HAL
open science

Caractérisation et identification du comportement thermomécanique de multi-cristaux d'aluminium

Li Li

To cite this version:

Li Li. Caractérisation et identification du comportement thermomécanique de multi-cristaux d'aluminium. Mécanique des solides [physics.class-ph]. Université de Montpellier 2, 2014. Français. NNT : . tel-01175881v1

HAL Id: tel-01175881

https://hal.science/tel-01175881v1

Submitted on 13 Jul 2015 (v1), last revised 21 Feb 2018 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Montpellier II
— Sciences et Techniques du Languedoc —

Thèse

pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université Montpellier II

Discipline : Mécanique et Génie Civil
École Doctorale : Information, Structures et Systèmes

Caractérisation et identification du comportement thermomécanique de multi-cristaux d'aluminium

par

Li LI
李砺

Présentée et soutenue publiquement le 12 Décembre 2014 devant le jury composé de :

Éric Charkaluk	Directeur de Recherche	LML	Rapporteur
Jean-Noël Périé	Maître de Conférences - HDR	ICA	Rapporteur
Michel Bornert	Chercheur	Navier	Examinateur
Nicole Fréty	Professeur des Universités	ICG	Présidente
Laurent Stainier	Professeur des Universités	GeM	Examinateur
Bertrand Wattrisse	Professeur des Universités	LMGC	Directeur
Jean-Michel Muracciole	Maître de Conférences	LMGC	Encadrant
Laurent Waltz	Maître de Conférences	LMGC	Encadrant
Félix Latourte	Ingénieur de Recherche	EDF R&D	Invité

Remerciements

Ce travail de recherche a été réalisé au sein du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (LMGC) de l'Université de Montpellier.

Mes tous premiers remerciements s'adressent à Bertrand, Jean-Michel et Laurent. C'est grâce à eux que j'ai pu vivre cette formidable aventure. Je les remercie pour la confiance qu'ils m'ont accordée tout au long de ce travail de thèse. Ils ont su, chacun à leur manière me guider, m'épauler, me porter et surtout me supporter pendant ces 3 ans. Il m'aurait été impossible de faire aboutir ce travail sans leur aide et leur support au quotidien. *Visiblement, leur souffrance n'est pas encore finie !*

Je suis tout particulièrement sensible à l'honneur que m'a fait Nicole Fréty en acceptant de présider mon jury de thèse. Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance aux deux rapporteurs, Eric Charkaluk et Jean-Noël Périé pour la pertinence et la qualité des remarques formulées dans leur rapport. Je tiens à remercier tous les autres membres de mon jury, Michel Bornert, Laurent Stainier ainsi que Félix Latourte, pour avoir bien voulu lire le manuscrit, m'avoir écouté lors de la soutenance et de m'avoir donné leur avis sur mes travaux de recherche.

Je remercie par la même occasion toute l'équipe de recherche "ThM2" avec qui j'ai cohabité et travaillé pendant un peu plus de 3 ans. Également un grand merci aux personnes du département de Mécanique de l'UM2, pour leur soutien et pour m'avoir permis de réaliser mon monitorat dans les meilleures conditions. Je tiens à présenter toute ma gratitude à tous les membres du LMGC, permanents ou non-permanents, pour leur aide et leurs encouragements.

L'envie de me lancer dans une telle aventure m'est venue durant ma formation à l'Université de Technologie de Troyes, pendant laquelle j'ai pu côtoyer des chercheurs passionnés par leur métier. Pour cela, je voudrais remercier chaleureusement mes chers anciens professeurs et enseignants de Troyes, Delphine Retraint, Benoît Panicaud et Xiao Lu Gong. Merci à eux, de m'avoir donné l'envie et le courage de m'atteler à cette lourde tâche, qu'est de faire évoluer la science (+/- !).

J'aurais aimé n'omettre personne dans cette liste de remerciements mais cela n'est pas chose facile. Je ne pourrais citer ici tous ceux qui de près ou de loin m'ont aidé durant cette belle aventure. Je suis certain qu'ils se reconnaîtront dans ces quelques lignes, qu'ils reçoivent en retour ma reconnaissance la plus profonde.

Enfin j'adresse ces dernières lignes à mes parents (李培书和吴晓玲) qui m'ont toujours fait confiance (ou presque) depuis ma naissance, et à mes amis (français, chinois ou internationaux) pour leur soutien et leurs encouragements.

11 Mars 2015
Li LI

Sommaire

Remerciements **i**

Introduction générale **v**

1 Cadre Théorique **1**

2 Cadre Expérimental **23**

3 Traitements d'images cinématiques et calorimétriques **55**

4 Validation numérique cinématique : application à la plasticité cristalline **95**

5 Validation numérique thermique : application à la plasticité cristalline **131**

6 Application à l'étude expérimentale de multi-cristaux d'aluminium **149**

Conclusion & Perspectives **181**

Bibliographie **186**

Introduction générale

Les matériaux métalliques comptent toujours aujourd'hui parmi les matériaux les plus utilisés en ingénierie, et ce du fait de la large palette de propriétés qu'il est possible de leur conférer en jouant sur leurs procédés d'élaboration. De par leur importance industrielle stratégique, ces matériaux ont bénéficié des avancées considérables réalisées en Mécanique des Matériaux. Ils constituent ainsi, un parfait exemple des voies de recherche proposées pour modéliser le comportement des matériaux : approche phénoménologique, approche homogénéisée et approche microstructurale.

L'approche microstructurale repose sur une retranscription des mécanismes élémentaires liés à la déformation anélastique du cristal (loi de Schmid et Boas, mouvement des dislocations). Dans un premier lieu, la cristallographie permet de définir les systèmes (plans et directions denses) sur lesquels il est énergétiquement le plus facile de cisailler le réseau. L'apparition d'un cisaillement nécessite de vaincre une barrière énergétique qui est traduite par l'introduction d'un seuil. Enfin, la fermeture du problème (écriture des lois de comportement reliant la cinématique à la sthénique) permet d'introduire la notion (initialement macroscopique) d'écrouissage.

Les approches homogénéisées permettent, entre autres, d'introduire le caractère statistique lié à la présence de grains d'orientations différentes avec la volonté de relier les réponses macroscopiques aux propriétés des phases à différentes échelles du cristal (texture, densités de dislocations, ...).

Les modélisations phénoménologiques, quant à elles, introduisent des descriptions à l'échelle de la structure, en ne retenant que les principales caractéristiques de la plasticité des matériaux cristallins (notion de seuil, loi d'écoulement plastique, ...).

La description de la plasticité repose donc clairement sur une analyse énergétique de la déformation de la matière. Par ailleurs, la plasticité constitue, du point de vue du mécanicien, l'un des deux mécanismes élémentaires de déformation qui génère une irréversibilité (au sens de la dissipation intrinsèque). Il est donc naturel de chercher à décrire ce comportement sur le plan des énergies mises en jeu. Si les considérations énergétiques à la base de la description de la plasticité sont parfois prises en compte à l'échelle macroscopique [Taylor et Quinney, 1934, Quinney et Taylor, 1937, Chrysochoos et Maisonneuve, 1985, Chrysochoos *et al.*, 1989], il est beaucoup plus difficile d'y accéder au niveau de l'échelle cristalline. Plusieurs équipes ont abordé cette problématique en adoptant des angles d'attaque différents : observations sur matériaux «modèles» à très gros grains [Saai *et al.*, 2010, Badulescu *et al.*, 2011, Wang *et al.*, 2013], ou observations sur matériaux «industriels» [Bodelot *et al.*, 2009, Seghir *et al.*, 2012]. Dans tous les cas, l'accès au bilan d'énergie est toujours délicat du fait de très importants problèmes métrologiques liés à la mesure des quantités de chaleur mises en jeu durant l'essai. Ce bilan, à l'échelle cristalline, prend souvent la forme d'une extension du coefficient de Taylor-Quinney [Saai *et al.*, 2010, Badulescu *et al.*, 2011].

L'essor des moyens informatiques de ces dernières décennies a permis le dévelop-

pement et l'implémentation dans les codes de calcul de modèles de comportement, à différentes échelles, de plus en plus «réalistes», mais aussi de plus en plus complexes. Bien que souvent écrits dans un cadre thermodynamique, leur consistance thermomécanique, associée à la cohérence entre les différentes énergies mises en jeu pendant la déformation (énergies de déformation, stockée, de couplage ou dissipée), n'est que très rarement vérifiée sur le plan expérimental. Il apparaît donc un certain «décalage» entre le degré de raffinement de la modélisation, notamment à l'échelle cristalline (modèles de plasticité cristalline [Stainier *et al.*, 2002], modèles micromorphes [Aslan *et al.*, 2011], ...) et la connaissance expérimentale du bilan d'énergie associé à la déformation.

On se propose donc ici de s'intéresser au cas des modèles de plasticité cristalline développés pour rendre compte de la déformation à l'échelle du grain. L'objectif, *in fine*, est donc d'étudier le comportement de «multi-cristaux» d'aluminium sur un plan mécanique, thermique et énergétique lors de chargements cycliques. L'analyse énergétique sera effectuée à partir de techniques d'imagerie complémentaires : la Corrélation d'Images Numériques (pour la description cinématique) et la Thermographie Infra-Rouge (pour l'analyse calorimétrique). Cette analyse est particulièrement riche d'informations car les propriétés du bilan d'énergie renseignent sur la nature (couplée ou non, plus ou moins dissipative) des évolutions microstructurales induites par la déformation. Sur le plan de la modélisation, ces informations énergétiques sont directement reliées à la forme des lois de comportement.

L'objectif ultime, pour le travail commencé ici, consiste à établir, lors du processus de déformation, le bilan énergétique à l'échelle du grain afin de proposer une loi de comportement thermomécaniquement cohérente. L'étape préliminaire fondamentale à sa réalisation, est de proposer une approche «suffisamment locale» pour pouvoir accéder sur le plan expérimental aux différentes grandeurs nécessaires à l'établissement du bilan d'énergie à cette échelle.

Dans un premier chapitre, nous présentons d'abord le cadre théorique et le formalisme thermomécanique nécessaire à l'établissement de lois de comportement «énergétiquement cohérentes». Ainsi, à partir de l'équation de diffusion de la chaleur, qui permet de relier les mesures thermiques à la chaleur mise en jeu au cours du processus de déformation, nous rappelons les différents mécanismes responsables de boucles d'hystérésis sous chargement cyclique. Puis nous présenterons les éléments nécessaires à la compréhension de la plasticité cristalline.

Le second chapitre présente le matériau utilisé ainsi que les différents protocoles expérimentaux mis en place pour obtenir et caractériser sa microstructure. Les dispositifs permettant d'accéder aux grandeurs expérimentales nécessaires à la construction du bilan énergétique et d'effectuer les différents recalages spatiaux et temporels, entre les images obtenues dans le visible, l'infrarouge et en EBSD (Electron BackScattered Diffraction) sont ensuite détaillés. La réalisation d'un bilan d'énergie est toujours une opération complexe car elle nécessite d'accéder simultanément à des énergies de différente nature. L'estimation des quantités de chaleur constitue souvent le point le plus délicat. Pour «faciliter» cette opération, nous avons choisi de travailler à une échelle particulièrement «macroscopique» afin de pouvoir utiliser des protocoles de mesure éprouvés. Nous travaillons donc ici sur un aluminium à très gros grains (centimétriques).

Le troisième chapitre regroupe les différentes techniques de traitement utilisées lors des dépouillements des données expérimentales cinématiques et thermiques : la Corrélation d'Images Numériques, la Thermographie Infra-Rouge. Si ces méthodes

sont satisfaisantes dans le cas de champs cinématiques et thermiques suffisamment «réguliers», il devient nécessaire de les «enrichir» quand de fortes localisations, liées ici à la structure particulière de notre matériau, apparaissent. On détaillera dans ce chapitre la stratégie adoptée pour mettre en place ce type de mesures cinématiques et thermiques couplées sur le matériau (particulièrement hétérogène) étudié.

Les deux chapitres suivants sont dédiés à une première caractérisation métrologique des mesures obtenues par les méthodes proposées. L'objectif n'est pas ici de caractériser de manière exhaustive les incertitudes associées à ces mesures, ce qui dépasserait largement le cadre d'un travail de thèse : voir notamment les travaux du GdR2519 «Mesures de Champs et Identification en Mécanique des Solides», et particulièrement les activités du GT1 «Métrologie» et du GT2 «Calorimétrie Quantitative en Mécanique des Matériaux», dont nous reprenons ici la philosophie. Nous nous contentons, dans ce travail, d'illustrer certaines tendances observées sur les «erreurs de mesures» mises en évidence sur des «cas d'école» fondés sur le traitement d'images de synthèse «maîtrisées».

Le dernier chapitre est dédié à la présentation des premiers résultats obtenus sur ce matériau. Plusieurs essais cycliques ont été effectués. Ce type d'essai a été choisi car il permet de faire évoluer le sens de variation d'au moins une variable d'état (à savoir, la déformation). C'est uniquement par ce type d'essai «d'inversion» qu'il est possible de discriminer les mécanismes dissipatifs de certains mécanismes de couplage. On illustre ici les principales tendances observées dans ces essais. L'analyse métrologique des chapitres précédents permet, légitimement, de présenter les résultats. L'interprétation qu'il est possible d'en faire est limitée par la présence d'artefacts expérimentaux liés à l'important niveau de déformation locale atteint. Néanmoins, ces premiers résultats sont encourageants. Ils montrent l'aptitude de la méthode proposée à capter l'hétérogénéité des champs aux faibles niveaux de déformation plastique «globale» (fissuration inter-granulaire, localisation intra-granulaire). Ils permettent d'envisager dans un assez court terme l'obtention d'un bilan local fiable, ce dernier passant par la connaissance de l'état de contrainte localement développé dans chaque grain.

Chapitre 1

Cadre Théorique

L'objectif ultime pour le travail réalisé ici consiste à établir, lors du processus de déformation, le bilan énergétique à l'échelle du grain afin de proposer une loi de comportement thermomécaniquement cohérente.

L'un des objectifs principaux de la thèse est de proposer une approche locale pour pouvoir accéder sur le plan expérimental aux différentes énergies mises en jeu au sein du matériau lors du chargement afin de pouvoir construire le bilan d'énergie local. Nous présenterons, dans ce premier chapitre, les différents outils théoriques nécessaires à la construction du bilan énergétique effectué à partir des résultats expérimentaux. Ces résultats ont été obtenus grâce aux outils présentés dans le deuxième chapitre.

Dans un premier temps, nous allons présenter les définitions du cadre mécanique nécessaires lors du traitement des champs de déplacements obtenus par la Corrélation d'Image Numérique (CIN) et la détermination des champs de contrainte nécessaires pour calculer l'énergie de déformation.

Ensuite, nous introduirons le cadre thermodynamique retenu pour notre étude, la Thermodynamique des Processus Irréversibles (TPI), ainsi que le formalisme des Matériaux Standard Généralisés (MSG) afin de définir les différentes énergies mises en jeu pendant la déformation du matériau.

Concernant les aspects matériau, la grande majorité des propriétés des solides dépend de leur structure et de ses défauts. La troisième section de ce chapitre nous permet surtout de donner les clés pour avoir une meilleure compréhension de la plasticité cristalline. On présentera la structure des matériaux polycristallins, leurs défauts, ainsi que leurs comportements dans le domaine de déformation élastique et plastique.

1.1 Rappels de Mécanique des Milieux Continus : Grandes Transformations

Dans cette première section, les concepts de base de la Mécanique des Milieux Continus (MMC) sont présentés : ils nous permettent de décrire les évolutions du système matériel étudié d'un point de vue cinématique et thermodynamique. Comme nous désirons suivre le comportement du matériau jusqu'à la rupture, nous présenterons le formalisme de la MMC en grandes transformations. Nous introduirons le tenseur gradient de la transformation ainsi que les grandeurs cinématiques qui en découlent : mesures de déformations, de rotations et de vitesses de déformations.

Dans un premier temps, nous allons introduire les notions de configuration Lagrangienne et Eulérienne.

1.1.1 Configuration Lagrangienne et Eulérienne

Dans le cadre de la MMC, un solide déformable est considéré comme un ensemble de particules qui se déplacent les unes par rapport aux autres.

Il convient donc d'introduire :

- à l'instant initial t_0, le solide est dans la configuration Lagrangienne $\vec{X}(X_1, X_2, X_3)$ qui correspond à la configuration initiale Ω_0
- à l'instant t, après déformation, chaque particule occupe une position que nous noterons : $\vec{x}(\vec{X}, t)$. Le solide occupe alors le domaine Ω_t.
- la transformation $\mathfrak{T}$ relie les positions de la configuration de référence $\vec{X}$ à celle de la configuration actuelle $\vec{x}$.

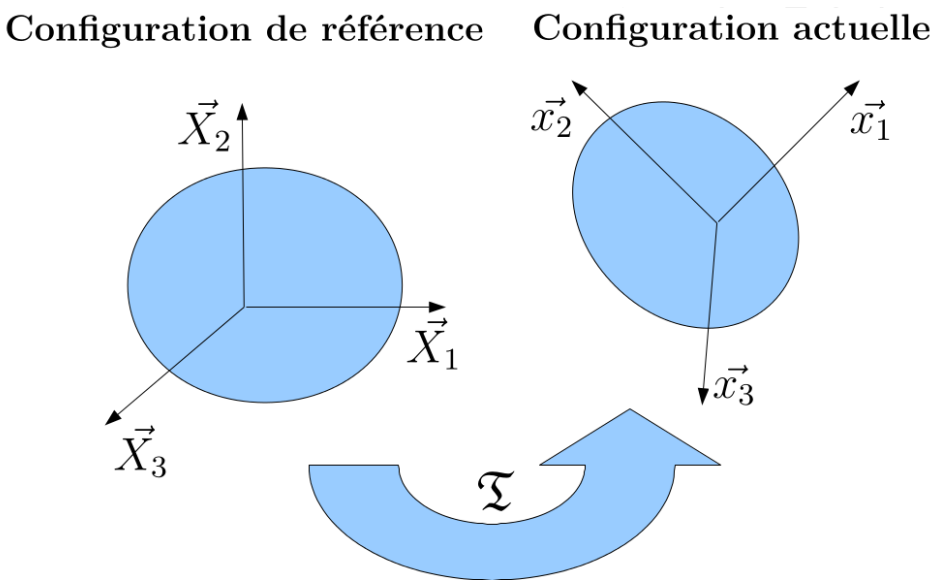


FIGURE 1.1 – Configuration Lagrangienne et Eulérienne

La transformation $\mathfrak{T}$ permettant de passer de la configuration initiale Ω_0 à la configuration courante Ω_t est bijective.

Nous pouvons donc faire une analyse Lagrangienne qui prend comme référence la configuration initiale Ω_0, ou une analyse Eulérienne qui prend Ω_t comme référence.

Pour pouvoir passer de l'une à l'autre de ces configurations, il nous faut introduire un certain nombre de tenseurs qui nous permettront de décrire la déformation du solide.

1.1.2 Tenseurs gradients de transformation

Considérons deux particules occupant les positions $\vec{M}_m$ et $\vec{M}_n$ dans la configuration initiale. Nous pouvons exprimer, au premier ordre, leurs postions relatives à l'instant

t :

$$\vec{x}(\vec{X}_m, t) = \vec{x}(\vec{X}_n, t) + \frac{\partial \vec{x}}{\partial \vec{X}}(\vec{X}_m - \vec{X}_n) + ||\vec{X}_m - \vec{X}_n||.\Theta(\vec{X}_m - \vec{X}_n, t) \tag{1.1}$$

avec :

$$\lim_{(\vec{X}_m - \vec{X}_n) \to 0} ||\Theta(\vec{X}_m - \vec{X}_n, t)|| = 0$$

Nous avons ainsi introduit le tenseur gradient de la transformation $\boldsymbol{F}$ tel que :

$$\mathrm{d}\vec{x} = \boldsymbol{F}\,\mathrm{d}\vec{X} \quad \text{ou} \quad \boldsymbol{F} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial \vec{X}} \quad \text{ou} \quad \boldsymbol{F} = \mathbf{grad}_X(\vec{x}) \tag{1.2}$$

Ce tenseur s'exprime aussi en fonction du déplacement d'une particule entre sa position actuelle $\vec{x}$ et initiale $\vec{X}$

$$\vec{u}(\vec{X}, t) = \vec{x}(\vec{X}, t) - \vec{X} \tag{1.3}$$

Il vient alors :

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{I} + \mathbf{grad}_X(\vec{u}) \tag{1.4}$$

où $\boldsymbol{I}$ représente le tenseur identité et $\mathbf{grad}_X \vec{u} = \dfrac{\partial \vec{u}}{\partial \vec{X}}$ le tenseur gradient du déplacement exprimé en coordonnées Lagrangiennes.

En outre, comme le tenseur gradient de la transformation $\boldsymbol{F}$ est inversible, il peut se décomposer de manière unique en un produit d'un tenseur symétrique avec un tenseur orthogonal :

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{R}\,.\,\boldsymbol{U} = \boldsymbol{V}\,.\,\boldsymbol{R} \tag{1.5}$$

où, les tenseurs symétriques $(\boldsymbol{U}, \boldsymbol{V})$ correspondent à des dilatations pures et le tenseur orthogonal $\boldsymbol{R}$ correspond à la rotation pure. Les directions propres de $\boldsymbol{U}$ et de $\boldsymbol{V}$ sont les directions principales de la déformation en configuration initiale et actuelle respectivement.

1.1.3 Mesures de déformation

Pour quantifier plus simplement la déformation, différents tenseurs sont classiquement introduits à partir du tenseur gradient de la transformation $\boldsymbol{F}$:

- le tenseur de déformation (Lagrangien) de Green-Lagrange $\boldsymbol{E}$:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E} &= \frac{1}{2}(\boldsymbol{C} - \boldsymbol{I}) \\ &= \frac{1}{2}\left(\mathbf{grad}_X \vec{u} + \mathbf{grad}_X^T \vec{u}\right) + \left(\mathbf{grad}_X^T \vec{u}.\mathbf{grad}_X \vec{u}\right) \end{aligned} \tag{1.6}$$

  où $\boldsymbol{C}$ représente le tenseur des dilatations de Cauchy-Green droit :

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{F}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{F} \tag{1.7}$$

- le tenseur de déformation (Eulérien) d'Almansi-Euler $\boldsymbol{A}$:

$$\boldsymbol{A} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B}^{\boldsymbol{-1}}) \tag{1.8}$$

où $\boldsymbol{B}$ représente le tenseur Eulérien des dilatations de Cauchy-Green gauche :

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{F}^{\boldsymbol{T}} \tag{1.9}$$

- les tenseurs de déformation logarithmique Lagrangien et Eulérien ($\boldsymbol{\varepsilon_H}$ et $\boldsymbol{\varepsilon_h}$) sont définis par :

$$\boldsymbol{\varepsilon_H} = \ln(\boldsymbol{U}) \tag{1.10}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon_h} = \ln(\boldsymbol{V}) \tag{1.11}$$

- il est courant d'utiliser le tenseur des déformations linéarisées $\boldsymbol{\varepsilon}$:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{grad}_X \vec{u} + \mathbf{grad}_X^T \vec{u}\right) \tag{1.12}$$

Nous rappelons que, sous l'Hypothèse des Petites Perturbations (HPP), tous les tenseurs de déformation sont équivalents.

En plasticité, on introduit souvent une configuration intermédiaire "relâchée" reliée aux configurations initiales et finales par les transformations $\boldsymbol{F_e}$ et $\boldsymbol{F_p}$. On considère alors une décomposition multiplicative du tenseur gradient de la transformation : $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F_e}\boldsymbol{F_p}$, où $\boldsymbol{F_e}$ et $\boldsymbol{F_p}$ correspondent respectivement à la partie élastique et plastique du tenseur gradient de la transformation.

De plus, si les rotations matérielles restent négligeables, alors, la décomposition multiplicative du tenseur gradient de la transformation se simplifie en une décomposition additive des déformations [Mandel, 1966, Lee, 1969, Sidoroff, 1982] :

$$\boldsymbol{F} \approx \boldsymbol{U} = \boldsymbol{U_e} \,.\, \boldsymbol{U_p} \tag{1.13}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon_H} &= \ln(\boldsymbol{U}) \\ &= \ln(\boldsymbol{U_e}) + \ln(\boldsymbol{U_p}) \\ &= \boldsymbol{\varepsilon_H^e} + \boldsymbol{\varepsilon_H^p} \end{aligned} \tag{1.14}$$

où, $\boldsymbol{U_e}$ et $\boldsymbol{U_p}$ représentent les tenseurs associés à la dilatation élastique et à la dilatation plastique, et $\boldsymbol{\varepsilon_H^e}$ et $\boldsymbol{\varepsilon_H^p}$ correspondent respectivement à la déformation élastique et la déformation plastique.

Comme nous avons introduit les mesures de déformation nécessaires à l'établissement de la loi de comportement, nous pouvons introduire maintenant les notions de vitesse de déformation qui seront utiles pour l'estimation de bilans énergétiques.

- en configuration Lagrangienne, le tenseur de vitesse de déformation de Green-Lagrange s'écrit :

$$\dot{\boldsymbol{E}} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{E}}{\mathrm{d}t} \tag{1.15}$$

- en configuration Eulérienne, le tenseur de vitesse de déformation Eulérienne $\boldsymbol{D}$:

$$\boldsymbol{D} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{grad}_x \vec{v} + \mathbf{grad}_x^T \vec{v}\right) \tag{1.16}$$

avec $\vec{v}$, le vecteur vitesse et $\mathbf{grad}_x \vec{v}$ le gradient Eulérien de vitesse.

On montre que les tenseurs $\dot{\boldsymbol{E}}$ et $\boldsymbol{D}$ sont reliés par la relation :

$$\dot{\boldsymbol{E}} = \boldsymbol{F}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{D} \boldsymbol{F} \tag{1.17}$$

- Dans le cadre de l'HPP, ces deux tenseurs de vitesse de déformation sont équivalents au tenseur de vitesse de déformation linéarisé :

$$\dot{\boldsymbol{E}} = \boldsymbol{D} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{grad}_X \vec{v} + \mathbf{grad}_X^T \vec{v}\right) \tag{1.18}$$

1.1.4 Calcul de la dérivée particulaire

La dérivée matérielle par rapport au temps d'une variable se calcule différemment selon la configuration dans laquelle elle est exprimée. Prenons l'exemple de la variation de température θ que l'on peut exprimer en configuration Lagrangienne $\theta(\vec{X}, t)$ ou Eulérienne $\theta(\vec{x}, t)$.

En configuration Lagrangienne, $\vec{X}$ est fixé et la dérivée temporelle s'écrit :

$$\dot{\theta}(\vec{X}, t) = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}(\vec{X}, t) = \frac{\partial \theta}{\partial t}(\vec{X}, t) \tag{1.19}$$

Si on se place dans la configuration Eulérienne, cette dérivée est égale à

$$\dot{\theta}(\vec{x}, t) = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}(\vec{x}, t) = \frac{\partial \theta}{\partial t}(\vec{x}, t) + \underbrace{\vec{v} \cdot \overrightarrow{\mathrm{grad}}_x \theta}_{\text{partie convective}} \tag{1.20}$$

1.1.5 Description des évolutions sthéniques

En MMC, l'hypothèse de Cauchy revient à considérer que les efforts intérieurs sont de nature surfacique et se traduisent par une densité superficielle d'effort.

En configuration Eulérienne, la force élémentaire $\mathrm{d}\vec{f}$ qui s'exerce sur l'élément de surface $\mathrm{d}s$ orienté par le vecteur normal $\vec{n}$, s'écrit :

$$\mathrm{d}\vec{f} = \boldsymbol{\sigma} \,\boldsymbol{.}\, \vec{n}\, \mathrm{d}s \tag{1.21}$$

où $\boldsymbol{\sigma}$ représente le tenseur des contraintes de Cauchy.

De la même manière, nous pouvons écrire le tenseur des contraintes dans la configuration initiale :

$$\mathrm{d}\vec{F} = \boldsymbol{S} \,\boldsymbol{.}\, \vec{N}\, \mathrm{d}S \tag{1.22}$$

où $\mathrm{d}\vec{F}$ représente la force élémentaire qui s'exerce sur l'élément de surface $\mathrm{d}S$ de normale $\vec{N}$, et $\boldsymbol{S}$ le tenseur des contraintes de Piola Kirchhoff II.

Il existe bien évidemment un lien entre ces deux représentations des efforts intérieurs :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{\det \boldsymbol{F}} \boldsymbol{F} \,\boldsymbol{.}\, \boldsymbol{S} \,\boldsymbol{.}\, \boldsymbol{F}^{\boldsymbol{T}} \tag{1.23}$$

Comme en cinématique, lorsque l'HPP est valide, ces deux descriptions des contraintes sont équivalentes.

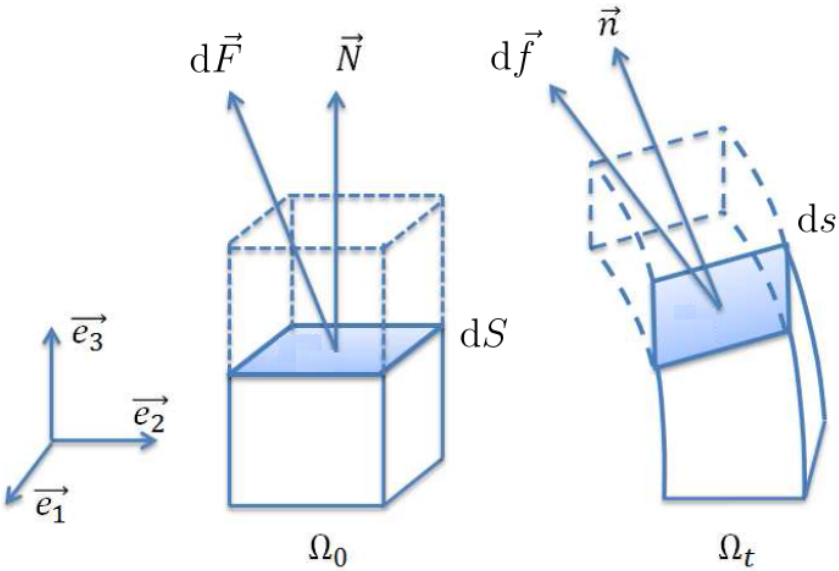


FIGURE 1.2 – Efforts intérieurs du matériau

1.1.6 Énergie de déformation

On suppose que le solide est soumis, dans la configuration actuelle, à une densité de force volumique $\vec{f_v}$ et à une densité de force surfacique $\vec{f_s}$ à la frontière.

L'écriture du Principe des Puissances Virtuelles conduit à l'équation suivante :

$$\mathcal{P}_{acc} = \mathcal{P}_{ext} + \mathcal{P}_{int} \tag{1.24}$$

qui relie les puissances des quantités d'accélération $\mathcal{P}_{acc}$ aux puissances des efforts extérieurs $\mathcal{P}_{ext}$ et intérieurs $\mathcal{P}_{int}$.

Ces deux dernières s'écrivent :

$$\begin{cases} \mathcal{P}_{ext} = \displaystyle\int_{\partial\Omega} \vec{f_s} \cdot \vec{v}\,\mathrm{d}S + \int_{\Omega} \vec{f_v} \cdot \vec{v}\,\mathrm{d}V \\ \mathcal{P}_{int} = -\displaystyle\int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D}\,\mathrm{d}V \end{cases} \tag{1.25}$$

où, $\vec{v}$ est le vecteur vitesse.

La puissance des efforts intérieurs par unité de masse s'écrit différemment selon la configuration dans laquelle elle est exprimée :

- dans la configuration actuelle :

$$w'_{int} = -\frac{\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D}}{\rho} \tag{1.26}$$

- dans la configuration initiale :

$$W'_{int} = -\frac{\boldsymbol{S} : \dot{\boldsymbol{E}}}{\rho_0} \tag{1.27}$$

où, ρ et ρ_0 représentent les masses volumiques actuelles et initiales du système. La

notation « $'$ » utilisée ici indique que les dérivées dépendent du trajet suivi, autrement dit, l'énergie mécanique et la chaleur que le système échange avec l'extérieur ne sont pas des fonctions d'état.

Le taux Eulérien d'énergie volumique de déformation w'_{def} s'écrit :

$$w'_{def} = \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} \tag{1.28}$$

Dans le cas d'une transformation quasi-statique, cette quantité est égale à la puissance des efforts extérieurs : $w'_{def} = w'_{ext}$.

Après ces éléments de MMC, largement inspirés d'ouvrages généraux [Germain, 1973, Sidoroff, 1982, Lemaitre et Chaboche, 1994, Coirier, 1997, Coirier et Nadot-Martin, 2007], nous nous proposons de présenter des bases de thermodynamique nécessaires à l'établissement de bilans énergétiques.

1.2 Thermodynamique des Processus Irréversibles

Comme nous l'avons déjà exprimé, ce travail vise à proposer des lois de comportement thermodynamiquement cohérentes. Les processus de déformation doivent donc être décrits comme des processus thermodynamiques. Nous considérons l'évolution de nos systèmes "suffisamment lente" pour pouvoir nous baser sur l'axiome de l'état local, axiome de base de la Thermodynamique des Processus Irréversibles (TPI). De plus, pour pouvoir affiner la description de l'état de notre système nous nous placerons dans le cadre des Matériaux Standards Généralisés. Ces approches théoriques sont détaillées dans de nombreux ouvrages traitant de la Mécanique des Milieux Continus [Germain, 1986a,Germain, 1986b,Coirier et Nadot-Martin, 2007], de la Mécanique des Matériaux Solides [Suquet, 2003,Lemaître et Chaboche, 2004], de la Thermodynamique des Processus Irréversibles [Onsager, 1931,Callen, 1960,Boccara, 1968,Prigogine, 1968] et des Matériaux Standards Généralisés [Halphen et Son Nguyen, 1975].

Cette Section nous permettra de présenter les différentes énergies mises en jeu au cours du processus de déformation, et nécessaires à la réalisation d'un bilan énergétique à partir des mesures expérimentales.

1.2.1 Description du système thermodynamique

Postulat de l'état local

Pour pouvoir suivre l'évolution d'un système thermodynamique, l'axiome de l'état local propose une extension du principe zéro de la thermodynamique, en considérant le système thermodynamique comme une réunion de sous-systèmes homogènes, étant tous et à tout instant en état d'équilibre. Cette théorie, dite du "proche équilibre" impose donc de considérer des évolutions du système suffisamment lentes devant les temps de retour à l'équilibre. Nous ne considèrerons donc que des processus quasi-statiques assimilés à une succession d'états d'équilibre.

Variables d'état

On considère que chacun des sous-systèmes, en état d'équilibre, peut être caractérisé par un lot de $(n+1)$ variables indépendantes, les variables d'état, dont on ne précise pas encore la nature ici.

On présente dans ce qui suit l'expression des principes de la thermodynamique utilisés pour notre description d'un milieu continu.

1.2.2 Premier principe de la thermodynamique

Le premier principe de la thermodynamique traduit la conservation d'énergie du système. Il décrit la possibilité de conversion d'énergie mécanique en chaleur et réciproquement.

La variation de l'énergie totale du système $\mathcal{E}$ est donc égale à la somme de la puissance mécanique des efforts extérieurs $\mathcal{P}_{ext}$ et du taux de chaleur reçu par le système $\mathcal{P}_{cal}$ [Lemaitre et Chaboche, 1994] :

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} = \mathcal{P}_{ext} + \mathcal{P}_{cal} \tag{1.29}$$

Dans un repère galiléen, l'énergie totale $\mathcal{E}$ est égale à la somme de l'énergie interne E du matériau et de son énergie cinétique K :

$$\mathcal{E} = E + K \tag{1.30}$$

Classiquement, le taux de chaleur reçu par le système (puissance calorifique $\mathcal{P}_{cal}$) se décompose en deux termes :

- la chaleur générée dans le volume Ω, qui correspond à des échanges à distance (micro-ondes ...) et se traduit par une densité volumique r
- la chaleur reçue par conduction à la frontière du domaine $\partial\Omega$ définie par une densité superficielle $-\vec{q} \cdot \vec{n}$, où $\vec{n}$ représente la normale extérieure au domaine Ω et $\vec{q}$ le vecteur courant de chaleur.

La puissance calorifique s'écrit donc dans une écriture Eulérienne :

$$\mathcal{P}_{cal} = \int_{\Omega} r \ \mathrm{d}v - \int_{\partial\Omega} \vec{q} \cdot \vec{n} \ \mathrm{d}s \tag{1.31}$$

Toujours dans un repère galiléen, le théorème de l'énergie cinétique nous donne :

$$\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}t} = \mathcal{P}_{ext} + \mathcal{P}_{int} \tag{1.32}$$

En combinant les équations 1.29 et 1.32, nous avons :

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = -\mathcal{P}_{int} + \mathcal{P}_{cal} \tag{1.33}$$

soit, en postulant l'existence d'une énergie interne spécifique e, et en travaillant dans la configuration actuelle :

$$\frac{\mathrm{d}\left(\int_{\Omega} \rho e \ \mathrm{d}v\right)}{\mathrm{d}t} = \int_{\Omega} w'_{int} \, \mathrm{d}v + \int_{\Omega} r \ \mathrm{d}v - \int_{\partial\Omega} \vec{q} \cdot \vec{n} \ \mathrm{d}s \tag{1.34}$$

où $w'_{int} = -\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D}$ représente la puissance volumique des efforts intérieurs.

En utilisant la conservation de la masse et le théorème d'Ostrogradsky nous pouvons écrire :

$$\int_{\Omega} [\rho\dot{e} - (w'_{int} + r - \mathrm{div}\vec{q})]\, \mathrm{d}v = 0 \tag{1.35}$$

D'après l'axiome de l'état local, la relation 1.35 doit être vraie sur tous les sous-domaines de Ω, nous pouvons donc écrire le premier principe de la thermodynamique sous sa forme locale :

$$\rho\dot{e} = -w'_{int} + r - \mathrm{div}\vec{q} \tag{1.36}$$

Naturellement, l'énergie interne spécifique constitue un potentiel thermodynamique. Elle dépend donc des variables d'état retenues pour décrire le comportement du système.

1.2.3 Second principe de la thermodynamique

Le second principe de la thermodynamique permet de rendre compte du caractère potentiellement irréversible d'une transformation. Nous postulons l'existence d'une grandeur $\mathcal{S}$, l'entropie, qui vérifie, quelle que soit l'évolution du système, l'inégalité suivante :

$$\dot{\mathcal{S}} \geqslant \int_{\Omega} \frac{r}{T}\, \mathrm{d}v - \int_{\partial\Omega} \frac{\vec{q}\cdot\vec{n}}{T}\, \mathrm{d}s \tag{1.37}$$

où T, variable positive, représente la température absolue du système.

Si nous postulons, comme précédemment, l'existence d'une entropie spécifique $\mathtt{s}$, l'énergie interne est définie comme une fonction de l'entropie spécifique $\mathtt{s}$ et de n variables d'état notées $\alpha_j (j = 1, 2, ...n)$, soit $e(\mathtt{s}, \alpha_j)$. On définit alors la température absolue T de la manière suivante :

$$T = \frac{\partial e}{\partial \mathtt{s}}(\mathtt{s}, \alpha_j) \tag{1.38}$$

Et le second principe s'écrit, alors, sous sa forme locale :

$$\rho\dot{\mathtt{s}} - \frac{r}{T} + \mathrm{div}\frac{\vec{q}}{T} \geqslant 0 \tag{1.39}$$

1.2.4 Inégalité de Clausius-Duhem

En combinant les écritures locales du premier principe (Équation 1.36) et second principe (Équation 1.39) et en remarquant que :

$$\mathrm{div}\frac{\vec{q}}{T} = \frac{\mathrm{div}\vec{q}}{T} - \frac{\vec{q}\cdot\overrightarrow{\mathrm{grad}}T}{T^2} \tag{1.40}$$

nous obtenons l'inégalité fondamentale :

$$-w'_{int} + \rho(T\dot{\mathtt{s}} - \dot{e}) - \frac{\vec{q}\cdot\overrightarrow{\mathrm{grad}}T}{T} \geqslant 0 \tag{1.41}$$

La température absolue T est usuellement choisie comme première variable d'état $\alpha_0 = T$, car elle est plus facilement accessible expérimentalement que l'entropie. Nous choisirons donc, comme potentiel thermodynamique, l'énergie libre $\psi(T, \alpha_j)$

définie comme, la transformée de Legendre-Fenchel de l'énergie interne par rapport à l'entropie.

Les propriétés de cette transformée nous donnent :

$$\begin{cases} \mathrm{s} = -\dfrac{\partial \psi(T, \alpha_j)}{\partial T} \\ \dfrac{\partial \psi(T, \alpha_j)}{\partial \alpha_j} = \dfrac{\partial e(T, \alpha_j)}{\partial \alpha_j} \text{ avec } j = 1, ...n \end{cases} \tag{1.42}$$

En combinant les deux équations précédentes, nous obtenons l'Inégalité de Clausius-Duhem, qui introduit la dissipation d :

$$d = -w'_{int} - \rho \frac{\partial \psi(T, \alpha_j)}{\partial \alpha_j} \dot{\alpha}_j - \frac{\overrightarrow{\mathrm{grad}} T}{T} \cdot \vec{q} \geqslant 0, \text{ avec } j = 1, ...n \tag{1.43}$$

Cette inégalité caractérise le caractère irréversible de la transformation. Généralement, on décompose la dissipation d en deux termes :

- la **dissipation volumique intrinsèque** : $d_1 = -w'_{int} - \rho \dfrac{\partial \psi(T, \alpha_j)}{\partial \alpha_j} \dot{\alpha}_j$
- la **dissipation volumique thermique** : $d_2 = -\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{grad}} T}{T} \cdot \vec{q}$

On suppose généralement que ces deux dissipations sont découplées, ce qui signifie qu'elles sont séparément positives ou nulles [Germain, 1973] :

$$\begin{cases} d_1 \geqslant 0 \\ d_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

L'évolution d'un système thermodynamique est dite réversible si en tout point du système et à tout instant, on a simultanément [Germain, 1986a] :

$$d_1 = 0 \quad \text{et} \quad d_2 = 0$$

sinon, elle est irréversible.

1.2.5 Lois de comportement

Une fois ce cadre posé, nous disposons, pour résoudre le problème des équations de conservation (masse, mouvement, énergie) ainsi que de l'Inégalité de Clausius-Duhem pour que le processus soit thermodynamiquement admissible.

Les équations de comportement, équations supplémentaires nécessaires à la résolution du problème, dépendent du nombre de variables d'état choisi. Si nous considérons l'ensemble suivant de variables d'état :

- la température absolue T
- une mesure de déformation que nous noterons ε
- un ensemble de variables complémentaires α_j ($j = 2, ...n$) complétant la description de l'état du système

Ces équations de comportement peuvent être regroupées en deux catégories.

Lois d'état

Les équations d'état relient les variables conjuguées aux variables d'état et récapitulent les propriétés des états d'équilibres :

$$\begin{cases} \mathtt{s} = -\dfrac{\partial \psi(T, \boldsymbol{\varepsilon}, \alpha_j)}{\partial T} \\ \boldsymbol{\sigma}^{rev} = \rho \dfrac{\partial \psi(T, \boldsymbol{\varepsilon}, \alpha_i)}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \\ A_j = \rho \dfrac{\partial \psi(T, \boldsymbol{\varepsilon}, \alpha_k)}{\partial \alpha_j}, \text{ avec } j = 1, ...n \text{ et } k = 1, ...n \end{cases} \tag{1.44}$$

où, $\boldsymbol{\sigma}^{rev}$ représente la partie réversible du tenseur des contraintes utilisée dans la description du système.

En combinant l'équation 1.43 ainsi que les lois d'état, nous obtenons une nouvelle expression de l'Inégalité de Clausius-Duhem sous la forme suivante :

$$d = (\boldsymbol{\sigma} - \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - A_j \dot{\alpha}_j - \frac{\overrightarrow{\text{grad}} T}{T} \cdot \vec{q} \geqslant 0, \quad j = 2, ...n \tag{1.45}$$

Dans l'équation précédente, on fait alors apparaitre les "forces" thermodynamiques X_k et les flux thermodynamiques Y_k.

- On définit le vecteur $\mathcal{X}$ des "forces" thermodynamiques de la manière suivante :

$$\mathcal{X} = (X_k)_{k=0,...n} \text{ avec } \mathcal{X} = \begin{pmatrix} -\dfrac{\overrightarrow{\text{grad}} T}{T} \\ \boldsymbol{\sigma}^{irr} = (\boldsymbol{\sigma} - \rho \dfrac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}) \\ -A_j (j = 2, ...n) \end{pmatrix}$$

  où le terme $(\boldsymbol{\sigma} - \rho \dfrac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}})$ représente la partie du tenseur de contraintes qui génère de la dissipation, soit $\boldsymbol{\sigma}^{irr}$.

- Le vecteur $\mathcal{Y}$ des flux des variables thermodynamiques :

$$\mathcal{Y} = (Y_k)_{k=0,...n} \text{ avec } \mathcal{Y} = \begin{pmatrix} \vec{q} \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \\ \dot{\alpha}_j (j = 2, ...n) \end{pmatrix}$$

Finalement, l'Inégalité de Clausius-Duhem peut s'écrire alors tout simplement comme la somme des produits forces-flux :

$$d = \sum_{k=0}^{n} X_k Y_k \geqslant 0$$

Lois complémentaires

Ces équations d'évolution relient les forces thermodynamiques au flux et décrivent la nature des irréversibilités qui accompagnent la déformation.

Nous adoptons maintenant le formalisme des Matériaux Standards Généralisés qui postule l'existence d'une fonction φ convexe, positive et nulle en $(Y_k = 0, k = 0...n)$ telle que les lois d'évolution soient définies, lorsque φ est différentiable, par :

$$\begin{cases} -\dfrac{\overrightarrow{\text{grad}}T}{T} = \dfrac{\partial\varphi(\vec{q}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \dot{\alpha_j})}{\partial\vec{q}} \\ \boldsymbol{\sigma}^{irr} = \dfrac{\partial\varphi(\vec{q}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \dot{\alpha_j})}{\partial\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}} \\ -A_j = \dfrac{\partial\varphi(\vec{q}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \dot{\alpha_k})}{\partial\dot{\alpha_j}}, j = 2, ...n \end{cases} \tag{1.46}$$

Les propriétés mathématiques de cette fonction $\varphi(\vec{q}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \dot{\alpha_i})$ appelée pseudo-potentiel de dissipation assurent la positivité de la dissipation quelle que soit l'évolution du système.

Les relations précédentes sont appelées lois complémentaires puisqu'elles autorisent la fermeture du problème. Le tableau suivant récapitule brièvement les variables et les lois introduites ici pour établir une loi de comportement du matériau thermodynamiquement cohérente.

Lois de comportement			
Lois d'état		Lois complémentaires	
Variables d'état	Variables conjuguées	Flux	Forces
T	s	$\vec{q}$	$-\dfrac{\overrightarrow{\text{grad}}T}{T}$
$\boldsymbol{\varepsilon}$	$\boldsymbol{\sigma}^{rev}$	$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$	$\boldsymbol{\sigma}^{irr}$
α_j	A_j	$\dot{\alpha_j}$	$-A_j$

Tableau 1.1 – Lois de comportement

Avec ces notations, les dissipations s'écrivent alors :

- la **dissipation volumique** : $d = \boldsymbol{\sigma}^{irr} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - A_j\dot{\alpha_j} - \dfrac{\vec{q} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}T}{T}$, avec $j = 2, ...n$
- la **dissipation volumique intrinsèque** : $d_1 = \boldsymbol{\sigma}^{irr} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - A_j\dot{\alpha_j}$
- la **dissipation volumique thermique** : $d_2 = -\dfrac{\vec{q} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}T}{T}$

1.2.6 Équation de diffusion de la chaleur

Cette équation locale régit l'évolution de la variable d'état température T. Elle est obtenue par combinaison du premier et du second principe de la thermodynamique, à partir du potentiel thermodynamique énergie libre spécifique ψ. Cette équation de diffusion permet, d'une part, de relier les effets thermiques aux effets calorifiques mais

elle permet aussi de faire apparaître la nature des sources de chaleur accompagnant la déformation des matériaux. En combinant l'expression locale des deux principes de la Thermodynamique, on obtient l'équation de diffusion de la chaleur [Lemaître et Chaboche, 2004] :

$$\rho C\dot{T} + \mathrm{div}\vec{q} = d_1 + w'_{cpl} + r \tag{1.47}$$

où $C = -T\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial T^2}$ représente la capacité calorifique à $\boldsymbol{\varepsilon}$ et α_j constants que nous devrions donc écrire en toute rigueur $C = C_{\boldsymbol{\varepsilon},\alpha_j}$.

Les différents termes de cette équation de la chaleur peuvent s'interpréter comme :

- un terme qui correspond à l'absorption de chaleur : $\rho C\dot{T}$
- le terme qui traduit les fuites thermiques par conduction dans le milieu : $\mathrm{div}\vec{q}$
- la dissipation intrinsèque $d_1 = (\boldsymbol{\sigma} - \rho\frac{\partial\Psi}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \rho\frac{\partial\Psi}{\partial\alpha_j}\dot{\alpha}_j$ qui, comme nous l'avons déjà précisé, représente la partie des efforts intérieurs qui se transforme en chaleur.
- les sources de couplages thermomécaniques $w'_{cpl} = \rho T\frac{\partial^2\Psi}{\partial T\partial\boldsymbol{\varepsilon}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \rho T\frac{\partial^2\Psi}{\partial T\partial\alpha_j}\dot{\alpha}_j$. Nous séparons classiquement ce terme source en deux : la source de couplage thermoélastique $w'_{the} = \rho T\frac{\partial^2\Psi}{\partial T\partial\boldsymbol{\varepsilon}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ qui rend compte de la thermodilatabilité du matériau ainsi que d'autres sources de couplages thermomécaniques internes $w'_{ic} = \rho T\frac{\partial^2\Psi}{\partial T\partial\alpha_j}\dot{\alpha}_j$ qui traduisent d'éventuels couplages entre la température et les autres variables d'état.
- le taux de chaleur volumique d'origine extérieure r (effet Joule, rayonnement, *etc...*)

Une première simplification de l'équation de la chaleur

L'écriture générale de l'équation de la chaleur a été présentée dans l'Équation 1.47. Dans le cadre de nos essais sur des échantillons minces réalisés dans des matériaux conducteurs, nous pouvons simplifier son écriture sous les hypothèses supplémentaires suivantes :

- la masse volumique ρ et la chaleur spécifique C sont supposées demeurer constantes durant les essais.
- le terme de conduction suit une modélisation supplémentaire inspirée par Fourier sur la loi de conduction dans un matériau thermiquement isotrope $\vec{q} = -k\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}T$ avec k le coefficient de conductivité supposé constant. Nous avons alors $\mathrm{div}\vec{q} = -k\Delta T$.
- le terme de densité de source volumique r est supposé indépendant du temps. On peut remarquer que dans le cas d'un système en équilibre thermique il est égal à $r = -k\Delta T_0$ avec T_0 la température d'équilibre initiale.

En prenant en compte toutes ces hypothèses, l'équation de la chaleur devient alors :

$$\rho C\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} - k\Delta T = d_1 + w'_{cpl} - k\Delta T_0 \tag{1.48}$$

En posant $\theta = T - T_0$ la variation de température, nous obtenons alors une première forme simplifiée de l'équation de la chaleur. La grandeur w'_{ch} représente l'ensemble des termes de source de chaleur (dissipation intrinsèque et couplage).

$$\rho C \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} - k\Delta\theta = d_1 + w'_{cpl} = w'_{ch} \tag{1.49}$$

1.2.7 Bilan énergétique sur un trajet thermodynamique

Pour pouvoir appréhender expérimentalement la part relative des différentes énergies mises en jeu au cours du processus de déformation, il faut réaliser des tests mécaniques. Cependant tous les essais ne permettent pas de discriminer un phénomène par rapport à l'autre. En effet, comme nous l'avons vu, à un phénomène dissipatif correspond une source de chaleur positive. De même lors d'un essai de compression, le couplage thermoélastique induira une source de chaleur positive.

En conclusion, en fonction du signe du taux de variation des variables d'état, un essai monotone ne permettra pas de dissocier les effets dissipatifs et des effets de couplage. Pour pouvoir les distinguer, il paraît essentiel, lors du chargement, de changer le signe du taux d'évolution des variables d'état.

Les essais de charge-décharge paraissent donc un moyen efficace pour caractériser le comportement thermomécanique des matériaux. Nous proposons ici d'étudier l'évolution thermomécanique d'un cycle de charge-décharge. On suppose que l'état du matériau varie d'un état initial $\mathcal{A} = (T_{\mathcal{A}}, \varepsilon_{\mathcal{A}}, \alpha_{\mathcal{A}})$ à un état final $\mathcal{B} = (T_{\mathcal{B}}, \varepsilon_{\mathcal{B}}, \alpha_{\mathcal{B}})$.

L'énergie de déformation w_{def} fournie au matériau peut être scindée en deux parties, une partie élastique w_e (récupérable lors de la décharge des efforts) et une partie anélastique w_{an} (non récupérable à la décharge des efforts) :

$$w_{def} = w_e + w_{an} \tag{1.50}$$

Cette énergie de déformation est définie pour un processus quasi-statique comme étant égale à l'opposé de l'énergie des efforts intérieurs. L'énergie anélastique est, quant à elle, absorbée par le matériau. Une partie w_d est dissipée et éventuellement restituée sous forme de chaleur au milieu extérieur, l'autre partie w_s étant consommée par le matériau pour modifier sa propre microstructure [Chrysochoos *et al.*, 1989].

$$w_{an} = w_d + w_s \tag{1.51}$$

En intégrant l'expression de l'énergie de déformation par rapport au temps sur le trajet thermomécanique nous avons :

$$w_{def} = \int_{t_{\mathcal{A}}}^{t_{\mathcal{B}}} d_1 \ \mathrm{d}t + \int_{t_{\mathcal{A}}}^{t_{\mathcal{B}}} (w'_e + w'_s) \ \mathrm{d}t \tag{1.52}$$

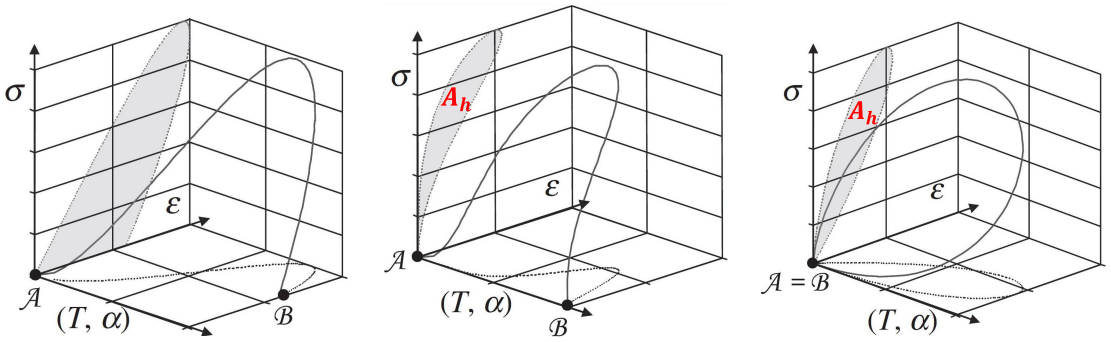
En combinant les équations 1.47 et la précédente il vient :

$$\begin{aligned} \rho\dot{e} &= \rho\frac{\partial\Psi}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \rho\frac{\partial\Psi}{\partial\alpha_j}\dot{\alpha}_j - \rho T\frac{\partial^2\Psi}{\partial T^2}\dot{T} - \rho T\frac{\partial^2\Psi}{\partial T\partial\boldsymbol{\varepsilon}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \rho T\frac{\partial^2\Psi}{\partial T\partial\alpha_j}\dot{\alpha}_j \\ &= w'_e + w'_s + \rho C\dot{T} - w'_{cpl} \end{aligned} \tag{1.53}$$

on obtient alors :

$$w_{def} = \int_{t_{\mathcal{A}}}^{t_{\mathcal{B}}} d_1 \ \mathrm{d}t + \int_{t_{\mathcal{A}}}^{t_{\mathcal{B}}} \left(\rho\dot{e} - \rho C\dot{T} + w'_{cpl}\right) \mathrm{d}t \tag{1.54}$$

Différentes situations peuvent alors être mises en évidence [Chrysochoos *et al.*, 2010] :



(a) $\mathcal{A} \neq \mathcal{B}$ (b) $\varepsilon_{\mathcal{A}} = \varepsilon_{\mathcal{B}}$ (c) $\mathcal{A} = \mathcal{B}$

FIGURE 1.3 – Trajets thermomécaniques [Chrysochoos *et al.*, 2010]

- $\mathcal{A} \neq \mathcal{B}$ est le cas le plus général, on remarque que l'énergie de déformation comporte des contributions liées à l'énergie dissipée, la variation d'énergie interne, la chaleur absorbée pendant l'essai et la chaleur provenant des couplages thermomécaniques.

- $\mathcal{A} \neq \mathcal{B}$ avec $\varepsilon_{\mathcal{A}} = \varepsilon_{\mathcal{B}}$ correspond à un cycle mécanique. On remarque alors que, dans le cas d'un chargement uniaxial, l'énergie de déformation est égale à l'aire de la boucle d'hystérésis ($w_{def} = A_h$). Bien que le processus soit réversible du point de vue mécanique, il ne l'est pas d'un point de vue thermomécanique. Si les états initiaux et finaux sont les mêmes en terme de déformation, ce n'est pas forcément le cas pour la température ou les autres variables internes. Contrairement à ce que l'on peut parfois rencontrer dans la littérature, il est important de noter qu'en réalité, l'aire de la boucle ne représente pas uniquement la dissipation d_1, mais aussi les variations d'énergie interne et la chaleur absorbée, ou bien associée aux couplages.

- $\mathcal{A} = \mathcal{B}$ représente un cycle thermodynamique : les états du matériau en début et fin d'essai sont identiques. En faisant l'hypothèse que le terme ρC est constant tout au long de l'essai, on remarque que la boucle d'hystérésis est due à des sources de chaleur liées à la dissipation et aux couplages thermomécaniques. Dans ce cas particulier, l'Équation 1.54 se simplifie et donne :

$$w_{def} = \int_{t_{\mathcal{A}}}^{t_{\mathcal{B}}} d_1 \ \mathrm{d}t + \int_{t_{\mathcal{A}}}^{t_{\mathcal{B}}} w'_{cpl} \ \mathrm{d}t \tag{1.55}$$

  où, l'énergie de déformation sur le cycle thermodynamique considéré est liée à la dissipation <u>et</u> aux couplages thermo-mécaniques.

Ces résultats montrent que l'aire de la boucle d'hystérésis qui, sur le plan mécanique, correspond bien à l'énergie de déformation pour un essai uniaxial, ne correspond à la dissipation intrinsèque d_1 que si l'hystérésis mécanique correspond à un

cycle thermodynamique et que les effets de couplages sont négligeables ou bien se compensent sur un cycle. Par conséquent, l'aire de la boucle d'hystérésis n'est pas suffisante pour évaluer la dissipation intrinsèque et il est nécessaire de prendre en compte les autres énergies mises en jeu pendant le chargement, tels que les couplages thermomécaniques.

1.3 Rappels de Mécanique des Matériaux Solides : Plasticité Cristalline

Cette section est consacrée à la présentation des principaux mécanismes physiques de déformation des métaux. Nous introduirons notamment le concept de dislocation pour expliquer les mécanismes de déformation plastique.

Concernant cette partie, on pourra se reporter aux ouvrages de [Baïlon *et al.*, 1986, Ashby et Jones, 1996, Ashby et Jones, 1998] pour plus de détails.

1.3.1 Élément de cristallographie

Monocristaux

La liaison métallique est caractérisée par la mise en commun des électrons de valence dans un "bain d'électrons".

Les atomes liés entre eux par des forces électromagnétiques délocalisées (gaz d'électrons) s'ordonnent en réseau.

Cette structure cristalline est caractérisée par la répétition dans les trois directions d'un motif élémentaire, la maille cristalline. L'empilement de ces mailles constitue le cristal.

Parmi les 14 réseaux de Bravais, les métaux cristallisent principalement, à température ambiante, dans les trois structures cristallines suivantes :

- structure Cubique à Faces Centrées (CFC) : Cu, Ag, Al, Ni...
- structure Hexagonale Compacte (HC) : Mg, Zn...
- structure Cubique Centrée (CC) : Cr, Mo...

La structure cristalline peut être considérée comme un empilement de plans compacts (voir Figure 1.4), les couches se succèdent selon des séquences périodiques.

En comptant le nombre de nœuds par maille on peut estimer la compacité de la maille élémentaire : la structure CC est, avec deux nœuds par maille, le système le moins compact des trois systèmes évoqués plus haut, tandis qu'une maille CFC, dans laquelle cristallise l'aluminium, est, avec quatre nœuds par maille, la plus compacte. La création de ces cristaux est gouvernée par une phase dite de germination ou de nucléation pendant laquelle de petits cristaux apparaissent. Une fois le germe activé, nous observons une phase de croissance de ces cristaux. La taille finale des cristaux dépend des cinétiques respectives de ces deux processus. Elle peut varier de quelques microns à plusieurs centimètres en fonction de l'importance relative de ces différentes phases. De plus, les matériaux métalliques possèdent une texture morphologique (grains équiaxes, colonnaires, allongés,...) et une texture cristallographique (les grains possèdent des orientations préférentielles). Ce n'est qu'exceptionnellement

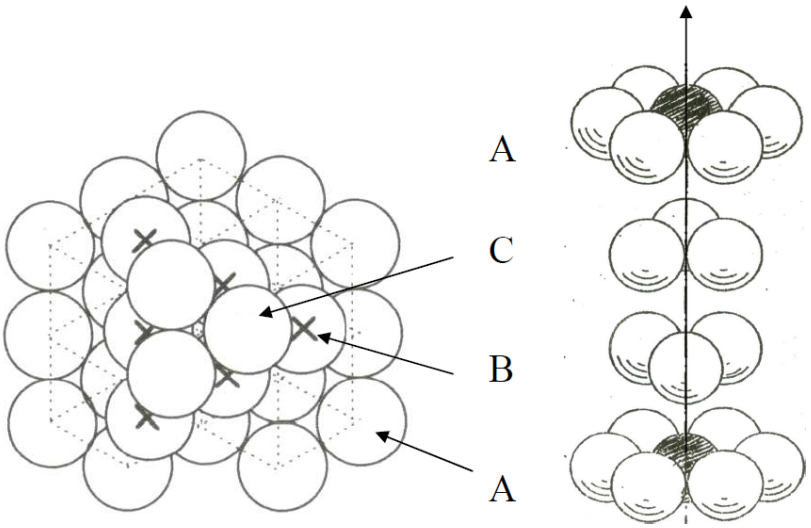


FIGURE 1.4 – Empilement cubique à faces centrées

que les métaux sont utilisés à l'état monocristallin, lequel n'est obtenu qu'au prix de procédures complexes qui nécessitent des refroidissements contrôlés.

Polycristaux

A quelques exceptions près (semiconducteurs, surperalliages,...), les alliages métalliques sont polycristallins, c'est-à-dire qu'ils sont constitués d'un ensemble de grains (*i.e.* de monocristaux de taille plus ou moins grande). La croissance des grains est limitée par les conditions aux limites et notamment la présence de cristaux voisins. Ces grains sont généralement orientés au hasard dans un polycristal. Leur taille et leur orientation peuvent être contrôlées par le mode d'élaboration et les traitements thermomécaniques subis par le matériau. Ces différents caractères influencent le comportement mécanique du produit fini. Ainsi, la relation de Hall-Petch [Hall, 1951, Petch, 1953] décrit le rôle de la taille des grains joue sur la limité élastique des polycristaux :

$$\sigma_e = \sigma_0 + kd^{-1/2} \tag{1.56}$$

Elle indique que la limite d'élasticité conventionnelle σ_e est inversement proportionnelle à la racine carrée de la taille des grains d. La grandeur σ_0 est la contrainte d'écoulement et k est la constante de Hall-Petch. Cette loi indique qu'à composition chimique identique, un alliage à grains fins verra sa limite d'élasticité augmentée par rapport à un monocristal.

Lorsque la taille des grains augmente, le nombre de grains sollicités devient faible et la réponse du matériau devient fortement hétérogène à l'échelle de l'échantillon. Dans notre étude, nous parlerons de multi-cristaux lorsque la même distribution géométrique des grains centimétriques aura été obtenue sur les deux surfaces de notre éprouvette. Nous négligerons alors les éventuelles variations de la structure cristalline dans l'épaisseur de la tôle.

1.3.2 Cristal réel - Défauts dans les cristaux

Nous venons de présenter la notion de cristal parfait, mais il est assez rare de rencontrer de tels agencements sans aucun défaut. Le cristal réel possède toujours un certain nombre de défauts.

Certaines propriétés des matériaux, essentiellement liées à la structure du réseau, dépendent peu des défauts présents dans le cristal : le module d'Young, le coefficient de dilatation linéique, les propriétés magnétiques, *etc.* D'autres, au contraire, dépendent largement de la présence de ces défauts, c'est pourquoi nous allons évoquer ces différents types de défauts en les classant, de manière usuelle, en fonction de leurs dimensions.

Défauts ponctuels ou sans dimension

La taille de ces défauts est de l'ordre d'une distance interatomique. Ils sont de quatre types :

- *Lacune* : il s'agit simplement d'un atome manquant dans le réseau cristallin. Ce manque joue évidemment un rôle majeur dans les phénomènes de diffusion.
- *Atome interstitiel* (appelé aussi *auto-interstitiel*) : un atome, de même nature que ceux du cristal, vient se loger dans un des sites interstitiels. Compte-tenu de l'énergie nécessaire à la distorsion du réseau, ce type de défaut ponctuel se rencontre assez peu.
- *Solution solide d'insertion* : il s'agit, dans ce cas, d'atomes différents de ceux de la matrice qui occupent des sites interstitiels. En outre, en fonction du rayon atomique des atomes en solution solide, ceux-ci peuvent passer d'un site à un site voisin, par simple diffusion.
- *Solution solide de substitution* : cette fois, des atomes différents de ceux de la matrice occupent les places des nœuds du réseau. Tous les éléments n'ayant pas le même rayon, cette substitution engendre toujours localement la distorsion du réseau original. En outre, les atomes en solution solide de substitution peuvent se déplacer dans le réseau cristallin par diffusion en passant d'une lacune à l'autre.

Dislocations ou défauts à une dimension

Ces défauts linéiques sont appelés dislocations. Une ligne de dislocations est un défaut d'empilement d'atomes au sein du réseau. Elle introduit un cisaillement local du réseau. Si ce cisaillement est perpendiculaire à la ligne de dislocation, nous avons une *dislocation coin* (*cf.* Figure 1.5, segment AB). Tandis que si elle provoque un cisaillement dans la direction de la ligne nous sommes en présence d'une *dislocation vis* (*cf.* Figure 1.5, segment CD). Une boucle de dislocation reliant une dislocation coin et une dislocation vis introduit un cisaillement, dont la direction a une composante coin, perpendiculaire à la ligne de dislocation, et une composante vis, parallèle à cette ligne. Il s'agit d'une *dislocation mixte* (*cf.* Figure 1.5, segment BC). Le mouvement des dislocations et leur multiplication sous l'effet d'une contrainte, propage donc un cisaillement dans tout le cristal et constituent, de fait, le mécanisme élémentaire de la déformation plastique des cristaux. L'état d'écrouissage peut être caractérisé par la

densité de dislocations qui s'exprime par la longueur totale de dislocations par unité de volume. Comme nous l'avons déjà signalé, le cristal parfait n'existe pas et, dès la formation des cristaux, la plupart des métaux et alliages possèdent une densité de dislocation élevée de l'ordre de 10^7 cm/cm^3 à l'état recuit.

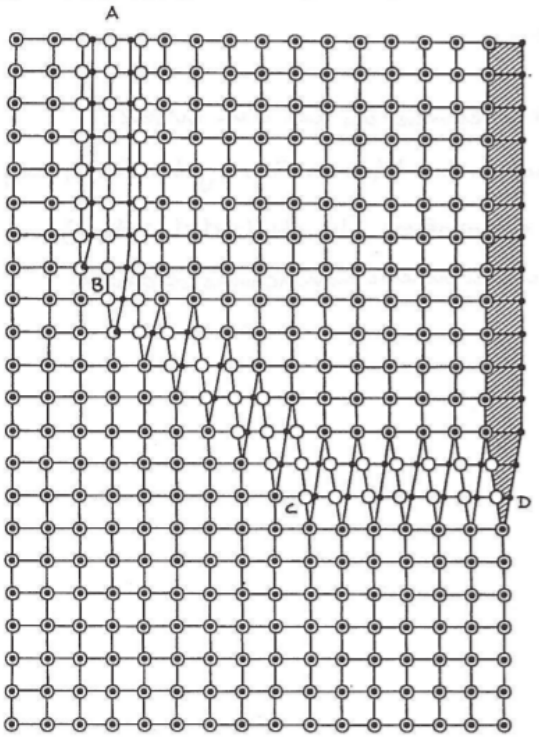


FIGURE 1.5 – Vue d'une dislocation

Défauts à deux dimensions

Le cristal peut aussi être perturbé par des défauts à deux dimensions. Ces défauts correspondent à une surface de séparation entre deux zones du cristal. Ces zones peuvent être caractérisées par une orientation différente, ou une nature de phases différente. Elles se distinguent par leur nature :

- *Joints de grains* : comme nous l'avons déjà signalé, les alliages métalliques sont généralement polycristallins. La cohésion entre les grains d'orientation différente est assurée par les joints de grains. Dans ce qui suit nous considèrerons que les joints de grains ont une épaisseur négligeable.

- *Joints de macles* : si la séquence d'empilement est perturbée, nous sommes en présence de défauts d'empilement. Si, de plus, ce défaut d'empilement présente une symétrie, nous sommes en présence d'une macle.

Défauts à trois dimensions

Il existe aussi des défauts volumiques que nous ne citerons ici que pour mémoire compte tenu du faible taux d'impureté de notre aluminium 1050A :

- *Précipité* : ce sont des petites particules de seconde phase formées entre le métal de base et un élément d'alliage.
- *Inclusion* : il s'agit d'impuretés dans le métal qui sont le plus souvent des oxydes, des sulfures ou des silicates apparus pendant la phase d'élaboration.

1.3.3 Mécanismes physiques de déformation

Déformation élastique

La déformation élastique est une déformation réversible qui provient des interactions atomiques. En effet, la déformation élastique correspond à une distorsion réversible du réseau cristallin. Les atomes restent autour de leur position d'équilibre qu'ils retrouvent après suppression de la sollicitation.

Déformation plastique

Passé un certain seuil de contrainte, la déformation devient permanente. Comme nous l'avons signalé, le mouvement des dislocations constitue le mécanisme élémentaire de la déformation plastique. Il provoque un glissement plan sur plan qui se produit principalement dans les plans denses suivant les directions denses pour minimiser l'énergie de déformation. De plus, au cours de la déformation plastique, la densité des dislocations augmente, provoquant une plus grande désorientation du réseau qui entrave, de fait, le mouvement des dislocations. Dans les polycristaux, où la désorientation entre grain peut être importante, le passage des dislocations de grain à grain peut devenir difficile, ce qui explique qualitativement la loi de Hall-Petch.

- *Hétérogénéité intragranulaire de déformation* :

  Dans un grain, les dislocations se trouvent bloquées en périphérie, ce qui engendre une distribution hétérogène de la densité de dislocations ainsi qu'une hétérogénéité du taux d'écrouissage. De plus une incompatibilité de la déformation plastique a été mise en évidence par [Mughrabi, 1983,Estrin *et al.*, 1998,Feaugas, 1999, Mughrabi, 2001].

- *Hétérogénéité intergranulaire de déformation* :

  Du fait de la désorientation grain à grain, les systèmes de glissement activés lors du chargement ne sont pas les mêmes et induisent une incompatibilité de la déformation intergranulaire [Ashby, 1970]. Ceci nous conduira à envisager différents types de discontinuités lors de l'analyse de nos essais.

D'autre part comme nous mènerons nos essais jusqu'à la rupture, d'autres hétérogénéités liées au développement de concentrations de contrainte ou de la fissuration apparaitront lors du chargement.

Dans ce chapitre, nous avons présenté les aspects théoriques qui nous paraissent essentiels pour aborder notre approche :

- *la Mécanique des Milieux Continus*
- *la Thermodynamique des Processus Irréversibles*

- *une introduction sommaire à la métallurgie physique*

Pour décrire l'état de contrainte et de déformation au sein d'un matériau, nous nous sommes appuyés sur les concepts de la MMC en grandes transformations. Ceci nous a permis d'écrire l'énergie de déformation du matériau, phase essentielle à la réalisation du bilan d'énergie associé à la transformation du milieu.

Pour aboutir à l'écriture du bilan, nous nous sommes placés dans le cadre de la TPI. Le formalisme des Matériaux Standards Généralisés nous a alors permis de définir les lois de comportement (lois d'état et lois d'évolution) à partir de la donnée de deux potentiels :

- *l'énergie libre (pour décrire les évolutions réversibles)*
- *le potentiel de dissipation (pour décrire les irréversibilités)*

Une fois le problème thermomécanique théoriquement "fermé" nous avons pu écrire un bilan énergétique prenant en compte les différentes transformations liées au processus de déformation. Nous avons mené cette analyse sur un cycle de chargement mécanique. Nous avons montré, en particulier :

- *que l'énergie associée à une aire d'hystérésis ne s'identifie pas, dans le cas général, à la dissipation intrinsèque.*
- *que les "chaleurs latentes" associées aux mécanismes de couplages contribuent aussi à l'aire d'hystérésis.*

Ces résultats sont importants dans toute méthodologie d'identification/validation de modèles de plasticité cristalline.

Dans la troisième section de ce chapitre, nous avons présenté brièvement la constitution des structures cristallines. Nous avons précisé la définition de la structure en "multi-cristaux" retenue dans ce travail. Ensuite, les différents types des défauts cristallographiques ont aussi été présentés selon leur géométrie et leur dimension. En connaissant ces défauts cristallins, les déformations élastique et plastique ont été présentées, ainsi que l'origine microstructurale de la plasticité. Les phénomènes de déformation intragranulaire et intergranulaire ont aussi été mis en évidence. Sous l'effet d'une sollicitation importante, les concentrations de contrainte se produisent suite aux grandes déformations plastiques locales au voisinage des défauts cristallins. Ces mécanismes sont généralement responsables, à terme, de la rupture ductile des cristaux CFC.

En utilisant ces principaux aspects du cadre théorique, nous allons ensuite présenter dans le chapitre suivant le cadre expérimental qui nous permet d'accéder aux mesures expérimentales.

Chapitre 2

Cadre Expérimental

L'un des objectifs principaux de ce travail de thèse est de proposer une approche permettant d'établir le bilan d'énergie par grain afin de caractériser et de vérifier la cohérence thermodynamique de certains modèles de lois de comportement classiques. Ce chapitre présente le matériau étudié lors de nos essais expérimentaux, ainsi que les différents moyens d'acquisition utilisés afin d'accéder aux données expérimentales nécessaires à la construction du bilan énergétique. La suite de ce chapitre est consacrée à la présentation des dispositifs expérimentaux mis en œuvre dans notre étude. Tout d'abord, les différentes étapes de préparation des échantillons d'aluminium seront détaillées, ainsi que la méthode utilisée pour caractériser la microstructure. Ensuite, le montage d'essai est présenté en détail, ainsi qu'un bref rappel de la technique de mesure par Thermographie InfraRouge (TIR). Pour finir, les procédures permettant d'effectuer les différents recalages spatiaux et temporels, entre les images visibles, infrarouges et EBSD (Electron BackScattered Diffraction) seront détaillées.

2.1 Élaboration du matériau étudié

Le matériau étudié dans ce travail est un aluminium 1050A de pureté commerciale 99.5% [Euralliage, ,Smiths-Metal-Centres, 2011], dont la composition chimique est reportée dans le Tableau 2.1. L'aluminium, de symbole chimique *Al* et de numéro atomique 13, cristallise dans le réseau CFC et présente un paramètre de maille 0.404 nm [Hatch *et al.*, 1984].

Composant	Al	Mg	Ti	Mn	Fe	Si	Cu	Zn	Autres
wt%	99.5	0.05	0.05	0.05	0.4	0.25	0.05	0.07	0.03

Tableau 2.1 – Composition chimique de l'aluminium 1050A (EN 573-1)

L'aluminium et les alliages d'aluminium couvrent un domaine étendu de caractéristiques mécaniques puisqu'on trouve à chaque extrémité de ce domaine, d'une part, l'aluminium raffiné à l'état recuit avec une résistance à la rupture de l'ordre de 50 MPa et, d'autre part, les alliages à haute résistance (possédant des contraintes à la rupture allant de 65 à 750 MPa). Une telle variabilité de caractéristiques mécaniques s'explique, d'une part, par la composition chimique du matériau, mais également par

le degré de raffinement de sa microstructure qui est étroitement lié à l'historique des chargements thermomécaniques qu'il a subi [Stucky, 2011].

Il est bien connu en métallurgie que les traitements thermomécaniques offrent la possibilité de contrôler la microstructure d'un matériau polycristallin. La taille des grains d'un polycristal, usuellement l'ordre de quelques dizaines de microns, est trop faible pour être directement observable à l'œil nu, ou à l'aide de caméras CCD et IR standards. Aussi, nous avons optimisé la taille des grains de nos échantillons, pour qu'ils puissent être observés par des optiques standards utilisées en imagerie mécanique.

Le traitement thermomécanique employé dans le cadre de notre étude pour faire croître la taille des grains est présenté en détail dans la section suivante.

2.1.1 Traitement thermomécanique appliqué au matériau

Les traitements thermiques confèrent aux métaux et alliages métalliques les propriétés nécessaires pour leur utilisation. Ils s'appliquent aux matériaux métalliques à l'état solide, et sont composés essentiellement de séquences de cyclages thermiques et ils s'achèvent par un maintien à une température donnée suivi d'un retour à l'ambiante. Les paramètres principaux d'un traitement thermique sont : la température et la vitesse de chauffe, la durée de maintien à cette température ainsi que la nature du milieu et de l'atmosphère de traitement [Carpenter et Elam, 1921, Philibert *et al.*, 2002, Dumoulin et Tabourot, 2005].

Les traitements thermiques influencent les propriétés mécaniques, ainsi que certaines propriétés physiques et chimiques des métaux et alliages en modifiant la microstructure des matériaux. Ils font intervenir des phénomènes relativement complexes, qui ne seront pas détaillés ici. On présentera dans ce qui suit uniquement les principales caractéristiques des traitements employés pour la préparation de notre matériau sans détailler les mécanismes sous-jacents.

Recuit de détensionnement

Le recuit de détensionnement d'un matériau est un traitement thermique qui permet de diminuer les tensions internes présentes dans le matériau et qui sont liées à l'historique thermomécanique. De manière générale, ce traitement s'applique en début de tout protocole de préparation.

Les tôles d'aluminium utilisées dans le cadre de cette étude sont obtenues par laminage (Figure 2.1), procédé d'élaboration qui consiste à déformer plastiquement la matière de manière à en réduire l'épaisseur jusqu'à une limite fixée [Larke et Bonnefoy, 1963]. La forte déformation permanente introduite dans la matière lors de ce procédé a pour effet la génération d'importantes tensions internes au sein du matériau liées à des modifications microstructurales significatives (développement d'une texture de laminage, multiplication et structuration des dislocations, *etc*).

Afin d'éliminer ces tensions internes et pour obtenir un état microstructural identique pour tous les échantillons, un recuit de détensionnement a été réalisé. Compte-tenu de la géométrie et de l'épaisseur des échantillons, la température et la durée de ce recuit ont été ajustées afin d'obtenir un traitement homogène à cœur du matériau. Ce recuit est ainsi effectué pendant une heure sous environnement contrôlé (azote) à une température de 560 $°C$. Le refroidissement a été effectué dans un bac à sable

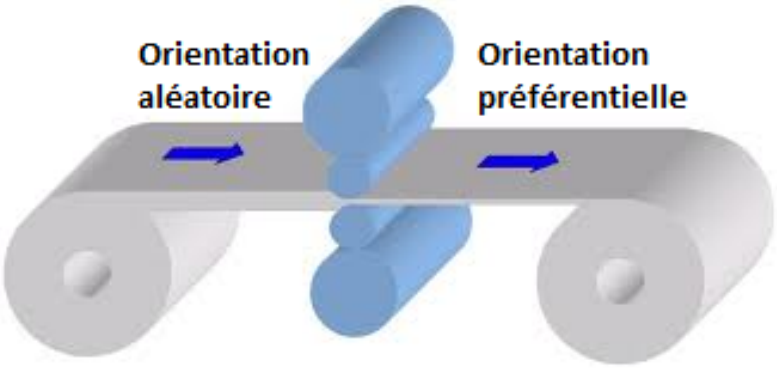


FIGURE 2.1 – Opération de laminage

prévu à cet effet afin d'avoir un refroidissement lent et homogène.

Pré-écrouissage critique

D'un point de vue macroscopique, l'écrouissage d'un matériau conduit à une augmentation de sa dureté et de sa limite d'écoulement, mais il s'accompagne d'une perte de ductilité. D'un point de vue microscopique, cet écrouissage se traduit par une augmentation de la densité de dislocations au cœur du matériau, et donc par une augmentation de l'énergie emmagasinée. Cette énergie, associée aux défauts générés durant la déformation, fournit l'énergie d'activation nécessaire à la germination de nouveaux grains lors d'un traitement de recristallisation ultérieur [Driver et Chenal, 2014]. La recristallisation est naturellement assujettie à certaines conditions sur l'écrouissage et la température (Figure 2.2), et bien sûr le temps de recuit.

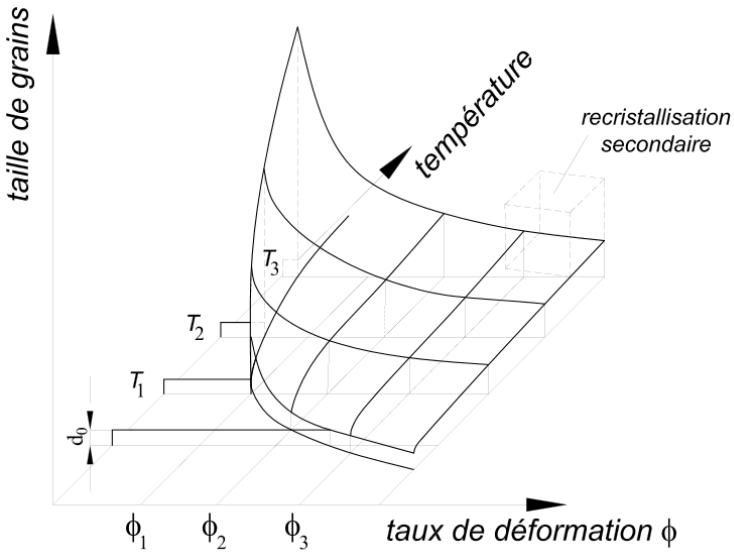


FIGURE 2.2 – Diagramme de recristallisation [Philibert *et al.*, 1998]

Le recuit de recristallisation a pour but de conférer au métal une taille de grain optimale pour une utilisation ultérieure [Byrne, 1965]. Cette recristallisation se caractérise par le développement de nouveaux grains aux dépens des grains écrouis, l'énergie motrice de cette transformation structurale étant l'énergie d'écrouissage. Ces

nouveaux grains croissent à partir des germes, qui se développent à partir d'anciens grains déformés. Cette croissance se poursuit pendant toute la durée du traitement jusqu'à atteindre une taille de grain critique qui minimise l'énergie motrice à l'origine du phénomène de recristallisation [Haessner *et al.*, 1971,Humphreys, 1995]. Le résultat de cette recristallisation, qualifiée de "recristallisation primaire", est une augmentation de la taille moyenne des grains.

En résumé, cette procédure de traitement thermomécanique se caractérise par les points suivants [Philibert *et al.*, 1998, Bacroix *et al.*, 2006] :

- La recristallisation ne peut se produire qu'à la suite d'une déformation plastique minimale, correspondant à l'écrouissage critique ;
- La température de recristallisation est la température la plus basse à laquelle le matériau doit être recuit pour que l'effet de recristallisation soit observable en un temps "raisonnable".
- Les conditions de chauffe (température et durée de maintien) sont déterminées en fonction de la nature du matériau et du taux d'écrouissage :
  - Plus l'écrouissage est faible, plus la température de recristallisation doit être élevée ;
  - La température de recristallisation est d'autant plus basse que la durée du recuit est longue ;
- La taille de grain dépend principalement du taux de pré-écrouissage. Elle est d'autant faible que le taux d'écrouissage est élevé (Figure 2.3), car, plus le taux est élevé plus il y a de germes de cristallins et plus la taille des grains obtenue est faible.
- Plus la taille de grains initiale est grande, plus le taux d'écrouissage requis pour obtenir une taille de grains donnée doit être élevé.

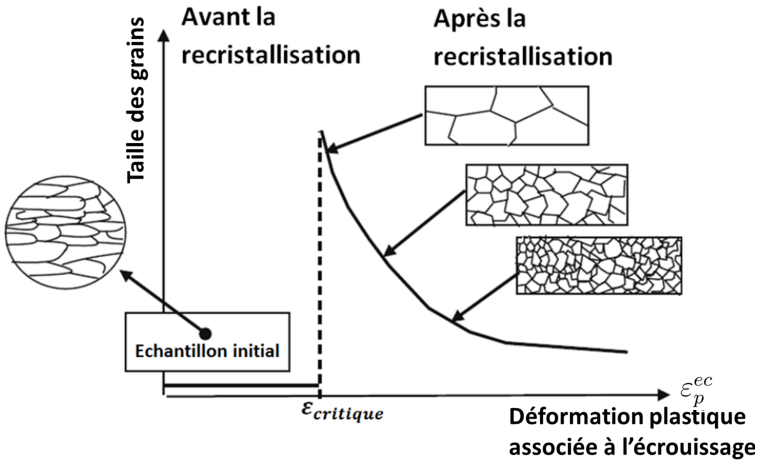


FIGURE 2.3 – Variation de la taille des grains obtenue après la recristallisation de l'échantillon en fonction de la déformation appliquée [Philibert *et al.*, 1998].

La Figure 2.3 résume les résultats d'un écrouissage critique suivi d'un recuit de recristallisation. Si l'écrouissage (ou plutôt la déformation plastique associée à l'écrouissage ε_p^{ec}) n'est pas suffisant (soit $\varepsilon_p^{ec} < \varepsilon_{critique}$), la taille des grains n'est pas affectée

par le recuit de recristallisation. Sinon, le recuit de recristallisation va modifier la taille des grains pour obtenir des multicristaux à gros grains, voire des monocristaux. Concernant l'élaboration d'éprouvettes à gros grains, il existe un certain nombre de références dans la littérature concernant les paramètres du traitement thermomécanique à utiliser pour la nuance d'aluminium étudiée [Carpenter et Elam, 1921, Zhao *et al.*, 2008, Seeberger, 2008]. Toutefois, une étude a été entreprise dans ce travail de thèse afin d'ajuster les paramètres de traitement permettant de maîtriser la microstructure des échantillons (voir Section 2.1.2).

Recuit de recristallisation et croissance de grains

Sachant que le point de fusion de l'aluminium est d'environ 660 $°C$ [Vargel, 2005], il est primordial de veiller à ce que la température fixée pour le traitement de recristallisation ne dépasse pas cette limite. Dans notre protocole, le recuit de recristallisation a donc été mené à 625 $°C$ pendant une heure sous azote.

Ensuite, le refroidissement des échantillons est réalisé à l'ambiante dans un bac à sable pour assurer un refroidissement homogène et lent.

2.1.2 Géométrie du matériau

Essais préliminaires : éprouvette trapézoïdale

Après avoir fixé les paramètres pour le traitement thermique, une étude préliminaire a été réalisée pour établir la correspondance entre le taux d'écrouissage appliqué et la taille de grains moyenne obtenue après recuit. Pour ce faire, les essais d'écrouissage ont été réalisés sur des éprouvettes de géométrie trapézoïdale représentée en Figure 2.4.

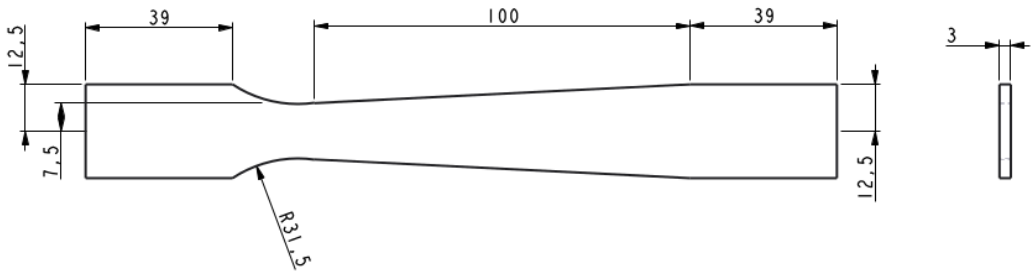


FIGURE 2.4 – Géométrie des éprouvettes trapézoïdales (en mm)

On note sur cette figure que la zone utile de l'échantillon trapézoïdal est d'environ 100 mm pour une largeur allant de 15 à 25 mm. Les extrémités de l'éprouvette correspondent aux parties qui seront placées entre les mors de la machine de traction lors de l'essai.

Cette variation de section permet de créer un gradient de contrainte le long de l'éprouvette, et par conséquent un gradient d'écrouissage. Ceci permet de réduire considérablement le nombre d'essais de caractérisation : un seul essai permettant la mise en relation (suivant l'axe de l'échantillon) des différents taux d'écrouissage avec les tailles de grains obtenues après recuit.

D'après les études réalisées par [Seeberger, 2008] sur la même nuance d'aluminium, une microstructure intéressante est obtenue avec un taux d'écrouissage approximatif de $\varepsilon = 4\%$, pour une contrainte appliquée d'environ 50 MPa (voir Figure 2.5).

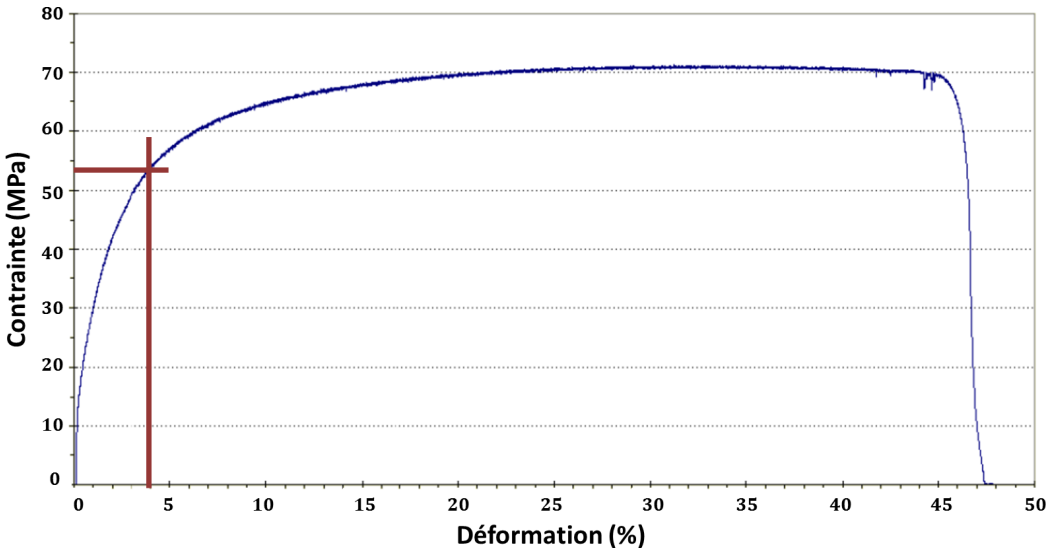


FIGURE 2.5 – Courbe conventionnelle de traction pour l'aluminium (1050A) après recuit de détensionnement [Seeberger, 2008]

On détermine les niveaux de contraintes dans chaque section droite à partir des mesures de force et en tenant compte de la variation de section le long de l'échantillon. Les déformations correspondantes sont obtenues à partir de la réponse mécanique "macroscopique" donnée dans la Figure 2.5. Le Tableau 2.2 donne les estimations des contraintes et des déformations dans trois zones caractéristiques de la partie utile (section minimale, moyenne et maximale). L'évolution de la déformation associée au gradient de contrainte est reportée sur la Figure 2.6.

Zone	Largeur (mm)	Contrainte (MPa)	Déformation (%)
Minimale	15	68.9	18.8
Moyenne	20	51.7	3.75
Maximale	25	41.3	2.07

TABLEAU 2.2 – Estimation des contraintes et déformations pour l'éprouvette $Trap_4$

Des essais ont également été réalisés à différents taux d'écrouissage moyen, 2% ($Trap_2$) et 6% ($Trap_6$), ce qui correspond respectivement à des niveaux de force de 2350 N et 3500 N. Les contraintes estimées ainsi que les déformations pour ces deux éprouvettes sont reportées dans le Tableau 2.3.

Comme on peut le constater dans le Tableau 2.4, les trois éprouvettes ont été soumises aux mêmes traitements thermiques (homogénéisation, recristallisation), seuls les niveaux de pré-écrouissage appliqués étaient différents. Après ces pré-écrouissages, les éprouvettes ont été soumises au recuit de recristallisation.

