



**HAL**  
open science

# Du concept de platitude appliqué à la commande et au guidage autonome de systèmes aérospatiaux

Franck Cazaurang

► **To cite this version:**

Franck Cazaurang. Du concept de platitude appliqué à la commande et au guidage autonome de systèmes aérospatiaux. Automatique / Robotique. Université Bordeaux 1, 2009. tel-01097609

**HAL Id: tel-01097609**

**<https://hal.science/tel-01097609v1>**

Submitted on 20 Dec 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Bordeaux 1  
UFR de Physique

**Mémoire  
de**

**FRANCK CAZAURANG**

**Maître de Conférences à l'IMS**

franck.cazaurang@ims-bordeaux.fr

présenté le 20 novembre 2009 en vue de l'obtention de  
**L'HABILITATION À DIRIGER DES RECHERCHES**  
auprès de l'Université Bordeaux 1

***Du concept de platitude appliqué  
à la commande et au guidage autonome  
de systèmes aérospatiaux***

**Après avis de MM.**

Daniel ALAZARD	Professeur, ISAE, Toulouse	Rapporteur
Jean LEVINE	Directeur de recherche, Ecole des Mines ParisTech	Rapporteur
Frédéric ROTELLA	Professeur, ENIT de Tarbes	Rapporteur

**Devant la commission d'examen formée de MM.**

Alain OUSTALOUP	Professeur, IPB ENSEIRB/Matmeca	Président
Daniel ALAZARD	Professeur, ISAE, Toulouse	Rapporteur
Jean LEVINE	Directeur de recherche, Ecole des Mines ParisTech	Rapporteur
Frédéric ROTELLA	Professeur, ENIT de Tarbes	Rapporteur
Pascal FOUILLAT	Professeur, IPB ENSEIRB/Matmeca	Examineur
Ali ZOLGHADRI	Professeur, Université Bordeaux 1	Directeur

- 2009 -



*"Et qu'on ne dise pas que nous réduisons ainsi les théories physiques au rôle de simples recettes pratiques; ces équations expriment des rapports et, si les équations restent vraies, c'est que ces rapports conservent leur réalité."*  
**Henri Poincaré**



# Table des matières

<b>Avant-propos</b>	<b>3</b>
<b>Chapitre 1 Informations générales</b>	<b>5</b>
1.1 Curriculum vitae succinct	7
1.1.1 État civil	7
1.1.2 Fonctions	7
1.1.3 Titres et diplômes	7
1.2 Responsabilités pédagogiques et activités administratives	9
1.2.1 Implication à l'Institut de Maintenance Aéronautique	9
1.2.2 Implication dans les instances universitaires	10
1.2.3 Projets d'équipements pédagogiques	10
1.3 Activités d'enseignement et Ingénierie de formation	15
1.3.1 Formation initiale	15
1.3.2 Positionnement à l'international	16
1.3.3 Formation par la recherche	19
1.4 Activités de recherche et encadrement de thèses	21
1.4.1 Mu-analyse de commande robuste pour les systèmes plats	21
1.4.2 Synthèse de lois de commande LPV pour les systèmes plats	23
1.4.3 Guidage par inversion dynamique et autonomie pour la rentrée atmosphérique	24
1.4.4 Génération de trajectoires par platitude : application satellitaire	25
1.4.5 Autres activités de recherche	26
1.4.6 Animation de la recherche	27
1.5 Projets de recherche et de transferts de technologie	29
1.5.1 Action européenne FM AG11 du groupe GARTEUR	29
1.5.2 Projet SICVER	30
1.5.3 Projet SIRASAS	32

1.6	Production scientifique . . . . .	35
1.7	Fiche de synthèse . . . . .	41
<b>Chapitre 2 Du concept de platitude appliqué au Guidage-Commande autonome.</b>		<b>43</b>
2.1	Introduction . . . . .	45
2.1.1	Bref rappel sur le concept de platitude . . . . .	45
2.2	Mu-analyse de commande robuste pour les systèmes plats . . . . .	47
2.2.1	Introduction et positionnement du problème . . . . .	47
2.2.2	Mu-analyse de régulateur pour les systèmes plats . . . . .	48
2.2.3	Application à la mu-analyse du modèle HIRM+ longitudinal . . . . .	54
2.2.4	Bilan et perspectives . . . . .	63
2.3	Synthèse de lois de commande LPV pour les systèmes plats . . . . .	65
2.3.1	Introduction et positionnement du problème . . . . .	65
2.3.2	Poursuite de trajectoire pour les systèmes plats . . . . .	66
2.3.3	Application à une capsule de rentrée . . . . .	69
2.3.4	Bilan et perspectives . . . . .	78
2.4	Génération de trajectoires optimales pour les systèmes plats . . . . .	79
2.4.1	Introduction et positionnement du problème . . . . .	79
2.4.2	Formulation du problème de génération de trajectoire à base de B-splines pour les systèmes plats . . . . .	81
2.4.3	Génération de trajectoire par collocation et platitude . . . . .	82
2.4.4	Génération de trajectoires par paramétrisation de B-splines positives	89
2.4.5	Bilan et perspectives . . . . .	92
2.5	Développement d'une loi de guidage autonome par platitude . . . . .	93
2.5.1	Guidage autonome d'un véhicule de rentrée atmosphérique . . . . .	93
2.5.2	Algorithme de caractérisation de sorties delta-plates . . . . .	108
2.5.3	Bilan et perspectives . . . . .	111
<b>Conclusions et perspectives</b>		<b>115</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>117</b>

# Avant-propos

Le présent mémoire d’habilitation à diriger des recherches constitue une synthèse de plus de dix ans de recherche en Automatique en tant que Maître de Conférences. La rédaction de ce mémoire, trop souvent repoussée, a pu être menée à bien lors de l’été 2009, cette période étant clémente et propice à la réflexion. En effet, c’est souvent la seule période de l’année où nous pouvons enfin nous consacrer pleinement à cette passion qui nous tient à cœur : la réflexion approfondie sur un sujet sans être interrompu par les scories de nos tâches journalières qui sont le quotidien de tout enseignant-chercheur.

Ce travail a été l’occasion de faire un bilan de mes activités d’enseignement et de recherche au sein de l’Université Bordeaux 1 et par delà d’affiner les futures thématiques que je souhaite mettre en place tant sur le plan de l’enseignement que sur celui de la recherche.

Les formats du mémoire d’HDR sont multiples. Ils peuvent aller d’un bref Curriculum Vitae accompagné d’une compilation d’articles à un rapport plus conséquent décrivant de manière très détaillée toute une problématique scientifique. Pour ma part, j’ai opté pour une solution intermédiaire en essayant de décrire la plupart de mes activités en matière d’enseignement et de recherche ainsi que mes contributions scientifiques dans le domaine du guidage et de la commande autonome par platitude de véhicules aéronautiques et spatiaux.

Ce mémoire est organisé en deux chapitres. Le premier constitue un document de synthèse de l’ensemble de mes activités universitaires. Après un bref Curriculum Vitae retraçant mon état civil, mes diplômes, ma carrière et mes responsabilités administratives, je présente les responsabilités et activités pédagogiques dont j’ai la charge. Mes activités d’enseignement et d’ingénierie de formation sont ensuite détaillées. Le bilan scientifique en termes de publications et de partenariats industriels est alors dressé pour chaque études effectuées. Afin de faire apparaître clairement les contributions scientifiques auxquelles j’ai participé, le contexte de l’étude et les objectifs sont rappelés avant de décrire la démarche proposée et les publications associées. En complément, une section est consacrée à la présentation de mon implication dans différents projets de recherche et de transferts technologiques.

Le second chapitre constitue un bilan technique des contributions associées à ces différentes études tout en préservant le fil directeur de notre thématique de recherche : la platitude et ses applications en guidage et commande des systèmes aérospatiaux. Après



avoir rappelé le concept de platitude, nous présentons une première étude portant sur la  $\mu$ -analyse d'une loi de commande robuste pour les systèmes plats avec une application à la commande d'un avion à grande incidence de vol. Lors de cette étude, il nous est apparu qu'il pouvait être parfois plus judicieux d'utiliser un régulateur linéaire à paramètres variants plutôt qu'un régulateur robuste unique. C'est cette réflexion qui nous a conduit à traiter, dans une deuxième étude, la synthèse de lois de commande Linéaire à Paramètres Variants (LPV) pour les systèmes plats. L'application porte sur le guidage d'une capsule de rentrée atmosphérique. En parallèle, nous avons également utilisé le concept de platitude pour la génération de trajectoires d'attitude pour des satellites agiles. Ce travail fait l'objet de la troisième partie de ce chapitre et a été repris et sensiblement amélioré lors de la dernière étude portant sur la génération autonome de trajectoires pour les véhicules de rentrée atmosphérique. Dans cette partie est également présentée une contribution plus théorique portant sur la caractérisation formelle des sorties plates pour les systèmes linéaires à retards.

Enfin, dans une conclusion générale, je dresse un panorama des actions de recherche que je considère comme pertinentes et de leurs implications dans la structuration de la recherche au sein du laboratoire.

# Chapitre 1

## Informations générales

"On ne fait jamais attention à ce qui a été fait ; on ne voit que ce qui reste à faire."

Marie Curie

---

### Résumé :

*L'objectif de ce chapitre est de présenter les différents volets de mon activité professionnelle en tant que Maître de conférences au sein de l'Université Bordeaux 1 .*

*Après un bref Curriculum Vitae, je présente les responsabilités pédagogiques assumées ainsi que les activités administratives dans lesquelles je me suis impliqué. Je détaille ensuite les points importants en termes d'activité d'enseignement et d'ingénierie de la formation sur le plan local et international.*

*Mon activité de formation par la recherche constitue une transition naturelle avec mes travaux de recherche et d'encadrement de thèses. Dans ce chapitre, je me focalise sur la problématique et les résultats en termes de publications sur la thématique que je développe et leurs liens avec les actions de recherche européenne de l'équipe. Les contributions scientifiques seront détaillées dans le chapitre 2 de ce mémoire.*

*Un bilan de la production scientifique et une fiche de synthèse concluent ce chapitre.*

---

## Sommaire

---

<b>1.1 Curriculum vitae succinct</b> . . . . .	<b>7</b>
1.1.1 État civil . . . . .	7
1.1.2 Fonctions . . . . .	7
1.1.3 Titres et diplômes . . . . .	7
<b>1.2 Responsabilités pédagogiques et activités administratives</b> . .	<b>9</b>
1.2.1 Implication à l'Institut de Maintenance Aéronautique . . . . .	9
1.2.2 Implication dans les instances universitaires . . . . .	10
1.2.3 Projets d'équipements pédagogiques . . . . .	10
<b>1.3 Activités d'enseignement et Ingénierie de formation</b> . . . . .	<b>15</b>
1.3.1 Formation initiale . . . . .	15
1.3.2 Positionnement à l'international . . . . .	16
1.3.3 Formation par la recherche . . . . .	19
<b>1.4 Activités de recherche et encadrement de thèses</b> . . . . .	<b>21</b>
1.4.1 Mu-analyse de commande robuste pour les systèmes plats . . . . .	21
1.4.2 Synthèse de lois de commande LPV pour les systèmes plats . . . . .	23
1.4.3 Guidage par inversion dynamique et autonomie pour la rentrée atmosphérique . . . . .	24
1.4.4 Génération de trajectoires par platitude : application satellitaire . . . . .	25
1.4.5 Autres activités de recherche . . . . .	26
1.4.6 Animation de la recherche . . . . .	27
<b>1.5 Projets de recherche et de transferts de technologie</b> . . . . .	<b>29</b>
1.5.1 Action européenne FM AG11 du groupe GARTEUR . . . . .	29
1.5.2 Projet SICVER . . . . .	30
1.5.3 Projet SIRASAS . . . . .	32
<b>1.6 Production scientifique</b> . . . . .	<b>35</b>
<b>1.7 Fiche de synthèse</b> . . . . .	<b>41</b>

---

## 1.1 Curriculum vitae succinct

### 1.1.1 État civil

- **CAZAURANG Franck**
- Né le 11.11.1965 à Talence (Gironde - 33)
- Adresse Professionnelle : IMS Laboratoire de l'Intégration du Matériau au Système - UMR CNRS 5218 Département LAPS 351 cours de la libération - 33405 Talence Cedex  
Tel : 05 4000 2416 Fax : 05 4000 6644 Email: [franck.cazaurang@ims-bordeaux.fr](mailto:franck.cazaurang@ims-bordeaux.fr)

### 1.1.2 Fonctions

Maître de Conférences en 61ème section, 8ème échelon classe normale depuis Août 2007, nommé à l'UFR de Physique de l'Université Bordeaux 1 depuis septembre 1998, j'effectue mes travaux de recherche au sein du Laboratoire IMS (Intégration du Matériau au Système), UMR CNRS 5218, Département LAPS.

### 1.1.3 Titres et diplômes

- Thèse d'université
  - *Titre* : Commande robuste des systèmes plats, application à la commande d'une machine synchrone
  - *Date de soutenance* : 8 Décembre 1997
  - *Mention* : Très Honorable avec Félicitations du Jury
  - *Jury* :
    - J. LEVINE, Maître de Recherche à l'Ecole des Mines de Paris, rapporteur
    - D. MEHDI, Professeur à l'Ecole Supérieure d'Ingénieurs de Poitiers, rapporteur
    - B. BERGEON, Professeur à l'Université Bordeaux 1, examinateur
    - M. FADEL, Maître de Conférences à l'ENSEEIH T Toulouse, examinateur
    - A. GLUMINEAU Professeur à l'Ecole Centrale de Nantes, examinateur
    - S. YGORRA Maître de Conférences à l'Université Bordeaux 1, examinateur
- DEA Automatique et Productique option Automatique. Université Bordeaux 1.
  - *Titre* : Application des graphes de liens à la simulation d'un moteur brushless
  - *Date de soutenance* : Juin 1992
  - *Mention* : Bien
- 1988-1991 : ENS Cachan. *Agrégation génie électrique* (3ème).
- 1987-1988 : Service National, Armée de l'Air.
- 1984-1987 : CPCGE (Sup/Spé TA) Lycée Léonce Vieljeux, La Rochelle.



## 1.2 Responsabilités pédagogiques et activités administratives

### 1.2.1 Implication à l'Institut de Maintenance Aéronautique

L'IMA, originellement département de l'UFR de Physique, s'appelle depuis deux ans le Centre de Ressources en Ingénierie et Maintenance Aéronautique (CR-IMA) et fait partie du département Mécanique, Aéronautique et Ingénierie (MAI) de l'UFR de Physique. Situé au cœur de la zone aéroportuaire de Mérignac, à 15 km du campus de Talence, le Centre de Ressources IMA dispose d'environ 6000 m<sup>2</sup> de surface utile, de huit personnels IATOS, d'une dizaine de personnels enseignants permanents et d'environ une quarantaine d'intervenants de Bordeaux 1 et de professionnels du secteur aérospatial. Le CR-IMA accueille chaque année environ 300 étudiants répartis entre deux Licences (LPRO MA et L3 MA) et le Master GSAT.

Recruté en septembre 1998 à l'UFR de Physique, j'ai eu comme mission sur le plan pédagogique de renforcer le potentiel enseignant chercheur à l'Institut de Maintenance Aéronautique, de participer à la gestion administrative et de mettre en place des enseignements d'Automatique et de commande de vol. J'ai été responsable entre 1998 et 2002 de la 1<sup>ère</sup> et de la 3<sup>ème</sup> année de l'IUP MA, puis en 2002 j'ai créé avec le Pr. Benoit Bergeon le DESS ISI MA, futur Master 2 ISI MA, dont j'ai assuré la direction jusqu'en 2007. J'ai ensuite pris en charge la direction de l'IUP Maintenance Aéronautique et géré la mutation de l'ensemble IUP / DESS dans le cadre de l'offre LMD lors de l'habilitation 2007-2010. J'occupe aujourd'hui la fonction de directeur adjoint du CR-IMA aux côtés de Denis Michaud, Directeur, PRAG de Génie Electrique de l'UFR de Physique. Je suis également responsable du Master GSAT spécialité IMA.

La chronologie des responsabilités est résumée dans le tableau suivant :

Responsabilité	Années	Effectifs moyens
Responsable IUP 1A	1998 à 2000	40 étudiants
Responsable IUP 3A	2000 à 2002	70 étudiants
Responsable DESS ISAS	2003 à 2004	30 étudiants
Responsable Master 2 ISI MA	2004 à 2007	60 étudiants
Directeur IUP MA	2006/2007	70 étudiants
Responsable Master GSAT IMA (1 et 2)	2007 à aujourd'hui	140 étudiants
Elu au conseil UFR Physique	2000 à 2008	-

TABLE 1.1 – Responsabilités pédagogiques et administratives

L'évolution de la structure IUP/DESS vers la structure LMD s'est faite dans un contexte difficile suite à l'échec du projet d'école d'Ingénieurs TEMMA dans lequel l'IUP MA était partie prenante. J'ai pour cela rédigé intégralement le document pour l'habilitation du Master ISI IMA en 2004, puis celui du Master GSAT IMA en 2007 et 2009. Cela a nécessité une forte implication de ma part pour maintenir la cohérence de l'offre de formation et recréer dans le même temps une nouvelle équipe pédagogique. En effet, il

a fallu gérer entre 2005 et 2008 le renouvellement quasi complet de l'équipe pédagogique de l'IMA suite aux départs à la retraite des membres de l'équipe originelle. En tant qu'élu au conseil de l'UFR durant deux mandats de 2000 à 2008, j'ai eu à cœur de promouvoir l'offre de formation proposée au CR-IMA et j'ai participé activement à son recentrage au sein de l'UFR de Physique. Aujourd'hui, grâce au soutien de l'UFR de Physique et à la politique de recrutement mise en place par l'Université Bordeaux 1, nous avons une équipe renouvelée et dynamique. Actuellement, je coordonne la nouvelle équipe de l'IMA pour élaborer la prochaine habilitation pour la Licence 3 MA et le Master GSAT IMA.

### 1.2.2 Implication dans les instances universitaires

- Elu au conseil de l'UFR de Physique :  
2 mandats (2000-2003 et 2004-2008).
- Membre de la commission de spécialistes d'établissement 61/63 de Bordeaux 1 :  
2 mandats (2000-2003 et 2004-2008).
- Elu au conseil d'unité UMR LAPS de 2002 à 2006.
- Elu au conseil d'unité UMR IMS de 2007 à aujourd'hui.
- Membre du conseil de direction du département LAPS de l'IMS de 2007 à aujourd'hui.

### 1.2.3 Projets d'équipements pédagogiques

En complément de ces activités, j'ai géré plusieurs projets d'équipements financés par la Région Aquitaine. Ces projets portent sur des aspects pédagogiques et peuvent également présenter un caractère de transfert technologique et de recherche. Ces équipements ont permis dans leur ensemble de renouveler certains enseignements et d'en créer de nouveaux incluant des cours, des travaux dirigés et des travaux pratiques.

Intitulé du projet	Années	Montant du projet
Rénovation salle TP électrotechnique EEA	1997	100 K€
Création salle TP Capteur EEA	1998	50 K€
Création Salle simulation IMA	2001	50 K€
Projet ATA : Aéronautique et Technologies Avancées	2007 à 2009	1,54 M€
Projet Plateforme AEROfan	2008 à 2010	1,9 M€

TABLE 1.2 – Mise en place d'équipements pédagogiques

Le projet **A**éronautique et **T**echnologies **A**vancées (ATA 2007-2009 - 1,54 M€) et le nouveau projet collaboratif de Plateforme **A**quitaine pour l'**E**nseignement et la **R**echerche sur les **m**Oteurs aéronautiques turbo**f**an (Plateforme AEROFAN 2009-2011 - 1,9 M€) sont détaillés dans les sections suivantes.

## Projet ATA

Dans le cadre du CPER 07-12 avec la Région Aquitaine, je suis le porteur du projet ATA qui a débuté en 2008. Ce projet, d'un montant global de 1,54 M€, porte sur la création au sein du CR-IMA d'une nouvelle plateforme technologique reposant sur des moyens industriels. Je coordonne une équipe d'une dizaine de personnes (collègues et techniciens) qui participent à ce projet.

A partir des réflexions menées en concertation avec les industriels, les chercheurs et les enseignants intervenant dans le domaine de l'Aéronautique, nous avons identifié deux thèmes émergents. Ils correspondent d'une part à la réalisation de structures utilisant des matériaux composites et d'autre part à la fiabilité et au test automatique des systèmes embarqués. Cette plateforme permet la mise en place de nouveaux enseignements dans le cadre de la formation initiale, de la formation continue, de la formation par apprentissage et de la formation professionnelle. Elle va également permettre d'accroître l'attractivité de l'Université vis-à-vis des échanges internationaux d'étudiants avec la mise en place de projets. De plus, cette plateforme principalement à vocation pédagogique est également accessible pour des activités de recherche et de transfert technologique avec les laboratoires de Bordeaux 1 (LMP, LGM2B, TREFLE, IMS).

La plateforme ATA dispose de moyens industriels importants et uniques sur le site de l'Université Bordeaux 1 pour l'élaboration de pièces assemblées en composites d'une part et pour la fiabilité et le test automatique des systèmes embarqués d'autre part.

- *Moyens pour l'élaboration de pièces assemblées en composites*

Avec l'arrivée de nouvelles générations d'avions, la part des matériaux composites dédiée à leur fabrication est en forte augmentation. L'utilisation des composites à grande échelle nécessite une maîtrise du procédé de fabrication de pièces techniques pour la bonne reproductibilité des caractéristiques mécaniques lors de l'élaboration des matériaux. Les procédures de réparation et de maintenance doivent elles aussi s'adapter à ces pièces fabriquées en matériaux composites.

Pour cette raison, la plateforme ATA dispose d'un autoclave permettant de réaliser des pièces en composites afin d'étudier ces technologies et d'appréhender les méthodes de production industrielle. ATA dispose également d'un logiciel de simulation de fabrication de composites (PAM-RTM) par les méthodes de RTM (Resin Transfer Molding) et d'infusion. Les étudiants pourront ainsi anticiper les problèmes potentiels de fabrication et éliminer les erreurs de mise au point qui conduisent à des rebuts et des pertes de temps importantes. Le robot de perçage d'ATA permet quant à lui d'étudier et d'approfondir les problématiques liées au perçage des composites. Enfin, un ensemble de moyens de contrôle non destructif (CND), comprenant une cuve à Ultrason, permet de contrôler la conformité des pièces produites et également de vérifier la conformité dans le temps de pièces d'avion dans le cadre des opérations de maintenance.



- *Moyens pour la fiabilité et test automatique des systèmes embarqués*

Pour familiariser les étudiants aux nouvelles techniques de test des systèmes embarqués, la plateforme ATA dispose de deux enceintes climatiques contrôlées en température et en taux d'hygrométrie, et d'un excitateur électrodynamique permettant de recréer un environnement sévère. Un ensemble de sources et de moyens de mesures (générateurs VOR, ILS, DME) contrôlables par réseau permet de vérifier le comportement de l'équipement durant la phase de test. L'ensemble de ces moyens permet d'effectuer du déverminage et du test de fiabilité d'équipements électroniques embarqués.

Le contrôle de ces équipements est effectué par des algorithmes développés sous environnement Labview ou Labwindows CVI largement présents dans le secteur industriel, qui transitent par un bus et réseau de terrain dédiés (AFDX, ARINC 664, ARINC 429, CAN, IIC, ...). Ces algorithmes seront implantés dans des cartes de développement FPGA et châssis PXI connectés sur le réseau Internet pour une future utilisation de Type E-learning.

En terme de gestion, le projet ATA a nécessité la rédaction et le suivi d'une vingtaine d'appels d'offre de marché public, la gestion et le suivi d'une cinquantaine de dossiers de commande, ainsi qu'un certain nombre d'actions en termes d'infrastructures pour adapter les bâtiments à ces nouveaux moyens.

## Projet AEROfan

L'idée force du projet de plateforme AEROfan<sup>1</sup> est de dynamiser les synergies entre les compétences de l'industrie aéronautique régionale et les centres de formation et de recherche du Pôle de Recherche et d'Enseignement Supérieur (PRES) Université de Bordeaux.

AEROfan associe en Aquitaine des écoles d'ingénieurs (IPB/Enseirb-Matmeca, Centre Arts et Métiers ParisTech de Bordeaux-Talence), l'Université Bordeaux 1 (Centre de Ressources dédié à l'aéronautique CR-IMA) et des laboratoires de Bordeaux (IMS, LaBRI, LMP, TREFLE, etc) autour d'un projet fortement innovant en termes de recherche, de co-développement, de transfert de technologie et de pédagogie sur les moteurs aéronautiques turbofan développés en Région Aquitaine par la société Price Induction.

Ce projet s'inscrit pleinement dans la politique de développement du PRES Université de Bordeaux à laquelle est associée Arts et Métiers ParisTech à travers son centre de Bordeaux-Talence et s'intègre également dans la stratégie de Bordeaux Aéroport, et du pôle mondial de compétitivité Aerospace Valley.

Le moteur DGEN 380 de Price Induction est un turbofan, modèle réduit du CFM 56, un des moteurs les plus vendus dans le monde équipant en particulier l'Airbus A320. Le moteur DGEN 380 présente quelques innovations et particularités mais sa similitude avec le CFM 56 constitue un atout majeur pour la formation et l'enseignement général lié aux turbomachines, aussi bien au titre de la formation initiale que de la formation continue et de l'apprentissage.

---

1. AEROfan est l'acronyme de Plateforme **A**quitaine pour l'**E**nseignement et la **R**echerche sur les **m**oteurs aéronautiques **turbofan**.

L'enjeu majeur est d'établir une plateforme technologique multi-sites, projet inter-établissements enseignement recherche de la Région Aquitaine, au bénéfice du secteur aéronautique. Chaque partenaire va partager ses savoir-faire en utilisant l'ensemble des ressources disponibles et dans le même temps enrichir la plateforme AEROfan en termes de nouveaux champs pédagogiques, de recherche et de transfert de technologie. Ainsi, cette plateforme inter-établissements sera un vecteur important pour renforcer les échanges de compétences entre les différents partenaires aquitains (Enseignement Supérieur et Recherche, Industries, PME-PMI).

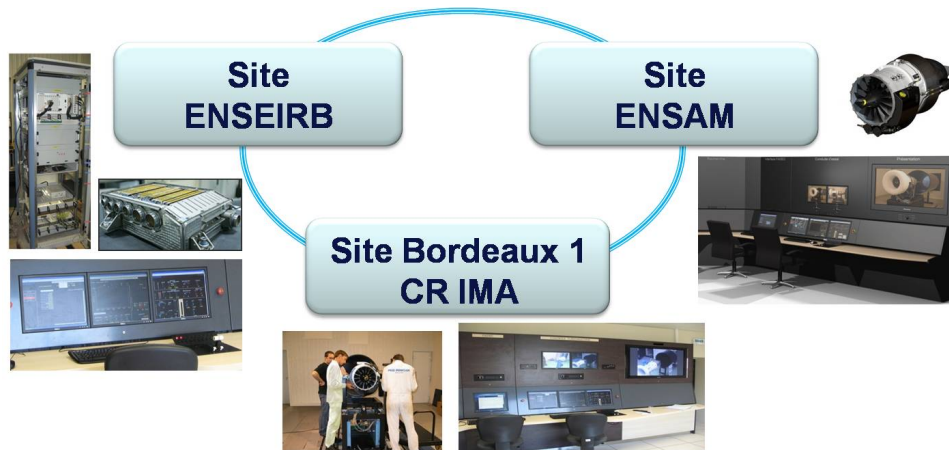


FIGURE 1.1 – Projet AEROfan

Cette plateforme est organisée autour de 2 pôles principaux :

- le CR-IMA de l'Université Bordeaux 1 avec un banc moteur installé sur l'Aéroparc à Mérignac,
- le Centre Arts et Métiers ParisTech de Bordeaux-Talence et à l'IPB/Enseirb-Matmeca avec respectivement un moteur et un pupitre déporté pour mesures et simulations, installés sur le campus à Talence.

Ce projet est piloté par trois personnes : une collègue du Centre Arts et Métiers ParisTech de Bordeaux-Talence, un collègue de l'IPB/Enseirb-Matmeca et moi-même pour le CR-IMA de l'Université de Bordeaux 1. Ce projet est coordonné par notre collègue de l'IPB/Enseirb-Matmeca également membre de l'IMS.



## 1.3 Activités d'enseignement et Ingénierie de formation

Cette partie a pour objet de présenter mes activités d'enseignements en tant que Maître de Conférences de septembre 1998 jusqu'à aujourd'hui.

### 1.3.1 Formation initiale

Ce paragraphe détaille les enseignements que j'ai dispensés en précisant les filières concernées, les actions de suivi de stages et la création de cours multimédia dans le cadre de la formation initiale.

#### Enseignements dispensés

Le tableau suivant présente les différents enseignements que j'ai réalisés depuis 1998 et les filières dans lesquelles ils ont été dispensés.

Enseignements	Formations	Période
Automatique Non Linéaire	DEA automatique, MASTER ISI MA 2A	1998 - 2006
Automatique et commande de vol	IUP 3A - MASTER GSAT IMA, ENSEIRB	1998 - 2009
Représentation d'état, LQ, LQG	IUP 3A - MASTER GSAT IMA & EEA	1998 - 2009
Commande robuste $\mathcal{H}_\infty$	IUP 3A - MASTER GSAT IMA 2A,	1998 - 2008
Traitement du signal	IUP 3A - MASTER ISI MA 1A	2000 - 2005
Automatique linéaire	IUP 1A	1998 - 2005
Génération électrique Avion	IUP 1A	1998 - 2002

TABLE 1.3 – Tableau récapitulatif de mes enseignements

Grâce au recrutement de nouveaux collègues à l'IMA (Loïc Lavigne en 2005, Audrey Giremus en 2006 et Christophe Farges en 2008), j'ai pu réduire sensiblement mon service d'enseignements pour tendre vers 220 heures équivalent TD pour cette année, qui se répartissent de la manière suivante :

Filière	Intitulé	cours	TD	TP
Master 1 GSAT	Automatique et commande de vol	10H	23H	
Master 1 EEA	Représentation d'état	30H	18H	
Master 1 GSAT	Projets et stages		36H	
Master 2 GSAT	GNC en Aéronautique et espace	10H	10H	10H
Master 2 GSAT	Commande et diagnostic	15H	10H	
Master 2 GSAT	Projet et stages		24H	
ENSEIRB 3A	Commande Automatique de vol	8H	8H	
KHBO	Automatic flight control		12H	

TABLE 1.4 – Répartition de service pour 2008/2009

## Suivis de stages

Outre de ces enseignements, j'encadre tous les ans une dizaine de stagiaires de Master GSAT-IMA, pour lesquels j'effectue une visite en entreprise. Ces rencontres avec nos partenaires du secteur aéronautique offrent l'opportunité de discuter des problématiques industrielles, des évolutions en cours et de leurs impacts en termes de programmes de formation. C'est aussi l'occasion d'être attentif aux besoins exprimés par les industriels en termes de formation continue ou d'apprentissage et de les informer sur les possibilités existantes à l'Université Bordeaux 1. En effet, depuis deux ans, les formations dispensées à l'IMA (LPRO MA et MASTER GSAT IMA) sont ouvertes à l'apprentissage. En fonction du besoin exprimé, nous pouvons définir ensemble un futur sujet de stage, un projet de Master, qui peut se poursuivre parfois en une collaboration au niveau Recherche comme cela fut le cas avec Astrium Space Transportation pour le projet SICVER (cf chapitre 4.3).

## Mise en place d'une offre E-learning

Afin de répondre au besoin croissant de moyens de formation complémentaire à distance, j'ai développé, avec un groupe d'étudiants de l'IMA, un cours à distance sur la documentation avion et la normalisation ATA.

Ce cours en anglais a pour objectifs :

- de sensibiliser le lecteur à la maintenance aéronautique et à ses normes ;
- de connaître la documentation aéronautique et son organisation ;
- d'avoir une compréhension système des différentes parties de l'avion.

Les activités envisagées sont des cours en autonomie auxquels sont ajoutés des exercices sous la forme d'un bilan de compétences. Le cours, disponible en ligne sur la plateforme Ulysse, représente environ 10 heures de formation.

### 1.3.2 Positionnement à l'international

De par ma pratique dans le domaine de l'Ingénierie des formations aéronautiques et ma participation au programme Erasmus de mobilité de Professeurs (Erasmus Teaching Staff Exchange) sur le domaine aéronautique, j'ai été amené à apporter mon concours au titre de l'Université Bordeaux 1 à un certain nombre de programmes de partenariat avec des universités étrangères (Europe, Maroc, Mexique). Cela m'a permis de développer des interventions (cours réguliers ou conférences ponctuelles) auprès des différents publics de l'université d'accueil, d'explorer des collaborations en matière de recherche et d'apporter mon expérience en termes d'ingénierie de formation en aéronautique. Quatre actions à l'international vont être présentées dans les sections suivantes.

#### Erasmus Teaching Staff Exchange

Depuis 2005, j'effectue chaque année un échange avec un collègue de l'Université de Oostende-Brugges (KHBO) dans le cadre du programme Erasmus Teaching Staff Exchange. Je donne un enseignement intégré de 8 heures sur la commande automatique de

vol en anglais aux étudiants de KHBO en Master Aerospace, tandis que mon collègue vient dispenser un cours en anglais sur les réseaux avionique aux étudiants du Master GSAT IMA. De plus, c'est l'occasion pour moi de participer aux jurys de soutenances de projet, de mettre en place des projets communs et d'effectuer des tests du cours à distance (e-learning) sur la documentation avion. Enfin, je profite de cette visite pour travailler sur les projets de coopération en cours de développement (projet EPMA, projet AEROPRO).

### **Projet EPMA**

Dans le cadre du programme SOCRATES - ERASMUS Curriculum Development, j'ai participé à la création d'un Master Européen en Aéronautique (projet EPMA). Ce projet, conduit par le Professeur D. Scholz de l'Université de Hambourg, a été accepté en septembre 2006 par la commission européenne. Ce Master Européen était proposé par l'Université de Hambourg (HAW) en partenariat avec l'Université d'Ostende (KHBO) en Belgique et l'Université Bordeaux I (IMA). Chaque centre proposait cinq modules dispensés en anglais (deux obligatoires et trois optionnels) relevant de son domaine d'excellence : conception aéronautique pour HAW, avionique pour KHBO et maintenance aéronautique pour l'IMA. Un module d'introduction à l'Ingénierie Aéronautique (IIA) était également proposé en parallèle par les trois centres et correspondait à 4 ECTS. Chaque module était organisée sur une durée d'une à deux semaines (Short courses period). Le Master était planifié sur une durée d'un an et ouvert aux étudiants possédant déjà 240 crédits ECTS. En 2007/2008, nous avons mis en place les différents accords bilatéraux pour la délivrance des doubles diplômes. J'ai élaboré avec les différents collègues les contenus des modules et les travaux pratiques associés et j'ai mis en place un cours en anglais sur la documentation avion au format E-learning. Cependant, en raison du contexte économique de 2008/2009 et du coût relativement élevé de la formation (environ 15 K€ pour le Master), le nombre de candidats n'a pas permis de démarrer cette formation et l'Université de Hambourg (HAW) n'a pas tenu à maintenir cette offre.

En conclusion et bien que l'on puisse regretter que ce Master Européen n'ouvre pas, les modules proposés ont été adaptés pour répondre aux besoins de formations continues exprimés par plusieurs délégations chinoises. Ainsi, ces trois modules (Aircraft Management Maintenance, Composite materials and Maintenance, Composite Structures Analysis by Finite Element Method) sont disponibles en ligne sur le site de l'Université Bordeaux 1 (<http://www.fca.u-bordeaux1.fr/>).

### **Séminaire et ingénierie de formation au Mexique**

En Juillet 2007, j'ai été Professeur invité au sein du département de formation d'ingénieurs en Mécanique et Electricité (FIME) de l'Université Autonome du Nouveau León (UANL). Ce département accueille environ 13 000 étudiants sur un effectif total d'environ 110 000 élèves pour l'UANL. Cela a été l'occasion pour moi d'effectuer plus particulièrement les actions suivantes :

- Une conférence sur l'offre de formation en aéronautique sur Bordeaux 1 ;

- Un séminaire sur la mise en œuvre de la commande automatique de vol sur les avions de la famille Airbus ;
- Une analyse du programme pédagogique de la future formation d'Ingénieur en aéronautique à FIME ;
- Une audition de candidats pour le Master GSAT IMA (3 étudiants recrutés actuellement dans le Maste GSAT IMA) ;
- La préparation de la mise en place d'une année Post-Doctorale à l'IMS pour le Dr Efraïm Alcorta qui a eu lieu en 2008/2009.

Je suis actuellement membre du conseil de perfectionnement de la nouvelle formation d'Ingénieur en aéronautique à FIME et je continue à gérer les échanges au niveau des étudiants.

### Projet TEMPUS Maroc

Dans le cadre du Projet AEROPRO porté par Bordeaux 1 et un collègue de l'IPB ENSEIRB-MATMECA, pour l'appel d'offre Tempus IV-2009, je m'investis fortement sur le volet ingénierie de formation et management du projet. AEROPRO a pour objectif de mettre en place au Maroc des licences professionnelles relevant des domaines de la mécanique, de l'électronique et de la logistique dédiés au secteur de l'aéronautique. Les établissements partenaires au sein desquels ce projet de Licence sera construit sont l'Université Hassan II Ain Chock de Casablanca (Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique), l'Université Hassan II Mohammedia - Casablanca, l'Université Mohammed V - Agdal de Rabat (Ecole Mohammadia d'Ingénieurs) et l'Académie Internationale Mohammed VI de l'Aviation Civile (Casablanca). Le projet s'appuie sur les compétences complémentaires de quatre partenaires européens déjà impliqués dans des formations pour le secteur aéronautique. Chacun des partenaires européens interviendra dans la construction des cursus et dans la formation des formateurs en fonction de ses champs d'excellence : l'avionique et la CAO pour Ostende, les structures aéronautiques pour Séville, les systèmes de propulsion et la commande automatique de vol pour Bologne et la maintenance pour Bordeaux.

Une attention particulière est portée sur le volet équipement pédagogique pour mettre en place des enseignements de travaux pratiques de pointe pour une formation d'excellence. Des actions de suivi qualité, d'amélioration continue ainsi que des actions destinées à assurer la pérennité des formations proposées sont programmées tout au long des deux ans du projet.

Pour la mise en place de ce projet, j'ai participé à une dizaine de réunions de travail ainsi qu'à une manifestation à Casablanca qui a réuni pour la première fois les professionnels et les universitaires en présence d'une délégation de dix collègues bordelais conduite par notre collègue porteur du projet et le Vice-président Recherche de l'Université Bordeaux 1. Nous avons ensuite effectué avec l'équipe de l'IMS associée au projet, la synthèse des informations et rédigé le projet AEROPRO en avril 2009.

Cette action, qui apporte le concours de quatre universités européennes au développement des formations aéronautiques au Maroc, donne à l'Université Bordeaux I une certaine renommée dans l'ingénierie de formation pour l'aéronautique et permet de renforcer la place de l'IMA au plan international.

### 1.3.3 Formation par la recherche

Dans le cadre de la formation à la recherche, j'ai élaboré, après mon doctorat, un cours et des enseignements dirigés en lien direct avec mes activités de recherche. J'ai dispensé ce cours intitulé *Introduction à la commande non linéaire* pour les étudiants de DEA puis de Master Recherche de 1998 à 2006. Dans ce cours, après un rappel sur la géométrie différentielle, j'introduisais les notions de linéarisation entrée-sortie, de plus grand sous-espace linéarisable, puis de linéarisation entrée-état et enfin de sortie plate.

Dans le cadre des stages de DEA/Master 2 recherche au sein du laboratoire, j'ai encadré onze étudiants sur les sujets suivants :

- [1] C. Savignac. Initiation aux méthodes de linéarisation exacte entrée-sortie des systèmes non linéaires. Master's thesis, DEA Automatique et Productique, Université Bordeaux 1, 1995.
- [2] M. Dannati. Etude de l'implantation d'une commande d'un système non linéaire sur ordinateur. Master's thesis, DEA Automatique et Productique, Université Bordeaux 1, 1996.
- [3] S. Saulquin. Génération et poursuite robuste pour les systèmes plats : Application au système 3tanks. Master's thesis, DEA Automatique et Productique, Université Bordeaux 1, 1999.
- [4] N. Philippe. Application à la synthèse  $h_\infty$  et de la  $\mu$ -analyse au contrôle dynamique de véhicule. Master's thesis, DEA Automatique et Productique, Université Bordeaux 1, 2000.
- [5] Y. Senouci. Représentation par LFT minimale de système linéaire et linéarisé. Application à un système aéronautique. Master's thesis, DEA Automatique et Productique, Université Bordeaux 1, 2001.
- [6] M. Hourcq. Etude comparative de deux méthodes de synthèse de régulateur LPV. Application à un modèle de missile. Master's thesis, DEA APSI, Université Bordeaux 1, 2004.
- [7] M. Chueco. Poursuite robuste de trajectoire obtenue par inversion dynamique pour un modèle de satellite agile. Master's thesis, DEA APSI, Université Bordeaux 1, 2008.
- [8] D. Nelson. Modélisation de système non linéaire avec l'approche de Takagi-Sugeno. Master's thesis, Master Recherche APSI, Université Bordeaux 1, 2005.
- [9] N. Shibata. Réalisation d'un simulateur pour la rentrée atmosphérique. Master's thesis, Master ISI MA, Université Bordeaux 1, 2005.
- [10] V. Morio. Flatness-based terminal area energy management guidance, application to ARES experiment. Master's thesis, Master ISI MA, Université Bordeaux 1, 2006.
- [11] M. Lefebvre. Inversion dynamique et allocation pour une loi de pilotage. Application à la navette spatiale américaine STS1. Master's thesis, Master Recherche APSI, Université Bordeaux 1, 2008.





## 1.4 Activités de recherche et encadrement de thèses

La thématique de recherche que j'ai développée au sein du LAPS puis de l'IMS depuis 1998 porte sur l'utilisation du concept de platitude pour la commande et la génération de trajectoires, avec un champ d'application relevant du domaine aéronautique et spatial.

L'utilisation conjointe des méthodologies de commande robuste pour les systèmes linéaires et du concept de platitude constitue une intersection fertile permettant de bénéficier de la richesse des méthodes de commande linéaire et de l'étendue du domaine de validité des systèmes non linéaires. Dans ce cadre, la thématique que je développe au sein du groupe Automatique du département LAPS consiste à définir une méthodologie globale pour la commande des systèmes plats. Plus précisément, il s'agit de définir les systèmes considérés, de générer des trajectoires et des commandes optimales en boucle ouverte pour un modèle fixé, de proposer une démarche de modélisation pour un modèle incertain en vue de la synthèse de lois de poursuite robustes et enfin d'analyser la robustesse des lois de commandes proposées pour cette classe de systèmes. Les applications associées portent d'une manière globale sur le système de Guidage, Navigation & Commande (GNC) des engins aéronautiques et spatiaux.

Sur cet axe de recherche portant sur l'aéronautique, j'ai co-encadré les travaux de thèses de Loïc Lavigne, de Madjid Zerar, de Christophe Louembet et de Vincent Morio. Le tableau suivant récapitule le taux d'encadrement effectué.

Doctorant	années	Encadrants et répartitions
Loïc Lavigne	1999-2003	F. Cazaurang (50%) - B. Bergeon (50%)
Madjid Zerar	2002-2006	F. Cazaurang (50%) - A. Zolghadri (50%)
Christophe Louembet	2004-2007	F. Cazaurang (50%) - A. Zolghadri (50%)
Vincent Morio	2006-2009	F. Cazaurang (75%) - A. Zolghadri (25%)

TABLE 1.5 – Encadrements de thèses

Dans les paragraphes suivants seront présentés les travaux de recherche des quatre doctorants que j'ai successivement dirigés, complétés par une brève présentation de mes autres activités de recherche.

### 1.4.1 $\mu$ -analyse de commande robuste pour les systèmes plats

De septembre 1999 à juin 2003, j'ai encadré la thèse de Loïc Lavigne [Lav03]. Cette thèse portait sur l'analyse de lois de commande robustes pour les systèmes plats et a été le premier pas de l'équipe vers cette thématique.

Cette étude s'est faite dans le cadre du groupe de travail Flight Mechanics Action Group 11 (FM-AG11) du pôle européen GARTEUR réunissant les acteurs industriels, académiques et institutionnels principaux de la recherche aéronautique en Europe. L'objectif du groupe GARTEUR est de stimuler et de coordonner les coopérations entre établissements de recherche, l'industrie et le monde universitaire dans les domaines de l'aé-

rodynamique, de la mécanique du vol, des hélicoptères, de la technologie sur la structure et les matériaux, et des propulseurs.

