



**HAL**  
open science

## Contrôle de la puissance pour les réseaux sans fil

Dat-Duong Phan

► **To cite this version:**

Dat-Duong Phan. Contrôle de la puissance pour les réseaux sans fil. Automatique / Robotique. Université de Poitiers, 2014. Français. NNT: . tel-01095640v2

**HAL Id: tel-01095640**

**<https://hal.science/tel-01095640v2>**

Submitted on 23 Jan 2015 (v2), last revised 11 Feb 2015 (v3)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITÉ DE POITIERS**

TRAVAUX SCIENTIFIQUES

présentés à  
l'Université de Poitiers en vue de l'obtention du

DIPLÔME DE DOCTORAT

par

DAT DUONG PHAN

---

## **Contrôle de la puissance pour les réseaux sans fil**

---

Soutenue publiquement le vendredi 5 décembre 2014

### **JURY**

Rapporteurs :	Jean-Pierre Barbot	Professeur à l'ENSEA
	Christophe Prieur	DR CNRS au GIPSA-lab
Examineurs :	Jean-Pierre Richard	Professeur à l'École Centrale de Lille
	Rodolphe Vauzelle	Professeur à l'Université de Poitiers
	Patrick Coirault	Directeur de thèse Professeur à l'Université de Poitiers
	Emmanuel Moulay	Co-encadrant de thèse CR CNRS XLIM-SIC



---

## Remerciements

---

Dans un premier temps, je tiens à remercier Monsieur Patrick COIRAULT- mon directeur de thèse et Monsieur Emmanuel MOULAY- mon Co-encadrant, qui m'ont encadré tout au long de mes travaux de recherche. Merci pour le temps qu'ils m'ont consacré et pour leur soutien constant. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde reconnaissance, pour leurs remarques et conseils scientifiques, leur aide, et leur patiente face aux difficultés que j'ai rencontré pendant mon travail de thèse.

Je voudrais remercier Monsieur Rodolphe VAUZELLE, Monsieur Pierre COMBEAU, Monsieur Frédéric LAUNAY et Madame Anne-Marie POUSSARD pour leurs conseils. Les discussions scientifiques avec eux m'ont été très utiles pour mes recherches.

Je remercie également Monsieur Christian CHATELLIER, Monsieur Patrick PAILLER et Monsieur Yoann HILAIRET de la société Wytek, pour avoir, non seulement mis à ma disposition leur matériel pour les besoins pratiques de mes travaux, mais aussi pour les explications et les conseils qu'ils m'ont prodigués.

Je tiens à remercier également Monsieur Jean-Pierre RICHARD et Monsieur Rodolphe VAUZELLE pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux de recherche en acceptant de participer à mon jury. Je remercie profondément Monsieur Jean-Pierre BARBOT et Monsieur Christophe PRIEUR, d'avoir accepté d'être rapporteurs de mes travaux. Merci pour leur lecture et leurs remarques qu'ils ont porté à mon mémoire.

Ces quelques lignes sont dédiées à ma famille. J'adresse un grand merci à mes parents et à ma sœur qui m'ont encouragé et soutenu dans les moments difficiles. Enfin, je ne remercierai jamais assez ma femme pour m'avoir accompagné, aidé et soutenu tout au long du difficile parcours de la thèse, ainsi que mon fils qui illumine désormais nos vies.



---

# Table des matières

---

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>Abréviation</b>	<b>3</b>
<b>1 Problématiques des réseaux cellulaires sans fil</b>	<b>7</b>
1.1 Introduction . . . . .	7
1.2 Les réseaux sans fil . . . . .	8
1.2.1 Définition des réseaux sans fils . . . . .	8
1.2.2 Le réseau de téléphonie mobile et la norme LTE . . . . .	8
1.2.2.1 Le réseau de téléphonie mobile . . . . .	8
1.2.2.2 La norme LTE . . . . .	9
1.2.3 Le WLAN et la norme WiFi . . . . .	12
1.2.3.1 Le WLAN . . . . .	12
1.2.3.2 La norme WiFi . . . . .	13
1.2.4 Le WSN et la norme ZigBee . . . . .	15
1.2.4.1 Le WSN . . . . .	15
1.2.4.2 La norme ZigBee . . . . .	16
1.2.5 L'architecture du modèle OSI . . . . .	19
1.3 Chaîne de transmission numérique . . . . .	20
1.3.1 Codage de source . . . . .	21
1.3.2 Codage de canal . . . . .	21
1.3.3 Modulation et démodulation numérique . . . . .	21
1.3.4 Canal de transmission . . . . .	22
1.3.4.1 Canal de propagation . . . . .	22
1.3.4.2 Modèles de canal . . . . .	24
1.3.4.3 Temps de cohérence . . . . .	26
1.4 Les Indicateurs de QoS au niveau de la couche physique . . . . .	26
1.4.1 Le SINR . . . . .	27
1.4.2 Le BER . . . . .	27
1.4.3 Le RSSI . . . . .	28
1.5 Problématiques autour des réseaux sans fil . . . . .	28
1.5.1 Efficacité énergétique . . . . .	29
1.5.2 Amélioration de la QoS par le contrôle de la puissance . . . . .	30
1.6 Conclusion . . . . .	30

