



**HAL**  
open science

# Modélisation et commande de la machine synchrone à réluctance variable: prise en compte de la saturation magnétique

Thierry Lubin

► **To cite this version:**

Thierry Lubin. Modélisation et commande de la machine synchrone à réluctance variable: prise en compte de la saturation magnétique. Energie électrique. Université Henri Poincaré; Nancy I, 2003. Français. NNT: . tel-01147847

**HAL Id: tel-01147847**

**<https://hal.science/tel-01147847>**

Submitted on 2 May 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.







---

**U.F.R. Sciences & Techniques : S.T.M.I.A.**  
**Ecole Doctorale : Informatique-Automatique-Electrotechnique-Electronique-Mathématique**  
**Département de Formation Doctorale : Electrotechnique-Electronique**

## Thèse

présentée pour l'obtention du grade de

Docteur de l'Université Henri Poincaré, Nancy-I

en Génie Electrique

par **Thierry LUBIN**

---

◇

# Modélisation et commande de la machine synchrone à réluctance variable. Prise en compte de la saturation magnétique.

---

◇

Soutenue publiquement le 18 avril 2003 devant la commission d'examen :

Membres du Jury :

Président :	J. FAUCHER	Professeur, LEEI, INPT - ENSEEIHT, Toulouse
Rapporteurs :	B. LEMAIRE-SEMAIL	Professeur, L2EP, EUDIL, Lille
	J. P. LOUIS	Professeur, SATIE, ENS de Cachan
Examineurs :	H. RAZIK	Maître de Conférences - HDR, GREEN, IUFM de Lorraine
	A. REZZOUG	Professeur, GREEN, UHP, Nancy 1
	E. H. ZAIM	Professeur, GE 44, Saint-Nazaire
invité :	F.M. SARGOS	Professeur, GREEN, INPL - ENSEM, Nancy



*A ma femme Florence,  
à mes enfants Nicolas et Marie.*



Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués au sein du Groupe de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nancy (GREEN UMR-CNRS 7037) sous la direction de Monsieur A. REZZOUG, Professeur à l'Université Henri Poincaré de Nancy.

Je tiens à remercier vivement Monsieur A. REZZOUG pour m'avoir accueilli dans son laboratoire et avoir dirigé cette thèse. Ses précieux conseils et son expérience m'ont permis de progresser tout au long de ce travail de recherche.

J'exprime également mes remerciements à Monsieur H. RAZIK, Maître de Conférences à l'IUFM de Lorraine pour avoir co-dirigé ce travail. Je tiens à le remercier pour sa disponibilité et pour ses conseils.

Je remercie très sincèrement Monsieur J. FAUCHER, Professeur à l'Institut National Polytechnique de Toulouse pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de présider mon Jury.

J'adresse également mes remerciements à Madame B. SEMAIL, Professeur à l'Ecole Universitaire D'Ingénieurs de Lille (EUDIL), et à Monsieur J. P. LOUIS, Professeur à l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail en acceptant d'être les rapporteurs de ma thèse et pour leur participation à mon jury.

Je remercie chaleureusement Monsieur E. H. ZAIM, Professeur à l'Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes pour sa participation à mon jury.

Je remercie Monsieur F. M. SARGOS, Professeur à l'Institut National Polytechnique de Lorraine et chercheur au GREEN pour sa présence à mon jury.

Je tiens également à remercier l'ensemble des chercheurs et enseignants du GREEN de l'université Henri Poincaré qui ont su créer une ambiance de travail agréable.

Je ne pourrais terminer cet avant-propos sans remercier ma femme, Florence, pour ses encouragements et la patience dont elle a fait preuve lors de longues soirées de travail.



**TABLE DES MATIERES**



<b>Table des matières</b> .....	<b>1</b>
<b>Introduction Générale</b> .....	<b>7</b>
<b>Chapitre I : Constitution et modélisation de la machine synchrone à réluctance variable</b> .....	<b>13</b>
<b>1. Introduction</b> .....	<b>15</b>
<b>2. Les différentes Structures de rotor</b> .....	<b>15</b>
2.1 Introduction.....	15
2.2 Influence du paramètre $L_d/L_q$ sur les performances de la machine.....	16
2.3 Les différents types de rotor.....	18
2.3.1 Structures de rotor à cage.....	20
2.3.2 Structures de rotor sans cage.....	20
2.4 Conclusion.....	21
<b>3. Rappel du modèle de la machine</b> .....	<b>22</b>
3.1 Hypothèses et mise en équations.....	22
3.2 Modèle de la machine dans le repère du stator.....	23
3.3 Modèle de la machine dans le repère $(d-q)$ .....	24
<b>4. Limites du modèle classique</b> .....	<b>26</b>
4.1 Introduction.....	26
4.2 Hypothèse du premier harmonique.....	26
4.2.1 Mesure des inductances statoriques.....	26
4.2.2 Modèle incluant l'harmonique d'espace de rang 3.....	27
4.2.2.1 Modèle de la machine dans le repère du stator.....	27
4.2.2.2 Modèle de la machine dans le repère de Concordia.....	30
4.2.3 Conclusion.....	35
4.3 Saturation magnétique .....	36
<b>5. Conclusion</b> .....	<b>38</b>
<b>Chapitre II : Modèle saturé de la machine au sens du premier harmonique</b> .....	<b>41</b>
<b>1. Introduction</b> .....	<b>43</b>
<b>2. Modèle de la machine saturée à inductances de fuites séparées</b> .....	<b>43</b>
2.1 Introduction.....	43
2.2 Séparation des inductances de fuites.....	43
2.3 Prise en compte de la saturation.....	44
2.4 Inconvénients du modèle saturé à fuites séparées.....	46

<b>3. Modèle saturé à inductances de fuites totalisées au stator.....</b>	<b>46</b>
3.1 Introduction.....	46
3.2 Expressions des flux magnétiques.....	47
3.3 Prise en compte de la saturation dans l'expression des flux.....	49
3.3.1 Machine équivalente à pôles lisses.....	49
3.3.2 Modèle saturé à un seul coefficient de saturation.....	51
3.4 Modèle saturé où les courants sont choisis comme variables d'état.....	52
3.5 Modèle saturé où les flux sont choisis comme variables d'état.....	56
3.6 Cas particulier de la machine asynchrone.....	59
<b>4. Conclusion .....</b>	<b>60</b>

**Chapitre III : Etude de la validité du modèle saturé  
par des essais expérimentaux..... 61**

<b>1. Introduction.....</b>	<b>63</b>
<b>2. Identification des paramètres électriques.....</b>	<b>63</b>
2.1 Structure de la machine étudiée.....	63
2.2 Identification des paramètres non saturés.....	65
2.2.1 Méthode de l'échelon de tension continue.....	65
2.2.2 Essais sous tension sinusoïdale réduite.....	69
2.2.2.1 Essai à vide.....	69
2.2.2.2 Essais à rotor bloqué.....	70
2.3 Identification du coefficient de saturation $K_s$ .....	71
2.3.1 Méthode de l'échelon.....	71
2.3.2 Essai à vide.....	72
2.3.3 Représentations mathématiques du coefficient de saturation $K_s$ .....	73
2.3.3.1 Modèle où les courants sont choisis comme variables d'état.....	73
2.3.3.2 Modèle où les flux sont choisis comme variables d'état.....	75
2.4 Conclusion.....	75
<b>3. Détermination de la caractéristique magnétique d'axe <math>q</math>.....</b>	<b>76</b>
3.1 Prédétermination théorique.....	76
3.2 Relevé expérimental.....	76
<b>4. Echelon de tension continue, évolution du courant <math>i(t)</math> en régime saturé.....</b>	<b>78</b>
4.1 Equations du modèle saturé.....	78
4.2 Essai suivant l'axe $d$ .....	78
4.3 Essai suivant l'axe $q$ .....	79
4.4 Conclusion.....	79
<b>5. Effet croisé de saturation.....</b>	<b>82</b>
5.1 Introduction.....	82
5.2 Influence de l'effet croisé sur la valeur des flux.....	82

5.2.1 Etude théorique.....	82
5.2.2 Vérification expérimentale.....	83
5.3 Mise en évidence de l'effet croisé sur un régime transitoire.....	89
5.4 Conclusion.....	91
<b>6. Etude de la machine alimentée par le réseau.....</b>	<b>92</b>
6.1 Introduction.....	92
6.2 Etude du régime permanent.....	92
6.2.1 Relevé des caractéristiques de la machine.....	92
6.2.2 Evolution du couple de décrochage en fonction du niveau de saturation.....	95
6.3 Effets de la saturation sur le régime dynamique.....	100
6.3.1 Démarrage à vide de la machine.....	100
6.3.1.1 Démarrage de la machine sous tension réduite.....	100
6.3.1.2 Démarrage de la machine sous tension nominale.....	103
6.3.2 Echelon de couple résistant.....	104
<b>7. Conclusion.....</b>	<b>110</b>

***Chapitre IV : Effets de la saturation magnétique sur le contrôle vectoriel..... 111***

<b>1. Introduction.....</b>	<b>113</b>
<b>2. Description du banc expérimental.....</b>	<b>113</b>
<b>3. Commande en couple.....</b>	<b>115</b>
3.1 Modélisation des boucles de courant.....	115
3.2 Synthèse des correcteurs.....	117
3.3 Vérification des performances.....	119
3.4 Effets de la saturation sur la valeur du couple.....	121
3.5 Conclusion.....	126
<b>4. Commande en vitesse.....</b>	<b>126</b>
4.1 Modélisation de la boucle de vitesse.....	126
4.2 Synthèse du correcteur de vitesse.....	127
4.3 Vérification des performances.....	128
4.4 Effets de la saturation sur la dynamique.....	130
4.4.1 Régime de fonctionnement non saturé.....	130
4.4.2 Régime de fonctionnement saturé.....	133
4.4.3 Echelon de couple résistant.....	137
<b>5. Conclusion.....</b>	<b>138</b>

<b>Chapitre V : Etude de deux stratégies de commande pour le régime permanent.....</b>	<b>141</b>
<b>1. Introduction.....</b>	<b>143</b>
<b>2. Commande à couple maximal.....</b>	<b>143</b>
2.1 Introduction.....	143
2.2 Recherche d'une loi de commande.....	143
2.2.1 Modèle non saturé.....	144
2.2.2 Modèle saturé.....	145
2.3 Vérification expérimentale de la loi de commande.....	149
2.4 Conclusion.....	152
<b>3. Commande à rendement optimal.....</b>	<b>154</b>
3.1 Introduction.....	154
3.2 Mesure de la puissance absorbée.....	154
3.3 Caractéristiques $P_a = f(I_{sd})$ et $\eta = f(I_{sq}/I_{sd})$ .....	158
3.4 Utilisation d'un algorithme d'optimisation.....	161
3.4.1 Principe de la commande.....	161
3.4.2 Méthodes de recherche d'un optimum.....	162
3.4.2.1 Recherche dichotomique.....	162
3.4.2.2 Recherche de Fibonacci.....	163
3.4.2.3 Section dorée.....	165
3.4.2.4 Comparaison des méthodes.....	167
3.4.3 Résultats de simulation.....	168
3.4.4 Résultats expérimentaux.....	169
3.4.4.1 Essai à vide.....	169
3.4.4.2 Essais en charge.....	172
3.4.4.3 Gestion des régimes transitoires.....	172
3.4.4.4 Problèmes de fonctionnement.....	174
<b>4. Conclusion.....</b>	<b>176</b>
<b>Conclusion Générale.....</b>	<b>177</b>
<b>Annexes.....</b>	<b>181</b>
<b>Nomenclature.....</b>	<b>187</b>
<b>Bibliographie.....</b>	<b>191</b>

**INTRODUCTION GENERALE**



Les machines électriques équipent la majeure partie des systèmes d'entraînement industriels à vitesse variable. Les applications vont de la robotique (servomoteurs) jusqu'à l'entraînement des laminoirs en sidérurgie en passant par le domaine des transports. La machine à courant continu est restée longtemps l'actionneur le plus utilisé pour réaliser ces systèmes. Convenablement compensée, cette machine présente l'avantage d'être simple à commander, le couple étant directement proportionnel au courant d'induit. Néanmoins, elle présente des inconvénients liés à sa structure. La présence du système balais-collecteur nécessite un entretien constant (usure du graphite), limite la vitesse de rotation, interdit son utilisation en atmosphère explosive.

Le développement des semi-conducteurs de puissance a permis de réaliser des onduleurs de tension ou de courant, ouvrant la voie de la vitesse variable aux machines alternatives (synchrone et asynchrone). Ces machines possèdent de nombreux avantages par rapport à la machine à courant continu. L'absence du collecteur permet d'accroître la fiabilité et permet d'obtenir des machines ayant un coût de fabrication et d'entretien moins important. Les avancées technologiques de la micro-électronique ont permis le développement de commandes très performantes pour les machines alternatives (contrôle vectoriel et contrôle direct en couple). De nombreux constructeurs proposent aujourd'hui des variateurs utilisant ces principes de commande.

La machine à courant alternatif la plus utilisée dans l'industrie pour les applications du type servomoteur (robotique, machines outils...) est la machine synchrone à aimants permanents. Elle présente un couple massique important et un bon rendement par rapport aux autres types de machines. Son mode de contrôle est simple car le repère de commande est directement lié au rotor. Elle présente cependant quelques inconvénients. Tout d'abord, son coût de fabrication est relativement important à cause du prix des aimants permanents (aimants à base de terres-rares). Ensuite, il est difficile de la faire fonctionner en affaiblissement de champ pour monter en vitesse, le flux étant imposé par les aimants (la désaimantation doit rester limitée). Enfin, elle ne supporte pas des températures élevées de fonctionnement. Les matériaux à base de fer et de terres rares (néodyme) présentent un point de Curie relativement bas (environ 310°C), ce qui limite son domaine d'application.

La machine asynchrone présente l'avantage d'être robuste, de conception simple, et ne nécessite pratiquement pas d'entretien. Son prix est le plus bas du marché. La possibilité de contrôler son couple grâce à des commandes performantes en fait une solution avantageuse en terme financier et en terme de maintenance. Cependant, son modèle est complexe et la commande associée l'est également. Le changement de repère nécessaire à la commande vectorielle dépend de la valeur de la constante de temps rotorique (rapport entre l'inductance rotorique et la résistance rotorique). Ce paramètre varie avec la température et le niveau de saturation. Si l'on ne connaît pas parfaitement ce paramètre, ou s'il évolue en cours de fonctionnement, les performances dynamiques du système se dégradent. La commande sans capteur de vitesse pour la machine asynchrone reste difficile à assurer surtout pour les basses vitesses.

On a vu apparaître dernièrement, des systèmes d'entraînements du type servomoteur mettant en œuvre la machine synchrone à réluctance variable (en 1999 chez ABB). Une étude comparative entre les différentes machines alternatives de faible puissance a montré que cette

machine présente un couple massique compris entre celui d'une machine asynchrone et celui d'une machine à aimants [VAG 96]. Elle a l'avantage d'avoir une structure de rotor simple et robuste (aucun conducteur au rotor dans sa version sans cage). Elle est relativement bon marché comparée aux machines à aimants. On peut la faire fonctionner facilement en affaiblissement de champ pour monter en vitesse (fonctionnement à puissance constante). De plus, la commande sans capteur de vitesse est plus simple à réaliser que celle d'une machine asynchrone car elle possède une saillance naturelle [JOV 98] [CON 99]. Ces différents avantages semblent lui donner des chances de développement pour l'avenir. Comme les autres machines à courant alternatif, la machine synchrone à réluctance variable présente également des inconvénients non négligeables. La saillance du rotor qui est à l'origine du couple électromagnétique provoque des ondulations sur la valeur de ce couple. Ces ondulations de couple se traduisent par des vibrations et du bruit acoustique. Cette machine est très sensible à la saturation magnétique. En particulier, le couple moyen développé en dépend fortement.

Notre travail concerne le développement d'un modèle saturé pour la machine synchrone à réluctance variable présentant une cage au rotor. L'objectif est d'obtenir un modèle relativement simple applicable à la simulation de la commande de cette machine. Le modèle que nous proposons est basé sur une modification des équations de Park. Nous nous imposons comme contrainte d'obtenir un modèle saturé où n'apparaissent que des paramètres électriques mesurables pour éviter d'avoir à déterminer certains paramètres par des méthodes numériques (éléments finis). Notre étude se décompose en cinq chapitres.

Dans le premier chapitre, nous donnons une description des différentes structures de rotor qui ont été développées jusqu'à présent pour ce type de machine. Nous rappelons ensuite les équations classiques du modèle de la machine au sens du premier harmonique. Nous indiquons les limites de ce modèle en termes d'harmoniques d'espace et de saturation magnétique.

Le deuxième chapitre est consacré au développement du modèle saturé que nous proposons. Ce modèle doit être adapté aux contraintes de la simulation de l'ensemble "*commande + onduleur de tension fonctionnant en Modulation de Largeur d'Impulsions (MLI) + machine*". Le modèle saturé ne doit faire apparaître que des paramètres électriques mesurables.

Le troisième chapitre est consacré à l'étude de la validité du modèle saturé. Pour cela, nous effectuons des essais sur une petite machine synchrone à réluctance variable de 600 W. Les essais sont réalisés pour différents régimes de fonctionnement (machine saturée et machine non saturée). Nous comparons chaque fois les résultats expérimentaux aux résultats de simulation.

La mise en évidence expérimentale des effets de la saturation sur le contrôle vectoriel de la machine fait l'objet du quatrième chapitre. Après avoir développé une commande vectorielle autour d'un DSP particulier (Digital Signal Processor du type TMS320C31), nous regardons

les effets de la saturation sur la dynamique et sur le régime permanent pour une commande en couple et une commande en vitesse.

Le dernier chapitre est consacré à la réalisation expérimentale de deux stratégies de commande particulières. L'objectif est d'améliorer les performances de la machine en régime permanent. Nous commençons par une stratégie de commande à couple maximal pour un courant donné. Pour déterminer la loi de commande, nous utilisons les équations du modèle saturé que nous avons développé. La deuxième stratégie de commande consiste à optimiser le rendement de la machine pour un point de fonctionnement donné. Pour cela, nous utilisons des algorithmes d'optimisation (méthode de Fibonacci et méthode de la section dorée) pour minimiser la puissance absorbée par la machine. Cette stratégie de commande ne nécessite pas la connaissance du modèle de la machine.

Nous terminons ce mémoire par une conclusion générale en proposant des perspectives de recherche.



# **CHAPITRE I**

<p><b>CONSTITUTION ET MODELISATION DE LA MACHINE SYNCHRONE A RELUCTANCE VARIABLE</b></p>
--



## **1. Introduction**

Avec le développement de l'électronique de puissance et l'émergence des techniques modernes de commande (contrôle vectoriel), on a constaté au cours de ces dix dernières années, un regain d'intérêt pour la machine synchrone à réductance variable. Ceci s'est traduit par un nombre important de publications sur cette machine. Les développements apportés concernent plusieurs domaines de l'électrotechnique. Les axes principaux de recherche sont les suivants :

- Optimisation de la structure du rotor pour augmenter le rapport de saillance  $L_d/L_q$  et améliorer les performances de la machine (facteur de puissance et rendement) [MEI 86] [BOL 91] [STA 93] [CHA 98] [CHA 99a] [CHA 99b];
- Développement de différentes stratégies de commande [BET 93] [MAT 97] [JOV 99];
- Amélioration des modèles théoriques (saturation et harmoniques d'espaces) [CHI 91] [KAM 93] [LEV 98] [VAG 00b].

L'objectif de ces travaux est de développer des systèmes d'entraînement performants (servomoteurs) mettant en œuvre ce type de machine. Des études comparatives entre les différentes machines ont montré que l'on pouvait obtenir des performances comparables, voire meilleures que celles obtenues avec la machine asynchrone [LIP 91] [HAA 00].

Nous commencerons ce chapitre par une description rapide des différentes structures de rotor qui ont été développées jusqu'à présent en indiquant les performances obtenues. Nous rappellerons ensuite les équations du modèle électrique de la machine au sens du premier harmonique. Nous terminerons ce chapitre en indiquant les limites du modèle classique.

## **2. Les différentes structures de rotor**

### **2.1 Introduction**

La machine synchrone à réductance variable a été développée au début des années 1920 pour répondre à des besoins industriels en vitesse constante [KOS 23]. Sous sa forme classique, elle possède un rotor saillant muni d'une cage d'écureuil. Le stator a la même structure que celui d'une machine asynchrone. La cage permet d'assurer le démarrage direct sur le réseau et permet d'améliorer la stabilité de fonctionnement au synchronisme (lors d'un à-coup de couple résistant par exemple). Cette machine présente l'avantage de conserver une vitesse constante en charge jusqu'à une certaine valeur du couple résistant, ce que ne permet pas une machine asynchrone à cause du glissement. Cependant, du fait de la géométrie de son rotor, elle présente des performances relativement médiocres en terme de facteur de puissance et de rendement comparée à une machine asynchrone de taille équivalente. Ces mauvaises performances limitent son domaine d'application à quelques dizaines de kilowatts.

Associée à un convertisseur statique et à un capteur de position, cette machine ne nécessite plus la présence d'une cage au rotor. Le démarrage est assuré par la commande électronique qui permet de lier à chaque instant, la position du champ statorique à la position du rotor. La possibilité de pouvoir se passer de la cage lorsque la machine est commandée a fait émerger de nouvelles structures pour le rotor. L'objectif de ces nouvelles structures est d'obtenir un rapport de saillance  $L_d/L_q$  aussi grand que possible. Comme nous allons le montrer dans la suite, ce rapport de saillance est l'un des paramètres qui déterminent les performances intrinsèques de la machine.

## 2.2 Influence du paramètre $L_d/L_q$ sur les performances de la machine

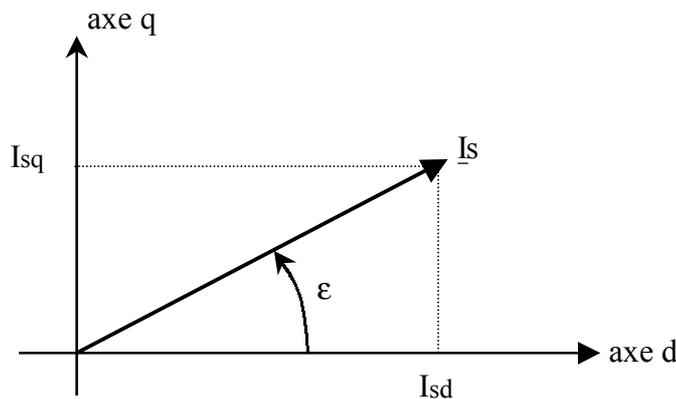
Une étude approfondie de l'influence du rapport  $L_d/L_q$  sur les performances de la machine synchrone à réductance variable est donnée dans [BET 93]. Nous allons rappeler les principaux résultats de cette étude.

L'expression du couple électromagnétique développée par ce type de machine en régime permanent est donnée par la relation (I.1)

$$T_{em} = p \cdot (L_d - L_q) \cdot I_{sd} \cdot I_{sq} \quad (I.1)$$

Dans cette équation,  $p$  représente le nombre de paires de pôles de la machine.  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$  sont les composantes du courant statorique dans le repère  $d$ - $q$  lié au rotor.  $L_d$  et  $L_q$  représentent respectivement l'inductance statorique d'axe  $d$  et l'inductance statorique d'axe  $q$ .

Nous avons défini sur la figure I.1, l'angle  $\varepsilon$  repérant la position du vecteur courant statorique  $\underline{I}_s$  par rapport à l'axe  $d$ . En régime permanent, ce vecteur est fixe.



**Figure I.1.** Position du courant statorique dans le repère ( $dq$ )

La valeur du module du courant statorique est donnée par la relation suivante:

$$I_s = \sqrt{I_{sd}^2 + I_{sq}^2} \quad (I.2)$$

Le couple électromagnétique peut s'exprimer en fonction de  $\varepsilon$  et du courant statorique  $I_s$ :

$$T_{em} = p \cdot (L_d - L_q) \cdot I_s^2 \cdot \sin 2\varepsilon \quad (I.3)$$

On montre à partir des deux relations précédentes que pour une valeur donnée du courant statorique, le couple est maximal lorsque  $\varepsilon = \frac{\pi}{4}$ , ce qui correspond à imposer  $I_{sd} = I_{sq}$ . Ce mode de fonctionnement correspond à une stratégie de commande particulière. Nous reviendrons sur cette stratégie de commande dans le cinquième chapitre. En posant  $\varepsilon = \frac{\pi}{4}$  dans l'équation (I.3), nous obtenons l'équation (I.4). On voit apparaître dans cette équation, le rapport de saillance  $L_d/L_q$ .

$$T_{em} = p \cdot L_d \cdot I_s^2 \cdot \left( 1 - \frac{1}{\left( \frac{L_d}{L_q} \right)} \right) \quad (I.4)$$

La machine synchrone à réluctance variable est une machine à courant alternatif, elle possède le même type d'enroulements statoriques qu'une machine asynchrone. Elle est donc destinée à être alimentée par des courants sinusoïdaux triphasés en régime permanent. On peut définir le facteur de puissance de la machine qui correspond au déphasage entre le fondamental du courant de ligne et la tension simple correspondante. Ce facteur représente également le rapport entre la puissance active et la puissance apparente absorbée par la machine. Il est important que ce rapport soit le plus proche de 1 pour limiter la puissance électrique de la source alimentant la machine. En négligeant les pertes dans le modèle de la machine, on obtient une expression simple pour le facteur de puissance :

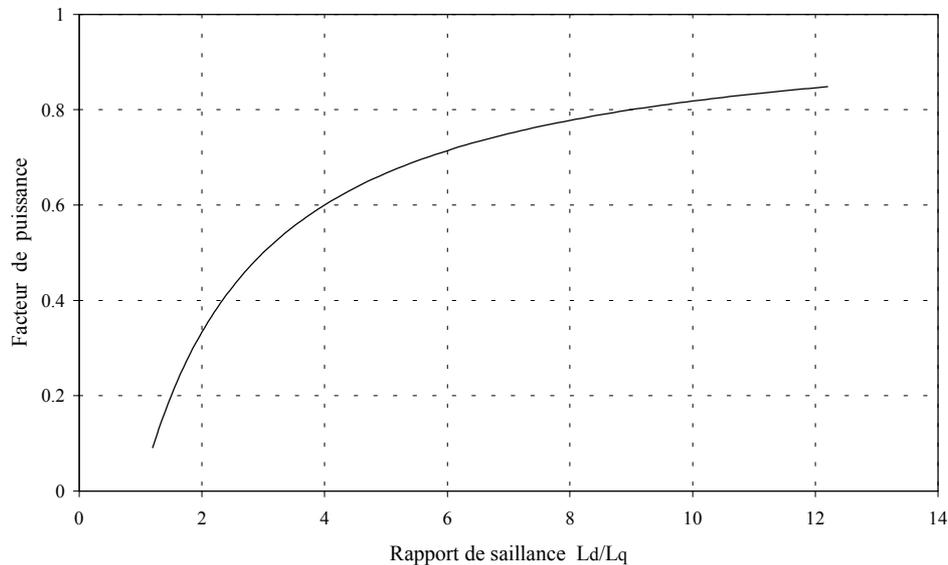
$$\cos \varphi = \frac{\left( \frac{L_d}{L_q} - 1 \right) \cdot \sin \varepsilon}{\sqrt{\left( \frac{L_d}{L_q} \right)^2 + \tan^2 \varepsilon}} \quad (I.5)$$

On montre qu'en utilisant une stratégie de commande particulière [BET 93] (on impose  $\tan \varepsilon = \sqrt{\frac{L_d}{L_q}}$ ), le facteur de puissance est maximisé et ne dépend que du rapport  $L_d/L_q$ .

L'expression du facteur de puissance est alors donnée par la relation suivante :

$$(\cos \varphi)_{\max} = \frac{\frac{L_d}{L_q} - 1}{\frac{L_d}{L_q} + 1} \quad (I.6)$$

Nous avons représenté sur la figure I.2, les variations du facteur de puissance en fonction du rapport de saillance  $L_d/L_q$ . Nous pouvons observer sur cette figure que le facteur de puissance commence à devenir intéressant pour des rapports de saillance supérieur à 6. La prise en compte des pertes électriques (pertes Joule et pertes dans le fer) augmente légèrement ce facteur de puissance [BET 93].



**Figure I.2.** Facteur de puissance en fonction du rapport de saillance  $L_d/L_q$

Les équations (I.4) et (I.6) montrent que pour optimiser les performances de la machine, il faut concevoir une structure de rotor telle que l'inductance  $L_d$  ait la valeur la plus grande possible et tel que le rapport  $L_d/L_q$  soit le plus important possible. Il s'agit là d'un problème d'optimisation d'une structure électromagnétique avec deux contraintes. La recherche d'une structure optimum de rotor peut être résolue en utilisant la méthode des éléments finis appliquée au calcul de champ magnétique [KAM 96] [CHA 99a] [CHA 99b]. Cette méthode permet de prendre en compte d'une façon précise, des phénomènes complexes comme la saturation magnétique.

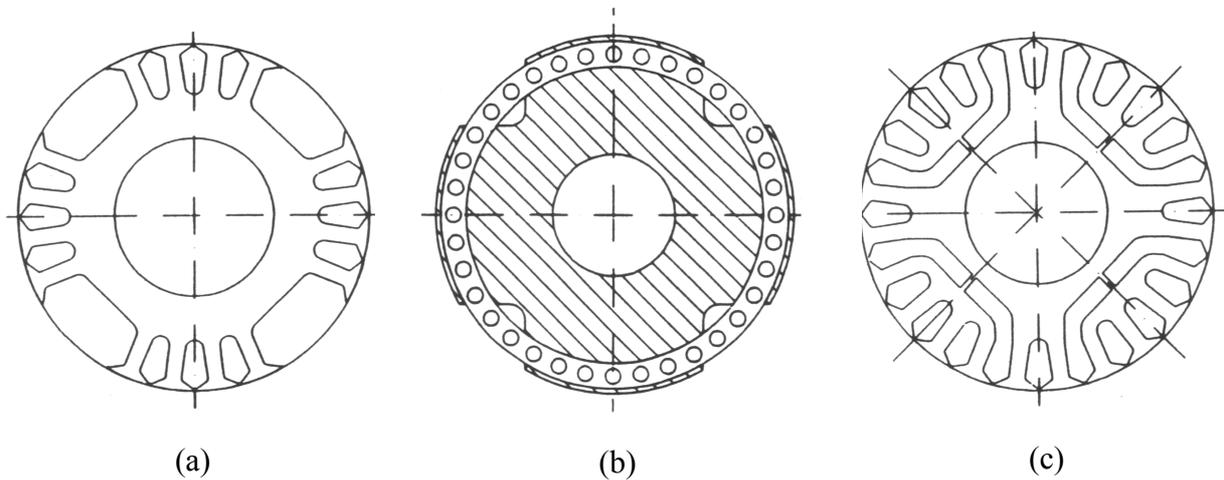
Nous allons dans la suite donner un aperçu de différentes structures de rotor qui ont été développées jusqu'à présent en indiquant les performances obtenues.

### **2.3 Les différents types de rotor**

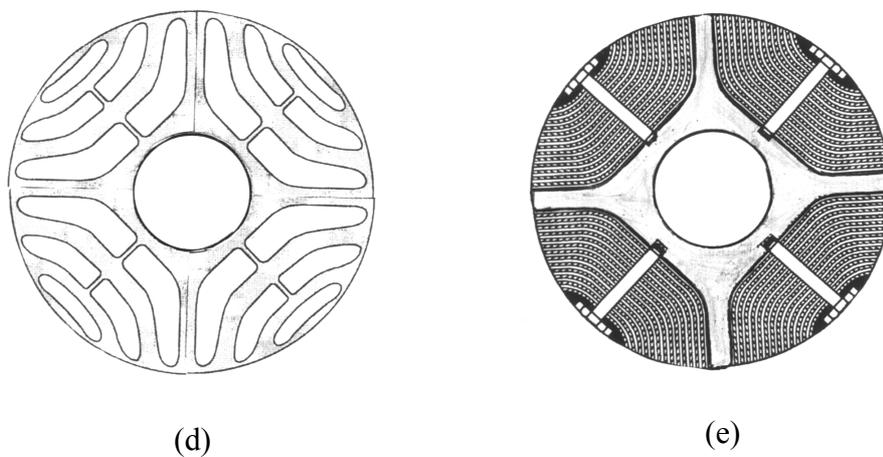
Nous venons de voir que pour optimiser les performances de la machine, il faut concevoir un rotor telle que la valeur de l'inductance  $L_d$  soit la plus grande possible et telle que la valeur du rapport  $L_d/L_q$  soit le plus grand possible. La valeur maximale théorique de  $L_d$  est celle obtenue avec un rotor cylindrique présentant un entrefer équivalent à celui de l'axe  $d$  (faible entrefer). On obtient alors pour  $L_d$ , la valeur de l'inductance synchrone d'une machine à pôles lisses. La valeur minimale théorique de  $L_q$  est celle obtenue lorsque l'on enlève le rotor. Elle correspond à peu près à l'inductance de fuite d'un enroulement statorique. Dans la pratique,

on maximise  $L_d$  en facilitant le passage des lignes de champ suivant l'axe  $d$  en créant des chemins de faibles réluctances. Pour minimiser  $L_q$ , il faut placer suivant l'axe  $q$  des "barrières" de flux présentant une forte réluctance aux lignes de champ magnétique.

Nous avons représenté sur les figures I.3 et I.4, les principales structures de rotor que l'on trouve actuellement pour les machines synchrones à réluctance variable. Les rotors représentés sur la figure I.3 sont tous constitués d'une cage de démarrage généralement en aluminium. Les machines équipées de ce type de rotor sont destinées à être alimentées soit par le réseau, soit par un onduleur fonctionnant à  $U/f$  constant (boucle ouverte). Nous avons représenté sur la figure I.4, deux types de rotor plus sophistiqués ne disposant pas de cage. Les machines équipées avec ce type de rotor sont destinées à être associées à un capteur de position pour être commandées. Nous allons donner quelques détails sur ces deux grandes familles de rotor. On rappelle que la structure du stator est identique à celui d'une machine asynchrone.



**Figure I.3.** Structures de rotor à cage [STA 93]



**Figure I.4.** Structures de rotor sans cage [VAG 00a]

### **2.3.1 Structures de rotor à cage**

Le rotor repéré par la lettre (a) sur la figure I.3 est celui d'une machine asynchrone modifiée. Une partie des encoches rotoriques a été supprimée pour créer une saillance magnétique. Les rotors de ce type sont simples de construction. Il suffit d'éliminer les parties non voulues lors de l'encoche des tôles du rotor. On place ensuite la cage de démarrage. Des machines ayant ce type de rotor sont vendues par la société suédoise BEVI dans une gamme de puissance allant de 400 W à 15 kW. Le rapport de saillance obtenu avec ce type de rotor est faible, de l'ordre de 2,5. Par conséquent, les performances sont relativement médiocres ( $\cos\phi = 0,56$  et  $\eta = 70\%$  pour une machine de 5 kW).

Le rotor repéré par la lettre (b) est celui d'une machine synchrone à pôles saillants dans lequel on a supprimé les bobinages d'excitations. Ce type de machine a été étudié par Hassan [HAS 80]. En modifiant sur la valeur de l'angle d'ouverture des pôles du rotor, les auteurs ont réussi à obtenir un rapport de saillance maximal de 3,8.

Une structure de rotor différente est repérée par la lettre (c). Ce rotor possède deux barrières de flux par pôle permettant d'augmenter la réductance du circuit magnétique suivant l'axe  $q$  et d'améliorer le rapport de saillance. Ce type de rotor a été développé au début des années 1970 par Fong [FON 70] et Honsinger [HON 71]. Les essais effectués avec ce type de rotor ont montré que l'on pouvait obtenir un rapport de saillance de 5,3 lorsque la machine est alimentée sous tension nominale. On trouve dans [FON 70], une comparaison entre les performances obtenues avec ce type de rotor ( $\cos\phi = 0,7$  et  $\eta = 76\%$  au régime nominal) et celles obtenues avec une machine asynchrone de 3 kW munie du même stator ( $\cos\phi = 0,87$  et  $\eta = 78\%$  au régime nominal). On remarque, en comparant ces résultats, que les deux machines présentent un rendement sensiblement équivalent. Par contre, le facteur de puissance de la machine à réductance est plus faible que celui de la machine asynchrone. Cette différence s'explique par la présence des barrières de flux qui provoquent une diminution de 20% de  $L_d$  par rapport à la valeur de l'inductance statorique de la machine asynchrone [FON 70].

Il existe d'autres structures de rotor qui n'ont pas été représentées ici. On pense en particulier au rotor massif à pans coupés destiné aux applications à grande vitesse [MEI 86]. Ces machines peuvent démarrer directement sur le réseau grâce au courant induit dans la masse du rotor. La mesure des inductances, pour un rotor bipolaire ayant un angle d'ouverture optimisé de  $60^\circ$ , a donné un rapport  $L_d/L_q$  de l'ordre de 2,5 en régime non saturé [TOU 93].

### **2.3.2 Structures de rotor sans cage**

Deux types de structure de rotor sans cage ont été développés entre la fin des années soixante et le début des années soixante-dix [LAW 67] [CRU 71]. Nous avons représenté ces deux types de rotor sur la figure I.4. Le rotor repéré par la lettre (d) est composé d'un certain nombre de barrière de flux qui ont pour effet d'augmenter la réductance du circuit magnétique suivant l'axe  $q$  (5 barrières de flux par pôle pour le rotor représenté). Le rotor est constitué d'un empilement de tôles magnétiques ayant la structure indiquée sur la figure (d) et placées perpendiculairement à l'axe de rotation. Les barrières de flux sont obtenues par perforation de

la tôle de la même manière que les encoches d'une machine classique. Des études ont montré que l'on pouvait obtenir avec ce type de rotor, des rapports de saillance de l'ordre de 6 à 7. Ces valeurs importantes permettent d'atteindre des performances proches de celles de la machine asynchrone [KAM 93] [STA 93] [BOL 96]. Une machine ayant un rotor de ce type a été commercialisée pour la première fois en 1999 par la société ABB pour des applications de type servomoteur de faible puissance ( $P < 10$  kW). Les derniers développements apportés à la structure de ce rotor ont pour objectif de limiter les ondulations du couple électromagnétique [VAG 00a].

Le rotor repéré par la lettre (e) a une structure très particulière. Il est constitué de 4 parties identiques. Chaque partie est constituée par un empilement de tôles magnétiques ayant la forme d'un U ou d'un V. Ces tôles sont empilées les unes sur les autres et sont parallèles à l'axe du rotor (contrairement aux machines classiques où les tôles sont perpendiculaires à l'axe du rotor). On trouve souvent dans la littérature le terme "axialement laminée" (axially laminated en anglais). Ces tôles sont séparées par une couche de matériaux non magnétique d'une certaine épaisseur. L'ensemble des tôles et des isolants est maintenu sur un corps non magnétique en forme de croix par l'intermédiaire de vis distribuées le long du rotor. Cette structure permet d'obtenir des rapports de saillance plus élevés que la structure précédente. Des valeurs allant de 8 à 10 ont été obtenues pour des machines tétrapolaires [BOL 91] [PLA 92] [MAT 94] [CHA 98]. On trouve dans [BOL 94], un rapport de saillance de 16 en régime saturé pour une machine bipolaire. Ce rapport élevé permet d'obtenir un facteur de puissance de 0,91 et un rendement de 84 % pour une machine de 1,5 kW. Ces valeurs sont meilleures que celles d'une machine asynchrone de même puissance. Malgré ses bonnes performances, ce type de rotor n'est pas encore commercialisé à cause de sa structure complexe qui occasionne un prix de fabrication élevé.

## **2.4 Conclusion**

L'optimisation de la structure du rotor de la machine synchrone à réluctance variable reste de nos jours, un axe de recherche important [VAG 00a] [CHA 99a] [BIA 02]. Les études précédentes ont montré que l'augmentation du rapport de saillance permet d'obtenir avec ce type de machine, des performances comparables à celles de la machine asynchrone pour des puissances inférieures à 10 kW. La réalisation de servomoteurs utilisant ce type de machine peut devenir dans le futur, une alternative aux autres types de motorisation (machine asynchrone ou machine à aimant). Cependant, le développement d'algorithmes de commande performant nécessite une bonne connaissance du modèle de la machine. Nous allons dans la suite rappeler les équations du modèle électrique équivalent de la machine en rappelant les hypothèses classiques. Nous discuterons ensuite sur les limites de validité du modèle (harmoniques d'espace et saturation magnétique).

### 3. Rappel du modèle de la machine

#### 3.1 Hypothèses et mise en équations

Pour pouvoir développer le modèle électrique équivalent de la machine, il est nécessaire de faire certaines hypothèses. Ces hypothèses classiques sont les suivantes :

- On considère une distribution sinusoïdale des forces magnétomotrices d'entrefer créées par les bobinages statoriques et rotoriques.
- On néglige les phénomènes de saturation et d'hystérésis magnétique.
- On néglige les pertes dans le fer de la machine.
- On néglige l'effet de peau (en particulier dans les barres du rotor).
- On néglige l'effet de la température sur la valeur des résistances.

On donne sur la figure I.5, une représentation symbolique de la machine bipolaire équivalente. Le stator est composé de trois bobinages déphasés de  $2\pi/3$  dans l'espace. La cage du rotor peut être modélisée par deux enroulements en quadrature, l'un placé suivant l'axe  $d$  (axe de faible entrefer) et l'autre suivant l'axe  $q$ . Cette représentation simplifiée du rotor ne permet pas d'accéder à la connaissance du courant circulant effectivement dans chaque barre mais conduit à une traduction assez fidèle de l'influence des barres rotoriques sur le comportement de la machine [CHA 83]. L'angle  $\theta$  représente la position mécanique du rotor et  $p$  le nombre de paires de pôles.

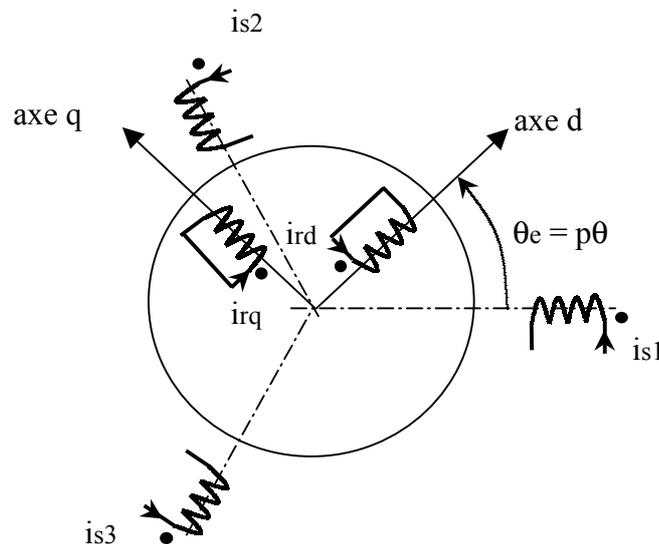


Figure I.5. Représentation symbolique de la machine

### 3.2 Modèle de la machine dans le repère du stator

Nous trouvons un développement complet du modèle de la machine non saturée dans le repère du stator dans [LES 81] [CHA 83]. Nous allons rappeler les équations principales de ce modèle.

Les expressions des flux à travers les bobinages statoriques et rotoriques sont les suivantes :

$$\begin{bmatrix} \Psi_{s1} \\ \Psi_{s2} \\ \Psi_{s3} \\ \Psi_{rd} \\ \Psi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1(\theta_e) & L_{12}(\theta_e) & L_{13}(\theta_e) & L_{1rd}(\theta_e) & L_{1rq}(\theta_e) \\ L_{21}(\theta_e) & L_2(\theta_e) & L_{23}(\theta_e) & L_{2rd}(\theta_e) & L_{2rq}(\theta_e) \\ L_{31}(\theta_e) & L_{32}(\theta_e) & L_3(\theta_e) & L_{3rd}(\theta_e) & L_{3rq}(\theta_e) \\ L_{1rd}(\theta_e) & L_{2rd}(\theta_e) & L_{3rd}(\theta_e) & L_{rd} & 0 \\ L_{1rq}(\theta_e) & L_{2rq}(\theta_e) & L_{3rq}(\theta_e) & 0 & L_{rq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} is1 \\ is2 \\ is3 \\ ird \\ irq \end{bmatrix} \quad (I.7)$$

Les inductances qui apparaissent dans l'équation (I.7) dépendent pour la plupart de la position du rotor. En première approximation, les expressions des inductances propres et mutuelles du stator sont les suivantes :

$$\begin{aligned} L_1(\theta_e) &= L_0 + L_2 \cos(2\theta_e) & L_{12}(\theta_e) &= M_0 + M_2 \cos\left(2\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right)\right) \\ L_2(\theta_e) &= L_0 + L_2 \cos\left(2\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right)\right) & L_{23}(\theta_e) &= M_0 + M_2 \cos(2\theta_e) \\ L_3(\theta_e) &= L_0 + L_2 \cos\left(2\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right)\right) & L_{31}(\theta_e) &= M_0 + M_2 \cos\left(2\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \end{aligned} \quad (I.8)$$

Les expressions des inductances mutuelles entre les enroulements statoriques et les enroulements rotoriques sont données par :

$$\begin{aligned} L_{1rd}(\theta_e) &= M_{srd} \cos(\theta_e) & L_{1rq}(\theta_e) &= M_{srq} \sin(\theta_e) \\ L_{2rd}(\theta_e) &= M_{srd} \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{2rq}(\theta_e) &= M_{srq} \sin\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) \\ L_{3rd}(\theta_e) &= M_{srd} \cos\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) & L_{3rq}(\theta_e) &= M_{srq} \sin\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (I.9)$$

Il existe une relation entre les coefficients  $L_0$  et  $M_0$  et entre les coefficients  $L_2$  et  $M_2$  apparaissant dans l'expression des inductances propres et mutuelles du stator [CHA 83] :

$$\frac{M_0}{L_0} = -\frac{1}{2} \qquad \frac{M_2}{L_2} = 1 \quad (I.10)$$

Les équations générales des tensions s'obtiennent en écrivant la loi de Faraday pour chacun des enroulements en considérant la chute de tension ohmique. Comme les enroulements rotoriques équivalents à la cage sont en court-circuit, la tension appliquée est nulle :

$$\begin{aligned}
 V_{s1} &= R_s \cdot i_{s1} + \frac{d\Psi_{s1}}{dt} & 0 &= R_{rd} \cdot i_{rd} + \frac{d\Psi_{rd}}{dt} \\
 V_{s2} &= R_s \cdot i_{s2} + \frac{d\Psi_{s2}}{dt} & 0 &= R_{rq} \cdot i_{rq} + \frac{d\Psi_{rq}}{dt} \\
 V_{s3} &= R_s \cdot i_{s3} + \frac{d\Psi_{s3}}{dt} & & 
 \end{aligned} \tag{I.11}$$

L'expression du couple électromagnétique est obtenue par dérivation de la coénergie [LES 81] :

$$T_{em} = \frac{1}{2} \cdot [i]^t \cdot \frac{\partial [L]}{\partial \theta_e} \cdot [i] \tag{I.12}$$

Ce modèle, valable dans le cadre des hypothèses définies précédemment, peut s'écrire plus simplement dans un repère commun lié au rotor.

### 3.3 Modèle de la machine dans le repère (*d-q*)

Pour simplifier les équations du modèle, on se place dans un repère lié au rotor (axes *d-q*). Les grandeurs statoriques sont ramenées dans le repère du rotor en appliquant la transformation de Park. Cette transformation mathématique est rappelée ci-dessous pour les courants (I.13). Elle est parfaitement définie quel que soit  $\theta_e$ . Elle est orthogonale et possède une matrice inverse.

$$\begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{so} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta_e) & -\sin\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} \tag{I.13}$$

Le modèle électrique équivalent de la machine dans le repère commun du rotor est représenté sur la figure I.6. Dans ce repère, on obtient un modèle relativement simple où la machine est représentée par deux circuits électriques couplés, l'un suivant l'axe *d* et l'autre suivant l'axe *q*. Dans la suite, nous ne considérerons pas les équations relatives à la composante homopolaire (machine couplée en étoile sans neutre).

Les équations des tensions statoriques aux bornes des bobinages équivalents d'axe *d* et d'axe *q* s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 u_{sd} &= R_s \cdot i_{sd} + \frac{d\Psi_{sd}}{dt} - \omega_e \cdot \Psi_{sq} \\
 u_{sq} &= R_s \cdot i_{sq} + \frac{d\Psi_{sq}}{dt} + \omega_e \cdot \Psi_{sd}
 \end{aligned} \tag{I.14}$$

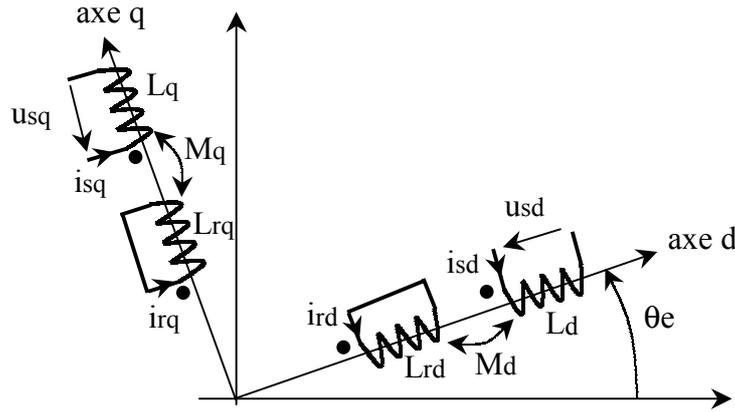


Figure I.6. Modèle équivalent dans le repère (dq)

Les flux totalisés dans les enroulements statoriques sont liés aux courants par les relations suivantes :

$$\begin{aligned}\Psi_{sd} &= L_d \cdot i_{sd} + M_d \cdot i_{rd} \\ \Psi_{sq} &= L_q \cdot i_{sq} + M_q \cdot i_{rq}\end{aligned}\quad (\text{I.15})$$

De la même façon, on peut écrire les équations des tensions rotoriques (les enroulements équivalents sont en court-circuit) :

$$\begin{aligned}0 &= R_{rd} \cdot i_{rd} + \frac{d\Psi_{rd}}{dt} \\ 0 &= R_{rq} \cdot i_{rq} + \frac{d\Psi_{rq}}{dt}\end{aligned}\quad (\text{I.16})$$

Les flux totalisés dans les enroulements rotoriques s'écrivent :

$$\begin{aligned}\Psi_{rd} &= L_{rd} \cdot i_{rd} + M_d \cdot i_{sd} \\ \Psi_{rq} &= L_{rq} \cdot i_{rq} + M_q \cdot i_{sq}\end{aligned}\quad (\text{I.17})$$

On montre que l'expression du couple électromagnétique développé par la machine peut s'écrire de la façon suivante :

$$T_{em} = p \cdot (\Psi_{sd} \cdot i_{sq} - \Psi_{sq} \cdot i_{sd}) \quad (\text{I.18})$$

On associe à l'équation du couple électromagnétique, la relation fondamentale de la dynamique des systèmes en rotation (I.19). Dans cette équation,  $\Omega$  représente la vitesse de rotation du rotor,  $J$  représente le moment d'inertie du système et  $f$  le coefficient de frottements visqueux.  $T_{em}$  est le couple électromagnétique et  $T_r$  le couple résistant.

$$J \frac{d\Omega}{dt} + f \Omega = T_{em} - T_r \quad (\text{I.19})$$

## 4. Limites du modèle classique

### 4.1 Introduction

Le modèle électrique que nous avons rappelé est valable dans le cadre des hypothèses définies précédemment. Nous allons dans la suite discuter de la validité de l'hypothèse du premier harmonique d'espace des forces magnétomotrices. Nous regarderons ensuite le problème de la saturation magnétique des matériaux. Cette étude nous permettra de justifier la suite du travail.

### 4.2 Hypothèse du premier harmonique

#### 4.2.1 Mesure des inductances statoriques

Si on modélise la machine au sens du premier harmonique, les inductances propres et mutuelles des enroulements statoriques sont représentées par une composante continue ( $L_0$  et  $M_0$ ) et un terme de rang deux d'amplitude  $L_2$  pour l'inductance propre et  $M_2$  pour l'inductance mutuelle. Nous savons que le rapport  $M_2/L_2$  est égal à 1. Pour vérifier ce résultat théorique, nous avons fait des essais sur une machine à réductance dont les caractéristiques sont données dans l'annexe 1. Nous avons mesuré les variations de l'inductance propre de la phase 1 en fonction de la position du rotor. Nous avons également mesuré l'inductance mutuelle entre la phase 1 et la phase 2. Le schéma du montage et le principe des mesures des inductances sont donnés dans l'annexe 2. Pour minimiser les effets de la saturation magnétique sur la valeur des harmoniques du champ dans l'entrefer, nous avons effectué les essais en régime non saturé (faible valeur du courant). Les résultats des mesures sont donnés sur la figure I.7. Nous avons également fait apparaître sur cette figure, le tracé (en trait continu) correspondant à la décomposition harmonique des inductances  $L_1(\theta_e)$  et  $L_{12}(\theta_e)$  en nous limitant à l'harmonique de rang 4, soit un de plus que pour le modèle classique :

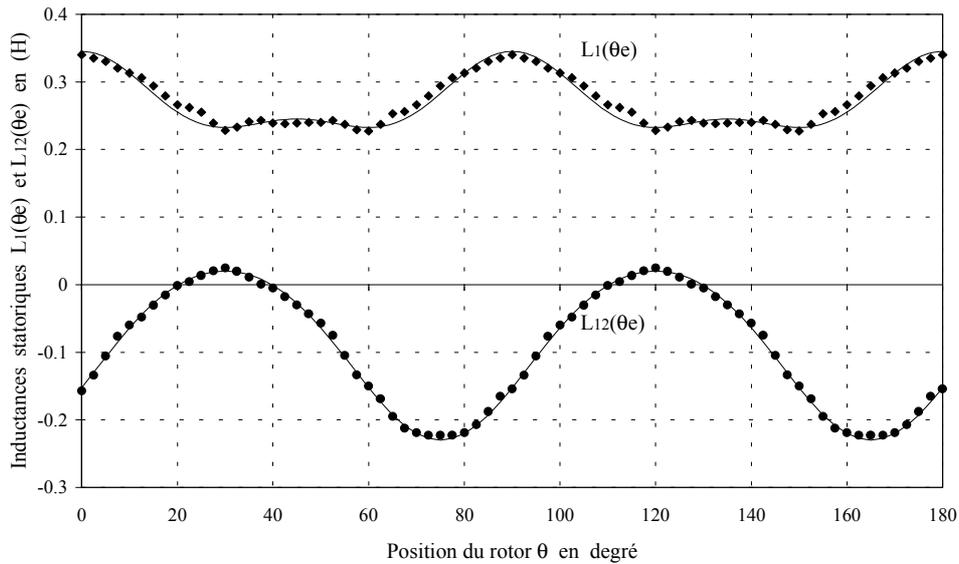
$$L_1(\theta_e) = L_0 + L_2 \cos(2\theta_e) + L_4 \cos(4\theta_e) \quad (\text{I.20})$$

$$L_{12}(\theta_e) = M_0 + M_2 \cos\left(2\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right)\right) + M_4 \cos\left(4\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right)\right) \quad (\text{I.21})$$

Les valeurs des coefficients de la décomposition en série de Fourier des inductances sont données dans le tableau I.1 :

<b>L0</b>	<b>L2</b>	<b>L4</b>	<b>M0</b>	<b>M2</b>	<b>M4</b>
0,270	0,050	0,025	-0,095	0,125	-0,01

*Tableau I.1. Valeur des coefficients harmoniques des inductances statoriques (Henry)*



**Figure I.7.** Inductances propre et mutuelle du stator ;  
Résultats expérimentaux

A partir des résultats du tableau I.1, on peut calculer la valeur expérimentale du rapport  $M_2/L_2$  :

$$\frac{M_2}{L_2} = 2,5 \quad (I.22)$$

Ce résultat est loin de correspondre au résultat théorique prévu par le modèle au sens du premier harmonique ( $M_2/L_2 = 1$ ). On constate également que l'inductance propre d'une phase statorique présente un harmonique de rang 4 non négligeable comparé à l'harmonique de rang 2 ( $L_2/L_4 = 2$ ). Des résultats expérimentaux du même type ont été publiés il y a plusieurs années. On trouve dans [ROB 64] un rapport  $M_2/L_2$  égal à 1,86. Dans [CHI 91], on trouve un rapport égal à 1,9 et dans [MUK 73] un rapport égal à 2,3. Ces résultats montrent les limites du modèle au sens du premier harmonique.

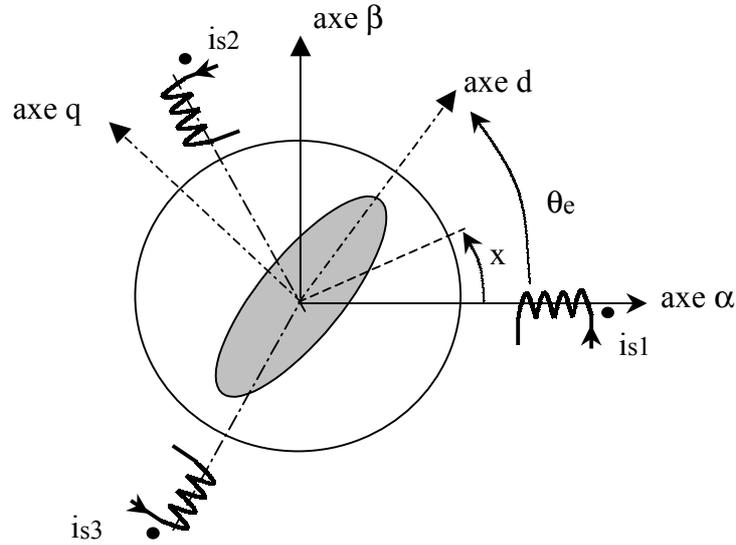
Pour essayer d'améliorer les résultats de prédétermination théorique, nous allons développer un modèle en considérant l'harmonique de rang 3 sur la distribution angulaire des conducteurs et l'harmonique de rang 4 sur la perméance. Ce qui correspond à un harmonique de plus que pour le modèle classique. Des modèles plus généraux intégrant l'ensemble des harmoniques ont été développés dans [ROB 64] et [LES 81]. Cependant, la complexité mathématique des expressions des inductances (double somme infinie) ne permet pas de mettre en évidence clairement l'influence des harmoniques d'espace.

## 4.2.2 Modèle incluant l'harmonique d'espace de rang 3

### 4.2.2.1 Modèle de la machine dans le repère du stator

Pour simplifier les calculs, nous supposons que les courants rotoriques sont nuls (modèle valable pour le régime permanent synchrone). La représentation simplifiée de la machine est

donnée sur la figure I.8. Sur cette figure, nous avons fait apparaître le repère  $(\alpha\beta)$  de la machine diphasée équivalente (transformation de Concordia). On appelle  $x$ , la position angulaire d'un point dans l'entrefer de la machine par rapport à l'axe  $\alpha$ .



**Figure I.8.** Représentation symbolique de la machine

Les spires d'une phase statorique sont distribuées dans un certain nombre d'encoches. On peut représenter la distribution de la force magnétomotrice créée par le bobinage de la phase 1 par une décomposition en série de Fourier :

$$\varepsilon_{s1}(x) = i_{s1} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} N_{2k+1} \cos((2k+1)x) \quad (I.23)$$

avec :

$$N_{2k+1} = (-1)^k \frac{2}{\pi} \left( \frac{K_{2k+1}}{2k+1} \right) N_s \quad (I.24)$$

$$K_{2k+1} = \sin\left((2k+1)\frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin\left((2k+1)\delta_r \frac{\pi}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(\frac{(2k+1)zv}{2}\right)}{z \sin\left(\frac{(2k+1)v}{2}\right)} \quad (I.25)$$

Dans ces équations,  $K_{2k+1}$  représente le coefficient de bobinage pour l'harmonique de rang  $k$ .  $N_s$  représente le nombre de spires par phase et par paires de pôles.  $\delta_r$  est le rapport de raccourcissement,  $z$  est le nombre d'encoches par phase et par pôle et  $v$  représente la valeur de l'angle électrique entre deux encoches successives. Si nous limitons notre étude à l'harmonique de rang 3, l'équation (I.23) s'écrit :

$$\varepsilon_{s1}(x) = i_{s1} \cdot (N_1 \cos(x) + N_3 \cos(3x)) \quad (I.26)$$

De la même façon, nous pouvons décomposer la perméance d'entrefer en série de Fourier.

$$P(x - \theta_e) = \sum_{n=0}^{\infty} P_{2n} \cos(2n(x - \theta_e)) \quad (I.27)$$

Si on se limite aux trois premiers termes (soit un de plus que pour le modèle classique), la perméance d'entrefer s'écrit :

$$P(x - \theta_e) = P_0 + P_2 \cos(2(x - \theta_e)) + P_4 \cos(4(x - \theta_e)) \quad (I.28)$$

Le développement des calculs (calcul du champ B dans l'entrefer et calcul des flux à travers les bobinages [LES 81]) permet d'obtenir l'expression des inductances propres et mutuelles des enroulements statoriques. Les résultats pour l'inductance propre de la phase 1 et l'inductance mutuelle entre la phase 1 et la phase 2 sont les suivants :

$$L_1(\theta_e) = L_0 + L_2 \cos(2\theta_e) + L_4 \cos(4\theta_e) \quad (I.29)$$

$$L_{12}(\theta_e) = M_0 + M_2 \cos\left(2\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right)\right) + M_4 \cos\left(4\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right)\right) \quad (I.30)$$

avec :

$$\begin{aligned} L_0 &= \frac{\pi}{2} P_0 (N_1^2 + N_3^2) & M_0 &= \frac{\pi}{2} P_0 \left(-\frac{1}{2} N_1^2 + N_3^2\right) \\ L_2 &= \frac{\pi}{2} P_2 \left(\frac{1}{2} N_1^2 + N_1 N_3\right) & M_2 &= \frac{\pi}{2} P_2 \left(\frac{1}{2} N_1^2 - \frac{1}{2} N_1 N_3\right) \\ L_4 &= \frac{\pi}{2} P_4 (N_1 N_3) & M_4 &= \frac{\pi}{2} P_4 \left(-\frac{1}{2} N_1 N_3\right) \end{aligned} \quad (I.31)$$

On retrouve les résultats classiques du modèle au sens du premier harmonique en posant  $N_3 = 0$  dans les équations précédentes. Dans ce cas, les termes  $L_4$  et  $M_4$  sont nuls et on retrouve la relation entre  $L_2$  et  $M_2$  :

$$\frac{M_2}{L_2} = 1 \quad (I.32)$$

Si on considère l'harmonique 3 des forces magnétomotrices dans le modèle, le rapport précédent dépend de la valeur des coefficients de distribution harmonique des bobinages comme le montre l'équation (I.33). On constate que la présence de l'harmonique 3 a tendance à augmenter la valeur de  $M_2$  et à diminuer la valeur de  $L_2$  :

$$\frac{M_2}{L_2} = \frac{3K_1 + K_3}{3K_1 - 2K_3} \quad (I.33)$$

Pour une machine tétrapolaire ayant 3 encoches par phase et par pôle ( $z = 3$  et  $v = 20^\circ$ ) et un bobinage statorique à pas diamétral correspondant à  $\delta_r = 1$  (ce sont les données de la machine pour laquelle nous avons effectué la mesure des inductances), le rapport  $M_2/L_2$  est le suivant :

$$\frac{M_2}{L_2} = 2,29 \quad (I.34)$$

Cette nouvelle valeur théorique du rapport  $M_2/L_2$  est beaucoup plus proche de la réalité expérimentale ( $M_2/L_2 = 2,5$ ). Cette étude montre que la prise en compte de l'harmonique d'espace de rang 3 des forces magnétomotrices permet d'améliorer nettement les résultats de prédétermination théorique.

Nous allons maintenant étudier l'effet de l'harmonique 3 sur les équations de la machine pour différents couplages des enroulements statoriques. Cette étude va nous permettre de montrer qu'on peut se limiter au modèle au sens du premier harmonique d'espace lorsque la machine est couplée en étoile à neutre isolé. Pour faire cette étude, nous allons nous placer dans le repère de Concordia ( $\alpha\beta$ ).

#### 4.2.2.2 Modèle de la machine dans le repère de Concordia

La matrice de transformation permettant de passer du repère triphasé ( $123$ ) au repère diphasé ( $\alpha\beta$ ) est un cas particulier de la matrice de Park en posant  $\theta_e = 0$ . Cette matrice de transformation est rappelée ci-dessous pour les courants :

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{so} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} \quad (I.35)$$

Si on applique cette transformation aux équations de la machine intégrant l'harmonique de rang 3 (en considérant toujours que les courants rotoriques sont nuls), on aboutit au système d'équations suivant :

$$\begin{bmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \\ v_{so} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{so} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \left\{ \begin{bmatrix} L_{\alpha} & L_{\alpha\beta} & L_{o\alpha} \\ L_{\alpha\beta} & L_{\beta} & L_{o\beta} \\ L_{o\alpha} & L_{o\beta} & L_o \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{so} \end{bmatrix} \right\} \quad (I.36)$$

Les expressions des inductances propres pour chaque composante sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
 L_{\alpha}(\theta_e) &= (L_0 - M_0) + \left(\frac{1}{2} L_2 + M_2\right) \cos(2\theta_e) + \left(\frac{1}{2} L_4 + M_4\right) \cos(4\theta_e) \\
 L_{\beta}(\theta_e) &= (L_0 - M_0) - \left(\frac{1}{2} L_2 + M_2\right) \cos(2\theta_e) - \left(\frac{1}{2} L_4 + M_4\right) \cos(4\theta_e) \\
 L_o(\theta_e) &= (L_0 + 2M_0)
 \end{aligned} \tag{I.37}$$

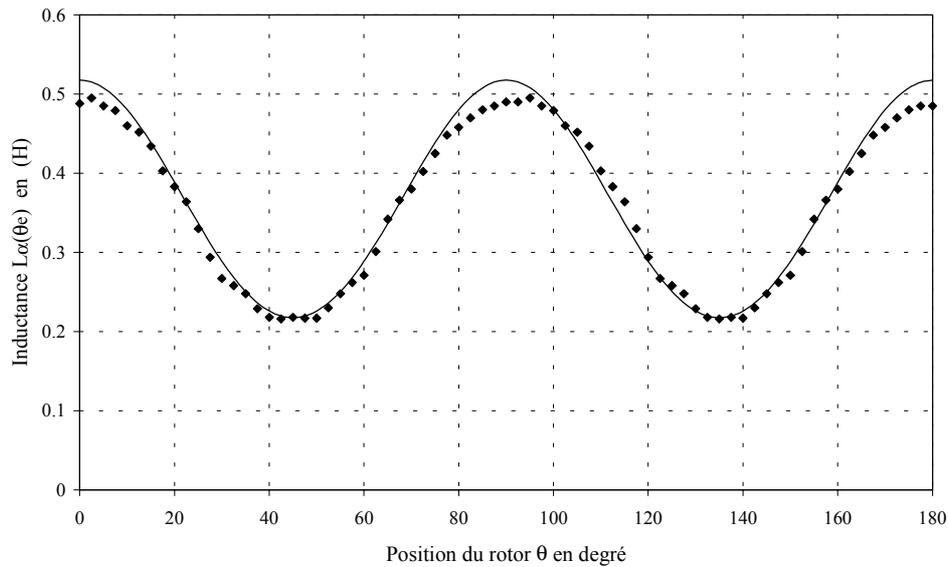
Les expressions des inductances mutuelles sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
 L_{\alpha\beta}(\theta_e) &= \left(\frac{1}{2} L_2 + M_2\right) \sin(2\theta_e) - \left(\frac{1}{2} L_4 + M_4\right) \sin(4\theta_e) \\
 L_{o\alpha}(\theta_e) &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}} (L_2 - M_2)\right) \cos(2\theta_e) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} (L_4 - M_4)\right) \cos(4\theta_e) \\
 L_{o\beta}(\theta_e) &= \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} (L_2 - M_2)\right) \sin(2\theta_e) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} (L_4 - M_4)\right) \sin(4\theta_e)
 \end{aligned} \tag{I.38}$$

On remarque tout d'abord que la transformation ne simplifie pas les équations de la machine. La matrice inductance après transformation est pleine. Il existe en particulier des termes de couplage entre la composante homopolaire et les composantes d'axe  $\alpha$  et d'axe  $\beta$  du courant statorique. Ces termes n'existent pas pour le modèle au sens du premier harmonique d'espace. L'amplitude de l'harmonique de rang 4 des inductances  $L_{\alpha}(\theta_e)$ ,  $L_{\beta}(\theta_e)$  et  $L_{\alpha\beta}(\theta_e)$  a pour valeur  $(1/2L_4+M_4)$ . Si on remplace les valeurs de  $L_4$  et  $M_4$  par leur expression (I.31), ce terme est nul. Ce qui signifie que ces inductances varient sinusoidalement avec la position du rotor. Maintenant, si on prend les valeurs mesurées de  $L_4$  et  $M_4$  (tableau I.1), on obtient un rapport de 60 entre l'amplitude de l'harmonique 2 et l'amplitude de l'harmonique 4 des inductances  $L_{\alpha}(\theta_e)$ ,  $L_{\beta}(\theta_e)$  et  $L_{\alpha\beta}(\theta_e)$ . L'harmonique de rang 4 est donc négligeable.

L'harmonique de rang 3 des forces magnétomotrices se répercute essentiellement sur la valeur des inductances  $L_{o\alpha}(\theta_e)$  et  $L_{o\beta}(\theta_e)$  qui concernent uniquement la composante homopolaire de la tension statorique (montage étoile à neutre isolé).

Pour vérifier ce résultat théorique, nous avons mesuré les variations de  $L_{\alpha}(\theta_e)$  sur la même machine que précédemment. Le principe de la mesure de cette inductance est donné dans l'annexe 2. Les résultats des mesures sont représentés sur la figure I.9. Nous avons fait apparaître sur cette figure (en trait continu), le résultat du calcul de  $L_{\alpha}(\theta_e)$  obtenu en utilisant l'équation (I.37) et les valeurs de  $L_0$ ,  $M_0$ ,  $L_2$ ,  $M_2$ ,  $L_4$  et  $M_4$  données dans le tableau I.1. Les résultats des mesures montrent bien que l'inductance  $L_{\alpha}(\theta_e)$  possède un faible taux de distorsion. On peut donc éliminer l'harmonique de rang 4 dans les expressions des inductances  $L_{\alpha}(\theta_e)$ ,  $L_{\beta}(\theta_e)$  et  $L_{\alpha\beta}(\theta_e)$ .



**Figure I.9.** Inductance  $L_\alpha(\theta_e)$  du modèle diphasé  
Résultats expérimentaux

Dans le cas d'un couplage étoile sans neutre des enroulements statoriques, la composante homopolaire  $iso$  du courant statorique est nulle. Le modèle de la machine se limite alors aux seules composantes des courants  $is_\alpha$  et  $is_\beta$ . On retrouve alors un modèle identique à celui correspondant à l'hypothèse du premier harmonique d'espace. Il faut cependant conserver dans les équations suivantes, les expressions de  $L_0$ ,  $M_0$ ,  $L_2$  et  $M_2$  données par les équations (I.31) :

$$\begin{aligned} v_{s\alpha} &= R_s \cdot i_{s\alpha} + \frac{d\Psi_{s\alpha}}{dt} \\ v_{s\beta} &= R_s \cdot i_{s\beta} + \frac{d\Psi_{s\beta}}{dt} \end{aligned} \quad (I.39)$$

avec :

$$\begin{aligned} \Psi_{s\alpha} &= \left( (L_0 - M_0) + \left( \frac{1}{2} L_2 + M_2 \right) \cos(2\theta_e) \right) \cdot i_{s\alpha} + \left( \frac{1}{2} L_2 + M_2 \right) \sin(2\theta_e) \cdot i_{s\beta} \\ \Psi_{s\beta} &= \left( (L_0 - M_0) - \left( \frac{1}{2} L_2 + M_2 \right) \cos(2\theta_e) \right) \cdot i_{s\beta} + \left( \frac{1}{2} L_2 + M_2 \right) \sin(2\theta_e) \cdot i_{s\alpha} \end{aligned} \quad (I.40)$$

Si on applique la matrice de rotation à ces équations (on se place dans le repère  $d$ - $q$  fixé au rotor), on retrouve les équations de Park d'une machine à réluctance sans amortisseurs :

$$\begin{aligned} v_{sd} &= R_s \cdot i_{sd} + L_d \cdot \frac{di_{sd}}{dt} - \omega_e \cdot L_q \cdot i_{sq} \\ v_{sq} &= R_s \cdot i_{sq} + L_q \cdot \frac{di_{sq}}{dt} + \omega_e \cdot L_d \cdot i_{sd} \end{aligned} \quad (I.41)$$

Les expressions des inductances  $L_d$  et  $L_q$  sont les suivantes :

$$\begin{aligned} L_d &= \frac{1}{2} L_2 + M_2 + L_0 - M_0 \\ L_q &= -\frac{1}{2} L_2 - M_2 + L_0 - M_0 \end{aligned} \quad (I.42)$$

Le calcul de la valeur des inductances  $L_d$  et  $L_q$  à partir des résultats des mesures du tableau I.1 nous donne  $L_d = 0,515$  H et  $L_q = 0,215$  H.

