Habilitation à Diriger des Recherches

Université de Nantes • Ecole Doctorale Sciences et Technologies de l'Information et Mathématiques

Contributions à la résolution de problèmes inverses de grande taille en traitement du signal et de l'image

Saïd MOUSSAOUI

Composition du jury

Rapporteurs :	Olivier CAPPÉ	Directeur de Recherche au CNRS, Télécom ParisTech	
	François MALGOUYRES	Professeur à l'Université Paul Sabatier, Toulouse, IMT	
	Cédric RICHARD	Professeur à l'Université de Nice Sophia-Antipolis, Lagrange	
Examinateurs :	David BRIE	Professeur à l'Université de Lorraine, Nancy, CRAN	
	Jean-Pierre $\mathrm{GU}\mathrm{\acute{E}DON}$	Professeur à l'Université de Nantes, IRCCyN	
	$Christian\ \mathrm{JUTTEN}$	Professeur à l'Université de Grenoble, GIPSA-lab	
	Jérôme IDIER	Directeur de Recherche au CNRS, IRCCyN	

9 décembre 2014 • Ecole Centrale de Nantes • IRCCyN, CNRS UMR 6597, Nantes, France

Résolution de problèmes inverses : enjeux et difficultés



Modèle linéaire : convolution (restauration d'image), projection (tomographie), mélange (séparation de sources), transformée de Laplace (Relaxation RMN)

 \circledast Inversion : instabilité, non-unicité ou non-existence de la solution \rightarrow problème mal-posé

- * Régularisation : ajout d'hypothèses sur les propriétés de la solution recherchée
 - ✓ Inférence statistique bayésienne : $p(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{y}) \propto p(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x}) p(\boldsymbol{x})$
 - ✓ Minimisation d'un critère composite : $F(x) = L(y, x) + \beta R(x)$

1) Questions liées à l'inférence statistique bayésienne

- 1. Quelles sont les propriétés de la solution recherchée et quels modèles a priori ?
- 2. Quelle est la stratégie de simulation stochastique à privilégier dans le cas d'un problème de grande taille ?
- 3. Comment réduire le temps de calcul dans le cas de problèmes inverses linéaires ?

2) Questions liées à l'optimisation par descente itérative

- 1. Peut on mettre en œuvre des schémas de descente itérative conciliant vitesse de convergence et coût de calcul par itération ?
- 2. Comment tirer profit de l'évolution des dispositifs de calcul numérique ?

Plan de la présentation

① Parcours académique

- Formation
- Enseignement
- Recherche
- ⁽²⁾ Méthodes bayésiennes pour la séparation de sources
- ③ Optimisation itérative pour des problèmes de grande taille
- ④ Accélération de l'optimisation sous contraintes
- ⁽⁵⁾ Simulation stochastique en grande dimension
- ⁽⁶⁾ Perspectives scientifiques

1. Parcours académique

1.1 Formation et parcours universitaire

- 1996 2001 : Ingénieur de l'Ecole Nationale Polytechnique, Alger Développement d'un système d'annulation d'écho acoustique
- 2001 2002 : *DEA Contrôle Signaux et Communications*, UHP Nancy 1 *Régularisation et identification de modèles en temps-continu*
- 2002 2005 : Doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy 1 Séparation de sources non-négatives. Applications en spectroscopie.
- 2006 2014 : Maître de conférences, Ecole centrale de Nantes
 Enseignement Département Automatique et Robotique
 Recherche IRCCyN (UMR CNRS 6597)
 Équipe Analyse et Décision en Traitement du Signal et de l'Image
 Résolution de problèmes inverses de grande taille et ses applications

1.2 Activités d'enseignement

- Enseignements (CM, TD, TP, Projets) relevant du domaine de l'EEA (*signaux-systèmes*, commande de systèmes, actionneurs électriques)
- ▷ Différents niveaux de la formation à l'ECN (*Ingénieur généraliste*, *apprentissage* et *Master*)
- ▷ Charge annuelle moyenne sur la période 2006–2014 : *298 heures Equivalent TD*
- **Responsabilités**
- ✓ Mise en place de nouveaux enseignements : *Filtrage de signaux*, *Instrumentation-capteurs*, *Identification de systèmes*, *Séparation de sources*
- ✓ Responsabilité d'une option disciplinaire de la formation ingénieur : Ingénierie des systèmes, des images et des signaux (2012-2014) puis signaux-images (2014-2015)
- ✓ Membre élu du conseil des études de l'ECN (2010-2014).