<b>2</b>	<b>Contrôle de la puissance dans les réseaux cellulaires sans fil : approches algorithmiques, modélisation dynamique</b>	<b>31</b>
2.1	Introduction . . . . .	31
2.2	Algorithme TPC . . . . .	32
2.2.1	Algorithme 1 . . . . .	32
2.2.2	Algorithme 2 . . . . .	35
2.2.3	Algorithme 3 . . . . .	37
2.3	Modèle dynamique . . . . .	38
2.3.1	Équation de l'évolution du SINR en LTE . . . . .	39
2.3.2	Équation du SNR pour les WLANs . . . . .	42
2.3.3	Équation du RSSI pour les WSNs . . . . .	44
2.4	Conclusion . . . . .	45
<b>3</b>	<b>Contrôle de la puissance dans les réseaux cellulaires sans fil : synthèse d'une loi de commande</b>	<b>47</b>
3.1	Introduction . . . . .	47
3.2	La stabilité d'un système discret . . . . .	48
3.2.1	Définitions . . . . .	48
3.2.2	La stabilité d'un système linéaire discret . . . . .	49
3.2.3	Stabilité au sens de Lyapunov . . . . .	49
3.3	Contrôle anti-windup . . . . .	52
3.3.1	Position du problème . . . . .	52
3.3.2	Recherche d'un correcteur $K_c$ stabilisant . . . . .	53
3.3.3	Prise en compte de l'anti-windup . . . . .	54
3.3.4	Résultats de simulation . . . . .	54
3.4	La MPC . . . . .	56
3.4.1	Commande prédictive sans contraintes . . . . .	57
3.4.2	Commande prédictive sous contraintes . . . . .	59
3.5	Construction de la PFC . . . . .	62
3.5.1	Système nominal . . . . .	62
3.5.2	Système perturbé . . . . .	64
3.5.2.1	Système perturbé avec $k_1 = -\frac{1}{2}$ . . . . .	64
3.5.2.2	Système perturbé avec $-\frac{1}{2} < k_1 < 0$ . . . . .	69
3.5.3	Systèmes avec entrée retardée . . . . .	74
3.5.3.1	Transformation d'Arstein . . . . .	74
3.5.3.2	PFC avec entrée retardée . . . . .	75
3.6	Conclusion . . . . .	76
<b>4</b>	<b>Essais numériques et expérimentaux</b>	<b>77</b>
4.1	Introduction . . . . .	77
4.2	Résultats de simulation en LTE . . . . .	77
4.3	Résultats de simulation pour les WLAN . . . . .	80
4.4	Résultats expérimentaux pour le WSN . . . . .	81
4.5	Conclusion . . . . .	92
	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>92</b>

---

## Table des figures

---

1.1	(a) Réseau cellulaire avec une antenne omnidirectionnelle ; (b) Réseau cellulaire avec une antenne directionnelle ; (c) Réutilisation des fréquences dans le réseau cellulaire . . . . .	9
1.2	Structure d'une trame en LTE . . . . .	11
1.3	Ressource . . . . .	11
1.4	Les topologies du réseau WiFi . . . . .	14
1.5	(a) Trame de demande ; (b) trame de rapport pour le contrôle de puissance . . . . .	15
1.6	Architecture d'un WSN . . . . .	16
1.7	La topologie du réseau ZigBee . . . . .	17
1.8	Architecture du modèle OSI . . . . .	20
1.9	Principe d'une chaîne de transmission numérique . . . . .	21
1.10	Phénomènes de propagation de l'onde radio . . . . .	23
1.11	Evanouissement du signal reçu dans un canal radio mobile . . . . .	24
1.12	BER vs SNR . . . . .	28
2.1	Prise en compte du retard de propagation . . . . .	34
2.2	L'algorithme TPC pour les WLAN . . . . .	36
2.3	La communication de la liaison montant en LTE . . . . .	39
2.4	Schéma bloc du système de contrôle de la puissance en LTE . . . . .	42
3.1	Illustration géométrique de la fonction de Lyapunov . . . . .	50
3.2	Système en boucle fermée avec anti-windup sur la sortie . . . . .	53
3.3	La perturbation. . . . .	55
3.4	Le correcteur. . . . .	55
3.5	La sortie. . . . .	56
3.6	L'entrée et la sortie du système double intégrateur. . . . .	59