Le calcul du couple électromagnétique (I.12) en considérant l'harmonique de rang 3 des forces magnétomotrices nous donne :

$$T_{em} = p \cdot \left\{ \begin{aligned} &(L_2 + 2 \cdot M_2) \cdot i_{sd} \cdot i_{sq} \\ &+ (L_4 + 2 \cdot M_4) \cdot (\sin(6\theta_e) \cdot i_{sq}^2 - \sin(6\theta_e) \cdot i_{sd}^2 - 2 \cdot \cos(6\theta_e) \cdot i_{sq} \cdot i_{sd}) \\ &- \sqrt{2} \cdot (L_2 + 2 \cdot L_4 - M_2 - 2 \cdot M_4) \cdot \sin(3\theta_e) \cdot i_{so} \cdot i_{sd} \\ &- \sqrt{2} \cdot (L_2 - 2 \cdot L_4 - M_2 + 2 \cdot M_4) \cdot \cos(3\theta_e) \cdot i_{so} \cdot i_{sq} \end{aligned} \right\} \quad (I.43)$$

Dans le cas d'un couplage étoile sans neutre, la composante homopolaire du courant statorique est nulle. Comme le terme  $L_4 + 2M_4$  est théoriquement nul, on retrouve l'expression classique du couple électromagnétique :

$$T_{em} = p \cdot (L_2 + 2M_2) \cdot i_{sd} \cdot i_{sq} = p \cdot (L_d - L_q) \cdot i_{sd} \cdot i_{sq} \quad (I.44)$$

On a donc montré que dans le cas d'un couplage étoile sans neutre, les équations du modèle de la machine obtenues en considérant l'harmonique de rang 3 des forces magnétomotrices sont identiques à celles du modèle classique. Cependant, l'équation (I.36) montre que dans le cas d'un montage étoile à neutre isolé, la tension homopolaire  $v_{so}$  n'est pas nulle, elle dépend des courants  $i_{s\alpha}$  et  $i_{s\beta}$  :

$$v_{so} = \frac{d}{dt} \{ L_{o\alpha}(\theta_e) \cdot i_{s\alpha} + L_{o\beta}(\theta_e) \cdot i_{s\beta} \} \quad (I.45)$$

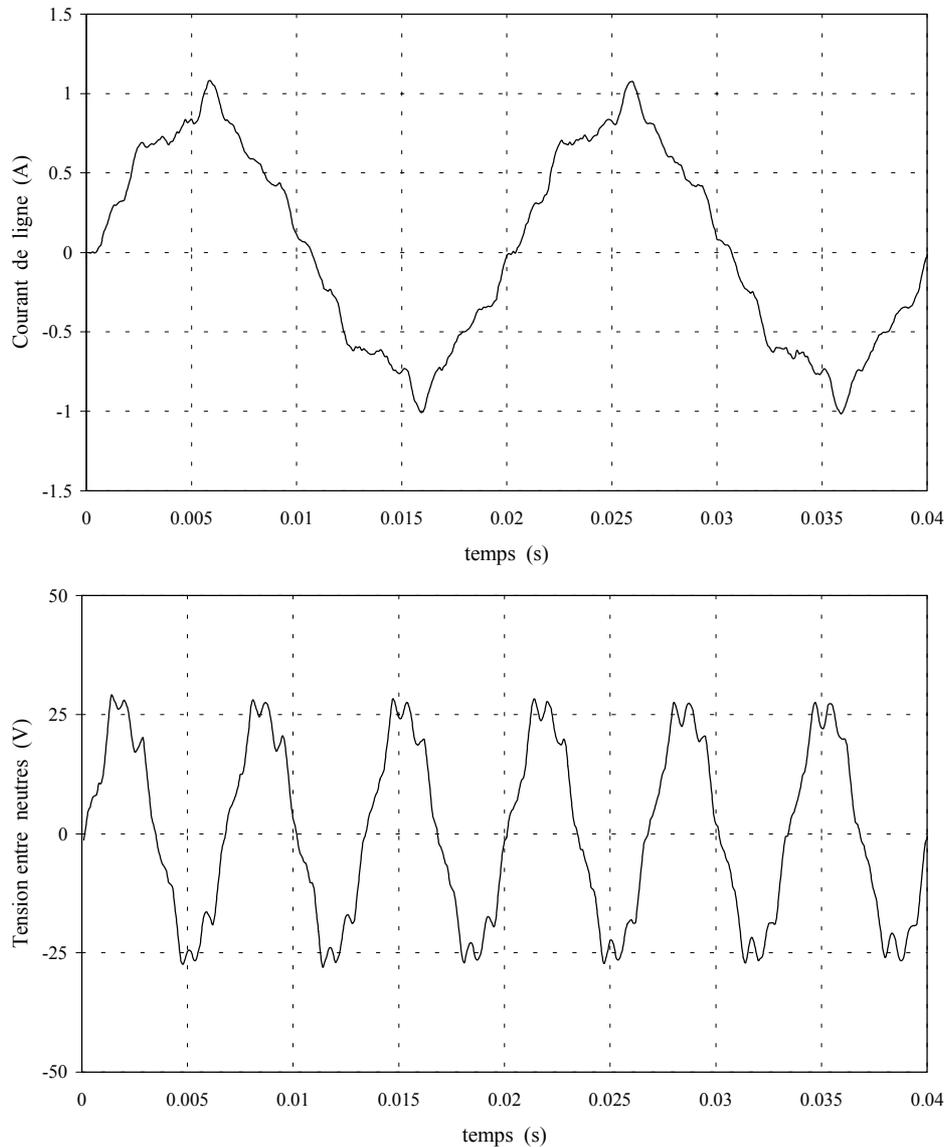
Le modèle au sens du premier harmonique ne permet pas de calculer cette tension ( $L_{o\alpha}(\theta_e)$  et  $L_{o\beta}(\theta_e)$  sont nulles dans ce cas). Si la machine est alimentée par une source de courants triphasés équilibrés, les courants  $i_{s\alpha}$  et  $i_{s\beta}$  s'écrivent :

$$i_{s\alpha} = I \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t) \quad i_{s\beta} = I \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t) \quad (I.46)$$

Si la machine tourne à la vitesse synchrone, on a alors  $\theta_e = \omega t + \alpha$ . L'expression de la tension homopolaire est la suivante :

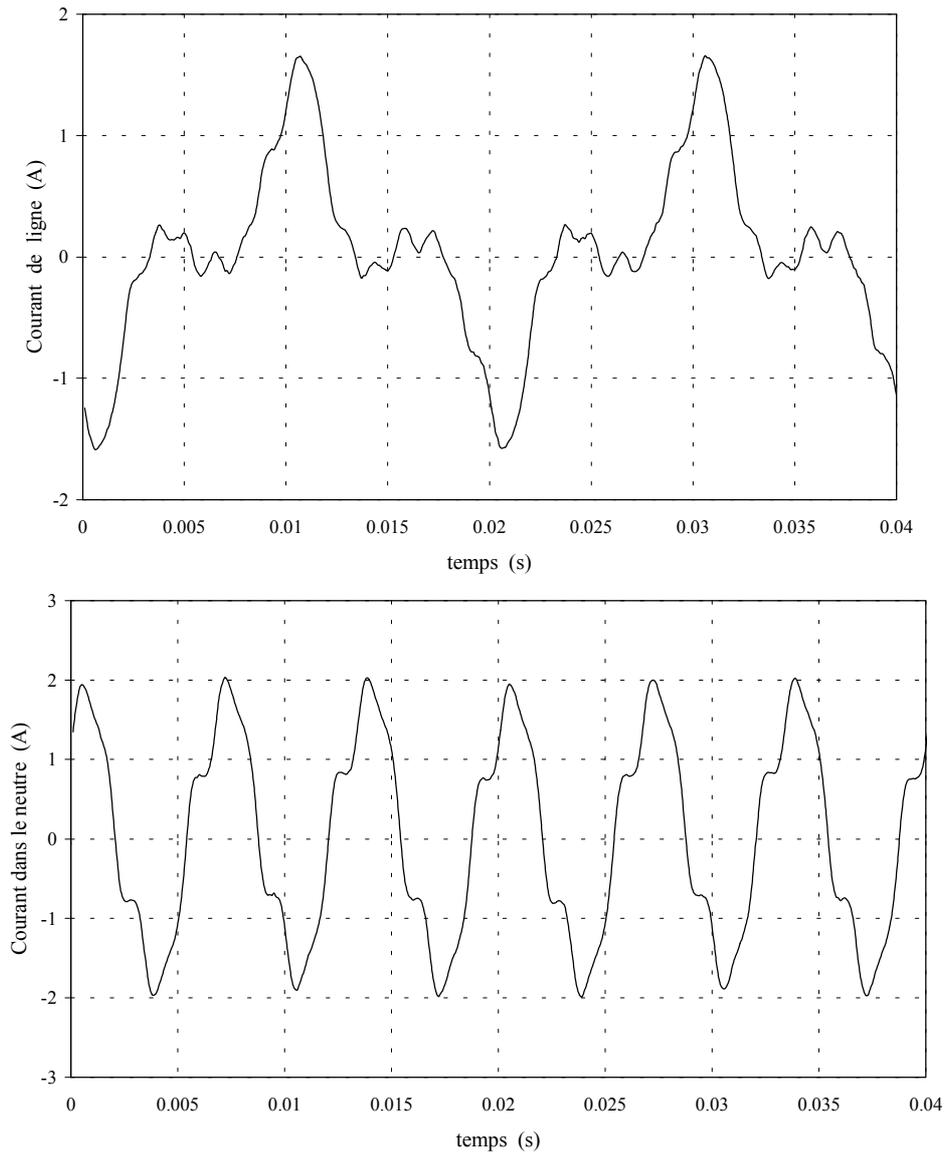
$$v_{so} = I \cdot (L_2 - M_2) \cdot \omega \cdot \cos(3\omega t + 2\alpha) + I \cdot (L_4 - M_4) \cdot \omega \cdot \cos(3\omega t + 4\alpha) \quad (I.47)$$

Cette tension a une fréquence triple de celle du réseau. Elle dépend de la valeur efficace du courant de ligne et de la valeur des inductances de la machine. On peut la mesurer (à un coefficient près) en plaçant un oscilloscope entre le neutre de la machine et le neutre du réseau (montage étoile sans neutre). Le relevé expérimental de la figure I.10 (correspondant à un essai à vide sous faible tension) confirme l'existence de cette tension.



**Figure I.10.** Relevé expérimental de la tension entre le neutre du réseau et le neutre de la machine. Essai à vide sous faible tension ( $V_s = 100V$ )

Dans le cas d'une machine couplée en triangle ou en étoile à neutres reliés, cette tension homopolaire va donner naissance à des courants harmoniques de rang 3 au niveau des enroulements comme le montre les résultats de mesure de la figure I.11 (montage étoile avec neutre). Dans ce cas, le courant de ligne est loin d'être sinusoïdal. On retrouve l'harmonique de rang 3 du courant dans le fil de liaison entre le neutre du réseau et le neutre de la machine.



**Figure I.11.** Relevé expérimental du courant dans le neutre.  
Essai à vide sous faible tension ( $V_s = 100V$ ).  
Montage étoile avec neutre

### 4.2.3 Conclusion

Nous avons montré que le modèle au sens du premier harmonique d'espace est suffisant pour représenter le fonctionnement d'une machine à réluctance lorsque les enroulements statoriques sont couplés en étoile à neutre isolé. Dans ce cas, les équations de la machine avec l'harmonique de rang 3 des forces magnétomotrices se ramènent aux équations classiques de Park. L'expression du couple électromagnétique reste identique. La présence de l'harmonique de rang 3 du champ dans l'entrefer se retrouve au niveau de la tension homopolaire induite (tension entre le neutre du réseau et le neutre de la machine à la fréquence de 150 Hz) et au niveau des expressions des inductances  $L_d$  et  $L_q$ .

Lorsque les enroulements statoriques sont couplés en triangle ou en étoile avec neutre relié, des courants harmoniques de rang 3 prennent naissance dans les enroulements. Ces courants harmoniques déforment le courant de ligne et sont à l'origine d'ondulations sur le couple électromagnétique à la pulsation  $6\omega$  (voir équation (I.43)). Il semble légitime de penser que pour ces deux types de couplage pour lesquels la composante homopolaire du courant statorique est non nulle, le modèle au sens du premier harmonique d'espace n'est pas suffisant pour représenter correctement le fonctionnement de la machine. Une étude plus poussée reste à faire.

### **4.3 Saturation magnétique**

La saturation des matériaux ferromagnétiques est un phénomène physique complexe difficile à modéliser. Dans les machines électriques, la saturation apparaît d'abord dans les zones où la section de passage des lignes de champ magnétique est la plus faible, habituellement dans les dents statoriques et rotoriques mais également dans les cornes polaires pour les machines à pôles saillants. Il s'agit donc d'un phénomène local.

La prise en compte de la saturation dans la modélisation des machines peut se faire de différentes façons. La méthode la plus précise consiste à définir la géométrie exacte de la machine étudiée. On résout ensuite les équations de Maxwell associées aux lois de comportement des matériaux employés en utilisant des méthodes numériques (éléments finis). Cette approche est intéressante en conception de machine (optimisation de la structure du rotor par exemple). Elle est par contre difficilement applicable actuellement pour la simulation des ensembles convertisseurs-machines-commandes car elle nécessite des temps de calcul très importants. Une autre méthode consiste à modéliser la machine par un réseau complexe de perméances et d'associer à chaque perméance élémentaire, la caractéristique magnétique du matériau représenté. Cette seconde approche, un peu moins précise que la précédente, nécessite encore un temps de calcul trop important pour pouvoir être utilisé pour la simulation des systèmes commandés mettant en œuvre des onduleurs fonctionnant en modulation de largeur d'impulsion.

La démarche la plus utilisée en commande de machine consiste à modifier le modèle de Park. On considère la saturation magnétique d'un point de vue global en regardant ces effets sur les grandeurs accessibles à la mesure tels que les courants ou les flux magnétiques. La notion d'inductance est conservée en régime saturé. La saturation est prise en compte en modulant la valeur des inductances en fonction des courants circulants dans les enroulements de la machine.

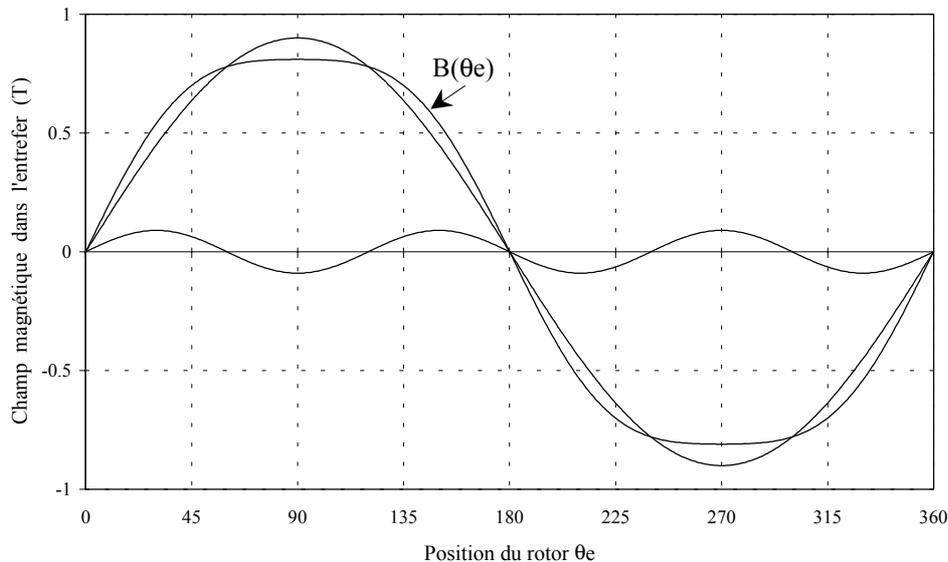
La saturation magnétique est à l'origine d'harmoniques d'espace supplémentaires dans l'entrefer des machines électriques [LEE 61] [MOR 92]. Ces harmoniques d'espace n'ont pas la même origine que ceux créés par une distribution non sinusoidale des conducteurs. Pour le montrer, on considère une excitation magnétique  $H(\theta_e)$  à répartition sinusoidale. Si l'on choisit une caractéristique magnétique  $B(H)$  représentée par l'équation (I.48) [LAS 98] :

$$\begin{aligned} H(\theta_e) &= H_1 \cdot \sin \theta_e \\ B(H) &= a_1 \cdot H + a_3 \cdot H^3 + a_5 \cdot H^5 \end{aligned} \tag{I.48}$$

le champ  $B(\theta_e)$  dans l'entrefer s'écrit :

$$B(\theta_e) = B_1 \cdot \sin(\theta_e - \varphi_1) + B_3 \cdot \sin(3\theta_e - \varphi_3) + \dots \quad (\text{I.49})$$

Des études ont montré que l'harmonique de rang 3 est le plus important [MOR 92]. Le champ  $B(\theta_e)$  est représenté sur la figure I.12 pour une machine à pôles lisses.



**Figure I.12.** Allure du champ  $B(\theta_e)$  en régime saturé; Le fondamental et l'harmonique 3 sont représentés

Lorsque l'on développe un modèle saturé à partir des équations de Park, on ne considère que l'effet de la saturation sur la valeur du fondamental du champ dans l'entrefer. En effet, le modèle de Park modifié reste un modèle au sens du premier harmonique d'espace. Cela signifie que l'on fait abstraction de l'harmonique de rang 3 et des harmoniques de rang supérieur créé par la saturation.

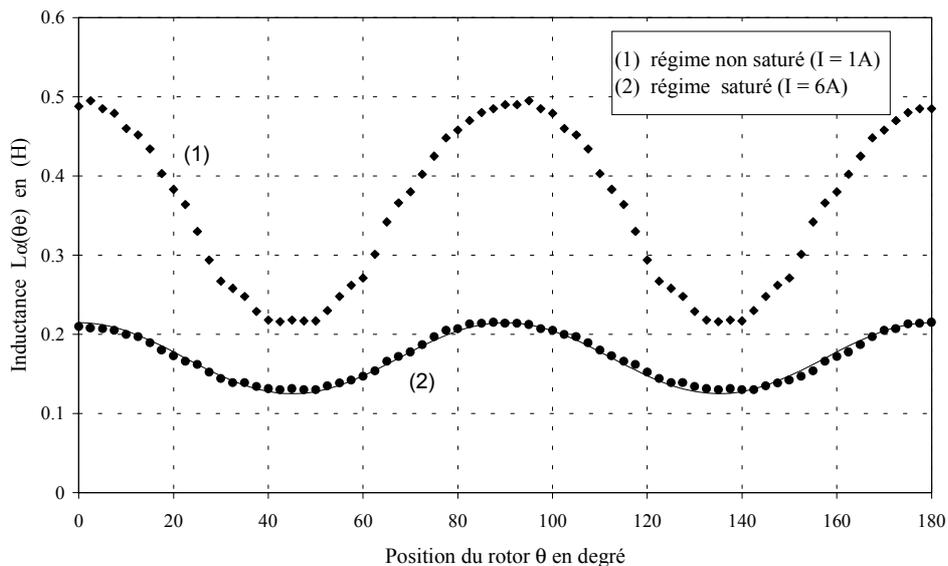
Nous avons montré dans la partie précédente que la présence de l'harmonique 3 du champ dans l'entrefer n'affectait que les grandeurs homopolaires de la tension et du courant statorique par l'intermédiaire des inductances  $L_{\alpha}(\theta_e)$  et  $L_{\beta}(\theta_e)$ . Par conséquent, l'harmonique 3 créé par la saturation ne va influencer que ces grandeurs. Si la machine est couplée en étoile à neutre isolé, la présence de l'harmonique 3 va provoquer une variation de la tension homopolaire (tension entre les deux points neutres). Ce phénomène a été constaté expérimentalement pour la machine asynchrone [MOR 92].

L'effet de la saturation magnétique sur le fondamental du champ dans l'entrefer va avoir une influence sur la valeur des inductances  $L_{\alpha}(\theta_e)$ ,  $L_{\beta}(\theta_e)$  et  $L_{\alpha\beta}(\theta_e)$  du modèle de Concordia. Pour vérifier cela, nous avons mesuré  $L_{\alpha}(\theta_e)$  pour une valeur de courant suffisante ( $I = 6A$ ) pour saturer la machine. Les résultats des mesures de cette inductance sont représentés sur la figure I.13. Nous avons également représenté sur cette figure, les variations de  $L_{\alpha}(\theta_e)$  correspondant au régime de fonctionnement non saturé ( $I = 1A$ ). Nous avons tracé en trait continu, la décomposition harmonique de  $L_{\alpha}(\theta_e)$  en nous limitant à la composante continue et

à l'harmonique de rang 2 (hypothèse du premier harmonique). On constate que la forme l'inductance  $L_{\alpha}(\theta_e)$  est peu affectée par la saturation (l'allure reste sinusoidale), ce qui permet de conserver sans trop d'erreur l'hypothèse du premier harmonique en régime saturé. Seules les valeurs des coefficients de la décomposition en série de Fourier diminuent nettement avec la saturation. Nous avons indiqué dans le tableau I.2, les valeurs de ces coefficients pour le régime non saturé et pour le régime saturé.

	Composante continue	Harmonique de rang 2
Régime non saturé (I = 1A)	0,365 H	0,15 H
Régime saturé (I = 6A)	0,17 H	0,045 H

**Tableau I.2.** Variations des coefficients harmoniques de l'inductance  $L_{\alpha}(\theta_e)$  avec la saturation



**Figure I.12.** Effets de la saturation sur  $L_{\alpha}(\theta_e)$  ; Résultats expérimentaux

## 5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné un aperçu des différentes structures de rotor pour la machine synchrone à réluctance variable. Pour chaque structure, nous avons indiqué les performances obtenues en terme de rendement et de facteur de puissance.

Nous avons ensuite rappelé les équations classiques du modèle de la machine au sens du premier harmonique. Ce modèle qui est basé sur un certain nombre d'hypothèses présente des

limites. Nous avons montré en particulier que le rapport théorique  $M2/L2$  qui vaut 1 avec le modèle classique est loin d'être vérifié en pratique. Des essais réalisés sur une machine à réductance ont donné une valeur de 2,5 pour ce rapport d'inductances. Cette différence importante entre la théorie et la pratique avait déjà été constatée dans des travaux précédents [MUK 73] [CHI 91]. En intégrant un harmonique d'espace supplémentaire dans l'expression des forces magnétomotrices (harmonique de rang 3), nous avons constaté que l'on obtenait une valeur du rapport  $M2/L2 = 2,29$  beaucoup plus proche de l'expérience. Cependant, et c'est là un point important, nous avons montré que les équations du modèle obtenues en intégrant l'harmonique de rang 3 étaient identiques à celles du modèle au sens du premier harmonique si les enroulements statoriques étaient couplés en étoile à neutre isolé (courant homopolaire nul). Dans ce cas, les effets de l'harmonique 3 du champ dans l'entrefer se retrouvent au niveau de la tension homopolaire (tension induite à la fréquence triple de celle du réseau entre le neutre du réseau et le neutre de la machine).

La saturation magnétique génère également des harmoniques du champ dans l'entrefer. L'harmonique de rang 3 est généralement le plus important. Cet harmonique a une influence sur les grandeurs électriques homopolaires du modèle équivalent. Dans le cas d'un couplage étoile à neutre isolé, l'harmonique de rang 3 généré par la saturation se retrouve au niveau de la tension homopolaire [MOR 92]. L'effet de la saturation magnétique sur le fondamental du champ dans l'entrefer se traduit par une diminution de la valeur des inductances de la machine. Nous avons constaté ce phénomène en mesurant les variations de l'inductance statorique  $L\alpha(\theta_e)$  du modèle diphasé équivalent pour deux niveaux de courant.

Nous allons dans le prochain chapitre développer un modèle saturé pour la machine synchrone à réductance variable en conservant l'hypothèse du premier harmonique. Pour que cette hypothèse soit correcte, nous nous arrangerons toujours pour annuler la composante homopolaire du courant statorique (montage étoile à neutre isolé). Cette hypothèse va nous permettre de développer un modèle saturé relativement simple à partir des équations de Park de la machine.



## **CHAPITRE II**

<p><b>MODELE SATURE DE LA MACHINE AU SENS DU PREMIER HARMONIQUE</b></p>
---



## 1. Introduction

Des modèles saturés au sens du premier harmonique d'espace, valables en régime permanent comme en régime transitoire, ont déjà été proposés pour les machines alternatives présentant une saillance au rotor [ANV 89] [TOU 93] [LAS 97] [LEV 98]. Ces différents modèles sont tous basés sur un fond commun [BOL 87]. La méthode retenue consiste à distribuer les fuites magnétiques de chaque côté de l'entrefer (les inductances de fuites sont supposées constantes) et à faire apparaître un flux magnétisant commun au stator et au rotor dépendant de la saturation. Nous allons commencer par rappeler les équations relatives à ce type de modèle saturé. Nous proposerons ensuite un modèle saturé légèrement différent ayant l'avantage de ne faire apparaître que des paramètres électriques mesurables.

## 2. Modèle de la machine saturée à inductances de fuites séparées

### 2.1 Introduction

Le premier article complet concernant la modélisation en régime transitoire des machines à pôles lisses saturées date de 1981 [VAS 81] [BRO 83]. Avant cette date, les modèles proposés étaient souvent incomplets car ils n'intégraient pas le phénomène de la saturation croisée [HAR 80] ou concernaient uniquement le fonctionnement en régime permanent des machines. Les idées développées dans [VAS 81] ont ensuite été adaptées aux cas des machines synchrones à pôles saillants [BOL 87]. Nous allons rappeler les idées principales développées dans cet article car elles sont à la base de nombreuses publications qui ont suivies [ANV 89] [ELS 92] [TOU 93] [KHE 94] [TAH 95] [LEV 98].

### 2.2 Séparation des inductances de fuites

Les inductances propres des enroulements statoriques et rotoriques peuvent être décomposées en deux termes. Un des termes représente les fuites magnétiques et l'autre terme représente le flux commun (inductance mutuelle). On obtient alors pour les inductances statoriques :

$$\begin{aligned}L_d &= l_s + M_d \\L_q &= l_s + M_q\end{aligned}\tag{II.1}$$

Dans ces deux équations,  $l_s$  représente l'inductance de fuites d'un enroulement statorique. De la même façon, on obtient les expressions des inductances propres rotoriques (II.2). Dans ces équations,  $l_{rd}$  et  $l_{rq}$  représentent respectivement l'inductance de fuites de l'enroulement rotorique d'axe  $d$  et l'inductance de fuites de l'enroulement rotorique d'axe  $q$  :

$$\begin{aligned}L_{rd} &= l_{rd} + M_d \\L_{rq} &= l_{rq} + M_q\end{aligned}\tag{II.2}$$

Les expressions des flux totaux statoriques et rotoriques (I.15) et (I.17) sont alors les suivantes :

$$\begin{aligned}
 \Psi_{sd} &= l_s \cdot i_{sd} + M_d \cdot (i_{sd} + i_{rd}) \\
 \Psi_{sq} &= l_s \cdot i_{sq} + M_q \cdot (i_{sq} + i_{rq}) \\
 \Psi_{rd} &= l_{rd} \cdot i_{rd} + M_d \cdot (i_{sd} + i_{rd}) \\
 \Psi_{rq} &= l_{rq} \cdot i_{rq} + M_q \cdot (i_{sq} + i_{rq})
 \end{aligned} \tag{II.3}$$

On voit apparaître dans ces expressions une partie du flux commune aux enroulements statorique et rotorique. Ces flux communs sont appelés flux magnétisants d'axe  $d$  et d'axe  $q$ . Ils sont liés aux courants magnétisants  $I_{md}$  et  $I_{mq}$  définis ci-dessous :

$$\begin{aligned}
 \Psi_{md} &= M_d \cdot I_{md} \quad \text{avec} \quad I_{md} = i_{sd} + i_{rd} \\
 \Psi_{mq} &= M_q \cdot I_{mq} \quad \text{avec} \quad I_{mq} = i_{sq} + i_{rq}
 \end{aligned} \tag{II.4}$$

### 2.3 Prise en compte de la saturation

La saturation magnétique est prise en compte de la façon suivante. On suppose tout d'abord que les inductances de fuites sont constantes (elles correspondent à des lignes de champ magnétique qui traversent une partie importante d'air). On considère ensuite que les inductances mutuelles  $M_d$  et  $M_q$  sont fonctions des courants magnétisants  $I_{md}$  et  $I_{mq}$ .

$$\begin{aligned}
 \Psi_{md} &= M_d(I_{md}, I_{mq}) \cdot I_{md} \\
 \Psi_{mq} &= M_q(I_{md}, I_{mq}) \cdot I_{mq}
 \end{aligned} \tag{II.5}$$

Cette écriture des flux magnétisants permet bien sûr de tenir compte de la saturation suivant chacun des axes mais également de prendre en considération l'effet croisé de saturation [VAS 81].

Pour obtenir le modèle saturé de la machine, il est nécessaire de reprendre les équations des tensions statoriques et rotoriques (I.14) et (I.16) en faisant apparaître les flux magnétisants  $\Psi_{md}$  et  $\Psi_{mq}$  ainsi que les différentes inductances de fuites définies ci-dessus. On obtient alors les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
 u_{sd} &= R_s \cdot i_{sd} + l_s \cdot \frac{di_{sd}}{dt} + \frac{d\Psi_{md}}{dt} - \omega_e \cdot l_s \cdot i_{sq} - \omega_e \cdot \Psi_{mq} \\
 u_{sq} &= R_s \cdot i_{sq} + l_s \cdot \frac{di_{sq}}{dt} + \frac{d\Psi_{mq}}{dt} + \omega_e \cdot l_s \cdot i_{sd} + \omega_e \cdot \Psi_{md} \\
 0 &= R_{rd} \cdot i_{rd} + l_{rd} \cdot \frac{di_{rd}}{dt} + \frac{d\Psi_{md}}{dt} \\
 0 &= R_{rq} \cdot i_{rq} + l_{rq} \cdot \frac{di_{rq}}{dt} + \frac{d\Psi_{mq}}{dt}
 \end{aligned} \tag{II.6}$$

Si l'on choisit de prendre les courants magnétisants comme variables d'état pour représenter la machine saturée, il est nécessaire de calculer la dérivée des flux magnétisants par rapport au temps :

$$\begin{aligned}\frac{d\Psi_{md}}{dt} &= M_{ds} \cdot \frac{d I_{m d}}{dt} + M_{dq} \cdot \frac{d I_{m q}}{dt} \\ \frac{d\Psi_{mq}}{dt} &= M_{qs} \cdot \frac{d I_{m q}}{dt} + M_{qd} \cdot \frac{d I_{m d}}{dt}\end{aligned}\quad (II.7)$$

Il apparaît dans ces équations, de nouveaux coefficients d'induction notés  $M_{ds}$ ,  $M_{qs}$ ,  $M_{dq}$  et  $M_{qd}$  [VAS 81]. Ces coefficients intègrent l'effet croisé de saturation (interaction magnétique entre deux enroulements à répartition sinusoïdale de conducteurs placés en quadrature dans l'espace) et sont fonctions de la dérivée des inductances mutuelles par rapport aux courants magnétisants. Ces coefficients sont définis ci-dessous :

$$\begin{aligned}M_{ds} &= \frac{\partial \Psi_{md}}{\partial I_{m d}} = M_d(I_{m d}, I_{m q}) + I_{m d} \cdot \frac{\partial M_d(I_{m d}, I_{m q})}{\partial I_{m d}} \\ M_{qs} &= \frac{\partial \Psi_{mq}}{\partial I_{m q}} = M_q(I_{m d}, I_{m q}) + I_{m q} \cdot \frac{\partial M_q(I_{m d}, I_{m q})}{\partial I_{m q}} \\ M_{dq} &= \frac{\partial \Psi_{md}}{\partial I_{m q}} = I_{m d} \cdot \frac{\partial M_d(I_{m d}, I_{m q})}{\partial I_{m q}} \\ M_{qd} &= \frac{\partial \Psi_{mq}}{\partial I_{m d}} = I_{m q} \cdot \frac{\partial M_q(I_{m d}, I_{m q})}{\partial I_{m d}}\end{aligned}\quad (II.8)$$

Si l'on considère les inductances mutuelles  $M_d$  et  $M_q$  indépendantes des courants, on retrouve naturellement les équations plus simples du modèle non saturé :

$$\begin{aligned}\frac{d\Psi_{md}}{dt} &= M_d \cdot \frac{d I_{m d}}{dt} \\ \frac{d\Psi_{mq}}{dt} &= M_q \cdot \frac{d I_{m q}}{dt}\end{aligned}\quad (II.9)$$

En remplaçant les équations (II.7) dans les équations des tensions statoriques et rotoriques, on obtient finalement le modèle saturé de la machine synchrone à réluctance variable à inductances de fuites séparées :

$$\begin{aligned}u_{sd} &= R_s \cdot i_{sd} + l_s \cdot \frac{di_{sd}}{dt} + M_{ds} \cdot \frac{d I_{m d}}{dt} + M_{dq} \cdot \frac{d I_{m q}}{dt} - \omega_e \cdot l_s \cdot i_{sq} - \omega_e \cdot M_q \cdot I_{m q} \\ u_{sq} &= R_s \cdot i_{sq} + l_s \cdot \frac{di_{sq}}{dt} + M_{qs} \cdot \frac{d I_{m q}}{dt} + M_{qd} \cdot \frac{d I_{m d}}{dt} + \omega_e \cdot l_s \cdot i_{sd} + \omega_e \cdot M_d \cdot I_{m d} \\ 0 &= R_{rd} \cdot i_{rd} + l_{rd} \cdot \frac{di_{rd}}{dt} + M_{ds} \cdot \frac{d I_{m d}}{dt} + M_{dq} \cdot \frac{d I_{m q}}{dt} \\ 0 &= R_{rq} \cdot i_{rq} + l_{rq} \cdot \frac{di_{rq}}{dt} + M_{qs} \cdot \frac{d I_{m q}}{dt} + M_{qd} \cdot \frac{d I_{m d}}{dt}\end{aligned}\quad (II.10)$$

La mise en évidence théorique de l'effet croisé de saturation (en particulier les termes  $M_{dq}$  et  $M_{qd}$  des équations précédentes) a provoqué à l'époque, une controverse portant sur l'existence physique de ce phénomène [KOV 84]. Des expériences ont ensuite démontrées l'importance de cet effet, aussi bien pour les machines à pôles lisses que pour les machines à pôles saillants [VAS 86] [ELS 88].

Des variantes par rapport au modèle précédent ont été développées, soit en définissant deux coefficients de saturation, un pour l'axe  $d$  et un pour l'axe  $q$  [TOU 93], soit en définissant un coefficient de saturation unique pour les deux axes [PIE 91] [KHE 94] [LEV 98]. Un modèle saturé intégrant la saturation des inductances de fuites a été proposé dans [OJO 89].

## **2.4 Inconvénients du modèle saturé à fuites séparées**

Le modèle saturé à inductances de fuites séparées a comme inconvénient principal de faire apparaître des paramètres électriques non mesurables. En effet, comme la machine possède une cage en court-circuit au rotor, il est impossible d'avoir accès aux courants rotoriques. Il est par conséquent impossible de mesurer séparément les paramètres propres au rotor ( $L_{rd}$ ,  $L_{rq}$ ,  $R_{rd}$  et  $R_{rq}$ ). De la même façon, les inductances mutuelles  $M_d$  et  $M_q$  et leurs variations avec les courants magnétisants ne sont pas accessibles à la mesure. De plus, les inductances de fuites statoriques et rotoriques ne sont pas mesurables séparément.

Pour répondre à ces problèmes de mesure, plusieurs solutions ont été proposées. La première consiste à développer ou à utiliser un logiciel de modélisation des machines électriques (méthode des éléments finis) pour calculer les valeurs des différents paramètres non mesurables [PIR 83] [LAS 97]. Une autre solution consiste à mesurer la totalité des fuites vues du stator et à poser l'égalité entre l'inductance de fuites statoriques et l'inductance de fuites rotoriques [ALG 70]. On peut également utiliser (à condition de les trouver ...) les valeurs des inductances indiquées par le constructeur.

Nous proposons dans la suite une solution à ce problème en développant un modèle saturé ne faisant apparaître que des paramètres électriques accessibles à la mesure depuis les enroulements statoriques. Comme les inductances de fuites ne sont pas mesurables séparément, nous allons développer un modèle saturé où les inductances de fuites sont totalisées au stator.

## **3. Modèle saturé à inductances de fuites totalisées au stator**

### **3.1 Introduction**

La possibilité de mesurer l'ensemble des paramètres d'un modèle de machine à partir d'essais à puissance réduite est toujours intéressante. On peut ensuite faire des prédéterminations de fonctionnement en charge ou alors effectuer le réglage de correcteurs pour réaliser un asservissement. Nous allons développer un modèle saturé pour la machine synchrone à réluctance ne faisant apparaître que des paramètres mesurables. Comme les inductances de

fuites ne sont pas mesurables séparément, nous allons les regrouper du côté du stator. La saturation magnétique sera modélisée par un coefficient variable avec les courants. Nous montrerons également que ce modèle saturé peut s'appliquer à la machine asynchrone qui représente un cas particulier.

### 3.2 Expressions des flux magnétiques

A partir des équations de Park développées dans le premier chapitre, on peut définir les courants magnétisants rotoriques d'axe  $d$  et d'axe  $q$  :

$$\begin{aligned} I_{m\ rd} &= i_{sd} + \frac{L_{rd}}{M_d} \cdot i_{rd} \\ I_{m\ rq} &= i_{sq} + \frac{L_{rq}}{M_q} \cdot i_{rq} \end{aligned} \quad (II.11)$$

Les flux statoriques et rotoriques s'écrivent alors de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \Psi_{sd} &= \sigma_d \cdot L_d \cdot i_{sd} + L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot I_{m\ rd} \\ \Psi_{sq} &= \sigma_q \cdot L_q \cdot i_{sq} + L_q \cdot (1 - \sigma_q) \cdot I_{m\ rq} \end{aligned} \quad (II.12)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{rd} &= M_d \cdot I_{m\ rd} \\ \Psi_{rq} &= M_q \cdot I_{m\ rq} \end{aligned} \quad (II.13)$$

Les termes  $\sigma_d$  et  $\sigma_q$  représentent les coefficients de dispersion de Blondel suivant les deux axes :

$$\begin{aligned} \sigma_d &= 1 - \frac{M_d^2}{L_d \cdot L_{rd}} \\ \sigma_q &= 1 - \frac{M_q^2}{L_q \cdot L_{rq}} \end{aligned} \quad (II.14)$$

On voit apparaître dans les équations (II.12) deux parties distinctes. La première partie ( $\sigma_d \cdot L_d \cdot i_{sd}$  et  $\sigma_q \cdot L_q \cdot i_{sq}$ ) représente les fuites magnétiques totalisées au stator. Le deuxième terme de ces équations correspond au flux commun stator-rotor (ou flux magnétisant) vu par les enroulements statoriques. En définissant les flux magnétisants statoriques  $\Psi_{msd}$  et  $\Psi_{msq}$  de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \Psi_{msd} &= L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot I_{m\ rd} \\ \Psi_{msq} &= L_q \cdot (1 - \sigma_q) \cdot I_{m\ rq} \end{aligned} \quad (II.15)$$

Nous obtenons pour les équations (II.12) :

$$\begin{aligned} \Psi_{sd} &= \sigma_d \cdot L_d \cdot i_{sd} + \Psi_{msd} \\ \Psi_{sq} &= \sigma_q \cdot L_q \cdot i_{sq} + \Psi_{msq} \end{aligned} \quad (II.16)$$

Nous allons supposer dans la suite que les inductances de fuites totalisées au stator ( $\sigma_d.L_d$  et  $\sigma_q.L_q$ ) sont indépendantes de la saturation. Nous savons que d'une manière générale, les fuites magnétiques correspondent à des lignes de champ traversant une grande partie d'air (encoches) et sont par conséquent peu affectées par la saturation. Si cette hypothèse n'était pas vérifiée en pratique pour une machine donnée, il faudrait reprendre le modèle qui va suivre en considérant un coefficient de saturation particulier pour les inductances de fuite  $\sigma_d.L_d$  et  $\sigma_q.L_q$ .

Si l'on cherche à exprimer  $\sigma_d.L_d$  et  $\sigma_q.L_q$  en fonction de l'inductance de fuites statoriques  $l_s$  et des inductances de fuites rotoriques ( $l_{rd}$  ou  $l_{rq}$ ), on obtient :

$$\begin{aligned}\sigma_d.L_d &= l_s + \left(\frac{M_d}{L_{rd}}\right) \cdot l_{rd} \\ \sigma_q.L_q &= l_s + \left(\frac{M_q}{L_{rq}}\right) \cdot l_{rq}\end{aligned}\tag{II.17}$$

En supposant que les inductances de fuites statoriques et rotoriques ( $l_s$ ,  $l_{rd}$  et  $l_{rq}$ ) sont indépendantes de la saturation (hypothèse classique), les inductances de fuites totalisées au stator seront indépendantes de la saturation si les rapports  $\left(\frac{M_d}{L_{rd}}\right)$  et  $\left(\frac{M_q}{L_{rq}}\right)$  qui apparaissent dans les équations (II.17) sont constants. Dans la suite, nous considérerons que ces rapports d'inductances ne dépendent pas de la saturation.

En reprenant la définition des coefficients de dispersion  $\sigma_d$  et  $\sigma_q$ , on peut exprimer les flux rotoriques (II.13) en fonction des flux magnétisants statoriques :

$$\begin{aligned}\Psi_{rd} &= \left(\frac{L_{rd}}{M_d}\right) \cdot \Psi_{msd} \\ \Psi_{rq} &= \left(\frac{L_{rq}}{M_q}\right) \cdot \Psi_{msq}\end{aligned}\tag{II.18}$$

On voit que les flux rotoriques sont liés aux flux magnétisants statoriques par un coefficient que l'on a supposé constant. Les flux rotoriques sont donc, à un coefficient constant près, des flux magnétisants (ou flux utiles). Ce résultat est logique. En effet, comme l'ensemble des fuites magnétiques a été ramené du côté du stator, il ne reste plus au rotor que la partie magnétisante du flux.

Si on regarde les équations des flux statoriques (II.16) et des flux rotoriques (II.18), on voit finalement que les seuls termes qui vont dépendre de la saturation sont les flux magnétisants statoriques  $\Psi_{msd}$  et  $\Psi_{msq}$ . Il nous faut maintenant définir les variations des flux  $\Psi_{msd}$  et  $\Psi_{msq}$  avec les courants magnétisants.

### 3.3 Prise en compte de la saturation dans l'expression des flux

Pour une machine synchrone à réluctance variable, le vecteur flux magnétisant statorique  $\underline{\Psi}_{ms}$  et le vecteur courant magnétisant rotorique  $\underline{I}_{mr}$  ne sont pas colinéaires. La figure II.1 traduit les relations (II.15) entre les flux et les courants magnétisants suivant les deux axes.

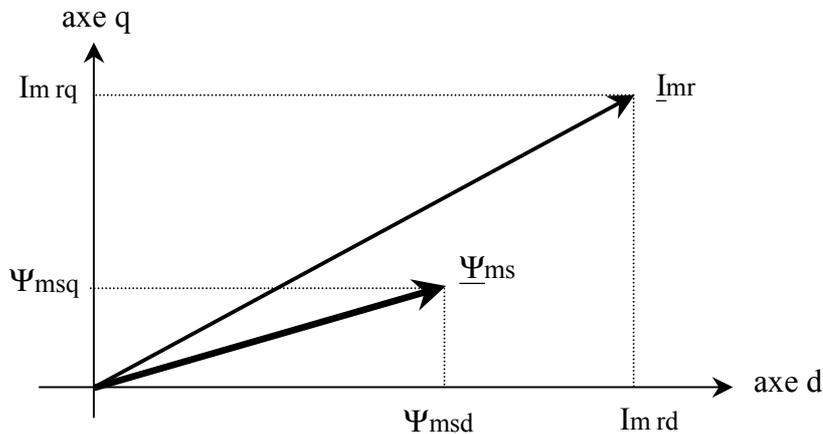


Figure II.1. Flux et courant magnétisants dans la machine à pôles saillants

Comme les vecteurs ne sont pas colinéaires, on ne peut pas définir un coefficient de saturation modulant la valeur du flux  $\Psi_{ms}$  en fonction de la valeur du courant  $I_{mr}$  (on pourrait le faire pour une machine à pôles lisses car les vecteurs sont colinéaires dans ce cas). Pour les machines à pôles saillants, il est nécessaire de définir un coefficient de saturation pour chaque axe :

$$\begin{aligned}\Psi_{msd} &= K_{sd}(I_{mr d}, I_{mr q}) \cdot L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot I_{mr d} \\ \Psi_{msq} &= K_{sq}(I_{mr d}, I_{mr q}) \cdot L_q \cdot (1 - \sigma_q) \cdot I_{mr q}\end{aligned}\quad (II.19)$$

Cependant, pour obtenir un modèle plus simple et éviter d'avoir à utiliser deux coefficients de saturation, il est possible de définir une transformation mathématique sur les courants magnétisants rotoriques et les flux magnétisants statoriques. Cette transformation permet de rendre colinéaire les deux vecteurs précédents. On obtient alors une machine équivalente à pôles lisses.

#### 3.3.1 Machine équivalente à pôles lisses

Cette transformation mathématique a été définie pour la première fois en 1991 [PIE 91]. Elle a été appliquée jusqu'à présent dans le cadre du modèle saturé à inductances de fuites séparées [KHE 94] [TAH 95] [LEV 98]. Nous allons dans la suite utiliser cette transformation (sous une forme un peu différente) pour établir le modèle saturé à fuites totalisées au stator.

Pour n'avoir à définir qu'un seul coefficient de saturation, il faut trouver un vecteur courant magnétisant rotorique équivalent, noté  $\underline{I}'_{mr}$ , et un vecteur flux magnétisant statorique équivalent, noté  $\underline{\Psi}'_{ms}$ , qui soient colinéaires. On arrive alors à la représentation de la figure II.2.

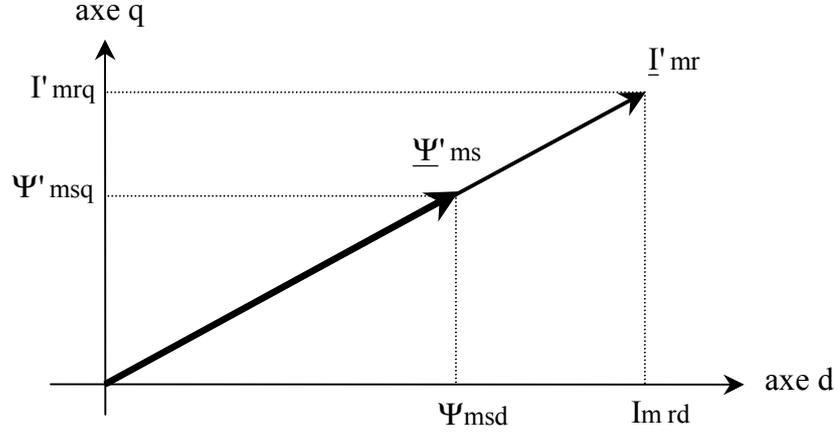


Figure II.2. Flux et courant magnétisants dans la machine équivalente à pôles lisses

En choisissant le terme  $L_d \cdot (1 - \sigma_d)$  comme étant le rapport entre le flux et le courant magnétisant équivalent, on conserve alors la caractéristique magnétique d'axe  $d$  et on définit une transformation mathématique pour l'axe  $q$ . Pour cela, on introduit deux coefficients  $k_1$  et  $k_2$  tels que :

$$\begin{pmatrix} I'_{mrd} \\ I'_{mrq} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{mrd} \\ I_{mrq} \end{pmatrix} \quad (\text{II.20})$$

$$\begin{pmatrix} \Psi'_{msd} \\ \Psi'_{msq} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Psi_{msd} \\ \Psi_{msq} \end{pmatrix} \quad (\text{II.21})$$

Il est possible de trouver rapidement une relation entre les deux coefficients  $k_1$  et  $k_2$ . A partir de la figure II.2, on peut écrire :

$$\underline{\Psi}'_{ms} = L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot \underline{I}'_{mr} \Leftrightarrow \begin{cases} \Psi_{msd} = L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot I_{mrd} \\ \Psi'_{msq} = L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot I'_{mrq} \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

En remplaçant  $I'_{mrq}$  et  $\Psi'_{msq}$  par leurs expressions (II.20) et (II.21), on obtient alors l'égalité suivante :

$$k_2 \cdot \Psi_{msq} = L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot k_1 \cdot I_{mrq} \quad (\text{II.23})$$

En reprenant l'expression du flux magnétisant statorique d'axe  $q$  (II.15) et en remplaçant cette expression dans l'équation (II.23), on obtient une première relation liant  $k_1$  et  $k_2$  :

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{L_q \cdot (1 - \sigma_q)}{L_d \cdot (1 - \sigma_d)} \quad (\text{II.24})$$

L'énergie magnétique emmagasinée dans l'entrefer de la machine a pour expression :

$$W_{em} = \frac{1}{2} \cdot (\Psi_{msd} \cdot I_{mrd} + \Psi_{msq} \cdot I_{mrq}) \quad (\text{II.25})$$

Après changement de variable, si la machine à pôles lisses équivalente est physiquement identique à la machine d'origine, la même énergie doit nécessairement avoir pour expression :

$$W_{em} = \frac{1}{2} \cdot (\Psi_{msd} \cdot I_{mrd} + \Psi'_{msq} \cdot I'_{mrq}) \quad (\text{II.26})$$

On en déduit une nouvelle relation entre les deux coefficients de transformation  $k_1$  et  $k_2$  :

$$\Psi'_{msq} \cdot I'_{mrq} = \Psi_{msq} \cdot I_{mrq} \quad \Rightarrow \quad k_1 \cdot k_2 = 1 \quad (\text{II.27})$$

La transformation est maintenant complète et unique. On peut définir un seul coefficient pour la transformation que l'on note  $k$  :

$$k = k_1 = \sqrt{\frac{L_q \cdot (1 - \sigma_q)}{L_d \cdot (1 - \sigma_d)}} \quad (\text{II.28})$$

Dans la suite, on appellera  $k$  le coefficient de saillance de la machine.

### 3.3.2 Modèle saturé à un seul coefficient de saturation

Après transformation, le vecteur flux magnétisant équivalent statorique et le vecteur courant magnétisant équivalent rotorique sont colinéaires. Il est donc possible de définir un seul coefficient de saturation  $K_s(I'_{mr})$  liant ces deux grandeurs. Ce coefficient de saturation, représenté par une fonction non linéaire modifie la valeur du flux en fonction de la valeur du courant magnétisant :

$$\underline{\Psi}'_{ms} = K_s(I'_{mr}) \cdot L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot \underline{I}'_{mr} \quad (\text{II.29})$$

$$I'_{mr} = \sqrt{I_{mrd}^2 + k^2 \cdot I_{mrq}^2} \quad (\text{II.30})$$

Le coefficient de saillance  $k$ , qui apparaît dans l'expression du courant magnétisant rotorique équivalent (II.30), sera considéré dans la suite comme indépendant de la saturation. Nous vérifierons cette hypothèse dans le chapitre suivant.

Les flux magnétisants statoriques d'axe  $d$  et d'axe  $q$  s'écrivent en fonction du coefficient de saturation  $K_s$  :

$$\begin{aligned}\Psi_{msd} &= K_s(I'_{mr}) \cdot L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot I_{mrd} \\ \Psi_{msq} &= K_s(I'_{mr}) \cdot L_q \cdot (1 - \sigma_q) \cdot I_{mrq}\end{aligned}\quad (II.31)$$

Il reste maintenant à développer les équations des tensions statoriques et rotoriques et à choisir un vecteur d'état pour pouvoir effectuer des simulations en régime saturé. Nous avons plusieurs possibilités pour le choix du vecteur d'état. Nous allons dans la suite présenter deux modèles. Nous commencerons par développer un modèle où les courants statoriques et les courants magnétisants rotoriques sont choisis comme variables d'état. Nous verrons que dans ce cas, il est nécessaire de connaître la dérivée première du coefficient de saturation  $K_s$ . Nous présenterons ensuite un modèle plus simple où les flux sont choisis comme variables d'état. Dans ce cas, nous montrerons qu'il n'est pas nécessaire de calculer la dérivée du coefficient de saturation à chaque itération.

### 3.4 Modèle saturé où les courants sont choisis comme variables d'état

Nous allons présenter un modèle saturé où le vecteur d'état choisi est composé des courants statoriques et des courants magnétisant rotoriques :

$$X = [i_{sd} \quad i_{sq} \quad I_{mrd} \quad I_{mrq}] \quad (II.32)$$

Nous allons commencer par reprendre les équations des tensions statoriques et rotoriques (I.14) et (I.16) en faisant apparaître les expressions des flux magnétisants statoriques  $\Psi_{msd}$  et  $\Psi_{msq}$ . On obtient alors pour les tensions statoriques :

$$\begin{aligned}u_{sd} &= R_s \cdot i_{sd} + \sigma_d \cdot L_d \cdot \frac{di_{sd}}{dt} + \frac{d\Psi_{msd}}{dt} - \omega_e \cdot \sigma_q \cdot L_q \cdot i_{sq} - \omega_e \cdot \Psi_{msq} \\ u_{sq} &= R_s \cdot i_{sq} + \sigma_q \cdot L_q \cdot \frac{di_{sq}}{dt} + \frac{d\Psi_{msq}}{dt} + \omega_e \cdot \sigma_d \cdot L_d \cdot i_{sd} + \omega_e \cdot \Psi_{msd}\end{aligned}\quad (II.33)$$

Les inductances de fuites  $\sigma_d L_d$  et  $\sigma_q L_q$  ont été sorties des dérivées temporelles car elles sont supposées constantes. Nous avons montré dans les équations (II.18) que les flux totaux rotoriques  $\Psi_{rd}$  et  $\Psi_{rq}$  étaient liés au flux magnétisants statoriques  $\Psi_{msd}$  et  $\Psi_{msq}$  par deux coefficients supposés constants également. On peut donc écrire les équations des tensions rotoriques de la façon suivante :

$$\begin{aligned}0 &= R_{rd} \cdot i_{rd} \cdot \left( \frac{M_d}{L_{rd}} \right) + \frac{d\Psi_{msd}}{dt} \\ 0 &= R_{rq} \cdot i_{rq} \cdot \left( \frac{M_q}{L_{rq}} \right) + \frac{d\Psi_{msq}}{dt}\end{aligned}\quad (II.34)$$

L'association des équations (II.11) et (II.34) permet d'obtenir les expressions suivantes pour les équations des tensions rotoriques :

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{L_d \cdot (1 - \sigma_d)}{T_{rd}} \cdot (I_{m\ rd} - i_{sd}) + \frac{d\Psi_{msd}}{dt} \\ 0 &= \frac{L_q \cdot (1 - \sigma_q)}{T_{rq}} \cdot (I_{m\ rq} - i_{sq}) + \frac{d\Psi_{msq}}{dt} \end{aligned} \quad (II.35)$$

Dans ces équations,  $T_{rd}$  et  $T_{rq}$  représentent respectivement les constantes de temps rotorique d'axe  $d$  et d'axe  $q$  et sont définies de la façon suivante :

$$\begin{aligned} T_{rd} &= \frac{L_{rd}}{R_{rd}} \\ T_{rq} &= \frac{L_{rq}}{R_{rq}} \end{aligned} \quad (II.36)$$

La combinaison des équations (II.33) et (II.35) permet d'obtenir la première partie des équations d'état du modèle saturé :

$$\begin{aligned} \frac{di_{sd}}{dt} &= -\left( \frac{R_s}{\sigma_d \cdot L_d} + \frac{1 - \sigma_d}{\sigma_d \cdot T_{rd}} \right) \cdot i_{sd} + \omega_e \cdot \frac{\sigma_q \cdot L_q}{\sigma_d \cdot L_d} \cdot i_{sq} + \frac{1 - \sigma_d}{\sigma_d \cdot T_{rd}} \cdot I_{m\ rd} \\ &\quad + K_s \cdot \omega_e \cdot \frac{L_q \cdot (1 - \sigma_q)}{\sigma_d \cdot L_d} \cdot I_{m\ rq} + \frac{1}{\sigma_d \cdot L_d} \cdot u_{sd} \end{aligned} \quad (II.37)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{sq}}{dt} &= -\omega_e \cdot \frac{\sigma_d \cdot L_d}{\sigma_q \cdot L_q} \cdot i_{sd} - \left( \frac{R_s}{\sigma_q \cdot L_q} + \frac{1 - \sigma_q}{\sigma_q \cdot T_{rq}} \right) \cdot i_{sq} - K_s \cdot \omega_e \cdot \frac{L_d \cdot (1 - \sigma_d)}{\sigma_q \cdot L_q} \cdot I_{m\ rd} \\ &\quad + \frac{1 - \sigma_q}{\sigma_q \cdot T_{rq}} \cdot I_{m\ rq} + \frac{1}{\sigma_q \cdot L_q} \cdot u_{sq} \end{aligned}$$

Pour obtenir les équations d'état concernant les courants magnétisants rotoriques, il est nécessaire de dériver les flux magnétisants statoriques (II.31) :

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{msd}}{dt} &= L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot \frac{d(K_s \cdot I_{m\ rd})}{dt} \\ \frac{d\Psi_{msq}}{dt} &= L_q \cdot (1 - \sigma_q) \cdot \frac{d(K_s \cdot I_{m\ rq})}{dt} \end{aligned} \quad (II.38)$$

Le développement du calcul de la dérivée des termes entre parenthèses nous donne :

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{msd}}{dt} &= K_s \cdot L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot \frac{d I_{m\ rd}}{dt} + L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot I_{m\ rd} \cdot \frac{dK_s}{dt} \\ \frac{d\Psi_{msq}}{dt} &= K_s \cdot L_q \cdot (1 - \sigma_q) \cdot \frac{d I_{m\ rq}}{dt} + L_q \cdot (1 - \sigma_q) \cdot I_{m\ rq} \cdot \frac{dK_s}{dt} \end{aligned} \quad (II.39)$$

Nous avons vu que le coefficient de saturation  $K_s$  dépend d'un courant magnétisant rotorique équivalent  $I'_{mr}$  dont l'expression est rappelée ci-dessous :

$$K_s = K_s(I'_{mr}) \quad (II.40)$$

$$I'_{mr} = \sqrt{I^2_{mrd} + k^2 \cdot I^2_{mrq}} \quad (II.41)$$

La dérivée du coefficient de saturation par rapport au temps qui apparaît dans les équations (II.39) peut se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{dK_s}{dt} = \frac{dK_s}{dI'_{mr}} \cdot \frac{dI'_{mr}}{dt} \quad (II.42)$$

On définit un coefficient de saturation dynamique que l'on nomme  $K_{sd}$  et qui représente la pente du coefficient de saturation :

$$K_{sd} = \frac{dK_s}{dI'_{mr}} \quad (II.43)$$

En reprenant l'équation (II.42) et en remplaçant le courant magnétisant rotorique équivalent  $I'_{mr}$  par son expression(II.41) on obtient :

$$\frac{dK_s}{dt} = K_{sd} \cdot \frac{1}{I'_{mr}} \cdot \left( I_{mrd} \cdot \frac{dI_{mrd}}{dt} + k^2 \cdot I_{mrq} \cdot \frac{dI_{mrq}}{dt} \right) \quad (II.44)$$

Les expressions des dérivées des flux magnétisants statoriques par rapport au temps sont alors les suivantes :

$$\frac{d\Psi_{msd}}{dt} = L_{dd} \cdot \frac{dI_{mrd}}{dt} + M_{dq} \cdot \frac{dI_{mrq}}{dt} \quad (II.45)$$

$$\frac{d\Psi_{msq}}{dt} = L_{qq} \cdot \frac{dI_{mrq}}{dt} + M_{dq} \cdot \frac{dI_{mrd}}{dt}$$

avec :

$$L_{dd} = L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot \left\{ K_s + K_{sd} \cdot \frac{I_{mrd}^2}{I'_{mr}} \right\} \quad (II.46)$$

$$L_{qq} = L_q \cdot (1 - \sigma_q) \cdot \left\{ K_s + k^2 \cdot K_{sd} \cdot \frac{I_{mrq}^2}{I'_{mr}} \right\} \quad (II.47)$$

$$M_{dq} = L_q \cdot (1 - \sigma_q) \cdot K_{sd} \cdot \frac{I_{mrd} \cdot I_{mrq}}{I'_{mr}} \quad (II.48)$$

Les coefficients d'induction notés  $L_{dd}$ ,  $L_{qq}$  et  $M_{dq}$  qui apparaissent dans ce modèle saturé dépendent à la fois du coefficient de saturation  $K_s$  et du coefficient de saturation dynamique

$K_{sd}$ . Les équations (II.45) montrent qu'il existe en régime saturé, un couplage magnétique entre les enroulements d'axe  $d$  et les enroulements d'axe  $q$  par l'intermédiaire du coefficient  $M_{dq}$ . Pour observer les effets de ce couplage (fem induite), il faut que la machine soit saturée et que les courants  $I_{mrd}$  et  $I_{mrq}$  existent simultanément pour que le coefficient  $M_{dq}$  défini par l'équation (II.48) ne soit pas nul. On trouve dans [VAS 86], une expérience mettant en évidence ce couplage. Les essais ont été réalisés sur une machine asynchrone de 1kW à rotor bobiné. Les enroulements statoriques et rotoriques sont diphasés. Le schéma du montage est donné sur la figure II.3.

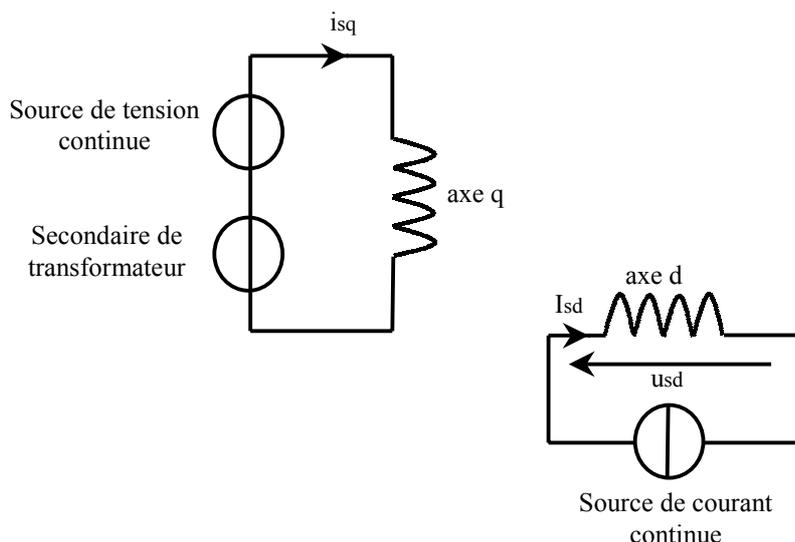


Figure II.3 Mise en évidence de l'effet croisé de saturation

La machine est à l'arrêt. L'enroulement statorique d'axe  $d$  est alimenté par une source de courant continu. L'enroulement statorique d'axe  $q$  est alimenté par une source de tension continue en série avec l'enroulement secondaire d'un transformateur (tension sinusoïdale de faible amplitude). Les enroulements rotoriques non représentés sur ce schéma sont ouverts. On augmente progressivement les courants continus d'axe  $d$  et d'axe  $q$ . Quand ces courants sont suffisants pour saturer la machine, il apparaît aux bornes du bobinage d'axe  $d$  une force électromotrice induite. Cette expérience montre l'existence du couplage magnétique entre deux bobinages placés en quadrature dans l'espace et met en évidence l'effet croisé de saturation.

Pour trouver la deuxième partie des équations d'état du modèle saturé, il faut remplacer les équations (II.45) dans les équations (II.35). On obtient après quelques calculs :

$$\begin{aligned} \frac{d I_{mrd}}{dt} &= \frac{1}{K_s \cdot (K_s + K_{sd} \cdot I'_{mr})} \cdot \left\{ \frac{L_{qq}}{T_{rd} \cdot L_q \cdot (1 - \sigma_q)} \cdot (i_{sd} - I_{mrd}) + \frac{k^2 \cdot M_{dq}}{T_{rq} \cdot L_q \cdot (1 - \sigma_q)} \cdot (I_{mrq} - i_{sq}) \right\} \\ \frac{d I_{mrq}}{dt} &= \frac{1}{K_s \cdot (K_s + K_{sd} \cdot I'_{mr})} \cdot \left\{ \frac{M_{dq}}{T_{rd} \cdot L_q \cdot (1 - \sigma_q)} \cdot (I_{mrd} - i_{sd}) + \frac{L_{dd}}{T_{rq} \cdot L_d \cdot (1 - \sigma_d)} \cdot (i_{sq} - I_{mrq}) \right\} \end{aligned} \quad (II.49)$$

Ces deux équations associées aux équations (II.37) forment le modèle d'état de la machine saturée. Il ne reste alors qu'à exprimer le couple en fonction des variables d'état :

$$T_{em} = p \cdot \left\{ \begin{array}{l} (\sigma_d \cdot L_d - \sigma_q \cdot L_q) \cdot i_{sd} \cdot i_{sq} + K_s \cdot L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot I_{mrd} \cdot i_{sq} \\ - K_s \cdot L_q \cdot (1 - \sigma_q) \cdot I_{mrq} \cdot i_{sd} \end{array} \right\} \quad (II.50)$$

On trouve les équations du modèle non saturé en posant  $K_s = 1$  et  $K_{sd} = 0$  dans les équations précédentes, ce qui correspond à :

$$\begin{aligned} L_{dd} &= L_d \cdot (1 - \sigma_d) \\ L_{qq} &= L_q \cdot (1 - \sigma_q) \\ M_{dq} &= 0 \end{aligned} \quad (II.51)$$

L'organigramme de simulation de la machine saturée utilisant les courants comme variables d'état, est indiqué sur la figure II.4. A chaque pas de calcul, on détermine la valeur du coefficient de saturation  $K_s$  et la valeur du coefficient de saturation  $K_{sd}$  qui dépendent du courant magnétisant rotorique équivalent  $I'_{mr}$ . La méthode d'intégration numérique choisie pour résoudre les équations différentielles est la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4.

Dans ce modèle, il est nécessaire de calculer à chaque itération la valeur du coefficient de saturation dynamique  $K_{sd}$ . La fonction mathématique représentant le coefficient de saturation  $K_s$  doit par conséquent être continue et dérivable au moins une fois. Ceci nécessite l'emploi de fonction relativement complexe. En effet, il faut que la fonction représentant  $K_s$  soit très plate et égale à 1 dans la partie correspondante au fonctionnement non saturée de telle sorte que sa dérivée soit proche de zéro dans toute cette partie. On utilise pour cela des rapports de polynômes d'ordre 4 ou plus [WID 69].

Pour éviter d'avoir à calculer la valeur du coefficient de saturation dynamique  $K_{sd}$  à chaque itération, on peut choisir un vecteur d'état où ce coefficient n'apparaît pas dans le modèle saturé. Nous allons voir que c'est le cas si l'on choisit les flux comme variables d'état.