1.3 Activités de recherche

- 1. Modèles statistiques et méthodes bayésiennes pour la séparation de sources
 - Contexte : Thèse de doctorat sous la direction de David BRIE (CRAN, 2002-2005)
 - Collaborations : Nicolas DOBIGEON (doctorant, IRIT, 2006-2009), Léonardo TOMAZELI DUARTE (doctorant, GIPSA-lab, 2007-2010) Christian JUTTEN (GIPSA-lab, Grenoble), Thierry DUDOCK DE WIT (LCPE, Orléans)
 - Applications : Spectroscopie, imagerie hyperspectrale, capteurs chimiques

2. Recherche de pas de descente itérative pour la résolution de problèmes inverses

- Contexte : Thèse de doctorat de Emilie CHOUZENOUX (2007-2010)
- Collaborations : Jérôme IDIER (CNRS), François MARIETTE (IRSTEA, Rennes)
- Applications : Spectroscopie RMN 2D

- 3. Accélération algorithmique et matérielle de l'optimisation sous contraintes
 - **Contexte** : Thèse de doctorat de Maxime LEGENDRE (2012-2015)
 - Collaborations : Emilie CHOUZENOUX (Univ. Marne-la-Vallée, LIGM), Frédéric SCHMIDT (Univ. Paris-Sud Orsay), Albrecht SCHMIDT (ESAC, Madrid)
 - Application : Imagerie hyperspectrale
- 4. Algorithmes de simulation stochastique pour des problèmes de grande taille
 - Contexte : Thèse de doctorat de Clément GILAVERT (2011-2014)
 - Collaboration : Bernard HUMBERT (Univ. Nantes, IMN)
 - Application : Super-résolution en imagerie Raman
- 5. Système de surveillance de la pression des pneumatiques d'un véhicule
 - Contexte : Thèses de doctorat (conventions CIFRE) de Charbel EL TANNOURY (2008-2012) et Joan DAVINS-VALLDAURA (2013-2016)
 - **Collaborations** : Franck PLESTAN (ECN, IRCCyN, équipe *Commande*), Guillermo PITA-GIL (IR&D, Renault, Guyancourt)

1.4 Activité contractuelle, projets de recherche

- ▷ Projet Jeunes-Chercheurs du GDR ISIS (2007-2009)
 Méthodes MCMC pour l'analyse d'images hyperspectrales
 ⇒ Collaboration avec Nicolas DOBIGEON (IRIT, Toulouse)
- Contrat de collaboration avec l'agence spatiale européenne (2012-2013)
 GPU computing in science operations
 - \Rightarrow Thèse de Maxime LEGENDRE
- ▷ 2 Contrats de collaboration industrielle RENAULT (2008-2012, 2013-2016)
 Conception et optimisation d'un système de surveillance de la pression des pneumatiques
 ⇒ Thèses de Charbel EL TANNOURY et Joan DAVINS-VALLDAURA
- Projet ANR QUALIPHE (2013-2015)

Qualité, lissage et intégration au réseau de la production des houlogénérateurs électriques ⇒ Thèse de Christophe LALUC

1.5 Réseau de collaborations



S.MOUSSAOUI • Mardi 9 décembre 2014 • Contributions à la résolution de problèmes inverses de grande taille en traitement du signal et de l'image 10/42

1.6 Implication dans la vie collective

Responsabilités

- Membre élu du conseil du laboratoire IRCCyN (depuis 2008)
- Co-animation du comité de prospective de l'IRCCyN (depuis 2013)
- Co-animation d'une action du GDR ISIS (2013-2014) sur *l'optimisation en traitement du signal et de l'image* (organisation de trois journées)
- Membre du comité éditorial de la revue Traitement du Signal
- ③ Distinctions
- ✓ Best paper award dans le workshop IEEE Whispers'2012, Shanghai
- ✓ Orateur invité (ESA'2011, MAORI'2013, FRUMAM'2014)
- ✓ Participation à 2 jurys de thèses de doctorat et à 1 comité de sélection (recrutement MCF)