Le thème d'étude retenu pour le groupe FM-AG11 portait sur les nouvelles techniques d'analyse pour la qualification des commandes automatiques de vol. La procédure d'évaluation et de validation des pilotes automatiques d'avion est une opération très longue à cause des nombreuses configurations possibles et du nombre important de paramètres qui influencent le comportement de l'avion. En raison du nombre de cas envisageables, il n'est pas possible d'évaluer le pilote automatique pour chaque configuration prise isolément. L'évaluation du pilote automatique se fait donc pour des groupes de configurations similaires. Habituellement ce travail peut être facilité par la connaissance des cas a priori les plus défavorables. Cependant, il reste encore un nombre important de combinaisons à vérifier pour tester complètement l'enveloppe de vol, et il n'est guère possible d'effectuer ces tests plus rapidement car il existe déjà un haut degré d'automatisation.

L'approche que nous proposons pour améliorer la procédure d'évaluation du pilote automatique consiste à effectuer une pré-analyse sur le modèle du comportement dynamique de l'avion pour des trajectoires défavorables. Cette pré-analyse permet de détecter rapidement les combinaisons des valeurs de paramètres ou les manœuvres pour lesquelles le pilote automatique atteint ou dépasse les limites spécifiées. La méthode que nous avons proposée est basée sur le concept de platitude. Elle se décompose en trois étapes. La première étape correspond à la validation des objectifs nominaux de poursuites, la seconde est l'évaluation de la stabilité interne pour l'ensemble des configurations de vol et des variations de paramètres. Enfin, la dernière étape porte sur la qualification des performances dynamiques de poursuite de trajectoires du pilote automatique dans toutes les configurations possibles.

Ce travail a nécessité une étude sur la représentation des systèmes plats à l'aide des LFT (Linear Fractional Transformation) afin d'effectuer ensuite une  $\mu$ -analyse. L'ensemble des modèles linéaires obtenus autour des trajectoires nominales est alors utilisé pour évaluer la stabilité et les performances robustes par  $\mu$ -analyse.

Notre travail a fait l'objet d'un article dans une revue internationale [CL09], d'un chapitre d'ouvrage collectif [CLB02a], de plusieurs communications dans des conférences internationales [CLB03], [CLB02b], [LCB01b] ainsi que de rapports et communications dans des groupes de travail [LCB01a], [CLB01a], [BLC01], [CLB01b], [CBL00], [BC99].

Suite à sa thèse, Loïc Lavigne a effectué en 2005 une mission d'un an chez Airbus France à Toulouse au service des essais en vols pour la campagne de qualification de l'A380. Il a été ensuite recruté en temps que Maître de Conférences à l'Université Bordeaux 1. Il effectue actuellement sa recherche au sein de notre équipe dans le domaine du diagnostic pour les commandes de vol et effectue la majeure partie de son service d'enseignement au sein des filières du CR IMA de l'UFR de physique.

## 1.4.2 Synthèse de lois de commande LPV pour les systèmes plats

De septembre 2002 à juin 2006, j'ai encadré la thèse de Madjid Zerar [Zer06], thèse qui portait sur la prise en compte d'incertitudes paramétriques associées à un système non linéaire pour la synthèse d'un régulateur linéaire à paramètres variants (LPV) de poursuite de trajectoires robuste.

Classiquement, le problème de poursuite robuste pour un système non linéaire est résolu en utilisant un modèle linéaire invariant dans le temps et incertain. Ce modèle englobe les variations paramétriques du linéarisé tangent sur la totalité de la trajectoire. Pour certaines trajectoires le comportement dynamique du système non linéaire est très fluctuant ce qui génère de fortes variations paramétriques pour la famille de modèle linéarisé tangent. La synthèse d'un régulateur robuste vis-à-vis de ces incertitudes dégrade fortement le niveau de performances garanties atteignables.

Afin de remédier à ce problème, notre approche consiste à prendre explicitement en compte les variations paramétriques en utilisant un modèle linéaire à paramètres variants. L'utilisation de ce modèle pour la résolution du problème de poursuite conduit à obtenir un régulateur à paramètres variant permettant d'assurer un meilleur niveau de performances par rapport à l'approche LTI. Cela suppose néanmoins que la valeur des paramètres soit accessible tout le long de la trajectoire. Dans le cadre de l'approche proposée, le modèle LPV est obtenu à l'aide du concept de platitude. Le comportement de l'écart vis-à-vis de la trajectoire nominale est alors caractérisé par un modèle LPV dont les paramètres sont les sorties plates de référence. Cela permet de réduire le nombre de paramètres intervenant dans le modèle LPV. De plus ces paramètres sont accessibles car issus de la génération de trajectoire. La synthèse du régulateur LPV est alors formulée comme un problème d'Inégalités Matricielles Linéaire (LMI) qui peut être résolu efficacement à l'aide des outils de programmation semi-définie positive. Dans le cadre d'un partenariat avec Astrium ST Les Mureaux portant sur la synthèse d'une loi de guidage pour un démonstrateur de rentrée atmosphérique, cette démarche méthodologique a été mise en œuvre. Nous avons démontré la platitude du modèle longitudinal d'un démonstrateur de rentrée atmosphérique (ARD) de type capsule Apollo, puis précisé les différentes trajectoires de référence de la capsule. Cela nous a permis de déterminer le modèle LPV utilisé pour la synthèse de la loi de guidage LPV. Une campagne de simulation a permis de valider l'efficacité du régulateur obtenu en présence de dispersions cinématiques au point de rentrée.

La démarche méthodologique a été présentée dans le cadre des congrès IEE SMC04 [ZCZ04b] et CIFA 04 [ZCZ04a]. L'application au problème de rentrée atmosphérique a fait l'objet de deux publications, une dans IET Control Theory and Applications (IET CTA) [ZCZ09], une dans dans European Journal of Automation (JESA) [ZCZ08] et également d'une communication à CDC/ECC 2005 [ZCZL05].

Actuellement, Madjid Zerar occupe un poste d'ingénieur en recherche et développement dans le secteur automobile.

### 1.4.3 Guidage par inversion dynamique et autonomie pour la rentrée atmosphérique

Parallèlement aux travaux de Madjid Zerar, une pré-étude sur la rentrée hypersonique a été réalisée, sous ma responsabilité, chez Astrium ST en 2005 et 2006 dans le cadre du Master de Vincent Morio [Mor05].

Les premiers résultats que nous avons obtenus en 2005 ont donné lieu à un article publié en 2009 dans *Control Engineering Practice* (CEP) [MCV09] et une communication [MVC06]. En 2006, dans le cadre du projet de Master 2 de Vincent Morio [Mor06], nous avons approfondi cette pré-étude en nous focalisant sur la phase TAEM d'un véhicule planant et nous avons obtenu des résultats qui ont fait l'objet d'un article paru dans *IET Control Theory and Applications* (IET CTA) [MCZ09b] et d'une communication au congrès IFAC ACA07 [MFVC07].

Cette première expérience dans le domaine du GNC pour la rentrée atmosphérique a constitué le point de départ de la définition conjointe en février 2005 du projet SICVER réunissant Astrium ST, l'ESA, la Région Aquitaine et le LAPS dans le cadre du pôle de compétitivité mondial Aerospace Valley. Cette proposition a été labellisée par le pôle et fait partie du projet VER/VEP (Véhicules Expérimentaux de rentrée/Véhicules d'Exploration Planétaire) de la D.A.S. 9 (Domaine d'Activité Stratégique). Ce projet, d'un budget global d'environ 300 k€ sur trois ans (2006-2009), porte sur des stratégies innovantes pour le guidage, la navigation et le contrôle (GNC) de véhicules expérimentaux de rentrée performants et autonomes. Parmi les stratégies innovantes envisagées, ce projet se focalise d'une part sur les techniques de GNC par approche non linéaire et robuste pour les phases hypersoniques et TAEM incluant le calcul de trajectoires à bord et d'autre part sur les systèmes de détection, d'estimation et de diagnostic de pannes (niveau du contrôle et des opérations) et la reconfiguration à bord pour un engin spatial. Je participe à cette action, à la fois en tant que porteur du projet et comme encadrant de Vincent Morio avec Ali Zolghadri sur l'aspect GNC autonome.

De septembre 2006 à mai 2009, j'ai encadré la thèse de Vincent Morio [Mor09]. Cette thèse portait sur le développement d'une loi de guidage autonome par platitude pour les véhicules de rentrée atmosphérique. La loi de guidage autonome proposée s'appuie sur le concept de platitude afin d'effectuer un traitement des informations à bord et d'attribuer un niveau de responsabilité et d'autonomie au véhicule, déchargeant ainsi le segment sol de tâches opérationnelles bas niveau, pour lui permettre de mieux assumer son rôle de coordination globale.

Dans un premier temps, nous avons caractérisé de manière formelle les sorties  $\delta$ -plates pour les systèmes linéaires à retards régis par des équations différentielles ordinaires. Un algorithme constructif a été proposé afin de calculer des sorties  $\delta$ -plates candidates sous un environnement de calcul formel standard.

Dans un second temps, une méthodologie de replanification de trajectoires de rentrée

atmosphérique a été proposée afin de doter le véhicule d'un certain niveau de tolérance à des défauts d'actionneurs simple/multiples pouvant survenir lors des phases critiques d'une mission de rentrée atmosphérique. En outre, une méthodologie d'annexion superellipsoïdale est proposée afin de convexifier le problème de commande optimale décrit dans l'espace des sorties plates. La loi de guidage autonome proposée a été ensuite appliquée à une mission de rentrée atmosphérique pour la navette spatiale américaine STS-1.

La caractérisation formelle de sorties plates a donné lieu à trois communications dans des congrès internationaux ([MCZV08a],[MCZ08a], [MCZ08c]) et fait l'objet d'un article en cours de finalisation pour une revue internationale de rang A [MCL09]. La méthodologie de replanification de trajectoires a fait l'objet de deux articles [CMF<sup>+</sup>08], [MCZ08b] et deux communications [MCZV08b], [MCZV09].

Vincent Morio est actuellement docteur moniteur au laboratoire et projette d'effectuer une année Postdoctorale dans le cadre d'un financement industriel.

#### 1.4.4 Génération de trajectoires par platitude : application satellitaire

Faisant suite à l'étude que j'ai menée avec Loïc Lavigne en 2004 et ayant fait l'objet d'un article [CL09] et d'une communication au congrès IEEE-SMC 04 [LCMZ04], la thèse de Christophe Louembet (sept. 2004 - sept. 2007) [Lou07] s'est faite en partenariat avec le CNES et ALCATEL-ALENIA-SPACE dans le cadre du Projet GENSAT. Cette thèse explore un autre des points importants du GNC dans le domaine aéronautique et spatial : le guidage optimal pour satellites manœuvrants (plateformes de type Pléiades ou Spectra).

Le problème de génération de trajectoires d'attitude fait classiquement appel à des méthodes de commande optimale. Un tel problème ne connaît pas encore de solution analytique, mais de nombreuses méthodes numériques sont disponibles dans la littérature. Quelle que soit la méthode utilisée, les profils de commande calculés présentent des discontinuités. De plus, les hypothèses retenues généralement négligent les raideurs gyroscopiques, soit en considérant les termes non diagonaux de la matrice d'inertie nuls, soit en plaçant les couples moteurs le long des axes du repère principal d'inertie.

Sur le plan méthodologique, notre approche permet de s'affranchir de ces hypothèses et évite la résolution en ligne de l'équation différentielle de manière directe ou indirecte. Cela est rendu possible grâce à l'utilisation de la platitude qui permet de convertir le problème de commande optimale, complexe dans le cadre non linéaire, en un problème d'optimisation géométrique sans intégration. Le problème d'optimisation géométrique est ensuite résolu avec une technique de collocation par B-splines. Il est alors retranscrit en termes de programmation non linéaire à l'aide d'une paramétrisation par B-splines de la sortie plate et par discrétisation des contraintes. L'espace admissible transformé est approximé pour définir des contraintes convexes dans le problème d'optimisation afin d'exploiter pleinement les avantages de la platitude. Un critère permet de mesurer le degré

de conservatisme dû à cette approximation. Enfin, à la différence des techniques par collocation et B-splines, nous avons récemment développé une nouvelle approche permettant de vérifier les contraintes sur un continuum temporel.

Du point de vue applicatif, une étude des différentes modélisations possibles (angles d'Euler, quaternions, paramètres de Rodrigues) nous a conduit à utiliser comme sortie plate une représentation des paramètres de Rodrigues modifiée. Ceci permet d'éviter le traitement des singularités lors de l'inversion du modèle du satellite nécessaire pour le calcul des commandes nominales. Les avantages de notre démarche ont été mis en exergue au travers de plusieurs études numériques. Tout d'abord, nous avons généré des manœuvres sous optimales plus rapides que l'outil dédié du Centre National d'Etudes Spatiales. De plus, les résultats de campagnes de simulations ont montré que les profils générés par platitude permettent de réduire sensiblement l'excitation des modes souples et le temps de relaxation nécessaire au début des prises d'images.

L'ensemble de notre travail a donné lieu à un article IET Control Theory and Application [LCZ09c], un article JESA [LCZ09a] et à trois communications [LCZ06b],[LCZ06a], et [LCZ07b]. L'approche convexe pour la synthèse de trajectoire a fait l'objet d'une communication ACA07 [LCZ<sup>+</sup>07a] et d'un article en cours d'expertise pour Automatica [LCZ09b].

Après avoir soutenu sa thèse de Doctorat Christophe Louembet a participé à la définition et la mise en place d'algorithmes robustes pour l'autonomie des systèmes satellitaires dans le cadre d'une année postdoctorale financée par le projet SIRASAS. Aujourd'hui, Christophe Louembet est Maître de conférences à l'Université Paul Sabatier de Toulouse et chercheur au LAAS.

### 1.4.5 Autres activités de recherche

Dans le cadre de la commande tolérante aux fautes, nous avons, avec Marcel Staroswiecki du SATIE (ENS Cachan), mis en place un Algorithme Anytime permettant de réduire le temps de mise en œuvre d'un algorithme de commande suite à la détection d'un défaut. Notre travail a fait l'objet d'une communication [SC08]. Cette approche est en cours de développement pour un système aéronautique dans le cadre du Work Package Application aéronautique du projet SIRASAS piloté par Ali Zolghadri.

Dans le cadre d'études environnementales avec le réseau AIRAQ, j'ai apporté mes compétences en non linéaire pour la modélisation de l'atmosphère en présence de pics de pollution. Ce travail d'équipe a fait l'objet d'un article publié en 2006 dans la revue Environnement modelling & software [ZC06].

## 1.4.6 Animation de la recherche

### Centre de Compétence Technique Système de Commande Automatique du CNES

Le CNES a mis en place, dès 1998, dans l'ensemble de ses établissements, des "Centres de Compétence Technique" (CCT), rassemblant des spécialistes en réseaux autour des principales disciplines des sciences et techniques utilisées en spatial. Ces centres fonctionnent en relation étroite avec la communauté française (CEA, CNRS, industries, INRIA, ONERA, Universités, etc.) et internationale, impliquée dans le domaine spatial et dans d'autres secteurs d'activité (aéronautique, défense, nucléaire, automobile, etc.). Cette grande ouverture sur le monde de la recherche, couplée à une réelle politique interne d'incitation à l'innovation technologique et aux carrières techniques, contribue efficacement à l'animation de l'expertise nécessaire au secteur spatial et contribue à l'amélioration du niveau technologique des projets du CNES et de ceux des autres participants aux CCT.

Depuis mars 2005, je participe activement en tant que membre du bureau au CCT Système de Commande Automatique (<http://cct.cnes.fr/cct04/infos/bureau.htm>) animé par Christelle Pittet.

A ce titre, j'ai organisé en Mai 2008 à Toulouse avec David Henry un séminaire intitulé "Diagnostic et reconfiguration GNC" qui portait sur les méthodes de diagnostic, de reconfiguration et d'accommodation des défauts pouvant être transférables au domaine spatial. L'objectif final est l'amélioration de l'autonomie des engins spatiaux.

Les séminaires réguliers du CCT Système de Commande Automatique ont été l'occasion pour mes doctorants de présenter leurs travaux de thèses :

- Christophe Louembet au séminaire Guidage en attitude du CCT SCA du CNES en avril 2008 à Toulouse [LCZ08].
- Vincent Morio au séminaire Control of Re-entry Space Vehicle du CCT SCA du CNES en septembre 2006 à Paris [MCV06].

### Session invitée au symposium IFAC on Automatic Control in Aerospace

En 2007, dans le cadre du 17ème symposium IFAC on Automatic Control in Aerospace, j'ai proposé puis organisé une session invitée sur le GNC pour la rentrée atmosphérique avec Ali Zolghadri. Cette session a permis de présenter les études des entités travaillant sur cette thématique :

- Onera, France ;
- Univ. of Leicester, United Kingdom ;
- DEIMOS SPACE S.L., Spain ;
- ESA, Netherlands ;
- Delft Univ. of Technology, Netherlands ;
- LAPS-Univ. Bordeaux 1, France ;
- Astrium Space Transportation, France ;
- NGC Aerospace Ltd, Canada.



## Implication dans les groupes de travail (GT) CNRS

- GT **CO**mmande **RO**buste des **SY**stemes **M**ultivariables 1999-2003  
J'ai contribué à l'activité du GT COROSYM de la façon suivante :
  - membre du bureau et participation aux réunions ;
  - organisation d'une journée du Groupe de Travail Commande robuste des systèmes multivariables du GdR Automatique du CNRS à l'ENSEIRB Talence, en novembre 1999 ;
  - organisation de deux journées du Groupe de Travail Commande robuste des systèmes multivariables du GdR Automatique du CNRS à l'IMA Université Bordeaux 1, en novembre 2002.
- GT **M**éthodes et **O**utils pour la **S**ynthèse et l'**A**nalyse en **R**obustesse 2004-2009  
J'ai contribué à l'activité du GT MOSAR de la façon suivante :
  - participation aux réunions ;
  - présentation de M. Zerar en janvier 2005 [ZCZ05] ;
  - présentation de V. Morio en juin 2009 [MCZ09a].
- Action spécifique CNRS **M**éthodes et **O**utils pour la **CO**mmande **RO**buste des **V**éhicules **A**érospatiaux
- Action Spécifique dans le cadre du RTP "Systèmes Aérospatiaux" (département STIC du CNRS), 1 an, Nov 2003 - Dec 2004  
<http://www.laas.fr/MOCOROVA/description.html>

## Autres activités

Membre du Jury de thèse de M<sup>lle</sup> S. CHABLE, Doctorat spécialité : Automatique, *vers des correcteurs réduits robustes aux variations paramétriques*, soutenue le 12 Décembre 2003 à Sup Aéro, Toulouse.

Reviewer pour Control Engineering Practice, International Journal of Control, Aerospace Science and Technology, Journal Européen des Systèmes Automatisés et également pour les conférences CIFA04, CIFA06, ROCOND06, ACA07.

Chairman aux conférences CIFA04, CIFA06, ACA07.

Expertise du dossier ANR blanc sur les systèmes aéronautiques.

Senior Member AIAA, Membre de l'Association pour la Rentrée Atmosphérique (ARA) et du club EEA.

## 1.5 Projets de recherche et de transferts de technologie

### 1.5.1 Action européenne FM AG11 du groupe GARTEUR

Le groupe GARTEUR est une organisation européenne qui a pour mission de mobiliser, pour le bénéfice mutuel de l'ensemble de ses pays membres, les compétences scientifiques et techniques, les ressources humaines et les moyens techniques dans le domaine de la recherche aéronautique. Le groupe GARTEUR organise ses activités en groupes d'action (A.G. pour Action Group) dans les quatre domaines de recherche suivants : l'aérodynamique, la mécanique du vol, les hélicoptères et les matériaux et structures aéronautiques. L'action FM-AG11 "New Analysis Techniques for Clearance of Flight Control Laws", à laquelle j'ai participé avec Benoît Bergeon et Loïc Lavigne, est une action de recherche qui a eu lieu de 1999 à 2002. Elle avait pour objectif de développer et de tester de nouvelles techniques d'analyse pour la qualification des commandes automatiques de vol.

La procédure d'évaluation et de validation des pilotes automatiques d'avion est une opération très longue à cause des nombreuses configurations possibles et du nombre important de paramètres qui influencent le comportement de l'avion. L'objectif est de créer un simulateur permettant de détecter plus rapidement les combinaisons des valeurs de paramètres ou les manœuvres pour lesquelles le pilote automatique atteint ou dépasse les limites spécifiées en mettant à profit le modèle non linéaire de l'engin.

Pour atteindre ces objectifs, le groupe FM-AG11 a décomposé son action en quatre étapes : une phase de définition, une phase de développement, une phase d'évaluation et enfin une phase de réalisation. Dans ce cadre, j'ai participé aux phases de définition et de développement (W.P.3 et W.P.4). Les objectifs étaient d'effectuer un aperçu des techniques d'analyse de robustesse et de proposer une solution de base pour une qualification de pilote d'automatique sur un simulateur. Les méthodes choisies ont ensuite été évaluées et comparées sur un benchmark en vue d'un usage industriel. Nous avons proposé dans ce cadre un outil logiciel basé sur l'analyse de robustesse de lois de commande pour les systèmes plats. La démarche proposée se décompose de la façon suivante. La première étape correspond à la validation des objectifs nominaux de poursuites, la seconde porte sur l'évaluation de la stabilité interne pour l'ensemble des configurations de vol et des variations de paramètres, enfin la dernière concerne la qualification des performances dynamiques de poursuite de trajectoires du pilote automatique dans toutes les configurations possibles. Dans cette démarche, les raisons possibles d'invalidation sont explicitées. Cette méthodologie s'applique aux lois de commandes linéaires ainsi qu'à celles comportant une inversion dynamique non linéaire. Cette approche est détaillée dans la section 2.2 du chapitre suivant.

Le projet FM-AG11 a donné lieu à un chapitre d'ouvrage international et à 4 communications dans des congrès internationaux avec actes et comité de lecture et a constitué l'application dans la thèse de Loïc Lavigne [Lav03]. Par ailleurs, le projet FMAG11 a été un tournant important de mon activité de recherche car il a constitué l'étape originelle de notre activité dans le domaine aérospatial.

## 1.5.2 Projet SICVER

Le projet européen SICVER, acronyme de *Stratégies Innovantes pour la Conduite des Véhicules Expérimentaux de Rentrée*, porté par l'IMS a vu le jour en octobre 2006. Les acteurs principaux du projet sont l'Agence Spatiale Européenne (ESA), Astrium Space Transportation et l'Université de Bordeaux, avec le soutien financier du Conseil Régional d'Aquitaine. Cette étude a été labellisée dans le cadre du projet VER/VEP (Véhicules Expérimentaux de Rentrée et d'Exploration Planétaire) par le pôle de compétitivité mondial Aerospace Valley (AESE), dans le cadre du Domaine d'Activité Stratégique "Accès à l'Espace et Infrastructures Orbitales". Il a mobilisé deux doctorants à plein temps (Vincent Morio et Alexandre Falcoz) et trois permanents du laboratoire IMS pour la conduite scientifique et l'encadrement (Ali Zolghadri, David Henry et moi-même).

La thématique abordée dans le projet SICVER représente un défi important pour la communauté aérospatiale : le développement de systèmes autonomes incluant les fonctions de diagnostic, de reconfiguration et de planification de trajectoires, pour les engins spatiaux réutilisables de nouvelle génération.

Les deux thèses du projet SICVER répondent à deux thématiques complémentaires :

1. La première concerne le développement d'une loi de guidage autonome à base de modèles pour les véhicules expérimentaux de rentrée de nouvelle génération. Dans le cadre de cette thèse ont été développés un planificateur de trajectoires embarqué tolérant aux défauts, ainsi qu'un régulateur de poursuite de trajectoire de type Linéaire à Paramètres Variants (LPV), assurant un haut niveau d'autonomie du véhicule, en vue de réduire la charge de travail des opérateurs au niveau sol et également d'améliorer la prise de décision quant à la poursuite ou à l'abandon de la mission. Le planificateur de trajectoires est conçu de manière à gérer des dégradations de performances de vol induites par des défauts actionneur pouvant survenir durant les phases critiques d'une mission de rentrée atmosphérique.
2. La seconde traite du développement de systèmes intégrés et embarqués accomplissant des tâches en temps réel telles que l'acquisition et l'archivage des données, le diagnostic de pannes et le pronostic des actions à entreprendre pour accommoder les défaillances. L'approche proposée consiste à synthétiser séparément le module de diagnostic et le mécanisme de reconfiguration. La démarche consiste alors à détecter et à isoler convenablement les défauts et à commuter ensuite sur une nouvelle chaîne d'actionneurs et/ou capteurs redondante saine. Dans ce contexte, la véritable problématique porte sur le diagnostic. Cette dernière a été abordée par l'utilisation conjointe des techniques de génération de signaux indicateurs de défauts  $H_\infty/H_-$  et des techniques d'identification non linéaires de type Kalman étendu de manière à détecter, localiser et estimer la position des organes défectueux.

L'objectif final du projet SICVER consiste à regrouper les systèmes de guidage auto-

nome et de détection et localisation de défauts afin d'augmenter l'autonomie opérationnelle du véhicule par le biais d'actions correctives nécessitant une durée trop courte pour être coordonnées depuis le segment sol. En effet, en présence d'une situation défaillante, le comportement aérodynamique du véhicule peut changer de manière significative et une réduction de l'autorité des gouvernes peut nécessiter une replanification de la trajectoire de vol courante, afin de faire atterrir le véhicule en toute sécurité et en adéquation avec les contraintes opérationnelles. Cette dernière partie doit être réalisée au sein de l'IMS en 2009-2010 avec le concours d'un chercheur Post-Doctorant.

Dans le cadre de ce projet, Vincent Morio a soutenu sa thèse le 19 Mai 2009, intitulée *Contribution au développement d'une loi de guidage autonome par platitude Application à une mission de rentrée atmosphérique* devant la commission constituée de :

- Prof. J. Lévine, Ecole des Mines de Paris, Centre Automatique et Systèmes, rapporteur
- Prof. D. Alazard, Supaéro, Toulouse, Dept 'Commande des Systèmes', rapporteur
- Prof. G. Balas, University of Minnesota, Head. Department of Aerospace Engineering and Mechanics
- Prof. P. Fouillat, University of Bordeaux, Directeur du laboratoire IMS
- Dr. M.C. Palau, Astrium Space Transportation, R&D Management Directorate
- Dr. C. Philippe, European Space Agency-ESTEC (Noordwijk), Head. 'Navigation, Guidance & Control' section
- Prof. A. Zolghadri, University of Bordeaux, directeur de thèse
- Dr F. Cazaurang , University of Bordeaux, co-directeur de thèse

Alexandre Falcoz a également dans le cadre de ce projet, soutenu sa thèse le 29 Juin 2009, intitulée *Contribution au développement de stratégies de diagnostic à base de modèles pour les véhicules spatiaux - Application à une mission de rentrée atmosphérique* devant la commission constituée de :

- Mr Jean Loup Chrétien (Astronaute), Invité d'honneur
- Prof. Dominique Sauter (Centre de Recherche en Automatique de Nancy), rapporteur
- Mme Louise Travé-Massuyès (Directrice de Recherche au CNRS, Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes, Toulouse), rapporteur
- Prof. Pascal Fouillat, Université de Bordeaux, Directeur du laboratoire IMS
- Dr. Eric Bornschlegl, European Space Agency-ESTEC (Noordwijk), 'Navigation, Guidance & Control' section
- Dr. Martine Ganet, Astrium Space Transportation, Reasearch & Technology Projects
- Prof. A. Zolghadri, Université de Bordeaux, directeur de thèse
- Dr David Henry, HDR, Université de Bordeaux, Co-directeur de thèse

#### • Production scientifique

L'ensemble du projet SICVER a donné lieu à 5 publications dans des journaux internationaux et à 15 communications dans des congrès internationaux avec actes et comité de lecture.

### 1.5.3 Projet SIRASAS

Le projet Stratégies Innovantes et Robustes pour l'Autonomie des Systèmes Aéronautiques et Spatiaux (SIRASAS) conduit par Ali Zolghadri a pour but d'accroître l'autonomie et l'efficacité opérationnelle des systèmes aéronautiques et spatiaux. Initialisé en novembre 2007, ce projet d'une durée de 3 ans réunit des laboratoires de recherche (le SATIE de l'ENS Cachan, le LAAS-CNRS de Toulouse, le CRAN de Nancy, le LRI d'UPS Orsay et l'IMS de Bordeaux), des centres de recherche nationaux (l'ONERA et le CNES de Toulouse) et des industriels du secteur aérospatial (Airbus France à Toulouse et Thales Alenia Space à Cannes).

Dans ce cadre, je coordonne avec Philippe Goupil d'Airbus Toulouse le WP 2.1 qui consiste à faire une analyse comparative et des tests de performances et de robustesse des différentes stratégies de FDIR proposées sur le benchmark aéronautique. Cette activité se concentre essentiellement du second semestre 2009 et du premier semestre 2010. Elle constitue pour moi une opportunité pour accroître mes compétences dans le domaine de la détection et la localisation de défauts.

Le projet comporte deux champs applicatifs : l'aéronautique (avion) et le spatial (autonomie satellitaire). Concernant le volet aéronautique, il s'agit de proposer des stratégies innovantes pour améliorer la détection et l'identification de défauts afin d'accroître l'autonomie opérationnelle et/ou décisionnelle de l'engin. L'objectif est d'identifier les verrous scientifiques et les outils méthodologiques génériques et potentiellement transférables vers le milieu industriel.

L'autonomie opérationnelle doit permettre de réduire la charge cognitive (workload) de l'équipage et lui fournir les moyens de conduire sûrement et efficacement la mission du véhicule afin d'améliorer la sécurité aérienne (safety). En effet, la plupart des incidents aéronautiques sont dus aux erreurs humaines, souvent induites par une mauvaise appréciation des capacités de contrôle résiduelles de l'appareil après une défaillance.

Dans un premier temps une évaluation des manifestations d'une défaillance sur le comportement global du système et la compréhension des mécanismes de sa gestion par les équipages a été effectuée par les différentes équipes du projet. Le but est de se doter d'outils théoriques appropriés (FDIR, contre-mesures, reconfiguration, gestion des données, etc.), afin de définir une méthodologie scientifique pour mener ces investigations.

Actuellement, des méthodologies innovantes et robustes de FDIR destinées à la nouvelle génération d'avions civils de la gamme Airbus sont en cours d'élaboration par les différentes équipes du projet. Il est à noter que les scénarios de pannes envisagés sont déjà couverts par les techniques actuellement utilisées par Airbus, l'objectif étant d'améliorer le niveau des performances pour les futurs programmes tout en conservant une robustesse compatible des contraintes opérationnelles. Les problématiques qui sont actuellement traitées sont les suivantes.

– *Détection des pannes oscillatoires dans les commandes de vol :*

Ces pannes apparaissent entre le calculateur de commandes de vol et la gouverne et sont soit d'origine électronique (composant en mode défaillant) soit d'origine mécanique. Lorsqu'elles se manifestent dans la bande passante de l'actionneur, elles génèrent des charges structurelles supplémentaires qui peuvent excéder celles permises par le dimensionnement de l'avion. Il est donc primordial de détecter rapidement ces pannes, avant que la charge maximale ne soit atteinte. Ce type de panne n'affecte qu'une gouverne.

– *Détection des pannes oscillatoires combinées dans les commandes de vol :*

Pour assurer une tolérance aux pannes, les capteurs qui délivrent ces informations sont redondés. On dispose en général de trois sources indépendantes. Un "vote" permet de choisir une information valide. Cependant, des pannes oscillatoires peuvent apparaître sur ces grandeurs, être "votées" et, au travers de l'élaboration des lois, se traduire au final par une oscillation non désirée sur la consigne d'asservissement en position. Les conséquences sont les mêmes que pour le cas décrit précédemment. Les pannes oscillatoires combinées peuvent impacter plusieurs surfaces de contrôle. Il pourrait donc être intéressant d'appliquer une stratégie de vote/surveillance innovante pour garantir la non propagation des oscillations non désirées au sein des lois ou encore de corriger les lois pour qu'elles ne tiennent pas compte de ces oscillations. Afin d'améliorer la qualité du vote, il serait intéressant d'effectuer une prédiction sur certains paramètres afin de fournir une source redondante supplémentaire.



## 1.6 Production scientifique

L'ensemble de mes travaux de recherche ont donné lieu à :

- 13 publications dans des revues internationales et 2 en cours d'expertise ;
- 1 chapitre d'ouvrage collectif ;
- 26 communications dans des congrès internationaux avec actes et comité de lecture ;
- 2 communications dans des congrès nationaux avec actes et comité de lecture ;
- et de plusieurs rapports et communications dans des groupes de travail.

La liste exhaustive de ces publications est donnée ci-après.

### Articles dans des revues internationales

- [BC03] B. Bergeon and F. Cazaurang. H-infinity design and multivariable delay margin, application to the dynamical control of a four-wheeled vehicle. *European Journal of Automation (JESA)*, 37(7-8) :895–910, 2003.
- [BCY01] B. Bergeon, F. Cazaurang, and S. Ygorra. Méthodologie de commande robuste linéaire. *European Journal of Automation (JESA)*, 35(1) :85–106, 2001.
- [CL09] F. Cazaurang and L. Lavigne. Computation satellite path planning by flatness approach. *International Review of Aerospace Engineering*, 2(3) :123–132, 2009.
- [CMF<sup>+</sup>08] F. Cazaurang, V. Morio, A. Falcoz, D. Henry, and A. Zolghadri. New model-based strategies for guidance and health monitoring of experimental reentry vehicles. *International Review of Aerospace Engineering*, 1(5) :458–463, 2008.
- [HZMC02] D. Henry, A. Zolghadri, M. Monsion, and F. Cazaurang. Detection of rotor and stator failures in induction machines using the generalized structured singular value. *Control Engineering Practice*, 10(6) :587–598, 2002.
- [LCZ09a] C. Louembet, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Génération de trajectoires d'attitude sur orbites : Approche par platitude et collocation. *European Journal of Automation (JESA)*, accepted, 2009.
- [LCZ09b] C. Louembet, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Motion planning for flat systems using b-splines parametrization : a semidefinite programming problem formulation. *Automatica*, under review, 2009.
- [LCZ09c] C. Louembet, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Path planning for satellite slew maneuvers : A combined flatness and collocation based approach. *IET Control Theory and Applications*, 3(4) :481–491, 2009.
- [MCL09] V. Morio, F. Cazaurang, and J. Levine. A computation of  $\pi$ -flat outputs for linear time-delay systems. *Linear Algebra and its applications*, under review, 2009.
- [MCV09] V. Morio, F. Cazaurang, and P. Vernis. Flatness-based hypersonic reentry guidance of a lifting-body vehicle. *Control Engineering Practice*, 17(5) :588–596, 2009.



- [MCZ08] V. Morio, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Onboard path planning for reusable launch vehicles application to the shuttle orbiter reentry mission. *International Review of Aerospace Engineering*, 1(6) :492–503, 2008.
- [MCZ09] V. Morio, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Robust terminal area energy management guidance using flatness approach. *IET Control Theory and Applications*, 3(10), 2009.
- [ZC06] A. Zolghadri and F. Cazaurang. Adaptive nonlinear state-space modelling for the prediction of daily mean pm10 concentrations. *Environmental Modelling & Software*, 21(6) :885–894, 2006.
- [ZCZ08] M. Zerar, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Caractérisation LPV des systèmes non linéaires plats. application à un démonstrateur de rentrée atmosphérique. *European Journal of Automation (JESA)*, 42(10) :1225–1253, 2008.
- [ZCZ09] M. Zerar, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Coupled LPV and flatness-based approach for space reentry vehicles guidance. *IET Control Theory and Applications*, 3(8) :1081–1092, 2009.

### Chapitre d’ouvrage collectif

- [CLB02] F. Cazaurang, L. Lavigne, and B. Bergeon. LFT generation by flatness approach, for mu-analysis of hirmplus fighter aircraft. In C. Fielding, A. Varga, S. Bennani, and M. Selier, editors, *Advanced Techniques for Clearance of Flight Control Laws*, number 283 in Lecture Notes in Control and Information Sciences, part 14, pages 221–243. Springer, Berlin / Heidelberg, first edition, 2002.

### Communications dans des congrès internationaux avec actes et comité de lecture

- [BCP01] B. Bergeon, F. Cazaurang, and N. Philippe. H-infinity design and multivariable delay margin. In *Proceedings of 1st IFAC/IEEE Symposium on System Structure and Control*, pages 1012–1015, Prague, Czech Republic, Aug. 2001. IFAC/IEEE.
- [CBY00] F. Cazaurang, B. Bergeon, and S. Ygorra. Robust control of flat non-linear system. In *Proceedings of IFAC Workshop on lagrangian and hamiltonian methods for non-linear control*, pages 167–169, Princeton U.S.A, Sept. 2000. IFAC.
- [CLB02] F. Cazaurang, L. Lavigne, and B. Bergeon. LFT representation of a longitudinal perturbed aircraft model by flatness approach. In *Proceedings of IEEE CACSD*, pages 230–235, Glasgow, United Kingdom, Sept. 2002. IEEE.
- [CLB03] F. Cazaurang, L. Lavigne, and B. Bergeon. Modelling of a longitudinal disturbed aircraft model by flatness approach. In *Proceedings of AIAA Conference, Guidance, Navigation and Control*, pages 5478–5482, Austin, USA, Aug. 2003. AIAA.

- 
- [CYB<sup>+</sup>00] F. Cazaurang, S. Ygorra, B. Bergeon, M. Fadel, and J. Faucher. Antiwindup position control of synchronous machine with current limitation. In *Proceedings of Electrimacs conference*, pages 167–169, Saint Nazaire, France, Sept. 2000. IMACS.
- [HZMC01] D. Henry, A. Zolghadri, M. Monsion, and F. Cazaurang. Integrity monitoring of induction machines. a frequency domain model-based approach. In *Proceedings of ECC'2001*, pages 1390–1395, Porto, Portugal, Sept. 2001. IFAC.
- [LCB01a] L. Lavigne, F. Cazaurang, and B. Bergeon. Modelling a disturbed simplified aircraft model with flatness property. In *Proceedings of JDA 2001*, pages 129–134, Toulouse, France, Sept. 2001. GdR Automatique CNRS.
- [LCB01b] L. Lavigne, F. Cazaurang, and B. Bergeon. Modelling of disturbed flat system for robust control design. In *Proceedings of IFAC NOLCOS 2001*, pages 1012–1015, St Petersburg, Russia, Jul. 2001. IFAC.
- [LCMZ04] L. Lavigne, F. Cazaurang, M. Maini, and M. Zerar. Satellite path planning by flatness approach. In *Proceedings of Systems, Man and Cybernetics 2004 Conference*, pages 536–541, The Hague, Holland, Oct. 2004. IEEE.
- [LCZ06a] C. Louembet, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Génération de trajectoire pour satellite agile par platitude et collocation. In *Proceedings of the International Conference CIFA*, Bordeaux, France, June 2006. IEEE.
- [LCZ06b] C. Louembet, F. Cazaurang, and Ali Zolghadri. Flatness and collocation based methodology for satellite trajectory planning. In *Proceedings of the IEEE International Symposium on Control, Communications, and Signal Processing*, Marrakech, Morocco, March 2006. IEEE.
- [LCZ<sup>+</sup>07a] C. Louembet, F. Cazaurang, A. Zolghadri, C. Pittet, and M. Maini. Design of algorithms for satellite slew manoeuver by flatness and collocation. In *Proceedings of the American Control Conference 2007*, pages 3168–3173, New York, USA, July 2007. IFAC.
- [LCZ07b] C. Louembet, F. Cazaurang, and Ali Zolghadri. A convex approach to the design of optimal trajectories for satellite. In *Proceedings of the 17th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace*, volume 17, part 1, Toulouse, France, June 2007. IFAC.
- [MCZ08a] V. Morio, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. On the formal characterization of reduced-order flat outputs over an Ore algebra. In *Proceedings of the 9th IEEE International Symposium on Computer-aided Control System Design (CACSD)*, pages 207–214, San Antonio, Texas, USA, Sept. 2008. IEEE.
- [MCZ08b] V. Morio, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Sur la caractérisation formelle de sorties plates d'ordre réduit sur un algèbre de weyl. In *Proceedings of the International Conference CIFA*, Bucarest, Roumania, Sept. 2008. IEEE.
- [MCZV08a] V. Morio, F. Cazaurang, A. Zolghadri, and P. Vernis. An effective algorithm for analytical computation of flat outputs over the weyl algebra. In *Proceedings of the 17th IFAC World Congress*, pages 11250–11256, Seoul, Korea, July 2008. IFAC.

- [MCZV08b] V. Morio, F. Cazaurang, A. Zolghadri, and P. Vernis. Onboard terminal area path planning using flatness approach application to shuttle orbiter sts-1 vehicle. In *Proceedings of the 2nd International ARA Days*, Arcachon, France, Oct. 2008. ARA.
- [MCZV09] V. Morio, F. Cazaurang, A. Zolghadri, and P. Vernis. A new path planner based on flatness approach. application to an atmospheric reentry mission. In *Proceedings of European Control Conference - European Control Conference*, Budapest, Hungary, aug. 2009. EUCA.
- [MFVC07] V. Morio, A. Falcoz, P. Vernis, and F. Cazaurang. On the design of a flatness-based guidance algorithm for the terminal area energy management of a winged-body vehicle. In *Proceedings of the 17th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace*, volume 17, part 1, Toulouse, France, June 2007. IFAC.
- [MVC06] V. Morio, P. Vernis, and F. Cazaurang. Hypersonic reentry and flatness theory - application to medium L/D entry vehicle. In *Proceedings of the 1st International ARA Days*, Arcachon, France, July 2006. Atmospheric Reentry Association.
- [YCB96] S. Ygorra, F. Cazaurang, and B. Bergeon. Anti-windup control of plants with input saturation. In *Proceedings of IEEE CESA '96*, pages 1173–1177, Lille, France, Jul. 1996. IEEE.
- [ZCZ04a] M. Zerar, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Modélisation des systèmes non linéaires plats perturbés mono-entrée sous forme LPV. In *Proceedings of the International Conference CIFA*, Douz, Tunisie, Nov. 2004. IEEE.
- [ZCZ04b] M. Zerar, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Robust tracking of nonlinear mimo uncertain flat systems. In *Proceedings of Systems, Man and Cybernetics 2004 Conference*, pages 536–541, The Hague, Holland, Oct. 2004. IEEE.
- [ZCZ07] M. Zerar, F. Cazaurang, and Ali Zolghadri. Coupled LPV and flatness based approach for ard guidance. In *Proceedings of the 17th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace*, volume 17, part 1, Toulouse, France, June 2007. IFAC.
- [ZCZL05] M. Zerar, F. Cazaurang, A. Zolghadri, and C. Léonard. LPV modeling of atmospheric re-entry demonstrator for guidance re-entry problem. In *Proceedings of ECC-CDC conference*, pages 7422–7427, Seville, Spain, Dec. 2005. IEEE.

### **Communications dans des congrès nationaux avec actes et comité de lecture**

- [CYB95] F. Cazaurang, S. Ygorra, and B. Bergeon. Commande et surveillance d'un procédé multivariable. In *Journées Automatique et expérimentation en laboratoire*, Angers, France, Apr. 1995. Club EEA.
- [LCB01] L. Lavigne, F. Cazaurang, and B. Bergeon. Modelling a disturbed simplified aircraft model with flatness property. In *Proceedings of JDA 2001*, pages 129–134, Toulouse, France, Sept. 2001. GdR Automatique CNRS.

---

## Rapports et communications dans des groupes de travail

- [BC99] B. Bergeon and F. Cazaurang. Mu-analysis for clearance flight control laws. In *1st GARTEUR FM-AG11 Meeting*, Capoue, Italy, April. 1999. GARTEUR.
- [BLC01] B. Bergeon, L. Lavigne, and F. Cazaurang. LFT generation for flat systems. In *6th GARTEUR FM-AG11 Meeting*, Braunschweig, Germany, March. 2001. GARTEUR.
- [CB97] F. Cazaurang and B. Bergeon. Commande robuste des systèmes plats. In *Journéess du GT MOSAR*, Poitiers, France, Nov. 1997. GdR Automatique CNRS.
- [CB00] F. Cazaurang and B. Bergeon. Une méthodologie de synthèse de loi de commande robuste pour les systèmes plats. In *Séminaire d'Automatique de Paris*, Paris France, May 2000. GdR Automatique CNRS.
- [CBL00] F. Cazaurang, B. Bergeon, and L. Lavigne. Mu-analysis methodology for fcs clearance process using non-linear dynamic inversion. In *3rd GARTEUR FM-AG11 Meeting*, Amsterdam Holand, Jan. 2000. GARTEUR.
- [CLB01a] F. Cazaurang, L. Lavigne, and B. Bergeon. Flatness approach to LFT modelling. In *Technical Publication GARTEUR TP-119-22*. GARTEUR, 2001.
- [CLB01b] F. Cazaurang, L. Lavigne, and B. Bergeon. Robust non linear stability analysis of hirmplus and ride regulator. In *7th GARTEUR FM AG11 Meeting*, Bedford, UK, Jun. 2001. GARTEUR.
- [LCB01a] L. Lavigne, F. Cazaurang, and B. Bergeon. Modelling a disturbed simplified aircraft model with flatness property. In *Proceedings of JDA 2001*, pages 129–134, Toulouse, France, Sept. 2001. GdR Automatique CNRS.
- [LCB01b] L. Lavigne, F. Cazaurang, and B. Bergeon. Platitudo et analyse de robustesse des commandes de vol d'un avion à forte incidence. In *Journéess du GT MOSAR*, Toulouse, France, Jun. 2001. GdR Automatique CNRS / CCT CNES.
- [LCZ08] C. Louembet, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Génération de trajectoires optimales d'attitude : Approche par platitudo différentielle et collocation. In *Workshop du CCT SCA*, Toulouse, France, Apr. 2008. CNES.
- [MCV06] V. Morio, F. Cazaurang, and P. Vernis. Flatness based hypersonic reentry guidance of a lifting body vehicle. In *Workshop du CCT SCA*, Paris, France, Sept. 2006. CNES.
- [ZCZ05] M. Zerar, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Etude de la platitudo d'un modèle de démonstrateur atmosphérique pour le guidage de trajectoire. In *Workshop du CCT SCA*, Toulouse, France, Jun. 2005. CNES.