3.7	L'entrée et la sortie du double intégrateur avec une contrainte sur la commande. . . . .	61
3.8	L'entrée et la sortie du double intégrateur sous contraintes sur la commande et l'état. . . . .	62
3.9	(a) : $u(n)$ en fonction de $x(n)$ ; (b) : $x(n + 1)$ en fonction de $x(n)$ . . . . .	65
4.1	Le BLER vs SINR (dB) pour différents types de modulation [72] . . . . .	78
4.2	Le SINR d'UE avec une vitesse de déplacement de $5\text{km.h}^{-1}$ . . . . .	79
4.3	Le SINR d'UE avec une vitesse de déplacement de $260\text{km.h}^{-1}$ . . . . .	80
4.4	Le SINR d'UE avec une vitesse de déplacement de $260\text{km.h}^{-1}$ , sans prendre en compte les retards . . . . .	81
4.5	Temps d'exécution pour une période de temps simulé de 10s . . . . .	82
4.6	Le BER vs SNR pour différents types de modulation . . . . .	83
4.7	Evolution de SINR . . . . .	83
4.8	SINR avec la commande PFC, $k_1 = -0.05$ . . . . .	84
4.9	Temps d'exécution pour une période de 1000s . . . . .	84
4.10	Le WSN . . . . .	85
4.11	Site de l'expérimentation . . . . .	86
4.12	RSSI vs puissance de transmission . . . . .	87
4.15	Evolution de la puissance émise et du RSSI pour le capteur $WS_3$ avec la condition initiale de 8dBm . . . . .	87
4.13	Evolution de la puissance émise et du RSSI pour le capteur $WS_1$ avec la condition initiale de 8dBm . . . . .	88
4.16	Evolution de la puissance émise et du RSSI pour le capteur $WS_4$ avec la condition initiale de 8dBm . . . . .	88
4.14	Evolution de la puissance émise et du RSSI pour le capteur $WS_2$ avec la condition initiale de 8dBm . . . . .	89
4.17	Temps d'exécution des contrôleurs sur une période de temps d'une journée . . . . .	89
4.18	Evolution de la puissance d'émission et du RSSI pour le capteur $WS_4$ avec obstacle . . . . .	90
4.19	Consommation énergétique d'un capteur . . . . .	91

---

## Liste des tableaux

---

1.1	Les types de modulation utilisés en LTE, WiFi, et ZigBee . . . . .	22
2.1	Tableau ATPC au nœud numéro 1 . . . . .	37
4.1	Les paramètres de simulation en LTE . . . . .	78
4.2	Valeurs des paramètres $b_i$ pour le $WS_i$ . . . . .	85
4.3	Puissance de transmission pour chaque capteur $WS_i$ . . . . .	90
4.4	Economie d'énergie avec la commande PFC . . . . .	91



---

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

---

## Motivation des travaux

Aujourd'hui, la communauté scientifique s'intéresse de plus en plus à l'utilisation de méthodes avancées de l'automatique, que ce soit en identification ou en commande, pour répondre à des problèmes liés aux télécommunications. Il apparaît en effet que les réseaux de communication constituent un domaine dans lequel l'automatique peut apporter une contribution significative [10, 70, 65]. Par exemple, le problème de la sécurité des réseaux de communication a été abordé par une approche automatique dans [95]. Dans [73, 32, 41] les auteurs ont développé une stratégie de contrôle pour les systèmes distants à travers le réseau internet.

Parmi les problèmes posés, le contrôle de la puissance dans les réseaux sans fil peut être traité par des approches issues de l'automatique. Le contrôle de la puissance doit satisfaire trois objectifs principaux :

- assurer une bonne Qualité de Service QoS (*Quality of Service*) entre l'émetteur et le récepteur,
- réduire la consommation énergétique des nœuds de communication,
- réduire la pollution électromagnétique pour répondre aux contraintes environnementales. En effet, l'impact d'un champ électromagnétique sur la santé humaine est un domaine de recherche actif [1, 2].

