



**HAL**  
open science

# Estimation des courbes Intensité-Durée-Aire-Fréquence (IDAF) de la région de Tunis dans un contexte multifractal

Hanen Ghanmi

► **To cite this version:**

Hanen Ghanmi. Estimation des courbes Intensité-Durée-Aire-Fréquence (IDAF) de la région de Tunis dans un contexte multifractal. Physique Atmosphérique et Océanique [physics.ao-ph]. Université Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines; Université Tunis El Manar, 2014. Français. NNT: . tel-01135837

**HAL Id: tel-01135837**

**<https://hal.science/tel-01135837>**

Submitted on 26 Mar 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITE DE VERSAILLES SAINT-  
QUENTIN-EN-YVELINES**  
École Doctorale des Sciences de l'Environnement  
d'Ile-de-France (ED 129)

**UNIVERSITE DE TUNIS EL MANAR**  
ÉCOLE NATIONALE D'INGENIEURS DE TUNIS  
École Doctorale Sciences et Techniques  
de l'Ingénieur

## **THÈSE DE DOCTORAT EN COTUTELLE**

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE VERSAILLES SAINT-  
QUENTIN-EN-YVELINES**

**Discipline : Météorologie, océanographie physique et physique de  
l'environnement**

et le grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE TUNIS EL MANAR**

**Discipline : Génie Hydraulique**

Présentée et soutenue publiquement le 13/02/2014 à l'UVSQ-LATMOS (Guyancourt-France) par :

**Hanen GHANMI**

**ESTIMATION DES COURBES INTENSITÉ-DURÉE-AIRE-  
FRÉQUENCE (IDAF) DE LA REGION DE TUNIS DANS UN  
CONTEXTE MULTIFRACTAL**

Membres de jury :

P. BOUSQUET	UVSQ	(France)	Président
M. SLIMANI	INAT	(Tunisie)	Rapporteur
G. MOLINIE	LTHE/UJF	(France)	Rapporteur
H. ABIDA	FSS	(Tunisie)	Examinateur
Z. BARGAOUI	ENIT	(Tunisie)	Directeur de thèse
C. MALLET	UVSQ	(France)	Directeur de thèse

Thèse préparée aux Laboratoires LMHE (ENIT) et LATMOS (UVSQ)





*À mes parents, à toute ma famille,  
À mon mari.*



## Remerciements

J'adresse ma profonde gratitude à ma co-directrice de thèse Madame Zoubeida Bargaoui, Professeur au département génie civil de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs à Tunis, avec qui j'ai travaillé depuis mon mastère, pour m'avoir proposé un sujet de thèse aussi intéressant qui vient dans le cadre d'un projet de coopération Franco-Tunisienne.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à ma co-directrice de thèse Madame Cécile Mallet, Maître de Conférence à l'Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines, Chercheur au Laboratoire Atmosphères, Milieux, Observations Spatiales, équipe : Statistique Processus Aérosols Cycle de l'Eau (SPACE), pour son aide, suggestions et conseils qui m'ont été précieux pour que je puisse bien mener ce travail de recherche. Durant le temps de cette thèse, j'ai bénéficié de leurs expériences méthodologiques et de leur connaissance approfondie de la théorie multifractale.

Je remercie également Laurent Barthès, Maître de conférences à l'Université de Versailles Saint-Quentin en Yvelines, chercheur au LATMOS (équipe SPACE), pour sa relecture impitoyable des articles et pour son sens d'organisation. Un grand merci à Sébastien Verrier, chercheur Laboratoire d'océanographie et du climat : expérimentations et approches numériques (LOCEAN) pour ses conseils lors des analyses spectrales et multifractales des données. Par ailleurs, je tiens à remercier tous les participants au projet CMCU, dans lequel s'intègre ce travail, et tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à le réussir particulièrement le Professeur Sylvie Thiria.

Je tiens à remercier toute l'équipe du laboratoire LMHE particulièrement Monsieur Moussa Mahmoud, le directeur du laboratoire, ainsi que Madame Fatma Labidiet Madame Souad Hamdipour s'être occupées du côté administratif de la thèse.

Je remercie également la Ministère de l'Enseignement Supérieur et de Recherche Scientifique Tunisienne qui m'a accordé une bourse durant 3 ans (2010-2013) dans le cadre du programme bourse d'encouragement des jeunes chercheurs.

Je saisis cette occasion aussi pour remercier profondément la Direction Générale des Ressources en Eau (DGRE) pour sa collaboration et la fourniture des données pluviométriques et pluviographiques.

Je remercie également la directrice Danièle Hauser ainsi que toute l'équipe du laboratoire LATMOS pour m'avoir accueilli dans les meilleures conditions. Particulièrement un grand merci à Madame Caroline Guerin pour avoir fourni toutes les références scientifiques que j'ai demandé.

J'ai aussi le plaisir de remercier Monsieur Khalifa Maalel, professeur de l'ENIT, qui a été parmi les premiers qui ont travaillé sur les courbes IDF en Tunisie.

Enfin, mes chaleureuses pensées pour toute ma famille, notamment mes parents, qui m'ont accompagné par leur soutien et leur affection au long de mon travail de thèse. Un merci particulier à mon mari Esghaier pour sa patience, son encouragement, et son soutien qui m'a permis de surmonter les obstacles dans les situations les plus difficiles.

## Résumé

En raison de sa position géographique, la Tunisie est soumise à l'influence de deux climats, Méditerranéen au Nord et saharien au Sud, qui sont à l'origine d'une variabilité spatiotemporelle importante de la pluie. Particulièrement ces dernières années, des pluies brusques et intenses, qui ont eu lieu dans la région du Grand Tunis, sujet de notre étude, ont causé des inondations à conséquences catastrophiques. Cette extrême variabilité du champ pluviométrique, nous a incité et motivé pour étudier le champ de pluie dans cette zone. L'analyse multifractale a montré sa pertinence dans la caractérisation des processus géophysiques à grande variabilité tel que le processus de pluie. En conséquence, dans un premier volet, on a étudié l'occurrence de pluie dans un contexte monofractal et l'intensité de pluie avec une approche multifractale. L'analyse mono-fractal nous a permis de souligner d'abord le comportement particulier du régime de pluie méditerranéen de la région de Tunis, caractérisé par une longue saison sèche suivie d'une courte saison pluvieuse. Ensuite elle nous a donné une idée sur l'origine des précipitations intenses qui sont probablement dues à des structures nuageuses convectives isolées à faible durée de vie. Enfin elle a mis en évidence une évolution significative de la dimension fractale du support de la pluie au cours du siècle dernier. L'analyse spectrale et l'étude de la fonction de structure ont permis d'identifier trois régimes d'invariance d'échelle à savoir les micro-échelles, les méso-échelles et les échelles synoptiques. Contrairement aux deux derniers régimes, le processus de pluie durant le premier régime est non-conservatif. Dans ce cas l'intensité de pluie n'est pas une cascade multiplicative pure. Elle résulte d'une cascade multifractale fractionnairement intégrée.

Il est reconnu que les méthodes classiquement mises en œuvre pour estimer les paramètres du modèle multifractal universel (MU), donnent des paramètres biaisés dans le cas des précipitations, en raison du caractère intermittent de ce processus. Les méthodes de correction du biais présentées dans la littérature ne permettent pas de résoudre le problème dans le cas des séries chronologiques relevées à Tunis. Ceci est causé par l'importance des périodes sans pluie c'est-à-dire de l'intermittence du signal pluviométrique. Pour cette raison, une méthode empirique de correction de biais basée principalement sur l'utilisation du pourcentage de zéro dans une séquence de pluie non continue a été proposée. Pour les micro-échelles, après correction du biais, les paramètres obtenus sont consistants à la fois avec ceux obtenus sur quelques événements de pluie continue et avec les résultats récemment publiés sur les propriétés des précipitations à très fine échelle.

L'établissement de courbes (Intensité Durée Fréquence) IDF, qui relie la période de retour, l'intensité et la durée de la pluie, est un préalable indispensable au dimensionnement des ouvrages hydrauliques. Leur mise au point nécessite de disposer d'observations à des échelles suffisamment fines (5 minutes) et sur des durées suffisamment longues. Les séries observées sur des périodes suffisamment longues (des totaux pluviométriques journaliers et des intensités maximales annuelles des pluies pour des durées de références fixées) ont permis de vérifier l'hypothèse d'invariance d'échelle simple des intensités de pluie maximales annuelles pour les différents postes pluviographiques du Nord de la Tunisie. Cette hypothèse, associée à une modélisation de Gumbel des intensités de pluie maximales, nous a permis de mettre au point une méthode d'élaboration des courbes IDF à partir des totaux pluviométriques journaliers. Une formule de régionalisation valable pour le Nord de Tunisie et qui fait intervenir le percentile 90% de la pluie maximale annuelle journalière, a été développée et validée. Cette formule de régionalisation appliquée aux données journalières recueillies par la DGRE dans 41 stations pluviométriques de la région du Grand Tunis, associée à l'hypothèse d'invariance

d'échelle simple nous a permis d'élaborer les courbes IDF des stations pluviométriques de la région du Grand Tunis aux sites non observés.

Une comparaison entre les pentes des courbes IDF issues des modèles probabilistes empiriques de Montana et Américain établies par ajustement de lois statistiques avec la méthode classique et celles déduites de la singularité maximale et l'ordre de divergence des moments déduits des paramètres du modèle multifractal universel a été menée. Les résultats sont généralement proches. Les paramètres du modèle multifractal conduisent à une estimation cohérente de la pente des courbes IDF.

Ces courbes IDF ont permis d'établir des cartes de quantiles de pluie pour différentes durées de références et différentes périodes de retour moyennant le système d'information géographique Arcview et en utilisant le krigeage comme méthode d'interpolation spatiale. Les cartes des quantiles donnent lieu à une estimation des surfaces ayant reçu des quantiles de pluie dépassant des seuils fixés, et à l'élaboration de courbes IDAF.

Une autre approche d'établissement de courbes IDAF a été mise en œuvre, celle de De Michele et al., (2011). Elle fait référence à l'approche multifractale, en supposant que la pluie maximale annuelle est une variable aléatoire distribuée selon la loi Log-normale. Elle suppose aussi que la chronologie des événements de pluie intenses suit une distribution de Poisson. Il s'est avéré que la station de Tunis Manoubia vérifie ces hypothèses pour les durées de références inférieures à deux heures. Par la suite des estimations des courbes IDAF pour des durées de références inférieures à deux heures, pour des périodes de retour inférieures ou égale à 100 ans et pour des surfaces allant à quelques dizaines de  $\text{km}^2$  ont été présentées, en se référant aux coefficients d'abatement empiriques de NERC (1975).

#### **Mots clés :**

Climat méditerranéen semi-aride, dimension fractale, Série chronologique, invariance d'échelle, intermittence, monofractal, multifractal, méthode de comptage de boîtes, pluie extrême, biais, PWM, régionalisation, courbes IDF, courbes IDAF

## Abstract

Due to its geographical position, Tunisia is subject to the influence of two climates, Mediterranean on the north and Saharan on the South, which are responsible for a significant spatio-temporal variability of rainfall. Particularly in recent years, sudden and intense rainfall that occurred in the area of Tunis, subject of our study, caused flooding with catastrophic consequences. This extreme variability of the rainfall field encouraged and motivated us to study the rainfall in this area. Multifractal analysis has shown its relevance in the characterization of geophysical process at high variability as the process of rainfall. Accordingly, in a first aspect, we investigated the occurrence of rainfall in monofractal context. We also studied the intensity of rainfall using the multifractal approach. The mono-fractal analysis has enabled us to emphasize firstly the particular behavior of the Mediterranean rainfall regime of Tunis area, characterized by a long dry season followed by a short rainy season. Then this analysis gave us an idea about the origin of intense rainfall which is likely due to isolated and convective cloud structures with low lifetime. Finally it showed a significant change in the fractal dimension of the support of rainfall during the last century. The spectral analysis and the study of the structure function have identified three regimes of scale invariance namely micro-scales, mesoscale and synoptic scale. Unlike the last two regimes, the process of rain during the first regime is non-conservative. In this case the rainfall intensity is not a pure multiplicative cascade. It results from a fractionally integrated multifractal cascade.

However, it is recognized that the methods conventionally implemented to estimate the parameters of the universal multifractal model (MU) give rise to biased parameters in the case of rainfall. This is due to the intermittent nature of this process. The bias correction methods presented in the literature do not solve the problem in the case of time series recorded in Tunis given the importance of periods without rain, in other words, the intermittency of rainfall signal. For this reason, an empirical method of bias correction based mainly on the use of percentage of zero in a sequence of non-continuous rainfall has been proposed. For micro-scales, after bias correction, the parameters obtained are consistent both with those obtained on some events of continuous rain and those recently published on the properties of rainfall at fine scale.

The establishment of curves (Intensity Duration Frequency) IDF, which links the return period, the intensity and duration of the rainfall, is a prerequisite for the design of hydraulic structures. Their development requires the availability of observations at sufficiently fine scales (5 minutes) and sufficiently long periods. Time series observed over sufficiently long periods (total daily rainfall and maximum annual rainfall intensities for fixed durations) allowed us to test the hypothesis of simple scale invariance of maximum annual rainfall intensities for different tipping bucket raingauge stations in Northern Tunisia. This assumption, combined with Gumbel modeling of maximum rainfall intensities allowed us to define a methodology for IDF curves development from the daily rainfall totals. A regionalization formula valuable for Northern Tunisia which involves the percentile 90% of the annual maximum daily rainfall was established and validated. This regionalization formula applied to daily data collected by the national hydrological service (DGRE) in 41 raingauges in the area of Tunis, combined with the assumption of simple scale invariance has enabled us to develop IDF curves of raingauges in the area of Tunis for unobserved sites. A comparison between the slopes of IDF curves derived from probabilistic empirical Montana and American models established by adjusting statistical laws with the classical method and those derived from the highest-order of singularity and from the divergence moments order deduced of parameters of the universal multifractal model was conducted. The results are generally comparable. Thus, the parameters of the multifractal model lead to a consistent estimation of the slope of the IDF curves.

Therefore, IDF curves were further used to create maps of rainfall quantiles for different durations and different return periods through the ArcView geographic information system software and using kriging as a spatial interpolation method. As a result, maps of quantiles gave an estimation of surfaces receiving rainfall quantile exceeding a fixed threshold, as a way for IDAF establishment.

Moreover, in order to estimate curves IDAF (Intensity Duration Area Frequency) we used another approach proposed by De Michele et al. (2011) which refers to multifractal approach. It assumes that the maximum annual rainfall is distributed according to a log-normal distribution and the chronology of events of intense rainfall follows a Poisson distribution. It has been concluded that the Tunis Manoubia station verifies both assumptions for durations below two hours. Thereafter IDAF curves for durations less two hours, for return period less or equal to 100 years and for areas ranging from tens to hundreds of km<sup>2</sup> were estimated with reference to the empirical abatement coefficients of NERC (1975).

## Keywords

Semi-arid Mediterranean climate, fractal dimension, time series, scale invariance, intermittence, monofractal, multifractal, boxes counting method, extreme rainfall, bias, PWM, regionalization, IDF curves, IDAF curves.

## Acronymes

AMMA	African Monsoon and Multidisciplinary Analyses
CDF	fonction de distribution cumulative
CMCU	le Comité Mixte de Coopération Universitaire
DBS	spectropluviomètre bi-faisceaux
DGRE	Direction Générale des Ressources en Eau du Ministère de l'Agriculture, des Ressources Hydrauliques et de la Pêche (Tunisie)
ENIT	École nationale d'ingénieurs de Tunis
FAO	Organisation des Nations Unies pour l'Alimentation et l'Agriculture
IDAF	Intensité-Durée-Fréquence
IDF	Intensité-Durée-Surface-Fréquence
LATMOS	Laboratoire Atmosphères, Milieux, Observations Spatiales
LOCEAN	Laboratoire d'Océanographie et du Climat Expérimentations et Approches Numériques
LMHE	Laboratoire de Modélisation en Hydraulique et Environnement
MU	Multifractal Universel
OMM	L'Organisation météorologique mondiale
PHC UTIQUE	Partenariat Hubert Curien
SPACE	Statistique Processus Aérosols Cycle de l'Eau
ST2i	Société Tunisienne d'Informatique pour l'Ingénierie
SYCOTRAC	SYstème de COLlecte des mesures hydrologiques en Temps Réel et Annonce des Crues des oueds Tunisiens
TCL	Théorème Central Limite
UPMC	Université Pierre et Marie Curie
UVSQ	Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines

# Sommaire

Remerciements .....	i
Résumé .....	ii
Abstract.....	iv
Acronymes.....	v
CHAPITRE I. INTRODUCTION .....	1
I. 1. Contexte Général .....	1
I. 2. Cadre et objectifs de la thèse .....	2
I. 3. Résultats attendus .....	4
I. 4. Plan de la thèse .....	4
CHAPITRE II. ELABORATION DES DONNEES D'ETUDE.....	5
II. 1. Introduction.....	5
II. 2. Données climatique.....	6
II. 2. 1. Pluviométrie .....	6
II. 2. 2. Le vent.....	6
II. 2. 3. La température.....	7
II. 3. Données d'étude.....	7
II. 3. 1. Séries chronologiques de pluie à haute résolution .....	8
II. 3. 1. 1. Etude de la variabilité des pluies à pas de temps 5 minutes.....	10
II. 3. 2. Séries de fortes intensités de pluie .....	10
II. 3. 3. Données de pluie journalière .....	13
II. 4. Conclusion .....	18
CHAPITRE III. CONTEXTE THEORIQUE.....	19
III. 1. Théorie des valeurs extrêmes .....	19
III. 1. 1. Théorème limite de Fisher-Tippet.....	20
III. 1. 2. Mode de l'échantillonnage :.....	21
III. 1. 2. 1. La Méthode d'analyse des maxima par blocs.....	21
III. 1. 2. 2. Méthode de dépassement de seuil (POT) .....	22
III. 1. 3. Le théorème de Pickands-Balkema-de Haan.....	23
III. 2. Courbes IDF et IDAF.....	25
III. 2. 1. Revue sur l'étude des averses et courbes IDF en Tunisie.....	27
III. 2. 2. Mise en évidence du caractère d'invariance d'échelle simple.....	27
III. 2. 3. Régionalisation des courbes IDF.....	29
III. 2. 4. Courbes IDAF .....	29
III. 2. 4. 1. Le facteur de réduction surfacique .....	30

III. 3.	Le processus de pluie observé dans un contexte fractal et multifractal .....	32
III. 3. 1.	Relation processus de pluie - objet fractal .....	32
III. 3. 1. 1.	La dimension fractale de pluie .....	33
III. 3. 1. 2.	La dimension fractale de support de pluie dans la littérature .....	34
III. 3. 2.	La pluie est un processus multifractal .....	35
III. 3. 2. 1.	Cascade multiplicative continue et multifractales universelles (MU) .....	38
III. 3. 2. 2.	Modèle FIF .....	39
III. 3. 2. 1.	Isotropie/ anisotropie spatio-temporelle .....	40
III. 3. 2. 2.	Discussion .....	42
III. 3. 3.	La divergence des moments .....	43
III. 3. 3. 1.	Dimension d'échantillon ( $D_s$ ) et ordre critique d'échantillon ( $q_s$ ) .....	45
III. 3. 3. 1. 1.	Un seul échantillon .....	45
III. 3. 3. 1. 2.	Présence de plusieurs échantillons indépendants .....	45
III. 3. 3. 2.	Cas non conservatif .....	46
III. 3. 3. 3.	Relation entre modèle MU et loi de Pareto généralisée .....	46
III. 3. 4.	Étude des propriétés multifractales .....	47
III. 4.	Relation multifractales -courbes IDF .....	48
III. 5.	Relation multifractales -courbes IDAF .....	49
III. 6.	Conclusion .....	52
CHAPITRE IV.	METHODOLOGIE .....	53
IV. 1.	La dimension fractale du support de la pluie .....	53
IV. 2.	Etude multifractale des intensités de pluie .....	53
IV. 2. 1.	Analyse des spectres .....	53
IV. 2. 2.	Estimation du paramètre de non conservation de processus $H$ .....	54
IV. 2. 3.	Estimation des paramètres du Modèle Multifractal Universel .....	54
IV. 2. 4.	Correction des biais dû à l'intermittence des précipitations .....	55
IV. 3.	Courbes IDF .....	57
IV. 3. 1.	Analyse de l'invariance d'échelle simple et les courbes IDF .....	58
IV. 3. 2.	Régionalisation des courbes IDF .....	58
IV. 3. 3.	Relation courbes IDF - multifractales .....	58
IV. 4.	Courbes IDAF .....	59
IV. 5.	Conclusion .....	60
CHAPITRE V.	RESULTATS : Etude monofractale et multifractale de la pluie .....	62
V. 1.	Introduction .....	62

V. 2.	Occurrence de pluie des précipitations : Etude de la dimension fractale du support de la pluie.....	62
V. 2. 1.	Etude de la structure du support de pluie par la méthode de comptage des boîtes ...	62
V. 2. 1. 1.	Etude des séries à pas de temps 5 minutes .....	62
V. 2. 1. 2.	Etude des séries journalières.....	64
V. 2. 1. 3.	Interprétation des régimes obtenus.....	65
V. 2. 1. 4.	Etude de l'effet des différents seuils d'intensité de pluie.....	66
V. 2. 1. 4. 1	Séries pluviographiques à pas de temps 5 mn .....	66
V. 2. 1. 4. 2	Série journalière .....	67
V. 2. 1. 5.	Evolution temporelle de la dimension fractale .....	68
V. 2. 1. 6.	Discussion .....	69
V. 3.	Intensité des précipitations : Analyse spectrale et multifractale des séries chronologiques.....	70
V. 3. 1.	Détermination des régimes d'invariance d'échelles et du facteur de non conservation .....	71
V. 3. 1. 1.	Analyse spectrale des données de pluie à résolution 5 minutes .....	71
V. 3. 1. 2.	Analyse spectrale de la pluie journalière de la station de Tunis-Manoubia .....	72
V. 3. 1. 3.	Interprétation .....	73
V. 3. 1. 4.	Calcul de la fonction de structure : paramètre H .....	74
V. 3. 2.	Estimation des paramètres du Modèle Multifractal Universel .....	75
V. 3. 2. 1.	Analyse de séries continues .....	76
V. 3. 2. 2.	Calcul des paramètres du modèle multifractal $\alpha$ et $C_1$ pour des séquences de pluie continue .....	77
V. 3. 2. 1.	Etude de la série journalière de Tunis Manoubia.....	78
V. 3. 2. 2.	Discussion et conclusion.....	79
V. 3. 3.	Méthodes de correction du biais .....	79
V. 3. 3. 1.	Correction des paramètres (méthode de Verrier et al., 2011) .....	79
V. 3. 3. 2.	Application d'une méthode empirique pour la correction du biais .....	80
V. 3. 3. 2. 1	Régime micro-échelles .....	80
V. 3. 3. 2. 2	Régime méso-échelles.....	81
V. 3. 4.	Conclusion de la première partie .....	83
CHAPITRE VI.	RESULTATS : Courbes IDF et IDAF.....	85
VI. 1.	Introduction.....	85
VI. 2.	Courbes IDF.....	85
VI. 2. 1.	Estimation des courbes IDF sous hypothèse d'invariance d'échelle simple régionale .....	85

VI. 2. 2.	Régionalisation des courbes IDF de la zone Nord de Tunisie.....	90
VI. 2. 2. 1.	Régionalisation de l'exposant d'échelles .....	90
VI. 2. 2. 2.	Validations.....	91
VI. 2. 2. 3.	Comparaison .....	92
VI. 2. 2. 4.	Application à la région de Tunis .....	95
VI. 2. 3.	Discussion .....	101
VI. 2. 4.	Relation courbes IDF – multifractales .....	101
VI. 2. 4. 1.	Paramètres obtenus à partir des courbes IDF de la station de Tunis Manoubia	103
VI. 2. 4. 1. 1	Courbes IDF fournies par la DGRE (DGRE-ST2I, 2007).....	103
VI. 2. 4. 1. 2	Courbes IDF obtenues avec l'hypothèse d'invariance d'échelle simple .....	104
VI. 2. 4. 2.	Informations obtenues à partir du modèle multifractal .....	105
VI. 2. 4. 3.	Valeurs déduites directement à partir des données disponibles.....	106
VI. 3.	Courbes IDAF – Modèle de Michèle et al., (2011) .....	109
VI. 4.	Conclusion .....	116
CHAPITRE VII.	Conclusion générale .....	118
Références Bibliographiques.....		121

## Liste des figures

Figure 1. Localisation de la région d'étude et des stations de mesure .....	8
Figure 2. Pluie à la résolution 5 minutes de la station de Tunis-Manoubia (année civile 2008)	9
Figure 3. Localisation des 15 stations pour lesquelles on dispose des données d'intensité de pluie .....	11
Figure 4. Période couverte par les séries disponibles aux différentes stations pluviographiques du Nord de la Tunisie.....	12
Figure 5. Intensité maximale (en mm/h) observées pour 43 années d'observations complètes pour la station pluviographique de Tunis-Manoubia (DGRE-ST2i, 2007) .....	12
Figure 6. Période couverte par les séries disponibles aux différentes stations pluviométriques de la zone du Grand Tunis .....	13
Figure 7. Cartes des Stations pluviométrique appartenant aux 3 gouvernorats du Grand Tunis .....	14
Figure 8. Intensités moyennes journalière de la station de Tunis-Manoubia (année civile 2008) .....	14
Figure 9. Courbes des hauteurs de pluie mensuelle et de nombres de jours pluvieux mensuels (carré : pluie ; triangle : nombre de jours) durant la période allant de 01-jan-1879 à 31-dec-2008 ; (a en haut) : valeur moyenne ; (b en bas) : écart type .....	15
Figure 10. Pluie annuelle du 01-sep-1873 au 31-Août-2008 .....	16
Figure 11. Nombre annuel de jours de pluie du 01-sep-1873 au 31-Août-2008.....	16
Figure 12. Estimation de la densité de jours pluvieux par la méthode de noyau .....	17
Figure 13. Estimation de la densité des hauteurs d'eau annuelles cumulées la méthode de noyau (La ligne solide : 01-sep-1873 au 31-Août-2008, la ligne alternée : 01-sep-1900 au 31-Août-2008).....	17
Figure 14. La densité de la distribution de la loi GEV. Les courbes en trait discontinu (grands pointillés), trait continu et trait (petits pointillés) en rouge correspondent respectivement aux densités de la loi des valeurs extrêmes d'indices $\kappa = -0.5$ , $\kappa = 0$ et $\kappa = 0.5$ .....	21
Figure 15. Sélection d'un maximum par bloc (les lignes pointillées verticales définissent les blocs) (reprise de Ceresetti, 2011) .....	22
Figure 16. Sélection de données supérieures à un seuil et séparés par un intervalle de 100 h (reprise de Ceresetti 2011) .....	22
Figure 17. Facteurs de réduction surfacique des précipitations au Royaume-Uni, présentés dans le rapport d'études d'inondation (diagramme à partir des valeurs des tableaux dans NERC (1975)). (NERC ,1975). Svensson and Jones (2010) .....	31
Figure 18. Coefficients de réduction ou d'abattement (source OMM, 1994) .....	32
Figure 19. Construction de l'ensemble de Cantor (a) régulier, (b) aléatoire (Mandelbrot, 1975). .....	33
Figure 20. Variation de $K(q)$ par rapport à $q$ (Tessier et al., (1993, 1994) .....	37
Figure 21. Variation de $c(\gamma)$ par rapport à $\gamma$ (Tessier et al., (1993, 1994).....	38
Figure 22. Courbes de comptage de boîte provenant des séries pluviométriques à pas de temps 5 minutes.....	63
Figure 23. Courbes de comptage de boîte provenant des séries pluviométriques journalières de la station Tunis-Manoubia. La taille de l'échantillon est d'environ 90 ans (215 jours).65	65
Figure 24. Courbes de comptage de boîtes provenant de la série pluviométrique à pas de temps 5 minutes de taille 2.5 années de la Station de Mornag pour les intensités de pluie : 0, 0.4 et 1 mm par 5 mn. Les lignes droites sont les ajustements par régression linéaires. ....	67

Figure 25. Courbes permettant le calcul des dimensions fractales de l'occurrence de pluie de la station de Tunis-Manoubia (215 jours à partir de 01/01/1900) Seuil = [0, 8, 16 mm]	68
Figure 26. Evolution des dimensions fractales du support des régimes [1 jour - 8 jours] (en haut) et [8 jours - 8 mois] (en bas) en fonction du temps..	69
Figure 27. Spectre de puissance moyenné des 3 séries à pas de temps 5 mn de mêmes tailles (8 mois environ) relatives aux 3 stations étudiées.	72
Figure 28. Spectre de puissance des séries journalières de Tunis-Manoubia commençant respectivement pendant les années 1900 (trait interrompu) et 1919 (trait contenu).....	73
Figure 29. Estimation du paramètre H pour station Tunis Manoubia. Résolution de la série =5mn, longueur= 2.5 ans	74
Figure 30. Analyse de la séquence de pluie qui a duré 2h40 mn enregistrée dans la station de Mornag le 23-Mai-2010 à 13:15. (En haut) variation des moments d'ordre $q = \{[0 : 0.1 : 2] + 0.05 + 0.15 + 0.999 + 1.0001\}$ (de bas en haut) en fonction de la résolution $\lambda$ . (En bas) la fonction d'échelle des moments $K(q)$ .	78
Figure 31. Présentation des paramètres $C1$ (en haut) et $\alpha$ (en bas) de la station de Tunis Manoubia estimés par la méthode d'optimisation de la fonction $K(q)$ et ceux ajustés en utilisant la formule intégrant le pourcentage de zéros de 73 échantillons sélectionnées avec un coefficient de déterminations moyen supérieurs à 0.85 et ayant une hauteur maximale de pluie $H_{max} > 12$ mm / heure/ 5mn (=1mm/5mn).	81
Figure 32. En haut: paramètres $C1$ estimés par ajustement de la fonction $K(q)$ par rapport à $p\lambda$ (croix bleues) pour le régime micro-échelle. Les carrés rouges représentent les valeurs moyennes par bin (par classe de pourcentages de zéros pour des intervalles constants de pourcentages de zéros). La courbe pointillée montre le paramètre débiaisé $C1$ estimé avec l'Équation 108 pour le régime méso-échelle. En bas : même figure mais pour le paramètre $\alpha$ .	83
Figure 33. Moments d'ordre $q = [0.25 : 0.25 : 4]$ pour les max annuels MB pour la station de Tunis Manoubia (durée de 5mn à 24 heures)	86
Figure 34. Fonction $kq$ pour les max annuels pour la station de Tunis Manoubia pour (i) (5mn - 24 heures) $\rightarrow$ carré ; (ii) (5mn - 30mn) $\rightarrow$ cercle; (iii) (30mn - 24 heures) $\rightarrow$ triangle	86
Figure 35. La relation entre les valeurs de PWM (selon la méthode de Landwehr 1979) (loi de distribution de Gumbel) et des durées différentes à la station de Tunis Manoubia ...	87
Figure 36. Relation entre les exposants d'échelle et des divers ordres de PWM pour la station de Tunis Manoubia	87
Figure 37. Comparaison entre les courbes IDF établies par la méthode d'invariance d'échelle simple (trait plein) et celles empiriques (trait discontinu) (DGRE-ST2i, 2007) pour les périodes de retour 2, 5, 10, 20 50 et 100 ans pour la station de Tunis-Manoubia	89
Figure 38. Régionalisation des Courbes IDF en utilisant P90% des 8 stations pluviographiques sélectionnées (en rouge)	91
Figure 39. Comparaison des exposants d'échelle	92
Figure 40. QQ-plots des quantiles de pluie de la station de Tunis-Manoubia	93
Figure 41. QQ-plots des quantiles de pluie du 15 stations situées au nord de la Tunisie	94
Figure 42. Cartes krigées des (a) Altitudes [m], (b) P90% [mm/24h] et des exposants d'échelle (c) $k1$ et (d) $k2$ , les limites dans les différentes cartes représentent les 4 gouvernorats formant la région de Tunis	97
Figure 44. Variation des intensités de pluie en fonction de la surface pour les durées de référence de 5 mn, 30 mn et 3 h pour une période de retour de 50 ans.	100
Figure 45. Analyse de l'intensité de pluie maximale moyennée pour tous les durées pour différents période de retour pour le modèle de Montana	104

Figure 46. Analyse de l'intensité de pluie maximale par durées pour différents période de retour pour le modèle d'invariance d'échelle simple pour la station de Tunis Manoubia .....	104
Figure 47. Ordre théorique de divergence des moments.....	105
Figure 48. Estimation de la Singularité Maximales probables $\gamma_s$ pour la station de Tunis Manoubia .....	106
Figure 49. Graphe log-log de 1-CDF de la série journalière et de la série des max journalier de la station Tunis-Manoubia (1872-2009) .....	107
Figure 50. (a) Comparaison entre les paramètres $\{bT$ (modèles de Montana et Américain) et $\gamma_s\}$ - (b) $\{c$ (modèle Américain) et $1/v\}$ , (c) $\{k1, \gamma_s\}$ , (d) $\{cscaling\}$ pour le Nord de Tunis .....	109
Figure 51. Quantiles des maximums annuels de l'intensité de pluie moyenne en fonction de la fréquence.....	111
Figure 52. Variation de la moyenne de l'intensité annuelle maximale selon le logarithme de la durée de référence, Station Tunis-Manoubia.....	112
Figure 53. Variation de la moyenne du carré de l'intensité annuelle maximale selon le logarithme de la durée de référence, Station Tunis-Manoubia.....	112
Figure 54. IDAF Tunis Manoubia pour $D=15mn$ et $A=0, 30, 50, 80 km^2$ et pour les périodes de retours allant de 2 à 100 ans.....	113
Figure 55. IDAF Tunis Manoubia pour $D=30mn$ et $A=0, 30, 50, 80 km^2$ et pour les périodes de retours allant de 2 à 100 ans.....	114
Figure 56. IDAF Tunis Manoubia pour $D=1 h$ et $A=0, 30, 50, 80$ et $125 km^2$ et pour les périodes de retours allant de 2 à 100 ans .....	114
Figure 57. IDAF Tunis Manoubia pour $D=1 h15mn$ et $A=0, 30, 50, 80 km^2$ et pour les périodes de retours allant de 2 à 100 ans .....	115
Figure 58. ARF Tunis-Manoubia $D=1$ heure (trait continue), $D=30$ minutes (trait discontinue avec carré) $T= \{2, 5 :10 :100\}$ (ans), $A=[0 :10 :100]$ ( $km^2$ ), $A=0 km^2$ en haut $A=100 km^2$ (en bas).....	115
Figure 59. ARF Tunis-Manoubia $T=20$ ans .....	116

## Liste des tableaux

Tableau 1. Répartition mensuelle des vents par direction et par force .....	6
Tableau 2. Humidité relative moyenne et mensuelle (%) .....	7
Tableau 3. Evaporation moyenne mensuelle à Tunis (mm) .....	7
Tableau 4. Température moyenne mensuelle à Tunis .....	7
Tableau 5. Séries de données à résolution 5 minutes .....	9
Tableau 6. Caractéristiques des séries chronologiques de résolution 5 minutes.....	10
Tableau 7. Années et total pluviométrique relatif à la sous population 2 .....	18
Tableau 8. Dimensions fractales observées dans des études antérieures à seuil de détection nul .....	35
Tableau 10. Valeurs du coefficient de Weiss pour des durées allant de 1 à 5 jours .....	58
Tableau 11. Dimensions fractales du support (méthode de comptage de boîtes) .....	64
Tableau 12. Dimension fractale de l'occurrence de pluie journalière de la station de Tunis-Manoubia.....	64
Tableau 13. Pentés spectrales $\beta$ .....	72
Tableau 14. Pentés spectrales $\beta$ .....	73
Tableau 15. Récapitulatif des valeurs de $H$ en fonction de la résolution et du régime .....	74
Tableau 16. Estimation des paramètres $H$ , $C_1$ et $\alpha$ pour les séries de longueurs 2.5 ans (résolution 5 mn) pour les 3 stations considérées pour les 3 régimes d'invariances d'échelles .....	76
Tableau 17. Paramètres du model du MU estimé des séquences de pluie continues avec un pas de temps de 5 minutes .....	77
Tableau 18. Estimation des paramètres du modèle MU des séries journalières de Tunis-Manoubia.....	78
Tableau 19. Récapitulatif des estimation des paramètres du modèle MU .....	79
Tableau 20. Paramètres du modèle multifractal universel corrigés pour la station de Tunis Manoubia.....	80
Tableau 21. Estimation des paramètres $\alpha$ et $C_1$ en appliquant différents seuils sur les hauteurs maximaux de pluie séquences avec le respect de la condition sur $R^2_{min}(K(q)) > 0.85$ . .....	80
Tableau 22. Estimation des paramètres $\alpha$ et $C_1$ pour les méso-échelles (2h40 – 7 jours / 3.6 jours) les 3 stations Tunis-Manoubia, Mornag et Sidi-Thabet.....	82
Tableau 23. Caractéristiques des stations étudiés : maximum de la pluie maximale annuelle et paramètres des courbes IDF ( $\sigma_{24}, \mu_{24}, k(PWM)$ ) (rupture à 30mn) .....	89
Tableau 24. Pente de la droite de régression linéaire entre $\delta$ et $P_{24h}$ et intervalle de confiance .....	90
Tableau 25. Estimation des paramètres a et b de l'Équation 116 en utilisant les $P_{90\%}$ des maxima annuels.....	90
Tableau 26. Surfaces touchées par des intensités de pluie excédant un seuil fixe pour les durées 5 mn, 30mn et 3 h et pour T= 50 ans .....	100
Tableau 27. Caractéristiques du régime micro-échelle observé pour la station de Tunis Manoubia.....	102
Tableau 28. Paramètres des relations de Montana et américaine des courbes IDF obtenues par la DGRE pour la station de Tunis-Manoubia (DGRE-ST2i, 2007) .....	103
Tableau 29. Estimation de $\nu$ et $\sigma$ .....	107
Tableau 30. Caractéristiques des courbes IDF obtenues par différentes méthodes pour la station de Tunis Manoubia .....	108
Tableau 31. Nombre d'évènements annuels par station pour différents seuils choisis.....	110

Tableau 32. La moyenne et la variance de nombre d'évènement annuelle pour les différentes durées de références .....	110
Tableau 33. Estimation des paramètres de l'Équation 94 .....	113

---

## CHAPITRE I. INTRODUCTION

---

### I. 1. Contexte Général

Selon l'Organisation des Nations Unies pour l'Alimentation et l'Agriculture (FAO), la Tunisie se situe en 9<sup>ème</sup> place du classement mondial des pays menacés de pénurie d'eau<sup>1</sup>. L'eau pluviale constitue 58% des ressources en eau conventionnelles potentielles de tout le pays (Lebdi, 2005), d'où l'importance de l'étude des précipitations. Selon Frigui et Touzi (2009), depuis l'année 1900, la Tunisie a vécu 20 sécheresses et 14 inondations. En d'autres termes une année sur 3 est extrêmement humide ou sèche. L'occurrence des sécheresses pluviométriques sur le bassin de la Medjerda a été modélisée à l'aide de la méthode des déficits-surplus (Kebaili-Bargaoui, 1989). L'étude de la variabilité des pluies en Tunisie a constitué un sujet qui a préoccupé de nombreux chercheurs depuis des décennies (Kassab, 1979, Henia, 1980, Thirriot et Kebaili-Bargaoui, 1983, Bousnina, 1986, Bargaoui, 1994, Zahar 1997, Ellouze, 2010). La variabilité des précipitations a un impact direct sur la satisfaction des besoins liés à la production d'eau potable, à l'industrie et à l'irrigation.

Dans la quantification des précipitations pour l'estimation des ressources en eau, la variabilité spatiale et temporelle de l'intensité des précipitations présente un enjeu aussi bien sociétal majeur que scientifique. En effet, la variabilité des précipitations à court terme (événements pluvieux extrêmes), comme à long terme (occurrence de sécheresse), est à l'origine de catastrophes naturelles extrêmement coûteuses en vies humaines et responsable d'innombrables dommages matériels. D'après la base internationale des catastrophes<sup>2</sup>, entre 1900 et 2013, l'inondation en Tunisie (i) a touché 586667 victimes, (ii) a causé 962 morts et (iii) a eu des dégâts matériels estimés à 44,08 .10<sup>7</sup>US\$. Quant à la sécheresse, dans la même base de données, on trouve un nombre de victimes pour la même période qui est égal à 31400 victimes.

La question de la variabilité se trouve au cœur de l'étude des précipitations. En effet, le phénomène de précipitation s'étend de l'échelle des cellules associées à la convection de cumulus qui se déroule sur 1 km en quelques minutes aux échelles d'espace synoptiques liées aux systèmes frontaux qui se développent à l'échelle de 1000 km en plus d'une journée (Austin et Houze, 1972, Orlanski, 1975). Les précipitations ne présentent pas d'échelle caractéristique et doivent être considérées dans une gamme d'échelle importante (Gupta et Waymire, 1993). La variabilité des précipitations intervient cependant dans des applications liées aux modèles hydrologiques qui présentent des échelles typiques (Bloschl et Sivapalan 1995) à savoir : l'échelle locale (1 m), l'échelle versants (100 m), l'échelle du bassin versant (10 km) et l'échelle régionale (1000 km). Dans le temps, les échelles de modélisation typiques

---

<sup>1</sup><http://www.jeuneafrique.com/Articles/Dossier/JA2667p079.xml0/bad-secheresse-agriculture-tunisietunisie-eau-le-sud-sous-perfusion.html>

<sup>2</sup>EM-DAT: The OFDA/CRED International Disaster Database. [www.em-dat.net](http://www.em-dat.net) - Université Catholique de Louvain - Brussels - Belgium

sont: l'échelle de l'événement (1 jour), l'échelle saisonnière (1 an) et l'échelle à long terme (100 ans).

Le modèle multifractal universel MU proposé par Schertzer et Lovejoy (1987) permet de modéliser les relations d'échelles des processus sur une grande gamme d'échelles spatiales ou temporelles. L'analyse multifractale a été appliquée avec succès dans la caractérisation des processus géophysiques à grande variabilité. Lovejoy et Schertzer (1995) ont étudié avec le modèle MU une vingtaine de processus géophysiques parmi lesquels les radiations des nuages, les débits de cours d'eaux, la température, la pollution, la densité des stations de mesures météorologiques, les surfaces de fissuration des roches, les champs géomagnétique. Les propriétés scalantes représentées par le modèle MU sont les conséquences directes du caractère non linéaire des processus en jeu dans de nombreux champs géophysiques. Particulièrement, la variabilité des précipitations résulte de différents processus non linéaires couvrant différentes échelles en interaction (échelles de turbulence, évaporation, collision, coalescence et break-up) (Leporini., 2005). Des travaux récents ont permis d'évaluer la pertinence de ce modèle pour la modélisation de la variabilité des précipitations de la sub\_mésoéchelle (Verrier et al., 2009, Verrier, 2011).

Pour la région de Tunis, le réseau de pluviomètres est plus dense et plus ancien que celui des pluviographes (Thirriot et Kebaili-Bargaoui, 1983). Les données de pluie à haute résolution (de quelques minutes à quelques heures) qui contiennent les informations nécessaires à la description et à la compréhension des événements extrêmes sont peu disponibles contrairement aux totaux journaliers. Ce manque de données est une contrainte majeure qui entrave l'étude et la modélisation des intensités et des durées des événements précipitants. Obtenir des données fiables sur les précipitations dans l'espace et le temps est cependant un problème épineux et qui concerne la majorité de la surface terrestre. Problème d'autant plus critique que dans de nombreuses parties du monde, la densité des réseaux de jaugeage des précipitations de surface est en rapide déclin au cours des dernières décennies (Lorentz et Kuntsman, 2012).

## **I. 2. Cadre et objectifs de la thèse**

Le présent travail a été développé dans le cadre d'un projet du Comité Mixte de Coopération Universitaire(CMCU) franco-tunisien, financé par le Ministère tunisien de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique et le Ministère français des Affaires étrangères. Cette coopération est structurée dans le cadre du Partenariat Hubert Curien (PHC UTIQUÉ) sous forme de projets de recherche mixtes qui a impliqué une équipe tunisienne co-présidée par le Professeur Zoubeida Bargaoui avec son équipe appartenant au Laboratoire de Modélisation en Hydraulique et Environnement (LMHE) de l'École nationale d'ingénieurs de Tunis (ENIT) de l'Université Tunis El Manar et l'équipe française co-présidée par le Professeur Sylvie Thiria du Laboratoire d'Océanographie et du Climat Expérimentations et Approches Numériques (LOCEAN) de l'UPMC en partenariat avec une équipe du Laboratoire Atmosphères, Milieux, Observations Spatiales (LATMOS), de l'USVQ en particulier Cécile Mallet et Laurent Barthes. Cette thèse intervient à la suite de la thèse de Afef Chebbi, réalisée au LMHE sur l'optimisation des réseaux pluviographiques en utilisant les observations des intensités extrêmes du Nord de la Tunisie (Chebbi, 2013) et de la thèse de Sébastien Verrier (Verrier, 2011) au LATMOS sur l'analyse multifractale des pluies appliquée sur les cartes de réflectivité radar des mesures faites à Djougou (Bénin) ainsi que sur une série de pluie biannuelle continue enregistré à l'aide d'un instrument à haute résolution (DBS) installé à Palaiseau (Paris).

Dans la suite de ces travaux, ce projet qui se focalise sur la région du Grand Tunis a apporté une contribution scientifique et financière au déroulement de ma thèse en cotutelle dont la convention a été signée en 2010 sur la problématique de l'apport de la modélisation multifractale pour l'élaboration des courbes IDAF et les courbes IDF dans la région de Tunis.

L'objectif du présent travail est de mettre en évidence la variabilité non linéaire de la pluie en utilisant les propriétés d'invariance d'échelle ainsi que le comportement multifractal des séries chronologiques de pluie.

Cette thèse vise aussi à établir des relations intensité-durée-fréquence sur des stations où on n'a que des données journalières. Ceci revient à développer les travaux antérieurs sur la relation entre les propriétés multifractales du champ de pluie et le formalisme des courbes intensités-durées-fréquences (IDF) (Menabde et al., 1999, Yu et al., 2004, Langousis et Veneziano, 2007, Veneziano et al., 2007 et Bara et al., 2009). A notre connaissance jusqu'à maintenant l'approche de couplage entre un modèle à base physique comme les modèles multifractals et un modèle statistique n'a pas été appliquée dans la zone de Tunis pour la pluie. En plus, jusqu'à maintenant il n'existe pas des relations intensités-durées-surfaces-fréquences (IDSF ou IDAF) établies pour la région de Tunis ni pour autre zone de la Tunisie. Pour tracer ces derniers on suivra l'approche de De Michele et al., (2011).

L'étude des précipitations menée au LATMOS se fait à partir des observations réalisées utilisant des pluviographes enregistreurs, des radars, des disdromètres et spectropluviomètre bi-faisceaux (en anglais : Dual-Beam Spectropluviometer :DBS). Particulièrement les études effectuées par les chercheurs du département SPACE<sup>3</sup> du LATMOS, qui ont utilisé les réflectivités mesurées par le radar Doppler RONSARD durant la Mousson africaine (campagne AMMA Bénin 2006) converties en taux de pluie, ont montré que les champs (spatiaux) de pluie issus des données RONSARD vérifient des propriétés multifractales. Ces résultats sont cohérents avec ceux obtenus à partir de séries temporelles issues d'un DBS placé au même endroit. Dans cette étude dédiée à la région de Tunis, nous n'avons pas à notre disposition un réseau pluviographique en fonctionnement avec la résolution temporelle souhaitée de l'ordre de quelques secondes ni avec la couverture spatiale assurée par les produits issus des radars. Cependant, des données de pluie pour une résolution temporelle de 5 minutes et pour une durée d'observation de 2 ans et demi relatives à quatre pluviographes automatiques existants sur le Grand Tunis dans le cadre du programme SYCOTRAC (un système d'annonce de crues mis en service en 2007 en Tunisie) ont été gracieusement fournies par la DGRE. Ceci pose évidemment le problème de la nécessité de mise en place de réseaux d'observations appartenant à l'Université Tunis El Manar. Néanmoins, nous avons cherché à exploiter les données journalières observées par la Direction Générale des Ressources en Eau (DGRE) dont le réseau de pluviomètres est assez dense. D'autre part, nous avons pu exploiter les données utilisées lors d'une importante étude sur les intensités de pluie maximales de pluie en Tunisie basée sur l'analyse d'un réseau de 15 pluviographes, réalisée par le bureau d'étude ST2i pour le compte de DGRE (DGRE-ST2i, 2007). Ainsi nous avons essayé de proposer une méthodologie appropriée à la structure des banques de données existantes.

---

<sup>3</sup>Statistique Processus Aérosols Cycle de l'Eau

### **I. 3. Résultats attendus**

Les résultats attendus dans le cadre de cette étude sont :

- Vérifier si la série chronologique de l'intensité de pluie de Tunis montre un comportement scalant et distinguer les différents régimes d'invariance d'échelle de point de vue monofractal lié à l'intermittence de pluie et de point de vue multifractal pour dégager les paramètres du modèle multifractal universel (MU).
- Développer les méthodes de correction de biais dans l'estimation des paramètres du modèle MU, et dont l'étude a été préconisée par Verrier (2011), etc.
- Développer une formule régionale intensité-durée-fréquence en se basant sur les propriétés d'invariance d'échelles de la pluie moyenne maximale pour l'appliquer sur la zone du Grand Tunis.
- Estimer les courbes IDAF en adoptant un modèle de la littérature, compatible avec la structure de nos données.

### **I. 4. Plan de la thèse**

Le Chapitre II décrit les jeux de données mis à notre disposition par la DGRE. Le troisième chapitre est consacré à la revue de littérature divisée en 3 parties: la théorie des valeurs extrêmes, les concepts d'IDF et d'IDAF et la théorie fractale et multifractale. Le chapitre IV porte sur la méthodologie adoptée pour répondre à la problématique, compte tenu de la structure des données disponibles : l'estimation de la dimension fractale de l'occurrence de pluie, l'étude multifractale des intensités de pluie, la régionalisation des courbes IDF, le formalisme IDF et IDAF en utilisant les propriétés fractales et multifractales des processus de pluie. Le chapitre V et VI présentent les résultats et interprétations respectifs de l'étude multifractale de la pluie et des courbes IDF et IDAF. Les conclusions et les perspectives de ce travail sont présentées à la fin de ce document.

---

## CHAPITRE II. ELABORATION DES DONNEES D'ETUDE

---

### II. 1. Introduction

Plusieurs études permettent d'illustrer concrètement l'hétérogénéité exceptionnelle des intensités qui ont eu lieu dans la région de Tunis : D'après Poncet (1970), les grandes pluies orageuses de l'automne 1969 ont affecté, en plusieurs séries orageuses, une très grande partie de la Tunisie particulièrement les régions centrales et méridionales de la Tunisie. Ces orages ont été qualifiés de « millénaire » et ont engendré des inondations qui ont causé des dégâts humains et matériels catastrophiques. Des maxima dépassant les 100 mm en 24 h ont été enregistrés. Dans l'histoire des précipitations en Tunisie on peut aussi citer la crue dévastatrice produite du 27 mars au 1<sup>er</sup> avril 1973 (Claude et al., 1977). Cette dernière est due plus particulièrement aux pluies abondantes au cours du mois de mars 1973, tombées sur le nord de la Tunisie et de l'Algérie entretenant une très forte humidité des sols déjà bien humectés au sortir de l'hiver ; les pluies du 25 au 28 mars ont déclenché un fort ruissellement, provoquant une crue exceptionnellement forte de l'oued Medjerda lui-même aboutissant à des inondations catastrophiques dans la moyenne et surtout la basse vallée (Claude et al., 1977). Plus récemment en 2007, Slimani et al., (2007) ont eu recours à une analyse géostatistique pour examiner la structure spatiale de la pluviométrie annuelle et mensuelle sur toute la Tunisie. Ils ont souligné la variation rapide de la pluie dans deux directions à savoir nord/sud et nord-ouest/sud-est qui est attribuée essentiellement à la distribution altimétrique du territoire.

La région de Tunis, en particulier, a fait l'objet de plusieurs études pluviographiques. De Montmarin (1951), a étudié les intensités de pluie torrentielle de Tunis Manoubia. Puis en 1954, il a présenté l'intensité des pluies annuelles, décennales pour des durées d'averses allant de 20 minutes à 6 heures après dépouillement des diagrammes des pluviomètres enregistreurs de Tunis sur une durée de 41 ans. Il a proposé une formule permettant de calculer l'intensité d'une pluie correspondant à une période de récurrence donnée en fonction de la durée de l'averse. Saïdi (1977a) a étudié les intensités maximales moyennes des averses de la station de Tunis Carthage puis il a élaboré les courbes IDF. Saïdi (1977b) a classé les périodes de pluie en fonction de la situation météorologique. Particulièrement, il a expliqué la quantité de pluie importante enregistrée le 25 octobre 1973 à Tunis Carthage (92.4 mm) qui est due aux perturbations qu'il a appelé perturbations de Nord Est. Ces perturbations sont le produit d'une cellule anticyclonique formée à partir de l'anticyclone des Açores qui évolue vers l'Est pour rejoindre celui de la Sibérie produisant ainsi un flux d'air froid qui atteint le nord de la Tunisie. Benzarti (2003) a analysé les données pluviographiques de la station de Tunis Manoubia pour dégager les caractéristiques de la pluviométrie à une échelle fine.

Particulièrement dans la dernière décennie, le Grand Tunis a vécu deux événements extrêmes pendant les automnes 2003 et 2007. En effet, le 17 septembre 2003 un cumul exceptionnel de 187.8 mm en 24 heures (DGRE) a été enregistré à la station de Soukra Ariana Nord, réparti en plusieurs averses avec des intensités maximales relativement faibles de 48mm/h sur 15 minutes, 42mm/h sur 30 minutes, 35mm/h sur une heure. Ces intensités maximales correspondant à des périodes de retour de 5 à 10 ans (Ennesser et al., 2011). Le total accumulé en une journée correspond à 38% du total annuel moyen et 19 % du total annuel de l'année dans cette station sur la période 1999 – 2009. Ce cumul journalier constitue

un record jamais atteint dans le passé. En effet, la valeur maximale la plus grande enregistrée était 133.5mm à la station de Tunis-Carthage sur la période 1950-2002. Le 24 septembre 2003, une pluie de 101 millimètres (DGRE), avec des intensités maximales exceptionnelles qui ont atteint 131 mm/h sur 15 minutes, 114mm/h sur 30 minutes, 82 mm/h en une heure et 49 mm/h sur deux heures, a été enregistré à Tunis Carthage (Chouari, 2013). Cette pluie de deux heures avec des intensités de pluie de période de retour quasiment centennale pendant toute la durée de la pluie a engendré une crue estimée centennale (Ennesser et al., 2011).

Le 25 septembre et le 14 octobre 2007 une crue éclair a touché la région de Tunis sur une ligne reliant Bizerte au Cap Bon. Particulièrement, un cumul exceptionnel de 103.4 mm et 107.2 mm a été enregistré respectivement aux stations de Ariana centre d'étude et Mnihla-ex-ville Saint-Jacques en 24 heures aux dates respectifs de 25 septembre et 14 octobre 2007 (DGRE).

Dans ce qui suit on décrit tout d'abord le milieu climatique puis on cite le jeu de données disponible.

## II. 2. Données climatiques

Les données climatiques sont prises du rapport SIRUS, (2006).

La zone d'étude est caractérisée par un climat méditerranéen humide et doux qui passe de l'étage bioclimatique humide à l'étage sub-humide. La mer agissant par son effet modérateur, donne une composante tempérée en particulier en hiver. Ainsi les principales caractéristiques du climat sont :

- une chaleur permanente et forte en été;
- une stabilité du climat pendant le reste de l'année;
- des précipitations faibles et irrégulières.

### II. 2. 1. Pluviométrie

La zone d'étude appartient dans son ensemble à l'étage de végétation semi-aride et au sous-étage bioclimatique supérieur à hiver doux. Les caractéristiques de la pluviométrie de la zone de Tunis, représentée par la station pluviométrique de Tunis Manoubia, qui dispose de la plus longue série journalière, sont étudiées en détail dans la section (II. 3. 3. ).

### II. 2. 2. Le vent

L'examen de la rose des vents établie pour le gouvernorat de Ben Arous montre la prédominance des vents du secteur N-NW en hiver, à E-SE en été. Du printemps à l'automne, les vents du secteur S-SW représente une troisième composante. En plus de l'effet de la température, ces vents dont le degré hygrométrique n'est pas très important en particulier au cours de la journée, constituent une source d'évaporation non négligeable. En effet, ces vents constituent une source importante d'évaporation au niveau de la sebkha Sijoumi.

Dans les tableaux suivants sont rapportés respectivement la répartition mensuelle des vents par direction et par force ainsi que l'humidité relative à Tunis-Manoubia.

**Tableau 1. Répartition mensuelle des vents par direction et par force (SIRUS, 2006).**

Mois	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A
Vent le plus fréquent	ESE	NW	NW	NW	SW	NW	NW	SE	W	N	NE	ESE
Vent le plus fort	NW	NW	WNW	NNW	WSW	WNW	NW	NW	S	NW	NW	NNW

L'examen de la rose des vents montre que les vitesses moyennes sont de l'ordre de 5 à 8 m/s alors que les vents les plus forts sont de l'ordre de 9 à 17 m/s. Les vents dominants « brise de terre » représentent environ 65% du total.

**Tableau 2. Humidité relative moyenne et mensuelle (%) (SIRUS, 2006)**

Mois	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A
06h	85	88	88	86	86	86	86	87	82	78	72	80
12h	54	60	65	67	69	64	61	61	55	51	46	48
18h	71	74	81	82	83	78	76	75	68	63	60	64

L'évaporation mensuelle et annuelle moyenne mesurée par l'évaporomètre piche à Tunis-Manoubia est donnée dans le tableau suivant.

**Tableau 3. Evaporation moyenne mensuelle à Tunis (mm) (SIRUS, 2006)**

Mois	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A
Emm au piche	210	140	120	93	99.2	106	127	135	123	228	291	240
Emm	120	96	75	65	61	66	87	99	139	162	196	181

La moyenne des évaporations et des précipitations à Tunis peut varier considérablement d'une année à l'autre. Les données de l'Institut de Météorologie disponibles indiquent que l'évaporation annuelle est de l'ordre de 1400 mm avec une variation mensuelle de 83 et de 400 mm respectivement pendant les mois de janvier et de juillet.

### II. 2. 3. La température

La moyenne annuelle est de l'ordre de 18°C, elle peut atteindre en juillet, lors des vents du type Sirocco, des valeurs de l'ordre de 46°C, mais sa valeur moyenne en été est de l'ordre de 35°C. Les valeurs les plus basses sont enregistrées en décembre (10°C) et rarement, pour des conditions très particulières, la température de l'air baisse jusqu'à 5°C (SIRUS, 2006).

Dans le tableau ci-dessous on récapitule les températures moyennes à la station météo de Tunis-Manoubia.

**Tableau 4. Température moyenne mensuelle à Tunis**

Mois	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	Moy. an.
T max	30.4	25.1	20.2	15.8	14.4	15.9	18.1	20.9	24.5	29.0	30.2	30.6	23.2
T min	18.7	15.0	10.3	6.8	6.4	6.8	8.2	10.3	13.5	17.5	19.9	20.3	18.8
T moy	24.6	20.1	15.3	11.3	10.4	11.4	13.2	15.6	19.0	23.3	26.1	26.5	18.0

### II. 3. Données d'étude

Pour réaliser l'étude et la modélisation de la variabilité spatiale et temporelle des précipitations à différentes échelles de la région de Tunis nous avons recueilli différents jeux de données. Les données utilisées dans le cadre de cette thèse proviennent de la base de données de la Direction Générale des Ressources en Eau (DGRE) du Ministère de l'Agriculture, des Ressources Hydrauliques et de la Pêche. Elles ont été obtenues dans le cadre d'une coopération de la DGRE avec le projet CMCU.

Les données disponibles sont :

- des séries chronologiques d'intensités de pluie mesurées entre 2007 et 2010 à haute résolution (5 minutes) en 4 stations de la zone du Grand Tunis à savoir Tunis-Manoubia, Mornag, Sidi Thabet et Soukra (Tableau 5).
- des séries de fortes intensités de pluie sur des résolutions temporelles fixées (entre 5 minutes à 4 heures) pour une quinzaine de stations réparties dans la région du Grand Tunis ainsi qu'au Nord de la Tunisie qui incluse le Grand Tunis.
- des séries chronologiques à l'échelle journalière observées entre 1873 et 2012 pour un réseau de 41 stations localisées dans toute la zone du Grand Tunis ainsi que quelques stations à proximité Est du Grand Tunis appartenant au gouvernorat de Nabeul.

### II. 3. 1. Séries chronologiques de pluie à haute résolution

Au cours de la première année de thèse, nous avons acquis les quatre séries chronologiques à haute résolution des stations pluviographiques Tunis-Manoubia, Mornag, Sidi Thabet et Soukra (Figure 1). Ces stations appartiennent au réseau de **SYCOTRAC** (**SY**stème de **COL**lecte des mesures hydrologiques en **Temps Réel** et **Ann**once des **Cr**ues des oueds Tunisiens). SYCOTRAC est un système mis en place suite aux importants dégâts subis par le réseau hydrométrique de la Medjerda lors des crues survenues en 2002 et 2003. La Medjerda passe au Nord-Ouest et au Nord du Grand Tunis. Les stations sont équipées par des pluviographes automatiques à augets basculeurs. La capacité d'un auget est de 0.1 mm de pluie. Les séries sont échantillonnées à pas temps de 5 minutes. Les séries étudiées ont des longueurs variant entre deux ans et deux ans et demi. Le Tableau 5 reporte l'altitude des stations et les dates de début et fin des séries étudiées. La transmission de données se fait à l'aide d'une centrale d'acquisition qui traduit les basculements des deux augets en impulsion vers la Station de réception située à la DGRE via Modem et une entité de GSM. En cas de panne le réseau SYCOTRAC peut être géré à distance.

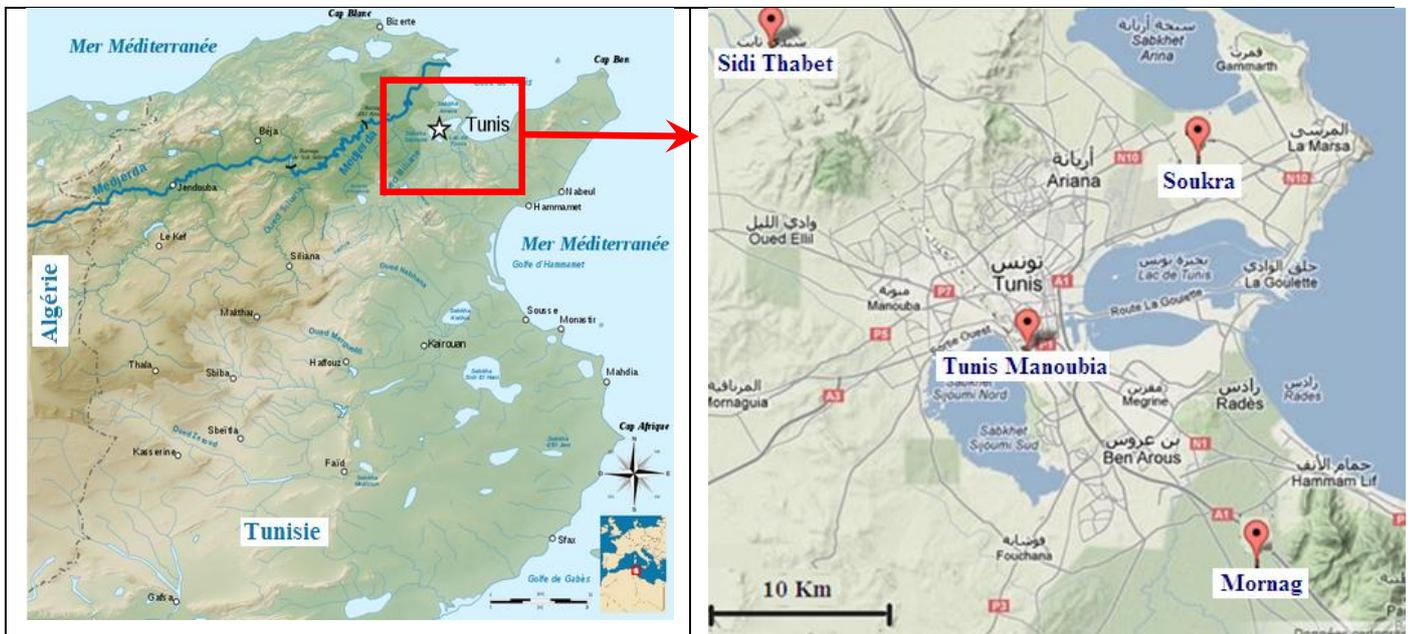
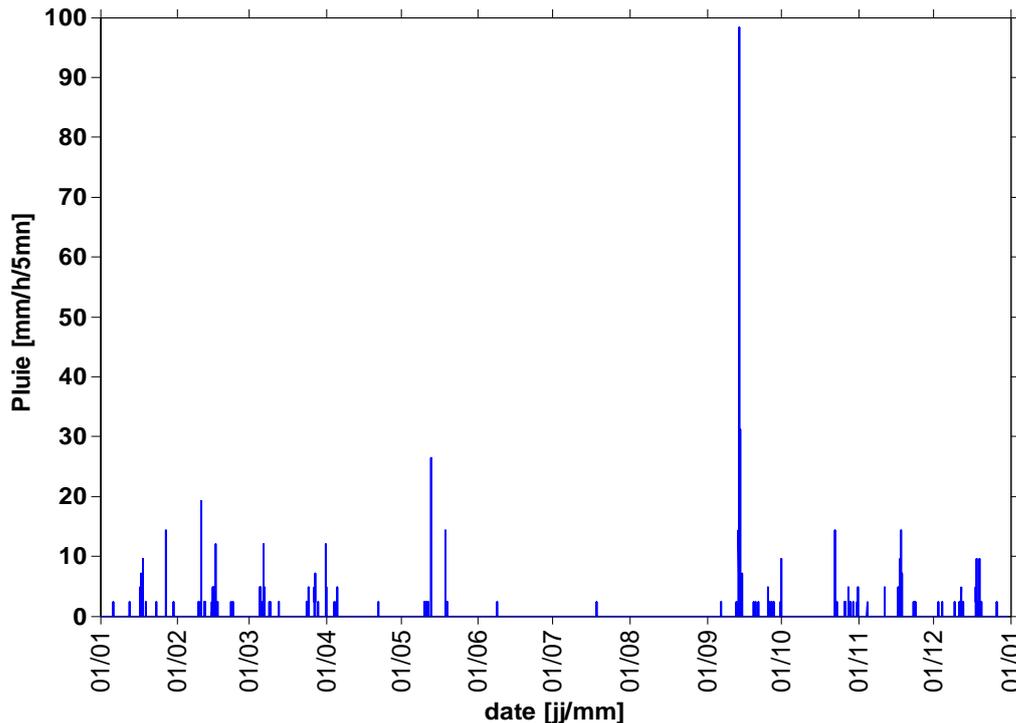


Figure 1. Localisation de la région d'étude et des stations de mesure [à gauche: [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Medjerda\\_river\\_drainage\\_basin-fr.svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Medjerda_river_drainage_basin-fr.svg); à droite : <http://www.distancity.com/en/>]

On remarque que les quatre stations sont situées dans la zone littorale, ce qui pourrait entacher la représentativité des résultats obtenus

**Tableau 5. Séries de données à résolution 5 minutes**

Station	Alt. (m)	Début	Fin
Tunis-Manoubia	66	31/12/2007	05/08/2010
Mornag	35	31/12/2007	31/07/2010
Sidi Thabet	20	31/08/2007	14/05/2010
Soukra	15	31/12/2007	23/05/2010



**Figure 2. Pluie à la résolution 5 minutes de la station de Tunis-Manoubia (année civile 2008)**

On a choisi à titre d'exemple de représenter les intensités de pluie recueillies à la station de Tunis Manoubia en année 2008 où on dispose des données à l'échelle 5 minutes (Figure 2) ainsi qu'à l'échelle journalières (voir Tableau 5 et Figure 6). Le total annuel enregistré de pluie est de 210 mm. Par la suite, c'est une année sèche. En terme d'occurrence de pluie, on remarque que la pluie est quasi-nulle pour la résolution 5 minutes avec un pourcentage de zéros qui excède 99%. Par ailleurs, sur cet exemple de l'année 2008, on observe au début de l'automne un événement d'une intensité exceptionnelle 8.2 mm/5mn enregistré le 14/09/2008 à 00h15mn (soit 98.4mm/h) et qui fait suite à plusieurs mois de sécheresse. Cette intermittence est typique et observée aux 4 stations.