Attaque chimique

Pour pouvoir évaluer la taille des grains dans ces échantillons, un traitement chimique a été effectué pour révéler leur microstructure. L'attaque a été menée à tempé-

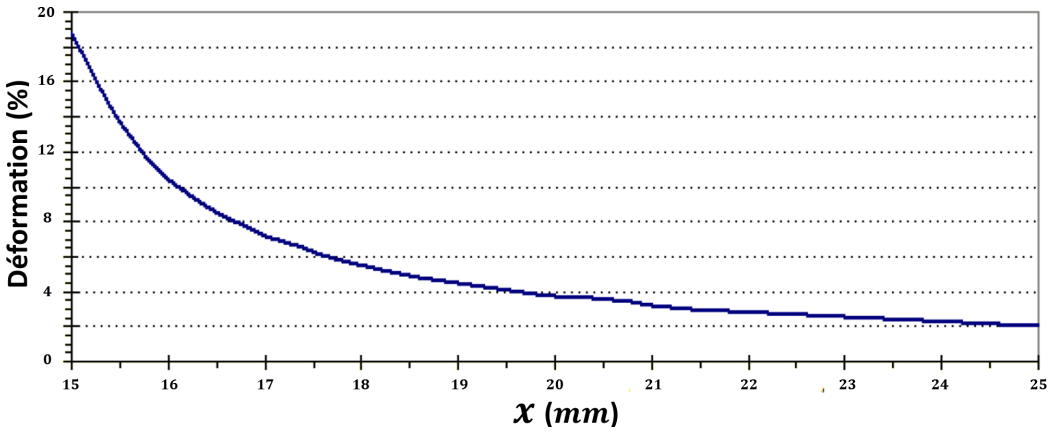


FIGURE 2.6 – Évolution de la déformation estimée en fonction de la position (x) le long de l'éprouvette la largeur de l'éprouvette $Trap_4$ [Seeberger, 2008]

Éprouvette	Zone	Largeur (mm)	Contrainte (MPa)	Déformation (%)
$Trap_2$	Minimale	15	52.2	4
	Moyenne	20	39.2	1.75
	Maximale	25	31.3	1
$Trap_6$	Minimale	15	77.8	max
	Moyenne	20	58.3	5.8
	Maximale	25	46.7	2.8

TABLEAU 2.3 – Estimation des contraintes et des déformations pour l'éprouvette $Trap_2$ et $Trap_6$

	$Trap_2$	$Trap_4$	$Trap_6$
Homogénéisation	un maintien de 1 h à 560 °C sous azote retour à la température ambiante dans un bac à sable		
Pré-écrouissage	$F_{max} = 2350\,\mathrm{N}$	$F_{max} = 3100\,\mathrm{N}$	$F_{max} = 3500\,\mathrm{N}$
	$v_{chargement} = 0.12\,\mathrm{mm/s}$ $v_{déchargement} = 0.12\,\mathrm{mm/s}$		
Recristallisation	un maintien de 1 h à 625 °C sous azote retour à la température ambiante dans un bac à sable		

TABLEAU 2.4 – Paramètres du traitement thermomécanique pour ces trois éprouvettes trapézoïdales

rature ambiante pendant 3 minutes en immergeant les éprouvettes dans une solution composée de 30% d'acide nitrique, 30% d'acide chlorhydrique, 3% d'acide fluorhydrique et 37% d'eau (voir Tableau 2.5). Cette solution est communément dénommée le "réactif de Keller" [Dix, 1929, Develay, 1989, Mondolfo, 2007].

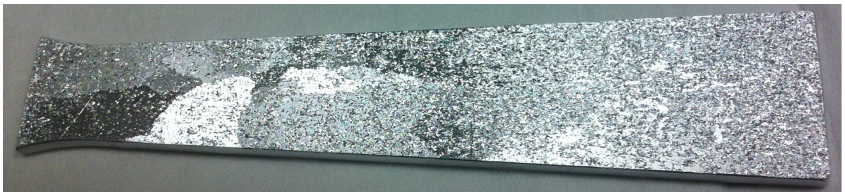
Compte tenu du caractère extrêmement dangereux de cette solution (présence d'acide fluorhydrique concentré), l'attaque est réalisée dans la glace afin d'éviter l'emballement de la réaction, sous hotte aspirante et en utilisant toutes les protections nécessaires (lunettes, gants, blouse, tablier, *etc*).

Afin d'améliorer l'efficacité de l'attaque chimique, un décapage est effectué au préalable en immergeant les éprouvettes dans une solution de soude caustique ($m_{\mathrm{NaOH}} = 4\,\mathrm{g}, V_{\mathrm{H_2O}} = 100\,\mathrm{ml}$) pendant 5 min, suivi d'un rinçage à l'eau courante.

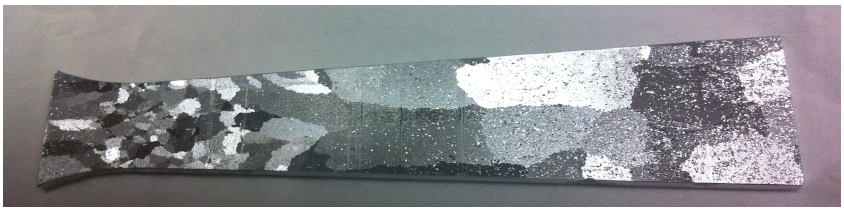
En volume	Formule brute	
30%	HNO_3	Acide nitrique (ρ_{20} : 1.40 g/mL)
30%	HCI	Acide chlorhydrique (ρ_{20} : 1.19 g/mL)
3%	HF	Acide fluorhydrique (ρ_{20} : 1.13 g/mL) dilué à 40%
37%	H_2O	Eau distillée

Tableau 2.5 – Composition chimique de la solution pour l'attaque chimique [Develay, 1989]

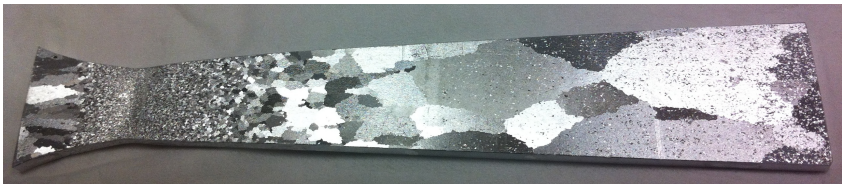
Les résultats obtenus après l'attaque chimique décrite plus haut sont présentés dans la Figure 2.7. Compte tenu de la taille de grains obtenue, la microstructure des éprouvettes est visible à l'œil nu. Cette figure montre clairement l'influence du taux d'écrouissage sur la croissance des grains : la taille des grains est inversement proportionnelle au taux d'écrouissage pour une température de recristallisation fixée.



(a) Pré-écrouissage d'environ 2% au milieu de l'éprouvette $Trap_2$



(b) Pré-écrouissage d'environ 4% au milieu de l'éprouvette $Trap_4$



(c) Pré-écrouissage d'environ 6% au milieu de l'éprouvette $Trap_6$

Figure 2.7 – État de surface après l'attaque chimique

Parmi les trois éprouvettes traitées, nous constatons très nettement que l'éprouvette $Trap_2$ (Figure 2.7a) n'est pas entièrement recristallisée, malgré une température de traitement qui est assez proche de la température de fusion de l'aluminium. Cet élément nous permet de déduire que l'écrouissage critique est associé à une déformation de l'ordre de $\varepsilon \approx 2\%$, ce qui correspond à une contrainte d'environ 40 MPa.

Ces observations sur les échantillons trapézoïdaux nous permettent d'affiner les paramètres à utiliser dans les traitements thermomécaniques pour obtenir la microstructure souhaitée pour nos analyses (monocristal, multi-cristaux, polycristaux).

Il a été décidé de travailler, en premier, sur des multi-cristaux d'aluminium afin de pouvoir bénéficier des meilleures résolutions en utilisant les optiques disponibles au laboratoire. Le milieu de l'échantillon $Trap_4$ (Figure 2.7b) présente une telle mi-

crostructure : grains centimétriques traversants selon l'épaisseur de l'échantillon.

La contrainte de pré-écrouissage nécessaire pour obtenir cette microstructure est d'environ 51.7 MPa. Dans la section suivante, l'élaboration de l'éprouvette avec la géométrie retenue pour la suite de l'étude sera discutée plus en détail.

Géométrie retenue pour les essais

Nous souhaitons obtenir des éprouvettes totalement recristallisées et présentant des grains de taille élevée et traversants dans l'épaisseur. D'un point de vue pratique, seuls les grains situés dans la partie centrale de l'éprouvette sont analysés par les systèmes de mesure de champs thermique et cinématique, car les extrémités de l'échantillon sont prises dans les mors.

Pour obtenir des informations précises sur la microstructure, une analyse EBSD a été effectuée sur un Microscope Electronique à Balayage (*JEOL JSM 5600 SEM*). Les résultats de cette analyse seront présentés et discutés en Section 2.1.4.

L'analyse EBSD impose la taille de l'échantillon (contrainte géométrique liée à la taille limitée de la chambre du MEB). Pour pouvoir obtenir une cartographie de la quasi totalité de la zone utile, et pour éviter des "recollements laborieux" d'images, des échantillons parallélépipédiques de dimension $80 \times 20 \times 3$ mm^3 ont été utilisés. La longueur initiale de ces échantillons est ainsi de 80 mm avant le pré-écrouissage. La zone d'attache des mors mesure 10 mm à chaque extrémité des échantillons.

La Figure 2.8 présente le résultat d'un essai de traction réalisé sur un échantillon avant pré-écrouissage et après recuit de détensionnement. On relève une limite élastique d'environ 45 MPa et un allongement à la rupture d'environ 31%. Afin d'obtenir la microstructure souhaitée (comme celle observée au centre de l'échantillon $Trap_4$), une contrainte d'environ 51.7 MPa est nécessaire (voir Tableau 2.6). En se basant sur la courbe présentée en Figure 2.8, cette contrainte correspond à une déformation de pré-écrouissage de 2.2% sur l'éprouvette parallélépipédique. Cette déformation est assez différente de celle estimée au centre de l'éprouvette trapézoïdale $Trap_4$. Ceci s'explique par le caractère très "macroscopique" des déformations sur des géométries très différentes.

	Éprouvette parallélépipédique
Aire de la section	60 mm^2
Contrainte de pré-écrouissage	51.76 MPa
Taux de pré-écrouissage	2.2 %

Tableau 2.6 – Contrainte et déformation de pré-écrouissage nécessaires afin d'obtenir un multi-cristal pour l'éprouvette parallélépipédique ($80 \times 20 \times 3$ mm^3)

De cette même manière, des éprouvettes parallélépipédiques avec des grains centimétriques ont été préparées en fixant le taux d'écrouissage à $\varepsilon = 2.2\%$. Le taux de pré-écrouissage a été contrôlé en faisant les essais à déformation imposée avec un extensomètre.

La Figure 2.9 présente une photographie d'un tel échantillon après pré-écrouissage, recuit de recristallisation et attaque chimique. La Figure 2.9a montre en rouge le contour des grains manuellement relevé sur la face avant de l'échantillon (Face A). On peut constater que le plus gros des grains a une taille de l'ordre de la moitié de l'échantillon, soit 1 cm. Cette microstructure est très similaire à celle obtenue sur

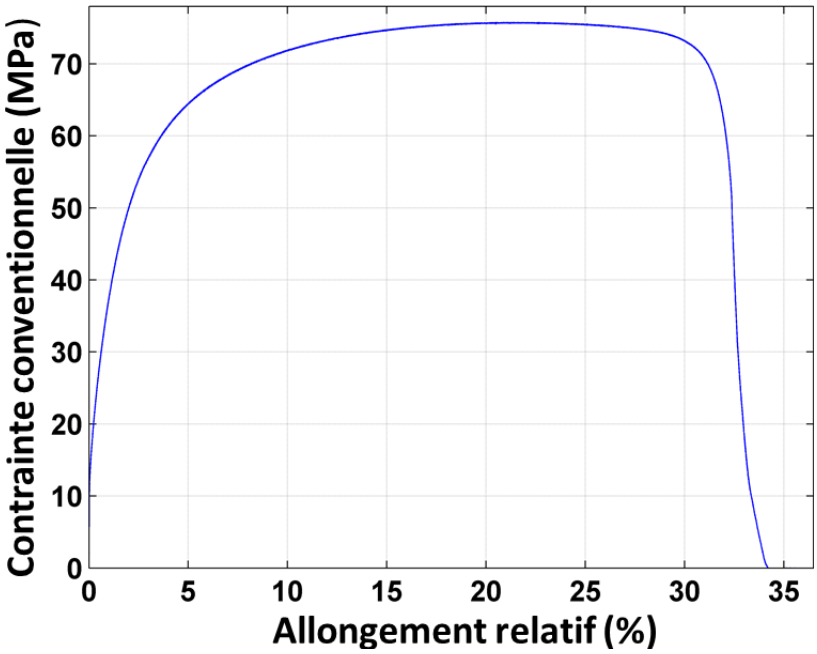
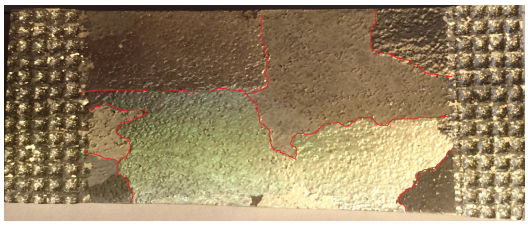


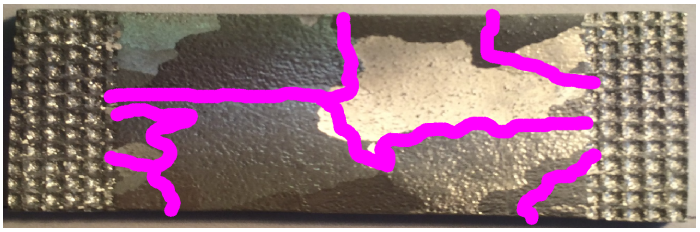
FIGURE 2.8 – Courbe conventionnelle de traction jusqu'à la rupture

l'échantillon $Trap_4$ (voir Figure 2.7b). La Figure 2.9b représente la microstructure obtenue sur la face opposée (Face B). La Figure 2.9c superpose le contour des grains de la Face A sur la micrographie associée à la Face B (le recalage des images est obtenu ici en faisant correspondre les 4 coins de l'échantillon dans les deux images). On observe que les gros grains situés au centre de l'échantillon (loin des zones d'attache) sont bien traversants et sensiblement colonnaires. Néanmoins, certains contours n'apparaissent pas, sur la photo, dans la Face A car ils semblent insuffisamment révélés par l'attaque chimique et le manque de contraste ne permet pas de les déceler. Une analyse EBSD des deux faces permettrait de lever cette incertitude. Elle n'a pas été réalisée ici du fait de la complexité de préparation nécessaire à cette caractérisation.



(a) Face A

(b) Face B



(c) Contour de grains de la Face A superposé sur la Face B

FIGURE 2.9 – Vérification de l'hypothèse de grains "traversants"

Les deux prochaines sections sont consacrés à la caractérisation microstructurale par EBSD, ainsi qu'à la préparation de surface.

2.1.3 Préparation de la surface

Conception d'un support d'échantillon

En vue d'un examen microscopique (optique ou MEB), une préparation de la surface est indispensable. Comme mentionné précédemment, nous obtenons, à l'issue du traitement, des grains traversants. La préparation de la surface ainsi que l'analyse microstructurale ne seront donc réalisées que sur une seule face.

La préparation des échantillons consiste en un polissage mécanique jusqu'à 1µm suivi d'un polissage mécano-chimique de finition à la silice colloïdale.

Le polissage d'échantillons de grande taille est toujours une étape très délicate qui nécessite une expérience importante. Pour faciliter le polissage de nos échantillons, un porte échantillon spécifique a été développé. La Figure 2.10 en donne le dessin de définition.

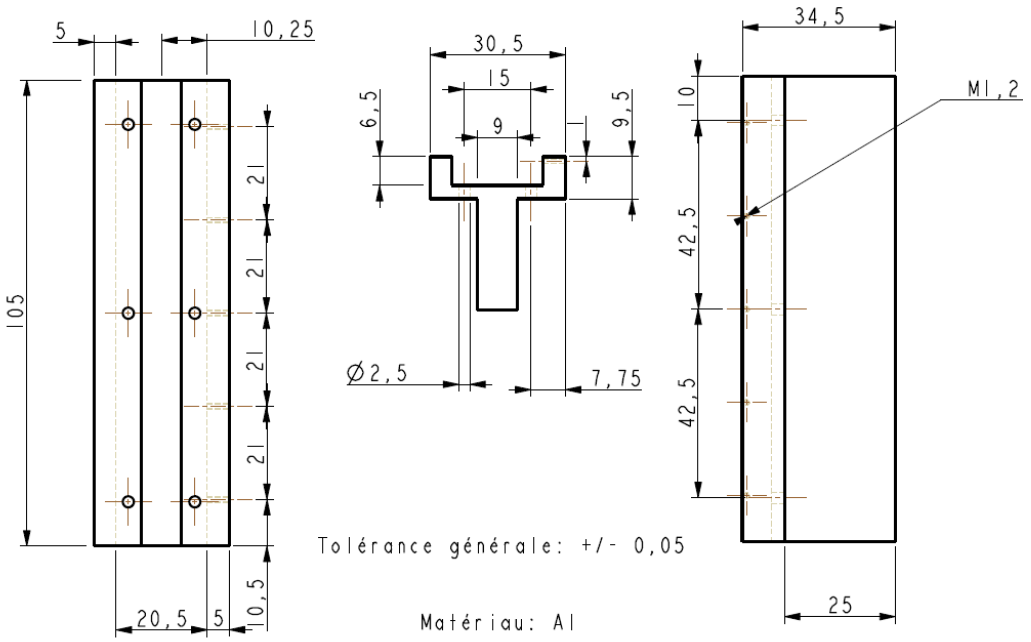


FIGURE 2.10 – Dessin technique du support de l'échantillon (dimensions en *mm*)

Ce porte échantillon permet de réaliser le polissage de la face d'appui de l'échantillon pour s'assurer d'une bonne planéité, et le polissage de la surface d'analyse.

Procédure de polissage

Un protocole de polissage a été aussi mis en place pour assurer la reproductibilité et la qualité de l'état de surface de l'échantillon. Le polissage est effectué sur une machine de polissage : *Struers-LaboPol-21*, qui se compose de deux disques tournants à une vitesse de 250 tr/min. La procédure de polissage mise en place est divisée en trois opérations consécutives :

- Polissage abrasif : polissage avec papier carbure de silicium (grain 500 ⇒ 2400).

- Polissage diamanté : polissage à la pâte diamantée 9 µm, 6 µm, 3 µm et 1 µm.
- Polissage aux oxydes : polissage de finition à la silice colloïdale. Ce polissage de finition procure, par la combinaison d'une activation chimique et d'une abrasion fine et douce, un état de surface sans rayures ou déformation superficielles.

Les différentes étapes de polissage sont séparées par des phases de rinçage à l'éthanol dans un bac à ultrasons.

En respectant ce protocole, un poli miroir est obtenu sur la quasi-totalité de la surface de l'échantillon, comme le montre la Figure 2.11. Cet état de surface est nécessaire à la réalisation des cartographies EBSD.

FIGURE 2.11 – État de surface d'une éprouvette polie

2.1.4 Caractérisation microstructurale : EBSD

Après les étapes d'élaboration et de préparation de l'éprouvette, il convient d'analyser la microstructure initiale de l'échantillon avant l'essai de traction. Selon la littérature, plusieurs méthodes (microdiffraction Kossel, ECP (Electron Channelling Pattern), SADP (Selected Area Diffraction Patterns), ...) peuvent être utilisées pour mesurer des orientations locales au sein d'une microstructure. L'EBSD s'est imposée ces dernières années comme la technique de référence de caractérisation locale d'orientation cristalline.

Cette technique est en pleine expansion, à tel point qu'elle est en passe de devenir indispensable dans l'étude des matériaux [Baudin, 2011]. Si la technique a été développée dans les années 1970 [Venables et Harland, 1973, Venables et Bin-jaya, 1977], elle n'a connu un véritable essor qu'au début des années 90, lorsque l'acquisition, la numérisation et l'exploitation des diagrammes sont devenues automatiques, grâce notamment aux travaux de [Dingley et Randle, 1992]. Le fort développement et la diffusion de cette technique dans les laboratoires de recherche universitaires et industriels ont été facilités par la publication de nombreux documents de synthèse [Randle et Engler, 2000, Humphreys, 2001, Delannay *et al.*, 2001, Caldemaison *et al.*, 2004, Schwartz *et al.*, 2010, Baudin, 2010].

Afin d'effectuer la caractérisation microstructurale de nos éprouvettes, nous avons donc utilisé la technique EBSD dont le principe est détaillé ci-dessous [Barou, 2009, Baudin, 2010].

Principe de l'analyse d'EBSD

L'analyse EBSD est particulièrement adaptée pour caractériser la microstructure des matériaux cristallins. Cette technique permet d'identifier la morphologie des grains

et les phases d'une microstructure en donnant une cartographie d'orientation des grains.

Classiquement, l'analyse EBSD est réalisée dans un microscope électronique à balayage (MEB) équipé d'un détecteur EBSD. Les principaux éléments matériels nécessaire à sa mise en œuvre sont :

- Un faisceau focalisé d'électrons d'énergie suffisante (15 à 30 keV) fourni par le MEB ;
- Un écran phosphorescent sur lequel les électrons rétrodiffusés forment les diagrammes EBSD (bandes de Kikuchi) ;
- Une caméra à faible niveau de lumière qui capte simultanément l'image de ces diagrammes.

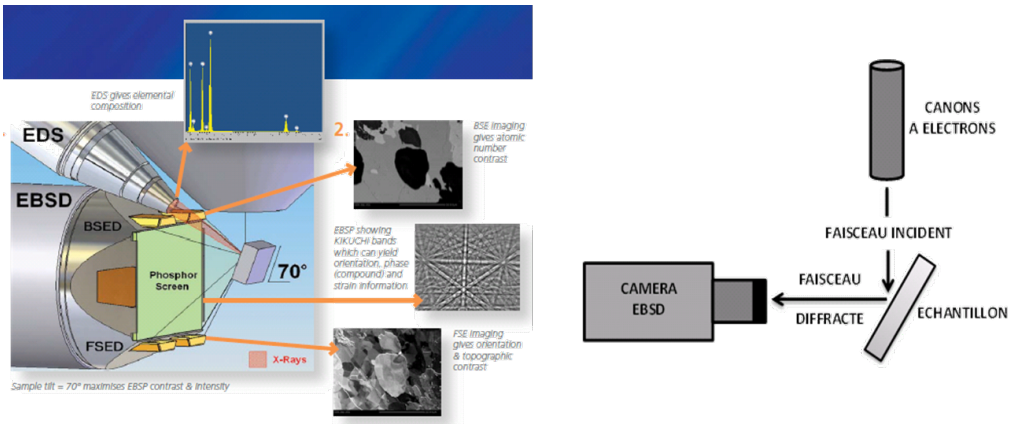


FIGURE 2.12 – Dispositif EBSD (d'après [HKL-Channel5])

La Figure 2.12 présente schématiquement les éléments matériels placés classiquement à l'intérieur d'une chambre de MEB. Le faisceau incident est incliné de 70° par rapport la platine motorisée sur laquelle est positionné l'échantillon. Cette inclination est une configuration favorisant le rendement de rétrodiffusion, afin de permettre d'obtenir le meilleur compromis entre une émission maximale des électrons rétrodiffusés et la limitation des effets néfastes de la rugosité éventuelle de l'échantillon. Le fait d'avoir le faisceau incident incliné et non pas l'échantillon, permet aussi l'analyse EBSD de matériaux non-solides.

Il est important de noter que la profondeur d'échappement des électrons qui contribuent à la formation du diagramme de diffraction est de l'ordre de 10 à 20 nm [Zaefferer, 2007]. Comme nous analysons ici des grains traversants (un grain dans l'épaisseur de l'échantillon), cette faible distance de pénétration du faisceau n'est pas un paramètre limitant, comme cela pourrait être le cas pour des matériaux nanostructurés. L'obtention d'une cartographie EBSD avec un taux d'indexation suffisant (typiquement $> 85\%$) nécessite une préparation minutieuse de la surface analysée. L'étape de préparation de nos échantillon a été décrite en détail dans la Section 2.1.3. En outre, afin d'assurer cette qualité et pour éviter la contamination des échantillons analysés, ces derniers n'ont pas subi d'attaque chimique.

Expérimentalement, l'analyse EBSD a été effectué en utilisant un microscope *JEOL JSM 5600 SEM* (*FEG, Field Emission Gun*) ayant une résolution de l'ordre

du micromètre, ce qui est amplement suffisant compte tenu de la taille de nos grains. Pour notre étude, un pas de mesure de 100 µm (déplacement de platine) a été choisi pour l'analyse de l'aluminium.

Analyse des données de l'EBSD

La caractérisation microstructurale intègre à la fois l'analyse de l'aspect morphologique des grains, c'est-à-dire la taille et la forme des grains, et l'identification de la texture cristallographique (distribution des orientations cristallographiques). A partir du logiciel d'analyse des données EBSD (*Oxford Instruments - HKL Channel 5*), il est possible de tracer les différentes cartographies caractérisant la microstructure (orientation, désorientation, texture des grains, *etc*).

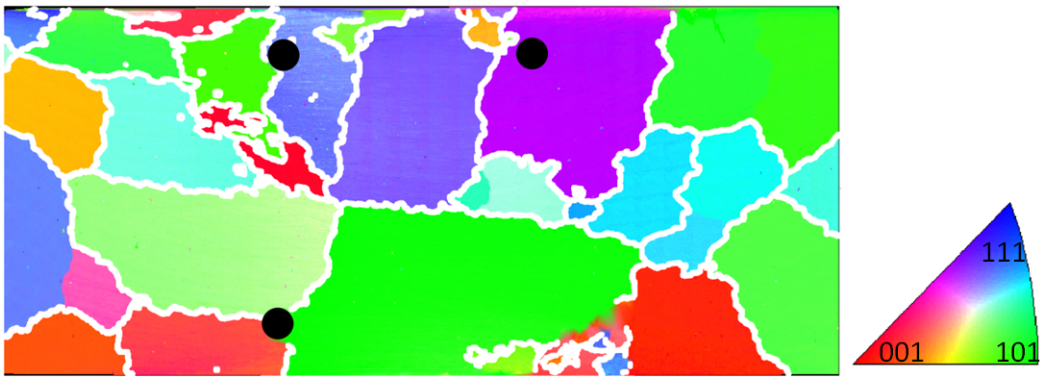


FIGURE 2.13 – Cartographies d'orientations

La Figure 2.13 présente un exemple de carte d'orientations cristallines obtenu sur un échantillon en aluminium recuit à 625 $°C$ pour un taux de pré-écrouissage de $\varepsilon = 2.2\%$. En chaque point, une couleur est attribuée selon l'orientation mesurée, en respectant le code de couleur décrit sur le triangle standard. Les points ayant des orientations quasi-similaires apparaîtront de la même couleur. Les joints de grain désorientés de plus de 15° (les joints à fort angle de désorientation [Baudin, 2010]) sont tracés en blanc afin de mettre en évidence les différents grains (Figure 2.13). Par construction, les grains pourront être classés en fonction de leur tailles par ce système d'analyse d'images.

Comme mentionné auparavant, le principal avantage de l'EBSD est la possibilité de corréler la microstructure à la texture. En effet, l'analyse EBSD permet de caractériser les paramètres cristallographiques qui sont donnés soit par les indices $\{hkl\}\langle uvw\rangle$ (indices de Miller et indices de direction), ou alors par les trois paramètres $(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$ de l'espace d'Euler (notation de Bunge [Bunge, 1982]).

Les angles d'Euler (Figure 2.14) décrivent les trois rotations qui permettent de relier à la fois le repère local associé à chaque grain par rapport au repère global (repère "éprouvette"), et le repère de chargement mécanique à travers la loi de Schmid (Figure 2.15) [Schmid et Boas, 1968].

Ainsi, sachant que l'aluminium est de structure CFC, il est possible de déterminer les différentes directions préférentielles de glissement par grain. En effet, parmi les 12 systèmes de glissement possibles pour la structure CFC, les systèmes de glissement qui possèdent les plus grands facteurs de Schmid sont ceux qui sont susceptibles d'être activés préférentiellement lors du chargement. Ensuite, une comparaison pourra être

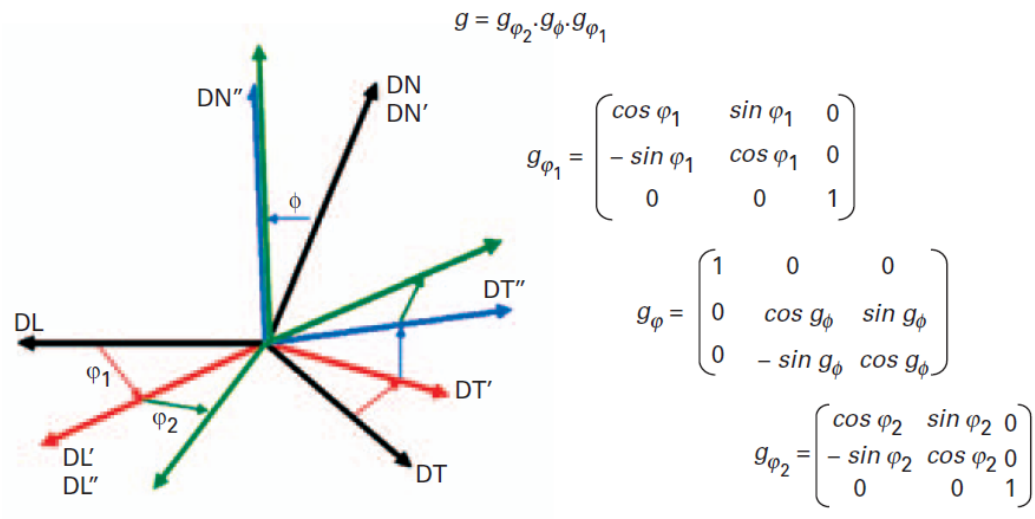


FIGURE 2.14 – Description des angles d'Euler dans le cas d'une tôle laminée repérée par les directions de laminage (DL), transverse (DT) et normale (DN) au plan de laminage (DL,DT) d'après [Baudin, 2010]

établie entre ces prédictions et l'état de déformation obtenu expérimentalement afin de confronter les directions de glissement principales prédites et celles effectivement mesurées comme dans [Badulescu, 2010].

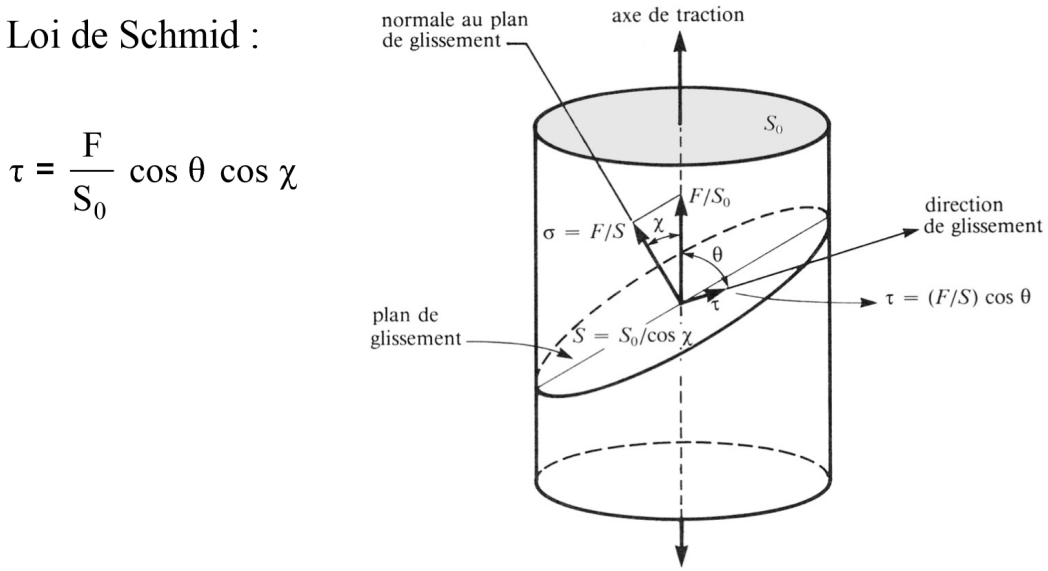


FIGURE 2.15 – Loi de Schmid. Projection de l'effort appliqué sur un plan de glissement et cission résolue τ dans une direction de glissement.

2.2 Description générale du montage expérimental

Le montage expérimental utilisé dans le cadre de cette étude est illustré dans la Figure 2.16. Afin de pouvoir établir un bilan d'énergie, il est nécessaire d'obtenir non seulement des mesures mécaniques (*force, déplacement*), mais également des informations thermiques (*variation de température*). Des essais couplés mettant en œuvre une

caméra visible et une caméra infrarouge sont donc mis en place (Figure 2.16). Dans cette figure, la caméra visible se trouve à droite de l'image, la caméra infrarouge se trouve à gauche de l'image, et la machine de traction se trouve au milieu. Les caméras sont positionnées de telle manière à ce que leur axe optique soit perpendiculaire aux surfaces de l'échantillon observé.

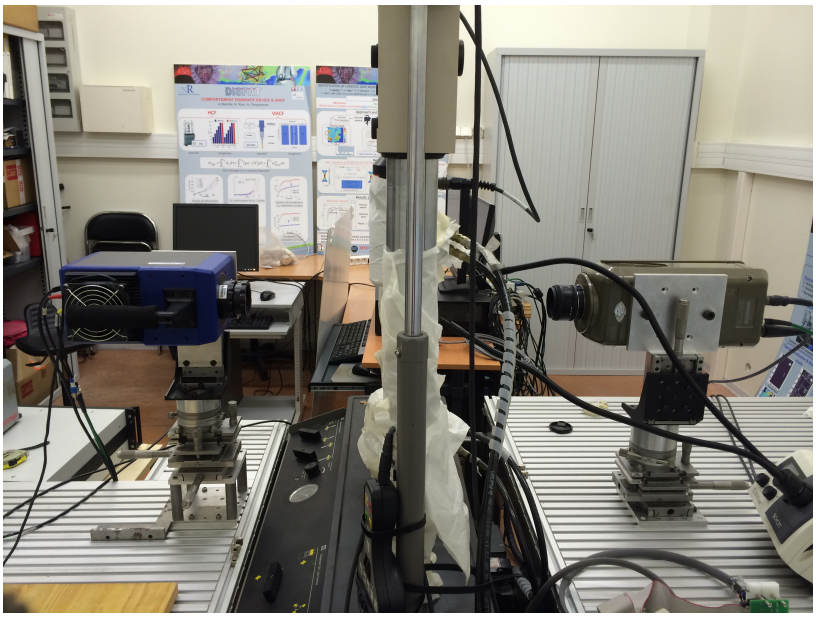


FIGURE 2.16 – Montage expérimental utilisé pour les essais expérimentaux

Le fonctionnement du dispositif expérimental est schématisé et illustré sur la Figure 2.17. Ce dernier est composé de quatre sous-ensembles :

- une machine hydraulique de traction-compression équipée d'une cellule de charge de 25 kN
- une caméra visible rapide (*Phantom V12*) pour déterminer les champs de déplacements
- une caméra IR (*Cedip Titanium*) qui permet de déterminer les champs de température à la surface de l'échantillon
- un dispositif électronique *SynchroCam* pour synchroniser l'acquisition de toutes les caméras

Les différents éléments du dispositif expérimental sont présentés plus en détail dans la suite de ce chapitre.

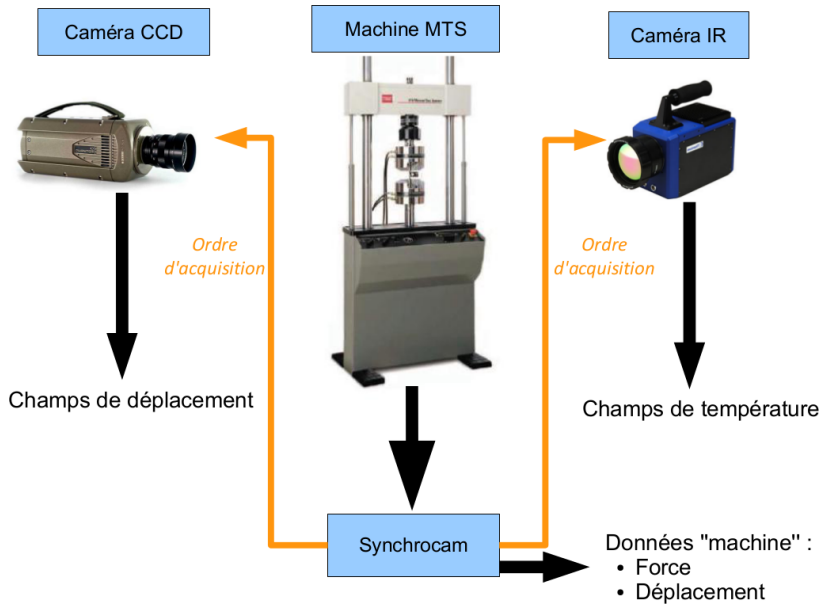


FIGURE 2.17 – Description du dispositif d'acquisition couplée

2.3 Machine d'essai mécanique

La machine de traction utilisée dans notre étude est une machine hydraulique de type *MTS 810* d'une capacité de 100 kN, équipée d'une cellule de force de 25 kN (Figure 2.16 et Figure 2.17). Elle permet un déplacement maximal de ±100 mm. Les essais sont programmés à l'aide du logiciel de pilotage «MultiPurpose TestWare». La machine peut être pilotée soit en force, soit en déplacement.

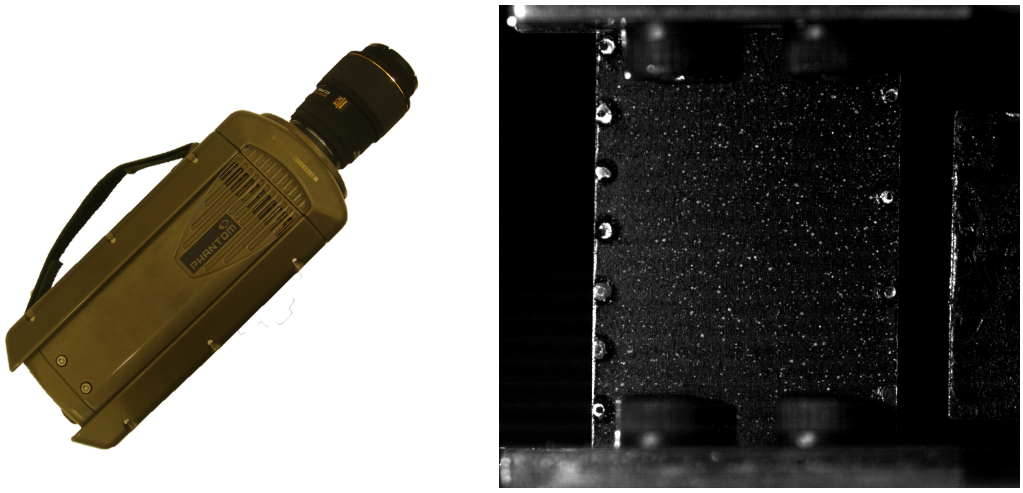
L'éprouvette est maintenue par deux mors hydrauliques (le mors fixe est celui du haut et le mors mobile est celui du bas) avec une pression de 7 MPa. Les essais de traction cyclique ont été menés avec une vitesse de vérin de 0.25 mm/s. A chaque instant, les signaux issus des capteurs de la machine sont envoyés vers des sorties analogiques (0−10 V) de la machine pour être numérisés par le dispositif SynchroCam.

2.4 Dispositif CCD : caméra visible

La caméra *Phantom V12* (Figure 2.18a) est une caméra visible rapide, fabriquée par Vision Research, qui permet l'acquisition d'images à une fréquence de plusieurs kHz en pleine fenêtre, ce qui assure une résolution temporelle largement suffisante au vu des vitesses de sollicitation imposées. La taille maximale d'image est de 1280 × 800 pixels, avec une taille de pixel physique égale à 20 µm. Les images CCD sont codées sur 12 bits, et la mémoire de stockage propre à la caméra est de 32 *Go*, soit plus de 16 000 images en pleine résolution.

Lors de la phase de préparation, il est important de positionner la caméra visible avec soin afin de limiter l'apparition de déformations parasites lors du mouvement de l'éprouvette dans le champ de la caméra. En particulier, l'axe optique de la caméra doit être perpendiculaire à la surface de l'échantillon. Nous avons ainsi opté pour une ligne d'amarrage rigide pour éviter les mouvements parasites (rotations et déplacement "hors plans").

Une fois l'essai terminé, les images prises durant l'essai sont enregistrées puis



(a) Caméra Phantom *V12*

(b) Éprouvette avec le mouchetis

FIGURE 2.18 – La caméra CCD et la surface de l'éprouvette observée par la caméra visible

transférées sur un ordinateur. Ces images sont alors introduites comme données d'entrée à des procédures de Corrélation d'Images Numériques (CIN) pour déterminer les champs de déplacement de la surface de l'échantillon. Cette technique permet par la suite d'accéder à l'évolution de différentes variables cinématiques (*déplacement, déformation, vitesse de déformation, accélération*) [Wattrisse, 1999, Wattrisse *et al.*, 2001a, Wattrisse *et al.*, 2001b, Hild et Roux, 2006, Pan *et al.*, 2009].

Pour pouvoir fonctionner, les algorithmes de corrélation nécessitent de travailler avec des images présentant des contrastes suffisants. Le contraste est obtenu ici de manière classique en recouvrant la surface de l'éprouvette d'un mouchetis de peinture noire et blanche déposé à l'aide d'une bombe aérosol, comme le montre la Figure 2.18b. Avant de débuter l'essai, l'éclairage et le temps d'intégration de la caméra visible doivent être réglés de manière à optimiser l'histogramme vis-à-vis des algorithmes de corrélation (maximisation de son étendue, et limitation des saturations hautes et basses). La technique de CIN spécifique, développée pour traiter ces images visibles sera présentée plus en détail dans la Section 3.1.1.

2.5 Dispositif Infrarouge

Les dispositifs infrarouges permettant d'évaluer les champs thermiques sont présentés dans cette section. Un bref rappel des principes physiques de la Thermographie InfraRouge est d'abord introduit pour mettre en place les notions nécessaires à la description du dispositif infrarouge. Ensuite, le dispositif utilisé pour nos études sera présenté.

2.5.1 Rappel sur le rayonnement infrarouge

Rayonnement thermique

Chaque corps à une température supérieure à 0 K émet un rayonnement électromagnétique. La Figure 2.19 représente le spectre électromagnétique en fonction de la longueur d'onde λ. La gamme de longueurs d'ondes classiquement retenue pour les rayonnements "thermiques" s'étend approximativement de 0.1 à 1000 µm. Les techniques de thermographie infrarouge utilisent en général les longueurs d'ondes allant de 2 à 14 µm [Pajani, 2001].

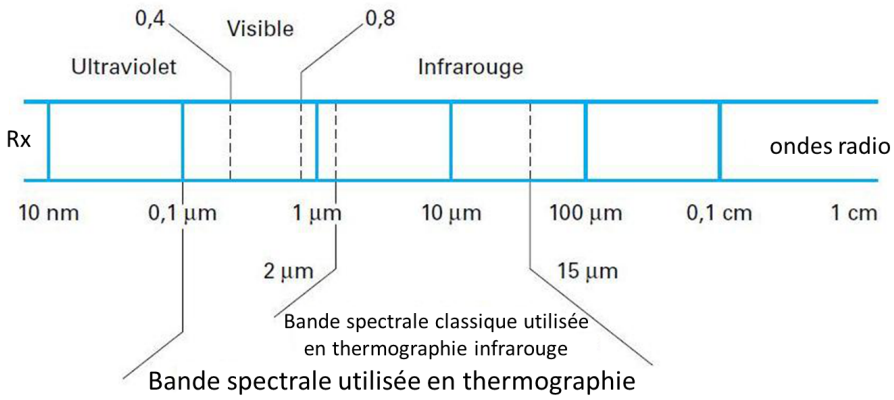


FIGURE 2.19 – Spectre électromagnétique [Pajani, 2001]

Corps noir

Un corps noir (CN) est un absorbeur parfait, comme représenté dans la Figure 2.20a. Il est défini comme un corps idéal capable d'absorber l'intégralité de l'énergie électromagnétique qu'il reçoit, sans en transmettre ni en réfléchir. Lorsque ce corps noir est en situation d'équilibre thermique avec son environnement, il ré-émet la totalité de cette énergie absorbée.

On définit la luminance, notée L, comme la puissance rayonnée par une surface unitaire suivant une direction donnée dans un angle solide d'un stéradian. La loi de Planck relie la luminance monochromatique émise par le corps noir à la température T du corps noir, exprimée en Kelvin :

$$L_\lambda^0 = \frac{2hc_0^2\lambda^{-5}}{\exp(\frac{hc_0}{k\lambda T}) - 1} \tag{2.1}$$

où

- T est la température absolue (en K)
- λ est la longueur d'onde (en m)
- h est la constante de Planck (6.62 10^{-34} J.s)
- k est la constante de Boltzmann (1.38 10^{-23} J.K^{-1})
- c_0 est la vitesse de la lumière dans le vide (3. 10^8 m.s^{-1})

- L_λ^0 est la luminance monochromatique du corps noir en (W.m^{-2}.sr^{-1}.m^{-1})

Cette loi (Équation 2.1) est à la base de la mesure des températures par rayonnement. Un corps est dit "lambertien" si la luminance émise par ce corps est indépendante de la direction d'émission. Selon [Pajani, 2001], la luminance directionnelle du corps noir est la même dans toutes les directions, ce qui fait de lui un corps lambertien. La luminance monochromatique qu'il émet est en effet indépendante de la direction d'émission. Dans ce cas, la relation entre la luminance monochromatique et l'émittance monochromatique du corps noir est donnée par :

$$M_\lambda^0 = \pi L_\lambda^0 \tag{2.2}$$

En intégrant la Loi de Planck sur toutes les longueurs d'onde, on obtient alors la Loi de Stefan-Boltzmann qui s'écrit :

$$M^0 = \sigma T^4 \tag{2.3}$$

où, M^0 représente l'émittance du corps noir, T la température absolue et σ la constante de Stefan (5.67 W.m^{-2}.K^4). Cette dernière relation permet alors de déterminer explicitement la température d'un corps noir à partir du flux rayonné, mesuré, par exemple, par un pixel d'une caméra IR.

Facteur d'émission

Les corps réels possèdent des propriétés radiatives différentes du corps noir, et leurs propriétés sont généralement exprimées par rapport à celles du corps noir. Par exemple, le facteur d'émission (ou l'émissivité) ε_λ est définie comme le rapport entre la luminance d'un corps réel (CR) et celle du corps noir (CN) à la même température.

$$\varepsilon_{\lambda,T}(\lambda) = \frac{L_\lambda^{CR}}{L_\lambda^{CN}} \tag{2.4}$$

Le corps noir est utilisé comme corps de référence d'émissivité égale à 1. D'un autre côté, l'émissivité de tout autre corps doit être comprise entre 0 et 1. En général, l'émissivité dépend du matériau, de l'état de surface, de la température et de la longueur d'onde. A titre indicatif, les émissivités de différents matériaux usuels sont présentées dans le Tableau 2.7.

Matériau	Température ($°C$)	Facteur d'émission
Or poli	100	0.02
Argent poli	100	0.03
Aluminium poli	100	0.05
Acier poli	100	0.07
Bois	20	0.9
Papier	20	0.93
Glace	-10	0.96
Graphite	20	0.99

Tableau 2.7 – Emissivité de quelques matériaux usuels pour un angle d'observation de 0° à $\lambda = 5\ \mu m$ [Pajani, 2001].

Cette section avait uniquement pour le but d'introduire les définitions et le vocabulaire nécessaire à la compréhension du fonctionnement des moyens expérimentaux utilisés. Pour plus de détails sur ces différents aspects, le lecteur intéressé pourra se référer aux ouvrages [Pajani, 1989, Papini et Gallet, 1994, Pajani, 2001, Modest, 2003].

2.5.2 Caméra infrarouge

Dans cette section, notre dispositif de thermographie, qui est composé d'une caméra IR et de son système optique, sera présenté. Nous y exposerons les caractéristiques de la caméra IR utilisée, ainsi que les différents paramètres de réglage employés. Ensuite, les résultats des mesures de rayonnement seront discutés et les hypothèses de dépouillement posées. Ces hypothèses seront utilisées dans la suite de l'étude afin de passer de la mesure de rayonnement IR à la température (voir la Section 3.1.2).

Caméra IR utilisée

La caméra infrarouge utilisée pendant les essais est une caméra Cedip de type *Titanium* représentée sur la Figure 2.20b. Elle est équipée d'un objectif de 50 mm et d'un capteur CCD infrarouge. Ce capteur infrarouge permet acquérir l'image avec une résolution maximale de 512×640 pixels, avec une fréquence d'acquisition pouvant atteindre environ 150 Hz. La taille physique du pixel est de 15 μm.

(a) Corps noir (b) Caméra IR

FIGURE 2.20 – Dispositifs infrarouges

Le capteur de la caméra appartient à la catégorie des capteurs InSb fonctionnant dans la gamme d'ondes moyennes. Plus précisément, cette caméra est sensible au rayonnement infrarouge sur l'intervalle de longueur d'onde compris entre 3 et 5 µm. Selon le constructeur, la sensibilité en température de ce capteur est de l'ordre de 20 mK pour un temps d'intégration de 1500 µs et une température de 25 $°C$.

Le principe de cette caméra IR est le suivant : le rayonnement infrarouge émis par l'échantillon est converti en signal électrique par les capteurs de la caméra, puis il est numérisé pour obtenir des Niveaux Informatiques (NI) codés sur 14 bits qui sont ensuite transférés sur un ordinateur d'acquisition.

Cependant, comme pour la caméra visible, un temps d'intégration convenable doit être utilisé pour la caméra IR lors de l'acquisition d'image. Ce temps d'intégration correspond au temps d'exposition des capteurs de la caméra au rayonnement infrarouge.

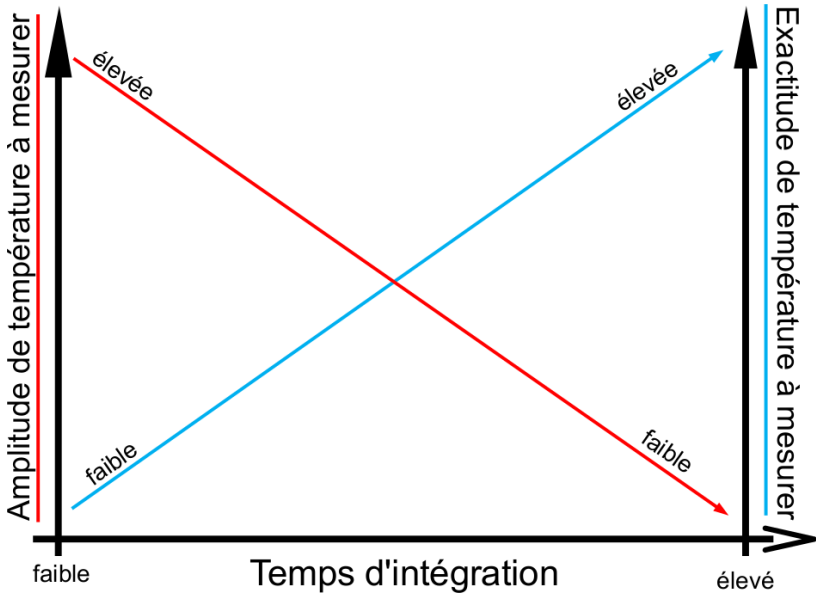


FIGURE 2.21 – Illustration grossière du choix du temps d'intégration "idéal"

Comme nous pouvons le remarquer sur le graphique de la Figure 2.21, lorsque l'on observe une scène thermique stationnaire, plus le capteur est exposé longtemps au rayonnement et plus la précision sur la température mesurée est élevée. Toutefois, si le temps d'intégration est trop élevé, le capteur sature et l'information concernant le rayonnement infrarouge est perdue. Un temps d'intégration faible permet de mesurer une large gamme de température avec, en contrepartie, une faible sensibilité. D'un autre côté, un temps d'intégration élevé permet d'avoir une meilleure précision pour des niveaux de température plus faibles en prenant le risque de saturation des capteurs. Par conséquent, il est indispensable de pouvoir prévoir l'amplitude de température à mesurer durant l'essai afin de régler le temps d'intégration de telle sorte d'obtenir la meilleure sensibilité de mesure sans risque de saturation.

Rayonnement réellement mesuré

Comme la température est déterminée à partir du rayonnement infrarouge, il est nécessaire de caractériser le rayonnement réellement mesuré pendant l'essai. Dans la réalité, le rayonnement mesuré par la caméra infrarouge est un rayonnement combinant le rayonnement propre de l'éprouvette et les différentes perturbations liées à l'environnement proche de l'échantillon. En effet, comme le montre la Figure 2.22, la mesure intègre aussi d'autres contributions comme les rayonnements extérieurs réfléchis par l'échantillon et le rayonnement propre de l'environnement. Tous ces rayonnements sont également influencés dans leur propagation par le facteur d'atténuation de l'atmosphère.

En prenant en considération nos conditions d'essai ainsi que la faible distance entre la caméra et l'éprouvette, le facteur de transmission de l'atmosphère peut être considéré égal à 1 [Pajani, 2001].

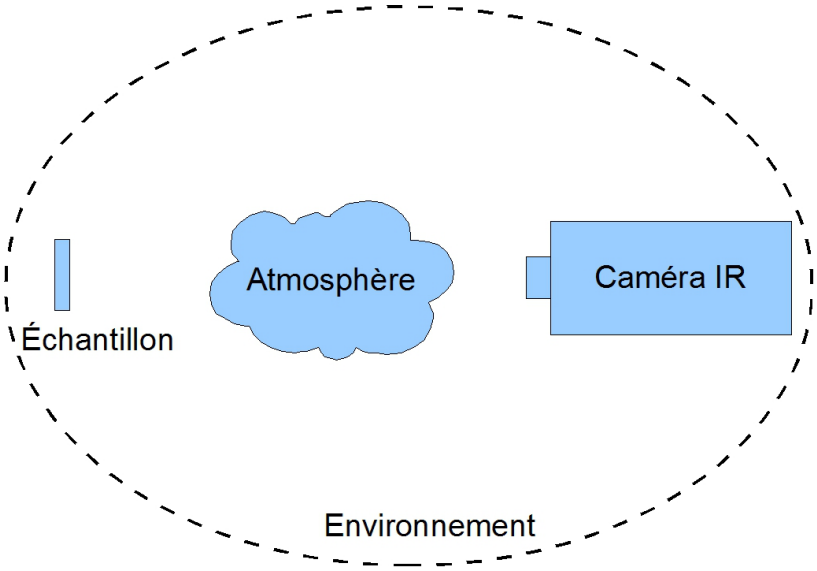


FIGURE 2.22 – Schématisation d'une scène thermique réelle

Concernant l'émissivité de l'éprouvette ε_{ep}, un revêtement de peinture noire mate est appliqué sur la surface afin d'obtenir une surface d'émissivité uniforme, et qui soit la plus proche possible de celle du corps noir, soit $\varepsilon_{CN} = 1$.

Dans la suite de ce chapitre, nous considérerons que $\varepsilon_{ep} = 1$. Le lecteur intéressé pourra se référer aux travaux proposés par [Berthel, 2007, Blanche, 2012] pour plus de détails sur la caractérisation de l'émissivité de ce type de revêtement à l'échelle macroscopique.

Toutes ces hypothèses permettent d'utiliser directement les niveaux informatiques mesurés par la caméra infrarouge (NI_{cam}) pour déterminer la température de la surface de l'éprouvette (T_{ep}) lors des essais expérimentaux :

$$\mathrm{NI}_{cam} = \mathrm{NI}(T_{ep}) \tag{2.5}$$

Cependant, pour effectuer la conversion entre les rayonnements mesurés et les températures, il est nécessaire de réaliser l'étalonnage de la caméra. La procédure d'étalonnage sera présentée en détail dans la Section 3.1.2.

Pour finir, on rappelle que, le rendement du capteur infrarouge dépend de sa température. La caméra utilisée possède un capteur refroidi par Stirling. Il convient donc de procéder à des mesures de température uniquement lorsque la température du capteur est stabilisée ($T_{cap} \approx 70K$). Pour s'assurer que l'ensemble de la caméra ait atteint son régime thermique stationnaire, la caméra infrarouge est mise en route 4 h environ avant de lancer les acquisitions.

2.6 Synchronisation temporelles des acquisitions d'images

Dans le but de réaliser des bilans d'énergie, la synchronisation des différents signaux (*thermiques, cinématiques et mécaniques*) est essentielle. Le dispositif SynchroCam est un boîtier électronique développé au laboratoire permettant de générer un signal d'acquisition spécifique autorisant l'acquisition "quasi-simultanée" d'images par

des caméras CCD et IR dans une base de temps commune à l'ensemble des caméras.

Le principe de fonctionnement de ce dispositif est le suivant : un générateur de fréquence fournit une base de temps commune. Cette fréquence est ensuite divisée par un facteur entier pour obtenir les signaux de déclenchement des différentes caméras et de numérisation des voies analogiques issues des capteurs de la machine d'essai. L'ensemble des caméras fonctionne en mode "*trigger*" : elles acquièrent des images dès qu'elles reçoivent un signal externe de déclenchement. Les fréquences d'acquisition des caméras peuvent être différentes, mais forcément dans un rapport entier afin d'assurer l'existence d'instants d'acquisition communs. Les signaux analogiques fournis par les capteurs de la machine (*déplacement, force*) sont également numérisés à chaque prise d'image.

SynchroCam nous permet de connaître avec précision les instants auxquels sont envoyés les ordres d'acquisition. Toutefois, il est possible que ces ordres d'acquisition ne soient pas respectés par les caméras. Par exemple, il arrive parfois que, lors d'un essai, une ou plusieurs images soient "perdues" pendant l'acquisition notamment sur les images thermiques. Une vérification des image perdues est systématiquement réalisée ainsi qu'un éventuel recalage temporel. Les images "perdues" sont complétées par autant d'images "ajoutées". Les images ainsi "ajoutées" sont vides pour ne pas corrompre les données expérimentales.

Dans le cadre de notre étude, nous n'avons pas rencontré le problème particulier de recalage temporel entre les différentes données expérimentales. Par contre, le lecteur intéressé pourra se référer aux travaux de [Wen, 2012, Blanche, 2012] pour plus de détails concernant la technique mise en place pour caractériser les images perdues lors des essais, ainsi que la précision du dispositif SynchroCam.

Nous disposons donc, à chaque instant t :

- de la force appliquée sur l'échantillon et mesurée par la cellule de force de la machine MTS et du déplacement du vérin
- des champs de température sur la zone utile de l'échantillon
- des champs de déplacement sur la zone utile de l'échantillon

2.7 Recalage spatial des mesures de champs

Dans le but de réaliser le bilan d'énergie par grain, le dépouillement des mesures expérimentales nécessite de connaitre aux mêmes instants et aux mêmes points les champs de température, les mesures cinématiques, ainsi que les mesures microstructurales concernées. Pour pouvoir obtenir des mesures couplées, il est nécessaire de reporter à un instant donné toutes ces mesures dans un même repère spatial.

Le recalage temporel a été décrit dans la Section 2.6. Dans la partie qui vient, nous allons présenter la méthode permettant de déterminer la transformation entre la microstructure (EBSD) et la mesure cinématique (CCD). Ensuite, la méthode spécifique permettant le recalage entre la mesure cinématique (CCD) et la mesure thermique (IR) sera présentée. La méthode de détermination de la correspondance entre la mesure thermique (IR) et la microstructure (EBSD) sera reportée ensuite. Nous finirons enfin par présenter une étude supplémentaire effectuée pour quantifier l'incertitude liée à ces recalages spatiaux. Dans ce qui suit, les dispositifs d'imagerie sont supposés "parfaits" et les distorsions géométriques sont négligées. Sur le principe, leur prise en

compte est tout à fait possible. Elle se traduirait notamment par des relations de changement de repère plus complexes.

2.7.1 Recalage des mesures microstructurales et cinématiques

Afin de réaliser le recalage spatial entre le repère de la caméra EBSD avec celui de la caméra visible, une transformation plane a été choisie. Cette transformation, $\mathfrak{T}^{EBSD\rightarrow CCD}$, est décrite ici en utilisant la forme matricielle souvent utilisée en traitement d'images (Équation 2.6). Elle permet de rendre compte de la translation, des dilatations horizontales et verticales, de la symétrie, de la rotation et d'un éventuel cisaillement :

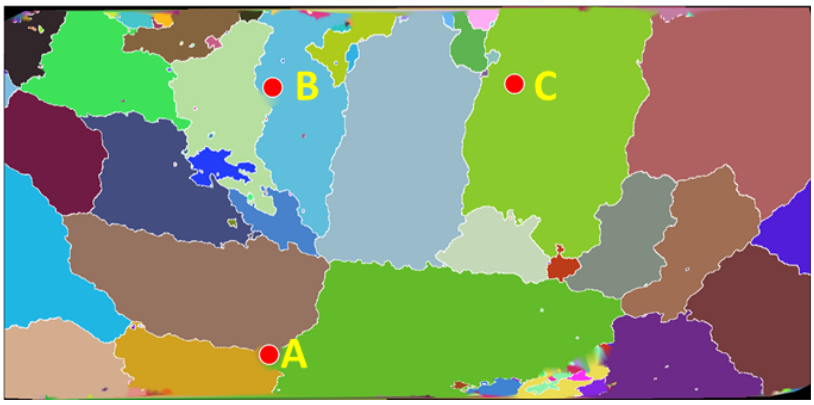
$$\begin{pmatrix} X_{CCD} \\ Y_{CCD} \\ 1 \end{pmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} a_{11}^{EBSD\rightarrow CCD} & a_{12}^{EBSD\rightarrow CCD} & a_{13}^{EBSD\rightarrow CCD} \\ a_{21}^{EBSD\rightarrow CCD} & a_{22}^{EBSD\rightarrow CCD} & a_{23}^{EBSD\rightarrow CCD} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}^{\mathfrak{T}^{EBSD\rightarrow CCD}} \times \begin{pmatrix} X_{EBSD} \\ Y_{EBSD} \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

dans cette équation, (X_{CCD}, Y_{CCD}) et (X_{EBSD}, Y_{EBSD}) représentent respectivement les coordonnées en pixels de deux points correspondants dans les repères de ces deux dispositifs d'imagerie (CCD et EBSD). Les six coefficients $a_{ij}^{EBSD\rightarrow CCD}$ de la transformation ($\mathfrak{T}^{EBSD\rightarrow CCD}$) doivent être identifiées pour chaque éprouvette.

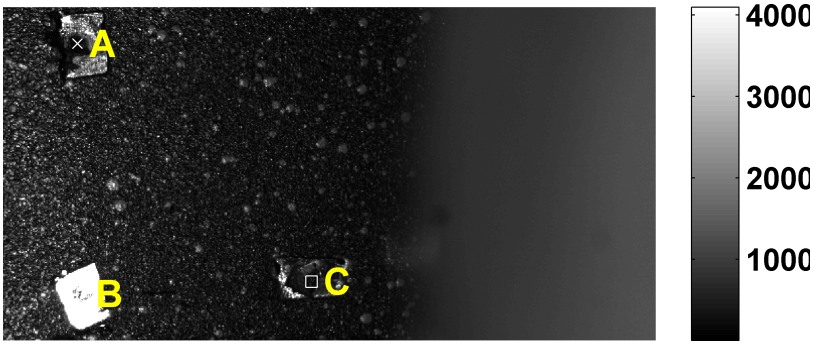
Il est important de noter que cette transformation est purement géométrique. Elle permet de relier, à l'instant initial, les coordonnées d'un point matériel donné de la carte EBSD à ses coordonnées dans l'image CCD initiale. En effet, étant donné que la mesure d'EBSD a été réalisée avant l'essai mécanique, seules les coordonnées dans la configuration de référence (X_{EBSD}, Y_{EBSD}) sont connues. Par conséquent, cette matrice de transformation est nécessairement déterminée dans la configuration Lagrangienne (X, Y) à partir des coordonnées dans la configuration de référence (X_{CCD}, Y_{CCD}) et (X_{EBSD}, Y_{EBSD}).

Pour déterminer les six paramètres, $a_{ij}^{EBSD\rightarrow CCD}$, il est nécessaire de posséder au moins six données. On choisit d'utiliser les coordonnées d'au moins trois points non alignés pris dans la configuration de référence des caméras EBSD et CCD. Ces trois points, notés A, B et C dans la Figure 2.23, ont été matérialisés par le dépôt de trois points en carbone à la surface de l'éprouvette avant l'analyse EBSD (voir la Figure 2.23a). Ensuite, les dépôts de carbone ont été recouverts par un film adhésif avant d'appliquer un mouchetis sur la surface de l'échantillon afin d'obtenir le motif nécessaire pour entreprendre le calcul par CIN. Après cette opération, le film a été retiré pour laisser réapparaître les points dans les images CCD (voir Figure 2.23b).

Les six paramètres ($a_{ij}^{EBSD\rightarrow CCD}$) sont obtenus en résolvant, au sens des moindres carrés, l'équation 2.6 connaissant les trois paires de coordonnées couples (X_{CCD}^i, Y_{CCD}^i) et (X_{EBSD}^i, Y_{EBSD}^i) correspondants. Après l'identification de la matrice de transformation $\mathfrak{T}^{EBSD\rightarrow CCD}$, il est possible de déterminer la postion de chaque pixel de la carte EBSD dans le repère de la caméra CCD, et *vice versa* (car la transformation peut être inversée analytiquement). Il est à noter que plus le nombre de points de référence est important et mieux ils couvrent le champ observé, meilleure sera l'estimation des paramètres de la matrice de passage.



(a) Cartographie de l'EBSD



(b) Image visible de l'échantillon

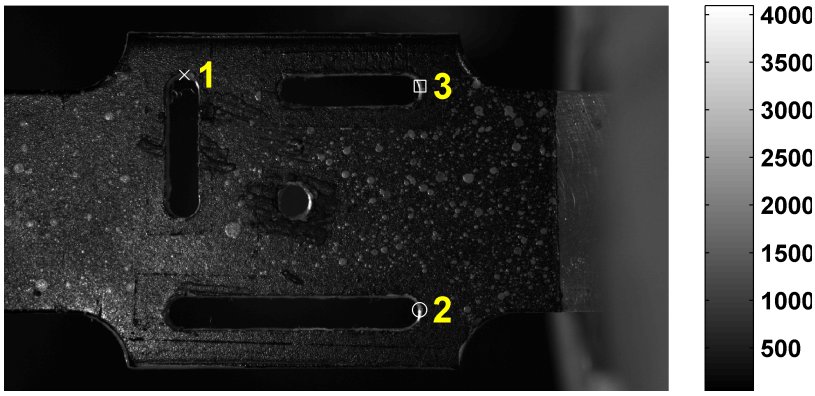
FIGURE 2.23 – Recalage spatial entre le repère EBSD et CCD

2.7.2 Recalage des mesures cinématiques et thermiques

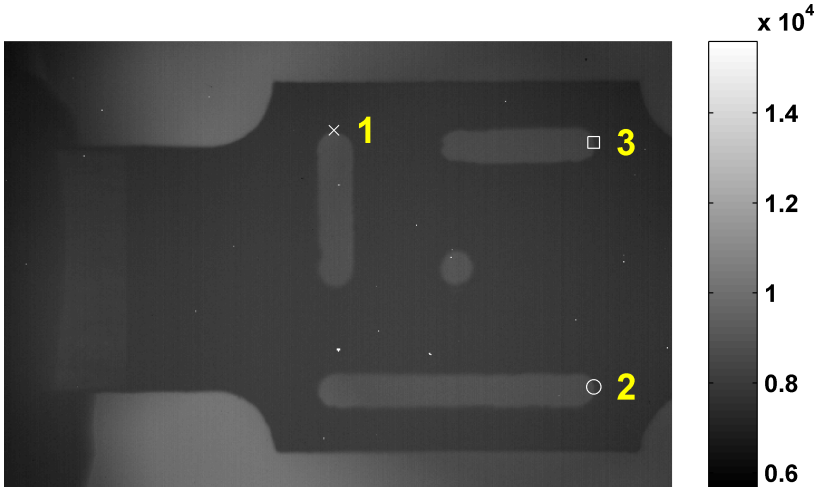
Dans le but d'étudier localement à la fois le comportent cinématique et thermique du matériau, il est nécessaire d'être en mesure de faire correspondre une zone observée sur une image CCD à une zone sur l'image IR, et inversement.

Un recalage spatial a donc été mis en place entre le repère visible et le repère thermique permettant de passer rapidement des coordonnées CCD (x_{CCD}, y_{CCD}) aux coordonnées IR (x_{IR}, y_{IR}) et *vice versa*. Comme les caméras sont fixes l'une par rapport à l'autre durant tout l'essai, ce recalage est valable à chaque instant t. Il est donc valable dans la configuration Lagrangienne (prise à l'instant initial) ou dans la configuration Eulérienne (prise à l'instant courant).

Cette correspondance spatiale entre les images CCD et IR est réalisée à l'aide d'une mire spécifique, dont la géométrie est parfaitement connue (Figure 2.24). Ce recalage spatial consiste à déterminer la transformation entre les deux repères, à partir de plusieurs points physiquement identiques (au minimum trois points) repérés dans les deux types d'image (CCD et IR). Cette transformation exprimée sous sa forme matricielle $(\mathfrak{T}^{CCD \to IR})$ est donnée dans l'Équation 2.7. De la même manière, que précédemment, elle permet aussi de prendre en compte les deux translations, la rotation, les dilatations et le cisaillement nécessaires pour faire le changement de coordonnées.



(a) Image CCD de la mire



(b) Image IR de la mire

FIGURE 2.24 – Recalage spatial entre le repère CCD et IR

$$\begin{pmatrix} x_{IR} \\ y_{IR} \\ 1 \end{pmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} a_{11}^{CCD\to IR} & a_{12}^{CCD\to IR} & a_{13}^{CCD\to IR} \\ a_{21}^{CCD\to IR} & a_{22}^{CCD\to IR} & a_{23}^{CCD\to IR} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}^{\mathfrak{T}^{CCD\to IR}} \times \begin{pmatrix} x_{CCD} \\ y_{CCD} \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

Les six paramètres ($a_{ij}^{CCD\to IR}$) sont identifiés en résolvant l'équation 2.7, en utilisant au moins trois points "correspondants" dans les repères CCD et IR (Points 1, 2 et 3 dans la Figure 2.24). Ici encore, pour limiter les erreurs, les points choisis doivent être le plus éloignés possible.

Une fois la matrice de transformation identifiée, il est possible d'identifier la position de chaque pixel de l'image CCD dans le repère IR, et *vice versa*. Par construction, les mesures CCD peuvent être exprimées dans la configuration Lagrangienne ou Eulérienne. Cette matrice de transformation permet donc d'assurer le passage entre le repère CCD et le repère IR de tous les points du champ observé pour les configurations Lagrangienne et Eulérienne. Les différents passages entre ces deux repères sont représentés schématiquement dans la Figure 2.25.

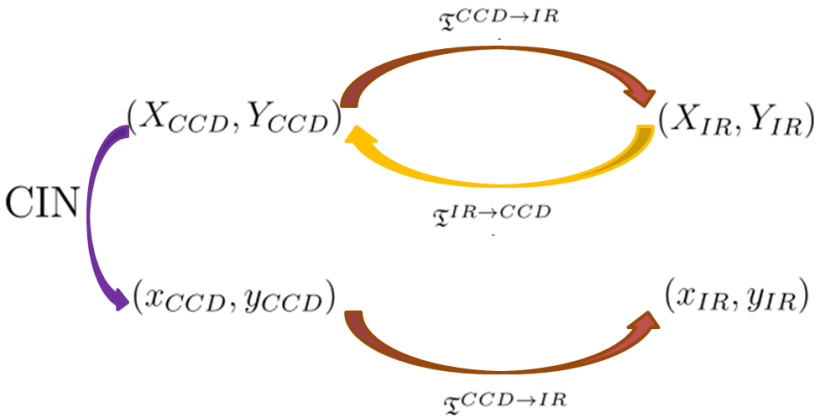


FIGURE 2.25 – Passage entre les repères CCD et IR

2.7.3 Recalage des mesures microstructurales et thermiques

Matériellement, il n'existe pas de dispositif concret pour effectuer le recalage spatial entre le repère EBSD et celui de l'IR (la caméra infrarouge observe en effet la face opposée à celle ayant fait l'objet de la mesure EBSD). Toutefois, comme les grains sont traversants, on considère que la microstructure est identique sur les deux faces et les deux matrices de transformation précédentes ($\mathfrak{T}^{EBSD\to CCD}$ et $\mathfrak{T}^{CCD\to IR}$) sont combinées pour obtenir la correspondance spatiale entre le repère EBSD et IR ($\mathfrak{T}^{EBSD\to IR}$) :

$$\mathfrak{T}^{EBSD\to IR} = \overbrace{\begin{bmatrix} a_{11}^{CCD\to IR} & a_{12}^{CCD\to IR} & a_{13}^{CCD\to IR} \\ a_{21}^{CCD\to IR} & a_{22}^{CCD\to IR} & a_{23}^{CCD\to IR} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}^{\mathfrak{T}^{CCD\to IR}} \times \overbrace{\begin{bmatrix} a_{11}^{EBSD\to CCD} & a_{12}^{EBSD\to CCD} & a_{13}^{EBSD\to CCD} \\ a_{21}^{EBSD\to CCD} & a_{22}^{EBSD\to CCD} & a_{23}^{EBSD\to CCD} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}^{\mathfrak{T}^{EBSD\to CCD}} \tag{2.8}$$

Dans la Figure 2.26, les différentes transformations déterminées précédemment sont représentées schématiquement.

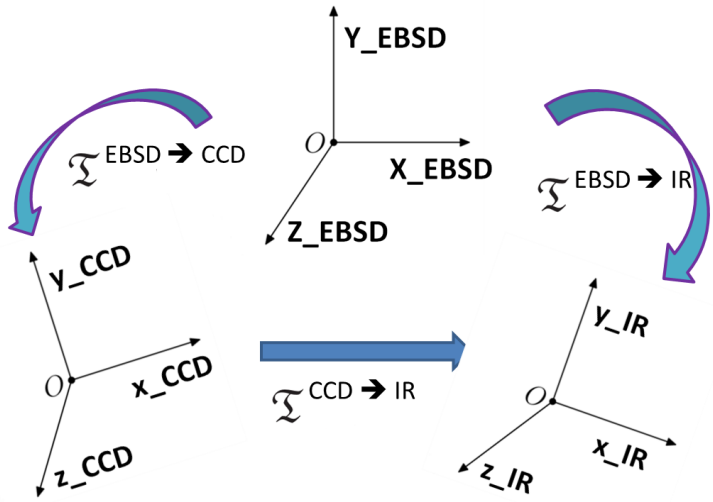


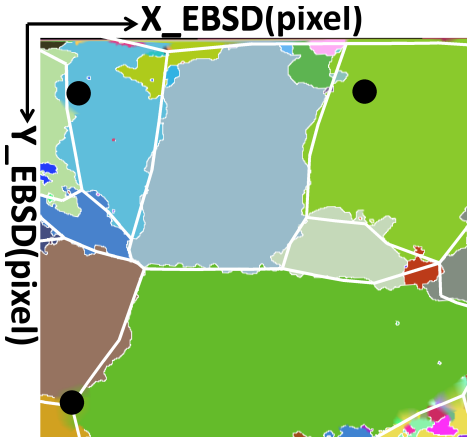
FIGURE 2.26 – Les transformations spatiales parmi les trois repères

Les transformations "réciproques" ($\mathfrak{T}^{CCD\rightarrow EBSD}$, $\mathfrak{T}^{IR\rightarrow CCD}$ et $\mathfrak{T}^{IR\rightarrow EBSD}$) sont obtenues en inversant les transformations directes.

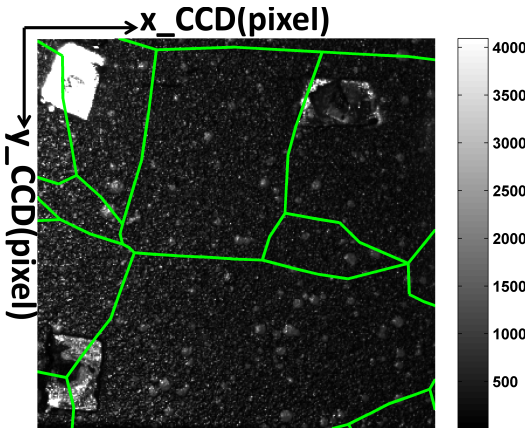
2.7.4 Représentation Lagrangienne et Eulérienne des mesures

Cette approche de recalage garantit une correspondance spatiale géométrique qui permet de suivre spatialement, pixel par pixel, tous les points matériels dans les trois repères, à la fois dans la configuration Lagrangienne et Eulérienne.

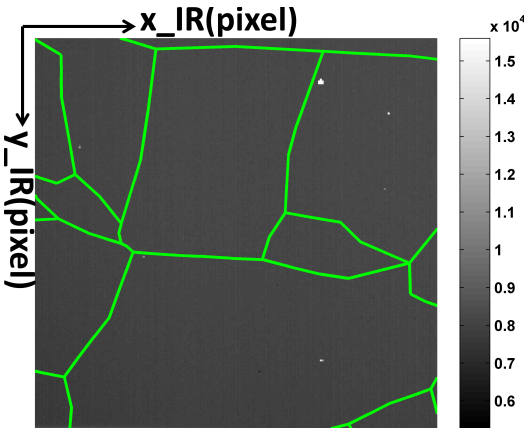
La microstructure de l'éprouvette est donnée par l'analyse EBSD dans la configuration de référence (Configuration Lagrangienne). Par construction, cette microstructure initiale peut être physiquement suivie dans le repère CCD, grâce à la CIN. Elle peut alors être projetée dans le repère IR, en utilisant la matrice de transformation identifiée plus haut. La Figure 2.27 montre une représentation Lagrangienne de la zone d'étude (ZE) dans les trois repères (EBSD, CCD et IR).



(a) ZE_{EBSD}



(b) ZE_{CCD}



(c) ZE_{IR}

FIGURE 2.27 – Représentation Lagrangienne de la zone d'étude (ZE) dans les différents systèmes des coordonnées

Concernant la représentation Eulérienne, les mesures cinématiques fournies par l'analyse CIN (u_x^{CCD}, u_y^{CCD}) nous permettent de construire la microstructure courante dans l'image CCD :

$$\begin{cases} x_{CCD} = X_{CCD} + u_x^{CCD}(X_{CCD}, Y_{CCD}) \\ y_{CCD} = Y_{CCD} + u_y^{CCD}(X_{CCD}, Y_{CCD}) \end{cases} \tag{2.9}$$

Par conséquent, la représentation Eulérienne de la microstructure pourra être également construite dans l'image IR en combinant les équations 2.6, 2.9 et 2.7.

2.7.5 Estimation des erreurs sur les recalages spatiaux

Le processus de recalage est relativement complexe dans la mesure où il fait intervenir des mesures diverses. Il est donc important de quantifier l'incertitude associée à cette longue chaîne de mesure. Les incertitudes associées aux mesures cinématiques et thermiques sont déjà bien décrites dans la littérature [Bornert *et al.*, 2009, Poncelet *et al.*, 2011]. Dans cette partie, nous avons donc tout particulièrement concentré notre attention sur les erreurs dues aux recalages spatiaux, ainsi que leur influence sur la mesure de champ.

La méthode utilisée pour caractériser les erreurs de recalage est la suivante. On suppose que les points utilisés pour la détermination des différentes transformations sont parfaitement coïncidents (ce qui revient à dire que les transformations calculées à l'aide de ces points expérimentaux sont les transformations exactes $\mathfrak{T}^{réelle}_{EBSD\to IR}$, $\mathfrak{T}^{réelle}_{CCD\to IR}$ et $\mathfrak{T}^{réelle}_{EBSD\to CCD}$). On estime que l'erreur sur la détermination des centres des marqueurs est de l'ordre de 2.5 pixels dans l'image EBSD, 2 pixels dans l'image CCD et 1.5 pixels dans l'image IR. Ces différences intègrent naturellement les différences de résolution spatiale des différentes images. Elles ont été estimées comme étant égale à environ 10% du rayon de la marque dans chacune des images.

Les positions actuelles des trois points de référence sont ensuite perturbées par une valeur aléatoire suivant une loi normale centrée d'écart-type égal à ces erreurs initiales. Les paramètres des matrices de transformation correspondantes sont ensuite déterminés en utilisant ces coordonnées bruitées. Pour assurer la représentativité statistique des tirages, un ensemble de 1 000 tirages aléatoires a été appliqué afin de déterminer les matrices de transformation associées à ces positions "bruitées", ($\mathfrak{T}^{bruitée}_{EBSD\to IR}$, $\mathfrak{T}^{bruitée}_{CCD\to IR}$, $\mathfrak{T}^{bruitée}_{EBSD\to CCD}$).

On détermine alors les incertitudes sur la Zone d'Étude (ZE) réelle. En utilisant les matrices de transformation réelles, $\mathfrak{T}^{réelle}_{EBSD\to CCD}$ et $\mathfrak{T}^{réelle}_{EBSD\to IR}$, on obtient les positions de chaque point de l'image EBSD dans les repères CCD et IR afin d'obtenir les positions réelles de la *ZE* dans l'image CCD et IR. De la même manière, la même opération est réalisée en utilisant les matrices de transformation bruitées, $\mathfrak{T}^{bruitée}_{EBSD\to CCD}$ et $\mathfrak{T}^{bruitée}_{EBSD\to IR}$. Les erreurs dues au recalage spatial sont définies comme la différence entre les positions réelles de la *ZE* données par les matrices de transformation réelles et les positions "bruitées" données par les matrices de transformation bruitées. Les histogrammes d'erreurs de recalage spatial entre les systèmes des coordonnées $EBSD \to CCD$ et $EBSD \to IR$ dans les directions x et y sont reportés dans la Figure 2.28. Ils montrent que les erreurs de recalages sont isotropes et qu'elles suivent (naturellement) une loi normale centrée.

Le Tableau 2.8 donne les erreurs moyennes ainsi que les écart-types en pixel pour les deux types de recalage spatial. Il est à noter que la dernière erreur (relative au recalage IR) est plus grande en raison de la faible résolution spatiale de la caméra IR et de l'accumulation d'erreurs des recalages spatiaux entre $EBSD \to CCD$ et

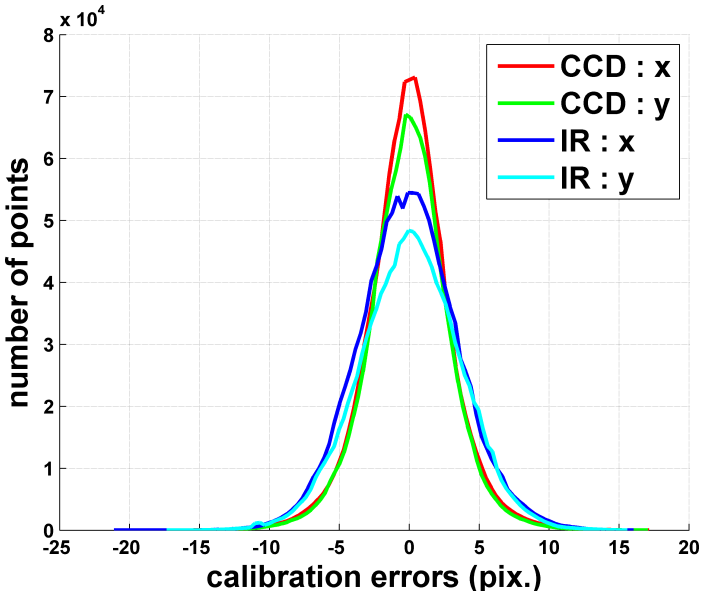


FIGURE 2.28 – Les histogrammes des erreurs des recalages spatiaux du repère EBSD au celui de CCD et IR

$CCD \rightarrow IR$. Naturellement, ces erreurs pourraient être exprimés en µm en utilisant le facteur d'échelle de chacune des caméras.

Système des coordonnées	Erreur moyenne		Écart-type	
	x	y	x	y
$EBSD \rightarrow CCD$	0.01	-0.06	2.97	3.02
$EBSD \rightarrow IR$	0.08	-0.12	3.69	3.66

TABLEAU 2.8 – Erreurs des recalages spatiaux en pixel

On considère que dans les exemples expérimentaux traités, l'erreur sur la position des points de la microstructure dans les images CCD et IR est de l'ordre de 4 pixels, soit environ 1% du champ observé.

Ces erreurs de recalage supposent que la microstructure est rigoureusement identique sur les deux faces de l'échantillon. Ceci n'a pas été vérifié de manière systématique sur les échantillons sur lesquels nos essais ont été réalisés (pour éviter d'attaquer les échantillons). Les observations que nous avons pu réaliser sur les éprouvettes ayant servi à la mise au point du traitement thermo-mécanique, montrent que, pour des grains centimétriques, cette hypothèse est raisonnable (voir Figure 2.9).

Dans ce chapitre, le principe de l'élaboration du matériau a été présenté ainsi que la technique d'analyse microstructurale employée, à savoir l'EBSD.

Ensuite, nous avons présenté les différents dispositifs expérimentaux qui ont été utilisés pendant l'essai expérimental (la machine de traction et les dispositifs optiques).

Les méthodes de recalage temporel et spatial ont été également présentées. La méthode de recalage proposée permet de disposer de l'ensemble des mesures cinématiques, thermiques et microstructurales aux mêmes points matériels et au mêmes instants de mesure. L'erreur de recalage spatial a été estimée à environ 4 pixels.

Nous sommes maintenant en mesure de recueillir toutes les données expérimentales nécessaires à notre analyse, et nous pouvons passer, dans le chapitre suivant, à la présentation des méthodes de traitement de données mises en œuvre dans le cadre de ce travail.

Chapitre 3

Traitements d'images cinématiques et calorimétriques

Ce chapitre est l'occasion de présenter les différentes techniques de traitement utilisées lors des dépouillements de nos données expérimentales cinématiques et thermiques.

Dans la première section, les techniques de traitement classiques sont reportées. Par exemple :

- *Les principes de la corrélation d'image numérique (CIN) sont d'abord présentés. Cette technique donne accès aux champs de déplacement à la surface de l'échantillon dont sont ensuite déduits les champs de déformations.*

- *Les principes de la thermographie infrarouge (TIR) sont ensuite introduits. La TIR permet d'effectuer les mesures de température à partir desquelles sont déduites les sources de chaleur.*

Les problèmes éventuels rencontrés lorsque l'on s'intéresse, à une échelle donnée, à des structures discrètes ou discontinues avec ces méthodes de traitement classiques seront discutés dans la deuxième section.

Dans la suite de ce chapitre, nous nous consacrerons à la présentation des méthodes de traitement développées dans ce travail. Ces méthodes permettent d'introduire des restrictions dans les traitements cinématiques et thermiques afin, notamment, de les rendre plus robustes vis à vis des bruits expérimentaux. Les principes de ces techniques de traitement "avec restrictions" seront présentés puis illustrés pour des mesures cinématiques. Ces méthodes développées dans le cadre de la thèse seront validées numériquement dans les deux chapitres suivants au travers d'images de synthèse.

3.1 Principes généraux des méthodes "locales"

Les matériaux industriels comme les composites ou les métaux peuvent être considérés, à une certaine échelle, comme des matériaux hétérogènes, car ils sont constitués, à cette échelle, par des composants élémentaires de différente nature : matrice et renfort dans les composites et grains de différentes orientations pour les matériaux

polycristallins. Théoriquement, tous ces composants élémentaires ont des comportements différents. Par conséquent, un chargement macroscopique, même s'il est homogène, entraine nécessairement une distribution hétérogène de la déformation et de la contrainte au sein de tels matériaux.

La distribution hétérogène de la déformation dans les polycristaux métalliques a été considérablement étudiée depuis plusieurs décennies [Taylor, 1938, Boas et Hargreaves, 1948, Jaoul, 1965, Kocks, 1981]. Il est désormais bien connu que le développement de champs de déformations hétérogènes est provoqué par les différences de propriétés entre les grains et par les interactions entre les grains du polycristal. La déformation des matériaux polycristallins a aussi été étudiée d'un point de vue énergétique. On peut citer ici les travaux pionniers de [Farren et Taylor, 1925, Taylor et Quinney, 1934, Quinney et Taylor, 1937], ou les travaux dans leur continuité [Titchener et Bever, 1958, Dillon. Jr, 1962, Bever *et al.*, 1973, Chrysochoos et Maisonneuve, 1985, Oliferuk *et al.*, 1985]. Dans ces matériaux métalliques, le développement (hétérogène) de la plasticité et de l'endommagement génère une dissipation hétérogène qui s'accompagne d'une augmentation de la température. De nombreux travaux se sont ainsi focalisés sur l'analyse et la détection des phénomènes de localisation macroscopiques dans les matériaux métalliques. Par exemple, la striction localisée [Wattrisse *et al.*, 2002, Chrysochoos *et al.*, 2009], la propagation des bandes de Lüders [Louche et Chrysochoos, 2001] et l'effet Portevin-Le Châtelier (PLC) [Ranc et Wagner, 2008]. En outre, il est désormais bien connu que, pendant la déformation plastique, la plupart du travail plastique fourni se transforme sous forme de chaleur, alors qu'une certaine proportion de ce travail reste stockée dans le matériau. La part relative de l'énergie bloquée et de l'énergie dissipée par rapport à l'énergie mécanique fournie constitue une "signature énergétique" très caractéristique des mécanismes de déformation développés au sein de la matière. C'est pourquoi de nombreux auteurs se sont attachés à mesurer la "fraction d'énergie bloquée" (ou coefficient de Taylor-Quinney) et son évolution lors de différents chargements [Mason *et al.*, 1994, Chrysochoos *et al.*, 1989, Kapoor et Nemat-Nasser, 1998, Oliferuk *et al.*, 2004].

Les techniques d'imagerie telles que la thermographie infrarouge (TIR) et la corrélation d'images numériques (DIC) permettent d'accéder aux champs de température et de déformation à la surface d'échantillons sollicités mécaniquement. Ces grandeurs sont essentielles à la réalisation de tels bilans d'énergie lors d'essais mécaniques. Ces techniques connaissent un essor considérable depuis le début de leur utilisation en Mécanique des Matériaux dans les années 1980 [Chrysochoos, 1995, Sutton *et al.*, 1983, Sutton *et al.*, 1991]. Ainsi, grâce aux progrès réalisés dans le domaine de la photo-mécanique, la qualité et la précision des mesures de champs cinématiques et thermiques ont considérablement augmenté dans la dernière décennie [Bornert *et al.*, 2009, Pan *et al.*, 2009, Poncelet *et al.*, 2011].

Dans cette section, les principes des méthodes de traitement associées à ces deux techniques (CIN et TIR) seront présentés.

3.1.1 Mesure de champs cinématiques par CIN

La mesure de champ de déplacements à la surface d'échantillons est un enjeu important pour les expérimentateurs qui effectuent des recherches dans le domaine de la Mécanique du Solide. Diverses méthodes optiques de mesure de champ (sans contacts et non destructives) ont été mises au point et appliquées dans ce domaine. On dis-

tingue souvent parmi ces méthodes optiques, les méthodes interférométriques et les méthode non-interférométriques. Les techniques interférométriques, telles que l'ESPI (Electronic Speckle Pattern Interferometry) par exemple, impliquent des procédures expérimentales délicates [Lekberg, 1980, Rastogi, 2000] qui ne sont pas toujours adaptées pour des expériences dans des laboratoires d'essais conventionnels. Parmi les méthodes non-interférométriques, la Corrélation d'Images Numériques (CIN) constitue désormais une approche incontournable pour la mesure, à différentes échelles, de déplacements et de déformations [Sutton *et al.*, 1983, Sutton *et al.*, 1991, Wattrisse *et al.*, 2001a, Hild et Roux, 2006, Pan *et al.*, 2009]. L'intérêt de cette technique est de fournir des mesures plus ou moins locales mais toujours sans contact.

Principe de la CIN

Principalement basée sur l'hypothèse de conservation de la luminance [Fennema et Thompson, 1979, Horn et Schunck, 1981], la méthode de CIN fournit directement la mesure du déplacement en comparant deux images numériques de l'échantillon entre deux états consécutifs associés à l'image initiale ou de référence (configuration non-déformée) et à l'image actuelle (configuration déformée). D'un point de vue pratique, à partir des images acquises par une caméra CCD, il est possible "d'apparier" cette paire d'images. Cette opération consiste à déterminer la transformation qui permet de faire coïncider "au mieux" les niveaux de gris des deux images. Une fois cette transformation déterminée, on calcule les grandeurs cinématiques associées (déformation ou vitesse de déformation) par dérivation.

Mesures de déplacements

On distingue souvent les méthodes de corrélation "locales" et les méthodes dites "globales". Les premières donnent accès à la description de la cinématique du voisinage d'un point indépendamment des transformations qui se développent ailleurs dans l'échantillon, alors que les dernières déterminent directement les champs cinématiques sur l'ensemble de l'échantillon. On ne détaillera ici que le principe des méthodes "locales".

