HAL
open science

Etude de la décohérence de paquets d'onde monoélectroniques dans les canaux de bord de l'effet Hall quantique entier

Vincent Freulon

To cite this version:

Vincent Freulon. Etude de la décohérence de paquets d'onde monoélectroniques dans les canaux de bord de l'effet Hall quantique entier. Systèmes mésoscopiques et effet Hall quantique [cond-mat.mes-hall]. Ecole Normale Supérieure, 2014. Français. NNT : . tel-01176894

HAL Id: tel-01176894

https://hal.science/tel-01176894

Submitted on 17 Jul 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Département de Physique
École normale supérieure

laboratoire pierre aigrain
électronique et photonique quantiques

THÈSE de DOCTORAT de l'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE

Spécialité : Physique Quantique

présentée par

Vincent FREULON

pour obtenir le titre de

DOCTEUR de l'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE

Étude de la décohérence de paquets d'onde monoélectroniques dans les canaux de bord de l'effet Hall quantique entier

---

Soutenue le 24 Octobre 2014
devant le jury composé de :

M.	**David CARPENTIER**	Rapporteur
M.	**Xavier JEHL**	Rapporteur
M.	**Frédéric CHEVY**	Président
M.	**Fabio PISTOLESI**	Examinateur
M.	**Patrice ROCHE**	Examinateur
M.	**Gwendal FÈVE**	Co-directeur de thèse
M.	**Jean-Marc BERROIR**	Directeur de thèse

Remerciements

Je remercie David Carpentier et Xavier Jehl d'avoir accepté d'être rapporteurs de ce manuscript, ainsi que Frédéric Chevy, Fabio Pistolesi et Patrice Roche pour leur participation au jury. Qu'ils soient tous les cinq remerciés pour le travail fourni!

Ma thèse a été réalisée au Laboratoire Pierre Aigrain, à l'École normale supérieure sous la direction de Jean-Marc Berroir, Bernard Plaçais et Gwendal Fève. Elle m'a beaucoup apporté sur les plans théorique mais surtout technique et expérimental. Cela tient aux compétences scientifiques des membres du groupe de physique mésoscopique, et à leurs grandes qualités humaines: la bonne humeur qui règne dans le groupe est propice à un travail d'équipe efficace et foisonnant. Je remercie d'abord Jean-Marc d'avoir accepté de diriger ma thèse avec tant de bienvaillance, de m'avoir soutenu dans les moments difficiles et dans mon souhait d'enseigner sur un poste d'agrégé-préparateur, au centre de préparation à l'agrégation de l'ENS, durant ma thèse. Je souhaite également remercier chaleureusement Gwendal Fève et Bernard Plaçais qui ont encadré mon travail avec patience, ambition, bonne humeur et sans compter les heures de travail!

Gwendal m'a formé aux techniques expérimentales et aux méthodes théoriques de la physique mésoscopique. Cet apprentissage pointu restera certainement profondément ancré dans mon approche de la physique. Sincèrement merci de m'avoir fait grandir! Bernard est le rayon de bonne humeur qui maintient une ambiance chaleureuse dans le groupe, distillant constamment des contrepèteries subtiles (dont certaines m'échappent encore) et partageant avec générosité ses connaissances étendues et éclairantes sur notre belle physique mésoscopique. J'ai également eu l'honneur de travailler avec Erwann Bocquillon et Arthur Marguerite. Je leur souhaite une belle carrière dans la recherche! Merci en particulier à Erwann d'avoir partagé avec moi son expérience de la physique mésoscopique et sa maîtrise des techniques expérimentales et numériques inhérentes à notre travail de recherche.

Merci également à Quentin, Takis, Jérémy, Laure, Matt, Matt et Matt, Nico, Manu, Philippe, François, Mickael, David. Je remercie aussi les autres membres du LPA et du département de physique. J'ai aussi pu profiter du soutien des services du département et du LPA. Je remercie Anne Matignon, Fabienne Rénia, Pascal Morfin, Jules Silembo, Claude Dodray, Anne Denis, Philippe Pace, David Darson, Olivier Andrieu, José Palomo, François-René Ladan, Thierry Desvignes, Aurélien Sabatié.

Durant ces trois années de thèse, j'ai eu beaucoup de plaisir à enseigner au centre

de préparation à l'agrégation de Moutrouge et je tiens à remercier Jean-Michel Raimond, François, Éric, Nasser, Kenneth, Benjamin et Igor. J'ai une pensée toute particulière pour Emmanuel Baudin et Hélène Monin avec qui la collaboration fut intense, enrichissante et particulièrement agréable.

Le LPN nous fournit des échantillons de qualité, qu'il s'agisse des échantillons eux-mêmes ou des transistors qui ont permis de réaliser les amplificateurs ultra-bas bruit: un très grand merci à Yong Jin et Antonella Cavanna! Nos collaborations avec le CPT Marseille et l'ENS de Lyon ont rendu ce travail encore plus passionnant. Je remercie Thierry Martin, Thibaut Jonckheere, Jérôme Rech, Claire Wahl, Pascal Degiovanni, Charles Grenier, Étienne Thibierge et Dario Ferrarro.

Enfin, je remercie mes parents, Cathy, Mahmoud, Olivier, Rim, et mes amis de l'ENS (David, Erwan, Rémi en particulier).

Contents

1 Introduction **11**

1.1 Travailler aux basses températures 13

1.1.1 De 300 K à 1 K 13

1.1.2 De 1 K à ... quelques dizaines de mK 14

1.2 Réaliser des expériences d'optique quantique électronique avec des particules uniques 16

1.2.1 Un gaz bidimensionnel d'électrons 16

1.2.2 Utilisation de l'effet Hall quantique 18

1.2.3 Le contact ponctuel quantique, une lame partiellement réfléchissante pour les électrons 20

1.2.4 La source d'électrons uniques 23

1.3 Interférences à une particule et fonction de corrélation 29

1.3.1 Des photons aux électrons 29

1.3.2 Interférences à une particule avec l'interféromètre de Mach-Zehnder photonique 29

1.3.3 Fonction de corrélation du premier ordre $\mathscr{G}^{(1)}$ électronique . . 31

1.3.4 Fonction $\mathscr{G}^{(1)}$ pour électron unique séparé de la mer de Fermi 32

1.4 Décohérence et relaxation: état de l'Art 33

1.4.1 Décohérence dans les interféromètres de Mach-Zehnder 33

1.4.2 Échanges d'énergie entre canaux de bord 34

1.5 Annexe du chapitre 1 – caractéristiques des échantillons utilisés pendant ma thèse 38

2 Interaction coulombienne entre canaux de bord de l'effet Hall quantique **39**

2.1 Principe de la mesure directe du couplage entre canaux 41

2.1.1 Modes propres de la propagation en présence de couplage . . . 41

2.1.2 L'échec de l'étude dans le domaine temporel 44

2.1.3 Approche dans le domaine fréquenciel 45

2.1.4 Lecture du courant généré sur le canal interne 48
2.1.5 Réalisation expérimentale 51
2.2 Résultats expérimentaux 53
2.2.1 Une spirale au lieu d'un cercle?! 53
2.2.2 Relation de dispersion 55
2.2.3 Couplage fort: un mode chargé et un mode neutre 56
2.3 Modélisation des interactions pour les magnéto-plasmons de bord . . 58
2.3.1 Description des interactions électron-électrons 58
2.3.2 Description de l'interaction dans le modèle courte portée . . . 59
2.3.3 Description de l'interaction dans le modèle longue portée . . . 64
2.3.4 Modélisation ad hoc de la dissipation 67

3 Mise en place d'amplificateurs ultra-bas bruit 71
3.1 Généralités sur les mesures de bruit 74
3.1.1 Définition 74
3.1.2 Bruit thermique d'une résistance 75
3.1.3 Impédance de mesure 75
3.1.4 Modélisation des amplificateurs 76
3.1.5 Mesure des corrélations croisées 77
3.2 Une première tentative: bruit avec amplificateurs à température ambiante 79
3.2.1 Mesure de bruit avec amplificateurs à 300 K 79
3.2.2 Vers une amélioration des performances de bruit des amplificateurs 82
3.3 Propriétés des HEMT cryogéniques 82
3.3.1 Modélisation du transistor en régime linéaire 83
3.3.2 Gain en tension du transistor 84
3.3.3 Effet Miller 85
3.3.4 Câblage du transistor 86
3.3.5 Protocole de recherche du point de fonctionnement 87
3.4 Propriétés du résonateur 88
3.4.1 Description du résonateur 88
3.4.2 Principe de fonctionnement 88
3.5 Étude du bruit en sortie de l'amplificateur à froid 90
3.5.1 Spectre de puissance de bruit en sortie du résonateur 90
3.5.2 Méthode de détermination de R et C pour un point de fonctionnement 91
3.5.3 Effet de la capacité Miller sur le bruit 92

3.5.4 Bruit en courant de l'amplificateur 92
3.5.5 Gain des amplificateurs et bruit en tension des amplificateurs 95
3.5.6 Estimation de la durée de mesure 96
3.6 Annexes du chapitre 3 97
3.6.1 Expression des densités spectrales de bruit 97
3.6.2 Expression du bruit du bruit 99

4 Modélisation de l'effet Hong-Ou-Mandel, approche théorique de la décohérence pour un électron unique 102
4.1 Bruit Hanbury-Brown et Twiss 104
4.1.1 Présentation de l'interféromètre HBT pour les photons 104
4.1.2 Description quantique pour les électrons 105
4.1.3 Interprétation des résultats HBT 110
4.2 Expérience Hong-Ou-Mandel (HOM) électronique 112
4.2.1 Présentation de l'expérience HOM 112
4.2.2 Description quantique pour les électrons 114
4.2.3 Sonder la décohérence grâce à l'expérience HOM 116

5 Résultats expérimentaux de l'expérience HOM 126
5.1 Réalisation expérimentale 128
5.1.1 Thermalisation des lignes de descente 129
5.1.2 Mesures basse-fréquence 132
5.1.3 Méthode d'estimation du temps de sortie des sources par des mesures RF 135
5.2 Courbe expérimentale de l'effet HOM et interprétation 137
5.2.1 Courbes HOM obtenues à $\nu = 2$ avec une excitation carré . . . 137
5.2.2 Effet de la forme du signal d'excitation des sources 141
5.2.3 Pic électron-trou 149
5.3 Étude de causes de réduction du contraste de la figure HOM 150
5.3.1 Effet d'une dissymétrisation des durées d'émission des sources 150
5.3.2 Effet du bruit de grille 152
5.3.3 Effet d'une différence d'énergie entre les particules émises . . . 153
5.3.4 Effet du temps de sortie et extraction de la durée caractéristique τ_c 154

6 Conclusion 160

Bibliography 164

Le but de mon travail de thèse est d'étudier la décohérence de paquets d'onde mono-électroniques, dans un conducteur mésoscopique, quantiquement cohérent. Cette étude repose essentiellement sur deux types d'expériences: l'une fait appel à une technique utilisée, par exemple, pour analyser la propagation d'ondes dans une ligne formée de deux conducteurs en régime forcé; l'autre s'appuie sur l'interférométrie et reproduit un interféromètre initialement développé en optique quantique. Ces expériences nécessitent des échantillons produits par nano-fabrication (l'ensemble des techniques correspondantes s'est développé ces dernières décennies), refroidis à une température inférieure à la centaine de milli-Kelvins, ce qui requière l'utilisation d'importants dispositifs cryogéniques. Dans ces conditions, au sein d'une hétérostructure semi-conductrice, on peut obtenir un gaz bidimensionnel d'électrons, de haute mobilité, présentant une importante longueur de cohérence de phase et un grand libre parcours moyen élastique. C'est ce système qui permet de reproduire les expériences pionnières de l'optique quantique photonique. Des contacts ponctuels quantiques y jouent le rôle de lames séparatrices. Des analogies formelles remarquables existent entre les deux systèmes. Du point de vue théorique, on peut adapter les méthodes développées dans le cadre de la théorie de Glauber, pour l'optique quantique photonique, à l'optique électronique (voir Grenier *et coll.* [27, 28]). On peut alors, par exemple, définir les fonctions de cohérence (qui ont été étudiées dans les interféromètres de Mach-Zehnder (voir notamment Ji *et coll.* [39], Litvin *et coll.* [50], Roulleau *et coll.* [68], Bieri *et coll.* [6]), et de Hanbury-Brown et Twiss (voir Parmentier [62], Bocquillon [10, 7]). Cependant, en raison des propriétés quantiques des fermions, on s'attend à observer des différences entre la propagation de photons dans le vide et celle d'électrons dans la matière à l'état solide. Pour ces derniers, le vide d'excitations correspond à la mer de Fermi et des interactions à distance (interaction coulombienne) sont présentes. Ces effets sont responsables de la grande richesse du domaine de la physique étudié dans ce travail de thèse.

En particulier, l'effet des interactions a été étudié indirectement dans les canaux de bord de l'effet Hall quantique entier: ces interactions sont responsables d'échanges énergétiques entre canaux (c.f. Altimiras *et coll.* [2, 3], Le Sueur *et coll.* [48]) et de réduction de la longueur de cohérence de phase au sein d'un canal (voir par exemple

Ji *et coll.* [39] et Roulleau *et coll.* [66, 67]). Jusqu'à présent, les expériences portant sur l'étude des interactions ont été essentiellement réalisées à l'aide de sources DC, qui émettent un flot continu d'électrons. Au contraire, mon travail de thèse repose sur l'utilisation d'une source AC particulière, développée récemment au LPA: une source capable d' injecter des électrons uniques, à la demande.

Après avoir introduit, dans le premier chapitre, le formalisme et les concepts sur lesquels repose mon travail de thèse, je présente (dans le second chapitre) une expérience permettant d'étudier de manière directe le couplage entre canaux de bord. Le troisième chapitre décrit les amplificateurs cryogéniques ultra-bas bruit, que j'ai mis en place pour permettre l'étude de la décohérence avec l'interféromètre Hong-Ou-Mandel (HOM). Le quatrième chapitre décrit les outils théoriques spécifiques aux mesures de bruit, qui sont à la base de l'interprétation des résultats de l'expérience HOM. Dans le cinquième chapitre, je présente les résultats de l'expérience HOM.

Chapter 1

Introduction

Résumé du chapitre

Ce chapitre introductif est composé de quatre parties posant les bases des travaux présentés dans les chapitres suivants. Après une brève introduction aux techniques de cryogénie, essentielles pour nos mesures, on introduit le support de cet étude: un gaz bidimensionnel d'électrons en régime d'effet Hall quantique. Les outils pour réaliser les expériences d'optique quantique électronique sont alors décrits (le contact ponctuel quantique, les sources d'électrons uniques). Le formalisme de l'optique quantique électronique, inspiré de celui de l'optique quantique, est exposé. Les points communs et différences entre ces domaines sont rappelés. Enfin, deux expériences, réalisées dans d'autres groupes, et visant à étudier le couplage entre canaux de bord de l'effet Hall quantique sont abordées.

Sommaire

1.1 Travailler aux basses températures 13

1.1.1 De 300 K à 1 K 13

1.1.2 De 1 K à ... quelques dizaines de mK 14

1.2 Réaliser des expériences d'optique quantique électronique avec des particules uniques 16

1.2.1 Un gaz bidimensionnel d'électrons 16

1.2.2 Utilisation de l'effet Hall quantique 18

1.2.3 Le contact ponctuel quantique, une lame partiellement réfléchissante pour les électrons 20

1.2.4 La source d'électrons uniques 23

1.3 Interférences à une particule et fonction de corrélation 29

1.3.1 Des photons aux électrons 29

1.3.2 Interférences à une particule avec l'interféromètre de Mach-Zehnder photonique 29

1.3.3 Fonction de corrélation du premier ordre $\mathscr{G}^{(1)}$ électronique 31

1.3.4 Fonction $\mathscr{G}^{(1)}$ pour électron unique séparé de la mer de Fermi 32

1.4 Décohérence et relaxation: état de l'Art 33

1.4.1 Décohérence dans les interféromètres de Mach-Zehnder . . 33

1.4.2 Échanges d'énergie entre canaux de bord 34

1.5 Annexe du chapitre 1 – caractéristiques des échantillons utilisés pendant ma thèse 38

1.1 Travailler aux basses températures

La manipulation d'électrons uniques dans des expériences d'optique quantique électronique nécessite de travailler à très basses températures. Il faut atteindre une température inférieure à environ 150 K pour pouvoir travailler avec un gaz bidimensionnel d'électrons (voir paragraphe 1.2.1), descendre au Kelvin pour utiliser l'effet Hall quantique (paragraphe 1.2.2) et utiliser la quantification des niveaux électroniques dans la boîte quantique qui sert de source à électrons uniques (c.f. 1.2.4). Enfin, la mesure des corrélations de courant dans les expériences d'optique quantique électronique nécessite que la température soit voisine de la centaine de milli-Kelvin, pour que le bruit termique de l'échantillon (voir chapitre 3) n'écrase pas celui dû au partitionnement des charges par la lame séparatrice (voir paragraphe 1.2.3). L'hélium liquide, dont la température d'ébullition sous 1 atm est 4,2 K et qui fut produit pour la première fois en 1908, par l'équipe de Heike Kamerlingh Onnes, est un ingrédient essentiel dans l'obtention des basses températures mais il ne suffit pas.

1.1.1 De 300 K à 1 K

L'obtention de basses températures (quelques dizaine de mK) est rendue possible par l'utilisation de différents étages de refroidissement. Le premier est le pot 1 K, le second est le réfrigérateur à dilution reposant sur l'utilisation d'un mélange de ^{3}He et de ^{4}He.

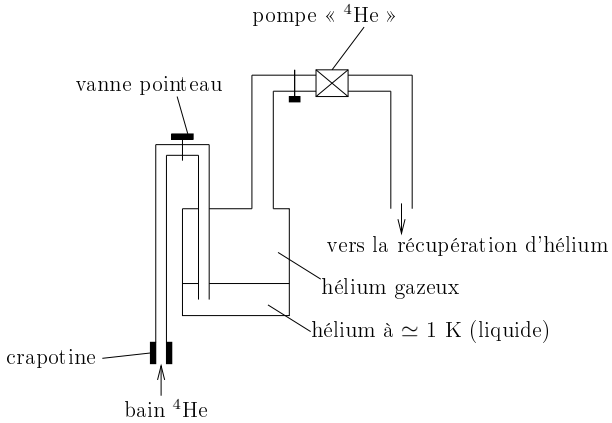

Figure 1.1: Schéma décrivant le fonctionnement du pot 1 K.

Le pot 1 K est un cylindre fermé, en cuivre, d'environ 5 cm de diamètre, alimenté par le bain d'hélium liquide du cryostat via un long tube en acier dont l'entrée est appelée crapotine. On pompe sur l'hélium contenu dans le pot qui s'évapore en prélèvant sa chaleur latente à son environnement. Le débit d'hélium pompé est régulé via une vanne pointeau actionnée manuellement en haut de l'insert. Ce procédé permet d'atteindre une température de $\simeq$ 1 K. L'hélium évaporé est ensuite envoyé dans la récupération d'hélium pour être recondensé. Le rôle du pot 1 K n'est pas directement de maintenir l'échantillon froid mais plutôt

de condenser la vapeur d'hélium 3, essentielle au fonctionnement du réfrigérateur à dilution, qui permet d'atteindre des températures de 50 mK typiquement.

1.1.2 De 1 K à ... quelques dizaines de mK

Pour descendre en dessous du Kelvin, on utilise un réfrigérateur à dilution (voir Pobell [20] et White et Meeson [75]). Les réfrigérateurs à dilution sont des dispositifs utilisant un mélange des isotopes 3 et 4 de l'hélium. Pour en comprendre le principe, il faut se reporter au diagramme binaire isobare figure 1.2. On considère un mélange de fraction molaire faible $x_t \simeq 0{,}2$ en ^{3}He. Les deux isotopes se mélangent en une seule phase (notée He-I, puis He-II à plus basse température) tant que la température reste supérieure à T_D. La phase He-I correspond à un mélange ^{3}He/^{4}He dans lequel l'hélium 4 n'est pas superfluide. Au contraire, dans la phase He-II l'hélium 4 est superfluide. En dessous de T_D, on observe une démixtion du liquide en deux phases, l'une riche (c'est la phase He-I) et l'autre pauvre en ^{3}He (la phase He-II).

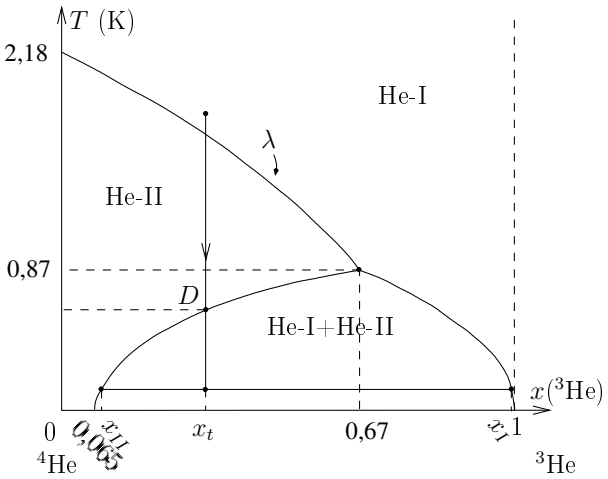

Figure 1.2: Diagramme binaire isobare pour le mélange ^{3}He/^{4}He. La ligne λ correspond à la transition superfluide l'hélium 4.

La phase He-II, pauvre en ^{3}He, a une composition s'approchant de $x_{II} \simeq 0{,}065$ à mesure que la température baisse. On note que même à très basse température, x_{II} ne tend pas vers 0. C'est essentiel pour le fonctionnement du réfrigérateur à dilution car, même à très basse température, de l'hélium 3 tend à être présent dans la phase He-II. La phase He-II, riche en hélium 4 superfluide, est plus dense. Elle tombe en bas de la chambre de mélange et pénètre dans un tuyau d'évacuation qui débouche, environ 1 mètre plus haut dans le bouilleur (voir figure 1.3). Les pressions au niveau de la chambre de mélange et dans le bouilleur diffèrent en raison de la colonne de fluide qui sépare ces deux zones. La dépression dans le bouilleur en haut de la colonne de liquide, pompe naturellement de l'hélium 3 de la chambre de mélange vers le bouilleur. Une pompage (mécanique) en sortie du bouilleur permet de vaporiser l'hélium 3 et ainsi entretenir le pompage

de la chambre de mélange vers le bouilleur. On note que c'est l'hélium-3 qui se vaporise: en effet, les pressions de vapeur saturante de ^{3}He et ^{4}He sont différentes. Cette différence est liée à la différence des masses isotopiques. L'hélium-3, en se vaporisant, prélève de l'énergie thermique au liquide dans le bouilleur (ce qui est à l'origine du refroidissement de ce dernier). L'hélium 3 qui s'est vaporisé est alors pompé pour être réinjecté dans la chambre de mélange après condensation au contact du pot 1 K, puis refroidi au contact du bouilleur et de l'hélium 3 qui diffuse vers le bouilleur (dans les échangeurs thermiques, voir figure 1.3).

La puissance de froid au niveau de la chambre de mélange, quant à elle, est due au passage de l'hélium 3 de la phase surnageante He-I (riche en hélium-3 et approvisionnée depuis le pot 1 K) à la phase He-II: des atomes d'hélium-3 de la phase He-I pénètrent dans la phase He-II puis diffusent vers le bouilleur. Ce passage de la phase He-I vers la phase He-II est endothermique. C'est cet effet qui est à l'origine du refroidissement dans la chambre de mélange.

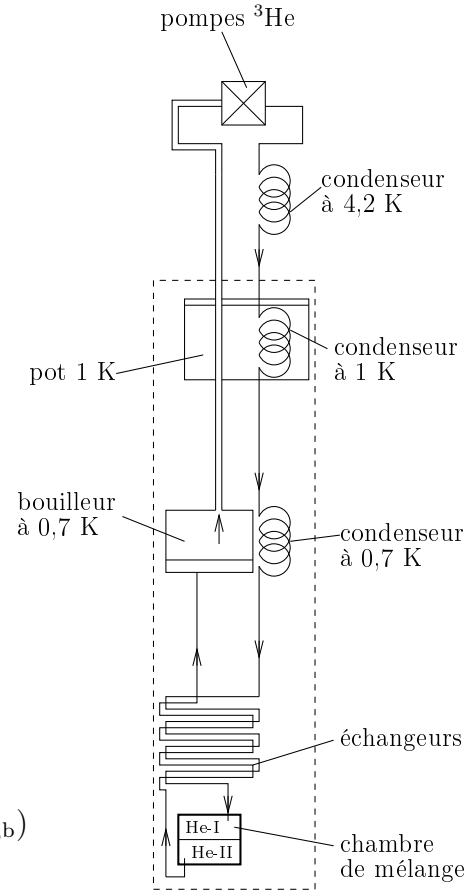

Figure 1.3: Schéma du circuit du réfrigérateur à dilution.

On peut estimer la hauteur de colonne de liquide nécessaire entre la chambre de mélange et le bouilleur à l'aide d'un calcul thermodynamique. Il suffit de traduire qu'à l'équilibre le potentiel chimique de ^{4}He est uniforme entre le bouilleur et la chambre de mélange

$$v_4\, P_{\rm cm} + RT_{\rm cm} \ln(1-x_{3,\rm cm}) = v_4\, P_{\rm b} + RT_{\rm b} \ln(1-x_{3,\rm b})$$

où $P_{\rm b}$ et $x_{3,\rm b}$ (resp. $P_{\rm cm}$ et $x_{3,\rm cm}$) sont la pression et la fraction molaire en hélium 3 dans le bouilleur (resp. dans la chambre de mélange), v_4 est le volume molaire de l'hélium 4. Et à l'ordre 1 en les fractions molaires en hélium-3, la chute de pression maximale est obtenue lorsque $x_{3,\rm b} = x_{3,\rm cm} \ll 1$. Alors

$$\Delta P_{\rm max} = \frac{R\,T_{\rm cm}\,x_{3,\rm cm}}{v_4} \simeq 20 \text{ mbar}$$

(pour $T \simeq 0{,}1$ K, $v_4 \simeq 4.10^{-6}$ m^3/mol). Une telle dépression est obtenue au sommet d'une colonne d'hélium liquide d'environ 1 m (c'est cette valeur qui fixe la distance

qui sépare le bouilleur de la chambre de mélange). C'est pour cela que la chambre de mélange et le bouilleur sont séparés de cette distance sur l'insert. Ce dispositif permet d'atteindre des températures entre 5 et 100 mK avec une puissance de froid remarquable: 100 μW à 100 mK. C'est là le double intérêt du réfrigérateur à dilution par comparaison au pompage sur une phase pure. D'après Pobell [20], avec de l'hélium ^{4}He pur, on atteint par pompage environ 1,3 K (c.f. pot 1 K) et avec de l'hélium ^{3}He pur, on atteint 0,3 K. La puissance de froid, obtenue par pompage sur une phase pure, est limitée par la diminution de la pression de vapeur de saturante lorsque la température diminue. En effet, la pression de vapeur saturante suit une loi de la forme $\mathrm{e}^{-A/T}$ ($A > 0$). Pour le binaire, la puissance de froid suit une loi polynomiale en T^2 dont la décroissance en température est bien plus lente: c'est la capacité thermique des fermions qui impose le comportement en température [20].

1.2 Réaliser des expériences d'optique quantique électronique avec des particules uniques

1.2.1 Un gaz bidimensionnel d'électrons

La réalisation d'un gaz bidimensionnel d'électrons est rendue possible par l'utilisation d'hétérostructures de semi-conducteurs où s'empilent des couches de GaAs et de AlGaAs (dont une est dopée négativement par du silicium). Les structures, qui sont utilisées dans ce travail, sont obtenues par épitaxie par jet moléculaire au Laboratoire de Photonique et Nanostructures à Marcoussis.

La croissance cristalline par épitaxie par jet moléculaire permet la fabrication d'une interface avec peu de défauts. La couche d'arséniure de gallium et d'aluminium, dopée négativement au silicium, fournit des électrons de conduction (voir figure 1.4). En raison de la différence entre les gaps de AlGaAs et GaAs, l'utilisation de couches successives de ces semi-conducteurs est à l'origine de sauts abrupts dans le profil énergétique de la bande de conduction (aux interfaces entre les couches). Ces variations brutales engendrent un puits de potentiel étroit, permettant le confinement du gaz d'électrons dans la direction perpendiculaire aux couches. Le choix de l'épaisseur des couches de l'hétérostructure permet de positionner le niveau de Fermi en sorte que les électrons dopants viennent peupler le puits (voir figure 1.4) à suffisamment basse température (en dessous de 150 K environ). De cette manière, les électrons sont confinés selon la direction Oz mais peuvent toujours se déplacer dans le plan xOy. Les électrons forment ainsi un gaz bidimensionnel. La densité

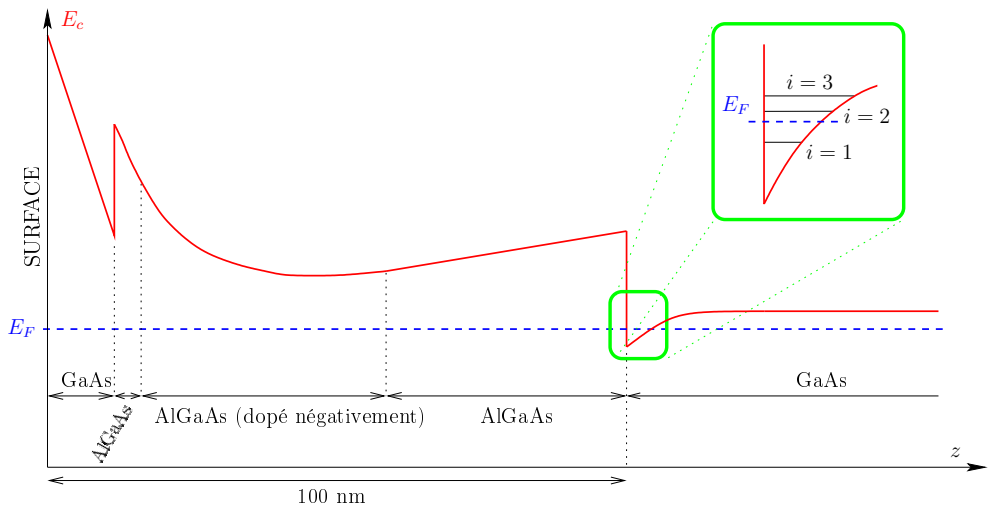

Figure 1.4: Un exemple de profil énergétique de la bande de conduction d'une hétérostructure en fonction de la profondeur.

électronique planaire vaut typiquement 10^{11} cm^{-2} dans nos gaz. De telles structures, nécessitant des processus de croissance complexes, présentent un intérêt pour leurs propriétés de conduction, à savoir leur importante mobilité. On peut le comprendre en remarquant que les dopants sont situés dans la zone qui courbe l'énergie potentielle sur la figure 1.4 alors que le gaz est localisé quelques dizaines de nanomètres en dessous. C'est notamment cette séparation spatiale entre les impuretés ionisées donneuses et les électrons de conduction qui explique la grande mobilité des porteurs dont le mouvement n'est pas affecté par la présence des ions silicium dopants. C'est là tout l'intérêt des hétérostructures! Pour les gaz que nous utilisons, la mobilité vaut typiquement 2.10^6 cm^2/(V.s) à 4 K. Le libre parcours moyen électronique dans ces gaz est de l'ordre de 20 μm (voir par exemple la thèse de Julien Gabelli [24]). De telles tailles sont accessibles à la nano-fabrication. Comme la couche dopante est située quelques dizaines de nanomètres sous la surface de l'échantillon, une gravure chimique de cette profondeur depuis la surface de l'échantillon entraîne l'altération de la zone dopante et une déplétion du gaz d'électrons en regard.

Dans ces conditions, les propriétés ondulatoires des électrons se manifestent dans nos échantillons et le transport doit être décrit quantiquement. Pour réaliser des expériences analogues de celles de l'optique quantique, il est essentiel que le transport s'effectue non pas à deux mais à une dimension. Pour ce faire, on guide les électrons à l'aide de l'effet Hall quantique entier.

1.2.2 Utilisation de l'effet Hall quantique

Si l'on soumet un gaz bidimensionnel d'électrons à un fort champ magnétique perpendiculaire, le transport n'a lieu qu'au voisinage des bords du gaz. Cela résulte de l'effet Hall quantique. Dans ce régime, exempt de rétrodiffusion (voir Büttiker *et coll.* [12]), la propagation d'excitations se fait toujours dans le même sens le long d'un bord donné. On parle de propagation chirale. Cet effet présente un grand intérêt pour nos expériences puisqu'il permet de guider les électrons, à la manière d'un faisceau lumineux en optique. Les électrons occupent des niveaux de Landau discrets qui se comportent comme des canaux de conduction près des bords (on parle de canaux de bord). Les électrons au cœur du gaz sont localisés sur des orbites cyclotron. Seuls ceux situés au voisinage des bords dérivent en raison du potentiel de confinement. Augmenter le champ magnétique provoque un écartement des niveaux de Landau qui défilent et dépassent les uns après les autres le niveau de Fermi (voir l'ouvrage de Yoshioka [76]). Le nombre de canaux peuplés diminue lorsque le champ magnétique augmente; on définit alors le facteur de remplissage ν qui est égal au nombre de canaux occupés.

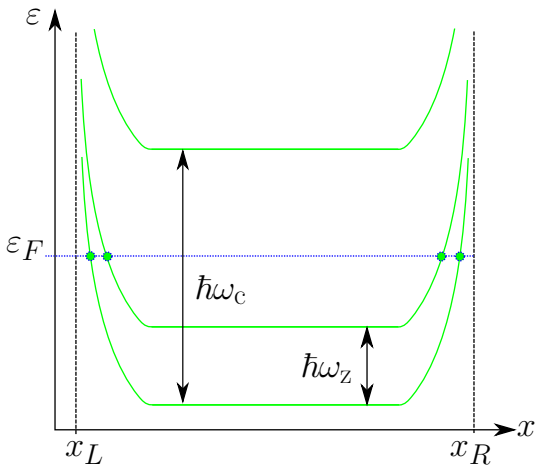

Figure 1.5: Spectre d'énergie associé aux niveaux de Landau, en fonction de la position. À fort champ magnétique, les énergies des niveaux au cœur du matériau s'écrivent $E_n = \hbar\omega_c(n + 1/2) \pm \hbar\omega_z/2$ où $\hbar\omega_z$ est le gap Zeeman[76]. Sur cet exemple, le positionnement du niveau de Fermi correspond à $\nu = 2$.

On peut déterminer les valeurs du champ magnétique pour lesquelles le courant est effectivement guidé le long des bords dans les canaux de l'effet Hall quantique: via un contact ohmique connecté au gaz, on injecte un courant basse fréquence sur un bord de l'échantillon et on mesure le courant à la même fréquence, qui atteint un contact ohmique situé sur l'autre bord (c.f. figure 1.6). On obtient la courbe présentée sur la figure 1.7 . Cette courbe présente des annulations sur lesquelles le courant rétrodiffusé est nul.

Lorsque le champ magnétique appliqué correspond à un facteur de remplissage entier, les charges injectées sont guidées le long des bords et ne peuvent rejoindre le con-

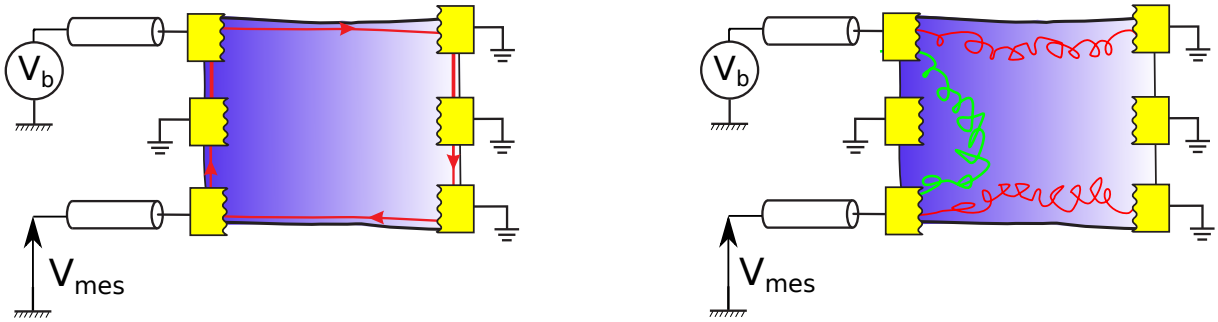

Figure 1.6: Schémas décrivant la conduction par le gaz bidimensionnel d'électrons. Une tension BF est appliquée sur le contact en haut à gauche de l'échantillon sur le schéma (potentiel V_b). À facteur de remplissage entier (gauche): l'électrode de mesure prend un potentiel nul ($V_\mathrm{mes} = 0$); à facteur de remplissage non entier (droite): l'électrode de mesure prend un potentiel non nul ($V_\mathrm{mes} \neq 0$).

tact de mesure car les états occupés au cœur du matériau empêchent la traversée d'un bord à l'autre si les bords sont suffisamment éloignés (voir figure 1.6, gauche). Au contraire, pour une valeur quelconque du champ magnétique (qui ne correspondrait pas à un facteur de remplissage entier), des charges peuvent être échangées avec le gaz au cœur de l'échantillon (car des états au cœur du matériau sont disponibles) et un courant est mesuré sur le contact ohmique (voir figure 1.6, droite). Chaque plateau (correspondant à un courant rétrodiffusé nul), sur la courbe figure 1.7, correspond à un facteur de remplissage entier. Le positionnement des paliers est fixé par la densité planaire n de porteurs dans le gaz via la relation

$$\nu = n\,\frac{h}{e\,B_\nu}$$

La position des plateaux permet d'accéder à la densité n par ajustement (ici pour l'échantillon S434-C16L25A utilisé au chapitre 5, $n = 2{,}0.10^{11}$ cm^{-2}).

En pratique, il est essentiel que la température soit inférieure à quelques Kelvins pour se placer en régime d'effet Hall quantique. En effet, en ordre de grandeur, la température doit être petite devant

$$\frac{\hbar\omega_\mathrm{c}}{k} = \frac{\hbar\,eB}{k\,m^*} \simeq 20\ \mathrm{K} \quad \text{avec} \quad m^* = 0{,}07\,m_\mathrm{e} \text{ et } B = 1\ \mathrm{T}[76]$$

Maintenant que le guidage des électrons par les canaux de l'effet Hall quantique a été présenté, il importe de comprendre comment on réalise une lame séparatrice pour les électrons, ingrédient essentiel de l'optique quantique (électronique).

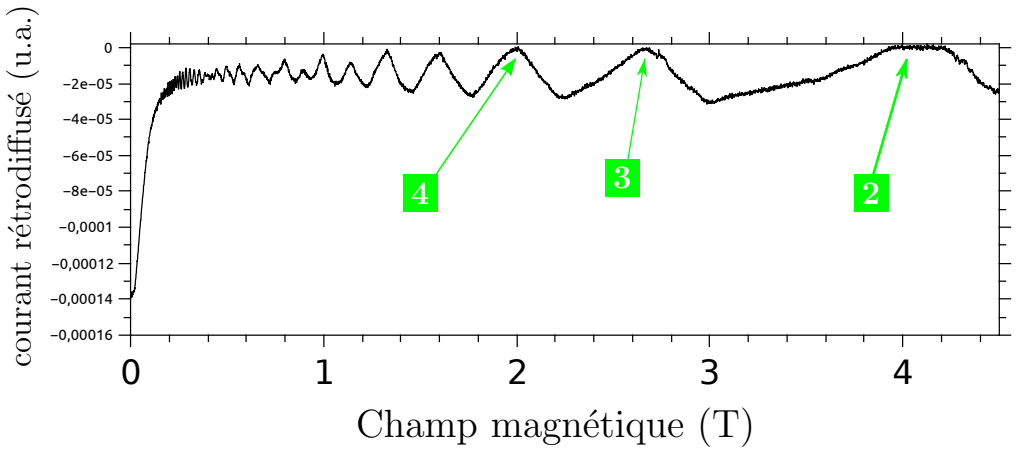

Figure 1.7: En noir, courant rétrodiffusé. Les chiffres encadrés correspondent au facteur de remplissage. L'échantillon utilisé est l'échantillon S434-C16L25A qui sera utilisé pour les mesures HOM au chapitre 5.

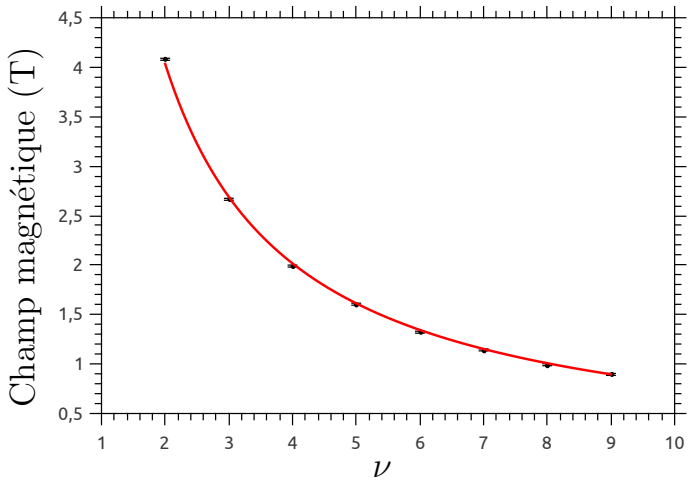

Figure 1.8: Champ magnétique en fonction de ν. L'ajustement conduit à $n = 2{,}0.10^{11}$ cm^{-2} pour l'échantillon S434-C16L25A.

1.2.3 Le contact ponctuel quantique, une lame partiellement réfléchissante pour les électrons

Un contact ponctuel quantique est formé de deux électrodes de grille déposées à la surface de l'échantillon, au-dessus du gaz (voir figure 1.9). En polarisant les grilles avec une tension V_{qpc}, on modifie par influence la répartition spatiale des électrons dans la portion de gaz qu'elles surmontent: une tension négative chasse

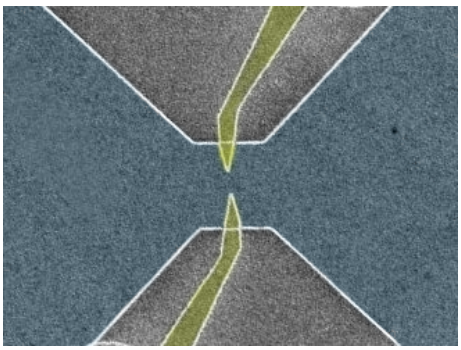

Figure 1.9: Image d'un contact ponctuel quantique sur l'échantillon en couleurs artificielles, grossi environ $\times 10^4$. Le gaz est bleuté, les grilles sont dorées. 1 cm sur l'image correspond à $\simeq 2$ μm.

les électrons. Quand un électron, qui atteint le contact ponctuel, est dans un canal de bord parfaitement transmis, il le traverse avec une probabilité unité; quand il se trouve dans un canal partiellement transmis, il peut traverser par effet tunnel avec une probabilité D_α, être réfléchi avec une probabilité $1 - D_\alpha$ (α désignant le canal). La figure 1.10 présente les marches de conductance obtenues en fermant progressivement le QPC, pour deux valeurs du champ magnétique.

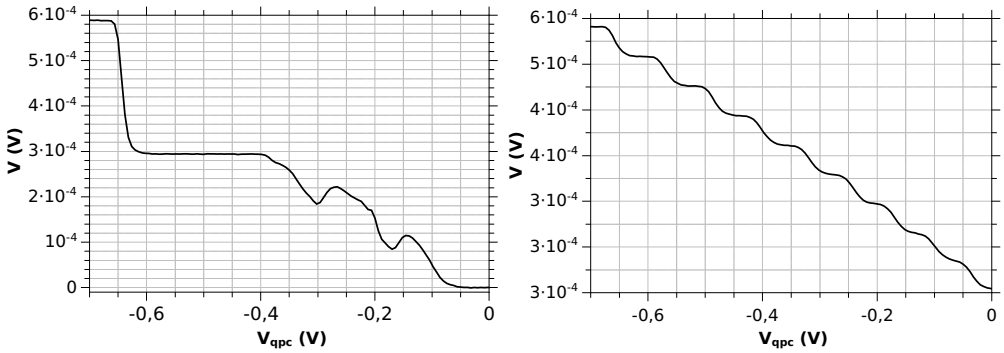

Figure 1.10: V en fonction de V_{qpc} pour deux valeurs de B (voir schéma du montage sur la figure suivante). À gauche: $B =$ 3,6 T, on observe deux marches ($\nu = 2$); à droite: $B = 250$ mT, on observe neuf marches (toutes les marches ne sont pas représentées).

La figure 1.10 présente des sauts réguliers: à chaque marche correspond la réflexion d'un canal de bord par la lame. Ainsi, la lame semi-réfléchissante permet-elle de contrôler le nombre de canaux de bord transmis. Concomitamment, la régularité des marches montre la quantification de la conductance du contact ponctuel quantique en unité e^2/h. Cet effet a été observé expérimentalement par Van Wees *et coll.* [72], D.A. Wharam *et coll.* [15]. On peut le comprendre simplement en se souvenant qu'un électron est émis dans l'intervalle d'énergie $[0, eV]$ au-dessus de la mer de Fermi, dans le canal α; en raison du caractère fermionique des électrons et de la polarisation en spin des canaux de bord, il en résulte que l'extension temporelle

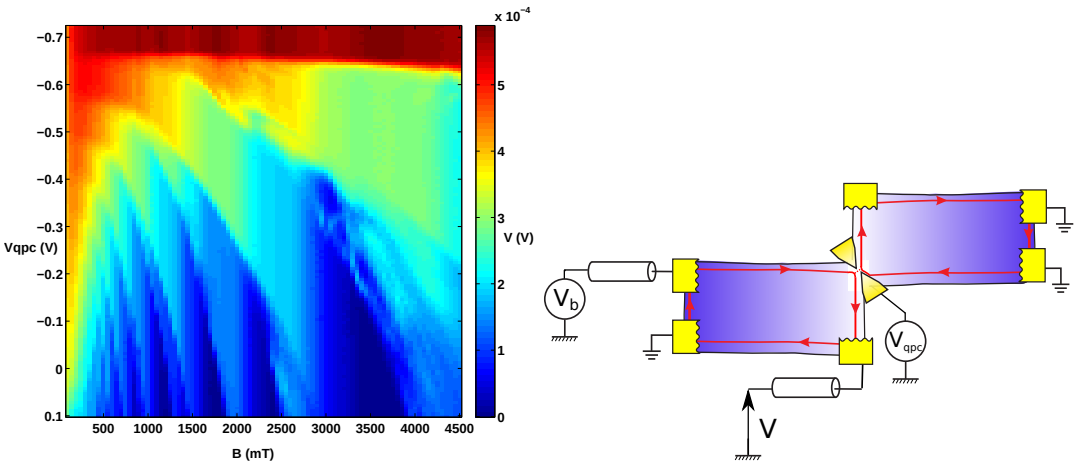

Figure 1.11: À gauche: V en échelle de teinte, en fonction de V_{qpc} et B. On constate que ν augmente lorsque B diminue. On peut nettement observer les paliers. À droite: schéma de principe de la configuration sur l'échantillon permettant de tracer le graphe de gauche.

typique de sa fonction d'onde est eV/h (d'après l'inégalité de Heisenberg). Il lui est donc associé un courant e^2V/h dont la probabilité de transmission à travers le contact ponctuel est D_α si bien que la conductance (en sommant sur tous les canaux) du contact ponctuel est

$$G = \frac{e^2}{h} \sum_\alpha D_\alpha$$

Ce résultat peut également être rigoureusement obtenu à partir du formalisme de Landauer-Büttiker [11, 47].

La figure 1.11 présente le potentiel V pris par l'électrode de mesure en échelle de couleurs en fonction du champ magnétique dans lequel l'échantillon est plongé et du potentiel de grille V_{qpc}. Cette figure illustre que des canaux se ferment à mesure que le champ magnétique croît ce qui est en accord avec la théorie de l'effet Hall quantique. On constate que pour certaines valeurs du champ magnétique (par exemple $B = 3{,}6$ T pour $\nu = 2$), V s'annule lorsque V_{qpc} va à zéro; au contraire, pour $B \simeq 2{,}7$ T, V ne va pas à zéro lorsque V_{qpc} s'annule. Il s'agit là d'une manifestation du phénomène de rétrodiffusion observé sur la courbe de la figure 1.7 car le facteur de remplissage n'est pas entier. Dans la suite, on se place à $\nu = 2$. La courbe 1.10, obtenue pour $B = 3{,}6$ T, permet de connaître les valeurs de D_1 et D_2 en fonction de V_{qpc}: on peut ainsi régler la transparence de la lame!

Dans nos expériences, les contacts ponctuels quantiques sont utilisés en deux en-

droits: d'une part pour façonner la forme des paquets d'onde électronique émis par les sources à électrons uniques, ce contact ponctuel quantique est situé en sortie de chaque source (comme on le verra dans le paragraphe suivant); d'autre part pour partitionner le chemin des électrons et jouer le rôle d'une lame partiellement réfléchissante dont la transmission est réglable via V_{qpc} (par la suite, ce contact ponctuel quantique sera indifféremment appelé lame ou QPC central).

1.2.4 La source d'électrons uniques

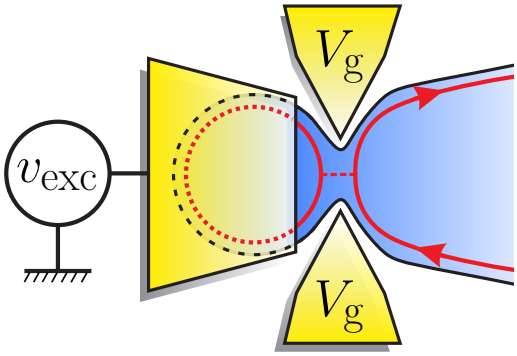

Figure 1.12: Schéma décrivant la source: portion de gaz confiné, couplé aux canaux par un contact ponctuel quantique dont la transmission est fixée par le potentiel V_{g} des grilles. L'excitation RF est due à l'électrode de grille au potentiel v_{exc}.

La source d'électrons uniques est une portion de gaz confiné et couplé aux canaux via un contact ponctuel quantique sur lequel on applique une tension V_{g} négative. On repousse ainsi le gaz sous les grilles, ce qui crée un pincement et la transmission des ondes électroniques se fait par effet tunnel. Le confinement entraîne l'apparition de niveaux énergétiques discrets pour les électrons, dont la largeur est fixée par V_{g} qui règle le couplage tunnel entre la boîte et le canal de bord (voir figure 1.12). On parle de boîte quantique ou îlot quantique. La boîte quantique est excitée à l'aide d'une autre électrode de grille via la tension radio-fréquence v_{exc} dont l'amplitude vaut typiquement quelques centaines de microvolts et la fréquence $f = \Omega/2\pi$ est située entre 700 MHz et 10 GHz. La source présente différents régimes de fonctionnement (étudiés dans la thèse de G. Fève) et dont je présente quelques propriétés essentielles pour nos travaux.

Lorsque la source est excitée via une tension créneau RF d'amplitude pic-pic V_{exc} et pincée via la tension DC V_{g}, on enregistre un courant émis par la source, à la fréquence d'excitation RF périodique dont le module de la première harmonique $|I_{\Omega}|$ est présenté sur la figure 1.13.

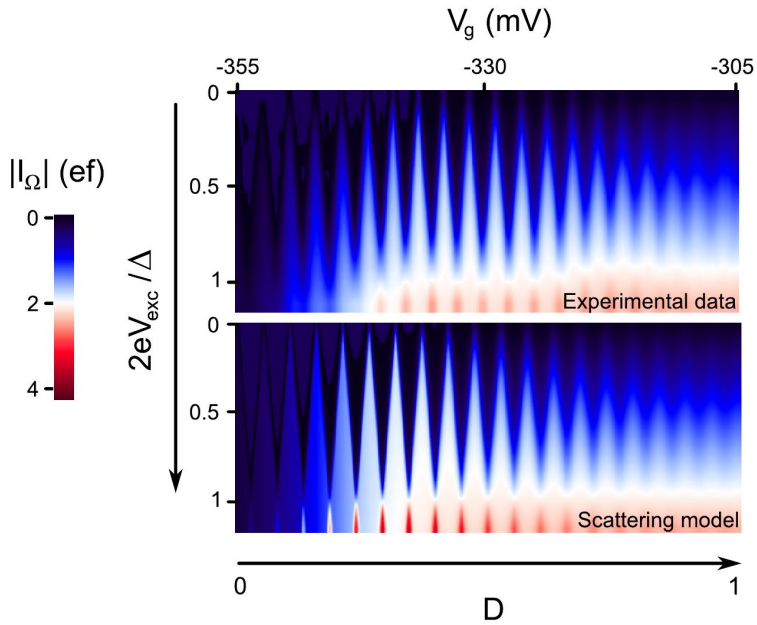

Figure 1.13: Les diamants de courant pour l'échantillon S528-11 (extrait de Parmentier *et coll.* [62]). On observe: un seuil en V_g en-dessous duquel la source n'émet pas de courant; la quantification du courant $|I_\Omega| = 2\,ef$ avec $f = 1{,}5$ GHz (diamant blanc); des oscillations du courant quand V_g varie. Pour les boîtes considérées, l'écart entre niveau est d'environ 4 K. Celles utilisées au cours de ma thèse sont plus grandes, et l'écart entre niveau est un peu supérieur à 1 K.

On remarque la présence d'un seuil en V_g en-dessous duquel aucun courant n'est émis par la source, ce qui traduit que V_g modifie la transmission de la barrière. Ensuite, notons la présence de zones (blanches) où le courant prend la valeur fixée $2ef$: c'est la quantification du courant. Enfin, on observe également (à V_{exc} fixé) des oscillations de $|I_\Omega|$ en fonction de V_g qui modifie la position des niveaux par couplage capacitif.

Expliquons la dépendance en V_g observée sur la figure 1.13. Supposons que l'on excite l'îlot avec $V_{exc} < \Delta/e$ où $\Delta \simeq 1{,}4$ K (pour les sources utilisées dans ce rapport) est l'écart entre niveaux dans la boîte et $-e$ la charge de l'électron. Si initialement V_g est telle qu'aucun niveau de la boîte n'est proche de l'énergie de Fermi ε_F du gaz à l'extérieur de la boîte, la probabilité de sortie d'un électron est faible . Si on augmente V_g, alors, dans un premier temps, le niveau le plus haut occupé se rapproche de ε_F et la probabilité de sortie d'un électron augmente ce qui conduit statistiquement à une augmentation de $|I_\Omega|$. Le niveau arrive à résonance ce qui conduit à un maximum de courant (voir figure 1.14, zoom à gauche). Si on continue d'augmenter V_g, ce niveau s'éloigne peu à peu de ε_F ce qui conduit à une diminution de $|I_\Omega|$ (voir figure 1.14, zoom à droite). En poursuivant l'augmentation de V_g, le niveau suivant s'approche de ε_F et $|I_\Omega|$ recommence à croître. C'est ce mécanisme qui explique le phénomène d'oscillations dans la partie bleue du graphe des diamants (figure 1.13).

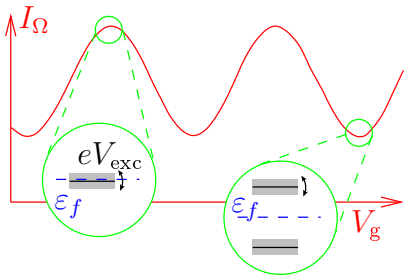

Figure 1.14: Les oscillations de courant avant l'injection: pour un maximum (à gauche), le niveau de Fermi est proche d'un niveau de la boîte; pour un minimum (à droite), le niveau de Fermi est loin des niveaux de la boîte. Le trait noir représente le niveau, la flèche arrondie traduit que les niveaux oscillent à cause de V_{exc} et la zone grise représente l'aire balayée par le niveau.

Pour $V_{exc} = \Delta/e$, quelle que soit la valeur de V_g, un niveau de la boîte croise deux fois le niveau de Fermi par période, ce qui conduit à l'émission de deux charges par période d'où un courant quantifié $2e\,f = 0{,}6$ nA pour $f \simeq 2$ GHz. C'est le régime

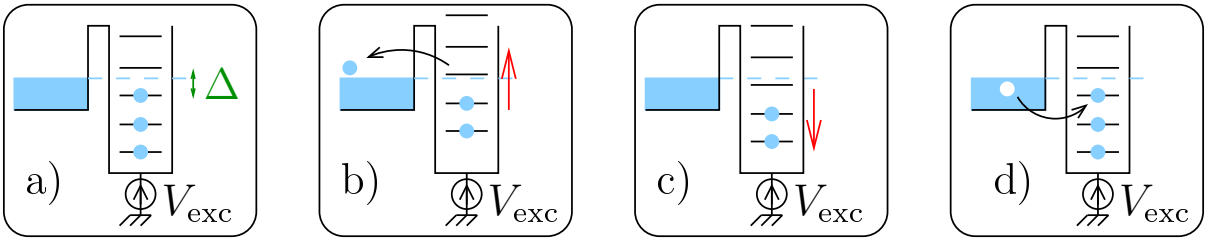

Figure 1.15: Schéma décrivant le cycle à quatre temps de fonctionnement de la source d'électrons uniques.

d'injection . Dans ce régime de fonctionnement, on peut décrire le fonctionnement de la source à l'aide d'un cycle à quatre temps, présenté sur la figure 1.15. Le dernier niveau occupé passe alors périodiquement au-dessus du niveau de Fermi et un (unique!) électron peut s'échapper de l'îlot (schéma (b)); lorsque le niveau vidé revient sous le niveau de Fermi, un électron peut être absorbé par l'îlot et générer un trou dans le réservoir (schémas (c) et (d)).