Il est intéressant de souligner que le principe de la mesure par un pluviomètre à auget basculant implique que les quantités observées ne peuvent être qu'un nombre entier de basculements par pas de temps de 5 minutes. Ainsi, ce type d'appareil ne permet pas d'observer les faibles variations de la pluie (inférieures à la capacité de l'auget). En particulier, pour les événements peu intenses, il arrive que le nombre de basculements par pas de temps soit constant. L'intensité des précipitations observées est alors constante, ce qui ne traduit pas la variabilité réelle du phénomène. Cette nature quantifiée des observations cause des problèmes lorsqu'on a besoin de différencier le signal de pluie.

### II. 3. 1. 1. Etude de la variabilité des pluies à pas de temps 5 minutes

Les analyses qui vont suivre impliquent d'utiliser des séries de longueurs proportionnelles à une puissance de deux. On obtient des séries d'environ 2 années et demi pour les stations de Tunis-Manoubia, Mornag et Sidi Thabet ( $5 \cdot 2^{18}$  minutes) et d'une série d'une année et trois mois ( $2^{17} \cdot 5$  minutes) pour la station de Soukra. Les dates de début des séries correspondent aux dates de début des données disponibles. On appelle événement toute période de pluie comprise entre deux périodes de non pluie. Le Tableau 6 récapitule les caractéristiques suivantes : la longueur maximale en puissance de deux obtenue pour les séries à pas de 5 minutes, le pourcentage d'absence de pluie (% de zéros), le nombre, la durée moyenne et maximale des événements pluvieux ainsi que la durée des événements cumulés en jours, la durée moyenne et maximale des périodes sans pluie.

**Tableau 6. Caractéristiques des séries chronologiques de résolution 5 minutes**

	Tunis-Manoubia	Mornag	Soukra	Sidi-Thabet
Date début	31/12/2007 07:00	31/12/2007 07:00	31/12/2007 07:00	31/08/2007 07:00
Date de la fin	28/06/2010 09:50	28/06/2010 09:50	30/03/2009 09:25	26/02/2010 10:50
Longueur de la série (mn)	$5 \cdot 2^{18}$	$5 \cdot 2^{18}$	$5 \cdot 2^{17}$	$5 \cdot 2^{18}$
% de zéro	99.17	98.99	99.33	99.04
Nombre d'évènements	1092	1298	480	1508
Durée cumulée évènements (j)	7.5	9.1	3.0	8.8
Durée moy évènements (mn)	9.87	10.12	9.13	8.36
Durée max évènements (mn)	195	235	255	220
Durée moy périodes sans pluie (h)	19	16	14	20
Durée max périodes sans pluie (j)	74	88	124	117

On observe une bonne cohérence spatiale des caractéristiques sur l'ensemble des stations. La station de Soukra, pour laquelle la série est deux fois plus courte, présente évidemment une durée cumulée des événements et un nombre d'événements très inférieurs. Dans l'ensemble, la quasi-totalité du temps, il fait sec avec un pourcentage de zéros supérieur ou égal à 99 % pour les quatre stations. La durée moyenne des événements pluvieux est comprise entre 8 et 10 minutes et la durée minimale est 5 minutes (sans surprise, puisque c'est égal au pas de temps de la série). Le plus long événement pluvieux est observé à Soukra. Il a duré 4 heures 15 minutes le 31 Mars 2008.

La distribution statistique des durées des événements est extrêmement dissymétrique. Si on prend par exemple la station de Tunis Manoubia, pour la période de 2 ans allant de 01/01/2008 à 31/12/2009, on trouve que la classe de durée 5 minutes représente 51% des événements et la classe de durées 10 minutes représente 8.5% des événements. On trouve des résultats proches pour autres stations.

### II. 3. 2. Séries de fortes intensités de pluie

Nous disposons (i) des intensités de pluies maximales à l'échelle d'agrégation annuelle (ii) et des intensités de pluie supérieures à un seuil, pour les durées de références allant de 5 minutes à 4 heures pour quinze stations pluviographiques réparties au Nord de la Tunisie dont le Grand Tunis est un sousdomaine. Ces données proviennent de l'étude DGRE-ST2i (2007)(Figure 3). Elles ont été obtenues après dépouillement des bandes pluviographiques et des données numériques collectées par la DGRE issues respectivement des observations provenant d'enregistreurs mécaniques classiques et/ou automatiques.

D'après DGRE-ST2i (2007), le dépouillement des enregistrements pluviographiques de différentes stations a montré l'existence des périodes qui dépassent parfois des années où l'information pluviographique est totalement manquante. De fait, les années renfermant des données manquantes dépassant quelques jours n'ont pas été comptabilisées dans l'étude en question. En d'autres termes, ils n'ont utilisé que les observations pratiquement complètes, ce qui pourrait restreindre la représentativité de l'échantillon. La Figure 4, montre les périodes couvertes par les séries d'observations complètes qui se situent entre 1950 et 2000.



Figure 3. Localisation des 15 stations pour lesquelles on dispose des données d'intensité de pluie (<https://maps.google.com/maps>)

Généralement, il n'y a pas de recouvrement temporel pour les différentes stations (pas de période d'observation commune aux 15 stations). La station de Tunis Manoubia dispose de la plus longue série. Le plus court enregistrement est pour la station de Siliana (10 ans).

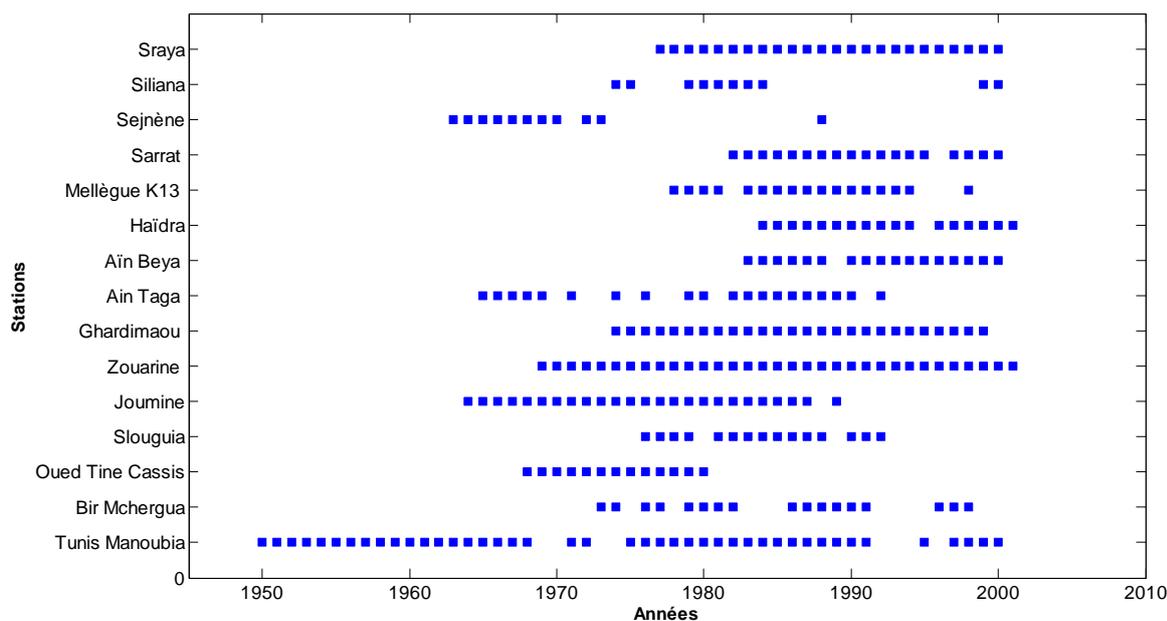


Figure 4. Période couverte par les séries disponibles aux différentes stations pluviographiques du Nord de la Tunisie

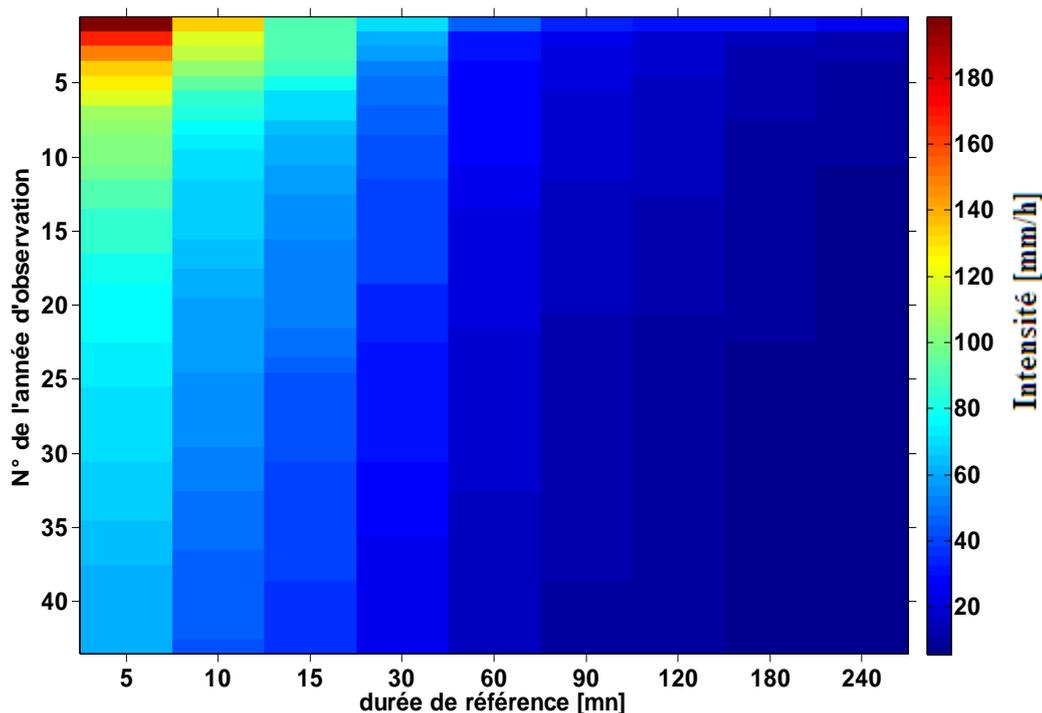


Figure 5. Intensité maximale (en mm/h) observées pour 43 années d'observations complètes pour la station pluviographique de Tunis-Manoubia (DGRE-ST2i, 2007)

En Figure 5, les durées de référence sont présentées dans un ordre croissant selon l'axe d'abscisse. Pour une colonne donnée qui correspond à une durée de référence donnée, les intensités de pluie sont triées du plus grand (en haut) au plus petit (en bas) en fonction des années. Ainsi, l'intensité de pluie diminue en allant de haut en bas et de gauche à droite pour les durées de référence croissantes (la couleur bleue foncée correspond aux faibles intensités).

### II. 3. 3. Données de pluie journalière

Les données agrégées à l'échelle journalière proviennent d'un réseau de stations pluviométriques localisées dans toute la zone du Grand Tunis. Il s'agit d'un réseau de 41 stations observées durant la période 1873 à 2012 dont les stations vont de la localité de l'Ariana au Nord à la localité Ben Arous au Sud. A l'est la zone est bordée par la mer Méditerranée et à l'ouest par le gouvernorat de Beja. Pour l'interprétation opérationnelle, la région du Grand Tunis est subdivisée en 4 sous-régions, d'après le découpage administratif : Manouba, Ariana, Tunis et Ben Arous (Figure 7). Il faut noter que parmi les 41 stations, figurent 6 stations hors région d'étude qui appartiennent à la région de Soliman du gouvernorat de Nabeul (situé à l'est du gouvernorat de Ben Arous sur la (Figure 7). Ces derniers sont adoptés pour des besoins de représentativité des cartes krigées. La station de TunisManoubia montre le plus long enregistrement d'observations journalières. Elle constitue la station la plus ancienne et parmi les mieux suivies. Elle couvre la période 1873-2009. Cette station nous servira souvent de support pour la mise en œuvre des méthodes proposées.

On dispose aussi des données journalières observées pour le réseau de stations pluviométriques du Nord de la Tunisie présenté dans la Figure 3, durant la période 1941 - 2011, de façon discontinue selon les stations.

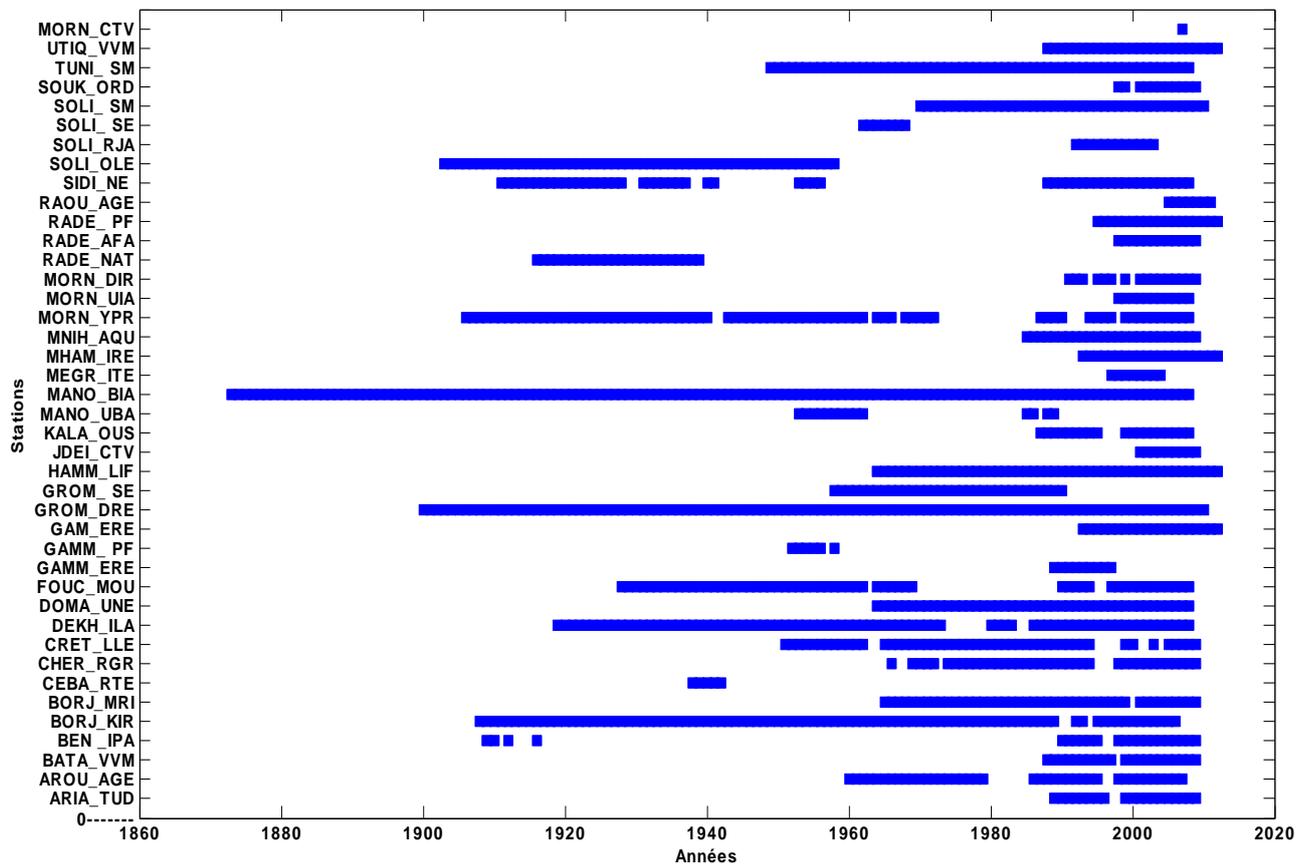


Figure 6. Période couverte par les séries disponibles aux différentes stations pluviométriques de la zone du Grand Tunis

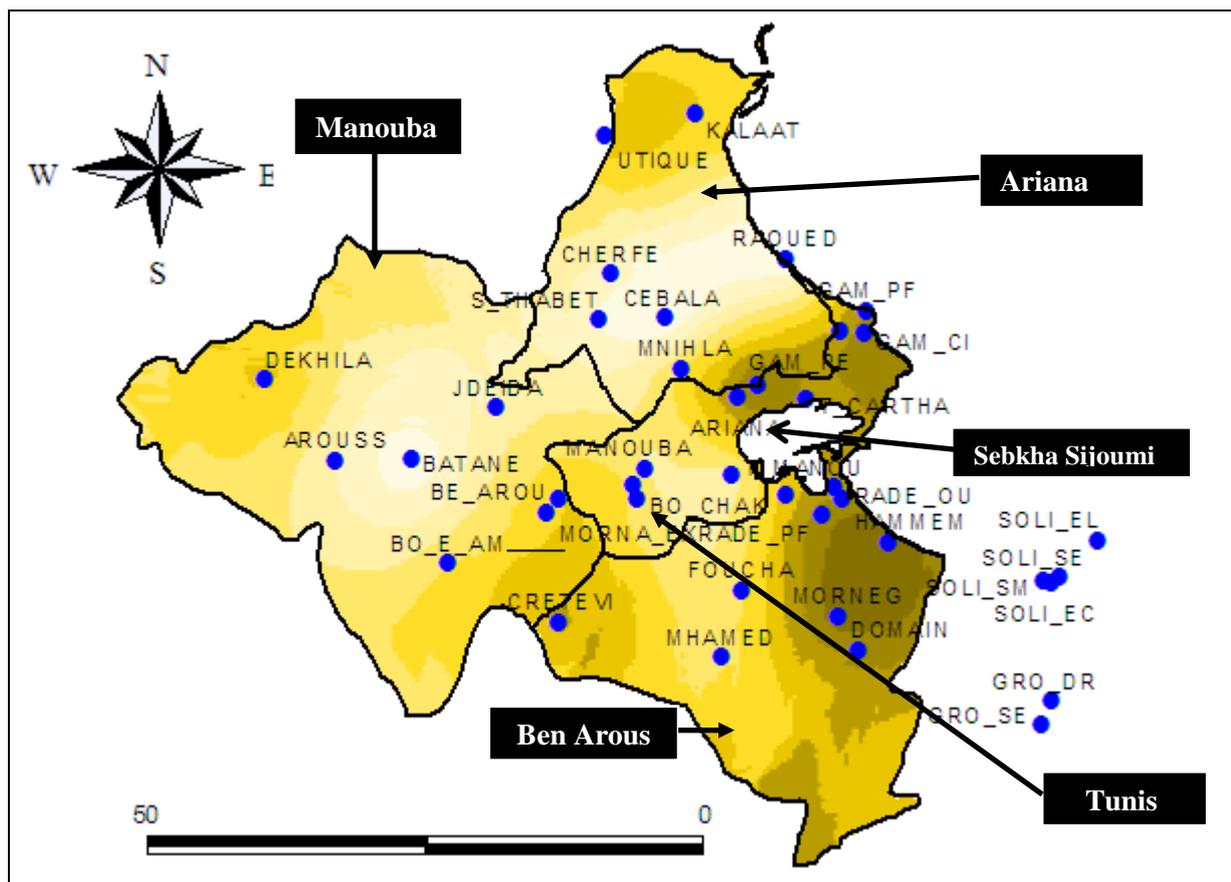


Figure 7. Cartes des Stations pluviométrique appartenant aux 3 gouvernorats du Grand Tunis

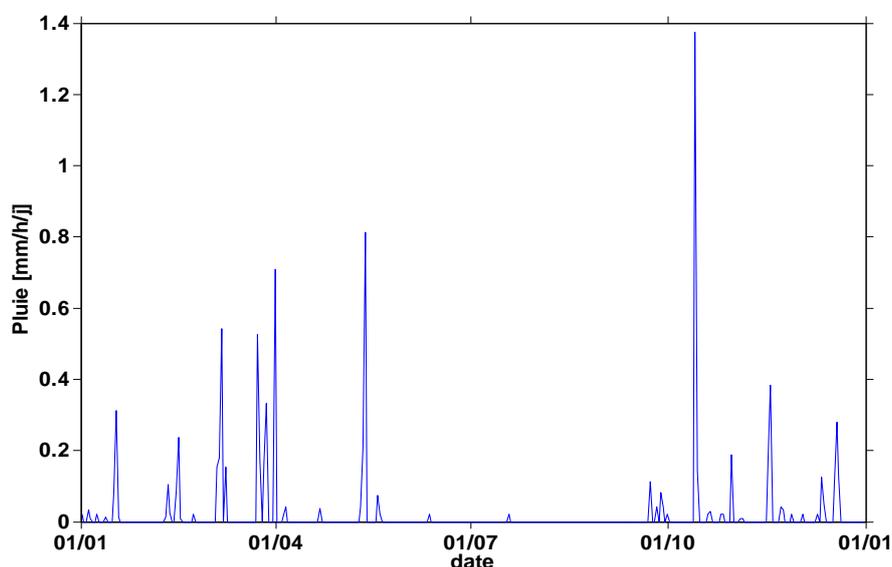


Figure 8. Intensités moyennes journalière de la station de Tunis-Manoubia (année civile 2008)

La Figure 8 présente l'intensité moyenne journalière enregistrée à la station de Tunis Manoubia pour l'année 2008 en mm/h par jour. On remarque un lissage des intensités de pluie journalière par rapport à celles à pas de temps 5 minutes enregistrée pendant la même période dans la même station (Figure 2). Le rapport d'échelle  $\lambda$  est le rapport entre la durée totale de la période d'observation et l'échelle à laquelle le phénomène est observé. Ce qui donne  $\lambda$  égale à

365 (=365/1j) dans le cas de la Figure 8.  $\lambda$  égale à 105120 (=365\*24\*60/5) dans le cas de la Figure 2. Cette dernière montre une maximum de pluie de 99 mm/ 5mn contre une valeur maximale inférieure à 1.4 mm/j dans le cas de la Figure 8ce qui fait que l'amplitude des valeurs extrêmes est de plus en plus réduite pour les échelles les plus grandes. Ainsi la pluie à des échelles grossières cache l'hétérogénéité, l'intermittence ainsi que les extrêmes des échelles les plus petits.

Il est proposé de décrire la variabilité temporelle de ces séries en se référant à l'étude de la série des pluies journalières à TunisManoubia. L'évolution mensuelle du nombre de jours pluvieux, de la pluie mensuelle ainsi que leurs écart-types sur la période allant du 1<sup>er</sup> janvier 1879 au 31 décembre 2008 sont présentées par la Figure 9. Cette dernière montre une importante concordance entre hauteur d'eau et nombre de jours de pluie. La variabilité temporelle est en effet contrôlée principalement par l'intermittence dont on cherchera par la suite à caractériser la structure par la dimension fractale de l'occurrence de pluie. D'après cette figure, les précipitations se concentrent essentiellement entre les mois de septembre et mai en un nombre limité de jours et sont quasi-nulles durant les mois d'été (juin, juillet, août). On observe un maximum prononcé en décembre et un minimum accusé en juillet. Ces résultats se comparent à ceux des travaux antérieurs de Isnard (1950, 1952) sur l'Algérie et la Tunisie. Une grande variabilité inter-annuelle est soulignée. Elle se traduit par des coefficients de variation (rapport de l'écart type à la moyenne) pouvant être assez importants. Ils sont compris entre 0.7 pour le mois de mars et 2.3 pour le mois de juillet pour les totaux pluviométriques et entre 0.5 (décembre) et 1.3 (juillet) pour le nombre mensuel de jours de pluie.

A partir de la série journalière sont également déduites les hauteurs de pluie annuelle et le nombre de jours de pluie par an sur la période allant de 01septembre1873 jusqu'à 31Août2008. Les résultats sont présentés par lesFigure 10 etFigure 11.

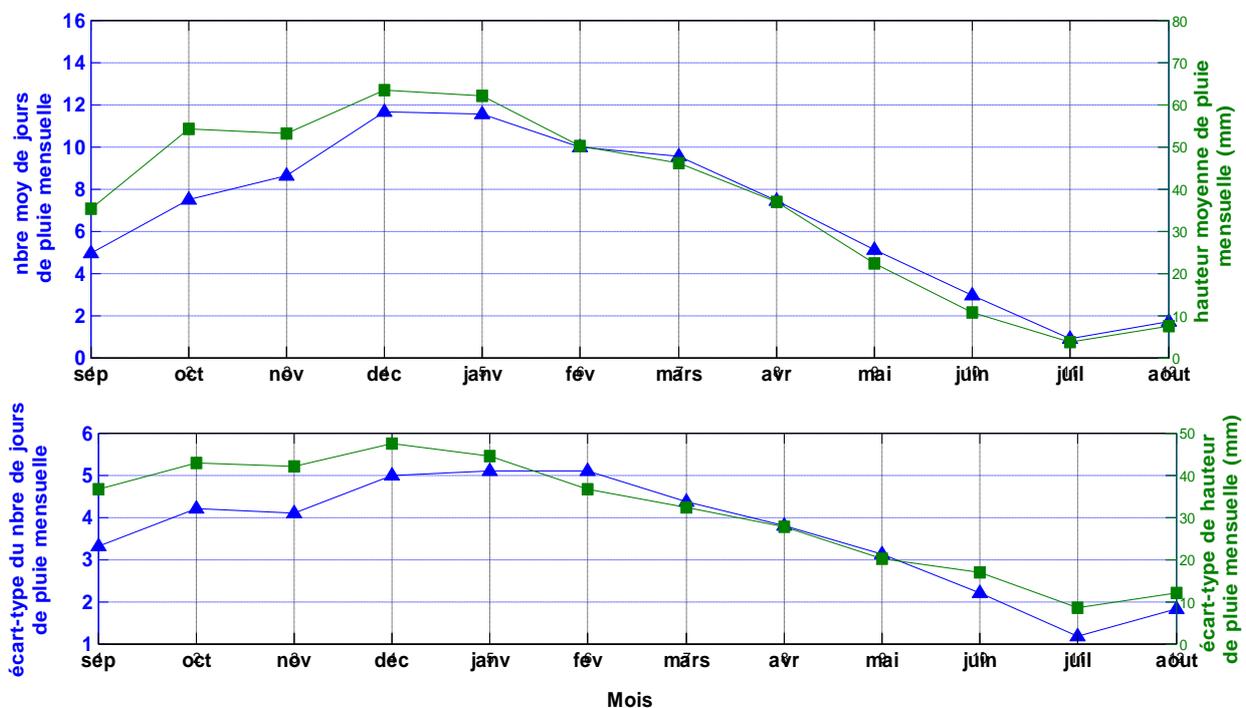


Figure 9. Courbes des hauteurs de pluie mensuelle et de nombres de jours pluvieux mensuels (carré : pluie ; triangle : nombre de jours) durant la période allant de 01-jan-1879 à 31-dec-2008 ; (a en haut) : valeur moyenne ; (b en bas) : écart type

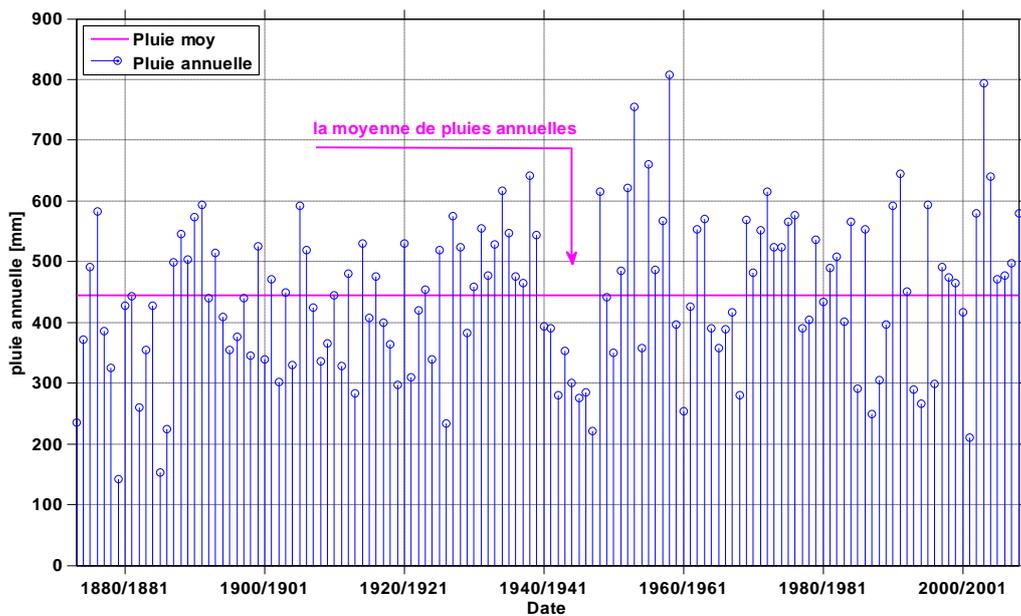


Figure 10. Pluie annuelle du 01-sep-1873 au 31-Août-2008

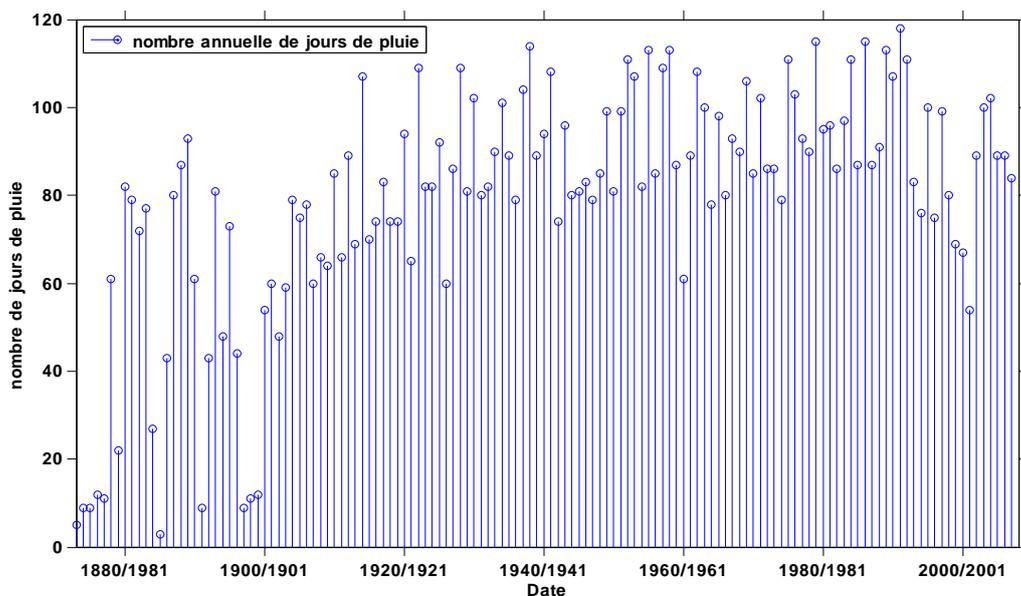
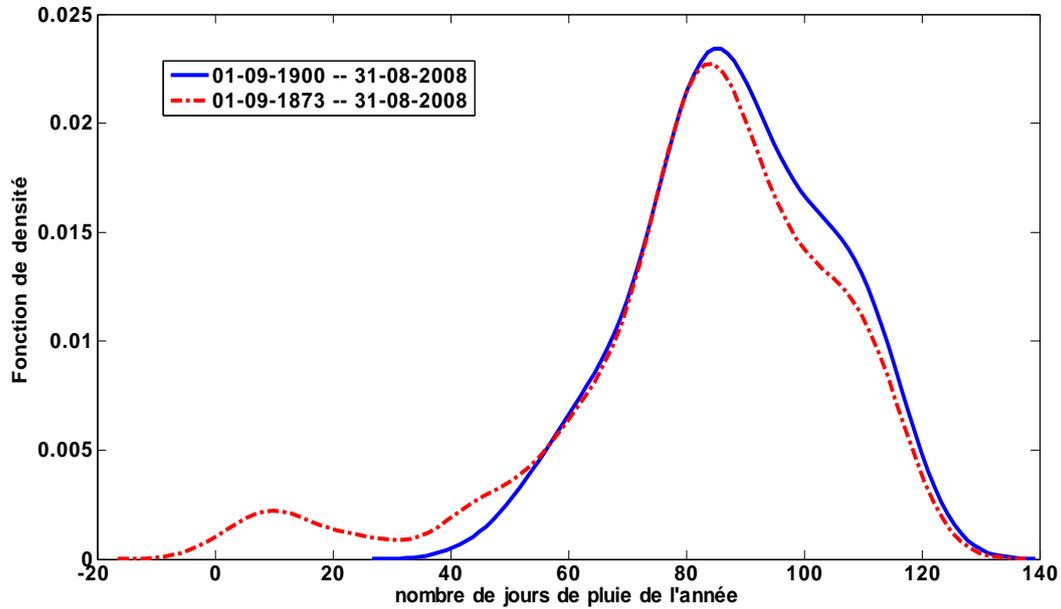


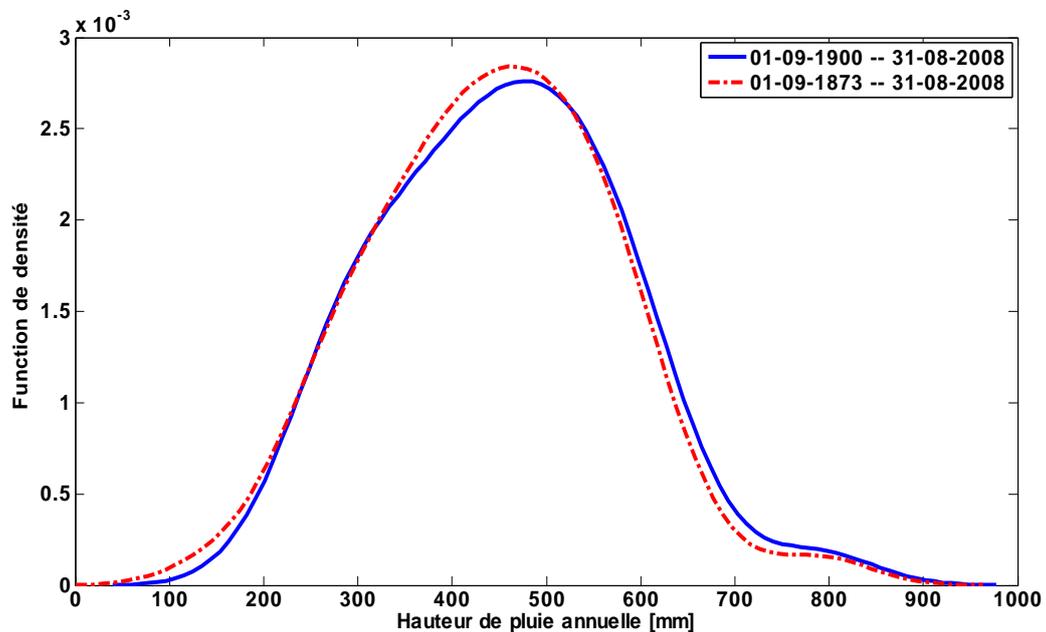
Figure 11. Nombre annuel de jours de pluie du 01-sep-1873 au 31-Août-2008

La série chronologique des pluies annuelles sur la période allant de 1<sup>er</sup> Septembre 1873 au 31 Août 2008 (Figure 10) souligne une importante variabilité interannuelle du processus de pluie. Le cumul annuel moyen à la station Tunis Manoubia sur cette période est égal à 444 mm avec un écart type de 126 mm. De même, la moyenne annuelle du nombre de jours pluvieux est de 79 jours alors que l'écart type du nombre de jours pluvieux est égal à 27 jours (Figure 12). D'autre part, on observe des années extrêmement sèches ainsi que d'autres très humides. Le total minimum de pluie est donné pour l'année 1879/1880 avec 143 mm. Cependant, comme on le verra ci-dessous, on peut mettre en doute la qualité des données collectées avant 1900. Néanmoins, on observe que des valeurs extrêmement faibles proches de 200 mm ont été observées tout au long de la période étudiée avec un minimum de hauteur de pluie de 210 mm enregistré en 2001/2002. Le maximum de 808 mm a été enregistré en 1958/1959 et plus récemment un maximum de 794 mm a été enregistré en 2003/2004. L'étude

par découpage en années civiles donne un résultat similaire à celui de la subdivision en années hydrologiques c'est-à-dire du 1<sup>er</sup> septembre au 31 août aussi bien pour l'étude de la variabilité inter annuelle (Figure 10 et Figure 11) que pour l'estimation de la densité des jours pluvieux et des hauteurs d'eau annuelles (méthode de noyau) (Silverman, 1998) représentée en Figure 12 et Figure 13.



**Figure 12. Estimation de la densité de jours pluvieux par la méthode de noyau**  
(La ligne solide : 01-sep-1873 au 31-Août-2008, la ligne alternée : 01-sep-1900 au 31-Août-2008)



**Figure 13. Estimation de la densité des hauteurs d'eau annuelles cumulées la méthode de noyau**  
(La ligne solide : 01-sep-1873 au 31-Août-2008, la ligne alternée : 01-sep-1900 au 31-Août-2008)

Pour la série journalière allant du 1<sup>er</sup> septembre 1873 au 31 Août 2008, la densité de jours pluvieux (Figure 12, trait discontinu) présente deux sous-populations. La première sous-population (la plus nombreuse) correspond aux années avec un mode autour de 84 jours de

pluie par an. La deuxième souspopulation, composée seulement de sept années (Tableau 7), admet un mode à 10 jours de pluie par an. Les années formant cette deuxième sous-population ainsi que leur total annuel sont explicitées en Tableau 7.

**Tableau 7. Années et total pluviométrique relatif à la sous population 2**

Années	Nombre de jours de pluie	Pluie annuelle (mm)
1885/86	3	152
1891/92	9	593
1897/98	9	440
1898/99	11	345
1899/90	12	525
1879/80	22	143
1884/85	27	427

On remarque que toutes les années constituant la sous population 2 (autour de 10 jours de pluie par an) sont observées avant 1900, ce qui mettrait en doute la qualité des données saisies avant 1900. Ainsi la densité de jours pluvieux, lorsque les données de la période avant 1900 sont omises (Figure 12 : trait continu), est unimodale autour de 84 jours. Concernant la distribution des hauteurs d'eau annuelles cumulées (Figure 13), on n'observe pas de comportement spécifique pour la série incluant les années avant 1900. Les deux densités de probabilité obtenues sont unimodales. Ceci laisse deux hypothèses : soit que pour les années avant 1900 les relevés de précipitation n'étaient pas effectués quotidiennement mais moins souvent d'où une surévaluation du nombre de jours sans pluie qui correspond en réalité à des données manquantes. Soit que réellement, le nombre de jours de pluie durant cette période était plus faible. Dans la première hypothèse, si les relevés ont lieu avec des lacunes, ceci n'affecte pas nécessairement la hauteur d'eau cumulée sur des échelles supérieures à quelques jours. De là, des études du support de la pluie pour ce qui est des échelles supérieures à une semaine pourront être réalisées à partir de ces données. Dans la suite, les données collectées entre 1873 et 1900 ne seront cependant pas utilisées, sauf pour l'étude des échelles temporelles supérieures à une semaine.

## II. 4. Conclusion

La région d'étude comprend un rayon de 30 km autour de la capitale Tunis. Nous y disposons de deux réseaux : un réseau pluviographique composé de quatre stations à la résolution 5 minutes avec des séries de 2 ans à 2.5 ans et d'un réseau pluviométrique de 41 stations avec des séries allant de 1 à 136 ans. A une échelle spatiale plus grande, considérant le Nord de la Tunisie, nous disposons d'un réseau de pluviographes de 15 stations, avec un dépouillement à des résolutions temporelles entre 5 minutes et 4 heures. Les séries sont de 10 à 43 ans. L'ensemble de ces investigations souligne que le processus de pluie journalière, jugé représenté par la station Tunis Manoubia, admet une forte variabilité à toutes les échelles temporelles (5 minutes, unjour, un mois, une année) et une forte intermittence du processus à la résolution 5 minutes.

---

## CHAPITRE III. CONTEXTE THEORIQUE

---

Ce chapitre a pour objectif la présentation des notions théoriques utilisées dans le cadre de ce travail et les principaux résultats de la littérature. Le but de ce travail est d'estimer les courbes IDF et IDAF, en rapport avec les propriétés d'invariance d'échelles et des propriétés multifractales du processus de pluie. Il y a deux façons de procéder: soit partir du formalisme IDF et IDAF, soit partir du formalisme des propriétés d'invariance d'échelle pour en arriver à l'élaboration des courbes IDF et IDAF. Dans le premier cas, l'aspect opérationnel est privilégié mais aussi le point de vue chronologique car le concept d'IDF a été proposé en 1931 alors que la notion d'objet fractal a été proposée par Mandelbrot en 1975. Dans le second cas, l'aspect processus physique est privilégié et, par le biais de l'agrégation temporelle, on peut aboutir au formalisme IDF et IDAF. Cependant, étant donné que notre point de départ est la contribution à la régionalisation des courbes IDF en Tunisie en utilisant plus de "physique", la revue portera successivement sur l'estimation des courbes IDF et IDAF puis sur le développement de la théorie des fractales et des multifractales. Nous nous intéresserons également aux travaux antérieurs ayant étudié la question de la formalisation des courbes IDF et IDAF dans un contexte multifractal. Cependant, étant donné que le point de départ des courbes IDF est l'analyse statistique fréquentielle appliquée à l'estimation des maximas d'intensités et de pluies journalières, nous commencerons par un rappel sur la théorie des valeurs extrêmes.

### III. 1. Théorie des valeurs extrêmes

L'intensité de pluie pour une durée ou une résolution donnée est modélisée par une variable aléatoire  $X$ . Etant données  $n$  variables aléatoires  $X_1, \dots, X_n$  indépendantes et identiquement distribuées de fonction de répartition  $F$  définie par :

$$F(x) = \Pr(X \leq x) \quad \text{Équation 1}$$

Une manière simple d'étudier le comportement des événements extrêmes est de considérer la variable aléatoire (Coles, 2001):

$$M_n = \max\{X_1, X_2, X, \dots, X_n\} \quad \text{Équation 2}$$

$M_n$  représente la plus grande intensité observée sur les  $n$  intensités observées  $X_1, X_2, \dots, X_n$ . Nous adopterons la convention que l'intensité est un nombre positif. Comme les variables aléatoires sont indépendantes et identiquement distribuées, on obtient :

$$\Pr\{M_n \leq x\} = \Pr\{X_1 \leq x, \dots, X_n \leq x\} = [F(x)]^n \quad \text{Équation 3}$$

La difficulté provient du fait que l'on ne connaît pas en général la fonction de répartition  $F$ . C'est la raison pour laquelle on s'intéresse au comportement asymptotique de la variable aléatoire  $M_n$  convenablement normalisée. Ainsi en identifiant la famille de lois vers laquelle  $M_n$  va converger, on pourra remplacer  $F$  par cette dernière pour des grandes valeurs de  $n$ . Pour caractériser cette loi de distribution des extrêmes, nous allons recourir au Théorème de **Fisher-Tippet**.

### III. 1. 1. Théorème limite de Fisher-Tippet

Ce théorème permet de caractériser la loi de distribution des extrêmes. Avant de l'énoncer on va définir des classes d'équivalences sur l'ensemble des fonctions de répartition (sur les distributions des probabilités). Soit deux distributions  $F$  et  $F^*$ , elles sont dites de même type si (Coles, 2001):

$$\exists a, b \in \mathfrak{R}, \quad F^*(ax + b) = F(x) \quad \text{Équation 4}$$

Le théorème de Fisher-Tippet est comme suit :

Supposons  $n$  variables aléatoires  $(X_1, \dots, X_n)$  indépendantes et de même loi de distribution  $F$ . S'il existe des constantes  $a_n > 0$  et  $b_n$  et une distribution limite non dégénérée  $G$  telles que :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Pr \left\{ \frac{M_n - b_n}{a_n} \leq x \right\} = G(x) \quad \text{Équation 5}$$

alors  $G$  appartient à l'un des trois types suivants (I, II, ou III)

Type I :	Gumbel	$G(x) = \exp(-\exp(-x))$	$\forall x \in \mathfrak{R}$	Équation 6
Type II:	Fréchet	$G(x) = \begin{cases} 0 \\ G(x) = \exp(-x^{-\alpha}) \end{cases}$	$\begin{matrix} si \ x \leq 0 \\ \forall x > 0, \alpha > 0 \end{matrix}$	Équation 7
Type III :	Weibull	$G(x) = \begin{cases} \exp(-(-x)^{-\alpha}) \\ 1 \end{cases}$	$\begin{matrix} si \ x > 0, \alpha > 0 \\ si \ x > 0 \end{matrix}$	Équation 8

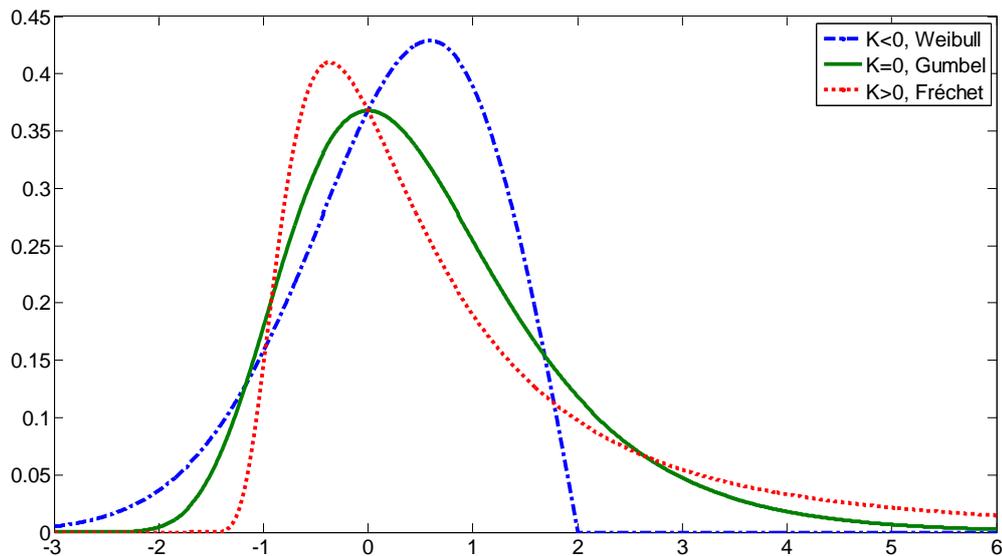
Le théorème de Fisher-Tippet est le pendant du Théorème Central Limite (TCL) dans le cas d'événements extrêmes. Mais dans ce cas, contrairement au *TCL* où la loi normale est la seule possible, trois types de lois limites sont possibles. Ces trois familles peuvent être réunies au sein d'une fonction de répartition plus générale, appelée loi des valeurs extrêmes généralisée (*GEV* : Generalized Extreme Value) définie ainsi (Coles, 2001):

$$G(x) = \begin{cases} \exp \left[ - \left( 1 - \kappa \frac{x - \mu}{\sigma} \right)_+^{1/\kappa} \right], & \kappa \neq 0 \\ \exp \left[ - \exp \left( - \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right], & \kappa = 0 \end{cases} \quad \text{Équation 9}$$

Le paramètre  $\kappa$  contrôle la forme de la queue de  $G(x)$ . Il est appelé indice des valeurs extrêmes.  $\mu$  est le paramètre de localisation.  $\sigma$  est le paramètre de dispersion. Dans le cas de la distribution de Gumbel où  $\kappa=0$ ,  $\sigma$  est connue sous le nom 'gradex'. En liaison avec  $\kappa$ , des ensembles des lois  $F(x)$ , pour lesquelles le maximum normalisé suit asymptotiquement la loi  $G$ , sont définis:

<sup>4</sup>C'est-à-dire qu'il n'existe aucune relation affine presque sûre entre les composantes du vecteur aléatoire. En d'autres termes, la distribution est non concentrée en un point.

- $\kappa = 0$  correspond au domaine d'attraction de Gumbel pour lequel  $X$  présente une décroissance de type exponentiel comme la loi normale, la loi exponentielle, la loi gamma, et la loi Log-normale (Coles, 2001).
- $\kappa < 0$  correspond au domaine d'attraction de Fréchet qui donne une probabilité plus importante de valeur extrêmes que la loi de Gumbel, soit une loi de  $X$  non bornée à queue épaisse (loi de Cauchy, Pareto, log-gamma, Student,  $\alpha$ -stable)
- $\kappa > 0$  correspond au domaine d'attraction de Weibull, lois de  $X$  bornées à droite, uniforme ou Beta par exemple.



**Figure 14.** La densité de la distribution de la loi GEV. Les courbes en trait discontinu (grands pointillés), trait continu et trait (petits pointillés) en rouge correspondent respectivement aux densités de la loi des valeurs extrêmes d'indices  $\kappa = -0.5$ ,  $\kappa = 0$  et  $\kappa = 0.5$

La distribution GEV implique trois types de distribution des maxima: exponentielle (GEV-I), queue hyperbolique (GEV-II), et maxima délimitée (GEV-III). Le grand intérêt de ces fonctions de répartition est qu'il est facile d'en déduire les quantiles analytiquement (Lang et Lavabre, 2007). En effet, par définition un quantiles  $q_p$  vérifie  $F(q_p)=p$ , soit  $q_p=F^{-1}(p)$ . Ce qui permet d'obtenir aisément les fonctions d'estimation des quantiles qui se présentent sous la forme:

$$q_p = \begin{cases} \mu + \frac{\sigma}{\kappa} \left[ 1 - (-\ln(p))^\kappa \right], & \kappa \neq 0 \\ \mu - \sigma \ln[-\ln(p)] & , \kappa = 0 \end{cases} \quad \text{Équation 10}$$

### III. 1. 2. Mode de l'échantillonnage :

D'après Coles (2001), il existe deux méthodes d'échantillonnage : (1) la Méthode d'analyse des maxima par blocs (en anglais: Block Maxima, noté BM) et (2) la Méthode d'excès de seuil (en anglais : Peaks Over Threshold, noté POT).

#### III. 1. 2. 1. La Méthode d'analyse des maxima par blocs

La méthode d'analyse des maxima par blocs est l'approche la plus connue pour la modélisation des précipitations extrêmes ponctuelles. Elle consiste en l'extraction de la valeur

maximale d'une fenêtre (bloc) de taille fixe (Figure 15). Le plus souvent le bloc ou la fenêtre est pris(e) égale à une année, ce qui est connue dans la littérature sous le nom AMS (Annual Maximum Series).

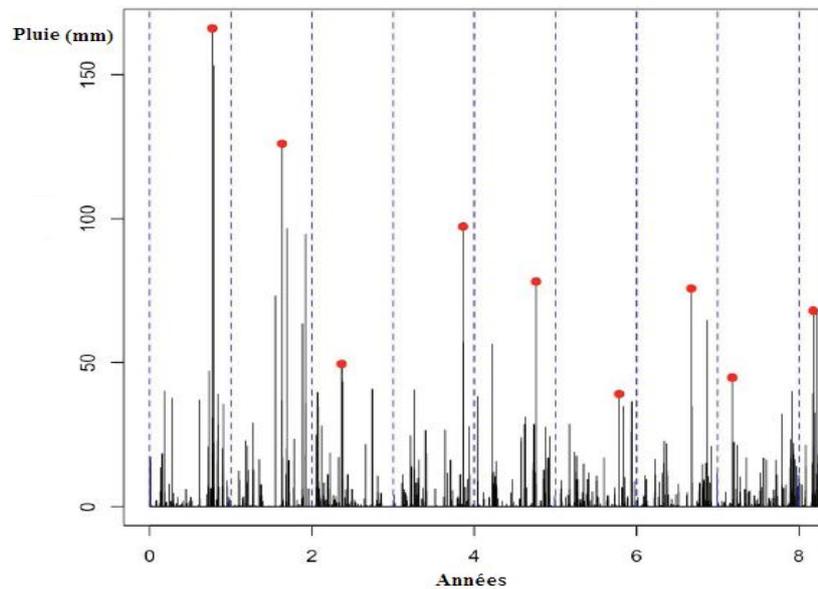


Figure 15. Sélection d'un maximum par bloc (les lignes pointillées verticales définissent les blocs)(reprise de Ceresetti, 2011)

### III. 1. 2. 2. Méthode de dépassement de seuil (POT)

La méthode d'analyse des maxima par année représente une perte d'information car certaines années peuvent contenir plusieurs extrêmes, et d'autres des extrêmes faible. Dans ce cas on ne tient pas compte de toutes les valeurs extrêmes. La méthode des excès au-delà d'un seuil (POT) consiste à sélectionner toutes les valeurs des réalisations qui excèdent un certain seuil suffisamment élevé (Figure 16). Cette méthode a été initialement développée en 1975 par Pickands (Benlagha et al., 2009).

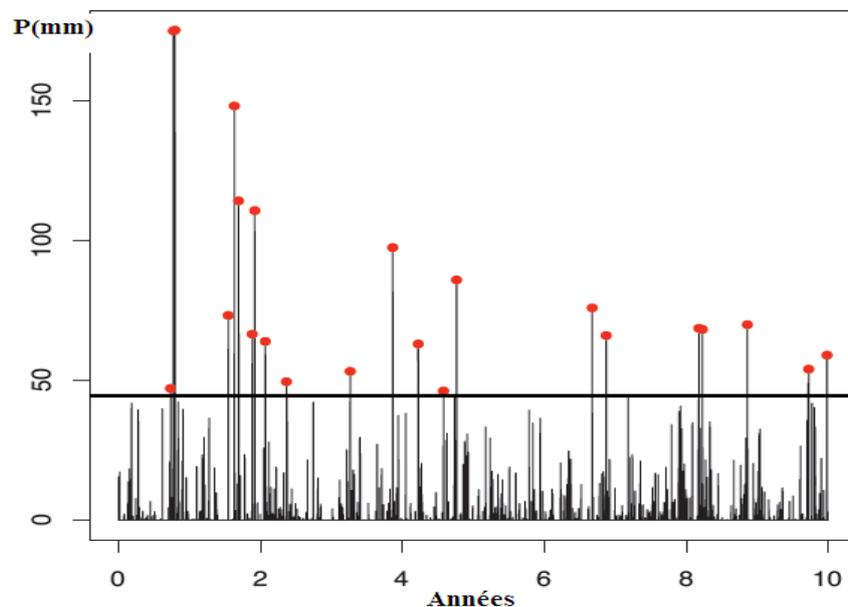


Figure 16. Sélection de données supérieures à un seuil et séparés par un intervalle de 100 h (reprise de Ceresetti 2011)

### III. 1. 3. Le théorème de Pickands-Balkema-de Haan

Le théorème de Pickands-Balkema-de Haan donne la forme de la loi limite pour les valeurs extrêmes correspondant aux excès au-delà d'un seuil.

Soit une fonction de répartition  $F(x)$  de la variable  $X$  on définit la loi conditionnelle des excès  $F_u$  pour  $y > 0$  par

$$F_u(y) = \Pr(X - u \leq y / X > u) = \frac{F(u + y) - F(u)}{1 - F(u)} \quad \text{Équation 11}$$

Sous certaines conditions de convergence, la loi limite pour  $u$  suffisamment grand est la loi de Pareto Généralisée (GPD) :

$$G(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\kappa y}{\tilde{\sigma}}\right)^{-1/\kappa}, & \kappa \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{y}{\tilde{\sigma}}\right), & \kappa = 0 \end{cases} \quad \text{Équation 12}$$

avec  $y > 0$  et  $\left(1 + \frac{\kappa y}{\tilde{\sigma}}\right) > 0, y = x - u ; \tilde{\sigma} = \sigma + \kappa(u - \mu)$  si  $\kappa \neq 0$

Ce théorème montre l'existence d'une relation étroite entre la GPD et la GEV. Pickands (1975) a montré que pour n'importe quelle loi  $F$ , l'approximation GPD n'est vérifiée que s'il existe des constantes de normalisation et une loi non dégénérée tel que le résultat donné par l'Équation 5 est vérifié. Dans ce cas, l'indice des valeurs extrêmes  $\kappa$  est identique au paramètre de forme de la loi GEV correspondante. De l'expression de la fonction de répartition ci-dessus on peut déduire

$$\Pr(X > x / X > u) = \left(1 + \frac{\kappa y}{\tilde{\sigma}}\right)^{-1/\kappa} \quad \text{Équation 13}$$

et donc  $\Pr(X > x) = \Pr(X > u) \left(1 + \frac{\kappa y}{\tilde{\sigma}}\right)^{-1/\kappa}$

Ce qui permet également d'obtenir aisément les fonctions d'estimation des quantiles si on estime  $P(X > u)$  par la fréquence relative des observations au-dessus de  $u$ :

$$q_p = \begin{cases} u + \frac{\sigma}{\kappa} \left[1 - (1 - p)^{-\frac{1}{\kappa}}\right], & \kappa \neq 0 \\ u + \sigma \ln(1 - p) & , \quad \kappa = 0 \end{cases} \quad \text{Équation 14}$$

Dans la pratique on calcule les quantiles (Équations 10 et 14) en remplaçant les paramètres par leurs estimateurs. Les méthodes d'estimation des paramètres les plus utilisées sont généralement la méthode du maximum de vraisemblance (Smith, 1987, Coles 2001), la méthode des moments, la méthode des moments pondérés, la méthode des L-moments. La méthode des moments 'classique' présente un certain nombre d'inconvénients. Selon Perreault et Bobée (1992), les moments d'ordre élevés vont être très influencés par les données éloignées de la moyenne surtout si l'échantillon est de petite taille. La méthode des moments pondérés (PWM) introduite par Greenwood et al., (1979) est fortement recommandée par

Hosking et al. (1985) et Hosking et Wallis (1987). Cette méthode est similaire à la méthode des moments ‘classique’ mais à partir d’une définition des moments différente. Cette définition tient compte des rangs des observations ce qui permet de pondérer les données par leur probabilité :

$$M_{l,j,k} = E \left[ x^l F^j(x) (1 - F(x))^k \right] \quad \text{Équation 15}$$

pour  $j=k=0$  on retombe sur les moments classiques. En pratique on utilise  $M_{l,j,0}$  et  $M_{l,0,k}$

La méthode des L-moments est une combinaison linéaire des moments PWM. D’autres méthodes ont été également proposées à savoir l’estimateur du maximum de vraisemblance quasi-bayésien ainsi que la méthode ‘mixed L-Moments : Maximum Likelihood’, qui sont destinées à résoudre le problème de divergence des méthodes numériques (El Adlouni et Ouarda 2008). On peut citer également la méthode du maximum d’entropie qui a été proposée par Singh et Guo (1995) pour estimer les trois paramètres de la loi de Pareto généralisée.

D’après Kottegoda et Rosso (1997), les maxima de précipitations suivent généralement soit la distribution GEV-I (Gumbel) ou GEV-II (Fréchet), ceci en fonction de la décroissance de la distribution de probabilité. En d’autres termes, cela dépend de la queue de la distribution qui peut être soit exponentielle soit hyperbolique, sachant que les queues hyperboliques sont plus épaisses que les exponentielles. Les précipitations journalières maximales sont souvent modélisées par des distributions de Gumbel (Gumbel, 1958; Koutsoyiannis et al, 1998). Cependant les queues de distribution des maxima intra-journaliers sont systématiquement plus lourdes que prévu par le modèle de Gumbel (Bernard-Michel et al., 2008). Il appartient au domaine d’attraction Fréchet (Bernard-Michel et al., 2008, Ceresetti et al., 2010).

Le fait de modéliser les maxima journaliers de façon différente des maxima intra-journaliers est en contradiction avec la nécessaire continuité du comportement des précipitations (moyenne, variance, quantiles) surtout s’ils appartiennent à la même gamme d’invariance d’échelle. Ceresetti et al., (2010) avancent cette explication : l’augmentation de la période d’accumulation fait diminuer le nombre d’observations annuellement et par la suite le nombre d’échantillons hyperboliquement distribués sera réduit d’où la nécessité d’une très longue série d’observation journalière.

Dans leur travail, Hubert et Bendjoudi (1996) ont trouvé que la probabilité au dépassement résultant de l’ajustement à une loi normale des données empiriques de 4 longues séries pluviométriques annuelles (de 130 ans à 266 ans) est proche à la probabilité au dépassement empirique d’un seuil jusqu’à une probabilité au dépassement de l’ordre de 0.05. Au-delà de cette probabilité, ils ont noté un écartement des points représentatifs des probabilités empiriques du dépassement de la probabilité théorique. Ceci me en défaut l’adéquation de cette loi pour les extrêmes. Dans leur cas d’étude, ils ont montré qu’une année millénale selon la loi normale n’est plus que centennale selon une loi à décroissance hyperbolique. Dans ce cas, il vaut mieux utiliser la loi de Pareto qui reproduit le comportement hyperbolique, au lieu d’utiliser une loi à décroissance exponentielle pour écarter par la suite les horsains (valeurs singulières) qui sont finalement les individus les plus intéressants auxquels on s’intéresse dès le départ (Hubert et Bendjoudi, 1996 ; Hubert, 2005). En fait, le premier qui a proposé la loi de Pareto pour modéliser les risques était Mandelbrot vers les années 60. C’était dans le cadre de l’analyse des queues de distributions des rendements des actifs financiers. Il a mis en évidence en utilisant les lois de Pareto, un nouveau modèle de variation des prix basés sur les lois ‘ $\alpha$  stables’ (Mandelbrot, 1963).

D'après Pandey et al., (1998), malgré l'abondance des fonctions de distributions et la sophistication mathématique croissante, la sélection d'un modèle ou d'un autre n'est pas basée sur des principes physiques. Ils considèrent avec Hubert et al., (1993) que l'approche multifractale peut fournir un cadre théorique solide pour décrire la variabilité des extrêmes à travers les échelles ou le pas d'échantillonnage de plusieurs processus géophysique y compris la pluie. En particulier, le modèle de cascades multiplicative reproduit les caractères multifractals du champ de pluie sur de grandes gammes d'échelles spatio-temporelles (Bernardara et al., 2007).

### III. 2. Courbes IDF et IDAF

La courbe IDF (Réméniéras, 1980) est une relation entre l'intensité moyenne maximale  $i$  (mesurée en mm/h) de pluie (mesurée en mm/h), la durée de référence ou résolution (ou durée d'agrégation)  $d$  de cette pluie (mesurée en minutes) et la période de retour de l'événement pluvieux  $T$  (mesurée en années) ( $T=1/p$ ) :  $i = f(T, d)$ , où  $p$  est la probabilité de dépassement annuelle. Les relations entre l'intensité, la durée et la fréquence d'apparition des pluies sont étudiées statistiquement et reportées selon des courbes caractéristiques appelées les courbes IDF.

Généralement les courbes IDF sont établies sur la base de l'analyse fréquentielle des précipitations enregistrées à une station au cours d'une longue période. Elles sont estimées en utilisant les maxima annuels de la série (AMS) ou les valeurs excédant un seuil suffisamment haut (POT) pour les différentes durées étudiées séparément. Une loi de distribution statistique théorique est ajustée à la loi de distribution empirique déduite de la série d'observations. La procédure repose sur 3 étapes qui sont rappelées dans Hingray et al. (2009). Pour chaque durée de référence on détermine :

- la série des valeurs de la variable à analyser (AMS, POT),
- le modèle fréquentiel (loi GEV, GPD, ...) le plus approprié pour modéliser les valeurs obtenues,
- les paramètres du modèle (estimés par maximum par vraisemblance, méthode des moments ou autres)

Les courbes IDF sont ensuite élaborées en déterminant les quantiles correspondants aux différentes périodes de retour pour chacune des durées de référence et en synthétisant ces résultats.

En 1975, suite à la recommandation du 'National Environmental Research Council' (NERC), la loi GEV, introduite par Fisher et Tippett en 1928, et généralisée par Jenkinson en 1955, a été recommandée pour réaliser l'ajustement statistique des séries d'intensités maximales pour différents pas de temps.

On trouve un historique de l'élaboration des courbes IDF dans Goel et Sarkar (2007) selon lequel l'établissement des courbes IDF remonte aux années 1930. En effet, Sherman en 1931 a développé une relation empirique de la forme suivante (Goel et Sarkar 2007):

$$I = \frac{KT^c}{(d + \theta)^b} \quad \text{Équation 16}$$

Où  $K$ ,  $c$ ,  $b$ , et  $\theta$  sont des constantes dépendant de la situation géographique,  $I$  est l'intensité sur la durée de référence  $d$  et de période de retour  $T$ . Il s'agit de la forme la plus commune de relation IDF, qui est encore largement utilisée. Juste après, en 1932, Bernard a développé une relation empirique de la forme suivante (Goel et Sarkar, 2007):

$$I_d^T = \frac{KT^c}{d^b} \quad \text{Équation 17}$$

Où  $K$ ,  $c$  et  $b$  sont des constantes qui dépendent de la situation géographique. Selon Goel et Sarkar (2007), Bilham (1935) a établi les relations IDF pour le Royaume Uni. Ce dernier travail a été modifié par Holland (1967) qui a montré que l'équation de Bilham surestime les pluies de forte intensité. Depuis les années 1960, différentes formes de relations ont été construites dans plusieurs régions du monde. Bell (1969) et Chen (1983) ont obtenu une formulation d'IDF pour les États-Unis. Baghirathan et Shaw (1978), Gert et al. (1987) et Niemczynowicz (1982) ont développé des formules IDF pour les sites non jaugés. Plus récemment, Sivapalan et Bloeschl (1998) ont proposé une méthode de construction de courbes IDF caractéristique du bassin versant, appelé 'catchment IDF', basée sur la structure de corrélation spatiale des précipitations. La méthodologie consiste à l'agrégation surfacique des précipitations ponctuelle et la transformation de la distribution des précipitations surfaciques moyennes selon la distribution des valeurs extrêmes correspondantes suivant la loi de Gumbel. Pour appliquer cette méthodologie les éléments d'information suivants sont nécessaires à savoir (a) les courbes IDF ponctuelles du régime des précipitations étudié qui suivent une distribution de Gumbel, (b) la structure de corrélation spatiale du processus de précipitations et (c) la superficie du bassin versant.

