



HAL
open science

Dynamique des écoulements ouverts : instabilités et transition, courbure et rotation

Benoît Pier

► **To cite this version:**

Benoît Pier. Dynamique des écoulements ouverts : instabilités et transition, courbure et rotation. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. École centrale de Lyon; Université de Lyon, 2015. tel-01107517

HAL Id: tel-01107517

<https://hal.science/tel-01107517>

Submitted on 20 Jan 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Habilitation à diriger des recherches
devant l'École centrale de Lyon et l'Université de Lyon

*Dynamique des écoulements ouverts :
instabilités et transition,
courbure et rotation*

Benoît PIER

Laboratoire de mécanique des fluides et d'acoustique
CNRS, École centrale de Lyon, Université Claude-Bernard Lyon 1, INSA Lyon

Soutenue le mardi 13 janvier 2015 devant le jury composé de :

Marc BUFFAT, examinateur,	professeur, Université Claude-Bernard Lyon 1
Uwe EHRENSTEIN, rapporteur,	professeur, Aix-Marseille Université
Jacques MAGNAUDET, rapporteur,	directeur de recherches CNRS, Institut de mécanique des fluides de Toulouse
Nigel PEAKE, examinateur,	professeur, Université de Cambridge
Peter SCHMID, rapporteur,	professeur, Imperial College London
Julian SCOTT, examinateur,	professeur, École centrale de Lyon

*Vous avez reçu gratuitement,
donnez gratuitement. [35]*

*Les sangliers sont comme les Romains :
ils sont à tout le monde ! [18]*

A. Activités de recherche

Mes activités de recherche se placent sous la thématique générale des instabilités en mécanique des fluides. Je m'intéresse plus particulièrement aux écoulements qui sont ouverts et qui se développent en espace, comme par exemple les couches limites ou les sillages. Mon travail porte sur les aspects locaux/globaux, linéaires/non linéaires, convectifs/absolus, primaires/secondaires de ces instabilités. Dans toutes ces recherches je m'efforce de mener de front les analyses théoriques et les études numériques ; j'ai également conçu un dispositif expérimental, inspiré par des résultats théoriques et numériques. C'est précisément la mise en œuvre conjointe de ces différentes approches qui a permis de mieux comprendre la dynamique d'un certain nombre d'écoulements.

Au cours de mes activités de recherche j'ai étudié plusieurs grandes classes d'écoulements. Pour chaque projet, la poursuite de l'objectif recherché a nécessité l'utilisation de différentes méthodes et le recours à des modélisations plus ou moins simplifiées, selon le contexte. D'un projet à l'autre il y a beaucoup de points communs, que ce soit dans la méthode, dans la modélisation ou les motivations.

L'organisation de cette partie du mémoire essaie de rendre compte de cette approche, en présentant d'abord les raisonnements, les théories et les méthodes que j'ai utilisés dans mes différents projets. J'ai volontairement privilégié une présentation synthétique pour faire ressortir les points communs et passé sous silence beaucoup de détails propres à chaque problème particulier. Après la discussion du contexte (§A.1), des objectifs (§A.2), des configurations (§A.3) et des motivations (§A.4), j'exposerai dans un cadre général les différentes techniques analytiques (§A.5) et numériques (§A.6) qui m'ont permis d'aborder des problèmes variés. Finalement, je résumerai les principaux résultats obtenus (§A.7) en me référant aux articles publiés. Tous les articles dont je suis (co)auteur sont listés en §C.1 et disponibles en texte intégral en suivant les liens correspondants à partir de l'adresse <http://www.lmfa.fr/perso/Benoit.Pier/pub/>.

A.1. Contexte

A.1.1. Écoulements ouverts

Les *écoulements ouverts* sont ceux où le fluide ne reste pas enfermé dans une certaine région de l'espace. Du fait que le fluide entre d'un côté et ressort de l'autre, la dynamique de ces écoulements s'organise le long d'une direction particulière et se développe de l'amont vers l'aval. De tels écoulements peuvent être internes (dans un tuyau, un vaisseau sanguin ou un puits de pétrole) ou externes (autour d'un obstacle, au-dessus d'un disque tournant ou le long d'un cylindre en rotation). Il se peut que la direction principale de l'écoulement change localement d'orientation, et même qu'une partie du fluide reste piégée dans une région de l'espace, comme la zone de recirculation observée dans le sillage d'un cylindre.

La notion d'écoulement ouvert est toujours associée à celle d'un référentiel particulier. S'il est "évident" que le fluide entre et sort du domaine qui nous intéresse, il est aussi "évident" que l'on observe cet écoulement par rapport à ce même domaine. Ainsi, le référentiel naturel est celui de l'observateur (debout dans sa salle de manip à faire des mesures au fil chaud, assis dans l'avion à observer la couche limite qui enveloppe l'aile, couché à l'hôpital sous un appareil echo-Doppler) et l'invariance galiléenne n'est pas très utile quand on se penche sur les écoulements ouverts.

A.1.2. Instabilités et transition

L'étude des *instabilités* consiste à analyser comment un écoulement donné se comporte lorsqu'il est soumis à des perturbations. Dans cette approche, une hypothèse fondamentale est donc l'existence d'un écoulement non perturbé, l'*écoulement de base*. Lorsqu'il est instable, un tel écoulement de base est généralement impossible à observer expérimentalement (les expériences parfaites n'existent pas) et parfois difficile à simuler numériquement (les simulations parfaites n'existent pas non plus, mais il y a quand même différentes astuces qui permettent de calculer des solutions instables).

Souvent l'écoulement de base est plus "simple" que les perturbations qui se développent : fluctuations temporelles dans un écoulement permanent, ondulations sinueuses dans un sillage symétrique, perturbations tridimensionnelles dans une configuration bidimensionnelle... C'est d'ailleurs en tirant parti des symétries supplémentaires de l'écoulement de base par rapport à la perturbation qu'il est souvent possible de calculer numériquement cet écoulement de base.

La situation la plus ennuyeuse (mais parfois la plus âprement recherchée !), c'est l'*écoulement stable* qui revient à l'état non perturbé parce que toutes les perturbations finissent par disparaître. Mais même pour un écoulement stable, certaines perturbations peuvent être amorties très rapidement alors que d'autres peuvent donner lieu à un régime transitoire au cours duquel les fluctuations sont amplifiées de manière importante avant de finalement décroître.

Un écoulement est *instable* s'il existe au moins une forme de perturbation qui ne sera pas amortie. L'amplification peut se faire au cours du temps mais également en espace lorsque les perturbations se propagent vers l'aval ou l'amont. L'étude de la dynamique spatio-temporelle des perturbations est particulièrement importante dans le cas des écoulements ouverts. À cause de la direction principale de l'écoulement, les perturbations ont tendance à être emportées par l'écoulement de base vers l'aval plutôt que vers l'amont. Certaines perturbations peuvent être amplifiées tout en étant emportées par l'écoulement vers l'aval. Dans ce cas les perturbations finissent par quitter le domaine et, après une phase transitoire, le système revient à l'écoulement de base non perturbé. Ce type d'écoulement ouvert, dit *convectivement instable*, se comporte essentiellement comme un amplificateur de bruit et n'a de comportement non trivial que s'il est constamment perturbé : les fluctuations observées à la sortie reproduisent celles présentes à l'entrée, amplifiées d'une certaine façon. En revanche, lorsque les instabilités sont plus fortes, ou l'écoulement de base plus faible, il se peut que les perturbations se propagent vers l'aval, mais sans être complètement évacuées, et qu'elles se propagent également vers l'amont, de sorte à contaminer l'ensemble du système. Dans ce cas, dit *absolument instable*, il suffit d'une unique perturbation pour déclencher des fluctuations qui se développent et se maintiennent dans tout le système à tout jamais. En outre, des résonances peuvent entrer en jeu pour accorder l'ensemble des fluctuations à une même fréquence : ces écoulements se comportent alors comme des oscillateurs intrinsèques.

Pour les écoulements ouverts, la distinction entre instabilités convective et absolue est plus importante que celle entre stabilité et instabilité. En effet, la dynamique sur le long terme d'un écoulement absolument instable n'a rien à voir avec celle d'un écoulement convectivement instable, qui ressemble finalement beaucoup à celle d'un écoulement stable.

Ces différentes notions d'instabilités sont rigoureusement et mathématiquement définies pour des perturbations de faible amplitude et pour des écoulements de base parallèles, c'est-à-dire invariants le long de la direction de l'écoulement [25,46]*. Dans la pratique, la plupart des écoulements ouverts ne sont pas parfaitement parallèles. Néanmoins, ces notions restent valables localement, du moment que l'échelle caractéristique de variation de l'écoulement de base est grande devant l'échelle typique des instabilités. Pour un écoulement se développant en espace et sous l'hypothèse de faible non-parallélisme, il est alors possible d'identifier les régions où l'écoulement est localement stable, localement convectivement instable ou localement absolument instable. Lorsqu'un écoulement présente une zone d'instabilité absolue locale, on s'attend alors à des perturbations qui se développent dans cette région-là sans être emportées par l'écoulement et même capables de remonter le courant

* Le détail des références bibliographiques citées peut être consulté en §E.

jusqu'au bord amont de la région absolument instable. Ainsi, en utilisant des méthodes en échelles multiples, il est possible de prédire le comportement global en étudiant les caractéristiques d'instabilités locales.

Lorsque des instabilités se développent, l'amplitude des fluctuations croît et l'hypothèse de petites perturbations finit par ne plus être valable. Une théorie pleinement non linéaire est alors nécessaire pour rendre compte de la dynamique. Comme l'énergie disponible dans tout système physique n'est pas infinie, la croissance des perturbations doit nécessairement s'arrêter. Dans certains cas, la dynamique aboutit alors à un régime, certes plus complexe que l'écoulement de base initial, mais néanmoins encore assez régulier. C'est le cas par exemple du sillage d'un cylindre, où l'écoulement permanent est remplacé par un régime périodique : la célèbre allée de von Kármán caractérisée par l'émission d'une série de tourbillons contrarotatifs à une fréquence bien déterminée. Après une telle *bifurcation*, l'apparition du nouveau régime s'accompagne de la perte de certaines des symétries de l'écoulement de base. Si ce nouvel écoulement est observable expérimentalement, c'est que cette solution *primaire* est sans doute stable par rapport à des perturbations *secondaires*. En effet, en prenant l'écoulement bifurqué comme nouvel écoulement de base, on peut en étudier la stabilité à son tour en considérant des perturbations secondaires de faible amplitude. Ainsi, les bifurcations peuvent s'enchaîner pour conduire par étapes à des régimes de plus en plus complexes. Le sillage d'une sphère connaît ainsi une première bifurcation entre une solution axisymétrique et une solution avec un plan de symétrie qui reste un écoulement permanent, une deuxième bifurcation qui s'accompagne de périodicité tout en conservant le plan de symétrie, et encore une troisième bifurcation où l'orientation du plan de symétrie se met à fluctuer.

Mais ce n'est pas parce que l'amplitude des fluctuations ne peut devenir infinie que la dynamique aboutit forcément à un régime régulier. Ainsi, une instabilité peut conduire à un régime irrégulier plutôt qu'à un régime avec moins de symétrie mais encore régulier. On parle alors de *transition*. Après la transition, le régime devient plus ou moins turbulent. Mais comme je ne me suis pas tellement aventuré dans les zones turbulentes, ce mémoire est surtout consacré à l'étude des instabilités sans guère dépasser la limite de la transition.

A.1.3. Courbure et rotation

Tous les écoulements non triviaux présentent des régions de cisaillement : deux éléments de fluide voisins se déplacent dans la même direction mais à des vitesses légèrement différentes. L'existence et la distribution de ces contraintes de cisaillement jouent un rôle important dans la dynamique.

Dans les écoulements ouverts "sans paroi" on a l'habitude de distinguer les jets, les sillages et les couches de mélange. Dans ces exemples le champ de vitesse est essentiellement unidirectionnel et les zones de cisaillement alignées avec la direction principale de l'écoulement, le long de laquelle elles se développent.

La situation se complique au voisinage d'un corps solide lorsque ses parois sont courbes ou animées d'un mouvement de rotation : le fluide est alors dévié par les obstacles ou entraîné par les parois en mouvement. C'est justement l'influence de la courbure ou de la rotation, ou des deux simultanément, sur la dynamique des écoulements qui peut donner lieu à des comportements particulièrement intéressants et qui peut être considéré un peu comme le fil conducteur de tous les travaux relatés dans ce mémoire.

Parmi les grandes classes d'écoulements ouverts que j'ai étudiés, il y a ceux qui se font autour d'un obstacle et ceux qui s'effectuent à l'intérieur d'une conduite ou même dans l'espace entre deux cylindres ou le long d'un seul cylindre.

Pour le sillage d'un cylindre, les effets de courbure sont confinés au voisinage de l'obstacle. L'écoulement incident doit contourner le cylindre et c'est en aval du cylindre que se forme alors une zone de recirculation qui peut donner lieu à la production régulière de tourbillons qui ensuite se propagent vers l'aval. Dans cette configuration, la surface de l'obstacle n'a de courbure que dans une direction et la dynamique est essentiellement bidimensionnelle — les effets tridimensionnels ne deviennent importants que bien après la première bifurcation.

Un obstacle sphérique donne lieu à un sillage qui est intrinsèquement tridimensionnel, même si l'écoulement de base reste axisymétrique. Ainsi, le scénario développé pour expliquer la dynamique et la sélection de fréquence dans le sillage d'un cylindre reste valable dans les grandes lignes pour le sillage d'une sphère.

Parmi les écoulements à l'intérieur d'une conduite, celui de Poiseuille est certainement un des plus élémentaires, même si sa dynamique est loin d'être comprise dans tous les détails. Le travail sur l'écoulement dans un modèle d'anévrisme correspond à une situation où il y a de la courbure dans deux directions au niveau de l'élargissement de l'anévrisme. La prise en compte d'un écoulement pulsé modifie encore profondément la dynamique, que ce soit pour un tuyau droit ou avec une dilatation locale.

Pour la rotation, c'est la couche limite tridimensionnelle produite par un disque tournant qui a été au cœur d'une série de travaux analytiques, numériques et expérimentaux. Cette configuration est vraiment l'équivalent de la drosophile pour les études d'instabilités, de transition et de contrôle.

L'étude du sillage d'une sphère en rotation autour d'un axe aligné avec l'écoulement incident a permis de mettre en évidence l'influence respective de la courbure et de la rotation sur la dynamique globale. Plus récemment, les études de l'écoulement de Taylor–Couette–Poiseuille excentrique (écoulement entre deux cylindres excentriques avec rotation du cylindre intérieur et débit axial), de la couche limite le long d'un cylindre en rotation ou encore de l'écoulement dans un tuyau en rotation autour de son axe ont été l'occasion de mettre en évidence les effets combinés de courbure et de rotation pour une vaste classe de configurations. Sans surprise, la dynamique en présence simultanée de courbure et de rotation peut être radicalement différente de la situation qui prévaut lorsqu'il n'y a qu'un seul de ces deux éléments.

A.2. Objectifs

Dans ces différents contextes, il s'agit de comprendre la dynamique globale d'un système, d'étudier le devenir des perturbations qui peuvent se développer, de caractériser la sensibilité du comportement à différents facteurs, ou encore de mettre au point des méthodes pour modifier ou contrôler la dynamique qui a tendance à se développer naturellement.

A.2.1. Dynamique globale

Pour n'importe quelle configuration donnée, la première question qui se pose est sans doute celle de son comportement global. L'écoulement va-t-il être permanent, ou périodique ou désordonné ? Quelle est sa structure spatiale ? L'activité n'est-elle importante que dans une région confinée de l'espace ou tout le fluide participe-t-il à la dynamique ?

Pour répondre à toutes ces questions, on peut mettre en place une expérience ou une simulation numérique et observer ce qui se passe. En faisant varier des paramètres de contrôle (comme par exemple la vitesse de l'écoulement incident dans un sillage, le taux de rotation de l'obstacle...), il est alors possible d'identifier différents régimes et de caractériser les valeurs particulières pour lesquelles s'effectue une transition entre deux régimes.

De telles expérimentations permettent d'apprendre beaucoup de choses sur le comportement d'un système. Mais ensuite il faut passer de l'observation à l'explication et essayer de comprendre pourquoi un écoulement présente une certaine dynamique globale plutôt qu'une autre.

A.2.2. Devenir des perturbations

La sélection d'un certain comportement global est intimement liée au devenir des perturbations : c'est en perturbant un écoulement donné et en étudiant comment il répond à différentes formes de perturbations qu'il est possible d'expliquer les scénarios de bifurcation et de transition.

Il y a beaucoup de façons de perturber un système donné et d'étudier sa réponse. En général on commence par des perturbations de faible amplitude.

Le *problème temporel* consiste à étudier la réponse au cours du temps à une perturbation initiale périodique en espace. En fonction de la longueur d'onde de la perturbation initiale (et de l'écoulement en question), la réponse peut être amplifiée ou amortie au cours du temps, ce qui renseigne sur les propriétés de stabilité aux petites perturbations.

Une autre façon de faire est d'étudier la réponse spatiale à un forçage périodique en temps appliqué localement en espace : c'est le *problème spatial*. Là encore, la réponse au forçage peut être amplifiée ou amortie, et le comportement peut être différent en aval ou en amont de la source.

À cause du principe de causalité, la réponse dans le problème temporel ne peut se développer qu'après la perturbation initiale. En revanche, dans le problème spatial, la réponse peut se développer vers l'aval et vers l'amont. En général, une perturbation est emportée plus facilement vers l'aval qu'elle ne peut remonter le courant vers l'amont ; ainsi, il arrive souvent que la réponse spatiale à un forçage harmonique soit amplifiée vers l'aval mais amortie vers l'amont.

Enfin, la réponse impulsionnelle est le résultat d'une perturbation à la fois localisée en espace et instantanée. Une telle perturbation produit un paquet d'ondes qui peut croître, s'étaler, se propager de différentes façons. L'étude de la dynamique spatio-temporelle de la réponse impulsionnelle résume à elle seule la majorité des caractéristiques de stabilité linéaire d'un système.

Dans les situations où une perturbation est amplifiée, que ce soit en temps ou en espace, ou les deux, les fluctuations deviennent forcément importantes, même si l'amplitude du forçage qui les a déclenchées est extrêmement faible. Alors, une approche en termes de "petites fluctuations" n'a qu'une validité limitée et une méthode capable de prendre en compte des perturbations de grande amplitude devient nécessaire pour appréhender le comportement de ces écoulements sur le long terme.

Ainsi, des théories pleinement non linéaires ont été développées pour comprendre et expliquer comment des régimes pleinement développés sont sélectionnés et se maintiennent dans les écoulements instables.

A.2.3. Sensibilité

Parmi toutes les façons de perturber un écoulement, il y en a qui sont plus efficaces que d'autres. En effet, des résultats très différents peuvent être obtenus en modifiant la forme de la perturbation initiale mais sans modifier l'énergie dépensée. Ainsi, la réceptivité d'un écoulement à un forçage extérieur dépend de beaucoup de facteurs, et certaines perturbations particulières (les *perturbations optimales*) ont un effet beaucoup plus important que d'autres. Ce qui est considéré comme "optimal" dépend évidemment du but recherché (sur le long terme, pour un instant donné, dans une région donnée de l'espace...).

S'il est très important de comprendre comment un écoulement réagit sous l'influence de perturbations extérieures introduisant des fluctuations du champ de vitesse, il est tout aussi important de savoir prédire l'effet de petites modifications du système lui-même : modification de la géométrie, variations des paramètres de contrôle...

L'étude de la *sensibilité structurelle* consiste précisément à étudier et quantifier les modifications du comportement global dues à des variations de la configuration. Une telle étude est nécessaire pour démontrer que des résultats obtenus dans une certaine configuration sont robustes, c'est-à-dire ont une portée générale et ne sont pas valables seulement pour une configuration extrêmement particulière. En effet, n'importe quelle application concrète n'est qu'approximativement reproduite par les modèles théoriques ou numériques. Pour que les résultats obtenus soient pertinents, il faut s'assurer qu'ils ne sont pas trop dépendants de telle configuration ou de telle hypothèse particulière utilisée pour la modélisation.

A.2.4. Contrôle

Les techniques de *contrôle* d'un écoulement consistent à agir de manière ciblée sur un système de sorte à modifier son comportement naturel. L'objectif recherché est souvent une diminution des

pertes d'énergie, mais cela peut aussi être une réduction du bruit ou des vibrations, ou au contraire une augmentation des propriétés de mélange.

Dans tous les cas, le succès d'une telle approche nécessite de bien connaître la dynamique du système à contrôler et de mettre à profit ses propriétés.

Les stratégies de contrôle dont l'efficacité a été démontrée jusqu'à maintenant utilisent en général des méthodes de contrôle en boucle fermée. Ces méthodes nécessitent de mesurer en temps réel de nombreuses caractéristiques de l'écoulement à contrôler et ont donc l'inconvénient d'être extrêmement difficiles à mettre en pratique. L'efficacité de tels scénarios n'a, pour le moment, été démontrée que pour des cas d'école et par simulation numérique.

Au cours de mon travail, j'ai pu proposer une méthode de contrôle en boucle ouverte, donc plus facile à mettre en œuvre, et qui est économe en termes d'énergie dépensée, car elle tire profit des instabilités mêmes du système à contrôler. Cette technique ne cherche pas à supprimer les fluctuations mais seulement à remplacer la dynamique intrinsèque par un régime périodique bien choisi de sorte à améliorer les performances du système. C'est précisément l'étude de la dynamique globale, du devenir des perturbations et de la sensibilité qui a rendu possible la conception de cette nouvelle méthode de contrôle.

A.3. Configurations

Les écoulements ouverts ne sont pas tout à fait quelconques puisqu'il existe toujours une direction privilégiée de l'écoulement le long de laquelle la dynamique s'organise. Ainsi, est-il généralement pertinent de les étudier en les comparant à des configurations plus ou moins parallèles.

A.3.1. Écoulements parallèles

On dit d'un écoulement qu'il est "parallèle" s'il existe une direction le long de laquelle le champ de vitesse est invariant. En général, c'est aussi la direction principale de l'écoulement.

Le cas le plus simple est un écoulement permanent dont le champ de vitesse ne comporte qu'une seule composante et dont le profil varie en fonction d'une direction orthogonale. L'archétype de cette configuration est l'écoulement de Poiseuille entre deux plaques planes et parallèles, avec un profil de vitesse parabolique. Le même profil parabolique est obtenu lorsque l'écoulement se fait non pas entre deux plaques parallèles mais dans un tuyau cylindrique.

Un écoulement parallèle peut être périodique en temps : c'est le cas de la couche de Stokes, produite au contact d'une plaque oscillante, et des solutions de Womersley dues à un gradient de pression périodique mettant en mouvement le fluide contenu dans un tuyau.

Les exemples précédents sont bidimensionnels : le champ de vitesse n'a qu'une composante et ne dépend que d'une coordonnée. Un écoulement parallèle peut également avoir une seconde composante de vitesse dans une direction transverse. C'est le cas, par exemple, de l'écoulement à travers un tuyau cylindrique en rotation autour de son axe ou de l'écoulement de Taylor–Couette–Poiseuille.

Le champ de vitesse d'un écoulement parallèle peut aussi dépendre d'une seconde coordonnée, forcément aussi transverse à la direction principale de l'écoulement. C'est le cas, notamment de l'écoulement de Taylor–Couette–Poiseuille excentrique.

Lorsque l'écoulement n'est pas confiné, les écoulements parallèles et permanents sont plus rares car la diffusion visqueuse a tendance à étaler les profils de vitesse : un écoulement parallèle de jet ou de sillage va évoluer au cours du temps, tout en restant parallèle. Des écoulements cisailés permanents et parallèles sont néanmoins possibles en présence d'une force volumique dont le rôle est précisément de contrecarrer l'effet de la viscosité (force d'antidiffusion). Une telle configuration est réalisable numériquement, expérimentalement c'est plus compliqué...

Les écoulements dits "parallèles" sont abordés dans tous les livres de mécanique des fluides, mais en fait, ils sont quand même plutôt rares dans la pratique. Néanmoins, il y a beaucoup de situations où les écoulements sont quand même presque parallèles. Alors, les résultats obtenus dans le cadre

des écoulements parallèles peuvent rester valables localement, et le faible non-parallélisme permet une approche asymptotique.

A.3.2. Couches limites et écoulements faiblement non parallèles

Quand un écoulement (visqueux) se fait le long d'une paroi ou d'un obstacle, la vitesse du fluide s'adapte à la présence de ce corps solide : au contact, la vitesse relative entre le fluide et le solide s'annule, et il en résulte une région de cisaillement, de production de vorticité et de dissipation d'énergie. Si la vitesse incidente est assez importante ou la viscosité assez faible, l'épaisseur de cette zone de cisaillement est petite devant les dimensions du corps solide. Cette séparation d'échelles est la propriété caractéristique des couches limites et permet d'introduire des coordonnées "rapides" et "lentes" pour utiliser le fait que les composantes du champ de vitesse varient différemment dans les différentes directions.

Même en l'absence de paroi ou d'obstacle, cette séparation d'échelles peut être valable. En général, lorsque le nombre de Reynolds est assez élevé, les composantes du champ de vitesse varient beaucoup plus lentement dans la direction principale de l'écoulement que dans la ou les directions transverses.

Dans ces conditions on peut considérer que l'écoulement n'est que *faiblement non parallèle* et les approches développées dans le cadre des écoulements parallèles restent valables localement. Des analyses en échelles multiples permettent alors de faire le lien entre les propriétés locales et le comportement global. Une telle stratégie a largement fait ses preuves et a permis de comprendre la dynamique d'un grand nombre de situations.

Lorsqu'un écoulement n'est ni parallèle, ni faiblement non parallèle, une séparation d'échelles n'est pas possible et il faut traiter le problème dans son ensemble. Mais même pour les écoulements qui varient considérablement dans toutes les directions de l'espace, il peut encore y avoir des régions où la dynamique est raisonnablement décrite par une approche faiblement non parallèle. Parfois les théories rigoureusement démontrées dans la limite asymptotique d'un paramètre tendant vers zéro continuent d'être valables pour des valeurs importantes du "petit" paramètre. C'est par exemple le cas des sillages (cylindre ou sphère) pour des valeurs modérées du nombre de Reynolds.

A.4. Applications

Souvent on nous demande si notre travail est plutôt fondamental ou plutôt appliqué (et de nos jours on désigne cela par les termes "amont" ou "aval"). C'est une question qui reste sans réponse car il est clair qu'un travail de recherche est toujours trop fondamental pour certains et trop appliqué pour d'autres.

Toutes les études relatées ici l'ont été d'abord dans le but de faire progresser la connaissance autour de certains types d'écoulements aux propriétés particulièrement intéressantes. Si mon attention a été attirée par certaines configurations, c'est qu'elles sont représentatives dans des domaines précis et susceptibles d'être abordées par des théories et méthodes développées par ailleurs. Ainsi, les analyses d'instabilités spatio-temporelles ont permis d'éclairer la dynamique d'une couche limite qui se développe le long d'une aile d'avion. L'étude des sillages d'une sphère a été motivée par un problème qui se pose dans les écoulements à bulles. L'écoulement de Taylor-Couette-Poiseuille excentrique a beau être le cas d' cole parfait, il provient quand même de l'industrie de forage de puits pétroliers. Le travail sur des écoulements pulsés dans un tuyau a été entrepris suite à des échanges avec un chirurgien vasculaire.

Tous ces contextes font intervenir des écoulements ouverts ; leur étude englobe donc forcément à la fois l'amont et l'aval...

A.4.1. Aéronautique

Une couche limite tridimensionnelle est caractérisée par trois composantes de vitesse qui varient rapidement au voisinage d'une paroi. L'exemple typique est l'écoulement autour d'une aile d'avion : l'angle de flèche introduit une composante parallèle au bord d'attaque d'où il résulte un écoulement intrinsèquement tridimensionnel. Des couches limites similaires se rencontrent dans de nombreuses autres configurations lorsqu'un écoulement arrive en biais sur un obstacle (non seulement les ailes d'avion, mais aussi les coques de bateaux, ou encore les locomotives de TGV), ou pour un objet qui tourne dans un fluide (turbocompresseurs, éoliennes, pompes centrifuges). Tous ces systèmes sont le siège d'instabilités qui conduisent très rapidement à un régime turbulent [45].

Malgré la variété des configurations, les exemples cités donnent lieu à des profils de vitesse aux propriétés très similaires, et c'est l'écoulement produit par un disque de grand rayon tournant dans un fluide au repos qui constitue la configuration fondamentale pour étudier ces couches limites. En effet, ce dispositif présente toutes les caractéristiques d'une couche limite tridimensionnelle générique tout en s'affranchissant de la complexité géométrique de tel ou tel exemple particulier. En outre, von Kármán [29] a montré dès 1921 que l'écoulement de base s'obtient comme solution auto-similaire des équations de Navier–Stokes, ce qui facilite les études théoriques. Expérimentalement, ce système est connu pour donner lieu à une transition vers un régime turbulent au-delà d'un rayon critique qui se situe à environ 500 fois l'épaisseur de la couche limite. L'hypothèse d'un écoulement quasi-parallèle est donc également très bien vérifiée.

Toutes ces raisons font de cette couche limite particulière une configuration privilégiée pour mettre au point de nouvelles méthodes et développer de nouvelles théories, en vue de les utiliser dans des cas plus pratiques.

C'est ainsi que j'ai pu proposer un scénario théorique pour la transition observée autour du rayon critique [A9]* et montrer que cette couche limite est susceptible d'être contrôlée par une méthode en boucle ouverte [A10]. Après ces résultats numériques et théoriques, la conception d'un dispositif expérimental a été entreprise dans le but d'étudier plus précisément la dynamique au voisinage de la transition [A13], ainsi que les effets du bord du disque [A16].

A.4.2. Écoulements diphasiques

Les écoulements contenant des particules solides ou des bulles de gaz sont l'objet de nombreux travaux, notamment au LMFA. C'est précisément un phénomène observé par mes collègues de l'équipe diphasique et le constat que les théories et outils que j'avais développés par ailleurs pourraient être utilisés dans ce nouveau cas de figure qui a été à l'origine de mes études des sillages de sphères. Même si la configuration est plus complexe et les hypothèses moins bien vérifiées, il a été montré que les principes qui régissent le sillage d'un cylindre [A7] restent globalement valables pour le sillage d'une sphère [A11]. Ensuite, la continuation de cette étude pour l'écoulement autour de sphères en rotation a permis de mettre en évidence et de caractériser les différents régimes obtenus dans ce cadre plus général [A14].

A.4.3. Extraction pétrolière

Les opérations de forage d'un puits pétrolier consistent à creuser dans la roche sur de grandes profondeurs. À cet effet, la tête de forage est entraînée par un tube creux par lequel on injecte un fluide dont le rôle est, entre autres, de ramener à la surface les débris de roche produits au cours du forage. L'écoulement de retour vers la surface se fait entre le tube d'entraînement et les parois du puits. Ces opérations sont souvent gênées par des perturbations de l'écoulement qui conduisent à des pertes de charge et des difficultés à faire circuler le fluide. Une explication possible serait qu'une transition vers un régime turbulent est la cause de ces complications.

* Les références de la forme [An] renvoient aux articles dont je suis (co)auteur, listés en §C.1.

C'est pour étudier cette hypothèse qu'a été entreprise l'étude de l'écoulement produit entre deux cylindres, avec rotation du cylindre intérieur et débit dans la direction axiale (écoulement de Taylor–Couette–Poiseuille). Les axes des deux cylindres sont parallèles mais non confondus. Vu la grande longueur et le faible diamètre des puits réels, l'hypothèse d'un écoulement localement parallèle est parfaitement justifiée. Dans cet écoulement, la rotation est un facteur d'instabilité et le débit axial tend à emporter les perturbations vers la surface. Ainsi, une possible transition d'un régime convectivement instable vers un régime absolument instable pourrait être la clef des difficultés rencontrées par les industriels. Effectivement, après une étude des instabilités temporelles [A15], nous avons pu mettre en évidence l'existence de régimes absolument instables [A17]. Ce travail va maintenant être continué dans le régime non linéaire, en collaboration avec le BP Institute de l'université de Cambridge (Royaume-Uni).

A.4.4. Circulation sanguine

Dans le corps humain, le sang est pompé par le cœur à travers un réseau d'un grand nombre de vaisseaux de toutes tailles. Une caractéristique importante de cet écoulement est qu'il est pulsé : le débit varie périodiquement au cours du temps. Ainsi, les vaisseaux sont constamment sollicités et subissent des contraintes pariétales avec des fluctuations temporelles de grande ampleur. Le rôle de ces contraintes fluides dans l'entretien ou l'usure des tissus des vaisseaux est très mal connu. En fait, les contraintes elles-mêmes sont difficiles à caractériser précisément.

Parmi les pathologies très répandues il y a les anévrismes artériels. Les plus courants affectent l'aorte abdominale et se caractérisent par une importante dilatation localisée du vaisseau sanguin. Une telle pathologie peut conduire à la rupture du vaisseau, ce qui a des conséquences dramatiques. Une intervention chirurgicale n'étant pas anodine, il est important de pouvoir diagnostiquer les cas dangereux et donc d'identifier les facteurs qui peuvent conduire à la rupture. À présent, les critères cliniques sont essentiellement basés sur une mesure de la taille de l'anévrisme [49]. Le rôle de la dynamique de l'écoulement sanguin n'est guère connu [30], alors que les forces exercées sur la paroi artérielle ont certainement une influence considérable dans le processus de fragilisation des vaisseaux.

Ce travail a été entrepris pour mieux comprendre la dynamique de l'écoulement qui prévaut dans une telle configuration, pour pouvoir en déduire les efforts induits sur les parois des vaisseaux, notamment par les forces de cisaillement. Ce projet a pu être mené à bien en réutilisant certains des outils numériques et des méthodes analytiques développés lors de mes études précédentes et en les appliquant à ce nouveau contexte. L'étude, basée sur un modèle simplifié d'anévrisme qui consiste en un tuyau de section circulaire avec un renflement de forme gaussienne, a été réalisée en deux étapes : pour appréhender ce problème nous avons d'abord considéré un écoulement permanent [A18], avant de prendre en compte la pulsation [A19]. Ce travail se poursuit en collaboration avec le service de chirurgie vasculaire de l'Hôpital Édouard-Herriot.

A.5. Méthodes analytiques

La mécanique des fluides est largement dominée par un unique système d'équations : les équations de Navier–Stokes. De plus, pour les écoulements rencontrés le plus couramment, la compressibilité est négligeable alors que la viscosité ne l'est pas. Bien sûr, il existe des situations qu'on ne peut expliquer sans prendre en compte la compressibilité et d'autres où la viscosité n'intervient presque pas et encore d'autres où les effets visqueux ne peuvent être décrits par une simple constante. Néanmoins, ce sont les équations de Navier–Stokes incompressibles qui occupent une place de choix dans toutes les études en mécanique des fluides depuis bientôt deux siècles. Ces équations aux dérivées partielles non linéaires donnent lieu à une dynamique tellement riche qu'elles continuent d'intriguer les chercheurs et les ingénieurs. Comme elles sont au cœur des études relatées dans ce mémoire, il faut commencer par les écrire.

A.5.1. Les équations de Navier–Stokes

La dynamique d'un écoulement fluide est décrite par un champ vectoriel de vitesse $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ et un champ scalaire de pression $p(\mathbf{x}, t)$, qui dépendent de la position dans l'espace, \mathbf{x} , et du temps, t . Les équations de Navier–Stokes peuvent alors s'écrire sous la forme

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \nu \Delta \mathbf{u} - \nabla p, \quad (1)$$

$$0 = \nabla \cdot \mathbf{u}. \quad (2)$$

Dans cette formulation, on considère la situation d'un écoulement visqueux incompressible qui est en outre de densité constante. Cette dernière hypothèse est légitime dans beaucoup de situations concrètes (en tout cas toutes celles considérées dans ce mémoire) et permet de redéfinir la pression pour éliminer la densité des équations. Le seul paramètre de contrôle qui apparaît alors explicitement dans les équations est la viscosité cinématique ν .

Il y a essentiellement cinq termes dans les équations de Navier–Stokes. L'équation de la quantité de mouvement (1) relie l'évolution temporelle du champ de vitesse $\partial_t \mathbf{u}$ aux effets d'advection $(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$, aux effets visqueux $\nu \Delta \mathbf{u}$ et au gradient de pression ∇p . L'équation d'incompressibilité (2) exprime la contrainte que l'évolution se fait parmi les champs de vitesse de divergence nulle. Il faut souligner la fonction particulière du gradient de pression, dont on pourrait dire que le seul rôle est de faire en sorte que le champ de vitesse reste incompressible au cours du temps. C'est d'ailleurs le cœur de beaucoup de méthodes numériques : trouver le bon gradient de pression pour que la condition (2) continue d'être satisfaite à chaque pas de temps.

Même s'il n'y a guère que le terme d'advection qui soit non linéaire, il suffit pour engendrer des dynamiques extrêmement riches et complexes.

A.5.2. Système de coordonnées cartésiennes et cylindriques

Le mouvement d'un fluide, régi par les équations (1,2), ne dépend évidemment pas du système de coordonnées utilisé pour repérer une position dans l'espace ou décrire les composantes de la vitesse. Néanmoins, dans la pratique, il faut bien adopter un système de coordonnées et traduire les équations du mouvement pour ce système-là. Pour les configurations étudiées dans ce travail, les systèmes de coordonnées cartésiennes et cylindriques sont particulièrement adaptés. Il est donc utile d'explicitier la formulation des équations de Navier–Stokes pour ces deux cas.

