcal{A}_{1i}$, $\mathcal{A}_{2i}$, $\mathcal{D}_{1i}$, $\mathcal{D}_{2i}$, $\mathcal{G}_{1i}$, $\mathcal{G}_{2i}$, $\mathcal{N}_1$, and $\mathcal{N}_2$ in (12) and (39)-(41), we obtain

$$\begin{bmatrix} -P + C_f^T C_f & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{A}_{1i}^T P + \mathcal{A}_{2i}^T S^T P - \bar{C}^T L_i^T P \\ * & -\gamma_d^2 I_d & 0 & 0 & 0 & \mathcal{D}_{1i}^T P + \mathcal{D}_{2i}^T S^T P \\ * & * & -\gamma_f^2 I_q & 0 & 0 & \mathcal{G}_{1i}^T P + \mathcal{G}_{2i}^T S^T P \\ * & * & * & -\gamma_L^2 I_m & 0 & -L_i^T P \\ * & * & * & * & -\gamma_N^2 I_m & -\mathcal{N}_1^T P + \mathcal{N}_2^T S^T P \\ * & * & * & * & * & -P \end{bmatrix} < 0, \quad (74)$$

$i = 1, 2, \dots, h$

By letting $Y = PS$ and $W_i = PL_i$, the inequalities in (74) become the LMIs in (38). $\square$

Remark 3

Reference [26] has proposed an LMI-based method to design UIO for Takagi–Sugeno descriptor systems. In [26], the parameter matrices of the UIO can also be determined by solving LMIs. However, it should be pointed out that this paper is different from [26] in the following aspects. In [26], a UIO design method is proposed and applied to fault detection and isolation. In this paper, an augmented observer is designed and used for fault estimation. The proposed method is not only able to detect the occurrence of fault but also able to estimate the fault magnitude. Moreover, this paper also deals with the effect of the measurement noise, which is not considered in [26]

Remark 4

In dealing with time-varying faults, there may be a time delay between the fault estimation and the actual fault. This phenomenon results from the influence of fault variation. Theoretically, the attenuation level γ_f can be minimized so that the fault estimation is insensitive to the fault variation. However, the cost is that the fault estimation becomes less robust to disturbance and measurement noise. Therefore, the choice of γ_d , γ_f , γ_L , and γ_N is a trade-off.

5. SIMULATIONS

In this section, a truck–trailer model [27] is used to show the effectiveness of the proposed method.

From [27], the dynamic equation of a truck–trailer model is given by

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_1(k) + \frac{\theta(k)t}{l} \tan(u(k)) - \frac{\theta(k)t}{L} \sin(x_1(k)) \\ x_2(k+1) = x_2(k) + \frac{\theta(k)t}{L} \sin(x_1(k)) \\ x_3(k+1) = x_3(k) + \theta(k)t \cos(x_1(k)) \left(\sin \frac{x_2(k+1) + x_2(k)}{2} \right) \end{cases} \quad (75)$$

where $x_1(k)$ is the angle difference between truck and trailer, $x_2(k)$ is the angle of trailer, $x_3(k)$ is the vertical position of rear end of trailer, and $u(k)$ is the steering angle. l is the length of truck, L is the length of trailer, t is sampling time, and $\theta(k)$ is the speed of backing up. In this paper, $l = 2.8$ m, $L = 5.5$ m, and $t = 2$ s. It is assumed that the speed v varies according to $\theta(k) \in [-1.2, -0.6]$.

Similar to [27], it is assumed that $x_1(k)$ is small. Then, the truck-trailer model (75) can be simplified as

$$\begin{cases} x_1(k+1) = \left(1 - \frac{\theta(k)t}{L}\right)x_1(k) + \frac{\theta(k)t}{l}\tan(u(k)) \\ x_2(k+1) = x_2(k) + \frac{\theta(k)t}{L}x_1(k) \\ x_3(k+1) = x_3(k) + \theta(k)t \cdot \sin\left(\frac{x_2(k+1)+x_2(k)}{2}\right) \end{cases} \quad (76)$$

In order to obtain an LPV descriptor representation, we introduce the following variables:

$$x_4(k) = \frac{\theta(k)t}{2}x_2(k), \quad \tilde{u}(k) = \tan(u(k))$$

Then, the simplified track-trailer model (76) can be written as follows:

$$\begin{cases} Ex(k+1) = A(\theta(k))x(k) + B(\theta(k))\tilde{u}(k) + D(\theta(k))w(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (77)$$

where

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A(\theta(k)) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{\theta(k)t}{L} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\theta(k)t}{L} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -\frac{\theta(k)t}{2} & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B(\theta(k)) = \begin{bmatrix} \frac{\theta(k)t}{l} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D(\theta(k)) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta(k)t \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad w(k) = \sin\left(\frac{x_2(k+1)+x_2(k)}{2}\right) - \frac{x_2(k+1)+x_2(k)}{2}$$

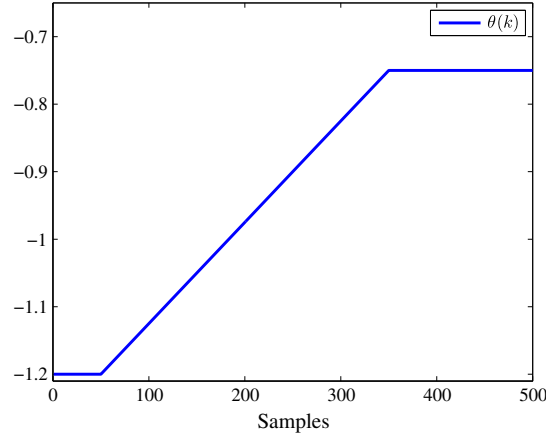
Then, the LPV descriptor system (77) is approximated by the following polytopic representation:

$$\begin{cases} Ex(k+1) = \sum_{i=1}^2 \rho_i(\theta(k))(A_i x(k) + B_i \tilde{u}(k) + F_i f(k) + D_i w(k)) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (78)$$

The obtained system evolves in a polytopic of two vertices corresponding to the extreme values of v . The matrices in system (78) are given as

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} 1.2182 & 0 & 0 & 0 \\ -0.21821 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0.6 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1.4364 & 0 & 0 & 0 \\ -0.4364 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1.2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -0.4286 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} -0.8571 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1.2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -2.4 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$


 Figure 1. The time-varying parameter $\theta(k)$.

The weighting functions $\rho_i(\theta(k))$ are

$$\rho_1(\theta(k)) = \frac{\theta(k) - \bar{\theta}}{\bar{\theta} - \underline{\theta}} = \frac{\theta(k) + 1.2}{0.6}, \quad \rho_2(\theta(k)) = \frac{\theta(k) - \underline{\theta}}{\bar{\theta} - \underline{\theta}} = \frac{\theta(k) + 0.6}{-0.6}$$

In this paper, actuator faults are considered. Therefore, it is assumed that $F_i = B_i$, $i = 1, 2$.

Remark 5

In [20], discrete-time LPV descriptor systems with constant fault distribution matrix are considered. If the speed is time varying, the fault distribution matrix in the truck–trailer system is parameter dependent. As a result, the method in [20] cannot be applied in this situation.

By choosing $\gamma_d = 0.2$, $\gamma_f = 7$, $\gamma_L = 0.8$, and $\gamma_N = 1$ and solving the LMIs in (38), we obtain

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 2.0719 & -0.0002 & 0.8658 & 0 \\ 0 & 0.2442 & 0.0015 & -0.4332 & 0 \\ 0 & 0.0006 & 0.0105 & -0.0102 & 0 \\ 0 & -0.0003 & -0.0105 & 0.0090 & 0 \\ 0 & -0.4532 & -0.0009 & -0.1365 & 1 \end{bmatrix}, \quad N = \begin{bmatrix} -2.0719 & 0.0002 & -0.0002 \\ 0.7558 & -0.0015 & 0.0015 \\ -0.0006 & 0.9895 & 0.0105 \\ 0.0003 & 0.0105 & 0.9895 \\ 0.4532 & 0.0009 & -0.0009 \end{bmatrix}$$

$$L_1 = \begin{bmatrix} -0.1626 & 0.0001 & 0.4070 \\ 0.0767 & -0.0005 & -0.1940 \\ -0.0030 & 0.0053 & -0.0004 \\ 0.0040 & -0.0054 & 0.0001 \\ 0.0253 & 0.0001 & -0.0695 \end{bmatrix}, \quad L_2 = \begin{bmatrix} 0.2989 & -0.0004 & 0.4248 \\ 0.0376 & -0.0004 & -0.1972 \\ -0.0059 & 0.0050 & 0.0000 \\ 0.0056 & -0.0051 & -0.0003 \\ -0.1874 & 0.0001 & -0.0753 \end{bmatrix}$$

In the simulation, the time-varying parameter $\theta(k)$ is shown in Figure 1, and the weighting functions $\rho_1(\theta(k))$, $\rho_2(\theta(k))$ are depicted in Figure 2. It is assumed that the measurements are corrupted by zero-mean Gaussian noises. Specifically, the standard deviations of noises in the measurements of x_2 and x_3 are 0.017 (0.1°) and 0.1 m, respectively. In the following simulation, the initial state is $x(0) = [0.1745 \ 0.3491 \ 3 \ -0.4189]^T$ while the initial estimate is $\hat{x}(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$.

First, an abrupt fault is simulated. It is assumed that the abrupt fault is represented by

$$f(k) = \begin{cases} 0 & k < 200 \\ -1.5 & k \geq 200 \end{cases} \quad (79)$$

The fault estimation result of the robust fault estimation observer is depicted in Figure 3. Therein, the actual fault is depicted by dash-and-dot line, and the fault estimation is represented by the solid

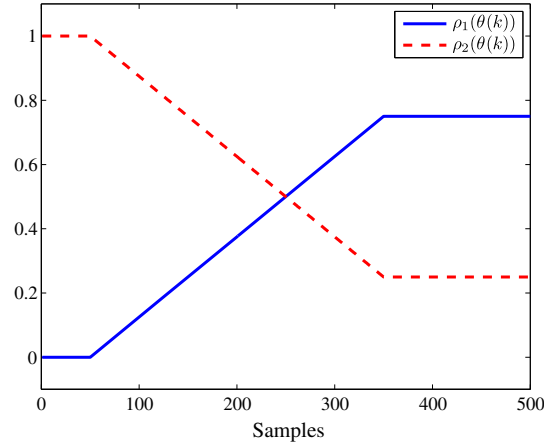


Figure 2. The weighting functions $\rho_i(\theta(k))$, $i = 1, 2$.

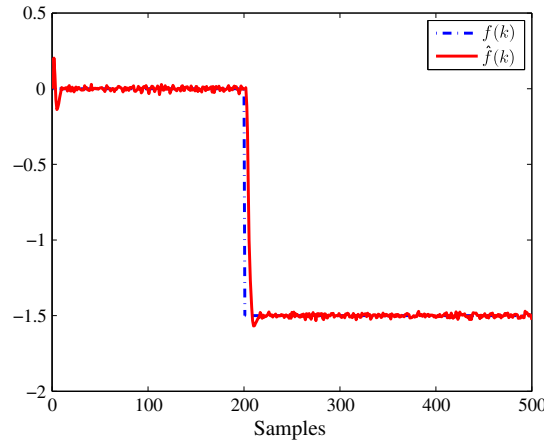


Figure 3. Fault estimation result of the robust fault estimation observer in an abrupt fault scenario.

one. As shown in Figure 3, the robust fault estimation observer is insensitive to the model uncertainty and measurement noise. Moreover, although there is initial estimation error, the fault estimate can quickly track the actual fault. This illustrates the fast convergence rate of the fault estimation observer in the face of initial estimation error.

To illustrate the performance of robust fault estimation observer in dealing with time-varying fault, the following fault is further considered:

$$f(k) = \begin{cases} 0 & k < 100 \\ 2 \sin(0.05(k - 100)) & k \geq 100 \end{cases} \quad (80)$$

In this situation, the fault estimation result is depicted in Figure 4. It can be seen from Figure 4 that there is a delay between the fault $f(k)$ and its estimate. As pointed out in Remark 4, this phenomenon results from the influence of the fault variation.