Un aspect essentiel du fonctionnement de la source réside dans le couplage capacitif qui en fait intrinsèquement une source de courant AC. À l'aide d'un système d'acquisition rapide, le courant émis par la source a été mesuré dans le domaine temporel [52], et moyenné sur un grand nombre d'évènements. La figure 1.16 présente les résultats d'une telle étude. On observe une alternance de croissance et de décroissance exponentielles du courant qui correspond tantôt à l'émission d'un électron, tantôt à l'émission d'un trou. Cette décroissance exponentielle du courant rappelle celle observée pour un circuit RC soumis à un échelon de tension. Cette décroissance exponentielle traduit également que la probabilité d'émission d'une charge suit une loi de même type, de durée caractéristique τ_{e}, qui varie comme l'inverse de la transmission de la barrière de potentiel. La durée caractéristique associée au circuit RC quantique décrivant la boîte, qui correspond au temps de sortie s'écrit (d'après Nigg *et coll.* [59])

$$\tau_{\mathrm{e}} = \frac{h}{\Delta}\left(\frac{1}{D} - \frac{1}{2}\right) \tag{1.1}$$

où Δ est l'écart entre niveaux et D la transmission du QPC de la source. On retrouve que le processus de sortie d'un électron hors de la boîte, lorsqu'il est placé énergétiquement au-dessus du niveau de Fermi du gaz à l'extérieur de la boîte (à l'aide d'une excitation de forme carré), est un processus d'émission spontané (puisqu'il revient à coupler un niveau discret à un continuum). Physiquement, il est logique que le temps de sortie τ_{e} de l'électron soit d'autant plus grand que la

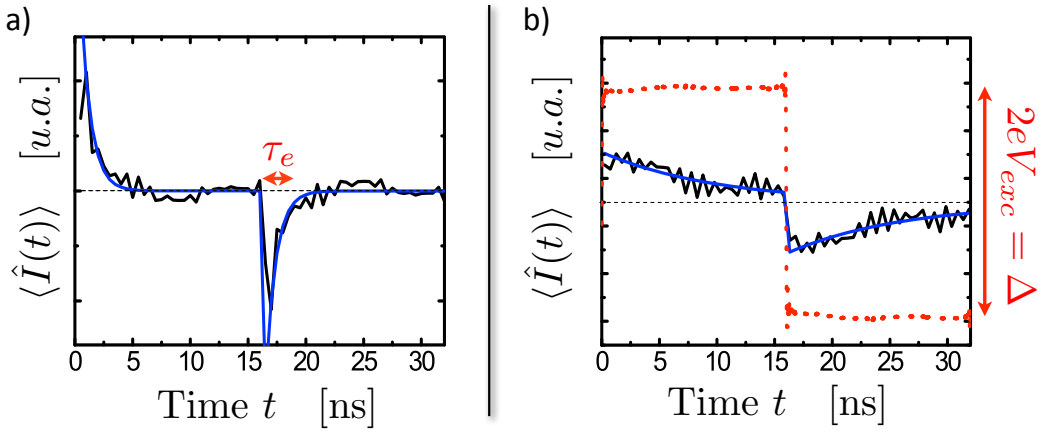

Figure 1.16: Mesure du courant moyen dans le domaine temporel. Les mesures correspondent aux courbes en noir et les ajustements correspondant, aux courbes bleues. Ces ajustements conduisent à $\tau_e = 0{,}9$ ns (courbe de gauche) et $\tau_e = 10$ ns (courbe de droite). Résultats expérimentaux publiés dans Fève *et coll.* [22], travaux théoriques dans Moskalets *et coll.* [58, 57]

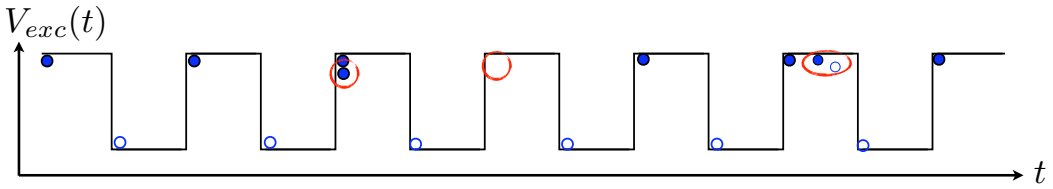

Figure 1.17: Schéma de plusieurs séquences d'émissions électron/trou. Les électrons sont représentés par des ronds bleus et les trous par des ronds blancs. Les évènements qui constitueraient un écart par rapport à l'émission de charge unique, tout en respectant la quantification du courant en moyenne, sont entourés en rouge.

transmission D du QPC de la boîte et que l'espacement Δ entre niveaux sont faibles. Cette expression est essentielle puisque connaissant τ_e, on peut en déduire D. Notons qu'à transmission $D = 1$, $\tau_e = 17$ ps avec $\Delta = 1{,}4$ K.

La quantification de la charge émise en moyenne (sur un grand nombre de cycles) par la source ne constitue pas une preuve qu'elle est un émetteur de particules uniques. On peut le comprendre en considérant la figure 1.17. Certains évènements ne peuvent être révélés par la mesure de courant moyen tels que l'émission de deux électrons au cours d'un cycle (compensé par l'absence d'émission d'un électron au cycle suivant), ou encore l'émission de paires électron-trou. La mesure de la charge émise en moyenne ne donne pas accès à la statistique d'émission de la source.

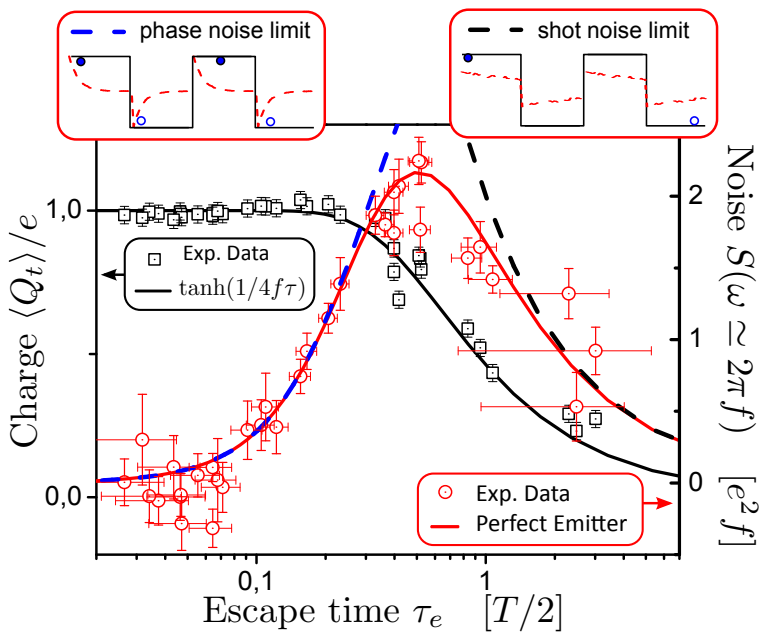

Figure 1.18: Mesure du bruit haute fréquence en fonction du temps de sortie τ_e, points rouges (courbe extraite de [18]). Les traits pointillés correspondent aux limites asymptotiques de l'émetteur de charge unique parfait (bleu) et du bruit de grenaille (noir). Les points noirs correspondent aux mesures de la probabilité d'émission.

Par des mesures de bruit haute fréquence, il a été montré [1, 53, 55, 62, 63] que la source est effectivement un émetteur de particules uniques. L'étude du bruit en auto-corrélation (sur l'échantillon S528-11, voir annexe 1 de ce chapitre) en fonction du temps de sortie fait apparaître deux régimes (voir figure 1.18): un régime où $\tau_e \gtrsim T/2$, dans lequel moins d'une charge est émise en moyenne par demi-période et la charge émise n'est pas quantifiée; un régime où une charge est émise chaque demi-période avec une probabilité élevée. Cette situation correspond à $\tau_e \lesssim T/2$. C'est le régime d'injection! Lorsque $\tau_e \ll T/2$, le bruit haute fréquence se réduit à une limite fondamentale: celle des fluctuations de la durée d'émission par effet tunnel. La réduction du bruit à cette limite fondamentale démontre l'émission d'un électron unique dans ce régime de fonctionnement.

En optique quantique électronique, on manipule et on étudie des quanta de charge unique dans des dispositifs analogues à ceux de l'optique tels que les interféromètres à une et deux particules.

1.3 Interférences à une particule et fonction de corrélation

1.3.1 Des photons aux électrons

La propagation balistique des électrons dans les canaux de bord de l'effet Hall quantique entier comporte de nombreuses analogies avec celle des photons dans le vide. Quantiquement, cette analogie apparaît dans le formalisme décrivant chaque domaine. Selon Grenier *et coll.*[28], Moskalets *et coll.*[56], Haack *et coll.*[31, 30], l'opérateur champ fermionique $\hat{\Psi}(x,t)$ qui annihile un électron à la position x à l'instant t vérifie

$$\hat{\Psi}(x,t) = \frac{1}{\sqrt{hv}} \int d\varepsilon \; \hat{a}(\varepsilon) e^{\mathrm{j}\varepsilon(x/v-t)/\hbar}$$

où l'opérateur d'annihilation $\hat{a}(\varepsilon)$ qui détruit une onde plane électronique à l'énergie ε, à la célérité v. $\hat{\Psi}(x,t)$ est l'analogue pour les électrons de l'opérateur champ bosonique $\hat{E}_+(x,t)$ pour les photons qui vérifie, d'après Loudon [51]

$$\hat{E}_+(x,t) = \mathrm{j} \int d\varepsilon \; \hat{a}(\varepsilon) \sqrt{\frac{\varepsilon}{2h\,\varepsilon_0 c\,S}} \; e^{\mathrm{j}\varepsilon\,(x/c-t)/\hbar}$$

où l'on a oublié la polarisation pour simplifier. S est la section de la cavité contenant le champ, perpendiculairement à la direction de propagation Ox. c est la célérité. L'opérateur courant électrique $\hat{I}_\alpha$ dans le canal de bord α est l'analogue de l'opérateur intensité lumineuse $\hat{\mathscr{I}}$ avec

$$\hat{I}_\alpha = -ev\,\hat{\Psi}_\alpha^\dagger \hat{\Psi}_\alpha \qquad \text{et} \qquad \hat{\mathscr{I}} = \hat{E}_+^\dagger \hat{E}_+$$

Pour des sources d'électrons, comme pour les sources de photons, on peut chercher à sonder les propriétés de cohérence à une particule via des techniques interférométriques. Un exemple d'interféromètre utilisé pour la lumière et qui a été transposé pour les électrons est l'interféromètre de Mach-Zehnder (voir notamment Ji *et coll.* [39], Litvin *et coll.* [50], Roulleau *et coll.* [66, 67, 68], Huynh *et coll.* [36], Bieri *et coll.* [6]).

1.3.2 Interférences à une particule avec l'interféromètre de Mach-Zehnder photonique

La figure 1.19 décrit schématiquement l'interféromètre de Mach-Zehnder. Supposons pour fixer les idées que les lames utilisées sont semi-réfléchissantes, d'épaisseur nulle

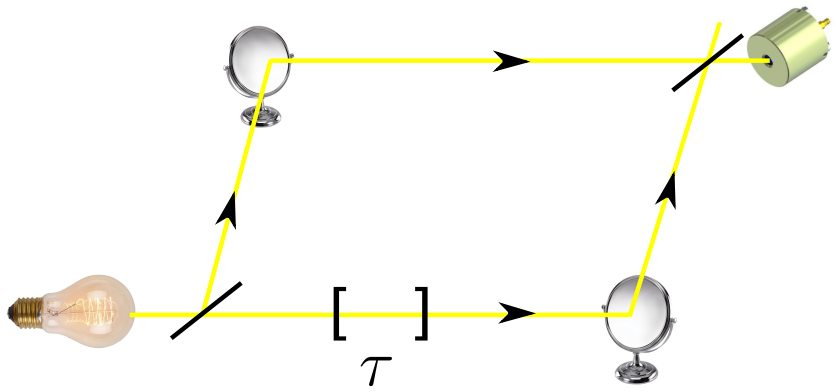

Figure 1.19: Schéma de principe d'un interféromètre de Mach-Zehnder. Un rayon issu d'une source est partitionné selon deux chemins par une lame partiellement réfléchissante. Des miroirs dévient les rayons issus de la lame vers une seconde lame partiellement réfléchissante qui recombine les deux chemins. Un détecteur est placé sur l'un des bras de sortie de la seconde lame. La longueur du bras inférieur est allongée par rapport au bras supérieur ce qui introduit un retard τ.

et que la source est stationnaire. Alors l'intensité lumineuse $\mathscr{I}$ enregistrée par le détecteur s'écrit[51]

$$\mathscr{I}(\tau) = \frac{\varepsilon_0 c}{4}\left\{\overline{\langle \hat{E}_+^\dagger(t)\hat{E}_+(t)\rangle}^t + \mathrm{Re}\,\overline{\langle \hat{E}_+^\dagger(t)\hat{E}_+(t+\tau)\rangle}^t\right\}$$

$$\text{où} \qquad \overline{\langle \hat{E}_+^\dagger(t)\hat{E}_+(t+u)\rangle}^t = \frac{1}{T_{\mathrm{mes}}}\int_{T_{\mathrm{mes}}} \mathrm{d}t\, \langle \hat{E}_+^\dagger(t)\hat{E}_+(t+u)\rangle$$

T_{mes} est la durée d'intégration du détecteur et $\langle ... \rangle$ est la moyenne quantique. L'expression de $\mathscr{I}$ peut être réécrite plus synthétiquement sous la forme

$$\mathscr{I}(\tau) = \mathscr{I}_0\left\{1 + \mathrm{Re}\, g^{(1)}(\tau)\right\} \qquad \text{avec} \qquad g^{(1)}(\tau) = \frac{\overline{\langle \hat{E}_+^\dagger(t)\hat{E}_+(t+\tau)\rangle}^t}{\overline{\langle \hat{E}_+^\dagger(t)\hat{E}_+(t)\rangle}^t}$$

$g^{(1)}$ est la fonction de corrélation normalisée, du premier ordre, c'est également le contraste des franges d'interférence. Elle encode les corrélations du champ électrique de l'onde générée par la source. Elle vaut 1 lorsque $\tau = 0$ et s'annule lorsque τ est supérieur au temps de cohérence. Cette fonction constitue un outil essentiel pour décrire les propriétés d'émission de la source.

1.3.3 Fonction de corrélation du premier ordre $\mathscr{G}^{(1)}$ électronique

Par analogie avec l'optique quantique, on définit la fonction de corrélation du premier ordre sur un canal donné. Pour alléger l'écriture, l'indice α est omis et la variable $x/v - t$ est remplacée par t: d'après C. Grenier *et coll.* [27, 28], pour les électrons, c'est l'opérateur champ $\hat{\Psi}(t)$ qui joue le rôle de $\hat{E}_+(t)$ (la moyenne sur le temps sera réintroduite au chapitre 4 lorsque l'on cherchera à mesurer cette fonction):

$$\mathscr{G}^{(1,e)}(t,t') = \langle \hat{\Psi}^\dagger(t')\hat{\Psi}(t)\rangle$$

On note qu'en $t = t'$, cette fonction compte le nombre d'électrons à cet instant. Elle est proportionnelle à $I(t)$ (d'après la définition du paragraphe 1.3.1). On peut également utiliser la représentation en terme de trous et dans ce cas, on définit

$$\mathscr{G}^{(1,h)}(t,t') = \langle \hat{\Psi}(t')\hat{\Psi}^\dagger(t)\rangle$$

Remarquons que les expressions de $\mathscr{G}^{(1,h)}$ et $\mathscr{G}^{(1,e)}$ ne sont pas indépendantes puisque

$$\mathscr{G}^{(1,h)}(t,t') = \frac{\delta(t-t')}{v} - \mathscr{G}^{(1,e)*}(t,t')$$

Cela n'est guère surprenant: creuser un trou dans la mer de Fermi, revient à enlever un électron. Dans la suite de ce paragraphe, on raisonnera principalement sur $\mathscr{G}^{(1,e)}$. On peut écrire ces fonctions dans la base des ondes planes électroniques en utilisant l'opérateur d'annihilation $\hat{a}(\varepsilon)$ introduit précédemment:

$$\tilde{\mathscr{G}}^{(1,e)}(\varepsilon,\varepsilon') = \frac{h}{v}\,\langle \hat{a}^\dagger(\varepsilon')\hat{a}(\varepsilon)\rangle$$

où v est la célérité des ondes électroniques. Dans cette expression, on lit que pour $\varepsilon = \varepsilon'$, $\tilde{\mathscr{G}}^{(1,e)}$ est la densité d'électrons à l'énergie ε, alors que pour $\varepsilon \neq \varepsilon'$, la fonction de corrélation sonde les cohérences en énergie. À l'équilibre, des électrons sont naturellement présents dans les solides et forment une mer de Fermi. Pour une mer de Fermi seule,

$$\tilde{\mathscr{G}}_F^{(1,e)}(\varepsilon,\varepsilon') = \frac{h}{v}\,f(\varepsilon)\,\delta(\varepsilon-\varepsilon')$$

qui traduit, qu'à l'équilibre, la fonction de corrélation est entièrement déterminée par le peuplement des niveaux d'énergie, donné par la distribution de Fermi, à la température considérée; comme pour toute source stationnaire, cette source n'est pas cohérente.

Notons que la présence de la mer de Fermi constitue une différence entre optique quantique et optique quantique électronique. Elle impose que même à l'équilibre

(analogue du vide de photons), la fonction de cohérence du premier ordre ne s'annule pas :

$$\langle F|\hat{I}_{\alpha\,\mathrm{eq}}|F\rangle = \mathscr{G}_F^{(1,e)}(t,t) = -ev\,\langle F|\hat{\Psi}^\dagger(t)\hat{\Psi}(t)|F\rangle = -\frac{e}{h}\int d\varepsilon\; f(\varepsilon)$$

où $|F\rangle$ décrit l'état d'équilibre du canal de bord à la température T. La non-nullité du courant à l'équilibre est une conséquence de la chiralité dans le système et de la statistique fermionique des particules. Cette dernière impacte la nature du vide d'excitations: dans un conducteur à l'équilibre, de nombreux électrons sont déjà présents et occupent des états jusqu'au voisinage du niveau de Fermi. La présence de la source d'électrons entraîne un écart à la situation d'équilibre, on note $\Delta\mathscr{G}^{(1,e)}$ la contribution de la source telle que $\mathscr{G}^{(1,e)} = \mathscr{G}_F^{(1,e)} + \Delta\mathscr{G}^{(1,e)}$.

1.3.4 Fonction $\mathscr{G}^{(1)}$ pour électron unique séparé de la mer de Fermi

Considérons une source qui émet un électron unique au-dessus de la mer de Fermi dans le bras d'entrée i de la lame séparatrice. Cet électron est décrit par la fonction d'onde $\phi_i^{\mathrm{e}}(t)$ à 1 corps. À l'aide d'une source, on génère dans le canal de bord externe, par exemple l'état électronique

$$|\Psi_i\rangle = \int \mathrm{d}t\; \phi_i^{\mathrm{e}}(t)\,\hat{\Psi}_i^\dagger(t)\,|F\rangle$$

Dans la limite de température nulle (voir la thèse de Charles Grenier [27]),

$$\Delta\mathscr{G}_i^{(1,e)}(t,t') = \phi_i^{\mathrm{e}*}(t')\phi_i^{\mathrm{e}}(t)$$

et de la même manière, $\Delta\mathscr{G}_i^{(1,h)}(t,t') = -\phi_i^{\mathrm{e}*}(t)\phi_i^{\mathrm{e}}(t')$. L'optique quantique électronique permet l'étude de la fonction de cohérence du premier ordre. Pour un électron unique, d'après ce que l'on vient de voir, cela revient à étudier la fonction d'onde d'un unique électron se propageant dans un conducteur. Étudier la cohérence permet d'étudier la fonction d'onde d'un unique électron. Toutefois, cet état est affecté par les interactions; on peut donc caractériser l'effet des interactions sur l'état d'une particule. C'est là, la grande différence entre l'optique quantique avec des photons et avec des électrons.

Plusieurs groupes se sont intéressés aux effets des interactions qui ont été mis en évidence non à l'aide de sources d'électrons uniques mais plutôt en utilisant un flot continu d'électrons. L'étude de l'effet des interactions et de la relaxation est alors

réalisée de manière indirecte: dans un interféromètre de Mach-Zehnder en analysant la décohérence, ou en étudiant la distribution d'énergie dans le canal de bord externe.

1.4 Décohérence et relaxation: état de l'Art

Dans toute la suite de ce chapitre, les expériences sont menées au facteur de remplissage entier $\nu = 2$.

1.4.1 Décohérence dans les interféromètres de Mach-Zehnder

La figure 1.20 présente un schéma de l'interféromètre de Mach-Zehnder électronique. Le flot d'électrons est injecté via le contact ohmique au potentiel V dans le gaz bidimensionnel d'électrons, en régime d'effet Hall quantique. À l'aide d'un premier QPC, on partitionne le canal de bord externe en deux chemins. Ces deux chemins se recombinent sur un second QPC. Le courant électrique recueilli sur le contact ohmique situé à droite présente des oscillations lorsque la phase accumulée sur l'un des bras est modifiée par rapport à celle accumulée sur l'autre bras, soit en modifiant la longueur d'un des bras en changeant le potentiel d'une électrode de grille au potentiel V_{G} placée sur ce bras, soit en changeant la valeur du champ magnétique. On observe alors des oscillations présentées sur la figure 1.21 (voir par exemple Ji *et coll.* [39] et Roulleau *et coll.* [66, 67]). Ces mesures permettent de remonter à la fonction corrélation du premier ordre. On note que le contraste n'est pas égal à 1.

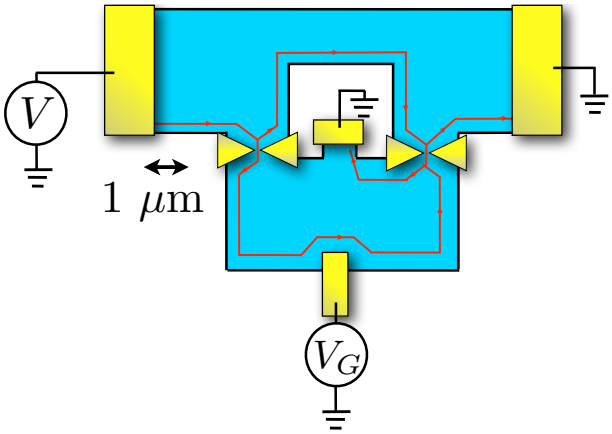

Figure 1.20: Schéma d'un interféromètre de Mach-Zehnder électronique (d'après [39]).

En adaptant judicieusement ce dispositif, l'effet de réduction du contraste avec la température et la taille de l'interféromètre a été étudié (voir figure 1.22). Roulleau *et coll.* [67] ont montré que la longueur de cohérence dans les gaz similaires aux nôtres, à facteur de remplissage $\nu = 2$ est de l'ordre de 20 μm à 20 mK.

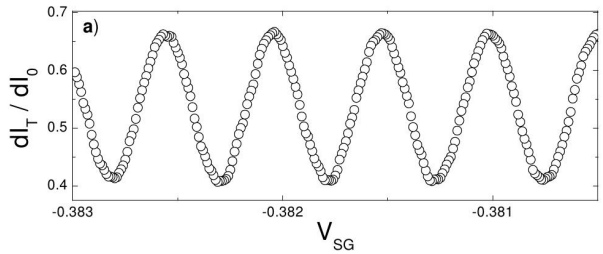

Figure 1.21: Oscillation du courant en sortie d'un interféromètre de Mach-Zehnder en fonction du potentiel de grille (noté V_G sur la figure 1.20). Courbe extraite de Roulleau *et coll.* [67].

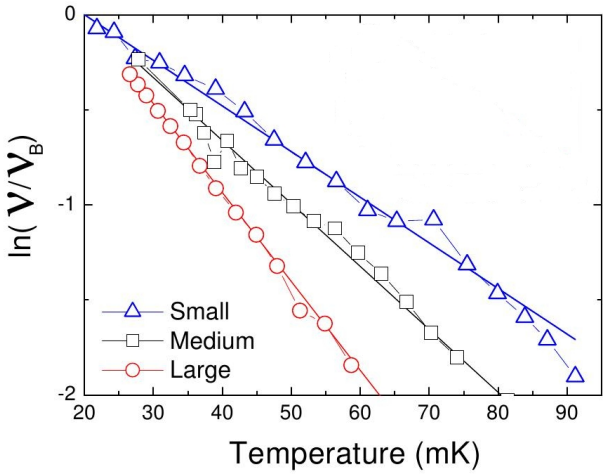

Figure 1.22: Dépendance du contraste $\mathcal{V}$ à la température pour trois tailles d'interféromètre (small, medium et large). $\mathcal{V}_B$ est le contraste à 20 mK. Courbe extraite de Roulleau *et coll.* [66].

On peut étudier les effets des interactions entre canaux, sur la longueur de cohérence dans le canal externe. Ces effets ont été extensivement étudiés dans l'équipe de Patrice Roche au CEA Saclay (voir Roulleau *et coll.* [66, 67], Huynh *et coll.* [36]). Sur la figure 1.23, le contact ponctuel quantique (QPC) en G_0 est réglé pour réfléchir partiellement le canal interne. Cela permet, grâce au partitionnement aléatoire du flot d'électrons injecté par le contact au potentiel V_2 de le rendre bruyant. Une réduction de la visibilité de la figure d'interférence est observée. Au contraire, en refermant astucieusement le canal interne en plusieurs petites boucles à l'aide d'électrodes de grille (c.f. figure 1.24), le contraste de la figure d'interférence est amélioré. En effet, le bouclage du canal interne ouvre un gap dans les excitations du canal interne qui gèle les échanges d'énergie entre les canaux à suffisamment basse énergie.

Ces résultats montrent que la présence du canal interne limite la cohérence des excitations injectées dans le canal externe.

1.4.2 Échanges d'énergie entre canaux de bord

Dans l'expérience réalisée dans le groupe de Frédéric Pierre, au Laboratoire de Photonique et Nanostructure (c.f. Altimiras *et coll.* [2, 3], Le Sueur *et coll.* [48]), l'idée est de générer une distribution hors d'équilibre dans un des canaux de bord de

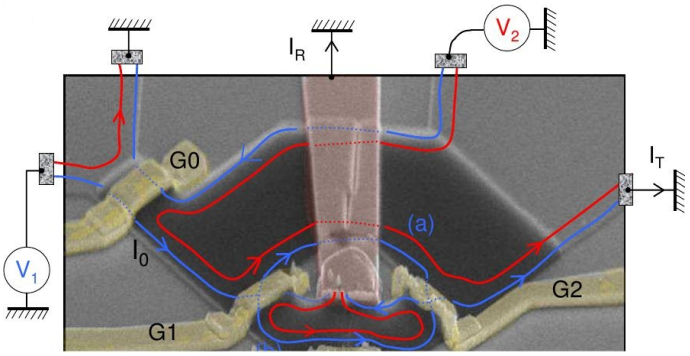

Figure 1.23: Interféromètre de Mach-Zehnder réalisé au CEA Saclay[66, 67]. Le contact au potentiel DC V_1 est utilisé pour injecter un flot continu de charges dans le canal. La grille G1 sert à partitionner une première fois le canal de bord externe. Les deux chemins se recombinent au niveau de la grille G2. Les interférences sont lues à l'aide de l'électrode traversée par le courant I_T. Le déphasage entre les deux bras peut être modifié à l'aide d'une grille située tout en bas de l'échantillon sur la photographie ou en changeant le champ magnétique. L'électrode au potentiel V_2 peut être utilisée pour injecter un signal fluctuant grâce au partitionnement par la grille G0 et ainsi rendre bruyant le canal de bord interne de l'interféromètre.

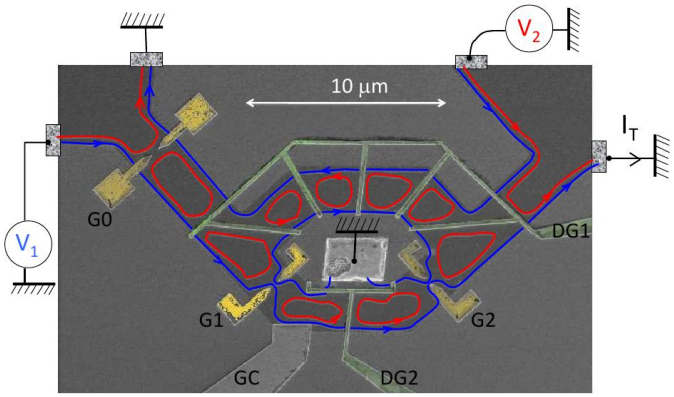

Figure 1.24: Interféromètre de Mach-Zehnder réalisé au CEA Saclay[36]. Le canal de bord interne est rebouclé sur lui-même en plusieurs endroits à l'aide d'électrodes DG1 et DG2 de grille.

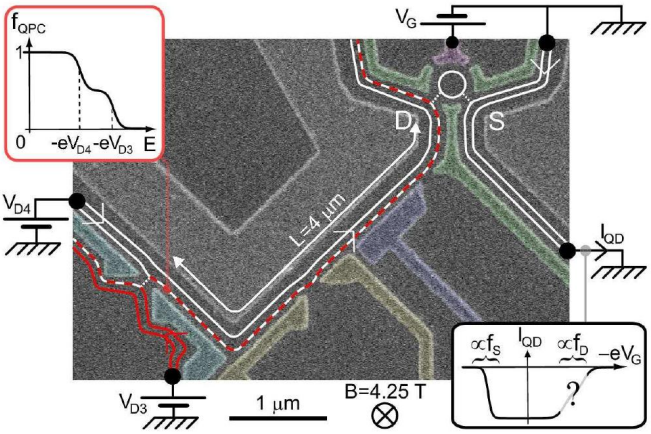

Figure 1.25: Image du dispositif réalisé au LPN. Les contacts ohmiques au potentiel V_{D3} et V_{D4} permettent d'injecter un courant DC. L'utilisation d'un QPC permet de mélanger ces deux distributions pour générer une distribution hors d'équilibre en double-marche dans l'un des canaux de bord. Après la longueur L de propagation, la lecture de la dérivée de la distribution d'énergie est réalisée à l'aide du point quantique situé en haut à droite sur l'image.

l'effet Hall quantique à $\nu = 2$. L'échantillon est présenté sur la figure 1.25. Cela est possible en utilisant un QPC qui partitionne le canal de bord externe, par exemple. Il suffit alors de porter les contacts ohmiques situés sur les bras d'entrée de ce QPC à des potentiels différents pour générer une distribution d'énergie présentant deux marches sur le canal de bord externe, en sortie du QPC. Si on note T la transmission du QPC, f_{qpc} la distribution d'énergie dans le canal externe en sortie du QPC et $V_{D3,D4}$ les potentiels des électrodes alimentant les canaux incidents sur le QPC, il vient en effet

$$f_{\mathrm{qpc}}(\varepsilon) = T\, f(\varepsilon - e\, V_{D3}) + (1 - T)\, f(\varepsilon - e\, V_{D4})$$

qui est bien une distribution en double marche pour $V_{D3} \neq V_{D4}$. On laisse alors cette distribution se propager dans ce canal sur une longueur L qui peut être modifiée. Après propagation, la distribution d'énergie dans le canal de bord externe est scannée à l'aide d'une boîte quantique. Cette boîte est couplée, en D, au canal dont on souhaite déterminer la distribution d'énergie et, en S, à un autre canal externe (canal de sortie), indépendant du précédent. Le canal de sortie est à l'équilibre thermique à la température de l'échantillon et connecté à un contact ohmique de mesure. Une excitation sinusoïdale de faible amplitude permet de déplacer les niveaux de la boîte quantique autour d'une énergie donnée, à l'aide d'une grille dont on modifie le potentiel V_{G}. On accède ainsi à la dérivée de la distribution énergétique dans le canal externe en D. De la même manière, le canal interne peut être mis hors

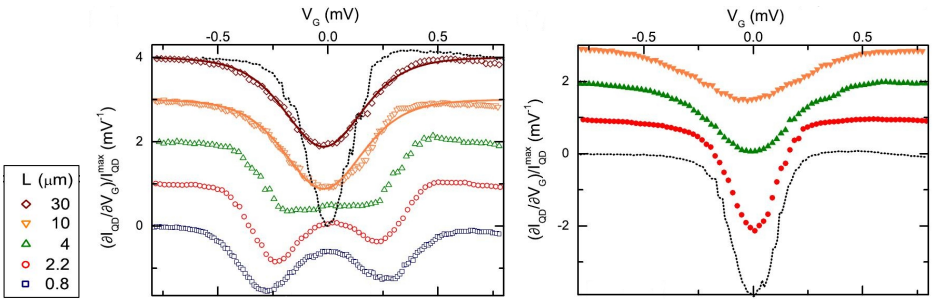

Figure 1.26: Dérivée de la distribution de d'énergie dans le canal de bord externe: lorsqu'il est initialement mis hors d'équilibre (gauche); lorsqu'il est initialement à l'équilibre (droite). Les graphes sont obtenus pour différentes valeurs de la longueur de propagation.

d'équilibre et après la longueur de propagation, on sonde la distribution énergétique du canal externe.

La première expérience montre que la distribution en double marche se déforme vers une distribution d'équilibre à mesure que L est allongé, mais dont la largeur est plus importante que celle correspondant à la distribution énergétique d'équilibre à la température de l'échantillon (voir figure 1.26, gauche). Cette première expérience montre qu'un rééquilibrage énergétique se produit dans le canal externe. Dans la seconde expérience, on met le canal interne hors équilibre. On observe alors une élévation de la température du canal externe traduisant l'échange d'énergie avec le canal interne. Ces deux expériences montrent qu'au cours de la propagation, les canaux interne et externe échangent de l'énergie entre-eux mais pas avec le reste de l'environnement car la distribution d'équilibre après interaction ne correspond pas à la température de l'échantillon.

Les mesures qui viennent d'être présentées permettent d'étudier indirectement le couplage entre les canaux de bord. Dans ce rapport de thèse, j'expose d'abord une analyse directe du couplage par des mesures de courant hyperfréquence, puis la manifestation des interactions dans un dispositif d'interférences à 2 électrons uniques (expérience HOM électronique).

1.5 Annexe du chapitre 1 – caractéristiques des échantillons utilisés pendant ma thèse

Les résultats présentés dans ce travail ont été essentiellement mesurés à l'aide de deux échantillons. Pour le chapitre 2, il s'agit de l'échantillon S434-C1L25B. Pour les mesures de bruit HOM, il s'agit de l'échantillon S434-C16L25A. Les caractéristiques de ces échantillons sont fournies dans le tableau suivant:

ref. échantillon	S528-11	S434-C16L25A	S434-C1L25B
densité (cm^{-2})	$1{,}9.10^{11}$	$2{,}0.10^{11}$	$1{,}8.10^{11}$
mobilité ($cm^2.V^{-1}.s^{-1}$)	$1{,}3.10^6$	$2{,}4.10^6$	$2{,}4.10^6$
champ magnétique à $\nu = 2$ (T)	1,8	3,8 – 4,0	3,65
espacement Δ des niveaux (K)	4,2	1,3 – 1,4	1,9 – 2,3
dimension des boîtes (μm$\times\mu$m)	0,6×0,6	1,4×1,4	1,0×1,0
fréquences de travail	×	0,9 – 2 GHz	0,7 – 11 GHz

Les données concernant l'échantillon S528-11 sont extraites de la thèse de François Parmentier [62].

Chapter 2

Interaction coulombienne entre canaux de bord de l'effet Hall quantique

Résumé du chapitre

Dans ce chapitre, une mesure directe du couplage entre les canaux de bord de l'effet Hall quantique est présentée. Ce couplage capacitif, dû à l'interaction coulombienne, nécessite d'introduire les modes propres de la propagation: l'un est dit neutre et l'autre, chargé. C'est la vitesse de phase du mode neutre, déterminée via la relation de dispersion, qui fait ressortir deux régimes de propagation non dispersifs, en fonction de la fréquence. Les résultats expérimentaux sont comparés à deux modèles limites et l'on explique que c'est la portée des interactions qui fixe la frontière entre ces deux régimes. Une dissipation, dont l'origine reste à investiguer, est présente dans nos mesures.

Sommaire

2.1 Principe de la mesure directe du couplage entre canaux 41

2.1.1 Modes propres de la propagation en présence de couplage 41

2.1.2 L'échec de l'étude dans le domaine temporel 44

2.1.3 Approche dans le domaine fréquenciel 45

2.1.4 Lecture du courant généré sur le canal interne 48

2.1.5 Réalisation expérimentale 51

2.2 Résultats expérimentaux 53

2.2.1 Une spirale au lieu d'un cercle?! 53

2.2.2 Relation de dispersion 55

2.2.3 Couplage fort: un mode chargé et un mode neutre 56

2.3 Modélisation des interactions pour les magnéto-plasmons de bord 58

2.3.1 Description des interactions électron-électrons 58

2.3.2 Description de l'interaction dans le modèle courte portée . 59

2.3.3 Description de l'interaction dans le modèle longue portée 64

2.3.4 Modélisation ad hoc de la dissipation 67

Comme cela a été vu dans le chapitre d'introduction, il a été montré que la source développée dans le groupe de physique mésoscopique du LPA permet d'injecter des électrons à la demande dans le canal de bord externe de l'effet Hall quantique. Il a également été montré que l'on peut, dans une certaine mesure, façonner la forme du paquet d'onde injecté. Cela dit, une fois injecté le paquet d'onde électronique se propage en subissant des interactions avec son environnement (interactions coulombiennes), qui sont cause de décohérence: à $\nu > 1$, l'interaction coulombienne couple les canaux de bord. Dans ce chapitre, je présente comment nous avons sondé de manière directe le couplage entre des canaux de bord de l'effet Hall quantique, en exploitant notre capacité à exciter le canal de bord externe uniquement.

2.1 Principe de la mesure directe du couplage entre canaux

Dans tout ce chapitre, on se place à facteur de remplissage $\nu = 2$. Pour réaliser ces mesures, on utilise l'échantillon présenté sur la figure 2.1.

2.1.1 Modes propres de la propagation en présence de couplage

En l'absence de couplage capacitif entre les canaux, injecter une charge sur l'un des canaux revient à exciter le système dans un de ses modes propres et la charge se propage en restant dans ce canal à la vitesse de Fermi v_{F}. En l'absence de couplage, le système possède donc deux modes propres notés

$$\vec{1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad \vec{2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

dans la base (canal externe, canal interne). Ainsi, un courant injecté dans le canal de bord externe, au niveau de la source, est représenté par le vecteur

$$\vec{i}(x,t) = i_1(0)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi(x-v_{\mathrm{F}}t)}\,\vec{1}$$

où φ est la phase qui est une fonction de la variable $x - v_F t$. Mais en présence de couplage capacitif entre les deux canaux, dans l'hypothèse discutée au paragraphe 2.2.3, où les deux canaux sont en couplage fort, les deux modes propres de la propagation s'écrivent par symétrie, dans la même base que précédemment

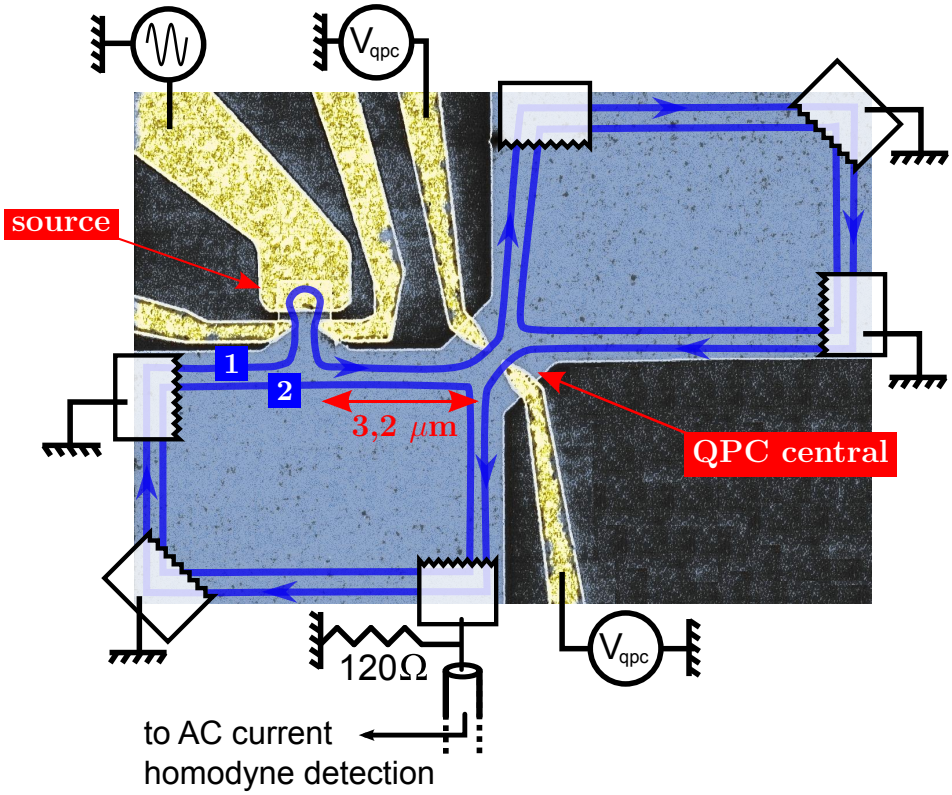

Figure 2.1: Image au microscope électronique à balayage de l'échantillon. Le canal de bord externe schématisé est identifié par le numéro **1** et le canal interne par **2**. L'électrode de grille de la source excitée sinusoïdalement est parfaitement couplée au canal externe. La source et le QPC central sont séparés d'une distance de 3,2 μm. Le contact ohmique, utilisé pour la mesure (qui est connecté aux amplificateurs), est symbolisé en bas, au milieu.

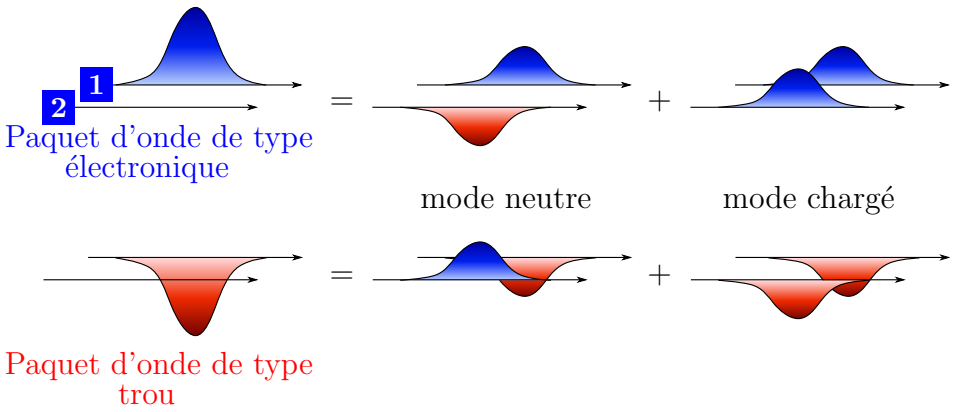

Figure 2.2: Schéma décrivant la décomposition d'un électron (bleu) ou d'un trou (rouge) sur le canal de bord externe en un mode neutre et un mode chargé. La forme donnée à l'excitation correspond schématiquement à la densité de charge. Le numéro **1** désigne le canal externe et le **2** le canal interne.

$$\vec{\rho} = \frac{\vec{1} + \vec{2}}{\sqrt{2}} \qquad \text{et} \qquad \vec{n} = \frac{\vec{1} - \vec{2}}{\sqrt{2}}$$

Le mode $\vec{\rho}$ est le mode de charge (ou mode chargé). Le mode $\vec{n}$ est le mode neutre (ou mode dipolaire). Ces modes sont présentés dans Lee *et coll.* [49], Pham *et coll.* [64], E.V. Sukhorukov *et coll.* [70], Berg *et coll.* [5], Horsdal *et coll.* [35]. Injecter une charge dans le canal externe revient à exciter une superposition de ces deux modes qui se propagent à des célérités différentes. En raison des interactions coulombiennes, le mode chargé se propage toujours plus rapidement que le mode neutre. Le fondement théorique de cette assertion est développé dans la description du modèle courte portée, au paragraphe 2.3.2. Dans notre expérience, l'absence de grille latérale n'offre pas la possibilité d'écranter les interactions. Par conséquent, les deux canaux sont en influence totale. Dans ces conditions, l'écart entre les vitesses des deux modes est estimé à environ deux ordres de grandeur (voir Kamata *et coll.* [43], Kumada *et coll.* [45]).

Pour fixer les idées, considérons le cas d'un paquet d'onde électronique injecté sur le canal externe. Au cours de sa propagation, le paquet d'onde électronique se scinde en deux excitations: un mode chargé rapide et un mode neutre lent (voir figure 2.2). Il semble naturel de chercher à mesurer cette décomposition en mode neutre et mode chargé dans le domaine temporel en détectant l'arrivée de chacun de ces modes mais cette approche conduit à un echec. C'est ce qui est expliqué dans le paragraphe suivant.

2.1.2 L'échec de l'étude dans le domaine temporel

Pour pouvoir observer expérimentalement la décomposition en mode neutre et mode chargé dans le domaine temporel, il est essentiel d'être capable d'exciter le canal externe seul, ce que permet la source du LPA. En excitant le canal externe au niveau de la source, on génère l'état

$$\vec{i}(x,t) = \frac{1}{2}\int \mathrm{d}\omega\ \underline{i}(\omega)\left[\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega t - k_\rho(\omega)x)}\,\vec{\rho} + \mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega t - k_\mathrm{n}(\omega)x)}\,\vec{\mathrm{n}}\right]$$

supposons que l'excitation est une salve centrée sur la fréquence la pulsation ω_0, alors cette expression peut être développée pour $\omega \simeq \omega_0$,

$$\vec{i}(x,t) = \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega_0 t - k_\rho(\omega_0)x)}}{2}\int \mathrm{d}\omega\ \underline{i}(\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega-\omega_0)(t-k'_\rho(\omega_0)x)}\,\vec{\rho}$$
$$+\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega_0 t - k_\mathrm{n}(\omega_0)x)}}{2}\int \mathrm{d}\omega\ \underline{i}(\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega-\omega_0)(t-k'_\mathrm{n}(\omega_0)x)}\,\vec{\mathrm{n}}$$

qui conduit à deux pulses: l'un correspond au mode neutre, se propageant à la vitesse de groupe $v_\mathrm{gn} = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}k_\mathrm{n} \simeq 5.10^4$ m/s et l'autre correspond au mode chargé avec $v_{\mathrm{g}\rho} = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}k_\rho \simeq 10^6$ m/s (d'après Kamata *et coll.* [43]). Si on mesure le courant sur le canal externe après une longueur ℓ de propagation, ce qui revient à évaluer $i_1(\ell,t) = \vec{1}\cdot\vec{i}(x,t)$, on obtient

$$i_1(\ell,t) = \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega_0 t - k_\rho(\omega_0)\ell)}}{2}\int \mathrm{d}\omega\ \underline{i}(\omega)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega-\omega_0)(t-k'_\rho(\omega_0)\ell)}$$
$$+\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega_0 t - k_\mathrm{n}(\omega_0)\ell)}}{2}\int \mathrm{d}\omega\ \underline{i}(\omega)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega-\omega_0)(t-k'_\mathrm{n}(\omega_0)\ell)}$$

Pour notre échantillon, la longueur de propagation est de quelques microns. Par conséquent, le retard Δt entre l'arrivée des deux modes est (voir figure 2.3)

$$\Delta t = (k'_\mathrm{n}(\omega_0) - k'_\rho(\omega_0))\,\ell = \left(\frac{1}{v_\mathrm{gn}} - \frac{1}{v_{\mathrm{g}\rho}}\right)\ell \simeq \frac{\ell}{v_\mathrm{gn}} \simeq 10^{-10}\ \mathrm{s}$$

Un tel retard est proche de la largeur temporelle du paquet d'onde étudié (typiquement 100 ps). Il s'ensuit qu'une résolution bien supérieure à 10^{-10} s serait requise pour espérer pouvoir imager la superposition des deux modes, ce qui n'est techniquement pas réalisable (on verra dans le chapitre 5, qu'une bonne façon d'étudier ces temps courts est l'utilisation de l'interférométrie). On décide donc de se tourner vers le domaine fréquenciel pour mener cette étude.

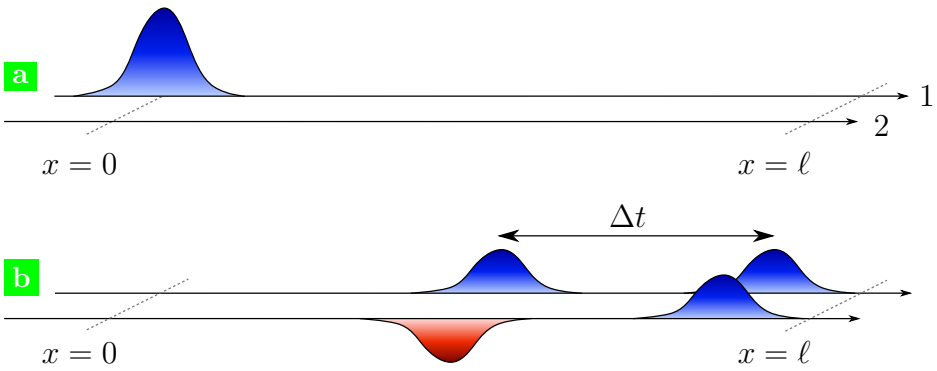

Figure 2.3: Un électron est introduit sur le canal de bord externe en $x = 0$ par la source (cas a). Après propagation, cette excitation s'est scindée sur les deux modes propres de la propagation (cas b). À une position particulière $x = \ell$, les deux modes sont séparés temporellement de Δt.

En raison des contraintes techniques qui viennent d'être évoquées, on choisit de travailler dans le domaine fréquenciel comme cela est présenté dans le paragraphe suivant.

2.1.3 Approche dans le domaine fréquenciel

Pour travailler dans le domaine fréquenciel, on utilise la source dans un régime qui n'est pas celui de l'émission d'une charge unique. Le QPC de la boîte est réglé de manière à ce qu'elle soit parfaitement couplée au canal de bord externe. La grille au potentiel AC, d'amplitude pic-pic V_{exc}, est excitée à l'aide d'une tension sinusoïdale. Dans le canal externe, on génère ainsi un magnéto-plasmon de bord (décrit dans Ashoori *et coll.* [4], Zhitenev *et coll.* [77], Sukhodub *et coll.* [69]), à la fréquence d'excitation de la boîte. Ce magnéto-plasmon se propage sur une distance ℓ sur laquelle les canaux (1) et (2) sont couplés. L'étude de l'interaction entre canaux se ramène à un problème de diffusion de plasmons par la matrice S.

Description par la matrice de diffusion

De manière classique, sur une ligne bifilaire (à deux fils couplés capacitivement), on peut relier les courants en entrée aux courants en sortie, après une longueur ℓ de propagation dans la base $(\vec{1}, \vec{2})$, en écrivant que

$$\begin{pmatrix} i_1(\ell,\omega) \\ i_2(\ell,\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11}(\ell,\omega) & S_{12}(\ell,\omega) \\ S_{21}(\ell,\omega) & S_{22}(\ell,\omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1(0,\omega) \\ i_2(0,\omega) \end{pmatrix} = [S] \begin{pmatrix} i_1(0,\omega) \\ i_2(0,\omega) \end{pmatrix}$$

En particulier, l'élément de matrice S_{21} permet d'exprimer le courant généré dans le

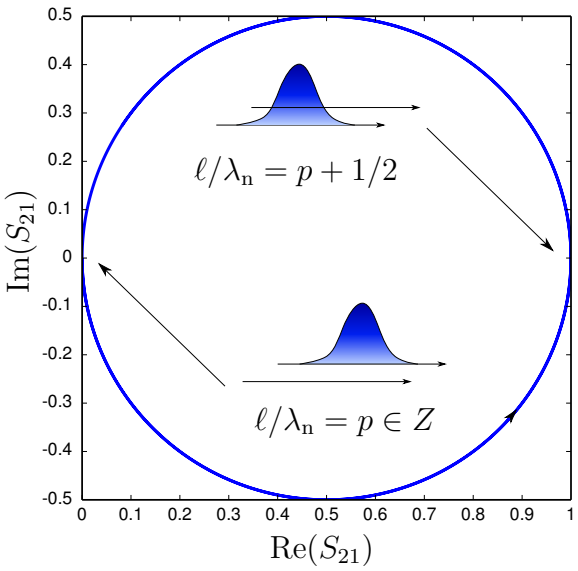

Figure 2.4: Représentation de S_{21} dans le plan complexe, s'appuyant sur l'expression fournie par le système (2.1) dans l'hypothèse où $k_{\rm n}$ est réel.

canal de bord interne, résultant d'un courant injecté sur le canal de bord externe par la source. Ainsi, l'étude du couplage se ramène à l'étude de la matrice de diffusion $[S]$. Physiquement, en raison du couplage capacitif entre les canaux, $S_{12}(\ell,\omega) = S_{21}(\ell,\omega)$. Dans l'hypothèse d'un couplage fort (discutée au paragraphe 2.2.3), on traduit que $\vec{\rm n}$ et $\vec{\rho}$ sont des états propres pour $[S]$ (ce qui signifie que le système excité dans l'un de ces modes, reste dans ce mode après propagation). Formellement,

$$S_\rho(\ell,\omega)\vec{\rho} = {\rm e}^{{\rm j}k_\rho\,\ell}\vec{\rho}$$

où S_ρ est l'élément diagonal de $[S]$ dans la base $(\vec{\rho},\vec{\rm n})$ associé à $\vec{\rho}$. En utilisant la base $\left(\vec{1},\vec{2}\right)$, il vient

$$\left\{\begin{array}{rcccl} S_\rho(\ell,\omega) & = & {\rm e}^{{\rm j}k_\rho\,\ell} & = & S_{11}(\ell,\omega) + S_{21}(\ell,\omega) \\ S_\rho(\ell,\omega) & = & {\rm e}^{{\rm j}k_\rho\,\ell} & = & S_{21}(\ell,\omega) + S_{22}(\ell,\omega) \end{array}\right.$$

et de la même manière, en utilisant le mode $\vec{\rm n}$,

$$\left\{\begin{array}{rcccl} S_{\rm n}(\ell,\omega) & = & {\rm e}^{{\rm j}k_{\rm n}\,\ell} & = & S_{11}(\ell,\omega) - S_{21}(\ell,\omega) \\ -S_{\rm n}(\ell,\omega) & = & -{\rm e}^{{\rm j}k_{\rm n}\,\ell} & = & S_{21}(\ell,\omega) - S_{22}(\ell,\omega) \end{array}\right.$$

Notons que pour un couplage fort, $S_{22} = S_{11}$ et

$$\left\{\begin{array}{rcccl} S_{11}(\ell,\omega) & = & \frac{{\rm e}^{{\rm j}k_\rho(\omega)\,\ell}+{\rm e}^{{\rm j}k_{\rm n}(\omega)\,\ell}}{2} & \simeq & \frac{1+{\rm e}^{{\rm j}k_{\rm n}(\omega)\,\ell}}{2} \\ S_{21}(\ell,\omega) & = & \frac{{\rm e}^{{\rm j}k_\rho(\omega)\,\ell}-{\rm e}^{{\rm j}k_{\rm n}(\omega)\,\ell}}{2} & \simeq & \frac{1-{\rm e}^{{\rm j}k_{\rm n}(\omega)\,\ell}}{2} \end{array}\right. \tag{2.1}$$

car $k_{\rho,{\rm n}}(\omega) = \omega/v_{\rho,{\rm n}}(\omega)$ et $v_\rho \gg v_{\rm n}$. D'après le système (2.1), $S_{21}(\ell,\omega)$ est le cercle de centre (1/2,0) et de rayon 1/2 dans le plan complexe (voir figure 2.4).

Comportement basse fréquence

À basse fréquence, l'expression de S_{21} peut être développée et conduit à

$$S_{21}(\ell,\omega) \simeq -\frac{\mathrm{j}\omega\,\ell}{2v_{\mathrm{n}}(0)}\left(1+\frac{\mathrm{j}\omega\,\ell}{2v_{\mathrm{n}}(0)}\right)$$

qui peut être vu, dans la limite basse fréquence, comme le développement limité de

$$S_{21}(\ell,\omega) \simeq \frac{-\mathrm{j}\omega\,\tilde{\tau}}{1-\mathrm{j}\omega\,\tilde{\tau}} \qquad \text{avec} \qquad \tilde{\tau} = \frac{\ell}{2v_{\mathrm{n}}(0)}$$

qui rappelle l'expression de la conductance d'un dipôle RC série avec une constante de temps égale à $\tilde{\tau} = \ell/(2v_{\mathrm{n}}(0))$ (l'interprétation de cette expression est discutée au paragraphe 2.3.2, en s'appuyant sur le modèle courte portée). Ce résultat est cohérent avec la description capacitive du couplage entre les deux canaux. Notons qu'à $\nu = 2$, c'est bien un couplage capacitif qui doit être pris en compte (c'est-à-dire que les deux canaux sont en influence mutuelle) et non un couplage par effet tunnel car les canaux de bord étant polarisés en spin, le passage d'un électron d'un canal à l'autre est interdit sur la longueur de propagation de quelques microns.

L'allure de $S_{21}(\ell,\omega)$ dans le plan complexe, à basse fréquence, s'interprète alors simplement: le caractère capacitif du couplage entre les deux canaux impose que $S_{21} \to 0$ et croît d'abord tangentiellement à l'axe des imaginaires comme cela est attendu pour une capacité.

Oscillation de la charge

Les expressions de S_{11} et S_{21} du système (2.1) sont remarquables car elles suggèrent qu'en des valeurs particulières de ω (à ℓ fixé), la charge injectée au niveau de la source sur le canal externe est transférée sur le canal interne (pour $\omega\ell/v_{\mathrm{n}}(\omega) = \pi$, $S_{21} = 1$), puis revient sur le canal externe pour (pour $\omega\ell/v_{\mathrm{n}}(\omega) = 2\pi$, $S_{11} = 1$), etc... . On s'attend donc à observer une oscillation de la charge entre les deux canaux lorsque la fréquence d'excitation varie. Le phénomène d'oscillation de la charge est compréhensible intuitivement: dans la limite où l'on suppose que le mode chargé se propage infiniment rapidement (par rapport au mode neutre), tout se passe comme si l'on pouvait négliger l'effet de retard à la propagation pour le mode chargé et l'onde de densité de charge associée à ce mode est uniforme sur la longueur ℓ (car elle possède une longueur d'onde grande devant ℓ). Au contraire, pour le mode neutre, une modulation de la densité de charge est observée à l'échelle de la longueur ℓ de propagation. Par exemple (c.f. figure 2.5), on peut envisager la situation où $\lambda_{\mathrm{n}} = 2\ell$ (qui correspond à $f \simeq 5$ GHz comme on le verra pour notre expérience). La

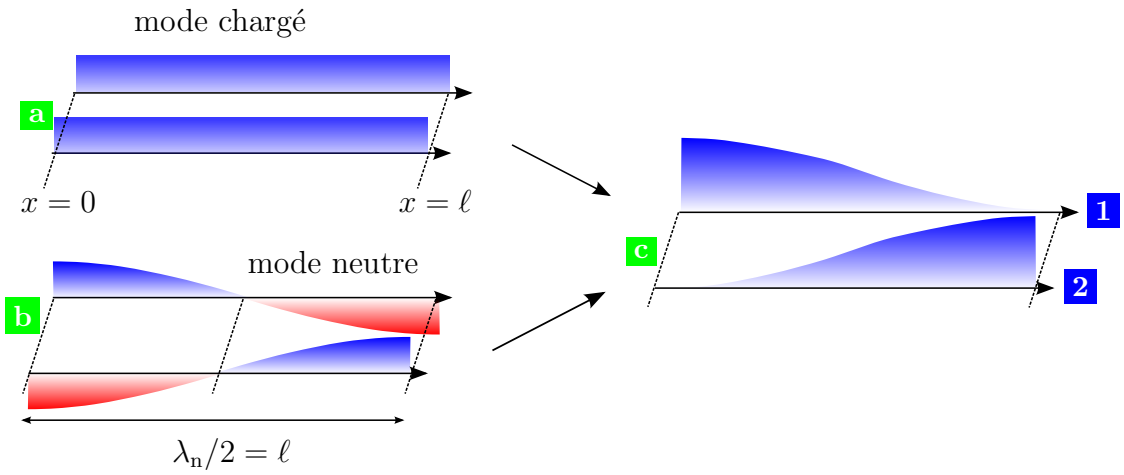

Figure 2.5: Schéma de principe décrivant les densités de charge sur chaque canal pour le mode chargé a et le mode neutre b pour $\lambda_n = 2\ell$. En sommant ces deux distributions, on observe que le courant est nul en $x = \ell$ sur le canal de bord externe (situation c).

somme des deux densités conduit alors à une onde de densité de charge s'annulant dans le canal externe en $x = \ell$ et une onde de densité de charge dont la valeur est extrémale dans le canal interne.