C'est ce problème qui a motivé ce travail. L'objectif est de concevoir une nouvelle commande permettant d'une part d'améliorer la QoS, et d'autre part de réduire la puissance de transmission des nœuds. L'amélioration de la QoS est une question cruciale en télécommunication. Il s'agit de garantir la continuité du lien radio entre l'émetteur et le récepteur et de respecter un débit minimum dépendant de l'application. La réduction de la puissance de transmission diminue globalement les interférences des autres appareils. Elle permet également de diminuer la consommation énergétique des nœuds et donc d'augmenter leur autonomie.

Ce dernier point est d'autant plus crucial que le volume des données échangées est important. En effet, dans un réseau sans fil, l'impact d'une réduction de puissance de transmission d'un nœud se fait essentiellement sentir durant la phase de transmission des données.

Un autre point important pour un système embarqué porte sur la simplicité de la stratégie de contrôle. Une commande simple aura un temps d'exécution réduit, ce qui peut être un facteur important pour certaines applications. Notons par exemple le cas du LTE (Long Term Evolution) où la commande est rafraîchie toutes les millisecondes et où le nombre de nœuds est important. La simplicité de la commande est un des critères que nous retiendrons pour le contrôle de la puissance.

## Positionnement des travaux

Depuis plusieurs années, le développement croissant des réseaux sans fil et le problème de l'autonomie énergétique des nœuds communicants a encouragé la communauté scientifique à développer plusieurs stratégies de contrôle de la puissance de transmission pour la liaison montante [22, 28, 42, 76, 82, 83, 88, 93]. On peut citer entre autres la stratégie TPC qui est basée sur une approche algorithmique. Elle a été développée pour la nouvelle norme LTE [53, 55, 79, 2]. D'autres algorithmes optimisés pour les normes WiFi et ZigBee ont été respectivement proposés dans [75, 38, 51] et [14, 45, 5]. Certains de ces algorithmes seront détaillés dans le chapitre 2.

Notre travail se situe dans le cas particulier des réseaux cellulaires, pour lequel les nœuds ne communiquent qu'avec un nœud central, appelé coordinateur dans le cas des réseaux de capteurs, ou station de base pour les réseaux de téléphonie. Nous montrerons que dans ce cadre, le contrôle de la puissance pour la liaison montante peut être modélisé comme un problème de stabilisation d'un système SISO linéaire discret avec une contrainte sur l'état et un retard sur la commande, et soumis à une perturbation bornée.

Nous présenterons différentes techniques de commande existantes susceptibles de résoudre ce problème de stabilisation. Nous montrerons qu'aucune ne satisfait pleinement à l'ensemble des critères définis précédemment. C'est pourquoi nous proposerons une nouvelle approche basée sur une commande par potentiel dénommée PFC (*Potential Feedback Control*). À l'origine, le PFC a été développée pour des applications liées à la robotique pour éviter les collisions avec des obstacles [66, 56, 44]. L'idée était de mettre en place un potentiel virtuel répulsif autour des obstacles. Nous avons repris cette idée et nous l'avons adaptée à notre problème. Nous montrerons que le PFC, qui est une commande non linéaire, assure que pour un système SISO discret la sortie du système reste toujours supérieure à une limite inférieure. La principale difficulté de cette stratégie est due à la non linéarité introduite par la commande. La preuve de stabilité sera obtenue en utilisant la théorie de Lyapunov.

## Présentation du mémoire

Ce mémoire s'articule autour de quatre chapitres :

### Chapitre 1

Le premier chapitre introduit les notions de base utiles pour la compréhension des réseaux sans fil. Nous présenterons les différents types de réseaux sans fils, tels que le réseau de téléphonie cellulaire, le réseau local WLAN, le réseau de capteurs WSN et nous donnerons un bref aperçu des normes de communication associées telles que le LTE, le WiFi et le ZigBee. Nous décrirons ensuite le modèle OSI qui est commun à tous ces réseaux. Nous détaillerons par la suite la chaîne de communication classique, en insistant particulièrement sur la couche physique et le canal de transmission. Nous nous intéresserons également aux indicateurs de QoS au niveau de la couche physique. Enfin, nous présenterons les problématiques propres aux réseaux sans fil telles que l'efficacité énergétique et l'amélioration de la QoS par le contrôle de la puissance.

## Chapitre 2

Le deuxième chapitre propose une étude bibliographique sur les algorithmes de contrôle de la puissance actuellement utilisés en télécommunication. Ces algorithmes sont basés sur des indicateurs de QoS et une valeur de QoS minimale en-dessous de laquelle le lien radio est coupé. Nous proposerons ensuite une modélisation des réseaux cellulaires pour le contrôle de la puissance. Le modèle dynamique obtenu est linéaire et discret, SISO, et présente dans le cas général un retard sur la commande. Sa sortie est perturbée par un bruit borné.