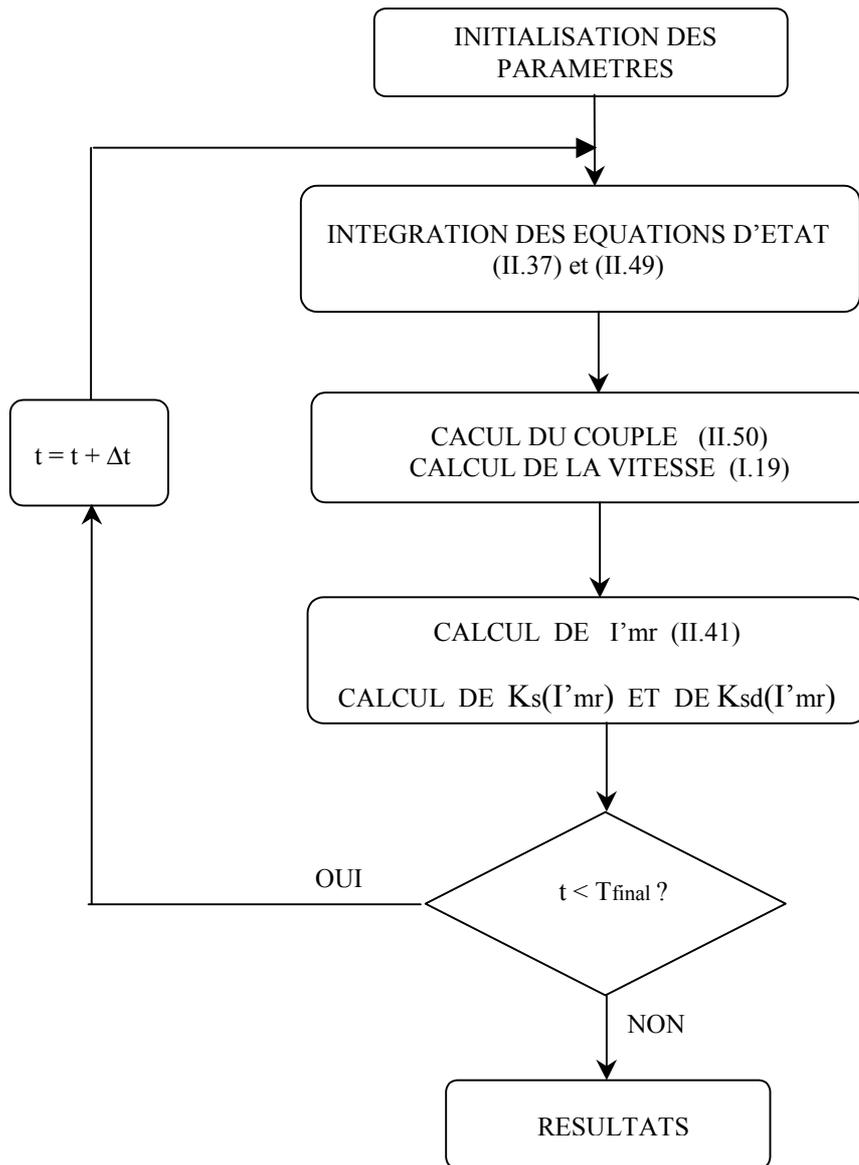
### 3.5 Modèle saturé où les flux sont choisis comme variables d'état

Nous allons présenter dans ce paragraphe, un modèle saturé où le vecteur d'état choisi est composé des flux totaux statoriques et des flux magnétisant statoriques :

$$X = [ \Psi_{sd} \quad \Psi_{sq} \quad \Psi_{msd} \quad \Psi_{msq} ] \quad (II.52)$$

On rappelle les expressions des flux totaux statoriques :

$$\begin{aligned} \Psi_{sd} &= \sigma_d \cdot L_d \cdot i_{sd} + \Psi_{msd} \\ \Psi_{sq} &= \sigma_q \cdot L_q \cdot i_{sq} + \Psi_{msq} \end{aligned} \quad (II.53)$$



**Figure II.4.** Organigramme de simulation.

*Les courants sont les variables d'état*

A l'aide de ces deux expressions et des équations des tensions statoriques (I.14), on obtient les deux premières équations d'état du modèle :

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{sd}}{dt} &= -\frac{R_s}{\sigma_d \cdot L_d} \cdot \Psi_{sd} + \omega_e \cdot \Psi_{sq} + \frac{R_s}{\sigma_d \cdot L_d} \cdot \Psi_{msd} + u_{sd} \\ \frac{d\Psi_{sq}}{dt} &= -\omega_e \cdot \Psi_{sd} - \frac{R_s}{\sigma_q \cdot L_q} \cdot \Psi_{sq} + \frac{R_s}{\sigma_q \cdot L_q} \cdot \Psi_{msq} + u_{sq} \end{aligned} \quad (\text{II.54})$$

Les deux équations d'état concernant les flux magnétisant statoriques s'obtiennent à partir des équations des tensions rotoriques développées précédemment :

$$\begin{aligned}
 0 &= \frac{L_d \cdot (1 - \sigma_d)}{T_{rd}} \cdot (I_{m\ rd} - i_{sd}) + \frac{d\Psi_{msd}}{dt} \\
 0 &= \frac{L_q \cdot (1 - \sigma_q)}{T_{rq}} \cdot (I_{m\ rq} - i_{sq}) + \frac{d\Psi_{msq}}{dt}
 \end{aligned}
 \tag{II.55}$$

En remplaçant dans ces deux équations, les différents courants par leurs expressions en fonction des flux :

$$\begin{aligned}
 i_{sd} &= \frac{1}{\sigma_d \cdot L_d} \cdot (\Psi_{sd} - \Psi_{msd}) & I_{m\ rd} &= \frac{1}{K_s \cdot L_d \cdot (1 - \sigma_d)} \cdot \Psi_{msd} \\
 i_{sq} &= \frac{1}{\sigma_q \cdot L_q} \cdot (\Psi_{sq} - \Psi_{msq}) & I_{m\ rq} &= \frac{1}{K_s \cdot L_q \cdot (1 - \sigma_q)} \cdot \Psi_{msq}
 \end{aligned}
 \tag{II.56}$$

on obtient alors les deux dernières équations du vecteur d'état :

$$\begin{aligned}
 \frac{d\Psi_{msd}}{dt} &= \frac{1 - \sigma_d}{\sigma_d \cdot T_{rd}} \cdot \Psi_{sd} - \left( \frac{1}{K_s \cdot T_{rd}} + \frac{1 - \sigma_d}{\sigma_d \cdot T_{rd}} \right) \cdot \Psi_{msd} \\
 \frac{d\Psi_{msq}}{dt} &= \frac{1 - \sigma_q}{\sigma_q \cdot T_{rq}} \cdot \Psi_{sq} - \left( \frac{1}{K_s \cdot T_{rq}} + \frac{1 - \sigma_q}{\sigma_q \cdot T_{rq}} \right) \cdot \Psi_{msq}
 \end{aligned}
 \tag{II.57}$$

L'expression du couple électromagnétique s'écrit simplement :

$$T_{em} = p \cdot (\Psi_{sd} \cdot i_{sq} - \Psi_{sq} \cdot i_{sd})
 \tag{II.58}$$

On remarque que ce modèle est plus simple que celui utilisant les courants comme variables d'état. Il ne nécessite pas la connaissance de la dérivée du coefficient de saturation. On peut donc utiliser deux fonctions simples pour représenter  $K_s$  sans avoir l'obligation d'assurer la continuité de la dérivée entre ces deux fonctions. Une fonction représente le régime non saturé ( $K_s = 1$ ) et l'autre représente le régime saturé.

L'organigramme de simulation de la machine saturé utilisant les flux comme vecteur d'état est indiqué sur la figure II.5. A chaque pas de calcul, on détermine la valeur du coefficient de saturation  $K_s$  qui dépend du courant magnétisant rotorique équivalent  $I'_{mr}$ . Le modèle non saturé s'obtient en posant  $K_s = 1$  dans les équations précédentes.

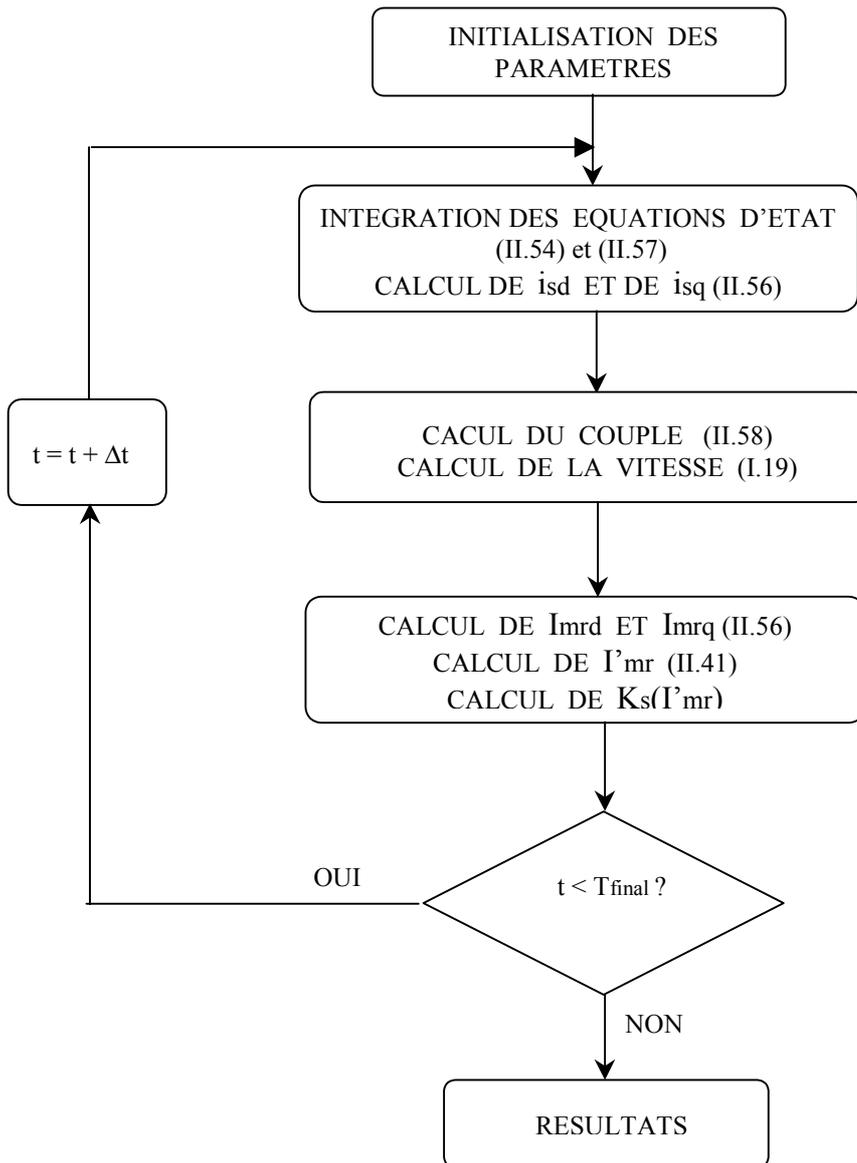


Figure II.5. Organigramme de simulation.  
Les flux sont les variables d'état

### 3.6 Cas particulier de la machine asynchrone

Le modèle saturé que nous avons développé peut s'appliquer à la machine asynchrone en modifiant légèrement les équations précédentes. On passe du modèle saturé de la machine synchrone à réluctance variable à celui de la machine asynchrone en considérant des valeurs identiques pour les paramètres électriques d'axe  $d$  et d'axe  $q$ . Ceci se traduit par les égalités suivantes :

$$\begin{aligned}L_d &= L_q = L_s \\ \sigma_d &= \sigma_q = \sigma \\ T_{rd} &= T_{rq} = T_r\end{aligned}\tag{II.59}$$

Pour la machine asynchrone, le coefficient de saillance  $k$  défini par l'équation (II.28) est évidemment égal à un :

$$k = \sqrt{\frac{L_q \cdot (1 - \sigma_q)}{L_d \cdot (1 - \sigma_d)}} = 1\tag{II.60}$$

On obtient le modèle saturé de la machine asynchrone sous la forme d'équations d'état en reprenant les équations du paragraphe 3.5 (si l'on choisit les flux comme variables d'état) et en respectant les égalités précédentes.

Le modèle ainsi obtenu ne fait apparaître que 5 paramètres électriques, les 4 paramètres classiques que sont  $R_s$ ,  $L_s$ ,  $\sigma$  et  $T_r$  et le coefficient de saturation  $K_s$ . Tous ces paramètres sont mesurables.

#### **4. Conclusion**

Nous avons développé dans ce chapitre un nouveau modèle saturé de la machine synchrone à réluctance variable. Ce modèle est basé sur une modification des équations de Park. Il est destiné à être utilisé pour la simulation de l'ensemble convertisseur-machine-commande. Ce nouveau modèle ne fait apparaître que des paramètres électriques mesurables ( $R_s$ ,  $L_d$ ,  $\sigma_d$ ,  $T_{rd}$ ,  $L_q$ ,  $\sigma_q$ ,  $T_{rq}$  et  $K_s$ ). Nous avons obtenu ce résultat en totalisant les fuites magnétiques du côté du stator plutôt que de les répartir de chaque côté de l'entrefer. Ce modèle saturé présente également l'avantage d'être simple. Les effets de la saturation magnétique ne sont représentés que par un seul coefficient noté  $K_s$  qui dépend du courant magnétisant rotorique équivalent. Ce coefficient de saturation peut représenter aussi bien la caractéristique magnétique d'axe  $d$  (faible entrefer) que la caractéristique magnétique d'axe  $q$  (entrefer important). Pour définir ce coefficient de saturation unique, nous avons utilisé une transformation mathématique permettant de convertir une machine présentant une anisotropie magnétique en une machine isotrope équivalente. Nous avons également montré que ce modèle saturé peut s'appliquer à la machine asynchrone.

Nous allons dans le chapitre suivant, effectuer un certain nombre d'essais sur une machine à réluctance dont les caractéristiques sont données dans l'annexe 1. L'objectif est de comparer les résultats de simulation aux résultats expérimentaux pour étudier la validité du modèle saturé développé dans ce chapitre.

## **CHAPITRE III**

<p><b>ETUDE DE LA VALIDITE DU MODELE SATURE PAR DES ESSAIS EXPERIMENTAUX</b></p>
--



## **1. Introduction**

Dans ce chapitre, nous allons vérifier la validité du modèle saturé que nous avons développé. Pour cela, nous allons confronter des résultats de simulation avec un certain nombre d'essais expérimentaux. Les expériences seront réalisées sur une machine de 600 W dont les caractéristiques sont données dans l'annexe 1.

Nous commencerons par identifier les paramètres électriques de la machine par deux méthodes différentes. Nous utiliserons la valeur de ces paramètres pour effectuer les simulations.

A l'aide du modèle saturé, nous prédéterminerons la caractéristique magnétique de la machine suivant l'axe  $q$ . Cette caractéristique sera ensuite mesurée et nous comparerons la courbe expérimentale à la courbe théorique. Cette étude permettra de justifier notre choix qui consiste à n'utiliser qu'un seul coefficient de saturation pour modéliser une machine présentant une saillance magnétique.

Nous nous intéresserons ensuite à l'influence de l'effet croisé de saturation sur les caractéristiques de la machine. Nous développerons une méthode de mesure originale permettant de mettre en évidence l'importance de ce phénomène. Nous verrons dans quelles mesures le modèle que nous avons développé permet de prévoir l'effet croisé.

Nous étudierons ensuite les caractéristiques de la machine alimentée directement par le réseau (source de tension). Nous donnerons les courbes du courant absorbé, du rendement et du facteur de puissance en fonction de la puissance utile. Nous montrerons que la saturation améliore la stabilité de la machine en repoussant la limite de décrochage (perte du synchronisme). Après avoir étudié les caractéristiques en régime permanent, nous nous intéresserons à différents régimes transitoires. Nous simulerons des démarrages directs sur le réseau pour différents niveaux de tension (machine non saturée et machine saturée). Nous regarderons également les réponses transitoires en courant et en vitesse lors de l'application d'un échelon de couple résistant. Dans tous les cas, les résultats de simulation seront comparés aux résultats de mesure.

## **2. Identification des paramètres électriques.**

### **2.1 Structure de la machine étudiée**

Une vue en coupe de la machine que nous utilisons pour réaliser les essais expérimentaux est donnée sur la figure III.1 (des photographies sont mises dans l'annexe 1). Le stator est celui d'une machine asynchrone classique. Il est constitué de 36 encoches dans lesquelles sont répartis les bobinages. Le rotor est saillant et possède une cage en cuivre complète (28 barres rectangulaires). Les caractéristiques nominales de la machine sont données dans le tableau suivant.

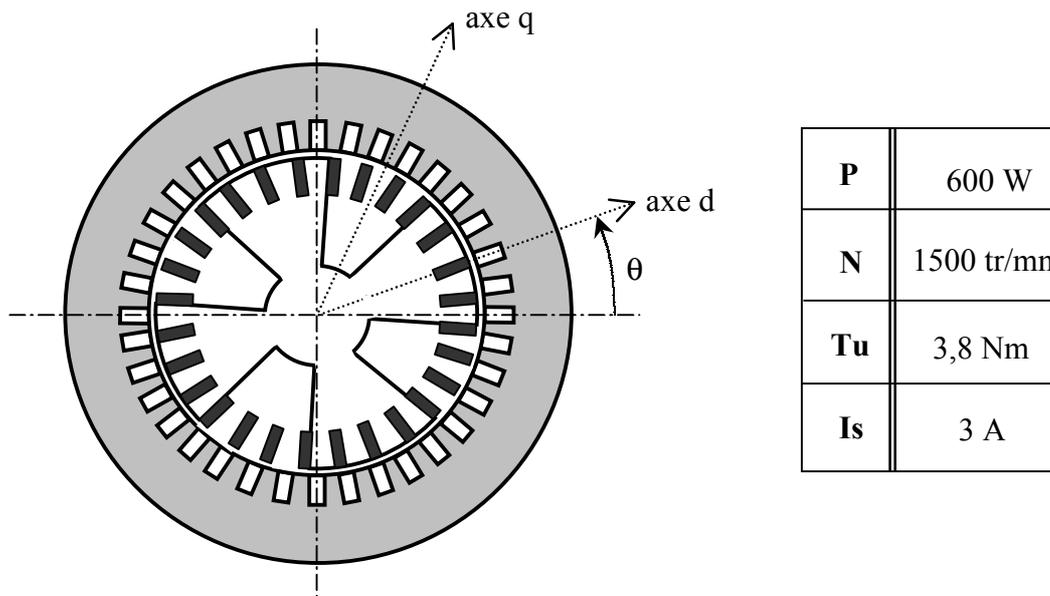


Figure III.1. Structure de la machine

Cette machine est vendue par la société suédoise BEVI (gamme de puissance allant de 400W à 15 kW). Elle est destinée à être alimentée par un réseau triphasé de tensions sinusoïdales ou par un onduleur de tension fonctionnant à  $U/f$  constant. Elle démarre directement sur le réseau grâce à la cage rotorique. Une fois synchronisée (couple réactant), elle conserve une vitesse constante jusqu'au couple nominal. Cependant, du fait de sa structure, elle développe des performances relativement médiocres (facteur de puissance de l'ordre de 0,5 et rendement de 60% au régime nominal).

Nous allons commencer par identifier les paramètres électriques de cette machine. Le modèle saturé que nous avons développé dans le chapitre précédent fait apparaître 8 paramètres électriques. Sur ces 8 paramètres, 7 sont également présents dans le modèle non saturé. Ces 7 paramètres sont rappelés ci-dessous :

- $R_s$  : résistance d'un enroulement statorique;
- $L_d$  : inductance propre statorique d'axe d;
- $\sigma_d$  : coefficient de dispersion suivant l'axe d;
- $T_{rd}$  : constante de temps rotorique d'axe d;
- $L_q$  : inductance propre statorique d'axe q;
- $\sigma_q$  : coefficient de dispersion suivant l'axe q;
- $T_{rq}$  : constante de temps rotorique d'axe q.

Nous allons commencer par identifier ces 7 paramètres en effectuant des essais en régime non saturé (faible niveau de tension ou de courant). On relèvera ensuite les variations du coefficient de saturation  $K_s$  par deux méthodes différentes.

## 2.2 Identification des paramètres non saturés

Pour obtenir la valeur des paramètres non saturés, nous avons réalisé plusieurs essais. Le premier essai consiste à appliquer un échelon de tension continue de faible amplitude aux bornes des enroulements statoriques et à relever l'évolution du courant. On effectue les mesures pour deux positions du rotor. L'une des positions permet d'obtenir les paramètres d'axe  $d$ , l'autre permet d'obtenir les paramètres d'axe  $q$ . Cette méthode d'identification a le mérite d'être simple à mettre en œuvre. Puisque les essais sont effectués à vitesse nulle, les équations électriques associées sont également simples. Cette méthode a été développée il y a une quarantaine d'années [PAW 62] [KAM 68] pour la mesure des constantes de temps transitoires et subtransitoires des machines synchrones de forte puissance (alternateurs de centrale hydraulique).

Pour confirmer la valeur des paramètres obtenus par la méthode de l'échelon de tension, nous avons également effectué des essais en régime sinusoïdal sous tensions réduites (essais à vide et essais à rotor bloqué).

### 2.2.1 Méthode de l'échelon de tension continue

Le schéma du montage est donné sur la figure III.2. On applique un échelon de tension aux bornes des enroulements statoriques et on relève le courant  $i(t)$ . Il faut s'assurer que le niveau de tension n'est pas trop élevé pour ne pas saturer la machine. Pour obtenir les paramètres d'axe  $d$ , on positionne le rotor suivant l'axe magnétique du bobinage 1 (comme indiqué sur la figure III.2). Pour obtenir les paramètres d'axe  $q$ , il suffit de positionner le rotor en quadrature à partir de l'essai précédent. La diode de roue libre permet d'assurer la décroissance du courant lors de l'ouverture de l'interrupteur.

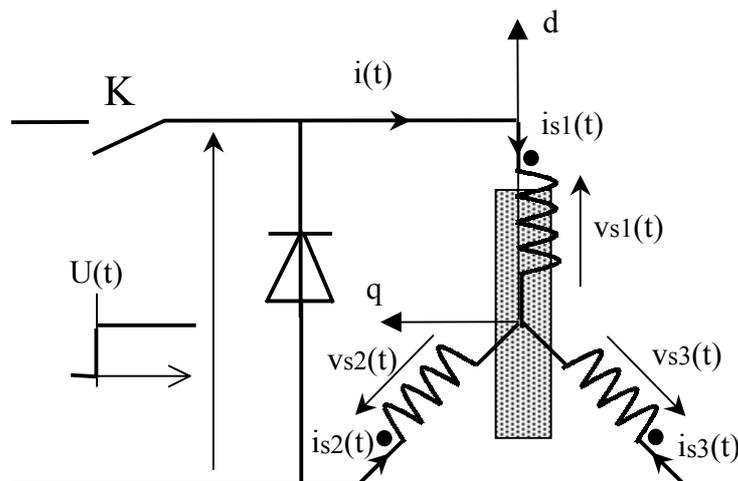


Figure III.2. Schéma du montage pour la méthode de l'échelon

En reliant les enroulements statoriques de cette façon, on assure à chaque instant les égalités suivantes :

$$i_{s1}(t) + i_{s2}(t) + i_{s3}(t) = 0 \quad (\text{III.1})$$

$$v_{s2}(t) = v_{s3}(t) \quad (\text{III.2})$$

De plus, la position symétrique du rotor par rapport aux enroulements statoriques permet d'écrire :

$$i_{s2} = i_{s3} = -\frac{i_{s1}}{2} \quad (\text{III.3})$$

L'intérêt de ce montage est d'assurer une valeur nulle pour le courant homopolaire statorique. Si on applique la transformée de Park définie par la relation (I.13) aux tensions et aux courants statoriques, nous obtenons pour  $\theta_e = 0$  :

$$u_{sd} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot U(t) \quad i_{sd} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot i(t) \quad (\text{III.4})$$

$$u_{sq} = 0 \quad i_{sq} = 0 \quad (\text{III.5})$$

En utilisant les équations du modèle non saturé de la machine développées dans le premier chapitre et en appliquant la transformée de Laplace (la lettre  $s$  représente l'opérateur de Laplace), on arrive à la fonction de transfert du montage :

$$\frac{I_{sd}(s)}{U_{sd}(s)} = \frac{1}{R_s} \cdot \frac{1 + T_{rd} \cdot s}{1 + \left( T_{rd} + \frac{L_d}{R_s} \right) \cdot s + \frac{\sigma_d \cdot L_d \cdot T_{rd}}{R_s} \cdot s^2} \quad (\text{III.6})$$

Si on applique un échelon de tension de valeur  $U$  au montage, le passage à l'originale de l'équation (III.6) permet d'obtenir l'expression temporelle du courant :

$$i(t) = I_0 \cdot \left( 1 - (1 - \beta) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \beta \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \quad (\text{III.7})$$

La réponse en courant se fait en deux temps, une montée rapide de constante de temps  $\tau_1$  correspondant au régime subtransitoire et une montée plus lente de constante de temps  $\tau_2$  correspondant au régime transitoire.

Les paramètres électriques d'axe  $d$  s'obtiennent à partir des grandeurs  $I_0$ ,  $\beta$ ,  $\tau_1$ , et  $\tau_2$  apparaissant dans l'équation (III.7) :

$$R_s = \frac{2}{3} \cdot \frac{U}{I_0} \quad L_d = R_s \cdot (\tau_1 + \tau_2 - T_{rd}) \quad (\text{III.8})$$

$$\sigma_d = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} \quad T_{rd} = \tau_2 + \beta \cdot (\tau_1 - \tau_2) \quad (\text{III.9})$$

Les résultats des mesures du courant  $i(t)$  pour l'essai suivant l'axe  $d$  et l'essai suivant l'axe  $q$  sont donnés sur la figure III.3. Ces essais ont été réalisés pour un échelon de tension de 10 volts. La fréquence d'échantillonnage de la mesure du courant est de 10 kHz.

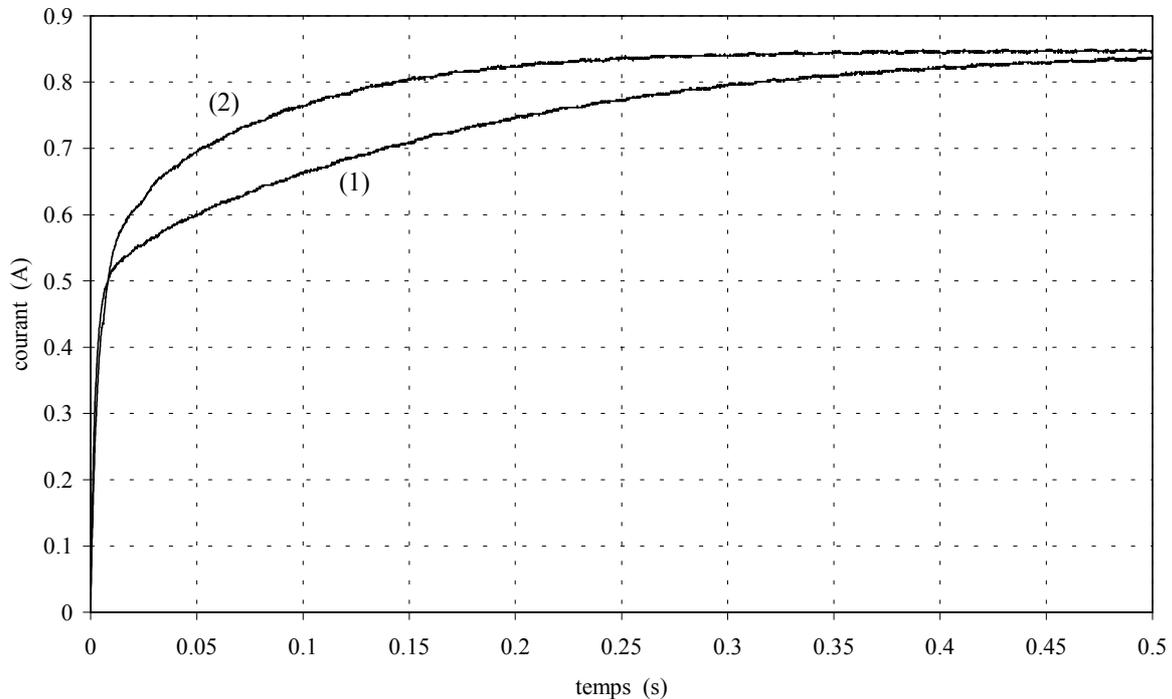


Figure III.3. Méthode de l'échelon de tension, relevé du courant  $i(t)$

(1) Essai suivant l'axe  $d$

(2) Essai suivant l'axe  $q$

En utilisant le solveur d'Excel (méthode du gradient conjugué) et en minimisant le critère quadratique défini par l'équation (III.10) où  $i_{\text{modèle}}$  représente l'équation (III.7), on obtient les 7 paramètres non saturés de la machine.

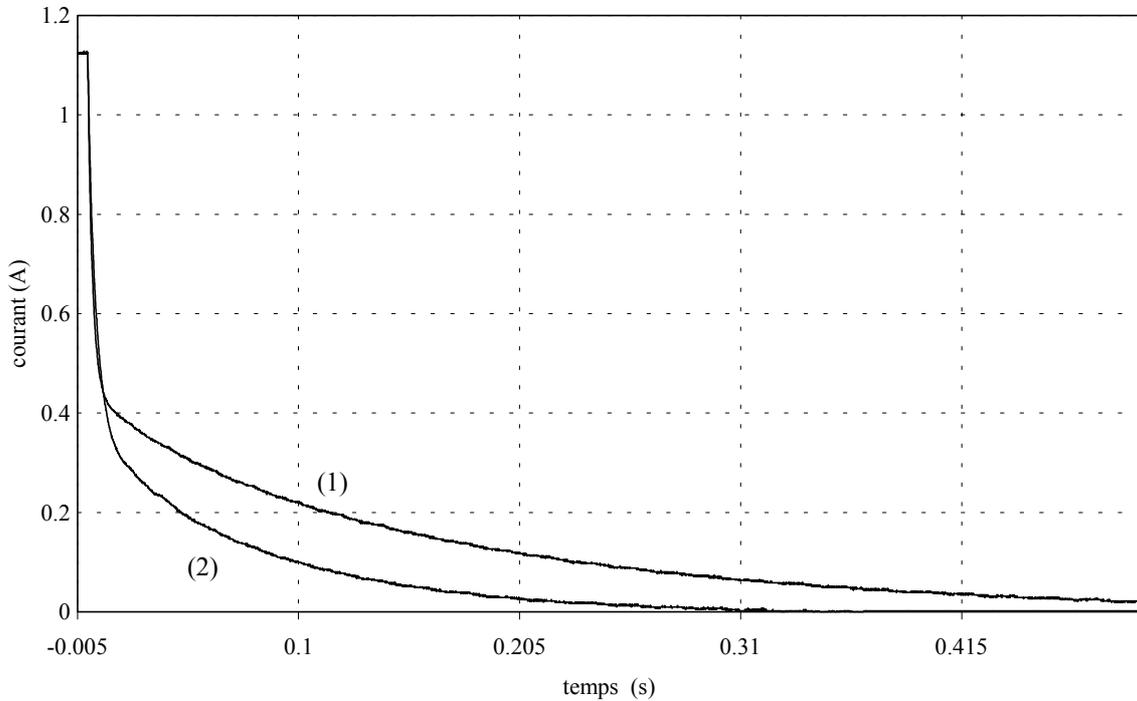
$$J = \sum_{n=1}^{7000} (i_{\text{mesure}} - i_{\text{modèle}})^2 \quad (\text{III.10})$$

Les résultats de l'identification sont donnés dans le tableau III.1. On constate logiquement une valeur plus importante de  $L_d$  par rapport à  $L_q$  et un meilleur couplage magnétique suivant l'axe  $d$  ( $\sigma_d < \sigma_q$ ) :

$R_s$ ( $\Omega$ )	$L_d$ (H)	$\sigma_d$	$T_{rd}$ (s)	$L_q$ (H)	$\sigma_q$	$T_{rq}$ (s)
7,8	0,54	0,056	0,1	0,21	0,2	0,046

Table III.1. Résultats de l'identification;  
Croissance du courant

Pour confirmer ces résultats, nous avons réalisé le même montage mais en étudiant la décroissance du courant à travers un interrupteur de résistance négligeable. Les relevés expérimentaux du courant  $i(t)$  pour l'axe  $d$  et l'axe  $q$  sont donnés sur la figure III.4 :



**Figure III.4.** *Décroissance du courant  $i(t)$*

(1) *Essai suivant l'axe  $d$*       (2) *Essai suivant l'axe  $q$*

Les résultats de l'identification des paramètres pour la décroissance du courant sont donnés dans le tableau III.2. Ces résultats sont pratiquement identiques à ceux obtenus lors de la croissance du courant.

<b><math>R_s</math></b> ( $\Omega$ )	<b><math>L_d</math></b> (H)	<b><math>\sigma_d</math></b>	<b><math>T_{rd}</math></b> (s)	<b><math>L_q</math></b> (H)	<b><math>\sigma_q</math></b>	<b><math>T_{rq}</math></b> (s)
7,9	0,56	0,062	0,096	0,22	0,198	0,052

**Table III.2.** *Résultats de l'identification;  
Décroissance du courant*

Nous allons vérifier la valeur de ces paramètres en procédant à des essais en régime sinusoïdal sous tension réduite.

## 2.2.2 Essais sous tension sinusoïdale réduite

### 2.2.2.1 Essai à vide

La machine est alimentée par une source de tensions sinusoïdales triphasées de fréquence 50Hz et de valeur efficace réglable. Elle est couplée en étoile sans neutre. Elle n'est reliée à aucune charge mécanique. Comme la machine tourne au synchronisme, il n'y a aucun courant induit dans les barres rotoriques. Pour déterminer  $L_d$ , on applique une tension de valeur efficace faible pour ne pas saturer la machine. On mesure la puissance réactive  $Q$ , et la tension d'alimentation  $U_s$ . En négligeant la chute de tension dans la résistance statorique (on a vérifié par le calcul qu'elle était négligeable), on obtient  $L_d$  en appliquant la relation suivante :

$$L_d = \frac{3 \cdot U_s^2}{\omega \cdot Q} \quad (\text{III.11})$$

Nous avons effectué plusieurs essais pour différentes valeurs de la tension d'alimentation. Nous avons conservé les points correspondant au régime non saturé. Les résultats des mesures sont donnés sur la figure III.5 :

Le calcul de la valeur moyenne de  $L_d$  dans la zone non saturée nous donne le résultat suivant :

$$L_d = 0,58 \text{ H} \quad (\text{III.12})$$

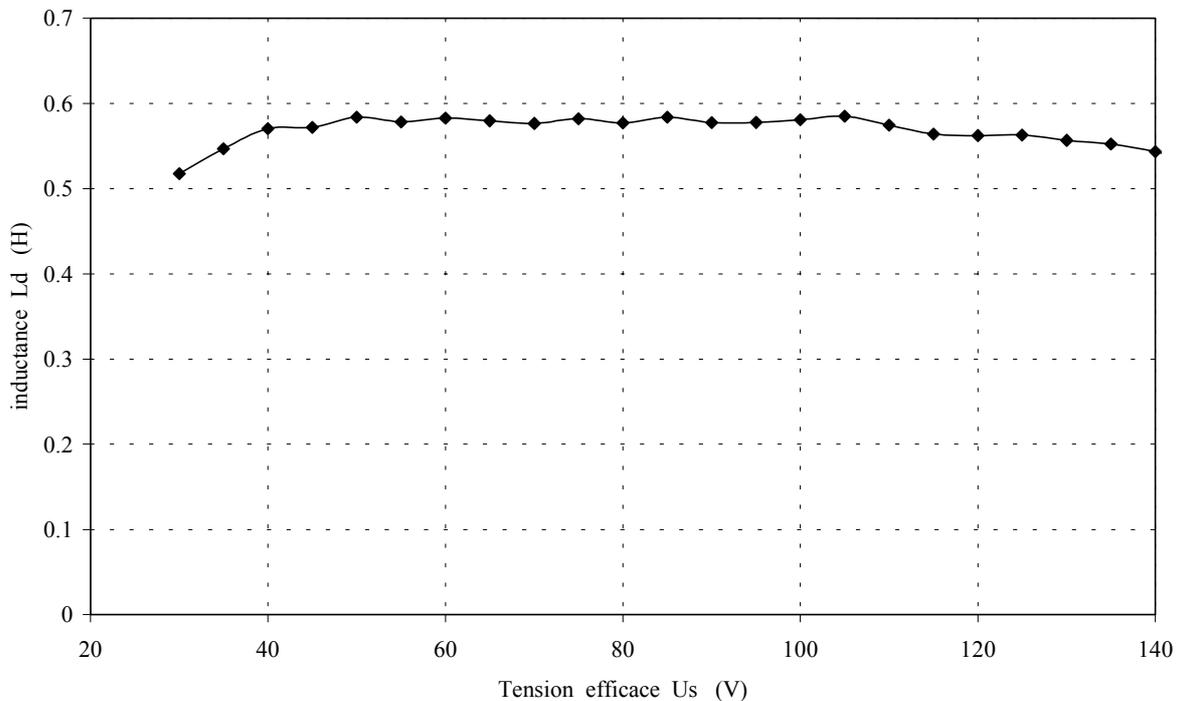


Figure III.5. Mesure de  $L_d$ , essais à vide sous tension réduite

Cette valeur est un peu plus élevée que celle trouvée en utilisant la méthode de l'échelon ( $L_d = 0,54 \text{ H}$ ).

### 2.2.2.2 Essais à rotor bloqué

Les essais à rotor bloqué suivant l'axe  $d$  et suivant l'axe  $q$  vont nous permettre d'obtenir les paramètres  $\sigma_d$ ,  $T_{rd}$ ,  $\sigma_q$ , et  $T_{rq}$ . Le schéma du montage est le même que celui utilisé pour la méthode de l'échelon (figure III.2) en supprimant la diode de roue libre. On alimente le montage en utilisant la tension sinusoïdale monophasée de faible amplitude et de fréquence 50 Hz fournie par un alternostat. On mesure la tension efficace  $U$ , le courant efficace absorbé  $I$ , la puissance active  $P$  et la puissance réactive  $Q$ .

Comme les essais sont effectués sous tension réduite, on considère que les pertes dans le fer sont négligeables. On peut alors reprendre la fonction de transfert (III.6) et l'écrire en régime harmonique :

$$\underline{U}_{sd} = (A + j \cdot B) \cdot \underline{I}_{sd} \quad (\text{III.13})$$

avec :

$$A = R_s + \frac{L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot T_{rd} \cdot \omega^2}{1 + \omega^2 \cdot T_{rd}^2} \quad (\text{III.14})$$

$$B = L_d \cdot \omega - \frac{L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot T_{rd}^2 \cdot \omega^3}{1 + \omega^2 \cdot T_{rd}^2} \quad (\text{III.15})$$

En utilisant la valeur de  $L_d$  obtenue avec l'essai à vide ( $L_d = 0,58 \text{ H}$ ) et en prenant  $R_s = 7,8 \Omega$ , il est possible de calculer  $\sigma_d$  et  $T_{rd}$  à partir des équations (III.14) et (III.15). Pour l'essai suivant l'axe  $d$ , nous avons obtenu les mesures suivantes :

$$U = 50 \text{ V} \quad I = 2 \text{ A} \quad P = 83 \text{ W} \quad Q = 57 \text{ Vars} \quad (\text{III.16})$$

Ce qui nous donne pour  $\sigma_d$  et  $T_{rd}$  :

$$\sigma_d = 0,051 \quad T_{rd} = 0,093 \text{ s} \quad (\text{III.17})$$

De la même façon, l'essai suivant l'axe  $q$  a donné les résultats suivants :

$$U = 50 \text{ V} \quad I = 1,85 \text{ A} \quad P = 59 \text{ W} \quad Q = 69 \text{ Vars} \quad (\text{III.18})$$

Ce qui nous donne pour  $\sigma_q$  et  $T_{rq}$  (en prenant  $R_s = 7,8 \Omega$  et  $L_q = 0,21 \text{ H}$ ) :

$$\sigma_q = 0,203 \quad T_{rq} = 0,043 \text{ s} \quad (\text{III.19})$$

Ces résultats confirment ceux obtenus par la méthode utilisant l'échelon de tension. Nous avons tracé sur la figure III.6, les variations des inductances de fuites totalisées au stator

( $\sigma_d.L_d$  et  $\sigma_q.L_q$ ) en fonction du courant statorique. Pour ces essais, nous nous sommes limités à deux fois le courant nominal. On constate que les inductances de fuites totalisées au stator varient légèrement avec la valeur efficace du courant statorique.

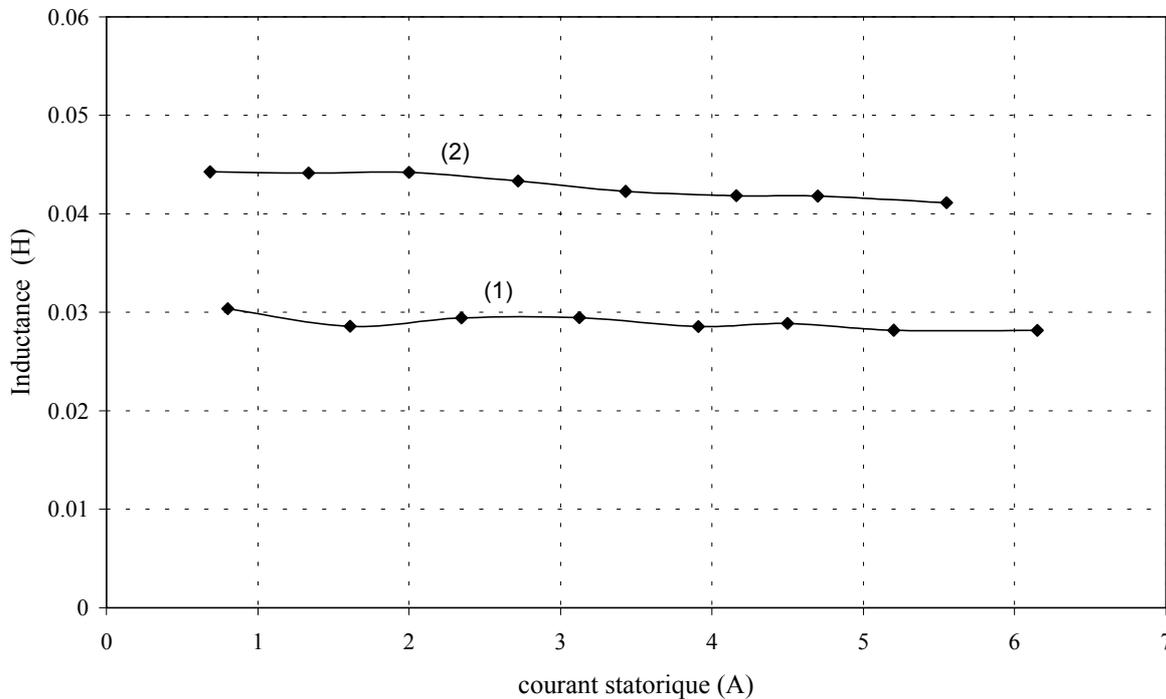


Figure III.6. Essais à rotor bloqué. Inductances de fuites en fonction du courant statorique, (1)  $\sigma_d.L_d$  (2)  $\sigma_q.L_q$

### 2.3 Identification du coefficient de saturation $K_s$

Pour obtenir les variations du coefficient de saturation  $K_s$ , nous avons utilisé deux méthodes différentes. La première méthode consiste à reprendre l'essai correspondant à l'échelon de tension continue mais en appliquant des niveaux suffisants pour saturer la machine. Pour la seconde méthode, nous utilisons à nouveau l'essai à vide en augmentant progressivement la tension d'alimentation jusqu'à 1,2 fois la tension nominale. Nous allons développer ces deux méthodes et donner les résultats des mesures. Nous chercherons ensuite une fonction mathématique permettant de représenter au mieux le coefficient de saturation  $K_s$ .

#### 2.3.1 Méthode de l'échelon

Nous utilisons à nouveau le montage de la figure III.2 (essai suivant l'axe  $d$ ). On applique un échelon de tension continue de valeur suffisante pour saturer la machine et on relève le courant  $i(t)$ . On calcule l'évolution temporelle du flux magnétique en utilisant la relation (III.20). Cette relation reste valable en régime saturé.

$$\Psi_{sd}(t) = \int_0^t (u_{sd} - R_s \cdot i_{sd}) \cdot dt' \quad (III.20)$$

Pour faire le calcul de l'intégrale, on utilise une méthode numérique (méthode des trapèzes). Pour que la valeur du flux converge vers une valeur finie en régime établi, il faut connaître précisément la valeur de  $R_s$  (la résistance varie avec la température au fur et à mesure des essais). Comme nous effectuons le calcul de l'équation (III.20) hors ligne, nous avons adapté à chaque fois la valeur de  $R_s$  pour aboutir à la solution.

Connaissant la valeur finale du flux  $\Psi_{sd}$  et la valeur finale du courant  $I_{sd}$ , la valeur du coefficient de saturation s'obtient en appliquant l'équation (III.21) :

$$K_s(I'_{mr}) = \frac{\Psi_{sd} - \sigma_d \cdot L_d \cdot I_{sd}}{L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot I_{sd}} \quad \text{avec} \quad I'_{mr} = I_{sd} \quad (III.21)$$

Nous avons effectué plusieurs essais et nous avons tracé l'évolution du coefficient de saturation en fonction de  $I'_{mr}$ . Les résultats sont donnés sur la figure III.8.

### 2.3.2 Essai à vide

Le principe de l'essai à vide a été développé précédemment. Les équations relatives à cet essai en utilisant le modèle saturé sont les suivantes (comme le couple résistant est pratiquement nul, on considère que le courant  $I_{sq} = 0$ ) :

$$U_{sd} = R_s \cdot I_{sd} \quad (III.22)$$

$$U_{sq} = \sigma_d \cdot L_d \cdot \omega_e \cdot I_{sd} + K_s(I'_{mr}) \cdot L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot \omega_e \cdot I_{sd} \quad (III.23)$$

Pour différentes valeurs de la tension d'alimentation, on mesure la puissance réactive  $Q$  et le courant absorbé par la machine. On calcule ensuite le coefficient de saturation  $K_s$  en utilisant la relation suivante:

$$K_s(I'_{mr}) = \frac{Q - 3 \cdot \sigma_d \cdot L_d \cdot \omega_e \cdot I_{sd}^2}{3 \cdot L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot \omega_e \cdot I_{sd}^2} \quad (III.24)$$

$$I'_{mr} = I_{sd} = \sqrt{3} \cdot I_s \quad (III.25)$$

Les résultats des mesures sont donnés sur la figure III.8. On peut constater sur cette figure que les deux méthodes de mesure du coefficient de saturation (méthode de l'échelon et essai à vide) donnent des résultats pratiquement identiques. Il reste maintenant à trouver une fonction mathématique pour représenter le coefficient de saturation.

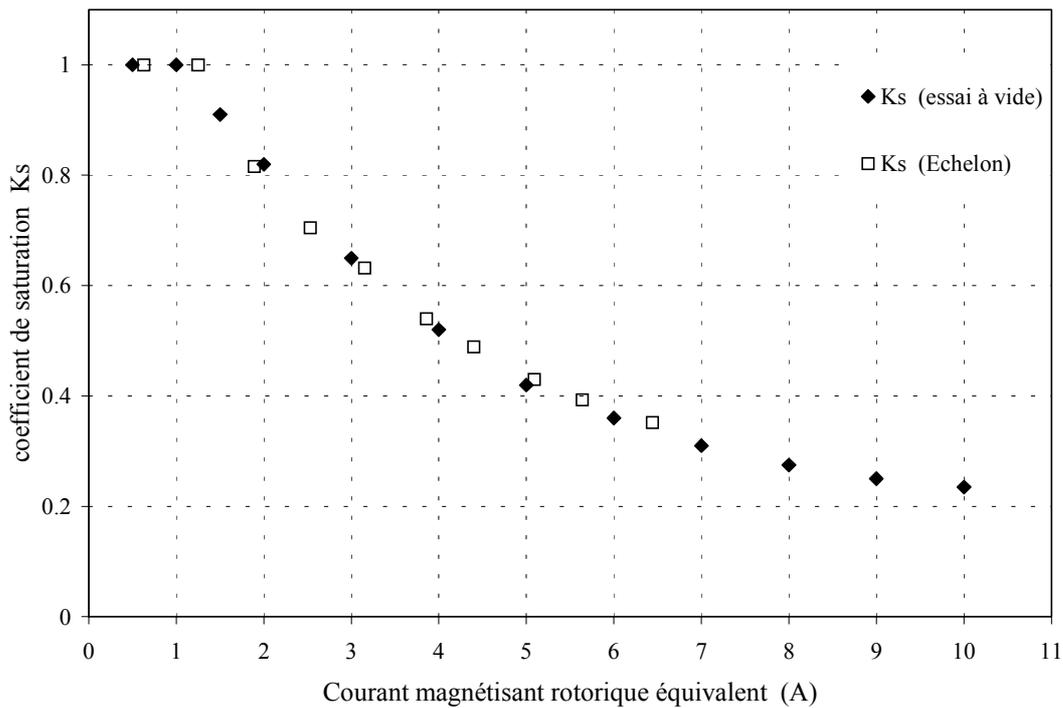


Figure III.8. Mesure du coefficient de saturation  $K_s$  par deux méthodes différentes

### 2.3.3 Représentations mathématiques du coefficient de saturation $K_s$

En fonction des variables d'état utilisées pour le modèle saturé, on est amené à choisir des fonctions mathématiques différentes pour représenter le coefficient de saturation. En effet, nous avons vu dans le deuxième chapitre que si l'on choisit les courants comme variables d'état, il est nécessaire de calculer la valeur du coefficient de saturation dynamique  $K_{sd}$  à chaque itération. Dans ce cas, la fonction mathématique représentant le coefficient de saturation  $K_s$  doit être continue et dérivable au moins une fois sur toute sa plage de variation (régime saturé et non saturé). Ceci nécessite l'emploi d'une fonction relativement complexe [WID 69]. Dans le cas où les flux sont choisis comme variables d'état, nous avons vu que la dérivée du coefficient de saturation n'apparaît pas dans le modèle. On peut donc définir le coefficient de saturation par morceaux (sans assurer la continuité de la dérivée). Nous proposons ci-dessous deux types de fonctions mathématiques suivant le modèle choisi.

#### 2.3.3.1 Modèle où les courants sont choisis comme variables d'état

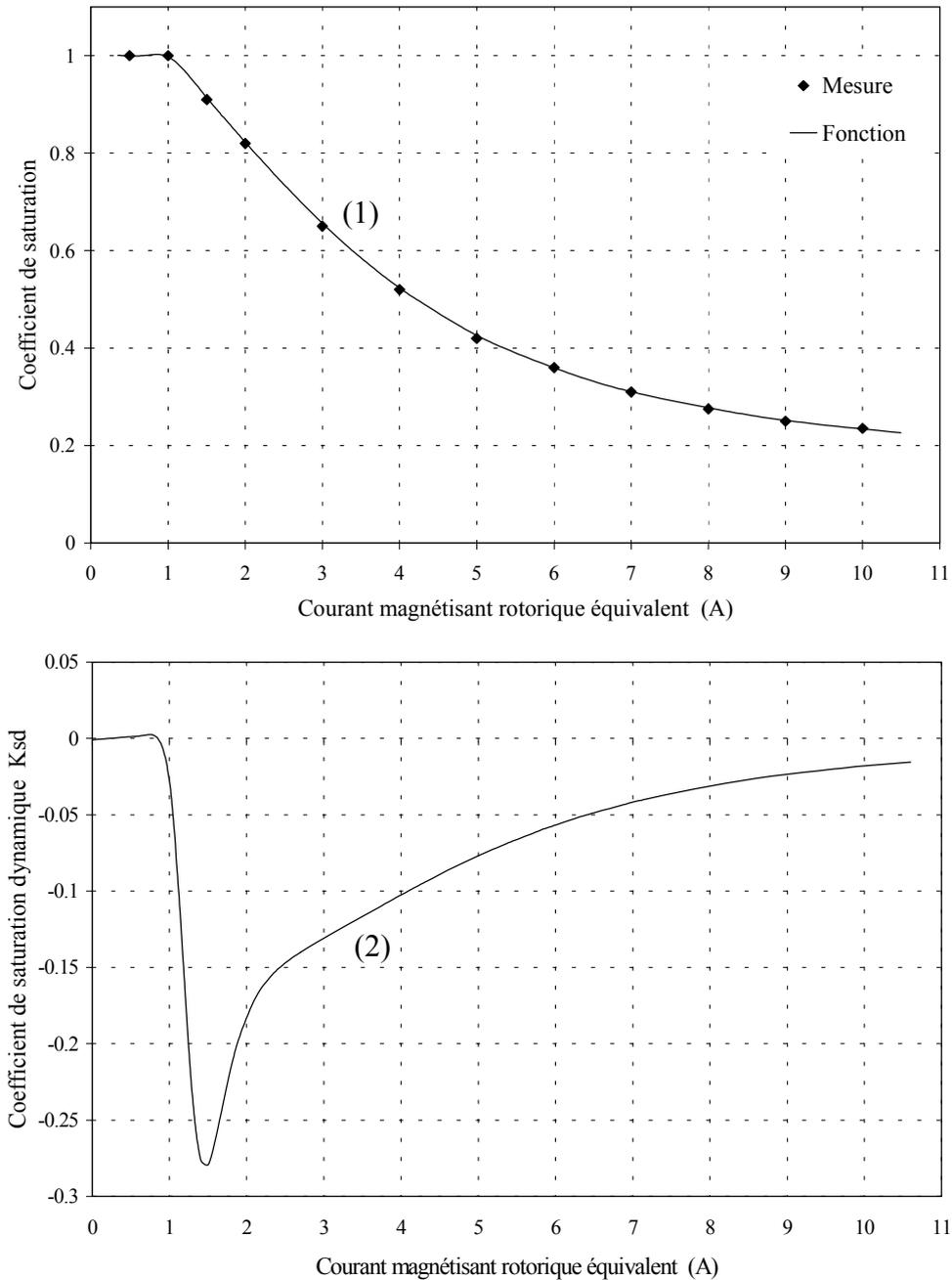
Nous avons choisi comme fonction mathématique, un rapport de polynômes d'ordre 4 (III.26). En dessous de cet ordre, nous avons constaté que la fonction n'est pas suffisamment "plate" dans la zone non saturée.

$$K_s(I'_{mr}) = \frac{1 + a \cdot I'_{mr} + b \cdot I'^2_{mr} + c \cdot I'^3_{mr} + d \cdot I'^4_{mr}}{1 + e \cdot I'_{mr} + f \cdot I'^2_{mr} + g \cdot I'^3_{mr} + h \cdot I'^4_{mr}} \quad (\text{III.26})$$

A partir des résultats expérimentaux donnés sur la figure III.8 et en utilisant un logiciel d'approximation de fonctions (CurvExpert), on obtient les paramètres de l'équation (III.26) :

$$\begin{aligned} a &= -1,376 & c &= -0,0247 & e &= -1,381 & g &= -0,080 \\ b &= 0,586 & d &= 0,005 & f &= 0,619 & h &= 0,033 \end{aligned} \quad (III.27)$$

Le tracé de cette fonction est donné sur la figure III.9. Le coefficient de saturation dynamique  $K_{sd}$  (dérivée de la fonction (III.26)) est également représenté sur cette figure.



**Figure III.9.** (1) Coefficient de saturation  $K_s$   
(2) Coefficient de saturation dynamique  $K_{sd}$

### 2.3.3.2 Modèle où les flux sont choisis comme variables d'état

On peut dans ce cas décomposer le coefficient de saturation en deux parties. Une partie pour la zone non saturée et une partie pour la zone saturée :

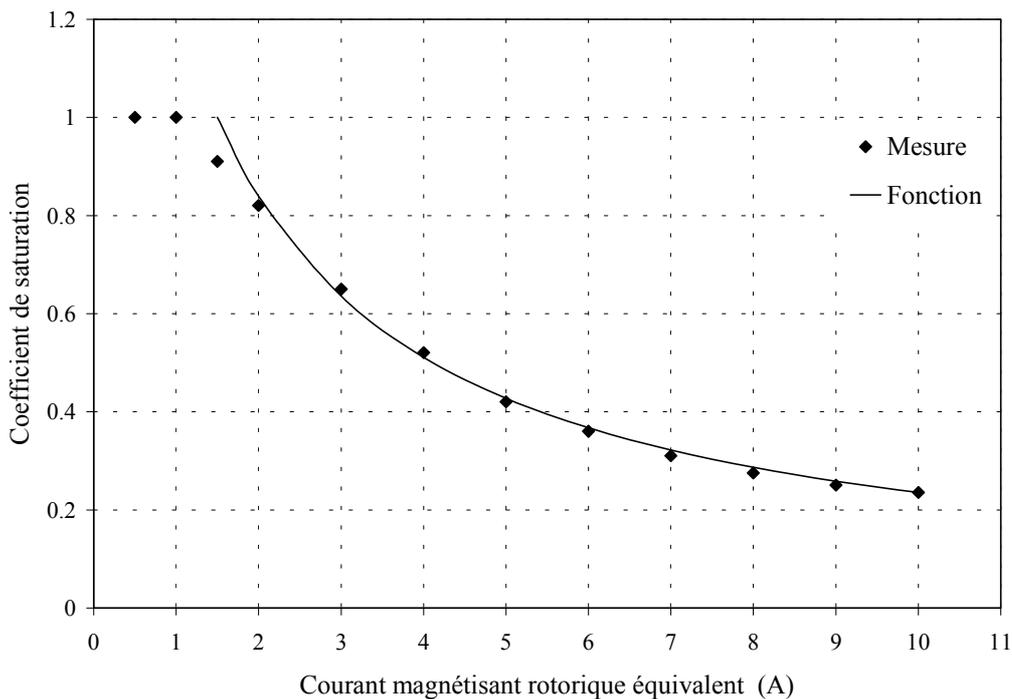
$$K_s = 1 \quad I'_{mr} \leq 1,5A \quad (III.28)$$

$$K_s = \frac{a}{1 + b \cdot I'_{mr}} \quad I'_{mr} > 1,5A \quad (III.29)$$

A partir des résultats expérimentaux de la figure III.8 et en utilisant le logiciel CurvExpert, nous obtenons les paramètres a et b :

$$a = 2,35 \quad b = 0,9 \quad (III.30)$$

Le tracé de cette fonction est donné sur la figure III.10. Il est évident que pour le modèle saturé où les flux sont les variables d'état, on peut également utiliser la fonction de saturation définie par l'équation (III.26).



**Figure III.10.** Fonction d'approximation pour le coefficient de saturation  $K_s$

## 2.4 Conclusion

A partir des équations du modèle saturé développé dans le deuxième chapitre et en réalisant des essais simples, nous avons obtenu l'ensemble des paramètres électriques de la machine

saturée. La méthode de l'échelon et les essais en régime sinusoïdal, sous faible tension, ont donné des résultats très proches pour la valeur des paramètres non saturés. Lors de l'identification, Il faut bien dissocier les essais réalisés sous tension ou courant faible, correspondant à un régime de fonctionnement non saturé et permettant d'obtenir 7 paramètres ( $R_s, L_d, \sigma_d, Tr_d, L_q, \sigma_q, Tr_q$ ) des essais en régime saturé permettant d'obtenir le coefficient de saturation  $K_s$ . Dans la suite nous utiliserons les paramètres non saturés du tableau III.1. Nous allons maintenant étudier la validité du modèle saturé. Pour cela, nous allons comparer un certain nombre de résultats expérimentaux à des résultats de simulation. Nous allons commencer par déterminer la caractéristique magnétique d'axe  $q$  de la machine en utilisant le modèle saturé.

### 3. Détermination de la caractéristique magnétique d'axe $q$

#### 3.1 Prédétermination théorique

Nous avons mesuré la caractéristique magnétique d'axe  $d$  pour identifier le coefficient de saturation  $K_s$ . En utilisant les équations du modèle saturé, nous allons pouvoir prédéterminer la caractéristique magnétique d'axe  $q$   $\Psi_{sq}(I_{sq})$ . Pour obtenir cette caractéristique, nous avons besoin du coefficient de saturation  $K_s$  et des paramètres non saturés  $\sigma_q$  et  $L_q$  qui ont été identifiés précédemment. On se place dans le cas où les courants rotoriques et le courant statorique  $I_{sd}$  sont nuls. Le seul courant existant dans la machine est le courant statorique  $I_{sq}$ . L'expression du flux statorique d'axe  $q$  et l'expression du courant magnétisant rotorique équivalent sont les suivantes :

$$\Psi_{sq} = \sigma_q \cdot L_q \cdot I_{sq} + K_s(I'_{mr}) \cdot L_q \cdot (1 - \sigma_q) \cdot I_{sq} \quad (III.31)$$

$$I'_{mr} = k \cdot I_{sq} \quad (III.32)$$

Dans l'équation (III.32),  $k$  représente le coefficient de saillance que nous avons supposé constant et qui a pour valeur :

$$k = \sqrt{\frac{L_q \cdot (1 - \sigma_q)}{L_d \cdot (1 - \sigma_d)}} = 0,574 \quad (III.33)$$

Pour obtenir la caractéristique magnétique d'axe  $q$ , on calcule la valeur du coefficient de saturation à partir de la relation (III.26) et on remplace cette valeur dans l'équation (III.31), ceci pour chaque valeur de  $I_{sq}$ . Cette caractéristique théorique est représentée sur la figure III.11 (en trait continu).

#### 3.2 Relevé expérimental

Pour mesurer la caractéristique magnétique d'axe  $q$ , nous avons à nouveau utilisé le montage de la figure III.2 en positionnant le rotor en quadrature par rapport à l'axe magnétique du

bobinage 1. Nous avons appliqué des échelons de tension de niveau suffisant pour saturer la machine. Le protocole expérimental et les calculs sont les mêmes que ceux suivis pour la mesure de la caractéristique magnétique d'axe  $d$  (calcul du flux par une méthode d'intégration numérique). Nous avons tracé les résultats expérimentaux sur la figure III.11 (losange).

On peut constater sur cette figure une bonne corrélation entre la prédétermination théorique et l'expérience (erreur inférieure à 7%). Ce premier résultat important valide le choix que nous avons fait dans le deuxième chapitre : on peut utiliser un seul coefficient de saturation pour modéliser une machine présentant une saillance magnétique. Le coefficient de saturation  $K_s$  permet donc de caractériser aussi bien la machine suivant l'axe  $d$  que suivant l'axe  $q$ . On peut également dire que l'hypothèse d'un coefficient de saillance  $k$  indépendant de la saturation semble correcte (au moins pour cet essai). Ce coefficient de saillance intervient dans la prédétermination de la caractéristique magnétique d'axe  $q$  par l'intermédiaire de l'équation (III.32).

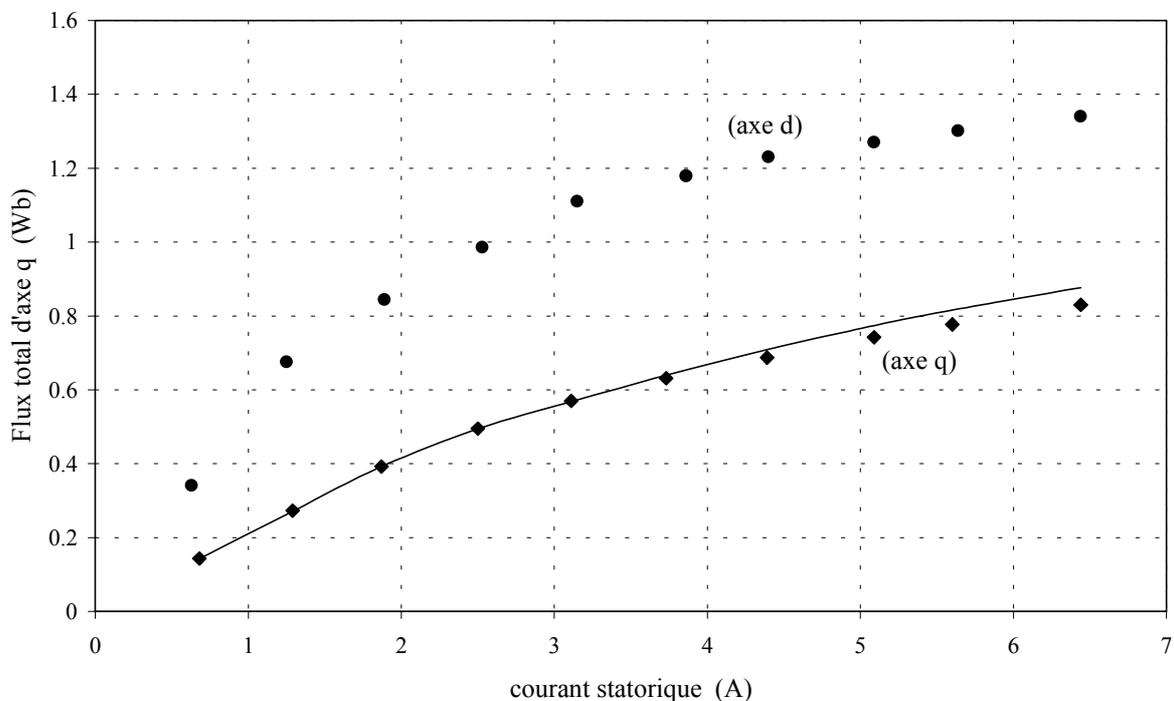


Figure III.11. Caractéristique magnétique d'axe  $q$

— Prédétermination théorique    ◆ Expérience

Pour obtenir la caractéristique précédente, nous avons réalisé le montage de la figure III.2 en saturant la machine (en appliquant des échelons de tension de valeurs suffisantes). Nous avons relevé pour chaque essai, la réponse transitoire du courant  $i(t)$ . Nous allons voir comment évolue ce courant lorsque la machine est saturée.

## 4. Echelon de tension continue, évolution du courant $i(t)$ en régime saturé

### 4.1 Equations du modèle saturé

Pour un échelon de tension continue de faible amplitude, la machine n'est pas saturée. Nous avons vu que l'on pouvait dans ce cas obtenir une expression analytique (III.7) pour le courant  $i(t)$ . La réponse transitoire de  $i(t)$  est alors composée de deux exponentielles avec deux constantes de temps très différentes. La constante de temps la plus courte représente le régime subtransitoire et l'autre constante de temps le régime transitoire.

En régime de fonctionnement saturé, les équations d'état de la machine, relatives au montage de la figure III.2 ne sont plus linéaires. En effet, si l'on reprend les équations du modèle saturé développées dans le paragraphe 3.4 du deuxième chapitre (équations II.37 et II.39), on obtient les équations différentielles suivantes pour un essai suivant l'axe  $q$  (vitesse nulle et courants d'axe  $d$  nuls) :

$$\frac{di_{sq}}{dt} = -\left(\frac{R_s}{\sigma_q \cdot L_q} + \frac{1 - \sigma_q}{\sigma_q \cdot T_{rq}}\right) \cdot i_{sq} + \frac{1 - \sigma_q}{\sigma_q \cdot T_{rq}} \cdot I_{m\ rq} + \frac{1}{\sigma_q \cdot L_q} \cdot u_{sq} \quad (III.34)$$

$$\frac{dI_{m\ rq}}{dt} = \frac{1}{K_s \cdot (K_s + K_{sd} \cdot I'_{mr})} \cdot \left\{ \frac{L_{dd}}{T_{rq} \cdot L_d \cdot (1 - \sigma_d)} \cdot (i_{sq} - I_{m\ rq}) \right\} \quad (III.35)$$

Ces équations dépendent du coefficient de saturation  $K_s$  et du coefficient de saturation dynamique  $K_{sd}$ . Sachant que le coefficient de saturation  $K_s$  a été modélisé par une fonction non linéaire (III.26), les relations (III.34) et (III.35) forment un système d'équations différentielles non linéaires. Il est alors difficile, voire impossible d'obtenir une expression analytique pour le courant  $i_{sq}(t)$  et par conséquent pour le courant  $i(t)$ . La seule possibilité d'obtenir l'évolution temporelle du courant  $i(t)$  est de résoudre les équations précédentes par une méthode numérique (Runge-Kutta d'ordre 4).

Nous allons analyser les réponses transitoires du courant  $i(t)$  en régime saturé pour un essai suivant l'axe  $d$  ( $\theta_e = 0$ ) et un essai suivant l'axe  $q$  ( $\theta_e = \pi/2$ ). Nous allons comparer les résultats expérimentaux aux résultats de simulation obtenus en utilisant le modèle saturé ou le modèle non saturé.

### 4.2 Essai suivant l'axe $d$

On reprend le montage de la figure III.2. On applique un échelon de tension de 60 volts (valeur suffisante pour saturer la machine) aux bornes des enroulements statoriques et on relève le courant  $i(t)$ . Le résultat de cet essai est donné sur la figure III.12. Nous avons simulé cette expérience en utilisant le modèle saturé et le modèle non saturé. Les résultats obtenus sont également donnés sur la figure III.12. On constate sur cette figure que le résultat obtenu en utilisant le modèle saturé est très proche du résultat expérimental. La saturation magnétique a une grande influence sur le transitoire du courant  $i(t)$ . En négligeant la saturation, on obtient des résultats très éloignés de l'expérience. On remarque qu'en régime

saturé, le courant n'est plus composé de deux fonctions exponentielles comme c'est le cas en régime non saturé. Nous avons fait apparaître sur la figure III.12, les évolutions transitoires du coefficient de saturation  $K_s$  et du coefficient de saturation dynamique  $K_{sd}$  obtenues en utilisant le modèle saturé. On remarque qu'aux premiers instants, la machine n'est pas saturée ( $K_s = 1$ ). En effet, le champ produit par les courants induits dans les barres rotoriques s'oppose au champ produit par le courant statorique. Il en résulte un courant magnétisant faible et par conséquent une valeur du coefficient de saturation  $K_s$  égale à 1. Ensuite, les courants rotoriques disparaissent progressivement, le courant magnétisant augmente et la machine sature ( $K_s = 0,38$ ).

### **4.3 Essai suivant l'axe $q$**

Nous avons effectué le même essai que précédemment (même niveau de tension soit 60 volts) mais en positionnant le rotor en quadrature. Le résultat de cet essai est représenté sur la figure III.13. Nous avons simulé cet essai en utilisant le modèle saturé et le modèle non saturé. Les résultats obtenus sont également représentés sur la figure III.13. Encore une fois, le résultat obtenu avec le modèle saturé est proche du résultat expérimental. Bien entendu, pour le même courant en régime établi, la machine est moins saturée lorsqu'elle est alimentée suivant l'axe  $q$  ( $K_s = 0,59$ ) que lorsqu'elle est alimentée suivant l'axe  $d$  ( $K_s = 0,38$ ), ce qui est tout à fait normal.

### **4.4 Conclusion**

Nous avons montré que la saturation avait une grande influence sur la réponse transitoire du courant lors de l'application d'un échelon de tension continue. Le modèle saturé permet de prévoir avec une bonne précision l'évolution de ce courant. Cette étude montre également l'importance de se placer en régime non saturé si l'on veut pouvoir obtenir les paramètres de la machine à partir de la méthode de l'échelon de tension continue. En effet, si la machine est saturée, on obtient une fonction  $i(t)$  qui est plus compliquée que la somme de deux fonctions exponentielles.

Les essais précédents (mesure de la caractéristique magnétique d'axe  $q$  et échelons de tension continue) ont été réalisés en considérant un seul courant statorique à la fois ( $I_{sd}$  ou  $I_{sq}$ ). Nous allons voir le cas où les deux courants existent simultanément. Cela va nous permettre de mettre en évidence l'effet croisé de saturation.