Koutsoyiannis et al., (1998) a proposé une formulation empirique généralisée des courbes IDF après avoir étudié plusieurs distributions statistiques appropriées fonctions (Gumbel, Gamma, GEV, Log-Pearson III, Log-normale, exponentielle, Pareto, etc) :

$$I_d^T = \frac{a(T)}{(d + \theta)^b} \quad \text{Équation 18}$$

où  $\theta$  et  $b$  sont des paramètres à estimer ( $\theta > 0$ ,  $0 < b < 1$ ) et  $a(T)$  peut prendre une des deux formes suivantes :  $a(T) = v + h \cdot \ln(T)$  ou  $a(T) = KT^c$ . La dernière relation correspond à Bernard (1932). Cette relation facilite la description de la variabilité géographique lors de la régionalisation des courbes IDF. D'après Koutsoyiannis et al., (1998) la relation IDF peut être complètement déterminée à partir de la fonction de répartition des intensités maximales.

Les courbes IDF peuvent être décrites par des formules de calcul plus simples particulièrement la formule de Montana et la formule Américaine que nous utiliserons ultérieurement et qui sont un cas particulier de l'Équation 18 ( $\theta=0$ ). La formule de Montana est la plus utilisée. Elle est de la forme :

$$I_d^T = a_T \times d^{-b_T} \quad \text{Équation 19}$$

avec  $a$  et  $b$  des coefficients locaux (dépendant du site d'observation). D'après Arnaud et Lavabre (2010), le coefficient  $a$  est 'absolu', il permet de situer les lois de Montana en valeurs absolues ;  $b$  est un paramètre de pente. D'après Zahar, (1997),  $b$  décrit la variation des averses en fonction des durées et il est faible pour les brèves averses.

La formule Américaine introduit un paramètre supplémentaire par rapport à la formule de Montana. Elle s'écrit sous la forme d'une fonction à 2 variables séparés une fonction de la durée et une fonction de la période de retour :

$$I_d^T = a_T \times d^{-b} \times T^c \quad \text{Équation 20}$$

où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des constantes.

La littérature propose plusieurs expressions analytiques des courbes IDF caractérisées par un nombre variable de paramètres (Cunnane, 1988, Haktanir, 1992, Pandey et al., 1998, García-Marín et al., 2012). D'après Di Baldassarre et al., (2006 a,b), l'augmentation

Le nombre de paramètres de la loi de probabilité nous permet de mieux ajuster les quantiles de pluie mais au détriment de la précision.

### III. 2. 1. Revue sur l'étude des averses et courbes IDF en Tunisie

Ce paragraphe est, en partie, une reprise du papier de Thirriot et al., (1981), qui a donné une revue sur l'étude des averses en Tunisie. En effet, Bonenfant, en 1935, était le premier qui a élaboré des courbes empiriques des averses en Tunisie de la station de Tunis Manoubia pour la période d'étude allant de 1901 à 1934. Puis, en 1953, Montmarin a proposé la forme suivante  $I=A/(B+t)$  (forme correspondant à l'Équation 16 avec les constantes  $c=0$  et  $b=1$ ) pour les intensités à durées de références inférieures à 20 mn. Ensuite, Cormary (Thirriot et al., 1981) a établi des courbes IDF pour 46 stations de la Tunisie en 1964. Il a estimé les intensités maximales moyennes de durée 1 heure à 24 heures et de période de retour 2 ans. Puis il a établi une formule de proportionnalité entre les données journalières pour différentes périodes de retour  $I_{24h}^T$  et celles pour une période retour de 2 ans  $I_{24h}^{2ans}$  :

$$I_d^T = \frac{I_{24h}^T}{I_{24h}^{2ans}} \cdot I_d^{2ans} \quad \text{Équation 21}$$

L'Équation 21, montre un effet d'échelle traduit par (i) le rapport des intensités maximales pour la même période (2 ans) de retour et des durées de références différents (24 h et  $d$ ) ; (ii) le rapport de quantiles pour la durée de référence (24 heures) et différentes période de retour (2 ans et  $T$ ). En 1971, Boussabah, a repris l'étude de Montmarin en complétant le dépouillement entre 1950 et 1970. En 1979 Saïdi a présenté une nouvelle méthode d'ajustement pour les événements à période de retour comprise entre 6 mois et 50 ans pour les dépouillements 1950-1970 de la station de Tunis-Carthage. Thirriot et al., (1981) ont proposé des courbes IDF en distinguant deux régions pour la Tunisie : la région littorale et la région continentale et ont retenu la formule de Montana pour 9 stations de la Tunisie. Zahar (1997) a étudié les IDF de la Tunisie Centrale. Il a adopté la loi de Gumbel comme modèle statistique des valeurs extrêmes et la loi de Montana pour ajuster les intensités –durées. Plus récemment, en 2007, une étude de la pluviographie est publiée par la Direction Générale des Ressources en Eau (DGRE), étant confiée au bureau d'étude ST2i et concerne les stations pluviographiques du Nord de la Tunisie. Dans cette dernière étude les deux formules de Montana et Américaine sont retenues.

### III. 2. 2. Mise en évidence du caractère d'invariance d'échelle simple

L'essentiel de la formulation des courbes IDF sera introduit en se basant sur la propriété d'invariance d'échelle simple des fractales en rapport avec les moments statistiques conventionnels. La propriété d'invariance d'échelle de l'intensité maximale annuelle  $I_d$  de pluie pour une durée  $d$  peut être exprimée par l'Équation 22 (Menabde et al., 1999; Yu et al., 2004, Veneziano et Furcolo, 2002, Bara et al., 2010) :

$$I_d^{dist} = (\lambda)^k I_D \quad \text{Équation 22}$$

Où  $k$  est l'exposant d'échelle appelé aussi indice d'auto-similitude et  $I_D$  est l'intensité de pluie pour une durée  $D$ .  $\lambda$  est le rapport d'invariance d'échelle ( $=d/D$ ) entre la durée connue  $D$  (mesurée ou estimée) de l'intensité de pluie et la durée désirée  $d$ . Un tel comportement est appelé «invariance d'échelle simple dans le sens strict» (Gupta et Waymire, 1990). Ce type d'invariance d'échelle implique que les deux variables ont la même fonction de distribution si des moments finis d'ordre  $q$  existent pour les deux. Ceci implique que leurs moments sont égaux. La relation entre les  $q^{ème}$  moments d'intensité de pluie peut être obtenue après avoir

élevé des deux côtés de l'Équation 22 à la puissance  $q$  et en prenant la moyenne de l'ensemble :

$$\langle I_d^q \rangle = (\lambda)^{k_q} \langle I_D^q \rangle \quad \text{Équation 23}$$

où  $k_q$  représente l'exposant d'échelle d'ordre  $q$ . Dans le cas où la relation entre les exposants d'échelle et l'ordre des moments est linéaire, on a  $k_q = q * k_I$ , avec  $k_I$  exposant d'échelle d'ordre 1, on parle 'd'invariance d'échelle simple dans le sens large' (Gupta et Waymire, 1990). Si la relation linéaire ci-dessus n'existe pas, on doit considérer l'approche d'invariance d'échelle multiple (Gupta et Waymire, 1990). L'Équation 23 s'écrit :

$$\log \langle I_{\lambda D}^q \rangle = \log \langle I_D^q \rangle + k_q \log \lambda \quad \text{Équation 24}$$

L'exposant d'échelle  $k_q$  est estimé comme étant la pente des relations linéaires entre les valeurs de la log-transformées des moments et des paramètres d'échelle ( $\log(\lambda)$ ) pour divers ordres des moments ( $q$ ).

Le comportement d'invariance d'échelle peut également être trouvé pour les paramètres d'une CDF $_d(i)$  (Menabde et al., 1999) :

$$F_d(i) = F\left(\frac{i - \mu_d}{\sigma_d}\right) \quad \text{Équation 25}$$

où  $i$  est une intensité de pluie et  $F$  est une fonction, indépendante de  $d$ .  $\mu_d$  et  $\sigma_d$  sont respectivement les paramètres de localisation et d'échelle de la hauteur de pluie maximale annuelle d'une série de durée  $d$ .

Pour le processus à invariance d'échelle simple, il a été démontré que les propriétés statistiques de la CDF pour deux différentes échelles de temps  $d$  et  $D$  sont reliés comme suit:

$$\mu_d = \lambda^k \mu_D \quad \text{Équation 26}$$

$$\sigma_d = \lambda^k \sigma_D \quad \text{Équation 27}$$

où  $k$  est l'exposant d'échelle.

D'après Yu et al., (2004), l'hypothèse d'invariance d'échelle reste valable également pour les moments de probabilité pondérés PWM. Ils trouvent un exposant d'échelle constant pour les différents ordres de PWM. Ils supposent que la loi de Gumbel est convenable pour l'ajustement statistique des échantillons des fortes valeurs des intensités observées et pour les différentes durées d'observation.

Dans leur travail Menabde et al. (1999), ont montré que dans le cas d'un processus à invariance d'échelle simple les propriétés statistiques de la distribution de Gumbel pour deux échelles de temps différentes  $D$  et  $d$  sont liées comme suit:

$$I_d^T = \lambda^k I_D^T \quad \text{Équation 28}$$

Où  $I_d^T$  représente l'intensité de pluie pour une durée  $d$  et une période de retour  $T$ .

Une relation simple IDF a été obtenue par Menabde et al., (1999) en combinant l'Équation 10 pour  $\kappa=0$  et les Équations 26 à 28 :

$$I_d^T = \lambda^k I_D^T = \left(\frac{d}{D}\right)^k \times \left[ \mu_D - \sigma_D \times \ln \left( - \ln \left( 1 - \frac{1}{T} \right) \right) \right] \quad \text{Équation 29}$$

Ici  $d$  sont les durées de références ( $=\lambda D$ ).

L'Équation 29 permet d'estimer les intensités de pluie maximale pour différentes durées de références pour une période de retour ( $T$ ), en se basant seulement sur trois paramètres : deux paramètres de la loi statistique considérée (Gumbel :  $\alpha_d$  et  $\mu_d$ ) et un paramètre caractérisant l'invariance d'échelle simple ( $k$ ) des pluies annuelles maximales pour une durée de référence donnée  $d$ .

Dans le cas de la loi de Gumbel, les paramètres  $\sigma_d$  et  $\mu_d$  de l'Équation 29, peuvent être estimés en utilisant les équations de Landwehr et al., (1979) :

$$\begin{cases} \sigma_D = (2M_D^1 + M_D^0) / \ln 2 \\ \mu_D = M_D^0 - 0.5772\alpha_D \end{cases} \quad \text{Équation 30}$$

Où  $M_D^0$  et  $M_D^1$  sont les PWMs d'ordre 0 et 1, estimés en utilisant les intensités de pluie annuelles maximale.

### III. 2. 3. Régionalisation des courbes IDF

La régionalisation implique le transfert d'informations d'un lieu à l'autre (Bloschl et Sivapalan, 1995). D'après Descroix et al., (2001), la régionalisation consiste à déterminer des procédés qui permettent de synthétiser le mieux possible l'information pluviométrique collectée de façon ponctuelle. Il s'agit d'estimer des intensités moyennes maximales en tout point d'une région définie comme étant une zone au sein de laquelle le comportement statistique de la pluviométrie est homogène (Hingray et al., 2009). Un des objectifs de la régionalisation est la cartographie (Lebel et Slimani, 1987). D'après Hingray et al., (2009), il existe deux types de régionalisation. Le premier type permet d'établir des paramètres régionaux constants par région pour un territoire. Dans ce cas les IDF sont supposées invariantes au sein d'une région donnée. Le second type consiste à établir des modèles d'estimation régionaux qui permettent d'estimer en un site donné les différents paramètres du modèle IDF. Dans ce cas les IDF varient au sein de la région. La régionalisation directe des quantiles de pluie nécessite une cartographie pour chaque durée de pluie et pour chaque période de retour, à moins de travailler avec des lois multi-durées. Les paramètres de la loi de Montana ont fait l'objet de plusieurs études de régionalisation. Selon Neppel (2005), la plus ancienne tentative de régionalisation en France date de 1977. D'après St-Hilaire et al., (2003), avec l'apparition des lois d'invariance d'échelles le sujet de la régionalisation des relations intensité-durée, peu traité jusqu'ici, devient abordable. On souligne particulièrement l'étude de Zahar (1997), qui a étudié la variabilité spatiale du paramètre  $b$  de la loi de Montana de la Tunisie Centrale afin de caractériser le type d'averse selon le site géographique. Il a relié le paramètre  $b$  au rapport du gradex d'automne et du gradex annuel en 24 heures. Puis il a formulé une relation de régionalisation temporelle permettant l'estimation de la pluie extrême horaire à partir de la pluie journalière.

### III. 2. 4. Courbes IDAF

Les courbes IDF sont classiquement obtenues sur la base de données de pluie ponctuelle observée en une station pluviométrique d'intérêt. La pluie locale est peu représentative des lames d'eau tombées sur une surface donnée, en particulier dans les zones géographiques où la variabilité spatiale des précipitations maximale est importante. D'où vient l'importance d'intégrer les courbes IDF sur des surfaces pour obtenir les courbes IDAF (Intensity-Duration-Area-Frequency), également notées IDSF (Intensité-Durée-Surface-Fréquence).

Les courbes IDAF sont très utiles dans le sens où elles constituent un moyen pertinent de comptabilisation de la quantité de pluie tombée relativement à une surface donnée et une période de retour donnée. De telles données constituent le point de départ pour dimensionner n'importe quel ouvrage d'eau pluviale ou de protection contre inondation. Ces courbes permettent aussi de caractériser la structure des fortes pluies ainsi que l'évaluation de la sévérité des averses à l'aide des diagrammes de sévérité qui ont été initialement proposés par Ramos et al., (2005) afin de quantifier la dangerosité des orages méditerranéens observés au-dessus de la ville de Marseille. Cette approche a été reprise par Norbiato et al., (2007) et par Ceresetti et al., (2011) pour quantifier la gravité des crues éclair survenu respectivement à l'est des Alpes italiennes et dans région montagneuse méditerranéenne de sud de la France. Le diagramme de sévérité présente la fréquence d'occurrence des pluies extrêmes en fonction des échelles spatiales et temporelles. Il permet d'identifier les échelles de temps (cumul temporel des pluies) et d'espace (intégration spatiale des pluies) qui présentent le maximum de danger (périodes de retour des pluies maximales).

L'analyse faite sur les intensités moyennes maximales pour différentes durées peut être réalisée sur le même principe avec les lames d'eau maximale précipités sur différents surfaces (Koutsoyiannis et al., 1998, Neppel, 2005, Hingray et al., 2006). Les lames d'eau moyennes maximales pouvant précipiter sont d'autant plus faibles que la superficie de la surface est grande. Cette analyse conduit à la détermination de courbes Lame-Surface-Fréquence. Pour une durée donnée la structure de ces courbes est généralement similaire à celle des courbes IDF. Il est par la suite généralement supposé que les distributions de lames précipitées sont, pour différentes surfaces, identique à un facteur près. Ce facteur d'échelle est dénommé coefficient d'abattement ou facteur de réduction surfacique (**Areal Reduction Factor ARF**). Une expression possible d'un modèle IDAF est la suivante (Hingray et al., 2006):

$$i_{\max}(T, d, A) = \frac{1}{(e + A)^f} \frac{K \cdot T^c}{(d + \theta)^b} \quad \text{Équation 31}$$

Où  $i_{\max}$  est l'intensité de pluie (mm/h),  $T$  la période de retour (années) et  $d$  est la durée de l'intensité moyenne (h) et  $A$  est la surface considérée (km<sup>2</sup>).  $K, c, \theta, b, e$  et  $f$  sont des paramètres fonction de la région.

### III. 2. 4. 1. Le facteur de réduction surfacique

D'après Brunet-Moret et Roche (1966), le facteur de réduction surfacique est défini pour une période de retour donnée pour la surface  $A$ , par le rapport de la pluie moyenne,  $P_m$ , et une pluie ponctuelle  $P$  supposée être la pluie maximale observée:

$$ARF = \frac{P_m}{P} \quad \text{Équation 32}$$

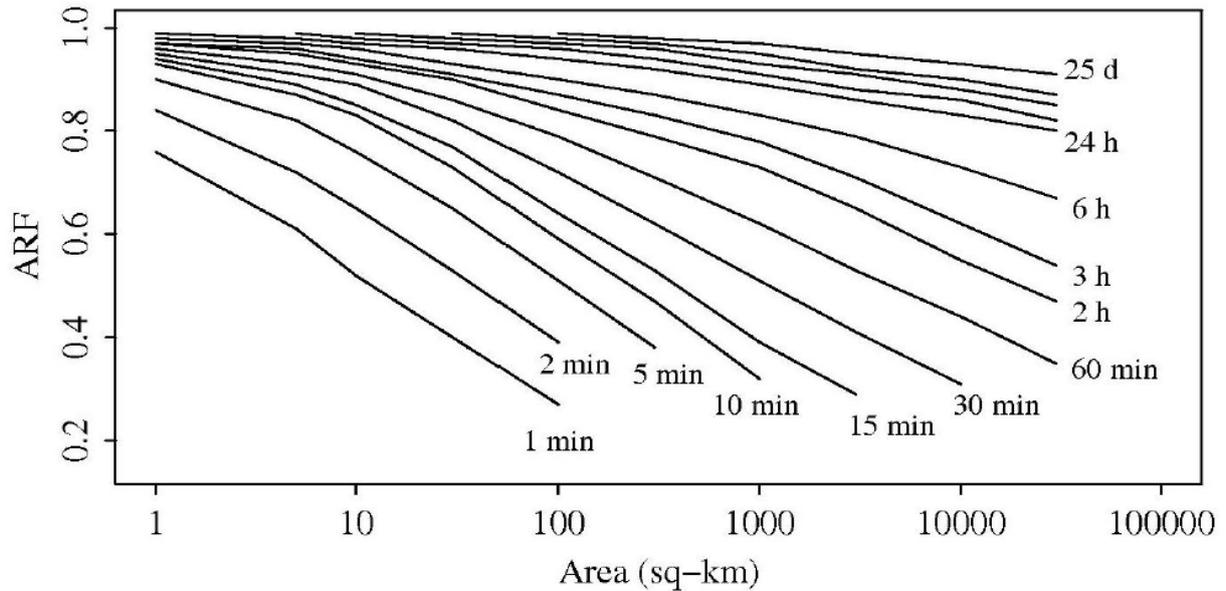
En d'autres termes le coefficient ARF est un coefficient global pour toute la surface considérée.

NERC (1975), ont estimé le coefficient d'abattement ARF (Figure 17) pour 13 bassins au Royaume-Uni ayant une superficie allant de 10 au 18000 km<sup>2</sup> et pour des durées allant de 2 minutes à 25 jours. Ils ont considéré que l'ARF ne varie pas en fonction de la période de retour. Généralement  $ARF$  empirique est dérivé par lissage des courbes d'ajustement empiriques extraites des enregistrements d'un réseau de pluviographes. Ainsi, NERC (1975) se sont intéressés à des faibles périodes de retour. Dans leur étude, ils ont considéré que l'ARF ne varie pas selon la période de retour. Leur méthode consiste à calculer

la pluie maximale annuelle surfacique  $P'_{ij}$  d'une région particulière de surface  $A$  ainsi que la pluie ponctuelle  $P_{ij}$  dans la station  $i$  et l'année  $j$ . Ainsi, ARF est calculé pour chaque surface  $A$  et pour chaque durée  $d$  (Svensson et Jones, 2010) :

$$ARF = \frac{1}{IJ} \sum_j \sum_i \frac{P'_{ij}}{P_{ij}} \quad \text{Équation 33}$$

où  $I$  est lenombre total de stationsdans la région,et  $J$  estla longueur d'enregistrement(en années).



**Figure 17.**Facteurs de réduction surfacique des précipitationsau Royaume-Uni,présentés dans le rapport d'études d'inondation (diagramme à partir des valeurs des tableaux dans NERC (1975)).(NERC,1975). Svensson and Jones (2010)

Aussi, dans la plupart des formules empiriques on trouve que le coefficient ARF, dépend uniquement de la surface et de la durée de référence. On cite par exemple la formule de Puppini (Équation 34) et la formule du Ministère de l'agriculture français (1977) (Équation 35) qui sont empiriques:

$$ARF = \begin{cases} \left[ 1 - 0.052 A + 0.002 A^2 \right] D^{0.0175}, & (A < 10 \text{ km}^2) \\ \left[ 1 - 0.084 \left( \frac{A}{100} \right) + 0.007 \left( \frac{A}{100} \right)^2 \right] D^{0.014(A/100)}, & (0 < A < 200 \text{ km}^2, 4 < D < 100 \text{ h}) \end{cases} \quad \text{Équation 34}$$

$$ARF = \left[ 1 + \frac{0.08 A^{0.33}}{(Dp)^{0.5}} \right]^{-1} \quad \text{Équation 35}$$

Avec  $A$  la superficie en  $\text{km}^2$  et  $D$  durée de la pluie en heures et la probabilité au dépassement  $p=1-F$  de la pluie de durée  $D$ . Dans l'Équation 35, on introduit la probabilité de non dépassement  $p$ .

Cependant d'après De Michele et al., (2001) ARF est largement influencé par la période de retour spécialement pour des grandes valeurs de  $T$ . Plusieurs auteurs (Veneziano et Langousis, 2005, Langousis, 2005) ont convenu que les courbes empiriques de l'ARF(NERC),

sont caractérisées souvent par un comportement d'invariance d'échelle dans l'espace et le temps dans des limites particulières. D'après Langousis (2005), Svensson et Jones (2010),  $ARF$  est affecté par la forme du bassin versant, les caractéristiques climatiques saisonnières et la topographie ainsi que la vitesse d'advection des précipitations qui ne seront pas considérés dans le cadre de cette étude.

L'organisation météorologique mondiale (OMM) propose le coefficient d'abattement présenté dans la Figure 18. On remarque d'après la Figure 17 et la Figure 18 que  $ARF$  est inversement proportionnel à la surface (il s'approche de l'unité lorsque  $A_{\text{tend}}$  vers zéro).

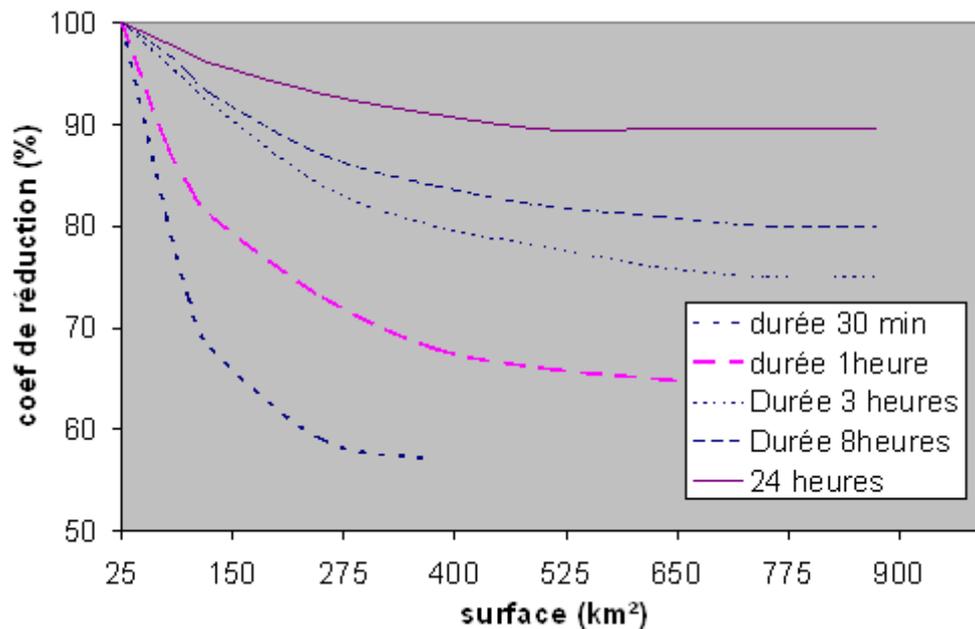


Figure 18. Coefficients de réduction ou d'abattement (source OMM, 1994)

On remarque bien que dans le graphe de NERC (1975) (Figure 17) les deux axes sont gradués selon une échelle logarithmique cependant pour le graphe de l'OMM (1994) est fait en graduation normale. Les figures 17 et 18 ont en commun les durées 30 mn, 1h, 3h, 24h. Les surfaces considérées par le graphe de l'OMM (1994) sont plus faibles. Cependant on remarque que les coefficients d'abattement sont proches.

### III. 3. Le processus de pluie observé dans un contexte fractal et multifractal

#### III. 3. 1. Relation processus de pluie - objet fractal

Du point de vue géométrique, un objet fractal évoque qu'une partie, observée à une échelle plus fine est à l'image du tout. En d'autres termes aucune échelle ne caractérise un objet observé. Un objet fractal vérifie entre autres la propriété dite d'invariance d'échelle (ou autosimilarité) à toutes les échelles (Mandelbrot, 1977). On peut dire plus simplement qu'une fractale conserve le même niveau d'irrégularité à toutes les échelles et peut être obtenue par une procédure itérative infinie. On distingue suivant leur procédé de construction deux types de fractales : les fractales déterministes (Figure 19-a) et les fractales aléatoires (Figure 19-b). Dans le premier cas l'autosimilarité est exacte (la fractale est identique à elle-même à différentes échelles). Dans le second on parle d'autosimilarité statistique (la fractale possède des mesures numériques ou statistiques qui sont préservées à différentes échelles). Les fractales sont présentes de manière universelle dans la nature.

On peut citer par exemple, l'ensemble de Cantor qui est repris ici étant donné qu'il peut être utilisé pour modéliser l'occurrence de pluie comme l'ont adapté Hubert et Carbonnel (1989). Il est construit de la façon suivante : on prend l'intervalle [0,1] et on retire le tiers central en conservant les deux segments de chaque côté. Pour chaque segment, on réitère le procédé  $n$  fois, à savoir on coupe en 3 et on retire le segment du milieu. On répète ainsi le processus un nombre infini  $n$  fois. L'ensemble résultant (cfFigure 19-a) est l'ensemble triadique de Cantor qui porte aussi le nom de « poussières de Cantor ». L'enlèvement d'un tiers au hasard et non pas nécessairement celui central, donne naissance à un ensemble de Cantor aléatoire (cfFigure 19-b).

- a



- b



Figure 19. Construction de l'ensemble de Cantor (a) régulier, (b) aléatoire (Mandelbrot, 1975).

### III. 3. 1. 1. La dimension fractale de pluie

Dans le cas des séries chronologiques de pluie, en raison de l'intermittence, le support se présente comme un ensemble disjoint de périodes pluvieuses réparties sur l'axe du temps. Ce support peut être considéré comme un objet fractal (Lovejoy, 1981 ; 1982). Les fractales sont caractérisées par leur dimension fractale  $D_f$  qui indique la manière selon laquelle un objet fractal remplit l'espace à toutes les échelles.  $D_f$  est une valeur fractionnaire supérieure à la dimension topologique (égale à {0,1,2,3} respectivement pour {point, courbe, surface, volume}). Il existe différentes méthodes d'estimation de la dimension fractale (Moon, 1992) (Méthode de Hausdorff- Besicovitch, Méthode de Richardson, Méthode de comptage de boîtes,...). La dimension de comptage de boîte (Mandelbrot, 1982), connue aussi sous le nom de dimension de capacité est une méthode purement géométrique qui se présente comme suit. On considère un objet fractal  $A$  de dimension fractale  $D_f$ , inclus dans un espace de dimension euclidienne  $D$ . L'idée est de couvrir cet objet fractal  $A$  avec  $N_\varepsilon = \lambda^D$  « boîtes » de côté  $\varepsilon$ . On dit alors que l'on considère l'objet fractal à l'échelle  $\varepsilon$ . Ainsi, on réalise un maillage de cet espace en boîtes de côté  $\varepsilon$ . Selon que la valeur  $D$  est égale à 1, 2 ou 3, les « boîtes » seront des segments, des carrés ou des cubes. On peut alors définir la dimension fractale  $D_f$ , de l'ensemble  $A$  comme une fonction de l'échelle  $\varepsilon$  (Mandelbrot, 1975) :

$$N_\varepsilon (A) \propto \left( \frac{1}{\varepsilon} \right)^{D_f} = \lambda^{D_f} \quad \text{Équation 36}$$

Où  $\lambda = 1/\varepsilon$ , est la résolution. Dans un contexte probabiliste cette équation peut s'écrire sous la forme (Biaou, 2004) :

$$p_\varepsilon(A) \approx \frac{N_\varepsilon(A)}{N_\varepsilon} = \frac{\lambda^{D_f}}{\lambda^D} = \lambda^{-c_f} \quad \text{Équation 37}$$

où le signe  $\approx$  désigne une égalité à des facteurs ou à des variations lentes près,  $p_\varepsilon(A)$  est la probabilité qu'une boîte à la résolution  $\lambda$  soit occupée par l'objet fractal  $A$  et  $c_f = D - D_f$  désigne la co-dimension fractale de l'ensemble  $A$ . La codimension du support caractérise la probabilité qu'un intervalle choisi au hasard contienne le processus géophysique étudié à une résolution  $\lambda$ .

Dans l'exemple de l'ensemble de Cantor, la dimension géométrique  $D$  égale 1 ; à l'itération  $n$ , le segment initial est divisé en  $\lambda = 3^n$  intervalles parmi lesquels  $2^n$  sont dans l'ensemble de Cantor. L'Équation 36 permet d'obtenir la dimension fractale de l'ensemble de Cantor :

$$2^n = (3^n)^{D_f} \Rightarrow D_f = \frac{\ln(2)}{\ln(3)} = 0.63 \quad \text{Équation 38}$$

Il existe une version modifiée de la méthode de comptage de boîtes appelée méthode de comptage de boîtes fonctionnelle proposées par Lovejoy et al., (1987) dans le cadre de l'analyse de la stratification de l'atmosphère et l'intermittence des nuages. En effet, la méthode de comptage de boîtes simple consiste à prendre un seuil de détection de pluie nul (qui correspond au seuil de détection de l'appareil de mesure). Dans ce cas, toute la structure de pluie est considérée. Cependant, la méthode de comptage de boîtes fonctionnelle consiste à analyser l'occurrence de pluie pour plusieurs seuils de détection d'intensités de pluie : Dans une première étape on applique la méthode de comptage de boîtes. Dans une deuxième étape on considère un seuil de pluie non nul et on ne considère que la partie de pluie au-dessus du seuil sur laquelle on applique à nouveau la méthode de comptage de boîte et ainsi de suite (Olsson et al., 1992).

### **III. 3. 1. 2. La dimension fractale de support de pluie dans la littérature**

Hubert et Carbonnel (1989) et Friggit et al., (1991) ont étudié la dimension fractale de l'occurrence de pluie en région soudano-sahélienne, zone de transition entre la zone sahélienne et la zone soudano-guinéenne (M'Biandoun., 2002). Cette région est caractérisée par deux saisons : une pluvieuse et l'autre sèche. La pluviométrie moyenne annuelle est comprise entre 600 et 900 mm (PANA, 2003). Ils ont trouvé une valeur égale à 0.79 pour les échelles de temps allant de 8 jours à 4 mois pour une série journalière de taille 45 ans. Olsson et al., (1992, 1993) ont étudié une région suédoise (Lund) caractérisée par un climat océanique avec hiver froid ( $-1 \leq T \leq 3^\circ\text{C}$ ) et été chaud ( $13 \leq T \leq 20^\circ\text{C}$ ). Ils proposent les dimensions de l'ordre de 0.8 et 0.35 pour les intervalles [1 – 45 minutes] et [45 minutes – 7 jours]. Dans le même contexte, Verrier et al., (2011) ont travaillé sur la zone de Palaiseau (France) qui est caractérisée par un climat océanique à hiver doux et pluvieux et été frais et relativement humide, sachant que le maximum de précipitations s'y produit durant la saison froide. Le total pluviométrique est de l'ordre de 600 mm/an. Ils ont trouvé une dimension de 0.55 pour l'intervalle [30 minutes – 1.5 jours].

Le Tableau 8 récapitule les informations relatives aux études antérieures consultées: longueurs et résolution des séries chronologiques, zones d'invariance d'échelle, dimensions fractales  $D_f$ . D'après cette analyse bibliographique, il ne se trouve pas d'étude, à laquelle notre étude pourrait se référer, qui traite de l'occurrence de pluie pour un climat méditerranéen semi aride. On observe systématiquement une zone de saturation ( $D_f = D$ , il pleut tout le temps : limite haute du phénomène) qui apparaît plus ou moins tôt suivant

l'étude considérée. On remarque également l'existence fréquente de plusieurs régimes distincts qui ont des dimensions fractales différentes allant de 0.22 à 0.82 (hors saturation où  $D_f=1$ ). La distinction dans les ruptures d'échelles et par la suite les intervalles d'invariance d'échelle ainsi que dans les incréments de temps où on note les débuts de saturation, pourraient être imputées à la diversité des régions concernées mais également à celle des dispositifs de mesure (pluviomètre totalisateur, pluviomètre à auget, disdromètre), des seuils de pluie et des résolutions adoptées.

**Tableau 8. Dimensions fractales observées dans des études antérieures à seuil de détection nul**

Référence	Mesure	Echelle	$D_f$
Tessier et al. (1988, 1989)	3 années d'observations à pas de temps journalier (8000 stations du réseau de l'OMM)	1 j – 8 mois	0.80
		8 mois – 1an	1
Hubert et Carbonnel (1989)	45 années d'observations à pas de temps journalier (Station de Dédougou, Burkina Faso)	8 j – 4mois	0.79
		8 mois – 45 ans	1
	6 mois d'observations à pas de temps horaire (Station d'Ouagadougou, Burkina Faso)	4 h – 1.5 j	0.22
		2.5 j– 10 j	0.74
Olsson et al. 1992	2 années d'observation à pas de temps 1 minute (Lund, Suède)	20 j -1an	1
		1 – 45 mn	0.78
		45 mn – 7 j	0.35
	90 années d'observations à pas de temps journalier (Lund, Suède)	7 j – 2 ans	1
		1 - 10 j	0.59
	10 j – 90 ans	1	
170 années d'observations mensuelles (Lund, Suède)	1 mois – 170 ans	1.00	
Olsson et al. 1993	2 années d'observations à pas de temps 1 minute (Lund, Suède)	1 – 45 mn	0.82
		45 mn -7 j	0.37
		7 j – 2 ans	1
Lavergnat et Golé 1998	4 mois d'observations à pas de temps 1 ms (Ile de France, France)	10 ms – 7 j	0.82
		7 j – 4 mois	1
Schmitt et al., 1998	28 ans d'observations à pas de temps 10mn (Uccle, Belgique)	10 mn – 3.5 j	0.55
		3.5 j– 70 j	1
Verrier et al., 2011	2 années de données à résolution 15 secondes (Disdromètre) (Palaiseau, France)	30 mn – 1.5 j	0.55

Le 'support' de la pluie étudiée est défini à partir d'un seuil. Comme on le verra plus en détail ultérieurement, la dimension fractale obtenue dépend de la valeur du seuil de détection retenu (Hubert et al., 1995). Cette considération nous amène naturellement à adopter l'approche de champ multifractal. Le processus peut alors être considéré comme une hiérarchie de fractales correspondantes aux différents seuils considérés.

### III. 3. 2. La pluie est un processus multifractal

La dimension fractale qui caractérise les objets fractals (ou monofractals) ne fait intervenir que l'occurrence pluie – non-pluie mais ne prends pas en compte l'intensité du phénomène et sa variabilité à différente échelle. L'approche multifractale au contraire permet de prendre en compte la variation de la dimension fractale en fonction du seuil (appelée singularité).

Ici on change de notation. On considère une série temporelle normalisée de pluie noyée  $R_\lambda$  (correspondant à une dimension d'espace égale à  $D = 1$ ) observée pendant une durée  $\tau$  avec un temps d'intégration  $\varepsilon = \Delta t$ . Dans ce cas la résolution  $\lambda = \frac{\tau}{\Delta t}$  correspond au nombre d'observations de la série chronologique. Soit  $n(\lambda)$  le nombre d'intervalles dans lesquels la pluie est présente à la résolution  $\lambda$ . Le caractère fractal du support de la pluie se traduit par une loi puissance entre  $n(\lambda)$  et  $\lambda$ . L'Équation 37 peut s'écrire pour  $D=1$  :

$$P(R_\lambda > 0) \approx \frac{n(\lambda)}{\lambda} = \frac{\lambda^{D_f}}{\lambda} = \lambda^{-c_f} \quad \text{Équation 39}$$

Un champ multifractal est un champ aléatoire tel qu'à la résolution  $\lambda$  et pour le support correspondant à un seuil  $S_\lambda$  (définie dans l'Équation 40) on obtient un objet fractal dont la dimension fractale et la codimension fractale ne dépend que de  $\gamma$  où  $\gamma$  est une singularité qui définit le seuil de façon indépendante de la (l'échelle) résolution  $\lambda$ .

$$S_\lambda = \lambda^\gamma \quad \text{Équation 40}$$

Le champ multifractal est alors caractérisé par la propriété fondamentale qui généralise l'Équation 39, s'écrit :

$$\Pr(R_\lambda > \lambda^\gamma) \approx \lambda^{-c(\gamma)} \quad \text{Équation 41}$$

où  $c(\gamma)$  est appelée fonction codimension, qui caractérise la probabilité d'occurrence des singularités d'ordre supérieur à  $\gamma$ . Elle est décroissante et convexe. D'après les Équations 40 et 41, quand  $\gamma$  augmente, le seuil  $S_\lambda$  augmente et le support fractal associé est de dimension fractale plus faible et la codimension est plus forte. La fonction  $c(\gamma)$  représente le logarithme de la probabilité de dépassement des singularités et intègre une information collectée à toutes les échelles.

Les taux précipitant sont très dépendants de l'échelle. Leur singularité  $\gamma$  ne dépend pas de l'échelle et représente la variable clef de la modélisation multifractale (Bernardara et al., 2007). Le formalisme multifractal propose d'effectuer une transformation des observations à l'échelle  $\lambda$  en singularité  $\gamma_R$ . Il s'agit d'étudier la loi de probabilité de cette nouvelle variable qui ne dépend plus de l'échelle :

$$\gamma_R = \frac{\ln(R_\lambda)}{\ln(\lambda)} \quad \text{Équation 42}$$

Dans ce cas l'Équation 41, s'écrit sous la forme suivante :

$$\Pr(\gamma_R > \gamma) \approx \lambda^{-c(\gamma)} \quad \text{Équation 43}$$

La variation de  $c(\gamma)$  en fonction de  $\gamma$  est équivalente à la variation de la loi de probabilité d'une variable  $X$  en fonction de la fréquence au non-dépassement dans un repère double logarithmique (Bernardara et al., 2007).

Or, les propriétés statistiques d'une variable aléatoire  $X$  peuvent être décrites par la fonction de répartition  $F(x)$  et par les moments de différents ordres. Les deux représentations sont liées par la transformation de Mellin :

$$E(X^q) = \int_0^\infty x^q p(x) dx \quad \text{Équation 44}$$

où 'E(.)' indique la moyenne des moments statistique d'ordre  $q$  et  $p(x)$  la fonction de densité de probabilité (la dérivée de  $F(x)$  par rapport à  $x$ ). En utilisant la transformation de Mellin, on peut montrer que l'Équation 41 conduit à une propriété équivalente pour les moments statistiques du processus (Schertzer et al., 2002). On introduit la fonction d'échelle des moments  $K(q)$ , qui décrit l'invariance d'échelle multiple des moments statistiques d'ordre  $q$  du champ précipitant :

$$E(R_\lambda^q) \approx \lambda^{k(q)} \quad \text{Équation 45}$$

D'après l'Équation 45, la fonction  $K(q)$  correspond à la pente de chaque droite de régression de  $\ln \langle R_\lambda^q \rangle$  en fonction de  $\ln(\lambda)$  et elle est convexe (Tessier et al., 1993).  $K(q)$  et  $c(\gamma)$  sont reliées par la transformation de Legendre (Parisi et Frisch, 1985) pour des grands rapports d'échelle ( $\lambda \gg 1$ ):

$$K(q) = \max_\gamma \{q\gamma - c(\gamma)\} \Leftrightarrow c(\gamma) = \max_q \{\gamma q - K(q)\} \quad \text{Équation 46}$$

Comme conséquence, à toute singularité  $\gamma$  peut être associé un moment d'ordre  $q$  et vice versa (Figure 20 et Figure 21):

$$\begin{cases} c(\gamma) = q_\gamma \gamma - K(q_\gamma) \\ K(q) = q \gamma_q - c(\gamma_q) \end{cases} \quad \text{Équation 47}$$

Soit :

$$\begin{cases} q_\gamma = c'(\gamma_q) \\ \gamma_q = K'(q_\gamma) \end{cases} \quad \text{Équation 48}$$

Si le champ est monofractal,  $c(\gamma)$  est constante et la fonction  $K(q)$  est affine (Équation 47). Pour un processus conservatif c'est-à-dire pour lesquels la moyenne du champ n'est pas strictement conservée d'échelle en échelle, puisque  $K(1)=0$  ( $K(1) = H$  pour un processus non conservatif), cela correspond par l'intermédiaire de la transformée de Legendre au fait que la singularité moyenne du processus  $C_1 = K'(1)$  est un point fixe de  $c(\gamma)$ . En conséquence ce dernier est tangent à la première bissectrice [ $c(\gamma) = \gamma$ ] (Figure 21) en  $\gamma_1 = c(\gamma) = C_1$ , d'où :

$$c(C_1) = C_1 \quad \text{et} \quad c'(C_1) = 1 \quad \text{Équation 49}$$

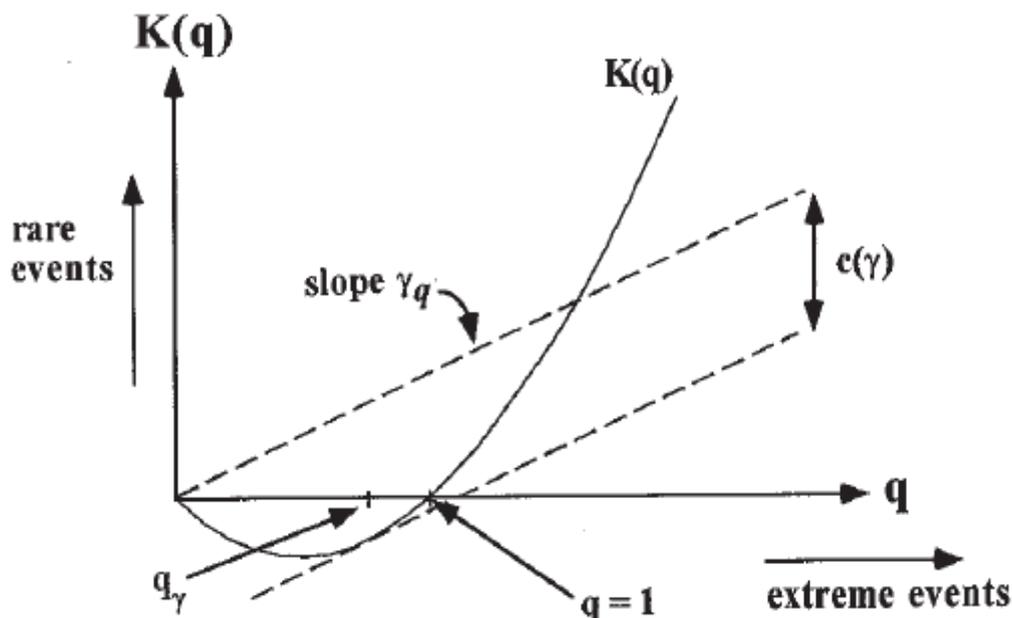


Figure 20. Variation de  $K(q)$  par rapport à  $q$  (Tessier et al., (1993, 1994))

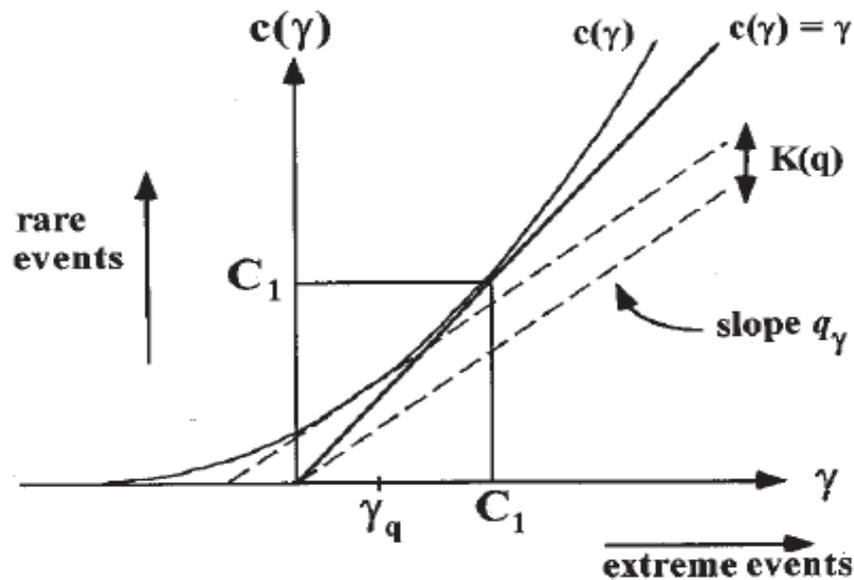


Figure 21. Variation  $dec(\gamma)$  par rapport à  $\gamma$  (Tessier et al., (1993, 1994).

### III. 3. 2. 1. Cascade multiplicative continue et multifractales universelles (MU)

Le processus multifractal ainsi défini est caractérisé par  $c(\gamma)$  et  $K(q)$ . Un nombre infini de paramètres est alors nécessaire pour décrire un processus multifractal. Cependant, comme démontré théoriquement (Schertzer et Lovejoy, 1987), il est possible de disposer de modèles « universels » (MU) paramétrés par un nombre réduit de paramètres pour des cascades à échelles continues. Dans cette étude nous avons utilisé le modèle log-stable développé par Schertzer et Lovejoy (1987, 1991). Ce modèle est plus souvent utilisé pour les propriétés des précipitations bien que le modèle log-Poisson soit aussi adopté dans la littérature (Mascaro et Deidda, 2008). Dans le cas du modèle de cascades log-stables les fonctions ne dépendent que de deux paramètres fondamentaux:

- la codimension fractale  $C_1$  qui mesure l'hétérogénéité du champ est la singularité moyenne du processus.  $0 \leq C_1 \leq D$  (est la dimension euclidienne de l'espace d'observation):  $C_1 = D$  pour un processus très hétérogène de sorte que la dimension fractale de l'ensemble contribuant à la moyenne est nulle et  $C_1=0$  pour un champ homogène.
- l'indice de multifractalité  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 2$ ) est appelé indice de Lévy, c'est le degré de multifractalité.  $\alpha=0$  correspond, au modèle monofractal 'β-modèle' et  $\alpha=2$  au modèle Log-normal (également appelée loi de Galton). Il définit la vitesse d'augmentation de la fractalité en fonction de l'augmentation des singularités: pour les faibles valeurs de  $\alpha$ , les valeurs élevées du champ ne dominent pas autant que pour les grandes valeurs de  $\alpha$  (Seuront et al., 1999).

$$\begin{cases} K(q) = \frac{C_1}{\alpha - 1} (q^\alpha - q) & \alpha \neq 1 \\ K(q) = C_1 q \ln(q) & \alpha = 1 \end{cases} \quad \text{avec } \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'} = 1. \quad \text{Équation 50}$$

$$\text{et } c(\gamma): \begin{cases} c(\gamma) = C_1 \left( \frac{\gamma}{C_1 \alpha'} + \frac{1}{\alpha} \right)^{\alpha'} & \alpha \neq 1 \\ c(\gamma) = C_1 \exp \left( \frac{\gamma}{C_1} - 1 \right) & \alpha = 1 \end{cases} \quad \text{Équation 51}$$

### III. 3. 2. 2. *Modèle FIF*

Les modèles multifractals ont d'abord été développés comme modèles phénoménologiques du phénomène de la turbulence en mécanique des fluides. Des modèles de cascades ont été conçus pour reproduire les principales propriétés de symétrie et de conservation de masse et d'énergie des équations non linéaires de Navier et Stokes (Mandelbrot 1974, Parisi et Frisch 1985, Hubert et al., 2000). Etant donné que la plupart des processus géophysiques ne sont pas stationnaires, Schertzer et al., (1989) et Schertzer et Lovejoy (1991) ont proposé une version modifiée de MU pour les champs non conservatifs. Ce modèle appelé flux fractionnairement intégré (FIF) est un modèle qui introduit un troisième paramètre qui est l'ordre de l'intégration fractionnaire  $H$ . Ce paramètre ( $0 \leq H \leq 1$ ) caractérise le degré de non-conservation de processus du champ.  $H = 1/3$  pour une quantité scalaire passivement advectée par la turbulence non intermittente.

Par analogie avec le phénomène de la turbulence, le modèle suppose un flux  $\Phi_\lambda$ , associé à une certaine propriété d'invariance ou conservation, défini à partir du taux précipitant  $R_\lambda$  (qui est un champ scalaire intermittent). Une relation d'échelle lie le flux  $\Phi_\lambda$ , et le champ  $R_\lambda$ :

$$|\Delta R_\lambda| \approx \Phi_\lambda^a \times |\Delta t|^H \quad \text{Équation 52}$$

Le coefficient  $a$  est souvent pris égal à 1 ( $a=1$ ) pour des raisons de simplicité (Schertzer et Lovejoy, 1987).

Le Tableau 9, récapitule des paramètres universels  $\alpha$ ,  $C_I$ ,  $H$ , et les pentes spectrales empiriques  $\beta$ , estimés pour différentes gammes de temps pour différentes études consultées sur l'analyse des séries pluviométriques.

L'Équation 52 peut s'écrire dans le domaine spatial de la façon suivante :

$$|\Delta R_\eta(l)| \approx \Phi_\eta |l|^{H_x} \quad \text{Équation 53}$$

où  $l$  désigne la distance,  $\eta$  est le rapport d'échelle spatiale et  $H_x$  le paramètre de non-conservation spatial.

**Tableau 9. Les paramètres universels  $\alpha$ ,  $C_I$ ,  $H$ , et des pentes spectrales  $\beta$  (échelle temporel)**

Références	Type de données	gamme d'échelle	$\alpha$	$C_I$	$H$	$\beta$
Tessier et al., 1993	4000 Gauges, accumulation quotidienne de période continue de 64 j	-	0.55	0.6	-	-
Ladoy et al., 1993	1 gauge, accumulations biquotidiens de 44 ans à Nîmes (France)	12 h-16 j	0.45	0.60	0	0.37
Fraedrich et Larnder 1993	Accumulations 5 mn et journalières	3j-2.4h	-	-	-	0.5
		<2.4h	-	-	-	1
Hubert et al., 1993	1 Gauge 1 ans à résolution 6 mn (Réunion Island France)	<30 j	0.5	0.2	-	-
	1 Gauge 45 ans à résolution journalière (Dédougou Burkina Faso)	-	0.59	0.32	-	-
Olsson 1995	gauges, 2 ans de données de 8mn (Lund Suède)	3-11j	0.6	0.4	0	0.66
Olsson 1996	2 ans de séries de 64 mn	64 mn – 3 j	-	-	-	0.63
Tessier et al., 1996	gauges, accumulations journalières (France)	1j – 16 j	0.7	0.4	-0.1	0.4
		30 j – 30 ans	1.6	0.1	-0.35	0.1
Harris et al., 1996	34 heures de données de pluie de résolution de 15 s (Alpes du sud du Nouvelle Zélande)	plaines	-	0.192	-	1.53
		contreforts	-	0.104	-	1.22
		main divide	-	0.040	-	0.94

Schmitt et al., 1998	29 ans de pluie de 10 mn (Uccle, Belgique) ; la dimension fractale du support est considérée	10 mn – 1 j	1.55	0.05		0.62
	la dimension fractale du support est non considérée		0.75	0.45		0.62
De Lima et Grasman 1999	pluviomètre (résolution journalière) MU	1j-8j	0.48	0.51	~0	0.17
		8j-128j	0.66	0.30	~0	0.17
	pluviographe (résolution 15 mn)	15mn-10.7j	0.49	0.51	-0.02	-
Pathirana et al., 2003	gauges, accumulations horaire MU	1h -1j	1.35	0.34	-0.05	1.02
De Montera et al., 2009	Dual-beam spectropluviomètre résolution 32 et 64 s	30mn– qeq h	0.24	0.6	0	-
	Dual-beam spectropluviomètre, évènement non-interrompues	1h-1mn (pluie continue)	1.69	0.13	0.53	1.77
De Lima et De Lima 2009	Gauges, enregistrements quotidiens (Madeira archipelago, Portugal)	1 – 16 j	0.5-0.7	0.35-0.7	-0.13	-
Gires 2009	des données radar non pondérés		0.61	0.39	-	-
	des données radar pondérés		2	0.15	-	-
Verrier et al., 2011	ensemble des séries chronologiques DBS, standard analyse multifractale, résolution 15 s	3 j - 32 mn	0.31	0.59	0	0.42*
		15 s - 16 mn	1.10	0.17	0.38	1.57
	évènement de pluie de DBS 32-mn, MA standard	15 s - 32 mn	1.84	0.10	0.44	-
	DBS ensemble des séries chronologiques, MA pondéré	1 semaine - 32 mn	1.22	0.16	-	-
De Lima, 1998.	V.Formoso - pluie- 5 mn	15mn - 11 j	0.49	0.51	0.49	-
	V.Formoso - pluie- 1 j	1 j - 8 j	0.48	0.51	0.49	-
	V.Formoso - pluie- 1 j	8 j - 4 mois	0.66	0.30	0.49	-
	V.Formoso - pluie- 1 mois	1 mois - 4 mois	0.82	0.23	0.49	-
	Coimbra - pluie- 1 mois	1 mois - 16 mois	1.34	0.12	-	-
	Assink - pluie- 1 h	1 h - 5 j	0.67	0.45	0.49	-
	Nancy - pluie- 15 mn	15mn - 11 j	2	0.20	0.49	-
Lovejoy et al. (2012)	ECMW-3 h	3h-71 j	-	0.34		
	CPC- précipitation horaire	1h-1.1 j		0.30	0.17	0.8
		3mois-29ans				-0.42
	TRMM- 4 j	4j-42 j		0.37		
20CR – 6 h	6h-50j		0.22			

D'après le Tableau 9, on a  $0.45 \leq \alpha \leq 2$ ,  $0.04 \leq C_1 \leq 0.7$  et  $0.40 \leq H \leq 0.5$ .

### III. 3. 2. 1. Isotropie/ anisotropie spatio-temporelle

La liaison entre l'échelle moyenne temporelle et celle spatiale est assurée par l'adoption de l'hypothèse de la turbulence gelée (Taylor's frozen hypothesis, Taylor, 1938) qui stipule que sous certaines conditions, les structures turbulentes se déplacent comme des entités transportées par le vent moyen. Cela permet de déduire la répartition spatiale de la turbulence à partir de sa description temporelle et vice versa (Holm, 2005, Schlipf et al., 2010). Ainsi, on a la relation suivante :

$$l = V . t \quad \text{Équation 54}$$

où  $l$  : distance,  $V$  : vitesse et  $t$  : temps. Généralement, la vitesse  $V$  est supposée constante. Cette approche est basée sur l'hypothèse de l'existence d'un écart/trou d'énergie (energy gap<sup>5</sup>) dans l'atmosphère aux méso-échelles. Cet écart tend à séparer la turbulence 2D, générant des tourbillons cohérents sur une grande échelle, de la turbulence 3D incohérente à petite échelle (Van der Hoven, 1957). Dans le cas où il y a un trou d'énergie, il n'y aurait pas d'anisotropie espace-temps et  $H$  est identique que ce soit dans l'espace ou le temps.

L'hypothèse de la turbulence gelée appliquée au processus de pluie suppose que le processus est soumis à une invariance d'échelle dynamique. Ceci fait que la pluie est simplement convectée par l'écoulement moyen. Cette hypothèse de la turbulence gelée est non valable à grande échelle temporelle vu la présence de la composante d'advection.

Tessier et al., (1993) ont proposé une approche alternative pour résoudre le problème d'anisotropie spatio-temporelle. Cette approche suppose que s'il n'y a pas un écart d'énergie (energy gap) cela conduit à l'absence de vitesse à grande échelle de forçage et la vitesse d'advection serait d'échelle dépendante:

$$V \propto l^{H_v} \quad \text{Équation 55}$$

où  $H_v$  est le coefficient d'anisotropie spatio-temporelle.

Dans ce cas, la transformation d'espace-temps est la suivante:

$$l \propto t^{1/(1-H_v)} \quad \text{Équation 56}$$

En substituant l'Équation 56 dans l'Équation 53, on aura la conséquence suivante de l'anisotropie espace-temps:

$$H_t = \frac{H_x}{1 - H_v} \quad \text{Équation 57}$$

où  $H_t$ , noté  $H$  dans le reste du manuscrit, est le paramètre de non-conservation obtenu dans le temps, et  $H_x$  est celui obtenu dans l'espace. Cette équation permet d'estimer  $H_v$ :

$$H_v = \frac{H_t - H_x}{H_t} \quad \text{Équation 58}$$

En termes de pentes spectrales, Marsan et al., (1996) ont montré que le paramètre d'anisotropie espace-temps vérifie l'équation suivante:

$$H_v = \frac{\beta_t - \beta_x}{\beta_t - 1} \quad \text{Équation 59}$$

où  $\beta_x$  et  $\beta_t$  sont les pentes du spectre de puissance, respectivement dans l'espace et le temps.

Les modèles spatio-temporels unifiés et scalants les plus simples de la pluie (Marsan et al., 1996; Deidda, 2000; Macor et al., 2007; Radkevich et al., 2008) se basent sur l'hypothèse d'un exposant d'anisotropie entre l'espace et le temps. Ainsi, ils suggèrent que les fonctions d'échelle spatiales  $K_x$  et temporelles  $K_t$  des moments devraient être proportionnelles. Une fois qu'on a obtenu la fonction d'échelle de moment à l'échelle temporelle, on peut directement déduire celle de l'échelle spatiale en utilisant la relation suivante (Gires et al., 2011):

$$K_x = \frac{K_t}{1 - H_t} \quad \text{Équation 60}$$

<sup>5</sup> Ce nom vient de la représentation du spectre de puissance, dans lequel le trou spectral, apparaît comme un minimum de la variance spectrale (Stull, 1988)

Ceci implique que le paramètre  $\alpha$  est identique pour les deux échelles temporelle et spatiale. Cependant  $C_l$  et  $H$  vérifient les équations suivantes :

$$\frac{C_{1,x}}{C_{1,t}} = \frac{H_x}{H_t} = \frac{1}{1 - H_t} \quad \text{Équation 61}$$

### III. 3. 2. 2. Discussion

En fait, les modèles de cascades multiplicatives multifractales qui ont été initialement développés afin de décrire la mécanique statistique de la turbulence et des champs passifs advectés, ont montré leur adaptation au processus de pluie comme souligné dans la littérature. Cependant, l'obtention d'un paramètre de non conservation  $H$  nul (Ladoy et al., 1993, Olsson, 1995, Tessier et al., 1996, De Lima et Grasman, 1999 etc...) semblerait contradictoire avec les lois de Kolmogorov (Kolmogorov, 1962) et de Corrsin-Obukhov (KOC) de la turbulence qui imposent une valeur de  $1/3$  (Verrier, 2011). Ainsi d'après Tessier et al. (1993),  $H$  est lié à l'existence de 'Gap' qui est lié à la théorie de Taylor, qui donne une valeur de  $H$  nulle, par contre en cas d'absence de 'Gap'  $H=1/3$ . Toutefois, des études récentes ont souligné que le processus de pluie suit des lois de type KOC (de Montera et al., 2010, Verrier et al., 2010) seulement dans le cas des cartes spatiales de pluie alors que la composante temporelle ne vérifie pas la loi de KOC. En effet, de Montera et al., (2010) et Verrier et al., (2010) trouvent un  $H_x$  (2D) de 0.4 et un  $H_t$  de 0.62 ce qui donne un coefficient d'anisotropie spatio-temporelle  $H_v$  de l'ordre de 0.35 (en utilisant le rapport des pentes spectrales, ils trouvent 0.37) qui est une valeur proche de  $1/3$ , ce qui est en accord avec les lois de Kolmogorov. Ce résultat est en contradiction avec les études précédentes (Marsan et al., 1996; Deidda, 2000), qui ont trouvé  $H_v \approx -0.1$ .

En résumé, on peut dire que les auteurs (Lovejoy et al., 2008, Radkevichet al., 2008, De Montera et al., 2010 et Verrier et al., 2010) pensent que normalement il n'y a pas de raison d'avoir une anisotropie spatio-temporelle. De Montera et al., (2010) et Verrier et al., (2010) avancent cette explication : les séries temporelles analysées, contrairement aux cartes de précipitations généralement sélectionnées avec peu de valeurs nulles de pluie, fait apparaître une anisotropie spatio-temporelle. Cependant Lovejoy et al., (2008) et Radkevichet al., (2008) suggèrent que cette anisotropie observée pourrait être liée au vent vertical. En effet, Lovejoy et Schertzer (2008), ont montré empiriquement que la masse volumique d'eau liquide  $\rho$  est caractérisée par un spectre de type KOC de pente spectrale égale à  $-5/3$  pour les échelles supérieures à une échelle critique  $l_c$  de l'ordre de 50 cm. Cependant ces résultats sont valables seulement à l'intérieur des zones de pluie, ce qui est en contradiction avec les lois des scalaires passifs qui présupposent que le scalaire advecté soit présent dans tout le domaine (Verrier 2011). Plus tard, Verrier (2011) a trouvé des valeurs de  $H$  dans le cas spatial [0.4 pour Cartes RONSARD (échelles < 25 km)] comme dans le cas temporel [0.38 pour des séries DBS (échelles < 8 mn)], jugées assez proches de la valeur  $1/3$ . Dans leurs étude Gires et al., (2011), ont trouvé que l'application du modèle MU séparément sur l'échelle spatiale et temporelle des données radar couvrant le même événement sur la France satisfait l'hypothèse d'isotropie spatiale et d'anisotropie spatio-temporelle. Ils trouvent un coefficient d'invariance d'échelle temporelle  $H_t$  de 0.38 qui est une valeur comparable avec la valeur  $1/3$  qui correspondrait à la théorie de Kolmogorov. Ensuite, on trouve le papier de Rysman et al., (2012) qui ont étudié les statistiques temporelles, spatiales et spatio-temporelles (spectres de puissance) sur la région du Sud-Est de la France sous climat méditerranéen. La pluie dans cette zone est généralement frontale en hiver mais en été, elle est convective. Ils ont analysé les spectres de puissance de la carte radar sur une durée de 3 ans obtenue à partir des bandes X, polarimétrique et d'un radar Doppler ayant une résolution spatiale et temporelle

respectivement de 1 km et 5 minutes en partant de l'hypothèse d'anisotropie spatio-temporelle. Cependant ils ont trouvé un coefficient d'échelle anisotropique nul ce qui traduit que les propriétés statistiques de la pluie restent inchangées que ce soit en temps ou en espace.

On peut émettre l'hypothèse que cette apparente contradiction entre les différentes analyses est due à la diversité des appareils de mesure utilisés. Cette variété induit une définition des régimes tant spatiaux que temporels qui ne sont pas identiques, par la suite les échelles considérées dans les différentes études ne sont jamais identiques. Il semblerait que le coefficient  $H_v$  dépend des régimes spatiaux-temporels considérés.

### III. 3. 3. La divergence des moments

Les queues de distributions liées aux modèles de cascade multiplicatives présentent une asymptote algébrique (Lovejoy et Schertzer, 1995, Pandey et al., 1998):

$$\forall \lambda, \quad \Pr(R_\lambda > S) \underset{S \rightarrow \infty}{\approx} S^{-q_D} \quad \text{Équation 62}$$

$q_D$  est appelé ordre de divergence des moments. C'est un exposant critique lié aux paramètres du modèle qui caractérise la décroissance ou chute algébrique (c'est-à-dire lente) de la fonction de probabilité au dépassement. D'après l'Équation 41, ce phénomène correspond à un comportement linéaire de la fonction de codimension pour les singularités supérieures à  $\gamma_D$ . On peut écrire :

$$c(\gamma) = \begin{cases} c(\gamma) & \text{pour } \gamma \leq \gamma_D = K'(q_D) \\ q_D(\gamma - \gamma_D) + c(\gamma_D), & \text{pour } \gamma > \gamma_D \end{cases} \quad \text{Équation 63}$$

Cette singularité maximale  $\gamma_D$  correspond à un ordre des moments  $q_D$  au delà duquel la fonction d'échelle des moments  $K(q)$  devient également linéaire :

$$K(q) = \begin{cases} K(q), & \text{pour } q < q_D \\ \gamma_{\max}(q - q_D) + K(q_D), & \text{pour } q > q_D \end{cases} \quad \text{Équation 64}$$

La fonction d'échelle des moments augmente à une vitesse  $\gamma_{\max}$  en fonction de l'ordre  $q$ . La divergence des moments n'est observable que pour les échantillons suffisamment grands pour que des singularités  $\gamma > \gamma_D$  soient observables. Elle est due à la grande variabilité de la mesure à très petite échelle. Le processus que nous observons à l'échelle  $\lambda$  peut présenter une variabilité plus forte aux échelles non observées. Par la suite, ce que nous observons est un processus lissé par rapport à la variabilité aux échelles infiniment fines. Les moments empiriques peuvent être calculés mais les moments théoriques n'existent pas. La chute algébrique entraîne une divergence des moments statistiques d'ordre supérieur à  $q_D$  (Hubert, 2005). Hubert et Bendjoudi (1996) et Hubert (2005) ont montré que  $q_D$  est indépendante de l'échelle d'observation et que les queues de distribution épaisses (hyperboliques) des événements de pluie extrêmes sont associées à une période de retour plus petite par rapport aux modèles hydrologiques qui présupposent des queues de distribution de type exponentielle décroissante (Hubert et Bendjoudi, 1996, Verrier, 2011). En d'autres termes, les distributions de probabilité associées aux cascades multifractales génèrent beaucoup plus de valeurs extrêmes que des distributions classiques à savoir normale, Log-normale et Gumbel.