En adoptant un système de coordonnées cartésiennes, où les vecteurs unitaires \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y et \mathbf{e}_z forment un repère orthonormé, un point de l'espace est repéré par ses coordonnées $\mathbf{x} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z$, tandis que la vitesse est donnée par ses composantes $\mathbf{u} = u_x\mathbf{e}_x + u_y\mathbf{e}_y + u_z\mathbf{e}_z$. Les différents termes de (1,2) prennent alors la forme suivante :

$$\partial_t \mathbf{u} = \partial_t u_x \mathbf{e}_x + \partial_t u_y \mathbf{e}_y + \partial_t u_z \mathbf{e}_z, \quad (3)$$

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = (u_x \partial_x + u_y \partial_y + u_z \partial_z) \mathbf{u}, \quad (4)$$

$$\Delta \mathbf{u} = \Delta u_x \mathbf{e}_x + \Delta u_y \mathbf{e}_y + \Delta u_z \mathbf{e}_z, \quad (5)$$

$$\nabla p = \partial_x p \mathbf{e}_x + \partial_y p \mathbf{e}_y + \partial_z p \mathbf{e}_z, \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \partial_x u_x + \partial_y u_y + \partial_z u_z, \quad (7)$$

où le Laplacien scalaire est donné par $\Delta \equiv \partial_{xx} + \partial_{yy} + \partial_{zz}$. Avec ce choix de système de coordonnées, les équations de Navier–Stokes prennent la forme suivante :

$$\partial_t u_x + (u_x \partial_x + u_y \partial_y + u_z \partial_z) u_x = \nu \Delta u_x - \partial_x p, \quad (8)$$

$$\partial_t u_y + (u_x \partial_x + u_y \partial_y + u_z \partial_z) u_y = \nu \Delta u_y - \partial_y p, \quad (9)$$

$$\partial_t u_z + (u_x \partial_x + u_y \partial_y + u_z \partial_z) u_z = \nu \Delta u_z - \partial_z p, \quad (10)$$

$$0 = \partial_x u_x + \partial_y u_y + \partial_z u_z. \quad (11)$$

En adoptant un système de coordonnées cylindriques, un point de l'espace est repéré par ses coordonnées radiale r , azimutale θ et axiale z . En introduisant les vecteurs unitaires \mathbf{e}_r , \mathbf{e}_θ et \mathbf{e}_z formant un repère orthonormé qui cette fois dépend aussi de la position, un point de l'espace est donné par $\mathbf{x} = r\mathbf{e}_r + z\mathbf{e}_z$ et la vitesse par $\mathbf{u} = u_r\mathbf{e}_r + u_\theta\mathbf{e}_\theta + u_z\mathbf{e}_z$. La reformulation des équations de Navier–Stokes en coordonnées cylindriques produit des termes supplémentaires, dus au fait que les directions \mathbf{e}_r et \mathbf{e}_θ dépendent de la position, pour donner

$$\partial_t u_r + \left(u_r \partial_r + \frac{1}{r} u_\theta \partial_\theta + u_z \partial_z \right) u_r - \frac{1}{r} u_\theta^2 = \nu \left[\Delta u_r + \frac{1}{r^2} (-u_r - 2\partial_\theta u_\theta) \right] - \partial_r p, \quad (12)$$

$$\partial_t u_\theta + \left(u_r \partial_r + \frac{1}{r} u_\theta \partial_\theta + u_z \partial_z \right) u_\theta + \frac{1}{r} u_r u_\theta = \nu \left[\Delta u_\theta + \frac{1}{r^2} (-u_\theta + 2\partial_\theta u_r) \right] - \frac{1}{r} \partial_\theta p, \quad (13)$$

$$\partial_t u_z + \left(u_r \partial_r + \frac{1}{r} u_\theta \partial_\theta + u_z \partial_z \right) u_z = \nu \left[\Delta u_z \right] - \partial_z p, \quad (14)$$

$$0 = \partial_r u_r + \frac{1}{r} u_r + \frac{1}{r} \partial_\theta u_\theta + \partial_z u_z, \quad (15)$$

où le Laplacien scalaire est donné par $\Delta \equiv \partial_{rr} + (1/r)\partial_r + (1/r^2)\partial_{\theta\theta} + \partial_{zz}$.

On remarque que l'utilisation des coordonnées cylindriques conduit à des termes en $1/r$ et $1/r^2$, qui sont singuliers quand l'axe $r = 0$ fait partie du domaine fluide. Mais cette singularité n'est qu'une singularité apparente, due au système de coordonnées : les différents termes des équations de Navier–Stokes sont parfaitement réguliers partout et le comportement d'une particule fluide ne doit pas dépendre des coordonnées particulières choisies par un théoricien. Aussi, pour une implémentation numérique cohérente, la présence de ces termes apparemment singuliers ne devrait pas poser (trop) de problèmes [6].

La formulation des équations de Navier–Stokes (1,2) en coordonnées cylindriques (12–15) comporte plus de termes qu'en coordonnées cartésiennes (3–7). Néanmoins, la structure de ces systèmes d'équations est très similaire, ce qui permet d'introduire une formulation générale où une position est repérée par trois coordonnées spatiales x_0, x_1 et x_2 , et où la vitesse s'écrit $\mathbf{u} = u_0\mathbf{e}_0 + u_1\mathbf{e}_1 + u_2\mathbf{e}_2$. Le choix $(x_0, x_1, x_2) = (x, z, y)$ ou (r, z, θ) , $(u_0, u_1, u_2) = (u_x, u_z, u_y)$ ou (u_r, u_z, u_θ) et $(\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2) = (\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z, \mathbf{e}_y)$ ou $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_z, \mathbf{e}_\theta)$, s'avère être le plus commode pour la plupart des cas. Avec $\partial_0 \equiv \partial_{x_0}$, $\partial_1 \equiv \partial_{x_1}$ et $\partial_2 \equiv \partial_{x_2}$, les équations de Navier–Stokes prennent alors la forme générale suivante :

$$\partial_t u_0 + \left(u_0 \partial_0 + u_1 \partial_1 + \boxed{\frac{1}{x_0}} u_2 \partial_2 \right) u_0 - \boxed{\frac{1}{x_0}} u_2^2 = \nu \left[\Delta u_0 + \boxed{\frac{1}{x_0^2}} (-u_0 - 2\partial_2 u_2) \right] - \partial_0 p, \quad (16)$$

$$\partial_t u_1 + \left(u_0 \partial_0 + u_1 \partial_1 + \boxed{\frac{1}{x_0}} u_2 \partial_2 \right) u_1 = \nu \left[\Delta u_1 \right] - \partial_1 p, \quad (17)$$

$$\partial_t u_2 + \left(u_0 \partial_0 + u_1 \partial_1 + \boxed{\frac{1}{x_0}} u_2 \partial_2 \right) u_2 + \boxed{\frac{1}{x_0}} u_0 u_2 = \nu \left[\Delta u_2 + \boxed{\frac{1}{x_0^2}} (-u_2 + 2\partial_2 u_0) \right] - \boxed{\frac{1}{x_0}} \partial_2 p, \quad (18)$$

$$0 = \partial_0 u_0 + \boxed{\frac{1}{x_0}} u_0 + \partial_1 u_1 + \boxed{\frac{1}{x_0}} \partial_2 u_2, \quad (19)$$

où $\Delta \equiv \partial_{00} + \boxed{(1/x_0)\partial_0} + \partial_{11} + \boxed{(1/x_0^2)\partial_{22}}$ et les termes encadrés ne sont présents que pour une formulation en coordonnées cylindriques.

Il peut sembler fastidieux d'adopter une telle formulation générale, néanmoins cela s'avère extrêmement utile, notamment pour l'implémentation numérique. En effet, une fois que les différentes routines numériques sont développées dans ce cadre général, elles permettent de traiter une grande variété de problèmes avec un minimum d'ajustements.

A.5.3. Équations simplifiées

Même si les équations de Navier–Stokes (1,2) occupent une place de choix dans tout problème de mécanique des fluides, il y a des situations qu'il est avantageux de traiter avec des modèles simplifiés.

En effet, l'utilisation d'un modèle plus simple peut permettre de se concentrer sur certains aspects d'un problème, de tester des idées nouvelles, éventuellement même de faire des calculs à la main, le tout sans être noyé dans des difficultés techniques ou numériques. Parmi ces modèles simplifiés qui ont rendu de nombreux services aux mécaniciens des fluides, il y a l'équation de Ginzburg–Landau à coefficients complexes

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = a_0(x)\psi + a_1(x)\frac{\partial \psi}{\partial x} + a_2(x)\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + b(x)|\psi|^2\psi, \quad (20)$$

où x est une direction d'espace, t le temps et $\psi(x, t)$ un champ scalaire complexe. La stabilité linéaire de l'état de base $\psi \equiv 0$ dépend des coefficients a_0 , a_1 et a_2 et le coefficient b régit les effets non linéaires. En considérant des coefficients variables en espace, cette équation peut devenir un modèle pour un écoulement dont les propriétés varient en espace.

C'est en partant de l'équation de Ginzburg–Landau (20) que j'ai montré qu'il peut exister deux types de modes globaux non linéaires : les modes doux ou "chapeaux" [A1] et les modes raides ou "éléphants" [A2]. Les deux critères différents qui déterminent la fréquence et la structure spatiale sélectionnées [A4] ont aussi pu être établis avec cette équation. C'est encore ce même modèle unidimensionnel qui a permis la mise au point de la méthode de contrôle en boucle fermée [A8], et plus récemment l'étude du problème spatial dans des systèmes absolument instables [A12], ainsi que celle des modes globaux adjoints et de la sensibilité structurelle [A21]. Le travail sur les modes globaux avec des points selle multiples [A20] a été réalisé dans le même esprit avec une version modifiée de cette équation

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = a_0(x)\psi + a_1(x)\frac{\partial \psi}{\partial x} + a_2(x)\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + a_3(x)\frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3}. \quad (21)$$

Cette équation linéaire est du troisième ordre en dérivées spatiales ce qui suffit pour produire une relation de dispersion avec deux points selle.

A.5.4. Écoulement de base et perturbation

Pour étudier la dynamique d'un écoulement, et en particulier sa réponse à des perturbations, il est commode de séparer l'écoulement total en écoulement de base et perturbation

$$\mathbf{u} = \mathbf{U} + \tilde{\mathbf{u}} \quad \text{et} \quad p = P + \tilde{p}. \quad (22)$$

En substituant cette décomposition dans les équations de Navier–Stokes et en utilisant le fait que l'écoulement de base en l'absence de perturbation est lui-même une solution de ces équations, il suit que la dynamique de la perturbation est régie par

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla)\tilde{\mathbf{u}} + (\tilde{\mathbf{u}} \cdot \nabla)\mathbf{U} + (\tilde{\mathbf{u}} \cdot \nabla)\tilde{\mathbf{u}} = \nu \Delta \tilde{\mathbf{u}} - \nabla \tilde{p}, \quad (23)$$

$$0 = \nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}}. \quad (24)$$

Comme tous les termes des équations de Navier–Stokes sont linéaires sauf le terme d'advection, ce n'est que celui-ci qui fait apparaître le couplage entre le champ de vitesse de l'écoulement de base \mathbf{U} et celui de la perturbation $\tilde{\mathbf{u}}$. En supposant connu l'écoulement de base, le système (23,24) détermine complètement la dynamique des perturbations, et donc de l'écoulement total, même si l'amplitude des perturbations devient importante et que l'écoulement total s'écarte considérablement de l'écoulement de base. Évidemment, lorsque l'amplitude des perturbations est du même ordre que celle de l'écoulement de base, la décomposition (22) peut ne plus être adaptée pour décrire le système, tout en restant valide.

En revanche, lorsque les perturbations sont de faible amplitude par rapport à l'écoulement de base, le terme $(\tilde{\mathbf{u}} \cdot \nabla)\tilde{\mathbf{u}}$ de l'équation de la quantité de mouvement (23) qui correspond au transport de la perturbation par elle-même peut être négligé, ce qui conduit à la version des équations de Navier–Stokes linéarisées autour de l'écoulement de base,

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla)\tilde{\mathbf{u}} + (\tilde{\mathbf{u}} \cdot \nabla)\mathbf{U} = \nu \Delta \tilde{\mathbf{u}} - \nabla \tilde{p}, \quad (25)$$

$$0 = \nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}}. \quad (26)$$

Comme ce dernier système d'équations est linéaire, il suffit de connaître la dynamique d'une famille de perturbations élémentaires pour en déduire, par superposition, la dynamique de n'importe quelle combinaison de ces perturbations élémentaires.

Remarquons aussi que le modèle simplifié de Ginzburg–Landau (20), introduit en §A.5.3, est déjà sous la forme d'une équation qui régit la dynamique de la perturbation $\psi(x, t)$, quelle que soit son amplitude, autour de l'état de base $\Psi(x, t) \equiv 0$.

A.5.5. Stabilité linéaire d'un écoulement parallèle

Lorsque l'écoulement de base possède certaines symétries ou invariances, ces propriétés peuvent être utilisées pour simplifier l'étude de la dynamique des petites perturbations. En particulier, lorsque l'état de base ne dépend pas d'une coordonnée spatiale, on peut chercher les solutions sous forme d'ondes harmoniques qui se propagent selon cette direction. Le cas des écoulements parallèles (invariants dans la direction principale de l'écoulement x_1) est particulièrement important. Le champ de vitesse d'un tel écoulement parallèle peut dépendre d'une (x_0) ou de deux (x_0 et x_2) coordonnées transverses.

A.5.5.1. Problème à une coordonnée

Considérons d'abord un écoulement de base parallèle de la forme générale suivante

$$\mathbf{U} = U_1(x_0, t)\mathbf{e}_1 + U_2(x_0, t)\mathbf{e}_2, \quad (27)$$

où le fluide occupe le domaine $|x_0| < R$. Ici, les deux composantes de vitesse U_1 (la composante "principale" de l'écoulement) et U_2 (la composante "transverse") dépendent de la coordonnée "normale" x_0 et peuvent également varier au cours du temps. Ceci correspond à l'écoulement entre deux plaques planes parallèles espacées d'une distance $2R$, en coordonnées cartésiennes, et à l'écoulement dans un tuyau de rayon R , en coordonnées cylindriques. L'écoulement de base peut être engendré par un gradient de pression selon x_1 et/ou le mouvement des parois. Cette configuration générale couvre ainsi les écoulements de Poiseuille, de Couette, de Womersley, de Stokes, ainsi que différentes combinaisons de ces écoulements canoniques.

Puisque l'écoulement de base ne dépend pas des coordonnées x_1 et x_2 , les perturbations peuvent être cherchées sous la forme de modes normaux

$$\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{u}}(x_0, t) \exp[i(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2)] \quad \text{et} \quad \tilde{p} = \tilde{p}(x_0, t) \exp[i(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2)], \quad (28)$$

où α_1 et α_2 sont des nombres d'onde dans les directions de x_1 et x_2 respectivement. En utilisant cette décomposition en modes normaux, les dérivées partielles en x_1 et x_2 se traduisent simplement par une multiplication par $i\alpha_1$ et $i\alpha_2$ respectivement.

Avec les notations générales (16–19), les équations de Navier–Stokes linéarisées (25,26) autour de l'écoulement de base (27) pour des perturbations (28), prennent alors la forme

$$\partial_t \tilde{u}_0 + \left(i\alpha_1 U_1 + \frac{1}{x_0} i\alpha_2 U_2 \right) \tilde{u}_0 - \frac{2}{x_0} U_2 \tilde{u}_2 = \nu \left[\Delta \tilde{u}_0 + \frac{1}{x_0^2} (-\tilde{u}_0 - 2i\alpha_2 \tilde{u}_2) \right] - \partial_0 \tilde{p}, \quad (29)$$

$$\partial_t \tilde{u}_1 + \left(i\alpha_1 U_1 + \frac{1}{x_0} i\alpha_2 U_2 \right) \tilde{u}_1 + \partial_0 U_1 \tilde{u}_0 = \nu \left[\Delta \tilde{u}_1 \right] - i\alpha_1 \tilde{p}, \quad (30)$$

$$\partial_t \tilde{u}_2 + \left(i\alpha_1 U_1 + \frac{1}{x_0} i\alpha_2 U_2 \right) \tilde{u}_2 + \partial_0 U_2 \tilde{u}_0 + \frac{1}{x_0} U_2 \tilde{u}_0 = \nu \left[\Delta \tilde{u}_2 + \frac{1}{x_0^2} (-\tilde{u}_2 + 2i\alpha_2 \tilde{u}_0) \right] - \frac{1}{x_0} i\alpha_2 \tilde{p}, \quad (31)$$

$$0 = \partial_0 \tilde{u}_0 + \frac{1}{x_0} \tilde{u}_0 + i\alpha_1 \tilde{u}_1 + \frac{1}{x_0} i\alpha_2 \tilde{u}_2, \quad (32)$$

où $\Delta \equiv \partial_{00} + \frac{1}{x_0} \partial_0 - \alpha_1^2 - \frac{1}{x_0^2} \alpha_2^2$ et, encore une fois, les termes encadrés ne sont présents que pour la formulation en coordonnées cylindriques. Puisque l'écoulement est confiné (entre deux

plaques ou dans un tuyau), la condition de non-glissement aux parois se traduit par $\tilde{u}_0 = \tilde{u}_1 = \tilde{u}_2 = 0$ pour $|x_0| = R$. Il faut remarquer qu'il n'y a pas de conditions aux limites pour la pression \tilde{p} .

Si, en plus, l'écoulement de base (27) est permanent, l'invariance temporelle conduit à une nouvelle forme normale

$$\tilde{\mathbf{u}} = \hat{\mathbf{u}}(x_0) \exp[i(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 - \omega t)] \quad \text{et} \quad \tilde{p} = \hat{p}(x_0) \exp[i(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 - \omega t)], \quad (33)$$

et, avec $\partial_t \equiv -i\omega$, le système d'équations aux dérivées partielles (29–32) devient alors un système d'équations différentielles ordinaires couplées qui ne dépendent plus que de la coordonnée x_0 :

$$\omega \hat{u}_0 = \left(\alpha_1 U_1 + \frac{1}{x_0} \alpha_2 U_2 \right) \hat{u}_0 + \frac{2i}{x_0} U_2 \hat{u}_2 + i\nu \left[\Delta \hat{u}_0 + \frac{1}{x_0^2} (-\hat{u}_0 - 2i\alpha_2 \hat{u}_2) \right] - i\partial_0 \hat{p}, \quad (34)$$

$$\omega \hat{u}_1 = \left(\alpha_1 U_1 + \frac{1}{x_0} \alpha_2 U_2 \right) \hat{u}_1 - i\partial_0 U_1 \hat{u}_0 + i\nu \left[\Delta \hat{u}_1 \right] + \alpha_1 \hat{p}, \quad (35)$$

$$\omega \hat{u}_2 = \left(\alpha_1 U_1 + \frac{1}{x_0} \alpha_2 U_2 \right) \hat{u}_2 - i\partial_0 U_2 \hat{u}_0 - \frac{i}{x_0} U_2 \hat{u}_0 + i\nu \left[\Delta \hat{u}_2 + \frac{1}{x_0^2} (-\hat{u}_2 + 2i\alpha_2 \hat{u}_0) \right] + \frac{1}{x_0} \alpha_2 \hat{p}, \quad (36)$$

$$0 = -i\partial_0 \hat{u}_0 - \frac{i}{x_0} \hat{u}_0 + \alpha_1 \hat{u}_1 + \frac{1}{x_0} \alpha_2 \hat{u}_2, \quad (37)$$

avec les conditions aux limites

$$\hat{u}_0 = \hat{u}_1 = \hat{u}_2 = 0 \quad \text{pour} \quad |x_0| = R. \quad (38)$$

Le système (34–38) est un problème aux valeurs propres, où les champs $\hat{\mathbf{u}}$ et \hat{p} sont les fonctions propres et la fréquence ω la valeur propre. Pour des nombres d'onde α_1 et α_2 donnés, il n'existe de solution non triviale qui satisfasse les conditions aux limites que pour des valeurs particulières de ω . On appelle *spectre* l'ensemble de ces valeurs propres ω . Notons que si l'extension du domaine en x_0 est infinie, ou semi-infinie, la même approche reste valable en adaptant les conditions aux limites ; dans ce cas il peut y avoir une composante continue dans le spectre, en plus d'un ensemble discret de valeurs propres.

Un certain nombre d'opérations sont possibles pour réduire la complexité du problème (34–38). Lorsque $\alpha_1 \neq 0$, la condition d'incompressibilité (37) permet d'exprimer \hat{u}_1 en fonction des autres composantes de vitesse et ainsi de l'éliminer du problème. Aussi, en prenant la divergence des équations de la quantité de mouvement, on obtient un problème de Poisson pour la pression, ce qui permet de l'exprimer en fonction des composantes de vitesse et donc d'éliminer également la pression des équations. Pour un problème bidimensionnel (avec $u_2 = 0$ et $\alpha_2 = 0$), il ne reste alors plus que les équations pour un seul champ scalaire : c'est similaire à la méthode avec laquelle on établit généralement l'équation d'Orr–Sommerfeld.

Si l'écoulement de base (27) est périodique en temps avec une pulsation Ω , sa décomposition en série de Fourier,

$$U_1(x_0, t) = \sum_n U_1^{(n)}(x_0) \exp(in\Omega t) \quad \text{et} \quad U_2(x_0, t) = \sum_n U_2^{(n)}(x_0) \exp(in\Omega t), \quad (39)$$

permet une analyse de Floquet pour des modes normaux de la forme

$$\tilde{\mathbf{u}} = \left[\sum_n \hat{\mathbf{u}}^{(n)}(x_0) e^{in\Omega t} \right] \exp[i(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 - \omega t)] \quad \text{et} \quad \tilde{p} = \left[\sum_n \hat{p}^{(n)}(x_0) e^{in\Omega t} \right] \exp[i(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 - \omega t)]. \quad (40)$$

Les composantes $\hat{u}_0^{(n)}$, $\hat{u}_1^{(n)}$, $\hat{u}_2^{(n)}$ et $\hat{p}^{(n)}$ sont alors régies par un système d'équations différentielles couplées similaire au cas d'un écoulement permanent (34–38), sauf que le nombre des composantes est beaucoup plus important (infini...) à cause de la décomposition de Fourier. De même, le spectre des valeurs propres ω est plus important et plus difficile à obtenir dans ce cas-là.

A.5.5.2. Problème à deux coordonnées

L'analyse précédente s'adapte facilement à un écoulement de base parallèle et permanent qui dépend des deux coordonnées transverses x_0 et x_2 :

$$\mathbf{U} = U_0(x_0, x_2)\mathbf{e}_0 + U_1(x_0, x_2)\mathbf{e}_1 + U_2(x_0, x_2)\mathbf{e}_2. \quad (41)$$

À cause de l'invariance en x_1 seulement, la forme normale des perturbations est alors la suivante :

$$\tilde{\mathbf{u}} = \hat{\mathbf{u}}(x_0, x_2) \exp[i(\alpha_1 x_1 - \omega t)] \quad \text{et} \quad \tilde{p} = \hat{p}(x_0, x_2) \exp[i(\alpha_1 x_1 - \omega t)], \quad (42)$$

et conduit cette fois à un problème aux valeurs propres (pour ω) sous forme d'un système d'équations aux dérivées partielles (en ∂_0 et ∂_2). La structure est essentiellement la même que (34–38), sauf que le caractère bidimensionnel de ce problème peut sérieusement compliquer le calcul des spectres. Si l'écoulement est en outre périodique en temps, on peut de nouveau procéder à une analyse de Floquet, ce qui complique encore un peu plus le problème. . .

A.5.5.3. Relation de dispersion linéaire

Les développements ci-dessus permettent d'obtenir le spectre des valeurs propres ω , correspondant à des perturbations élémentaires de nombres d'onde donnés. Les valeurs propres sont, normalement, des fonctions continues des nombres d'onde ainsi que des paramètres de contrôle et, souvent, il y a une valeur propre particulièrement intéressante dans un spectre. La relation qui existe entre la fréquence de ce mode particulier et les nombres d'onde est justement la *relation de dispersion linéaire* de ce mode qui peut alors s'écrire

$$\omega = \Omega^l(\alpha_1, \alpha_2) \quad \text{ou} \quad \omega = \Omega^l(\alpha_1), \quad (43)$$

selon qu'elle provient d'un problème aux valeurs propres à une ou deux coordonnées.

Pour l'équation de Ginzburg–Landau (à coefficients constants), la relation de dispersion s'obtient explicitement. Mais pour de “vrais” écoulements parallèles, sauf de très rares exceptions, il faut recourir à la simulation numérique (voir §A.6.2). Les calculs numériques peuvent alors être d'une complexité extrêmement variable selon les configurations (deux ou trois dimensions, écoulement de base permanent ou périodique. . .), mais pour la discussion théorique qui suit cela n'a pas beaucoup d'importance puisqu'il suffit de connaître la relation de dispersion, et peu importent les difficultés éventuelles pour la calculer.

En toute généralité, les nombres d'onde comme les fréquences qui interviennent dans la relation de dispersion linéaire (43) sont des variables complexes, tout comme les fonctions propres du problème (34–38). La connaissance de la relation de dispersion dans le plan complexe des nombres d'onde contient l'essentiel des caractéristiques linéaires d'un problème.

Quelques situations méritent une attention particulière : c'est le cas du problème temporel, du problème spatial et de la réponse impulsionnelle.

A.5.5.4. Problèmes temporel et spatial, instabilité absolue

On appelle *problème temporel* la réponse au cours du temps à une perturbation initiale spatialement périodique. Ce cas correspond donc à des valeurs réelles des nombres d'onde α_1 et α_2 , et l'évolution temporelle est alors de la forme $\exp(-i\omega t)$ avec une fréquence complexe ω donnée par la relation de dispersion. L'amplification ou l'amortissement de cette perturbation dépend du taux de croissance ω_i . Ainsi, s'il existe des nombres d'onde réels α_1 et α_2 pour lesquels $\Omega_i(\alpha_1, \alpha_2) > 0$, le système est linéairement instable ; il est stable dans le cas contraire.

Le *problème spatial* consiste à étudier la réponse du système à un forçage harmonique en temps (de fréquence réelle ω_f) et localisé en espace. Considérons d'abord une configuration où la relation de dispersion ne dépend que de α_1 , c'est-à-dire qu'il n'y a qu'une direction (x_1) de l'écoulement dans laquelle les perturbations se propagent. Comme la réponse au forçage doit obéir à la relation de dispersion, les nombres d'onde α_1^l des perturbations qui se développent en amont et en aval de la source sont donc nécessairement des solutions de $\omega_f = \Omega^l(\alpha_1)$. Cette équation admet en général

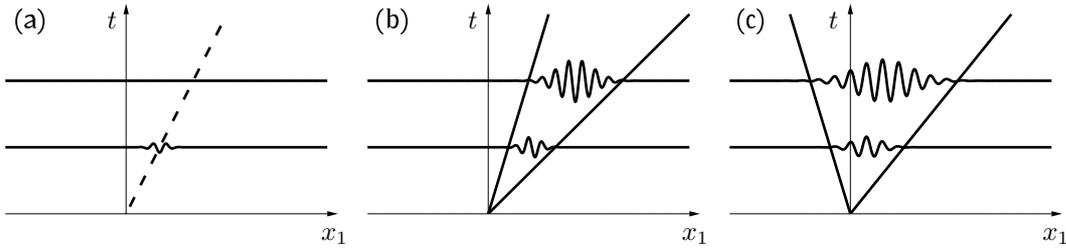


FIGURE 1. Évolution spatio-temporelle d'une impulsion initiale dans un milieu (a) stable, (b) convectivement instable, (c) absolument instable.

plusieurs branches de solutions $\alpha_1^l(\omega_f)$ et leur nombre dépend beaucoup de la forme particulière de la relation de dispersion. Dans le cas de l'équation de Ginzburg–Landau (à coefficients constants), il y a deux branches spatiales car la relation de dispersion est un polynôme du second degré ; dans un cas plus général il peut y en avoir beaucoup plus, même si dans la plupart des cas il n'y a que deux branches qui sont vraiment importantes. Les branches spatiales $\alpha_1^l(\omega)$ ont des valeurs complexes et c'est le signe de la partie imaginaire $\alpha_{1,i}^l$ qui détermine l'amplification ou l'amortissement spatial de la réponse : la perturbation croît ou décroît pour $x_1 \rightarrow +\infty$ quand $\alpha_{1,i}^l < 0$ ou $\alpha_{1,i}^l > 0$; pour $x_1 \rightarrow -\infty$ c'est évidemment le contraire. Ainsi, il ne suffit pas de trouver les branches spatiales en résolvant la relation de dispersion pour une fréquence donnée, encore faut-il savoir si elles correspondent à une réponse en aval ou en amont de la source (ce qu'on note alors traditionnellement α_1^{l+} et α_1^{l-} respectivement).

Pour déterminer si une branche se rapporte à une réponse amont ou aval, on peut utiliser un critère de causalité : en supposant que le forçage démarre à $t = 0$, il faut que la réponse soit identiquement nulle pour $t < 0$. En utilisant un calcul de résidu dans le plan complexe ω et en supposant que les taux de croissance temporels sont bornés, on peut déduire [7,4] lesquelles des branches spatiales sont obtenues à l'amont (branches α_1^{l-}) ou à l'aval (α_1^{l+}). Normalement, les perturbations sont plus facilement amplifiées dans le sens du courant. Ainsi, dans les situations où l'écoulement de base est dans le sens de $x_1 \rightarrow +\infty$ et où il n'y a que deux branches spatiales qui sont importantes dans le problème, j'ai toujours constaté que l'on a $\alpha_{1,i}^{l+} < \alpha_{1,i}^{l-}$. Ce dernier critère permettrait donc d'identifier les branches + et – en faisant l'économie de l'analyse de causalité précédente. Mais il convient de rester prudent, car on pourrait certainement trouver un contre-exemple.

Pour une configuration où la relation de dispersion dépend à la fois de α_1 et α_2 , le problème spatial se traite de la même façon lorsque le forçage n'est que localisé en x_1 et est périodique dans la direction transverse x_2 avec un nombre d'onde réel de forçage α_{2f} . La résolution de la relation de dispersion pour des valeurs réelles données de ω et α_2 permet alors d'obtenir les branches spatiales complexes $\alpha_1^l(\omega, \alpha_2)$, qui se répartissent en branches α_1^{l+} et α_1^{l-} par le même raisonnement basé sur la causalité que précédemment, le nombre d'onde α_2 ne jouant que le rôle d'un paramètre de contrôle.

Une situation où le forçage harmonique est localisé dans les directions x_1 et x_2 est un peu plus subtile et n'est pas utilisée dans ce mémoire.

Lors de la *réponse impulsionnelle*, on étudie les fluctuations qui sont déclenchées par une impulsion localisée en espace et instantanée. En considérant une situation où la propagation ne se fait que selon x_1 , trois comportements sont alors possibles (figure 1) : le paquet d'ondes créé par l'impulsion initiale décroît (milieu *stable*), croît mais est en même temps emporté l'écoulement de telle sorte que le système (d'extension finie) finira par retourner à son état non perturbé (milieu *convectivement instable*), ou encore croît sur place en s'étendant vers l'amont et l'aval pour envahir tout le système (milieu *absolument instable*). Les notions d'instabilités convective et absolue ont été formulées mathématiquement par Briggs [7] et Bers [4] dans le contexte de la physique des plasmas, puis popularisées en mécanique des fluides par Huerre et Monkewitz [23]. Ces notions sont essentielles pour analyser la dynamique des écoulements ouverts.

Les trois types de stabilité peuvent se distinguer en étudiant le comportement du paquet d'ondes dû à l'impulsion initiale le long de rayons $x_1/t = \text{const}$. Le milieu est stable si la réponse est amortie

sur tous les rayons possibles, ce qui se vérifie si $\Omega'_i(\alpha_1) < 0$ pour toutes les valeurs réelles de α_1 . Dans le cas contraire, il existe un gamme de rayons le long desquels le paquet d'ondes est amplifié. Le caractère convectif ou absolu de l'instabilité dépend alors du comportement le long du rayon $x_1/t = 0$, et dépend de la fréquence absolue ω_0 et du nombre d'onde absolu $\alpha_{1,0}$ complexes du paquet d'ondes de vitesse de groupe nulle, définis par

$$\omega_0 = \Omega^l(\alpha_{1,0}) \quad \text{avec} \quad \frac{d\Omega^l}{d\alpha_1}(\alpha_{1,0}) = 0. \quad (44)$$

Le milieu est absolument instable si des perturbations sont amplifiées sur place, donc si $\omega_{0,i} > 0$, et convectivement instable si $\omega_{0,i} < 0$.

En coordonnées cylindriques, lorsque que la relation de dispersion dépend également de l'ordre du mode azimutal α_2 , le raisonnement précédent peut être répété pour chaque valeur entière de α_2 . En revanche, lorsque la propagation peut se faire selon les deux directions x_1 et x_2 , il faut considérer deux familles de rayons $x_1/t = \text{const.}$ et $x_2/t = \text{const.}$ et la fréquence absolue s'obtient par une double condition de vitesse de groupe nulle, dans les plans complexes des nombres d'ondes α_1 et α_2 . Je n'ai pas eu à traiter une telle situation doublement complexe [8].

A.5.6. Perturbations non linéaires d'un écoulement parallèle

Lorsqu'un écoulement est linéairement instable, une petite perturbation initiale peut être amplifiée exponentiellement et finit alors par atteindre des amplitudes importantes et donc par être régie par les équations non linéaires.

Des solutions sous forme d'ondes progressives non linéaires résultent naturellement d'un problème d'évolution temporelle. Pour un écoulement de base permanent ne dépendant que de x_0 , le problème de valeur initiale qui nous concerne est l'évolution temporelle d'une perturbation spatialement périodique de faible amplitude de la forme (28), caractérisée par les nombres d'onde réels α_1 et α_2 . L'évolution initiale est déterminée par la fréquence complexe associée à α_1 et α_2 par la relation de dispersion (43). Lorsque le taux de croissance temporel est positif, $\Omega'_i(\alpha_1, \alpha_2) > 0$, la perturbation croît exponentiellement au cours du temps jusqu'à ce que des effets non linéaires entrent en jeu. Les termes non linéaires quadratiques des équations de Navier–Stokes génèrent alors des harmoniques spatiaux de la forme $\exp[in(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2)]$ ainsi qu'une correction de l'écoulement moyen. Ces non-linéarités sont généralement stabilisantes et conduisent alors à la saturation de l'amplitude de la fluctuation. En l'absence d'instabilité secondaire, une solution en onde progressive pleinement non linéaire est alors obtenue aux temps longs, dont la périodicité spatiale est donnée par α_1 et α_2 . Après convergence, les champs de vitesse et de pression de la perturbation non linéaire peuvent alors se mettre sous la forme

$$\tilde{\mathbf{u}}(x_0, x_1, x_2, t) = \mathbf{u}^{nl}(x_0, \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 - \omega t) \quad \text{et} \quad \tilde{p}(x_0, x_1, x_2, t) = p^{nl}(x_0, \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 - \omega t), \quad (45)$$

où les fonctions \mathbf{u}^{nl} et p^{nl} sont 2π -périodiques dans la seconde variable $\phi \equiv \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 - \omega t$. La fréquence réelle ω des ondes saturées correspond alors à la *relation de dispersion non linéaire*

$$\omega = \Omega^{nl}(\alpha_1, \alpha_2) \quad (46)$$

qui régit la famille de solutions de la forme (45) dans la région du plan (α_1, α_2) où elles existent.

Concrètement, pour obtenir ces solutions d'ondes non linéaires, on peut écrire la perturbation sous la forme d'une série de Fourier spatiale

$$\tilde{\mathbf{u}} = \sum_n \hat{\mathbf{u}}^{(n)}(x_0, t) \exp[in(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2)] \quad \text{et} \quad \tilde{p} = \sum_n \hat{p}^{(n)}(x_0, t) \exp[in(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2)]. \quad (47)$$

En remplaçant dans les équations de Navier–Stokes non linéaires pour la perturbation (23,24), il en résulte des équations d'évolution couplées pour toutes les composantes de cette décomposition de

Fourier. En initialisant cette intégration temporelle avec le mode propre linéaire à un faible niveau d'amplitude, ce système évolue après une phase de croissance exponentielle et un régime transitoire vers un état périodique en temps qui correspond à une onde non linéaire saturée qui se propage sans se déformer. En déterminant la fréquence de cette perturbation, on en déduit la relation de dispersion non linéaire (46).

Ainsi, les solutions non linéaires s'obtiennent dans un problème temporel. Mais elles résultent aussi naturellement d'un problème spatial, lorsque la réponse au forçage de fréquence ω_f est amplifiée. Par exemple, quand $\alpha_{1,i}^{l+}(\omega_f) < 0$, la réponse linéaire vers l'aval croît exponentiellement et les effets non linéaires entrent en jeu à une certaine distance du forçage, quelle que soit la faiblesse du forçage. Lorsque la réponse atteint une amplitude finie, la saturation non linéaire arrête la croissance et peut conduire vers une solution non linéaire se propageant à la fréquence d'excitation avec un nombre d'onde réel. Cette solution, périodique en temps et en espace, vérifie encore la relation de dispersion non linéaire et le nombre d'onde correspond donc à une branche spatiale déduite de (46) pour une fréquence donnée. Comme ce train d'ondes est obtenu en aval de la source, on peut noter cette branche non linéaire $\alpha_1^{nl+}(\omega_f)$.