## 1.7 Fiche de synthèse

88/99	99/00	00/01	01/02	02/03	03/04	04/05	05/06	06/07	07/08	08/09	and beyond
Quadiennal I			Quadiennal II			Quadiennal III					
<b>Activité Recherche LAPS - IMS</b>											
<b>Thématique: Systèmes plats et robustesse</b>											
Thèses co-encadrées à 50%: Platitude et ... Status											
Loïc Lavigne <i>Analyse et synthèse robuste</i> Soutenu Juin 03											
Madjid Zerar <i>synthèse LPV</i> Soutenu Avril 06											
Christophe Louembet <i>Optimisation de trajectoire</i> Soutenu Sept 07											
Vincent Moïno <i>Guidage autonome</i> Soutenu Mai 09											
<b>Projets à vocation industrielle (4)</b>											
Aéronautique											
Espace											
Rentrée atmosphérique											
Aéronautique et Espace											
Aéronautique											
GARTEUR AG 11											
GARTEUR AG 16											
CNES /ALCATEL											
Projet SICVER											
Projet SIRASAS											
Projet AEROFAN											
<b>Publications</b>											
<b>12 revues + 1 chap livre + 23 Conférences Internationales</b>											
Revue/chap. livres											
Conférences Internationales											
En gras publiée, en normal acceptée, en italique soumise											
<b>Animation de la Recherche</b>											
Organisation WG/ chair											
GT MOSAR CNRS											
CCT 04 Système de Contrôle Automatique CNES											
GT GdR AS											
CIFA06 ACA07 WS CCT FTC											
Membre du bureau											
Mbre du bureau											
<b>Fonctions électives</b>											
Comm. Spécialistes d'Établissement CSE 61/63 BX1											
Conseil UFR											
Conseil d'Unité											
Titulaire MCF 61											
Commission pédagogique											
Elu CU LAPS											
Elu CU IMS											
<b>Activité Enseignement UFR de Physique</b>											
<b>Réalisation de modules enseignements</b>											
Automatique Non Linéaire											
Automatique et commande de vol											
Représentation d'état, LQ, LOG											
Commande robuste Hinf											
Traitement du signal											
Automatique linéaire											
Génération électrique Avion											
IUP MA 1 A											
IUP MA 1 A											
IUP MA 3A - MASTER ISI MA 1A et 2A											
IUP MA 3A - MASTER ISI MA 1A et 2A											
IUPMA 3A - MASTER ISI MA 1A											
IUP MA 1 A											
IUP Maintenance Aéronautique 1A puis 3A											
DESS ISAS											
Master ISI MA + Dir IUP 2007											
GSAT IMA											
GSAT IMA											
<b>Gestion administrative</b>											
<b>Elaboration nouvelle offre de formation</b>											
DESS ISAS											
Projet TEMMA											
GSAT IMA											
EPMA											
GSAT IMA											



## Chapitre 2

# Du concept de platitude appliqué au Guidage-Commande autonome.

"Rien ne produit autant d'effet qu'une bonne platitude.  
Cela donne à tout le monde un sentiment de parenté."

Oscar Wilde

---

### Résumé :

*L'objectif de ce chapitre est de présenter les grandes lignes des contributions scientifiques de mes activités de recherche et de leurs applications dans le secteur aérospatial. Cette activité a été menée au sein de l'équipe ARIA du département LAPS de l'IMS avec le concours de doctorants et des co-directeurs de recherche respectifs. Dans le cadre général du guidage autonome des systèmes plats, notre contribution a porté d'une part sur la synthèse et l'analyse de lois de commande robustes par platitude présentés dans les deux premières sections et d'autre part sur la génération autonome de trajectoires optimales qui fait l'objet des deux dernières sections. Chaque section comporte un rappel sur le positionnement du problème étudié, suivi de la contribution principale sur ce sujet et d'une brève présentation de l'application aérospatiale considérée.*

---



## Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>45</b>
2.1.1	Bref rappel sur le concept de platitude	45
<b>2.2</b>	<b>Mu-analyse de commande robuste pour les systèmes plats</b>	<b>47</b>
2.2.1	Introduction et positionnement du problème	47
2.2.2	Mu-analyse de régulateur pour les systèmes plats	48
2.2.3	Application à la mu-analyse du modèle HIRM+ longitudinal	54
2.2.4	Bilan et perspectives	63
<b>2.3</b>	<b>Synthèse de lois de commande LPV pour les systèmes plats</b>	<b>65</b>
2.3.1	Introduction et positionnement du problème	65
2.3.2	Poursuite de trajectoire pour les systèmes plats	66
2.3.3	Application à une capsule de rentrée	69
2.3.4	Bilan et perspectives	78
<b>2.4</b>	<b>Génération de trajectoires optimales pour les systèmes plats</b>	<b>79</b>
2.4.1	Introduction et positionnement du problème	79
2.4.2	Formulation du problème de génération de trajectoire à base de B-splines pour les systèmes plats	81
2.4.3	Génération de trajectoire par collocation et platitude	82
2.4.4	Génération de trajectoires par paramétrisation de B-splines positives	89
2.4.5	Bilan et perspectives	92
<b>2.5</b>	<b>Développement d'une loi de guidage autonome par platitude</b>	<b>93</b>
2.5.1	Guidage autonome d'un véhicule de rentrée atmosphérique	93
2.5.2	Algorithme de caractérisation de sorties delta-plates	108
2.5.3	Bilan et perspectives	111

---

## 2.1 Introduction

Dans ce chapitre je détaille nos contributions sur l'utilisation du concept de platitude d'une part pour la synthèse et l'analyse de lois de commande non linéaires robustes et d'autre part pour la génération de trajectoires et le concept de Guidage et Commande autonome. D'un point de vue théorique, la platitude consiste à déterminer si un système sous-déterminé d'équations peut être paramétré, de manière injective, au moyen de fonctions arbitraires. Historiquement, les premiers travaux sur la platitude ont été réalisés dans [CLM91] en vue de traiter des applications aéronautiques. Leur développement théorique s'est poursuivi dans le cadre des travaux de thèse de P. Martin [Mar92] qui ont permis d'aboutir au concept de platitude formalisé dans [FLMR95]. Notre activité de recherche s'inscrit dans ce courant de pensée et porte principalement sur la conception de méthodologies exploitant la propriété de platitude et leur diffusion dans le domaine aérospatial. La notion de platitude étant le dénominateur commun des méthodes présentées par la suite, sa définition est rappelée dans la section suivante.

### 2.1.1 Bref rappel sur le concept de platitude

La platitude de différentes classes de systèmes (systèmes d'équations différentielles ordinaires, à retards, de dimension infinie, etc.) peut être décrite en utilisant différents formalismes mathématiques, reposant sur des notions d'algèbre différentielle ou de géométrie différentielle.

Nous rappelons la définition usuelle d'un système plat, telle qu'introduite par Fliess *et al.* dans [FLMR95] pour les systèmes non linéaires régis par des équations différentielles ordinaires (ODE). Conceptuellement, un système non linéaire est plat s'il existe un ensemble de variables différentiellement indépendantes, dont le nombre est égal au nombre de commandes, tel que l'état et les commandes du système puissent s'exprimer exclusivement en fonction de ces sorties et d'un nombre fini de leurs dérivées. De ce fait, aucune intégration d'équations différentielles n'est rendue nécessaire : les trajectoires des états et des entrées du système peuvent être immédiatement obtenues à partir des trajectoires des sorties plates. Cette propriété fondamentale des systèmes plats est à la base d'applications importantes, notamment en termes de planification [NM98, MFHM05] et de poursuite de trajectoires [Isi89, HSM83, CLM91].

Plus précisément, considérons un système non linéaire déterministe défini sur une variété différentiable  $X$ , s'écrivant sous la forme suivante :

$$\dot{x} = f(x, u), \quad (2.1)$$

où  $x$  est le vecteur d'état de dimension  $n$  et  $u$  le vecteur de commandes de dimension  $m$ . De plus,  $f(\cdot)$  représente une application non linéaire lisse<sup>2</sup> sur  $X$ . On suppose en outre que  $m \leq n$ , c'est à dire que le système d'équations différentielles (2.1) est sous-déterminé.

**Définition 2.1 (Platitude différentielle [FLMR95])** *Le système non linéaire (2.1) est différentiellement plat (ou, plus brièvement, plat) si et seulement s'il existe un vecteur*

---

2. suffisamment différentiables sur  $X$ .

$z$  de dimension  $m$ , dont les éléments sont des fonctions différentiellement indépendantes, de la forme :

$$z = \phi(x, u, \dot{u}, \dots, u^{(\alpha)}),$$

tel que

$$\begin{cases} x = \psi_x(z, \dot{z}, \dots, z^{(\beta-1)}) \\ u = \psi_u(z, \dot{z}, \dots, z^{(\beta)}) \end{cases} \quad (2.2)$$

où  $\psi_x$  et  $\psi_u$  représentent des applications lisses sur la variété  $X$ ,  $z_i^{(k)}$  correspond à la dérivée d'ordre  $k$  de la  $i^{\text{ième}}$  composante de  $z$ , et  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_m)$ ,  $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_m)$  sont des  $m$ -uplets finis d'entiers.

Le vecteur  $z \in \mathbb{R}^m$  est appelé sortie plate<sup>3</sup> (ou sortie linéarisante).

**Remarque 2.1** Bien qu'il soit toujours possible d'utiliser cette définition pour tester des sorties plates candidates, des techniques récentes de caractérisation formelle des sorties plates basé sur la condition nécessaire et suffisante proposé dans [Lév06] sont présentées dans [AL08] et [MCZ08a].

**Remarque 2.2** La platitude peut également se définir comme la Lie-Bäcklund équivalence [FLMR99] entre un système non linéaire et un système linéaire trivial composé d'une chaîne d'intégrateurs. Le vecteur constitué des sorties plates  $z$  et ses dérivées jusqu'à un certain ordre constitue alors l'état du système trivial. Les  $m$  composantes du vecteur des sorties plates  $z$  sont différentiellement indépendantes. De plus, un sous-espace de dimension  $n_z$  peut être défini avec les coordonnées généralisées sur l'espace des jets  $Z = (z, \dot{z}, \dots, z^{(\rho)})$  avec  $\rho \in \mathbb{N}$ .

---

3. du fait que la sortie  $z$  ainsi que ses dérivées successives vivent dans un espace vectoriel de dimension finie, sans contraintes, donc sans courbure au sens de la géométrie différentielle.

## 2.2 $\mu$ -analyse de commande robuste pour les systèmes plats

A la suite de ma thèse, j'ai eu l'opportunité d'intégrer en 1999 un groupe européen de recherche sur de nouvelles techniques d'analyse pour la validation des lois de commande d'un avion à grande incidence de vol. Je tiens tout particulièrement à rendre ici hommage à Jean Francois Magni du CERT ONERA pour nous avoir donné l'opportunité de participer à ce groupe de travail.

L'objectif de ces techniques d'analyse est de permettre un premier déverminage rapide de la loi de commande sur l'ensemble de l'enveloppe de vol avant d'effectuer une analyse approfondie de type Monte Carlo coûteuse en temps de calcul. Ce groupe, d'une durée de vie de trois ans, rassemblait une trentaine de personnes et s'inscrivait dans le cadre des activités du groupe pour la recherche et la technologie aéronautique en Europe GARTEUR (<http://www.garteur.eu>). J'ai contribué à l'activité du groupe en proposant une méthode d'analyse d'un régulateur non linéaire robuste basé sur une modélisation linéaire fractionnaire de l'écart de modèle le long de trajectoires obtenues en utilisant le concept de platitude. Ce travail a été réalisé avec le concours de Loic Lavigne dans le cadre de sa thèse d'université que j'ai co-encadrée avec Benoît Bergeon.

### 2.2.1 Introduction et positionnement du problème

Dans cette étude, nous utilisons la propriété de platitude d'un modèle d'avion à grande incidence de vol pour générer un modèle linéaire incertain sous la forme d'une représentation par transformation linéaire fractionnaire (LFT). Ce modèle est ensuite utilisé pour effectuer une  $\mu$ -analyse de la loi de commande robuste associée au système et détecter ainsi rapidement s'il existe des points de l'enveloppe de vol pour lesquels les spécifications de la loi de commande ne sont pas vérifiées.

Cette approche reprend un concept proposé initialement en 1992 par G. Balas [BRG92] dans le cadre de la synthèse de commande robuste par inversion dynamique appliquée au modèle longitudinal d'un avion à grande incidence de la NASA. Bien que les techniques d'inversion dynamique aient déjà été appliquées dans le cadre de la commande de vol [SEG92, BE92], ces publications supposent une connaissance exacte du modèle à inverser et une mesure ou une estimation précise du vecteur d'état. Si ces hypothèses ne sont pas vérifiées, l'inversion dynamique n'est pas valide et il persiste une dynamique non linéaire due aux erreurs de modélisation et aux incertitudes [Elg88]. Pour répondre aux objectifs de robustesse vis-à-vis des erreurs de mesures et des incertitudes de modèles, les auteurs de [BRG92] proposent une synthèse de loi de commande linéaire externe basée sur la valeur singulière structurée [Doy82, BDG<sup>+</sup>91]. Cette synthèse repose sur l'adjonction d'un modèle d'erreur linéaire sur la boucle d'inversion dynamique. Bien que ceci constitue une première avancée, ce modèle d'erreur ne prend en compte que de manière approximative l'influence des incertitudes du modèle et des erreurs de mesures.

L'originalité de la démarche proposée ici consiste à construire un modèle d'erreurs plus

précis que la simple adjonction d'incertitudes multiplicatives sur le modèle linéaire résultant de l'inversion dynamique [CLB02a], permettant ainsi de diminuer le conservatisme de l'approche précédente. La méthodologie proposée est appliquée sur le modèle HIRM+ [Moo02] issu du modèle non linéaire HIRM d'un avion de chasse à grande incidence de vol [Mui97a] et de la loi de commande RIDE [Ben02]. Cette dernière inclue une boucle d'inversion dynamique [Mui97b] et a été initialement développée dans le cadre du groupe GARTEUR FM (AG08).

Par la suite, nous présentons dans un cadre général la méthodologie proposée. Cette démarche est alors appliquée à la  $\mu$ -analyse de la loi de commande RIDE associée au modèle longitudinal HIRM+ le long d'une trajectoire de référence.

### 2.2.2 $\mu$ -analyse de régulateur pour les systèmes plats

Pour une loi de commande déterminée à partir d'un modèle nominal, l'évaluation de la robustesse paramétrique du système bouclé en termes de stabilité et de performances nécessite la détermination de la famille de modèle résultant des incertitudes considérées. Pour ce faire nous déterminons la dynamique de l'écart induite par ces incertitudes et erreurs de modèle, puis nous effectuons une linéarisation au premier ordre le long de la trajectoire de référence et modélisons cette famille de modèles d'écart linéaire à l'aide d'une représentation linéaire fractionnaire. Le formalisme de la  $\mu$ -analyse nous permet alors de vérifier si le comportement dynamique de cette famille de modèles des écarts est conforme aux spécifications en terme de stabilité et de performances de la boucle fermée.

Soit le système plat ( $\Sigma$ ) dont une représentation d'état est donnée par :

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (2.3)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^m$  le vecteur de commande, et  $f$  est une fonction régulière telle que  $\text{rang} \left\{ \frac{\partial f}{\partial u} \Big|_{(0,0)} \right\} = m$  et  $f(0, 0) = 0$ .

D'une manière classique, l'inversion dynamique non linéaire (NDI) est rendue robuste par l'adjonction d'un bouclage linéaire  $K(s)$  comme cela est représenté sur la fig.2.1.

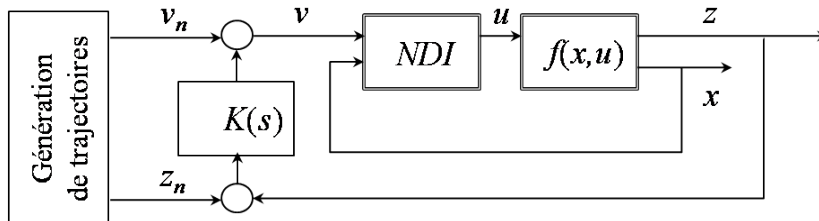


FIGURE 2.1 – Inversion dynamique non linéaire robuste.

### Bouclage dynamique nominal NDI

Le bloc d'inversion dynamique (NDI) et le bouclage linéaire  $K(s)$ , supposés connus a priori, ont été déterminés sur le modèle nominal plat  $\Sigma_n$  suivant :

$$(\Sigma_1) : \quad \dot{x}_n = f_n(x_n, u_n) \quad (2.4)$$

où  $x_n \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état du modèle nominal,  $u_n \in \mathbb{R}^m$  le vecteur de commande nominal, et  $f_n$  est une fonction régulière telle que  $\text{rang} \left\{ \frac{\partial f_n}{\partial u_n} \Big|_{(0,0)} \right\} = m$  et  $f_n(0, 0) = 0$ .

Supposons que ce système admette un jeu  $(z_{n1}, \dots, z_{nm})$  de sorties plates. L'inversion dynamique peut alors être obtenue à l'aide d'un retour d'état dynamique et d'un changement de base qui transforme le système en une chaîne d'intégrateurs sur les variables  $(z_{n1}, \dots, z_{nm})$ . Ceci correspond à une linéarisation entrées-sorties pour laquelle il n'existe pas de dynamique non linéaire non observable [CLM91]. On définit alors la représentation d'état de ce bouclage dynamique de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{\xi}_n = X_n(x_n, \xi_n, v_n) \\ u_n = U_n(x_n, \xi_n, v_n) \end{cases} \quad \xi_n \in R^q, \quad v_n \in R^m \quad (2.5)$$

avec  $v_n$  les consignes issues de la génération de trajectoires.

Notons  $x_{en} = \begin{pmatrix} x_n \\ \xi_n \end{pmatrix}$  le vecteur d'état étendu. Le système bouclé peut alors s'écrire :

$$\dot{x}_{en} = \begin{pmatrix} \dot{x}_n \\ \dot{\xi}_n \end{pmatrix} = f_{en}(x_n, \xi_n, v_n) = \begin{pmatrix} f_n(x_n, U_n(x_n, \xi_n, v_n)) \\ X_n(x_n, \xi_n, v_n) \end{pmatrix}$$

Il peut être représenté par sa forme canonique de Brunovski :

$$\begin{cases} z_{n1}^{(k_1)} = v_{n1} \\ \vdots \\ z_{nm}^{(k_m)} = v_{nm} \end{cases}$$

où  $(k_1, \dots, k_m)$  sont les indices de commandabilité de la forme de Brunovski relatifs aux sorties plates  $(z_{n1}, \dots, z_{nm})$ .

Cependant, l'inversion dynamique ainsi réalisée est sensible aux perturbations exogènes et aux incertitudes paramétriques du modèle. Il est alors nécessaire d'adjoindre à ce bloc d'inversion dynamique, un bloc de régulation linéaire  $K(s)$ . Pour réaliser la synthèse ou l'analyse de cette loi de commande linéaire, il est nécessaire de disposer d'un modèle du comportement du système au voisinage des trajectoires de références et des spécifications de performances attendues. Nous proposons dans le paragraphe suivant une méthode pour déterminer ce modèle de la dynamique de l'écart au voisinage de trajectoires de références.

## Dynamique de l'écart induit par les perturbations et les incertitudes de modèle

L'inversion dynamique précédente utilise l'état. En présence de perturbations de mesures ou d'erreurs de modèles, les trajectoires réelles ne coïncident pas avec les trajectoires de références. Ceci se traduit sur le modèle linéarisé par l'apparition de termes non linéaires supplémentaires traduisant le comportement de l'écart induit par ces perturbations et incertitudes. L'idée est de caractériser le comportement de cet écart par un modèle non linéaire puis d'effectuer une linéarisation le long des trajectoires de références. La famille de modèles ainsi obtenue est alors paramétrée par la trajectoire nominale. L'approche utilise le formalisme basé sur la théorie géométrique différentielle des jets et la prolongation d'ordre infini développé en particulier par Vinogradov [Vin89] et employé dans [FLMR99].

Considérons la représentation d'état  $(\Sigma_1)$  définie en (2.4). Le bouclage déterminé pour le système nominal  $(\Sigma_1)$  est décrit par (2.5). Ce bouclage impose la relation suivante entre les sorties plates  $z_{n,i}$  et les consignes  $v_{n,i}$  :

$$z_{n,i}^{(k_i)} = v_{n,i} \quad \forall i \in \{1, \dots, m\}$$

Notons :

$$\begin{aligned} \bar{U}_n(x_n, \xi_n, v_n) &= \bar{u}_n = \left( u_n, \dots, u_n^{(r)}, \dots \right) \\ \bar{v}_n &= \left( v_n, \dots, v_n^{(k)}, \dots \right) \end{aligned}$$

Le système nominal et le bouclage sont représentés par :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{x}_n \\ \dot{\xi}_n \end{pmatrix} &= f_{en}(x_n, \xi_n, v_n) = \begin{pmatrix} f(x_n, U_n(x_n, \xi_n, v_n)) \\ X_n(x_n, \xi_n, v_n) \end{pmatrix} \\ z_n &= h_n(x_n, \bar{U}_n(x_n, \xi_n, v_n)) = h'_n(x_n, \xi_n, \bar{v}_n) \end{aligned}$$

Le système global  $F_{en}$  correspond à l'extension de  $f_{en}$  à l'espace d'état de dimension infini et peut se mettre sous la forme suivante :

$$F_{en}(x_n, \xi_n, u_n, \dot{u}_n, \ddot{u}_n, \dots) = f_{en}(x_n, \xi_n, v_n) \frac{\partial}{\partial x} + \sum_{\mu=0}^{\infty} u_n^{\mu+1} \frac{\partial}{\partial u_n^{(\mu)}}$$

Considérons maintenant le système avec des incertitudes et des perturbations. La première conséquence est que, le champ étendu perturbé  $F_e$  diffère du nominal  $F_{en}$ . D'autre part le système n'est plus sur la trajectoire d'état nominale mais à proximité de celle-ci. Le modèle global perturbé est décrit alors par :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\xi} \end{pmatrix} &= f_e(x, \xi, v) = \begin{pmatrix} f(x, U_n(x, \xi, v)) \\ X_n(x, \xi, v) \end{pmatrix} \\ z &= h_n(x, \bar{U}_n(x, \xi, v)) = h'_n(x, \xi, \bar{v}) \end{aligned}$$

Le modèle global perturbé précédent est étendu à l'espace de dimension infinie  $\xi_n$  et s'écrit :

$$F_e(x, \xi, u, \dot{u}, \ddot{u}, \dots) = f_e(x, \xi, u) \frac{\partial}{\partial x} + \sum_{\mu=0}^{\infty} u_n^{\mu+1} \frac{\partial}{\partial u^{(\mu)}}$$

Notons l'écart entre l'état nominal  $x_n, \xi_n$  et l'état perturbé  $x, \xi$  de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\delta x &= x - x_n \\ \delta \xi &= \xi - \xi_n\end{aligned}$$

et  $\delta \bar{v} = (v - v_n, \dot{v} - \dot{v}_n, \dots)$  le terme correctif issu du régulateur linéaire et  $v_n$  la commande nominale telle que  $z_n^{(k)} = v_n$ . La famille de modèles est alors donnée par :

$$\begin{aligned}z^{(k)} &= v_n + \delta \left( L_{F_e}^{(k)} h'_n \right) (x_n, \xi_n, \bar{v}) + \left( DL_{F_{m,e}}^{(k)} h'_n + \delta(DL_{F_e}^{(k)} h'_n) \right) \cdots \\ &\cdots (x_n, \xi_n, \bar{v}) \begin{pmatrix} \delta x \\ \delta \xi \\ \delta \bar{v} \end{pmatrix} + o(|\delta x|^2 + |\delta \xi|^2)\end{aligned}$$

où  $L_{F_e} h_n$  est la dérivée de Lie de  $h_n$  sur le champ  $F_e$  et :

$$\begin{aligned}\delta \left( L_{F_e}^{(k)} h'_n \right) (x_n, \xi_n, \bar{v}) &= L_{F_e}^{(k)} h'_n (x_n, \xi_n, \bar{v}) - L_{F_{en}}^{(k)} h'_n (x_n, \xi_n, \bar{v}) \\ DL_{F_{en}}^{(k)} h'_n (x_n, \xi_n, \bar{v}) &= L_{F_{en}}^{(k)} h'_n (x_n, \xi_n, \bar{v}) - L_{F_e}^{(k)} h'_n (x, \xi, \bar{v}) \\ \delta \left( DL_{F_e}^{(k)} h'_n \right) (x_n, \xi_n, \bar{v}) &= DL_{F_{en}}^{(k)} h'_n (x_n, \xi_n, \bar{v}) - DL_{F_e}^{(k)} h'_n (x_n, \xi_n, \bar{v}) \\ DL_{F_e}^{(k)} h'_n (x_n, \xi_n, \bar{v}) &= L_{F_e}^{(k)} h'_n (x_n, \xi_n, \bar{v}) - L_{F_e}^{(k)} h'_n (x, \xi, \bar{v})\end{aligned}$$

Cette dynamique de l'écart est induite par la différence entre le champ nominal  $F_{en}$  et le champ perturbé  $F_e$  d'une part et par l'écart sur la valeur de l'état d'autre part. Cette dynamique doit être stabilisée et vérifier les critères de réjection spécifiés à l'aide du régulateur linéaire  $K(s)$ . Pour ce faire on effectue une linéarisation formelle de la dynamique de l'écart le long de la trajectoire nominale et l'on obtient alors une famille de modèles linéaires notée :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A(\theta) & B(\theta) \\ C(\theta) & D(\theta) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix} = S(\theta) \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Cette famille de modèles peut alors être représentée à l'aide d'une LFT [STB91].

**Définition 2.2 (Transformation Linéaire Fractionnaire)** Soit  $P$  une matrice complexe partitionnée de la façon suivante :

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \in C^{(p_1+p_2) \times (q_1+q_2)}$$

et soit  $\Delta_u \in C^{q_1 \times p_1}$  et  $\Delta_l \in C^{q_2 \times p_2}$  des matrices arbitraires. On définit alors la LFT haute et basse comme des opérateurs sur  $\Delta_u$  et  $\Delta_l$  respectivement :

$$\begin{aligned}F_u(P, \Delta_u) &= P_{22} + P_{21} (I - \Delta_u P_{11})^{-1} \Delta_u P_{12} \\ F_l(P, \Delta_l) &= P_{11} + P_{12} (I - \Delta_l P_{22})^{-1} \Delta_l P_{21}\end{aligned} \quad (2.7)$$

De plus, ces LFT sont dites bien définies si  $\det(I - \Delta_u P_{11}) \neq 0$  et  $\det(I - \Delta_l P_{22}) \neq 0$ .



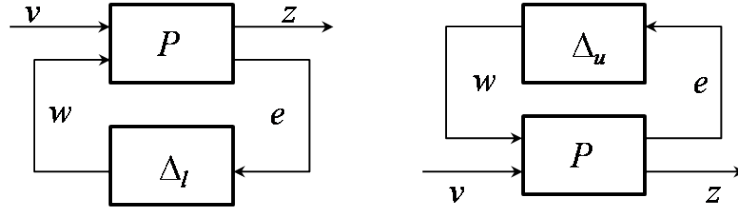


FIGURE 2.2 – LFT basse et haute.

La transformation linéaire fractionnaire peut également être vue comme le bouclage d'une matrice de structure  $P$  par une matrice  $\Delta$  comme cela est représenté sur la Fig.2.2; les équations (2.7) définissent alors la fonction de transfert entre  $v$  et  $z$ .

Il est alors possible d'utiliser ce formalisme pour représenter la famille de modèles linéaires (2.6) décrivant la dynamique de l'écart. Ainsi, le transfert correspondant s'écrit  $G(s, \theta) = F_u(S(\theta), \frac{1}{s}I)$ .

Posons comme système nominal

$$S(\theta_{nom}) = \begin{pmatrix} A_{nom} & B_{nom} \\ C_{nom} & D_{nom} \end{pmatrix}.$$

Il existe alors une matrice de structure  $P$

$$P = \left( \begin{array}{c|cc} A_{nom} & B_1 & B_{nom} \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_{nom} & D_{21} & D_{nom} \end{array} \right)$$

et  $\Delta(\delta) = \text{blockdiag}(\delta_1 I_{r_1}, \dots, \delta_n I_{r_n})$ .

Le système incertain  $G(s, \theta)$  peut alors être représenté par la LFT haute de  $P(s) = F_u(P, \frac{1}{s}I)$  et  $\Delta(\delta)$  :

$$G(s, \theta_{nom+\delta}) = F_u(P(s), \Delta(\delta))$$

si et seulement si, il existe une matrice réelle définie par :

$$S_\Delta = \begin{pmatrix} A_\Delta & B_\Delta \\ C_\Delta & 0 \end{pmatrix} = \left( \begin{array}{c|cc} D_{11} & C_1 & D_{12} \\ \hline B_1 & 0 & 0 \\ D_{21} & 0 & 0 \end{array} \right)$$

telle que

$$F_u(S_\Delta, \Delta(\delta)) = S(\theta_{nom} + \delta) - S(\theta_{nom})$$

A partir de la donnée de cette famille de modèles nous pouvons évaluer les performances obtenues en boucle fermée avec le régulateur  $K(s)$  en utilisant les outils de la  $\mu$ -analyse [BDG<sup>+</sup>91].

### $\mu$ -analyse

L'utilisation du théorème du petit gain [Zam81] pour analyser la stabilité d'un système bouclé par une matrice d'incertitudes ne fait pas d'hypothèse sur la structure de cette matrice ce qui induit un conservatisme important. Doyle [Doy82] a proposé d'introduire un nouvel indicateur pour le cas des matrices structurées. Ceci généralise la notion de valeur singulière maximale pour des matrices structurées.

**Définition 2.3** La valeur singulière structurées  $\mu_{\underline{\Delta}}(P)$  d'une matrice  $P$  par rapport à la structure  $\underline{\Delta}$  est définie par [Doy82] :

$$\mu_{\underline{\Delta}}(P) := \frac{1}{\inf_{\Delta \in \underline{\Delta}} \{\bar{\sigma}(\Delta) : \Delta \in \underline{\Delta}, \det(I - P\Delta) = 0\}}$$

S'il n'existe pas de matrice  $\Delta \in \underline{\Delta}$  solution de  $\det(I - P\Delta) = 0$  alors  $\mu_{\underline{\Delta}}(P) := 0$ .

La structure des matrices de perturbations  $\underline{\Delta}$  est définie par

$$\underline{\Delta} = \begin{pmatrix} \delta_r & 0 & 0 \\ 0 & \delta_c & 0 \\ 0 & 0 & \Delta_c \end{pmatrix}$$

avec

$$\delta_r = \begin{pmatrix} \delta_{r_1} I_{r_1} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{r_k} I_{r_k} \end{pmatrix}, \delta_c = \begin{pmatrix} \delta_{c_1} I_{r_1} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{c_l} I_{c_l} \end{pmatrix}, \text{ et } \Delta_c = \begin{pmatrix} \Delta_{c_1} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \Delta_{c_m} \end{pmatrix}$$

où  $\delta_{r_i} \in \mathbb{R}$ ,  $\delta_{c_i} \in \mathbb{C}$ , et  $\Delta_{c_i} \in \mathbb{C}^{c_i \times c_i}$ .

Le théorème du petit gain peut alors être adapté au cas des familles de systèmes avec des matrices d'incertitudes structurées. Il permet alors de donner un critère sur la matrice  $P$  permettant de garantir la robustesse de la stabilité de l'interconnexion de  $P$  avec  $\Delta$  pour toute matrice  $\Delta \in \underline{\Delta}$  de norme  $\mathcal{H}_\infty$  bornée.

**Théorème 2.1 (Théorème du petit gain structuré)** Soit la famille de systèmes bouclés  $(P, \Delta)$  où  $P(s)$  est une matrice de transfert stable et où  $\Delta(s)$  est une matrice de transfert stable telle que  $\Delta(j\omega) \in \underline{\Delta}$ . La famille de systèmes bouclés est stable pour tout  $\Delta$ , tel que  $\|\Delta\| \leq \beta$  si et seulement si

$$\forall \omega \in [0, +\infty[, \mu_{\underline{\Delta}}(P(j\omega)) \leq \frac{1}{\beta} \quad (2.8)$$

Ce théorème peut être utilisé pour l'évaluation de la robustesse des performances du régulateur  $K$  vis-à-vis d'incertitudes structurées. Pour ce faire le problème d'analyse de performance robuste est mis sous la forme standard représentée sur la fig.2.3, où la matrice  $\Delta$  incorpore les blocs d'incertitudes des paramètres du modèle et des blocs d'incertitudes fictifs supplémentaires associés aux objectifs de performances. Ces derniers sont intégrés dans le problème augmenté sous la forme de pondérations fréquentielles qui traduisent les spécifications du cahier des charges.

L'évaluation des performances robustes est alors équivalente à l'analyse de la stabilité robuste du bloc  $F_l(P, K)$  bouclé par le bloc  $\Delta$  de structure  $\underline{\Delta}$ .

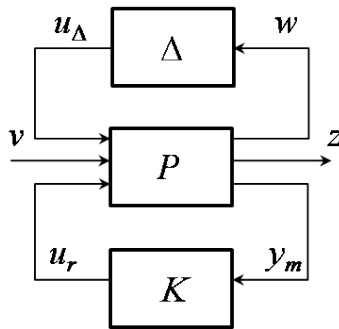


FIGURE 2.3 – Problème augmenté de performance robuste.

### 2.2.3 Application à la $\mu$ -analyse du modèle HIRM+ longitudinal

Le modèle HIRM+, acronyme de High-Incidence Research Model, possède les caractéristiques d'un avion de chasse avec une enveloppe de vol de très grande amplitude vis-à-vis des valeurs des angles d'incidence et de dérapage (respectivement  $-50^\circ$  à  $+120^\circ$  et  $-50^\circ$  à  $+50^\circ$ ). Les lois de commande classiques pour des angles d'incidence faibles à modérés sont généralement obtenues par des méthodes de synthèse linéaire en différents points de l'enveloppe de vol. Ces lois sont ensuite paramétrées en vitesse et altitude puis rassemblées en un seul régulateur à l'aide d'un séquençement de gains. Cette méthode est souvent longue et nécessite de plus des vérifications a posteriori de la stabilité et des performances du système bouclé hors des points de l'enveloppe de vol utilisés lors de la synthèse. Les techniques de commande non linéaire comme l'inversion dynamique constituent en ce sens une alternative intéressante qui a été explorée dans le cadre du projet FM(AG08) par E. Muir [Mui97b] et repris pour le projet FM(AG11) dans le modèle HIRM+ [Ben02]. Nous présentons maintenant le modèle de simulation HIRM+ haute fidélité et la commande RIDE associée à partir desquels nous déduisons un modèle simplifié utilisé par la suite pour faire la  $\mu$ -analyse de la loi de commande RIDE.

#### Modèle aérodynamique longitudinal

Le modèle longitudinal HIRM+ est un modèle de simulation haute fidélité à six degrés de liberté dont le vecteur d'état est défini par :

$$\xi = [\alpha, \beta, p, q, r, V_T, \theta, \phi, \psi, z, x, y]^T$$

où  $x$ ,  $y$ , et  $z$  sont les coordonnées du centre de masse de l'avion dans le référentiel terrestre ;  $V_T$ ,  $\alpha$ , et  $\beta$  correspondent respectivement à la vitesse dans le repère avion, l'angle d'incidence et le dérapage ;  $p$ ,  $q$ ,  $r$  sont les composantes du vecteur vitesse de rotation dans le repère avion et  $\theta$ ,  $\phi$ ,  $\psi$  les angles d'Euler permettant de déterminer le repère avion par rapport au repère terrestre. L'avion dispose de 7 entrées de commande indépendantes : la poussée de chaque moteur  $F$ , les positions des surfaces de déflexions ( $\delta_{TS}$ ,  $\delta_{TD}$ ,  $\delta_{CS}$ ,  $\delta_{CD}$ ,  $\delta_R$ ) et de l'aspiration sur la pointe avant. Dans le repère avion les forces extérieures (aé-

rodynamiques, gravitationnelles et de poussées) peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\rho S V_T^2 \begin{pmatrix} -C_X \\ C_Y \\ -C_Z \end{pmatrix} + mg \begin{pmatrix} -\sin \theta \\ 0 \\ \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix} + F \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

où  $C_X$ ,  $C_Y$ ,  $C_Z$  représentent les coefficients aérodynamiques mesurés à partir de tests en soufflerie et d'essais en vol ;  $\rho$  la masse volumique de l'air qui dépend de l'altitude,  $S$  la surface aérodynamique totale,  $M$  la masse de l'avion et  $g$  la gravité. De même la somme des moments appliqués au centre de masse s'écrit dans le repère avion :

$$\begin{pmatrix} L \\ M \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ M_T \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{2}\rho S V_T^2 \begin{pmatrix} bC_l \\ \bar{c}C_m \\ bC_n \end{pmatrix}$$

avec  $C_l$ ,  $C_m$ ,  $C_n$ , respectivement les coefficients de roulis, de tangage et de lacet, et  $L$ ,  $M$ ,  $N$  la projection de la somme des moments dans le repère avion,  $\bar{c}$  la corde moyenne,  $b$  l'envergure et  $M_T$  le moment dû à la position des moteurs. Pour le modèle HIRM+, ces coefficients sont définis de la manière suivante :

- $C_X$  est une fonction de  $\alpha$ ,  $\delta_{TS}$ , et  $\delta_{CS}$ .
- $C_Y$  est une fonction de  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $r$ ,  $p$ ,  $V_T$ ,  $\delta_{TS}$ ,  $\delta_{TD}$ ,  $\delta_R$ ,  $\delta_{CD}$ ,  $\delta_{CS}$  et de l'aspiration.
- $C_Z$  est une fonction de  $\alpha$ ,  $q$ ,  $V_T$ ,  $\delta_{TS}$ , et  $\delta_{CS}$ .
- $C_l$  est une fonction de  $\alpha$ ,  $\beta, r, p, q, V_T, \delta_{TS}, \delta_{TD}, \delta_R, \delta_{CD}, \delta_{CS}$  et de l'aspiration.
- $C_m$  est une fonction de  $\alpha$ ,  $q, V_T, \delta_{TS}, \delta_{CS}$  et de l'aspiration.
- $C_n$  est une fonction de  $\alpha, \beta, r, p, V_T, \delta_{TS}, \delta_{TD}, \delta_R, \delta_{CD}, \delta_{CS}$  et de l'aspiration.

Les forces et moments aérodynamiques dépendent de plus de la densité de l'air  $\rho$  qui est fonction de l'altitude  $-z$  lorsque l'on utilise un modèle atmosphérique standard. Ainsi, le modèle d'état est donné par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{V} = \frac{1}{m} (X \cos \alpha \cos \beta + Y \sin \beta + Z \sin \alpha \cos \beta) \\ \dot{\alpha} = q - r \sin \alpha \tan \beta - p \cos \alpha \tan \beta - \frac{X \sin \alpha}{m V_T \cos \beta} + \frac{Z \cos \alpha}{m V_T \cos \beta} \\ \dot{\beta} = -r \cos \alpha + p \sin \alpha + \frac{Y \cos \beta}{m V_T} - \frac{X \cos \alpha \sin \beta}{m V_T} - \frac{Z \sin \alpha \sin \beta}{m V_T} \\ \dot{x} = V_T \cos \beta \cos \alpha \cos \psi \cos \theta + V_T \sin \beta (\cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi) \\ \quad + V_T \cos \beta \sin \alpha (\sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi) \\ \dot{y} = V_T \cos \beta \cos \alpha \sin \psi \cos \theta + V_T \sin \beta (\sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi) \\ \quad + V_T \cos \beta \sin \alpha (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi) \\ \dot{z} = -V_T \cos \beta \cos \alpha \sin \theta + V_T \sin \beta \cos \theta \sin \phi + V_T \cos \beta \sin \alpha \cos \theta \cos \phi \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{p} = \frac{L + (I_y - I_z)qr}{I_x} + \frac{I_{xz}}{I_x} \left( pq + \frac{I_{xz}qr \left( \frac{I_y}{I_x} - 1 - \frac{I_z}{I_x} \right)}{I_z - \frac{I_{xz}^2}{I_x}} + \frac{pq \left( I_x - I_y + \frac{I_{xz}^2}{I_x} \right) + \frac{I_{xz}}{I_x} L + N}{I_z - \frac{I_{xz}^2}{I_x}} \right) \\ \dot{q} = \frac{M + (I_z - I_y)pr - I_{xz}(p^2 - r^2)}{I_y} \\ \dot{r} = \frac{I_{xz}qr \left( \frac{I_y}{I_x} - 1 - \frac{I_z}{I_x} \right) + pq \left( I_x - I_y + \frac{I_{xz}^2}{I_x} \right) + \frac{I_{xz}}{I_x} L + N}{I_z - \frac{I_{xz}^2}{I_x}} \\ \dot{\phi} = p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta \\ \dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \\ \dot{\psi} = q \frac{\sin \phi}{\cos \theta} + r \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{array} \right. \quad (2.9)$$

où  $I_x$ ,  $I_y$ ,  $I_z$  et  $I_{xz}$  représentent les éléments de la matrice d'inertie de l'avion  $I$ .

Dans la perspective de constituer un modèle pour l'analyse des lois de commande, nous avons d'effectué les hypothèses simplificatrices suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_X = f_1(\alpha) \\ C_Z = a_1\alpha + b_1 + f_2(\alpha) \frac{1}{2V} q\bar{c} \\ C_m = a_2\alpha + a_3\delta_{TS} + b_2 + f_3(\alpha) \frac{1}{2V} q\bar{c} \end{array} \right. \quad (2.10)$$

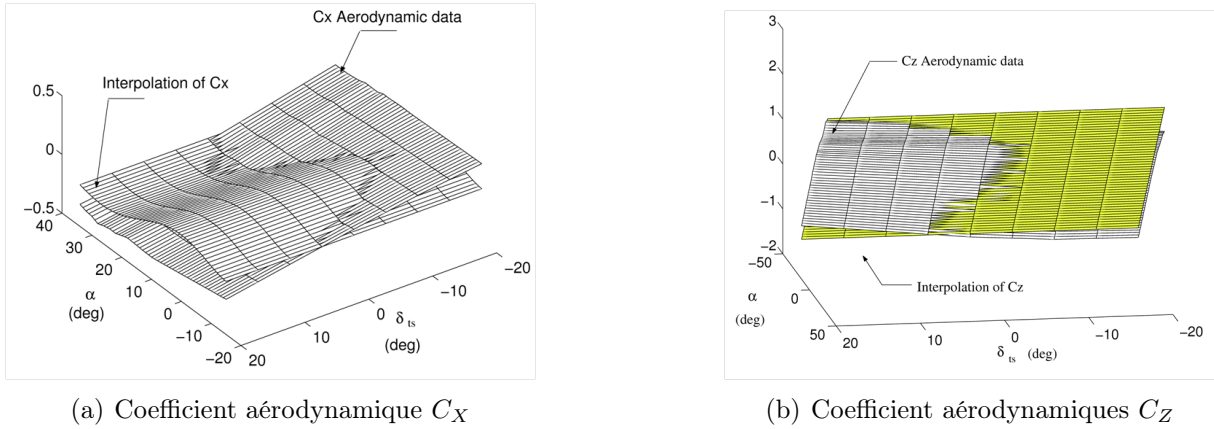
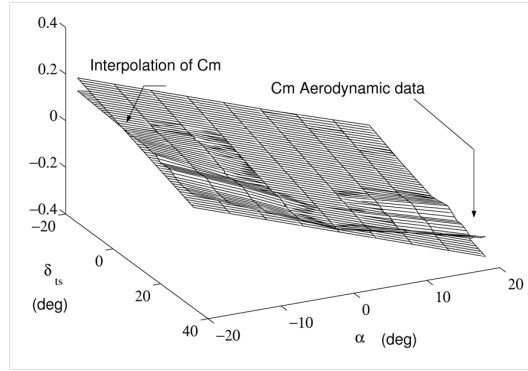
où  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$  sont des fonctions polynomiales et  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  des coefficients déterminés par interpolation polynomiale des tables aérodynamiques fournies avec le modèle HIRM+. Dans le cadre du projet GARTEUR FM(AG11), il a été décidé de considérer uniquement la commande longitudinale  $\delta_{TS}$  et de considérer  $\delta_{CS}$  égale à zéro. Les fonctions d'approximations sont alors données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1 = -13.6191\alpha^5 + 15.2716\alpha^4 - 0.4433\alpha^3 \\ \quad -2.9289\alpha^2 + 0.035310\alpha + 0.06561 \\ f_2 = -120.1437\alpha^4 + 43.9568\alpha^3 + 36.0977\alpha^2 + 1.1089\alpha + 6.848 \\ f_3 = 23.1430\alpha^5 + 166.9087\alpha^4 - 85.2654\alpha^3 \\ \quad -19.0724\alpha^2 + 4.1305\alpha - 5.4507 \\ a_1 = 4.05158, a_2 = -0.22065, a_3 = -0.61471, \\ b_1 = -0.5191, b_2 = -0.0517 \end{array} \right.$$

Les figures 2.4 et 2.5 représentent les résultats de ces interpolations en comparaison avec les coefficients aérodynamiques donnés avec le modèle HIRM+.