1.7 Bilan scientifique

Encadrements	2 thèses soutenues (50 % et 50 %)	
	3 thèses en cours (60%, 30 % 30%)	
	2 thèses suspendues (raisons médicales)	
	4 thèses de Master 2	
Publications	27 articles (rev. int. répertoriées)	
	1 chapitre d'ouvrage	
	35 communications (conférences. workshops)	
	5 brevets acceptés et publiés INPI	
Financements	ents 1 bourse MESR	
	1 cofinancement Région PdL-CNRS	
	1 cofinancement Région PdL-ESA	
	1 programme régional PdL	
	1 projet ANR	
	2 conventions CIFRE Renault	

Plan de la présentation

- ① Parcours académique
- **2** Méthodes bayésiennes pour la séparation de sources
- ③ Optimisation itérative pour des problèmes de grande taille
- Accélération de l'optimisation sous contraintes
- **5** Simulation stochastique en grande dimension
- ⁽⁶⁾ Perspectives scientifiques

2. Méthodes bayésiennes pour la séparation de sources

mesures



2.1 Position du problème

Objectif : déterminer les signatures spectrales des composants et leurs abondances.

③ Contexte applicatif

- analyse de substances chimiques multi-composantes par spectroscopie
- faible résolution spatiale des imageurs en télédétection aéroportée ou satellitaire
- capteurs d'ions chimiques à faible sélectivité (présence d'interférences)
- **Bémarche méthodologique**
- ✓ s'appuyer sur des modèles de mélange adéquats (linéaire ? non-linéaire ?)
- ✓ retranscrire les contraintes physiques (non-négativité, somme à un) et assurer la séparabilité (indépendance, parcimonie)
- ✓ développer des algorithmes non-supervisés à l'aide des techniques d'estimation bayésienne

2.2 Approche bayésienne pour la séparation

Inférence bayésienne

$$p(\boldsymbol{S}, \boldsymbol{A} | \boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\Theta}) \propto \underbrace{p(\boldsymbol{Y} | \boldsymbol{S}, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{\Theta})}_{\text{vraisemblance}} \cdot \underbrace{p(\boldsymbol{S} | \boldsymbol{\theta}_S) \cdot p(\boldsymbol{A} | \boldsymbol{\theta}_A)}_{\text{loi } a \ priori}$$

✓ La vraisemblance dépend du modèle de mélange et des hypothèses sur le bruit

- ✓ Choix de $p(S|\Theta_S)$? Choix de $p(A|\Theta_A)$?
- $\checkmark \text{ Modèle hiérarchique : } p(\boldsymbol{S}, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{\Theta} | \boldsymbol{Y}) \propto p(\boldsymbol{Y} | \boldsymbol{S}, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{\Theta}) \cdot p(\boldsymbol{A} | \boldsymbol{\psi}_{A}) \cdot p(\boldsymbol{S} | \boldsymbol{\psi}_{S}) \cdot p(\boldsymbol{\Theta}).$
- ✓ Estimation de S et A à partir de la loi a posteriori à l'aide des méthodes de Monte Carlo par chaînes de Markov

S.MOUSSAOUI • Mardi 9 décembre 2014 • Contributions à la résolution de problèmes inverses de grande taille en traitement du signal et de l'image 16/42

2.3 Modèles bayésiens et méthodes de séparation

- Spectroscopie infrarouge ou Raman : mélange linéaire, coefficients de mélange et signaux sources non-négatifs.
 Emploi de distributions à support positif ⇒ [Chemolab'06, IEEE TSP'06]
- Cinétiques chimiques et imagerie hyperspectrale : mélange linéaire, sources non-négatives, coefficients de mélange non-négatifs et soumis à la contrainte de somme à un Ajout d'une loi de Dirichlet ⇒ [SP'09, IEEE TSP'10]
- Electrodes chimiques à faible sélectivité : mélange non-linéaire ou linéaire-quadratique et sources temporellement corrélées,
 Emploi de distributions à support borné et méthodes de slice sampling ⇒ [IEEE SENSORS'09, J. of SPS'11]
- 4. Applications : Données Mars Express [Neurocomputing'08], Cristallisation du carbonate de calcium [Crystal Growth & Design'09], Analyse du flux EUV solaire [Astronomy and Astrophysics'08, Solar Physics'13]

2.4 Exemple : Identification de trois sources d'activité solaire à partir d'images multi-spectrales

[T. Dudok de Wit, S. Moussaoui, C. Guennou, F. Auchère, G. Cessateur, M. Kretzschmar, L.A. Vieira, F.F. Goryaev, Coronal

Temperature Maps from Solar EUV Images: A Blind Source Separation Approach, Solar Physics, vol. 283, no.1, pp. 31-47, 2013.]