Même si l'obtention de la relation de dispersion non linéaire pose plus de difficultés que son équivalent linéaire, d'un certain point de vue la relation de dispersion non linéaire est plus simple puisqu'elle ne fait intervenir que des valeurs réelles de la fréquence et du nombre d'onde. Dans une analyse purement linéaire, les problèmes temporels (avec nombres d'onde réels et fréquences complexes) sont distincts des problèmes spatiaux (avec nombres d'onde complexes et fréquences réelles), alors que pour les problèmes non linéaires les branches temporelles et spatiales sont vraiment les réciproques l'une de l'autre et la solution non linéaire progressive observée en aval d'un forçage harmonique en temps est exactement la même que celle obtenue par évolution temporelle d'une perturbation initiale du même nombre d'onde.

Il faut préciser un dernier point : le problème temporel est toujours possible alors que le problème spatial suppose que le forçage harmonique arrive effectivement à imposer sa fréquence au système. Ainsi, le problème spatial n'est pas bien posé dans un milieu absolument instable où la réponse spatiale serait noyée par le paquet d'onde qui se développe sur place suite à l'allumage du forçage localisé à $t = 0$. Donc, même si on peut toujours calculer des branches spatiales linéaires $\alpha_1^l(\omega)$ ou non linéaires $\alpha_1^{nl}(\omega)$ par résolution des relations de dispersion respectives pour une fréquence donnée, leur interprétation en termes de branches causales $\alpha_1^{\pm}(\omega)$ ou $\alpha_1^{nl\pm}(\omega)$ n'est pas toujours possible.

Évidemment, il y a aussi des situations où une solution de la forme (45) n'existe pas ou alors elle peut exister mais être instable vis-à-vis de perturbations secondaires. Néanmoins, parmi les écoulements que j'ai étudiés, l'approche présentée ici a souvent permis d'obtenir la famille de solutions non linéaires ainsi que la relation de dispersion non linéaire associée. C'est notamment le cas pour l'étude du sillage synthétique [A5,A6] et de la couche limite tridimensionnelle due à un disque tournant [A9].

A.5.7. Écoulements faiblement non-parallèles et approche multi-échelles

Les résultats précédents sur la dynamique des perturbations linéaires et non linéaires (§A.5.5 et §A.5.6) ont été obtenus pour des écoulements parallèles, dont les profils de vitesse ne varient pas dans la direction de l'écoulement, x_1 . Lorsqu'un écoulement est faiblement non parallèle, ces propriétés linéaires et non linéaires peuvent rester valables localement, du moment que l'échelle caractéristique de l'évolution spatiale de l'écoulement de base est petite devant l'échelle caractéristique des instabilités. Dans ce cas, on peut introduire une variable lente

$$X_1 \equiv \epsilon x_1 \quad \text{avec} \quad \epsilon \ll 1, \quad (48)$$

et les profils de l'écoulement de base sont alors une fonction de X_1 . C'est typiquement l'approche suivie pour dériver les équations de couche limite à la manière de Prandtl [42].

Sous l'hypothèse de séparation des échelles, les deux variables x_1 et X_1 sont comme décorréelées : x_1 régit les oscillations rapides sur l'échelle des instabilités alors que X_1 rend compte de la lente

variation sous-jacente de l'écoulement de base. Les propriétés locales de l'écoulement sont alors obtenues en figeant X_1 et en étudiant l'écoulement strictement parallèle obtenu en prolongeant vers $x_1 = \pm\infty$ les profils de vitesse correspondant à une position X_1 donnée le long d'un écoulement. En procédant de la même manière que précédemment, on obtient alors les relations de dispersion linéaire et non linéaire locales :

$$\omega = \Omega^l(\alpha_1; X_1) \quad \text{avec } \omega \text{ et } \alpha_1 \text{ complexes,} \quad (49)$$

et

$$\omega = \Omega^{nl}(\alpha_1; X_1) \quad \text{avec } \omega \text{ et } \alpha_1 \text{ réels,} \quad (50)$$

respectivement. La relation de dispersion linéaire vaut pour n'importe quelle valeur complexe du nombre d'onde, alors que la relation de dispersion non linéaire n'est généralement définie que pour les valeurs réelles du nombre d'onde associées à un taux de croissance temporel positif ($\Omega_i^l(\alpha_1; X_1) > 0$). Pour simplifier, nous ne considérons ici que des situations bidimensionnelles qui ne font intervenir qu'une coordonnée transverse x_0 et le nombre d'onde α_1 selon la direction x_1 . Les cas à deux nombres d'onde ou deux coordonnées transverses se traitent de façon similaire.

Pour un écoulement parallèle, les modes *linéaires* sont de la forme $\tilde{\mathbf{u}} = A \hat{\mathbf{u}}(x_0; \alpha_1^l) \exp[i(\alpha_1^l x_1 - \omega t)]$, où A est une constante arbitraire, $\hat{\mathbf{u}}$ la fonction propre normalisée, et le nombre d'onde α_1^l est lié à la fréquence ω par la relation de dispersion linéaire. Lorsque l'écoulement évolue lentement en espace, ces modes sont remplacés par

$$\tilde{\mathbf{u}} = A(X_1) \hat{\mathbf{u}}(x_0; \alpha_1^l(X_1), X_1) \exp\left(\frac{i}{\epsilon} \int^{X_1} \alpha_1^l(u) du - \omega t\right). \quad (51)$$

Cette solution dépend d'une phase qui varie rapidement et rend compte du nombre d'onde local $\alpha_1^l(X_1)$ qui, lui, ne varie que lentement. L'enveloppe $A(X_1)$ et la structure transverse du mode $\hat{\mathbf{u}}$ dépendent de la variable lente X_1 . En implémentant rigoureusement un développement asymptotique classique (méthode WKBJ [3]), on montre que le nombre d'onde local $\alpha_1^l(X_1)$ et la fréquence ω doivent satisfaire la relation de dispersion linéaire locale (49) et que l'amplitude est obtenue avec un développement en puissances de ϵ :

$$A(X_1) \sim A_0(X_1) + \epsilon A_1(X_1) + \epsilon^2 A_2(X_1) + \dots \quad (52)$$

Ainsi, dans l'expression (51), le nombre d'onde local $\alpha_1^l(X_1)$ et l'amplitude $A(X_1)$ dépendent implicitement de la fréquence du mode ω .

La famille de solutions *non linéaires* saturées pour un écoulement parallèle est obtenue sous la forme $\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{u}^{nl}(x_0, \alpha_1^{nl} x_1 - \omega t + \phi; \alpha_1^{nl})$, où la fonction \mathbf{u}^{nl} est 2π -périodique dans la seconde variable, α_1^{nl} et ω sont liés par la relation de dispersion non linéaire, et ϕ est une phase arbitraire. Pour un écoulement faiblement inhomogène en espace, une telle onde progressive est remplacée par une solution lentement modulée de la forme

$$\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{u}^{nl} \left(x_0, \frac{1}{\epsilon} \int^{X_1} \alpha_1^{nl}(u) du - \omega t + \Phi(X_1); \alpha_1^{nl}(X_1), X_1 \right). \quad (53)$$

Ici, le nombre d'onde local $\alpha_1^{nl}(X_1)$ doit satisfaire la relation de dispersion non linéaire (50) et dépend donc de la fréquence ω . Un développement de la phase lentement variable $\Phi(X_1)$ s'obtient par une analyse asymptotique non linéaire, similaire aux méthodes WKBJ classiques [A4].

Ainsi, l'hypothèse de faible non parallélisme permet d'obtenir des solutions qui se développent dans tout l'espace, non seulement dans les régions où l'amplitude est infinitésimale mais aussi là où elle est importante, et d'analyser la dynamique globale en termes d'ondes dont le nombre d'onde, l'enveloppe et la structure varient lentement.

A.5.8. Modes globaux

Parmi les écoulements ouverts particulièrement intéressants, il y a ceux qui donnent lieu à un comportement global auto-entretenu et synchronisé : un régime permanent où les fluctuations observées en chaque point de l'écoulement sont toutes accordées à la même fréquence. Lorsque l'écoulement de base varie assez lentement en espace, la dynamique globale ressemble localement à des fluctuations qui se propagent dans un écoulement quasi-parallèle. Se pose alors la question de savoir s'il est possible de prédire la fréquence et la structure spatiale naturellement sélectionnées dans un tel système, à partir des caractéristiques locales de l'écoulement de base.

Un tel comportement est caractérisé par une fréquence globale ω_g qui reste constante dans tout le domaine. Ainsi, pour rendre compte de la dynamique, il faut résoudre les relations de dispersion pour $\omega = \omega_g$ donné. Le nombre d'onde local s'obtient alors sous la forme $\alpha_1(X_1, \omega_g)$ qui est une quantité complexe issue de (49) dans les régions où les fluctuations sont de faible amplitude ou une quantité réelle issue de (50) dans les régions où les fluctuations sont d'amplitude finie.

Même si nous ignorons encore quel est le moteur de ces fluctuations synchronisées, nous avons supposé que le comportement est intrinsèque : les oscillations globales résultent d'un mécanisme qui trouve sa cause au cœur du système étudié, et elles sont indépendantes de perturbations venant de l'extérieur. Le principe de causalité (voir §A.5.5.4) permet alors de préciser les branches spatiales obtenues dans les régions situées loin en amont et loin en aval. En effet, dans ces régions éloignées, les trains d'ondes trouvent leur origine dans la région centrale et sont donc associés à des branches spatiales α_1^- en amont et des branches α_1^+ en aval. Si le milieu est stable aux extrémités, c'est la relation de dispersion linéaire qui s'applique et la structure globale est faite d'une branche α_1^{l-} loin en amont et d'une branche α_1^{l+} loin en aval. Mais si le système reste convectivement instable jusqu'à l'infini, l'amplitude des perturbations ne décroît pas forcément et alors la branche non linéaire α_1^{nl+} peut s'étendre jusqu'au bord aval. Ainsi, les conditions aux limites sont déterminées par des considérations de causalité plutôt que de décroissance à l'infini, quelle que soit la dynamique qui régit la région centrale. En effet, une décroissance des fluctuations aux bords du système n'est pas nécessaire.

La sélection du comportement synchronisé peut donc se formuler comme un problème de valeur propre non linéaire : il faut trouver la fréquence globale ω_g qui autorise le passage entre les branches spatiales – et + de part et d'autre de la région centrale. Une analyse plus précise de cette région centrale est nécessaire pour identifier le mécanisme de sélection.

En supposant que les fluctuations sont de très faible amplitude dans tout le domaine, une série de travaux de recherche a permis d'établir un critère de sélection de fréquence : c'est la théorie des modes globaux linéaires développée dans les années 1990 [9,39,32,24,25]. Pour un tel mode, seules les branches linéaires α^{l-} et α^{l+} entrent en considération et leur jonction s'effectue au niveau d'un point selle dans le plan complexe : en effet, ce critère ne dépend que de la relation de dispersion linéaire locale, mais repose sur un prolongement analytique de cette relation pour des valeurs complexes de la coordonnée spatiale lente X_1 . Ces travaux ont, pour l'essentiel, résolu le problème de la sélection des modes globaux dans un cadre strictement linéaire. En revanche, presque rien n'était connu sur le développement non linéaire de ces structures [10].

L'étude de modes globaux non linéaires a fait l'objet de mes travaux de thèse. En généralisant la théorie précédente aux solutions d'amplitude finie, une étude analytique de l'équation modèle (20) m'a permis de montrer qu'il existe deux types de modes globaux non linéaires, selon que le raccord entre les branches spatiales se fait entre α^{l-} et α^{nl+} ou entre α^{nl-} et α^{nl+} , et d'étudier leur sélection en fonction des caractéristiques du milieu. Ces résultats seront rappelés en §A.7.1, ainsi que leur application à divers écoulements réels.

Après avoir passé en revue les développements analytiques qui interviennent régulièrement dans mes travaux et avant de présenter les principaux résultats obtenus (§A.7), je vais maintenant donner quelques indications sur les méthodes numériques utilisées pour étudier des écoulements bien concrets.

A.6. Méthodes numériques

Bien qu'il existe quelques solutions analytiques [13] aux équations de Navier–Stokes, on est rapidement démuni pour l'écrasante majorité des écoulements réels. Ainsi, la simulation numérique est devenue indispensable pour obtenir la plupart des écoulements de base, pour étudier le comportement des perturbations, caractériser la dynamique globale, trouver les valeurs critiques des paramètres de contrôle... Même pour les équations simplifiées, sans ordinateur il serait difficile d'explicitier avec des exemples réels les solutions obtenues théoriquement dans un cadre général.

Ainsi, les méthodes numériques sont omniprésentes dans mes travaux et, au cours des ans, j'ai développé tout un ensemble de routines pour traiter plus facilement les problèmes rencontrés couramment comme les discrétisations spatiales, les calculs de relation de dispersion ou les algorithmes pour l'intégration temporelle. Comme ces éléments servent tout le temps, sous plein de formes différentes, j'ai fini par les implémenter sous forme d'une librairie (PackstaB) de classes et de fonctions en C++, avec une formulation suffisamment générale pour pouvoir traiter un grand nombre de cas. Même si cette librairie est en développement permanent, son noyau est largement validé et elle est quotidiennement utilisée au LMFA et au TIFR (Hyderabad, Inde).

Vu l'importance de ces méthodes dans l'obtention des résultats décrits dans ce mémoire, je vais ici donner les grandes lignes de celles que je considère être les plus utiles.

A.6.1. Discrétisation spatiale

Aussi longtemps que les ordinateurs ne pourront exécuter qu'un nombre fini d'opérations en un temps donné, il faudra représenter les fonctions continues par des approximations qui ne dépendent que d'un nombre limité de valeurs. Le but de la discrétisation spatiale est alors d'obtenir des solutions approchées aux problèmes différentiels (en espace).

Parmi les techniques couramment utilisées, il y a les méthodes de collocation qui consistent à choisir un nombre N de points dans le domaine et d'exprimer l'approximation de la fonction par les valeurs prises en ces points. Ainsi, une fonction $f(x)$ est représentée par les N valeurs f_i associées aux points x_i (pour $i = 0, 1, \dots, N - 1$) et la discrétisation numérique consiste à transformer l'équation différentielle pour la fonction $f(x)$ en un système de N équations reliant les valeurs f_i .

À cet effet, on peut exprimer que l'équation différentielle doit être vérifiée aux points x_i si on sait approcher les valeurs que prennent les dérivées de la fonction $f(x)$ aux points x_i en utilisant les valeurs f_i . Si la méthode est efficace, la solution du problème discrétisé est une bonne approximation du problème continu : $f_i \simeq f(x_i)$. Les différentes méthodes et leur précision dépendent du nombre de points N , de leur répartition dans le domaine et de la manière d'exprimer les dérivées.

Les méthodes en *différences finies* sont "locales" et consistent à approcher la valeur d'une dérivée en un point donné en utilisant les valeurs de la fonction non dérivée aux points voisins. Ainsi, $f_i^{(n)}$ représentant la n -ième dérivée au point x_i peut être exprimé en fonction des valeurs en x_{i-l}, \dots, x_{i+l} comme

$$f_i^{(n)} = \sum_{i-l \leq j \leq i+l} d_{i,j}^{(n)} f_j, \quad (54)$$

où les coefficients $d_{i,j}^{(n)}$, pour $i - l \leq j \leq i + l$, sont obtenus avec des formules analytiques faisant intervenir uniquement les valeurs des points x_{i-l}, \dots, x_{i+l} . Il faut au minimum $n + 1$ points pour pouvoir approcher une n -ième dérivée et plus le nombre de points utilisés est élevé, meilleur sera l'ordre de l'approximation. On utilise souvent des points x_i uniformément répartis sur le domaine, mais une répartition non uniforme peut être préférable pour augmenter la résolution spatiale dans certaines régions ou la réduire dans d'autres. Les conditions aux limites périodiques s'implémentent facilement en différences finies : dans la formule (54) il suffit de remplacer f_j par f_{j-N} (ou f_{j+N}) lorsque $j \geq N$ (ou $j < 0$).

Les méthodes à base de polynômes de *Chebyshev* sont “globales” et font intervenir les valeurs en tous les points :

$$f_i^{(n)} = \sum_{0 \leq j < N} d_{i,j}^{(n)} f_j. \quad (55)$$

Ces méthodes sont amplement décrites dans plein d'ouvrages (p.ex. [6]). Il suffit de rappeler que le choix des points de Gauss-Lobatto $x_i = -\cos i\pi/(N-1)$, avec $0 \leq i < N$, est particulièrement judicieux pour discrétiser l'intervalle $-1 \leq x \leq 1$. Pour décrire des fonctions symétriques ou antisymétriques, il suffit de ne conserver que les points de collocation du demi-intervalle $0 \leq x \leq 1$ et d'utiliser les formules analogues à (55) obtenues en supposant que $f(-x) = f(x)$ ou $-f(x)$. Cette approche est notamment utilisée pour travailler en coordonnées cylindriques, car chacune des composantes qui interviennent dans un problème est alors soit une fonction symétrique soit une fonction antisymétrique de la coordonnée radiale. Nous avons aussi remarqué que le contact avec une paroi se traduit par des conditions de non-glissement pour la vitesse, mais, en théorie, il n'y a pas de conditions aux limites pour la pression. À cet effet, il est souvent utile de discrétiser les champs de vitesse sur N points allant de $x_0 = -1$ à $x_{N-1} = 1$ et de n'utiliser que les $N-2$ points intérieurs (de x_1 à x_{N-2}) pour la pression. Ceci revient à n'utiliser qu'une base de $N-2$ polynômes de Chebyshev pour décrire la pression et se traduit par des formules différentes pour les coefficients $d_{i,j}^{(n)}$ des opérateurs de dérivation, mais permet de garder les mêmes points de collocation pour la vitesse et la pression.

Quelle que soit la méthode choisie (différences finies ou Chebyshev) et quelle que soit la variante particulière de cette méthode (périodique ou non périodique, symétrique ou antisymétrique, avec ou sans les bords...) un problème différentiel linéaire, par exemple du second ordre de la forme

$$a_0(x)f(x) + a_1(x)f'(x) + a_2(x)f''(x) = g(x), \quad (56)$$

devient, après discrétisation sur N points x_i , un système d'équations linéaires couplées

$$\sum_{0 \leq j < N} L_{i,j} f_j = g_i \quad \text{pour } 0 \leq i < N, \quad (57)$$

où $g_i \equiv g(x_i)$. Ici $L_{i,j}$ sont les coefficients de la matrice qui correspond à la version discrétisée de l'opérateur différentiel $a_0(x) + a_1(x)\partial_x + a_2(x)\partial_{x^2}$. Ainsi, toutes les opérations de dérivation ou d'intégration, de résolution de problèmes différentiels ou de problèmes aux valeurs propres, se traduisent par des opérations d'algèbre linéaire basées sur les matrices correspondantes. Les valeurs des éléments de ces matrices dépendent évidemment de la méthode de discrétisation choisie, mais les opérations algébriques elles-mêmes n'en dépendent pas. Notons que la matrice correspondant à la version discrétisée d'un tel opérateur différentiel est dense pour une méthode de Chebyshev alors qu'elle a une structure en bandes pour une méthode en différences finies : par exemple tridiagonale ou pentadiagonale lorsque les dérivées sont calculées sur trois ou cinq points respectivement.

Pour les problèmes qui dépendent de deux coordonnées spatiales, une fonction $f(x_0, x_1)$ peut être discrétisée en associant deux des méthodes décrites ci-dessus, du moment que le domaine de définition est rectangulaire. En utilisant N_0 points de collocation en x_0 et N_1 points en x_1 , il en résulte alors un maillage de $N_0 N_1$ points de collocation dans le domaine rectangulaire. Les formules pour exprimer les différentes dérivées partielles se déduisent alors de celles provenant des discrétisations de chacune des deux directions, et les matrices associées aux problèmes différentiels bidimensionnels sont de taille $N_0 N_1 \times N_0 N_1$. Lorsque la discrétisation associe une méthode de Chebyshev dans une direction avec des différences finies dans l'autre direction, il en résulte des matrices qui ont une structure en bandes par blocs (par exemple pentadiagonales par blocs), ce qui réduit considérablement les besoins en mémoire et permet également d'utiliser des algorithmes très efficaces, comme l'algorithme de Thomas pour résoudre des problèmes de Poisson ou de Helmholtz.

L'implémentation numérique a été faite dans le souci de séparer le choix de la discrétisation et toutes les opérations différentielles associées. Ainsi, on peut facilement passer d'un schéma aux différences finies en 3 points, à un schéma en 5 points, à une méthode de Chebyshev, en rajoutant éventuellement un mapping... : pour cela il suffit de modifier la spécification du ou des maillages, car la partie du code qui concerne la résolution du problème reste inchangée.

A.6.2. Problème aux valeurs propres

Quel que soit le type d'écoulement ouvert étudié, au cœur de toutes les analyses de stabilité, il y a l'obtention de la relation de dispersion et donc la résolution des problèmes aux valeurs propres, dont la formulation analytique a été donnée en §A.5.5.

Considérons un écoulement de base parallèle et permanent à deux composantes de la forme

$$\mathbf{U} = U_1(x_0)\mathbf{e}_1 + U_2(x_0)\mathbf{e}_2, \quad (58)$$

dans le domaine $|x_0| < R$. Les perturbations sont alors à chercher sous la forme normale (33) et régies par les équations (34–38).

On utilise typiquement une méthode de Chebyshev où les composantes \hat{u}_0 , \hat{u}_1 et \hat{u}_2 de la vitesse de la perturbation sont discrétisés sur N points de collocation $\xi_0 = -R < \xi_1 < \dots < \xi_i < \dots < \xi_{N-1} = +R$, alors que la pression \hat{p} l'est sur les $N-2$ points intérieurs au domaine $\xi_1 < \dots < \xi_i < \dots < \xi_{N-2}$. Ainsi, la perturbation peut être représentée par un vecteur de taille $4N-2$ de la forme $\underline{X} = (\underline{u}_0, \underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{p})$, où \underline{u}_0 , \underline{u}_1 et \underline{u}_2 sont les vecteurs de taille N des valeurs des composantes de vitesse sur les N points et \underline{p} est un vecteur de taille $N-2$ des valeurs de la pression sur les $N-2$ points intérieurs. Alors les équations (34–38), se traduisent par un problème aux valeurs propres généralisé

$$\omega \underline{A} \underline{X} = \underline{B} \underline{X}, \quad (59)$$

où les matrices \underline{A} et \underline{B} se décomposent par blocs de la manière suivante :

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \underline{B} = \begin{pmatrix} B_{00} & B_{01} & B_{02} & G_0 \\ B_{10} & B_{11} & B_{12} & G_1 \\ B_{20} & B_{21} & B_{22} & G_2 \\ D_0 & D_1 & D_2 & 0 \end{pmatrix}. \quad (60)$$

Dans cette décomposition, les blocs G_0 , G_1 et G_2 sont rectangulaires de taille $N \times (N-2)$ (avec N lignes et $N-2$ colonnes) et correspondent aux composantes de la version discrétisée de l'opérateur gradient (multiplié par $-i$) : $G_0 = -i\partial_0$, $G_1 = \alpha_1$ et $G_2 = \boxed{(1/x_0)}\alpha_2$ respectivement (avec quelques abus de notation, qui ne devraient pas prêter à confusion). Les blocs D_0 , D_1 et D_2 sont de taille $(N-2) \times N$ et correspondent aux différents termes de l'opérateur divergence (aussi multiplié par $-i$) : $D_0 = -i\partial_0 - \boxed{(1/x_0)}$, $D_1 = \alpha_1$ et $D_2 = \boxed{(1/x_0)}\alpha_2$ respectivement. Les blocs B_{ij} sont carrés de taille $N \times N$, et proviennent des différents termes des opérateurs d'advection et de diffusion. La matrice \underline{A} possède la même structure de blocs (avec I l'identité).

Dans la formulation précédente, il faut encore tenir compte des conditions de non-glissement aux parois, en remplaçant dans les matrices \underline{A} et \underline{B} les lignes correspondant aux valeurs des composantes de la vitesse aux parois. Mais ces conditions de Dirichlet homogènes permettent aussi d'éliminer complètement ces valeurs aux bords des vecteurs \underline{u}_0 , \underline{u}_1 et \underline{u}_2 : en procédant ainsi, le nombre d'inconnues pour chaque composante de vitesse devient égale au nombre de valeurs de la pression et tous les blocs des matrices \underline{A} et \underline{B} redeviennent carrés.

Lorsque l'écoulement de base (58) est symétrique en x_0 , on peut réduire le problème en ne considérant que la moitié du domaine et en utilisant le fait que chacune des composantes de vitesse et de pression est soit symétrique soit antisymétrique. La symétrie ou l'antisymétrie des composantes dépend de l'ordre du mode azimutal α_2 en coordonnées cylindriques, en coordonnées cartésiennes elle dépend du caractère sinueux ou variqueux des perturbations cherchées. Alors, il suffit d'utiliser les bonnes versions (symétriques ou antisymétriques) des opérateurs de dérivation pour construire les blocs de la matrice \underline{B} .

En coordonnées polaires, il peut y avoir une difficulté supplémentaire lorsque l'axe $x_0 = 0$ fait partie des points de collocations. Ce problème se résout facilement en utilisant la règle de l'Hôpital et un développement de Taylor des différentes composantes [6] et en remplaçant les lignes correspondantes dans les matrices.

Le problème aux valeurs propres généralisé (59) peut être réduit à un problème aux valeurs propres standard en éliminant la pression. En effet, puisque $D_0\underline{u}_0 + D_1\underline{u}_1 + D_2\underline{u}_2 = 0$, on a

$$[D_0G_0 + D_1G_1 + D_2G_2]\underline{p} + [D_0 \quad D_1 \quad D_2] \begin{pmatrix} B_{00} & B_{01} & B_{02} \\ B_{10} & B_{11} & B_{12} \\ B_{20} & B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u}_0 \\ \underline{u}_1 \\ \underline{u}_2 \end{bmatrix} = 0, \quad (61)$$

ce qui permet d'exprimer la pression en fonction des composantes de la vitesse sous la forme : $\underline{p} = P_0\underline{u}_0 + P_1\underline{u}_1 + P_2\underline{u}_2$. Le problème aux valeurs propres (59) devient alors

$$\omega \begin{bmatrix} \underline{u}_0 \\ \underline{u}_1 \\ \underline{u}_2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{C}} \begin{bmatrix} \underline{u}_0 \\ \underline{u}_1 \\ \underline{u}_2 \end{bmatrix}, \quad (62)$$

avec

$$\begin{pmatrix} C_{00} & C_{01} & C_{02} \\ C_{10} & C_{11} & C_{12} \\ C_{20} & C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{00} & B_{01} & B_{02} \\ B_{10} & B_{11} & B_{12} \\ B_{20} & B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G_0P_0 & G_0P_1 & G_0P_2 \\ G_1P_0 & G_1P_1 & G_1P_2 \\ G_2P_0 & G_2P_1 & G_2P_2 \end{pmatrix}. \quad (63)$$

Finalement, lorsque $\alpha_1 \neq 0$ ou $\alpha_2 \neq 0$, la condition d'incompressibilité permet encore d'exprimer la composante \underline{u}_1 ou \underline{u}_2 en fonction des autres et de l'éliminer du problème (62). En procédant ainsi, on ramène le problème généralisé (59) avec quatre composantes à un problème standard avec deux composantes.

Toutes ces manipulations sont indépendantes de la méthode choisie pour la discrétisation spatiale et permettent donc de calculer efficacement les relations de dispersion dans une variété de configurations.

A.6.3. Intégration temporelle

Tous les systèmes considérés ici sont régis par des équations aux dérivées partielles qui sont du premier ordre en temps, que ce soient les équations de Navier–Stokes (1,2) ou l'équation de Ginzburg–Landau (20). Quand il s'agit de les simuler numériquement il est donc naturel d'utiliser des techniques similaires. La méthode d'intégration temporelle très générale détaillée ci-dessous m'a servi pour étudier un grand nombre de cas.

L'étape de la discrétisation spatiale transforme les équations aux dérivées partielles (1,2) en un système d'équations différentielles ordinaires du premier ordre en temps, qui peuvent s'écrire sous la forme

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{N}(\mathbf{u}) - \nabla p, \quad (64)$$

$$0 = \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad (65)$$

où \mathbf{u} et p représentent les vecteurs correspondant aux champs de vitesse et de pression discrétisés spatialement. Ici, l'opérateur non linéaire

$$\mathbf{N}(\mathbf{u}) \equiv -(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} + \nu \Delta \mathbf{u} \quad (66)$$

regroupe les termes d'advection et de diffusion, alors que les opérateurs linéaires notés ∇ et $\nabla \cdot$ correspondent au gradient et à la divergence et s'expriment sous forme de matrices.

L'intégration temporelle consiste alors à avancer par pas de temps successifs pour calculer les champs $\mathbf{u}^n \equiv \mathbf{u}(t^n)$ aux instants discrets $t^n \equiv n\Delta t$. Ici, nous utiliserons un pas de temps Δt constant, mais la méthode décrite ci-dessous pourrait être adaptée au cas d'un pas de temps variable. Les nouvelles valeurs du champ \mathbf{u}^{n+1} sont obtenues à partir des valeurs aux instants précédents \mathbf{u}^n , \mathbf{u}^{n-1} , ... en exprimant les différents termes de (64), évalués à un instant particulier $t^* = (n + \tau^*)\Delta t$, avec $0 \leq \tau^* \leq 1$. Pour exprimer chacun de ces termes, on peut utiliser une formulation explicite (qui

ne dépend que des champs déjà calculés) ou une formulation implicite (qui fait intervenir également le champ encore inconnu \mathbf{u}^{n+1}). À cet effet il est utile de décomposer $\mathbf{N}(\mathbf{u})$ comme

$$\mathbf{N}(\mathbf{u}) = \mathbf{E}(\mathbf{u}) + \mathbf{I}(\mathbf{u}) \quad (67)$$

où $\mathbf{E}(\mathbf{u})$ est un terme “explicite” obtenu à l’instant t^* par extrapolation à partir des valeurs précédentes

$$\mathbf{E}(\mathbf{u}) \simeq \sum_{q>0} \beta_q \mathbf{E}(\mathbf{u}^{n+1-q}) \quad (68)$$

et où $\mathbf{I}(\mathbf{u})$ est un terme “implicite” obtenu par interpolation (dépendant aussi de \mathbf{u}^{n+1})

$$\mathbf{I}(\mathbf{u}) \simeq \sum_{q \geq 0} \gamma_q \mathbf{I}(\mathbf{u}^{n+1-q}). \quad (69)$$

La dérivée temporelle s’exprime comme

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} \simeq \frac{1}{\Delta t} \sum_{q \geq 0} \alpha_q \mathbf{u}^{n+1-q}. \quad (70)$$

Ainsi, l’équation (64) devient

$$\alpha_0 \mathbf{u}^{n+1} - \Delta t \gamma_0 \mathbf{I}(\mathbf{u}^{n+1}) = - \sum_{q>0} \alpha_q \mathbf{u}^{n+1-q} + \Delta t \sum_{q>0} \beta_q \mathbf{E}(\mathbf{u}^{n+1-q}) + \Delta t \sum_{q>0} \gamma_q \mathbf{I}(\mathbf{u}^{n+1-q}) - \Delta t \nabla p, \quad (71)$$

où les champs \mathbf{u} du membre de droite sont tous connus. Les coefficients α_q , β_q et γ_q sont calculés par des formules analytiques et sont entièrement déterminés par l’instant t^* choisi et l’ordre d’approximation. Par exemple, pour un schéma de Crank–Nicolson du second ordre on a : $\tau^* = 0.5$, $\alpha_0 = 1$, $\alpha_1 = -1$, $\beta_1 = 3/2$, $\beta_2 = -1/2$, $\gamma_0 = \gamma_1 = 1/2$. Avec cette formulation il est facile de tester des schémas de différents ordres et plus ou moins implicites (τ^* plus proche de 1 ou de 0).

Le calcul de \mathbf{u}^{n+1} à partir de (71) n’est guère commode que si l’opérateur \mathbf{I} est linéaire et l’opérateur $\mathbf{H} \equiv \alpha_0 - \Delta t \gamma_0 \mathbf{I}$ bien conditionné. Par ailleurs, un traitement implicite de l’opérateur de diffusion permet aussi de prendre des pas de temps Δt plus grands. Pour toutes ces raisons, on met généralement les termes visqueux dans \mathbf{I} et les termes d’advection dans \mathbf{E} , soit

$$\mathbf{E}(\mathbf{u}) = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \quad \text{et} \quad \mathbf{I}(\mathbf{u}) = \nu \Delta \mathbf{u}, \quad (72)$$

mais plusieurs choix peuvent être possibles, du moment que la somme de \mathbf{E} et de \mathbf{I} est égale à \mathbf{N} . En particulier, dans une formulation en coordonnées cylindriques, on a intérêt à traiter de manière explicite les termes de l’opérateur de diffusion qui couplent les composantes u_0 et u_2 , voir (16,18).

Dans l’équation (71), il reste une inconnue dans le membre de droite, le gradient de pression ∇p , dont le rôle est de garantir que l’écoulement reste incompressible. En fait, l’équation (71) avec la contrainte

$$0 = \nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} \quad (73)$$

permet, en principe, de calculer le champ de vitesse \mathbf{u}^{n+1} et le gradient de pression ∇p . Mais la résolution d’une telle équation sous contrainte est un problème complexe. Alors, plutôt que de calculer simultanément la pression et le champ de vitesse final, on utilise une méthode de prédiction–correction très proche des algorithmes introduits par Goda [16] et perfectionnés ensuite par Raspo et al. [43].

La manière de procéder consiste à calculer d’abord une valeur approchée de la pression \bar{p} , puis une valeur provisoire du champ de vitesse \mathbf{u}^* avant de le projeter sur l’espace des champs incompressibles pour obtenir \mathbf{u}^{n+1} . Cet algorithme pour avancer d’un pas de temps de t^n à t^{n+1} comporte plusieurs étapes, d’où le nom de méthode à pas fractionnaire :

(i) Calcul d'une valeur approchée de la pression \bar{p} .

En prenant la divergence de (64) et en utilisant (65), on trouve que la pression doit vérifier

$$\Delta p = \nabla \cdot [-(\mathbf{u} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{u}]. \quad (74)$$

Ce problème de Poisson est généralement complété par des conditions aux limites de Neumann obtenues en prenant la composante normale de (64) le long des parois

$$\partial_n p = \mathbf{n} \cdot [\nu \Delta \mathbf{u}], \quad (75)$$

où $\partial_n p \equiv \mathbf{n} \cdot \nabla p$ et \mathbf{n} est un vecteur unitaire normal aux parois, et on a utilisé que $\mathbf{n} \cdot [(\mathbf{u} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{u} + \partial_t \mathbf{u}] = 0$ du fait de la condition de non-glissement aux parois. En appliquant ce raisonnement à l'équation discrétisée temporellement (71), une prédiction du champ de pression peut être obtenue en résolvant le problème de Poisson

$$\Delta \bar{p} = \nabla \cdot \sum_{q>0} \beta_q [-(\mathbf{u}^{n+1-q} \cdot \nabla) \mathbf{u}^{n+1-q}], \quad (76)$$

avec

$$\partial_n \bar{p} = \mathbf{n} \cdot \sum_{q>0} \beta_q [\nu \Delta \mathbf{u}^{n+1-q}] \quad (77)$$

aux bords. Notons que la seule différence entre les équations (76,77), et celles obtenues en prenant la divergence de (71) est que tous les termes sont obtenus par extrapolation en utilisant les coefficients β_q et ne font pas intervenir le champ \mathbf{u}^{n+1} qui n'est pas encore connu à ce stade.

(ii) Calcul d'une valeur provisoire du nouveau champ de vitesse.

En utilisant la valeur approchée de la pression \bar{p} , un nouveau champ de vitesse \mathbf{u}^* est obtenu par résolution du problème de Helmholtz :

$$[\alpha_0 - \Delta t \gamma_0 \mathbf{I}] \mathbf{u}^* = - \sum_{q>0} \alpha_q \mathbf{u}^{n+1-q} + \Delta t \sum_{q>0} \beta_q \mathbf{E}(\mathbf{u}^{n+1-q}) + \Delta t \sum_{q>0} \gamma_q \mathbf{I}(\mathbf{u}^{n+1-q}) - \Delta t \nabla \bar{p}, \quad (78)$$

avec des conditions aux limites de Dirichlet

$$\mathbf{u}^* = 0, \quad (79)$$

correspondant au non-glissement aux parois.

(iii) Correction de la vitesse par projection sur l'espace des champs incompressibles.