**Remarque 2.3** *L'interpolation du coefficient  $C_X$  effectuée ne dépend pas de  $\delta_{TS}$ . La prise en compte de cette dernière approximation se traduira par l'ajout d'un paramètre incertain lors de la procédure d'analyse.*

Pour  $\alpha < 21^\circ$ , le modèle est symétrique et il est légitime de pouvoir découpler les équations longitudinales et latérales. Le modèle longitudinal simplifié de HIRM+ (2.11) est obtenu


 FIGURE 2.4 – Coefficients aérodynamiques  $C_X$  et  $C_Z$  réels et interpolés.

 FIGURE 2.5 – Coefficient aérodynamique  $C_m$  réels et interpolés.

alors en utilisant les hypothèses de découplage classiques suivantes :  $\beta = 0$  rad,  $p = 0$  rad.s<sup>-1</sup>,  $r = 0$  rad.s<sup>-1</sup>,  $\phi = 0$  rad.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{V}_T = \frac{1}{m} (X \cos \alpha + Z \sin \alpha) \\ \dot{\alpha} = q + \frac{1}{mV_T} Z \cos \alpha \\ \dot{q} = \frac{M}{I_y} \\ \dot{\theta} = q \end{array} \right. \quad \text{où} \quad \begin{array}{l} X = -mg \sin \theta + 2F - \frac{1}{2} \rho V_T^2 S f_1(\alpha) \\ Z = mg \cos \theta - \frac{1}{2} \rho V_T^2 S \left( a_1 \alpha + b_1 + \frac{q\bar{c}}{2V_T} f_2(\alpha) \right) \\ M = M_T - \frac{1}{2} \rho V_T^2 S \bar{c} \left( a_2 \alpha + a_3 \delta_{ts} + b_2 + \frac{q\bar{c}}{2V_T} f_3(\alpha) \right) \end{array} \quad (2.11)$$

Nous retrouvons ainsi un modèle longitudinal non linéaire assez classique (cf [Boi98]) qui possède de plus la propriété d'être plat et qui va nous permettre d'effectuer une première analyse de la stabilité et des performances de la loi de commande RIDE que nous allons présenter dans le paragraphe suivant.

## Régulateur RIDE

La commande RIDE a été développée à partir de la méthode des perturbation singulières [SHB89] et de la pseudo-dérivation par bouclage [Phe77]. Ces deux approches utilisent une structure de régulateur Proportionnel Intégral multivariable et également un retour grand gain permettant d'obtenir le découplage et une dynamique de boucle fermée

voulus. Dans le cas du régulateur RIDE, le retour grand gain est remplacé par une estimation de la dynamique inverse de l'avion vis-à-vis des sorties commandées. Ainsi cette approche présente de fortes similitudes avec celle basée sur inversion dynamique et a été également appliqué pour la commande de missile [BC92] et d'avion à faible distance de décollage [BBB98]. La structure du régulateur implanté dans le simulateur HIRM+RIDE est représenté sur la figure suivante :

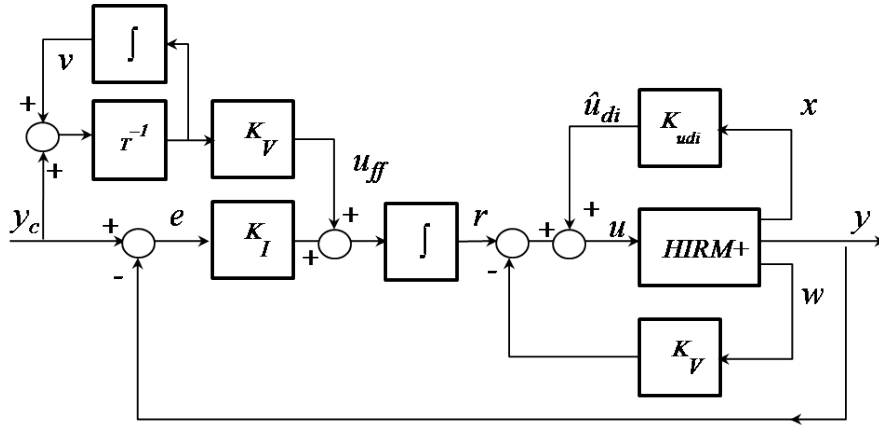


FIGURE 2.6 – Modèle HIRM+ avec la commande RIDE.

Dans le simulateur, les matrices de gains sont calculées à partir de la réalisation d'état  $\{A, B, C, D\}$  du modèle linéarisé HIRM+ pour un ensemble de pseudo points d'équilibre avec les vitesses de tangage et roulis  $p, q$  comme sorties et la position des gouvernes  $\delta_{ts}, \delta_n$  comme vecteur d'entrées [Mui97b]. Les expressions des matrices de gains du correcteur sont les suivantes :

$$\begin{cases} K_P = (CB)^{-1} 2Z_d\Omega_n \\ K_I = (CB)^{-1} \Omega_n^2 \\ K_V = (CB)^{-1} M \\ K_{udi} = (CB)^{-1} CA \end{cases} \quad (2.12)$$

où  $Z_d, \Omega_n$  sont des matrices diagonales contenant les amortissements et les fréquences propres de la boucle fermée et la matrice  $M$  contient les gains des entrées de pré-compensation. La constante de temps  $T$  correspond à la constante de temps du filtre passe-haut dans la partie précompensation.

### Platitude du modèle HIRM+ longitudinal bouclé par le régulateur RIDE

L'association du modèle HIRM+ et de la commande RIDE constitue un système plat. En effet à partir du modèle non linéaire d'analyse de HIRM, il est possible d'exprimer l'état et la commande en fonction de l'angle d'incidence  $\alpha$  et de l'angle d'assiette  $\theta$  de la

manière suivante :

$$\begin{cases} x_{H1} = V_T = \frac{1}{\rho S(a_1\alpha + b_1)} \left( -\frac{\rho S f_2(\alpha) \dot{\theta} \bar{c}}{4} - \frac{m(\dot{\alpha} - \dot{\theta})}{\cos \alpha} + \Delta_1^{\frac{1}{2}} \right) = \psi_{x_{H1}}(\alpha, \dot{\alpha}, \theta, \dot{\theta}) \\ x_{H2} = \alpha = \psi_{x_{H2}}(\alpha, \dot{\alpha}, \theta, \dot{\theta}) \\ x_{H3} = q = \dot{\theta} = \psi_{x_{H3}}(\alpha, \dot{\alpha}, \theta, \dot{\theta}) \\ x_{H4} = \theta = \psi_{x_{H4}}(\alpha, \dot{\alpha}, \theta, \dot{\theta}) \end{cases} \quad (2.13)$$

et pour la commande,

$$\begin{cases} u_{H1} = \delta_{ts} = \frac{M_T}{I_y} - \ddot{\theta} - \frac{1}{a_3} \left( a_2\alpha + b_2 + f_3(\alpha) \frac{\dot{\theta} \bar{c}}{2V_T} \right) = \psi_{u_{H1}}(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) \\ u_{H2} = F = \frac{m\dot{V}_T - Z \sin \alpha}{2 \cos \alpha} + \frac{1}{2} mg \sin \theta + \frac{1}{4} \rho V_T^2 S f_1(\alpha) = \psi_{u_{H2}}(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) \end{cases} \quad (2.14)$$

avec

$$\Delta_1 = \left( \frac{\rho S f_2(\alpha) q \bar{c}}{4} + \frac{m(\dot{\alpha} - q)^2}{\cos \alpha} \right) + 2\rho(a_1\alpha + b_1)mg \cos \theta$$

D'après la définition 2.1,  $\alpha$  et  $\theta$  constituent donc deux sorties plates pour le modèle d'analyse non linéaire de HIRM+.

Le correcteur RIDE défini dans [Mui97b] est fourni sous la forme d'un modèle d'état linéaire de dimension 4 paramétré en fonction du point du domaine de vol considéré. Il est alimenté par les quatre entrées  $q_d, \delta V, \delta \alpha, \delta q$  et fournit les entrées  $\delta_s, F$  au modèle HIRM. Ne disposant pas d'un modèle analytique mais que du modèle linéarisé suivant

$$\left( \begin{array}{c|c} A_r & B_r \\ \hline C_r & D_r \end{array} \right) \text{ où } C_r = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} \end{pmatrix} \text{ et } D_r = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} \end{pmatrix}$$

et avec  $A_r \in \mathbb{R}^{4 \times 4}, B_r \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ , nous avons considéré les quatre états du régulateur  $x_{R1}, x_{R2}, x_{R3}, x_{R4}$  comme des sorties plates. De ce modèle d'état, on déduit les expressions suivantes des entrées en fonction des sorties plates :

$$\begin{aligned} q_d &= \psi_{x_{Ur1}}(x_{R1}, \dots, x_{R4}, \dot{x}_{R1}, \dots, \dot{x}_{R4}) \\ V_r &= \psi_{x_{Ur2}}(x_{R1}, \dots, x_{R4}, \dot{x}_{R1}, \dots, \dot{x}_{R4}) \\ \alpha_r &= \psi_{x_{Ur3}}(x_{R1}, \dots, x_{R4}, \dot{x}_{R1}, \dots, \dot{x}_{R4}) \\ q_r &= \psi_{x_{Ur4}}(x_{R1}, \dots, x_{R4}, \dot{x}_{R1}, \dots, \dot{x}_{R4}) \end{aligned}$$

Le modèle résultant du bouclage du modèle HIRM avec la commande RIDE est représenté sur la Fig.2.7. Ce système bouclé est également plat. En effet toutes les entrées ainsi que les états du système bouclé peuvent s'écrire en fonction de  $\alpha, \theta, x_{R1}, x_{R2}, x_{R3}$  et d'un nombre fini de leurs dérivées. Ainsi, il est possible, à partir du bouclage sur la poussée  $F$ , d'exprimer l'état  $x_{R4}$  en fonction des sorties plates comme le montre l'équation suivante :

$$F = \psi_{u_{H2}} = C_{11}x_{R1} + C_{12}x_{R2} + C_{13}x_{R3} - C_{14}x_{R4} - D_{13}V - D_{14}\alpha - D_{15}q$$

d'où

$$x_{R4} = \psi_{x_{BF}}(\alpha, \dot{\alpha}, \theta, \dot{\theta}, x_{R1}, x_{R2}, x_{R3})$$



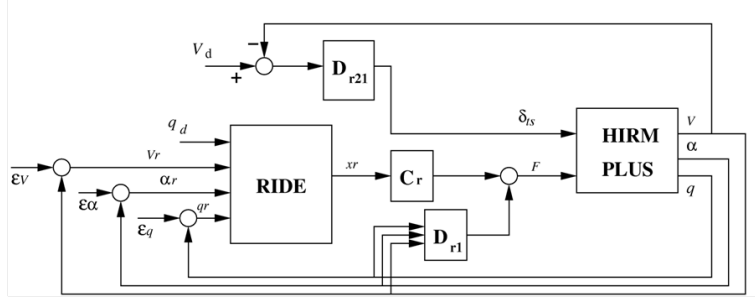


FIGURE 2.7 – Inversion dynamique non linéaire robuste.

De même les entrées de commande du système bouclé  $V_d, q_d, \varepsilon_\alpha, \varepsilon_V, \varepsilon_V$  peuvent s'exprimer en fonction des sorties plates de la façon suivante :

$$\begin{aligned} V_d &= \frac{D_{23}V - \psi_{u_{H1}}}{D_{22}} = \psi_{u_{H1}} + V = \psi_{u_{BF1}} \\ q_d &= \psi_{u_{R1}} = \psi_{u_{BF2}} \\ \varepsilon_V &= \psi_{u_{R2}} - \psi_{x_{H1}} = \psi_{u_{BF3}} \\ \varepsilon_\alpha &= \psi_{u_{R3}} - \alpha = \psi_{u_{BF4}} \\ \varepsilon_q &= \psi_{u_{R4}} - \psi_{x_{H3}} = \psi_{u_{BF5}} \end{aligned}$$

### Représentation LFT du modèle au voisinage de la trajectoire d'équilibre

Les erreurs de modèle et les incertitudes paramétriques sont prises en compte en introduisant les termes de perturbations suivant dans le modèle d'état non linéaire (2.11) :

$$\begin{cases} X = X_0 + \tilde{X} \\ Iy = Iy_0 + \tilde{I}y \\ M = M_0 + \tilde{M}_1 + \tilde{M}_2 \\ Z = Z_0 + \tilde{Z} \end{cases}$$

Les termes d'erreurs sur  $\tilde{X}$  et  $\tilde{Z}$  prennent en compte à la fois les incertitudes sur les coefficients aérodynamiques  $C_X$  et  $C_Z$  et les simplifications effectuées pour passer du modèle de simulation haute fidélité (2.9) au modèle d'analyse (2.11). Le terme  $\tilde{M}$  incorpore des incertitudes sur le coefficient aérodynamique  $C_m$  ( $\tilde{M}_1$ ) mais également un second terme  $\tilde{M}_2$  lié à la variation de la position du centre de gravité  $X_{cg}$  définie par :

$$\tilde{M}_2 = -x_{cgunc} C_Z \frac{\rho V_T^2 S}{2}$$

Le modèle linéaire de la dynamique de l'écart induit par les perturbations et les incertitudes de modèle est obtenu en effectuant une linéarisation formelle de l'expression non linéaire suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_{z1} \\ \dot{\varepsilon}_{z2} \\ \dot{\varepsilon}_{z3} \\ \dot{\varepsilon}_{z4} \\ \dot{\varepsilon}_{z5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1(z_1, \dots, z_5^3, v_1, \dots, v_5, \varepsilon_{z1}, \dots, \varepsilon_{z5}, \varepsilon_{v1}, \dots, \varepsilon_{v5}) \\ p_2(z_1, \dots, z_5^3, v_1, \dots, v_5, \varepsilon_{z1}, \dots, \varepsilon_{z5}, \varepsilon_{v1}, \dots, \varepsilon_{v5}) \\ p_3(z_1, \dots, z_5^3, v_1, \dots, v_5, \varepsilon_{z1}, \dots, \varepsilon_{z5}, \varepsilon_{v1}, \dots, \varepsilon_{v5}) \\ p_4(z_1, \dots, z_5^3, v_1, \dots, v_5, \varepsilon_{z1}, \dots, \varepsilon_{z5}, \varepsilon_{v1}, \dots, \varepsilon_{v5}) \\ p_5(z_1, \dots, z_5^3, v_1, \dots, v_5, \varepsilon_{z1}, \dots, \varepsilon_{z5}, \varepsilon_{v1}, \dots, \varepsilon_{v5}) \end{pmatrix}$$

où  $z_i^j = \frac{d^{j-1}z}{dt^{j-1}}$  et  $(z_1, \dots, z_5^3) = (z_1, z_2, z_3, z_4, \dot{z}_4, z_5, \dot{z}_5, \ddot{z}_5) = (x_1 r, x_2 r, x_3 r, \alpha, \dot{\alpha}, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$ .

Les termes  $p_1, p_2, p_3, p_4$  et  $p_5$  sont donnés par :

$$\begin{cases} p_1 = \tilde{\alpha} \\ p_2 = \tilde{q} + \frac{1}{m^2 V_T^2} \left( \left( \tilde{Z} \cos \alpha + \tilde{\alpha} (Z_0 + \tilde{Z}) \sin \alpha + \dot{\alpha} \tilde{Z} \sin \alpha \right) m V_T \dots \right. \\ \quad \left. - \dots \tilde{Z} \cos \alpha (\dot{V}_0 + \tilde{V}_T) m - \tilde{Z} \tilde{V}_T \cos(\alpha) m \right) \\ p_3 = 0 \\ p_4 = \tilde{q} \\ p_5 = \frac{\tilde{M} I_{Y_0} - \tilde{M} \tilde{I}_Y}{I_{Y_0} (I_{Y_0} + \tilde{I}_Y)} \end{cases} \quad (2.15)$$

où

$$\begin{cases} \tilde{q} = \frac{\tilde{M} I_{Y_0} - M_0 \tilde{I}_Y}{I_{Y_0} (I_{Y_0} + \tilde{I}_Y)} \\ \tilde{\alpha} = -\frac{(X_0 + \tilde{X}) \sin \alpha}{m V_T} + \frac{\tilde{Z} \cos \alpha}{m V_T} \\ \tilde{V} = \frac{\tilde{X} \cos \alpha}{m} + \frac{\tilde{Z} \sin \alpha}{m} \\ \tilde{Z} = -\frac{1}{2} \rho V_T^2 S \left[ a_1 \tilde{\alpha} + \frac{\tilde{f}_2(\alpha) q \bar{c} + f_2(\alpha) \tilde{q} \bar{c}}{2 V_T} - \frac{f_2(\alpha) q \bar{c} \tilde{V}_T}{2 V_T^2} \right] \dots \\ \quad \dots - \rho \tilde{V}_T V_T S \left( a_1 \alpha + b_1 + f_2(\alpha) \frac{q \bar{c}}{2 V_T} \right) \end{cases} \quad (2.16)$$

$$\text{avec } \tilde{f}_2(\alpha) = \frac{\partial f_2(\alpha)}{\partial t} \frac{\tilde{\alpha}}{\dot{\alpha}}.$$

En se basant sur la première méthode de Lyapunov, une analyse de stabilité peut être faite à partir de l'ensemble des modèles résultant de la linéarisation le long de la trajectoire nominale. Cet ensemble de modèles s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_{z1} \\ \dot{\varepsilon}_{z2} \\ \dot{\varepsilon}_{z3} \\ \dot{\varepsilon}_{z4} \\ \dot{\varepsilon}_{z5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{z1} \\ \varepsilon_{z2} \\ \varepsilon_{z3} \\ \varepsilon_{z4} \\ \varepsilon_{z5} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{14} & b_{15} \\ b_{24} & b_{25} \\ b_{34} & b_{35} \\ b_{44} & b_{45} \\ b_{54} & b_{55} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{v4} \\ \varepsilon_{v5} \end{pmatrix}$$

Les paramètres  $a_{ij}$  et  $b_{ij}$  évoluent en fonction de la position de l'avion sur la trajectoire considérée et sont définis par :

$$a_{ij} = \frac{\partial p_i}{\partial z_j} \quad \text{and} \quad b_{ij} = \frac{\partial p_i}{\partial v_j}$$

Le vecteur  $\theta_m = (a_{11m}, \dots, a_{55m}, b_{14m}, \dots, b_{55m})$  contient les valeurs moyennes des paramètres. Les amplitudes des variations sont notées ( $p_{aij}$  et  $p_{bij}$ ). Ainsi :

$$a_{ij} = a_{ijm} + p_{aij} \delta_{aij} \quad \text{et} \quad b_{ij} = b_{ijm} + p_{bij} \delta_{bij}$$

Si le système est défini par  $P = \begin{pmatrix} A_m & B_m \\ C_m & D_m \end{pmatrix}$  avec  $D_m = 0$  et

$$A_m = \begin{pmatrix} a_{11m} & a_{12m} & a_{13m} & a_{14m} & a_{15m} \\ a_{21m} & a_{22m} & a_{23m} & a_{24m} & a_{25m} \\ a_{31m} & a_{32m} & a_{33m} & a_{34m} & a_{35m} \\ a_{41m} & a_{42m} & a_{43m} & a_{44m} & a_{45m} \\ a_{51m} & a_{52m} & a_{53m} & a_{54m} & a_{55m} \end{pmatrix}, B_m = \begin{pmatrix} b_{14m} & b_{15m} \\ b_{24m} & b_{25m} \\ b_{34m} & b_{35m} \\ b_{44m} & b_{45m} \\ b_{54m} & b_{55m} \end{pmatrix}, C_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

alors le modèle augmenté de l'écart de trajectoire le long des trajectoires nominales est donné par :

$$P_{aug} = \left( \begin{array}{c|cc} A_m & B_1 & B_m \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_m & D_{21} & D_m \end{array} \right) \text{ et } \Delta = \begin{pmatrix} \delta_{a11} & 0 & \cdots & & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \delta_{b15} & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \delta_{a51} & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & & & \cdots & 0 & \delta_{b55} \end{pmatrix}$$

avec

$$B_1 = \begin{pmatrix} p_{a11} & \cdots & p_{b45} & 0 & \cdots & & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & p_{a21} & \cdots & p_{b25} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & & \cdots & 0 & p_{a31} & \cdots & p_{b35} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & & & & \cdots & 0 & p_{a41} & \cdots & p_{b45} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & & & & & & \cdots & 0 & p_{a51} & \cdots & p_{b55} \end{pmatrix}$$

$$C_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, C_1 = \begin{pmatrix} C_0 \\ C_0 \\ C_0 \\ C_0 \\ C_0 \end{pmatrix}, D_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D_{12} = \begin{pmatrix} D_0 \\ D_0 \\ D_0 \\ D_0 \\ D_0 \end{pmatrix}, D_{11} = 0, D_{21} = 0$$

Ce modèle est valable au voisinage de la trajectoire nominale et la  $\mu$ -analyse  $\mu_{\Delta}(P)$  nous permet de vérifier la stabilité du système au voisinage de la trajectoire réelle. Pour obtenir une analyse complète, il est nécessaire de définir un ensemble de trajectoires qui balaye le domaine de vol. Cet ensemble peut correspondre à toutes les trajectoires effectuées lors

des procédures d'essais en vol ou bien à un jeu de trajectoires réputées contraignantes par les pilotes d'essais afin d'effectuer un premier déverminage avant les campagnes de simulations. Ces trajectoires n'ayant pas été mises à notre disposition, la  $\mu$ -analyse n'a pas été effectuée. Néanmoins, l'ensemble de la démarche a été appliqué au cas d'un procédé hydraulique de laboratoire pour lequel nous avons élaboré une loi de commande robuste par inversion dynamique [LCB01b].

## 2.2.4 Bilan et perspectives

Cette étude a constitué pour nous une première expérience dans le domaine aérospatial et nous a permis de nous forger une culture aéronautique approfondie. Il est évident que bientôt 10 ans après, nous n'aborderions pas le problème de la même manière. Nous insisterions certainement plus auprès des partenaires du groupe GARTEUR pour utiliser plus d'informations concernant le régulateur RIDE et sortir de la contrainte imposée par le groupe d'utiliser uniquement le modèle linéarisé du régulateur RIDE sur des points de pseudo-équilibre afin d'affiner notre démarche d'analyse de robustesse de l'inversion robuste RIDE. Il n'en reste pas moins que nous avons proposé une démarche pour modéliser les écarts induits par les incertitudes de modèle pour un système linéarisé par inversion dynamique. La famille de modèles ainsi générée est mise sous une forme LFT. Cette représentation peut alors être utilisée pour vérifier la robustesse de la boucle fermée en termes de stabilité et de performances en utilisant la  $\mu$ -analyse.

D'une manière générale, l'analyse effectuée suppose que la famille de modèles considérée est une famille linéaire invariant dans le temps. Dans la pratique, lors de certaines manœuvres, cette hypothèse n'est plus valide et la famille de modèles à considérer est du type Linéaire à Paramètres Variants. La prise en compte de cet aspect peut alors permettre de déterminer un régulateur LPV plus performant qu'un régulateur robuste unique qui se doit de garantir un niveau de performances pour toute la famille de modèles considérée. Cette dernière remarque a constitué le point de départ de notre travail sur une loi de commande LPV pour l'ARD avec Astrium ST.



## 2.3 Synthèse de lois de commande LPV pour les systèmes plats

A partir de 2002, je me suis impliqué dans le développement d'une méthodologie de synthèse de lois de guidage à paramètres variants pour la phase hypersonique d'un véhicule de rentrée atmosphérique. Ce travail a été réalisé avec le concours de Madjid Zerar dans le cadre de sa thèse d'université que j'ai co-encadrée avec Ali Zolghadri. Cette méthodologie utilise la propriété de platitude du modèle longitudinal du système considéré et a été appliquée sur un modèle du démonstrateur Européen ARD (Atmospheric Re-entry Demonstrator) dont nous avons montré la propriété de platitude. La loi de guidage ainsi obtenue possède une bonne propriété de robustesse que ce soit en terme de stabilité ou de performances en présence de dispersions sur le point d'entrée de la trajectoire comme le montrent les analyses de Monte-Carlo effectuées. Le problème de synthèse de loi de guidage est formulé à l'aide d'inégalités matricielles linéaires puis résolu grâce aux outils de la programmation semi-définie positive.

### 2.3.1 Introduction et positionnement du problème

Les missions de rentrée atmosphérique présentent des défis dans plusieurs domaines des sciences et de l'ingénierie comme l'aéro-thermodynamique, les systèmes de protection thermique, les systèmes de contrôle de poussée et le développement des systèmes de guidage, navigation et contrôle [RA93]. Au cours de la rentrée hypersonique, la trajectoire du véhicule est déterminée de manière à respecter à la fois à des contraintes mécaniques (comme le facteur de charge, le flux thermique, la pression dynamique) et des contraintes de trajectoire (trajectoire sans rebond, arrivée à un point cible généralement prédéfini à Mach 2, etc.). Généralement, le système de guidage se compose d'un planificateur de trajectoire conçu pour répondre aux contraintes ci-dessus et d'un régulateur de suivi de trajectoire déterminé pour maintenir l'engin dans un proche voisinage de celle-ci, en dépit des incertitudes du modèle et des perturbations extérieures.

Depuis le début de la conquête spatiale, plusieurs systèmes de guidage ont été proposés dans la littérature pour résoudre le problème de la rentrée atmosphérique. Parmi ces lois de guidage, la plus connue est la loi de guidage utilisée pour les missions Appolo et US Shuttle [HG79, AJ83]. Cette dernière utilise un découplage entre la boucle interne pour le contrôle de la position de l'engin projetée au sol et la boucle externe qui contrôle la position latérale de l'engin vis-à-vis de la trajectoire. La gestion des forces de portance et de traînée aérodynamiques est obtenue par une modulation de la finesse de l'engin.

Les techniques d'inversion dynamique non linéaire sous-jacentes dans l'approche précédente ont été formalisée par la suite pour résoudre le problème de guidage dans un cadre général (voir, par exemple [MK94, Lu97]). Plus récemment, dans le cadre de la commande optimale appliquée au problème de la rentrée atmosphérique et à la suite des idées de Nicolas Petit [PMM01] (voir également [MHJ<sup>+</sup>03, CP08]), T. Neckel *et al.* [NTP03] ont utilisé l'inversion non linéaire pour traduire le problème d'optimisation de trajectoire dans

un espace de dimension inférieure. Néanmoins les équations couplées et non linéaires de guidage considérées dans cette étude ne sont pas plates mais sont partiellement inversibles.

A partir des idées précédentes, nous avons développé une approche originale pour concevoir une loi de guidage valide tout au long de la phase hypersonique utilisant à la fois la propriété de platitude du modèle non couplé utilisé dans [HG79] et les outils de la commande des systèmes linéaires à paramètres variants (LPV) [AG95, BAG97].

Par la suite, nous présentons dans un cadre général la méthodologie proposée. Cette démarche est alors appliquée à la synthèse d'une loi de guidage d'un véhicule de rentrée faiblement planant et quelques résultats de simulations sont présentés.

### 2.3.2 Poursuite de trajectoire pour les systèmes plats

La poursuite de trajectoire pour les systèmes plats peut être vue comme un processus en trois étapes dans lequel les trajectoires de référence des sorties plates peuvent se déduire des trajectoires de référence, générées par un outil de planification (pas nécessairement basé sur la platitude). Alors, sans avoir à résoudre d'équation différentielle, les entrées de référence correspondantes peuvent être déterminées avec une faible charge de calcul à l'aide d'un bloc d'inversion (bloc de pré-compensation). Enfin, pour réduire les effets des perturbations exogènes et des incertitudes de modèle, une boucle de rétroaction est nécessaire, comme cela est représenté à la Fig. (2.8). Dans ce schéma à deux degrés

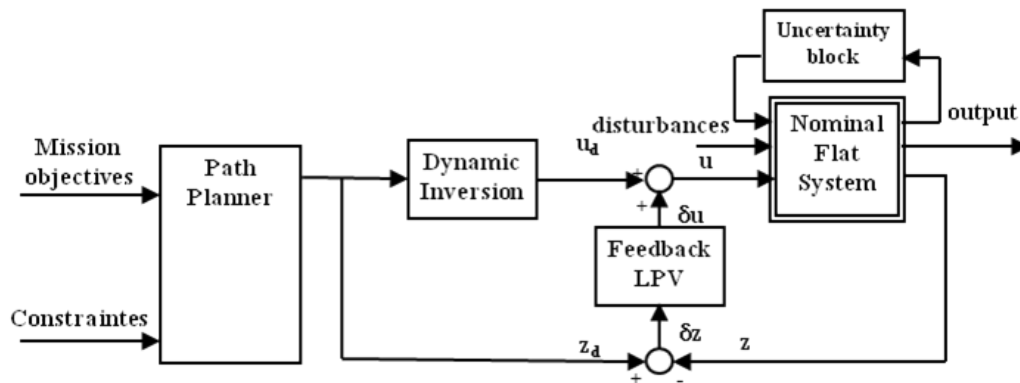


FIGURE 2.8 – schéma à 2 degrés de liberté pour la génération et la poursuite de trajectoire

de liberté, introduit initialement dans [vNM95] pour les systèmes plats, la commande  $u$  contient un terme correctif  $\delta u$  dépendant de l'écart sur les sorties plates  $\delta z$  et de la commande de référence de pré-compensation  $u_d$ , issue du bloc d'inversion dynamique. Pour réaliser la synthèse de cette boucle de commande, il est nécessaire de disposer d'un modèle dynamique entre l'écart sur les sorties plates noté  $e$  et l'entrée de commande  $\delta u$ . Ce modèle non linéaire décrit l'erreur liée à la différence entre la dynamique réelle du système perturbé et la dynamique du modèle de référence correspondant à la trajectoire  $(x_d, u_d)$ . Ce dernier sera approximé par la suite par un modèle linéaire à paramètres variants.

### Détermination du modèle non linéaire de l'erreur de poursuite

Soit le système plat avec  $m$  sorties plates  $z_1, \dots, z_m$  et  $\rho_i$  les nombres caractéristiques associés définis par :

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (2.17)$$

avec  $x$  le vecteur d'état de dimension  $n$ , et  $u$  le vecteur de commande de dimension  $m$  et  $f(\cdot)$  une fonction non linéaire lisse.

La proposition suivante permet de caractériser la variation de l'état  $\delta x$  autour de sa valeur nominale, induite par des variations sur les conditions initiales.

**Proposition 2.1** Soit  $e = (e_{11}, \dots, e_{1\rho_1}, \dots, e_{m1}, \dots, e_{m\rho_m})$  le vecteur d'état du modèle non linéaire de l'écart induit par des variations des conditions initiales de l'état au voisinage des trajectoires de références  $(x_d, u_d)$ . Ce dernier est défini par :

$$\forall i = 1, \dots, m \quad e_{i,j} = z_i^{(j-1)} - z_{id}^{(j-1)}, \quad j = 1, \dots, \rho_i \quad (2.18)$$

avec  $z_{id}^{(j)}$  la  $j^{\text{ième}}$  dérivée de la sortie plate désirée  $z_{id}$  et  $z_i^{(j)}$  la  $j^{\text{ième}}$  dérivée de la sortie plate du système  $z_i$ . Alors, le modèle d'état non linéaire de l'écart est donné par :

$$\forall i = 1, \dots, m \quad \begin{cases} \dot{e}_{i,j} = e_{i,j+1}, & j = 1, \dots, \rho_i - 1 \\ \dot{e}_{i,\rho_i} = \alpha_{i,\rho_i}(z_d + e, \bar{u}_d + \delta u) - \dot{z}_{id}^{(\rho_i)} \\ \delta z_i = e_{i,1} \end{cases} \quad (2.19)$$

avec  $\alpha_{i,\rho_i}$  défini par :

$$\alpha_{i,\rho_i} = L_{f(x,u)}^{\rho_i} z_i \quad (2.20)$$

$L_{f(x,u)}^{\rho_i} z_i$  correspond à la  $\rho_i^{\text{ième}}$  dérivée de Lie de  $z_i$  le long du champ de vecteur  $f(x, u)$ , et  $\bar{u} = (u, \dot{u}, \dots, u^{(\alpha)}, \dots)$ .

En effet, si l'on considère que la trajectoire de référence du système non linéaire plat est donnée par  $z_d$ , en utilisant les équations  $\psi_x$  et  $\psi_u$  (cf. (2.2) de la définition de la platitude), l'état de référence  $x_d$  et la commande de référence associée  $u_d$  peuvent être déterminés par :

$$\begin{cases} x_d(t) = \Psi_x \left( z_{1d}, \dots, z_1^{(\rho_1)}, \dots, z_{md}, \dots, z_1^{(\rho_m)} \right) \\ u_d(t) = \Psi_u \left( z_{1d}, \dots, z_1^{(\rho_1+1)}, \dots, z_{md}, \dots, z_1^{(\rho_m+1)} \right) \end{cases} \quad (2.21)$$

Maintenant, considérons le nouveau jeu de coordonnées  $\xi$  défini à partir des sorties plates et de leur dérivées de la manière suivante :

$$\forall i = 1, \dots, m, \quad \xi_{i,j} = z_i^{(j-1)}, \quad j = 1, \dots, \rho_i \quad (2.22)$$

En utilisant ce changement de coordonnées, le système non linéaire plat peut s'écrire sous la forme du modèle non linéaire équivalent suivant : (voir, e. g. [FLMR90], [HD03] pour plus de détails) :

$$\forall i = 1, \dots, m, \quad \begin{cases} \dot{\xi}_{i,j} = \xi_{i,j+1}, & j = 1, \dots, \rho_i - 1 \\ \dot{\xi}_{i,\rho_i} = \alpha_{i,\rho_i}(\xi, \bar{u}) \end{cases} \quad (2.23)$$



tel que  $(\xi_{1,1}, \dots, \xi_{m,\rho_m})$  représente le nouvel état du système non linéaire (2.23) et  $\alpha_{i,\rho_i}$  est une fonction lisse définie par :

$$\alpha_{i,\rho_i}(\xi, \bar{u}) = L_f^{\rho_i}(x, u)z_i(x, \bar{u}) \quad (2.24)$$

L'application de la de la commande de référence  $u_d$  obtenue à partir de (2.21) au modèle non linéaire équivalent (2.23) nous permet d'obtenir un modèle du système plat (2.17) qui peut s'écrire de la façon suivante :

$$\forall i = 1, \dots, m, \begin{cases} \dot{\xi}_{(i,j)d} = \xi_{(i,j+1)d}, & j = 1, \dots, \rho_i - 1 \\ \dot{\xi}_{(i,\rho_i)d} = \alpha_{i,\rho_i}(\xi_d, \bar{u}_d) \end{cases} \quad (2.25)$$

avec  $\xi_d$  et  $u_d$  représentant respectivement le nouvel état de référence  $\xi$  et la commande associée  $u$ . En considérant l'écart  $e_{i,j} = \xi_{i,j} - \xi_{(i,j)d} = z_i^{(j)} - z_{id}^{(j)}$  induit par la différence entre la dynamique du système (2.23) et la dynamique de référence du modèle de référence (2.25), le modèle non linéaire de l'écart s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \dot{e}_{11} \\ \vdots \\ \dot{e}_{m\rho_m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\xi}_{11} - \dot{\xi}_{(11)d} \\ \vdots \\ \dot{\xi}_{m\rho_m} - \dot{\xi}_{(m\rho_m)d} \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

Maintenant, si l'on considère le vecteur de commande  $u$  nécessaire pour maintenir le système sur la trajectoire de référence :

$$u = u_d + \delta u \quad (2.27)$$

et en combinant les expressions (2.23), (2.25) et (2.27), le modèle non linéaire de l'écart (2.26) peut se mettre sous la forme suivante :

$$\forall i = 1, \dots, m \begin{cases} \dot{e}_{i,j} & = e_{i,j+1}, & j = 1, \dots, \rho_i - 1 \\ \dot{e}_{(i,\rho_i)d} & = \alpha_{i,\rho_i}(\xi_d + e, \bar{u}_d + \delta u) - \dot{\xi}_{(i,\rho_i)d} \\ & = \alpha_{i,\rho_i}(\xi_d + e, \bar{u}_d + \delta u) - \dot{z}_{id}^{(\rho_i)} \end{cases} \quad (2.28)$$

## Détermination du modèle LPV de l'erreur de poursuite

A partir du résultat précédent, un modèle LPV peut être déterminé en effectuant une linéarisation formelle au premier ordre le long de la trajectoire de référence. Ce modèle peut se mettre sous la forme canonique suivante :

$$\begin{pmatrix} \delta \dot{e}_1 \\ \vdots \\ \delta \dot{e}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{1,1} & \dots & A_{1,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m,1} & \dots & A_{m,m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta e_1 \\ \vdots \\ \delta e_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_{1,1} & \dots & B_{1,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{m,1} & \dots & B_{m,m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta u_1 \\ \vdots \\ \delta u_m \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

avec :

$$A_{i,j} = \begin{pmatrix} 0 & \delta_{i,j} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \delta_{i,j} \\ a_{i,j,1} & \dots & \dots & \dots & a_{i,j,\rho_i} \end{pmatrix} \quad \text{avec } a_{i,j,k} = \left. \frac{\partial \alpha_{i,\rho_i}(\xi_d + e, \bar{u} + \delta u)}{\partial e_{j,k}} \right|_{\xi_d, \bar{u}_d} \quad (2.30)$$

où  $\delta_{ij}$  représente le symbole de Kronecker.

$$B_{i,j} = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{i,j} & \dots & b_{i,j} \end{pmatrix} \text{ avec } b_{i,j} = \left. \frac{\partial \alpha_{i,\rho_i}(\xi_d + e, \bar{u} + \delta u)}{\partial \delta u_j} \right|_{\xi_d, \bar{u}_d} \quad (2.31)$$

La sortie plate de référence  $z_d$  et la commande de référence associée  $u_d$  étant connues par avance grâce au module de génération de trajectoire, les éléments  $a_{i,j,k}$  et  $b_{i,j}$  peuvent alors être exprimés comme des fonctions dépendant exclusivement du temps. Par conséquent le modèle LTV (2.29) peut être vu comme un modèle LPV décrit par les équations d'état suivantes :

$$\dot{\delta e} = A(a_{i,j,k}, b_{i,j})\delta e + B(a_{i,j,k}, b_{i,j})\delta u \quad (2.32)$$

où  $\delta e$  est le nouveau vecteur d'état,  $\delta u$  est le nouveau vecteur de commande et  $(a_{i,j,k}, b_{i,j})$  est le vecteur des paramètres mesurables (réel et variant dans le temps).

### Détermination du régulateur LPV

Il existe plusieurs approches possibles pour déterminer un régulateur LPV une fois que le modèle LPV du système est déterminé. Nous avons dans notre cas utilisé une technique basée sur la synthèse  $\mathcal{H}_\infty$  ainsi qu'une représentation linéaire fractionnaire (LFT) [GS96] du modèle LPV (voir Fig.2.9) pour déterminer le régulateur.

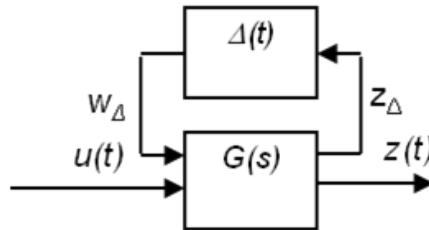


FIGURE 2.9 – représentation LFT haute

Le problème de synthèse est alors formulé et résolu au moyen d'inégalités linéaires matricielles (LMI) (voir [AG95]).

### 2.3.3 Application à une capsule de rentrée

La méthodologie précédente est appliquée à la synthèse d'une loi de guidage pour une capsule de rentrée atmosphérique lors de la phase hypersonique.

#### Description du démonstrateur de rentrée

L'ARD, acronyme de Atmospheric Reentry Vehicle, a effectué avec succès son premier vol fin 98 dans le cadre du programme de vol expérimental mis en place par l'Agence

Spatiale Européenne (ESA). Les objectifs principaux du programme ARD portaient sur la validation en vol de choix techniques et technologiques nécessaires pour le retour orbital et, plus précisément, la pertinence des modèles aérodynamiques, l'efficacité des systèmes de protection thermique, la performance et la robustesse des logiciels embarqués de guidage, de navigation et de commande (GNC). La mission ARD était décomposée en 4 phases de vol : la phase de montée, la phase balistique, la phase hypersonique (allant de 120 km d'altitude jusqu'à Mach 2) et la descente finale sous parachute.

L'ARD a une forme semblable à la capsule Apollo (cf. Fig. 2.10) avec un facteur d'échelle d'environ 70%. Le diamètre maximum est de 2.80 m pour une hauteur de 2.40 m et une masse totale de 2800 kg [PCF<sup>+</sup>96].



FIGURE 2.10 – Atmospheric Re-entry Demonstrator (ARD)

### Modèle non linéaire du véhicule

Le modèle non linéaire considéré ici est issu de [VBC80], Betts [Bet01] et a été aussi utilisé dans [NTP03]. Afin de faciliter la synthèse de la loi de guidage, nous considérons que la dynamique de vol du véhicule de rentrée est estimée par le mouvement de translation et de rotation d'un corps rigide vis-à-vis d'une terre sphérique et stationnaire. La dynamique de l'ARD est ainsi définie par un ensemble d'équations simplifiées obtenues en négligeant les forces de Coriolis et d'Euler :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{R} = V \sin \gamma \\ \dot{\theta} = \frac{V \cos \gamma \sin \chi}{R \cos \theta} \\ \dot{\phi} = \frac{V \cos \gamma \sin \chi}{R} \\ \dot{V} = -\frac{D(\alpha, M)}{m_v} - g \sin \gamma \\ \dot{\gamma} = \frac{L(\alpha, M, \mu)}{m_v V} \cos \mu + \left( \frac{V}{R} - \frac{g}{V} \right) \cos \gamma \\ \dot{\psi} = \frac{L(\alpha, M) \sin \mu}{m_v V \cos \gamma} + \frac{V}{R} \cos \gamma \sin \psi \tan \theta \end{array} \right. \quad (2.33)$$

avec  $R$  la distance radiale entre le centre de la Terre et le véhicule,  $\theta$  la longitude,  $\phi$  la latitude,  $V$  la vitesse,  $m_v$  la masse du véhicule,  $\gamma$  la pente sur la trajectoire et  $\psi$

l'azimut mesuré par rapport au Nord géographique compté positif dans le sens horaire. De plus, nous avons utilisé un modèle simplifié de la gravité donné par  $g = \frac{\mu_T}{R^2}$ , où  $\mu_T$  est le facteur gravitationnel terrestre.  $L(\alpha, M)$  et  $D(\alpha, M)$  représentent respectivement les forces de portance et de trainée qui sont données par :

$$\begin{cases} L(\alpha, M) = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L(\alpha, M) \\ D(\alpha, M) = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D(\alpha, M) \end{cases} \quad (2.34)$$

avec  $\alpha$  l'angle d'incidence et  $M = \frac{V}{V_s}$  le nombre de Mach ( $V_s$  représente la vitesse du son). De plus,  $S$  est la surface aérodynamique de référence du véhicule,  $C_L$  et  $C_D$  sont les coefficients aérodynamiques de portance et de trainée. Afin de décrire les propriétés physiques de l'atmosphère, une version simplifiée du modèle standard US 76 [oEttSA76] a été utilisée. Dans ce modèle,  $\rho$  représente la densité atmosphérique de l'air, telle que :

$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{R - R_e}{h_{ref}}\right) \quad (2.35)$$

où  $\rho_0$  est la densité atmosphérique de l'air au niveau de la mer,  $R_e$  est le rayon équatorial moyen et  $h_{ref}$  l'altitude de référence choisie pour que le modèle décrive au mieux les couches supérieures de l'atmosphère. La finesse  $L/D$  est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{L}{D} = \frac{C_L(\alpha, M)}{C_D(\alpha, M)} \quad (2.36)$$

Durant la phase hypersonique de la rentrée, la masse  $m_v$  est supposée constante. D'autre part, l'angle  $\alpha$  est asservi par la boucle de pilotage au voisinage de l'incidence d'équilibre, qui, pour un nombre de Mach donné, est déterminé uniquement par la forme et la configuration du véhicule (position du centre de masse). Par conséquent, les coefficients de portance et de trainée, ainsi que la finesse, peuvent être considérés comme des fonctions du nombre de Mach  $M$  uniquement. Ces derniers, obtenus à partir des données aérodynamique d'Apollo, ([HG70]) sont représentés sur la Fig. 2.11.