Images multi-spectrales acquise par AIA/SDO (taille 2024 × 2024 pixels)



Sources estimées

⊲ Temps de calcul de l'ordre de 3 jours.

Plan de la présentation

① Parcours académique

⁽²⁾ Méthodes bayésiennes pour la séparation de sources

③ Optimisation itérative pour des problèmes de grande taille

④ Accélération de l'optimisation sous contraintes

(5) Simulation stochastique en grande dimension

⁶ Perspectives scientifiques

S.MOUSSAOUI • Mardi 9 décembre 2014 • Contributions à la résolution de problèmes inverses de grande taille en traitement du signal et de l'image 19/42

3. Optimisation itérative pour des problèmes de grande taille

3.1 Position du problème

$$\begin{array}{lll} \mbox{Frouver} \ \ \hat{{\boldsymbol x}}, \ \mbox{tel que} \ \ \hat{{\boldsymbol x}} = \mathop{\rm argmin}_{{\boldsymbol x} \in {\mathcal D}_f} F({\boldsymbol x}), \end{array}$$

où $F(\cdot)$ est convexe, différentiable.

Bescente itérative

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{x}_k + \alpha_k \boldsymbol{d}_k$$

- d_k une direction de descente $(g_k^t d_k < 0 \text{ où } g_k = \nabla F(x_k)).$
- $\alpha_k > 0$ est le pas scalaire minimisant la fonction scalaire $f(\alpha) = F(\boldsymbol{x}_k + \alpha \boldsymbol{d}_k)$.
- **Sous-espace de directions**

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{D}_k \boldsymbol{\alpha}_k,$$

où $D_k = \begin{bmatrix} d_k^1, \dots, d_k^L \end{bmatrix}$ et α_k le pas multi-dimensionnel.

Exemple : $D_k = [-g_k, d_{k-1}, \dots, d_{k-m}] \Rightarrow algorithme à super-mémoire de gradient.$

S.MOUSSAOUI • Mardi 9 décembre 2014 • Contributions à la résolution de problèmes inverses de grande taille en traitement du signal et de l'image 20/42

- (*) **Contexte** ... [Thèse de Emilie Chouzenoux]
- reconstruction d'images de grande taille (Tomographie TEP, Spectroscopie RMN 2D)
- critères à fonction barrière : vraisemblance poissonnienne, maximum d'entropie



- **Bémarche méthodologique**
- ✓ proposer des algorithmes de recherche de pas par *majoration-minimisation*
- ✓ réduire le nombre d'itérations de descente : directions appropriées, préconditionnement

3.2 Recherche de pas de descente

Soit $\{\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{d}_k\}$, fixer α_k pour assurer une décroissance suffisante de $f(\alpha) \stackrel{\triangle}{=} F(\boldsymbol{x}_k + \alpha \boldsymbol{d}_k)$

Techniques de majoration-minimisation

$$\begin{cases} \text{majoration} : h(u, v) \ge f(u) & \forall u \in \mathcal{D}_f \\ \text{tangence} : h(v, v) = f(v) \text{ et } \nabla f(v) = \nabla_1 h(v, v) \end{cases}$$

Récurrence MM pour la recherche de pas

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha_k^0 = 0, \\ \alpha_k^{j+1} = \operatorname*{arg\,min}_{\alpha} h(\alpha, \alpha_k^j), \quad j = 0, \dots, J-1, \\ \alpha_k = \alpha_k^J \end{cases}$$



- ✓ la vitesse de convergence dépend de la qualité de l'approximation
- ✓ la minimisation de l'approximation majorante doit être explicite
- ✓ emploi d'une approximation majorante quadratique (AMQ)

3.3 Recherche de pas de descente dans un sous-espace de directions

La mise à jour est $x_{k+1} = x_k + D_k \alpha_k$ avec un pas α_k issu d'une récurrence fondée sur une majoration-minimisation quadratique (MMQ).

Théorème 1. Si une composante du sous-espace D_k est gradient-reliée alors la séquence de descente itérative avec un pas MMQ converge au sens $\lim_{k\to\infty} ||g_k|| = 0$.