## Chapitre 3

Le troisième chapitre débute par un bref rappel de la stabilité au sens de Lyapunov pour un système discret. Nous présenterons ensuite deux techniques de commande applicables à un système linéaire discret avec contrainte sur l'état. La première méthode envisagée est une commande avec un mécanisme d'anti-windup sur l'état. Cette technique est couramment utilisée lorsque la commande du système est saturée. Nous en proposons une adaptation dans le cas d'une contrainte sur l'état. La deuxième approche envisagée est une technique MPC, bien adaptée aux problèmes présentant des contraintes sur l'état et la commande. Nous montrerons cependant que ces deux techniques ne sont pas forcément bien adaptées à notre problème. Nous proposerons en dernière partie une approche originale basée sur une commande par potentiel (PFC) qui répond à la fois aux critères de simplicité de mise en œuvre et de contrainte.

## Chapitre 4

Le quatrième chapitre est dédié aux résultats numériques et expérimentaux de contrôle de puissance. Une comparaison des trois commandes développées précédemment, à savoir la TPC, la MPC et le PFC, permet d'évaluer leurs performances respectives en termes de temps d'exécution et de respect de la contrainte. Les résultats de simulation pour les normes LTE et WiFi sont exposés tandis qu'un résultat expérimental est donné pour la norme ZigBee.

Une conclusion et quelques perspectives seront données à la fin de ce manuscrit.



---

## ABRÉVIATION

---

<b>AP</b>	Access Point
<b>ASK</b>	Amplitude-shift keying
<b>ATPC</b>	Adaptive Transmission Power Control
<b>BER</b>	Bit Error Rate
<b>BLER</b>	Block Error Rate
<b>BPSK</b>	Binary Phase Shift Keying
<b>BSS</b>	Basic Service Set
<b>CCK</b>	Complementary Code Keying
<b>CQI</b>	Channel Quality Indicator
<b>CSMA-CA</b>	Carrier Sense Multiple Access with Collision Avoidance
<b>CDMA</b>	Code Division Multiple Access
<b>FDMA</b>	Frequency Division Multiple Access
<b>FFD</b>	Full Function Device
<b>GSM</b>	Global System for Mobile communications
<b>IBSS</b>	Independent Basic Service Set
<b>LLC</b>	Logical Link Control
<b>LQG</b>	Linear Quadratic Gaussian
<b>MAC</b>	Media Access Control
<b>MCS</b>	Modulation and Coding Scheme
<b>MPC</b>	Model Predictive Control
<b>NLOS</b>	Non Line Of Sight
<b>OFDM</b>	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
<b>OFDMA</b>	Orthogonal Frequency-Division Multiple Access
<b>OSI</b>	Open Systems Interconnection
<b>PAPR</b>	Peak-to-Average Power Ratio
<b>PFC</b>	Potential Feedback Control
<b>PID</b>	Proportional Integral Derivative
<b>PUSCH</b>	Physical Uplink Shared Channel
<b>PUSCH</b>	The Physical Uplink Shared Channel
<b>QAM</b>	Quadrature Amplitude Modulation
<b>QoS</b>	Quality of Service
<b>QPSK</b>	Quadrature Phase-Shift Keying
<b>RFD</b>	Reduced Function Device



<b>RSSI</b>	Received Signal Strength Indication
<b>SC-FDMA</b>	Single Carrier-Frequency Division Multiple Access
<b>SINR</b>	Signal to Interference plus Noise Ratio
<b>SNR</b>	Signal to Noise Ratio
<b>SRS</b>	Sounding Reference Signal
<b>STA</b>	Station
<b>TDMA</b>	Time Division Multiple Access
<b>TPC</b>	Transmit Power Control
<b>UE</b>	User Equipment
<b>UMTS</b>	Universal Mobile Telecommunications System
<b>WLAN</b>	Wireless Local Area Network
<b>WSN</b>	Wireless Sensor Network

# PROBLÉMATIQUES DES RÉSEAUX CELLULAIRES SANS FIL

---

## 1.1 Introduction

Le déploiement des réseaux sans fil est en pleine expansion depuis quelques années. Ces réseaux sont constitués de nœuds distribués géographiquement. Chaque nœud est autonome et dispose de propriétés de mesure de son environnement et de communication radio. Les applications de ces réseaux sont multiples : téléphonie, médicales, véhicules communicants, surveillance de l'environnement, ...