D'après la littérature, les ordres critiques de divergence des moments  $q_D$  sont souvent autour de 3-4 que ce soit pour la pluie ou les débits des cours d'eaux (Hubert et Bendjoudi, 1996, Tessier et al., 1996, Pandey et al., 1998, Labat et al., 2002, Hubert et al., 2002, Hubert, 2005, Hubert et al., 2007, Macor, 2007). Cependant dans leurs études Tchiguirinskaia et al., (2002), ont proposé une estimation de  $q_D$  de l'ordre de 6. Ces auteurs expliquent cette valeur

qui est élevée par rapport aux études déjà citées par la considération de la saisonnalité qui a été négligée auparavant.

D'après Schertzer et Lovejoy (1992) et Tessier et al., (1993), l'ordre de divergence des moments critique  $q_D$  (qui doit être strictement supérieur à 1) est donné par :

$$K(q_D) = D \cdot (q_D - 1) \quad \text{Équation 65}$$

Par la suite, l'Équation 65 définit implicitement  $q_D$  en fonction des paramètres  $\alpha$ ,  $C_1$  et de la dimension de l'espace.

Des considérations géométriques montrent aisément que  $q_D$  décroît quand  $\alpha$  et  $C_1$  augmentent, mais qu'il croît avec  $D$ . En particulier, comme les  $\alpha$  sont bornés supérieurement,  $q_D$  est minoré par la solution remarquable de l'Équation 65 dans le cas où  $\alpha = 2$ , soit :

$$q_D \geq \frac{D}{C_1} \quad \text{Équation 66}$$

Dans le cas d'un processus multifractal (temporel,  $D=1$ ) Lognormal avec un paramètre  $C_1$ , on obtient  $q_D = 1/C_1$ . L'Équation 65 admet quelques solutions analytiques dans des cas particuliers :  $\alpha = 1/2$  ;  $1/3$  ;  $2/3$  ;  $3/2$  ;  $2$  (Verrier, 2011). La résolution numérique reste certainement possible dans les autres cas. Notamment, on a les expressions suivantes (soit

$$\eta = \frac{D}{C_1}) \text{ (Verrier, 2011):}$$

Pour  $\alpha=2$ <sup>(6)</sup> 
$$q_D = \frac{D}{C_1} \quad \text{Équation 67}$$

Pour  $\alpha=3/2$  : 
$$q_D = \left[ \left( \frac{\eta}{2} + \sqrt{\left( \frac{\eta}{2} \right)^2 + 2\eta} \right) / 2 \right]^2 \quad \text{Équation 68}$$

Pour  $\alpha=2/3$  : 
$$q_D = \left[ \left( \frac{\frac{\eta}{3}}{1 - \frac{\eta}{3}} + \sqrt{\left( \frac{\frac{\eta}{3}}{1 - \frac{\eta}{3}} \right)^2 + \frac{4\eta}{3(1 - \frac{\eta}{3})}} \right) / 2 \right]^2 \quad \text{si } \frac{C_1}{D} > \frac{1}{3}; \infty \text{ sinon} \quad \text{Équation 69}$$

---

<sup>6</sup> Pour  $\alpha=2$ , la solution est évidente en revenant aux équations 50 et 65. On explicite le calcul par exemple pour le cas de  $\alpha=3/2$  : l'équation 65 devient :  $C_1/0.5 \cdot (q^{1.5} - q) = D(q-1)$ . On pose  $q = x^2$  ( $>0$ ), ce qui donne :  $C_1/0.5 \cdot (x^3 - x^2) = D(x^2 - 1)$  d'où on a l'équation suivante :  $C_1/0.5 \cdot x^2 \cdot (x-1) = D \cdot (x-1) \cdot (x+1)$ . Si  $x$  est différent de 1 alors :  $x^2 = D \cdot (x+1) / (2 \cdot C_1)$ , ce qui te ramène à une équation de degré 2 qu'on résout en gardant la seule valeur possible de  $x$ . Et on en déduit  $q = x^2$ . La méthode est la même pour les autres valeurs de  $\alpha$ .

Pour  $\alpha=1/2$  :  $q_D = \left[ \left( \frac{\eta}{2} \right) / \left( 1 - \frac{\eta}{2} \right) \right]^2$  si:  $\frac{C_1}{D} > \frac{1}{2}$  ( $q_D = \infty$  sinon) **Équation 70**

Pour  $\alpha=1/3$ :  $q_D = \left[ \left[ -1 + \sqrt{1 + \left( \frac{\frac{8\eta}{3}}{1 - \frac{2\eta}{3}} \right)^2} \right] / 2 \right]^3$  si  $\frac{C_1}{D} > \frac{2}{3}$  ( $q_D = \infty$  sinon) **Équation 71**

### III. 3. 3. 1. Dimension d'échantillon ( $D_s$ ) et ordre critique d'échantillon ( $q_s$ )

#### III. 3. 3. 1. 1 Un seul échantillon

Pour un échantillon de taille finie, tiré d'une population caractérisée par une fonction de codimension  $c(\gamma)$ , il existe une singularité maximale théoriquement observable  $\gamma_s$ . La fonction  $c(\gamma)$  théorique sera bornée dans sa partie supérieure par  $c(\gamma_s)$ . La dimension fractale de support liée à cette singularité sera  $D(\gamma_s)=0$ . Son support consiste en effet en un seul point dans l'espace. D'après l'Équation 41, on a  $\Pr(R_\lambda > \lambda^{-\gamma_s}) = \lambda^{-D}$ , ce qui conduit à  $\gamma_s = c^{-1}(D)$ .

La fonction  $K(q)$ , du fait que la fonction de codimension  $c(\gamma)$  est bornée, sera linéaire, selon le transformée de Légendre :

$$K(q) = \gamma_s(q - q_s) + K(q_s), \quad \text{pour } q > q_s \quad \text{Équation 72}$$

avec  $q_s = c^{-1}[c^{-1}(D)]$ . La dernière formule se déduit de la correspondance bijective entre ordre de moment et singularité (Équation 48).

Dans le cas du modèle MU, on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_s = \frac{C_1 \alpha}{\alpha - 1} \left( \left( \frac{D}{C_1} \right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - \frac{1}{\alpha} \right) \\ q_s = \left( \frac{D}{C_1} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \end{array} \right. \quad \text{Équation 73}$$

#### III. 3. 3. 1. 2 Présence de plusieurs échantillons indépendants

Si on considère  $N_s$  échantillons ouréalizations indépendantes, chacune avec une gamme d'échelles  $\lambda$ , des portions de plus en plus grandes de l'espace de probabilité seront explorées (Pandey et al., 1998). Par conséquent, on peut introduire la dimension d'échantillonnage  $D_s$ , pour tenir compte de la fraction de l'espace de probabilité effectivement exploré (Schertzer et Lovejoy 1995, Schertzer et Lovejoy 1989) :

$$D_s = \frac{\log(N_s)}{\log(\lambda)} \quad \text{Équation 74}$$

Ainsi, dans un espace de dimension  $D$  à la résolution plus petite, caractérisé par le rapport d'échelle  $\lambda$ , on observe normalement  $\lambda^D$  observations. Considérons  $N_s$  réalisations ou échantillons mis à dispositions. Nous observons  $N_s \lambda^D$  observations, ou encore  $\lambda^{D+D_s}$  observations. Si l'espace d'échantillonnage augmente, la codimension de la singularité maximale sera caractérisée par  $c(\gamma_s) = D + D_s$  (Schertzer et Lovejoy, 1992 ; Schertzer et al., 2002). Dans le cadre du modèle MU,  $q_s$  est donné par (Lovejoy et Schertzer 1995, Pandey et al., 1998):

$$q_s = [(D + D_s)/C_1]^{1/\alpha} \quad \text{Équation 75}$$

L'équation ci-dessus est valide seulement si  $q_s < q_D$  (Tessier et al., 1993). Dans le cas d'un échantillon unique,  $N_s=1$ , il vient  $D_s=0$ , et nous retrouvons  $\lambda^D$  observations. Dans ce cas on retrouve l'Équation 73.

### III. 3. 3. 2. Cas non conservatif

Pour des processus non conservatifs, les densités (non conservatives) sont obtenues à partir de la densité conservative, en multipliant  $\varphi_\lambda$  par  $\lambda^{-H}$ , où le paramètre  $H$  est une mesure du degré de non-conservation. Dans le cas unidimensionnel, l'Équation 73 devient (Pandey et al., 1998):

$$\gamma_s - H = \frac{C_1 \alpha}{\alpha - 1} \left( \left( \frac{D}{C_1} \right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - \frac{1}{\alpha} \right) \quad \text{Équation 76}$$

### III. 3. 3. 3. Relation entre modèle MU et loi de Pareto généralisée

La distribution de Pareto généralisée (Équation 13) de paramètre  $\kappa$  qui est utilisée pour modéliser la distribution des valeurs dépassant un seuil (cf section III. 1. 3. ) est caractérisée par une fonction de répartition qui décroît en loi de puissance. On peut montrer (Schertzer et al., 2006) que les moments théoriques d'ordre  $q > 1/\kappa$  n'existent pas, l'intégrale diverge et on a donc  $\kappa = 1/q_D$  .

D'après Newman (2005), l'identification du comportement en loi de puissance peut être délicate. L'exposant de la loi de puissance est défini comme étant l'opposé de la pente de la régression linéaire de la probabilité au dépassement  $p(x)$  en fonction de  $x$ , dans un repère bi-logarithmique. D'après, Goldstein et al., (2004), cette méthode d'identification introduit des biais systématiques d'estimation de  $\nu$ . Alternativement, une méthode simple et fiable est proposée pour extraire l'exposant  $\nu$  (Newman, 2005, Goldstein et al., 2004):

$$\nu = 1 + n \left[ \sum_{i=1}^n \ln \frac{x_i}{x_{min}} \right]^{-1} \quad \text{Équation 77}$$

Les quantités  $x_i$ ,  $i=1 \dots n$  sont les valeurs mesurées  $dex$  et  $x_{min}$  est la valeur minimale  $dex$ . C'est donc une méthode qui utilise la moyenne géométrique (comme le préconise la méthode des moments mixtes). Comme on le verra dans la section suivante, dans des situations concrètes  $x_{min}$  ne correspond généralement pas à la plus petite valeur de  $x$  mesurée, mais à la plus petite valeur à partir de laquelle commence le comportement en loi de puissance. Une estimation de l'erreur statistique attendue sur l'Équation 77 est donnée par (Newman., 2005) :

$$\sigma = \sqrt{n} \left[ \sum_{i=1}^n \ln \frac{x_i}{x_{\min}} \right]^{-1} = \frac{\nu - 1}{\sqrt{n}} \quad \text{Équation 78}$$

Ainsi  $\nu$  constitue un bon estimateur du maximum de vraisemblance de la pente de la distribution empirique.

### III. 3. 4. Étude des propriétés multifractales

Ce paragraphe passe en revue différentes méthodes d'étude des propriétés multifractales. Les propriétés d'invariance d'échelle d'un champ multifractal impliquent que le spectre d'énergie du champ suit une loi en puissance sur plusieurs gammes du nombre d'onde  $k$  :

$$E(k) \propto (k)^{-\beta} \quad \text{Équation 79}$$

où  $\beta$  est l'exposant spectral caractérisant l'invariance d'échelle spectrale (= 5/3 en turbulence homogène). C'est la pente négative de  $E(k)$  en fonction de  $k$  dans un repère log-log (Schertzer et Lovejoy, 1993, Fraedrich et Larnder, 1993, Bernardara et al., 2007, Lovejoy et Schertzer 2010). L'absence d'échelles de temps caractéristiques et la présence d'un régime d'invariance d'échelle indiquent qu'une analyse multifractale peut s'avérer fructueuse. Schertzer et Lovejoy (1993), ont montré que la forme en puissance de l'Équation 79, peut être déduite de l'Équation 45 dans le cas où  $q=2$ .

L'analyse spectrale permet aussi une caractérisation du processus multifractal en estimant la valeur du paramètre  $H$  qui présente l'écart par rapport à la conservation du champ. En effet, selon le théorème de Wiener-Khintchine,  $H$  est égale à (Schertzer et Lovejoy, 1993 ; De Lima, 1998 ; Macor 2007, de Montera et al., 2009):

$$H = \frac{\beta + K(2) - 1}{2} \quad \text{Équation 80}$$

Si  $H > 0$  on a un  $\beta > 1$  et le processus est non stationnaire. Sinon, si  $H = 0$  et étant donné que  $K(2)$  est toujours positif, on trouve un  $\beta < 1$  indicateur d'un processus stationnaire.

Pour les processus caractérisés par une invariance d'échelle, le paramètre  $H$ , peut être déduit aussi, à partir de l'Équation 52 :

$$\ln \langle |\Delta R_\lambda| \rangle = \ln \langle \Phi_\lambda \rangle + H \ln |\Delta t| \quad \text{Équation 81}$$

Comme le flux  $\Phi_\lambda$  est conservatif, le terme  $\ln \langle \Phi_\lambda \rangle$  est constant. D'après Lovejoy et al., (2012), en pratique, l'Équation 81 est valable seulement pour  $H$  positif dans le cas où  $q=1$ . Pour  $H$  négatif, ils proposent une nouvelle définition basée sur la théorie d'ondelette.

Parmi les premiers auteurs qui ont étudié le comportement scalant de la pluie on trouve Fraedrich et Larnder (1993). Ils se sont intéressés à la pluie continentale Européenne en utilisant les statistiques de la transformée de Fourier. Ils ont distingué plusieurs régimes d'invariance d'échelle à savoir : (a) Un régime de variabilité climatique supérieur à 3 années avec une pente spectrale  $\beta$  de l'ordre de 0.7 ; (b) Un plateau spectral dû à la circulation générale des fluctuations enregistrées entre 1 mois et 3 années avec  $\beta$  presque nulle ; (c) Un régime transitoire allant de 3 jours jusqu'à un mois où ils ont enregistré une diminution de l'intensité spectrale sans régime d'invariance d'échelle clair, ce qui est interprété comme étant un mélange de deux régimes voisins (le plateau spectral et les systèmes frontaux) et (d) la partie du spectre d'échelle inférieure à 3 jours est gouvernée des systèmes frontaux avec un  $\beta$

de 0.5. Ils ont remarqué une rupture de régime d'invariance d'échelle, enregistrée autour de 2.4 heures qui reste inexplicable. Ils ont considéré que cette rupture est artificielle et elle serait due à l'inaptitude des instruments à mesurer les faibles signaux. La partie du spectre au-dessous de 2.4 heures est gouvernée par les systèmes convectifs (storms). Les valeurs de  $\beta$  obtenues dans différentes études sont reportées en Tableau 9. Verrier (2011) a exploré des séries chronologiques de taux précipitants observés à très fine échelle (spectropluviomètre de résolution 15 s). Il a mis en évidence l'existence d'un régime de petite échelle (<30 mn) caractérisé par un exposant spectral  $\beta$  nettement supérieur à 1, indice de présence d'un régime fractionnairement intégré à petite échelle.

### III. 4. Relation multifractales -courbes IDF

Le lien entre la loi de Pareto et le modèle MU conduit à envisager les courbes IDF sous la lumière du modèle MU. Dans ce contexte Bendjoudi et al., (1997) ont présenté une base rationnelle d'une forme simplifiée de l'Équation 17 qui décrit les courbes IDF, en se basant sur les propriétés multifractales d'invariance d'échelle du champ de pluie en relation avec l'ordre du divergence des moments pour les ordres assez grands donnant lieu à une formulation analytique simple de ces courbes dépendant de peu de paramètres. D'après Bendjoudi et al., (1997) l'Équation 17 est valable après la transition de phase (au-delà de laquelle on observe une chute algébrique de la distribution des intensités de pluie). End'autres termes pour  $q > q_D$ . Bendjoudi et al., (1997) arrivent à formuler l'équation suivante des courbes IDF :

$$\ln(I_d^T) = (1/q_D) \ln(T) - \ln(d) + cte \quad \text{Équation 82}$$

avec cte : une quasi-constante,  $q_D$  : valeur critique à partir de laquelle on a divergence des moments.

L'étude multifractale d'une série chronologique des précipitations à Nîmes (France) (Ladoy et al., 1993) a donné une valeur de  $q_D$  de  $2.8 \pm 0.4$  et par la suite la pente des courbes IDF sera estimée à 0.36 qui est égale à la pente empirique obtenue par Farthouat (1962) pour la région de Bordeaux (Bendjoudi et al., 1997)

De leur côté, Burlando et Rosso (1996) ont étudié les courbes hauteur-durée-fréquence de pluie dans le cadre d'invariance d'échelle simple et multiple en utilisant le modèle log-normal. Ils ont relié l'invariance d'échelle simple ou multiple respectivement au caractère conservatif ou non de l'évènement de pluie. D'après Menabde et al., (1999), les courbes IDF peuvent appartenir soit aux modèles auto-similaires, pour lesquels  $I_D$  satisfait la relation d'invariance d'échelle simple ou bien aux modèles asymptotiquement auto-similaires. D'après Menabde et al., (1999), l'exposant d'invariance d'échelle  $b$  (Équation 18) est typiquement dans la gamme 0.6-0.8 (et cela se constate empiriquement).

Aussi, Veneziano et Furcolo (2002) ont cherché à établir un lien théorique entre les propriétés multifractales du processus de pluie et le modèle d'invariance d'échelle simple des courbes IDF. On suppose que l'Équation 18 peut s'écrire de la façon suivante  $I_d^T \propto T^c d^{-b}$  ( $\theta=0$ ). Ainsi sous les conditions limites suivantes sur  $D$  et  $T$ , Veneziano et Furcolo (2002) ont trouvé les modèles mentionnés dans l'Équation 83 de  $b$  et  $c$  :

$$I_d^T \propto \begin{cases} d^{-\gamma} T^{q_s}, & \forall T \text{ finie et } d \rightarrow 0 \\ d^{-1} T^{q_D}, & \forall d \text{ finie et } T \rightarrow \infty \end{cases} \quad \text{Équation 83}$$

Le travail de Veneziano et Furcolo (2002) peut aider à diminuer la grande confusion qui règne encore en ce qui concerne les modèles statistiques utilisés pour l'ajustement des extrêmes, dont le choix, se base seulement sur l'ajustement graphique, et non pas sur une base physique solide (Hubert, 2005).

Dans leur article Ceresetti et al., (2010), ont souligné la linéarité en log-log des queues des distributions de probabilité des pluies, qui est une caractéristique des distributions à queues lourdes, pour la plaine du Rhône (près de la mer de la Méditerranée). Ainsi, les précipitations extrêmes ponctuelles qui suivent une loi de puissance vérifient les propriétés d'invariance d'échelle. La pente des queues de précipitations (v dans l'Équation 77) est pratiquement constante et autour de 3, cependant pour les zones à haute altitude les queues sont plutôt exponentielles.

Ceresetti et al., (2012) a appliqué le modèle d'invariance d'échelle simple dans l'estimation de la pluie maximale. Il ont identifié les courbes IDF à partir d'un modèle couplant l'invariance d'échelle temporelle simple des maxima de pluie pour échelle de temps allant d'1 heure à 24 heures avec la distribution GEV. Ils ont montré que  $\kappa$  (paramètre d'échelle), qui est constant dans le cas où le processus présente une invariance d'échelle simple, a un grand effet sur la détermination des quantiles de pluie pour les grandes périodes de retour.

Pour résumer, la modélisation multifractale des séries chronologique des précipitations prédit des queues de distribution hyperboliques, avec des CDF ayant une décroissance en  $x^{-q_D}$  qui sont associés à des périodes de retour beaucoup plus réduites que celles prédites par les courbes IDF obtenues empiriquement et utilisées par les services opérationnels en hydrologie. D'autre part si l'on considère que les distributions peuvent effectivement être utilisées pour la modélisation, les valeurs obtenues empiriquement pour l'exposant  $q_D$  à partir des observations ne sont pas cohérentes avec celles calculées à partir de la modélisation multifractale à partir des mêmes observations.

### III. 5. Relation multifractales -courbes IDAF

Afin d'étudier la relation entre les courbes IDAF et le formalisme multifractal, on a recours aux travaux de De Michele et al., (2001), De Michele et al., (2002) et De Michele et al., (2011).

L'approche de proposée par De Michele et al., (2001) consistant à adopter le concept d'invariance d'échelle dynamique qui est une conséquence de l'hypothèse de l'atmosphère gelée de Taylor (Taylor's frozen Hypothesis, Taylor, 1938). Cette hypothèse est valable seulement pour des échelles temporelles limitées (Over et Gupta, 1996), lorsque la composante d'advection est négligeable. L'hypothèse d'invariance d'échelle dynamique est prise dans ce contexte au sens statistique : pour des rapports particuliers des échelles temporelles et spatiales, la distribution de probabilité de précipitations maxima est invariante d'échelle :

$$I(\eta^a D, \eta^b A) = \eta^{-H} I(D, A) \quad \text{Équation 84}$$

où a et b sont deux paramètres qui expriment l'atténuation de l'intensité de pluie en augmentant respectivement l'agrégation temporelle et spatiale.  $a = z \cdot b / 2$ , avec z est le rapport d'échelle dynamique défini comme suit :

$$\lambda = \eta^{z/2} \quad \text{Équation 85}$$

où  $\lambda$  est le rapport d'échelles temporelles et  $\eta$  est le rapport d'échelles spatiales.

$H$  est une constante positive appelée exposant de Hölder.  $A$  est la surface. Selon Gupta et Waymire (1990), l'égalité est aussi valable dans le «sens large» qui correspond au sens de moments d'ordre  $q$  et de quantiles. La valeur attendue des maxima annuels pourrait être exprimée comme suit:

$$E \left[ I \left( \eta^a D, \eta^b A \right) \right] = \eta^{-H} E \left[ I \left( D, A \right) \right] \quad \text{Équation 86}$$

où  $H$  est linéaire en  $q$  en cas d'invariance d'échelle simple.

Selon Gupta and Waymire (1990), si  $H$  varie en fonction de la période de retour dans l'Équation 84, cette dernière présente une transformation statistique multi-échelle. D'après Schertzer et Lovejoy., (1989), l'invariance d'échelle multiple s'exprime en termes du moment d'ordre  $q$  de la façon suivante :

$$E \left[ I^q \left( \eta^a D, \eta^b A \right) \right] = \eta^{-\zeta(q)} E \left[ I^q \left( D, A \right) \right] \quad \text{Équation 87}$$

En utilisant les concepts d'invariance d'échelle dynamique et d'auto-affinité statistique, De Michele et al., (2001), ont dérivé une nouvelle formule à base physique pour l'ARF. Ils ont proposé de mettre les courbes d'intensité-durée-surface (Area)-fréquence sous la forme d'un produit d'IDF et un facteur de réduction surfacique (ARF):

$$I \left( D, A, T \right) = I \left( D, T \right) . ARF \left( A, D, T \right) \quad \text{Équation 88}$$

où la formulation IDF prend la forme:

$$I \left( D, T \right) = a_1 \left( T \right) D^{-v(T)} \quad \text{Équation 89}$$

où  $a_1$  est l'intensité de pluie locale ou ponctuelle pour une durée unitaire et une période de retour  $T(I(D=1, A=0))$ .  $v=H/a$  est un exposant climatique.

L'expression des IDAF est déterminée en respectant les considérations asymptotiques suivantes:

- i. la forme générale ARF devrait être fonction de  $A^a$  et  $D^b$ ,
- ii. lorsque  $A \rightarrow 0$  (échelle du pluviomètre), l'ARF  $\rightarrow 1$ ,
- iii. lorsque  $A \rightarrow \infty$ , l'intensité moyenne des précipitations tend vers zéro,
- iv. lorsque  $T \rightarrow \infty$ , les précipitations surfaciques sont assimilées aux précipitations ponctuelles.

Par le biais d'analyses dimensionnelles, De Michele et al., (2001) ont trouvé une expression appropriée pour les courbes IDAF:

$$I \left( D, A, T \right) = a_1 \left( T \right) D^{-v(T)} \left[ 1 + \varpi \left( \frac{A^z}{D} \right)^b \right]^{-v(T)/b} \quad \text{Équation 90}$$

où  $\varpi$  est un facteur de normalisation (constant). L'influence de la période de retour est implicite dans  $v$ .

L'Équation 90 est le produit de l'intensité de pluie locale ( $a_1(T) D^{-v(T)}$ ) par la fonction de réduction d'intensité de pluie en fonction de la surface ARF définie sous la forme suivante:

$$ARF \left( D, A, T \right) = \left[ 1 + \varpi \left( \frac{A^z}{D} \right)^b \right]^{-v(T)/b} \quad \text{Équation 91}$$

Il est intéressant de noter que la formulation présentée par l'Équation 91, est semblable à la formule traditionnelle de Puppini (Équation 34).

De Michele et al., (2002) ont proposé de coupler ce modèle IDAF avec une distribution Log-normale ( $\alpha=2$ ) des extrêmes qui a été proposée par Burlando et Rosso(1996)selon l'Équation 92, afin de prendre en compte des exigences multi-échelles. Dans un contexte d'invariance d'échelle multiple,  $\nu$  varie en fonction de la période de retour.

$$\zeta(q) = H_q q = (2H_1 - H_2)q + (H_2 - H_1)q^2 \quad \text{Équation 92}$$

où  $H_1, H_2$ : exposants d'échelles pour les deux premiers ordre de moments.

De leurs coté, De Michele et al., (2011) ont dérivé des relations IDAF à partir des propriétés statistiques des maxima des événements de pluie définis par rapport à un seuil d'intensité. Ils ont supposé que les maxima des événements de l'intensité de pluie vérifient l'hypothèse d'invariance d'échelle dans le temps et l'espace et qu'ils sont distribués selon la loi Lognormal avec une chronologie des événements poissonnienne.

En remplaçant  $\nu$  par sa valeur ( $H/a$ ) dans l'Équation 90, De Michele et al., (2011) trouve l'expression suivante du maximum de l'événement de l'intensité moyenne de pluie :

$$I(D, A) = a_1 D^{-H/a} \left[ 1 + \varpi \frac{A^a}{D^b} \right]^{-H/a b} \quad \text{Équation 93}$$

Dans le cas d'invariance d'échelle simple ( $H=cte$ ), les moments statistiques d'ordre  $q$  s'écrivent sous la forme suivante :

$$E(I^q(D, A)) = E(a_1^q) D^{-Hq/a} \left[ 1 + \varpi \frac{A^a}{D^b} \right]^{-Hq/a b} \quad \text{Équation 94}$$

Cependant dans un cas général, le processus de pluie est caractérisé par une invariance d'échelle multiple. Dans ce cas  $H$  varie avec  $q$ . L'Équation 94 devient :

$$E[I^q(D, A)] = E(a_1^q) D^{-\zeta(q)/a} \left( 1 + \varpi \frac{A^a}{D^b} \right)^{-\zeta(q)/a b} \quad \text{Équation 95}$$

Dans le cas où les intensités de pluies suivent la distribution Log-normale, la CDF s'écrit de la façon suivante (De Michele et al., 2011) :

$$F_{I(D,A)}(i) = \int_0^i \frac{1}{\xi \sqrt{2\pi} \sigma [\ln(I)]} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\log \xi - E[\ln(I)]}{\sigma [\ln(I)]} \right)^2 \right] d\xi \quad \text{Équation 96}$$

où  $i$  est une intensité de pluie pour laquelle on effectue le calcul.  $E[\ln(I)]$  et  $\sigma[\ln(I)]$  sont respectivement la moyenne et l'écart type de la variable transformé  $\log(I)$ , lié à la moyenne,  $E(I)$ , et l'écart type  $\sigma(I)$ .

Soit  $I_{MAX}(D,A)$  le maximum annuel des intensités de pluies moyennes pour une durée  $D$  et une surface  $A$ . Supposons que le nombre annuel d'événements extrêmes de pluie suit une loi de Poisson de paramètre  $\nu$ , alors la CDF de  $I_{MAX}$ ,  $F_{I_{MAX}}$  est une fonction de la  $F_{I(D,A)}$  :

$$F_{I_{MAX}(D,A)}(i) = \exp \left[ -\nu \left( 1 - F_{I(D,A)}(i) \right) \right] \quad \text{Équation 97}$$

L'Équation 97, est connue sous le nom de la loi de *Poisson contaminée par la loi des valeurs extrêmes* ('Poisson Compound Contagious Extreme Value probability law') (Salvadori et al., 2007, De Michele et al., 2011). L'inversion de l'Équation 97 donne le quantile  $I_{MAX}(F)$  :

$$I_{MAX}(F) = \frac{E^2(I)}{\sqrt{E(I^2)}} \exp \left[ \Phi_{1+(1/\nu)\log(F)}^{-1} \sqrt{\ln \left( \frac{E(I^2)}{E^2(I)} \right)} \right] \quad \text{Équation 98}$$

avec  $\phi_{1+(1/\nu)\log(F)}$  est la variable aléatoire normale standard avec une probabilité de non-dépassement déduite de  $F$  égale à  $1 + (1/\nu) \ln(F)$  (De Michele et al., 2011).

En substituant dans l'Équation 98, les expressions de  $E(I)$  et de  $E(I^2)$  fournies par l'Équation 95, avec  $q=1, 2$  et  $\zeta(q)$  décrit par l'Équation 92, on obtient la relation suivante des courbes IDAF (De Michele et al., 2011):

$$i_{\max}(D, A, F) = E^2(a_1) D^{-(2H_1-H_2)/a} \left( 1 + \varpi \frac{A^a}{D^b} \right)^{-(2H_1-H_2)/ab} \exp \left[ \Phi_{1+(1/\nu)\log(F)}^{-1} \sqrt{\ln \left( \frac{E(a_1^2)}{E^2(a_1)} D^{-2(H_2-H_1)/a} \left( 1 + \varpi \frac{A^a}{D^b} \right)^{-2(H_2-H_1)/ab} \right)} \right] \quad \text{Équation 99}$$

### III. 6. Conclusion

Les modèles de cascades multiplicatives sont des modèles stochastiques qui peuvent être appliqués pour étudier la variabilité spatiale et temporelle des précipitations et valoriser les fortes pluies et par la suite discerner les zones les plus vulnérables vis-à-vis aux inondations. Ils ont l'avantage de relier l'échelle spatio-temporelle et l'intensité pour des processus en cascade dans des domaines spatio-temporels. Avec ces modèles les auteurs commencent à adopter l'hypothèse de comportement asymptotique *algébrique* en se référant à l'ordre de la divergence des moments  $q_D$ , qui dépend de la taille de l'échantillon de pluie, aux dépens de comportement asymptotique *exponentiel*. Le couplage entre la loi GEV et la propriété d'invariance d'échelle du champ de pluie qui est considéré multifractal permet de développer des formulations simples de courbes IDF aux sites non jaugés à travers la régionalisation. Le passage des IDF aux IDAF se fait par l'intermédiaire du coefficient d'abattement ARF. De Michele et al., (2001), en se basant sur le concept d'invariance d'échelle dynamique, a développé un ARF qui reflète les propriétés d'échelle des précipitations dans l'espace et le temps.

---

## CHAPITRE IV. METHODOLOGIE

---

Ce chapitre présente les principales méthodes utilisées pour déduire des données disponibles décrites au CHAPITRE II et les caractéristiques des précipitations de la région de Tunis dans le cadre théorique présentées au CHAPITRE III. Contrairement à la présentation de revue bibliographique, la méthodologie développera d'abord l'analyse du caractère multifractal des pluies de la région de Tunis. Des courbes IDF de la région de Tunis ont pu être déduites à partir des séries de maxima journaliers grâce à un modèle de régionalisation que nous avons déployé. Par suite, nous avons mis en œuvre le modèle de De Michele pour l'élaboration des courbes IDAF.

### IV. 1. La dimension fractale du support de la pluie

D'après la littérature, il y a un biais dans l'estimation des paramètres du modèle MU qui est du à la présence plus ou moins importante de valeurs nulles dans les séries chronologiques. La caractérisation de l'occurrence des précipitations à travers l'analyse de la dimension fractale du support de la pluie est donc une étape préliminaire indispensable pour analyser l'intermittence. La méthode de comptage de boîtes a été appliquée aux séries chronologiques des quatre stations pluviographiques de résolution 5mn (Tunis-Manoubia, Mornag, Sidi Thabet et Soukra) ainsi qu'à la série journalière de la station de Tunis Manoubia. Cette station a recueilli la série journalière la plus longue parmi les stations pluviométriques de toute la Tunisie (136 ans). En raison des réserves mentionnées sur la qualité des données avant 1900, la série journalière analysée commence au 1<sup>er</sup> janvier 1900.

Dans un premier temps, l'étude du support sera faite sur les données brutes journalières. Le support de pluie est alors défini par rapport au seuil de détection des appareils de mesure. L'analyse des propriétés fractales du support de la pluie consiste à estimer la pente de la régression linéaire du nombre de boîtes en fonction de la résolution  $\lambda$ , dans un repère bi-logarithmique (Équation 36). On considère ensuite l'évolution des régimes et de la dimension fractale en changeant le seuil de détection. En effet, l'utilisation des données brutes intègre toute la structure de la pluie : les systèmes convectifs ne sont pas séparés des systèmes stratiformes. En augmentant le seuil, la structure de pluie change et les régimes de variabilité pourraient être modifiés. Ensuite, une étude de la stabilité des caractéristiques du support de pluie au cours du siècle dernier va être menée sur la station de Tunis-Manoubia. A cette effet, la série chronologique journalière de cette dernière station a été divisée en séquences successives de tailles 6, 12 et 22 ans ( $2^{11}$ ,  $2^{12}$  et  $2^{13}$  jours).

### IV. 2. Etude multifractale des intensités de pluie

#### IV. 2. 1. Analyse des spectres

L'étude de l'occurrence de la pluie a mis en évidence l'existence de plusieurs gammes d'échelles ayant des dimensions fractales distinctes. L'analyse des spectres d'énergie va nous permettre d'identifier les régimes d'invariance d'échelle. Les données 5 minutes des 3 stations Tunis-Manoubia, Mornag et Sidi Thabet sont utilisées pour l'étude des 'hautes' fréquences. Cependant la station de Soukra sera exclue car sa longueur en puissance de deux est deux fois plus petite que pour les trois autres. L'étude des 'basses' fréquences demande une longue série pluviométrique. La station de Tunis-Manoubia est donc utilisée pour cet objectif.

Les précipitations de la région de Tunis se caractérisent par un nombre de valeurs nulles très important dans les séries de pluie (périodes de sécheresse). Ces derniers ont une influence sur les résultats de l'analyse multifractale. La pluie pendant la période estivale (juin-juillet-août) est quasiment faible ou nulle et la saison de pluie commence pratiquement en septembre. Ainsi, bien qu'il y ait des événements pluvieux orageux d'été, on va se consacrer à l'étude des séquences pluvieuses hors période estivale ayant le 1<sup>er</sup> septembre comme début (si les données disponibles le permettent). En plus, le choix des sous-ensembles de la série chronologique de pluie au droit d'une station donnée doit avoir un nombre de points des sous-séries qui s'écrit en puissance de 2. En effet, pour faciliter l'analyse multifractale et l'interprétation des résultats par la suite, le nombre de points des sous-séries doit être en puissance de 2. Le nombre de pas de temps de 5 mn entre le 1<sup>er</sup> septembre et le 30 avril est 69696. Celui entre le 1<sup>er</sup> septembre et le 30 mai est 78624. Or  $2^{16}=65536$  et  $2^{17}=131072$ . Par suite, on a dû étudier des séries de taille 8 mois. Finalement, afin d'étudier l'effet de l'intermittence des séries 5 minutes y compris et hors période estivale, des séries de deux ans et demi ( $2^{18} * 5mn$ ) ainsi que des séries de 8 mois à peu près feront l'objet d'analyse des spectres d'énergie. Par ailleurs, des spectres moyens (par combinaison de stations) pour les séries de mêmes tailles peuvent être construits.

#### IV. 2. 2. Estimation du paramètre de non conservation de processus $H$

D'après la littérature (Tableau 9) le processus de pluie est non conservatif pour les hautes fréquences, ce qui se traduit par une pente du spectre  $\beta > 1$  et un coefficient de non conservation de processus  $H \neq 0$ , puis il devient conservatif pour les basses fréquences qui se traduit par un  $\beta < 1$  et un  $H \approx 0$ . Parfois les pentes spectrales sont sensiblement autour de 1. Dans ce cas une étude de la fonction de structure du premier ordre s'avère nécessaire pour vérifier la conservation ou non du processus physique pour une gamme d'échelle donnée. Pour estimer le paramètre  $H$ , quantifiant la déviation de phénomène vis-à-vis d'un processus conservatif (plus  $H$  est fort, plus le processus est lisse), on revient à l'Équation 81. Cette relation est très intéressante dans la mesure où les pentes spectrales  $\beta$  sont très proches de 1, limite supérieure d'indicateur d'un processus non conservatif. D'après l'Équation 81, le paramètre  $H$  est estimé par la pente de régression linéaires de  $\langle |\Delta R_\lambda| \rangle$  et le pas de temps correspondant  $\Delta t$  dans un repère double logarithmique.

#### IV. 2. 3. Estimation des paramètres du Modèle Multifractal Universel

Etant donné que le processus de pluie est non conservatif pour les échelles fines, deux approches ont été considérées pour modéliser la fonction d'échelle des moments statistiques d'ordre  $q$ ,  $K(q)$ .

La première approche consiste à appliquer le flux à intégration fractionnaire (FIF), qui est une version modifiée du modèle MU pour les champs non conservatifs, sur les séries à pas de temps 5 minutes. Dans ce cas on va utiliser la méthodologie décrite par Lavallée et al., (1993) et DeMonteraet al., (2009), qui consiste à analyser les séries différenciées  $\Phi_{UM} = \partial_t R_{5min}$  (où  $\Phi_{UM}$  est une cascade conservative et  $R_{5min}$  est un FIF). Dans une première étape, nous allons vérifier la pertinence des deux régimes d'invariance d'échelle obtenus par l'analyse spectrale en vérifiant la linéarité de la relation entre  $\log \langle \Phi_{UM}^q \rangle$  et  $\log(\lambda)$  pour différentes valeurs de  $q$ . Ensuite, d'après l'Équation 45, les pentes de la régression linéaire obtenues pour différentes valeurs de  $q$  permettent d'estimer les valeurs correspondantes de la fonction d'échelle des moments  $K(q)$ . Les coefficients de détermination  $R^2$  des régressions linéaires sont calculés pour aider à retenir seulement ceux ayant une valeur suffisamment grande fixée à  $R^2 > 0.85$ .

La seconde approche consiste à moyenniser les séries de données à résolution 5 minutes jusqu'à obtenir des séries de données ayant une résolution 2h40mn. Il faut noter que le choix de la résolution ou bien de la durée de l'évènement doit être cohérent avec les gammes d'échelles identifiées par analyse spectrale. Ainsi, le choix de la résolution 2h40mn est justifié à la fois par la présence d'une rupture d'échelle à 2h30mn mise en évidence dans la partie résultats et par la méthode d'agrégation de la série choisie en puissance de 2 (2h40mn = 2<sup>5</sup>\*5mn). On obtient  $\Phi_{UM} = (R)_{2h40mn}^{moy}$  qui est une série qui correspond à un processus conservatif qui peut alors être modélisé par un modèle MU. Dans ce cas, il faut s'assurer de la linéarité de la relation entre  $\log \langle \Phi_{UM}^q \rangle$  et  $\log \langle \lambda \rangle$ .

Vu la sensibilité de l'estimation des paramètres du modèle MU à la présence des valeurs nulles, l'estimation des paramètres du modèle MU sera effectuée à la fois sur les séries de données de 2.5 ans et sur les séries de 8 mois excluant la période d'été.

Une fois la fonction d'échelle de moment expérimentale  $K(q)$  obtenue par l'approche différenciée ou moyennée, deux méthodes d'estimation des paramètres sont implémentées. La première méthode, nommée méthode d'optimisation (M1) qui consiste à ajuster directement, la forme théorique (Équation 50) des paires  $(q, K(q))$  obtenues par la méthode de minimisation par moindres carrés. La deuxième méthode appelée méthode de dérivation (M2) consiste à utiliser la première et la deuxième dérivée de la fonction  $K(q)$  pour estimer les paramètres (Lovejoy et al., 1995):

$$C_1 = K'(1), \quad \alpha = \frac{C_1}{K''(1)} \quad \text{Équation 100}$$

#### IV. 2. 4. Correction des biais dû à l'intermittence des précipitations

Le modèle MU n'étant pas adapté à la modélisation d'un processus intermittent tel que les précipitations, l'intermittence introduit des erreurs dans l'estimation des paramètres du modèle multifractal. En effet, dans son article, Schmitt et al., (1998) a tenu compte de la dimension fractale du support dans le calcul de la fonction de moments et par la suite dans l'estimation des paramètres multifractals universels. De Montera et al., (2009) et Verrier et al., (2011) ont mis en évidence un biais dû à la présence de valeurs nulles dans l'estimation des paramètres multifractals et proposé une méthode de correction de ce biais. Gires, (2009) a adapté une technique d'analyse multifractale modifiée qui consiste à estimer des moments empiriques pondérés avec surpondération des valeurs non nulles.

Une première approche possible consiste à étudier des évènements de pluie continue. Cependant, dans notre cas cette application est limitée par la résolution minimale disponible, le régime de pluie de la zone étudié et l'étroitesse des tailles des évènements. Ainsi, dans la meilleure des situations on peut avoir des paramètres non biaisés pour le premier régime d'invariance d'échelle.

Une seconde approche consiste à appliquer la méthode proposée par Verrier et al., (2011). Il s'agit d'une formulation semi-empirique, inspirée de l'idée de Schmitt et al., (1998). La pluie se distribue autour d'un support fractal, ayant une certaine dimension appelée dimension fractale de l'occurrence et notée  $D_f$ . Dès que  $D_f$  est inférieure à 1 ( $D_f=1$  si on a un évènement de pluie continu), le problème de biais apparaît. La fonction échelle des moments, estimée par le modèle universel traditionnel constitue une fonction biaisée de la fonction réelle  $K(q)$ , noté  $\hat{K}(q)$  :

$$\hat{K}(q) = K(q) + c_f(q-1) \quad \text{Équation 101}$$

$$\begin{cases} \hat{K}'(1) = \hat{C}_1 \\ \hat{K}''(1) = \hat{C}_1 \hat{\alpha} \end{cases} \quad \text{Équation 102}$$

à partir des deux Équations 101 et 102, on obtient les formules ci-dessous:

$$C_1 = \hat{C}_1 - c_f \quad \text{Équation 103}$$

$$\alpha = \frac{\hat{\alpha}(C_1 + c_f)}{C_1} \quad \text{Équation 104}$$

où  $c_f$  est la codimension du support de pluie (égale à  $1-D_f$ , où  $D_f$  est la dimension fractale de l'occurrence de pluie supposée déjà calculée). Les Équation 103 et Équation 104 expriment la surestimation du paramètre  $C_1$  et la sous-estimation du paramètre  $\alpha$  en étudiant des séries renfermant un pourcentage élevé de zéros. Elles sont utilisées pour l'estimation des paramètres non biaisés. De la même façon, la pente du spectre d'énergie doit être plus aplatie (Verrier et al., 2011) si l'on considère l'intermittence :

$$\hat{\beta} = 1 - \hat{K}(2) = \beta - c_f \quad \text{Équation 105}$$

Une troisième solution a été proposée, basée sur les deux approches précédentes. Des séquences de pluies de longueur fixe  $\tau$  contenant au moins une valeur non nulle sont extraites de la série chronologique. Les valeurs de la codimension  $c_f$  ainsi que les paramètres biaisés sont obtenus sur chacune des séquences.

La méthode de sélection des séquences de pluies de longueur fixe  $\tau$  se fait comme suit : tout d'abord on fixe la longueur des échantillons à sélectionner à 2h40mn (puisque dans les résultats nous montrons qu'un 1<sup>er</sup> régime d'invariance d'échelle est défini entre 5mn et 2h40mn). Pour chaque séquence de pluie non nulle on calcule le pourcentage de zéros pour une fenêtre qui démarre à la première valeur non nulle. On fait glisser la fenêtre par pas de 5 mn et on garde seulement les séquences qui correspondent à une diminution du nombre de zéros. Cette sélection se fait automatiquement avec un programme élaboré sur Matlab. Comme nous ne disposons que de 2.5 ans de données, l'objectif est d'avoir un échantillon assez important, de taille  $N_0$ , représentatif de l'ensemble des événements tout en privilégiant les séquences avec un pourcentage de zéros faible. Différents échantillons sont sélectionnés pour chacune des stations.

L'originalité de cette approche est de déduire la codimension  $c_f$  propre à chaque séquence directement à partir du pourcentage de zéro  $p_\lambda$  (fixé par l'expérience) de la séquence considérée à la résolution  $\lambda$ . On obtient à partir de l'Équation 39:

$$\ln(1 - p_\lambda) = -c_f \ln(\lambda) + K \quad \text{Équation 106}$$

Comme chaque séquence considérée contient au moins une valeur non nulle de pluie, il s'ensuit que pour  $\lambda = 1$ , le pourcentage  $p_1$  est égal à zéro. On en déduit que  $K$  est nul. La codimension du support est liée au pourcentage de zéros selon l'équation suivante :

$$c_f = \frac{\ln(1 - p_\lambda)}{\ln(\lambda)} \quad \text{Équation 107}$$

Les codimensions obtenues avec cette expression très simple, appliquée sur chacune des séquences contenant au moins une valeur non-nulle conduisent à des valeurs de  $D_f$  et  $c_f$  (Équation 107) qui fluctuent entre 0 à 1 selon le pourcentage de zéro dans la séquence étudiée.

En remplaçant l'Équation 107, dans les équations 103 et 104 les paramètres biaisés peuvent être exprimés en fonction de paramètres débiaisés comme suit:

$$\begin{cases} \hat{C}_1 = C_1 - a \log(1 - p_\lambda) \\ \hat{\alpha} = \frac{\alpha \cdot C_1}{C_1 - a \log(1 - p_\lambda)} \end{cases} \quad \text{avec} \quad a = \frac{1}{\log(\lambda)} \quad \text{Équation 108}$$

Pour chaque séquence de longueur  $\tau$  les paramètres  $\hat{\alpha}$ ,  $\hat{C}_1$  et  $p_\lambda$  sont estimés avec la méthode décrite au paragraphe (IV. 2. 3. ). Les paramètres non biaisés  $\alpha$ ,  $C_1$  sont ensuite estimés par un ajustement aux moindres carrés en utilisant l'Équation 108.

### IV. 3. Courbes IDF

Plusieurs auteurs ont convenu que les maxima annuels sont caractérisés approximativement par une invariance d'échelle pour les échelles de temps allant d'environ 30 mn à 24 h (Burlando et Rosso, 1996 ; Menabde et al., 1999). Quant à Ceresetti et al., (2012), ces auteurs ont trouvé que les échelles de temps allant de 4 à 100 h sont caractérisées par une invariance d'échelle. La modélisation des intensités des pluies maximales en adoptant la propriété d'invariance d'échelle simple a été admise par plusieurs auteurs (Menabde et al. 1999, Yu et al., 2004, Bara et al., 2009 et 2010) pour aboutir à une formulation simple des courbes IDF.

Ainsi, ceci justifie notre hypothèse d'invariance d'échelle simple dans l'analyse des séries temporelles de précipitations. Grâce à cette hypothèse, les IDF des durées non observées peuvent être déduites des IDF relatives aux résolutions observées, en particulier de celles de la résolution 24 h qui sont souvent disponibles dans la pratique (observations pluviométrique). En plus, l'hypothèse d'invariance d'échelle associée à la méthode de régionalisation nous permet d'estimer les courbes IDF pour des durées de références inférieures à 24h pour les zones où on dispose des seuls totaux journaliers. Il faut cependant appliquer préalablement la correction Weiss (Meylan et al., 2008) qui transforme les précipitations journalières en précipitations de durée de 24 h.

Les séries des maxima annuels pluviométriques du Nord de la Tunisie (cf Figure 3) et leurs courbes IDF élaborées par la DGRE-ST2I (2007) nous aideront à mettre en évidence le caractère d'invariance d'échelle simple des intensités de pluie maximales annuelles en utilisant dans un premier temps les moments statistiques conventionnels et dans un deuxième temps les moments de probabilité pondérés PWM, qui sont plus recommandées dans le cas d'estimation de la loi GEV. Ces séries sont constituées par les N plus importantes intensités maximales annuelles observées au cours des N années aux 15 stations du Nord de la Tunisie pour des durées de références allant de 5 minutes à 4 heures. Ces durées sont 5, 10, 15, 30, 60, 90, 120, 180 et 240 minutes. Ces données d'intensités de pluie maximale seront utilisées en complément des intensités de pluie journalière maximales annuelles. Les séries de données journalières sont plus complètes (moins de lacunes) et plus longues que celles des données

pluviographiques. On a choisi de retenir seulement les données journalières correspondantes aux mêmes années où les données pluviographiques sont complètes, comme il a été signalé dans les rapports de la DGRE-ST2I (2007). Seuls les maxima annuels journaliers sur ces dernières années complètes (cf Figure 4) ont été considérés. Ces données journalières sont corrigées en utilisant la correction de Weiss pour estimer la pluie pour 24 heures.

**Rappel sur le facteur de correction de Weiss :** un dispositif de mesure à pas de temps constant conduit à une sous-estimation systématique des intensités. Ce facteur permet de corriger l'écart existant entre la plus forte pluie sur  $n$  jours dont l'origine est toujours la même heure et la plus forte pluie sur  $(24n)$  heures d'origine variable dans le temps. L'étude de Weiss a pour but de corriger ce biais en utilisant l'équation suivante (Meylan et al., 2008) :

$$F_{Weiss} = \frac{\text{Plus forte pluie sur } (24n) \text{ heures}}{\text{Plus forte pluie sur } n \text{ jours}} = \frac{24n}{24n-3} \quad \text{Équation 109}$$

Où  $n$  est le rapport de la durée des événements étudiés au pas de temps de la mesure. Le Tableau 10 reporte les valeurs proposées par Weiss :

**Tableau 10. Valeurs du coefficient de Weiss pour des durées allant de 1 à 5 jours**

intervalle de mesure (j)	1	2	3	4	5
correction de Weiss	1.143	1.067	1.043	1.032	1.026

Dans notre cas d'étude pour passer des données journalières aux données 24 heures on utilise le coefficient  $F_{weiss}=1.143$ , généralement admis dans la littérature.

#### **IV. 3. 1. Analyse de l'invariance d'échelle simple et les courbes IDF**

En utilisant les données d'intensités de pluie pour les différentes stations pluviographiques disponibles de la zone Nord de Tunisie, l'invariance d'échelle simple des maxima annuels sera évaluée afin d'identifier les régimes d'invariance d'échelle. L'exposant d'échelle  $k$  sera estimé en déterminant la pente de la régression linéaire entre les log-transformées des moments de probabilité pondérés PWM de la pluie maximale annuelle en fonction de log-transformées de différents ordres de moments.

Afin de régionaliser l'exposant d'échelle à des sites non-jaugés, une relation entre ces derniers et une statistique de la pluie journalière maximale annuelle sera étudiée.

#### **IV. 3. 2. Régionalisation des courbes IDF**

Une fois établie une formule régionale des courbes IDF, on se propose de déduire les courbes IDF de la région de Grand Tunis en utilisant les données journalières observées dans cette région. Ensuite, les maxima annuels de l'intensité moyenne maximale de pluie seront spatialisés par la méthode d'interpolation par krigeage à l'aide du logiciel ArcView.

Deux outils seront utilisés pour tester la conformité entre la distribution empirique des intensités maximales annuelles de pluie et la distribution théorique qui est dans notre cas le modèle d'invariance d'échelle simple : la comparaison graphique Q-Qplot et le test de Kolmogorov-Smirnov (Massey, 1951).

#### **IV. 3. 3. Relation courbes IDF - multifractales**

La cohérence entre la valeur de  $q_D$  déduite de l'analyse multifractale, obtenue par analyse de la pente de la fonction de répartition et celle déduite des courbes IDF (Équation 83) sera étudiée.

#### IV. 4. Courbes IDAF

Un essai de calcul de la relation IDAF en se référant à l'approche de De Michele et al., (2011), au modèle MU de Schertzer et Lovejoy (1987) et aux estimations des ARF de NERC (1975), sera effectué pour valoriser les résultats de l'application du modèle MU. La station de Tunis Manoubiaqui est la seule station pour laquelle on dispose des intensités au dessus d'un seuil (POT) ainsi que de leurs dates, fera l'objet de l'étude.

Pour estimer  $H_1$  et  $H_2$ , il est nécessaire de définir une forme analytique de la fonction d'échelle de moments. La forme analytique de la fonction  $\zeta(q)$  d'échelle de moments proposée par (Lovejoy et Schertzer, 1995) est:

$$\zeta(q) = q^H - \frac{C_1}{\alpha - 1} (q^\alpha - q) = q^H - K(q) \quad \text{Équation 110}$$

Pour les processus monofractals,  $\zeta(q)$  est linéaire ( $\zeta(q) = q^*H$ ). De plus, on peut facilement vérifier que  $H$ , qui est le degré de non-conservation de la moyenne du champ vérifie :  $H = \zeta(1)$ .

Supposant que l'intensité de pluie est une variable aléatoire qui suit une loi Log-normale ( $\alpha = 2$ ) l'Équation 110 prend la forme suivante :

$$\zeta(q) = (H - C_1)q + C_1q^2 \quad \text{Équation 111}$$

Ainsi en écrivant l'identité entre les Équations 92 et 111 (c'est-à-dire qu'en supposant que les deux modèles donnent le même résultat pour la fonction  $\zeta(q)$ ) on trouve :

$$\begin{cases} H_2 - H_1 = C_1 \\ 2H_1 - H_2 = H - C_1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} H_2 = C_1 + H_1 \\ H_1 = H \end{cases}$$

On aura le système d'équations suivant à résoudre:

$$\begin{cases} H_2 - H_1 = C_1 \\ \frac{H_1}{a} = \frac{\zeta(1)}{a} \\ \frac{2H_2}{a} = \frac{\zeta(2)}{a} \end{cases} \quad \text{Équation 112}$$

D'après De Michele et al., (2011), les paramètres  $a$ ,  $b$  et  $\varpi$  de l'Équation 93, peuvent être estimés en minimisant la somme des carrés des différences (méthode des moindres carrés) pour  $q = 1$ . On peut aussi déduire  $\varpi$  à partir de l'expression de l'ARF (Équation 91) :

$$\varpi = \left[ ARF^{-ab/H} - 1 \right] \frac{D^b}{A^a} \quad \text{Équation 113}$$

D'après l'Équation 113, on remarque que pour  $D$  et  $A$  fixés,  $\varpi$  est inversement proportionnel à ARF. D'après De Michele et al., (2011), la valeur de  $\varpi$  est une constante indépendante à la fois de la période de retour et de la durée de référence.

Cependant nous ne disposons pas des données nécessaires pour estimer le coefficient d'abattement ARF dans la zone étudiée ni des paramètres  $a$ ,  $b$  et  $\varpi$  de l'Équation 93. Pour résoudre ce problème. On a adopté les valeurs données par le graphe de NERC (1975) car il a été démontré par De Michele et al., (2001) que l'ARF de NERC (1975), vérifie la formule à

base physique qu'ils ont développé et qui est basée sur des propriétés d'invariance d'échelle spatio-temporelle du processus de pluie. En plus, on dispose des valeurs numériques exactes de l'ARF (NERC 1975) dans un tableau contrairement à l'ARF de l'OMM (1994) dont l'origine n'est pas précisée dans le document. Malheureusement, comme on va voir dans la partie résultats, on n'est pas arrivé dans le cadre de cette étude à faire une étude de sensibilité aux choix des ARF, en examinant les résultats obtenue dans le cas où on a utilisé les ARF de l'OMM (1994).

Finalement, nous ferons les 3 hypothèses suivantes : (1)  $\sigma$  de NERC est valable pour la région d'étude, (2) NERC est valable pour une période de retour allant jusqu'à 100 ans. La valeur de  $a$  peut-être déduite du système d'Équation 112 soit de la 2<sup>ème</sup> équation ( $E[I(D,A=0)] = f(D)$ ) ou de la 3<sup>ème</sup> équation ( $E[I^2(D,A=0)] = f(D)$ ). Par manque de données supplémentaires, on garde la valeur de  $a$  issue de l'équation  $E[I(D,A=0)]$  (si elle est différente de celle obtenue de  $E[I^2(D,A=0)]$ ) et (3) on suppose qu'on travaille dans le cadre d'isotropie spatio-temporelle :  $a=b$  (Équation 93).

Dans leur article De Michele et al., (2011) supposent que le déroulement des événements est décrit par un processus de Poisson de paramètre  $v$ . Cette hypothèse sera testée sur les données 5-minutes de Tunis Manoubia. Puis, elle sera appliquée sur les événements choisis par DGRE-ST2I (2007), choisis selon la méthode à dépassement de seuil.

#### IV. 5. Conclusion

On se propose tout d'abord d'estimer, d'analyser et de corriger les paramètres du modèle MU pour prendre en compte les zéros de non pluie. Puis on va estimer les courbes IDF en se référant à la mise en évidence du caractère d'invariance d'échelle simple des intensité de pluie maximale pour les différentes durées de références pour les stations pluviographiques du Nord de la Tunisie. Puis, grâce à la régionalisation des exposants d'échelle, on va estimer les quantiles d'intensité de pluie pour les différentes stations pluviométriques de Grand Tunis pour estimer des cartes de pluie krigées et en déduire des surfaces couvertes par une intensité donnée. Ensuite on va élaborer les courbes IDAF pour la station de Tunis Manoubia en adoptant l'ARF de NERC et le modèle De Michele et al., (2011).

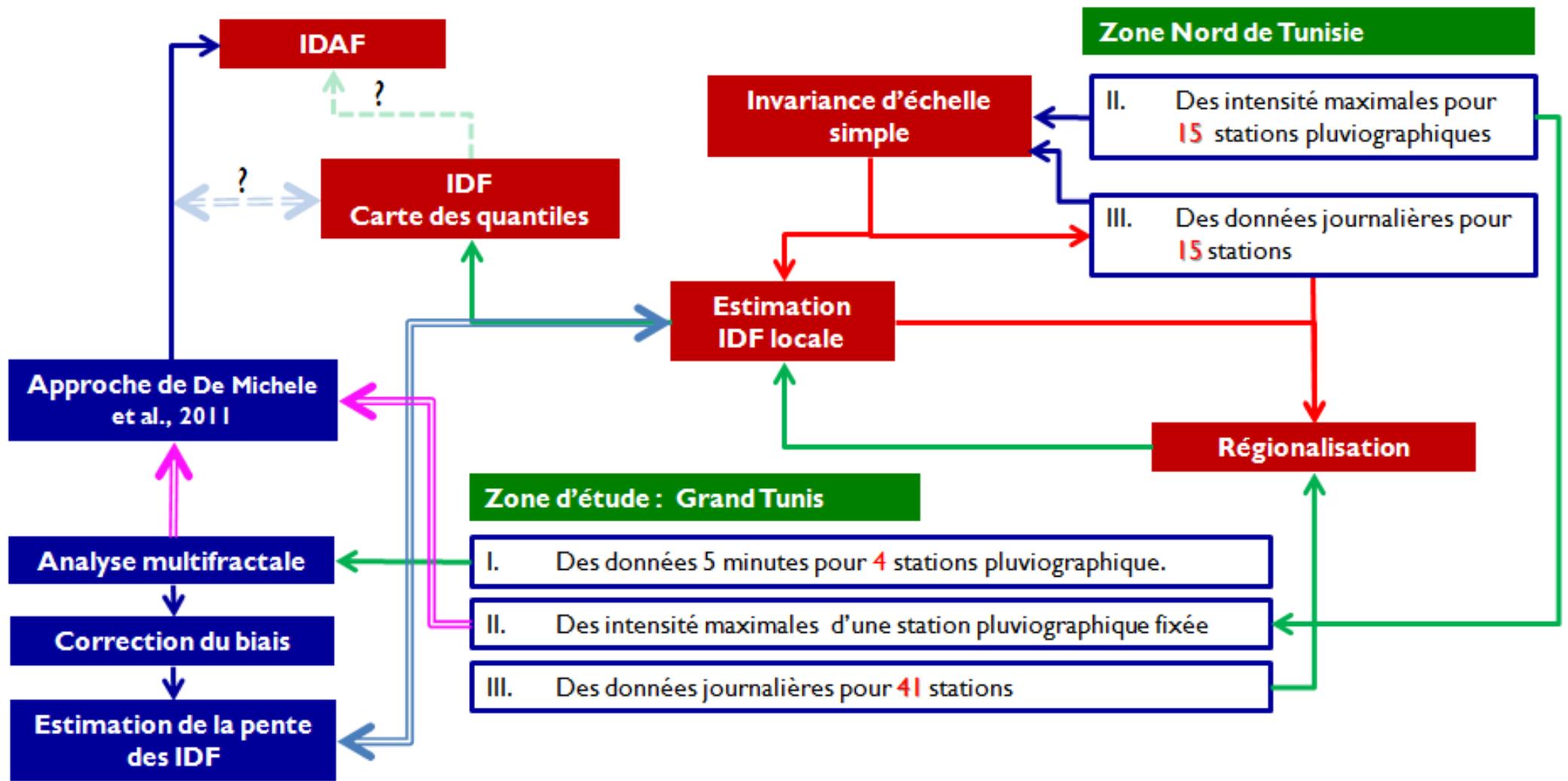


Figure 22. Méthodologie

---

## CHAPITRE V. RESULTATS : ETUDE MONOFRACTALE ET MULTIFRACTALE DE LA PLUIE

---

### V. 1. Introduction

Ce chapitre présente les résultats obtenus de l'étude multifractale des données de pluie de pas de temps 5 minutes et des données de pluie journalière dans la zone d'étude. Dans la première partie on a étudié l'occurrence de pluie dans le contexte monofractal en utilisant la méthode de comptage de boîte des quatre séries à résolution de 5 minutes et de la série journalière de Tunis Manoubia. La deuxième partie concerne l'étude des intensités de pluie où on a déterminé les différents régimes d'invariance d'échelle ainsi que le paramètre de non conservation de processus pour la résolution de 5 minutes de 3 stations à savoir Tunis Manoubia, Mornag et Sidi Thabet. Ensuite, on a estimé les paramètres du modèle MU et corrigé leur biais en utilisant d'abord les résultats de la littérature ensuite une approche empirique de correction du biais.

### V. 2. Etude de la dimension fractale du support de la pluie

#### V. 2. 1. Etude de la structure du support de pluie par la méthode de comptage des boîtes

##### V. 2. 1. 1. Etude des séries à pas de temps 5 minutes

Les résultats des 18 comptages réalisés pour chacune des quatre stations, sont présentés dans la Figure 23. Pour les quatre stations, les ruptures d'échelles sont observées aux points numérotés 10, 12 et 16 qui correspondent à quatre changements de pente identifiés aux alentours des boîtes de tailles 2 jours, 7 jours et 113 jours. L'alignement des points 16 à 18 (zone de pente 4), est un comportement asymptotique observé par tous les auteurs (cf Tableau 8). Seule la position du début de cette zone de saturation diffère d'un auteur à l'autre. En effet, on obtient une droite de pente - 1 puisque pour une boîte de taille supérieure ou égale à 113 jours, on observe au moins 5 minutes de pluie, ce qui correspond à la saturation de l'espace disponible. Etant donné sa longueur, l'étude de la série journalière, réalisée ci-dessous est beaucoup mieux adaptée pour étudier l'occurrence des précipitations aux grandes échelles. Le Tableau 11 mentionne les dimensions fractales de l'occurrence de pluie  $D_f$  ainsi que le coefficient de détermination  $R^2$  correspondant aux trois autres alignements. On observe un comportement très similaire pour les quatre stations. Les coefficients de détermination  $R^2$  obtenus supérieurs à 0.995 attestent de la qualité des alignements obtenus. Dans le cas de l'alignement des points 10 à 12, les rapports d'échelle sont très faibles puisque la dimension fractale est estimée avec seulement 3 points et il est ainsi difficile de juger de la qualité de l'alignement, c'est pourquoi  $R^2$  n'a pas été mentionné. Les dimensions fractales  $D_f$  obtenues sont comprises entre 0.46 et 0.53. Cet alignement intermédiaire peut être considéré comme un régime de transition entre le régime 1 qui caractérise la structure fine du support et le régime 2 la structure à grande échelle.

Le régime 2, correspond à une zone d'invariance comprise entre 7 jours et 113 jours ; sa dimension fractale est obtenue entre 0.79 et 0.82. Toutefois, la série obtenue à la station Soukra est trop courte pour fournir une description fiable de ce régime. Si des sous-séries de la taille de la série de Soukra sont extraites pour les trois autres stations, des dimensions

fractales identiques à celle de la station Soukra sont obtenues (variant entre 0.73 et 0.82). L'analyse des séries journalières longues pourra compléter l'étude de ce régime caractéristique d'échelles importantes.

Le régime 1, qui correspond à une zone d'invariance comprise entre 5 mn et 1 jour, a une dimension fractale comprise entre 0.43 et 0.44. Nous avons étudié la sensibilité de cette estimation à la longueur de la série en estimant  $D_f$  pour des séries de différentes tailles. Il apparaît nécessaire d'utiliser des séries de longueur dépassant  $5 \cdot 2^{17}$  mn soit environ 15 mois pour obtenir un résultat stable. En effet pour les échantillons qui sont plus courts, la dimension fractale résultante est plus faible (elle fluctue entre 0.29 et 0.46).