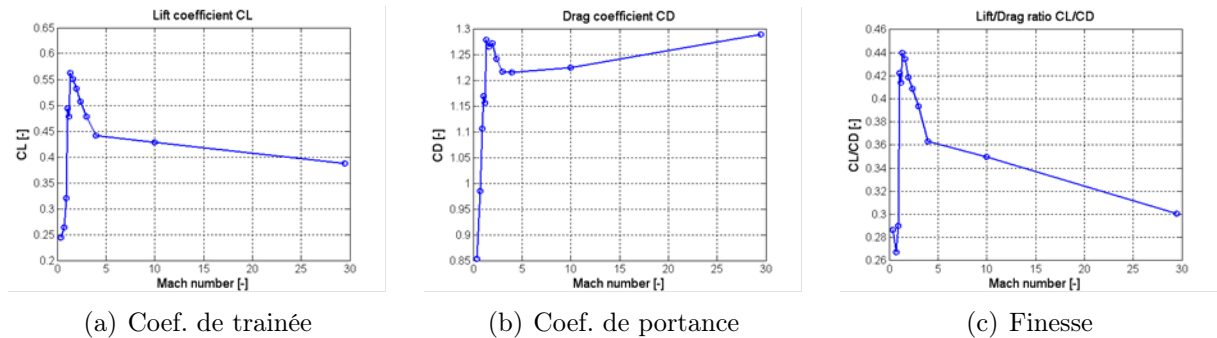


FIGURE 2.11 – Coefficients aérodynamiques et finesse en fonction du nombre de Mach

Il faut préciser que certains véhicules ne sont commandés que par une modulation de l'angle de gîte tandis que d'autres utilisent à la fois la modulation de l'angle de gîte et de

l'angle d'incidence. Durant le vol réel de l'ARD, la modulation de l'angle d'incidence n'a pas été considérée, excepté quelques excursions prédéfinies et limitées au cours des phases de renverse de roulis. Pour cette étude, nous avons considéré que le cosinus de l'angle de gîte  $\cos \mu$  et le coefficient de trainée  $C_D(M)$  pouvaient être considérés comme les entrées du système.

Il nous a fallu dans un premier temps vérifier la platitude du modèle dynamique de l'ARD. Dans [NTP03], les auteurs ont utilisé le critère des variétés réglées (introduite par P. Rouchon dans [Rou94]) et ont montré que le modèle non linéaire couplé, incluant les dynamiques longitudinale et latérale, n'est pas plat. Néanmoins, en utilisant les hypothèses de Harpold [HG79], il est possible de considérer que les dynamiques longitudinale et latérale sont découplées et alors d'utiliser la propriété de platitude de ce modèle découplé. Le conservatisme induit par cette hypothèse peut être pris en compte lors de la synthèse de la boucle de commande en ajoutant des contraintes supplémentaires.

### Propriété de platitude du modèle longitudinal de l'ARD

Le modèle longitudinal de l'ARD se déduit des équations non linéaires (2.33) de la manière suivante. Sous l'hypothèse d'une terre sphérique et non tournante, on introduit une nouvelle variable  $X$  qui représente la distance projetée, i.e. la coordonnée curviligne le long de la trace au sol relative au repère géocentrique. De plus, si les dynamiques longitudinale et latérale sont supposées découplées, les équations de la dynamique longitudinale sont données par :

$$\begin{cases} \dot{R} = V \sin \gamma \\ \dot{X} = V \cos \gamma \\ \dot{V} = -\frac{1}{2} \frac{\rho S V^2}{m} C_D(M) - g \sin \gamma \\ \dot{\gamma} = \frac{1}{2} \frac{\rho S V^2}{m} C_L(M) \cos \mu + \left( \frac{V}{R} - \frac{g}{V} \right) \cos \gamma \end{cases} \quad (2.37)$$

Le modèle non linéaire (2.37) comporte quatre états  $(R, X, V, \gamma)$  et deux commandes  $C_D(M)$  and  $\cos \mu$ . Pour ce modèle longitudinal, les sorties plates candidates sont la distance radiale  $R$  et la position projetée  $X$ , notées respectivement  $z_1$  et  $z_2$  dans la suite. Alors, les entrées du systèmes  $(C_D(M), \cos \mu)$  et les variables d'état  $(V, \gamma)$  peuvent s'écrire comme des fonctions des sorties plates candidates  $z_1, z_2$  et de leur dérivées premières et secondes, de la manière suivante :

$$\begin{cases} R = z_1 \\ X = z_2 \\ V = \sqrt{z_1^2 + z_2^2} \\ \gamma = \arctan \frac{z_1}{z_2} \end{cases} \quad (2.38)$$

A partir de l'équation (2.37), le coefficient de trainée  $C_D$  et le cosinus de l'angle de gîte  $\cos \mu$  peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} C_D = \frac{2m_v(-\dot{V} - g \sin \gamma)}{\rho V^2 S} \\ \cos \mu = \frac{2m_v}{\rho V(L/D)C_D} \left( \dot{\gamma} - \left( \frac{V}{R} - \frac{g}{V} \right) \cos \gamma \right) \end{cases} \quad (2.39)$$

De plus  $\dot{V}$  and  $\dot{\gamma}$  peuvent s'exprimer comme des fonctions des sorties plates et d'un nombre fini de leurs dérivées temporelles :

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{\dot{z}_1 z_1 + \dot{z}_2 z_2}{\sqrt{z_1^2 + z_2^2}} \\ \dot{\gamma} = \frac{\dot{z}_1 z_1 - \dot{z}_2 z_2}{z_2^2 \left(1 + \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2\right)} \end{cases} \quad (2.40)$$

Ainsi, les entrées de commandes peuvent également être exprimées comme des fonctions des sorties plates et d'un nombre fini de leurs dérivées temporelles.

**Remarque 2.4** *La commande du mode latéral est obtenue par plusieurs renverses de roulis le long de la trajectoire, ce qui revient à inverser le signe de l'angle de gîte pour rester dans un corridor latéral  $\Delta\psi$  typiquement défini en fonction de  $V$ . Pour plus de détails sur ce dernier point, voir [HG79].*

La propriété de platitude du modèle considéré peut maintenant être utilisée pour générer les commandes de référence sans avoir à résoudre d'équations différentielles. Pour calculer les états de référence  $(V_d, \gamma_d)$  et les commandes associées  $(C_{Dd}, \cos \mu_d)$ , nous utiliserons les sorties plates de référence  $R_d$  et  $X_d$  représentées sur la Fig. 2.12. Ces trajectoires ont été obtenues à l'aide d'un outil de génération de trajectoire industriel garantissant le respect de contraintes comme le flux thermique, la pression dynamique, le facteur de charge et l'équilibrage de l'engin [PCF<sup>+</sup>96]. Alors, en utilisant les équations (2.39) et (2.40), on obtient les trajectoires de référence représentées sur les Fig. 2.13 et 2.14.

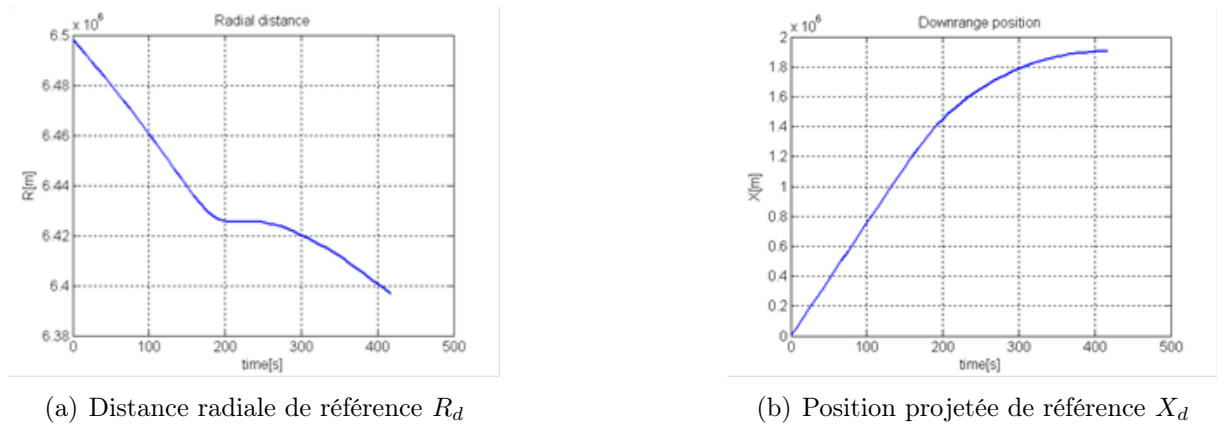


FIGURE 2.12 – Trajectoires de référence des sorties plates

Nous allons maintenant détailler l'application de la méthodologie proposée pour la synthèse du régulateur de poursuite au cas du régulateur de guidage de l'ARD.

### Modélisation LPV et synthèse du régulateur

Le but ici est d'obtenir à partir du modèle longitudinal de l'ARD le long d'une trajectoire de référence un modèle LPV. Dans un premier temps, considérons le changement

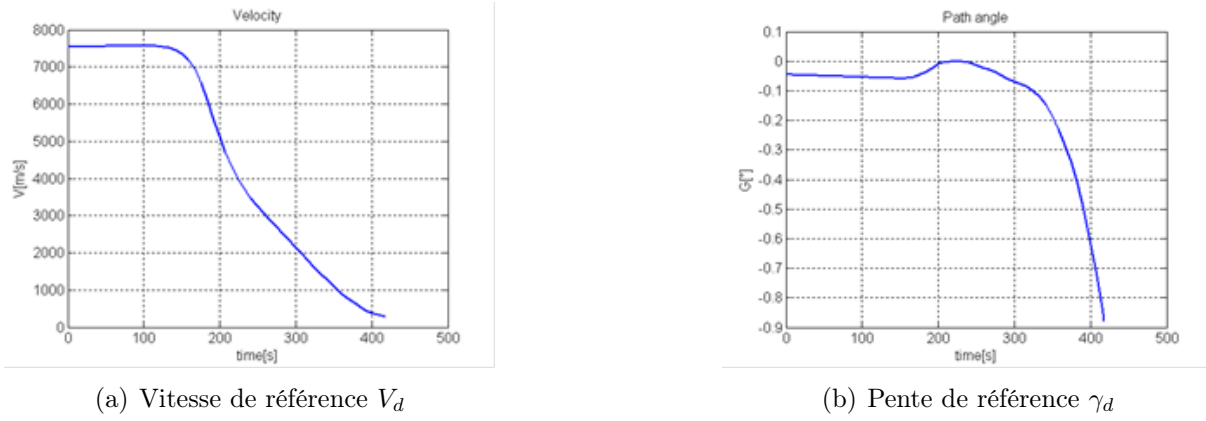


FIGURE 2.13 – Trajectoires de référence de l'état

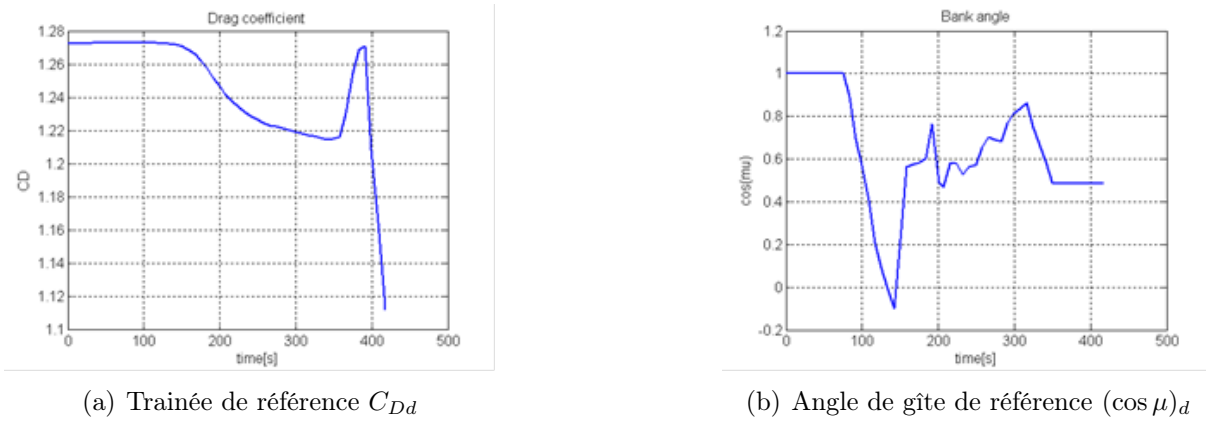


FIGURE 2.14 – Commandes de référence

de coordonnées  $\xi$  des sorties plates :

$$\xi = [\xi_{11}, \xi_{12}, \xi_{21}, \xi_{21}]^T = [z_1, \dot{z}_1, z_1, \dot{z}_2]^T = [R, V \sin \gamma, V \cos \gamma]^T \quad (2.41)$$

En utilisant le difféomorphisme précédant  $\xi$ , le modèle non linéaire plat (2.37) peut s'écrire sous la forme suivante ([ZCZ04b])

$$\begin{cases} \dot{\xi}_{11} = \xi_{12} \\ \dot{\xi}_{12} = \left[ -\frac{1}{2m}\rho S V^2 C_D - g \sin \gamma \right] \sin \gamma + \dots \\ \dots V \left[ -\frac{1}{2m}\rho S V^2 \frac{L}{D} C_D \cos \mu + \left( \frac{V}{R} - \frac{g}{v} \right) \cos \gamma \right] \cos \gamma \\ \dot{\xi}_{21} = \xi_{22} \\ \dot{\xi}_{22} = \left[ -\frac{1}{2m}\rho S V^2 C_D - g \sin \gamma \right] \cos \gamma \dots \\ \dots V \left[ -\frac{1}{2m}\rho S V^2 \frac{L}{D} C_D \cos \mu + \left( \frac{V}{R} - \frac{g}{v} \right) \cos \gamma \right] \sin \gamma \end{cases} \quad (2.42)$$

Considérons  $\xi_{11_d}, \xi_{12_d}, \xi_{21_d}, \xi_{21_d}$  comme des référence pour les états  $\xi_{11}, \xi_{12}, \xi_{21}, \xi_{21}$ . La

dynamique de l'écart de modèle est alors décrite par :

$$\begin{cases} \dot{e}_{11} = e_{12} \\ \dot{e}_{12} = \dot{\xi}_{12} - \dot{\xi}_{12_d} \\ \dot{e}_{21} = e_{22} \\ \dot{e}_{22} = \dot{\xi}_{22} - \dot{\xi}_{22_d} \end{cases} \quad (2.43)$$

Le modèle ainsi obtenu est non linéaire et dépend des sorties plates. Pour obtenir un modèle linéaire, nous avons effectué une linéarisation formelle de l'équation (2.43) le long des trajectoires désirées  $\xi_d, C_{D_d}$  et  $\cos\mu_d$ . Pour ce faire, il est pratique d'utiliser un outil permettant le calcul symbolique comme par exemple MAPLE™. En utilisant les notations introduites dans le paragraphe précédent, le modèle LPV peut s'écrire sous la forme d'état suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{e}_{11} \\ \dot{e}_{12} \\ \dot{e}_{21} \\ \dot{e}_{22} \\ \frac{\delta z_1(t)}{\delta z_2(t)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{21}(t) & A_{22}(t) & 0 & A_{24}(t) & B_{21}(t) & B_{22}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ A_{41}(t) & A_{42}(t) & 0 & A_{44}(t) & B_{41}(t) & B_{42}(t) \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ e_{21} \\ e_{22} \\ \frac{\delta u_1(t)}{\delta u_2(t)} \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

où  $A_{ij}(t)$  et  $B_{ij}(t)$  sont supposés être disponibles en temps réel.

Le modèle LPV défini par(2.29) peut se mettre sous la forme d'une LFT haute telle que  $\delta z(s) = f_u(G(s), \Delta)\delta u(s)$ , avec :

$$G(s) = f_u \left\{ \begin{pmatrix} A & B_\Delta & B_2 \\ C & D_{\Delta\Delta} & D_{\Delta 2} \\ C_2 & D_{2\Delta} & D_{22} \end{pmatrix}, 1/s \right\} \text{ et } \Delta(t) = \begin{pmatrix} \delta A_{21}(t) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \delta B_{42}(t) \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

où  $\|\delta A_{ij}(t)\| = \|\delta B_{ij}(t)\| = 1$  et

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ A_{210} & A_{220} & 0 & A_{240} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ A_{410} & A_{420} & 0 & A_{440} \end{pmatrix} \text{ avec } A_{ij0} = \frac{A_{ij \max} + A_{ij \min}}{2}$$

$$B_\Delta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } B_2 = \begin{pmatrix} 0 & B_{210} & 0 & B_{410} \\ 0 & B_{220} & 0 & B_{420} \end{pmatrix}$$

$$C_\Delta = \begin{pmatrix} A_{211} & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{411} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{211} & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{421} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{211} & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{441} & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } C_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



avec  $A_{ij1} = \frac{A_{ij \max} - A_{ij \min}}{2}$ ,  $D_{\Delta\Delta} = D_{2\Delta} = D_{22} = 0$  et

$$D_{\Delta 2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & B_{211} & 0 & 0 & 0 & 0 & B_{411} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & B_{221} & 0 & 0 & 0 & 0 & B_{421} \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

La méthodologie utilisée pour obtenir cette forme LFT est détaillée dans [STB91].

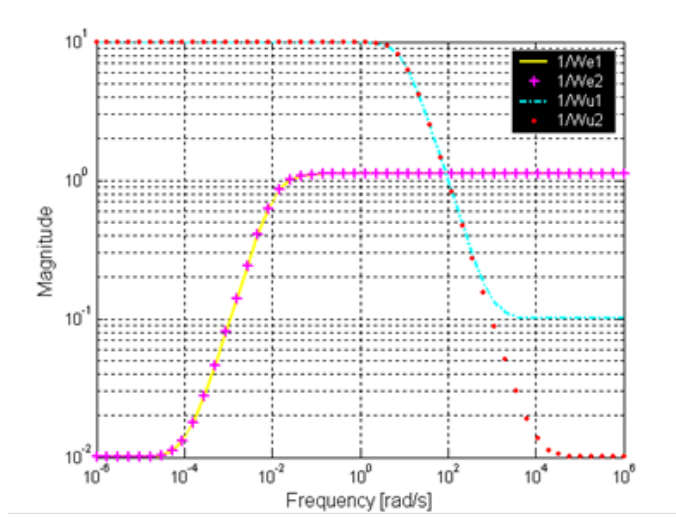


FIGURE 2.15 – fonctions de pondération sur les transferts  $S$  et  $KS$

A partir du modèle (2.46), la dernière étape consiste à effectuer la synthèse de la loi de guidage permettant de maintenir le véhicule sur une trajectoire admissible en dépit d'un niveau d'erreurs spécifié. Ces différents objectifs peuvent être traduits sous la forme de fonctions de pondération  $W_e(s)$  et  $W_u(s)$  associées respectivement aux fonctions de sensibilité (transfert  $S(s)$ ) et de commande (transfert  $KS(s)$ ) (voir Fig. 2.15). Les fonctions de pondération sont définies de manière à limiter les variations rapides du signal d'erreur  $\delta z(t)$ , et le niveau de la commande  $\delta u(t)$ , et de sorte à prendre en compte les erreurs de modélisation induites par l'hypothèse de découplage longitudinal/latéral. En plus de ces contraintes prédéfinies, les fonctions de pondération ont été ajustées à l'aide d'une analyse temporelle des simulations de Monte Carlo en présence des dispersions cinématiques pour la trajectoire hypersonique considérée.

Finalement, en utilisant la structure de régulateur représentée sur la Fig. 2.16, un contrôleur MIMO d'ordre huit a été déterminé en utilisant la LMI control toolbox de Matlab [GNLC95]. Le régulateur LPV  $K(\Delta(t))$  est donné par la LFT basse  $f_l(K, \Delta(t))$  avec la matrice  $\Delta(t)$  qui correspond à la même matrice que celle du modèle LPV définie dans (2.45). Les valeurs singulières du correcteur ainsi obtenues sont également représentées sur la Fig. 2.16 ce qui correspond approximativement au régulateur PID multivariable présenté dans [ZWL02].

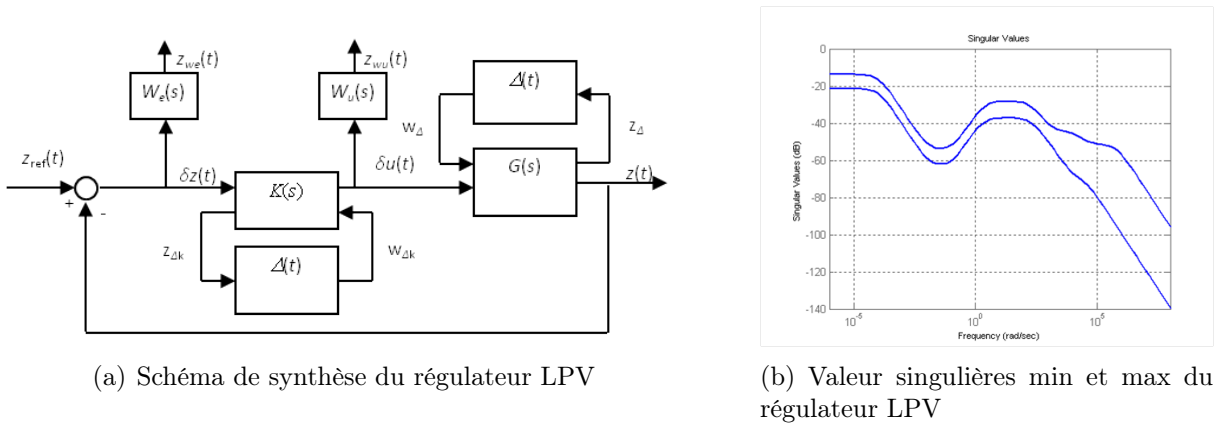


FIGURE 2.16 – Régulateur LPV

### Evaluation des performances de la loi de guidage

Dans cette partie, nous allons présenter quelques résultats de simulations de type Monte Carlo pour ce nouveau schéma de guidage hypersonique. Des dispersions sur le point initial de rentrée ont été prises en compte pour évaluer la robustesse de la loi de guidage. Plus précisément, la distance radiale initiale  $R(0)$  est incluse dans un cercle de  $100\text{ m}$  autour de sa valeur nominale  $R(0) = 6520\text{ km}$  et la distance projetée est incluse dans un cercle de  $50\text{ km}$  autour de sa valeur nominale  $X(0) = 20\text{ km}$ . Les trajectoires des sorties plates associées aux simulations de Monte Carlo sont représentées sur la Fig. 2.17. L'erreur de poursuite  $e$  est représentée sur la Fig. 2.18. Comme on peut le constater, l'erreur de poursuite converge asymptotiquement vers zéro et les trajectoires de l'état suivent les trajectoires de référence avec une erreur inférieure à  $5\%$  et un temps d'établissement de  $120\text{ s}$ , ce qui est conforme aux spécifications données.

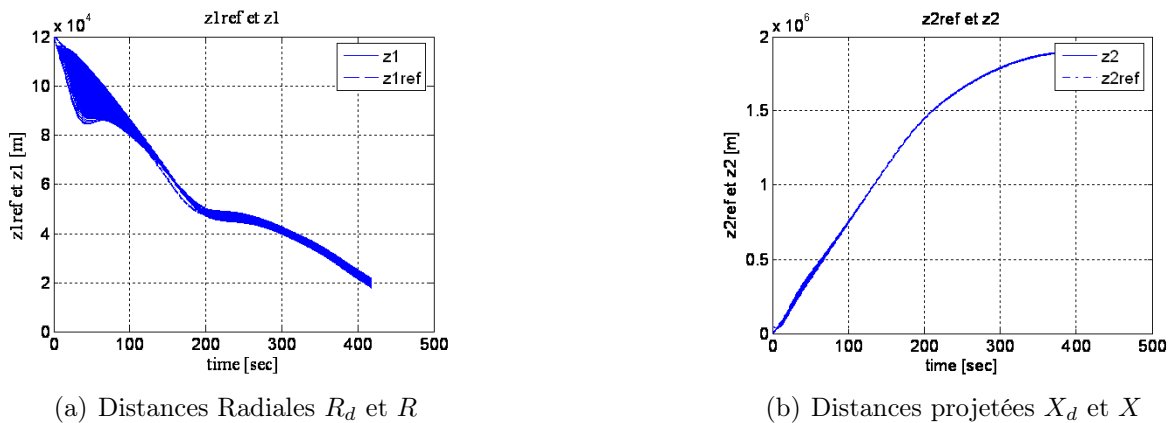


FIGURE 2.17 – Trajectoires des sorties plates de références et perturbées

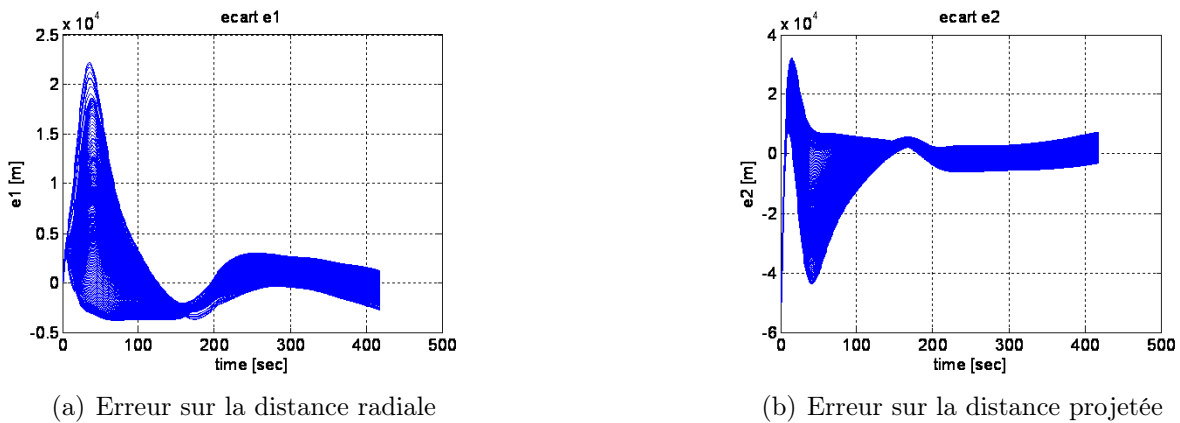


FIGURE 2.18 – Erreur de trajectoires

### 2.3.4 Bilan et perspectives

Dans ce travail, nous avons proposé un schéma de synthèse basé sur la platitude et la commande LPV pour résoudre le problème du guidage hypersonique pour un véhicule de type capsule Apollo. La méthodologie proposée est basée sur des techniques LPV et profite de plus des propriétés de platitude du modèle longitudinal considéré. Le problème de synthèse de la loi de guidage a été formulé comme un problème LPV augmenté, ce qui nous a permis d'utiliser les techniques LPV disponibles pour résoudre ce problème de guidage. Cette démarche a été appliquée à la phase de guidage hypersonique du modèle longitudinal du démonstrateur de rentrée atmosphérique (ARD). Une présentation de quelques résultats des simulations de Monte Carlo effectuées illustre le potentiel de l'ensemble de l'approche proposée. Cette première étude sur la rentrée atmosphérique nous a amenés à nous intéresser par la suite (cf 2.5) à l'extension de la démarche proposée pour des engins plus planants et pour la seconde phase de la rentrée appelée phase TAEM (pour Terminal Area Energy Management). Cette phase a pour but de dissiper l'énergie résiduelle et de positionner le véhicule de rentrée face à la piste.

## 2.4 Génération de trajectoires optimales pour les systèmes plats

A partir de 2004, je me suis intéressé au problème de génération de trajectoires d'attitude pour satellites en partenariat avec le CNES et Alcatel Space. Ce travail a été réalisé principalement avec le concours de Christophe Louembet dans le cadre de sa thèse d'université que j'ai co-encadrée avec Ali Zolghadri. L'objectif est de générer par platitude différentielle des profils de guidage permettant des manœuvres rapides. Deux méthodes de génération de trajectoires ont été développées :

- la première associe la propriété de la platitude différentielle du modèle à une technique de collocation par B-splines et permet de transformer le problème formulé initialement comme un problème de commande optimale en un problème de programmation non linéaire ;
- la seconde approche consiste à convertir le problème de commande optimale en un problème de programmation semi-définie positive.

### 2.4.1 Introduction et positionnement du problème

Dans le domaine du contrôle d'attitude d'un satellite sur orbite, la génération de trajectoires consiste à définir les manœuvres en rotation autour du centre de gravité du véhicule. Cela revient à déterminer les profils temporels de l'état et de la commande associée qui respectent un ensemble de contraintes. Les manœuvres d'attitude sont un point clé dans la bonne marche de la mission d'un satellite d'observation de la Terre. En effet, ces manœuvres permettent de rallier deux prises de vue, télécharger les informations obtenues vers certaines stations au sol, etc. Plus leur temps est réduit, plus le satellite est disponible pour les phases de prise de vues. Par ailleurs, la prise de vue ne peut avoir lieu qu'après un intervalle de temps, appelé temps de relaxation, qui correspond au temps mis par le système de pointage fin pour tranquilliser les vibrations du satellite induites par la manœuvre. Il est donc important de générer des trajectoires qui minimisent les vibrations des structures flexibles du satellite.

Le problème de génération de trajectoires d'attitude est habituellement formulé comme un problème de commande optimale [SW97]. Il consiste à minimiser le temps et/ou l'effort des actionneurs nécessaire pour conduire le satellite d'une attitude initiale à une attitude finale tout en respectant les contraintes imposées par les limitations sur les actionneurs. Un tel problème ne connaît pas encore de solution analytique exacte. Cependant de nombreuses méthodes numériques sont disponibles dans la littérature (voir [ST94] et [ST99] pour un état de l'art). Nous pouvons classer l'ensemble de ces travaux en deux catégories : ceux utilisant les méthodes indirectes de résolution du problème de commande optimale et ceux utilisant les méthodes directes.

Les méthodes indirectes mettent en place et résolvent le problème aux deux bouts provenant de l'application du maximum de Pontryagin [Bry99]. Les conditions d'optimalité pour le problème de génération de trajectoires d'attitude ont été décrites dans [LB90].

Sous un certain nombre d'hypothèses conservatrices, des solutions numériques du problème précédant ont été proposées dans [LB90, BW93, ST99].

Les méthodes directes sont basées sur la discrétisation des profils des états et des commandes et sur les schémas d'intégration implicite qui transforment les contraintes sur la dynamique du modèle en contraintes algébriques. Les conditions d'optimalité ne sont alors plus définies grâce au principe du maximum de Pontryagin mais sont assurées par un algorithme de programmation non linéaire. Dans ce cadre, Scrivener et Thompson [ST93] ont réussi à obtenir un temps minimal de transfert comparable à celui obtenu par la méthode indirecte.

Dans la plupart de ces travaux, les profils de commande calculés présentent des discontinuités. En effet, les conditions d'optimalité dérivées du principe du maximum de Pontryagin imposent que la trajectoire optimale soit une série de commutations entre des phases à accélération maximale. De plus, les raideurs gyroscopiques sont négligées, soit en considérant les termes non diagonaux de la matrice d'inertie nuls, soit en plaçant les couples moteurs le long des axes du repère principal d'inertie. De ce point de vue, nos travaux se distinguent de ceux cités précédemment. Tout d'abord, notre approche génère des trajectoires d'attitude avec un haut degré de continuité. Ce choix antinomique avec les conditions d'optimalité va permettre de limiter l'énergie résiduelle due à la manœuvre excitant les modes souples. Ainsi nous verrons que la perte d'optimalité de la trajectoire est compensée par des temps de relaxation plus courts. Enfin, notre méthodologie ne nécessite pas d'hypothèse sur la matrice d'inertie du satellite et les raideurs gyroscopiques.

Pour répondre à ces objectifs, nous associons dans une première méthode le concept de platitude différentielle [FLMR95] à une méthode de collocation directe [HP87]. Cette association n'est pas nouvelle et a été développée à la fin des années 90 [MMM00, FAM01]. Afin d'améliorer les performances numériques de cette première approche, une approximation convexe de l'espace admissible est proposée ainsi qu'une évaluation du conservatisme induit. Enfin, une étude comparative des trajectoires obtenues avec des méthodes de commande optimale plus classiques en service au CNES a montré que l'approche proposée permet d'accroître le temps réservé à l'acquisition d'images.

Dans le cadre de ces travaux nous avons également développé une seconde méthode consistant à reformuler le problème de commande optimale comme un problème de programmation semi-définie positive. Cette méthode résulte de la généralisation au cas non linéaire plat du résultat proposé par Henrion et Laserre dans le cas linéaire [HL06]. Elle permet d'éviter une vérification a posteriori des contraintes comme cela est le cas pour l'approche par collocation puisque celles ci sont vérifiées sur le continuum temporel.

Dans la section suivante, le problème de génération de trajectoires à base de B-splines pour les systèmes plats est formulé. La première méthode basée sur la collocation directe est ensuite détaillée et appliquée au cas de la génération de trajectoires d'attitude pour un satellite. Enfin la seconde méthode utilisant une formulation SDP est présentée avant un bilan sur cette thématique.

## 2.4.2 Formulation du problème de génération de trajectoire à base de B-splines pour les systèmes plats

Soit le système non linéaire suivant

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (2.47)$$

avec  $x$  le vecteur d'état de dimension  $n$ ,  $u$  le vecteur de commande de dimension  $m$  et  $f(\cdot)$  une fonction non linéaire. On suppose de plus que ce système vérifie la définition de la platitude 2.1 et on notera  $z$  le vecteur des sorties plates de dimension  $m$ .

En utilisant les propriétés de la platitude de manière analogue aux travaux présentés dans [MMM00], la génération d'une trajectoire optimale sous contraintes,  $t \mapsto (x(t), u(t))$ , pour un système non linéaire plat est équivalente au problème d'optimisation sans intégration suivant :

$$\min_{\bar{z}} J(\bar{z}) \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{z}(t_i) = \bar{z}_i, \\ \bar{z}(t_f) = \bar{z}_f, \\ \text{respectant} \quad \bar{z}(t) \in S_z, \end{array} \right. \quad (2.48)$$

où  $\bar{z} = [z, \dot{z}, \dots, z^{(k)}, \dots]$  sont les coordonnées des sorties plates et d'un nombre fini de leurs dérivées.  $J$  est une fonction objectif et le sous-ensemble  $S_z$ , également nommé espace atteignable, est défini comme suit :

$$S_z = \{\bar{z} \mid \gamma(\bar{z}(t)) \leq 0\}, \quad (2.49)$$

avec  $\gamma(\bar{z}(t))$  décrivant les contraintes sur la trajectoire et les actionneurs. On suppose de plus que  $S_z$  est un sous-espace polytopique. Dans le cas contraire, il est toujours possible de déterminer un sous-espace convexe polytopique inclus dans le sous-espace atteignable [FAM01].

Décrivons ensuite les composantes du vecteur des sorties plates  $t \mapsto \bar{z}(t)$  par des polynômes par morceaux. De tels polynômes ont été utilisés depuis longtemps pour résoudre des problèmes de commande optimale et ont montré leur capacité à gérer aussi bien des contraintes multiconvexes que non convexes [HP87, AMR88, Bet01]. En effet, il est possible d'exprimer  $\bar{z}(t)$  sur une base de B-splines  $\{B_{j,k}\}$  d'ordre  $k$  (voir [dB01], chap IX). Cette base de B-splines constitue une base compacte et numériquement stable pour les polynômes par morceaux et permet de gérer la classe de continuité de la trajectoire sans contrainte supplémentaire. Ainsi, il est possible de décrire les composantes du vecteur des sorties plates et de ses dérivées de la façon suivante :

$$\begin{aligned} z_i(t) &= \sum_{j=1}^{n_B} C_{i,j} \cdot B_{j,k}(t), & i = 1, \dots, m \\ z_i^{(r)}(t) &= \sum_{j=1}^{n_B} C_{i,j} \cdot B_{j,k}^{(p)}(t), & i = 1, \dots, m. \end{aligned} \quad (2.50)$$

où  $C = (C_{1,1}, \dots, C_{1,n_B}, \dots, C_{m,1}, \dots, C_{m,n_B})^T$  sont les coordonnées de  $\bar{z}(t)$  dans la base des B-splines  $B(t)$ . Les coordonnées  $C$  deviennent ainsi les variables de décision du problème de commande optimale (2.48). Ainsi, le problème de génération de trajectoire optimale pour des systèmes plats (2.48) s'exprime à l'aide de B-splines de la manière suivante :

$$\min_C J(\bar{z}(C)) \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{z}(t_i, C) = \bar{z}_i, \\ \bar{z}(t_f, C) = \bar{z}_f, \\ \text{respectant} \quad \bar{z}(C) \in S_z. \end{array} \right. \quad (2.51)$$

où la fonction  $J(\bar{z}(C))$  est supposée convexe.

### 2.4.3 Génération de trajectoire par collocation et platitude

Si la platitude permet de convertir le problème de commande optimale en un problème d'optimisation géométrique sans contraintes dynamiques, il faut pouvoir trouver la trajectoire temporelle incluse dans le sous-espace de  $\bar{z}$  vérifiant les contraintes du problème initial. Pour ce faire on se propose d'utiliser ici une méthode de collocation et une approximation convexe du sous-espace admissible afin de définir une procédure sous-optimale, souple et efficace dans la perspective d'une version embarquée.

#### Méthode de collocation

La méthode de collocation se base sur la vérification des contraintes du problème (2.51) en un nombre fini de points  $\{\tau_i\}$  appelés points de collocation. Le nombre et la distribution de ces points sont des degrés de liberté pour la procédure de génération de trajectoires. Finalement, nous obtenons le problème d'optimisation paramétrique non linéaire (ou Non Linear Programming NLP) suivant :

$$\min_C J(\bar{z}(C)) \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{z}(t_i, C) = \bar{z}_i, \\ \bar{z}(t_f, C) = \bar{z}_f, \\ \text{respectant} \quad \bar{z}(\tau_j, C) \in S_z, j = 1, 2, \dots, \text{card}(\{\tau\}) \end{array} \right. \quad (2.52)$$

Le problème de commande optimale initial est alors réduit au problème d'optimisation paramétrique non linéaire (2.52). Les entrées de ce problème sont les paramètres  $k$ ,  $T$  de la base de B-splines, desquels la taille du vecteur  $C$  sera déduite, et les points de collocation  $\tau_i$ . Le choix de ces points nécessite un certain degré d'expertise. En premier lieu, le nombre de points fixe la taille du problème NLP à traiter. Ensuite, la distribution de ces points nécessite souvent une connaissance a priori sur la trajectoire solution et les points de plus fortes contraintes. Une heuristique simple consiste à répartir ces points de manière uniforme puis à faire une analyse de la trajectoire ainsi générée entre les points de collocation. Dans les zones où les contraintes ne sont pas vérifiées, on augmente alors la densité des points de collocation quitte à la diminuer dans les zones où il existe des marges vis-à-vis des contraintes.

#### Convexification des contraintes

La principale difficulté dans la résolution du problème (2.52) vient du fait que l'espace admissible  $S_z$  est très généralement non convexe comme cela a été souligné dans [RF06]. Une solution sous-optimale peut alors être déterminée en travaillant dans un cadre convexe. Pour ce faire, nous allons chercher une approximation intérieure convexe

de l'espace admissible  $S_z$  et également proposer une mesure du conservatisme induit basée sur la comparaison des volumes de l'approximation convexe et de l'espace admissible.

Une méthode d'approximation possible consiste à utiliser les surfaces dites superquadriques introduites initialement dans [Bar81]. Bien que d'autres approches comme les méthodes à base de polytopes [FAM01] soient envisageables, nous avons choisi les superquadriques en raison du nombre limité de paramètres nécessaires pour les décrire et qui conditionnent la taille du problème d'optimisation. En effet, le nombre de paramètres à optimiser dans l'approche polytopique s'élève à  $n_{\bar{z}} \times q_v$  où  $q_v$  est le nombre de sommets du polytope tandis qu'avec les superquadriques le nombre de paramètres n'est que de  $2n_{\bar{z}} - 1$ .

Les coordonnées cartésiennes  $[y_1, \dots, y_n]^T$  d'un point de la surface superquadrique sont données par la relation suivante :

$$y_i = \begin{cases} a_i \prod_{k=1}^{n-1} \cos^{\varepsilon_k} \theta_k & \text{si } i = 1 \\ a_i \sin^{\varepsilon_{i-1}} \theta_{i-1} \prod_{k=1}^{n-1} \cos^{\varepsilon_k} \theta_k & \text{si } i = 2, \dots, n-1 \\ a_i \sin^{\varepsilon_{i-1}} \theta_{i-1} & \text{si } i = n \end{cases} \quad (2.53)$$

où  $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_{n-1}]$  correspond au vecteur des anomalies,  $\varepsilon = [\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{n-1}]$  au vecteur des exposants et  $a = [a_1, \dots, a_n]$  au vecteur des demi-grands axes. La convexité de la forme superquadrique dépend des paramètres  $\{\varepsilon_i\}$ . En effet, ces paramètres influent sur le caractère anguleux de la forme en fonction de chaque axe et on se limitera aux superquadriques telles que,  $\forall i, \varepsilon_i \leq 2$ , pour garantir la convexité du sous-espace engendré. Le problème d'approximation par une superquadrique convexe se pose alors comme le problème d'optimisation semi-infini suivant :

$$\max_{a, \varepsilon} V_n(S(a, \varepsilon)) = \max_{a, \varepsilon} \left( 2a_n \prod_{i=1}^{n-1} a_i \varepsilon_i \frac{\Gamma\left(\frac{\varepsilon_i}{2} + 1\right) \Gamma\left(\frac{\varepsilon_i}{2}\right)}{\Gamma\left((i+1)\frac{\varepsilon_i}{2} + 1\right)} \right) \quad (2.54)$$

sous la contrainte :  $S(a, \varepsilon) \in S_z$

avec la fonction  $\Gamma$  définie par  $\Gamma = \int_{\infty}^0 \exp^{-t} t^{x-1} dt$  et  $V_n(S(a, \varepsilon))$  désigne le volume de la superquadrique [PFTV92].

Le problème (2.54) est ensuite transcrit en un problème de programmation non linéaire par discrétisation de la contrainte d'appartenance  $S(a, \varepsilon) \in S_z$ . Une fois la forme d'approximation calculée, la contrainte de passage  $\bar{z}(\tau_i, C) \in S_z$  du problème (2.52) est remplacée par une contrainte convexe d'appartenance de la trajectoire à l'approximation qui s'exprime sous la forme suivante :

$$\bar{z}(\tau_i, C) \in S_z \Leftrightarrow \mathcal{F}_{n_{\bar{z}}}(\bar{z}(C, \tau_i)) \leq 1, \quad i = 1, \dots, \text{card}\{\tau_i\} \quad (2.55)$$

La fonction d'appartenance  $\mathcal{F}$  à une forme superquadrique de dimension  $n_{\bar{z}}$  est donnée par l'expression suivante :

$$\mathcal{F}_{n_{\bar{z}}}(x) = \Lambda_{n_{\bar{z}}, n_{\bar{z}}}, \quad x \in \mathbb{R}^n \quad (2.56)$$



où  $\Lambda_{n,n}$  est définie par la récurrence suivante :

$$\begin{cases} \Lambda_{n_{\bar{z}},2}(x) &= \left(\frac{x_1}{a_1}\right)^{\frac{2}{\varepsilon_2}} + \left(\frac{x_1}{a_2}\right)^{\frac{2}{\varepsilon_1}} \\ \Lambda_{n_{\bar{z}},k}(x) &= (\Lambda_{n_{\bar{z}},k-1}(x))^{\frac{\varepsilon_{k-2}}{\varepsilon_{k-1}}} + \left(\frac{x_k}{a_k}\right)^{\frac{2}{\varepsilon_{k-1}}} \end{cases} \quad (2.57)$$

Ces approximations réduisant sensiblement l'espace des solutions, un critère de mesure du conservatisme est basé sur le ratio entre un majorant  $S_O$  du volume de la forme  $S_z$  et le volume de l'approximation convexe  $S_I$ . La méthode d'approximation proposée se base sur l'analyse par intervalles (Moore, 1966) et l'inversion ensembliste (Granvilliers, 2004). Cette approche est détaillée dans [LCZ<sup>+</sup>07a]. L'ensemble majorant,  $S_O$ , résulte de l'union d'hypercubes de  $O_z$  pour lesquels on sait évaluer simplement le volume.