Malgré toutes les précautions prises lors des deux précédentes étapes, le champ de vitesse \mathbf{u}^* n'est pas parfaitement incompressible. Pour corriger ce défaut, le nouveau champ de vitesse \mathbf{u}^{n+1} est obtenu par projection

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^* - \frac{\Delta t}{\alpha_0} \nabla \phi^{n+1}, \quad (80)$$

où le champ ϕ^{n+1} vérifie le problème de Poisson

$$\Delta \phi^{n+1} = \nabla \cdot \left(\frac{\alpha_0}{\Delta t} \mathbf{u}^* \right), \quad (81)$$

avec des conditions aux limites de Neumann homogènes

$$\partial_n \phi^{n+1} = 0. \quad (82)$$

Après cette étape de projection, la condition de divergence nulle ($\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0$) est vérifiée dans tout le domaine. On remarquera cependant que cette projection peut introduire une légère vitesse de glissement à la paroi. En effet, la condition (82) garantit que la nouvelle vitesse \mathbf{u}^{n+1} satisfait la condition d'impénétrabilité ($\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0$), mais les composantes tangentes à la paroi du gradient de ϕ^{n+1} ne sont pas nécessairement nulles et la projection (80) peut donc venir détériorer la condition (79). Ce défaut

n'est généralement pas important, mais on peut quand même y remédier en modifiant les conditions aux limites du problème de Helmholtz. En effet, il suffit d'anticiper la modification de la vitesse aux parois, due à l'étape de projection (80), ce qui pourrait se faire en remplaçant la condition (79) par $\mathbf{u}^* = \frac{\Delta t}{\alpha_0} \nabla \phi^{n+1}$. Le champ ϕ^{n+1} n'étant pas encore disponible à cette étape-là, il faut rendre explicite cette condition par une nouvelle extrapolation :

$$\mathbf{u}^* = \frac{\Delta t}{\alpha_0} \sum_{q>0} \delta_q \nabla \phi^{n+1-q}, \quad (83)$$

où les coefficients δ_q correspondent à l'extrapolation d'une quantité à l'étape $n + 1$ en utilisant les valeurs calculées précédemment aux étapes $n, n - 1, \dots$

Si la correction apportée au champ de vitesse par cette étape de projection (80) est significative, cela veut dire que l'étape précédente (78) a produit un résultat qui s'écarte beaucoup des champs de vitesse à divergence nulle. C'est justement pour cela qu'il est important de faire évoluer le champ de vitesse à l'étape (78) avec une bonne approximation du gradient de pression. La performance de cette technique peut être évaluée en comparant les amplitudes de $\nabla \bar{p}$ et $\nabla \phi$ à chaque pas de temps. Avec une implémentation cohérente, l'amplitude de $\nabla \phi$ est inférieure à celle de $\nabla \bar{p}$ de plusieurs ordres de grandeur.

A.7. Résumé des principaux résultats

Les méthodes théoriques et numériques présentées dans un cadre général dans les sections précédentes constituent les éléments essentiels que j'ai mis en œuvre pour étudier la dynamique de différentes configurations d'écoulements ouverts. Dans cette partie, je présenterai maintenant les principaux résultats obtenus, en me référant aux articles publiés (voir §C.1).

A.7.1. Modes globaux non linéaires dans les écoulements cisailés

Ce thème a constitué mon sujet principal de recherche pendant ma thèse et les années suivantes. Il s'agit de l'étude d'écoulements ouverts qui présentent un comportement oscillant intrinsèque : sans action extérieure, de petites fluctuations sont amplifiées sur place et, après une croissance transitoire, conduisent à un régime stationnaire où les fluctuations d'amplitude finie s'installant aux différents endroits sont toutes accordées à une même fréquence. La dynamique est intrinsèque car elle est peu sensible aux conditions d'entrée et ne dépend que des caractéristiques de l'écoulement au cœur même du domaine. Pour des écoulements de base qui se développent lentement en espace, la structure globale est celle d'un train d'ondes progressives modulées dont le nombre d'onde local évolue lentement le long de l'écoulement. L'objectif est alors d'identifier les causes d'un tel comportement globalement synchronisé, de comprendre le mécanisme de sélection et de prédire la fréquence, l'amplitude ainsi que la structure spatiale des fluctuations.

Dans un cadre strictement linéaire, la sélection de modes globaux a été résolue par une série de travaux réalisés précédemment [24], mais peu de choses étaient connues sur l'évolution non linéaire [10]. C'est précisément le problème de l'existence et de la sélection de modes globaux avec une amplitude finie qui a fait l'objet de mes travaux. Différentes méthodes ont été utilisées. Dans un premier temps, j'ai étudié le modèle simplifié de l'équation de Ginzburg–Landau (à coefficients lentement variables en espace) qui ne prend pas en compte la complexité des équations de Navier–Stokes mais qui, par le passé, s'est déjà révélé très utile pour appréhender la dynamique d'un grand nombre d'écoulements. L'étude théorique de ce modèle m'a permis de montrer qu'il existe deux types de structures synchronisées non linéaires (figure 2) : appelées modes doux ou “chapeaux” [A1] et modes raides ou “éléphants” [A2]. Ce sont deux critères différents qui déterminent la fréquence et la structure spatiale de chacun de ces modes [A4]. Les modes chapeaux (figure 2a–2c) présentent une enveloppe et un nombre d'onde local lentement variables sur tout le domaine ; leur critère de

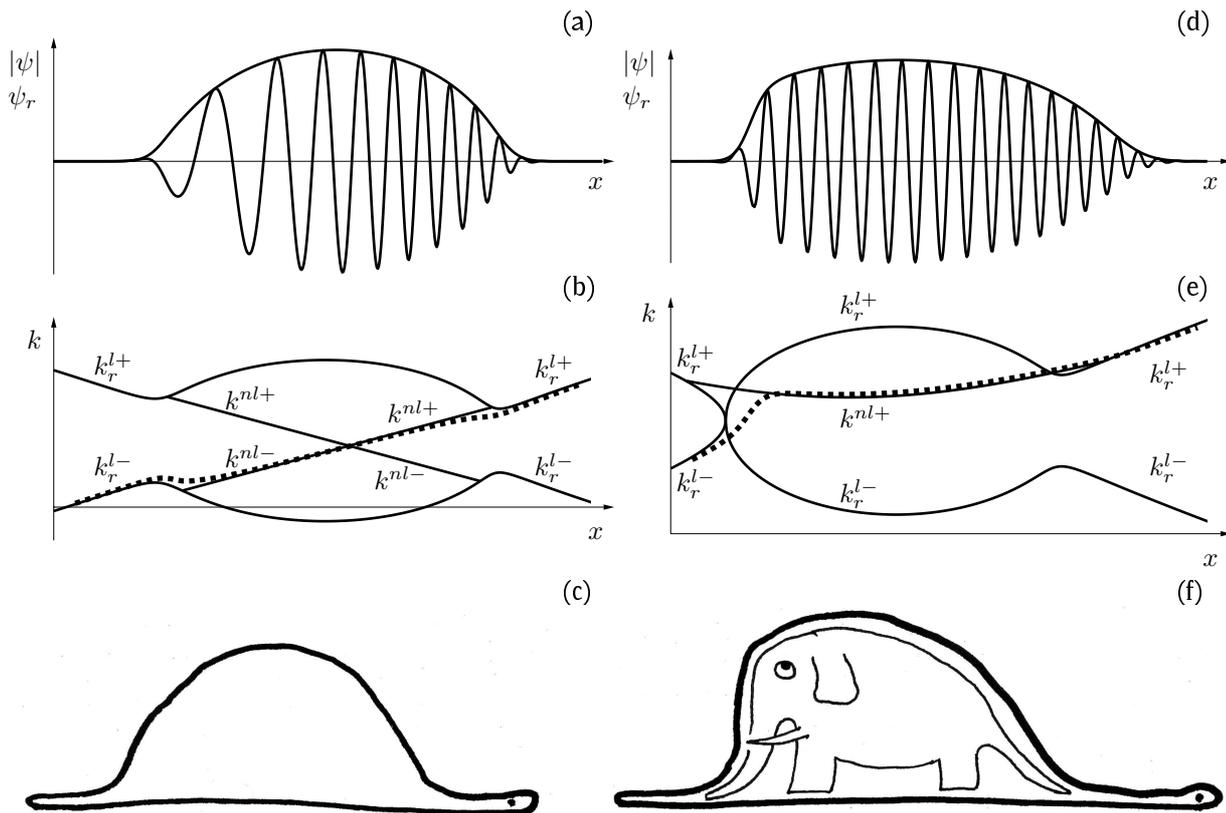


FIGURE 2. Modes globaux non linéaires de type "chapeau" (a,b,c) et "éléphant" (d,e,f) obtenus avec l'équation de Ginzburg–Landau inhomogène. (a,d) Enveloppe $|\psi|$ et partie réelle ψ_r des modes. (b,e) Branches spatiales linéaires $k_r^{l\pm}$ et non linéaires $k^{nl\pm}$ calculées analytiquement (courbes continues) et nombre d'onde local de la simulation numérique (courbe pointillée). (c,f) D'après [44].

sélection repose sur un point selle de la relation de dispersion non linéaire locale qui effectue la jonction entre la branche k^{nl-} et la branche k^{nl+} . Les modes éléphants (figure 2d–2f) sont caractérisés par un front raide tourné vers l'amont, situé au bord amont de la région absolument instable ; leur fréquence est déterminée par ce front qui permet le passage entre la branche linéaire k_r^{l-} et la branche non linéaire k^{nl+} .

Ces deux modes sont donc deux solutions différentes pour le critère de sélection de la fréquence globale posé comme un problème de valeur propre non linéaire (§A.5.8) : trouver la fréquence globale qui permet de satisfaire les conditions de causalité qui exigent le passage d'une branche spatiale $-$ à l'amont vers une branche spatiale $+$ à l'aval. Ces deux mécanismes de résonance s'excluent mutuellement : un seul mode est possible dans une situation donnée. Ce travail est en grande partie analytique et repose sur des méthodes asymptotiques (approximations WKBJ [3]). Les résultats ont également été confirmés par simulation numérique directe de l'équation de Ginzburg–Landau.

Après avoir identifié, à l'aide de ce modèle, les principes de sélection de ces structures synchronisées d'amplitude finie, j'ai pu généraliser ces résultats aux équations complètes de la mécanique des fluides. Même si l'approche est similaire dans son principe, que le système soit régi par une équation modèle ou les équations de Navier–Stokes, l'étude d'un "vrai" écoulement nécessite la mise en œuvre de simulations numériques nettement plus conséquentes.

La première démonstration [A5,A6] de la validité du critère de sélection non linéaire a été réalisée pour un sillage "synthétique" : écoulement de type sillage se développant spatialement, sans obstacle et sans zone de recirculation, mais qui néanmoins obéit aux équations de Navier–Stokes et présente une région d'instabilité absolue locale. À cause de l'instabilité absolue, le système s'installe dans un régime pleinement développé qui génère une allée tourbillonnaire périodique en temps et qui se

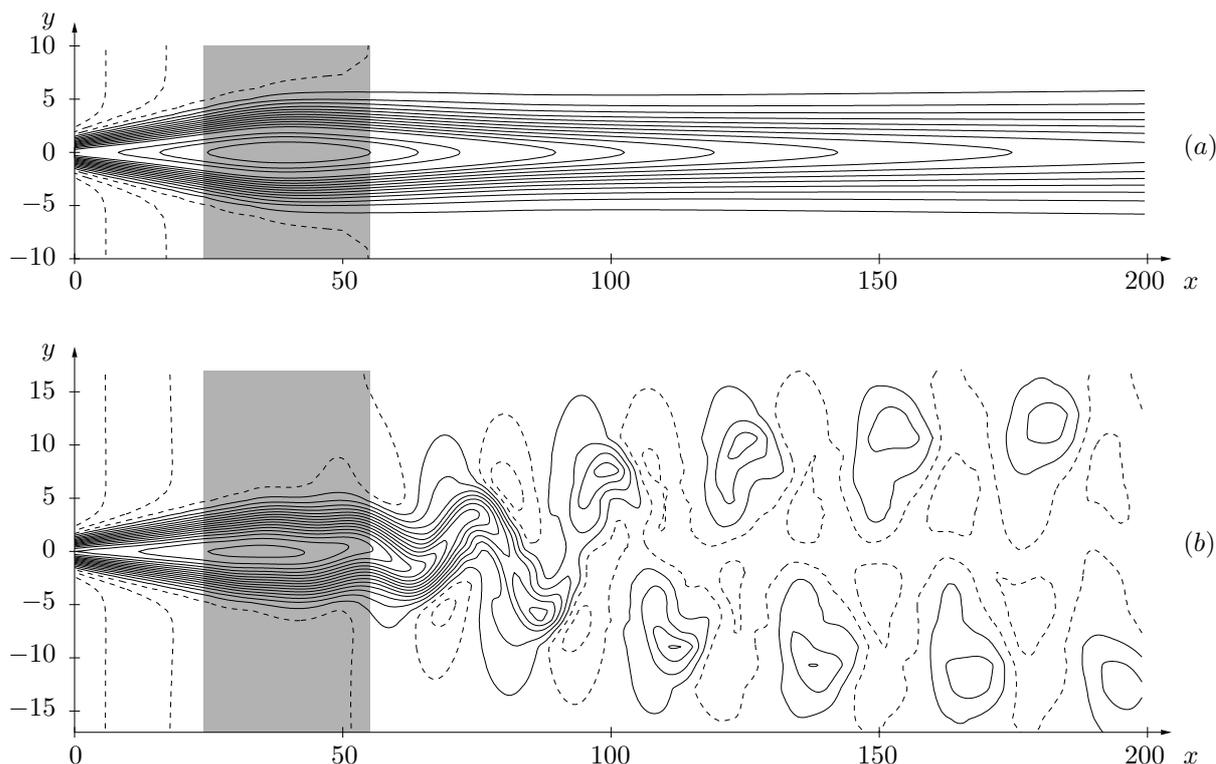


FIGURE 3. Dynamique globale d'un sillage synthétique. Les zones grises indiquent la région absolument instable. (a) Composante selon x de la vitesse de l'écoulement de base non perturbé. (b) Composante selon x de la vitesse instantanée dans le régime périodique pleinement développé.

propage vers l'aval (figure 3).

Ensuite, j'ai revisité l'exemple sans doute le plus célèbre d'un écoulement périodique auto-entretenu : l'allée de von Kármán, des tourbillons émis avec une périodicité bien déterminée pour former une rangée très régulière dans le sillage d'un cylindre. En étudiant les propriétés locales de stabilité, j'ai réussi à montrer que l'allée tourbillonnaire peut être interprétée comme un mode global non linéaire [A7]. Le critère de sélection de la fréquence est basé sur la fréquence absolue locale, calculée sous l'hypothèse d'un écoulement de base quasi-parallèle. Même si cette hypothèse n'est pas bien vérifiée au voisinage du cylindre, la prédiction théorique est en bon accord avec les simulations numériques directes pour des nombres de Reynolds $Re > 100$, ce qui n'est pas le cas d'autres critères proposés précédemment (figure 4).

Plus récemment, en généralisant cette démarche au cadre pleinement tridimensionnel du sillage d'une sphère, j'ai également pu mettre en évidence l'existence d'une région absolument instable, moteur de la production périodique de tourbillons dans ce système [A11] (voir §A.7.5.).

Une approche similaire m'a également permis d'identifier le scénario de transition qui régit la dynamique d'une couche limite tridimensionnelle due à un disque en rotation [A9] (voir §A.7.3.).

A.7.2. Contrôle en boucle ouverte de systèmes absolument instables

L'existence d'une instabilité absolue est généralement associée avec une dynamique intrinsèque robuste, largement insensible au bruit extérieur. Cependant j'ai pu démontrer qu'un forçage harmonique bien choisi peut avoir une influence considérable, même pour des amplitudes exponentiellement faibles, et modifier profondément la dynamique globale d'un tel système.

Comme vu précédemment, les systèmes spatialement inhomogènes avec une région absolument instable sont maintenant connus pour donner lieu à des modes globaux auto-entretenus d'amplitude finie. Ici on montre qu'une telle dynamique intrinsèque peut être modifiée par un forçage de faible amplitude appliqué dans la zone convectivement instable, en amont des fluctuations pleinement

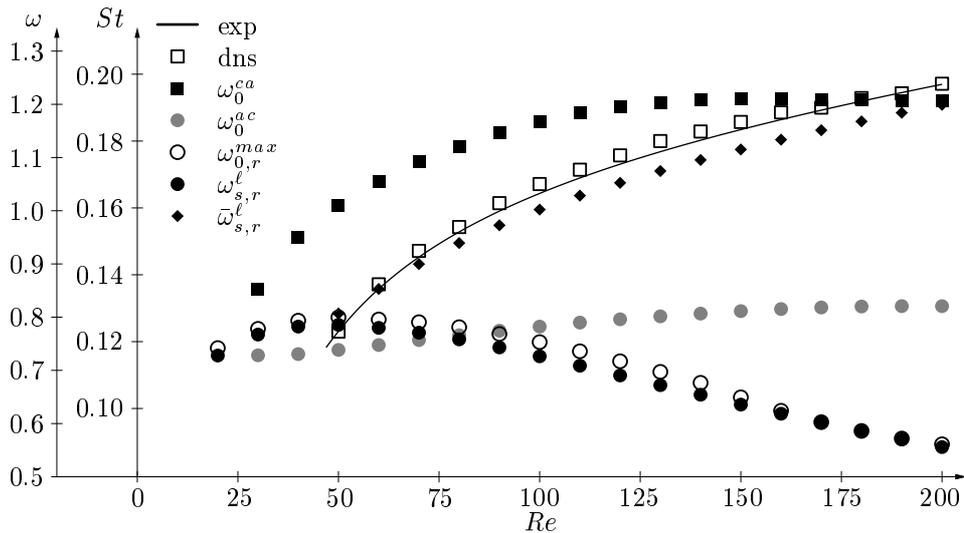


FIGURE 4. Variation avec le nombre de Reynolds des fréquences caractéristiques du cylindre (pulsation ω et nombre de Strouhal St). La fréquence obtenue par simulation numérique directe (carrés ouverts) suit parfaitement la courbe expérimentale proposée par Williamson [50] (ligne continue). Les fréquences ω_0^{ca} prédites par la théorie des modes “éléphant” (carrés pleins) sont en assez bon accord, surtout pour $Re > 100$. D’autres fréquences caractéristiques ne peuvent pas rendre compte du phénomène. Notons la bonne performance de $\bar{\omega}_{s,r}^\ell$ (losanges) obtenu par la théorie des modes globaux linéaires basée sur l’écoulement moyen au lieu de l’écoulement de base.

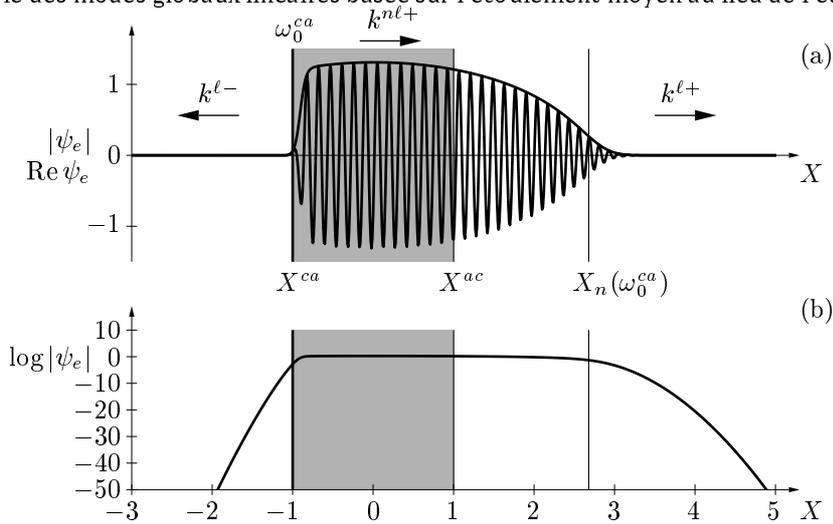


FIGURE 5. Enveloppe $|\psi_e|$ et partie réelle $Re \psi_e$ d’un mode “éléphant”. La région absolument instable $X^{ca} = -1 < X < X^{ac} = 1$ est indiquée en gris. Le front de fréquence ω_0^{ca} à X^{ca} engendre la branche linéaire amont $k^{\ell-}$ et la branche non linéaire aval $k^{n\ell+}$. Plus loin en aval, au-delà du point neutre X_n qui dépend de la fréquence ω_0^{ca} , la branche exponentiellement décroissante $k^{\ell+}$ prend le relais.

développées. Cette technique permet d’accorder la fréquence de l’ensemble du système à n’importe quelle valeur dans toute une gamme de fréquences, en ne dépensant qu’une énergie exponentiellement faible.

Cette méthode de contrôle a été mise au point en étudiant le modèle simplifié unidimensionnel de l’équation de Ginzburg–Landau complexe inhomogène en espace (20).

Dans une situation avec une région centrale absolument instable, un état d’amplitude finie et périodique en temps est obtenu en l’absence de forçage extérieur. Un tel mode “éléphant” est caractérisé par un front raide au bord amont de la région absolument instable (figure 5). Ce front qui a une fréquence réelle agit comme une source produisant le train d’ondes d’amplitude finie se propageant vers l’aval et les ondes évanescentes qui se propagent vers l’amont. Ainsi, tout le domaine est accordé à la fréquence du front.

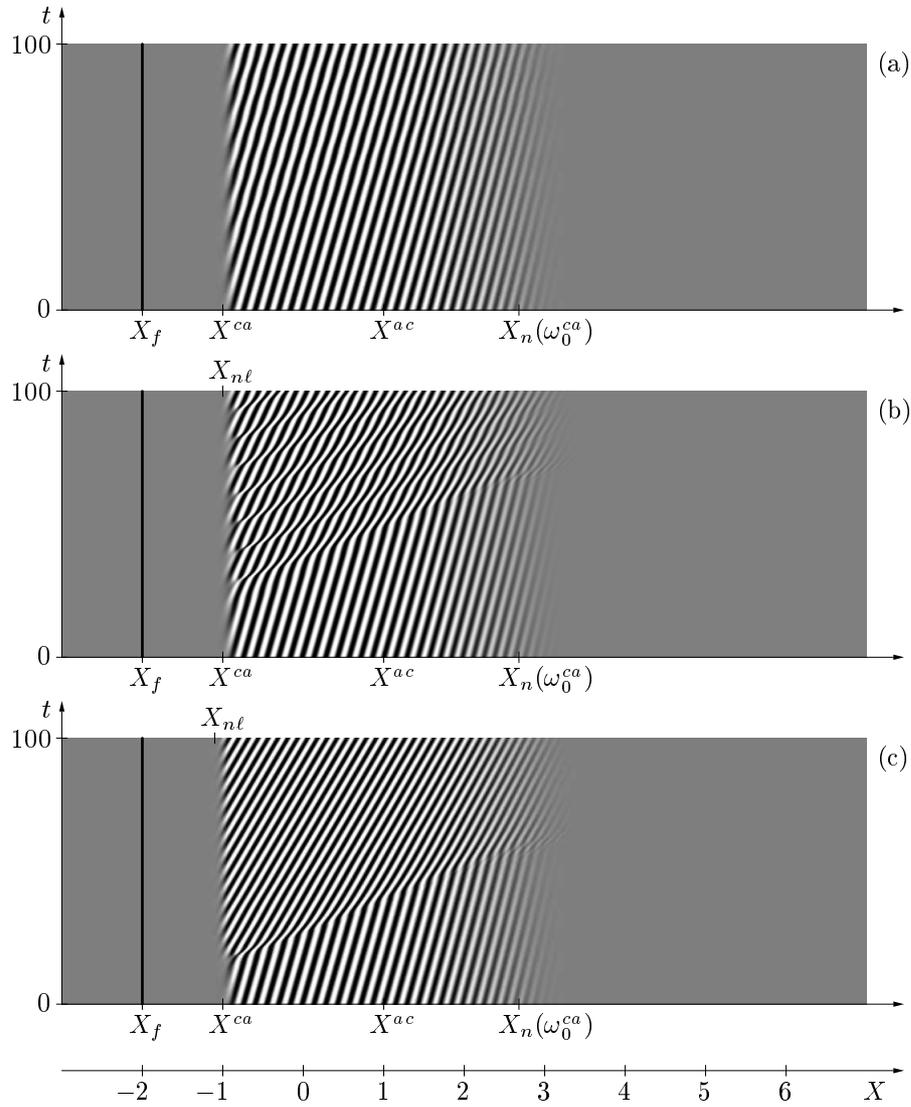


FIGURE 6. Contrôle d'une solution auto-entretenu par forçage harmonique localisé. Représentation spatio-temporelle de $\text{Re}\psi(x, t)$. La configuration est la même que celle de la figure 5, et pour $t < 0$ le système est dans l'état d'oscillations naturelles à la fréquence $\omega_0^{ca} = 0.4$ avec un front à $X^{ca} = -1$. Un forçage de fréquence $\omega_f = 1$ est appliqué à $X_f = -2$ pour $t > 0$ avec différentes amplitudes A_f . (a) Avec $A_f = 10^{-12}$, le forçage extérieur n'est pas capable de perturber la structure non linéaire auto-entretenu. (b) Avec $A_f = 10^{-11}$, la réponse spatiale atteint une amplitude finie précisément à la position du front $X^{nl} = X^{ca}$ et une compétition entre les deux fréquences en résulte. (c) Avec $A_f = 10^{-10}$, la réponse spatiale atteint le régime non linéaire en $X^{nl} = -1.1$ en amont de X^{ca} et remplace rapidement les oscillations naturelles.

Considérons maintenant un forçage harmonique de faible amplitude localisé et appliqué dans la région convectivement instable, en amont de la structure non linéaire auto-entretenu. Pour de faibles amplitudes de forçage, la réponse spatiale au forçage ainsi que le mode global intrinsèque sont tous les deux régis par une dynamique linéaire au voisinage du forçage. Pour des amplitudes de forçage extrêmement faibles, la réponse spatiale n'atteint pas une amplitude finie près du front du mode global non linéaire et est ainsi incapable de venir perturber le mode global (figure 6a). Mais il existe une amplitude critique du forçage pour laquelle la réponse forcée atteint une amplitude finie précisément à l'endroit du front et alors la réponse spatiale au forçage entre en compétition avec le mode global (figure 6b). Pour un forçage légèrement plus important encore, la réponse à la fréquence du forçage atteint la saturation non linéaire en amont du front. Dans ce cas (figure 6c), les oscillations intrinsèques sont complètement supprimées et remplacées par la réponse au forçage dans tout le domaine.

Ce comportement peut être interprété comme le résultat de la compétition de deux sources de fréquences différentes à différents endroits : le front auto-entretenu responsable de la dynamique non linéaire naturelle et le forçage harmonique extérieur. En l'absence de forçage extérieur, le front agit comme la pierre d'angle sur laquelle repose tout le mode global ; ce front impose sa fréquence à tout le domaine et engendre le train d'ondes non linéaires qui se développe en aval et couvre toute la région absolument instable. Quand le forçage est appliqué, cette source intrinsèque ne survit qu'aussi longtemps que la partie du front qui s'évanouit vers l'amont évolue dans un milieu non perturbé. Dès que le front est submergé par une perturbation d'amplitude finie, la source du mode "éléphant" est supprimée, ce qui entraîne l'écroulement de toute la structure non linéaire. La région absolument instable sous-jacente ne joue alors plus de rôle dans la dynamique car elle est masquée par le train d'ondes non linéaires qui résulte du forçage extérieur. Ainsi le comportement d'oscillateur dû à une région absolument instable n'est robuste vis-à-vis d'un forçage extérieur que si l'amplitude du forçage ne dépasse pas des valeurs exponentiellement faibles.

La méthode se démarque des stratégies de contrôle en *boucle fermée* [5] et est originale à plusieurs titres :

- Cette technique ne cherche pas à supprimer les fluctuations mais seulement à remplacer la dynamique intrinsèque par un régime périodique choisi de sorte à améliorer les performances du système. Dans la pratique, cela peut permettre d'éviter des résonances dangereuses, de réduire le bruit, de diminuer les pertes d'énergie ou encore de minimiser les forces de frottement.
- La méthode est relativement facile à mettre en œuvre car elle ne nécessite pas d'information en temps réel.
- La méthode est économique car elle tire profit des propriétés instables du système. En effet, à cause de l'amplification exponentielle de la réponse au forçage, la puissance nécessaire au contrôle est extrêmement faible.

Le principe et la faisabilité de cette méthode ont, encore une fois, d'abord été obtenus dans le cadre d'un système modèle unidimensionnel [A8]. J'ai ensuite montré théoriquement et numériquement [A10] que cette même méthode est utilisable pour retarder la transition dans une couche limite tridimensionnelle (voir §A.7.3. ci-dessous). Un des objectifs du projet ANR "Microsillon" a été la mise au point d'un dispositif expérimental pour vérifier ces résultats dans un système réel.

A.7.3. Instabilités primaires, secondaires et contrôle dans une couche limite tridimensionnelle

Les couches limites tridimensionnelles se rencontrent dans de nombreuses configurations pratiques où un objet tourne dans un fluide ou encore lorsqu'un écoulement arrive en biais sur un obstacle et sont connues pour donner lieu à de fortes instabilités qui peuvent rapidement conduire à un régime turbulent [45].

L'écoulement produit par un disque de grand rayon tournant dans un fluide au repos constitue la couche limite tridimensionnelle générique et concentre dans une géométrie épurée la plupart des propriétés des configurations plus complexes. Von Kármán [29] a obtenu l'écoulement de base comme solution auto-similaire des équations de Navier–Stokes (figure 7). Expérimentalement, ce système est connu pour donner lieu à une transition vers un régime turbulent au-delà d'un rayon critique $R_c \simeq 510$ (unités sans dimension). Cette transition entre l'écoulement de base et un état turbulent est très abrupte et parfaitement reproductible [19].

L'intérêt pour cet écoulement a été renouvelé lorsque Lingwood [33,34] a étudié ce dispositif de manière théorique et expérimentale à l'université de Cambridge et a découvert l'existence d'une instabilité absolue, coïncidant avec le rayon critique R_c de la transition vers un état turbulent. Cependant, d'autres études [14,12], ont ensuite montré que, malgré cette instabilité absolue locale, l'écoulement reste globalement stable dans une approche linéaire. L'objectif de mon travail a été de résoudre ce hiatus par une approche pleinement non linéaire, inspirée de la théorie des modes globaux non linéaires développée précédemment. En effet, l'écoulement de base remplit parfaitement les conditions dans lesquelles la théorie prédit des modes globaux non linéaires de type "éléphant" [A2,A4]. Ces structures d'amplitude finie sont caractérisées par un front stationnaire qui se place à l'endroit qui sépare

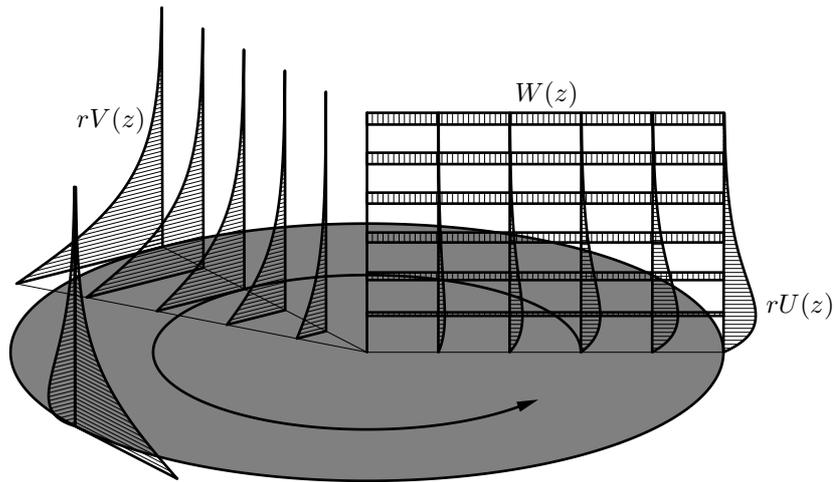


FIGURE 7. Couche limite tridimensionnelle produite par un disque en rotation. Les composantes radiale $rU(z)$ et azimutale $rV(z)$ du profil de vitesse augmentent linéairement avec la distance radiale r alors que la composante axiale $W(z)$ vers la surface du disque ne dépend que de la distance normale z .

une région convectivement instable d'une région absolument instable. Ce front produit des fluctuations d'amplitude finie qui se propagent vers l'aval pour couvrir la région absolument instable, alors que la région convective à l'amont n'est qu'exponentiellement peu perturbée. Ce scénario théorique correspond donc exactement à ce qui est observé expérimentalement dans cet écoulement. En outre la condition de faible inhomogénéité spatiale, essentielle pour la théorie, est très bien vérifiée ici : le rayon critique R_c est très grand devant l'épaisseur de la couche limite.

Pour montrer que la dynamique de ce système peut s'expliquer en termes de modes globaux non linéaires, il fallait d'abord étudier comment les propriétés locales varient avec la distance radiale, c'est-à-dire établir complètement les relations locales de dispersion linéaire et non linéaire ainsi que les fonctions propres associées. Les relations de dispersion font intervenir trois paramètres : la position radiale R , le nombre d'onde dans la direction radiale α et le nombre de modes dans la direction azimutale β . Alors que les propriétés linéaires étaient connues, l'équivalent non linéaire ne l'était pas. Avec l'hypothèse d'un faible développement radial de l'écoulement de base, les solutions d'amplitude finie et localement périodiques sont calculées par simulation numérique d'un problème d'évolution temporelle (voir §A.5.6). Ces ondes non linéaires prennent la forme de vortex spiraux ("cross-flow"). La figure 8 montre les composantes azimutale et radiale d'une telle solution sur deux longueurs d'onde : (a) niveaux des composantes de la perturbation, (b) niveaux des champs totaux et (c) comparaison des profils de l'écoulement de base et de l'écoulement total. Ces profils donnent lieu à plusieurs points d'inflexion dans les composantes azimutale et radiale de la vitesse ; on s'attend donc à ce qu'ils soient susceptibles d'être instables par rapport à des perturbations secondaires.

En procédant ainsi, à chaque position radiale, pour une gamme de nombres d'onde radiaux et azimutaux, il est possible d'obtenir la famille complète de solutions non linéaires saturées pour cette couche limite, ainsi que la relation de dispersion non linéaire associée.

Une analyse en échelles multiples a alors permis de construire une solution globale de type "mode éléphant" à partir des ondes linéaires et non linéaires locales. Dans cette structure, un front stationnaire à $R = 507$ émet un train d'ondes non linéaires qui se propagent radialement vers l'extérieur et ont une structure de vortex spiraux, alors que la région à l'intérieur du front est couverte par des ondes linéaires évanescents (figure 9).

Ces résultats rendent bien compte de l'apparition de fluctuations d'amplitude finie à R_c , mais n'expliquent pas encore la brusque transition vers un régime chaotique observée expérimentalement à cette même position.

Pour comprendre l'origine du régime désordonné, une étude détaillée de stabilité secondaire

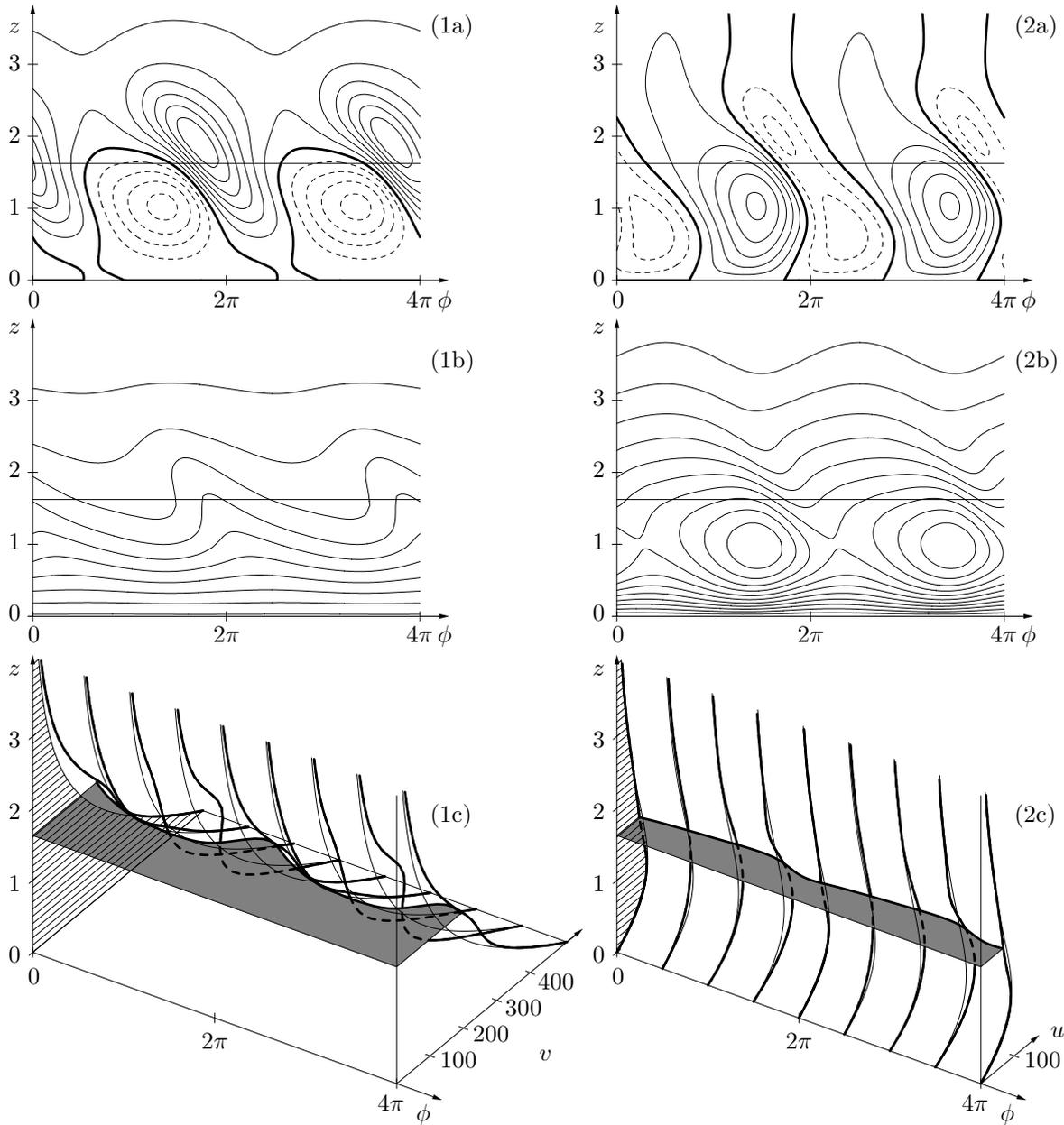


FIGURE 8. Structure d'une onde non linéaire saturée à $R = 510$, $\beta = 68$, $\alpha = 0.35$ et $\omega = 50.5$. Composantes de vitesse (1) azimutale et (2) radiale. (a) Courbes de niveaux de la vitesse de la perturbation sur deux longueurs d'onde. (b) Courbes de niveaux de la vitesse totale. (c) Comparaison des profils de vitesse de base (traits fins) et de vitesse totale (traits épais).

a été menée. Dans cette approche, on prend comme nouvel écoulement de base les solutions non linéaires primaires et on étudie la dynamique de leurs perturbations. Comme les solutions primaires sont périodiques en temps et en espace et données par leur décomposition en modes de Fourier, il est nécessaire de recourir à une méthode de Floquet [22] pour obtenir la relation de dispersion secondaire. Ce problème est d'une assez grande complexité algébrique et entraîne des calculs numériques intensifs (problèmes aux valeurs propres généralisés de grandes dimensions). L'espace des paramètres est considérable : pour chaque solution primaire paramétrée par R , α et β , il faut balayer un ensemble de nombres d'ondes secondaires $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$ pour obtenir un échantillonnage suffisant de la relation de dispersion secondaire.