En revanche pour $\lambda_n = \ell$, qui correspond à une fréquence d'excitation plus élevée (environ 8 GHz dans notre expérience), on peut envisager la situation présentée sur la figure 2.6. La charge est revenue sur le canal externe! Pour pouvoir observer ce phénomène, il est nécessaire d'atteindre des fréquences telles que $\omega\ell/v_F \simeq 2\pi$, c'est-à-dire que $\omega/2\pi \simeq 10$ GHz.

On comprend que l'on peut caractériser l'interaction entre les deux canaux à l'aide d'une étude fréquencielle du courant généré dans le canal interne dû au courant injecté sur le canal externe.

2.1.4 Lecture du courant généré sur le canal interne

Maintenant que l'effet des interactions le long de la distance de propagation a été discuté, il reste à mesurer le courant généré dans le canal interne après la longueur $\ell = 3{,}2 \pm 0{,}4$ μm d'interaction. C'est ici qu'intervient le QPC central (c.f. figure 2.1 page 42). En réglant sa transmission pour qu'il transmette parfaitement le canal externe et réfléchisse parfaitement le canal interne, on dévie le canal interne seulement vers le contact ohmique qui est connecté à la masse via une résistance de 120 Ω. La tension aux bornes de cette résistance est proportionnelle au courant généré dans le canal interne après la longueur ℓ de propagation; ce courant $\underline{i}_2(\ell, \omega)$

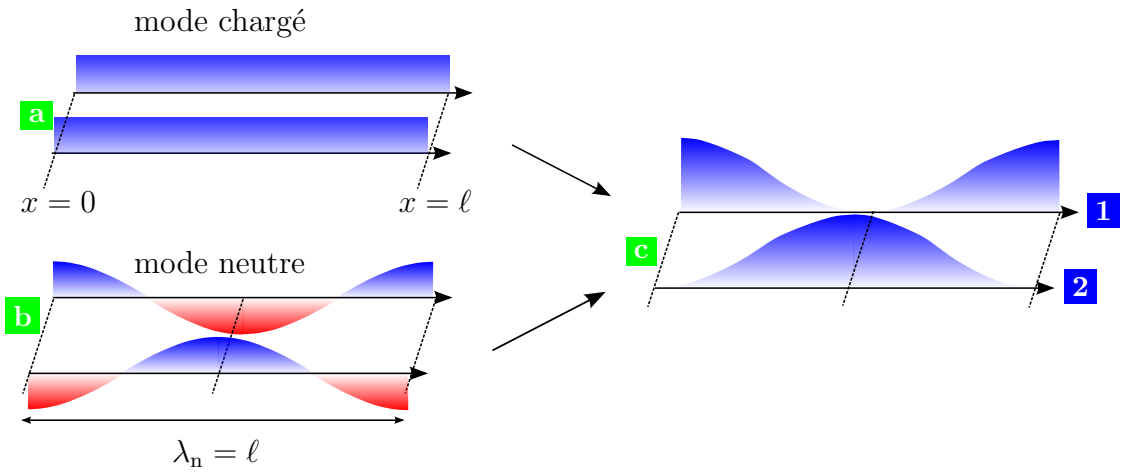

Figure 2.6: Densités de charge sur chaque canal lorsque $\lambda_n = \ell$: pour le mode chargé a, pour le mode neutre b. En sommant ces deux distributions, on observe que le courant est maximal en $x = \ell$ sur le canal de bord externe (situation c).

est tel que

$$\underline{i}_2(\ell, \omega) = S_{21}(\ell, \omega)\, \underline{i}_1(0, \omega)$$

Cette tension est comparée à celle mesurée lorsque le QPC central est complètement fermé, c'est-à-dire qu'il dévie les deux canaux vers le contact ohmique de mesure. Le courant correspondant s'écrit

$$\underline{i}_1(\ell, \omega) + \underline{i}_2(\ell, \omega) = (S_{11}(\ell, \omega) + S_{21}(\ell, \omega))\, \underline{i}_1(0, \omega)$$

On peut alors en déduire le rapport $\mathcal{R}$, indépendant de la réponse de la chaîne de mesure,

$$\mathcal{R}(\omega) = \frac{\underline{i}_2(\ell, \omega)}{\underline{i}_1(\ell, \omega) + \underline{i}_2(\ell, \omega)} = \frac{S_{21}(\ell, \omega)}{S_{11}(\ell, \omega) + S_{21}(\ell, \omega)}$$

mais d'après le système (2.1), dans la limite $v_\rho \gg v_n$, $S_{11}(\ell, \omega) + S_{21}(\ell, \omega) \simeq 1$, $\mathcal{R}(\omega) = S_{21}(\ell, \omega)$.

Un exemple de données brutes enregistrées pour ces mesures, qui constituent un diagramme de Fresnel, est présenté figure 2.7. Le QPC est d'abord complètement ouvert (zone c) et aucun canal n'est dévié vers l'électrode de mesure. Les grilles du QPC sont alors progressivement polarisées négativement et les points de mesure s'alignent autour d'un même vecteur (tracé en vert), jusqu'à ce que la transmission du QPC atteigne un premier plateau de conductance (zone b) pour lequel le canal interne est intégralement défléchi vers le contact de mesure. Le vecteur vert

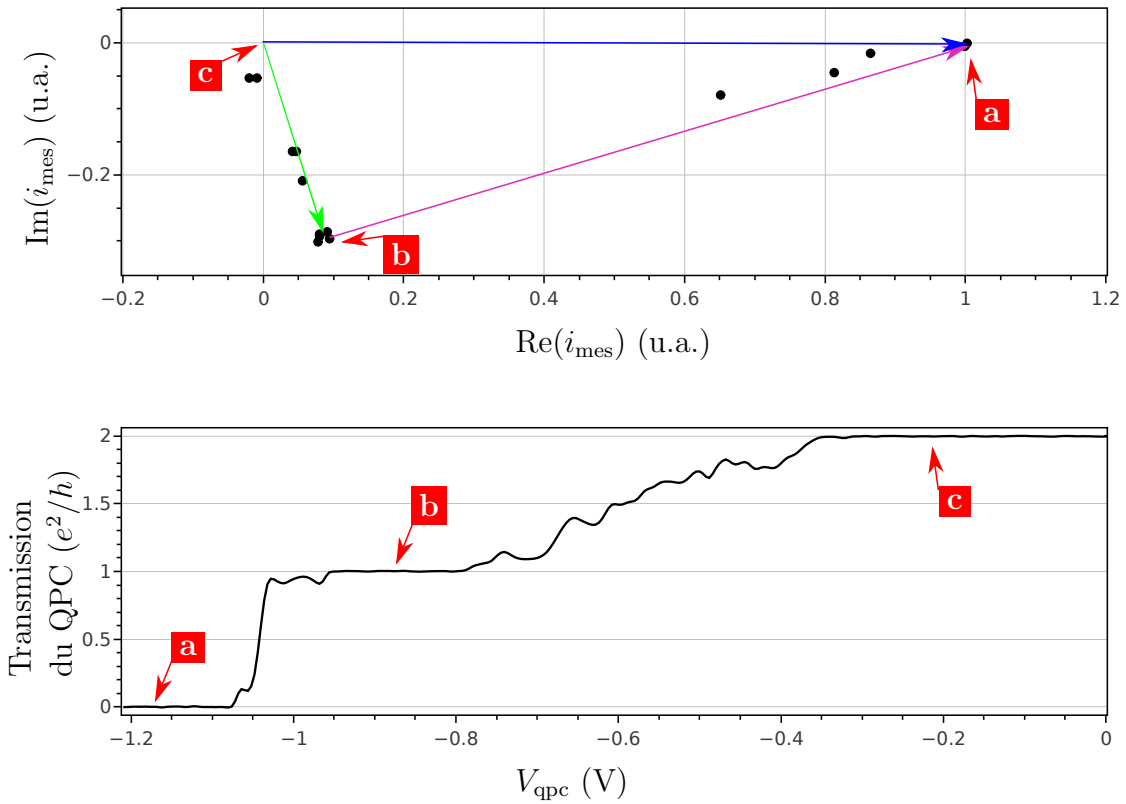

Figure 2.7: Un exemple de données brutes utilisées pour tracer S_{21} dans le plan complexe (haut). Correspondance avec la transmission du QPC central (bas).

représente le courant total transporté par le canal interne avant traversée du QPC. Lorsque l'on continue de polariser négativement le QPC, les points s'alignent le long d'un second vecteur (représenté en rose) qui décrit, de manière analogue, le courant transporté par le canal externe. Lorsque le QPC est complètement fermé (zone **a**), les deux canaux sont déviés vers le contact de mesure et le courant total mesuré (représenté par le vecteur bleu) est la somme des deux vecteurs courant associés à chaque canal.

2.1.5 Réalisation expérimentale

Une détection homodyne est utilisée pour enregistrer le signal. Le signal RF (au GHz) est mixé avec un signal de référence. Un signal continu est récupéré. Sa valeur est reliée à l'amplitude du signal RF (voir figure 2.8). L'excitation au GHz

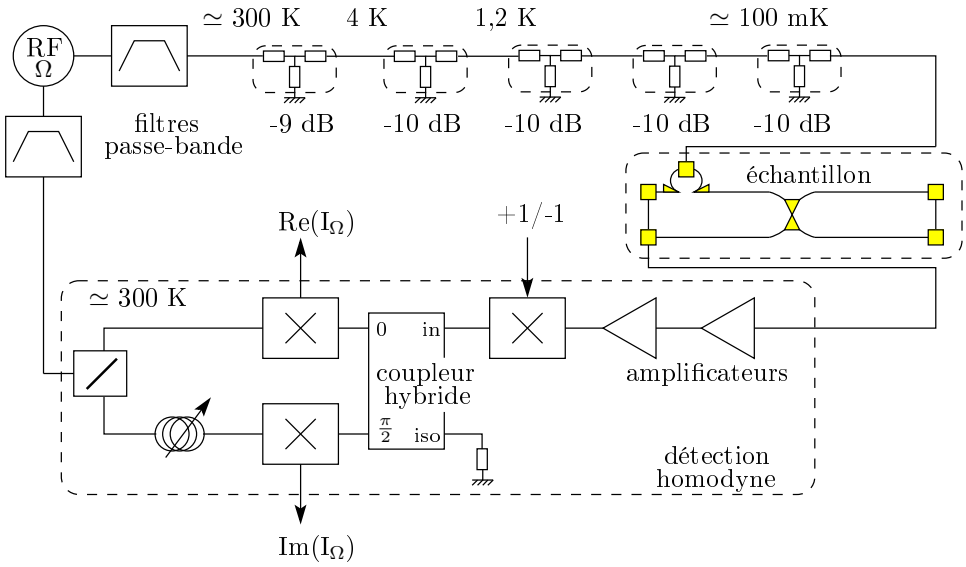

Figure 2.8: Schématisation de la chaîne d'excitation et d'acquisition utilisée pour réaliser l'expérience décrite. Présenté dans [21, 52, 62].

est obtenue par filtrage de la tension issue d'un générateur de signaux carré RF Anritsu MT1810A ou directement avec un générateur de sinus Anritsu 3692C. Ce signal RF est envoyé vers la source sur l'échantillon. À la sortie de l'échantillon, le courant RF traverse une résistance de mesure de 120 Ω (suivie d'une adaptation d'impédance vers 50 Ω) et la tension correspondante est amplifiée à chaud par des amplificateurs ultra-bas bruit. On module au kHz à l'aide d'un modulateur +1/-1. Ce signal modulé est séparé via un coupleur hybride en deux composantes de même amplitude dont l'une est déphasée de $\pi/2$ par rapport à l'autre en sortie du coupleur. Chaque composante est mélangée avec la référence puis filtrée par un passe-bas,

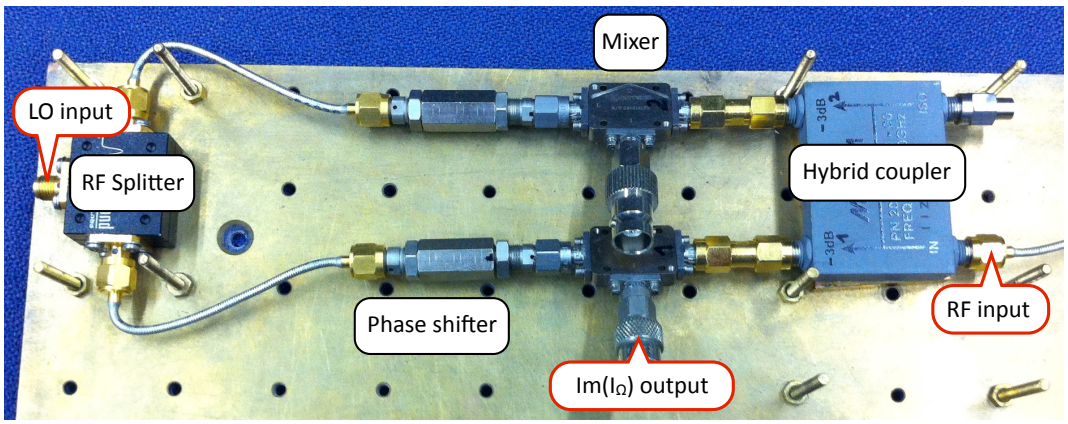

Figure 2.9: Photographie d'une partie de la détection synchrone home-made: on y voit le splitter RF, qui est utilisé pour injecter la référence sur les deux voies de sortie du coupleur hybride. La multiplication est réalisée par deux mixers. Les tensions obtenues permettent d'obtenir après filtrages un signal oscillant au kHz dont l'amplitude est proportionnelle à l'amplitude du courant RF atteignant l'électrode de mesure sur l'échantillon.

les tensions en sortie de chaque filtre, modulées au kHz, sont proportionnelles aux parties réelle et imaginaire de l'amplitude du courant à la fréquence RF. Ces signaux sont envoyés sur les entrées de deux lock-in synchronisés sur la fréquence au kHz.

Il est à noter qu'en pratique, les composants RF fonctionnent dans une plage de fréquences d'environ une octave. Pour effectuer des mesures sur une gamme allant de 0,7 à 11 GHz, il apparaît nécessaire de changer d'amplificateurs, de mixers et des filtres pour s'adapter à la plage de fréquences de mesure. Cela impose de placer les éléments de l'étage de détection à chaud (afin de pouvoir les changer aisément). La nécessité de pouvoir ajuster finement la bande passante des filtres est grande, en particulier lors de l'utilisation du générateur de signaux carré au GHz qui contient des harmoniques impaires dont certaines viendraient parasiter la mesure (essentiellement l'harmonique trois, qui est située dans la bande passante du coupleur hybride tant que le fondamental est à une fréquence inférieure à 6 GHz). Les filtres ont donc été systématiquement choisis pour couper notamment ces fréquences.

Pour les fréquences inférieures à 6 GHz, la source RF Anritsu MT1810A a été utilisée. Elle offre l'avantage de posséder deux sorties déphasables mais génère un signal carré qui recquiert un filtrage (comme cela vient d'être exposé). Pour les fréquences supérieures à 6 GHz, on utilise la source de sinus Anritsu 3692C qui ne recquiert pas de filtrage mais ne possède qu'une seule sortie. On a également utilisé un splitter RF et ajouté des déphaseurs réglables sur la détection homodyne.

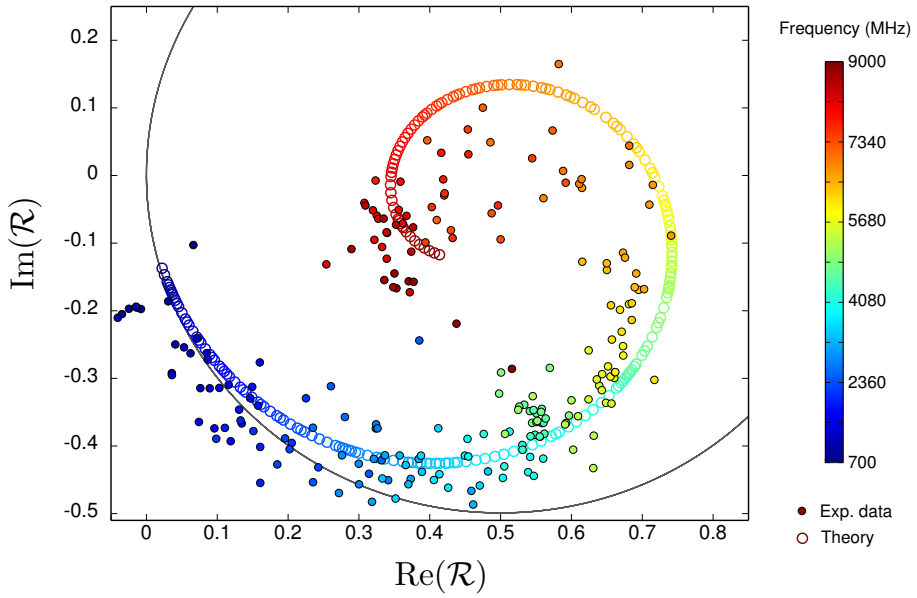

Figure 2.10: Résultat des mesures (points colorés). Le cercle en trait plein est le cercle de rayon 1/2 et de centre (1/2,0). Les ronds colorés correspondent à la modélisation longue portée avec ajout d'atténuation.

Ce dispositif expérimental permet de réaliser les mesures qui font l'objet de la partie suivante.

2.2 Résultats expérimentaux

2.2.1 Une spirale au lieu d'un cercle?!

Les résultats expérimentaux sont tracés sur la figure 2.10. Dans la mesure où $\mathcal{R} = S_{21}$, on peut indifféremment raisonner sur l'un ou l'autre. On constate qu'aux basses fréquences (en bleu sombre), les points longent l'axe des imaginaires depuis $S_{21}(\ell, \omega) \simeq 0$ et suivent le cercle tracé en trait plein noir, correspondant au cercle de rayon 1/2 et de centre (1/2,0), comme attendu pour le comportement capacitif. À partir d'environ 4 GHz, les points expérimentaux s'écartent significativement du cercle et spiralent vers le centre du cercle. En ce point, $S_{21}(\ell, \omega) = 1/2$. Cela signifie qu'après la longueur ℓ de propagation, le courant injecté dans le canal externe se retrouve pour moitié dans le canal interne et pour moitié dans le canal externe. On note que le spiralement traduit un amortissement des oscillations ce qui est la conséquence d'un mécanisme dissipatif non décrit jusqu'ici. De cette courbe, on peut notamment extraire le module de S_{21} en fontion de la fréquence présenté sur la figure 2.11.

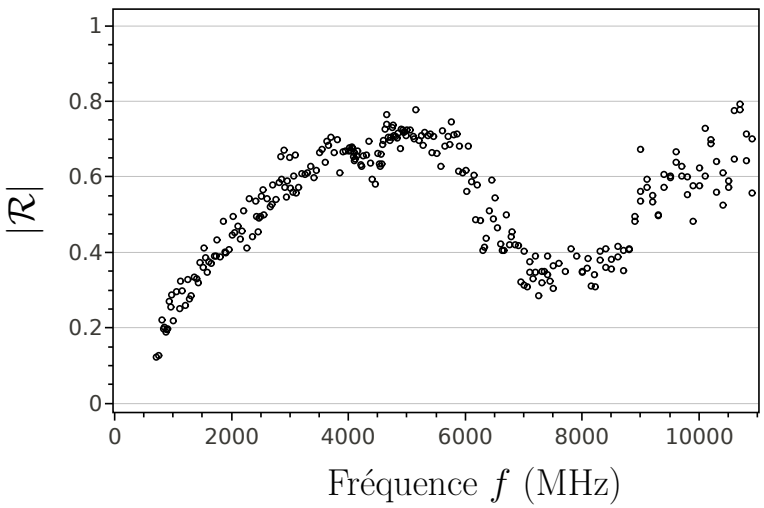

Figure 2.11: Tracé du module de $\mathcal{R}$ mesuré, en fonction de la fréquence.

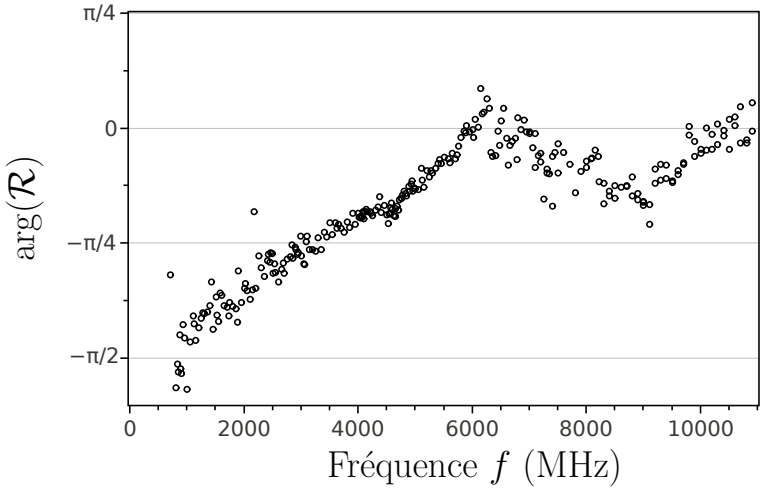

Figure 2.12: Tracé de l'argument de $\mathcal{R}$ mesuré, en fonction de la fréquence.

Sur le module de S_{21}, on retrouve que $S_{21} \to 0$ lorsque $\omega \to 0$ (comportement capacitif), avec un démarrage linéaire en la fréquence puis présente une pseudo-oscillation qui s'amortit autour de 1/2. Le comportement linéaire à basse fréquence rappelle le développement basse fréquence du circuit RC au paragraphe 2.1.3, qui suggère que la pente initiale est $\tilde{\tau} \propto 1/v_{\mathrm{n}}$ avec $v_{\mathrm{n}} \simeq v_{\mathrm{n}}(0)$ jusqu'à environ 4 GHz. Les oscillations correspondent au phénomène d'oscillation de la charge entre les deux canaux: pour environ 6 GHz, la charge injectée par la source sur le canal externe est alors mesurée sur le canal interne. Le maximum n'atteint pas $|\mathcal{R}| = 1$ (plutôt $\simeq 0{,}7$), ce qui est la traduction pour le module, du spiralement dans le plan complexe.

Sur la figure 2.12, on observe que l'argument de $\mathcal{R}$ croît depuis $-\pi/2$. Remarquons qu'à basse fréquence, l'argument de $\mathcal{R}$ est difficile à mesurer car les parties réelle et imaginaire de $\mathcal{R}$ sont proches de zéro ce qui introduit une importante sensibilité aux fluctuations pour $\arg(\mathcal{R})$. $\arg(\mathcal{R})$ atteint une première fois zéro pour $f \simeq 6$ GHz. $\arg(\mathcal{R})$ tend vers zéro à haute fréquence.

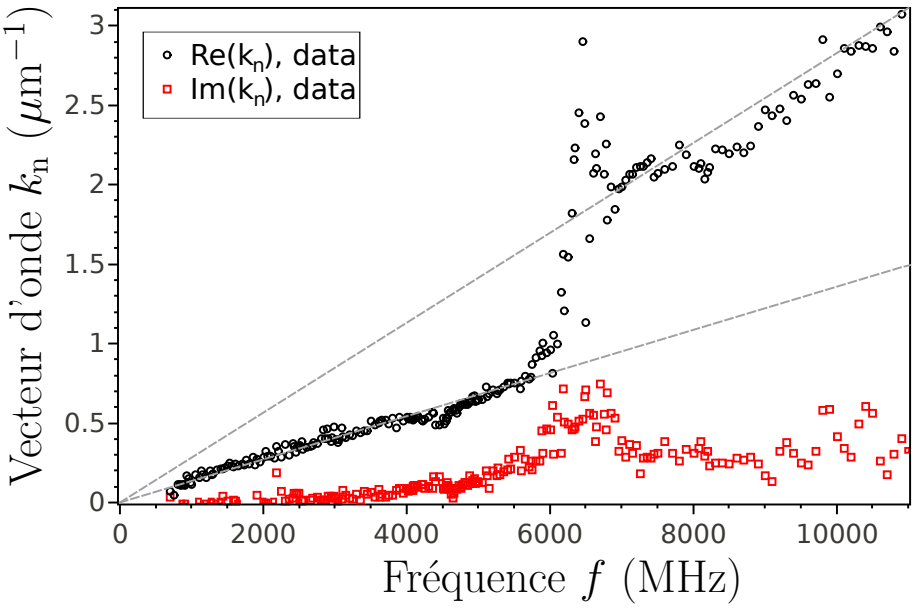

Figure 2.13: Relation de dispersion extraite des points expérimentaux après inversion de la formule $\mathcal{R}(\omega) \simeq (1 - \mathrm{e}^{\mathrm{j}k_\mathrm{n}(\omega)\,\ell})/2$.

2.2.2 Relation de dispersion

Utilisons la relation générale (en couplage fort) démontrée au paragraphe 2.1.3:

$$\mathcal{R}(\omega) \simeq \frac{1 - \mathrm{e}^{\mathrm{j}k_\mathrm{n}(\omega)\,\ell}}{2}$$

que l'on inverse pour obtenir l'expression du vecteur d'onde complexe k_n, en fonction de la fréquence. On peut alors tracer les parties réelle et imaginaire de cette quantité en fonction de la fréquence, c'est-à-dire tracer la relation de dispersion (voir figure 2.13).

La partie réelle de k_n présente un comportement linéaire pour $f \leq 4$ GHz (en accord avec l'étude du module de S_{21}) auquel est associé une partie imaginaire essentiellement nulle, ce qui traduit une propagation non dispersive et sans atténuation. On observe alors une augmentation de la partie imaginaire qui traduit la présence d'atténuation. À environ 6 GHz, un changement brutal est observé sur la partie réelle: pour des fréquences comprises entre 7 et 11 GHz, les points s'alignent sur une droite linéaire dont la pente est environ double de celle observée à basse fréquence et qui correspond à un autre régime non dispersif. De la relation de dispersion, on extrait deux pentes qui correspondent à deux vitesses de phase: l'une vaut 2,3.10^4 m/s (régime haute fréquence) alors que l'autre vaut 4,6.10^4 m/s (à basse fréquence).

À l'aune de ces données expérimentales, on établit dans le paragraphe suivant le

caractère fort du couplage, admis jusqu'à présent.

2.2.3 Couplage fort: un mode chargé et un mode neutre

Dans les paragraphes précédents, on s'est constamment appuyé sur une description en terme de mode chargé et de mode neutre mais cette description n'est valide que si le couplage entre les canaux est fort. En effet, dans le cas le plus général, les modes propres en présence de couplage s'écrivent $\vec{\oplus}$ et $\vec{\ominus}$ avec

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \vec{\oplus} & = & \cos\frac{\theta}{2}\,\vec{1} + \sin\frac{\theta}{2}\,\vec{2} \\ \vec{\ominus} & = & \sin\frac{\theta}{2}\,\vec{1} - \cos\frac{\theta}{2}\,\vec{2} \end{array} \right.$$

Les vitesses de propagation de ces modes sont $v_\pm$. θ est le paramètre qui règle la force du couplage. Il est nul lorsque les deux canaux sont découplés (les modes propres sont alors $\vec{1}$ et $\vec{2}$) et égal à $\pi/2$ dans le cas du couplage fort (les modes $\vec{\oplus}$ et $\vec{\ominus}$ s'identifient aux modes chargé et neutre). Des calculs analogues à ceux menés au paragraphe 2.1.3 page 46 permettent de montrer que dans le cas d'un θ quelconque,

$$S_{21}(\ell,\omega) = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_+\,\ell} - \mathrm{e}^{\mathrm{j}k_-\,\ell}}{2}\,\sin\theta$$

Remarquons que S_{21} suit toujours un cercle mais, cette fois, son rayon est $\sin\theta/2$. La somme $S_{11}(\ell,\omega) + S_{21}(\ell,\omega)$ s'exprime

$$S_{11}(\ell,\omega) + S_{21}(\ell,\omega) = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_+\,\ell} + \mathrm{e}^{\mathrm{j}k_-\,\ell}}{2} + \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_+\,\ell} - \mathrm{e}^{\mathrm{j}k_-\,\ell}}{2}\,(\cos\theta + \sin\theta)$$

On note que pour un θ quelconque, la charge n'est pas un mode propre ce qui traduit que les conducteurs ne sont pas en influence totale. Le rapport $\mathcal{R}$ vaut

$$\mathcal{R} = \frac{\sin\theta\,(1 - \mathrm{e}^{\mathrm{j}(k_- - k_+)\,\ell})}{1 + \mathrm{e}^{\mathrm{j}(k_- - k_+)\,\ell} + (\cos\theta + \sin\theta)(1 - \mathrm{e}^{\mathrm{j}(k_- - k_+)\,\ell})}$$

Dans la mesure où la quantité $k_- - k_+$ est proportionnelle à ω à suffisamment basse fréquence, on peut réaliser un développement basse fréquence de $\mathcal{R}$ qui conduit à

$$\mathcal{R} = \frac{-\mathrm{j}(k_- - k_+)\,\ell}{2}\,\sin\theta\,\left\{1 + \mathrm{j}\,(\cos\theta + \sin\theta)\,\frac{(k_- - k_+)\,\ell}{2}\right\}$$

Par conséquent, à la limite basse fréquence,

$$|\mathcal{R}| \simeq \frac{\ell\sin\theta}{2}\,\left[\frac{1}{v_-(0)} - \frac{1}{v_+(0)}\right]\omega$$

$$\arg\mathcal{R} \simeq -\frac{\pi}{2} + \frac{\ell(\cos\theta + \sin\theta)}{2}\,\left[\frac{1}{v_-(0)} - \frac{1}{v_+(0)}\right]\omega$$

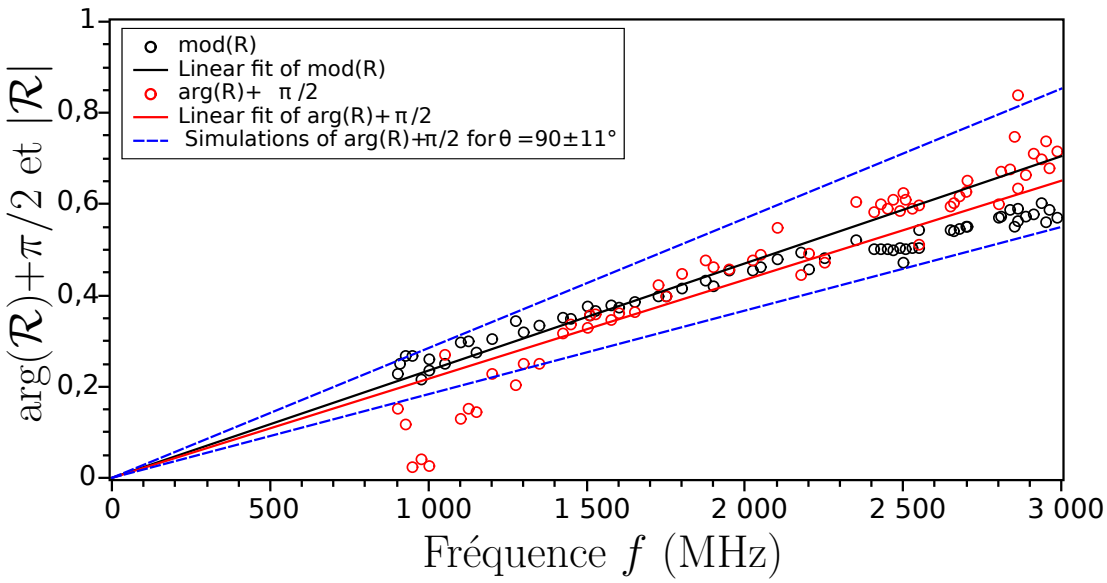

Figure 2.14: Étude de la force du couplage à partir des points expérimentaux.

La quantité $(\arg \mathcal{R} + \pi/2)/|\mathcal{R}|$ est particulièrement intéressante puisqu'elle vaut $1+\text{cotan}\,\theta$. Le rapport des pentes de $\arg \mathcal{R}$ et $|\mathcal{R}|$ en fonction de la fréquence permet de remonter à la valeur de θ. Plus ces pentes sont proches et plus le couplage est fort. À partir des mesures, on peut tracer ces deux quantités (voir figure 2.14).

L'ajustement (figure 2.14) est réalisé sur la plage 0,9-2,0 GHz pour le module et 1,5-3 GHz pour l'argument. Il apparaît que les deux courbes présentent une pente très proche. Pour le module, on obtient $3{,}8.10^{-11}$ s/rad (pour la droite noire) et pour l'argument, la pente vaut $3{,}7.10^{-11}$ s/rad (droite rouge). Les droites en pointillés bleus permettent d'estimer l'incertitude sur ces valeurs: on peut affirmer que $\theta = 90 \pm 11^o$ ce qui prouve que le couplage est fort!

Le caractère fort du couplage étant établi, les résultats expérimentaux requièrent une analyse théorique pour comprendre le sens physique du changement abrupte de la pente de la partie réelle de k_n ainsi que la signification des deux vitesses de phase de part et d'autre de cette singularité. C'est cette étude qui fait l'objet de la partie suivante.

2.3 Modélisation des interactions pour les magnéto-plasmons de bord

2.3.1 Description des interactions électron-électrons

Le Hamiltonien $\hat{H}$ du système formé des deux canaux couplés par interaction coulombienne s'écrit

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{\mathrm{j}} \sum_{\alpha=1;2} v_\alpha \int \mathrm{d}x \; \hat{\Psi}^\dagger_\alpha(x)\, \partial_x \hat{\Psi}_\alpha(x) + \hat{H}_{\mathrm{int}}$$

où $\hat{\Psi}_\alpha(x)$ est l'opérateur champ fermionique dans le canal α qui annihile un électron à la position x, v_α est la vitesse de propagation dans le canal α. $\hat{H}_{\mathrm{int}}$ est le hamiltonien d'interaction décrivant le couplage qui est tel que

$$\hat{H}_{\mathrm{int}} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha;\beta=1;2} \int \mathrm{d}x\, \mathrm{d}x' \; U_{\alpha\,\beta}(x,x')\, \hat{\rho}_\alpha(x) \hat{\rho}_\beta(x')$$

avec $\hat{\rho}_\alpha(x) = -e\, \hat{\Psi}^\dagger_\alpha(x)\, \hat{\Psi}_\alpha(x)$ la densité de charge dans le canal α au voisinage à la position x dont on a soustrait la densité à l'équilibre. Notons que le terme d'interaction décrit aussi bien les interactions coulombiennes intra-canal ($\alpha = \beta$), que les interactions inter-canal ($\alpha \neq \beta$). En suivant J. von Delft, H. Schoeller [73] et T. Giamarchi [26], on résout ce problème avec interactions en introduisant le champ bosonique $\hat{\phi}_\alpha$. La densité de charge $\hat{\rho}_\alpha$ et le courant électrique $\hat{I}_\alpha$ vérifient

$$\hat{\rho}_\alpha = -\frac{e}{\sqrt{\pi}}\, \partial_x \hat{\phi}_\alpha \qquad \text{et} \qquad \hat{I}_\alpha = \frac{e}{\sqrt{\pi}}\, \partial_t \hat{\phi}_\alpha$$

Le hamiltonien peut être réécrit à l'aide du champ bosonique sous la forme

$$\hat{H} = \hbar \sum_{\alpha=1;2} v_\alpha \int \mathrm{d}x\; (\partial_x \hat{\phi}_\alpha)^2 + \frac{e^2}{2\pi} \sum_{\alpha;\beta=1;2} \int \mathrm{d}x\, \mathrm{d}x' \; U_{\alpha\,\beta}(x,x')\, \partial_x \hat{\phi}_\alpha(x)\, \partial_x \hat{\phi}_\beta(x')$$

qui conduit à l'équation de propagation [73, 26]:

$$\{\partial_t + v_\alpha\, \partial_x\}\; \phi_\alpha(x,t) = \frac{e\sqrt{\pi}}{h}\, u_\alpha(x,t)$$

$$\text{avec} \qquad u_\alpha(x,t) = \sum_{\beta=1;2} \int \mathrm{d}x' \; U_{\alpha\,\beta}(x,x')\, \hat{\rho}_\beta(x',t)$$

où u_α est le potentiel électrique dans le canal α. Le contenu physique de cette expression est en fait très intuitif: dans le membre de gauche, on retrouve l'équation

d'onde, privée du terme décrivant la propagation vers les x décroissants (ce qui traduit le caractère chiral de la propagation), pour le champ $\phi_\alpha(x,t)$ à la vitesse v_α du canal de bord α en l'absence d'interaction. Le membre de droite correspond à un terme source dû aux interactions entre les charges qui constituent le milieu support de la propagation de ces ondes. Ainsi, en l'absence d'interaction, le champ bosonique $\phi_\alpha(x,t)$ serait juste une onde plane progressive se propageant sans déformation selon les x croissants et décrite par une fonction de la forme $f(x - v_\alpha t)$. En accord avec l'expérience réalisée où le système est excité par un signal sinusoïdal, on se place en régime sinusoïdal forcé pour sonder l'effet du terme $u_\alpha(x,t)$. Dans ce cas, l'équation de propagation dans un canal de bord chiral devient

$$\{-\mathrm{j}\omega + v_\alpha\,\partial_x\}\ \underline{\phi}_\alpha(x,\omega) = \frac{e\sqrt{\pi}}{h}\,\underline{u}_\alpha(x,\omega)$$

On cherche alors à exprimer les éléments de la matrice de diffusion $[S]$ introduite au paragraphe 2.1.1. Comme la relation entre le champ bosonique et le courant dans un canal est linéaire, c'est également la matrice $[S]$ qui relie $\underline{\vec{\phi}}(\ell,\omega) = \underline{\phi}_1(\ell,\omega)\,\vec{1} + \underline{\phi}_2(\ell,\omega)\,\vec{2}$ au vecteur $\underline{\vec{\phi}}(0,\omega)$.

Il faut maintenant expliciter les liens entre densités de charge et potentiels. Un premier modèle limite est le modèle d'interaction courte portée.

2.3.2 Description de l'interaction dans le modèle courte portée

Ingrédients du modèle courte portée

Dans ce modèle couramment utilisé (présenté dans Talyanskii *et coll.* [71], Sukhorukov *et coll.* [70], Berg *et coll.* [5]), l'interaction coulombienne est supposée de portée nulle. Ce modèle limite semble bien adapté pour décrire le comportement basses fréquences du système, pour lesquelles la longeur d'onde des plasmons est grande devant la portée de l'interaction coulombienne. Dans ce cas, $U_{\alpha\beta}(x,x') \propto \delta(x-x')$ et la densité de charge à une position est reliée aux potentiels à cette même position. On relie les densités de charge dans chaque canal aux potentiels par la matrice $[\mathcal{C}]$ telle que

$$\begin{pmatrix}\underline{\rho}_1\\ \underline{\rho}_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\mathcal{C}_1 & -\mathcal{C}_{12}\\ -\mathcal{C}_{12} & \mathcal{C}_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\underline{u}_1\\ \underline{u}_2\end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{pmatrix}\underline{\rho}_1\\ \underline{\rho}_2\end{pmatrix} = -\frac{e}{\sqrt{\pi}}\begin{pmatrix}\partial_x\,\underline{\phi}_1\\ \partial_x\,\underline{\phi}_2\end{pmatrix}$$

où $\mathcal{C}_\alpha$ est la capacité linéique du canal α qui modélise les interactions intra-canal et $\mathcal{C}_{12}$ modélise le couplage inter-canal. Formellement, $U_{\alpha\beta} = (\mathcal{C}^{-1})_{\alpha\beta}$.

Propriétés des modes propres dans le modèle courte portée

L'équation de propagation devient

$$\left\{-\mathrm{j}\omega\,[I] + \left(\frac{e^2}{h}[\mathcal{C}]^{-1} + v_\alpha\,[I]\right)\partial_x\right\}\,\underline{\phi}_\alpha(x,\omega) = 0$$

où $[I]$ est l'identité. Cette écriture est remarquable puisqu'elle suggère que les interactions modifient les vitesses effectives de propagation (cet effet a été affirmé au paragraphe 2.1.1), ou encore

$$\{-\mathrm{j}\omega\,[I] + [\mathcal{V}]\partial_x\}\,\underline{\phi}_\alpha(x,\omega) = 0 \quad \text{avec} \quad [\mathcal{V}] = \frac{e^2}{h}[\mathcal{C}]^{-1} + v_\alpha\,[I]$$

$[\mathcal{V}]$ est la matrice des vitesses habillées par les interactions coulombiennes inter- et intra-canal. On peut remarquer qu'en l'absence d'interactions inter-canal, cette matrice est diagonale et on retrouve que la propagation sur un canal seul est un mode propre. On note également que dans ce cas, la répulsion coulombienne entre les charges de même signe, au sein d'un même canal augmente la vitesse de propagation (puisque $v_\alpha < \mathcal{V}_\alpha$). Cette équation s'intègre formellement en

$$\vec{\underline{\phi}}_\alpha(\ell,\omega) = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\,\ell\,[\mathcal{V}]^{-1}}\,\vec{\underline{\phi}}_\alpha(0,\omega)$$

Il s'ensuit que la matrice de diffusion s'écrit

$$[S] = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\,\ell\,[\mathcal{V}]^{-1}}$$

Les valeurs propres $v_\pm$ de $[\mathcal{V}]$ sont

$$v_\pm = \frac{\mathcal{V}_1 + \mathcal{V}_2}{2} \pm \sqrt{\frac{(\mathcal{V}_1 - \mathcal{V}_2)^2}{4} + {\mathcal{V}_{12}}^2}$$

où $\mathcal{V}_{1,2}$ sont les éléments diagonaux de la matrice des vitesses et $\mathcal{V}_{12}$ les éléments non-diagonaux. En utilisant l'angle θ introduit au paragraphe 2.2.3, pour relier $\vec{\phi}_\pm$ aux $\vec{\phi}_{1,2}$, il apparaît que pour θ dans $[0,\pi]$,

$$\cos\theta = \frac{\mathcal{V}_1 - \mathcal{V}_2}{\sqrt{(\mathcal{V}_1 - \mathcal{V}_2)^2 + 4{\mathcal{V}_{12}}^2}}$$

Dans la base propre, les éléments de la matrice de diffusion s'écrivent alors de la même manière qu'au paragraphe 2.2.3, en particulier on retrouve

$$S_{21}(\ell,\omega) = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\,\ell/v_+} - \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\,\ell/v_-}}{2}\,\sin\theta$$

mais l'introduction de ce modèle permet de disposer d'une expression théorique des vitesses $v_\pm$ en fonction des paramètres qui décrivent le couplage entre les canaux.

Dans le cas du couplage fort, $\mathcal{V}_1 = \mathcal{V}_2$ alors θ vaut $\pi/2$. Le mode $+$ est le mode chargé et le mode $-$ est le mode neutre. Plus largement, pour un couplage suffisamment fort, on a $\mathcal{V}_{12} \gg \mathcal{V}_1 - \mathcal{V}_2$. Comme cela a été vu au paragraphe 2.2.3, cette situation correspond à l'expérience réalisée. On a alors

$$v_\pm = \frac{\mathcal{V}_1 + \mathcal{V}_2}{2} \pm \mathcal{V}_{12} = v_{\rho,\mathrm{n}}$$

et après calcul des éléments de matrice, on obtient

$$v_{\rho,\mathrm{n}} = \frac{v_1 + v_2}{2} + \frac{\mathcal{C}_1 + \mathcal{C}_2}{2R_\mathrm{K}\left(\mathcal{C}_1\mathcal{C}_2 - {\mathcal{C}_{12}}^2\right)} \pm \frac{\mathcal{C}_{12}}{R_\mathrm{K}\left(\mathcal{C}_1\mathcal{C}_2 - {\mathcal{C}_{12}}^2\right)}$$

Dans la limite $\mathcal{V}_{12} \gg \mathcal{V}_1 - \mathcal{V}_2$, on a $\mathcal{C}_{12} \gg \mathcal{C}_2 - \mathcal{C}_1$. Par conséquent $(\mathcal{C}_1 + \mathcal{C}_2)/2 \pm \mathcal{C}_{12} \simeq \mathcal{C}_1 \pm \mathcal{C}_{12}$ et $\mathcal{C}_1\mathcal{C}_2 - {\mathcal{C}_{12}}^2 \simeq {\mathcal{C}_1}^2 - {\mathcal{C}_{12}}^2$, si bien que (avec $\overline{v} = (v_1 + v_2)/2$)

$$v_{\rho,\mathrm{n}} = \overline{v} + \frac{1}{R_\mathrm{K}\left(\overline{\mathcal{C}} \mp \mathcal{C}_{12}\right)} \qquad \text{avec} \qquad \overline{\mathcal{C}} = \frac{\mathcal{C}_1 + \mathcal{C}_2}{2}$$

Ces expressions des vitesses sont remarquables. Elles font ressortir les effets des interactions inter-canaux (décrites par le coefficient $\mathcal{C}_{12}$) qui tendent à réduire la vitesse de propagation du mode neutre. Ce résultat se comprend en se rappelant que les interactions inter-canaux correspondent à des interactions entre charges de signes opposés. Elles tendent à écranter les interactions répulsives entre charges de même signe au sein d'un canal. Pour le mode chargé, en revanche, l'effet d'écrantage par la charge sur l'autre canal n'existe pas et au contraire, l'ajout des interactions inter-canal, avec des charges de même signe, ne fait qu'augmenter la vitesse de propagation. Dans le cas de l'influence totale, $\overline{\mathcal{C}} \simeq \mathcal{C}_{12}$ par conséquent $v_\rho \to +\infty$ (on retrouve que $v_\rho \gg v_\mathrm{n}$).

Propriétés du mode neutre

Lorsque $\overline{\mathcal{C}} \simeq \mathcal{C}_{12}$, la vitesse du mode neutre prend la forme

$$v_\mathrm{n} = \overline{v} + \frac{1}{2R_\mathrm{K}\,\overline{\mathcal{C}}}$$

Posons $\overline{v} = v_\mathrm{F}$. On définit alors formellement la quantité $C_\mathrm{q} = \ell/(R_\mathrm{K}\,v_\mathrm{F})$. En utilisant $C = \ell\,\mathcal{C}_{12}$, on obtient

$$v_\mathrm{n} = \frac{\ell}{R_\mathrm{K}}\left(\frac{1}{C_\mathrm{q}} + \frac{1}{2C}\right)$$

Cette expression de v_n est indépendante de ω, ce qui est cohérent avec l'utilisation du modèle courte portée (mais qui n'est physiquement pas généralisable à des fréquences

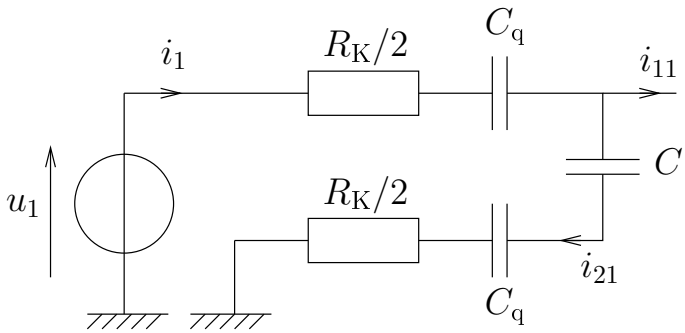

Figure 2.15: Circuit électrique équivalent pour la description du couplage entre canaux par un circuit RC. La tension u_1 imposée entraîne l'injection d'un courant i_1 dans le canal externe. Après traversée de la zone d'interaction, on mesure un courant i_{21} dans le canal de bord interne. Avec ces notations, $S_{21} = u_1/(R_K i_{21})$.

arbitrairement grandes): à la limite ω suffisamment petit (c'est-à-dire au sens où la portée des interactions est petite devant la longueur d'onde), on retrouve que $v_n(\omega) \simeq v_n(0)$. Ainsi à basse fréquence, la propagation est non dispersive et

$$v_n(\omega) \simeq v_F \left(1 + \frac{C_q}{2C}\right)$$

Éclairage sur le modèle du circuit RC

Dans la limite basse fréquence pour ce modèle, l'élément de matrice S_{21} prend la même forme que celle obtenue au paragraphe 2.1.3 et la vitesse $v_n(0)$ obtenue au paragraphe précédent est aussi celle qui intervient dans le développement basse fréquence mené au paragraphe 2.1.3, si bien que

$$\tilde{\tau} = \frac{R_K C\, C_q}{2C + C_q}$$

Cette expression permet de donner un éclairage nouveau au développement basse fréquence mené au paragraphe 2.1.3 car elle indique que le circuit RC équivalent au problème basse fréquence est formé de trois capacités en série: la capacité géométrique C qui couple les deux canaux et la capacité quantique $C_q = e^2\, D(\varepsilon_F) = \ell/(R_K v_F)$ de chaque canal (où $D(\varepsilon_F)$ est la densité d'états au niveau de Fermi), qui résulte du principe de Pauli et traduit qu'à une modification du potentiel dans le canal correspond un nombre d'électrons ajoutés qui est fixé par la densité d'état dans le canal. La résistance est liée à la résistance de relaxation de charge $R_K/2$, qui décrit la connexion entre ce canal et le réservoir d'électrons qui modélise les sources extérieures. La présence de deux canaux impose que la résistance qui apparaît dans le circuit RC est R_K. Le schéma électrique éqivalent est présenté figure 2.15.

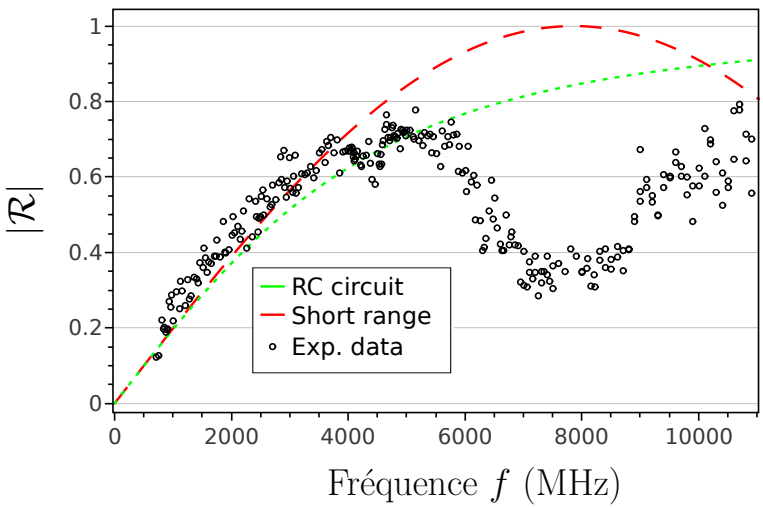

Figure 2.16: Confrontation du module de $\mathcal{R}$ issu des mesures (ronds noirs) au modèle RC (courbe en tirets verts) et modèle courte portée (courbe en tirets rouges).

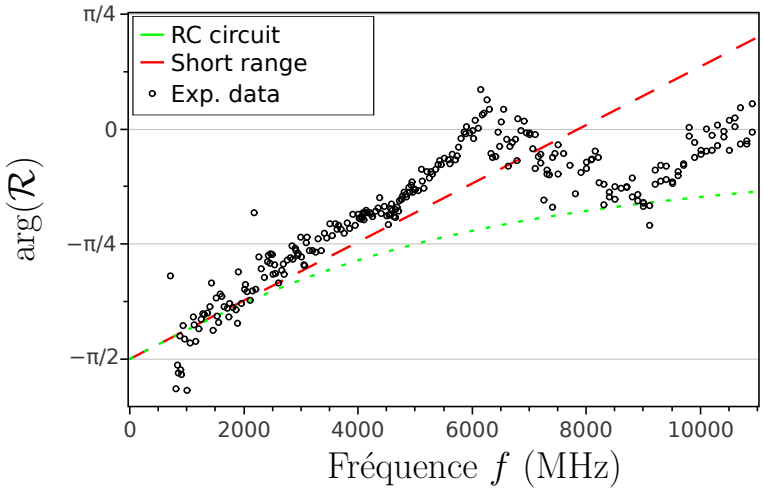

Figure 2.17: Confrontation de l'argument de $\mathcal{R}$ issu des mesures (ronds noirs) au modèle RC (courbe en tirets verts) et modèle courte portée (courbe en tirets rouges).

Comparaison aux mesures

On peut tenter d'ajuster les points expérimentaux avec ce modèle comme cela est fait sur les figures 2.16 et 2.17. Puisqu'il a été développé pour décrire le comportement basse fréquence et ne contient qu'un seul paramètre ajustable $\tilde{\tau}$, on choisit d'ajuster $\tilde{\tau}$ pour que le modèle s'accorde avec les données à basse fréquence. On obtient alors $\tilde{\tau} = 35$ ps. Dans la mesure où le modèle RC ne prévoit pas d'oscillation de la charge à plus haute fréquence, il ne permet de décrire nos observations pour $f > 4$ GHz. De la même manière, le modèle courte portée négligeant la portée des interactions devant la longueur d'onde, il ne permet pas de décrire correctement nos observations à plus haute fréquence. Le modèle courte portée permet de capturer simplement la physique du couplage à basse fréquence, c'est-à-dire dans la limite où la portée des interactions est négligeable devant la longueur d'onde des modes plasmons. Qu'en est-il lorsque cette hypothèse est mise en défaut? Un autre modèle limite permet de tenir compte de la portée des interactions. On peut ainsi retrouver le cas basse

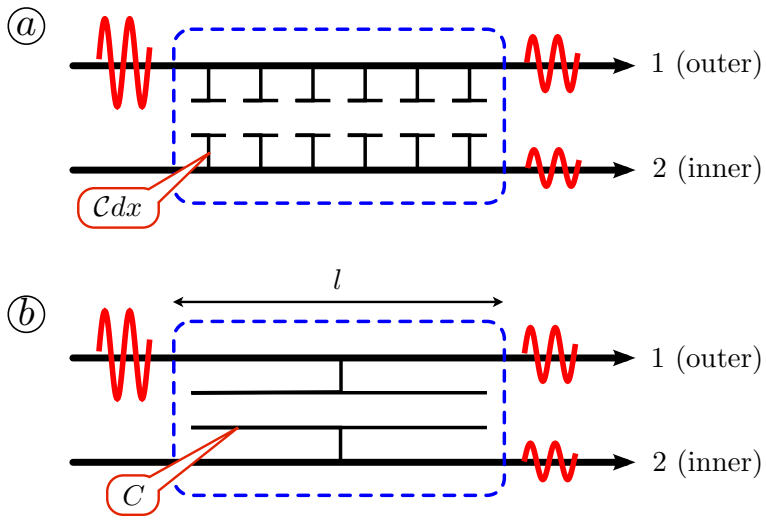

Figure 2.18: Schématisation de la différence conceptuelle entre les modèles courte et longue portée: a modèle courte portée, b modèle longue portée.

fréquence mais aussi discuter le régime intermédiaire.

2.3.3 Description de l'interaction dans le modèle longue portée

Dans ce modèle limite (développé dans Büttiker *et coll.* [13], Christen *et coll.* [14]), on suppose que la portée de l'interaction inter-canal n'est plus négligeable devant la longueur d'onde des plasmons. Dans le modèle courte portée, l'interaction était supposée de portée nulle à l'échelle de l'onde de courant (utilisation d'une capacité distribuée). Au contraire, dans le modèle longue portée, c'est la charge totale portée par un canal qui interagit avec la charge totale sur l'autre canal.

Ingrédients du modèle longue portée

Cette fois, le potentiel u_α est supposé uniforme sur la longueur ℓ dans le canal α. L'équation de propagation s'intègre alors directement et conduit à l'expression de $\underline{\phi}_\alpha$

$$\underline{\phi}_\alpha(\ell,\omega) = \frac{\mathrm{j}\sqrt{\pi}}{e\,R_\mathrm{K}\omega}\left[1-\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\,\ell/v_\alpha}\right]\,\underline{u}_\alpha(\omega) + \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\,\ell/v_\alpha}\,\underline{\phi}_\alpha(0,\omega)$$

avec $R_\mathrm{K} = h/e^2$. Pour le cas considéré, $\underline{\phi}_2(0,\omega) = 0$. La longueur ℓ de propagation fixe naturellement la portée des interactions dans le système et pour étudier l'effet des interactions, il faut prendre en compte la charge totale q_α dans le canal α sur la longueur ℓ de propagation. On relie les charges aux potentiels par

$$\begin{pmatrix} \underline{q}_1 \\ \underline{q}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 & -C_{12} \\ -C_{12} & C_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{u}_1 \\ \underline{u}_2 \end{pmatrix}$$

avec des notations analogues à celles du paragraphe 2.3.2 mais où les capacités sont les capacités totales (et non linéiques). Les charges totales portées par chaque canal se relient au champ bosonique en utilisant

$$q_\alpha = \int_0^\ell \mathrm{d}x\ \rho_\alpha(x) = \frac{e}{\sqrt{\pi}}(\phi_\alpha(0,\omega) - \phi_\alpha(\ell,\omega))$$

En accord avec les résultats précédents, on se place dans la suite, dans le cas du couplage fort où $\theta = \pi/2$.

Propriétés des modes propres dans le modèle longue portée

Les expressions, données au paragraphe précédent, constituent un ensemble de six équations qui permet d'écrire, après calcul, que

$$S_{21}(\ell,\omega) = \frac{1 - \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\,\tau_\mathrm{q}}}{2 + \mathrm{j}(1 - \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\,\tau_\mathrm{q}})/(\omega\tau)} \quad \text{et} \quad S_{11} = S_{22} = 1 - S_{21}$$

avec $\tau = R_\mathrm{K}C$ et $\tau_\mathrm{q} = R_\mathrm{K}C_\mathrm{q}$. On retrouve que S_{21} décrit un cercle de rayon 1/2, centré sur (1/2,0) dans le plan complexe (comme dans le modèle courte portée) mais cette fois la vitesse angulaire dépend de la fréquence.