Besides, it is worth mentioning that actuator fault estimation for truck-trailer system has been studied in [28]. However, only a constant speed scenario ($\theta(k) = -1$) is considered in [28]. In the sequel, this situation is considered so that the method from [28] can be used to compared with our approach. In this situation, the weighting functions $\rho_1(\theta(k))$, $\rho_2(\theta(k))$ are depicted in Figure 5.

Consider the following fault:

$$f(k) = \begin{cases} 0 & k < 100 \\ 4(1 - e^{-0.05(k-100)}) & k \geq 100 \end{cases} \quad (81)$$

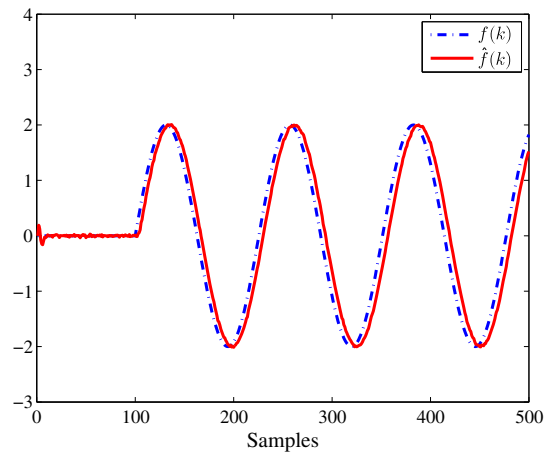


Figure 4. Fault estimation result of the robust fault estimation observer in a time-varying fault scenario.

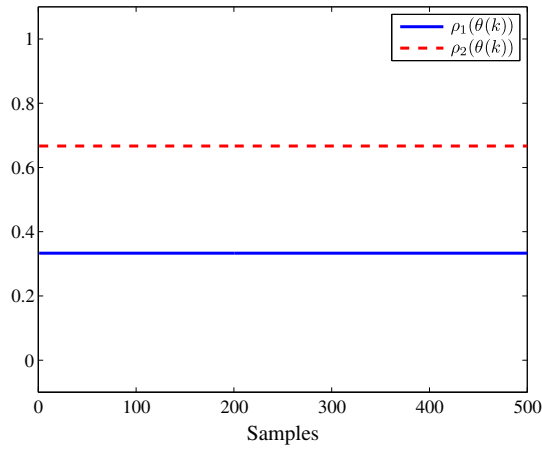


Figure 5. The weighting functions $\rho_i(\theta(k))$, $i = 1, 2$ when $\theta(k) = 1$.

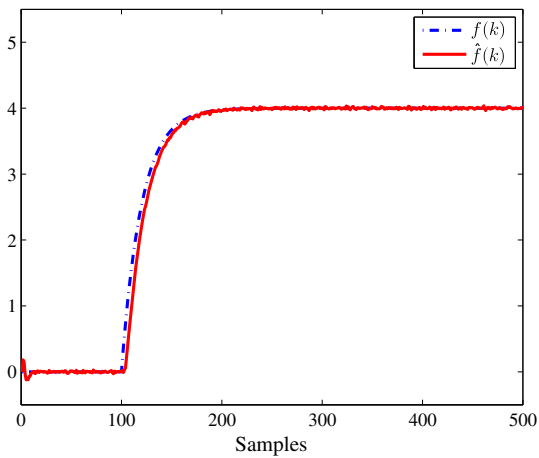


Figure 6. Fault estimation result of the proposed method.

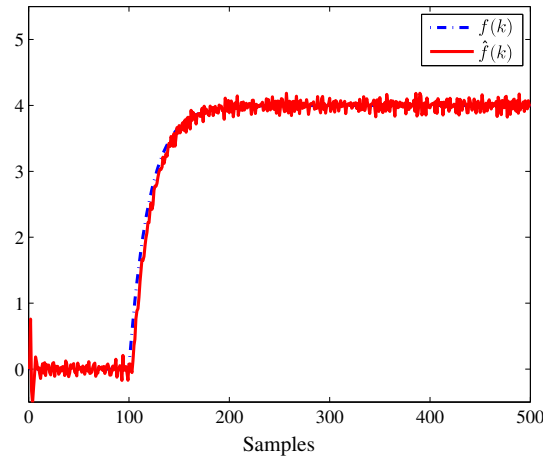


Figure 7. Fault estimation result of the method from [28].

The fault estimation results of our method and that of [28] are shown in Figures 6 and 7, respectively. In [28], pole assignment is used to ensure the fault estimation convergence speed while our method utilizes H_∞ technique to attenuate the effect of fault variation. From Figures 6 and 7, it can be seen that these two methods have similar fault convergence speed. Nevertheless, as the measurement noise is not considered in [28], the proposed method is more insensitive to the measurement noise than the one from [28]. Therefore, this simulation result shows the superiority of our method in attenuating measurement noise.

6. CONCLUSION

In this paper, the actuator fault estimation problem for discrete-time LPV descriptor systems is considered. First, an augmented system is constructed by considering the fault as an auxiliary state vector. Based on the augmented system, this paper proposes a novel fault estimation observer and presents an LMI-based design method. Considering the unknown disturbance, fault variation, and measurement noise in the practical systems, a robust fault estimation observer design method is proposed. Finally, a truck–trailer model is used to demonstrate the effectiveness and performance of the proposed method.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work was financially supported by the National Natural Science Foundation of China (grant no. 61273162). The authors would like to thank the anonymous reviewers and the associate editor for their helpful remarks, which improved the quality of this paper.

REFERENCES

1. Chen J, Patton R. *Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Kluwer Academic Publishers: Boston, 1999.
2. Ding SX. *Model-Based Fault Diagnosis Techniques*. Springer: Berlin, 2008.
3. Frank PM. Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge based redundancy—a survey and some new results. *Automatica* 1990; **26**(3):459–474.
4. Hwang I, Kim S, Kim Y, Seah CE. A survey of fault detection, isolation, and reconfiguration methods. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 2010; **18**(3):636–653.
5. Alcorta-García E, Frank PM. Deterministic nonlinear observer based approaches to fault diagnosis: a survey. *Control Engineering Practice* 1997; **5**(5):663–670.
6. Bokor J, Szabó Z. Fault detection and isolation in nonlinear systems. *Annual Reviews in Control* 2009; **33**(2): 113–123.
7. Mohammadpour J, Scherer CM (eds.) *Control of Linear Parameter-Varying Systems with Applications*. Springer: New York, 2012.

8. Tóth R. *Modeling and Identification of Linear Parameter-Varying Systems*. Springer: Berlin, 2010.
9. Alwi H, Edwards C, Marcos A. Fault reconstruction using a LPV sliding mode observer for a class of LPV systems. *Journal of the Franklin Institute* 2012; **349**(2):510–530.
10. Kulcsár B, Verhaegen M. Robust inversion based fault estimation for discrete-time LPV systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* 2012; **57**(6):1581–1586.
11. Rodrigues M, Sahnoun M, Theilliol D, Ponsart JC. Sensor fault detection and isolation filter for polytopic LPV systems: a winding machine application. *Journal of Process Control* 2013; **23**(6):805–816.
12. Dai L. *Singular Control Systems*. Springer: Berlin, 1989.
13. Duan GR. *Analysis and Design of Descriptor Linear Systems*. Springer: New York, 2010.
14. Vemuri AT, Polycarpou MM, Ciric AR. Fault diagnosis of differential-algebraic systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 2001; **31**(2):143–152.
15. Duan GR, Howe D, Patton RJ. Robust fault detection in descriptor linear systems via generalized unknown input observers. *International Journal of Systems Science* 2002; **33**(5):369–377.
16. Yeu TK, Kim HS, Kawaji S. Fault detection, isolation and reconstruction for descriptor systems. *Asian Journal of Control* 2005; **7**(4):356–367.
17. Lin J, Fei S, Gao Z, Ding J. Fault detection for discrete-time switched singular time-delay systems: an average dwell time approach. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* 2013; **27**(7):582–609.
18. Boulkroune B, Halabi S, Zemouche A. H_-/H_∞ fault detection filter for a class of nonlinear descriptor systems. *International Journal of Control* 2013; **86**(2):253–262.
19. Hamdi H, Rodrigues M, Mechmeche C, Theilliol D, Braiek NB. Fault detection and isolation in linear parameter varying descriptor systems via proportional integral observer. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* 2012; **26**(3):224–240.
20. Astorga-Zaragoza CM, Theilliol D, Ponsart JC, Rodrigues M. Fault diagnosis for a class of descriptor linear parameter-varying systems. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* 2012; **26**(3):208–223.
21. Zhang Y, Jiang J. Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems. *Annual Reviews in Control* 2008; **32**(2):229–252.
22. Chadli M, Abdo A, Ding SX. H_-/H_∞ fault detection filter design for discrete-time Takagi–Sugeno fuzzy system. *Automatica* 2013; **49**(7):1996–2005.
23. Zhang K, Jiang B, Shi P. Observer-based integrated robust fault estimation and accommodation design for discrete-time systems. *International Journal of Control* 2010; **83**(6):1167–1181.
24. Ben-Israel A, Greville T. *Generalized Inverses: Theory and Applications* (2nd edn). Springer: New York, 2003.
25. Boyd S, Ghaoui L, Feron E, Balakrishnan V. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM)*. Addison-Wesley: Philadelphia, 1994.
26. Marx B, Koenig D, Ragot J. Design of observers for Takagi–Sugeno descriptor systems with unknown inputs and application to fault diagnosis. *IET Control Theory & Applications* 2007; **1**(5):1487–1495.
27. Tanaka K, Sano M. A robust stabilization problem of fuzzy control systems and its application to backing up control of a truck–trailer. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 1994; **2**(2):119–134.
28. Zhang K, Jiang B, Shi P. Fault estimation observer design for discrete-time Takagi–Sugeno fuzzy systems based on piecewise Lyapunov functions. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 2012; **20**(1):192–200.



Observer-based fault tolerant control design for a class of LPV descriptor systems

Mickael Rodrigues^{a,*}, Habib Hamdi^b, Naceur BenHadj Braiek^b,
Didier Theilliol^c

^aLaboratoire d'Automatique et Génie des Procédés, Université de Lyon, Lyon F-69003,
France Université Lyon1, CNRSUMR 5007, Villeurbanne F-69622, France

^bLaboratory for Advanced Systems at the Tunisia Polytechnic School, University of Carthage, Tunisia

^cCentre de Recherche en Automatique de Nancy, Université de Lorraine, CNRS UMR 7039, France

Received 5 April 2013; received in revised form 9 January 2014; accepted 27 February 2014

Available online 11 March 2014

Abstract

This paper presents a new Fault Tolerant Control (FTC) methodology for a class of LPV descriptor systems that are represented under a polytopic LPV form. The aim of this FTC strategy is to compensate the effects of time-varying or constant actuator faults by designing an Adaptive Polytopic Observer (APO) which is able to estimate both the states of the system and the magnitude of the actuator faults. Based on the information provided by this APO, a new state feedback control law is derived in order to stabilize the system. Stability conditions of the designed observer and the state-feedback control are provided and solved through a set of Linear Matrix Inequalities (LMI) under equality constraints. The performance of the proposed Fault Tolerant Control scheme is illustrated using a two-phase flash system.

© 2014 The Franklin Institute. Published by Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

As control of systems become more and more complex, the security remains a key point and the development of new control theory which integrates the faults that can occur on a system is of a great interest. Fault Diagnosis [1,2] and Fault Tolerant Control [3] have become challenging

*Corresponding author.

E-mail addresses: mickael.rodrigues@univ-lyon1.fr (M. Rodrigues), hammmmdihabib@yahoo.fr (H. Hamdi), didier.theilliol@univ-lorraine.fr (D. Theilliol).

problems in the area of modern control theory. The concept of Fault Tolerant Control is based on the fact that when a fault (a sensor or an actuator for example) occurs on the system and provides an undesirable effect, the system can become unstable or be damaged. By the way, the basic idea of this concept is to be robust against such fault or to take into account the fault occurrence into a new control which will become tolerant to this fault by canceling its bad effects.