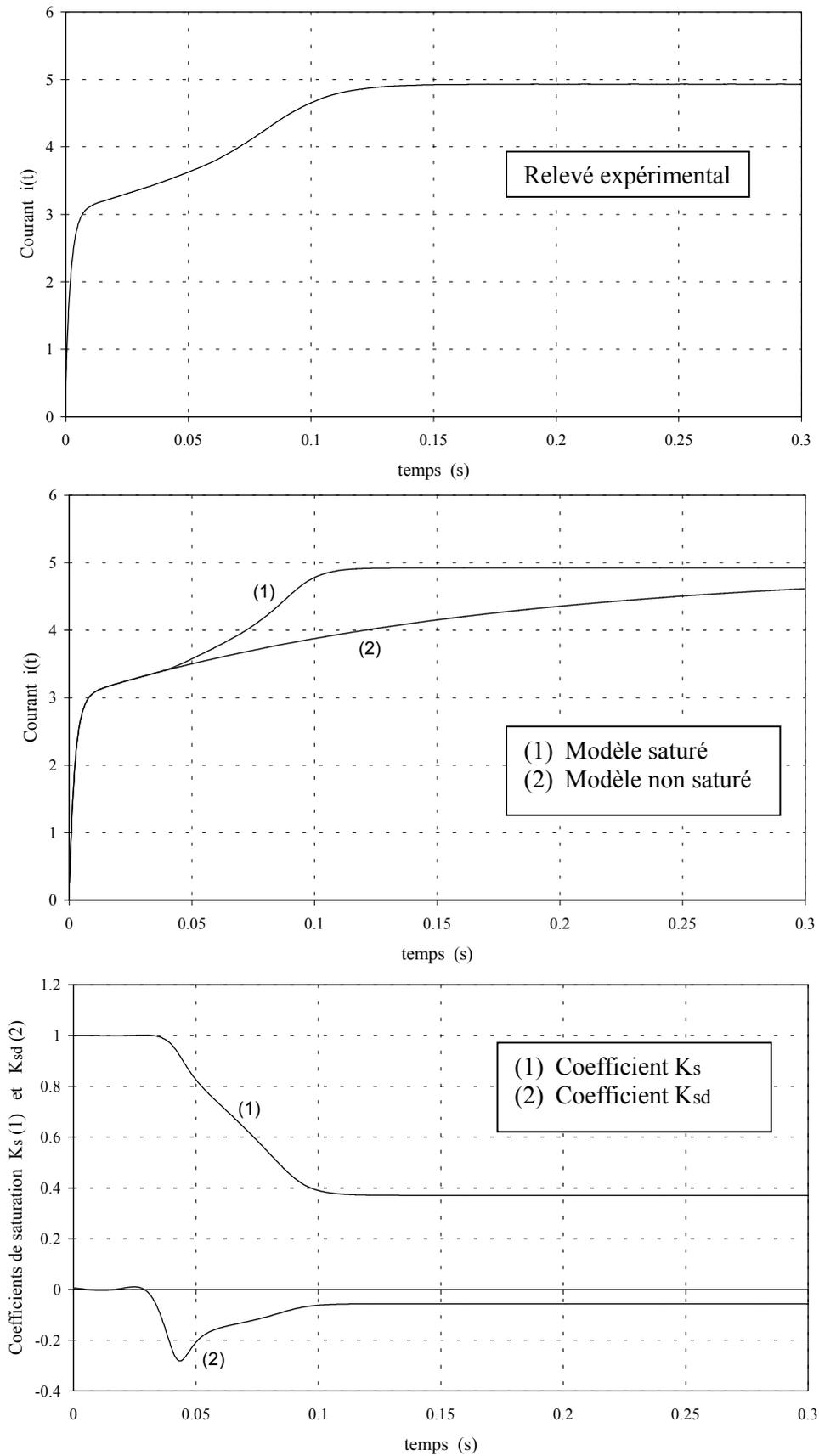


Figure III.12. Réponse en courant face à un échelon de tension en régime saturé; Essai suivant l'axe  $d$

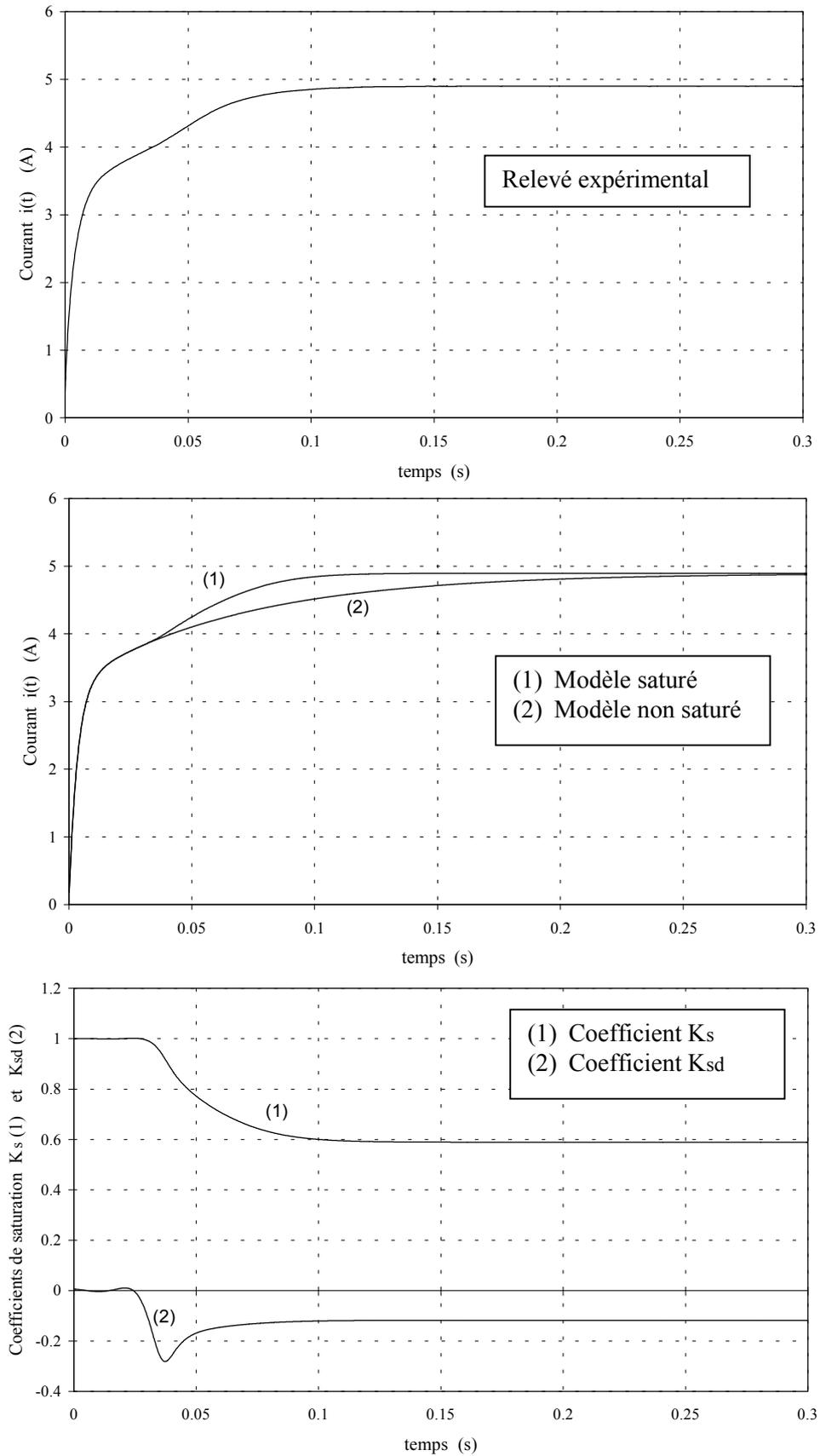


Figure III.13. Réponse en courant face à un échelon de tension en régime saturé; Essai suivant l'axe  $q$

## 5. Effet croisé de saturation

### 5.1 Introduction

Dans un repère commun lié au rotor (référentiel de Park), la machine synchrone à réluctance variable est représentée par deux circuits électriques couplés, l'un suivant l'axe  $d$  et l'autre suivant l'axe  $q$  (voir figure I.6). Comme les enroulements statoriques et rotoriques sont fixes les uns par rapport aux autres et disposés selon des axes en quadratures, les flux magnétiques à travers ces différents enroulements s'expriment simplement par les équations (I.15) et (I.17). On voit à travers ces relations qu'il n'existe pas d'interactions magnétiques entre les flux d'axe  $d$  et les courants d'axe  $q$  et entre les flux d'axe  $q$  et les courants d'axe  $d$ . On obtient ce résultat en supposant une distribution sinusoïdale des conducteurs le long de l'entrefer (modèle au sens du premier harmonique) et en supposant une caractéristique linéaire pour le circuit magnétique (machine non saturée).

Lorsque l'on introduit la saturation magnétique dans la modélisation de la machine (en conservant l'hypothèse du premier harmonique), on voit apparaître un nouveau terme de couplage entre les bobinages d'axe  $d$  et les bobinages d'axe  $q$ . On montre alors qu'une variation du courant magnétisant d'axe  $d$  provoque une variation du flux vu par les bobinages d'axe  $q$  et vice-versa. On parle d'effet croisé de saturation. Cette interaction entre les bobinages d'axe  $d$  et d'axe  $q$  est provoquée par la modification des caractéristiques du circuit magnétique (baisse de la perméabilité magnétique du matériau) qui est commun aux bobinages. La prise en compte théorique de l'effet croisé dans les modèles transitoires des machines électriques à maintenant une vingtaine d'années [VAS 81] [BOL 87]. Cependant, ce sujet reste d'actualité, en particulier pour l'établissement des lois de commandes des machines saturées [LEV 00] [VAG 00b].

Le modèle saturé que nous avons développé dans le deuxième chapitre intègre l'effet croisé. Nous allons dans la suite montrer l'influence de l'effet croisé sur la valeur des flux magnétiques d'axe  $d$  et d'axe  $q$ . Les résultats théoriques seront confrontés aux résultats expérimentaux. Nous montrerons également qu'il est possible de mettre en évidence l'effet croisé sur un régime transitoire.

### 5.2 Influence de l'effet croisé sur la valeur des flux

#### 5.2.1 Etude théorique

En reprenant les équations du modèle saturé que nous avons développées dans le second chapitre, nous allons montrer l'influence de l'effet croisé sur la valeur des flux magnétiques. Les expressions des flux statoriques d'axe  $d$  et d'axe  $q$  sont les suivantes :

$$\Psi_{sd} = \sigma_d \cdot L_d \cdot i_{sd} + K_s(I'_{mr}) \cdot L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot I_{mrd} \quad (\text{III.36})$$

$$\Psi_{sq} = \sigma_q \cdot L_q \cdot i_{sq} + K_s(I'_{mr}) \cdot L_q \cdot (1 - \sigma_q) \cdot I_{mrq} \quad (\text{III.37})$$

On voit à travers ces expressions que la valeur des flux  $\Psi_{sd}$  et  $\Psi_{sq}$  est modulée par le coefficient de saturation  $K_s$ . Ce coefficient de saturation varie en fonction du courant magnétisant rotorique équivalent  $I'_{mr}$  qui dépend de l'ensemble des courants circulants dans les enroulements de la machine :

$$I'_{mr} = \sqrt{I_{mrd}^2 + k^2 \cdot I_{mrq}^2} \quad (III.38)$$

avec :

$$I_{mrd} = i_{sd} + \frac{L_{rd}}{M_d} \cdot i_{rd} \quad (III.39)$$

$$I_{mrq} = i_{sq} + \frac{L_{rq}}{M_q} \cdot i_{rq} \quad (III.40)$$

Pour simplifier l'analyse de l'effet croisé et pouvoir comparer les résultats théoriques aux résultats expérimentaux, nous allons considérer que seuls les enroulements statoriques sont parcourus par des courants. Dans ce cas, les courants magnétisants  $I_{mrd}$  et  $I_{mrq}$  se limitent aux courants statoriques  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$ . Le courant magnétisant rotorique équivalent (III.38) s'écrit alors :

$$I'_{mr} = \sqrt{I_{sd}^2 + k^2 \cdot I_{sq}^2} \quad (III.41)$$

Nous avons représenté sur la figure III.14, les variations de  $\Psi_{sd}$  en fonction du courant  $I_{sd}$  pour 3 valeurs différentes de  $I_{sq}$ . Ces courbes ont été obtenues en appliquant la relation (III.36) et en calculant à chaque fois la valeur de  $K_s$  à partir de la relation (III.26). Cette figure fait apparaître clairement l'influence du courant  $I_{sq}$  sur la valeur de  $\Psi_{sd}$ . On remarque que pour une même valeur du courant  $I_{sd}$ , le flux  $\Psi_{sd}$  diminue lorsque le courant  $I_{sq}$  augmente. Nous avons représenté sur la figure III.15, les variations de  $\Psi_{sq}$  en fonction du courant  $I_{sq}$  pour 3 valeurs différentes de  $I_{sd}$ . Cette figure montre également une baisse sensible du flux  $\Psi_{sq}$  lorsque le courant  $I_{sd}$  augmente. Nous allons vérifier expérimentalement ces résultats.

### 5.2.2 Vérification expérimentale

La mise en évidence expérimentale de l'effet croisé de saturation n'est pas facile à réaliser. Elle nécessite souvent de modifier la structure interne des machines en ajoutant des bobinages statoriques ou rotoriques. Dans [ELS 88], les auteurs ont modifié la structure du bobinage rotorique d'une petite machine synchrone à pôles saillants (3kVA, 4 pôles, 60Hz, stator triphasé) en plaçant un enroulement supplémentaire suivant l'axe transversal. Ils ont montré qu'en régime saturé, la f.e.m. induite dans l'enroulement statorique équivalent d'axe  $d$  diminuait lorsque l'on alimentait le bobinage rotorique d'axe  $q$ .

La méthode que nous proposons ne nécessite pas de modifier la structure interne de la machine. Elle est basée sur la méthode proposée dans [ANV 89] [KAM 93] mais en utilisant un schéma différent pour le couplage des enroulements statoriques. Ce schéma permet d'éliminer la composante homopolaire du courant statorique en assurant à chaque instant une

valeur nulle pour la somme des courants statoriques. Le schéma du montage est donné sur la figure III.16.

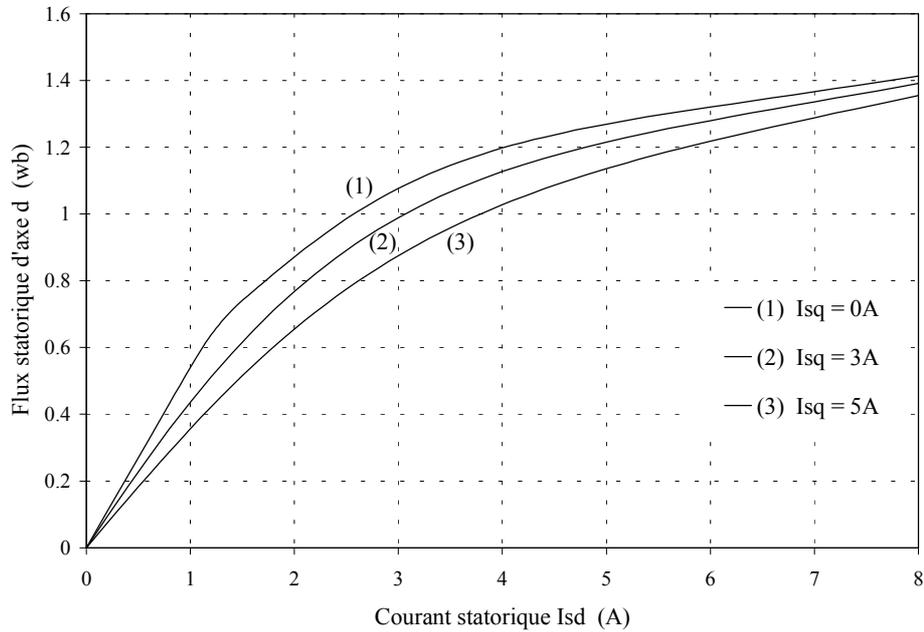


Figure III.14. Flux statorique  $\Psi_{sd}$  en fonction de  $I_{sd}$  pour différentes valeurs de  $I_{sq}$

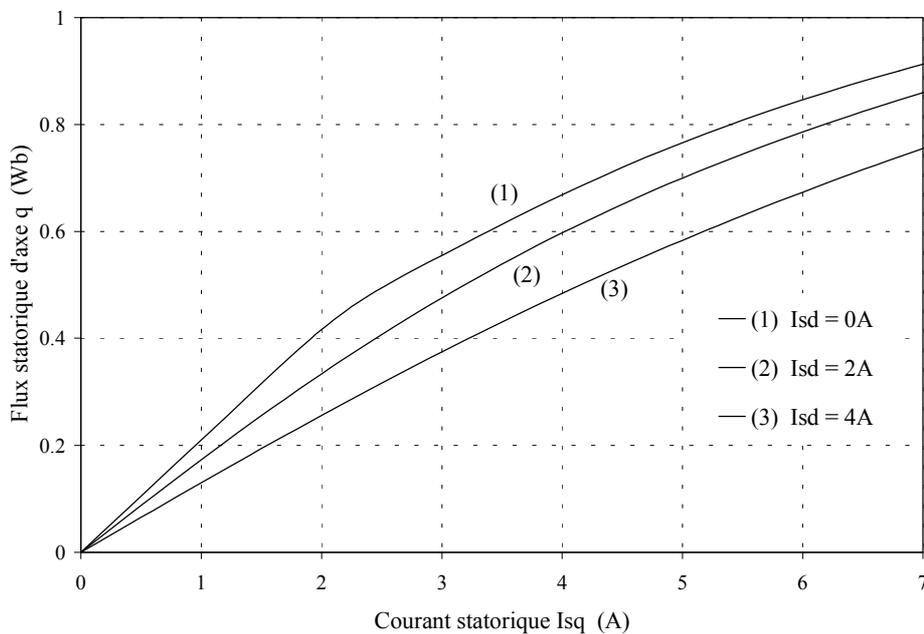


Figure III.15. Flux statorique  $\Psi_{sq}$  en fonction de  $I_{sq}$  pour différentes valeurs de  $I_{sd}$

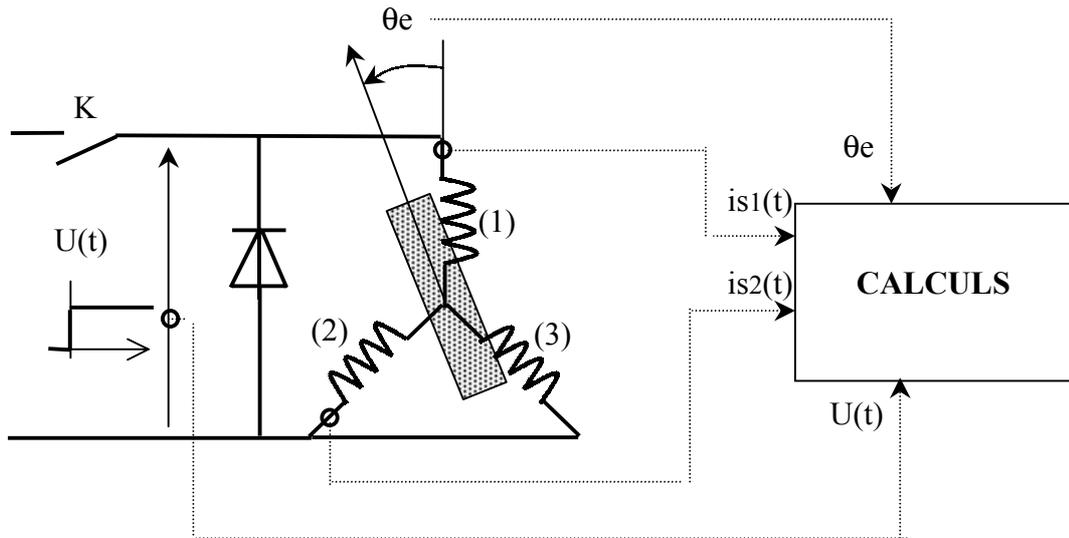


Figure III.16. Schéma du montage pour la mise en évidence de l'effet croisé de saturation

Le protocole expérimental est le suivant. Pour différentes valeurs de  $\theta_e$  (la valeur de  $\theta_e$  est mesurée à l'aide d'un rapporteur d'angle placé en bout d'arbre), on applique un échelon de tension continue  $U(t)$  aux bornes des enroulements statoriques. Les tensions statoriques  $usd(t)$  et  $usq(t)$  de la machine diphasée équivalente sont données par les relations suivantes :

$$usd(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \cos(\theta_e) \cdot U(t) \quad (\text{III.42})$$

$$usq(t) = -\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sin(\theta_e) \cdot U(t) \quad (\text{III.43})$$

On relève l'évolution temporelle des courants  $is1(t)$  et  $is2(t)$  à l'aide d'une carte d'acquisition. L'application de la transformation de Park (I.13) permet d'obtenir l'expression des courants  $isd(t)$  et  $isq(t)$  en fonction de  $\theta_e$  :

$$isd(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left\{ \frac{3}{2} \cdot \cos(\theta_e) \cdot is1(t) + \sin(\theta_e) \cdot \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot is1(t) + \sqrt{3} \cdot is2(t) \right) \right\} \quad (\text{III.44})$$

$$isq(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left\{ -\frac{3}{2} \cdot \sin(\theta_e) \cdot is1(t) + \cos(\theta_e) \cdot \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot is1(t) + \sqrt{3} \cdot is2(t) \right) \right\} \quad (\text{III.45})$$

On calcule ensuite la valeur des flux statoriques  $\Psi_{sd}$  et  $\Psi_{sq}$ . Pour cela, on utilise les relations suivantes qui restent valables en régime saturé :

$$\Psi_{sd}(t) = \int_0^t (u_{sd}(t') - R_s \cdot i_{sd}(t')) \cdot dt' \quad (III.46)$$

$$\Psi_{sq}(t) = \int_0^t (u_{sq}(t') - R_s \cdot i_{sq}(t')) \cdot dt' \quad (III.47)$$

On effectue le calcul des flux en utilisant une méthode d'intégration numérique simple (méthode des trapèzes). Comme nous l'avons déjà dit, ce calcul demande une parfaite connaissance de la valeur de la résistance statorique  $R_s$ . Une erreur sur cette valeur nous donne un mauvais résultat pour la valeur finale des flux  $\Psi_{sd}$  et  $\Psi_{sq}$  (ces flux divergent). Pour que ces flux convergent vers une valeur finie en régime établi, les calculs des expressions (III.46) et (III.47) ont été menés hors ligne (à l'aide du logiciel Excel) en ajustant la valeur de  $R_s$  à chaque fois que cela était nécessaire (la valeur de  $R_s$  augmente avec la température au fur et à mesure des essais).

Nous avons représenté sur la figure III.17, les résultats des mesures des courants  $i_{s1}(t)$  et  $i_{s2}(t)$  et les résultats des calculs des courants  $i_{sd}(t)$  et  $i_{sq}(t)$  et des flux  $\Psi_{sd}(t)$  et  $\Psi_{sq}(t)$  obtenus pour un essai particulier. Cet essai correspond à une valeur de  $\theta_e = -\pi/3$  et à un échelon de tension continue de 42 V. La fréquence d'échantillonnage des courants  $i_{s1}(t)$  et  $i_{s2}(t)$  est de 10 kHz, le temps d'acquisition est de 1 seconde. Les valeurs en régime permanent des flux et des courants correspondant à cet essai sont donnés dans le tableau III.3.

<b>I<sub>sd</sub></b>	<b>I<sub>sq</sub></b>	<b>Ψ<sub>sd</sub></b>	<b>Ψ<sub>sq</sub></b>
3,8 A	2,2 A	1,17 Wb	0,2 Wb

**Tableau III.3.** Valeur des flux et des courants en régime permanent

Pour obtenir l'évolution des flux  $\Psi_{sd}$  et  $\Psi_{sq}$  en fonction des courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$ , nous avons réalisé 171 essais du type précédent. Ces essais correspondent à des valeurs de  $\theta_e$  variant entre 0 et  $-\pi/2$  avec un incrément de  $-5\pi/180$  radians, ceci pour 9 niveaux différents de tension. Les résultats d'une partie de ces essais nous a permis de tracer les réseaux de courbes des figures III.18 et III.19.

Les résultats expérimentaux montrent l'influence de l'effet croisé de saturation sur la valeur des flux statoriques. La valeur du flux suivant un axe diminue en fonction de la valeur du courant sur l'axe opposé. Si l'on compare les résultats expérimentaux aux résultats obtenus en utilisant le modèle saturé (figures III.14 et III.15), on voit que le modèle permet de prévoir assez correctement l'effet croisé. On note toutefois quelques différences, en particulier sur la figure III.19 où les résultats expérimentaux montrent une influence plus importante du courant  $I_{sd}$  sur la valeur du flux  $\Psi_{sq}$ . Cette différence est d'autant plus marquée que la valeur du courant  $I_{sd}$  est importante. Comme la saturation est un phénomène local, on peut penser qu'au-delà d'une certaine valeur du courant magnétisant et pour une direction particulière de ce courant (direction définie par le couple  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$ ), des zones de la machine saturent

d'avantage. La seule possibilité pour étudier localement la saturation est de dessiner la structure de la machine et de calculer la valeur du champ en chaque point (en utilisant un logiciel de calcul de champ). Ce travail sort du cadre de notre mémoire.

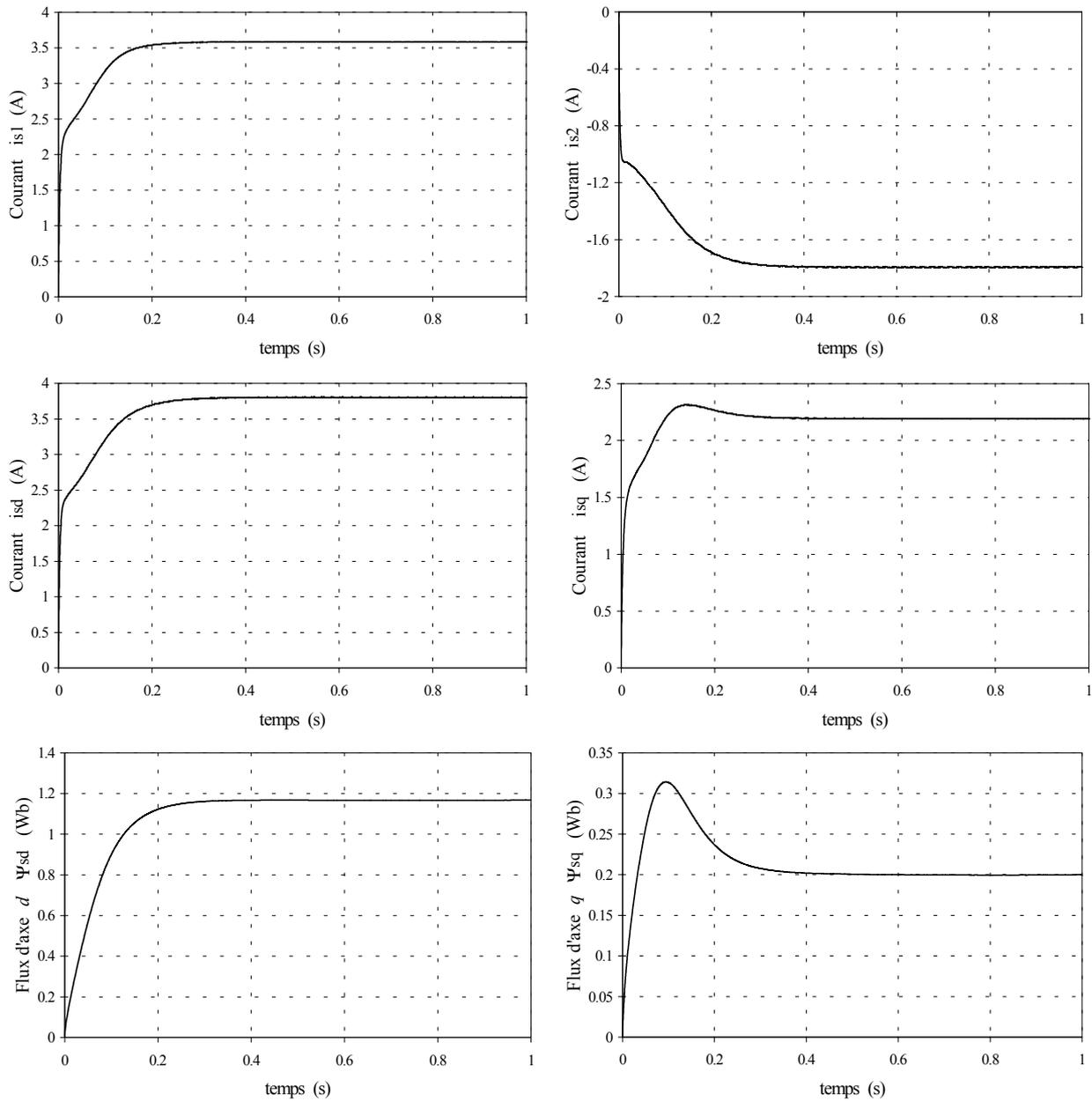


Figure III.17. Evolution temporelle des flux et des courants pour un essai correspondant au montage de la figure III.16 avec  $\theta_e = -\pi/3$  et  $U = 42V$

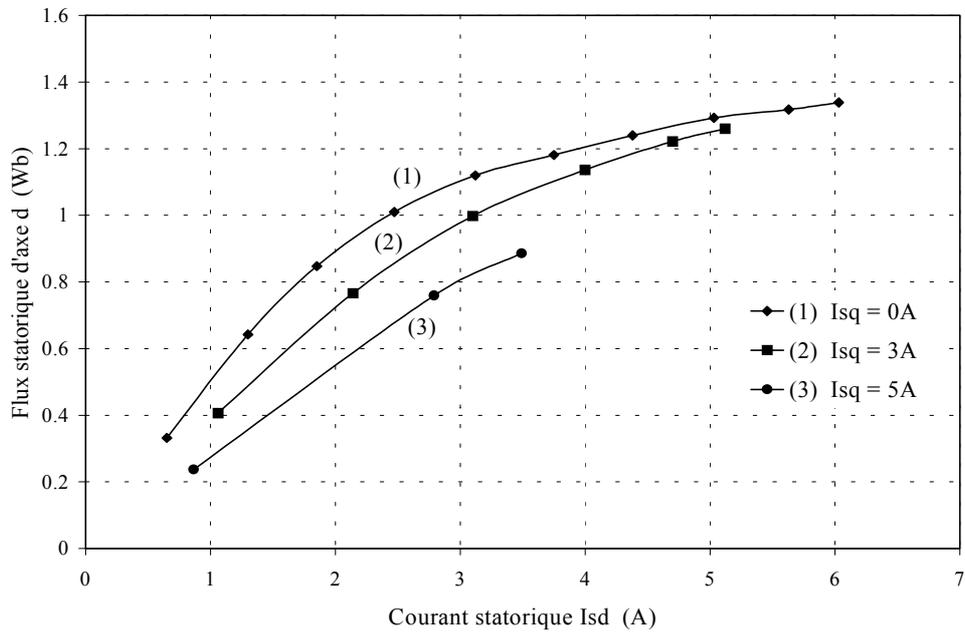


Figure III.18.  $\Psi_{sd}$  en fonction de  $I_{sd}$  pour différentes valeurs de  $I_{sq}$   
Résultats expérimentaux

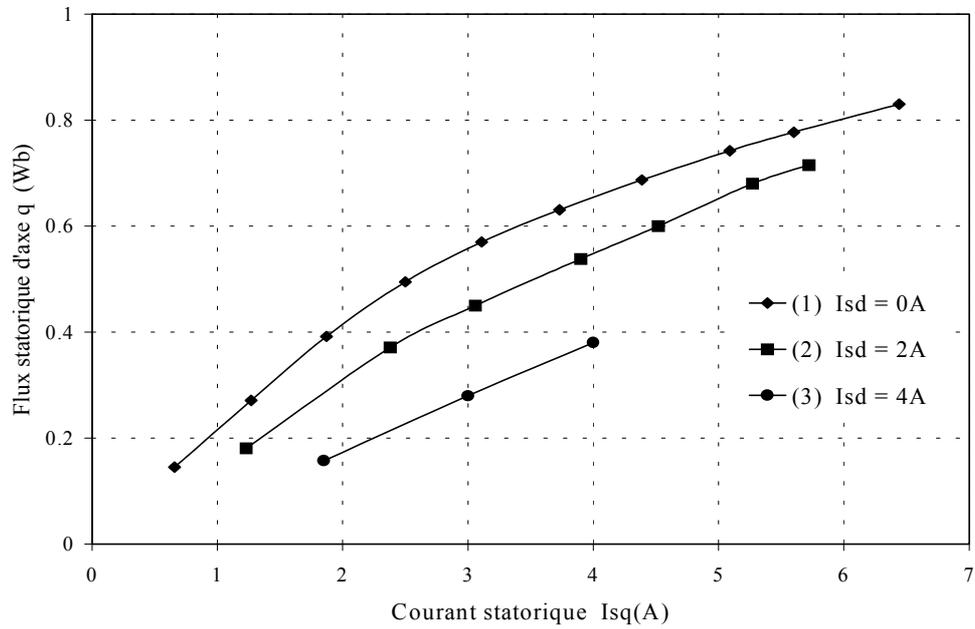


Figure III.19.  $\Psi_{sq}$  en fonction de  $I_{sq}$  pour différentes valeurs de  $I_{sd}$   
Résultats expérimentaux

### 5.3 Mise en évidence de l'effet croisé sur un régime transitoire

Nous venons de voir que l'effet croisé a un impact sur la valeur des flux en régime permanent. Nous allons voir qu'il est possible de mettre en évidence l'effet croisé sur un régime transitoire. Si on reprend les équations des tensions statoriques du modèle saturé en considérant une vitesse nulle pour le rotor ( $\omega_e = 0$ ), nous obtenons :

$$u_{sd} = R_s \cdot i_{sd} + \sigma_d \cdot L_d \cdot \frac{di_{sd}}{dt} + L_{dd} \cdot \frac{dI_{mrd}}{dt} + M_{dq} \cdot \frac{dI_{mrq}}{dt} \quad (\text{III.48})$$

$$u_{sq} = R_s \cdot i_{sq} + \sigma_q \cdot L_q \cdot \frac{di_{sq}}{dt} + L_{qq} \cdot \frac{dI_{mrq}}{dt} + M_{dq} \cdot \frac{dI_{mrd}}{dt} \quad (\text{III.49})$$

Ces équations montrent qu'il existe un couplage entre l'axe  $d$  et l'axe  $q$  (effet croisé) par l'intermédiaire du coefficient  $M_{dq}$ . Ce coefficient a été défini dans le deuxième chapitre (II.48) et a pour expression :

$$M_{dq} = L_q \cdot (1 - \sigma_q) \cdot K_{sd} \cdot \frac{I_{mrd} \cdot I_{mrq}}{I'_{mr}} \quad (\text{III.50})$$

Pour mettre en évidence ce couplage, il faut que  $M_{dq}$  soit différent de zéro. Il faut donc que la machine soit saturée ( $K_{sd} \neq 0$ ) et qu'il existe simultanément un courant sur les deux axes ( $I_{mrd}$  et  $I_{mrq}$  non nuls).

Pour être dans ces conditions, nous avons réalisé le montage de la figure III.20. Ce montage permet d'imposer simultanément un courant sur l'axe  $d$  et un courant sur l'axe  $q$ .

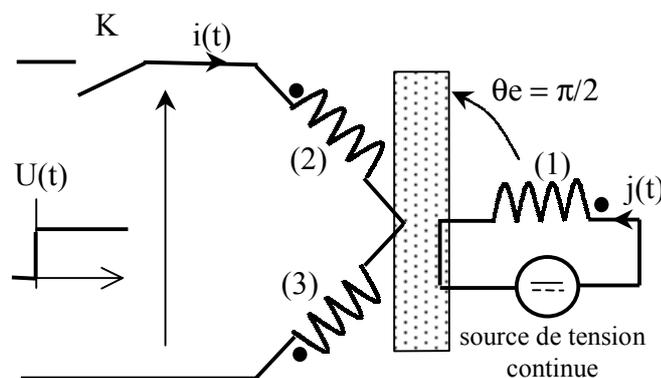


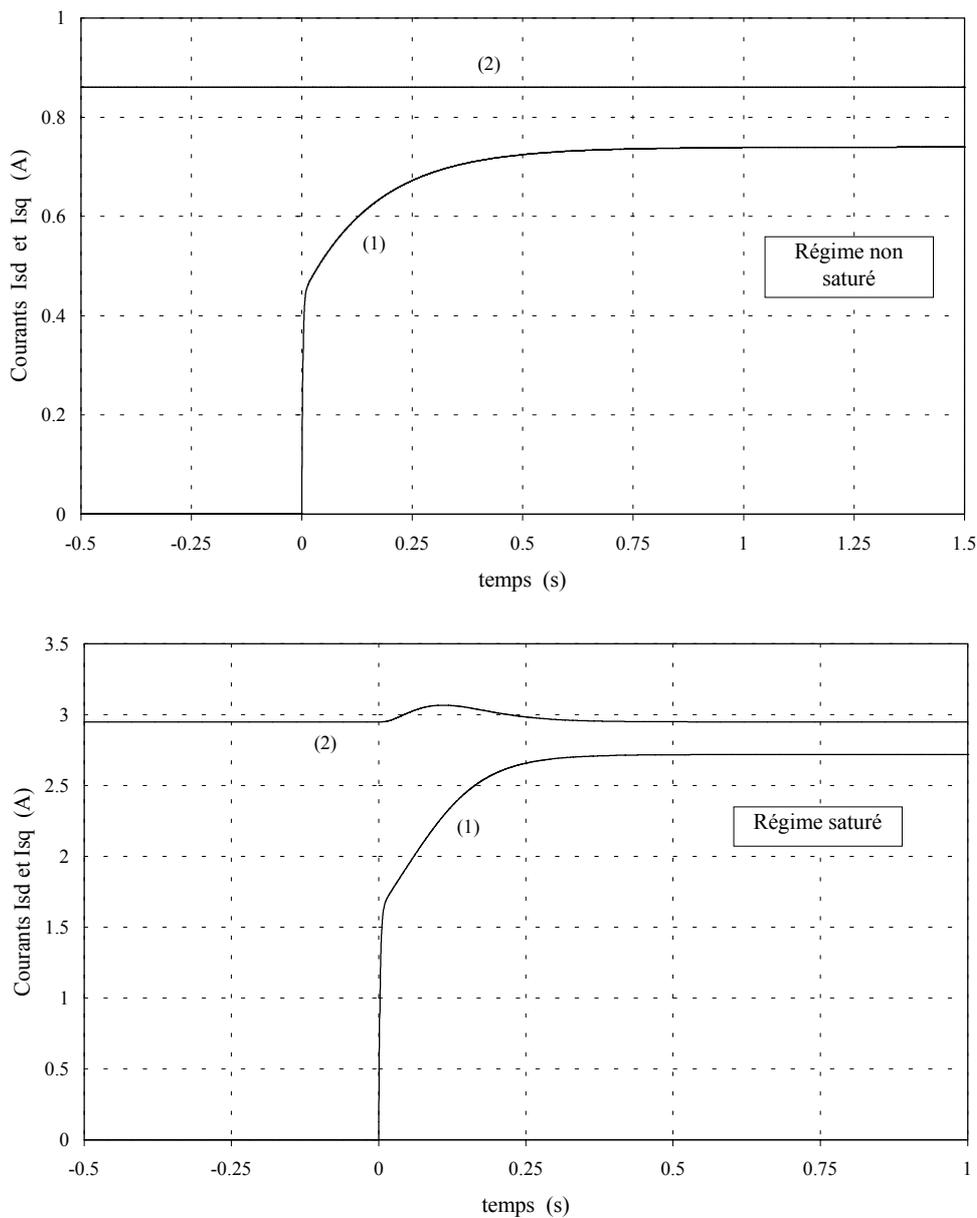
Figure III.20. Montage permettant de mettre en évidence l'effet croisé en régime transitoire

Pour  $\theta_e = \pi/2$  (rotor bloqué), les courants  $i_{sd}(t)$  et  $i_{sq}(t)$  sont donnés par les relations suivantes :

$$i_{sd} = \sqrt{2} \cdot i(t) \quad i_{sq} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot j(t) \quad (\text{III.51})$$

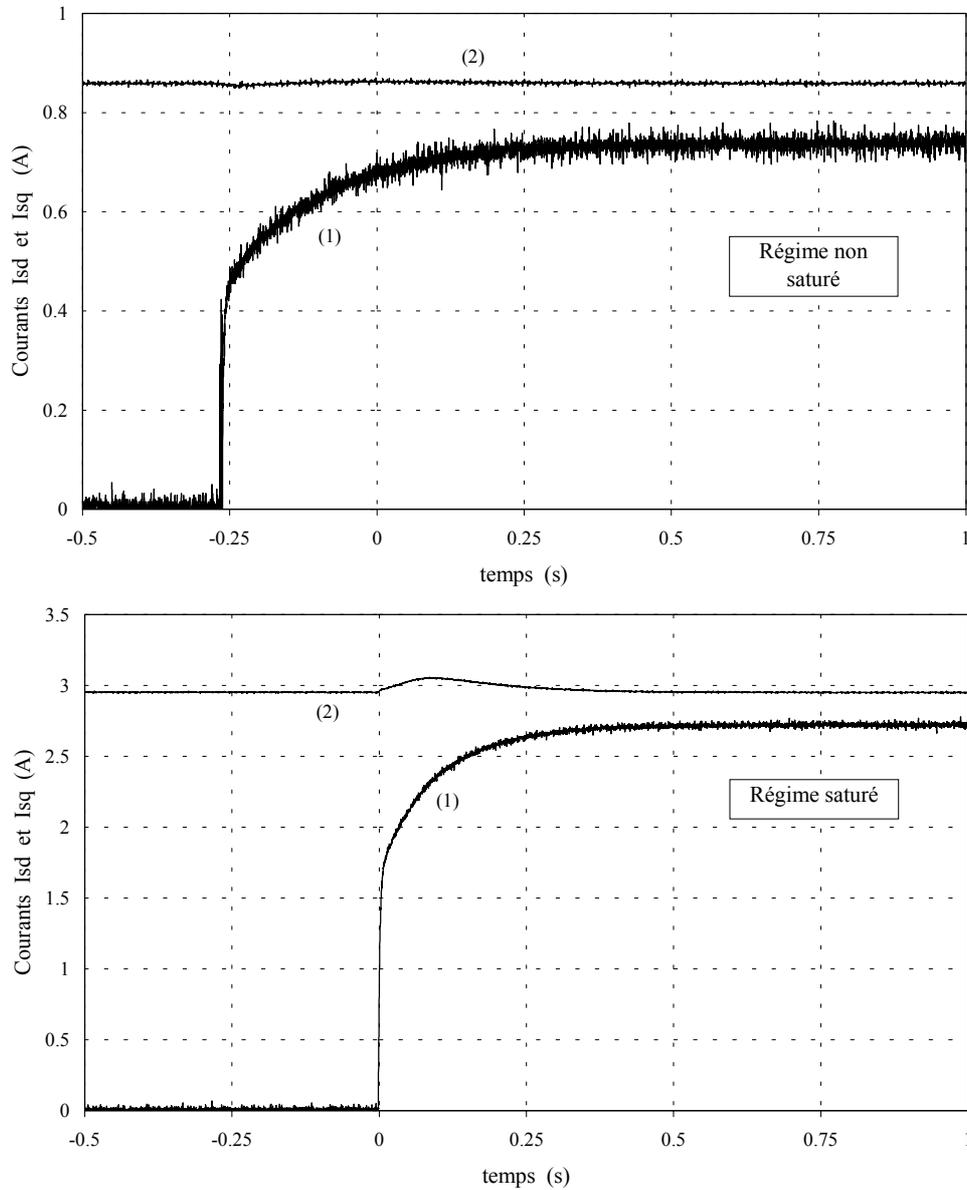
Une fois que le régime est établi suivant l'axe  $q$  ( $I_{sq}$  constant), on ferme l'interrupteur  $K$ . S'il existe un couplage entre l'axe  $d$  et l'axe  $q$ , on doit observer une variation du courant  $i_{sq}(t)$  au moment de la fermeture de l'interrupteur. Cette variation de courant est provoquée par l'apparition d'une f.e.m. induite (variation de flux) aux bornes du bobinage 1. Ce phénomène ne doit normalement s'observer que si la machine est saturée.

Les résultats de simulation du montage de la figure III.20 sont représentés sur la figure III.21 et confirment l'analyse précédente. On voit apparaître une variation de  $i_{sq}(t)$  lorsque la machine est saturée et aucune variation lorsque la machine n'est pas saturée. Pour vérifier que cette variation était due au coefficient  $M_{dq}$ , nous avons refait la simulation en régime saturé en posant  $M_{dq} = 0$ , la variation sur  $i_{sq}(t)$  a disparu (ce résultat n'est pas représenté ici).



**Figure III.21.** Mise en évidence de l'effet croisé sur un transitoire;  
 Résultats de simulation  
 (1)  $I_{sd}(t)$                       (2)  $I_{sq}(t)$

Les résultats de simulation sont validés par les résultats expérimentaux donnés sur la figure III.22. On voit bien l'influence de l'effet croisé sur le transitoire du courant  $i_{sq}(t)$  lorsque la machine est saturée. Des essais en positionnant le rotor à  $\theta_e = 0$  ont donné des résultats semblables.



**Figure III.22.** Mise en évidence de l'effet croisé sur un transitoire; Résultats expérimentaux  
 (1)  $i_{sd}(t)$                       (2)  $i_{sq}(t)$

## 5.4 Conclusion

Nous avons montré l'importance de l'effet croisé sur les caractéristiques magnétiques de la machine. Cet effet se traduit par une diminution du flux d'axe direct en fonction du courant sur l'axe transversal et réciproquement. En comparant les courbes expérimentales à celles

obtenues à l'aide du modèle saturé, nous avons constaté des résultats proches sauf pour les valeurs élevées du courant  $I_{sd}$  (machine très saturée).

Nous avons également montré qu'il est possible de mettre en évidence l'effet croisé en régime transitoire à partir d'un montage simple. On pourrait réaliser le même montage sur une machine asynchrone et constater certainement le même phénomène.

Nous allons maintenant nous intéresser aux caractéristiques de la machine alimentée par le réseau (machine alimentée par une source de tensions triphasées sinusoïdales).

## **6. Etude de la machine alimentée par le réseau**

### **6.1 Introduction**

La machine synchrone à réluctance variable que nous utilisons pour valider le modèle saturé est destinée à être raccordée directement sur le réseau. On rappelle que ses caractéristiques physiques et sa plaque signalétique sont données dans l'annexe 1. Comme la machine possède une cage rotorique, elle est capable de démarrer seule sur le réseau. Après une phase de démarrage de type asynchrone, la vitesse du rotor devient synchrone de la vitesse du champ statorique. On peut ensuite appliquer un couple résistant sur l'arbre tout en conservant une vitesse constante égale à la vitesse de synchronisme. Cette propriété est intéressante pour certaines applications où l'on a besoin d'une vitesse rigoureusement constante même si la charge varie.

Nous allons dans la suite mesurer les performances de la machine (rendement, facteur de puissance) en régime permanent lorsque qu'elle est alimentée sous tension nominale. Nous profiterons de ces essais pour regarder et analyser les limites de stabilité (décrochage) de la machine. Nous verrons que la saturation magnétique a un effet important sur la valeur du couple de décrochage.

Nous nous intéresserons ensuite à un certain nombre de régimes transitoires. Nous regarderons en particulier le démarrage à vide pour deux niveaux différents de tension (régime saturé et non saturé). Nous analyserons également la réponse en courant et en vitesse face à un échelon de couple résistant. Nous comparerons à chaque fois les relevés expérimentaux aux résultats de simulation obtenus avec le modèle saturé et le modèle non saturé.

### **6.2 Etude du régime permanent**

#### **6.2.1 Relevé des caractéristiques de la machine**

Pour déterminer les performances de la machine en régime permanent, nous avons réalisé le montage de la figure III.23. La machine est reliée directement au réseau triphasé. Elle est alimentée sous tension nominale (400V entre deux phases). La machine est accouplée mécaniquement à une machine à courant continu fonctionnant en génératrice. L'induit de la

génératrice est relié à une charge résistive. En faisant varier progressivement la valeur de la résistance de charge, on règle la valeur du couple résistant appliqué à la machine synchrones.

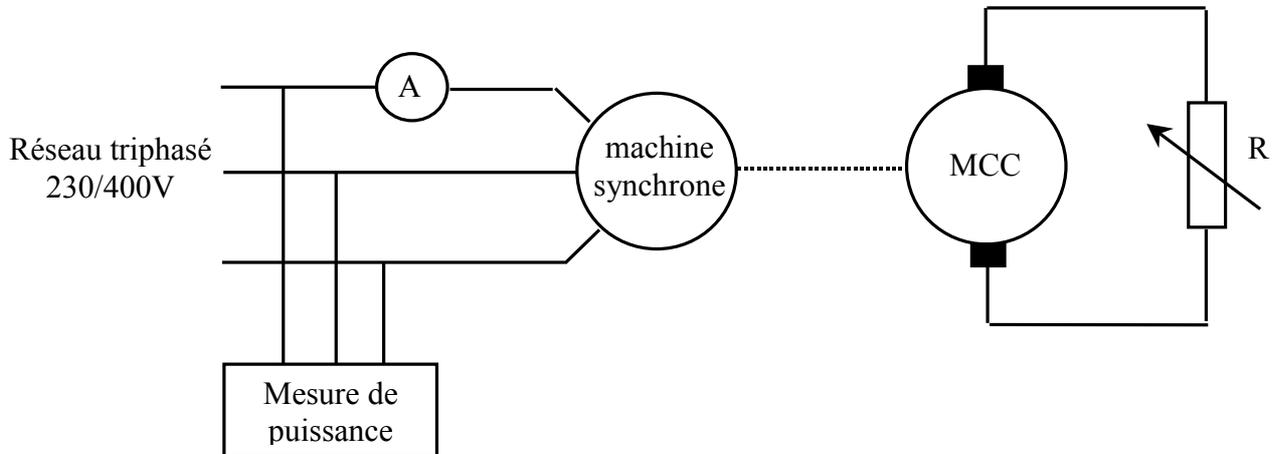


Figure III.23. Essai en charge de la machine sous tension nominale

Pour différentes valeurs du couple résistant, nous avons relevé le courant efficace absorbé par la machine ainsi que la valeur des puissances active et réactive. A partir de ces relevés, nous avons tracé sur la figure III.24 l'évolution du courant, du rendement et du facteur de puissance en fonction de la puissance utile. L'analyse de ces résultats montre que les performances de la machine sont relativement médiocres. Le rendement est de 55% au régime nominal alors qu'il est de l'ordre de 70% pour une machine asynchrone de même taille. De la même façon, le facteur de puissance en régime nominal est faible ( $\cos\phi = 0,52$ ) comparé à celui d'une machine asynchrone équivalente ( $\cos\phi = 0,75$ ). Cette machine présente cependant l'avantage de conserver une vitesse constante sur toute la plage de puissance utile indiquée sur la figure III.24. Au-delà d'une certaine valeur du couple résistant d'environ 5,5 Nm (valeur constatée lors des essais), la machine décroche et perd le synchronisme. La vitesse de rotation oscille alors autour d'une valeur moyenne différente de la vitesse synchrone. Le courant de ligne est modulé à la fréquence de ces oscillations (phénomène de pompage).

Pour comparer les résultats expérimentaux à la théorie, nous avons effectué des simulations correspondantes aux essais précédents en utilisant, soit le modèle saturé, soit le modèle non saturé ( $K_s = 1$ ). Pour chaque valeur du couple résistant appliqué sur l'arbre de la machine, nous avons calculé la puissance active absorbée par la machine ainsi que la valeur efficace du courant statorique en utilisant les relations (III.52) et (III.53) :

$$P_a = U_{sd} \cdot I_{sd} + U_{sq} \cdot I_{sq} \quad (III.52)$$

$$I_s = \sqrt{\frac{I_{sd}^2 + I_{sq}^2}{3}} \quad (III.53)$$

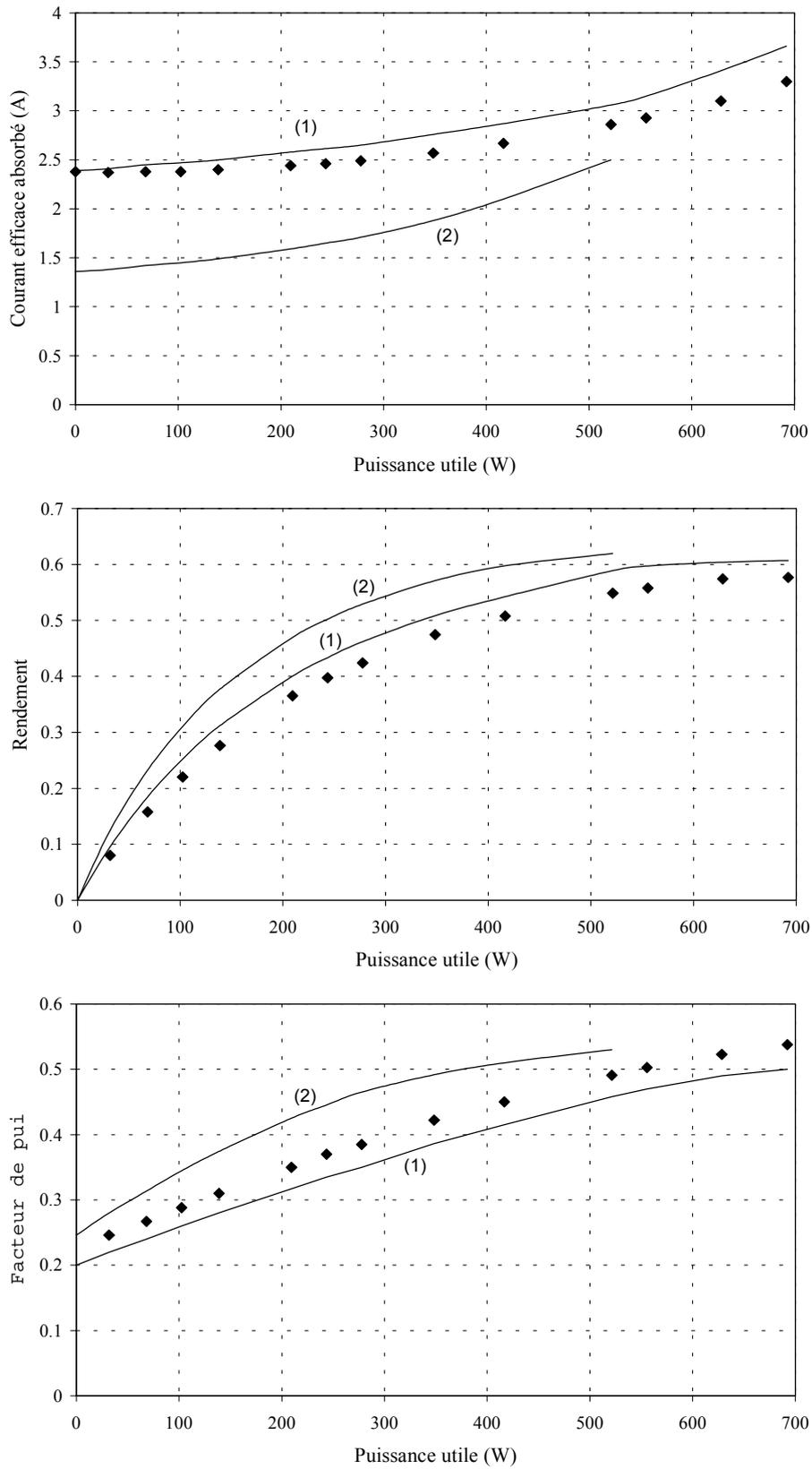


Figure III.24. Caractéristiques de la machine alimentée sous tension nominale

◆ expérience (1) modèle saturé (2) modèle non saturé

A partir de ces grandeurs, nous avons calculé la valeur du rendement et du facteur de puissance pour chaque point de fonctionnement. Les points correspondants aux résultats de simulation pour le modèle saturé (1) et pour le modèle non saturé (2) ont été tracés en correspondance avec les résultats expérimentaux sur les graphes de la figure III.24.

La comparaison des résultats expérimentaux avec les résultats de simulation montre que le modèle retenu pour tenir compte de la saturation est plus adéquat que le modèle non saturé. On observe un écart de plus de 40% sur la valeur du courant efficace statorique absorbé à vide entre le modèle non saturé et l'expérience. Cet écart important est justifié par le fait que la machine est alimentée sous tension nominale et que pour ce niveau de tension, la machine est saturée ( $K_s \approx 0,5$ ). On remarque sur la courbe du rendement que les valeurs obtenues à l'aide du modèle saturé sont légèrement supérieures aux valeurs obtenues expérimentalement. Cette différence s'explique par le fait que l'on n'a pas pris en compte les pertes fer dans la modélisation. Ces pertes dans le fer ont été mesurées à vide sous tension nominale et ont une valeur d'environ 60 Watts.

Une autre remarque importante concerne la limite de stabilité (décrochage) donnée par le modèle non saturé et le modèle saturé. En pratique, nous avons constaté que cette limite était atteinte pour une valeur du couple résistant proche de 5,5 Nm. Nous avons constaté que le modèle saturé nous place cette limite à 5 Nm alors que le modèle non saturé nous place cette limite à une valeur plus faible égale à 3,3 Nm. Ces différents résultats nous laissent penser que la saturation magnétique a pour effet d'améliorer la plage de stabilité lorsque la machine est alimentée par une source de tension. Pour confirmer ce résultat, nous allons faire une étude de stabilité en calculant la valeur du couple de décrochage en fonction du coefficient de saturation pour une tension et une fréquence donnée.

### **6.2.2 Evolution du couple de décrochage en fonction du niveau de saturation**

Le couple électromagnétique d'une machine synchrone à réluctance variable présente un maximum au-delà duquel la machine décroche. Ce maximum dépend de la valeur des paramètres de la machine et du carré de la valeur efficace de la tension d'alimentation. L'étude de la stabilité statique consiste à déterminer la valeur maximale du couple électromagnétique que peut développer la machine. On se place dans le cas où le couple résistant appliqué à la machine évolue progressivement pour pouvoir considérer une suite de régimes permanents. Dans ce cas, le modèle à considérer pour faire l'étude de la stabilité est celui du régime permanent.

L'étude de la stabilité de fonctionnement lors de l'application d'un échelon de couple résistant important pour lequel on ne peut plus considérer la vitesse constante nécessite l'emploi du modèle transitoire complet de la machine. On parle alors de stabilité dynamique [CHA 83]. Le problème de la stabilité dynamique en fonction de la saturation ne sera pas développé dans ce mémoire.

Pour faire l'étude de la stabilité statique, nous allons reprendre les équations des tensions statoriques en régime permanent :

$$U_{sd} = R_s \cdot I_{sd} - \omega_e \cdot \Psi_{sq} \quad (III.54)$$

$$U_{sq} = R_s \cdot I_{sq} + \omega_e \cdot \Psi_{sd} \quad (III.55)$$

Les flux statoriques sont liés aux courants statoriques par les relations (III.56) et (III.57). Dans ces équations,  $K_s$  représente le coefficient de saturation.

$$\Psi_{sd} = \{\sigma_d \cdot L_d + K_s \cdot L_d \cdot (1 - \sigma_d)\} \cdot I_{sd} \quad (III.56)$$

$$\Psi_{sq} = \{\sigma_q \cdot L_q + K_s \cdot L_q \cdot (1 - \sigma_q)\} \cdot I_{sq} \quad (III.57)$$

Pour simplifier l'écriture des calculs qui vont suivre, nous définissons deux paramètres  $a$  et  $b$  qui dépendent du coefficient de saturation :

$$a = \sigma_d \cdot L_d + K_s \cdot L_d \cdot (1 - \sigma_d) \quad (III.58)$$

$$b = \sigma_q \cdot L_q + K_s \cdot L_q \cdot (1 - \sigma_q) \quad (III.59)$$

On donne ci-dessous l'expression du couple électromagnétique en fonction de  $a$  et  $b$  :

$$T_{em} = p \cdot (\Psi_{sd} \cdot I_{sq} - \Psi_{sq} \cdot I_{sd}) = p \cdot (a - b) \cdot I_{sd} \cdot I_{sq} \quad (III.60)$$

La figure III.25 représente le diagramme de Fresnel associé aux équations des tensions (III.54) et (III.55). Les quantités  $U_{sd}$  et  $U_{sq}$  sont portées par les axes  $d$  et  $q$ .

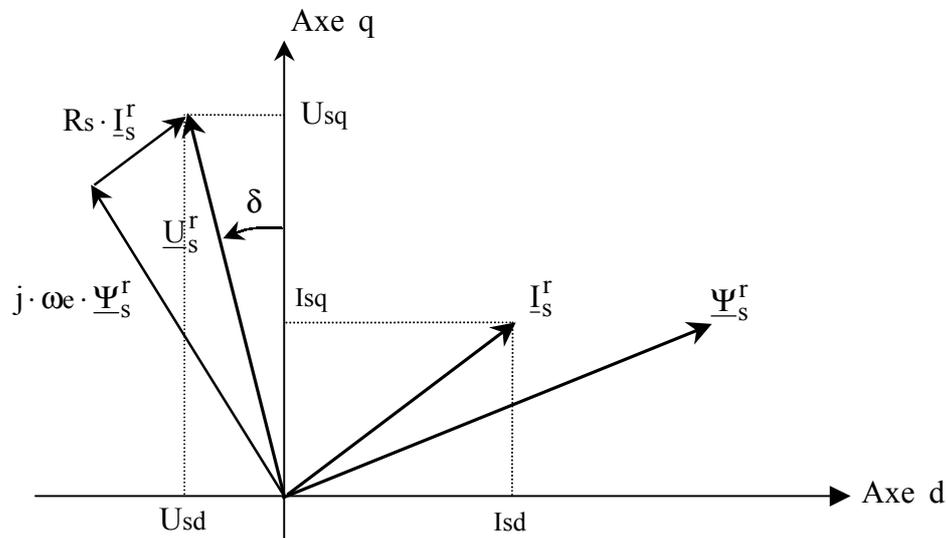


Figure III.25. Diagramme de Fresnel des tensions en régime permanent

En utilisant la transformation de Park, on montre que la relation entre la valeur efficace de la tension statorique écrite dans le repère  $(d-q)$  et la valeur efficace de la tension simple du réseau  $V_s$  s'écrit :

$$U_s^r = \sqrt{3} \cdot V_s \quad (III.61)$$

On a défini sur la figure III.25, l'angle interne de la machine noté  $\delta$  et orienté de l'axe  $q$  vers le vecteur  $\underline{U}_s^r$ . Cet angle que l'on définit classiquement lors de l'étude des machines synchrones varie avec la charge appliquée à la machine. Les tensions statoriques  $U_{sd}$  et  $U_{sq}$  peuvent être exprimées en fonction de  $V_s$  et  $\delta$  :

$$U_{sd} = -\sqrt{3} \cdot V_s \cdot \sin \delta \quad (\text{III.62})$$

$$U_{sq} = \sqrt{3} \cdot V_s \cdot \cos \delta \quad (\text{III.63})$$

La combinaison des équations (III.54), (III.55), (III.58), (III.59), (III.62) et (III.63) permet d'obtenir les expressions des courants statoriques  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$  en fonction de  $V_s$  et  $\delta$  :

$$I_{sd} = \frac{\sqrt{3} \cdot V_s}{R_s^2 + \omega_e^2 \cdot a \cdot b} \cdot \{\omega_e \cdot b \cdot \cos(\delta) - R_s \cdot \sin(\delta)\} \quad (\text{III.64})$$

$$I_{sq} = \frac{\sqrt{3} \cdot V_s}{R_s^2 + \omega_e^2 \cdot a \cdot b} \cdot \{R_s \cdot \cos(\delta) + \omega_e \cdot a \cdot \sin(\delta)\} \quad (\text{III.65})$$

En remplaçant ces équations dans l'expression du couple électromagnétique (III.60) et en faisant des simplifications trigonométriques, on arrive à l'expression suivante :

$$T_{em} = \frac{3}{2} \cdot p \cdot (a - b) \cdot \frac{V_s^2}{(R_s^2 + \omega_e^2 \cdot a \cdot b)^2} \cdot \left\{ \begin{array}{l} (\omega_e^2 \cdot a \cdot b - R_s^2) \cdot \sin(2\delta) \\ - 2 \cdot \omega_e \cdot R_s \cdot (a + b) \cdot \sin^2(\delta) \\ + 2 \cdot \omega_e \cdot b \cdot R_s \end{array} \right\} \quad (\text{III.66})$$

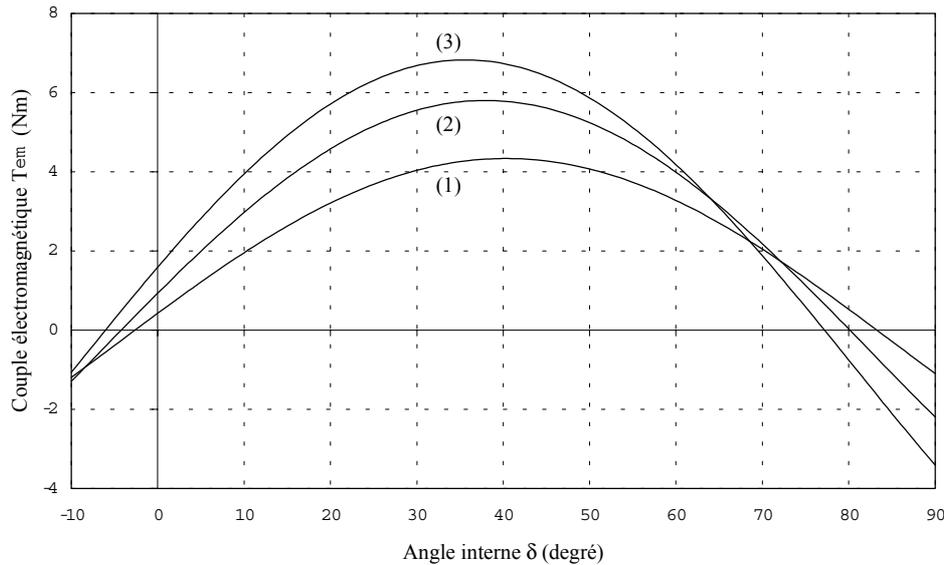
En négligeant  $R_s$  et en considérant le modèle non saturé ( $a = L_d$  et  $b = L_q$ ), on retrouve la relation classique du couple électromagnétique [CHA 83] [BOL 96] :

$$T_{em} = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \frac{L_d - L_q}{L_d \cdot L_q} \cdot \left( \frac{V_s}{\omega_e} \right)^2 \cdot \sin(2\delta) \quad (\text{III.67})$$

Pour trouver la valeur de  $\delta$  qui rend le couple maximal, il suffit de dériver (III.66) et d'annuler le résultat de cette dérivée. On obtient alors pour l'expression de  $\delta_{max}$  :

$$\delta_{max} = \frac{1}{2} \cdot \tan^{-1} \left( \frac{\omega_e^2 \cdot a \cdot b - R_s^2}{\omega_e \cdot R_s \cdot (a + b)} \right) \leq \frac{\pi}{4} \quad (\text{III.68})$$

On obtient la valeur du couple de décrochage  $T_{max}$  en remplaçant (III.68) dans (III.66). Nous avons représenté sur la figure III.26 les variations de  $T_{em}$  en fonction de l'angle interne  $\delta$  pour les paramètres de la machine étudiée ( $R_s = 7,8 \Omega$ ,  $L_d = 0,54 \text{ H}$  et  $L_q = 0,21 \text{ H}$ ) en considérant trois valeurs différentes du coefficient de saturation ( $K_s = 1$ ,  $K_s = 0,6$  et  $K_s = 0,4$ ).



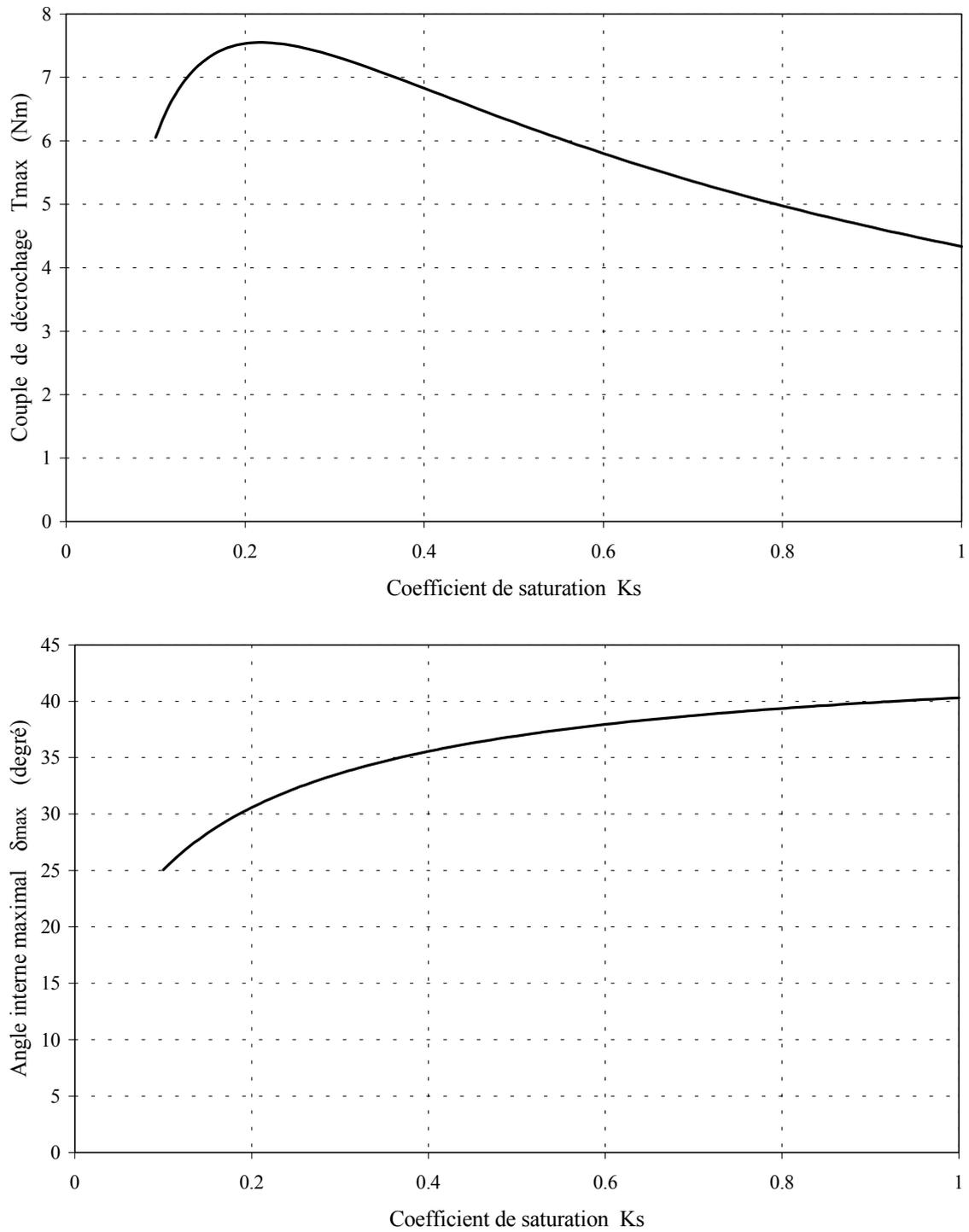
**Figure III.26.** Couple électromagnétique en fonction de l'angle interne pour  $V_s = 230$ Volts et  $\omega_e = 314$  rd/s  
 (1)  $K_s = 1$                       (2)  $K_s = 0,6$                       (3)  $K_s = 0,4$

On observe sur cette figure que le couple maximum correspondant au décrochage augmente avec le niveau de saturation. En effet, lorsque l'on considère le modèle de la machine non saturée ( $K_s = 1$ ), le couple de décrochage a pour valeur 4,3 Nm alors qu'il vaut 5,8 Nm pour  $K_s = 0,6$  et qu'il vaut 6,8 Nm pour  $K_s = 0,4$ . La saturation magnétique a pour effet d'améliorer la plage de stabilité statique de la machine en augmentant la valeur du couple maximal. L'angle interne correspondant au maximum du couple diminue légèrement avec le niveau de saturation. On remarque également sur cette figure que pour des valeurs négatives de l'angle interne, le couple électromagnétique reste positif (fonctionnement moteur).

Nous avons tracé sur la figure III.27, l'évolution de  $T_{max}$  et de  $\delta_{max}$  en fonction du coefficient de saturation  $K_s$ . On retrouve sur ces courbes une augmentation du couple de décrochage  $T_{max}$  et une diminution de l'angle  $\delta_{max}$  lorsque  $K_s$  diminue. On constate qu'au-delà d'un certain niveau de saturation ( $K_s < 0,2$ ), la valeur du couple de décrochage diminue. Cette zone de la caractéristique ne correspond en pratique à aucun point de fonctionnement réaliste. En effet, si la machine est saturée à un tel niveau lorsqu'elle est alimentée sous tension nominale, le courant absorbé à vide est alors très important, ce qui correspond à une machine mal dimensionnée.

Cette étude de stabilité relativement simple a montré l'importance de la saturation magnétique sur la valeur du couple de décrochage  $T_{max}$ . Pour ne pas sous-estimer la plage de fonctionnement stable de la machine lorsque celle-ci est reliée au réseau, il est important de considérer la saturation.

Nous allons maintenant nous intéresser à différents régimes transitoires pour étudier les effets de la saturation sur la dynamique de la machine.



**Figure III.27.** Evolution du couple de décrochage  $T_{max}$  et de l'angle  $\delta_{max}$  en fonction du coefficient de saturation pour  $V_s = 230V$

### **6.3 Effets de la saturation sur le régime dynamique**

#### **6.3.1 Démarrage à vide de la machine**

Pour mettre en évidence les effets de la saturation magnétique sur les caractéristiques de démarrage de la machine, nous avons effectué deux essais à vide. Le premier essai a été réalisé sous tension réduite ( $V_s = 135$  volts) correspondant à un fonctionnement non saturé lorsque le régime permanent est atteint. Le deuxième essai a été réalisé sous tension nominale ( $V_s = 230$  volts) correspondant à un fonctionnement saturé en régime permanent. Pour réaliser ces essais, nous avons utilisé le montage de la figure III.23 en plaçant un autotransformateur entre le réseau et la machine synchrone (de manière à pouvoir maîtriser la valeur efficace de la tension). Nous avons mesuré pour chaque essai, les réponses transitoires du courant de ligne et de la vitesse de rotation ainsi que la tension entre deux phases de la machine. Pour pouvoir effectuer les simulations dans les mêmes conditions que les essais expérimentaux, nous avons à chaque fois repéré la phase initiale des tensions appliquées ainsi que la chute de tension au secondaire de l'autotransformateur provoquée par le courant d'appel au démarrage. Nous avons également positionné le rotor suivant l'axe magnétique de la phase 1 ( $\theta_e = 0$  rd) avant chaque essai.

Nous allons dans la suite comparer les résultats expérimentaux aux résultats de simulation. Pour les simulations, nous utiliserons le modèle saturé où les flux sont choisis comme variables d'état (nous avons constaté que le modèle où les courants sont les variables d'état donne les mêmes résultats mais nécessite un peu plus de temps de calcul). Pour pouvoir effectuer les simulations, nous avons besoin de connaître la valeur des paramètres mécaniques du banc expérimental. Ces paramètres (moment d'inertie, coefficient de frottements visqueux et couple de frottement sec) ont été mesurés par la méthode classique de l'essai de ralentissement.