[E. Chouzenoux, J. Idier, S. Moussaoui, A Majorize-Minimize Strategy for Subspace Optimization Applied to Image Restoration, IEEE. Trans. Image Processing, vol. 20, No. 6, 2011.]

*** Conséquences pratiques**

- ✓ Le pas MMQ assure la convergence de nombreux algorithmes de sous-espace.
- ✓ L'algorithme de super-mémoire de gradient ($D_k = [-g_k, d_{k-1}]$) avec une stratégie de pas MMQ est plus performant que le gradient-conjugué non-linéaire $d_k = -g_k + \beta d_{k-1}$.

3.4 Recherche de pas de descente itérative pour un critère barrière

- ✓ La fonction barrière ne peut être majorée par une quadratique
- ✓ Proposition d'une approximation log-quadratique (LQ) sous la forme

$$h(\alpha) = h_0 + h_1 \alpha + h_2 \alpha^2 + h_3 \log(h_4 - \alpha)$$

Théorème 2. Si la direction de descente d_k est gradient-reliée et que le pas est calculé par la stratégie MMLQ alors la séquence de descente itérative converge au sens $\lim_{k\to\infty} ||g_k|| = 0$.

 Conséquence pratique : La stratégie de pas MMLQ assure la convergence des algorithmes classiques tels que Gradient, Gradient conjugué, Newton tronqué.

[E. Chouzenoux, S. Moussaoui, J. Idier, Majorize-minimize linesearch for inversion methods involving barrier function optimization, Inverse Problems, vol. 28, No. 065011, 2012.]

S.MOUSSAOUI • Mardi 9 décembre 2014 • Contributions à la résolution de problèmes inverses de grande taille en traitement du signal et de l'image 24/42

3.5 Estimation des distributions des temps de relaxation en RMN 2D

✓ Caractériser la structure moléculaire d'une substance en observant ses dynamiques.



- Champ statique $B_0 \Rightarrow$ alignement du spin nucléaire parallèlement à B_0 (axe z)
- Champ radiofréquence $B_1 \Rightarrow$ angle de bascule Φ
- Relaxation: retour à l'état d'équilibre
- Analyse 2D : 2 impulsions espacées de τ_1

✓ Modèle direct : $x(\tau_1, \tau_2) = \int \int \left[1 - \gamma e^{-\tau_1/T_1} \right] S(T_1, T_2) e^{-\tau_2/T_2} dT_1 dT_2$

$$oldsymbol{Y} = oldsymbol{K}_1 oldsymbol{S} oldsymbol{K}_2^{ ext{t}} + oldsymbol{E} \Longleftrightarrow oldsymbol{y} = (oldsymbol{K}_1 \otimes oldsymbol{K}_2) oldsymbol{s} + oldsymbol{e}$$

Taille du problème

1. $m_1 = 50$ valeurs de temps de répétition τ_1 et $m_2 = 5000$ valeurs d'instants d'écho τ_2

2. $N_1 = N_2 = 300$ valeurs de T_1 et T_2

 $\triangleleft \mathbf{K} := \mathbf{K}_1 \otimes \mathbf{K}_2$ de dimension $(m_1m_2) \times (N_1N_2)$ contient plus de 10¹⁰ éléments !!

Reconstruction 2D par maximum d'entropie

$$F(s) = \frac{1}{2} \| \mathbf{Y} - \mathbf{K}_1 \mathbf{S} \mathbf{K}_2^{\mathsf{t}} \|_F^2 + \beta \sum_{ij} s_{ij} \log s_{ij} \Longrightarrow \begin{cases} \text{non-négativité et parcimonie} \\ \text{choix du paramètre de régularisation ?} \end{cases}$$

$$\checkmark \quad \text{Optimisation itérative par un algorithme de Newton tronqué,} \end{cases}$$

1

- \checkmark Préconditionnement et exploitation de la forme factorisée de K_1 et K_2 ,
- ✓ Utilisation d'un pas scalaire MMLQ assurant la convergence.
- [E. Chouzenoux, S. Moussaoui, J. Idier, F. Mariette, Efficient Maximum Entropy Reconstruction of Nuclear Magnetic Resonance T1-T2 Spectra, IEEE Trans. Signal Prcessing, Vol. 58, No. 12, 2010.]