Le critère  $\Delta_V$  suivant nous informe de l'état de remplissage de la forme  $S_z$  par la forme intérieure convexe  $S_I$  :

$$\Delta_V = \left(\frac{Vol(S_O)}{Vol(S_I)}\right)^{\left(\frac{1}{n_{\bar{z}}}\right)} \quad (2.58)$$

L'exposant  $\frac{1}{n_{\bar{z}}}$  permet de ramener le rapport de ces volumes de dimension  $n_{\bar{z}}$  à un rapport unidimensionnel.

### Application à la génération de trajectoire d'attitude

La méthodologie précédente peut s'appliquer au cas de la génération de trajectoire d'attitude de satellites car, comme nous le montrons par la suite, le modèle d'attitude possède la propriété de platitude. Parmi les sorties plates possibles, les paramètres de Rodrigues constituent une solution intéressante pour éviter les singularités pouvant intervenir lors de l'inversion de l'équation cinématique.

### Modélisation de la dynamique d'attitude à l'aide des paramètres de Rodrigues.

Le modèle dynamique d'attitude d'un satellite se compose de deux jeux d'équations : les équations de la cinématique et celles de la dynamique. La forme de ce modèle dépend du choix de la représentation d'attitude. Bien que la représentation la plus commune est celle du quaternion normalisé, on utilise ici la représentation des paramètres modifiés de Rodrigues (PMR) noté  $\sigma$ , introduite dans [SJ96] et déjà appliquée dans le cadre de la commande d'attitude par [TSH01]. Ces paramètres d'attitude sont obtenus par projection stéréographique de la sphère de dimension 4 sur laquelle évolue le vecteur des quaternions d'attitude sur un hyperplan de dimension 3. Il en résulte un jeu de 3 paramètres appelés paramètres de Rodrigues (PMR). L'équation cinématique est donnée par :

$$\dot{\sigma} = \begin{bmatrix} 1 + \sigma_1^2 - \sigma_2^2 - \sigma_3^2 & 2(\sigma_1\sigma_2 - \sigma_3) & 2(\sigma_1\sigma_3 + \sigma_2) \\ 2(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_3) & 1 - \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_3^2 & 2(\sigma_2\sigma_3 - \sigma_1) \\ 2(\sigma_1\sigma_3 - \sigma_2) & 2(\sigma_2\sigma_3 + \sigma_1) & 1 - \sigma_1^2 - \sigma_2^2 + \sigma_3^2 \end{bmatrix} \Omega = \Theta(\sigma) \Omega \quad (2.59)$$

avec  $\Omega = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$ , le vecteur vitesse de rotation.

Le principal avantage de cette paramétrisation est que l'équation cinématique (2.59) est toujours inversible. L'application du principe fondamental de la dynamique donne :

$$\left( \frac{dH_{tot}}{dt} \right)_{/R_i} = \left( \frac{dH_{tot}}{dt} \right)_{/R_v} + \Omega \wedge H_{tot} = \Sigma \text{ Couples extérieurs} \quad (2.60)$$

où  $H_{tot}$  représente le moment cinétique total du véhicule qui s'écrit dans le cas d'un corps rigide  $H = \mathbb{I} \cdot \Omega$  avec  $\mathbb{I}$  la matrice d'inertie.  $R_i$  et  $R_v$  sont respectivement le repère inertiel et le repère lié au satellite. Dans le cadre de la génération de trajectoires en boucle ouverte, on suppose que toutes les forces perturbatrices exogènes sont compensées par la boucle de régulation d'attitude. Ainsi, pour la génération de trajectoire, il est classique de ne pas considérer de couples extérieurs. La mise en mouvement du satellite est obtenue à l'aide de roues à réaction, ce qui correspond à des couples et des moments cinétiques internes  $H_{roue}$  qui proviennent de l'accélération (positive ou négative) des roues. Le moment cinétique peut se décomposer de la façon suivante :

$$H_{tot} = H_{PF} + H_{roue} = \mathbb{I}_{PF} \cdot \Omega + \mathbb{I}_{roue} \cdot \Omega_{roue} \quad (2.61)$$

avec  $H_{PF}$  le moment cinétique de la plateforme seule.

L'équation dynamique du satellite s'écrit alors

$$\mathbb{I}_{PF} \cdot \dot{\Omega} + \dot{H}_{int} + \Omega \wedge H_{tot} = 0. \quad (2.62)$$

Finalement, la représentation d'état se déduit des équations (2.62) et (2.59) et peut s'écrire

$$\dot{x} = f(x, u) = \begin{bmatrix} \dot{\sigma} \\ \dot{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Theta(\sigma) \Omega \\ -\mathbb{I}_{PF}^{-1} (\dot{H}_{int} + \Omega \wedge H_{Tot}) \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

où  $x = [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$  désigne le vecteur d'état et  $u = [\dot{H}_{int,1}, \dot{H}_{int,2}, \dot{H}_{int,3}]^T$  le vecteur de commande.

La méthode proposée nécessite de connaître les applications  $\psi_x(\bar{z})$  et  $\psi_u(\bar{z})$  définies dans (2.2) pour déterminer les profils de guidage et les commandes associées en fonction du vecteur des sorties plates et de leurs dérivées successives. Ces relations sont au cœur des algorithmes de génération de trajectoires car elles permettent d'exprimer l'ensemble des contraintes dans l'espace des sorties plates  $\bar{z}$ . Notons  $z$  le vecteur des sorties plates composé des paramètres de Rodrigues tel que  $z = [z_1, z_2, z_3]^T = [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3]^T$ . En inversant l'équation cinématique (2.59) nous obtenons  $\Omega = \Theta^{-1}(\sigma) \dot{\sigma} = \Theta^{-1}(z) \dot{z}$ . Ainsi, la fonction  $x = \psi_x(\bar{z})$  peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$x = \psi_x(\bar{z}) = \begin{bmatrix} \sigma \\ \Omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \\ \Theta^{-1}(z) \dot{z} \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

De même, l'application  $\psi_u(\bar{z})$  s'obtient à partir de l'équation (2.61) et s'écrit

$$u = \psi_u(\bar{z}) = \dot{H}_{roue} = -\mathbb{I} \dot{\omega}(z, \dot{z}, \ddot{z}) - \omega(z, \dot{z}) \wedge H_{Tot}. \quad (2.65)$$

Ainsi, les paramètres de Rodrigues constituent bien des sorties plates du système.

**Comparaison des profils générés.** Pour la génération de trajectoires d'attitude, on considère les contraintes suivantes :

- vitesse maximale des roues à réaction :  $-H_{max} \leq H_{roue} \leq H_{max}$  ;
- accélération maximale des roues à réaction :  $-C_{max} \leq \dot{H}_{roue} \leq C_{max}$  ;
- paramètres de Rodrigues contenus dans la sphère de rayon  $R_s$ .

La dernière contrainte sur les PMR permet d'éviter toute singularité sur les paramètres de Rodrigues. Cela suppose une limitation de l'angle de la rotation  $\theta$ . Le rayon  $R_s$  de la sphère est ici unitaire. Sachant que  $R_s = \tan(\frac{\theta_{max}}{4})$ , l'angle  $\theta_{max}$  est donc de  $\pi$ . Si l'on souhaite avoir un angle plus important, il suffit de d'augmenter le rayon  $R_s$  de la sphère. A partir de cet ensemble de contraintes on peut définir l'espace admissible  $S_z$  de la manière suivante :

$$S_z = \{\bar{z} | \gamma_z(\bar{z}(t)) \leq 0\} \quad (2.66)$$

ou  $\gamma$  est solution de l'ensemble des contraintes inégalitaires suivantes

$$\begin{cases} -H_{max} \leq H_{roue}(z, \dot{z}) \leq H_{max} \\ -C_{max} \leq \dot{H}_{roue}(z, \dot{z}, \ddot{z}) \leq C_{max} \\ z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 \leq 1 \end{cases} \quad (2.67)$$

En développant les inégalités précédentes, on constate que seuls les termes  $z, \dot{z}$  et  $\ddot{z}$  apparaissent. Le sous-espace des sorties plates  $S_z$  est donc de dimension  $n_z = 9$ . Ce sous-espace peut alors être approximé par une superquadrique résultant de la résolution du problème d'optimisation (2.54).

Les paramètres du modèle considéré pour la simulation correspondent à la ligne de produit MYRIADE du CNES. Ces micro-satellites d'une masse inférieure à 150 kg permettent un accès rapide et à faible coût à l'espace pour des missions d'observation terrestre. La matrice d'inertie  $\mathbb{I}_{PF}$  suivante est représentative des valeurs de cette famille de micro-satellites, ces valeurs pouvant varier en fonction des équipements dédiés aux observations envisagées.

$$\mathbb{I}_{PF} = \begin{bmatrix} 40 & -3 & -0.5 \\ -3 & 28 & -1 \\ -0.5 & -1 & 45 \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

La manœuvre d'attitude considérée consiste à passer de l'attitude ( $\psi_1 = \psi_2 = \psi_3 = 0^\circ$ ) à l'attitude ( $\psi_1 = \psi_2 = \psi_3 = 30^\circ$ ) en angles de Cardan dans un temps de manœuvre fixé  $[t_0, t_f]$ . Les points de départ et d'arrivée seront des points d'équilibre, ce qui correspond à des vitesses et des accélérations nulles dans le repère du véhicule. Les valeurs des contraintes sur les moments cinétiques et les couples sont les suivantes :

$$\begin{aligned} -0.05 \text{ N.m.s} &\leq H_{roue}(z, \dot{z}) \leq 0.05 \text{ N.m.s} \\ -0.002 \text{ N.m} &\leq \dot{H}_{roue}(z, \dot{z}, \ddot{z}) \leq 0.002 \text{ N.m} \end{aligned} \quad (2.69)$$

Le choix des paramètres optimaux des B-splines est détaillé dans [LCZ09c] et nous nous limiterons ici à ne présenter que le résultat comparatif entre les trajectoires obtenues

avec le sous-espace convexe  $S_I$  et le sous-espace initial  $S_z$  pour des B-splines d'ordre 8 sur une séquence de 5 segments. Le tableau (2.1) récapitule les résultats principaux en terme de temps de transfert minimal et de fonction de coût à mettre en parallèle avec le temps de calcul de la solution et la mesure du conservatisme  $\Delta_V$ .

Sous-espace	Temps de transfert minimal en s	fonction coût $J$	Temps CPU moyen en s	Critère $\Delta_V$
$S_z$	295	0.36	337	1
$S_I$	308	0.39	36	1.48

TABLE 2.1 – Tableau comparatif entre sous-espace convexe et non-convexe

On peut constater qu'en dépit s'une réduction du volume de l'espace des contraintes caractérisée par un  $\Delta_V = 1.48$  ont obtient un temps de transfert et une fonction de coût du même ordre de grandeur (à +5% et +7% près) pour un temps de calcul réduit d'un facteur 10. A titre de comparaison, le générateur de trajectoires MANIAC ((**MAN**œuvre **I**mposée en **A**ttitude sous **C**ontraintes)) [PFJLB06] donne un temps minimal de l'ordre de 340 s pour la même manœuvre. Ce générateur est basé sur des techniques d'optimisation temporelle des phases d'accélération, de décélération et de vitesse maximales. Les profils ainsi obtenus sont ensuite lissés par des polynômes par morceaux de continuité  $C^2$ .

Pour poursuivre cette comparaison avec les trajectoires générées par MANIAC, nous avons recalculé les trajectoires par collocation et platitude sur le sous-espace convexe  $S_I$  pour la même manœuvre mais avec un temps de transfert de 350 s. la Fig. 2.19 représente les trajectoires générées avec l'approche par collocation et platitude. Dans le cadre d'une

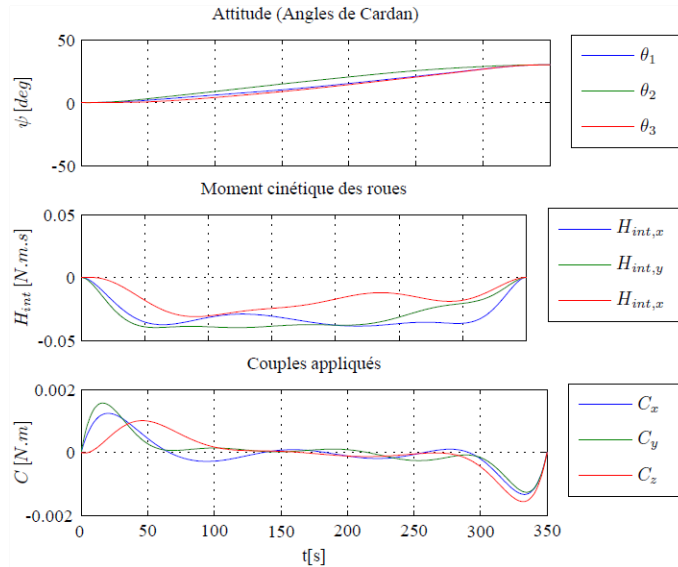


FIGURE 2.19 – Trajectoires générées par platitude et collocation

campagne d'essais au CNES de Toulouse, les trajectoires obtenues ont été testées sur le simulateur haute fidélité dédié à la gamme de satellites MYRIADE. Le mouvement

démarre à l'instant  $t_0 = 50$  s et se termine à l'instant  $t_0 = 400$  s. La Fig. 2.20 représente l'écart entre les trajectoires générées et les trajectoires obtenues avec le simulateur HiFi où P.C désigne les profils obtenus par platitude et collocation et Ma. correspond à ceux obtenus à l'aide de MANIAC. On peut constater une réduction de l'ordre de 40% sur la plus forte valeur de l'écart avec l'approche par collocation et platitude.

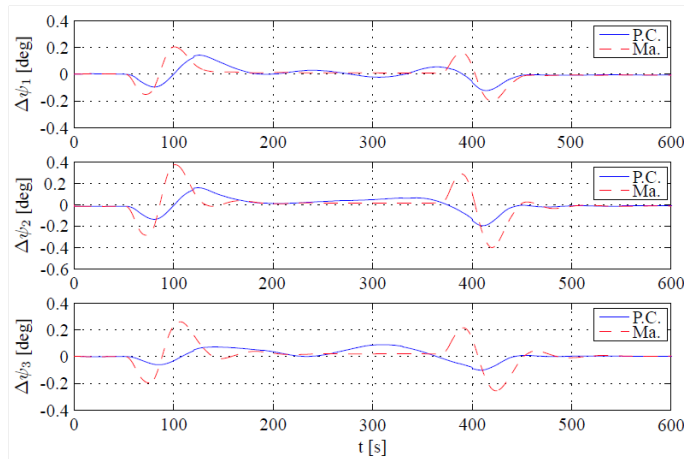


FIGURE 2.20 – Ecart entre les trajectoires générées et les trajectoires simulées

Enfin la Fig. 2.21 représente les résultats de simulation des couples appliqués. Les couples résiduels après 400 s sont issus de la boucle de contrôle d'attitude qui vient compenser l'excitation résiduelle des modes souples. On peut constater ici qu'en raison du plus grand degré de continuité des profils générés par platitude et collocation, la structure flexible du satellite est moins excitée ce qui permet des temps de relaxation plus courts.

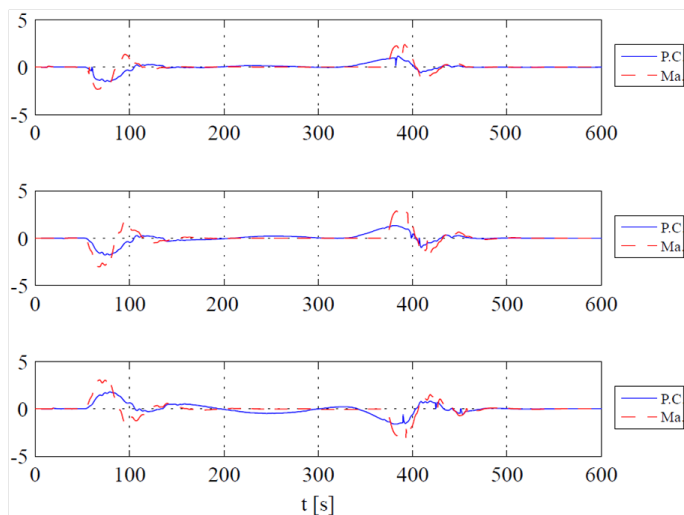


FIGURE 2.21 – Couples générés par les roues à réaction

### 2.4.4 Génération de trajectoires par paramétrisation de B-splines positives

Pour résoudre le problème de génération de trajectoires optimales par platitude (2.51), il est possible de voir la contrainte  $\bar{z}(C) \in S_z$  comme l'appartenance des trajectoires  $\bar{z}(t)$  au sous-espace correspondant à l'intersection de plusieurs demi-espaces. Déterminer le positionnement de la trajectoire  $z(t)$  vis-à-vis de chaque demi-espace est équivalent à évaluer le signe de l'écart entre la trajectoire  $z(t)$  et la frontière de l'hyperplan. Cet écart est décrit par un polynôme par morceaux  $\kappa(t)$  et peut toujours être exprimé dans la base des B-splines. Il est ainsi possible de définir la positivité de cette fonction polynomiale par morceaux en terme de coordonnées dans la base des B-splines  $v(t)$  en utilisant le formalisme des sommes de carrés. La positivité de  $\kappa(t)$  peut alors s'exprimer, comme nous allons le montrer, en termes d'inégalités matricielles linéaires sur les coefficients  $C$  des sorties plates  $\bar{z}$  dans la base des B-splines  $B(t)$ .

#### Représentation par B-splines d'un polynôme par morceaux élevé au carré

En nous inspirant des travaux de Nesterov [Nes00], nous exprimons ici la décomposition d'un polynôme en somme de carrés de fonctions polynomiales par morceaux positives. Dans un premier temps les fonctions polynomiales par morceaux d'ordre  $k_v$  sont exprimées comme une somme pondérée de fonctions polynomiales par morceaux au carré, d'ordre  $k_w$ . Puis, un critère de positivité de cette somme est proposé. Soit  $\mathbb{P}_{k_w, \xi, \nu_w}$  le sous-espace linéaire défini par l'ensemble des fonctions polynomiales par morceaux d'ordre  $k_w$  de  $\mathbb{P}_{k_w, \xi}$  définies sur la séquence  $\xi = \{\xi_1, \dots, \xi_{l+1}\}$  et dont les dérivées jusqu'à l'ordre  $\nu_{w_i}$  sont continues pour chaque  $\xi_i$  (i.e. les fonctions sont au moins  $C^{\nu_{w_i}}$  pour chaque  $\xi_i$  avec  $\nu_w = \{\nu_{w_1}, \dots, \nu_{w_{l+1}}\}$ ) (voir [dB01] pour plus de détails). Alors, le théorème Curry-Schoenberg [CS66], nous garantit que le sous-espace  $\mathbb{P}_{k_w, \xi, \nu_w}$  admet la base de B-splines suivante

$$w(t) = (B_{1, k_w}, \dots, B_{n_w, k_w})^T = (w_1(t), \dots, w_{n_w}(t))^T,$$

Le sous-espace des sommes de fonctions au carré de  $\mathbb{P}_{k_w, \xi, \nu_w}$  avec  $N \in \mathbb{N}$  est décrit par :

$$\mathcal{F}(w^2) = \left\{ P(t) = \sum_{i=1}^N d_i \tau_i^2(t) \mid \tau_i(t) \in \mathbb{P}_{k_w, \xi, \nu_w}, d_i \in \mathbb{R} \right\}.$$

Par construction, la description de  $\mathcal{F}(w^2)$  dépend seulement des propriétés de l'ensemble des fonctions de la base au carré :

$$w^2 = \{w_i(t)w_j(t), i, j = 1, \dots, n_w\}. \quad (2.70)$$

Il est alors possible de montrer (cf. [Lou07]) que  $\mathcal{F}(w^2)$  appartient au sous-espace  $\mathbb{P}_{k_v, \xi, \nu_v}$  avec  $k_v = 2k_w - 1$ ,  $\nu_v = \nu_w$  et  $\xi$  la séquence définie précédemment. En utilisant le théorème de Curry Schoenberg [CS66], il est clair que  $\mathcal{F}(w^2)$  admet une base  $v(t)$  de B-splines d'ordre  $k_v$  telle que

$$\forall P(t) \in \mathcal{F}(w^2), \quad P(t) = \sum_{i=1}^{n_v} \mu_i v_i(t). \quad (2.71)$$

Nous allons maintenant introduire les opérateurs duaux  $\Lambda$  et  $\Lambda^*$  qui permettent d'obtenir les coordonnées d'une fonction par morceaux au carré de  $\mathcal{F}(w^2)$  dans la base des B-splines  $v(t)$ , et qui nous sera utile par la suite pour traiter de la positivité d'un polynôme par morceaux.

**Définition 2.4 (Opérateur  $\Lambda$ )** Soit  $\Lambda$  un opérateur linéaire tel que  $\mathbb{P}_{k_v, \xi, \nu_v}^{n_v} \rightarrow \mathbb{P}_{k_v, \xi, \nu_v}^{n_w \times n_w} : v(t) \mapsto \Lambda(v) \equiv w(t)w(t)^T$  soit défini par :

$$\begin{aligned} \Lambda(v) &= [w_i \cdot w_j], \quad i, j = 1, \dots, n_w \\ &= \begin{bmatrix} \lambda_{1,1}^T v(t) & \dots & \lambda_{1,n_w}^T v(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{n_w,1}^T v(t) & \dots & \lambda_{n_w,n_w}^T v(t) \end{bmatrix}, \lambda_{i,j} \in \mathbb{R}^n \end{aligned} \quad (2.72)$$

Par la suite on notera  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  la forme bilinéaire suivante :

$$\mathbb{R}^{\alpha \times \beta} \times \mathbb{R}^{\alpha \times \beta} \rightarrow \mathbb{R}, \quad A, B \mapsto \langle A, B \rangle = \sum_{i=1}^{\alpha} \sum_{j=1}^{\beta} a_{i,j} b_{i,j}. \quad (2.73)$$

On va également définir l'opérateur dual  $\Lambda^*$  permettant de faire le lien entre les pondérations de la fonction par morceaux au carré de  $\mathcal{F}(w^2)$  contenues dans la matrice  $Y$  et les coordonnées de ce même polynôme dans la base des B-splines  $v(t)$  et qui sont contenues dans  $\Lambda^*(Y)$ .

**Définition 2.5 (Opérateur  $\Lambda^*$ )** L'opérateur linéaire dual  $\Lambda^* : \mathbb{R}^{n_w \times n_w} \rightarrow \mathbb{R}^{n_v}, Y \mapsto \Lambda^*(Y)$  est défini tel que :

$$\langle Y, \Lambda(v(t)) \rangle \equiv \langle \Lambda^*(Y), v(t) \rangle, \quad \forall Y \in \mathbb{R}^{n_w \times n_w}, v(t) \in \mathbb{R}^{n_v}. \quad (2.74)$$

Sachant que  $\langle Y, \Lambda(v(t)) \rangle = \sum_{i,j=1}^{n_w} Y_{i,j} \sum_{l=1}^{n_v} \lambda_{i,j,l} v_l(t)$ , l'opérateur  $\Lambda^*$  est alors défini de la manière suivante :

$$\Lambda^*(Y) = (\Lambda_1^*(Y_{i,j}, \lambda_{i,j}), \dots, \Lambda_{n_w}^*(Y_{i,j}, \lambda_{i,j}))^T, \quad (2.75)$$

où  $\Lambda_i^*$  sont des fonctions scalaires, linéaires par rapport à  $Y_{i,j}$ .

### Critère de positivité des polynômes par morceaux

Avec les opérateurs duaux  $\Lambda$  et  $\Lambda^*$ , nous pouvons représenter un même polynôme par morceaux, soit à l'aide de B-splines, soit à l'aide de somme de carrés. Cette dernière représentation est pratique puisque la condition de positivité dépend seulement du caractère semi-définie positif de la matrice des pondérations  $Y$ . Ainsi, à l'aide des opérateurs duaux, nous allons pouvoir caractériser l'ensemble des coefficients  $\mu$  sur la base  $v(t)$  qui définissent une fonction polynomiale par morceaux positive. Cet ensemble n'est autre que l'image du cône des matrices semi-définies positives.

**Théorème 2.2** Soit  $\mu$  un élément du cône convexe pointé  $\mathbf{K}$  défini par :

$$\mathbf{K} = \{\mu \in \mathbb{R}^{n_v} : \mu = \Lambda^*(Y), Y \succeq 0\}. \quad (2.76)$$

Chaque élément  $\mu$  de  $\mathbf{K}$  représente un polynôme semi-défini positif sur la base  $v(t)$  tel que

$$P(t) = \sum_{i=1}^{n_v} \mu_i v_i(t) \geq 0 \quad (2.77)$$

**Remarque 2.5** Nous n'avons ici abordé que le cas d'une base  $v(t)$  dont l'ordre est impair,  $k_v = 2k_w - 1$  pour des raisons de concision. Le cas impair étant assez semblable, il suffit de modifier la base des fonctions  $w_i$  en ajoutant un monôme par morceaux strictement positif sur  $[\xi_1, \xi_l]$ . Une preuve de ce théorème dans le cas pair et impair est proposée dans la thèse de Christophe Louembet [Lou07] et fait l'objet d'une publication revue en cours d'analyse [LCZ09b].

### Utilisation du critère de positivité pour la génération de trajectoire optimale

Le critère précédent permet de traduire le problème de génération de trajectoires optimales initial (2.51) comme un problème d'optimisation semi-définie positive (SDP). Ce résultat, basé sur le critère (2.2), consiste à traduire l'inclusion de la trajectoire polynomiale par morceaux dans un polytope comme un problème de positivité d'une B-spline et par conséquent comme un problème d'inégalités matricielles linéaires (LMI).

Soit  $O_{\bar{z}}$  l'espace des sortie plates avec les coordonnées suivantes :

$$\bar{z} = (z_1, \dots, z_m, \dot{z}_1, \dots, \dot{z}_m, z_1^{(r)}, \dots, z_m^{(r)})^T.$$

Rappelons que les trajectoires des sorties plates  $[t_0, t_f] = \Delta \rightarrow \mathbb{R}^{n_{\bar{z}}}$ ,  $t \mapsto \bar{z}(t)$  sont exprimées dans la base des B-splines d'ordre  $k$   $\{B_k\}$  (voir équation (2.50)).

Soit  $S_{\bar{z}}$  l'intersection des  $n_c$  demi-espaces de  $O_{\bar{z}}$  et  $H_i$  le  $i^{\text{ième}}$  demi-espace caractérisé par ses coordonnées cartésiennes :

$$H_i = \{\bar{z} \in \mathbb{R}^{n_{\bar{z}}} \mid a_i^T \bar{z} \leq b_i\}, \quad (2.78)$$

où  $a_i \in \mathbb{R}^{n_{\bar{z}}}$  et  $b_i \in \mathbb{R}$  avec  $i = 1, \dots, n_c$ .  $\bar{z}(t)$  appartient au demi-espace  $H_i$  si et seulement si

$$a_i^T \bar{z}(t) \leq b_i \quad (2.79)$$

**Théorème 2.3** Le problème de génération de trajectoires défini par l'inclusion des trajectoires des sorties plates dans le polytope  $S_{\bar{z}}$ , est équivalent au le problème semi-défini positif suivant :

$$\begin{aligned} & \min_C J(\bar{z}(C)) \\ \text{satisfaisant : } & \begin{cases} \alpha_i C - b_i = \Lambda^*(Y_i) \\ Y_i \succeq 0, \end{cases} \quad \forall i = 1, \dots, n_c. \end{aligned} \quad (2.80)$$

La fonction objectif  $J(\bar{z}(C))$  étant supposée convexe dans  $\bar{z}$  et donc dans l'espace défini par  $C = (C_{1,1}, \dots, C_{1,n}, C_{2,1}, \dots, C_{2,n}, C_{3,1}, \dots, C_{3,n})$  et où  $\alpha_i \in \mathbb{R}^{n_v \times N_C}$  sont des matrices de fonctions de  $a_i$ , avec  $a_i$  et  $b_i$  associés au  $i^{\text{ième}}$  demi-espace  $H_i$  (cf. equation (2.78)).



Une preuve de ce théorème est proposée dans la thèse de Christophe Louembet [Lou07] et fait l'objet d'une publication revue en cours d'analyse [LCZ09b].

### **2.4.5 Bilan et perspectives**

Nous avons proposé dans cette étude deux méthodes de génération de trajectoires. La première méthode est basée sur la platitude différentielle et la collocation directe appliquée à la génération d'attitude pour les satellites. Le problème de commande optimale a été reformulé en un problème d'optimisation géométrique sans intégration grâce aux propriétés de la platitude. Puis, il a été retranscrit en terme de programmation non linéaire par paramétrisation par B-splines de la sortie plate et discrétisation des contraintes. Les avantages de notre démarche ont été mis en exergue au travers de plusieurs études numériques. Tout d'abord, nous avons généré des manœuvres sous optimales plus rapides que l'outil dédié du Centre National d'Etudes Spatiales. De plus, les résultats de campagnes de simulations ont montré que les profils générés par platitude permettent de réduire sensiblement l'excitation des modes souples et le temps de relaxation nécessaire au début des prises d'images. Cependant, le principal défaut de la méthode vient du fait que le problème d'optimisation résolu est non convexe. Nous avons développé ici une méthode numérique d'approximation basée sur les superellipsoïdes. Les avantages et le conservatisme d'une telle approche ont été étudiés en termes de charge numérique et de temps optimaux de transfert. De ces résultats, de nouvelles problématiques ont émergé. La discrétisation des contraintes apparaît ainsi comme une limite importante de l'approche par collocation. En effet, aucune garantie ne peut être donnée sur la satisfaction des contraintes entre les points de collocation. Ce dernier constat nous a amené à proposer une deuxième méthode basée sur une formulation du problème de commande optimale comme un problème de programmation semi-définie positive. Ainsi la résolution du problème d'optimisation géométrique, résultant de la platitude et de la paramétrisation de la trajectoire par B-splines est effectuée sur un continuum temporel. Cette démarche appliquée sur un benchmark académique devrait être mise en application sur de la génération de trajectoires par platitude en 2009/2010.

## 2.5 Développement d'une loi de guidage autonome par platitude

Dans la continuité de l'activité sur le guidage robuste des engins de rentrée initiée avec Astrium ST en 2002, nous avons défini avec Ali Zolghadri le projet Européen SICVER pour lequel je me suis plus particulièrement impliqué dans le développement d'une méthodologie de guidage autonome pour la phase de dissipation d'énergie en zone terminale (notée TAEM par la suite) d'un véhicule de rentrée atmosphérique. Ce travail a été réalisé avec le concours de Vincent Morio dans le cadre de sa thèse d'université que j'ai co-encadrée avec Ali Zolghadri.

Notre contribution principale porte sur le développement d'une architecture et d'un algorithme de guidage autonome basé sur la platitude permettant la replanification de trajectoires à bord en présence de situations défaillantes. Le support applicatif considéré dans cette étude est la navette américaine US Shuttle pour laquelle un simulateur haute fidélité complet a été développé.

Lors de ce travail, nous avons également souhaité mettre en place un outil de calcul formel pour caractériser les sorties plates de systèmes. Les conditions nécessaires et suffisantes proposées dans [Lév06] nous ont permis de développer un premier module détaillé dans [Mor09] et utilisé pour la détermination des sorties plates d'un modèle trois axes et trois commandes du véhicule. Cette première expérience nous a conduit à proposer un algorithme original dédié à la classe des systèmes linéaires à retard  $\delta$ -plats. Cette contribution théorique s'inscrit dans la réalisation d'un outil de calcul formel pour la caractérisation des sorties plates qui doit permettre à terme une meilleure diffusion du concept de platitude dans le secteur industriel.

La section suivante porte sur le guidage autonome du véhicule de rentrée atmosphérique. Nous présenterons dans un premier temps l'architecture proposée, puis la méthodologie mise en place pour générer de manière autonome les trajectoires et son application au cas de la navette. La dernière section est consacrée à l'algorithme de caractérisation des sorties  $\delta$ -plates pour les systèmes linéaires à retards.

### 2.5.1 Guidage autonome d'un véhicule de rentrée atmosphérique

De nos jours, la génération de trajectoires pour les lanceurs réutilisables (RLV) est opérationnelle et se base sur une supervision du segment sol. Cette stratégie nécessite une quantité importante de pré-analyses du vol et ne permet pas de gérer de manière satisfaisante les défaillances pouvant apparaître lors d'opérations à grandes distances ou hors de portée des stations sol. La génération de trajectoires autonomes constitue alors une alternative intéressante permettant de gérer des conditions de défauts ou de sortie de gabarits rapidement et ainsi de préserver l'intégrité du véhicule.

Dans ce cadre, la génération de trajectoires par platitude constitue une solution efficace basée sur la reformulation du problème de commande optimale en un problème de configuration géométrique convexe sans résolution d'équations différentielles [PMM01]. La platitude permet ainsi de réduire le nombre de variables de décision impliquées dans le problème de commande optimale (OCP). Toutefois, cette paramétrisation ne préserve

pas la convexité du problème initial de commande optimale. Il serait cependant intéressant, afin d'avoir une charge et un temps de calcul considérablement réduits, de pouvoir conserver cette paramétrisation et de travailler sur un sous-espace des contraintes convexe quitte à ne résoudre qu'un problème sous optimal [RF06].

## Architecture pour le guidage autonome

L'architecture générale de la loi de guidage autonome proposée dans la thèse de Vincent Morio [Mor09] est illustrée sur la figure 2.22. Ce diagramme fonctionnel peut être séparé en deux parties distinctes : une couche de supervision, permettant de détecter, localiser et identifier des défaillances, et une chaîne de guidage, pilotage et navigation (GNC). L'ensemble constitue une architecture GNC reconfigurable. Le module de guidage autonome

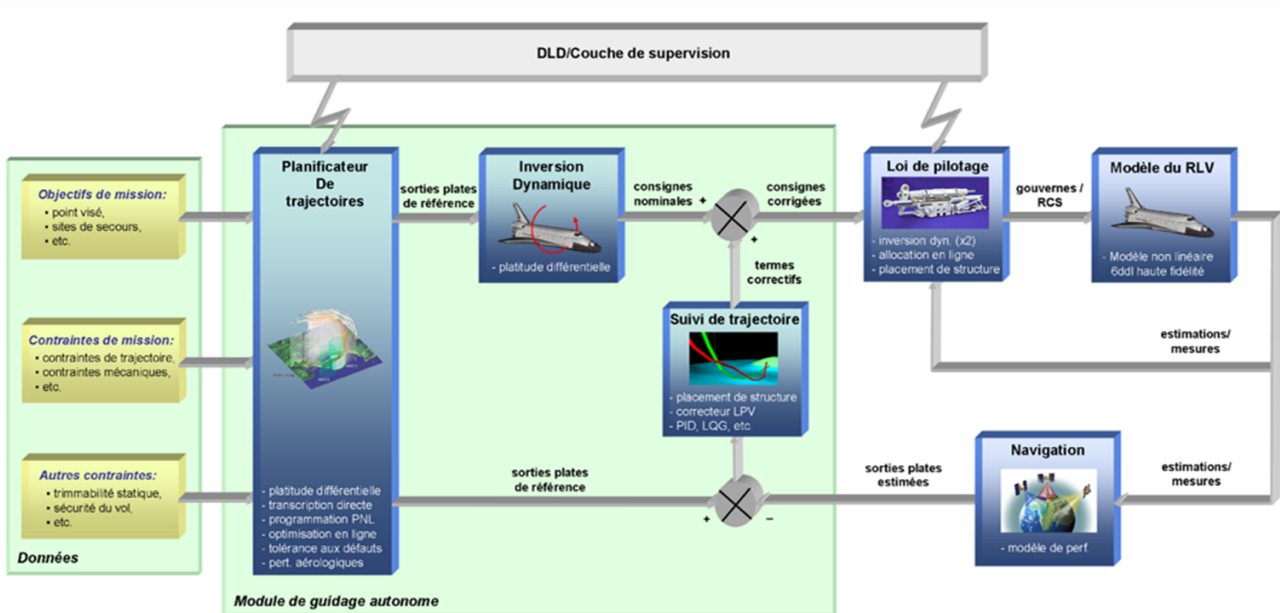


FIGURE 2.22 – architecture de la loi de guidage autonome.

comprend un *planificateur de trajectoires* en ligne tolérant aux défauts (FTOPP), permettant de calculer des trajectoires de rentrée admissibles à bord du véhicule en présence d'une situation défaillante, un *bloc d'inversion dynamique* (NDI) fournissant les consignes de guidage nominales en fonction de la sortie du planificateur de trajectoires, et un *régulateur de poursuite* de trajectoires, permettant d'offrir un niveau de robustesse et de performances donné à la chaîne GNC.

Le planificateur de trajectoires est alimenté par :

- les objectifs de mission, telles que la localisation du point de transition avec la phase d'atterrissage automatique et la cinématique désirée en ce point, mais également les sites d'atterrissage de secours en cas d'anomalie à bord et abandon de mission ;

- les contraintes de missions incluant les contraintes mécaniques (facteur de charge, pression dynamique et flux thermique pour la phase hypersonique) liées à la conception du véhicule ainsi que les contraintes de trajectoire comme l'interdiction de survol de certaines régions habitées ;
- les contraintes auxiliaires telles que l'équilibrage statique du véhicule en situation défailante, ainsi que les contraintes liées à la sécurité du vol : taux de virage maximum, marges de décrochage, limitations, etc.

Du fait de la prise en compte de la platitude du modèle lors de la planification de trajectoires, le bloc d'inversion dynamique non linéaire (NDI) du module de guidage autonome comprend uniquement des expressions analytiques afin de déterminer les consignes de guidage nominales correspondant aux profils de référence des sorties plates générées par le planificateur.

Enfin, le régulateur de suivi de trajectoires doit être capable de s'adapter à toute trajectoire admissible générée à bord du véhicule, tout en garantissant un niveau de robustesse et de performances donné. Une solution consiste à synthétiser ce régulateur sous la forme d'un correcteur linéaire à paramètres variants, ces derniers étant représentatifs de la trajectoire de rentrée courante. La synthèse est réalisée dans le formalisme des transformations linéaires fractionnaires (LFT), en utilisant la démarche proposée dans [AG95] et présentée dans la section 2.3 pour la phase de rentrée hypersonique de la capsule européenne ARD (Atmospheric Reentry Demonstrator) [ZCZ09]. Cette démarche a également été appliquée pour la phase de rentrée hypersonique du véhicule européen IXV (Intermediate eXperimental Vehicle) ainsi que pour la phase TAEM du véhicule planant européen ARES (Atmospheric Reentry Experimental Spaceplane) [MCV09, MVC06, MCZ09b, MFVC07]. Nous avons donc choisi de détailler par la suite uniquement les fonctions de planification de trajectoires à bord.

L'objectif de la loi de pilotage est de déterminer les couples à appliquer au véhicule, en fonction des consignes corrigées provenant du module de guidage autonome, et à les allouer aux ressources de commande disponibles (gouvernes aérodynamiques et/ou système RCS). Une architecture non linéaire de pilotage à deux échelles de temps a été développée dans le cadre de ces travaux pour la navette spatiale américaine STS-1 et se trouve détaillée dans [Mor09] et [Lef08].

Le module de navigation permet d'estimer la position et l'attitude du véhicule à chaque instant. Dans le cadre de cette étude, le module de navigation contient uniquement des modèles de performance associés au système inertiel/GPS.

L'ensemble de la chaîne GNC est supervisée par un module de détection, localisation et reconfiguration (FDIR) qui agit sur la chaîne GNC durant la mission de rentrée. Ce module assure un niveau d'autonomie opérationnelle et/ou décisionnelle au véhicule. La problématique des systèmes de détection, d'estimation et de diagnostic de pannes ainsi que la reconfiguration automatique à bord a été étudiée dans le cadre de la seconde thèse du projet SICVER [Fal09].

## Méthodologie pour la planification autonome de trajectoires

La méthodologie proposée se décompose selon les étapes suivantes :

1. La dynamique non linéaire du système est transcrite dans un espace de dimension plus faible afin de réduire le nombre de variables d'optimisation. Ceci est réalisé en s'appuyant sur la propriété de platitude différentielle du système. Les contraintes d'équilibrage statique associées au modèle à six degrés de liberté du véhicule, sont adjointes aux équations à trois degrés de liberté de façon à ce que les trajectoires générées lors de l'apparition d'une ou de plusieurs pannes actionneurs restent à l'intérieur de l'enveloppe de vol réduite.
2. Une fois transcrites dans l'espace des sorties plates, les contraintes de trajectoire présentes dans le problème de commande optimale (OCP) peuvent devenir non convexes [RF06] et une approximation convexe est déterminée.
3. L'OCP est ensuite transformé en un problème de programmation non linéaire (NLP) en utilisant une technique de transcription directe, après que les variables d'optimisation du problème aient été paramétrées par des B-splines, formes particulières de polynômes par morceaux. Le problème NLP est finalement résolu à bord du véhicule en utilisant un solveur de programmation non linéaire adapté.

**Remarque 2.6** Une fois que les profils optimaux des sorties plates sont connus, la génération des consignes de guidage le long de la trajectoire est réalisée par le bloc d'inversion dynamique non linéaire (NDI) représenté sur la figure 2.22. Ce bloc contient principalement les isomorphismes reliant l'état et les commandes du système aux sorties plates et à leurs dérivées successives.

Ces étapes sont détaillées dans les paragraphes suivants.

**Formulation du problème de commande optimale dans l'espace des sorties plates** Supposons que l'ensemble des contraintes (mission et véhicule) sur la génération de trajectoire puisse être mis sous la forme du problème général de commande optimale suivant :

$$\begin{aligned}
 & \min_{x(t), u(t)} \quad \mathcal{C}_0(x(t_0), u(t_0)) + \int_{t_0}^{t_f} \mathcal{C}_t(x(t), u(t)) dt + \mathcal{C}_f(x(t_f), u(t_f)) \\
 & \text{t.q.} \\
 & \quad \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), \quad t \in [t_0, t_f], \\
 & \quad l_0 \leq A_0 x(t_0) + B_0 u(t_0) \leq u_0, \\
 & \quad l_t \leq A_t x(t) + B_t u(t) \leq u_t, \quad t \in [t_0, t_f], \\
 & \quad l_f \leq A_f x(t_f) + B_f u(t_f) \leq u_f, \\
 & \quad L_0 \leq c_0(x(t_0), u(t_0)) \leq U_0, \\
 & \quad L_t \leq c_t(x(t), u(t)) \leq U_t, \quad t \in [t_0, t_f], \\
 & \quad L_f \leq c_f(x(t_f), u(t_f)) \leq U_f,
 \end{aligned}$$

où  $\mathcal{C}_0$ ,  $\mathcal{C}_t$  et  $\mathcal{C}_f$  sont des fonctions de coût,  $(l_0, u_0)$ ,  $(l_t, u_t)$  et  $(l_f, u_f)$  représentent respectivement les bornes inférieures et supérieures des contraintes *linéaires* au point de départ, durant la trajectoire et à l'arrivée et  $(L_0, U_0)$ ,  $(L_t, U_t)$  et  $(L_f, U_f)$  celles associées aux contraintes *non linéaires* au point de départ, durant la trajectoire et à l'arrivée.

Pour un système plat la méthodologie présenté dans la section 2.4 permet de transcrire le problème précédent dans l'espace des sorties plates. On obtient un problème d'optimisation géométrique sans intégration d'équations différentielle suivant :

$$\begin{aligned} \min_{\bar{z}(t)} \quad & \mathcal{G}_0(\bar{z}(t_0)) + \int_{t_0}^{t_f} \mathcal{G}_t(\bar{z}(t)) dt + \mathcal{G}_f(\bar{z}(t_f)) & (2.81) \\ \text{t.q.} \quad & \\ & l_0 \leq A_0 \bar{z}(t_0) \leq u_0, \\ & l_t \leq A_t \bar{z}(t) \leq u_t, \quad t \in [t_0, t_f], \\ & l_f \leq A_f \bar{z}(t_f) \leq u_f, \\ & L_0 \leq \tilde{c}_0(\bar{z}(t_0)) \leq U_0, \\ & L_t \leq \tilde{c}_t(\bar{z}(t)) \leq U_t, \quad t \in [t_0, t_f], \\ & L_f \leq \tilde{c}_f(\bar{z}(t_f)) \leq U_f, \end{aligned}$$

où  $\bar{z} = (z_1, \dots, z_m, \dot{z}_1, \dots, \dot{z}_m, \dots)$  représentent les coordonnées dans l'espace des jets infinis [Lév06].

L'espace admissible ainsi défini est généralement non convexe. Pour les raisons de temps de calcul évoquées précédemment, nous proposons, dans le paragraphe suivant, de déterminer le sous-espace convexe inclus dans l'espace des contraintes. Ainsi nous pouvons obtenir une solution sous-optimale du problème (2.81) dans un temps réduit.

**Détermination du sous-espace convexe intérieur associé aux contraintes** Une première approche appelée annexation polyédrique a été proposée dans [FAM01]. Elle consiste à accroître la taille d'un polytope pour contenir la plus grande portion de l'espace non convexe initial qui vérifie les contraintes non linéaires sur les trajectoires. Cependant, bien que les polytopes proposés fournissent une grande variété de formes possibles, ils deviennent très difficiles à manipuler dans des espaces de grande dimension. En effet, un grand nombre de variables est alors nécessaire pour les décrire et le calcul de leur volume est un problème NP-complet.