Fault Tolerant Control (FTC) techniques can be classified into two categories [4]: passive and active approaches. In passive FTC systems, a single controller with fixed structure or parameters is used to deal with all possible failure scenarios which are assumed to be known a priori. Consequently, the passive controller is usually conservative. Furthermore, if a failure that would not be considered in the design occurs, the stability and performance of the closed-loop system cannot be guaranteed. Such potential limitations of passive approaches provide a strong motivation for the development of methods and strategies for Active FTC (AFTC) systems [5]. In contrast to passive FTC systems, AFTC techniques rely on a real time fault detection and isolation (FDI) scheme and a controller reconfiguration mechanism. Such techniques allow a flexibility to select different controllers according to different component failures, and therefore better performance of the closed-loop system can be expected. However, this holds true when the FDI process does not make an incorrect decision [6]. A FTC strategy is designed so as to reconfigure automatically the control law by ensuring the system stability and to get acceptable system performances [7,8]. Observer based Fault Tolerant Control methods are also developed in order to estimate the fault and to reconfigure the control law [9]. The authors in [10,11] have developed a FDI/FTC strategy for regular Takagi–Sugeno (TS) systems where both the observer and the control are designed at the same time. However, all these previous above-mentioned FTC techniques are devoted only for normal (regular) systems whereas here in this paper, the main goal is to design an Active FTC strategy for descriptor (singular) systems.

Note that Takagi–Sugeno fuzzy systems have always been used in the past membership functions that were computed by the fuzzy logic theory [12]. But recently, both polytopic LPV systems and a part of fuzzy systems converge to a same structure. The community of people working on TS models uses the name “TS FUZZY systems” even if with the recent modeling approaches (for example sector nonlinearity transformation), the obtained model is no longer “fuzzy” because the weighting functions are completely deterministic which corresponds to LPV or quasi-LPV systems [13].

Generally speaking, most of the control research works for physical systems use a *normal* (or *regular*) model, i.e., there is no algebraic relations between the system variables. However, Differential-Algebraic Equations (DAE) or implicit systems or *singular* systems or *descriptor* systems are of quite importance for the physical representation of some systems [14]. Such systems appear for example in electrical circuits, mechanical systems with holonomic or non-holonomic constraints, robotic systems with kinematical constraints and chemical systems [15]. Some practical problems must take into account physical constraints or algebraic relations and more generally impulsive behaviors caused by an improper transfer matrix: see the following books on singular systems [16,17].

Concerning FDI for descriptor systems, some authors have considered this problem as in Darouach and Boutayeb [18], Youssouf and Kinnaert [19] for the general linear case, Astorga-Zaragoza et al. [20] and Wang et al. [21] for linear descriptor systems in discrete case by designing an observer through LMI study. New recent works on robust H_{∞} control design by LMI for discrete-time descriptor systems can be found in Chadli and Darouach [22,23].

The concept of Linear Parameter Varying systems (LPV) allows the convenience associated with LTI models, and yet guarantees performance and stability over a more wide operating

envelope. Some results about FDI have been developed for normal LPV systems as in Alwi et al. [24] by a sliding mode observer, Bokor and Balas [25], Armeni et al. [26], Bokor and Szabo [2] with a geometrical approach. Nonlinear systems are sometimes represented by a LPV modelization [27–30] in order to use the technique developed in the linear case like the tools for stability purposes as LMI Toolboxes.

In Wu and Zheng [31], and Wu et al. [32], the authors have developed a technique for state estimation and sliding-mode control of Markovian jump singular systems and also by considering time-delay in Wu et al. [33]. In Li and Zhang [34], the authors have developed a robust H_∞ filtering for singular LPV systems with time varying delays so as to estimate the states of the system but without any FDI purposes. In Hamdi et al. [35], the authors have developed a robust FDI method based on a multiple models concept. In Marx et al. [36], the authors have developed a robust fault tolerant control for descriptor systems but only with constant matrices. In the paper of Koenig [37], the author has introduced some useful necessary observability conditions for the design of unknown input observers for descriptor systems. A Fault Tolerant Control technique is presented for normal LPV systems under sensor faults in Oca et al. [38].

In Hamdi et al. [39], the authors have proposed a polytopic unknown inputs and proportional integral observers for LPV descriptor systems. However, this technique cannot ensure a correct fault estimation if the fault is time-varying. By this way, the authors in Rodrigues et al. [40] have performed their previous works by designing an Adaptive Observer in order to take into account time-varying faults for descriptor LPV systems. In a similar way, the authors in Wang and Daley [41] have presented an adaptive fault diagnosis observer approach dedicated to regular LTI systems which can detect and estimate only constant faults. In Zhang et al. [42], the authors have performed this previous adaptive observer so as to estimate time-varying faults but only in a LTI case for regular systems.

In the papers [43,44], the authors have developed an active FTC strategy to avoid actuator fault/failure effects on polytopic LPV systems; however FDI was not performed and was supposed to be available and perfect. Moreover, very few contributions are dealing with Fault Tolerant Control for polytopic LPV descriptor system with a FDI scheme designed at the same time. The main contributions of this paper are the following:

- To design an Adaptive Polytopic LPV Observer (APO) that can estimate time-varying actuator faults. Some previous Fault Detection and Isolation (FDI) techniques presented in Astorga-Zaragoza et al. [20,45] and in Hamdi et al. [39] can only deal with constant faults for LPV descriptor systems.
- To integrate the information provided by the APO into a new state-feedback design so as to cancel the actuator fault effects with Fault Tolerant Control (FTC). The FDI and FTC parts are designed at the same time whereas most of FTC strategies deal with normal LTI or LPV systems and assume that the FDI part is perfect and not designed. For LPV descriptor systems, such strategy has never been used.
- To ensure both the stability of the APO and the Fault Tolerant Control by LMI under equality constraints for LPV descriptor systems.

So, in this paper, an integrated Fault Diagnosis (FD) and FTC design for polytopic LPV descriptor systems are provided. Polytopic LPV descriptor system is a particular class of LPV systems which allows us to describe the system as a convex combination of sub-models defined by the vertices of a convex polytope. These sub-models are then combined by convex weighting

functions that yield to a global model. Using an Adaptive Polytopic Observer (APO) that is able to provide both states and actuator faults estimation, it is possible to address the Fault Diagnosis (FD), and at the same time to build a new control which takes into account the actuator fault estimation. The use of such Adaptive Polytopic Observer is motivated by the fact that, if a fault occurs, it is important to quickly detect and estimate it in order to preserve the system performance in spite of the presence of fault. Moreover, this APO is able to estimate time-varying fault which was neither possible with our previous paper [39] nor with [45]. Stability analysis and sufficient conditions are obtained with the use of Linear Matrix Inequality (LMI) under equality constraint. A lot of works dealing with quadratic stability have been done as in Cai et al. [46] by the use of LMI or also for fault detection purposes [47].

The structure of this paper is organized as follows: in Section 2, the class of the LPV descriptor systems is presented. Section 3 describes the problem statement. A method of designing the Adaptive Polytopic Observer is described in Section 4. Fault tolerant control by state feedback is tackled in Section 5; finally, and before concluding, a numerical example that considers a two-phase flash system is used to assess the validity of the proposed approach.

Notations: For symmetric matrices $X > 0$ ($X \geq 0$) indicates that X is positive definite (positive semi-definite). For any square matrix M , $\lambda_{\max}(M)$ represents the maximum singular value of the matrix M . In a partitioned matrix, the asterisk $*$ denotes the terms induced by symmetry.

2. Polytopic LPV descriptor systems modeling

Consider the following continuous-time LPV descriptor representation in the fault-free case:

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \tilde{A}(\theta(t))x(t) + \tilde{B}(\theta(t))u(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1)$$

where $x(t) \in \mathbf{R}^n$ is the state vector, $u(t) \in \mathbf{R}^p$ is the input vector, $y(t) \in \mathbf{R}^m$ represents the measured outputs vector and $\theta(t)$ is a varying parameter vector. Matrix $E \in \mathbf{R}^{n \times n}$ may be singular and $\text{rank}(E) = r < n$.

It is assumed that all parameters $\theta_i(t)$, $i = 1, \dots, l$, are bounded, measurable as in Alwi et al. [24] and Rodrigues et al. [30], and their values remain in the domain of an hypercube such that [27]

$$\theta(t) \in \Gamma = \{\theta_i | \underline{\theta}_i \leq \theta_i(t) \leq \bar{\theta}_i\}, \quad \forall t \geq 0 \quad (2)$$

where $\underline{\theta}_i$ and $\bar{\theta}_i$ represent the minimum and maximum values of $\theta_i(t)$ respectively.

$\tilde{A}(\cdot)$, $\tilde{B}(\cdot)$ are functions which depend affinely on the time-varying parameter vector $\theta(t) \in \mathbb{R}^l$.

The matrices $\tilde{A}(\theta(t))$, $\tilde{B}(\theta(t))$ of the LPV system (1) with the affine parameter dependence (2) are represented such that

$$\tilde{A}(\theta(t)) = \tilde{A}_0 + \sum_{i=1}^l \theta_i(t) \tilde{A}_i, \quad \tilde{B}(\theta(t)) = \tilde{B}_0 + \sum_{i=1}^l \theta_i(t) \tilde{B}_i \quad \forall \theta(t) \in \Gamma \quad (3)$$

The LPV system (1) with bounded parameters can be represented by a polytopic form where the summits S_i of the polytope are defined such that [44] $S_i = [A_i \ B_i \ C]$, $\forall i \in [1, \dots, h]$ where

$h = 2^l$. The polytopic coordinates are denoted as $\rho(\theta(t))$ and vary within the convex set Ω :

$$\Omega = \left\{ \rho(\theta(t)) \in \mathbf{R}^h, \rho(\theta(t)) = [\rho_1(\theta(t)), \dots, \rho_h(\theta(t))]^T, \rho_i(\theta(t)) \geq 0, \forall i, \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) = 1 \right\} \quad (4)$$

Then, to ease the presentation, it is assumed that the matrices $\tilde{A}(\cdot)$ and $\tilde{B}(\cdot)$ are given by convex combinations $\forall t \geq 0$. Consequently, system (1) can be rewritten by a polytopic representation:

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (5)$$

where $A_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $B_i \in \mathbf{R}^{n \times p}$ and $C \in \mathbf{R}^{m \times n}$ are time invariant matrices defined for the i th summit of the polytope.

3. Problem statement

Let us consider an actuator fault on the previous descriptor system:

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t))[A_i x(t) + B_i(u(t) + f(t))] \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (6)$$

where $A_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $B_i \in \mathbf{R}^{n \times p}$ and $C \in \mathbf{R}^{m \times n}$ are time invariant matrices defined for the i th model. $f(t) \in \mathbf{R}^p$ is the actuator fault vector. Actuator faults can be represented by an additive or a multiplicative external signal as in Rodrigues et al. [44]. These malfunctions of an actuator can be represented by a faulty control input $u_f(t) = (I_p - \gamma)u(t)$ which can be rewritten as an external additive signal: $u(t) + f(t)$ where $f(t) = -\gamma u(t)$ with

$$\begin{aligned} \gamma &\triangleq \text{diag}[\gamma^1, \gamma^2, \dots, \gamma^p], \quad 0 \leq \gamma^k \leq 1 \text{ such that} \\ &\begin{cases} \gamma^k = 1 \rightarrow \text{a total failure of the } k\text{th actuator } k \in [1, \dots, p] \\ \gamma^k = 0 \rightarrow \text{the } k\text{th healthy actuator} \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

Note: in the following of the paper, $\gamma^k \in [0 \ 1[$ i.e a total loss of an actuator is not considered here. The term γ^k represents the loss of effectiveness of k th actuator, i.e., for example a loss of effectiveness 60% of 1st actuator will be represented by $\gamma^1 = 0.60$. When an actuator fault appears on the system, such actuator faults can cause system instability. Before starting the FTC design, we assume that [18,42,39]

Assumption A1. $\text{rank}(CB_i) = \text{rank}(B_i) = p, \quad \forall i = 1, \dots, h,$

Assumption A2. The triple matrix (E, A_i, C) is R-observable, for all $i = 1, \dots, h$, i.e.,

$$\text{rank} \begin{bmatrix} sE - A_i \\ C \end{bmatrix} = n, \quad \forall s \in \mathcal{C}. \quad (8)$$

where $\mathcal{C}$ denotes the complex plane.