On peut distinguer deux classes de réseaux, suivant que les nœuds communiquent directement avec un nœud central (topologie en étoile) ou transmettent l'information de proche en proche (réseaux routés). Pour les deux classes, les nœuds sont alimentés par des batteries et disposent d'une autonomie énergétique limitée. La principale cause de dépense énergétique est la communication radio. Il est donc crucial de limiter la puissance de transmission sur chaque nœud. Néanmoins, si la puissance de transmission est trop faible, la communication sera mauvaise avec un taux d'erreur binaire (*BER*) élevé. Elle nécessitera des retransmissions, ce qui n'est pas efficace en terme d'économie d'énergie. D'un autre côté, transmettre avec une puissance élevée assure une bonne communication mais est également énergivore. Il faut donc contrôler la puissance d'émission de chaque nœud pour se placer à un minimum de puissance tout en conservant une bonne liaison radio.

L'objectif de ce chapitre est d'introduire les notions de base en télécommunication afin de faciliter la compréhension de ce document et de présenter la problématique du contrôle de la puissance pour les réseaux sans fil. Ce chapitre est donc organisé de la façon suivante : dans la section 1.2 sont décrits les réseaux sans fil, en particulier les réseaux cellulaires de téléphonie et les réseaux de capteurs WLAN et WSN. Dans la section 1.3 nous présentons le principe d'une chaîne de transmission numérique en insistant sur les descriptions de la couche physique et du canal de transmission. La notion de qualité de service QoS au niveau de la couche physique sera introduite dans la section 1.4. Enfin, la problématique du contrôle de la puissance est présentée dans la section 1.5.

## 1.2 Les réseaux sans fil

### 1.2.1 Définition des réseaux sans fils

Les réseaux sans fil sont des réseaux informatiques ou numériques dont les nœuds sont connectés par radio. L'information véhiculée entre l'émetteur et le récepteur n'utilise pas de canal guidé. Les réseaux sans fil présentent une infrastructure légère qui limite l'installation d'un câblage dans les locaux. Les autres avantages d'un réseau sans fil sont la mobilité et la flexibilité. Un utilisateur peut se connecter à un réseau existant et se déplacer librement tant qu'il reste sous la couverture radio du réseau. La flexibilité des réseaux sans fil se traduit par la rapidité de déploiement. Il existe différents types de réseaux sans fil, tels que les réseaux de téléphonie mobile, les réseaux ad'hoc et les réseaux de capteurs.

### 1.2.2 Le réseau de téléphonie mobile et la norme LTE

#### 1.2.2.1 Le réseau de téléphonie mobile

Un réseau de téléphonie mobile est un réseau sans fil distribué dans des zones terrestres appelées cellules. Chacune est desservie par au moins une station de base, qui connecte les appareils mobiles au réseau. L'assemblage de ces cellules fournit une couverture radio sur une large zone géographique. Cela permet à un grand nombre d'appareils portables de communiquer les uns avec les autres partout dans la zone de couverture en passant par les stations de base, même si certains des mobiles se déplacent d'une cellule à l'autre. Les opérateurs de télécommunication ont déployé des réseaux de téléphonie mobile sur la plupart des surfaces habitables de la planète. Cela permet aux utilisateurs de téléphones mobiles et d'appareils informatiques de se connecter au réseau téléphonique et à internet.

Les stations de base peuvent être équipées d'antennes omnidirectionnelles ou d'antennes directionnelles. Une station de base équipée d'antennes omnidirectionnelles est placée au centre d'une cellule. Elle transmet un même signal pour tous les mobiles. Une station de base équipée d'antennes directionnelles est placée aux coins de l'hexagone où trois cellules convergent. Chaque station de base comporte trois ensembles d'antennes directionnelles qui visent trois directions différentes avec 120 degrés pour chaque cellule (totalisant 360 degrés) et la réception/transmission dans trois cellules différentes à des fréquences différentes. Ceci permet d'obtenir un minimum de trois canaux, et trois stations de base pour chaque cellule, ce qui augmente la probabilité de recevoir un signal utilisable à partir d'au moins une direction. Les figures 1.1 (a) et (b) illustrent la différence entre une cellule avec une antenne omnidirectionnelle et celle avec une antenne directionnelle.