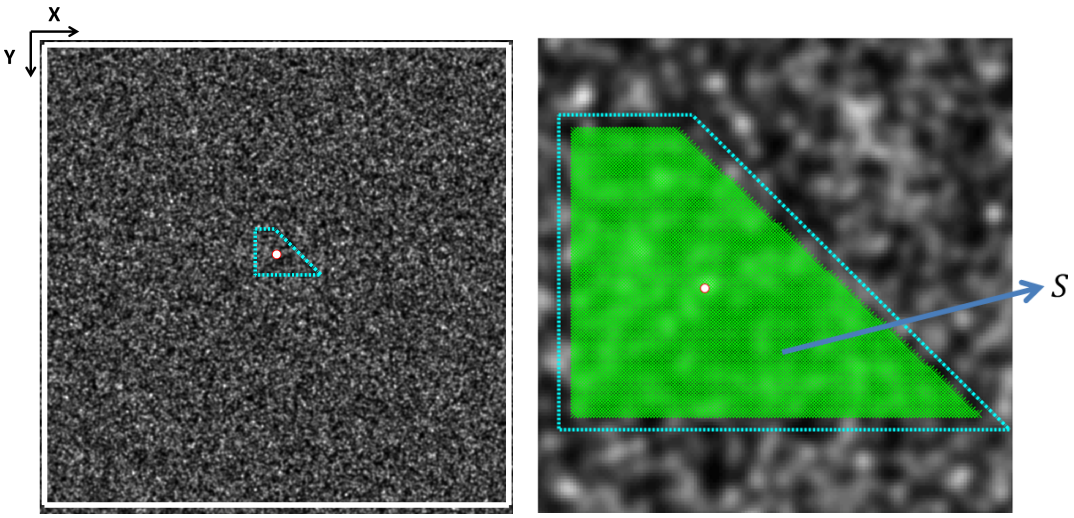
Soit $\vec{\Phi}$ la transformation réelle subie à l'instant t par la matières au voisinage d'un point M. On a :

$$\vec{x} = \vec{X} + \vec{\Phi}(\vec{X}, t) \tag{3.1}$$

où, $\vec{x}$ et $\vec{X}$ représentent la position actuelle et initiale du point M.

Sous l'hypothèse de conservation du rayonnement visible ("flot optique" numérisé sur un certain nombre de niveaux de gris par la caméra CCD), les méthodes "locales" consistent à comparer les niveaux des gris entre l'image initiale I_0 et l'image actuelle (déformée) I_1 dans un voisinage du point M. D'un point de vue pratique, ce voisinage est constitué des pixels situés à l'intérieur d'un polygone centré sur M, voir Figure 3.1. Ce voisinage définit la zone de corrélation sur laquelle on détermine la transformation, la forme du polygone peut être quelconque, mais elle est le plus souvent carrée.

Les méthodes "locales" postulent la forme de la transformation locale subie par ce voisinage, soit $\vec{\Phi}^*$. En général, $\vec{\Phi}^*$ est choisie comme un développement limité de la transformation réelle (inconnue) de faible degré $(0, 1$ ou éventuellement $2)$:



(a) Image de référence I_0

(b) Zoom sur le polygone du voisinage du point M

FIGURE 3.1 – Point de calcul cinématique M avec son voisinage S

$$\vec{\Phi}^*(\vec{X}) = \begin{cases} \vec{\Phi}^*_X(X_{CCD}, Y_{CCD}) = \sum_{k=0}^{dk_X} \sum_{l=0}^{dl_X} a_{kl}\, X^k_{CCD}\, Y^l_{CCD} \\ \vec{\Phi}^*_Y(X_{CCD}, Y_{CCD}) = \sum_{k=0}^{dk_Y} \sum_{l=0}^{dl_Y} b_{kl}\, X^k_{CCD}\, Y^l_{CCD} \end{cases} \tag{3.2}$$

On utilise généralement des transformations de même type pour décrire les composantes u_x et u_y, de sorte que l'on a souvent : $dk_X = dk_Y$ et $dl_X = dl_Y$.

La définition d'un critère de corrélation permet de quantifier l'écart entre l'image initiale et finale. Les critères les plus utilisés sont les critères $\mathfrak{C}_{SSD}$ ("Sum of Squared Differences" ou somme des écarts quadratiques) et $\mathfrak{C}_{CC}$ ("Cross Correlation" ou corrélation croisée), qui s'écrivent :

$$\mathfrak{C}_{SSD} = \iint_S \left[I_0\left(\vec{X}\right) - I_1\left(\vec{X} + \vec{\Phi}^*(\vec{X})\right)\right]^2 \mathrm{d}X_{CCD}\mathrm{d}Y_{CCD} \tag{3.3}$$

et

$$\mathfrak{C}_{CC} = \iint_S I_0\left(\vec{X}\right) I_1\left(\vec{X} + \vec{\Phi}^*(\vec{X})\right) \mathrm{d}X_{CCD}\mathrm{d}Y_{CCD} \tag{3.4}$$

Une stratégie d'interpolation permet de calculer les valeurs de I_1 aux positions non entières associées à $\vec{X} + \vec{\Phi}^*(\vec{X})$.

La minimisation du critère par rapport aux paramètres de la transformation (a_{kl}, b_{kl}) permet de trouver les paramètres optimaux (a^{opt}_{kl}, b^{opt}_{kl}) que l'on associera à la transformation "réelle" de sorte que :

$$\vec{\Phi}(\vec{X}) \approx \begin{cases} \sum_{k=0}^{dk_X} \sum_{l=0}^{dl_X} a^{opt}_{kl}\, X^k_{CCD}\, Y^l_{CCD} \\ \sum_{k=0}^{dk_Y} \sum_{l=0}^{dl_Y} b^{opt}_{kl}\, X^k_{CCD}\, Y^l_{CCD} \end{cases} \tag{3.5}$$

Mesures de déformation

Une fois la transformation calculée en chaque point M, il est possible d'en déduire les grandeurs cinématiques associées telles que la déformation.

Notons que ces grandeurs peuvent être obtenues de deux manières :

- par dérivation directe de la fonction de forme associées aux paramètres optimaux ;
- par dérivation numérique du champ de déplacement discret $\vec{u}(M_i)$ associé aux valeurs prises par le champ de déplacement optimisé en chaque "centre" du voisinage de M.

La première méthode permet de construire des champs "locaux" compatibles avec le calcul de corrélation. Cependant, ces champs sont souvent très fluctuants du fait que la déformation est calculée pour des "longueurs de jauge" très petites associées aux dimensions du voisinage retenue (typiquement de l'ordre de la dizaine de pixels). De plus, les champs ainsi obtenus peuvent être disjoints ou bien se chevaucher selon la nature du maillage retenu, qui n'est pas nécessairement jointif.

La seconde méthode consiste à dériver numériquement les champs calculés au "centre" des zones de corrélations. Par construction, les champs de déplacement ainsi obtenus sont discrets et bruités. Un traitement numérique est par conséquent indispensable pour que l'on puisse les dériver "proprement".

Une méthode souvent utilisée consiste à effectuer un "lissage polynomial glissant" sur ces données, ce qui revient à approximer localement le champ de déplacement par des fonctions polynomiales en espace et en temps. Pour cela, il est pratique d'introduire un pavé de lissage spatio-temporel qui regroupe l'ensemble des points concernés (dans l'espace et dans le temps) autour d'un point de calcul ("point de mesure") pour déterminer sa déformation.

On présente ici le principe de cette méthode de lissage dans le cas d'un champ de déplacement bidimensionnel. Dans la Figure 3.2, les paramètres N_X, N_Y et N_t désignent, selon respectivement la direction X et Y (en espace) et t (en temps), les nombres de points de mesure utilisés pour effectuer le lissage autour du point où l'on souhaite calculer la déformation. Comme on raisonne ici sur un nombre de points d'approximation, la méthode n'exige pas nécessairement de travailler sur des grilles régulières.

En chaque point de mesure, le déplacement sera approximé dans ce pavé de lissage par une fonction polynomiale des variables d'espace et de temps. La fonction d'approximation espace-temps pour le déplacement au voisinage du point M à l'instant t peut être choisie sous la forme suivante :

$$u^{app}(X, Y, t; \alpha_{klm}) = \sum_{k=0}^{dk} \sum_{l=0}^{dl} \sum_{m=0}^{dm} \alpha_{klm} X^k Y^l t^m \tag{3.6}$$

où, les paramètres dk, dl et dm correspondent respectivement aux degrés du polynôme d'approximation par rapport aux variables d'espace et de temps. Les coefficients du polynôme α_{klm}^{opt} sont ensuite déterminés à partir des données expérimentales autour de ce point de calcul, $u^{exp}(X_{M_i}, Y_{M_i}, t_j)$, en utilisant une méthode de minimisation des moindres carrés :

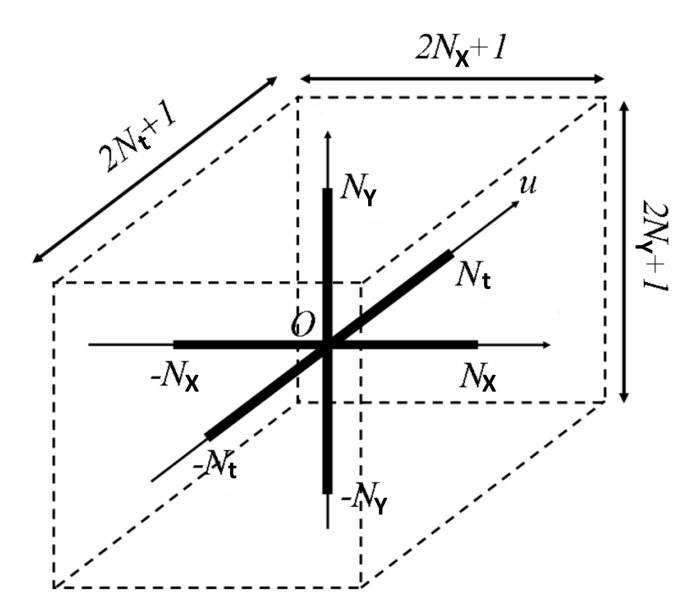


FIGURE 3.2 – Pavé d'approximation spatio-temporel

$$\alpha_{klm}^{opt} = \underset{\alpha_{klm}}{\operatorname{argmin}}\{\sum_i \sum_j [u^{app}(X_{M_i}, Y_{M_i}, t_j) - u^{exp}(X_{M_i}, Y_{M_i}, t_j)]^2\} \tag{3.7}$$

Dans l'équation 3.7, l'ensemble des points M_i et des instants t_j constituent le voisinage retenu pour le lissage.

Finalement, les dérivées du déplacement recherchées en ce point sont associées à celles de la fonction d'approximation.

Il est possible de choisir une fonction d'approximation découplant les effets de l'espace et du temps (fonction d'approximation espace-temps découplée donnée dans l'Équation 3.8). Dans ce cas, les coefficients du polynôme α'_m et α''_{kl} peuvent être identifiés de manière séparée.

$$u^{app}(X, Y, t; \alpha'_m, \alpha''_{kl}) = \left(\sum_{m=0}^{dm} \alpha'_m t^m\right)\left(\sum_{k=0}^{dk}\sum_{l=0}^{dl} \alpha''_{kl} X^k Y^l\right) \tag{3.8}$$

L'opération de lissage introduit plusieurs paramètres d'approximation, et le résultat du lissage est étroitement dépendant du choix de ces paramètres [Wen, 2012]. Plus le degré du polynôme est élevé et/ou plus la taille du pavé est petite, plus la déformation obtenue est "locale", et les résultats obtenus vont être très sensibles au bruit de mesure. Au contraire, plus le degré du polynôme est faible et/ou plus le pavé de lissage est grand, plus le résultat sera robuste vis-à-vis du bruit de mesure, mais le caractère local de la mesure sera moins important.

Enfin, il est important de noter que cette opération de lissage spatio-temporel peut être réalisée sur un champ de déplacement u qui peut aussi bien être dans une configuration Lagrangienne qu'Eulérienne.

3.1.2 Mesure de champs thermiques et calorimétriques par TIR

Comme nous l'avons vu dans la Section 2.5.1, le rayonnement émis par une surface dépend directement de sa température et de son émissivité *via* la loi de Planck (Équation 2.1). Le principe de la Thermographie InfraRouge est de déterminer la température de la surface à partir de la mesure du rayonnement thermique qu'elle émet. La mesure de température est ensuite introduite dans l'équation de la chaleur afin de déterminer les sources de chaleur.

Transcription du thermosignal en température : étalonnage pixel à pixel

Le principe de cette transcription est reporté dans la Figure 3.3. Le capteur infrarouge numérise le champ de rayonnement infrarouge issu de l'objet observé. Les images sont ainsi enregistrées sous la forme de tableaux de niveaux informatiques (NI) codés sur 14 bits.

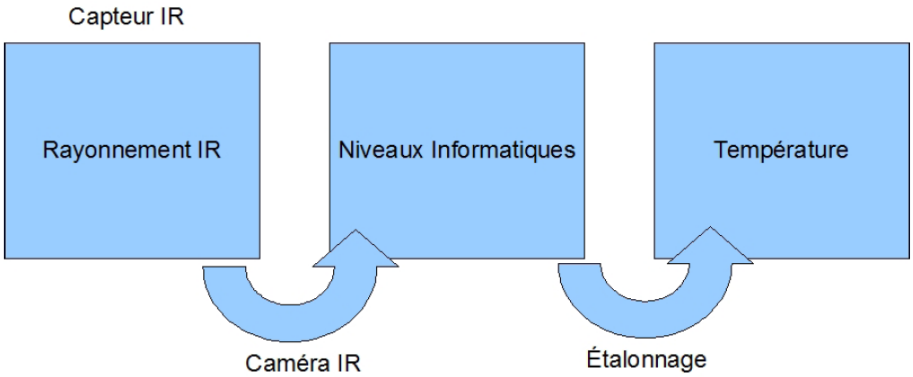


FIGURE 3.3 – Du rayonnement IR à la température [Blanche, 2012]

Une procédure d'étalonnage pixel à pixel a été mise en place pour traduire ces cartes de niveaux informatiques en champs de température [Honorat *et al.*, 2005]. L'opération d'étalonnage nécessite l'utilisation d'un corps noir étendu (représenté sur la Figure 2.20) permettant d'obtenir une scène thermique uniforme contrôlée pour une émissivité de la surface, elle aussi sensiblement uniforme $\varepsilon_\lambda \approx 0.98$.

Cette procédure d'étalonnage se déroule en trois étapes :

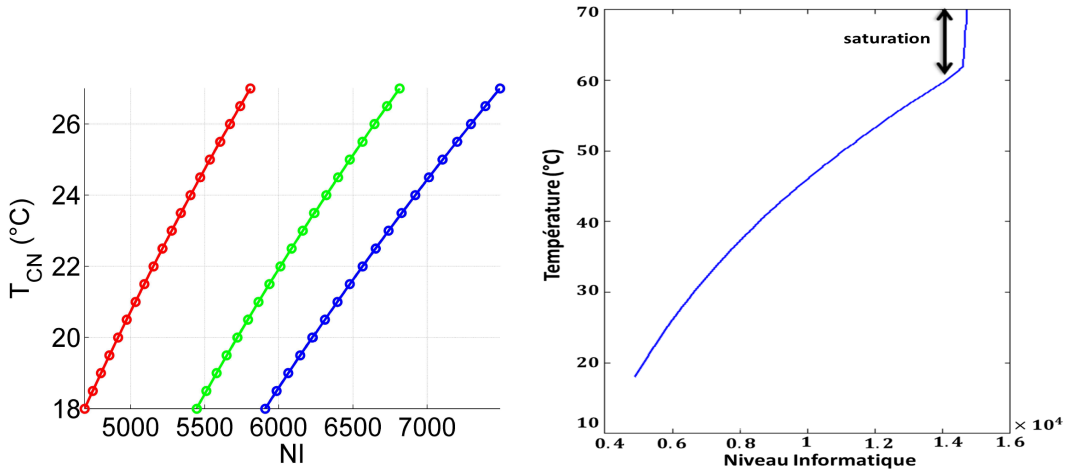
- La première étape consiste à réaliser plusieurs mesures expérimentales de champs de température pour différents rayonnements émis par le corps noir. D'un point de vue pratique, plusieurs températures sont imposées au corps noir. Pour chaque température, une série d'images IR de la surface est enregistrée par la caméra IR afin d'effectuer un filtrage temporel du bruit de mesure thermique. Pour que l'étalonnage soit fiable, il est important d'assurer que ces images d'étalonnage soient prises dans les mêmes conditions d'acquisition que celles de l'essai réel (même temps d'intégration, même distance de travail, même mise au point, *etc*). A partir de ces images enregistrées, il est possible de mettre en relation l'évolution du rayonnement numérisé (en NI) avec la température du corps noir.

- La deuxième étape a pour objectif de déterminer la correspondance entre les NI et la température. Dans la mesure où, cette correspondance n'est pas uniforme

spatialement, elle doit être déterminée pixel par pixel (voir la Figure 3.4). La loi d'étalonnage retenue est une loi polynomiale de degré n, qui s'exprime par :

$$T(i,j) = \sum_{k=0}^{n} a_k(i,j)\mathrm{NI}^k(i,j) \tag{3.9}$$

où, (i,j) correspond aux indices de ligne et de colonne du pixel considéré dans le capteur infrarouge et $a_k(i,j)$ représente les coefficients d'étalonnage du pixel (i,j). Les grandeurs NI et T représentent respectivement le niveau informatique et la température mesurée au pixel (i,j). La grandeur n correspond au degré de la loi d'étalonnage (égal en général à 3, 4 ou 5). On retient un ordre de $n = 5$ pour notre étude. Les coefficients de la loi $a_k(i,j)$ sont déterminés au sens de moindres carrés en minimisant la différence entre la température mesurée $T(i,j)$ et la température imposée au corps noir T_{CN}.



(a) Relation entre les NI et les températures pour trois pixels différents [Blanche, 2012]

(b) Exemple de la saturation d'un pixel [Wen, 2012]

FIGURE 3.4 – Exemple du comportement des pixels à différentes températures ainsi que la saturation

En présence d'une saturation, la réponse du pixel s'infléchit (voir la Figure 3.4b). Cette saturation s'accompagne d'une forte variation de la sensibilité de la mesure qui ne peut souvent pas être captée par la loi d'étalonnage retenue. Afin d'assurer la fiabilité de l'étalonnage, il est donc important de vérifier que la saturation n'est pas atteinte sur la gamme de température étudiée.

- La troisième étape a pour but d'écarter les pixels défectueux ou ceux ayant une réponse insatisfaisante afin d'assurer la qualité de l'étalonnage. Deux critères de qualité ont été mis en place pour identifier ces pixels défectueux.

  – Le premier critère consiste à comparer la température imposée au corps noir T_{CN} à celle calculée par la loi d'étalonnage $T(i,j)$. Ce critère peut s'écrire sous la forme suivante :

$$|T(i,j) - T_{CN}| \geq \delta T_1 \tag{3.10}$$

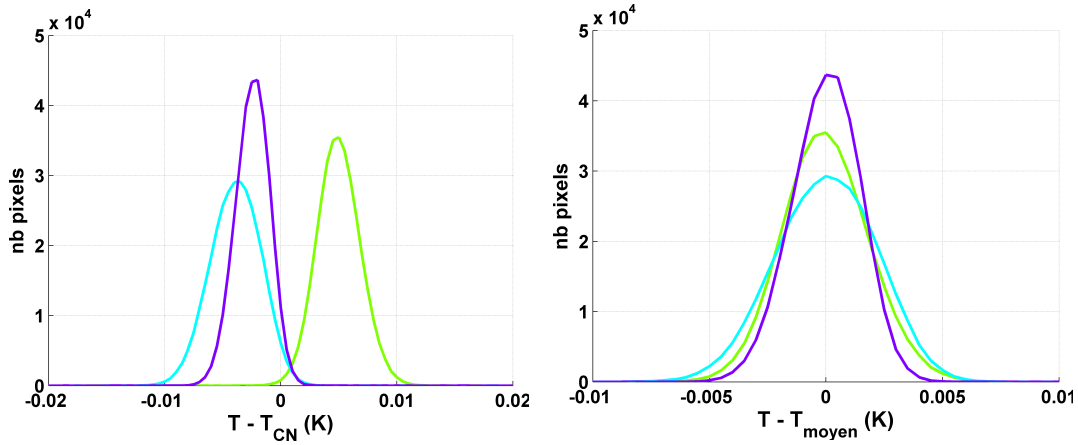
Si l'écart entre ces deux températures est plus important que δT_1, le pixel testé est considéré comme défectueux. En général, la valeur seuil de ce premier critère δT_1 est fixée à 0.1 K. L'histogramme des écarts entre température mesurée et température du corps noir est donné pour les pixels ne vérifiant pas ce critère dans la Figure 3.5a. On peux remarquer que ces histogrammes ne sont pas centrés sur 0. En effet, cela est dû au fait que la température du corps noir est connue avec une résolution inférieure à celle avec laquelle la caméra infrarouge ne la mesure. On suppose donc que la température réelle du corps noir est égale à la température moyenne calculée par la caméra IR sur les pixels ne vérifiant pas le premier critère. Ce choix peut se justifier car la Figure 3.5a montre que l'erreur de mesure de température suit une densité de probabilité sensiblement Gaussienne légèrement décentrée. L'amplitude du décentrage est de l'ordre de la résolution du corps noir, soit 0.01 K.

– Les pixels défectueux sont ensuite déterminés à l'aide du critère suivant :

$$|T(i,j) - T_M| \geq \delta T_2 \tag{3.11}$$

où, T_M est la température moyenne calculée sur les pixels ne vérifiant pas le premier critère (Équation 3.10).

En général, la valeur seuil de ce deuxième critère est de 0.04 K. En appliquant ce critère, une distribution centrée de l'erreur est obtenue sur l'ensemble du capteur IR. Dans la Figure 3.5b, l'histogramme des réponses de ces pixels non défectueux vérifiant le second critère est présenté pour quelques niveaux de température utilisées lors de la procédure de l'étalonnage.



(a) Histogramme des écarts entre température mesurée et température imposée pour les pixels ne vérifiant pas le premier critère (Équation 3.10)

(b) Histogramme des écarts entre température mesurée et température moyennée pour les pixels ne vérifiant pas le deuxième critère (Équation 3.11)

FIGURE 3.5 – Illustration des critères de qualité lors de la procédure d'étalonnage

Après la procédure d'étalonnage, nous connaissons la position de l'ensemble des pixels défectueux. Le nombre de pixels défectueux dépend des critères appliqués. Ils

représentent bien moins de 1% de l'image IR dans notre étude. Certaines stratégies ont été proposées pour calculer les températures aux pixels défectueux. Par exemple, l'opération de "Bad Pixel Replacement" permet de remplacer la valeur de chaque pixel défectueux par celle de son plus proche voisin. Dans notre étude, on considère qu'il n'y a pas de mesure en ces pixels défectueux.

A la fin de la procédure d'étalonnage, nous sommes donc en mesure de convertir les thermosignaux en température pour chaque pixel de la caméra IR avec une précision donnée (ici $\delta T_2 = 0.04\,\mathrm{K}$).

Mesure de la variation de température

Lors de la mesure thermique, plusieurs précautions doivent être prises :

- limiter les rayonnements extérieurs
- limiter les variations de température ambiante

Pour limiter les rayonnements extérieurs,

- on recouvre les surfaces réfléchissantes proches de l'échantillon par des revêtements de forte émissivité (papier, peinture noire) et on travaille dans le noir pour limiter le rayonnement thermique issu de l'éclairage.
- on isole la zone d'essai par des panneaux en carton pour limiter les rayonnements "lointains"

De plus, les variations de température ambiante lors de l'essai constituent aussi une source d'incertitude importante, dans la mesure où elles modifient les échanges de chaleur avec l'extérieur. Pour accéder à ces fluctuations de température ambiante, on dispose, comme illustré dans la Figure 3.6, une éprouvette de référence (de température T^{ref} et de température initiale T_0^{ref}) à proximité de l'échantillon (de température T et de température initiale T_0).

Cette éprouvette de référence est constituée du même matériau et possède la même épaisseur que l'éprouvette testée afin de subir les mêmes variations de température de surface que l'éprouvette sollicitée sous l'effet des évolutions de l'environnement. Les variations de température mesurées sur cette éprouvette de référence reflètent à la fois les variations de température ambiante mais aussi les variations de température du capteur (refroidi par Stirling). En effet, la variation de température du capteur se traduit par une variation du rendement de celui-ci qui va engendrer une variation de NI numérisé pour un rayonnement reçu donné.

Ensuite, la variation de température "totale" de l'éprouvette θ est introduite. Elle est définie par la différence entre la température actuelle T et la température initiale T_0 :

$$\theta = (T - T_0) - (T^{ref} - T_0^{ref}) \tag{3.12}$$

où, T et T^{ref} sont respectivement les températures de l'éprouvette sollicitée et celle de référence. Les températures initiales T_0 et T_0^{ref} correspondent respectivement aux température initiales de l'éprouvette et de l'éprouvette de référence. Elles sont déterminées en moyennant la température mesurée alors que les échantillons sont à

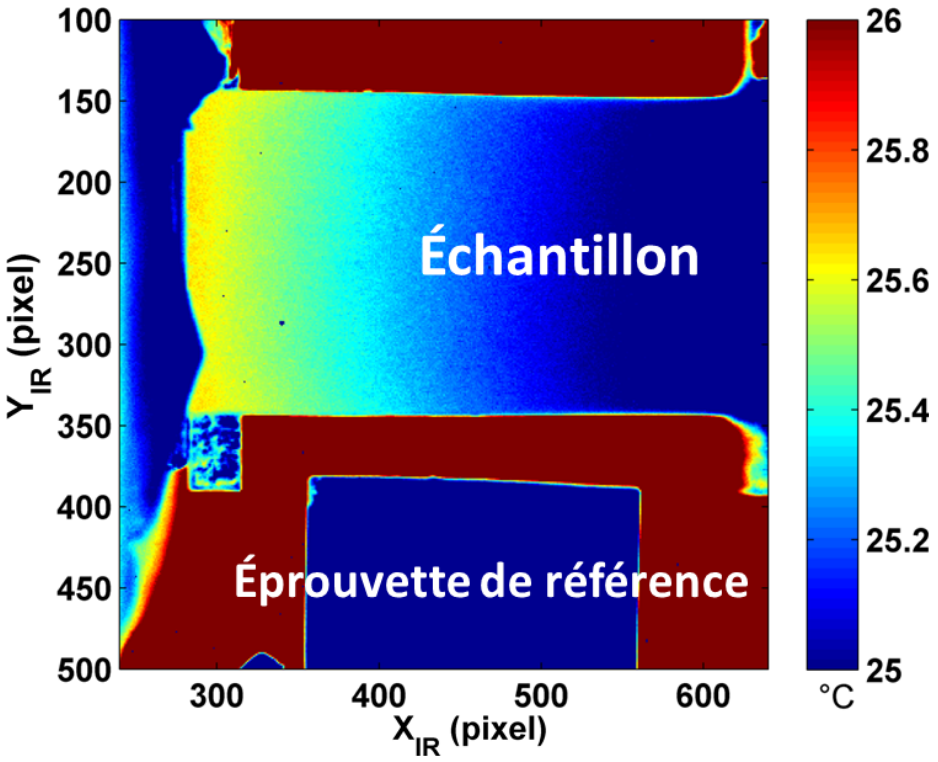


FIGURE 3.6 – Éprouvette sollicitée et éprouvette de référence

l'équilibre avec l'environnement, sur un certain nombre d'image, quand l'essai n'a pas encore été lancé.

Il est important de noter que les champs de température sont mesurés dans la configuration actuelle (Eulérienne) de l'échantillon. Lors d'un essai mécanique, le matériau se déforme, et on propose une méthode de "suivi" permettant de passer le champ de température dans la configuration actuelle au champ de température dans la configuration initiale (Lagrangienne). Cette opération de "suivi" est réalisée à l'aide des données cinématiques obtenues par CIN, en suivant la méthodologie présentée dans [Chrysochoos *et al.*, 2009] qui est ici détaillée dans la Section 2.7.

Détermination des sources de chaleur

L'équation de diffusion de la chaleur a été écrite dans la Section 1.2.6 sous l'hypothèse d'isotropie de la conduction thermique. Comme nous ramenons tous nos calculs dans la configuration initiale, nous pouvons conserver cette hypothèse et écrire :

$$\dot{\theta}(X_{IR}, Y_{IR}, Z_{IR}, t_{IR}) - \frac{k}{\rho C}\Delta\theta(X_{IR}, Y_{IR}, Z_{IR}, t_{IR}) = \frac{w'_{ch}(X_{IR}, Y_{IR}, Z_{IR}, t_{IR})}{\rho C} \quad (3.13)$$

Expérimentalement, la caméra IR donne les mesures de température sur la surface de l'éprouvette, en l'occurrence dans le plan (X_{IR}, Y_{IR}) pour notre étude. L'opération de recalage présentée dans la Section 2.7 permet d'obtenir les cartes de température Lagrangiennes $T(X_{IR}, Y_{IR})$ nécessaire à la résolution de l'équation de la chaleur (Équation 3.13). Afin d'estimer la source de chaleur avec ces mesures de température, il est nécessaire de simplifier son écriture pour ne faire intervenir que des mesures de

surface. On introduit classiquement les hypothèses suivantes [Chrysochoos et Louche, 2000] :

- Compte tenu de la faible épaisseur des éprouvettes (Figure 2.4) et de la bonne diffusivité thermique du matériau (aluminium), nous supposons que la température varie peu dans l'épaisseur et que la température de surface (mesurée par la caméra IR) est très proche de la température moyenne dans l'épaisseur de l'échantillon. Cette hypothèse a été vérifiée par [Berthel *et al.*, 2008] sur des matériaux métalliques diffusants en présence de distributions de sources très hétérogènes.

- On suppose que l'échange thermique par convection/rayonnement est linéaire et qu'il est identique sur les faces avant et arrière de l'échantillon.

En utilisant ces deux hypothèses et en intégrant l'équation de la chaleur (Équation 3.13) suivant l'épaisseur, on obtient le modèle *2D* de diffusion de la chaleur qui sera utilisé dans la suite de ce travail :

$$\dot{\tilde{\theta}} + \frac{\tilde{\theta}}{\tau^{2D}} - \frac{k}{\rho C}\left(\frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial X_{IR}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial Y_{IR}^2}\right) = \frac{\tilde{w'}_{ch}}{\rho C} \tag{3.14}$$

où, l'opérateur « ˜ » représente la valeur moyenne sur l'épaisseur. Dans ce modèle *2D*, τ^{2D} est une constante de temps qui caractérise les fuites thermiques par convection/rayonnement sur la faces avant et arrière de l'échantillon. Cette constante de temps dépend à la fois du matériau et de la géométrie de l'éprouvette au travers de l'équation :

$$\tau^{2D} = \frac{\rho C e}{2h} \tag{3.15}$$

où h représente un coefficient d'échange entre l'éprouvette et l'environnement.

Estimation des fuites thermiques

Dans les modèles de diffusion de la chaleur (*2D*) présentés auparavant (Équation 3.14), les paramètres du matériau et la géométrie sont supposés connus.

- Paramètres "matériau" : masse volumique ρ, chaleur spécifique C, conductivité thermique k.

- Paramètres géométriques : section droite $S = e \times l$ avec e l'épaisseur et l la largeur de l'échantillon.

Il convient d'identifier le coefficient d'échange par convection h. Dans la pratique, on préfère déterminer le temps de retour à l'équilibre τ^{2D}, le passage de l'un à l'autre se faisant grâce à l'équation 3.15.

La méthode adoptée ici pour estimer τ^{2D} repose sur l'observation de la température lors d'un essai de "retour à l'équilibre thermique". Dans cet essai, on impose un déséquilibre thermique initial entre l'échantillon étudié et l'environnement en chauffant l'échantillon par rayonnement tout en limitant l'échauffement de l'environnement.

On observe ensuite l'évolution de la température de surface au cours du refroidissement. Durant cette phase, aucune source de chaleur n'est activée, l'évolution de la température est donc gouvernée par l'Équation 3.14 "homogène".

On limite le flux de chaleur axial (par conduction) en isolant les têtes de l'éprouvette dans la machine d'essai. Le champ thermique obtenu est ainsi le plus uniforme possible dans l'échantillon, et les fuites par conduction (termes en Laplacien de l'Équation 3.14) sont très faibles devant les fuites par convection. L'équation de la chaleur se simplifie alors pour s'écrire :

$$\dot{\theta} + \frac{\theta}{\tau^{2D}} = 0 \tag{3.16}$$

Le champ de température solution de cette équation (Équation 3.16) θ_{sol}, est uniforme et évolue temporellement suivant une exponentielle décroissante :

$$\theta_{sol}(t) = \theta_{max}\, \mathrm{e}^{-t/\tau^{2D}} \tag{3.17}$$

avec

$$\theta_{max} = T_{max} - T_0 \tag{3.18}$$

où, la valeur maximale de la variation de température mesurée θ_{max} est déterminée par la différence entre la température de l'échantillon en début de l'essai T_{max} et sa température à l'équilibre thermique T_0.

On identifie la constante de temps τ^{2D} par minimisation au sens des moindres carrés entre la mesure θ_{exp} et la température théorique θ_{sol} durant le retour à l'équilibre :

$$\tau_{sol}^{2D} = \underset{\tau^{2D}}{\operatorname{argmin}}\{[\theta_{sol}(t) - \theta_{exp}(t)]^2\} \tag{3.19}$$

La comparaison de la variation de température théorique θ_{sol} et la température mesurée θ_{exp} sont reportées dans la Figure3.7, elles permettent de déterminer la constante de temps $\tau^{2D} \approx 200\,\mathrm{s}$.

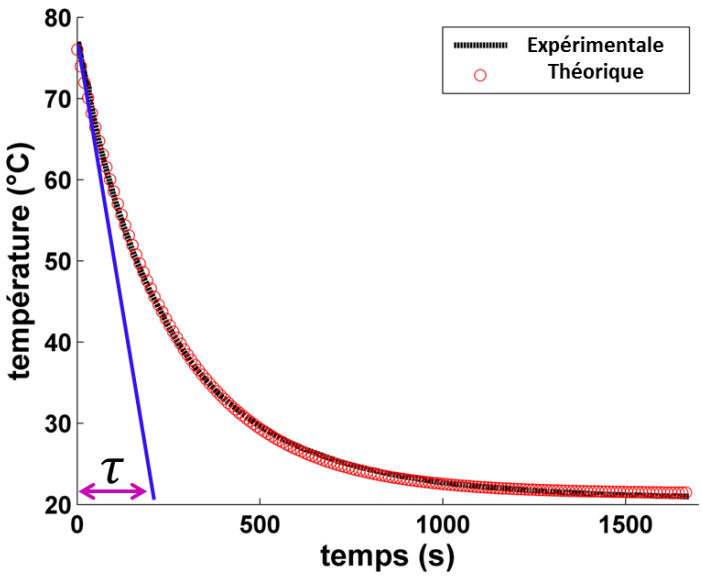


FIGURE 3.7 – Estimation de τ^{2D} pour notre éprouvette en l'aluminium

Dans une écriture Eulérienne, les échanges de chaleur évoluent durant l'essai à cause des variations de dimension de l'échantillon. On considère l'expression de l'équation de la chaleur Lagrangienne donc le coefficient d'échange est pris constant sur toute la durée de l'essai.

Calcul numérique des sources de chaleur

Une fois que toutes les constantes thermophysiques présentées dans l'équation de la chaleur (Équation 3.14) sont connues, on peut ensuite déterminer la source de chaleur w'_{ch} en appliquant les opérateurs différentiels $\frac{\partial}{\partial t_{IR}}$, $\frac{\partial^2}{\partial X_{IR}^2}$ et $\frac{\partial^2}{\partial Y_{IR}^2}$ aux champs de température discrets et bruités.

Dans la littérature, plusieurs stratégies de post-traitement des champs de température bruités ont été proposées. Par exemple, des projections sur des bases respectant les conditions aux limites [Chrysochoos, 1995, Chrysochoos et Louche, 2000, Doudard *et al.*, 2010], des projections sur la base de Fourier [Louche, 1999, Chrysochoos et Louche, 2000, Louche et Chrysochoos, 2001] et des approximations locales polynomiales dans l'espace et dans le temps [Berthel *et al.*, 2008]. C'est cette dernière méthode qui a été retenue ici pour le traitement des images thermiques.

La technique de lissage spatio-temporel consiste à déterminer localement les opérateurs aux dérivées partielles (en temps ou en espace) associés aux modèles de diffusion de la chaleur à partir d'une approximation polynomiale locale. Cette méthode est identique, sur le principe, à celle présentée pour le calcul des déformations dans la Section 3.1.1.

Comme il était mentionné dans la Section 3.1.1, il est nécessaire d'introduire un pavé de lissage qui représente l'ensemble des points utilisés pour le lissage et pour déterminer les dérivées partielles.

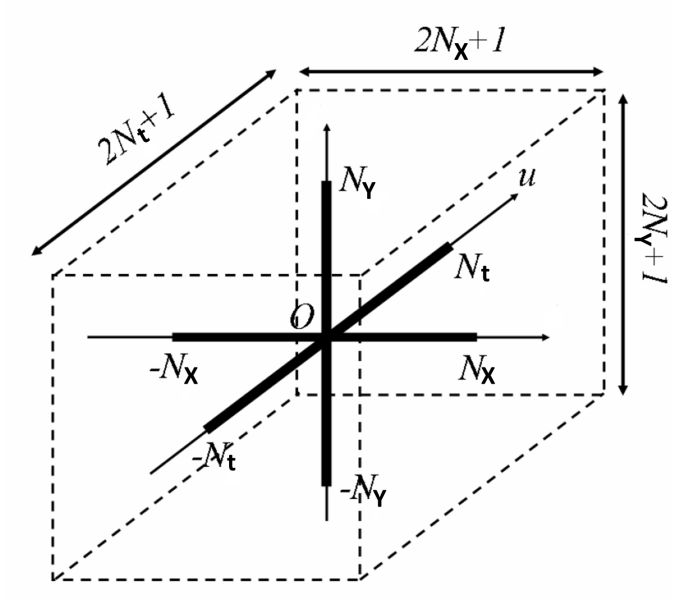


FIGURE 3.8 – Pavé d'approximation spatio-temporel [Blanche, 2012]

Comme nous pouvons le remarquer sur la Figure 3.8, les paramètres N_X, N_Y et N_t représentent le nombre de points utilisés autour du point de mesure considéré selon

les axes X, Y, t. En appliquant cette technique de lissage local, pour chaque point de mesure, la variation de température sera approximée dans ce pavé de lissage par une fonction polynomiale dépendant des variables d'espace et du temps. La fonction d'approximation espace-temps retenue pour décrire la variation de température au voisinage du point M et de l'instant courant s'écrit sous la forme suivante :

$$\theta^{app}(X, Y, t; \beta_{klm}) = \sum_{k=0}^{dk} \sum_{l=0}^{dl} \sum_{m=0}^{dm} \beta_{klm} X^k Y^l t^m \tag{3.20}$$

où, les paramètres dk, dl et dm correspondent respectivement aux degrés du polynôme d'approximation par rapport aux variables en espace et en temps.

En effet, le lissage local consiste à approcher l'ensemble de données expérimentales concernant la variation de température, $\theta^{exp}(X_{M_i}, Y_{M_i}, t_j)$, par cette fonction d'approximation $\theta^{app}(X, Y, t)$. Pour être capable d'estimer une courbure, les degrés en espace (dk, dl) doivent être supérieurs ou égaux à 2. Le degré en temps dm doit être au minimum de 1 pour rendre compte d'une évolution temporelle de la température.

Les coefficients du polynôme β_{klm} sont ensuite déterminés à partir des données expérimentales $\theta^{exp}(X_{M_i}, Y_{M_i}, t_j)$ par une méthode de minimisation des moindres carrés :

$$\beta_{klm}^{opt} = \underset{\beta_{klm}}{\operatorname{argmin}} \{ \sum_i \sum_j [\theta^{app}(X_{M_i}, Y_{M_i}, t_j) - \theta^{exp}(X_{M_i}, Y_{M_i}, t_j)]^2 \} \tag{3.21}$$

Une fois les coefficients du polynôme identifiés, la dérivée en temps et le Laplacien de la variation de température sont calculés au point (X_M, Y_M) et à l'instant t à partir de cette fonction d'approximation. Ici encore, il est possible d'utiliser une fonction d'approximation espace-temps découplée (Équation 3.22) afin de diminuer le nombre de paramètres à identifier, donc de diminuer le temps de calcul tout en augmentant la robustesse de l'approximation vis à vis du bruit de mesure. Dans ce cas, les coefficients du polynôme β'_m et β''_{kl} doivent être déterminés séparément.

$$\theta^{app}(X, Y, t; \beta'_m, \beta''_{kl}) = \left(\sum_{m=0}^{dm} \beta'_m t^m \right) \left(\sum_{k=0}^{dk} \sum_{l=0}^{dl} \beta''_{kl} X^k Y^l \right) \tag{3.22}$$

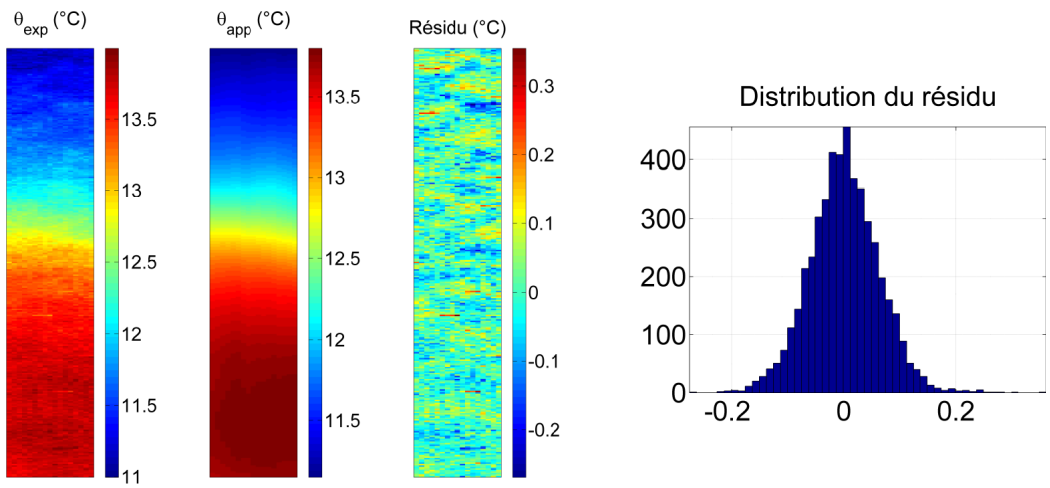


FIGURE 3.9 – Exemple d'un lissage de température avec l'histogramme du résidu (Moyenne $\approx 5.10^{-4}$ °C, Ecart-type ≈ 0.06 °C) [Blanche, 2012]

La Figure 3.9 donne un exemple du résultat d'un lissage de la variation de température (température mesurée par la caméra θ^{exp}, champ lissé θ^{app}, distribution spatiale et histogramme du résidus $\theta^{app} - \theta^{exp}$), les paramètres de traitement concernant ce résultat sont donnés dans [Blanche, 2012].

Par construction, cette procédure d'approximation locale permet de limiter l'amplification du bruit de mesure dans l'estimation des opérateurs différentiels afin d'augmenter la qualité des mesures énergétiques. En revanche, le résultat de ce lissage spatio-temporel de la variation de température dépend fortement les paramètres de lissage choisis, que ce soit le degré des polynômes d'approximation (dk, dl et dm) ou la taille du pavé de lissage (N_X, N_Y et N_t). Donc, en fonction de l'échelle d'investigation et de la qualité des mesures expérimentales, la réalisation d'un "bon" lissage consiste à trouver un compromis raisonnable entre la résolution spatiale (d'autant plus faible que N_X, N_Y et N_t sont faibles) et l'efficacité du lissage (dk, dl, dm adaptés aux variations locales de la température) [Boulanger, 2004, Berthel, 2007].

Dans le cas de mesures cinématiques et thermiques couplées, il convient d'utiliser des tailles de lissage "cinématiques" et "thermiques" de taille physique comparable.

Une fois les différentes dérivées déterminées (en temps et en espace) et les constantes thermophysiques connues, la source de chaleur est obtenue en utilisant l'équation de la chaleur (Équation 3.14).

D'une manière générale, les sources de chaleur w'_{ch} présentées dans l'Équation 3.14 se décomposent en deux contributions : la dissipation intrinsèque d_1 et les sources de couplages thermomécaniques w'_{cpl}.

$$w'_{ch} = d_1 + w'_{cpl} \tag{3.23}$$

Dans l'aluminium étudié ici, il est raisonnable de supposer que les couplages thermomécaniques se réduisent au couplage thermoélastique w'_{the}, qui s'écrit [Germain, 1986a, Germain, 1986b]

$$w'_{the} = -\alpha_d T_0 \operatorname{Tr}(\dot{\sigma}) \tag{3.24}$$

avec α_d le coefficient de dilatation du matériau, T_0 la température absolue du système et $\operatorname{Tr}(\dot{\sigma})$ la trace de la dérivée temporelle du tenseur des contraintes de Cauchy.

Dans les deux premières sections (Section 3.1.1 et 3.1.2) de ce chapitre, on a d'abord présenté les méthodes de traitement cinématique et thermique classiques qui donnent accès aux mesures expérimentales de la déformation et de la température. Avec les recalages temporels et spatiaux introduits dans la Section 2.7, il est possible de ramener toutes ces mesures dans le même repère et de les déterminer aux mêmes points matériels et au mêmes instants.

Les méthodes de traitement classiques sont bien adaptées à l'étude de champs "réguliers". L'existence de fortes localisations dans les matériaux étudiés liées à la forte anisotropie et au caractère hétérogène du glissement plastique remet en cause l'utilisation de ces méthodes de traitement "classiques".

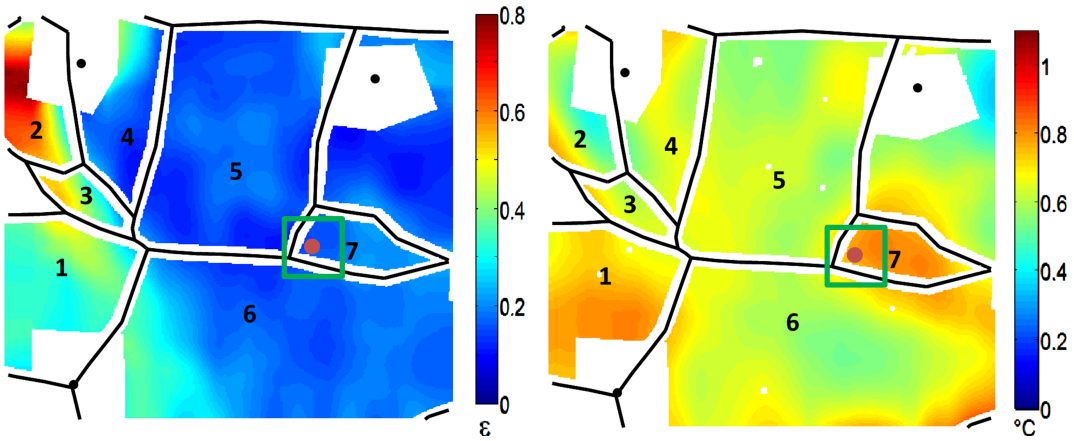
Nous proposons donc ici les faire évoluer pour les adapter à l'étude de champs fortement localisés rencontrés en plasticité cristalline, mais aussi dans de nombreuses autres situations (étude des structures discrètes en général).

3.1.3 Limitation des méthodes "locales"

Dans la littérature, les matériaux métalliques sont souvent considérés comme des matériaux homogènes et continus à l'échelle macroscopique. Si l'on se place à l'échelle de la microstructure, cette description continue n'est plus nécessairement adaptée [Raabe *et al.*, 2001, Sachtleber *et al.*, 2002, Héripré *et al.*, 2007]. Les matériaux font apparaitre une structure discrète (les grains) et éventuellement discontinue (fissure inter/intragranulaires).

Le comportement des matériaux polycristallins a déjà été étudié à l'échelle de la microstructure [Zhao *et al.*, 2008, Saai *et al.*, 2010, Badulescu *et al.*, 2011, Bodelot *et al.*, 2011, Li *et al.*, 2013]. Dans ces travaux, les mesures de champs (cinématiques, thermiques et calorimétriques) utilisent généralement des méthodes d'investigation locales qui découplent la mesure de champ de la microstructure. En effet, les paramètres du calcul (fenêtre de corrélation, pas de lissage...) sont définis indépendamment de la microstructure. Ainsi, ces zones de traitement peuvent se trouver physiquement à cheval sur plusieurs grains. Ceci constitue un inconvénient inhérent aux méthodes de traitement "classiques" pour un problème de structure hétérogène.

Néanmoins, il est toujours possible, *a posteriori*, d'utiliser les recalages spatiaux (Section 2.7) entre la microstructure des matériaux obtenue, par exemple, par l'analyse EBSD et les repères des images cinématiques ou thermiques pour effectuer des post-traitements sur des grains pris individuellement, mais sur des grandeurs calculées de manière "classique".



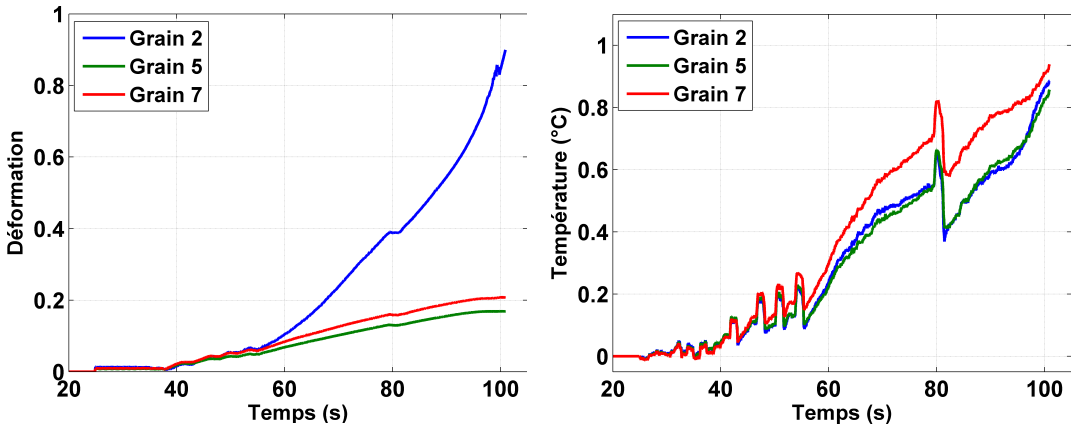
(a) Déformation équivalente moyenne par grain

(b) Variation de la température moyenne par grain

FIGURE 3.10 – Analyse cinématique et thermique par grain en utilisant les techniques de traitement classique [Li *et al.*, 2013]

Comme on peut constater dans la Figure 3.10, en introduisant la microstructure obtenue par analyse EBSD dans les champs cinématiques (Figure 3.10a) et thermiques (Figure 3.10b), il est possible d'effectuer des post-traitements par grain (par exemple : calculs de moyenne) et représenter leurs évolutions en fonction du temps (voir Figure 3.11).

Cette approche consistant à introduire la microstructure dans le post-traitement des mesures issues de l'imagerie est la méthode la plus simple permettant d'accéder à un résultat plus local à l'échelle du grain. Naturellement, cette procédure n'est pas optimale, car la microstructure n'a été prise en compte qu'une fois les mesures effec-



(a) Évolution de la déformation équivalente moyenne par grain en fonction du temps

(b) Évolution de la variation de la température moyenne par grain en fonction du temps

FIGURE 3.11 – Évolutions temporelles de la déformation équivalente par grain et de la variation de la température moyenne par grain [Li *et al.*, 2013]

tuées. Comme le montre la Figure 3.10, une mesure associée à un point d'un grain peut être influencée par la réponse de grains voisins du fait des longueurs caractéristiques introduites dans les mesures cinématiques et thermiques (motif de corrélation, pas de lissage,...). On propose dans la suite de ce travail une méthode de traitement qui prend en compte directement la microstructure dès les premières étapes des calculs de CIN et de TIR.

3.2 Méthode locale enrichie

Dans cette section, l'objectif est de présenter une technique de traitement adaptée aux mesures cinématiques et thermiques qui permette de prendre en compte directement la morphologie de la structure discrète étudiée. L'idée de cette méthode est d'enrichir les méthodes locales en y introduisant des restrictions (cinématiques et calorimétriques) compatibles avec les caractéristiques des champs locaux développés sur la microstructure.

Cette approche constitue une alternative aux méthodes de traitement "globales" (telle que la "CIN globale" par exemple) qui proposent d'analyser le champ sur l'ensemble de l'image, ce qui permet de régulariser le problème de manière significative. Par exemple, la méthode CIN globale a d'abord été proposée pour imposer la continuité du déplacement mesuré sur un maillage de type Élément Finis (EF) [Besnard *et al.*, 2006, Leclerc *et al.*, 2009] ou en utilisant des B-splines [Cheng *et al.*, 2002, Hild *et al.*, 2009]. Elle a ensuite été étendue pour autoriser certaines discontinuités sur les déplacements [Réthoré *et al.*, 2008, Chen *et al.*, 2011].

Cette méthode de CIN globale propose de déterminer le champ de déplacement sur des motifs de corrélation formant un maillage de type EF de la surface étudiée. Les éléments utilisés sont généralement des triangles à trois nœuds ou des quadrangles à quatre nœuds. La description de la cinématique est alors réalisée sur l'élément de référence associé pour la fonction de forme retenue (linéaire ou bilinéaire respectivement). Le critère de corrélation est toujours un critère de type "SSD" qui peut facilement être linéarisé en fonction des paramètres décrivant le champ de déplacement (les déplace-

ments nodaux).

Dans le cadre de cette thèse, on propose ici une approche locale "enrichie". Cette méthode propose de déterminer les champs cinématiques et thermiques sur un maillage qui respecte au maximum la microstructure réelle du matériau. Les fonctions de forme sont assignées à chaque élément du maillage et elles sont exprimées dans l'espace réel. La fonction de forme retenue peut être de nature quelconque (on utilise en général des fonctions polynomiales linéaire, bilinéaire, quadratique, biquadratique). Le choix de la fonction de forme est indépendant de la forme de l'élément. Les éléments utilisés sont souvent des quadrangles, mais ils peuvent être de forme quelconque.

Le terme "enrichi" traduit l'introduction de relations entre les fonctions de forme des différents éléments du maillage. Des restrictions de continuité ou de discontinuité peuvent ainsi être imposées sur les grandeurs cinématiques (déplacement) et thermiques (température, flux) sur les frontières d'éléments adjacents du maillage.

Les grandeurs cinématiques et thermiques peuvent ainsi être déterminées systématiquement en tenant compte de la microstructure à l'échelle du grain, en utilisant ces approches locales enrichies (CIN-E et TIR-E). Le principe de ces méthodes sera présenté dans la suite.

3.2.1 Description spatiale de la géométrie

La géométrie est décrite par un maillage de type Élément Finis. Pour des matériaux polycristallins tels que l'aluminium élaboré dans le cadre de cette thèse, le maillage est obtenu à partir d'une carte EBSD.

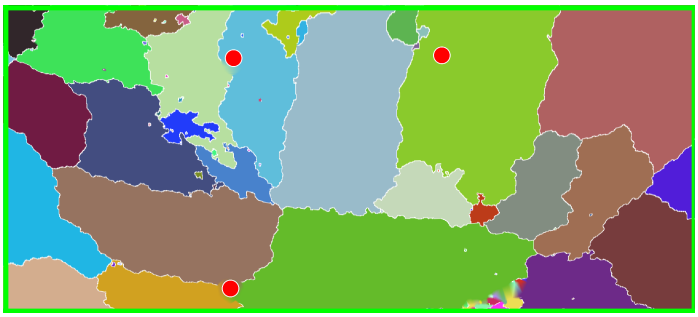
La Figure 3.12a illustre la microstructure d'un agrégat polycristallin d'aluminium élaboré par nos soins. Ici, les différents nuances de couleur représentent la numérotation des grains. Les joints de grains sont représentés en blanc. En définissant une Zone d'Étude (ZE) en vert, nous pouvons effectuer une extraction des joints de grains (en magenta) pour tous les grains qui sont à l'intérieur de cette ZE (Figure 3.12b).

Étant donné que les joints de grains révélés directement par l'analyse d'EBSD présentent des fluctuations importantes, on réalise une segmentation du contour de chaque grain "à la main" en respectant "au mieux" les joints de grains réels (voir Figure 3.12b). Cette microstructure simplifiée conserve les gros grains et inclut les plus petits dans les grains plus gros. Naturellement, le niveau de "simplification" de la microstructure est choisi par nos soins et peut être grossi ou raffiné à volonté.

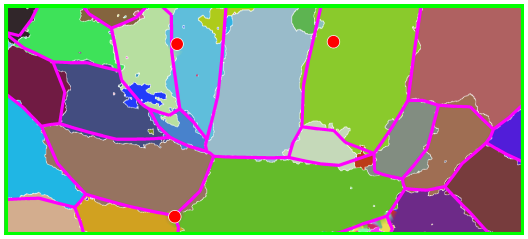
Les grains situés dans la zone d'étude sont maillés en utilisant le mailleur du logiciel «Comsol». Comme l'on peut voir dans la Figure 3.12c, chaque grain est divisé en plusieurs éléments polygonaux dont les contours sont représentés en noir, en respectant les joints de grains en magenta. On remarque qu'ici les éléments sont des triangles ou des quadrangles.

Pour le traitement d'image (CIN-E et TIR-E), on affecte à chaque élément les pixels situés à l'intérieur de son contour. Les contours des éléments sont déterminés précisément et conservés en vue d'appliquer éventuellement les conditions de restriction spécifiques entre éléments.

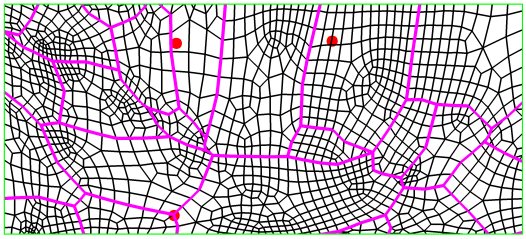
Ce maillage microstructural décrit la configuration réelle. Par principe, chaque élément ne peut appartenir qu'à un seul grain. Naturellement, la microstructure est la même pour les traitements cinématiques et thermiques (grains traversants). Par contre, à l'intérieur d'un même grain, les éléments utilisés en cinématique et en thermiques ne sont pas forcément identiques. Ainsi, on peut être amené à utiliser un



(a) Carte de la microstructure d'aluminium polycristallin



(b) Extraction des joints de grain



(c) Maillage microstructural pour cet aluminium polycristallin

FIGURE 3.12 – Description spatiale de la géométrie d'un agrégat polycristallin

maillage plus grossier pour l'analyse TIR-E pour pouvoir s'adapter à la plus faible résolution spatiale de la caméra infrarouge par rapport à la caméra visible.

3.2.2 Description de la physique : fonction de forme

Selon la physique (cinématique/thermique), on choisit de décrire les champs (déplacement, température) par des fonctions de forme différentes. A chaque élément est affecté une fonction de forme. Sur le principe, toute fonction peut être utilisée, mais nous avons restreint notre traitement aux fonctions d'espace et du temps linéaires par rapport à leurs paramètres, et principalement les polynômes : constant (ordre 0), linéaire (ordre 1) quadratique (ordre 2) voire d'ordre supérieur. Le type et l'ordre de la fonction de forme sont choisis en fonction du problème traité. Dans la suite de cette sous-section (Section 3.2.2), les différentes possibilités implémentées pour les fonctions de forme cinématiques et thermiques sont illustrées.

Fonction de forme cinématique : déplacement

On appelle $\mathbf{u_x}$ et $\mathbf{u_y}$ les composantes du champ de déplacement local dans les directions $\vec{X}$ et $\vec{Y}$. On choisit d'utiliser des fonctions de forme polynomiales qui s'expriment dans l'élément $\mathbf{e}$ de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{u_x^e}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p_X^{\mathbf{e}}) &= \sum_{k=0}^{dk_X} \sum_{l=0}^{dl_X} a_{kl}^{\mathbf{e}} \, X_{CCD}^k \, Y_{CCD}^l \\ \mathbf{u_y^e}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p_Y^{\mathbf{e}}) &= \sum_{k=0}^{dk_Y} \sum_{l=0}^{dl_Y} b_{kl}^{\mathbf{e}} \, X_{CCD}^k \, Y_{CCD}^l \end{aligned} \tag{3.25}$$

où, (X_{CCD}, Y_{CCD}) représentent les coordonnées Lagrangiennes (en pixel) dans l'image visible. Soit $p^{\mathbf{e}} = (a^{\mathbf{e}}_{kl}, b^{\mathbf{e}}_{kl})$ le vecteur regroupant les paramètres des fonctions de forme cinématiques. Les degrés de ces fonctions polynomiales sont définis respectivement par (dk_X, dl_X) et (dk_Y, dl_Y). Les fonctions $\mathbf{u}^{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p^{\mathbf{e}}_X)$ et $\mathbf{u}^{\mathbf{e}}_{\mathbf{y}}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p^{\mathbf{e}}_Y)$ sont ainsi, par construction, linéaires par rapport aux paramètres $a^{\mathbf{e}}_{kl}$ et $b^{\mathbf{e}}_{kl}$.

Dans l'algorithme développé, des ordres quelconques peuvent être utilisés pour décrire le champ cinématique local à l'intérieur de chaque élément. En pratique, on utilise principalement :

- Fonction de forme constante (mouvement de translation rigide) :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p^{\mathbf{e}}_X) &= a^{\mathbf{e}}_{00} \\ \mathbf{u}^{\mathbf{e}}_{\mathbf{y}}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p^{\mathbf{e}}_Y) &= b^{\mathbf{e}}_{00} \end{aligned} \tag{3.26}$$

- Fonction de forme linéaire (rotation + déformation constante) :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p^{\mathbf{e}}_X) &= a^{\mathbf{e}}_{00} + a^{\mathbf{e}}_{10} X_{CCD} + a^{\mathbf{e}}_{01} Y_{CCD} \\ \mathbf{u}^{\mathbf{e}}_{\mathbf{y}}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p^{\mathbf{e}}_Y) &= b^{\mathbf{e}}_{00} + b^{\mathbf{e}}_{10} X_{CCD} + b^{\mathbf{e}}_{01} Y_{CCD} \end{aligned} \tag{3.27}$$

- Fonction de forme bilinéaire :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p^{\mathbf{e}}_X) &= a^{\mathbf{e}}_{00} + a^{\mathbf{e}}_{10} X_{CCD} + a^{\mathbf{e}}_{01} Y_{CCD} + a^{\mathbf{e}}_{11} X_{CCD} Y_{CCD} \\ \mathbf{u}^{\mathbf{e}}_{\mathbf{y}}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p^{\mathbf{e}}_Y) &= b^{\mathbf{e}}_{00} + b^{\mathbf{e}}_{10} X_{CCD} + b^{\mathbf{e}}_{01} Y_{CCD} + b^{\mathbf{e}}_{11} X_{CCD} Y_{CCD} \end{aligned} \tag{3.28}$$

Naturellement, la fonction de forme pourrait toujours s'étendre vers une forme quadratique, biquadratique ou d'un ordre encore plus élevé. La fonction de forme correspond à une hypothèse faite sur la cinématique locale de l'élément. Pour s'adapter à des situations potentiellement très hétérogènes, on se donne ici la possibilité de choisir des fonctions de forme différentes dans différents éléments. Contrairement aux méthodes globales, la forme de l'élément ne conditionne pas, *a priori*, l'hypothèse faite sur sa cinématique. De plus, les équations ci-dessus (de 3.26 à 3.28) montrent que la cinématique est définie directement dans l'espace réel, et non dans l'espace de l'élément de "référence".

Les fonctions de forme présentées en 3.26 à 3.28 ne dépendent que des variables d'espace. Il est possible de les enrichir en introduisant d'autres images et donc la variable temporelle dans le calcul de corrélation. L'Équation 3.29 donne un exemple des fonctions de forme spatio-temporelles que l'on peut utiliser :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}}(X_{CCD}, Y_{CCD}, t_{CCD}, p^{\mathbf{e}}_X) &= \sum_{k=0}^{dk_X} \sum_{l=0}^{dl_X} \sum_{m=0}^{dm_X} a^{\mathbf{e}}_{klm} \, X^k_{CCD} \, Y^l_{CCD} \, t^m_{CCD} \\ \mathbf{u}^{\mathbf{e}}_{\mathbf{y}}(X_{CCD}, Y_{CCD}, t_{CCD}, p^{\mathbf{e}}_Y) &= \sum_{k=0}^{dk_Y} \sum_{l=0}^{dl_Y} \sum_{m=0}^{dm_Y} b^{\mathbf{e}}_{klm} \, X^k_{CCD} \, Y^l_{CCD} \, t^m_{CCD} \end{aligned} \tag{3.29}$$

où, t_{CCD} représente le temps.

Fonction de forme thermique : température

Afin de décrire l'évolution de la température locale, on attribue une fonction de forme en température à chaque élément du maillage. Pour chaque élément **e**, les fonctions de forme thermiques retenues sont ici encore des fonctions polynomiales :

$$\mathbf{T}^{\mathbf{e}}(X_{IR}, Y_{IR}, t_{IR}, p_T^{\mathbf{e}}) = \sum_{k=0}^{dk_T} \sum_{l=0}^{dl_T} \sum_{m=0}^{dm_T} c_{klm}^{\mathbf{e}} \, X_{IR}^k \, Y_{IR}^l \, t_{IR}^m \tag{3.30}$$

où, (X_{IR}, Y_{IR}) représentent les coordonnées infrarouges (en pixel) dans la configuration Lagrangienne. La variable t_{IR} représente le temps des acquisitions thermiques. Le vecteur $p_T^{\mathbf{e}}$ regroupe l'ensemble des paramètres $c_{klm}^{\mathbf{e}}$ de la fonction de forme thermique.

Naturellement, la fonction de forme thermique correspond à une hypothèse faite sur la thermique locale de l'élément. Pour être capable de décrire des situations plus ou moins complexes, on se donne aussi la possibilité de choisir des fonctions de forme différentes pour les différents éléments :

- $dm_T = 0$, une fonction de forme thermique exclusivement spatiale (*i.e.* constante dans le temps).
- $dk_T = dl_T = d$, une fonction de forme thermique "symétrique" dans les directions X et Y.
- $dk_T = dl_T = d$ et $m + n \leqslant d$, une fonction de forme thermique à l'ordre d.

Par construction, l'évolution de la température pour chaque élément est toujours décrite dans l'espace réel et la fonction $\mathbf{T}^{\mathbf{e}}(X_{IR}, Y_{IR}, t_{IR}, p_T^{\mathbf{e}})$ est linéaire par rapport aux paramètres $c_{klm}^{\mathbf{e}}$.

La détermination des sources de chaleur nécessitant des dérivations dans le temps et l'espace, on choisit ici directement des fonctions de forme spatiotemporelle. L'utilisation d'ordres élevés permet de décrire des fluctuations très "locales" (en espace et en temps), malheureusement au détriment du temps de calcul.

Dans notre travail, nous avons principalement utilisé les fonctions de forme suivantes :

- Fonction de forme quadratique en espace (6 paramètres) :

$$\mathbf{T}^{\mathbf{e}}(X_{IR}, Y_{IR}, p_T^{\mathbf{e}}) = c_{000}^{\mathbf{e}} + c_{100}^{\mathbf{e}} X_{IR} + c_{010}^{\mathbf{e}} Y_{IR} + c_{110}^{\mathbf{e}} X_{IR} Y_{IR} + c_{200}^{\mathbf{e}} X_{IR}^2 + c_{020}^{\mathbf{e}} Y_{IR}^2 \tag{3.31}$$

- Fonction de forme quadratique en espace et linéaire en temps (12 paramètres) : :

$$\begin{aligned}\mathbf{T}^{\mathbf{e}}(X_{IR}, Y_{IR}, t_{IR}, p_T^{\mathbf{e}}) = {} & c_{000}^{\mathbf{e}} + c_{100}^{\mathbf{e}} X_{IR} + c_{010}^{\mathbf{e}} Y_{IR} + c_{110}^{\mathbf{e}} X_{IR} Y_{IR} + c_{200}^{\mathbf{e}} X_{IR}^2 + c_{020}^{\mathbf{e}} Y_{IR}^2 \\ & + c_{001}^{\mathbf{e}} t_{IR} + c_{101}^{\mathbf{e}} X_{IR} t_{IR} + c_{011}^{\mathbf{e}} Y_{IR} t_{IR} + c_{111}^{\mathbf{e}} X_{IR} Y_{IR} t_{IR} + c_{201}^{\mathbf{e}} X_{IR}^2 t_{IR} + c_{021}^{\mathbf{e}} Y_{IR}^2 t_{IR}\end{aligned} \tag{3.32}$$

- Fonction de forme quadratique en espace et en temps (18 paramètres) : :

$$\begin{aligned}\mathbf{T}^{\mathbf{e}}(X_{IR}, Y_{IR}, t_{IR}, p_T^{\mathbf{e}}) = {} & c_{000}^{\mathbf{e}} + c_{100}^{\mathbf{e}} X_{IR} + c_{010}^{\mathbf{e}} Y_{IR} + c_{110}^{\mathbf{e}} X_{IR} Y_{IR} + c_{200}^{\mathbf{e}} X_{IR}^2 + c_{020}^{\mathbf{e}} Y_{IR}^2 \\ & + c_{001}^{\mathbf{e}} t_{IR} + c_{101}^{\mathbf{e}} X_{IR} t_{IR} + c_{011}^{\mathbf{e}} Y_{IR} t_{IR} + c_{111}^{\mathbf{e}} X_{IR} Y_{IR} t_{IR} + c_{201}^{\mathbf{e}} X_{IR}^2 t_{IR} + c_{021}^{\mathbf{e}} Y_{IR}^2 t_{IR} \\ & + c_{002}^{\mathbf{e}} t_{IR}^2 + c_{102}^{\mathbf{e}} X_{IR} t_{IR}^2 + c_{012}^{\mathbf{e}} Y_{IR} t_{IR}^2 + c_{112}^{\mathbf{e}} X_{IR} Y_{IR} t_{IR}^2 + c_{202}^{\mathbf{e}} X_{IR}^2 t_{IR}^2 + c_{022}^{\mathbf{e}} Y_{IR}^2 t_{IR}^2\end{aligned} \tag{3.33}$$

Une fois que la fonction de forme est choisie, que ce soit en cinématique ou en thermique, on propose d'introduire des restrictions entre les fonctions de forme d'éléments voisins. On choisit d'écrire ces restrictions comme des conditions à respecter sur les frontières entre deux éléments adjacents. Les deux sections suivantes (Section 3.2.3 et 3.2.4) présentent respectivement les restrictions prises en compte en cinématique et en thermique.

3.2.3 Restrictions cinématiques

La Figure 3.13 représente schématiquement deux éléments adjacents du maillage cinématique.

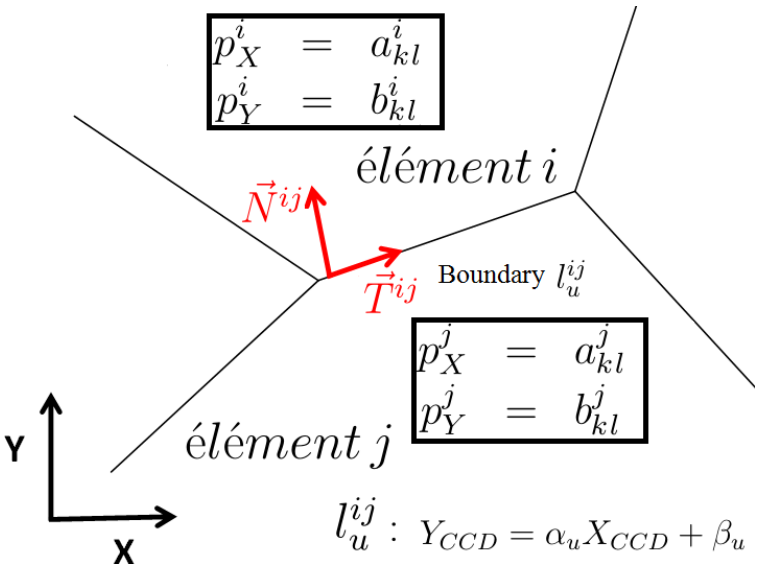


FIGURE 3.13 – Représentation schématique de deux éléments adjacents i et j

Comme on l'a vu précédemment, une fonction de forme cinématique est respectivement attribuée à chaque élément dans la direction $\vec{X}$ et $\vec{Y}$.

- fonction de forme cinématique pour l'élément i :

$$\begin{aligned} \mathbf{u_x^i}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p_X^i) &= \sum_{k=0}^{dk_X^i} \sum_{l=0}^{dl_X^i} a_{kl}^i \, X_{CCD}^k \, Y_{CCD}^l \\ \mathbf{u_y^i}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p_Y^i) &= \sum_{k=0}^{dk_Y^i} \sum_{l=0}^{dl_Y^i} b_{kl}^i \, X_{CCD}^k \, Y_{CCD}^l \end{aligned} \tag{3.34}$$

- fonction de forme cinématique pour l'élément j :

$$\begin{aligned} \mathbf{u_x^j}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p_X^j) &= \sum_{k=0}^{dk_X^j} \sum_{l=0}^{dl_X^j} a_{kl}^j \, X_{CCD}^k \, Y_{CCD}^l \\ \mathbf{u_y^j}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p_Y^j) &= \sum_{k=0}^{dk_Y^j} \sum_{l=0}^{dl_Y^j} b_{kl}^j \, X_{CCD}^k \, Y_{CCD}^l \end{aligned} \tag{3.35}$$

Il est important de noter que les degrés des fonctions polynômiales (dk_X^i, dl_X^i, dk_Y^i, dl_Y^i) et (dk_X^j, dl_X^j, dk_Y^j, dl_Y^j) ne sont pas nécessairement égaux.

- On appelle l_u^{ij} la frontière entre l'élément i et j. Les éléments étant polygonaux, elle s'exprime par une relation linéaire entre X_{CCD} et Y_{CCD}. Pour une frontière relativement "horizontale", comme sur la Figure 3.13, l'expression de la frontière l_u^{ij} et la suivante :

$$Y_{CCD} = \alpha_u X_{CCD} + \beta_u \tag{3.36}$$

Dans le cas d'une frontière relativement "verticale", on exprimera X_{CCD} en fonction de Y_{CCD} : $X_{CCD} = \alpha'_u Y_{CCD} + \beta'_u$.

Par construction, les coefficients de l'expression de la frontière (α_u, β_u) ou (α'_u, β'_u) ne dépendent que de la géométrie. Les composantes des vecteurs normal et tangentiel de la frontière $\vec{N}^{ij}$ et $\vec{T}^{ij}$ s'expriment à partir de α_u ou α'_u de la manière suivante :

- pour une frontière plutôt "horizontale" :

$$\vec{N}^{ij} = \begin{pmatrix} -\alpha_u \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{T}^{ij} = \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha_u \end{pmatrix} \tag{3.37}$$

- pour une frontière "verticale" :

$$\vec{N}^{ij} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\alpha'_u \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{T}^{ij} = \begin{pmatrix} \alpha'_u \\ 1 \end{pmatrix} \tag{3.38}$$

Les restrictions que l'on peut imposer sur deux éléments peuvent être de différente nature :

- conditions de "continuité" : se traduit par l'égalité de la variable (ou de sa dérivée) de part et d'autre de la frontière
- conditions de "saut" : correspondant à une inégalité sur la variable (ou sur sa dérivée) de part et d'autre de la frontière

Dans ce travail, nous nous sommes attachés à décrire uniquement des restrictions de type "continuité" qui se traduisent par l'introduction de relations linéaires entre les paramètres de deux éléments adjacents. L'optimisation du coefficient de corrélation devient une optimisation sous contraintes de type linéaire. La prise en compte de conditions de "saut", non traitée dans ce travail, reviendrait à résoudre un problème d'optimisation sous contraintes de type inégalité.

Type de continuité

La continuité du déplacement est imposée dans le repère Normal-Tangentiel local $(\vec{N}^{ij}, \vec{T}^{ij})$ de la frontière l_u^{ij}, ce qui permet d'imposer indifféremment une continuité soit du déplacement normal, soit du déplacement tangentiel, soit des deux simultanément. La première possibilité correspond à un mode d'ouverture potentiel de fissure en

traction (mode I), la seconde en cisaillement (mode II) et la troisième à une continuité complète du déplacement à l'interface (pas de fissure).

On rappelle que les deux vecteurs de déplacement de l'élément i et j s'expriment de la manière suivante :

$$\vec{\mathbf{u}}^{\mathbf{i}} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}^{\mathbf{i}}_{\mathbf{x}} \\ \mathbf{u}^{\mathbf{i}}_{\mathbf{y}} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{\mathbf{u}}^{\mathbf{j}} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}^{\mathbf{j}}_{\mathbf{x}} \\ \mathbf{u}^{\mathbf{j}}_{\mathbf{y}} \end{pmatrix} \tag{3.39}$$

Par conséquent, en combinant l'Équation 3.37 et 3.39, les continuités en déplacement dans la direction normale et tangentielle d'une frontière "horizontale" s'écrivent :

- ***Continuité normale du déplacement***

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{u}}^{\mathbf{i}} \cdot \vec{N}^{ij} &= \vec{\mathbf{u}}^{\mathbf{j}} \cdot \vec{N}^{ij} \qquad \forall (X,Y) \in l_u^{ij} \\ \text{soit} \quad \begin{pmatrix} \mathbf{u}^{\mathbf{i}}_{\mathbf{x}} & \mathbf{u}^{\mathbf{i}}_{\mathbf{y}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\alpha_u \\ 1 \end{pmatrix} &- \begin{pmatrix} \mathbf{u}^{\mathbf{j}}_{\mathbf{x}} & \mathbf{u}^{\mathbf{j}}_{\mathbf{y}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\alpha_u \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \\ \Longrightarrow \quad -\alpha_u\, \mathbf{u}^{\mathbf{i}}_{\mathbf{x}} + \alpha_u\, \mathbf{u}^{\mathbf{j}}_{\mathbf{x}} &+ \mathbf{u}^{\mathbf{i}}_{\mathbf{y}} - \mathbf{u}^{\mathbf{j}}_{\mathbf{y}} = 0 \end{aligned} \tag{3.40}$$

- ***Continuité tangentielle du déplacement***

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{u}}^{\mathbf{i}} \cdot \vec{T}^{ij} &= \vec{\mathbf{u}}^{\mathbf{j}} \cdot \vec{T}^{ij} \qquad \forall (X,Y) \in l_u^{ij} \\ \text{soit} \quad \begin{pmatrix} \mathbf{u}^{\mathbf{i}}_{\mathbf{x}} & \mathbf{u}^{\mathbf{i}}_{\mathbf{y}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha_u \end{pmatrix} &- \begin{pmatrix} \mathbf{u}^{\mathbf{j}}_{\mathbf{x}} & \mathbf{u}^{\mathbf{j}}_{\mathbf{y}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha_u \end{pmatrix} = 0 \\ \Longrightarrow \quad \mathbf{u}^{\mathbf{i}}_{\mathbf{x}} - \mathbf{u}^{\mathbf{j}}_{\mathbf{x}} + \alpha_u\, \mathbf{u}^{\mathbf{i}}_{\mathbf{y}} &- \alpha_u\, \mathbf{u}^{\mathbf{j}}_{\mathbf{y}} = 0 \end{aligned} \tag{3.41}$$

En introduisant l'expression des fonctions de forme et en utilisant l'expression de la ligne l_u^{ij}, on trouve, pour une frontière "horizontale" et pour une continuité normale en déplacement :

$$\begin{aligned} &-\sum_{k=0}^{dk_X^i}\sum_{l=0}^{dl_X^i}\sum_{g=0}^{dl_X^i} a_{kl}^i\, \mathbf{C}_l^g\, \alpha_u^{g+1}\, \beta_u^{l-g}\, X_{CCD}^{k+g} + \sum_{k=0}^{dk_X^j}\sum_{l=0}^{dl_X^j}\sum_{g=0}^{dl_X^j} a_{kl}^j\, \mathbf{C}_l^g\, \alpha_u^{g+1}\, \beta_u^{l-g}\, X_{CCD}^{k+g} \\ &\quad + \sum_{k=0}^{dk_Y^i}\sum_{l=0}^{dl_Y^i}\sum_{g=0}^{dl_Y^i} b_{kl}^i\, \mathbf{C}_l^g\, \alpha_u^g\, \beta_u^{l-g}\, X_{CCD}^{k+g} - \sum_{k=0}^{dk_Y^j}\sum_{l=0}^{dl_Y^j}\sum_{g=0}^{dl_Y^j} b_{kl}^j\, \mathbf{C}_l^g\, \alpha_u^g\, \beta_u^{l-g}\, X_{CCD}^{k+g} = 0 \end{aligned} \tag{3.42}$$

où $\mathbf{C}_e^g = \dfrac{e!}{g!(e-g)!}$ sont les coefficients binomiaux [1].

L'équation 3.42 correspond à une expression polynômiale en X_{CCD}, de degré égal à $\mathbf{S}^{ij} = max\{dk_X^i + dl_X^i,\, dk_X^j + dl_X^j,\, dk_Y^i + dl_Y^i,\, dk_Y^j + dl_Y^j\}$. Ce polynôme est nul si et seulement si chacun de ses coefficients est égal à zéro, ce qui donne $(1 + \mathbf{S}^{ij})$ équations linéaires par rapport aux paramètres $p^i = (a_{kl}^i, b_{kl}^i)$ et $p^j = (a_{kl}^j, b_{kl}^j)$, dont les coefficients ne dépendent que du maillage géométrique au travers des α_u et β_u.

1. Les coefficients binomiaux proviennent du développement des termes $Y_{CCD}^e = (\alpha_u X_{CCD} + \beta_u)^e = \sum_{g=0}^{e} \mathbf{C}_e^g (\alpha_u X_{CCD})^g \beta_u^{e-g}$

De la même manière, l'équation de continuité tangentielle (Équation 3.41) donne :

$$\sum_{k=0}^{dk_X^i}\sum_{l=0}^{dl_X^i}\sum_{g=0}^{dl_X^i} a_{kl}^i\,\mathbf{C}_l^g\,\alpha_u^g\,\beta_u^{l-g}\,X_{CCD}^{k+g} - \sum_{k=0}^{dk_X^j}\sum_{l=0}^{dl_X^j}\sum_{g=0}^{dl_X^j} a_{kl}^j\,\mathbf{C}_l^g\,\alpha_u^g\,\beta_u^{l-g}\,X_{CCD}^{k+g}$$
$$+\sum_{k=0}^{dk_Y^i}\sum_{l=0}^{dl_Y^i}\sum_{g=0}^{dl_Y^i} b_{kl}^i\,\mathbf{C}_l^g\,\alpha_u^{g+1}\,\beta_u^{l-g}\,X_{CCD}^{k+g} - \sum_{k=0}^{dk_Y^j}\sum_{l=0}^{dl_Y^j}\sum_{g=0}^{dl_Y^j} b_{kl}^j\,\mathbf{C}_l^g\,\alpha_u^{g+1}\,\beta_u^{l-g}\,X_{CCD}^{k+g} = 0 \quad (3.43)$$

Il s'agit ici aussi d'une fonction polynômiale en X_{CCD} de degré égal à $\mathbf{S}^{ij}$. Cette équation se traduit par $(1+\mathbf{S}^{ij})$ équations linéaires par rapport aux paramètres $p^i = (a_{kl}^i, b_{kl}^i)$ et $p^j = (a_{kl}^j, b_{kl}^j)$.

Comme ces deux séries d'équations sont, *a priori*, indépendantes, ces deux types de continuité (normale et tangentielle) peuvent être imposées simultanément ou bien individuellement. L'introduction de chaque type de continuité rajoute un certain nombre d'équations linéaires. Ces restrictions aboutissent à l'obtention du système linéaire :

$$\left[\mathbf{A}_{\mathbf{U}}^{\mathbf{ij}}\right]\left\{\mathbf{P}_{\mathbf{U}}^{\mathbf{ij}}\right\} = \{\mathbf{0}\} \quad (3.44)$$

où, $\mathbf{A}_{\mathbf{U}}^{\mathbf{ij}}$ est la matrice de restriction élémentaire entre l'élément i et j, et $\mathbf{P}_{\mathbf{U}}^{\mathbf{ij}}$ est le vecteur élémentaire qui contient tous les paramètres inconnus $(p^i, p^j) = (a_{kl}^i, b_{kl}^i, a_{kl}^j, b_{kl}^j)$ des fonctions de forme des deux éléments adjacents. Les relations linéaires existant entre p^i et p^j (associées au système 3.44) diminuent le nombre de paramètres indépendants qui doivent être déterminés par corrélation.

La matrice $\mathbf{A}_{\mathbf{U}}^{\mathbf{ij}}$ peut être triangularisée pour obtenir le rang du système linéaire et extraire les équations indépendantes. Il convient de remarquer que ce système linéaire a nécessairement une solution non triviale correspondant à la situation où les fonctions de forme pour l'élément i et j sont identiques ($p^i = p^j$). Par conséquent, le rang (γ_U) de la matrice $\mathbf{A}_{\mathbf{U}}^{\mathbf{ij}}$ est strictement inférieur au nombre d'inconnues (η_U) du vecteur $\mathbf{P}_{\mathbf{U}}^{\mathbf{ij}}$, avec $\eta_U = [(dk_X^i+1)(dl_X^i+1) + (dk_Y^i+1)(dl_Y^i+1)] + \left[(dk_X^j+1)(dl_X^j+1) + (dk_Y^j+1)(dl_Y^j+1)\right]$ pour les deux éléments.

Le nombre de paramètres "indépendants" utilisés réellement pour décrire les champs de déplacement dans l'élément i et j est ainsi limité à $\eta_U - \gamma_U$, les paramètres dépendants étant calculés par l'équation 3.44.

Exemple analytique : Continuité avec une fonction de forme bilinéaire

On propose d'illustrer cette méthode dans le cas d'une restriction imposant la continuité du vecteur déplacement entre deux éléments (voir Figure 3.13). Deux exemples analytiques seront présentés pour introduire une continuité normale et une continuité tangentielle sur la frontière l_u^{ij} entre les éléments i et j. Pour les deux cas de figure, une fonction de forme bilinéaire est choisie à la fois pour l'élément i et j :

- Fonction de forme bilinéaire pour l'élément i :

$$\begin{aligned}\mathbf{u}_{\mathbf{x}}^{\mathbf{i}}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p_X^i) &= a_{00}^i + a_{10}^i X_{CCD} + a_{01}^i Y_{CCD} + a_{11}^i X_{CCD} Y_{CCD}\\ \mathbf{u}_{\mathbf{y}}^{\mathbf{i}}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p_Y^i) &= b_{00}^i + b_{10}^i X_{CCD} + b_{01}^i Y_{CCD} + b_{11}^i X_{CCD} Y_{CCD}\end{aligned} \quad (3.45)$$

- Fonction de forme bilinéaire pour l'élément j :

$$\begin{aligned}\mathbf{u_x^j}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p_X^j) &= a_{00}^j + a_{10}^j X_{CCD} + a_{01}^j Y_{CCD} + a_{11}^j X_{CCD} Y_{CCD} \\ \mathbf{u_y^j}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p_Y^j) &= b_{00}^j + b_{10}^j X_{CCD} + b_{01}^j Y_{CCD} + b_{11}^j X_{CCD} Y_{CCD}\end{aligned} \tag{3.46}$$

- ***Introduction de la continuité normale en déplacement***

Afin de prendre en compte une continuité normale en déplacement sur la frontière l_u^{ij} (d'équation $Y_{CCD} = \alpha_u X_{CCD} + \beta_u$), nous allons introduire les équations 3.45 et 3.46 dans l'expression de la restriction 3.40 :

$$\begin{aligned}&\left\{-\alpha_u^2 a_{11}^i + \alpha_u^2 a_{11}^j + \alpha_u b_{11}^i - \alpha_u b_{11}^j\right\} X_{CCD}^2 \\ &\quad + \left\{\left(-\alpha_u a_{10}^i + \alpha_u a_{10}^j + b_{10}^i - b_{10}^j\right) + \left(-\alpha_u^2 a_{01}^i + \alpha_u^2 a_{01}^j + \alpha_u b_{01}^i - \alpha_u b_{01}^j\right)\right. \\ &\qquad \left. + \left(-\alpha_u \beta_u a_{11}^i + \alpha_u \beta_u a_{11}^j + \beta_u b_{11}^i - \beta_u b_{11}^j\right)\right\} X_{CCD} \\ &+\left\{\left(-\alpha_u a_{00}^i + \alpha_u a_{00}^j + b_{00}^i - b_{00}^j\right) + \left(-\alpha_u \beta_u a_{01}^i + \alpha_u \beta_u a_{01}^j + \beta_u b_{01}^i - \beta_u b_{01}^j\right)\right\} = 0\end{aligned}$$

On obtient ainsi une expression polynômiale de degré 2 ($= \mathbf{S}^{ij}$) en X_{CCD}. Pour que cette condition soit respectée, chaque coefficient des monômes de X_{CCD} doit être égal à zéro, ce qui donne 3 ($= 1 + \mathbf{S}^{ij}$) équations linéaires par rapport aux paramètres inconnus $p^i(a_{00}^i, a_{10}^i, a_{01}^i, a_{11}^i, b_{00}^i, b_{10}^i, b_{01}^i, b_{11}^i)$ et $p^j(a_{00}^j, a_{10}^j, a_{01}^j, a_{11}^j, b_{00}^j, b_{10}^j, b_{01}^j, b_{11}^j)$. Ces équations linéaires se mettent sous la forme matricielle :

$$\overbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\alpha_u^2 & 0 & 0 & 0 & \alpha_u & 0 & 0 & 0 & \alpha_u^2 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_u \\ 0 & -\alpha_u & -\alpha_u^2 & -\alpha_u\beta_u & 0 & 1 & \alpha_u & \beta_u & 0 & \alpha_u & \alpha_u^2 & \alpha_u\beta_u & 0 & -1 & -\alpha_u & -\beta_u \\ -\alpha_u & 0 & -\alpha_u\beta_u & 0 & 1 & 0 & \beta_u & 0 & \alpha_u & 0 & \alpha_u\beta_u & 0 & -1 & 0 & -\beta_u & 0 \end{bmatrix}}^{\mathbf{A_{U_N}^{ij}}} \overbrace{\begin{Bmatrix} a_{00}^i \\ a_{10}^i \\ a_{01}^i \\ a_{11}^i \\ b_{00}^i \\ b_{10}^i \\ b_{01}^i \\ b_{11}^i \\ a_{00}^j \\ a_{10}^j \\ a_{01}^j \\ a_{11}^j \\ b_{00}^j \\ b_{10}^j \\ b_{01}^j \\ b_{11}^j \end{Bmatrix}}^{\mathbf{P_U^{ij}}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3.47}$$

- ***Introduction de la continuité tangentielle en déplacement***

De la même façon, la prise en compte de la continuité tangentielle en déplacement sur la frontière l_u^{ij} donne :

$$
\begin{aligned}
&\left\{\alpha_u a_{11}^i - \alpha_u a_{11}^j + \alpha_u^2 b_{11}^i - \alpha_u^2 b_{11}^j\right\} X_{CCD}^2 \\
&\quad + \left\{\left(a_{10}^i - a_{10}^j + \alpha_u b_{10}^i - \alpha_u b_{10}^j\right) + \left(\alpha_u a_{01}^i - \alpha_u a_{01}^j + \alpha_u^2 b_{01}^i - \alpha_u^2 b_{01}^j\right)\right. \\
&\qquad \left. + \left(\beta_u a_{11}^i - \beta_u a_{11}^j + \alpha_u \beta_u b_{11}^i - \alpha_u \beta_u b_{11}^j\right)\right\} X_{CCD} \\
&+ \left\{\left(a_{00}^i - a_{00}^j + \alpha_u b_{00}^i - \alpha_u b_{00}^j\right) + \left(\beta_u a_{01}^i - \beta_u a_{01}^j + \alpha_u \beta_u b_{01}^i - \alpha_u \beta_u b_{01}^j\right)\right\} = 0
\end{aligned}
$$

Ce système s'écrit sous forme matricielle suivante :

$$
\overbrace{\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & \alpha_u & 0 & 0 & 0 & \alpha_u^2 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_u & 0 & 0 & 0 & -\alpha_u^2 \\
0 & 1 & \alpha_u & \beta_u & 0 & \alpha_u & \alpha_u^2 & \alpha_u\beta_u & 0 & -1 & -\alpha_u & -\beta_u & 0 & -\alpha_u & -\alpha_u^2 & -\alpha_u\beta_u \\
1 & 0 & \beta_u & 0 & \alpha_u & 0 & \alpha_u\beta_u & 0 & -1 & 0 & -\beta_u & 0 & -\alpha_u & 0 & -\alpha_u\beta_u & 0
\end{bmatrix}}^{\mathbf{A}_{\mathbf{U_T}}^{\mathbf{ij}}}
\overbrace{\begin{Bmatrix}
a_{00}^i \\ a_{10}^i \\ a_{01}^i \\ a_{11}^i \\ b_{00}^i \\ b_{10}^i \\ b_{01}^i \\ b_{11}^i \\ a_{00}^j \\ a_{10}^j \\ a_{01}^j \\ a_{11}^j \\ b_{00}^j \\ b_{10}^j \\ b_{01}^j \\ b_{11}^j
\end{Bmatrix}}^{\mathbf{P}_{\mathbf{U}}^{\mathbf{ij}}}
=
\begin{pmatrix}
0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0
\end{pmatrix}
\tag{3.48}
$$

Les deux systèmes (Équations 3.47 et 3.48) correspondent à l'introduction séparée des continuités normale et tangentielle sur la frontière. Il est possible d'introduire simultanément ces deux continuités sur une même frontière, en assemblant la matrice de restriction normale ($\mathbf{A}_{\mathbf{U_N}}^{\mathbf{ij}}$) et tangentielle ($\mathbf{A}_{\mathbf{U_T}}^{\mathbf{ij}}$) pour construire une matrice de restriction $\mathbf{A}_{\mathbf{U}}^{\mathbf{ij}}$ qui prend en compte ces deux types de continuité en même temps :

$$
\overbrace{\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & -\alpha_u^2 & 0 & 0 & 0 & \alpha_u & 0 & 0 & 0 & \alpha_u^2 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_u \\
0 & -\alpha_u & -\alpha_u^2 & -\alpha_u\beta_u & 0 & 1 & \alpha_u & \beta_u & 0 & \alpha_u & \alpha_u^2 & \alpha_u\beta_u & 0 & -1 & -\alpha_u & -\beta_u \\
-\alpha_u & 0 & -\alpha_u\beta_u & 0 & 1 & 0 & \beta_u & 0 & \alpha_u & 0 & \alpha_u\beta_u & 0 & -1 & 0 & -\beta_u & 0 \\
0 & 0 & 0 & \alpha_u & 0 & 0 & 0 & \alpha_u^2 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_u & 0 & 0 & 0 & -\alpha_u^2 \\
0 & 1 & \alpha_u & \beta_u & 0 & \alpha_u & \alpha_u^2 & \alpha_u\beta_u & 0 & -1 & -\alpha_u & -\beta_u & 0 & -\alpha_u & -\alpha_u^2 & -\alpha_u\beta_u \\
1 & 0 & \beta_u & 0 & \alpha_u & 0 & \alpha_u\beta_u & 0 & -1 & 0 & -\beta_u & 0 & -\alpha_u & 0 & -\alpha_u\beta_u & 0
\end{bmatrix}}^{\mathbf{A}_{\mathbf{U}}^{\mathbf{ij}}}
\overbrace{\begin{Bmatrix}
a_{00}^i \\ a_{10}^i \\ a_{01}^i \\ a_{11}^i \\ b_{00}^i \\ b_{10}^i \\ b_{01}^i \\ b_{11}^i \\ a_{00}^j \\ a_{10}^j \\ a_{01}^j \\ a_{11}^j \\ b_{00}^j \\ b_{10}^j \\ b_{01}^j \\ b_{11}^j
\end{Bmatrix}}^{\mathbf{P}_{\mathbf{U}}^{\mathbf{ij}}}
=
\begin{pmatrix}
0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0
\end{pmatrix}
$$

comme dans ce qui précédé, $\mathbf{A_U^{ij}}$ et $\mathbf{P_U^{ij}}$ sont respectivement la matrice de restriction totale et le vecteur des paramètres total pour la paire d'éléments adjacents i et j. Ici le rang, γ_U de la matrice $\mathbf{A_U}$ est au plus égal à 6, ce qui revient à dire que la description du champ de déplacement sur les éléments i et j nécessite donc $\eta_U - \gamma_U = 16 - 6 = 10$ paramètres indépendants.