##### **6.3.1.1 Démarrage de la machine sous tension réduite**

Nous avons appliqué une tension de 135 volts aux bornes de la machine (environ 60% de la tension nominale). Le courant de démarrage est donné sur la figure III.28. L'évolution de la vitesse est donnée sur la figure III.29. On constate des résultats très proches entre l'expérience et les simulations (courant de démarrage et courant en régime permanent). Le modèle saturé et le modèle non saturé donnent pratiquement les mêmes résultats pour ce niveau de tension. On remarque sur ces courbes une légère modulation d'amplitude du courant juste avant l'accrochage. Cette modulation est provoquée par la différence de vitesse entre le rotor et le champ tournant (variation de réluctance). Nous avons représenté sur la figure III.30 l'évolution du courant magnétisant et du coefficient de saturation  $K_s$  pendant la phase de démarrage. Le courant magnétisant est faible au début du démarrage (les courants rotoriques s'opposent aux courants statoriques) puis augmente progressivement en provoquant des phases de fonctionnement saturé ( $K_s < 1$ ). En régime permanent, le courant magnétisant se stabilise autour de 1,5 A, ce qui correspond à un fonctionnement non saturé ( $K_s = 1$ ).

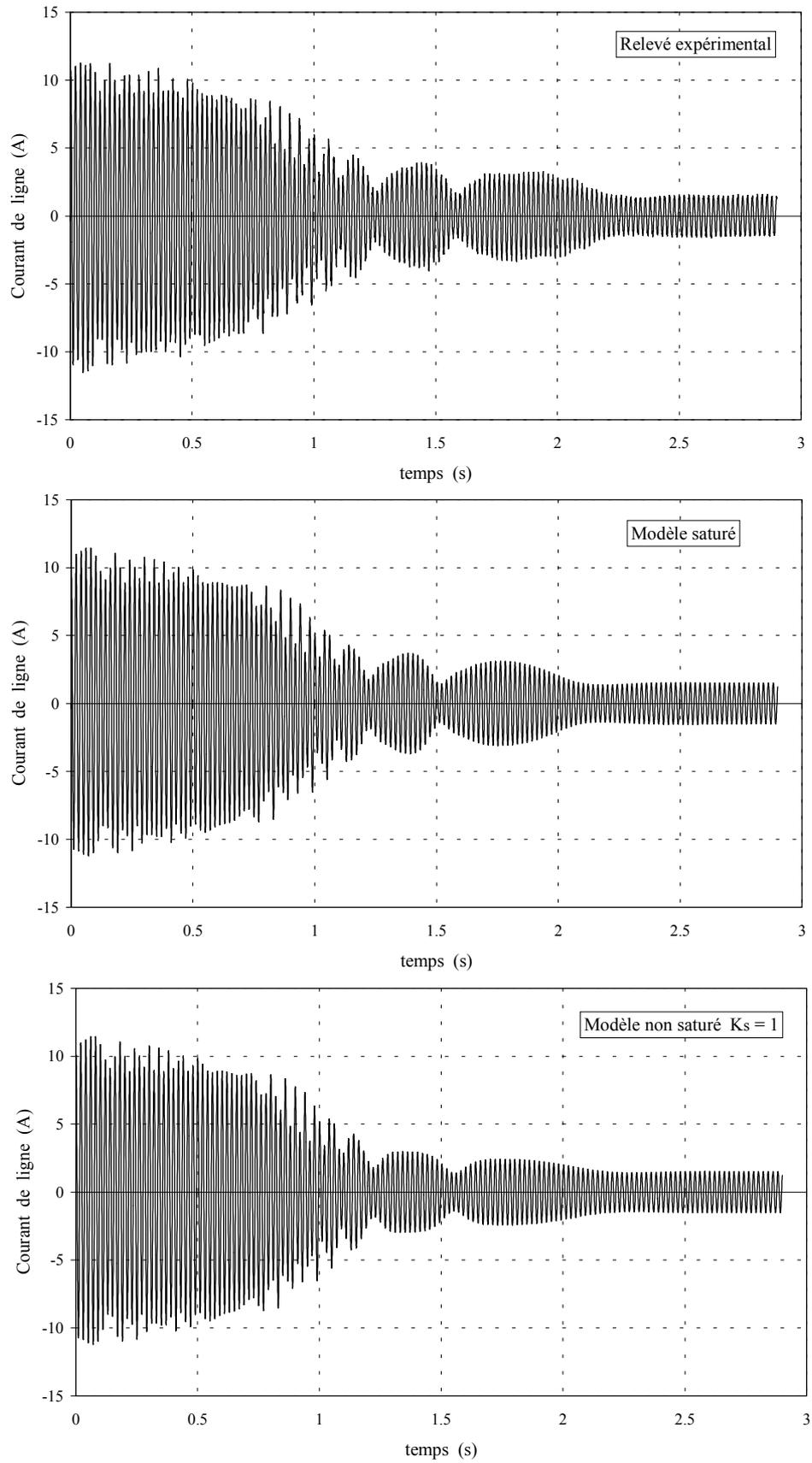


Figure III.28. Courant de démarrage à vide sous tension réduite ( $V_s = 135$  Volts)

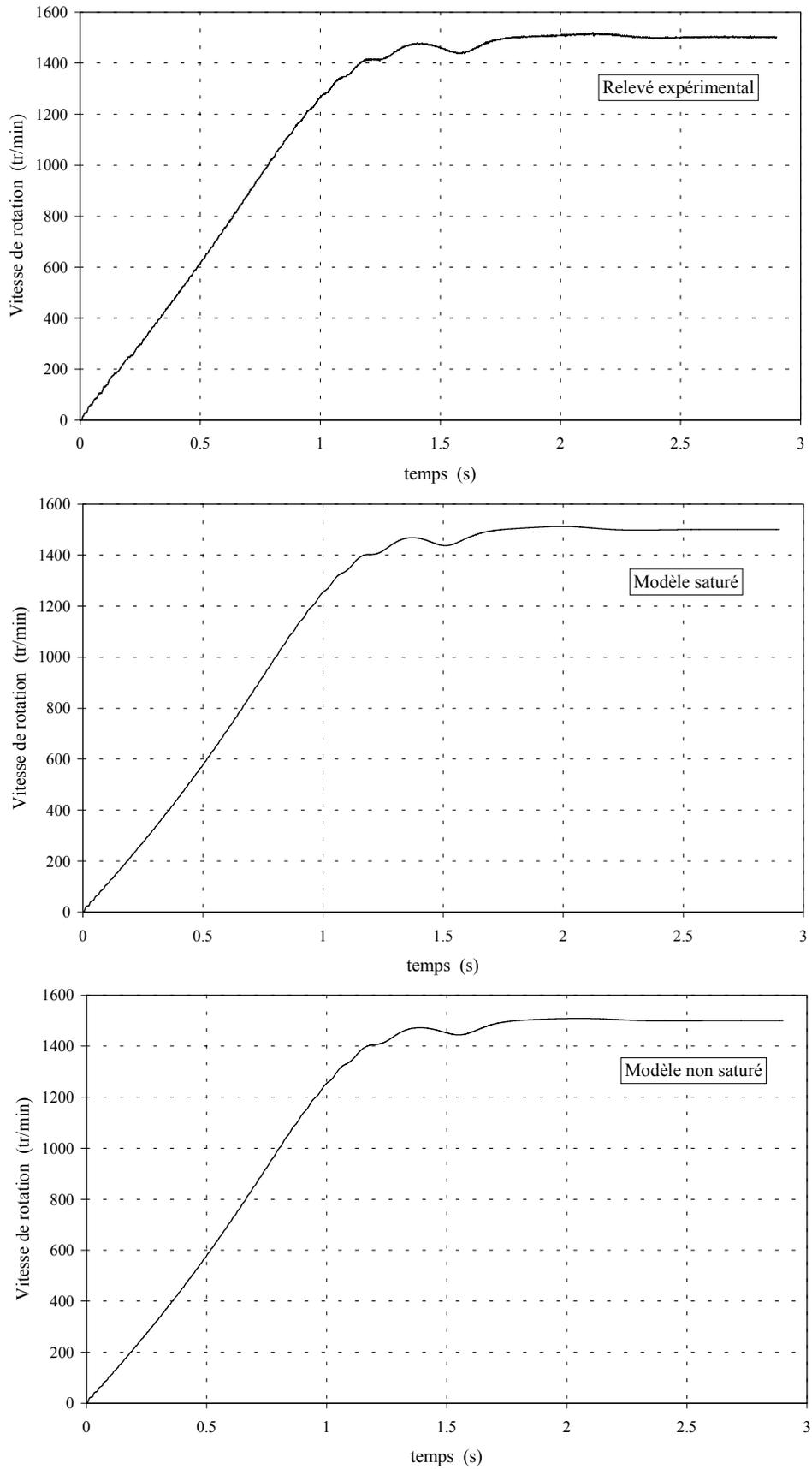
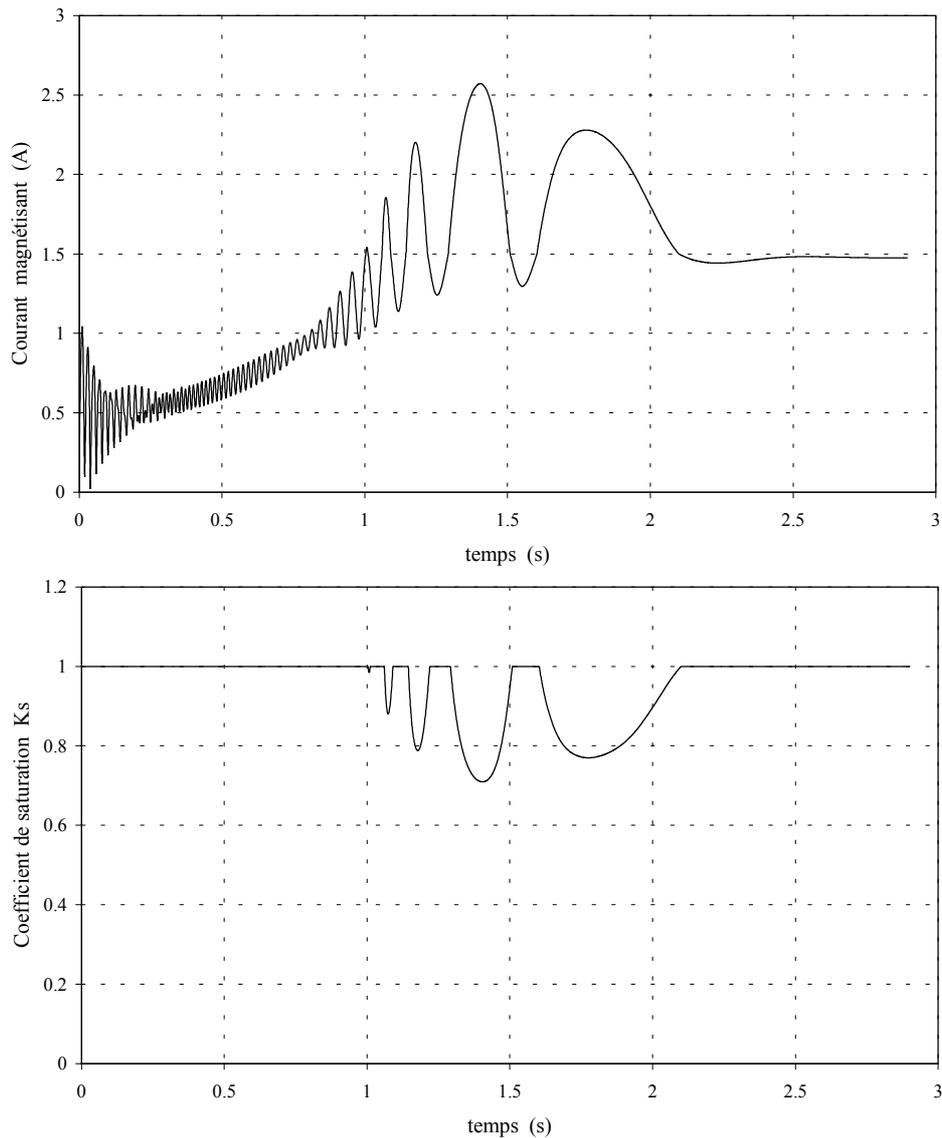


Figure III.29. Vitesse à vide sous tension réduite ( $V_s = 135$  volts)



**Figure III.30.** Evolution du courant magnétisant et du coefficient de saturation lors du démarrage à vide sous tension réduite ( $V_s = 135V$ )

### 6.3.1.2 Démarrage de la machine sous tension nominale

La machine est alimentée sous 230 volts correspondant à la tension nominale. Les relevés expérimentaux du courant de démarrage et de la vitesse sont donnés sur les figures III.31 et III.32. On a fait également apparaître sur ces figures, les résultats de simulation obtenus en utilisant le modèle saturé et le modèle non saturé ( $K_s = 1$ ). Pour les simulations, nous nous sommes placés dans les mêmes conditions que celles de l'expérience (phases des tensions d'alimentation, chute de tension au démarrage, position initiale du rotor). La comparaison des différentes courbes montre clairement que pour ce niveau de tension, le modèle saturé permet de prévoir les caractéristiques dynamiques du démarrage avec beaucoup plus de précision que le modèle non saturé. Le modèle saturé fait apparaître en particulier les modulations

d'amplitude du courant juste avant l'accrochage et donne une valeur du courant en régime permanent pratiquement identique à l'expérience.

On remarque tout de même une différence sur la valeur maximum du courant au premier instant du démarrage (environ 20 A pour l'expérience et 18 A en simulation). Cette différence peut s'expliquer par une légère baisse de la valeur des inductances de fuites (saturation) pour les valeurs importantes du courant statorique. On rappelle que ces inductances de fuites ont été supposées constantes dans le modèle.

Nous avons représenté sur la figure III.33, l'évolution du courant magnétisant  $I'_{mr}$  et du coefficient de saturation pendant le démarrage. On remarque que le courant magnétisant est faible au début du démarrage et que la machine n'est pas saturée. Ensuite, la valeur du courant dans les barres du rotor diminue, le champ magnétique pénètre dans le rotor, le courant magnétisant augmente et la machine sature. En régime permanent, le coefficient de saturation vaut  $K_s = 0,46$ .

Nous avons effectué une autre simulation en posant dans le modèle saturé, une valeur fixe pour  $K_s$  correspondant à l'état de saturation de la machine en régime permanent lorsqu'elle est alimentée sous tension nominale ( $K_s = 0,46$ ). Les résultats sont donnés sur la figure III.34. On voit apparaître sur les courants les modulations d'amplitude avant l'accrochage. Cependant, ce modèle ne permet pas d'atteindre la précision obtenue en utilisant le modèle saturé à  $K_s$  variable.

### **6.3.2 Echelon de couple résistant**

La machine est alimentée sous tension nominale. Elle est accouplée à une génératrice à courant continu. A l'instant initial ( $t = 0$ ), on charge la génératrice avec une résistance. Comme la vitesse du banc varie peu et que la constante de temps de l'induit est très faible ( $\tau_e = 3$  ms), le courant dans la génératrice s'établit pratiquement instantanément. A cette valeur du courant d'induit correspond un couple résistant appliqué sur l'arbre de la machine synchrone.

Nous avons appliqué un couple résistant de 4 Nm. Nous avons représenté sur la figure III.35, l'évolution du courant dans la machine synchrone et sur la figure III.36, l'évolution de la vitesse. Nous avons fait apparaître sur ces graphiques, les résultats expérimentaux et les résultats de simulation. On voit que les résultats obtenus à l'aide du modèle saturé sont en accord avec les résultats expérimentaux. La chute de vitesse est pratiquement identique dans les deux cas (autour de 1470 tr/mn). On obtient également une valeur proche du courant statorique en régime permanent.

Par contre, on constate que le modèle non saturé ( $K_s = 1$ ) nous donne un fonctionnement instable pour ce niveau de couple résistant (la machine décroche). On voit apparaître des oscillations sur le courant et la vitesse (phénomène de pompage). Ce résultat est loin de refléter la réalité expérimentale. Ce résultat montre à nouveau que la saturation magnétique améliore la plage de fonctionnement stable de la machine (stabilité dynamique dans ce cas) lorsqu'elle est alimentée par une source de tension.

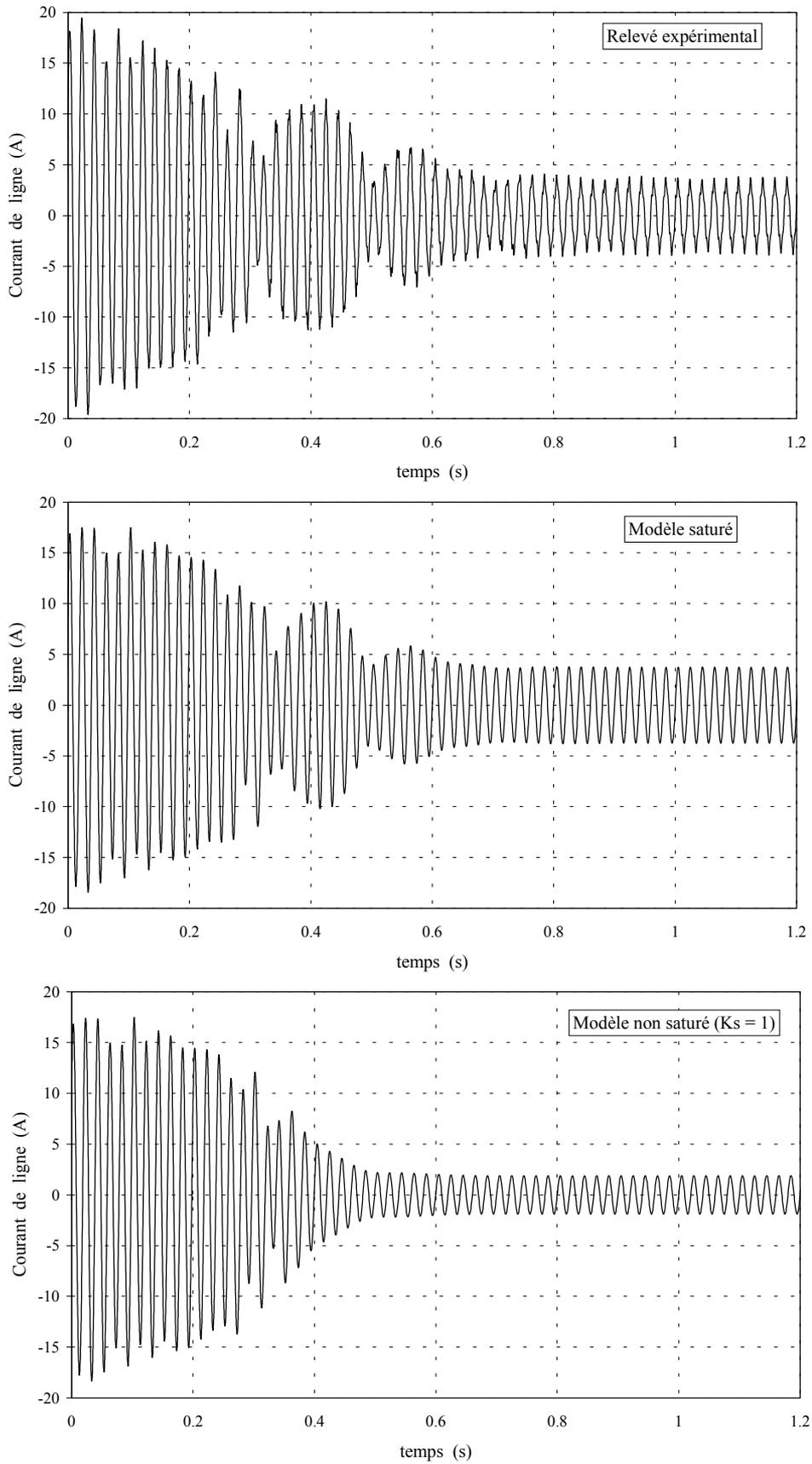


Figure III.31. Courant statorique, démarrage à vide sous tension nominale ( $V_s = 230V$ )

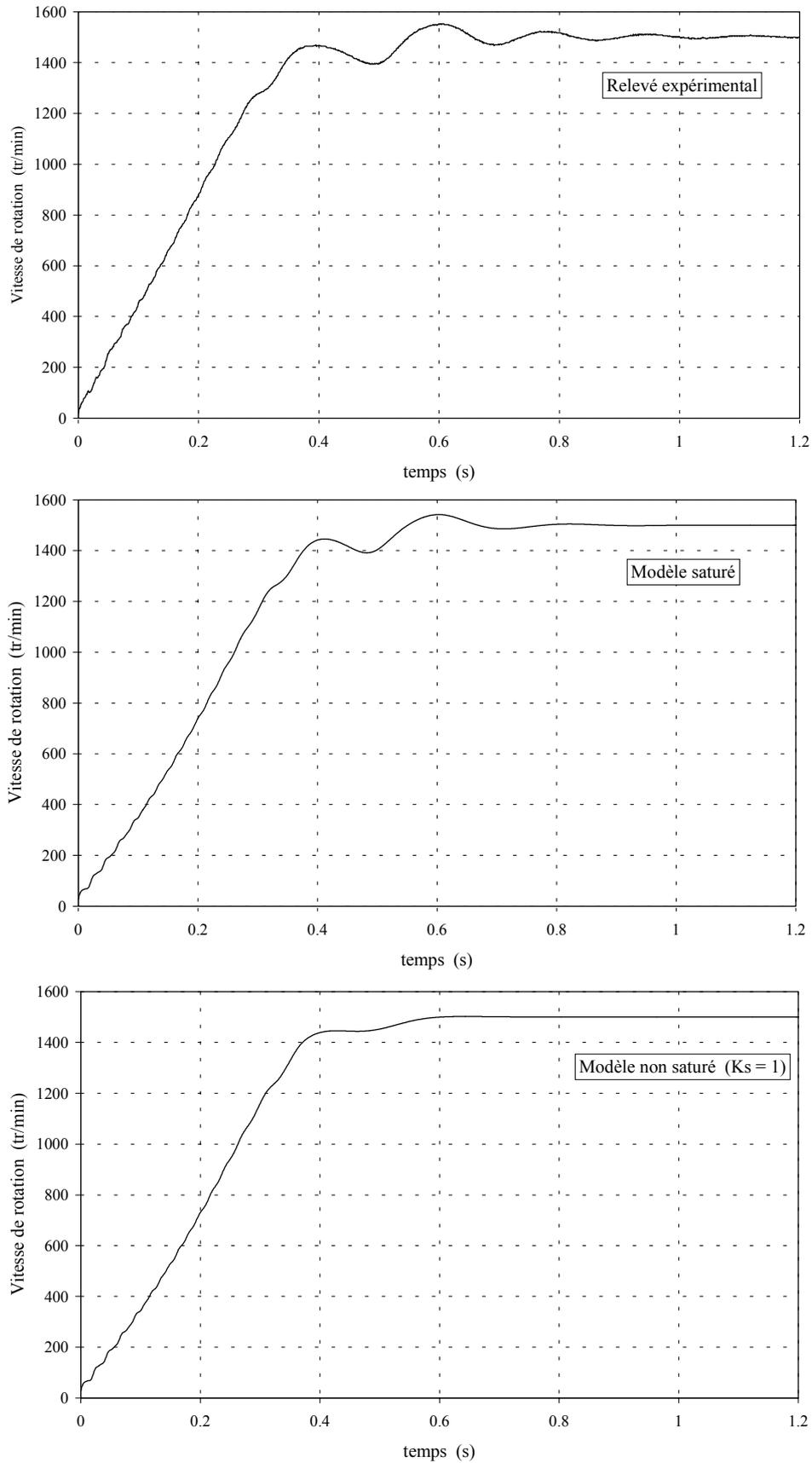


Figure III.32. Vitesse de rotation, démarrage à vide sous tension nominale ( $V_s = 230V$ )

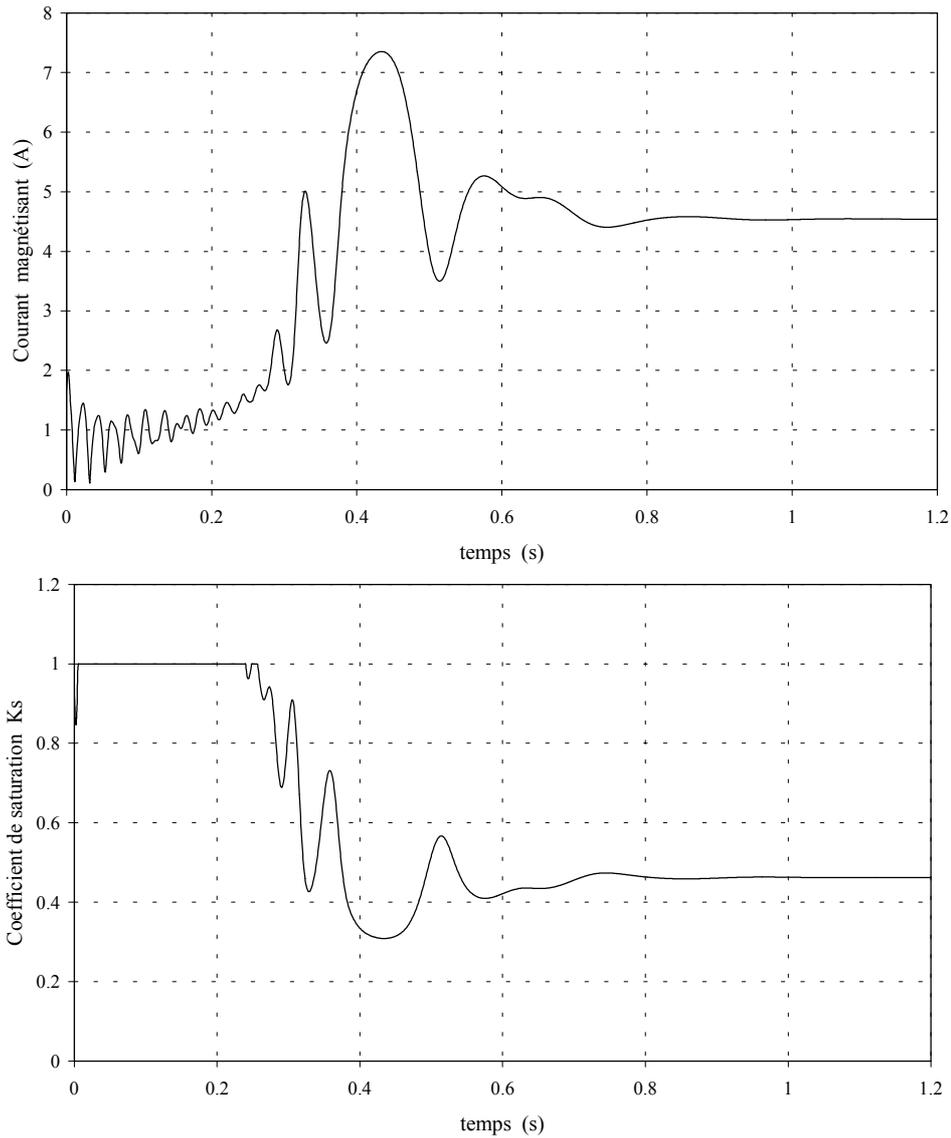


Figure III.33. Courant magnétisant et coefficient de saturation, démarrage à vide sous tension nominale ( $V_s = 230V$ )

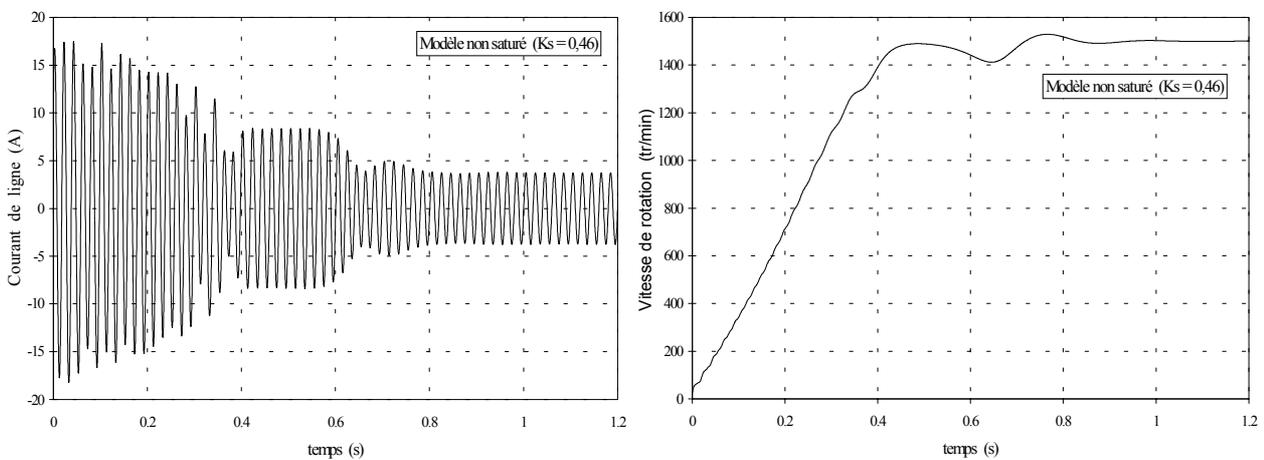


Figure III.34. Courant et vitesse lors d'un démarrage à vide sous tension nominale ( $V_s = 230V$ ) ; modèle saturé avec  $K_s = 0,46$

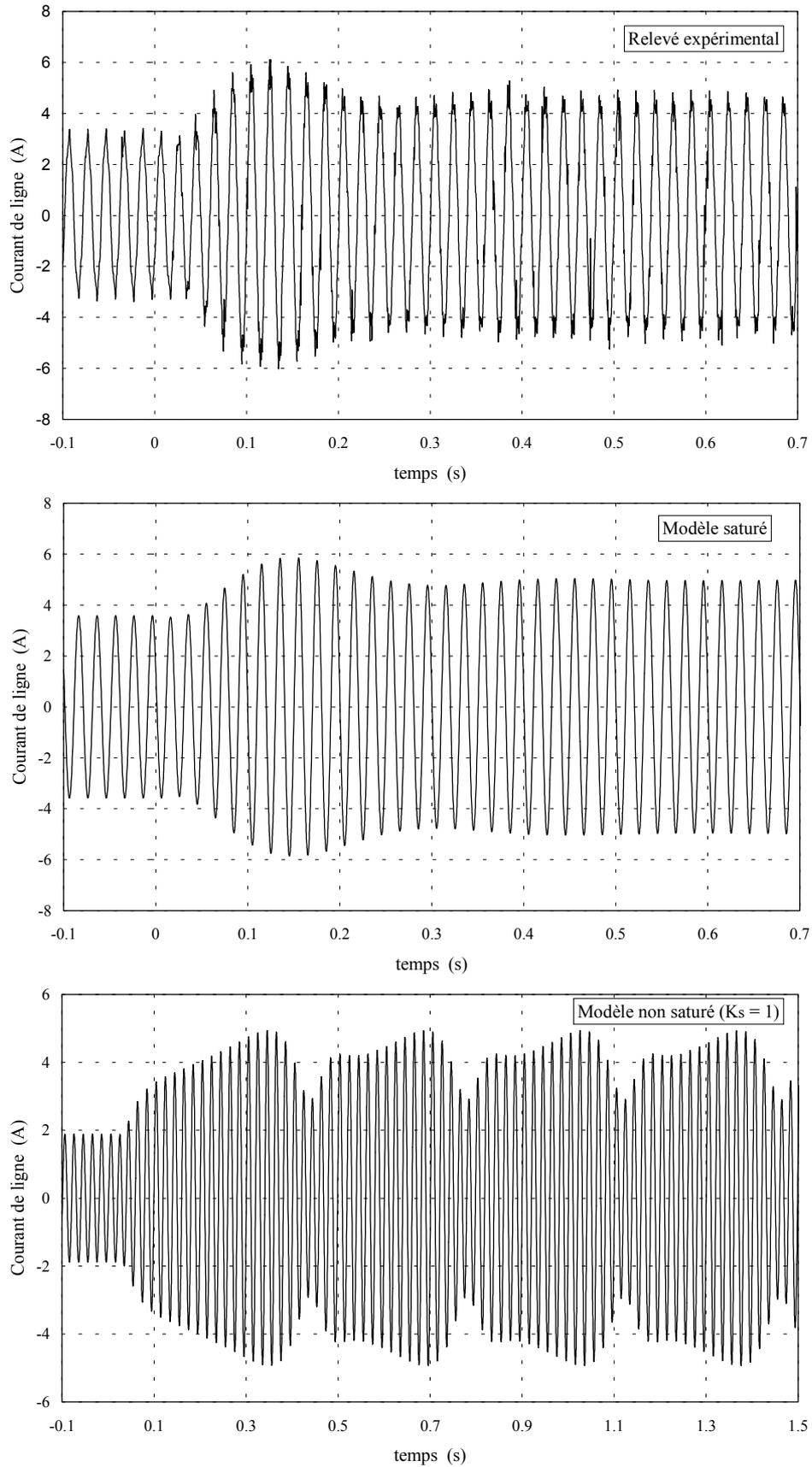


Figure III.35. Courant de ligne;  $V_s = 230 V$  ;  
Echelon de couple résistant de 4 Nm

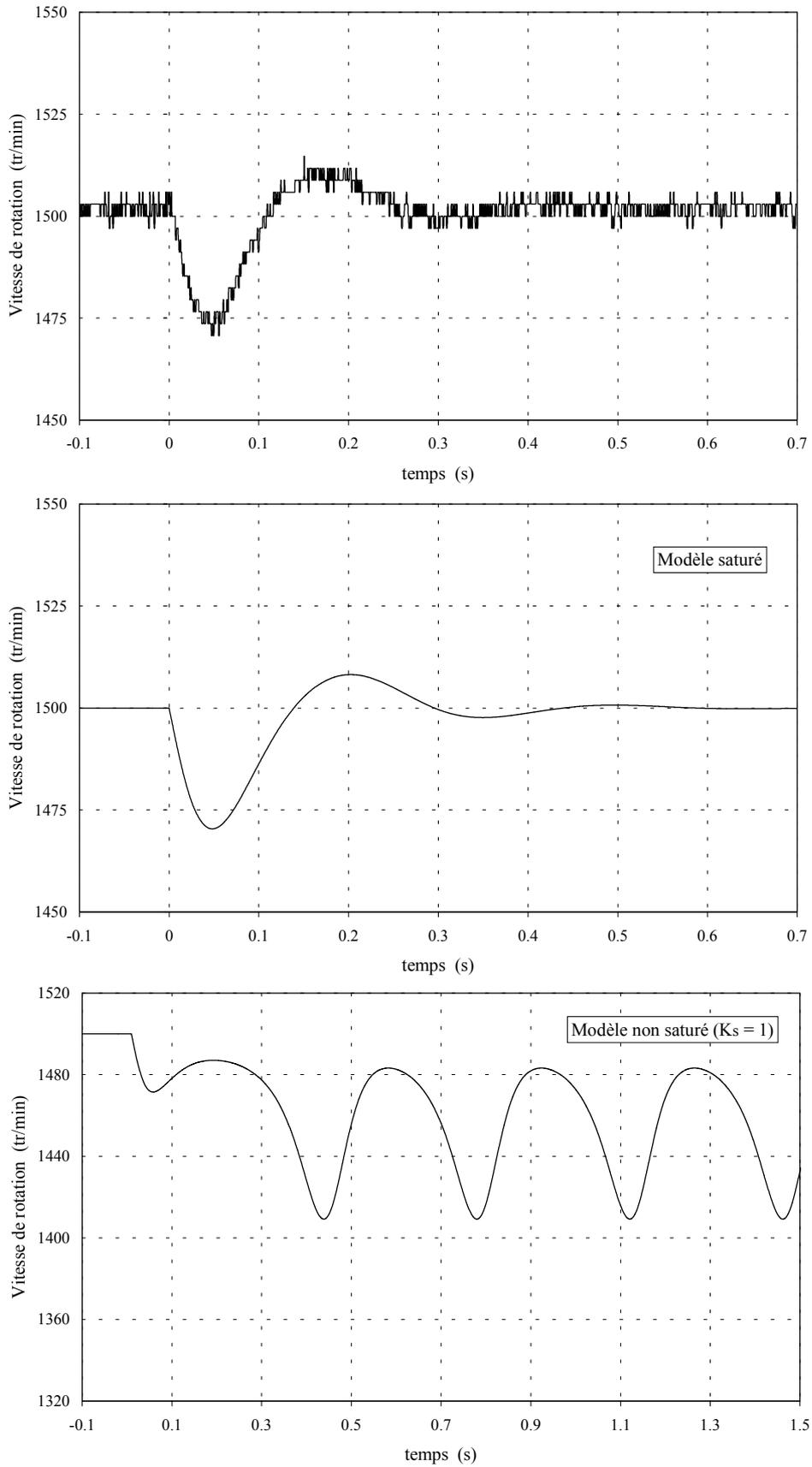


Figure III.36. Vitesse de rotation;  $V_s = 230 V$  ;  
Echelon de couple résistant de  $4 Nm$

## **7. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord montré qu'il est possible de mesurer l'ensemble des paramètres électriques du modèle saturé que nous proposons. Pour obtenir ces paramètres, il faut réaliser des essais sous de faibles niveaux de tension ou de courant pour obtenir les paramètres non saturés (7 paramètres) et mesurer le coefficient de saturation  $K_S$  en effectuant des essais en régime saturé.

La première étape pour valider le modèle saturé a été de prédéterminer la caractéristique magnétique de la machine suivant l'axe  $q$ . Nous avons obtenu des résultats de prédétermination présentant une erreur maximum de 7% par rapport à l'expérience.

Nous nous sommes intéressés ensuite à l'effet croisé de saturation en régime permanent. Nous avons montré que le modèle saturé permet de prévoir correctement ce phénomène sauf pour les valeurs importantes du courant  $I_{sd}$  (nous avons constaté dans ce cas, des erreurs supérieures à 25% entre le modèle saturé et l'expérience). Nous avons également montré que l'on pouvait mettre en évidence l'effet croisé sur un régime transitoire en réalisant un montage simple.

Nous avons mesuré ensuite les caractéristiques de la machine reliée au réseau. Nous avons montré que la saturation magnétique améliorait la plage de stabilité de la machine en augmentant la valeur du couple de décrochage.

Enfin, nous avons comparé des résultats expérimentaux et des résultats de simulation pour différents régimes transitoires (démarrages directs sur le réseau et échelon de couple résistant). Ces résultats ont démontré le bien fondé du modèle saturé proposé par rapport au modèle classique en termes de précision.

Finalement, l'ensemble de ces résultats montre que l'utilisation d'un modèle saturé simple pour la machine synchrone à réluctance variable (modèle au premier harmonique d'espace) permet d'améliorer nettement les résultats de prédétermination.

Nous allons maintenant nous intéresser à la commande vectorielle de la machine. L'objectif est de montrer l'influence de la saturation magnétique sur les caractéristiques dynamiques et sur les caractéristiques en régime permanent.

## **CHAPITRE IV**

<p><b>EFFETS DE LA SATURATION MAGNETIQUE SUR LE CONTROLE VECTORIEL</b></p>
--



## **1. Introduction**

La commande vectorielle des machines à courants alternatifs est maintenant bien connue [LEO 91a] [LEO 91b]. De nombreux industriels commercialisent des variateurs de vitesse pour les machines synchrones et asynchrones utilisant ce mode de contrôle. Le principe de la commande vectorielle est identique à celui de la commande d'une machine à courant continu à excitation séparée. Il faut cependant se placer dans un repère particulier où le couple électromagnétique s'exprime simplement en fonction des composantes des courants suivant les deux axes (axe  $d$  et axe  $q$ ). Habituellement, la composante d'axe  $d$  du courant statorique joue le rôle de l'excitation et permet de régler la valeur du flux dans la machine. La composante d'axe  $q$  joue le rôle du courant d'induit et permet de contrôler le couple. Avec ce type de commande, on obtient des systèmes d'entraînements performants, capables d'imposer le couple nominal de l'arrêt à la vitesse nominale.

Des travaux ont été publiés sur la commande vectorielle des machines synchrones à réluctance variable [XU 91] [BET 93] [FLE 95a] [VAG 97] [KAN 98] [JOV 99]. Des études théoriques ont été menées dernièrement pour mettre en évidence les effets de la saturation magnétique sur la commande [TOU 97] [CHO 98] [KIL 01]. Il est par contre très difficile de trouver des résultats expérimentaux sur ce sujet [VAG 00b].

Dans ce chapitre, nous allons montrer les effets de la saturation sur les caractéristiques d'une machine pilotée en contrôle vectoriel. Pour cela, nous allons réaliser un certain nombre d'expériences. Les résultats de cette étude ont été publiés récemment [LUB 02a]. Nous commencerons par donner une description du banc expérimental que nous avons développé en indiquant les caractéristiques principales du matériel utilisé. Nous développerons ensuite les différents algorithmes de régulation. La commande en courant nous permettra de montrer les effets de la saturation sur la valeur du couple électromagnétique développé par la machine. Nous réaliserons ensuite une commande en vitesse. Nous montrerons les effets de la saturation magnétique sur les réponses transitoires du courant  $I_{sq}$  et de la vitesse en effectuant des essais en régime non saturé et en régime saturé. Pour chaque essai, nous comparerons les résultats de simulation avec les résultats expérimentaux.

## **2. Description du banc expérimental**

Le schéma synoptique du banc expérimental est donné sur la figure IV.1. La machine synchrone à réluctance variable (voir l'annexe 1 pour ses caractéristiques) est couplée mécaniquement à une machine à courant continu qui débite son courant dans une charge résistive. Elle permet d'appliquer un couple résistant sur l'arbre. La machine synchrone est alimentée par un ensemble redresseur-onduleur de chez Semikron. L'onduleur est composé de 3 bras de pont constitués chacun de deux IGBT (1200V, 40A) et de deux diodes. Les IGBT sont associés à des modules de commande gérant les temps morts et la protection contre les courts-circuits. Les signaux de commande des IGBT sont issus de la carte DS1102. Cette carte, commercialisée par la société Dspace, est constituée d'un DSP (Digital Signal Processor) et de plusieurs convertisseurs analogiques-numériques et numériques-analogiques.

L'onduleur est commandé en Modulation de Largeur d'Impulsion centrée (MLI) à une fréquence de 10 kHz.

Pour assurer le contrôle vectoriel, la machine est associée à un capteur de position et à deux capteurs de courant. Le capteur de position est un codeur incrémental ayant une résolution de 1024 points par tour. La position initiale du rotor est repérée avant chaque manipulation. Les signaux issus du codeur sont envoyés directement sur la carte DSP qui possède une interface pour codeur incrémental. La vitesse de rotation est calculée à partir de la position. Les courants statoriques sont mesurés à l'aide de deux sondes à effet Hall. Les signaux sont ensuite mis en formes et envoyés sur les convertisseurs analogiques-numériques de 16 bits intégrés à la carte DS1102. On dispose également sur cette carte de deux entrées analogiques supplémentaires associées à des CAN de 12 bits. Ces entrées supplémentaires nous serviront dans le chapitre suivant pour mettre en œuvre une stratégie de commande à rendement optimal.

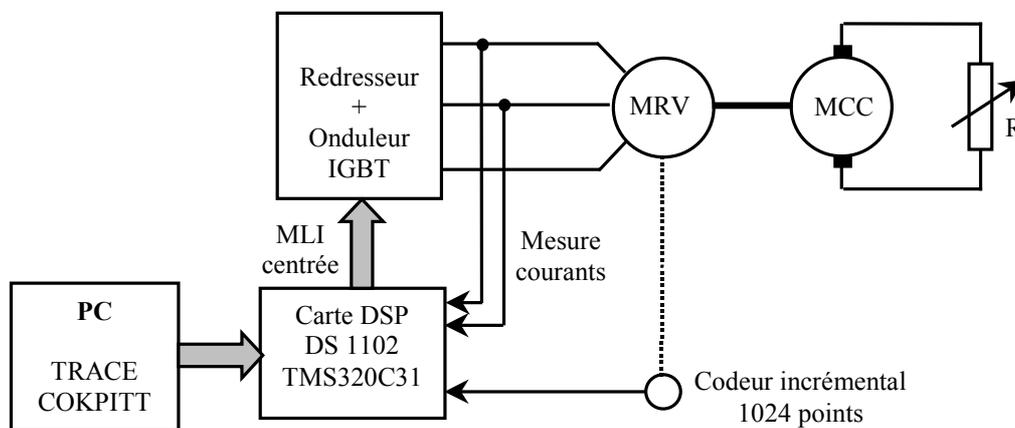


Figure IV.1. Schéma synoptique du banc expérimental

La carte DS1102 est équipée d'un DSP du type TMS320C31 (à virgule flottante) de chez Texas Instrument. Ce DSP se programme directement en langage C (nous n'utilisons pas l'environnement MATLAB). De cette façon, les routines que nous développons en simulation (sur Borland C++) peuvent être implantées directement sur le DSP. Enfin, on dispose de deux logiciels associés à la carte DS1102. Ces deux logiciels fonctionnent sous Windows. Le premier de ces logiciels nommé COKPITT permet d'avoir accès en temps réel aux variables du programme. Il permet, par exemple, d'imposer les consignes de courant et de vitesse ou de modifier la valeur des paramètres des correcteurs. Le second logiciel nommé TRACE permet de capter, d'afficher et de sauvegarder les signaux de mesure et de calcul.

Le schéma bloc de la commande vectorielle est donné sur la figure IV.2. Les principaux constituants de ce schéma sont les boucles de régulation des courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$  et la boucle de régulation de vitesse. On trouve également sur ce schéma, les transformations de Park directe (123/dq) et inverse (dq/123) permettant de changer de repère à partir de la mesure de la position du rotor. La limitation sur la référence du courant  $I_{sq}$  assure la protection en courant

de la machine. En contrôle vectoriel classique, le courant  $I_{sdref}$  est fixé à une valeur constante correspondante au niveau nominal du flux dans la machine. On choisit ensuite le type de commande suivant l'application désirée (couple ou vitesse). Si on travaille en régulation de vitesse, c'est la sortie du correcteur de vitesse qui impose la consigne du courant  $I_{sq}$ .

Nous allons commencer par mettre en œuvre la commande en couple. Pour cela, nous allons calculer les correcteurs de courant  $C_d(z)$  et  $C_q(z)$  apparaissant sur la figure IV.2. Après avoir réglé les correcteurs et vérifié leurs performances, nous regarderons l'effet de la saturation sur la valeur du couple électromagnétique pour différentes valeurs des courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$ . Pour estimer la valeur du couple (nous ne disposons pas de capteur de couple dynamique sur le banc), nous utiliserons le relevé expérimental de la vitesse. Nous comparerons les résultats expérimentaux aux résultats de simulation. Nous développerons ensuite la régulation de vitesse.

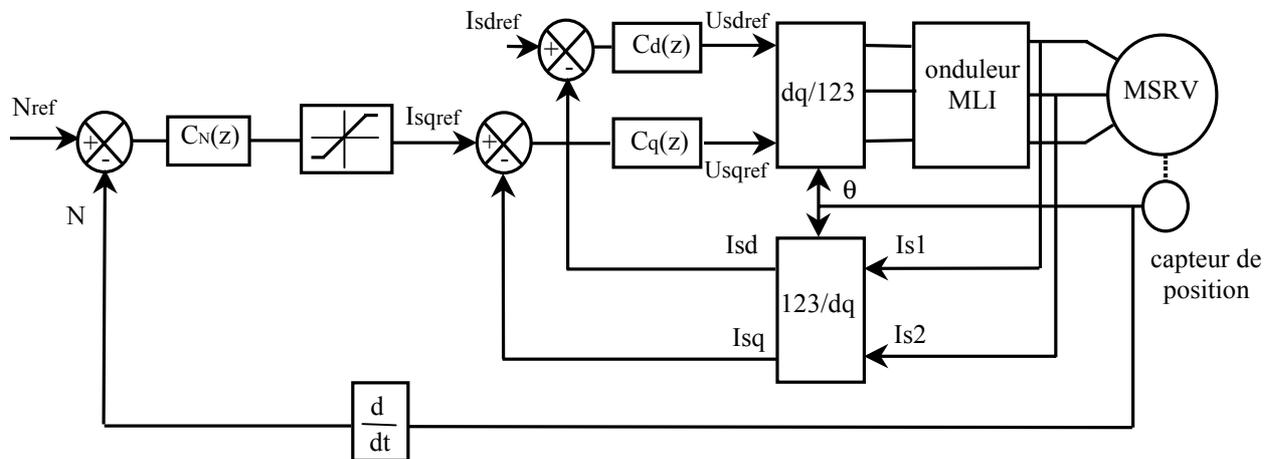


Figure IV.2. Schéma bloc de la commande vectorielle

### 3. Commande en couple

#### 3.1 Modélisation des boucles de courant

Pour contrôler le couple de la machine, il faut réguler les courants statoriques d'axe  $d$  et d'axe  $q$ . Pour effectuer la synthèse des correcteurs, nous allons utiliser les équations du modèle non saturé ( $K_s = 1$ ). Les équations d'état des courants statoriques (II.37) sont rappelées ci-dessous sous une forme légèrement différente :

$$\sigma_d \cdot L_d \cdot \frac{di_{sd}}{dt} + \left( R_s + \frac{L_d \cdot (1 - \sigma_d)}{T_{rd}} \right) \cdot i_{sd} = u_{sd} + e_d \quad (IV.1)$$

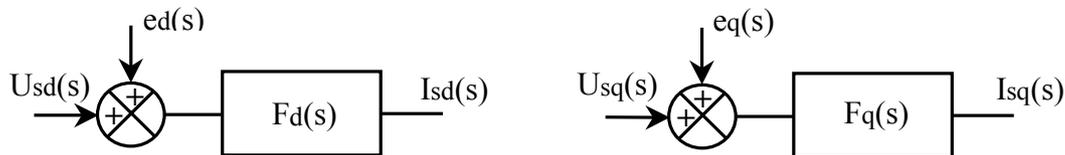
$$\sigma_q \cdot L_q \cdot \frac{di_{sq}}{dt} + \left( R_s + \frac{L_q \cdot (1 - \sigma_q)}{T_{rq}} \right) \cdot i_{sq} = u_{sq} + e_q \quad (IV.2)$$

Les courants statoriques sont liés aux tensions correspondantes par une équation différentielle du premier ordre. Les termes  $e_d$  et  $e_q$  représentent les grandeurs de couplage entre les deux axes. Ces grandeurs dépendent de variables (vitesse et courants magnétisants rotoriques) ayant une dynamique lente par rapport à la dynamique des courants statoriques. Les expressions de  $e_d$  et  $e_q$  sont les suivantes :

$$e_d = \omega_e \cdot \sigma_q \cdot L_q \cdot i_{sq} + \omega_e \cdot L_q \cdot (1 - \sigma_q) \cdot I_{m\ r_q} + \frac{L_d \cdot (1 - \sigma_d)}{T_{rd}} \cdot I_{m\ r_d} \quad (IV.3)$$

$$e_q = -\omega_e \cdot \sigma_d \cdot L_d \cdot i_{sd} - \omega_e \cdot L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot I_{m\ r_d} + \frac{L_q \cdot (1 - \sigma_q)}{T_{rq}} \cdot I_{m\ r_q} \quad (IV.4)$$

Ces termes de couplage seront considérés dans la suite comme des perturbations. Les équations (IV.1) et (IV.2) débouchent alors sur les fonctions de transfert de la machine. Ces fonctions de transfert sont représentées sur la figure IV.3.



**Figure IV.3.** *Fonctions de transfert de la machine*

Les expressions de  $F_d(s)$  et  $F_q(s)$  sont données ci-dessous :

$$F_d(s) = \frac{1}{\left( R_s + \frac{L_d \cdot (1 - \sigma_d)}{T_{rd}} \right)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\sigma_d \cdot L_d}{\left( R_s + \frac{L_d \cdot (1 - \sigma_d)}{T_{rd}} \right)} \cdot s} \quad (IV.5)$$

$$F_q(s) = \frac{1}{\left( R_s + \frac{L_q \cdot (1 - \sigma_q)}{T_{rq}} \right)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\sigma_q \cdot L_q}{\left( R_s + \frac{L_q \cdot (1 - \sigma_q)}{T_{rq}} \right)} \cdot s} \quad (IV.6)$$

Comme nous réalisons une régulation numérique (à partir d'un DSP), il est nécessaire de "discrétiser" les fonctions de transfert précédentes. Nous allons développer les calculs pour le courant d'axe  $d$ . Les résultats pour l'axe  $q$  sont identiques en changeant les indices. La transformée en  $z$  de la fonction de transfert du courant d'axe  $d$  associée à un bloqueur d'ordre zéro est donnée par la relation suivante :

$$\mathcal{Z}\{B_o(s).F_d(s)\} = (1 - z^{-1}) \cdot \mathcal{Z}\left\{\frac{F_d(s)}{s}\right\} \quad (IV.7)$$

En remplaçant l'expression de  $F_d(s)$  dans l'équation (IV.7), on obtient après calculs :

$$\mathcal{Z}\{B_o(s).F_d(s)\} = \frac{\alpha_d \cdot z^{-1}}{1 - \beta_d \cdot z^{-1}} \quad (IV.8)$$

avec :

$$\alpha_d = \left( R_s + \frac{L_d \cdot (1 - \sigma_d)}{T_{rd}} \right)^{-1} \cdot (1 - \beta_d) \quad \text{et} \quad \beta_d = e^{-\frac{T_e \cdot \left( R_s + \frac{L_d \cdot (1 - \sigma_d)}{T_{rd}} \right)}{\sigma_d \cdot L_d}} \quad (IV.9)$$

Dans l'expression de  $\beta_d$ ,  $T_e$  représente la période d'échantillonnage des boucles de courant. Cette période d'échantillonnage est fixée à 200 $\mu$ s.

### 3.2 Synthèse des correcteurs

Le schéma bloc de la boucle de régulation du courant statorique d'axe  $d$  est donné sur la figure IV.4. Nous avons fait apparaître dans cette boucle, un retard pur d'une période d'échantillonnage (le terme  $z^{-1}$ ). Ce retard modélise le temps nécessaire entre l'acquisition des courants et la modification de la valeur des tensions aux bornes de la machine.

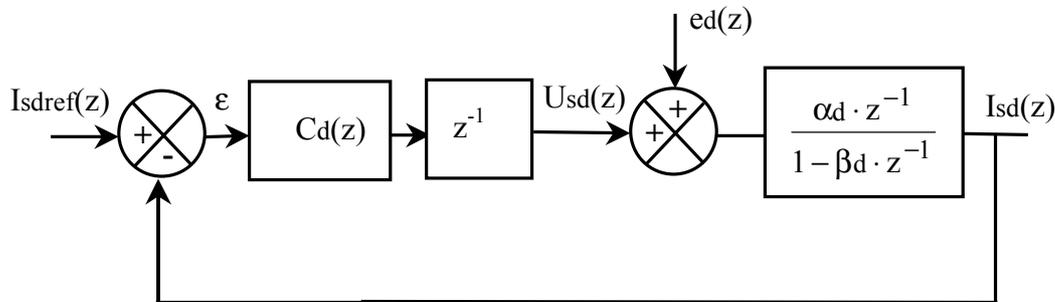


Figure IV.4. Régulation du courant  $I_{sd}$

Le correcteur que nous utilisons est du type proportionnel-intégral (PI). Ce correcteur permet d'annuler l'erreur statique et d'agir sur la dynamique de la boucle. Sa fonction de transfert est la suivante :

$$C_d(z) = K_{ad} \cdot \frac{1 - K_{bd} \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}} \quad (IV.10)$$

On effectue le calcul du correcteur par rapport à l'entrée principale  $I_{sdref}(z)$ . On considère que le terme de perturbation  $ed(z)$  est nul. La fonction de transfert en boucle ouverte est alors la suivante :

$$\frac{I_{sd}(z)}{\varepsilon(z)} = K_{ad} \cdot \frac{1 - K_{bd} \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}} \cdot z^{-1} \cdot \frac{\alpha_d \cdot z^{-1}}{1 - \beta_d \cdot z^{-1}} \quad (IV.11)$$

On fixe la valeur du gain  $K_{bd}$  en compensant le pôle du système à commander :

$$K_{bd} = \beta_d \quad (IV.12)$$

Après compensation, le calcul de la fonction de transfert en boucle fermée nous donne :

$$\frac{I_{sd}(z)}{I_{sdref}(z)} = \frac{\alpha_d \cdot K_{ad}}{z^2 - z + \alpha_d \cdot K_{ad}} \quad (IV.13)$$

Il s'agit d'un système du deuxième ordre. La position des pôles dans le plan complexe dépend de la valeur du discriminant de l'équation caractéristique. Ce discriminant a pour expression :

$$\Delta = 1 - 4 \cdot \alpha_d \cdot K_{ad} \quad (IV.14)$$

Suivant le signe du discriminant, la réponse en courant sera apériodique ( $\Delta \geq 0$ ) ou présentera des oscillations ( $\Delta < 0$ ). On désire obtenir la réponse en courant la plus rapide sans dépassement, ce qui revient à imposer  $\Delta = 0$ . On obtient alors la relation (IV.15) permettant de calculer la valeur du deuxième paramètre du correcteur :

$$K_{ad} = \frac{1}{4 \cdot \alpha_d} \quad (IV.15)$$

On montre qu'avec ce mode de réglage, le temps de réponse de la boucle ne dépend que de la valeur de la période d'échantillonnage  $T_e$  :

$$tr = -\frac{4,3 \cdot T_e}{\ln(0,5)} = 1,24 \text{ ms} \quad (IV.16)$$

Les résultats des calculs des gains des correcteurs de courant d'axe  $d$  et d'axe  $q$  sont donnés dans le tableau IV.1. Pour faire ces calculs, nous avons utilisé les paramètres de la machine que nous avons mesurés lors de l'identification (voir tableau III.1 du troisième chapitre).

<b>K<sub>ad</sub></b>	<b>K<sub>bd</sub></b>	<b>K<sub>aq</sub></b>	<b>K<sub>bq</sub></b>
39,3	0,92	54	0,95

**Tableau IV.1.** Valeurs des paramètres des correcteurs de courant

Nous allons maintenant vérifier les performances des boucles de régulation de courant.

### 3.3 Vérification des performances

Les simulations ont été réalisées avec le modèle saturé de la machine. Pour nous placer au plus près de la réalité, l'onduleur MLI a été modélisé en considérant les temps morts  $t_d$ . En fonction du signe du courant sortant d'un bras de pont, on augmente ou on diminue la valeur du rapport cyclique sur une période MLI. Dans ce cas, la valeur moyenne de la tension appliquée sur une phase du moteur n'est plus identique à la tension de référence [HOL 94] :

$$\langle V_s \rangle = \langle V_{sref} \rangle - \Delta V \quad (IV.17)$$

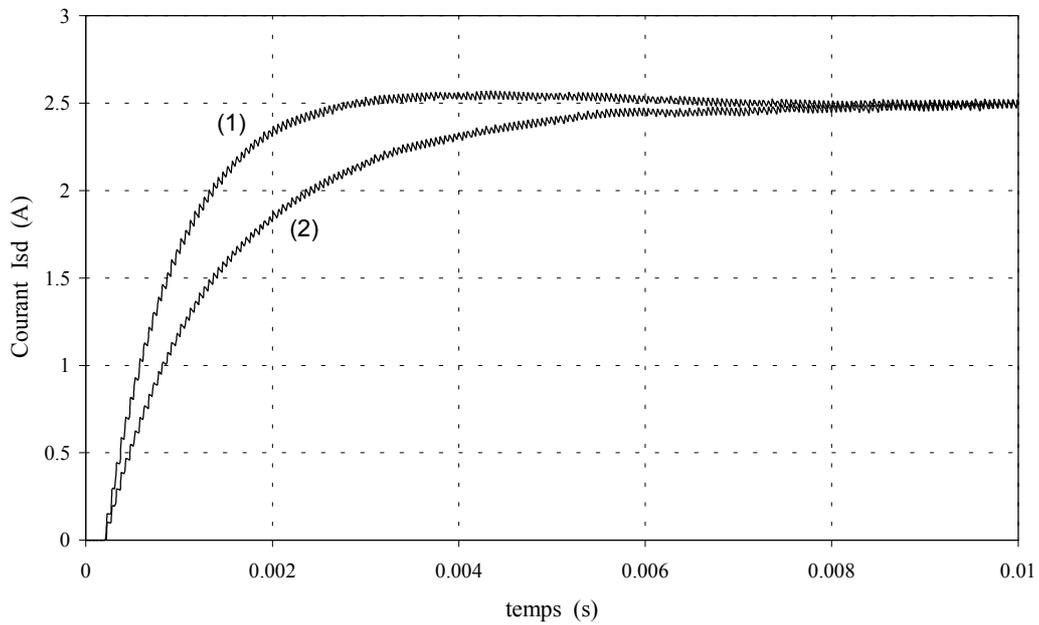
$$\Delta V = \frac{t_d}{T_{MLI}} \cdot U_{dc} \cdot \text{sign}(i_s) \quad (IV.18)$$

La valeur des temps morts réglés par le constructeur est de  $t_d = 3,8 \mu s$ . La période de la MLI est de  $100 \mu s$ . La tension du bus continu  $U_{dc}$  est de 510 volts. Ce qui nous donne une différence d'environ 20 volts entre la tension de référence  $\langle V_{sref} \rangle$  et la tension réellement appliquée au moteur  $\langle V_s \rangle$ .

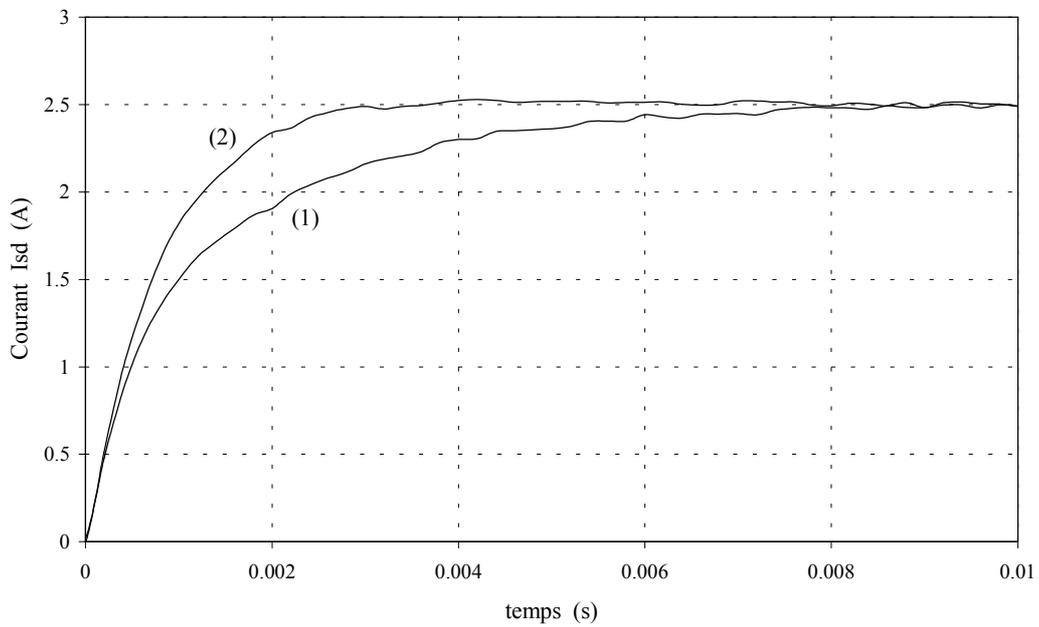
Les résultats de simulation pour la boucle de régulation du courant statorique d'axe  $d$  sont donnés sur la figure IV.5 avec les valeurs des paramètres du correcteur données dans le tableau IV.1. A l'instant initial, on impose un échelon de 2,5 A sur la référence. On peut observer sur cette figure l'effet des temps morts sur la réponse transitoire du courant  $i_{sd}$ . Le temps de réponse à 5% est d'environ 2 ms lorsque l'on néglige les temps morts dans la simulation et de 5 ms avec les temps morts.

Les résultats expérimentaux correspondant à la simulation précédente sont représentés sur la figure IV.6. Nous obtenons un temps de réponse de 5,4 ms lorsque l'on utilise les gains du correcteur du tableau IV.1. Ce résultat est en accord avec le résultat de simulation (lorsque l'on considère les temps morts). Pour améliorer les performances, nous avons modifié la valeur des gains du correcteur ( $K_{ad} = 46$ ;  $K_{bd} = 0,87$ ) pour obtenir un temps de réponse d'environ 2 ms.

Des résultats identiques ont été obtenus pour la boucle de courant d'axe  $q$ . Nous avons également modifié la valeur des gains du correcteur ( $K_{aq} = 58$ ;  $K_{bq} = 0,9$ ) pour obtenir une réponse sans dépassement avec un temps de réponse de 2 ms.



**Figure IV.5.** Régulation du courant  $I_{sd}$ ; Résultats de simulation  
(1) Sans les temps morts (2) Avec les temps morts  
 $K_{ad} = 39,3$  et  $K_{bd} = 0,92$



**Figure IV.6.** Régulation du courant  $I_{sd}$ ; Résultats expérimentaux  
(1)  $K_{ad} = 39,3$  et  $K_{bd} = 0,92$  (2)  $K_{ad} = 46$  et  $K_{bd} = 0,87$

### 3.4 Effets de la saturation sur la valeur du couple

Les boucles de courant étant réglées, nous pouvons maintenant commander la machine en couple en imposant simultanément les courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$ . Pour une valeur donnée de ces deux courants, la machine développe un certain couple électromagnétique en régime permanent. Dans la suite, nous allons étudier les variations du couple en fonction de la valeur des courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$ . Comme le niveau de saturation dans la machine dépend de la valeur de ces courants, nous verrons comment évolue le couple avec la saturation magnétique.

Pour estimer la valeur du couple électromagnétique, nous utiliserons le relevé expérimental de la vitesse du rotor. Pour cela, il suffit de reprendre l'équation fondamentale de la dynamique :

$$T_{em} = J \cdot \frac{d\Omega}{dt} + T_r \quad (IV.19)$$

Comme la machine est accélérée à vide, le couple résistant se limite au couple de frottement sec et au couple de frottement visqueux :

$$T_r = T_c + f \cdot \Omega \quad (IV.20)$$

Le couple électromagnétique se calcule alors à partir de l'équation aux différences (IV.21). Le terme  $h$  représente le pas entre deux mesures de vitesse. Pour avoir une bonne précision, ce pas doit être petit par rapport au temps de montée en vitesse ( $h = 10^{-3}$  seconde).

$$T_{em}(t) = J \cdot \frac{\Omega(t+h) - \Omega(t-h)}{2h} + T_c + f \cdot \Omega(t) \quad (IV.21)$$

Nous avons représenté sur la figure IV.7, les relevés expérimentaux de la vitesse et des courants statoriques  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$  pour un essai particulier. Nous avons fixé la valeur du courant  $I_{sd}$  à 2,5 A de manière à imposer le flux nominal dans la machine. Cette valeur de courant correspond approximativement au coude de saturation de la caractéristique magnétique d'axe  $d$  (voir figure III.11). Après avoir imposé la valeur du courant  $I_{sd}$ , nous appliquons (à  $t = 0$ ) un échelon de consigne de 7 A sur l'entrée de la boucle de régulation du courant  $I_{sq}$ . Le couple électromagnétique devient non nul et le moteur accélère. Le couple électromagnétique représenté sur la figure IV.7 a été estimé à partir de la mesure de la vitesse en utilisant la relation (IV.21). La valeur moyenne du couple en régime établi (valeur moyenne calculée entre 0,3 s et 0,6 s) vaut 4,7 Nm.

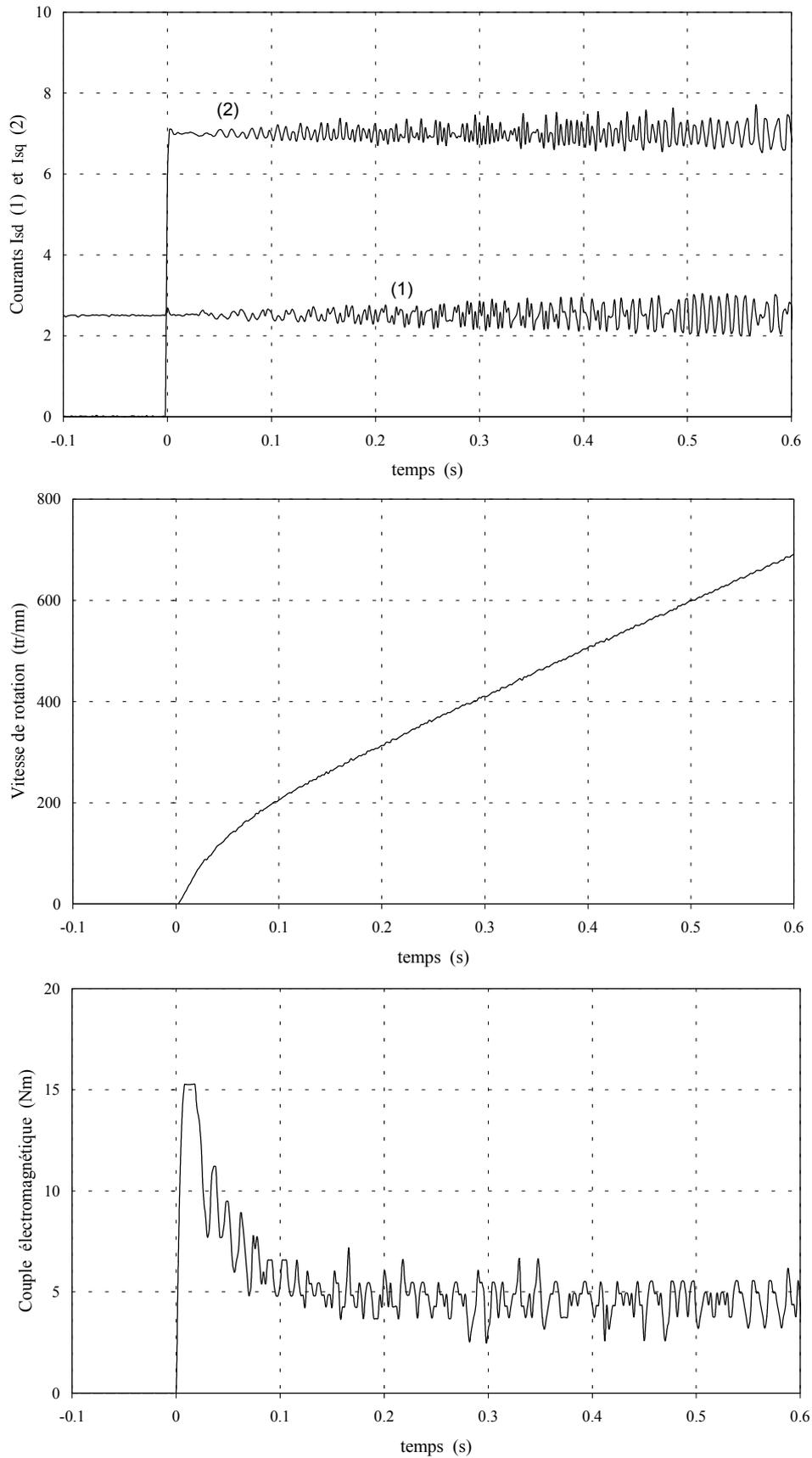


Figure IV.7. Commande en couple; Résultats expérimentaux  
 $I_{sdref} = 2,5A$  et  $I_{sqref} = 7A$

Nous observons un à-coup de couple au début du démarrage auquel correspond une phase d'accélération importante du moteur. Cette à-coup de couple est provoqué par la réaction de la cage rotorique (courant induit) face à la variation brutale du courant  $I_{sq}$ . Le couple se stabilise ensuite autour d'une valeur moyenne proche de 4,7 Nm correspondant à une montée pratiquement linéaire de la vitesse. On constate sur ce relevé expérimental que plus la vitesse augmente, plus les signaux des courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$  sont perturbés.