Les modes propres sont à nouveau le mode de charge et le mode neutre. On retrouve ici que $S_\rho = S_{11} + S_{21} = 1$ ce qui traduit que $v_\rho \to \infty$ et assure la conservation du courant. Pour le mode neutre,

$$S_\mathrm{n} = S_{11} - S_{21} = \frac{2 - \mathrm{j}(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\,\tau_\mathrm{q}})/(\omega\tau)}{2 + \mathrm{j}(1 - \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\,\tau_\mathrm{q}})/(\omega\tau)}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\,\tau_\mathrm{q}}$$

Cette fois la vitesse de phase du mode neutre dépend de ω! Dans la limite basse fréquence, cette expression devient

$$S_\mathrm{n} \simeq 1 + \mathrm{j}\omega\,\frac{2\,\tau\tau_\mathrm{q}}{2\tau + \tau_\mathrm{q}} \simeq \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\,2\tilde{\tau}}$$

qui redonne les expressions obtenues avec le modèle courte portée et le circuit RC où $v_\mathrm{n}(0) = \ell/(2\tilde{\tau})$. Ce résultat est attendu puisqu'à suffisamment basse fréquence, la longueur d'onde des plasmons devient grande devant la portée des interactions et le modèle longue portée doit redonner les résultats du modèle courte portée.

Au contaire dans le cas de fréquences plus élevées ($\omega\tau \gg 1$),

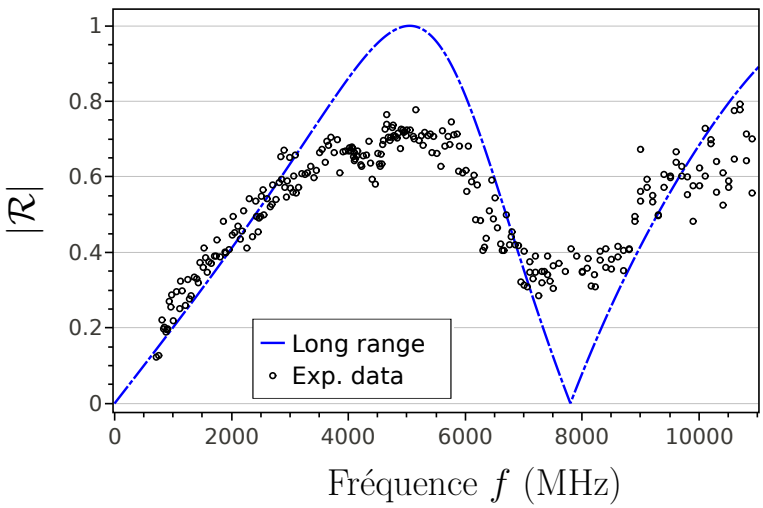

Figure 2.19: Confrontation des mesures (module de $\mathcal{R}$) au modèle longue portée.

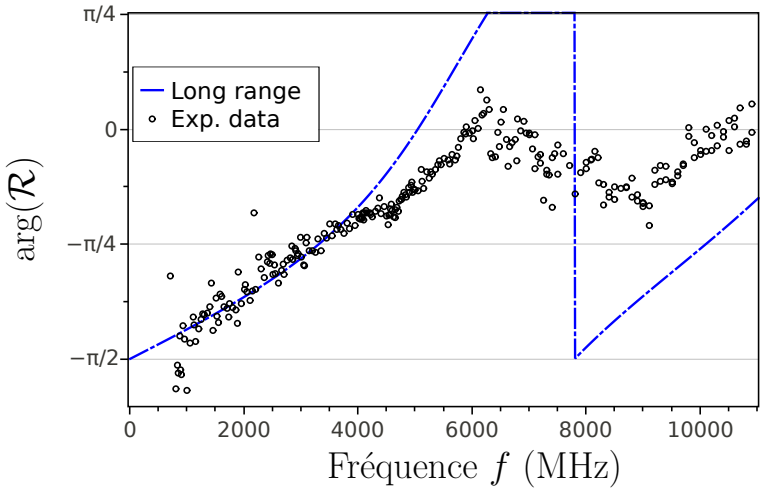

Figure 2.20: Confrontation des mesures (argument de $\mathcal{R}$) au modèle longue portée.

$$S_{\mathrm{n}} \simeq \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\,\tau_{\mathrm{q}}} = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\,\ell/v_{\mathrm{F}}}$$

car $v_{\mathrm{F}} = \ell/(R_{\mathrm{K}}C_{\mathrm{q}}) = \ell/\tau_{\mathrm{q}}$ ainsi, à plus haute fréquence, on s'attend à ce que la vitesse de phase du mode neutre soit égale à la vitesse de Fermi v_{F}.

Extraction des valeurs numériques des paramètres

On peut confronter les résultats du modèle longue portée en tirets bleus aux points expérimentaux (figures 2.19 et 2.20). Aux fréquences inférieures à 3 GHz, on ajuste la relation de dispersion qui conduit à $v_{\mathrm{n}}(0) = 4{,}6 \pm 0{,}3.10^4$ m/s dont on déduit la valeur $\tilde{\tau} = 35$ ps (égale à celle obtenue pour le modèle courte portée). Cette valeur est utilisée pour tracer les courbes de $\mathcal{R}$ et $\arg(\mathcal{R})$ et conduit à un bon accord entre données et modèles pour le domaine basse fréquence.

Le modèle longue portée, contenant les deux paramètres $\tilde{\tau}$ et τ_{q}, permet cette fois,

de capturer la pente à l'origine et la première oscillation. Par ajustement de la relation de dispersion, on obtient $v_{\mathrm{n}} = 2{,}3 \pm 0{,}6.10^4$ m/s pour $f > 7$ GHz. Cette valeur est en accord avec les résultats publiés dans Gabelli *et coll.* [25]. Cette valeur conduit à $\tau_{\mathrm{q}} \simeq 120$ ps utilisée pour le tracé du modèle longue portée (ce qui conduit à $C_{\mathrm{q}} \simeq 9$ fF pour 3 μm de propagation). On note qu'alors $\tau \simeq 80$ ps, c'est-à-dire que $C \simeq 6$ fF.

Il apparaît que le modèle longue portée permet de capturer la physique des oscillations avec des pentes présentant la même assymétrie pour le modèle et pour les données. Cependant, il est visible qu'il ne permet pas d'expliquer la diminution de l'amplitude des oscillations. Cet effet est décrit en introduisant un coefficient d'atténuation.

2.3.4 Modélisation ad hoc de la dissipation

La dissipation est modélisée par l'ajout d'un terme $\gamma(\omega)$, dans l'équation de propagation:

$$\{\gamma(\omega) - \mathrm{j}\omega + v_\alpha\, \partial_x\}\ \underline{\phi}_\alpha(x,\omega) = \frac{e\sqrt{\pi}}{h}\, \underline{u}_\alpha(x,\omega)$$

La résolution de cette équation dans le cadre du modèle longue portée, conduit à une expression analogue à celle fournie au début du paragraphe 2.3.3 page 64 où $\mathrm{j}\omega$ est remplacé par $\mathrm{j}\omega - \gamma$. Tout calcul fait, les expressions de S_{21} et S_{n} deviennent:

$$S_{21}(\ell,\omega) = \frac{1 - \mathrm{e}^{(\mathrm{j}\omega-\gamma(\omega))\,\tau_{\mathrm{q}}}}{2 + \mathrm{j}(1 - \mathrm{e}^{(\mathrm{j}\omega-\gamma(\omega))\,\tau_{\mathrm{q}}})/(\omega\tau + \mathrm{j}\gamma(\omega))}$$

$$S_{\mathrm{n}} = S_{11} - S_{21} = \frac{2 - \mathrm{j}(1 - \mathrm{e}^{-(\mathrm{j}\omega-\gamma(\omega))\,\tau_{\mathrm{q}}})/(\omega\tau + \mathrm{j}\gamma(\omega))}{2 + \mathrm{j}(1 - \mathrm{e}^{(\mathrm{j}\omega-\gamma(\omega))\,\tau_{\mathrm{q}}})/(\omega\tau + \mathrm{j}\gamma(\omega))}\, \mathrm{e}^{(\mathrm{j}\omega-\gamma(\omega))\,\tau_{\mathrm{q}}}$$

Plusieurs approches ont été tentées pour essayer de décrire l'origine de ce terme de dissipation et prédire sa dépendance à ω: ajout dans le modèle d'une grille latérale métallique, ajout d'un troisième canal de bord faiblement couplé à l'un des canaux (pour modéliser le bulk), mais ces approches ont conduit à l'introduction de nouveaux paramètres sans pour autant permettre de capturer la physique observée. Une approche phénoménologique a été choisie: il a été vu (au paragraphe 2.1.3 ou pour les modèles longue ou courte portées) qu'à basse fréquence, S_{21} conduit à un terme proportionnel à ω qui traduit le couplage capacitif de la forme

$$S_{21}(\ell,\omega) \simeq -\mathrm{j}\omega\, \tilde{\tau}\, (1 + \mathrm{j}\omega\, \tilde{\tau})$$

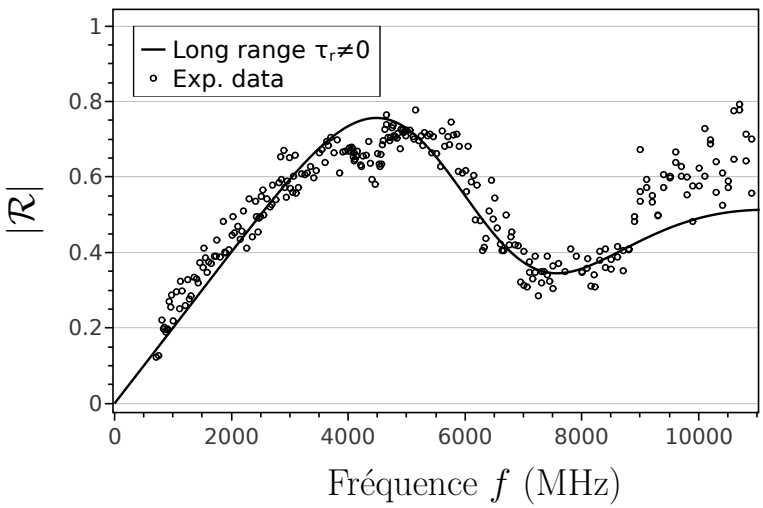

Figure 2.21: Confrontation des mesures (module de $\mathcal{R}$) au modèle longue portée avec ajout d'une atténuation ad hoc en ω^2.

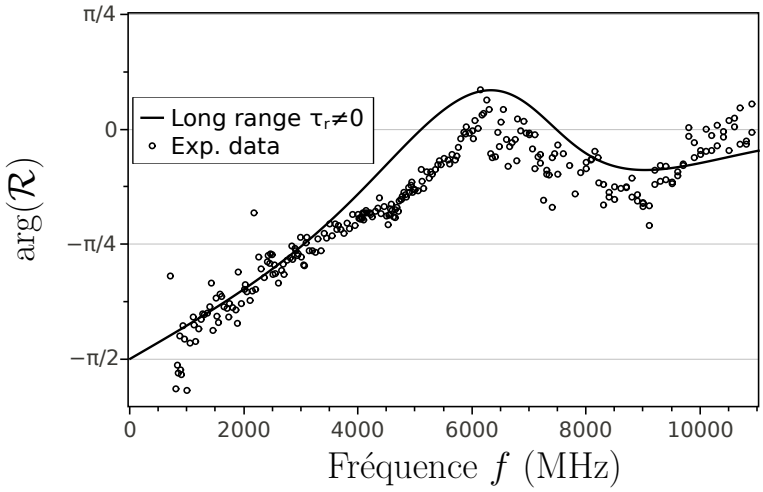

Figure 2.22: Confrontation des mesures (argument de $\mathcal{R}$) au modèle longue portée avec ajout d'une atténuation ad hoc en ω^2.

La première correction d'un tel développement basse fréquence à laquelle on peut penser est en ω^2, c'est-à-dire en changeant ω en $\omega\,(1 + \mathrm{j}\omega\,\tau_\mathrm{r})$, alors

$$S_{21}(\ell, \omega) \simeq -\mathrm{j}\omega\,\tilde{\tau}\,[1 + \mathrm{j}\omega\,(\tilde{\tau} + \tau_\mathrm{r})]$$

qui correspond à $\gamma(\omega) = \tau_\mathrm{r}\,\omega^2$, que l'on peut voir comme un développement de

$$S_{21}(\ell, \omega) = \frac{-\mathrm{j}\omega\,\tilde{\tau}}{1 - \mathrm{j}\omega\,(\tilde{\tau} + \tau_\mathrm{r})}$$

Ainsi, l'ajout de cette correction décrivant la dissipation correspond à l'ajout dans le modèle du circuit RC d'une résistance en série R_r telle que

$$R_\mathrm{r} = \frac{\tau_\mathrm{r}}{\tilde{\tau}}\,R_\mathrm{K}$$

On peut alors ajuster les données expérimentales en utilisant cette modélisation comme cela est réalisé sur les figures 2.21 et 2.22. La courbe en trait plein est

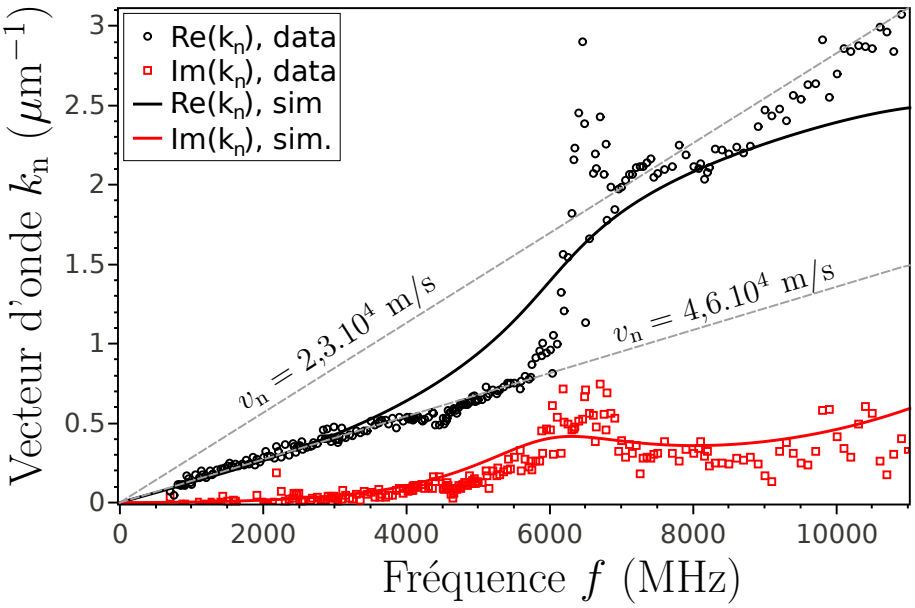

Figure 2.23: Relation de dispersion confrontée au modèle longue portée avec ajout d'une atténuation ad hoc en ω^2.

obtenue en prenant $\tau_r = 4 \pm 1$ ps ce qui correspond à $R_K/R_r \simeq 9$.
A posteriori, on peut calculer la longueur d'onde associée à une fréquence de 1 GHz, pour laquelle $v_n = 4{,}6.10^4$ m/s: la longueur d'onde vaut 46 μm $\gg \ell$. En revanche, à 3 GHz, on obtient 15 μm qui correspond à cinq fois la longueur de propagation ℓ et la portée des interactions commence à se faire sentir si l'on augmente la fréquence.

Chapter 3

Mise en place d'amplificateurs ultra-bas bruit

Résumé du chapitre

Écouter le bruit d'un système fournit de nombreuses informations qui permettent de le caractériser. L'étude du bruit de partitionnement de deux électrons indépendants, interférant sur une lame séparatrice, est au cœur de l'analogue électronique de l'expérience Hong-Ou-Mandel qui fait l'objet du chapitre suivant.

Toutefois, ces mesures nécessitent des précautions pour extraire le bruit qui nous intéresse, du bruit de l'environnement du système. Dans ce chapitre, le fonctionnement de l'amplificateur, que j'ai mis en place durant ma thèse, est présenté. Ce dispositif constitue une amélioration essentielle pour les mesures de bruit basse fréquence sur notre expérience.

Sommaire

3.1 Généralités sur les mesures de bruit 74

3.1.1 Définition 74

3.1.2 Bruit thermique d'une résistance 75

3.1.3 Impédance de mesure 75

3.1.4 Modélisation des amplificateurs 76

3.1.5 Mesure des corrélations croisées 77

3.2 Une première tentative: bruit avec amplificateurs à température ambiante 79

3.2.1 Mesure de bruit avec amplificateurs à 300 K 79

3.2.2 Vers une amélioration des performances de bruit des amplificateurs 82

3.3 Propriétés des HEMT cryogéniques 82

3.3.1 Modélisation du transistor en régime linéaire 83

3.3.2 Gain en tension du transistor 84

3.3.3 Effet Miller 85

3.3.4 Câblage du transistor 86

3.3.5 Protocole de recherche du point de fonctionnement 87

3.4 Propriétés du résonateur 88

3.4.1 Description du résonateur 88

3.4.2 Principe de fonctionnement 88

3.5 Étude du bruit en sortie de l'amplificateur à froid . . . 90

3.5.1 Spectre de puissance de bruit en sortie du résonateur . . . 90

3.5.2 Méthode de détermination de R et C pour un point de fonctionnement 91

3.5.3 Effet de la capacité Miller sur le bruit 92

3.5.4 Bruit en courant de l'amplificateur 92

3.5.5 Gain des amplificateurs et bruit en tension des amplificateurs 95

3.5.6 Estimation de la durée de mesure 96

3.6 Annexes du chapitre 3 97

3.6.1 Expression des densités spectrales de bruit 97

3.6.2 Expression du bruit du bruit 99

3.1 Généralités sur les mesures de bruit

3.1.1 Définition

Lorsque l'on effectue des mesures de bruit d'un signal en particulier, il est essentiel d'évaluer les autres causes de bruit pour éventuellement les réduire ou à défaut estimer le temps de mesure nécessaire pour faire ressortir le bruit d'intérêt (celui du signal) des autres bruits. On peut identifier différentes causes de bruit parasite: les vibrations mécaniques qui engendrent localement des champs électriques par déformation ou, en présence de champ magnétique, des f.e.m. induites fluctuantes; le bruit des amplificateurs (bruit en tension, en courant notamment); le bruit thermique Johnson-Nyquist de l'impédance de sortie de l'échantillon, le bruit en $1/f$. Toutes ces sources de bruit sont décrites à l'aide de générateurs fluctuants de tension $v(t)$ ou de courant $i(t)$, caractérisés respectivement par leur densité spectrale de bruit en tension $S_{\mathrm{v}}(\omega)$ ou en en courant $S_{\mathrm{i}}(\omega)$. $S_{\mathrm{v}}(\omega)$ est définie en convention ingénieur par

$$S_{\mathrm{v}}(\omega) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}\tau \, \overline{\langle \delta v(t+\tau) \delta v(t) \rangle}^{t} \, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau}$$

où $\delta v(t) = v(t) - \langle v \rangle(t)$ avec $\langle .. \rangle$ est la moyenne quantique à l'instant t, et $\overline{...}^{t}$ est la moyenne dans le temps, sur une acquisition de durée T_{mes}. Une formule analogue permet de définir la densité spectrale de bruit en courant $S_{\mathrm{i}}(\omega)$. La densité spectrale de bruit d'une grandeur physique apparaît ainsi comme la transformée de Fourier de la fonction de corrélation de cette grandeur; il s'agit là du théorème de Wiener-Khintchine. Cette écriture sera directement utilisée pour l'étude quantique de l'interféromètre de Hong-Ou-Mandel. On montre que (calcul en annexe)

$$S_{\mathrm{v}}(\omega) = \lim_{T_{\mathrm{mes}} \to \infty} \frac{2 \langle |\underline{\delta v}_{T_{\mathrm{mes}}}(\omega)|^2 \rangle}{T_{\mathrm{mes}}}$$

où T_{mes} est la durée d'acquisition et $\underline{\delta v}_{T_{\mathrm{mes}}}(\omega)$ est la composante de Fourier de δv à la pulsation ω, obtenue à partir du signal moyenné sur la durée T_{mes}. La même formule existe pour $S_{\mathrm{i}}(\omega)$. C'est cette relation qui sera utilisée dans le reste de ce chapitre. La fonction $S_{\mathrm{v}}(\omega)$ peut être tracée à l'aide d'un analyseur de spectre qui permet également de l'intégrer sur une bande de fréquence donnée, comme on le verra plus loin.

Le bruit en $1/f$ est un bruit dont la densité spectrale diminue lorsque la fréquence augmente et les bruits associés aux vibrations mécaniques disparaissent aux hautes fréquence. Dans la suite, on se place dans un domaine de fréquences où ces bruits

peuvent être négligés, c'est-à-dire à partir 20 kHz en pratique.

3.1.2 Bruit thermique d'une résistance

Un exemple, essentiel pour la suite, est le bruit thermique d'une résistance. Comme l'ont montré Johnson et Nyquist [40] en étudiant le bruit d'une résistance, le bruit thermique de la résistance $R \simeq 10$ kΩ (pour $\nu = 2$) du gaz entre le contact de mesure et le contact suivant à la masse peut être décrit, à la température T, par un générateur de tension fluctuant δv_{R} (voir figure **??**) débitant dans la résistance et caractérisé par un bruit blanc de densité spectrale de bruit $S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{R}}$ telle que

$$\sqrt{S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{R}}} = \sqrt{4\,R\,k_{\mathrm{B}}T} = 0{,}2\ \mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}} \quad \text{pour} \quad R = 10\ \mathrm{k}\Omega \text{ à } T = 100\ \mathrm{mK}$$

Par un équivalent Thévenin-Norton, ce générateur fluctuant peut également être décrit comme un générateur de courant fluctuant en parallèle avec la résistance R et de densité spectrale de bruit $S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{R}}$ vérifiant

$$\sqrt{S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{R}}} = \sqrt{\frac{4\,k_{\mathrm{B}}T}{R}} = 20\ \mathrm{fA}/\sqrt{\mathrm{Hz}} \quad \text{pour} \quad R = 10\ \mathrm{k}\Omega \text{ à } T = 100\ \mathrm{mK}$$

Le bruit thermique ayant été introduit, on s'intéresse dans le paragraphe suivant à un autre bruit. Le bruit d'intérêt est le bruit de partitionnement dû à la lame séparatrice. Il est lié au partitionnement d'un flux de charges et se traduit fondamentalement par un bruit de courant. Ce courant est débité sur une impédance de mesure et conduit à un bruit de tension. C'est cet effet qui est discuté dans le paragraphe suivant.

3.1.3 Impédance de mesure

La densité spectrale de bruit associée au partitionnement des charges sur la lame séparatrice est typiquement de l'ordre du produit de la charge élémentaire e, multipliée par l'intensité du courant AC (ce qui traduit la granularité de la charge), soit ici $e^2 f$ où f est la fréquence d'excitation des boîtes à électrons, de l'ordre du GHz. Ainsi, $\sqrt{S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{P}}} \simeq e\sqrt{f} \simeq 5$ fA/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$. Cette valeur est faible et doit être amplifiée pour pouvoir traiter le signal à l'aide de l'analyseur de spectre.

Pour ce faire, on effectue une conversion courant-tension $\delta i_{\mathrm{p}} \rightarrow \delta v_{\mathrm{p}}$ à l'aide d'une résistance dans laquelle on fait débiter le générateur de courant fluctuant qui modélise le partitionnement. Cette résistance est naturellement fixée par l'impédance du gaz entre deux contacts $R \simeq 10\ \mathrm{k}\Omega$ (pour $\nu = 2$). Alors, au partitionnement des charges sur la lame séparatrice, on associe un générateur de bruit de tension dont la racine carré de la densité spectrale de bruit vaut $\sqrt{S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}} \simeq R\, e\sqrt{f} \simeq 0{,}05\ \mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ faible par rapport au bruit thermique de la résistance R.

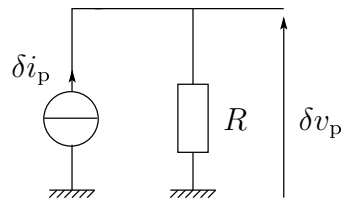

Figure 3.2: Schéma électrique de la conversion courant-tension sur la résistance $R \simeq 10\ \mathrm{k}\Omega$ de l'échantillon.

En pratique, le schéma électrique réel (présenté au paragraphe 3.1.5) est plus complexe: il doit prendre en compte le bruit thermique de la résistance mais aussi l'effet du câble coaxial qui connecte la résistance de mesure à l'entrée de l'amplificateur. La connection entre le contact de mesure et l'entrée du premier étage d'amplification est réalisée par un câble coaxial qui joue le rôle d'une capacité à la masse, du point de vue électrique. Typiquement, cette capacité vaut quelques centaines de pF pour le câble reliant la sortie de l'échantillon aux connecteurs situés en haut de l'insert. Il s'ensuit que l'impédance $\underline{Z}$ de mesure est en fait constituée de la résistance du gaz entre deux contacts en parallèle avec la capacité du câble de remontée. La présence de cette capacité en paralèlle introduit une fréquence de coupure de cette ligne de remontée puisqu'à haute fréquence, tout se passe comme si les générateurs de courant (bruit thermique de la résistance et bruit de partionnement) débitaient dans un fil court-circuitant la résistance et la conversion courant-tension devient inefficace. Par conséquent, lorsque l'on branche ce câble (directement) sur l'entrée du premier étage d'amplification, il importe d'intégrer sur une bande de fréquence la plus basse possible pour limiter l'effet de la coupure capacitive. On verra dans la suite que cela est très contraignant en pratique.

Pour pouvoir écouter ce bruit, il est nécessaire de l'amplifier. Le prix à payer est l'ajout du bruit des amplificateurs au bruit d'intérêt. C'est la modélisation de cette source de bruit qui fait l'objet du paragraphe suivant.

3.1.4 Modélisation des amplificateurs

Du point de vue du bruit, un amplificateur est décrit à l'aide de deux sources de bruit placées à son entrée: un générateur de bruit de tension δv_{a} et un générateur de bruit de courant δi_{a} (voir figure 3.3).

Le générateur de tension fluctuant ramené à l'entrée modélise un bruit intrinsèque à l'amplificateur alors que le bruit en courant entraîne l'apparition d'une tension fluctuante à l'entrée via l'impédance du circuit branché en entrée de l'amplificateur, dans laquelle le générateur de courant débite. La particularité du générateur de bruit de courant est donc qu'il entraîne un bruit en tension dont la valeur dépend de l'impédance d'entrée: plus l'impédance est élevée et plus ce bruit est grand.

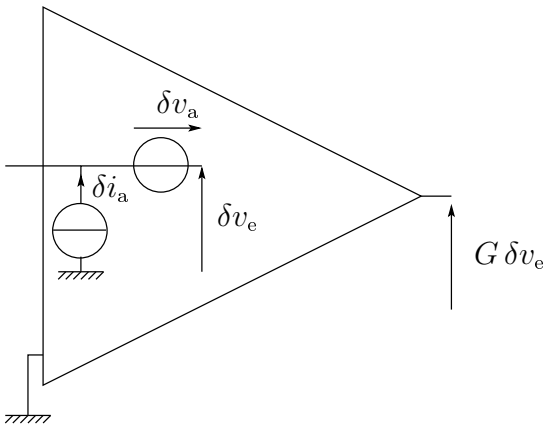

Figure 3.3: Schématisation d'un amplificateur du point de vue de ses propriétés de bruit.

Durant la première moitié de ma thèse, les mesures de bruit basse fréquence ont été effectuées en utilisant un premier étage d'amplification situé à 300 K et constitué d'amplificateurs LI75A. Pour ces amplificateurs,

$$\begin{aligned}\sqrt{S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{a}}} &= 1{,}8\ \mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}\\ \sqrt{S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{a}}} &= 15\ \mathrm{fA}/\sqrt{\mathrm{Hz}}\end{aligned}$$

Comme le générateur de courant en entrée de l'amplificateur débite dans l'impédance de mesure, le bruit en courant peut être converti en bruit en tension (en négligeant l'effet de la capacité pour fixer les idées) $R\sqrt{S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{a}}} \simeq 0{,}15\ \mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ comparable aux bruits thermique associé à R et au bruit de partitionnement.

Dans le paragraphe suivant, j'esquisse les calculs qui permettent de relier les différents bruits introduits jusqu'ici. Cela fait ressortir l'importance d'utiliser deux amplificateurs pour mesurer des corrélations croisées.

3.1.5 Mesure des corrélations croisées

Du point de vue électrique, le partitionnement des charges sur la lame séparatrice est modélisé par un générateur de bruit de courant δi_{p} auquel est associée la densité spectrale de bruit $S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{p}}$ et la mesure avec un amplificateur à 300 K est décrite par le schéma figure 3.4.

La grandeur mesurée est le bruit de la tension δv_{e} dont la valeur moyenne, à l'entrée de l'amplificateur s'écrit:

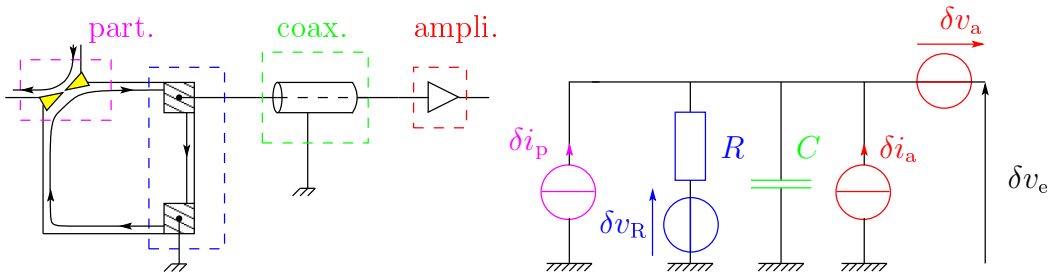

Figure 3.4: Schématisation de la mesure de bruit et correspondance entre les différents éléments intervenants dans la mesure et leur modélisation par un circuit électrique du point de vue du bruit.

$$\underline{\delta v}_\mathrm{e} = \left(\underline{\delta i}_\mathrm{a} + \underline{\delta i}_\mathrm{p} + \frac{\underline{\delta v}_\mathrm{R}}{R} \right) \underline{Z} + \underline{\delta v}_\mathrm{a}$$

avec ici $\underline{Z} = R/(RC\,\mathrm{j}\omega + 1)$. Comme les différents générateurs bruyants sont décorrélés, il vient

$$S_\mathrm{v}^\mathrm{e} = \left(S_\mathrm{i}^\mathrm{a} + S_\mathrm{i}^\mathrm{p} + \frac{S_\mathrm{v}^\mathrm{R}}{R^2} \right) |\underline{Z}|^2 + S_\mathrm{v}^\mathrm{a}$$

mais puisque le bruit en tension de l'amplificateur est largement dominant, il est difficile par cette technique de mesurer S_i^p avec précision à l'analyseur de spectre. En effet, $|\underline{Z}|^2 S_\mathrm{i}^\mathrm{p} \simeq 10^{-21}$ V^2/Hz (en prenant $|\underline{Z}| \simeq 10^4$ Ω) alors que $S_\mathrm{v}^\mathrm{a} \simeq 10^{-18}$ V^2/Hz, soit trois ordres de grandeur de différence! Dans ces conditions, la moindre dérive de S_v^a peut dominer le bruit dû au partitionnement. L'astuce consiste à introduire un second amplificateur semblable au premier, placé en parallèle du premier amplificateur (voir montage figure 3.5). On mesure alors la densité spectrale de bruit en corrélations croisées $S_{\mathrm{v}_1\mathrm{v}_2}$ entre les tensions à l'entrée des deux amplificateurs:

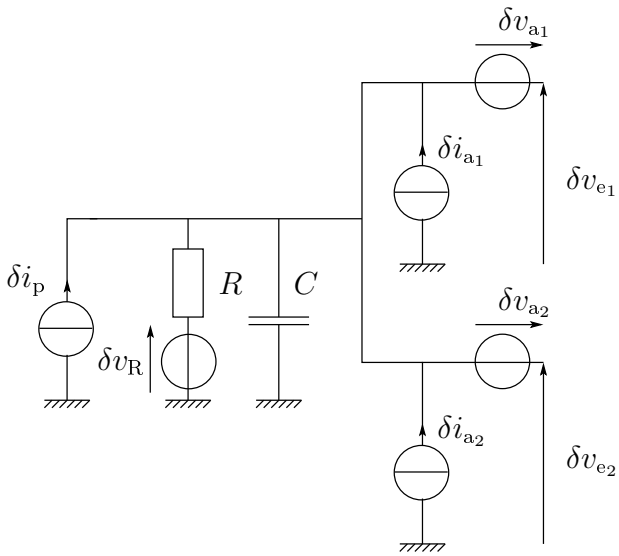

Figure 3.5: Montage utilisé pour s'affranchir du bruit en tension de l'amplificateur: on ajoute un second amplificateur en parallèle du premier.

$$S_{\mathrm{v_1 v_2}}(\omega) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}\tau \; \overline{\langle \delta v_1(t+\tau) \delta v_2(t) \rangle}^t \, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\omega\tau}$$

De la même manière que pour l'auto-corrélation (au début du paragraphe 3.1.1), on montre que (calcul en annexe)

$$S_{\mathrm{v_1 v_2}}(\omega) = \lim_{T_{\mathrm{mes}} \to \infty} \frac{2 \, \langle \underline{\delta v}_{1T_{\mathrm{mes}}}(\omega) \, \underline{\delta v}^*_{2T_{\mathrm{mes}}}(\omega) \rangle}{T_{\mathrm{mes}}}$$

Cette quantité permet de s'affranchir du bruit en tension des amplificateurs. On peut le comprendre en écrivant la tension à l'entrée de l'amplificateur $k = 1; 2$,

$$\underline{\delta v}_{\mathrm{e}_k} = \left(\underline{\delta i}_{\mathrm{a_1}} + \underline{\delta i}_{\mathrm{a_2}} + \underline{\delta i}_{\mathrm{p}} + \frac{\underline{\delta v}_{\mathrm{R}}}{R} \right) \underline{Z} + \underline{\delta v}_{\mathrm{a}_k}$$

et la densité spectrale de bruit en correlations croisées s'écrit

$$S_{\mathrm{v_1 v_2}} = \left(S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{a_1}} + S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{a_2}} + S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{p}} + \frac{S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{R}}}{R^2} \right) |\underline{Z}|^2$$

car les corrélations croisées entre les générateurs en entrée des amplificateurs sont nuls (en particulier $\overline{\langle \delta v_{\mathrm{a_1}}(t+\tau) \, \delta v_{\mathrm{a_2}}(t) \rangle}^t = 0$) et c'est là tout l'intérêt des corrélations croisées! Dans la mesure où les amplificateurs sont identiques, $S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{a_1}} = S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{a_2}}$. Il s'ensuit que:

$$S_{\mathrm{v_1 v_2}} = \left(2 \, S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{a}} + S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{p}} + \frac{S_{\mathrm{v}}^{R}}{R^2} \right) |\underline{Z}|^2$$

Étant donné les ordres de grandeur discutés au paragraphe précédent, tous ces bruits sont comparables. On peut extraire le bruit dû au partitionnement en soustrayant le bruit mesuré lorsque la source est éteinte, à celui enregistré lorsqu'elle est allumée. Cependant, il importe de déterminer la durée de mesure nécessaire pour faire émerger la contribution du terme $S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{p}} \, |\underline{Z}|^2$. C'est cette estimation qui est présentée dans la partie suivante.

3.2 Une première tentative: bruit avec amplificateurs à température ambiante

3.2.1 Mesure de bruit avec amplificateurs à 300 K

Pour estimer la durée nécessaire pour mesurer le bruit de partition (source allumée) par rapport au bruit lorsque la source est éteinte, il faut calculer le bruit du bruit B, défini par

$$B = \left\{ \langle \, (S_{\mathrm{v_1v_2}} - \langle S_{\mathrm{v_1v_2}} \rangle)^2 \, \rangle \right\}^{1/2}$$

Après un calcul brossé dans l'annexe 2, on obtient que

$$B = \left\{ \frac{1}{2\,T_{\mathrm{mes}}} \int_{f_{\mathrm{min}}}^{f_{\mathrm{max}}} \mathrm{d}u \, \left(S_{\mathrm{v_1v_1}}(u)^2 + S_{\mathrm{v_1v_2}}(u)^2 \right) \right\}^{1/2}$$

car $S_{\mathrm{v_1v_1}} = S_{\mathrm{v_2v_2}}$ pour des amplificateurs identiques. D'après les calculs précédents, dans le cas où la source est éteinte (i.e. $S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{p}} = 0$),

$$S_{\mathrm{v_1v_2}} = \left(2\,S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{a}} + \frac{S_{\mathrm{v}}^{R}}{R^2} \right) |\underline{Z}|^2 \quad \text{et} \quad S_{\mathrm{v_1v_1}} = \left(S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{a}} + \frac{S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{R}}}{R^2} \right) |\underline{Z}|^2 + S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{a}}$$

À l'aide des ordres de grandeur fournis, on peut estimer la contribution dominante. Il apparaît que $S_{\mathrm{v_1v_2}} \simeq 10^{-20}$ V^2/Hz (en prenant $|\underline{Z}| \simeq 10^4$ Ω qui permet de majorer la contribution de ces termes). De la même manière, la contribution de la parenthèse à $S_{\mathrm{v_1v_1}}$ est $\simeq 10^{-20}$ V^2/Hz qui est dominée par celle du bruit en tension des amplificateurs qui vaut quelques 10^{-18} V^2/Hz. Par conséquent,

$$B \simeq \left\{ \frac{1}{2\,T_{\mathrm{mes}}} \int_{f_{\mathrm{min}}}^{f_{\mathrm{max}}} \mathrm{d}u \, (S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{a}})^2 \right\}^{1/2}$$

C'est le bruit en tension des amplificateurs qui fixe le bruit du bruit de la chaîne de mesure. Le bruit du bruit B doit être comparé au niveau du signal, noté S, qui doit en émerger. Ici S est le bruit intégré sur la plage de mesure, dû au générateur de courant fluctuant, modélisant le partitionnement et qui débite dans l'impédance de mesure $\underline{Z}$. La quantité S s'écrit

$$S = \int_{f_{\mathrm{min}}}^{f_{\mathrm{max}}} \mathrm{d}u \; S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}(u) = \int_{f_{\mathrm{min}}}^{f_{\mathrm{max}}} \mathrm{d}u \; e^2 f \, |\underline{Z}(u)|^2$$

En utilisant l'expression de $\underline{Z}$ pour un circuit RC parallèle,

$$S = \frac{e^2 f \, R}{2\pi \, C} \left[\arctan(2\pi \, RC \, f_{\mathrm{max}}) - \arctan(2\pi \, RC \, f_{\mathrm{min}}) \right]$$

La largeur θ de la bande de mesure étant fixée par les recommandations du constructeur de l'analyseur de spectre, pour optimiser le temps de calcul de l'appareil, et par la nécessité d'une résolution suffisante car on cherche à échantillonner uniquement la partie du spectre où le signal est le plus élevé (sachant que la fréquence de coupure à 3dB vaut $(2\pi \, RC)^{-1} \simeq 8.10^4$ Hz): on choisit une bande de fréquence de largeur $\theta = 78{,}125$ kHz. Idéalement, il est souhaitable d'effectuer une acquisition du spectre de bruit dans la bande 0-78,125 kHz. Mais pour s'affranchir du bruit en

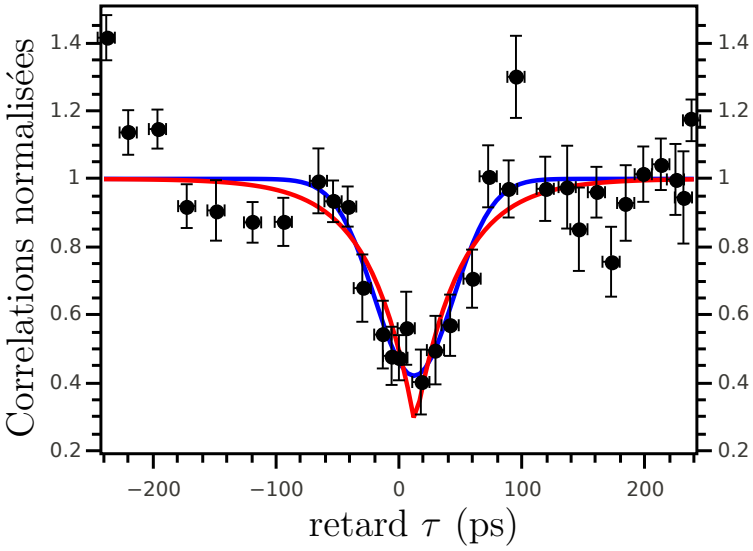

Figure 3.6: Exemple de courbe HOM enregistrée avant la mise en place des amplificateurs cryogéniques basse-fréquence. L'étude des structures présentes sur cette courbe fait l'objet des chapitres suivants.

$1/f$ et des effets des vibrations mécaniques (comme cela a été discuté au paragraphe 3.1.1), la borne basse de la fenêtre de mesure a été fixée à environ 20 kHz. La bande d'intégration choisie est $f_{\min} = 20{,}000$ kHz-$f_{\max} = 98{,}125$ kHz. Dans ces conditions (en prenant $C = 0{,}2$ nF, $R = 10$ kΩ et $f = 1$ GHz), $S = 1.10^{-16}$ V^2. Ainsi,

$$\frac{S}{B} = \frac{\int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \mathrm{d}u\ S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}(u)}{\left\{\int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \mathrm{d}u\ (S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{a}})^2/2\right\}^{1/2}} \sqrt{T_{\mathrm{mes}}}$$

C'est la valeur du rapport S/B qui fixe la valeur de T_{mes} et donc la durée de mesure requise. Prenons $S/B = 10$. Alors, pour $R = 10$ kΩ,

$$\frac{S}{B} = 10 = \frac{1.10^{-16}}{8.10^{-16}} \sqrt{T_{\mathrm{mes}}}$$

Soit $T_{\mathrm{mes}} \simeq 6.10^3$ s. Cette durée doit encore être multipliée par quatre (chaque point est en fait mesuré deux fois: une fois source allumée, une fois source éteinte. Les deux valeurs sont ensuite soustraites ce qui augmente l'incertitude statistique de $\sqrt{2}$). Ainsi, une mesure dure 2.10^4 s soit environ cinq heures de mesure pour extraire une valeur de bruit de partition (avec un rapport $S/B = 10$)! Cette durée est en accord avec les durées expérimentales requises lors de nos mesures.

C'est dans ces conditions qu'ont été enregistrés les points de la courbe figure 3.6 (bruit HOM en fonction du retard entre les sources, qui fait l'objet des chapitres suivants): une courbe représente une semaine d'acquisition en continu. Ces résultats, qui constituent une réelle percée expérimentale, ont été publiés dans Bocquillon *et coll.* [8]. Sur une durée de quelques heures, les dérives lentes ne sont plus négligeables et il semble impossible de réaliser des mesures fines de l'expérience Hong-Ou-Mandel

avec ce dispositif (pour pouvoir étudier d'éventuelles modulations du bruit HOM lorsque le retard τ entre les sources est peu à peu écarté de zéro, voir figure 3.6). Pour pouvoir mesurer plus finement cette courbe, il est alors apparu nécessaire d'installer le premier étage d'amplification à froid et de modifier la bande de fréquence de mesure pour un meilleur confort de travail.

3.2.2 Vers une amélioration des performances de bruit des amplificateurs

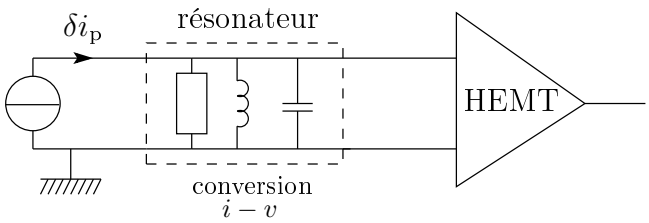

Figure 3.7: Schéma présentant la mesure de bruit utilisant l'amplificateur muni d'un circuit résonant à son entrée.

Le premier étage d'amplification à froid est choisi pour s'affranchir de deux contraintes:
1) réduire la durée de mesure pour limiter les effets des dérives lentes (et atteindre ainsi une meilleure résolution);
2) mesurer dans une bande de fréquence centrée sur une valeur suffisamment élevée pour s'affranchir des effets des vibrations mécaniques, du bruit en $1/f$.

Cependant, on décide de continuer à mesurer dans le domaine basse fréquence pour bénéficier des techniques de transformée de Fourier rapide commerciales dans une bande de mesure centrée sur le MHz. La fréquence centrale de la bande de mesure est fixée par un résonateur RLC parallèle branché sur l'entrée d'un transistor utilisant un gaz d'électrons de haute mobilité (HEMT) (voir DiCarlo *et coll.* [46], Dong *et coll.* [65]). Les HEMT cryogéniques sont aujourd'hui l'ingrédient essentiel des amplificateurs ultra-bas bruit car ils présentent un faible bruit de tension (comme on le verra plus loin). C'est l'étude des proprités des HEMT que j'ai installés sur la chaîne de mesure qui fait l'objet de la prochaine partie.

3.3 Propriétés des HEMT cryogéniques

Les HEMT utilisés pour réaliser les amplificateurs bas bruit sont fabriqués au Laboratoire de Photonique et Nanostructure, à Marcoussis par Yong Jin. Il s'agit de transistors à effet de champ dans lesquels le courant entre le drain (d) et la source (s) est modifié par influence, à l'aide d'une électrode de grille (g). Ce mécanisme est semblable à celui d'un QPC.

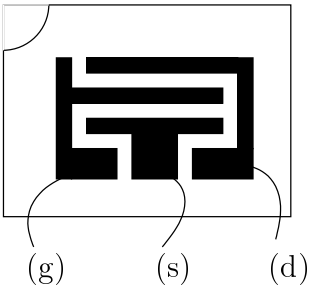

Figure 3.8: Schéma des transistors des séries 11AO01 et 11OC03 utilisés, sur leur porte-échantillon. Ce schéma est nécessaire pour micro-souder le transistor au reste du circuit permettant de réaliser l'amplificateur, décrit au paragraphe 3.3.4.

3.3.1 Modélisation du transistor en régime linéaire

En régime linéaire, un transistor à effet de champ peut être vu comme une vanne réglable (voir par exemple l'ouvrage de Oehmichen [38]), commandée par le potentiel de grille, qui régule le courant qui s'écoule dans le canal drain-source.

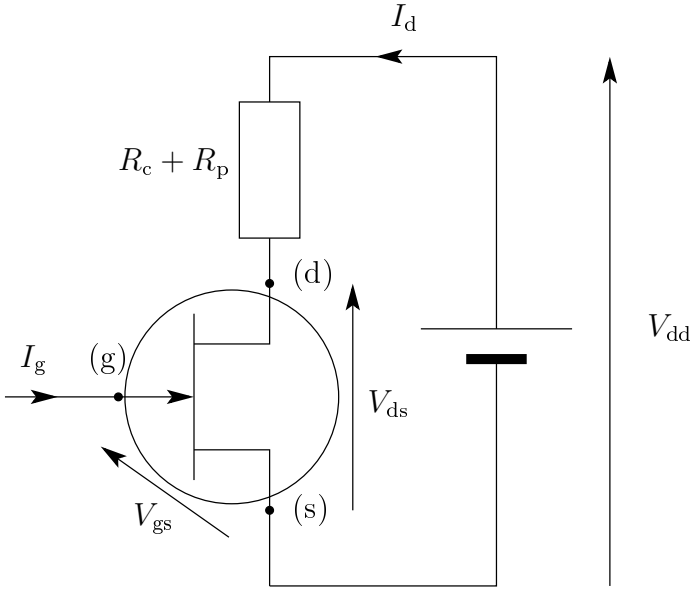

Figure 3.9: Schéma électrique simplifié de l'amplificateur à HEMT, où $R_\mathsf{c} = 150\,\Omega$ est la résistance de charge et $R_\mathsf{p} = 2\,\mathrm{k}\Omega$ est la résistance de polarisation.

Les tensions continues entre le drain et la source V_ds et entre la grille et la source V_gs permettent de fixer le courant continu I_d dans le canal drain-source

$$I_\mathrm{d} = f(V_\mathrm{gs}, V_\mathrm{ds})$$

Comme le couplage entre la grille et le canal est purement capacitif, en continu,

$$I_\mathrm{g} = 0$$

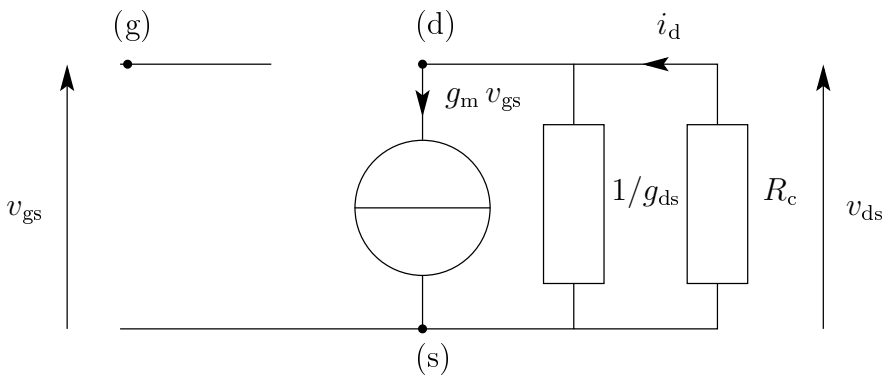

Figure 3.10: Modélisation du transistor pour les signaux alternatifs, où l'on a négligé notamment le couplage capacitif entre la grille et le drain.

expérimentalement, I_d est de l'ordre de quelques 0,1 mA alors que I_g est inférieur à 0,1 pA (d'après les données fournies par Y. Jin) ce qui justifie de négliger I_g devant I_d. Une faible variation, notée v_{gs}, de la tension grille-source autour de V_{gs} se traduit par une variation du courant i_d dans la branche reliée au drain et, de la même manière, une faible variation v_{ds} se répercute sur ce courant. Dans la limite des faibles variations [38, 37],

$$i_d = g_m\, v_{gs} + g_{ds}\, v_{ds}$$

où les paramètres g_m (baptisée transconductance) et g_{ds} (qui est la conductance du canal entre le drain et la source) dépendent de V_{gs} et V_{ds}. Dans cette description, et grâce à l'ajout de condensateurs de découplage (le schéma électrique complet est présenté au paragraphe 3.3.4), on peut séparer les signaux continus et alternatifs. Les sources continues servent à fixer le point de fonctionnement du transistor au voisinage duquel on l'utilise pour amplifier les signaux alternatifs et le schéma électrique équivalent (pour les signaux alternatifs) est fourni sur la figure 3.10.

La résistance R_p de polarisation n'apparaît pas sur ce schéma car, pour les signaux AC, elle est court-circuitée par un condensateur en parallèle.

3.3.2 Gain en tension du transistor

Le gain différentiel en tension G est défini par

$$G = \frac{v_{ds}}{v_{gs}}$$

Comme $v_{ds} = -R_c\, i_d$, en utilisant l'expression de i_d introduite précédemment, il vient [37]:

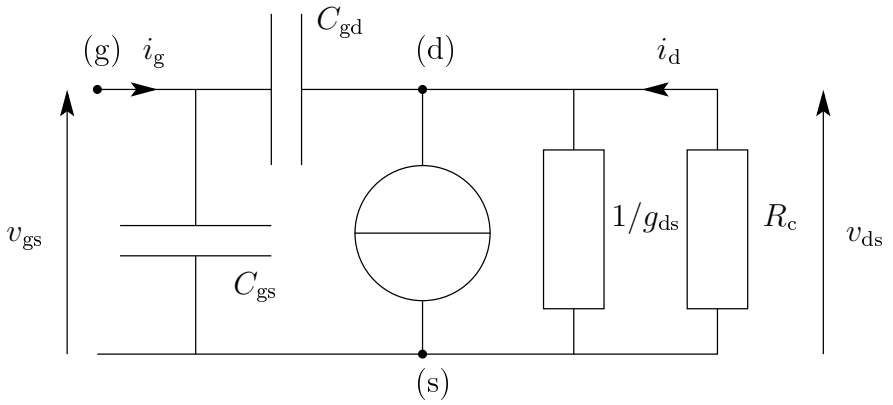

Figure 3.11: Modélisation du transistor prenant en compte les capacités en entrée, à l'origine de l'effet Miller.

$$G = -\frac{R_c\, g_m}{1 + R_c\, g_{ds}}$$

Le gain G est d'autant plus élevé en module que: g_m est grand en module ce qui traduit une régulation sensible du courant dans le canal par le potentiel de grille; R_c est grand. Ainsi, du point de vue du gain en tension, il est intéressant de choisir R_c grand. Pour les transistors utilisés, g_m vaut typiquement quelques 10 mS et g_{ds} quelques mS (d'après les données fournies par Y. Jin). Pour un gain de $\simeq 10$, il apparaît que R_c doit être choisie dans une gamme typique de 10^2 à quelques 10^3 Ω. R_c a été choisie à 150 Ω. On pourrait envisager d'augmenter encore le gain (pour s'approcher plus encore de la valeur asymptotique s/g) à l'aide d'une résistance plus grande mais cela conduirait à une augmentation du bruit en courant, comme on le verra au paragraphe 3.5.4.

3.3.3 Effet Miller

En raison du couplage capacitif entre le canal et la grille, une modélisation plus complète du montage à transistor est donnée par le schéma figure 3.11 où les capacités grille-source C_{gs} et grille-drain C_{gd} sont introduites.
On peut écrire que

$$\underline{i}_g = (\underline{v}_{gs} - \underline{v}_{ds})\, j\, C_{gd}\omega + \underline{v}_{gs}\, j\, C_{gs}\omega$$

Introduisons l'expression du gain G qui conduit à

$$\underline{i}_g = \underline{v}_{gs}\, [(1 - G)\, C_{gd} + C_{gs}]\, j\omega$$

qui permet de définir la capacité Miller $C_M = [1 - \mathrm{Re}(G)]\, C_{gd} + C_{gs}$ vue depuis l'entrée entre la grille est la masse. Cette capacité dépend du gain du transistor, de

composant	référence	ref. Farnell
résistance 150 Ω	PCF0805.13.150R.B.T1	1108841
résistance 1 kΩ	PCF0805.R1k0BI.T1	1160139
condensateur 100 pF	GRM2165C1H101JA01D	1828933
condensateur 1 mF	T520D108M2R5ATE015	1288227

Table 3.1: Référence des composants du circuit de polarisation des HEMT.

la capacité grille-drain (typiquement 1 à 5 pF pour les transistors utilisés) et de la capacité grille-source (typiquement entre 10 et 50 pF). Elle doit être prise en compte lors de l'évaluation de la capacité du résonateur puisqu'elle est en parallèle de la capacité du câble coaxial placé entre l'échantillon et la grille du transistor. Augmenter le gain (en module) des amplificateurs entraîne notamment une diminution de la fréquence de résonance. Des courbes simulées et des courbes expérimentales montrant cet effet sont présentées respectivement aux paragraphes 3.4.2 et 3.5.3.
Notons que l'expression de $\underline{i}_{\mathrm{g}}$ fait également apparaître la résistance d'entrée du montage à transistor $1/(\mathrm{Im}(G)\, C_{\mathrm{gd}}\omega)$. Cette résistance d'entrée est supérieure à 10^5 Ω au MHz, tant que la partie imaginaire du gain reste environ inférieure à l'unité.

3.3.4 Câblage du transistor

Le montage amplificateur, adapté à partir d'un circuit proposé par F. Parmentier et F. Pierre, est constitué du HEMT et de résistances et condensateurs. Le circuit électrique est représenté figure 3.12. Les condensateurs placés entre V_{dd} et la masse, et V_{s} et la masse sont des condensateurs de découplage: à des fréquences grandes devant $1/(2\pi\, R_{\mathrm{p}}C) \simeq 10$ Hz, ils se comportent comme des fils qui court-circuitent les résistances de polarisation, ce qui correspond à la modélisation présentée dans laquelle le drain et la source sont à la masse pour les signaux AC au paragraphe 3.3.1.

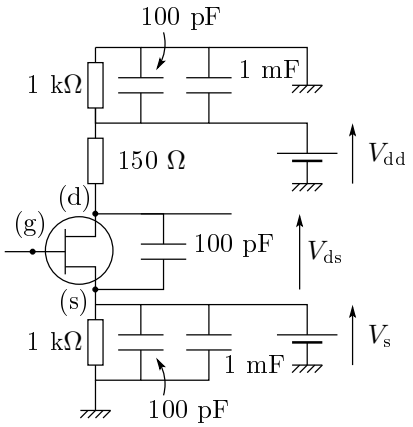

Figure 3.12: Schéma électrique complet du circuit de polarisation des HEMT.

Le choix de la valeur des résistances de polarisation résulte d'un compromis entre la minimisation de la puissance dissipée par effet Joule dans ces résistances et une valeur supérieure à quelques MHz (ici $1/(2\pi\, R_{\mathrm{p}}C_{\mathrm{gs}}) \simeq 10^7$ Hz) de la fréquence de coupure de l'amplificateur.

3.3.5 Protocole de recherche du point de fonctionnement

Comme les paramètres g_m et g_{ds} dépendent de V_{ds} et V_{gs}, le gain G et le bruit en tension en entrée du montage à transistor dépendent des tensions de polarisation. Leur choix est crucial. Pour réaliser le montage de la figure 3.5 contenant deux amplificateurs, on utilise deux HEMT possèdant chacun son propre boîtier équipé du cablâge décrit au paragraphe précédent. Ces deux HEMT, baptisés Bob et Bill, sont issus du même batch, possèdent des propriétés similaires mais leurs points de fonctionnement n'ont pas de raison d'être identiques. Il faut donc les déterminer pour chaque amplificateur. Je procède de la manière suivante pour balayer l'espace des phases: V_{dd} est fixé à 300 mV, puis V_s est balayé entre 60 et 130 mV, puis V_{dd} est incrémenté de 50 mV et une nouvelle trace en fonction de V_s est enregistrée, etc. Les faisceaux de courbes suivants ont été obtenus à l'aide d'un multimètre Keithley en effectuant le rapport de la tension en sortie du montage à transistor divisé par la tension mesurée en l'absence de transistor, pour tenir compte de la réponse du multimètre, à 600 kHz. Les courbes obtenues ont des allures très semblables. On

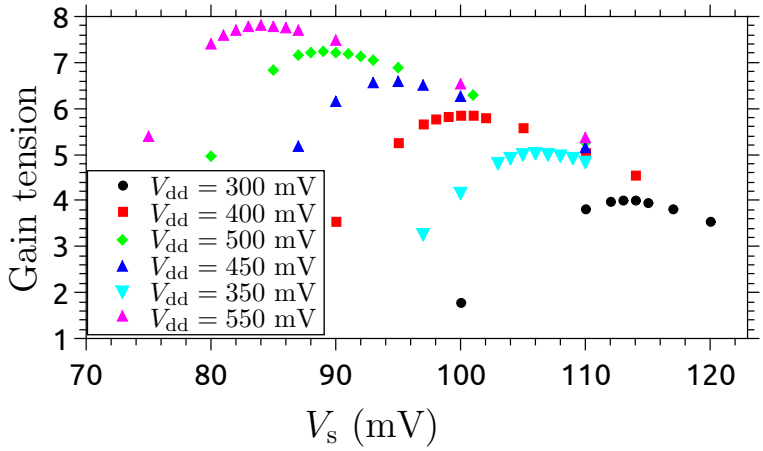

Figure 3.13: Courbes de gain de l'amplificateur Bob à 600 kHz pour différentes valeurs de V_{dd}.

note que les maxima se décalent vers les basses valeurs de V_s lorsque V_{dd} augmente, que le gain maximum augmente lorsque V_{dd} augmente. De plus, les mesures de bruit montrent qu'à V_{dd} donné, le bruit du montage à transistor est minimal lorsque V_s est à la valeur qui donne le gain maximal.