Assumption A3. The triple matrix (E, A_i, C) is impulse-observable, for all $i = 1, \dots, h$, i.e.,

$$\text{rank} \begin{bmatrix} E & A_i \\ 0 & E \\ 0 & C \end{bmatrix} = n + \text{rank}(E) \quad (9)$$

Assumption A4. The fault $f(t)$ satisfies $\|f(t)\| \leq \alpha_1$ and the derivative of $f(t)$ with respect to time is norm bounded, i.e., $\|\dot{f}(t)\| \leq \alpha_2$ and $0 \leq \alpha_1, \alpha_2 < \infty$.

Assumption A5. Only partial actuator faults are considered, i.e., $\gamma^k \in [0 \ 1[$.

Noting that, the R-observability characterizes the capacity to reconstruct only the state of the dynamic part and the Impulse-observability guarantees the capacity to estimate the state of static part of the descriptor system (6).

The main objective of an Active FTC is to find a control law such that the system remains stable despite the presence of actuator faults [44,4]. For this purpose, a FDI procedure is necessary for estimating both the states and faults. In the following, an AFTC with a state feedback will be used such that

$$u(t) = - \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) K_i \hat{x}(t) - \hat{f}(t) \quad (10)$$

The following section is dedicated to synthesize an adaptive observer for Polytopic LPV descriptor systems.

4. Adaptive polytopic observer design

Consider the following Adaptive Polytopic Observer (APO) as

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) (N_i z(t) + G_i u(t) + R_i y(t) + B_i \hat{f}(t)) \\ \hat{x}(t) = z(t) + T_2 y(t) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) \\ \dot{\hat{f}}(t) = \Gamma \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) U_i (\dot{e}_y(t) + \sigma e_y(t)) \\ e_y(t) = y(t) - \hat{y}(t) = C e_x(t) \end{cases} \quad (11)$$

where $z(t)$ is the state vector, $\hat{f}(t)$ is an estimate of the fault $f(t)$ and $\hat{y}(t) = C \hat{x}(t)$ is the estimated output vector. The matrix $\Gamma \in \mathbf{R}^f$ is a symmetric positive definite learning rate matrix. N_i , G_i , R_i and T_2 are unknown matrices of appropriate dimensions to be determined. In the case of actuator faults, the matrix F_i of the Observer developed in Rodrigues et al. [40] is equal to B_i .

Let us define the following state estimation error $e_x(t)$ from Eqs. (6) and (11) such that

$$e_x(t) = x(t) - \hat{x}(t) = (I_n - T_2 C)x(t) - z(t) \quad (12)$$

Since for $\text{rank} \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix} = n$, there exist nonsingular matrices $T_1 \in \mathbf{R}^{n \times n}$ and $T_2 \in \mathbf{R}^{n \times m}$ such that

$$T_1 E + T_2 C = I_n \quad (13)$$

Then, the state estimation error (12) is described by

$$e_x(t) = T_1 E x(t) - z(t) \quad (14)$$

and the actuator fault estimation error $e_f(t)$ is defined by

$$e_f(t) = f(t) - \hat{f}(t) \quad (15)$$

First, the state estimation error dynamic is given by

$$\dot{e}_x(t) = T_1 E \dot{x}(t) - \dot{z}(t) \quad (16)$$

By using Eq. (6) with the state feedback control law defined in Eq. (10), after some calculations Eq. (16) becomes

$$\begin{aligned} \dot{e}_x(t) = & \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) [N_i e_x(t) + (T_1 A_i - N_i T_1 E - R_i C) x(t) + (T_1 B_i - G_i) u(t) \\ & + (B_i + T_1 B_i - G_i) e_f(t) + (G_i - B_i) f(t)] \end{aligned} \quad (17)$$

Then, if the following conditions hold true $\forall i = 1, \dots, h$,

$$T_1 A_i - R_i C - N_i T_1 E = 0 \quad (18)$$

$$T_1 B_i - G_i = 0 \quad (19)$$

and by taking into account Eqs. (6), (11) and (16), the state estimation error dynamic can be written as

$$\dot{e}_x(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) [N_i e_x(t) + B_i e_f(t) + M_i f(t)] \quad (20)$$

with $M_i = (T_1 - I_n) B_i$.

The substitution of Eq. (13) into Eq. (18) yields

$$N_i = T_1 A_i + (N_i T_2 - R_i) C = T_1 A_i + L_i C \quad (21)$$

where $L_i = N_i T_2 - R_i$.

Without loss of generality, considering Eq. (13), one can write the following relationship:

$$\begin{bmatrix} T_1 & T_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix} = [I_n] \quad (22)$$

A solution $\begin{bmatrix} T_1 & T_2 \end{bmatrix}$ exists if [18,39]

$$\text{rank} \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix} = n \quad (23)$$

Then, a particular solution of Eq. (22) using the generalized inverse matrix denoted by $(\cdot)^+$ is given by

$$\begin{bmatrix} T_1 & T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix}^+ \quad (24)$$

Based on a fault estimation given by the APO, the objective of AFTC scheme is to design a feedback control law such that the system remains stable even if a fault occurs. The following section is dedicated to the stability conditions of this AFTC based on an actuator fault estimation from the Adaptive Polytopic Observer.

5. Fault tolerant control by state-feedback and fault estimation

The dynamic of the state estimation error (20) and the closed-loop system with the control law (10) are defined as follows:

$$\dot{e}_x(t) = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) [N_i e_x(t) + B_i e_f(t) + M_i f(t)] \quad (25)$$

$$E \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^h \rho_i(\theta(t)) \rho_j(\theta(t)) [\Phi_{ij} x(t) + B_i K_j e_x(t) + B_i e_f(t)] \quad (26)$$

with $N_i = T_1 A_i + L_i C$ and $\Phi_{ij} = (A_i - B_i K_j)$. The goal is to ensure the stability of these two differential equations.

5.1. Stability analysis

In order to investigate the stability criteria, let us consider the following Lemma:

Lemma 1 (Zhang et al. [42]). *Given a scalar $\mu > 0$ and a symmetric positive definite matrix P_1 , the following inequality holds*

$$2x^T y \leq \frac{1}{\mu} x^T P_1 x + \mu y^T P_1^{-1} y \quad x, y \in \mathbf{R}^n \quad \square \quad (27)$$

In contrast to Hamdi et al. [39], here time-varying faults are considered. Then, it follows that $\dot{f}(t) \neq 0$ and consequently

$$\dot{e}_f(t) = \dot{f}(t) - \dot{\hat{f}}(t) \quad (28)$$

Theorem 1. *Under Assumptions A1–A5, given scalars $\sigma, \mu, \beta > 0$, if there exist symmetric positive definite matrices X, Q, P_1, P_2 and matrices W_i and S_i such that $\forall i \in [1, \dots, h], \forall j \in [1, \dots, h]$,*

$$\begin{pmatrix} \Theta_{ij} & B_i W_j & B_i & 0 & 0 \\ * & -2\delta X & 0 & \delta I & 0 \\ * & * & -2\delta I & 0 & \delta I \\ * & * & * & \Omega_i & \Sigma_{ij} \\ * & * & * & * & Y_{ij} \end{pmatrix} < 0 \quad (29)$$

s.t.

$$E^T P_1 = P_1^T E \geq 0 \quad (30)$$

$$B_i^T Q - U_i C = 0 \quad (31)$$

where

$$\Theta_{ij} = (A_i X - B_i W_j) + (A_i X - B_i W_j)^T \quad (32)$$

$$\Omega_i = (Q T_1 A_i - S_i C) + (Q T_1 A_i - S_i C)^T + \frac{1}{\mu} P_1 \quad (33)$$

$$\Sigma_{ij} = -\frac{1}{\sigma} \left(A_j^T T_1^T Q - C^T S_j^T \right) B_i \quad (34)$$

$$Y_{ij} = -\frac{1}{\sigma} \left(B_i^T Q B_j + B_j^T Q B_i \right) + \frac{2}{\sigma \mu} P_2 \quad (35)$$

then, the state $x(t)$ of the system, the state estimation error $e_x(t)$ and the fault estimation error $e_f(t)$ are bounded. The gains of the observer and the state feedback control law are given by $L_i = Q^{-1} S_i$ and $K_i = W_i X^{-1}$ respectively. $\square$

Proof. In order to prove the stability of the closed-loop system and the convergence of the state and fault estimation errors, let us consider the Lyapunov function depending on $x(t)$, $e_x(t)$ and $e_f(t)$:

$$V(t) = x^T E^T P_1 x + e_x^T(t) Q e_x(t) + \frac{1}{\sigma} e_f^T(t) \Gamma^{-1} e_f(t) \quad (36)$$

where P_1 , Q and Γ are symmetric positive definite matrices with appropriate dimensions. Stability condition for the estimation error yields that the time derivative of the Lyapunov function (36) should be negative definite. By taking into account Eqs. (25) and (26) the derivative of $V(t)$ with respect to time is

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^h \rho_i(\theta(t)) \rho_j(\theta(t)) \left\{ (E\dot{x})^T P_1 x + x^T P_1^T E\dot{x} + e_x^T(t) [N_i^T Q + Q N_i] e_x(t) \right. \\ & \left. + 2e_x^T(t) Q M_i f(t) + 2e_x^T(t) Q B_i e_f(t) + \frac{1}{\sigma} \dot{e}_f^T(t) \Gamma^{-1} e_f(t) + \frac{1}{\sigma} e_f^T(t) \Gamma^{-1} \dot{e}_f(t) \right\} \end{aligned} \quad (37)$$

By considering Eqs. (30) and (28) and the expression of $\hat{f}(t)$ in Eq. (11), we can obtain

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^h \rho_i(\theta(t)) \rho_j(\theta(t)) \left\{ x^T(t) \Pi_{ij} x(t) + e_x^T(t) \Omega_i e_x(t) + 2e_x^T(t) Q M_i f(t) \right. \\ & + 2e_x^T(t) Q B_i e_f(t) + 2x^T P_1 B_i K_j e_x(t) + 2x^T P_1 B_i e_f(t) - \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) U_i (\dot{e}_y(t) + \sigma e_y(t)) \\ & \left. + \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) \Gamma^{-1} \dot{f}(t) \right\} \end{aligned} \quad (38)$$

with $e_y(t) = C e_x(t)$ and the following notations

$$\Pi_{ij} = \Phi_{ij}^T P_1 + P_1 \Phi_{ij} \quad (39)$$

$$\Omega_i = N_i^T Q + Q N_i \quad (40)$$

By using Eq. (25), it follows that

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^h \rho_i(\theta(t)) \rho_j(\theta(t)) \left\{ x^T(t) \Pi_{ij} x(t) + e_x^T(t) \Omega_i e_x(t) + 2e_x^T(t) Q M_i f(t) \right. \\ & + 2e_x^T(t) Q B_i e_f(t) + 2x^T P_1 B_i K_j e_x(t) + 2x^T P_1 B_i e_f(t) - \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) U_i C N_j e_x(t) \\ & \left. - \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) U_i C B_j e_f(t) - 2e_f(t)^T U_i C e_x(t) - \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) U_i C M_j f(t) + \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) \Gamma^{-1} \dot{f}(t) \right\} \end{aligned} \quad (41)$$