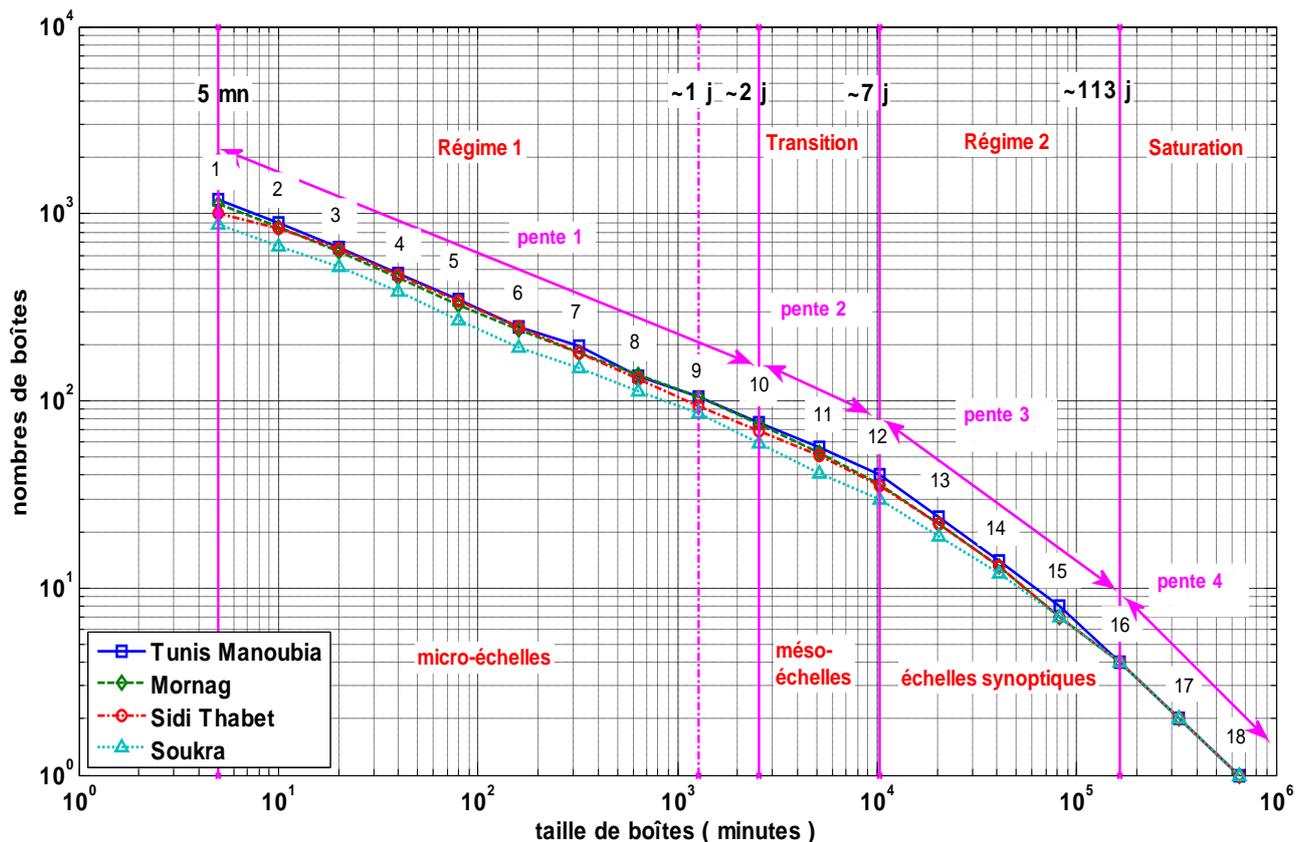


Figure 23. Courbes de comptage de boîte provenant des séries pluviométriques à pas de temps 5minutes

L'existence d'une structure autosimilaire pour la structure fine des précipitations est mentionnée par plusieurs auteurs (Tableau 8) avec des dimensions fractales cependant un peu différente que celles obtenues ici puisque aussi bien Schmitt et al., (1998) avec une résolution de 10 minutes que Verrier et al., (2011) avec une résolution de 15 secondes ont obtenu une dimension fractale de 0.55 et non 0.44. Hubert et Carbonnel (1989) ont obtenu une dimension égale à 0.22 avec une résolution horaire et seulement 170 jours d'observations. Lavergnat et Golé (1998) n'observent pas ce régime mais ils n'utilisent que quatre mois d'observations. Les résultats d'Olsson et al., (1992) qui observe une cassure à 45 mn ne sont pas cohérents avec les nôtres.

**Tableau 11. Dimensions fractales du support (méthode de comptage de boîtes)**

		$D_f$	$R^2$
Régime 1 Alignement des points 1 à 10 5mn à 2 jours	Tunis-Manoubia	0.44	0.999
	Mornag	0.43	0.999
	Sidi Thabet	0.44	0.997
	Soukra	0.43	0.999
Transition Alignement des points 10 à 12 2 jours à 7 jours	Tunis-Manoubia	0.46	-
	Mornag	0.53	-
	Sidi Thabet	0.49	-
	Soukra	0.49	-
Régime 2 Alignement des points 12 à 16 7 jours à 113 jours	Tunis-Manoubia	0.82	0.996
	Mornag	0.80	0.998
	Sidi Thabet	0.79	0.997
	Soukra	0.73	0.998

### V. 2. 1. 2. Etude des séries journalières

Les résultats de comptage de boîtes ainsi que, les dimensions fractales calculées pour la série journalière de la station de Tunis-Manoubia, qui commence du 01/01/1900, sont reportés dans le Tableau12 et la Figure 24. Le seuil d'intensité est le seuil de détection de l'instrument de mesure (c'est-à-dire zéro).

**Tableau12. Dimension fractale de l'occurrence de pluie journalière de la station de Tunis-Manoubia**

Echelle	$D_f$	$R^2$
Transition : Alignement des points 1 à 4 (1j à 8j)	0.49	-
Régime 2 : Alignement des points 4 à 9 (8j à 256 j)	0.89	0.996
Saturation : Alignement des points 9 à 16 (256 j à 32768 j)	1	1

On retrouve sur la Figure 24 des ruptures similaires à celles observées dans l'étude réalisée avec une résolution 5 minutes. Toutefois la résolution journalière ne permet pas d'observer le régime qui caractérise les structures à petite échelle (régime 1). On retrouve une zone d'invariance correspondant aux échelles comprises entre 1 et 8 jours avec une dimension fractale  $D_f$  égale à 0.49. On observe à nouveau une zone d'invariance d'échelle qui caractérise les grandes échelles allant de 8 jours à 256 jours dont la dimension fractale  $D_f$  est estimée à 0.89. L'alignement des points 9 à 16 selon une droite de pente -1 correspond à la saturation de l'espace disponible par l'occurrence de pluie. Ainsi les zones d'invariance pour la résolution 5 minutes et journalière sont similaires avec des dimensions fractales légèrement différentes.

Ces résultats rappellent ceux obtenus (Tableau 8) sur des séries journalières par Tessier et al., (1988, 1989) et Hubert et Carbonnel (1989). Ces auteurs ont observé des ruptures similaires mais ils ont cependant obtenu une dimension fractale de 0.8 sur des séries journalières alors que nous obtenons une dimension fractale de 0.89. Nous obtenons également une dimension de 0.8 pour ce régime caractéristique de l'échelle synoptique mais sur les données de résolution 5 mn pour lesquelles nous ne disposons que de 2 ans de données, ce qui, a priori, permet une estimation moins fiable que la série journalière beaucoup plus longue. Olsson et al., (1992, 1993) quant à eux n'observent pas le régime 2 puisqu'ils observent le phénomène de saturation à partir de 7 jours.

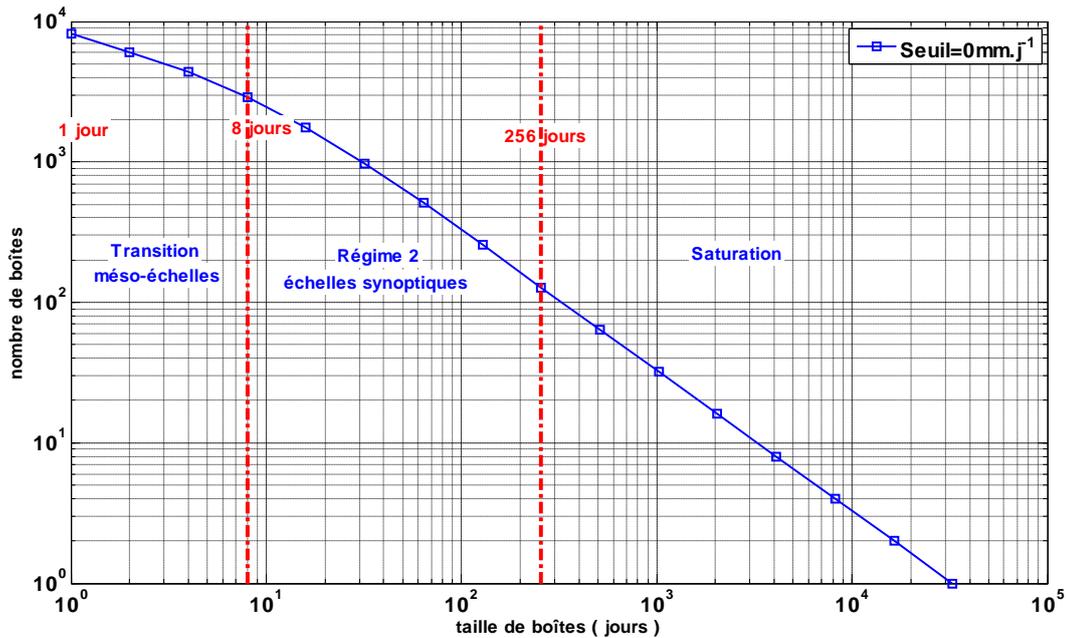


Figure 24. Courbes de comptage de boîte provenant des séries pluviométriques journalières de la station Tunis-Manoubia. La taille de l'échantillon est d'environ 90 ans ( $2^{15}$  jours).

### V. 2. 1. 3. Interprétation des régimes obtenus

En se référant aux travaux d'Olsson et al., (1992 ou 1993) à partir de données pluviométriques collectées à Lund (Suède), ainsi qu'à ceux de Lavergnat et Golé (1998) collectés à Palaiseau (France) ou de Schmitt et al., (1998) obtenus à Uccle (Belgique) on remarque que la rupture à partir de laquelle il y a saturation est observée vers 7 jours. Dans notre série collectée à Tunis, comme dans la série analysée par Hubert et Carbonnel (1989), la rupture est observée à 256 jours. Dans la plupart des études antérieures la longueur très importante du régime de saturation atteste de l'homogénéité relative du support de la pluie au cours de l'année. Au contraire, dans notre étude comme dans l'étude réalisée par Hubert et Carbonnel (1989) pour la zone sahélienne africaine, la faible longueur de ce régime est caractéristique de climats présentant une période sèche et une période pluvieuse dont les structures sont bien distinctes. Ceci est en effet directement lié à la durée de la période sèche. Celle-ci étant de 4 mois dans la région de Tunis, il n'est pas surprenant d'observer un comportement spécifique pour ce qui concerne la période de saturation. Contrairement aux études réalisées dans des climats moins contrastés (au moins 10 mm de pluie pour chaque période de 3.5 jours à Lund (Belgique) ou au moins 1 mm de pluie par semaine à Uccle(Suède)) les précipitations ne sont pas systématiquement présentes sur des périodes de plusieurs semaines dans le cas semi-aride.

Néanmoins, il faut faire attention lors de l'interprétation des résultats de la méthode du comptage de boîtes. Selon Schmitt et al. (1998) et Veneziano et Iacobellis (2002), seuls deux régimes d'échelle devraient être considérées, à savoir le régime micro-échelle et la partie saturation. Ainsi, le second régime, précédemment interprété comme échelle synoptique, est plutôt interprété comme un prolongement de la transition vers la saturation. Ainsi, la valeur élevée de la dimension fractale du support de l'échelle synoptique est surestimée, car elle est affectée par la tendance à la saturation. La distinction entre les régimes et les effets de saturation sont cités par de Lima et de Lima (2009) comme des problèmes pratiques d'application de la méthode du comptage des boîtes.

On se réfère aux classifications temporelles et spatiales des écoulements atmosphériques (Orlanski, 1975 et Pielke, 1984) pour interpréter les régimes identifiés : le premier régime entre 5 mn et 1 jour est caractéristique de la micro-échelle. Il caractérise la structure interne des événements de pluie. La transition [1 jour – 8 jours] correspond aux structures pluvieuses mésoéchelles dont l'extension spatiale est de 20 à 200 km, caractérisant les systèmes frontaux. D'autre part, le régime 2, entre 7 jours et 8 mois, correspond aux échelles synoptiques liées à la Circulation Générale.

#### ***V. 2. 1. 4. Etude de l'effet des différents seuils d'intensité de pluie***

Les régimes d'invariance d'échelle mis en évidence sont assez cohérents avec les résultats de la littérature (Tessier et al., 1988, 1989, Hubert et Carbonnel, 1989, Olsson et al. 1992). Mais les valeurs estimées de la dimension fractale ne sont pas identiques. Pour les structures fines on trouve 0.43 et pour les échelles synoptiques on obtient 0.9 alors que les auteurs qui ont étudié ces régimes trouvent pour chacun d'entre eux respectivement 0.55 (Verrier et al., 2011) et 0.8 (Hubert et Carbonnel, 1989). Ces différences peuvent être attribuées soit à des différences de la structure de la pluie (les études antérieures ne concernant pas le climat méditerranéen semi aride étudié ici), soit à des différences de seuil de détection des précipitations des différents capteurs utilisés. C'est pourquoi une étude de sensibilité de la dimension fractale du support en fonction du seuil est envisagée.

##### **V. 2. 1. 4. 1 Séries pluviographiques à pas de temps 5 mn**

La Figure 25 montre les résultats du comptage de boîtes pour la station de Mornag pour les seuils 0mm/5mn, 0.4mm/5mn et 1 mm/5mn. La dimension fractale du régime correspondant aux tailles de boîtes allant de 5 mn à 1 h 20 mn (0.37) est supérieure à celle du régime allant de 1 h 20 mn à 2 jours (0.24), mais elles restent toutes les deux inférieures à la dimension fractale associée au seuil nul (0.43). D'après la Figure 25, la structure du support de la pluie ne semble pas modifiée par une faible augmentation du seuil de détection. Les structures et pentes obtenues sont identiques pour les seuils 0mm/5mn ; 0.1/5mn et 0.2 mm/5mn. A partir d'un seuil  $\geq 0.3\text{mm}/5\text{mn}$  (3.6 mm/h en 5 minutes) la structure du champs de pluie change et on observe une rupture supplémentaire à 1h 20 mn. De la même façon, pour les autres régimes observés, les dimensions fractales diminuent. La rupture observée à 1h20mn persiste pour des seuils plus importants avec une estimation plus faible de la dimension fractale. L'allure des courbes ainsi obtenues est cohérente avec les travaux antérieurs d'Olsson et al., (1992, 1993) dans le cas des séries à résolution 1 mn. Cependant cet auteur observe une rupture à 45 mn et obtient des estimations de la dimension fractale beaucoup plus importantes que les notres.

Nous émettons l'idée que ce comportement est représentatif au régime méditerranéen de la région de Tunis. Les précipitations intenses sont dues à des structures nuageuses convectives isolées de grandes dimensions, ayant une durée de vie de quelques heures durant lesquelles les événements occurrent de façon regroupée. L'augmentation du seuil permet de 'filtrer' la structure frontale pour ne garder que les structures convectives. Il en résulte que les structures convectives présenteraient des propriétés d'invariance d'échelle entre 5 mn et 1h 20. La faible valeur de la dimension fractale de ce régime peut être interprétée comme un fort degré d'irrégularité de la distribution du support de ces structures.

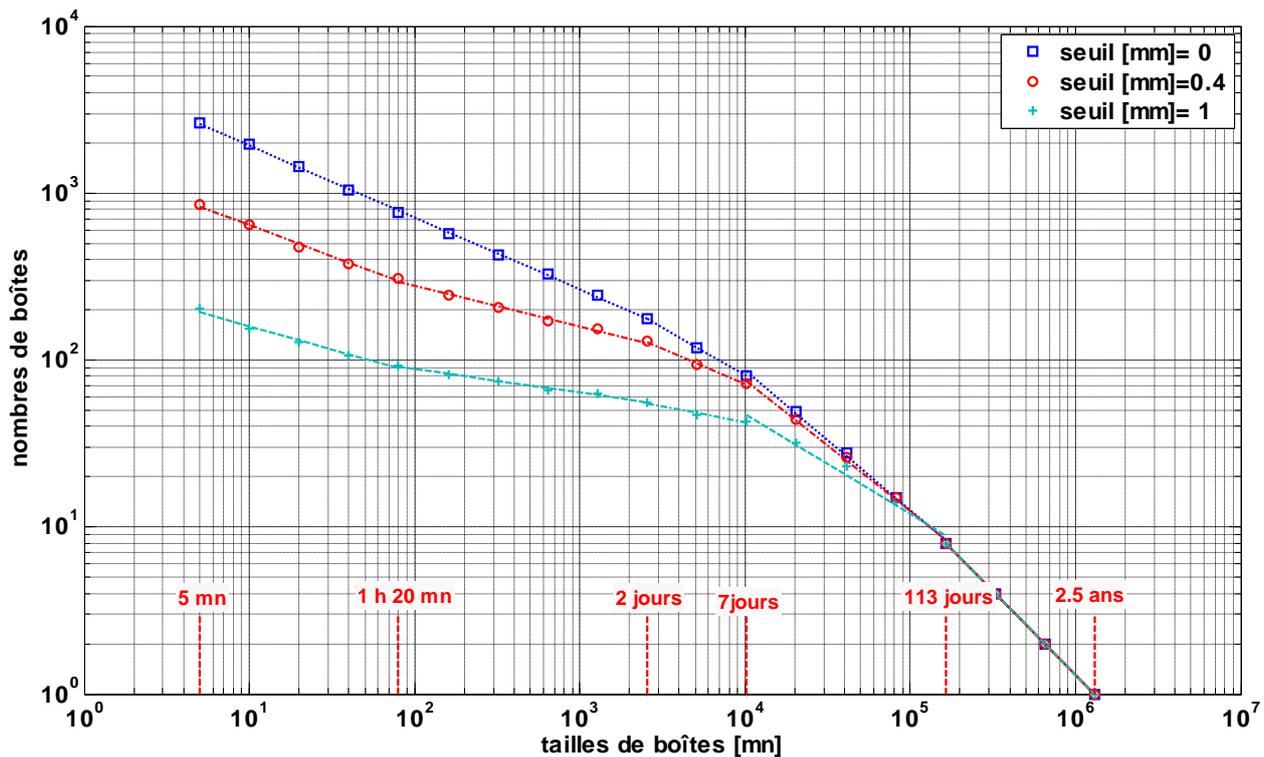


Figure 25. Courbes de comptage de boîtes provenant de la série pluviométrique à pas de temps 5 minutes de taille 2.5 années de la Station de Mornag pour les intensités de pluie : 0, 0.4 et 1 mm par 5 mn. Les lignes droites sont les ajustements par régression linéaires.

#### V. 2. 1. 4. 2 Série journalière

La Figure 26 montre les résultats du comptage de boîtes pour les seuils d'intensités de 0, 8 et 16 mm / jour (choisis après avoir essayé plusieurs seuils). On note que l'augmentation du seuil ne fait pas apparaître de ruptures supplémentaires. Les régimes d'invariance d'échelle observés précédemment ne sont pas modifiés. Pour un seuil supérieur à  $8 \text{ mm.j}^{-1}$ , on observe d'une part une diminution des dimensions fractales estimées et d'autre part un déplacement des ruptures vers des incréments de temps plus grands. Le régime synoptique est compris entre 16 jours et 512 jours, au lieu de 8 jours et 256 jours initialement et sa dimension fractale estimée diminue de 0.9 à 0.70 et 0.45 respectivement pour les seuils 8 et 16 mm/jour. Ces modifications s'expliquent facilement : l'augmentation du seuil de détection de l'occurrence de pluie réduit naturellement le support de la pluie et augmente la durée de la période sèche. La différence observée entre la dimension fractale estimée à 0.8 pour la série à pas de temps 5 mn et celle de 0.9 pour la série journalière peut en partie être expliquée par des seuils de détection différents. On ne met pas en évidence sur ces données journalières les différences de structures observées précédemment entre les régimes frontaux et les cellules convectives. La propriété d'autosimilarité liée à la fractalité de la pluie demeure identique malgré le changement de l'emplacement de ruptures enregistrées.

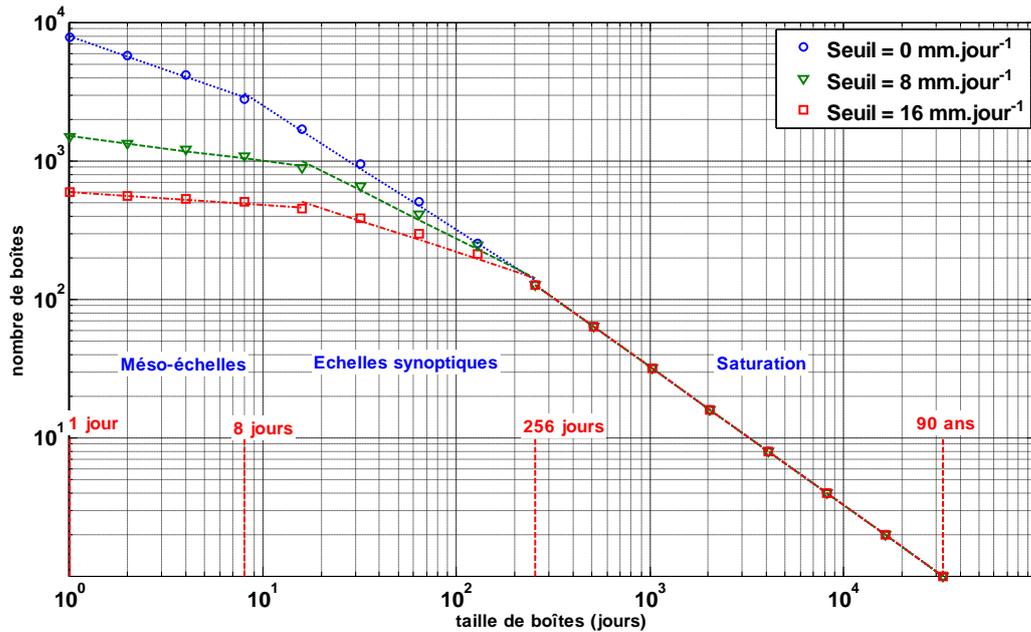


Figure 26. Courbes permettant le calcul des dimensions fractales de l'occurrence de pluie de la station de Tunis-Manoubia ( $2^{15}$  jours à partir de 01/01/1900) Seuil = [0, 8, 16 mm]

### V. 2. 1. 5. Evolution temporelle de la dimension fractale

Pour étudier la stabilité des estimations des dimensions fractales au cours du 20<sup>ème</sup> siècle, trois sous-périodes sont considérées. La première sous période correspond à 22 séquences de longueurs 6 ans ( $2^{11}$  jours). La deuxième consiste en 11 séquences de longueurs 11 ans ( $2^{12}$  jours) et la troisième correspond à 5 séquences de longueurs 22 ans ( $2^{13}$  jours). Les mêmes ruptures que celles trouvées pour la série totale (8 jours et 8 mois) sont obtenues. Il y a donc stabilité des régimes décrits précédemment. Les régressions linéaires réalisées nous permettent d'étudier l'évolution des dimensions fractales au cours du temps.

La Figure 27 présente l'évolution des dimensions fractales des mésoéchelles (régime de transition : 1- 8 jours) et des échelles synoptiques (régime 2 : 8 jours -256 jours). Il s'agit des valeurs de  $D_f$  estimées pour des séquences successives de sous-périodes de différentes tailles (6, 11 et 22 ans). L'évolution des valeurs de  $D_f$  est globalement identique quelque soit la taille de la séquence considérée. Les séquences de 6 ans ont un comportement moins stable. Ceci n'a rien de surprenant, mais confirme que le régime d'invariance d'échelle spécifique des échelles synoptiques ne peut être correctement caractérisé que sur des séries chronologiques d'au moins une dizaine d'années.

Pour le régime méso-échelle (Figure 27-a), on observe une augmentation de la dimension fractale de 0.42 à 0.54 entre 1900 et 1980 environ suivie d'une baisse après cette date. Les coefficients de détermination obtenus pour la régression linéaire de  $D_f$  en fonction du temps sur l'ensemble de la période 1900 – 2000 sont de 0.73 pour les séries de 22 ans, 0.85 pour celle de 11 ans et seulement 0.33 pour celles de 6 ans. La vitesse de variation de  $D_f$  obtenue est faible, elle est de l'ordre de  $10^{-3}$  par an, (soit une variation de l'ordre 0.1 au cours du siècle). En considérant un seuil de signification du test de 5%, on peut soutenir l'hypothèse que la pente est positive non nulle c'est à dire qu'il existe une tendance linéaire temporelle pour  $D_f$  positive.

Pour le régime 2 (Figure 27-b) qui correspond aux échelles synoptiques, on remarque une valeur légèrement plus forte de la dimension fractale avant 1930 suivie d'une période

avec une estimation plus stable. Toutefois l'hypothèse nulle d'absence de tendance de changement de pente de la regression linéaire de la dimension fractale en fonction du temps est retenue à 5 % pour toutes les tailles de séquences choisies (22, 11 et 6 ans). Afin d'étudier le comportement avant 1930 qui marquent un léger changement la dimension fractale (Figure 27-b), les données de la période 1873 à 1900 (initialement ignorées) sont utilisées. Nous avons pu les utiliser puisque d'après les remarques émises sur ces données en section 2, elles peuvent être utilisées au moins pour l'étude des échelles synoptiques.

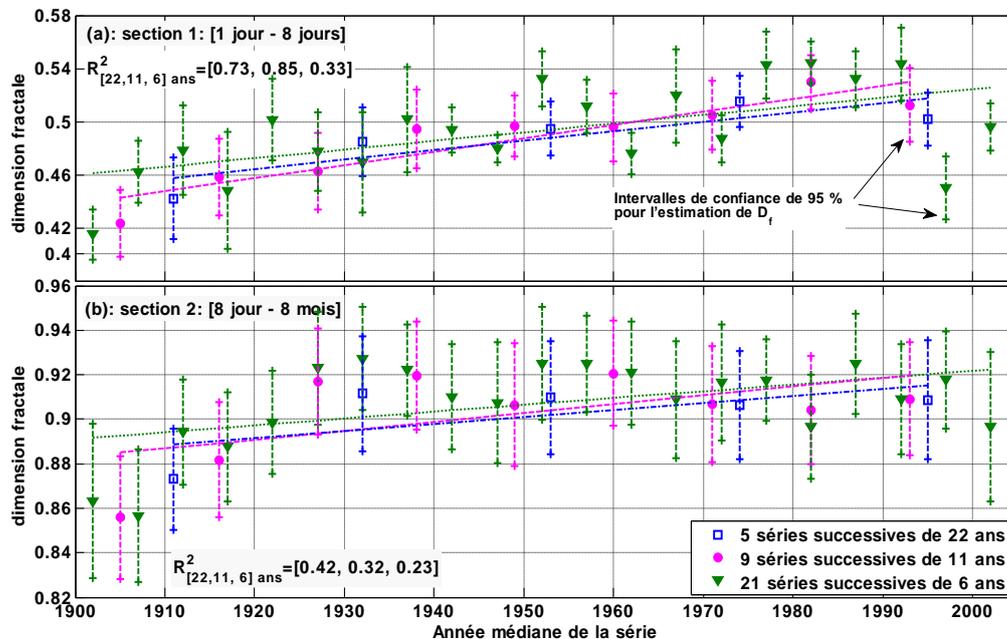


Figure 27. Evolution des dimensions fractales du support des régimes [1 jour - 8 jours] (en haut) et [8 jours - 8 mois] (en bas) en fonction du temps (on a commencé du 1<sup>er</sup> janvier 1900).

On peut avancer l'explication suivante : la stabilité relative de la dimension fractale à l'échelle synoptique depuis 1930 traduit la stabilité de la circulation générale des systèmes qui influencent le régime pluviométrique de la région de Tunis. Une étude à partir des connaissances actuelles de l'évolution du climat devra être menée ultérieurement pour déterminer plus précisément à quoi la valeur plus forte de  $D_f$  identifiée avant 1930 peut être attribuée. D'autre part, la valeur plus forte observée de la dimension fractale à la mésoéchelle pourrait être attribuée à une modification du microclimat due à des modifications locales (en particulier l'urbanisation). Des données plus récentes ou à venir devront être analysées pour déterminer la signification et les causes éventuelles du changement de comportement observé après 1990. Une étude complémentaire nécessitant l'analyse de données complémentaires (températures) reste à entreprendre pour confirmer et interpréter ces résultats.

### V. 2. 1. 6. Discussion

L'analyse de 4 séries d'observations issues de quatre stations dans un climat méditerranéen semi aride, qui ont une résolution de 5 minutes a mis nettement en évidence deux régimes d'invariance d'échelle. Un régime caractéristique de la micro-échelle, qui caractérise la structure interne des événements de pluie et concerne les échelles de temps entre 5 mn et 1 jour et un régime caractéristique de l'échelle synoptique pour les échelles comprises entre 7 jours et 8 mois. Ce second régime caractérise la structure aux échelles de la circulation générale. Les dimensions fractales de ces deux régimes présentant des propriétés d'autosimilarité, et sont respectivement 0.44 pour la micro-échelle et 0.9 pour l'échelle

synoptique. Ces valeurs attestent d'une très forte hétérogénéité du support de la pluie à petite échelle. Ces deux régimes bien distincts sont séparés par un régime caractéristique de la méso-échelle (entre 1 et 8 jours) mais qu'il est difficile de caractériser en raison d'un rapport d'échelle trop faible.

La mise en évidence d'un régime d'invariance d'échelle spécifique de la structure fine de la pluie confirme des résultats récents publiés (Schmitt et al., 1998, Verrier et al., 2011). Ce régime ne peut être mis en évidence et correctement caractérisé que sur des séries chronologiques suffisamment longues (plus de 2 ans), collectées avec un pas de temps inférieur à 10 mn, et un seuil de détection suffisamment faible. C'est pourquoi jusqu'ici peu d'études ont pu caractériser ce régime. Les études antérieures réalisées à partir de données collectées en climat océanique ont obtenu pour ce régime une dimension fractale plus importante que celle obtenue à partir des données collectées dans la région de Tunis. Ceci atteste d'une structure fine de la pluie à la micro-échelle particulièrement hétérogène. L'étude du support de la pluie d'intensité supérieure à 0.3 mm/5 mn fait apparaître un sous-régime caractéristique des structures convectives entre 5mn et 1 h20 mn extrêmement hétérogène.

Il résulte de notre analyse que le régime d'invariance d'échelle spécifique des échelles synoptiques ne peut être correctement caractérisé que sur des séries chronologiques d'au moins une dizaine d'années. Ce régime est caractéristique de la présence d'une saison sèche bien distincte de la saison pluvieuse. Les études réalisées en climat océanique montrent que la pluie est distribuée de manière homogène pour des échelles de temps de l'ordre d'une semaine et ne mettent pas en évidence ce second régime. Les échelles critiques obtenues sont liées aux spécificités du régime méditerranéen semi aride qui présente une saison des pluies de 8 mois.

La longueur de la série journalière utilisée a permis de mettre en évidence une légère augmentation de la dimension fractale des échelles synoptiques entre 1873 et 1930 suivie d'une stabilisation autour de la valeur de 0.9. Cependant, cette série ne permet pas d'étudier l'évolution au cours du siècle dernier de la dimension fractale du régime spécifique de la micro-échelle. L'étude de l'évolution de la dimension fractale du régime intermédiaire qui correspond à la méso-échelle a mis en évidence une augmentation faible mais constante entre 1900 et 1990 suivie d'une baisse au cours de la dernière décennie. La modification de la structure méso-échelle dans une période où il n'y a pas de modification des structures aux échelles synoptiques peut s'expliquer par des modifications locales notamment liées à l'urbanisation.

### **V. 3. Intensité des précipitations : Analyse spectrale et multifractale des séries chronologiques**

Après l'étude de l'occurrence des précipitations réalisée à la précédente section nous nous intéressons ici aux intensités des précipitations. Un premier paragraphe (V. 3. 1. ) est destiné à déterminer les régimes d'invariance d'échelle et à préciser le caractère conservatif ou non des processus en jeu. Un second paragraphe (V. 3. 2. ) est dédié à l'analyse multifractale des régimes observés. Le troisième paragraphe (V. 3. 3. ) présente les résultats de la méthode empirique proposée pour l'estimation de paramètres multifractals non biaisés en présence des périodes de sécheresses.

### **V. 3. 1. Détermination des régimes d'invariance d'échelles et du facteur de non conservation**

Cette partie est organisée comme suit : une analyse spectrale a été menée où la distinction des ruptures et par la suite les régimes observés est basée sur l'appréciation visuelle de la forme de spectres de puissance en coordonnées log-log. Cette appréciation reste individuelle et subjective, vu la grande variabilité du spectre et vu que la forme des spectres change d'une station à l'autre et d'une sous-série à l'autre. Pour renforcer cette analyse, une analyse de la fonction de structure du premier ordre donnant lieu à une estimation du paramètre de non conservation  $H$  a été menée.

#### ***V. 3. 1. 1. Analyse spectrale des données de pluie à résolution 5 minutes***

L'analyse spectrale des séries complètes de trois stations de longueur 2.5 années et de pas de temps 5 minutes est une étape préliminaire destinée à observer les différents régimes d'invariance d'échelle et le caractère conservatif (ou non conservatif) de ces régimes. L'influence des zéros sur les résultats de l'analyse déjà mentionnée dans l'introduction, nous a conduit à utiliser plusieurs stratégies d'analyse. Deux approches différentes sont adoptées: des séries de 2.5 années complètes ( $2^{18} \times 5$  mn) ou des séries plus courtes en excluant la saison sèche. Pour cette seconde approche, nous avons choisi le 1<sup>er</sup> Septembre comme date de début (car la pluie est pratiquement absente durant les mois d'été et particulièrement le mois d'août pendant la durée d'observation) et nous avons sélectionné des séries de longueur d'environ huit mois ( $2^{16} \times 5$  mn) si les données sont disponibles. Nous avons ainsi obtenu quatre séries de 8 mois à savoir Manoubia (2009), Mornag (2009 et 2010) et Sidi Thabet (2008). Nous notons que, même pour les quatre séries excluant la saison sèche, le pourcentage de zéro est très important ce qui explique probablement la similitude des résultats obtenus entre les deux approches. Les spectres pour les différentes stations (3 séries de 2.5 ans et 4 séries de 8 mois) ainsi que les spectres moyen des séries de 2.5 années et de 8 mois sont analysés (Figure 28). Les pentes spectrales  $\beta$  sont estimées pour les différents régimes identifiés. Les résultats sont récapitulés le Tableau 13 et la Figure 28. L'aplatissement observé aux hautes fréquences est dû au bruit de quantification.

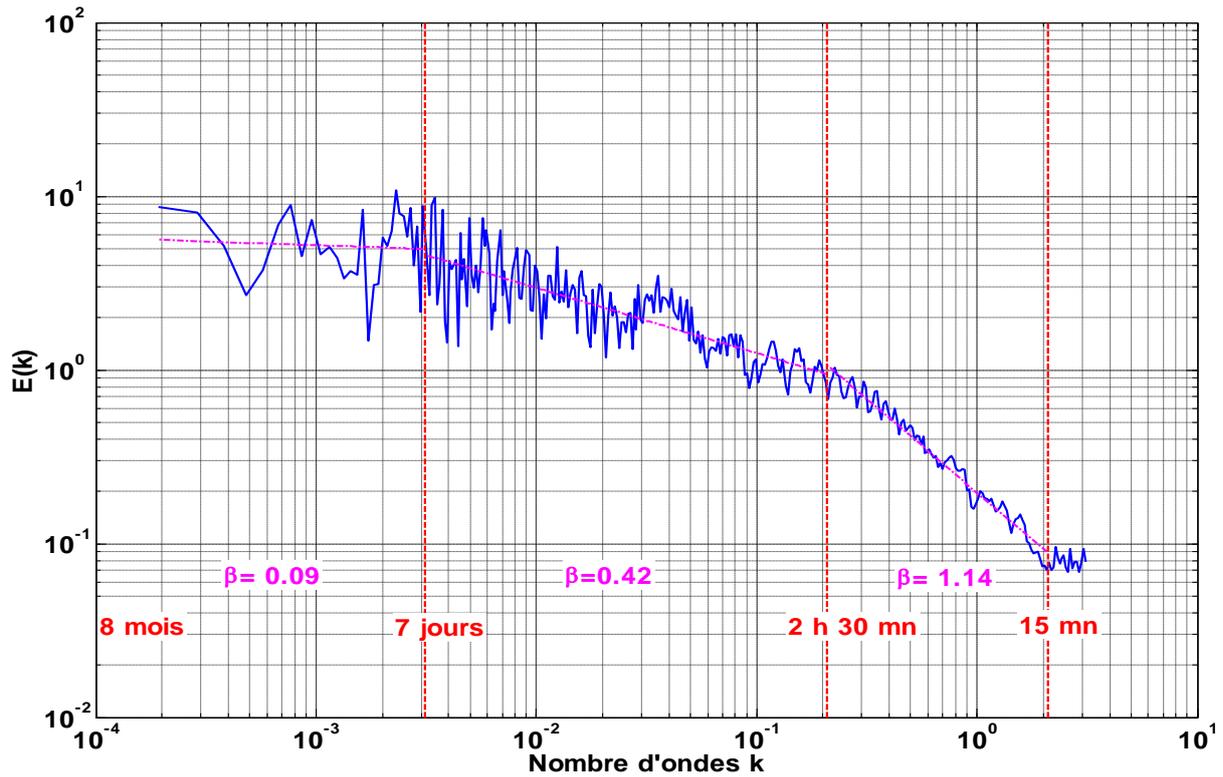


Figure 28. Spectre de puissance moyenné des 3 séries à pas de temps 5mn de mêmes tailles (8 mois environ) relatives aux 3 stations étudiées.

Tableau 13. Pentés spectrales  $\beta$

Spectre moyen	$\Delta t$	$\lambda$	Taille <sup>(3)</sup>	% de zéro	Pente spectrale $\beta$		
					[15 mn-2h30]	[2h30-7j]	[7 j-8 mois]
4 séries <sup>(1)</sup>	5mn	$2^{16}$	8 mois	98,6	1.14	0.42	0.09
3 séries <sup>(2)</sup>	5mn	$2^{18}$	2.5 ans	99.1	0.98	0.45	0.14

<sup>(1)</sup>: On a calculé le spectre moyen des 4 séries de taille 8 mois à savoir Manoubia (2009), Mornag (2009 et 2010) et Sidi Thabet (2008).

<sup>(2)</sup>: On a calculé le spectre moyen des 3 séries disponibles de taille 2.5 ans.

<sup>(3)</sup>: Taille de la série =  $\lambda * \Delta t$ .

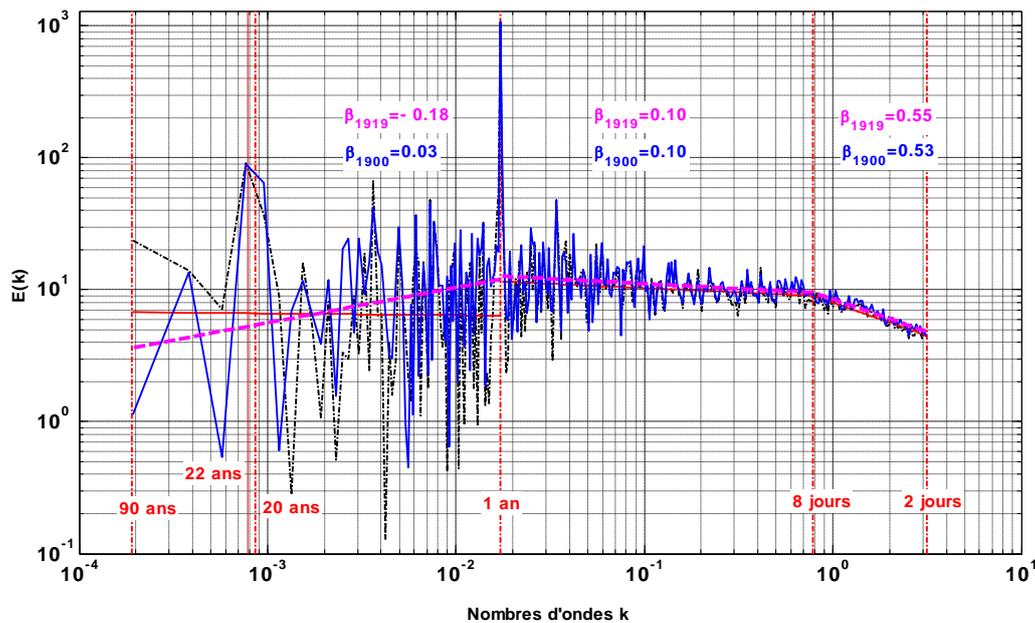
### V. 3. 1. 2. Analyse spectrale de la pluie journalière de la station de Tunis-Manoubia

Pour évaluer l'incertitude d'échantillonnage, on teste ici 2 échantillons de 90 ans choisis de la façon suivante : le premier échantillon commence le 01/01/1900, étant donné qu'il y avait un doute sur la qualité des données saisies avant cette date. Le deuxième échantillon est choisi de telle façon que sa fin coïncide avec la fin des données disponibles (31/08/2009). Ce choix est fait pour balayer toute la série de données disponible pour percevoir si il y a un changement dans le comportement du spectre d'énergie sachant qu'on est contraint par la sélection d'une série de longueur en puissance de 2 d'une part et d'autre part qu'on a intérêt à sélectionner la série la plus longue possible. Les spectres pour les deux

échantillons sont très similaires (Figure 29). Ils présentent deux pics à 1 année et vers 22 ans. Les pics sont des indications de périodicité. Ainsi, au cycle annuel s'ajoute un cycle de 22 ans (=2\*11ans) qui peut être lié au cycle magnétique de Hale pendant lequel la polarité des champs magnétiques solaires s'inverse <sup>7</sup>(Hoyt et Schatten 1997). Les spectres montrent deux cassures pour 8 jours et un an. Les pentes spectrales sont récapitulées dans le Tableau 14.

**Tableau 14. Pentes spectrales  $\beta$**

Début	Fin	% zéro	2 jours _ 8 jours	8 jours – 1 an	1 an – 90 an
01/01/1900	19/09/1989	76,12	0.53	0.10	0.03
15/12/1919	31/08/2009	74,89	0.55	0.10	-0.18



**Figure 29. Spectre de puissance des séries journalières de Tunis-Manoubia commençant respectivement pendant les années 1900 (trait interrompu) et 1919 (trait contenu)**

### V. 3. 1. 3. Interprétation

Les régimes et les pentes spectrales observés avec les différents jeux de données sont généralement cohérents : Un régime d'invariance d'échelle correspondant aux micro-échelles [5mn 2h30mn] présentant une pente spectrale  $\beta$  supérieure à 1. Cela signifie que pour les échelles fines le processus est non conservatif. La cassure observée à une échelle de temps autour de 2h30mn est cohérente avec les travaux de Fraedrich et Larnder (1993) qui ont observé une cassure à 2.4 h. Cette cassure pourrait correspondre à la frontière entre système frontal ( $\beta < 1$ ) et système convectif, caractérisé par  $\beta > 1$ . La position de la première cassure, ainsi que la valeur de la pente du premier régime diffère sensiblement en fonction de la stratégie d'échantillonnage utilisée. Pour les séries de huit mois qui excluent l'été et où le pourcentage de zéro n'est que légèrement inférieur à celles de 2.5ans, nous observons que la première cassure semble correspondre à des échelles plus fines (entre 1 et 2.5 heures) toujours

<sup>7</sup> L'activité du soleil suit un double cycle (Hoyt et Schatten 1997):

Tous les 22 ans en moyenne la polarité des champs magnétiques solaires s'inverse. C'est le cycle magnétique de Hale.

Tous les 11 ans en moyenne le soleil devient très actif et est couvert de taches caractéristique de zones plus froides.

avec une pente supérieure à 1 en moyenne, tandis que pour la série complète, la cassure est observée entre 2h20mn et 3h30mn. La pente moyenne est de 0.98. Cela confirme la possibilité évoquée dans l'article de De Montera et al., (2009) que cette rupture est due à la présence de valeurs nulles. Un second régime d'invariance d'échelle correspondant aux échelles intermédiaires [2h30mn - 8jours], dont la pente spectrale est comprise entre 0.45 et 0.55. La seconde cassure, située vers 7 ou 8 jours, est également compatible avec des études antérieures, utilisant également des données journalières, à savoir Olsson (1995) (11 jours), De Lima et Grasman (1999) (8 jours) et Verrier et al., (2011) (7 jours). Un troisième régime d'invariance d'échelle correspondant aux échelles synoptiques [8 jours- 1an] dont la pente spectrale est de 0.1. Il est régi par la Circulation Générale. Ce régime est mentionné dans les travaux de Fraedrich et Larnder (1993) et Olsson (1996). Enfin, on observe un plateau spectral avec une pente  $\beta$  proche de zéro au delà de 1 an.

### V. 3. 1. 4. Calcul de la fonction de structure : paramètre $H$

Afin de déterminer plus précisément le caractère conservatif ou non du régime micro-échelle nous avons réalisé l'étude de la fonction de structure. Selon l'Équation 52, le paramètre  $H$  qui quantifie le degré de non conservation de processus peut être déduit en traçant  $\Delta R(\Delta t)$  en fonction de  $\Delta t$ , en coordonnées logarithmiques. Le graphe permet aussi d'estimer la durée à partir de laquelle le phénomène devient conservatif:

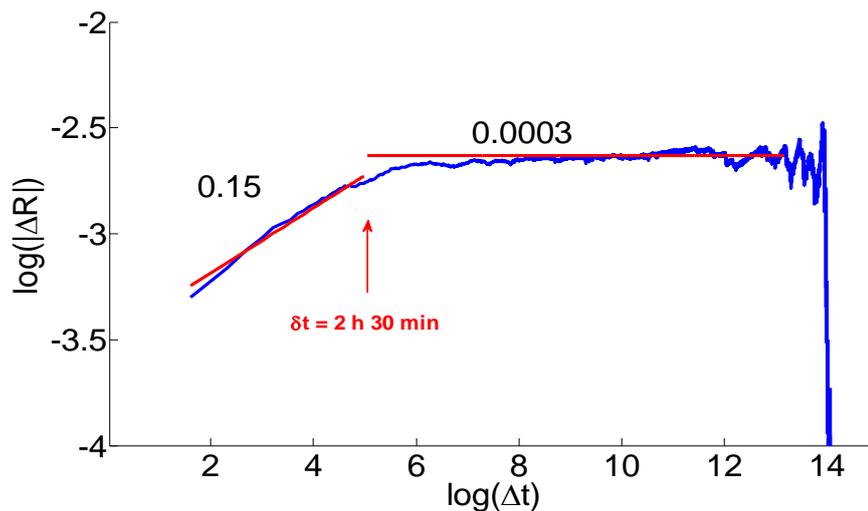


Figure 30. Estimation du paramètre  $H$  pour station Tunis Manoubia. Résolution de la série =5mn, longueur= 2.5 ans

La Figure 30 montre une rupture enregistrée vers 2h30mn dans la station de Tunis-Manoubia. Pour les autres stations, les estimations du paramètre  $H$  pour les intervalles de temps I1 et I2 qui correspondent respectivement à [5mn - 2h30 mn] et [2h30-2.5 ans] sont récapitulées dans le Tableau 15 :

Tableau 15. Récapitulatif des valeurs de  $H$  en fonction de la résolution et du régime

Station	Tunis-Manoubia		Mornag		Sidi Thabet	
Régime	I1	I2	I1	I2	I1	I2
H	0.15	0.00	0.15	0.01	0.13	0.00

D'après la Figure 30 relative à la station de Tunis-Manoubia et le Tableau 15, la pente de la courbe présentant  $|\Delta R|$  en fonction de  $\Delta t$  dans un repère log-log, correspondant à  $H$ , reste

en croissance jusqu'à  $\delta t = 2h30mn$  puis elle se stabilise à zéro. Ainsi, on distingue deux régimes différents de part et d'autre de la valeur  $2h30mn$ . Le premier régime correspondant aux hautes fréquences est non conservatif et correspond à un *FIF* ( $H > 0$ ). Ce résultat est important car il signifie que le taux de pluie n'est pas une cascade multiplicative pure mais qu'il doit être (fractionnairement) différencié afin de reconstituer la cascade elle-même. Le deuxième régime est conservatif ( $H \sim 0$ ).

Les autres stations se comportent de la même façon. Ces résultats sont en accord avec ceux trouvés dans l'analyse spectrale des séries de données pluviométriques. Ainsi en s'appuyant sur les résultats trouvés dans l'étude spectrale et l'étude du paramètre  $H$ , les ruptures retenues pour les séries à pas de temps 5 minutes sont situées à 2 h 30 mn et 7 jours.

D'après les études antérieures (Tableau 9), on remarque que l'estimation du paramètre  $H$  quantifiant la non conservation du processus géophysique varie d'une étude à l'autre. Plusieurs facteurs peuvent influencer son estimation à savoir (i) la résolution originale des observations collectées, (ii) la présence d'intervalles de non pluie et (iii) le régime d'invariance d'échelle auquel on s'intéresse. En effet pour une résolution journalière, Tessier et al., (1996) et de Lima et de Lima (2009), pour les échelles de temps allant de 1 jour à 16 jours, ont trouvé des valeurs de  $H$  faibles et négatives ( $\sim -0.1$ ). A peu près, pour les mêmes échelles de temps Ladoy et al., (1993) et de Lima et Grasman (1999) ont trouvé un  $H$  nul (cf Tableau 9). Pour une gamme d'échelles (de temps) assez grandes (30 jours - 30 ans), Tessier et al., (1996), ont trouvé un  $H$  plus faible égal à  $-0.35$ . Pour une résolution plus fine (8 mn), pour les échelles de temps allant de 3 à 11 jours, Olsson (1995) a trouvé un  $H$  nul, ce qui est en accord avec Ladoy et al., (1993) et de Lima et Grasman (1999) malgré la différence en résolution. Pour des échelles commençant à des temps assez petits (des minutes / une heure), de Lima et Grasman (1999) et Pathirana et al., (2003) ont trouvé une valeur faible et négative de  $H$  ( $-0.02$  et  $-0.05$ ). De Montera et al., (2009) ainsi que Verrier et al., (2011), ont attribué l'imprécision de l'estimation du paramètre de non conservation de processus  $H$ , comme les autres paramètres du modèle multifractal universel, au problème de biais causé par les zéros dus à l'absence de pluie. En effet, ils ont trouvé pour leurs séries à haute résolutions et intermittentes un  $H$  nul pour des échelles de temps allant de quelques dizaines de minutes à quelques heures, alors que pour les séquences de pluie continues, ils ont trouvé un  $H$  positif assez élevé de l'ordre de  $0.5$ . Cependant Verrier et al., (2011) a trouvé un  $H$  assez élevé ( $0.38$ ) pour une séquence de pluie incluant des zéros mais avec des échelles de temps encore plus petites (15 s - 16 mn). Cette valeur reste supérieure aux autres études. Cela peut être expliqué par le faible pourcentage de zéros et les échelles de temps très fines (Tableau 9).

Le paramètre de non conservation  $H$  est de l'ordre de  $0.15$  pour les échelles de temps allant de 5 mn à  $2h30$  (Tableau 15), pour les 3 stations étudiées, ce qui est un indice de non conservation de processus. On ne peut pas comparer ces valeurs aux études antérieures (Tableau 9) vu la disparité en termes de résolution, limites de régime, pourcentage d'intermittence et climat.

Comme conséquences de la disparité de la valeur de part et d'autre de  $2h30mn$ , et afin d'estimer les paramètres du MU on devra faire des transformations sur la cascade essentiellement pour la partie où le champ est non conservatif, comme on va le préciser dans ce qui suit.

### **V. 3. 2. Estimation des paramètres du Modèle Multifractal Universel**

L'approche utilisée est identique à celle utilisée pour l'analyse spectrale. On commence par analyser les séries de 2.5 années complètes et les séries de 8 mois en excluant

la saison sèche pour les données de résolution 5 mn. Ensuite, on passe à l'analyse de deux séries commençant en 1989 et 1900 pour la série journalière de TunisManoubia.

### V. 3. 2. 1. Analyse de séries continues

Dans le cas du régime micro-échelles seule l'approche de la différenciation des séries de données peut être prise en considération. Pour les deux autres régimes les deux méthodes d'analyses présentées dans la section (IV. 2. 3. ) sont utilisées (analyse de la série différenciée, analyse de la série moyennée jusqu'au pas de temps 2h30mn à partir duquel on a conservation du processus). Les résultats des deux approches sont cohérents. Le Tableau 16 résume l'ensemble des résultats obtenus.

**Tableau 16. Estimation des paramètres  $H$ ,  $C_I$  et  $\alpha$  pour les séries de longueurs 2.5 ans (résolution 5 mn) pour les 3 stations considérées pour les 3 régimes d'invariances d'échelles**

		$p_\lambda(\%)$	Micro-échelles [5mn -2h30]			Mésos-échelles [2h40 -7 j]		Échelles synoptiques [7 j-2.5 ans]	
			$H$	$C_I$	$\alpha$	$C_I$	$\alpha$	$C_I$	$\alpha$
1	Tunis-Manoubia <sup>(1)</sup>	99.17	0.15	0.53	0.06	0.58	0.03	0.23	0.57
2	Mornag <sup>(1)</sup>	98.99	0.15	0.46	0.00	0.61	0.09	0.21	0.56
3	Sidi Thabet <sup>(1)</sup>	99.03	0.13	0.46	0.00	0.54	0.04	0.19	0.54
4	Moyenne (3 séries de 2.5 ans)	99	0.14	0.48	0.02	0.58	0.05	0.21	0.56
5	Moyenne (4 séries de 8 mois) <sup>(2)</sup>	98.6	-	0.44	0	0.57	0.06	0.26	0.65

<sup>(1)</sup>toutes les séries (y compris les zéros de non-pluie).<sup>(2)</sup>4 séries de taille 8 mois chacune à savoir Tunis-Manoubia (2009), Mornag (2009 et 2010) et Sidi Thabet (2008)

L'application du modèle FIF sur le régime micro-échelle donne  $C_I$  égale à 0.48 et  $\alpha$  pratiquement nulle. La valeur de  $C_I$  semble être proche de celle obtenue lors d'études antérieures menées de manière similaire, en particulier celles pour lesquelles l'effet de l'intermittence n'a pas été pris en compte (Tableau 9). De Montera et al., (2009) et Verrier et al., (2011) ont montré que l'intermittence pluie – non pluie conduit à des ruptures d'échelles ainsi qu'à des paramètres erronés. Dans notre cas la valeur nulle obtenue pour  $\alpha$ , caractéristique d'un processus monofractal, peut s'expliquer d'une part par un pourcentage de valeurs nulles extrêmement élevé en raison du climat de la région de Tunis et d'autre part en raison du problème de la quantification des données, ce qui augmente artificiellement le nombre de valeurs nulles de la série. Rappelons en effet que le modèle MU n'est pas destiné à modéliser l'intermittence pluie-non pluie, ce qui constitue la principale difficulté à résoudre.

La comparaison des paramètres obtenus lors de l'utilisation des séries de 8 mois par rapport à ceux de 2.5 ans (ligne 4 et 5 du Tableau 16) montre que les résultats ne sont pas améliorés. Le caractère monofractal observé ( $\alpha=0$ ) est liée à la prédominance de l'effet du support (intermittence pluie-non pluie) sur l'analyse. En fait, pour avoir une amélioration plus nette, il faut vraiment avoir des séquences de pluie à des pourcentages de zéro nettement inférieur.

### V. 3. 2. 2. Calcul des paramètres du modèle multifractal $\alpha$ et $C_I$ pour des séquences de pluie continue

Pour surmonter les erreurs d'estimation introduites par les problèmes décrits ci-dessus, une nouvelle analyse de la micro-échelle du régime est effectuée en sélectionnant des séries plus courtes, mais sans valeurs nulles. L'application du modèle *FIF* à différentes séquences pluvieuses continues, a donné des valeurs fluctuantes des paramètres  $\alpha$  et  $C_I$ . On note en particulier que le paramètre  $\alpha$  est égal à zéro pour quelques séquences. Ainsi, l'examen des hauteurs de pluies, relatives à ces séquences-là, a dévoilé un autre problème relatif à la quantification des données. En effet on remarque la répétition des valeurs successives des hauteurs/intensités de pluie. Il s'agit parfois d'une série formée d'une succession de deux valeurs uniquement (par exemple 0.2 et 0.4 mm / 5 mn). Par suite, il s'agit d'une série monofractale comme dans le cas du plus long évènement, parmi les quatre séries 5 minutes, enregistré à Soukra le 31-Mars-2008 20:25, et qui a duré 255 mn. La présence d'une telle succession peut être attribuée soit à la sensibilité non suffisante de l'appareil de mesure aux intensités faibles de pluie, soit à un traitement intermédiaire (inconnue par nous) des données ou bien à un bouchage partiel des augets faute d'entretien ou en raison de la très forte intensité qui fait de la surface faible réceptrice un réservoir (vidange du pluviomètre par son entonnoir), ce qui conduit à des hauteurs de pluie constantes, diminuant l'intermittence et éliminant les pics. Ce problème est ennuyeux surtout pour les champs non conservatifs, demandant une transformation par intégration fractionnaire pour aboutir à un champ conservatif. Cela engendre des zéros artificiels qui s'additionnent aux zéros déjà existants (non pluie), ce qui aggrave le problème de biais. Afin d'éviter ces situations, pour nos calculs, on choisit des séquences relativement intenses et moins quantifiées. Enfin, cinq séquences de pluie continues suffisamment longues et relativement intenses ont été sélectionnées. Les paramètres  $\alpha$  et  $C_I$  sont récapitulés dans le Tableau 17 :

**Tableau 17. Paramètres du modèle MU estimés des séquences de pluie continues avec un pas de temps de 5 minutes**

Station	Date début	$H_{\max}$ (mm/5mn) <sup>(1)</sup>	$L$ <sup>(2)</sup>	M1 <sup>(3)</sup>		M2 <sup>(4)</sup>	
				$C_I$	$\alpha$	$C_I$	$\alpha$
S1	12/01/2009 15h20	1.4	$2^4$	0.08	1.42	0.08	1.50
S2	23/05/2010 13h15	9.2	$2^5$	0.14	1.40	0.14	1.52
	13/01/2009 03h40	4.00	$2^4$	0.13	1.27	0.12	1.46
S3	24/09/2007 17h00	8.63	$2^5$	0.28	1.03	0.27	1.36
	13/01/2009 02h05	5.59	$2^4$	0.12	0.85	0.10	1.22
Moyenne				0.15	1.3	0.14	1.4
Ecart type				0.07	0.23	0.07	0.11

<sup>(1)</sup>:  $H_{\max}$  la hauteur maximale de pluie par séquence, <sup>(2)</sup>: nombre d'observations, <sup>(3)</sup> méthode d'optimisation, <sup>(4)</sup> méthode de dérivation (*M2*)

Le Tableau 17 reporte des valeurs de  $\alpha$  variant entre 0.85 et 1.52, qui ont augmenté par rapport à la situation où l'intermittence était gardée, et des valeurs de  $C_I$  de 0.09 à 0.28 en diminution par rapport aux séquences de pluies de 2.5 ans et 8 mois (Tableau 16). Ces résultats sont cohérents avec ceux de Pathirana et al., (2003), de Montera et al., (2009) et Verrier et al., (2011) qui ont utilisé des séquences de pluie continue.

La Figure 31 illustre l'analyse de l'évènement, de durée 2h40mn, à la station de Mornag le 23-mai-2010. Pour chaque ordre de moment  $q$ , la Figure 31-a qui présente la variation des moments en fonction de la résolution dans un repère double logarithmique, donne bien une droite (Équation 45). La pente de cette droite donne une estimation de  $K(q)$ .

On remarque que dans la Figure 31-b que  $K(q)$  est une fonction convexe de  $q$ , ce qui traduit la multifractalité du processus à des échelles comprises entre 5 minutes et 2h40mn.

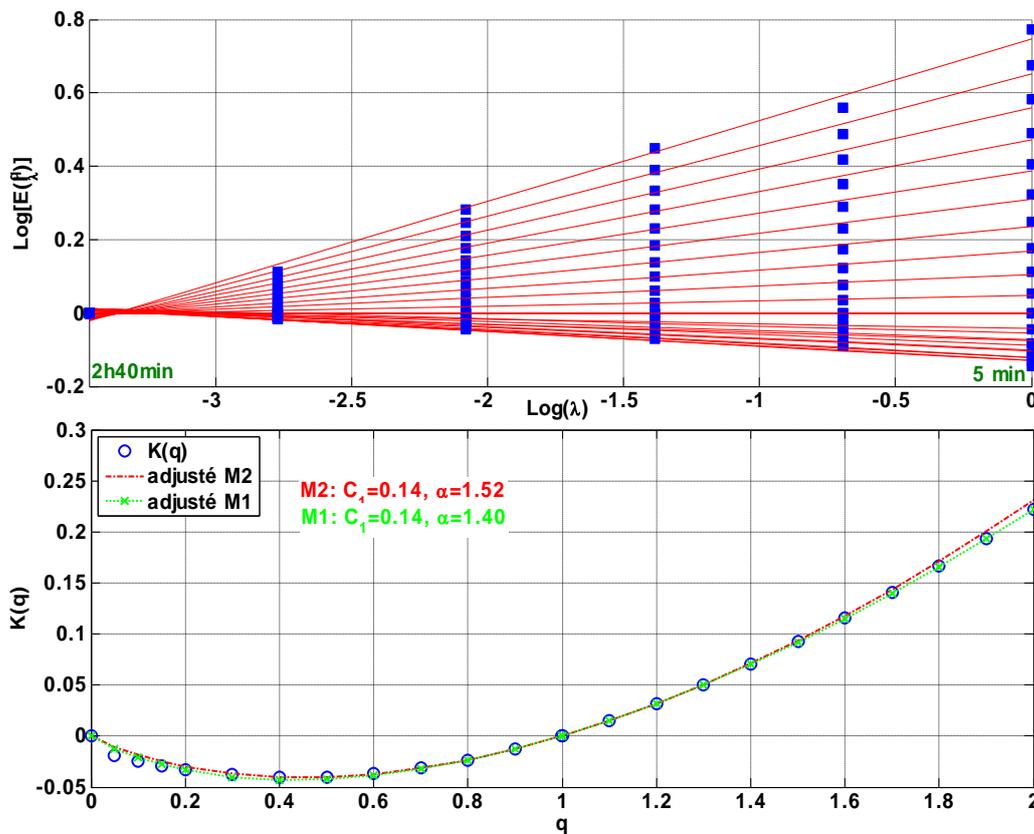


Figure 31. Analyse de la séquence de pluie qui a duré 2h40 mn enregistrée dans la station de Mornag le 23-Mai-2010 à 13:15.(En haut)variation des moments d'ordre  $q=\{[0 :0.1 :2] + 0.05+0.15+0.999+1.0001$ (de bas en haut)} en fonction de la résolution  $\lambda$ . (En bas) la fonction d'échelle des moments  $K(q)$ .

### V. 3. 2. 1. Etude de la série journalière de Tunis Manoubia

Les paramètres du modèle MU de la série journalière de la station de Tunis-Manoubia, estimés par la méthode d'optimisation, qui consiste à ajuster la forme théorique (Équation 50) des paires  $(q, K(q))$  obtenues par la méthode de minimisation par moindres carrés, sont récapitulés dans le Tableau 18 :

Tableau 18. Estimation des paramètres du modèle MU des séries journalières de Tunis-Manoubia

Paramètres	$C_1$		$\alpha$	
	1900	1919	1900	1919
Régime	1900	1919	1900	1919
Méso-échelles [1 jour -8 jours]	0.62	0.63	0.14	0.15
Echelles synoptiques [8 jours -8 mois]	0.28	0.27	0.62	0.65

D'après le Tableau 18, le paramètre  $C_1$  est autour de 0.6 et  $\alpha$  est autour de 0.15 pour les méso-échelles. Cependant  $C_1$  est autour de 0.3 et  $\alpha$  est autour de 0.6 pour échelles synoptiques. La méthode de dérivation donne des estimations pareilles pour  $C_1$ . Cependant elle donne des valeurs légèrement supérieures pour  $\alpha$ . En gros, ces paramètres sont cohérents avec ceux trouvés en utilisant les séries à résolution 5 minutes (Tableau 16) à l'exception des valeurs de  $\alpha$  liées aux méso-échelles qui sont relativement plus grandes mais toujours inférieures à celles proposées dans la littérature (Tableau 9).

### V. 3. 2. 2. Discussion et conclusion

L'étude multifractale des intensités de pluie de la région de Grand-Tunis, caractérisée par un climat semi-aride, conduit à l'identification de 2 ruptures d'échelles à 2.5 heures et 7 jours. Les résultats sont récapitulés dans le Tableau 19 :

**Tableau 19. Récapitulatif des estimation des paramètres du modèle MU**

	$p_\lambda$ (%)	Micro-échelles [5mn -2h30mn]			Méso-échelles [2h40mn -7 j]		Échelles synoptiques [7 j-2.5 ans]	
		$H$	$C_I$	$\alpha$	$C_I$	$\alpha$	$C_I$	$\alpha$
Séries 2.5 ans (5 mn)	99	0.14	0.48	0.02	0.58	0.05	0.21	0.56
Séries journalières	75.5	-	-	-	0.62	0.14	0.27	0.63
Evènements de pluie (5 mn)	0	-	0.14	1.4	-	-	-	-

La comparaison des paramètres obtenus lors de l'analyse multifractale (Tableau 19, ligne 1 et 2) avec ceux de la littérature (Tableau 8) ainsi que les paramètres obtenus lors de l'analyse des séquences continues de pluie, a montré qu'ils sont biaisés. Le biais peut être attribué à la distinction entre pluie-non pluie qui dépend étroitement de la sensibilité des appareils de mesure. Ainsi, la mesure des faibles taux de pluie dépend du mécanisme de seuillage instrumental (Lovejoy et al., 2012 ; Verrier et al., 2010 ; de Montera et al. 2009). Dans le même contexte Lovejoy et al., (2008) ont étudié les effets d'un seuil élevé sur les statistiques de pluie mais dans le domaine spatial et il semble clair que des seuils élevés introduisent des ruptures d'échelle et impliquent des estimations biaisées. Ainsi, le seuillage implique que les régions à faible (et nul) taux de pluie auront des faibles régimes d'invariance d'échelle (Lovejoy et al., 2012).

En plus, comme l'ont souligné De Montera et al., (2009) le modèle MU n'est pas construit pour modéliser l'intermittence pluie-non pluie. Pour s'approcher des estimations non biaisées la méthode la plus simple a consisté à déterminer ces coefficients pour des séquences de pluie continues comme ont procédé de Montera et al., (2009) et Verrier et al., (2011). L'application de cette méthode à nos jeux de données a résolu partiellement le problème et ceci seulement pour les micro-échelles. Cependant, cette tâche n'est pas toujours aisée car elle demande d'une part un appareil de mesure à haute résolution installé pour une longue campagne de mesures. D'autre part, dans notre cas d'un climat semi-aride la pluie est très intermittente et les séquences pluvieuses sont très courtes. Il a fallu sélectionner des événements suffisamment forts pour outrepasser le problème de discrétisation. On trouve  $C_I$  autour de 0.14 et  $\alpha$  autour de 1.4. Ces résultats sont cohérents avec la littérature. Les paramètres estimés suite à l'analyse des séquences de pluie continues semblent indépendants du climat étudié. Cette méthode ne permet d'analyser que les événements les plus intenses qui sont généralement convectifs.

### V. 3. 3. Méthodes de correction du biais

#### V. 3. 3. 1. Correction des paramètres (méthode de Verrier et al., 2011)

Contrairement aux séries de données de 5 minutes, l'estimateur de  $\alpha$  pour la série journalière est non nul, ce qui nous permet d'appliquer les formule de correction de biais à la fois pour les méso-échelles et les échelles synoptique. L'application de la formule de Verrier et al., (2011), a abouti à une diminution du paramètre  $C_I$  avec  $C_I = 0.11$ , et une augmentation de  $\alpha$  avec  $\alpha = 0.79$  (Tableau 20).