Pour pouvoir conclure quant à l'origine du régime turbulent, il ne suffit pas de montrer l'existence

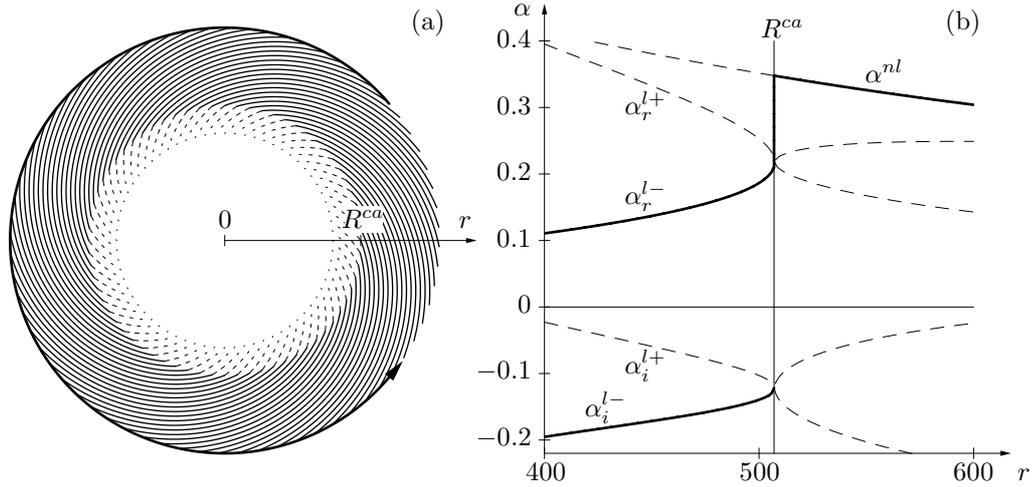


FIGURE 9. Structure spatiale du mode global non linéaire de fréquence $\omega_0^{ca} = 50.5$ et de nombre d'onde azimutal $\beta = 68$. (a) Schéma des vortex spiraux non linéaires déclenchés à R^{ca} et se propageant vers l'extérieur ; des solutions linéaires évanescentes couvrent la région intérieure. (b) Branches spatiales correspondantes obtenues numériquement à partir des relations de dispersion linéaire (branches complexes $\alpha^{l\pm}$) et non linéaire (branche réelle α^{nl}). Les branches linéaires α^{l-} et α^{l+} se rejoignent au nombre d'onde absolu $\alpha_0 = 0.227 - 0.122i$ à $R^{ca} = 507$. Le nombre d'onde radial de la solution globale suit le chemin indiqué avec un trait épais : la branche α^{l-} pour $r < R^{ca}$; le front à R^{ca} est associé à une discontinuité de nombre d'onde ; la branche non linéaire α^{nl} est suivie dans la région extérieure.

d'une instabilité secondaire. En effet, si les fluctuations secondaires n'étaient que convectivement instables, elles seraient emportées par l'écoulement radial et ne réussiraient pas à perturber durablement les tourbillons spiraux sélectionnés naturellement par le mode global primaire. Il faut donc étudier la nature de la stabilité secondaire : convective ou absolue. Le résultat principal de ce travail est qu'effectivement le train d'ondes saturées naturellement sélectionné au rayon critique est déjà absolument instable par rapport à des perturbations secondaires. Ces perturbations secondaires sont donc amplifiées sur place de sorte à détruire les vortex primaires qui leur ont donné naissance. L'ensemble de ces résultats [A9] permet d'expliquer la brusque transition entre l'état laminaire et l'état turbulent :

- par instabilité absolue primaire, des ondes d'amplitude finie sont produites à R_c et couvrent la région $R > R_c$;
- des instabilités absolues secondaires affectent ces ondes primaires et déclenchent la turbulence dès le rayon critique R_c .

Il faut noter qu'il s'agit de deux phénomènes distincts (instabilités absolues primaire et secondaire) mais qui ont lieu simultanément. Les perturbations secondaires se nourrissent des ondes primaires, le régime turbulent ne peut donc pas se propager vers l'intérieur du disque en-deçà du rayon critique car les ondes primaires n'apparaissent qu'à partir de ce rayon.

De tous ces résultats, il ressort que les conditions sont parfaitement remplies pour appliquer la méthode de contrôle en boucle ouverte ([A8] présentée en §A.7.2) à cette couche limite. En effet, dans ce système le régime turbulent est atteint par une succession de deux transitions et c'est la seconde qui est responsable de l'apparition de la turbulence et sur laquelle il faut donc agir pour retarder le régime chaotique. Comme l'instabilité secondaire se développe à partir des ondes primaires, c'est en modifiant celles-ci qu'on peut supprimer ou retarder celle-là. Or, la stratégie de contrôle permet justement de modifier la structure primaire naturellement sélectionnée.

La méthode consiste alors à appliquer un forçage harmonique de faible amplitude et localisé dans la région convectivement instable en amont de la région turbulente (figure 10). Ce forçage extérieur a pour effet de remplacer les fluctuations primaires naturellement présentes par celles dues au forçage. Une connaissance exhaustive des propriétés de stabilité secondaire de toutes les ondes primaires possibles est indispensable si l'on veut optimiser les caractéristiques du forçage (fréquence, périodicité

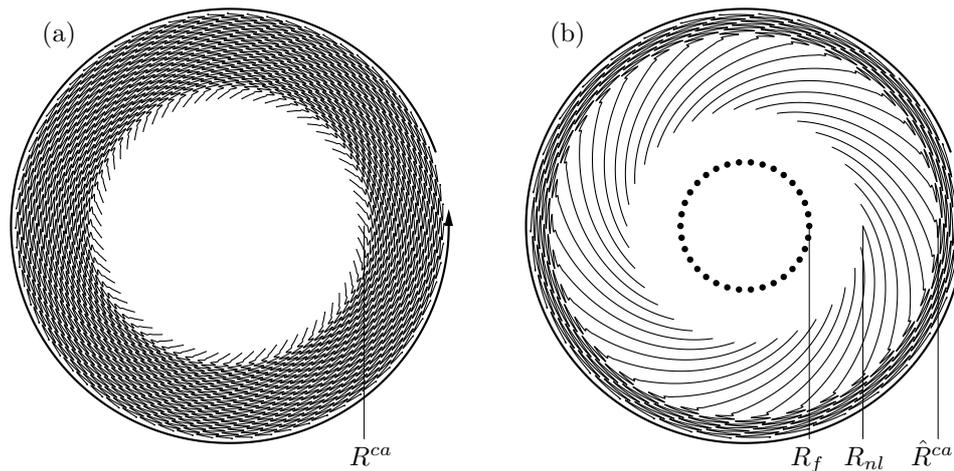


FIGURE 10. (a) Écoulement naturellement sélectionné. Des vortex spiraux non linéaires sont générés à R^{ca} et immédiatement détruits par instabilité absolue secondaire. (b) Écoulement dû au forçage extérieur. Un forçage harmonique localisé en R_f produit une réponse radialement amplifiée et des vortex non linéaires saturés au-delà de R_{nl} , qui sont à leur tour détruits par instabilité secondaire au-delà de \hat{R}^{ca} .

azimutale), de sorte à éviter au mieux les instabilités secondaires et ainsi repousser le plus loin l'apparition du régime turbulent. Ce travail a nécessité d'importantes ressources informatiques et a pu être mené à bien grâce aux machines de la Fédération lyonnaise de calcul hautes performances, installées au LMFA.

Le résultat principal [A10] est qu'il est possible de repousser l'instabilité secondaire absolue, et donc le régime turbulent, jusqu'à un rayon de l'ordre de $R = 600$. En l'absence de contrôle, la transition a lieu au rayon critique $R_c \simeq 510$; cette technique permet donc, en principe, de retarder la transition jusqu'à une centaine d'épaisseurs de couche limite.

Après ces résultats théoriques et numériques, la conception d'un dispositif expérimental a été entreprise dans le but d'étudier plus précisément la dynamique au voisinage de la transition ainsi que la faisabilité de cette technique de contrôle dans un cas réel.

A.7.4. Étude expérimentale de l'écoulement produit par un disque en rotation

Ce travail fait suite à mes recherches précédentes sur la dynamique des couches limites tridimensionnelles [A9] et les moyens de contrôler la transition [A8,A10].

Ce projet, essentiellement expérimental, a été soutenu par l'ANR de 2008 à 2011, dans le cadre d'un projet "Jeunes chercheuses et jeunes chercheurs". Le projet JCJC "Microsillon" a été coordonné par moi-même et élaboré en collaboration avec Frédéric PLAZA† (LMFA) et Carlo COSSU (LADHYX, maintenant à l'IMFT). La thèse de Muhammad Ehtisham SIDDIQUI [48], soutenue en mars 2011 et co-dirigée avec Julian SCOTT, a été réalisée dans le cadre de ce projet.

Les écoulements cisailés près d'une paroi sont connus pour leur forte instabilité et c'est la dynamique de l'écoulement en proche paroi qui a un impact majeur sur les performances d'un système (forces de frottement, transition turbulente, transferts thermiques, niveau de bruit...). Il est donc important de mieux comprendre la dynamique de ces couches limites pour éventuellement pouvoir la modifier.

Lors de ce projet, deux bancs d'essai ont été construits dans un environnement contrôlé, indispensable pour un travail de précision. Le forçage localisé (en vue du contrôle) est envisagé de deux manières différentes : par des éléments en rotation différentielle d'une part et par des éléments à rugosité structurée montés en surface d'autre part. Un système de déplacement de grande précision a été développé pour le support des instruments de mesure, en particulier une sonde à fil chaud qui doit être positionnée à quelques centaines de microns au-dessus d'une surface dont la vitesse de rotation est de l'ordre de 1000 tours/minute.



FIGURE 11. Premier banc d'essai avec disque en verre et système de positionnement de la sonde à fil chaud. Le dispositif de forçage est situé au-dessus et est entraîné par un second moteur, indépendant de celui qui met le disque en rotation.

Il faut souligner que ce projet, auquel j'ai consacré plusieurs années, a connu un grand nombre de difficultés. Tout d'abord, la disparition de Frédéric Plaza juste après l'acceptation du projet par l'ANR, a fait que je me suis retrouvé assez seul pour mener à bien et réorienter cette étude. Aussi, les différentes vérifications et modifications qui se sont avérées nécessaires ont pris beaucoup plus de temps que prévu — sans compter les innombrables contre-temps de la part de nos fournisseurs. Par exemple, notre fabricant pressenti de surfaces microstructurées a fait des essais pendant presque 12 mois avant de finalement abandonner ses tentatives de réalisation d'un prototype selon notre cahier des charges. C'est finalement grâce au savoir-faire d'Horacio CORREIA du LMFA qui s'est formé à l'usinage numérique que les premiers disques avec une rugosité structurée ont pu être réalisés très récemment. Malgré toutes ces difficultés, une partie importante du projet initial a été menée à bien. L'équipement qui est maintenant en place est prêt pour continuer ces travaux passionnants — si seulement on avait un peu plus de bras et de temps.

Parmi les retombées scientifiques de ce projet figurent aussi les contacts qui ont été noués avec Rama GOVINDARAJAN du JNCASR à Bangalore, le laboratoire d'origine de Mukund VASUDEVAN, recruté comme post-doc sur le projet. Cette collaboration a conduit à un projet de recherche entre le LMFA et le JNCASR (et maintenant TIFR, Hyderabad) soutenu par le Centre franco-indien pour la promotion de la recherche avancée (CEFIPRA/IFCPAR).

A.7.4.1. Caractérisation détaillée de la région de transition

Le premier volet de cette étude s'est attaché à caractériser finement la dynamique de la couche limite au voisinage de la zone de transition et le processus qui conduit de l'écoulement non perturbé au régime turbulent développé. Le dispositif expérimental (figure 11) comporte un disque en verre de 500 mm de diamètre qui peut tourner jusqu'à 1500 tours/minute. Dans ces conditions, l'épaisseur caractéristique de la couche limite $\delta = \sqrt{\nu/\Omega}$ descend jusqu'à 350 μm . C'est cette quantité δ qui sert d'unité de mesure pour toutes les distances.

Les mesures de vitesse sont réalisées par une sonde à fil chaud (figures 11 et 14a), ce qui est particulièrement adapté aux écoulements qui présentent des fluctuations temporelles très rapides.

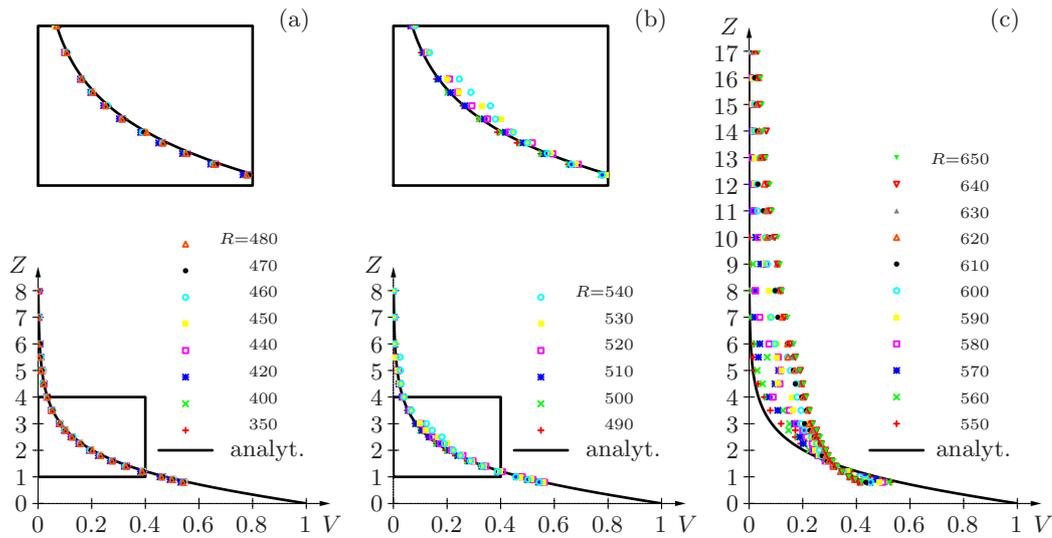


FIGURE 12. Profils de vitesse azimutale moyenne pour $350 \leq R \leq 650$ et solution analytique (courbe continue) ; les encadrés montrent la région $1 \leq Z \leq 4$. (a) Pour $R \leq 480$, les profils mesurés suivent parfaitement la courbe analytique. (b) Pour $490 \leq R \leq 540$, les profils moyens s'écartent légèrement de l'écoulement de base dans la région $2 \leq Z \leq 3$. (c) Pour $R \geq 550$, d'importantes corrections de l'écoulement moyen, même au-delà de $Z = 15$, sont le signe d'une couche limite en transition et pleinement turbulente.

Grâce à un mécanisme de déplacement bi-axes de grande précision mis au point au laboratoire, la sonde peut être positionnée avec une précision de $20 \mu\text{m}$ et $2 \mu\text{m}$ dans les directions radiale et axiale respectivement.

Les profils moyens de la composante azimutale de vitesse mesurés à différentes positions radiales (figure 12) suivent précisément l'écoulement de base dans la région centrale $R \leq 480$. Des corrections, petites mais significatives, de l'écoulement moyen sont obtenues pour $490 \leq R \leq 540$ et $2 \leq Z \leq 3$. Ensuite, pour $R \geq 550$, la modification de l'écoulement moyen devient importante et la couche limite s'épaissit considérablement, même au-delà de $Z = 15$, ce qui est caractéristique d'un régime transitionnel et pleinement turbulent. Ces mesures sont en plein accord avec d'autres études [34,41] et démontrent ainsi la validité de notre dispositif expérimental.

Ensuite, les fréquences présentes dans les fluctuations ont été déterminées par analyse de Fourier de séries temporelles enregistrées en un grand nombre de positions réparties dans toute la couche limite. Pour la plupart des résultats publiés précédemment, la résolution en fréquence est assez faible. Ici, pour obtenir des spectres de grande résolution, les signaux temporels ont été enregistrés sur une grande durée, typiquement plusieurs milliers de révolutions du disque en chaque point. La figure 13 montre des spectres typiques obtenus avec cette méthode. Ces spectres à haute résolution en fréquence peuvent être interprétés comme résultant de la superposition d'une composante continue et d'une composante discrète : des raies extrêmement fines correspondant aux valeurs entières de la fréquence. Cette partie discrète correspond à des fluctuations qui ont exactement la même périodicité que le disque.

En extrayant la composante continue de ces spectres, différents régimes peuvent être identifiés : un régime *linéaire* où la couche limite n'est que légèrement perturbée et le spectre présente une fréquence dominante ; un régime *faiblement non linéaire* caractérisé par une fréquence dominante et ses harmoniques dus aux interactions non linéaires ; un régime *pleinement turbulent* avec un spectre large sans pics modaux.

Les composantes continue et discrète s'amplifient avec la distance radiale R , mais la composante discrète n'est importante que dans le régime faiblement non linéaire et est à peine observable dans les régimes linéaire et turbulent. Aussi, ces raies discrètes sont surtout visibles autour de la fréquence dominante, autour de $\omega \simeq 30$ et de ses harmoniques.

Une analyse spatiale permet d'expliquer cette structure particulière des spectres. En effet, toutes

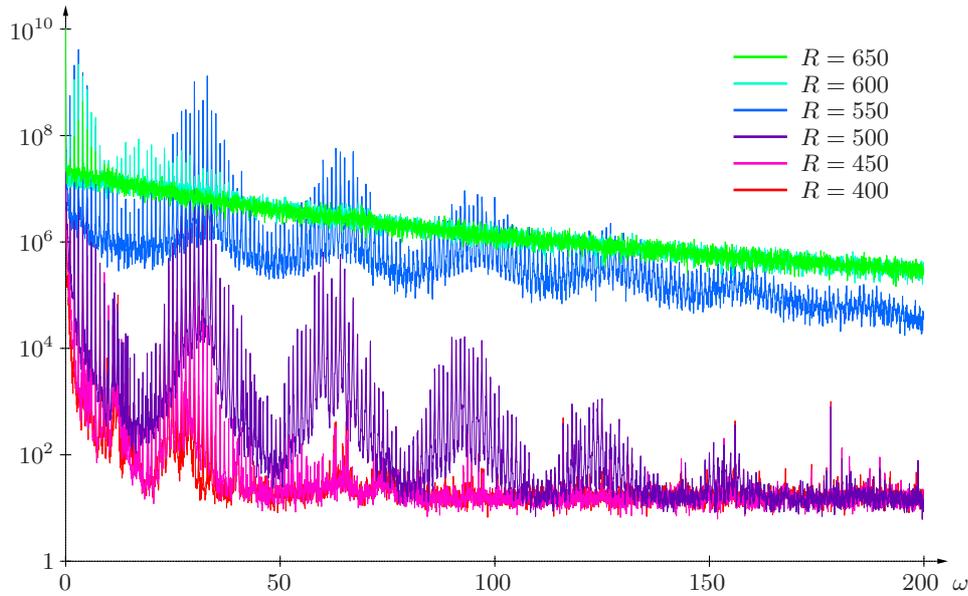


FIGURE 13. Spectres à haute résolution fréquentielle obtenus pour $R = 400, 450, \dots, 650$ et $Z = 3.0$.

les perturbations sont amplifiées dans la direction radiale en se propageant le long de la zone convectivement instable (environ $280 < R < 510$). Parmi toutes les perturbations présentes il y a celles dues à l'état de surface du disque et celles dues au mouvement résiduel de l'air environnant. Les perturbations causées par des éléments rugueux à la surface du disque sont forcément en phase avec le mouvement de rotation et conduisent donc à un spectre discret. En revanche la turbulence résiduelle de l'environnement n'a aucune relation de phase particulière avec le disque et produit un spectre continu. Une analyse de stabilité spatiale a montré que la fréquence $\omega = 32$ est la plus instable parmi les perturbations liées au disque. Dans les spectres (figure 13), c'est bien autour de cette fréquence que le premier pic modal apparaît (vers $R = 450$) avant que ses harmoniques se développent plus loin.

Généralement, on considère que pour l'écoulement produit par un disque tournant la transition de l'état laminaire vers l'état turbulent est très abrupte, comparée à la dynamique d'autres couches limites, comme celle de Blasius par exemple. Néanmoins, nos mesures détaillées très près de la surface du disque ont montré qu'il existe un régime non linéaire intermédiaire avec une extension radiale significative [A13].

A.7.4.2. Réponse à une perturbation localisée

Après l'analyse de la dynamique autour de la zone de transition, nous avons étudié l'effet sur l'écoulement d'un forçage localisé dont la vitesse de phase relative à la surface du disque est contrôlée indépendamment de la vitesse du disque. L'objectif ultime étant une vérification expérimentale de la technique de contrôle en boucle ouverte qui est théoriquement capable de repousser la transition dans cette configuration [A10].

En utilisant le même dispositif que précédemment, le forçage est appliqué à l'aide d'une aiguille, entraînée par un cylindre creux placé au-dessus du disque et de telle sorte que la tête de l'aiguille plonge dans la couche limite sans toutefois toucher la surface du disque. Deux types d'aiguilles ont été utilisées, avec une tête cylindrique ou sphérique (figure 14b et 14c). Le cylindre qui entraîne l'aiguille a un axe confondu avec celui du disque et est mis en rotation par un second moteur. Ainsi, les vitesses de rotation du disque et du forçage peuvent être contrôlées indépendamment.

Pour étudier la réponse de la couche limite à un tel forçage, la vitesse de rotation du disque a été choisie de telle sorte à ce que le rayon adimensionnalisé de la position de l'aiguille soit juste au début de la zone convectivement instable, pour permettre d'étudier le développement de la réponse au forçage sur toute la région convectivement instable. Les éléments de forçage sont mis en rotation à différentes fréquences ω_f dans la gamme $0 \leq \omega_f \leq 1$. Pour $\omega_f = 1$, le forçage est stationnaire par

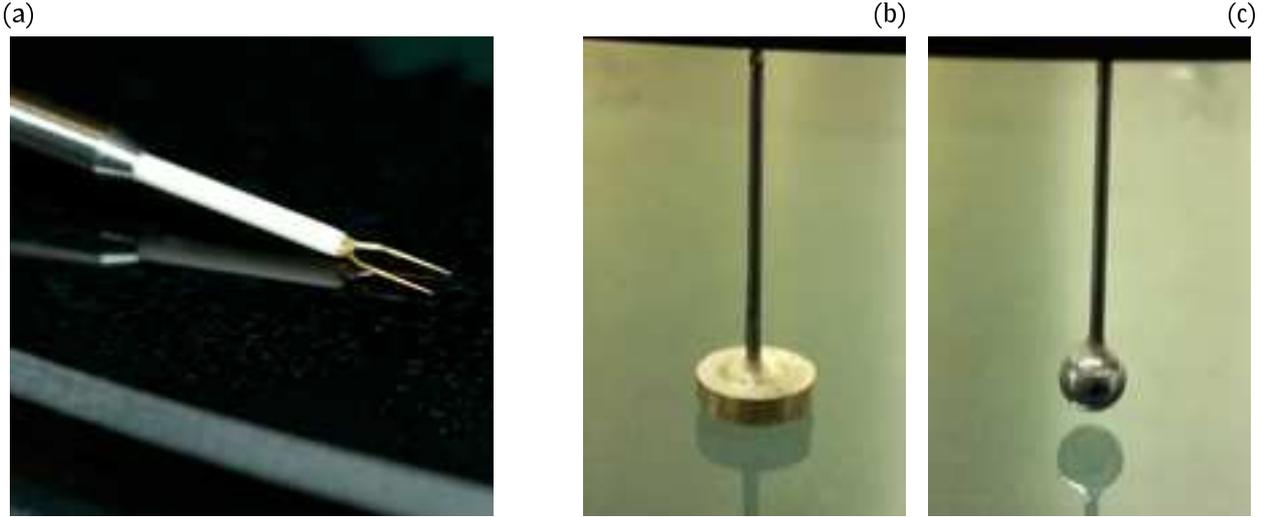


FIGURE 14. (a) Sonde à fil chaud pour la mesure des vitesses. (b,c) Aiguilles à têtes cylindrique et sphérique pour le forçage de la couche limite.

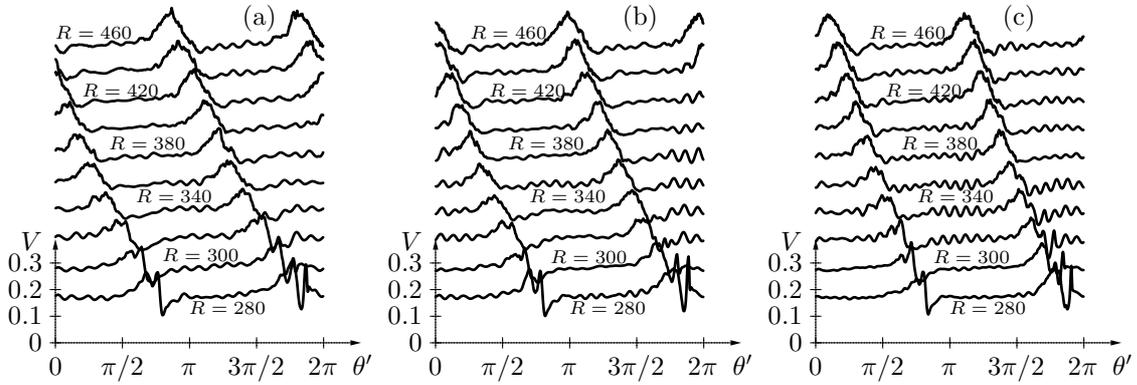


FIGURE 15. Réponse au forçage tournant appliqué à $R_f = 250$ avec deux éléments de forçage situés en $\theta' = 0$ et $\theta' = \pi$. Moyennes de phase de séries temporelles de vitesse azimutale pour $\omega_f = 1$ (a), 0.9 (b) et 0.8 (c). Les mesures à $R = 280, 300, \dots, 460$ sont successivement décalées verticalement de $\Delta V = 0.1$.

rapport à la surface du disque alors que des valeurs $\omega_f < 1$ correspondent à un mouvement relatif entre le forçage et le disque.

Des séries temporelles de vitesse (mesurée par la sonde à fil chaud) ont été enregistrées à différentes positions radiales et axiales pour un grand nombre de révolutions du disque et du forçage. Pour extraire les composantes qui ont la même périodicité que le forçage, des moyennes de phase ont été calculées, qui peuvent être interprétées comme l'écoulement perturbé moyen dans un référentiel lié au dispositif de forçage.

Les données de la figure 15 montrent comment une perturbation produite à $R_f = 250$ évolue pendant qu'elle se propage dans la direction radiale. Ici les deux aiguilles sont utilisées, situées en $\theta' = 0$ et $\theta' = \pi$ où θ' est la coordonnée azimutale dans le référentiel du dispositif de forçage. Deux perturbations de vitesse sont observées dans l'intervalle $0 < \theta' < 2\pi$ dues à chacune des deux aiguilles. Les pics de vitesse mesurés suivent une trajectoire presque linéaire dans le plan (R, θ') . Les pentes de ces trajectoires augmentent avec ω_f et peuvent être expliquées à l'aide de la relation de dispersion linéaire.

Comme la couche limite est faiblement non parallèle, les perturbations sont régies par la relation de dispersion linéaire locale

$$\omega = \Omega^l(\alpha, \beta; R), \quad (84)$$

où α est le nombre d'onde radial, β le nombre de mode azimutal et R la position radiale considérée.

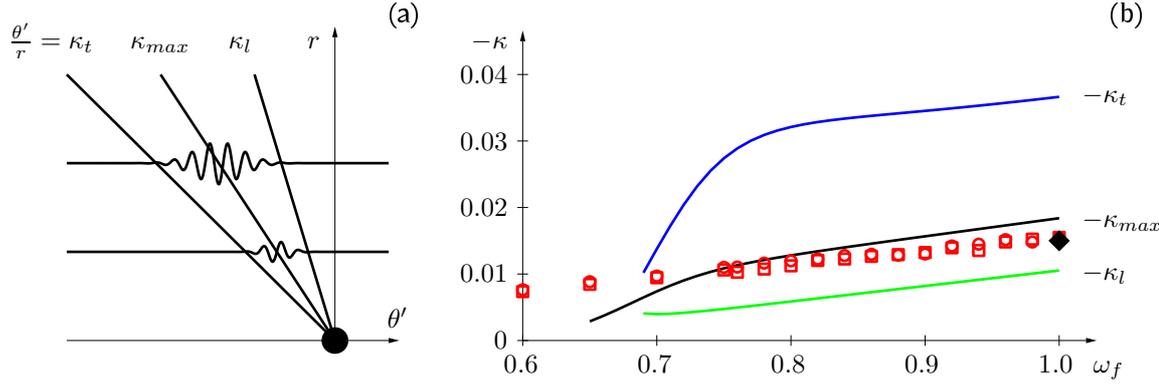


FIGURE 16. (a) Évolution de la réponse à une perturbation localisée dans le plan (θ', r) lié à l'élément de forçage. (b) Pentas $\kappa = \Delta\theta'/\Delta r$ des trajectoires suivies par le maximum des perturbations mesurées expérimentalement (symboles rouges) avec les prédictions théoriques pour le maximum κ_{max} (courbe noire) ainsi que les bords avant κ_l et arrière κ_t (courbes vertes et bleues) du paquet d'onde. Le losange noir représente la mesure à $\omega_f = 1$ de [27].

Ici, c'est le problème spatial qui nous concerne, il faut donc résoudre la relation de dispersion (84) pour des valeurs complexes de α en fonction de valeurs réelles données pour ω et β . Ceci conduit aux branches spatiales $\alpha^{l\pm}(\beta, \omega; R)$, et c'est la branche α^{l+} qui correspond à la réponse qui se développe radialement vers l'extérieur, en s'éloignant du rayon de forçage. Dans le cas présent, l'élément de forçage tourne avec une fréquence angulaire de ω_f ; on peut donc considérer qu'il produit un paquet d'ondes qui consiste en la superposition d'une infinité de perturbations de la forme $\exp i(\alpha r + \beta \theta - \omega t)$ qui ont toutes la même vitesse de phase azimutale $\omega/\beta = \omega_f$ quelle que soit la valeur de β . La réponse spatiale pour $r > r_f$ peut donc se développer comme

$$\tilde{\mathbf{u}}(r, \theta, z, t) \simeq \int_{\beta} d\beta \hat{\mathbf{u}}(z; \beta) \exp i(\alpha(\beta)r + \beta\theta'), \quad (85)$$

où $\alpha(\beta) \equiv \alpha^{l+}(\beta, \omega = \beta\omega_f; R = r_f)$ et $\theta' = \theta - \omega_f t$. Pour simplifier, nous avons supposé le milieu homogène avec R constant. Cette perturbation (85) qui se propage dans le plan (θ', r) (figure 16a) est formellement identique au paquet d'ondes spatio-temporel qui se propage dans le plan (x, t) (voir figure 1). Ainsi, en réutilisant une méthode de phase stationnaire, on trouve que la réponse forcée est maximale amplifiée le long d'un rayon $\theta'/r = \kappa_{max}$ où la pente κ_{max} est donnée par

$$\kappa_{max} = -\frac{d\alpha}{d\beta}(\beta_{max}) \quad \text{avec} \quad \frac{d\alpha_i}{d\beta}(\beta_{max}) = 0. \quad (86)$$

Lorsque $\alpha_i(\beta_{max}) < 0$, l'amplification a lieu entre deux rayons neutres $\theta'/r = \kappa_l$ et $\theta'/r = \kappa_t$ dont les pentes κ_l et κ_t se calculent de façon similaire.

La figure 16b montre les pentes des trajectoires mesurées expérimentalement (symboles ouverts rouges) en fonction de la fréquence du forçage, avec les résultats déduits de la relation de dispersion linéaire : la courbe noire représente κ_{max} et les courbes vertes et bleues correspondent aux bords avant et arrière κ_l et κ_t du paquet d'ondes amplifié. Bien que les effets non linéaires soient significatifs dans les mesures expérimentales, le maximum de la perturbation forcée suit avec une bonne approximation les valeurs κ_{max} , sauf pour les faibles valeurs de ω_f .

En utilisant un élément de forçage fixé à la surface du disque, Jarre *et al.* [27] ont pu mesurer la trajectoire du maximum de perturbation dans cette situation. Cette donnée, correspondant à $\omega_f = 1$, est indiquée par le losange noir dans la figure 16b. Ainsi, nos mesures sont en parfait accord et prolongent ce résultat pour une large gamme de fréquences de forçage relatives au disque.

Après cette étude de la réponse de la couche limite à un forçage localisé à la fois en r et en θ , il faudrait faire les expériences avec un plus grand nombre d'éléments de forçage pour tester la réponse à une perturbation périodique en θ . Les prédictions théoriques [A10] suggèrent qu'un forçage avec

un nombre de mode azimutal autour de $\beta_f = 40$ pourrait donner de bons résultats. Le dispositif expérimental est prévu avec 120 emplacements, ce qui permettra de tester les modes $\beta_f = 30, 40$ et 60.

A.7.4.3. Transition près du bord

Quand on considère un disque dont le rayon est théoriquement infini, il a été montré que l'écoulement de base est alors linéairement globalement stable [14,12], alors qu'il est localement absolument instable et que le comportement non linéaire peut être expliqué avec un scénario basé sur les modes globaux non linéaires [A9]. En effet, l'instabilité absolue locale n'est qu'une condition nécessaire mais pas suffisante pour qu'un système soit globalement linéairement instable [23]. Il se trouve que l'écoulement produit par un disque tournant est précisément dans la catégorie des systèmes linéairement stables mais non linéairement instables.

En étudiant des systèmes se développant en espace dans un domaine de taille finie, Healey a récemment montré [21] que la présence d'une condition aux limites en aval peut avoir un effet déstabilisant sur l'état de base et un effet stabilisant sur la solution non linéaire. Dans les situations où le bord du domaine est très loin en aval de l'endroit où le système devient absolument instable, un front se positionne au bord amont de la région absolument instable et génère le train d'ondes saturées qui se propagent vers l'aval (le mode "éléphant"). En utilisant un modèle simplifié, Healey [21] a montré que le front se déplace légèrement vers l'aval lorsque le bord du domaine approche du front. Pour l'écoulement de disque tournant, on s'attend donc à ce que le rayon de la transition augmente lorsque la taille du disque diminue.

Après ces prédictions théoriques, les effets du bord sur la transition ont été étudiés expérimentalement par Imayama *et al.* [26]. Ces auteurs n'ont pas pu mettre en évidence une variation du rayon de la transition due à la proximité du bord du disque. Notons quand même que les mesures obtenues à une distance du bord de moins de dix unités de couche limite ont été enlevées dans cette étude et que les valeurs de la littérature utilisées par Healey [21] pour corroborer ses résultats ont été réinterprétées par Imayama *et al.* [26] en utilisant des critères différents pour définir la transition.

Puisque le second banc d'essai (figure 17) permet d'utiliser un disque avec un bord vif et donc des conditions d'écoulement bien nettes, j'ai entrepris d'étudier expérimentalement la dynamique des perturbations au voisinage du bord et au-delà, dans l'espoir de contribuer à ce débat et éventuellement de pouvoir résoudre cette controverse.

Puisque le disque a un rayon fixe de $R_e^* = 250$ mm, c'est en faisant varier la vitesse de rotation qu'on peut changer l'épaisseur caractéristique de la couche limite $\delta = \sqrt{\nu/\Omega}$ et donc la valeur adimensionnelle de la taille du disque $R_e \equiv R_e^*/\delta$. Les mesures de vitesse sont alors réalisées pour des valeurs prescrites des coordonnées radiale et axiale (en unités sans dimension) et à chaque position la vitesse est enregistrée typiquement pour une centaine de révolutions du disque. Les vitesses mesurées sont toujours converties en unités sans dimension en utilisant la valeur locale de la vitesse du disque.

La figure 18 donne la vitesse azimutale moyenne en fonction de la distance radiale pour différentes distances normales à la surface du disque et pour des disques de différentes tailles. Pour $R < R_e$ et $R < 500$, les courbes sont presque horizontales puisqu'elles suivent les valeurs du profil analytique de von Kármán. Au-delà du bord, $R > R_e$, les vitesses diminuent rapidement avec la distance radiale et dépendent beaucoup moins de Z . Ce n'est que pour les disques de grande taille ($R_e > 550$), que les mesures s'écartent significativement de la solution de Kármán avant que le bord du disque soit atteint.