Naturellement, il est possible de réitérer cette opération pour toutes les paires d'éléments du maillage sur lesquels on souhaite appliquer des restrictions de continuité. En assemblant toutes les matrices en une seule matrice globale ($\mathbf{A_U}$), et en regroupant les paramètres de tous les éléments dans le vecteur $\mathbf{P_U}$, on obtient :

$$[\mathbf{A_U}]\{\mathbf{P_U}\} = \{\mathbf{0}\} \tag{3.49}$$

Naturellement, comme nous travaillons dans la configuration Lagrangienne, toutes les matrices de restriction ne doivent être calculées qu'une seule fois en début de traitement.

Niveau de continuité

Imposer la continuité des champs sur l'ensemble de la frontière est une condition très restrictive qui contraint énormément le problème. Il est possible "d'assouplir" cette prise en compte en n'imposant la continuité qu'en un nombre fini de points sur la frontière. Dans ce cas, on introduit autant d'équations que de points où l'on impose la continuité. Dans l'exemple précédent, on peut ainsi choisir d'imposer 1 ou 2 points de continuité. Le fait de considérer plus de 2 points reviendrait à imposer une continuité totale sur la frontière (la restriction des champs $\mathbf{u_x}$ et $\mathbf{u_y}$ étant quadratiques sur la frontière).

En résumé, la méthode de traitement proposée permet d'introduire différents types de continuité (normale, tangentielle ou totale) et différents niveaux de continuité (partout, ou en un nombre fini de points de la frontière), afin de pouvoir s'adapter à une large gamme de situations :

- champs discontinus

  La situation la moins contrainte revient à n'imposer aucune condition de continuité entre les éléments, ce qui correspond à un traitement de CIN classique. Naturellement, la continuité à l'intérieur de chaque élément est systématiquement assurée, car nous avons choisi d'introduire des fonctions de forme continues dans chaque élément. Par construction, cette situation est adaptée pour décrire toute situation où il existe de fortes discontinuités entre éléments (systèmes discrets).

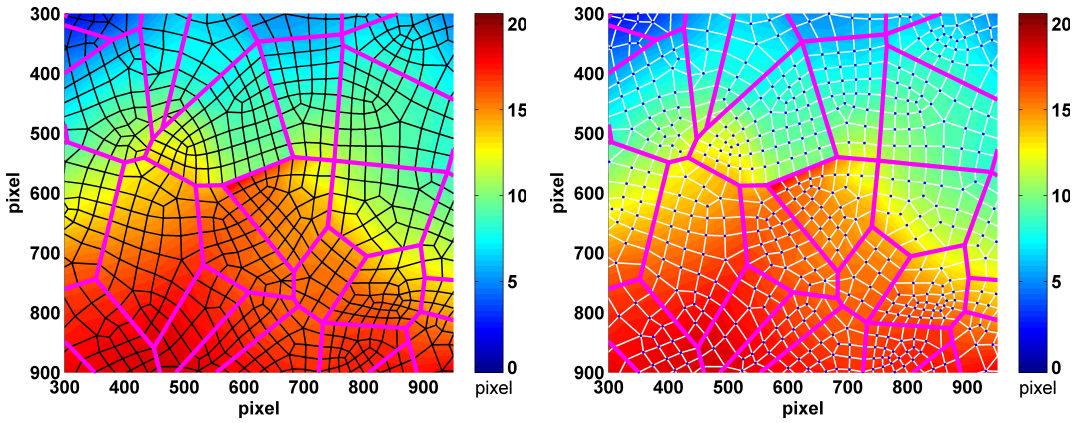
- champs présentant une continuité intragranulaire

  Dans cette situation, on impose les restrictions de continuité uniquement sur les frontières des éléments situés à l'intérieur de chaque grain, et l'on n'impose rien sur les frontières de grains adjacents. Par conséquent, le champ cinématique est continu à l'intérieur de chaque grain, mais peut être discontinu entre deux grains. Cette situation est pertinente pour représenter les hétérogénéités de déformation intragranulaire et pour décrire d'éventuelles discontinuités intergranulaires, tels que le glissement aux joints de grains.

- champs présentant une continuité intergranulaire

  Cette situation correspond à l'introduction de la continuité cinématique sur toutes les frontières de l'ensemble des éléments dans le maillage. Dans ce cas de figure, le traitement s'apparente à celui d'une approche CIN globale [Hild et Roux, 2006, Roux et Hild, 2006]. Dans le cas d'un maillage constitué d'éléments rectangulaires, et pour une fonction de forme bilinéaire, on peut montrer l'équivalence entre l'approche locale enrichie et l'approche globale en utilisant des éléments Q4.

Pour mieux comprendre le type d'hypothèse microstructurale (pas de continuité, continuité intra ou intergranulaire) ainsi que les différents niveaux de continuité (en chaque point de la frontière ou en certains nœuds), nous illustrons schématiquement l'introduction d'une continuité intragranulaire dans la Figure 3.14. La Figure 3.14a montre une continuité intragranulaire imposée en chaque point de la frontière des éléments situés à l'intérieur de chaque grain (représentée par les segments noirs). Dans la Figure 3.14b, la continuité intragranulaire n'a été imposée qu'aux 2 nœuds situés à l'extrémité de chaque segment (représentée pour les points bleus).



(a) Continuité intragranulaire exacte (b) Continuité intragranulaire aux nœuds

FIGURE 3.14 – Champ de déplacement avec continuité intragranulaire

Les dégradés de couleur montrent la présence de saut uniquement à la frontière des grains dans la Figure 3.14a, alors que des discontinuités peuvent être observées le long des frontières entre éléments dans la Figure 3.14b (mais pas en leur extrémité). L'amplitude de ces discontinuités est plus importante aux frontières entre grains où aucune restriction n'a été imposée.

Dans ce qui précède, seules des contraintes de type égalité (continuité) ont été présentées. Les contraintes d'inégalité (saut de déplacement) pourraient également être imposées sur la frontière des éléments, pour rendre compte par exemple, de l'ouverture d'une fissure intergranulaire formée dans un agrégat polycristallin.

$$\begin{cases} \vec{\mathbf{u}}^{\mathbf{i}} \cdot \vec{N}^{ij} \geqslant \vec{\mathbf{u}}^{\mathbf{j}} \cdot \vec{N}^{ij} \\ \qquad \text{ou} \\ \vec{\mathbf{u}}^{\mathbf{i}} \cdot \vec{N}^{ij} \leqslant \vec{\mathbf{u}}^{\mathbf{j}} \cdot \vec{N}^{ij} \end{cases} \tag{3.50}$$

3.2.4 Restrictions thermiques

Suivant le même principe que dans la partie précédente, nous présentons l'introduction de restrictions sur le champ thermique (méthode IRT Enrichie). La Figure 3.15 donne une représentation schématique de deux éléments adjacents du maillage microstructural.

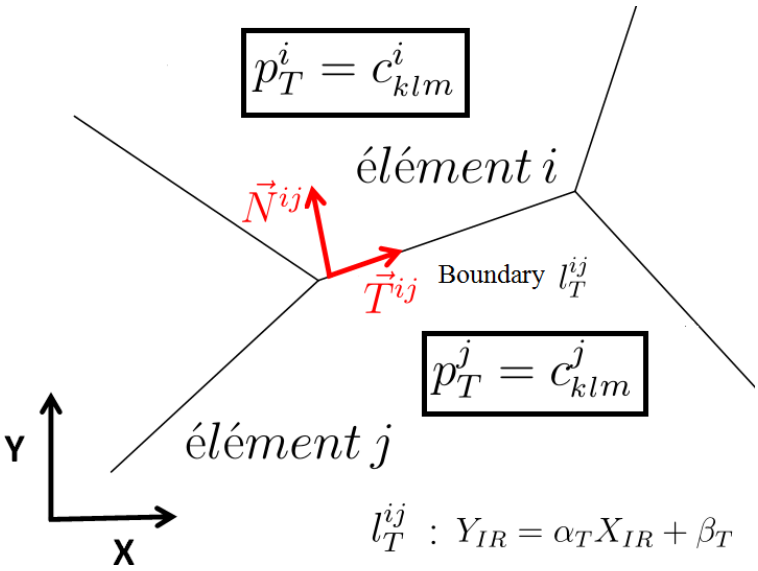


FIGURE 3.15 – Représentation schématique de deux éléments adjacents i et j

Une fonction de forme thermique est respectivement assignée à chaque élément.

- soit $\mathbf{T^i}$, la fonction de forme thermique pour l'élément i :

$$\mathbf{T^i}(X_{IR}, Y_{IR}, t_{IR}, p_T^i) = \sum_{k=0}^{dk_T^i} \sum_{l=0}^{dl_T^i} \sum_{m=0}^{dm_T^i} c_{klm}^i \, X_{IR}^k \, Y_{IR}^l \, t_{IR}^m \tag{3.51}$$

- et $\mathbf{T^j}$, la fonction de forme thermique pour l'élément j :

$$\mathbf{T^j}(X_{IR}, Y_{IR}, t_{IR}, p_T^j) = \sum_{k=0}^{dk_T^j} \sum_{l=0}^{dl_T^j} \sum_{m=0}^{dm_T^j} c_{klm}^j \, X_{IR}^k \, Y_{IR}^l \, t_{IR}^m \tag{3.52}$$

il est important de noter que les degrés des fonctions polynômiales (dk_T^i, dl_T^i, dm_T^i) et (dk_T^j, dl_T^j, dm_T^j) ne sont pas nécessairement égaux. La frontière l_T^{ij}, elle est toujours modélisée par une relation linéaire entre X_{IR} et Y_{IR} comme pour la partie cinématique.

Type de continuité

- ***Continuité de la température***

  Cette continuité est introduite sur la frontière avec l'équation de restriction suivante :

$$\mathbf{T^i}(X_{IR}, Y_{IR}, t_{IR}, p_T^i) = \mathbf{T^j}(X_{IR}, Y_{IR}, t_{IR}, p_T^j) \quad \forall (X, Y) \in l_T^{ij} \tag{3.53}$$

En introduisant les équations 3.51 et 3.52 dans l'équation précédente, nous pouvons obtenir l'expression suivante :

$$\sum_{k=0}^{dk_T^i}\sum_{l=0}^{dl_T^i}\sum_{m=0}^{dm_T^i} c_{klm}^i X_{IR}^k Y_{IR}^l t_{IR}^m - \sum_{k=0}^{dk_T^j}\sum_{l=0}^{dl_T^j}\sum_{m=0}^{dm_T^j} c_{klm}^j X_{IR}^k Y_{IR}^l t_{IR}^m = 0 \tag{3.54}$$

Ensuite, en utilisant l'Équation 3.36 on obtient l'équation de restriction finale pour la continuité de la température :

$$\sum_{k=0}^{dk_T^i}\sum_{l=0}^{dl_T^i}\sum_{m=0}^{dm_T^i}\sum_{g=0}^{dl_T^i} c_{klm}^i \mathbf{C}_l^g \alpha_T^g \beta_T^{l-g} X_{IR}^{k+g} t_{IR}^m - \sum_{k=0}^{dk_T^j}\sum_{l=0}^{dl_T^j}\sum_{m=0}^{dm_T^j}\sum_{g=0}^{dl_T^j} c_{klm}^j \mathbf{C}_l^g \alpha_T^g \beta_T^{l-g} X_{IR}^{k+g} t_{IR}^m = 0 \tag{3.55}$$

L'Équation 3.55 correspond à une expression polynômiale en X_{IR} (variable d'espace) et t_{IR} (variable en temps). Le degré en espace de ce polynôme vaut $\mathbf{S}^{ij} = max\{dk_T^i + dl_T^i, dk_T^j + dl_T^j\}$ et $\mathbf{L}^{ij} = max\{dm_T^i, dm_T^j\}$ en temps. Pour que cette égalité soit vérifiée, il faut que chacun de ses coefficients soit égal à zéro, ce qui donne $(1 + \mathbf{S}^{ij}) \times (1 + \mathbf{L}^{ij})$ équations linéaires par rapport aux vecteurs des paramètres p_T^i et p_T^j.

- ***Continuité du gradient de la température***

Pour une grandeur vectorielle telle que le gradient thermique, la restriction associée à la continuité est introduite dans le repère Normal-Tangentiel local $(\vec{N}^{ij}, \vec{T}^{ij})$ sur la frontière l_T^{ij}. La continuité du gradient thermique est bien entendu liée à la continuité du vecteur courant de chaleur pour un matériau suivant une loi de conduction de type Fourier.

La continuité du gradient normal de la température est introduite en utilisant l'équation de restriction sur la dérivée normale de la température sur la frontière :

$$\vec{\nabla}_N \mathbf{T^i} = \vec{\nabla}_N \mathbf{T^j} \Longleftrightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} \dfrac{\partial \mathbf{T^i}}{\partial X_{IR}} \\ \\ \dfrac{\partial \mathbf{T^i}}{\partial Y_{IR}} \end{pmatrix}}_{\vec{\nabla}\mathbf{T^i}} \cdot \vec{N}^{ij} = \underbrace{\begin{pmatrix} \dfrac{\partial \mathbf{T^j}}{\partial X_{IR}} \\ \\ \dfrac{\partial \mathbf{T^j}}{\partial Y_{IR}} \end{pmatrix}}_{\vec{\nabla}\mathbf{T^j}} \cdot \vec{N}^{ij} \quad \forall (X,Y) \in l_T^{ij} \tag{3.56}$$

En utilisant l'Équation 3.36, les expressions des dérivées spatiales de tempéra-

ture peuvent être exprimées sous la forme suivante pour les éléments i et j :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathbf{T^i}}{\partial X_{IR}} = \displaystyle\sum_{k=1}^{dk_T^i}\sum_{l=0}^{dl_T^i}\sum_{m=0}^{dm_T^i}\sum_{g=0}^{dl_T^i} kc_{klm}^i \mathbf{C}_l^g \alpha_T^g \beta_T^{l-g} X_{IR}^{k+g-1} t_{IR}^m \\ \dfrac{\partial \mathbf{T^i}}{\partial Y_{IR}} = \displaystyle\sum_{k=0}^{dk_T^i}\sum_{l=1}^{dl_T^i}\sum_{m=0}^{dm_T^i}\sum_{g=0}^{dl_T^i-1} lc_{klm}^i \mathbf{C}_{l-1}^g \alpha_T^g \beta_T^{l-g-1} X_{IR}^{k+g} t_{IR}^m \\ \dfrac{\partial \mathbf{T^j}}{\partial X_{IR}} = \displaystyle\sum_{k=1}^{dk_T^j}\sum_{l=0}^{dl_T^j}\sum_{m=0}^{dm_T^j}\sum_{g=0}^{dl_T^j} kc_{klm}^j \mathbf{C}_l^g \alpha_T^g \beta_T^{l-g} X_{IR}^{k+g-1} t_{IR}^m \\ \dfrac{\partial \mathbf{T^j}}{\partial Y_{IR}} = \displaystyle\sum_{k=0}^{dk_T^j}\sum_{l=1}^{dl_T^j}\sum_{m=0}^{dm_T^j}\sum_{g=0}^{dl_T^j-1} lc_{klm}^j \mathbf{C}_{l-1}^g \alpha_T^g \beta_T^{l-g-1} X_{IR}^{k+g} t_{IR}^m \end{cases} \tag{3.57}$$

En combinant les deux équations précédentes, nous pouvons en déduire l'expression finale associée à ce type de continuité pour une frontière "horizontale" :

$$\begin{aligned} -\alpha_T \sum_{k=1}^{dk_T^i}\sum_{l=0}^{dl_T^i}\sum_{m=0}^{dm_T^i}\sum_{g=0}^{dl_T^i} & kc_{klm}^i \mathbf{C}_l^g \alpha_T^g \beta_T^{l-g} X_{IR}^{k+g-1} t_{IR}^m \\ & + \sum_{k=0}^{dk_T^i}\sum_{l=1}^{dl_T^i}\sum_{m=0}^{dm_T^i}\sum_{g=0}^{dl_T^i-1} lc_{klm}^i \mathbf{C}_{l-1}^g \alpha_T^g \beta_T^{l-g-1} X_{IR}^{k+g} t_{IR}^m \\ & + \alpha_T \sum_{k=1}^{dk_T^j}\sum_{l=0}^{dl_T^j}\sum_{m=0}^{dm_T^j}\sum_{g=0}^{dl_T^j} kc_{klm}^j \mathbf{C}_l^g \alpha_T^g \beta_T^{l-g} X_{IR}^{k+g-1} t_{IR}^m \\ & - \sum_{k=0}^{dk_T^j}\sum_{l=1}^{dl_T^j}\sum_{m=0}^{dm_T^j}\sum_{g=0}^{dl_T^j-1} lc_{klm}^j \mathbf{C}_{l-1}^g \alpha_T^g \beta_T^{l-g-1} X_{IR}^{k+g} t_{IR}^m = 0 \end{aligned} \tag{3.58}$$

Cette fonction dépend de la variable de d'espace X_{IR} et du temps t_{IR}. Le degré de la fonction est égal à $\mathbf{S}^{ij} = max\{dk_T^i + dl_T^i, dk_T^j + dl_T^j\}$ en X_{IR} et $\mathbf{L}^{ij} = max\{dm_T^i, dm_T^j\}$ en temps. Ce polynôme est nul si et seulement si chacun de ses coefficients est égal à zéro, ce qui donne $(1 + \mathbf{S}^{ij}) \times (1 + \mathbf{L}^{ij})$ équations linéaires par rapport aux vecteurs de paramètre p_T^i et p_T^j, dont les paramètres ne dépendent que la géométrie.

De la même manière, la continuité du gradient tangentiel de la température peut être introduite :

$$\vec{\nabla}_T \mathbf{T^i} = \vec{\nabla}_T \mathbf{T^j} \Longleftrightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} \dfrac{\partial \mathbf{T^i}}{\partial X_{IR}} \\ \\ \dfrac{\partial \mathbf{T^i}}{\partial Y_{IR}} \end{pmatrix}}_{\vec{\nabla}\mathbf{T^i}} \cdot \vec{T}^{ij} = \underbrace{\begin{pmatrix} \dfrac{\partial \mathbf{T^j}}{\partial X_{IR}} \\ \\ \dfrac{\partial \mathbf{T^j}}{\partial Y_{IR}} \end{pmatrix}}_{\vec{\nabla}\mathbf{T^j}} \cdot \vec{T}^{ij} \quad \forall (X,Y) \in l_T^{ij} \tag{3.59}$$

L'équation de restriction finale pour ce type de continuité est exprimée comme

suit :

$$\sum_{k=1}^{dk_T^i}\sum_{l=0}^{dl_T^i}\sum_{m=0}^{dm_T^i}\sum_{g=0}^{dl_T^i} kc_{klm}^i \mathbf{C}_l^g \alpha_T^g \beta_T^{l-g} X_{IR}^{k+g-1} t_{IR}^m$$
$$+ \alpha_T \sum_{k=0}^{dk_T^i}\sum_{l=1}^{dl_T^i}\sum_{m=0}^{dm_T^i}\sum_{g=0}^{dl_T^i-1} lc_{klm}^i \mathbf{C}_{l-1}^g \alpha_T^g \beta_T^{l-g-1} X_{IR}^{k+g} t_{IR}^m$$
$$- \sum_{k=1}^{dk_T^j}\sum_{l=0}^{dl_T^j}\sum_{m=0}^{dm_T^j}\sum_{g=0}^{dl_T^j} kc_{klm}^j \mathbf{C}_l^g \alpha_T^g \beta_T^{l-g} X_{IR}^{k+g-1} t_{IR}^m$$
$$- \alpha_T \sum_{k=0}^{dk_T^j}\sum_{l=1}^{dl_T^j}\sum_{m=0}^{dm_T^j}\sum_{g=0}^{dl_T^j-1} lc_{klm}^j \mathbf{C}_{l-1}^g \alpha_T^g \beta_T^{l-g-1} X_{IR}^{k+g} t_{IR}^m = 0 \quad (3.60)$$

Il s'agit toujours d'une fonction polynômiale en X_{IR} et t_{IR}. On obtient ici encore $(1+\mathbf{S}^{ij}) \times (1+\mathbf{L}^{ij})$ équations linéaires par rapport aux vecteurs de paramètre p_T^i et p_T^j.

Les trois types de continuité présentés ci-dessus peuvent être utilisés ensemble ou indépendamment. L'introduction de ces conditions de restriction conduit à diminuer le nombre de degrés de libertés pour la description du champ thermique par l'ajout d'équations linéaires, que l'on peut exprimer sous la forme matricielle suivante :

$$\left[\mathbf{A_T^{ij}}\right]\left\{\mathbf{P_T^{ij}}\right\} = \{\mathbf{0}\} \quad (3.61)$$

où, $\mathbf{A_T^{ij}}$ est la matrice de restriction thermique élémentaire entre les éléments i et j, et $\mathbf{P_T^{ij}}$ est le vecteur élémentaire qui contient tous les paramètres thermiques inconnus p_T^i et p_T^j pour les deux éléments adjacents.

Comme pour la partie cinématique, cette matrice élémentaire $\mathbf{A_T^{ij}}$ peut être triangularisée pour obtenir le rang de ce système linéaire. On en extrait les équations indépendantes qui correspondent aux restrictions introduites. Par construction, il existe toujours une solution non triviale pour ce système linéaire (fonctions de forme identiques pour les deux éléments). Par conséquent, le rang (γ_T) de la matrice $\mathbf{A_T^{ij}}$ est strictement inférieur au nombre d'inconnues (η_T) du vecteur $\mathbf{P_T^{ij}}$. Finalement, les champs thermiques seront décrits par les $\eta_T - \gamma_T$ paramètres "indépendants". Une fois les paramètres indépendants identifiés, les η_T paramètres dépendants sont obtenus par l'Équation 3.61.

En assemblant les matrices élémentaires de tous les éléments (i, j) sur lesquels on souhaite faire porter les restrictions, on obtient la matrice globale ($\mathbf{A_T}$), ainsi que le vecteur global ($\mathbf{P_T}$) contenant tous les paramètres thermiques :

$$[\mathbf{A_T}]\{\mathbf{P_T}\} = \{\mathbf{0}\} \quad (3.62)$$

Il est important de noter que, nous travaillons dans la configuration Lagrangienne, par conséquent, toutes les matrices de restrictions sont déterminées une fois pour toutes dans la configuration initiale.

Niveau de continuité

Ici encore, il est possible "d'assouplir" la description thermique en modifiant le niveau de restriction introduit. Comme dans la partie cinématique, au lieu d'introduire une restriction stricte sur tous les points de la frontière, nous pouvons simplement l'introduire sur un nombre limité de nœuds afin de libérer plus de degrés de liberté pour une description thermique plus riche.

En résumé, la méthode de traitement proposée ici permet d'introduire différents types (continuité de la température, continuité du gradient normal ou/et tangentiel de la température) et différents niveaux de la continuité (en chaque point de la frontière ou en certains nœuds). Comme dans la Section 3.2.3), on peut, en jouant sur les caractéristiques des restrictions prises en compte, traiter différentes hypothèses microstructurales (pas de continuité, continuité intra/intergranulaire), et donc s'adapter à une large gamme de situations.

3.2.5 Résolution numérique des problèmes enrichis

Résolution du problème de CIN-E

La résolution d'un problème de Corrélation d'Images Numériques se fonde sur le principe de conservation de la luminance [Fennema et Thompson, 1979].

Un critère de corrélation est choisi pour quantifier l'écart entre les luminances des images initiales et finales. Différents critères de corrélation peuvent être introduits [Bornert *et al.*, 2009, Pan *et al.*, 2009]. Nous présentons ici le critère SSD (Sum of Squared Differences) pour évaluer le degré de similarité entre l'image de référence I_0 et l'image déformée I_1 :

$$\begin{aligned}\mathfrak{C}_{SSD} = \sum_{\mathbf{e}} \iint_{S_{\mathbf{e}}} [I_0(X_{CCD}, Y_{CCD}) \\ -I_1\left(X_{CCD} + \mathbf{u}^{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p^e_X),\, Y_{CCD} + \mathbf{u}^{\mathbf{e}}_{\mathbf{y}}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p^e_Y)\right)\Big]^2 \mathrm{d}X_{CCD}\mathrm{d}Y_{CCD}\end{aligned} \tag{3.63}$$

où, $S_{\mathbf{e}}$ représente le polygone associé à l'élément "$\mathbf{e}$", $\mathbf{u}^{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}}$ et $\mathbf{u}^{\mathbf{e}}_{\mathbf{y}}$ représentent les fonctions de forme retenues qui dépendent des paramètres p^e_X et p^e_Y.

Le jeu de paramètres optimal est recherché parmi tous ceux respectant les restrictions cinématiques introduites :

$$\begin{gathered}\mathbf{P}^{\text{optimal}}_{\mathbf{U}} = \underset{p_X, p_Y}{\operatorname{argmin}}\{\mathfrak{C}_{SSD}\} \\ \text{avec } [\mathbf{A_U}]\{\mathbf{P_U}\} = \{\mathbf{0}\}\end{gathered} \tag{3.64}$$

Par construction, le vecteur $\mathbf{P_U}$ a été obtenu par l'assemblage des tous les vecteurs des paramètres cinématiques élémentaires pour chaque élément. Une fois que ce vecteur de paramètres global $\mathbf{P}^{\text{optimal}}_{\mathbf{U}}$ est déterminé, tous les paramètres élémentaires de chaque élément $\mathbf{P}^{\text{e}}_{\mathbf{U}}$ sont connus, ce qui permet de décrire les champs de déplacement $\vec{\mathbf{u}}^{\mathbf{e}} = \begin{pmatrix}\mathbf{u}^{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}} \\ \mathbf{u}^{\mathbf{e}}_{\mathbf{y}}\end{pmatrix}$ pour chaque élément.

Résolution du problème de TIR-E

En utilisant les dispositifs infrarouges et la procédure d'étalonnage qui ont été présentés dans la Section 2.5 et la Section 3.1.2, nous obtenons les champs de température mesurés dans la configuration Eulérienne, $\mathbf{T}_{exp}(x_{IR}, y_{IR}, t_{IR})$.

Le "suivi" de ce champ Eulérien a été effectué pour ramener le champ de température dans la configuration Lagrangienne, $\mathbf{T}_{exp}(X_{IR}, Y_{IR}, t_{IR})$. Cette opération de "suivi" est réalisée au moyen des données cinématiques obtenues par corrélation comme décrit dans [Chrysochoos *et al.*, 2009, Chrysochoos *et al.*, 2010]. Connaissant les champs de déplacement, ainsi que le recalage géométrique entre les systèmes d'imagerie CCD et IR ($\mathfrak{T}_{CCD\to IR}$), les champs thermiques sont interpolés de manière linéaire en espace et en temps pour obtenir [Li *et al.*, 2013] :

$$\vec{x}_{IR}(t_{IR}) = \mathfrak{T}_{CCD\to IR}\left\{\mathfrak{T}^{-1}_{CCD\to IR}(\vec{X}_{IR}) + \vec{\mathbf{u}}\left[\mathfrak{T}^{-1}_{CCD\to IR}(\vec{X}_{IR}), t_{IR}\right]\right\} \tag{3.65}$$

cette opération permet de suivre physiquement les particules de matière et d'exprimer les champs de température dans la configuration Lagrangienne $\mathbf{T}_{exp}(X_{IR}, Y_{IR}, t_{IR})$.

Afin de filtrer les bruits de mesure thermique, le champ de température mesurée par la caméra IR est projeté sur les fonctions de forme choisies en utilisant une méthode des moindres carrés :

$$\mathfrak{C}_T = \iiint \left[\mathbf{T}(X_{IR}, Y_{IR}, t_{IR}, p_T) - \mathbf{T}_{exp}(X_{IR}, Y_{IR}, t_{IR})\right]^2 \mathrm{d}X_{IR}\mathrm{d}Y_{IR}\mathrm{d}t_{IR} \tag{3.66}$$

tout en respectant les conditions de restriction imposées auparavant, ce qui revient à réaliser la minimisation de la fonctionnelle de moindres carrés $\mathfrak{C}_T$ sous un certain nombre de contraintes linéaires :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\mathbf{T}}^{\text{optimal}} &= \underset{p_T}{\operatorname{argmin}}\{\mathfrak{C}_T\} \\ \text{avec } &[\mathbf{A}_{\mathbf{T}}]\{\mathbf{P}_{\mathbf{T}}\} = \{\mathbf{0}\} \end{aligned} \tag{3.67}$$

où, $\mathbf{T}(X_{IR}, Y_{IR}, t_{IR}, p_T)$ est le champ de température projeté sur les fonctions de forme retenues. La fonction de forme choisie est, *a priori*, dépendante du temps, de sorte que, le lissage dans le temps est effectué simultanément au lissage dans l'espace. A l'issue de cette optimisation, nous obtenons tous les paramètres $\mathbf{P}_{\mathbf{T}}^{\text{optimal}}$ introduits pour décrire le champ thermique tout en assurant les restrictions imposées.

Ici encore, par construction, le vecteur $\mathbf{P}_{\mathbf{T}}$ a été obtenu par l'assemblage des tous les vecteurs des paramètres thermiques élémentaires de tous les éléments. Donc, une fois que le vecteur de paramètre global $\mathbf{P}_{\mathbf{T}}^{\text{optimal}}$ est identifié, tous les paramètres élémentaires de chaque élément $\mathbf{P}_{\mathbf{T}}^{\text{e}}$ sont aussi connus, ce qui permet d'exprimer les champs de température $\mathbf{T}^{\text{e}}$ pour chaque élément.

Triangulation de la matrice de restriction : cinématique et thermique

Comme on l'a vu, les traitements cinématiques et thermiques (Équations 3.64 et 3.67) nécessitent tous les deux la minimisation sous contrainte d'une certaine fonctionnelle (critère de corrélation ou moindres carrés sur les températures) :

$$\mathbf{P}^{\text{optimal}} = \underset{p}{\text{argmin}}\{\textit{fonction}\}$$
$$\text{avec } [\mathbf{A}]\{\mathbf{P}\} = \{\mathbf{0}\} \tag{3.68}$$

La matrice $\mathbf{A}$ regroupe toutes les équations linéaires associées aux restrictions de continuité qui ont été introduites. La taille de cette matrice peut être importante. Pour fixer les idées, un calcul réalisé sur le maillage représenté dans la Figure 3.12c contenant 1387 éléments, sur lequel on imposerait des conditions de continuité sur chacune des frontière génère 80 376 équations en thermique et 16 075 équations en cinématique, pour des fonctions de forme thermique biquadratique en espace et linéaire en temps (calcul thermique) et pour des fonctions de forme bilinéaire en espace (calcul cinématique). Ces équations relient respectivement les $24\,966 = (18 \times 1387)$ paramètres thermiques et les $11\,096 = (8 \times 1387)$ paramètres cinématiques à déterminer.

Il est donc nécessaire de triangulariser ces "grosses" matrices pour en déterminer le rang et en déduire les équations indépendantes. Soit $\mathbf{A^{tri}}$ la matrice après triangularisation :

$$\left[\mathbf{A^{tri}}\right] = [\mathbf{A_1}|\mathbf{A_2}] \tag{3.69}$$

Où, $\mathbf{A_1}$ est la matrice triangulaire supérieure de taille r_1, rang de $\mathbf{A}$. Soit n_p le nombre total de paramètres. La matrice $\mathbf{A_2}$ possède r lignes et $n_p - r$ colonnes.

Durant la triangularisation, les permutations de colonnes se traduisent par des permutations sur l'ordre des paramètres du vecteur $\mathbf{P}$ qu'il convient de conserver.

Après triangularisation, le vecteur des paramètres, éventuellement réordonné, peut s'écrire $\mathbf{P} = \begin{pmatrix}\mathbf{P_1}\\ \mathbf{P_2}\end{pmatrix}$, où $\mathbf{P_1}$ est l'ensemble des r paramètres "liés" (dépendants) et $\mathbf{P_2}$ est l'ensemble des $n_p - r$ paramètres "libres" (indépendants). Le système d'équations associé aux restriction s'écrit :

$$[\mathbf{A_1}|\mathbf{A_2}]\begin{Bmatrix}\mathbf{P_1}\\ \mathbf{P_2}\end{Bmatrix} = \{\mathbf{0}\} \tag{3.70}$$

comme la matrice $\mathbf{A_1}$ est triangulaire supérieure, on en déduit :

$$\mathbf{P_1} = \underbrace{-\mathbf{A_1^{-1}}\mathbf{A_2}}_{\mathbf{A_{eq}}}\mathbf{P_2} \tag{3.71}$$

Cette équation montre qu'une fois connus les $n_p - r$ paramètres libres $\mathbf{P_2}$, on peut calculer directement les r paramètres liés $\mathbf{P_1}$. La taille du problème à résoudre a donc été diminuée de r paramètres.

En résumé, la résolution de problèmes cinématique et thermique enrichis revient à déterminer :

- pour la cinématique :

$$\mathbf{P^{opt}_{U_2}} = \underset{\mathbf{P_{U_2}}}{\text{argmin}}\left\{\mathfrak{C}_{SSD}\begin{pmatrix}\mathbf{A_{eq}}\mathbf{P_{U_2}}\\ \mathbf{P_{U_2}}\end{pmatrix}\right\}$$
$$\text{avec } \mathbf{P^{opt}_{U_1}} = \mathbf{A_{eq}}\mathbf{P^{opt}_{U_2}} \tag{3.72}$$

- pour la thermique :

$$\mathbf{P}_{\mathbf{T_2}}^{\mathbf{opt}} = \underset{\mathbf{P_{T_2}}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \mathfrak{C}_T \begin{pmatrix} \mathbf{A_{eq}} \mathbf{P_{T_2}} \\ \mathbf{P_{T_2}} \end{pmatrix} \right\}$$
$$\text{avec } \mathbf{P}_{\mathbf{T_1}}^{\mathbf{opt}} = \mathbf{A_{eq}} \mathbf{P}_{\mathbf{T_2}}^{\mathbf{opt}} \tag{3.73}$$

Le calcul thermique (minimisation de $\mathfrak{C}_T$) ne pose pas de problème particulier : il s'agit d'un problème classique de moindres carrés linéaires qui possède une solution unique.

En revanche, le calcul cinématique nécessite une attention particulière, il s'agit en effet d'une minimisation d'une fonction non linéaire de nombreuses variables. L'étape d'initialisation est cruciale pour le bon déroulement du calcul. Dans le cadre de la thèse, nous avons adopté une méthode multi-échelle pour l'estimation initiale cinématique, qui est inspirée de [Besnard *et al.*, 2006].

La résolution numérique du problème de minimisation du critère de corrélation n'a pas été optimisée. Elle est effectuée pour le moment en appelant la fonction Matlab "fmincon" ("Find minimum of constrained nonlinear multivariable function"). Ce choix nous permet de pouvoir facilement modifier la forme de critère à minimiser (SSD, CC,...), mais il n'est pas optimal.

Généralement, le nombre d'équations linéaires est considérablement réduit (présence de nombreuses équations redondantes) après la triangularisation, et le nombre de paramètres indépendants est "raisonnable". Par exemple, pour l'essai expérimental que nous allons présenter dans le Chapitre 6 avec l'hypothèse de continuité intragranulaire, on a 362 variables cinématiques indépendantes au total (pour tous les grains) à déterminer avec 4942 équations linéaires, ce qui représente un temps de calcul d'environ 30 min par image. Pour la partie thermique, 200 variables indépendantes sont à identifier avec 10 791 équations linéaires, ce qui se traduit par un temps de calcul aux alentours de 60 min par bloc d'images (un bloc correspondant à 101 images). En revanche, l'hypothèse de continuité intergranulaire se traduit souvent par un problème de grande taille (nombre important de variables indépendantes), lourd à résoudre. Par conséquent, une procédure de minimisation spécifique (minimisation alternée sur chacun des paramètres du critère) est implémentée dans l'algorithme pour traiter ces problèmes de grande taille.

3.2.6 Post-traitement local

Une fois appliquées les différentes procédures de traitement présentées dans la section précédente (Section 3.2.5), on obtient les fonctions de forme cinématiques $\mathbf{u}^{\mathrm{e}}(X_{CCD}, Y_{CCD}, p_U^{\mathrm{e}})$ et thermiques $\mathbf{T}^{\mathrm{e}}(X_{IR}, Y_{IR}, t_{IR}, p_T^{\mathrm{e}})$ pour chaque élément. Dans la suite de cette partie, nous présentons les principaux post-traitements proposés.

Post-traitement cinématique

Après avoir obtenus les paramètres des fonctions de forme de chaque élément, on exprime analytiquement les composantes du tenseur gradient de la transformation $\boldsymbol{F}^{\mathbf{e}}$ de l'élément $\mathbf{e}$ par :

$$\begin{cases} \boldsymbol{F}^e_{xX} = 1 + \dfrac{\partial \mathbf{u_x^e}}{\partial X} \\ \boldsymbol{F}^e_{xY} = \dfrac{\partial \mathbf{u_x^e}}{\partial Y} \\ \boldsymbol{F}^e_{yX} = \dfrac{\partial \mathbf{u_y^e}}{\partial X} \\ \boldsymbol{F}^e_{yY} = 1 + \dfrac{\partial \mathbf{u_y^e}}{\partial Y} \end{cases}$$

Par construction, on peut en déduire l'expression locale des différents tenseurs de déformations (Section 1.1.3) en Lagrangien, en Eulérien ou en HPP.

Ces grandeurs locales peuvent être intégrées analytiquement pour obtenir les grandeurs moyennes par élément (par exemple la déformation HPP) :

$$\begin{cases} \bar{\varepsilon}^{\mathbf{e}}_{XX} = \dfrac{1}{S_{\mathbf{e}}} \iint_{S_{\mathbf{e}}} \dfrac{\partial \mathbf{u_x^e}}{\partial X} \mathrm{dXdY} \\ \bar{\varepsilon}^{\mathbf{e}}_{XY} = \dfrac{1}{S_{\mathbf{e}}} \iint_{S_{\mathbf{e}}} \left[\dfrac{1}{2} \left(\dfrac{\partial \mathbf{u_x^e}}{\partial X} + \dfrac{\partial \mathbf{u_y^e}}{\partial Y} \right) \right] \mathrm{dXdY} \\ \bar{\varepsilon}^{\mathbf{e}}_{YY} = \dfrac{1}{S_{\mathbf{e}}} \iint_{S_{\mathbf{e}}} \dfrac{\partial \mathbf{u_y^e}}{\partial Y} \mathrm{dXdY} \end{cases} \tag{3.74}$$

De même, connaissant l'ensemble des éléments appartenant à un grain, on détermine les grandeurs moyennes par grain :

$$\begin{cases} \bar{\bar{\varepsilon}}^{\mathbf{d}}_{XX} = \dfrac{1}{\sum_{\mathbf{e}} S_{\mathbf{e}}} \left(\sum_{\mathbf{e}} S_{\mathbf{e}}\, \bar{\varepsilon}^{\mathbf{e}}_{XX} \right) \\ \bar{\bar{\varepsilon}}^{\mathbf{d}}_{XY} = \dfrac{1}{\sum_{\mathbf{e}} S_{\mathbf{e}}} \left(\sum_{\mathbf{e}} S_{\mathbf{e}}\, \bar{\varepsilon}^{\mathbf{e}}_{XY} \right) \\ \bar{\bar{\varepsilon}}^{\mathbf{d}}_{YY} = \dfrac{1}{\sum_{\mathbf{e}} S_{\mathbf{e}}} \left(\sum_{\mathbf{e}} S_{\mathbf{e}}\, \bar{\varepsilon}^{\mathbf{e}}_{YY} \right) \end{cases} \tag{3.75}$$

Post-traitement thermique

Une fois déterminés les paramètres des fonctions de forme thermiques sur chaque élément, on écrit le déséquilibre thermique réel entre l'éprouvette et l'environnement, en utilisant l'éprouvette de référence comme présenté dans la Section 3.1.2 :

$$\theta^{\mathbf{e}}(X, Y, t, p^{\mathrm{e}}_T) = [\mathbf{T}^{\mathbf{e}}(X, Y, t) - \mathbf{T}^{\mathbf{e}}_{\mathbf{0}}(X, Y, t_0)] - \left[T^{ref}(t) - {T_0}^{ref}(t) \right] \tag{3.76}$$

On utilise l'équation de la chaleur en $2D$ Lagrangienne (Équation 3.14) pour effectuer un traitement thermique local, dans laquelle on introduit les expressions des dérivées : $\dot{\theta}^{\mathbf{e}}(X, Y, t)$, $\dfrac{\partial^2 \theta^{\mathbf{e}}(X, Y, t)}{\partial X^2}$ et $\dfrac{\partial^2 \theta^{\mathbf{e}}(X, Y, t)}{\partial Y^2}$ en fonction des variables d'espace (X, Y) et de temps (t) et des paramètres des fonctions de forme p^{e}_T :

$$\dot{\theta}^{\mathbf{e}}(X, Y, t) + \frac{\theta^{\mathbf{e}}(X, Y, t)}{\tau^{2D}} - \frac{k}{\rho_0 C} \left(\frac{\partial^2 \theta^{\mathbf{e}}(X, Y, t)}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta^{\mathbf{e}}(X, Y, t)}{\partial Y^2} \right) = \frac{w'^{\mathbf{e}}_{ch}(X, Y, t)}{\rho_0 C} \tag{3.77}$$

On peut alors calculer localement les sources de chaleur dans chaque élément du maillage ou bien des grandeurs moyennes par élément ou par grain.

Dans ce chapitre, nous avons présenté les méthodes de traitement classiques (CIN et TIR). Nous avons proposé une nouvelle méthode de traitement CIN Enrichie (CIN-E) et TIR Enrichie (TIR-E), qui permettent d'introduire différents types et différents nivaux de restriction dans la description des champs locaux. Les deux chapitres suivants seront consacrés à la validation numérique de ces méthodes en utilisant des résultats numériques issus d'images de synthèse : performance métrologique des mesures, étude de sensibilité au bruit,...

Chapitre 4

Validation numérique cinématique : application à la plasticité cristalline

Ce chapitre se consacre à la validation numérique de la méthode de traitement cinématique proposée.

La procédure de validation a été réalisée sur des champs cinématiques hétérogènes associés à des agrégats polycristallins d'aluminium fissurés ou non. Afin de contrôler entièrement la transformation de la matière dans cette validation, il a été choisi d'utiliser des images de synthèse de mouchetis, générées numériquement par ordinateur, qui sont associées à des champs cinématiques complètement connus issus de simulations numériques. Ces simulations ont été effectuées sur le code «Aster» en utilisant une loi de plasticité cristalline de type Méric-Cailletaud et une distribution d'orientations cristallines donnée. Cette simulation sera présentée en détail dans la première section de ce chapitre.

Dans la deuxième section, la procédure de génération d'images de synthèse sera présentée. Ces images sont générées en appliquant la transformation issue de la simulation Élément Finis afin de simuler l'acquisition expérimentale d'une série d'images de mouchetis par une caméra visible.

Ces images virtuelles sont utilisées comme des données expérimentales. On leur applique la méthode CIN locale enrichie (CIN-E) et on confronte les champs simulés par Éléments Finis et les champs calculés par corrélation, afin de valider la méthode proposée et d'estimer l'incertitude de mesure.

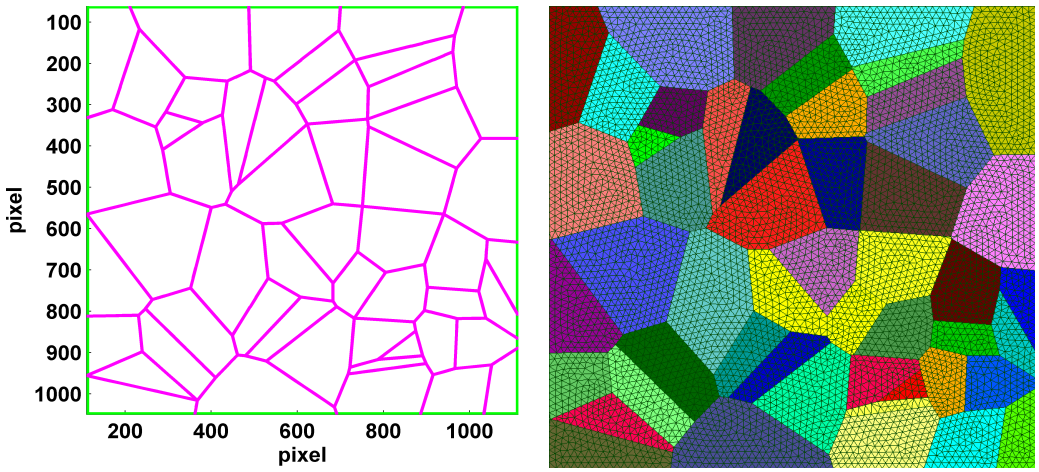
La dernière section de ce chapitre est consacrée à une étude de sensibilité par rapport au bruit introduit par caméra.

4.1 Simulation par Éléments Finis

Pour réaliser la simulation cinématique d'un essai de traction expérimental, le code de calcul par Éléments Finis, Aster, a été utilisé dans sa version parallélisée [Code-Aster, EDF]. Ces calculs ont été réalisés par F.Latourte (EDF R&D). Le but de cette simulation par Éléments Finis est de fournir des champs cinématiques réalistes associés au développement de la plasticité dans un polycristal.

4.1.1 Microstructure

Concernant la microstructure, l'approche de polygonisation en cellules de Voronoï est largement utilisée en Sciences des Matériaux pour représenter des polycristaux réalistes [Barbe *et al.*, 2001a,Barbe *et al.*, 2001b,Cizelj et Riesch-Oppermann, 2002]. Dans notre étude cinématique numérique, un agrégat réaliste de 50 grains centimétriques a été généré en utilisant une décomposition de Voronoï bidimensionnelle autour de "germes" dispersés aléatoirement [Green et Sibson, 1978]. On obtient ainsi des grains polyédriques convexes (Figure 4.1a en magenta) représentatifs des microstructures à gros grains rencontrées dans la partie expérimentale de la thèse.



(a) Microstructure de l'agrégat polycristallin (b) Maillage

FIGURE 4.1 – Microstructure de l'agrégat polycristallin et maillage utilisé pour la simulation par Éléments Finis

Dans cette microstructure, les orientations de grains sont choisies aléatoirement afin de produire une texture isotrope conformément à ce qui est obtenu après le traitement thermomécanique appliqué aux échantillons d'aluminium. Cette géométrie des grains ainsi que cette distribution d'orientations sont introduites comme données d'entrées à la simulation. Cette dernière a été réalisée avec un maillage de 11 300 éléments triangulaires ou quadrangulaires, voir Figure 4.1b, dans un cadre bidimensionnel sous l'hypothèse des déformations planes [Latourte *et al.*, 2013].

4.1.2 Loi de comportement

La loi de comportement de Méric-Cailletaud [Cailletaud, 1987,Meric *et al.*, 1991] a été retenue dans ce travail. Elle permet de prendre en compte les différents systèmes de glissement du matériau étudié, ici un alliage d'aluminium (1050A) de structure cubique à faces centrées (CFC).

Cette loi de comportement est un modèle phénoménologique qui transpose à l'échelle des systèmes de glissement les modèles d'écrouissage isotrope et cinématique classiquement utilisés à l'échelle macroscopique. La limite d'élasticité correspond à la condition classique proposée par Schmid et Boas. Elle permet la prise en compte de l'écrouissage latent au travers d'une matrice d'interaction h_{sr} [Gérard, 2006, Gérard, 2008]. Dans ce matériau CFC, on retient quatre plans de glissement de type {111}

associés à trois directions denses de type $\langle 110 \rangle$. La loi d'écoulement viscoplastique sur chaque système de glissement s s'écrit alors :

$$\dot{\gamma}_s = \dot{\gamma}_0 \left(\frac{\langle |\tau_s - c\alpha_s| - R_s(\upsilon_s) \rangle}{k} \right)^n \frac{\tau_s}{|\tau_s|} \tag{4.1}$$

Les notations employées dans l'équation ci-dessus sont :

- $\dot{\gamma}_s$: vitesse de déformation plastique sur le système s (s^{-1})
- $\dot{\gamma}_0$: vitesse de déformation plastique de référence ($\dot{\gamma}_0 = 1\,\mathrm{s}^{-1}$)
- τ_s : cission résolue sur le système s (MPa)
- c : module d'écrouissage cinématique(en MPa)
- α_s : variable d'état associée à l'écrouissage cinématique du système s
- υ_s : variable d'état associée à l'écrouissage isotrope du système s (ou glissement plastique cumulé sur le système s)
- R_s : taille du domaine élastique du système s (MPa)
- k : paramètre de "viscosité" (MPa)
- n : paramètre de "viscosité" (relie à une loi de type Norton)

Les lois d'évolution s'écrivent :

$$\begin{cases} \chi_s = c\alpha_s \\ \\ \dot{\alpha}_s = \dot{\gamma}_s - d\dot{\upsilon}_s\alpha_s \\ \\ R_s = R_0 + Q\left[\sum_{r=1}^{12} h_{sr}\left(1 - e^{-b\upsilon_s}\right)\right] \end{cases} \tag{4.2}$$

où les paramètres introduits sont interprétés comme : d paramètre de rappel pour l'écrouissage cinématique non linéaire (type Armstrong-Frederick), R_0 limite élastique initiale sur tous les systèmes (en MPa), Q capacité de durcissement (en MPa) et b coefficient caractérisant la vitesse de saturation de l'écrouissage isotrope. χ_s est la contrainte de rappel sur le système s (en MPa). La matrice d'interaction h_{sr} permet de relier les écrouissages dus aux différents systèmes de glissement, et de prendre ainsi en compte les effets de l'écrouissage latent et de fonction d'auto-écrouissage.

Les paramètres du matériau utilisés dans la simulation sont donnés dans le Tableau 4.1. Pour simplifier, les six coefficients utilisés pour la matrice d'interaction sont tous égaux à 1.

4.1.3 Conditions aux limites

On utilise souvent des conditions aux limites homogènes pour réaliser des simulations sur des agrégats polycristallins [Barbe *et al.*, 2001a,Diard *et al.*, 2002,Badulescu, 2010].

Viscosité		Écrouissage isotrope			Écrouissage cinématique	
k (MPa)	n	R_0 (MPa)	Q (MPa)	b	c (MPa)	d
15	12	175	20	30	0	0

Tableau 4.1 – Paramètres matériels du modèle Méric-Cailletau utilisés dans la simulation par Élément Finis [Guilhem, 2011]

Dans les simulations, nous avons imposé des déplacements verticaux sur les surfaces Γ_4 ($v = 0$) et Γ_2 ($v = v_0 \times t$), voir dans la Figure 4.2. Pour supprimer le déplacement rigide horizontal, le déplacement du point O (point d'origine en bleu) a été bloqué suivant l'axe $\vec{X}$.

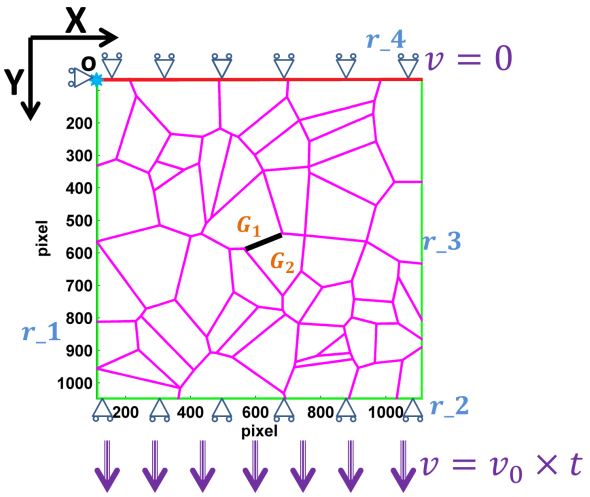


Figure 4.2 – Conditions aux limites pour la simulation numérique

Une déformation macroscopique d'environ 2% a été imposée dans le calcul avec la loi de comportement de Méric-Cailletaud. La vitesse de déplacement (v_0) imposée est l'ordre de 0.04 mm/s avec un facteur d'échelle de 19.5 µm/pixel. Dix pas de chargement ont été considérés (soit une durée d'essai de 10 s). Ces chargements sont compatibles avec ceux utilisés en pratique. Les frontières latérales (Γ_1 et Γ_3) sont laissées libres telle qu'elles le seraient dans un essai de traction dans la direction $\vec{Y}$.

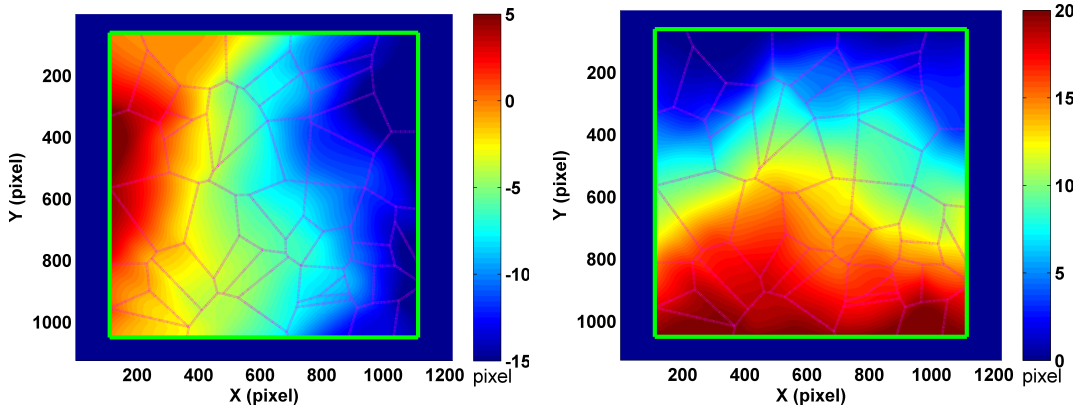
Nous nous sommes intéressés, sur cette microstructure, à deux situations caractéristiques : développement de champs hétérogènes mais continus, et développement de champs hétérogènes discontinus. La première situation correspond à la réponse de la microstructure présentée en Figure 4.1a. La seconde est obtenue en introduisant une décohésion (fissure intergranulaire en noir) entre les grains G_1 et G_2 (voir la Figure 4.2). Dans les deux cas, les paramètres matériaux ainsi que les conditions aux limites restent inchangées.

4.1.4 Résultats des simulations

La simulation donne accès à la réponse de l'échantillon pour les 10 pas de chargement imposés. Dans la suite de cette section, les champs cinématiques obtenus au dernier pas de temps seront présentés. La microstructure a été également superposée sur ces champs cinématiques.

Champs cinématiques simulés : échantillon non fissuré

- Champ de déplacements



(a) Champ de déplacement $\mathbf{u_x^{Aster}}$ (b) Champ de déplacement $\mathbf{u_y^{Aster}}$

FIGURE 4.3 – Champs de déplacements obtenus par la simulation numérique pour la microstructure non-fissurée dans les directions $\vec{X}$ et $\vec{Y}$

Les champs de déplacements représentés en Figure 4.3 sont naturellement continus.

- Champ de déformation équivalente [1]

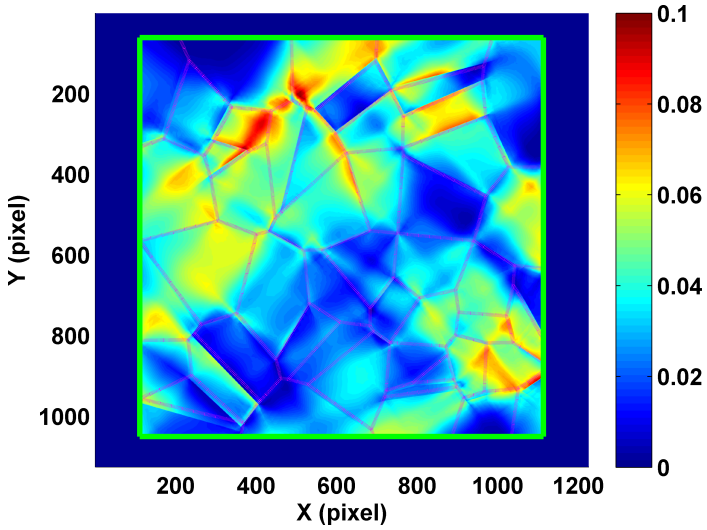


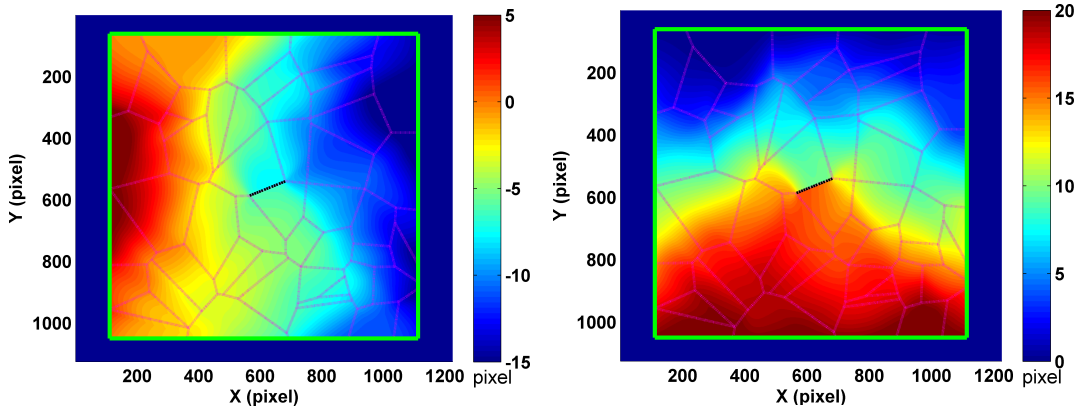
FIGURE 4.4 – Champ de déformation équivalente obtenu par la simulation numérique pour la microstructure non-fissurée $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$

Le champ de déformation illustré sur la Figure 4.4 montre clairement l'hétérogénéité de la déformation plastique attendue pour cette simulation.

1. La déformation équivalente est définie ici par : $\varepsilon_{\text{eq}} = \sqrt[2]{\frac{2}{3}\left(\varepsilon_{xx}^2 + 2 \times \varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{yy}^2\right)}$

Champs cinématiques simulés : échantillon fissuré

- Champ de déplacements



(a) Champ de déplacement $\mathbf{u}_{\mathbf{x}}^{\text{Aster}}$ (b) Champ de déplacement $\mathbf{u}_{\mathbf{y}}^{\text{Aster}}$

FIGURE 4.5 – Champs de déplacements obtenus par la simulation numérique pour la microstructure fissurée dans les directions $\vec{X}$ et $\vec{Y}$

On observe clairement, sur les deux figures (Figure 4.5a et 4.5b), l'ouverture de la fissure intergranulaire.

- Champ de déformation équivalente

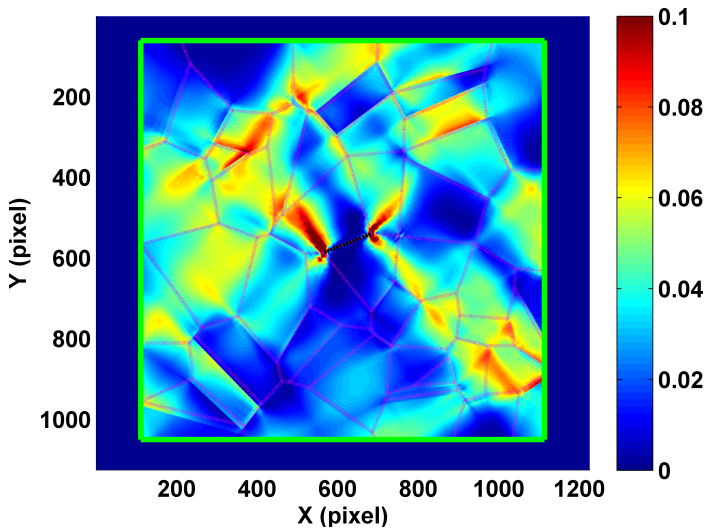


FIGURE 4.6 – Champ de déformation équivalente obtenu par la simulation numérique pour la microstructure fissurée $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$

Le champ de déformation montre le développement d'une hétérogénéité différente par rapport à la Figure 4.4, notamment au voisinage de la fissure introduite.

4.2 Génération des images de mouchetis

Dans cette partie, nous allons présenter la procédure de création des images de synthèse utilisée pour la validation de la procédure de corrélation développée.

Cette procédure consiste à simuler la succession des principales étapes de l'acquisition d'image par une caméra "virtuelle". L'image de référence est obtenue par la numérisation d'une fonction de répartition de luminance continue. Comme décrit dans [Wattrisse *et al.*, 2001a], cette fonction correspond à la superposition d'un certain nombre de taches élémentaires de type Gaussien :

$$I(x,y) = \sum_{k=1}^{N_s} I_k^0 \, e^{-\left(\frac{x-x_k}{R_k^x}\right)^2} e^{-\left(\frac{y-y_k}{R_k^y}\right)^2} \tag{4.3}$$

où, (x_k, y_k), (R_k^x, R_k^y) et I_k^0 représentent respectivement la position, la taille et l'intensité pour la $k^{\text{ième}}$ tache, et N_s le nombre total de taches composant le mouchetis.

En échantillonnant cette fonction analytique sur une grille régulièrement espacée associée au détecteur de la caméra CCD (1125 pixel $\times$ 1225 pixel dans l'exemple présenté), on obtient l'image de synthèse du mouchetis non déformée. Dans notre cas, les positions des taches ont été choisies aléatoirement dans la zone centrale de l'image (1024 pixel $\times$ 1024 pixel), et leurs tailles (la demi-largeur à mi-hauteur) ont été définies à 3 pixel. Dans cette procédure de génération d'image, il a été choisi de n'introduire aucune distorsion dans le processus de génération d'image (optique supposée parfaite).

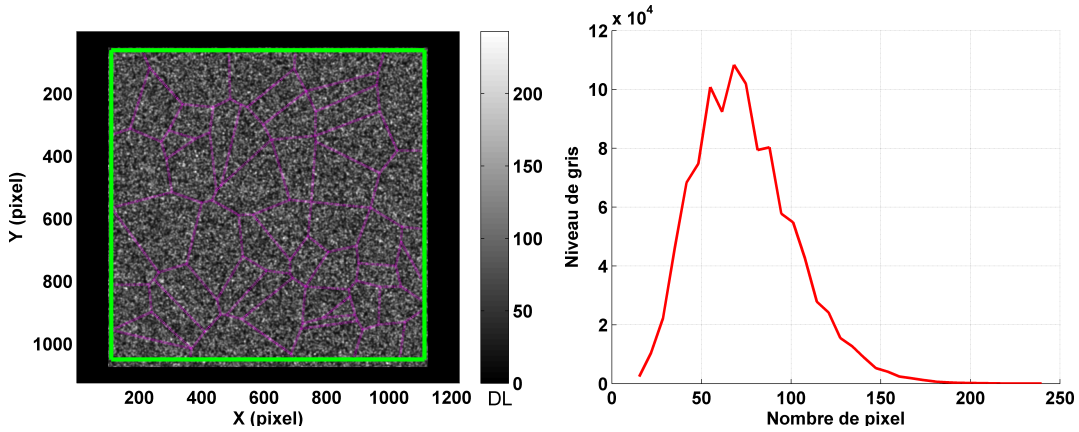
Étant donné que la définition analytique de la fonction d'intensité est connue, elle peut être transformée de manière quelconque : translation, rotation, déformation. L'image déformée pour notre étude est obtenue en numérisant la fonction d'intensité sur un mouchetis transformé par les champs de déplacements obtenus par la simulation par Élément Finis. Cette transformation du mouchetis consiste à centrer chaque tache sur sa position finale (issue du calcul EF), les rayons des taches sont aussi modifiés conformément aux déformations principales calculées au centre de la tache. Dans la configuration actuelle, chaque tache correspond ainsi à un ellipsoïde dont l'excentricité et l'orientation sont fixées par la déformation locale au centre de la tache.

Les images sont générées de manière à obtenir un aspect et un histogramme similaires à ceux des images réelles (voir Figure 4.7).

Afin d'illustrer visuellement la déformation de l'image entre l'image de référence et l'image déformée, on présente en Figure 4.8 un zoom pris au centre de l'image dans l'image initiale (Figure 4.8a) et l'image finale associée au champ "continu" (Figure 4.8b) et celle associée au champ "fissuré" (Figure 4.8c).

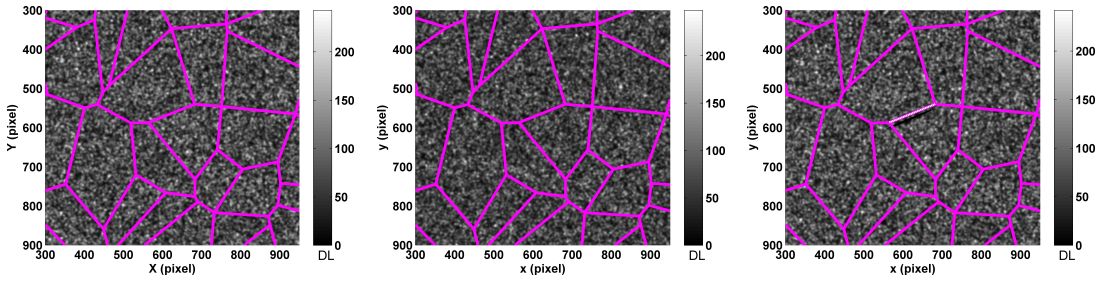
L'ouverture de la fissure se traduit par l'apparition d'une bande noire dans l'image (voir Figure 4.8c), cette bande noire est rajoutée *a posteriori* à partir de la position et de l'ouverture de la fissure données par la simulation EF. Par construction, la conservation du niveau de gris n'est donc pas assurée au voisinage de la fissure pour le calcul de corrélation.

Naturellement, il est possible d'ajouter un bruit dans ces images virtuelles pour simuler l'acquisition d'une image expérimentale réelle, afin d'effectuer une analyse de sensibilité au bruit de mesure. Cette étude fera l'objet de la Section 4.5.



(a) Image de référence (b) Histogramme des niveaux de gris

FIGURE 4.7 – Image de référence obtenue avec la procédure de génération d'image



(a) Image de référence (b) Zoom de la zone non fissurée dans l'image 10 (c) Zoom de la zone fissurée dans l'image 10

FIGURE 4.8 – Zoom pris au centre de l'image

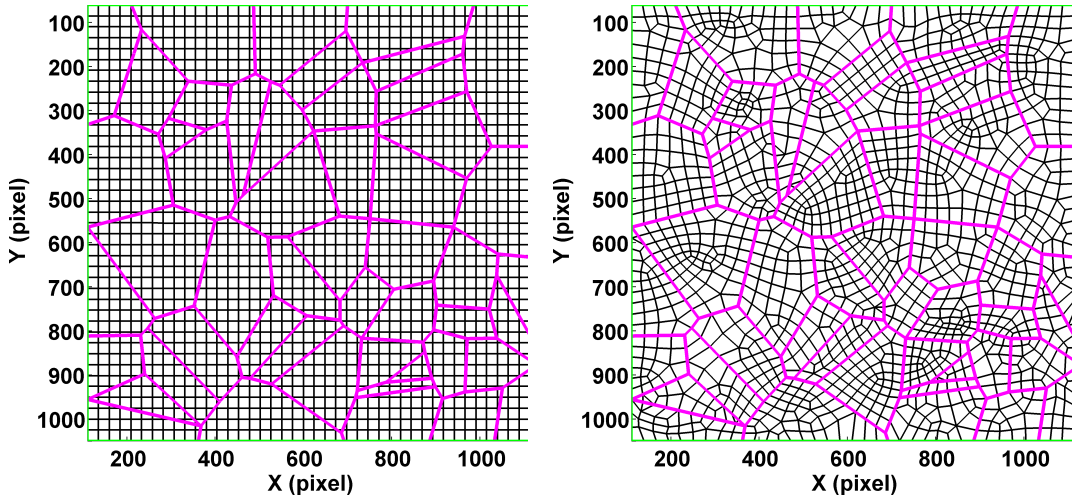
4.3 Résultat du traitement par CIN-E

Parmi toutes les possibilités, nous allons présenter quelques résultats concrets en utilisant plusieurs combinaisons des paramètres de traitement. Le fait de travailler avec des images dont la déformation est parfaitement connue permet de facilement quantifier l'erreur de traitement en comparant le champ obtenu par CIN-E avec celui issu de la simulation Éléments Finis.

4.3.1 Type de maillage & Fonction de forme

La même microstructure que celle introduite dans la simulation numérique (Figure 4.1a) a été utilisée. Deux types de maillages seront utilisés pour le calcul de CIN-E. Les caractéristiques de ces deux maillages sont données dans le Tableau 4.2.

On utilise d'abord le maillage régulier illustré en Figure 4.9a (donc complètement indépendant de la microstructure). Ce maillage contient 1640 éléments. Ensuite, on utilise un maillage compatible avec la microstructure. Il contient à peu près le même nombre d'éléments que le premier maillage (1535 en tout), mais ceux-ci sont disposés à l'intérieur du contour des 50 grains. Une fonction de forme bilinéaire a été choisie pour chaque élément de ces deux maillages, ce qui introduit 8 paramètres cinématiques à identifier par élément.



(a) Maillage régulier (b) Maillage microstructural

FIGURE 4.9 – Deux types de maillages pour la corrélation d'image numérique

	Maillage régulier	Maillage microstructural
Nombre de grains	"0"	50
Nombre d'éléments	1640	1513
Fonction de forme	$\mathbf{u_x}(X, Y, p_X) = a_{00} + a_{10}X + a_{01}Y + a_{11}XY$ $\mathbf{u_y}(X, Y, p_Y) = b_{00} + b_{10}X + b_{01}Y + b_{11}XY$	

TABLEAU 4.2 – Caractéristiques des maillages

On regroupe ces éléments en domaines. Un domaine correspond à un ensemble d'éléments sur les frontières desquels on impose des restrictions (cinématiques ou thermiques). Le fait de ne considérer qu'un seul domaine revient donc à imposer des restrictions sur toutes les frontières. A l'opposé, considérer qu'il y a autant de domaines que d'éléments revient à faire un calcul local classique sans aucune restriction entre éléments. Enfin, considérer que chaque grain constitue un domaine revient à imposer des restrictions à l'intérieur de chaque grain mais pas au niveau des joints de grain (fissuration intergranulaire possible).

4.3.2 Résultats sur la structure non-fissurée

Dans cette partie, nous allons comparer les résultats obtenus par la simulation et par le traitement d'image pour le spécimen non-fissuré. Le champ de déplacements obtenu par la corrélation sera directement comparé avec le champ de déplacements obtenu par la simulation (Figure 4.3a et 4.3b). Comme nous avons utilisé des fonctions de forme bilinéaires, nous choisissons de représenter les déformations moyennes par élément pour faciliter la comparaison entre résultats CIN et champs issus de la simulation (Figure 4.4).

Traitement Cinématique* I *: "Régulier-"Intergranulaire"-exact"

On commence par présenter les résultats obtenus sur le maillage régulier sur lequel on applique des conditions de continuité sur chaque frontière entre deux éléments (un

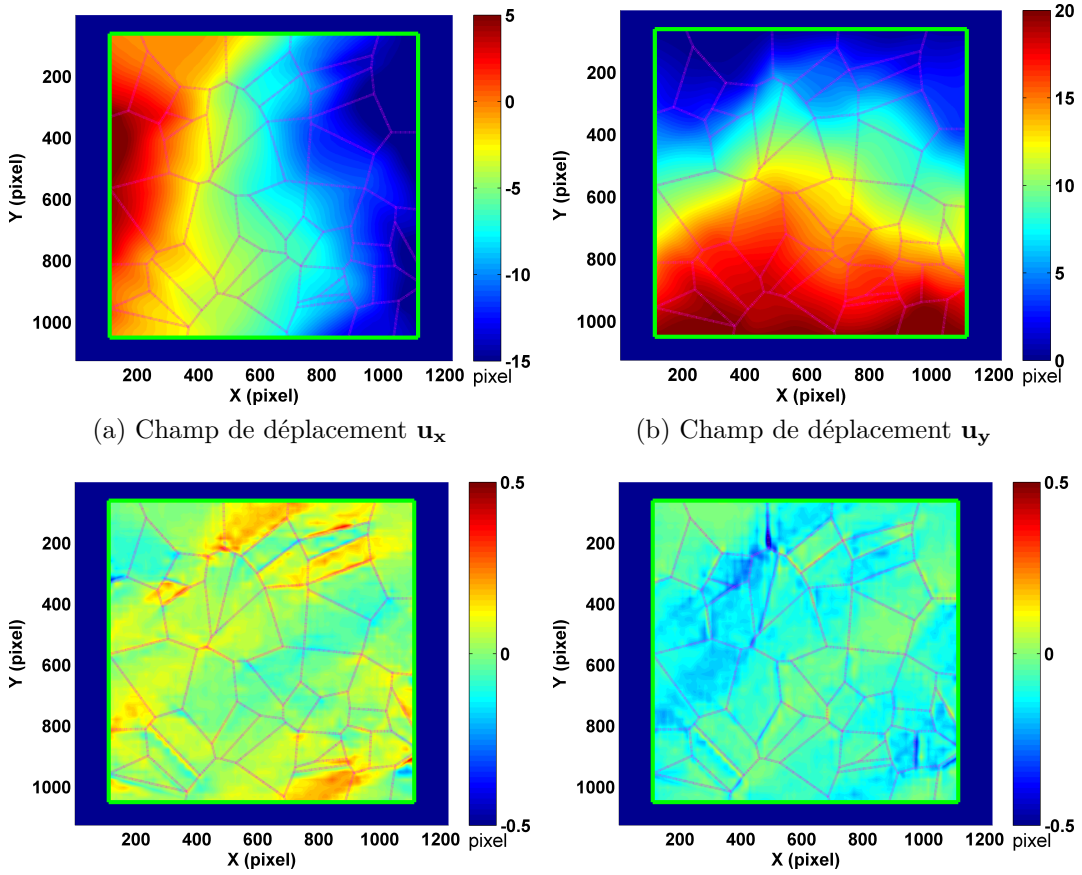
seul domaine). Les caractéristiques du traitement sont rappelées dans le Tableau 4.3.

Maillage	Type & Niveau de continuité	Hypothèse	Nombre *ddl*
Régulier	$\mathbf{u_N}, \mathbf{u_T}$ & exact	"Intergranulaire"	3442

TABLEAU 4.3 – Paramètres pour le Traitement Cinématique I

En effet, dans ce traitement, la continuité des champs de déplacements normaux et tangentiels est imposée de manière exacte sur toutes les frontières de tous les éléments, ce qui revient à utiliser 3442 degrés de libertés (*ddl*) pour décrire le champ de déplacement total.

Les Figures 4.10a et 4.10b donnent les deux composantes ($\mathbf{u_x}$, $\mathbf{u_y}$) du champ de déplacement obtenu par le calcul CIN-E. Elles sont bien continues comme on l'attend.



(a) Champ de déplacement $\mathbf{u_x}$ (b) Champ de déplacement $\mathbf{u_y}$

(c) Erreur de mesure sur $\mathbf{u_x}$ (d) Erreur de mesure sur $\mathbf{u_y}$

FIGURE 4.10 – Traitement Cinématique I : Champs de déplacements $\mathbf{u_x}$ et $\mathbf{u_y}$ obtenus par la CIN-E ainsi que l'erreur de mesure par rapport au champ de déplacements simulé $\mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$ et $\mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$

Les Figures 4.10c et 4.10d donnent l'erreur sur le déplacement, définie comme la différence entre le déplacement calculé par CIN-E et le déplacement issu de la simulation Éléments Finis. Les caractéristiques (moyenne, écart-type) de cette erreur sont reportées dans le Tableau 4.4. L'erreur moyenne et l'écart-type sont faibles, de l'ordre de quelques centièmes de pixel pour un déplacement imposé de 20 pixels environ.

	Moyenne erreur	Écart-type erreur
$\mathbf{u_x} - \mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$	0.02 pixel	0.06 pixel
$\mathbf{u_y} - \mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$	−0.06 pixel	0.06 pixel

Tableau 4.4 – Erreur de calcul en déplacement pour le Traitement Cinématique I

Comme les images à partir desquelles les champs de déplacement ont été calculés sont des images "parfaites" (sans bruit et qui respectent rigoureusement l'hypothèse de conservation du niveau de gris), les erreurs obtenues sont principalement représentatives des erreurs de "modèle" (ou erreur de fonction de forme) associées à la méthode de CIN-E. Les faibles niveaux d'erreur trouvés ici montrent que le "modèle" utilisé pour le calcul de CIN-E (champ cinématique continu sur un maillage régulier) est globalement compatible avec les images utilisées.

On remarque néanmoins que les niveaux d'erreur les plus importants (même s'ils sont faibles) sont localisés sur les éléments qui se déforment le plus et ainsi que ceux situés "à cheval" entre deux grains où se développe une concentration de déformation qui ne peut pas être captée par le modèle de CIN-E.

Figure 4.11 donne le champ de déformation équivalente moyen par élément calculé par CIN-E (Figure 4.11a) et issu de la simulation Éléments Finis (Figures 4.11b). L'erreur en déformation équivalente est donnée en Figure 4.11c. Dans ce cas de figure, la CIN-E permet de capter les gradients de déformation de manière satisfaisante. Les erreurs les plus importantes sont concentrées au niveau des frontières des grains présentent de forts gradients de déformation.

On détermine l'erreur de calcul en déformation équivalente :

$$\begin{cases} \text{Moyenne}\,(\varepsilon_{\text{eq}} - \varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}) = 1 \times 10^{-4} \\ \text{Écart-type}\,(\varepsilon_{\text{eq}} - \varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}) = 0.002 \end{cases}$$

Ce traitement d'image est similaire à l'approche CIN "globale" proposée par [Hild et Roux, 2006, Roux et Hild, 2006]. Comme le maillage régulier a été réalisé sans prendre en compte la microstructure, les erreurs sont principalement localisées sur les éléments situés "à cheval" sur les frontières de grains et dans ceux présentant des déformations très hétérogènes. En effet, la description cinématique assez pauvre des éléments (fonction de forme bilinéaire) ne permet pas de capter les forts gradients développés dans ces zones.

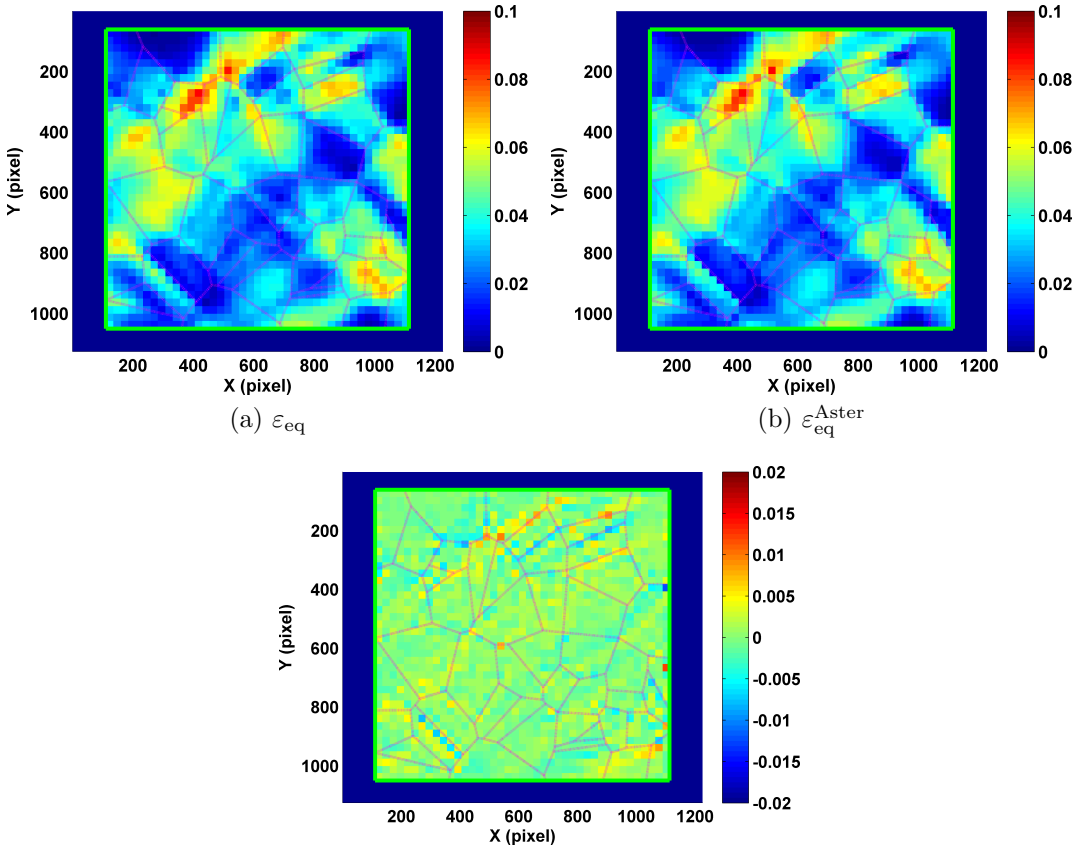
Traitement Cinématique II *: "Microstructural-Intergranulaire-exact"*

Dans ce traitement, nous appliquons toujours l'hypothèse de continuité intergranulaire des déplacements normaux et tangentiels sur toutes les frontières du maillage microstructural (soit un seul domaine). Les caractéristiques de ce traitement sont reportées dans le Tableau 4.5.

Maillage	Type & Niveau de continuité	Hypothèse	Nombre *ddl*
Microstructural	$\mathbf{u_N}, \mathbf{u_T}$ & exact	Intergranulaire	170

Tableau 4.5 – Paramètres pour le Traitement Cinématique II

Dans ce cas, la description du champ de déplacement ne nécessite que 170 *ddl*



(a) ε_{eq}

(b) $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$

(c) Erreur de mesure : $\varepsilon_{\text{eq}} - \varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$

FIGURE 4.11 – Traitement Cinématique I : Champs de déformation équivalente moyen par élément ε_{eq} et $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$ ainsi que l'erreur de calcul en déformation équivalente

pour un nombre d'éléments sensiblement équivalent au cas précédent. Ceci montre le caractère très contraint du problème de corrélation à résoudre.

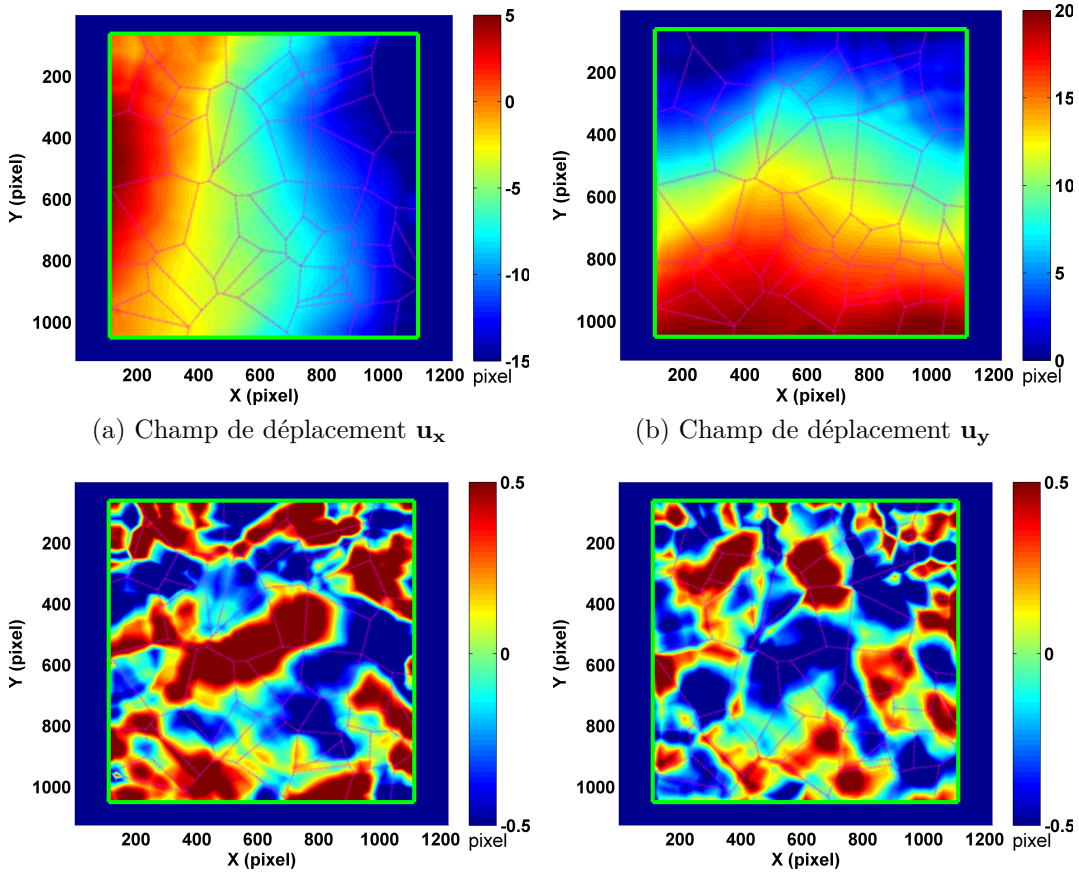
Les champs de déplacements (Figures 4.12a et 4.12b) et les erreurs en déplacement (Figures 4.12c et 4.12d) montrent que la mesure par CIN-E est beaucoup moins précise que dans le précédent.

L'écart-type de l'erreur est bien supérieur au cas précédent alors que l'erreur moyenne est sensiblement équivalente (Tableau 4.6). Ceci est caractéristique d'une erreur de "modèle" nettement supérieure : le modèle de CIN-E est trop contraint pour pouvoir capter de manière satisfaisante la transformation.

	Moyenne erreur	Écart-type erreur
$\mathbf{u_x} - \mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$	0.03 pixel	0.42 pixel
$\mathbf{u_y} - \mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$	−0.07 pixel	0.35 pixel

TABLEAU 4.6 – Erreur de calcul en déplacement pour le Traitement Cinématique II

Le champ de déformation équivalente obtenu (voir Figure 4.13) est assez éloigné du champ imposé (erreur moyenne et écart-type de l'erreur plus de dix fois supérieurs au Traitement Cinématique I).



(a) Champ de déplacement $\mathbf{u_x}$

(b) Champ de déplacement $\mathbf{u_y}$

(c) Erreur de mesure sur $\mathbf{u_x}$

(d) Erreur de mesure sur $\mathbf{u_y}$

FIGURE 4.12 – Traitement Cinématique II : Champs de déplacements $\mathbf{u_x}$ et $\mathbf{u_y}$ obtenus par la CIN-E ainsi que l'erreur de mesure par rapport au champ de déplacements simulé $\mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$ et $\mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$

Traitement Cinématique* III *: "Microstructural-Intergranulaire-aux nœuds"

Les caractéristiques de ce traitement sont représentées dans le Tableau 4.7.

Maillage	Type & Niveau de continuité	Hypothèse	Nombre *ddl*
Microstructural	$\mathbf{u_N}, \mathbf{u_T}$ & aux deux extrémités	Intergranulaire	3194

TABLEAU 4.7 – Paramètres pour le Traitement Cinématique III

On se propose ici de modifier légèrement les hypothèses de calcul de CIN-E. Le maillage est identique au Traitement Cinématique II (maillage microstructural), mais on impose maintenant la continuité normale et tangentielle uniquement aux deux noeuds situés aux extrémités de chaque frontière. Ceci a pour effet d'augmenter le nombre de degrés de libertés cinématiques (on passe de 170 dans le traitement précédent à 3194), pour un même nombre d'inconnues cinématique égal à 12 104 ($= 1513 \times 4 \times 2$).

Le champ de déplacements obtenu par le calcul CIN est montré en Figures 4.14a et 4.14b. Les Figures 4.14c et 4.14d donnent l'erreur de mesure en déplacement. Les caractéristiques de cette erreur de mesure sont reportées dans le Tableau 4.8.

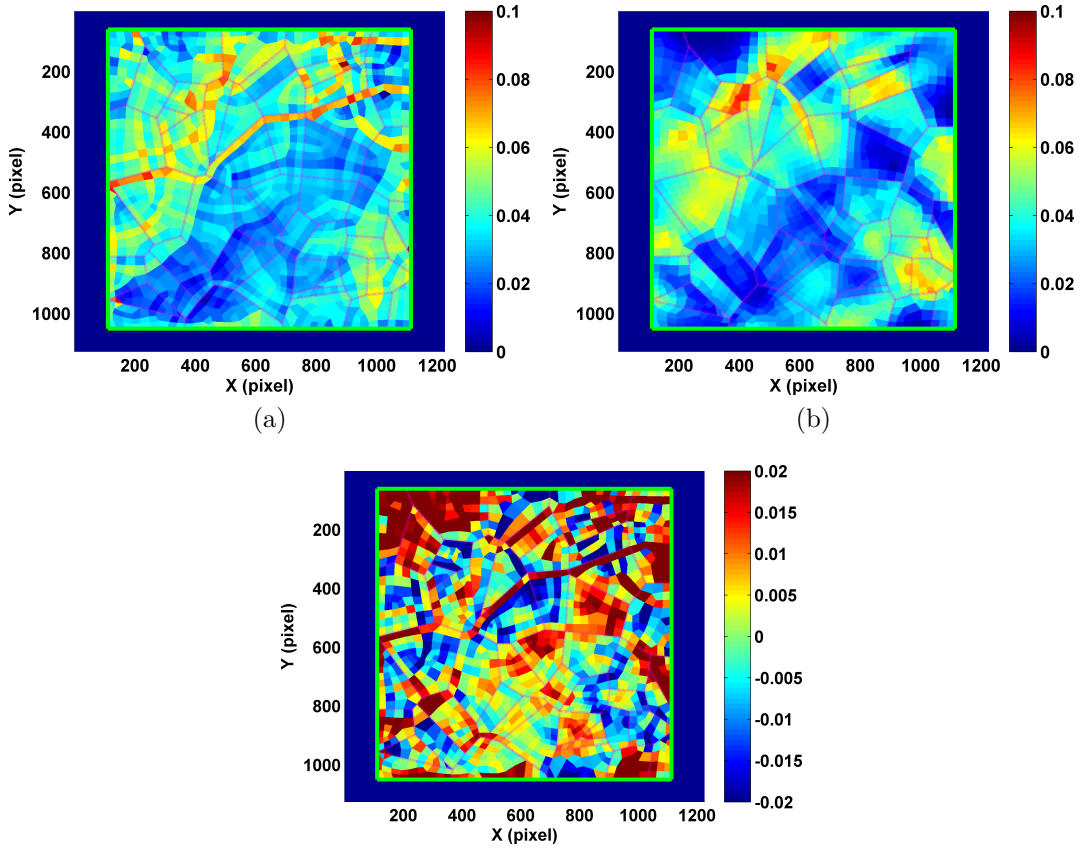


FIGURE 4.13 – Traitement Cinématique II : Champs de déformation équivalente moyen par élément ε_{eq} et $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$ ainsi que l'erreur de calcul en déformation équivalente

$$\begin{cases} \text{Moyenne}\,(\varepsilon_{\text{eq}} - \varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}) = 0.003 \\ \text{Écart-type}\,(\varepsilon_{\text{eq}} - \varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}) = 0.013 \end{cases}$$

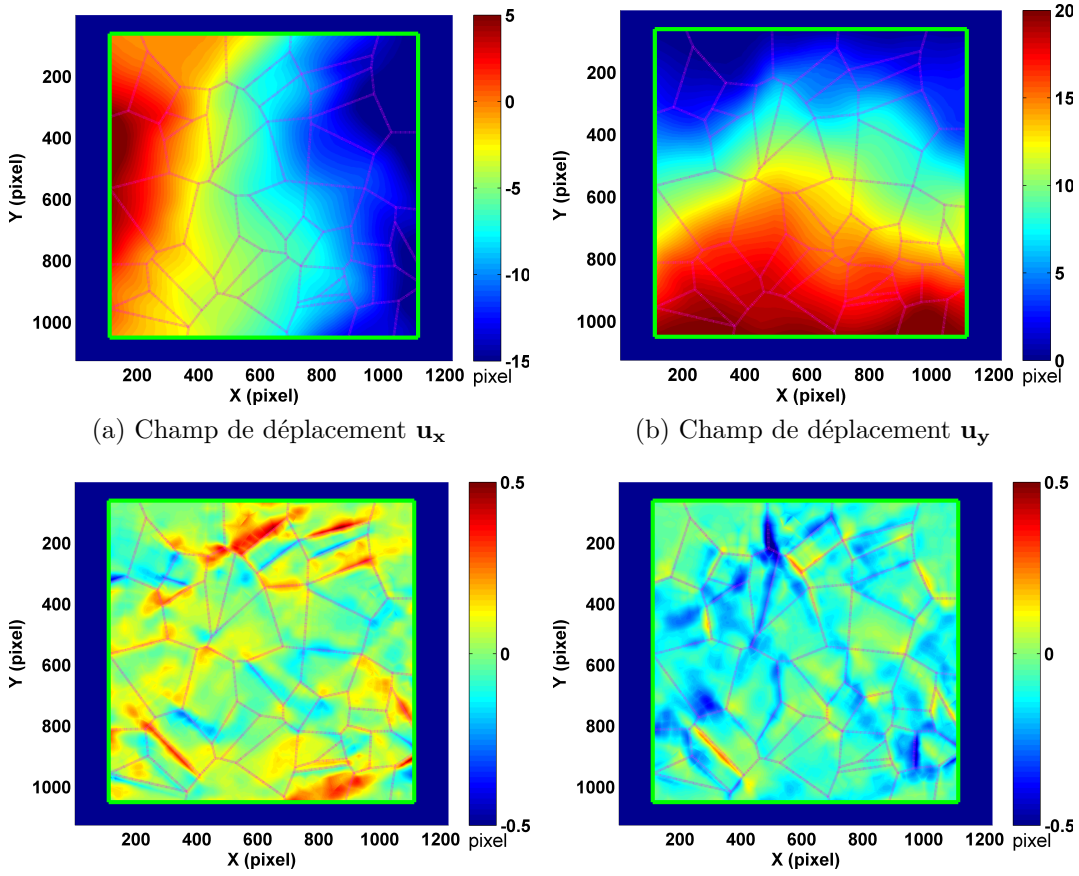
	Moyenne erreur	Écart-type erreur
$\mathbf{u_x} - \mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$	0.02 pixel	0.08 pixel
$\mathbf{u_y} - \mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$	−0.06 pixel	0.08 pixel

TABLEAU 4.8 – Erreur de calcul en déplacement pour le Traitement Cinématique III

Le champ de déformation équivalente obtenu est très proche du champ de déformation imposé dans la simulation d'Éléments Finis.