**Tableau 20. Paramètres du modèle multifractal universel corrigés pour la station de Tunis Manoubia**

Paramètres	M1			
	$C_I$		$\alpha$	
Régime	1900	1919	1900	1919
1 jour -8 jours	0.11	0.12	0.79	0.79
8 jours -8 mois	0.17	0.16	1.02	1.10

Le problème d'estimation des paramètres non biaisés demeure non résolu totalement car l'étude des séquences continues résout le problème seulement pour les micro-échelles. L'utilisation de la série journalière permet d'avoir une idée sur les paramètres non biaisés pour les méso-échelles qui commencent à 1 jour pour la série journalière et à 2h30mn pour les séries de 5 minutes. Etant donné la spécificité du climat étudié de Tunis qui comporte une période de sécheresse de plusieurs semaines consécutives, les résultats obtenus par cette approche ne sont pas satisfaisants, raison pour laquelle on a proposé la méthode liant explicitement le biais au pourcentage de zéros dans une séquence de pluie.

### V. 3. 3. 2. Application d'une méthode empirique pour la correction du biais

#### V. 3. 3. 2. 1 Régimemicro-échelles

La méthode décrite dans la section (IV. 2. 4. ) est appliquée ici. Des séquences d'une durée  $\tau$ (choisie en puissance de 2) égale à 2h40mn ( $\lambda= 32$ ) contenant au moins une valeur non nulle sont considérées. Les valeurs plus faibles de  $\tau$  permettent d'obtenir des séquences avec un nombre moins important de valeurs nulles mais elles sont très courtes pour obtenir une bonne estimation des paramètres par l'analyse multifractale (IV. 2. 3. ). On obtient 1093, 1299 et 1509 séquences, respectivement pour les stations de Tunis Manoubia, Sidi Thabet et Mornag. Plusieurs critères ont été adoptés pour minimiser les problèmes liés à la quantification des données qui augmente artificiellement le nombre de zéros lors de la différenciation de la série:

- Les séquences pour lesquelles la linéarité entre  $\log \langle \Phi_{u,m}^q \rangle$  et  $\log(\lambda)$  n'est pas vérifiée (coefficient de détermination  $R^2 \leq R^2_{\min}$ ) sont éliminés.
- Les séquences, pour lesquelles la hauteur de pluie maximale est inférieure à un seuil  $H_{max}$ , sont éliminées.

Plusieurs valeurs de  $H_{max}$  (1, 2, ... en mm/ 5mn) et de  $R^2_{\min}$  (0.9, 0.85, ...) ont été testées. Les paramètres  $\hat{\alpha}$ ,  $\hat{C}_I$  des séquences retenues, ainsi que le pourcentage de valeur nulle  $p_i$  sont estimés. Les valeurs de  $\alpha$ ,  $C_I$  et  $a$  sont obtenues par ajustement de l'Équation 108. Dans tous les cas une valeur égale ou proche de la valeur théorique de  $a$  est obtenue ( $a=1/\ln(\lambda)=0.29$  dans ce cas). Le Tableau 21 et la Figure 32 illustre les résultats obtenues pour  $R^2_{\min}=0.85$  et  $H_{max}=1\text{mm}/5\text{mn}$ .

**Tableau 21. Estimation des paramètres  $\alpha$  et  $C_I$  en appliquant différents seuils sur les hauteurs maximaux de pluie séquences avec le respect de la condition sur  $R^2_{\min}(K(q))>0.85$ .**

Station	Tunis-Manoubia	Mornag	Sidi Thabet	Les 3 stations
n	73	91	84	248
$C_I$	0.05	0.06	0.09	0.07
$\alpha$	1.82	1.90	1.35	1.63
a	0.29	0.29	0.26	0.28

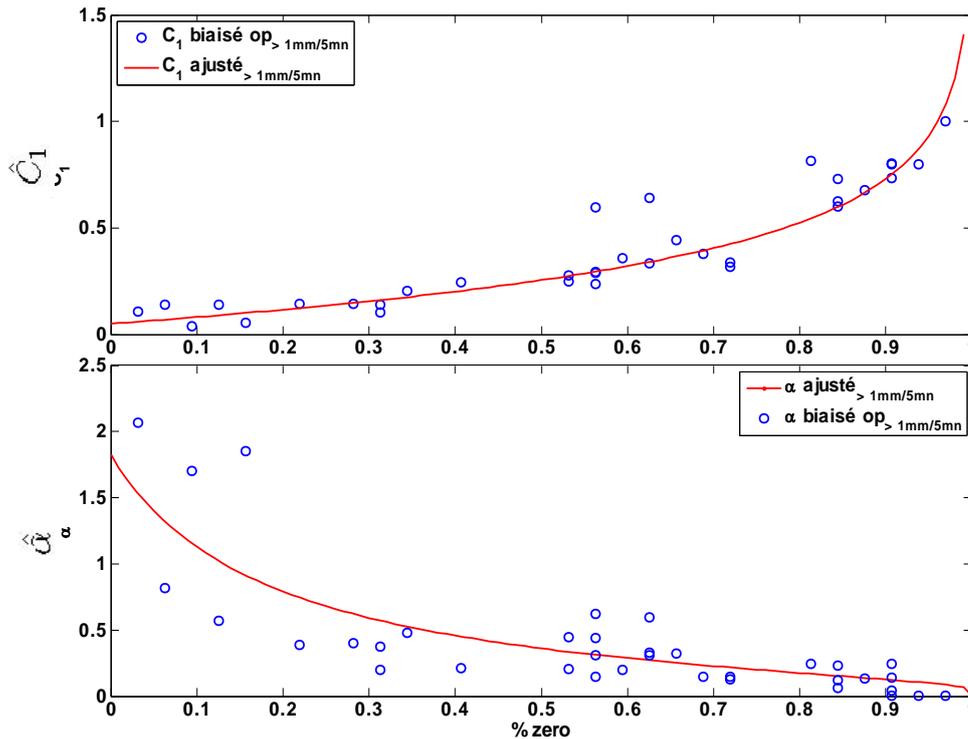


Figure 32. Présentation des paramètres  $\hat{C}_1$  (en haut) et  $\hat{\alpha}$  (en bas) de la station de Tunis Manoubia estimés par la méthode d'optimisation de la fonction  $K(q)$  et ceux ajustés en utilisant la formule intégrant le pourcentage de zéros de 73 échantillons sélectionnés avec un coefficient de déterminations moyen supérieurs à 0.85 et ayant une hauteur maximale de pluie  $H_{max} > 12$  mm / heure / 5mn (=1mm/5mn).

On remarque que ces estimations sont très différentes de celles obtenues sur l'ensemble des séries chronologiques (Tableau 16) mais sont très cohérentes avec celles obtenues lors de l'étude des séquences de pluie continues (Tableau 17 ; Tableau 19- dernière ligne). Elles sont également proches de celles présentées par Schmitt et al., (1998) pour la même résolution dans la gamme [10 mn - 1 jour] et restent en bon accord avec l'étude de Verrier et al., (2011) (cf Tableau 9).

Les codimensions obtenues sur les différentes séquences retenues en utilisant l'Équation 107, pour l'ensemble de séquences obtenues sont comprises entre 0 et 1. Si on fait la moyenne pour l'ensemble (toute les séquences des 3 stations) on trouve  $D_f=0.55$  soit  $c_f=0.44$ . Cette dernière valeur coïncide avec celle trouvée en appliquant le comptage de boîtes sur les séries de 2.5 ans (cf Tableau 11). Ainsi, l'Équation 107 pourrait être une alternative de l'approche classique du comptage de boîte.

Malgré la variation importante de  $\hat{\alpha}$  et  $\hat{C}_1$ , on obtient finalement pour les différentes valeurs de  $R_{min}^2$  et  $H_{max}$  utilisées des valeurs de  $\alpha$  comprises entre 1.4 et 1.9 et des valeurs de  $C_1$  entre 0.03 et 0.09. Ces valeurs, associées à la valeur du paramètre  $H$  que nous avons obtenues précédemment, permettent à partir de l'Équation 80 d'estimer la pente  $\beta$  du spectre. La valeur de  $\beta$  égale 1.2 obtenue à partir des paramètres  $\alpha=1.6$ ,  $C_1=0.1$  et  $H=0.15$ , est très proche de la valeur 1.14 obtenue sur le spectre moyen des séries de pluie observées à la résolution 5 minutes de tailles 8 mois chacune (Tableau 13).

### V. 3. 3. 2. 2 Régime méso-échelles

Après avoir intégré la série à pas de temps 5 minutes pour obtenir une série de résolution 2h40mn, la méthode précédente est appliquée en considérant des séquences

composées de  $2^6$  points (2h40mn - 7 jours). Les paramètres non biaisés sont ensuite obtenus par ajustement linéaire par moindres carrés. La valeur théorique de  $\alpha$ , de 0.24, est utilisée pour estimer les paramètres débiaisés  $\alpha$  et  $C_I$ . Cependant, dans le cas des méso-échelles on ne peut pas adopter la même condition sur le coefficient de détermination qui consiste à considérer seulement les séquences pour lesquelles la linéarité  $\log \langle \Phi_{UM}^q \rangle$  entre  $\log \langle \lambda \rangle$  est vérifiée avec  $R^2 > 0.85$ . En effet, car nous n'avons pas assez d'échantillons avec un faible pourcentage de zéros. Ainsi, une nouvelle condition a été spécifiée : on va prendre un coefficient de détermination, respectivement supérieur à 0.90, 0.85 et 0.80 pour les échantillons ayant un pourcentage de zéros respectivement  $> 80\%$ ,  $> 60\%$  et  $< 60\%$ . En d'autres termes, on a augmenté la contrainte sur  $R^2$  pour les séries qui contiennent plus de zéros. Enfin, on obtient un échantillon, comme le montre Tableau 22 et la Figure 33, formé de 518 séquences. Cependant, on remarque que le pourcentage minimal de zéro dépasse 50%, ce qui peut dégrader la qualité d'ajustement. Ainsi, pour pouvoir réaliser un ajustement avec des points mieux répartis sur l'axe horizontal la méthode est appliquée une seconde fois en considérant des fenêtres de [2h40 - 3.6 jours], soit des séquences composées de  $2^5$  points. La valeur minimale du pourcentage de zéros est alors ramenée à 28%. Le Tableau 22 récapitule les résultats obtenus.

**Tableau 22. Estimation des paramètres  $\alpha$  et  $C_I$  pour les méso-échelles (2h40 – 7 jours/ 3.6 jours) les 3 stations Tunis-Manoubia, Mornag et Sidi-Thabet**

	(2h40-7 jours)	(2h40-3.6 jours)
nombre de séquences	518	517
$C_I$	0.16	0.15
$\alpha$	0.74	0.76

On remarque d'après le Tableau 22, que les résultats obtenus pour les deux échantillons composés de  $2^6$  ou  $2^5$  points sont proches. L'ajout d'une condition sur  $H$ , limite d'une part le nombre et la répartition des échantillons le long de l'axe de pourcentage de zéro et d'autre part on ne gagne pas beaucoup du point de vue de l'amélioration d'estimation. Ceci peut être traduit par le fait que l'intégration des séries de données ayant une résolution de 5 minutes à des séries ayant une résolution de 2h40mn réduit le problème de quantification de données, d'où minimise l'effet des événements intenses lissés par agrégation des données.

Les valeurs de  $C_I$  et  $\alpha$  ainsi obtenues (Tableau 22) sont utilisées pour estimer la pente  $\beta$  du spectre à partir de l'Équation 80,  $H$  étant égal à zéro pour le régime considéré ici. La valeur obtenue de  $\beta=0.81$  est nettement supérieure à la valeur obtenue à partir de l'analyse spectrale présentée dans le Tableau 13 et qui était proche de 0.45. Ce résultat confirme cependant le caractère conservatif du régime méso-échelle avec  $\beta < 1$  dans les deux cas.

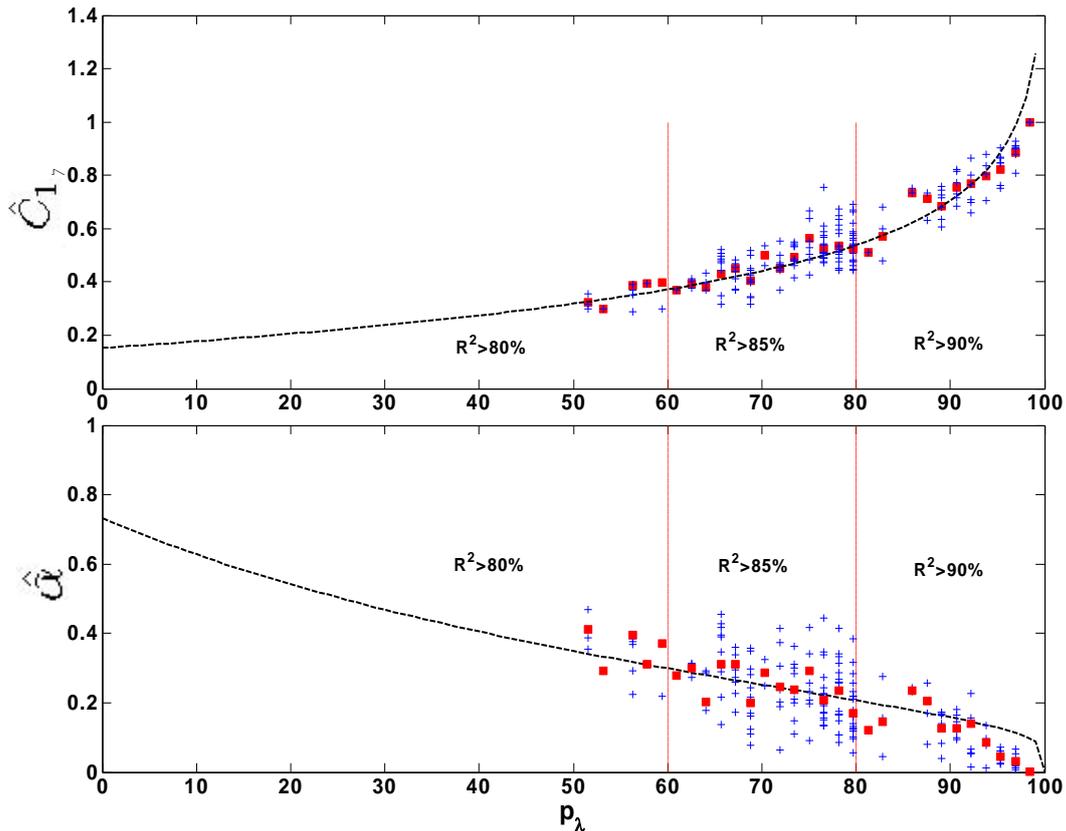


Figure 33. En haut: paramètres  $\hat{C}_1$  estimés par ajustement de la fonction  $K(q)$  par rapport à  $p_\lambda$  (croix bleues) pour le régime micro-échelle. Les carrés rouges représentent les valeurs moyennes par bin (par classe de pourcentages de zéros pour des intervalles constants de pourcentages de zéros). La courbe pointillée montre le paramètre débiaisé  $C_1$  estimé avec l'Équation 108 pour le régime méso-échelle. En bas : même figure mais pour le paramètre  $\alpha$ .

#### V. 3. 4. Conclusion de la première partie

Les valeurs des paramètres multifractals et les pentes spectrales consignées dans le Tableau 9 montrent une variabilité importante observée pour les différents jeux de données analysés dans la littérature. Des travaux récents (Verrier et al., 2011) réalisés sur des séries pluviométriques observées avec un disdromètre à la résolution temporelle de 15s ont montré que cette variabilité pourrait être en grande partie attribuée aux biais introduits par les valeurs nulles et que des résultats plus cohérents pourraient être obtenus pour l'analyse du régime micro-échelle, c'est-à-dire pour l'analyse des précipitations à l'intérieur d'un événement de pluie continu. Il s'agit de séparer, dans l'analyse, la variabilité du support de la pluie (alternance de période sèche et pluvieuse) de la variabilité de l'intensité de la pluie elle-même. Dans notre cas, les observations à la résolution de 15s ne sont pas disponibles et les seules données disponibles sont obtenues à partir de pluviomètres à auget basculant de 5mm avec un pas de quantification égal à la dimension de l'auget. Non seulement ces données ont une résolution grossière par rapport à la durée moyenne d'un événement mais elles ne permettent d'obtenir qu'une information quantifiée alors que le disdromètre, qui mesure le volume des gouttes de pluie à travers une surface de captation, ne souffre pas de cette difficulté. La méthodologie que nous avons proposée permet d'obtenir une estimation robuste des paramètres caractéristiques des propriétés multifractales à fine échelle à partir des observations classiquement disponibles. Les paramètres obtenus sont cohérents aussi bien avec les informations fournies par l'analyse spectrale réalisés sur ces mêmes données qu'avec ceux publiés récemment et obtenus à partir des observations fournies par les disdromètres. Il est

intéressant de souligner que l'analyse multifractale permet de tirer les relations entre différents échelles d'observation temporelles ou spatiales. Par la suite le problème de représentativité de la faible taille (2.5 ans) de la série d'observations à pas de temps 5 minutes ne pose pas problème. D'ailleurs de Montera et al., 2010, a appliqué l'approche multifractale sur une série de taux de pluie de longueur 2 mois seulement enregistré à Bénin pendant l'été 2006 dans le cadre de la campagne AMMA.

---

## CHAPITRE VI. RESULTATS : COURBES IDF ET IDAF

---

### VI. 1. Introduction

Ce chapitre se rapporte à l'étude des courbes IDF et IDAF où la pertinence du caractère d'invariance d'échelle simple des intensités maximales annuelles enregistrées aux 15 stations pluviographiques du Nord de Tunisie, qui englobe notre région spécifique d'étude (Grand Tunis), est traitée. Une formule de régionalisation des exposants d'échelle en relation avec la pluie maximale journalière annuelle pour les différentes stations de la zone Nord de la Tunisie a été proposée pour être appliquée sur la zone du Grand Tunis et conduire à l'élaboration de cartes krigées des quantiles de pluie dans le Grand Tunis. Un essai d'application du modèle de De Michele et al., (2011) supposant une loi Log-normale a été également creusé en prenant la station de Tunis Manoubia comme appui afin d'estimer les relations IDAF.

Ces développements sont basés en grande partie sur les résultats de l'étude établie par DGRE-ST2I, (2007) à savoir les échantillons de fortes intensités de pluie ainsi que les résultats des formulations analytique des courbes IDF. Pour cette raison, il nous a paru intéressant de décrire brièvement la méthode d'élaboration des courbes IDF suivie par la DGRE. En effet, les intensités des précipitations sont mises sous forme de Relevés Pluviographiques Intégraux (R.P.I.), définie comme étant la hauteur d'eau cumulée à pas de temps variable au cours duquel l'intensité est estimée constante (Girard et Rodier, 1979), pour les différentes averses dépouillées. Ensuite ils ont considéré les  $N$  plus grandes valeurs observées en  $N$  années pour des durées de référence de 5, 10, 15, 30, 60, 90, 120, 180 et 240 mn, qui vont servir par la suite comme un échantillon de variables aléatoires (maximum par bloc). Dans un deuxième temps ils ont considéré les valeurs dépassant un seuil pour aboutir à des essais d'ajustements statistiques avec 9 lois à savoir Gumbel, Log-normale, Pearson III, Pearson V, Goodrich, Fréchet, WRCUSA, Fuites et Polya. Puis, pour chaque durée de référence, la loi présentant le plus faible indice de Brunet-Moret (Lubes et Masson 1992) et la mieux adaptée pour l'ajustement statistique des échantillons des fortes valeurs des intensités observées a été retenue pour différentes durées. Particulièrement la loi de Log-normale a été retenue pour 8 stations sur 15 stations pour 1 ou 2 durées de références sur un total de 9 durées selon les stations. Notamment pour la station de Tunis Manoubia la loi Log-normale a été retenue pour les durées 60 et 90 mn dans cas des échantillons sélectionnés par la méthode maximum par bloc cependant elle a été retenue 5 fois pour les durées 15, 60, 90, 120 et 180 mn pour les échantillons sélectionnés par la méthode à dépassement de seuil.

### VI. 2. Courbes IDF

#### VI. 2. 1. Estimation des courbes IDF sous hypothèse d'invariance d'échelle simple régionale

Dans cette section, on va utiliser un modèle d'invariance simple estimé à partir des séries d'intensités maximales annuelles aux 15 stations du Nord de la Tunisie. Les données utilisées sont décrites dans la section (II. 3. 2. ).  $I_{\lambda d}$  représente l'intensité de pluies maximales annuelles, pour une durée de  $\lambda * 5$  minutes. La Figure 34 montre les relations entre les log-transformées des estimateurs des moments statistiques conventionnels de l'échantillon pour

des durées de référence allant de 5 minutes à 24 heures (5, 10, 15, 30, 60, 90, 120, 180, 240 et 24 heures) pour la station de Tunis Manoubia pour la période d'observation allant de 8 Octobre 1949 au 24 Janvier 2001.

Les exposants d'échelle  $k_q$ , estimés par les pentes de régressions linéaires entre les log-transformées des moments statistiques conventionnels de l'échantillon (Équation 23) pour les durées de références étudiées pour les ordres de moments  $q$  variant de 0.25 à 4, sont reportés en Figure 35 (courbe pointillée en rouge). On remarque que la relation  $k_q$  est linéaire avec un coefficient de détermination moyen  $R^2$  égale à 0.99. Ainsi, on peut accepter l'hypothèse que les intensités maximales annuelles de pluies ont la propriété d'invariance d'échelle dans un sens large. Cela laisse penser que les durées allant de 5mn jusqu'à 24h appartiennent à un seul régime d'invariance d'échelle. D'après la Figure 35 (courbe pointillée en rouge), on trouve un exposant d'échelle  $k=-0.63$  ( $k_q=q*k$ ).

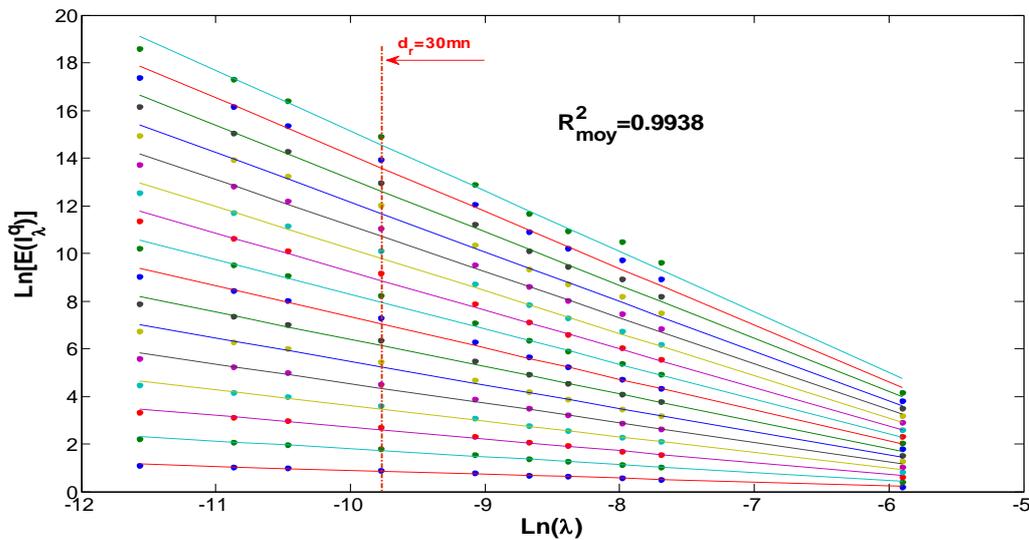


Figure 34. Moments d'ordre  $q = [0.25 : 0.25 : 4]$  pour les max annuels MB pour la station de Tunis Manoubia (durée de 5mn à 24 heures)

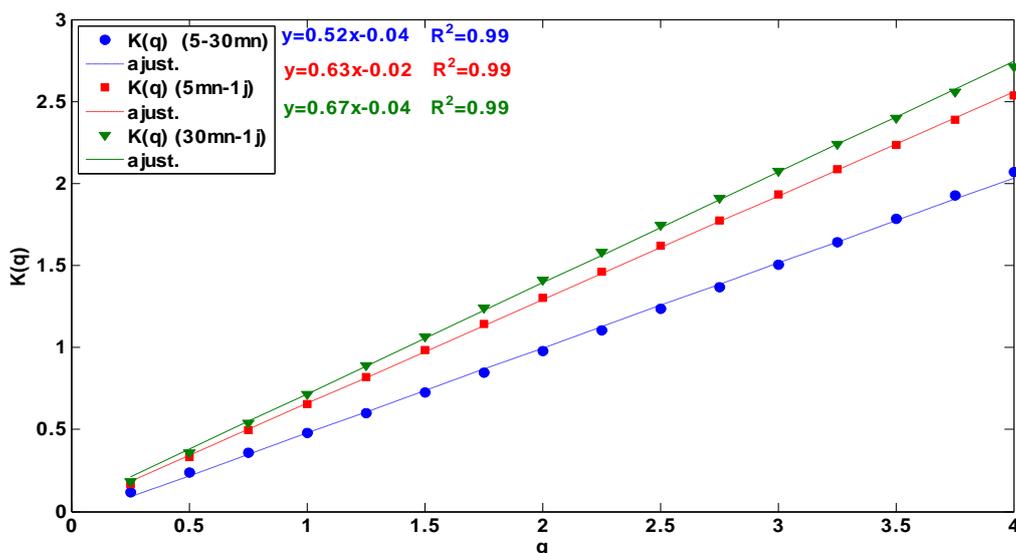


Figure 35. Fonction  $k_q$  pour les max annuels pour la station de Tunis Manoubia pour (i) (5mn - 24 heures) → carré ; (ii) (5mn - 30mn) → cercle ; (iii) (30mn - 24 heures) → triangle

Si au contraire, on utilise les moments de probabilité pondérés (PWM, Équation 15) (Greenwood et al., 1979) au lieu des moments conventionnels on obtient des estimations et des conclusions différentes. En effet, la Figure 36 met en valeur une rupture d'échelle au niveau de la durée  $d_r=30mn$  qu'on appellera durée de référence de rupture. Ainsi on aurait deux régimes d'invariance d'échelle à savoir [5 mn - 30 mn] et [30 mn - 24 h] et non pas un seul. Les 15 stations pluviographiques étudiées se comportent de la même façon. L'estimation des pentes  $k_q$  ont été effectuées en distinguant les deux régimes [5 mn - 30 mn] et [30 mn - 24 h] en Figure 34. On trouve  $k_1=-0.52$  et  $k_2=-0.67$ . Les droites de régression sont reportées en Figure 34.

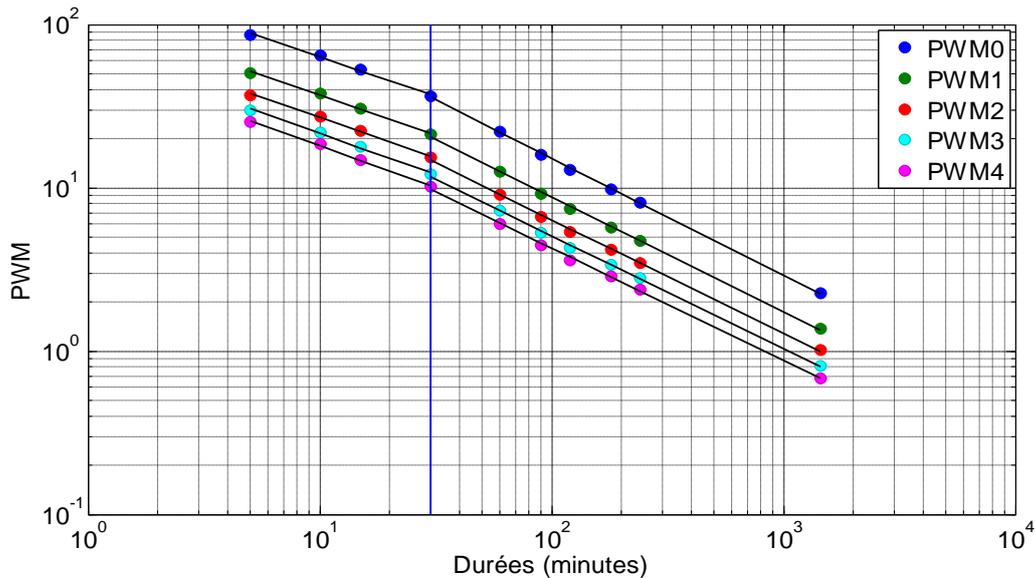


Figure 36. La relation entre les valeurs de PWM (selon la méthode de Landwehr 1979) (loi de distribution de Gumbel) et des durées différentes à la station de Tunis Manoubia

Les exposants d'échelle estimés à partir des PWM de la Figure 36 pour les deux régimes d'invariance d'échelle à savoir [5 mn - 30 mn] et [30 mn - 24h] sont présentés pour la station Tunis Manoubia en Figure 37. On trouve dans ce cas  $k_1=-0.49$  et  $k_2=-0.70$ .

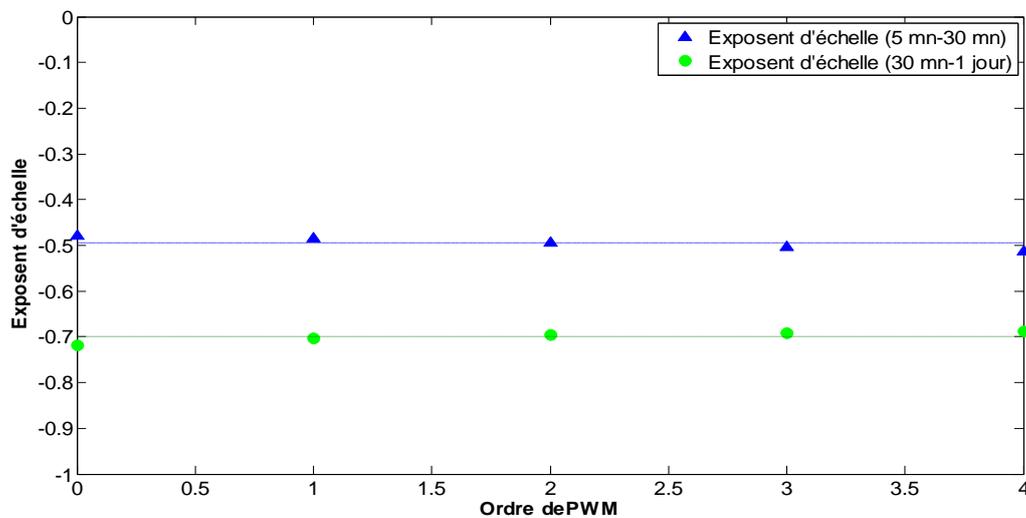


Figure 37. Relation entre les exposants d'échelle et des divers ordres de PWM pour la station de Tunis Manoubia

On a procédé de la même façon pour toutes les stations. Les exposants d'invariance d'échelle pour les deux intervalles de temps sont récapitulés en Tableau 23. Les moments classiques permettent d'avoir des exposants d'échelle pratiquement identiques à ceux de PWM.

L'Équation 29, qui décrit les relations IDF en combinant l'hypothèse d'invariance d'échelle simple avec la distribution de Gumbel, est établie à l'origine pour un seul régime d'invariance d'échelle. Conformément à Yu et al., (2004) on va l'adapter à notre cas d'étude qui présente deux régimes d'invariance d'échelle de part et d'autre de la durée  $d_r$ , pour laquelle on observe une rupture d'échelle (30 mn).

L'équation présentant les courbes IDF pour les deux régimes s'expriment de la façon suivante :

$$\begin{cases} I_d^T = (d/D)^{k_2} \times [\mu_D + \sigma_D \times \ln(-\ln(1-1/T))] & \text{si } d > 30 \text{ mn} \\ I_d^T = (d/d_r)^{k_1} (d_r/D)^{k_2} \times [\mu_D + \sigma_D \times \ln(-\ln(1-1/T))] & \text{si } d < 30 \text{ mn} \end{cases} \quad \text{Équation 114}$$

où  $d$  sont les différents durées de références étudiées,  $D=24$  h,  $d_r=30$  mn,  $\mu_d$  et  $\sigma_d$  sont les paramètres de localisation et d'échelle de Gumbel de l'intensité de pluie maximale annuelle d'une série de durée  $d$ .  $k_1$  et  $k_2$  sont les exposants d'échelle respectifs aux régimes [5 mn - 30 mn] et [30 mn - 24 h],  $\sigma_D$  et  $\mu_D$  sont déduits des données journalières maximales annuelles (Équation 30). Les paramètres de Gumbel pour  $d_r$  fixée peuvent être exprimés de la façon suivante :

$$\begin{cases} \mu_{d_r} = \left(\frac{d_r}{D}\right)^{k_2} \mu_D \\ \sigma_{d_r} = \left(\frac{d_r}{D}\right)^{k_2} \sigma_D \end{cases} \quad \text{Équation 115}$$

Le Tableau 23 présente les paramètres ( $\mu_{24}$ ,  $\sigma_{24}$ ) de la loi de Gumbel pour la durée de 24 heures estimés par la méthode des moments de probabilité pondérés ainsi que les statistiques représentant le maximum ( $P_{\max}$ ), la moyenne ( $P_{\text{moy}}$ ), la médiane ( $P_{\text{med}}$ ) et le percentile 90% ( $P_{90\%}$ ) des échantillons des pluies journalières maximales annuelles (en mm/24 heures). Pour des raisons de cohérence, ces statistiques ainsi que  $k_1$  et  $k_2$  sont estimées à partir de l'échantillon des années ayant servi à estimer les courbes IDF de la DGRE (DGRE-ST2i, 2007).

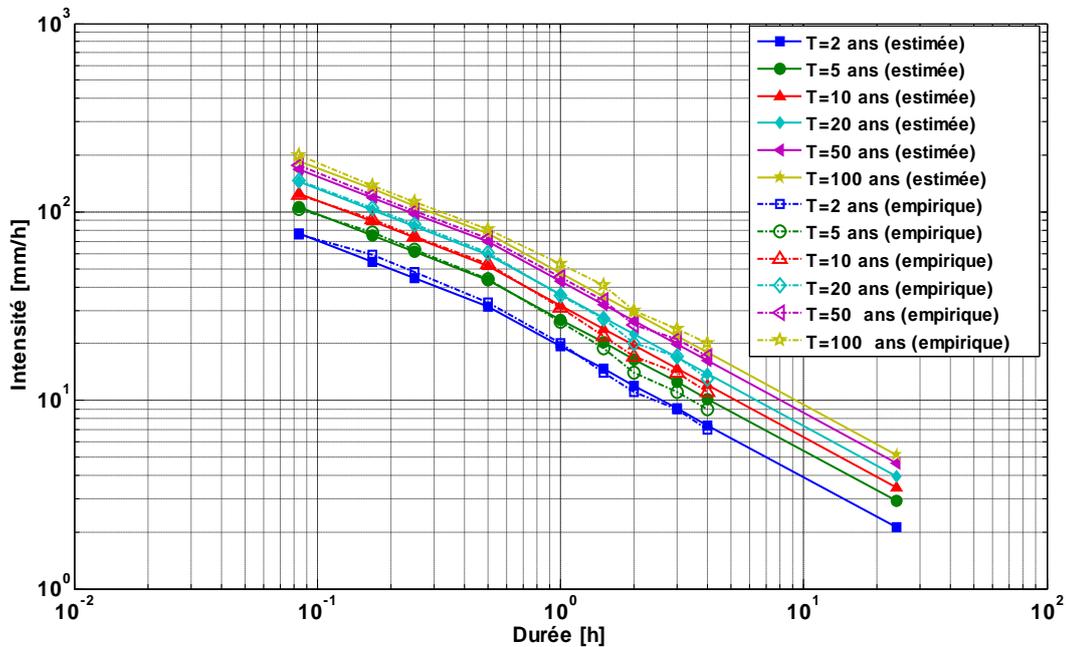
D'autre part, si on ne considère pas la rupture en 30 minutes (résultat non reporté ici), les exposants d'échelle pour les 15 stations pluviographiques seront compris entre 0.51 et 0.72. Ces résultats restent proches de la gamme d'échelle typique de [0.6 - 0.8] mentionnée par Veneziano et Furcolo (2002).

**Tableau 23. Caractéristiques des stations étudiées : maximum de la pluie maximale annuelle et paramètres des courbes IDF ( $\sigma_{24}, \mu_{24}, k(PWM)$ ) (rupture à 30mn)**

N°	Station	Nb an	$k_1$	$k_2$	$\sigma_{24}$	$\mu_{24}$	$P_{max}^*$	$P_{moy}^*$	$P_{med}^*$	$P_{90\%}^*$
1	Tunis Manoubia	43	-0.49	-0.69	0.71	1.85	117.5	47.43	42.60	70.32
2	Bir Mchergua	17	-0.51	-0.68	1.09	2.01	200.4	55.46	49.30	70
3	Oued Tine Cassis	13	-0.43	-0.65	1.19	1.42	121.5	44.22	33.20	114.86
4	Slouguia	15	-0.53	-0.71	0.63	1.40	74	37.09	35.70	57.3
5	Joumine Antra	25	-0.46	-0.62	1.06	2.39	163.3	63.13	59.10	94
6	Zouarine Gare	33	-0.57	-0.66	0.81	1.62	133.2	43.89	35.00	73.6
7	Sarrat Pont Route	18	-0.57	-0.87	0.45	1.35	50	33.90	36.10	58.06
8	Siliana Laouej	10	-0.60	-0.76	0.36	1.43	53.8	34.55	34.30	78.9
9	Ghardimaou	26	-0.54	-0.68	0.53	1.50	64	37.94	34.20	58.06
10	Ain Taga	20	-0.49	-0.84	1.06	2.02	194	55.31	44.55	78.9
11	Aïn Beya Fernana	17	-0.65	-0.55	2.03	3.01	300	87.72	65.00	179.2
12	Haïdra	17	-0.54	-0.75	0.64	1.38	67.2	36.81	39.00	63.6
13	Mellègue K13	17	-0.48	-0.89	0.48	1.44	56.3	36.04	39.60	49.52
14	Sejnène	11	-0.55	-0.59	1.00	2.44	120.3	63.55	59.50	47.4
15	Sraya Ecole	24	-0.49	-0.53	1.40	1.63	180.5	51.19	32.30	99.18

\*: statistiques des précipitations journalières maximales annuelles (mm/24 heures)

La Figure 38 reporte les résultats de l'application de l'Équation 114 pour la station de Tunis Manoubia exprimant les quantiles d'intensité de pluie obtenus par couplage du modèle d'invariance d'échelle simple par régime avec le modèle de Gumbel. Ces estimations sont comparées à celles empiriques et modélisés par la DGRE (DGRE-ST2i, 2007). Elles sont très proches.



**Figure 38. Comparaison entre les courbes IDF établies par la méthode d'invariance d'échelle simple (trait plein) et celles empiriques (trait discontinu) (DGRE-ST2i, 2007) pour les périodes de retour 2, 5, 10, 20, 50 et 100 ans pour la station de Tunis-Manoubia**

## VI. 2. 2. Régionalisation des courbes IDF de la zone Nord de Tunisie

### VI. 2. 2. 1. Régionalisation de l'exposant d'échelles

Pour construire des courbes IDF régionales, une relation d'échelle est établie selon le modèle de l'Équation 116 entre une statistique de l'échantillon des pluies maximales annuelles  $P_{24h}$  et les exposants d'échelle selon la méthode préconisée par Yu et al., (2004). On a considéré les 3 statistiques la moyenne ( $P_{moy}$ ), la médiane ( $P_{med}$ ) et le percentile 90% ( $P_{90\%}$ ) des échantillons des pluies journalières maximales annuelles.

$$k = - \frac{a}{P_{24h}^b} \quad \text{Équation 116}$$

Huit parmi les quinze stations sont utilisées pour ajuster le modèle de l'Équation 116 (stations en rouge, Figure 39, marquées par des cercles rouges, Figure 3). Le reste (Figure 39, stations en bleue) va servir pour le valider. Pour le choix de la statistique la plus explicative, celle conduisant à un coefficient de détermination moyen le plus élevé et à un intervalle de confiance le moins large, sera retenue. Pour le choix des 8 stations parmi 15 servant à l'ajustement, celles où on dispose des plus longs records ont été d'abord sélectionnées (Tunis Manoubia : 43 ans, Zouarine gare: 33 ans et Joumine Antra : 25 ans). Puis nous avons veillé à garantir une bonne répartition géographique des postes. Ensuite nous avons veillé à retenir les stations ayant un coefficient moyen de détermination de la pente des moments de probabilités pondérés  $R^2 > 0.99$ . De plus nous avons veillé à une bonne représentation des stations dans le plan ( $\log(k/P_{24h}), \log(k)$ ) en particulier sur l'axe des abscisses relatif à la statistique des précipitations journalières maximales annuelles. Finalement, les stations retenues pour régionaliser les coefficients  $a$  et  $b$  dans l'Équation 116 sont listées sous les numéros 1 à 8 dans le Tableau 23:

D'un point de vue pratique on définit le rapport  $\delta = k/P_{24h}$ , et on ajuste une régression log-log linéaire entre  $\delta$  et  $P_{24h}$ . Le Tableau 24 récapitule les pentes des droites de régression entre  $\delta$  et  $P_{24h}$  ainsi que les intervalles de confiance correspondants (par les moindres carrés).

Tableau 24. Pente de la droite de régression linéaire entre  $\delta$  et  $P_{24h}$  et intervalle de confiance

		[5 mn-30 mn]	[30 mn-24 h]
la pluie moyenne des maxima annuels	pente	-1.3417	-1.3740
	Intervalle de Confiance	[-1.7058 -0.9776]	[-1.6604 -1.0875]
la pluie médiane des maxima annuels	pente	-1.2265	-1.2254
	Intervalle de Confiance	[-1.7065 -0.7465]	[-1.6698 -0.7810]
P <sub>90%</sub> de maxima des maxima annuels	pente	-1.3276	-1.2901
	Intervalle de Confiance	[-1.4831 -1.1721]	[-1.4658 -1.1143]

Les résultats d'ajustement des points expérimentaux ont montré que les trois statistiques choisies donnent de bons résultats avec  $R^2 > 0.85$ . Cependant la variable explicative  $P_{90\%}$  a donné les meilleurs résultats à savoir  $R^2 = 0.99$  pour l'intervalle [5mn-30mn] et  $R^2 = 0.98$  pour l'intervalle [30mn-24 h]. Le Tableau 25 présente les paramètres  $a$  et  $b$  de l'Équation 116. Pour 8 stations, on a  $t(\text{Student}) = 2.365$  pour un seuil de confiance  $\alpha = 0.05$ .

Tableau 25. Estimation des paramètres  $a$  et  $b$  de l'Équation 116 en utilisant les  $P_{90\%}$  des maxima annuels

régime	[5 mn-30 mn]			[30 mn-24 h]		
	a	b	R <sup>2</sup>	a	b	R <sup>2</sup>
8 stations	2.0750	0.3276	0.99	2.4035	0.2901	0.98

Les modèles de régionalisation finalement retenus sont présentés dans l'Équation 117 et en Figure 39.

$$\left\{ \begin{array}{l} k_1 = - \frac{2.075}{P_{90\%}^{0.3276}} \\ k_2 = - \frac{2.4035}{P_{90\%}^{0.2901}} \end{array} \right. \quad \text{Équation 117}$$

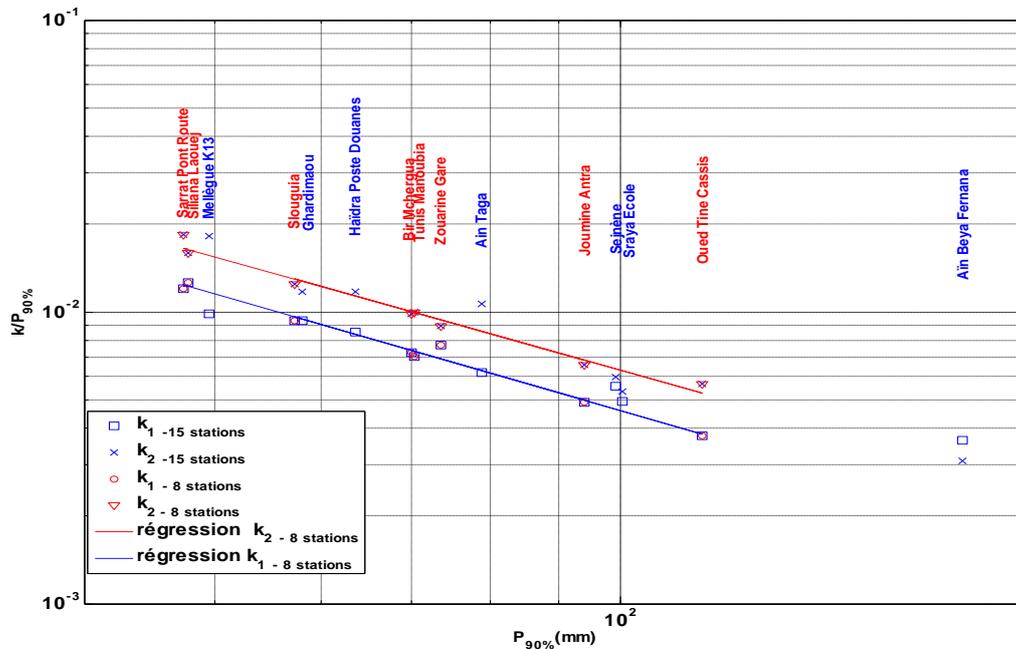


Figure 39. Régionalisation des Courbes IDF en utilisant  $P_{90\%}$  de 8 stations pluviographiques sélectionnées (en rouge)

### VI. 2. 2. 2. Validations

Les exposants d'échelle issus de l'application du modèle de régionalisation retenu ci-dessus qui fait intervenir le percentile 90% de l'échantillon des pluies maximales journalières annuelles (Équation 117) sont comparés à ceux estimés plus haut (Tableau 23) à partir des données des intensités maximales de pluie pour les différentes durées de références pour les intervalles de temps [5 mn-30 mn] et [30 mn-24 h] en Figure 40.

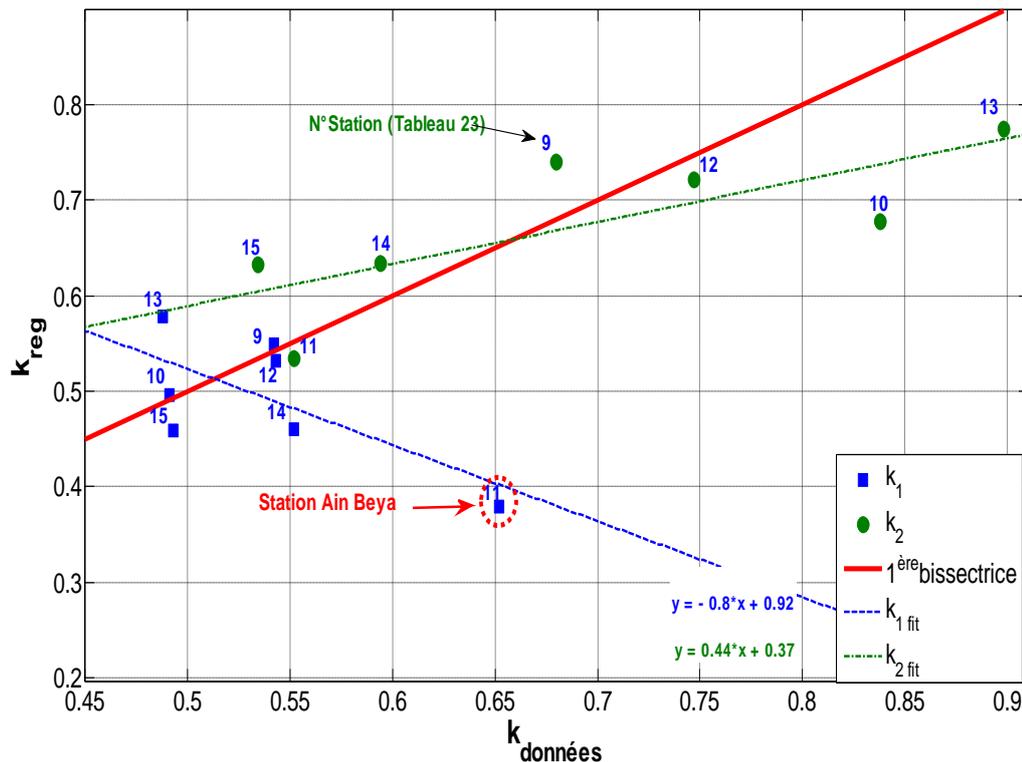


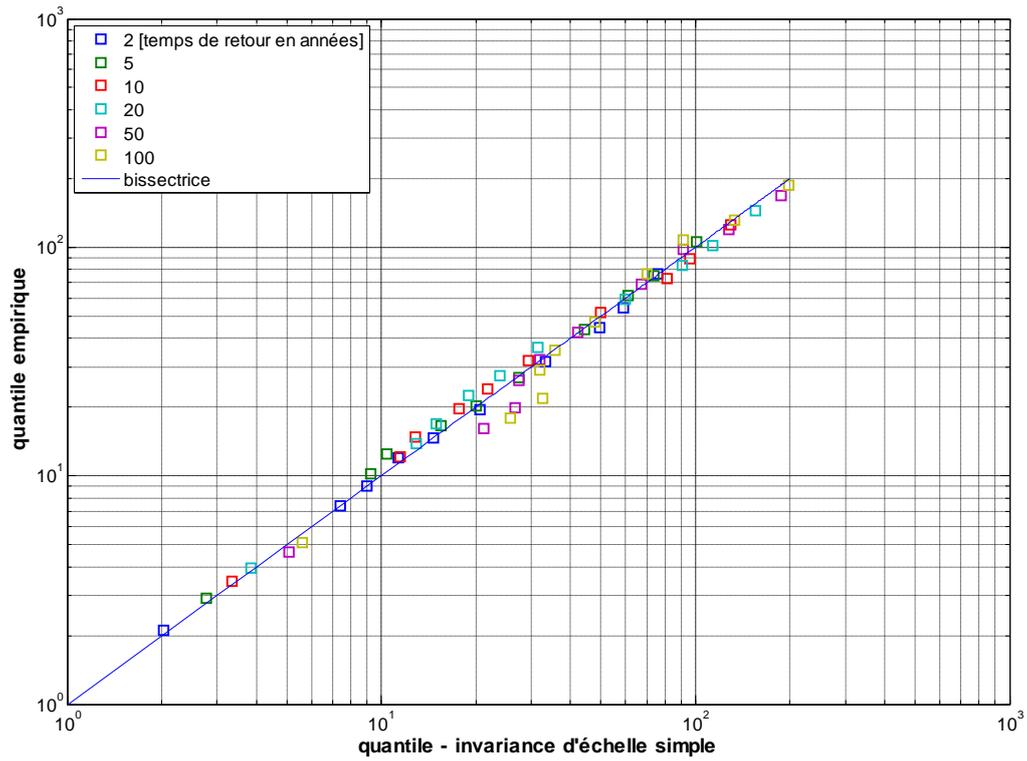
Figure 40. Comparaison des exposants d'échelle

D'après la Figure 40, il existe des biais importants dans l'estimation de  $k_1$ . Particulièrement pour la station d'Ain Beya (situé dans la ville de Fernana, gouvernorat de Jendouba, marqué par la lettre E dans la Figure 3), qui est une station située à la frontière Tuniso-Algérienne à une altitude relativement élevée de 330 m, pour laquelle on dispose seulement de 17 ans de données (1983 à 2000) admet une erreur d'estimation très grande. Si cette station est supprimée de l'ajustement on retrouve un comportement normal (courbe croissante). Une erreur d'estimation du percentile 0.9 de la pluie journalière maximale annuelle peut être la cause de ce biais. L'estimation de  $k_2$  est moins biaisée ce qui peut être expliqué par l'échantillonnage des durées.

### VI. 2. 2. 3. Comparaison

Les quantiles obtenus d'une distribution théorique qui est dans notre cas le modèle d'invariance d'échelle simple associé à la distribution de Gumbel (Équation 114), sont confrontés aux quantiles déduits d'une distribution empirique des intensités maximales annuelles de pluie. La Figure 41 montre l'adéquation obtenue entre les quantiles empiriques et ceux issus de la méthode d'invariance d'échelle couplée à la distribution de Gumbel. Les 14 stations du Tableau 23 se comportent de la même façon.

L'application du test de Kolmogorov-Smirnov, supposant comme hypothèse nulle  $H_0$  l'homogénéité des quantiles provenant de l'échantillon et ceux déduits de l'hypothèse d'invariance d'échelle simple (Équation 114) contre une hypothèse alternative  $H_1$  admettant que les deux échantillons proviennent de distributions différentes, a retenu l'hypothèse nulle pour les 15 stations au seuil de signification  $\alpha = 0.05$ . Le Q-Qplot relatif à la station Tunis Manoubia (Figure 41) reflète la bonne adéquation du modèle régional à l'échantillon. Ainsi, on retient l'hypothèse nulle  $H_0$  c'est à dire le modèle régional.



**Figure 41. QQ-plots des quantiles de pluie de la station de Tunis-Manoubia**

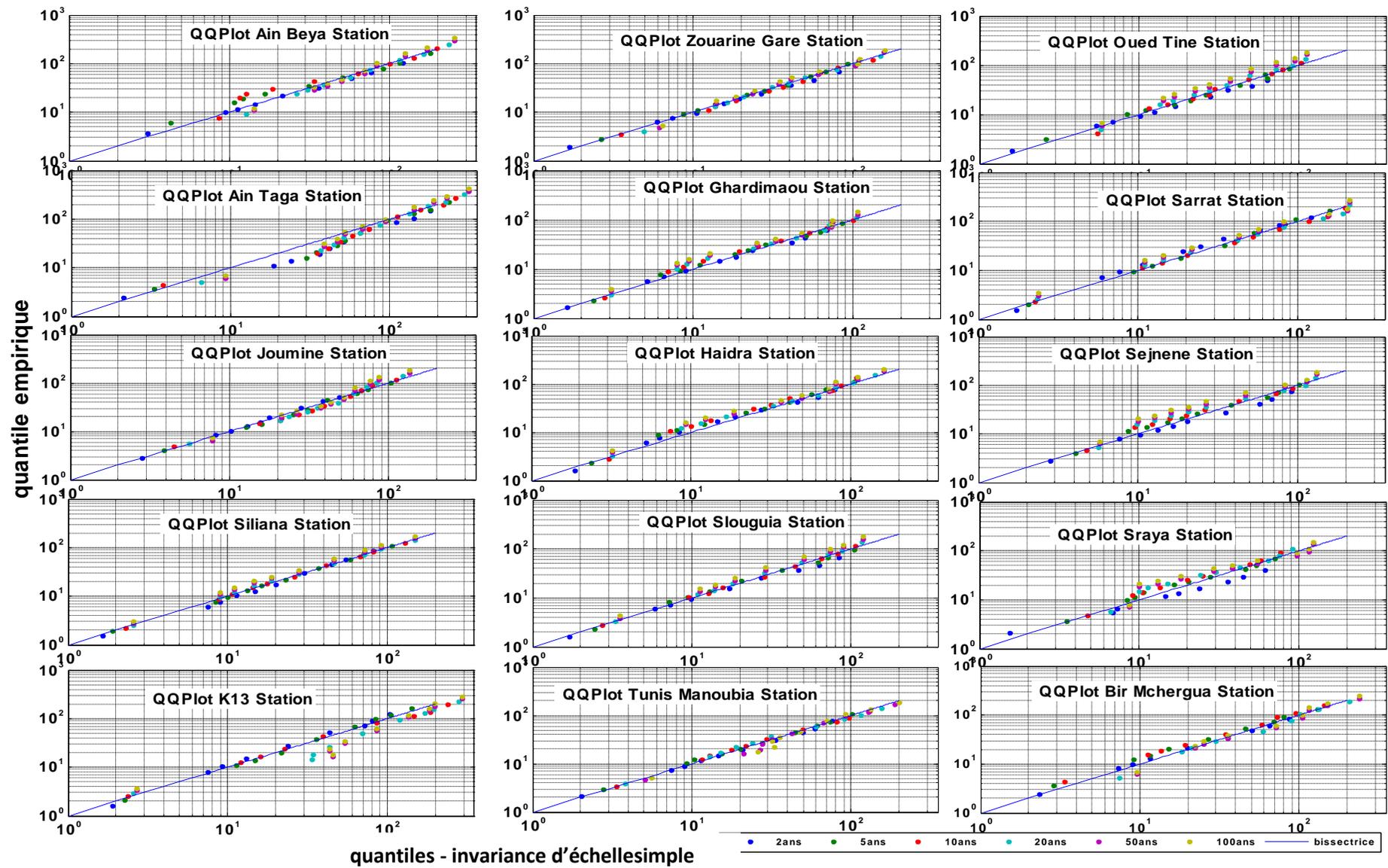
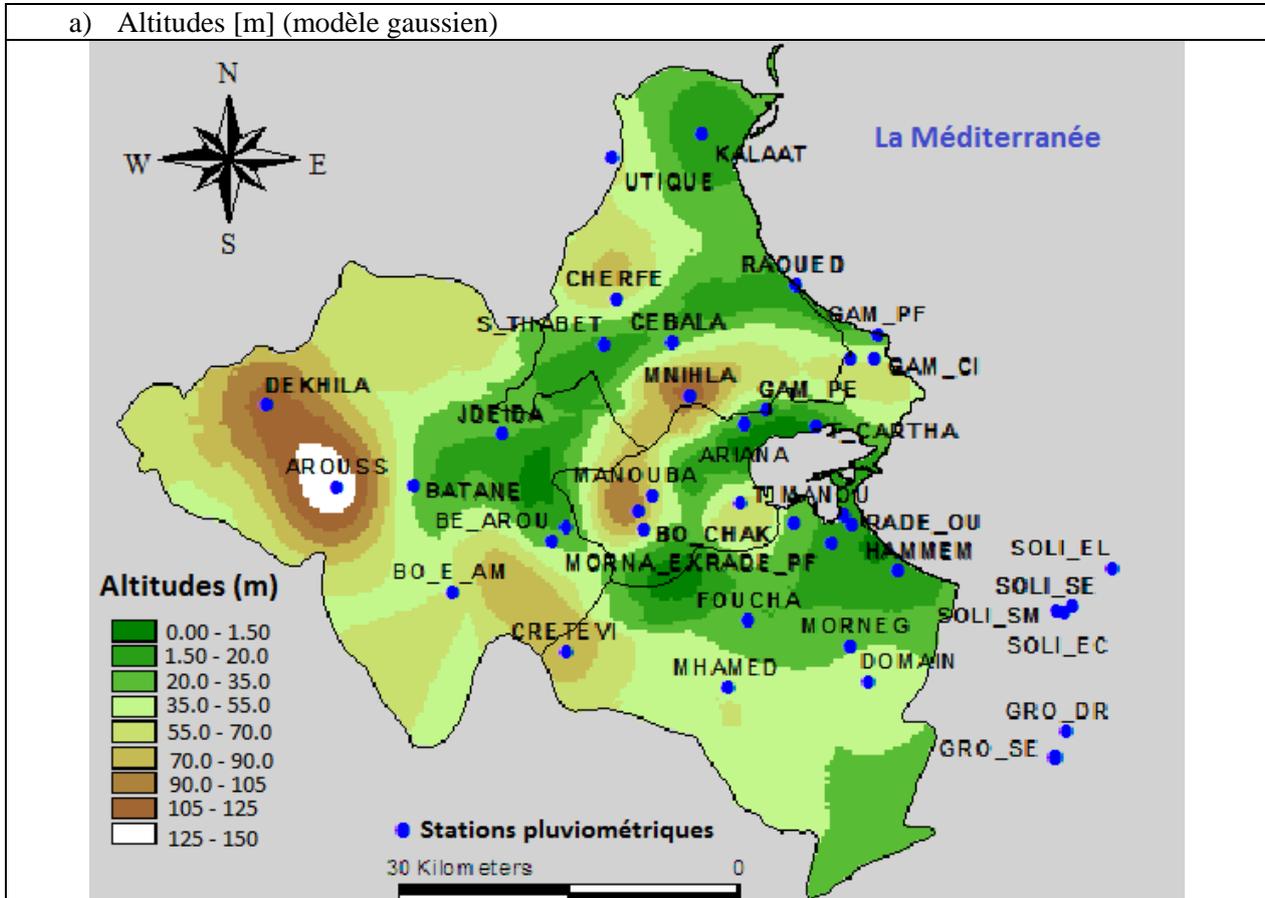


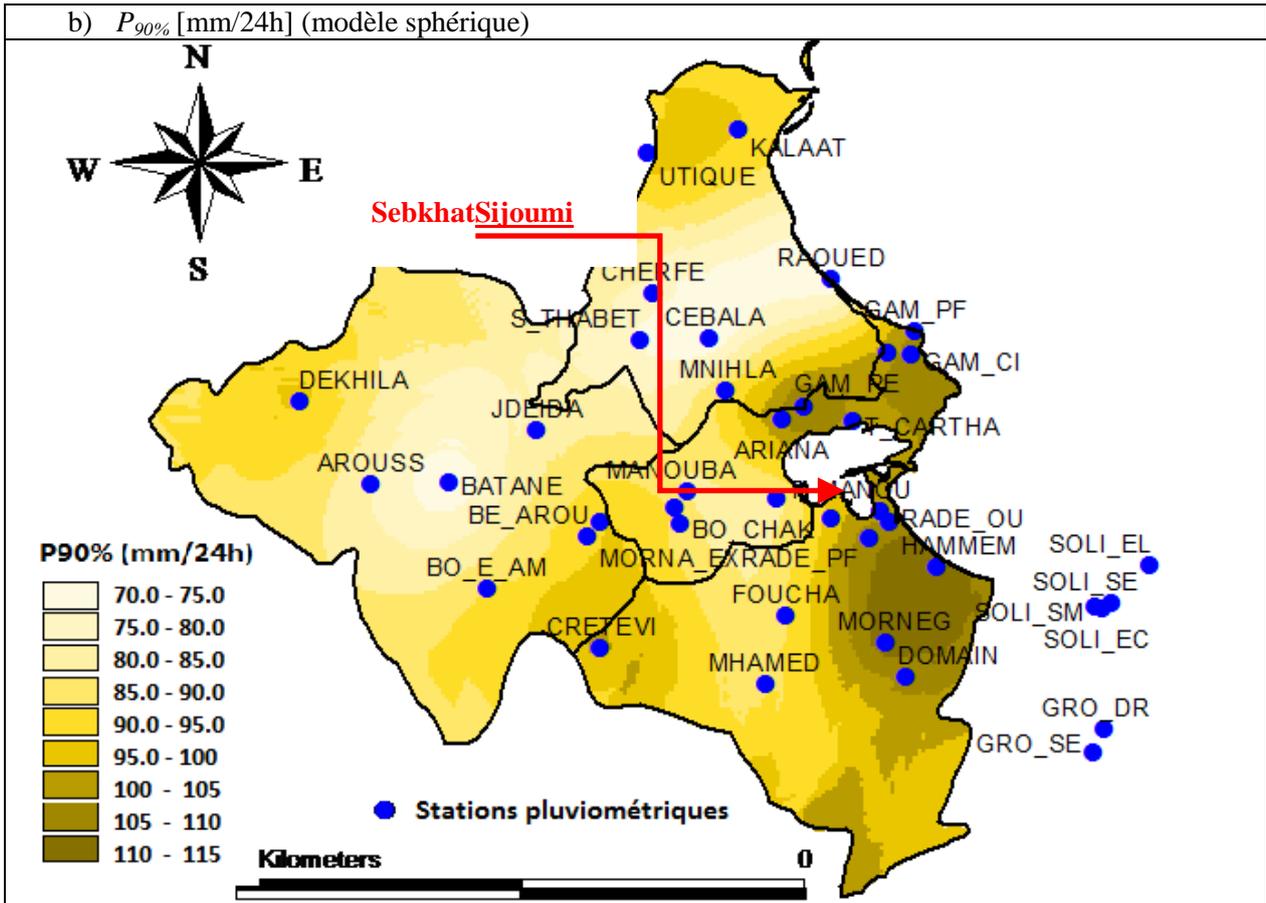
Figure 42. QQ-plots des quantiles de pluie du 15 stations situées au nord de la Tunisie

#### VI. 2. 2. 4. Application à la région de Tunis

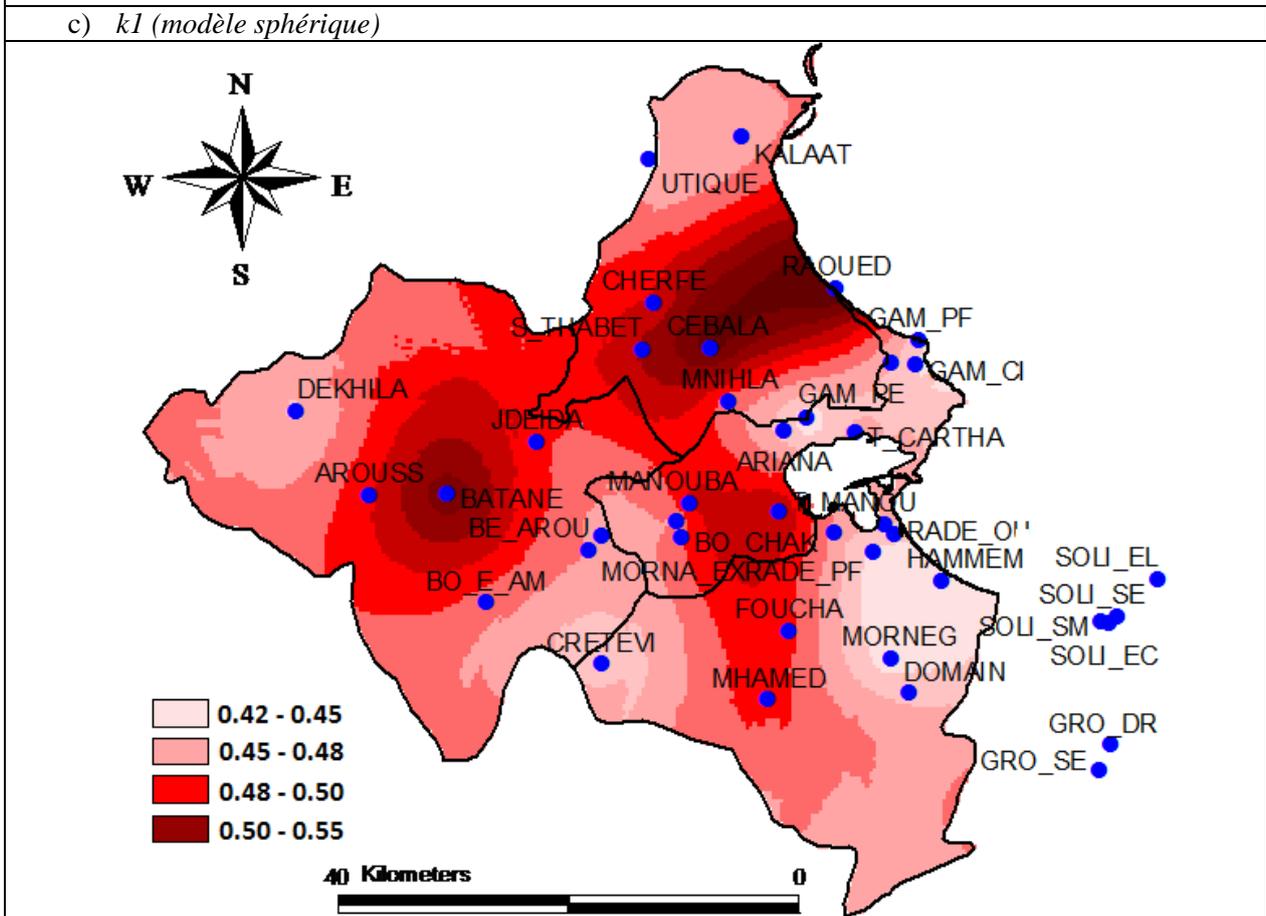
L'objectif est d'obtenir les courbes IDF pour la zone de Tunis. La méthode classique de mise au point des courbes IDF nécessite de disposer de données pluviographiques (max annuels pour différentes durées de références) recueillies sur une longue période (de préférence >30 ans). De telles données ne sont disponibles que pour la station de Tunis-Manoubia. Pour les autres stations de la région de Tunis nous ne disposons que des données pluviométriques journalières. Le modèle de régionalisation (Équation 117) développé à partir des données pluviographiques du Nord de la Tunisie va nous permettre d'estimer les exposants d'échelle  $k_1$  et  $k_2$  pour les différentes stations de la région de Tunis (Figure 43- c, d). Les paramètres  $\mu_{24}$ ,  $\sigma_{24}$  et  $P_{90\%}$  sont estimés à partir de la pluie maximale annuelle journalière observée aux stations du Grands Tunis (41 stations) en utilisant les moments pondérés (Équation 30). L'Équation 114 permet ensuite d'obtenir les courbes IDF pour les durées de référence  $d$  entre 5 mn et 24 heures (=D). Par suite, nous utilisons une interpolation par krigeage à l'aide du logiciel Arcview pour cartographier les quantiles pour chaque durée et chaque période de retour. En effet, le logiciel ArcView permet de faire des interpolations spatiales, en particulier le krigeage qui est disponible dans l'extension 'Spatial Analyst'. Le traitement géostatistique utilise le Krigeage Ordinaire et un semivariogramme isotropique. Les durées 5mn, 30 mn et 3 heures ainsi que les périodes de retour 5 et 50 ans, sont considérées. Les semivariogrammes modélisés sont sphériques pour  $P_{90\%}$ ,  $k_1$  et  $k_2$ . La Figure 43-a donne la carte de  $P_{90\%}$  à partir de laquelle a été obtenue la carte de  $k_1$  (Figure 43 -c), celle de  $k_2$  (Figure 43-d). Les cartes des quantiles sont reportées pour les durées de 5 mn, 30mn et 3h en Figure 44. D'autre part, l'information sur l'altitude des stations a été utilisée pour cartographier l'altitude de la zone. Le modèle de semivariogramme est gaussien dans ce cas (Figure 43 -a).