L'influence du bord du disque se fait sentir sur une distance d'une dizaine d'unités à l'intérieur ; c'est pour cela que les mesures près du bord ont été écartées par Imayama *et al.* [26]. La théorie de Healey [21] repose sur l'hypothèse d'une condition aux limites ponctuelle et de l'absence de fluctuations à la limite. Les mesures ici mettent en évidence une variation rapide mais non discontinue de la vitesse au voisinage du bord : le passage de la couche limite au-dessus du disque en rotation vers l'écoulement à faible vitesse dans l'espace au-delà du disque se fait de manière plus progressive, et c'est certainement la dynamique dans la région autour de l'arête du disque qui joue un rôle important.

L'amplitude des fluctuations dans cet écoulement a été caractérisée par V_{rms} , l'écart type de la

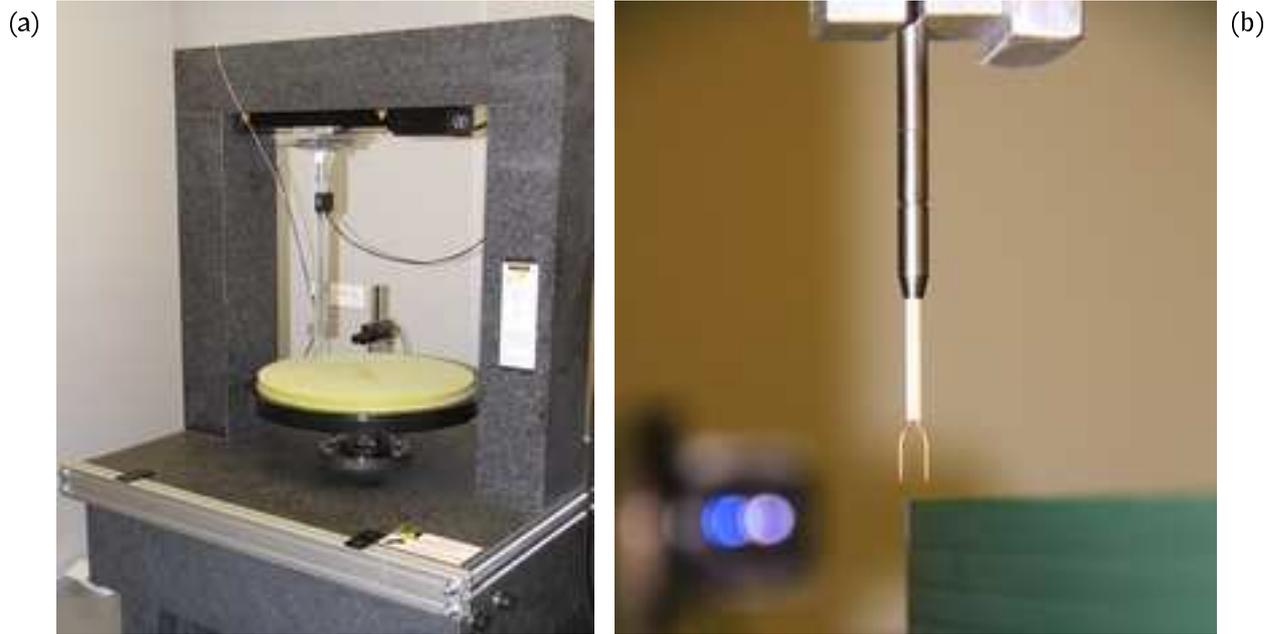


FIGURE 17. Second banc d'essai. (a) Vue générale du disque et du système de déplacement bi-axes. (b) Sonde fil chaud pour les mesures de vitesse, positionnée au-dessus de l'arête du disque qui dépasse de 23mm du plateau en aluminium qui entraîne le disque.

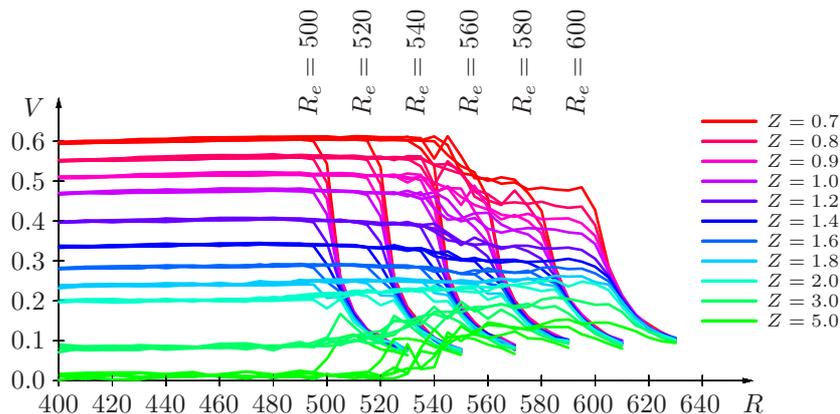


FIGURE 18. Variation radiale de la vitesse azimutale moyenne en fonction de la distance normale Z pour des disques de différentes tailles.

vitesse. La figure 19 donne l'évolution radiale de cette quantité pour différentes tailles de disque, mesurée à $Z = 1$. On distingue deux caractéristiques. Pour les petits disques, $R_e < 500$, la couche limite reste non perturbée tout le long du disque et V_{rms} augmente rapidement près du bord pour atteindre un maximum vers $R_e + 5$ avant de décroître à nouveau. Pour les grands disques, $R_e > 500$, les fluctuations démarrent vers $R = 500$ et se développent dans la couche limite au-delà. Ces mesures montrent clairement que la région près du bord joue le rôle d'une importante source de bruit, même pour des valeurs très faibles de R_e .

À partir de ces mesures, on peut définir le rayon de transition R_t comme la position radiale où V_{rms} dépasse un certain seuil, par exemple 0.05 (ligne horizontale de la figure 19). La valeur précise de ce seuil n'est pas importante à cause des fortes pentes des courbes V_{rms} . En appliquant ce critère aux nombreuses mesures effectuées pour cette étude, on obtient la variation du rayon de transition R_t avec la taille du disque R_e . La figure 20 montre ces résultats basés sur des mesures enregistrées à différentes distances normales. On en déduit que pour $R_e < 500$, la transition a toujours lieu au bord, $R_t = R_e$. Pour $R_e > 500$, le rayon R_t n'augmente plus linéairement avec R_e et finit par se stabiliser à

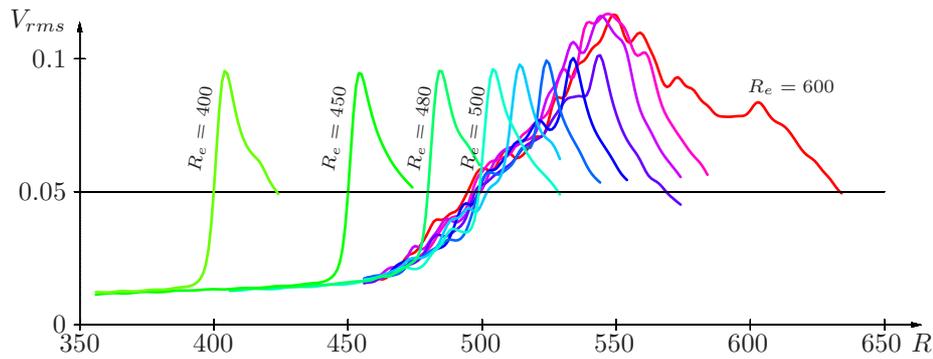


FIGURE 19. Variation radiale de l'écart type V_{rms} de la composante azimutale de vitesse à $Z = 1$ pour $R_e = 400, 450, 480, 500, 510, 520, 530, 540, 550, 560$ et 600 .

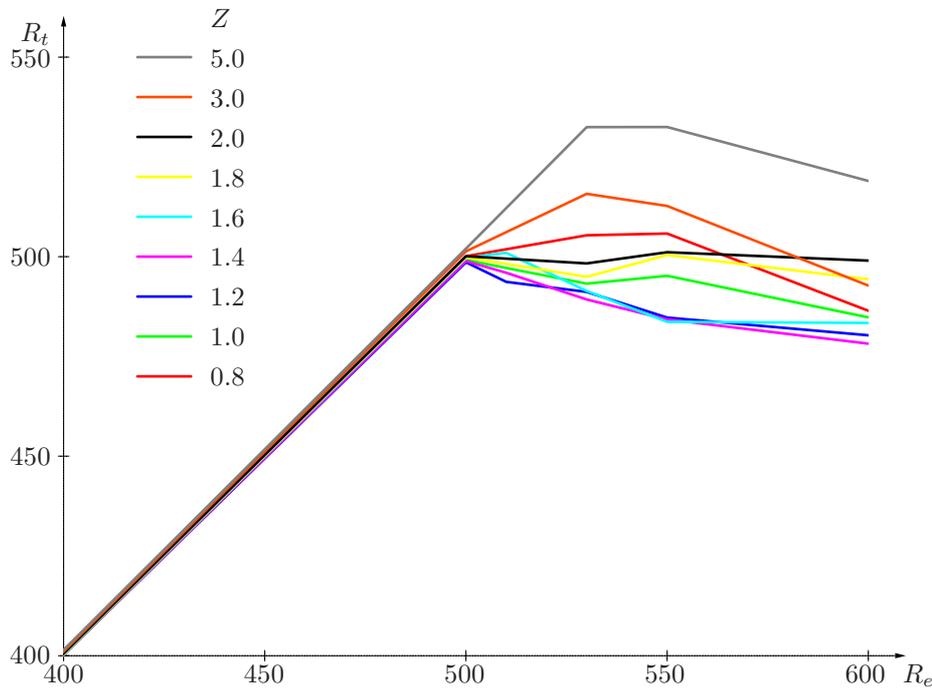


FIGURE 20. Variation du rayon de transition R_t avec la taille du disque R_e , basée sur des mesures effectuées à différentes valeurs de la distance normale au disque Z .

une valeur constante. La valeur de R_t dépend significativement de la distance normale Z , mais aucune tendance nette à la stabilisation n'est obtenue.

Au vu de ces résultats, il semble donc que la situation est nettement plus complexe que ce qui a été envisagé [21,26]. La théorie de Healey [21] ne peut pas être confirmée puisque certaines de ses hypothèses ne sont pas vérifiées. Par ailleurs il est illusoire de vouloir comparer des données acquises avec des méthodes et selon des critères différents : en effet, la dispersion des valeurs de R_t obtenues à partir de mesures effectuées à différentes distances normales Z est au moins aussi importante que celle des données de la littérature utilisées par [21] et [26] pour arriver à des conclusions différentes.

Cette étude a montré [A16] que l'écoulement par dessus l'arête du disque est fortement instable et constitue une source de fluctuations non négligeables qui se rajoute à la dynamique intrinsèque de la couche limite. Au voisinage de l'arête, l'écoulement est une combinaison d'un jet radial (qui débouche dans l'espace au-delà du disque) et d'une couche de cisaillement azimutal qui diminue rapidement avec la distance radiale. Ainsi, une possible réconciliation entre la théorie [21] et l'interprétation [26] nécessite certainement de prendre en compte cette source de bruit au bord du disque.

A.7.5. Sillages de sphères

Dans un grand nombre de situations, l'écoulement de sillage à l'aval d'un obstacle donne lieu à un comportement périodique auto-entretenu où des structures tourbillonnaires sont produites avec une grande régularité. L'exemple le plus célèbre d'un tel comportement est l'allée de von Kármán observée dans le sillage d'un cylindre.

Dans le cas du sillage d'une sphère, les premières bifurcations de l'écoulement tridimensionnel, les seuils d'instabilité ainsi que la fréquence d'émission des tourbillons sont désormais bien connus expérimentalement et numériquement [28,47], mais le lien entre le comportement global et les propriétés hydrodynamiques locales n'est pas bien établi. En particulier, le mécanisme responsable de la sélection de fréquence n'est pas identifié dans le cadre d'une théorie non linéaire basée sur les équations de la mécanique des fluides. La stratégie suivie dans ce travail est similaire à celle adoptée pour rendre compte du sillage d'un cylindre, mais avec des difficultés et des complexités particulières.

Dans le cas bidimensionnel du cylindre, la transition d'un écoulement indépendant du temps vers le régime périodique de l'allée tourbillonnaire de von Kármán se fait en une seule étape pour une valeur du nombre de Reynolds de $Re \simeq 47$. Pour la sphère, l'écoulement obtenu aux faibles nombres de Reynolds est axisymétrique et reste stable jusqu'à $Re = Re_1 \simeq 212$. Au-delà de Re_1 , le sillage est non axisymétrique mais reste indépendant du temps. Cette première bifurcation est donc associée à une brisure de l'invariance par rotation autour de l'axe du sillage et à l'apparition d'un plan de symétrie contenant l'axe du sillage. Ce n'est que pour $Re = Re_2 \simeq 273$ qu'une seconde bifurcation a lieu vers un comportement périodique, mais la symétrie par rapport à un plan est conservée.

Pour étudier si le sillage d'une sphère et notamment la fréquence sélectionnée obéissent à la théorie des modes globaux non linéaires [A4], il faut à la fois calculer toutes les propriétés de stabilité locales et les confronter au comportement global de ces écoulements.

Pour disposer de données complètes sur la structure du sillage d'une sphère dans les différents régimes, j'ai commencé par développer un code de simulation numérique directe de cet écoulement. Ce code résout les équations de Navier–Stokes incompressibles en coordonnées cylindriques. La direction axiale est discrétisée en différences finies avec un pas variable, la direction radiale par une méthode de collocation de Chebyshev et des modes de Fourier sont utilisés dans la direction azimutale. La présence de l'obstacle est traitée par une méthode de pénalisation [37], ce qui permet de travailler avec un maillage cartésien et donc d'avoir des temps de calculs considérablement plus courts que pour des maillages épousant la forme de l'obstacle. Ce code permet de reproduire avec une grande précision les résultats connus : les seuils des deux bifurcations Re_1 et Re_2 , les champs de vitesse, vorticités, pression, forces de traînée et de portance dans les différents régimes.

Les caractéristiques de stabilité locales sont basées sur les profils de vitesse de l'écoulement de base. En ne conservant que la composante axisymétrique du développement de Fourier dans la simulation numérique directe, le calcul de l'écoulement de base axisymétrique est réalisé facilement, même pour les valeurs du nombre de Reynolds $Re > Re_1$ pour lesquelles cet écoulement de base est instable. En utilisant les profils de vitesse ainsi obtenus, la résolution des problèmes de valeurs propres correspondants a permis d'en déduire les relations de dispersion locales. Ces résultats confirment [38] que les modes les plus instables sont non axisymétriques et correspondent au premier harmonique azimutal (modes $m = \pm 1$). Le calcul de la fréquence absolue pour tous ces modes (figure 21) a pour la première fois révélé l'existence d'une région absolument instable à l'aval de la sphère (qui occupe ici la région $|Z| \leq 1/2$).

La même approche a été répétée pour l'écoulement de base non axisymétrique (figure 22) : le sillage stationnaire comportant un plan de symétrie et qui existe pour $Re > Re_1$. Par rapport à l'écoulement de base axisymétrique, le calcul de la relation de dispersion locale dans ce cas non axisymétrique comporte deux difficultés supplémentaires. D'une part, la non-axisymétrie des profils de vitesse a pour effet de coupler entre eux tous les modes azimutaux du problème aux valeurs propres, ce qui se traduit par une structure beaucoup plus riche pour les fonctions propres du système et également par des problèmes numériques d'une taille considérable. D'autre part, l'écoulement de base non axisymétrique est globalement instable pour $Re > Re_2$ et ne peut donc être obtenu dans une

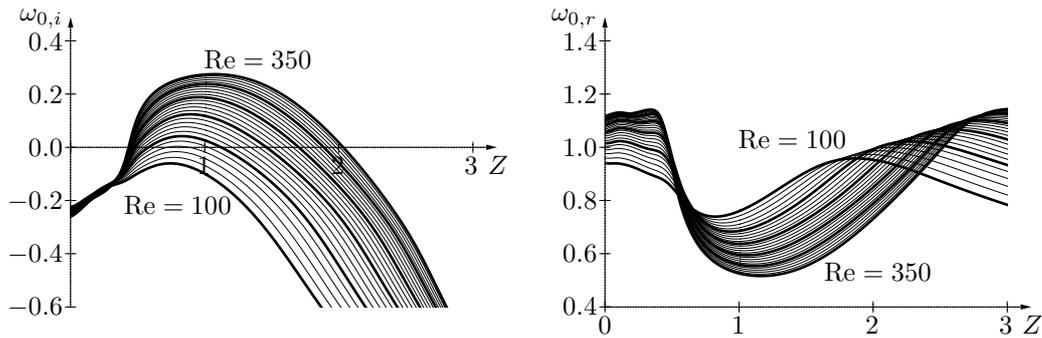


FIGURE 21. Valeurs locales du taux de croissance $\omega_{0,i}$ et de la fréquence $\omega_{0,r}$ absolus du mode $m = \pm 1$ pour les sillages de base axisymétriques à $Re = 100, 110, \dots, 350$.

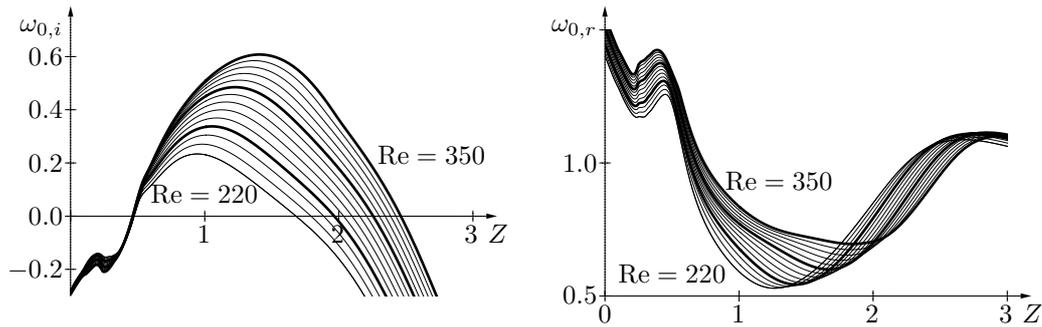


FIGURE 22. Valeurs locales du taux de croissance $\omega_{0,i}$ et de la fréquence $\omega_{0,r}$ absolus du mode $m = +1$ pour les sillages de base avec un plan de symétrie à $Re = 220, 230, \dots, 350$.

simulation numérique directe qui intègre les équations dans le temps. Pour le calculer, il faut donc recourir à d'autres méthodes. Une méthode itérative de type Newton–Raphson s'est révélée très difficile à mettre en œuvre et faiblement convergente. En revanche, une technique de filtrage sélectif de certaines fréquences [1] m'a permis de calculer les écoulements de base non axisymétriques à des nombres de Reynolds pour lesquels ils sont globalement instables.

Les conclusions de ce travail [A11] sont les suivantes :

- L'existence d'une région absolument instable à l'aval de la sphère permet l'utilisation de la théorie des modes globaux non linéaires [A4]. L'application de cette théorie prédit une fréquence d'apparition des structures tourbillonnaires un peu supérieure à celle observée expérimentalement et dans les simulations numériques directes. Sachant que toutes les hypothèses sur lesquelles repose cette théorie (en particulier la condition de faible inhomogénéité spatiale) ne sont pas bien vérifiées, on peut estimer que cet accord est très satisfaisant et démontre quand même le rôle joué par l'instabilité absolue dans la dynamique globale de ce système.

- Pour une même valeur du nombre de Reynolds, l'écoulement de base axisymétrique et l'état de base non axisymétrique présentent des propriétés de stabilité locale voisines (fréquence absolue locale, forme des modes propres). Ceci permet d'expliquer le succès qu'ont eu certaines études [40] à analyser le régime périodique à partir de la solution axisymétrique, alors que deux bifurcations séparent ces états.

- Les composantes non axisymétriques jouent néanmoins un rôle déstabilisant : les taux de croissance temporels et absolus sont plus élevés pour les sillages qui présentent un plan de symétrie. L'écart entre sillage axisymétrique et non-axisymétrique se creuse avec le nombre de Reynolds.

Sachant que les scénarios du sillage d'une sphère deviennent plus complexes quand d'autres effets entrent en jeu (cisaillement dans l'écoulement extérieur, présence d'une paroi, rotation de l'objet...), j'ai ensuite entrepris d'étudier le sillage d'une sphère en rotation autour d'un axe aligné avec l'écoulement extérieur. Le but était de mieux comprendre des situations régies par deux paramètres de contrôle mais qui préservent néanmoins l'axisymétrie du problème. En effet, dans de telles

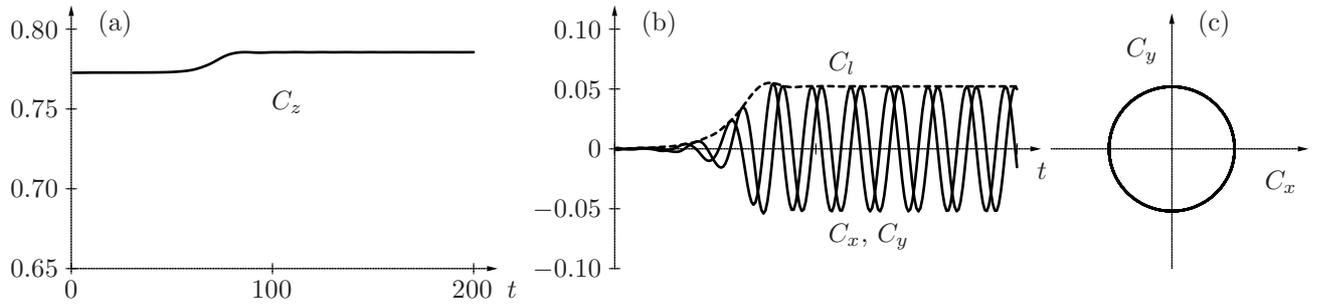


FIGURE 23. Évolution temporelle des forces hydrodynamiques pour $Re = 225$ et $\Omega = 1$: (a) traînée C_z , (b) composantes C_x et C_y et module C_l de la portance, (c) forces transverses dans le plan (C_x, C_y) . La condition initiale correspond à l'écoulement de base axisymétrique avec une petite perturbation.

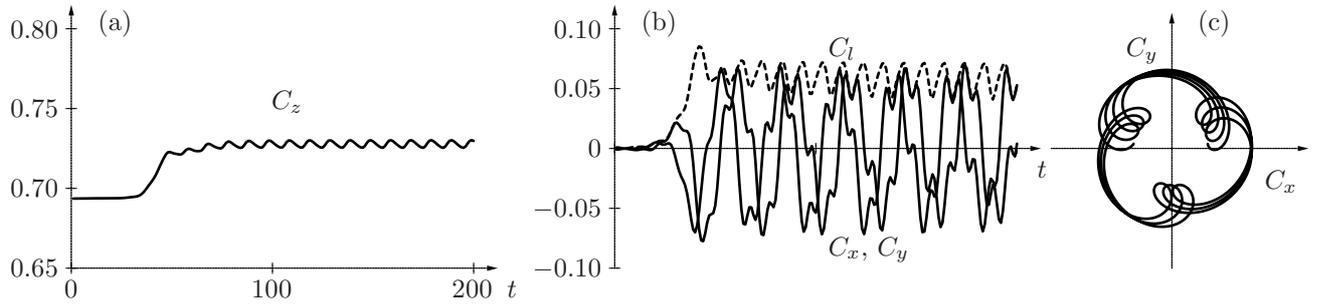


FIGURE 24. Évolution temporelle des forces hydrodynamiques pour $Re = 275$ et $\Omega = 0.8$.

situations, on s'attend à ce que la compétition entre différents modes donne lieu à des comportements plus complexes [36,2].

En considérant les sillages de sphères pour une large gamme de vitesses de rotation et des nombres de Reynolds $Re \leq 350$, cette étude numérique a commencé par le calcul de l'écoulement de base axisymétrique et stationnaire (qu'il soit stable ou non) pour chaque valeur des paramètres de contrôle. Ensuite, après linéarisation des équations autour de ces écoulements de base, le taux de croissance et la fréquence du mode le plus instable ont été calculés. Enfin, des simulations pleinement non linéaires ont permis de caractériser les différents régimes sélectionnés après une éventuelle phase transitoire.

La figure 23 montre l'évolution temporelle des forces hydrodynamiques (traînée C_z et composantes de la portance C_x et C_y) pour une configuration qui tend vers un régime hélicoïdal, après perturbation de l'écoulement de base axisymétrique. Après une phase de croissance de la perturbation, pendant laquelle les forces transverses se développent, l'écoulement tend vers un régime dans lequel la traînée est constante, légèrement plus importante que pour l'état de base. Les coefficients de portance C_x et C_y présentent des oscillations harmoniques, en quadrature de phase, alors que l'amplitude des forces transverses $C_l = \sqrt{C_x^2 + C_y^2}$ se stabilise à une valeur constante, ce qui se traduit par une trajectoire circulaire dans le plan (C_x, C_y) .

Pour d'autres paramètres de contrôle (figure 24), la traînée continue d'osciller et les composantes de la portance présentent des fluctuations quasi-périodiques. Une analyse temporelle des signaux montre que ce régime est caractérisé par deux fréquences incommensurables.

En faisant varier systématiquement Re et Ω , différents régimes non linéaires ont pu être caractérisés : axisymétrique, hélicoïdal à basse fréquence, quasi-périodique, hélicoïdal à haute fréquence et irrégulier. Le domaine d'existence de chacun de ces régimes a été identifié dans l'espace des paramètres (figure 25) et les transitions entre les différents modes ont été étudiées [A14].

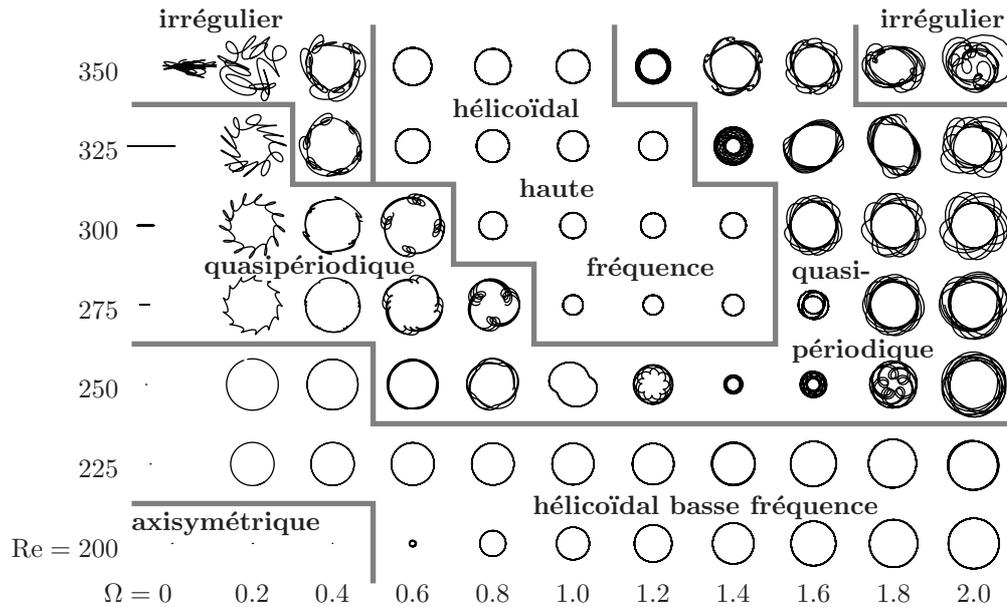


FIGURE 25. Cartographie des différents régimes obtenus en fonction des paramètres de contrôle.

A.7.6. Dynamique spatio-temporelle de l'écoulement entre deux cylindres excentriques

Cette nouvelle thématique a commencé en 2010 avec la thèse de Colin LECLERCQ [31], soutenue en décembre 2013 et co-dirigée avec Julian SCOTT.

Le problème pratique qu'on aimerait résoudre se pose dans l'industrie pétrolière et plus particulièrement lors du forage des puits pétroliers. Cette opération est souvent perturbée par des instabilités de l'écoulement qui remonte entre les parois du puits et le câble d'entraînement du trépan de forage.

Cette étude considère l'écoulement produit entre deux cylindres, avec rotation du cylindre intérieur et débit dans la direction axiale (écoulement de Taylor–Couette–Poiseuille). Les axes des deux cylindres sont parallèles mais non confondus. En fonction des paramètres du problème (débit, rotation et excentricité) cet écoulement peut donner lieu à une transition vers différents régimes. La perte de charge, les forces exercées sur le cylindre intérieur... peuvent varier fortement en fonction de ces paramètres. Il s'agit de mieux comprendre la dynamique de ce système et de cerner les régimes qui peuvent poser problème en fonction de l'application envisagée.

Dans tout ce travail, les équations de Navier–Stokes sont réécrites en utilisant un système de coordonnées bipolaires qui transforme la section annulaire et excentrique en un domaine rectangulaire avec des conditions de non-glissement aux bords dans une direction et des conditions périodiques dans l'autre. Après cette transformation, tous les calculs se font sur un domaine bidimensionnel cartésien, avec une méthode pseudo-spectrale Fourier–Chebyshev.

L'écoulement de base est obtenu comme une solution stationnaire des équations de Navier–Stokes, indépendante de la coordonnée axiale. En mettant en œuvre une analyse de stabilité linéaire, les modes normaux (bidimensionnels) et la relation de dispersion ont été calculés pour une vaste région de l'espace des paramètres de contrôle. Pour chaque configuration, les modes hélicoïdaux ou pseudo-hélicoïdaux ont été étudiés en fonction du nombre d'onde axial. L'ensemble de ces résultats a permis d'identifier les configurations instables et de préciser l'influence respective du cisaillement axial, de la rotation, de l'excentricité et du rapport des rayons sur les propriétés de stabilité [A15]. Le résultat principal issu de l'étude temporelle a été que l'excentricité a toujours un effet stabilisant : pour un nombre de Reynolds axial donné, le taux de rotation nécessaire pour déstabiliser le système augmente avec la valeur de l'excentricité (figure 26). L'ordre du premier mode pseudo-hélicoïdal à devenir instable dépend du débit axial : à faible débit, une situation proche de Taylor–Couette classique, l'instabilité est due à un mode axisymétrique, alors que l'ordre hélicoïdal du mode critique

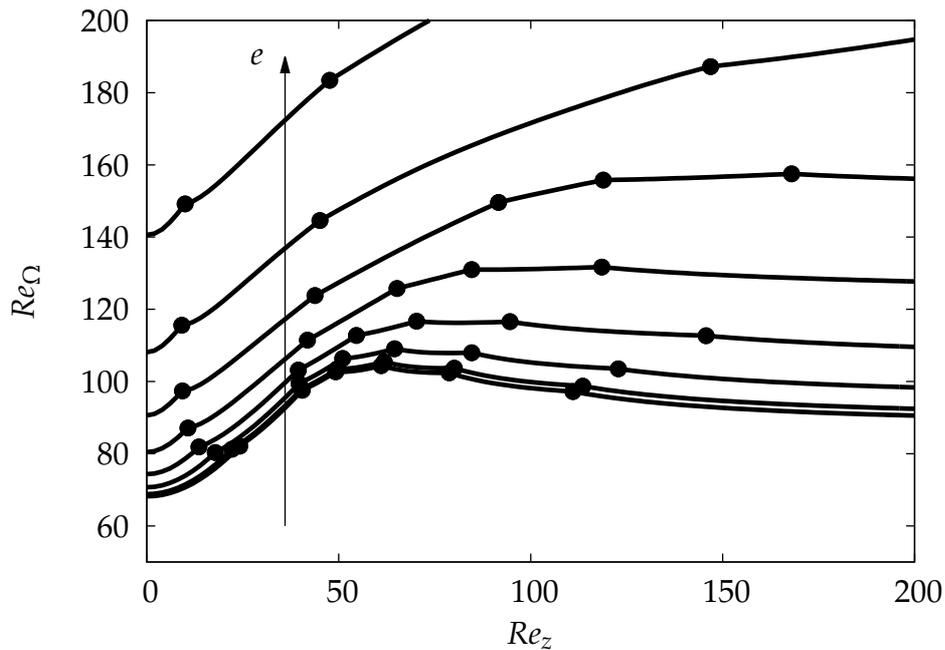


FIGURE 26. Seuil d'instabilité temporelle pour différentes valeurs de l'excentricité $e = 0, 0.1, \dots, 0.7$. L'écoulement est instable au-dessus des courbes critiques, Re_{Ω} en fonction de Re_z . L'effet de l'excentricité est toujours stabilisant : le taux de rotation Re_{Ω} requis pour déclencher l'instabilité augmente avec e . Les points noirs indiquent un changement de l'ordre hélicoïdal du mode qui devient instable en premier.

augmente avec des valeurs croissantes du nombre de Reynolds axial.

Ce travail a été poursuivi avec l'analyse de stabilité convective et absolue de ce système [A17], ce qui a permis d'identifier les régimes "dangereux", c'est-à-dire pour lesquels des perturbations sont amplifiées sur place. Il a été trouvé que le débit axial, qui entraîne les perturbations vers l'aval, a toujours un effet stabilisant sur l'instabilité absolue (figure 27). En revanche, l'effet de l'excentricité est plus complexe : aux faibles valeurs, une augmentation de l'excentricité réduit légèrement l'instabilité absolue ; pour des valeurs modérées ($0.3 < e < 0.6$ environ), l'excentricité peut favoriser fortement l'instabilité absolue ; alors qu'aux grandes valeurs, l'effet de l'excentricité redevient stabilisant. Il a aussi été observé que, dans toute la gamme de paramètres étudiés, le mode absolu le plus instable est toujours un mode pseudo-toroïdal (mode $m = 0$) ; une situation différente du problème temporel. Dans tous les cas, les valeurs critiques de Re_{Ω} sont d'environ un ordre de grandeur plus importantes que les valeurs correspondantes de Re_z , ce qui signifie que la vitesse de rotation du cylindre intérieur doit être bien plus importante que la vitesse axiale moyenne pour déclencher une instabilité absolue.

Cette étude a aussi montré que l'analyse des propriétés absolument instables est particulièrement ardue pour ce système à cause de la multiplicité des points selle engendrés par la relation de dispersion. Beaucoup de vérifications sont nécessaires pour s'assurer que les points selle retenus dans le calcul de la fréquence absolue sont valides. Ces résultats ont été une des motivations pour étudier la sélection de modes globaux en présence de multiples points selle (§A.7.9).

Ce travail va être poursuivi en collaboration avec Colm-cille CAULFIELD (BP Institute et Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, Cambridge) lors de mon séjour à l'université de Cambridge en 2015.

A.7.7. Dynamique de l'écoulement à travers un anévrisme artériel

C'est en 2010 que j'ai commencé à m'intéresser à la biomécanique des fluides. Ces travaux se font en collaboration avec Xavier ESCRIVA et Arie BIESHEUVEL du groupe "Fluides complexes et transferts" et avec Patrick FEUGIER du service de chirurgie vasculaire de l'Hôpital Édouard-Herriot

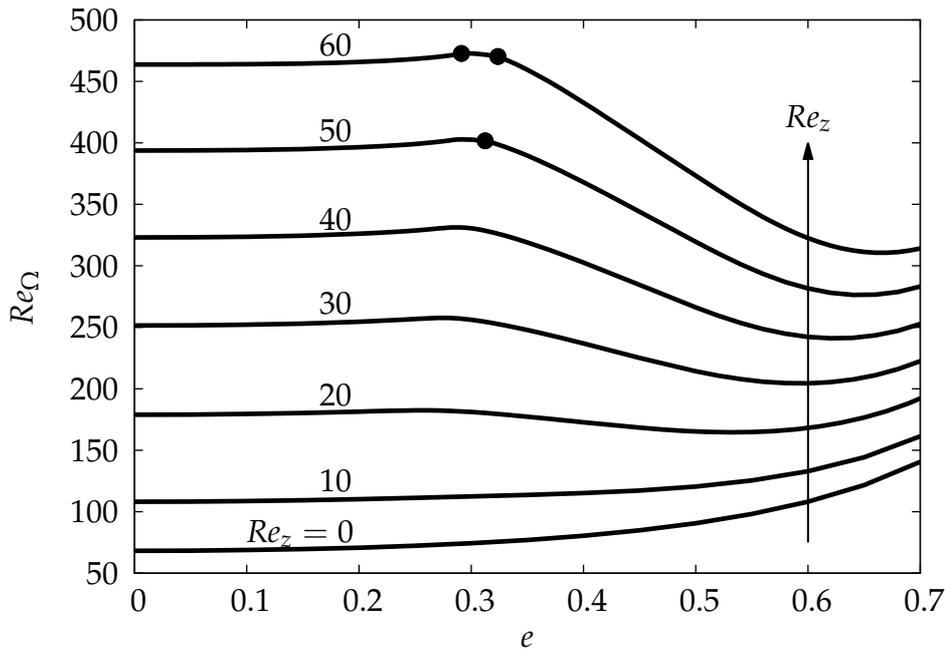


FIGURE 27. Étude des instabilités absolues. Nombre de Reynolds azimutal Re_Ω critique en fonction de l'excentricité e pour différentes valeurs du nombre de Reynolds axial Re_z . Les points noirs indiquent un changement de point selle.

(Lyon). L'étude de l'écoulement dans un anévrisme a été le sujet de la thèse de Shyam Sunder GOPA-LAKRISHNAN [17], soutenue en février 2014 et co-dirigée avec Arie BIESHEUVEL.

Dans cette étude, il s'agit de mieux comprendre la dynamique de l'écoulement qui prévaut dans un anévrisme artériel dans l'espoir que la prise en compte des effets dynamiques puisse permettre d'améliorer le diagnostic des cas dangereux. Ce travail peut être mené à bien en réutilisant certains des outils numériques et des méthodes analytiques développés lors de mes études précédentes et en les appliquant à ce nouveau contexte.