Les erreurs obtenues sur les champs de déplacement et de déformation sont nettement moins importantes par rapport au Traitement Cinématique II, ce qui souligne que l'erreur de "modèle" a été considérablement réduite. Les niveaux d'erreur sont ici comparables à ceux atteints avec le Traitement Cinématique I (erreur moyenne en déformation de -0.5×10^{-4} et écart-type de l'erreur de 3×10^{-3}).

Le Tableau 4.9 présente une synthèse de cette confrontation "théorie-mesure" pour la structure non-fissurée.



(a) Champ de déplacement $\mathbf{u_x}$

(b) Champ de déplacement $\mathbf{u_y}$

(c) Erreur de mesure sur $\mathbf{u_x}$

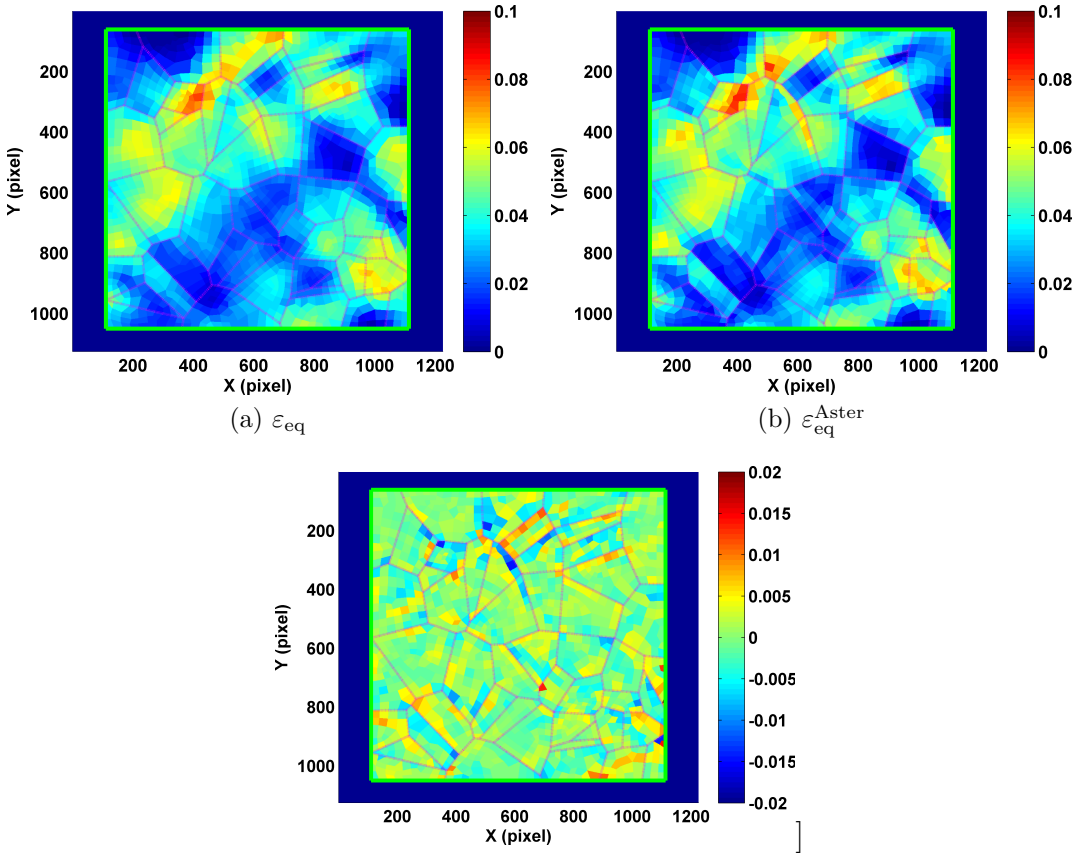
(d) Erreur de mesure sur $\mathbf{u_y}$

FIGURE 4.14 – Traitement Cinématique III : Champs de déplacements $\mathbf{u_x}$ et $\mathbf{u_y}$ obtenus par la CIN-E ainsi que l'erreur de mesure par rapport au champ de déplacements simulé $\mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$ et $\mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$

	Traitement I	Traitement II	Traitement III
Maillage	Régulier	Microstructural	Microstructural
Type	$\mathbf{u_N}, \mathbf{u_T}$		
Niveau	exact	exact	aux deux extrémités
Hypothèse	"Intergranulaire"	Intergranulaire	
Nombre de *ddl*	3442	170	3194
Moyenne erreur	$\mathbf{u_x}$: 0.02 pixel $\mathbf{u_y}$: -0.06 pixel ε_{eq} : 1×10^{-4}	$\mathbf{u_x}$: 0.03 pixel $\mathbf{u_y}$: -0.07 pixel ε_{eq} : 0.003	$\mathbf{u_x}$: 0.02 pixel $\mathbf{u_y}$: -0.06 pixel ε_{eq} : -0.5×10^{-4}
Écart-Type erreur	$\mathbf{u_x}$: 0.06 pixel $\mathbf{u_y}$: 0.06 pixel ε_{eq} : 0.002	$\mathbf{u_x}$: 0.42 pixel $\mathbf{u_y}$: 0.35 pixel ε_{eq} : 0.013	$\mathbf{u_x}$: 0.08 pixel $\mathbf{u_y}$: 0.08 pixel ε_{eq} : 0.003

TABLEAU 4.9 – Confrontation des résultats calculés/simulés pour le spécimen non-fissuré

Le choix de la cinématique joue un rôle très important sur l'amplitude de l'erreur de "modèle" : une cinématique trop contraignante par rapport au champ réel se traduit



(a) ε_{eq}

(b) $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$

(c) Erreur de mesure sur ε_{eq}

FIGURE 4.15 – Traitement Cinématique III : Champs de déformation équivalente moyen par élément ε_{eq} et $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$ ainsi que l'erreur de calcul en déformation équivalente

$$\begin{cases} \text{Moyenne}\,(\varepsilon_{\text{eq}} - \varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}) = -0.5 \times 10^{-4} \\ \text{Écart-type}\,(\varepsilon_{\text{eq}} - \varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}) = 0.003 \end{cases}$$

par des erreurs de fonction de forme importantes.

4.3.3 Résultats sur la structure fissurée

Le même type d'analyse est réalisée sur l'éprouvette fissurée. On souhaite quantifier les erreurs associées à la non prise en compte de la fissure. Plusieurs situations vont être traitées :

- Traitement Cinématique I-F : maillage régulier sans aucune condition de continuité ("Intra-élément").
- Traitement Cinématique II-F : maillage microstructural sans aucune condition de continuité ("Intra-élément").
- Traitement Cinématique III-F : maillage microstructural avec continuité uniquement sur les frontières situées à l'intérieur des grains (Intragranulaire).

- Traitement Cinématique IV-F : maillage microstructural avec prise en compte de la continuité aux extrémités de la frontière de tous les éléments excepté la zone où se développe la fissure (Intergranulaire).

***Traitement Cinématique* I-*F* : "Régulier-Intra-élément-exact"**

Les caractéristiques de ce traitement sont reportées dans le Tableau 4.10. Dans ce traitement, en utilisant le maillage régulier, la continuité de champ de déplacement est imposée à l'intérieur de chaque élément par la fonction de forme choisie, aucune condition de continuité supplémentaire n'a été imposée, ce qui revient à un traitement de CIN "local" classique avec ici 13 120 ($= 1640 \times 4 \times 2$) degrés de liberté pour décrire le champ de déplacement total.

Maillage	Type & Niveau de continuité	Hypothèse	Nombre *ddl*
Régulier	$\mathbf{u_N}, \mathbf{u_T}$ & exact	"Intra-élément"	13 120

Tableau 4.10 – Paramètres pour le Traitement Cinématique I-F

Le champ de déplacements obtenu par la calcul CIN-E ainsi que l'erreur de mesure en déplacement sont montrés respectivement en Figures 4.16a & 4.16b et Figures 4.16c & 4.16d. Les caractéristiques de cette erreur sont reportées dans le Tableau 4.11.

	Moyenne erreur	Écart-type erreur
$\mathbf{u_x} - \mathbf{u_x^{Aster}}$	0.01 pixel	0.07 pixel
$\mathbf{u_y} - \mathbf{u_y^{Aster}}$	−0.06 pixel	0.11 pixel

Tableau 4.11 – Erreur de calcul en déplacement pour le Traitement Cinématique I-F

Les champs de déformation équivalente moyenne par élément calculé et imposé sont respectivement donnés en Figure 4.17a et 4.17b.

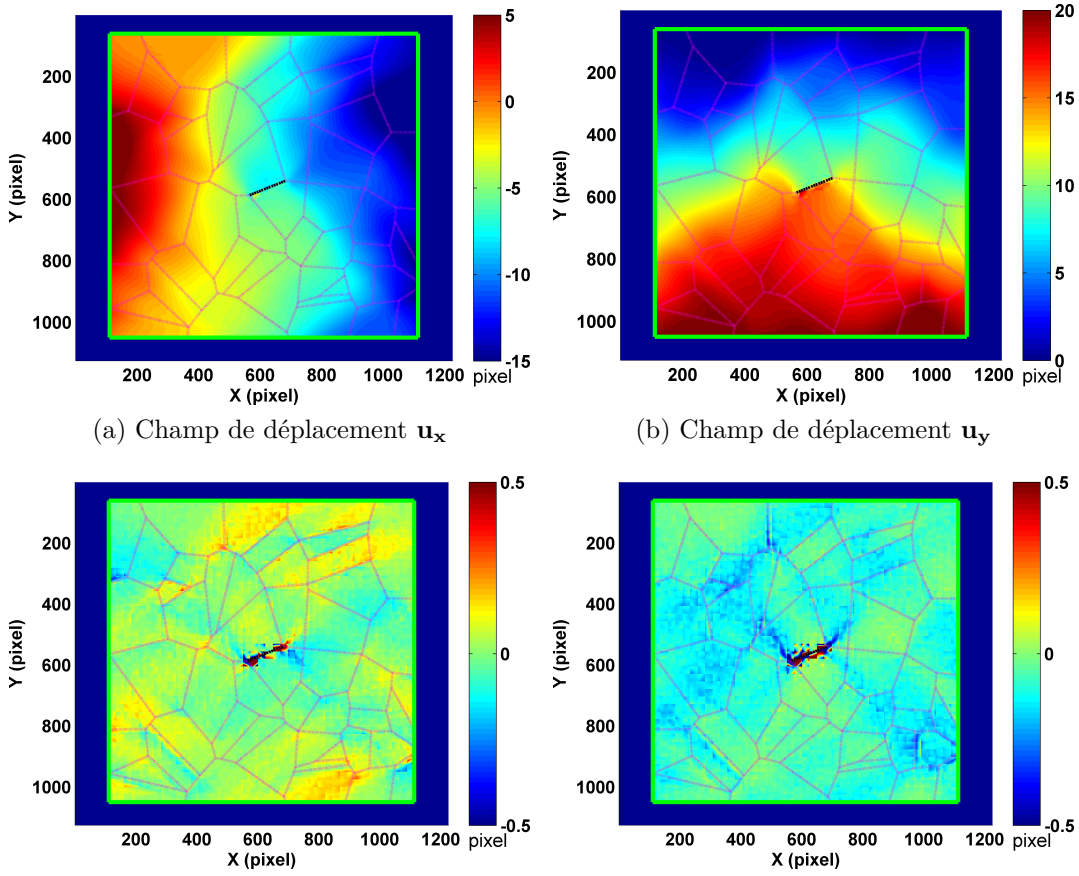
Le champ d'erreur de mesure sur la déformation équivalente est représenté en Figure 4.17c. Il correspond aux valeurs moyennes données dans l'équation 4.4.

$$\begin{cases} \text{Moyenne}\,(\varepsilon_{\text{eq}} - \varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}) = -5.9 \times 10^{-5} \\ \text{Écart-type}\,(\varepsilon_{\text{eq}} - \varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}) = 0.006 \end{cases} \tag{4.4}$$

Ces valeurs moyennes sont comparables à celles obtenues avec le même traitement sur l'éprouvette non fissurée. L'erreur suivant la direction verticale Y est légèrement supérieure (moyenne et écart-type), ce qui traduit une erreur de "modèle" légèrement supérieure due à l'ouverture de la fissure (principalement dans la direction de traction Y) localisée autour de la fissure.

***Traitement Cinématique* II-*F* : "Microstructural-Intra-élément-exact"**

On conserve les mêmes hypothèses de calcul de CIN que le Traitement Cinématique I-F, mais on les applique ici sur un maillage non-régulier adapté à la microstructure étudiée, ce qui se traduit par 12 104 *ddl* pour la description cinématique. Les caractéristiques de ce traitement sont représentées dans le Tableau 4.12. Le calcul



(a) Champ de déplacement $\mathbf{u_x}$

(b) Champ de déplacement $\mathbf{u_y}$

(c) Erreur de mesure sur $\mathbf{u_x}$

(d) Erreur de mesure sur $\mathbf{u_y}$

FIGURE 4.16 – Traitement Cinématique I-F : Champs de déplacements $\mathbf{u_x}$ et $\mathbf{u_y}$ obtenus par CIN-E ainsi que l'erreur de mesure par rapport au champ de déplacements simulé $\mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$ et $\mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$

Maillage	Type & Niveau de continuité	Hypothèse	Nombre *ddl*
Microsturctural	$\mathbf{u_N}, \mathbf{u_T}$ & exact	"Intra-élément"	12 104

TABLEAU 4.12 – Paramètres pour le Traitement Cinématique II-F

de corrélation s'apparente donc ici à un calcul local classique, mais sur un maillage quelconque.

Le champ de déplacement obtenu par CIN-E est montré en Figures 4.18a et 4.18b. L'erreur de mesure en déplacement est donnée en Figures 4.18c et 4.18d. Le Tableau 4.13 donne les caractéristiques de cette erreur de mesure.

	Moyenne erreur	Écart-type erreur
$\mathbf{u_x} - \mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$	0.01 pixel	0.07 pixel
$\mathbf{u_y} - \mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$	−0.06 pixel	0.10 pixel

TABLEAU 4.13 – Erreur de calcul en déplacement pour le Traitement Cinématique II-F

Les résultats en déformation équivalente sont reportés en Figure 4.19. Les caractéristiques d'erreur en déformation équivalente par rapport au champ de déformation

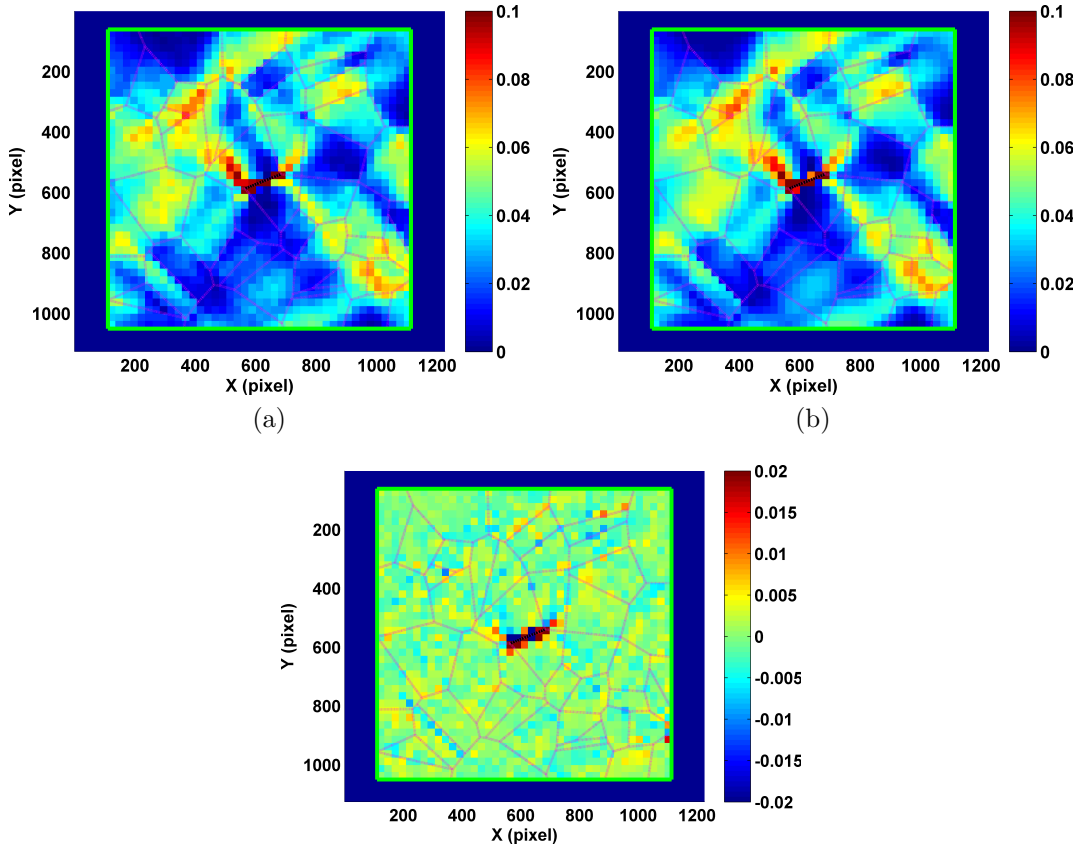


FIGURE 4.17 – Traitement Cinématique I-F : Champ de déformation équivalente moyen par élément ε_{eq} et $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$ ainsi que l'erreur de calcul en déformation équivalente

équivalente imposé sont présentées avec l'Équation 4.5.

$$\begin{cases} \text{Moyenne}\left(\varepsilon_{\text{eq}} - \varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}\right) = -1.581 \times 10^{-4} \\ \text{Écart-type}\left(\varepsilon_{\text{eq}} - \varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}\right) = 0.006 \end{cases} \tag{4.5}$$

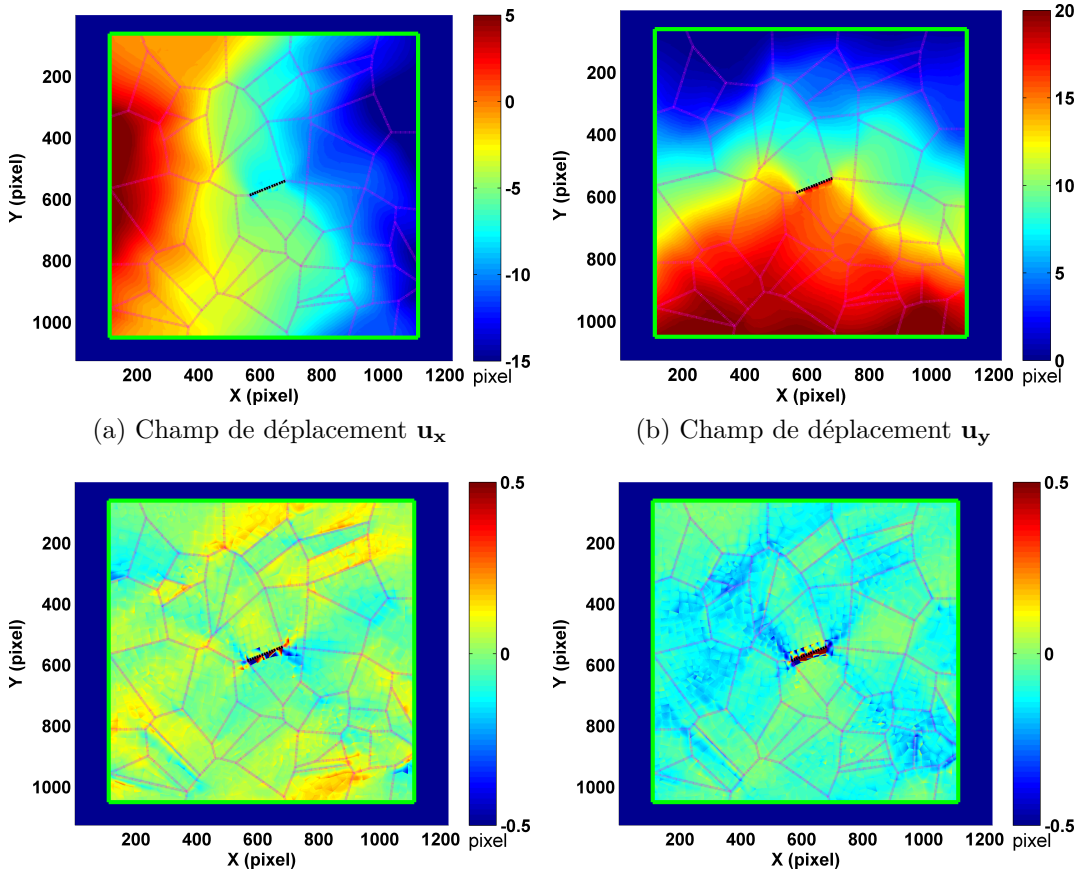
Les résultats montrent une bonne description des champs cinématiques avec un niveau d'erreur assez faible. Par rapport au premier traitement (Traitement Cinématique I-F), le niveau des erreurs reste quasiment identique dans ce deuxième traitement.

Traitement Cinématique III-*F : "Microstructural-Intragranulaire-exact"*

En utilisant le maillage microstructural, on choisit ici d'assurer la continuité sur les frontières situées à l'intérieur de chaque grain (hypothèse de continuité intragranulaire). Le Tableau 4.14 montre les paramètres de traitement.

Maillage	Type & Niveau de continuité	Hypothèse	Nombre *ddl*
Microstructural	$\mathbf{u_N}, \mathbf{u_T}$ & exact	Intragranulaire	1372

TABLEAU 4.14 – Paramètres pour le Traitement Cinématique III-F



(a) Champ de déplacement $\mathbf{u_x}$

(b) Champ de déplacement $\mathbf{u_y}$

(c) Erreur de mesure sur $\mathbf{u_x}$

(d) Erreur de mesure sur $\mathbf{u_y}$

FIGURE 4.18 – Traitement Cinématique II-F : Champs de déplacements $\mathbf{u_x}$ et $\mathbf{u_y}$ obtenus par CIN-E ainsi que l'erreur de mesure par rapport au champ de déplacements simulé $\mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$ et $\mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$

Par conséquent, les champs de déplacements (Figures 4.20a et 4.20b) à l'intérieur de chaque grain seront continus et des éventuelles discontinuités peuvent se développer aux frontières des grains (glissement aux joints de grains possible). L'erreur de mesure en déplacement est montrée en Figures 4.20c et 4.20d, cette erreur est caractérisée dans le Tableau 4.15.

	Moyenne erreur	Écart-type erreur
$\mathbf{u_x} - \mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$	0.01 pixel	0.09 pixel
$\mathbf{u_y} - \mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$	−0.06 pixel	0.13 pixel

TABLEAU 4.15 – Erreur de calcul en déplacement pour le Traitement Cinématique III-F

Les résultats sur la déformation équivalente de ce traitement sont reportés en Figure 4.21. L'erreur de mesure sur la déformation est caractérisée en l'Équation 4.6.

$$\begin{cases} \text{Moyenne}\,(\varepsilon_{\text{eq}} - \varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}) = 3.327 \times 10^{-4} \\ \text{Écart-type}\,(\varepsilon_{\text{eq}} - \varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}) = 0.008 \end{cases} \tag{4.6}$$

On observe que les champs cinématiques sont reconstruits de manière assez fidèle

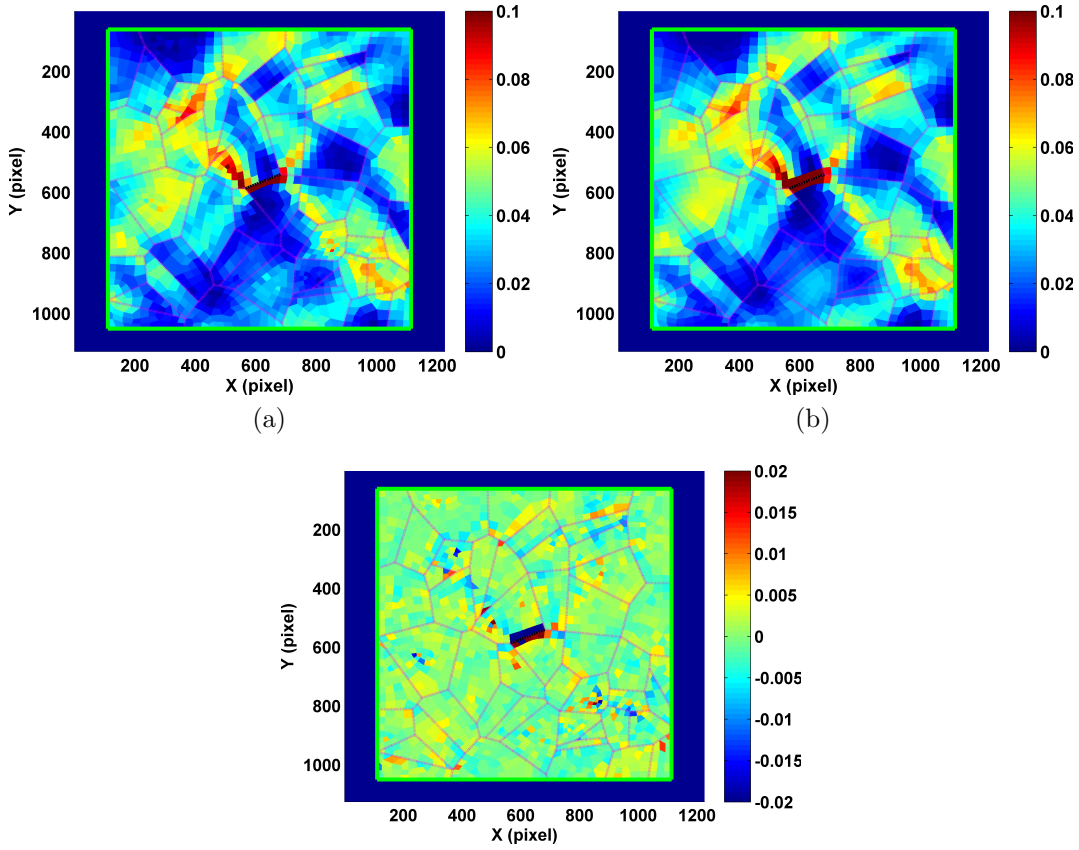


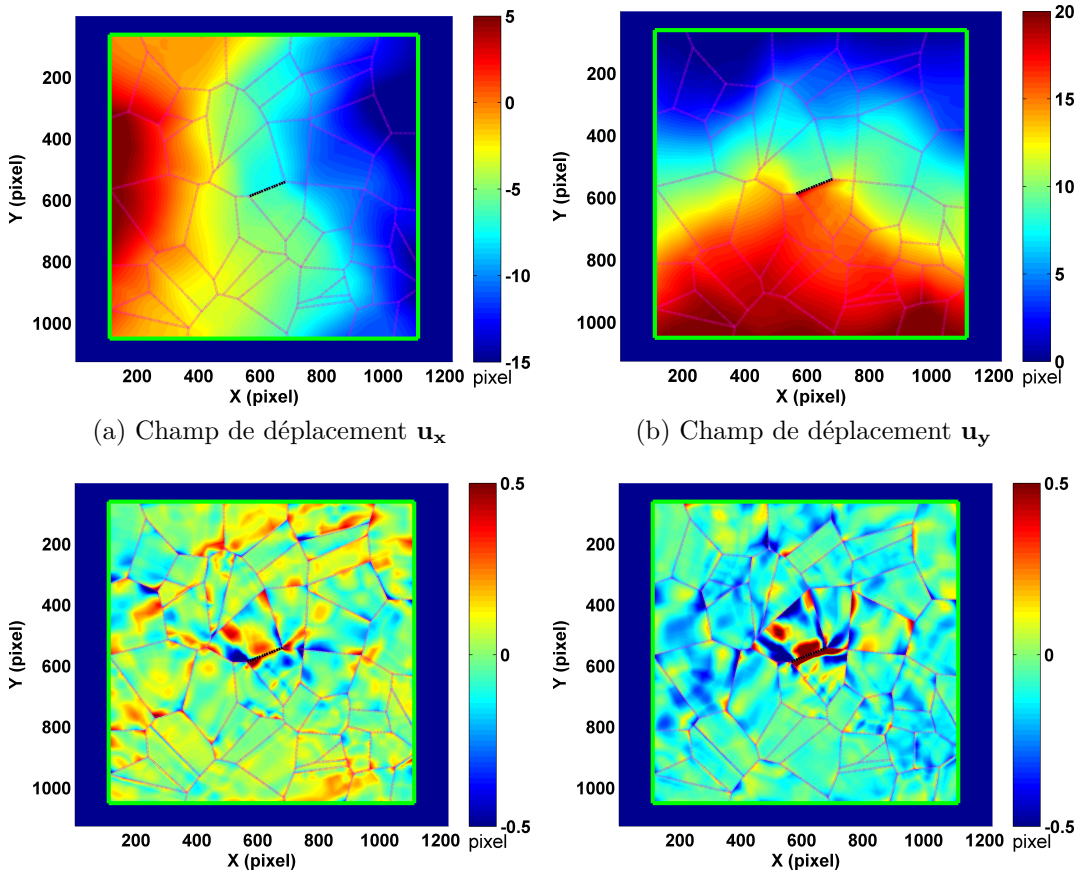
FIGURE 4.19 – Traitement Cinématique II-F : Champs de déformation équivalente moyen par élément ε_{eq} et $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$ ainsi que l'erreur de calcul en déformation équivalente

avec un nombre de *ddl* plus faible, mais suffisamment important pour capter l'essentiel des gradients de déformation. On remarque néanmoins que l'erreur se concentre au niveau des frontières des différents grains.

Traitement Cinématique IV*-F : "Microstructural-Intergranulaire-aux nœuds"*

Comme c'était présenté dans la Section 3.2, nous avons la possibilité de relaxer la condition de continuité. Dans ce cas numérique, connaissant la position précise de la fissure (fissure intergranulaire entre deux grains connus (G_1 et G_2 dans la Figure 4.2), nous avons imposé la continuité totale (normale et tangentielle) sur l'ensemble des frontières du maillage, exceptées celles où se développe la fissure ou celles situées à moins d'une maille de la fissure. Pour aboutir à un problème qui ne soit pas trop contraint, nous avons choisi dans ce traitement de n'imposer la continuité qu'aux deux extrémités de chaque frontière.

Comme dans la Figure 4.22a, une continuité intergranulaire aux deux extrémités est imposée pour chaque frontière en noir, la zone qui ne subit aucune condition de continuité apparaît en blanc. Afin de laisser plus de liberté au voisinage de la fissure, on peut aussi supprimer la condition de continuité pour les frontières qui sont au voisinage direct de la fissure (voir Figure 4.22b). Les frontières entre grains (représentées en magenta dans la Figure 4.22) ne se voient imposer, elles aussi, aucune condition de continuité.



(a) Champ de déplacement $\mathbf{u_x}$

(b) Champ de déplacement $\mathbf{u_y}$

(c) Erreur de mesure sur $\mathbf{u_x}$

(d) Erreur de mesure sur $\mathbf{u_y}$

FIGURE 4.20 – Traitement Cinématique III-F : Champs de déplacements $\mathbf{u_x}$ et $\mathbf{u_y}$ obtenus par CIN-E ainsi que l'erreur de mesure par rapport au champ de déplacements simulé $\mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$ et $\mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$

En imposant la continuité sur moins de frontières, on augmente naturellement le nombre de *ddl* (de 3202 à 3230), soit 28 *ddl* de plus. Les paramètres du traitement sont reportés dans le Tableau 4.16 pour le Cas 1 (fissure seule prise en compte) et dans le Tableau 4.17 pour le Cas 2 (fissure et voisinage de la fissure pris en compte).

Maillage	Type & Niveau de continuité	Hypothèse	Nombre *ddl*
Microstructural	$\mathbf{u_N}, \mathbf{u_T}$ & aux deux extrémités	Intergranulaire	3202

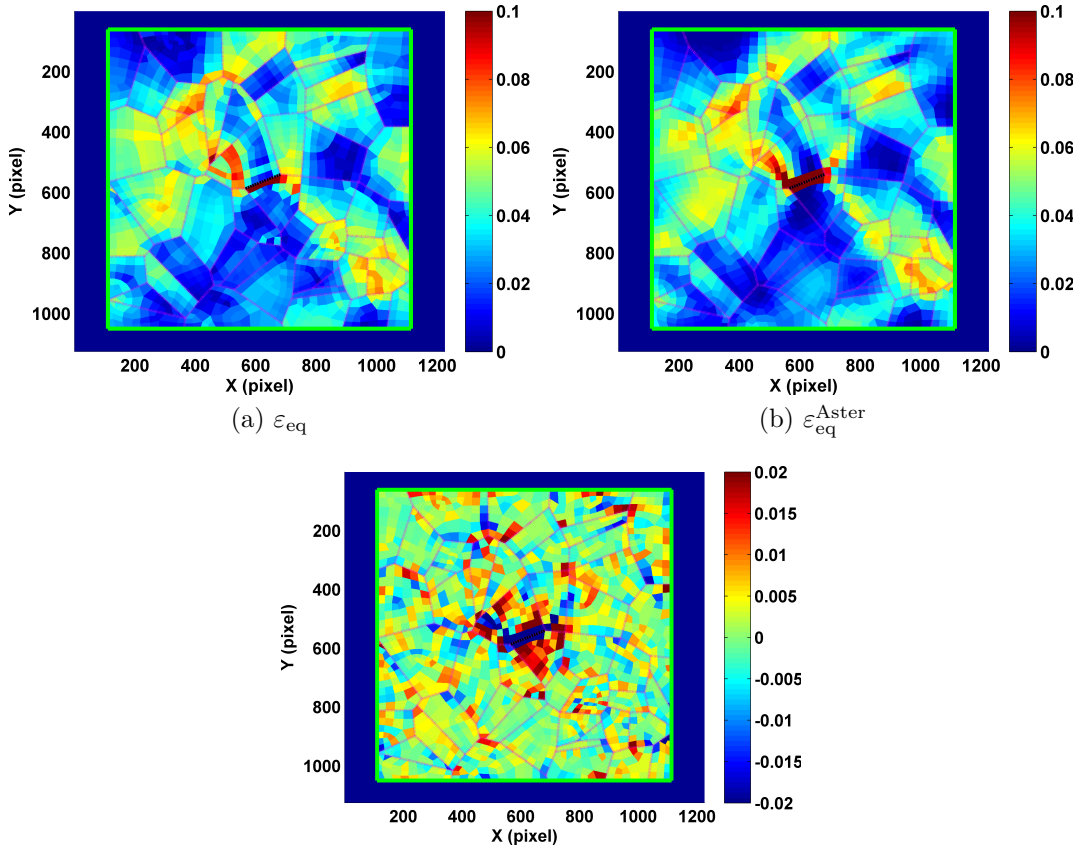
TABLEAU 4.16 – Paramètres pour le Cas 1 du Traitement Cinématique IV-F

Maillage	Type & Niveau de continuité	Hypothèse	Nombre *ddl*
Microstructural	$\mathbf{u_N}, \mathbf{u_T}$ & aux deux extrémités	Intergranulaire	3230

TABLEAU 4.17 – Paramètres pour le Cas 2 du Traitement Cinématique IV-F

Les résultats en déplacement obtenus par CIN-E sont reportés dans les Figures 4.23 et 4.24 pour le Cas 1 et le Cas 2.

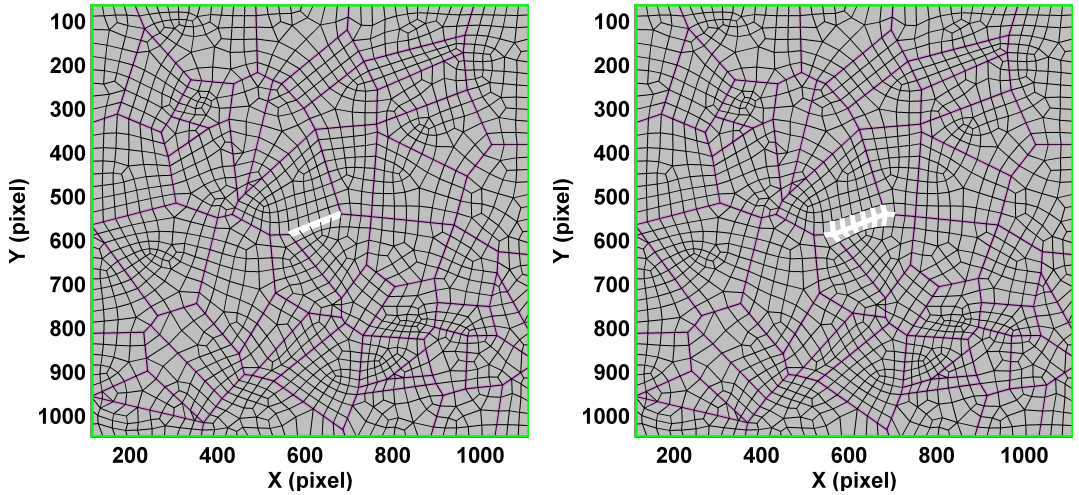
Un zoom sur la zone de fissuration a été reporté pour les deux cas sur le champ de déplacement vertical ($\mathbf{u_y}$) dans la Figure 4.25. Le zoom du champ de déplacement



(a) ε_{eq} (b) $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$

(c) Erreur de mesure sur ε_{eq}

FIGURE 4.21 – Traitement Cinématique III-F : Champs de déformation équivalente moyen par élément ε_{eq} et $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$ ainsi que l'erreur de calcul en déformation équivalente

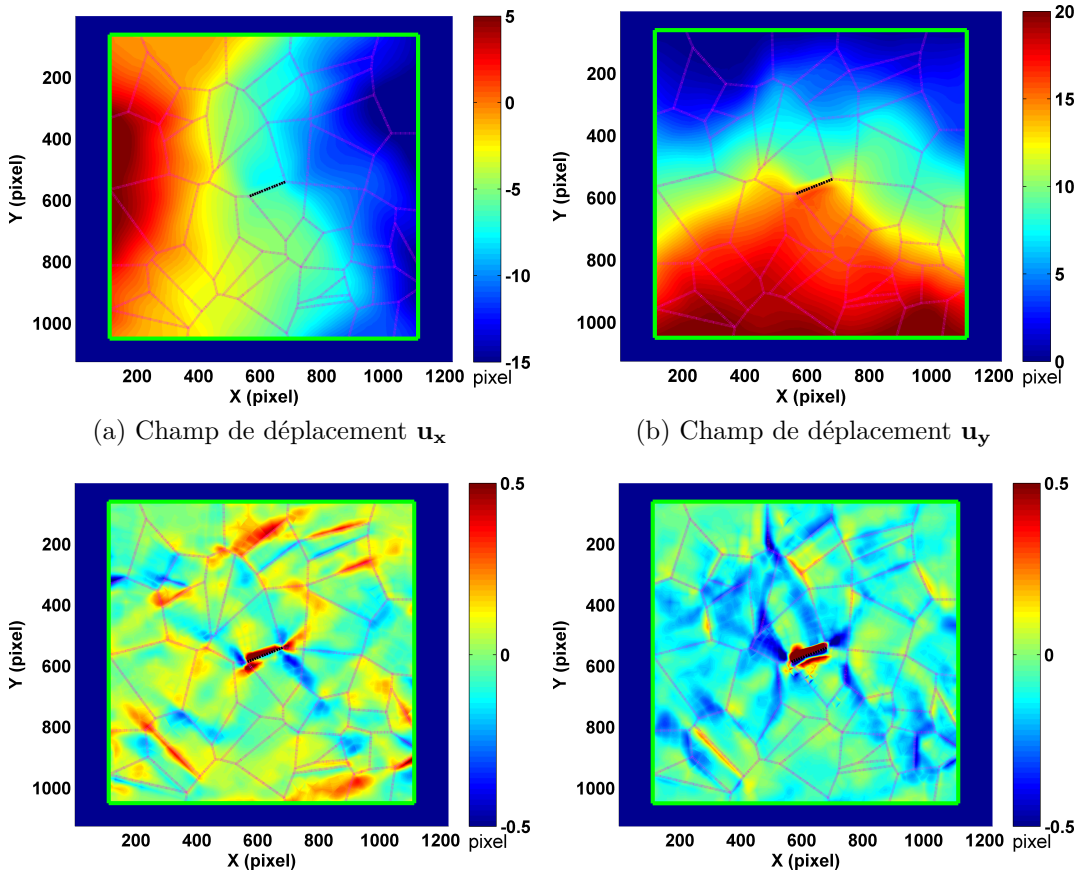


(a) Cas 1 ($ddl = 3202$) (b) Cas 2 ($ddl = 3230$)

FIGURE 4.22 – Distribution des continuités imposées

issu de la simulation Aster au voisinage de la fissure est illustré dans la Figure 4.25a.

Le champ de déplacement $\mathbf{u_y}$ obtenu dans le Cas 1 de traitement (Figure 4.25b) est clairement éloigné du champ imposé au voisinage de la fissure : il apparait sensi-



(a) Champ de déplacement $\mathbf{u_x}$

(b) Champ de déplacement $\mathbf{u_y}$

(c) Erreur de mesure sur $\mathbf{u_x}$

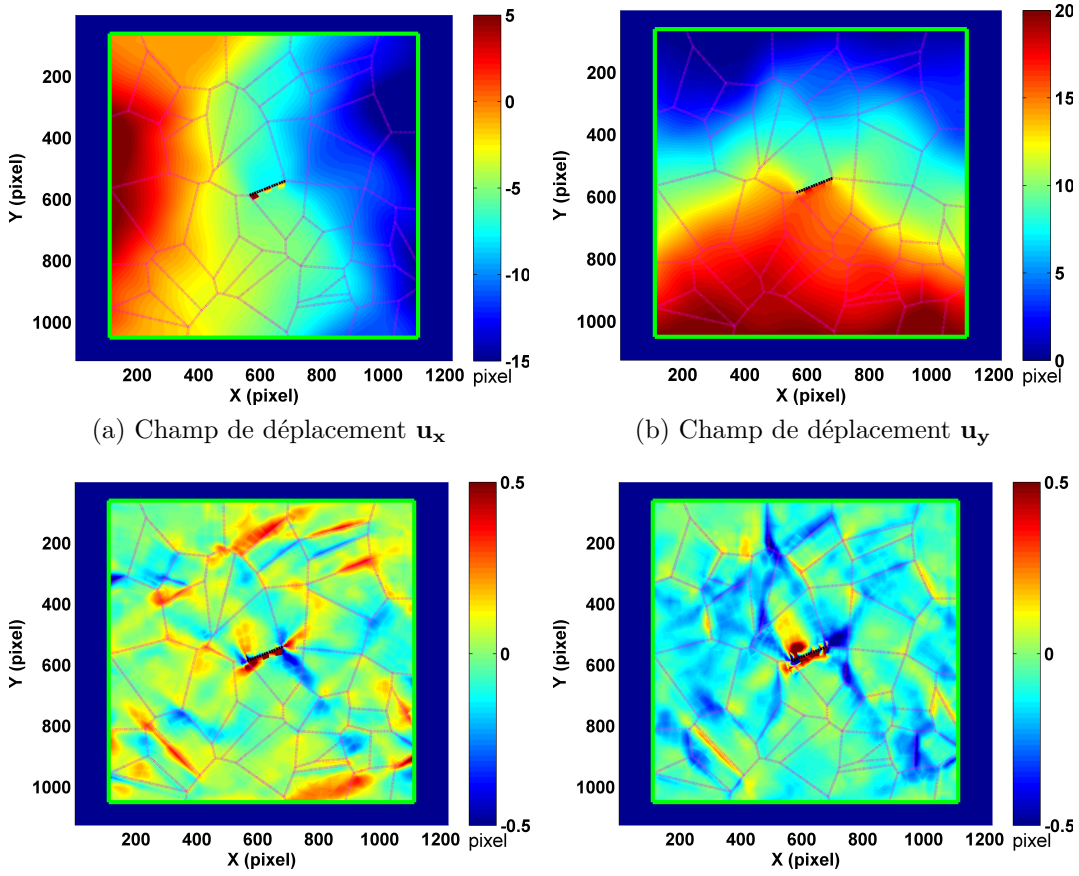
(d) Erreur de mesure sur $\mathbf{u_y}$

FIGURE 4.23 – Traitement Cinématique IV-F (Cas 1) : Champs de déplacements $\mathbf{u_x}$ et $\mathbf{u_y}$ obtenus par CIN-E ainsi que l'erreur de mesure par rapport au champ de déplacements simulé $\mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$ et $\mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$

blement continu sur la fissure alors que cela n'est pas imposé. Ceci provient du fait que la description cinématique est localement trop contrainte au voisinage de la fissure pour permettre son ouverture. Par conséquent, des erreurs de mesure importantes se développent de chaque côté et tout au long de la fissure (voir Figure 4.23c et 4.23d).

En laissant un peu plus de liberté localement au champ cinématique comme dans le Cas 2 (28 degrés de liberté supplémentaires), nous obtenons une description locale de la fissure sensiblement meilleure (voir Figure 4.25c). Les cartographies des erreurs de mesure en déplacement sont données en Figures 4.24c et 4.24d. Elles sont moins importantes que celles obtenues dans le Cas 1 (et ce même assez loin du voisinage immédiat de la fissure). Les erreurs de mesure importantes sont observées sur les cinq éléments situés juste au dessous de la fissure, surtout pour la composante $\mathbf{u_x}$ (voir Figure 4.24a). Ceci s'explique par le fait que l'ouverture de la fissure se traduit par l'apparition d'une bande noire dans l'image (voir Figure 4.8c). Au voisinage de la fissure, la conservation du niveau de gris n'est donc plus assurée, ce que se traduit par des niveaux d'erreur plus importants. Les erreurs de mesure en déplacement, pour le Traitement Cinématique IV-F (Cas 2), sont caractérisées dans le Tableau 4.18, les grandeurs ont été calculées sans tenir compte des éléments situés autour de la fissure.

Les résultats en déformation équivalente, pour le Traitement Cinématique IV-F (Cas 2), sont montrés dans la Figure 4.26c.



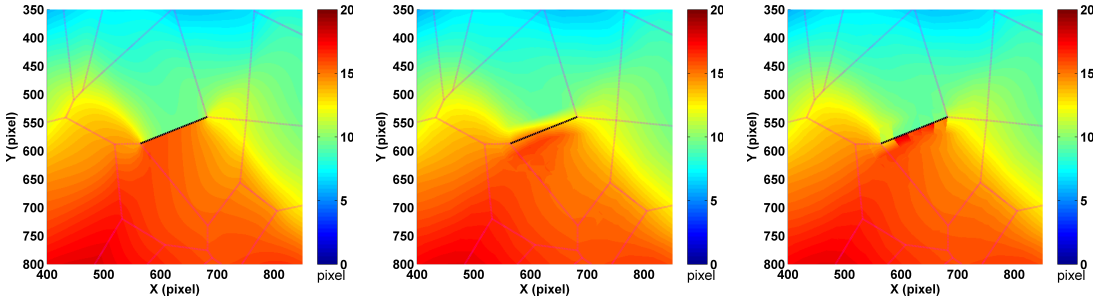
(a) Champ de déplacement $\mathbf{u_x}$

(b) Champ de déplacement $\mathbf{u_y}$

(c) Erreur de mesure sur $\mathbf{u_x}$

(d) Erreur de mesure sur $\mathbf{u_y}$

FIGURE 4.24 – Traitement Cinématique IV-F (Cas 2) : Champs de déplacements $\mathbf{u_x}$ et $\mathbf{u_y}$ obtenus par CIN-E ainsi que l'erreur de mesure par rapport au champ de déplacements simulé $\mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$ et $\mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$



(a) Aster

(b) Traitement Cinématique IV-F (Cas 1)

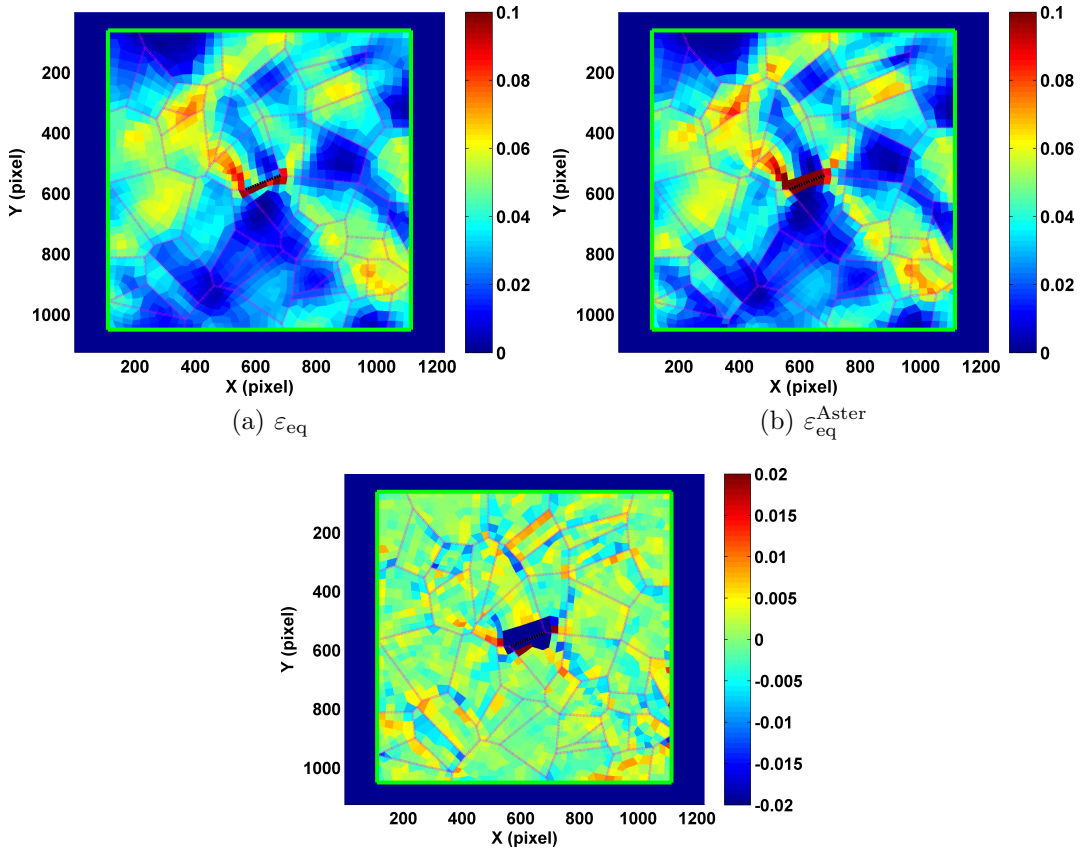
(c) Traitement Cinématique IV-F (Cas 2)

FIGURE 4.25 – Zoom du champ $\mathbf{u_y}$ sur la zone de fissure pour le Cas 1 et Cas 2 du Traitement Cinématique IV-F ainsi que le résultat donné par Aster

L'erreur de mesure sur les déformations est localisée au voisinage de la surface libre associée à la fissure. En effet, la fonction de forme retenue ne permet pas de capter les forts gradients de déformation dans cette zone. Les erreurs de mesure globales sont données dans l'Équation 4.7.

	Moyenne erreur	Écart-type erreur
$\mathbf{u_x} - \mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$	0.01 pixel	0.08 pixel
$\mathbf{u_y} - \mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$	−0.06 pixel	0.09 pixel

TABLEAU 4.18 – Erreur de calcul en déplacement pour le Traitement Cinématique IV-F (Cas 2)



(a) ε_{eq}

(b) $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$

(c) Erreur de mesure sur ε_{eq}

FIGURE 4.26 – Traitement Cinématique IV-F (Cas 2) : Champs de déformation équivalente moyen par élément ε_{eq} et $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$ ainsi que l'erreur de calcul en déformation équivalente

$$\begin{cases} \text{Moyenne}\,(\varepsilon_{\text{eq}} - \varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}) = -6.98 \times 10^{-5} \\ \text{Écart-type}\,(\varepsilon_{\text{eq}} - \varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}) = 0.003 \end{cases} \tag{4.7}$$

Le Tableau 4.19 rappelle les résultats obtenus sur la structure fissurée. Les erreurs sont quantifiées pour les quatre traitements.

Il est important de noter que l'on peut réduire de manière considérable le nombre de *ddl* pour décrire la cinématique tout en maintenant (voir en améliorant légèrement) la qualité de la mesure (le Traitement Cinématique III-F nécessite environ $1/10^{ème}$ des *ddl* utilisés pour le Traitement Cinématique I-F et II-F, et le Traitement Cinématique IV-F (Cas 2) n'utilise qu'un quart des *ddl* par rapport aux deux premiers traitements). Cette diminution du nombre de *ddl* permet, comme on le verra dans la Section 4.5, d'améliorer sensiblement la robustesse au bruit de la méthode.

	Traitement I-F	Traitement II-F	Traitement III-F	Traitement IV-F (Cas 2)
Maillage	Régulier	Microstructural		
Type	$\mathbf{u_N}, \mathbf{u_T}$			
Niveau	exact			aux deux extrémités
Hypothèse	"Intra-élément"		Intragranulaire	Intergranulaire
Nombre de *ddl*	13 120	12 104	1372	3230
Moyenne erreur	$\mathbf{u_x}$: 0.01 pixel $\mathbf{u_y}$: -0.06 pixel ε_{eq} : -5.9×10^{-5}	$\mathbf{u_x}$: 0.01 pixel $\mathbf{u_y}$: -0.06 pixel ε_{eq} : -1.581×10^{-4}	$\mathbf{u_x}$: 0.01 pixel $\mathbf{u_y}$: -0.06 pixel ε_{eq} : 3.327×10^{-4}	$\mathbf{u_x}$: 0.01 pixel $\mathbf{u_y}$: -0.06 pixel ε_{eq} : -6.98×10^{-5}
Écart-Type erreur	$\mathbf{u_x}$: 0.07 pixel $\mathbf{u_y}$: 0.11 pixel ε_{eq} : 0.006	$\mathbf{u_x}$: 0.07 pixel $\mathbf{u_y}$: 0.10 pixel ε_{eq} : 0.006	$\mathbf{u_x}$: 0.09 pixel $\mathbf{u_y}$: 0.13 pixel ε_{eq} : 0.008	$\mathbf{u_x}$: 0.08 pixel $\mathbf{u_y}$: 0.09 pixel ε_{eq} : 0.003

Tableau 4.19 – Confrontation des résultats calculés/simulés pour le spécimen fissuré

Il faut néanmoins souligner que cette amélioration se fait au prix d'un coût de calcul plus important. En effet, les *ddl*, s'ils sont moins importants, sont déterminés de manière couplée, ce qui augmente nécessairement la taille des problèmes à résoudre. A titre d'illustration, le Tableau 4.20 donne les temps CPU associés au seul calcul de corrélation pour les quatre traitements.

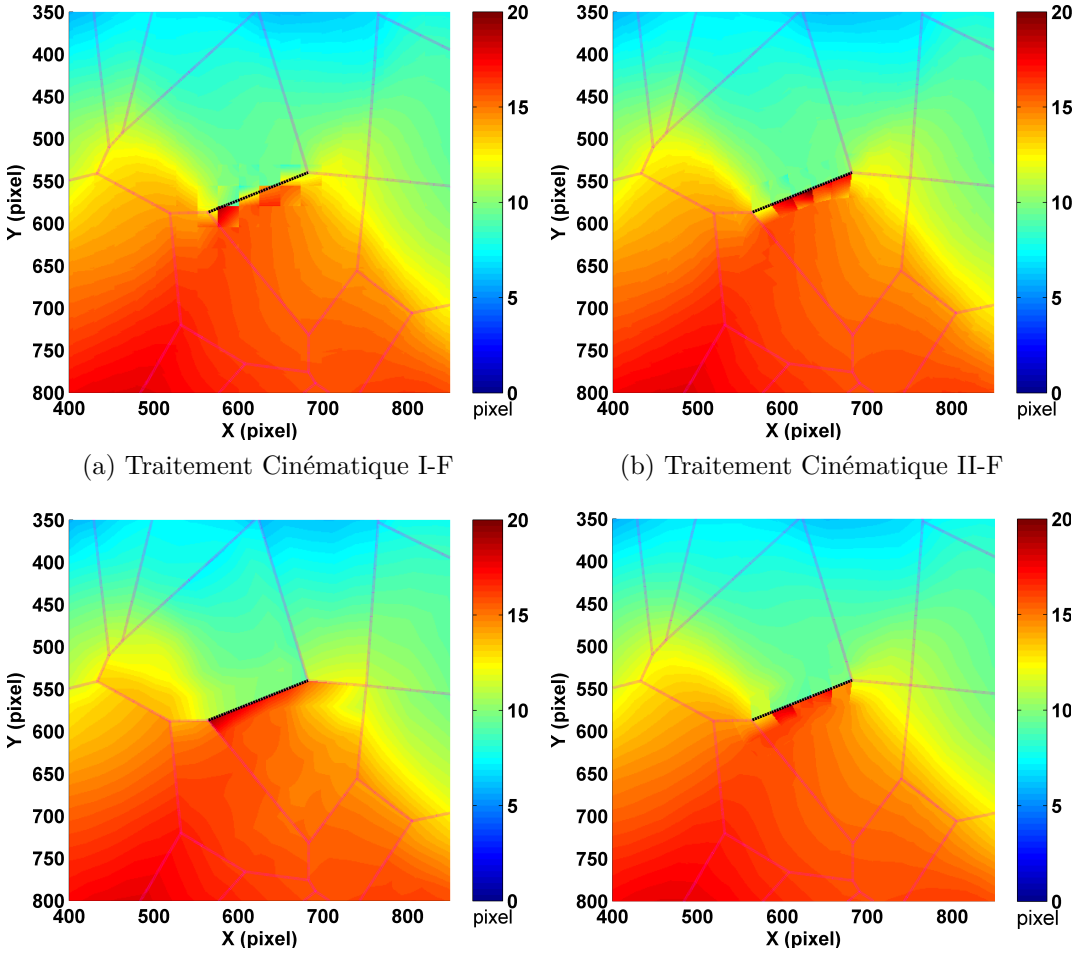
	Taille du problème	Temps de calcul
Traitement I-F	1640 minimisations $\times 8$ paramètres par minimisation	16.6 min
Traitement II-F	1513 minimisations $\times 8$ paramètres par minimisation	19.3 min
Traitement III-F	50 minimisations $\times(1372/50)$ paramètres par minimisation	90 min
Traitement IV-F (Cas 2)	1 minimisation $\times 3230$ paramètres par minimisation	≈ 2000 min

Tableau 4.20 – Temps CPU associés aux quatre traitements

Un des intérêts de la méthode proposée est qu'elle permet d'accéder aux "sauts" entre les différentes frontières, comme on l'a déjà vu dans la Figure 4.25. La Figure 4.27 représente un zoom du champ de déplacement vertical (direction de traction) réalisé autour de la fissure pour les quatre traitements présentés dans cette section.

Comme on peut s'y attendre, le traitement avec le maillage microstructural (Figure 4.27b, 4.27c et 4.27d) nous permet de d'avoir une meilleure description locale de la fissure, ce maillage étant, par construction, compatible avec le développement de fissure intergranulaire.

La prise en compte de contraintes de continuité (Traitement Cinématique III-F et Traitement Cinématique IV-F (Cas 2)) permet de décrire de manière satisfaisante de champs de déplacement en diminuant de manière significative le nombre de *ddl* à prendre en compte.



(a) Traitement Cinématique I-F (b) Traitement Cinématique II-F

(c) Traitement Cinématique III-F (d) Traitement Cinématique IV-F (Cas 2)

FIGURE 4.27 – Zoom sur la zone de fissure par la structure fissurée

4.4 Profil du saut de déplacement

Cette section est dédiée à l'étude de la fissuration. On cherche ici à quantifier l'erreur sur la détermination du saut de déplacement mesuré au niveau de la fissure pour les quatre traitements présentés dans la section précédente. Pour cela, on s'intéresse au profil du saut de déplacement sur la fissure, ainsi que sur l'ensemble des contours associés aux joints de grains (deuxième partie de cette section).

4.4.1 Saut de déplacement sur la fissure

La Figure 4.28 illustre l'évolution de la norme du saut de déplacement le long de la frontière située entre les grains (G_1 et G_2) sur lesquelles se développe la fissure (voir Figure 4.2).

Le profil de la norme du saut de déplacement issu de la simulation (**Aster**) est considéré comme la référence. Les quatre autres courbes sont respectivement tracées en utilisant les résultats donnés par les quatre traitements présentés dans la section précédente :

- "**Aster**" : Solution de référence obtenue par la simulation Éléments Finis (en

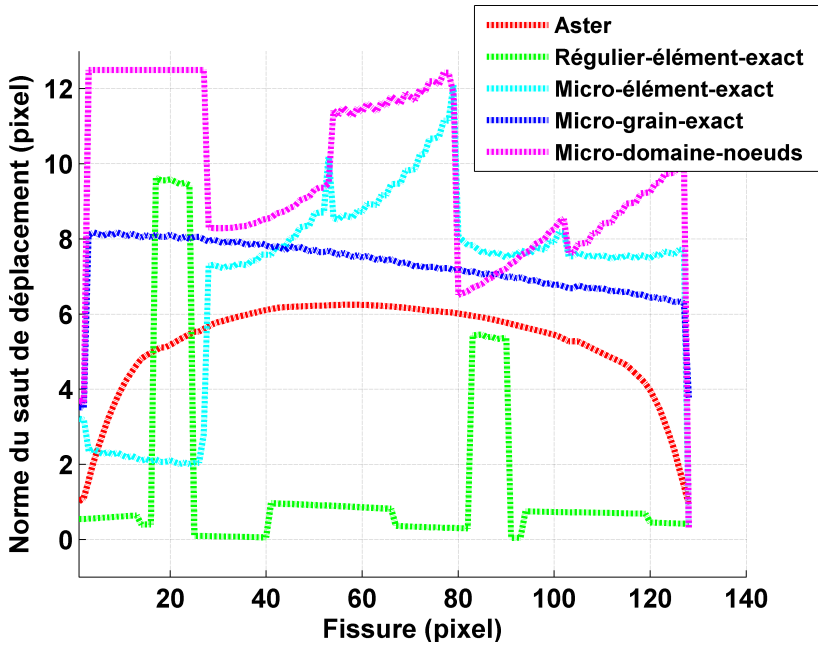


FIGURE 4.28 – Profil de la norme du saut de déplacement sur la fissure pour la structure fissurée

rouge)

- "Régulier-élément-exact" : Traitement Cinématique I-F (en vert)
- "Micro-élément-exact" : Traitement Cinématique II-F (en cyan)
- "Micro-grain-exact" : Traitement Cinématique III-F (en blue)
- "Micro-domaine-noeuds" : Traitement Cinématique IV-F (Cas 2) (en magenta)

Afin de faciliter la lecture, un seuil maximum de la norme du saut est défini comme deux fois le maximum de la norme du saut donné par Aster, soit environ 12.5 pixel. Tous les sauts obtenus, par les différents traitements, qui sont supérieurs à ce seuil sont tronqués à cette valeur dans la Figure 4.28.

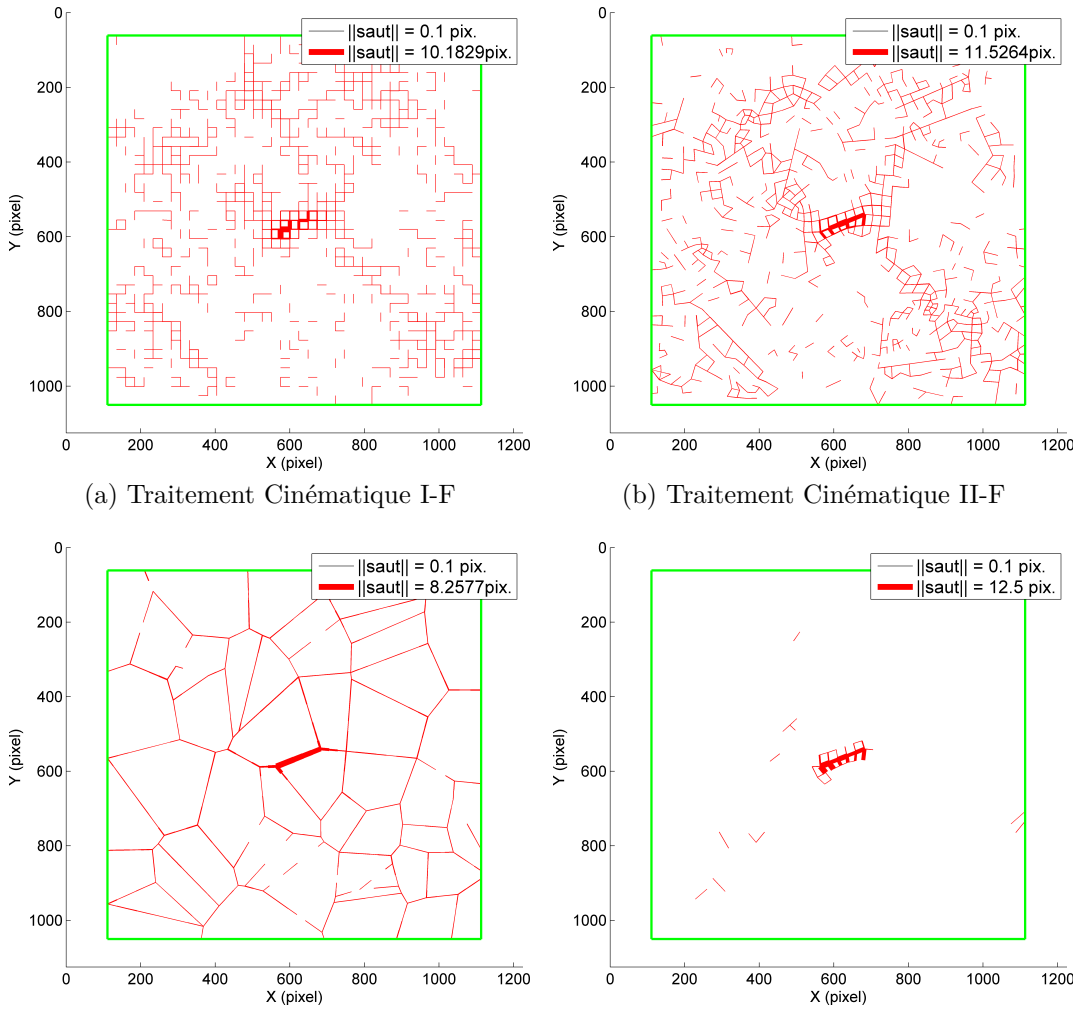
Naturellement, le traitement local avec le maillage régulier (Traitement Cinématique I-F) donne une évolution du saut de déplacement très différente par rapport à la référence, car la fissure traverse les éléments utilisés pour la CIN. En revanche, le traitement local avec le maillage microstructural (Traitement Cinématique II-F) fournit un profil de saut légèrement plus proche de la référence. On constate que ce profil génère toujours des sauts a chaque changement d'élément, car aucune continuité n'est imposée entre les éléments le long de la fissure. Sur un élément, le saut évolue, comme prévu, de manière quadratique. Des résultats similaires sont obtenus pour le dernier traitement (Traitement Cinématique IV-F (Cas 2)), car aucune condition de continuité n'a été localement imposée dans le voisinage de la fissure, ni sur la fissure elle même (voir Figure 4.22b).

Avec l'hypothèse de continuité intragranulaire (Traitement Cinématique III-F), nous obtenons un profil de saut strictement continu comme attendu, mais la tendance est légèrement au dessus de la courbe de référence. Cette surestimation provient très probablement de la forte contrainte imposée au problème.

4.4.2 Investigation de la fissure

On vient de présenter l'évolution de la norme du saut de déplacement sur la fissure. De la même manière, nous allons maintenant nous intéresser au saut de déplacement sur toutes les frontières.

Les Traitement Cinématique I-F, II-F et IV-F autorisent, *a priori*, des discontinuités entre éléments, et le Traitement Cinématique III-F autorise des discontinuités entre grains. La Figure 4.30 illustre les distributions de sauts associées à ces quatre différents traitements.



(a) Traitement Cinématique I-F (b) Traitement Cinématique II-F

(c) Traitement Cinématique III-F (d) Traitement Cinématique IV-F (Cas 2)

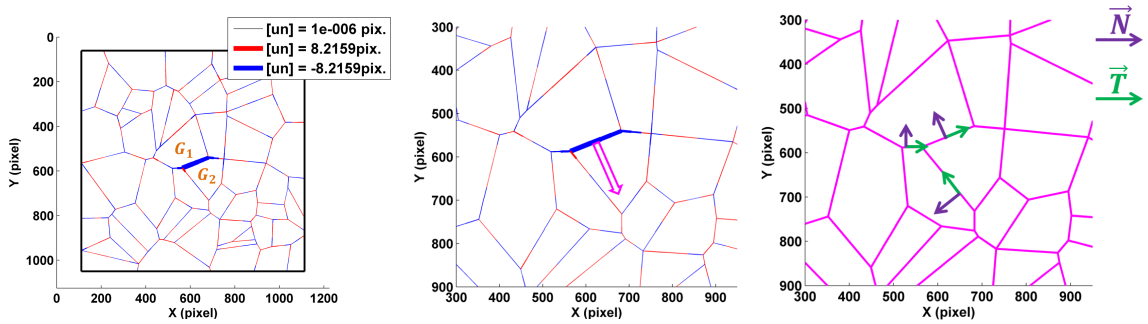
FIGURE 4.29 – Localisation de la norme du saut de déplacement pour les quatre différentes traitements

Dans cette figure, l'épaisseur du trait représente la norme du saut de déplacement (||saut||) sur la frontière correspondante (comme le saut évolue le long de la frontière, on choisit de représenter le saut maximum).

On choisit de ne pas représenter les frontières sur lesquelles les sauts de déplacements sont inférieurs à 10^{-1} pixel. Comme dans la section précédente, tous les sauts qui sont supérieurs à deux fois le saut maximum donné par Aster (environ 12.5 pixel) seront tronqués à cette valeur.

La zone de fissuration intergranulaire imposée entre les grains G_1 et G_2 (voir Figure 4.2) est bien localisée pour tous les quatre traitements. Néanmoins, des sauts sont observés aux frontières de certains éléments pour le Traitement Cinématique I-F, II-F et IV-F (Cas 2). Une meilleure description de la fissure est obtenue pour le Traitement Cinématique II-F et IV-F (Cas 2) par rapport au Traitement Cinématique I-F. Les deux traitements "locaux" donnent un nombre de "sauts" important. Ces sauts sont principalement situés dans les zones de localisation de la déformation. Le Traitement Cinématique IV-F génère lui aussi des sauts en dehors de la zone de fissuration car la continuité n'a été imposée qu'aux deux extrémités de chaque frontière, ce qui laisse la possibilité à un saut de se développer. Le Traitement Cinématique III-F permet de localiser nettement la fissure et d'estimer son ouverture. Comme il est attendu, aucun saut n'est observé à l'intérieur des grains. Certains contours de grains voient des sauts inférieurs au seuil d'affichage et disparaissent de la représentation.

Naturellement, il est possible d'accéder aux sauts de déplacement dans les directions Normale et Tangentielle. Nous allons maintenant détailler un peu plus les résultats du Traitement III-F (voir Figure 4.30).



(a) Saut de déplacement Normal (b) Saut de déplacement Normal dans la zone fissurée (c) Repères locaux

FIGURE 4.30 – Investigation du saut de déplacement obtenu par le Traitement Cinématique III-F

Dans la Figure 4.30a, un saut de déplacement dans la direction Normale de la frontière est clairement identifié. L'épaisseur du trait représente toujours l'amplitude de saut identifié. Le code de couleur est le suivant : le bleu représente un saut de déplacement négatif et le rouge un saut positif. En effet, afin de calculer le saut de déplacement, que ce soit en Normal ou en Tangentiel, un repère local a été affecté pour chaque frontière. Les repères locaux sont présentés dans la Figure 4.30c pour les frontières situées dans la zone de fissuration.

Dans le repère local, le saut de déplacement entre les grains G_1 et G_2 est négatif dans la direction Normale. Il représente explicitement une ouverture de fissure (voir la flèche dans la Figure 4.30b), car le saut normal est négatif dans la direction $\vec{N}$, ce qui est bien conforme au chargement imposé (dans la direction $\vec{Y}$). Sur les autres frontières, l'amplitude du saut maximum reste faible et le signe du saut change souvent sur une même frontière, ce qui est cohérent avec une continuité totale du champ de déplacement sur ces frontières (bruit de mesure).

Dans cette section, une validation numérique menée sur la structure fissurée et non-fissurée nous a permis de montrer la capacité de la méthode proposée à capter des champs cinématiques fortement hétérogènes et même éventuellement discontinus.

Dans ce qui suit, nous allons étudier la robustesse de la méthode par rapport au bruit.

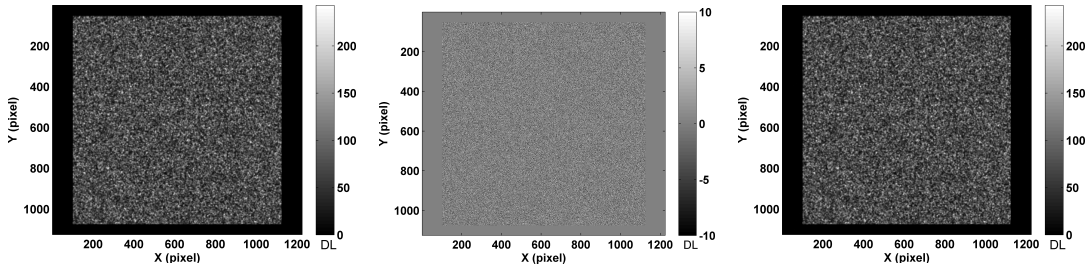
4.5 Sensibilité de la méthode au bruit cinématique

4.5.1 Introduction du bruit

Cette étude a été réalisée dans le but de vérifier la robustesse de la méthode de traitement par rapport au "bruit d'image". On considère ici que le bruit d'image correspond à un bruit blanc Gaussien de moyenne nulle et d'écart-type η, dont la densité de probabilité s'écrit :

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\eta}}\, e^{-\left(\frac{x^2}{2\eta^2}\right)} \tag{4.8}$$

Nous considérons cinq niveaux d'écart-type différents ($\eta = 1, 2, 3, 4, 5$ en niveaux de gris), pour une dynamique de 256 niveaux de gris. Une "matrice de bruit" d'un écart-type donné est ainsi ajoutée à chaque image de synthèse pour obtenir les images bruitées. La Figure 4.31 représente le bruit d'image le plus important introduit dans les images.



(a) Image sans bruit (b) Matrice de bruit ($\eta = 5$) (c) Image de synthèse bruitée

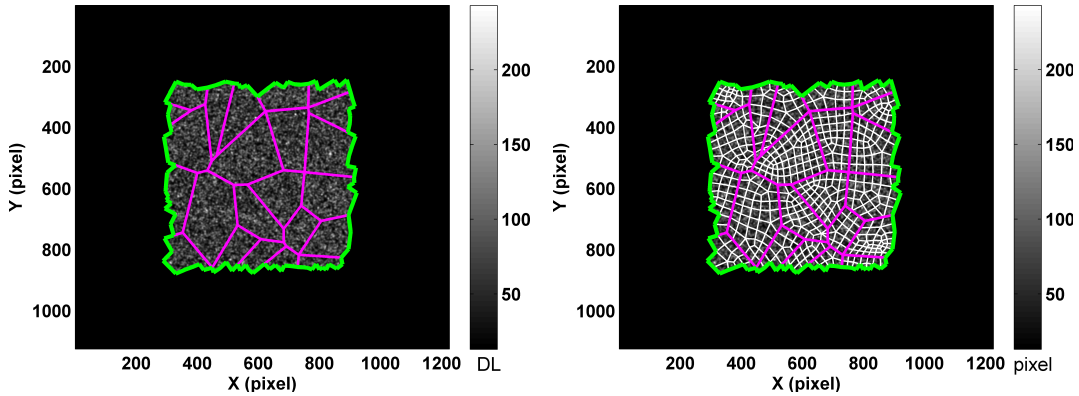
FIGURE 4.31 – Processus d'introduction du bruit dans l'image : $(a) + (b) = (c)$

Les images bruitées à différents niveaux seront traitées en utilisant la méthode CIN-E. En comparant les résultats obtenus par le traitement d'image avec les résultats fournis par la simulation par Élément Finis, nous allons analyser la robustesse de notre méthode en fonction du niveau de bruit ajouté.

4.5.2 Erreur de traitement en fonction du bruit

Pour simplifier l'interprétation, on commence par présenter des résultats obtenus sur des images déformées de façon homogène, puis on s'intéressera aux champs de déformation hétérogènes obtenus sur l'échantillon non fissuré (images de synthèse utilisées dans la Section 4.2).

La robustesse des différents types de traitement est étudiée en utilisant le maillage microstructural. Pour limiter les temps de calcul, nous avons restreint, dans un premier temps, l'étude à une zone d'environ 600 pixels de côté située au centre de l'image correspondant à 23 grains et 558 éléments du maillage "microstructural" (voir Figure 4.32). On considère que ce nombre d'éléments est suffisant pour un étude statistique.



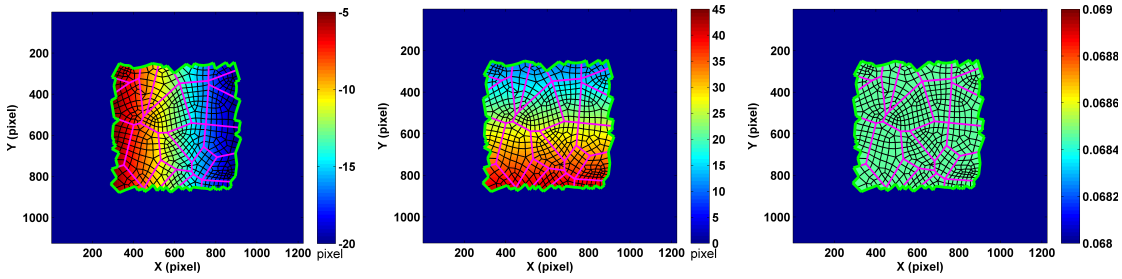
(a) Image de référence (b) Maillage microstructural

FIGURE 4.32 – Image de référence ainsi que le maillage microstructural

Comme le bruit introduit dans les images possède une moyenne nulle, on présentera seulement l'évolution de l'écart-type de l'erreur sur les déplacements et la déformation équivalente en fonction des niveaux de bruit introduits. Dans tous les cas, nous avons vérifié que les niveaux d'erreur moyenne étaient peu affectés par la présence du bruit.

Image réduite avec déformation homogène

Nous avons imposé dans un premier temps des champs cinématiques homogènes afin de tester l'influence du bruit sur les traitements. Les champs cinématiques introduits entre l'image initiale et l'image finale sont reportés dans la Figure 4.33.



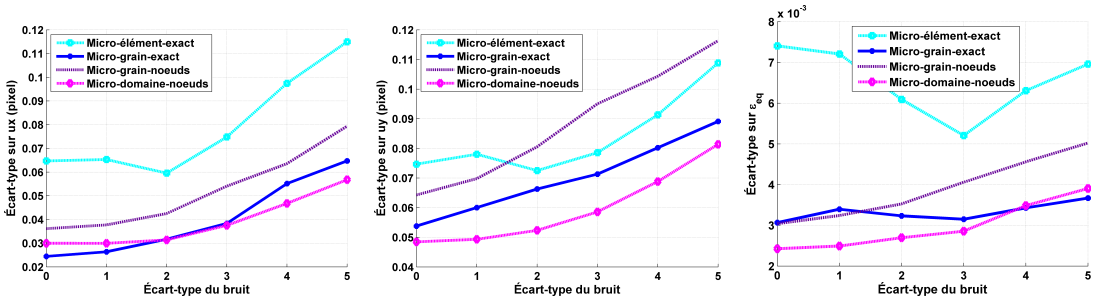
(a) Champ de déplacement $\mathbf{u_x}$ (b) Champ de déplacement $\mathbf{u_y}$ (c) Champ de déformation équivalente ε_{eq}

FIGURE 4.33 – Champs cinématiques homogènes imposés pour l'étude de déformation homogène sur l'image réduite

Cinq niveaux de bruit blanc Gaussien de moyenne nulle sont introduits dans ces images. L'influence du bruit sur les résultats des différents traitements est montrée dans la Figure 4.34.

Les paramètres du traitement sont les suivants :

- Micro-élément-exact : continuité exacte en déplacement $(\mathbf{u_N}, \mathbf{u_T})$ dans chaque élément (4464 *ddl*)
- Micro-grain-exact : continuité exacte en déplacement $(\mathbf{u_N}, \mathbf{u_T})$ dans chaque grain (572 *ddl*)



(a) Écart-type sur $\mathbf{u_x}$ (b) Écart-type sur $\mathbf{u_y}$ (c) Écart-type sur ε_{eq}

FIGURE 4.34 – Évolution de l'Écart-type de l'erreur en fonction des niveaux de bruit introduits

- Micro-grain-noeuds : continuité aux nœuds en déplacement $(\mathbf{u_N}, \mathbf{u_T})$ dans chaque grain (1642 *ddl*)
- Micro-domaine-noeuds : continuité aux nœuds en déplacement $(\mathbf{u_N}, \mathbf{u_T})$ sur l'ensemble de la Zone d'Étude (1238 *ddl*)

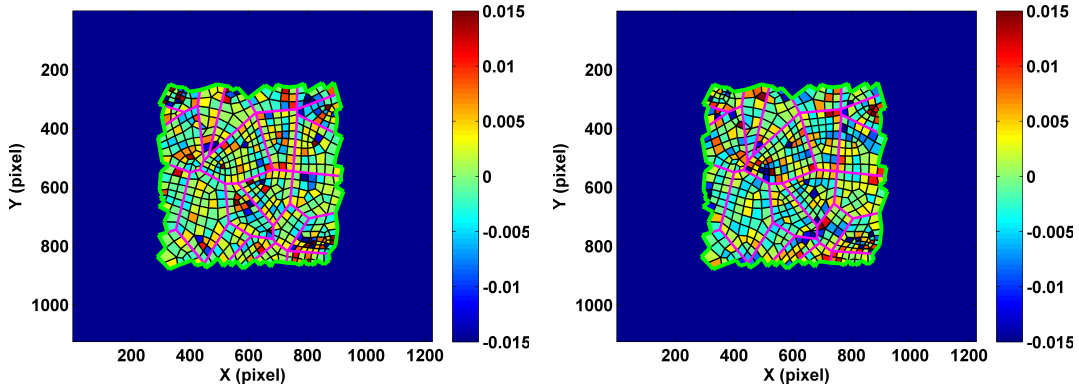
Pour cette étude, en modifiant la manière d'imposer la continuité, nous avons introduit un nouveau traitement (Micro-grain-noeuds) afin de laisser plus de libertés par rapport au traitement Micro-grain-exact.

Par construction, la déformation homogène est bien adaptée aux fonctions de formes bilinéaires choisies, ce qui permet d'annuler ici toute erreur de "modèle". Par conséquent, on constate le faible niveau des erreurs de fonction de forme pour tous les traitements dans les figures de la Figure 4.34. Naturellement, le traitement Micro-élément-exact donne le plus important niveau d'erreur à bruit nul.

Les erreurs de mesure sur la déformation équivalente obtenues avec le traitement Micro-élément-exact ne semblent pas influencées par l'augmentation des niveaux de bruit introduits. Ceci peut s'explique par le fait que, l'erreur de traitement obtenue à bruit nul pour cette faible taille d'élément (maille de 25 pixels de côté environ) utilisée pour capturer fort niveau de déformation est très importante. Elle est d'un ordre de grandeur supérieur à l'erreur aléatoire associée au bruit d'image, quelque soit le niveau de bruit ajouté ici (voir Figure 4.34c). La Figure 4.35 montre que l'erreur de mesure sur la déformation n'est que très faiblement affectée par la présence du bruit d'image dans ce cas.

Par contre les niveaux d'erreurs atteints pour les autres traitements sont nettement inférieurs à bruit nul (voir Figure 4.34). Le traitement Micro-domaine-noeuds, impose la continuité sur l'ensemble du domaine, pour un nombre de 1238 degré de liberté. Il donne le niveau d'erreur le plus faible (voir Figure 4.33c).

Les deux derniers traitements Micro-grain-exact et Micro-grain-noeuds imposent des restrictions à l'intérieur de chacun des grains (donc sur une surface plus faible que pour le traitement précédent). Ces deux derniers traitements sont associés à un nombre de degrés de liberté de 572 et 1642. On remarque que le niveau d'erreur pour ces deux traitements est sensiblement égal à bruit nul. Le traitement associé au plus faible nombre de *ddl* (Micro-grain-exact) est le moins sensible à l'augmentation du bruit, et les deux traitements (Micro-domaine-noeuds et Micro-grain-noeuds) associés à un nombre de *ddl* similaires présentent une même sensibilité au bruit d'image.



(a) Erreur de mesure sur la déformation équivalente (bruit = 0)

(b) Erreur de mesure sur la déformation équivalente (bruit = 5)

FIGURE 4.35 – Erreur de mesure sur la déformation équivalente pour le traitement Micro-élément-exact aux niveaux de bruit 0 et 5

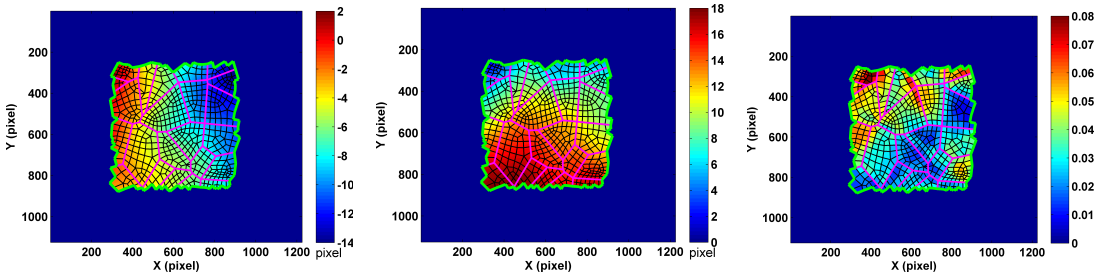
En conclusion, on observe que, pour ces champs de déformation homogènes (compatibles avec les fonctions de forme linéaires), les niveaux d'erreur dépendent de deux facteurs : la taille du domaine utilisé pour la corrélation et le nombre de degrés de liberté utilisés pour rendre compte du champ de déplacement.

Image réduite avec déformation hétérogène

En conservant la même microstructure (voir Figure 4.32), nous allons maintenant nous intéresser à l'étude d'une déformation hétérogène.

Afin d'éliminer les erreurs supplémentaires engendrées par l'introduction de la fissure, cette étude est réalisée sur la structure non fissurée (voir Section 4.3.2) pour finalement se focaliser seulement sur les erreurs associées à chacune des méthodes de traitement.

Entre l'image initiale et l'image finale, les champs cinématiques hétérogènes imposés ($\mathbf{u_x}$ et $\mathbf{u_y}$) sont reportés dans les Figures 4.36a et 4.36b, le champ de déformation équivalente imposé est aussi présenté dans la Figure 4.36c.



(a) Champ de déplacement $\mathbf{u_x}$

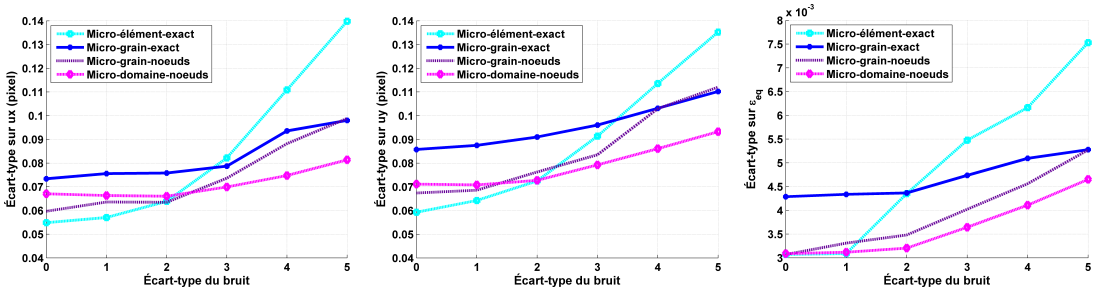
(b) Champ de déplacement $\mathbf{u_y}$

(c) Champ de déformation équivalente ε_{eq}

FIGURE 4.36 – Champs cinématiques imposés pour l'étude de déformation hétérogène sur l'image réduite

Comme dans l'étude précédente, cinq niveaux de bruit blanc Gaussien (de moyenne nulle) sont introduits dans ces images. La robustesse au bruit de ces quatre traitements

différents sont présentée dans la Figure 4.37.



(a) Écart-type sur $\mathbf{u_x}$ (b) Écart-type sur $\mathbf{u_y}$ (c) Écart-type sur ε_{eq}

FIGURE 4.37 – Évolution de l'Écart-type de l'erreur en fonction des niveaux de bruit introduits

Le traitement Micro-grain-exact est le plus robuste au bruit, parmi les quatre traitements, mais il est associé à l'erreur la plus importante, du fait de son faible nombre de degrés de liberté (= 572) ce qui le rend le moins apte à capter la déformation hétérogène. Les traitements Micro-domaine-noeuds et Micro-grain-exact introduisent des niveaux de "localité" de la mesure similaire, avec un nombre de degrés de liberté plus important (= 1642) pour le traitement Micro-domaine-noeuds, ce qui se traduit par ces deux traitements donnent un niveau d'erreur similaire pour un niveau de bruit égal à 5. Par contre, l'erreur va augmenter plus rapidement en fonction du bruit que pour le traitement Micro-grain-exact.

Pour une déformation présentant telle hétérogénéité, le traitement local (Micro-élément-exact) et le traitement Micro-domaine-noeuds donnent tous les deux une bonne description cinématique à bruit nul (nombres de *ddl* importants). En revanche, on observe une dégradation rapide de la performance pour le traitement Micro-élément-exact associé à un nombre de degré de liberté de 4464. La méthode Micro-domaine-noeuds montre une meilleure robustesse au bruit car elle introduit un nombre plus faible de *ddl*.

Ce chapitre est dédié à la validation de la méthode de corrélation développée : CIN-E. Cette validation a nécessité la génération d'images de synthèse correspondant à un champ de déformation parfaitement connu. Ces images sont introduites dans la procédure de corrélation présentée dans la Section 3.2.

La méthode CIN-E a été validée sur une structure hétérogène et sur une structure hétérogène fissurée. Plus particulièrement, nous avons pu montrer la possibilité de localiser et de quantifier une fissure qui apparaît au cours de l'essai, au travers des sauts de déplacement sur les frontières.