S.MOUSSAOUI • Mardi 9 décembre 2014 • Contributions à la résolution de problèmes inverses de grande taille en traitement du signal et de l'image 26/42

③ Interface graphique pour la reconstruction



- utilisée en routine par l'équipe IRMFood à l'IRSTEA (Rennes)
- dépôt de protection logicielle envisagé

S.MOUSSAOUI • Mardi 9 décembre 2014 • Contributions à la résolution de problèmes inverses de grande taille en traitement du signal et de l'image 27/42

Plan de la présentation

- ① Parcours académique
- ⁽²⁾ Méthodes bayésiennes pour la séparation de sources
- ③ Optimisation itérative pour des problèmes de grande taille
- **4** Accélération de l'optimisation sous contraintes
- **5** Simulation stochastique en grande dimension
- ⁽⁶⁾ Perspectives scientifiques

4. Accélération de l'optimisation sous contraintes

4.1 Position du problème

Trouver \hat{x} , tel que $\hat{x} = \underset{x \in \mathcal{D}_f}{\operatorname{arg\,min}} F(x)$, sous contraintes $\begin{cases} C_0 x - c_0 = \mathbf{0}, \\ C_1 x + c_1 \ge \mathbf{0}, \end{cases}$

- (*) **Contexte** ... [Thèse de Maxime Legendre]
- résolution conjointe de plusieurs problèmes : $y_p = Kx_p + e_p$, $(\forall p = 1, ..., P)$.

• minimisation de
$$F(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{P} \|\boldsymbol{y}_p - \boldsymbol{K} \boldsymbol{x}_p\|_2^2 + \beta R(\boldsymbol{x})$$

- \bullet une résolution conjointe ou P résolutions indépendantes ? calcul parallèle ?
- * Démarche
- ✓ approche primale-duale des points intérieurs
- $\checkmark\,$ adaptations de cette approche pour des problèmes de grande taille

4.2 Approche primale-duale des points intérieurs

Résolution d'une suite de systèmes issus des conditions de Karush-Khun-Tucker perturbées

(C1)
$$\nabla F(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{0}$$
, (C2) $\boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{x} = \boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{k}}$, (C3) $\boldsymbol{x} \ge \boldsymbol{0}$, (C4) $\boldsymbol{\lambda} \ge \boldsymbol{0}$

avec $\mu_k > 0$ le paramètre de perturbation tel que $\lim_{k \to \infty} \mu_k = 0$.

- descente itérative : algorithme de Newton avec recherche de pas
- la direction primale $m{d}_k^x$ est solution d'un système de grande taille $m{H}_km{d}^x=-m{g}_k$

Accélération algorithmique

- ✓ utilisation d'un algorithme de gradient bi-conjugué préconditionné [IEEE Whispers'12]
- \checkmark proposition d'une stratégie MMQ séparable pour le calcul approché de d_k^x [IEEE ICIP'14]
- ✓ convergence établie en s'appuyant sur les résultats de [Armand et al. 2012]

*** Accélération matérielle**

✓ carte GPU Tesla C1060, 4 Go de RAM et 240 processeurs de 1.3 GHz



- ✓ parallélisation naturelle en l'absence de régularisation [IEEE Whispers'13]
- ✓ minimiser le volume des données transférées entre CPU et GPU
- ✓ parallélisation rendue possible par le calcul MMQ séparable de la direction primale en cas de régularisation [IEEE ICIP'14]

4.3 Application au démélange supervisé d'images hyperspectrales



principe



cube hyperspectral

- identifier et quantifier les matériaux présents au sol (e.g. végétation, eau, enrobées, toitures, etc.)
- mélange linéaire : $\boldsymbol{y}_p \approx \boldsymbol{S} \, \boldsymbol{a}_p \quad (\forall p = 1, ..., P)$



- ✓ présence d'une bibliothèque de spectres des constituants
- ✓ contraintes de non-négativité et de somme inférieure ou égale à un des abondances.