Nous avons représenté sur la figure IV.8, les résultats de simulation correspondant à l'essai précédent ( $I_{sd} = 2,5A$  et  $I_{sq} = 7A$ ). Nous avons fait apparaître sur cette figure, les résultats obtenus en utilisant le modèle non saturé de la machine ( $K_s = 1$ ) et les résultats obtenus en utilisant le modèle saturé. La comparaison de ces deux résultats de simulation montre une différence importante sur la valeur du couple électromagnétique en régime permanent comme

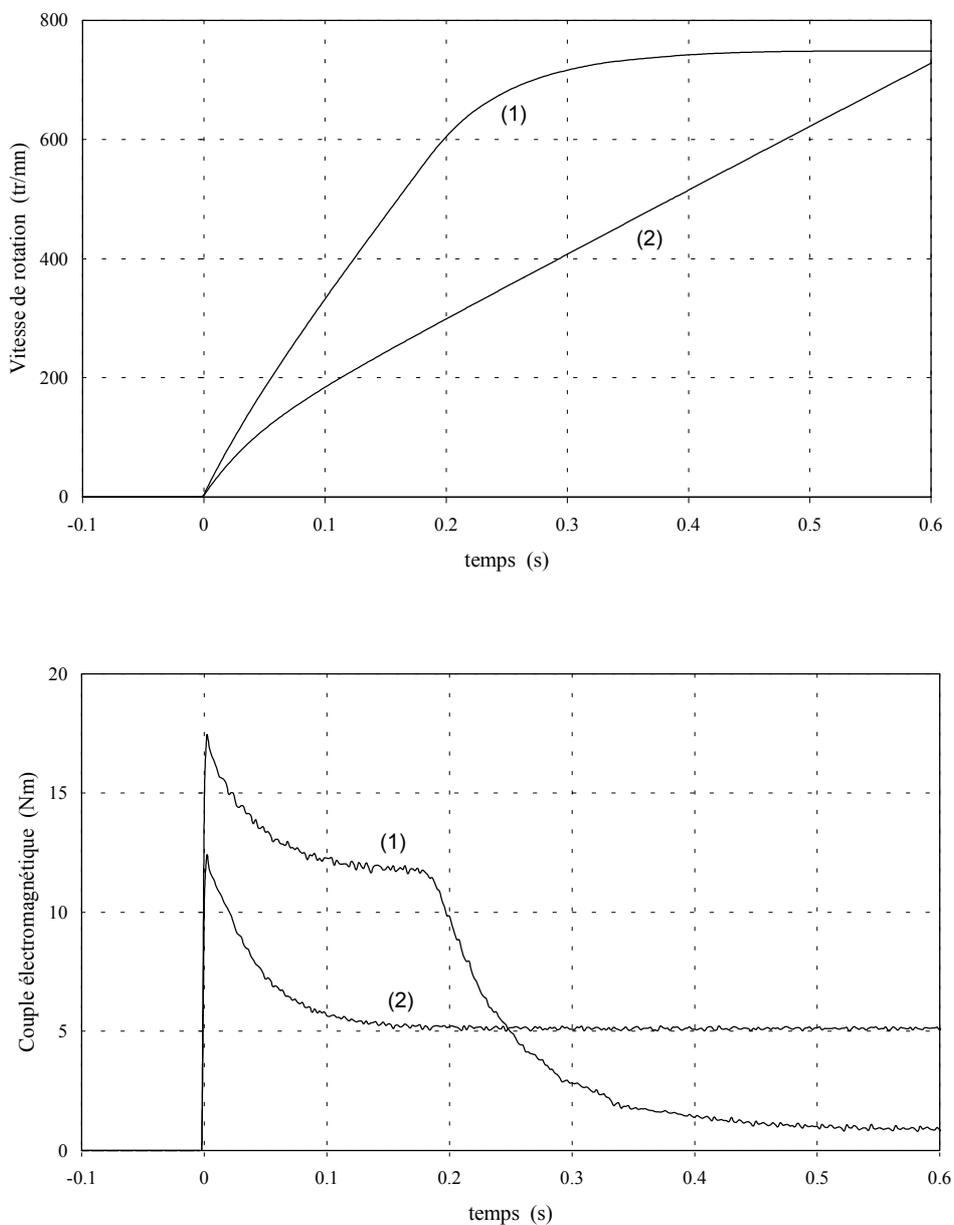


Figure IV.8. Commande en couple; Résultats de simulation  
(1) modèle non saturé (2) modèles saturé

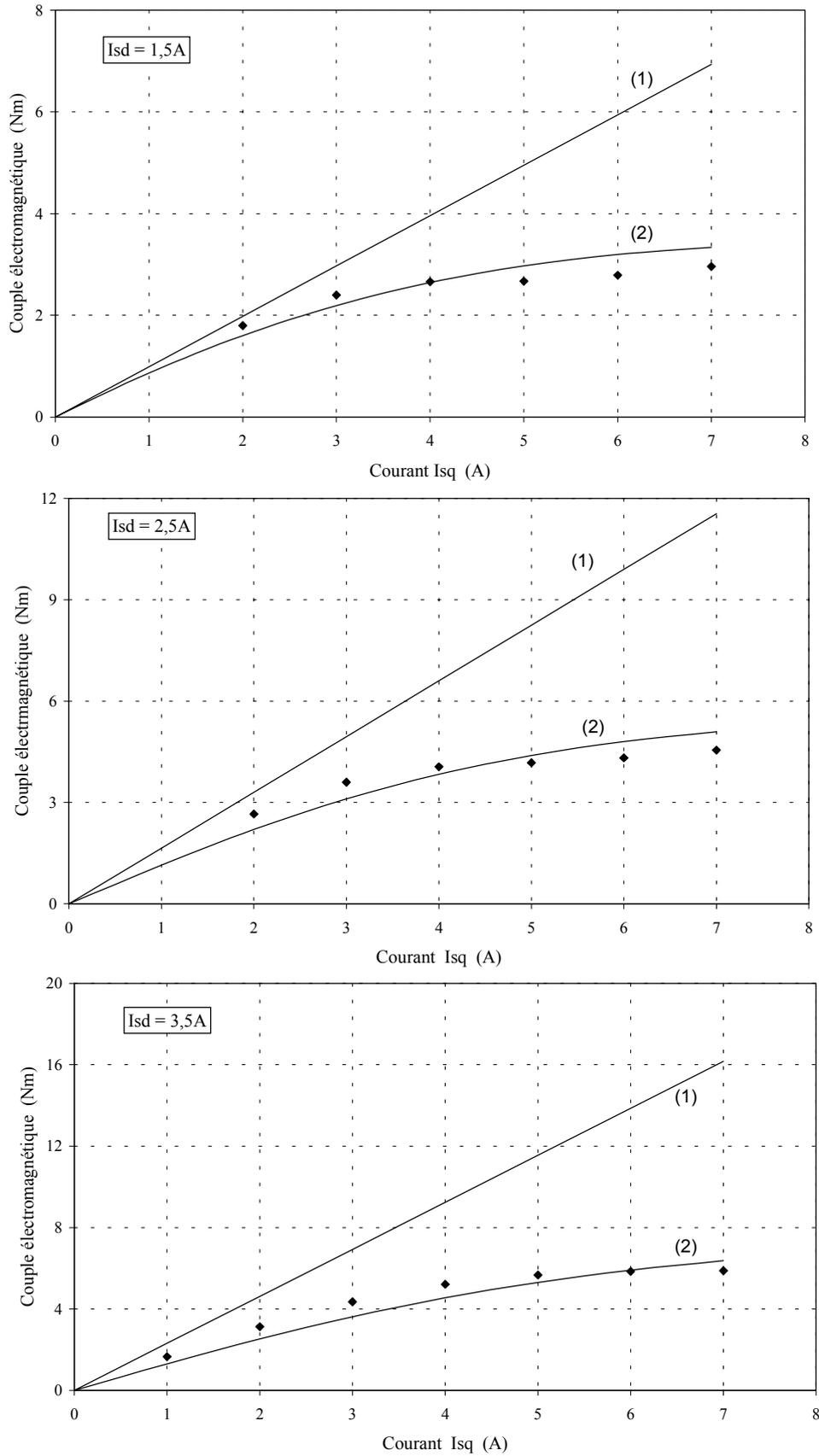
en régime transitoire. La valeur du couple estimée avec le modèle saturé est beaucoup plus faible que celle estimée avec le modèle non saturé (pour ce niveau de courant). Cette différence se traduit par des temps de montée en vitesse très différents pour les deux modèles. On remarque qu'avec le modèle non saturé, la vitesse se stabilise autour de 750 tr/mn après 0,3 s. Ce phénomène est provoqué par la limitation en tension de l'onduleur alimentant la machine.

Si on compare ces résultats de simulation avec les résultats expérimentaux précédents, on constate des différences importantes. La valeur du couple obtenu en simulation avec le modèle non saturé est de 12 Nm en régime permanent. Ce résultat correspond à une erreur de plus de 55 % par rapport au résultat expérimental (4,7 Nm). La valeur du pic de couple pendant le transitoire est également surestimée. Le temps nécessaire pour atteindre la vitesse de 600tr/mn est de 0,2 s avec le modèle non saturé alors que ce temps est de 0,5 s dans l'expérience (plus du double ...).

Avec le modèle saturé, nous obtenons un couple légèrement supérieur à 5,1 Nm en régime établi. Ce résultat correspond à une erreur d'environ 8,5 % par rapport à l'expérience. La valeur du pic de couple au démarrage est par contre sous-estimé. Le temps nécessaire pour atteindre 600 tr/mn est de 0,47 s, ce qui est très proche du résultat expérimental. Le modèle saturé permet donc d'améliorer nettement les résultats de prédétermination. Ceci permet de prévoir avec plus de justesse les caractéristiques dynamiques (montée en vitesse) de la machine alimentée en courant.

Pour confirmer ce résultat, nous avons réalisé un nombre important d'essais identiques à l'essai précédent mais pour différentes valeurs des courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$ . A chaque fois, nous avons estimé la valeur du couple électromagnétique à partir du relevé expérimental de la vitesse. Nous avons représenté sur la figure IV.9, l'évolution du couple en régime permanent en fonction du courant  $I_{sq}$  pour trois valeurs différentes du courant  $I_{sd}$ . Nous avons fait apparaître sur cette figure, les résultats expérimentaux (repérés par le symbole  $\blacklozenge$ ) et les résultats de simulation obtenus en utilisant le modèle non saturé (1) et le modèle saturé (2).

Avec le modèle non saturé, nous obtenons une caractéristique linéaire entre le couple et le courant  $I_{sq}$ . Cette caractéristique linéaire correspond à l'expression du couple obtenue avec le modèle non saturé de la machine. La prise en compte de la saturation magnétique dans la modélisation a pour effet de diminuer sensiblement la valeur du couple en fonction des courants. Les résultats expérimentaux confirment ce phénomène. On relève sur ces courbes des différences de plus de 50% entre les résultats obtenus avec le modèle linéaire et les résultats expérimentaux. Cette différence est d'autant plus importante que la valeur des courants est élevée. Le modèle saturé permet de réduire cet écart autour d'une valeur maximale proche de 10%.



**Figure IV.9.** Couple électromagnétique en fonction de  $I_{sq}$  pour différentes valeurs de  $I_{sd}$   
 (1) Modèle non saturé      (2) Modèle saturé      ♦ expérience

### 3.5 Conclusion

En conclusion et à partir de l'ensemble des résultats obtenus, nous pouvons dire que :

- la saturation magnétique a pour effet de réduire nettement la valeur du couple que peut développer la machine pour une valeur donnée des courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$ . Cette diminution du couple se traduit par des temps de montée en vitesse plus importants.
- le modèle linéaire ne permet pas d'obtenir une prédétermination correcte du couple (sauf pour les faibles valeurs des courants). On a constaté des erreurs supérieures à 50% par rapport à l'expérience pour les valeurs importantes des courants statoriques.
- le modèle saturé que nous avons développé permet de réduire cette erreur à 10% sur une large plage de variation des courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$ .

Après avoir étudié la commande en couple, nous allons nous intéresser à la commande en vitesse. Nous allons regarder les effets de la saturation sur différents régimes transitoires.

## 4. Commande en vitesse

### 4.1 Modélisation de la boucle de vitesse

Pour calculer le correcteur de vitesse, nous considérons les équations de la machine non saturée. Si on suppose que le courant  $I_{sd}$  est parfaitement régulé, on montre que le couple électromagnétique ne dépend plus que du courant  $I_{sq}$  :

$$T_{em}(s) = p \cdot (L_d - L_q) \cdot \frac{1 + T \cdot s}{1 + T_{rq} \cdot s} \cdot I_{sdref} \cdot I_{sq}(s) \quad (IV.22)$$

$$T = \frac{L_d \cdot T_{rq} - \sigma_q \cdot L_q \cdot T_{rq}}{L_d - L_q} \quad (IV.23)$$

La présence du zéro dans l'équation (IV.22) explique la présence de l'à-coup de couple au démarrage que l'on a observé lors de la commande en courant. On voit que la valeur de cet à-coup de couple dépend du rapport des constantes de temps  $T/T_{rq}$  ( $s \rightarrow \infty$ ).

La vitesse de rotation est liée au couple électromagnétique par la relation fondamentale de la dynamique :

$$N(s) = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{1/f}{1 + \frac{J}{f} \cdot s} \cdot T_{em}(s) \quad (IV.24)$$

Si on remplace l'équation (IV.22) dans l'équation (IV.24), on obtient la fonction de transfert suivante :

$$\frac{N(s)}{I_{sq}(s)} = \frac{60}{2\pi} \cdot p \cdot (L_d - L_q) \cdot \frac{1 + T \cdot s}{1 + T_{rq} \cdot s} \cdot I_{sdref} \cdot \frac{1/f}{1 + \frac{J}{f} \cdot s} \quad (IV.25)$$

La position des pôles et du zéro dans le plan de Laplace fait apparaître un pôle dominant (constante de temps mécanique). La fonction de transfert précédente peut donc se simplifier de la façon suivante :

$$\frac{N(s)}{I_{sq}(s)} = \frac{60}{2\pi} \cdot p \cdot (L_d - L_q) \cdot I_{sdref} \cdot \frac{1/f}{1 + \frac{J}{f} \cdot s} \quad (IV.26)$$

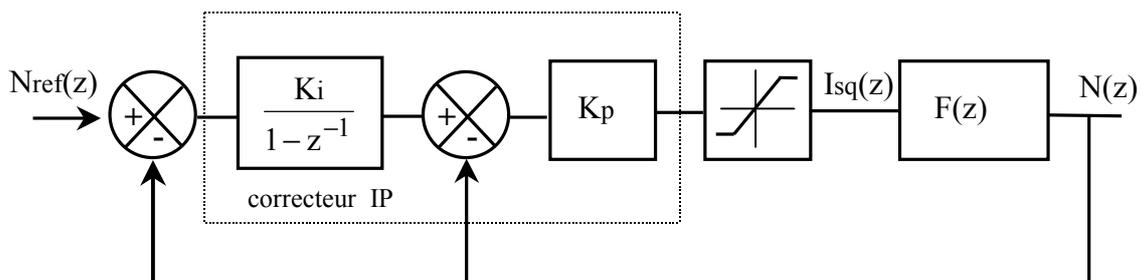
Le calcul de la transformée en z de la fonction de transfert (IV.26) associée à un bloqueur d'ordre zéro nous donne :

$$F(z) = \frac{N(z)}{I_{sq}(z)} = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{p \cdot (L_d - L_q) \cdot I_{sdref}}{f} \cdot \frac{1 - e^{-\frac{f}{J} \cdot T_e}}{z - e^{-\frac{f}{J} \cdot T_e}} \quad (IV.27)$$

où  $T_e$  est la période d'échantillonnage de la boucle de vitesse qui est fixée à 1 ms.

#### 4.2 Synthèse du correcteur de vitesse

Le schéma bloc de la régulation de vitesse est donné sur la figure IV.10. La limitation sur la référence du courant  $I_{sq}$  assure la protection de la machine. Comme le temps de réponse de la boucle de courant est très faible (2 ms) par rapport à la dynamique de la boucle de vitesse (0,2 s), on considère que le courant  $I_{sq}$  suit instantanément sa référence. La structure du correcteur de vitesse est du type IP (Intégral-Proportionnel). Cette structure présente l'avantage par rapport à un correcteur de type PI de ne pas faire apparaître de zéro dans la fonction de transfert en boucle fermée. L'absence de zéro permet d'obtenir une commande plus douce en ne provoquant pas de discontinuité sur la référence du courant  $I_{sq}$ . Pour éviter de continuer à intégrer l'erreur de vitesse en régime de limitation du courant  $I_{sq}$ , nous avons également mis en œuvre une structure anti-windup qui n'est pas représentée sur la figure IV.10.



**Figure IV.10.** Schéma bloc de la régulation de vitesse

Le calcul de la fonction de transfert en boucle fermée fait apparaître un système du deuxième ordre. On désire obtenir la réponse la plus rapide sans dépassement, ce qui revient à imposer deux pôles réels identiques pour l'équation caractéristique. Après calcul, on obtient l'expression des gains du correcteur en fonction du temps de réponse désiré  $t_r$ , de la valeur de la période d'échantillonnage de la boucle de vitesse  $T_e$ , et de la valeur des paramètres de la machine :

$$K_p = \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{f}{p \cdot (L_d - L_q) \cdot I_{sdref}} \cdot \frac{e^{-\frac{f}{J} \cdot T_e} - e^{-8,6 \cdot \frac{T_e}{tr}}}{1 - e^{-\frac{f}{J} \cdot T_e}} \quad (IV.28)$$

$$K_i = \frac{1 + e^{-8,6 \cdot \frac{T_e}{tr}} - 2 \cdot e^{-4,3 \cdot \frac{T_e}{tr}}}{e^{-\frac{f}{J} \cdot T_e} - e^{-8,6 \cdot \frac{T_e}{tr}}} \quad (IV.29)$$

Nous donnons dans le tableau IV.2, les résultats des calculs des gains du correcteur pour deux valeurs différentes du temps de réponse et pour deux valeurs de  $I_{sdref}$ . Pour les calculs, nous avons utilisé la valeur des paramètres électriques du tableau III.1. Les paramètres mécaniques  $f$  et  $J$  mesurés sur le banc expérimental ont respectivement pour valeur 0,0029 Nm/(rd/s) et 0,038 kgm<sup>2</sup>.

<b><math>t_r = 0,2 \text{ s}</math></b>		<b><math>t_r = 0,5 \text{ s}</math></b>	
$I_{sdref} = 1,5 \text{ A}$	$I_{sdref} = 2,5 \text{ A}$	$I_{sdref} = 1,5 \text{ A}$	$I_{sdref} = 2,5 \text{ A}$
$K_p = 0,1689$	$K_p = 0,1013$	$K_p = 0,0683$	$K_p = 0,0410$
$K_i = 0,0108$	$K_i = 0,0108$	$K_i = 0,0043$	$K_i = 0,0043$

**Tableau IV.2.** Valeurs des gains du correcteur de vitesse

### 4.3 Vérification des performances

Pour vérifier les performances de la boucle de régulation de vitesse (temps de réponses), il faut conserver un mode de fonctionnement linéaire. Pour cela, nous imposons un échelon de faible amplitude sur la consigne de vitesse (250 tr/mn) de manière à ne pas rentrer en limitation sur la référence du courant  $I_{sq}$  (la valeur maximum est réglée à  $\pm 7 \text{ A}$ ). Nous avons réalisé deux essais correspondant à deux réglages différents du temps de réponse. Dans les deux cas, nous avons fixé  $I_{sdref}$  à 2,5 A. Les relevés expérimentaux de la vitesse et des courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$  sont donnés sur la figure IV.11. La courbe repérée par le chiffre (1) correspond à un réglage du temps de réponse de 0,2s ( $K_p = 0,1013$  et  $K_i = 0,0108$ ). La courbe repérée par le chiffre (2) correspond à un réglage de 0,5s ( $K_p = 0,041$  et  $K_i = 0,0043$ ).

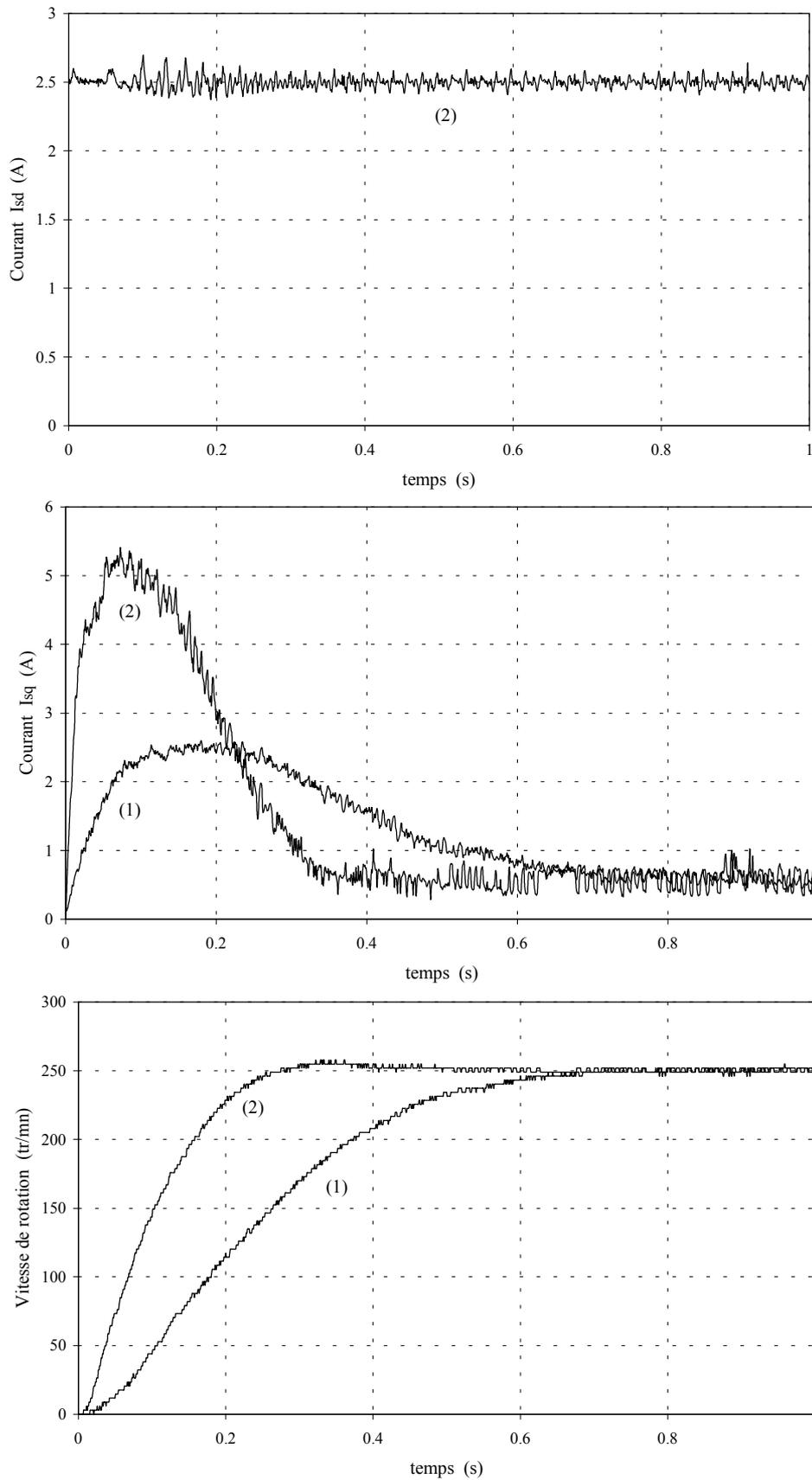


Figure IV.11. Vérification des performances de la boucle de vitesse  
Essais expérimentaux, (1)  $t_r = 0,5s$  (2)  $t_r = 0,2s$

On constate que les réponses expérimentales sont bien en accord avec les calculs théoriques. Les temps de réponse sont respectés. On remarque que le courant  $I_{sd}$  est légèrement perturbé pendant le transitoire.

#### **4.4 Effets de la saturation sur la dynamique**

Nous allons regarder l'influence de la saturation magnétique sur les réponses transitoires du courant  $I_{sq}$  et de la vitesse. Pour cela, nous allons considérer deux régimes de fonctionnement différents. Comme le niveau de saturation dépend de la valeur des courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$ , nous allons commencer par alimenter la machine avec des courants suffisamment faibles pour fonctionner en régime non saturé, nous regarderons ensuite les transitoires lorsque la machine est saturée ( $I_{sd}$  et  $I_{sq}$  importants). Dans les deux cas, nous ferons une comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats de simulation obtenus avec le modèle saturé et le modèle non saturé ( $K_s = 1$ ).

##### **4.4.1 Régime de fonctionnement non saturé**

Pour ne pas saturer la machine, nous fixons la valeur de  $I_{sdref}$  à 1,5A et nous appliquons un échelon de vitesse de faible amplitude (150 tr/mn) pour que le courant  $I_{sq}$  n'atteigne pas une valeur importante. Pour cet essai, nous avons réglé un temps de réponse de 0,5 s ( $K_p = 0,0683$  et  $K_i = 0,0043$ ).

Les résultats expérimentaux sont donnés sur la figure IV.12. On a fait apparaître les relevés de la vitesse, des courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$  et du courant dans une phase de la machine. La valeur maximale atteinte par le courant  $I_{sq}$  pendant le transitoire est égale à 2,2 A.

Les résultats de simulation correspondant à cet essai sont donnés sur la figure IV.13. Pour ces faibles niveaux de courant, on constate que les résultats de simulation obtenus avec le modèle non saturé ( $K_s = 1$ ) sont pratiquement identiques à ceux obtenus avec le modèle saturé. On note toutefois une légère différence sur la valeur maximale du courant  $I_{sq}$  (valeur plus importante pour le modèle saturé). Cette différence s'explique par le fait que la machine est très légèrement saturée pendant le transitoire.

Ces résultats de simulations sont proches des résultats expérimentaux en ce qui concerne le temps de réponse en vitesse et la valeur maximale du courant  $I_{sq}$  atteinte pendant le transitoire. Pour un régime de fonctionnement non saturé qui correspond à des faibles valeurs des courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$ , les deux modèles sont donc capables de prédéterminer la dynamique du système.

Nous allons maintenant étudier le cas où les courants sont plus importants.

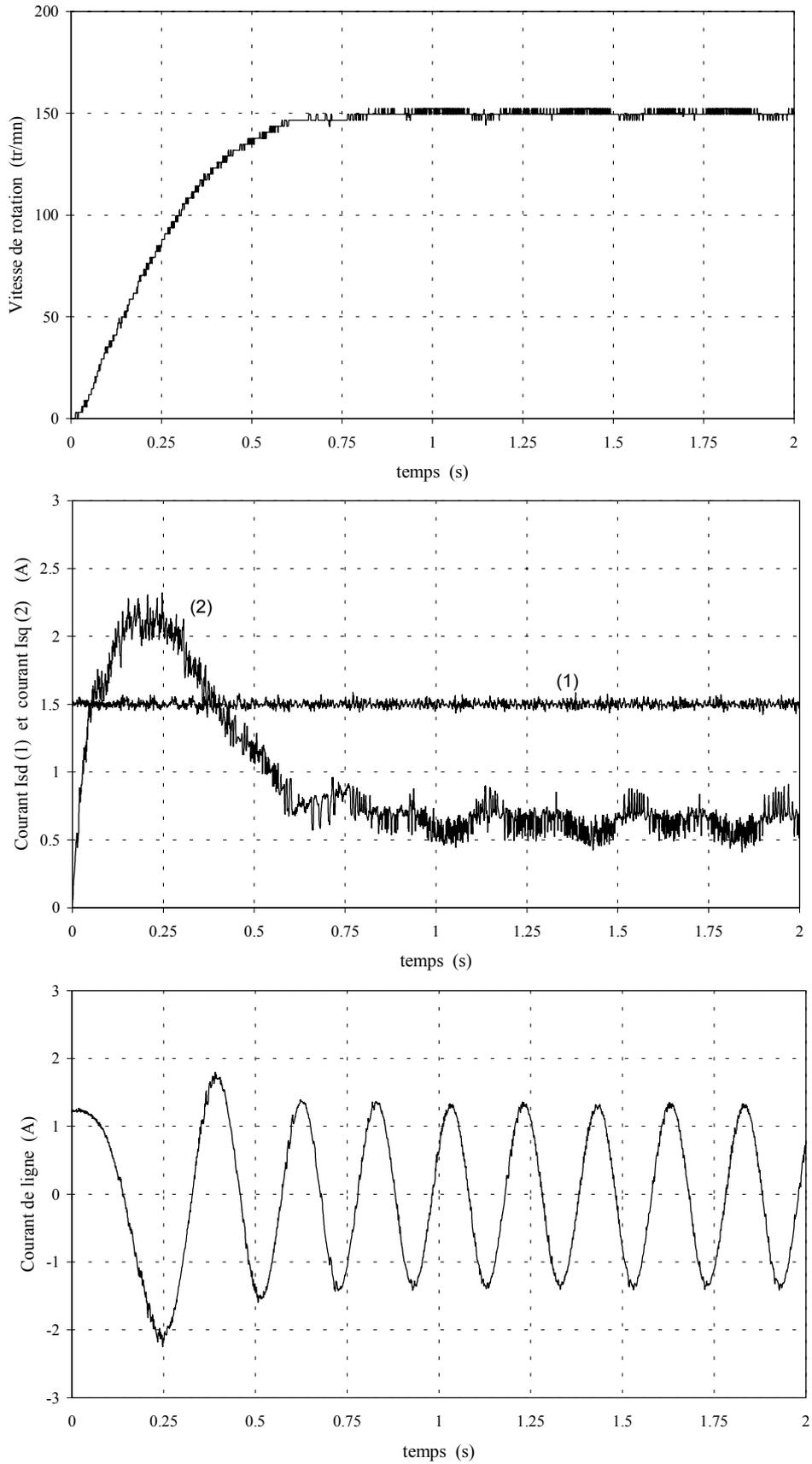
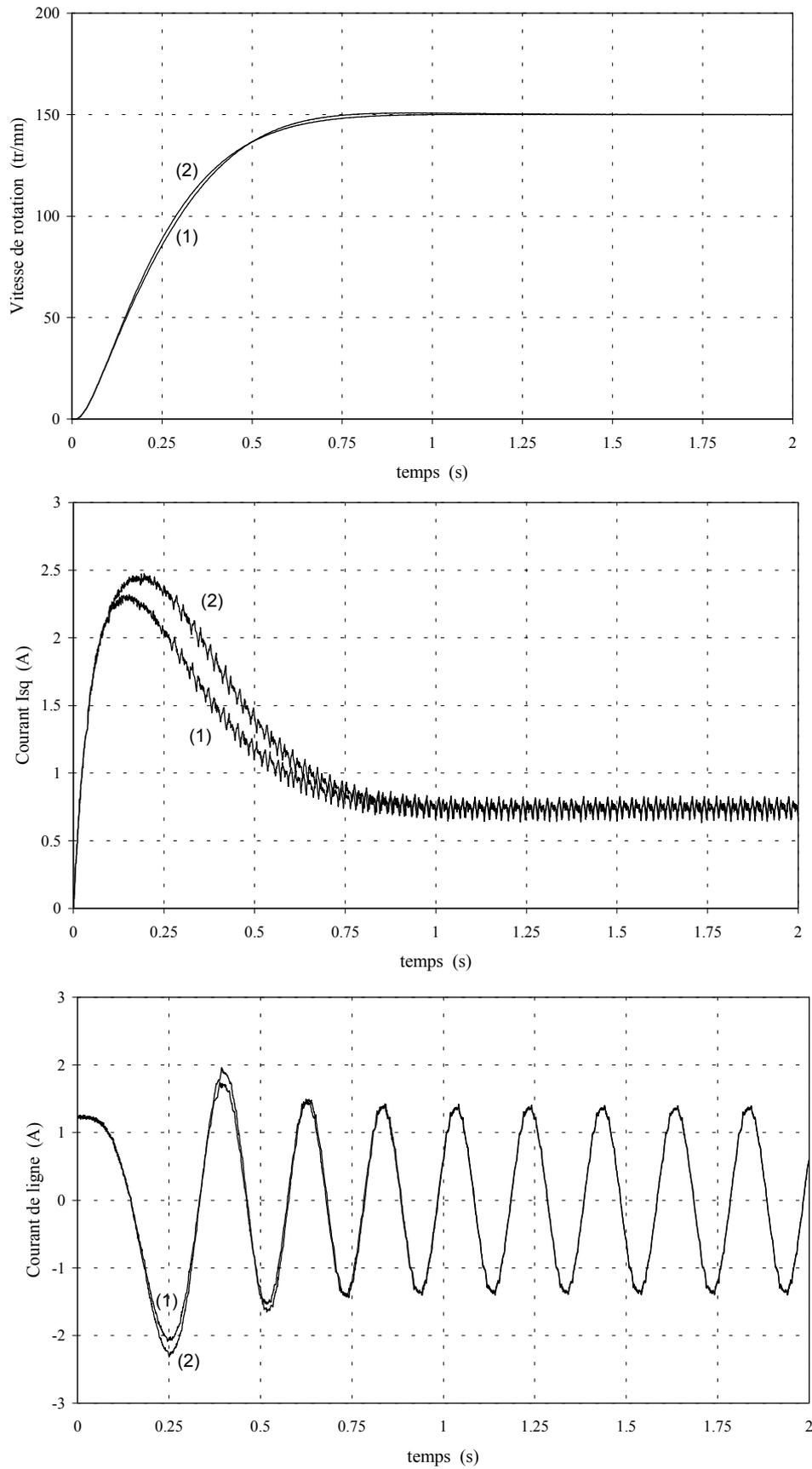


Figure IV.12. Régulation de vitesse, résultats expérimentaux ;  
Régime de fonctionnement non saturé ( $I_{sd} = 1,5A$ )



**Figure IV.13.** Régulation de vitesse, résultats de simulation;  
Régime de fonctionnement non saturé ( $I_{sd} = 1,5A$ )  
(1) Modèle non saturé      (2) Modèle saturé

#### **4.4.2 Régime de fonctionnement saturé**

Pour le fonctionnement en régime saturé, nous considérons deux cas. Dans le premier cas, nous nous arrangeons pour que le courant  $I_{sq}$  n'atteigne pas sa valeur limite (fonctionnement linéaire). Dans le deuxième cas, nous appliquons une consigne de vitesse suffisante pour faire entrer  $I_{sq}$  dans la zone de limitation. Dans les deux cas, nous fixons  $I_{sdref}$  à 2,5A et nous réglons le temps de réponse de la boucle de vitesse à 0,2 seconde.

Pour que  $I_{sq}$  ne rentre pas en limitation (limitation fixée à 7A), nous imposons un échelon de faible amplitude (250 tr/mn) sur la consigne de vitesse. Les résultats expérimentaux sont donnés sur la figure IV.14. Nous avons fait apparaître sur cette figure, la vitesse de rotation, les courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$ , et le courant dans une phase de la machine. Les résultats de simulation correspondant à cet essai sont donnés sur la figure IV.15. On constate sur les courbes de simulation que le temps de réponse à 5 % est pratiquement le même pour le modèle saturé (2) et le modèle non saturé (1). On trouve également un temps de réponse du même ordre sur le relevé expérimental de la vitesse. La différence se situe au niveau de la valeur maximale du courant  $I_{sq}$  nécessaire pour obtenir ce temps de réponse. Avec le modèle non saturé, nous obtenons une valeur maximale du courant  $I_{sq}$  égale à 4 A alors qu'avec le modèle saturé nous obtenons une valeur de 5,5 A. Cette seconde valeur est beaucoup plus proche du résultat expérimental (5,2A). Pour compenser l'effet de la saturation magnétique, le correcteur de vitesse délivre une valeur de consigne du courant  $I_{sq}$  plus importante pour assurer le temps de réponse. Pour ce régime de fonctionnement saturé, on constate que le modèle non saturé n'est plus suffisant pour prévoir la dynamique du courant  $I_{sq}$ , en particulier la valeur maximale atteinte par ce courant pendant le transitoire.

Pour le deuxième essai, nous avons réalisé une inversion de vitesse correspondant à un échelon sur la consigne de  $-400$ tr/mn à  $+400$ tr/mn. Cette variation importante sur la référence de vitesse permet de faire entrer  $I_{sq}$  en limitation. Les résultats expérimentaux et les résultats de simulation sont donnés sur la figure IV.16. Pendant le temps correspondant à la montée en vitesse, on se retrouve dans le cas d'une commande en courant (les courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$  sont constants). Nous avons vu lors de l'étude de la commande en couple (voir figure IV 9) que pour le point de fonctionnement correspondant à  $I_{sd} = 2,5A$  et  $I_{sq} = 7A$ , la valeur expérimental du couple était réduite de plus de la moitié par rapport à la valeur du modèle non saturé. On retrouve ce résultat sur les courbes de vitesse de la figure IV.16. En effet, le temps de montée en vitesse est d'environ 0,25 seconde avec le modèle non saturé alors qu'il est de 0,5 seconde avec le modèle saturé. On lit sur la courbe expérimentale un temps de montée d'environ 0,55 seconde. Ce résultat expérimental est beaucoup plus proche du résultat obtenu avec le modèle saturé.

Finalement, on peut dire que pour les valeurs importantes des courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$ , le modèle non saturé n'est plus apte pour prévoir la dynamique du système. Dans ce cas, l'utilisation du modèle saturé paraît incontournable pour obtenir des prédéterminations proches de l'expérience.

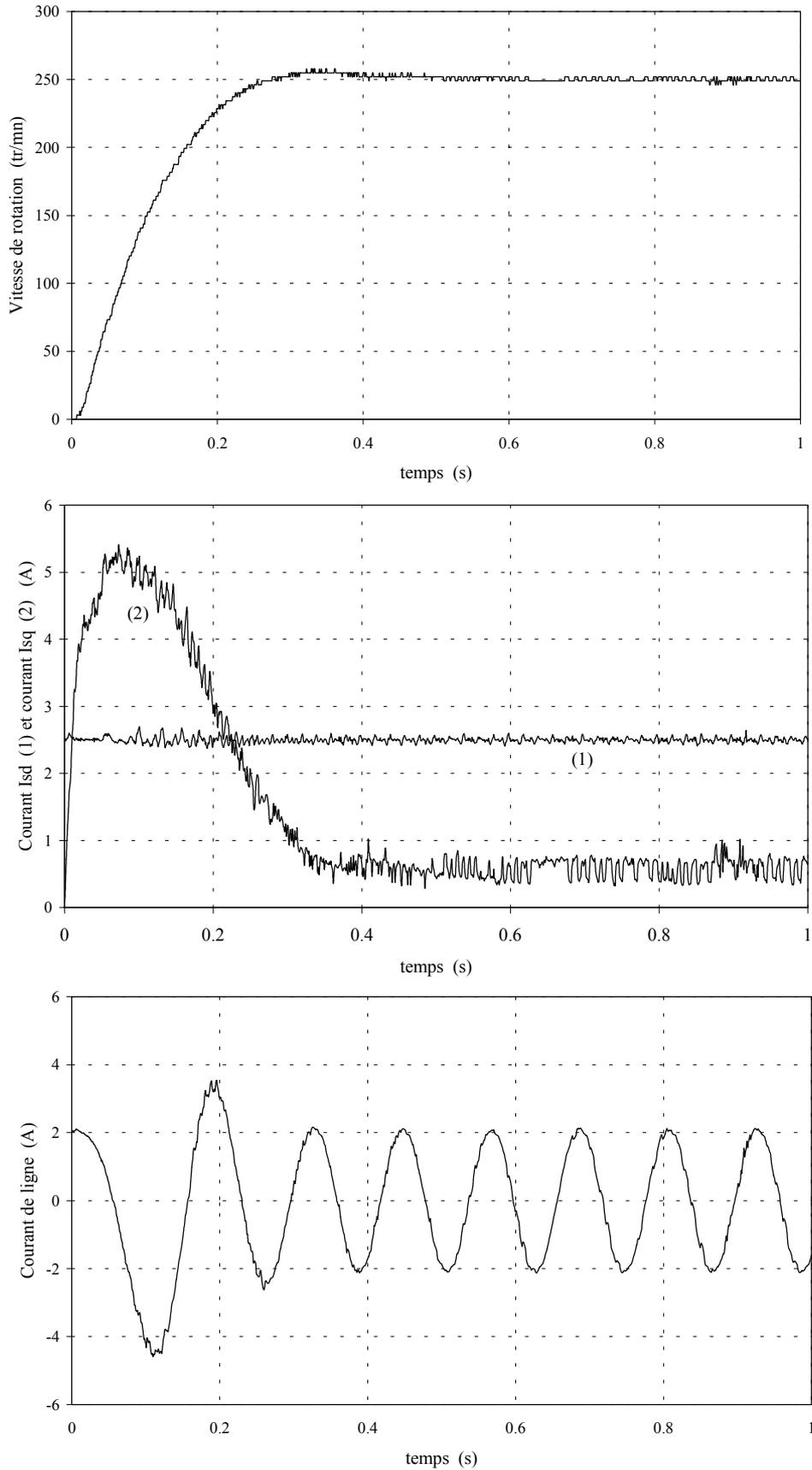
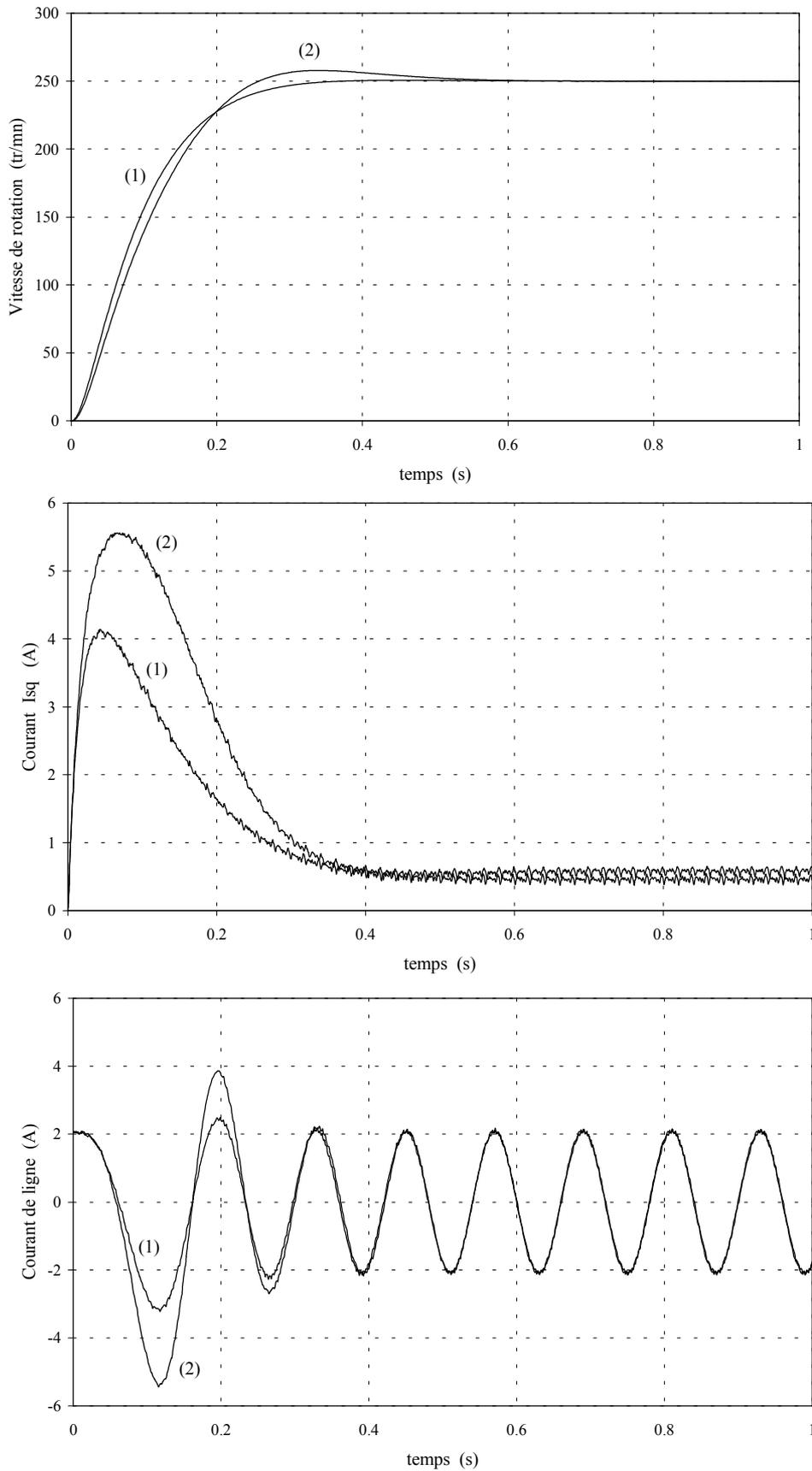
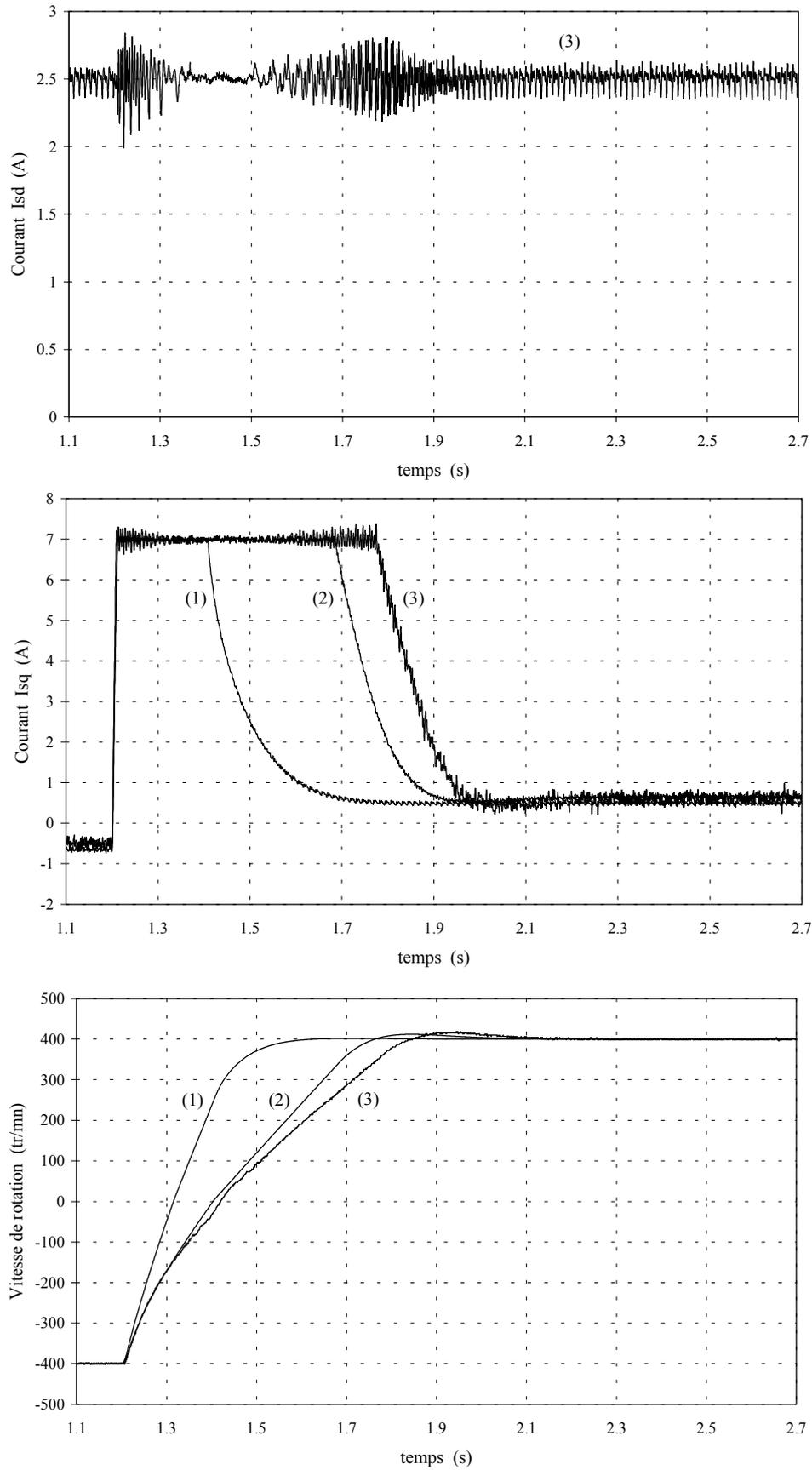


Figure IV 14. Echelon de vitesse de 250 tr/mn ;  $I_{sd} = 2,5A$   
Résultats expérimentaux

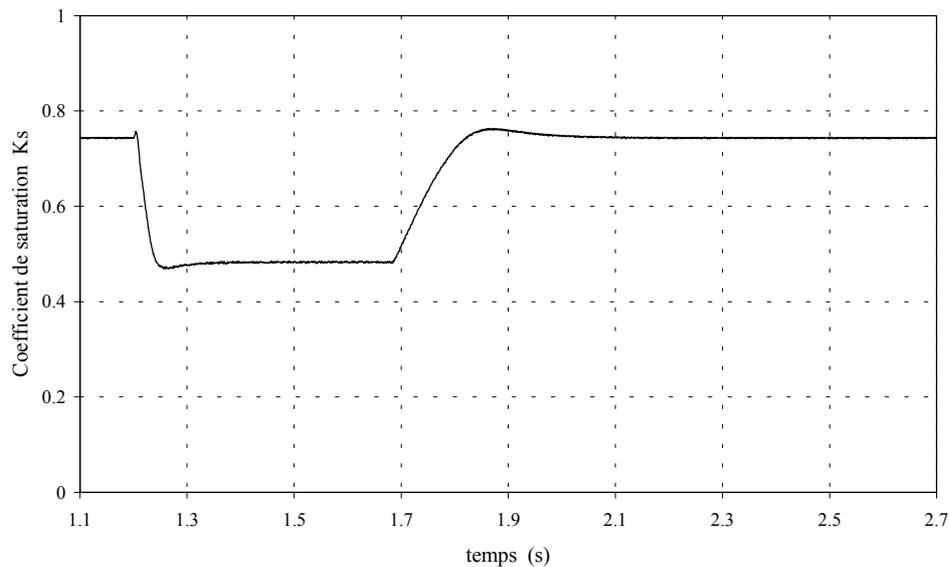


**Figure IV.15.** Echelon de vitesse de 250 tr/mn ;  $I_{sd} = 2,5A$   
Résultats de simulation  
(1) Modèle non saturé      (2) modèle saturé



**Figure IV.16.** Inversion de vitesse de (-400tr/mn) à (+400tr/mn);  
 (1) Modèle non saturé (2) Modèle saturé (3) expérience

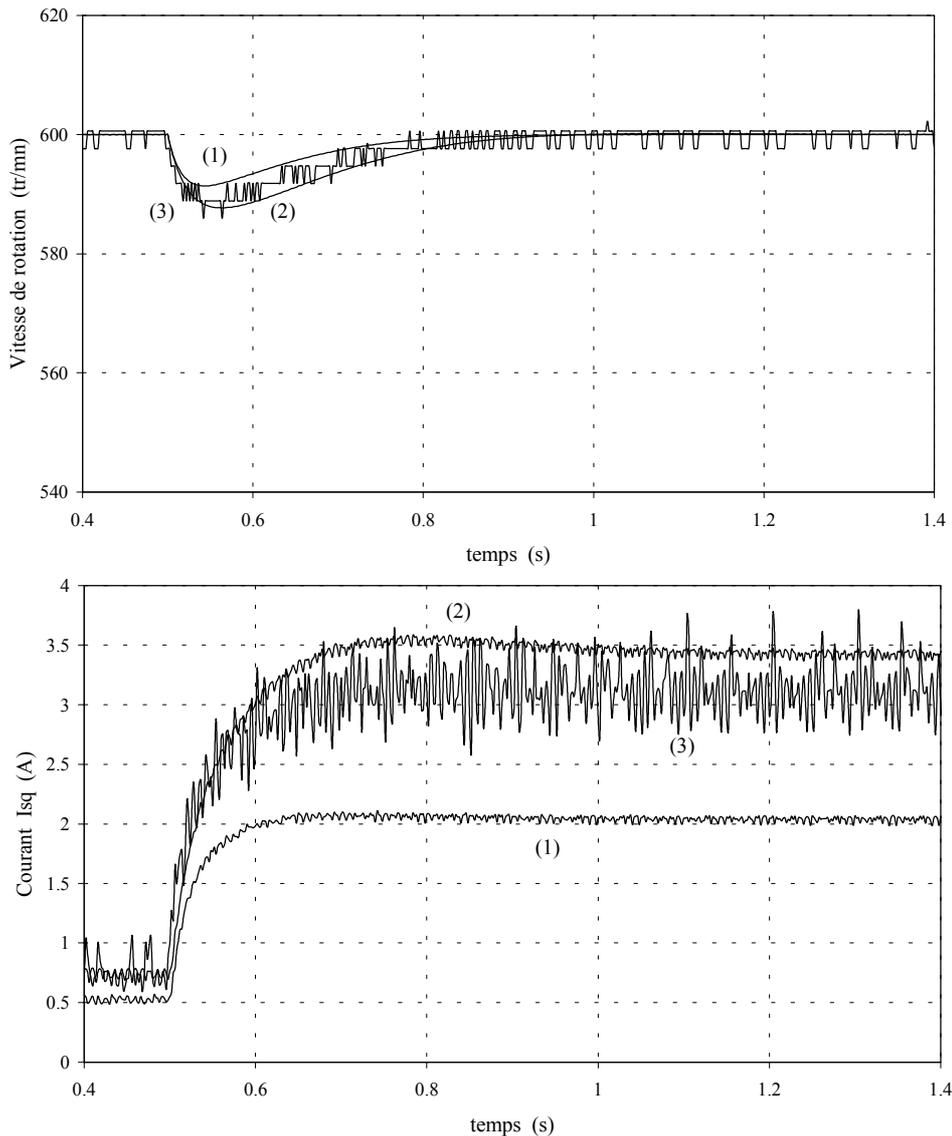
Nous avons représenté sur la figure IV.17, l'évolution du coefficient de saturation  $K_s$  pendant le transitoire de vitesse correspondant à la simulation précédente (modèle saturé). On remarque une nette diminution du coefficient de saturation pendant la phase de fonctionnement où le courant  $I_{sq}$  entre en limitation. En effet,  $K_s$  passe de 0,74 à 0,48. Cette diminution de  $K_s$  a pour conséquence de limiter la valeur du couple pendant le transitoire et contribue à une augmentation du temps de montée en vitesse. Un modèle saturé où seul le courant  $I_{sd}$  serait pris en compte dans l'expression du coefficient de saturation  $K_s$  (modèle pour lequel on néglige l'effet croisé) amènerait une erreur importante sur la prédétermination théorique du temps de montée en vitesse.



**Figure IV.17** Evolution du coefficient de saturation  $K_s$   
Inversion de vitesse de (-400tr/mn) à (+400tr/mn)

#### 4.4.3 Echelon de couple résistant

Pour étudier les performances de la boucle de régulation par rapport à l'entrée de perturbation, nous appliquons un échelon de couple résistant de 3,4 Nm. La vitesse est régulée à 600 tr/mn. Le courant  $I_{sdref}$  est fixé à 2,5 A. Le temps de réponse de la boucle de vitesse est réglé à 0,2 seconde. Pour appliquer l'échelon de couple résistant, on insère une résistance aux bornes de l'induit de la génératrice à courant continu. La figure IV.18 montre la réponse du système (vitesse et courant  $I_{sq}$ ) face à cette échelon de couple. On a fait apparaître sur cette figure, les résultats expérimentaux et les résultats de simulation (modèle non saturé et modèle saturé). On constate encore une fois que le modèle saturé permet de mieux prévoir le régime transitoire. Si on regarde les valeurs du courant  $I_{sq}$  en régime établi, on obtient une valeur d'environ 3,2 A pour l'expérience, une valeur de 3,4 A avec le modèle saturé et une valeur de 2 A avec le modèle non saturé. La chute de vitesse est relativement faible (inférieure à 2 %) dans tous les cas.



**Figure IV.18.** Echelon de couple résistant de 3,4 Nm  
 (1) Modèle non saturé      (2) Modèle saturé      (3) Expérience

## 5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré l'influence de la saturation magnétique sur le contrôle vectoriel de la machine synchrone à réductance variable. La commande en couple a permis de mettre en évidence des écarts de plus de 50% entre la valeur du couple mesuré et celle calculée en utilisant le modèle non saturé. Nous avons montré que le modèle saturé permet de réduire cet écart à moins de 10%.

Pour la commande en vitesse, nous avons vu que l'effet de la saturation est compensé par le correcteur de vitesse qui délivre une consigne de courant  $I_{sq}$  plus importante pour préserver le temps de réponse. Ceci reste valable tant que le courant  $I_{sq}$  n'entre pas en limitation. En

régime de limitation, nous avons constaté une différence importante sur les temps de montée en vitesse entre l'expérience et le modèle non saturé. Nous avons montré que cette différence est réduite lorsque l'on utilise le modèle saturé. Finalement, on peut dire qu'un modèle saturé simple (au sens du premier harmonique) permet d'assurer une prédétermination relativement précise de la dynamique de la machine dans tous les modes de fonctionnement.

Après avoir étudié l'influence de la saturation sur le contrôle vectoriel, nous allons définir deux stratégies de commande particulières.



## **CHAPITRE V**

<p><b>ETUDE DE DEUX STRATEGIES DE COMMANDE POUR LE REGIME PERMANENT</b></p>
---



## **1. Introduction**

En régime permanent, le couple électromagnétique d'une machine synchrone à réluctance variable est proportionnel au produit des courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$ . On dispose donc d'un degré de liberté sur le choix de la valeur de ces courants puisque seul le produit est imposé pour une charge donnée. La commande vectorielle n'utilise pas ce degré de liberté. En effet, le courant  $I_{sd}$  est imposé constant pour obtenir le flux nominal dans la machine quel que soit le régime de fonctionnement (à vide ou en charge). La valeur du courant  $I_{sq}$  dépend alors du couple résistant appliqué sur l'arbre. Si ce type de fonctionnement permet d'assurer de bonnes performances dynamiques, les performances de la machine en régime permanent ne sont pas optimisées (facteur de puissance, courant absorbé, rendement).

Dans ce chapitre, nous allons développer deux stratégies de commande permettant d'améliorer les performances de la machine en régime permanent. Nous commencerons par développer une loi de commande permettant d'obtenir le maximum de couple pour une valeur donnée du courant statorique. Cette loi de commande sera établie à partir des équations du modèle saturé. Nous développerons ensuite une stratégie de commande à rendement optimal ne nécessitant pas la connaissance du modèle de la machine. Pour cela, nous chercherons à minimiser la puissance électrique absorbée par la machine en utilisant des algorithmes d'optimisation.

## **2. Commande à couple maximal**

### **2.1 Introduction**

Comme nous l'avons dit, le couple électromagnétique dépend du produit des courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$ . La commande à couple maximal consiste à déterminer la valeur des courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$  de manière à obtenir le maximum de couple pour une valeur donnée du courant statorique. Des lois de commande à couple maximal ont été proposées dans la littérature. Ces lois de commande ont été déterminées à partir des équations du modèle non saturé [BET 93] [FLE 95a] ou bien à partir du modèle saturé mais en négligeant l'effet croisé [BOL 96] [JOV 99]. Des lois de commande ont également été déterminées à partir du relevé expérimental du couple en fonction du courant statorique [XU 91] [VAG 97].

Nous allons dans la suite définir une loi de commande à couple maximal en utilisant les équations du modèle saturé que nous avons développées dans le deuxième chapitre. Nous montrerons qu'il est important de prendre en compte l'effet croisé de saturation pour établir cette loi de commande.

### **2.2 Recherche d'une loi de commande**

Nous avons défini sur la figure V.1, l'angle de commande  $\varepsilon$  repérant la position du vecteur courant statorique  $\underline{I}_s$  dans le repère  $d-q$  fixé au rotor. En régime permanent, le vecteur  $\underline{I}_s$  est fixe et a une norme constante.

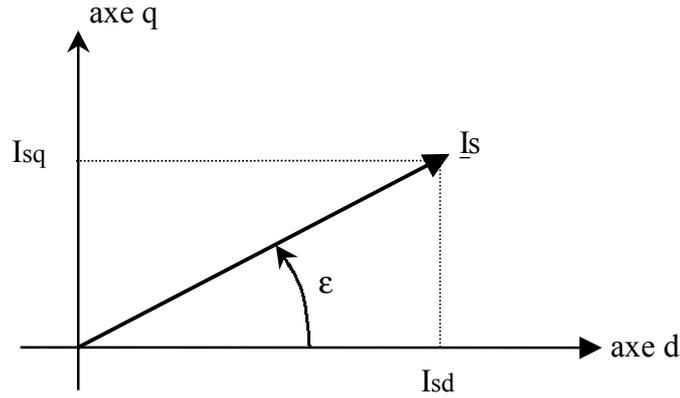


Figure V.1. Définition de l'angle de commande  $\varepsilon$

Nous définissons également la variable  $m$  comme étant le rapport entre le courant  $I_{sq}$  et le courant  $I_{sd}$ .

$$m = \tan \varepsilon = \frac{I_{sq}}{I_{sd}} \quad (\text{V.1})$$

Le problème à résoudre est le suivant. Il faut déterminer la valeur de  $\varepsilon$  (ou la valeur de  $m$ ) de manière à obtenir le couple maximal pour une valeur donnée du courant statorique. Pour cela, nous rappelons l'expression générale du couple électromagnétique.

$$T_{em} = p \cdot (\Psi_{sd} \cdot I_{sq} - \Psi_{sq} \cdot I_{sd}) \quad (\text{V.2})$$

En régime permanent, les flux  $\Psi_{sd}$  et  $\Psi_{sq}$  ne sont fonctions que des courants statoriques  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$  (il n'y a pas de courant dans la cage du rotor). Ces flux dépendent également du coefficient de saturation  $K_s$  défini dans le deuxième chapitre.

$$\Psi_{sd} = \sigma_d \cdot L_d \cdot I_{sd} + K_s(I'_{mr}) \cdot L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot I_{sd} \quad (\text{V.3})$$

$$\Psi_{sq} = \sigma_q \cdot L_q \cdot I_{sq} + K_s(I'_{mr}) \cdot L_q \cdot (1 - \sigma_q) \cdot I_{sq} \quad (\text{V.4})$$

### 2.2.1 Modèle non saturé

Lorsque la machine n'est pas saturée ( $K_s = 1$ ), les équations précédentes se simplifient. Le couple électromagnétique s'écrit alors :

$$T_{em} = p \cdot (L_d - L_q) \cdot I_{sd} \cdot I_{sq} \quad (\text{V.5})$$

La valeur efficace du courant dans une phase du stator est donnée par la relation suivante :

$$I_s = \sqrt{\frac{I_{sd}^2 + I_{sq}^2}{3}} \quad (\text{V.6})$$

On peut alors exprimer le couple électromagnétique (V.5) en fonction de  $I_s$  et du coefficient  $m$  défini précédemment :

$$T_{em} = 3 \cdot p \cdot (L_d - L_q) \cdot I_s^2 \cdot \frac{m}{1 + m^2} \quad (V.7)$$

Dans ce cas, il est facile de montrer que la machine développe le couple maximal pour un courant donné si la condition suivante est respectée :

$$\forall I_s, \quad m = 1 \text{ soit } I_{sd} = I_{sq} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot I_s$$

$$T_{em(max)} = \frac{3}{2} \cdot p \cdot (L_d - L_q) \cdot I_s^2 \quad \text{pour } \epsilon_{(max)} = 45^\circ \quad (V.8)$$

Ce résultat est classique. L'angle de commande optimum  $\epsilon_{(max)}$  a pour valeur  $45^\circ$ , ce qui correspond à  $I_{sd} = I_{sq}$ . Il suffit donc d'imposer cette égalité dans la commande pour faire travailler la machine à couple maximal. Nous allons montrer comment évolue cette loi de commande avec la saturation.

### 2.2.2 Modèle saturé

Pour déterminer une loi de commande à couple maximal valable en régime saturé, il faut reprendre les équations (V.2), (V.3), et (V.4) en remplaçant  $K_s$  par son expression (III.26). Sachant que le coefficient de saturation  $K_s$  a été modélisé par un rapport de polynômes d'ordre 4, on arrive rapidement à une expression complexe pour le couple électromagnétique. Pour éviter d'avoir à dériver cette expression (recherche du maximum), nous allons tracer l'évolution du couple en fonction de l'angle de commande  $\epsilon$  pour différentes valeurs du courant statorique  $I_s$ . Sur chaque courbe, nous allons relever la valeur de l'angle de commande optimal  $\epsilon_{(max)}$  pour laquelle le couple passe par son maximum  $T_{em(max)}$ . Nous tracerons ensuite l'évolution de  $\epsilon_{(max)}$  et de  $T_{em(max)}$  en fonction de la valeur du courant  $I_s$ . Les études qui ont été développées jusqu'à présent ne prennent pas en considération l'effet croisé de saturation [BOL 96] [JOV 99]. Pour montrer l'importance de ce phénomène, nous allons considérer deux expressions différentes pour le couple électromagnétique. Nous allons tout d'abord calculer le couple en considérant l'effet croisé de saturation. Dans ce cas, le coefficient de saturation  $K_s$  qui apparaît dans les équations (V.3) et (V.4) dépend du courant magnétisant rotorique équivalent  $I'_{mr}$  qui a été défini dans le deuxième chapitre. L'expression de  $I'_{mr}$  est rappelée ci-dessous (régime permanent).

$$I'_{mr} = \sqrt{I_{sd}^2 + k^2 \cdot I_{sq}^2} \quad (V.9)$$

Pour calculer le couple, il suffit de remplacer les expressions des flux statoriques (V.3) et (V.4) dans l'équation du couple (V.2) en calculant chaque fois la valeur de  $K_s$ .

Pour calculer le couple en négligeant l'effet croisé de saturation, il suffit de modifier légèrement les expressions des flux statoriques  $\Psi_{sd}$  et  $\Psi_{sq}$  :

$$\Psi_{sd} = \sigma_d \cdot L_d \cdot I_{sd} + K_s(I_{sd}) \cdot L_d \cdot (1 - \sigma_d) \cdot I_{sd} \quad (V.10)$$

$$\Psi_{sq} = \sigma_q \cdot L_q \cdot I_{sq} + K_s(k \cdot I_{sq}) \cdot L_q \cdot (1 - \sigma_q) \cdot I_{sq} \quad (V.11)$$

De cette façon, le flux  $\Psi_{sd}$  ne dépend plus que du courant  $I_{sd}$  et le flux  $\Psi_{sq}$  ne dépend plus que du courant  $I_{sq}$ . L'interaction magnétique entre les bobinages statoriques d'axe  $d$  et d'axe  $q$  n'existe plus. Il ne reste alors qu'à remplacer les équations (V.10) et (V.11) dans l'expression du couple (V.2).

Nous avons représenté sur la figure V.2, l'évolution du couple électromagnétique en fonction de l'angle de commande  $\epsilon$  pour trois valeurs différentes du courant statorique. Sur chaque graphique, nous avons fait apparaître les résultats obtenus avec les trois modèles définis précédemment (modèle non saturé, modèle saturé complet et modèle saturé sans l'effet croisé). On remarque tout d'abord sur ces courbes que la valeur maximum du couple diminue nettement lorsque l'on considère la saturation dans la modélisation. Pour la valeur nominale du courant statorique ( $I_s = 3A$ ), on observe une différence de plus de 50% entre le résultat obtenu avec le modèle saturé complet et celui obtenu avec le modèle non saturé. Ces courbes démontrent également que l'effet croisé de saturation a un impact important sur la valeur de l'angle optimal de commande correspondant au maximum du couple. Ce phénomène ne peut pas être négligé pour établir la loi de commande.

Nous avons représenté sur la figure V.3, l'évolution du couple maximal  $T_{em(max)}$  en fonction du courant statorique. Pour le modèle non saturé, nous obtenons une évolution quadratique du couple en fonction du courant (équation V.8). On constate que la saturation a pour effet "d'aplatir" cette courbe. Les résultats obtenus en utilisant le modèle saturé complet et ceux obtenus en négligeant l'effet croisé sont proches jusqu'au courant nominal. Les courbes ont ensuite tendances à se différencier pour les valeurs importantes du courant statorique (surcharges).

La figure V.4 montre l'évolution de l'angle optimal de commande  $\epsilon_{(max)}$  en fonction du courant statorique. Pour le modèle non saturé, la valeur de  $\epsilon_{(max)}$  est égale, comme nous l'avons vu, à  $45^\circ$  quelle que soit la valeur du courant statorique. Les résultats obtenus avec le modèle saturé sans l'effet croisé montrent que l'angle optimal de commande est supérieur à  $45^\circ$  et augmente rapidement avec la valeur efficace du courant statorique. On constate une variation moins importante de cet angle avec le modèle saturé complet.

Pour développer une stratégie de commande à couple maximal, il faudrait normalement utiliser la loi d'évolution de  $\epsilon_{(max)}$  correspondant au modèle saturé complet. Cependant, on remarque sur la figure V.2 que les courbes obtenues avec le modèle saturé complet sont relativement plates autour du maximum. On constate en particulier que pour  $\epsilon = 45^\circ$ , la valeur du couple est très proche de la valeur maximale. On peut alors penser qu'une stratégie de commande à couple maximal telle que  $I_{sd} = I_{sq}$  (stratégie de commande correspondant au modèle non saturé) peut encore s'appliquer sans trop d'erreurs en régime saturé. Nous allons vérifier ce résultat par des essais expérimentaux.