La robustesse de la méthode a été également validée sur les images qui ont été bruitées par un bruit blanc Gaussien. Des champs cinématiques homogènes ont été imposées sur l'image pour afin de quantifier l'influence des bruits, en l'absence d'erreur de "modèle" liée à l'utilisation d'une fonction de forme inadaptée à la cinématique réelle. Ensuite, l'erreur a été estimée sur les champs hétérogènes.

Après la validation numérique de la partie cinématique de la méthode proposée, la validation de la partie thermique fait l'objectif du chapitre suivant.

Chapitre 5

Validation numérique thermique : application à la plasticité cristalline

Ce chapitre est dédié à la validation numérique du traitement des images thermiques. On choisit de valider la méthode TIR-E sur des champs thermiques hétérogènes qui sont associés à un agrégat polycristallin d'aluminium.

Dans cette étude, on utilise des images thermiques de synthèse associées à des champs de sources de chaleur complètement connus. Nous allons présenter dans un premier temps la procédure de génération des champs thermiques issus de sources hétérogènes compatibles avec la microstructure introduite dans l'exemple numérique présenté dans la section précédente. L'idée est ici de calculer des champs thermiques sur une microstructure qui soit "compatible" avec les mesures thermiques expérimentales. Ces champs seront considérés comme champs de référence pour la confrontation des résultats.

Dans la deuxième section, la procédure de génération d'images thermiques sera présentée. Pour un champ de sources de chaleur donné, nous réalisons une simulation numérique thermique avec le logiciel «Comsol Multiphysics» pour en déduire les champs thermiques. Les cartes de température ainsi obtenues simulent l'acquisition expérimentale d'une série d'images par une caméra IR.

Expérimentalement, une caméra IR fournit des champs de luminance numérisés en niveaux informatiques (NI), ces derniers étant transformés en champs de température par l'opération d'étalonnage. Cette procédure d'étalonnage a déjà été validée [Honorat et al.*, 2005]. C'est pourquoi nous avons choisi d'utiliser directement les champs de température issus de la simulation (éventuellement bruités) pour cette validation.*

Ces images "virtuelles" de température sont traitées comme des données expérimentales par la méthode TIR-E et les résultats des traitements sont confrontés aux champs imposés (sources et température) pour caractériser l'erreur de traitement.

5.1 Génération des champs de source de chaleur

Dans cette section, nous nous concentrons sur la génération des champs de source de chaleur.

Afin de générer des champs hétérogènes qui soient compatibles avec ceux obtenus lors de la déformation d'un polycristal d'aluminium, nous avons choisi de définir le

champ des sources de chaleur local comme une fonction du champ de vitesse de déformation équivalente local obtenu par la simulation en plasticité cristalline présentée dans la section précédente.

On définit la source de chaleur (ici supposée entièrement dissipative) de la façon suivante :

$$w'_{ch} = \Lambda \, \dot{\varepsilon}_{\mathrm{eq}} \tag{5.1}$$

où, $\dot{\varepsilon}_{\mathrm{eq}}$ est la vitesse de déformation équivalente et Λ une constante donnée.

Ainsi, on obtient des champs des sources de chaleur qui sont "compatibles" avec la microstructure étudiée et les hétérogénéités des champs mécaniques à l'échelle des grains, sans toutefois respecter le bilan d'énergie du matériau réel.

La simulation par Élément Finis avec une loi de comportement de Méric-Cailletaud a été présentée dans la Section 4.1. Dans cette section, nous nous concentrons sur le cas de la structure non-fissurée.

Durant la simulation cinématique, le chargement mécanique a été divisé régulièrement en 10 pas de chargement. Entre ces instants, les champs cinématiques ont été interpolés linéairement. En effet, les pas de temps thermiques sont 100 fois inférieurs aux pas de temps cinématiques utilisés, cela qui revient à considérer que la fréquence d'acquisition thermique vaut 100 Hz pour un essai de 10 s.

5.2 Simulation thermique

L'objectif de cette section est de créer le champ de température à partir du champ de sources de chaleur. Dans cette simulation thermique, la même microstructure que celle introduite dans la simulation cinématique a été utilisée (Figure 4.1a).

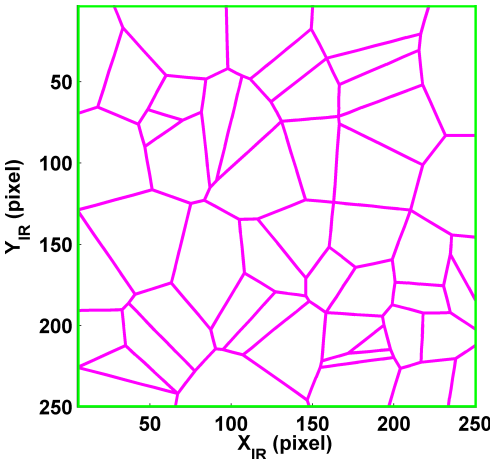
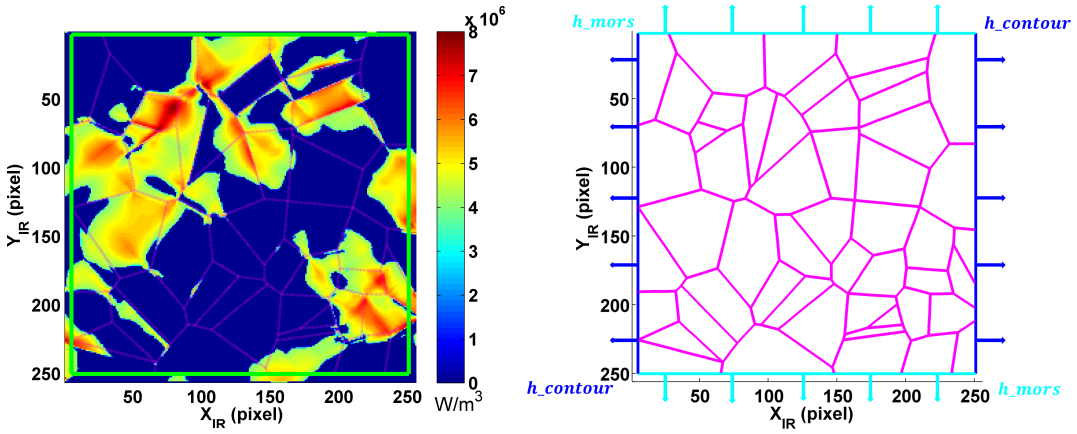


FIGURE 5.1 – Microstructure de l'agrégat polycristallin dans le repère d'IR pour la simulation thermique

Les champs générés numériquement sont échantillonnés sur une grille de 256 pixel × 256 pixel, qui correspond à celle d'un capteur infrarouge "standard". Le facteur d'échelle vaut ici 79 µm/pixel. On respecte ainsi la différence de résolution spatiale entre les caméras visibles et les caméras infrarouges.

Dans la Figure 5.2a, on représente le champ de sources de chaleur associé au neuvième pas de chargement sur 10. Une Zone d'étude (ZE) de 250 pixel × 250 pixel

a été définie en vert au centre de l'image. C'est sur cette zone que seront déterminées les sources de chaleur.



(a) Champ de sources de chaleur local théorique

(b) Conditions aux limites

FIGURE 5.2 – Champ de sources de chaleur théorique et conditions aux limites pour la simulation thermique

Un calcul exclusivement thermique a été réalisé en supposant que les propriétés thermiques sont spatialement homogènes (voir Tableau 5.1), et que la conduction est isotrope.

ρ (kg/m^3)	C (J/kg/K)	k (W/m/K)	T_0^{ref} (K)
2700	950	260	300

TABLEAU 5.1 – Tableau des paramètres thermodynamiques matériels

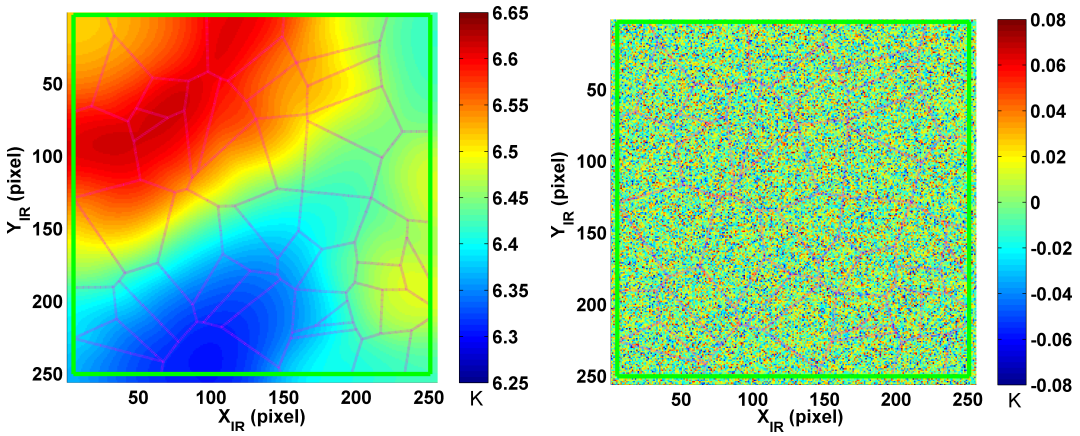
Les conditions aux limites pour la simulation thermique sont reportées dans la Figure 5.2b. Il s'agit d'échanges par convection sur les bords de gauche et de droite (h_{coutour} en bleu) et sur les bords supérieur et inférieur (h_{mors} en cyan). On considère en effet que les échanges entre l'échantillon et les mors sont plus importants que ceux qui existent entre l'échantillon et l'environnement comme cela est observé expérimentalement. Les pertes de chaleur par convection sont également prises en compte pour la surface du spécimen (h_{surface}), comme indiqué dans le Tableau 5.2.

$h_{contour}$ (W/m^2/K)	h_{mors} (W/m^2/K)	$h_{surface}$ (W/m^2/K)
25	100	25

TABLEAU 5.2 – Tableau des coefficients de transfert de chaleur

La température initiale est supposée être homogène sur toute la surface de l'échantillon. Nous avons également supposé que le transfert de chaleur entre deux grains adjacents est parfait (absence de résistance thermique). On a donc une continuité parfaite de la température et du flux de chaleur entre chaque grain. Pour simuler l'acquisition des images thermiques par une caméra infrarouge, le champ de température

a été échantillonné : dans le temps à une fréquence de 100 Hz sur une grille régulière de 256 pixel × 256 pixel. L'échantillonnage est réalisé avec une période de 0.01 s et en utilisant les fonctions de formes de la température (éléments quadratiques), le pas de temps de calcul ayant été fixé à 0.02 s. La durée physique de la simulation thermique est de 10 s, ce qui est conforme aux conditions d'essai réel. La 900ème image de température sur 1000 fournie par la simulation thermique a été reportée dans la Figure 5.3a.



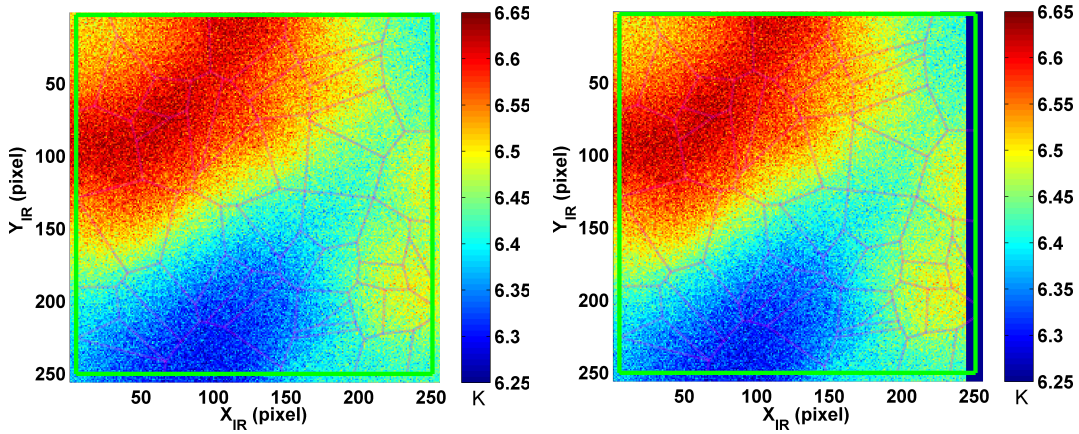
(a) Champ de température théorique $\mathbf{T}_{\text{th}}$ (b) Champ du bruit blanc Gaussien

FIGURE 5.3 – Champ de température obtenu par la simulation et champ du bruit blanc Gaussien pour le bruitage de la carte de température

Le bruit thermique est supposé être un bruit blanc Gaussien ayant un écart-type de 0.025 K. Ce bruit possède des caractéristiques similaires à celles rencontrées dans nos mesures thermiques. La Figure 5.3b représente une carte de bruit thermique typique rajoutée aux images thermiques issues de la simulation Éléments Finis.

Dans cette étude numérique, la géométrie de l'échantillon est maintenue constante tout au long de la simulation. Les champs de température sont ainsi obtenus dans la configuration initiale sans tenir compte du mouvement des points matériels (images "Lagrangiennes"). La 900ème carte de température est représentée, après rajout du "bruit caméra", dans la configuration initiale (Figure 5.4a) et dans la configuration "déformée" (Figure 5.4b). Les images de température "Eulériennes" sont obtenues par interpolation des images de température "Lagrangiennes" sur la grille du capteur IR déformée par la transformation cinématique issue du calcul Éléments Finis de plasticité cristalline. Sur la Figure 5.4b, la 900ème image de température a été représentée dans sa configuration Eulérienne après rajout du bruit d'image.

Nous sommes ainsi en mesure de générer les images de synthèse thermiques pour valider et éprouver la procédure de traitement des données par la méthode TIR-E. Naturellement, les erreurs de mesure sur le champ de déplacement engendrent des incertitudes supplémentaires dans l'estimation des sources de chaleur. L'erreur de mesure sur le champ cinématique a déjà fait l'objet d'une étude dans la Section 4.3. Dans cette section, afin de se concentrer essentiellement sur les aspects thermiques du traitement des données, nous allons utiliser exclusivement des images de température Lagrangiennes, ce qui revient à supposer que le champ de déplacement est parfaitement connu sur la surface de l'échantillon.



(a) Image de température Lagrangienne théorique et bruitée $\mathbf{T}_{\text{th-B}}$

(b) Image de température Eulérienne théorique et bruitée

FIGURE 5.4 – Génération des images de température Lagrangienne et Eulérienne pour le traitement TIR-E

5.3 Résultat du traitement par la méthode TIR-E

Dans cette section, nous allons présenter les résultats obtenus par le traitement d'images de température Lagrangienne en utilisant la méthode TIR-E. Parmi l'ensemble des possibilités offertes par la méthode de traitement proposée, nous allons présenter les résultats des quelques combinaisons caractéristiques des paramètres de traitement. Pour chaque combinaison, les résultats du traitement d'image sont mis en confrontation avec les champs thermiques imposés afin de caractériser l'erreur de traitement.

5.3.1 Maillage de calcul & Fonction de forme

La microstructure utilisée pour les simulations cinématiques (Figure 4.1a) et thermiques (Figure 5.1) a aussi été utilisée pour le dépouillement thermique. En revanche, en tenant compte de la plus faible résolution spatiale des caméras IR par rapport aux images visibles, un maillage microstructural plus grossier a été utilisé pour le dépouillement thermique. Le maillage microstructural est reporté dans la Figure 5.5. Les caractéristiques de ce maillage microstructural sont données dans le Tableau 5.3 .

	Maillage microstructural
Nombre de grains	50
Nombre d'éléments	699
Fonction de forme	$\mathbf{T}(X_{IR}, Y_{IR}, t_{IR}, p_T) = \sum_{k=0}^{dk_T} \sum_{l=0}^{dl_T} \sum_{m=0}^{dm_T} c_{klm}\, X_{IR}^k\, Y_{IR}^l\, t_{IR}^m$

TABLEAU 5.3 – Caractéristiques du maillage thermique

Comme on peut le remarquer dans le Tableau 5.3, la fonction de forme thermique utilisée est polynomiale en espace et en temps.

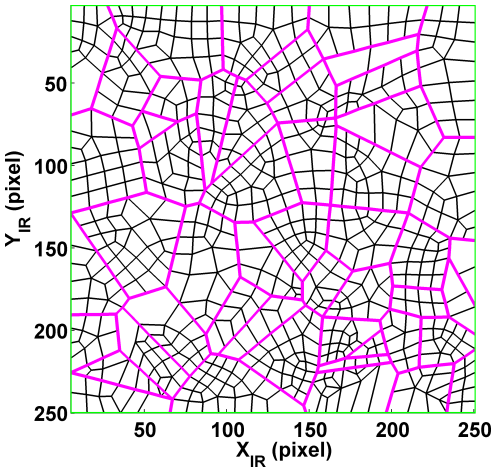


FIGURE 5.5 – Maillage de calcul pour le traitement d'image de température

5.3.2 Résultat de la simulation : champ de sources de chaleur

On choisit de comparer les champs de sources de chaleur moyennés par grain pour rendre compte des différences de réponses entre les différents grains de l'agrégat polycristallin. Sachant que si l'on veut étudier les distributions de sources encore plus localement, par exemple à l'intérieur de chaque grain, il est tout à fait possible de faire la comparaison au niveau des éléments.

La figure 5.6 représente le champ des sources de chaleur correspondant au 9ième pas de chargement (Figure 5.2a) moyennés par grain :

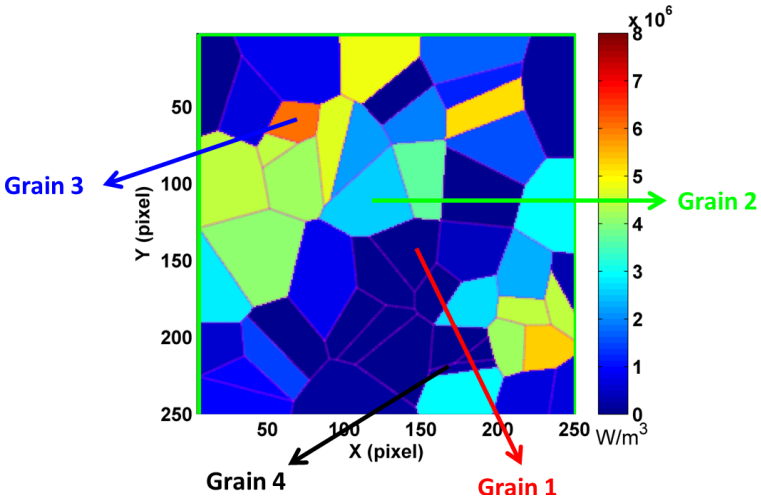


FIGURE 5.6 – Champ des sources de chaleur théorique moyenné par grain $w'_{ch(\text{th})}$

Le champ de température obtenu par le traitement d'image thermique est, quant à lui, comparé avec le champ de température obtenu par la simulation thermique. Dans la suite de cette section, nous allons présenter les résultats obtenus. La confrontation sera faite sur les distributions spatiales et sur les évolutions temporelles des erreurs.

Concernant les évolutions temporelles de l'erreur, nous avons choisi trois grains parmi l'ensemble des 50 grains dans la zone d'étude. Comme il était mentionné dans l'équation 5.1, les sources de chaleur sont directement proportionnelles à la vitesse de déformation équivalente, par conséquent, le Grain 3 a été choisi car il correspond à

celui où la vitesse de déformation équivalente est la plus importante. Le Grain 1 a été choisi car la vitesse de déformation équivalente est minimale. Le Grain 2 a enfin été choisi car il correspond à un comportement intermédiaire.

5.3.3 Résultats du traitement d'image

On présente ici les résultats de traitement d'image en utilisant trois jeux de paramètres différents.

***Traitement Thermique* I :**

Le premier traitement a été réalisé avec une fonction de forme biquadratique en espace ($dk_T = dl_T = 2$) et linéaire en temps ($dm_T = 1$), pour un lissage temporel de 60 images, soit 0.6s. Les caractéristiques principales de ce traitement ont été reportées dans le Tableau 5.4.

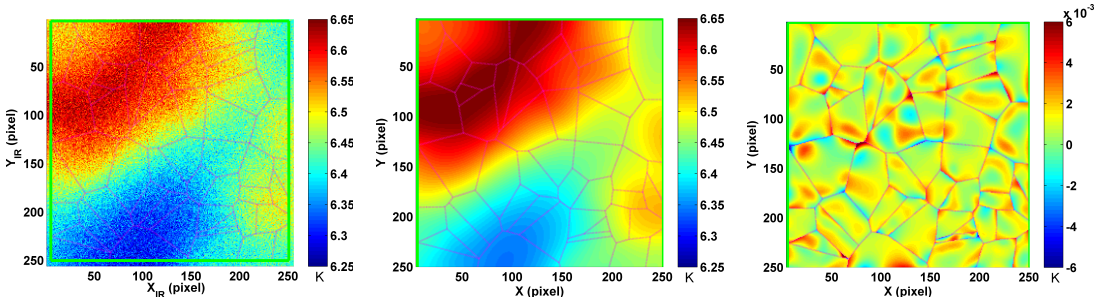
Fonction de forme	Type & Niveau de continuité	Hypothèse	Lissage temporel	Nombre *ddl*
Espace : biquadratique Temps : linéaire	$\mathbf{T}$, $\overrightarrow{\nabla}_N\mathbf{T}$, $\overrightarrow{\nabla}_T\mathbf{T}$ & exact	Continuité Intragranulaire	60	962

TABLEAU 5.4 – Paramètres pour le Traitement Thermique I

Dans ce traitement, la continuité des champs de température et des flux thermiques Normaux et Tangentiels est imposée de manière exacte sur toutes les frontières situées à l'intérieur de chaque grain, ce qui revient à utiliser 962 *ddl* pour décrire le champ thermique.

- ***Confrontation spatiale***

  La Figure 5.7 représente les résultats du traitement obtenus à partir des images bruitées sur le 9ième pas de chargement (Figure 5.4a et Figure 5.7a).



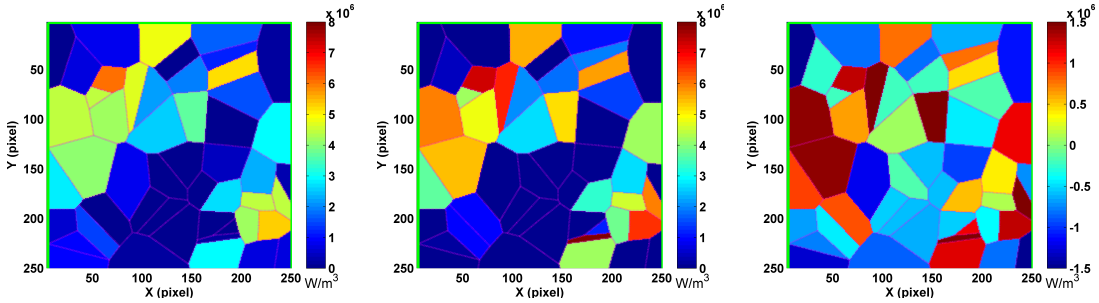
(a) Champ de température bruité $\mathbf{T}_{\text{th-B}}$ (b) Champ de température lissé $\mathbf{T}_{\text{lis}}$ (c) Erreur de lissage en température : $\mathbf{T}_{\text{lis}} - \mathbf{T}_{\text{th}}$

FIGURE 5.7 – Traitement Thermique I : Champ de température obtenu par la TIR-E ($\mathbf{T}_{\text{lis}}$) à partir de l'image bruitée ($\mathbf{T}_{\text{th-B}}$) ainsi que la différence par rapport au champ de température théorique ($\mathbf{T}_{\text{th}}$)

Nous pouvons constater que la différence entre la température après lissage ($\mathbf{T}_{\text{lis}}$) et la température "théorique" ($\mathbf{T}_{\text{th}}$ dans la Figure 5.3a) est très faible, ainsi que

	Moyenne erreur	Écart-type erreur
$\mathbf{T}_{\text{lis}} - \mathbf{T}_{\text{th}}$	9.21×10^{-4} K	9×10^{-4} K
$w'_{ch(\text{lis})} - w'_{ch(\text{th})}$	1.92×10^{4} W/m^3	1.14×10^{6} W/m^3

TABLEAU 5.5 – Erreur de calcul pour le Traitement Thermique I



(a) Champ des sources de chaleur théorique $w'_{ch(\text{th})}$

(b) Champ des sources de chaleur lissé $w'_{ch(\text{lis})}$

(c) Erreur en sources de chaleur : $w'_{ch(\text{lis})} - w'_{ch(\text{th})}$

FIGURE 5.8 – Traitement Thermique I : Champ des sources de chaleur théorique $w'_{ch(\text{th})}$ et celui obtenu par le traitement d'image thermique $w'_{ch(\text{lis})}$ ainsi que l'erreur sur la détermination des sources

l'écart-type (Tableau 5.5). Elles sont toutes de l'ordre de 10^{-4} K, et les erreurs les plus importantes sont localisées près des joints de grains.

La Figure 5.8 montre l'hétérogénéité des réponses en termes de sources de chaleur sur les différents grains. Malgré la diffusivité forte du matériau, le champ de sources de chaleur moyen est bien capté par la méthode de traitement. On remarque que l'erreur en source est distribuée spatialement de manière sensiblement aléatoire (voir Figure 5.8c). Les caractéristiques de cette erreur sont reportées dans le Tableau 5.5. On remarque aussi que le Grain 4 (voir Figure 5.6) qui possède un élancement important est le siège d'erreurs importantes. En effet, il est très délicat d'estimer les fuites par conduction sur ce type de grains, ce qui se traduit par des erreurs importantes.

Nous avons tracé, sur la Figure 5.9, l'évolution de la valeur absolue de erreurs en sources pour chacun ($w'_{ch(\text{lis})} - w'_{ch(\text{th})}$ de la Figure 5.8c) en fonction des sources théoriques ($w'_{ch(\text{th})}$) moyennes sur ces grains, afin de visualiser une éventuelle corrélation entre l'erreur sur les sources et la valeur de la source théorique. Il semble qu'aucune corrélation ne puisse être identifiée. L'erreur semble indépendante de la source à déterminer.

Une erreur particulièrement importante a été observée pour le Grain 4 (voir Figures 5.8c et 5.9), ce qui confirme l'influence de la forme du grain sur les estimations de sources.

Pour illustrer l'effet du débruitage effectif par la méthode de traitement proposée, nous comparons les caractéristiques du bruit introduit dans les images et le résidu de lissage défini comme la différence entre les températures bruitées et les températures lissées (voir les histogrammes de la Figure 5.10).

La Figure 5.10 montre que l'histogramme de ces deux grandeurs sont quasiment

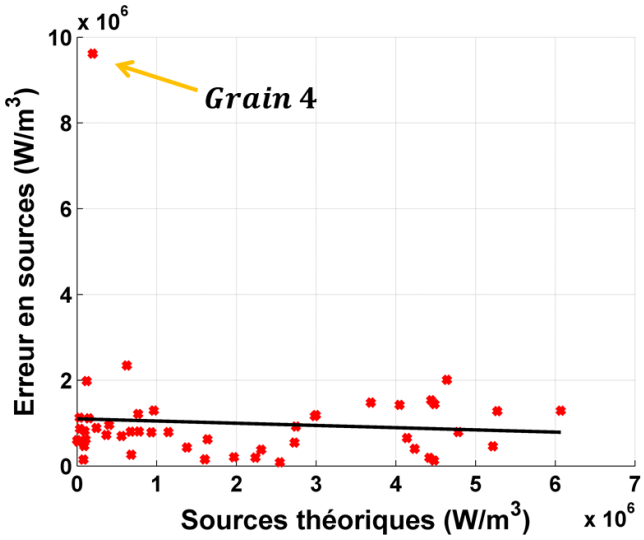


FIGURE 5.9 – Traitement Thermique I : Évolution de erreurs en sources de chaleur en fonction de sources de chaleur théoriques

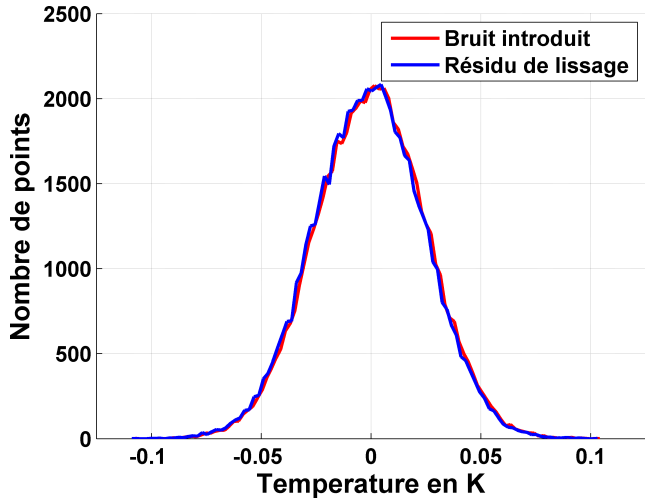


FIGURE 5.10 – Traitement Thermique I : Histogramme du bruit introduit et histogramme du bruit enlevé par la méthode de traitement proposée

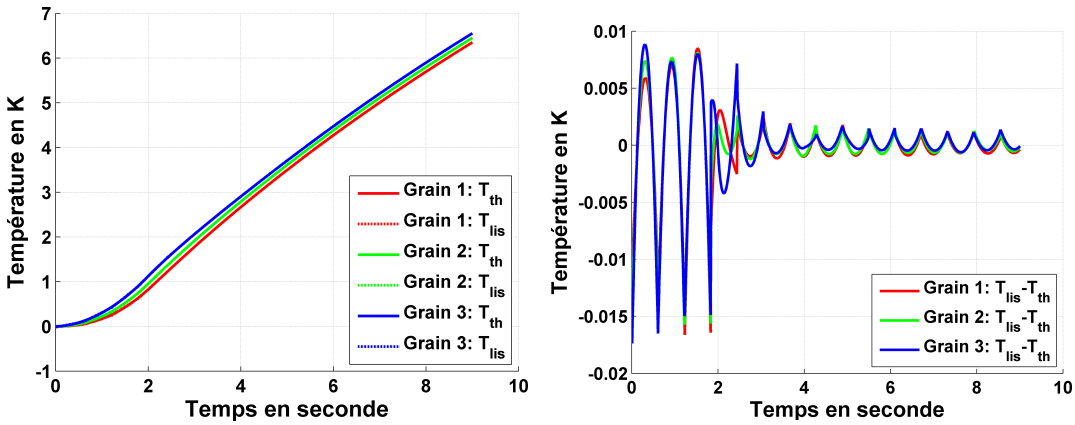
identiques. Ceci suggère que la procédure de traitement a bien "retiré" le bruit introduit avec une perte d'information d'un ordre de grandeur inférieur.

- ***Confrontation temporelle***

  Ici, nous allons présenter l'évolution temporelle de la température et des sources de chaleur pour les trois grains qui ont été choisis dans la Figure 5.6.

  Au travers des Figure 5.11 et 5.12, une concordance satisfaisante de l'évolution temporelle a été observée entre la température théorique $\mathbf{T}_{\text{th}}$ et celle obtenue après traitement $\mathbf{T}_{\text{lis}}$ pour les trois grains choisis, ainsi qu'une reproduction correcte de la tendance en sources de chaleur pour les trois grains.

  Dans la Figure 5.11b, on observe un écart quadratique sur des périodes de 0.6 s. Cette erreur est directement liée au choix de la fonction de forme (ici linéaire en temps). Cette fonction de forme néglige ainsi les termes de second ordre dans

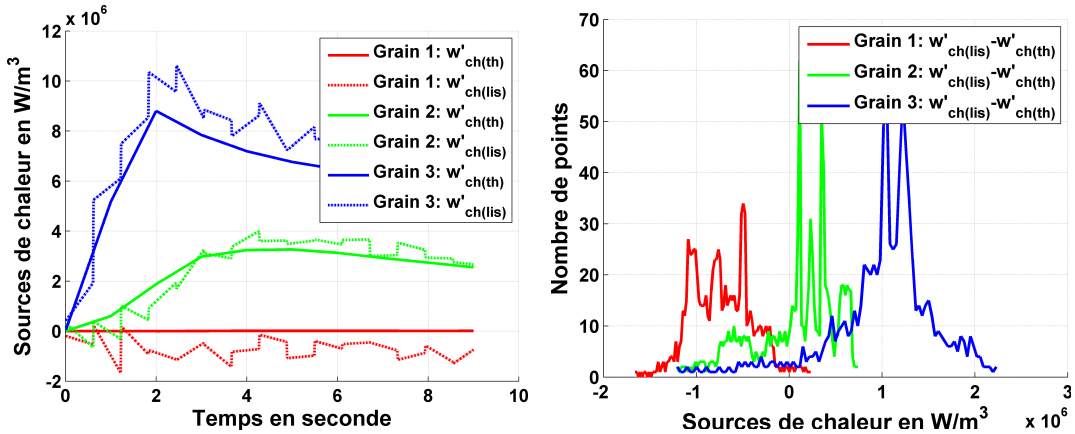


(a) Évolution de la température $\mathbf{T}_{\text{th}}$ et $\mathbf{T}_{\text{lis}}$

(b) Évolution de l'erreur en température : $\mathbf{T}_{\text{lis}} - \mathbf{T}_{\text{th}}$

FIGURE 5.11 – Traitement Thermique I : Évolution temporelle de la température moyennée par grain, $\mathbf{T}_{\text{th}}$ et $\mathbf{T}_{\text{lis}}$, ainsi que leurs différences pour les grains 1, 2 et 3

$\mathbf{T}_{\text{lis}} - \mathbf{T}_{\text{th}}$	Grain 1	Grain 2	Grain 3
Moyenne erreur	-0.94×10^{-4} K	0.03×10^{-4} K	0.93×10^{-4} K
Écart-type erreur	3.05×10^{-3} K	3.18×10^{-3} K	3.43×10^{-3} K



(a) Évolution des sources de chaleur $w'_{ch(\text{th})}$ et $w'_{ch(\text{lis})}$

(b) Évolution de l'histogramme des erreurs en sources de chaleur : $w'_{ch(\text{lis})} - w'_{ch(\text{th})}$

FIGURE 5.12 – Traitement Thermique I : Évolution temporelle des sources de chaleur moyennées par grain $w'_{ch(\text{th})}$ et $w'_{ch(\text{lis})}$, ainsi que l'histogramme de leurs différences pour les grains 1, 2 et 3

$w'_{ch(\text{lis})} - w'_{ch(\text{th})}$	Grain 1	Grain 2	Grain 3
Moyenne erreur	-7.24×10^5 W/m^3	0.56×10^5 W/m^3	9.92×10^5 W/m^3
Écart-type erreur	3.27×10^5 W/m^3	4.50×10^5 W/m^3	5.85×10^5 W/m^3

les évolutions temporelles de la température. La période de 0.6 s correspond à la durée physique de la fenêtre de lissage en temps (60 images pour une fréquence

d'acquisition de 100 Hz).

La Figure 5.12b représente les histogrammes des erreurs sur les sources de chaleur pour l'ensemble des points situés dans les trois grains étudiés. Ces erreurs possèdent un écart-type sensiblement équivalent, par contre, les valeurs moyennes différent pour ces trois grains. Ces erreurs sont dans le même ordre de grandeur que les écarts-types (10^5 W/m^3) et correspondent à des surestimations ou des sous-estimations des sources de chaleur.

Traitement Thermique* II *:

Le Traitement Thermique II a été réalisé avec une fonction de forme quadratique en espace et en temps ($dk_T = dl_T = dm_T = 2$ avec $k_T + l_T \leqslant 2$), et un lissage temporel sur 100 images. Les caractéristiques du traitement sont présentées dans le Tableau 5.6.

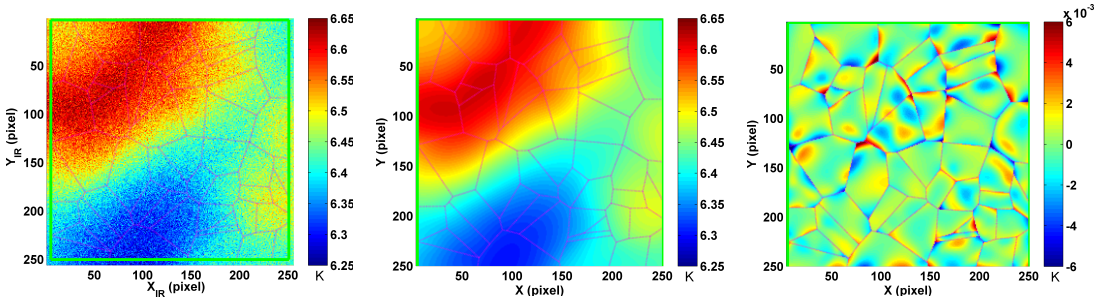
Fonction de forme	Type & Niveau de continuité	Hypothèse	Lissage temporel	Nombre *ddl*
Espace : quadratique Temps : quadratique	$\mathbf{T}, \vec{\nabla}_N\mathbf{T}, \vec{\nabla}_T\mathbf{T}$ & exact	Continuité Intragranulaire	100	993

Tableau 5.6 – Paramètres pour le Traitement Thermique II

Le maillage est identique au précédemment. Pour conserver un nombre de degrés de liberté équivalent au traitement précédent, nous avons utilisé une fonction de forme spatiale quadratique plutôt que biquadratique.

- ***Confrontation spatiale***

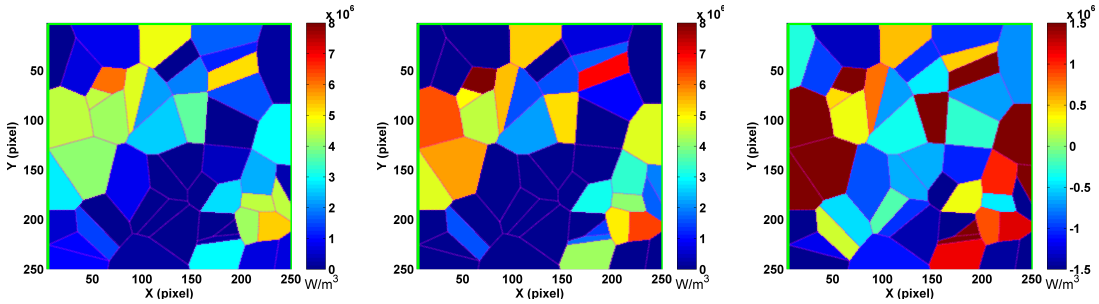
  Les résultats du traitement sont reportés respectivement dans la Figure 5.13 et la Figure 5.14 pour la température et les sources de chaleur.



(a) Champ de température bruité $\mathbf{T}_{\text{th-B}}$ (b) Champ de température lissé $\mathbf{T}_{\text{lis}}$ (c) Erreur de lissage en température : $\mathbf{T}_{\text{lis}} - \mathbf{T}_{\text{th}}$

Figure 5.13 – Traitement Thermique II : Champ de température obtenu par le traitement d'image thermique ($\mathbf{T}_{\text{lis}}$) à partir de l'image bruitée ($\mathbf{T}_{\text{th-B}}$) ainsi que la différence par rapport au champ de température théorique ($\mathbf{T}_{\text{th}}$)

Les erreurs de traitement sont présentées dans le Tableau 5.7. Les confrontations spatiales (Figures 5.13 et 5.14) montrent une légère diminution de l'erreur sur le calcul des températures. Par contre, l'erreur sur l'estimation des sources de chaleur est légèrement en hausse, car une fonction de forme en espace moins



(a) Champ des sources de chaleur théorique $w'_{ch(\mathrm{th})}$

(b) Champ des sources de chaleur lissé $w'_{ch(\mathrm{lis})}$

(c) Erreur en sources de chaleur : $w'_{ch(\mathrm{lis})} - w'_{ch(\mathrm{th})}$

FIGURE 5.14 – Traitement Thermique II : Champ des sources de chaleur théorique $w'_{ch(\mathrm{th})}$ et celui obtenu par le traitement d'image thermique $w'_{ch(\mathrm{lis})}$ ainsi que l'erreur sur la détermination des sources

	Moyenne erreur	Écart-type erreur
$\mathbf{T}_{\mathrm{lis}} - \mathbf{T}_{\mathrm{th}}$	-4.91×10^{-5} K	1.16×10^{-3} K
$w'_{ch(\mathrm{lis})} - w'_{ch(\mathrm{th})}$	-8.80×10^{4} W/m^3	1.17×10^{6} W/m^3

TABLEAU 5.7 – Erreur de calcul pour le Traitement Thermique II

riche a été choisie pour conserver le même ordre de grandeur en nombre de degrés de libertés que pour le premier traitement.

L'évolution de erreurs associées à l'estimation des sources est présentée dans la Figure 5.15. La distribution spatiale des erreurs est sensiblement aléatoire avec néanmoins des niveaux d'erreurs un peu plus importants pour les grains où se développent des sources importantes (voir Figure 5.15).

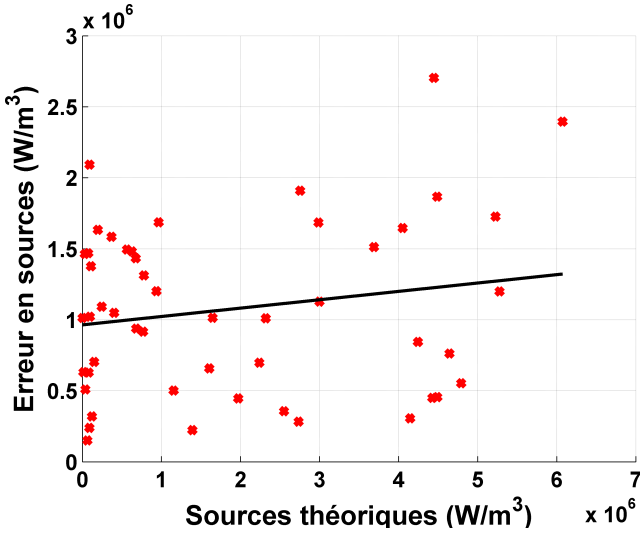


FIGURE 5.15 – Traitement Thermique II : Évolution de erreurs en sources de chaleur en fonction de sources de chaleur théoriques

La Figure 5.16 montre que le bruit a globalement été supprimé par le procédure de traitement sans perte d'informations supplémentaires.

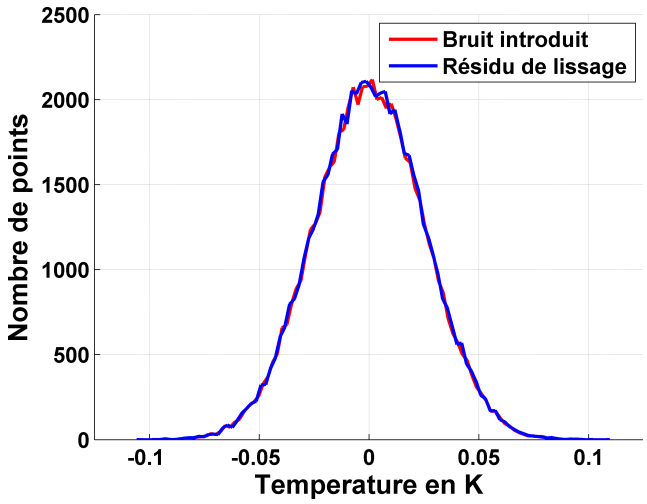
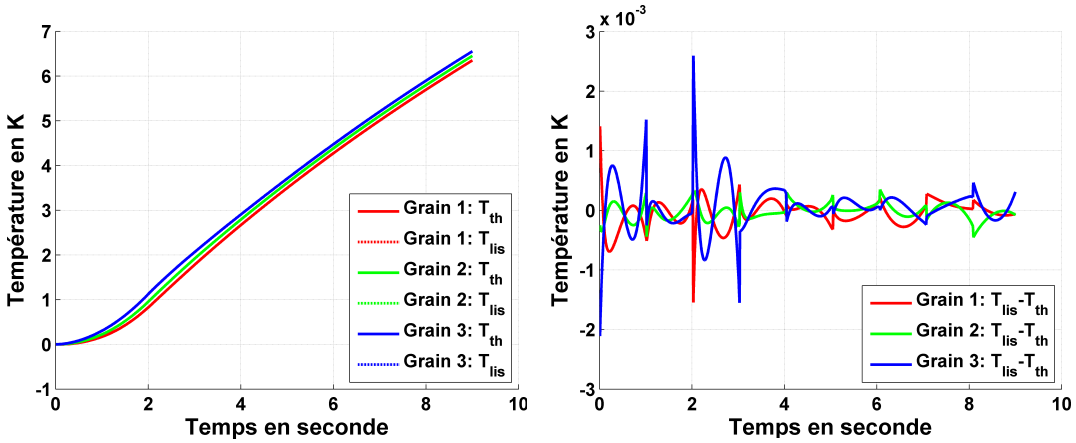


FIGURE 5.16 – Traitement Thermique II : Histogramme du bruit introduit et histogramme du bruit enlevé par la méthode de traitement proposée

- ***Confrontation temporelle***



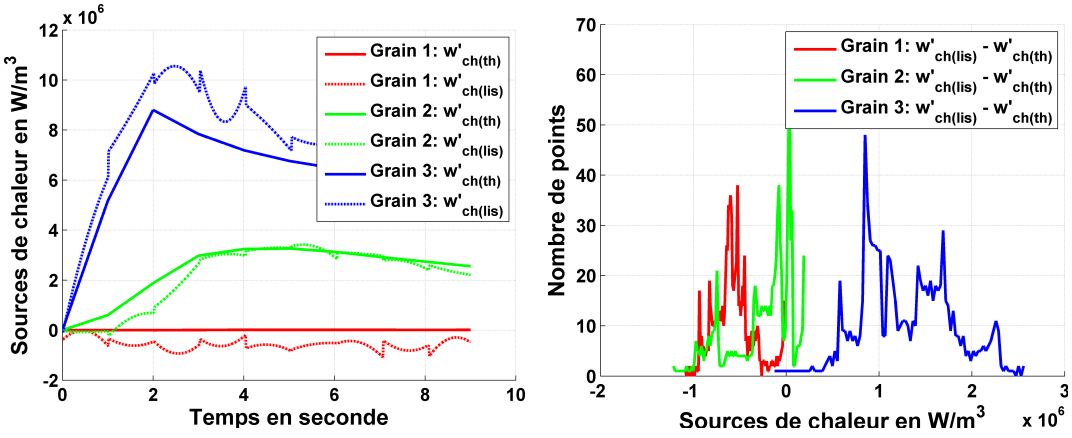
(a) Évolution de la température $\mathbf{T}_{\text{th}}$ et $\mathbf{T}_{\text{lis}}$

(b) Évolution de l'erreur en température : $\mathbf{T}_{\text{lis}} - \mathbf{T}_{\text{th}}$

FIGURE 5.17 – Traitement Thermique II : Évolution temporelle de la température moyennée par grain, $\mathbf{T}_{\text{th}}$ et $\mathbf{T}_{\text{lis}}$, ainsi que leurs différences pour les grains 1, 2 et 3

$\mathbf{T}_{\text{lis}} - \mathbf{T}_{\text{th}}$	Grain 1	Grain 2	Grain 3
Moyenne erreur	-0.53×10^{-4} K	0.24×10^{-4} K	0.61×10^{-4} K
Écart-type erreur	0.21×10^{-3} K	0.19×10^{-3} K	0.36×10^{-3} K

La confrontation temporelle représentée en Figures 5.17 et 5.18 montre une diminution de l'erreur sur la température moyenne par grain. On constate maintenant une évolution cubique de cette erreur sur chaque pas de temps (1s de lissage en temps). En revanche, cette amélioration sur la détermination des températures ne se traduit pas par une amélioration sur le calcul des sources de chaleur. La Figure 5.17 montre le bon accord sur l'évolution temporelle de la température. L'erreur sur les sources provient donc, comme dans le cas précé-



(a) Évolution des sources de chaleur $w'_{ch(\mathrm{th})}$ et $w'_{ch(\mathrm{lis})}$

(b) Évolution de l'histogramme des erreurs en sources de chaleur : $w'_{ch(\mathrm{lis})} - w'_{ch(\mathrm{th})}$

FIGURE 5.18 – Traitement Thermique II : Évolution temporelle des sources de chaleur moyennées par grain $w'_{ch(\mathrm{th})}$ et $w'_{ch(\mathrm{lis})}$, ainsi que l'histogramme de leurs différences pour les grains 1, 2 et 3

$w'_{ch(\mathrm{lis})} - w'_{ch(\mathrm{th})}$	Grain 1	Grain 2	Grain 3
Moyenne erreur	-0.57×10^6 W/m^3	0.26×10^6 W/m^3	1.28×10^6 W/m^3
Écart-type erreur	2.09×10^5 W/m^3	3.34×10^5 W/m^3	4.97×10^5 W/m^3

dent, principalement des erreurs sur la détermination des fuites par conduction (terme en Laplacien dans l'équation de la chaleur).

Traitement Thermique* III *:

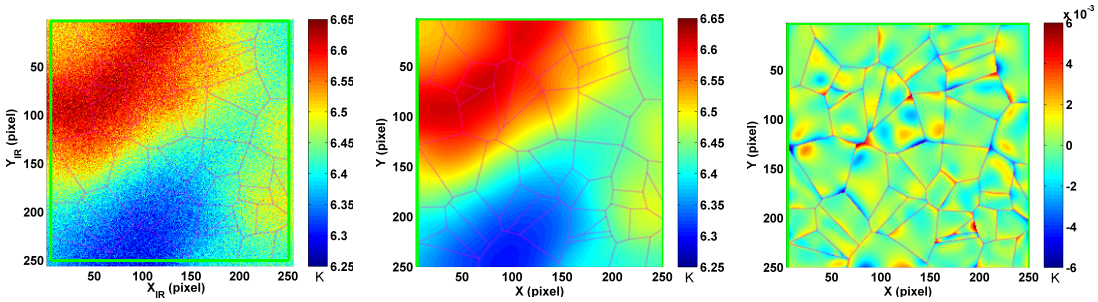
Dans cette partie, nous choisissons une fonction de forme plus riche en espace afin de mieux capter les fluctuations locales de la température, tout en conservant la même description temporelle. Le traitement a été réalisé avec une fonction de forme biquadratique en espace ($dk_T = dl_T = 2$) et quadratique en temps ($dm_T = 2$), avec un lissage temporel de 100 images. Les caractéristiques de ce traitement sont reportées dans le Tableau 5.8. Ce jeu de paramètres se traduit par l'utilisation de 1443 *ddl*, soit 50% de plus que précédemment.

Fonction de forme	Type & Niveau de continuité	Hypothèse	Lissage temporel	Nombre *ddl*
Espace : biquadratique Temps : quadratique	$\mathbf{T}, \vec{\nabla}_N \mathbf{T}, \vec{\nabla}_T \mathbf{T}$ & exact	Continuité Intragranulaire	100	1443

TABLEAU 5.8 – Paramètres pour le Traitement Thermique III

- ***Confrontation spatiale***

  Les résultats de dépouillement thermique sont reportés dans la Figure 5.19 (température) et Figure 5.20 (sources de chaleur). Les erreurs de traitement sont données dans le Tableau 5.9. La Figure 5.21 montre toujours un débruitage efficace de la température par la procédure de traitement proposée.

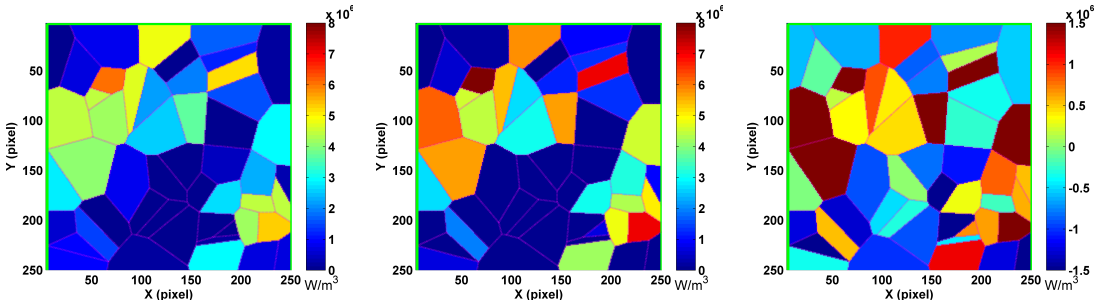


(a) Champ de température bruité $\mathbf{T}_{\text{th-B}}$

(b) Champ de température lissé $\mathbf{T}_{\text{lis}}$

(c) Erreur de lissage en température : $\mathbf{T}_{\text{lis}} - \mathbf{T}_{\text{th}}$

FIGURE 5.19 – Traitement Thermique III : Champ de température obtenu par le traitement d'image thermique ($\mathbf{T}_{\text{lis}}$) à partir de l'image bruitée ($\mathbf{T}_{\text{th-B}}$) ainsi que la différence par rapport au champ de température théorique ($\mathbf{T}^{\text{th}}$)



(a) Champ des sources de chaleur théorique $w'_{ch(\text{th})}$

(b) Champ des sources de chaleur lissé $w'_{ch(\text{lis})}$

(c) Erreur en sources de chaleur : $w'_{ch(\text{lis})} - w'_{ch(\text{th})}$

FIGURE 5.20 – Traitement Thermique III : Champ des sources de chaleur théorique $w'_{ch(\text{th})}$ et celui obtenu par le traitement d'image thermique $w'_{ch(\text{lis})}$ ainsi que l'erreur sur la détermination des sources

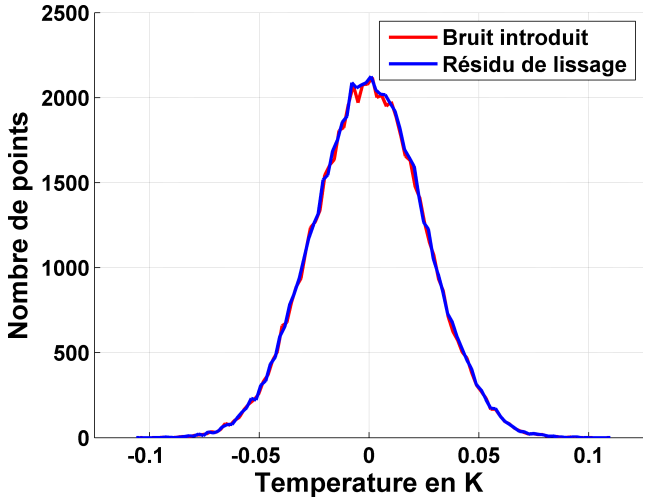


FIGURE 5.21 – Traitement Thermique III : Histogramme du bruit introduit et histogramme du bruit enlevé par la méthode TIR-E

La valeur absolue des erreurs en sources est représentée en fonction des sources de chaleur théoriques dans la Figure 5.22. Une distribution aléatoire a été ob-

	Moyenne erreur	Écart-type erreur
$\mathbf{T}_{\text{lis}} - \mathbf{T}_{\text{th}}$	$-4.91 \times 10^{-5}\,\text{K}$	$9.22 \times 10^{-4}\,\text{K}$
$w'_{ch(\text{lis})} - w'_{ch(\text{th})}$	$1.89 \times 10^{4}\ \text{W/m}^3$	$1.08 \times 10^{6}\,\text{W/m}^3$

TABLEAU 5.9 – Erreur de calcul pour le Traitement Thermique III

servée à nouveau avec une légère tendance de croissance des erreurs pour les sources théoriques importantes.

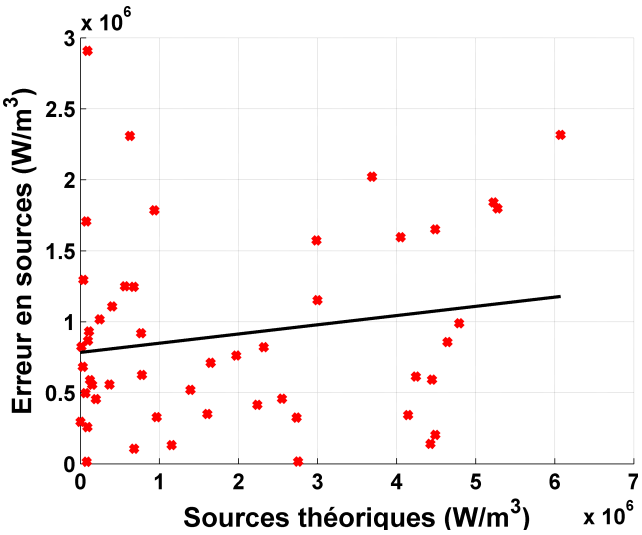


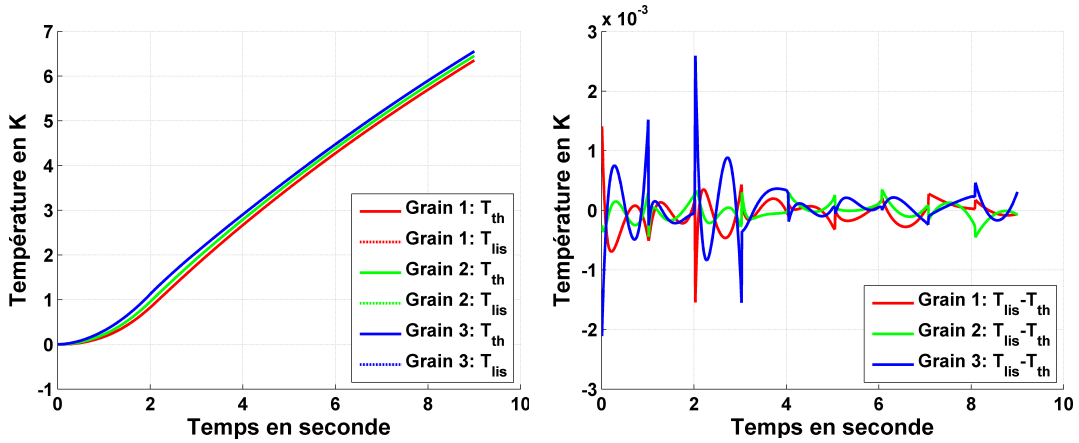
FIGURE 5.22 – Traitement Thermique III : Évolution de erreurs en sources de chaleur en fonction de sources de chaleur théoriques

- ***Confrontation temporelle***

	$\vec{\mathbf{u}}$	ε_{eq}	$\mathbf{T}$	w'_{ch}
champ moyen	≈ 10 pixel	$\approx 2^{-2}$	$\approx 6.45\,\text{K}$	$\approx 4 \times 10^{6}\,\text{W/m}^3$
champ maximal	≈ 20 pixel	$\approx 10^{-2}$	$\approx 6.65\,\text{K}$	$\approx 8 \times 10^{6}\,\text{W/m}^3$
Écart-type	$\approx 10^{-2}$ pixel	$\approx 10^{-3}$	$\approx 10^{-3}\,\text{K}$	$\approx 10^{5}\,\text{W/m}^3$

L'utilisation de ce troisième jeu de paramètres permet de diminuer les erreurs de calcul sur les sources de chaleur, sans augmenter l'erreur sur la température. Une erreur moyenne et l'écart-type sur chaque grain de l'ordre de $10^{-4}\,\text{K}$ est obtenue pour le calcul en température. Concernant l'estimation des sources de chaleur, nous obtenons une erreur et un écart-type moyen par grain de l'ordre de $10^{5}\,\text{W/m}^3$, qui sont 10 fois inférieurs à l'amplitude des sources de chaleur à identifier (de l'ordre de $10^{6}\,\text{W/m}^3$).

Cependant, au travers de ces différents traitements présentés, nous remarquons que, l'évaluation des sources de chaleur a été surestimée pour le grain où se développe des sources importantes (Grain 3), et a été sous-estimée pour le grain avec une valeur quasi-nulle en terme de sources (Grain 1). En revanche, une coïncidence assez satisfaisante a été observée entre les sources de chaleur calculées et les sources de chaleur théoriques pour le grain où se développe des sources moyennement importantes (Grain 2).

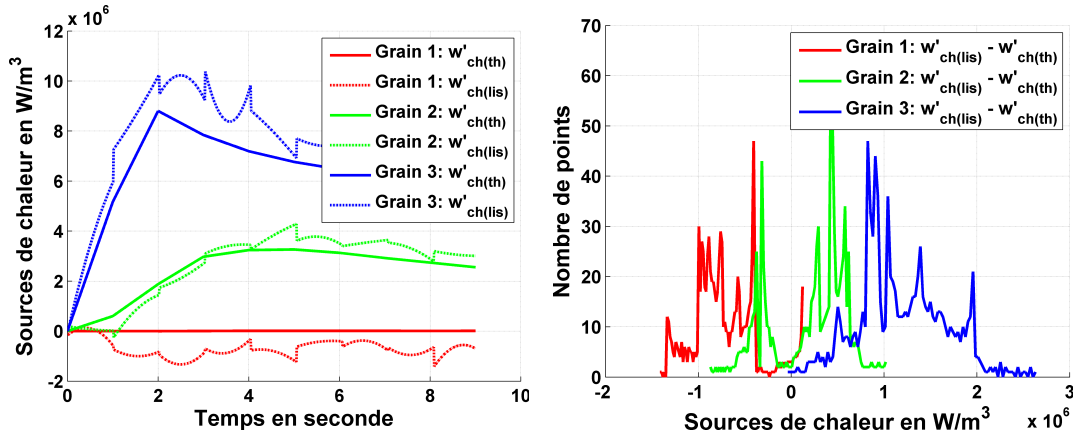


(a) Évolution de la température $\mathbf{T}_{\text{th}}$ et $\mathbf{T}_{\text{lis}}$

(b) Évolution de l'erreur en température : $\mathbf{T}_{\text{lis}} - \mathbf{T}_{\text{th}}$

FIGURE 5.23 – Traitement Thermique III : Évolution temporelle de la température moyennée par grain, $\mathbf{T}_{\text{th}}$ et $\mathbf{T}_{\text{lis}}$, ainsi que leurs différences pour les grains 1, 2 et 3

$\mathbf{T}_{\text{lis}} - \mathbf{T}_{\text{th}}$	Grain 1	Grain 2	Grain 3
Moyenne erreur	-0.53×10^{-4} K	0.28×10^{-4} K	0.61×10^{-4} K
Écart-type erreur	0.21×10^{-3} K	0.13×10^{-3} K	0.36×10^{-3} K



(a) Évolution des sources de chaleur $w'_{ch(\text{th})}$ et $w'_{ch(\text{lis})}$

(b) Évolution de l'histogramme des erreurs en sources de chaleur : $w'_{ch(\text{lis})} - w'_{ch(\text{th})}$

FIGURE 5.24 – Traitement Thermique III : Évolution temporelle des sources de chaleur moyennées par grain $w'_{ch(\text{th})}$ et $w'_{ch(\text{lis})}$, ainsi que l'histogramme de leurs différences pour les grains 1, 2 et 3

$w'_{ch(\text{lis})} - w'_{ch(\text{th})}$	Grain 1	Grain 2	Grain 3
Moyenne (W/m^3)	-0.71×10^6 W/m^3	0.19×10^6 W/m^3	1.17×10^6 W/m^3
Écart-type (W/m^3)	3.41×10^5 W/m^3	4.14×10^5 W/m^3	4.75×10^5 W/m^3

Dans ce chapitre, la méthode proposée, TIR-E, a été validée sur des champs thermiques présentant des hétérogénéités comparables à ce qui peut être rencontré dans des

matériaux polycristallins. La procédure de validation numérique a été appliquée sur des données issues de simulations numériques réalisées sur un agrégat d'aluminium polycristallin.

Afin d'effectuer cette validation numérique, les résultats des simulations par Élément Finie (Section 4.1)ont été utilisés pour obtenir des champs cinématiques locaux compatibles avec la microstructure. En supposant que les sources de chaleur sont proportionnelles à la vitesse de déformation équivalente (comportement purement dissipatif), un calcul de thermique permet d'obtenir des champs thermiques associés à ce champ de sources de chaleur entièrement connu. Un bruit blanc Gaussien d'écart-type $0.025\,\mathrm{K}$ *a été introduit dans les images de température pour simuler les conditions réelles de mesure infrarouge. L'ensemble de ces images de synthèse thermiques a ensuite été traité par la méthode de traitement TIR-E.*

Les performances du traitement ont été caractérisées en comparant les champs (températures et sources de chaleur) obtenus à ceux qui étaient imposés. Ces comparaisons ont montré l'effet de débruitage particulièrement efficace de la méthode de traitement proposée. L'écart-type de l'erreur sur les température ($\mathbf{T}_{lis} - \mathbf{T}_{th}$*) est en moyenne par grain de l'ordre de* $10^{-4}\,\mathrm{K}$*, comparé au bruit imposé dans les images thermiques de* $2.5 \times 10^{-2}\,\mathrm{K}$ *d'amplitude. Ce lissage est obtenu tout en maintenant une bonne description des gradients thermiques en espace et en temps. L'estimation des fuites par conduction constitue, comme c'est souvent le cas dans les matériaux très conducteurs, le point le plus délicat.*

Dans notre cas de figure, la procédure de validation numérique a été effectuée sur une situation complexe et proche des situations expérimentales qui nous intéresseront : champs des sources de chaleur très hétérogènes sur un matériau très diffusif. Cependant, en combinant les différents paramètres de traitement, nous avons pu obtenir une estimation quantitativement correcte des sources de chaleur ($10^6\,\mathrm{W/m^3}$*) avec une erreur moyenne et un écart-type de l'ordre de* $10^5\,\mathrm{W/m^3}$*, tout en gardant une bonne description de la variation thermique en espace et en temps. L'amélioration de la qualité du lissage est obtenue en "adaptant" les paramètres (fonctions de forme, base de lissage) du traitement aux données expérimentales. La caractérisation métrologique complète de la méthode n'a pas été effectuée ici de manière exhaustive, nous nous sommes cantonnés ici à illustrer l'influence de certains paramètres de traitement sur la précision de la mesure, comme nous l'avions fait dans le chapitre précédent pour le CIN-E.*

Maintenant que les méthodes de traitement proposées (TIR-E et CIN-E) ont été validées, nous allons les appliquer, dans le chapitre suivant, sur les données issues d'expérimentations.

Chapitre 6

Application à l'étude expérimentale de multi-cristaux d'aluminium

Après avoir présenté les outils théoriques et expérimentaux aux Chapitres 1 et 2, nous avons introduit dans le Chapitre 3 (Section 3.2) des techniques de traitement d'images cinématique (CIN-E) et thermique (TIR-E) qui permettent d'enrichir les approches locales en introduisant des restrictions entre des domaines (ou grains) voisins. Ces techniques ont été validées numériquement aux Chapitres 4 et 5 relatifs respectivement aux mesures cinématiques et thermiques.

Le présent chapitre se concentre sur l'application de ces méthodes à l'étude expérimentale d'un multi-cristal d'aluminium. Dans un premier temps, l'éprouvette d'essai est présentée en détaillant la géométrie ainsi que les paramètres de traitement mécaniques et thermiques utilisés pendant la phase de préparation. Ensuite, nous allons présenter les caractéristiques de l'essai de traction cyclique (sollicitation imposée, fréquence d'acquisition des caméras, etc...). Les résultats expérimentaux obtenus seront présentés en fin de chapitre.

6.1 Élaboration du matériau : traitement thermomécanique

Une série de six essais de traction cyclique a été effectuée sur des échantillons d'aluminium 1050A. La composition chimique a été présentée au début de la Section 2.1. Ce matériau a subi le protocole présenté en Section 2.1.1 pour obtenir la taille de grains souhaitée. Les paramètres utilisés pour ce traitement thermomécanique sont reportés dans le Tableau 6.1.

Aucune attaque chimique n'a été réalisée pour révéler la microstructure afin d'éviter l'altération des joints de grains. La microstructure est révélée, après polissage (voir Section 2.1.3), par analyse EBSD (voir Section 2.1.4).

Les constantes thermophysiques utilisées dans l'équation de la chaleur pour le traitement thermique sont reportées dans le Tableau 6.2.

Homogénéisation	maintien de 1 h à 560 °C sous azote retour à température ambiante dans un bac à sable
Taux Pré-écrouissage	$\varepsilon_{globale} = 1.4\%$ $v_{chargement} = 0.25\text{mm/s}$ $v_{déchargement} = 0.125\text{mm/s}$
Recristallisation	maintien de 1 h à 625 °C sous azote retour à température ambiante dans un bac à sable

Tableau 6.1 – Paramètres utilisés pour l'élaboration des éprouvettes

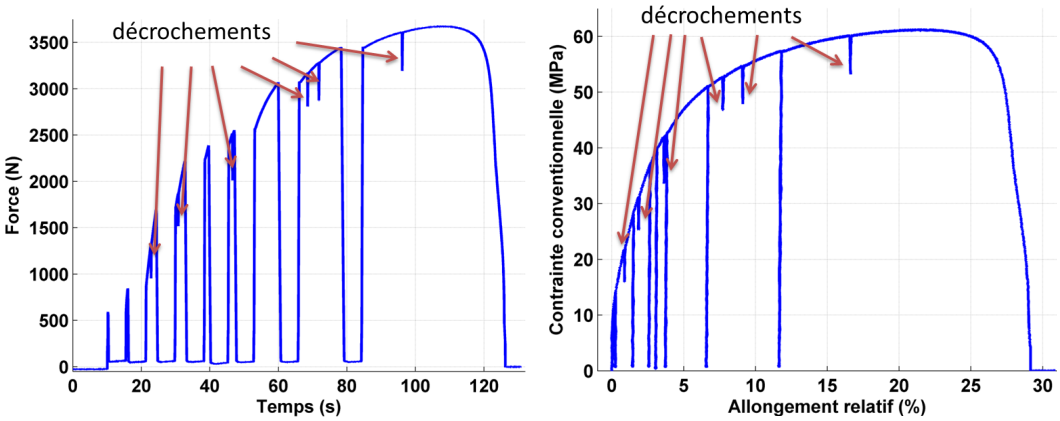
ρ (kg/m^3)	C (J/kg/K)	k (W/m/K)	τ_{th}^{2D} (W/m^2/K)
2700	860	200	200

Tableau 6.2 – Paramètres thermophysiques du matériau [Bodelot *et al.*, 2009]

6.2 Description de l'essai expérimental

En utilisant les dispositifs expérimentaux qui ont été présentés dans la Section 2.2, les essais mécaniques ont été réalisés sur des éprouvettes parallélépipédiques de dimension $60 \times 20 \times 3\,\text{mm}^3$. Il s'agit de cycles charge-décharge jusqu'à rupture.

Dans ce chapitre, on ne détaillera que les résultats d'un seul essai, représentatif des résultats obtenus sur l'ensemble des essais réalisés. Les courbes macroscopiques (force-temps et contrainte-déformation) de cet essai sont représentées respectivement en Figures 6.1a et 6.1b.



(a) Chargement imposé (b) Courbe conventionnelle de traction

Figure 6.1 – Réponse mécanique du matériau pour l'essai II

Les courbes macroscopiques (Figure 6.1) présentent des décrochements provoqués par le glissement de l'échantillon dans les mors. On prendra soin de ne pas prendre en compte ces instants dans nos dépouillements.

Les caractéristiques principales concernant l'essai mécanique ainsi que les paramètres d'acquisition des différents systèmes sont récapitulés dans le Tableau 6.3.

Chargement mécanique	$v_{chargement} = 0.25\,\mathrm{mm/s}$ $v_{déchargement} = 0.125\,\mathrm{mm/s}$
SynchroCam	Fréquence d'acquisition = 80 Hz
Caméra visible	Temps d'intégration = 300 µs Fréquence d'acquisition = 80 Hz Facteur d'échelle = 45 µm/pixel
Caméra infrarouge	Temps d'intégration = 3200 µs Fréquence d'acquisition = 40 Hz Facteur d'échelle = 97 µm/pixel

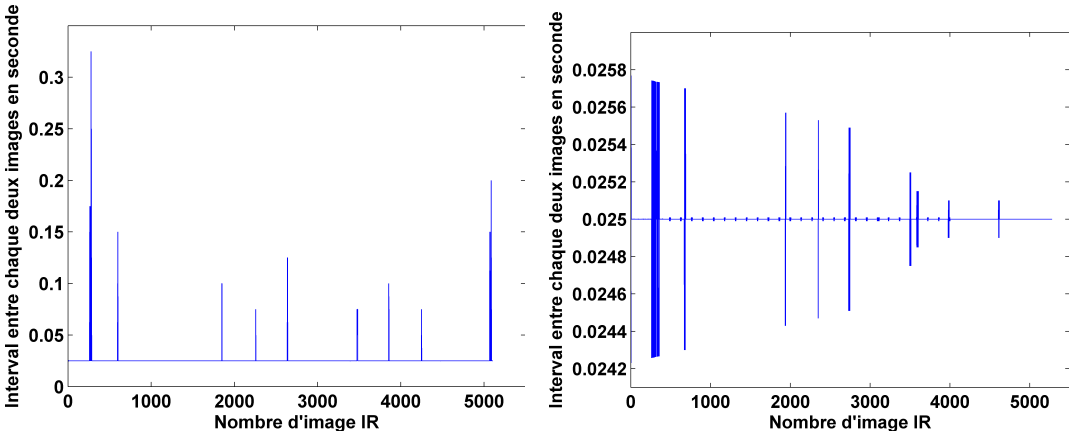
Tableau 6.3 – Caractéristiques de l'essai II

6.3 Post-traitement

6.3.1 Recalage temporel

Comme mentionné auparavant (Section 2.6), le recalage temporel entre les mesures cinématiques, thermiques et mécaniques est assuré par le boîtier électronique SyncrhoCam. Comme il a déjà été dit plus haut, il est possible que la caméra infrarouge ignore certains ordres d'acquisition d'image.

Pour mettre en évidence ce phénomène, on reporte dans la Figure 6.2a l'intervalle de temps entre deux images acquises successivement. Cet intervalle est déterminé à partir de la datation des images infrarouges fournie par le logiciel d'acquisition (précision de l'ordre de la milliseconde). Cette datation est suffisamment précise pour distinguer l'absence éventuelle d'image à la période d'acquisition retenue (40 Hz). Dans la Figure 6.2a, tous les pics supérieurs à 0.025 s correspondent à un certain nombre d'images non acquises.



(a) Intervalle de temps réel entre deux images consécutives acquises

(b) Période entre deux images après rajout des images "vides"

Figure 6.2 – Caractérisation des images infrarouges perdues

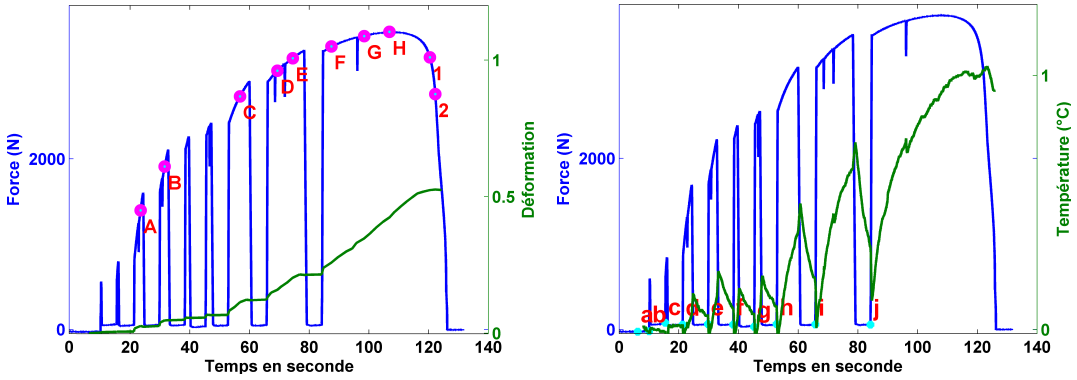
Ici, pour une fréquence d'acquisition de 40 Hz (voir Tableau 6.3), soit une période de 0.025 s, on peut constater une perte d'images maximale de plus de 10 images en une seule fois et de nombreuses pertes de 3 ou 4 images. Afin de respecter la fréquence d'acquisition imposée pour la caméra infrarouge, nous avons reconstruit la

base de données thermiques en comblant ces pertes par des images thermiques vides, qui ne contiennent aucune information (en pratique, on considère que ces images sont constituées de pixels tous défectueux). L'intervalle de temps entre chaque paire d'images consécutives de cette nouvelle base thermique est donc constant (voir Figure 6.2b). Le nombre d'image de ces nouvelles données thermiques est augmenté de 173, ce qui correspond naturellement au nombre total de pertes d'images infrarouges pour cet essai.

Le logiciel d'acquisition de la caméra visible rapide possède lui aussi une datation très précise (de l'ordre de la µs). Pendant cet essai, nous n'avons pas observé d'image perdue par cette caméra.

Ce pré-traitement nous permet désormais de disposer d'images cinématiques et thermiques acquises avec une base de temps régulière et synchrone. Ce point est important car les traitements nécessitent de disposer d'une base de temps régulière dès que le temps intervient dans l'expression des fonctions de forme retenues.

Après ce recalage en temps, la variations de température (en $°C$) et la déformation équivalente moyennée sur la zone d'étude (ZE) sont représentées dans la Figure 6.3. Ces variations sont mises en relation avec l'évolution de la force en fonction du temps afin d'avoir un aperçu de la réponse macroscopique de l'échantillon.



(a) Recalage temporel entre les données cinématiques et mécaniques

(b) Recalage temporel entre les données thermiques et mécaniques

FIGURE 6.3 – Recalage temporel entre les données cinématiques, thermiques et mécaniques

Sur la Figure 6.3a, on indique 8 instants de chargement particuliers (repères A,B,C,...H) où l'on affichera les champs mesurés pour illustrer l'évolution des grandeurs mesurées. Nous allons aussi montrer les champs cinématiques aux instants 1 et 2, qui précèdent la rupture finale de l'éprouvette. Les 10 instants (repérés a,b,c,...j dans la Figure 6.3b) sont pris à la fin des paliers de chargement qui suivent les décharges. Ils nous permettront, notamment, d'estimer l'évolution de l'émissivité en cours d'essai.

Avant de présenter les résultats des mesures cinématiques et thermiques, l'analyse de la microstructure ainsi que les recalages spatiaux seront présentés dans ce qui suit pour cet essai expérimental.

6.3.2 Analyse de la microstructure

A l'issue du traitement thermomécanique, la microstructure initiale de l'éprouvette a été obtenue par analyse EBSD avant de procéder à l'essai mécanique. Comme

décrit dans la Section 2.1.4, on utilise un pas de mesure de 100 µm et un angle de désorientation de 15° pour définir les grains.

La Figure 6.4 représente la microstructure ainsi obtenue, chaque couleur correspond à une orientation cristalline (interprétée ici comme un grain) et le blanc matérialise les zones de fortes désorientations (associées aux joints de grains).

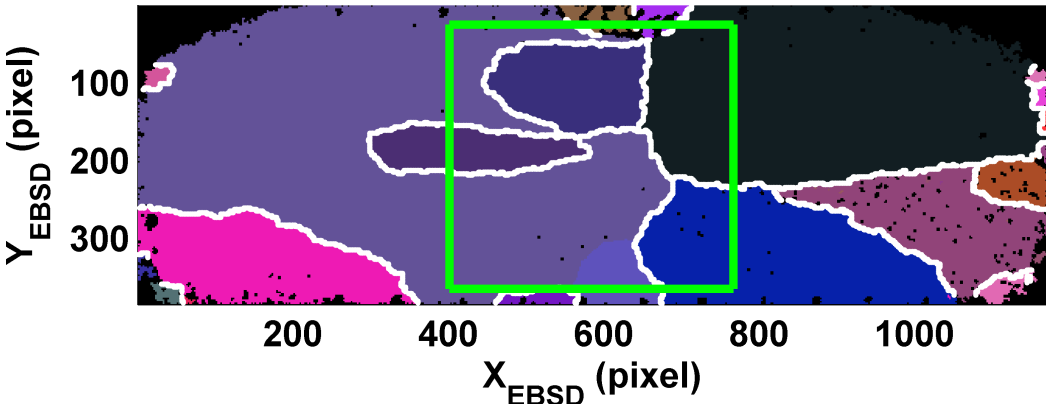
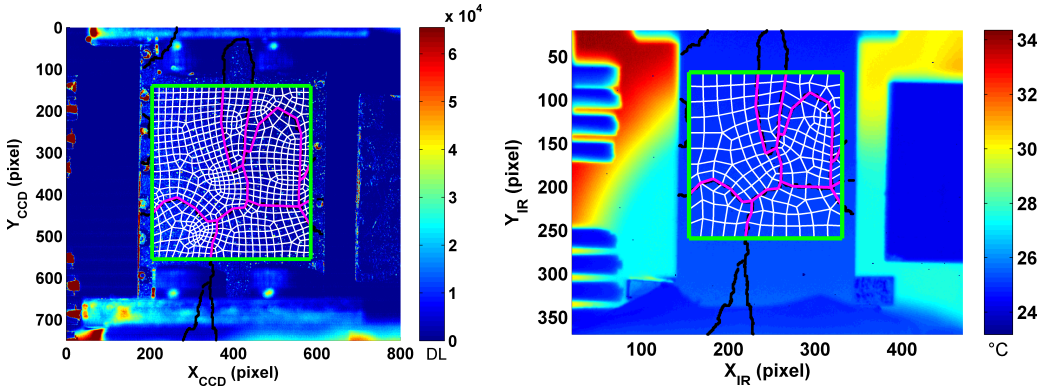


FIGURE 6.4 – Analyse de la microstructure du matériau

Le cadre vert dans cette figure correspond à la zone d'étude définie dans les repères CCD et IR (voir dans la Figure 6.5) mais transportée dans le repère EBSD.

6.3.3 Recalage spatial

Afin de procéder au traitement des données cinématiques et thermiques comme présenté dans la Section 3.2, une description spatiale de la géométrie doit être réalisée. Grâce à la procédure de recalage spatial (voir Section 2.7), nous avons transporté les pixels associés aux joints de grains (en blanc dans la Figure 6.4) respectivement dans les repères CCD (Figure 6.5a) et IR (Figure 6.5b).



(a) Description spatiale du matériau dans le repère CCD

(b) Description spatiale du matériau dans le repère IR

FIGURE 6.5 – Description spatiale du matériau dans les repères CCD et IR

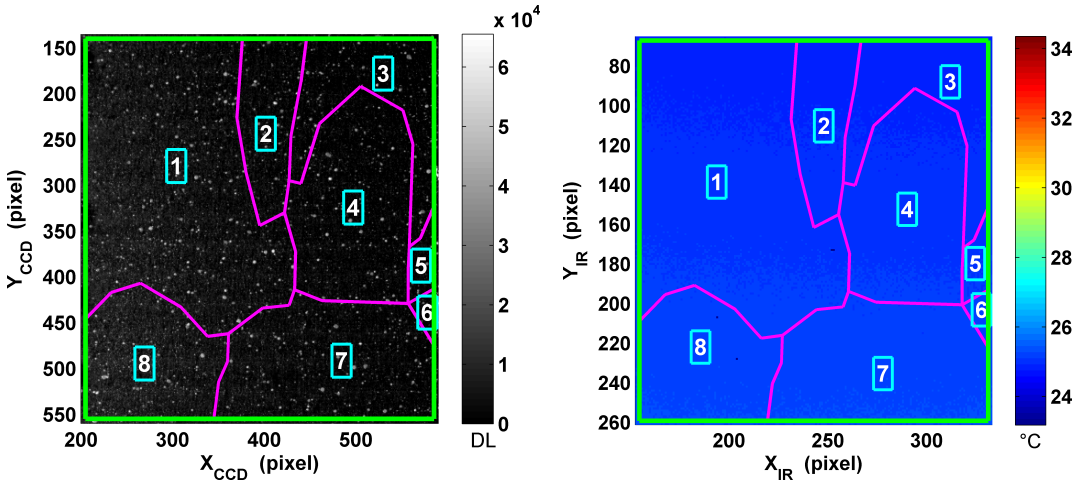
Dans la Figure 6.5, les contours des joints de grains donnés par EBSD sont représentés en noir. Cette microstructure est ensuite "simplifiée" pour pouvoir obtenir des maillages de taille "raisonnable" pour la corrélation et l'analyse calorimétrique. Les

tailles de maille utilisées pour les éléments cinématiques et thermiques sont respectivement de 18 et 40 pixels. Cette étape consiste à définir les contours polygonaux des différents grains puis à mailler chaque polygone. La polygonisation du contour des grains est effectuée de manière semi-automatique par saisie de points sur le contour de chaque grain. La géométrie obtenue est ensuite importée dans un mailleur afin de pouvoir facilement paramétrer la discrétisation de chaque grain en triangles ou quadrangles. Nous avons utilisé ici le mailleur du code de calcul Éléments Finis, «Comsol Multiphysics». Dans la zone d'étude (représentée en vert dans la Figure 6.5), les lignes magenta représentent la microstructure polygonalisée, et les contours des éléments des maillages DIC et IRT sont représentés en blanc.

Par définition du recalage spatial, nous pouvons faire passer librement le maillage de calcul IRT ainsi que les résultats thermiques dans le repère CCD, et *vice versa*, à chaque instant de l'essai.

6.4 Résultats expérimentaux

On commence par présenter les champs cinématiques et thermiques mesurés au cours du chargement. Pour faciliter le commentaire des résultats, les huit grains situés à l'intérieur de la zone d'étude sont numérotés suivant la convention donnée en Figure 6.6.



(a) Numérotation des grains dans l'image CCD

(b) Numérotation des grains dans l'image IR

FIGURE 6.6 – Numérotation des grains dans les repères CCD et IR

Les réponses moyennes de ces grains seront présentées dans la deuxième section de cette partie.

6.4.1 Analyse des champs mesurés

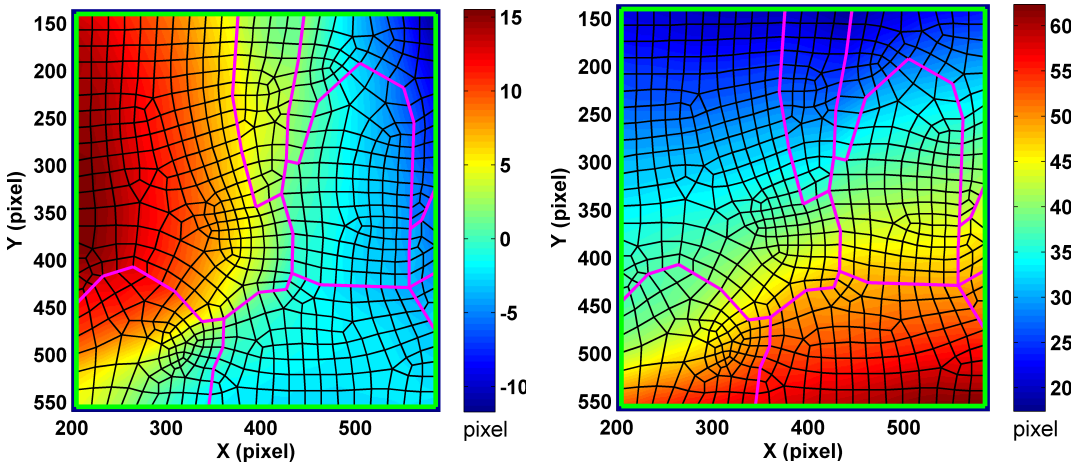
On présente dans ce paragraphe les champs cinématiques et thermiques mesurés lors de cet essai aux 8 instants repérés sur la Figure 6.3a.

Vu la quantité importante d'informations fournies par les traitements CIN-E et TIR-E, nous avons choisi de faire une présentation plus détaillée pour un instant

particulier afin d'illustrer les différentes informations disponibles. Ensuite, une présentation plus sélective sera effectuée pour montrer l'évolution des champs pour ces huit instants.

Présentation générale pour l'instant D

Dans la Figure 6.7, nous présentons le champ de déplacements, obtenu par CIN-E, dans la configuration Lagrangienne. Nous avons superposé le maillage sur les champs de déplacements obtenus.



(a) Champ de déplacement $\mathbf{u_x}$ (b) Champ de déplacement $\mathbf{u_y}$

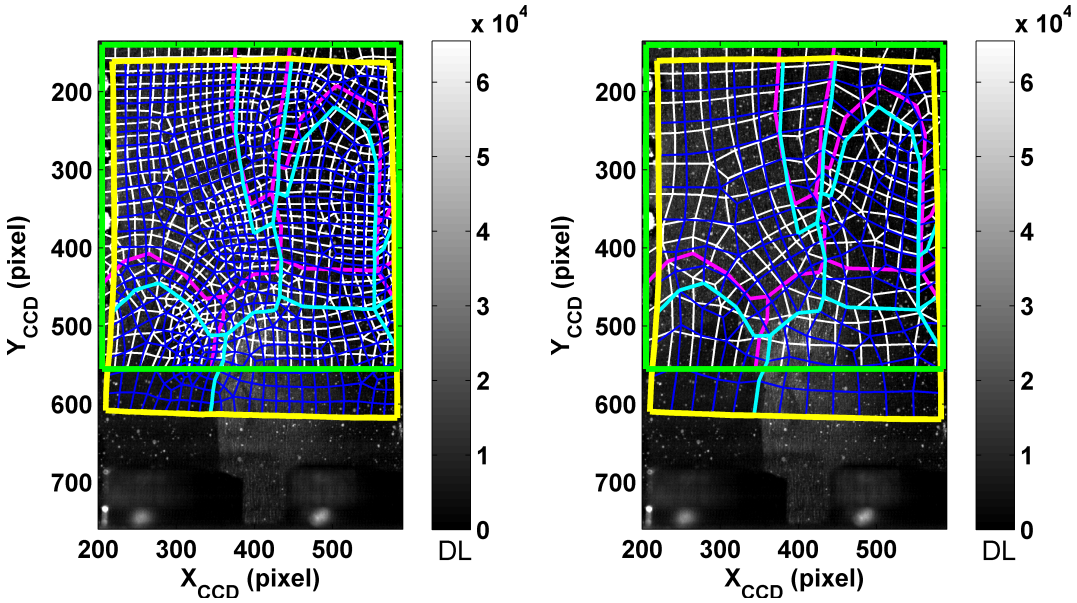
FIGURE 6.7 – Champ de déplacements obtenu à l'instant D dans la configuration Lagrangienne

En connaissant les déplacements (obtenus par CIN-E) et en combinant avec le recalage spatial entre le repère CCD et IR, nous pouvons afficher les mesures dans leur repère propre ou dans n'importe quel repère (EBSD, CCD ou IRT).

Par exemple, dans la Figure 6.8, on choisit de représenter les maillages cinématiques et thermiques dans les configurations Lagrangiennes et Eulériennes en les superposant à l'image de mouchetis (visible) à l'instant courant.

Naturellement, nous pouvons présenter les champs obtenus par le traitement (CIN-E et TIR-E) dans chacune de ces deux configurations. Dans un premier temps, nous présentons les champs de déformations et de vitesse de déformation en configuration Lagrangienne.

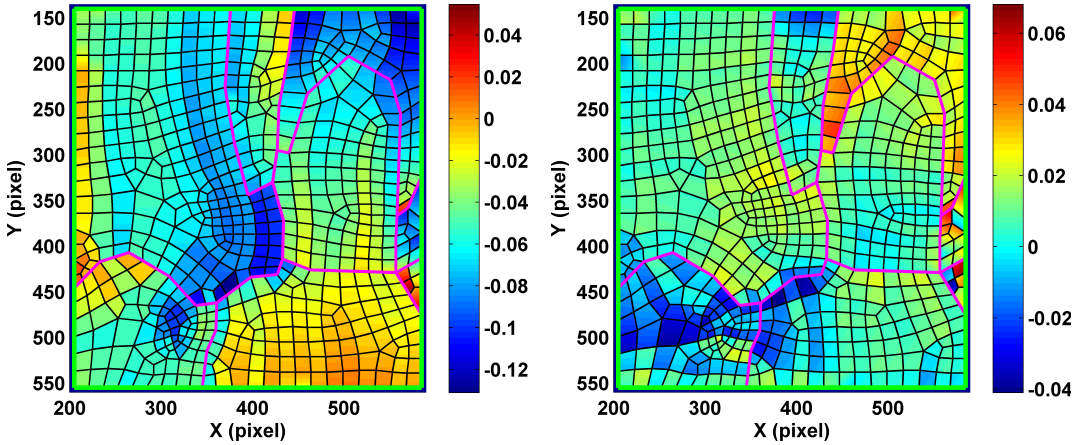
Les champs de déformation obtenus après le traitement sont reportés dans la Figure 6.9. Dans tout ce chapitre, on présentera les déformations et les vitesses de déformations calculées suivant l'Hypothèse de Petites Perturbations.