By using Assumption A1 and the equality (31), it follows that

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^h \rho_i(\theta(t)) \rho_j(\theta(t)) \left\{ x^T(t) \Pi_{ij} x(t) + e_x^T(t) \Omega_i e_x(t) + 2e_x^T(t) Q M_i f(t) \right. \\ & + 2x^T P_1 B_i K_j e_x(t) + 2x^T P_1 B_i e_f(t) - \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) B_i^T Q N_j e_x(t) - \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) B_i^T Q B_j e_f(t) \\ & \left. - \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) B_i^T Q M_j f(t) + \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) \Gamma^{-1} \dot{f}(t) \right\} \end{aligned} \quad (42)$$

Now, using the Assumption A4 and applying Lemma 1 for three terms of the above inequality, it is shown that

$$\begin{aligned} 2e_x^T(t) Q M_i f(t) & \leq \frac{1}{\mu} e_x^T(t) P_1 e_x(t) + \mu f(t)^T (M_i^T Q P_1^{-1} Q M_i) f(t) \\ & \leq \frac{1}{\mu} e_x^T(t) P_1 e_x(t) + \mu \alpha_1^2 \lambda_{\max}(M_i^T Q P_1^{-1} Q M_i) \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) \Gamma^{-1} \dot{f}(t) & \leq \frac{1}{\sigma \mu} e_f^T(t) P_2 e_f(t) + \frac{\mu}{\sigma} \dot{f}^T(t) (\Gamma^{-1} P_2^{-1} \Gamma^{-1}) \dot{f}(t) \\ & \leq \frac{1}{\sigma \mu} e_f^T(t) P_2 e_f(t) + \frac{\mu}{\sigma} \alpha_2^2 \lambda_{\max}(\Gamma^{-1} P_2^{-1} \Gamma^{-1}) \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} -\frac{2}{\sigma} e_f^T(t) B_i^T Q M_j f(t) & \leq \frac{1}{\sigma \mu} e_f^T(t) P_2 e_f(t) + \frac{\mu}{\sigma} f(t)^T (M_j^T Q B_i P_2^{-1} B_i^T Q M_j) f(t) \\ & \leq \frac{1}{\sigma \mu} e_f^T(t) P_2 e_f(t) + \frac{\mu}{\sigma} \alpha_1^2 \lambda_{\max}(M_j^T Q B_i P_2^{-1} B_i^T Q M_j) \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) & \leq \sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^h \rho_i(\theta(t)) \rho_j(\theta(t)) \left\{ x^T(t) \Pi_{ij} x(t) + e_x^T(t) \Omega_i e_x(t) + 2x^T P_1 B_i e_f(t) \right. \\ & + 2x^T P_1 B_i K_j e_x(t) - \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) B_i^T Q N_j e_x(t) - \frac{2}{\sigma} e_f^T(t) B_i^T Q B_j e_f(t) + \frac{1}{\mu} e_x^T(t) P_1 e_x(t) \\ & \left. + \frac{2}{\sigma \mu} e_f^T(t) P_2 e_f(t) \right\} + \delta \end{aligned} \quad (46)$$

where

$$\begin{aligned} \delta = & \max_{i,j} \left[\mu \alpha_1^2 \lambda_{\max}(M_i^T Q P_1^{-1} Q M_i) + \frac{\mu}{\sigma} \alpha_2^2 \lambda_{\max}(\Gamma^{-1} P_2^{-1} \Gamma^{-1}) \right. \\ & \left. + \frac{\mu}{\sigma} \alpha_1^2 \lambda_{\max}(M_j^T Q B_i P_2^{-1} B_i^T Q M_j) \right] \end{aligned} \quad (47)$$

The inequality (46) can be reformulated as follows:

$$\dot{V}(t) \leq \tilde{x}^T(t) \sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^h \rho_i(\theta(t)) \rho_j(\theta(t)) \Xi_{ij} \tilde{x}(t) + \delta \quad (48)$$

where

$$\tilde{x}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ e_x(t) \\ e_f(t) \end{pmatrix}$$

and

$$\Xi_{ij} = \begin{pmatrix} \Pi_{ij} & P_1 B_i K_j & P_1 B_i \\ * & \Omega_i + \frac{1}{\mu} P_1 & -\frac{1}{\sigma} B_i^T Q N_j \\ * & * & \Upsilon_{ij} \end{pmatrix} \quad (49)$$

$$\Upsilon_{ij} = -\frac{1}{\sigma} \left(B_i^T Q B_j + B_j^T Q B_i \right) + \frac{2}{\sigma \mu} P_2 \quad (50)$$

Then, by taking into account Assumption A1 and if the following inequality holds

$$\sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^h \rho_i(\theta(t)) \rho_j(\theta(t)) \Xi_{ij} < 0 \quad (51)$$

We can obtain that

$$\dot{V}(t) \leq -\varepsilon \|\tilde{x}\|^2 + \delta \quad (52)$$

where $\varepsilon > 0$ is given by

$$\varepsilon = \min \lambda_{\min} \left(-\sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^h \rho_i(\theta(t)) \rho_j(\theta(t)) \Xi_{ij} \right) < 0 \quad (53)$$

which can also be bounded as follows:

$$\varepsilon \leq \min_{i,j} \lambda_{\min}(-\Xi_{ij}) < 0 \quad (54)$$

Then, $\dot{V}(t) < 0$ if $\varepsilon \|\tilde{x}\|^2 > \delta$, $\forall t \geq 0$ which means that the state $x(t)$, the state estimation error $e_x(t)$ and the fault estimation error $e_f(t)$ converge to a small set according to the Lyapunov stability theory and lie in it.

To complete the proof by considering Eq. (51), let us introduce the following notations:

$$Z_\xi = \sum_{i=1}^h \rho_i(\theta(t)) Z_i \quad (55)$$

$$Z_{\xi\xi} = \sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^h \rho_i(\theta(t)) \rho_j(\theta(t)) Z_{ij} \quad (56)$$

where Z_ξ and $Z_{\xi\xi}$ are given matrices. By using these notations, the inequality (51) becomes

$$\Delta_{\xi\xi} = \begin{pmatrix} \Pi_{\xi\xi} & \mathcal{D}_{\xi\xi} \\ \mathcal{D}_{\xi\xi}^T & \Lambda_{\xi\xi} \end{pmatrix} \quad (57)$$

with

$$\mathcal{D}_{ij} = (P_1 B_i K_j \quad P_1 B_i) \quad (58)$$

$$\Lambda_{ij} = \begin{pmatrix} \Omega_i + \frac{1}{\mu} P_1 & -\frac{1}{\sigma} B_i^T Q N_j \\ * & \Upsilon_{ij} \end{pmatrix} \quad (59)$$

Consider a symmetric matrix $\mathcal{X}$ which is defined as

$$\mathcal{X} = \begin{pmatrix} P_1^{-1} & 0 \\ 0 & \mathcal{X}_1 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{X}_1 = \begin{pmatrix} P_1^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad (60)$$

By considering that for any positive definite matrix P and for any full column rank matrix Q , then QPQ^T is a positive definite matrix. Then, by post- and pre-multiplying the inequality (57) by $\mathcal{X}$, we can obtain that

$$\begin{pmatrix} P_1^{-1} \Pi_{\xi\xi} P_1^{-1} & P_1^{-1} \mathcal{D}_{\xi\xi} \mathcal{X}_1 \\ * & \mathcal{X}_1 \Lambda_{\xi\xi} \mathcal{X}_1 \end{pmatrix} \quad (61)$$

The term $\mathcal{X}_1 \Lambda_{\xi\xi} \mathcal{X}_1$ can be replaced by considering the following inequality which holds for any scalar β such that

$$\begin{aligned} (\mathcal{X}_1 + \beta \Lambda_{\xi\xi}^{-1})^T \Lambda_{\xi\xi} (\mathcal{X}_1 + \beta \Lambda_{\xi\xi}^{-1}) &\leq 0 \\ \Leftrightarrow \mathcal{X}_1 \Lambda_{\xi\xi} \mathcal{X}_1 &\leq -2\beta \mathcal{X}_1 - \beta^2 \Lambda_{\xi\xi}^{-1} \end{aligned} \quad (62)$$

Considering Eq. (62) and with the Schur Complement, the inequality (61) becomes

$$\begin{pmatrix} P_1^{-1} \Pi_{\xi\xi} P_1^{-1} & P_1^{-1} \mathcal{D}_{\xi\xi} \mathcal{X}_1 & 0 \\ * & -2\beta \mathcal{X}_1 & \beta I \\ * & * & \Lambda_{\xi\xi} \end{pmatrix} < 0 \quad (63)$$

Using the notations (55) and (56) and the definitions of the matrices $\Pi_{\xi\xi}$, $\mathcal{D}_{\xi\xi}$ and $\Lambda_{\xi\xi}$ given by Eqs. (40), (58) and (59), by making the change of variables $X = P_1^{-1}$, $W_i = K_{iX}$, $S_i = QL_i$, we can obtain the inequalities given in Theorem 1 under equality constraint (31) which ends the proof. $\square$

It can be noticed that the conservatism introduced by the use of a common Lyapunov function could be reduced by the use of parameter-dependent Lyapunov function so as to get others solutions [30]. Another strategy based on Polya's Theorem [48] could also be used even if the number of LMI to be solved will increase to reduce the conservatism.

6. Illustrative example

The proposed example considers a descriptor model of a two-phase flash system [49] represented in Fig. 1 in which a volatile component flashes out of a dilute binary mixture. It is assumed that the level control is nearly instantaneous and that the liquid and vapor phases are at the same temperature. Since only one component is volatile, the gas phase contains the pure volatile component. Accumulation of energy and matter in the gas phase is neglected because the mass of liquid in the flash vessel is considerably larger than the mass of gas.

The continuous isothermal reactor can be modeled by using a LPV descriptor representation as follows:

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \tilde{A}(\theta(t))x(t) + \tilde{B}(\theta(t))u(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (64)$$

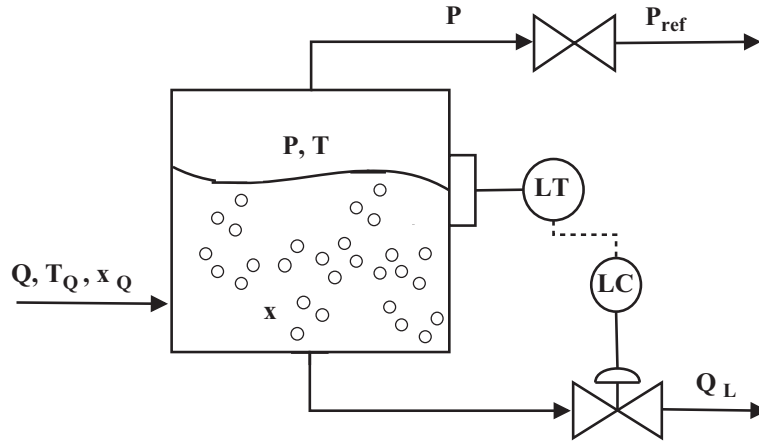


Fig. 1. Flash tank system.

where

$$\tilde{A}(\theta(t)) = \begin{bmatrix} \frac{-M_w(Q_{L0} - (k_m A + \theta_1(t)))}{\rho V} & 0 & \frac{M_w(k_m A + \theta_1(t))}{\rho V} & 0 & \frac{M_w x_0}{\rho V} \\ \frac{-(k_m A + \theta_1(t))(h_v + \theta_2(t))}{\rho V C_p} & \frac{M_w Q_{L0}}{\rho V} & \frac{(h_v + \theta_2(t))(k_m A + \theta_1(t))}{\rho V C_p} & 0 & \frac{M_w T_0}{\rho V} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-1}{H} & 0 \\ 0 & \frac{-b}{(T_0 + c)^2} & 0 & \frac{1}{P_0 \ln(10)} & 0 \\ \frac{(k_m A + \theta_1(t))^2 (h_v + \theta_2(t))}{\rho V C_p} & \frac{-(k_m A + \theta_1(t)) M_w Q_{L0}}{\rho V} & \frac{-(k_m A + \theta_1(t))^2 (h_v + \theta_2(t))}{\rho V C_p} & 0 & \frac{-(k_m A + \theta_1(t)) M_w T_0}{\rho V} \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}(\theta(t)) = \begin{bmatrix} \frac{-M_w x_Q}{\rho v} \\ \frac{-M_w T_Q}{\rho v} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{(k_m A + \theta_1(t)) M_w T_Q}{\rho v} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

where $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $x_4(t)$ and $x_5(t)$ are the liquid mole fraction of volatile component, flash tank temperature, equilibrium mole fraction, pressure in flash tank and liquid out-flow rate respectively. So, we get $[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T = [x_L \ T \ x^* \ P \ Q_L]^T$. The system parameters are listed in Table 1.