Dans l'expérience, on n'utilise pas seulement un HEMT (qui permet de fabriquer un amplificateur dont le bruit de tension est faible, comme on le montrera plus loin) pour réaliser un amplificateur ultra-bas bruit: on lui combine un résonateur RLC parallèle (qui permet de décaler la bande de fréquence de mesure au MHz). C'est l'étude des propriétés du résonateur qui fait l'objet de la partie suivante.

3.4 Propriétés du résonateur

3.4.1 Description du résonateur

En pratique, la résistance R est la résistance du gaz entre le contact situé directement après le QPC et le contact suivant connecté à la masse, soit environ 10 kΩ à $\nu = 2$, en parallèle avec la résistance d'entrée du montage à transistor qui est supérieure à 10^5 Ω au MHz (voir paragraphe 3.3.3). L'inductance L est formée d'une association série de quatre bobines Coilcraft (sans ferrite pour que le champ magnétique appliqué ne perturbe pas leur fonctionnement), chacune d'inductance 33 μH, leur résistance à 300 K a été mesurée à $r = 11$ Ω et à 77 K, $r = 1{,}5$ Ω . La capacité est celle du câble coaxial entre l'échantillon et l'entrée du transistor, d'une longueur d'environ 1 m, soit $\simeq$ 100 pF, en parallèle avec la capacité Miller en entrée du montage à transistor (voir paragraphe 3.3.3), dont la valeur dépend du gain en tension du transistor et qui est de l'ordre de 10 à 50 pF.

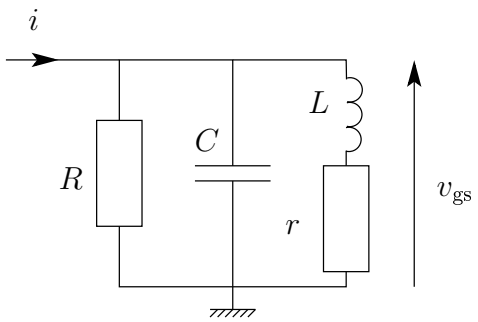

Figure 3.14: Schéma électrique du circuit résonant.

3.4.2 Principe de fonctionnement

Ce résonateur réalise une conversion courant-tension décrite par son impédance $\underline{Z}$,

$$\underline{Z} = \frac{R(r + \mathrm{j}L\omega)}{R(1 + rC\ \mathrm{j}\omega - LC\,\omega^2) + r + \mathrm{j}L\omega}$$

puisque $r \ll R$, et $r \ll L\omega$ dans le domaine MHz, il apparaît que

$$\underline{Z} = \frac{Z_0}{1 + \ \mathrm{j}Q(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)} \qquad \text{avec} \qquad \begin{cases} \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ Q &= \frac{R}{1+RrC/L}\sqrt{\frac{C}{L}} \\ Z_0 &= \frac{R}{1+RrC/L} \end{cases}$$

qui est la structure d'un passe-bande. Les valeurs des inductances des bobines (fournies au paragraphe précédent) ont été choisies pour que la fréquence de résonance soit située vers 1 MHz. L'expression de Z_0 permet de sentir le grand intérêt du résonateur: à un facteur numérique près de l'ordre de l'unité, dû à la présence du terme $RrC/L \simeq 10^{-1}$, à résonance $Z_0 \simeq R$ et tout se passe comme si la mesure était effectuée sur l'impédance du gaz seule mais à une fréquence de l'ordre du MHz, loin des bruits dus aux vibrations mécaniques, dans un domaine de fréquence où toute mesure aurait été impossible, dans la configuration initiale du circuit RC.

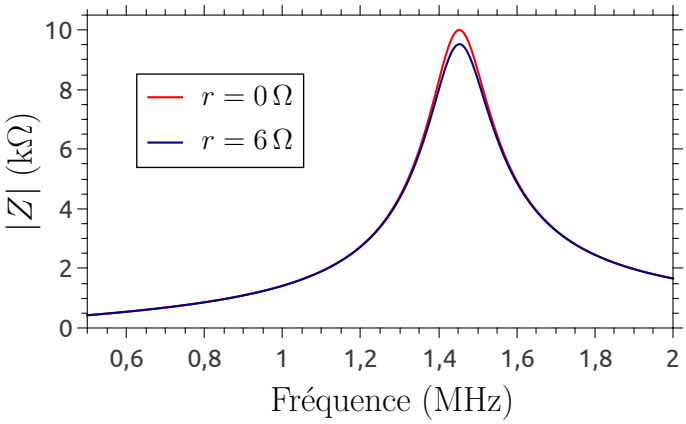

Figure 3.15: Simulations obtenues pour $L = 120$ μH, $C = 100$ pF, $R = 10$ kΩ dans les cas $r = 0$ Ω et $r = 6$ Ω.

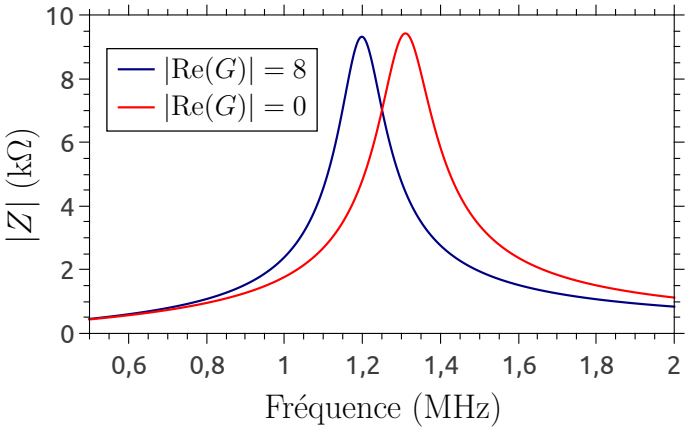

Figure 3.16: Simulations obtenues pour $R = 10$ kΩ, $L = 120$ μH, $r = 6$ Ω et $C = 147$ pF (Re$(G) = -8$), ou $C = 147$ pF (Re$(G) = 0$).

Sur les simulations, l'effet de la résistance r est perceptible sur le tracé du module de l'impédance en fonction de la fréquence (voir figure 3.15): on observe une réduction de la hauteur du maximum d'environ 5%. L'effet Miller est également visible (voir figure 3.16) et conduit à un décalage de la résonance vers les basses fréquences. On observe également une diminution du maximum du module de l'impédance lorsque le gain augmente, cela est dû à la contribution en RrC/L de Z_0.

Remarquons que comme $RrC/L \simeq 10^{-1}$, Z_0 croît lorsque R croît. Ainsi pour un rapport signal sur bruit donné, la durée de mesure diminue lorsque ν diminue. Par exemple entre $\nu = 3$ et $\nu = 1$, le rapport des impédances à résonance vaut environ trois, il faut donc mesurer neuf fois plus longtemps à $\nu = 3$ qu'à $\nu = 1$ (en utilisant les résultats de la partie 3.2.1). La bande passante $\Delta f = \omega_0/(2\pi\, Q)$ à -3 dB vérifie

$$\Delta f = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{1}{RC} + \frac{r}{L}\right) \simeq \frac{1}{2\pi\, RC} \simeq 10^5\,\mathrm{Hz}$$

On retrouve la bande passante du RLC parallèle, en l'absence de r qui est ici proche de celle du circuit RC considéré dans la partie 1. En ordre de grandeur, Δf est comparable à la largeur de la bande d'intégration choisie. Notons que Δf varie

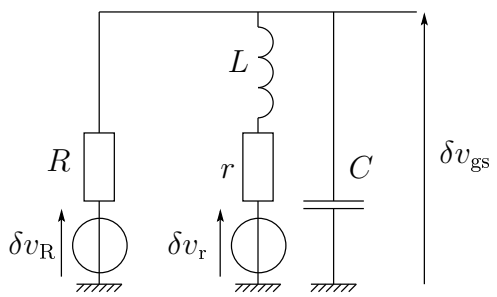

Figure 3.17: Modélisation du résonateur du point de vue du bruit.

comme $1/R$ lorsque la résistance R du gaz d'électrons entre les deux contacts est modifiée et comme $1/C$ lorsque la capacité effective C du résonateur à la masse est modifiée.

Maintenant que les deux ingrédients (HEMT et résonateurs) ont introduits séparemment, on les assemble pour réaliser l'amplificateur cryogénique dont les performances de bruit sont présentées dans la partie suivante.

3.5 Étude du bruit en sortie de l'amplificateur à froid

3.5.1 Spectre de puissance de bruit en sortie du résonateur

Du point de vue du bruit, le résonateur peut être modélisé en faisant intervenir deux générateurs de tension fluctuants δv_{R} et δv_{r}, en série avec les résistances R et r (voir figure 3.17). Seul le bruit thermique est pris en compte ici puisque l'on cherche d'abord à identifier ses effets en tant que bruit parasite pour pouvoir ensuite le comparer au bruit de partitionnement qui constitue le signal d'intérêt.

D'après le théorème de Millman, la tension fluctuante δv_{gs} qui résulte de l'application de ces deux tensions vérifie

$$\underline{\delta v}_{\mathrm{gs}} = \left[\frac{\underline{\delta v}_{\mathrm{R}}}{R} + \frac{\underline{\delta v}_{\mathrm{r}}}{r + \mathrm{j}\, L\omega}\right] \underline{Z}$$

par conséquent,

$$S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{gs}} = \left[\frac{S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{R}}}{R^2} + \frac{S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{r}}}{r^2 + (L\omega)^2}\right] |\underline{Z}|^2$$

Comme $r < 10\ \Omega$ (à une température inférieure à 77 K) et $L\omega \simeq 10^3\ \Omega$, et $S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{R}}/S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{r}} \simeq R/r \simeq 10^3$ (d'après l'expression du bruit thermique d'une résistance rappelée au paragraphe 3.1.2),

$$S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{gs}} = \frac{S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{R}}}{R^2}\,|\underline{Z}|^2 = \frac{{Z_0}^2\,S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{R}}}{R^2\,[1+Q^2(\omega/\omega_0-\omega_0/\omega)^2]}$$

Cette expression peut être développée au voisinage de la pulsation de résonance en posant $\omega = \omega_0 + \delta\omega$ et il vient

$$S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{gs}} = \frac{1}{(1+R\,rC/L)^2} \times \frac{4\,k_{\mathrm{B}}T\,R}{1+4\,\delta\omega^2\,(RC/(1+R\,rC/L))^2}$$

Comme $R\,rC/L \simeq 1.10^{-1}$,

$$S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{gs}} = \frac{4\,k_{\mathrm{B}}T\,R}{1+4\,(RC)^2\,\delta\omega^2}$$

qui est une lorentzienne de la forme (en fréquence)

$$S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{gs}} = \frac{A}{\pi\,w}\,\frac{1}{1+4\,(f-f_0)^2/w^2} \qquad \text{avec} \qquad w = \frac{1}{2\pi\,RC}$$

Cette expression de w est utilisée plus loin pour remonter à la valeur de R par ajustement.

3.5.2 Méthode de détermination de R et C pour un point de fonctionnement

Pour un point de fonctionnement donné du montage à transistor ($V_{\mathrm{dd}} = 500$ mV et $V_{\mathrm{s}} = 90$ mV), la capacité totale C du résonateur (incluant la capacité des câbles et la capacité Miller) peut être déterminée en mesurant le spectre de puissance de bruit en sortie de l'amplificateur à l'aide de la formule précédente.

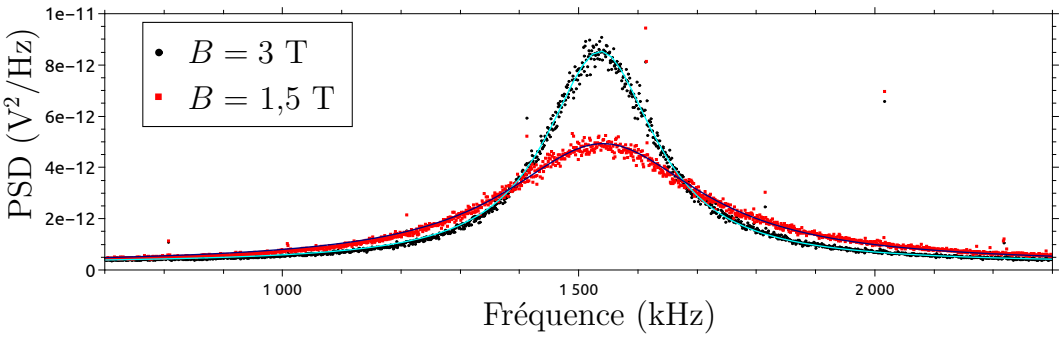

Figure 3.18: PSD en sortie de l'amplificateur Bob pour deux valeurs du champ magnétique à 4 K.

Les ajustements des courbes de la figure 3.18 conduisent à $\omega_0 = 1{,}54 \pm 0{,}01$ rad.MHz. Avec $L = 133 \pm 1\mu$H, il vient $C = 80{,}9 \pm 0{,}6$ pF, qui indique que la capacité des

câbles a été un peu surestimée dans les évaluations précédentes. On peut alors se servir de ce résultat pour déterminer la résistance R du résonateur qui dépend de la valeur du champ magnétique, en utilisant la largeur w de la lorentzienne modélisant la courbe de bruit. Pour les deux courbes précédentes, on obtient $R = 1/(2\pi\, Cw)$ qui conduit à 8,79 ± 0,44 kΩ (valeur proche de $\nu = 3$) à 3,0 T, et 4,87 ± 0,24 kΩ à 1,5 T, en prenant une incertitude de 5 % fixée par la contribution du terme $R\,rC/L$ qui a été négligé dans cet ajustement.

Si on s'intéresse à la valeur du maximum de la courbe, il apparaît que le bruit est multiplié par $8{,}6.10^{-12}/4{,}9.10^{-12}$=1,8 à résonance lorsque la résistance est multipliée par 1,8 ce qui est en accord avec $S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{gs}} \propto R$ à résonance et confirme que la contribution en $R\,rC/L$ est tout au plus de quelques pourcents.

3.5.3 Effet de la capacité Miller sur le bruit

Comme on l'a vu au paragraphe 3.4.2, l'effet Miller entraîne une dépendance de la fréquence de résonance au gain. On peut étudier cet effet en faisant varier V_{s} à V_{dd} fixé. On obtient les spectres de bruit présentés sur la figure 3.19.

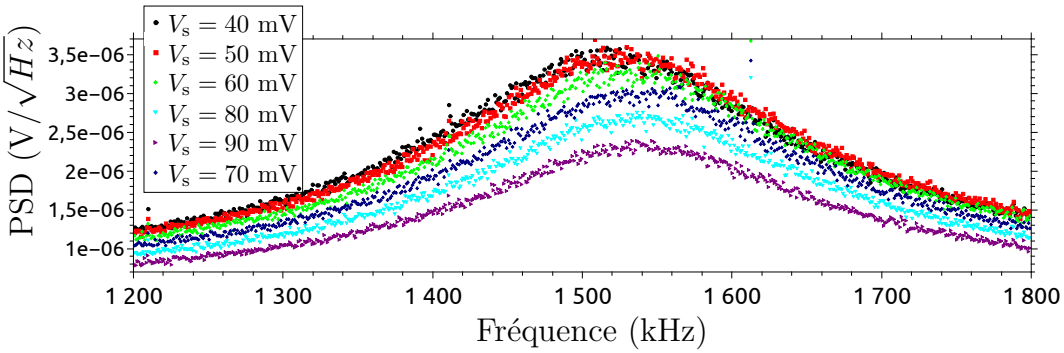

Figure 3.19: PSD en sortie de l'amplificateur Bill pour $V_{\mathrm{dd}} = 500$ mV, à 3 T et 4 K pour différentes valeurs de V_{s}.

On note que lorsque le gain décroit (en valeur absolue), la fréquence de résonance se décale vers les hautes fréquences ce qui est en accord avec la prédiction due à l'effet Miller.

3.5.4 Bruit en courant de l'amplificateur

Comme cela a été exposé au paragraphe 3.1.4 page 76, le bruit en sortie d'un amplificateur est dû à un générateur de courant et un générateur de tension en entrée, auxquels on associe respectivement les densités spectrales de bruit $S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{a}}$ et $S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{a}}$. Une

propriété remarquable, liée à la relative simplicité de notre amplificateur (formé d'un unique transistor), est que les bruits en courant et en tension sont corrélés. Physiquement, une cause de bruit d'un HEMT est le franchissement des charges dans le canal drain-source, qui est un processus aléatoire et donc bruyant, c'est pourquoi on considère le montage de la figure 3.20 qui modélise l'amplificateur.

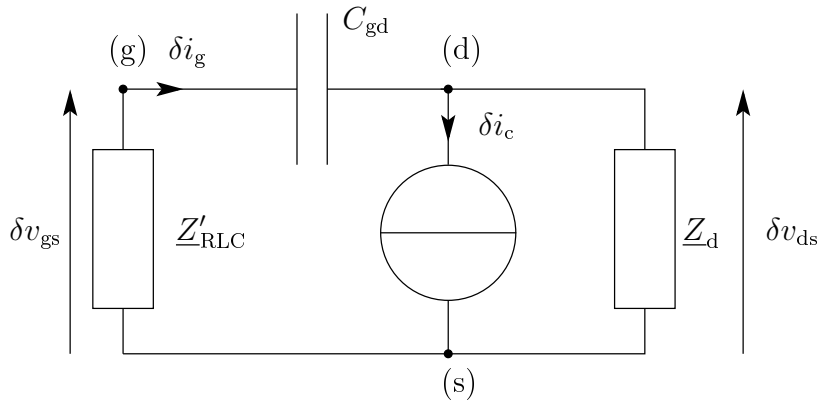

Figure 3.20: Modélisation d'un HEMT pour étudier le lien entre son bruit en tension et son bruit en courant.

où $\underline{Z}'_{\mathrm{RLC}}$ est l'impédance du résonateur (qui est l'impédance du circuit RLC parallèle, en parallèle avec la capacité C_{gs}), δi_{c} est le générateur de bruit de courant dans le canal, δi_{g} est le courant fluctuant qui en résulte entre drain et grille, δv_{ds} est la tension fluctuante qui en résulte aux bornes de la résistance de charge R_{c} en parallèle avec $1/g_{\mathrm{ds}}$, dont on note $\underline{Z}_{\mathrm{d}}$ l'impédance. Comme $Z'_{\mathrm{RLC}} \simeq 10^4\ \Omega$ près de la résonance et $C_{\mathrm{gd}}\omega \simeq 10^{-5}$ S, par un diviseur de courant, il vient

$$\underline{\delta i}_{\mathrm{g}} = \frac{\mathrm{j}\, C_{\mathrm{gd}}\omega}{C_{\mathrm{gd}}\omega + 1/\underline{Z}_{\mathrm{d}}}\, \underline{\delta i}_{\mathrm{c}}$$

Or $\underline{Z}_{\mathrm{d}} \simeq 10^2\ \Omega$ donc $\underline{\delta i}_{\mathrm{g}} = \underline{Z}_{\mathrm{d}}\, \mathrm{j}\, C_{\mathrm{gd}}\omega\, \underline{\delta i}_{\mathrm{c}}$. Remarquons que $|\delta i_{\mathrm{g}}| \ll |\delta i_{\mathrm{c}}|$ puisque $|\underline{Z}_{\mathrm{d}}\, C_{\mathrm{gd}}\omega| \simeq 10^{-3}$. Par conséquent, la tension fluctuante δv_{ds} vérifie

$$\underline{\delta v}_{\mathrm{ds}} = -\underline{Z}_{\mathrm{d}}\, \underline{\delta i}_{\mathrm{c}}$$

si bien que $\underline{\delta i}_{\mathrm{g}} = -\mathrm{j}\, C_{\mathrm{gd}}\omega\, \underline{\delta v}_{\mathrm{ds}}$. Comme $\underline{\delta v}_{\mathrm{ds}} = G\, \underline{\delta v}_{\mathrm{gs}}$, on obtient pour les densités spectrales de bruit des générateurs de tension et de courant

$$\sqrt{S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{a}}} = C_{\mathrm{gd}}\omega\, |G| \sqrt{S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{a}}}$$

Comme la tension fluctuante vue à l'entrée du transistor due aux générateurs de bruit de l'amplificateur lui-même s'écrit (avec les notations introduites au paragraphe 3.1.5)

$$\underline{\delta v}_{\mathrm{gs}} = \underline{\delta v}_{\mathrm{a}} + \underline{Z}_{RLC}\, \underline{\delta i}_{\mathrm{a}}$$

La contribution du bruit de courant reste inférieure à celle du bruit en tension si

$$|\underline{Z}_{RLC}|\, \sqrt{S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{a}}} < \sqrt{S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{a}}}$$

c'est-à-dire si $|\underline{Z}_{RLC}\, G|\, C_{\mathrm{gd}}\omega < 1$, d'après le calcul précédent. Or $|\underline{Z}_{RLC}|\, C_{\mathrm{gd}}\omega \simeq 0{,}1$ et l'effet du bruit en courant sur le signal de sortie est comparable, voire faible devant le bruit en tension tant que $|G| < 10$ ce qui justifie de faire fonctionner l'amplificateur à une valeur de gain comprise entre 5 et 10.

Expérimentalement, on peut s'assurer que ce bruit n'est pas dominant en analysant la courbe de calibration de bruit thermique de la résistance du gaz entre deux contacts, en fonction de la température de la chambre de mélange.

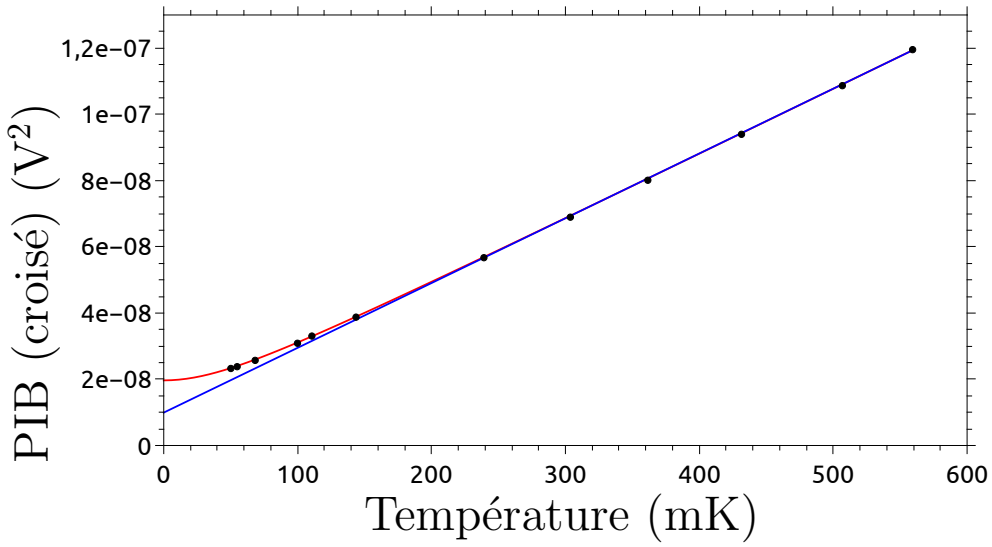

Figure 3.21: Bruit thermique de la résistance du gaz entre deux contacts, intégré (PIB) sur une bande de largeur 78125 Hz, en utilisant les corrélations croisées entre les sorties de deux amplificateurs à froid, en fonction de la température de la chambre de mélange à $\nu = 2$.

Sur la figure 3.21, l'ordonnée à l'origine de l'asymptote (en bleu) à la courbe de bruit en corrélations croisées et intégré (en rouge), est égale au bruit de courant de l'amplificateur sur l'impédance de mesure (impédance du circuit RLC). Il apparaît sur le tracé que le bruit en tension correspondant est égal au bruit thermique de la résistance 12,9 kΩ évaluée à environ $8{,}0.10^{-2}$ K. Cela correspond à un bruit en courant $\sqrt{S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{a}}} \simeq 1.10^{-14}$ A/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ (en prenant $R = 10$ kΩ) qui est proche du bruit en courant des amplificateurs LI75A initiaux.

3.5.5 Gain des amplificateurs et bruit en tension des amplificateurs

Pour mesurer le bruit de tension des amplificateurs, on remplace l'échantillon par une résistance 50 Ω pour pouvoir négliger le bruit en courant de l'amplificateur. Dans le domaine de température considéré (un peu moins de 1 K),

$$4R\,k_{\mathrm{B}}T \simeq 10^{-21}\,\mathrm{V}^2/\mathrm{Hz} \gg R^2 S_{\mathrm{i}}^{\mathrm{a}} \simeq 10^{-26}\,\mathrm{V}^2/\mathrm{Hz}$$

en sorte que le bruit de courant est négligeable et le bruit est dominé par le bruit thermique de la résistance. On trace le bruit intégré en corrélations croisées en fonction de la température (voir figure 3.22).

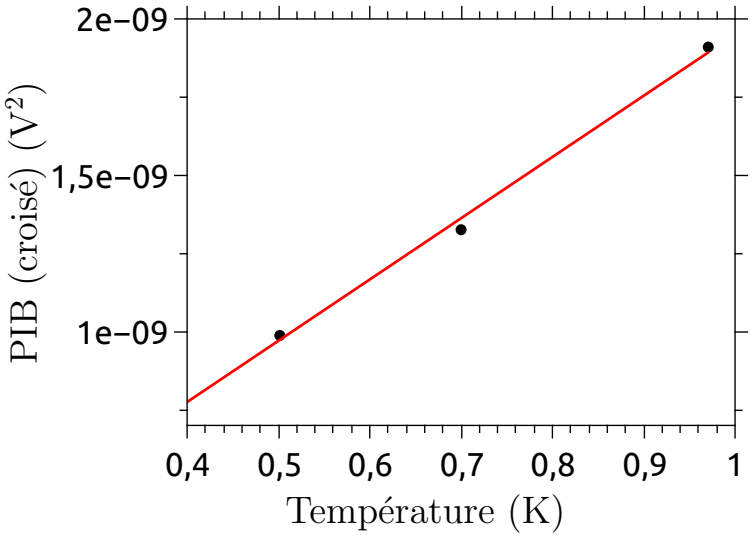

Figure 3.22: Puissance de bruit intégrée, en corrélation croisée avec à une résistance 50 Ω en fonction de la température.

On réalise un ajustement affine qui conduit à une pente de $(1{,}95 \pm 0{,}04).10^{-9}$ V^2/K et une ordonnée à l'origine nulle à quelques 10^{-11} V^2 près. De la pente, on extrait le gain des amplificateurs qui vaut (pour cette acquisition) 7,5. La mesure de l'auto-corrélation conduit à un bruit intégré en sortie de chaque amplificateur de 25 nV^2 alors que la corrélation croisée conduit à environ 1 nV^2. L'auto-corrélation est donc dominée par le bruit de tension de l'amplificateur dont la densité spectrale de bruit vaut $\sqrt{S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{a}}} = 1{,}9.10^{-10}$ $\mathrm{V}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$. Cette valeur est remarquable puisqu'elle correspond aux performances de bruit des meilleurs amplificateurs ultra-bas bruit, actuellement, à l'échelle mondiale! En comparaison, la densité spectrale de bruit de tension des amplificateurs LI75A est environ dix fois supérieure (voir paragraphe 3.1.4)! De telles performances conduisent à une réduction significative de la durée de mesure, comme je le montre dans le paragraphe qui suit.

3.5.6 Estimation de la durée de mesure

On peut estimer la durée de mesure, en utilisant les expressions établies aux paragraphes 3.1.5 et 3.2.1 qui restent alors valides à condition de considérer l'impédance du résonateur et les bruits associés au HEMT. L'estimation se fait par un calcul semblable à celui réalisé partie 3.2.1:

$$S = \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \mathrm{d}u \; S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}(u) = \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \mathrm{d}u \; e^2 f \, |\underline{Z}_{\mathrm{RLC}}(u)|^2$$

avec cette fois $f_{\min}$ et $f_{\max}$ égales à $f_0 \pm \theta/2$ (avec $f_0 \simeq 1{,}5$ MHz et $\theta = 78{,}125$ kHz). Puisque la bande d'intégration est de largeur inférieure à la résonance, on peut approximer l'impédance du circuit RLC par la forme lorentzienne obtenue à l'aide d'un développement semblable à celui réalisé dans la partie 3.5.1:

$$|\underline{Z}_{\mathrm{RLC}}|^2 \simeq \frac{{Z_0}^2}{1 + 4\,Q^2(\delta f)^2/{f_0}^2}$$

avec δf la pulsation par rapport à la pulsation de résonance. Alors, pour $\nu = 2$,

$$S = \frac{e^2 f \, f_0 \, {Z_0}^2}{Q} \arctan\left(\frac{Q\,\theta}{f_0}\right) \simeq 2.10^{-16} \ \mathrm{V}^2$$

qui est comparable à la valeur obtenue avec le circuit RC mais cette fois tous les bruits qui interviennent dans B contribuent avec des valeurs proches (puisque $\sqrt{S_{\mathrm{v}}^{\mathrm{a}}} = 0{,}2 \ \mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$) si bien que $S_{\mathrm{v_1v_2}} \simeq S_{\mathrm{v_1v_1}} \simeq 10^{-19} \ \mathrm{V}^2/\mathrm{Hz}$ et pour un $S/B = 30$,

$$30 = \frac{2.10^{-16}}{5.10^{-17}} \sqrt{T_{\mathrm{mes}}} \qquad \text{alors} \qquad T_{\mathrm{mes}} = 1 \ \mathrm{min}$$

à $\nu = 2$, d'où une durée de mesure (en tenant compte des soustractions) de $\simeq$ 4 min! Cette valeur correspond effectivement à la durée de mesure que nous utilisons expérimentalement pour un rapport $S/B \simeq 30$. Ainsi, l'utilisation de HEMT cryogéniques couplés à un résonateur a permis de passer de quelques heures de mesure à une dizaine de minutes (pour un point) tout en améliorant le rapport signal sur bruit d'un facteur trois!

À titre de comparaison, on peut considérer la courbe 3.23 enregistrée dans les mêmes conditions que celle fournie à la fin du paragraphe 3.2.1, en quelques heures. À l'aide de ces nouveaux amplificateurs, il a été possible de mesurer plus efficacement les courbes de bruit qui font l'objet des deux chapitres suivants.

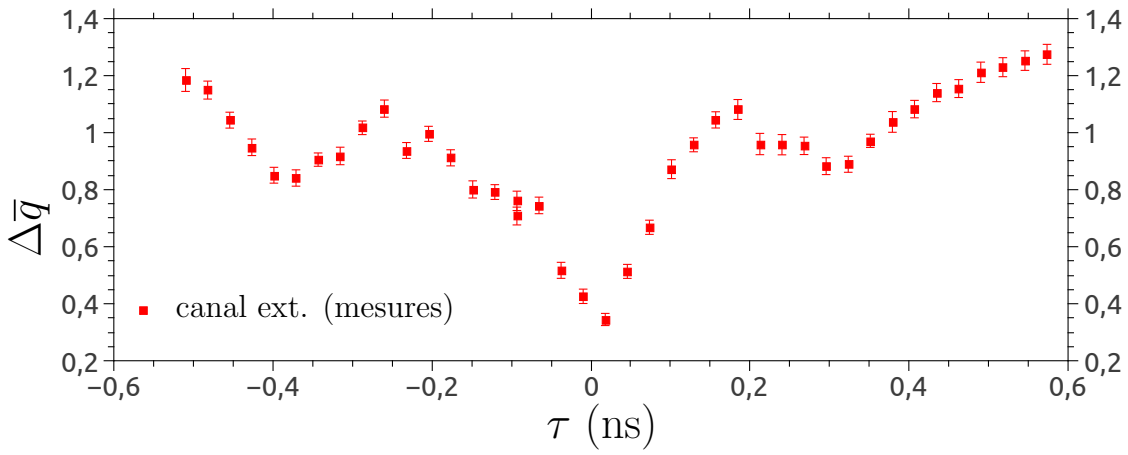

Figure 3.23: Bruit HOM normalisé entre les canaux de bord externes incidents sur le QPC central, à $D = 1$ en fonction du décalage temporel τ entre les sources.

3.6 Annexes du chapitre 3

3.6.1 Expression des densités spectrales de bruit

Montrons les formules utilisées pour exprimer les densités spectrales de bruit en auto-corrélation et en corrélations croisées:

$$\langle \underline{\delta v}_{iT_{\text{mes}}}(\omega)\, \underline{\delta v}^*_{jT_{\text{mes}}}(\omega)\rangle = \int_{T_{\text{mes}}} \mathrm{d}t\, \mathrm{d}t'\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega(t-t')} \langle \delta v_i(t)\, \delta v_j(t')\rangle$$

avec $\tau = t - t'$, il vient

$$\langle \underline{\delta v}_{iT_{\text{mes}}}(\omega)\, \underline{\delta v}^*_{jT_{\text{mes}}}(\omega)\rangle = \int_{T_{\text{mes}}} \mathrm{d}t\, \mathrm{d}\tau\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau} \langle \delta v_i(t+\tau)\, \delta v_j(t)\rangle$$

Ainsi,

$$\frac{\langle \underline{\delta v}_{iT_{\text{mes}}}(\omega)\, \underline{\delta v}^*_{jT_{\text{mes}}}(\omega)\rangle}{T_{\text{mes}}} = \int_{T_{\text{mes}}} \mathrm{d}\tau\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau} \frac{1}{T_{\text{mes}}} \int_{T_{\text{mes}}} \mathrm{d}t\, \langle \delta v_i(t+\tau)\, \delta v_j(t)\rangle$$

et à la limite $T_{\text{mes}} \to \infty$,

$$\lim_{T_{\text{mes}}\to\infty} \frac{2\, \langle \underline{\delta v}_{iT_{\text{mes}}}(\omega)\, \underline{\delta v}^*_{jT_{\text{mes}}}(\omega)\rangle}{T_{\text{mes}}} = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}\tau\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau} \overline{\langle \delta v_i(t+\tau) \delta v_j(t)\rangle}^t$$

ce qui prouve l'expression obtenue aux paragraphes 3.1.1 (en prenant $i = j$) et 3.1.5 (en prenant $i = 1$ et $j = 2$). Notons que la densité spectrale de bruit en autocorrélation est toujours réelle et positive alors que pour les corrélations croisées, la densité spectrale de bruit est a priori complexe. On note également que si les tensions sont décorrélées,

$$\overline{\langle \delta v_i(t+\tau)\delta v_j(t)\rangle}^t = 0$$

ce qui impose, dans ce cas, que

$$\lim_{T_{\mathrm{mes}}\to\infty} \frac{\langle \underline{\delta v}_{iT_{\mathrm{mes}}}(\omega)\, \underline{\delta v}^*_{jT_{\mathrm{mes}}}(\omega)\rangle}{T_{\mathrm{mes}}} = 0$$

3.6.2 Expression du bruit du bruit

Le calcul du bruit du bruit à l'aide de fonctions continues s'avère délicat. L'introduction de variables discrètes, qui décrivent d'ailleurs plus fidèlement la mesure telle qu'elle est réalisée par l'analyseur de spectre, permet de mieux aborder la difficulté.

Au cours d'une acquisition du spectre de durée T_{mes}, l'analyseur de spectre échantillonne la tension $v(t)$ avec un pas de discrétisation Δt dans le temps. À la $k+1$-ième valeur mesurée $v(t_k)$, on peut associer un instant de mesure t_k tel que $t_k = k\,\Delta t$ avec k entier naturel. Alors $T_{\text{mes}} = K\,\Delta t$ définit l'entier K. Dans ces conditions, on définit $\tilde{v}_n$ par

$$\tilde{v}_n = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} v(t_k)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi n\,k/K} \qquad \text{et} \qquad v(t_k) = \sum_{n=1}^{K} \tilde{v}_n\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi n\,k/K}$$

car $k/K = t_k/T_{\text{mes}}$. On évalue la quantité $\delta(\tau) = \overline{\langle v_i(t+\tau)v_j(t)\rangle}^t$:

$$\begin{aligned}
\delta(\tau) &= \frac{1}{T_{\text{mes}}}\int_0^{T_{\text{mes}}} \mathrm{d}t\ \langle v_i(t+\tau)v_j(t)\rangle \\
&= \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} \langle v_i(t_{k+\kappa})\,v_j(t_k)\rangle
\end{aligned}$$

avec $\kappa = \tau/\Delta t$. Il s'ensuit:

$$\begin{aligned}
\delta(\tau) &= \frac{1}{K}\sum_{k,n,n'} \langle \tilde{v}_{i,n}\,\tilde{v}_{j,n'}\rangle\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(n'\,k+n\,(k+\kappa))/K} \\
&= \sum_n \langle \tilde{v}_{i,n}\,\tilde{v}_{j,-n}\rangle\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\,n\kappa/K} \\
\delta(\tau) &= \sum_n \langle \tilde{v}_{i,n}\,\tilde{v}^*_{j,n}\rangle\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\,n\kappa/K}
\end{aligned}$$

car v est réel. Notons $\mathscr{S}_{v_iv_j}(\omega)$ la densité spectrale en convention physicien (et non, ingénieur):

$$\begin{aligned}
\mathscr{S}_{v_iv_j}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}\tau\,\delta(\tau)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau} \\
&= \sum_n \langle \tilde{v}_{i,n}\,\tilde{v}^*_{j,n}\rangle \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}\tau\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega-n\Omega)\tau}
\end{aligned}$$

avec $\Omega = 2\pi/T_{\text{mes}}$. Par conséquent,

$$\begin{aligned}
\mathscr{S}_{v_i v_j}(\omega) &= K\Delta t \, \langle \tilde{v}_{i,n} \, \tilde{v}^*_{j,n} \rangle \, \delta_{\omega, n\Omega} \\
\mathscr{S}_{v_i v_j}(\omega) &= T_{\text{mes}} \, \langle \tilde{v}_{i,n} \, \tilde{v}^*_{j,n} \rangle \, \delta_{\omega, n\Omega}
\end{aligned}$$

Le signal $\langle \mathscr{S}_{v_i v_j} \rangle$ mesuré, s'écrit en convention physicien:

$$\begin{aligned}
\langle \mathscr{S}_{v_i v_j} \rangle &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi} \, \mathscr{S}_{v_i v_j}(\omega) \\
&= \frac{1}{T_{\text{mes}}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_{\text{mes}} \, \langle \tilde{v}_{i,n} \, \tilde{v}^*_{j,n} \rangle
\end{aligned}$$

car $\mathrm{d}\omega = 2\pi/T_{\text{mes}}$. Ainsi,

$$\langle \mathscr{S}_{v_i v_j} \rangle = \sum_n \langle \tilde{v}_{i,n} \, \tilde{v}^*_{j,n} \rangle$$

Pour $i = j$, on reconnaît la formule de Parseval. Cette expression est utile pour exprimer la fluctuation du bruit $\langle \mathscr{S}_{v_i v_j}{}^2 \rangle$:

$$\begin{aligned}
\langle \mathscr{S}_{v_i v_j}{}^2 \rangle &= \sum_{n,n'=-\infty}^{\infty} \langle \tilde{v}_{i,n} \, \tilde{v}^*_{j,n} \, \tilde{v}_{i,n'} \, \tilde{v}^*_{j,n'} \rangle \\
&= \left\{ \sum_n \langle \tilde{v}_{i,n} \, \tilde{v}^*_{j,n} \rangle \right\}^2 + \sum_n \langle \tilde{v}_{i,n} \tilde{v}^*_{i,n} \rangle \langle \tilde{v}_{j,n} \tilde{v}^*_{j,n} \rangle + \langle \tilde{v}_{i,n} \tilde{v}^*_{j,n} \rangle^2
\end{aligned}$$

où l'on a appliqué le théorème de Wick car les parties réelle et imaginaire sont traitées comme des variables aléatoires de distribution gaussienne. On note que dans la somme sur n et n', les termes $\langle \tilde{v}_{i,n} \, \tilde{v}_{i,n'} \rangle$ ont une contribution non nulle pour $n = -n'$. Le premier terme du membre de droite est $\langle \mathscr{S}_{v_i v_j} \rangle$. Comme $\langle \Delta \mathscr{S}_{v_i v_j}{}^2 \rangle = \langle \mathscr{S}_{v_i v_j}{}^2 \rangle - \langle \mathscr{S}_{v_i v_j} \rangle^2$, il vient:

$$
\begin{aligned}
\langle \Delta \mathscr{S}_{v_i v_j}{}^2 \rangle &= \sum_n \langle \tilde{v}_{i,n} \tilde{v}^*_{i,n} \rangle \langle \tilde{v}_{j,n} \tilde{v}^*_{j,n} \rangle + \langle \tilde{v}_{i,n} \tilde{v}^*_{j,n} \rangle^2 \\
&= \sum_n \frac{\mathscr{S}_{v_i v_i}(n\Omega)}{T_{\mathrm{mes}}} \frac{\mathscr{S}_{v_j v_j}(n\Omega)}{T_{\mathrm{mes}}} + \left(\frac{\mathscr{S}_{v_i v_j}(n\Omega)}{T_{\mathrm{mes}}} \right)^2 \\
&= \frac{1}{T_{\mathrm{mes}}{}^2} \sum_n \mathscr{S}_{v_i v_i}(n\Omega)\, \mathscr{S}_{v_j v_j}(n\Omega) + \mathscr{S}_{v_i v_j}(n\Omega)^2 \\
\langle \Delta \mathscr{S}_{v_i v_j}{}^2 \rangle &= \frac{1}{T_{\mathrm{mes}}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi} \left\{ \mathscr{S}_{v_i v_i}(\omega)\, \mathscr{S}_{v_j v_j}(\omega) + \mathscr{S}_{v_i v_j}(\omega)^2 \right\}
\end{aligned}
$$

ce qui correspond pour le signal mesuré sur la bande d'intégration en fréquences $[f_{\min}, f_{\max}]$, en convention ingénieur, à un bruit du bruit B tel que:

$$
B^2 = \frac{1}{2\, T_{\mathrm{mes}}} \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \mathrm{d}u \, \left\{ S_{v_i v_i}(u)\, S_{v_j v_j}(u) + S_{v_i v_j}(u)^2 \right\}
$$

Chapter 4

Modélisation de l'effet Hong-Ou-Mandel, approche théorique de la décohérence pour un électron unique

Résumé du chapitre

Ce chapitre est essentiellement théorique. J'y présente les équations à la base de l'expérience de Hong-Ou-Mandel (HOM) qui seront utilisées et complétées dans le chapitre suivant pour sonder la décohérence des excitations injectées par la source dans le canal de bord externe. Dans ce chapitre, le bruit de partitionnement dû à une source seule d'électrons uniques (bruit HBT) est décrypté et comparé à nos résultats expérimentaux. S'ensuit alors une première approche de l'expérience HOM, dans laquelle le bruit de partitionnement dû à deux sources synchronisées est présenté. La description des excitations injectées par la source en terme d'états cohérents des magnéto-plasmons de bord par une approche théorique de la décohérence d'une particule unique clôt ce chapitre.

Sommaire

4.1 Bruit Hanbury-Brown et Twiss 104

4.1.1 Présentation de l'interféromètre HBT pour les photons . . 104

4.1.2 Description quantique pour les électrons 105

4.1.3 Interprétation des résultats HBT 110

4.2 Expérience Hong-Ou-Mandel (HOM) électronique . . . 112

4.2.1 Présentation de l'expérience HOM 112

4.2.2 Description quantique pour les électrons 114

4.2.3 Sonder la décohérence grâce à l'expérience HOM 116

4.1 Bruit Hanbury-Brown et Twiss

Dans cette partie, je présente l'interféromètre de Hanbury-Brown et Twiss (HBT) électronique et les outils théoriques nécessaires à l'interprétation des expériences réalisées avec ce dispositif. Les mesures présentées à la fin de cette partie ont été réalisées pendant mon stage de M2 et sont détaillées dans la thèse de Erwann Bocquillon [7]. Néanmoins, leur compréhension est essentielle pour aborder l'expérience HOM dont la présentation fait l'objet de la partie suivante.

4.1.1 Présentation de l'interféromètre HBT pour les photons

L'effet Hanbury-Brown et Twiss est l'effet d'interférerence entre deux particules pouvant emprunter deux chemins menant chacun à un détecteur.

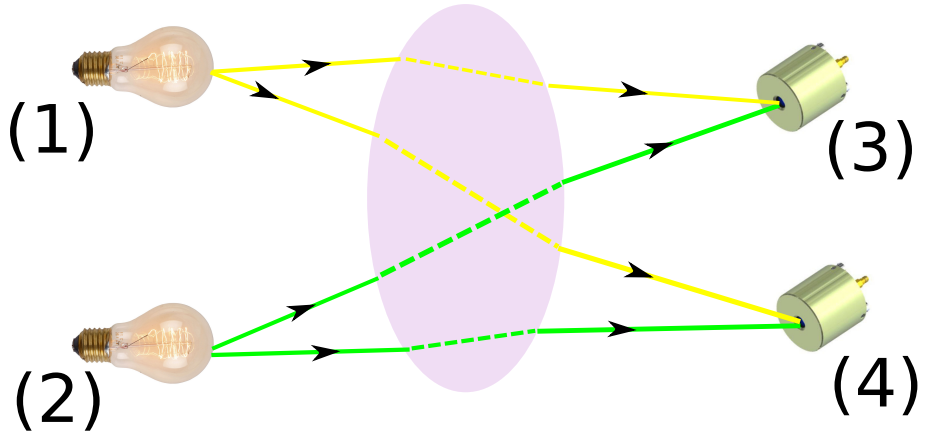

Figure 4.1: Schéma de l'interféromètre HBT sous sa forme la plus générale. Deux faisceaux lumineux peuvent emprunter chacun deux chemins au bout desquels se trouve un détecteur.

En 1956, Hanbury-Brown et Twiss proposent dans [32] de diviser énergétiquement deux faisceaux lumineux, à l'aide d'une lame séparatrice, et de placer un photomultiplicateur sur chaque bras de sortie de la lame (schéma de principe présenté sur la figure 4.1). Les corrélations d'intensité entre les détecteurs permettent d'étudier les propriétés d'émission de la source. De ce point de vue, cet interféromètre diffère d'autres interféromètres couramment utilisés jusqu'alors (fentes de Young, interféromètre de Mach-Zehnder, de Michelson) dans lesquels on enregistre les corrélations d'amplitude (et non les corrélations d'intensité) et reposent sur une description ondulatoire. Analysons maintenant le dispositif transposé aux électrons dans un gaz bidimensionnel, en régime d'effet Hall quantique.

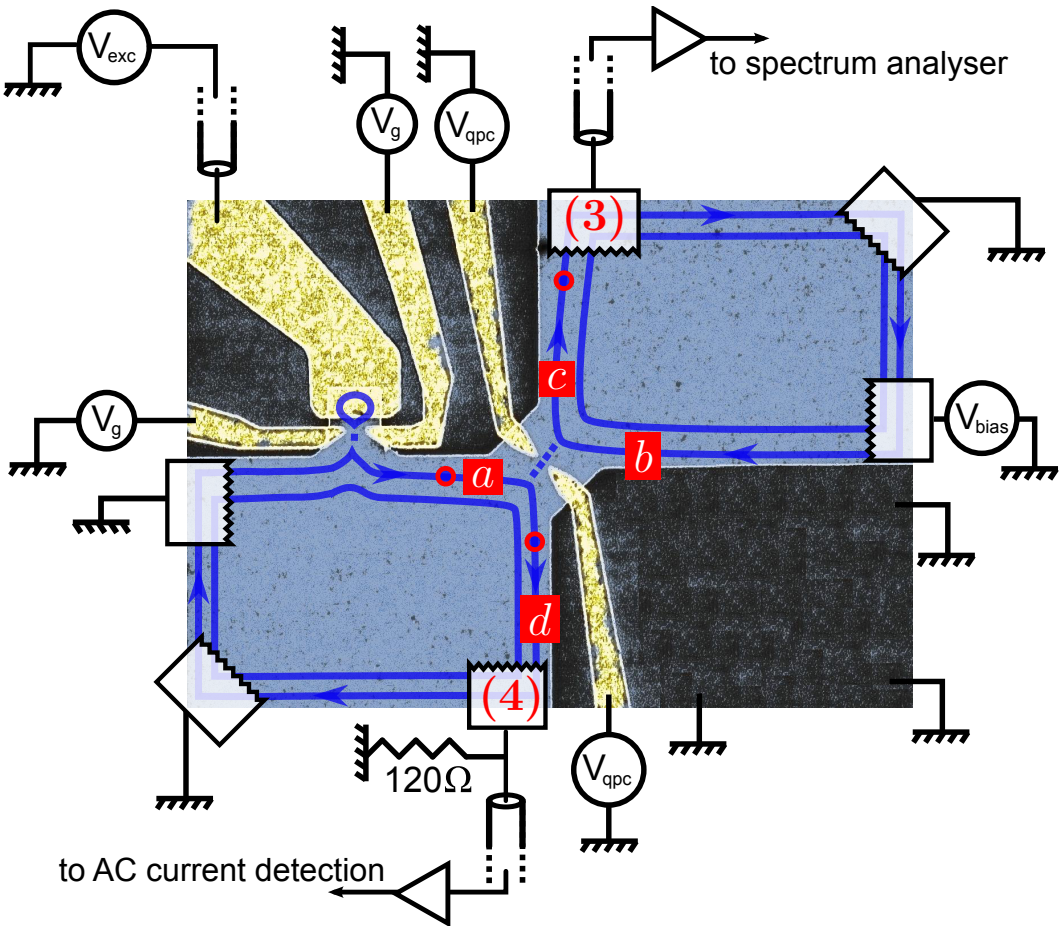

Figure 4.2: Image colorisée de l'échantillon au microscope électronique à balayage. La transparence de la lame séparatrice, où se produisent les interférences, est réglée par le potentiel V_{qpc}. La source est excitée par la tension v_{exc} et son couplage au canal de bord externe est fixé à l'aide des grilles au potentiel V_{g}.

4.1.2 Description quantique pour les électrons

L'expérience HBT pour les photons a été étendue pour la première fois expérimentalement par Henny *et coll.* [33] et Oliver *et coll.* [60] à un flot d'électrons injecté par un contact ohmique.

L'interféromètre électronique

Comme pour son analogue photonique, il est constitué de deux bras d'entrée notés a et b qui sont partitionnés par la séparatrice dont le cœfficient de transmission en intensité est noté T et celui de réflexion s'écrit $1-T$, et de deux bras de sortie notés c et d. Si l'on note $\hat{\Psi}_\alpha$ $(\alpha, \beta \in \{a, b, c, d\})$ l'opérateur champ fermionique qui annihile une particule dans le bras α. On peut relier les opérateurs en entrée et en

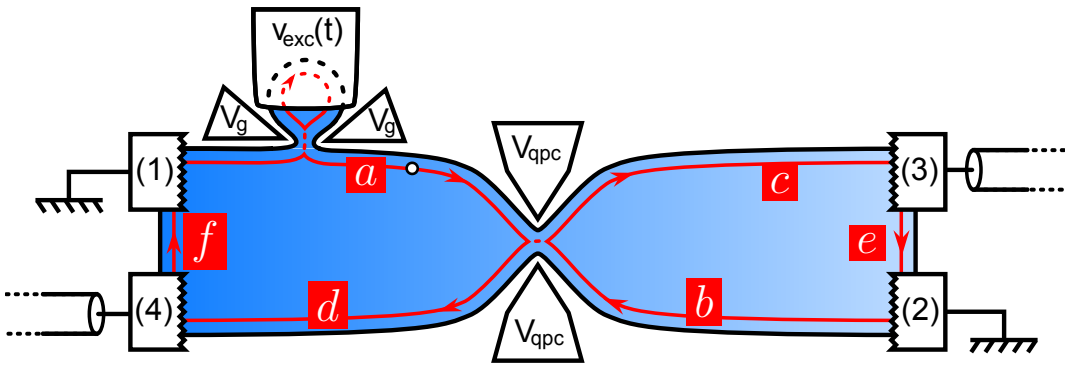

Figure 4.3: Schéma de la géométrie de l'échantillon dont la structure est celle d'un interféromètre HBT. On y retrouve les tensions V_{qpc}, V_{g}, v_{exc} qui sont présents sur la figure 4.7

sortie de la séparatrice via:

$$\begin{pmatrix} \hat{\Psi}_c \\ \hat{\Psi}_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{T} & \mathrm{j}\sqrt{1-T} \\ \mathrm{j}\sqrt{1-T} & \sqrt{T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\Psi}_a \\ \hat{\Psi}_b \end{pmatrix}$$

De plus, on note $\hat{I}_\alpha(t)$ l'opérateur courant dans le bras α. On vérifie que

$$\hat{I}_c = -ev\hat{\Psi}_c^\dagger\hat{\Psi}_c = T\,\hat{I}_a + (1-T)\,\hat{I}_b - ev\,\mathrm{j}\sqrt{T(1-T)}\left(\hat{\Psi}_a^\dagger\hat{\Psi}_b - \hat{\Psi}_a\hat{\Psi}_b^\dagger\right)$$

Le contact ohmique (3) est connecté à l'entrée de l'amplificateur, en parallèle avec le circuit résonant, étudiés au chapitre 3. Grâce à la conversion courant-tension réalisée par le résonateur (voir chapitre 3), on enregistre l'auto-corrélation des fluctuations de tension sur le contact (3) qui sont proportionnelles aux fluctuations du courant dans la branche c, entre deux instants t et $t+u$,

$$\langle\delta\hat{I}_c(t+u)\delta\hat{I}_c(t)\rangle = (1-T)^2\,\langle\delta\hat{I}_a(t+u)\delta\hat{I}_a(t)\rangle + T^2\,\langle\delta\hat{I}_b(t+u)\delta\hat{I}_b(t)\rangle + T(1-T)\,Q(t,t+u) \tag{4.1}$$

$$\begin{aligned} \text{avec}\quad Q(t,t') &= -e^2v^2\left(\langle\hat{\Psi}_a^\dagger(t')\hat{\Psi}_b(t')\hat{\Psi}_a(t)\hat{\Psi}_b^\dagger(t)\rangle + \langle\hat{\Psi}_a(t')\hat{\Psi}_b^\dagger(t')\hat{\Psi}_a^\dagger(t)\hat{\Psi}_b(t)\rangle\right) \\ &= e^2v^2\left(\langle\hat{\Psi}_a^\dagger(t')\hat{\Psi}_a(t)\rangle\langle\hat{\Psi}_b(t')\hat{\Psi}_b^\dagger(t)\rangle + \langle\hat{\Psi}_a(t')\hat{\Psi}_a^\dagger(t)\rangle\langle\hat{\Psi}_b^\dagger(t')\hat{\Psi}_b(t)\rangle\right) \end{aligned} \tag{4.2}$$

où l'on a utilisé le théorème de Wick. Les mesures sont effectuées à basse fréquence et en retranchant le bruit d'équilibre à cette expression en sorte que la grandeur étudiée prend une expression beaucoup plus simple. C'est l'obtention de cette expression qui fait l'objet des deux paragraphes suivants.

Bruit en courant mesuré au MHz, avec une source périodique excitée au GHz

Expérimentalement, on doit tenir compte de la durée de réponse du détecteur qui impose que la grandeur mesurée est en fait

$$\overline{\langle \delta\hat{I}_c(t+u)\delta\hat{I}_c(t)\rangle}^t = (1-T)^2\,\overline{\langle \delta\hat{I}_a(t+u)\delta\hat{I}_a(t)\rangle}^t + T^2\,\overline{\langle \delta\hat{I}_b(t+u)\delta\hat{I}_b(t)\rangle}^t + T(1-T)\,\overline{Q(t,t+u)}^t \tag{4.3}$$

où la valeur moyenne sur le temps est expérimentalement calculée sur la durée d'intégration de l'analyseur de spectre, qui est de l'ordre de $1/\theta$ avec $\theta \simeq 80$ kHz (voir chapitre précédent). D'après la définition de la densité spectrale de puissance de bruit en courant (adaptée de celle introduite au chapitre 2) associée à l'observable courant $\hat{I}(t)$, à basse fréquence,

$$S_{\mathrm{I}_{cc}}(\omega=0) = 2\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}u\ \overline{\langle \delta\hat{I}_c(t+u)\delta\hat{I}_c(t)\rangle}^t$$

On remarque que $\theta \ll f$ où f est la fréquence d'excitation des sources. Cette séparation des échelles de fréquence a une conséquence directe sur la contribution des termes $\overline{\langle \delta\hat{I}_k(t+u)\delta\hat{I}_k(t)\rangle}^t$ $(k=a;b)$. Puisque la source est AC et excitée à la fréquence f, son bruit aux temps longs devant $1/f$ est nul, en sorte que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}u\ \overline{\langle \delta\hat{I}_a(t+u)\delta\hat{I}_a(t)\rangle}^t = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}u\ \overline{\langle \delta\hat{I}_b(t+u)\delta\hat{I}_b(t)\rangle}^t = 0$$

ce qui traduit que la contribution des termes $\overline{\langle \delta\hat{I}_k(t+u)\delta\hat{I}_k(t)\rangle}^t$ $(k=a;b)$, se réduit aux fluctuations d'équilibre car le bruit dû à chaque source, prise indépendamment, est nul à fréquence nulle. Par conséquent, l'expression de $S_{\mathrm{I}_{cc}}(\omega=0)$ se réduit à

$$S_{\mathrm{I}_{cc}}(\omega=0) = 2T\,(1-T)\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}u\ \overline{Q(t,t+u)}^t$$

On a vu au premier chapitre qu'en raison de l'effet Hall, un courant électrique circule dans les canaux à l'équilibre (voir chapitre introductif). Cela entraîne un bruit d'équilibre thermique intrinsèque à chaque canal (c'est le bruit Johnson-Nyquist rappelé au chapitre précédent). Ce bruit, noté Q_{eq} est toujours présent, indépendamment du bruit ΔQ dû aux recouvrements entre les excitations dues aux sources. Ainsi,

$$\Delta Q = Q - Q_{\mathrm{eq}}$$

Comme Q_{eq} ne dépend pas des excitations dues aux sources, il ne présente pas d'intérêt dans nos mesures. Expérimentalement, il est mesuré et retranché au bruit

enregistré lorsque la source est excitée. Le bruit en courant, en auto-corrélation, mesuré en intégrant aux temps longs s'écrit

$$\begin{aligned}\Delta S_{\mathrm{I}_{cc}}(0) &= 2T\,(1-T)\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}u\;\overline{Q(t,t+u)}^{t} - 2T\,(1-T)\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}u\;\overline{Q_{\mathrm{eq}}(t,t+u)}^{t}\\ &= 2T\,(1-T)\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}u\;\overline{\Delta Q(t,t+u)}^{t} \qquad (4.4)\end{aligned}$$

Si le contact ohmique (4) avait été également équipé d'un résonateur RLC et d'amplificateurs basse fréquence, on aurait pu mesurer le corrélateur croisé $\langle\delta\hat{I}_c(t')\delta\hat{I}_d(t)\rangle$ dans l'esprit originel de l'expérience HBT. On peut montrer, avec le formalisme introduit plus haut, qu'on aurait eu alors

$$\langle\delta\hat{I}_c(t+u)\delta\hat{I}_d(t)\rangle = T(1-T)\left[\langle\delta\hat{I}_a(t+u)\delta\hat{I}_a(t)\rangle + \langle\delta\hat{I}_b(t+u)\delta\hat{I}_b(t)\rangle - Q(t,t+u)\right]$$

Après intégration par l'analyseur de spectre et soustraction du bruit d'équilibre, il vient $\overline{\langle\delta\hat{I}_c(t+u)\delta\hat{I}_d(t)\rangle}^{t} = -\overline{\langle\delta\hat{I}_c(t+u)\delta\hat{I}_c(t)\rangle}^{t}$. Ainsi, étudier les auto-corrélations revient à étudier les corrélations croisées. En pratique, le contact (4) n'est pas utilisé pour mesurer du bruit mais la première harmonique du courant (cette mesure est essentielle comme on le verra au chapitre suivant).