(a) Maillage de calcul CIN dans la configuration Lagrangienne (vert : ZE, magenta : grains et blanc : éléments) et Eulérienne (jaune : ZE, cyan : grain et bleu : élément)

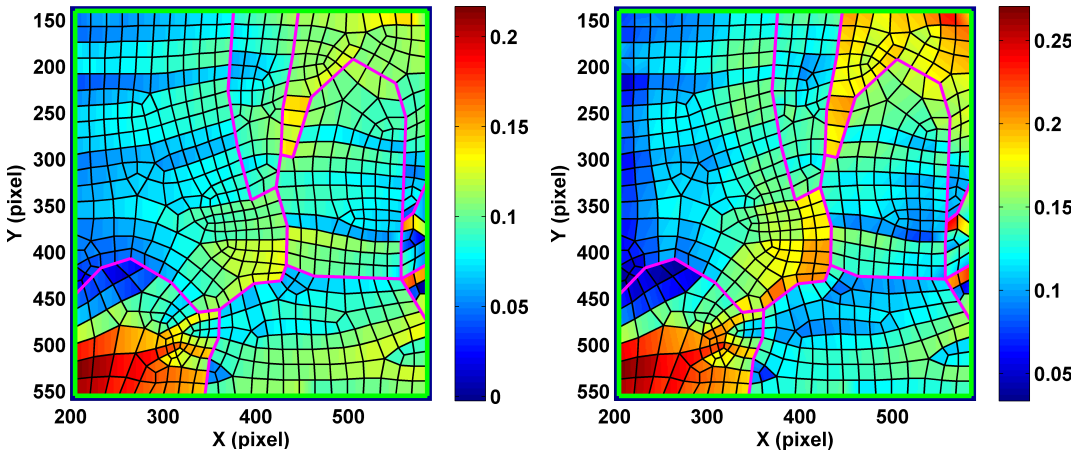
(b) Maillage de calcul IRT dans la configuration Lagrangienne (vert : ZE, magenta : grains et blanc : éléments) et Eulérienne (jaune : ZE, cyan : grain et bleu : élément)

FIGURE 6.8 – Maillages de calcul (CIN et IRT) initiaux et finaux représentés dans le repère CCD



(a) Champ de déformation ε_{xx}

(b) Champ de déformation ε_{xy}

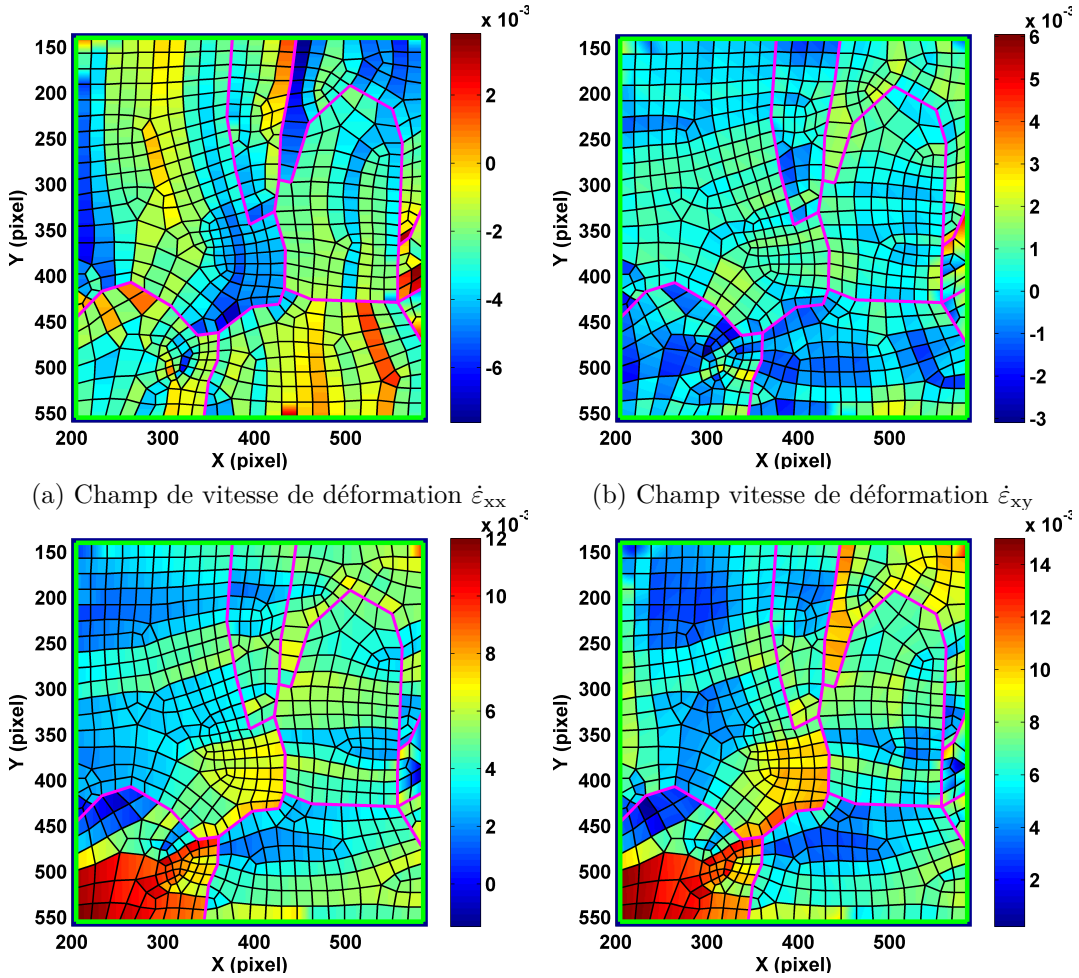


(c) Champ de déformation ε_{yy}

(d) Champ de déformation équivalente ε_{eq}

FIGURE 6.9 – Champs des déformations à l'instant D dans la configuration Lagrangienne

Nous pouvons également représenter les champs de vitesse de déformation correspondant à l'instant D dans la Figure 6.10,



(a) Champ de vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_{xx}$

(b) Champ vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_{xy}$

(c) Champ vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_{yy}$

(d) Champ vitesse de déformation équivalente $\dot{\varepsilon}_{eq}$

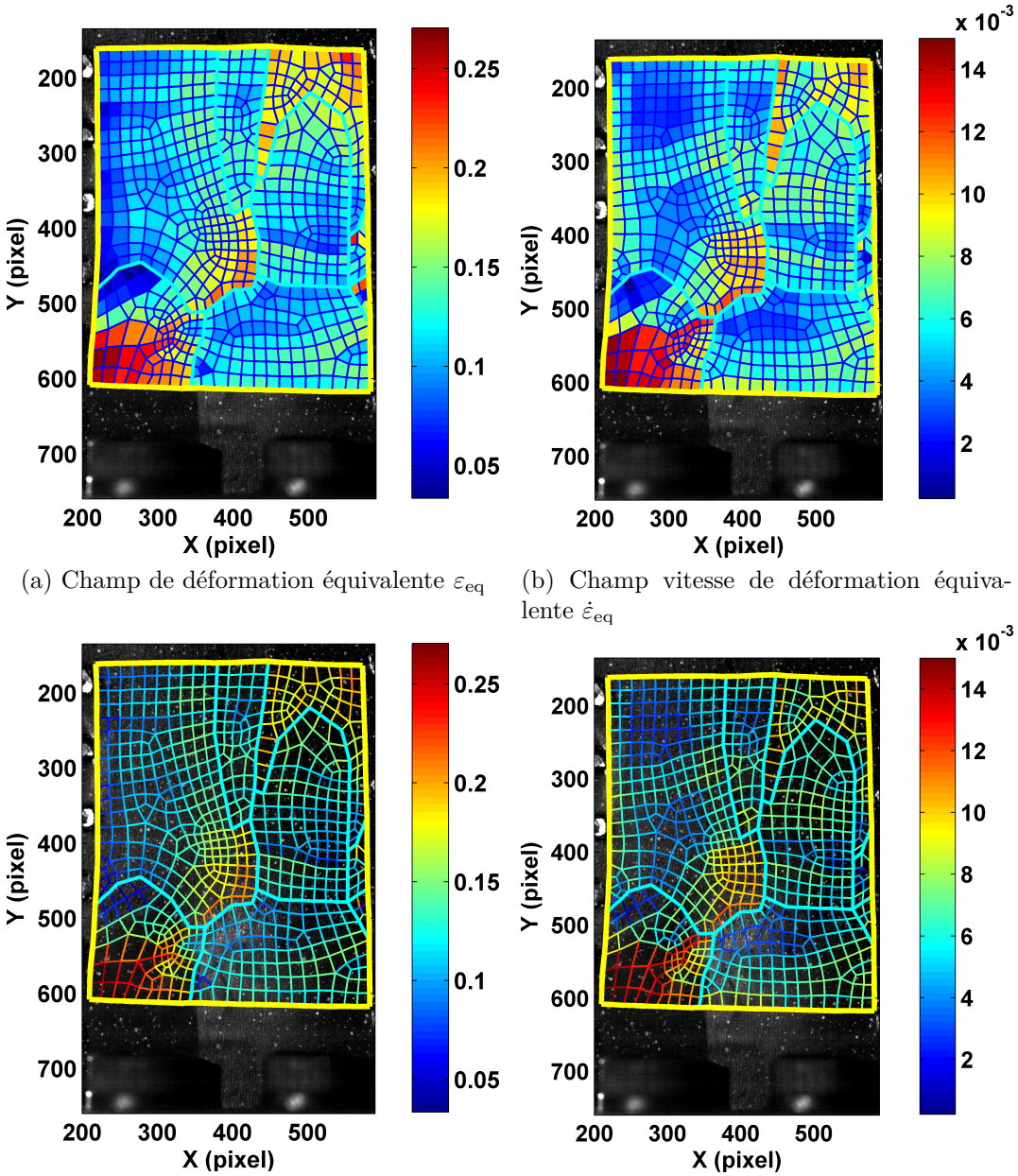
FIGURE 6.10 – Champs des vitesses de déformation à l'instant D dans la configuration Lagrangienne

Comme évoqué précédemment, ces champs de déformation et de vitesse de déformation peuvent être également présentés dans la configuration Eulérienne. Nous avons choisi de ne représenter que le champ de déformation équivalente et de vitesse de déformation équivalente dans leur configurations Eulériennes (Figures 6.11a et 6.11b), en associant l'image visible correspondante. Nous avons également superposé le maillage de calcul CIN déformé sur ces champs cinématiques Eulériens.

Les Figures 6.11c et 6.11d représentent le champ de déformation et de vitesse de déformation en adaptant les couleurs des contours des éléments à l'amplitude de ces grandeurs, et ce afin de pouvoir visualiser l'image qui a servi à calculer ces grandeurs.

Nous présentons ensuite les résultats thermiques issus du traitement TIR-E pour l'instant D. On présentera le champ de variation de température calculé suivant l'Équation 3.12.

Dans la Figure 6.12, le champ de température mesuré par la caméra infrarouge est représenté en premier (voir 6.12a), dans le repère courant de la caméra infrarouge. Ensuite, les résultats thermiques obtenus par la méthode TIR-E sont reportés. Le



(a) Champ de déformation équivalente ε_{eq}

(b) Champ vitesse de déformation équivalente $\dot{\varepsilon}_{\text{eq}}$

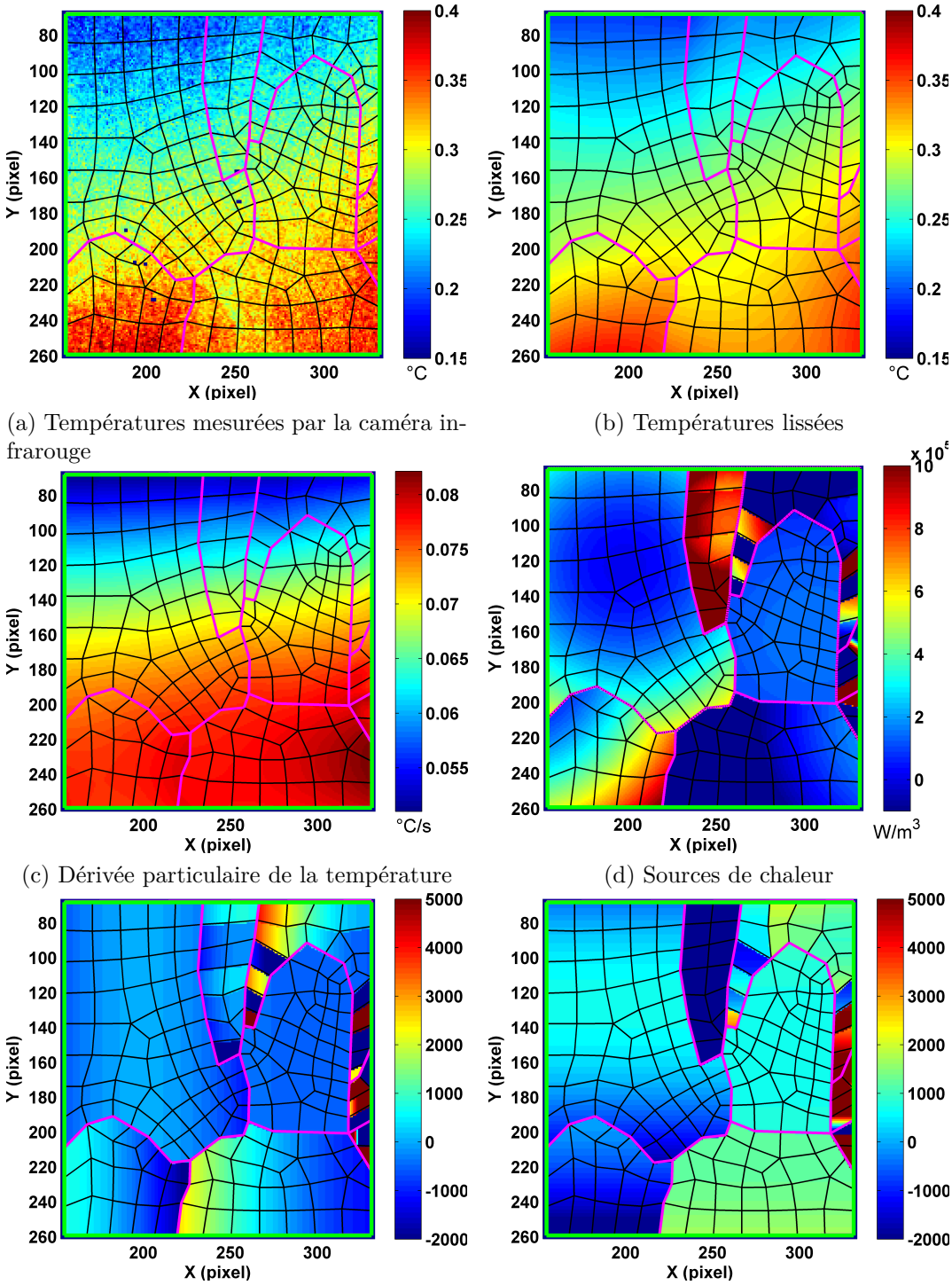
(c) Champ de déformation équivalente ε_{eq}

(d) Champ vitesse de déformation équivalente $\dot{\varepsilon}_{\text{eq}}$

FIGURE 6.11 – Résultats cinématiques représentés dans le repère CCD avec une représentation Eulérienne à l'instant D

champ de température lissé (Figure 6.12b), le champ de taux de variation de température (Figure 6.12c) et le champ de sources de chaleur (Figure 6.12d), ainsi que la dérivée seconde de la température suivante les direction X et Y (Figures 6.12e et 6.12f). La figure 6.12a montre une légère fluctuation de la température sur la partie gauche du grain 7. Nous reviendrons sur ce point à la fin de cette section.

Pour faciliter l'illustration couplée des résultats cinématiques et thermiques, on peut aussi représenter les résultats thermiques dans le repère CCD en adoptant une représentation Eulérienne (Figure 6.13).



(a) Températures mesurées par la caméra infrarouge

(b) Températures lissées

(c) Dérivée particulaire de la température

(d) Sources de chaleur

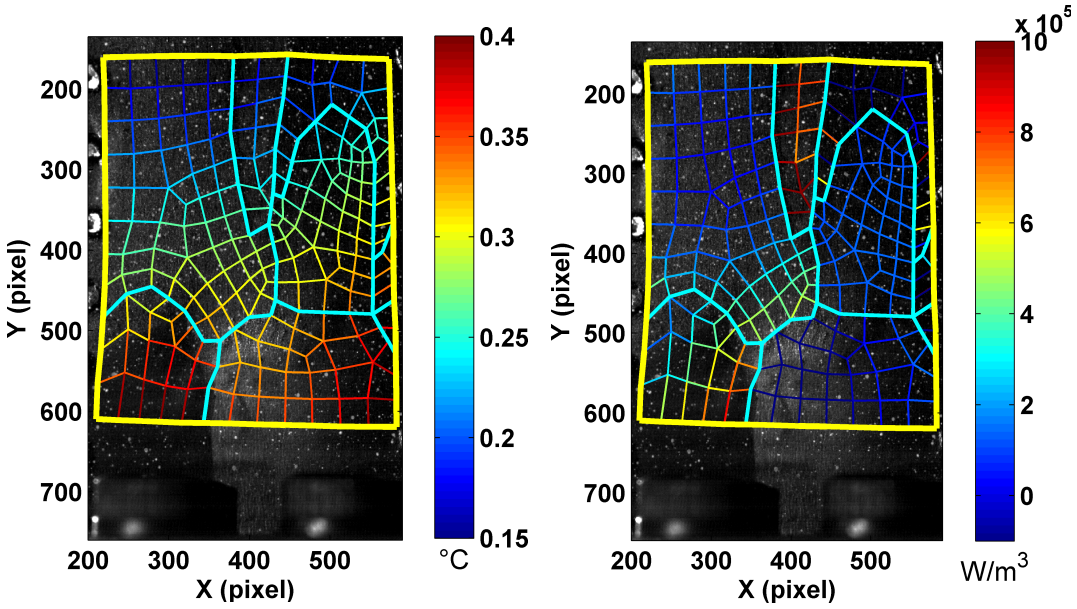
(e) Dérivée seconde de la température suivant la direction X

(f) Dérivée seconde de la température suivant la direction Y

FIGURE 6.12 – Résultats thermiques représentés dans le repère IR avec une représentation Lagrangienne pour l'instant D

Présentation des résultats aux pas de chargement sélectionnés

Une représentation Lagrangienne a été choisie pour la présentation des résultats dans cette partie. Dans la Figure 6.14, l'évolution du champ de déformation équivalente pour ces huit instants est représentée. La barre de couleur est fixe pour toutes les représentations (de 0 à 70%).



(a) Champ de température (b) Champ de sources de chaleur

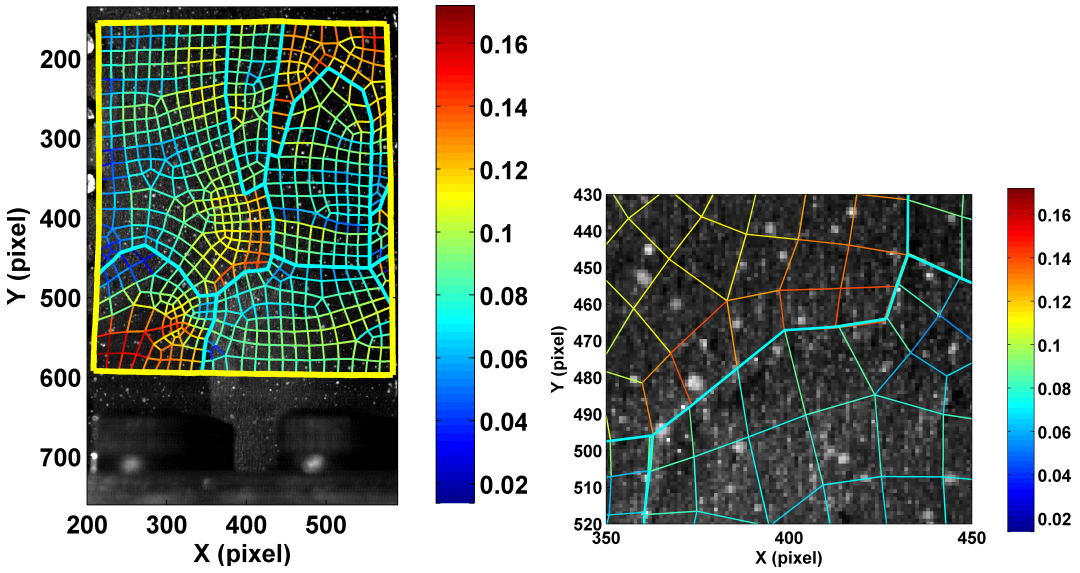
FIGURE 6.13 – Résultats thermiques représentés dans le repère CCD avec une configuration Eulérienne pour l'instant D

On présente aussi l'évolution du champ de vitesse de déformation équivalente dans la Figure 6.15. Pour faciliter la comparaison entre les différents instants, la barre de couleur est fixée entre 0 et $0.02\,\mathrm{s}^{-1}$.

Aux instants A et B, malgré un niveau de déformation équivalente assez faible (de l'ordre de 2% à 3.8% en moyenne sur toute la surface, voir Figures 6.14a et 6.14b), on peut observer une vitesse de déformation inhomogène (voir Figures 6.15a et 6.15b). Une vitesse de déformation particulièrement importante est observée au voisinage des joints de grains situés entre les grains 1 et 4 (*Zone* 1&4) et les grains 1 et 7 (*Zone* 1&7). En même temps, une autre zone de concentration de la vitesse de déformation est observée dans la zone située au niveau du joint de grain séparant les grains 2 et 3 (*Zone* 2&3).

Entre les instants C et D, la concentration de déformation devient plus importante dans les grains 1, 3 et 8 (Figures 6.14c et 6.14d). Dans les Figures 6.15c et 6.15d, on retrouve une vitesse de déformation importante dans ces mêmes zones, à part une légère atténuation de la vitesse de déformation dans la *Zone* 1&7.

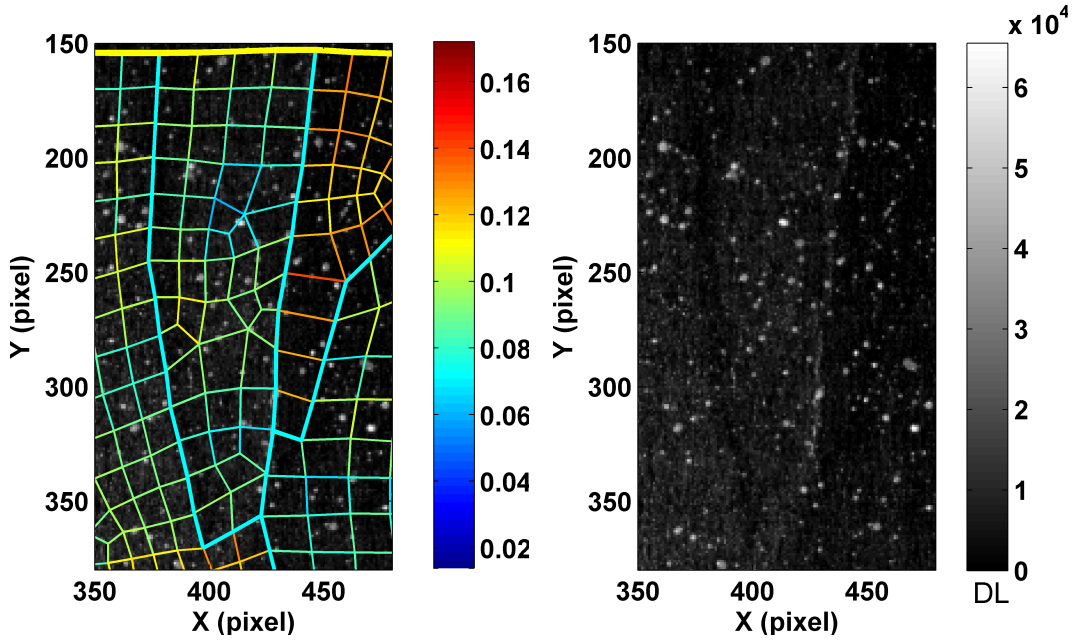
En effet, cette concentration de déformation dès le début de l'essai se traduit par une première fissuration de l'éprouvette, qui se produit sur le joint entre les grains 1 et 7. En adoptant la représentation de la Figure 6.11c, on représente le champ de déformation équivalente à l'instant C dans la Figure 6.16a. En zoomant sur la *Zone* 1&7, on observe clairement la première fissure de l'essai (Figure 6.16b), et cette fissure se produit entre les instants B et C.



(a) Champ de déformation équivalente (b) Zoom sur la zone fissurée

FIGURE 6.16 – Champ de déformation équivalente en utilisant une représentation Eulérienne pour l'instant C ainsi que le zoom sur la zone de fissuration

La concentration de déformation ainsi que la forte vitesse de déformation observées dans la *Zone* 2&3 traduisent la présence de déformations incompatibles entre les grains 2 et 3 qui s'accompagnent de légères mouvements hors plan qui révèlent le joint de grain. Étant donné que les joints de grains ainsi révélés sont cachés par le contour des grains dans le maillage CIN déformé (Figure 6.17a), l'image visible associée (sans maillage) est présentée dans la Figure 6.17b en zoomant sur la même zone.



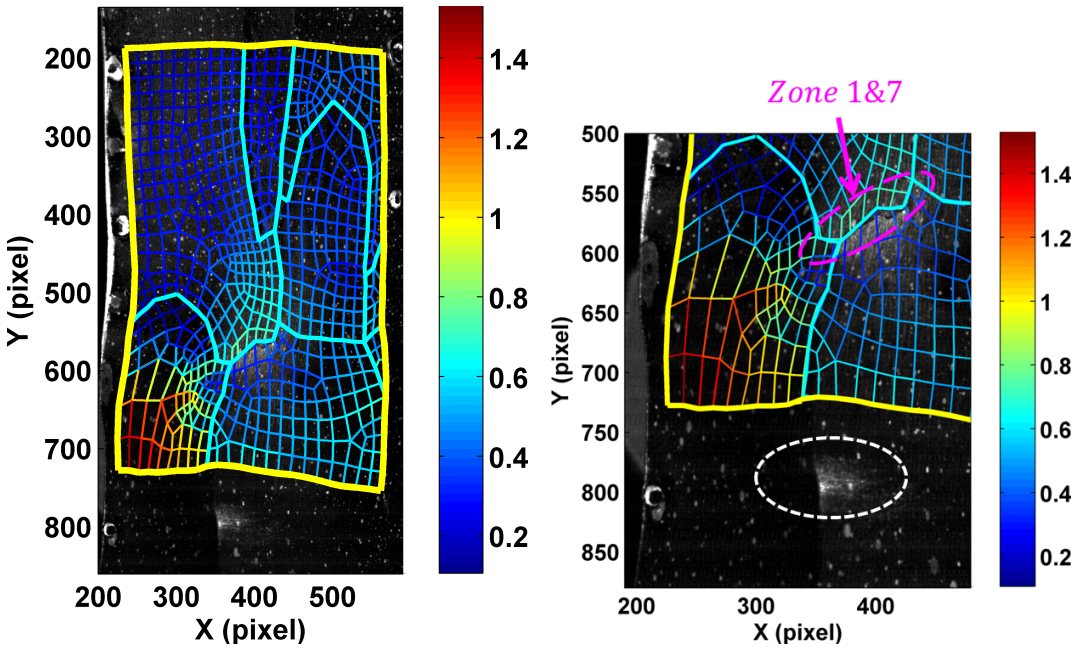
(a) Zoom du champ de déformation équivalente (b) Zoom sur l'image CCD pour le grain 2

FIGURE 6.17 – Zoom sur le champ de déformation équivalent pour le grain 2 à l'instant C ainsi que l'image visible correspondante

A partir de l'instant E, la concentration de déformation continue à persister dans les grains 1, 3 et 8. En revanche, c'est le grain 8 qui développe la plus grande vitesse de déformation, et ce jusqu'à la fin de l'essai. La rupture finale s'initie en dehors de la zone d'étude et elle traverse aussi le grain 8 comme on peut l'observer dans l'image visible (voir Figure 6.18). Il est à noter que, la vitesse de déformation dans la *Zone* 2&3 est fortement diminuée à partir de l'instant F, et la déformation équivalente peut atteindre localement plus de 80% dans la partie basse du grain 8.

L'état de déformation ultime de l'éprouvette est présenté ensuite juste avant la rupture finale. Les champs de déformation équivalente aux instants 1 et 2 (Figure 6.3a) sont présentés dans les Figures 6.18 et 6.19.

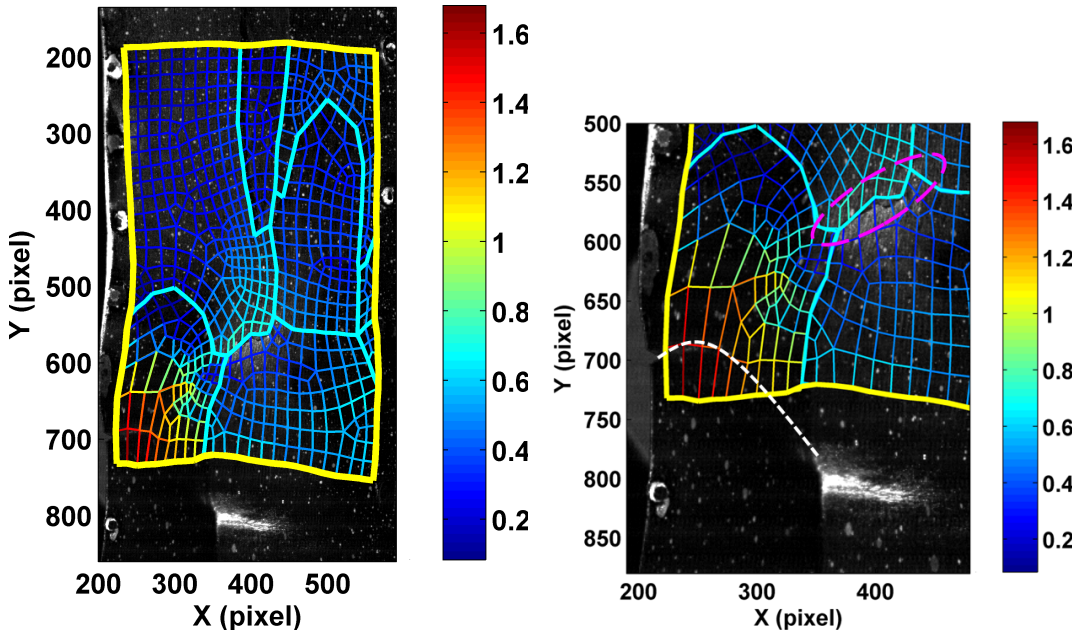
Dans la Figure 6.18, on observe facilement l'ouverture de la première fissure qui s'est formée dans la *Zone* 1&7 au début de l'essai (voir Figure 6.16b). En zoomant sur la zone fissurée, on constate une très bonne coïncidence entre l'image visible et les résultats cinématiques (champ de déformation ainsi que le maillage déformé). De plus, on observe également une ouverture de fissure en bas de l'image. Elle se situe en dehors de la Zone d'Étude (zone initialement cachée par les deux vis du mors inférieur).



(a) Champ de déformation équivalente (b) Zoom sur la zone fissurée

FIGURE 6.18 – Champ de déformation équivalente en utilisant une représentation Eulérienne pour l'instant 1 ainsi que le zoom sur la zone de fissuration

En allant encore plus loin sur la courbe de chargement, la rupture finale est clairement observée sur l'image visible : la fissure traverse le grain 8, où l'on a estimé la déformation équivalente la plus importante (de l'ordre de 1.4).

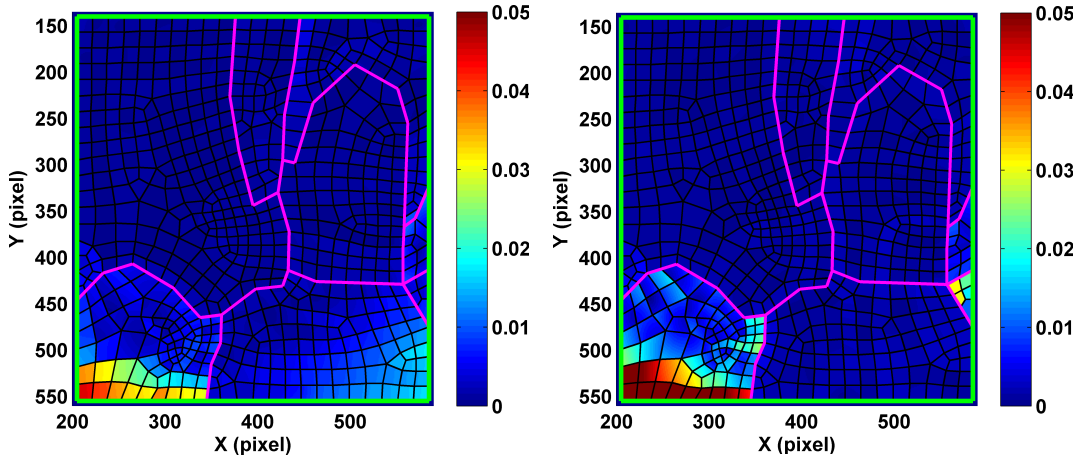


(a) Champ de déformation équivalente

(b) Zoom sur la zone fissurée

FIGURE 6.19 – Champ de déformation équivalente en utilisant une représentation Eulérienne pour l'instant 2 ainsi que le zoom sur la zone de fissuration

Naturellement, la plus grande vitesse de déformation est observée logiquement dans la partie basse du grain 8, comme montré dans la Figure 6.20 pour les instants 1 et 2.



(a) Champ de vitesse de déformation équivalente pour l'instant 1

(b) Champ de vitesse de déformation équivalente pour l'instant 2

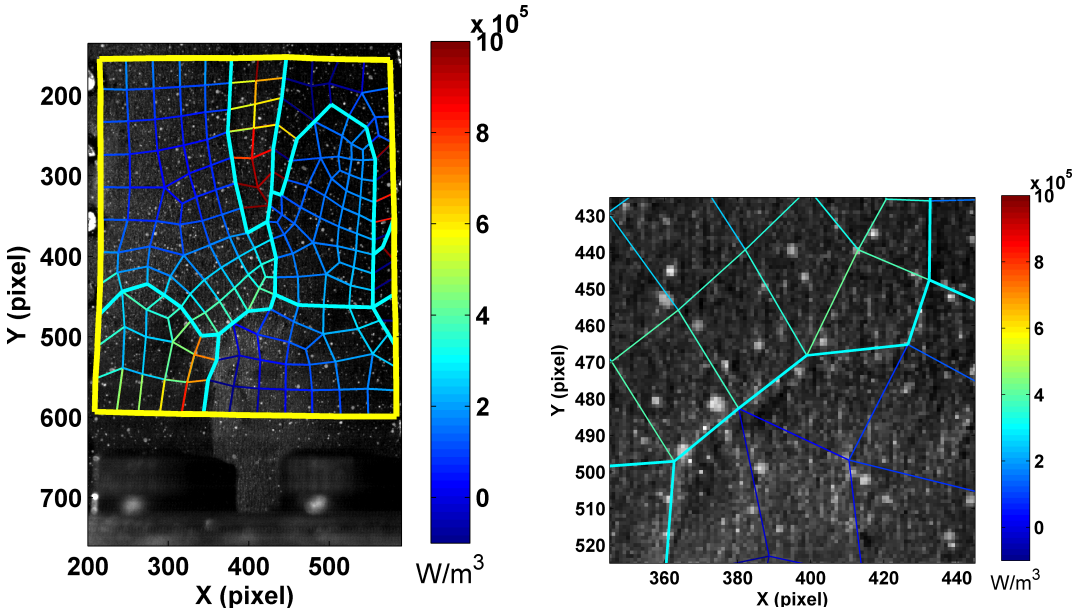
FIGURE 6.20 – Champ de vitesse de déformation équivalente en utilisant une représentation Lagrangienne pour l'instant 1 et 2

Concernant la partie thermique, l'évolution du champ de température ainsi que du champ de sources de chaleur sont représentées respectivement dans la Figure 6.21 et 6.22 pour ces 8 instants.

D'une manière générale, les champs thermiques montrent un échauffement très hétérogène, principalement dans le grain 8 où se développe la rupture. Une localisation de sources de chaleur a déjà été clairement observée, dès à l'instant B, sur le joint du grain 8 (voir Figure 6.22b).

A l'instant d'apparition de la première fissure (instant C), la variation de température est de l'ordre de 0.1 $°C$ (Figure 6.21c). On présente, dans la Figure 6.23, le champ de sources de chaleur à l'instant C dans le repère CCD en utilisant une représentation Eulérienne.

A part des localisations que l'on peut remarquer à l'intérieur du grains 2 et 8, une localisation est aussi clairement visible au voisinage du joint de grain séparant les grains 1 et 7 ($Zone$ 1&7).



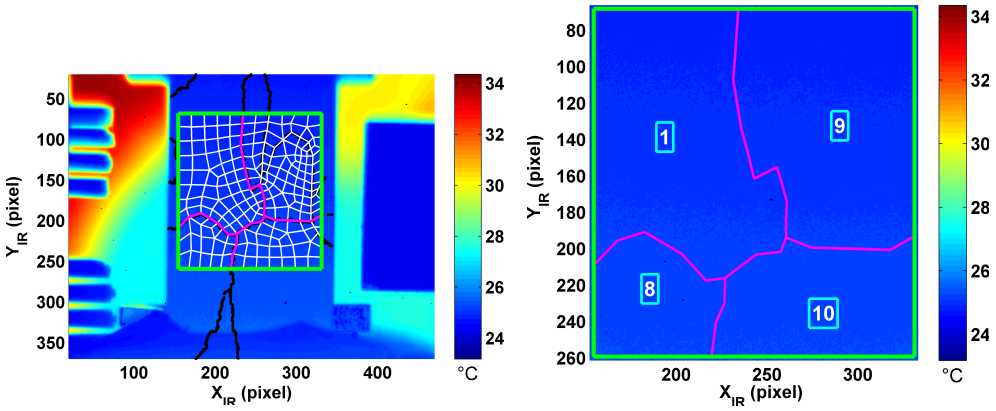
(a) Champ de sources de chaleur (b) Zoom sur la zone fissurée

FIGURE 6.23 – Champ de sources de chaleur présenté dans le repère CCD en utilisant une représentation Eulérienne pour l'instant C ainsi que le zoom sur la zone de fissuration

Si on compare les résultats cinématiques (Figure 6.16a) et thermiques (Figure 6.23a) à l'instant C, les concentrations de déformations et de sources de chaleur sont simultanément identifiées dans le grain 8 et la $Zone$ 1&7. Cette coïncidence des résultats cinématiques et thermiques est moins évidente pour les grains 2 et 3. En effet, la forme de ces grains rend l'estimation locale des sources plus délicate. Nous avions déjà observé dans le Chapitre 5 que l'erreur sur l'estimation des sources de chaleur était bien plus importante dans le grain le plus "élancé".

La Figure 6.22 montre que les sources de chaleur sont considérables dans le grain 2 tout au long de l'essai. Nous avons constaté la même tendance pour les grains 5 et 6, cette fois-ci, à cause de leur faible superficie. Donc, afin de limiter ces effets, nous proposons de modifier légèrement le maillage pour regrouper ces grains.

Le nouveau maillage est présenté dans la Figure 6.24a. On remarque sur cette figure que les éléments ont été conservés, seuls les contours des domaines ont été changés. La nouvelle numérotation est donnée dans la Figure 6.24b. On a regroupé les anciens grains 2, 3, 4 et 5 pour former un nouveau grain 9, et le grain 10 est formé à partir des anciens grains 6 et 7.



(a) Maillage de calcul IRT amélioré

(b) Numérotation des grains pour la nouveau maillage IRT

FIGURE 6.24 – Numérotation des grains pour le maillage IRT "amélioré" dans le repère IR

Les résultats thermiques obtenus avec le nouveau maillage sont présentés dans les Figures 6.25 et 6.26. Les contours des grains supprimés sont également représentés dans ces cartes en traits pointillés blancs.

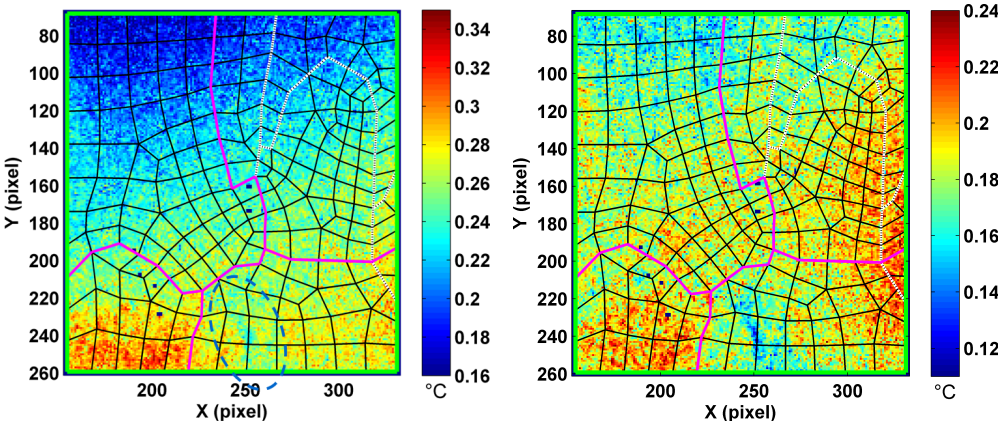
Les champs de variation de température lissée obtenus avec cette nouvelle description de la microstructure sont très proches de ceux obtenus avec le premier maillage. Les sources, quant à elles, sont assez différentes dans les trois grains qui ont été incorporés aux grains 9 et 10. Dans ces trois grains (très élancé ou de faible dimension), les champs thermiques sont assez peu contraints et le Laplacien est assez mal estimé, ce qui conduit, du fait de la conductivité importante de l'aluminium, à des erreurs importantes sur les sources de chaleur. Les sources de chaleur déterminées dans les autres grains sont assez peu impactées par cette modification. Ce résultat montre le lien fort qui existe entre le maillage retenu pour le traitement et la mesure des sources de chaleur, et donc le soin à apporter à l'opération de maillage. On observe finalement une concentration des sources de chaleur dans les grains 1 et 8 où se développe principalement la localisation de la déformation observée sur les champs cinématiques.

Les résultats thermiques sont étroitement liés à l'état de l'émissivité de la surface. Afin d'évaluer, entre autres, l'évolution de l'émissivité de la surface, nous avons effectué une pause de 5 s à la fin de chaque décharge afin de vérifier la carte de température mesurée par la caméra. La durée de la pause n'est pas suffisamment longue atteindre l'équilibre thermique avec l'environnement, mais elle a été choisie pour garantir un temps d'essai "raisonnable". L'échantillon ne sera donc pas à l'équilibre thermique à la fin de la pause. Néanmoins, compte-tenu des temps de diffusion dans l'aluminium, on s'attend à trouver un champ thermique régulier. On interprétera donc (de manière qualitative) la présence de gradients thermiques importants en fin de pause comme la manifestation d'une diminution de l'émissivité relative à une altération du revêtement de peinture noire.

Les instants où l'on effectue la vérification de l'émissivité sont indiqués dans la Figure 6.3b. Les champs de température mesurés par la caméra infrarouge pour les 8 premiers instants (a,b,c,...h) sont présentés dans la Figure 6.27.

Dans les quatre premières figures (Figures 6.27a, 6.27b, 6.27c et 6.27d), on retrouve que l'éprouvette est sensiblement à l'équilibre thermique. Ceci est tout à fait légitime car les instants a et b sont situés avant l'application du chargement (éprouvette au repos) et le niveau de chargement atteint aux instants c et d est faible. A partir de l'instant e, l'éprouvette ne retrouve plus son état de l'équilibre au bout des 5 s de

pause, mais le champ de température demeure assez homogène pour les instants e, f et g (voir Figure 6.27). A l'instant h, on remarque le développement d'une légère "anomalie" dans le champ thermique (présence d'une zone où la température est plus faible dans le grain 10). Cette anomalie se développe ensuite durant le chargement, et on observe, à l'instant i et à l'instant j un refroidissement notable des grains 8 et 10 (voir Figures 6.28b et 6.29). On considère qu'au delà de l'instant h (et du point de chargement C), l'émissivité de la surface commence à être altérée dans la zone de localisation, ce qui rend délicate l'interprétation les données thermographiques.



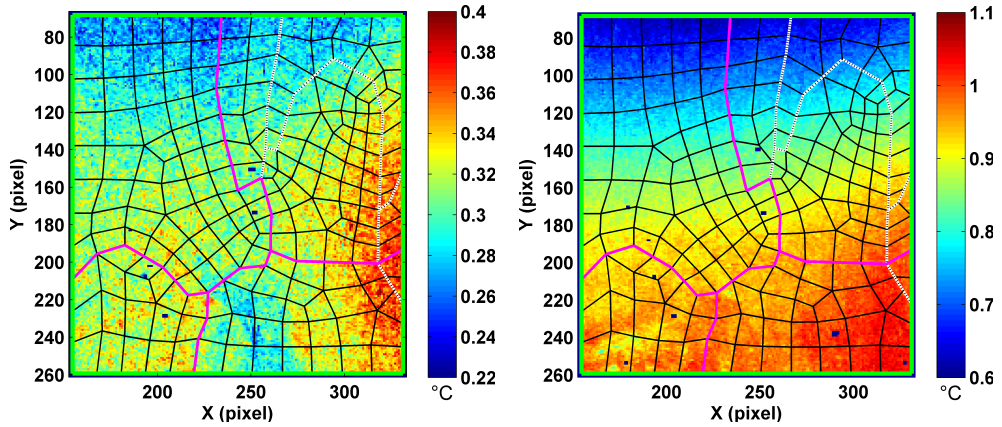
(a) Champ de température mesurée à l'instant C

(b) Champ de température mesurée à l'instant i

FIGURE 6.28 – Carte de température mesurée par la caméra infrarouge

La carte de température mesurée par la caméra à l'instant j est reportée dans la Figure 6.29a. La perte d'émissivité semble être localisée uniquement à l'intérieur du grain 10, de l'instant h à l'instant j (dernière pause précédant la rupture).

La carte de température correspondant à l'instant H est présentée dans la Figure 6.29b. Un gradient de température important est aussi détecté à l'intérieur du grain 8 (associé, ici encore, à une chute d'émissivité). Ceci explique la mauvaise estimation des sources de chaleur au niveau du grain 8 à la fin du chargement. En revanche, aucun problème ne semble être détecté au niveau du grain 1, et ce jusqu'à l'instant H. Il est aussi intéressant de noter la diminution considérable des sources de chaleur dans la *Zone* 1&7 entre les instants G et H.



(a) Champ de température mesurée à l'instant j

(b) Champ de température mesurée à l'instant H

FIGURE 6.29 – Carte de température mesurée par la caméra infrarouge

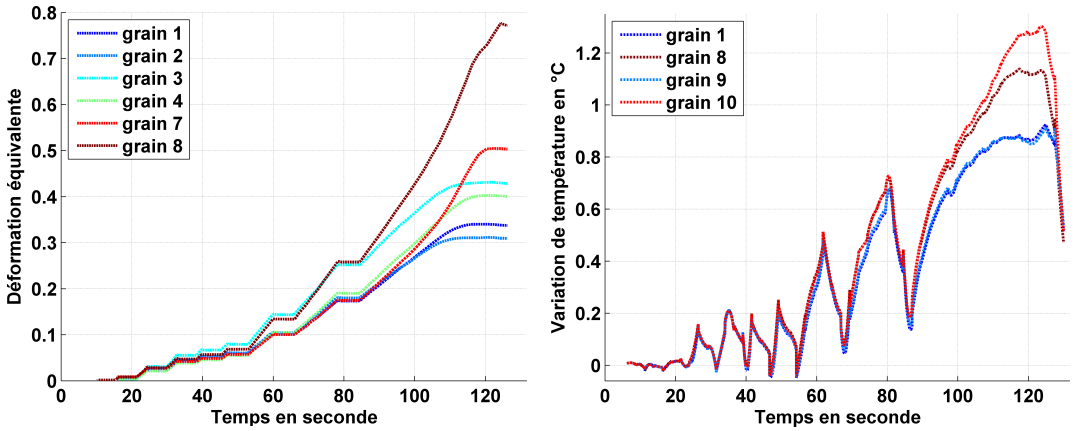
Après avoir présenté les champs cinématiques et thermiques obtenus après les traitements CIN-E et TIR-E, nous allons maintenant nous intéresser à l'analyse des réponses de chacun des grains.

6.4.2 Analyse par grain

Au delà de la simple présentation des résultats obtenus (qui ne possèdent pas le degré d'exhaustivité nécessaire à une analyse complète du comportement du matériau étudié), l'objectif de cette section est d'illustrer les types d'informations qui peuvent être déduites de notre analyse expérimentale. On commence par présenter les évolutions des grandeurs cinématiques et thermiques, moyennées par grain en fonction du temps.

Les évolutions temporelles des grains 5 et 6 ont été enlevées de la présentation des résultats cinématiques (voir Figure 6.30a), du fait de leur très faible dimension.

Sur la partie thermique, les résultats obtenus sur le nouveau maillage (voir Figure 6.24a) sont donnés. Comme il a déjà été dit, les grains 1 et 8 sont exactement identiquement pour les deux types de traitement, et on considère que le grain 9 est constitué par les éléments des grains 2, 3, 4 et 5, et que le grain 10 correspond aux éléments des grains 6 et 7.



(a) Évolution temporelle des déformations équivalentes par grain

(b) Évolution temporelle des températures par grain

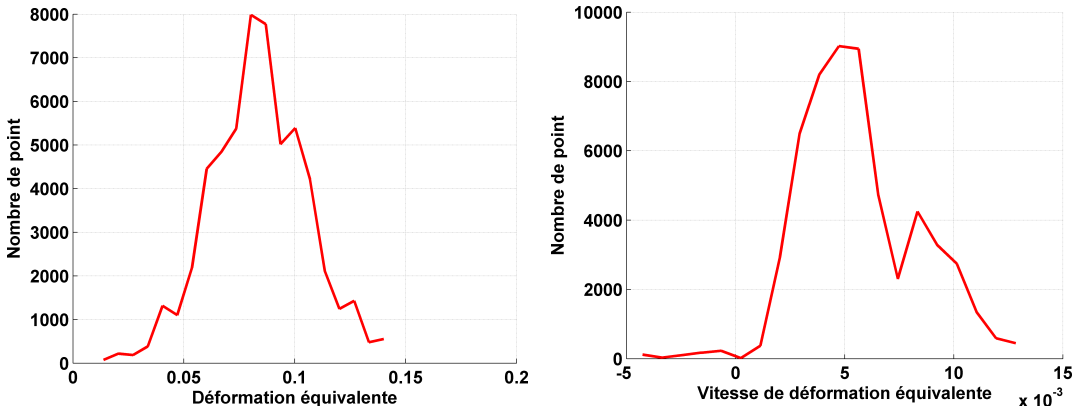
FIGURE 6.30 – Évolution temporelle des grandeurs cinématiques et thermiques

L'échantillon a été soumis à un essai de traction charge-décharge jusqu'à la rupture, comme représenté dans la Figure 6.1. Dans la Figure 6.30a, nous remarquons les 8 plateaux stationnaires de la déformation à la fin de chaque décharge associés aux pauses de 5 s dans le chargement. Ces plateaux sont d'autant plus visibles que l'amplitude de la déformation devient importante. Ce résultat est bien naturel compte-tenu du caractère plastique du matériau : la déformation élastique à la décharge est d'un ordre de grandeur nettement inférieur à la déformation plastique atteinte, et elle n'est pas perceptible sur la courbe.

Une importante concentration de la déformation équivalente est observée dans le grain 8 lors du dernier chargement, la rupture finale se produisait dans ce grain. La première fissuration se produit, quant à elle, au milieu de l'essai dans la *Zone* 1&7. Elle n'est pas perceptible dans cette représentation car la fissure est intergranulaire.

En outre, on remarque que le grain 8, qui subit la plus forte déformation équivalente, n'est pas celui qui subit l'augmentation de température la plus élevée (grain 10), probablement en raison d'une faible dissipation thermique associée à une capacité importante de stockage d'énergie. Une analyse calorimétrique complète serait nécessaire pour valider une telle hypothèse et pour relier cette "signature énergétique" aux mécanismes de plasticité impliqués dans l'évolution de la microstructure. Dans la Figure 6.30b, les effets thermoélastiques sont clairement visibles (diminution de la température pendant le chargement et augmentation de la température pendant le déchargement). Naturellement, durant les plateaux de déformation équivalente entre le chargement et le déchargement, les réponses thermiques ne sont pas stationnaires en raison des pertes de chaleur par convection.

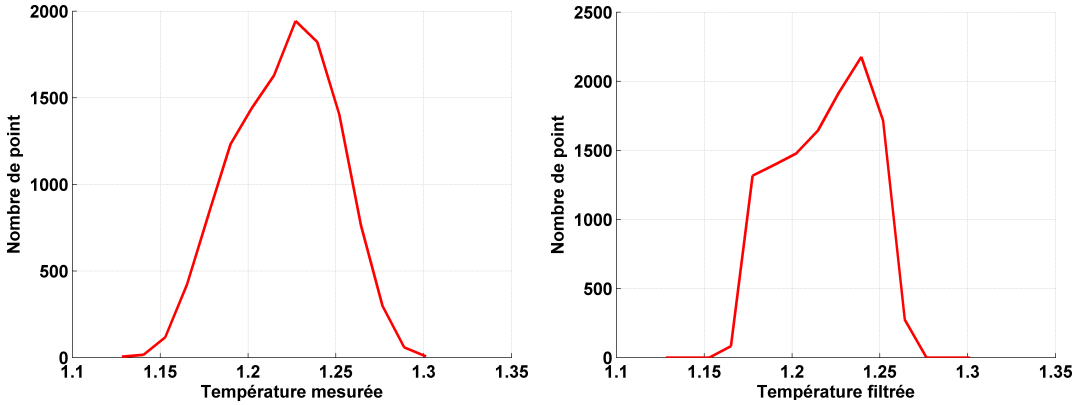
Pour représenter l'évolution temporelle des réponses cinématiques et thermiques pour chaque grain, les grandeurs auxquelles on accède (déformation, vitesse de déformation, sources de chaleur, ...) ont été, dans ce qui précède, moyennées par grain. Nous allons maintenant étudier les éventuelles hétérogénéités intragranulaires. Pour cela, nous allons montrer les résultats sur les grains 1, 7 et 8 pour les deux types de traitement. Plaçons nous à l'instant C :



(a) Histogramme de la déformation équivalente

(b) Histogramme de la vitesse de déformation équivalente

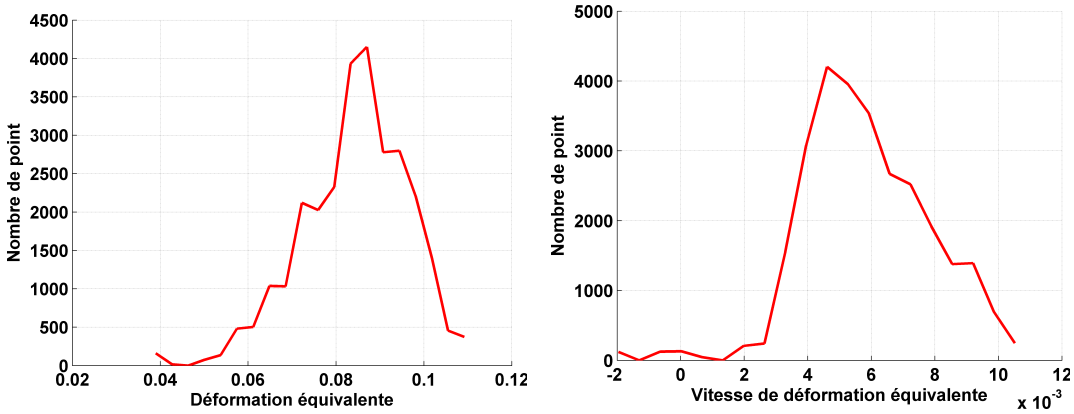
FIGURE 6.31 – Histogramme des grandeurs cinématiques pour le grain 1 à l'instant C



(a) Histogramme de la température mesurée

(b) Histogramme de la température lissée

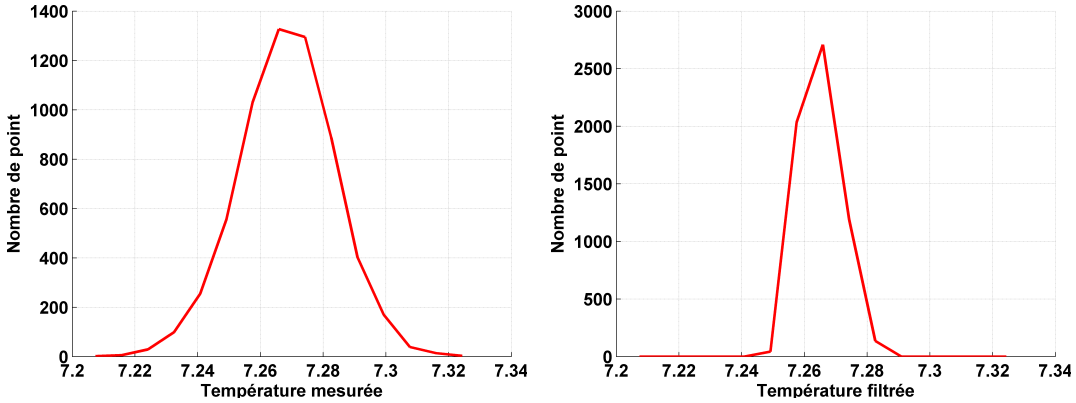
FIGURE 6.32 – Histogramme des grandeurs thermiques pour le grain 1 à l'instant C



(a) Histogramme de la déformation équivalente

(b) Histogramme de la vitesse de déformation équivalente

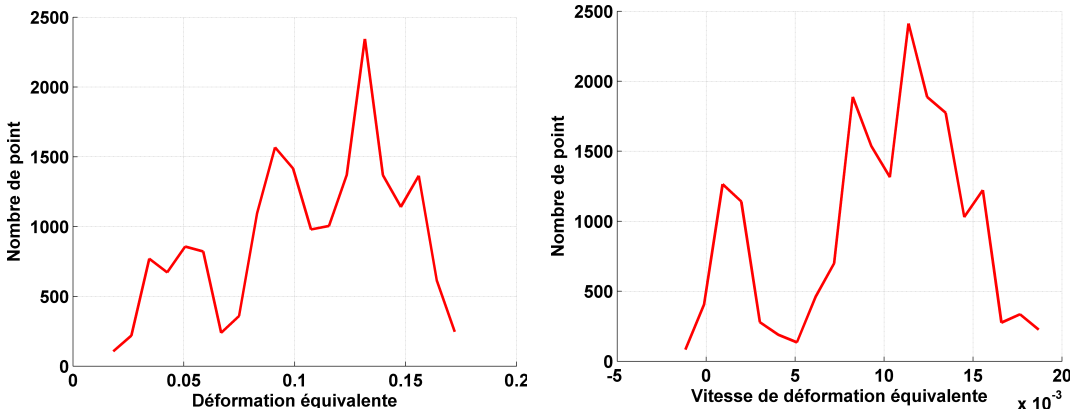
FIGURE 6.33 – Histogramme des grandeurs cinématiques pour le grain 7 à l'instant C



(a) Histogramme de la température mesurée

(b) Histogramme de la température lissée

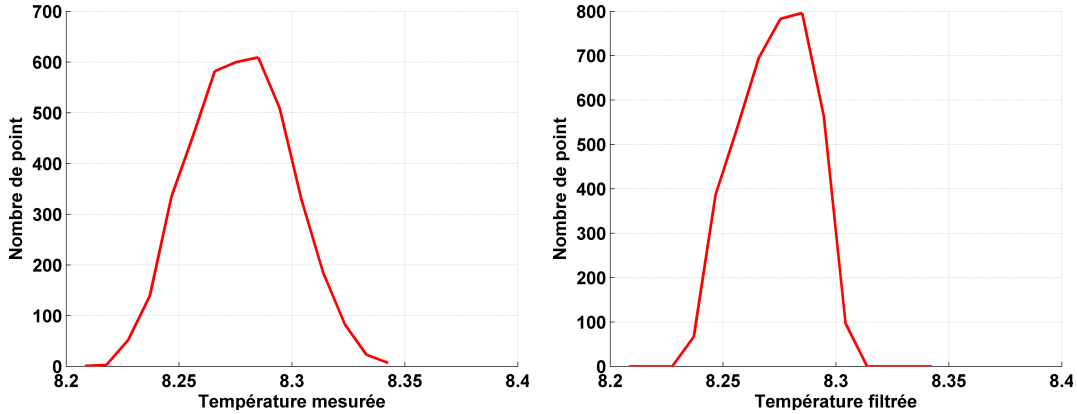
FIGURE 6.34 – Histogramme des grandeurs thermiques pour le grain 7 à l'instant C



(a) Histogramme de la déformation équivalente

(b) Histogramme de la vitesse de déformation équivalente

FIGURE 6.35 – Histogramme des grandeurs cinématiques pour le grain 8 à l'instant C



(a) Histogramme de la température mesurée (b) Histogramme de la température lissée

FIGURE 6.36 – Histogramme des grandeurs thermiques pour le grain 8 à l'instant C

		ε_{eq}	$\dot{\varepsilon}_{\text{eq}}$	$\mathbf{T}_{mes}$ (K)	$\mathbf{T}_{lis}$(K)
Grain 1	moyenne	0.08	5.6×10^{-3}	1.22	1.22
	écart-type	0.022	2.6×10^{-3}	0.029	0.025
Grain 7	moyenne	0.08	5.8×10^{-3}	7.27	7.26
	écart-type	0.012	1.9×10^{-3}	0.015	0.006
Grain 8	moyenne	0.11	9.7×10^{-3}	8.28	8.27
	écart-type	0.038	4.7×10^{-3}	0.022	0.016

TABLEAU 6.4 – Caractéristiques des histogrammes pour les grains 1, 7 et 8 à l'instant C

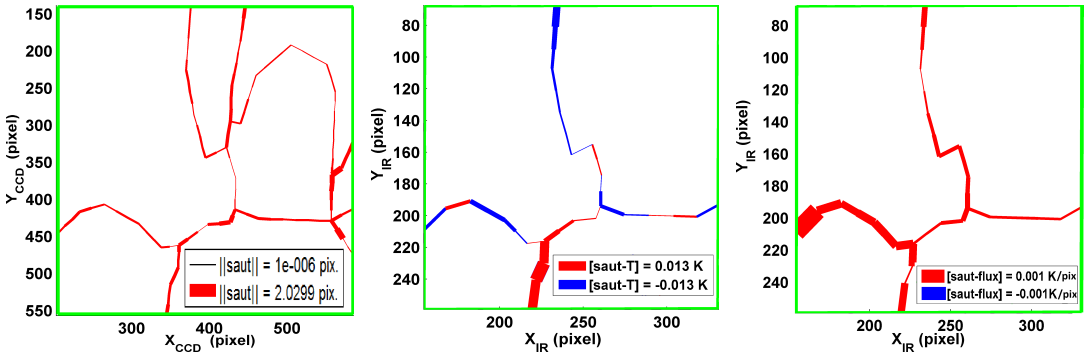
L'hétérogénéité de la déformation et de la vitesse de déformation est bien observée sur les Figures 6.31, 6.33 et 6.35. Les figures 6.31 et 6.33, relatives aux grains 1 et 7, montrent des distributions de ces grandeurs qui semblent ne faire apparaître qu'un seul mode, alors que la Figure 6.35 (associée au grain 8 qui se déforme le plus) montre des distributions d'allure moins régulière faisant apparaître plusieurs modes. Dans ce type d'analyse, il serait intéressant de sectoriser les différents grains afin de pouvoir distinguer les réponses du voisinage des joints de grains, des réponses du "cœur" du grain. Le format des données expérimentales fournies par la méthode développée permettrait d'accéder assez facilement à ce type d'information. Cela n 'a pas été fait ici du fait du faible nombre de situations rencontrées (nombre limité de désorientations).

Concernant les observations thermiques, nous observons des champs de température assez peu hétérogènes (ce qui n'est pas surprenant compte-tenu du caractère fortement diffusif du matériau). Le lissage du champ thermique diminue naturellement l'écart-type des températures, mais il conserve, comme c'est attendu la valeur moyenne.

Cette analyse grain par grain peut être complétée par une étude des éventuelles discontinuités entre les grains, en suivant le protocole d'analyse présenté dans le Chapitre 4. Restons toujours à l'instant C qui marque l'amorçage de la fissure entre les grains 1 et 7, la norme du saut de déplacement est reportée dans la Figure 6.37a. Les mesures obtenues sur les grains 5 et 6 sont assez bruitées du fait de la faible surface des éléments. En conséquence, les sauts observés entre ces grains et leurs voisins sont mal estimés. Nous ne les commenterons donc pas dans ce qui suit.

Dans cette figure, on retrouve le développement de la fissure inter-granulaire entre les grains 1 et 7 et de la localisation inter-granualaire entre les grains 2 et 3 observées sur les figures 6.16 et 6.17. Un saut moins important apparaît aussi sur le joint entre les grains 4 et 7 sans que ne semble se développer de fissuration.

Il est intéressant de compléter ces observations par les sauts de température et de flux. On parle ici de saut de flux de température, car on suppose que le matériau suit une loi de conduction de type Fourier, et que le matériau est thermiquement homogène (indépendance, à notre échelle, de la conductivité thermique à l'orientation cristalline). Ainsi la continuité du gradient de température est équivalente à la continuité du flux. L'apparition d'une fissure se traduit par l'apparition d'une surface d'échange supplémentaire qui introduit une discontinuité dans le champ thermique, et dans champ de flux de chaleur.



(a) Saut de déplacement (b) Saut de température (c) Saut du flux de température

FIGURE 6.37 – Saut cinématique et thermique entre les grains l'instant C

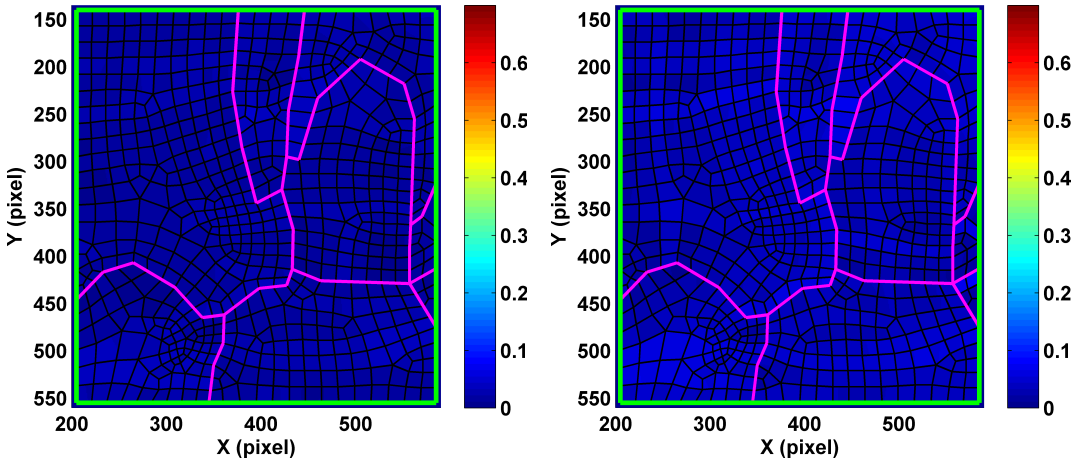
Les figures 6.37b et 6.37c illustrent les distributions de sauts thermiques (en température et en flux de chaleur). On remarque qu'à ce stade, la fissure se développe sans apparition notable de discontinuités thermiques.

Dans ce chapitre, les méthodes de traitement proposées (TIR-E et CIN-E) ont été appliquées sur un essai réel. Il s'agit d'un essai de charge-décharge jusqu'à la rupture sur une éprouvette d'aluminium à gros grains. Les données cinématiques, thermiques et microstructurales ont été mises en relation à la fois dans l'espace et dans le temps pour pouvoir post-traiter les données de manière efficace.

Les méthodes développées dans le cadre de la thèse ont été utilisées pour dépouiller ces données expérimentales. Sur le plan cinématique, les distributions de déformation et de vitesses de déformation (composantes planes ou grandeur équivalente) ont été illustrées pour les différents instants de chargement. L'ouverture de la première fissuration et le développement de la localisation menant à la rupture finale ont été identifiées sur les champs cinématiques. La concentration de ces champs a été observée dès les premiers stades de la déformation dans les zones de fissure et de rupture. Une première analyse du comportement cinématique de la réponse de chaque grain a aussi abordée dans la dernière partie de ce chapitre.

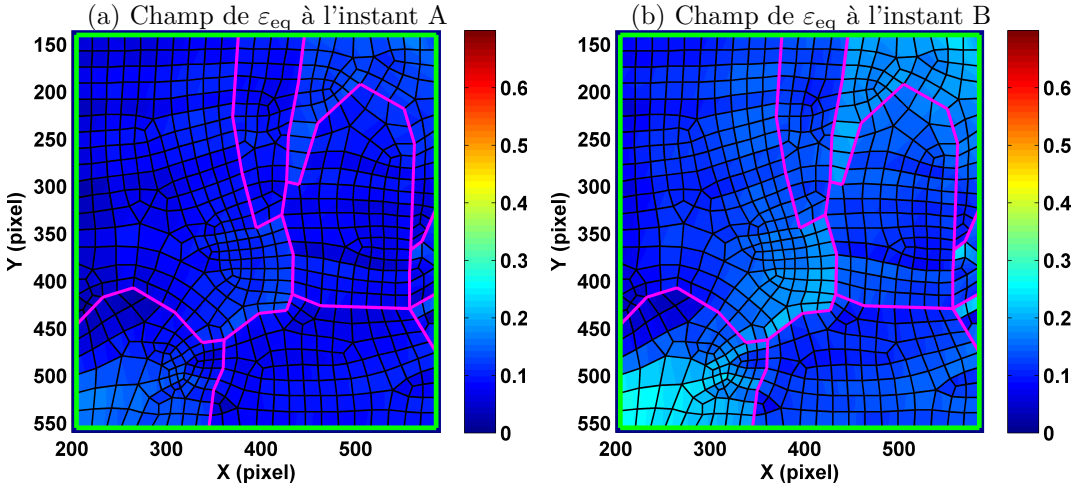
Du point de vue de la thermique, une variation de température de l'ordre de quelques dixièmes de degré a été observée. Sur les cartes obtenues, on observe un comportement thermique hétérogène à l'intérieur de chaque grain. La réponse thermique est différente d'un grain à l'autre. Ce phénomène est d'autant plus visible lorsque l'on

observe les réponses individuelles de chaque grain en fonction du temps. Une analyse calorimétrique plus poussée (dans laquelle on aurait notamment accès à la connaissance fine du champ de contrainte local) serait nécessaire pour pouvoir proposer un bilan énergétique complet par grain.



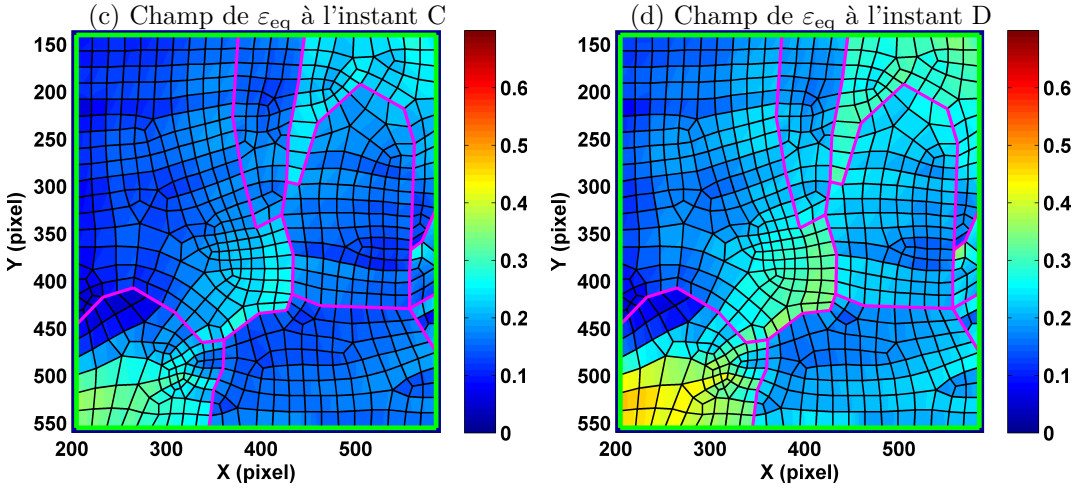
(a) Champ de ε_{eq} à l'instant A

(b) Champ de ε_{eq} à l'instant B



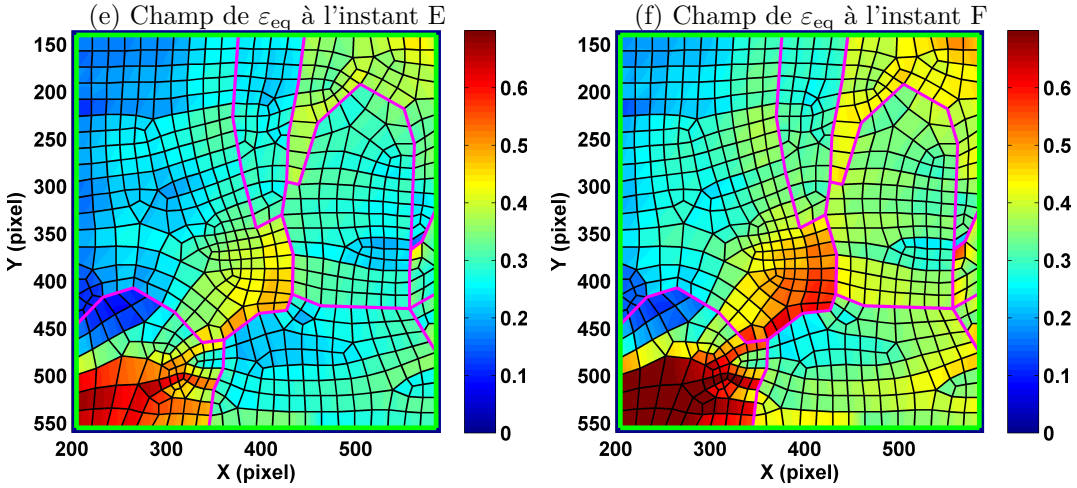
(c) Champ de ε_{eq} à l'instant C

(d) Champ de ε_{eq} à l'instant D



(e) Champ de ε_{eq} à l'instant E

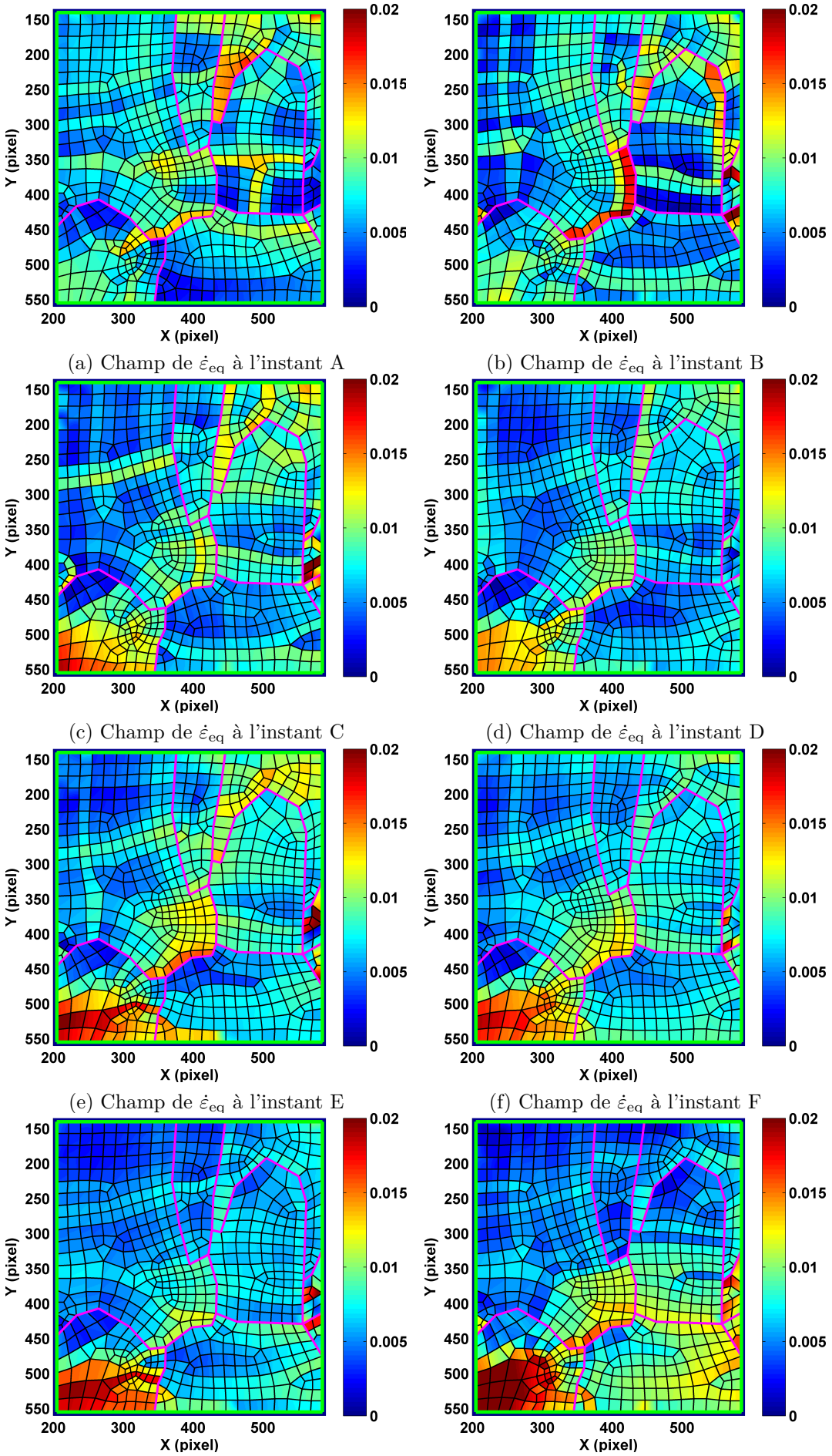
(f) Champ de ε_{eq} à l'instant F



(g) Champ de ε_{eq} à l'instant G

(h) Champ de ε_{eq} à l'instant H

FIGURE 6.14 – Évolution du champ de déformation équivalente pour les huit instants



(a) Champ de $\dot{\varepsilon}_{eq}$ à l'instant A

(b) Champ de $\dot{\varepsilon}_{eq}$ à l'instant B

(c) Champ de $\dot{\varepsilon}_{eq}$ à l'instant C

(d) Champ de $\dot{\varepsilon}_{eq}$ à l'instant D

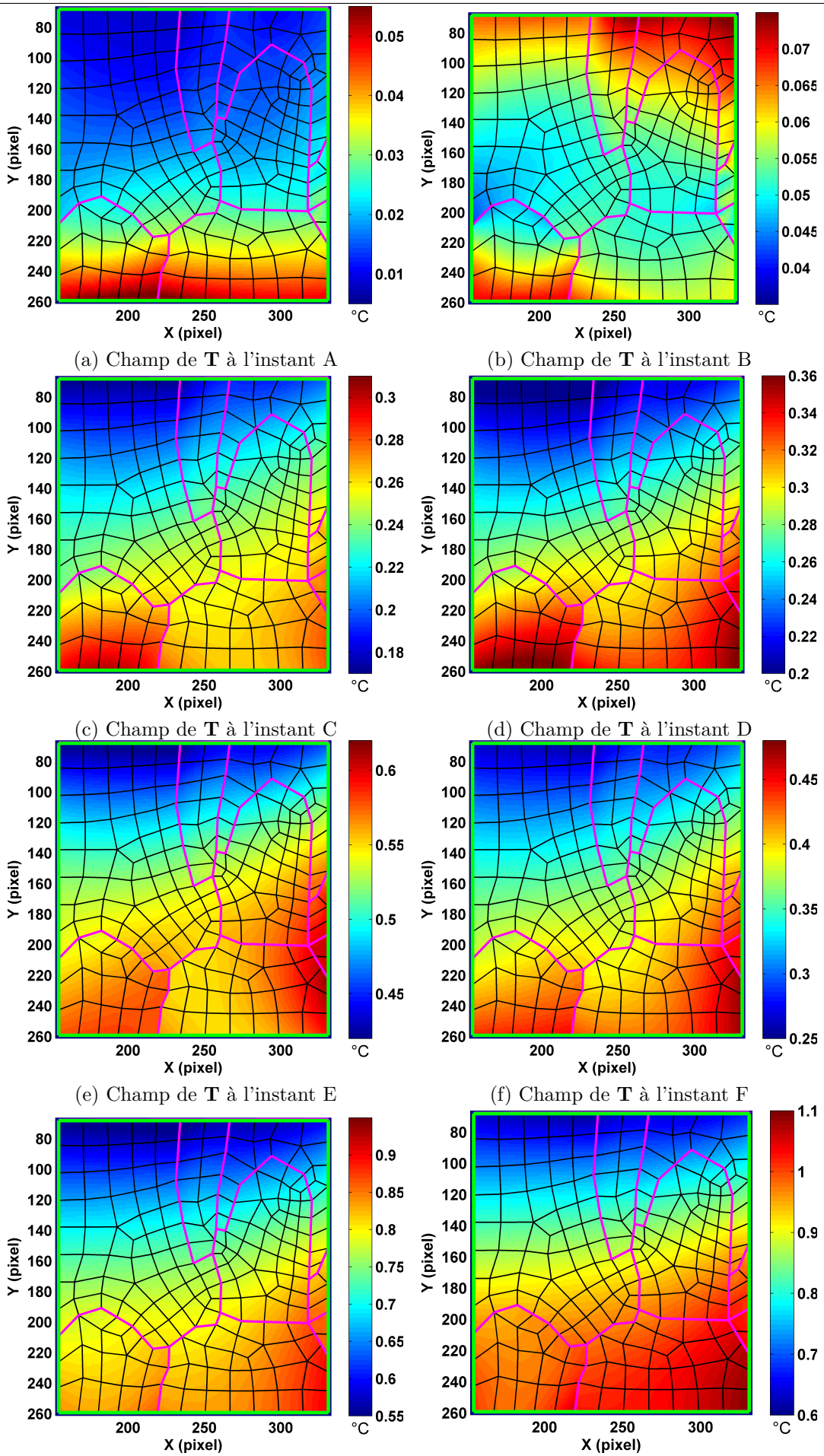
(e) Champ de $\dot{\varepsilon}_{eq}$ à l'instant E

(f) Champ de $\dot{\varepsilon}_{eq}$ à l'instant F

(g) Champ de $\dot{\varepsilon}_{eq}$ à l'instant G

(h) Champ de $\dot{\varepsilon}_{eq}$ à l'instant H

FIGURE 6.15 – Évolution du champ de vitesse de déformation équivalente pour les huit instants



(a) Champ de **T** à l'instant A

(b) Champ de **T** à l'instant B

(c) Champ de **T** à l'instant C

(d) Champ de **T** à l'instant D

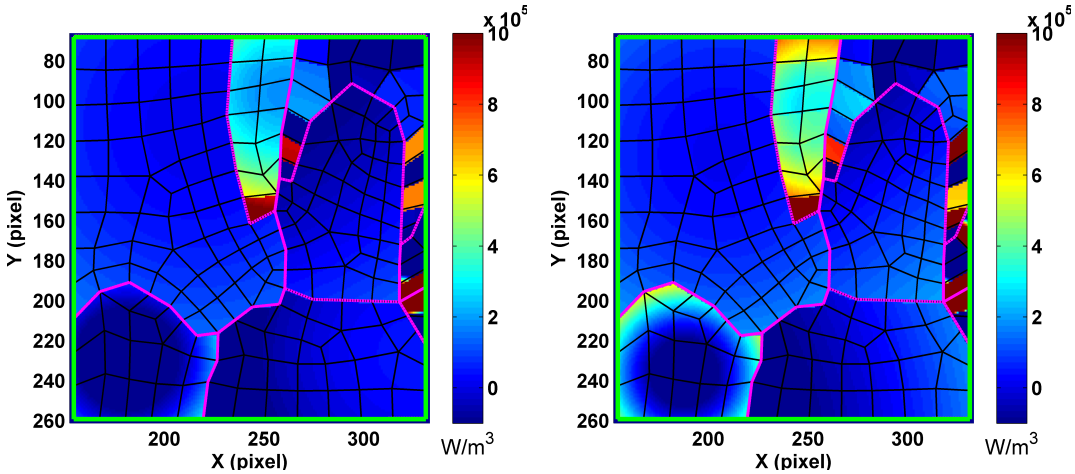
(e) Champ de **T** à l'instant E

(f) Champ de **T** à l'instant F

(g) Champ de **T** à l'instant G

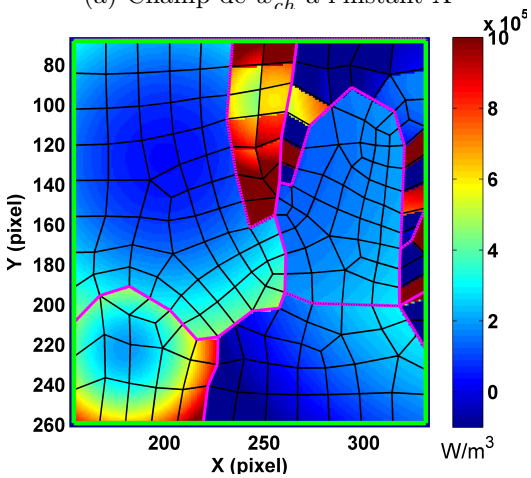
(h) Champ de **T** à l'instant H

FIGURE 6.21 – Évolution du champ de température pour les huit instants

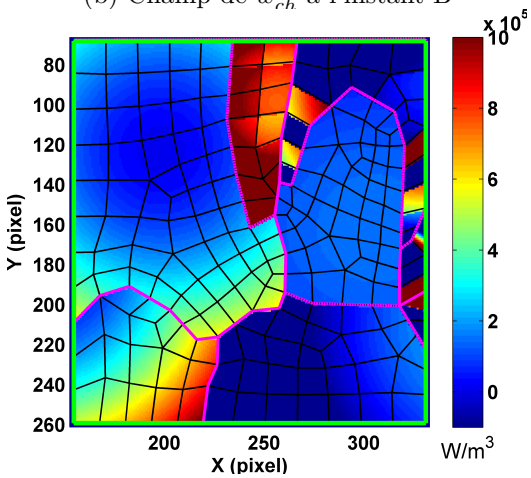


(a) Champ de w'_{ch} à l'instant A

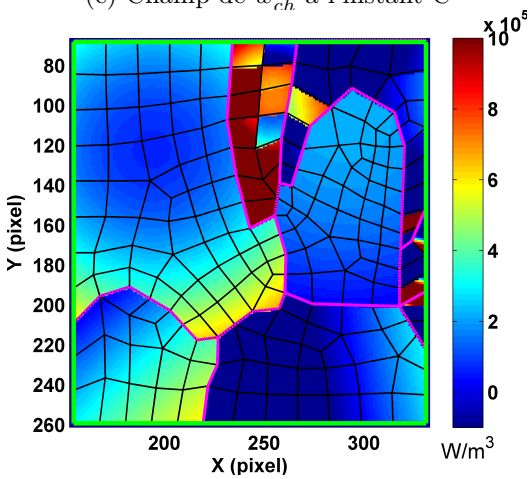
(b) Champ de w'_{ch} à l'instant B



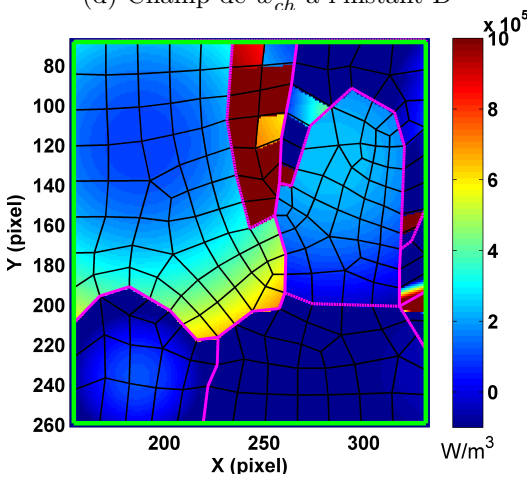
(c) Champ de w'_{ch} à l'instant C



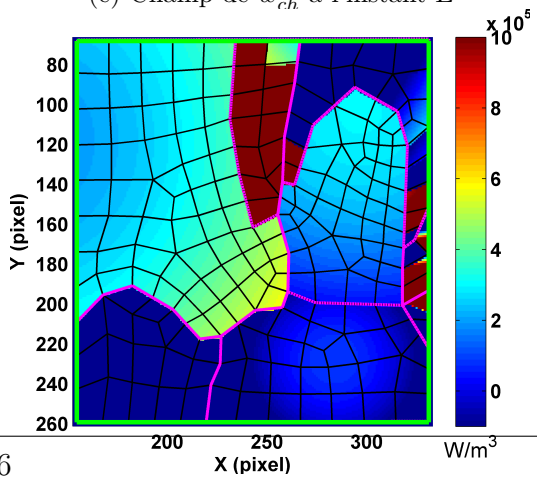
(d) Champ de w'_{ch} à l'instant D



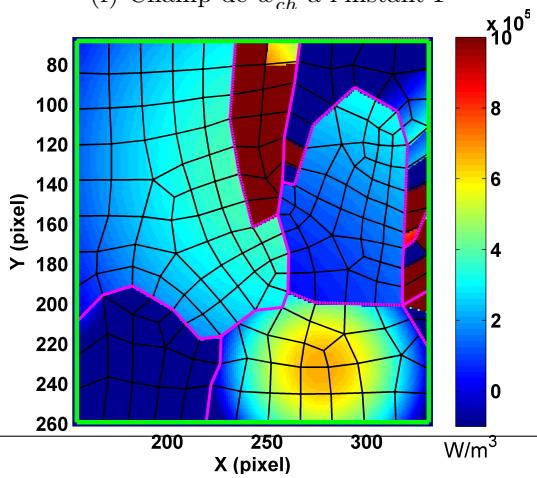
(e) Champ de w'_{ch} à l'instant E



(f) Champ de w'_{ch} à l'instant F

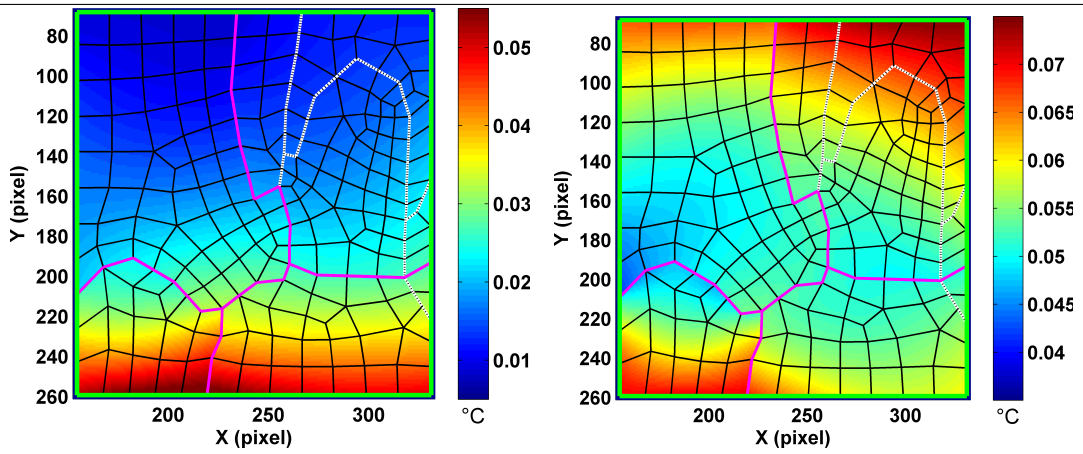


(g) Champ de w'_{ch} à l'instant G



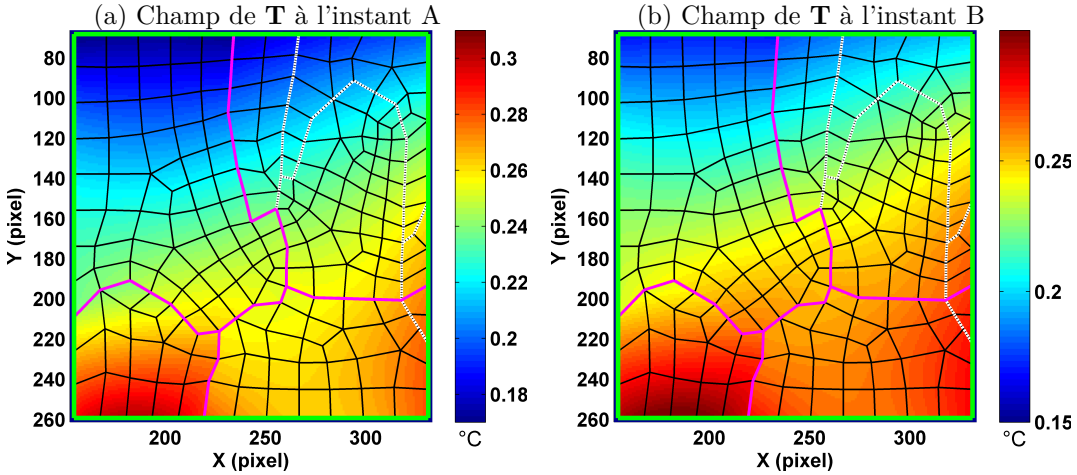
(h) Champ de w'_{ch} à l'instant H

FIGURE 6.22 – Évolution du champ de sources de chaleur pour les huit instants



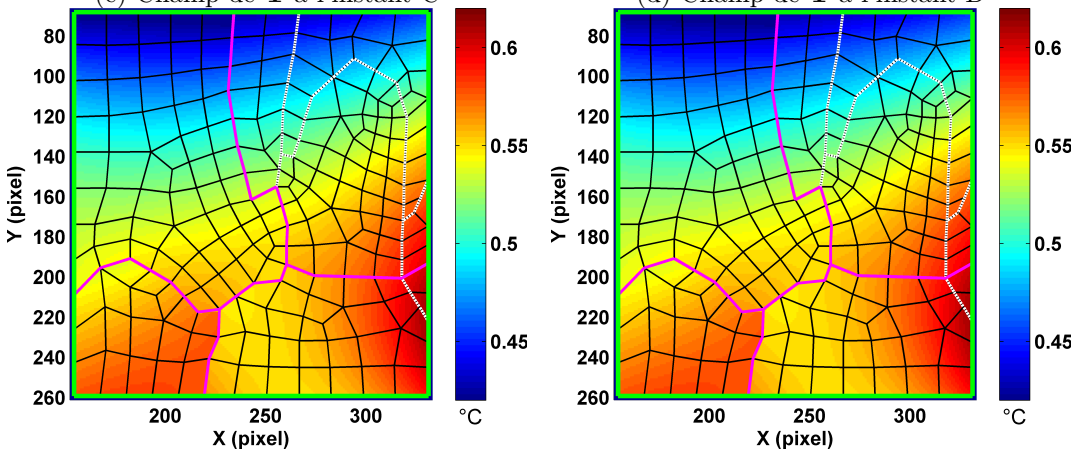
(a) Champ de **T** à l'instant A

(b) Champ de **T** à l'instant B



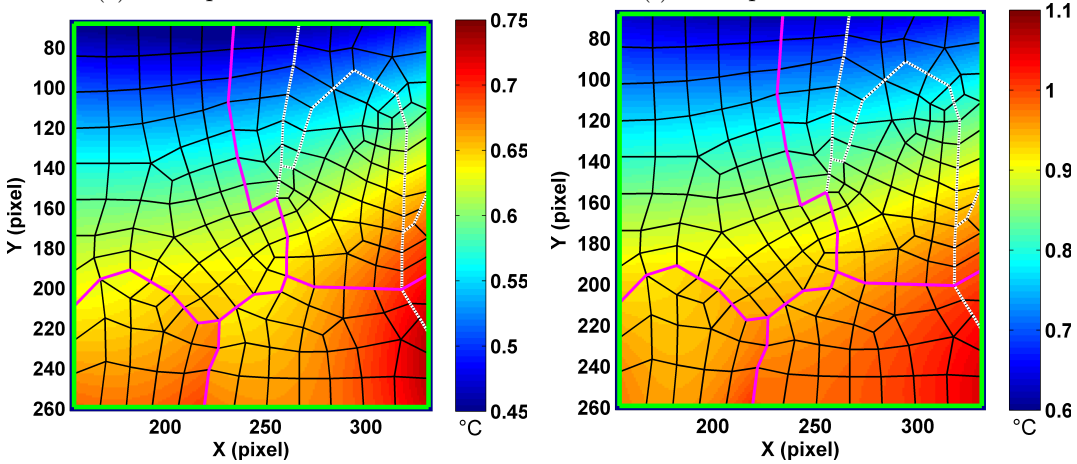
(c) Champ de **T** à l'instant C

(d) Champ de **T** à l'instant D



(e) Champ de **T** à l'instant E

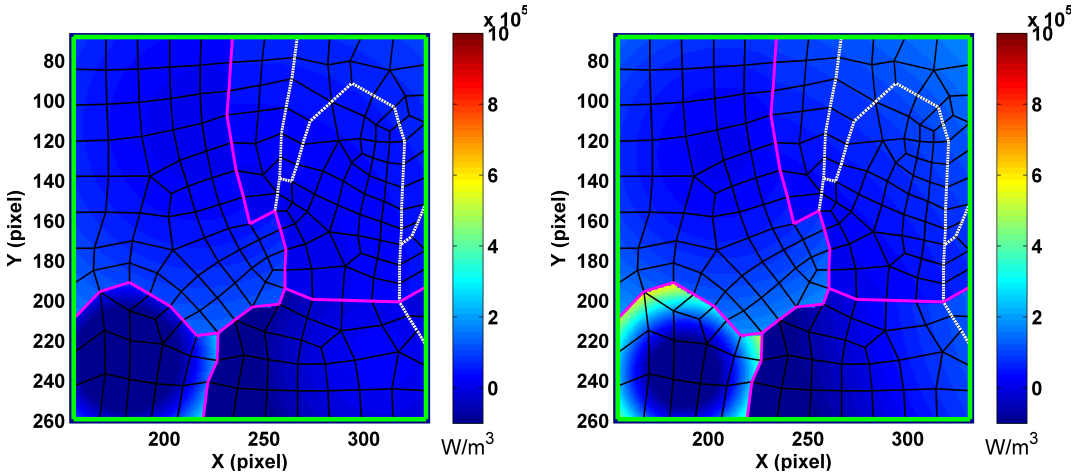
(f) Champ de **T** à l'instant F



(g) Champ de **T** à l'instant G

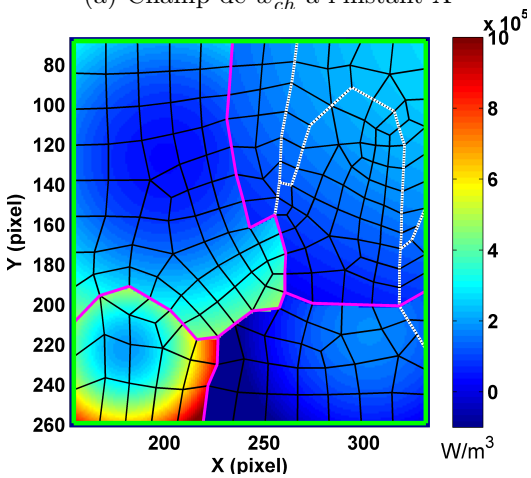
(h) Champ de **T** à l'instant H

FIGURE 6.25 – Évolution du champ de température pour les huit instants

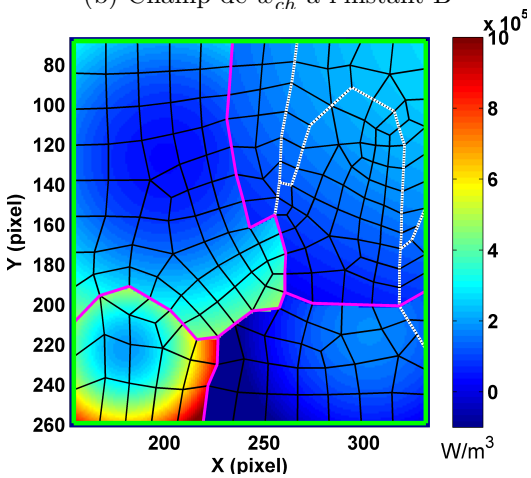


(a) Champ de w'_{ch} à l'instant A

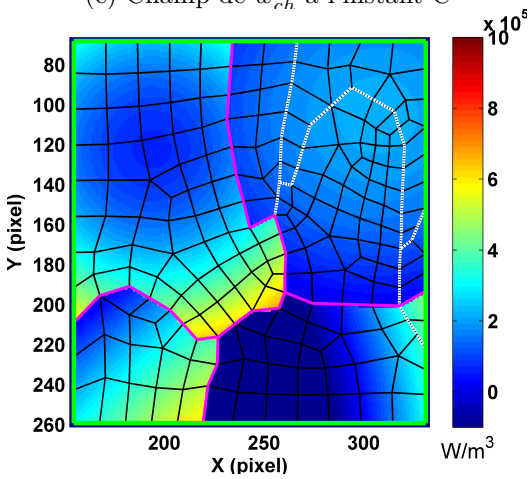
(b) Champ de w'_{ch} à l'instant B



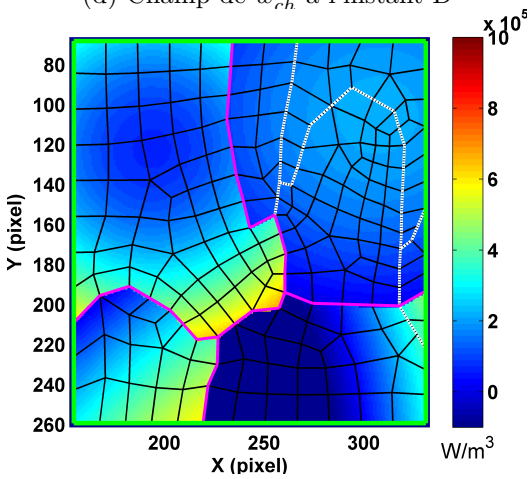
(c) Champ de w'_{ch} à l'instant C



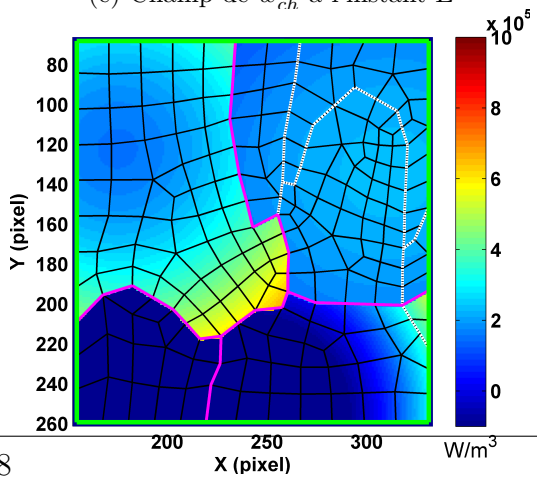
(d) Champ de w'_{ch} à l'instant D



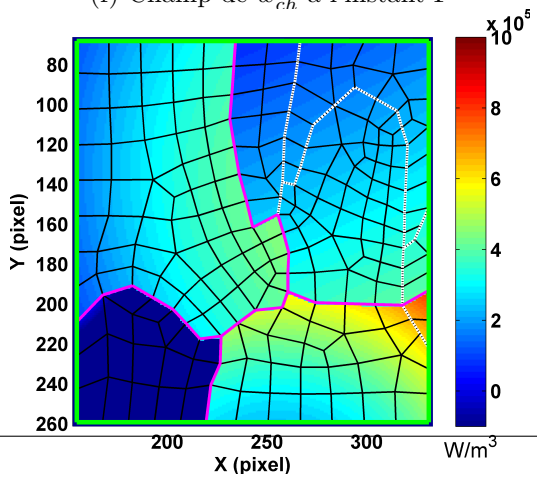
(e) Champ de w'_{ch} à l'instant E



(f) Champ de w'_{ch} à l'instant F

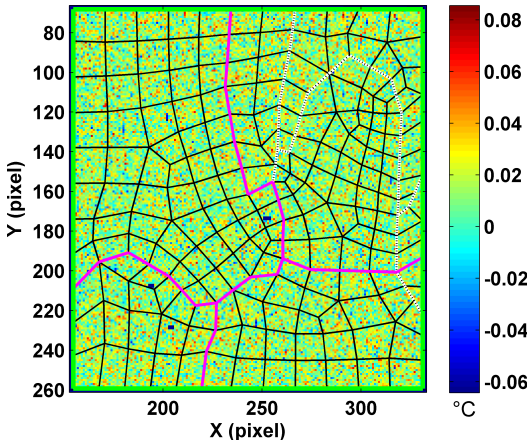


(g) Champ de w'_{ch} à l'instant G

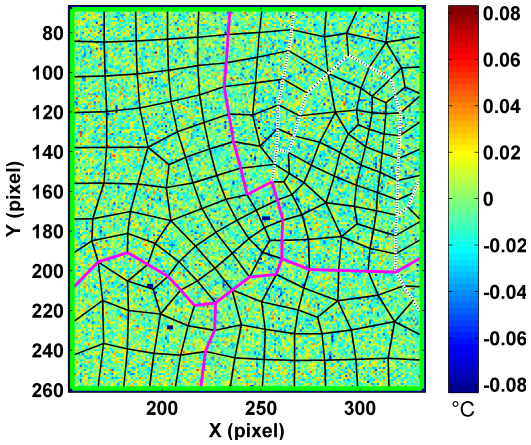


(h) Champ de w'_{ch} à l'instant H

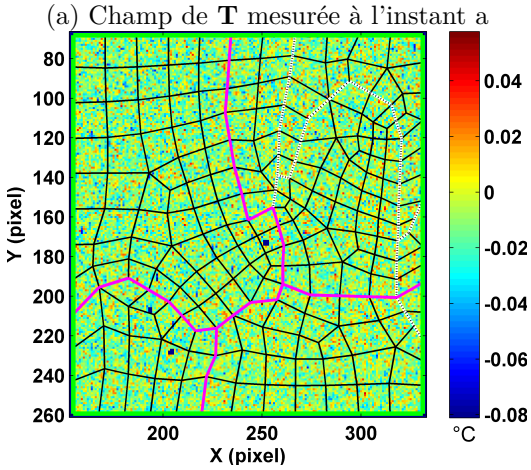
FIGURE 6.26 – Évolution du champ de sources de chaleur pour les huit instants