La méthode d'approximation présentée dans la section 2.4 permet d'éviter cet écueil. Nous améliorons ici cette approche en utilisant de nouvelles formes superellipsoïdales qui permettent d'augmenter de manière significative le volume des formes obtenues. Ces formes sont modelées en utilisant des déformations préservant la convexité comme le pincement, la translation et la rotation. Ces formes sont représentées à l'aide du vecteur de paramètres angle-centre  $n$ -D [LG95]  $\Psi$  suivant qui contient les paramètres relatifs à la rotation, la translation, et le pincement linéaire le long d'un axe en dimension  $n$  appliqués

à la superellipsoïde.

$$\Psi = \left\{ \underbrace{a_1, \dots, a_n}_{\text{demi-grand axes}}, \underbrace{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{n-1}}_{\text{par. de forme}}, \underbrace{\Phi_1, \dots, \Phi_{n(n+1)/2}}_{\text{par. de rotation}}, \underbrace{d_1, \dots, d_n}_{\text{par. de translation}}, \underbrace{v_1, \dots, v_{n-1}}_{\text{par. de pincement}} \right\}. \quad (2.82)$$

Ainsi :

**Proposition 2.2 (paramétrisation angle-centre d'un superellipsoïde  $n$ -D déformé)**

Soit  $\mathcal{S}$  un ellipsoïde superquadrique de dimension  $n$ , décrit par le vecteur  $\Psi$  défini par (2.82). Alors, la paramétrisation angle-centre associée, de coordonnées cartésiennes  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , est définie par :

$$x_i = \begin{cases} r(\theta) \left( \frac{v_1}{a_p} r(\theta) \sin \theta_{p-1} \prod_{j=p}^{n-1} \cos \theta_j + 1 \right) \prod_{k=1}^{n-1} \cos \theta_k, & i = 1, \\ r(\theta) \left( \frac{v_i}{a_p} r(\theta) \sin \theta_{p-1} \prod_{j=p}^{n-1} \cos \theta_j + 1 \right) \sin \theta_{i-1} \prod_{k=i}^{n-1} \cos \theta_k, & i = 2, \dots, n-1, i \neq p, \\ r(\theta) \sin \theta_{p-1} \prod_{j=p}^{n-1} \cos \theta_j, & i = p, \\ r(\theta) \left( \frac{v_n}{a_p} r(\theta) \sin \theta_{p-1} \prod_{j=p}^{n-1} \cos \theta_j + 1 \right) \sin \theta_{n-1}, & i = n, \end{cases} \quad (2.83)$$

où  $p$  est la direction de pincement ( $v_p = 0$ ). Le rayon  $r(\theta) = \frac{1}{\chi_{n,n}}$  est calculé au moyen de la récursion suivante :

$$\begin{cases} \chi_{n,2} = \left[ \left( \frac{\prod_{k=1}^{n-1} \cos \theta_k}{a_1} \right)^{\frac{2}{\varepsilon_1}} + \left( \frac{\sin \theta_1 \prod_{k=2}^{n-1} \cos \theta_k}{a_2} \right)^{\frac{2}{\varepsilon_1}} \right]^{\frac{\varepsilon_1}{2}}, & j = 2, \\ \chi_{n,j} = \left[ (\chi_{n,j-1})^{\frac{2}{\varepsilon_{j-1}}} + \left( \frac{\sin \theta_{j-1} \prod_{k=j}^{n-1} \cos \theta_k}{a_j} \right)^{\frac{2}{\varepsilon_{j-1}}} \right]^{\frac{\varepsilon_{j-1}}{2}}, & j = 3, \dots, n, \end{cases}$$

avec

$$\begin{aligned} \theta_i &\in [-\pi, \pi[, & i = 1, \\ \theta_i &\in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}], & i = 2, \dots, n-1. \end{aligned}$$

Cette représentation, bien que sous-optimale, nous permet de bénéficier d'un algorithme de quadrillage qui reste raisonnable en temps de calcul lorsque la dimension du problème augmente [PF95]. Comme illustré sur la figure 2.23, en choisissant une densité appropriée de points, le quadrillage sous-optimal engendré permet d'éviter que des points du domaine non convexe admissible que l'on cherche à approximer entrent accidentellement à l'intérieur de la forme convexe lors de son expansion.

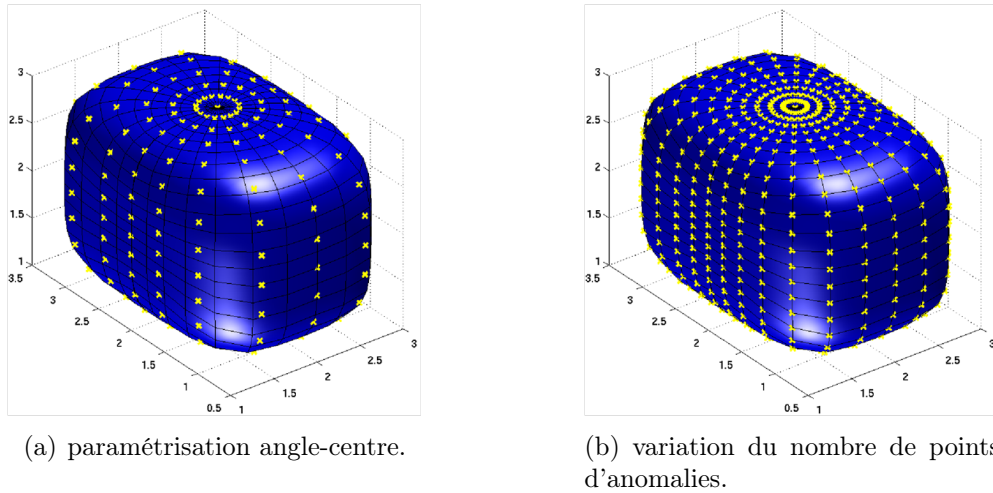


FIGURE 2.23 – paramétrisation angle-centre explicite d'un superellipsoïde 3D.

Un autre aspect important lié à l'utilisation de formes superquadriques concerne le nombre de formes atteignables, qui est limité du fait de leur faible nombre de degrés de liberté. Dans la suite, des transformations géométriques permettant de préserver la convexité de la forme sont utilisées pour approximer un plus grand nombre de contraintes non linéaires non convexes. L'effet d'un pincement linéaire le long de l'axe vertical d'un superellipsoïde en trois dimensions est illustré sur la figure 2.24. La fonction d'appartenance

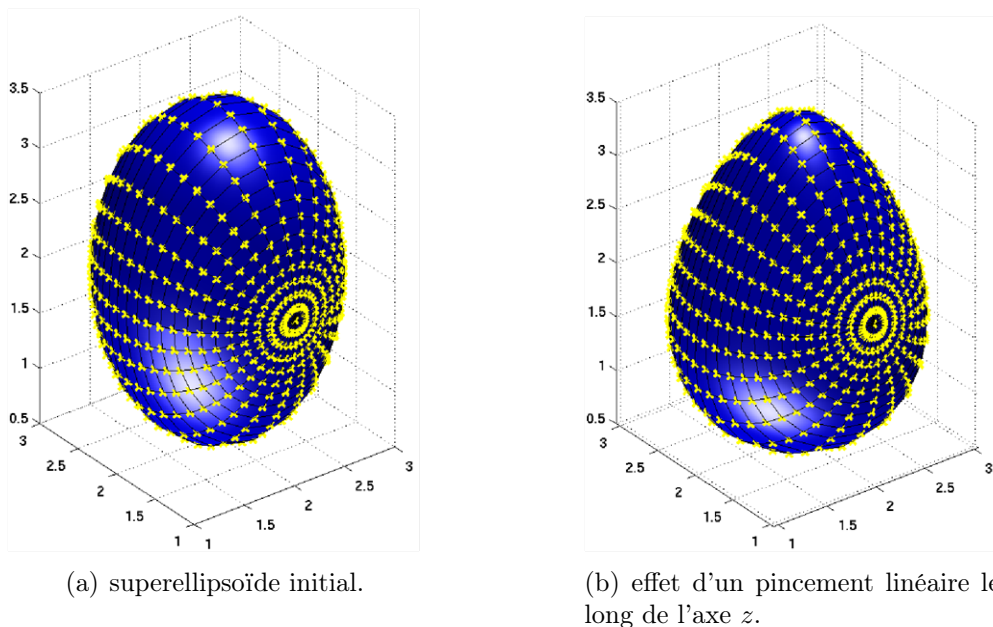


FIGURE 2.24 – effet d'un pincement linéaire sur une forme superquadrique 3D.

au superquadrique déformé est donnée dans la proposition suivante :



**Proposition 2.3 (fonction d'appartenance à un superellipsoïde n-D déformé)** Soit un superellipsoïde  $\mathcal{S}$  de dimension  $n$ , décrit par le vecteur  $\Psi$  défini par (2.82). Alors, la fonction d'appartenance (implicite)  $\mathcal{F}_n(\Psi, x) = \Lambda_{n,n}(\Psi, x)$ , est définie par l'expression récursive suivante :

$$\begin{cases} \Lambda_{n,2}(\Psi, x) = \left( \frac{x_1}{a_1 \left( \frac{v_1}{a_p} x_p + 1 \right)} \right)^{\frac{2}{\varepsilon_1}} + \left( \frac{x_2}{a_2 \left( \frac{v_2}{a_p} x_p + 1 \right)} \right)^{\frac{2}{\varepsilon_1}}, \\ \Lambda_{n,k}(\Psi, x) = (\Lambda_{n,k-1}(\Psi, x))^{\frac{\varepsilon_{k-2}}{\varepsilon_{k-1}}} + \left( \frac{x_k}{a_k \left( \frac{v_k}{a_p} x_p + 1 \right)} \right)^{\frac{2}{\varepsilon_{k-1}}}, \end{cases} \quad (2.84)$$

où  $v_p = 0$  dans la direction de pincement  $p$ .

De plus, le volume d'un superellipsoïde de dimension  $n$  peut être obtenu à partir de la paramétrisation angle-centre déformée. Ce volume sera utilisé plus tard dans la fonction de coût du processus d'optimisation associé au problème d'annexion superellipsoïdale.

**Proposition 2.4 (volume d'un superellipsoïde n-D déformé)** Soit  $\mathcal{S}$  un superellipsoïde déformé de dimension  $n$ , décrit par le vecteur  $\Psi$  défini par (2.82). Le volume  $V_n(\Psi)$  de  $\mathcal{S}$  est donné par

$$V_n(\Psi) = 2a_n \left[ \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq p-1}}^{n-1} a_i \varepsilon_i B\left(\frac{\varepsilon_i}{2}, i \frac{\varepsilon_i}{2} + 1\right) \right] \cdot \left[ a_{p-1} \varepsilon_{p-1} \sum_{|\alpha|=0}^{n-1} v^\alpha B\left(\frac{|\alpha|+1}{2} \varepsilon_{p-1}, \frac{p-1}{2} \varepsilon_{p-1} + 1\right) \right], \quad (2.85)$$

où le multi-entier  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_{p-1}, 0, \alpha_{p+1}, \dots, \alpha_n)$  vérifie

$$v^\alpha = \prod_{k=1}^n v_k^{\alpha_k}, \quad |\alpha| = \sum_{j=1}^n \alpha_j, \quad \alpha_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n,$$

De plus, la fonction Beta  $B(x, y)$  est liée à la fonction Gamma par

$$B(x, y) = 2 \int_0^{\pi/2} \sin^{2x-1} \phi \cos^{2y-1} \phi d\phi = \frac{\Gamma(x)\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)},$$

la fonction Gamma étant typiquement définie par

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty \exp^{-t} t^{x-1} dt,$$

où, de manière équivalente, par la somme discrète

$$\Gamma(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n! n^x}{(x+1) \dots (x+n)}.$$

De plus, afin d'éviter des problèmes numériques lors de la résolution du problème d'optimisation, un *volume normalisé*  $\tilde{V}_n$  est utilisé de manière préférentielle, tel que

$$\tilde{V}_n(\Psi) = V_n(\Psi)^{\frac{1}{n}}, \quad (2.86)$$

où  $n$  est l'ordre de la forme superquadrique. Sans perte de généralité, nous supposons que le domaine non convexe peut être décrit au moyen d'une ou plusieurs relations analytiques implicites du type

$$f_{min} \leq f_{nc}(x) \leq f_{max}.$$

où  $x$  est un ensemble de variables de dimension  $n$ . Le problème d'annexion superellipsoïdale est alors défini comme suit.

**Problème 2.1 (problème d'annexion superellipsoïdale)** *Soit  $\mathcal{S}$  un superellipsoïde de dimension  $n$ , décrit par le vecteur  $\Psi$  défini par (2.82). Le problème d'annexion superellipsoïdale consiste alors à déterminer les paramètres optimaux  $\Psi^*$  associés au superellipsoïde de plus grand volume  $\mathcal{S}_{opt}$  contenu dans le domaine atteignable (supposé être non convexe) décrit par la relation analytique  $f_{nc}$ , tel que*

$$\begin{aligned} \max_{\Psi} \quad & \tilde{V}_n(\Psi) \\ \text{t.q.} \quad & \begin{cases} \mathcal{F}_n(\Psi, x) \leq 1, \\ f_{min} \leq f_{nc}(x) \leq f_{max}, \\ x_i^l \leq x_i \leq x_i^u, \quad i = 1, \dots, n. \end{cases} \end{aligned} \quad (2.87)$$

où le volume du superellipsoïde  $\tilde{V}_n(\Psi)$  est défini par (2.86), et la fonction d'appartenance  $\mathcal{F}_n(\Psi, x)$  par (2.84). Les variables  $x$  représentent les coordonnées cartésiennes associées à un nombre donné de points<sup>4</sup> quadrillant la surface du superellipsoïde.

Ces paramètres sont optimisés à l'aide d'un algorithme génétique. Un outil logiciel, appelé OCEANS (Optimal Convexification by Evolutionary Algorithms aNd Superquadrics), a été développé à cette fin par Vincent Morio sous l'environnement Matlab [Mor09].

**Formulation et résolution du problème de programmation non linéaire à l'aide de B-splines** Lorsqu'une ou plusieurs formes superellipsoïdales ont été déterminées comme solutions du problème d'annexion 2.1, le problème de commande optimale (2.81), paramétré dans l'espace des sorties plates, peut être réécrit de manière à ce que les contraintes non linéaires non convexes de trajectoire, ainsi que la fonctionnelle de coût, soient approximés par des formes géométriques convexes. Alors, en utilisant la fonction d'appartenance à un superellipsoïde  $n$ -D déformé, définie par (2.3), l'objectif est de calculer des trajectoires optimales situées à l'intérieur des formes convexes. La transcription de ce problème de commande optimale en un problème de programmation non linéaire (NLP) dans l'espace des sorties plates s'effectue comme nous l'avons montré dans la section 2.4 en deux étapes :

---

4. ce nombre est fixé en fonction du partitionnement du vecteur d'anomalies  $\theta$ .

- Dans un premier temps, les composantes du vecteur des sorties plates  $\{z_i\}_{i=1}^m$  sont paramétrées à l'aide de fonctions polynomiales par morceaux (B-splines) telle que

$$z_i^{(r)}(t, p_0, \dots, p_{N_c-1}) = \sum_{j=0}^{N_c-1} \mathcal{B}_{j,d}(t) p_j, \quad t \in [t_0, t_f], \quad (2.88)$$

- où  $\mathcal{B}_{j,d}^{(0)}(t)$  désigne la  $j^{\text{ième}}$  fonction de la base des B-splines de degré  $d$ , construite sur une séquence de nœuds donnée, et  $p_j$  est le  $j^{\text{ième}}$  point de contrôle [dB01],
- Ensuite, un échantillonnage temporel est défini correspondant aux points de satisfaction des contraintes.

Finalement, le problème NLP obtenu peut être résolu en utilisant un solveur NLP efficace, tel que NPSOL [GMSW86], SNOPT [GMS97], ou KNITRO [BNW06].

### Application à la phase TAEM d'une mission de rentrée atmosphérique

La phase TAEM acronyme de *Terminal Area Energy Managment* se situe après la phase hypersonique et avant la phase d'atterrissage automatique qui n'est réalisée que sur les véhicules planants. L'objectif principal de cette phase consiste à dissiper une grande partie de l'énergie du véhicule. Ce segment de vol commence au point d'entrée TEP et se termine à l'interface avec la phase d'atterrissage automatique définie lorsque le véhicule est aligné avec l'axe de la piste et satisfait des conditions cinématiques données (voir Fig. 2.25).

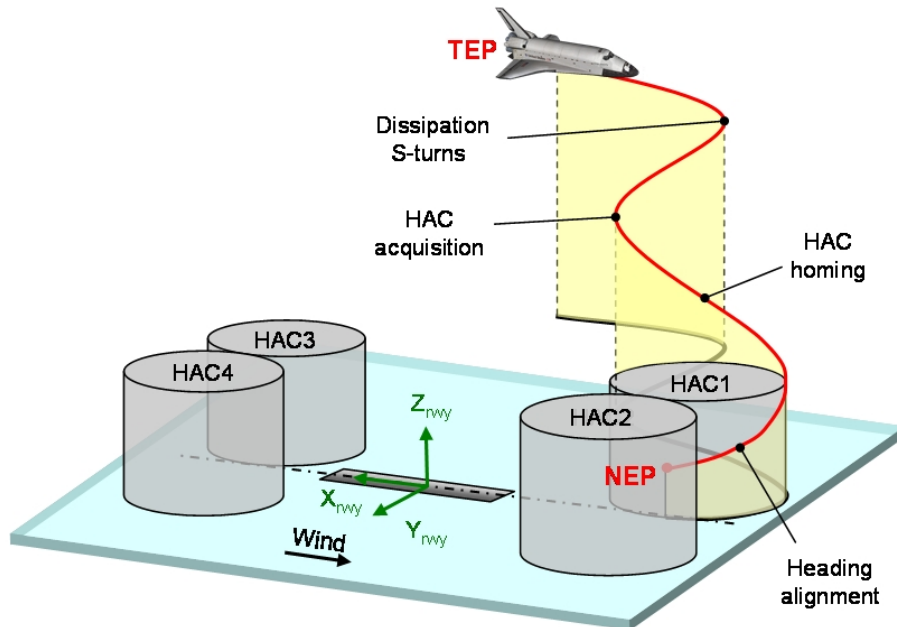


FIGURE 2.25 – Illustration de la phase TAEM

Les objectifs associés à la réalisation d'une loi de guidage pour la phase TAEM sont :

- mettre en place une protection vis-à-vis des contraintes mécaniques excessives (facteur de charge total et pression dynamique) ;
- satisfaire les contraintes de trajectoire liées aux conditions cinématiques finales (vitesse relative, pente sur la trajectoire, alignement avec l'axe de piste) ;
- garantir la non saturation des actionneurs.

Dans ce cadre, le problème de guidage vise à générer les consignes de guidage de telle manière à ce que le véhicule atteigne les conditions cinématiques prédéfinies en tenant compte des dispersions sur les conditions énergétiques initiales au point TEP [Moo91, HG79].

**Formulation du problème de commande optimale dans l'espace des sorties plates** En négligeant la rotation de la Terre, ce qui est compatible avec le dimensionnement de la trajectoire TAEM (durée totale relativement faible), le véhicule peut être positionné par rapport à un repère cartésien local lié au sol, souvent attaché à l'axe de piste, et associé à la projection conique conforme de Lambert. De ce fait, les effets de la force de Coriolis et de la force centrifuge sur la dynamique du véhicule ne sont pas pris en compte. Les coordonnées relatives du véhicule par rapport à ce repère sont alors communément appelées coordonnées *Terre plate*, faisant référence au système de projection utilisé.

Sous les hypothèses précédentes, les équations régissant la dynamique du centre de gravité du véhicule de rentrée par rapport au repère sol local  $(X_{rwy}, Y_{rwy}, Z_{rwy})$  sont alors définies par [VBC80] comme suit :

$$\dot{x} = V \cos \chi \cos \gamma, \quad (2.89)$$

$$\dot{y} = V \sin \chi \cos \gamma, \quad (2.90)$$

$$\dot{h} = V \sin \gamma, \quad (2.91)$$

$$\dot{V} = -\frac{D(\alpha, M)}{m} - g \sin \gamma, \quad (2.92)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{mV} (L(\alpha, M) \cos \mu - Y(\beta, M) \sin \mu) - \frac{g}{V} \cos \gamma, \quad (2.93)$$

$$\dot{\chi} = \frac{1}{mV \cos \gamma} (L(\alpha, M) \sin \mu + Y(\beta, M) \cos \mu), \quad (2.94)$$

où  $(x, y, h, V, \gamma, \chi)$  est l'état, comprenant respectivement la portée longitudinale  $x$ , la portée latérale  $y$ , l'altitude  $h$ , la vitesse  $V$ , la pente sur la trajectoire  $\gamma$ , et le cap  $\chi$ . Les entrées de commande du système sont l'incidence  $\alpha$ , le dérapage  $\beta$  et l'angle de gîte  $\mu$ . La force de portance  $L$ , de traînée  $D$  et la force latérale  $Y$  dépendent des coefficients aérodynamiques en configuration lisse, telles que

$$L(\alpha, M) = \bar{q} SC_{L_0}(\alpha, M), \quad (2.95)$$

$$D(\alpha, M) = \bar{q} SC_{D_0}(\alpha, M). \quad (2.96)$$

$$Y(\beta, M) = \bar{q} SC_{Y_0}(\beta, M), \quad (2.97)$$

où

$$\bar{q} = \frac{1}{2}\rho V^2 \quad (2.98)$$

est la pression dynamique, et  $C_{L_0}(\alpha, M)$ ,  $C_{D_0}(\alpha, M)$  et  $C_{Y_0}(\beta, M)$  représentent respectivement les coefficients de portance, de traînée et de force latérale en configuration lisse.

Nous supposons en outre que la masse  $m$  du véhicule est constante durant toute la phase TAEM (rentrée non propulsée), et que l'accélération gravitationnelle  $g$  est constante. De plus, un modèle exponentiel défini par

$$\rho = \rho_0 \exp(-h/H_0), \quad (2.99)$$

est utilisé afin de décrire le profil de la densité atmosphérique en fonction de l'altitude, dans lequel  $\rho_0$  représente la densité de l'air au niveau moyen de la mer et  $H_0$  est un facteur d'échelle atmosphérique constant ajusté aux couches basses de l'atmosphère.

**Remarque 2.7** Notons qu'il est nécessaire de définir un modèle analytique différentiable de l'atmosphérique afin de pouvoir exploiter la propriété de platitude du modèle (2.89)-(2.94). Nous aurions pu également modéliser la variation de la densité atmosphérique en fonction de l'altitude par une relation polynomiale, ajustée grâce à une table d'atmosphère standard du type US 1969, US 1976, ou encore CIRA 88.

La contrainte mécanique associée au facteur de charge total peut s'écrire sous la forme

$$\Gamma = \frac{\sqrt{L^2(\alpha, M) + D^2(\alpha, M)}}{mg}. \quad (2.100)$$

**Remarque 2.8** La contrainte de flux thermique au point d'arrêt, qui constitue l'une des contraintes les plus importantes du guidage hypersonique (et qui n'est pas considérée pour les phases TAEM et Autoland), est typiquement définie par

$$\Phi = C_q \sqrt{\rho} V^3,$$

où  $C_q$  est une constante de flux qui dépend des caractéristiques aérodynamiques du véhicule de rentrée considéré.

Finalement, l'ensemble des objectifs et des contraintes associés à la phase TAEM donne naissance à un problème de commande optimale qui peut être traduit dans l'espace des sorties plates par :

$$\text{trouver } (\bar{z}(t), \lambda) \quad (2.101)$$

t.q.

$$\begin{aligned} & \psi_x(\bar{z}(\tau_0), \lambda) = x_0, \\ & \psi_u(\bar{z}(\tau_0), \lambda) = u_0, \\ & \Lambda_\tau(\psi_x(\bar{z}(\tau), \lambda), \psi_u(\bar{z}(\tau), \lambda)) = 0, \quad \tau \in [\tau_0, \tau_f], \\ & 0 \leq \Gamma(\psi_x(\bar{z}(\tau), \lambda), \psi_u(\bar{z}(\tau), \lambda)) \leq \Gamma_{\max}, \quad \tau \in [\tau_0, \tau_f], \\ & 0 \leq \bar{q}(\psi_x(\bar{z}(\tau), \lambda)) \leq \bar{q}_{\max}, \quad \tau \in [\tau_0, \tau_f], \\ & u_{\min} \leq \psi_u(\bar{z}(\tau), \lambda) \leq u_{\max}, \quad \tau \in [\tau_0, \tau_f], \\ & \psi_x(\bar{z}(\tau_f), \lambda) = x_f, \\ & \psi_u(\bar{z}(\tau_f), \lambda) = u_f, \end{aligned}$$

où le vecteur  $\bar{z}$  est défini par  $\bar{z} = (z_1, z_2, z_3, \dot{z}_1, \dot{z}_2, \dot{z}_3, \ddot{z}_1, \ddot{z}_2, \ddot{z}_3)$  dans l'espace des jets d'ordre infini, où le temps normalisé  $\tau$  vérifie  $\tau_0 = 0$  et  $\tau_f = 1$  et où  $\lambda$  correspond à la durée totale de la trajectoire et constitue un paramètre d'ajustement lors de l'optimisation. De plus, en pratique, la commande en dérapage  $\beta$  pour la boucle de guidage est imposée nulle afin de laisser la pleine autorité à la boucle de pilotage pour contrer les effets des cisaillements de vents. Cette contrainte fait que le système n'est plus plat. Cependant, il est possible de paramétrer la partie observable autonome en fonction des sorties plates correspondant au système initial. L'équation associée à cette nouvelle contrainte doit être vérifiée dans l'espace des sorties plates. Elle correspond à la contrainte égalitaire de trajectoire  $\Lambda_\tau$  définie par l'équation autonome :

$$\Lambda_\tau(x, u) = \frac{V'}{\lambda} + g \sin \gamma + \frac{1}{2} \frac{\rho S V^2 C_{D_0}(\alpha, M)}{m} = 0, \quad (2.102)$$

où chacune des variables ( $V, V', \gamma, \dots$ ) intervenant dans la contrainte égalitaire (2.102) peuvent s'écrire exclusivement en fonction de la sortie plate, de ses dérivées, ainsi que de la durée totale de la trajectoire  $\lambda$ . En particulier,  $V'$  s'écrit dans l'espace des sorties plates et de leurs dérivées sous la forme

$$V' = \frac{z'_1 z''_1 + z'_2 z''_2 + z'_3 z''_3}{\lambda \sqrt{z_1'^2 + z_2'^2 + z_3'^2}}.$$

**Détermination du sous-espace convexe intérieur associé aux contraintes** On considère à titre illustratif la contrainte de pression dynamique  $Q$ , exprimée en fonction des sorties plates, de leurs dérivées, ainsi que du paramètre de trajectoire  $\lambda$ . La pression dynamique ne doit pas excéder  $Q_{\max} = 16$  kPa le long de la trajectoire TAEM. On a donc

$$0 \leq \frac{1}{2} \rho_0 \exp\left(-\frac{z_3}{H_0}\right) S \frac{\sqrt{z_1'^2 + z_2'^2 + z_3'^2}}{\lambda} \leq Q_{\max}. \quad (2.103)$$

D'un point de vue géométrique, il est possible de voir cette contrainte comme un volume généré par une famille de cercles centrés sur  $z_3$  se contractant de manière exponentielle (lorsque l'on ne tient pas compte de la contrainte de pente de trajectoire négative), la durée libre de trajectoire  $\lambda$  agissant alors comme un facteur d'homothétie de la forme sphérique. Afin de réaliser une approximation intérieure convexe de la contrainte de pression dynamique, nous considérons un superellipsoïde d'ordre 5, ainsi que les transformations géométriques 5-D associées. Notamment, d'après les considérations géométriques précédentes, la transformation de pincement linéaire sera effectuée le long de l'axe  $z_3$ , qui correspond à l'altitude du véhicule.

La forme géométrique convexe obtenue est représentée sur la figure 2.26, en projection dans le repère  $(z'_1 \lambda, z_3, z'_2 \lambda)$ . De plus, les points associés à la paramétrisation angle-centre du superellipsoïde sont indiqués par des croix de couleur jaune.

La même démarche de convexification a été appliquée aux autres contraintes non linéaires sur la trajectoire (angle de gîte, incidence, et facteur de charge).

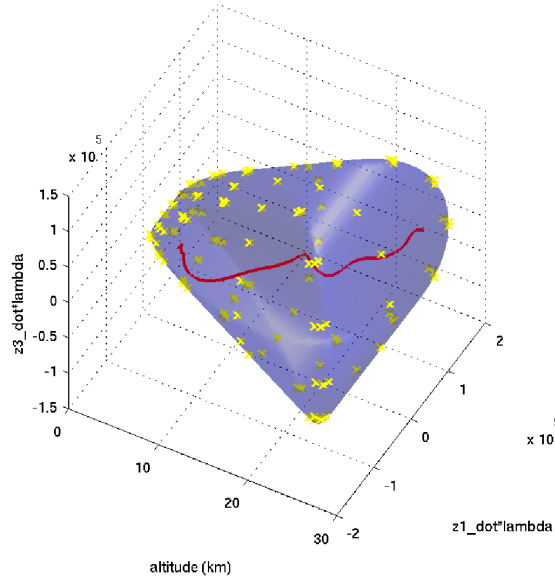


FIGURE 2.26 – approximation de la contrainte de pression dynamique par une forme convexe

**Formulation et résolution du problème de programmation non linéaire à l'aide de B-splines** Une fois les différentes contraintes de trajectoires approximées par des formes convexes, il est possible de les intégrer dans le problème de commande optimale (2.101), où elles remplacent alors les contraintes initiales non convexes. Notons  $\mathcal{F}_{\bar{q}}$ ,  $\mathcal{F}_{\Gamma}$ ,  $\mathcal{F}_{\mu}$ ,  $\mathcal{F}_{\alpha}$  et  $\mathcal{F}_{\Lambda_{\tau}}$  les fonctions d'appartenance associées respectivement aux contraintes de pression dynamique, de facteur de charge, de gîte, d'incidence, et à l'observable autonome. De plus, nous ne considérons pas de fonctionnelle de coût particulière dans le cadre du problème de faisabilité considéré. Le problème de commande optimale (2.101) peut alors être réécrit sous la forme suivante :

$$\text{trouver } (\bar{z}(t), \lambda) \quad (2.104)$$

t.q.

$$\begin{aligned} \psi_x(\bar{z}(\tau_0), \lambda) &= x_0, \\ \psi_u(\bar{z}(\tau_0), \lambda) &= u_0, \\ 0 &\leq \mathcal{F}_{\Lambda_{\tau}}(\Psi^*, \bar{z}(t)) \leq 1, \quad \tau \in [\tau_0, \tau_f], \\ 0 &\leq \mathcal{F}_{\Gamma}(\Psi^*, \bar{z}(t)) \leq 1, \quad \tau \in [\tau_0, \tau_f], \\ 0 &\leq \mathcal{F}_{\bar{q}}(\Psi^*, \bar{z}(t)) \leq 1, \quad \tau \in [\tau_0, \tau_f], \\ 0 &\leq \mathcal{F}_{\mu}(\Psi^*, \bar{z}(t)) \leq 1, \quad \tau \in [\tau_0, \tau_f], \\ 0 &\leq \mathcal{F}_{\alpha}(\Psi^*, \bar{z}(t)) \leq 1, \quad \tau \in [\tau_0, \tau_f], \\ \psi_x(\bar{z}(\tau_f), \lambda) &= x_f, \\ \psi_u(\bar{z}(\tau_f), \lambda) &= u_f, \end{aligned}$$

où le vecteur  $\bar{z}$  est défini par  $\bar{z} = (z_1, z_2, z_3, \dot{z}_1, \dot{z}_2, \dot{z}_3, \ddot{z}_1, \ddot{z}_2, \ddot{z}_3)$  dans l'espace des jets d'ordre infini, et où le temps normalisé  $\tau$  vérifie  $\tau_0 = 0$  et  $\tau_f = 1$ .

Afin de résoudre le problème de commande optimale convexe (2.104), nous avons paramétré les variables d'optimisation  $z_1$ ,  $z_2$  et  $z_3$  par des B-splines d'ordre 7 et de multiplicité 3, comprenant chacune 5 intervalles, de manière à obtenir des dérivées temporelles d'ordre 1 et d'ordre 2 continues. Le paramètre  $\lambda$  a été modélisé par une B-spline comportant un seul intervalle, d'ordre 1 et de multiplicité nulle. De plus, les contraintes de trajectoire  $\mathcal{F}_{\bar{q}}$ ,  $\mathcal{F}_{\Gamma}$ ,  $\mathcal{F}_{\mu}$ ,  $\mathcal{F}_{\alpha}$  et  $\mathcal{F}_{\Lambda_{\tau}}$  sont vérifiées en 40 points de collocation régulièrement espacés dans l'intervalle  $[0, 1]$ , associé au temps normalisé  $\tau$ . Le nouvel OCP est alors discrétisé afin de le transformer en un problème de programmation non linéaire. Les variables de décision du problème NLP sont alors les paramètres de contrôle des B-splines.

Finalement, le problème NLP est résolu grâce au solveur NPSOL [GMSW86] en environ 0.2 s sur un ordinateur personnel équipé d'un processeur Intel Core 2 Duo cadencé à 2 Go. La trajectoire TAEM obtenue est représentée sur la figure 2.27. Le facteur de charge est également représenté le long de la trajectoire.

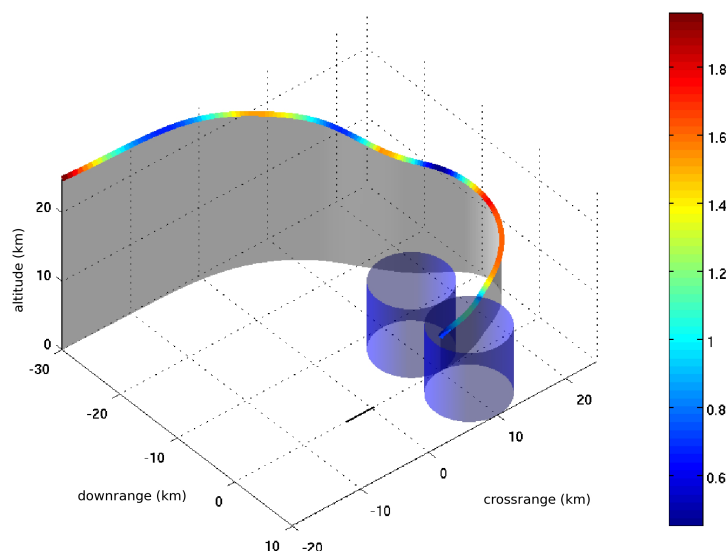


FIGURE 2.27 – trajectoire TAEM obtenue par résolution du problème convexe.

Les profils des consignes de guidage  $\alpha$  et  $\mu$  correspondant à la trajectoire TAEM de référence sont représentés sur les figures 2.28(a) et 2.28(b).

Les contraintes mécaniques subies par le véhicule durant la phase TAEM, c'est à dire la pression dynamique et le facteur de charge, sont représentées sur les figures 2.29(a) et 2.29(b). Clairement, la pression dynamique reste toujours inférieure à 16 kPa et le facteur de charge n'excède jamais 2.5 g.



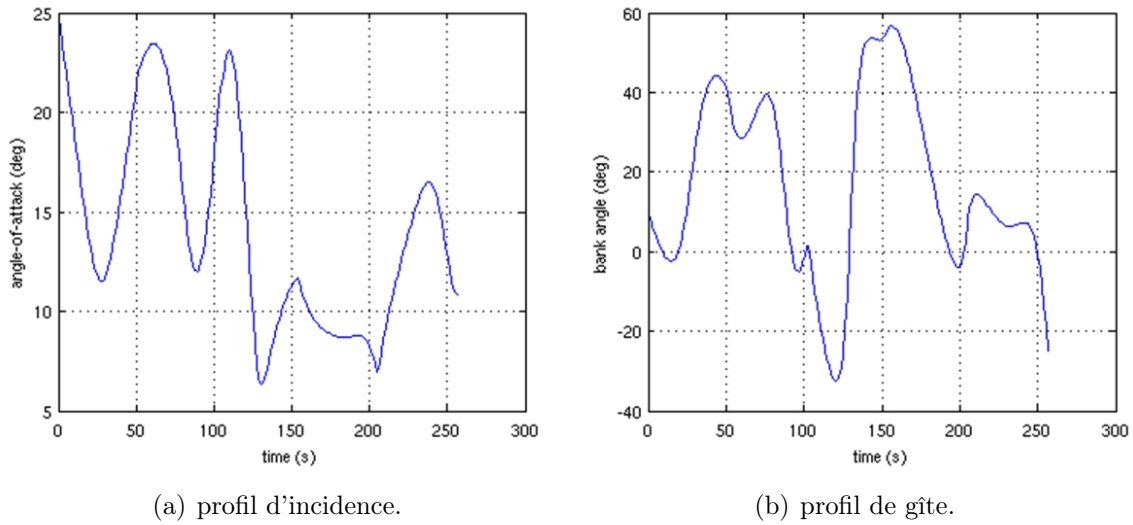


FIGURE 2.28 – profils des consignes de guidage le long de la trajectoire TAEM de référence.

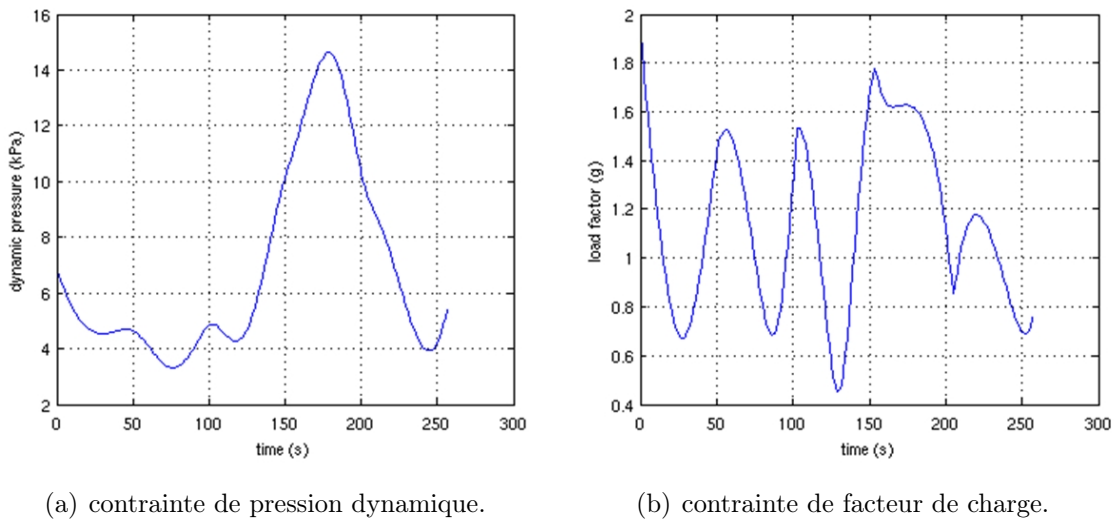


FIGURE 2.29 – contraintes mécaniques le long de la trajectoire TAEM de référence.

## 2.5.2 Algorithme de caractérisation de sorties $\delta$ -plates

Bien que les systèmes aéronautiques et spatiaux présentent des non linéarités statiques et dynamiques plus ou moins fortes, les méthodes issues de la théorie de la commande linéaire sont appliquées avec succès sur la base de modèles linéaires approchant plus ou moins finement le comportement réel du système. Il est maintenant largement reconnu que les techniques de commande non linéaire peuvent améliorer sensiblement les niveaux de performance ou de robustesse des systèmes bouclés, et fournir une solution efficace pour la génération de trajectoires optimales (Cf. section 2.4). La commande non linéaire utilisant

un cadre mathématique moins conventionnel, un effort de recherche important se poursuit depuis une trentaine d'années avec pour ambition de développer des outils génériques, efficaces et pratiques en vue d'applications industrielles. Dans cette direction, plusieurs techniques de linéarisation par retour d'état et bouclage ont été introduites dans la littérature [Isi89, JR80, HSM83, CLM91, GM89]. Un des objectifs visés était alors d'étendre, aux systèmes non linéaires, les techniques matures et éprouvées de commande linéaire.

Le concept de platitude différentielle, introduit dans [FLMR95] au milieu des années 90, a permis de se focaliser sur le choix des sorties linéarisantes permettant d'obtenir une linéarisation entrée-état et qui a découlé sur une notion d'équivalence entre le système non linéaire et le système linéarisé [FLMR99]. Depuis, ce concept a inspiré une littérature abondante, et a été appliqué à un grand nombre de problèmes :

- Commande robuste (Cf. par ex. [RRZ96, BFL97, RCA01, HD03, SRA04, ZCZ07],etc.),
- Commande tolérante aux défauts (Cf. par ex.[MJR07],etc.),
- Planification de trajectoires (Cf. par ex.[NM98, MFHM05, FAM01, vLR03],etc.)
- Diagnostic de pannes (Cf. par ex.[FJM04, MGGGLJCV07],etc.)
- Estimation non linéaire de paramètres (Cf. par ex.[FJSR08],etc.)

Les conditions nécessaires et suffisantes de platitude pour les systèmes linéaires et non linéaires multidimensionnels, régis par des équations différentielles ordinaires, sont bien établies [LN03, Lév06]. L'utilisation de ces conditions nous a ainsi permis de déterminer de manière formelle un jeu de sorties plates associé au modèle à trois degrés de liberté et trois commandes d'un véhicule de rentrée atmosphérique [Mor09]. Dans ce domaine, notre contribution porte sur le développement d'un algorithme constructif permettant calculer des sorties  $\delta$ -plates candidates pour les systèmes linéaires à retards. Cet algorithme peut être vu comme une extension, pour les systèmes linéaires à retards, des conditions nécessaires et suffisantes de platitude obtenues dans [LN03].

La caractérisation formelle de sorties plates est motivée par la mise au point d'une boîte à outils pouvant être utilisée par des ingénieurs lors du développement de lois de commande pour les systèmes non linéaires ayant la propriété d'être plats. Bien que des conditions nécessaires et suffisantes de platitude existent, le calcul systématique et efficace de sorties plates reste encore un problème ouvert.

Dans ce paragraphe, la méthodologie de calcul de sorties plates par décompositions de Smith, développée dans [LN03], est étendue à la classe des systèmes linéaires différentiels à retards. Un algorithme constructif est proposé permettant de vérifier si un système linéaire à retards est  $\delta$ -plat et, le cas échéant, de calculer une sortie  $\delta$ -plate. Des approches différentes peuvent être trouvées dans [CQR05, RW97]. L'approche retenue ici est basée sur des résultats classiques provenant de l'algèbre polynomiale linéaire. Ce travail a été réalisé avec Jean Lévine du Centre Automatique et Systèmes (CAS) de l'École Nationale Supérieure des Mines de Paris.

### Système linéaire à retards $\delta$ -plat

Soit un système linéaire à retards composé d'un ensemble d'équations différentielles retardées, tel que

$$\dot{x}_i = \sum_{j=1}^n a_{i,j} \left( \frac{d}{dt}, \delta \right) x_j + \sum_{j=1}^m b_{i,j} \left( \frac{d}{dt}, \delta \right) u_j, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.105)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est l'état,  $u \in \mathbb{R}^m$  le vecteur de commandes, et  $\delta = (\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_r) \in \mathbb{R}^r$  un ensemble non vide d'opérateurs de retard vérifiant la loi  $\delta_i : f(t) \mapsto f(t - \tau_i)$ ,  $\tau_i \in \mathbb{R}^+$ ,  $i = 1, \dots, r$ . Les termes  $a_{i,j}(\frac{d}{dt}, \delta)$  et  $b_{i,j}(\frac{d}{dt}, \delta)$  sont définis sur l'anneau  $\mathfrak{K}[\frac{d}{dt}, \delta]$  des polynômes en  $\frac{d}{dt}$  et  $\delta$ , et à coefficients dans le champ  $\mathfrak{K}$  des fonctions méromorphes du temps, de  $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$  dans  $\mathbb{R}$ . La loi de multiplication sur l'anneau  $\mathfrak{K}[\frac{d}{dt}, \delta]$  est définie telle que l'on a, pour tout  $a(t) \in \mathfrak{K}$ ,

$$\frac{d}{dt} a(t) = a(t) \frac{d}{dt} + \dot{a}(t), \quad \delta_i a(t) = a(t - \tau_i) \delta_i, \quad i = 1, \dots, r.$$

En notant par  $\mathcal{M}_{p,q}(\frac{d}{dt}, \delta)$  le module des matrices de taille  $p \times q$  à éléments dans l'anneau commutatif  $\mathfrak{K}[\frac{d}{dt}, \delta]$ , le système (2.105) peut être réécrit de manière plus compacte sous la forme

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (2.106)$$

où  $A \in \mathcal{M}_{n,n}(\frac{d}{dt}, \delta)$  et  $B \in \mathcal{M}_{n,m}(\frac{d}{dt}, \delta)$ .