Écriture de ΔQ en terme des fonctions $\mathscr{G}^1$

Utilisons les fonctions de corrélation du premier ordre, introduites au premier chapitre, pour exprimer ΔQ. La fonction Q (équation (4.2)) se réécrit (voir Grenier *et coll.* [29]):

$$Q(t,t') = e^2v^2\left(\mathscr{G}_a^{(1,e)}(t,t')\,\mathscr{G}_b^{(1,h)}(t,t') + \mathscr{G}_a^{(1,h)}(t,t')\,\mathscr{G}_b^{(1,e)}(t,t')\right) \qquad (4.5)$$

Dans le cas de l'expérience HBT, la bras (b) est à l'équilibre thermique si bien que

$$\mathscr{G}_b^{(1,e)}(t,t') = \mathscr{G}_F^{(1,e)}(t,t') \qquad \text{et} \qquad \mathscr{G}_b^{(1,h)}(t,t') = \mathscr{G}_F^{(1,h)}(t,t')$$

Pour se concentrer sur l'effet des excitations ajoutées à l'état d'équilibre, on introduit la fonction

$$\Delta\mathscr{G}^{(1,e)}(t,t') = \mathscr{G}^{(1,e)}(t,t') - \mathscr{G}_F^{(1,e)}(t,t')$$

Si l'on retranche à Q, les contributions dues à la mer de Fermi seule, on obtient l'expression du bruit en excès ΔQ dans l'expérience HBT à partir de la formule (4.5):

$$\Delta Q(t,t') = e^2 v^2 \left(\Delta\mathscr{G}_a^{(1,e)}(t,t')\,\mathscr{G}_F^{(1,h)}(t,t') + \Delta\mathscr{G}_a^{(1,h)}(t,t')\,\mathscr{G}_F^{(1,e)}(t,t') \right)$$

Cette écriture suggère des effets de recouvrement entre excitations thermiques et les excitations ajoutées par la source. On peut étudier quantitavement ce phénomène dans le domaine fréquenciel.

Révéler les effets quantiques par l'analyse de la puissance de bruit en courant

On obtient par transformée de Fourier:

$$\mathscr{G}_F^{(1,e)}(t,t+u) = \int \frac{\mathrm{d}\varepsilon}{h}\, f(\varepsilon)\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\varepsilon u/\hbar} = \mathscr{G}_F^{(1,e)}(u)$$

$$\text{et} \qquad \overline{\Delta\mathscr{G}_a^{(1,e)}(t,t+u)}^{t} = \int \frac{\mathrm{d}\varepsilon}{h}\, \delta n_{e\,a}(\varepsilon)\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\varepsilon u/\hbar}$$

où $\delta n_{e\,a}(\varepsilon)$ est le nombre d'électrons en excès, à l'énergie $\varepsilon \geq 0$, dans le bras a pendant la durée d'un moyennage. On introduit ensuite $\delta n_{h\,a}(\varepsilon)$ qui est le nombre de trous en excès (correspondant à une absence d'électrons à l'énergie $-\varepsilon$ sous le niveau de Fermi), à l'énergie $\varepsilon \geq 0$ dans le même bras. D'après la définition de $\Delta S_{\mathrm{I}_{cc}}$ (formule 4.4), on obtient dans la limite basse fréquence,

$$\begin{aligned}
\Delta S_{\mathrm{I}_{cc}} &= 2e^2 f\, T(1-T) \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\varepsilon\, \{\delta n_{e\,a}(\varepsilon) + \delta n_{h\,a}(\varepsilon)\}\, (1-2f(\varepsilon)) \\
&= 4e^2\, f\, T(1-T) \left[\frac{\langle \delta N_{e\,a}\rangle + \langle \delta N_{h\,a}\rangle}{2} - \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\varepsilon\, \{\delta n_{e\,a}(\varepsilon) + \delta n_{h\,a}(\varepsilon)\}\, f(\varepsilon) \right]
\end{aligned}$$

où f est la fréquence d'excitation de la source. Cette dernière expression de $\Delta S_{\mathrm{I\,cc}}$ en donne une lecture simple: le bruit mesuré est celui obtenu par une prédiction classique de partitionnement poissonien de corpuscules par une lame séparatrice avec une probabilité T d'être transmis (qui correspond au terme $(\langle \delta N_{e\,a}\rangle + \langle \delta N_{h\,a}\rangle)/2$) amputé par un effet quantique (dû au principe de Pauli) qui correspond à l'intégrale. Cette intégrale traduit qu'une excitation injectée dans le bras a par la source peut se recouvrir, sur la lame séparatrice, avec une excitation thermique issue du bras b, contrairement à l'optique où le bras b contient le vide. Plus le recouvrement est important et plus les particules tendent à sortir chacune sur un bras différent. Ainsi, l'effet de dégroupement conduit-il à une réduction du bruit. On note que cet effet est

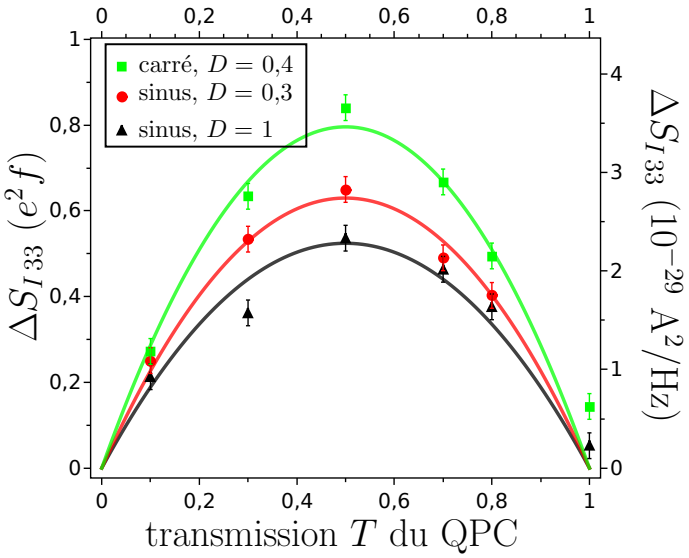

Figure 4.4: Bruit HBT en courant (autocorrélation) pour une excitation carré boîte pincée (carré vert), une excitation sinusoïdale boîte pincée (rond rouge) et boîte ouverte (triangle noir). Les courbes en trait plein sont des ajustements en $T(1-T)$.

d'autant plus important que les excitations injectées par la source sont émises près de l'écume thermique de la mer de Fermi. Comparons ces prédictions théoriques à nos observations expérimentales.

4.1.3 Interprétation des résultats HBT

Le bruit en auto-corrélation $\Delta S_{I\,cc}$ est mesuré en fonction de la transmission T du QPC central. On enregistre les points expérimentaux présentés sur la courbe figure 4.4 pour différentes formes de tension d'excitation v_{exc} de la source (sinus ou carré) ou différentes valeurs de la transmission D du QPC de la source. On note que pour chaque couple de paramètres (D,v_{exc}) les points s'alignent sur une parabole (ajustement en trait plein) de la forme $\Delta S_{I\,cc} \propto T(1-T)$ comme attendu, d'après la formule obtenue à la fin du paragraphe précédent. On observe une réduction du bruit de partition par rapport au partitionnement d'une paire électron trou. Cet effet est relié à la correction quantique, et l'importance de cette correction dépend du couple (D, v_{exc}) considéré.

On peut en effet comprendre ces décalages verticaux en s'appuyant sur la distribution d'énergie des particules injectées au niveau de la boîte, simulée figure 4.5 (extraite de Bocquillon *et coll.* [10]). Une excitation carré avec D pincé génère des excitations résolues en énergie et situées nettement au-dessus du niveau de Fermi en sorte que l'excitation se recouvre peu avec les excitations issues de la mer de Fermi après propagation jusqu'à la lame. Au contraire, une excitation sinusoïdale possède des composantes au raz de la mer de Fermi car la particule injectée par la boîte possède une probabilité non négligeable d'être émise à plus basse énergie et

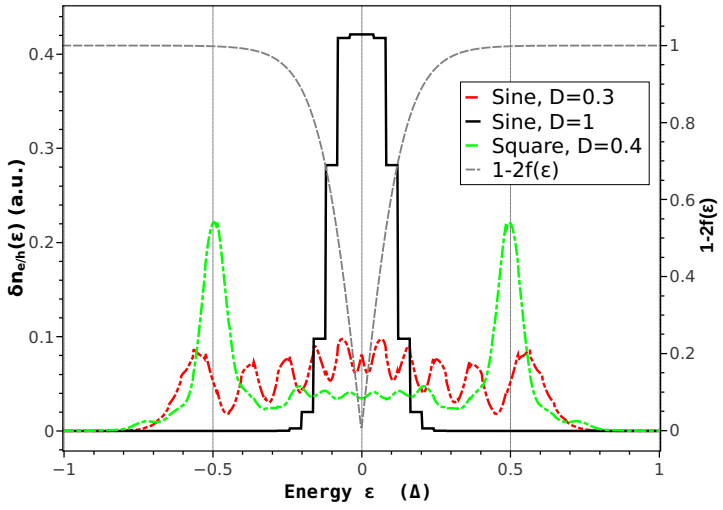

Figure 4.5: Distribution énergétique des excitations émises par la source pour une excitation carré boîte pincée (carré vert), une excitation sinusoïdale boîte pincée (rond rouge) et boîte ouverte (triangle noir).

ce, d'autant plus que le QPC de la boîte est ouvert. Dans ce dernier cas, l'effet de dégroupement est plus important ce qui entraîne une réduction du bruit. On pourrait s'étonner que les effets de décohérence, qui joueront un rôle essentiel dans l'interprétation des résultats HOM, ne se manifeste pas ici. Lorsque l'on analyse les résultats présentés dans [10] et comparés à un modèle Floquet sans interaction (voir Moskalets *et coll.* [54, 55], Keeling *et coll.* [44], Jonckheere *et coll.* [42] et aussi [62, 52]), on observe de faibles déviations par rapport au modèle qui sont peut-être imputables à la relaxation en énergie causée par les interactions de Coulomb. Le bruit HBT compte essentiellement le nombre total d'excitations au-dessus de l'écume de la mer de Fermi. Pour des excitations injectées bien au-dessus de la mer de Fermi par la source, l'absence d'effet notable de la décohérence sur le bruit HBT traduit peut-être que la relaxation de l'excitation vers les plus basses énergies sur la longueur de propagation, génère des excitations qui restent essentiellement localisées au-dessus de l'écume thermique. En d'autres termes, la mer de Fermi, sur le bras opposé à celui contenant la source, ne constituerait pas une bonne sonde pour étudier les effets de la décohérence avec cette expérience. On verra dans la partie suivante qu'une manière plus adaptée pour mener une telle étude peut être de placer une seconde source sur l'autre bras d'entrée de la séparatrice.

L'effet de dégroupement quantique avec les excitations thermiques peut, en fait, être vu comme un effet Hong-Ou-Mandel (HOM) qui est au cœur de mon travail de thèse et dont la présentation fait l'objet de la partie suivante.

4.2 Expérience Hong-Ou-Mandel (HOM) électronique

Les premiers résultats obtenus avec l'effet HOM, en utilisant les sources d'électrons uniques ont permis de sonder l'indiscernabilité des paquets d'onde émis (voir Bocquillon *et coll.* [8]). On verra par la suite que cet effet permet également de tester les effets de décohérence le long de la propagation, conséquence du couplage entre les canaux.

4.2.1 Présentation de l'expérience HOM

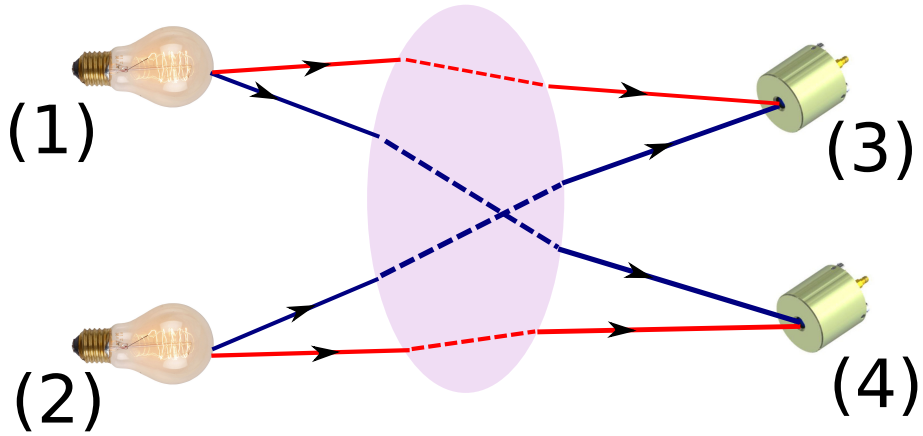

Figure 4.6: Schéma de l'expérience HOM où l'on fait ressortir l'effet d'interférence entre les deux chemins que les deux particules peuvent emprunter.

L'expérience proposée par Hong, Ou et Mandel [34] est constituée d'un interféromètre HBT dans lequel on place une source de photons uniques sur chacun des deux bras d'entrée d'une lame semi-réfléchissante. On réalise alors des interférences entre deux chemins impliquant deux particules.

Soit les deux photons émergent tous les deux sur le bras conduisant au détecteur (3), soit ils émergent tous les deux sur le bras conduisant au détecteur (4), soit enfin, ils émergent chacun sur un bras différent. Classiquement, chaque configuration a la même probabilité si bien que l'on s'attendrait à ce que le détecteur (3) seul se déclenche pour un quart des évènements; que le détecteur (4) seul se déclenche pour un quart des évènements; et que les deux détecteurs se déclenchent pour la moitié des évènements.
Ce n'est pas ce qui est observé lorsque l'on réalise cette expérience avec deux photons indiscernables. On observe, au contraire, que des photons indiscernables tendent systématiquement à émerger sur le même bras, ce qui s'explique quantiquement par

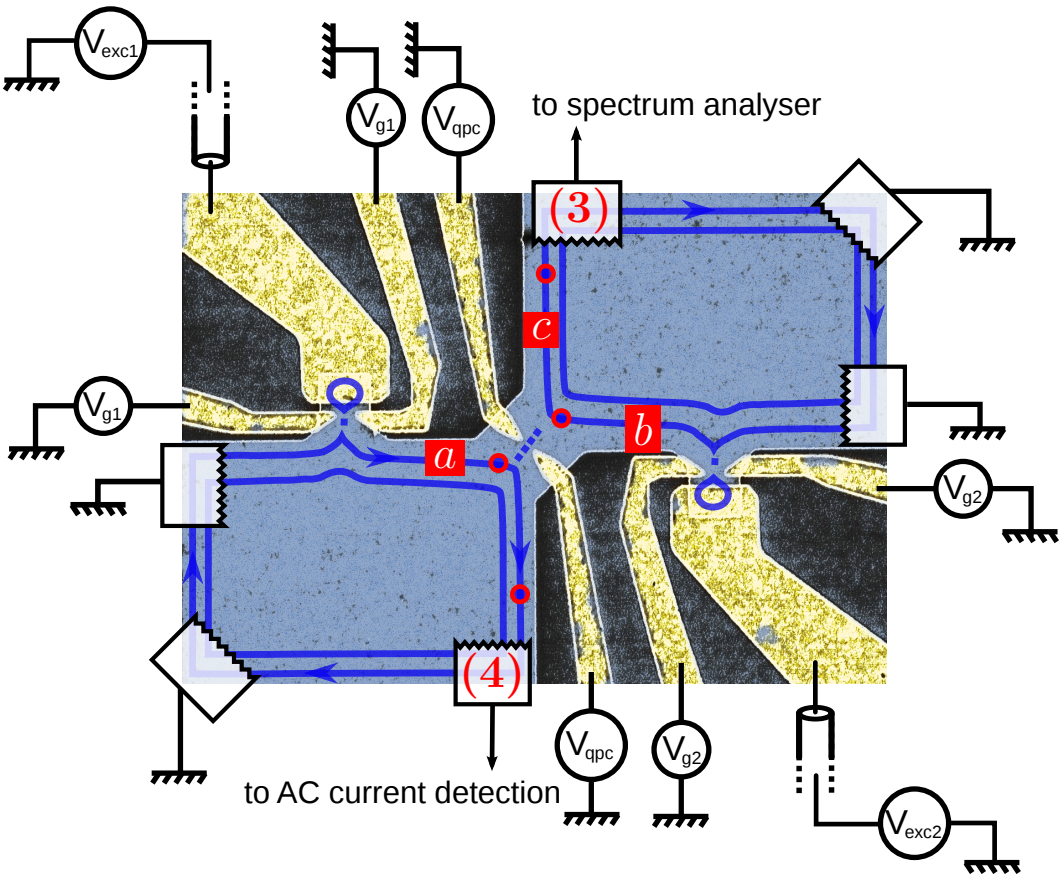

Figure 4.7: Photographie de l'échantillon au microscope électronique à balayage (couleurs artificielles).

l'effet de coalescence.

Au contraire pour des excitations fermioniques indiscernables, on s'attend à ce que la mesure des corrélations de courant, entre chaque bras de sortie de l'interféromètre, montre l'effet de dégroupement quantique lorsque les deux excitations atteignent simultanément la lame séparatrice. Cette expérience peut également être réalisée dans les gaz bidimensionnels d'électrons (voir propositions théoriques de Fève *et coll.* [23], Olkhhovskaya *et coll.* [61], Jonckheere *et coll.* [41]). Elle permet de sonder les propriétés d'émission des sources d'électrons uniques mais aussi les effets de décohérence des excitations injectées par la source, lors de leur propagation guidée par les canaux de Hall. Je présente les résultats expérimentaux de cette expérience que nous avons réalisée.

4.2.2 Description quantique pour les électrons

Expression du bruit en courant en présence des deux sources

En présence de deux sources, il faut prendre en compte la contribution du bruit sur le bras b. Formellement l'expression des auto-correlations est inchangée:

$$\langle \delta \hat{I}_c(t') \delta \hat{I}_c(t) \rangle = T(1-T)\, \Delta Q(t,t')$$

mais $\Delta Q(t,t')$ doit être déterminé de nouveau en considérant la présence de la seconde source. On obtient alors

$$\begin{aligned} \Delta Q(t,t') \;=\; & e^2 v^2 \Big(\Delta \mathscr{G}_a^{(1,e)}(t,t')\, \mathscr{G}_F^{(1,h)}(t,t') + \Delta \mathscr{G}_a^{(1,h)}(t,t')\, \mathscr{G}_F^{(1,e)}(t,t') \\ & + \Delta \mathscr{G}_b^{(1,e)}(t,t')\, \mathscr{G}_F^{(1,h)}(t,t') + \Delta \mathscr{G}_b^{(1,h)}(t,t')\, \mathscr{G}_F^{(1,e)}(t,t') \\ & + \Delta \mathscr{G}_b^{(1,e)}(t,t')\, \Delta \mathscr{G}_a^{(1,h)}(t,t') + \Delta \mathscr{G}_b^{(1,h)}(t,t')\, \Delta \mathscr{G}_a^{(1,e)}(t,t') \Big) \end{aligned} \tag{4.6}$$

Physiquement, on peut décomposer cette expression en trois contributions: la première ligne correspond au bruit HBT de la source a seule et la deuxième ligne à celui de la source b seule. La somme de ces deux quantités sera notée ΔQ_{HBT} par la suite. Enfin, la troisième ligne introduit une contribution nouvelle qui encode les interférences à deux électrons sur la lame séparatrice provenant des deux sources d'électrons uniques. Cette dernière contribution est notée ΔQ_{HOM} dans la suite. Cette fois,

$$\Delta S_{\mathrm{I\,cc}} = 2T\,(1-T) \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}u \; \left[\overline{\Delta Q_{\mathrm{HBT}}(t+u,t)}^{t} + \overline{\Delta Q_{\mathrm{HOM}}(t+u,t)}^{t} \right]$$

Pour alléger l'écriture, on note $\Delta \overline{Q}_{\mathrm{HOM}}$ la contribution de ΔQ_{HOM} à l'intégrale et on définit de même $\Delta \overline{Q}_{\mathrm{HBT}}$.

Dans le paragraphe suivant, on montre que $\Delta S_{\mathrm{I\,cc}}$, mesure explicitement l'indiscernabilité des particules qui interfèrent sur la séparatrice.

Sonder l'enveloppe de paquets d'onde via l'expérience HOM

Dans le cas d'électrons injectés bien séparément au-dessus de la mer de Fermi, à température nulle, les expressions obtenues au paragraphe 1.3.4 page 32 conduisent à

$$\Delta Q_{\mathrm{HOM}}(t,t') = -e^2 v^2 \; (\phi_a^{\mathrm{e}*}(t) \phi_a^{\mathrm{e}}(t') \phi_b^{\mathrm{e}*}(t') \phi_b^{\mathrm{e}}(t) + \mathrm{c.c.})$$

et $$\Delta\overline{Q}_{\mathrm{HOM}} = -2e^2\, f \left| \int \mathrm{d}t\ \phi_a^{\mathrm{e}}(t)\phi_b^{\mathrm{e}*}(t) \right|^2 = -2e^2\, f\, |\langle \phi_b{}^{\mathrm{e}} | \phi_a^{\mathrm{e}} \rangle|^2 \tag{4.7}$$

Il apparaît que le terme d'interférence mesure le recouvrement entre les fonctions d'onde des particules incidentes sur la lame séparatrice. Pour deux électrons discernables $\langle \phi_b^{\mathrm{e}} | \phi_a^{\mathrm{e}} \rangle = 0$ et on retrouve le partitionnement classique aléatoire des deux particules. Au contraire, pour deux électrons indiscernables $\langle \phi_b^{\mathrm{e}} | \phi_a^{\mathrm{e}} \rangle = 1$. En raison du principe de Pauli, les deux électrons s'éjectent mutuellement chacun sur un bras de sortie différent et le bruit en courant s'annule. Notons que le terme d'interférence $\Delta\overline{Q}_{\mathrm{HOM}}$ est insensible au déphasage relatif entre les paquets d'onde. On retrouve ici l'intérêt profond de l'interféromètre HBT qui ne corrèle pas les amplitudes des champs mais plutôt leur module au carré et qui est donc indépendant des phases relatives entre les paquets d'onde qui interfèrent. Et de la même manière, ici

$$\Delta\overline{Q}_{\mathrm{HBT}} = 2e^2\, f \left| \int \mathrm{d}t\ \phi_i^{\mathrm{e}}(t)\phi_i^{\mathrm{e}*}(t) \right|^2 = 2e^2\, f$$

Pour évaluer l'effet HOM relativement au bruit HBT, on utilise la quantité

$$\Delta\overline{q} = \frac{\Delta\overline{Q}}{\Delta\overline{Q}_{\mathrm{HBT}}} = 1 + \frac{\Delta\overline{Q}_{\mathrm{HOM}}}{\Delta\overline{Q}_{\mathrm{HBT}}}$$

Pour des paquets d'onde identiques ($\phi_{a,b}^{\mathrm{e}} = \phi^{\mathrm{e}}$) mais retardés de τ l'un par rapport à l'autre, il vient

$$\Delta\overline{q}(\tau) = 1 - |\langle \phi_b{}^{\mathrm{e}} | \phi_a^{\mathrm{e}} \rangle|^2 = 1 - \left| \int \mathrm{d}t\ \phi^{\mathrm{e}}(t)\phi^{\mathrm{e}*}(t+\tau) \right|^2 \tag{4.8}$$

On note que $\Delta\overline{q}(0) = 0$ alors que pour τ grand, $\Delta\overline{q} \to 1$. Pour des valeurs intermédiaires, l'étude de $\Delta\overline{q}(\tau)$ permet de sonder la forme des paquets d'onde lorsqu'ils interfèrent sur la lame séparatrice. On peut s'en faire une intuition en considérant le cas d'un paquet d'onde exponentiel (typiquement ceux générés par les sources lorsque leur QPC est suffisamment pincé) de la forme

$$\phi^{\mathrm{e}}(t) = \frac{\Theta(t)}{\sqrt{\tau_e}}\, \mathrm{e}^{-t[\mathrm{j}\varepsilon_0/\hbar + 1/(2\tau_e)]}$$

où Θ est la fonction de Heaviside, ε_0 l'énergie à laquelle les électrons sont injectés au-dessus du niveau de Fermi (typiquement $\varepsilon_0 \simeq 0{,}7$ K), τ_e est le temps de sortie qui dépend de D et fixe la largeur du paquet d'onde. On obtient

$$\Delta\overline{q}(\tau) = 1 - \mathrm{e}^{-|\tau|/\tau_e}$$

On s'attend pour $\Delta\overline{q}$ à observer un creux s'annulant en $\tau = 0$ et remontant à 1 aux grands τ avec des flancs exponentiels. À température finie, les simulations montrent que $\Delta\overline{q}$ est faiblement affecté par la présence des excitations thermiques (ce qui rejoint les affirmations en conclusion du paragraphe 4.1.3). La figure 4.8 fournit un exemple d'une portion de courbe HOM enregistrée, qui sera analysée en détails au chapitre suivant.

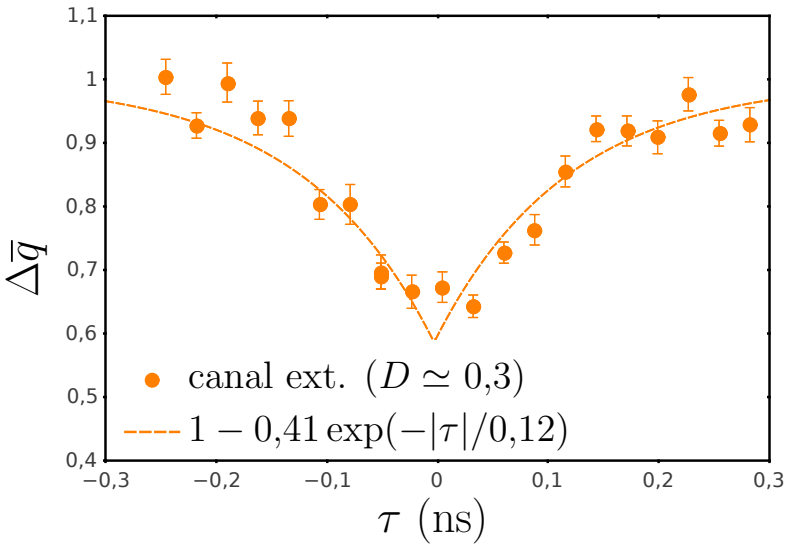

Figure 4.8: Mesures obtenues au voisinage de $\tau \simeq 0$ pour une excitation carré, boîte pincée.

On note un accord qualitatif avec la prédiction: on observe un creux avec une remontée exponentielle du bruit qui atteindre 1 lorsque τ s'éloigne de 0. Toutefois, le creux n'atteint pas $\Delta\overline{q} = 0$ lorsque $\tau \to 0$ (l'ajustement conduit à $\Delta\overline{q}(0) = 0{,}6$). Cet écart est interprété par l'effet de la décohérence des paquets d'onde électroniques au cours de leur propagation.

4.2.3 Sonder la décohérence grâce à l'expérience HOM

Un premier modèle *ad hoc*

Pour comprendre l'effet de la décohérence due à l'environnement sur l'excitation, le long de la distance de propagation ℓ jusqu'à la lame séparatrice, on introduit une fonction de décohérence $\mathscr{D}$ dans la fonction de corrélation du premier ordre qui prend alors la forme introduite dans Degiovanni *et coll.* [17]:

$$\Delta\mathscr{G}^{(1,e)}_{i,\mathscr{D}}(t,t') = \mathscr{D}(t,t')\,\Delta\mathscr{G}^{(1,e)}_{i}(t,t')$$

Un modèle simple de décohérence consiste à considérer la fonction de décohérence sous la forme

$$\mathscr{D}(t,t') = \mathrm{e}^{-|t-t'|/\tau_\mathrm{c}} = \mathscr{D}(t-t')$$

Une telle expression de la fonction de décohérence conduit à une extinction des cohérences (qui correspondent à $t \neq t'$) sur une durée caractéristique τ_c. Dans ce cas l'équation (4.8) doit être remplacée par

$$\Delta\overline{q} = 1 - \int \mathrm{d}t\,\mathrm{d}t'\ \mathscr{D}(t',t)\phi_1^\mathrm{e}(t)\phi_1^{\mathrm{e}*}(t')\,\mathscr{D}(t,t')\phi_2^\mathrm{e}(t')\phi_2^{\mathrm{e}*}(t)$$

Les paquets d'onde injectés par les sources sont toujours de la forme

$$\phi^\mathrm{e}(t) = \frac{\Theta(t)}{\sqrt{\tau_\mathrm{e}}}\,\mathrm{e}^{-t[\mathrm{j}\varepsilon_0/\hbar + 1/(2\tau_\mathrm{e})]}$$

et l'on prend $\phi_1^\mathrm{e}(t) = \phi(t)$ et $\phi_2^\mathrm{e}(t) = \phi(t+\tau)$ pour traduire que les sources sont déclenchées avec un retard algébrique τ de la source (1) par rapport à la source (2),

$$\begin{aligned}\Delta\overline{q} &= 1 - \int \mathrm{d}t\,\mathrm{d}t'\ \mathscr{D}^2(t'-t)\phi(t)\phi^*(t')\,\phi(t'+\tau)\phi^*(t+\tau)\\ &= 1 - \int_0^{+\infty}\mathrm{d}t \int_0^{+\infty}\mathrm{d}t'\ \mathrm{e}^{-2|t-t'|/\tau_\mathrm{c}}\,\frac{1}{{\tau_e}^2}\,\mathrm{e}^{-(t'+t+\tau)/\tau_\mathrm{e}}\end{aligned}$$

où l'on a supposé $\tau \geq 0$, sans perte de généralité. À l'aide des changements de variable $u = t - t'$ et $v = t + t'$, l'expression précédente se réécrit

$$\Delta\overline{q} = 1 - \frac{\mathrm{e}^{-\tau/\tau_e}}{2{\tau_\mathrm{e}}^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{d}u \int_{|u|}^{+\infty}\mathrm{d}v\ \mathrm{e}^{-2|u|/\tau_\mathrm{c}}\,\mathrm{e}^{-v/\tau_\mathrm{e}}$$

le facteur 1/2 étant lié au changement de variable. Après calcul, on obtient

$$\Delta\overline{q} = 1 - \frac{1}{1 + 2\,\tau_\mathrm{e}/\tau_\mathrm{c}}\,\mathrm{e}^{-\tau/\tau_\mathrm{e}} \tag{4.9}$$

On retrouve une expression qui rappelle celle obtenue au paragraphe précédent (en prenant $\tau_\mathrm{c} = 0$) mais cette fois le creux HOM n'atteint pas zéro en $\tau = 0$ et la durée caractéristique de la décohérence peut être directement évaluée à l'aide du contraste de la figure HOM.

Cette expression relativement simple s'avèrera utile pour interpréter les résultats expérimentaux du chapitre suivant. Il est intéressant de s'attaquer à comprendre le lien qui existe entre la fonction de décohérence et les interactions entre canaux. Pour ce faire, on exprime explicitement les effets de la décohérence à l'aide de la matrice S décrivant le couplage (voir chapitre précédent).

Cas d'une excitation carré à boîte ouverte

Dans le chapitre 2, il a été vu qu'en raison des interactions coulombiennes, des modes collectifs d'excitation existent dans les canaux de bord: il s'agit de magnéto-plasmons de bord qui sont des ondes de densité de charge. La compétition entre ces modes collectifs et la propagation d'une excitation élémentaire se traduit par la décohérence et la relaxation de la quasiparticule. Or, comme cela a été vu au chapitre 2, les interactions sont facilement décrites dans la représentation bosonique, c'est pourquoi on décompose une excitation générée par la source sur les modes bosoniques.

Par analogie avec l'optique quantique, une onde de densité de charge est décrite comme un état quasi-classique (c'est-à-dire un état cohérent) généré par les opérateurs déplacement $\hat{D}_\omega(\alpha_\omega)$ agissant sur le vide $|0_\omega\rangle$ du mode associé à la pulsation ω, et où α_ω est le paramètre qui encode l'amplitude de l'onde de densité de charge. Pour une excitation sinusoïdale de pulsation ω seul le mode $|0_\omega\rangle$ est excité. Pour un créneau à boîte ouverte, toutes les modes correspondants au fondamental et aux harmoniques sont excités, et l'état injecté au niveau de la source prend la forme:

$$\bigotimes_{\omega>0} \hat{D}_\omega |0_\omega\rangle = \bigotimes_{\omega>0} |\alpha_\omega\rangle$$

où α_ω est le paramètre de l'opérateur déplacement $\hat{D}_\omega(\alpha_\omega)$. En accord avec ce qui a été indiqué au début de ce chapitre, la mer de Fermi correspond au vide des modes bosoniques:

$$|F\rangle = \bigotimes_{\omega>0} |0_\omega\rangle$$

Dans le cas où les boîtes sont ouvertes, la portion de gaz qu'elles contiennent est fortement couplée au canal de bord et la charge émise n'est pas quantifiée. On excite alors les canaux de bord de la même manière que dans le chapitre 2, mais en générant une superposition de magnéto-plasmons de bord (en raison du contenu fréquenciel d'une excitation de forme créneau). L'état créé est un état cohérent à la pulsation ω pour le canal externe et

$$|\Psi_a^{x=0}\rangle = \bigotimes_{\omega>0} |\alpha_\omega\rangle_1 \bigotimes_{\omega>0} |0_\omega\rangle_2$$

où $|...\rangle_i$ décrit l'état du système dans le canal i. Comme on l'a vu au chapitre 2, ce sont les éléments S_{11} et S_{21} de la matrice de couplage $[S]$, étudiés dans ce même chapitre, qui réglent le couplage. Ainsi, après propagation l'état prend la forme

$$|\Psi_a^{x=\ell}\rangle = \bigotimes_{\omega>0} |S_{11}(\ell,\omega)\alpha_\omega\rangle_1 \bigotimes_{\omega>0} |S_{21}(\ell,\omega)\alpha_\omega\rangle_2$$

Cet état reste factorisable après propagation ce qui est essentiel (comme on va le voir) en comparaison du cas discuté dans les paragaphes suivant d'une excitation résolue en énergie.

Modélisation d'une émission de charge unique

On suppose maintenant la boîte pincée (mais toujours excitée à l'aide d'un signal carré). Cette situation correspond à l'injection d'une charge unique résolue en énergie (c'est le cas présenté au paragraphe 1.3.4 page 32). Dans cette description, l'état du système (formé des canaux (1) et (2)) après injection de l'excitation par la source sur le bras a s'écrit, d'après la thèse de Charles Grenier [27],

$$|\Psi_a^{x=0}\rangle = \left\{ \int \mathrm{d}y\ \phi_a^{\mathrm{e}}(y) \bigotimes_{\omega>0} |\alpha_\omega(y)\rangle_1 \right\} \bigotimes_{\omega>0} |0_\omega\rangle_2 \tag{4.10}$$

avec cette fois $\alpha_\omega(y) = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\, y/v}/\sqrt{\omega}$. On remarque que l'état initial (qui est décrit comme une superposition cohérente d'états cohérents) est un état factorisé. L'état en sortie s'obtient formellement simplement en utilisant les éléments de la matrice de diffusion introduite au chapitre 2,

$$|\Psi_a^{x=\ell}\rangle = \int \mathrm{d}y\ \phi_a^{\mathrm{e}}(y) \bigotimes_{\omega>0} |S_{11}(\ell,\omega)\alpha_\omega(y)\rangle_1 \bigotimes_{\omega>0} |S_{21}(\ell,\omega)\alpha_\omega(y)\rangle_2 \tag{4.11}$$

Cet état est bien différent d'un électron unique et contient des excitations résultant des interactions entre l'excitation initiale et la mer de Fermi. Au niveau de la lame séparatrice, l'état n'est plus factorisable. Ainsi, l'injection d'une particule unique au niveau de la source entraîne l'apparition d'un état complètement différent qui s'intrique avec l'environnement au fil de sa propagation.

Dans la mesure où les interférences à deux particules sont réalisées au sein d'un même canal de bord (par exemple le canal de bord externe), il faut tracer sur l'environnement (dans ce cas, le canal de bord interne) pour estimer l'effet de l'intrication à l'environnement sur la cohérence. La forme de $|\Psi_a^{x=\ell}\rangle$ montre que la cohérence se dilue dans l'intrication. Un état de type particule unique est donc fortement sensible à la décohérence, alors que l'état présenté au paragraphe précédent (cas d'une superposition d'ondes magnéto-plasmon) reste factorisable. Cela signifie qu'une excitation créneau, boîte ouverte sur un canal de bord est beaucoup plus

robuste à la décohérence qu'un état décrivant une particule injectée au dessus de la mer de Fermi. Cette différence sera analysée expérimentalement au prochain chapitre.

Relaxation d'une excitation électronique résolue en énergie

Pour se donner une image de l'effet de la décohérence, supposons la particule injectée par la source bien résolue en énergie à l'énergie $\hbar\omega_0$ et séparée énergétiquement de la mer de Fermi. La source est alors fortement pincée. L'état généré par la source s'écrit:

$$|\Psi_a^{x=0}\rangle = \left\{ \int \mathrm{d}y \, \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_0 y/v}}{\sqrt{\ell}} \bigotimes_{\omega>0} |\alpha_\omega(y)\rangle_1 \right\} \bigotimes_{\omega>0} |0_\omega\rangle_2$$

où ℓ est la longueur de propagation. Après propagation, on obtient l'état

$$|\Psi_a^{x=\ell}\rangle = \int \mathrm{d}y \, \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_0 y/v}}{\sqrt{\ell}} \bigotimes_{\omega>0} |S_{11}(\ell,\omega)\alpha_\omega(y)\rangle_1 \bigotimes_{\omega>0} |S_{21}(\ell,\omega)\alpha_\omega(y)\rangle_2$$

Pour estimer la ressemblance entre ces deux états, on exprime le produit scalaire $\langle\Psi_a^{x=0}|\Psi_a^{x=\ell}\rangle$:

$$\langle\Psi_a^{x=0}|\Psi_a^{x=\ell}\rangle = \int \mathrm{d}y \, \mathrm{d}y' \, \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_0 (y-y')/v}}{\ell} \prod_{\omega>0} \langle\alpha_\omega(y')|S_{11}(\ell,\omega)\alpha_\omega(y)\rangle\langle 0_\omega|S_{21}(\ell,\omega)\alpha_\omega(y)\rangle$$

D'après la formule de Baker-Hausdorff, pour deux états cohérents $|\alpha_\omega\rangle$ et $|\beta_\omega\rangle$, le produit scalaire $\langle\alpha_\omega|\beta_\omega\rangle$ s'écrit

$$\langle\alpha_\omega|\beta_\omega\rangle = \exp\left\{ -\frac{|\alpha_\omega - \beta_\omega|^2}{2} + \mathrm{j}\,\mathrm{Im}(\alpha_\omega^*\beta_\omega) \right\}$$

Il s'ensuit que

$$\langle 0_\omega|S_{21}(\ell,\omega)\alpha_\omega(y)\rangle = \exp\left\{ -\frac{|S_{21}(\ell,\omega)|^2}{2\omega} \right\}$$

et

$$\langle\alpha_\omega(y')|S_{11}(\ell,\omega)\alpha_\omega(y)\rangle = \exp\left\{ -\frac{|1 - S_{11}(\ell,\omega)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega(y-y')/v}|^2}{2\omega} + \mathrm{j}\,\mathrm{Im}\big(S_{11}(\ell,\omega)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega(y-y')/v}\big) \right\}$$

qui, en utilisant la relation $|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1$, conduit, après calcul, à l'expression

$$\langle \alpha_\omega(y')|S_{11}(\ell,\omega)\alpha_\omega(y)\rangle\langle 0_\omega|S_{21}(\ell,\omega)\alpha_\omega(y)\rangle = \exp\left\{\frac{1}{\omega}\left(S_{11}(\ell,\omega)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega(y-y')/v}-1\right)\right\}$$

Ainsi, $\langle \Psi_a^{x=0}|\Psi_a^{x=\ell}\rangle$ prend la forme, à la limite continue pour ω:

$$\langle \Psi_a^{x=0}|\Psi_a^{x=\ell}\rangle = \int \mathrm{d}y\,\mathrm{d}y'\,\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_0(y-y')/v}}{\ell}\,\exp\left\{\int_0^{+\infty}\frac{\mathrm{d}\omega}{\omega}\left(S_{11}(\ell,\omega)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega(y-y')/v}-1\right)\right\}$$

L'intégrande ne dépend que de la quantité $z = (y-y')/v$. On peut effectuer un changement de variable. Il apparaît alors que $\langle \Psi_a^{x=0}|\Psi_a^{x=\ell}\rangle = \mathscr{Z}$ avec

$$\mathscr{Z} = \int \mathrm{d}z\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega_0 z}\,\exp\left\{\int_0^{+\infty}\frac{\mathrm{d}\omega}{\omega}\left(S_{11}(\ell,\omega)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega z}-1\right)\right\}$$

D'après Degiovanni *et coll.*[16], ce coefficient $\mathscr{Z}$ est le poids spectral du pic de quasi-particule (car le produit scalaire compare l'état après propagation à l'état initial). L'évolution de la quasi-particule est encodé dans l'élément de matrice S_{11}. Des calculs numériques permettent alors d'établir qu'au fil de la propagation, des paires électron-trou de basse énergie sont générées et $\mathscr{Z}$ diminue. Cela signifie que la particule injectée est peu à peu détruite par les interactions coulombiennes avec la mer de Fermi et la décohérence liée à l'environnement du canal (ici le canal de bord interne). De manière simple, on peut écrire, dans ce cas, que

$$\delta n_{\omega_0}(\omega) = \delta n_{\omega_0}^{\mathrm{relax}}(\omega) + \mathscr{Z}\,\delta(\omega-\omega_0)$$

où $\delta n_{\omega_0}^{\mathrm{relax}}(\omega)$ est l'ensemble des quasi-particules générées et issues de la relaxation de l'électron injecté. Schématiquement, une aile de relaxation apparaît au pied du pic de quasi-particule. Cette aile nourrit alors une queue d'excitations à plus basse énergie dans l'environnement ou de paires électron-trou dans la mer de Fermi (voir figure 4.9).

Ce calcul montre formellement que la connaissance de l'élément de matrice $S_{11}(\ell,\omega)$ (obtenu grâce aux mesures présentées au chapitre 2) permet de connaître l'évolution de la particule injectée et appréhender sa destruction au fil de la propagation par les interactions coulombiennes!

Expression de la fonction de décohérence

En utilisant des calculs analogues, on peut exprimer la fonction de décohérence à l'aide des éléments de la matrice de diffusion. Notons $\hat{\rho}$ la matrice densité du système après la longueur ℓ de propagation, alors

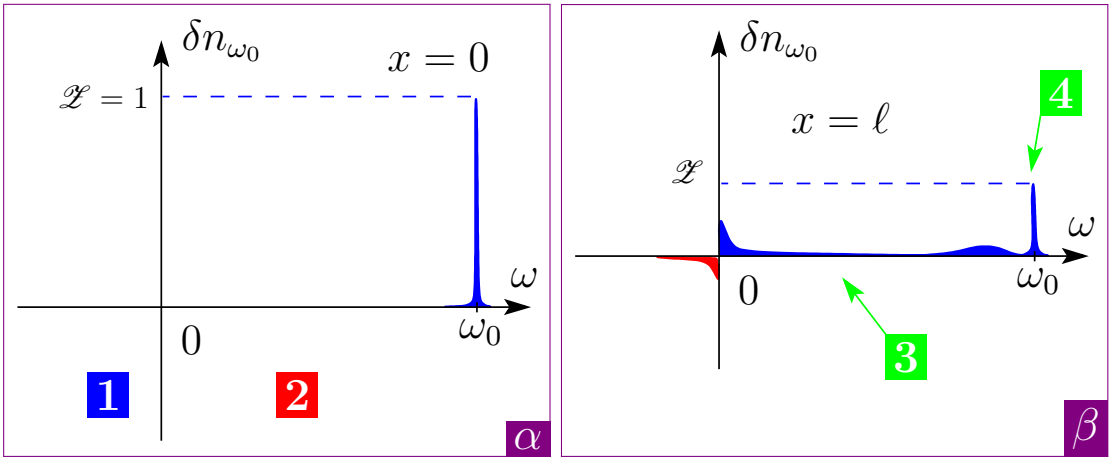

Figure 4.9: Vie et mort d'un électron au fil de la propagation. Vignette α : l'électron est injectée à l'énergie $\hbar\omega_0$. $\omega_0 > 0$ correspond aux états situés au dessus de la mer de Fermi (zone 2); $\omega_0 < 0$ correspond aux états sous le niveau de Fermi (zone 1). Vignette β : après la distance ℓ de propagation. 3 queue de relaxation, 4 résidu de l'électron.

$$\hat{\rho}(\ell) = \int \mathrm{d}y\,\mathrm{d}y'\ \phi_a^{\mathrm{e}}(y)\phi_a^{\mathrm{e}*}(y') \bigotimes_{\omega>0} |S_{11}(\ell,\omega)\alpha_\omega(y)\rangle\langle S_{11}(\ell,\omega)\alpha_\omega(y')| \bigotimes_{\omega>0} |S_{21}(\ell,\omega)\alpha_\omega(y)\rangle\langle S_{21}(\ell,\omega)\alpha_\omega(y')|$$

Mesurer le canal externe sur la lame séparatrice, revient à étudier la matrice densité partielle obtenue en traçant la matrice densité sur le canal interne:

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_{a1}(\ell) &= \mathrm{Tr}_2(\hat{\rho}) \\ &= \int \mathrm{d}y\,\mathrm{d}y'\ \phi_a^{\mathrm{e}}(y)\phi_a^{\mathrm{e}*}(y')\mathscr{D}_{\mathrm{env}}(y/v, y'/v) \bigotimes_{\omega>0} |S_{11}(\ell,\omega)\alpha_\omega(y)\rangle\langle S_{11}(\ell,\omega)\alpha_\omega(y')|\end{aligned}$$

$\mathscr{D}_{\mathrm{env}}^{\mathrm{ext}}$ est la fonction qui mesure la décohérence de l'excitation due à son environnement pour le canal externe. Exprimons cette fonction en traçant sur l'environnement:

$$\mathscr{D}_{\mathrm{env}}^{\mathrm{ext}}(y/v, y'/v) = \prod_{\omega>0} \langle S_{21}\alpha_\omega(y')|S_{21}\alpha_\omega(y)\rangle \tag{4.12}$$

à la limite continue pour ω, $\mathscr{D}_{\mathrm{env}}$ prend la forme:

$$\mathscr{D}_{\mathrm{env}}^{\mathrm{ext}}(z/v) = \exp\left\{\int_0^{+\infty} \frac{\mathrm{d}\omega}{\omega} |S_{21}(\ell,\omega)|^2 \left(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega z/v} - 1\right)\right\}$$

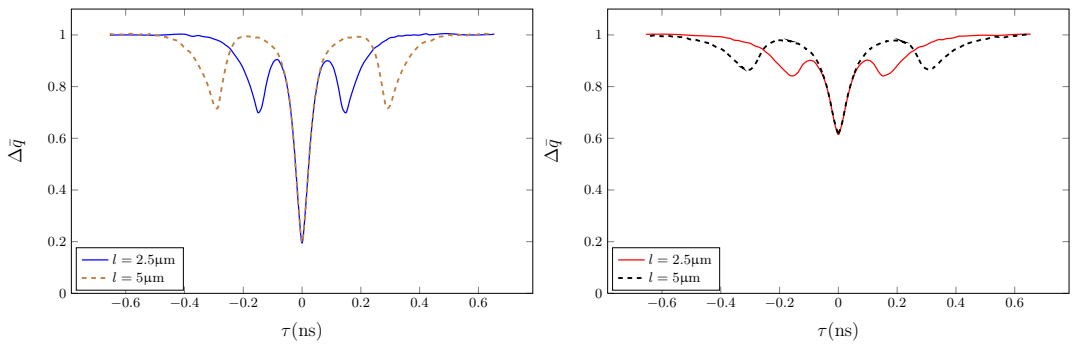

Figure 4.10: Prédiction théorique pour le creux HOM à température finie extraite de Wahl *et coll.* [74]. À gauche: temps de sortie $\tau_e = 22$ ps et particule émise à l'énergie 0,175 K. À droite: temps de sortie $\tau_e = 44$ ps et particule émise à l'énergie 0,7 K.

où $z = y - y' = v(t - t')$. C'est cette fonction qui intervient dans la décohérence pour l'expérience HOM entre les canaux externes. [1]

Cette expression formelle a certes le mérite de relier la décohérence aux paramètres de la matrice de couplage mais son évaluation requiert des outils de simulation plus lourds que l'utilisation de l'expression *ad hoc* proposée page 4.9. Nos collaborateurs du groupe de l'École normale supérieure de Lyon ont montré que dans la limite où l'excitation est émise bien séparément de la mer de Fermi et que la quasi-particule injectée n'est pas complètement détruite après la longueur de propagation, l'expression *ad hoc* constitue une bonne approximation. Cela justifie l'utilisation de ce modèle simple dans le chapitre suivant (des comparaisons avec les simulations complètes sont également effectuées, voir figure 5.30 page 156). Ces résultats, obtenus en se plaçant à température nulle, montrent que même en l'absence d'effet thermique, la décohérence est présente. La température peut être prise en compte dans la description de la bosonisation en pondérant chaque mode cohérent avec la distribution de Bose-Einstein. Dans ce cas, les calculs réalisés par nos collaborateurs du Centre de Physique Théorique de Marseille prédisent pour la figure HOM l'allure suivante présentée sur la figure 4.10 extraite de Wahl *et coll.* [74] (pour voir la comparaison entre théorie et expérience, c.f. figure 5.31 page 157). On observe une réduction du contraste du creux central ainsi que deux creux latéraux. Les creux latéraux sont reliés à la séparation en deux pulses (fractionalisation de la charge) liée aux inter-

[1] Au chapitre suivant, on réalisera également l'expérience HOM en faisant interférer les canaux de bord internes. Dans ce cas (de la même manière que précédemment), la fonction de décohérence s'écrit

$$\mathscr{D}_{\text{env}}^{\text{int}}(z/v) = \exp\left\{\int_0^{+\infty} \frac{\mathrm{d}\omega}{\omega} \left|S_{11}(\ell,\omega)\right|^2 \left(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega z/v} - 1\right)\right\}$$

actions entre canaux et discutés au chapitre 2. Ces structures latérales résultant de la fractionalisation sont discutées plus en détail dans le chapitre suivant.

Chapter 5

Résultats expérimentaux de l'expérience HOM

Résumé du chapitre

Dans ce chapitre, après une présentation des techniques expérimentales nécessaires à la réalisation de l'expérience HOM (optimisation de la thermalisation des câbles, calibrations), les résultats de mesures sont présentés et interprétés à l'aide de l'analyse théorique. On exploite les interférences à deux électrons après propagation pour extraire des informations sur la décohérence d'une excitation. On s'interroge sur différentes origines potentielles de la décohérence

Sommaire

5.1 Réalisation expérimentale 128

5.1.1 Thermalisation des lignes de descente 129

5.1.2 Mesures basse-fréquence 132

5.1.3 Méthode d'estimation du temps de sortie des sources par des mesures RF 135

5.2 Courbe expérimentale de l'effet HOM et interprétation 137

5.2.1 Courbes HOM obtenues à $\nu = 2$ avec une excitation carré 137

5.2.2 Effet de la forme du signal d'excitation des sources 141

5.2.3 Pic électron-trou 149

5.3 Étude de causes de réduction du contraste de la figure HOM 150

5.3.1 Effet d'une dissymétrisation des durées d'émission des sources 150

5.3.2 Effet du bruit de grille 152

5.3.3 Effet d'une différence d'énergie entre les particules émises 153

5.3.4 Effet du temps de sortie et extraction de la durée caractéristique τ_c 154

5.1 Réalisation expérimentale

La figure 5.1 présente une image MEB de l'échantillon utilisé dans l'expérience HOM. On y retrouve des ingrédients essentiels pour les mesures: les contacts (3) et (4) servent respectivement aux mesures BF [voir chapitre 3] et RF; les électrodes de grille du QPC central et des boîtes. Tout ces ingrédients sont au cœur du premier paragraphe de ce chapitre, dans lequel je ferai constamment référence à la figure 5.1. On se place à facteur de remplissage $\nu = 2$. Après avoir discuté l'importance de la thermalisation des lignes électriques (en m'attardant en particulier sur celle qui permet d'appliquer un biais de tension), je présente la calibration de la mesure BF et l'évaluation de la température électronique. La technique d'estimation des temps de sortie des sources par une mesure RF est alors présentée. Enfin, la nécessité de la prise en compte des couplages entre les grilles des QPC est développée.

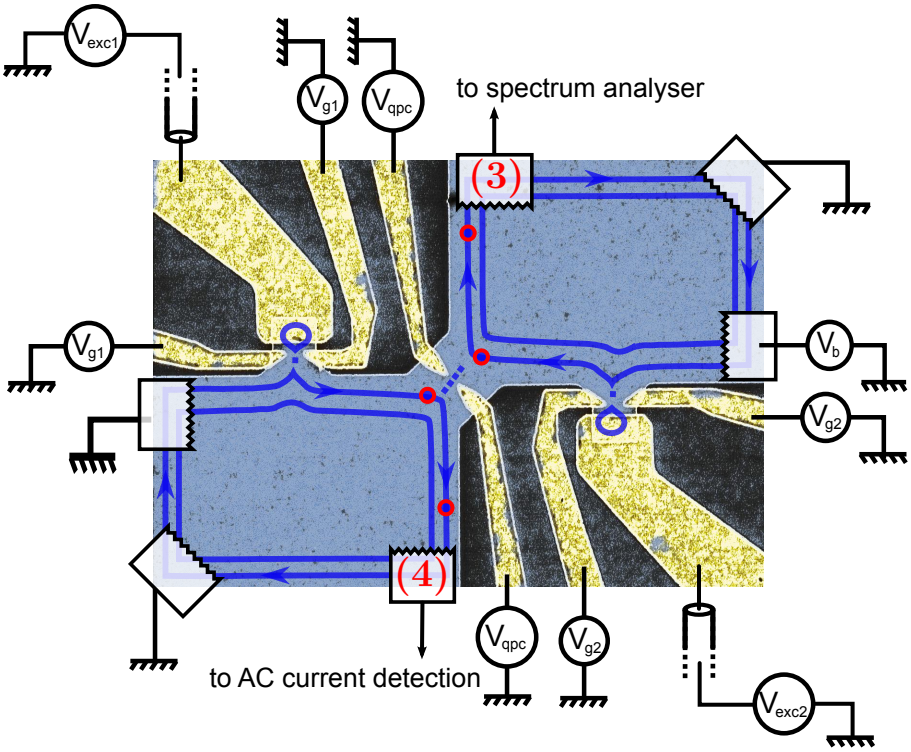

Figure 5.1: Image de l'échantillon. On y retrouve le QPC central dont les grilles sont portées au potentiel V_{qpc}. Les deux sources sont excitées par les électrodes de grilles au potentiel $v_{\text{exc}i}$ et dont le couplage au canal de bord externe est réglé via les grilles au potentiel $V_{\text{g}i}$ pour la source $i = 1; 2$. Les mesures BF sont effectuées à l'aide du contact (3) [voir chapitre 3] et les mesures RF, à l'aide du contact (4). Le contact ohmique permettant d'introduire un biais de tension est porté au potentiel noté V_{b}.

Au début de ma thèse, la température des électrons du gaz était estimée à 150 mK,

grâce aux méthodes présentées au paragraphe 5.1.2. Afin d'abaisser cette température, différentes techniques ont été envisagées. L'une d'entre-elles s'est avérée fructueuse. Ce sont les techniques de thermalisation et l'intérêt de l'ajout d'un pont diviseur de tension qui font l'objet de la partie suivante.