Parameters k_{mA} and h_v are considered as varying variables denoted respectively as $\theta_1(t)$ and $\theta_2(t)$ which vary such that $\theta_1 \in [-0.018, 0.018]$ and $\theta_2 \in [-2.32, 2.32]$, $l=2$. As usually done in LPV framework and as in system (1), these parameters are assumed to be available as in Alwi et al. [24] or in Rodrigues et al. [30]. As there are two parameters which vary in this LPV descriptor system (64), then $2^2=4$ models are considered as explained in Section 2. The parameters evolution functions $\rho(\theta(t))$ vary within a convex set like in Eq. (4) and are depicted in Fig. 2. In this case, the descriptor polytopic LPV representation (64) can be rewritten as follows:

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 \rho_i(\theta(t)) (A_i x(t) + B_i(u(t) + f(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (65)$$

Table 1
Parameters and values.

Variable	Definition	Values/units
State $x(t)$		
$x_L(t)$	Liquid mole fraction of volatile component	–
$T(t)$	Flash tank temperature	K
$x^*(t)$	Equilibrium mole fraction	–
$P(t)$	Pressure in flash tank	kPa
$Q_L(t)$	Liquid out-flow rate	mol/s
Input $u(t)$		
$Q(t)$	Feed flow rate	4377 mol/s
Parameters		
ρV	Mass of liquid	23.7 kg
k_{mA}	Mass-transfer coefficient	$0.12 \pm 15\%$ mol/s
h_v	Heat of vaporization	$23.24 \pm 10\%$ kJ/mol
Known constants		
C_p	Average heat capacity	4.2 kJ/K g
M_w	Average molecular weight of liquid	50 g/mol
C_v	Valve flow coefficient	$16.8 (\text{kPa})^{-1/2}$ mol/s
V	Liquid volume	19 m ³
x_Q	Volatile component mole-fraction in feed	1
T_Q	Temperature of feed	500 K
H	Henry's law constant	313 K
P_{ref}	Downstream pressure	10 KPa
b	Antoine equation constant	$130.63 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
c	Antoine equation constant	23.426 $^\circ\text{C}$

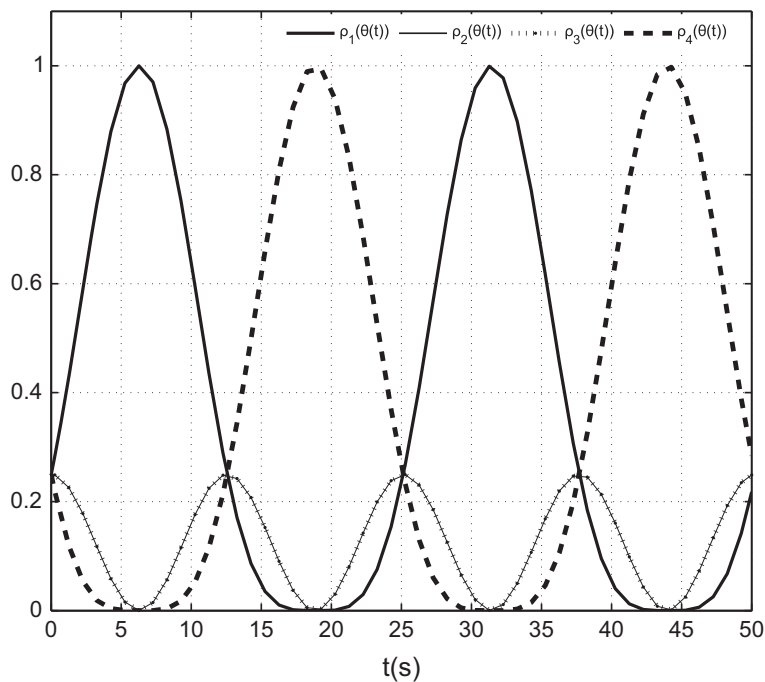


Fig. 2. Parameters evolutions ρ_i .

The matrices of the system can be determined at the vertices of the polytope for extrema values of parameters ρ_i . So, matrices A_i are defined as follows:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \begin{bmatrix} -0.8223 & 0 & 0.5279 & 0 & 1.0127 \\ -0.3011 & 0.6751 & 0.3011 & 0 & 201.1814 \\ 0 & 0 & 1 & -0.0484 & 0 \\ 0 & -0.0013 & 0 & 0.3967 & 0 \\ 0.2355 & -0.5279 & -0.2355 & 0 & -157.3239 \end{bmatrix} \\
 A_2 &= \begin{bmatrix} -0.8223 & 0 & 0.5279 & 0 & 1.0127 \\ -0.3376 & 0.6751 & 0.3376 & 0 & 201.1814 \\ 0 & 0 & 1 & -0.0484 & 0 \\ 0 & -0.0013 & 0 & 0.3967 & 0 \\ 0.2640 & -0.5279 & -0.2640 & 0 & -157.3239 \end{bmatrix} \\
 A_3 &= \begin{bmatrix} -0.7980 & 0 & 0.5522 & 0 & 1.0127 \\ -0.3150 & 0.6751 & 0.3150 & 0 & 201.1814 \\ 0 & 0 & 1 & -0.0484 & 0 \\ 0 & -0.0013 & 0 & 0.3967 & 0 \\ 0.2577 & -0.5522 & -0.2577 & 0 & -164.5664 \end{bmatrix} \\
 A_4 &= \begin{bmatrix} -0.7980 & 0 & 0.5522 & 0 & 1.0127 \\ -0.3531 & 0.6751 & 0.3531 & 0 & 201.1814 \\ 0 & 0 & 1 & -0.0484 & 0 \\ 0 & -0.0013 & 0 & 0.3967 & 0 \\ 0.2889 & -0.5522 & -0.2889 & 0 & -157.3239 \end{bmatrix} \quad \text{and} \\
 B_i = B &= \begin{bmatrix} -1.2152 \\ -251.8143 \\ 0 \\ 0 \\ 201.4515 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

The weighting functions $\rho_i(\theta(t))$ are defined as combinations of θ_j [39] and are given as follows:

$$\begin{aligned}
 \rho_1(\theta(t)) &= \frac{\theta_1(t) - \underline{\theta}_1}{\overline{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} \frac{\theta_2(t) - \underline{\theta}_2}{\overline{\theta}_2 - \underline{\theta}_2} = \frac{(\theta_1(t) + 0.018)(\theta_2(t) + 2.32)}{0.167} \\
 \rho_2(\theta(t)) &= \frac{\theta_1(t) - \underline{\theta}_1}{\overline{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} \frac{\overline{\theta}_2 - \theta_2(t)}{\overline{\theta}_2 - \underline{\theta}_2} = \frac{(\theta_1(t) + 0.018)(2.32 - \theta_2(t))}{0.167} \\
 \rho_3(\theta(t)) &= \frac{\overline{\theta}_1 - \theta_1(t)}{\overline{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} \frac{\theta_2(t) - \underline{\theta}_2}{\overline{\theta}_2 - \underline{\theta}_2} = \frac{(0.018 - \theta_1(t))(\theta_2(t) + 2.32)}{0.167} \\
 \rho_4(\theta(t)) &= \frac{\overline{\theta}_1 - \theta_1(t)}{\overline{\theta}_1 - \underline{\theta}_1} \frac{\overline{\theta}_2 - \theta_2(t)}{\overline{\theta}_2 - \underline{\theta}_2} = \frac{(0.018 - \theta_1(t))(2.32 - \theta_2(t))}{0.167}
 \end{aligned}$$

Remark. Note that parameters k_{mA} and h_v can be measured by the distinct ways. For the measurement of h_v (enthalpy of vaporization), let us consider that the change of state of a pure substance is made with constant pressure P and constant temperature T . The heat of the reaction corresponds to a change of enthalpy h_v since the pressure is constant. With constant pressure P , it is called latent heat of state change. The molar enthalpy change of state or mass enthalpy change of state corresponds to the amount of heat required per unit of amount of substance (mol) or mass (kg) of body so it changes state. For example, for the passage from the liquid state to the vapor state, one speaks about vaporization enthalpy (or latent heat of vaporization). The latent heat or enthalpy (in Joules) can be expressed as follows:

$$\Delta h_v = n C_p \Delta T$$

Δh_v : variation of the heat of vaporization

ΔT : variation of temperature

n : number of moles

C_p : average heat capacity

The molar latent heat or molar enthalpy (in Joules/mol) is given by

$$\Delta h_v^{molar} = \frac{\Delta h_v}{n}$$

By the way, we measure h_v by measuring the temperature variations ΔT (with constant pressure).

The physical measurement method of the coefficient of mass transfer $k_m A$ consists of measuring the oxygen concentration C_e before the entry of the reactor, and the oxygen concentration inside the reactor C_L . The liquid phase in the reactor is assumed to be perfectly mixed. The coefficient $k_m A$ can be deduced from the following expression:

$$k_m A \cdot V (C^* - C_L) = Q_L (C_L - C_e)$$

C^* : saturation of oxygen concentration in the liquid

C_L : oxygen concentration inside the reactor

C_e : oxygen concentration before entering in the reactor

Q_L : liquid out–flow rate

V : liquid volume

6.1. Fault tolerant control design for a two-phase flash system

Let us consider an additive actuator fault signal $f(t)$ affecting the polytopic LPV descriptor system (6) which is defined as follows:

$$\begin{aligned} f(t) &= 0, & t < 15 \text{ s} \\ f(t) &= 25 \sin(2.5t), & 15 \text{ s} \leq t < 25 \text{ s} \\ f(t) &= 15, & 25 \text{ s} \leq t < 35 \text{ s} \\ f(t) &= 0, & t > 35 \text{ s} \end{aligned}$$

The observer based control law given by Eqs. (11) is designed by solving the LMI problem defined in Theorem 1. One can check that the necessary Assumptions (A2) and (A3) are verified.