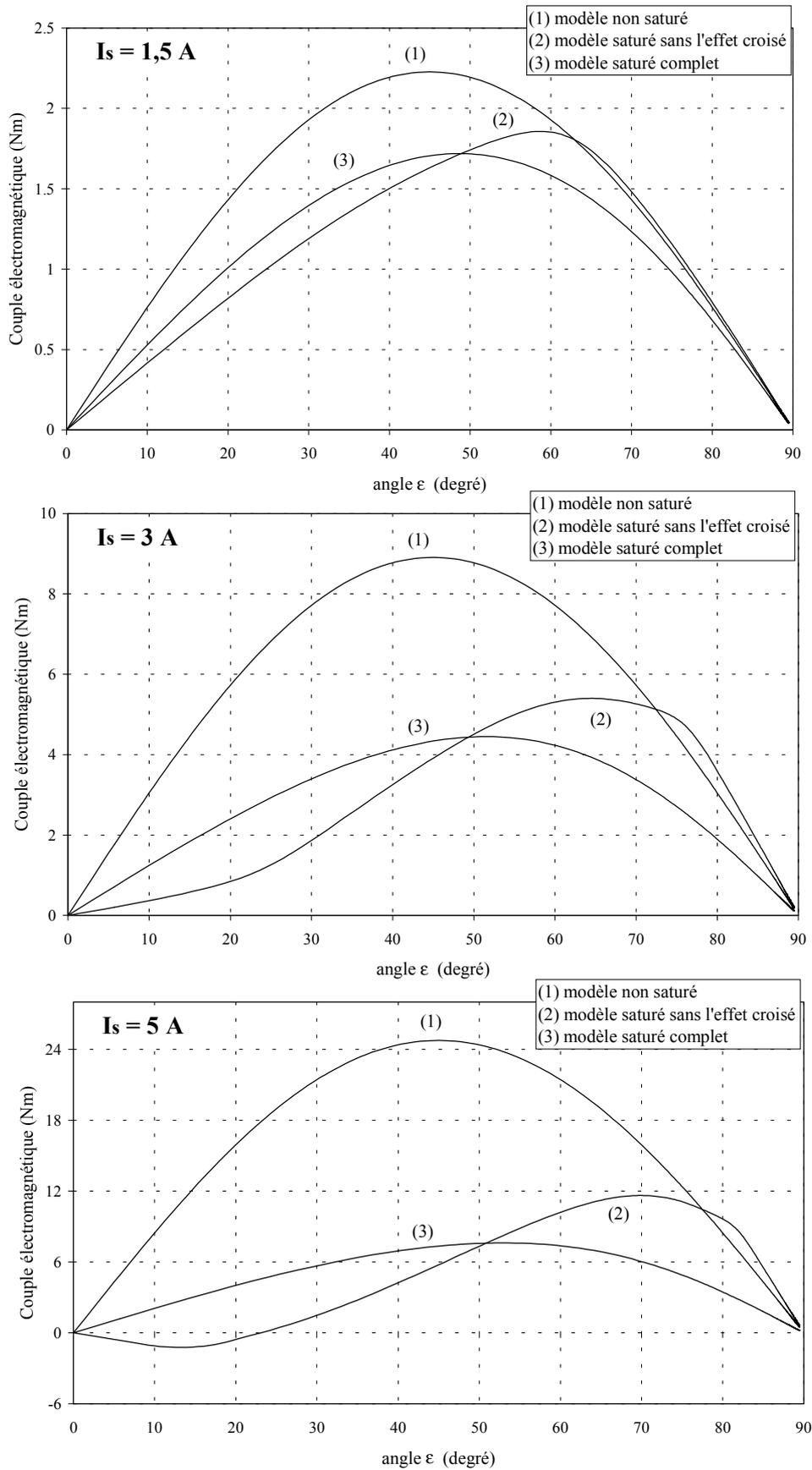


Figure V.2. Couple électromagnétique en fonction de l'angle de commande  $\epsilon$

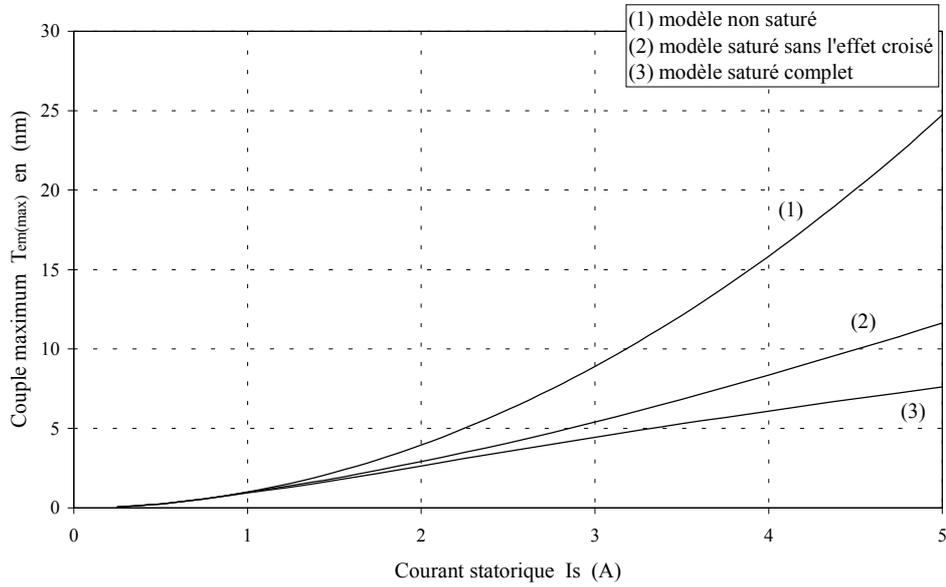


Figure V.3. Couple maximal  $T_{em(max)}$  en fonction du courant statorique

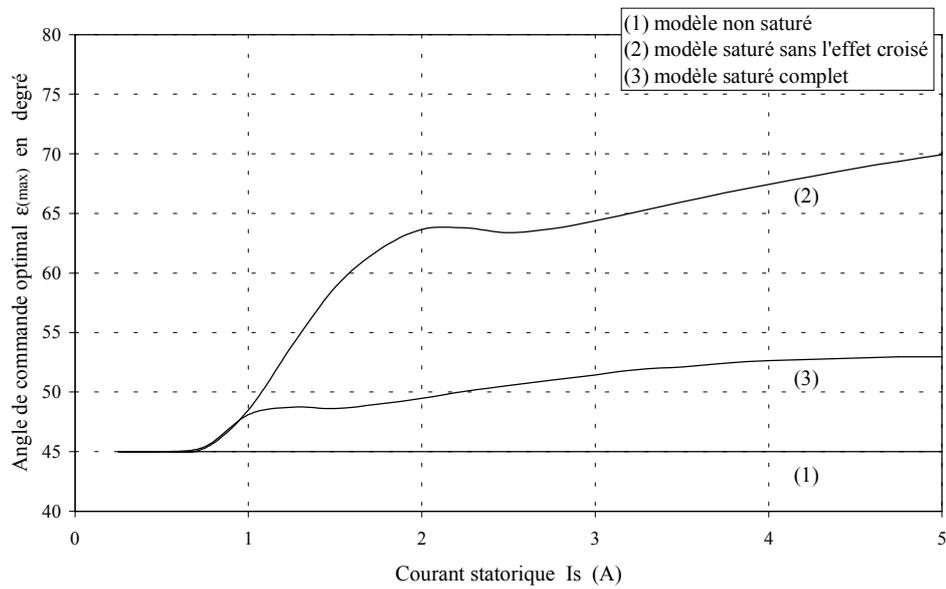
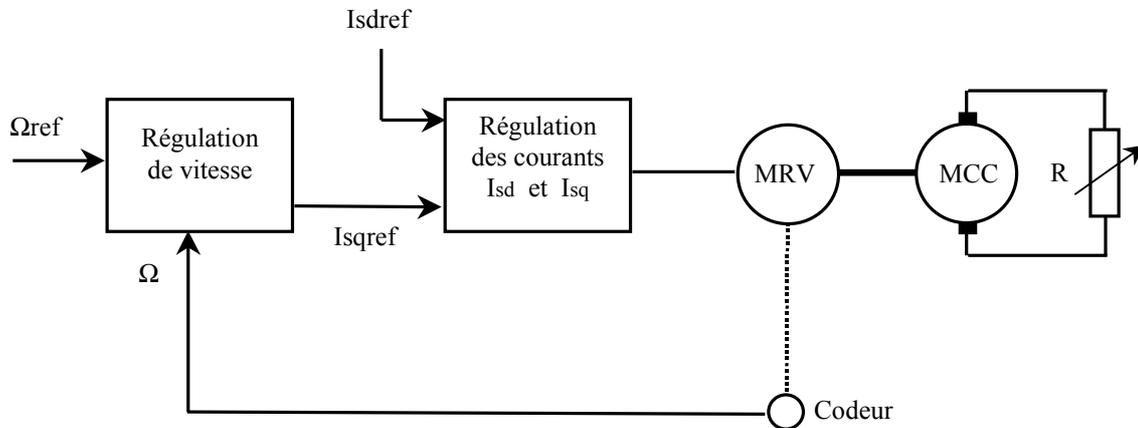


Figure V.4. Angle optimal de commande  $\epsilon_{(max)}$  en fonction du courant statorique

### 2.3 Vérification expérimentale de la loi de commande

Pour vérifier la loi de commande théorique ( $I_{sd} = I_{sq}$ ), nous avons réalisé le montage de la figure V.5. Nous retrouvons sur ce schéma, la régulation de vitesse et la régulation des courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$  que nous avons développées dans le chapitre précédent.



**Figure V.5.** Schéma du montage permettant de vérifier la loi de commande à couple maximal

Le couple de charge est imposé par l'intermédiaire d'une génératrice à courant continu à excitation constante débitant sur une charge résistive. Le principe de l'essai est le suivant : pour une vitesse donnée et un couple résistant donné, on fait varier la valeur de  $I_{sdref}$  et on mesure la valeur efficace du courant absorbé par la machine à réluctance. L'objectif est de trouver la valeur de  $I_{sdref}$  pour laquelle le courant absorbé est minimum. Nous avons réalisé les essais pour trois valeurs différentes de la vitesse (250, 500 et 800 tr/mn) et quatre valeurs différentes du couple résistant. La valeur du couple résistant est déterminée à partir de la mesure du courant débité par la génératrice. Les relevés expérimentaux sont donnés sur les figures V.6 et V.7. Sur la figure V.6, nous avons représenté les variations du courant statorique en fonction de la valeur du courant  $I_{sd}$ . Sur la figure V.7, nous avons représenté les variations du courant statorique en fonction du rapport  $m$  égal à  $I_{sq}/I_{sd}$ .

L'analyse des courbes représentées sur la figure V.6 montre qu'il est nécessaire d'ajuster la valeur de  $I_{sdref}$  en fonction de la charge pour se trouver toujours au minimum du courant absorbé. Pour les faibles valeurs du couple résistant, il faut diminuer la valeur courant  $I_{sd}$ . Ce qui revient à limiter le niveau de flux dans la machine. Par contre, plus le couple résistant augmente et plus il faut augmenter la valeur du courant  $I_{sd}$ .

Les courbes de la figure V.7 montrent que le minimum du courant absorbé se trouve toujours autour d'une valeur de  $m$  proche de 1 (soit pour  $I_{sd} = I_{sq}$ ), quelle que soit la charge et la vitesse. On remarque d'ailleurs que la vitesse a peu d'influence sur la valeur de ce minimum. Nous retrouvons par l'expérience le résultat que nous avons déterminé lors de l'étude théorique précédente. Une stratégie de commande à couple maximal telle que  $m = 1$  reste valable quel que soit le régime de fonctionnement (saturé ou non saturé).

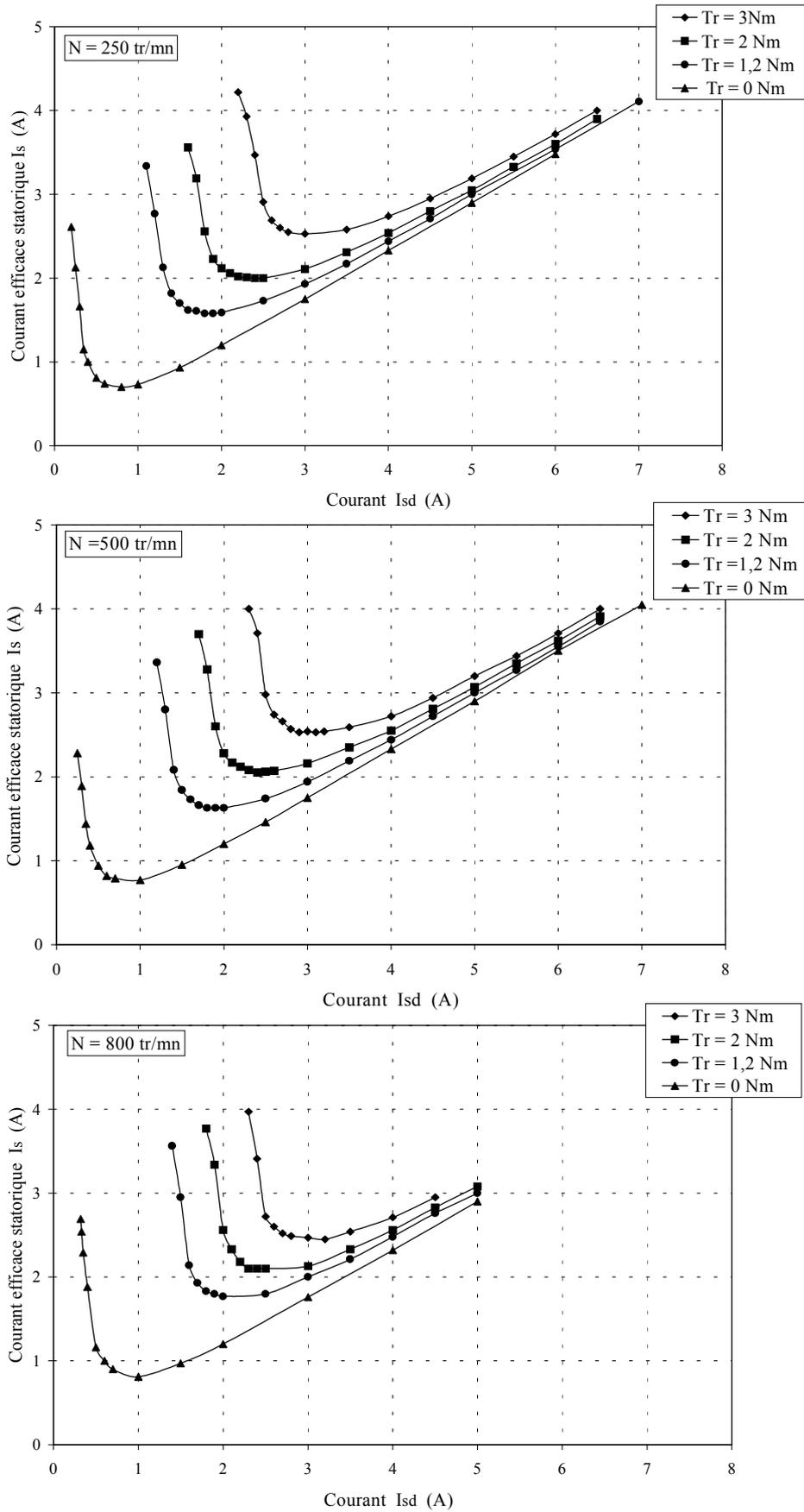


Figure V.6. Courant statorique  $I_s$  en fonction de  $I_{sd}$  pour une charge donnée; Relevés expérimentaux

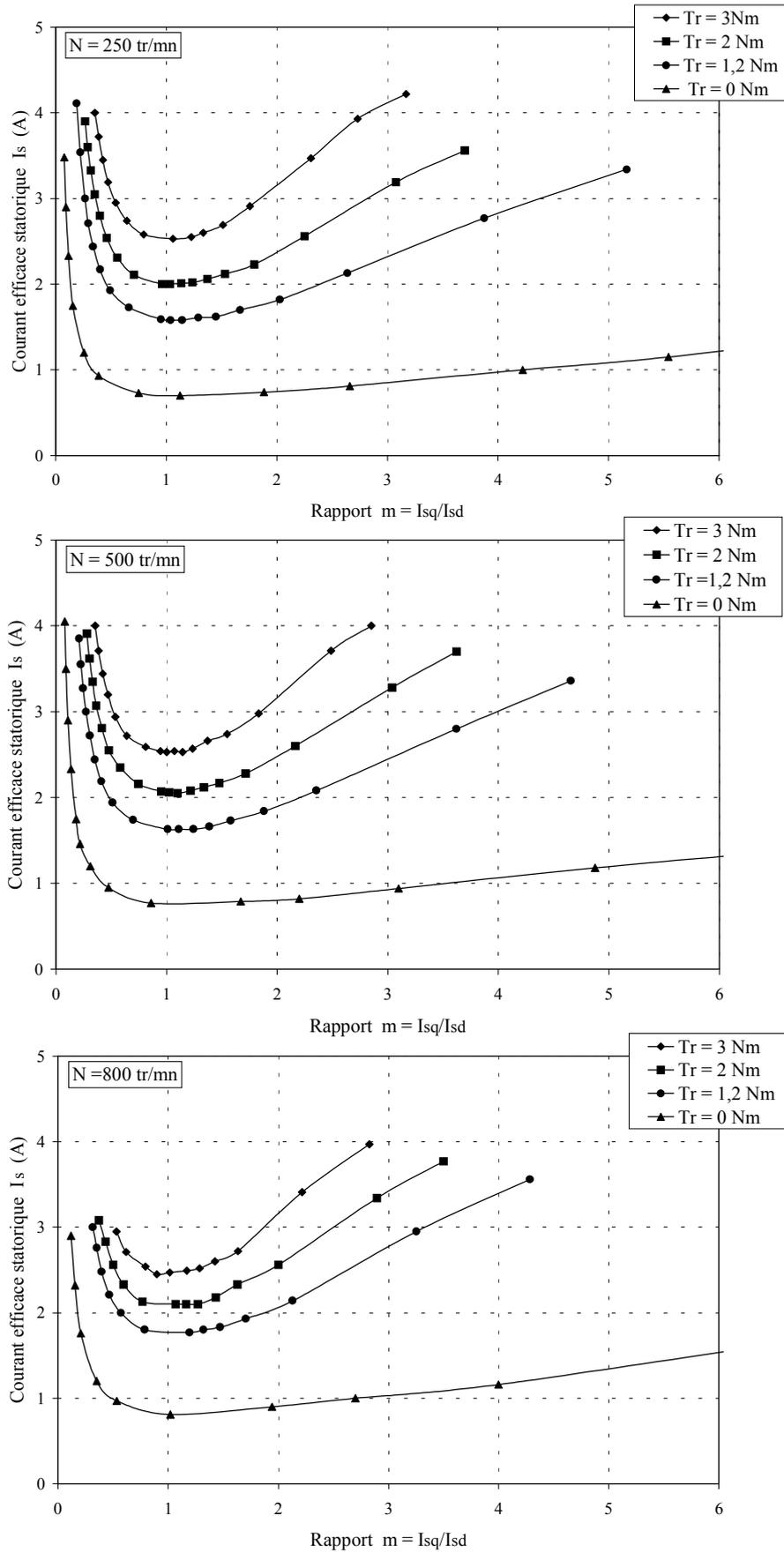


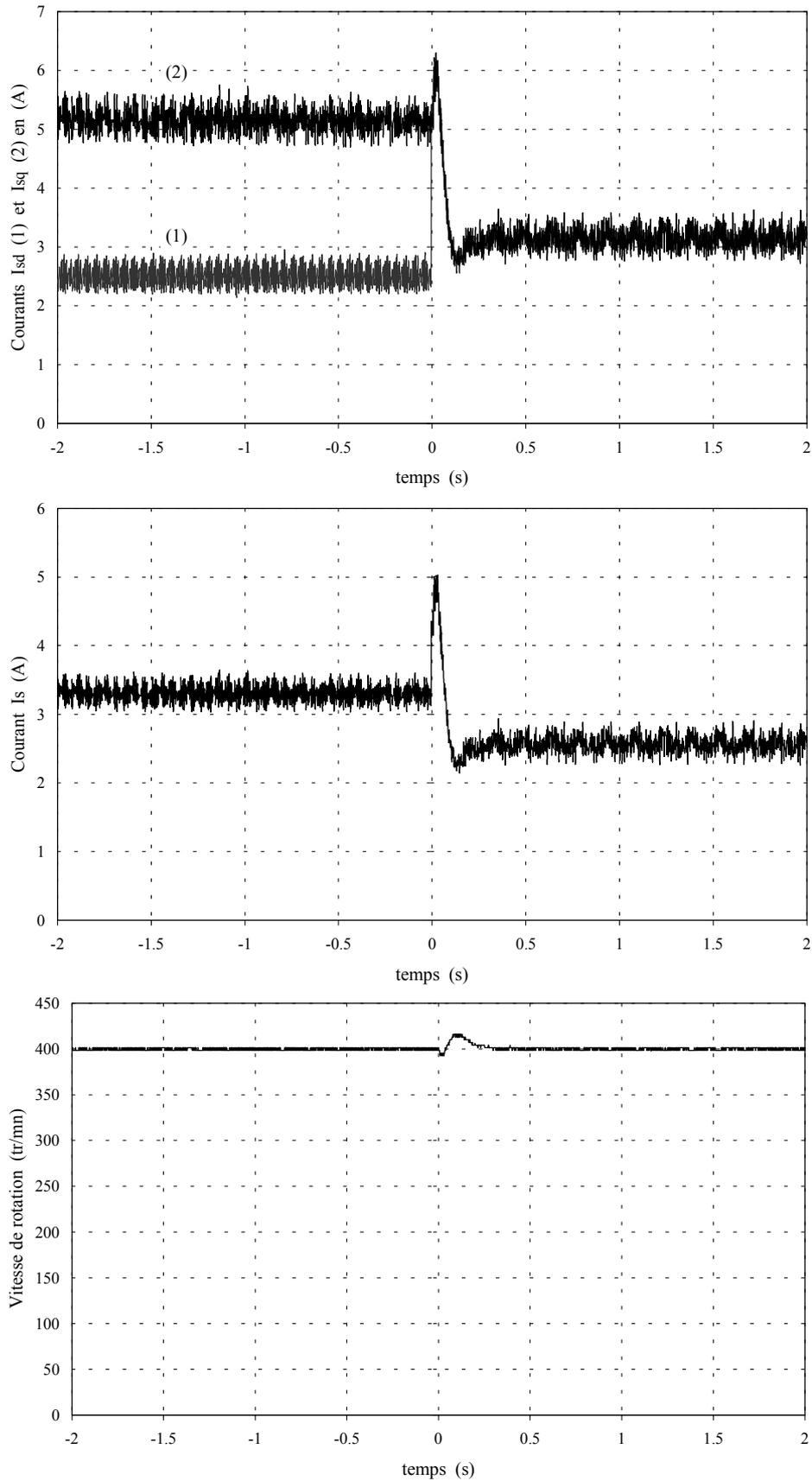
Figure V.7. Courant statorique  $I_s$  en fonction du rapport  $m$  pour une charge donnée; Relevés expérimentaux

Nous avons implanté la loi de commande correspondant à  $I_{sd} = I_{sq}$  sur le banc expérimental. Pour cela, nous avons modifié légèrement le schéma de la figure IV.2 en imposant la relation  $I_{sdref} = I_{sqref}$  dans l'algorithme de commande. Nous avons représenté sur la figure V.8, le relevé expérimental des courants ( $I_{sd}$ ,  $I_{sq}$ ,  $I_s$ ) et celui de la vitesse lors d'un changement de stratégie de commande. A  $t = 0$ , on passe d'une commande vectorielle classique où le courant  $I_{sdref}$  est fixé à 2,5 A à la commande à couple maximal où l'on impose  $I_{sdref} = I_{sqref}$ . Cet essai a été réalisé en charge pour une vitesse régulée à 400 tr/mn. Le courant statorique  $I_s$  a été calculé en utilisant la relation V.6. On observe sur ces relevés qu'après un régime transitoire, les courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$  se stabilisent autour d'une valeur identique proche de 3 A. Le courant  $I_s$  passe de 3,3 A en contrôle vectoriel à 2,6 A avec la commande à couple maximal. Ce résultat correspond à une économie de courant de plus de 20%.

## **2.4 Conclusion**

Dans cette partie, nous avons développé une stratégie de commande à couple maximal pour le régime permanent. En utilisant les équations du modèle saturé de la machine, nous avons montré que la loi de commande classique ( $I_{sd} = I_{sq}$ ) reste valable en régime saturé. Nous avons montré qu'il était nécessaire de prendre en compte l'effet croisé de saturation dans l'expression du couple pour établir cette loi de commande. La loi de commande théorique a ensuite été validée par des essais expérimentaux. Nous avons également montré l'évolution temporelle des courants et de la vitesse lors d'un changement de stratégie de commande (passage du contrôle vectoriel à la commande à couple maximal).

Après avoir étudié la commande à couple maximal, nous allons développer une stratégie de commande permettant d'optimiser le rendement de la machine en régime permanent.



**Figure V.8.** Changement de stratégie de commande; Passage d'une commande vectorielle ( $I_{sdref} = 2,5A$ ) à une commande à couple maximal ( $I_{sd} = I_{sq}$ ); Relevés expérimentaux

### **3. Commande à rendement optimal**

#### **3.1 Introduction**

Le rendement d'un moteur électrique est un paramètre important, en particulier pour les systèmes embarqués où la source d'énergie est limitée (véhicules électriques). Le rendement d'un moteur est optimisé lors de sa construction pour un fonctionnement en régime nominal. Cependant, dans de nombreuses applications à vitesse variable (pompe, ventilateur), un moteur peut être amené à travailler loin du régime nominal. Dans ce cas, le rendement optimal n'est plus assuré.

On peut optimiser le rendement sur une plage de fonctionnement donnée en définissant des stratégies de commande particulières. Des études ont été menées dans ce sens pour les machines synchrones à réluctance variable et pour les machines asynchrones. Deux méthodes ont été développées. Elles concernent uniquement le fonctionnement en régime permanent. La première méthode consiste à déterminer une loi de commande à partir des équations du modèle de la machine [FLE 95b] [KIO 96] [FER 98] [FER 00] [ABR 01]. Les pertes à minimiser sont les pertes Joule et les pertes dans le fer. L'inconvénient principal de cette méthode est qu'elle nécessite une parfaite connaissance des paramètres de la machine. Or, ces paramètres varient avec la température et avec la saturation magnétique. De plus, les pertes dans le fer sont difficiles à évaluer lorsque la machine est alimentée par un onduleur fonctionnant en modulation de largeur d'impulsion [HIL 01]. Pour éviter ces problèmes, une deuxième méthode a été développée. Elle est basée sur la mesure de la puissance absorbée par la machine. Le principe est le suivant. Pour une vitesse et une charge donnée, on fait varier la valeur du courant  $I_{dref}$  pour trouver le minimum de la puissance absorbée [KIR 85] [MAT 97] [TA 01]. Cette méthode est simple et ne nécessite pas la connaissance du modèle de la machine. Elle peut s'appliquer à toutes les machines.

Dans la suite, nous allons développer une stratégie de commande à rendement optimal en nous basant sur la méthode de la mesure de la puissance d'entrée. Pour rechercher le minimum, nous utiliserons des algorithmes d'optimisation particuliers (Fibonacci, section dorée). Ces algorithmes permettent de trouver rapidement le minimum d'une fonction à une variable sans avoir à calculer sa dérivée. Des algorithmes de ce type ont été utilisés dernièrement pour l'optimisation du rendement de la machine asynchrone [TA 01] et pour le transfert optimal de puissance entre un générateur photovoltaïque et une charge [MIY 02].

#### **3.2 Mesure de la puissance absorbée**

Pour mettre en œuvre l'algorithme d'optimisation du rendement, il est nécessaire de mesurer la puissance absorbée par la machine. La structure du convertisseur de puissance est représentée sur la figure V.9. La tension du réseau est redressé par l'intermédiaire d'un pont de diodes triphasé puis filtrée par une cellule L-C. L'onduleur est commandé par la carte DSP en modulation de largeur d'impulsion (MLI) à une fréquence de 10 kHz

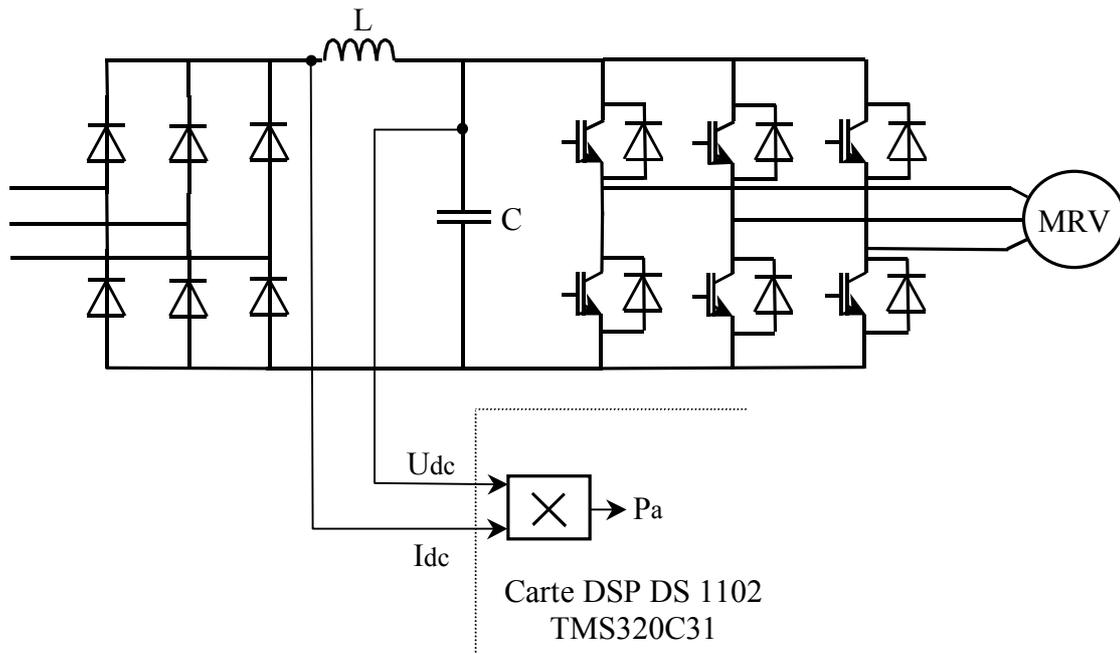


Figure V.9. Mesure de la puissance absorbée

Pour des raisons de simplicité, nous avons effectué la mesure de la puissance au niveau du bus continu. Dans ce cas, la puissance absorbée est obtenue en effectuant le produit de la tension  $U_{dc}$  par le courant  $I_{dc}$  :

$$P_a = U_{dc} \cdot I_{dc} \quad (V.12)$$

Comme la mesure de la puissance se fait en amont de l'onduleur, les pertes par commutation et par conduction des composants de l'onduleur sont prises en compte dans la valeur de la puissance absorbée. Les signaux issus du capteur de courant (mesure de  $I_{dc}$ ) et du capteur de tension (mesure de  $U_{dc}$ ) sont envoyés sur deux convertisseurs analogiques-numériques de 12 bits associés à la carte DSP. Ces signaux sont échantillonnés à une fréquence de 1 kHz (pendant l'interruption correspondante à la boucle de vitesse). Pour réduire l'effet du bruit sur le signal  $I_{dc}$ , nous avons effectué une moyenne glissante sur 20 points.

Nous avons représenté sur la figure V.10b, les résultats des mesures de la tension  $U_{dc}$ , du courant  $I_{dc}$  et de la puissance absorbée  $P_a$  pour un essai en contrôle vectoriel de la machine. Nous avons représenté sur la figure V.10a, l'évolution du courant  $I_{sd}$ , du courant  $I_{sq}$  et de la vitesse correspondant à cet essai. Après avoir imposé un courant de référence  $I_{sdref} = 2,5A$  suivant l'axe  $d$ , on impose un échelon de 400 tr/mn sur la consigne de vitesse. Après que la vitesse se stabilise, on applique un échelon de couple résistant de 3 Nm.

On peut voir sur la figure V.10b, un appel de puissance au moment du démarrage correspondant à la phase d'accélération. Ensuite, la puissance absorbée se stabilise autour de 150 W à vide. Après l'application du couple résistant, la puissance absorbée vaut environ 400 W. La tension du bus continu passe de 510 V à vide à 500 V en charge et le courant  $I_{dc}$  passe de 0,3 A à 0,8 A. Ces valeurs ont été vérifiées en plaçant des appareils de mesure (ampèremètre et voltmètre) au niveau du bus continu.

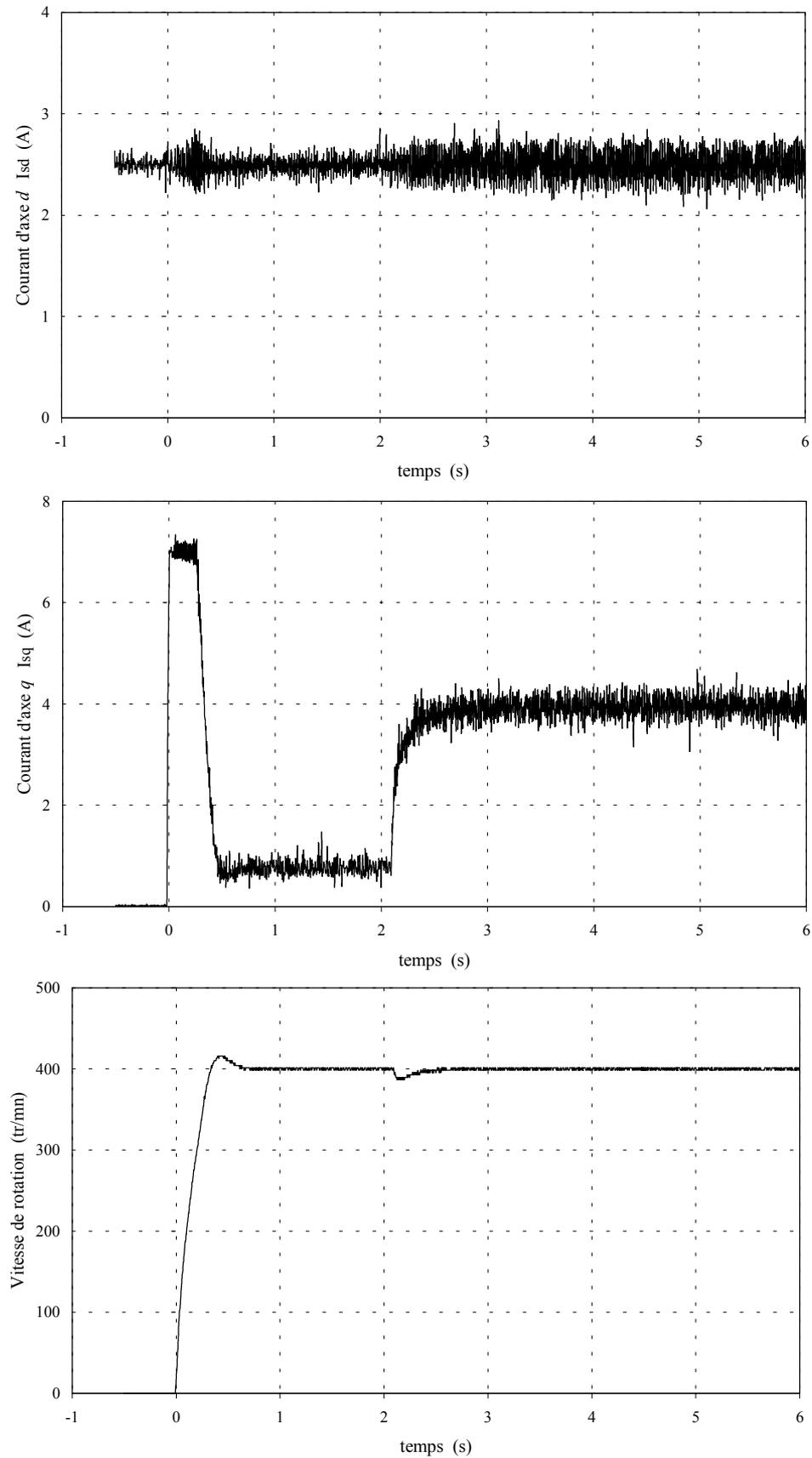


Figure V.10a. Mesure de la puissance absorbée lors d'un transitoire en commande vectorielle; Relevés expérimentaux

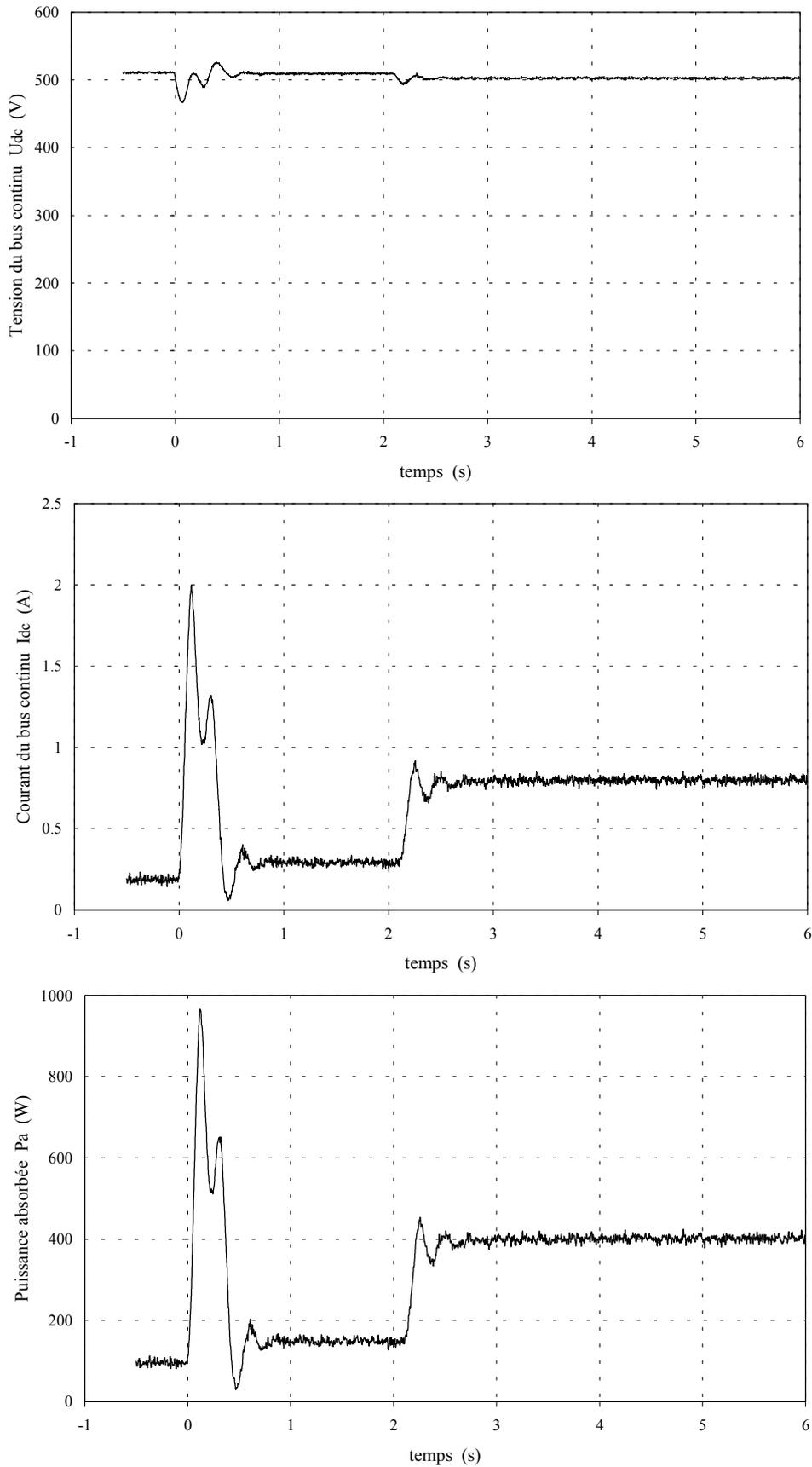


Figure V.10b. Mesure de la puissance absorbée lors d'un transitoire en commande vectorielle; Relevés expérimentaux

On constate que les signaux de mesure au niveau du bus continu sont peu bruités. Nous allons dans la suite utiliser le signal associé à la mesure de la puissance absorbée  $P_a$  comme signal d'entrée pour l'algorithme d'optimisation du rendement. Avant de développer cet algorithme, nous allons étudier expérimentalement les variations de la puissance absorbée et du rendement (régime permanent) en fonction de la valeur du courant  $I_{sd}$  pour une vitesse et une charge donnée.

### 3.3 Caractéristiques $P_a = f(I_{sd})$ et $\eta = f(I_{sq}/I_{sd})$

Pour une vitesse et un couple résistant donné, la puissance absorbée en régime permanent va dépendre de la valeur du courant  $I_{sd}$  imposé par la commande. Notre objectif est de déterminer la valeur de  $I_{sd}$  pour laquelle la puissance absorbée est minimum. Pour cela, nous allons reprendre le montage de la figure V.5 en faisant varier  $I_{sdref}$  pour un point de fonctionnement donné. Pour mesurer la puissance absorbée, nous utilisons le montage de la figure V.9. Nous avons réalisé des essais pour 3 valeurs différentes de la vitesse (250 tr/mn, 500 tr/mn et 800 tr/mn) et 4 valeurs différentes du couple résistant (0 Nm, 1,2 Nm, 2 Nm et 3 Nm). Les résultats des mesures sont donnés sur la figure V.11. On constate sur ces courbes que la valeur du courant  $I_{sd}$  correspondant au minimum de la puissance absorbée varie en fonction de la valeur du couple résistant appliqué sur l'arbre de la machine. On passe d'une valeur de  $I_{sd}$  égale à 0,5 A à vide à environ 3 A pour un couple résistant de 3 Nm (80% du couple nominal). On remarque que la vitesse a peu d'influence sur cette valeur (au moins pour la gamme de vitesse que l'on a étudiée). Ces résultats montrent qu'il est nécessaire d'ajuster la valeur du courant  $I_{sd}$  entre la marche à vide et le fonctionnement en charge pour se trouver toujours sur le minimum de la puissance absorbée. Si l'on s'éloigne un peu de la valeur du courant  $I_{sd}$  optimal, en particulier si l'on choisit une valeur légèrement inférieure, la puissance absorbée augmente rapidement et le rendement diminue.

Nous avons représenté sur la figure V.12, les variations du rendement en fonction du rapport  $m$  égal à  $I_{sq}/I_{sd}$  pour les essais précédents. Le rendement a été calculé à partir de la relation suivante :

$$\eta = \frac{T_r \cdot \Omega}{P_a} \quad (V.13)$$

Pour une vitesse de 800 tr/mn et un couple résistant de 3 Nm, la puissance mécanique vaut 250 W. Pour ce point de fonctionnement qui correspond à environ 40% de la puissance nominale de la machine (600 Watts), le rendement optimal vaut 0,44. Ce rendement optimal est obtenu pour une valeur de  $m = 1$ . On constate sur les courbes de la figure V.12 que pour la gamme de vitesse étudiée, le rendement optimum se situe toujours autour d'une valeur de  $m$  proche de 1 ( $I_{sd} = I_{sq}$ ) quelle que soit la valeur du couple résistant. Par conséquent, une commande telle que  $m = 1$  semble tout à fait satisfaisante pour faire fonctionner cette machine à son meilleur rendement quelque soit le point de fonctionnement. Cependant, ce résultat expérimental qui est valable pour cette machine ne l'est peut-être plus pour une machine à réluctance ayant un rotor différent (rotor "axialement laminé" par exemple). Nous allons donc dans la suite développer une commande basée sur la minimisation de la puissance absorbée.

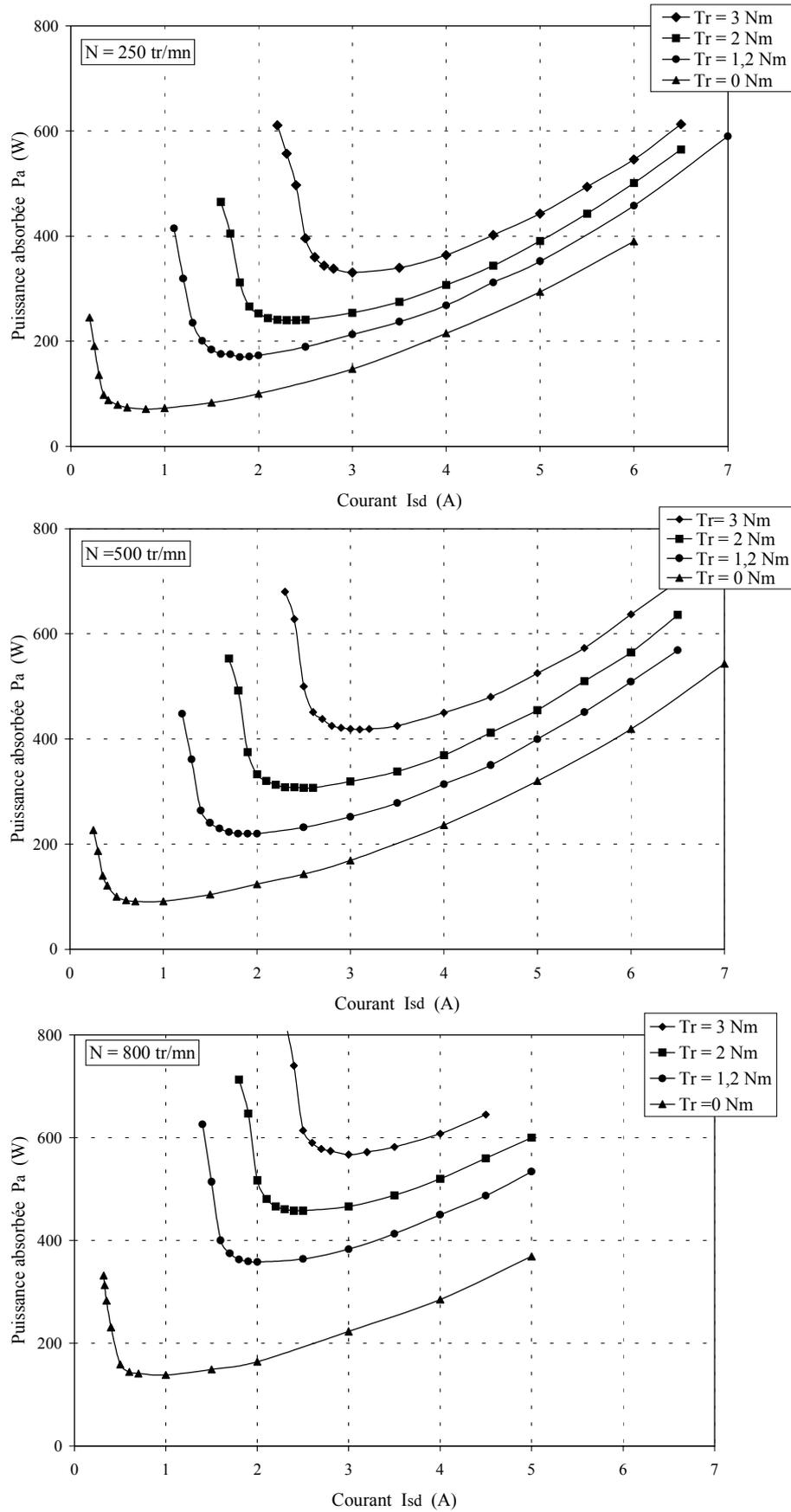


Figure V.11. Puissance absorbée en fonction de Isd; Relevés expérimentaux

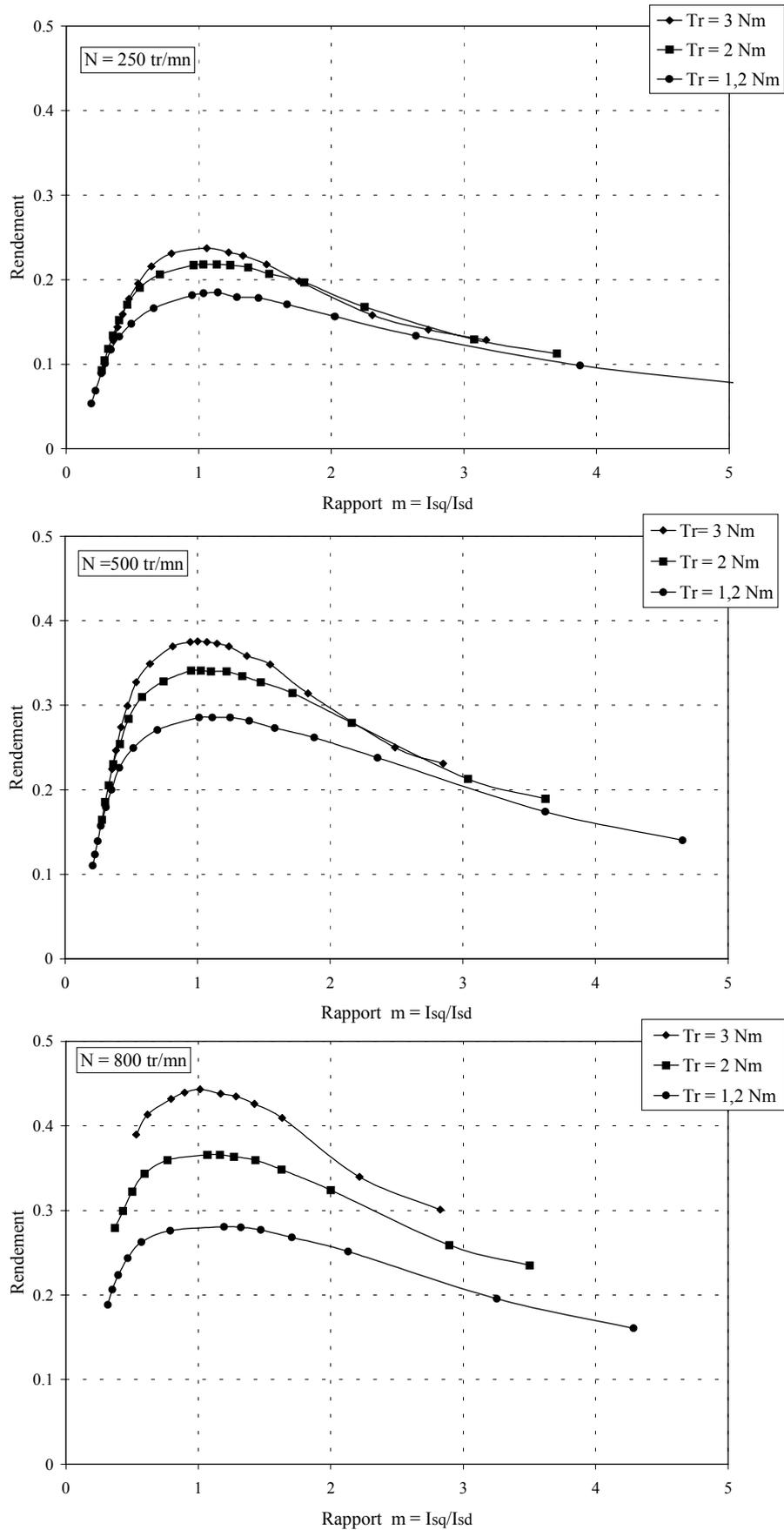


Figure V.12. Rendement en fonction du rapport  $m$ ;  
Relevés expérimentaux

### 3.4 Utilisation d'un algorithme d'optimisation

#### 3.4.1 Principe de la commande

La structure du schéma de commande est représentée sur la figure V.13. La différence avec le contrôle vectoriel classique se situe au niveau de la valeur de référence du courant  $I_{sd}$ . En contrôle vectoriel, cette référence est fixe quel que soit le point de fonctionnement (sauf pour les vitesses importantes pour lesquelles on effectue un défluxage). Pour la commande à rendement optimisé, on utilise un algorithme d'optimisation qui permet de trouver la valeur de référence du courant  $I_{sd}$  pour laquelle la puissance absorbée est minimum.

Cette stratégie de commande concerne uniquement le fonctionnement en régime permanent. Nous verrons plus tard comment gérer les transitoires (avec le signal d'erreur de vitesse  $\Delta N$ ).

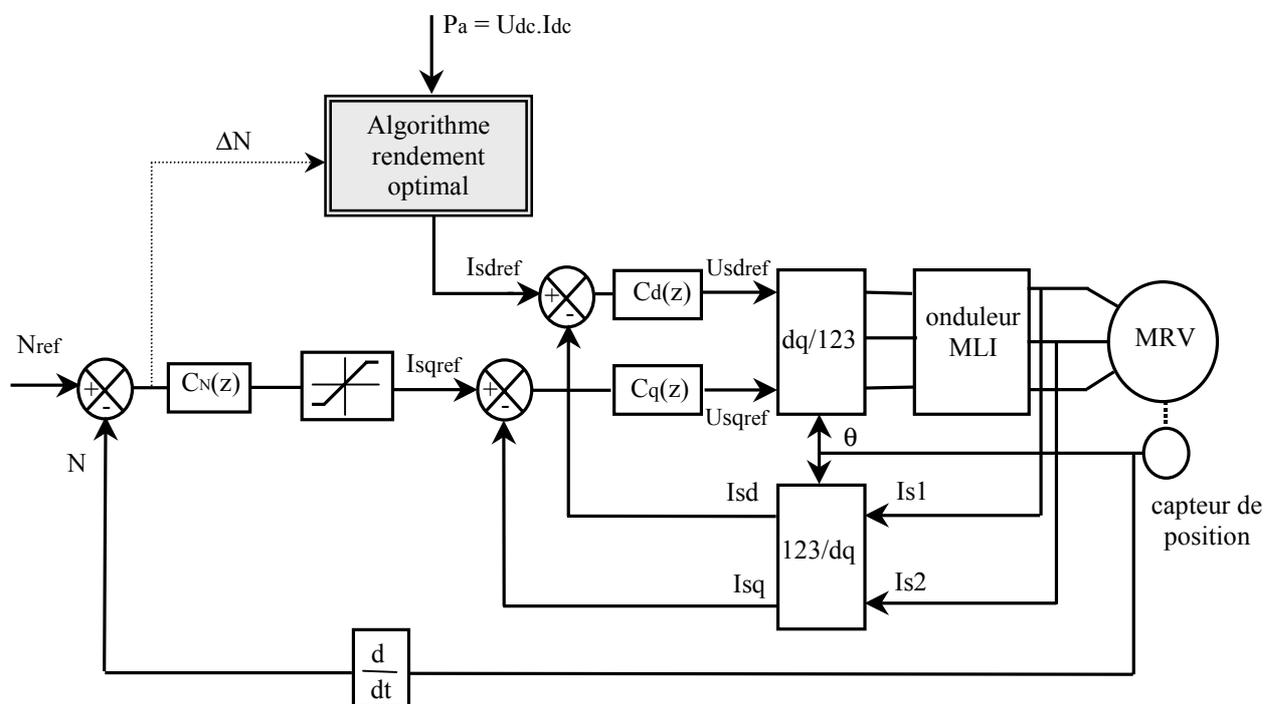


Figure V.13. Schéma de principe de la commande à rendement optimal

Pour la machine synchrone à réluctance variable, un algorithme de commande à rendement optimal a été proposé par Matsuo [MAT 97]. Pour un point de fonctionnement donné, la méthode consiste à faire varier par pas régulier la valeur de  $I_{sdref}$  et à mesurer chaque fois la puissance absorbée  $P_a$ . On se place ensuite sur la valeur de  $I_{sd}$  correspondant au minimum de la puissance absorbée. Cette méthode de recherche n'optimise pas le nombre d'itérations nécessaires pour trouver le minimum et demande par conséquent un temps de recherche important (plusieurs minutes). Il existe des méthodes mathématiques d'optimisation (recherche du minimum ou du maximum) pour les fonctions à une variable. Ces méthodes permettent d'améliorer la vitesse de convergence. Nous allons rappeler brièvement le principe

de ces méthodes dont on peut trouver des développements complets dans la littérature [WIL 66].

### 3.4.2 Méthodes de recherche d'un optimum

Nous allons rappeler le principe de trois méthodes d'optimisation unidimensionnelle (fonction à une seule variable). Ces méthodes ne supposent pas la dérivabilité ni même la continuité de la fonction étudiée, mais seulement son unimodalité (la fonction possède un minimum unique à l'intérieur de l'intervalle d'étude). La première méthode est la recherche dichotomique. Cette méthode est simple mais peu efficace. A chaque étape (réduction de l'intervalle d'incertitude), elle nécessite deux évaluations de la fonction (donc deux mesures). La recherche de Fibonacci est la méthode qui nécessite le minimum d'évaluation de la fonction pour arriver au résultat (une évaluation par étape). Cependant, pour lancer une recherche de Fibonacci, il faut connaître le pouvoir séparateur  $\lambda$  de la fonction étudiée. On appelle pouvoir séparateur, la séparation minimale  $\lambda$  entre deux points  $x_1$  et  $x_2$  permettant de conclure avec certitude si  $f(x_1) > f(x_2)$  ou  $f(x_2) > f(x_1)$ . Ainsi, au voisinage du minimum, les deux fonctions  $f_1$  et  $f_2$  représentées sur la figure V.14 ont des pouvoirs séparateurs  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  très différents.

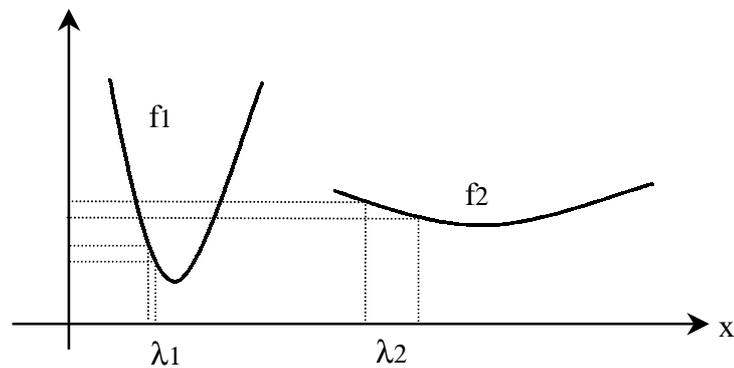


Figure V.14. Pouvoir séparateur  $\lambda$  d'une fonction à une variable

Si nous ne connaissons pas à priori la forme de la fonction, nous ne pouvons pas définir le pouvoir séparateur et il est par conséquent impossible d'utiliser la méthode de Fibonacci. On peut cependant bénéficier du principe de cette méthode en la modifiant de telle sorte que l'on puisse se passer de la connaissance du pouvoir séparateur  $\lambda$ . C'est la méthode de la section dorée où on utilise le nombre d'or pour réduire l'intervalle d'incertitude à chaque étape.

#### 3.4.2.1 Recherche dichotomique

Le principe de cette méthode pour six expériences est donné sur la figure V.15. A chaque étape, on effectue deux expériences (évaluation de la fonction). Pour réduire au minimum l'intervalle d'incertitude à chaque étape, la meilleure solution consiste à placer les expériences au centre de l'intervalle, aussi près que possible l'une de l'autre (pouvoir séparateur  $\lambda$ ).

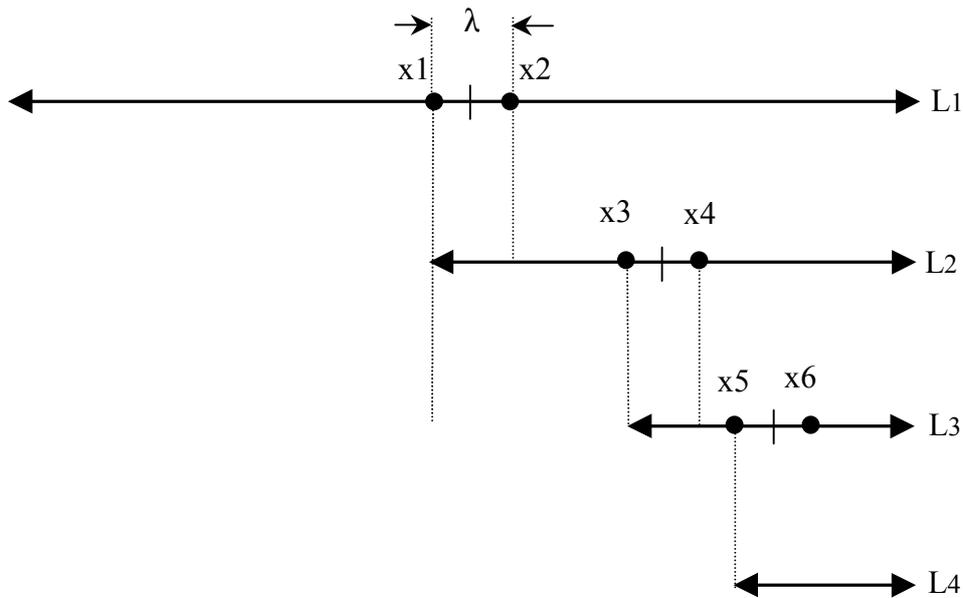


Figure V.15. Recherche dichotomique à six expériences

La comparaison des résultats des deux premières expériences (relation d'ordre entre  $f(x_1)$  et  $f(x_2)$ ) permet de réduire l'intervalle initial  $L_1$  au deuxième intervalle  $L_2$  tel que :

$$L_2 = \frac{L_1}{2} + \frac{\lambda}{2} \quad (\text{V.14})$$

Plaçons maintenant la troisième et la quatrième expérience ( $x_3$  et  $x_4$ ) à  $\lambda/2$  du milieu de  $L_2$ . Nous réduisons l'intervalle  $L_2$  à  $L_3$  d'amplitude :

$$L_3 = \frac{L_2}{2} + \frac{\lambda}{2} = \frac{L_1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \lambda \quad (\text{V.15})$$

D'une manière générale, après  $n$  expériences ( $n$  étant naturellement pair), il sera possible de situer le minimum de la fonction dans un intervalle de longueur :

$$L_{(n/2+1)} = \frac{L_1}{2^{n/2}} + \left(1 - \frac{1}{2^{n/2}}\right) \cdot \lambda \quad (\text{V.16})$$

### 3.4.2.2 Recherche de Fibonacci

La recherche dichotomique laisse à chaque étape de l'information inutilisée. En effet, l'intervalle  $L_2$  de la figure V.15 contient l'une des deux expériences de la première étape ( $x_2$  pour l'exemple donné). Le fait de définir deux nouvelles expériences ( $x_3$  et  $x_4$ ) dans l'intervalle  $L_2$  nous met en présence de trois expériences connues dont une non exploitée. La recherche de Fibonacci permet de réutiliser les résultats des expériences précédentes. A

chaque nouvelle étape, on ne définit qu'une nouvelle expérience. Le principe de la méthode est donné sur la figure V.16 pour 4 expériences. On voit sur cette figure que l'expérience qui n'est pas retenue pour limiter le nouvel intervalle est réutilisée (l'expérience x2 est utilisée à l'étape 1, 2 et 3).

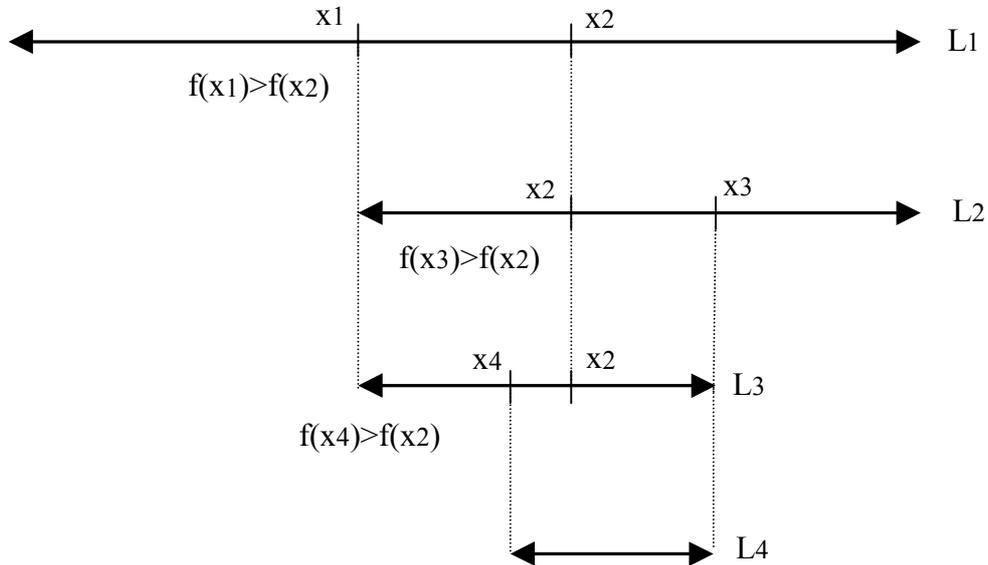


Figure V.16. Recherche de Fibonacci à quatre expériences.

La relation entre la taille de l'intervalle initial (L1) et la taille de l'intervalle correspondant à la n-ième expérience est la suivante [WIL 66] :

$$L_n = \frac{L_1}{F_n} + \frac{F_{n-2}}{F_n} \cdot \lambda \quad \text{avec } n \geq 2 \quad (\text{V.17})$$

Le terme  $F_n$  qui apparaît dans la relation précédente est le n-ième nombre de la suite de Fibonacci (mathématicien italien du XIII<sup>ème</sup> siècle) définie ci-dessous :

$$\begin{aligned} F_0 &= F_1 = 1 \\ F_k &= F_{k-1} + F_{k-2} \quad \forall k \geq 2 \end{aligned} \quad (\text{V.18})$$

$$\{F_k\} = \{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, \dots\}$$

Pour lancer une recherche de Fibonacci, il suffit de placer la première expérience à une distance L2 de l'un des bords du premier intervalle, la deuxième expérience étant la symétrique de la première. Ensuite, puisque dans chaque intervalle non éliminé se trouve une expérience antérieure, il suffit pour continuer la recherche de placer l'expérience suivante symétriquement par rapport à celle qui est déjà dans l'intervalle. On obtient la position de la première expérience à partir de l'équation suivante [WIL 66] :

$$L_2 = \frac{F_{n-1}}{F_n} \cdot L_1 + \frac{(-1)^n}{F_n} \cdot \lambda \quad (V.19)$$

Pour calculer  $L_2$ , il faut définir la taille de l'intervalle initial  $L_1$  et connaître le pouvoir séparateur  $\lambda$  de la fonction ainsi que le nombre  $n$  d'expérience à réaliser. Pour déterminer  $n$ , on utilise l'inégalité suivante :

$$F_{n+1} \leq \frac{L_1}{\lambda} < F_{n+2} \quad (V.20)$$

Nous avons représenté sur la figure V.17, l'algorithme de recherche de Fibonacci appliqué à la commande à rendement optimisé. La variable d'entrée est le courant statorique d'axe  $d$ . La fonction dont on recherche le minimum est la puissance absorbée  $P_a$ .

On commence par déterminer un intervalle d'incertitude compris entre  $I_{sdmin}$  et  $I_{sdmax}$ . On définit également le pouvoir séparateur  $\lambda$  à partir des relevés de la figure V.11. On calcule ensuite le nombre d'expériences à réaliser et la position des deux premières expériences  $I_{sd1}$  et  $I_{sd2}$ . On mesure la puissance absorbée correspondant à ces deux valeurs et on effectue une comparaison des résultats. On réduit ensuite l'intervalle d'incertitude et on effectue une nouvelle expérience. Lorsque l'ensemble des expériences du plan de recherche est réalisé, on aboutit à un intervalle d'incertitude final délimité par  $I_{sdmin}$  et  $I_{sdmax}$ . La valeur du courant  $I_{sd}$  optimal est alors donnée par la relation suivante :

$$I_{sdopt} = \frac{I_{sd1} + I_{sd2}}{2} \quad (V.21)$$

### 3.4.2.3 Section dorée

Pour lancer une recherche de Fibonacci, il faut connaître le pouvoir séparateur  $\lambda$  de la fonction dont on recherche le minimum. Or dans bien des cas, nous ne connaissons pas à priori la fonction à minimiser et il est difficile de définir  $\lambda$ . On ne peut donc pas calculer le nombre  $n$  d'expériences à réaliser et on ne peut pas positionner la première expérience sur l'intervalle d'incertitude initial.

Il existe une autre méthode de recherche pratiquement aussi efficace que celle de Fibonacci mais qui ne nécessite pas de connaître le pouvoir séparateur de la fonction pour pouvoir démarrer. C'est la méthode de la section dorée. Avec cette méthode, on conserve une partie des propriétés de la recherche de Fibonacci (on réutilise les expériences précédentes). La différence se situe au niveau de la réduction de la taille des intervalles. La méthode consiste à conserver un rapport constant entre deux intervalles successifs. On montre alors que la relation entre la taille de l'intervalle initial  $L_1$  et la taille de l'intervalle correspondant à la  $n$ -ième étape est la suivante :

$$L_n = \frac{L_1}{\alpha^{n-1}} \quad \text{avec} \quad \alpha = 1,61803399 \quad (V.22)$$

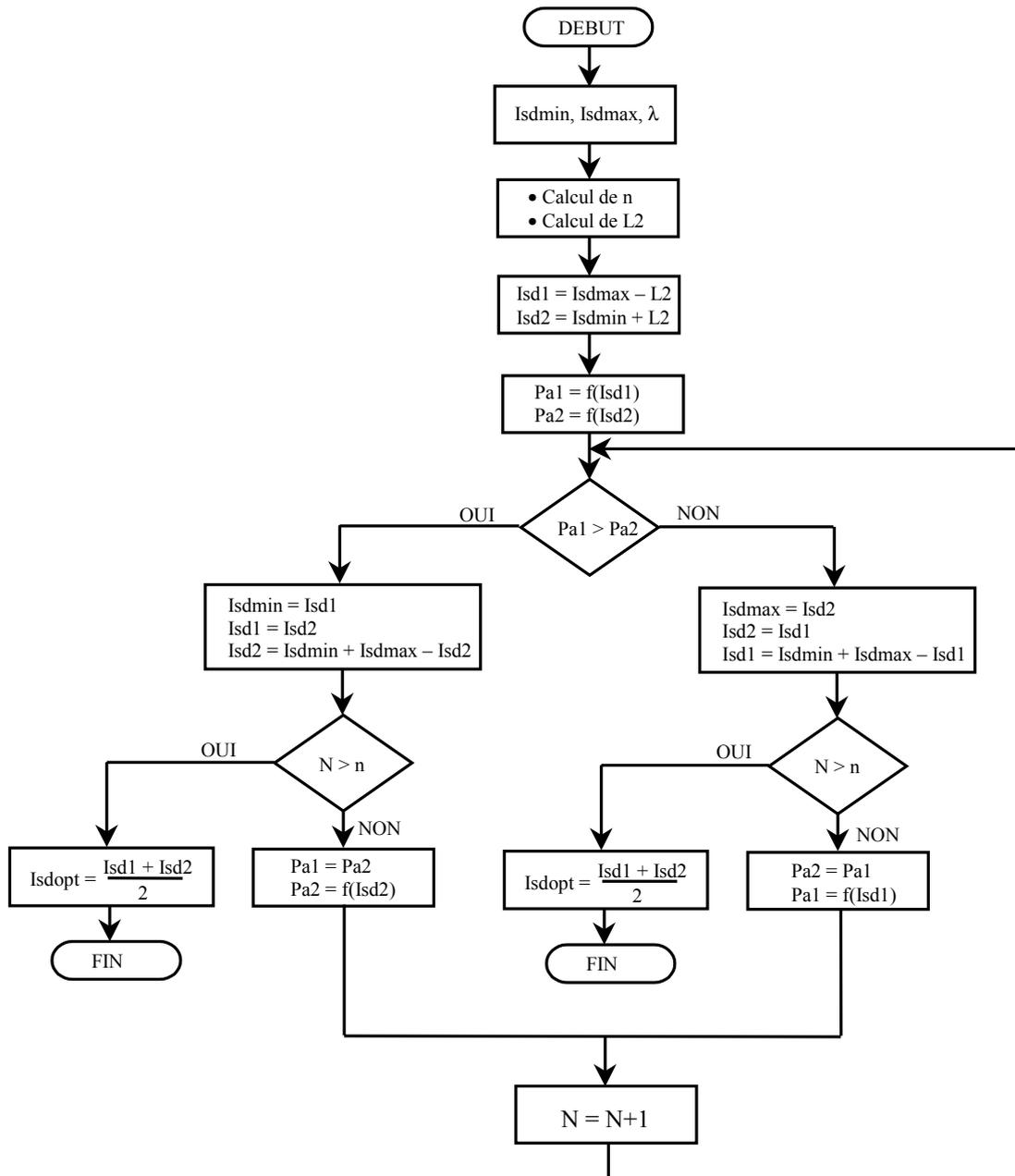


Figure V.17. Algorithme de recherche de Fibonacci appliqué à la commande à rendement optimal

$\aleph$  représente le nombre d'or dont les propriétés sont bien connues depuis l'antiquité (Euclide). L'algorithme de recherche de la section dorée est représenté sur la figure V.18. La position de la première expérience est donnée par la relation suivante :

$$L2 = \frac{L1}{\aleph} \quad (V.23)$$

Cette expérience est placée à l'une des extrémités du premier intervalle. Les expériences suivantes sont chaque fois symétriques de celle qui est déjà contenue dans l'intervalle à

réduire. On continue les expériences jusqu'à ce que l'on juge satisfaisante la valeur du critère d'arrêt retenu ( $(Isd2 - Isd1) \leq \epsilon$ ).