5.1.1 Thermalisation des lignes de descente

De 300 K à ... 100 mK

Pour pouvoir utiliser la quantification de la charge émise par la source, il importe de travailler à des températures telles que $T_{\text{elec}} \ll \Delta \simeq 1$ K, où Δ est l'écart énergétique (exprimé en Kelvin) entre les niveaux de la source et T_{elec} est la température des électrons du gaz. Cette condition sur la température s'avère bien plus restrictive que celle énoncée en introduction pour pouvoir travailler en régime d'effet Hall quantique. Il faut atteindre des températures inférieures à environ 100 mK. Pour ce faire, on utilise un réfrigérateur à dilution (comme cela a été présenté dans l'introduction) qui permet d'abaisser la température des phonons, mais il est essentiel de s'assurer que le gaz d'électrons est bien thermalisé à la température du bain de phonons. Différentes techniques sont mises à profit, selon que les lignes à thermaliser sont radio-fréquence ou basse fréquence. On cherche à optimiser les échanges thermiques entre les électrons et leur environnement, de manière à éviter que des électrons provenant des parties chaudes du circuit (à 300 K) n'atteignent l'échantillon sans avoir été refroidis. Ce refroidissement doit être le plus efficace possible lors de la traversée des différents étages du réfrigérateur (bain à 4 K, étage du pot 1 K, chambre de mélange) par les charges injectées.

La thermalisation des lignes basse fréquence (DC) est la moins contraignante: entre 4 K et le doigt froid (pièce qui connecte thermiquement l'échantillon à la chambre de mélange), on utilise des câbles résistifs en manganin (CuMnNi), d'un diamètre comparable à celui d'un cheveu (5.10^{-5} m) et de résistance linéique 2.10^2 Ω/m. De cette manière, on limite le flux thermique des zones chaudes vers les zones froides. Les électrons sont thermalisés aux étages du réfrigérateur via des pistes de cuivre déposées sur du kapton. On interrompt le fil de manganin et on intercale ces pistes sur lesquelles il est soudé. Le kapton est collé sur des plaques de cuivre dorées et arrimées aux étages du réfrigérateur. Entre 300 K et 4 K, des câbles coaxiaux Cryoforum sont utilisés. Ils présentent une capacité linéique à la masse d'environ 2.10^2 pF/m, pour une résistance linéique de 23 Ω/m. Tout compris les lignes DC présentent une résistance d'environ 140 Ω et une capacité à la masse de 300 pF. Cela conduit à une fréquence de coupure RC de l'ordre de quelques MHz.

Les lignes radio-fréquence doivent présenter une bande passante allant de 0 à quelques dizaines de GHz, ce qui est très large! Cela exclut l'utilisation de câbles résistifs qui introduiraient une coupure RC incompatible avec cette contrainte de bande passante. Des câbles coaxiaux de types K sont utilisés tout au long de la ligne de descente et la thermalisation est réalisée à l'aide d'atténuateurs XMA et de mâchoires métalliques enserrant les câbles et répartis entre les différents étages du réfrigérateur (pour plus de détails, on pourra se reporter à la thèse de Julien Gabelli [24]).

Ajout d'un diviseur de tension

Les lignes DC sont utilisées pour polariser des électrodes de grille de QPC ou pour injecter un flot continu d'électrons via un contact ohmique sur le gaz qui permet l'introduction d'un biais de tension. Concentrons-nous sur ce dernier aspect. Nous utilisons ce biais pour la détermination de la température du gaz, et du facteur de remplissage. Une fois ces tests réalisés, le contact ohmique n'est plus utilisé. On le connecte à la masse. Au début de ma thèse, cela ne pouvait être fait qu'en connectant un bouchon de masse en tête de cryostat. On constate expérimentalement que l'ajout d'un bouchon de masse en tête de cryostat entraîne une augmentation significative du niveau de bruit sur l'analyseur de spectre. Cela signifie que les électrons injectés par ce contact ohmique sont mal thermalisés avant d'atteindre le gaz, ils y entraînent un réchauffement du gaz. Les mesures montrent que les électrons ont une température de 150 mK dans la configuration initiale décrite sur la figure 5.2 alors que la chambre de mélange est à une température voisine de 50 mK.

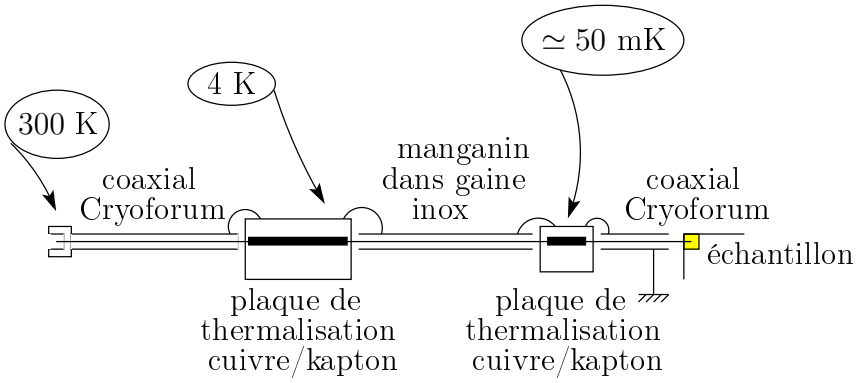

Figure 5.2: Schéma initial (au début de ma thèse) des lignes DC.

Pour abaisser la température électronique, le montage a été amélioré en apportant deux modifications: d'une part, en connectant l'âme de la ligne DC en sortie de la plaque de thermalisation la plus froide (celle à environ 50 mK), à la chambre de mélange, à l'aide d'un pont diviseur de tension fait d'un fil de manganin;

d'autre part, en interrompant le fil qui descend de cette plaque de thermalisation vers l'échantillon et en introduisant environ 50 cm de fil de manganin plaqué sur un cylindre de cuivre, pressé contre la chambre de mélange pour assurer la meilleure thermalisation du fil. Cette dernière amélioration permet de compenser la trop faible longueur de la piste de thermalisation en cuivre/kapton.

Revenons sur l'ajout du pont diviseur pour comprendre le choix des paramètres. Sur la ligne du biais DC, on ajoute au schéma 5.2, le générateur DC en série avec une résistance $R_0 \simeq 300$ kΩ en tête de cryostat, de manière à réaliser un générateur de courant. Le choix de la résistance de pont est un paramètre crucial du point de vue du bruit. Remarquons avant tout que pour connecter efficacement la masse froide et l'âme, il faut une résistance suffisamment faible. De ce point de vue, il semble essentiel que la résistance de pont R_{pont} vérifie $R_{\text{pont}} \ll 10$ kΩ.

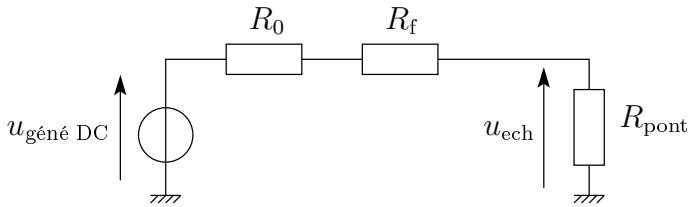

Figure 5.3: Schéma du circuit électrique pour décrire la ligne DC du biais en présence du pont diviseur soudé à la chambre de mélange.

Pour estimer la valeur de la résistance de pont, adoptons le modèle présenté figure 5.3 dans lequel on néglige la résistance de l'échantillon en parallèle de R_{pont} puisque $R_{\text{pont}} \ll 10$ kΩ. Le bruit en courant au niveau de l'échantillon, dû à la résistance R_0 placée en tête de cryostat à 300 K doit rester inférieur au bruit dû à la résistance de pont à la température $\simeq 100$ mK, en sorte que c'est la résistance de pont qui fixe le bruit. Soit

$$4\, k_{\text{B}} T_{300\,\text{K}}\, R_0 \left(\frac{R_{\text{pont}}}{R_0}\right)^2 \ll 4\, k_{\text{B}} T_{0,1\ \text{K}}\, R_{\text{pont}}$$

Cette relation se réécrit

$$R_{\text{pont}} \ll \frac{T_{0,1\ \text{K}}}{T_{300\,\text{K}}}\, R_0 = 1.10^2\ \Omega$$

On note que l'on a intérêt à choisir R_0 la plus grande possible (d'où le choix de 300 kΩ et l'intérêt de laisser le circuit ouvert en tête de cryostat lorsque le biais n'est pas utilisé et c'est la résistance de pont qui permet la connection à la masse du contact du biais).

$R_{\text{pont}} \simeq 14\ \Omega$ a été choisi. Cette résistance est réalisée à partir d'un fil d'un peu moins de 10 cm (cette longueur reste suffisante pour pouvoir souder facilement le fil à la masse froide d'une part et aux pistes de cuivre, d'autre part).

5.1.2 Mesures basse-fréquence

On a vu dans le chapitre introductif que la transmission du QPC central en fonction de V_{qpc} peut être calibrée à l'aide d'une mesure basse-fréquence. En pratique, la transmission du QPC central n'est pas seulement déterminée par le potentiel V_{qpc}. Les potentiels $V_{\text{g}i}$ peuvent également influencer la transmission du QPC central par influence. Réciproquement V_{qpc} modifie la transmission des QPC des boîtes. Cet effet doit impérativement être pris en compte: une variation de V_{qpc}, à $V_{\text{g}i}$ fixés, modifie les transmissions des boîtes. Il importe de déterminer ces couplages. C'est l'objet du paragraphe suivant.

Détermination des couplages entre grilles du QPC et des sources

Une détermination précise des temps de sortie requiert la prise en compte du couplage par influence entre le pincement des boîtes et les grilles du QPC central. En effet, afin de collecter un maximun de signal et de faciliter l'ajustement, la mesure de la première harmonique du courant est effectuée à QPC central fermé pour le canal de bord externe (ou éventuellement interne selon la mesure souhaitée) pour la source située du même côté que le contact ohmique servant à la mesure par detection synchrone (source du côté gauche sur la figure 5.1), et QPC central ouvert pour l'autre source (à droite sur la figure 5.1). De ces mesures sont extraits les temps de sortie. Pour les mesures HOM, le QPC central est réglé à une transmission différente, proche de 1/2 pour le canal de bord partitionné. En raison du couplage, changer la valeur de V_{qpc} pour amener la transmission de 1 (ou 0) à 1/2, modifie les équipotentielles dans le gaz notamment au voisinage des QPC des sources et modifie donc la barrière de potentiel, i.e. la transmission des boîtes. Cet effet fausserait gravement les estimations des temps de sortie s'il n'était pas pris en compte.

Pour tenir compte du couplage entre une boîte et le QPC central, on réalise des mesures de courant dans le canal de bord étudié en fonction du potentiel de grille du QPC de la boîte (voir figure 5.4). Le décalage horizontal, observé lorsque l'on change le potentiel des grilles du QPC central, fournit une conversion qui est utilisée pour translater l'axe horizontal de la courbe des temps de sortie d'une source. Pour la boîte 1, figure 5.4, 500 mV sur un QPC correspond à un décalage de 0,28 mV sur l'autre QPC.

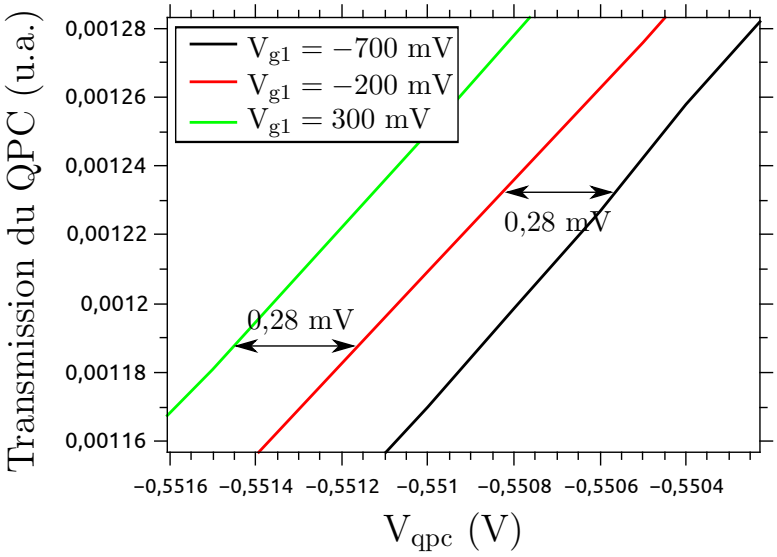

Figure 5.4: Exemple d'effet du couplage entre les grilles des QPC de la boîte 1 et du QPC central. On trace la transmission du QPC central en fonction du potentiel V_{qpc} des grilles du QPC pour différentes valeurs de potentiel V_{g1} des grilles de la boîte 1.

Dans les deux prochains paragraphes, je présente deux méthodes, consistant à mesurer du bruit BF, qui permettent de calibrer le cœfficient d'amplification de la ligne de remontée BF, ainsi que de déterminer la température du gaz d'électrons.

Méthode du croisement thermique

La première méthode consiste à enregistrer le bruit d'équilibre thermique de l'échantillon (voir chapitre 3) pour différentes températures imposées (par chauffage) de la chambre de mélange supérieures à la température de base. On utilise la ligne BF pour effectuer les mesures (voir figure 5.1). La puissance de bruit en courant, en autocorrélation conduit à une puissance de bruit intégrée PIB lue à l'analyseur de spectre:

$$PIB = \Gamma \frac{4}{R_{\text{K}}} k_{\text{B}} T \nu = \Gamma \frac{8}{R_{\text{K}}} k_{\text{B}} T$$

(car $\nu = 2$) où T est la température effective du gaz qui résulte d'une contribution T_{elec} correspondant à la température électronique lorsque la chambre de mélange est hypothétiquement à température nulle et d'un excès dû au chauffage de la chambre de mélange à la température T_{cm}. Empiriquement, on prend $T = \sqrt{{T_{\text{elec}}}^2 + {T_{\text{cm}}}^2}$ Dans la limite $T_{\text{elec}} \ll T_{\text{cm}}$, on retrouve $T \simeq T_{\text{cm}}$ et au contraire, tant que les électrons sont plus chaud que la chambre de mélange, $T \simeq T_{\text{elec}}$. Le facteur Γ permet d'accéder au gain de la chaîne de mesure puisqu'il contient l'aire sous la lorentzienne de la densité spectrale de bruit, dans la bande d'intégration choisie (fixé par la bande d'intégration), et le gain des amplificateurs (voir chapitre 3). Expérimentalement, on obtient la courbe présentée figure 5.5. L'ajustement conduit à $T_{\text{elec}} = 76 \pm 6$ mK et $\Gamma = (8{,}1 \pm 0{,}6).10^{19}$ $\text{V}^2.\text{A}^{-2}.\text{Hz}^{-1}$.

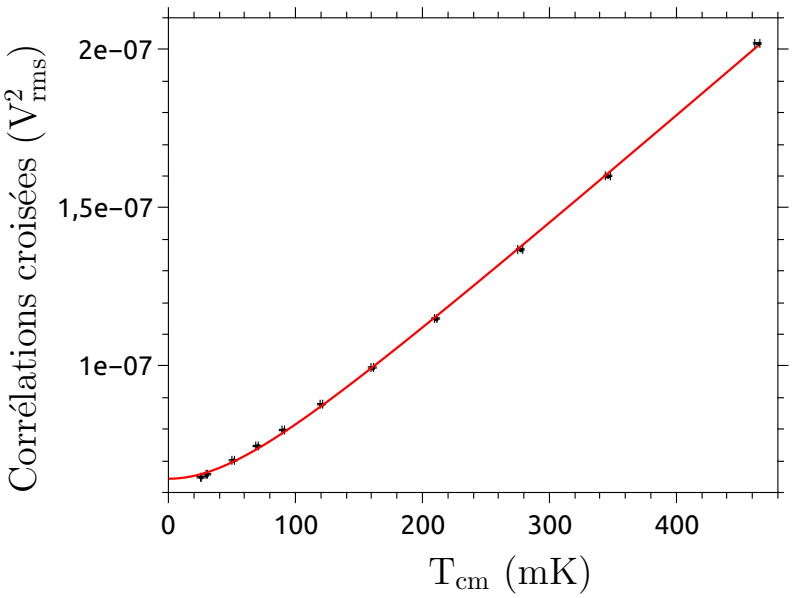

Figure 5.5: Courbe de calibration en température du gaz d'électrons obtenue en chauffant la chambre de mélange.

Bruit de partitionnement dû à un biais de tension

Une autre technique permettant de déterminer la température électronique est l'utilisation du bruit de partition d'une source DC (on utilise un biais de tension noté V_b, voir figure 5.1) par la lame séparatrice (bruit Schottky). Le contact ohmique au potentiel V_b est situé sur l'un des bras d'entrée de la lame séparatrice (voir figure 5.1). L'autre bras d'entrée est à la masse. Lorsque l'on mesure le bruit en courant sur le contact (3) en sortie de la lame, on obtient une expression de la forme

$$PIB = \Gamma \left[\frac{4\,k_\mathrm{B}T}{R_\mathrm{K}/\nu} + 2D\,(1-D)\frac{e^3 V_\mathrm{b}}{h} \left\{ \coth\left(\frac{eV_\mathrm{b}}{2k_\mathrm{B}T}\right) - \frac{2k_\mathrm{B}T}{eV_\mathrm{b}} \right\} \right]$$

où l'on a exceptionnellement noté D la transmission du QPC central, pour éviter toute confusion avec la température. Le premier terme est le bruit de Nyquist (déjà introduit au chapitre 3) qui est éliminé de nos mesures par soustraction. Le second terme est le bruit de grenaille (ou bruit de Schottky). En ajustant la courbe de la PIB en fonction de V_biais, on remonte à la température électronique et au coefficient d'amplification Γ. En pratique, on se place au voisinage de $D = 1/2$ pour maximiser le bruit Schottky. La figure 5.6 présente une calibration réalisée. La courbe présente un comportement asymptotique linéaire pour V_b élevé ce qui est attendu et s'applatit comme ${V_\mathrm{b}}^2$ lorsque $V_\mathrm{b} \to 0$. L'ajustement conduit à une température électronique de $T(V_\mathrm{b} = 0) = T_\mathrm{elec} = (93 \pm 17)$ mK et $\Gamma = (9{,}6 \pm 1{,}2).10^{19}$ $\mathrm{V}^2.\mathrm{A}^{-2}.\mathrm{Hz}^{-1}$ qui est en accord avec la valeur précédente.

Maintenant que j'ai discuté les calibrations de la ligne de mesure BF et la détermination de la température électronique, basées sur des mesures de bruit, je souhaite présenter

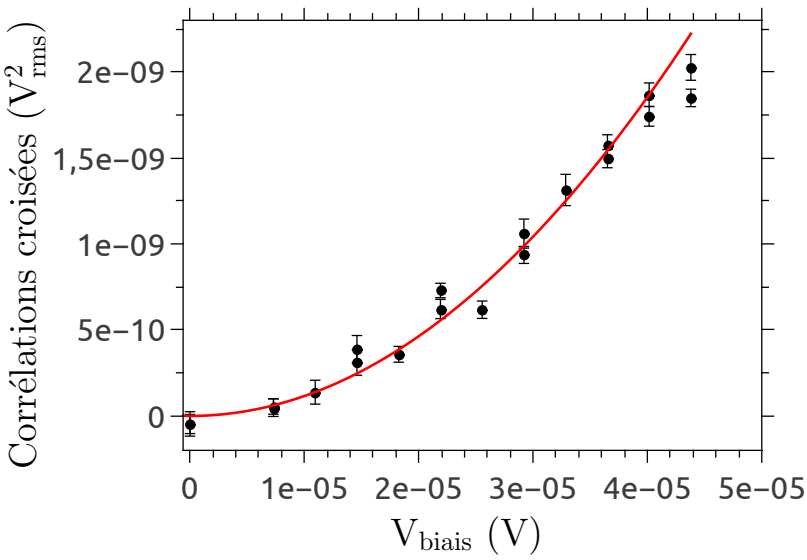

Figure 5.6: Courbe de calibration en température du gaz d'électrons utilisant un biais de tension DC.

les mesures de courant moyen RF qui permettent de calibrer les temps de sortie des sources.

5.1.3 Méthode d'estimation du temps de sortie des sources par des mesures RF

Comme on va le voir dans la suite, la détermination du temps de sortie est une étape cruciale pour régler les sources et étudier la décohérence. On observe un courant exponentiellement décroissant en temps (voir figure 1.16 page 27), ce qui est en accord avec les prédictions pour un créneau et on peut alors modéliser l'état généré par la source par la formule suivante:

$$\phi^{\mathrm{e}}(t) = \frac{\Theta(t)}{\sqrt{\tau_{\mathrm{e}}}}\,\mathrm{e}^{-t[\mathrm{j}\varepsilon_0/\hbar+1/(2\tau_{\mathrm{e}})]}$$

où ε_0 est l'énergie autour de laquelle l'électron est injecté. Dans le régime $\tau_{\mathrm{e}} < T/2$, à la tension d'excitation qui correspond à l'émission d'une charge par demi-période (régime d'injection, présenté au chapitre 1), cette expression conduit à un courant injecté de la forme

$$I(t) = \frac{-e}{\tau_{\mathrm{e}}}\,\mathrm{e}^{-t/\tau_{\mathrm{e}}}$$

dont l'amplitude complexe I_Ω de la première harmonique du courant vérifie

$$I_\Omega \propto \frac{\mathrm{j}\,\Omega}{1+\mathrm{j}\,\Omega\tau_{\mathrm{e}}}$$

Par conséquent, la mesure de l'amplitude et de la phase de la première harmonique permet d'accéder à τ_{e} via la formule:

$$\Omega\tau_{\mathrm{e}} = \frac{\mathrm{Re}(I_\Omega)}{\mathrm{Im}(I_\Omega)}$$

(pour un calcul détaillé dans un cadre plus général que le régime d'injection, se reporter à la thèse de François Parmentier [62]). C'est de cette manière que l'on accède au temps de sortie: on mesure les quadratures du courant à la pulsation fondamentale Ω (à l'aide de la détection synchrone). On remonte à $\mathrm{Re}(I_\Omega)$ et $\mathrm{Im}(I_\Omega)$ et ainsi à τ_{e}.

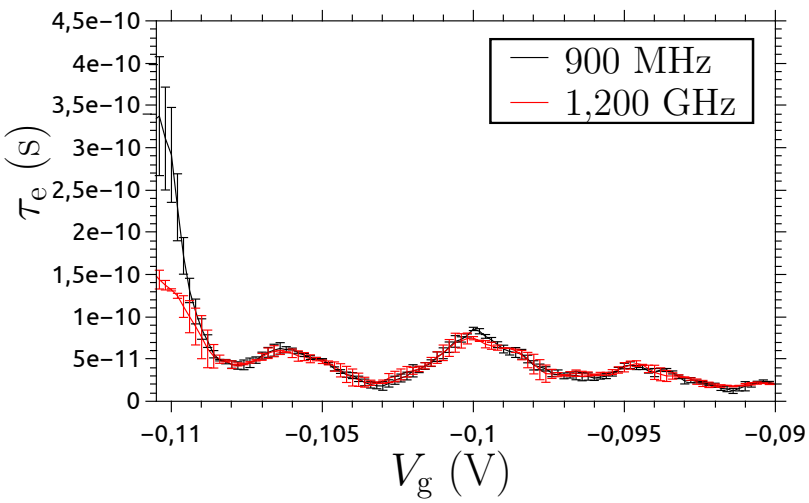

Figure 5.7: Temps de sortie τ_{e} de la boîte 2 en fonction de V_{g2} à transmission 1/2 du QPC central pour deux fréquences d'excitation: 1,2 GHz et 900 MHz. La courbe à 1,2 GHz est plus précise pour déterminer les petits temps de sortie alors que celle à 900 MHz est plus précise pour les grands temps de sortie.

Une telle courbe est présentée sur la figure 5.7. On note que la détermination de τ_{e} est difficile pour les faibles transmissions car pour D petit, le courant mesuré est faible et la sensibilité aux fluctuations introduit des incertitudes élevées sur la valeur mesurée (cet effet est particulièrement visible sur les courbes présentées au paragraphe 5.3.4). Remarquons que les deux fréquences d'excitation présentées conduisent à des temps de sortie apparemment différents, ce qui semble paradoxal. En fait, l'estimation des temps de sortie obtenue à 900 MHz pour $V_{\mathrm{g}} < -0{,}109$ V est fausse car la condition $\tau_{\mathrm{e}} < 1/(2f)$, où f est la fréquence d'excitation, (voir chapitre 1) n'est plus vérifiée.

Les calibrations préliminaires aux mesures ayant été introduites, on peut procéder à l'expérience HOM.

5.2 Courbe expérimentale de l'effet HOM et interprétation

Dans cette partie, je présente des résultats d'expériences HOM. Ils permettent de se représenter l'état d'une excitation après propagation et de confronter théorie (présentée au chapitre précédent) et expérience. Cette partie est découpée en deux temps: dans un premier temps, on partitionne le canal externe (puis interne) pour essayer de déceler la trace de la fractionalisation de la charge. Les mesures sont essentiellement effectuées à boîtes ouvertes ($D = 1$) avec une excitation créneau pour avoir la meilleure résolution temporelle. Dans un second temps, on se penche sur différentes causes potentielles de décohérence. Et on utilise l'effet du temps de sortie pour réaliser une comparaison quantitative entre expérience et modèle de décohérence d'une quasi-particule (voir paragraphe 4.2.3 page 116). Grâce aux mesures de courant hyperfréquence, on connaît déjà les paramètres de l'interaction entre les canaux (voir chapitre 2), ce qui permet de comparer complètement expérience et modèle (paragraphe 4.2.3 page 121).

5.2.1 Courbes HOM obtenues à $\nu = 2$ avec une excitation carré

Je présente d'abord les courbes de bruit HOM normalisé en auto-corrélation lorsque le canal externe est partitionné (figure 5.8), puis lorsque c'est le canal interne qui est partitionné (figure 5.9) pour une transmission $D = 1$ des QPC des sources. Rappelons que la source excite le canal externe seulement, tout comme au chapitre 2.

Le bruit HOM obtenu en partitionnant les canaux externes est tracé sur la figure 5.8. On observe une réduction du bruit lorsque le décalage temporel τ entre les sources tend vers 0. Lorsque τ s'écarte de 0, le bruit croît avec une croissance qui semble assez linéaire et qui peut rappeler la dépendance exponentielle prédite par la théorie (voir formule 4.9 page 117), mais en suivant des pentes différentes du côté $\tau > 0$ et du côté $\tau < 0$. On note une oscillation pour $|\tau| \simeq 0{,}3$ ns non attendue et une remontée du bruit au-dessus de $\Delta\overline{q} = 1$ (on mesure $\Delta\overline{q} \simeq 1{,}1$) lorsque $|\tau| \simeq T/2$ qui traduit qu'au voisinage de la demi-période, on enregistre plus de bruit que la somme des bruits des sources excitées séparément.

Sur la figure 5.9, on a tracé le bruit HOM résultant des interférences entre les courants portés par les canaux de bord internes au niveau du QPC central. Comme

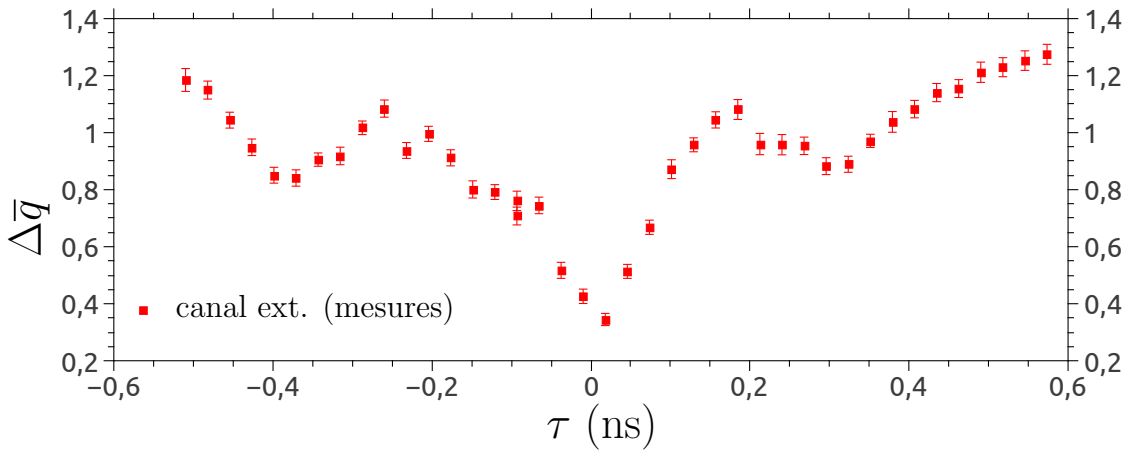

Figure 5.8: Bruit HOM normalisé obtenu en partitionnant les canaux de bord externes, à $D = 1$ en fonction du décalage temporel τ entre les sources. Les sources sont excitées à 0,900 GHz, à la tension d'injection (voir chapitre 1).

pour les canaux externes, on observe une réduction du bruit lorsque $\tau \to 0$. Cependant, on note que la largeur du creux n'est pas la même (cet effet est particulièrement visible sur la figure 5.19 page 145, par exemple). On observe également une première montée du bruit à $\Delta\overline{q} \simeq 1{,}1$ lorsque $|\tau| \simeq 140$ ps et une remontée pour $|\tau| \to T/2$ (avec $T = 1{,}11$ ns). En revanche, une seconde différence remarquable, par rapport au canal de bord externe, est la présence de deux oscillations dans la zone $|\tau| \simeq 0{,}1$ à 0,5 ns.

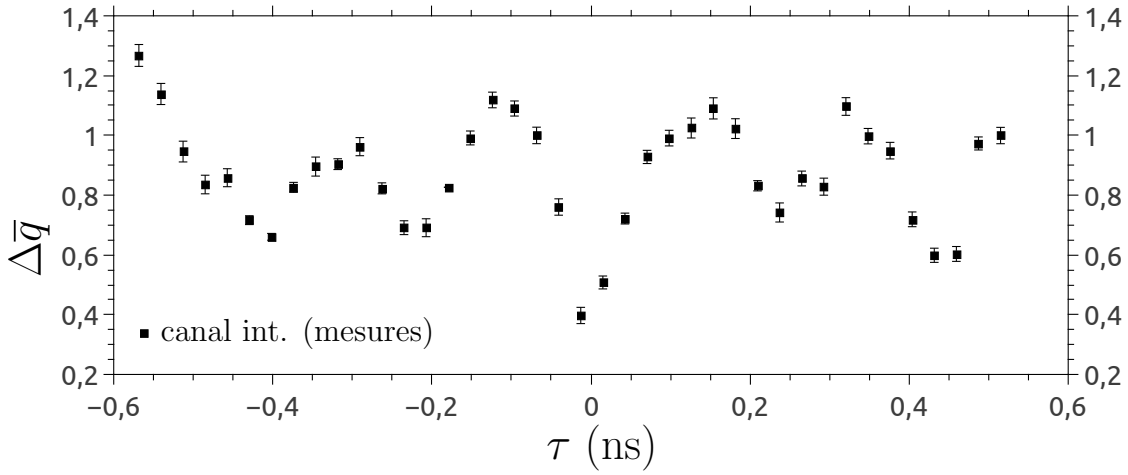

Figure 5.9: Bruit HOM normalisé obtenu en partitionnant les canaux de bord internes, à $D = 1$ en fonction du décalage temporel entre les sources. Les sources sont excitées à 0,900 GHz, à la tension d'injection (voir chapitre 1).

En pinçant les QPC des boîtes vers $D \simeq 0{,}3$ (tracé présenté sur la figure 5.10), on

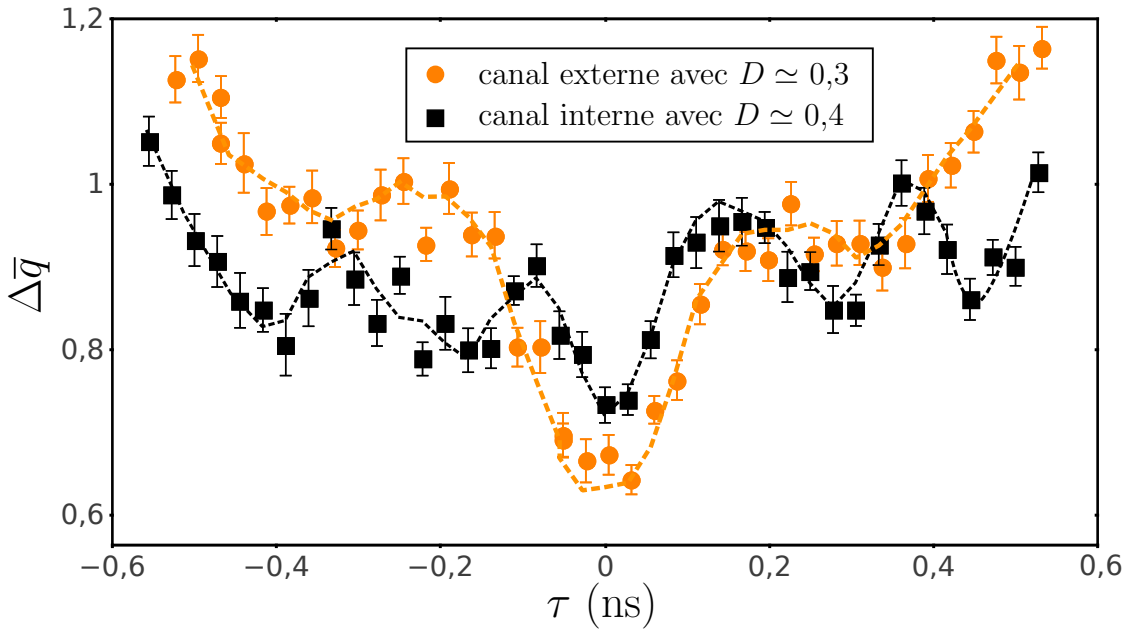

Figure 5.10: Bruit HOM normalisé obtenu en partitionnant les canaux de bord internes (resp. externe) en carrés noirs (resp. ronds oranges), à $D \simeq 0{,}3$ en fonction du décalage temporel entre les sources. Les courbes en pointillés sont des interpolations des points expérimentaux.

observe un phénomène frappant: une nette réduction du contraste pour les deux canaux qui passe de $\simeq 70\%$ à $D = 1$ à $\simeq 30\%$ pour $D \simeq 0{,}3$. On note la présence des deux oscillations sur le canal de bord interne et d'une seule oscillation sur le canal de bord externe. Le bruit sur le canal de bord externe remonte au-dessus de 1 lorsque $|\tau| \to T/2$. Une remontée est également observée sur le canal de bord interne lorsque $|\tau| \to T/2$ mais elle n'est pas aussi elevée que pour l'autre canal.

On note également qu'un ajustement exponentiel s'appuyant sur le modèle développé au paragraphe 4.2.3 page 116 conduit à une estimation de la largeur du creux HOM de 80 ps à $D = 1$ pour le canal de bord externe et à 40 ps pour le canal interne, dans les mêmes conditions, sur la figure 5.11. Cette différence est étonnante et ce d'autant plus que, d'après l'équation 4.9, on s'attend à ce que la largeur du creux HOM soit fixée par le temps de sortie des sources, qui est attendu à 17 ps à $D = 1$. En réalité, il faut également prendre en compte le temps de montée du créneau, voisin de 30 ps. Si cette valeur permet d'expliquer la largeur du creux HOM sur le canal interne, elle ne permet pas d'expliquer celle observée pour le canal externe. De la même manière (sur la figure 5.12), on mesure une largeur typique de 120 ps à $D \simeq 0{,}3$ pour le canal externe et 80 ps à $D \simeq 0{,}4$ pour le canal de bord interne alors que les mesures de première harmonique du courant conduisent à 90 ps (resp. 65 ps) à $D \simeq 0{,}3$ pour le canal de bord externe (resp. $D \simeq 0{,}4$ pour le canal de bord

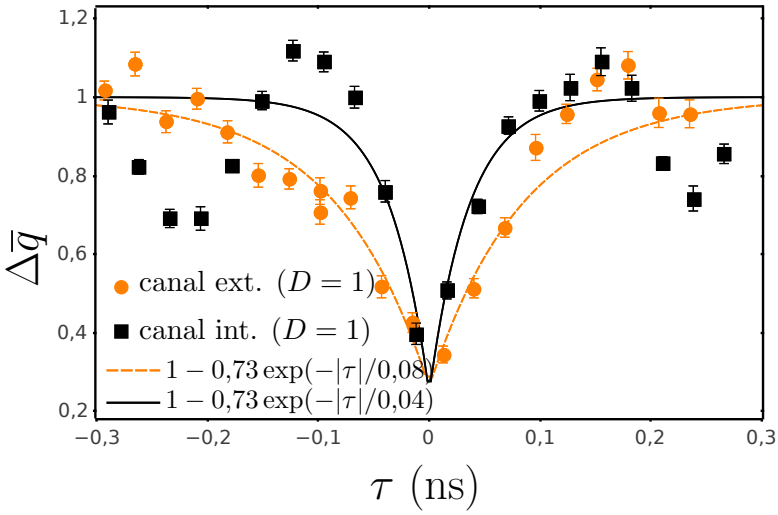

Figure 5.11: Zoom autour de $\tau = 0$ à transmission 1 des QPC des boîtes.

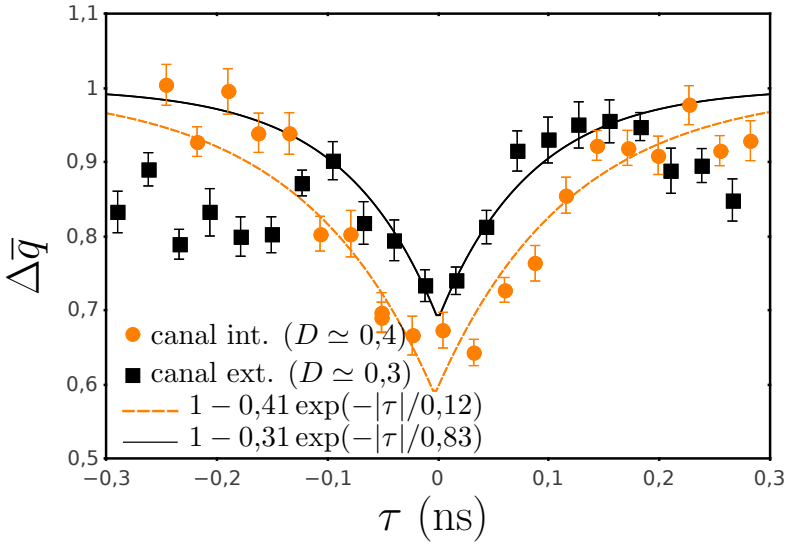

Figure 5.12: Zoom autour de $\tau = 0$ à transmission $\simeq 0{,}3 - 0{,}4$ des QPC des boîtes.

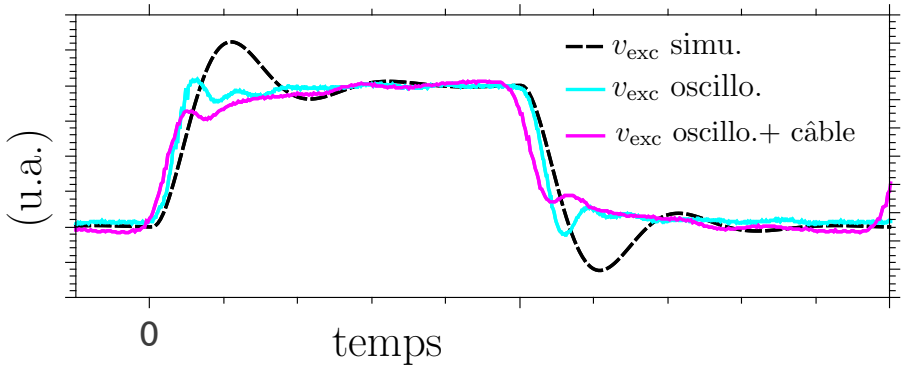

Figure 5.13: Signal mesuré à l'oscilloscope rapide généré en sortie de la source Anritsu MT1810A (courbe cyan); après 3 m de câble (courbe rose); courbe utilisée pour les simulations (tracé en noir). On observe des rebonds.

interne).

Ces résultats paradoxaux suggèrent qu'une autre durée que τ_{e}, ou que le temps de montée des créneaux d'excitation, doit être prise en compte pour analyser la figure d'interférence. Pour le comprendre, il faut revenir aux modes propres de la propagation et analyser la forme des excitations dans les canaux de bord en terme de ces modes.

5.2.2 Effet de la forme du signal d'excitation des sources

L'observation à l'oscilloscope des créneaux générés pour la source radio-fréquence Anritsu MT1810A, utilisée pour exciter les sources au niveau de l'échantillon (voir figure 5.13) montre que le signal d'excitation des boîtes est loin d'être un carré parfait, aux fréquences de travail (proches de 1 GHz). Il correspond plutôt à la réponse indicielle d'un système du second ordre faiblement amorti avec une durée de montée d'environ 30 ps. En particulier, on observe clairement quelques rebonds et la tension v_{exc} possède une allure proche de celle présentée sur la figure 5.14 qui est une simulation. Les observations à l'oscilloscope des pulses de la source Anritsu conduisent à des rebonds d'amplitude moins marquée que sur cette simulation. Les paramètres de simulation sont choisis pour optimiser l'accord entre mesures et simulations pour les courbes HOM (voir plus loin, figures 5.18 et 5.19). Pour pouvoir réaliser une analyse fine, il faudrait connaître la tension effectivement appliquée sur les grilles d'excitation (qui prend en compte la réponse des lignes de transmission), c'est pourquoi on utilise des simulations pour réaliser un dépouillement quantitatif des courbes HOM. Les rebonds ont une récupercution sur la figure d'interférence.

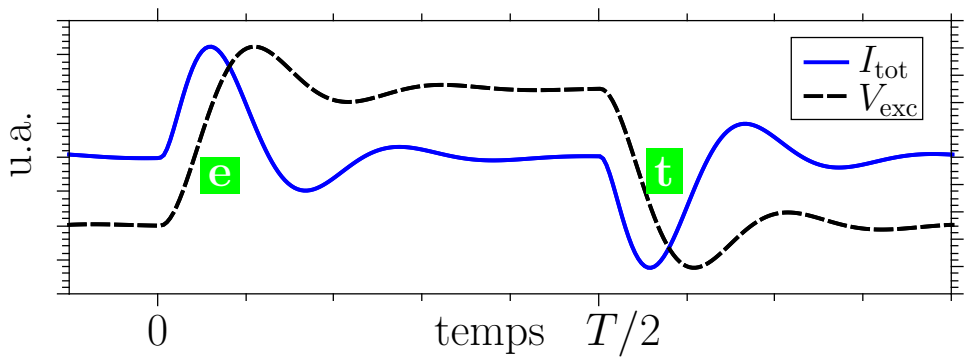

Figure 5.14: Courbe simulée de la tension d'excitation du canal externe par la source (pointillés noirs). Courant résultant dans le canal externe au niveau de la source (trait bleu) à $D = 1$. La zone e correspond à une excitation de type électron, la zone t à une excitation de type trou. Ces simulations sont obtenues en prenant une fonction de la forme $\exp(-t/\tau_1)\,\cos(2\pi\, t/\tau_2)$ plus une constante pour chaque demi-période de durée $T/2$ avec $T/\tau_2 = 5$, $\tau_2/\tau_1 = 2{,}3$.

Pour le comprendre, on réalise la simulation présentée sur la figure 5.15 obtenue en décomposant le pulse de courant généré dans le canal de bord externe au niveau de la source par une excitation en tension de la forme présentée sur la figure 5.14, sur les modes propres de la propagation.

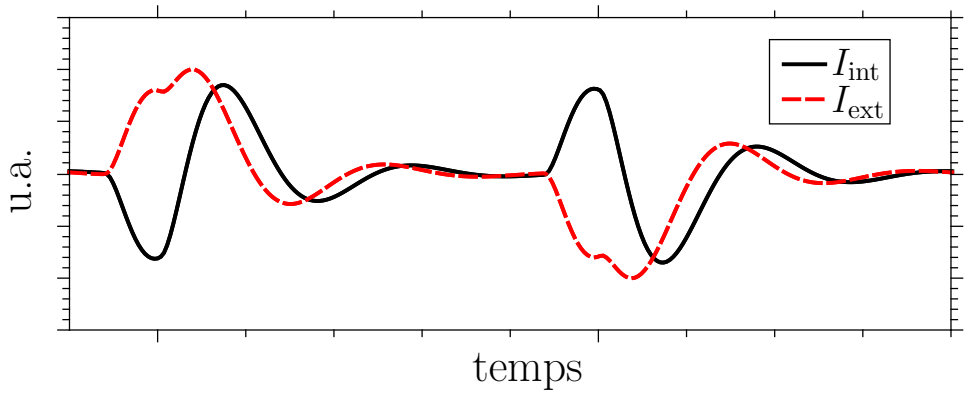

Figure 5.15: Courbe simulée du courant dans le canal externe (pointillés rouges) et dans le canal interne (trait noir) après la longueur ℓ de propagation. Le courant injecté est celui donné par la figure 5.14. On peut interpréter ces courbes à l'aide de la figure 5.16 p 143. Le décalage introduit correspond à $\tau_{\mathsf{s}} = 70$ ps soit $T/\tau_{\mathsf{s}} \simeq 15$.

Après la longueur ℓ de propagation, la décomposition en modes neutre et chargé (voir figure 5.16) conduit pour chaque canal à un courant avec l'allure de la figure 5.15, en fonction du temps. Dans cette simulation, les paramètres décrivant l'interaction entre les canaux de bord sont les éléments de la matrice $[S]$ déduits des mesures du chapitre 2. Sur le canal de bord externe, on y distingue nettement le début de la

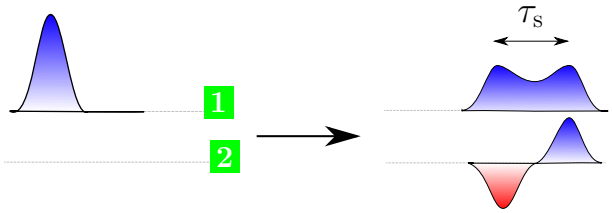

Figure 5.16: Schéma de la décomposition d'une excitation injectée sur le canal externe après la longueur ℓ de propagation. τ_s est la durée qui caractérise la fractionalisation. Le canal 1 est le canal externe, le 2 est le canal interne.

séparation des deux lobes de même signe (qui correspondent aux deux lobes de type électron sur le canal externe, figure 5.16 p 143), associés chacun à un mode. Ainsi la séparation des modes conduit à un élargissement global de la première oscillation du courant dans le canal externe au niveau du QPC. De la même manière pour le canal interne, le courant au niveau du QPC résulte du début de la séparation des modes neutre et chargé (voir figure 5.16 p 143). Comme ces deux modes ne possèdent pas des lobes de même signe pour le canal interne (lobe de type électron suivi d'un lobe de type trou sur la figure 5.16), leur séparation ne conduit pas à un élargissement mais une oscillation rapide. C'est le phénomène de fractionalisation de la charge, caractérisé par la durée τ_s.

Ce sont les recouvrements entre ces distributions de courant qui sont à l'origine de la figure HOM. En particulier, ce sont les recouvrements entre ces lobes principaux qui permettent d'interpréter l'allure des creux HOM (au voisinage de $\tau = 0$) pour les canaux internes et externes. Les schémas α de la figure 5.17 pour le canal de bord externe et γ sur la figure 5.20, pour le canal interne illustrent les configurations pour les canaux correspondants. À l'aide de ces deux schémas, on comprend que la figure d'interférence sur le canal interne est plus sensible à une variation du décalage τ entre les sources, au voisinage de $\tau \simeq 0$, que la figure d'interférence sur le canal externe. En particulier, la largeur du creux HOM sur le canal interne est fixée par la largeur de la première arche d'oscillation. Cette largeur est fixée par le temps de montée de l'excitation de la boîte ($\simeq$ 30 ps à 40 ps). Pour le canal externe, c'est l'élargissement dû à la séparation des modes qui fixe la largeur du creux.

Ainsi, la largeur du creux HOM à $D = 1$, sur la figure d'interférence du canal de bord externe, estimée à $\simeq$ 80 ps avec l'ajustement exponentiel correspond-elle à la durée séparant les modes neutre et chargé au niveau du QPC central. Pour évaluer l'importance de l'effet de la fractionalisation de la charge, cette valeur peut être comparée aux résultats du chapitre 2, à la fréquence des oscillations (environ 2 GHz), on lit sur l'argument (courbe 2.22 page 68) un déphasage d'environ $\pi/8$ entre une excitation à fréquence nulle et une excitation à 2 GHz par conséquent

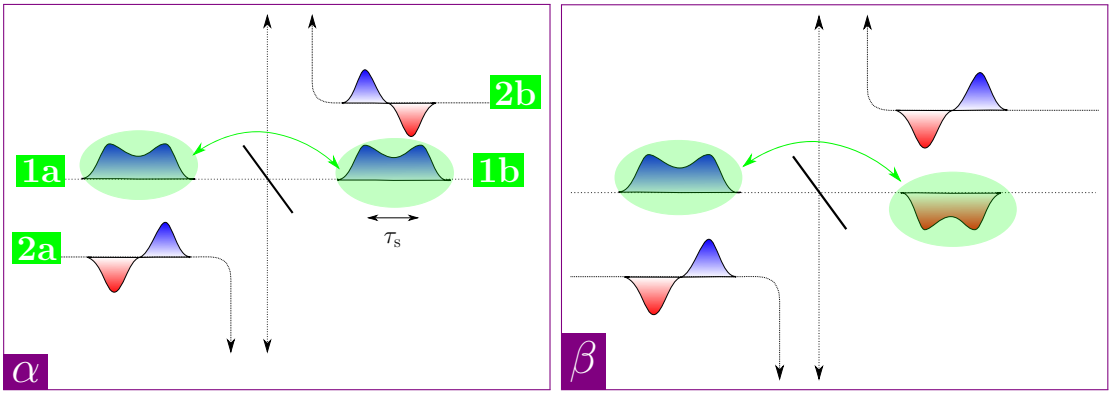

Figure 5.17: Schématisation des deux configurations conduisant à des interférences sur le canal de bord externe. La configuration α conduit au creux HOM pour $\tau \simeq 0$ dont la largeur est fixée par l'élargissement dû à la séparation des modes neutre et chargé. La configuration β correspond à une augmentation du bruit HOM pour $|\tau| \simeq T/2$.

$\tau_s \simeq 70$ ps. De même, comme le montre la simulation (figure 5.15), la première arche du courant dans le canal interne présente une largeur environ deux fois inférieure à celle de l'arche dans le canal externe. Par conséquent, on s'attend à un creux HOM deux fois moins large dans le canal interne que dans le canal externe ce qui explique la valeur de 40 ps = 80/2 ps pour le creux HOM du canal interne à $D = 1$.

Sur la figure HOM obtenue avec le canal de bord interne (figure 5.9), on note la présence d'un creux vers $\tau \simeq 0{,}47$ ns. Ce creux est attribué au recouvrement des lobes de même signe (voir vignette φ figure 5.20) d'une excitation de type trou avec une excitation de type électron. Ce creux est attendu en $\tau \simeq T/2 - \tau_s$. Avec $T/2 = 0{,}55$ ns, on retrouve $\tau_s \simeq 0{,}08$ ns, ce qui est en accord avec les valeurs précédentes.

Ces observations sont l'occasion de revenir sur les prédictions proposées figure 4.10 page 123, extraite de Wahl *et coll.* [74]. Sur cette figure, on voit clairement apparaître deux lobes latéraux situés de part et d'autre du creux HOM. Pour comprendre l'origine de ces lobes, il importe de comparer la largeur de l'excitation de type électron et τ_s. Si ces deux durées sont différentes, nos collègues prédisent des recouvrements possibles (présentés sur la figure 5.21) entre le mode chargé et le mode neutre dans le canal de bord externe (figure 5.21, gauche). Ce sont eux qui conduiraient aux lobes latéraux prédits. Dans notre expérience, la largeur de l'excitation de type électron, fixée, à $D = 1$, par le temps de montée, est voisine de 30 à 40 ps et $\tau_s \simeq 70$ ps. Sur la figure 5.9, on voit que $\tau \simeq 70$ ps est inclus dans le creux centré sur $\tau \simeq 0$. Les deux modes se recouvrent partiellement dans le canal

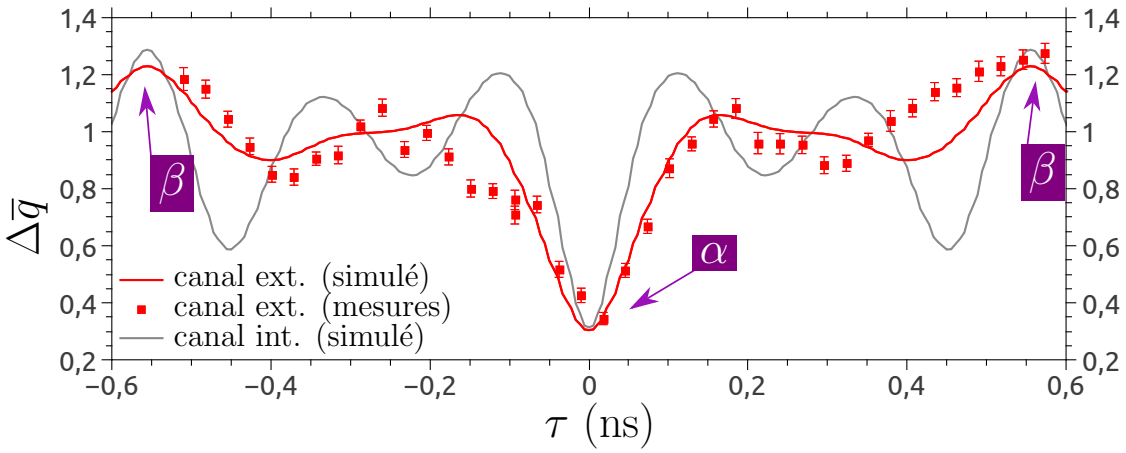

Figure 5.18: Bruit HOM normalisé obtenu en partitionnant les canaux de bord externes, en fonction du décalage temporel entre les sources. Les points expérimentaux sont en rouge. Les courbes en trait plein sont les simulations obtenues avec l'excitation carré présentant des rebonds pour le canal externe (rouge) et le canal interne (noir).

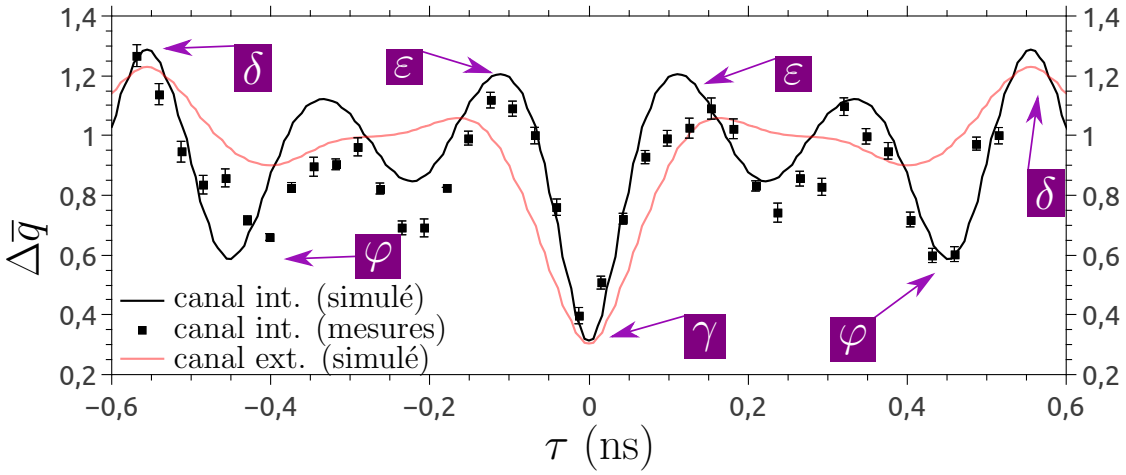

Figure 5.19: Bruit HOM normalisé obtenu en partitionnant les canaux de bord internes, en fonction du décalage temporel entre les sources. Les points expérimentaux sont en noir. Les courbes en trait plein sont les simulations obtenues avec l'excitation carré présentant des rebonds pour le canal externe (rouge) et le canal interne (noir).

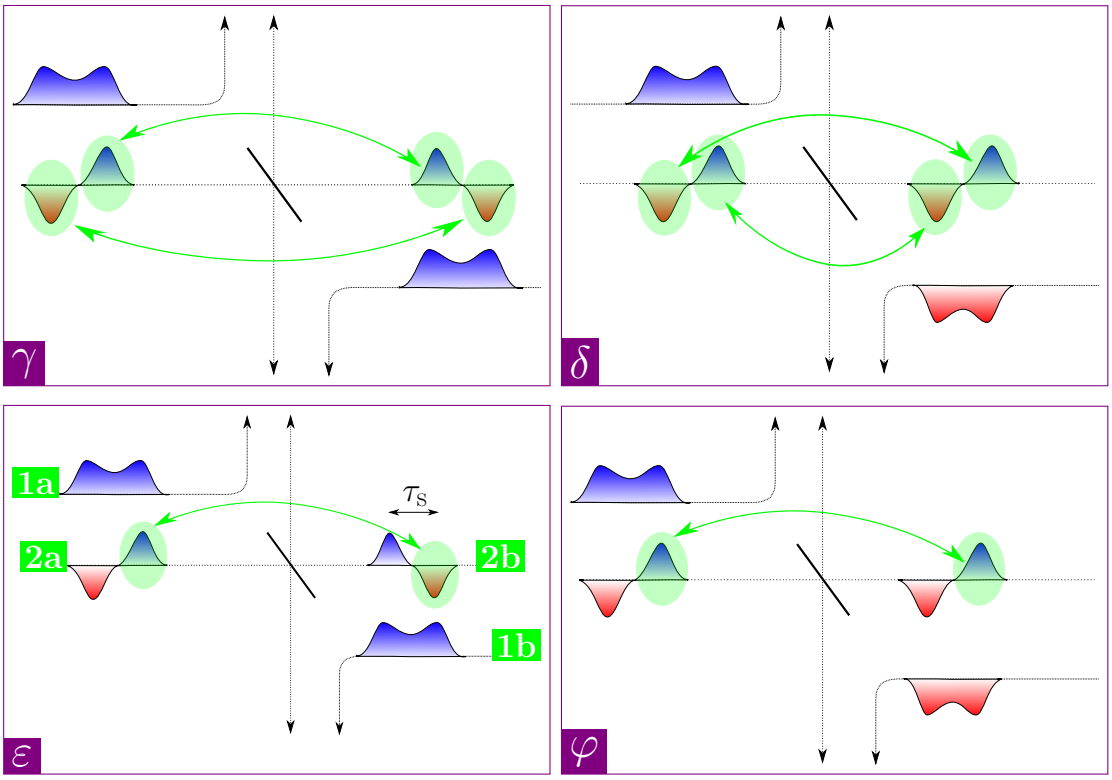

Figure 5.20: Schématisation de différentes configurations conduisant à des interférences sur le canal de bord interne. La configuration γ conduit au creux autour de $\tau = 0$ dont la largeur est fixée par τ_e. La configuration δ correspond à un recouvrement électron-trou entre le mode neutre d'une excitation de type électron et le mode neutre d'une excitation de type trou séparées d'une demi-période. La configuration ε décrit un recouvrement de type électron-trou lorsque τ s'écarte de 0. La configuration φ décrit le recouvrement entre les deux lobes de même signe du mode neutre d'une excitation de type électron et du mode neutre d'une excitation de type trou séparées d'une demi-période.