b)  $P_{90\%}$  [mm/24h] (modèle sphérique)

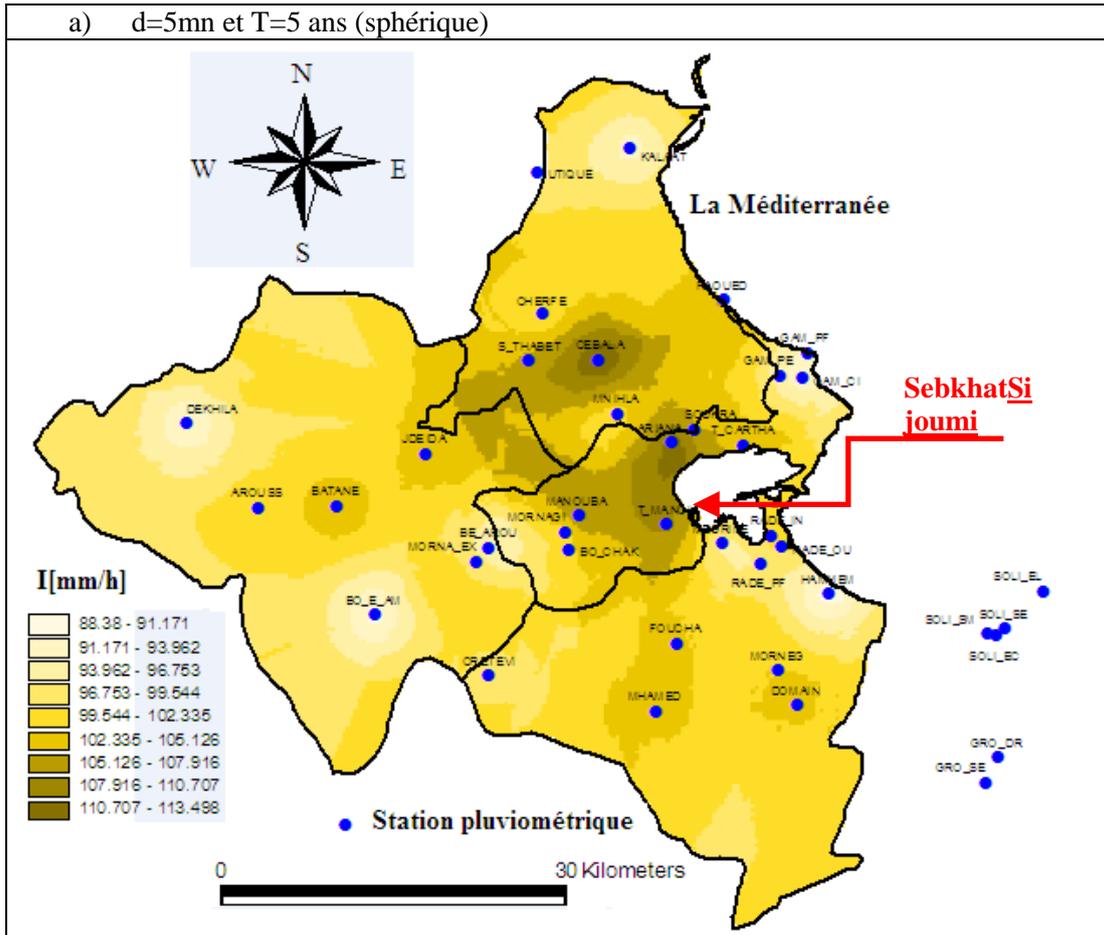


c)  $k1$  (modèle sphérique)

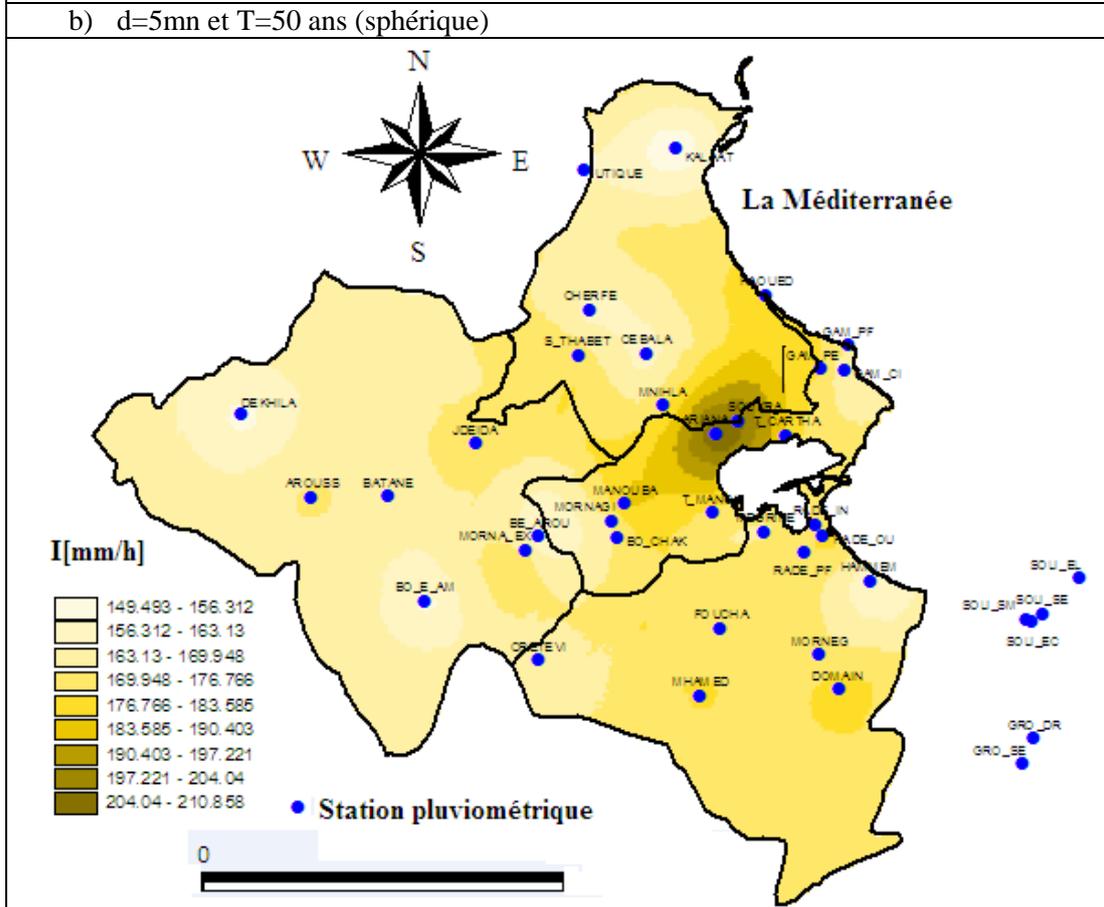




a)  $d=5\text{mm}$  et  $T=5$  ans (sphérique)



b)  $d=5\text{mm}$  et  $T=50$  ans (sphérique)



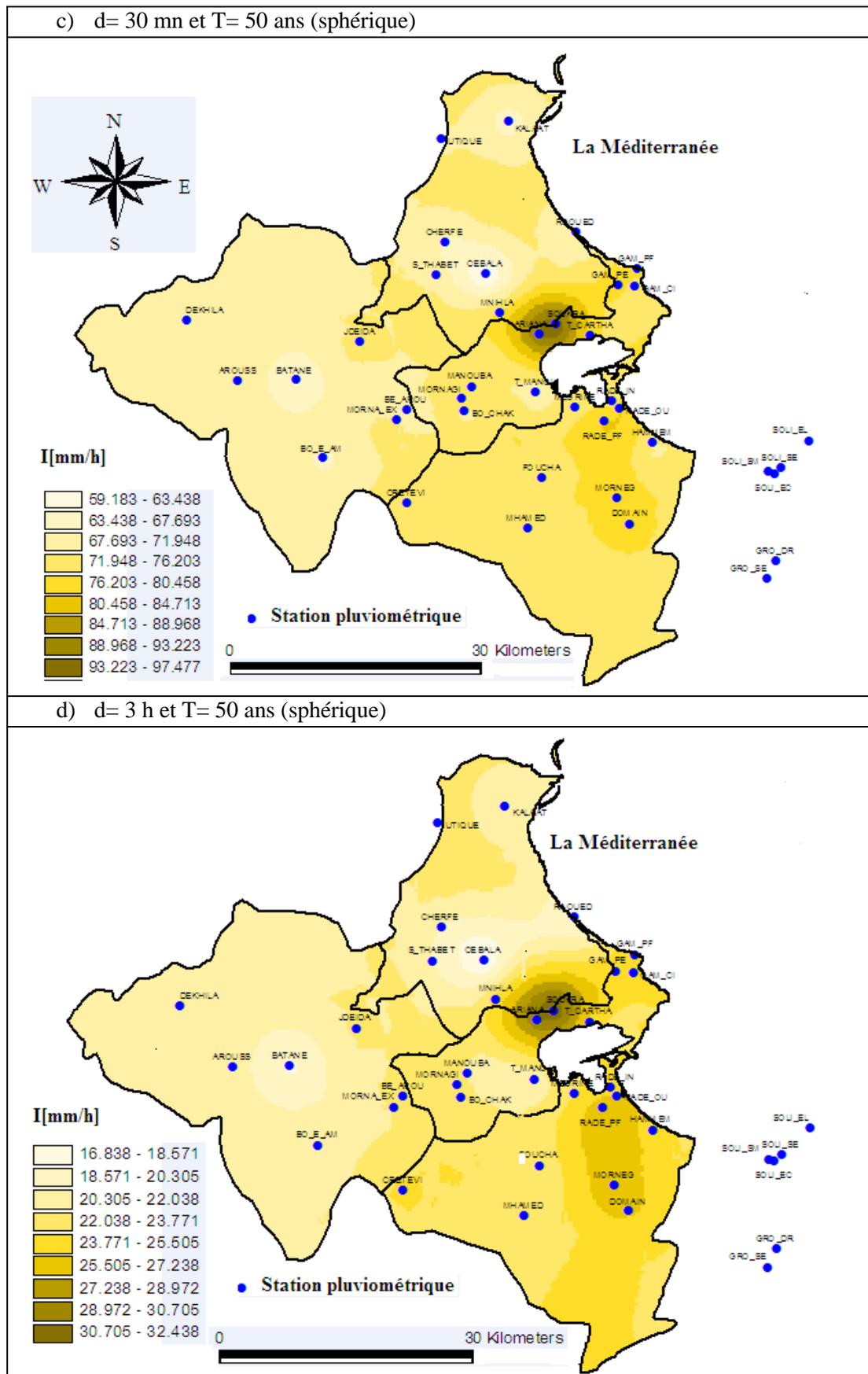


Figure 44. Carteskrigées de quantiles de pluie [mm/24h] pour (a) {  $d=5\text{mn}$ ,  $T=5\text{ans}$  }, (b) {  $d=5\text{mn}$ ,  $T=50\text{ans}$  }, (c) {  $d=30\text{mn}$ ,  $T=50\text{ans}$  }, (d) {  $d=3\text{h}$ ,  $T=50\text{ans}$  },

A partir de la cartographie effectuée, pour chaque durée et chaque période de retour, le pourcentage de surface inférieur à une certaine intensité  $S$  (mm/h) a été estimé, à partir d'une maille de côté = 334.3 m soit une surface d'environ 0.1 km<sup>2</sup>. Les pourcentages de surface (en ordonnée) ayant reçu une pluie dépassant un seuil  $S$  (en abscisse) sont reportées sur la Figure 45 pour les durées de référence égale à 5 minutes, 30 minutes et 3 heures pour une période de retour de 50 ans.

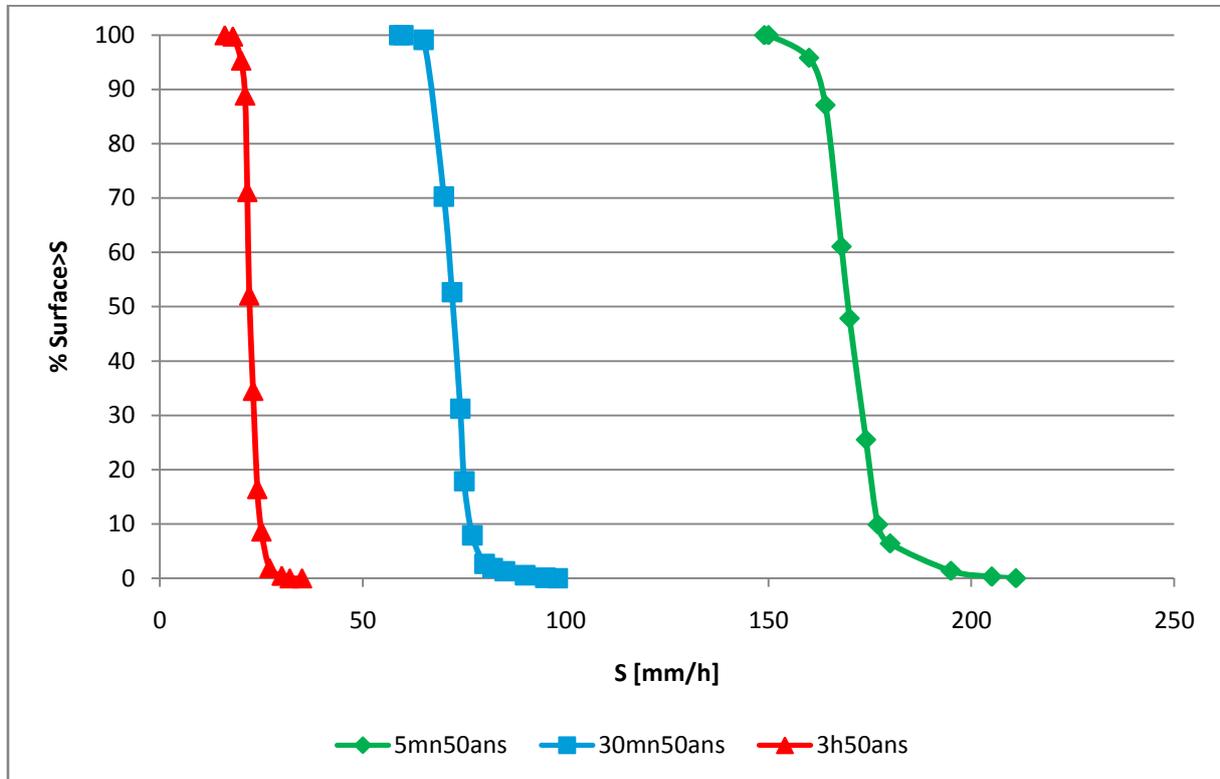


Figure 45. Variation des intensités de pluie en fonction de la surface pour les durées de référence de 5 mn, 30 mn et 3 h pour une période de retour de 50 ans.

D'après la Figure 45, en moyenne une fois tous les 50 ans, pendant une durée de 5 minutes, 50 % de la superficie totale du Grand Tunis est arrosée par une pluie de 170mm/h (14 mm/5mn). Pour une durée de 3 heures, 50 % de la surface est couverte par une pluie d'intensité 22mm/h. Ainsi, à partir de la Figure 45, si on fixe une durée et une surface donnée, on peut déduire les intensités de pluie atteintes ou dépassées sur cette surface pour différentes périodes de retours, ce qui donne lieu à des courbes IDAF. Le Tableau 26 récapitule les intensités et les surfaces associées au risque (T=50 ans) :

Tableau 26. Surfaces touchées par des intensités de pluie excédant un seuil fixe pour les durées 5 mn, 30mn et 3 h et pour T= 50 ans

a- Durée =5mn, T=50 ans					
Seuil [mm/h]	160	170	174.5	177	200
A> Seuil [%]	95	50	20	10	0.5
b- Durée =30mn, T=50 ans					
Seuil [mm/h]	66	72	75	76	90
A> Seuil [%]	95	50	20	10	0.5
c- Durée =3 h, T=50 ans					
Seuil [mm/h]	20	22	23	25	30
A> Seuil [%]	95	50	20	10	0.5

D'après le Tableau 26, pour la période de retour 50 ans, à l'échelle de 3 heures, 20% de la surface du domaine est couverte par une intensité moyenne supérieure à 23 mm/h et 10% par une intensité de pluie moyenne supérieure à 25 mm/h. Cependant à l'échelle des 5 minutes, 5% du territoire est couvert par une pluie d'intensité supérieure à 180 mm/h pour  $T=50$  ans. Ces résultats doivent être confrontés à des résultats de même nature obtenus ailleurs par d'autres méthodes.

### **VI. 2. 3. Discussion**

La méthode d'estimation des quantiles de précipitations basée sur une combinaison de la distribution de Gumbel et d'un modèle d'invariance d'échelle simple est applicable à la région nord de la Tunisie. La propriété d'échelle simple (Gupta et Waymire, 1990), associée à l'estimation des moments de la distribution Gumbel par la méthode PWM, a été identifiée pour deux régimes distincts à savoir [5 mn - 30 mn] et [30 mn - 24 h] pour toutes les stations du Nord de Tunisie. Les exposants d'échelle résultant varient de 0.43 à 0.65 pour les résolutions [5 mn - 30 mn] et de 0.53 à 0.90 pour les résolutions [30 mn - 24 h].

Dans cette étude on a supposé que les valeurs extrêmes de pluie suivent la loi Gumbel. Les quantiles de pluie obtenus sont pratiquement acceptables. Cette loi a l'avantage de dépendre seulement de deux paramètres, ce qui réduit l'incertitude sur l'estimation de ces paramètres contrairement aux lois à trois paramètres telle que la loi GEV ou GPD. Cependant d'une part, l'hypothèse de Gumbel n'est pas forcément optimale en raison des propriétés multifractales du champ de pluie qui sont cohérentes avec l'hypothèse de décroissance hyperbolique de queue de distribution. D'autre part, on a vu que l'invariance d'échelle simple des maxima pourrait être mise en évidence en utilisant les moments classique au lieu des PWM. En perspective on pense à mener une étude pour estimer le paramètre  $\kappa$  de la loi GEV afin d'optimiser le choix de la loi statistique à adopter.

Un essai de régionalisation des exposants d'échelle pour chaque régime a été effectué. Après plusieurs essais d'ajustement des statistiques des précipitations journalières maximales annuelles (médianes, moyennes, et 90<sup>ème</sup> percentile), on a élaboré une régionalisation des exposants d'échelle en se basant sur le 90<sup>ème</sup> percentile des maximums pluviométriques journaliers annuels. La comparaison entre les exposants d'échelle déduits de la régionalisation avec ceux issus des séries d'intensités maximales annuelles pour les différentes durées de référence (DGRE-ST2i, 2007) donne des résultats assez satisfaisants.

A partir de l'application des équations de régionalisation à la sous-région du Grand Tunis, on a pu élaborer des courbes IDF pour les stations pluviométriques (41 stations, avec des données journalières variant de 5 à 108 ans). Ensuite, en utilisant les exposants d'échelles estimés par régionalisation et les percentiles 0.9 issues des échantillons de pluies maximales annuelles journalières, des cartes de quantiles de pluies ont été établies qui ont permis d'identifier les zones les plus vulnérables à recevoir des pluies intenses. Le risque associé à une surface donnée couverte par une intensité donnée a été estimé pour des périodes de retour  $T \leq 50$  ans.

### **VI. 2. 4. Relation courbes IDF – multifractales**

Les différentes analyses réalisées dans les sections précédentes ont mis en évidence l'existence de plusieurs régimes d'invariance d'échelle. Les ruptures observées sont situées différemment suivant le type d'analyse effectuées et la nature des données. Dans tous les cas on observe cependant que le comportement correspondant aux micro-échelles semble avoir des caractéristiques spécifiques et différentes de celles observées pour des échelles plus importantes.

Dans le cas de la station de Tunis Manoubia, pour laquelle les résultats sont rassemblés dans le Tableau 27, on note que la variabilité interne des événements de pluie a un comportement multifractal et qu'elle résulte d'un processus non conservatif ( $H > 0$ ) à singularité non bornées ( $\alpha > 1$ ). Ces caractéristiques du comportement à fine échelle du taux précipitant ont déjà été signalées par de nombreux auteurs. Théoriquement on pourrait s'attendre à ce que le comportement multifractal des taux précipitants conduise à un comportement également multifractal des maxima annuels. Ceci peut paraître en contradiction avec le modèle d'invariance d'échelle simple que nous avons utilisé pour modéliser les courbes IDF dans la section précédente. Cependant comme nous l'avons indiqué dans la section (III. 4. ) certains auteurs ont mis en évidence qu'en première approximation, les courbes IDF ont des propriétés d'invariance d'échelle simple alors même que les taux précipitants vérifient des propriétés multifractales.

**Tableau 27. Caractéristiques du régime micro-échelle observé pour la station de Tunis Manoubia**

Analyse des séries chronologiques de taux précipitant	Dimension fractale du support	5mn -1j	$D_f=0.45$
	Analyse spectrale	5mn -2h30	$\beta= 1.14$
	Fonction de structure	5mn -2h30	$H = 0.15$
	Analyse multifractale	5mn -2h30	$\alpha=1.6 \quad C_I=0.07$
Courbes IDF	Coefficient d'invariance d'échelle simple	5mn-30mn	$k_I =0.5$

L'Équation 83 en particulier, obtenue par Veneziano et Furcolo en 2002, permet d'établir un lien théorique entre les propriétés multifractales du taux précipitant et les propriétés d'invariance d'échelle simple des courbes IDF, pour une période de retour finie et une durée de référence faible, ce qui correspond à :

$$I_d^T \propto d^{-\gamma_s} T^{1/q_s}, \quad \forall T \text{ finie et } d \rightarrow 0 \quad \text{Équation 118}$$

Il faut noter que ces relations sont démontrées sous réserve que le taux précipitant soit localement stationnaire et multifractal. Dans notre cas nous avons obtenu  $H \neq 0$  ce qui laisse supposer que ces relations ne s'appliquent pas directement au taux précipitant mais au flux fractionnaire intégré correspondant.

Le paramètre  $\gamma_s$  désigne la singularité maximale telle que  $c(\gamma_s)=1$  et  $q_s$  l'ordre des moments correspondants sont liés aux pentes des courbes IDF. Pour chaque valeur de  $T$  la pente des courbes IDF peut être approximée par  $\gamma_s$ . La pente de l'intensité moyenne correspondant à différentes durées en fonction de  $T$  est quant à elle proche de  $1/q_s$  (Garcia-Martin et al., 2012)

Nous étudierons ici les valeurs obtenues pour ces deux paramètres pour la station de Tunis Manoubia en utilisant différentes approches :

- valeurs indiquées par les courbes IDF
- valeurs déduites à partir des coefficients  $\alpha$ ,  $C_I$  et  $H$  du modèle multifractal intégré estimés dans la section V. 3. )
- valeurs déduite directement à partir des données disponibles

### VI. 2. 4. 1. Paramètres obtenus à partir des courbes IDF de la station de Tunis Manoubia

#### VI. 2. 4. 1. 1 Courbes IDF fournies par la DGRE (DGRE-ST2I, 2007)

Avant de poursuivre, il est intéressant de décrire brièvement quelques résultats de l'étude des courbes IDF fournie par la DGRE pour la station de Tunis Manoubia. En effet, le traitement statistique de l'échantillon formé par les intensités maximales annuelles a permis de retenir 4 lois à savoir : Goodrich, Galton, Pearson 3 et WRC-USA (DGRE-ST2I, 2007). L'étape suivante a consisté à déterminer les intensités maximales de récurrence 2, 5, 10, 20, 50 et 100 ans. Ces quantiles sont par la suite ajustés au modèle de Montana (Équation 19) et à la formule Américaine (Équation 20). Les résultats de l'ajustement sont récapitulés dans le Tableau 28 (DGRE-ST2i, 2007). La valeur de la pente des courbes IDF est directement donnée par les paramètres  $b_T$  et  $b$  respectivement pour ces deux formules empiriques. La pente en fonction de  $T$  est donnée par le coefficient  $c$  pour la formulation américaine et peut être obtenue empiriquement pour la formule de Montana. En effet, pour chaque période de retour, on calcule la moyenne des intensités maximales pour les différentes durées de référence qui est représenté par un point bleue dans la Figure 46. La pente de la droite de régression des log-transformés des moyennes des intensités maximales pour toutes les durées par période de retour en fonction du période de retour donne une estimation fiable de  $1/q_s$  (Veneziano et Furcolo, 2002, Garcia-Martin et al., 2012) qui correspond à  $c$  dans la formule Américaine. On obtient la valeur de 0.231 (Figure 46).

L'objectif est d'écrire les quantiles de pluie sous forme d'un produit de deux fonctions. La première est une fonction de la période de retour (proportionnelle à  $T^c$ ) qui sera liée par la suite à l'ordre critique de divergence des moments  $q_s$  (Veneziano et Furcolo 2002) ; et la deuxième fonction est une fonction de la durée de référence (proportionnelle à  $d^b$ ) qui sera lié par la suite à la singularité maximale observé  $\gamma_s$ . Ainsi, on remarque qu'il ya une correspondance entre les modèles empirique (commele modèle de Montana) et les modèles à base physique (comme celui de Veneziano et Furcolo, 2002) qui aboutissent à la même formulation des relation IDF.

**Tableau 28. Paramètres des relations de Montana et américaine des courbes IDF obtenues par la DGRE pour la station de Tunis-Manoubia (DGRE-ST2i, 2007)**

T(an)	Montana		Américaine		
	$a_T$	$b_T$	$a_T$	$b$	$c$
2	252.5	0.639	211	0.630	0.212
5	340.9	0.647	227		
10	403.3	0.644	235		
20	459.6	0.635	239		
50	522.6	0.616	241		
100	564.8	0.599	240		

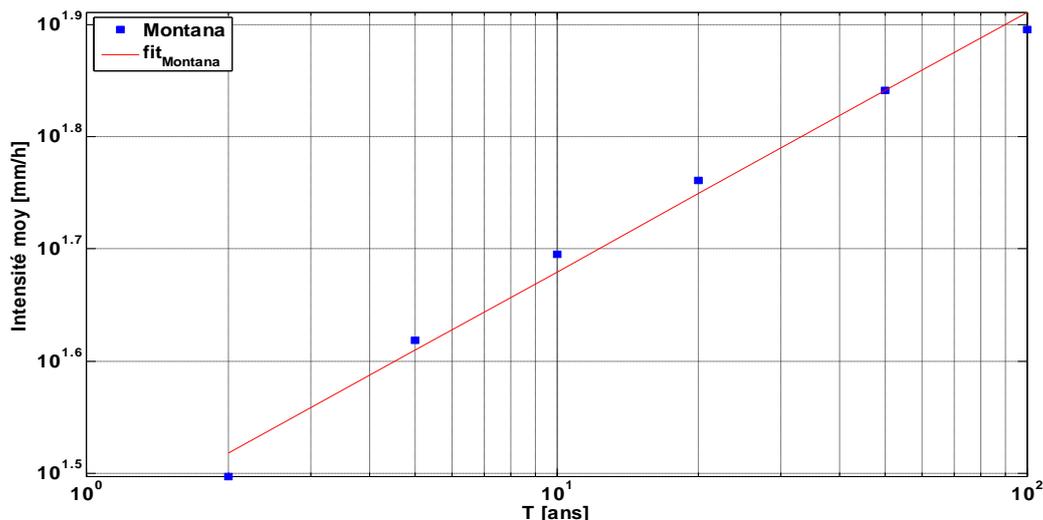


Figure 46. Analyse de l'intensité de pluie maximale moyennée pour tous les durées pour différents période de retour pour le modèle de Montana

#### VI. 2. 4. 1. 2 Courbes IDF obtenues avec l'hypothèse d'invariance d'échelle simple

La formulation des courbes IDF que nous avons réalisées dans la section précédente (CHAPITRE VI) donne une valeur de la pente des courbes IDF égale au coefficient d'invariance d'échelle simple. On a obtenu 0.49 pour le régime [5mn 30 mn] et 0.7 pour le régime [30 mn-1j]. On peut supposer que la valeur 0.63, obtenue par la DGRE en ne prenant pas en compte la cassure que nous avons observée à 30 mn, est cohérente avec ces deux valeurs. La pente en fonction de  $T$  est obtenue égale à 0.219 pour le régime [5mn-30 mn] (Figure 47). Elle est cohérente avec celle (0.212, Tableau 28) trouvée par la DGRE-ST2i, (2007).

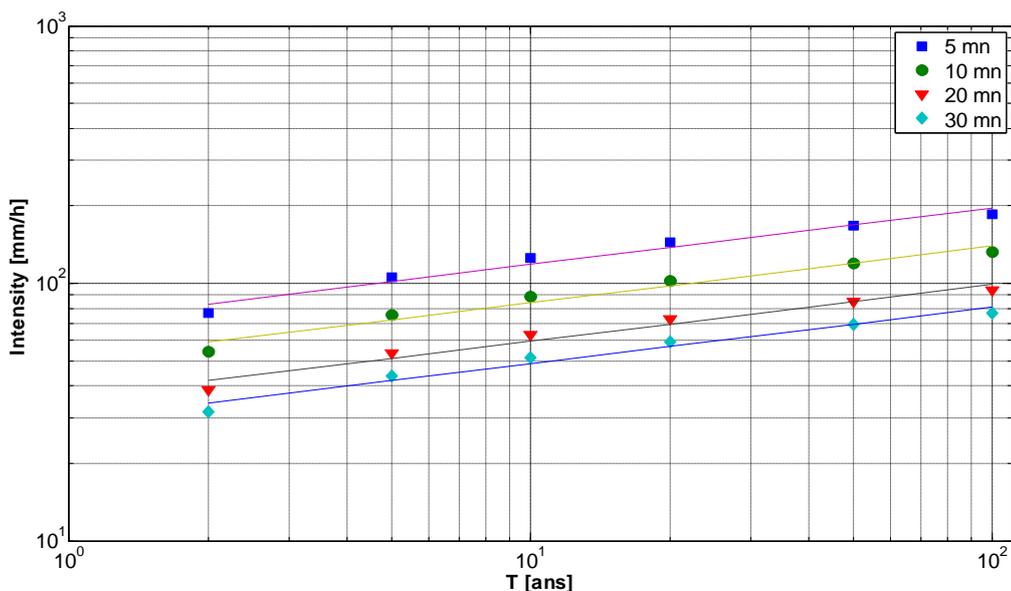


Figure 47. Analyse de l'intensité de pluie maximale par durées pour différentes période de retour pour le modèle d'invariance d'échelle simple pour la station de Tunis Manoubia

### VI. 2. 4. 2. Informations obtenues à partir du modèle multifractal

Dans le cas de la cascade qui nous concerne nous avons obtenu un paramètre de multifractalité  $\alpha$  supérieur à 1. Dans ce cas les singularités ne sont pas bornées et peuvent entraîner la divergence des moments à partir d'un ordre critique noté  $q_D$  de la cascade multifractale. Comme indiqué dans la section (III. 3. 3. ) l'existence de moments divergents est synonyme de queues de la distribution de probabilité des valeurs du champ épaisses, c'est à dire à décroissance hyperbolique. Ceci signifie théoriquement l'estimation de valeurs extrêmes beaucoup plus importantes que celle prévue par la loi de Gumbel.

Deux raisons peuvent provoquer un comportement linéaire de la fonction des moments, caractérisée par une chute en loi de puissance de la fonction de répartition. Pour observer cette chute algébrique il faut que l'échantillon soit suffisamment important pour que des singularités  $\gamma > \gamma_D$  soient observables ou que  $q_D < q_s$ .

La valeur de l'ordre critique  $q_D$  peut être déduite de l'Équation 65. Cette équation ne peut être résolue analytiquement mais on peut l'obtenir à partir des équations résolues pour les valeurs de  $\alpha$  pour lesquelles des expressions analytiques ont pu être obtenues (Équations 67 à 71). Notre cas correspond à une valeur théorique de  $q_D$  supérieure à 20 ( $\alpha=1.82$ ,  $C_I=0.05$ ) (Figure 48). Des auteurs comme Tessier et al., (1993) ont effectivement noté que les valeurs de l'ordre de plusieurs dizaines était obtenues théoriquement alors que les valeurs observables sont limitées par la taille finie des séries mesurées.

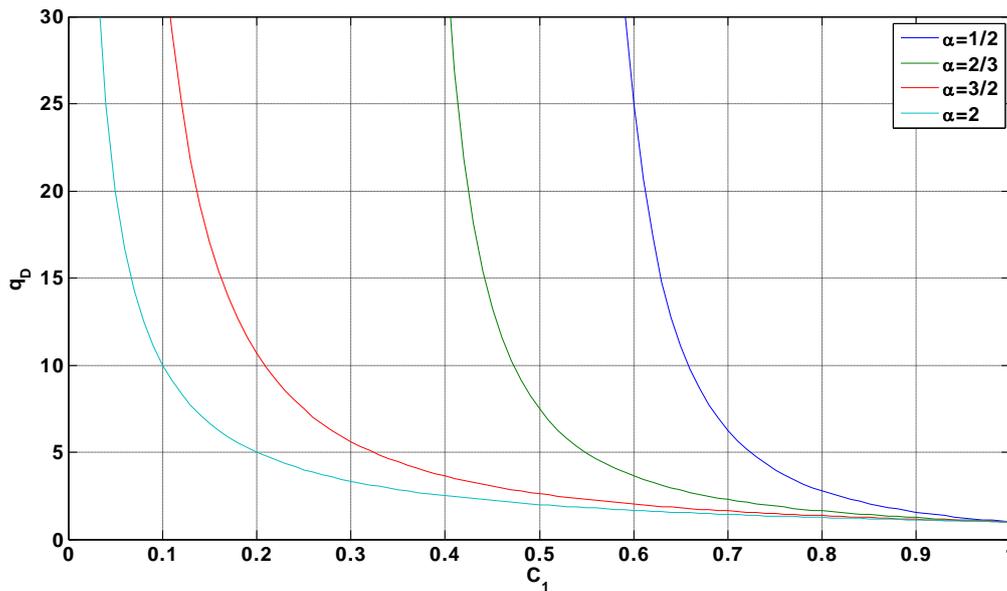


Figure 48. Ordre théorique de divergence des moments.

Il est impossible en pratique d'observer une singularité telle que sa co-dimension  $c(\gamma)$  soit supérieure à 1. Dans cette situation en effet les valeurs observées correspondent à une intensité qui a une probabilité d'être observée inférieure à  $\lambda^{-1}$ . Ces valeurs sont donc en moyenne présentes sur moins d'une donnée quelle que soit la résolution considérée.

La singularité maximale observable du processus multifractal correspondant aux paramètres  $\alpha$  et  $C_I$  est déduite directement de la fonction de co-dimension  $\gamma_s=c^{-1}(1)$  (Équation 73). L'Équation 76 permet de prendre en compte le caractère non conservatif du taux précipitant.

La valeur correspondante de  $q_s$  est obtenue par l'Équation 75 en remplaçant  $\alpha$  et  $C_I$  par leurs valeurs ( $\alpha=1.82$ ,  $C_I=0.05$ ) et en prenant en compte les zéros via la dimension fractale du support en considérant la dimension  $D$  égale à 0.45. Pour obtenir  $D_s$  (Équation 74), nous avons calculé le nombre d'événements indépendants  $N$  et la gamme d'échelle couverte par chaque événement. On considère généralement dans la littérature que les événements deviennent indépendants au bout de deux semaines. Pour les séries à notre disposition, leur durée est de deux ans et demi et leur résolution 5 mn. On obtient  $N=2.5*365/14$  et un rapport d'échelle entre 14 jours et 5 mn supérieur à 4000. Soit finalement  $D_s$  égale à 0.5. On obtient finalement  $\gamma_s$  égal à 0.53 et  $q_s$  égal 5.1.

Théoriquement donc, pour la série de résolution 5 mn,  $q_s < q_D$  puisque la série de données disponible donne un ordre de critique  $q_s$  lié à la singularité maximale  $\gamma_s$  égal à 5.1 alors que l'ordre critique de divergence des moments  $q_D$  supérieur à 20. Dans ce cas l'échantillon est de taille théoriquement insuffisante pour permettre l'observation des singularités qui conduisent à la divergence des moments. Les asymptotes de la CDF observées sont dans ce cas dues principalement aux limites de l'échantillon.

#### VI. 2. 4. 3. Valeurs déduites directement à partir des données disponibles

La singularité maximale  $\gamma_s$  peut être obtenue directement à partir des observations. D'après l'équation qui caractérise  $\gamma_s$  dans le cas d'un processus multifractal, elle peut être estimée sans faire appel à la modélisation MU puisqu'il s'agit de la pente entre les valeurs maximales et la résolution correspondante. La série de résolution 5mn ne permet pas de mettre en évidence la relation linéaire entre  $\log(I_{max})$  et  $\log(\lambda)$  car elle n'est pas suffisamment longue. Cependant, en utilisant les maxima annuels recueillis sur une période de 43 ans à Tunis Manoubia pour les durées de références entre 5mn et 4h, on obtient une pente empirique obtenue est égale à 0.52 (Figure 49).

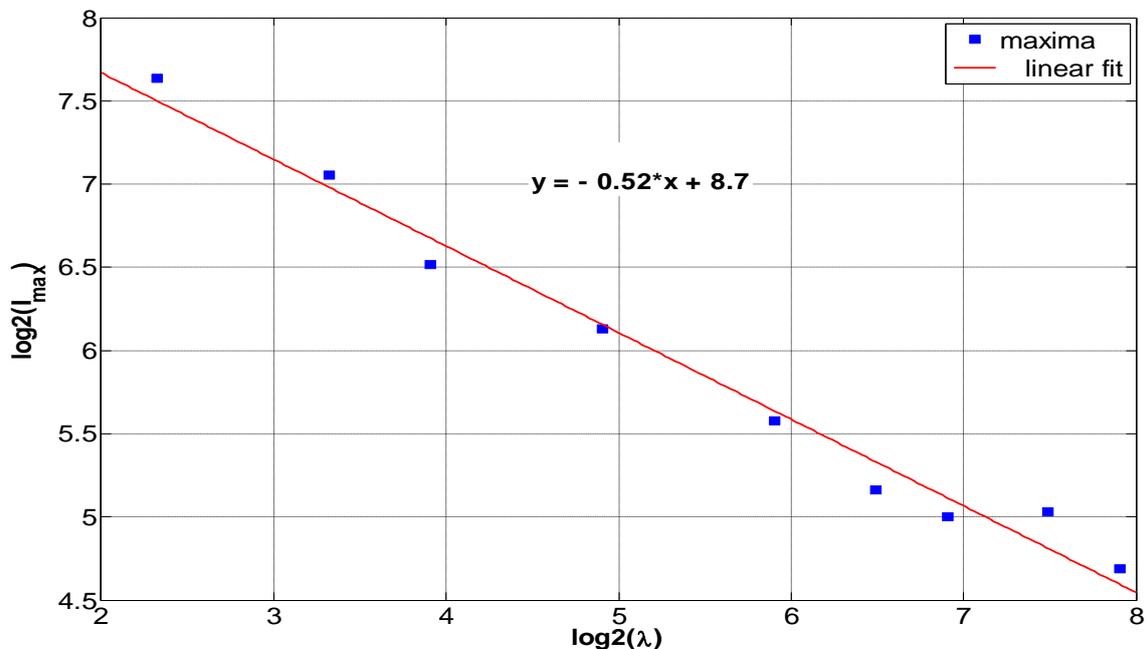


Figure 49. Estimation de la Singularité Maximales probables  $\gamma_s$  pour la station de Tunis Manoubia

L'asymptote de la CDF des taux précipitants peut nous permettre d'estimer la pente en fonction de  $T$  (Équation 83). Cette pente étant indépendante de la durée de référence elle peut être estimée à partir de la série journalière puisque la série à 5 mn est trop courte pour cet objectif. On obtient  $q_D = 5.65$  (Figure 50) :

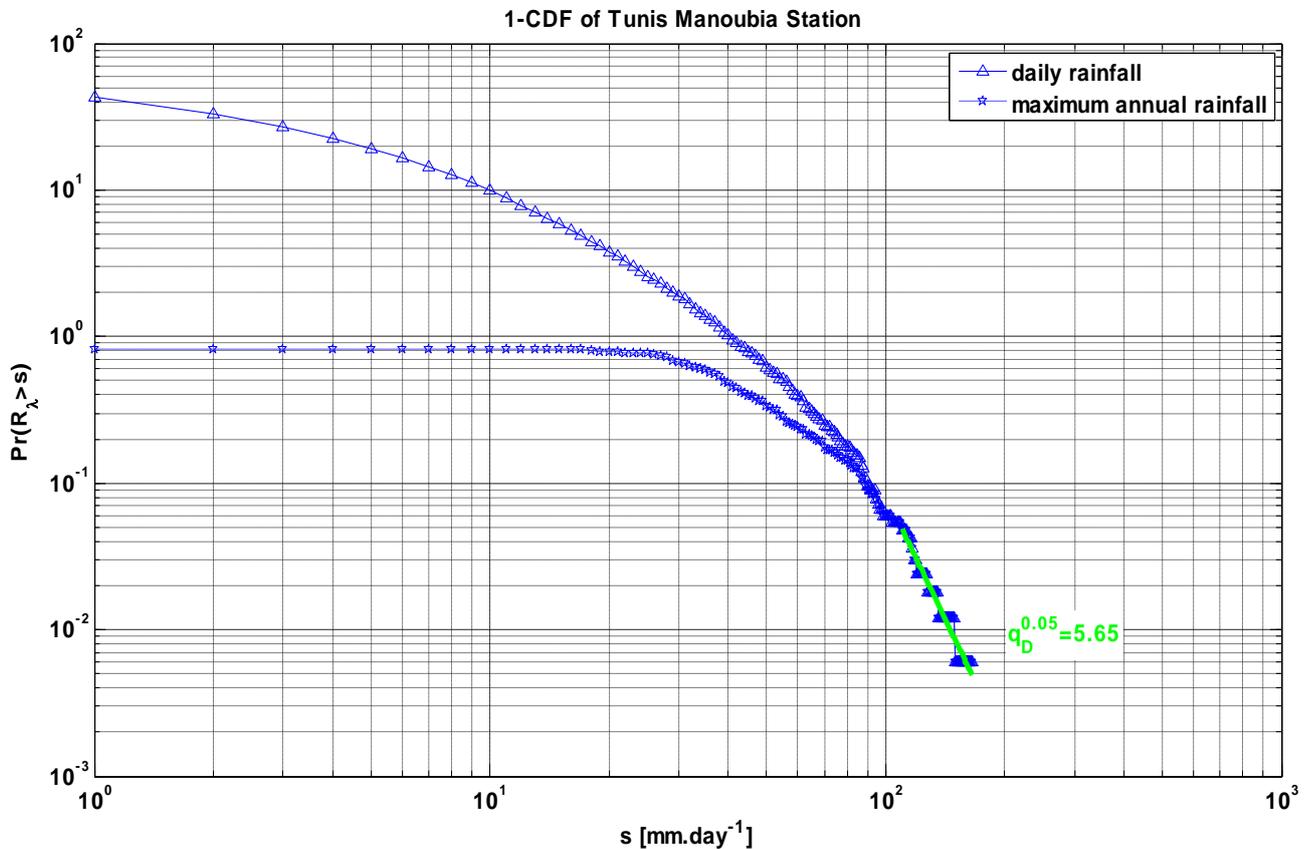


Figure 50. Graphe log-log de 1-CDF de la série journalière et de la série des max journalier de la station Tunis-Manoubia (1872-2009)

La méthode présentée en section (III. 3. 3. 3.) permet d'estimer l'exposant de loi de puissance  $\nu$  (Newman, 2005) en utilisant le maximum de vraisemblance (Équation 77) à partir des intensités maximales de pluies pour les différentes durées de références. Les estimations sont en Tableau 29. En effet,  $\nu$  donne une estimation fiable de  $q_s$ .

Tableau 29. Estimation de  $\nu$  et  $\sigma$

Durée [mn]	5	10	15	30	60	90	120	180	240	Moy	Moy [5-30mn]
$\nu$	4.16	3.81	4.24	3.75	3.95	4.24	4.90	4.51	4.27	4.20	4.29
$\sigma$	0.48	0.43	0.49	0.42	0.45	0.49	0.59	0.54	0.50	0.49	0.50

Le Tableau 30 ci-dessous rassemble les résultats obtenus c'est-à-dire les différentes estimations de  $q_s$  et  $q_D$  en fonction de l'approche adoptée:

**Tableau 30. Caractéristiques des courbes IDF obtenues par différentes méthodes pour la station de Tunis Manoubia**

		Pente IDF =f(d)	Pente IDF =f(T) (égale à c ou 1/ q <sub>s</sub> )	q <sub>s</sub>	q <sub>D</sub>
IDF DGRE	Américaine	0.63	0.212	4.7	-
	Montana	0.599-0.647	0.231	-	-
IDF simple scaling	[5mn-30 mn]	0.49	0.219	4.6	-
	[30mn-2h30]	0.7	0.219	4.6	-
Modèle FIF appliqué aux séries 5mn		0.53	0.19	5.1	>10
Empirique ln(I <sub>max</sub> ) (série de max annuels de taille 43 ans)		0.52	-	-	-
Empirique pente CDF (régression)		-	0.18	5.65	-
Empirique pente CDF (MdV*)		-	0.23	4.29	-

\* le maximum de vraisemblance

Dans la mesure où on a obtenu à partir de l'analyse multifractale de la série de deux ans et demi à une résolution 5 minutes  $q_s < q_D$ , on peut penser que les valeurs  $q_s$  et  $\gamma_s$  obtenues pour les pentes sont simplement caractéristiques de l'échantillon analysé relativement court. Les valeurs obtenues sont pourtant étonnamment cohérentes avec les pentes obtenues soit par l'analyse des courbes IDF soit des séries de maxima annuels (43 ans).

L'estimation de  $\nu$  pour les 14 stations du Nord de Tunis autres que Tunis Manoubia, pour les durées de références, entre 5 mn et 4 h donne des valeurs variant de 3.34 (station Sarrat) à 6.86 (station Sejnène) et pour une même station elle fluctue légèrement d'une durée de référence à l'autre conformément aux résultats de Ceresetti et al., (2010). Mais elle reste toujours autour de 4. Quant à  $\gamma_s$ , estimé comme étant la pente de régression linéaire entre  $I_{max}$  et  $\lambda$  en coordonnées double logarithmique pour les durées de références comprises entre 5 minutes et 4 heures, on trouve des valeurs qui varient entre 0.42 (station Joumine Antra) et 0.90 (station Izid). La Figure 51 présente les comparaisons suivantes :

- le paramètre  $b_T$  du modèle de Montana et du modèle Américain estimés par DGRE-ST2I (2007) comparé à  $\gamma_s$  (5mn-4h) (Figure 51-a) → bonne
- le paramètre  $c$  du modèle Américain comparé à  $1/\nu$  (5mn-4h) (Figure 51-b) → bonne

D'autre part :

- le paramètre  $k_1$  du modèle d'invariance d'échelle simple comparé à  $\gamma_s$  (5mn-30 mn) (Figure 51-c) → bonne
- le paramètre  $c$  déduit du modèle d'invariance d'échelle simple (Figure 47) comparé à  $1/\nu$  (5mn-30 mn) (Figure 51-d) → pas bonne

On remarque une légère amélioration dans la répartition des points par rapport à la première bissectrice du coefficient d'invariance d'échelle simple  $k_1$  en fonction du  $\gamma_s$  par rapport à  $b_T$  du modèle de Montana. Cependant pour le paramètre  $c$  on ne remarque pas d'amélioration apporté par le modèle d'invariance d'échelle simple par rapport à celui Américain.

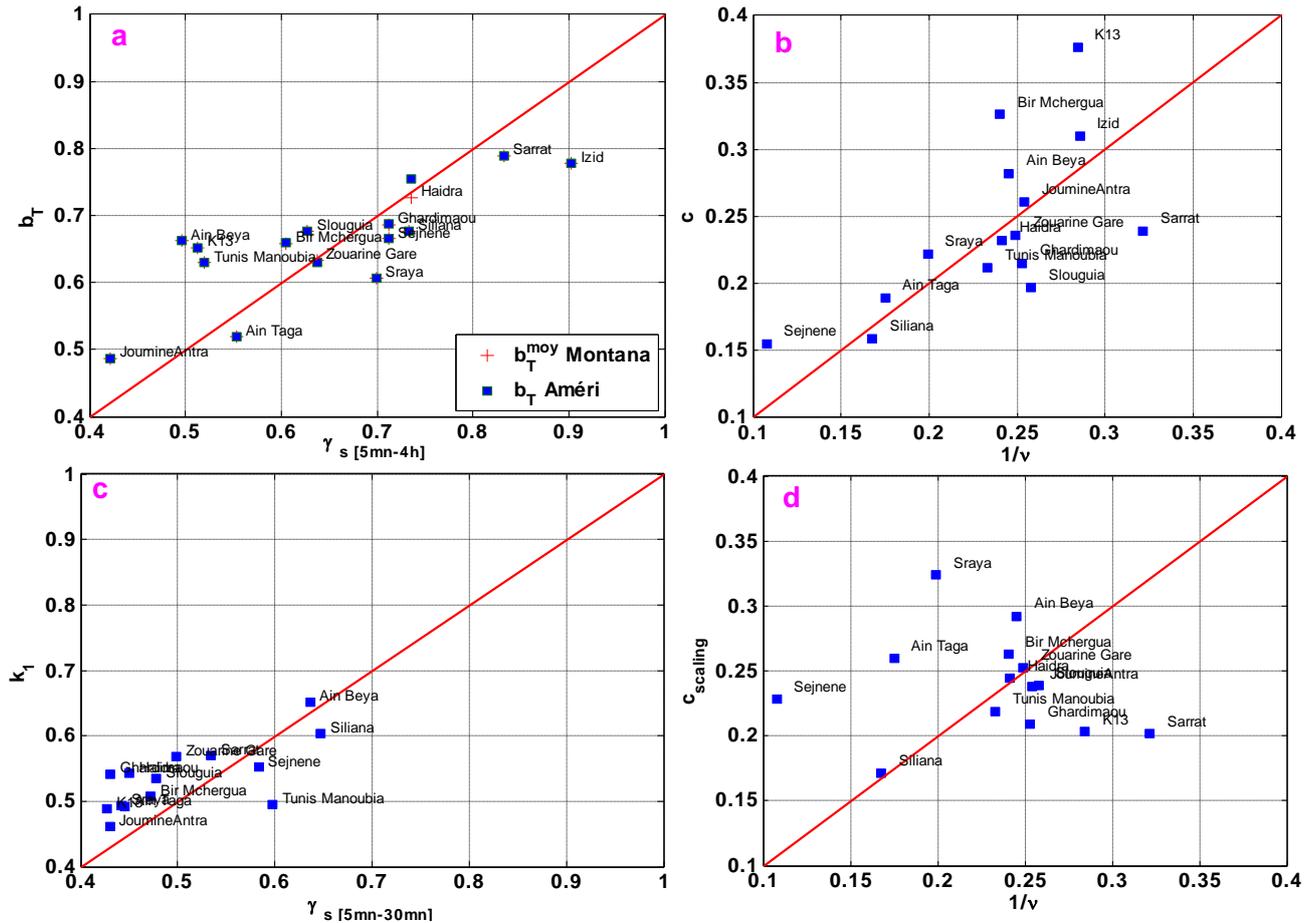


Figure 51. (a) Comparaison entre les paramètres  $\{b_T$  (modèles de Montana et Américain) et  $\gamma_s$  - (b)  $\{c$  (modèle Américain) et  $1/v$ , (c)  $\{k_T, \gamma_s\}$ , (d)  $\{c_{scaling}\}$  pour le Nord de Tunis

### VI. 3. Courbes IDAF- Modèle de Michele et al., (2011)

L'Équation 99 de De Michele et al., (2011) suppose que le processus de pluie est log-normal et que le nombre annuel d'événements extrêmes de pluie suit une loi de Poisson de paramètre  $v$ . Pour les micro-échelles [5mn 2h30mn] où le paramètre de multifractalité  $\alpha$  est proche de 2 ( $\alpha = 1.82$ , Tableau 21) pour la station de Tunis Manoubia la première hypothèse peut être acceptée. Elle n'est pas acceptable pour les durées supérieures à 2h30. A partir de maintenant on ne s'intéresse qu'au premier régime (pluie très courtes). Les valeurs de  $C_I$  de 0.05 et  $H=0.15$  pour cette station (cf Tableau 21), sont retenues pour cette étude. La deuxième hypothèse sera testée tout d'abord sur les 4 stations pour lesquelles on dispose des données de résolution 5 minutes, puis sur les données d'intensité extrêmes supérieures à un certain seuil élevé (POT) pour la station de Tunis Manoubia.

La comptabilisation du nombre d'événements annuels par station pour différents seuils, choisis indépendamment des durées pour les séries 5 minutes des stations de Tunis-Manoubia, Sidi Thabet, Mornag et Soukra, a montré que la moyenne et la variance du nombre d'événements calculés se rapprochent. Par la suite la chronologie des événements a un comportement Poissonien après un certain seuil élevé de l'ordre de 25mm/5mn (cf dernière colonne du Tableau 31). Ainsi, à des seuils élevés l'occurrence d'événements peut suivre le processus de Poisson. Cependant la série dont on dispose est trop courte pour juger de ce comportement.

**Tableau 31. Nombre d'évènements annuels par station pour différents seuils choisis**

Seuil (mm/5mn)	Tunis-Manoubia		Sidi Thabet		Mornag		Soukra		moyenne	variance
	2008	2009	2008	2009	2008	2009	2008	2009		
10	12	29	22	39	21	33	15	23	24.25	81.36
15	4	20	20	26	13	7	10	14	14.25	54.5
20	3	14	14	18	10	12	7	11	11.125	21.27
25	3	7	3	9	8	10	5	9	6.75	7.64

Le calcul de la variance ainsi que la moyenne annuelle par durée de référence des événements pour lesquels l'intensité maximum  $I_{max}$  dépasse un seuil donné (POT), reprise du rapport DGRE-ST2I (2007) de la station de Tunis Manoubia, sont récapitulés dans le Tableau 32. On a signalé également le nombre d'années pour lesquelles on a un dépassement des seuils choisis :

**Tableau 32. La moyenne et la variance du nombre d'évènement annuel pour les différentes durées de références**

Seuil (mm/h)	52.5	36	29.7	20.7	12.6	9.2	7.8	5.9	4.8
durée (mn)	5	10	15	30	60	90	120	180	240
Moyenne	1.94	1.95	2.09	2.00	1.78	1.90	1.92	1.84	1.85
Variance	0.91	1.39	1.36	1.71	1.41	1.57	1.41	1.16	1.08
Nombre d'années	36	37	34	35	40	39	37	38	39

D'après le Tableau 32, on peut supposer que la moyenne des échantillons pour les durées de références allant de 10 à 120 minutes sont presque égales à leurs variances ce qui suppose d'avoir la chronologie Poissonienne avec  $\nu=2$ . Dans ce contexte, il est intéressant de signaler que Bousnina (1986), a trouvé des valeurs proches pour des stations pas loin de Tunis, pour l'occurrence de jours pluvieux, à savoir  $\nu=2.69$  et  $\nu=1.77$  respectivement pour les stations pluviométrique de Bizerte (65 km au nord de Tunis) et Kélibia (82 km à l'est de Tunis). D'ailleurs, d'après Benzarti (2003), le nombre d'averses enregistrées au cours d'une décennie<sup>8</sup> est proportionnel au nombre de jours de pluie et au total pluviométrique annuel. A l'échelle annuelle, le coefficient de corrélation entre le nombre d'averses et le nombre de jours de pluie est de 0.84. D'après Roux (1996), les besoins de mesures pluviométriques en hydrologie urbaine concernent des pas de temps de quelques minutes à quelques heures et des surfaces de quelques dizaines d'hectares à quelques milliers d'hectares. Ainsi l'estimation des courbes IDAF pour des durées de références inférieures à 2 heures marche bien avec nos objectifs.

Une fois on a retenu  $\nu$  égale à 2, on peut représenter les quantiles des maxima annuels de l'intensité moyenne de pluie en fonction de la fréquence selon l'Équation 98 (voir Figure 52) :

<sup>8</sup>1972-1976-1979-1985-1987-1988-1989-1990-1991-1992

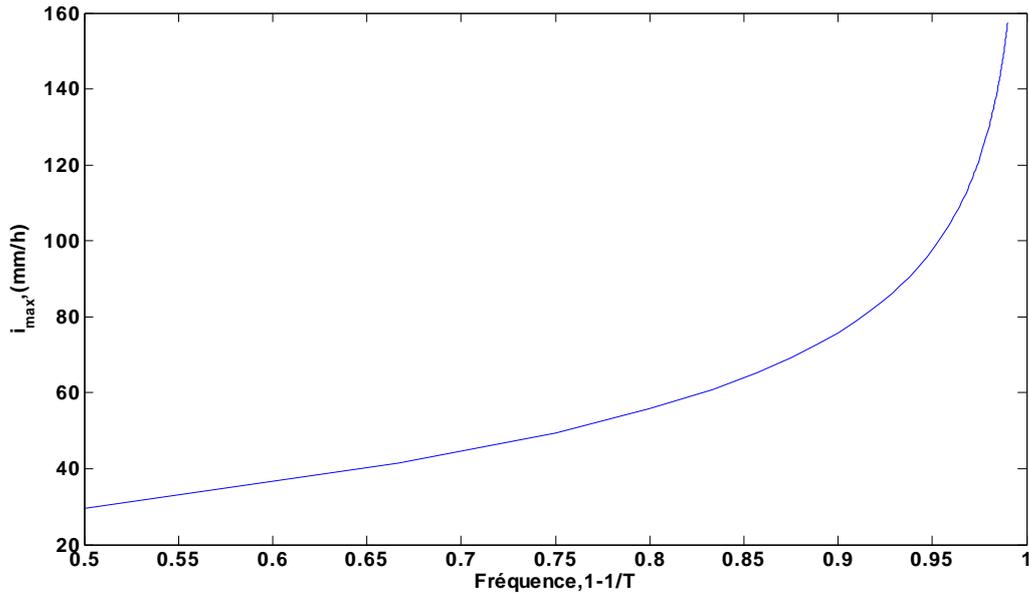


Figure 52. Quantiles des maximums annuels de l'intensité de pluie moyenne en fonction de la fréquence

Il reste à estimer les paramètres  $\varpi$ ,  $E(a_1)$ ,  $H_1$ ,  $E(a_1^2)$ ,  $a$  et  $b$  de l'Équation 99.

En écrivant l'Équation 95 pour le premier ordre de moment statistique ( $q = 1$ ), et pour  $A=0 \text{ km}^2$ , on estime  $E(a_1)$  et de  $\zeta(1)/a = H_1/a$  en effectuant une régression linéaire sur les log-transformés des couples d'échantillons ( $(E [I (D, A = 0)], D)$ ).

L'application de ces équations à la station de Tunis Manoubia permet d'obtenir :  $E(a_1) = 17.658 \text{ mm/h}^{1-H/a}$  et  $\zeta(1)/a = H_1/a = 0.6318$  avec un coefficient de détermination  $R^2 = 0.992$  (voir Figure 53). De même, en utilisant l'Équation 95 pour  $q=2$  et  $A=0 \text{ km}^2$ , les estimations de  $E(a_1^2)$  et  $\zeta(2)/a = 2H_2/a$  sont obtenues:  $E(a_1^2) = 354.84 \text{ (mm/h}^{1-H/a})^2$  et  $\zeta(2)/a = 2H_2/a = 1.256$  avec un coefficient de détermination  $R^2 = 0.993$  voir (Figure 54).

Si on remplace les paramètres du système d'Équation 112 par leurs valeurs, on aura le système d'équations suivant à résoudre en  $H_1$ ,  $H_2$  et  $a$ :

$$\begin{cases} H_2 - H_1 = 0.05 \\ \frac{H_1}{a} = 0.6318 \\ \frac{2H_2}{a} = 1.2637 \end{cases} \quad \text{Équation 119}$$

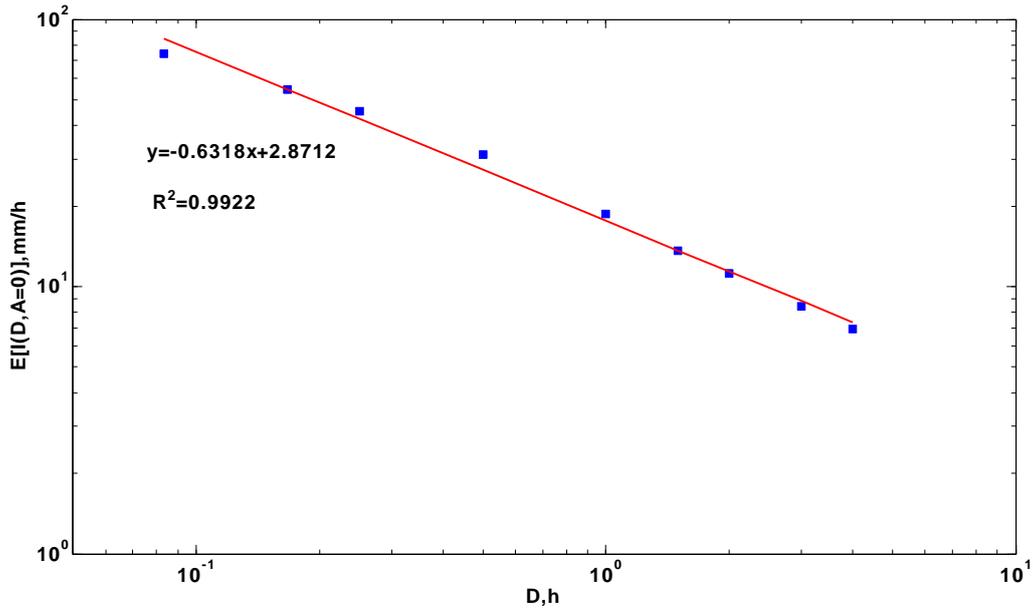


Figure 53. Variation de la moyenne de l'intensité annuelle maximale selon le logarithme de la durée de référence, Station Tunis-Manoubia

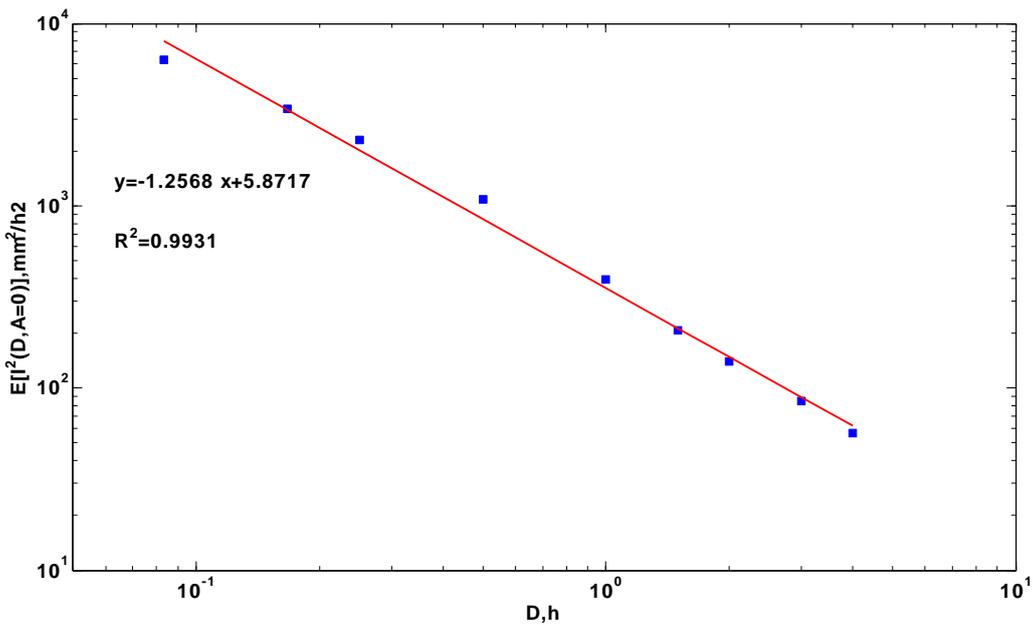


Figure 54. Variation de la moyenne du carré de l'intensité annuelle maximale selon le logarithme de la durée de référence, Station Tunis-Manoubia

Après résolution du système d'Équation 112, il reste à estimer  $\varpi$ . L'application de l'Équation 113 pour les valeurs sélectionnées de ARF NERC (1975) pour  $\{A(\text{km}^2)=[1, 5, 10, 30, 100, 300], D(h)=1\}$  et  $\{A=100(\text{km}^2); D(h)=[1,2,3,6,24]\}$  (Figure 17) donne une estimation de la valeur moyenne de  $\varpi$  de 0.03. De Michele et al., (2011) a trouvé 0.035 pour Milan (Italie).