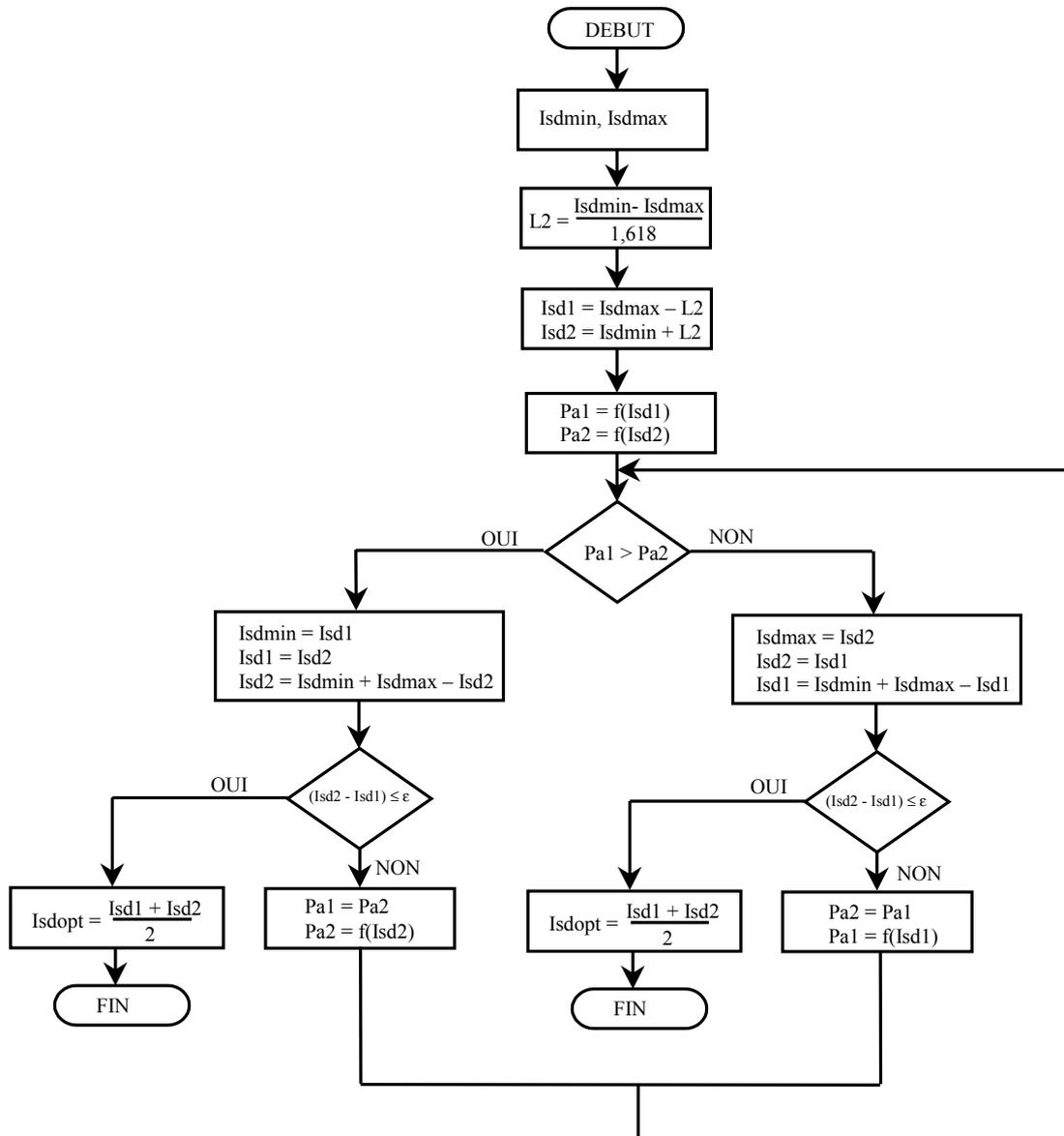


Figure V.18. Algorithme de la section dorée appliqué à la commande à rendement optimal

#### 3.4.2.4 Comparaison des méthodes

Nous donnons dans le tableau V.1, les rapports de réduction  $L1/Ln$  entre l'intervalle initial  $L1$  et l'intervalle correspondant à la  $n$ -ième expérience pour chaque méthode. Pour les calculs, nous considérons un intervalle initial de taille unitaire et nous ignorons l'influence de  $\lambda$  dans les relations (V.16) et (V.19).

<b>Nombre d'expériences</b>	<b>Dichotomie</b>	<b>Fibonacci</b>	<b>Section dorée</b>
2	2	2	1,62
3		3	2,62
4	4	5	4,24
5		8	6,85
6	8	13	11,09
7		21	17,94
8	16	34	29
9		55	47
10	32	89	76
11		144	133
12	64	233	199
13		377	322
14	128	610	521
15		987	843
16	256	1597	1364
17		2584	2207
18	512	4181	3570

***Tableau V.1.** Réduction de l'intervalle d'incertitude ( $L1/Ln$ )  
pour les différentes méthodes d'optimisation*

Pour réduire l'intervalle d'incertitude à un pour cent de sa longueur initiale, la recherche dichotomique nécessite 14 expériences alors que la recherche de Fibonacci et la section dorée ne nécessitent que 11 expériences.

### **3.4.3 Résultats de simulation**

La structure du schéma de commande est représentée sur la figure V.13. Le programme correspondant à l'algorithme de recherche de Fibonacci a été inséré à l'intérieur du programme principal de simulation. Pour lancer la recherche de Fibonacci, nous avons fixé la taille du premier intervalle d'incertitude en posant  $I_{sdmin}$  égale à 0 A et  $I_{sdmax}$  égale à 5 A. La valeur du pouvoir séparateur  $\lambda$  a été choisie égale à 0,2 A (à partir des courbes de la figure V.11). Ces trois valeurs nous permettent de déterminer le nombre d'expériences à réaliser et la position des deux premières expériences à l'intérieur de l'intervalle d'incertitude initial. En appliquant les relations (V.19) et (V.20), nous obtenons les valeurs suivantes :

$$n = 6 \quad I_{sd1} = 1,907A \quad I_{sd2} = 3,092A \quad (V.24)$$

La puissance absorbée par la machine a été calculée à partir de la relation suivante :

$$P_a = U_{sd} \cdot I_{sd} + U_{sq} \cdot I_{sq} \quad (V.25)$$

Pour limiter les bruits générés par la MLI sur le signal  $P_a$ , nous avons effectué une moyenne glissante sur dix points. Nous avons représenté sur la figure V.19, les résultats de simulation pour un régime de fonctionnement correspondant à une vitesse réglée à 500 tr/mn et un couple résistant nul. La valeur initiale de la consigne du courant  $I_{sd}$  est réglée à 2,5 A. Cette valeur correspond approximativement au coude de saturation de la caractéristique magnétique d'axe  $d$  de la machine. L'algorithme de recherche de Fibonacci est lancé à l'instant  $t = 5$  s. Après six expériences, la valeur optimale du courant  $I_{sd}$  pour le point de fonctionnement considéré est trouvée. Cette valeur est d'environ 1 A. La valeur du courant  $I_{sq}$  correspondant vaut 1,2 A. La puissance absorbée passe de 100 W à l'instant initial à 65 W à la fin de la recherche. Ce résultat correspond à un gain de 35% sur la puissance absorbée pour ce point de fonctionnement. Le temps de réglage entre deux expériences consécutives a été réglé à 1 s pour que le signal correspondant à la puissance absorbée puisse atteindre le régime permanent au moment de la comparaison.

Nous avons représenté sur la figure V.19, les variations de la vitesse de rotation pendant la phase de recherche du minimum. On constate que la vitesse est très faiblement perturbée par les transitoires sur le courant  $I_{sd}$  (moins de 0,4% pour l'erreur de vitesse).

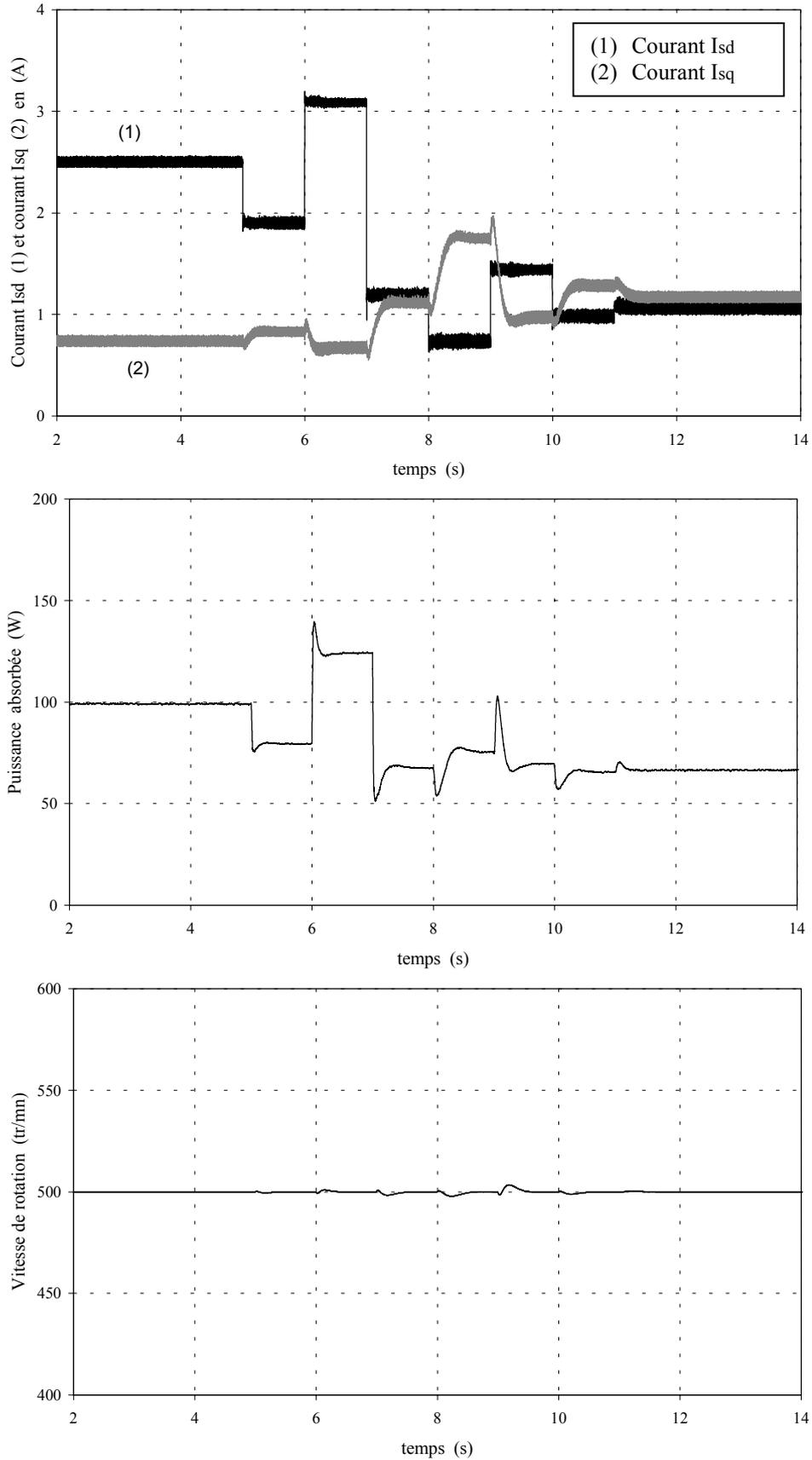
Nous avons également simulé une recherche de minimum en utilisant la méthode de la section dorée (ce résultat n'est pas présenté ici). Nous avons obtenus la même valeur pour le courant  $I_{sd}$  dans le même temps.

### **3.4.4 Résultats expérimentaux**

Nous avons implanté directement le programme précédent sur le banc expérimental. Comme le DSP se programme directement en langage C, le transfert simulation-expérience se fait rapidement.

#### **3.4.4.1 Essai à vide**

Nous nous sommes placés dans les mêmes conditions que celles de la simulation précédente. La machine fonctionne à vide et sa vitesse est réglée à 500 tr/mn. Nous avons adopté le même réglage pour l'algorithme de recherche de Fibonacci ( $I_{sdmin}$ ,  $I_{sdmax}$  et  $\lambda$ ). Les résultats des mesures correspondant à cet essai sont donnés sur la figure V.20. Avant la mise en route de l'algorithme de Fibonacci, la puissance absorbée vaut 150 W pour un courant  $I_{sd}$  fixé à 2,5 A. A la fin de la recherche de Fibonacci (après 6 secondes), le courant  $I_{sd}$  a pour valeur 0,8 A et la puissance absorbée vaut 100 W. Ce résultat correspond à un gain en puissance de plus de 30%. La valeur du courant  $I_{sq}$  passe de 0,7 A à 1,1 A. La valeur efficace du courant statorique passe donc de 1,5 A à 0,85 A. La vitesse de rotation est peu perturbée par les variations des courants  $I_{sd}$  et  $I_{sq}$  grâce à la boucle de régulation de vitesse. On relève une erreur maximale de 1% (5 tr/mn) au début de la sixième expérience correspondant à une variation importante du courant  $I_{sq}$ .



**Figure V.19.** Commande à rendement optimal.  
Essai à vide; Résultats de simulation

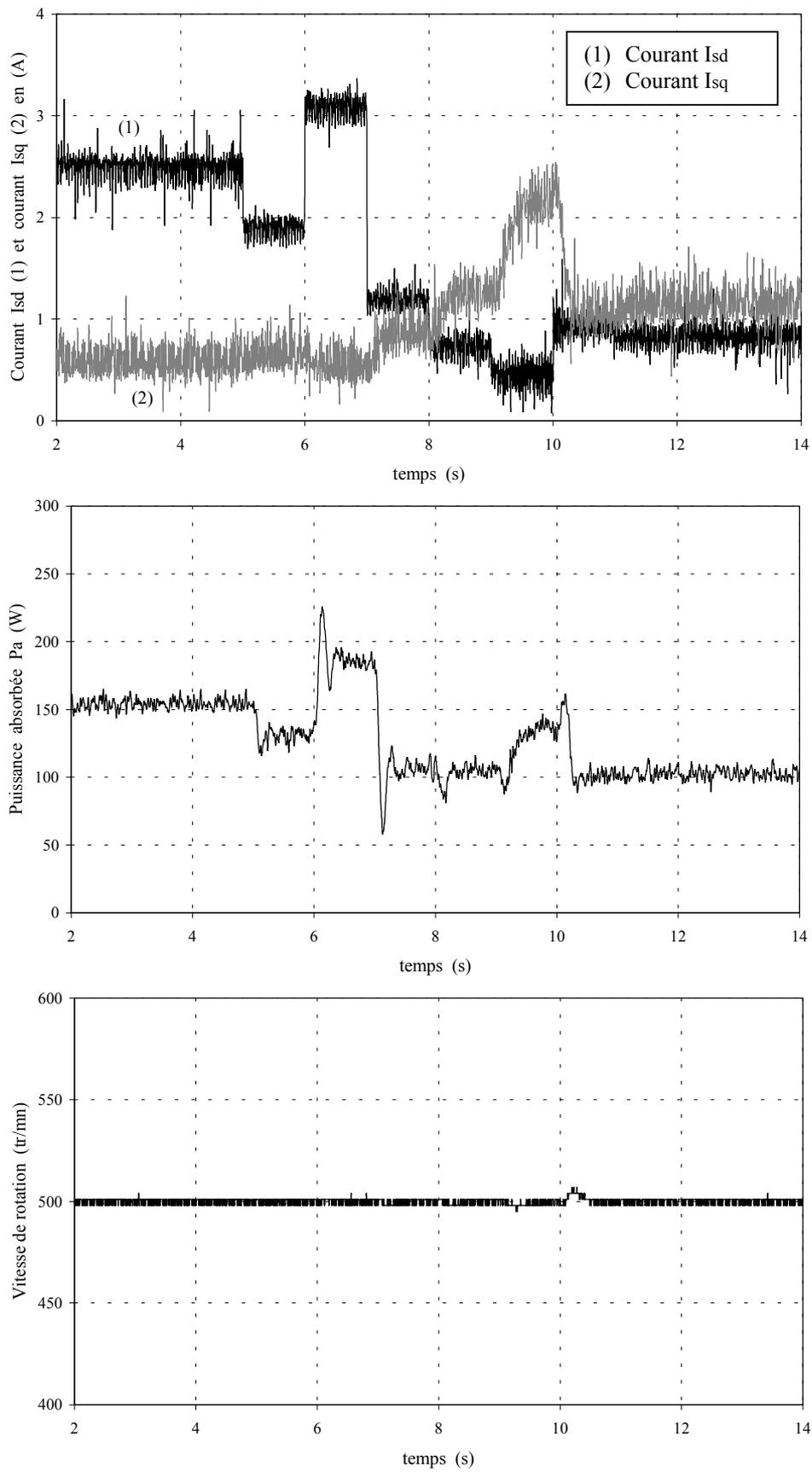


Figure V.20. Commande à rendement optimal.  
Essai à vide; Résultats expérimentaux

Si nous comparons les résultats de simulation aux résultats expérimentaux, on constate tout d'abord une différence importante sur la valeur de la puissance absorbée. Pour  $I_{sd} = 2,5A$ , on obtient en simulation une valeur de 100 W alors que pour l'expérience, la puissance absorbée vaut 150 W. Cette différence provient du fait que les pertes dans le fer et celles de l'onduleur de tension sont négligées dans la simulation. On constate également que le chemin suivi pour trouver la valeur optimale du courant  $I_{sd}$  n'est pas identique pour la simulation et pour l'essai expérimental (à partir de la cinquième expérience).

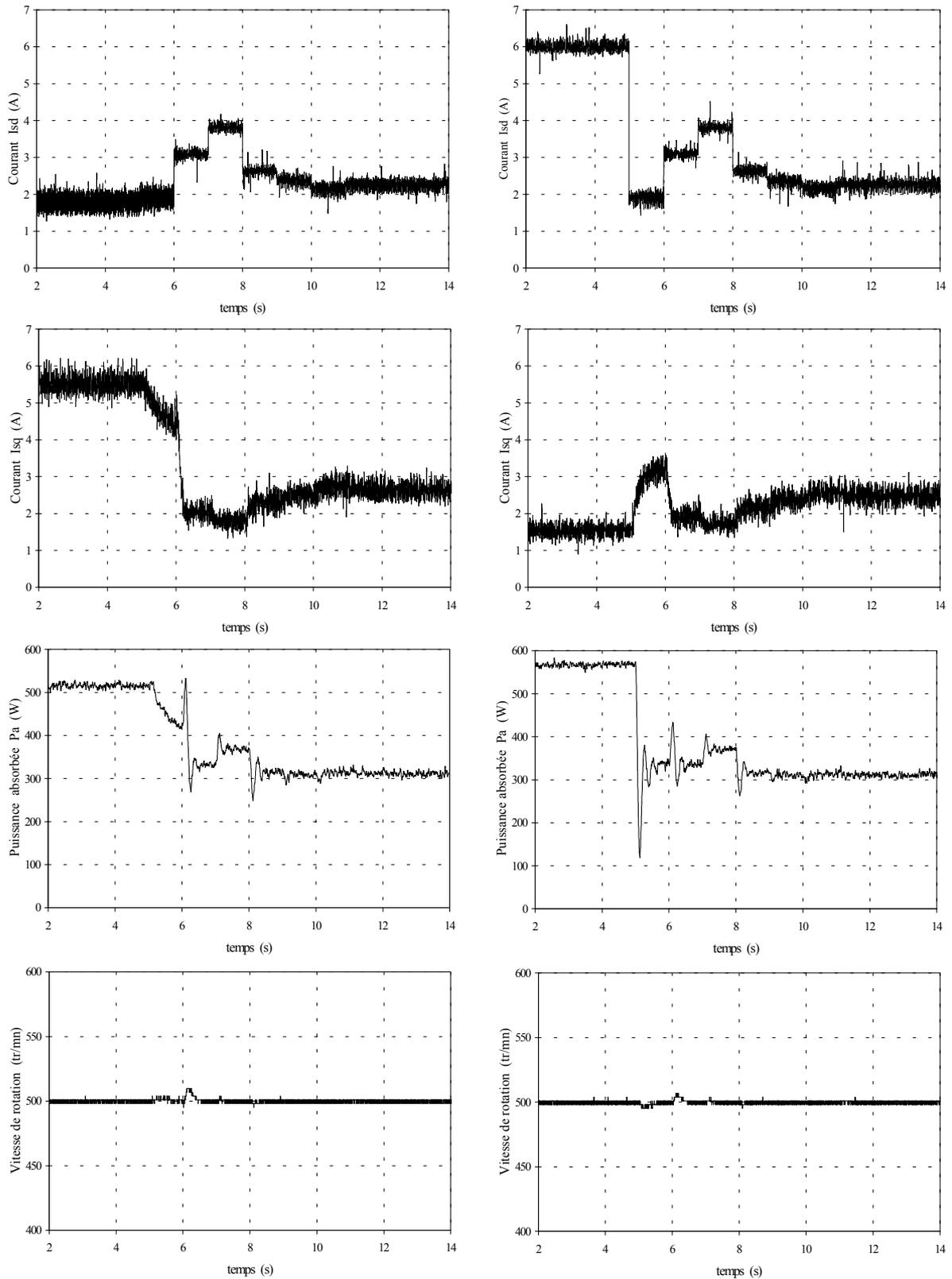
Ce premier résultat expérimental démontre qu'il est possible d'implanter assez facilement ce type de stratégie de commande. Nous allons maintenant regarder les résultats obtenus pour deux essais en charge.

#### **3.4.4.2 Essais en charge**

Pour les essais en charge, nous avons fixé la consigne de vitesse à 500 tr/mn et nous avons appliqué un couple résistant de 2 Nm sur l'arbre de la machine (ce qui correspond environ à 50% du couple nominal). Pour vérifier le fonctionnement de la commande, nous avons effectué deux essais en imposant volontairement deux valeurs initiales très différentes pour le courant  $I_{sd}$ . Pour choisir ces valeurs, nous avons repris la courbe de la figure V.11 relevée pour une vitesse de 500 tr/mn et un couple résistant de 2 Nm. Nous nous sommes placés aux deux extrémités de cette courbe (loin de l'optimum) en choisissant d'une part  $I_{sd} = 1,7 A$  et d'autre part  $I_{sd} = 6 A$ . Les résultats des essais pour ces deux valeurs initiales du courant  $I_{sd}$  sont donnés sur la figure V.21. On peut voir sur ces relevés que l'on arrive pratiquement à la même valeur optimale pour le courant  $I_{sd}$  à la fin de la recherche quel que soit le point de départ choisi. On trouve une valeur optimale du courant  $I_{sd}$  égale à 2,2 A. La puissance absorbée vaut alors 310 W. On se retrouve donc bien sur le point correspondant au minimum de la courbe  $P_a = f(I_{sd})$  donnée sur la figure V.11. On constate encore une fois que la vitesse reste peu perturbée pendant la phase de recherche de l'optimum (moins de 1,5 % d'erreur)

#### **3.4.4.3 Gestion des régimes transitoires**

Pour éviter que la dynamique du système ne soit altérée pendant les régimes transitoires par une trop faible valeur du courant  $I_{sd}$ , on restaure automatiquement la valeur nominale de ce courant ( $I_{sd} = 2,5 A$ ) dès qu'on détecte un transitoire (échelon de couple résistant ou changement de consigne de vitesse). Pour repérer la présence d'un transitoire, on utilise le signal d'erreur de vitesse  $\Delta N$  représenté sur la figure V.13. Ce signal est envoyé à l'entrée du bloc d'optimisation pour inhiber l'algorithme de recherche et fixer la valeur de  $I_{sd}$  à 2,5 A. On effectue cette opération si l'erreur de vitesse devient supérieure à un certain pourcentage de la valeur de référence de vitesse. Quand le régime permanent est atteint, l'algorithme de recherche de Fibonacci est validé et la recherche du courant optimal peut commencer.



*Figure V.21. Commande à rendement optimal. Essais en charge pour deux valeurs initiales différentes du courant Isd; Résultats expérimentaux*

Nous avons représenté sur la figure V.22, les résultats des essais obtenus pour une perturbation correspondant à une variation de 2 Nm du couple résistant. La vitesse de rotation est régulée à 500 tr/mn. Pour cet essai, nous avons réglé l'algorithme de recherche de Fibonacci de la façon suivante :

$$\begin{array}{ll} \text{Isd min} = 1\text{A} & n = 5 \\ \text{Isd max} = 5\text{A} & \Rightarrow \text{Isd1} = 2,525\text{A} \\ \lambda = 0,2\text{A} & \text{Isd2} = 3,475\text{A} \end{array} \quad (\text{V.26})$$

A l'instant initial, on fixe la valeur du courant  $\text{Isd}$  à 2,5 A puis on impose une référence de vitesse égale à 500 tr/mn. Cette phase de démarrage n'est pas représentée sur la figure V.22. Dès que l'erreur de vitesse est inférieure à 2 %, l'algorithme de recherche de Fibonacci est validé. Cette phase correspond à la première séquence d'optimisation repérée sur la figure V.22. La valeur optimale du courant  $\text{Isd}$  correspondant à cette phase est égale à 1,5 A. La puissance absorbée passe de 150 W à 100 W. On applique ensuite un échelon de couple de 2 Nm. L'erreur de vitesse correspondante étant supérieure à 10 tr/mn (2 %), elle provoque la restauration de  $\text{Isd}$ . Une fois que l'erreur de vitesse repasse en dessous de 10 tr/mn, l'algorithme de recherche de Fibonacci est à nouveau validé. On arrive à la deuxième séquence d'optimisation repérée sur la figure V.22. La valeur optimale du courant  $\text{Isd}$  est d'environ 2,4 A. La puissance absorbée vaut 320 W. Pour la dernière phase, on annule le couple résistant (en débranchant la charge de la génératrice à courant continu). L'erreur de vitesse correspondante à cette variation de charge est supérieure à 10 tr/mn. Cette valeur est suffisante pour restaurer la valeur de  $\text{Isd}$  à 2,5 A. On arrive finalement à la dernière séquence d'optimisation pour laquelle on retrouve les mêmes valeurs pour le courant  $\text{Isd}$  et pour la puissance absorbée que celles de la première séquence (même point de fonctionnement). Cet essai démontre la faisabilité d'une gestion complète de la commande de la machine. On contrôle les transitoires en rétablissant la valeur nominale du courant  $\text{Isd}$  pour assurer une bonne dynamique du système. On valide ensuite l'algorithme de recherche du rendement optimal pour assurer de bonnes performances en régime permanent.

#### **3.4.4.4 Problèmes de fonctionnement**

Nous avons présenté des résultats pour lesquels le fonctionnement est tout à fait en adéquation avec ce qui était prévu en terme de comportement. En réalisant de nombreux essais, nous avons constaté 3 anomalies de fonctionnement pour la commande à rendement optimal. La première anomalie est provoquée par le bruit sur le signal de mesure de la puissance absorbée. Nous avons constaté que pour deux essais identiques (même point de fonctionnement initial), on n'obtenait pas toujours la même valeur finale pour le courant  $\text{Isd}$ . Ce problème intervient surtout à la fin du processus d'optimisation où il est difficile de faire la différence entre deux mesures de puissances successives. Dans tous les cas, il est important de générer un signal de puissance pour l'algorithme le moins bruité possible. Pour cela, il faut lisser correctement le courant à la sortie du pont redresseur.

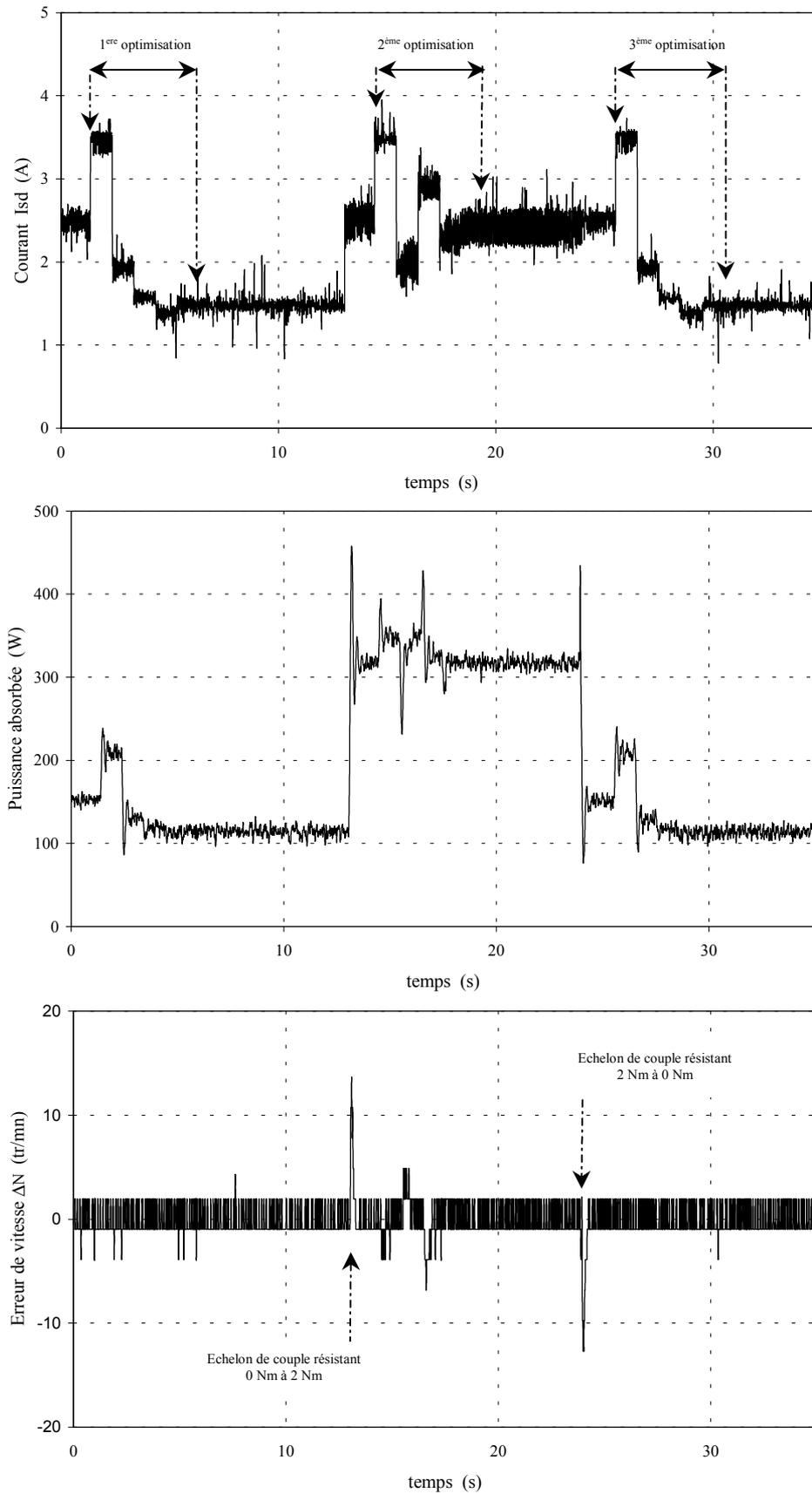


Figure V.22. Commande à rendement optimal; Gestion des transitoires (à-coup de couple); Résultats expérimentaux

La deuxième anomalie de fonctionnement concerne le réglage de l'intervalle initial de recherche et particulièrement la limite inférieure de cet intervalle ( $I_{sdmin}$ ). Si l'on choisit une valeur trop faible pour  $I_{sdmin}$  (par exemple 0), on risque de "défluxer" un peu trop la machine. Dans ce cas, le courant  $I_{sq}$  peut rentrer en limitation, ce qui provoque une chute importante de la vitesse. Pour éviter ce problème, il est préférable de limiter la valeur de  $I_{sdmin}$  à la valeur optimale du fonctionnement à vide. Enfin, la troisième anomalie de fonctionnement concerne la gestion des transitoires et particulièrement la valeur de réglage de l'erreur de vitesse au-delà de laquelle on inhibe l'algorithme d'optimisation. Si l'on règle une valeur trop faible, il arrive qu'on déclenche l'inhibition pendant une phase d'optimisation (la vitesse varie légèrement à chaque variation du courant  $I_{sd}$ ). Il faut donc choisir un niveau d'inhibition suffisamment important pour éviter ce problème au risque de laissé passer des variations sur le couple de charge.

#### **4. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons développé deux stratégies de commande pour améliorer les performances de la machine en régime permanent. Nous avons tout d'abord développé une stratégie de commande à couple maximal. Ce type de commande permet d'obtenir le maximum de couple pour une valeur donnée du courant statorique. Réciproquement, la machine absorbe le minimum de courant pour une valeur donnée du couple résistant. Pour développer la loi de commande, nous avons utilisé les équations du modèle saturé développé dans le deuxième chapitre. Nous avons montré que l'on pouvait conserver en régime saturé la même loi de commande quand régime linéaire (c'est à dire  $I_{sd} = I_{sq}$ ). Pour établir ce résultat, nous avons montré qu'il était important de considérer l'effet croisé de saturation. Des essais expérimentaux ont permis de valider l'étude théorique.

Nous avons ensuite développé une stratégie de commande à rendement optimal. Nous avons choisi de développer une commande basée sur la mesure de la puissance absorbée plutôt qu'une commande basée sur le modèle de la machine. Une commande basée sur le modèle nécessite de connaître l'évolution des pertes dans le fer avec la fréquence et avec la valeur du champ. Ces pertes sont difficiles à évaluer lorsque la machine est alimentée par un onduleur fonctionnant en modulation de largeur d'impulsion. Pour trouver le minimum de la puissance absorbée, nous avons utilisé des algorithmes d'optimisation (Fibonacci et la section dorée). Nous avons montré que l'algorithme de Fibonacci permet d'atteindre l'optimum en 6 secondes (chaque essai durant 1 seconde) au lieu des quelques minutes nécessaires dans le cas des méthodes proposées ultérieurement [MAT 97]. Les essais expérimentaux ont démontré la faisabilité d'une optimisation de la consommation en ligne. Nous avons également soulevé quelques problèmes de fonctionnement en proposant des solutions.

**CONCLUSION GENERALE**



Le travail présenté dans ce mémoire porte sur la modélisation et la commande d'une machine synchrone à réluctance variable présentant une cage au rotor. Nous avons développé un modèle saturé applicable à la simulation de la commande de cette machine. Une part importante de notre travail a été consacrée à la réalisation de nombreux essais expérimentaux qui ont permis de valider les développements théoriques.

Nous avons commencé ce mémoire en donnant un bref aperçu sur les caractéristiques des différentes structures du rotor qui ont été développées jusqu'à présent pour ce type de machine. Nous avons ensuite rappelé les équations classiques du modèle électrique équivalent. Nous nous sommes intéressés aux limites de ce modèle et en particulier à l'hypothèse du premier harmonique d'espace. Nous avons développé un modèle intégrant l'harmonique d'espace de rang 3 valable en régime permanent (régime synchrone) ou pour les machines à réluctance sans cage au rotor. Nous avons montré que les équations de ce modèle étaient identiques à celles du modèle classique (au sens du premier harmonique) à condition que les enroulements statoriques soient couplés en étoile sans neutre et à condition de respecter certaines relations sur les inductances. Pour ce type de couplage, nous avons montré que les effets de l'harmonique 3 se retrouvaient au niveau de la tension homopolaire (tension induite entre le neutre du réseau et le neutre de la machine à la fréquence triple de celle du réseau).

Nous avons ensuite développé un modèle saturé, relativement simple, à partir des équations de Park de la machine (modèle saturé au sens du premier harmonique). L'avantage de ce nouveau modèle saturé par rapport aux modèles habituellement proposés dans la littérature est qu'il ne fait apparaître que des paramètres électriques mesurables à partir des bornes du stator. Pour obtenir ce résultat, nous avons totalisé l'ensemble des fuites magnétiques du côté du stator. La saturation magnétique a été modélisée par un coefficient de saturation unique variable avec l'ensemble des courants circulants dans la machine. Pour valider le modèle saturé, nous avons réalisé de nombreux essais expérimentaux sur une machine à réluctance particulière et nous avons comparé les résultats de ces essais aux résultats de simulation. Ces résultats ont démontré qu'un modèle saturé relativement simple permettait d'améliorer nettement les résultats de prédéterminations théoriques.

Nous avons également montré que si la machine est alimentée par une source de tension, alors la saturation améliorait la plage de stabilité en augmentant la valeur du couple de décrochage. Nous avons ensuite étudié les effets de la saturation magnétique sur la commande vectorielle de la machine. Pour cela, nous avons développé une commande en couple et en vitesse. Nous avons constaté que la saturation provoquait une diminution importante du couple électromagnétique lorsque celle-ci était commandée en courant. Cette diminution du couple s'est traduit par une dégradation de la dynamique correspondant à une augmentation des temps de montée en vitesse.

Enfin, nous avons développé deux stratégies de commande permettant d'améliorer les performances de la machine en régime permanent. Nous avons tout d'abord établi une loi de commande à couple maximal pour une valeur donnée du courant statorique. Pour établir cette loi de commande, nous avons utilisé les équations du modèle saturé en considérant l'effet croisé de saturation. Nous avons constaté que la loi de commande classique correspondant au modèle non saturé ( $I_{sd} = I_{sq}$ ) restait valable en régime saturé. Des essais expérimentaux ont

permis de valider l'étude théorique. Nous avons ensuite développé une stratégie de commande à rendement optimal. Pour cela, nous avons cherché à minimiser la puissance absorbée en jouant sur la valeur du courant  $I_{sd}$ . Pour rechercher le minimum, nous avons utilisé des algorithmes d'optimisation permettant d'améliorer la vitesse de convergence (méthode de Fibonacci et méthode de la section dorée). Les résultats expérimentaux ont montré la faisabilité d'une recherche d'optimum en ligne à partir d'un système mettant en œuvre un DSP. Le temps nécessaire pour trouver le minimum de la puissance absorbée pour un point de fonctionnement donné a été en moyenne de 6 secondes (ce qui correspond à 6 itérations).

Il nous semble intéressant de poursuivre ou d'approfondir certains points notés dans ce mémoire. Tout d'abord, il serait très intéressant d'étudier les caractéristiques de la machine reliée au réseau lorsqu'elle est couplée en triangle ou en étoile avec neutre. Nous avons montré que pour ces deux types de couplage, les équations de la machine (couple électromagnétique et tensions) étaient modifiées par la présence de la composante homopolaire du courant statorique (présence d'harmonique de rang 3 sur les courants circulants dans les enroulements).

La machine asynchrone représente un cas particulier de la machine que nous avons étudié. Il est tout à fait possible de lui appliquer le modèle saturé que nous avons développé et de le valider par des essais expérimentaux. On pourrait également étudier les effets de la saturation magnétiques sur le contrôle vectoriel de la machine asynchrone à partir des équations de ce modèle saturé.

La logique floue pourrait être utilisée avec profit comme système d'optimisation pour la stratégie de commande à rendement optimal. D'un autre côté, le développement d'un modèle théorique des pertes dans le fer en champ et en fréquence variables (alimentation MLI) permettrait de définir une loi de commande à rendement optimal à partir des équations du modèle de la machine saturée. Il serait alors intéressant de comparer les deux méthodes de commande (loi de commande et algorithme de Fibonacci).

**ANNEXES**



## Annexe I : Structure et caractéristiques de la machine synchrone à réluctance variable

La structure du rotor de la machine synchrone à réluctance sur laquelle ont été réalisés les essais expérimentaux est représentée sur les photographies suivantes. Ce rotor est composé d'une cage de démarrage comportant 28 barres en cuivre. Ces barres sont court-circuitées en permanence par des anneaux placés aux deux extrémités du rotor. Les barres rotoriques ont une profondeur de 12 mm et une épaisseur de 2 mm. La longueur utile du rotor est de 70 mm. Cette machine est tétrapolaire. Le rapport entre l'arc polaire (partie de faible entrefer) et le pas polaire du rotor est égal à 0,57.

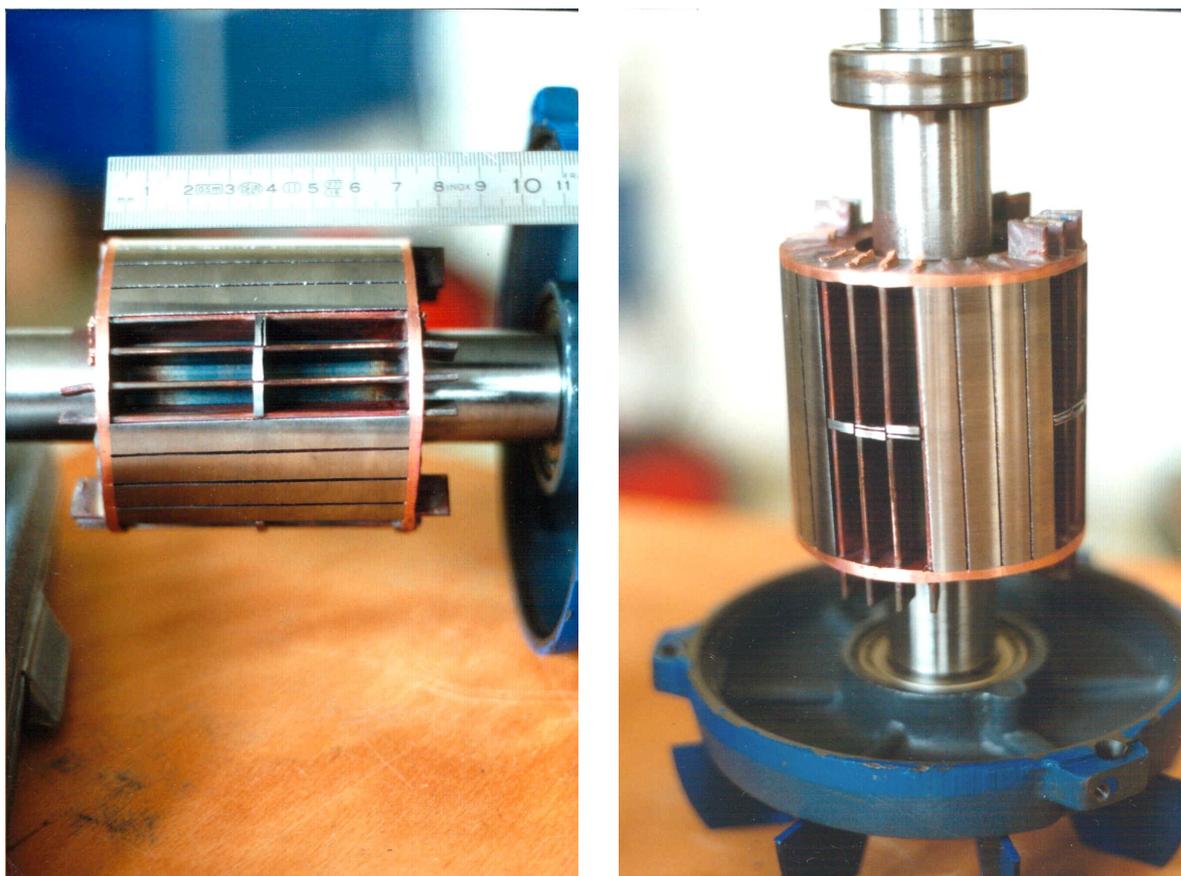
La structure du stator est identique à celle d'une machine asynchrone. Les enroulements statoriques sont à simple couche sans raccourcissement. Le nombre d'encoches statoriques est de 36. Il y a 3 encoches par pôle et par phase.

Ce moteur est commercialisé par la société BEVI (Suède) pour une gamme de puissance allant de 400 W à 15 kW. La plaque signalétique du moteur est la suivante :

- tension d'alimentation : 230/400V
- nombre de paires de pôles : 2
- vitesse de rotation :  $N = 1500$  tr/mn à  $f = 50$  Hz
- puissance nominale :  $P = 600$  W
- couple nominal :  $T_u = 3,8$  Nm
- courant nominal :  $I = 3$  A



*Figure AI.1. Photographie de la machine (Société BEVI ; Suède)*

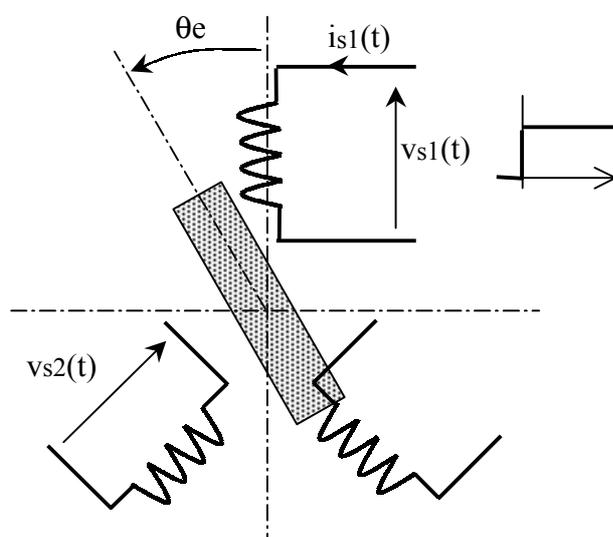


*Figure AI.2. Vues détaillées du rotor*

## Annexe II : Mesure des inductances propre et mutuelle du stator

### AII.1 Mesure des inductances $L1(\theta_e)$ et $L12(\theta_e)$

La machine à réductance sur laquelle nous effectuons la mesure des inductances statoriques possède une cage au rotor (voir l'annexe 1). Il est donc impossible de faire des essais en régime sinusoïdal pour mesurer ces inductances (réaction de la cage). Nous avons donc utilisé la méthode de l'échelon de tension continue. Le schéma du montage est donné sur la figure AII.1.



*Figure AII.1. Mesure de l'inductance propre statorique  $L1(\theta_e)$  et de l'inductance mutuelle  $L12(\theta_e)$*

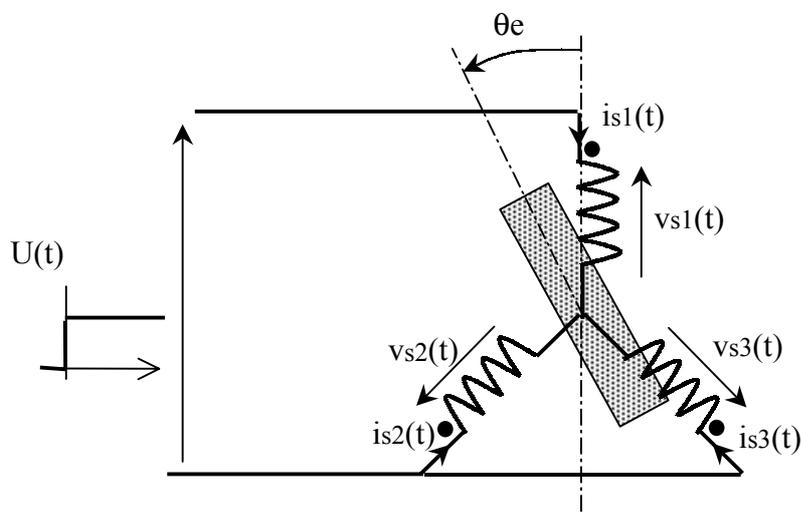
Pour chaque valeur de  $\theta_e$  (machine à l'arrêt), on applique un échelon de tension continue aux bornes de l'enroulement de la phase 1. On relève les signaux  $i_{s1}(t)$ ,  $v_{s1}(t)$  et  $v_{s2}(t)$  à l'aide d'une carte d'acquisition. On réalise cet essai tous les  $2,5^\circ$  pour l'angle mécanique  $\theta$  ( $\theta_e = 2 \cdot \theta$  car la machine est tétrapolaire). On mesure cet angle à l'aide d'un rapporteur placé en bout d'arbre. Pour minimiser les effets de la saturation magnétique sur la valeur des inductances, on effectue les essais pour une faible valeur du courant en régime permanent ( $I_{s1} = 1A$ ). On obtient la valeur de l'inductance propre statorique  $L1$  et la valeur de l'inductance mutuelle entre deux enroulements statoriques  $L12$  en effectuant les calculs suivants (sur Excel) :

$$\Psi_{s1}(t) = \int_0^t (v_{s1}(t') - R_s \cdot i_{s1}(t')) \cdot dt' \quad \text{et} \quad L1 = \frac{\Psi_{s1_{final}}}{I_{s1}} \quad (\text{AII.1})$$

$$\Psi_{s2}(t) = \int_0^t v_{s2}(t') \cdot dt' \quad \text{et} \quad L12 = \frac{\Psi_{s2_{final}}}{I_{s1}} \quad (\text{AII.2})$$

## AII.2 Mesure de l'inductance $L_{\alpha}(\theta_e)$ du modèle diphasé équivalent

Le montage que nous avons réalisé pour mesurer l'inductance  $L_{\alpha}(\theta_e)$  du modèle diphasé équivalent (modèle de Concordia) est représenté sur la figure AII.2.



**Figure AII.2.** Mesure de l'inductance  $L_{\alpha}(\theta_e)$  du modèle diphasé équivalent (Concordia)

Ce montage permet d'annuler la composante homopolaire du courant statorique ( $i_{s1}+i_{s2}+i_{s3} = 0$ ). En appliquant la transformation de Concordia aux grandeurs statoriques (courants et tensions), on obtient les relations suivantes :

$$u_{s\alpha} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot U(t) \quad u_{s\beta} = 0 \quad (\text{AII.3})$$

$$i_{s\alpha} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot i_{s1}(t) \quad (\text{AII.4})$$

Pour chaque valeur de  $\theta_e$ , on mesure  $U(t)$  et  $i_{s1}(t)$ . On calcule ensuite les valeurs correspondantes de  $u_{s\alpha}(t)$  et de  $i_{s\alpha}(t)$  à partir des relations (AII.3) et (AII.4). On obtient la valeur de l'inductance statorique d'axe  $\alpha$  pour chaque valeur de  $\theta_e$  en effectuant le calcul suivant (sur Excel) :

$$\Psi_{s\alpha}(t) = \int_0^t (u_{s\alpha}(t') - R_s \cdot i_{s\alpha}(t')) \cdot dt' \quad L_{\alpha} = \frac{\Psi_{s\alpha_{\text{final}}}}{I_{s\alpha}} \quad (\text{AII.5})$$

**NOMENCLATURE**



Symbole	Signification	Unité
$\delta$	angle de charge	rd
$\varepsilon$	angle de commande	rd
$\nu$	angle électrique entre deux encoches successives	rd
$\aleph$	nombre d'or (1,61803399)	
$\lambda$	pouvoir séparateur d'une fonction	
$\eta$	rendement	
$\Omega$	vitesse mécanique du rotor	rd/s
$\sigma_d$	coefficient de dispersion d'axe $d$	
$\theta_e$	position électrique du rotor	rd
$\omega_e$	vitesse électrique du rotor ( $\omega_e = p.\Omega$ )	rd/s
$\Psi_{md}$	flux magnétisant d'axe $d$	Wb
$\Psi_{mq}$	flux magnétisant d'axe $q$	Wb
$\Psi_{msd}$	flux magnétisant statorique d'axe $d$	Wb
$\Psi_{msq}$	flux magnétisant statorique d'axe $q$	Wb
$\Delta N$	erreur de vitesse	rd/s
$\sigma_q$	coefficient de dispersion d'axe $q$	
$\delta_r$	rapport de raccourcissement	
$f$	coefficient de frottement visqueux	Nm.s/rd
$F_k$	$k$ -ième nombre de la suite de Fibonacci	
$G_{rd}, G_{rq}$	grandeurs rotoriques d'axes $(d,q)$	
$G_{s\alpha}, G_{s\beta}$	grandeurs statoriques dans le repère $(\alpha,\beta)$ fixé au stator	
$G_{s1}, G_{s2}, G_{s3}$	grandeurs statoriques dans le repère triphasé $(1,2,3)$	
$G_{sd}, G_{sq}$	grandeurs statoriques d'axes $(d,q)$	
$G_{so}$	grandeurs statoriques homopolaires	
$I'_{mr}$	courant magnétisant rotorique équivalent	A
$I_{dc}$	courant au niveau du bus continu	A
$I_{md}$	courant magnétisant d'axe $d$	A
$I_{mq}$	courant magnétisant d'axe $q$	A
$I_{mrd}$	courant magnétisant rotorique d'axe $d$	A
$I_{mrq}$	courant magnétisant rotorique d'axe $q$	A
$I_s$	valeur efficace du courant statorique	A
$I_{sdref}$	référence de la boucle de courant d'axe $d$	A
$I_{sqref}$	référence de la boucle de courant d'axe $q$	A
$J$	moment d'inertie du banc expérimental	kgm <sup>2</sup>
$k$	coefficient de saillance	
$K_{2k+1}$	coefficient de bobinage pour l'harmonique de rang $k$	
$K_{ad}$	gain proportionnel du correcteur de courant d'axe $d$	
$K_{aq}$	gain proportionnel du correcteur de courant d'axe $q$	
$K_{bd}$	gain intégral du correcteur de courant d'axe $d$	

K <sub>bq</sub>	gain intégral du correcteur de courant d'axe <i>q</i>	
K <sub>i</sub>	gain intégral du correcteur de vitesse	
K <sub>p</sub>	gain proportionnel du correcteur de vitesse	
K <sub>s</sub>	coefficient de saturation	
K <sub>sd</sub>	coefficient de saturation dynamique	
L <sub>d</sub>	inductance propre statorique d'axe <i>d</i>	H
L <sub>dd</sub>	inductance en régime saturé d'axe <i>d</i>	H
L <sub>k</sub>	harmonique de rang <i>k</i> de l'inductance principale d'un enroulement statorique	H
L <sub>n</sub>	longueur de l'intervalle <i>n</i>	
L <sub>q</sub>	inductance propre statorique d'axe <i>q</i>	H
L <sub>qq</sub>	inductance en régime saturé d'axe <i>q</i>	H
L <sub>rd</sub>	inductance propre rotorique d'axe <i>d</i>	H
l <sub>rd</sub> , l <sub>rq</sub>	inductance de fuites rotoriques d'axes ( <i>d,q</i> )	H
L <sub>rq</sub>	inductance propre rotorique d'axe <i>q</i>	H
l <sub>s</sub>	inductance de fuites statoriques	H
m	rapport I <sub>sq</sub> /I <sub>sd</sub>	
M <sub>d</sub>	inductance mutuelle stator-rotor d'axe <i>d</i>	H
M <sub>dq</sub>	inductance mutuelle due à l'effet croisé de saturation	H
M <sub>k</sub>	harmonique de rang <i>k</i> de l'inductance mutuelle entre deux enroulements statoriques	H
M <sub>q</sub>	inductance mutuelle stator-rotor d'axe <i>q</i>	H
N <sub>s</sub>	nombre de spires par phase et par paires de pôles	
p	nombre de paires de pôles	
P <sub>a</sub>	puissance absorbée	W
P <sub>k</sub>	harmonique de rang <i>k</i> de la perméance d'entrefer	
Q	puissance réactive	Var
R <sub>rd</sub>	Résistance rotorique d'axe <i>d</i>	Ω
R <sub>rq</sub>	Résistance rotorique d'axe <i>q</i>	Ω
R <sub>s</sub>	Résistance d'un enroulement statorique	Ω
T <sub>c</sub>	couple de frottement sec	Nm
t <sub>d</sub>	durée des temps morts de l'onduleur	μs
T <sub>em</sub>	couple électromagnétique	Nm
T <sub>MLI</sub>	période de la MLI (100 μs)	μs
T <sub>r</sub>	couple résistant	Nm
t <sub>r</sub>	temps de réponse	s
T <sub>rd</sub>	constante de temps rotorique d'axe <i>d</i>	s
T <sub>rq</sub>	constante de temps rotorique d'axe <i>q</i>	s
U <sub>dc</sub>	tension du bus continu	V
V <sub>s</sub>	tension simple statorique efficace	V
z	nombre d'encoches par phase et par pôle	

**Bibliographie**



- [ABR 01] F. Abrahamsen, F. Blaabjerg, J. K. Pedersen and P. B. Thøgersen, "Efficiency-optimized control of medium-size induction motor drives," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 37, no. 6, pp. 1761-1767, 2001.
- [ALG 70] P. L. Alger, *Induction Machines*, Gordon and Breach Science Publishers, Second Edition, 1970.
- [ANV 89] H. A. Anvari, *Caractérisation des machines synchrones saturées et alimentées par convertisseurs statiques: modélisation et simulation, effet croisé de saturation*, Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, 1989.
- [BET 93] R. E. Betz, R. Lagerquist, M. Jovanovic, T. J. E. Miller and R. H. Middleton, "control of synchronous reluctance machines," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 29, no. 6, pp. 1110-1122, 1993.
- [BIA 02] N. Bianchi and B. J. Chalmers, "Axially laminated reluctance motor: analytical and finite-element methods for magnetic analysis," *IEEE. Trans. Magn.*, vol. 38, no. 1, pp. 239-245, 2002.
- [BOL 87] I. Boldea and S. A. Nasar, "Unitary treatment of core losses and saturation in the orthogonal-axis model of electric machines," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 134, pt. B, pp. 355-363, 1987.
- [BOL 91] I. Boldea and S. A. Nasar, "Emerging electric machines with axially laminated anisotropic rotors: a review," *Elect. Mach. Power Syst.*, vol. 19, pp. 673-703, 1991.
- [BOL 94] I. Boldea, Z. X. Fu and S. A. Nasar, "Performance evaluation of axially-laminated anisotropic (ALA) rotor reluctance synchronous motors," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 30, no. 4, pp. 977-985, 1994.
- [BOL 96] I. Boldea, *Reluctance synchronous machines and drives*, Clarendon Press - Oxford, 1996, 224p.
- [BRO 83] J. E. Brown, K. P. Kovacs and P. Vas "A method of including the effects of main flux path saturation in the generalized equations of a-c machines," *IEEE Trans. Power App. syst.*, Vol. 102, pp. 96-103, 1983.
- [CHA 83] J. Chatelain, *Machines électriques*, Traité d'Electricité, Volume X, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1983, 628p.
- [CHA 98] B. J. Chalmers and L. Musaba, "Design and field-weakening performance of a synchronous reluctance motor with axially laminated rotor," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 34, no. 5, pp. 1035-1041, 1998.
- [CHA 99a] I. E. Chabu, J. R. Cardoso, V. C. Silva, S. I. Nabeta and A. Foggia, "A new technique based on a suitable choice of rotor geometrical parameters to maximize torque and power factor in synchronous reluctance motors : Part I - Theory," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 14, no. 3, pp. 599-604, 1999.

- [CHA 99b] I. E. Chabu, J. R. Cardoso, V. C. Silva, S. I. Nabeta and A. Foggia, "A new technique based on a suitable choice of rotor geometrical parameters to maximize torque and power factor in synchronous reluctance motors : Part II – Finite-element analysis and measurements," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 14, no. 3, pp. 605-609, 1999.
- [CHI 91] A. Chiba, F. Nakamura, T. Fukao and M. Rahman, "Inductances of Cageless Reluctance-Synchronous Machines Having Nonsinusoidal Space Distributions," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 27, no. 1, pp. 44-51, 1991.
- [CHO 98] M. Chomat and M. D. McCulloch, "Vector control of synchronous reluctance machines considering magnetic saturation," *Proc. EPE-PEMC'98*, 8-10 September 1998, Prague, Czech Republic, vol. 3, pp 15-19.
- [CON 99] A. Consoli, F. Russo, G. Scarcella and A. Testa, "Low and zero-speed sensorless control of synchronous reluctance motors," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 35, no. 5, pp. 1050-1057, 1999.
- [CRU 71] A. J. O. Cruickshank, A. F. Anderson and R. W. Menzies, "Theory and performance of reluctance motors with axially laminated anisotropic rotors," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 118, no. 7, pp. 887-894, 1971.
- [ELS 88] A. M. El-Serafi, A. S. Abdallah, M. K. El-Sherbiny and E. H. Badawy, "Experimental study of the saturation and the cross magnetizing phenomenon in saturated synchronous machines," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 3, no. 4, pp. 915-823, 1988.
- [ELS 92] A. M. El-Serafi, J. Wu and A. S. Abdallah, "Saturation representation in synchronous machine models," *Elect. Mach. Power Syst.*, vol. 20, pp. 355-369, 1992.
- [FER 98] F. Fernandez-Bernal, A. Garcia-Cerrada and R. Faure, "Efficient control of reluctance synchronous machines," *Proc. IECON'98*, August 31-September 4<sup>th</sup> Aachen, Germany, vol. 2, pp 923-928, 1998.
- [FER 00] F. Fernandez-Bernal, A. Garcia-Cerrada and R. Faure, "Model-based loss minimization for DC and AC vector-controlled motors including core saturation," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 36, no. 3, pp. 755-763, 2000.
- [FLE 95a] J. E. Fletcher, B. W. Williams and T. C. Green, "DSP control of a synchronous reluctance motor," *Proc. EPE'95*, 19-21 September 1995, Sevilla, Spain, vol. 1, pp. 480-485.
- [FLE 95b] J. E. Fletcher, B. W. Williams and T. C. Green, "Efficiency aspects of vector control applied to synchronous reluctance motors," *Conf. record of 1995 IEEE IAS Annual Meeting*, 30<sup>th</sup> Annual Meeting, pp 294-300, 1995.
- [FON 70] W. Fong and J. S. C. Htsui, "New type of reluctance machine," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 117, no. 3, pp. 545-551, 1970.

- [HAA 00] J. Haataja and J. Pyrhönen, "Synchronous reluctance motor: an alternative to induction motor," *International Conference on Electrical Machines, ICEM*, Espoo, Finland, vol. 3, pp. 1762-1766, 28-30 Aug. 2000.
- [HAR 80] R. G. Harley, D. J. N. Limebeer and E. Chirricozzi, "Comparative study of saturation methods in synchronous machine models," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 127, pt. B, no. 1, pp. 1-7, 1980.
- [HAS 80] S. A. Hassan, A. M. F. Osheiba and A. L. Mohameiden, "Performance of different types of reluctance motors: experimental comparative study," *Elec. Mach. Electromech.*, vol. 5, pp. 225-236, 1980.
- [HIL 01] E. N. Hildebrand and H. Roehrdanz, "Losses in three-phase induction machines fed by PWM converter," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 16, no. 3, pp. 228-233, 2001.
- [HOL 94] J. Holtz, "Pulsewidth modulation for electronic power conversion," *Proc. IEEE*, vol. 82, no. 8, pp. 1194-1214, Aug. 1994.
- [HON 71] V. B. Honsinger, "The inductances  $L_d$  and  $L_q$  of reluctance machines," *IEEE Trans. Power App. syst.*, Vol. 90, no. 1, pp. 298-304, 1971.
- [JOV 98] M. G. Jovanovic, R. E. Betz and D. Platt, "Sensorless vector controller for a synchronous reluctance motor," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 34, no. 2, pp. 346-354, 1998.
- [JOV 99] M. G. Jovanovic and R. E. Betz, "Optimal torque controller for synchronous reluctance motors," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 14, no. 4, pp. 1088-1093, 1999.
- [KAM 68] H. Kaminosono and K. Uyeda, "New measurement of synchronous machine quantities," *IEEE Trans. Power. App. syst.*, Vol. 87, no. 11, pp. 1908-1918, 1968.
- [KAM 93] M. J. Kamper and A. F. Volschenk, "Effects of rotor dimensions and cross magnetisation on  $L_d$  and  $L_q$  inductances of reluctance synchronous machine with cageless flux barrier rotor," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 141, pt. B, no. 4, pp. 213-220, 1993.
- [KAM 96] M. J. Kamper, F. S. van der Merwe and S. Williamson "Direct finite element design optimisation of the cageless synchronous machine," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 11, no. 3, pp. 547-555, 1996.
- [KAN 98] S. J. Kang and S. K. Sul, "Highly dynamic torque control of synchronous reluctance motor," *IEEE Trans. Power Elec.*, vol. 13, no. 4, pp. 793-798, 1998.
- [KHE 94] A. Kheloui, *Contribution à la modélisation et à la commande d'ensembles convertisseurs statiques-machines synchrones de fortes puissance*, Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, 1994.

- [KIL 01] A. Kiltbau and J. M. Pacas, "Parameter-measurement and control of the synchronous reluctance machine including cross saturation," *Conf. record of 2001 IEEE IAS Annual Meeting*, September 30-October 4, Chicago, Illinois USA, pp 2302-2309, 2001.
- [KIO 96] I. Kioskeridis and N. Margaris, "Loss minimization in induction motor adjustable-speed drives," *IEEE. Trans. Ind. Electron.*, vol. 43, no. 1, pp. 226-231, 1996.
- [KIR 85] D. S. Kirschen, D. W. Novotny and T. A. Lipo, "On-line efficiency optimization of a variable frequency induction motor," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. IA-21, no. 4, pp. 610-616, 1985.
- [KOS 23] J. K. Kostko, "Polyphase reaction synchronous motor," *Journal of A.I.E.E.*, vol. 42, pp. 1162-1168, 1923.
- [KOV 84] K. P. Kovacs, "On the theory of cylindrical rotor AC machines, including main flux saturation," *IEEE Trans. Power App. syst.*, Vol. 103, no. 4, pp. 754-761, 1984.
- [LAS 97] S. Lasquelles, M. F. Benkhoris and M. Feliachi, "A saturated synchronous machine study for the converter-machine-command set simulation," *Journal de physique III*, vol. 7, pp. 2239-2249, 1997.
- [LAS 98] S. Lasquelles, *Elaboration d'un modèle de machine synchrone saturée compatible avec la simulation de l'ensemble Convertisseur-Machine-Commande*, Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes, 1998.
- [LAW 67] P. J. Lawrenson and S. K. Gupta, "Developments in the performance and theory of segmental-rotor reluctance motor," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 114, no. 5, pp. 645-653, 1967.
- [LEE 61] C. H. Lee, "Saturation harmonics of polyphase induction machines," *Journal of A.I.E.E.*, vol. 80, pp. 597-603, 1961.
- [LEO 91a] W. Leonhard, "30 years space vectors, 20 years field orientation, 10 years digital signal processing with controlled AC-drives, a review (Part 1)," *EPE Journal*, Vol. 1, no. 1, pp. 13-20, 1991.
- [LEO 91b] W. Leonhard, "30 years space vectors, 20 years field orientation, 10 years digital signal processing with controlled AC-drives, a review (Part 2)," *EPE Journal*, Vol. 1, no. 2, pp. 89-102, 1991.
- [LES 81] J. Lesenne, F. Notelet and G. Segulier, *Introduction à l'électrotechnique approfondie*, Technique et Documentation, Paris, 1981, 247p.
- [LEV 98] E. Levi, "State-space d-q axis models of saturated salient pole synchronous machines," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 145, pt. B, no. 3, pp. 206-216, 1998.

- [LEV 00] E. Levi and V. A. Levi "Impact of dynamic cross-saturation on accuracy of saturated synchronous machine models," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 15, no. 2, pp. 224-230, 2000.
- [LIP 91] T. A. Lipo, "Synchronous reluctance machine – a viable alternative for AC drives?," *Elect. Mach. Power Syst.*, vol. 19, pp. 659-671, 1991.
- [LUB 95] T. Lubin, E. Mendes and C. Marchand, "Fuzzy controller in A. C. servo motor drive," *EMD'95, IEE Conference*, 11-13 September 1995, Durham, UK, pp 320-324, 1995.
- [LUB 00] T. Lubin, F. Weinachter, H. Razik and A. Rezzoug, "Modeling and identification of a synchronous reluctance machine with a squirrel cage," *Proc. EPE-PEMC'00*, 5-7 September 2000, Kosice, Slovak Republic, vol. 5, pp. 110-114.
- [LUB 01] T. Lubin, H. Razik and A. Rezzoug, "Magnetic saturation effects on the control of synchronous reluctance machine," *Proc. IEMDC 2001 (CD-ROM)*, 17-20 June 2001, Cambridge, MA, USA.
- [LUB 02a] T. Lubin, H. Razik and A. Rezzoug, "Magnetic saturation effects on the control of synchronous reluctance machine," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 17, no. 3, pp. 356-362, 2002.
- [LUB 02b] T. Lubin, H. Razik and A. Rezzoug, "A new saturated model for synchronous reluctance machines," *Proc. ICEM 2002 (CD-ROM)*, 25-28 August 2002, Brugge, Belgium.
- [MAT 94] T. Matsuo and T. A. Lipo, "Rotor design optimization of synchronous reluctance machine," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 9, no. 2, pp. 359-365, 1994.
- [MAT 97] T. Matsuo, A. El-Antably and T. A. Lipo, "A new control strategy for optimum-efficiency operation of a synchronous reluctance motor," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 33, no. 5, pp. 1146-1153, 1997.
- [MEI 86] F. Meibody-Tabar, *Etude d'une machine synchrone a réluctance variable pour des applications à grande vitesse*, Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, 1986.
- [MIY 02] M. Miyatake, T. kouno and M. Nakano, "A simple maximum power point tracking control employing Fibonacci search algorithm for power conditioners of photovoltaic generators," *Proc. EPE-PEMC'02 (CD-ROM)*, 9-11 September 2002, Dubrovnik, Croatia.
- [MOR 92] J. C. Moreira and T. A. Lipo, "Modeling of saturated ac machines including air gap flux harmonic components," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 28, no. 2, pp. 343-349, 1992.

- [MUK 73] D. Mukhedkar and M. Hung Sin Yin, "Mesure des inductances d'une petite machine synchrone," *Revue Générale d'Electricité*, Tome 82, no. 2, pp. 90-92, 1973.
- [OJO 89] J. O. Ojo and T. A. Lipo, "An improved model for saturated salient pole synchronous motors," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 4, no. 1, pp. 135-142, 1989.
- [PAW 62] K. Pawluk, "Méthode statique de mesure des constantes de temps et des réactances d'une machine synchrone," *Revue Générale d'Electricité*, Tome 71, no. 6, pp. 303-312, 1973.
- [PIE 91] L. Pierrat, E. Dejaeger and M. S. Garrido, "Models unification for the saturated synchronous machines," *International conference on Evolution and modern aspects of synchronous machines*, (SM100), Zürich, Switzerland, pp. 44-48, Aug. 1991.
- [PIR 83] F. Piriou and A. Razek, "Calculation of saturated inductances for numerical simulation of synchronous machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 19, no. 6, pp. 2628-2631, 1983.
- [PLA 92] D. Platt, "Reluctance motor with strong rotor anisotropy," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 28, no. 3, pp. 652-658, 1992.
- [ROB 64] R. B. Robinson, "Inductance coefficients of rotating machines expressed in terms of winding space harmonics," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 111, no. 4, pp. 769-774, April 1964.
- [STA 93] D. A. Staton, T. J. E. Miller and S. E. Wood, "Maximising the saliency ratio of the synchronous reluctance motor," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 140, pt. B, no. 4, pp. 249-259, 1993.
- [TA 01] C. M. Ta and Y. Hori, "Convergence improvement of efficiency-optimization control of induction motor drives," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 37, no. 6, pp. 1746-1753, 2001.
- [TAH 95] S. A. Tahan and I. Kamwa, "A two-factor saturation model for synchronous machine with multiple rotor circuit," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 10, no. 4, pp. 609-616, 1995.
- [TOU 93] A. Tounzi, *Contribution à la commande vectorielle de machine à réductance variable. Prise en compte de l'amortissement et de la saturation*, Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, 1993.
- [TOU 97] A. Tounzi, F. Meibody-Tabar and F. M. Sargos, "Vector control of a smooth stator reluctance machine taking into account saturation and damping effects," *Journal de physique III*, Vol. 7, no 4, pp. 909-926, 1997.

- [VAG 96] A. Vagati, A. Fratta and G. Franceschini, "AC motors for high performances drives: A design-based comparison," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 32, no. 5, pp. 1211-1219, 2000.
- [VAG 97] A. Vagati, M. Pastorelli and G. Franceschini, "High-performance control of synchronous reluctance motors," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 33, no. 4, pp. 983-991, 1997.
- [VAG 00a] A. Vagati, A. Canova, M. Chiampi, M. pastorelli and M. Repetto, "Design refinement of synchronous reluctance motors through finite-element analysis," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 36, no. 4, pp. 1094-1102, 2000.
- [VAG 00b] A. Vagati, M. Pastorelli, F. Scapino and G. Franceschini, "Impact of cross saturation in synchronous reluctance motor of the transverse-laminated type," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 36, no. 4, pp. 1039-1046, 2000.
- [VAS 81] P. Vas, "Generalized transient analysis of saturated a-c machines," *Archiv für Electrotechnik*, vol. 63, pp. 57-62, 1981.
- [VAS 86] P. Vas, K. E. Hallenius and J. E. Brown, "Cross-saturation in smooth-air-gap electrical machines," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 1, no. 1, pp. 103-112, 1986.
- [WID 69] G. F. T. Widger, "Representation of magnetisation curves over extensive range by rational fraction approximations," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 116, no. 1, pp. 156-160, 1969.
- [WIL 66] D. J. Wilde, *Méthodes de recherche d'un optimum*, Dunod, Paris, 1966, 205p.
- [XU 91] L. Xu, X. Xu, T. A. Lipo and D. W. Novotny, "Vector control of a synchronous reluctance motor including saturation and iron loss," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 27, no. 5, pp. 977-985, 1991.