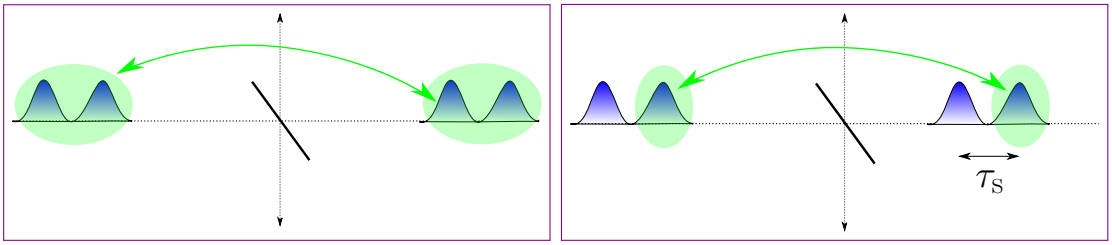

Figure 5.21: Schéma illustrant les configurations qui conduisent à des interférences expliquant les creux de la figure d'interférence HOM sur le canal de bord externe à $\nu = 2$, prédits par les simulations du CPTM (voir figure 4.10 page 123). À gauche: configuration conduisant au creux HOM à $\tau \simeq 0$. À droite: configuration conduisant aux creux latéraux que nous n'observons pas car dans l'expérience présentée, les lobes des modes neutre et chargé se recouvrent partiellement.

de bord externe, en sorte que les deux lobes latéraux prédits théoriquement ne sont pas séparés du creux HOM à $\tau \simeq 0$.

Remarquons que les figures 5.8 et 5.9 présentent des oscillations qui n'ont pas été discutées à ce stade. Elles sont en fait attribuées à des recouvrements entre les rebonds des pulses de courant comme l'illustrent les deux premiers graphiques de la figure 5.22. Ces rebonds n'ont pas été pris en compte dans les schématisations des figures 5.17 et 5.20. On peut d'ailleurs se demander si l'oscillation repérée par φ et interprétée à ce stade uniquement à l'aide de recouvrements entre les lobes principaux n'est pas en fait due à des recouvrements entre les rebonds uniquement. Il est certain que ces rebonds contribuent à la figure HOM. Pour autant, il est clair que l'oscillation décrite par la situation φ n'est pas essentiellement de cette nature: pour $\tau \simeq 0{,}45$ ns, sur le canal interne, les points expérimentaux atteignent un minimum alors que pour le canal externe on n'observe pas de minimum à ce retard.

Les simulations HOM sont obtenues en écrivant que la tension dans le canal α au niveau du QPC s'écrit $V_\alpha(t) = hI_\alpha(t)/e^2$ où I_α est le courant calculé pour tracer la figure 5.16 (obtenu par simulation en utilisant une description à la Floquet). Les deux bras d'entrée étant modélisés comme parfaitement symétriques et les deux sources identiques, si bien que la modélisation conduit à $\Delta q(0) = 0$. On impose alors un contraste de 0,7 sur la simulation.

Les maxima à $\Delta\overline{q} \simeq 1{,}2$ de la figure d'interférence s'expliquent par des collisions de type électron-trou. C'est ce phénomène qui est exposé dans le paragraphe suivant.

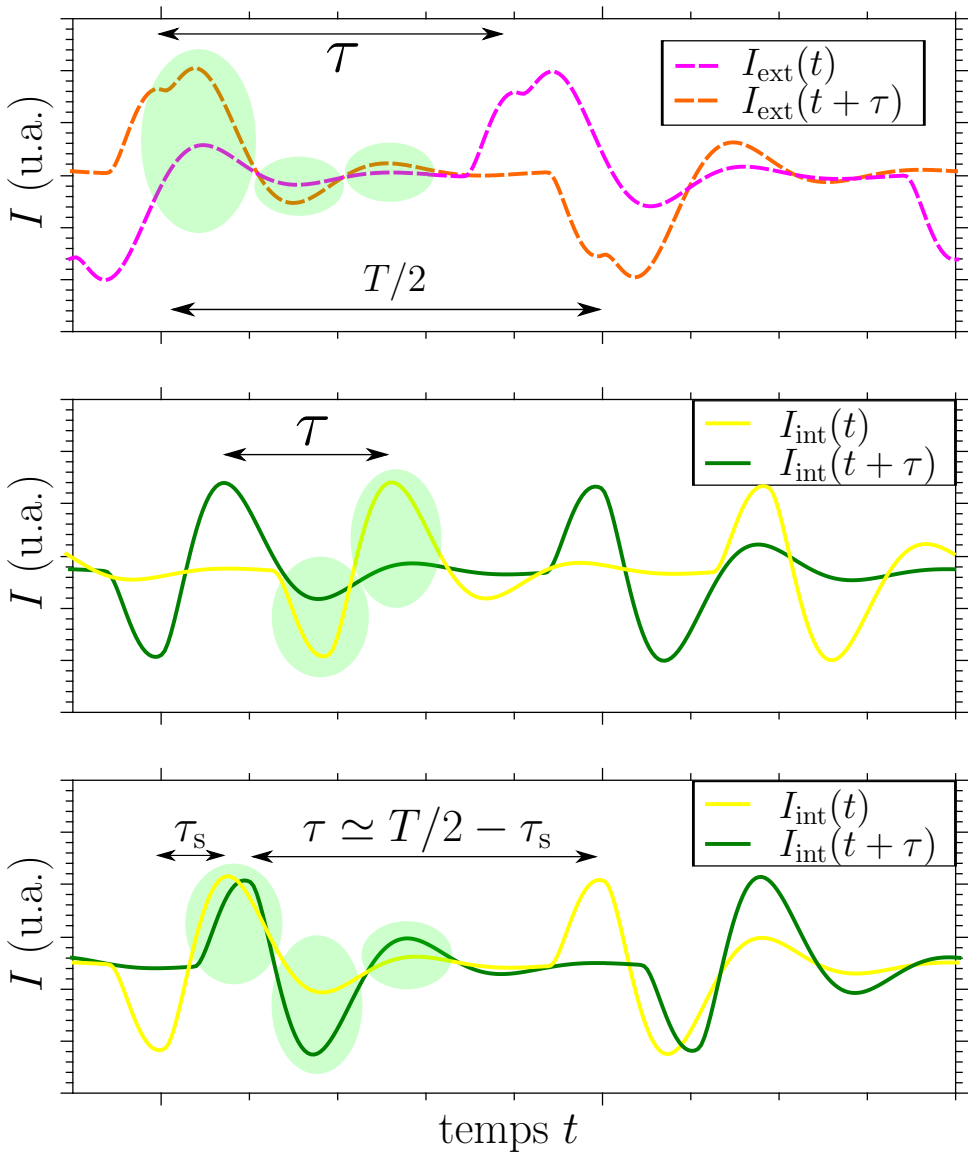

Figure 5.22: Allure des courants dans les canaux de bord externes (figure du haut) et internes (figures du bas) où l'un des courants est retardé de τ par rapport à l'autre. Haut: $\tau \simeq 0{,}4$ ns, milieu: $\tau \simeq 0{,}2$ ns, bas: $\tau \simeq 0{,}45$ ns. Le graphique du bas correspond à la situation schématisée sur la vignette φ de la figure 5.20; il montre que les rebonds ont également une contribution.

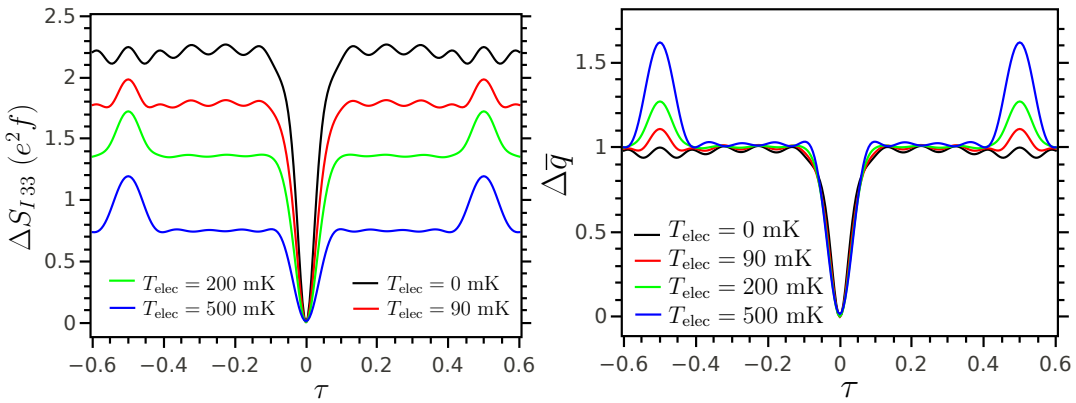

Figure 5.23: Simulation sans interactions, faisant ressortir l'émergence du pic électron-trou par les effets thermiques. Ces courbes sont obtenues à l'aide d'un signal carré contenant 5 harmoniques, en négligeant la dispersion modale.

5.2.3 Pic électron-trou

Une différence remarquable entre l'optique quantique et l'optique quantique électronique est la possibilité de faire interférer des électrons mais aussi des trous et surtout de faire interférer un électron avec un trou en décalant les sources d'une demi-période. Cependant, dans la limite de température nulle, le recouvrement énergétique entre électrons (au-dessus de la mer de Fermi) et trous (en-dessous du niveau de Fermi) est nul. Dans une approche de température nulle, on ne s'attend donc à aucune structure remarquable sur la figure HOM à $|\tau| \simeq T/2$ qui correspondrait à une interférence électron-trou.

À température finie, la situation est bien différente car un électron émis au-dessus de la mer Fermi peut se recouvrir partiellement avec l'écume thermique, et il en va de même pour les trous. Les paquets d'onde de type électron et ceux de type trou possèdent des composantes sous le niveau de Fermi (resp. au-dessus) et peuvent ainsi se recouvrir. C'est ce mécanisme (décrit par Jonckheere *et coll.* [41]) qui explique la remontée du niveau du bruit au-dessus de 1 en β et δ (voir figures 5.18 et 5.19). La remontée à $\Delta\overline{q} \simeq 1{,}2$ pour $|\tau| \simeq T/2$ s'interprète à l'aide des schémas β figure 5.17 pour le canal de bord externe et δ figure 5.20 pour le canal interne. De la même manière, la remontée à $\Delta\overline{q} \simeq 1{,}2$ pour $|\tau| \simeq 140$ ps s'interprète à l'aide du schémas ε figure 5.20 pour le canal de bord interne.

Remarquons que l'interaction coulombienne entre électron et trou sur la lame séparatrice devrait conduire à une diminution du bruit puisque les excitations de type électron et de type trou tendraient à émerger de la lame séparatrice sur le même bras. Dans ce cas, l'arrivée de la paire électron/trou sur le contact ohmique n'est pas detectée car

il s'agit d'un évènement neutre électriquement. De tels évènements ne conduisent pas à une augmentation des fluctuations de courant et ne sont pas détectés dans le bruit. De l'observation du pic, on peut donc déduire que l'interaction coulombienne entre charges de signes opposés n'est pas le mécanisme dominant la physique au niveau de la lame séparatrice.

L'analyse temporelle des pulses de courant à $D = 1$ a permis de montrer la fractionalisation des pulses d'excitation lors de leur propagation. Cette fractionalisation se manifeste à l'échelle des quasi-particules uniques par leur destruction (cas $D = 0{,}3$, figures 5.10 et 5.12). En effet, une quasi-particule peut être vue comme une superposition d'excitations de modes collectifs (voir équation (4.10) page 119) qui se fractionalisent lors de la propagation conduisant au phénomène de relaxation et de décohérence de la quasi-particule (voir équation (4.11) page 119). C'est ce qui se manifeste dans la réduction du contraste (voir expression (4.12) page 122). Dans le paragraphe qui suit, on étudie quantitativement la réduction du contraste pour tester à différents scenarii de décohérence.

5.3 Étude de causes de réduction du contraste de la figure HOM

Dans la discussion théorique effectuée en fin du chapitre 4, on a pointé la décohérence due à l'interaction coulombienne comme cause de reduction du contraste de la figure HOM. Mais ce mécanisme n'est *a priori* pas le seul coupable. Des différences entre les particules injectéees par les sources pourraient tout aussi bien diminuer le contraste. Dans ce paragraphe, on investigue différentes origines possibles et on montre que c'est essentiellement l'interaction coulombienne qui limite le temps de cohérence τ_c. On peut extraire τ_c en étudiant la variation du contraste lorsque l'on augmente le temps d'émission τ_e.

5.3.1 Effet d'une dissymétrisation des durées d'émission des sources

Dissymétriser les temps de sortie des boîtes revient à rendre les paquets d'onde électroniques partiellement discernables. Cet effet peut être observé sur la figure 5.24.

Pour les plus faibles durées d'émission, on observe un décalage systématique entre le réglage des boîtes et la valeur extraite de l'ajustement d'environ 40 ps. Ce décalage

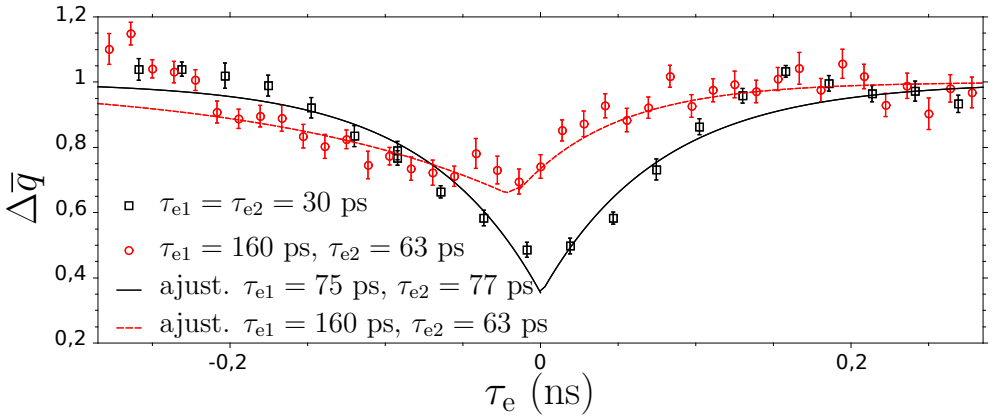

Figure 5.24: Comparaison entre le creux HOM obtenu pour des temps de sortie identiques, et pour des temps de sortie τ_{e1} et τ_{e2} différents .

est causée par le temps de montée des excitations créneau (entre 30 et 40 ps). Son impact est significatif pour les valeurs de τ_e proches de ces valeurs.

Cette diminution du contraste est-elle uniquement due à la perte d'indiscernabilité (conséquence de la différence entre les durées d'émission τ_{e1} et τ_{e2} des deux sources) ou bien la décohérence y contribue-t-elle également ? Pour le voir, on peut évaluer le contraste attendu pour les valeurs de τ_e mesurée dans le cadre d'un modèle sans interaction en adaptant le calcul réalisé au paragraphe 4.2.3 page 116. On prend un cœfficient de décohérence $\mathscr{D} = 1$ qui traduit l'absence d'interactions et τ_{e1} et τ_{e2} quelconques. Dans ce cas,

$$\phi_i^{\mathrm{e}}(t) = \frac{\Theta(t)}{\sqrt{\tau_{ei}}}\,\mathrm{e}^{-t[\mathrm{j}\varepsilon_0/\hbar + 1/(2\tau_{ei})]} \qquad (i = 1; 2)$$

et

$$\gamma = \int_0^{+\infty} \mathrm{d}t \int_0^{+\infty} \mathrm{d}t' \, \frac{1}{\tau_{e1}\,\tau_{e2}}\,\mathrm{e}^{-(t'+t)/2\,(1/\tau_{e1}+1/\tau_{e2})} = \frac{4\,\tau_{e1}\,\tau_{e2}}{(\tau_{e1}+\tau_{e2})^2}$$

Cette expression conduit à $\gamma = 1$ pour $\tau_{e1} = \tau_{e2}$, et $\gamma = 0{,}8$ pour $\tau_{e1} = 160$ ps et $\tau_{e2} = 60$ ps. Ces valeurs bien différentes de celles mesurées. On ne peut pas expliquer la réduction du contraste, dans le cadre d'un modèle sans interaction, par la simple dissymétrisation des temps de sortie.

Un autre effet envisageable est une différence entre les énergies auxquelles les quasi-particules sont injectées: soit en raison d'un mauvais réglage (qui correspond à une différence déterministe), soit en raison d'un bruit de grille (aléatoire). C'est cet effet que j'étudie dans le paragraphe suivant.

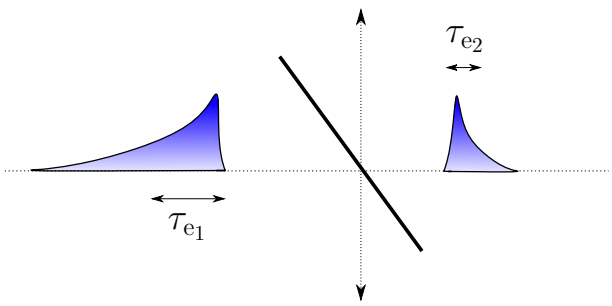

Figure 5.25: Schéma décrivant l'allure des paquets d'onde injectés pour des boîtes pincées avec des temps de sortie différents.

5.3.2 Effet du bruit de grille

Une autre cause de décohérence qui pourrait être envisagée est la présence d'un bruit de grille sur l'électrode qui excite les sources. En s'inspirant de Iyoda et *coll.* [19], on considère un bruit de grille blanc gaussien, sur chaque source. L'ajout de ce bruit, conduit à une réduction du contraste qui prend la forme

$$\gamma = \frac{1}{1 + 2\,\Gamma_{\mathrm{p}}\tau_{\mathrm{e}}}$$

où Γ_{p} est proportionnel à la densité spectrale de bruit $\sqrt{S_{v,v}}$ associée aux fluctuations de tension de la grille qui excite la source. Dans les conditions habituelles de l'expérience, on extrait de la figure 5.26: $\gamma = 0{,}6$ et en prenant $\tau_{\mathrm{e}} = 40$ ps, on obtient

$$\Gamma_{\mathrm{p}} = \frac{1}{2\,\tau_{\mathrm{e}}}\left\{\frac{1}{\gamma} - 1\right\} = 8 \text{ GHz}$$

Pour étudier l'effet du bruit de grille, on ajoute à la tension d'excitation de l'une des boîtes un bruit gaussien généré par un GBF Agilent 33250A. Le creux HOM correspondant est comparé à celui enregistré dans les mêmes conditions mais à générateur de bruit éteint sur la figure 5.26. Il apparaît qu'aux incertitudes de mesure près, le bruit de grille n'a pas d'effet sur le creux HOM qui est mesuré dans notre expérience.

À l'aide d'une autre mesure, on peut estimer l'effet attendu de ce bruit ajouté. On utilise pour ce faire, la mesure permettant de calibrer les niveaux d'énergie des boîtes. Cette mesure montre que l'ajout du bruit gaussien a le même effet sur l'élargissement des niveaux de la boîte qu'une élévation de température T_{ext} de 300 mK. Le coefficient Γ_{ext} correspondant vaut donc $k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{ext}}/\hbar = 40$ GHz. Dans ce cas, le contraste devrait valoir

$$\gamma = \frac{1}{1 + (2\Gamma_{\mathrm{p}} + \Gamma_{\mathrm{ext}})\tau_{\mathrm{e}}} = 0{,}3$$

Ce résultat n'est pas en accord avec les observations: les deux contrastes (avec

et en l'absence de bruit additionnel) sont sensiblement égaux et le contraste après propagation (en présence des interactions) est plus élevé que le contraste prédit dans un modèle sans interactions et en présence du bruit de grille. Le bruit de grille seul ne permet pas d'expliquer la réduction du contraste.

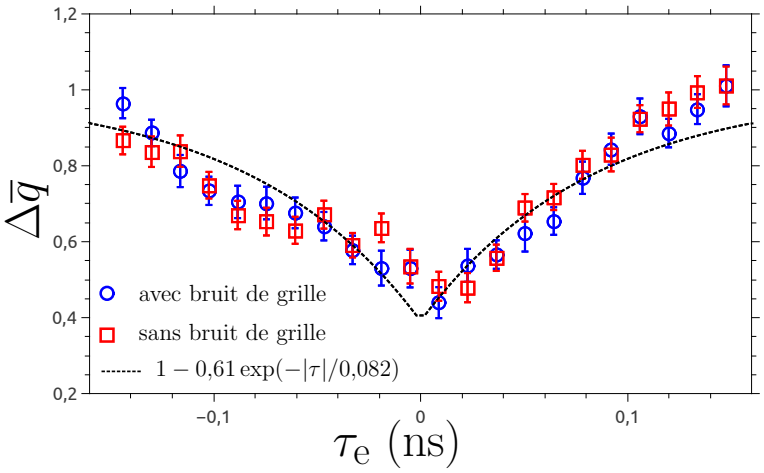

Figure 5.26: Comparaison des creux HOM enregistrés avec et sans bruit de grille pour $\tau_1 \simeq 30$ ps et $\tau_2 \simeq 40$ ps.

5.3.3 Effet d'une différence d'énergie entre les particules émises

Un effet de décalage statique des niveaux d'énergie des quasi-particules émises peut être testé dans notre expérience (voir figure 5.27). Le principe de l'expérience est le suivant: une tension continue est ajoutée à la tension d'excitation RF sur l'électrode de grille d'une des boîtes. L'ajout de cette tension permet un décalage global des niveaux dans la boîte considérée. Ce faisant, on dissymétrise les énergies d'émission des excitations injectées par les boîtes. Les tensions appliquées permettent d'imposer des décalages allant jusqu'à $\Delta/2$ (où Δ est l'écart énergétique entre deux niveaux dans la boîte) Il apparaît qu'aux incertitudes de mesure près, on ne note pas d'effet du décalage en énergie (ce qui est cohérent avec l'expérience précédente du bruit de grille.

Maintenant que les mécanismes autres que l'interaction coulombienne ont été disculpés comme causes de la réduction du contraste, on étudie quantitativement son effet.

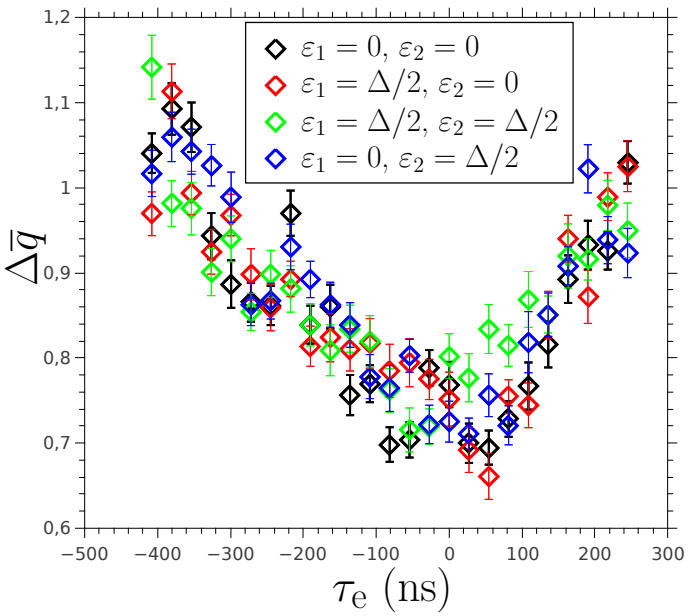

Figure 5.27: Comparaison entre les creux HOM obtenus lorsque les électrons sont émis à la même énergie (losanges noirs et bleus), à des énergies différentes (losanges verts et rouges).

5.3.4 Effet du temps de sortie et extraction de la durée caractéristique τ_c

En modifiant le pincement des boîtes, on peut changer leur temps de sortie τ_e et tracer la figure HOM au voisinage du creux pour différentes valeurs de τ_e. On obtient alors la figure 5.28. On constate que plus la boîte est pincée et plus le contraste est mauvais.

Augmenter D revient à diminuer τ_e et donc à élargir la distribution d'énergie de la particule émise autour de l'énergie ε_0 (cette largeur est h/τ_e). On a vu aux paragraphes 4.2.3 qu'à la limite $D = 1$, on génère un état cohérent beaucoup plus robuste à la décohérence que lorsque la boîte est fortement pincée, situation où l'on génère une particule résolue en énergie (à l'énergie ε_0), décrite à l'aide d'une superposition d'états cohérents, très fragile et sensible à la décohérence. C'est ce qui explique la perte de contraste observée sur la figure 5.28, à mesure que l'on pince les boîtes. On peut alors réaliser une étude systématique de l'évolution du contraste γ pour le canal externe en fonction de τ_e. Ces courbes tracées à facteur de remplissage $\nu = 2$ et $\nu = 3$ sont présentées sur la figure 5.29.

En utilisant la formule (4.9) page 117 obtenue à l'aide du modèle ad hoc, on remonte à la valeur du temps caractéristique de décohérence τ_c aux deux facteurs de remplissages étudiés. Par ajustement, on obtient $\tau_c = 60$ ps à $\nu = 3$ et $\tau_c = 100$ ps à $\nu = 2$. Cette différence entre les valeurs aux deux facteurs de remplissage signifie que la décohérence est plus efficace au facteur de remplissage le plus élevé. Physiquement,

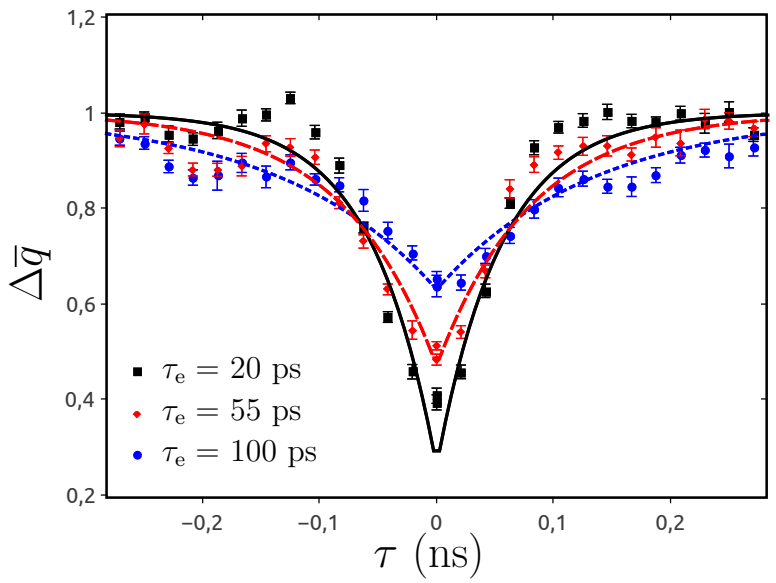

Figure 5.28: Creux HOM obtenu pour différentes valeurs du temps de sortie avec une tension d'excitation de fréquence 1,2 GHz, à la tension d'injection. La courbe en trait noir correspond à l'ajustement $\Delta\overline{q} = 1 - 0{,}74\exp(-|\tau|/0{,}056)$, la courbe en tirets rouges à $\Delta\overline{q} = 1 - 0{,}53\exp(-|\tau|/0{,}080)$ et celle en pointillés bleus $\Delta\overline{q} = 1 - 0{,}37\exp(-|\tau|/0{,}135)$.

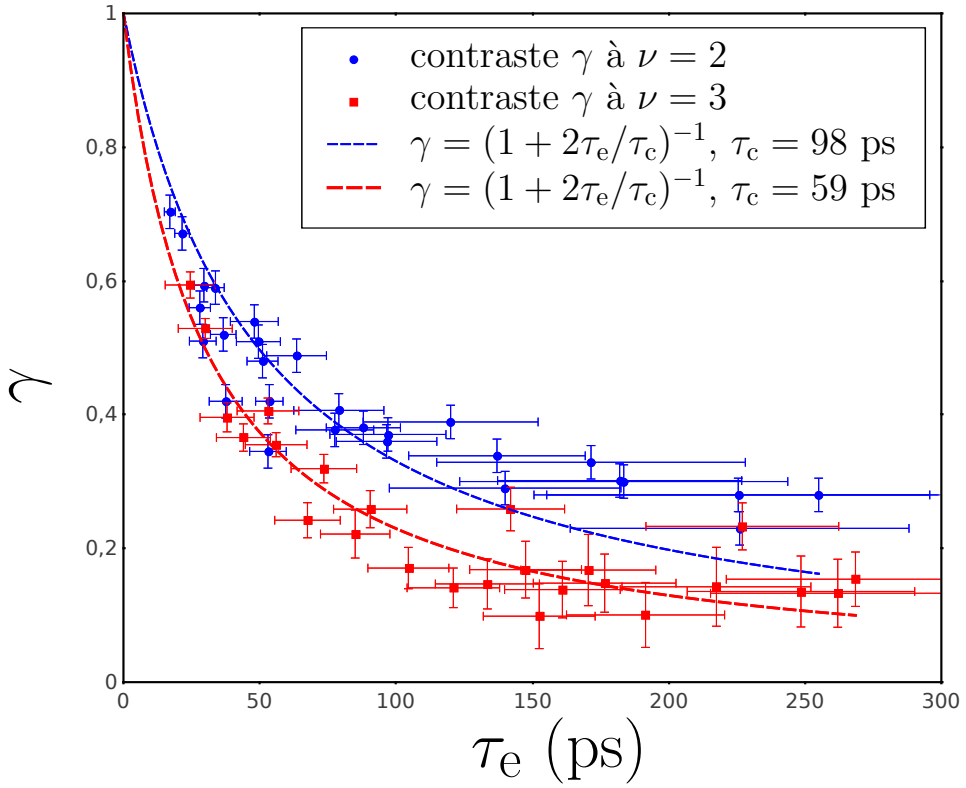

Figure 5.29: Mesure du contraste γ en fonction du temps de sortie $\tau_\tau e$ à $\nu = 2$ et $\nu = 3$ sur le canal de bord externe et les ajustements correspondants à l'aide de l'expression ad hoc de la fonction de décohérence [équation (4.9) p 117].

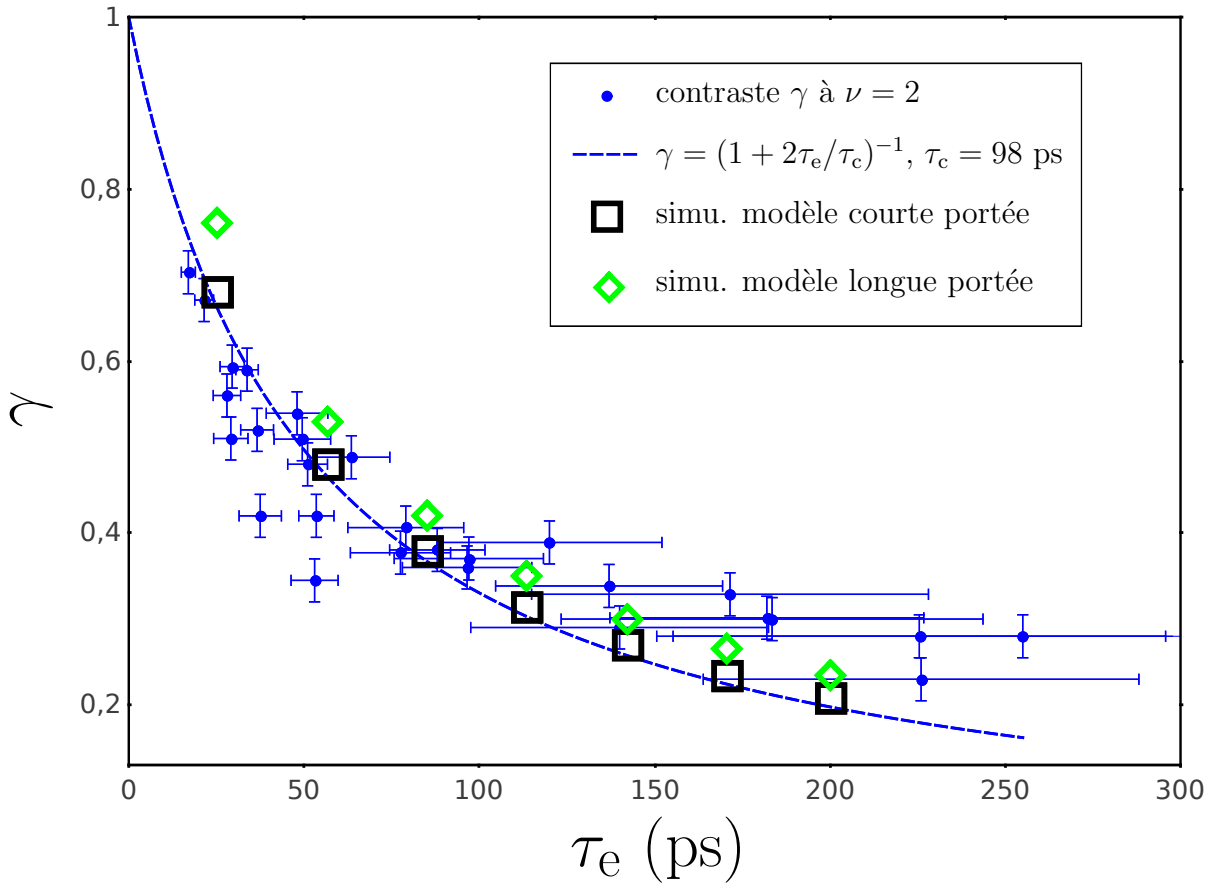

Figure 5.30: Comparaison sans paramètre ajustables, des mesures du contraste γ en fonction du temps de sortie τ_e à $\nu = 2$ aux fonctions de décohérence calculées par nos collaborateurs de l'ENS Lyon, à l'aide des valeurs numériques des éléments de matrice de couplage des modèles courte et longue portée, obtenues au chapitre 2.

on peut interpréter ce résultat en se rappelant que les canaux de bord sont plus rapprochés à $\nu = n + 1$ qu'à $\nu = n$ ($n \in \mathbb{N}$) en sorte que le couplage par interaction coulombienne est plus efficace à $\nu = n + 1$ qu'à $\nu = n$.

Comme cela a été indiqué au paragraphe 4.2.3 page 121, on connaît formellement l'expression de la fonction de décohérence en fonction des éléments de matrice de la matrice de diffusion décrivant la propagation à $\nu = 2$. Ces cœfficients ayant été mesurés comme cela a été présenté au chapitre 2, l'effet de la décohérence sur le contraste peut être simulée en utilisant ces valeurs et comparée aux résultats obtenus par interférométrie. Ces simulations ont été réalisées par nos collègues de l'ENS Lyon pour les modèles longue et courte portée et les résultats sont superposés à nos mesures sur la figure 5.29. On observe un bon accord des deux modèles avec les mesures, sans paramètre ajustable!

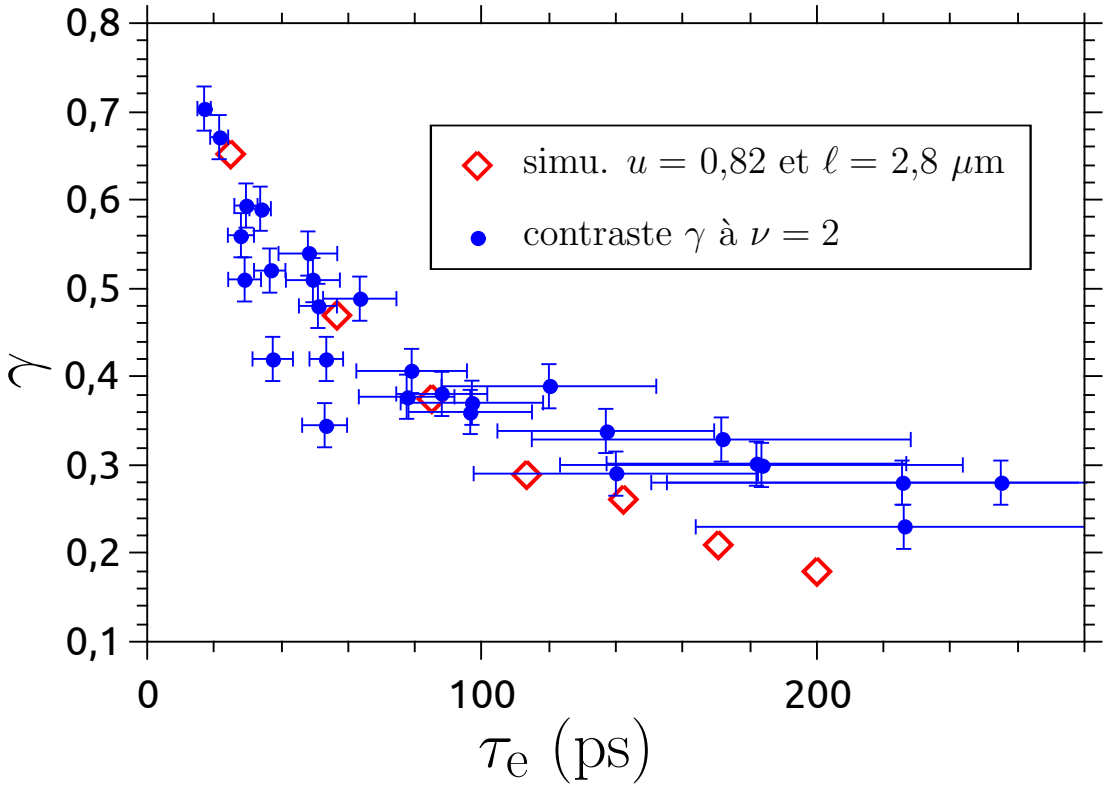

Figure 5.31: Comparaison des mesures du contraste γ en fonction du temps de sortie τ_e à $\nu = 2$ à la fonction de décohérence calculée par nos collaborateurs du CPTM, en prenant comme longueur de propagation $2,8$ μm et comme paramètre de l'interaction $u = (v_+ - v_-)/(v_+ + v_-) = 0{,}82$.

Si l'on recoupe ces observations sur la décohérence due à l'interaction coulombienne et la conclusion des paragraphes 5.3.2 et 5.3.3, on s'aperçoit qu'il est cohérent de ne pas observer de dépendance significative du contraste à une différence d'énergie entre les particules injectées. La décohérence conduit à une destruction partielle de la particule injectée et à la génération d'excitations de plus basse énergie qui n'ont pas la mémoire de l'énergie à laquelle l'électron (ou le trou) a été initialement injecté.

Ce chapitre a permis de montrer que contrairement à ce que l'on aurait pu intuiter en s'appuyant sur une vision simple pour décrire notre expérience, dans laquelle deux particules chargées voyageant dans le vide, collisionnent sur une lame séparatrice, l'interaction coulombienne ne joue pas un rôle dominant dans les interférences entre les excitations juste au niveau de la lame séparatrice. L'étude quantitative de la décohérence établi qu'en revanche c'est bien elle qui est responsable de la décohérence le long de la propagation (et de la destruction partielle de l'excitation injectée par la source).

Chapter 6

Conclusion

Dans ce rapport de thèse, j'ai présenté la réalisation de deux expériences d'optique quantique électronique permettant de sonder les interactions dans les canaux de bord de l'effet Hall quantique à facteur de remplissage entier $\nu = 2$ ou $\nu = 3$. Ces deux expériences correspondent à deux approches complémentaires: l'une repose sur l'étude du couplage entre canaux par la mesure de courant moyen en régime sinusoïdal forcé; l'autre sur l'étude du bruit à fréquence nulle. Cette étude expérimentale a permis de tester l'effet des interactions et suivre les traces laissées, dans les canaux de bord, par la relaxation de charges uniques émises dans le canal de bord externe, et séparées des excitations thermiques de la mer de Fermi. Bien que ces deux approches abordent la décohérence et la relaxation sous un jour différent, elles sont intimement liées et les paramètres extraits de l'une peuvent être utilisés pour simuler les résultats de l'autre et être comparés aux données expérimentales.

Dans la première expérience[9], réalisée à $\nu = 2$, le condensateur mésoscopique (habituellement utilisé pour injecté des charges uniques) sert à exciter des ondes magnéto-plasmons de bord sinusoïdales, dans le canal externe. Le courant résultant dans le canal de bord interne est entièrement dû au couplage capacitif entre les deux canaux de bord. L'analyse de ce courant est réalisée à l'aide d'un contact ponctuel quantique. La mesure de ce courant à différentes fréquences d'excitation prouve que les interactions entraînent l'émergence de deux modes propres collectifs de la propagation. Un mode rapide chargé et un mode neutre plus lent. Les données expérimentales ont permis de de déterminer l'expression du paramètre de couplage entre les deux canaux en fonction de la fréquence via une mesure directe. Elles ont aussi permis de tracer la relation de dispersion du mode neutre. Selon la fréquence d'excitation, deux régimes non dispersifs existent. Il a été établi que nos données sont en bon accord avec les prédictions du modèle longue portée et que la portée de

l'interaction est de l'ordre de la longueur de propagation (environ 3 μm dans notre échantillon).

La seconde manipulation consiste à reproduire l'expérience Hong-Ou-Mandel dans notre système[8]: à savoir l'effet d'interférence entre des excitations émises par des sources différentes. Cet effet est révélé par la mesure des corrélations de courant. Lorsque les sources sont synchronisées, en sorte que les excitations atteignent simultanément le contact ponctuel quantique (utilisé pour le partitionnement), une réduction du bruit en auto-corrélation est observée. Elle démontre une indiscernabilité partielle entre les excitations se recouvrant sur le QPC. Pour sonder les causes de cette partielle indiscernabilité, deux types d'excitation ont été générées: des superpositions de magnéto-plasmons de bord non résolues en énergie d'une part, des paquets d'onde mono-électroniques résolus en énergie d'autre part. Pour le premier type d'excitation, les figures d'interférence entre canaux externes d'une part, et internes d'autre part, s'interprètent essentiellement à l'aide de la décomposition en modes neutre et chargé. La figure HOM obtenue en faisant interférer les canaux externes présente un creux HOM dont la largeur est fixée par la séparation en deux lobes de même signe du mode neutre et du mode chargé des pulses de courant. Pour les canaux internes, le creux HOM est notablement plus étroit, ce qui est la conséquence de la séparation de ces deux modes, en deux lobes de signe opposé. La figure d'interférence présente le meilleur contraste, ce qui s'interprête par la robustesse d'excitations non résolues en énergie face à la décohérence, et par l'absence d'intrication à l'environnement au cours de la propagation. Pour le second type d'excitation, on observe un contraste plus faible dû à la destruction progressive de l'état injecté par la source qui s'intrique avec son environnement et perd peu à peu sa cohérence et une relaxation progressive des excitations en énergie. Une différence de largeur des paquets d'onde mono-électronique introduit une asymétrie de la figure d'interférence. L'étude systématique des figures d'interférence révèle l'absence d'effet des fluctuations des énergies d'émission par les sources sur le contraste. L'étude systématique de la profondeur du creux HOM en fonction de la largeur des paquets d'onde mono-électroniques a été réalisée et comparée à des simulations utilisant le paramètre du couplage extrait de la première expérience. Un excellent accord a été obtenu à $\nu = 2$.

Pour pouvoir réaliser des mesures fines, la mise en place d'amplificateurs cryogéniques ultra-bas bruit a constitué une évolution essentielle pour la réalisation de l'expérience HOM. Ces amplificateurs sont constitués d'un HEMT cryogéniques équipé d'un circuit bouchon résonant à son entrée. L'utilisation de ce montage a permis de

décaler la bande de mesure au MHz et réduire le bruit de tension du premier étage d'amplification.

Bibliography

[1] M. Albert, C. Flindt, and M. Büttiker. Accuracy of the quantum capacitor as a single-electron source. *Physical Review B*, 82(4):41407, 2010.

[2] C. Altimiras, H. Le Sueur, U. Gennser, A. Cavanna, D. Mailly, and F. Pierre. Non-equilibrium edge-channel spectroscopy in the integer quantum Hall regime. *Nature Physics*, 6(1):34–39, 2009.

[3] C. Altimiras, H. Le Sueur, U. Gennser, A. Cavanna, D. Mailly, and F Pierre. Tuning Energy Relaxation along Quantum Hall Channels. *Physical Review Letters*, 105(22):226804, 2010.

[4] R.C. Ashoori, H.L. Stormer, and L.N. Pfeiffer. Edge magnetoplasmons in the time domain. *Physical Review B*, 45(7):3894–3897, 1992.

[5] E. Berg, Y. Oreg, E.-A. Kim, and F. von Oppen. Fractional Charges on an Integer Quantum Hall Edge. *Physical Review Letters*, 102(23):1–4, June 2009.

[6] E. Bieri, M. Weiss, O. Göktas, M. Hauser, C. Schönenberger, and S. Oberholzer. Finite-bias visibility dependence in an electronic Mach-Zehnder interferometer. *Physical Review B*, 79(24):245324, June 2009.

[7] E. Bocquillon. *Electron quantum optics in quantum Hall edge channels*. PhD thesis, Université Paris VI, November 2012.

[8] E. Bocquillon, V. Freulon, J-M Berroir, P Degiovanni, B Plaçais, A Cavanna, Y Jin, and G Fève. Coherence and Indistinguishability of Single Electrons Emitted by Independent Sources. *Science*, 339(6123):1054–1057, January 2013.

[9] E. Bocquillon, V. Freulon, J-.M Berroir, P. Degiovanni, B. Plaçais, A. Cavanna, Y. Jin, and G. Fève. Separation of neutral and charge modes in one-dimensional chiral edge channels. *Nature Communications*, 4:1839, May 2013.

[10] E. Bocquillon, F. Parmentier, C. Grenier, J.-M. Berroir, P. Degiovanni, D. Glattli, B. Plaçais, A. Cavanna, Y. Jin, and G. Fève. Electron Quantum Optics:

Partitioning Electrons One by One. *Physical Review Letters*, 108(19):5, May 2012.

[11] M. Büttiker. Four-terminal phase-coherent conductance. *Physical Review Letter*, October 1986.

[12] M. Büttiker. Absence of backscattering in the quantum Hall effect in multiprobe conductors. *Physical Review B*, 38(14):9375–9389, November 1988.

[13] M. Büttiker, A. Prêtre, and H. Thomas. Dynamic conductance and the scattering matrix of small conductors. *Physical Review Letters*, 70(26):4114–4117, June 1993.

[14] T. Christen and M. Büttiker. Low-frequency admittance of quantized Hall conductors. *Physical Review B*, 53(4):2064–2072, January 1996.

[15] R. Newbury M. Pepper H. Ahmed J.E.F. Frost D.G. Hasko D.C. Peacock D.A. Ritchie D.A. Wharam, T.J. Thornton and G.A.C. Jones. One-dimensional transport and the quantisation of the ballistic resistance. *Journal of Physics C: Solid State Physics, Vol. 21, Num. 8*, 1988.

[16] P. Degiovanni, C. Grenier, G. Fève, C. Altimiras, H. Le Sueur, and F. Pierre. Plasmon scattering approach to energy exchange and high-frequency noise in ν=2 quantum Hall edge channels. *Physical Review B*, 81(12):121302, March 2010.

[17] Pascal Degiovanni, Ch. Grenier, and G. Fève. Decoherence and relaxation of single-electron excitations in quantum Hall edge channels. *Physical Review B*, 80(24):241307, December 2009.

[18] F.D. Parmentier J.-M Berroir B. Plaçais C. Wahl J. Rech T. Jonckheere T. Martin C. Grenier D. Ferraro P. Degiovanni G. Fève E. Bocquillon, V. Freulon. Electron quantum optics in ballistic chiral conductors. *Annalen der Physik*, 2014.

[19] K. Koshino T. Martin E. Iyoda, T. Kato. Dephasing in single-electron generation due to environmental noise probed by Hong Ou Mandel interferometry. *Phys. Rev. B, 205318*, 2014.

[20] Pobell F. *Matter and Methods at Low Temperatures*. Springer Verlag, 2007.

[21] G. Fève. *Quantification du courant alternatif : la boîte quantique comme source d'électrons uniques subnanoseconde.* PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie 6, 2006.

[22] G. Fève, A. Mahé, J.-M. Berroir, T. Kontos, B. Plaçais, D.C. Glattli, A. Cavanna, B. Etienne, and Y. Jin. An on-demand coherent single-electron source. *Science*, 316(5828):1169, May 2007.

[23] Gwendal Fève, Pascal Degiovanni, and Th. Jolicoeur. Quantum detection of electronic flying qubits in the integer quantum Hall regime. *Physical Review B*, 77(3):1–15, January 2008.

[24] J. Gabelli. *Mise en évidence de la cohérence quantique des conducteurs en régime dynamique.* PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie Paris 6, 2006.

[25] J. Gabelli, G. Fève, T. Kontos, J.-M. Berroir, B. Plaçais, D.C. Glattli, B. Etienne, Y. Jin, and M. Büttiker. Relaxation time of a chiral quantum RL circuit. *Physical Review Letters*, 98(16):166806, 2007.

[26] T. Giamarchi. *Quantum Physics in One Dimension.* Oxford University Press, 2003.

[27] C. Grenier. *Optique quantique électronique.* PhD thesis, Université de Lyon - Ecole Normale Supérieure de Lyon, June 2011.

[28] C. Grenier, R. Hervé, E. Bocquillon, F.D. Parmentier, B. Plaçais, J.M. Berroir, G. Fève, and P. Degiovanni. Single-electron quantum tomography in quantum Hall edge channels. *New Journal of Physics*, 13(9):093007, September 2011.

[29] C. Grenier, R. Hervé, G. Fève, and P. Degiovanni. Electron quantum optics in quantum Hall edge channels. *Modern Physics Letters B*, 25(12n13):1053–1073, May 2011.

[30] G. Haack, M. Moskalets, and M. Büttiker. Glauber coherence of single-electron sources. *Physical Review B*, 87(20):201302, May 2013.

[31] G. Haack, M. Moskalets, J. Splettstoesser, and M. Büttiker. Coherence of single-electron sources from Mach-Zehnder interferometry. *Physical Review B*, 84(8):081303, 2011.

[32] R. Hanbury-Brown and R.Q. Twiss. Correlation between Photons in two Coherent Beams of Light. *Nature*, 177(4497):27–29, January 1956.

[33] M. Henny, S. Oberholzer, C. Strunk, T. Heinzel, K. Ensslin, M. Holland, and C. Schönenberger. The Fermionic Hanbury Brown and Twiss Experiment. *Science*, 284(5412):296, April 1999.

[34] C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel. Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference. *Physical Review Letters*, 59(18):2044–2046, November 1987.

[35] M. Horsdal, M. Rypestø l, H. Hansson, and J.M. Leinaas. Charge Fractionalization on Quantum Hall Edges. *Physical Review B*, 84(11):115313, 2011.

[36] P.-A. P-A. Huynh, F. Portier, H. le Sueur, G. Faini, U. Gennser, D. Mailly, F. Pierre, W. Wegscheider, P. Roche, and H. le Sueur. Quantum coherence engineering in the integer quantum Hall regime. *Physical Review Letters*, 108(25):256802, June 2012.

[37] Niard J. *Électronique*. Nathan, 1983.

[38] Oehmichen J.-P. *Emploi rationnel des transistors*. Éd. Radio, 1980.

[39] Y. Ji, Y. Chung, D. Sprinzak, M. Heiblum, D. Mahalu, and H. Shtrikman. An Electronic Mach-Zehnder Interferometer. *Nature*, 422(6930):415–8, 2003.

[40] Johnson. Thermal agitation of electricity in conductors. *Phys. Rev. 32,97*, 1928.

[41] T. Jonckheere, J. Rech, C. Wahl, and T. Martin. Electron and hole Hong-Ou-Mandel interferometry. *Physical Review B*, 86(12):125425, September 2012.

[42] T. Jonckheere, T. Stoll, J. Rech, and T Martin. Real-time simulation of finite-frequency noise from a single-electron emitter. *Physical Review B*, 85(4):045321, November 2012.

[43] H. Kamata, T. Ota, K. Muraki, and T. Fujisawa. Voltage-controlled group velocity of edge magnetoplasmon in the quantum Hall regime. *Physical Review B*, 81(8):085329, 2010.

[44] J. Keeling, A. Shytov, and L. Levitov. Coherent Particle Transfer in an On-Demand Single-Electron Source. *Physical Review Letters*, 101(19):1–4, November 2008.

[45] N. Kumada, H. Kamata, and T. Fujisawa. Edge magnetoplasmon transport in gated and ungated quantum Hall systems. *Physical Review B*, 84(4):1–6, July 2011.

[46] D. T. McClure C. M. Marcus L. N. Pfeiffer K. W. West L. DiCarlo, Y. Zhang. A system for measuring auto- and cross-correlation of current noise at low temperatures. *Rev. Sci. Instru.*, June 2006.

[47] R. Landauer. Electrical resistance of disordered one-dimensional lattices. *Philos. Mag.*, 1970.

[48] H. Le Sueur, C. Altimiras, U. Gennser, A. Cavanna, D. Mailly, and F. Pierre. Energy relaxation in the integer quantum Hall regime. *Physical Review Letters*, 105(5):056803, 2010.

[49] H. C. Lee and S. R. E. Yang. Spin-charge separation in Quantum Hall Liquids. *Physical Review B*, 56(24):R15529–R15532, 1997.

[50] L. Litvin, H.-P. Tranitz, W. Wegscheider, and C. Strunk. Decoherence and single electron charging in an electronic Mach-Zehnder interferometer. *Physical Review B*, 75(3):033315, January 2007.

[51] R. Loudon. *The Quantum Theory of Light*. Oxford University Press, 1983.

[52] A. Mahé. *Bruit de charge d'une source d'électrons uniques subnanoseconde*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris 6, 2009.

[53] A. Mahé, F.D. Parmentier, E. Bocquillon, J.-M. Berroir, D.C. Glattli, T. Kontos, B. Plaçais, G. Fève, A. Cavanna, and Y. Jin. Current correlations of an on-demand single-electron emitter. *Physical Review B*, 82(20):201309, April 2010.

[54] M. Moskalets and M. Büttiker. Floquet scattering theory of quantum pumps. *Physical Review B*, 66(20):205320, 2002.

[55] M. Moskalets and M. Büttiker. Time-resolved noise of adiabatic quantum pumps. *Physical Review B*, 75(3):035315, January 2007.

[56] Michael Moskalets and Markus Büttiker. Spectroscopy of electron flows with single- and two-particle emitters. *Physical Review B*, 83(3):035316, January 2011.

[57] Michael Moskalets, Géraldine Haack, and Markus Büttiker. Single-electron source: Adiabatic versus nonadiabatic emission. *Physical Review B*, 87(12):125429, March 2013.

[58] Michael Moskalets, P. Samuelsson, and M. Büttiker. Quantized Dynamics of a Coherent Capacitor. *Physical Review Letters*, 100(8):1–4, February 2008.

[59] S. Nigg and M. Büttiker. Quantum to classical transition of the charge relaxation resistance of a mesoscopic capacitor. *Physical Review B*, 77(8):085312, 2008.

[60] W.D. Oliver, J. Kim, R.C. Liu, and Y. Yamamoto. Hanbury Brown and Twiss-type experiment with electrons. *Science*, 284(5412):299–301, April 1999.

[61] S. Olkhovskaya, J. Splettstoesser, M. Moskalets, M. Büttiker, S. Ol'khovskaya, and M. Buttiker. Shot Noise of a Mesoscopic Two-Particle Collider. *Physical Review Letters*, 101(16):1–4, October 2008.

[62] F.D. Parmentier. *Short-Time Hanbury Brown & Twiss correlations of single-electron beams*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2010.

[63] F.D. Parmentier, E. Bocquillon, J.-M. Berroir, D. Glattli, B. Plaçais, G. Fève, M. Albert, C. Flindt, and M. Büttiker. Current noise spectrum of a single-particle emitter: Theory and experiment. *Physical Review B*, 85(16):17, April 2012.

[64] K.-V. Pham, M. Gabay, and P. Lederer. Fractional excitations in the Luttinger liquid. *Physical Review B*, 61(24):16397–16422, June 2000.

[65] D. Ferry A. Cavanna U. Gennser L. Couraud Q. Dong, Y. X. Liang and Y. Jin. Ultra-low noise HEMTs for high-impedance and low-frequency deep cryogenic readout electronics. *(soumis)*, March 2014.

[66] P. Roulleau, F. Portier, P. Roche, A. Cavanna, G. Faini, U. Gennser, and D. Mailly. Direct Measurement of the Coherence Length of Edge States in the Integer Quantum Hall Regime. *Physical Review Letters*, 100(12):126802, March 2008.

[67] Preden Roulleau. Etude de la cohérence quantique dans le régime d'effet Hall quantique entier. November 2008.

[68] Preden Roulleau, F. Portier, DC Glattli, P. Roche, A. Cavanna, G. Faini, U. Gennser, and D. Mailly. Finite bias visibility of the electronic Mach-Zehnder interferometer. *Physical Review B*, 76(16):161309, October 2007.

[69] G. Sukhodub, F. Hohls, and R. Haug. Observation of an Interedge Magnetoplasmon Mode in a Degenerate Two-Dimensional Electron Gas. *Physical Review Letters*, 93(19):2–5, November 2004.

[70] E.V. Sukhorukov and V.V. Cheianov. Resonant dephasing in the electronic Mach-Zehnder interferometer. *Physical Review Letters*, 99(15):156801, 2007.

[71] V. Talyanskii, A. Polisski, D. Arnone, M. Pepper, C. Smith, D. Ritchie, J. Frost, and G. Jones. Spectroscopy of a two-dimensional electron gas in the quantum-Hall-effect regime by use of low-frequency edge magnetoplasmons. *Physical Review B*, 46(19):12427–12432, November 1992.

[72] B. van Wees, L. Kouwenhoven, H. van Houten, C. Beenakker, J. Mooij, C. Foxon, and J. Harris. Quantized conductance of magnetoelectric subbands in ballistic point contacts. *Physical Review B*, 38(5):3625–3627, August 1988.

[73] J. von Delft and H. Schoeller. Bosonization for beginners refermionization for experts. *Annalen der Physik*, 7(4):225–305, November 1998.

[74] Claire Wahl, Jérôme Rech, Thibaut Jonckheere, and Thierry Martin. Interactions and charge fractionalization in an electronic Hong-Ou-Mandel interferometer. *arXiv:1307.5257*.

[75] Meeson P.J. White, G.K. *Experimental Techniques in Low-Temperature Physics*. Oxford University Press, 2002.

[76] D. Yoshioka. *The quantum Hall effect*. Springer-Verlag Berlin and Heidelberg GmbH & Co., 2002.

[77] N. Zhitenev, R. Haug, K. Klitzing, and K. Eberl. Time-resolved measurements of transport in edge channels. *Physical Review Letters*, 71(14):2292–2295, October 1993.