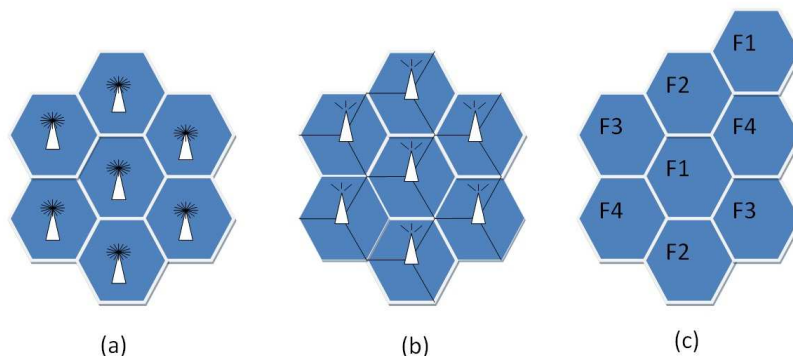


FIGURE 1.1 – (a) Réseau cellulaire avec une antenne omnidirectionnelle; (b) Réseau cellulaire avec une antenne directionnelle; (c) Réutilisation des fréquences dans le réseau cellulaire

La principale caractéristique d'un réseau de téléphonie mobile est sa capacité à réutiliser des fréquences pour augmenter sa couverture et sa capacité. Chaque cellule utilise une bande de fréquences différentes de celles des cellules voisines afin d'éviter toute interférence. Cette bande de fréquence peut cependant être utilisée par une cellule non adjacente. La figure 1.1 (c) représente un exemple de réutilisation des fréquences. Nous constatons que la bande de fréquence  $F1$  est utilisée dans deux cellules séparées par les cellules utilisant la bande de fréquence  $F2$ ,  $F4$ . La réutilisation de fréquences est également appelée la réutilisation de canaux.

### 1.2.2.2 La norme LTE

Les premiers systèmes de communication mobile ont été commercialisés dans les années 1980 et sont connus sous la dénomination de systèmes de première génération (1G). La 1G utilisait la technologie analogique et différentes solutions technologiques ont été développées indépendamment dans le monde entier en l'absence d'espace normatif. Le premier réseau de téléphonie mobile commun au monde entier a été normalisé grâce à la coopération entre les communautés de télécommunication. C'est le système dit de deuxième génération (2G) plus connu sous le nom de GSM (*Global System for Mobile communications*). Contrairement à la 1G, la 2G utilise la technologie de communication numérique. Avec les progrès de la technologie des téléphones mobiles qui a conduit à la miniaturisation des terminaux et à une augmentation de leur autonomie, la norme GSM a connu un succès qui a dépassé les attentes initiales et qui a contribué à créer un nouveau marché. Le GSM a permis d'avoir une communication téléphonique simple et fiable, ce qui n'était pas possible auparavant. À ses débuts, la 2G ne fournissait que des communications vocales et SMS. Dans ses versions ultérieures, de nouvelles capacités ont été introduites pour supporter la transmission de données. L'union internationale des télécommunications a ouvert la voie de l'évolution vers la 3G, l'UMTS (*Universal Mobile Telecommunications System*). Bien que la technologie 3G a augmenté de manière significative les débits, la pléthore d'applications et de services mobiles nécessite le déploiement d'un nouveau système : le LTE. La norme LTE

supporte une bande passante flexible entre 1.4 MHz et 20 MHz et fournit un débit théorique jusqu'à 300 Mbps pour le lien descendant et 50 Mbps pour le lien montant [72]. De plus, le LTE améliore le temps de latence (le temps nécessaire pour faire un aller-retour entre émetteur et récepteur) proche de 10 ms (contre 70 ms à 200 ms en UMTS). La norme LTE utilise le procédé de codage OFDM (*Orthogonal Frequency-Division Multiplexing*), qui est connu par sa capacité à lutter contre les canaux sélectifs en fréquence en permettant une égalisation de faible complexité. De plus, l'utilisation de l'OFDM pour les liaisons montante et descendante permet d'éviter les interférences entre les mobiles qui se trouvent dans la même cellule, dénommée l'interférence intra-cellulaire [72]. Notons que la 2G et la 3G utilisent respectivement le procédé de codage TDMA/FDMA (*Time Division Multiple Access/Frequency-Division Multiple Access*) et CDMA (*Code Division Multiple Access*). Enfin, la norme LTE possède la capacité de permettre à un plus grand nombre d'utilisateurs d'accéder au réseau sans fil à grand débit sans compromettre les performances. La norme LTE peut prendre en charge plus de 200 terminaux actifs simultanément dans chaque cellule tandis que le nombre de terminaux actifs, pour la norme 3G, est limité à 60.

Certaines notions telles que le procédé de codage SC-FDMA (*Single Carrier-Frequency Division Multiple Access*), la structure de trame, les ressources de la couche physique sont brièvement décrites dans les sections suivantes afin de mieux comprendre le problème de contrôle de la puissance en LTE.