Un anévrisme de l'artère abdominale (figure 28) consiste en une dilatation localisée du vaisseau sanguin, qui peut être très importante. Cette dilatation est située parmi un réseau avec des ramifications complexes, les parois des vaisseaux ne sont pas complètement rigides et le sang est un fluide aux propriétés particulières. Ainsi, il serait illusoire de vouloir comprendre la dynamique complète d'un tel système en prenant en compte tous ces effets de manière réaliste. Aussi avons-nous fait le choix d'étudier une configuration simplifiée qui dépend d'un minimum de paramètres, dans le but d'obtenir des résultats qui peuvent être solidement établis dans ce cadre restreint et qui resteront quand même pertinents dans des situations plus complexes.

L'approche adoptée est basée sur une géométrie d'anévrisme qui consiste en un tuyau de section circulaire avec un renflement de forme gaussienne. Une telle géométrie est caractérisée par deux paramètres : la dilatation maximale et la longueur de l'anévrisme.

En un premier temps nous avons étudié les propriétés de l'écoulement permanent. Pour une géométrie donnée, l'écoulement de base axisymétrique et stationnaire est alors entièrement déterminé par la valeur du nombre de Reynolds. Nous avons étudié une gamme de nombres de Reynolds allant jusqu'à 7000, ce qui correspond aux valeurs physiologiques observées dans l'artère abdominale. Dans la cavité, l'écoulement de base obtenu consiste alors en fluide relativement rapide au voisinage de l'axe entouré d'une zone de recirculation à faible vitesse qui remplit la dilatation. Les cavités les plus profondes que nous avons étudiées peuvent présenter une zone de recirculation secondaire (figure 29). Le calcul des contraintes pariétales pour l'écoulement de base a montré que les efforts de cisaillement sont extrêmement faibles dans la section dilatée, en comparaison des valeurs obtenues en amont et en aval dans les parties cylindriques du vaisseau.

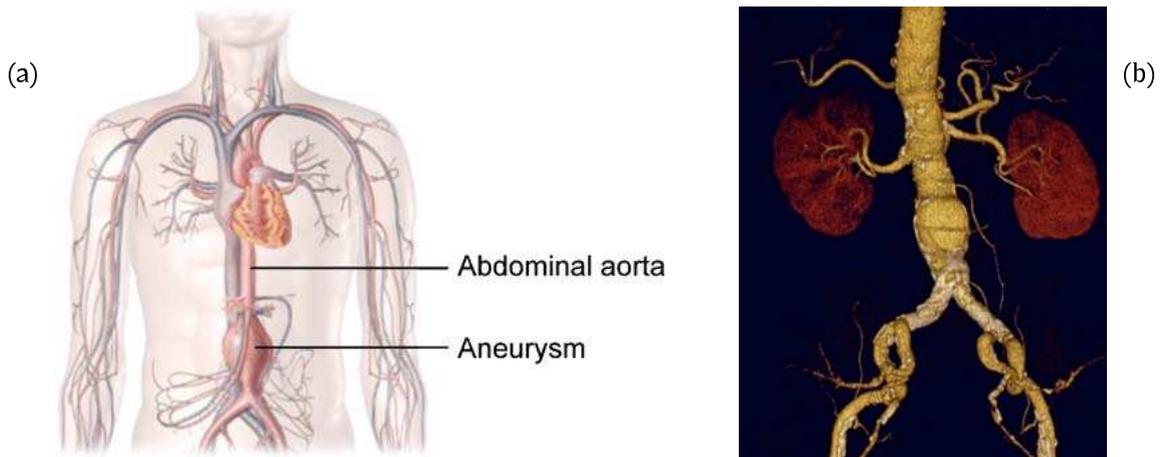


FIGURE 28. (a) Schéma d'un anévrisme aortique abdominal [30]. (b) Image d'un anévrisme observé *in vivo* (photo : P. Feugier, Hôpital Édouard-Herriot).

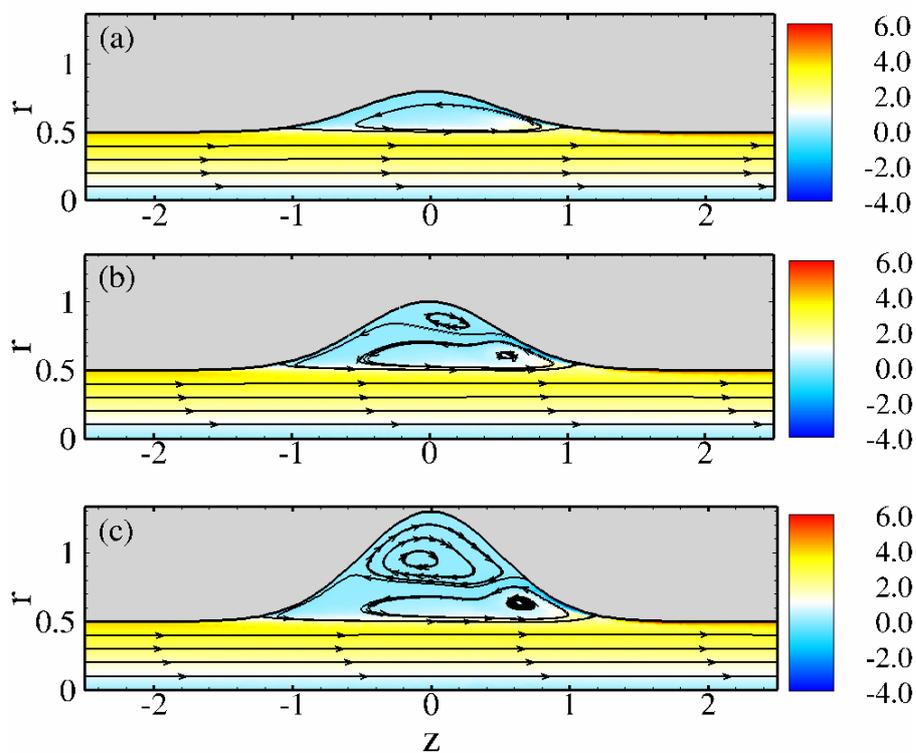


FIGURE 29. Lignes de courant et vorticité de l'écoulement de base à $Re = 5500$, pour des anévrismes avec des facteurs de dilataaion de (a) 1.6, (b) 2.0 et (c) 2.6.

L'analyse de stabilité est effectuée en considérant des perturbations à cet écoulement de base et en prenant en compte des modes hélicoïdaux. Ceci a permis de caractériser les valeurs des paramètres et les modes qui peuvent conduire à des instabilités, ainsi que la distribution des forces qui agissent sur la paroi. L'analyse du transfert d'énergie entre l'écoulement de base et la perturbation a permis de montrer que les anévrismes faiblement dilatés deviennent instables par le mécanisme de "lift-up", alors que les anévrismes plus marqués sont susceptibles de suivre un mécanisme d'instabilité elliptique [A18].

Après cette étude, nous avons pris en compte la pulsation de l'écoulement de base. Pour ce faire, des variations temporelles de débit sanguin ont été utilisées qui correspondent à celles mesurées pour des patients au repos ou après un exercice physique. Outre le nombre de Reynolds, l'écoulement est

maintenant aussi caractérisé par le nombre de Womersley qui est relié à la fréquence de la pulsation. En faisant varier ces paramètres dans des gammes correspondant aux situations physiologiques et en considérant une variété de géométries, il a été trouvé qu'un écoulement pulsé peut donner lieu à l'amplification de perturbations tridimensionnelles, même pour des conditions qui correspondent à un patient au repos [A19]. La zone de l'anévrisme peut alors jouer le rôle de source de perturbations qui se propagent dans le système artériel. Ceci pourrait être relié au fait qu'une proportion non négligeable des anévrismes aortiques abdominaux observés cliniquement affectent également l'artère iliaque.

Enfin, en comparant deux modèles d'anévrismes (profil gaussien ou sinusoidal), nous avons pu mettre en évidence que les résultats sont très sensibles aux détails de la géométrie [A19]. Ainsi, il nous semble que des études de sensibilité seront toujours nécessaires avant de pouvoir tirer des conclusions quantitatives. En particulier, pour les calculs basés sur des géométries issues de l'imagerie médicale, il est indispensable de pouvoir quantifier l'influence de toutes les approximations et des inévitables erreurs associées à la transformation des images médicales en un maillage numérique.

Cette étude nous a aussi permis de constater qu'étonnamment peu de résultats sont disponibles pour la stabilité des écoulements pulsés à travers un tuyau droit et infini. Ainsi, ce projet dans le domaine de la biomécanique des fluides a soulevé énormément de questions fondamentales qui nécessitent un sérieux investissement (théorique et numérique, et peut-être aussi expérimental) pour pouvoir progresser dans la compréhension de la dynamique dans ce contexte. Ce travail et la collaboration avec Patrick FEUGIER (Hôpital Édouard-Herriot, Lyon) continuent maintenant dans le cadre d'un Projet exploratoire premier soutien (PEPS).

A.7.8. Problème spatial dans des systèmes absolument instables

Le problème spatial est l'étude de la réponse d'un écoulement à un forçage localisé en espace et harmonique en temps. L'approche "spatiale" permet d'étudier la sensibilité d'un système aux perturbations extérieures, qu'elles soient voulues ou non. En particulier, cette approche est indispensable dans l'implémentation de nombreuses méthodes de contrôle (dont la méthode en boucle ouverte §A.7.2).

Or, il est généralement admis que le problème spatial n'a de sens que pour les systèmes stables ou convectivement instables et qu'il est mal posé pour les systèmes absolument instables, où des perturbations auto-entretenues sont amplifiées plus rapidement que la réponse à un forçage harmonique.

Par une étude analytique j'ai pu montrer que le problème spatial reste bien posé pour certains systèmes spatialement inhomogènes et comportant une région absolument instable (un exemple étant l'écoulement produit par un disque en rotation). Les conditions de validité de cette approche ont été obtenues et la réponse spatiale complète a été calculée analytiquement par une méthode d'échelles multiples. Des simulations numériques ont confirmé ces résultats [A12].

A.7.9. Modes globaux avec des points selle multiples

Ce travail de recherche s'est fait en collaboration avec Nigel PEAKE du Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics de l'université de Cambridge.

Pour des systèmes lentement variables en espace, la théorie des modes globaux linéaires [39] permet de prédire la fréquence sélectionnée en calculant les propriétés d'instabilité absolue. En effet, la fréquence globale est donnée par un point selle de la fréquence absolue locale, dans le plan complexe [23,9]. À ce jour, la plupart des travaux ont considéré des situations où la dynamique est contrôlée par un seul point selle. Il y a cependant des écoulements qui présentent une multiplicité de points selle, et alors il y a la possibilité que la dynamique globale soit déterminée par l'un ou l'autre de ces points selle, en fonction de la valeur des paramètres de contrôle. Il y a au moins deux écoulements réels qui sont potentiellement dans cette situation : la couche limite produite par un disque en rotation [20] et l'écoulement de Taylor-Couette-Poiseuille excentrique [A17].

Le but de ce travail a été de développer un critère de sélection de modes globaux linéaires en présence de multiples points selle, et de le tester sur un modèle simplifié. Ainsi nous avons considéré une équation de Ginzburg–Landau du troisième ordre (21), ce qui constitue le modèle le plus simple donnant lieu à une relation de dispersion avec deux points selle. Cette étude analytique a permis de généraliser le critère de sélection classique à des situations plus complexes, et des simulations numériques directes ont confirmé ces résultats [A20].

A.7.10. Modes globaux adjoints et sensibilité structurelle

Ce travail de recherche a été réalisé en collaboration avec Matthew JUNIPER du Engineering Department de l'université de Cambridge.

Beaucoup d'écoulements ouverts admettent une solution des équations de Navier–Stokes qui devient instable au-delà d'une certaine valeur du nombre de Reynolds. Souvent cette instabilité conduit à des oscillations périodiques auto-entretenues qui trouvent leur origine dans une certaine région de l'écoulement. Cette région agit comme une source et le reste de l'écoulement ne fait alors que répondre au forçage de cette source. L'identification de cette source a été l'objet de nombreuses recherches par le passé. Lorsque l'écoulement de base varie lentement dans une direction, l'analyse de stabilité globale peut être menée dans une approche multi-échelles, ce qui a permis de résoudre de manière élégante un grand nombre de problèmes [23].

La réceptivité d'un écoulement à un forçage extérieur peut aussi être trouvée en calculant une solution des équations adjointes de Navier–Stokes. Il peut alors être montré que la source (responsable des oscillations auto-entretenues) coïncide avec la région de l'écoulement où il y a un maximum de recouvrement entre le mode direct et le mode adjoint [15].

Classiquement, le mode adjoint est calculé par une analyse de stabilité globale, c'est-à-dire en résolvant le problème aux valeurs propres complet, ce qui reste un problème numérique difficile ou même impossible.

Le résultat principal de notre travail a été de montrer que si une approche multi-échelles est utilisée pour calculer le mode global direct, alors le mode global adjoint peut être obtenu avec la même opération pour un coût numérique supplémentaire négligeable. Cela signifie que pour des écoulements faiblement non parallèles, les modes globaux adjoints et leur sensibilité structurelle peuvent être obtenus rapidement et facilement, sans dériver l'ensemble des équations adjointes. Ce résultat a été démontré rigoureusement dans le cadre de l'équation de Ginzburg–Landau complexe et ensuite confirmé pour deux écoulements réels [A21].

A.8. Projets en cours et perspectives

Les contacts noués avec Rama GOVINDARAJAN du Jawaharlal Nehru Center for Advanced Scientific Research (Bangalore, Inde) et maintenant au Tata Institute of Fundamental Research (Hyderabad) ont conduit à un projet de recherche soutenu par le Centre franco-indien pour la promotion de la recherche avancée (CEFIPRA/IFCPAR). Ce projet porte sur les instabilités dans les écoulements cisailés en présence de rotation et de courbure. La thèse de Srikanth DEREBAIL MURALIDHAR, commencée en 2013 et co-dirigée avec Julian SCOTT, participe à ce projet et a pour sujet l'étude de la couche limite qui se développe le long d'un cylindre en rotation (§A.8.1). Le stage d'Abhishek KUMAR, co-encadré avec Rama GOVINDARAJAN, a également eu lieu dans le cadre de ce projet et avait pour objet cette fois l'étude de la stabilité de l'écoulement à l'intérieur d'un tuyau qui peut tourner autour de son axe (§A.8.2).

Pour poursuivre le travail commencé en biomécanique des fluides (§A.7.7) un projet sur les écoulements biologiques pulsés a été proposé en collaboration avec Patrick FEUGIER (Service de chirurgie vasculaire de l'Hôpital Édouard-Herriot, Lyon) et Peter SCHMID (Imperial College, Londres). Ce "Projet exploratoire premier soutien" (PEPS) vient d'être accepté et l'étude de la dynamique des écoulements pulsés (§A.8.3) se continue dans ce cadre-là.

L'analyse de stabilité linéaire de l'écoulement entre deux cylindres excentriques avec rotation du cylindre intérieur et débit axial a tenu toutes ses promesses : une grande richesse de phénomènes non triviaux, un scénario complexe qui conduit à l'instabilité absolue, le tout dans une configuration d'inspiration industrielle. Ce travail sera poursuivi en 2015 (§A.8.4), lors de mon séjour à l'université de Cambridge en tant que "Overseas Fellow" au Churchill College, en collaboration avec Colm-cille CAULFIELD (BP Institute et DAMTP).

Depuis la fin officielle du projet ANR "Microsillon", je n'ai malheureusement plus pu consacrer beaucoup de temps au travail expérimental, bien que les deux bancs d'essai soient opérationnels et que maintenant nous ayons enfin trouvé une solution pour produire des disques avec des motifs rugueux bien calibrés. La reprise des activités expérimentales (§A.8.5) sera au programme après mon retour de Cambridge.

A.8.1. Couche limite avec rotation et courbure

Ces dernières années, beaucoup de progrès ont été faits pour comprendre la dynamique complexe de couches limites tridimensionnelles qui se développent le long de surfaces qui sont soit courbées soit en rotation. Cependant, jusqu'à maintenant, des configurations qui présentent à la fois de la courbure et de la rotation n'ont que rarement été étudiées, à l'exception des géométries confinées de type Taylor-Couette. Pour cette raison, nous avons choisi pour ce projet une configuration d'écoulement ouvert avec courbure et rotation mais géométriquement simple : l'écoulement le long d'un cylindre qui peut tourner autour de son axe.

Par rapport à la couche limite de Blasius, qui se développe le long d'une plaque plane, il y a deux paramètres supplémentaires : le rayon du cylindre et sa rotation. Une approche à la manière de Prandtl permet toujours d'obtenir les profils de vitesse de cet écoulement de base. Pour le moment nous avons obtenu et validé le calcul de l'écoulement de base et implémenté une analyse de stabilité locale.

Les premiers résultats indiquent que la rotation modifie significativement les propriétés de stabilité, et abaisse considérablement le nombre de Reynolds critique pour l'apparition de l'instabilité.

Par la suite, nous allons étudier les solutions non linéaires et la dynamique globale qui résulte du développement spatial de cette couche limite.

A.8.2. Dynamique de l'écoulement dans un tuyau en rotation

Alors que l'écoulement de Poiseuille dans un tuyau cylindrique est toujours linéairement stable, l'ajout d'une composante de rotation solide (par exemple en faisant tourner le tuyau autour de son axe) conduit à une forte déstabilisation même pour des taux de rotation extrêmement faibles [11]. Lors du stage d'Abhishek KUMAR, ces résultats de stabilité linéaire ont pu être reproduits. La suite de ce travail, dans le cadre du projet CEFIPRA, consistera à étudier le comportement non linéaire de ce système et à rechercher la possible existence d'instabilités absolues dans cette configuration. Puisque l'ajout de la rotation permet de facilement déstabiliser cet écoulement, cela semble une voie prometteuse pour accéder au régime non linéaire.

A.8.3. Écoulements pulsés biologiques

Le travail sur l'écoulement à travers un anévrisme artériel (§A.7.7) a fait ressortir le besoin de mieux comprendre les propriétés fondamentales d'un écoulement pulsé, même dans une géométrie très dépouillée, et en même temps de se rapprocher davantage des praticiens hospitaliers pour mieux orienter les études théoriques.

Du point de vue théorique, s'il existe quelques études de stabilité pour des écoulements purement oscillants, les propriétés des écoulements périodiques en temps avec un débit moyen non nul sont très mal connues. La présence à la fois d'une composante moyenne et d'une partie périodique (non sinusoïdale) est évidemment essentielle dans l'écoulement sanguin. Alors qu'un écoulement de Poiseuille dans un tuyau cylindrique est toujours linéairement stable, ce n'est plus forcément le cas

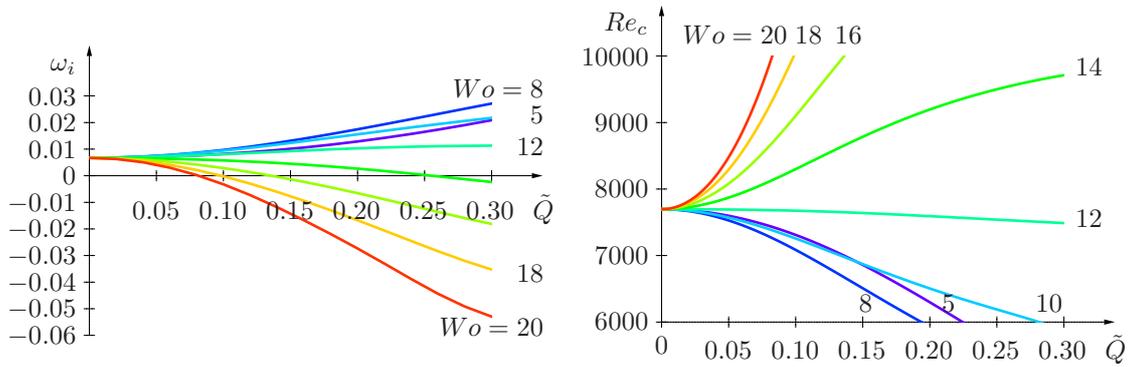


FIGURE 30. (a) Variation du taux de croissance temporel en fonction de \tilde{Q} et Wo , pour $Re = 10000$ et $\alpha = 2$. (b) Évolution du nombre de Reynolds critique.

après ajout d'une partie fluctuante. En fonction de leur fréquence, de leur amplitude et de leur forme, les composantes fluctuantes de débit peuvent avoir un effet stabilisant ou déstabilisant, alors que les phénomènes de croissance transitoire peuvent conduire à une dynamique hautement non triviale qui reste à élucider.

Dans une étude préliminaire, j'ai considéré l'écoulement entre deux plaques planes avec un débit de la forme $Q(t) = Q_0 + Q_1 \cos(\Omega t)$. Une telle configuration est caractérisée par trois paramètres de contrôle : le nombre de Reynolds Re basé sur le débit moyen, le nombre de Womersley Wo basé sur la fréquence de la pulsation et le rapport $\tilde{Q} \equiv Q_1/Q_0$ qui mesure l'amplitude des fluctuations.

La stabilité linéaire de cet écoulement de base peut s'obtenir par une analyse de Floquet ou par intégration temporelle des équations de Navier–Stokes linéarisées. Ces deux méthodes sont implémentées et maintenant largement validées.

Un écoulement permanent de Poiseuille plan devient instable pour une valeur critique du nombre de Reynolds de $Re_c = 7696$ (nombre de Reynolds basé sur le diamètre et la vitesse moyenne) et est associé à un nombre d'onde marginal de $\alpha_c = 2.041$. Pour un écoulement pulsé, la figure 30a montre comment le taux de croissance temporel pour $Re = 10000$ et $\alpha = 2$ varie avec \tilde{Q} et Wo , alors que la figure 30b donne l'évolution du nombre de Reynolds critique. Comme on peut le voir, la composante fluctuante peut avoir un effet stabilisant ou déstabilisant, et le changement a lieu dans la gamme des fréquences qui sont observées physiologiquement ($Wo = 10$ – 15). L'étude de la dynamique temporelle a également révélé que cet écoulement peut donner lieu à une très importante amplification transitoire intra-cycle : au cours d'une pulsation de l'écoulement de base, les perturbations peuvent croître de plusieurs ordres de grandeur avant d'être de nouveau amorties dans des proportions similaires, alors que sur un cycle entier elles peuvent être à peine amplifiées ou carrément amorties. Ces aspects de croissance intra-cycle et la recherche de perturbations optimales sera réalisée en collaboration avec Peter SCHMID (Imperial College, Londres).

Par la suite, il faudra complètement caractériser la dynamique spatio-temporelle de ce système, étudier le régime non linéaire, comparer les résultats obtenus dans une configuration de canal à ceux d'un tuyau, et considérer des débits $Q(t) = \sum_n Q_n \exp in\Omega t$ avec plus d'harmoniques pour se rapprocher des conditions physiologiques.

La collaboration avec le service de chirurgie vasculaire de l'Hôpital Édouard-Herriot nous permet d'utiliser des profils de débit sanguin mesuré par échographie Doppler. Ces mesures sont résolues en temps et permettent d'obtenir l'évolution temporelle du champ de vitesse à travers une section artérielle. Pour le moment, nous sommes en train d'essayer de résoudre les problèmes d'accès aux données utiles : les appareils médicaux sont de terribles boîtes noires qui empêchent d'accéder aux données brutes non dénaturées par des algorithmes connus des seuls fabricants... Ensuite, nous comptons utiliser des débits correspondant à différentes conditions (effort d'une intensité variable contrôlée sur tapis roulant) pour identifier les facteurs qui peuvent influencer sur la dynamique.

Ce travail théorique et numérique basé sur des données médicales devrait permettre de complètement caractériser la dynamique des écoulements pulsés pour des tuyaux droits. Ensuite, l'étude sur les anévrismes pourra être poursuivie pour des cas plus réalistes et des fluctuations pleinement

développées. L'utilisation d'une variété profils de débit $Q(t)$ permettra également de quantifier la sensibilité des résultats et, peut-être, de valider ou d'améliorer les approches de "simulations individualisées par patient".

À plus long terme, cette approche pourrait être généralisée aux interactions fluide-structure en incluant des parois élastiques.

A.8.4. Dynamique non linéaire de l'écoulement entre deux cylindres excentriques

Après l'étude très détaillée des propriétés de stabilité linéaire réalisée au cours de la thèse de Colin LECLERCQ, nous sommes maintenant prêts à poursuivre ce travail dans plusieurs directions.

Le prolongement naturel consiste à analyser le régime non linéaire, en adoptant une approche similaire à celle qui a déjà fait ses preuves dans d'autres contextes, basée sur un problème d'évolution temporelle (§A.5.6). Même si la situation est plus complexe ici, le système de coordonnées bipolaires utilisé pour l'analyse linéaire peut être conservé pour la simulation numérique des équations non linéaires. Une autre méthode que l'intégration temporelle consisterait à implémenter une méthode itérative de Newton-Raphson pour trouver directement les solutions non linéaires saturées pour des nombres d'onde donnés.

Ces deux approches (simulation temporelle et itération de Newton-Raphson) sont complémentaires et pourront être utilisées en parallèle. La méthode itérative est potentiellement plus rapide pour converger vers une solution, à condition d'avoir une bonne solution initiale. L'intégration temporelle permet d'ausculter des dynamiques plus complexes (quasi-périodiques, chaotiques...) alors que la technique itérative se limite aux solutions périodiques. Le succès de ce projet devrait aboutir à la relation de dispersion non linéaire entre fréquence et nombre d'onde pour les familles de solutions saturées qui peuvent exister dans ce système pour les différentes valeurs des paramètres de contrôle (excentricité, taux de rotation du cylindre intérieur, débit axial).

Ainsi, tous les éléments seront réunis pour étudier la dynamique qui peut résulter d'une variation axiale de l'excentricité. En effet, ce cas de figure semble très pertinent dans l'industrie du forage des puits de pétrole où l'excentricité du cylindre intérieur varie lentement avec la distance axiale à cause de la très grande longueur du puits par rapport à son diamètre. Comme le travail précédent [A17] a montré que l'excentricité a un effet non monotone sur l'instabilité absolue, il existe la possibilité de zones absolument instables dans les configurations industrielles. Ainsi, il se pourrait bien que des modes globaux de type "éléphant" participent à la dynamique, ou même qu'on puisse trouver des modes de type "chapeau" dans certaines configurations.

Le but de mon séjour à l'université de Cambridge en 2015 est de travailler avec Colm-cille CAULFIELD (BP Institute et DAMTP) sur ces questions et de confronter ces idées théoriques aux configurations issues de données industrielles.

A.8.5. Réponse spatiale dans l'expérience de disque tournant

Lors de la conception des deux bancs d'essai pour étudier la couche limite produite par un disque en rotation (§A.7.4) le forçage localisé a été prévu de deux façons différentes : par un dispositif en rotation différentielle pour le premier banc et par des éléments rugueux gravés en surface pour le second.

Pour le forçage différentiel, l'étude de la réponse de la couche limite à une perturbation due à un unique élément est achevée (§A.7.4.2). Ce travail a aussi établi que la forme de la tête des aiguilles n'est pas très importante et que la couche limite est tellement instable qu'il suffit d'une aiguille très fine même sans tête pour déclencher une réponse spatiale. Ainsi, nous pouvons maintenant poursuivre cette étude avec un forçage dû à un grand nombre d'aiguilles correspondant à une perturbation harmonique dans la coordonnée azimutale. Le dispositif de forçage a été conçu avec 120 emplacements, ce qui permet d'étudier la réponse spatiale pour les modes $\beta_f = 20, 24, 30, 40$ ou 60 .

Le second banc d'essai a été conçu pour accueillir des disques de différents types, avec des rugosités structurées gravées en surface. Après beaucoup de tâtonnements et de tentatives avortées, nous nous sommes dirigés vers des disques en résine dont la surface est usinée à l'aide d'une fraiseuse

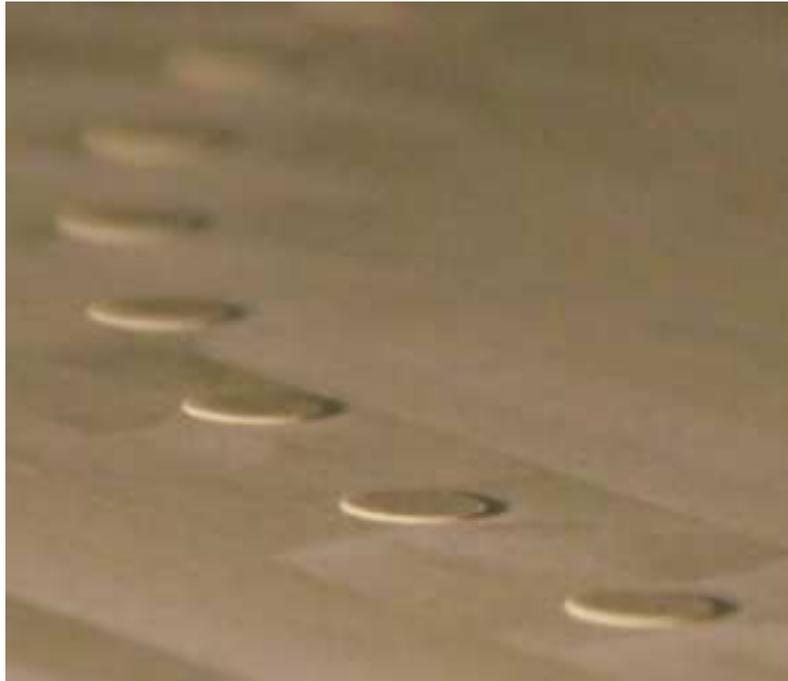


FIGURE 31. Exemple de disque en résine avec des éléments rugueux obtenus par usinage numérique. Il y a 50 éléments de forme cylindrique et chaque élément a un diamètre de 6 mm et une hauteur de 200 μm .

numérique. Les premiers disques (figure 31) sont maintenant prêts pour être testés. Les possibilités d'usinage sont vastes et il y a un grand nombre de motifs différents qui peuvent être testés. En étudiant la réponse de la couche limite tridimensionnelle pour une variété de structures rugueuses, nous espérons mieux comprendre la sensibilité de la dynamique et démontrer la faisabilité du contrôle : repousser la transition vers des rayons plus importants.

Il reste beaucoup à découvrir et à comprendre, même dans des configurations aux géométries extrêmement simples. Dès qu'il y a de la rotation, de la courbure, ou encore de la pulsation, la dynamique devient très riche et le scénario qui conduit de l'état de base à la transition peut faire intervenir des phénomènes d'une grande complexité. Je reste convaincu que le progrès passe alors par l'analyse de situations suffisamment épurées pour pouvoir explorer tous les paramètres et en déduire les grands principes qui régissent la dynamique.

Ainsi, en enrichissant les compétences que j'ai acquises par le passé et en collaborant avec mes collègues en France, en Angleterre, en Inde ou ailleurs, j'ai l'espoir de pouvoir continuer à faire progresser la connaissance par l'étude d'écoulements fondamentaux issus de domaines aussi variés que la santé, l'énergie ou les transports.

B. Autour de la recherche

B.1. Contrats de recherche et collaborations

1. AJC (Action jeunes chercheurs) du département SPI du CNRS, 2005–2006.
Mécanismes d'interaction et instabilités dans les écoulements diphasiques à bulles.
Collaboration avec Marie RASTELLO (LMFA).
2. ANR, programme "Jeunes chercheuses et jeunes chercheurs", 2008–2011.
Projet *Microsillon*
Écoulements cisailés en proche paroi : Effets macroscopiques de morphologies de surface microstructurées.
J'étais le coordinateur de ce projet qui a été élaboré en collaboration avec Frédéric PLAZA† (LMFA) et Carlo COSSU (LADHYX, maintenant à l'IMFT).
3. CEFIPRA/IFCPAR, projet 4704-3, 2013–2015.
Rotating and curved boundary layer instabilities.
Collaboration avec Rama GOVINDARAJAN, Jawaharlal Nehru Center for Advanced Scientific Research (Bangalore, Inde), maintenant au Tata Institute of Fundamental Research (Hyderabad).
4. PEPS (Projet exploratoire premier soutien) — Écoulements biologiques, 2014.
Dynamique spatio-temporelle des écoulements hémodynamiques pulsés.
Collaboration avec Patrick FEUGIER (Service de chirurgie vasculaire, Hôpital Édouard-Herriot, Lyon), Peter SCHMID (Applied Mathematics and Mathematical Physics, Imperial College, Londres), et Arie BIESHEUVEL (LMFA).

Autres collaborations :

1. Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics (DAMTP), Université de Cambridge.
Visite de Nigel PEAKE, professeur invité de l'École centrale de Lyon en 2007, sur le thème "Spatial problems in absolutely unstable systems".
2. Engineering Department, Université de Cambridge.
Visite de Matthew JUNIPER, professeur invité de l'École centrale de Lyon en 2010, sur le thème "Adjoint global modes in spatially developing shear flows".
3. BP Institute, Université de Cambridge.
Séjour au Churchill College comme "French Government Fellow" prévu en 2015.
Collaboration avec Colm-cille CAULFIELD (DAMTP et BPI), sur le thème "Dynamique non linéaire de l'écoulement entre deux cylindres excentriques ; application aux techniques de forage pétrolier".

B.2. Encadrement et enseignement

B.2.1. Co-encadrement de thèses de doctorat

1. Experimental study of natural and forced instabilities and transition of a rotating-disk boundary-layer flow
M. Ehtisham SIDDIQUI (2007–2011)
École centrale de Lyon
Direction de thèse : B. Pier, J. Scott
<https://hal.archives-ouvertes.fr/te1-00589797>
2. Instabilités convectives et absolues dans l'écoulement de Taylor–Couette–Poiseuille excentrique
Colin LECLERCQ (2010–2013)
École centrale de Lyon
Direction de thèse : B. Pier, J. Scott
<https://hal.archives-ouvertes.fr/te1-00962218>
3. Dynamics and stability of flow through abdominal aortic aneurysms
Shyam Sunder GOPALAKRISHNAN (2010–2014)
Université Claude-Bernard Lyon 1
Direction de thèse : B. Pier, A. Biesheuvel
<https://hal.archives-ouvertes.fr/te1-00954202>
4. Instabilités de couche limite avec courbure et rotation
Srikanth DEREBAIL MURALIDHAR (2013–)
École centrale de Lyon
Direction de thèse : B. Pier, J. Scott.

B.2.2. Encadrement de post-doctorant

1. Response to rotating forcing of the von Kármán disk boundary layer
Mukund VASUDEVAN (2010–2011)

B.2.3. Encadrement de stages

1. Étude expérimentale d'une couche limite tridimensionnelle produite par un disque en rotation
Christine PLET (janvier–avril 2006)
Master 1, École normale supérieure de Lyon
2. Caractérisation des transitions naturelles et forcées dans une couche limite tridimensionnelle ; expérience du disque tournant
Henri LASTAKOWSKI (mai–juillet 2007)
Licence 3, École normale supérieure de Lyon
3. Instabilités globales dans un modèle issu de la mécanique des fluides
Franca HOFFMAN (mai–juillet 2012)
Master 1, École normale supérieure de Lyon — Imperial College, Londres
4. Instabilities of flow through a rotating pipe
Abhishek KUMAR (mai–juillet 2014)
Birla Institute of Technology and Science, Pilani, Inde

B.2.4. Enseignement

1. *Bibliothèques et chercheurs : quelles relations ? quelle coopération ?*
École nationale supérieure des sciences de l'information et des bibliothèques (ENSSIB).
Volume horaire : 2 heures, animation d'une table ronde (2009, 2010, 2012, 2013).
2. TD d'*Instabilités et phénomènes non linéaires*
École normale supérieure de Lyon, Master 2e année.
Volume horaire : 10 heures de TD par an, effectuées en 2005–2006 et 2006–2007.
3. Cours et TD d'*Instabilités hydrodynamiques*
École centrale de Lyon, seconde année, enseignement d'approfondissement.
Volume horaire : 4 heures de cours et 8 heures de TD par an, effectuées en 2005–2006.
4. TD de *Mécanique des fluides*
École centrale de Lyon, première année.
Volume horaire : 16 heures par an, effectuées en 2005–2006 et 2006–2007.

B.3. Vulgarisation et diffusion de la culture scientifique

Conception et réalisation d'une expérience de milieux stratifiés illustrant des phénomènes de pollution atmosphérique pour l'émission *Archimède* de la chaîne ARTE (1998).

Collaboration avec un journaliste de la revue *La recherche* pour un article sur les instabilités dans les sillages, paru en février 2008.

Encadrement de stages d'observation pour des élèves du secondaire (lycée de la Favorite, Lyon ; lycée Sainte-Marie, Lyon).

Encadrement de projets TIPE pour des élèves en classe préparatoire scientifique (lycée du Parc, Lyon ; lycée de la Martinière-Duchère, Lyon).