Afterwards and according to the proposed methodology defined in Section 4, matrices T_1 and T_2 can be computed from Eq. (24). The gains matrices of the APO and the controllers are obtained by solving the LMIs (29) with parameter value $\delta = 1442$:

$$\begin{aligned}
 L_1 &= \begin{bmatrix} -0.7905 & -0.7147 & -2.1275 \\ -174.7141 & -231.1559 & -537.6705 \\ -12.8643 & -0.8337 & -0.7042 \\ -0.3478 & -12.4030 & -0.2258 \\ -233.1793 & -222.3492 & -118.8419 \end{bmatrix}, \\
 L_2 &= \begin{bmatrix} -1.5590 & -1.5266 & -2.7960 \\ -437.1092 & -507.7838 & -786.0505 \\ -13.0101 & -0.9684 & -0.8103 \\ -0.3173 & -12.3811 & -0.1930 \\ -213.1735 & -202.8134 & -115.9478 \end{bmatrix}, \\
 L_3 &= \begin{bmatrix} -5.5749 & 0.3908 & -4.6427 \\ -307.8523 & -332.0796 & -549.2024 \\ -14.1713 & -2.8035 & -2.1476 \\ -3.0905 & -13.3019 & -2.4077 \\ -122.3051 & -68.0098 & -94.6731 \end{bmatrix}, \\
 L_4 &= \begin{bmatrix} -0.0586 & -1.0962 & -1.4895 \\ -163.1733 & -149.9693 & -511.7788 \\ -12.6399 & -0.6354 & -0.3416 \\ -1.0167 & -12.8870 & -2.1877 \\ -201.5105 & -114.0819 & -93.7544 \end{bmatrix}, \\
 K_1 &= [-0.0382 \quad -0.0429 \quad 0.0250 \quad 0 \quad 0.4862] \\
 K_2 &= [-0.0424 \quad -0.0433 \quad 0.0281 \quad 0 \quad 0.4856] \\
 K_3 &= [-0.0395 \quad -0.0430 \quad 0.0263 \quad 0 \quad 0.4860] \\
 K_4 &= [-0.0439 \quad -0.0435 \quad 0.0295 \quad 0 \quad 0.4853] \\
 U &= [-0.8457 \quad 2.9547 \quad 0.5406], \quad \text{for } i = 1, \dots, 4
 \end{aligned}$$

Simulations have been realized by applying a random noise with maximal magnitude 0.01 in the output measurements. The actuator fault and its estimate are depicted in Fig. 3. One can see the good estimation of this time-varying actuator fault by the use of the APO despite an additive noise. This actuator fault estimation is also used in the control law given in Eq. (10) so as to make the system robust against this actuator fault. Moreover, it should be noticed that the fault estimation error $e_f(t)$ depicted in Fig. 4 is zero-mean that underlines an accurate fault magnitude estimation. Note that abrupt changes of the fault can generate some peaks in Fig. 4 at time 15 s, 25 s and 35 s. Similar peaks have been noticed in the example part of Rodrigues et al. [30] for the same reasons.

Figs. 5–7 illustrate a comparison between the outputs of the nominal model (i.e., without any fault), the outputs of the faulty system without FTC (with a classical control law by a state feedback) and finally the outputs with our proposed FTC. It can be noticed that the outputs

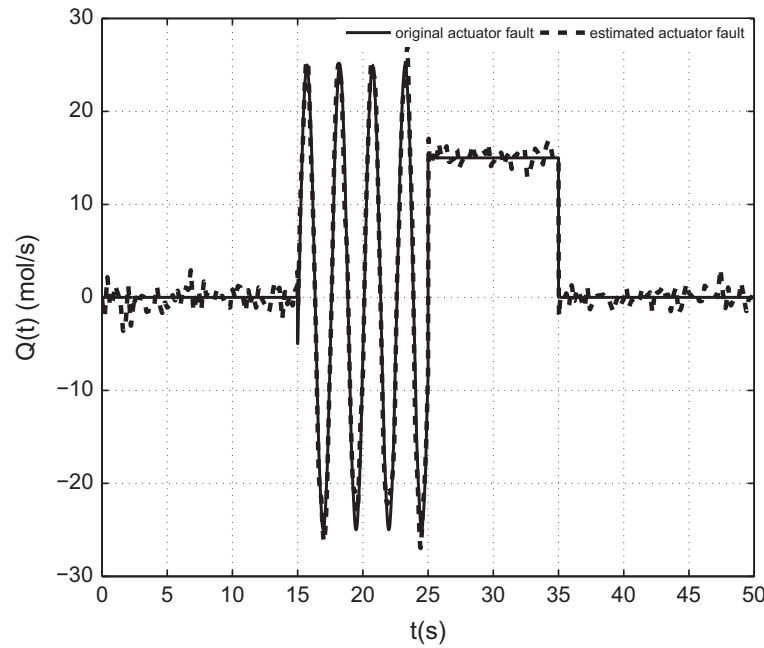


Fig. 3. Actuator fault and its estimated.

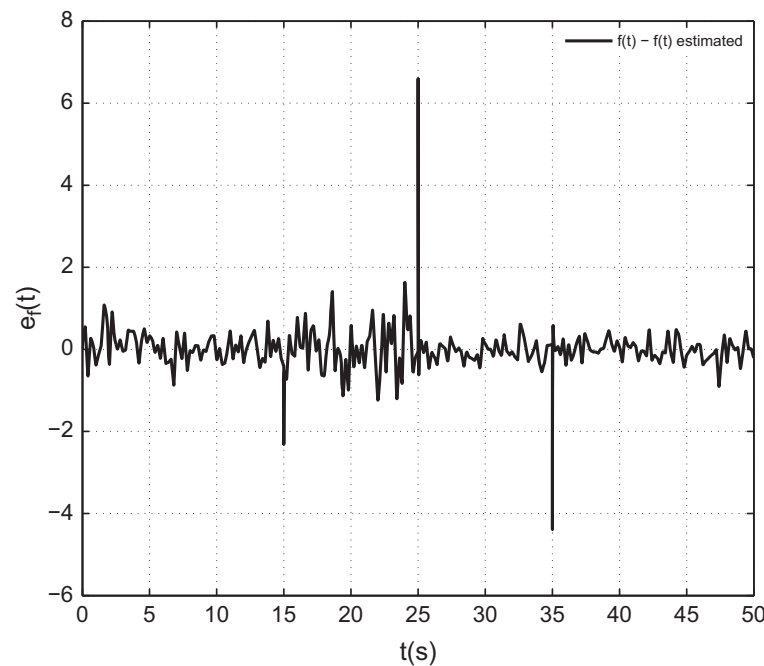


Fig. 4. Fault estimation error $e_f(t)$.

without FTC do not converge to the nominal dynamic: it underlines that the system is perturbed by the actuator fault and it is not robust against such faults. The proposed APO under the Fault Tolerant control law (10) makes the system robust against actuator fault since the outputs's trajectories of the system with FTC reach the outputs of nominal model.

For comparison, the nominal state feedback controller (without taking into account faults occurrences) and the proposed FTC control are plotted simultaneously in Figs. 5–7. The FTC scheme can well accommodate the actuator fault. Here, the Adaptive Polytopic Observer shows good results for the estimation of both time-varying or abrupt actuator fault in spite of the

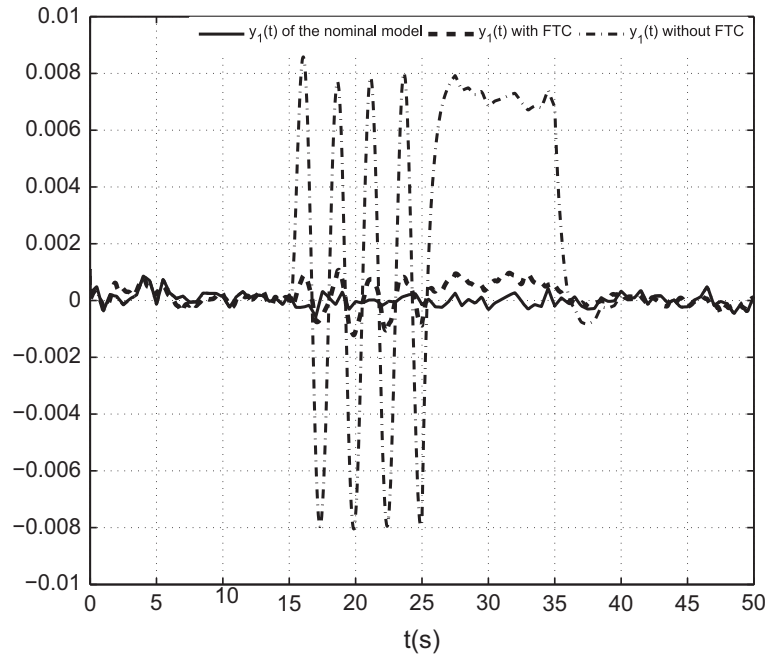


Fig. 5. $y_1(t)$ of the system: nominal output, output without FTC and output with FTC.

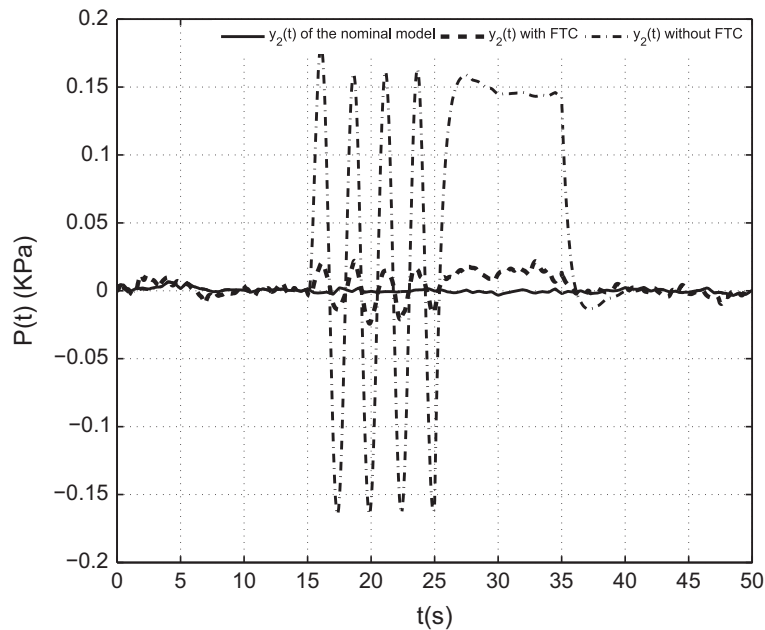


Fig. 6. $y_2(t)$ of the system: nominal output, output without FTC and output with FTC.

presence of an additive noise. An extension of this paper should consider Fault-Tolerant Control for Markovian systems as in Liu et al. [50] with our FTC strategy.

7. Conclusion

In this paper, an actuator Fault Tolerant Control methodology to address polytopic LPV descriptor system has been studied. The FTC scheme is based on an Adaptive Polytopic Observer that is able to simultaneously estimate time varying faults and state variables with a good accuracy. The stability analysis has been formulated and solved within a set of linear matrix

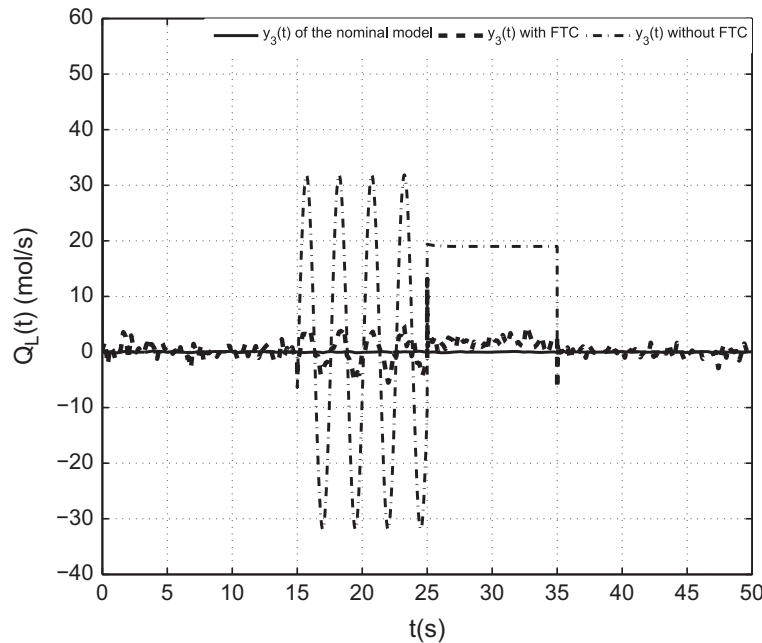


Fig. 7. $y_3(t)$ of the system: nominal output, output without FTC and output with FTC.

inequalities under equalities constraints. The developed scheme has been applied to a two-phase flash system with an additive actuator fault so as to illustrate the effectiveness of this method.