**Définition 2.6 ( $\delta$ -platitude [Rud03])** *Le système linéaire à retards (2.105) est dit différentiellement  $\delta$ -plat (ou  $\delta$ -libre) s'il existe un polynôme non nul  $\pi = \delta_1^{s_1} \dots \delta_r^{s_r} \in \mathfrak{K}[\delta]$ ,  $s_j \in \mathbb{N}^r$ ,  $j = 1, \dots, \rho$ , et une collection  $z$  de  $m$  variables indépendantes  $\delta$ -différentiellement indépendantes<sup>5</sup>, de la forme*

$$z = P_0(\delta)x + P_1(\delta)u + P_2(\delta)\dot{u} + \dots + P_\alpha(\delta)u^{(\alpha)}, \quad (2.107)$$

où  $P_0(\delta) \in (\mathfrak{K}[\delta])^{m \times n}$ ,  $P_i(\delta) \in (\mathfrak{K}[\delta])^{m \times m}$ ,  $i = 1, \dots, \alpha$ , et  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_m)$  est un  $m$ -uplet fini d'entiers, telle que

$$x = Q_0(\delta, \pi^{-1})z + Q_1(\delta, \pi^{-1})\dot{z} + \dots + Q_\nu(\delta, \pi^{-1})z^{(\nu)}, \quad (2.108)$$

$$u = R_0(\delta, \pi^{-1})z + R_1(\delta, \pi^{-1})\dot{z} + \dots + R_{\nu+1}(\delta, \pi^{-1})z^{(\nu+1)}, \quad (2.109)$$

où  $Q_i(\delta, \pi^{-1}) \in (\mathfrak{K}[\delta, \pi^{-1}])^{n \times m}$ ,  $i = 0, \dots, \nu$ ,  $R_j(\delta, \pi^{-1}) \in (\mathfrak{K}[\delta, \pi^{-1}])^{m \times m}$  et  $j = 0, \dots, \nu + 1$ . En outre,  $z_i^{(k)}$  désigne la dérivée temporelle d'ordre  $k$  de la  $i^{\text{ème}}$  composante de  $z$ , et  $\nu = (\nu_1, \dots, \nu_m)$  représente un  $m$ -uplet fini d'entiers.

De plus, si une telle collection  $z$  existe, elle est appelée sortie  $\delta$ -plate du système.

En d'autres termes, la définition 2.6 établit que la sortie  $\delta$ -plate  $z$  peut être obtenue comme une combinaison  $\mathfrak{K}[\frac{d}{dt}, \delta]$ -linéaire des variables du système, et que l'état et les commandes du système peuvent être calculés à partir de  $z$  en utilisant des différentiations, des retards et des avances provenant de l'inversion du  $\pi$ -polynôme. La sortie  $\delta$ -plate peut être déterminée à l'aide d'un algorithme utilisant les outils du calcul formel et présenté dans le paragraphe suivant.

5. plus précisément, il n'existe aucune relation  $\delta$ -différentielle entre les composantes de  $z$ , i.e.,  $S_0(\delta)z + S_1(\delta)\dot{z} + \dots + S_\mu(\delta)z^{(\mu)} = 0$  implique que  $S_i(\delta) = 0$ , où  $S_i(\delta) \in (\mathfrak{K}[\delta])^{(n+m) \times m}$ ,  $i = 0, \dots, \mu$ .

### Algorithme de caractérisation proposé

La forme de Smith existant seulement pour les matrices définies sur un anneau principal (PID), il est possible de redéfinir leurs éléments polynomiaux sur l'anneau  $\mathfrak{K}(\delta)[\frac{d}{dt}]$  des polynômes en  $\frac{d}{dt}$  à coefficients dans le corps  $\delta$ -différentiel  $\mathfrak{K}(\delta)$ , au lieu de l'anneau  $\mathfrak{K}[\frac{d}{dt}, \delta]$  qui n'est pas euclidien. Dans la suite,  $\mathcal{M}_{p,q}(\frac{d}{dt}, \delta)$  désigne le module des matrices de taille  $p \times q$  définies sur l'anneau  $\mathfrak{K}(\delta)[\frac{d}{dt}]$ , i.e., les matrices polynomiales en  $\frac{d}{dt}$  à coefficients rationnels en  $\delta$  et méromorphiques en  $t$ .

Le système (2.106) est considéré sous forme sa implicite de manière à tenir compte de sa propriété naturelle d'invariance par bouclage dynamique endogène [FLMR99]. Par conséquent, la sortie  $\delta$ -plate (2.107) est recherchée sous la forme d'une combinaison linéaire de l'état du système, de ses dérivées et d'un nombre fini de retards, i.e.,  $z = Px$  avec  $P \in \mathcal{M}_{m,n}(\frac{d}{dt}, \delta)$ . En outre, les expressions de l'état et des commandes définies respectivement par (2.108) et (2.109) peuvent être réécrites sous la forme de matrices polynomiales telles que  $x = Qz$ ,  $Q \in \mathcal{M}_{n,m}(\frac{d}{dt}, \delta)$ , et  $u = Rz$ ,  $R \in \mathcal{M}_{m,m}(\frac{d}{dt}, \delta)$ . Les matrices  $P$ ,  $Q$  et  $R$  sont appelées *opérateurs de définition* de la sortie  $\delta$ -plate  $z$ .

La proposition suivante donne un résultat constructif permettant le calcul des opérateurs de définition  $P$ ,  $Q$  et  $R$  sous un environnement de calcul formel standard comme Maple.

**Théorème 2.4** *Soit le système linéaire à retards défini par  $Ax = Bu$ , où  $A \in \mathcal{M}_{n,n}(\frac{d}{dt}, \delta)$  et  $B \in \mathcal{M}_{n,m}(\frac{d}{dt}, \delta)$ . Le système à retards est  $\delta$ -plat si et seulement s'il existe un ensemble d'opérateurs de définition  $P$ ,  $Q$ , et  $R$  satisfaisant  $z = Px$ ,  $x = Qz$  et  $u = Rz$ , tels que*

$$\begin{aligned} Q &= \tilde{Q}(0_{n-m,m}, I_m)^T, \text{ où } \tilde{Q} \in \text{D-Smith}((0_{n-m,m}, I_{n-m})MA), \text{ et } M \in \text{G-Smith}(B), \\ R &= (I_m, 0_{m,n-m})MAQ, \\ P &= (I_m, 0_{m,n-m})\tilde{P}, \text{ où } \tilde{P} \in \text{G-Smith}(Q). \end{aligned}$$

dans la perspective de l'implémentation de ce résultat sous un environnement de calcul formel, sa formulation algorithmique est donnée ci-après (voir l'algorithme 1).

Dans cette seconde partie, nous avons brièvement rappelé le concept de systèmes linéaires  $\delta$ -plats et proposé une extension des conditions nécessaires et suffisantes de platitude établies dans [LN03] à la classe des systèmes linéaires différentiels à retards. La démarche proposée, simple et systématique, utilise le calcul de formes normales de Smith. De plus, l'algorithme proposé permet de détecter la non-commandabilité ou la non-liberté lorsque le système considéré n'est pas  $\delta$ -plat.

### 2.5.3 Bilan et perspectives

Nous avons proposé dans la première partie cette étude une architecture générale pour le guidage autonome qu'une loi de guidage autonome intégrant les contraintes de missions et les capacités effectives de manœuvre du véhicule. Cette loi est obtenue à l'aide

**Algorithme 1** : Caractérisation algébrique d'un système linéaire  $\delta$ -plat.

**Entrées** : Deux matrices  $A \in \mathcal{M}_{n,n}(\frac{d}{dt}, \delta)$  et  $B \in \mathcal{M}_{n,m}(\frac{d}{dt}, \delta)$ .

**Sorties** : Un indicateur de défaut de platitude  $d$  et un ensemble d'opérateurs de définition  $P \in \mathcal{M}_{m,n}(\frac{d}{dt}, \delta)$ ,  $Q \in \mathcal{M}_{n,m}(\frac{d}{dt}, \delta)$  et  $R \in \mathcal{M}_{m,m}(\frac{d}{dt}, \delta)$ , vérifiant  $z = Px$ ,  $x = Qz$  et  $u = Rz$ .

**Initialisation** :  $d = 0$ .

**Algorithme** :

- 1 Calculer une décomposition de Smith de  $B$  telle que  $MBN = (I_m, 0_{n-m,m})^T$ , et poser  $F = (0_{n-m,m}, I_{n-m})MA$ .
- 2 Calculer une décomposition de Smith de la matrice  $F$  telle que  $VF\tilde{Q} = (I_{n-m}, 0_{n-m,m})$ . Si une telle décomposition n'existe pas, le système n'est pas  $\delta$ -plat et  $d$  est mis à 1.
- 3 Sinon, calculer la matrice  $Q$  en utilisant la relation  $Q = \tilde{Q}(0_{n-m,m}, I_m)^T$ .
- 4 Calculer la matrice  $R$  en utilisant la relation  $R = (I_m, 0_{m,n-m})MAQ$ .
- 5 Calculer une décomposition de Smith de la matrice  $Q$  telle que  $\tilde{P}QU = (I_m, 0_{n-m,m})^T$ .
- 6 Sinon, calculer la matrice  $P$  en utilisant la relation  $P = (I_m, 0_{m,n-m})\tilde{P}$ .

d'une méthodologie de génération de trajectoires basée sur le concept de platitude et donnant une solution optimale dans un sous-espace convexe des contraintes. Pour ce faire, le problème de commande optimale est transformé en un problème de programmation non linéaire en utilisant la platitude et une paramétrisation par B-splines sur un sous-espace convexe. Le choix de travailler sur ce sous-espace convexe se justifie par la nécessité d'avoir une charge et un temps de calcul considérablement réduits pour un algorithme embarqué autonome. L'utilisation de transformations géométriques des superellipsoïdes a permis d'améliorer sensiblement l'approximation de l'espace des contraintes non convexe par rapport à l'étude présentée dans la section précédente (2.4). Cette démarche a été appliquée pour générer une loi de guidage autonome pour la navette US Shuttle. Les résultats de simulation obtenus ont montré les potentialités de l'approche proposée pour les phases TAEM et d'atterrissage automatique de la navette.

Dans l'approche proposée les superellipsoïdes approximant l'espace des contraintes sont optimisées hors-ligne à l'aide d'un algorithme génétique. Il serait intéressant pour s'adapter à un plus grand nombre de situations défailtantes de pouvoir générer à bord ces sous-espace convexes. Pour ce faire, nous envisageons d'étudier en 2009/2010 la reformulation du problème d'optimisation de la superquadrique sous la forme d'un problème d'optimisation semi-définie positive afin de bénéficier d'algorithmes de résolution efficaces.

Dans une seconde partie, nous avons proposé une démarche, simple et systématique, pour déterminer à l'aide d'un outil de calcul formel les sorties plates des systèmes linéaires différentiels à retards. Elle est issue d'une étude approfondie des algorithmes de calculs formels des sorties plates existants, et de l'application de celui développé dans [Lév06] à la détermination de sorties plates d'un modèle à trois degrés de liberté d'un véhicule de

rentrée atmosphérique.

Ce travail sur le calcul formel des sorties plates est une contribution pour la réalisation d'une future boîte à outils pour les systèmes plats. Cette dernière doit permettre à terme une plus grande diffusion du concept de platitude dans le secteur industriel en facilitant la détermination et le test de sorties plates candidates.



# Conclusions et perspectives

Dans ce mémoire, j'ai voulu en quelques points marquants dessiner le contour de ma carrière d'enseignant/chercheur sur une dizaine d'années qui s'équilibre globalement entre mes fonctions pédagogiques et mon activité de recherche.

Issu du domaine de la commande des machines électriques, j'ai eu l'opportunité en tant que jeune maître de conférences de basculer dans le domaine des systèmes aéronautiques et spatiaux. Cette conversion a été menée à la fois sur le volet enseignement et sur le volet recherche et a commencé à produire pleinement ses fruits en termes de publications un peu moins d'une dizaine d'années après. Cette conversion s'est faite grâce à la confiance de nos partenaires industriels qui ont cru en notre potentiel et également aux conseils de mes aînés qui m'ont appris, entre autres choses, l'absolue nécessité pour un chercheur de publier ses résultats et de s'insérer dans une dynamique de groupes au plan national et international pour pouvoir progresser le plus efficacement possible. L'encadrement de mes doctorants avec différents directeurs de thèse a été une source d'enrichissement tant sur le plan des relations humaines que sur le plan scientifique. Cela m'a permis de mieux cerner le rôle de superviseur qui se doit d'insérer les projets professionnels et scientifiques de doctorants et de jeunes collègues dans une thématique collective tout en gardant la capacité de transmettre des savoirs et des savoir-faire techniques, mais aussi organisationnels et relationnels. Cela consiste également à assumer la charge de la gestion du projet dans son ensemble : conception, recrutement de doctorants, supervision des travaux scientifiques, valorisation des résultats pendant et après le projet. Je souhaite à l'avenir pouvoir tenir ce rôle et mettre en place des projets de recherche sur les deux axes que je développe actuellement.

Le premier axe porte sur la réalisation et la diffusion d'une boîte à outils de calcul formel pour la platitude. Les résultats obtenus dans le cadre de la thèse de Vincent Morio sur ce sujet constituent une première étape et doivent être renforcés. J'envisage pour cela de faire appel aux compétences de nos collègues de mathématiques appliquées de Bordeaux (IMB) avec qui nous discutons actuellement pour la mise en place de nouvelles actions communes.

Le second axe a pour objet l'utilisation de la programmation semi-définie pour la résolution de plusieurs problèmes d'optimisation actuellement résolus à l'aide de solveurs non linéaires. Je pense en premier lieu à la formalisation du problème de la maximisation du volume de la superquadrique intérieure à l'espace des contraintes actuellement résolue à



l'aide d'un algorithme génétique. Certaines pistes issues de discussions avec le Professeur Meshran Mesbahi de l'Université de Washington lors de son séjour en tant que Professeur invité dans notre équipe sont en cours de formalisation et devraient donner lieu rapidement à certaines avancées. En second lieu, je souhaite utiliser le critère de positivité pour la génération de trajectoires optimales sur un continuum temporel sur des applications aérospatiales.

Si ces thèmes sont dans la continuité de mon action de recherche, je vais également ouvrir une nouvelle voie dans l'équipe axée sur l'utilisation des techniques de commande non linéaires prédictives et de diagnostic à base de modèles plats pour la commande tolérante aux défauts. Ce travail va débiter dès 2010, avec la participation de Denis Efimov chercheur post-doctorant pour un an dans notre équipe. Enfin, je souhaite accroître les échanges internationaux au niveau recherche en mettant en place prochainement deux projets de thèses sur cette nouvelle thématique en cotutelle, l'une avec l'Université de Surrey en Angleterre et l'autre avec l'Université de Monterrey au Mexique.

# Bibliographie

- [AG95] P. Apkarian and P. Gahinet. A convex characterization of gain-scheduled  $h_\infty$  controllers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 5(40) :853–864, 1995.
- [AJ83] J. P. Arrington and J. J. Jones. Shuttle performance : Lessons learned. In *Proc. NASA conference*, page 2283, Hampton, USA, 1983. NASA.
- [AL08] Felix Antritter and Jean Lévine. Towards a computer algebraic algorithm for flat output determination. In *ISSAC '08 : Proceedings of the twenty-first international symposium on Symbolic and algebraic computation*, pages 7–14, New York, NY, USA, 2008. ACM.
- [AMR88] U. Ascher, R. Mattheij, and Russell R. *Numerical solution of boundary value problems in ordinary differential equations*. Prentice-Hall, Englewoods Cliffs, NJ, USA, 1988.
- [BAG97] J. M. Biannic, P. Apkarian, , and W. L. Garrard. Parameter-varying control of high performance aircraft. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2(20) :225–231, 1997.
- [Bar81] A. H. Barr. Superquadrics et angle preserving transformations. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 1 :11–23, 1981.
- [BBB98] D. Bennett, S. Bruge, and A. Bradshaw. Non-linear controller design for a highly coupled vstol aircraft. In *Proc. IEE Control'98*, pages 1510–1515, New Orleans, USA, Sept. 1998. IEE.
- [BC92] A. Bradshaw and J. M. Counsell. Design of autopilots for high performance missiles. *Journal of Systems and Control*, 206 :75–84, 1992.
- [BC99] B. Bergeon and F. Cazaurang. Mu-analysis for clearance flight control laws. In *1st GARTEUR FM-AG11 Meeting*, Capoue, Italy, April. 1999. GARTEUR.
- [BDG<sup>+</sup>91] G. Balas, J. Doyle, K. Glover, A. Packard, and R. Smith. *The  $\mu$ -Analysis and Synthesis Toolbox User's Guide*. The Mathworks Inc., Massachusetts, USA, 1991.
- [BE92] D. Bugajski and D. Enns. Nonlinear control law with application to high angle-of-attack flight. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 3(15) :761–767, 1992.

- [Ben02] D. Bennett. The ride controller. In C. Fielding, A. Varga, S. Bennani, and M. Selier, editors, *Advanced Techniques for Clearance of Flight Control Laws*, number 283 in Lecture Notes in Control and Information Sciences, part 9, pages 141–150. Springer, Berlin / Heidelberg, first edition, 2002.
- [Bet01] J. T. Betts. *Practical methods for optimal control using nonlinear programming*. SIAM, 2001.
- [BFL97] L. Bitauld, M. Fliess, and J. Lévine. A flatness based control synthesis of linear systems and application to windshield wipers. In *Proc. ECC'97*, pages 1–6, Brussels, France, July 1997. GdR Automatique CNRS.
- [BLC01] B. Bergeon, L. Lavigne, and F. Cazaurang. LFT generation for flat systems. In *6th GARTEUR FM-AG11 Meeting*, Braunschweig, Germany, March. 2001. GARTEUR.
- [BNW06] R. H. Byrd, J. Nocedal, and R. A. Waltz. *KNITRO : An Integrated Package for Nonlinear Optimization*, pages 35–59. Large-Scale Nonlinear Optimization. Springer-Verlag, New York, 2006.
- [Boi98] J. L. Boiffier. *The dynamics of flight : The equations*. Wiley, Chichester, UK, 1998.
- [BRG92] G. Balas, J. Reiner, and W. Garrard. Robust dynamic inversion control laws for aircraft control. In *Proc. AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, pages 192–205, Hilton Head Island, SC, USA, Aug. 1992. AIAA.
- [Bry99] A. E. Bryson. *A practical guide to spline*. Addison Wesley Longman, California, USA, 1999.
- [BW93] K. Bilimoria and B. Wie. Time-optimal three-axis reorientation of a rigid spacecraft. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 3(16) :446–452, 1993.
- [CBL00] F. Cazaurang, B. Bergeon, and L. Lavigne. Mu-analysis methodology for fcs clearance process using non-linear dynamic inversion. In *3rd GARTEUR FM-AG11 Meeting*, Amsterdam Holand, Jan. 2000. GARTEUR.
- [CL09] F. Cazaurang and L. Lavigne. Computation satellite path planning by flatness approach. *International Review of Aerospace Engineering*, 2(3) :123–132, 2009.
- [CLB01a] F. Cazaurang, L. Lavigne, and B. Bergeon. Flatness approach to LFT modelling. In *Technical Publication GARTEUR TP-119-22*. GARTEUR, 2001.
- [CLB01b] F. Cazaurang, L. Lavigne, and B. Bergeon. Robust non linear stability analysis of hirmplus and ride regulator. In *7th GARTEUR FM AG11 Meeting*, Bedford, UK, Jun. 2001. GARTEUR.

- [CLB02a] F. Cazaurang, L. Lavigne, and B. Bergeon. LFT generation by flatness approach, for mu-analysis of hirmplus fighter aircraft. In C. Fielding, A. Varga, S. Bennani, and M. Selier, editors, *Advanced Techniques for Clearance of Flight Control Laws*, number 283 in Lecture Notes in Control and Information Sciences, part 14, pages 221–243. Springer, Berlin / Heidelberg, first edition, 2002.
- [CLB02b] F. Cazaurang, L. Lavigne, and B. Bergeon. LFT representation of a longitudinal perturbed aircraft model by flatness approach. In *Proceedings of IEEE CACSD*, pages 230–235, Glasgow, United Kingdom, Sept. 2002. IEEE.
- [CLB03] F. Cazaurang, L. Lavigne, and B. Bergeon. Modelling of a longitudinal disturbed aircraft model by flatness approach. In *Proceedings of AIAA Conference, Guidance, Navigation and Control*, pages 5478–5482, Austin, USA, Aug. 2003. AIAA.
- [CLM91] B. Charlet, J. Lévine, and R. Marino. Sufficient conditions for dynamic state feedback linearization. *SIAM J. Control and Optimization*, 29 :38–57, 1991.
- [CMF<sup>+</sup>08] F. Cazaurang, V. Morio, A. Falcoz, D. Henry, and A. Zolghadri. New model-based strategies for guidance and health monitoring of experimental reentry vehicles. *International Review of Aerospace Engineering*, 1(5) :458–463, 2008.
- [CP08] F. Chaplais and N. Petit. Inversion in indirect optimal control of multivariable systems. *ASAIM : Control, Optimisation and Calculus of Variations*, 14(2) :294–317, 2008.
- [CQR05] F. Chyzak, A. Quadrat, and D. Robertz. *Effective algorithms for parametrizing linear control systems over Ore algebras*, volume 16 :5, pages 319–376. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 2005.
- [CS66] H. Curry and I. Schoenberg. On pòlya frequency functions : The fundamental spline functions and their limits. *Journal d'Analyse Mathématique*, 1(17) :71–107, 1966.
- [dB01] C. de Boor. *A practical guide to spline*. Applied Mathematical Sciences. Springer, New York, 2001.
- [Doy82] J. C. Doyle. Analysis of feedback systems with structured uncertainties. In *Proc. of the Institute of Electrical and Electronics Engineers*, volume 129-6, pages 242–250, Hampton, USA, 1982. NASA.
- [Elg88] M. Elgersma. *Control of Nonlinear Systems and Application to Aircraft*. PhD thesis, Dept. of Electrical Engineering, Univ. of Minnesota, Minneapolis, MN, USA, 1988.
- [Fal09] A. Falcoz. *Contribution au développement de stratégies de diagnostic à base de modèles pour les véhicules spatiaux - Application à une mission de rentrée atmosphérique*. PhD thesis, Université Bordeaux I, 2009.

- [FAM01] N. Faiz, S. Agrawal, and R. Murray. Differentially flat systems with inequality constraints : An approach to real-time feasible trajectory generation. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2(24) :219–227, 2001.
- [FJM04] M. Fliess, C. Join, and H. Mounier. *An introduction to nonlinear fault diagnosis with an application to a congested internet router*, volume 308 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, pages 327–343. Springer, London, 2004.
- [FJSR08] M. Fliess, C. Join, and H. Sira-Ramirez. Non-linear estimation is easy. *Int. J. Modelling, Identification and Control*, 3 :219–227, 2008.
- [FLMR90] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, and P. Rouchon. Generalized controller canonical forms for linear and nonlinear dynamics. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 9(35) :994–1001, 1990.
- [FLMR95] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, and P. Rouchon. Flatness and defect of non-linear systems : introduction theory and examples. *Int. Journal of Control*, 6(61) :1327–1361, 1995.
- [FLMR99] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, and P. Rouchon. A lie-backlund approach to equivalence and flatness of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 5(44) :922–937, 1999.
- [GM89] A. Glumineau and C. H. Moog. The essential orders and the nonlinear decoupling problem. *Int. J. Control*, 50(6) :1825–1834, 1989.
- [GMS97] P. E. Gill, W. Murray, and M. A. Saunders. SNOPT : An SQP algorithm for large-scale constrained optimization. Technical report, Department of Operations Research, Stanford University, 1997.
- [GMSW86] P. E. Gill, W. Murray, M. A. Saunders, and M. H. Wright. User’s guide for NPSOL (version 4.0) : A fortran package for nonlinear programming. Technical report, Department of Operations Research, Stanford University, 1986.
- [GNLC95] P. Gahinet, A. Nemirovskii, A. J. Laub, and M. Chilali. *The LMI Control Toolbox for Use with Matlab*. The Mathworks Inc., Massachusetts, USA, 1995.
- [GS96] L. El Ghaoui and G. Scorletti. Control of rational systems using linear fractional representations and linear matrix inequalities. *Automatica*, 9(39) :1273–1284, 1996.
- [HD03] V. Hagenmeyer and E. Delaleau. Robustness analysis of exact feedforward linearization based on differential flatness. *Automatica*, 11(39) :1941–1946, 2003.
- [HG70] J. C. Harpold and C. A. Jr. Graves. Re-entry targeting philosophy and flight results from apollo 10 and 11. In *Proc. AIAA 8th Aerospace Sciences Meeting*, volume N°70-28, New York, USA, Jan. 1970. AIAA.
- [HG79] J. Harpold and C. Graves. Shuttle entry guidance. *Journal of the Astronautical Sciences*, 3(27) :239–268, 1979.

- [HL06] D. Henrion and J. B. Lasserre. Lmis for constrained polynomial interpolation with application in trajectory planning. *Systems and Control Letters*, 55(6) :473–477, 2006.
- [HP87] C. Hargraves and S. Paris. Direct trajectory optimization using nonlinear programming and collocation. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 4(10) :338–342, 1987.
- [HSM83] L. R. Hunt, R. Su, and G. Meyer. Design for multi-input nonlinear systems. In *Differential Geometric Control Theory*, pages 268–298, Birkhauser, Boston, 1983. R. W. Brockett, R. S. Millman, H. J. Sussmann.
- [Isi89] A. Isidori. *Nonlinear Control Systems*. Springer Verlag, New York, 2 edition, 1989.
- [JR80] B. Jakubvzyk and W. Respondek. On linearization of control systems. *Bull. Acad. Pol. Sci., ser. Sci. Math.*, 28 :517–522, 1980.
- [Lav03] L. Lavigne. *Outils d’analyse et de synthèse des lois de commande robuste des systèmes dynamiques plats*. PhD thesis, Université Bordeaux I, 2003.
- [LB90] F. Li and P. Bainum. Numerical approach for solving rigid spacecraft minimum time attitude maneuvers. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1(13) :38–45, 1990.
- [LCB01a] L. Lavigne, F. Cazaurang, and B. Bergeon. Modelling a disturbed simplified aircraft model with flatness property. In *Proceedings of JDA 2001*, pages 129–134, Toulouse, France, Sept. 2001. GdR Automatique CNRS.
- [LCB01b] L. Lavigne, F. Cazaurang, and B. Bergeon. Modelling of disturbed flat system for robust control design. In *Proceedings of IFAC NOLCOS 2001*, pages 1012–1015, St Petersburg, Russia, Jul. 2001. IFAC.
- [LCMZ04] L. Lavigne, F. Cazaurang, M. Maini, and M. Zerar. Satellite path planning by flatness approach. In *Proceedings of Systems, Man and Cybernetics 2004 Conference*, pages 536–541, The Hague, Holland, Oct. 2004. IEEE.
- [LCZ06a] C. Louembet, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Génération de trajectoire pour satellite agile par platitude et collocation. In *Proceedings of the International Conference CIFA*, Bordeaux, France, June 2006. IEEE.
- [LCZ06b] C. Louembet, F. Cazaurang, and Ali Zolghadri. Flatness and collocation based methodology for satellite trajectory planning. In *Proceedings of the IEEE International Symposium on Control, Communications, and Signal Processing*, Marrakech, Morocco, March 2006. IEEE.
- [LCZ+07a] C. Louembet, F. Cazaurang, A. Zolghadri, C. Pittet, and M. Maini. Design of algorithms for satellite slew manoeuver by flatness and collocation. In *Proceedings of the American Control Conference 2007*, pages 3168–3173, New York, USA, July 2007. IFAC.

- [LCZ07b] C. Louembet, F. Cazaurang, and Ali Zolghadri. A convex approach to the design of optimal trajectories for satellite. In *Proceedings of the 17th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace*, volume 17, part 1, Toulouse, France, June 2007. IFAC.
- [LCZ08] C. Louembet, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Génération de trajectoires optimales d’attitude : Approche par platitude différentielle et collocation. In *Workshop du CCT SCA*, Toulouse, France, Apr. 2008. CNES.
- [LCZ09a] C. Louembet, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Génération de trajectoires d’attitude sur orbites : Approche par platitude et collocation. *European Journal of Automation (JESA)*, accepted, 2009.
- [LCZ09b] C. Louembet, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Motion planning for flat systems using b-splines parametrization : a semidefinite programming problem formulation. *Automatica*, under review, 2009.
- [LCZ09c] C. Louembet, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Path planning for satellite slew maneuvers : A combined flatness and collocation based approach. *IET Control Theory and Applications*, 3(4) :481–491, 2009.
- [Lef08] M. Lefebvre. Inversion dynamique et allocation pour une loi de pilotage. Application à la navette spatiale américaine STS1. Master’s thesis, Master Recherche APSI, Université Bordeaux 1, 2008.
- [LG95] H. Löffelmann and E. Gröller. Parameterizing superquadrics. In *Third International Conference in Central Europe in Computer Graphics and Visualisation*, pages 162–172, Plzen, Czech Republic, 1995.
- [LN03] J. Lévine and D. V. Nguyen. Flat output characterization for linear systems using polynomial matrices. *Systems and Control Letters*, 1(48) :69–75, 2003.
- [Lou07] C. Louembet. *Génération de trajectoires optimales pour systèmes différentiellement plats. Application aux manoeuvres d’attitude sur orbite*. PhD thesis, Université Bordeaux I, 2007.
- [Lu97] P. Lu. Entry guidance and trajectory control for reusable launch vehicle. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1(20) :143–149, 1997.
- [Lév06] J. Lévine. On necessary and sufficient conditions for differential flatness. *ArXiv Mathematics e-prints*, 2006.
- [Mar92] P. Martin. *Contribution à l’étude des systèmes différentiellement plats*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Paris, France, 1992.
- [MCL09] V. Morio, F. Cazaurang, and J. Levine. A computation of  $\pi$ -flat outputs for linear time-delay systems. *Linear Algebra and its applications*, under review, 2009.
- [MCV06] V. Morio, F. Cazaurang, and P. Vernis. Flatness based hypersonic reentry guidance of a lifting body vehicle. In *Workshop du CCT SCA*, Paris, France, Sept. 2006. CNES.

- [MCV09] V. Morio, F. Cazaurang, and P. Vernis. Flatness-based hypersonic reentry guidance of a lifting-body vehicle. *Control Engineering Practice*, 17(5) :588–596, 2009.
- [MCZ08a] V. Morio, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. On the formal characterization of reduced-order flat outputs over an Ore algebra. In *Proceedings of the 9th IEEE International Symposium on Computer-aided Control System Design (CACSD)*, pages 207–214, San Antonio, Texas, USA, Sept. 2008. IEEE.
- [MCZ08b] V. Morio, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Onboard path planning for reusable launch vehicles application to the shuttle orbiter reentry mission. *International Review of Aerospace Engineering*, 1(6) :492–503, 2008.
- [MCZ08c] V. Morio, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Sur la caractérisation formelle de sorties plates d’ordre réduit sur un algèbre de weyl. In *Proceedings of the International Conference CIFA*, Bucarest, Roumania, Sept. 2008. IEEE.
- [MCZ09a] V. Morio, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Développement d’une stratégie de guidage autonome pour les véhicules spatiaux. application aux phases d’atterrissage et de dissipation d’énergie en zone terminale de la navette spatiale sts-1. In *Workshop du CCT SCA*, Toulouse, France, Jun. 2009. CNES.
- [MCZ09b] V. Morio, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Robust terminal area energy management guidance using flatness approach. *IET Control Theory and Applications*, 3(10), 2009.
- [MCZV08a] V. Morio, F. Cazaurang, A. Zolghadri, and P. Vernis. An effective algorithm for analytical computation of flat outputs over the weyl algebra. In *Proceedings of the 17th IFAC World Congress*, pages 11250–11256, Seoul, Korea, July 2008. IFAC.
- [MCZV08b] V. Morio, F. Cazaurang, A. Zolghadri, and P. Vernis. Onboard terminal area path planning using flatness approach application to shuttle orbiter sts-1 vehicle. In *Proceedings of the 2nd International ARA Days*, Arcachon, France, Oct. 2008. ARA.
- [MCZV09] V. Morio, F. Cazaurang, A. Zolghadri, and P. Vernis. A new path planner based on flatness approach. application to an atmospheric reentry mission. In *Proceedings of European Control Conference - European Control Conference*, Budapest, Hungary, aug. 2009. EUCA.
- [MFHM05] M. B. Milam, R. Franz, J. E. Hauser, and R. M. Murray. Receding horizon control of a vectored thrust flight experiment. *IEE Control Theory and Applications*, 152(3) :340–348, 2005.
- [MFVC07] V. Morio, A. Falcoz, P. Vernis, and F. Cazaurang. On the design of a flatness-based guidance algorithm for the terminal area energy management of a winged-body vehicle. In *Proceedings of the 17th IFAC*



*Symposium on Automatic Control in Aerospace*, volume 17, part 1, Toulouse, France, June 2007. IFAC.

- [MGGGLJCV07] R. Martinez-Guerra, R. Gonzalez-Galan, A. Luviano-Juarez, and J. Cruz-Victoria. Diagnosis for a class of non-differentially flat and liouvillian systems. *IMA J. Math. Control & Information*, 24(23) :177–195, 2007.
- [MHJ<sup>+</sup>03] R. Murray, J. Hauser, A. Jadbabaie, M. Milam, N. Petit, W. Dunbar, and R. Franz. Online control customization via optimization-based control. In T. Samad and G. Balas, editors, *Software-Enabled Control*, Information technology for dynamical systems, chapter 9, pages 149–174. Wiley-Interscience, New York, 2003.
- [MJR07] P. Mai, C. Join, and J. Reger. Flatness-based fault tolerant control of a nonlinear MIMO system using algebraic derivative estimation. In *Proc. of the 3rd IFAC Symposium on System, Structure and Control*, NFOz do Iguaçu, Brazil, 2007. IFAC.
- [MK94] K. D. Mease and J.P. Kremer. Shuttle entry guidance revisited using nonlinear geometric methods. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 6(17) :1350–1356, 1994.
- [MMM00] M. Milam, K. Mushambi, and R. Murray. A new computational approach to real-time trajectory generation for constrained mechanical systems. In *Proc. 39th IEEE Conference on Decision and Control*, volume 1, pages 845–851, Sydney, Australia, Dec. 2000. IEEE.
- [Moo91] T. E. Moore. Space shuttle entry terminal area energy management. Technical Report 104744, NASA Technical Memorandum, November 1991.
- [Moo02] D. Moormann. The hirm+ flight dynamics model. In C. Fielding, A. Varga, S. Bennani, and M. Selier, editors, *Advanced Techniques for Clearance of Flight Control Laws*, number 283 in Lecture Notes in Control and Information Sciences, part 8, pages 121–140. Springer, Berlin / Heidelberg, first edition, 2002.
- [Mor05] V. Morio. Hypersonic reentry guidance using flatness approach, application to PRE-X experiment. Master’s thesis, Master ISI MA, Université Bordeaux 1, 2005.
- [Mor06] V. Morio. Flatness-based terminal area energy management guidance, application to ARES experiment. Master’s thesis, Master ISI MA, Université Bordeaux 1, 2006.
- [Mor09] V. Morio. *Contribution au développement d’une loi de guidage autonome par platitude Application à une mission de rentrée atmosphérique*. PhD thesis, Université Bordeaux I, 2009.
- [Mui97a] E. Muir. The HIRM design challenge problem description. In J. F. Magni, S. Bennani, and J. Terlouw, editors, *Robust Flight Control : A*

- design challenge*, number 224 in Lecture Notes in Control and Information Sciences, part 27, pages 419–443. Springer, Berlin / Heidelberg, first edition, 1997.
- [Mui97b] E. Muir. The robust inverse dynamics estimation approach. In J. F. Magni, S. Bennani, and J. Terlouw, editors, *Robust Flight Control : A design challenge*, number 224 in Lecture Notes in Control and Information Sciences, part 33, pages 541–563. Springer, Berlin / Heidelberg, first edition, 1997.
- [MVC06] V. Morio, P. Vernis, and F. Cazaurang. Hypersonic reentry and flatness theory - application to medium L/D entry vehicle. In *Proceedings of the 1st International ARA Days*, Arcachon, France, July 2006. Atmospheric Reentry Association.
- [Nes00] Y. Nesterov. *High Performance Optimization*. Addison Wesley Longman, Kluwer Academic Press, Dordrecht, The Netherlands, 2000.
- [NM98] M. J. Van Nieuwstadt and R. M. Murray. Real-time trajectory generation for differentially flat systems. *Int. Journal of Robust and Nonlinear Control*, 8(11) :995–1020, 1998.
- [NTP03] T. Neckel, C. Talbot, and N. Petit. Collocation and inversion for a reentry optimal control problem. In *Proc. 5th Int. Conference on Launcher Technology*, Madrid, Spain, 2003. ESA.
- [oEttSA76] Committee on Extension to the Standard Atmosphere. *U.S. Standard Atmosphere*. U.S. Government Printing Office, Washington, D.C., USA, 1976.
- [PCF+96] J. Pignié, P. Clar, E. Ferreira, L. Bouaziz, and J. Caillaud. Navigation, guidance and control of the atmospheric re-entry demonstrator. In *Proc. 3rd ESA International Conference on Spacecraft Guidance, Navigation and Control Systems*, page 149, Noordwijk, The Netherlands, Nov. 1996. ESA.
- [PF95] M. Pilu and R. B. Fisher. Equal-distance sampling of superellipse models. In *Proc. 6th British Machine Vision Conference (BMVC)*, Birmingham, UK, september 1995.
- [PFJLB06] P. Parraud, A. Flipo, J. Jaubert, and G. Lasalle-Balier. Computing smooth attitude guidance laws for homing maneuvers. In *International Symposium on Space Technology and Science*, volume d, page 97, Kanazawa, Japan, June 2006. ISTS.
- [PFTV92] W. H. Press, B. P. Flannery, S.A Teukolsky, and W. T. Vetterling. *Numerical Recipes*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1992.
- [Phe77] R. Phelan. *Automatic Control Systems*. Cornell University, Ithaca, NY, USA, 1977.
- [PMM01] N. Petit, M. Milam, and R. Murray. Inversion based trajectory optimization. In *Proc. 5 th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems Design*, pages 2767–2774, St Petersburg, Russia, Jun. 2001. IFAC.

- [RA93] F. J. Regan and S. M. Anandakrishnan. *Dynamics of Atmospheric Re-Entry*. AIAA, New York, USA, 1993.
- [RCA01] F. Rotella, F. Carillo, and M. Ayadi. Digital flatness based robust controller applied to a thermal process. In *Proc. of IEEE International Conference on Control Applications*, pages 936–941, Mexico, Mexico, 2001. GdR Automatique CNRS.
- [RF06] I. M. Ross and F. Fahroo. Issues in the real-time computation of optimal control. *Mathematical and computer modelling*, 43(9-10) :1172–1188, 2006.
- [Rou94] P. Rouchon. Necessary condition and genericity of dynamic feedback linearization. *J. Math. Syst. Estim. Control*, 3(5) :345–358, 1994.
- [RRZ96] R. Rothfuss, J. Rudolph, and M. Zeitz. Flatness based control of a nonlinear chemical reactor model. *Automatica*, 10(32) :1433–1439(7), 1996.
- [Rud03] J. Rudolph. *Flatness Based Control of Distributed Parameter Systems*. Shaker Verlag, Aachen, Germany, 2003.
- [RW97] P. Rocha and J. C. Willems. Behavioral controllability of delay-differential systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, pages 254–264, 1997.
- [SC08] M. Staroswiecki and F. Cazaurang. Fault recovery by nominal trajectory tracking. In *Proceedings of the American Control Conference*, pages 1070–1075, Seattle, USA, June 2008. IFAC.
- [SEG92] S. Snell, D. Enns, and W. Garrard. Nonlinear inversion flight control for a supermaneuver aircraft. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 4(15) :976–984, 1992.
- [SHB89] P. Smith, D. Hopper, and A. Bradshaw. Comparison of eigenstructure assignment and the salford singular perturbation methods in vstol aircraft control law design. In *Proc. AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, pages 236–246, Boston, USA, Aug. 1989. AIAA.
- [SJ96] H. Schaub and J. Junkins. Stéréographic orientation parameters for attitude dynamics : a generalization of the rodrigues parameters. *Journal. Astronautical Sciences*, 1(44) :1–19, 1996.
- [SRA04] H. Sira-Ramirez and S. K. Agrawal. *Differentially Flat Systems*. CRC Press, New York, USA, 2004.
- [ST93] S. Scrivener and R. Thomson. Time-optimal reorientation of a rigid spacecraft using collocation and nonlinear programming. In *Proc. AAS/AIAA Astrodynamics Conference*, volume 3 :3, pages 1905–1924, Victoria, Canada, Aug. 1993. AAS/AIAA.
- [ST94] S. Scrivener and R. Thomson. Survey of time-optimal attitude maneuvers. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2(17) :225–233, 1994.

- [ST99] H. Shen and P. Tsiotras. Time-optimal control of axi-symmetric rigid spacecraft with two controls. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 5(22) :682–694, 1999.
- [STB91] M. Steinbuch, J. C. Terlouw, and O. H. Bosgra. Robustness analysis for real and complex perturbations applied to an electro-mechanical system. In *Proc. 1991 American Control Conference*, pages 556–561, Boston, USA, Jun. 1991. IEEE.
- [SW97] H. Sussmann and J. C. Willems. B300 years of optimal control : from the brachystochrone to the maximum principle. *IEEE Control Systems Magazine*, 3(17) :32–44, 1997.
- [TSH01] P. Tsiotras, H. Shen, and C. Hall. Satellite attitude control and power tracking with momentum wheels. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1(24) :23–34, 2001.
- [VBC80] N. X. Vinh, A. Busemann, and R. D. Culp. *Hypersonic and Planetary Entry Flight Mechanics*. The university of Michigan Press, Ann Arbor, USA, 1980.
- [Vin89] A.M. Vinogradov. *Symetries of partial Differential Equations*. Kluwer, Dordrecht, 1989.
- [vLR03] J. von Lowis and J. Rudolph. *Real-time trajectory generation for flat systems with constraints*, volume 281 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, pages 385–394. Springer, London, 2003.
- [vNM95] M. van Nieuwstadt and R. M. Murray. Real time trajectory generation for differentially flat systems. In *Proc. 34<sup>th</sup> IEEE Control and Decision Conference*, pages 4224–4230, New Orleans, USA, Dec. 1995. IEEE.
- [Zam81] G. Zames. Feedback and optimal sensitivity : Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 4(26) :301–320, 1981.
- [ZC06] A. Zolghadri and F. Cazaurang. Adaptive nonlinear state-space modelling for the prediction of daily mean pm10 concentrations. *Environmental Modelling & Software*, 21(6) :885–894, 2006.
- [ZCZ04a] M. Zerar, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Modélisation des systèmes non linéaires plats perturbés mono-entrée sous forme LPV. In *Proceedings of the International Conference CIFA*, Douz, Tunisie, Nov. 2004. IEEE.
- [ZCZ04b] M. Zerar, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Robust tracking of nonlinear mimo uncertain flat systems. In *Proceedings of Systems, Man and Cybernetics 2004 Conference*, pages 536–541, The Hague, Holland, Oct. 2004. IEEE.
- [ZCZ05] M. Zerar, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Etude de la platitude d’un modèle de démonstrateur atmosphérique pour le guidage de trajectoire. In *Workshop du CCT SCA*, Toulouse, France, Jun. 2005. CNES.

- [ZCZ07] M. Zerar, F. Cazaurang, and Ali Zolghadri. Coupled LPV and flatness based approach for ard guidance. In *Proceedings of the 17th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace*, volume 17, part 1, Toulouse, France, June 2007. IFAC.
- [ZCZ08] M. Zerar, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Caractérisation LPV des systèmes non linéaires plats. application à un démonstrateur de rentrée atmosphérique. *European Journal of Automation (JESA)*, 42(10) :1225–1253, 2008.
- [ZCZ09] M. Zerar, F. Cazaurang, and A. Zolghadri. Coupled LPV and flatness-based approach for space reentry vehicles guidance. *IET Control Theory and Applications*, 3(8) :1081–1092, 2009.
- [ZCZL05] M. Zerar, F. Cazaurang, A. Zolghadri, and C. Léonard. LPV modeling of atmospheric re-entry demonstrator for guidance re-entry problem. In *Proceedings of ECC-CDC conference*, pages 7422–7427, Seville, Spain, Dec. 2005. IEEE.
- [Zer06] M. Zerar. *Contribution à la caractérisation LPV d’une classe de systèmes non linéaires pour la synthèse de loi de poursuite robuste. Application à un système spatial*. PhD thesis, Université Bordeaux I, 2006.
- [ZWL02] F. Zheng, Q.-G. Wang, and T.H. Lee. On the design of multivariable pid controllers via lmi approach. *Automatica*, 3(38) :517–526, 2002.