Les paramètres des courbes IDAF sont récapitulés dans le Tableau 33. Les courbes IDAF pour les durées de références 15, 30, 60, 75 minutes sont présentées dans les Figure 55 à Figure 58.

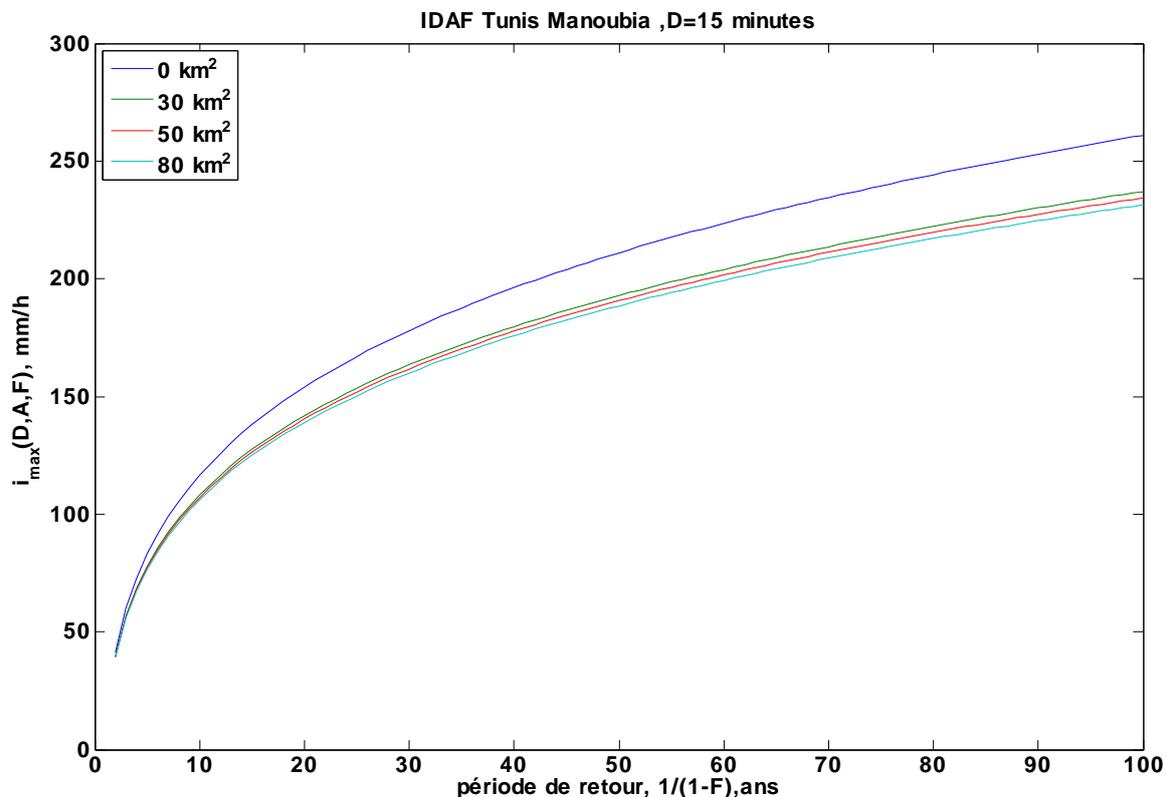
On remarque que ces figures reproduisent les lois de pluviosité citées dans le paragraphe (III. 5. ) : d'après la Figure 55, l'intensité de pluie moyenne pour une durée  $D = 15$  mn, une période de retour  $T = 50$  ans et une surface  $A=50 \text{ km}^2$  vaut IDAF ( $D = 15$  mn;  $T=50$  ans,  $A=50 \text{ km}^2$ ) = 190 mm/h. Elle est inférieure à une pluie de même durée et de même surface, de période de retour supérieure : IDAF ( $D = 15$  mn;  $T = 100$  ans) = 234 mm/h. Elle est supérieure à une pluie de durée supérieure et de même période de retour (Figure 57): IDAF ( $D = 60$  mn;  $T = 50$  ans) = 33 mm/h.

**Tableau 33. Estimation des paramètres de l'Équation 94**

Paramètres	Estimation
$E(a_1), \text{mm/h}^{1-H/a}$	17.66
$H_1$	0.15
$E(a^2_1), (\text{mm/h}^{1-H/a})^2$	354.84
$H_2$	0.20
$\varpi, \text{h}^b/\text{km}^{2a}$	0.03
$b$	=a
$a$	$0.24^1(E(a_1))$
	$0.32^2(E(a^2_1))$

<sup>1</sup>: obtenu en utilisant  $E[I(D,A=0)]$

<sup>2</sup>: obtenu en utilisant  $E[I^2(D,A=0)]$



**Figure 55. IDAF Tunis Manoubia pour  $D=15$ mn et pour les périodes de retour allant de 2 à 100 ans**

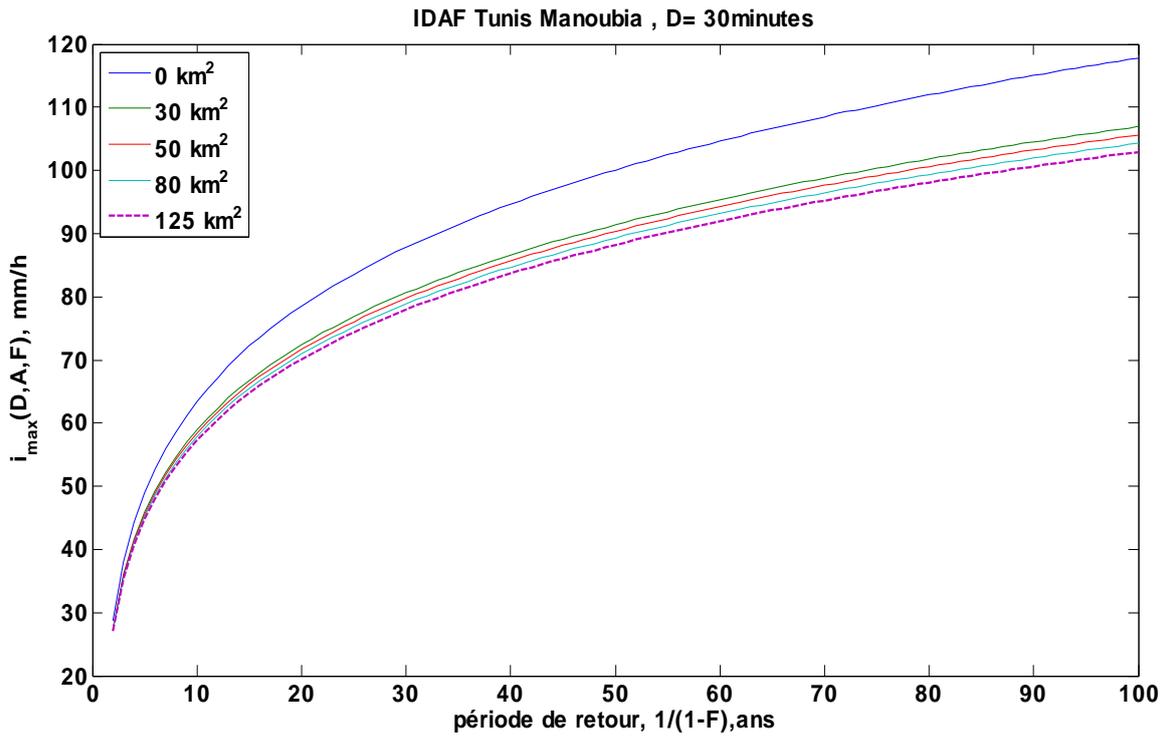


Figure 56. IDAF Tunis Manoubia pour  $D=30$ mn et pour les périodes de retour allant de 2 à 100 ans

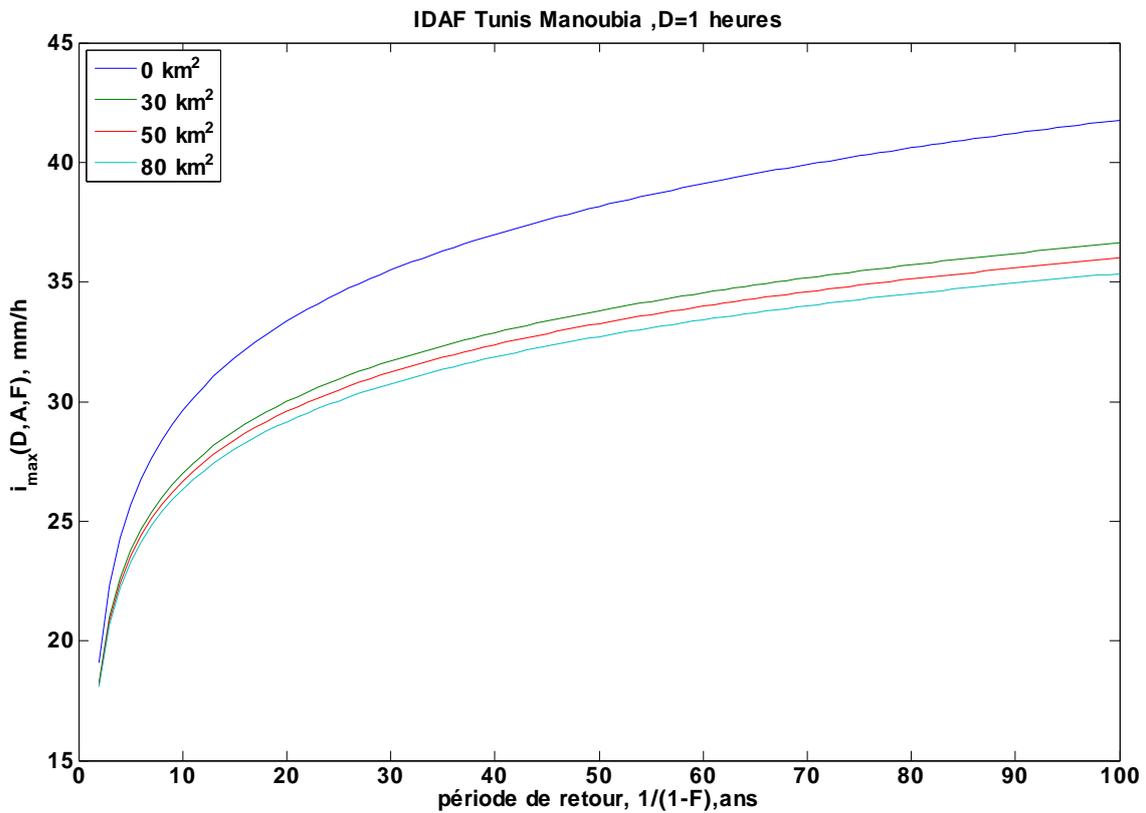


Figure 57. IDAF Tunis Manoubia pour  $D=1$  h et pour les périodes de retour allant de 2 à 100 ans

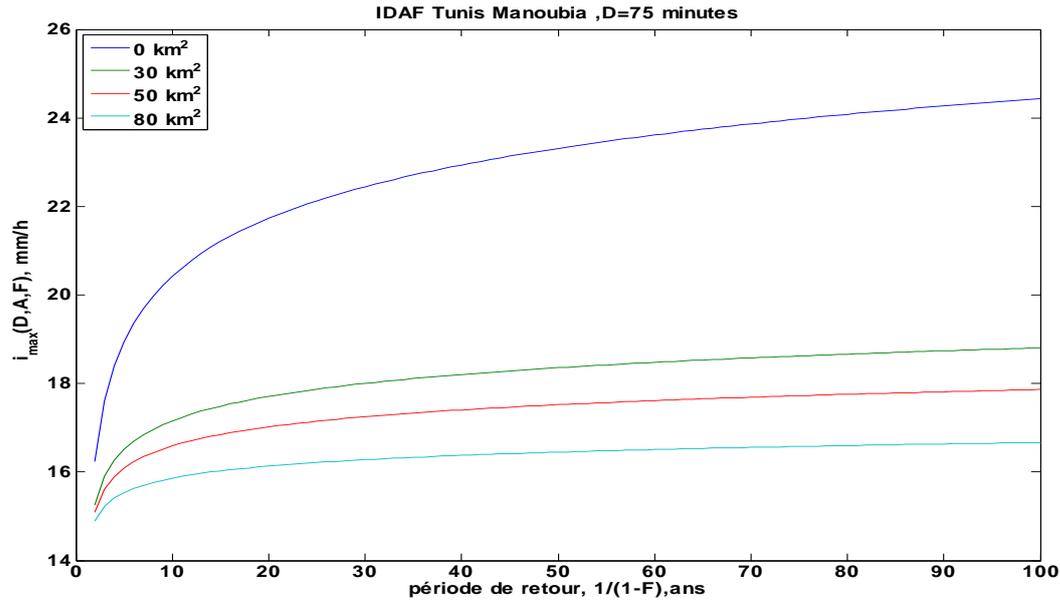


Figure 58. IDAF Tunis Manoubia pour  $D=1$  h15mn et pour les périodes de retour allant de 2 à 100 ans

Afin de vérifier l'adéquation de l'allure du coefficient ARF dans l'Équation 95 avec l'allure présentée dans littérature, on a reporté tout d'abord les durées de références  $D$  égales à 30 mn et 1 h pour différentes surfaces et pour différentes périodes de retour (Figure 59). Ensuite on a fixé une période de retour  $T=20$  ans et on fait varier les durées de référence  $D=\{15, 60$  mn et  $75$  mn} et on a présenté ARF en fonction surfaces (Figure 60). On trouve que le comportement des coefficients ARF que ce soit en fonction de la période de retour ou bien en fonction des surfaces est conforme à la littérature, particulièrement la Figure 60 ressemble à celles de NERC (1975) (Figure 17) et à celle de l'OMM (Figure 18).

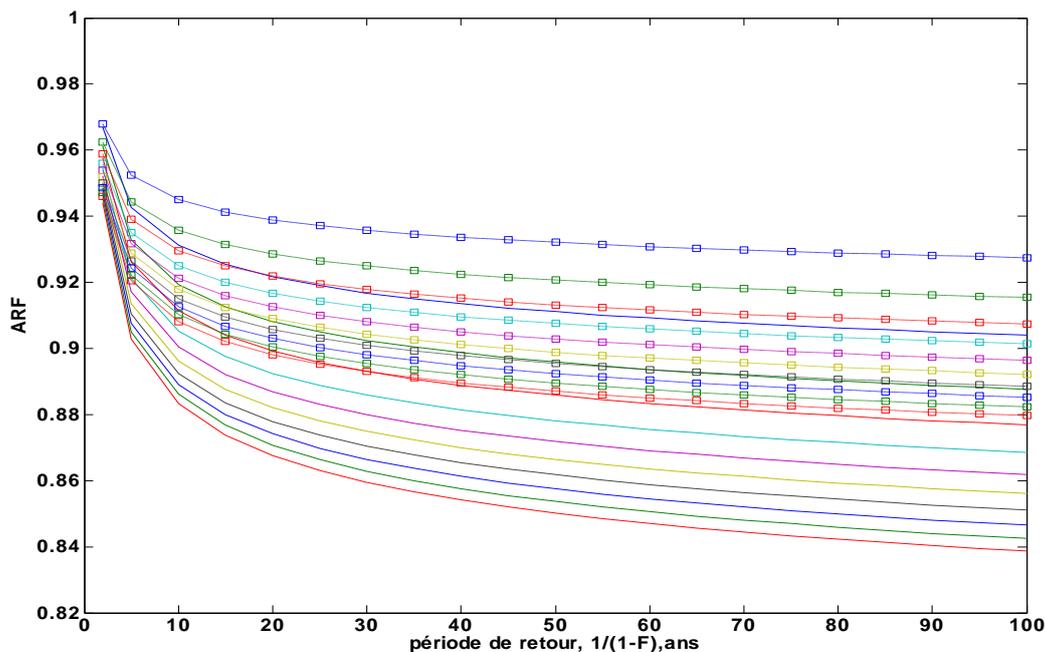


Figure 59. ARF Tunis-Manoubia  $D=1$  heure (trait continue),  $D=30$  minutes (trait discontinue avec carré)  $T=\{2, 5 :10 :100\}$  (ans),  $A=[0 :10 :100]$  ( $\text{km}^2$ ),  $A=0 \text{ km}^2$  en haut  $A=100 \text{ km}^2$  (en bas)

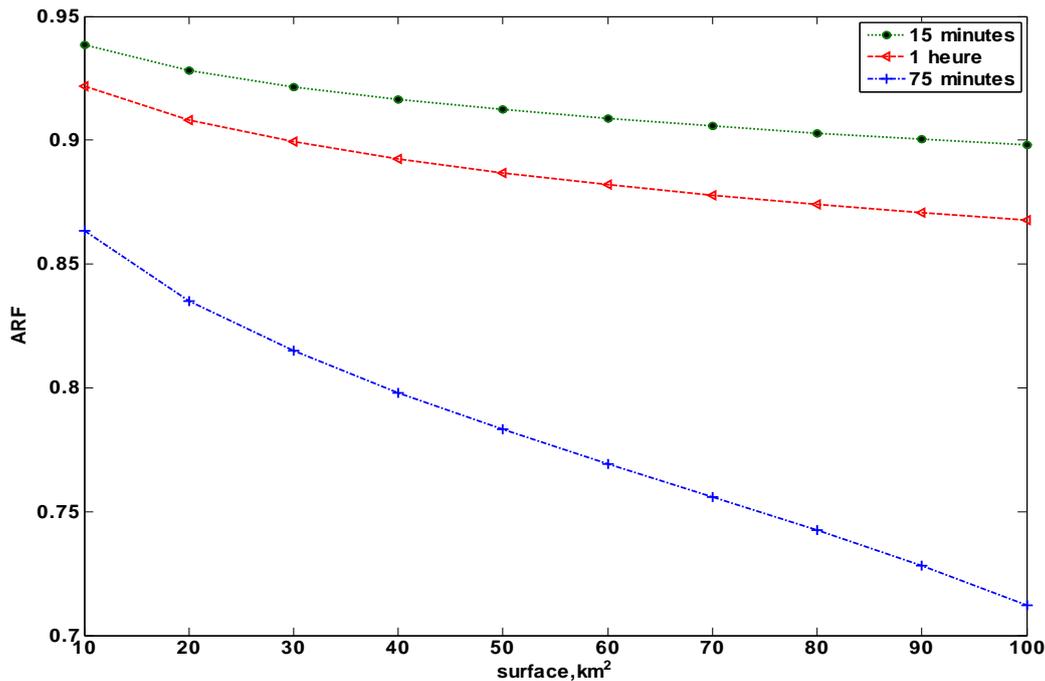


Figure 60. ARF Tunis-Manoubia pour  $T=20$  ans

Les courbes IDAF (les figures 55 à 58) sont des moyens efficaces d'estimation de la quantité de pluie tombée relativement à une surface donnée et une période de retour donnée. De telles informations seront exploitées dans le dimensionnement des ouvrages hydrauliques ou bien pour la quantification de l'érosion dans un site donnée. Par exemple si on veut quantifier l'intensité maximale moyenne sur une surface de  $30 \text{ km}^2$  pour une période de retour  $T$  de 50 ans pour une durée de référence  $d$  de 15 minutes, on trouve une valeur autour de 90mm/heure (Figure 56).

Cependant il reste à valider ces courbes expérimentalement, en plus de leur conformité avec les ARF de l'OMM (1994) et NERC (1975). Pour cette raison on va effectuer une comparaison entre les résultats issus de l'approche de De Michele et al., (2011) et les résultats issus des cartes des quantiles élaborés à partir des observations d'intensité maximale annuelle. D'après le Tableau 26 issu de l'analyse des observations d'intensité maximale annuelle, pour la durée  $d=30\text{mn}$ , et une période de retour  $T=50$  ans, 0.5% de la surface totale de Grand Tunis soit  $125 \text{ km}^2$  reçoit une pluie supérieur à 90 mm/h. Cette dernière valeur est comparable à celle obtenue par l'Équation 99 du modèle de De Michèle et al., (2011) pour les mêmes paramètres ( $T, D, A$ ) qui est de 88.2 mm/h. Ceci permet de supposer a priori que les deux méthodes basées sur les propriétés d'invariance d'échelles simple peuvent donner des estimations fiables des intensités maximales de pluie liées à la surface. Les résultats obtenus jusqu'à maintenant restent à être valides par un réseau pluviographiques plus dense ou des observations Radar ou satellitaires dès que les moyens seront disponibles.

#### VI. 4. Conclusion de la deuxième partie

L'estimation des courbes IDF à partir du formalisme multifractal à partir de l'estimation des exposants d'échelle a donné des résultats très proches à celles empiriques et modélisés par la DGRE (DGRE-ST2i, 2007) sur le cas de Tunis Manoubia (Figure 38). Les exposant d'échelle ont été mis en évidence en régression avec  $P_{90\%}$  et ont conduit à une bonne restitution des quantiles de Tunis Manoubia (Figure 41). Leur cartographie a permis d'établir

des IDF aux endroits non observés de la région de Tunis. La cartographie des quantiles d'intensité ainsi obtenus a permis de dresser des courbes IDAF (Figure 45). Les coefficients de Montana et de la formule Américaine, issues de l'étude DGRE (DGRE-ST2i, 2007) sont bien conformes à ceux obtenue en adoptant une invariance d'échelle simple.

En adoptant le modèle multifractal de De Michele et al., (2011) et l'ARF de NERC (1975) on aboutit aussi à des courbes IDAF pour la région de Tunis.

---

## CHAPITRE VII. CONCLUSION GENERALE

---

Le travail élaboré dans le cadre de cette thèse avait pour objectif de caractériser la variabilité spatiale et temporelle des précipitations à une échelle de temps fine (inférieure à la journée) dans la région de Tunis. Au préalable une étude de la variabilité de la pluie journalière, mensuelle et annuelle en soulignant la distribution de la densité des jours pluvieux annuels a été réalisée (occurrence). Le premier volet basé sur l'analyse monofractale et multifractale de séries chronologiques a consisté à mettre en évidence les différents régimes d'invariance d'échelle et à les caractériser. Le deuxième volet a consisté à estimer des courbes IDF et IDAF en rapport avec l'approche multifractale ainsi que la cartographie des quantiles des pluies extrêmes.

L'étude monofractale du support de pluie, avec la méthode de comptage de boîtes, a permis d'identifier 2 régimes d'invariance d'échelle (micro-échelles et échelles synoptiques), un régime de transition (mésos-échelles) et enfin un régime de saturation respectivement pour les incréments de temps [5 mn – 1 jour], [1jour – 7 jours], [7 jours – 8 mois] et au-delà de 8mois ayant des dimensions fractales de support respectivement de 0.44, 0.5, 0.9 et 1. Contrairement à la majorité des études de la littérature, la faible longueur du régime de saturation relatif à la zone d'étude témoigne de l'inhomogénéité relative du support de la pluie au cours de l'année. Ceci est caractéristique de climats présentant deux périodes sèche et pluvieuse dont les structures sont bien distinctes. L'étude du support de la pluie d'intensité supérieure à 0.3 mm/5 mn fait apparaître une cassure supplémentaire à 1h20mn. L'apparition de cette cassure supplémentaire a été interprétée par la présence d'un sous-régime caractéristique des structures convectives entre 5mn et 1h20mn extrêmement hétérogène.

La région du Grand-Tunis est caractérisée par un climat semi-aride, avec une longue période sèche de plusieurs mois et un pourcentage de pluie de 1% (en considérant un temps d'intégration de 5 mn). L'application du modèle multifractal universel sur le jeu de données pluviométriques disponible nous a menés à l'identification de deux ruptures d'échelle dans le spectre de puissance pour des incréments de temps de 2.5 heures et 7 jours. Les pentes spectrales  $\beta$  pour les différents régimes sont proches de celles de Fraedrich et Larnder (1993). En effet, nous trouvons une pente généralement supérieure à 1 pour micro-échelle (<3 heures) relatives aux systèmes convectifs, et une pente d'environ 0.5 pour le système frontal. En général, les résultats sont cohérents avec les résultats relatifs à l'étude de l'occurrence par la méthode de comptage de boîtes réalisée sur ces séries.

Le pourcentage très élevé d'intermittence induit un biais dans l'estimation des paramètres universels multifractals (MU): surestimation de la  $C_I$  (codimension de la singularité qui fournit la plus grande contribution à la moyenne du processus) et une sous-estimation du paramètre  $\alpha$  (qui décrit la variation de la vitesse de la codimension selon la singularité). L'étude des séries chronologiques de pluie hors de la période sèche a montré l'extrême sensibilité du paramètre  $\alpha$  de multifractalité à l'intermittence de pluie.

La résolution (5minutes) et la spécificité des observations (99% de valeurs nulles, quantification) ont nécessité la mise au point d'une méthodologie robuste pour l'analyse des propriétés multifractales de la pluie indépendamment de son support. Après correction du biais, nous trouvons  $\alpha$  autour de 1.63 et  $C_I$  égale à 0.07 pour les micro-échelles en utilisant les

données des trois stations observées. Pour les méso-échelles, nous trouvons  $\alpha$  autour de 0.74 et  $C_I$  autour de 0.16. Pour l'échelle synoptique, après une correction globale de l'intermittence de la pluie, nous trouvons  $\alpha$  environ 1.1 et  $C_I$  environ 0.16. Ces résultats sont très similaires à ceux obtenus avec des moyens d'observations beaucoup plus sophistiqués dans d'autres régions. Ceci laisse penser que les propriétés à très fines échelles des précipitations sont indépendantes de la situation générale de la zone d'étude mais gouvernées par les lois de physique. La variabilité des précipitations à plus grande échelle est principalement gouvernée par les propriétés de son support. En effet dans la région de Tunis, l'analyse du support de pluie a mis en évidence des caractéristiques très particulières du climat à savoir l'apparition de saturation du support de pluie relativement retardé (8 mois), indice de présence de deux périodes de l'année à structures distinctes : une période sèche et une période pluvieuse. La méthode développée de correction de biais, qui permet l'analyse des séries observées avec des pluviomètres classiques dans des zones présentant des périodes sèches très longues va permettre de vérifier cette hypothèse car de telles données sont disponibles un peu partout dans le monde.

L'analyse des intensités maximales annuelles observées en différentes stations pluviographiques du Nord de la Tunisie pour des durées entre 5 minutes et 24 heures a montré que le processus de pluie dans cette zone est caractérisé par deux régimes d'invariance d'échelle à savoir [5 mn - 30 mn] et [30 mn - 1 jour]. Par la suite, l'hypothèse d'invariance d'échelle simple combinée avec la distribution de Gumbel a été utilisée pour développer les formules des courbes IDF à base physique.

Un essai de régionalisation des exposants d'échelle pour cette région pour les deux régimes distingués a été effectué. Après plusieurs essais d'ajustement des statistiques des précipitations journalières maximales annuelles (médianes, moyennes et 90<sup>ème</sup> percentiles des maxima), on a élaboré une formule de régionalisation des exposants d'échelle en se basant sur le 90<sup>ème</sup> percentile des maxima pluviométriques journaliers annuels. Les coefficients de régression sont estimés en utilisant seulement 8 stations parmi les 15 afin d'utiliser le reste des stations pour faire la validation du modèle. La comparaison entre les exposants d'échelle déduits de la formule de régionalisation avec ceux issus des données par rapport à la première donne des résultats assez satisfaisants. Les quantiles estimés par la méthode d'invariance d'échelle sont comparés aux quantiles empiriques. Les résultats sont généralement proches. Une fois établies les formules de régionalisation des exposants d'échelle déduits de l'étude des PWM en rapport avec les totaux journaliers maximums annuels, on a estimé les courbes IDF dans la zone du Grand Tunis et on a cartographié les quantiles des événements extrêmes. Ces cartes sont intéressantes dans le sens où on peut distinguer les zones les plus vulnérables aux inondations.

Enfin, une relation IDAF de la station de Tunisie Manoubia pour les hautes fréquences a été réalisée en se référant à l'approche de De Michele et al., (2011) qui fait référence aux propriétés statistiques des maxima des événements de pluie définis par rapport à un seuil d'intensité et aux paramètres du modèle MU en supposant que l'intensité de pluie est invariante d'échelle dans le temps et l'espace et suit une distribution Log-normale, avec une chronologie des événements décrit par un processus de Poisson.

En perspective on s'attend à valider nos résultats avec des données de pluie à haute résolution. Etant donné que les données pluviographiques à haute résolution ne sont pas disponibles pour une période assez longue ni pour un réseau assez dense pour le Grand Tunis, on pense à utiliser les données radar de type TRMM, surtout que ce radar couvre notre zone

d'étude 2 ou 3 fois par jour et par la suite il existe des produits de cumuls de pluie de 6 et 12 heures pour une grille de 25 km<sup>2</sup>.

# Références Bibliographiques

---

- Arnaud P. et Lavabre J. (2010), Estimation de l'aléa pluvial en France métropolitaine. Editions QUAE.
- Austin P. M. et Houze R. A. Jr. (1972), Analysis of the structure of precipitation patterns in New England Journal of Applied Meteorology 11: 926-935.
- Baghirathan V. R. et Shaw E. M. (1978), Rainfall depth-duration-frequency studies for Sri Lanka. Journal of Hydrology 37, n° 7: 223-239.
- Bara M., Kohnova S., Gaal L., Szolgay J. et Hlavcova K. (2009), Estimation of IDF curves of extreme rainfall by simple scaling in Slovakia. Contributions to Geophysics and Geodesy 39/3: 187-206.
- Bara M., Kohnova S., Szolgay J., Gaal L. et Hlavcova K. (2010), Assessing of IDF curves for hydrological design by simple scaling of 1-day precipitation totals. Slovak Journal of Civil Engineering, : 1-6.
- Bargaoui Z. (1994), Comparison of some estimation methods in frequency analysis. Journal of Hydraulic engineering 120, n° 2: 229-235.
- Bell F.C. (1969), Generalized rainfall-duration-frequency relationships. Journal of Hydraulics Engineering 95, n° 1: 311-327.
- Bendjoudi H., Hubert P., Schertzer D. et Lovejoy S. (1997), Interprétation multifractale des courbes intensité-durée-fréquence des précipitations. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIA - Earth and Planetary Science. Paris: 323-326.
- Benlagha N., Grun-Réhomme M. et Vasechko O. (2009), Les sinistres graves en assurance automobile : Une nouvelle approche par la théorie des valeurs extrêmes. Revue MODULAD, n° 39: 47-80.
- Benzarti Z. (2003), L'intensité horaire de la pluie a Tunis Manoubia. Publication de l'Association Internationale de Climatologie 15: 287-294.
- Bernard M. M. (1932), Formulas for rainfall intensities of long durations. Transactions of the American Society 96: 592-624.
- Bernardara P., Michel L., Sauquet E., Schertzer D. et Tchiguirinskaia L. (2007), Analyse multifractale en hydrologie. Versailles Cedex: Edition Quae.
- Bernard-Michel C., Gardes L., Girard S. et Molinié G. (2008), Première analyse des pluies extrêmes dans la région Cévennes-Vivarais. Grenoble Rhône-Alpes: INRIA.
- Biaou A.C. (2004), De la méso-échelle à la micro-échelle: désagrégation spatio-temporelle multifractale des précipitations. Thèse de doctorat, Ecole des mines de Paris.
- Bilham E.G. (1935), The classification of heavy falls of rain in short periods. London: Great Britain. Meteorological Office.

- Bloschl G. et Sivapalan M. (1995) , Sclae issues in hydrological modelling: a review. *Hydrological processes* 9: 251-290.
- Bonenfant J.L. 1935 , Note provisoire sur l'évaluation des réseaux d'égouts eaux pluviales en Tunisie. Direction des Travaux Publics Tunis.
- Bousnina A. (1986), La variabilité des pluies en Tunisie. Front Cover - Precipitation variability - 308 pages. Édité par deuxième série: Géographie. Vol. 22. Tunis: Publications de l'Université de Tunis.
- Boussabah M. (1971), Etude des intensités maximales de Tunis-Manoubia. Tunis: Direction des ressources en eau.
- Brunet-Moret Y. et Roche M. (1966) , Etude théorique et méthodologique de l'abattement des pluies. Cahiers ORSTOM. Série Hydrologie 3, n° 4: 3-13.
- Burlando P. et Rosso R. (1996), Scaling and multiscaling models of depth-duration-frequency. *Journal of hydrologie* 187: 45-64.
- Ceresetti D. Anquetin S., Molinié G., Leblois E., et Creutin J. D. (2011),Severity diagrams: a new approach for the multi-scale evaluation of extreme rainfall events. *Weather and Forecasting*.
- Ceresetti D., Molinié G., Creutin J. (2012), Intensity - Duration - Frequency curves in a GEV II scale-invariant framework. *Water Resources Research* (in revision).
- Ceresetti D., Molinié G., et Creutin J.-D. (2010), Scaling properties of heavy rainfall at short duration: A regional analysis. *Water ressources research* 46, n° 9.
- Ceresetti D. (2011), Structure spatio-temporelle des fortes précipitations: application à la région Cévennes Vivarais. Thèse de doctorat, Grenoble: Université de Grenoble.
- Chebbi A. (2013), Optimisation du réseau pluviographique étude de cas du Nord de la Tunisie. Rapport de thèse de doctorat, Tunis: ENIT- LMHE.
- Chen C.L. (1983), Rainfall intensity-duration-frequency formula.*Journal of Hydraulics Engineering* 109, n° 12: 1603-1621.
- Chouari W. (2013), Problèmes d'environnement liés à l'urbanisation contemporaine dans le système endoreïque d'Essijoumi (Tunisie nord-orientale). *Physio-Géo*, Volume 7: 111-138.
- Claude J., Francillon G. et Loyer J. Y. (1977), Les alluvions déposées par l'oued Medjerda fors de la crue exceptionnelle de mars 1973. Cahier ORSTOM, séries Hydrologiques XIV, n° 1: 37-109.
- Coles S. (2001), An introduction to statistical modeling of extreme values. Springer.
- CunnaneC. (1988), Methods and merits of regional flood frequency analysis. *Journal of Hydrology* 100, n° 1-3: 269-290.
- de Lima M. I. P. et de Lima J. L. M. P. (2009), Investigating the multifractality of point precipitation in the Madeira archipelago. *Nonlinear Processes in Geophysics*: 299-311.

- de Lima M. I. P. et Grasman J. (1999), Multifractal analysis of 15-min and daily rainfall from a semi-arid region in Portugal. *Journal of Hydrology* 220: 1–11.
- deLimaM.I.P. (1998), Multifractals and the temporal structure of rainfall. Doctoral dissertation, Wageningen Agricultural University.
- De Michele C., Kottegoda N. T. et Rosso R. (2002), IDAF (intensity-duration-area frequency) curves of extreme storm rainfall: a scaling approach. *Water Science and Technologie* 45, n° 2: 83-90.
- De Michele C., Kottegoda N. T. et Rosso R. (2001), The derivation of areal reduction factor of storm rainfall from its scaling properties. *Water Resources Research* 37, n° 12: 3247–3252.
- De Michele C., Zenoni E., Pecora S. et Rosso R. (2011), Analytical derivation of rain intensity–duration–area–frequency relationships from event maxima. *Journal of Hydrology* 399, n° 3-4: 385–393.
- de Montera L., Barthès L., Mallet C. et Golé P.(2009), The Effect of Rain–No Rain Intermittency on the Estimation of the Universal Multifractals Model Parameters. *Journal of Hydrometeorology* 10: 493-506.
- de Montera L., Verrier S., Mallet C. et Barthès L. (2010), A passive scalar-like model for rain applicable up to storm scale. *Atmospheric research* 98, n° 1: 140-147.
- De Montmarin A. (1951), Intensité des pluies torrentielles de Tunis-Manoubia pluies torrentielles de Paris Montsouris. Tunis: BIRH.
- DeiddaR. (2000), Rainfall downscaling in a space-time multifractal framework. *Water Resources research* 36, n° 7: 1779–1794.
- Descroix L., Nouvelot J.F. , Estrada J. et Lebel T. (2001) , Complémentarités et convergences de méthodes de régionalisation des précipitations : application à une région endoréique du Nord-Mexique. *Revue des sciences de l'eau* 14, n° 3: 281-305.
- DGRE-ST2i (2007), Optimisation des réseaux de suivi des ressources en eau en Tunisie: étude de la pluviographie. Etude des Intensités, Durées, Fréquences (IDF). Tunisie: Direction Générale des Ressources en Eau (DGRE).
- Di Baldassarre G., Brath A. et Montanari A. (2006\_a) , Reliability of different depth-duration-frequency equations for estimating short-duration design storms. *Water Resources Research* 42, n° 12.
- Di Baldassarre G., Castellarin A. et Brath A. (2006\_b), Relationships between statistics of rainfall extremes and mean annual precipitation: an application for design-storm estimation in northern central Italy. *Hydrology Earth System Sciences* 10: 589-601.
- El-Adlouni S., Ouarda T. B. M. J. (2008), Comparaison des méthodes d'estimation des paramètres du modèle GEV non stationnaire. *Revue des sciences de l'eau* 21, n° 1: 35-50.
- Ellouze.M. (2010). Caractérisation spatio-temporelle de la sécheresse en Tunisie Centrale et méridionale et développement des hyétogrammes synthétiques. Thèse de l'Université de Sfax, Faculté des Sciences de Sfax.

- Ennesser Y., Said V. et Terrier M. (2011), Adaptation au changement climatique et aux désastres naturels des villes côtières d'Afrique du Nord. Phase 1 : Évaluation des risques en situation actuelle et à l'horizon 2030 pour la ville de Tunis. Egis Bceom International / IAU-IDF / BRGM, 342.
- Farthouat.B. (1962), Analyse des précipitations à l'observatoire de Bordeaux Floirac. Relations entre quantité, durée, intensité, période. *La Météorologie* 67, n° 4: 291-295.
- Fisher R. A., Tippett L. H. C. (1928), Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample. *Proceeding of The Cambridge Philosophical Society*: 180-190.
- FloresC. (2004), Multiplicative cascade models for rain in hydro-meteorological disasters risk management. *ASTIN-Kolloquium*. Bergen, Norway: Int. Actuarial Association.
- Fraedrich K. et Lardner C. (1993), Scaling regimes of composite rainfall time series. *Tellus A*, n° 45: 289-298.
- Friggit F., Hubert P. et Carbonnel J. P. (1991), Caractérisation fractale de la succession des jours pluvieux au Burkina Faso. Dans *Utilisation rationnelle de l'eau des petits bassins versants en zone aride*, de Claude J. Kergreis A., 43-49. Paris: John Libbey Eurotext.
- Frigui H. L. et Touzi S. (2009), L'Etat des ressources en eaux au Maghreb en 2009. Chapitre 7 : Caractérisation des événements extrêmes en Tunisie et possibilités de la maîtrise des excédents pour une gestion durable de la ressource. Édité par UNESCO. Rabat: Cluster Office for the Maghreb- PHI. 107-122.
- García-Marín A. P., Ayuso-Muñoz J. L., Jiménez-Hornero F. J. et Estévez J. (2012), Selecting the best IDF model by using the multifractal approach. *Hydrological Processes* 27, n° 3: 433-443.
- Gert A., Wall D. J., White E. L. et Dunn C. N. (1987), Regional rainfall intensity-duration-frequency curves for Pennsylvania. *Water Resources Bulletin* 23, n° 3: 479-486.
- Girard G. et Rodier J. A. (1979), Application de modèles mathématiques déterministes A l'étude des crues et de l'écoulement annuel - zones sahéliennes. *The hydrology of area of low precipitation - L'hydrologie des régions de faibles précipitations*. IAHS-AISH. *Proceedings of the Canberra Symposium, December 1979; Actes du Colloque de Canberra*.
- Gires A., Tchiguirinskaia I., Schertzer D. et Lovejoy S. (2011), Analyses multifractales et spatio-temporelles des précipitations du modèle Méso-NH et des données radar. *Hydrological Sciences Journal* 56, n° 3: 380–396.
- GiresA. (2009), Intercomparaison multi-échelle des précipitations du modèle Méso-NH avec des données radar. Vol. M.S. thesis. Marne-la-Vallée, France.: Ecole des Ponts ParisTech.
- Goel N. K. et Sarkar S. (2007), Regional rainfall intensity-duration-frequency relationships. *Design Flood Analyses for Hydropower Projects, 20 – 25 August 2007*: 46-56.

- Goldstein M. L., Morris S. A. et Yen G. G. (2004), Problems with fitting to the power-law distributions. *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems* 41, n° 2: 255-258.
- Greenwood J. A., Landwehr J. M., Matalas N. C. et Wallis J. R. (1979), Probability-weighted moments: definition and relation to parameter of several distributions expressible in inverse form. *Water Resources Research* 15: 1049–1054.
- Gumbel E.J. (1958), *Statistics of Extremes*. New York: Columbia Univ. Press.
- Gupta V. K. et Waymire E. (1997), A survey of cascades with applications from geosciences, *Stochastic Models in Geosciences. The IMA Volumes in Mathematics and its Applications* 85: 115-128.
- Gupta V. K. et Waymire E. C. (1993), A statistical analysis of mesoscale rainfall as a random cascade. *Journal of Applied Meteorology* 32: 251– 267.
- Gupta V. K. et Waymire E. C. (1990), Multiscaling Properties of Spatial Rainfall and River Flow Distributions. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 95, n° D3: 1999-2009.
- Haktanir T. (1992), Comparison of various flood frequency distributions using annual flood peaks data of rivers in Anatolia. *Journal of Hydrology* 136, n° 1–4: 1–31.
- Harris D., Menabde M., Seed A. et Austin G. (1996), Multifractal characterization of rain fields with a strong orographic influence. *Journal of Geophysical Research* 101, n° D21: 26405-26414.
- Henia L. (1980), *Les précipitations pluvieuses dans la Tunisie telliène*. Tunis: Université de Tunis.
- Hingray B., Mezghani A., Schaeffli B., Niggli M., Faivre G., Guex F., Hamdi Y., et Musy A. (2006), *Rapport de Synthèse réalisé dans le cadre du projet CONSECRU 2*. Lausanne: Laboratoire d'Hydrologie et Aménagements.
- Hingray B., Picouet C. et Musy A. (2009), *Hydrologie, Tome 2: Une science pour l'ingénieur*. Lausanne: Presses polytechniques et universitaires romandes.
- Holland D.J. (1967), *Rain Intensity Frequency Relationships in Britain*. British Rainfall 1961 HMSO (British Rainfall).
- Holm D.D. (2005), Taylor's Hypothesis, Hamilton's. Principle, and the LANS- $\alpha$  Model for Computing Turbulence. *Los Alamos Science*, n° 29: 172-180.
- Hosking J. R. M., Wallis J. R. et Wood E. F. (1985), Estimation of the Generalized Extreme-Value distribution by the method of probability-weighted moments. *Technometrics* 27: 251–261.
- Hosking J. R. M. et Wallis J. R. (1987), Parameter and quantile estimation for the Generalized Pareto Distribution. *Technometrics* 29: 1339–1349.
- Hoyt D. V. et Schatten K. H. (1997), *The Role of the Sun in Climate Change*. New York: Oxford University Press.

- Hubert P., Bendjoudi H. (1996), Introduction à l'étude des longues séries pluviométriques. Actes des XIIèmes Journées Hydrologiques de L'ORSTOM, Montpellier.
- Hubert P. et Carbonnel J.P. (1989), Dimensions fractales de l'occurrence de pluie en climat soudano-sahélien. *Hydrologie Continentale* 4, n° 1: 3-10.
- Hubert P., Friggit F. et Carbonnel J. P. (1995), Multifractal structure of rainfall occurrence in West Africa. *New Uncertainty Concepts in Hydrology and Water Resources*, 109-113.
- Hubert P., Javelle P., Bendjoudi H., Lang M., Schertzer D., Tchiguirinskaia I. (2000), Deux modélisations invariantes d'échelle des courbes QdF. Communication à un congrès Colloque PNRH, Toulouse, 16-17 mai 2000: 337 - 342.
- Hubert P., Tchiguirinskaia I., Bendjoudi H., Schertzer D. et Lovejoy S. (2002), Multifractal Modeling of the Blavet River Discharges at Guerledan. Proc. Third Celtic Hydrology Colloquium, 10–12 July 2002,. Galway, Ireland: National University of Ireland, Galway.
- Hubert P., Tchiguirinskaia I., Bendjoudi H., Schertzer D. et Lovejoy S. (2007), Predetermination of Floods. Édité par P.H.A.J.M. Van Gelder, E. Plate, M. Bolgov, H. Berger, L. O.F. Vasiliev. *Extreme Hydrological Events: New Concepts for Security Book Series*: 185-198.
- Hubert P., Tessier Y., Lovejoy S., Schertzer D., Schmitt F., Ladoy P., Carbonnel J.P., Violette S. et Desurosne I. (1993), Multifractals and extreme rainfall events. *Geophysical Research Letters* 20: 931-934.
- Hubert P. (2005), La prédétermination des crues. *C. R. Geoscience*: 337 219–227.
- Isnard H. (1950), La répartition saisonnière des pluies en Algérie. *Annales de Géographie*: 354-361.
- Isnard H. (1952), La répartition saisonnière des pluies en Tunisie. *Annales de Géographie* t 61, n° 327: 357-362.
- Jenkinson A.F. (1955), The fequency distribution of the annual maximum (or minumum) value of meteorological elements. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 81: 158-171.
- Kassab F. (1979), les très fortes pluies en Tunisie. *Géographie*. Vol. XI. Tunis: Faculté des Lettres et Sciences Humaine.
- Kebaili-Bargaoui Z. (1989), Occurrence des sécheresses pluviométriques sur le bassin de la Medjerda (Tunisie). *Revue des Sciences de l'eau* 2, n° 3: 429-447.
- Kolmogorov A.N. (1962), A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high Reynolds number. *J. Fluid Mech* 13: 82–85.
- Kottegoda N. T. et Rosso R. (1997), *Statistics, probability, and reliability for civil and environmental engineers*. New York: McGraw-Hill.

- Koutsoyiannis D., Kozonis D. et Manetas A. (1998), A mathematical framework for studying rainfall intensity-duration-frequency relationships. *Journal of Hydrology* 206: 118–135.
- Labat D., Mangin A. et Ababou A. (2002), Rainfall–runoff relations for Karstic springs: multifractal analyses. *Journal of Hydrology* 256: 176–195.
- Ladoy P., Schmitt F., Schertzer D. et Lovejoy S. (1993), Variabilité temporelle des observations pluviométriques à Nîmes. *comptes rendus académie des sciences t. 317, n° 2: 775-782.*
- Landwehr J., Matalas N. et Wallis J. (1979), Probability weighted moments compared with some traditional techniques in estimating Gumbel parameters and quantiles. *Water Resources Research* 15: 1055–1064.
- Lang M. et Lavabre J. (2007), Estimation de la crue centennale pour les plans de prévention des risques d'inondation. *Update Sciences & technologies.*
- Langousis A. et Veneziano D. (2007), Intensity-Duration-Frequency Curves from Scaling Representations of Rainfall. *Water Resources Research* 43, no. 2.
- Langousis A. (2005), The areal reduction factor (ARF) a multifractal analysis. *Massachusetts Institute of Technologie.*
- Lavallée D., Lovejoy S., Schertzer D. et Ladoy P. (1993), Nonlinear variability and landscape topography : analysis and simulation. Édité par De Cola L. et Lam N. *Fractals in Geography* (Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ): 171-205.
- Lavergnat J. et Golé P. (1998), A Stochastic Raindrop Time Distribution Model. *Journal of Applied Meteorology* 37: 805–818.
- Lebdi F. (2005), Appui pour l'irrigation et la gestion des systèmes hydrauliques. In : *Irrigation systems performance. Options Méditerranéennes : Série B. Etudes et Recherches: 193-203.*
- Lebel T. et Slimani M. (1987), Estimation, régionalisation et moyenne spatiale de la distribution fréquentielle des pluies. In: *Deuxièmes journées hydrologiques de l'ORSTOM à Montpellier. Journées Hydrologiques de l'ORSTOM à Montpellier. Montpellier (FRA): ORSTOM. 263-288.*
- Leporini M. (2005), Développement et évaluation d'un modèle tridimensionnel de nuage à microphysique détaillée. thèse de l'Université Blaise Pascal; spécialité : Physique de l'Atmosphère, Clermont-Ferrand cedex (France): Université Blaise Pascal.
- Lorenz C. et Kunstmann H. (2012), The Hydrological Cycle in Three State-of-the-Art Reanalyses: Intercomparison and Performance Analysis. *Journal of Hydrometeorology* 13, n° 5: 1397-1420.
- Lovejoy S., Lavallée D., Schertzer D. et Ladoy P. (1995), The 11/2 law and multifractal topography: theory and analysis. *Nonlinear Processes in Geophysics* 2: 16 - 22.
- Lovejoy S., Pinel J. et Schertzer D. (2012), The Global space-time Cascade structure of precipitation: satellites, gridded gauges and reanalyses. *Advances in Water Resources.* 45: 37-50.

- Lovejoy S., Schertzer D. et Allaire V. (2008), The remarkable wide range scaling of TRMM precipitation. *Atmospheric Research*,: 90, 10-32.
- Lovejoy S., Schertzer D. et Tsonis A. A. (1987), Functional box-counting and multiple elliptical dimensions of rain. *Science* 235, n° 4792: 1036-1038.
- Lovejoy S. et Schertzer D. (1995), Multifractals and rain. *New Uncertainty Concept in Hydrology and Hydrological modelling*. Édité par A.W.Kundzewicz. Cambridge Press.
- Lovejoy S. et Schertzer D. 2010, On the simulation of continuous in scale universal multifractals, partI: Spatially continuous processes. *Computers and Geosciences*: 1393–1403.
- Lovejoy S. et Schertzer D. (2008), Turbulence, raindrops and the 11/2 number density law. *New Journal of Physics* 10, n° 7: 32pp.
- LovejoyS. (1981), Analysis of rain areas in terms of fractals. *Proc. 20th Conf. on Radar Meteorology*, Am.Met. Soc., Boston, USA: 476–484.
- LovejoyS. (1982), The area-perimeter relations for rain and cloud areas. *Science*, 216, 185-187.
- Lubes H. et Masson J.M. (1992), Etude d'évaluation de logiciels d'ajustement de lois statistique sur des variables hydrologique. Montpellier: Laboratoire d'Hydrologie ORSTOM Montpellier.
- M'Biandoun M., Guibert H. et Olina J. P. (2002), Caractérisation du climat dans quatre terroirs de la zone soudano-sahélienne au Nord-Cameroun et conséquences pour l'agriculture. *Actes du colloque, 27-31 mai 2002, Garoua, Cameroun, Actes du colloque, 27-31 mai 2002, Garoua, Cameroun*.
- Macor J., Schertzer D. et Lovejoy S. (2007), Multifractal methods applied to rain forecast using radar data. *Houille Blanche*, n° 4: 92-98.
- MacorJ. (2007), Développement de Technique de Prévision de Pluie Basées sur les Propriétés Multi-échelles des Données Radar et Satellites. Thèse de Doctorat: École Nationale des ponts et chaussées.
- MandelbrotB. (1974), Intermittent turbulence in self-similar cascades: divergence of high moments and dimension of the carrier. *J. Fluid Mech.* 62: 331-350.
- Mandelbrot B. (1975), *Les objets fractals, forme, hasard et dimensions*.Paris: Flammarion.
- Mandelbrot B. (1977), *The Fractal Geometry of nature*. Freeman Edition.
- Mandelbrot B. (1982), *The Fractal Geometry of Nature*. 1. San Francisco: W. H. Freeman.
- MandelbrotB. (1963), The variation of certain speculative prices. *Journal of Business* 36: 394-419.
- Marsan D., Schertzer D. et Lovejoy S. (1996), Causal space-time multifractal processes: Predictability and forecasting of rain fields. *Journal of Geophysical Research* 101, n° D21: 26333-26346.

- Massey J. F. (1951), The Kolmogorov-Smirnov Test for Goodness of Fit. *Journal of the American Statistical Association*. 46(253), pp.68-78.
- Mascaro G., Deidda R. (2008), A New Verification Method to Ensure Consistent Ensemble Forecasts through Calibrated Precipitation Downscaling Models. *Monthly Weather review* 136: 3374-3391.
- Menabde M., Seed A. et Pegram G. (1999), A simple scaling model for extreme rainfall. *Water Resources Research* 35: 335-339.
- Meylan P., Favre A. C. et Musy A. (2008), *Hydrologie fréquentielle: une science prédictive*. Lausanne : Presses polytechniques et universitaires romandes.
- Moon F.C. (1992), *Chaotic and Fractal Dynamics: An Introduction for Applied Scientists and Engineers*. USA: John Wiley & Sons.
- Neimczynowicz J. (1982), Areal intensity-duration-frequency curves for short term rainfall events. *Nordic Hydrology* 13, n° 4: 193-204.
- Neppell L. (2005), *Cours d'Hydrologie générale du Master BGAE – option Sciences de la Terre de l'Eau et de l'Environnement*. Faculté des Sciences de Montpellier.
- NERC (1975), *Flood studies report*. Vol. 2. Natural Environment Research Council.
- Newman M.E.J. (2005), Power laws, Pareto distributions and Zipf's law. *Contemporary Physics* 46: 323-351.
- Norbiato D., Borga M., Sangati M., et Zanon F. (2007), Regional frequency analysis of extreme precipitation in the eastern Italian Alps and the August 29, 2003. *Journal of Hydrology*. Vol.. 345, n° 3-4: 149-166.
- Olsson J., Niemczynowicz J., Berndtsson R. et Larson M. 1992, An analysis of the rainfall time structure by box counting-some practical implications. *Journal of Hydrology*, 137: 261-277.
- Olsson J., Niemczynowicz J., et Berndtsson R. (1993), Fractal Analysis of High-Resolution Rainfall Time Series. *Journal of Geophysical Research* 98, n° D12: 23265-23274.
- Olsson J. 1995, Limits and characteristics of the multifractal behavior of a high-resolution rainfall time series. *Nonlin. Processes Geophys*: 2, 23–29.
- Olsson J. (1996), Validity and applicability of a scale-independent, multifractal relationship for rainfall. *Atmos. Res.* 42: 53-65.
- OMM (1992) *Vocabulaire Météorologique International*. 2ème édition. Secrétariat Général de l'O.M.M. n° 182 - Genève 1992.
- Orlanski I. (1975), A rational subdivision of scales for atmospheric processes. *Bulletin of the American Meteorological Society (Bulletin of the American Meteorological Society)* 56, n° 5: 527-530.
- Over T. et Gupta V. K. (1996), A space-time theory of mesoscale rainfall using random cascades. *Journal of Geophysical Research*, n° 101: 26319-26331.

- PANA, Groupe d'experts PANA du Burkina Faso. (2003), Synthèse des études de vulnérabilité et d'adaptation aux changements climatiques :étude de cas du Burkina Faso. Atelier de formation sur les Programmes d'Action Nationaux pour l'Adaptation (PANA) Ouagadougou, Burkina Faso 28 – 31 octobre 2003.
- Pandey G., Lovejoy S. et Schertzer D. (1998), Multifractal analysis of daily river flows including extremes for basin of five to two million square kilometres, one day to 75 years, I. *Journal of Hydrology* 208: 62–81.
- Parisi G. et Frisch U. (1985), A multifractal model of intermittency. *Turbulence and predictability. Geophysical fluid dynamics and climate dynamics*: 84, North-Holland, New-York.
- Pathirana A., Herath S. et Yamada T. (2003), Estimating rainfall distributions at high temporal resolutions using a multifractal model. *Hydrology and Earth System Sciences*: 668-679.
- Perreault L. et Bobée B. (1992), Loi généralisée des valeurs extrêmes Propriétés mathématique et statistiques Estimation des paramètres et des quantiles XT de ériode de retour T. *Siente-Foy, Québec: INRS-Eau Université de Québec.*
- PickandsJ. (1975), Statistical Inference Using Extreme Order Statistics. *Annals of Statistics* 3, n° 1 (119-131).
- Pielke R. A. (1984), Mesoscale Meteorological Modeling. Academic. *Elsevier, New York.* 611 pp.
- PoncetJ. (1970), La "catastrophe" climatique de l'automne 1969 en Tunisie. *Annales de Géographie* 79, n° 435: 581-595.
- Radkevich A., Lovejoy S., Strawbridge K., Schertzer D. et Lilley M. (2008), Scaling turbulent atmospheric stratification, Part III: Space–time stratification of passive scalars from lidar data. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*: 316–335.
- Ramos M.H., Creutin J.D. et Leblois E. (2005), Visualization of storm severity. *Journal of Hydrology* 315, n° 1-4: 295–307.
- RéméniérasG. (1980), L'hydrologie de l'Ingénieur. Édité par Paris. EYROLLES.
- RouxC. (1996), Analyse des précipitations en hydrologie urbaine. Exemple de la Seine-Saint-Denis. Mémoire présenté pour l'obtention du titre de Docteur de l'Ecole des Ponts et Chaussées.
- Rysman J. F., Verrier S., Moreau E. et Lemaître Y. (2012), Space-time variability of the rainfall over the western Mediterranean region: a statistical analysis. *Journal of Geophysical Research*.
- SaidiH. (1977\_2), Classification des périodes de pluie en fonction de la situation météorologique. Etude préparé spécialement pour l'OMM dans le cadre du projet d'agmentation des précipitations - Projet P.A.P, Tunis: Institut National de la météorologie - Tunisie.
- Saidi H. (1977), Les valeurs météorologiques extrêmes leur ajustement-leurs durée de retour. République Tunisienne Institut National Météorologique.

- Saidi H. (1979), Les valeurs météorologiques extrêmes, leurs ajustements, leurs durées de retour. Note Météorologique Nationale. Séminaire d'Hydrologie Urbaine, animé par Michel Desbordes. Tunis: ENIT, juin 1979.
- Salvadori G., DeMichele C., Kottegoda N.T. et Rosso R. (2007), *Extremes in Nature. An Approach Using Copulas*. Dordrecht: Springer.
- Schertzer D., Bernardara P., Biau A., Tchiguirinskaia I., Lang M., Sauquet E., Bendjoudi H., Hubert P., Lovejoy S. et Veysseire J. M. (2006), Extrêmes et multifractals en hydrologie : résultats, validations et perspectives. in *Valeurs rares et extrêmes de précipitations et de débits*. Houille Blanche, n° 5: 112-119.
- Schertzer D., Lovejoy S. et Hubert P. (2002), An introduction to stochastic multifractal fields. *Mathematical Problems in Environmental Science and Engineering A*. Ern and Liu Weiping (eds.), Series in Contemporary Applied Mathematics, vol.4, Higher Education: 106-179.
- Schertzer D. et Lovejoy S. (1995), from scalar cascades to lie cascades: joint multifractal analysis of rain and cloud processes. Dans Feddes R. A. , *de space/time variability and interdependence for variable hydrological processes*, 153-173. Cambridge University Press.
- Schertzer D. et Lovejoy S. (1992), Hard and soft multifractal processes. *Physica A*: 187-194.
- Schertzer D. et Lovejoy S. (1991), Nonlinear geodynamical variability: multiple singularities, universality and observables,. Édité par Schertzer D. Lovejoy S. *Non-linear Variability in Geophysics* (Kluwer Academic Publishers, Netherlands): 41–82.
- Schertzer D. et Lovejoy S. (1989), Nonlinear variability in geophysics: multifractal analysis and simulations. in *Fractals: Their physical origins and properties*. Édité par Pietronero. New York: Plenum Press.
- Schertzer D. et Lovejoy S. (1993), Nonlinear variability in geophysics: scaling and multifractal processes. Lecture notes. Institut d'études scientifiques de Cargèse.
- Schertzer D. et Lovejoy S. (1987), Physically based rain and cloud modeling by anisotropic, multiplicative turbulent cascades. *Journal of Geophysical Research*: 92, 9692-9714.
- Schertzer D. et Lovejoy S. (1997), Universal Multifractals do exist!: Comments. *Journal of Applied Meteorology*: 36(9). 1296- 1303.
- Schlipf D., Trabucchi D., Bischoff O., Hofsäß M., Mann J., Mikkelsen T., Rettenmeier A., Trujillo J. J. et Kühn M. (2010), Testing of Frozen Turbulence Hypothesis for Wind Turbine Applications with a Scanning LIDAR System. 15th International Symposium for the Advancement of Boundary Layer Remote Sensing. 28-06-10 → 30-06-10. Paris France: ISARS.
- Schmitt F., Vannitsem S. et Barbosa A. (1998), Modeling of rainfall time series using two-state renewal processes and multifractals. *Journal of Geophysical Research* 103: 23181–23193.
- Seuront L., Schmitt F., Lagadeuc Y., Schertzer D. et Lovejoy S. (1999), Universal multifractal analysis as tool to characterize multiscale intermittent patterns: example

of phytoplankton distribution in turbulent coastal waters. *Journal of Plankton Research* 21, n° 5: 877-922.

- Silverman B.W. (1998), *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. Chapman & Hall/CRC Monographs on Statistics and Applied Probability.
- Singh V. P. et Guo H. (1995), Parameter estimation for 3-parameter generalized Pareto distribution by the principle of maximum entropy (POME). *Hydrological Sciences Journal* 40, n° 2: 165-181.
- SIRUS (2006), *Évaluation environnementale de la station d'épuration de Tunis ouest El ATTAR*. rapport, Tunis: SIRUS.
- Sivapalan M. et Blöschl G. (1998), Transformation of point rainfall to areal rainfall: Intensity-duration-frequency curves. *Journal of Hydrology* 204: 150-167.
- Slimani M., Cudennec C. et Feki H. (2007), Structure du gradient pluviométrique de la transition Méditerranée-Sahara en Tunisie: déterminants géographiques et saisonnalité. *Hydrological Sciences Journal* 52, n° 6: 1088-1102.
- Smith R. L. (1987), Estimating tails of probability laws. *The Annals of Statistics* 3: 1174-1207.
- St-Hilaire A. et Ouarda T.B.M.J., M.Lachance, Bobée B., Barbet M. et Bruneau P. (2003), La régionalisation des précipitations : une revue bibliographique des développements récents. *Revue des sciences de l'eau* 16, no. 1: 27-54.
- Svensson C., Jones D. A. (2010), Review of methods for deriving areal reduction factors. *Journal of Flood Risk Management* 3: 232-245.
- Tchiguirinskaia I., Hubert P., Bendjoudi H., Schertzer D. et Asabina E. (2002), Multifractal Modeling of River Runoff and Seasonal Periodicity. in : Proc.Conf. Preventing and Fighting Hydrological Disasters 21–22 November. Timisoara, Romania: Orizonturi Universitare, Timisoara. 43–46.
- Tessier Y., Lovejoy S. et Schertzer D. (1994), Multifractal analysis and simulation of the global meteorological network. *Journal of Applied Meteorology* 33, n° 12: 1572-1586.
- Tessier Y., Lovejoy S. et Schertzer D. (1989), Multifractal analysis of global rainfall from 1 day to 1 year. Barcelona: European Geophysical Society XIV General Assembly, abstract volume.
- Tessier Y., Lovejoy S. et Schertzer D. (1988), Multifractal analysis of global rainfall from 1 day to 1 year. Édité par abstract volume. Paris: Non linear variability in Geophysics 2.
- Tessier Y., Lovejoy S. et Schertzer D. (1993), Universal Multifractals: Theory and observations for rain and clouds. *Journal of applied meteorology*, Volume 32, 223-250.
- Tessier Y., Lovejoy S. Hubert P., Schertzer D. et Pecknold S. (1996), Multifractal analysis and modelling of rainfall and river flows and scaling, causal transfer functions. *Journal of Geophysical Research*, 101, 26427–26440.

- Thirriot C. et Kebaili-Bargaoui Z. (1983), Le climat tunisois vu à travers les processus de Markov. Eau verte - Eau bleue. Marseille, septembre 1983.
- Thirriot C., Maallel K. et Triki M. (1981), Fonction de répartition des averses en Tunisie. La Houille Blanche, n° 7-8: 541 - 548.
- VanderHovenI. (1957), Power Spectrum of horizontal wind speed in the frequency range from 0.0007 to 900 cycle per hour. Journal of Meteorology 14: 160–164.
- Veneziano D. et Furcolo P. (2002), Multifractality of rainfall and scaling of intensity-duration-frequency curves. Water resources research 38, n° 12.
- Veneziano D. et Iacobellis V. (2002), Multiscaling pulse representation of temporal rainfall. Water Resources Research 38, n° 8: 13.
- Veneziano D. et Langousis A. (2005), The areal reduction factor: A multifractal analysis. Water Resources Research 41: 1-15.
- Veneziano D., Lepore C., Langousis A. et Furcolo P. (2007), Marginal Methods of IDF Estimation in Scaling and Non-Scaling Rainfall. Water Resources Research.
- Verrier S., de Montera L., Barthès L. et Mallet C. (2010), Multifractal analysis of African monsoon rain fields, taking into account the zero rain-rate problem. Journal of Hydrology 389: 111-120.
- Verrier S., de Montera L., Mallet C. et Barthès L. (2009), Multifractal analysis of African monsoon rain fields, taking into account the zero rain rates problem. Journal of Hydrology.
- Verrier S., Mallet C. et Barthès L. (2011), Multiscaling properties of rain in the time domain, taking into account rain support biases. Journal of Geophysical Research.
- VerrierS. (2011), Modélisation de la variabilité spatiale et temporelle des précipitations à la sub-mésoéchelle par une approche multifractale. thèse de l'Université de Versailles Saint Quentin en Yvelines, Paris.
- Yu P. S., Yang T. C. et Lina C. S. (2004), Regional rainfall intensity formulas based on scaling property of rainfall. Journal of Hydrology 295 , n° 1-4: 108–123.
- ZaharY. (1997), Elément, d'hydrologie pour l'aménagement. modélisation spatiale et temporelle des précipitations extrême, et érosives en Tunisie centrale. Université de la Manouba, Tunis, Tunisie.

This thesis aims to study the properties of scales invariance of rainfall in Tunis, and to calculate both Intensity-Duration-Frequency (IDF) and Intensity-Duration-Area-Frequency (IDAF) curves, a prerequisite to the design of hydraulic structures. Time series of rainfall observed in Tunis has been analyzed. Hence, we deduced that there are several regimes of scale invariance. Also, the conclusion drawn is that there is a significant change in the fractal dimension of the support of micro-scale rain during the last century and that the regime micro-scale has non- conservative character.

The universal multifractal model describes the statistical properties by three parameters. By taking into account, the intermittent and non-conservative nature of the process of fine-scale rainfall, estimated parameters are found in accordance with the results recently published on the properties of fine scale precipitation. The establishment of IDF curves that characterizes the relationship between return period, intensity and duration requires observations in fine resolution and long periods. A regionalization relationship that was applied to daily data collected from DGRE using 41 rain gauges in Tunis area. After that, Gumbel distribution has been combined with the assumption of simple scale invariance, which enabled us to develop IDF curves of rain gauges in the area of Tunis. Hence, The IDAF curves determined from quantiles maps were deduced from IDF curves. Also, we calculated the IDAF curves according to the approach that proposed by De Michele et al., in 2011.