Résolution par moindres carrés sous contraintes

$$F(a) = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{P} \|y_p - Sa_p\|^2$$

N	Temps moyen par pixel (μ s)			
	FCLS	STO-ADMM	STO-IPLS	
3	46	22	18	
6	84	65	45	
10	210	124	90	
15	479	198	177	
N	Temps moyen par pixel (μ s)			
	NNLS	NN-ADMM	NN-IPLS	
3	66	18	20	
6	117	53	46	
10	177	109	94	
15	246	183	190	

- ✓ images de taille $128 \times 128 \times$ et 188 bandes de fréquences
- ✓ algorithme primal-dual (IPLS) plus rapide que les algorithmes NNLS, FCLS, ADMM
 - mise en évidence de l'intérêt de la résolution conjointe
- ✓ facteur d'accélération GPU vs. CPU : 14.

[E. Chouzenoux, M. Legendre, S. Moussaoui and J. Idier, Fast Constrained Least Squares Spectral Unmixing Using Primal-Dual Interior-Point Optimization, IEEE J. Selected Topics on Earth Observation and Remote Sensing, vol. 7, No.1, 2014]

S.MOUSSAOUI • Mardi 9 décembre 2014 • Contributions à la résolution de problèmes inverses de grande taille en traitement du signal et de l'image 33/42

Prise en compte d'une régularisation spatiale

$$F(\boldsymbol{a}) = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{P} \|\boldsymbol{y}_p - \boldsymbol{S}\boldsymbol{a}_p\|^2 + \beta \sum_{c=1}^{C} \psi(\boldsymbol{v}_c^{\mathsf{t}}\boldsymbol{a})$$

• ψ : fonction de régularisation (ℓ_2) $\psi(x) = x^2$ ou ($\ell_2 - \ell_1$) $\psi(x) = \sqrt{x^2 + \delta^2} - \delta$)

- v_c : opérateur linéaire au sein de chaque clique c (différence entre pixels voisins).
- **Taux d'accélération du temps de calcul** [IEEE ICIP'14]

Images de taille 128×128 et 188 bandes de fréquences

Type de régularisation	(ℓ_2)	$(\ell_2-\ell_1)$
Stratégie MMQ séparable	9	2
Implémentation GPU	37	41
Global	333	81

Plan de la présentation

- ① Parcours académique
- ⁽²⁾ Méthodes bayésiennes pour la séparation de sources
- ③ Optimisation itérative pour des problèmes de grande taille
- Accélération de l'optimisation sous contraintes
- **5** Simulation stochastique en grande dimension
- ⁽⁶⁾ Perspectives scientifiques

5. Simulation statistique en grande dimension

5.1 Position du problème

Simuler K vecteurs aléatoires gaussiens $\{x_k \sim \mathcal{N}(\mu, R)\}_{k=1}^K$ de moyenne $\mu \in \mathbb{R}^N$ et covariance $R \in \mathbb{R}^{N \times N}$

(*) Contexte ... [Thèse de Clément Gilavert]

- problèmes d'inférence bayésienne en grande dimension
- couplage entre optimisation et simulation stochastique
- Approche classique [Wold 1948 ; Scheuer and Stoller, 1962]
- 1. factorisation de Cholesky, $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{L}_r \boldsymbol{L}_r^{\mathrm{t}}$, $\rightsquigarrow \mathcal{O}(N^3)$
- 2. simulation d'un échantillon d'une distribution gaussienne standard, $\boldsymbol{\omega} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{0}_N, \boldsymbol{I}_N)$,
- 3. retenir $x = L_r \omega + \mu$.

5.2 Simulation dans le cadre de problèmes inverses linéaires

• La distribution gaussienne $p(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{y},\boldsymbol{\Theta})$ est définie par une matrice de précision \boldsymbol{Q} (inverse de la matrice de covariance) tel que,

$$oldsymbol{Q} = oldsymbol{F}^{ ext{t}}oldsymbol{F}$$
 et $oldsymbol{Q} \mu = oldsymbol{b}$ avec $(oldsymbol{F} \in \mathbb{R}^{M imes N}, oldsymbol{b} \in \mathbb{R}^{N})$

 \triangleleft L'approche classique nécessite la factorisation de Q et la résolution d'un système linéaire.

Alternative ... Perturbation-Optimization [Orieux 2012 ; Tan, Li, Stoica & 2010]

- 1. simulation d'un échantillon d'une distribution gaussienne standard, $\boldsymbol{\omega} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{0}_M, \boldsymbol{I}_M)$,
- 2. simulation d'une variable auxiliaire, $\eta \sim \mathcal{N}(m{Q}m{\mu},m{Q})$, selon $m{\eta} = m{F}^{\mathrm{t}}m{\omega} + m{Q}m{\mu}$,
- 3. retenir x, solution approchée de $Qx = \eta$.