B.4. Évaluation

B.4.1. Participation à des jurys de thèse

1. Université d'Orléans, 22 mai 2008 [examineur]
Marc FERRIER — Analyse de la stabilité et prévision de la transition laminaire/turbulent de l'écoulement proche paroi sur l'avant corps d'un véhicule hypersonique
2. Cambridge University, Angleterre, 25 novembre 2009 [rapporteur]
Simon REES — Hydrodynamic instability of confined jets and wakes and implications for gas turbine fuel injectors
3. Jawaharlal Nehru Center for Advanced Scientific Research, Bangalore, Inde, 11 mars 2011 [rapporteur]
Gayathri SWAMINATHAN — Global stability analysis of non-parallel flows
4. Royal Institute of Technology, Stockholm, Suède, 7 juin 2012 [rapporteur]
Shintaro IMAYAMA — Experimental study of the rotating-disk boundary-layer flow
5. Institut de mécanique des fluides de Toulouse, 7 novembre 2014 [examineur]
Gerardo DEL GUERCIO — Optimal streaks amplification in wakes and vortex shedding control

B.4.2. Relecture d'articles

Journal of Fluid Mechanics (58 articles expertisés à ce jour)
Physics of Fluids (14)
European Journal of Mechanics/B Fluids (8)
Journal of Fluids and Structures (4)
AIAA Journal (2)
Europhysics Letters (2)
Journal of Computational Physics (2)
Journal of Engineering Mathematics (2)
Physica D (2)
Chemical Engineering Science (1)
Computers and Fluids (1)
European Physical Journal B (1)
International Journal of Multiphase Flow (1)
International Journal of Numerical Methods in Fluids (1)
Journal of Mathematical Physics (1)
Journal of Nonlinear Science (1)
Proceedings of the Royal Society A (1)
Theoretical and Computational Fluid Dynamics (1)

B.4.3. Sélection

J'ai participé à des commissions de spécialistes/comités de sélection pour des postes de maître de conférences à l'Université de Paris 6 (2009) et à l'Institut national polytechnique de Toulouse (2012), ainsi qu'à l'évaluation de projets soumis à l'ANR (Agence nationale de la recherche, France) et à l'EPSRC (Engineering and Physical Sciences Research Council, Royaume-Uni).

B.5. Animation scientifique

B.5.1. Organisation de séminaires

Lors de mon recrutement au LMFA en 2002 j'ai repris en main l'organisation des séminaires d'intérêt général pour l'ensemble du laboratoire, et j'ai exercé ce rôle d'animation jusqu'en 2010.

B.5.2. Co-direction de groupe de recherche

Depuis 2009, je suis co-responsable du groupe de recherche "Turbulence et Stabilité" du LMFA, Fabien Godeferd en assurant la responsabilité principale (20 chercheurs/enseignants, 2 ITA).

B.5.3. Organisation de colloques

J'ai été le principal organisateur du Colloque EUROMECH 525, *Instabilities and transition in three-dimensional flows with rotation*, qui s'est tenu à l'École centrale de Lyon (Écully) du 21 au 23 juin 2011.

J'étais membre du conseil scientifique du Colloque EUROMECH 547, *Trends in open shear flow instability*, qui s'est tenu à l'École polytechnique (Palaiseau) du 1er au 3 juillet 2013.

B.6. Documentation et information scientifique

Une bonne recherche n'est possible que si on est suffisamment bien informé de ce sur quoi nos collègues et concurrents travaillent. De la même façon, il est indispensable de partager nos résultats et nos méthodes de travail avec l'ensemble de la communauté scientifique.

Ce souci de la bonne diffusion de la connaissance m'a conduit à concevoir le logiciel PhPubli dans le but de d'organiser et de proposer en ligne les notices de l'ensemble de la production scientifique du LMFA (voir §C.5).

Je fais également partie du *conseil de la documentation* et du *groupe de travail sur les archives ouvertes* à l'École centrale de Lyon. J'ai participé à plusieurs actions en vue de la sensibilisation des chercheurs et des étudiants aux archives ouvertes (notamment animation du "open access day") et je suis intervenu lors d'une journée thématique sur l'actualité du libre accès du réseau Isidora des documentalistes et bibliothécaires CNRS en Rhône-Auvergne et Alpes.

Depuis plusieurs années maintenant, je co-anime une table ronde lors de la formation "Bibliothèques et chercheurs" proposée par l'ENSSIB (École nationale supérieure des sciences de l'information et des bibliothèques).

En 2014, j'ai été nommé CorIST, correspondant auprès de la Direction de l'information scientifique et technique (DIST) du CNRS, pour représenter l'Institut des sciences de l'ingénierie et des systèmes (INSIS).

C. Production scientifique

C.1. Articles dans des revues internationales à comité de lecture

Tous les articles sont disponibles en texte intégral en suivant les liens correspondants à partir de l'adresse <http://www.lmfa.fr/perso/Benoit.Pier/pub/>.

- A1. B. Pier & P. Huerre,
Fully nonlinear global modes in spatially developing media,
Physica D **97**, 206–222 (1996). [15 citations*]
- A2. B. Pier, P. Huerre, J.-M. Chomaz & A. Couairon,
Steep nonlinear global modes in spatially developing media,
Physics of Fluids **10**, 2433–2435 (1998). [41 cit.]
- A3. A. Kudrolli, B. Pier & J.P. Gollub,
Superlattice patterns in surface waves,
Physica D **123**, 99–111 (1998). [112 cit.]
- A4. B. Pier, P. Huerre & J.-M. Chomaz,
Bifurcation to fully nonlinear synchronized structures in slowly varying media,
Physica D **148**, 49–96 (2001). [44 cit.]
- A5. B. Pier & P. Huerre,
Nonlinear self-sustained structures and fronts in spatially developing wake flows,
Journal of Fluid Mechanics **435**, 145–174 (2001). [63 cit.]
- A6. B. Pier & P. Huerre,
Nonlinear synchronization in open flows,
Journal of Fluids and Structures **15**, 471–480 (2001). [12 cit.]
- A7. B. Pier
On the frequency selection of finite-amplitude vortex shedding in the cylinder wake,
Journal of Fluid Mechanics **458**, 407–417 (2002). [65 cit.]
- A8. B. Pier
Open-loop control of absolutely unstable domains,
Proceedings of the Royal Society of London A **459**, 1105–1115 (2003). [20 cit.]
- A9. B. Pier
Finite amplitude crossflow vortices, secondary instability and transition in the rotating-disk boundary layer,
Journal of Fluid Mechanics, **487**, 315–343 (2003). [42 cit.]
- A10. B. Pier
Primary crossflow vortices, secondary absolute instabilities and their control in the rotating-disk boundary layer,
Journal of Engineering Mathematics, **57**, 237–251 (2007). [7 cit.]

* Nombre de citations recensées par le *Web of Science* au 31 décembre 2014.

- A11. B. Pier
Local and global instabilities in the wake of a sphere,
Journal of Fluid Mechanics, **603**, 39–61 (2008). [29 cit.]
- A12. B. Pier
Signalling problem in absolutely unstable systems,
Theoretical and Computational Fluid Dynamics, **25**, 7–17 (2011). [1 cit.]
- A13. M. E. Siddiqui, V. Mukund, J. Scott & B. Pier
Experimental characterization of transition region in rotating-disk boundary layer,
Physics of Fluids, **25**, 034102 (10 pages) (2013). [2 cit.]
- A14. B. Pier
Periodic and quasiperiodic vortex shedding in the wake of a rotating sphere,
Journal of Fluids and Structures, **41**, 43–50 (2013). [3 cit.]
- A15. C. Leclercq, B. Pier & J. Scott
Temporal stability of eccentric Taylor–Couette–Poiseuille flow,
Journal of Fluid Mechanics, **733**, 68–99 (2013). [1 cit.]
- A16. B. Pier
Transition near the edge of a rotating disk,
Journal of Fluid Mechanics, **737**, R1 (9 pages) (2013).
- A17. C. Leclercq, B. Pier & J. Scott
Absolute instabilities in eccentric Taylor–Couette–Poiseuille flow,
Journal of Fluid Mechanics, **741**, 543–566 (2014).
- A18. S. S. Gopalakrishnan, B. Pier & A. Biesheuvel
Global stability analysis of flow through a fusiform aneurysm : steady flows,
Journal of Fluid Mechanics, **752**, 90–106 (2014). [1 cit.]
- A19. S. S. Gopalakrishnan, B. Pier & A. Biesheuvel
Dynamics of pulsatile flow through modal abdominal aortic aneurysms,
Journal of Fluid Mechanics, **758**, 150–179 (2014).
- A20. B. Pier & N. Peake
Global modes with multiple saddle points,
European Journal of Mechanics B-Fluids, **49**, 335–344 (2015).
- A21. M. P. Juniper & B. Pier
The structural sensitivity of open shear flows calculated with a local stability analysis,
European Journal of Mechanics B-Fluids, **49**, 426–437 (2015).

C.2. Conférences invitées

1. B. Pier,
La physique du jet : Des allées de von Kármán aux orgues,
Colloque “Orgues entre histoire et acoustique” (Société française d’acoustique),
Toulouse, 18–19 octobre 2002.
2. B. Pier,
Primary, secondary instabilities and control of the rotating-disk boundary layer,
Colloque “Stability and Transition of Rotating Boundary-Layer Flows”,
Leicester University, Royaume-Uni, 8 mai 2009.
3. B. Pier,
On some instabilities in the wake of a rotating sphere,

Colloque “Hydrodynamic Stability” (AIM-Network/EPSRC),
Keele, Royaume-Uni, 14–15 février 2011.

C.3. Conférences avec actes

1. B. Pier,
Nonlinear frequency selection in spatially developing flows,
Seventh European Turbulence Conference,
Saint-Jean-Cap-Ferrat, France, 30 June–3 July 1998.
In : U. Frisch (Ed.), *Advances in Turbulence VII*, Kluwer Academic Press, Dordrecht, 129–132.
2. B. Pier & P. Huerre,
A resonance principle for spatially developing wake flows,
Eighth European Turbulence Conference,
Barcelona, Spain, 27–30 June 2000.
In : C. Dopazo (Ed.), *Advances in Turbulence VIII*, International Center for Numerical Methods
in Engineering, Barcelona, 27–30.
3. B. Pier,
Fully nonlinear waves and transition in the boundary layer over a rotating disk,
Ninth European Turbulence Conference,
Southampton, UK, 2–5 July 2002.
In : I. P. Castro, P. E. Hancock & T. G. Thomas (Ed.), *Advances in Turbulence IX*, International
Center for Numerical Methods in Engineering, Barcelona, 13–16.
4. B. Pier,
Open-loop control and delay of transition in the rotating-disk boundary layer,
Tenth European Turbulence Conference,
Trondheim, Norway, 29 June–2 July 2004.
In : H. I. Andersson & P.-Å. Krogstad (Ed.), *Advances in Turbulence X*, International Center for
Numerical Methods in Engineering, Barcelona, 775–778.
5. B. Pier,
Nonlinear waves, secondary instability and transition in a three-dimensional boundary layer,
ASME Joint US-European Fluids Engineering Summer Meeting,
Miami, USA, 17–20 July 2006.
Paper No FEDSM2006-98471, 4 pages, CD-ROM.
6. B. Pier,
Absolute instabilities in the wake of spherical particles,
Sixth International Conference on Multiphase Flow,
Leipzig, Germany, 9–13 July 2007.
In : M. Sommerfeld (Ed.), *Proceedings of ICMF 2007*, Paper No 339, 10 pages, CD-ROM.
7. B. Pier & N. Peake,
Global nonlinear dynamics of thin aerofoil wakes ,
Seventh IUTAM Symposium on Laminar–Turbulent Transition,
Stockholm, Sweden, 23–26 June 2009.
In : P. Schlatter & D. S. Henningson (Ed.), *Proceedings of the Seventh IUTAM Symposium on
Laminar–Turbulent Transition*, Springer, Dordrecht, The Netherlands, 319–324.
8. M. E. Siddiqui, B. Pier, J. Scott, A. Azouzi & R. Michelet,
Experimental characterization and control of transition region in rotating-disk boundary layer,
Seventh IUTAM Symposium on Laminar–Turbulent Transition,

Stockholm, Sweden, 23–26 June 2009.

In : P. Schlatter & D. S. Henningson (Ed.), Proceedings of the Seventh IUTAM Symposium on Laminar–Turbulent Transition, Springer, Dordrecht, The Netherlands, 573–576.

9. M. Vasudevan, M. E. Siddiqui, B. Pier, J. Scott, A. Azouzi, R. Michelet & C. Nicot, *Response to rotating forcing of the von Kármán disk boundary layer*, 13th European Turbulence Conference, Warsaw, Poland, 12–15 September 2011.
In : Journal of Physics Conference Series Volume 318, IOP, London, 032023. doi :10.1088/1742-6596/318/3/032023

C.4. Conférences sans actes

1. B. Pier & P. Huerre, *Fully nonlinear global modes in spatially developing media*, 3rd EUROMECH Fluid Mechanics Conference, Göttingen, Germany, 15–18 September 1997.
2. B. Pier & P. Huerre, *Transition to synchronized fully nonlinear structures in open flows*, APS, 51st Annual Meeting of the Division of Fluid Dynamics, Philadelphia, USA, 22–24 November 1998.
3. B. Pier & P. Huerre, *Steep nonlinear global modes in spatially developing wakes*, APS, 52nd Annual Meeting of the Division of Fluid Dynamics, New Orleans, USA, 21–23 November 1999.
4. B. Pier & P. Huerre, *Nonlinear frequency selection in wakes*, IUTAM Symposium on Bluff Body Wakes and Vortex-Induced Vibrations, Marseille, France, 13–16 June 2000.
5. B. Pier, *Control of self-sustained oscillations*, 10th Cambridge/Oxford Applied Mathematics Meeting, Cambridge, UK, 14 June 2001.
6. B. Pier, *Open-loop control of absolutely unstable domains*, ERCOFTAC Symposium on Global Flow Instability and Control, Heraklion, Greece, 23–25 September 2001.
7. B. Pier & V. Hakim, *Travelling dunes in a simple model of blown sand : An analysis in one dimension*, APS, 54th Annual Meeting of the Division of Fluid Dynamics, San Diego, USA, 18–20 November 2001.
8. B. Pier, *Vortex shedding from obstacles : theoretical frequency prediction*, APS, 54th Annual Meeting of the Division of Fluid Dynamics, San Diego, USA, 18–20 November 2001.
9. B. Pier, *Periodic vortex shedding from obstacles : theoretical prediction of the Strouhal number*,

IUTAM Symposium on Unsteady Separated Flows,
Toulouse, France, 8–12 April 2002.

10. B. Pier,
Control of transition in the rotating-disk boundary layer,
5th EUROMECH Fluid Mechanics Conference,
Toulouse, France, 24–28 August 2003.
11. B. Pier,
Local and global instabilities in the wake of a sphere,
6th EUROMECH Fluid Mechanics Conference,
Stockholm, Sweden, 26–30 June 2006.
12. B. Pier & N. Peake,
Global nonlinear dynamics of thin airfoil wakes,
7th EUROMECH Fluid Mechanics Conference,
Manchester, UK, 14–18 September 2008.
13. B. Pier, M. E. Siddiqui, J. Scott, L. Le Penven, A. Azouzi, P. Dutheil & R. Michelet,
Experimental characterization of near transition region in rotating-disk boundary layer,
7th EUROMECH Fluid Mechanics Conference,
Manchester, UK, 14–18 September 2008.
14. M. E. Siddiqui, B. Pier, M. Vasudevan, J. Scott, C. Cossu, A. Azouzi, C. Nicot & R. Michelet,
Transition and control in rotating-disk boundary-layer,
8th EUROMECH Fluid Mechanics Conference,
Bad Reichenhall, Germany, 13–16 September 2010.
15. M. P. Juniper & B. Pier,
Structural sensitivity calculated with a local stability analysis,
8th EUROMECH Fluid Mechanics Conference,
Bad Reichenhall, Germany, 13–16 September 2010.
16. B. Pier,
Periodic and quasiperiodic vortex shedding in the wake of a spinning sphere,
8th EUROMECH Fluid Mechanics Conference,
Bad Reichenhall, Germany, 13–16 September 2010.
17. M. E. Siddiqui, M. Vasudevan, B. Pier, J. Scott, A. Azouzi, R. Michelet & C. Nicot,
Experimental characterisation of turbulent flow régime in the three-dimensional rotating-disk boundary layer,
EUROMECH colloquium 525 — Instabilities and transition in three-dimensional flows with rotation,
Écully, France, 21–23 June 2011.
18. M. Vasudevan, M. E. Siddiqui, B. Pier, J. Scott, A. Azouzi, R. Michelet & C. Nicot,
Response to localized forcing of the boundary layer on a rotating disk,
EUROMECH colloquium 525 — Instabilities and transition in three-dimensional flows with rotation,
Écully, France, 21–23 June 2011.
19. S. Gopalakrishnan, B. Pier & A. Biesheuvel,
Global stability analysis of flow through an aneurysm,
EUROMECH colloquium 525 — Instabilities and transition in three-dimensional flows with rotation,
Écully, France, 21–23 June 2011.

20. C. Leclercq, B. Pier & J. Scott,
Hydrodynamic instabilities in the eccentric Taylor–Couette–Poiseuille flow,
EUROMECH colloquium 525 — Instabilities and transition in three-dimensional flows with
rotation,
Écully, France, 21–23 June 2011.
21. B. Pier,
Vortex shedding patterns in the wake of a rotating sphere,
IUTAM Symposium on Bluff Body Flows (Blubof2011),
Kanpur, India, 12–16 December 2011.
22. B. Pier, M. Vasudevan, M. E. Siddiqui, J. Scott, A. Azouzi, R. Michelet & C. Nicot,
Response to localized forcing in a three-dimensional boundary layer,
9th EUROMECH Fluid Mechanics Conference,
Rome, Italy, 9–13 September 2012.
23. C. Leclercq, B. Pier & J. Scott,
Stability of the eccentric Taylor–Couette–Poiseuille flow,
9th EUROMECH Fluid Mechanics Conference,
Rome, Italy, 9–13 September 2012.
24. S. Gopalakrishnan, B. Pier & A. Biesheuvel,
Global stability of flow through an aneurysm,
9th EUROMECH Fluid Mechanics Conference,
Rome, Italy, 9–13 September 2012.
25. C. Leclercq, B. Pier & J. Scott,
Absolute instabilities in eccentric Taylor–Couette–Poiseuille flow,
EUROMECH colloquium 547 — Trends in open shear flow instability,
Palaiseau, France, 1–3 July 2013.
26. S. Gopalakrishnan, B. Pier & A. Biesheuvel,
Stability analyses of flow through an aneurysm : steady and pulsatile flows,
EUROMECH colloquium 547 — Trends in open shear flow instability,
Palaiseau, France, 1–3 July 2013.
27. B. Pier,
Transition near the edge of a rotating disk,
14th European Turbulence Conference,
Lyon, France, 1–4 September 2013.
28. C. Leclercq, B. Pier & J. Scott,
Absolute instabilities in eccentric Taylor–Couette–Poiseuille flow,
14th European Turbulence Conference,
Lyon, France, 1–4 September 2013.
29. S. Gopalakrishnan, B. Pier & A. Biesheuvel,
Stability analyses of flow through an aneurysm : steady and pulsatile flows,
14th European Turbulence Conference,
Lyon, France, 1–4 September 2013.
30. S. Derebail Muralidhar, B. Pier, J. Scott & R. Govindarajan
Exponential growth of disturbances in a boundary layer over a rotating cylinder,
10th EUROMECH Fluid Mechanics Conference,
Copenhagen, Denmark, 14–18 September 2014.
31. B. Pier,
Instability of pulsatile channel and pipe flows,

C.5. Logiciels

1. PhPubli

PhPubli est un serveur php/mysql pour organiser, rechercher, mettre en ligne et formater les notices bibliographiques de documents scientifiques (typiquement la production scientifique d'un laboratoire de recherche).

PhPubli est disponible sur la plateforme d'hébergement de projets logiciels Sourceforge (à l'adresse <http://sourceforge.net/projects/phpubli>), distribué sous licence GNU GPLv3. Il est également répertorié et ses fonctionnalités décrites dans la plateforme Plume (<http://www.projet-plume.org/fr/fiche/phpubli>).

Pour permettre une gestion "intelligente" de la production scientifique du laboratoire, adaptée à nos besoins et sans être à la merci d'un système dont on ne maîtrise ni les fonctionnalités ni les évolutions, j'ai été amené à développer le logiciel PhPubli. La structure très détaillée de la base de données a été pensée pour être flexible et interfaçable avec d'autres systèmes, pour éviter toute redondance inutile, minimiser les erreurs de saisie et rester compatible avec des besoins futurs.

Ce système s'avère notamment très utile pour la rédaction des rapports d'activité du laboratoire : sélection, tri et formatage automatique des données en fonction des critères (changeants...) des nombreux évaluateurs.

Parmi les fonctionnalités il y a l'export sous un format compatible avec d'autres bases de données comme l'archive ouverte HAL. Il est ainsi possible de téléverser les notices bibliographiques vers HAL, sans avoir à re-saisir les données. Pour compléter le dépôt dans cette archive ouverte, il suffit de rajouter le fichier en texte intégral correspondant.

2. PackstaB

PackstaB est une librairie de classes et fonctions en C++ qui regroupe l'essentiel des méthodes que j'ai développées au cours des ans et permet ainsi de traiter facilement un grand nombre de problèmes et de configurations (discrétisations spatiales en Chebychev ou différences finies, mapping des maillages, opérateurs de dérivation et d'intégration, algèbre linéaire, résolution de problèmes aux valeurs propres, calculs de relation de dispersion, simulation numérique directe avec une variété de schémas temporels...). Cette librairie est en développement permanent et quotidiennement utilisée au LMFA et au TIFR (Hyderabad, Inde).

Pour mettre en pratique les principes de la page 3, il ne me reste plus qu'à en faire un "vrai" package (avec exemples et commentaires) et à le rendre disponible sur une plateforme d'hébergement de projets (libres bien sûr).

C.6. Organisation de colloques

1. Colloque EUROMECH 525

Instabilities and transition in three-dimensional flows with rotation

21–23 juin 2011, Écully, France

Organisateur : Benoît PIER

Co-organisateurs : Fabien GODEFERD (LMFA) et Nigel PEAKE (DAMTP, Cambridge)

Le but de ce colloque était de rassembler des experts en méthodes expérimentales, numériques et théoriques pour faire le point sur l'état de nos connaissances au voisinage de la transition et de réunir les communautés des instabilités et de la turbulence. Des contributions ont été reçues, entre autres, sur les thèmes suivants : couches limites tri-dimensionnelles, écoulements dans et autour de

solides en rotation, éclatement tourbillonnaire, développement spatio-temporel de perturbations, scénarios de transition, contrôle, phénomènes transitoires, turbulence inhomogène et anisotrope.

Au programme de ce colloque figuraient 6 conférences invitées, 38 présentations orales ainsi que 7 posters. Il y avait 79 participants venus de 12 pays différents. Les textes de tous les résumés ont été publiés dans HAL, <https://hal.archives-ouvertes.fr/EC525/>.

2. Colloque EUROMECH 547
Trends in open shear flow instability
1–3 juillet 2013, Palaiseau, France
Organisateur : Lutz LESSHAFT (LADHYX).
J'étais membre du conseil scientifique.

D. Curriculum Vitæ

État civil

date de naissance : 11 mars 1971
lieu de naissance : Luxembourg
nationalités : luxembourgeoise et française
situation familiale : marié, trois enfants
adresse personnelle : 4 rue Trouvée, 69005 Lyon

Situation professionnelle

position actuelle : Chargé de recherche 1ère classe
CNRS - Section 10
affectation : Laboratoire de mécanique des fluides et d'acoustique
UMR CNRS 5509 — Université de Lyon
École centrale de Lyon, Université Claude-Bernard Lyon 1, INSA de Lyon
36 avenue Guy-de-Collongue
69134 Écully cedex
tél : 04 72 18 61 54
email : benoit.pier@ec-lyon.fr
web : <http://www.lmfa.fr/perso/Benoit.Pier>

Positions précédentes

2000–2002 Postdoctorat (bourse européenne Marie-Curie)
Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics
Cambridge University, Royaume-Uni
1999–2000 Attaché temporaire d'enseignement et de recherche (ATER)
Laboratoire de physique statistique
Université Paris 7 et École normale supérieure, Paris, France
1996–1999 Moniteur
École polytechnique, Palaiseau, France

Cursus universitaire

Doctorat, 1999
Comportement non linéaire synchronisé dans les écoulements cisailés
sous la direction de Patrick HUERRE
Laboratoire d'hydrodynamique (LADHYX), École polytechnique
DÉA de physique statistique et phénomènes non linéaires
École normale supérieure de Lyon, 1995
Magistère interuniversitaire de physique, École normale supérieure, Paris, 1992–1995
Admission à l'École normale supérieure, Paris, 1992

E. Références

- [1] E. ÅKERVIK, L. BRANDT, D. S. HENNINGSON, J. HÖPFNER, O. MAXEN & P. SCHLATTER 2006
Steady solutions of the Navier–Stokes equations by selective frequency damping
Phys. Fluids **18**, 068102.
- [2] F. AUGUSTE, D. FABRE & J. MAGNAUDET 2010
Bifurcations in the wake of a thick circular disk
Theor. Comput. Fluid Dyn. **24**, 305–313.
- [3] C. M. BENDER & S. A. ORSZAG 1978
Advanced mathematical methods for scientists and engineers
McGraw–Hill, New York.
- [4] A. BERS 1983
Space-time evolution of plasma instabilities — absolute and convective
In *Handbook of plasma physics* (eds. M. N. ROSENBLUTH & R. Z. SAGDEEV),
North–Holland, Amsterdam, 451–517.
- [5] T. R. BEWLEY & S. LIU 1998
Optimal and robust control and estimation of linear paths to transition
J. Fluid Mech. **365**, 305–349.
- [6] J. P. BOYD 2001
Chebyshev and Fourier spectral methods
Dover, New York.
- [7] R. J. BRIGGS 1964
Electron-stream interaction with plasmas
M.I.T. Press, Cambridge, Mass.
- [8] P. CARRIÈRE, P. A. MONKEWITZ & D. MARTINAND 2004
Envelope equations for the Rayleigh–Bénard–Poiseuille system. Part 1. Spatially homogenous case
J. Fluid Mech. **502**, 153–174.
- [9] J.-M. CHOMAZ, P. HUERRE & L.G. REDEKOPP 1991
A frequency selection criterion in spatially developing flows
Stud. Appl. Math. **84**, 119–144.
- [10] J.-M. CHOMAZ 2005
Global instabilities in spatially developing flows : non-normality and nonlinearity
Annu. Rev. Fluid Mech. **37**, 357–392.
- [11] F. W. COTTON & H. SALWEN 1981
Linear stability of rotating Hagen–Poiseuille flow
J. Fluid Mech. **108**, 101–125.
- [12] C. DAVIES & P. W. CARPENTER 2003
Global behaviour corresponding to the absolute instability of the rotating-disk boundary layer
J. Fluid Mech. **486**, 287–329.

- [13] P. DRAZIN & N. RILEY 2006
The Navier–Stokes equations. A classification of flows and exact solutions
Cambridge University Press, Cambridge.
- [14] S. J. GARRETT 2002
The stability and transition of the boundary layer on rotating bodies
PhD thesis, University of Cambridge.
- [15] F. GIANNETTI & P. LUCHINI 2007
Structural sensitivity of the first instability of the cylinder wake
J. Fluid Mech. **581**, 167–197.
- [16] K. GODA 1979
A multistep technique with implicit difference schemes for calculating two- or three-dimensional cavity flows
J. Comp. Phys. **30**, 76–95.
- [17] S. S. GOPALAKRISHNAN 2014
Dynamics and stability of flow through abdominal aortic aneurysms
PhD thesis, Université Claude-Bernard Lyon 1.
- [18] R. GOSCINNI & A. UDERZO 1976
Obélix et compagnie
Dargaud, Paris.
- [19] N. GREGORY, J. T. STUART & W. S. WALKER 1955
On the stability of three-dimensional boundary layers with application to the flow due to a rotating disk
Phil. Trans. R. Soc. Lond. A **248**, 155–199.
- [20] J. J. HEALEY 2004
On the relation between the viscous and inviscid absolute instabilities of the rotating-disk boundary layer
J. Fluid Mech. **511**, 179–199.
- [21] J. J. HEALEY 2010
Model for unstable global modes in the rotating-disk boundary layer
J. Fluid Mech. **663**, 148–159.
- [22] T. HERBERT 1988
Secondary instability of boundary layers
Annu. Rev. Fluid Mech. **20**, 487–526.
- [23] P. HUERRE & P. A. MONKEWITZ 1990
Local and global instabilities in spatially developing flows
Annu. Rev. Fluid Mech. **22**, 473–537.
- [24] P. HUERRE & M. ROSSI 1998
Hydrodynamic instabilities in open flows
In *Hydrodynamics and nonlinear instabilities* (eds. C. Godrèche & P. Manneville),
Cambridge University Press, Cambridge, 81–294.
- [25] P. HUERRE 2000
Open shear flow instabilities
In *Perspectives in Fluid Dynamics* (eds. G. K. BATCHELOR, H. K. MOFFATT & M. G. WORSTER),
Cambridge University Press, Cambridge, 159–229.
- [26] S. IMAYAMA, P. H. ALFREDSSON & R. J. LINGWOOD 2013
An experimental study of edge effects on rotating-disk transition
J. Fluid Mech. **716**, 638–657.

- [27] S. JARRE, P. LE GAL & M. P. CHAUVE 1996
Experimental study of rotating disk flow instability. II. Forced flow
Phys. Fluids **8**, 2985–2994.
- [28] T. A. JOHNSON & V. C. PATEL 1999
Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300
J. Fluid Mech. **378**, 19–70.
- [29] T. VON KÁRMÁN 1921
Über laminare und turbulente Reibung
Z. Angew. Math. Mech. **1**, 232–252.
- [30] J. LASHERAS 2007
The biomechanics of arterial aneurysms
Annu. Rev. Fluid Mech. **39**, 293–319.
- [31] C. LECLERCQ 2013
Instabilités convectives et absolues dans l'écoulement de Taylor–Couette–Poiseuille excentrique
PhD thesis, École centrale de Lyon.
- [32] S. LE DIZÈS, P. HUERRE, J.-M. CHOMAZ & P.A. MONKEWITZ 1996
Linear global modes in spatially developing media
Phil. Trans. R. Soc. Lond. A **354**, 169–212.
- [33] R. J. LINGWOOD 1995
Absolute instability of the boundary layer on a rotating disk
J. Fluid Mech. **299**, 17–33.
- [34] R. J. LINGWOOD 1996
An experimental study of absolute instability of the rotating-disk boundary-layer flow
J. Fluid Mech. **314**, 373–405.
- [35] St. MATTHIEU
Évangile
Nouveau Testament **10**, 8.
- [36] P. MELIGA, J.-M. CHOMAZ & D. SIPP 2009
Global mode interaction and pattern selection in the wake of a disk : a weakly nonlinear expansion
J. Fluid Mech. **633**, 159–189.
- [37] R. MITTAL & G. IACCARINO 2005
Immersed boundary methods
Annu. Rev. Fluid Mech. **37**, 239–261.
- [38] P. A. MONKEWITZ 1988
A note on vortex shedding from axisymmetric bluff bodies
J. Fluid Mech. **192**, 561–575.
- [39] P.A. MONKEWITZ, P. HUERRE & J.M. CHOMAZ 1993
Global linear stability analysis of weakly non-parallel shear flows
J. Fluid Mech. **251**, 1–20.
- [40] R. NATARAJAN & A. ACRIVOS 1993
The instability of the steady flow past spheres and disks
J. Fluid Mech. **254**, 323–344.
- [41] H. OTHMAN & T. CORKE 2006
Experimental investigation of absolute instability of a rotating-disk boundary layer
J. Fluid Mech. **565**, 63–94.
- [42] L. PRANDTL 1905
Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung

In *Verhandlungen des dritten internationalen Mathematiker-Kongresses* (eds. A. KRAZER),
B. G. Teubner, Leipzig, 484–491.

- [43] I. RASPO, S. HUGUES, É. SERRE, A. RANDRIAMAMPINANINA & P. BONTOUX 2002
A spectral projection method for the simulation of complex three-dimensional rotating flows
Computers and Fluids **31**, 745–767.
- [44] A. DE SAINT-EXUPÉRY 1946
Le Petit Prince
Gallimard, Paris.
- [45] W. S. SARIC, H. L. REED & E. B. WHITE 2003
Stability and transition of three-dimensional boundary layers
Annu. Rev. Fluid Mech. **35**, 413–440.
- [46] P. J. SCHMID & D. S. HENNINGSON 2001
Stability and transition in shear flows
Springer, New York.
- [47] L. SCHOUVEILER & M. PROVANSAL 2002
Self-sustained oscillations in the wake of a sphere
Phys. Fluids **14**, 3846–3854.
- [48] M. E. SIDDIQUI 2011
Experimental study of natural and forced instabilities and transition of the rotating-disk boundary layer flow
PhD thesis, École centrale de Lyon.
- [49] M. TOWNSEND, K. P. CONWAY, J. BYRNE & I. F. LANE 2001
Prognosis of patients turned down for conventional abdominal aortic aneurysm repair in the endovascular and sonographic era : Szilagyí revisited ?
J. Vasc. Surg. **33**, 752–757.
- [50] C. H. K. WILLIAMSON 1988
Defining a universal and continuous Strouhal-Reynolds number relationship for the laminar vortex shedding of a circular cylinder
Phys. Fluids **31**, 2742–2744.

F. Table des matières

A. Activités de recherche	5
A.1. Contexte	5
A.1.1. Écoulements ouverts	5
A.1.2. Instabilités et transition	5
A.1.3. Courbure et rotation	7
A.2. Objectifs	8
A.2.1. Dynamique globale	8
A.2.2. Devenir des perturbations	8
A.2.3. Sensibilité	9
A.2.4. Contrôle	9
A.3. Configurations	10
A.3.1. Écoulements parallèles	10
A.3.2. Couches limites et écoulements faiblement non parallèles	11
A.4. Applications	11
A.4.1. Aéronautique	11
A.4.2. Écoulements diphasiques	12
A.4.3. Extraction pétrolière	12
A.4.4. Circulation sanguine	13
A.5. Méthodes analytiques	13
A.5.1. Les équations de Navier–Stokes	13
A.5.2. Système de coordonnées cartésiennes et cylindriques	14
A.5.3. Équations simplifiées	15
A.5.4. Écoulement de base et perturbation	16
A.5.5. Stabilité linéaire d'un écoulement parallèle	17
A.5.5.1. Problème à une coordonnée	17
A.5.5.2. Problème à deux coordonnées	18
A.5.5.3. Relation de dispersion linéaire	19
A.5.5.4. Problèmes temporel et spatial, instabilité absolue	19
A.5.6. Perturbations non linéaires d'un écoulement parallèle	21
A.5.7. Écoulements faiblement non-parallèles et approche multi-échelles	22
A.5.8. Modes globaux	23
A.6. Méthodes numériques	24
A.6.1. Discrétisation spatiale	25
A.6.2. Problème aux valeurs propres	26
A.6.3. Intégration temporelle	28
A.7. Résumé des principaux résultats	31
A.7.1. Modes globaux non linéaires dans les écoulements cisailés	31
A.7.2. Contrôle en boucle ouverte de systèmes absolument instables	33
A.7.3. Instabilités primaires, secondaires et contrôle dans une couche limite tridimensionnelle ...	36
A.7.4. Étude expérimentale de l'écoulement produit par un disque en rotation	40

A.7.4.1. Caractérisation détaillée de la région de transition	41
A.7.4.2. Réponse à une perturbation localisée	43
A.7.4.3. Transition près du bord	46
A.7.5. Sillages de sphères	48
A.7.6. Dynamique spatio-temporelle de l'écoulement entre deux cylindres excentriques	51
A.7.7. Dynamique de l'écoulement à travers un anévrisme artériel	53
A.7.8. Problème spatial dans des systèmes absolument instables	56
A.7.9. Modes globaux avec des points selle multiples	56
A.7.10. Modes globaux adjoints et sensibilité structurelle	57
A.8. Projets en cours et perspectives	57
A.8.1. Couche limite avec rotation et courbure	58
A.8.2. Dynamique de l'écoulement dans un tuyau en rotation	58
A.8.3. Écoulements pulsés biologiques	58
A.8.4. Dynamique non linéaire de l'écoulement entre deux cylindres excentriques	60
A.8.5. Réponse spatiale dans l'expérience de disque tournant	60
B. Autour de la recherche	63
B.1. Contrats de recherche et collaborations	63
B.2. Encadrement et enseignement	63
B.2.1. Co-encadrement de thèses de doctorat	63
B.2.2. Encadrement de post-doctorant	64
B.2.3. Encadrement de stages	64
B.2.4. Enseignement	64
B.3. Vulgarisation et diffusion de la culture scientifique	65
B.4. Évaluation	65
B.4.1. Participation à des jurys de thèse	65
B.4.2. Relecture d'articles	65
B.4.3. Sélection	66
B.5. Animation scientifique	66
B.5.1. Organisation de séminaires	66
B.5.2. Co-direction de groupe de recherche	66
B.5.3. Organisation de colloques	66
B.6. Documentation et information scientifique	66
C. Production scientifique	69
C.1. Articles dans des revues internationales à comité de lecture	69
C.2. Conférences invitées	70
C.3. Conférences avec actes	71
C.4. Conférences sans actes	72
C.5. Logiciels	75
C.6. Organisation de colloques	75
D. Curriculum Vitæ	77
E. Références	79
F. Table des matières	83

Ce mémoire a été rédigé au cours des mois de septembre et octobre 2014.

La mise en page a été réalisée avec le logiciel de typographie $\text{T}_\text{E}\text{X}$. Le texte a été composé avec les polices de caractères de la famille `pandora`, et pour les formules mathématiques la famille `computer modern` a été utilisée. Les macros pour la gestion des sections, des équations, des figures et des références ont été écrites par moi-même.

Tous les codes de simulation numérique utilisés dans ce travail de recherche ont été écrits en `C++` et leur exécution fait un usage intensif de scripts `bash`.

L'essentiel des figures pour présenter les résultats ont été réalisées directement en `Postscript`.

L'édition de tous les fichiers sources (`TEX`, `C++` et `PostScript`) s'est faite avec le logiciel `vi`.

Ce travail n'aurait pas pu s'accomplir sans l'immense communauté de développeurs qui ont mis au point le système GNU/Linux et tout l'environnement informatique associé : un système d'exploitation qui exploite la machine (à fond) et obéit à l'utilisateur (le petit doigt sur le clavier).