References

- [1] J. Chen, R. Patton, *Robust Model-based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*, Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [2] J. Bokor, Z. Szabo, Fault detection and isolation in nonlinear systems, *Annu. Rev. Control* 33 (2009) 113–123.
- [3] M. Blanke, M. Kinnaert, J. Lunze, M. Staroswiecki, *Diagnosis and Fault Tolerant Control*, 2nd ed., Springer, Berlin, Germany, 2006.
- [4] Y. Zhang, J. Jiang, Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems, *Annu. Rev. Control* 32 (2008) 229–252.
- [5] Z. Gao, S.X. Ding, Actuator fault robust estimation and fault-tolerant control for a class of nonlinear descriptor systems, *Automatica* 43 (2007) 912–920.
- [6] Shanbin Li, Dominique Sauter, Christophe Aubrun Joseph Yamé, Stability guaranteed active fault-tolerant control of networked control systems, *J. Control Sci. Eng.* vol. 2008, Article ID 189064, 9 p. 2008. <http://dx.doi.org/10.1155/2008/189064>.
- [7] D. Theilliol, H. Noura, J. Ponsart, Fault diagnosis and accommodation of three-tank system based on analytical redundancy, *ISA Trans.* 41 (2002) 365–382.
- [8] Q. Li, Z. Ren, S. Dai, W. Wang, A new robust fault-tolerant controller for self-repairing flight control system, *J. Frankl. Inst.* 350 (2013) 2509–2518.
- [9] Z. Mao, B. Jiang, P. Shi, Observer based fault-tolerant control for a class of nonlinear networked control systems, *J. Frankl. Inst.* 347 (2010) 940–956.
- [10] M. Witczak, L. Dziekan, V. Puig, J. Korbicz, Design of a fault-tolerant control scheme for takagi-sugeno fuzzy systems, in: *The 16th Mediterranean Conference on Control and Automation, MED'08*, Ajaccio, 2008.
- [11] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot, D. Maquin, New fault tolerant control strategies for nonlinear Takagi–Sugeno systems, *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.* 22 (2012) 197–210.
- [12] H. Wang, K. Tanaka, M. Griffin, An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues, *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* 4 (1996) 14–23.
- [13] A. Nagy Kiss, B. Marx, G. Mourot, G. Schutz, J. Ragot, State estimation of two-time scale multiple models. Application to wastewater treatment plant, *Control Eng. Pract.* 19 (2011) 1354–1362.

- [14] F.L. Lewis, A survey of linear singular systems, *Circuits Syst. Signal Process.* 5 (1986) 3–36.
- [15] S. Mattson, H. Elmqvist, M. Otter, Physical system modeling with modelica, *Control Eng. Pract.* 6 (1998) 501–510.
- [16] L. Dai, *Singular Control Systems*, Springer, Germany, 1989.
- [17] G.-R. Duan, *Analysis and Design of Descriptor Linear Systems Advances in Mechanics and Mathematics*, Springer, New York, 2010.
- [18] M. Darouach, M. Boutayeb, Design of observers for descriptor systems, *IEEE Trans. Autom. Control* 75 (1995) 490–501.
- [19] A. Youssouf, M. Kinnaert, Observer based residual generator for singular systems, in: *Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control*, Kobe, Japan, 1996, pp. 1175–1180.
- [20] C.-M. Astorga-Zaragoza, D. Theilliol, J.-C. Ponsart, M. Rodrigues, Observer synthesis for a class of a descriptor LPV systems, in: *American Control Conference (ACC'2011)*, Etats-Unis, USA, 2011.
- [21] Z. Wang, Y. Shen, X. Zhang, Q. Wang, Observer design for discrete-time descriptor systems: an LMI approach, *Syst. Control Lett.* 61 (2012) 683–687.
- [22] M. Chadli, M. Darouach, Novel bounded real lemma for discrete-time descriptor systems: application to h_∞ control design, *Automatica* 48 (2012) 449–453.
- [23] M. Chadli, M. Darouach, Further enhancement on robust h_∞ control design for discrete-time singular systems, *IEEE Trans. Autom. Control* 59 (2) (2014) <http://dx.doi.org/10.1109/TAC.2013.2273266>. Date of Publication: February 2014.
- [24] H. Alwi, C. Edwards, A. Marcos, Fault reconstruction using a LPV sliding mode observer for a class of LPV systems, *J. Frankl. Inst.* 349 (2012) 510–530.
- [25] J. Bokor, G. Balas, Detection filter design for LPV systems: a geometric approach, *Automatica* 40 (2004) 511–518.
- [26] S. Armeni, A. Casavola, E. Mosca, Robust fault detection and isolation for LPV systems under a sensitivity constraint, *Int. J. Adapt. Control Signal Process.* 23 (2009) 55–72.
- [27] F. Wu, *Control of Parameter Varying Systems*, University of California at Berkeley, USA, 1995.
- [28] L. Wu, Z. Wang, H. Gao, h_∞ and l_2-l_∞ filtering for two-dimensional linear parameter-varying systems, *Int. J. Robust Nonlinear Control* 17 (2007) 1129–1154.
- [29] F. Bruzelius, *Linear Parameter-Varying Systems an Approach to Gain Scheduling*, Department of Signals and Systems, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden, 2004.
- [30] M. Rodrigues, M. Sahnoun, D. Theilliol, J.-C. Ponsart, Sensor fault detection and isolation filter for polytopic LPV systems: a winding machine application, *J. Process Control* 23 (2013) 805–816.
- [31] L. Wu, W. Zheng, Passivity-based sliding mode control of uncertain singular time-delay systems, *Automatica* 45 (2009) 2120–2127.
- [32] L. Wu, P. Shi, H. Gao, State estimation and sliding-mode control of Markovian jump singular systems, *IEEE Trans. Autom. Control* 55 (2010) 1213–1219.
- [33] L. Wu, X. Su, P. Shi, Sliding mode control with bounded l_2 gain performance of Markovian jump singular time-delay systems, *Automatica* 48 (2012) 1929–1933.
- [34] F. Li, X. Zhang, Delay-range-dependent robust h_∞ filtering for singular LPV systems with time variant delay, *Int. J. Innov. Comput. Inf. Control* 9 (2013) 339–353.
- [35] H. Hamdi, M. Rodrigues, C. Mechmeche, N.B. Braiek, Robust fault detection and estimation for descriptor systems based on multi-models concept, *Int. J. Control Autom. Syst.* 10 (2012) 1260–1266.
- [36] B. Marx, D. Koenig, D. Georges, Robust fault tolerant control for descriptor systems, *IEEE Trans. Autom. Control* 49 (2004) 1869–1876.
- [37] D. Koenig, Observers design for unknown input nonlinear descriptor systems via convex optimization, *IEEE Trans. Autom. Control* 51 (2006) 1047–1052.
- [38] S.M.D. Oca, D. Rotondo, F. Nejjari, V. Puig, Fault estimation and virtual sensor FTC approach for LPV systems, in: *50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC)*, CD-Rom, Orlando, USA, 2011.
- [39] H. Hamdi, M. Rodrigues, C. Mechmeche, D. Theilliol, N.B. Braiek, Fault detection and isolation in linear parameter-varying descriptor systems via proportional integral observer, *Int. J. Adapt. Control Signal Process.* 26 (2012) 224–240.
- [40] M. Rodrigues, H. Hamdi, D. Theilliol, C. Mechmeche, N.B. Braiek, Fault diagnosis based on adaptive polytopic observer for LPV descriptor systems, in: *Proceedings of 8th IFAC Symposium SAFEPROCESS: Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes*, CD-Rom, Mexico City, Mexico, 2012.
- [41] H. Wang, S. Daley, Actuator fault diagnosis: an adaptive observer-based technique, *IEEE Trans. Autom. Control* 41 (1996) 1073–1078.

- [42] K. Zhang, B. Jiang, V. Cocquempot, Adaptive observer-based fast fault estimation, *Int. J. Control Autom. Syst.* 6 (2008) 320–326.
- [43] M. Rodrigues, D. Theilliol, D. Sauter, Design of an active fault tolerant control for nonlinear systems described by a multi-model representation, in: *Proceedings of the 20th IEEE International Symposium on Intelligent Control (ISIC'05) and the 13th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED'05)*, Limassol, Cyprus.
- [44] M. Rodrigues, D. Theilliol, S. Aberkane, D. Sauter, Fault tolerant control design for polytopic LPV system, *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.* 17 1 (2007) 27–37.
- [45] C.-M. Astorga-Zaragoza, D. Theilliol, J.C. Ponsart, M. Rodrigues, Fault diagnosis for a class of descriptor linear parameter-varying systems, *Int. J. Adapt. Control Signal Process.* 26 (2012) 208–223.
- [46] G. Cai, C. Hu, G. Duan, Efficient LMI-based quadratic stability and stabilization of parameter-dependent interval systems with applications, *Int. J. Innov. Comput. Inf. Control* 8 (2012) 1943–1954.
- [47] D. Zhang, H. Wang, B. Lu, Z. Wang, LMI-based fault detection fuzzy observer design with multiple performance constraints for a class of non-linear systems: comparative study, *Int. J. Innov. Comput. Inf. Control* 8 (2012) 633–645.
- [48] A. Sala, C. Arino, Asymptotically necessary and sufficient conditions for stability and performance in fuzzy control: applications of Polya's theorem, *Fuzzy Sets Syst.* 158 (2007) 2671–2686.
- [49] A. Ben-Zvi, P.J. McLellan, K.B. McAuley, Identifiability of non-linear differential algebraic systems via a linearization approach, *Can. J. Chem. Eng.* 84 (2006) 590–596.
- [50] M. Liu, P. Shi, L. Zhang, X. Zhao, Fault-tolerant control for nonlinear Markovian jump systems via proportional and derivative sliding mode observer technique, *IEEE Trans. Circuits Syst. Part I* 58 (2011) 2755–2764.

Cette **Habilitation à Diriger des Recherches (HDR)** synthétise à la fois les responsabilités administratives, les différents cours dispensés ainsi que les diverses activités de recherche menées depuis ma thèse. La première partie relate les différents éléments marquants de mon CV ainsi que les activités d'enseignement et d'encadrement. La seconde partie est dévolue aux différentes activités de recherche menées au travers différentes collaborations. Dans cette activité de recherche, l'accent est mis sur différentes de méthodes de diagnostic synthétisées pour des systèmes Linéaires à Paramètres Variant dans le temps (LPV) qu'il soit réguliers ou singuliers (descripteurs). Un schéma global de diagnostic et de commande active tolérante aux défauts est élaboré pour des systèmes LPV descripteurs permettant à la fois l'estimation de l'amplitude de défaut actionneur tout en garantissant la stabilité au moyen d'inégalités matricielles linéaires (LMI). D'autre part, différentes lois de commande de type proportionnel (P), proportionnel-intégral (PI) sont synthétisées pour des canaux d'irrigation par une approche Multi-Modèles pour des systèmes en dimension infinie. La stabilité est étudiée au moyen de LMI dans le cas de la dimension finie et infinie. Enfin, différents projets de recherche à court, moyen et long terme sont exposés permettant de tracer une route avec des objectifs multiples.

Mots-clefs : diagnostic de défauts, commande tolérante active aux défauts, LPV, Multi-Modèles, systèmes descripteurs, filtre adaptatif, stabilité, dimension infinie, LMI.

This Accreditation to Drive Researches synthesizes both administrative responsibilities, various courses and various research activities carried out since my PhD Thesis. The first part describes the various highlights of my CV as well as teaching and coaching activities. The second part is devoted to my various research activities through various collaborations. In this research activity, the focus is on different fault diagnosis (FDI) methods synthesized for Linear Parameter Varying systems (LPV) whether regular or singular (descriptor). A global fault diagnosis and active control fault tolerant scheme is developed for descriptor LPV systems by both estimating the actuator fault magnitude while ensuring stability through Linear Matrix Inequalities (LMI). Moreover, different Proportional control laws (P), Proportional-Integral (PI) control laws are synthesized to irrigation channels by a Multi-Models approach for infinite dimensional systems. The stability is examined by means of LMI in the case of finite and infinite dimensions. Finally, various short research projects, medium and long term are exposed to define a way with multiple objectives.

Keywords: fault diagnosis (FDI), active Fault Tolerant Control (FTC), LPV, Multi-Models, descriptor systems, adaptive filter, stability, infinite dimensional systems, LMI.