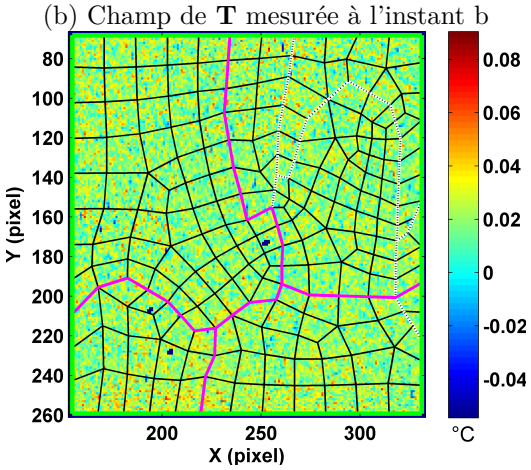
(a) Champ de **T** mesurée à l'instant a



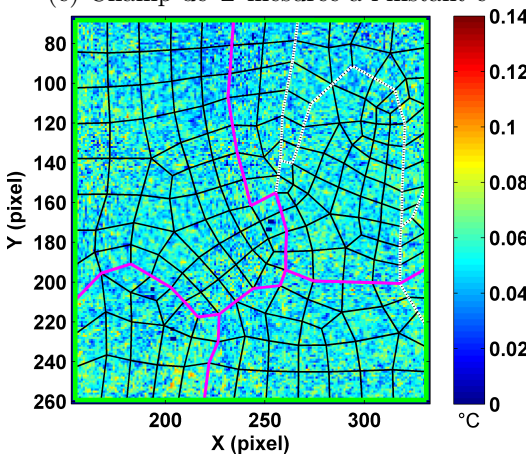
(b) Champ de **T** mesurée à l'instant b



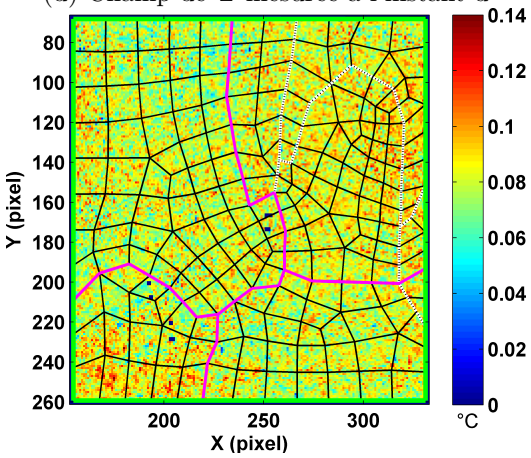
(c) Champ de **T** mesurée à l'instant c



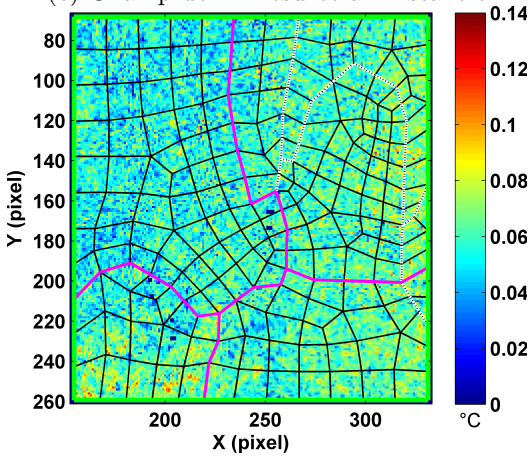
(d) Champ de **T** mesurée à l'instant d



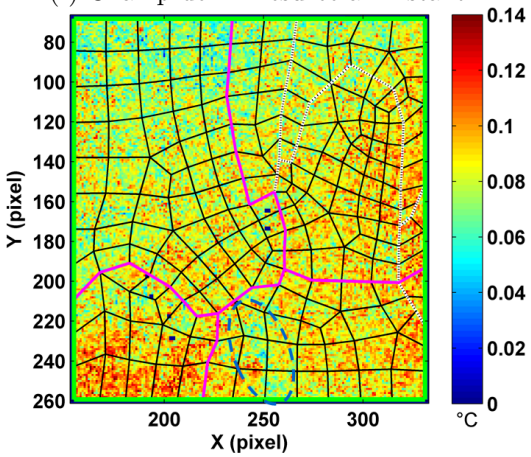
(e) Champ de **T** mesurée à l'instant e



(f) Champ de **T** mesurée à l'instant f



(g) Champ de **T** mesurée à l'instant g



(h) Champ de **T** mesurée à l'instant h

FIGURE 6.27 – Vérification de l'émissivité de l'éprouvette

Conclusions & Perspectives

Conclusion

Ce travail de thèse porte sur la thématique générale de l'analyse, de la caractérisation et de l'identification du comportement thermomécanique des multi-cristaux d'aluminium. En effet, si les lois de comportement utilisées pour ces matériaux peuvent être écrites en introduisant une description des mécanismes à l'échelle du glissement cristallin, leur validité thermomécanique n'est que très rarement vérifiée à cette échelle.

Nous avons donc choisi dans ce travail d'aborder cette problématique à partir d'analyses expérimentales de la réponse d'échantillons métalliques présentant des tailles de grains centimétriques, compatibles avec les moyens d'investigation disponibles au LMGC. Nous suivons, en ce sens, les approches développées plus tôt par plusieurs équipes de recherche qui ont travaillé sur des échantillons d'aluminium recristallisé après avoir subi un écrouissage critique [Saai *et al.*, 2010, Badulescu *et al.*, 2011, Wang *et al.*, 2013]. Ces matériaux possèdent en effet plusieurs caractéristiques intéressantes : leur microstructure peut être aisément maîtrisée, ils possèdent des grains de taille importante qui sont traversants sur des tôles minces, et ils cristallisent suivant un réseau assez simple (cubique à faces centrées). Par contre, l'aluminium est un matériau particulièrement conducteur de la chaleur, ce qui pose quelques difficultés pour l'estimation fine des sources de chaleur développées au sein de la matière. Ce choix de matériau d'étude a donc été guidé par la volonté d'utiliser des méthodes de mesures disponibles au sein du LMGC et qui sont, de surcroit, bien éprouvées à l'échelle macroscopique. Le travail de thèse a porté sur plusieurs étapes nécessaires à la réalisation des bilans d'énergie à mettre en œuvre pour accéder à la signature énergétique des mécanismes de déformation mis en jeu lors de la déformation plastique de ces matériaux.

Tout d'abord, un protocole de traitement thermomécanique a été mis en place pour pouvoir adapter la microstructure du matériau à nos besoins. Le principe de ces traitements est bien détaillé dans la littérature, et le principal travail a été de déterminer les paramètres de traitement à utiliser pour obtenir la microstructure souhaitée. Nous nous sommes tout d'abord basé sur un travail préparatoire réalisé par Hans-Baptist Seeberger [Seeberger, 2008] qui donnait les principales étapes et certains paramètres à utiliser. Cette étude préliminaire a été approfondie et étendue afin de maîtriser les tailles de grain obtenues et de caractériser complètement la microstructure (morphologie et orientation des grains). Les protocoles d'élaboration et de préparation des échantillons mis en place ont permis d'obtenir des échantillons acceptables (taille de grain centimétrique, grains traversants de nature colonnaire) sur laquelle il est pos-

sible d'envisager la réalisation de mesures cinématiques et calorimétriques en utilisant des moyens d'imagerie «classiques». La réalisation de cartographies EBSD avant sollicitation de nos échantillons d'assez grande taille a demandé une phase de préparation délicate avec la mise en place d'un protocole et d'un outillage spécifiques de polissage. La microstructure des échantillons est ainsi complètement déterminée dans la configuration initiale sans attaque chimique préalable.

Les contraintes liées à la réalisation de bilans d'énergie sur de tels matériaux hétérogènes et fortement conducteurs de la chaleur nous ont conduit à proposer d'étendre les méthodes de traitement d'images locales classiquement utilisées en corrélation d'images numériques et en thermographie infrarouge en y introduisant des relations (de type égalité des champs) entre les mesures de «points voisins». Cette démarche s'inspire des approches «globales» proposées notamment pour les mesures cinématiques [Roux et Hild, 2006, Hild et Roux, 2006, Réthoré *et al.*, 2008, Hild et Roux, 2012, Gomes Perini *et al.*, 2014]. Notre objectif est ainsi de réussir à caractériser le plus précisément possible les hétérogénéités de champs introduites par les discontinuités de la structure, et ce en utilisant «au mieux» l'ensemble de la base expérimentale disponible.

Dans ce travail, et comme il est proposé dans de nombreuses approches globales, nous adaptons une discrétisation du domaine d'étude sous la forme d'éléments polygonaux et nous avons choisi d'exprimer les fonctions de forme sur les champs étudiés (déplacement et température) comme des combinaisons linéaires de fonctions de base (polynômes, séries de type Fourier, ...). L'approche que nous avons proposée ici consiste à imposer la continuité d'une grandeur (déplacement ou température) ou de son gradient («déformation» ou «flux») sur la frontière entre éléments voisins. Ces relations de continuité peuvent être imposées sur l'ensemble de la frontière (continuité totale) ou bien sur un nombre restreint de ses points (continuité partielle). Cette approche permet de traiter une large palette de situations : de l'analyse locale classique (pas de relation entre éléments voisins) à une analyse globale classique (continuité des champs entre tous les éléments), en passant par toutes les situations intermédiaires (selon le nombre ou le type – totale/partielle – de continuité introduite).

Les méthodes de traitement proposées ont ainsi pour objectif d'améliorer le rapport signal sur bruit dans les traitements d'image en diminuant le nombre de coefficients à déterminer, pour décrire les fonctions de forme retenues, pour un jeu de données expérimentales fixé. Ces méthodes ont été validées numériquement sur des séries d'images de synthèse associées à des situations allant de champs homogènes à des champs fortement hétérogènes (localisations intragranulaires, fissuration). Ces validations nous ont permis de mettre en évidence différents régimes d'erreur selon la situation rencontrée.

Dans le cas de mesures cinématiques et pour des champs homogènes, nous avons montré qu'en l'absence de bruit, l'erreur en déformation dépend principalement de l'étendue de la zone sur laquelle les relations de continuité ont été introduites, et ce relativement indépendamment du nombre de paramètres (ou degrés de libertés) utilisés pour décrire le champ de déplacement. D'autre part, la détérioration de l'erreur en déformation semble principalement reliée au nombre de degrés de libertés utilisés indépendamment de la taille de la zone impactée par les relations de continuité. Pour des champs (fortement) hétérogènes, nous avons montré qu'en l'absence de bruit, les approches locales étaient les mieux à-même de traduire les variations locales des champs cinématiques. Les erreurs en déformation obtenues par les approches globales

semblent principalement liées au nombre de degrés de liberté introduits dans la description des champs : en deçà d'un certain nombre, la description de la cinématique est trop contrainte et n'est plus en mesure de retranscrire le champ réel, ce qui se traduit par un niveau d'erreur plus important. Ici encore, la sensibilité de l'erreur au bruit est principalement liée au nombre de degrés de liberté. En conséquence, les descriptions fortement contraintes sont moins sensibles au bruit de capteur. Finalement, la précision de la mesure résulte, comme toujours, d'un compromis entre le caractère local de la mesure et le niveau de bruit de la caméra.

Dans le cas des mesures calorimétriques, nous avons choisi de déterminer les sources de chaleur par la résolution de l'équation de la chaleur à l'aide de substituts lissés des températures mesurées. La stratégie employée pour ce traitement est très proche de celle utilisée pour les mesures cinématiques : choix d'une discrétisation spatiale, d'une fonction de forme sur la température, de relations entre éléments adjacents et minimisation (sous les contraintes associées aux relations introduites) d'un critère sur les images (ici moindres carrés). En conséquence, le même type de conclusion peut être tiré sur les erreurs de mesure liées à ce traitement. La principale spécificité des mesures calorimétriques réside dans le caractère eulérien de la mesure thermique effectuée par la caméra infrarouge. Dans les situations où se développent de grandes déformations, il est nécessaire de construire le champ lagrangien de température. Pour ce faire, nous utilisons le champ cinématique obtenu par corrélation d'images pour accéder à la géométrie actuelle de l'échantillon et ramener le champ thermique de la configuration actuelle à la configuration initiale. Cette procédure nécessite de disposer des transformations géométriques reliant les repères des différents systèmes d'imagerie utilisés. Nous avons donc porté une attention particulière à la validation du protocole de recalage mis en place, et nous avons montré que les erreurs de recalage étaient inférieures au centième du champ observé.

En conclusion sur ce point, il apparaît, et c'est bien naturel, que les paramètres utilisés dans le traitement d'image conditionnent le résultat obtenu. Sur des images non bruitées, la prise en compte de relations entre éléments adjacents permet de diminuer les erreurs sur les déformations de manière significative tant que la cinématique réelle peut être captée de manière fidèle par les fonctions de forme retenues ainsi que par les restrictions introduites. Si cela n'est pas le cas, l'utilisation d'une mesure purement locale permet d'obtenir des résultats plus fiables. Il en va de même pour les mesures calorimétriques. La présence d'un bruit aléatoire perturbe elle aussi la mesure, et ce d'autant plus que le nombre de degrés de liberté introduits est important. Dans une situation donnée, minimiser l'erreur de mesure revient donc à adapter le degré de localité de la mesure au bruit présent dans les images. Dans les essais qui nous avons réalisés, nous avons opté pour un compromis consistant à introduire des relations sur les grandeurs mesurées uniquement à l'intérieur des grains. Ce choix permet de limiter l'introduction de corrélations à courte distance tout en autorisant le développement de localisations inter-granulaires.

Dans la dernière partie de ce travail, nous avons effectué des essais cycliques sur des multi-cristaux d'aluminium jusqu'à rupture durant lesquels les champs cinématiques et thermiques ont été déterminés à l'aide des traitements mis en place. Chaque cycle était constitué d'une charge en vitesse imposée ($0.25\,\mathrm{mm.s^{-1}}$) jusqu'à un niveau de force donné, suivie d'une décharge à la moitié de la vitesse de chargement jusqu'à un niveau de force donné (100 N, pour éviter la mise en compression de l'échantillon). Il était suivi d'un maintien à force nulle d'une durée de 5 secondes. On suppose que

l'échantillon ne se déforme pas durant ces paliers (comportement supposé indépendant du temps), ce qui nous permet de suivre l'éventuelle dégradation du revêtement durant le chargement. Nous avons montré que la dégradation du revêtement commençait à devenir problématique pour les traitements d'image à partir d'une déformation macroscopique de l'ordre de 6%. Au-delà de cette valeur, les champs thermiques sont fortement impactés par une diminution hétérogène de l'émissivité provoquée par la localisation de la déformation. Les champs cinématiques sont moins perturbés par l'évolution du marquage dans la mesure où nous avons utilisé une remise à jour régulière de l'image de référence, et il est possible de suivre les champs de déformation jusqu'au stade ultime précédant la rupture. Les observations faites durant ces essais montrent clairement la prépondérance des sources de couplage thermo-élastique dans les phases de chargement élastique.

La méthode développée donne accès directement aux fonctions de distribution des grandeurs cinématiques par grain, et elle permet de rendre compte du développement de la fissuration intergranulaire au cours de l'essai.

Les échauffements qui accompagnent le développement de la plasticité sont relativement faibles (de l'ordre du Kelvin au maximum) du fait de la forte conductivité thermique du matériau. La prise en compte de relations de continuité intragranulaire sur le champ thermique permet de supprimer efficacement le bruit thermique et conduit à obtenir des champs (de température et de sources de chaleur) très réguliers. La zone de fissuration intergranulaire est aussi observée : discontinuité du champ thermique au niveau du joint de grain et concentration des sources dans les zones voisines de la fissure.

Pour pouvoir compléter le bilan d'énergie, il serait nécessaire d'accéder aussi au champ de contraintes pour estimer l'énergie de déformation. Même sur un essai de traction uniaxiale, il est délicat de déterminer le champ de contrainte sur ce matériau du fait des hétérogénéités qui s'y développent.

Perspectives

Ce travail est loin d'être achevé, et il laisse entrevoir de larges perspectives. Les voies d'amélioration de la méthode proposée sont nombreuses. Sur le plan numérique tout d'abord, il serait intéressant d'améliorer l'efficacité de la résolution numérique pour pouvoir traiter des problèmes de plus grande taille. Sur ce point, plusieurs pistes sont possibles. En ce qui concerne l'efficacité numérique de la résolution, il est possible d'utiliser le caractère parallélisable du problème pour diminuer le temps de calcul de manière significative. En effet, dans notre approche les calculs relatifs à des domaines différents sont totalement indépendants, ce qui permet leur traitement en parallèle. Ensuite, il serait intéressant d'améliorer la résolution numérique du problème de minimisation. La minimisation par moindres carrés linéaires utilisées pour le calcul des sources de chaleur ne pose pas de problème. Par contre, la minimisation du critère de corrélation pourrait être améliorée. En effet, elle est, pour l'instant, complètement sous-traitée (utilisation de la fonction Matlab «fmincon»). Cet algorithme nécessite de connaître le gradient et la matrice Hessienne du problème qui sont calculées ici par différences finies. Cette opération nécessite un temps de calcul important et mériterait que l'on s'y intéresse pour limiter le coût numérique de la minimisation.

D'autre part, il est tout à fait envisageable d'étendre la méthode développée à

l'étude des surfaces gauches. En effet, on peut envisager d'introduire des restrictions sur des champs décrits sur des surfaces non-planes : introduction de la description cinématique «étendue» dans un algorithme de stéréo-corrélation, prise en compte d'un facteur de forme géométrique éventuellement issue d'une analyse de stéréo-corrélation pour corriger l'émissivité apparente dans le calcul des sources de chaleur). On peut aussi naturellement envisager d'étendre la description cinématique «étendue» à des mesures volumiques obtenues, par exemple, par tomographie.

La prise en compte de relations de type «inégalité» est aussi envisageable en introduisant des contraintes d'inégalité dans la minimisation du critère. De plus, il est aussi possible, d'utiliser des fonctions de formes qui ne soient pas nécessairement linéaires par rapport à leurs paramètres, le problème étant résolu comme la minimisation d'une fonction non linéaire, a priori quelconque. Dans ce cas les relations se traduiraient par des contraintes non-linéaires sur les paramètres des fonctions de forme. Naturellement, on peut s'attendre dans ce cas, à ne pouvoir traiter que des situations présentant un nombre plus restreint de degrés de liberté.

Pour finir sur ce sujet, il serait aussi tout à fait envisageable d'appliquer la méthode proposée à l'étude thermo-mécanique de collections de solides. Une piste intéressante serait, par exemple, la caractérisation et l'identification de lois de chocs.

En ce qui concerne la caractérisation du comportement thermo-mécanique des multi-cristaux d'aluminium, il reste encore un certain nombre d'étapes à franchir avant de pouvoir réellement proposer un bilan d'énergie qui soit réellement «fiable». Tout d'abord, il est nécessaire de pouvoir estimer de manière précise le champ de contrainte développé dans chaque grain. Pour cela, nous envisageons d'utiliser une méthode d'identification de champ de contrainte permettant d'accéder à des distributions de propriétés élasto-plastiques dans des matériaux hétérogènes. Cette méthode, mise en place dans la thèse de Félix Latourte [Latourte, 2007] et étendue dans la thèse de Tarik Madani pourrait être adaptée pour introduire une connaissance *a priori* dans l'expression du tenseur sécant liée à l'orientation cristalline, et ainsi donner une estimation du champ de contrainte, sous une hypothèse de contraintes planes. Une fois le champ de contrainte connu, il devient possible de déterminer l'énergie de déformation localement fournie à la matière et donc de construire le bilan d'énergie relatif à la transformation (détermination des énergies de couplage, dissipées et stockées). La réalisation d'un bilan d'énergie en grandes déformations pose naturellement des questions sur la connaissance des constantes thermo-physiques (chaleur spécifique, conductivité thermique, coefficients d'échanges thermiques, émissivité de la surface,...) et de leur évolution (éventuellement hétérogène) durant l'essai. Les hypothèses faites dans notre travail mériteraient naturellement d'être contrôlées de manière plus complète tout au long de la sollicitation.

Du point de vue expérimental, il serait intéressant d'étendre la base d'essais réalisés en faisant varier la taille de la microstructure (monocristal et bi-cristal de différentes orientations) afin de balayer une plus grande «gamme» de microstructures. Une attention particulière devrait être donnée à l'étude du comportement du joint de grain par rapport à celui du grain lui-même. Notre approche permet en effet de pouvoir «raffiner» la description des champs au voisinage des interfaces.

D'un point de vue pratique, il serait intéressant de confronter de manière plus systématique les résultats obtenus à la connaissance de la microstructure. Nous pouvons envisager ici une confrontation plus systématique à des résultats de simulations de plasticité cristalline pour rendre compte du développement de la déformation plas-

tique et de l'évolution de la texture.

Bibliographie

[Ashby et Jones, 1996] Ashby, M. et Jones, D. (1996). *Engineering Materials 1*. Oxford.

[Ashby et Jones, 1998] Ashby, M. et Jones, D. (1998). *Engineering Materials 2*. Oxford.

[Ashby, 1970] Ashby, M. F. (1970). The deformation of plastically non-homogeneous materials. *Philosophical Magazine*, 21(170):399–424.

[Aslan *et al.*, 2011] Aslan, O., Cordero, N., Gaubert, A. et Forest, S. (2011). Micromorphic approach to single crystal plasticity and damage. *International Journal of Engineering Science*, 49(12):1311 – 1325. Advances in generalized continuum mechanics A collection of studies in Engineering Sciences in memory of the late A.C. Eringen (1921-2009).

[Bacroix *et al.*, 2006] Bacroix, B., Béchade, J.-L., Zhu, K., Chaubet, D., Barcelo, F. et Crépin, J. (2006). Elaboration et croissance de multicristaux à gros grains en zr. *Matériaux 2006, Dijon*.

[Badulescu, 2010] Badulescu, C. (2010). *Calcul précis des déformations planes par la méthode de la grille : Application à l'étude d'un multicristal d'aluminium*.

[Badulescu *et al.*, 2011] Badulescu, C., Grédiac, M., Haddadi, H., Mathias, J.-D., Balandraud, X. et Tran, H.-S. (2011). Applying the grid method and infrared thermography to investigate plastic deformation in aluminium multicrystal. *Mechanics of Materials*, 43(1):36 – 53.

[Baïlon *et al.*, 1986] Baïlon, J., Dorlot, J. et Masounave, J. (1986). *Des matériaux*. École Polytechnique de Montréal.

[Barbe *et al.*, 2001a] Barbe, F., Decker, L., Jeulin, D. et Cailletaud, G. (2001a). Intergranular and intragranular behavior of polycrystalline aggregates. part 1 : F.e. model. *International Journal of Plasticity*, 17(4):513 – 536.

[Barbe *et al.*, 2001b] Barbe, F., Forest, S. et Cailletaud, G. (2001b). Intergranular and intragranular behavior of polycrystalline aggregates.part 2 : Results. *International Journal of Plasticity*, 17(4):537 – 563.

[Barou, 2009] Barou, F. (2009). *Etude de la croissance des sous-grains dans des alliages binaires aluminium-manganèse*. Thèse de doctorat, École nationale supérieure des mines (Saint-Etienne).

[Baudin, 2010] Baudin, T. (2010). L'analyse ebsd – principe et cartographies d'orientations. *Techniques de l'ingénieur Essais métallographiques des métaux et alliages*.

[Baudin, 2011] Baudin, T. (2011). L'analyse ebsd – application à l'etude de la deformation et de la recristallisation des matériaux métalliques. *Techniques de l'ingénieur Essais métallographiques des métaux et alliages*.

[Berthel, 2007] Berthel, B. (2007). *Mesures thermographiques de champs de dissipation accompagnant la fatigue à grand nombre de cycles des aciers*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc.

[Berthel *et al.*, 2008] Berthel, B., Chrysochoos, A., Wattrisse, B. et Galtier, A. (2008). Infrared image processing for the calorimetric analysis of fatigue phenomena. *Experimental Mechanics*, 48:79–90. 10.1007/s11340-007-9092-2.

[Besnard *et al.*, 2006] Besnard, G., Hild, F. et Roux, S. (2006). "finite-element" displacement fields analysis from digital images : Application to portevin–le châtelier bands. *Experimental Mechanics*, 46(6):789–803.

[Bever *et al.*, 1973] Bever, M., Holt, D. et Titchener, A. (1973). The stored energy of cold work. *Progress in Materials Science*, 17(0):5 – 177.

[Blanche, 2012] Blanche, A. (2012). *Effets dissipatifs en fatigue a grand et tres grand nombre de cycles*. Thèse de doctorat, Universite Montpellier II.

[Boas et Hargreaves, 1948] Boas, W. et Hargreaves, M. E. (1948). On the inhomogeneity of plastic deformation in the crystals of an aggregate. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 193(1032):89–97.

[Boccara, 1968] Boccara, N. (1968). *Les Principes de la thermodynamique classique*. Sup. Le Physicien. Presses Universitaires de France.

[Bodelot *et al.*, 2011] Bodelot, L., Charkaluk, E., Sabatier, L. et Dufrénoy, P. (2011). Experimental study of heterogeneities in strain and temperature fields at the microstructural level of polycrystalline metals through fully-coupled full-field measurements by digital image correlation and infrared thermography. *Mechanics of Materials*, 43(11):654 – 670.

[Bodelot *et al.*, 2009] Bodelot, L., Sabatier, L., Charkaluk, E. et Dufrénoy, P. (2009). Experimental setup for fully coupled kinematic and thermal measurements at the microstructure scale of an aisi 316l steel. *Materials Science and Engineering : A*, 501(1–2):52 – 60.

[Bornert *et al.*, 2009] Bornert, M., Brémand, F., Doumalin, P., Dupré, J.-C., Fazzini, M., Grédiac, M., Hild, F., Mistou, S., Molimard, J., Orteu, J.-J., Robert, L., Surrel, Y., Vacher, P. et Wattrisse, B. (2009). Assessment of digital image correlation measurement errors : Methodology and results. *Experimental Mechanics*, 49:353–370. 10.1007/s11340-008-9204-7.

[Boulanger, 2004] Boulanger, T. (2004). *Analyse par thermographie infrarouge des sources de chaleur induites par la fatigue des aciers.* Thèse de doctorat, Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc.

[Bunge, 1982] Bunge, H. (1982). *Texture analysis in materials science : mathematical methods.* Butterworths.

[Byrne, 1965] Byrne, J. (1965). *Recovery, recrystallization, and grain growth.* Macmillan series in materials science. Macmillan.

[Cailletaud, 1987] Cailletaud, G. (1987). *Une approche micromécanique phénoménologique du comportement inélastique des métaux.* Thèse de doctorat d'etat, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6.

[Caldemaison *et al.*, 2004] Caldemaison, D., Crépin, J., Dexet, M. et Gélébart, L. (2004). L'EBSD : un outil pour la micromécanique des materiaux. *In L'analyse EBSD. Principes et applications*, pages 87–100. GNMEBA,EDP Sciences.

[Callen, 1960] Callen, H. (1960). *Thermodynamics : an introduction to the physical theories of equilibrium thermostatics and irreversible thermodynamics.* Wiley.

[Carpenter et Elam, 1921] Carpenter, H. C. H. et Elam, C. F. (1921). The production of single crystals of aluminium and their tensile properties. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, 100(704):329–353.

[Chen *et al.*, 2011] Chen, J., Zhang, X. et Zhan, N. (2011). Extended digital image correlation method for micro-region deformation measurement. *Science China Technological Sciences*, 54(6):1355–1361.

[Cheng *et al.*, 2002] Cheng, P., Sutton, M., Schreier, H. et McNeill, S. (2002). Full-field speckle pattern image correlation with b-spline deformation function. *Experimental Mechanics*, 42(3):344–352.

[Chrysochoos, 1995] Chrysochoos, A. (1995). Analyse du comportement des matériaux par thermographie infrarouge. *In* Eyrolles, éditeur : *Photomécanique 1995 : Etude du comportement des matériaux et des structures.*, pages 203–211.

[Chrysochoos *et al.*, 2010] Chrysochoos, A., Huon, V., Jourdan, F., Muracciole, J.-M., Peyroux, R. et Wattrisse, B. (2010). Use of full-field digital image correlation and infrared thermography measurements for the thermomechanical analysis of material behaviour. *Strain*, 46(1):117–130.

[Chrysochoos et Louche, 2000] Chrysochoos, A. et Louche, H. (2000). An infrared image processing to analyse the calorific effects accompanying strain localisation. *International Journal of Engineering Science*, 38(16):1759 – 1788.

[Chrysochoos et Maisonneuve, 1985] Chrysochoos, A. et Maisonneuve, O. (1985). Bilan énergétique en élastoplasticité grandes déformations. *Comptes rendus de l'Académie des sciences. Série 2, Mécanique, Physique, Chimie, Sciences de l'univers, Sciences de la Terre*, 300(20):985–990. fre.

[Chrysochoos *et al.*, 1989] Chrysochoos, A., Maisonneuve, O., Martin, G., Caumon, H. et Chezeaux, J. (1989). Plastic and dissipated work and stored energy. *Nuclear Engineering and Design*, 114:323–333.

[Chrysochoos *et al.*, 2009] Chrysochoos, A., Wattrisse, B., Muracciole, J.-M. et Kaim, Y. (2009). Fields of stored energy associated with localiszed necking of steel. *Mechanics of Materials and Structures*, Volume 4.

[Cizelj et Riesch-Oppermann, 2002] Cizelj, L. et Riesch-Oppermann, H. (2002). Modelling the early development of secondary side stress corrosion cracks in steam generator tubes using incomplete random tessellation. *Nuclear Engineering and Design*, 212(1–3):21 – 29.

[Code-Aster, EDF] Code-Aster (EDF). www.code-aster.org.

[Coirier, 1997] Coirier, J. (1997). *Mécanique des milieux continues. Concepts de base.* Dunnod, Paris.

[Coirier et Nadot-Martin, 2007] Coirier, J. et Nadot-Martin, C. (2007). *Mécanique des milieux continus.* Sciences sup. Dunod.

[Delannay *et al.*, 2001] Delannay, L., Mishin, O., Jensen, D. et Houtte, P. V. (2001). Quantitative analysis of grain subdivision in cold rolled aluminium. *Acta Materialia*, 49(13):2441 – 2451.

[Develay, 1989] Develay, R. (1989). Alliages d'aluminium de transformation. *Techniques de l'ingénieur Etudes et propriétés des métaux.*

[Diard *et al.*, 2002] Diard, O., Leclercq, S., Rousselier, G. et Cailletaud, G. (2002). Distribution of normal stress at grain boundaries in multicrystals : application to an intergranular damage modeling. *Computational Materials Science*, 25(1–2):73 – 84.

[Dillon. Jr, 1962] Dillon. Jr, O. (1962). An experimental study of the heat generated during torsional oscillations. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 10(3):235 – IN1.

[Dingley et Randle, 1992] Dingley, D. et Randle, V. (1992). Microtexture determination by electron back-scatter diffraction. *Journal of Materials Science*, 27(17):4545–4566.

[Dix, 1929] Dix, E.H., J. K. F. (1929). Mining and metallurgy. 9:327.

[Doudard *et al.*, 2010] Doudard, C., Calloch, S., Hild, F. et Roux, S. (2010). Identification of heat source fields from infrared thermography : Determination of 'self-heating' in a dual-phase steel by using a dog bone sample. *Mechanics of Materials*, 42(1):55 – 62.

[Driver et Chenal, 2014] Driver, J. et Chenal, B. (2014). Écrouissage d'alliages d'aluminium. *Techniques de l'ingénieur Méthodes de caractérisation et d'analyse des métaux et alliages.*

[Dumoulin et Tabourot, 2005] Dumoulin, S. et Tabourot, L. (2005). Experimental Data on Aluminium Single Crystals Behaviour. *Proceedings of the I MECH E Part C Journal of Mechanical Engineering Science*, (C11):1159–1167.

[Estrin *et al.*, 1998] Estrin, Y., Tóth, L., Molinari, A. et Bréchet, Y. (1998). A dislocation-based model for all hardening stages in large strain deformation. *Acta Materialia*, 46(15):5509 – 5522.

[Euralliage,] Euralliage. 1050a . http ://www.euralliage.com/1050a.htm.

[Farren et Taylor, 1925] Farren, W. S. et Taylor, G. I. (1925). The heat developed during plastic extension of metals. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, 107(743):422–451.

[Feaugas, 1999] Feaugas, X. (1999). On the origin of the tensile flow stress in the stainless steel {AISI} 316l at 300 k : back stress and effective stress. *Acta Materialia*, 47(13):3617 – 3632.

[Fennema et Thompson, 1979] Fennema, C. L. et Thompson, W. B. (1979). Velocity determination in scenes containing several moving objects. *Computer Graphics and Image Processing*, 9(4):301 – 315.

[Gérard, 2008] Gérard, C. (2008). *Mesures de champs et identification de modeles de plasticité cristalline*. Thèse de doctorat, Université Paris-Nord-Paris XIII.

[Germain, 1973] Germain, P. (1973). *Cours de mécanique des milieux continus*. Numéro vol. 1 de Cours de mécanique des milieux continus. Masson.

[Germain, 1986a] Germain, P. (1986a). *Mécanique*. Numéro vol. 1 de École polytechnique. Ellipses.

[Germain, 1986b] Germain, P. (1986b). *Mécanique*. Numéro vol. 2 de École polytechnique.

[Gomes Perini *et al.*, 2014] Gomes Perini, L. A., Passieux, J.-C. et Périé, J.-N. (2014). A multigrid pgd-based algorithm for volumetric displacement fields measurements. *Strain*, 50(4):355–367.

[Gérard, 2006] Gérard, C. (2006). Mesures de champs et identification de modèles de plasticité cristalline. *Approches multi-échelles en mécanique des matériaux*.

[Green et Sibson, 1978] Green, P. J. et Sibson, R. (1978). Computing dirichlet tessellations in the plane. *The Computer Journal*, 21(2):168–173.

[Guilhem, 2011] Guilhem, Y. (2011). *Étude numérique des champs mécaniques locaux dans les agrégats polycristallins d'acier 316L sous chargement de fatigue*.

[Haessner *et al.*, 1971] Haessner, F., für Metallkunde, S. U. I. et für Metallforschung, M.-P.-I. (1971). *Recrystallization of metallic materials, papers presented at a seminar of the Institut für Metallkunde of the University of Stuttgart and the Max-Planck-Institut für Metallforschung, Stuttgart, during summer 1970*. Riederer-Verlag.

[Hall, 1951] Hall, E. O. (1951). The deformation and ageing of mild steel : Iii discussion of results. *Proceedings of the Physical Society. Section B*, 64(9):747.

[Halphen et Son Nguyen, 1975] Halphen, B. et Son Nguyen, Q. (1975). Sur les matériaux standard généralisés. *Journal de Mécanique*, 14:39–63.

[Hatch *et al.*, 1984] Hatch, J., Association, A. et Metals, A. (1984). *Aluminum : Properties and Physical Metallurgy.* Aluminum / J.E. Hatch [Hrsg.]. American Society for Metals. American Society for Metals.

[Héripré *et al.*, 2007] Héripré, E., Dexet, M., Crépin, J., Gélébart, L., Roos, A., Bornert, M. et Caldemaison, D. (2007). Coupling between experimental measurements and polycrystal finite element calculations for micromechanical study of metallic materials. *International Journal of Plasticity*, 23(9):1512 – 1539.

[Hild et Roux, 2006] Hild, F. et Roux, S. (2006). Digital image correlation : from displacement measurement to identification of elastic properties – a review. *Strain*, 42(2):69–80.

[Hild et Roux, 2012] Hild, F. et Roux, S. (2012). Comparison of local and global approaches to digital image correlation. *Experimental Mechanics*, 52(9):1503–1519.

[Hild *et al.*, 2009] Hild, F., Roux, S., Gras, R., Guerrero, N., Marante, M. E. et Flórez-López, J. (2009). Displacement measurement technique for beam kinematics. *Optics and Lasers in Engineering*, 47(3–4):495 – 503. Optical Measurements.

[Honorat *et al.*, 2005] Honorat, V., Moreau, S., Muracciole, J.-M., Wattrisse, B. et Chrysochoos, A. (2005). Calorimetric analysis of polymer behaviour using a pixel calibration of an irfpa camera. *Quantitative InfraRed Thermography Journal*, 2(2):153–171.

[Horn et Schunck, 1981] Horn, B. K. et Schunck, B. G. (1981). Determining optical flow. *Artificial Intelligence*, 17(1–3):185 – 203.

[Humphreys, 1995] Humphreys, F. (1995). *Recrystallization and Related Annealing Phenomena.* Elsevier Science.

[Humphreys, 2001] Humphreys, F. (2001). Review grain and subgrain characterisation by electron backscatter diffraction. *Journal of Materials Science*, 36:3833–3854.

[Jaoul, 1965] Jaoul, B. (1965). *Étude de la plasticité et application aux métaux.* Dunod.

[Kapoor et Nemat-Nasser, 1998] Kapoor, R. et Nemat-Nasser, S. (1998). Determination of temperature rise during high strain rate deformation. *Mechanics of Materials*, 27(1):1 – 12.

[Kocks, 1981] Kocks, U. F. (1981). Kinematics of nonuniform deformation. *Progess in Material Science*, Chalmers Anniversary Volume:pp. 185–241.

[Larke et Bonnefoy, 1963] Larke, E. et Bonnefoy, B. (1963). *Le Laminage des produits plats : "the Rolling of strip, sheet and plate" , par E. C. Larke,... Traduit et adapté par B. Bernard Bonnefoy...* Dunod (impr. Villain et Bar).

[Latourte, 2007] Latourte, F. (2007). *Identification des paramètres d'une loi élastoplastique de Prager et calcul de champs de contrainte dans des matériaux hétérogènes.* Thèse de doctorat, Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc.

[Latourte *et al.*, 2013] Latourte, F., Rupin, N. et Proix, J.-M. (2013). Plasticité cristalline dans un acier bainitique revenu : simulations pour la validation de modèles à partir de mesures de champs. *In 11e Colloque National en Calcul des Structures*, France.

[Leclerc *et al.*, 2009] Leclerc, H., Périé, J.-N., Roux, S. et Hild, F. (2009). Integrated digital image correlation for the identification of mechanical properties. *In* Gagalowicz, A. et Philips, W., éditeurs : *Computer Vision/Computer Graphics CollaborationTechniques*, volume 5496 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 161–171. Springer Berlin Heidelberg.

[Lee, 1969] Lee, E. H. (1969). Elastic-plastic deformation at finite strains. *Journal of Applied Mechanics*, 36(1):1–6.

[Lekberg, 1980] Lekberg, O. (1980). Electronic speckle pattern interferometry. *Physics in Technology*, 11(1):16.

[Lemaître et Chaboche, 2004] Lemaître, J. et Chaboche, J. (2004). *Mécanique des matériaux solides.* Sciences sup. Dunod.

[Lemaitre et Chaboche, 1994] Lemaitre, J. et Chaboche, J.-L. (1994). *Mechanics of solid materials.* Cambridge university press.

[Li *et al.*, 2013] Li, L., Muracciole, J.-M., Sabatier, L., Waltz, L. et Wattrisse, B. (2013). Analysis of the thermo-mechanical behavior of coarse-grained polycrystalline aluminum under tensile conditions. *In PhotoMechanics 2013*, Montpellier, France.

[Louche, 1999] Louche, H. (1999). *Analyse par thermographie infrarouge des effets disspatifs de la localisation dans des aciers.* Thèse de doctorat, Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc.

[Louche et Chrysochoos, 2001] Louche, H. et Chrysochoos, A. (2001). Thermal and dissipative effects accompanying lüders band propagation. *Materials Science and Engineering : A*, 307(1â€“2):15 – 22.

[Mandel, 1966] Mandel, J. (1966). Conditions de stabilité et postulat de drucker. *In* Kravtchenko, J. et Sirieys, P., éditeurs : *Rheology and Soil Mechanics / Rhéologie et Mécanique des Sols*, International Union of Theoretical and Applied Mechanics, pages 58–68. Springer Berlin Heidelberg.

[Mason *et al.*, 1994] Mason, J., Rosakis, A. et Ravichandran, G. (1994). On the strain and strain rate dependence of the fraction of plastic work converted to heat : an experimental study using high speed infrared detectors and the kolsky bar. *Mechanics of Materials*, 17(2–3):135 – 145.

[Meric *et al.*, 1991] Meric, L., Poubanne, P. et Cailletaud, G. (1991). Single crystal modeling for structural calculations. i, model presentation. *Journal of mechanical design (1990)*, 113(1):162–170. eng.

[Modest, 2003] Modest, M. (2003). *Radiative Heat Transfer*. Chemical, Petrochemical & Process. Elsevier Science.

[Mondolfo, 2007] Mondolfo, L. (2007). *Metallography of Aluminum Alloys*. Lightning Source Incorporated.

[Mughrabi, 1983] Mughrabi, H. (1983). Dislocation wall and cell structures and long-range internal stresses in deformed metal crystals. *Acta Metallurgica*, 31(9): 1367 – 1379.

[Mughrabi, 2001] Mughrabi, H. (2001). On the role of strain gradients and long-range internal stresses in the composite model of crystal plasticity. *Materials Science and Engineering : A*, 317(1–2):171 – 180.

[Oliferuk *et al.*, 1985] Oliferuk, W., Gadaj, S. P. et Grabski, M. W. (1985). Energy storage during the tensile deformation of armco iron and austenitic steel. *Materials Science and Engineering*, 70(0):131 – 141.

[Oliferuk *et al.*, 2004] Oliferuk, W., Maj, M. et Raniecki, B. (2004). Experimental analysis of energy storage rate components during tensile deformation of polycrystals. *Materials Science and Engineering : A*, 374(1–2):77 – 81.

[Onsager, 1931] Onsager, L. (1931). Reciprocal relations in irreversible processes. i. *Phys. Rev.*, 37:405–426.

[Pajani, 1989] Pajani, D. (1989). *Mesure par thermographie infrarouge*. ADD Ed.

[Pajani, 2001] Pajani, D. (2001). Thermographie - principes et mesure. Rapport technique, Techniques de l'Ingénieur.

[Pan *et al.*, 2009] Pan, B., Qian, K., Xie, H. et Asundi, A. (2009). Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement : a review. *Measurement Science and Technology*, 20(6):062001.

[Papini et Gallet, 1994] Papini, F. et Gallet, P. (1994). *Thermographie Infrarouge - Image et Mesure*. MASSON Mesures Physiques.

[Petch, 1953] Petch, N. (1953). The cleavage strength of polycrystals. *Journal of the Iron and the Steel Institute*, pages 25–30.

[Philibert *et al.*, 2002] Philibert, J., Vignes, A., Bréchet, Y. et Combrade, P. (2002). *Métallurgie, du minerai au matériau*. 2 édition.

[Philibert *et al.*, 1998] Philibert, J., Vignes, A., Brechet, Y. et Combrade, P. (1998). *Metallurgy : from mineral to material.* Masson.

[Poncelet *et al.*, 2011] Poncelet, M., Witz, J.-F., Pron, H. et Wattrisse, B. (2011). A study of irfpa camera measurement errors : radiometric artefacts. *Quantitative InfraRed Thermography Journal*, 8(1):3–20.

[Prigogine, 1968] Prigogine, I. (1968). *Introduction to thermodynamics of irreversible processes.* Interscience Publishers.

[Quinney et Taylor, 1937] Quinney, H. et Taylor, G. (1937). The emission of the latent energy due to previous cold working when a metal is heated. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A-Mathematical and Physical Sciences*, 163(913):pp.157–181.

[Raabe *et al.*, 2001] Raabe, D., Sachtleber, M., Zhao, Z., Roters, F. et Zaefferer, S. (2001). Micromechanical and macromechanical effects in grain scale polycrystal plasticity experimentation and simulation. *Acta Materialia*, 49(17):3433 – 3441.

[Ranc et Wagner, 2008] Ranc, N. et Wagner, D. (2008). Experimental study by pyrometry of portevinâ€“le chÃ¢telier plastic instabilitiesâ€”type a to type b transition. *Materials Science and Engineering : A*, 474(1â€“2):188 – 196.

[Randle et Engler, 2000] Randle, V. et Engler, O. (2000). *Introduction to Texture Analysis : Macrotexture, Microtexture and Orientation Mapping.* Taylor & Francis.

[Rastogi, 2000] Rastogi, P. (2000). Principles of holographic interferometry and speckle metrology. *In* Rastogi, P., éditeur : *Photomechanics*, volume 77 de *Topics in Applied Physics*, pages 103–151. Springer Berlin Heidelberg.

[Roux et Hild, 2006] Roux, S. et Hild, F. (2006). Stress intensity factor measurements from digital image correlation : post-processing and integrated approaches. *International Journal of Fracture*, 140(1-4):141–157.

[Réthoré *et al.*, 2008] Réthoré, J., Hild, F. et Roux, S. (2008). Extended digital image correlation with crack shape optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 73(2):248–272.

[Saai *et al.*, 2010] Saai, A., Louche, H., Tabourot, L. et Chang, H. (2010). Experimental and numerical study of the thermo-mechanical behavior of al bi-crystal in tension using full field measurements and micromechanical modeling. *Mechanics of Materials*, 42(3):275 – 292.

[Sachtleber *et al.*, 2002] Sachtleber, M., Zhao, Z. et Raabe, D. (2002). Experimental investigation of plastic grain interaction. *Materials Science and Engineering : A*, 336(1–2):81 – 87.

[Schmid et Boas, 1968] Schmid, E. et Boas, W. (1968). *Plasticity of crystals : with special reference to metals.* Chapman & Hall.

[Schwartz *et al.*, 2010] Schwartz, A., Kumar, M., Adams, B. et Field, D. (2010). *Electron Backscatter Diffraction in Materials Science*. Springer Science+Business Media.

[Seeberger, 2008] Seeberger, H.-B. (2008). Recristallisation de l'aluminium après écrouissage critique. Mémoire de D.E.A., Polytech'Montpellier - LMGC.

[Seghir *et al.*, 2012] Seghir, R., Bodelot, L., Charkaluk, E. et Dufrenoy, P. (2012). Numerical and experimental estimation of thermomechanical fields heterogeneity at the grain scale of 316l stainless steel. *Computational Materials Science*, 53(1).

[Sidoroff, 1982] Sidoroff, F. (1982). *Cours sur les grandes déformations : Ecole d'été, Sophia-Antipolis, 8-10 septembre 1982*. Rapport GRECO. Laboratoire de mécanique et technologie.

[Smiths-Metal-Centres, 2011] Smiths-Metal-Centres (2011). Sheet metalwork aluminium 1050a. http ://www.smithmetal.com/downloads/1050a.pdf.

[Stainier *et al.*, 2002] Stainier, L., Cuitiño, A. et Ortiz, M. (2002). A micromechanical model of hardening, rate sensitivity and thermal softening in {BCC} single crystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 50(7):1511 – 1545.

[Stucky, 2011] Stucky, M. (2011). Traitements thermiques des alliages d'aluminium. *Traitements thermiques des aciers, des alliages et des fontes*.

[Suquet, 2003] Suquet, P. (2003). *Rupture et plasticité*. École polytechnique, Département de mécanique.

[Sutton *et al.*, 1991] Sutton, M., Turner, J., Bruck, H. et Chae, T. (1991). Full-field representation of discretely sampled surface deformation for displacement and strain analysis. *Experimental Mechanics*, 31(2):168–177.

[Sutton *et al.*, 1983] Sutton, M., Wolters, W., Peters, W., Ranson, W. et McNeill, S. (1983). Determination of displacements using an improved digital correlation method. *Image and Vision Computing*, 1(3):133 – 139.

[Taylor, 1938] Taylor, G. (1938). *Plastic Strain in metals*.

[Taylor et Quinney, 1934] Taylor, G. I. et Quinney, H. (1934). The latent energy remaining in a metal after cold working. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, 143(849):307–326.

[Titchener et Bever, 1958] Titchener, A. et Bever, M. (1958). The stored energy of cold work. *Progress in Metal Physics*, 7(0):247 – 338.

[Vargel, 2005] Vargel, C. (2005). Propriétés générales de l'aluminium et de ses alliages. *Techniques de l'ingénieur Métaux et alliages, matériaux magnétiques et multimatériaux*.

[Venables et Bin-jaya, 1977] Venables, J. A. et Bin-jaya, R. (1977). Accurate microcrystallography using electron back-scattering patterns. *Philosophical Magazine*, 35(5):1317–1332.

[Venables et Harland, 1973] Venables, J. A. et Harland, C. J. (1973). Electron back-scattering patterns—a new technique for obtaining crystallographic information in the scanning electron microscope. *Philosophical Magazine*, 27(5):1193–1200.

[Wang *et al.*, 2013] Wang, X., Witz, J., Bartali, A. E., Defrénoy, P. et Charkaluk, E. (2013). Investigation of grain-scale surface deformation of a pure aluminium polycrystal through kinematic-thermal full-field coupling measurement. *In 13th International Conderence on Fracture, Beijing, China.*

[Wattrisse, 1999] Wattrisse, B. (1999). *Etude cinematique des phénomènes de localisation dans des aciers par intercorrelation d'images.* Thèse de doctorat, Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc.

[Wattrisse *et al.*, 2001a] Wattrisse, B., Chrysochoos, A., Muracciole, J.-M. et Nemoz-Gaillard, M. (2001a). Analysis of strain localization during tensile tests by digital image correlation. *Experimental Mechanics*, 41:29–39.

[Wattrisse *et al.*, 2001b] Wattrisse, B., Chrysochoos, A., Muracciole, J.-M. et Nemoz-Gaillard, M. (2001b). Kinematic manifestations of localisation phenomena in steels by digital image correlation. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 20(2):189 – 211.

[Wattrisse *et al.*, 2002] Wattrisse, B., Muracciole, J.-M. et Chrysochoos, A. (2002). Thermomechanical effects accompanying the localized necking of semi-crystalline polymers. *International Journal of Thermal Sciences*, 41(5):422 – 427.

[Wen, 2012] Wen, S. (2012). *Identification expérimentale de modèles de zones cohésives à partir de techniques d'imagerie thermomécanique.* These, Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc.

[Zaefferer, 2007] Zaefferer, S. (2007). On the formation mechanisms, spatial resolution and intensity of backscatter kikuchi patterns. *Ultramicroscopy*, 107(2–3):254 – 266.

[Zhao *et al.*, 2008] Zhao, Z., Ramesh, M., Raabe, D., Cuitino, A. et Radovitzky, R. (2008). Investigation of three-dimensional aspects of grain-scale plastic surface deformation of an aluminum oligocrystal. *International Journal of Plasticity*, 24(12):2278 – 2297.

Table des figures

1.1 Configuration Lagrangienne et Eulérienne 2
1.2 Efforts intérieurs du matériau 6
1.3 Trajets thermomécaniques [Chrysochoos *et al.*, 2010] 15
1.4 Empilement cubique à faces centrées 17
1.5 Vue d'une dislocation 19

2.1 Opération de laminage 25
2.2 Diagramme de recristallisation [Philibert *et al.*, 1998] 25
2.3 Variation de la taille des grains obtenue après la recristallisation de l'échantillon en fonction de la déformation appliquée [Philibert *et al.*, 1998]. 26
2.4 Géométrie des éprouvettes trapézoïdales (en mm) 27
2.5 Courbe conventionnelle de traction pour l'aluminium (1050A) après recuit de détensionnement [Seeberger, 2008] 28
2.6 Évolution de la déformation estimée en fonction de la position (x) le long de l'éprouvette la largeur de l'éprouvette $Trap_4$ [Seeberger, 2008] 29
2.7 État de surface après l'attaque chimique 30
2.8 Courbe conventionnelle de traction jusqu'à la rupture 32
2.9 Vérification de l'hypothèse de grains "traversants" 32
2.10 Dessin technique du support de l'échantillon (dimensions en mm) . . 33
2.11 État de surface d'une éprouvette polie 34
2.12 Dispositif EBSD (d'après [HKL-Channel5]) 35
2.13 Cartographies d'orientations 36
2.14 Description des angles d'Euler dans le cas d'une tôle laminée repérée par les directions de laminage (DL), transverse (DT) et normale (DN) au plan de laminage (DL,DT) d'après [Baudin, 2010] 37
2.15 Loi de Schmid. Projection de l'effort appliqué sur un plan de glissement et cission résolue τ dans une direction de glissement. 37
2.16 Montage expérimental utilisé pour les essais expérimentaux 38
2.17 Description du dispositif d'acquisition couplée 39
2.18 La caméra CCD et la surface de l'éprouvette observée par la caméra visible 40
2.19 Spectre électromagnétique [Pajani, 2001] 41
2.20 Dispositifs infrarouges 43
2.21 Illustration grossière du choix du temps d'intégration "idéal" 44

2.22 Schématisation d'une scène thermique réelle 45
2.23 Recalage spatial entre le repère EBSD et CCD 48
2.24 Recalage spatial entre le repère CCD et IR 49
2.25 Passage entre les repères CCD et IR 50
2.26 Les transformations spatiales parmi les trois repères 50
2.27 Représentation Lagrangienne de la zone d'étude (ZE) dans les différents systèmes des coordonnées 51
2.28 Les histogrammes des erreurs des recalages spatiaux du repère EBSD au celui de CCD et IR 53

3.1 Point de calcul cinématique M avec son voisinage S 58
3.2 Pavé d'approximation spatio-temporel 60
3.3 Du rayonnement IR à la température [Blanche, 2012] 61
3.4 Exemple du comportement des pixels à différentes températures ainsi que la saturation 62
3.5 Illustration des critères de qualité lors de la procédure d'étalonnage . 63
3.6 Éprouvette sollicitée et éprouvette de référence 65
3.7 Estimation de τ^{2D} pour notre éprouvette en l'aluminium 67
3.8 Pavé d'approximation spatio-temporel [Blanche, 2012] 68
3.9 Exemple d'un lissage de température avec l'histogramme du résidu (Moyenne $\approx 5.10^{-4}$ °C, Ecart-type ≈ 0.06 °C) [Blanche, 2012] 69
3.10 Analyse cinématique et thermique par grain en utilisant les techniques de traitement classique [Li *et al.*, 2013] 71
3.11 Évolutions temporelles de la déformation équivalente par grain et de la variation de la température moyenne par grain [Li *et al.*, 2013] 72
3.12 Description spatiale de la géométrie d'un agrégat polycristallin 74
3.13 Représentation schématique de deux éléments adjacents i et j 77
3.14 Champ de déplacement avec continuité intragranulaire 84
3.15 Représentation schématique de deux éléments adjacents i et j 85

4.1 Microstructure de l'agrégat polycristallin et maillage utilisé pour la simulation par Éléments Finis 96
4.2 Conditions aux limites pour la simulation numérique 98
4.3 Champs de déplacements obtenus par la simulation numérique pour la microstructure non-fissurée dans les directions $\vec{X}$ et $\vec{Y}$ 99
4.4 Champ de déformation équivalente obtenu par la simulation numérique pour la microstructure non-fissurée $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$ 99
4.5 Champs de déplacements obtenus par la simulation numérique pour la microstructure fissurée dans les directions $\vec{X}$ et $\vec{Y}$ 100
4.6 Champ de déformation équivalente obtenu par la simulation numérique pour la microstructure fissurée $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$ 100
4.7 Image de référence obtenue avec la procédure de génération d'image . 102
4.8 Zoom pris au centre de l'image 102
4.9 Deux types de maillages pour la corrélation d'image numérique 103
4.10 Traitement Cinématique I : Champs de déplacements $\mathbf{u_x}$ et $\mathbf{u_y}$ obtenus par la CIN-E ainsi que l'erreur de mesure par rapport au champ de déplacements simulé $\mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$ et $\mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$ 104

4.11 Traitement Cinématique I : Champs de déformation équivalente moyen par élément ε_{eq} et $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$ ainsi que l'erreur de calcul en déformation équivalente . . . 106
4.12 Traitement Cinématique II : Champs de déplacements $\mathbf{u_x}$ et $\mathbf{u_y}$ obtenus par la CIN-E ainsi que l'erreur de mesure par rapport au champ de déplacements simulé $\mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$ et $\mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$ . . . 107
4.13 Traitement Cinématique II : Champs de déformation équivalente moyen par élément ε_{eq} et $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$ ainsi que l'erreur de calcul en déformation équivalente . . . 108
4.14 Traitement Cinématique III : Champs de déplacements $\mathbf{u_x}$ et $\mathbf{u_y}$ obtenus par la CIN-E ainsi que l'erreur de mesure par rapport au champ de déplacements simulé $\mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$ et $\mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$ . . . 109
4.15 Traitement Cinématique III : Champs de déformation équivalente moyen par élément ε_{eq} et $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$ ainsi que l'erreur de calcul en déformation équivalente . . . 110
4.16 Traitement Cinématique I-F : Champs de déplacements $\mathbf{u_x}$ et $\mathbf{u_y}$ obtenus par CIN-E ainsi que l'erreur de mesure par rapport au champ de déplacements simulé $\mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$ et $\mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$ . . . 112
4.17 Traitement Cinématique I-F : Champ de déformation équivalente moyen par élément ε_{eq} et $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$ ainsi que l'erreur de calcul en déformation équivalente . . . 113
4.18 Traitement Cinématique II-F : Champs de déplacements $\mathbf{u_x}$ et $\mathbf{u_y}$ obtenus par CIN-E ainsi que l'erreur de mesure par rapport au champ de déplacements simulé $\mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$ et $\mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$ . . . 114
4.19 Traitement Cinématique II-F : Champs de déformation équivalente moyen par élément ε_{eq} et $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$ ainsi que l'erreur de calcul en déformation équivalente . . . 115
4.20 Traitement Cinématique III-F : Champs de déplacements $\mathbf{u_x}$ et $\mathbf{u_y}$ obtenus par CIN-E ainsi que l'erreur de mesure par rapport au champ de déplacements simulé $\mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$ et $\mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$ . . . 116
4.21 Traitement Cinématique III-F : Champs de déformation équivalente moyen par élément ε_{eq} et $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$ ainsi que l'erreur de calcul en déformation équivalente . . . 117
4.22 Distribution des continuités imposées . . . 117
4.23 Traitement Cinématique IV-F (Cas 1) : Champs de déplacements $\mathbf{u_x}$ et $\mathbf{u_y}$ obtenus par CIN-E ainsi que l'erreur de mesure par rapport au champ de déplacements simulé $\mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$ et $\mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$ . . . 118
4.24 Traitement Cinématique IV-F (Cas 2) : Champs de déplacements $\mathbf{u_x}$ et $\mathbf{u_y}$ obtenus par CIN-E ainsi que l'erreur de mesure par rapport au champ de déplacements simulé $\mathbf{u_x}^{\text{Aster}}$ et $\mathbf{u_y}^{\text{Aster}}$ . . . 119
4.25 Zoom du champ $\mathbf{u_y}$ sur la zone de fissure pour le Cas 1 et Cas 2 du Traitement Cinématique IV-F ainsi que le résultat donné par Aster . 119
4.26 Traitement Cinématique IV-F (Cas 2) : Champs de déformation équivalente moyen par élément ε_{eq} et $\varepsilon_{\text{eq}}^{\text{Aster}}$ ainsi que l'erreur de calcul en déformation équivalente . . . 120
4.27 Zoom sur la zone de fissure par la structure fissurée . . . 122
4.28 Profil de la norme du saut de déplacement sur la fissure pour la structure fissurée . . . 123

4.29 Localisation de la norme du saut de déplacement pour les quatre différentes traitements . . . 124
4.30 Investigation du saut de déplacement obtenu par le Traitement Cinématique III-F . . . 125
4.31 Processus d'introduction du bruit dans l'image : $(a) + (b) = (c)$ . . . 126
4.32 Image de référence ainsi que le maillage microstructural . . . 127
4.33 Champs cinématiques homogènes imposés pour l'étude de déformation homogène sur l'image réduite . . . 127
4.34 Évolution de l'Écart-type de l'erreur en fonction des niveaux de bruit introduits . . . 128
4.35 Erreur de mesure sur la déformation équivalente pour le traitement Micro-élément-exact aux niveaux de bruit 0 et 5 . . . 129
4.36 Champs cinématiques imposés pour l'étude de déformation hétérogène sur l'image réduite . . . 129
4.37 Évolution de l'Écart-type de l'erreur en fonction des niveaux de bruit introduits . . . 130

5.1 Microstructure de l'agrégat polycristallin dans le repère d'IR pour la simulation thermique . . . 132
5.2 Champ de sources de chaleur théorique et conditions aux limites pour la simulation thermique . . . 133
5.3 Champ de température obtenu par la simulation et champ du bruit blanc Gaussien pour le bruitage de la carte de température . . . 134
5.4 Génération des images de température Lagrangienne et Eulérienne pour le traitement TIR-E . . . 135
5.5 Maillage de calcul pour le traitement d'image de température . . . 136
5.6 Champ des sources de chaleur théorique moyenné par grain $w'_{ch(\mathrm{th})}$ . . . 136
5.7 Traitement Thermique I : Champ de température obtenu par la TIR-E ($\mathbf{T}_{\mathrm{lis}}$) à partir de l'image bruitée ($\mathbf{T}_{\mathrm{th\text{-}B}}$) ainsi que la différence par rapport au champ de température théorique ($\mathbf{T}_{\mathrm{th}}$) . . . 137
5.8 Traitement Thermique I : Champ des sources de chaleur théorique $w'_{ch(\mathrm{th})}$ et celui obtenu par le traitement d'image thermique $w'_{ch(\mathrm{lis})}$ ainsi que l'erreur sur la détermination des sources . . . 138
5.9 Traitement Thermique I : Évolution de erreurs en sources de chaleur en fonction de sources de chaleur théoriques . . . 139
5.10 Traitement Thermique I : Histogramme du bruit introduit et histogramme du bruit enlevé par la méthode de traitement proposée . . . 139
5.11 Traitement Thermique I : Évolution temporelle de la température moyennée par grain, $\mathbf{T}_{\mathrm{th}}$ et $\mathbf{T}_{\mathrm{lis}}$, ainsi que leurs différences pour les grains 1, 2 et 3 . . . 140
5.12 Traitement Thermique I : Évolution temporelle des sources de chaleur moyennées par grain $w'_{ch(\mathrm{th})}$ et $w'_{ch(\mathrm{lis})}$, ainsi que l'histogramme de leurs différences pour les grains 1, 2 et 3 . . . 140
5.13 Traitement Thermique II : Champ de température obtenu par le traitement d'image thermique ($\mathbf{T}_{\mathrm{lis}}$) à partir de l'image bruitée ($\mathbf{T}_{\mathrm{th\text{-}B}}$) ainsi que la différence par rapport au champ de température théorique ($\mathbf{T}_{\mathrm{th}}$) 141

5.14 Traitement Thermique II : Champ des sources de chaleur théorique $w'_{ch(\mathrm{th})}$ et celui obtenu par le traitement d'image thermique $w'_{ch(\mathrm{lis})}$ ainsi que l'erreur sur la détermination des sources 142
5.15 Traitement Thermique II : Évolution de erreurs en sources de chaleur en fonction de sources de chaleur théoriques 142
5.16 Traitement Thermique II : Histogramme du bruit introduit et histogramme du bruit enlevé par la méthode de traitement proposée . . . 143
5.17 Traitement Thermique II : Évolution temporelle de la température moyennée par grain, $\mathbf{T}_{\mathrm{th}}$ et $\mathbf{T}_{\mathrm{lis}}$, ainsi que leurs différences pour les grains 1, 2 et 3 143
5.18 Traitement Thermique II : Évolution temporelle des sources de chaleur moyennées par grain $w'_{ch(\mathrm{th})}$ et $w'_{ch(\mathrm{lis})}$, ainsi que l'histogramme de leurs différences pour les grains 1, 2 et 3 144
5.19 Traitement Thermique III : Champ de température obtenu par le traitement d'image thermique ($\mathbf{T}_{\mathrm{lis}}$) à partir de l'image bruitée ($\mathbf{T}_{\mathrm{th\text{-}B}}$) ainsi que la différence par rapport au champ de température théorique ($\mathbf{T}^{\mathrm{th}}$) 145
5.20 Traitement Thermique III : Champ des sources de chaleur théorique $w'_{ch(\mathrm{th})}$ et celui obtenu par le traitement d'image thermique $w'_{ch(\mathrm{lis})}$ ainsi que l'erreur sur la détermination des sources 145
5.21 Traitement Thermique III : Histogramme du bruit introduit et histogramme du bruit enlevé par la méthode TIR-E 145
5.22 Traitement Thermique III : Évolution de erreurs en sources de chaleur en fonction de sources de chaleur théoriques 146
5.23 Traitement Thermique III : Évolution temporelle de la température moyennée par grain, $\mathbf{T}_{\mathrm{th}}$ et $\mathbf{T}_{\mathrm{lis}}$, ainsi que leurs différences pour les grains 1, 2 et 3 147
5.24 Traitement Thermique III : Évolution temporelle des sources de chaleur moyennées par grain $w'_{ch(\mathrm{th})}$ et $w'_{ch(\mathrm{lis})}$, ainsi que l'histogramme de leurs différences pour les grains 1, 2 et 3 147

6.1 Réponse mécanique du matériau pour l'essai II 150
6.2 Caractérisation des images infrarouges perdues 151
6.3 Recalage temporel entre les données cinématiques, thermiques et mécaniques 152
6.4 Analyse de la microstructure du matériau 153
6.5 Description spatiale du matériau dans les repères CCD et IR 153
6.6 Numérotation des grains dans les repères CCD et IR 154
6.7 Champ de déplacements obtenu à l'instant D dans la configuration Lagrangienne 155
6.8 Maillages de calcul (CIN et IRT) initiaux et finaux représentés dans le repère CCD 156
6.9 Champs des déformations à l'instant D dans la configuration Lagrangienne 156
6.10 Champs des vitesses de déformation à l'instant D dans la configuration Lagrangienne 157
6.11 Résultats cinématiques représentés dans le repère CCD avec une représentation Eulérienne à l'instant D 158

6.12 Résultats thermiques représentés dans le repère IR avec une représentation Lagrangienne pour l'instant D 159
6.13 Résultats thermiques représentés dans le repère CCD avec une configuration Eulérienne pour l'instant D 160
6.16 Champ de déformation équivalente en utilisant une représentation Eulérienne pour l'instant C ainsi que le zoom sur la zone de fissuration . 161
6.17 Zoom sur le champ de déformation équivalent pour le grain 2 à l'instant C ainsi que l'image visible correspondante 161
6.18 Champ de déformation équivalente en utilisant une représentation Eulérienne pour l'instant 1 ainsi que le zoom sur la zone de fissuration . 162
6.19 Champ de déformation équivalente en utilisant une représentation Eulérienne pour l'instant 2 ainsi que le zoom sur la zone de fissuration . 163
6.20 Champ de vitesse de déformation équivalente en utilisant une représentation Lagrangienne pour l'instant 1 et 2 163
6.23 Champ de sources de chaleur présenté dans le repère CCD en utilisant une représentation Eulérienne pour l'instant C ainsi que le zoom sur la zone de fissuration 164
6.24 Numérotation des grains pour le maillage IRT "amélioré" dans le repère IR 165
6.28 Carte de température mesurée par la caméra infrarouge 166
6.29 Carte de température mesurée par la caméra infrarouge 166
6.30 Évolution temporelle des grandeurs cinématiques et thermiques . . . 167
6.31 Histogramme des grandeurs cinématiques pour le grain 1 à l'instant C 168
6.32 Histogramme des grandeurs thermiques pour le grain 1 à l'instant C . 168
6.33 Histogramme des grandeurs cinématiques pour le grain 7 à l'instant C 169
6.34 Histogramme des grandeurs thermiques pour le grain 7 à l'instant C . 169
6.35 Histogramme des grandeurs cinématiques pour le grain 8 à l'instant C 169
6.36 Histogramme des grandeurs thermiques pour le grain 8 à l'instant C . 170
6.37 Saut cinématique et thermique entre les grains l'instant C 171
6.14 Évolution du champ de déformation équivalente pour les huit instants 173
6.15 Évolution du champ de vitesse de déformation équivalente pour les huit instants 174
6.21 Évolution du champ de température pour les huit instants 175
6.22 Évolution du champ de sources de chaleur pour les huit instants . . . 176
6.25 Évolution du champ de température pour les huit instants 177
6.26 Évolution du champ de sources de chaleur pour les huit instants . . . 178
6.27 Vérification de l'émissivité de l'éprouvette 179

Liste des tableaux

1.1 Lois de comportement 12

2.1 Composition chimique de l'aluminium 1050A (EN 573-1) 23
2.2 Estimation des contraintes et déformations pour l'éprouvette $Trap_4$. 28
2.3 Estimation des contraintes et des déformations pour l'éprouvette $Trap_2$ et $Trap_6$ 29
2.4 Paramètres du traitement thermomécanique pour ces trois éprouvettes trapézoïdales 29
2.5 Composition chimique de la solution pour l'attaque chimique [Develay, 1989] 30
2.6 Contrainte et déformation de pré-écrouissage nécessaires afin d'obtenir un multi-cristal pour l'éprouvette parallélépipédique ($80 \times 20 \times 3$ mm^3) 31
2.7 Emissivité de quelques matériaux usuels pour un angle d'observation de 0° à $\lambda = 5\ \mu m$ [Pajani, 2001]. 42
2.8 Erreurs des recalages spatiaux en pixel 53

4.1 Paramètres matériels du modèle Méric-Cailletau utilisés dans la simulation par Élément Finis [Guilhem, 2011] 98
4.2 Caractéristiques des maillages 103
4.3 Paramètres pour le Traitement Cinématique I 104
4.4 Erreur de calcul en déplacement pour le Traitement Cinématique I . . 105
4.5 Paramètres pour le Traitement Cinématique II 105
4.6 Erreur de calcul en déplacement pour le Traitement Cinématique II . 106
4.7 Paramètres pour le Traitement Cinématique III 107
4.8 Erreur de calcul en déplacement pour le Traitement Cinématique III . 108
4.9 Confrontation des résultats calculés/simulés pour le spécimen non-fissuré 109
4.10 Paramètres pour le Traitement Cinématique I-F 111
4.11 Erreur de calcul en déplacement pour le Traitement Cinématique I-F 111
4.12 Paramètres pour le Traitement Cinématique II-F 112
4.13 Erreur de calcul en déplacement pour le Traitement Cinématique II-F 112
4.14 Paramètres pour le Traitement Cinématique III-F 113
4.15 Erreur de calcul en déplacement pour le Traitement Cinématique III-F 114
4.16 Paramètres pour le Cas 1du Traitement Cinématique IV-F 116
4.17 Paramètres pour le Cas 2du Traitement Cinématique IV-F 116
4.18 Erreur de calcul en déplacement pour le Traitement Cinématique IV-F (Cas 2) 120

4.19 Confrontation des résultats calculés/simulés pour le spécimen fissuré . 121
4.20 Temps CPU associés aux quatre traitements 121

5.1 Tableau des paramètres thermodynamiques matériels 133
5.2 Tableau des coefficients de transfert de chaleur 133
5.3 Caractéristiques du maillage thermique 135
5.4 Paramètres pour le Traitement Thermique I 137
5.5 Erreur de calcul pour le Traitement Thermique I 138
5.6 Paramètres pour le Traitement Thermique II 141
5.7 Erreur de calcul pour le Traitement Thermique II 142
5.8 Paramètres pour le Traitement Thermique III 144
5.9 Erreur de calcul pour le Traitement Thermique III 146

6.1 Paramètres utilisés pour l'élaboration des éprouvettes 150
6.2 Paramètres thermophysiques du matériau [Bodelot *et al.*, 2009] 150
6.3 Caractéristiques de l'essai II 151
6.4 Caractéristiques des histogrammes pour les grains 1, 7 et 8 à l'instant C170

Table des matières

Remerciements **i**

Introduction générale **v**

1 Cadre Théorique **1**

1.1 Rappels de Mécanique des Milieux Continus : Grandes Transformations 1

1.1.1 Configuration Lagrangienne et Eulérienne 2

1.1.2 Tenseurs gradients de transformation 2

1.1.3 Mesures de déformation 3

1.1.4 Calcul de la dérivée particulaire 5

1.1.5 Description des évolutions sthéniques 5

1.1.6 Énergie de déformation 6

1.2 Thermodynamique des Processus Irréversibles 7

1.2.1 Description du système thermodynamique 7

Postulat de l'état local 7

Variables d'état 7

1.2.2 Premier principe de la thermodynamique 8

1.2.3 Second principe de la thermodynamique 9

1.2.4 Inégalité de Clausius-Duhem 9

1.2.5 Lois de comportement 10

Lois d'état 11

Lois complémentaires 12

1.2.6 Équation de diffusion de la chaleur 12

Une première simplification de l'équation de la chaleur 13

1.2.7 Bilan énergétique sur un trajet thermodynamique 14

1.3 Rappels de Mécanique des Matériaux Solides : Plasticité Cristalline . 16

1.3.1 Élément de cristallographie 16

Monocristaux 16

Polycristaux 17

1.3.2 Cristal réel - Défauts dans les cristaux 18

Défauts ponctuels ou sans dimension 18

Dislocations ou défauts à une dimension 18

Défauts à deux dimensions 19

Défauts à trois dimensions 19

1.3.3 Mécanismes physiques de déformation 20

Déformation élastique 20

Déformation plastique 20

2 Cadre Expérimental **23**
2.1 Élaboration du matériau étudié 23
2.1.1 Traitement thermomécanique appliqué au matériau 24
Recuit de détensionnement 24
Pré-écrouissage critique 25
Recuit de recristallisation et croissance de grains 27
2.1.2 Géométrie du matériau 27
Essais préliminaires : éprouvette trapézoïdale 27
Attaque chimique 28
Géométrie retenue pour les essais 31
2.1.3 Préparation de la surface 33
Conception d'un support d'échantillon 33
Procédure de polissage 33
2.1.4 Caractérisation microstructurale : EBSD 34
Principe de l'analyse d'EBSD 34
Analyse des données de l'EBSD 36
2.2 Description générale du montage expérimental 37
2.3 Machine d'essai mécanique 39
2.4 Dispositif CCD : caméra visible 39
2.5 Dispositif Infrarouge 40
2.5.1 Rappel sur le rayonnement infrarouge 41
Rayonnement thermique 41
Corps noir 41
Facteur d'émission 42
2.5.2 Caméra infrarouge 43
Caméra IR utilisée 43
Rayonnement réellement mesuré 44
2.6 Synchronisation temporelles des acquisitions d'images 45
2.7 Recalage spatial des mesures de champs 46
2.7.1 Recalage des mesures microstructurales et cinématiques 47
2.7.2 Recalage des mesures cinématiques et thermiques 48
2.7.3 Recalage des mesures microstructurales et thermiques 50
2.7.4 Représentation Lagrangienne et Eulérienne des mesures 51
2.7.5 Estimation des erreurs sur les recalages spatiaux 52

3 Traitements d'images cinématiques et calorimétriques **55**
3.1 Principes généraux des méthodes "locales" 55
3.1.1 Mesure de champs cinématiques par CIN 56
Principe de la CIN 57
Mesures de déplacements 57
Mesures de déformation 59
3.1.2 Mesure de champs thermiques et calorimétriques par TIR . . . 61
Transcription du thermosignal en température : étalonnage pixel à pixel 61
Mesure de la variation de température 64
Détermination des sources de chaleur 65

Estimation des fuites thermiques 66
Calcul numérique des sources de chaleur 68
3.1.3 Limitation des méthodes "locales" 71
3.2 Méthode locale enrichie 72
3.2.1 Description spatiale de la géométrie 73
3.2.2 Description de la physique : fonction de forme 74
Fonction de forme cinématique : déplacement 74
Fonction de forme thermique : température 76
3.2.3 Restrictions cinématiques 77
Type de continuité 78
Exemple analytique : Continuité avec une fonction de forme bilinéaire 80
Niveau de continuité 83
3.2.4 Restrictions thermiques 85
Type de continuité 85
Niveau de continuité 89
3.2.5 Résolution numérique des problèmes enrichis 89
Résolution du problème de CIN-E 89
Résolution du problème de TIR-E 90
Triangulation de la matrice de restriction : cinématique et thermique 90
3.2.6 Post-traitement local 92
Post-traitement cinématique 92
Post-traitement thermique 93

4 Validation numérique cinématique : application à la plasticité cristalline 95
4.1 Simulation par Éléments Finis 95
4.1.1 Microstructure 96
4.1.2 Loi de comportement 96
4.1.3 Conditions aux limites 97
4.1.4 Résultats des simulations 98
Champs cinématiques simulés : échantillon non fissuré 99
Champs cinématiques simulés : échantillon fissuré 100
4.2 Génération des images de mouchetis 101
4.3 Résultat du traitement par CIN-E 102
4.3.1 Type de maillage & Fonction de forme 102
4.3.2 Résultats sur la structure non-fissurée 103
Traitement Cinématique I *: "Régulier-"Intergranulaire"-exact"* 103
Traitement Cinématique II *: "Microstructural-Intergranulaire-exact"* 105
Traitement Cinématique III *: "Microstructural-Intergranulaire-aux nœuds"* 107
4.3.3 Résultats sur la structure fissurée 110
Traitement Cinématique I-*F : "Régulier-Intra-élément-exact"* . 111
Traitement Cinématique II-*F : "Microstructural-Intra-élément-exact"* 111

Traitement Cinématique III-*F : "Microstructural-Intragranulaire-exact"* . . . 113
Traitement Cinématique IV-*F : "Microstructural-Intergranulaire-aux nœuds"* . . . 115
4.4 Profil du saut de déplacement . . . 122
4.4.1 Saut de déplacement sur la fissure . . . 122
4.4.2 Investigation de la fissure . . . 124
4.5 Sensibilité de la méthode au bruit cinématique . . . 126
4.5.1 Introduction du bruit . . . 126
4.5.2 Erreur de traitement en fonction du bruit . . . 126
Image réduite avec déformation homogène . . . 127
Image réduite avec déformation hétérogène . . . 129

5 Validation numérique thermique : application à la plasticité cristalline 131
5.1 Génération des champs de source de chaleur . . . 131
5.2 Simulation thermique . . . 132
5.3 Résultat du traitement par la méthode TIR-E . . . 135
5.3.1 Maillage de calcul & Fonction de forme . . . 135
5.3.2 Résultat de la simulation : champ de sources de chaleur . . . 136
5.3.3 Résultats du traitement d'image . . . 137
Traitement Thermique I *:* . . . 137
Traitement Thermique II *:* . . . 141
Traitement Thermique III *:* . . . 144

6 Application à l'étude expérimentale de multi-cristaux d'aluminium 149
6.1 Élaboration du matériau : traitement thermomécanique . . . 149
6.2 Description de l'essai expérimental . . . 150
6.3 Post-traitement . . . 151
6.3.1 Recalage temporel . . . 151
6.3.2 Analyse de la microstructure . . . 152
6.3.3 Recalage spatial . . . 153
6.4 Résultats expérimentaux . . . 154
6.4.1 Analyse des champs mesurés . . . 154
Présentation générale pour l'instant D . . . 155
Présentation des résultats aux pas de chargement sélectionnés 159
6.4.2 Analyse par grain . . . 167

Conclusion & Perspectives 181

Bibliographie 186

Caractérisation et identification du comportement thermomécanique de multi-cristaux d'aluminium

Résumé : L'objectif ultime de ce travail de thèse consiste à établir un bilan énergétique à l'échelle du grain afin de caractériser et de vérifier la cohérence thermodynamique de modèles de comportement utilisés pour rendre compte du développement de la plasticité cristalline dans les matériaux métalliques.

La première partie de ce travail a consisté à mettre en place un protocole d'élaboration du matériau permettant d'obtenir la microstructure souhaitée, compatible avec des moyens d'observations macroscopiques. Les échantillons d'aluminium à très gros grains (centimétriques) ainsi obtenus sont utilisés pour effectuer des essais cycliques durant lesquels les champs cinématiques et thermiques sont mesurés au moyen de techniques de Corrélation d'Images Numériques et de Thermographie Infra-rouge.

Deux techniques de traitement d'image spécifiques ont été proposées. Elles permettent d'introduire des hypothèses sur les champs cinématiques et thermiques qui soient adaptées à la microstructure (ici continuité intra-granulaire du déplacement, de la température et du flux). Ces méthodes permettent d'accéder à des mesures complètement indépendantes d'un grain à l'autre tout en améliorant la robustesse des méthodes de mesure. Ces méthodes ont été validées numériquement en utilisant des images de synthèse sur lesquelles ont été appliqués des champs hétérogènes.

Une campagne d'essais cycliques a enfin été menée sur les multi-cristaux d'aluminium élaborés. Les méthodes développées ont permis d'observer le développement de la plasticité intra-granulaire et le développement de la fissuration inter-granulaire.

Mots-clés : corrélation d'image, thermographie infrarouge, microstructure, plasticité cristalline, bilan d'énergie

---

Characterization and identification of the thermomechanical behavior of coarse-grained polycrystalline aluminum under tensile conditions

Abstract : The main objective of this PhD thesis is to establish an energy balance at the grain scale in order to assess the thermomechanical consistency of material models used to predict the development of crystal plasticity of metals.

The first part of this work consists in setting a protocol allowing the material elaboration with the desired microstructure which is to be compatible with the use of classical macroscopic observation devices. The obtained coarse-grained aluminum samples (with centimeter grains) are used in cyclic tensile tests. During these tests, the kinematic and thermal fields are recorded with Digital Image Correlation and Infra-Red Thermography techniques.

Two specific imaging techniques were developed. They allow introducing ad hoc hypotheses (i.e. consistent with microstructure) on the kinematic and the thermal fields. In this work, these hypotheses consist in intra-granular continuity conditions on the displacement, temperature and heat flux fields. These methods give independent measures on each grain while improving the robustness of the measurement methods. These methods were numerically validated using computer-generated images heterogeneously loaded.

Cyclic tests were finally performed on the processed aluminum multi-crystals. The developed methods allowed the observation of the development of intra-granular plasticity and the development of inter-granular cracking.

Key words : digital image correlation, infrared thermography, microstructure, crystal plasticity, energy balance

---

Discipline : Mécanique et Génie Civil

Laboratoire de Mécanique et Génie Civil - UMR 5508
Université Montpellier II
CC 048 Place Eugène Bataillon
34095 MONTPELLIER cedex 5