⊲ La résolution approchée permet de réduire le temps de calcul mais empêche la convergence vers la loi cible !

S.MOUSSAOUI • Mardi 9 décembre 2014 • Contributions à la résolution de problèmes inverses de grande taille en traitement du signal et de l'image 37/42

5.3 Rétablissement de la convergence

✓ ajout d'une étape d'acceptation-rejet

✓ formulation de la probabilité d'acceptation dans le cadre des MCMC à sauts réversibles

- **Reversible-Jump Perturbation Optimization**
- 1. simulation d'un échantillon d'une distribution gaussienne standard, $\boldsymbol{\omega} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{0}_M, \boldsymbol{I}_M)$,
- 2. simulation d'une variable auxiliaire, $m{\eta}\sim\mathcal{N}(m{Q}m{\mu},m{Q})$, selon $m{\eta}=m{F}^{\mathrm{t}}m{\omega}+m{Q}m{\mu}$,
- 3. résolution approchée du système $Qx=\eta$, soit \widehat{x} la solution obtenue et $r=\eta-Q\widehat{x}$,
- 4. avec une probabilité $\min\left(1, e^{-r^{t}(\underline{x}-\widehat{x})}\right)$, prendre $\overline{x} = \widehat{x}$, sinon $\overline{x} = \underline{x}$.
- **Algorithme MCMC** adaptatif

✓ minimisation du coût de calcul par échantillon effectif

[C. Gilavert, S. Moussaoui, J. Idier, Efficient Gaussian Sampling for Solving Large-Scale Inverse Problems using MCMC, IEEE Trans. Signal Processing, vol. 63, No. 1, pp. 70-80, 2015]

S.MOUSSAOUI • Mardi 9 décembre 2014 • Contributions à la résolution de problèmes inverses de grande taille en traitement du signal et de l'image 38/42

Plan de la présentation

- ① Parcours académique
- ⁽²⁾ Méthodes bayésiennes pour la séparation de sources
- ③ Optimisation itérative pour des problèmes de grande taille
- Accélération de l'optimisation sous contraintes
- **5** Simulation stochastique en grande dimension
- **6** Perspectives scientifiques

6. Perspectives scientifiques

- 6.1 A court terme dans la continuité des travaux actuels
- **Séparation de sources**
- Fusion de données LiDAR avec les images hyperspectrales [Thèse de Antoine Ba]
- Séparation de mélanges convolutifs en imagerie Raman : modèle et méthodes ?
- Impact de la multimodalité sur les solutions admissibles
- *** Optimisation itérative**
- Stratégies de réglage des hyperparamètres
- Lien entre la recherche de pas MM et les techniques fondées sur les régions de confiance
- Descente dans un sous-espace de directions dans le cas de critères barrières
- Reconstruction RMN 2D en mode Diffusion-T2 et, à plus long terme, D-T1-T2.

S.MOUSSAOUI • Mardi 9 décembre 2014 • Contributions à la résolution de problèmes inverses de grande taille en traitement du signal et de l'image 40/42

Simulation stochastique

- Poursuivre l'étude sur l'approche MCMC à sauts réversibles et son lien avec d'autres techniques de simulation de vecteurs non-gaussiens [Sujet de Thèse CSC 2015]
- Réglage adaptatif des techniques de Langevin par minimisation du coût de calcul par échantillon effectif

6.2 Coopération optimisation-simulation statistique-calcul intensif

- ✓ Insertion d'ingrédients issus de l'optimisation dans des schémas d'inférence statistique
- ✓ Concevoir des algorithmes qui se prêtent à une implémentation parallèle efficace
- ✓ Confronter ces développements à des problèmes issus de monde de la mesure physique

Conclusion générale

... Un parcours plein de rencontres et d'opportunités

- ▷ Une thématique principale : la résolution de problèmes inverses
 - ✓ Séparation de sources
 - $\checkmark\,$ Restauration de signaux et d'images
- > Outils méthodologiques
 - ✓ Optimisation itérative
 - \checkmark Simulation stochastique
- ▷ Intérêt constant pour des problèmes réels et pluridisciplinaires
 - ✓ Sources de nouvelles questions méthodologiques
 - ✓ Opportunités de valorisation de connaissances théoriques