## Couche physique en LTE

**Le multiplexage** L'OFDMA et le SC-FDMA sont respectivement deux modèles qui gèrent l'accès multi-utilisateurs à une ressource partagée pour les liaisons descendante et montante. Le SC-FDMA est une forme modifiée de l'OFDMA (*Orthogonal Frequency-Division Multiple Access*). Comme la consommation électrique est un facteur clé pour les terminaux mobiles, la réduction du PAPR (*Peak-to-Average Power Ratio*) et la perte de l'efficacité de l'OFDM sont des préoccupations majeures. Le SC-FDMA est donc modifié à partir de l'OFDMA afin d'obtenir un PAPR inférieur à celui de OFDMA. De plus, le SC-FDMA permet d'éviter d'interférences intra-cellule [72, 37, 79].

**Structure de trame** Les transmissions en LTE sont segmentées en trames. Une trame de 10 ms est composée de 10 sous-trames de 1 ms dont chacune est divisée en deux slots de 0.5 ms. Chaque slot se compose de sept symboles OFDM. La figure 1.2 représente la structure d'une trame en LTE.

**Bloc de ressource physique** Dans la norme LTE, la ressource élémentaire est le plus petit élément de l'allocation des ressources attribuée par l'ordonnanceur de la station de base. Un bloc de ressource physique est défini comme une ressource de 180 kHz dans le domaine fréquentiel et de 0.5 ms (un slot) dans le domaine temporel. Étant donné que l'espace entre les sous-porteuses est de 15 kHz, chaque bloc de ressource physique est composé de 12 sous-porteuses dans le domaine fréquentiel. La figure 1.3 illustre les ressources en LTE.

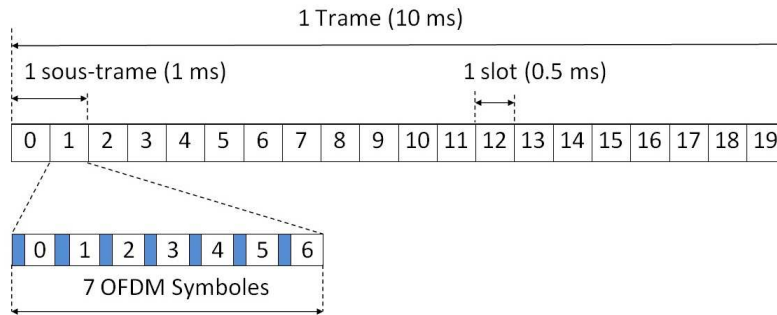


FIGURE 1.2 – Structure d'une trame en LTE

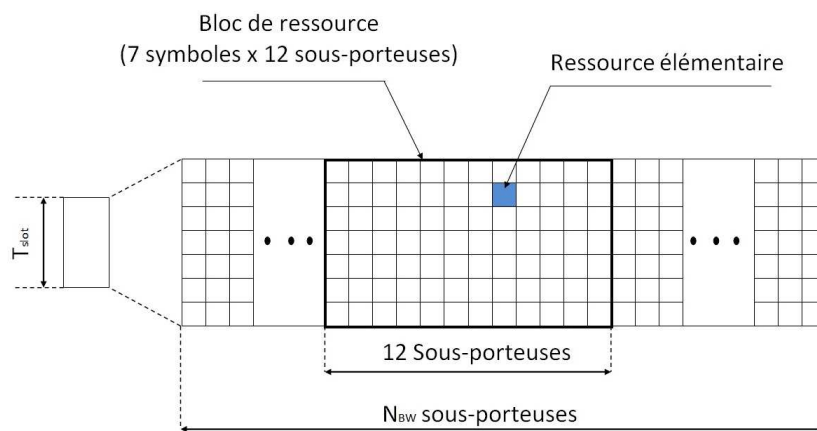


FIGURE 1.3 – Ressource

**Contrôle de la puissance  $P_{PUSCH}$**  Le contrôle de la puissance de la liaison montante en LTE est assuré par un algorithme alimenté par un ensemble de paramètres transmis dans les différents canaux physiques de la liaison montante. L'algorithme assure une puissance suffisante à la station de base permettant la démodulation correcte des informations. Il existe plusieurs types de canaux physiques de liaison montante tels que :

- Le PUCCH (*Physical Uplink Control Channel*) qui est utilisé pour supporter la transmission des ACK (*Acknowledgement*), de l'ordonnancement, de l'indicateur de la qualité de canal CQI (*Channel Quality Indicator*) et du SRS (*Sounding Reference Signal*) qui est utilisé à la station de base pour l'estimation du canal ;
- Le PUSCH (*Physical Uplink Shared Channel*) qui est le canal physique principal utilisé pour la transmission des données ;

Nous nous intéressons au contrôle de la puissance du canal PUSCH qui est le canal principal de la couche physique.

La puissance de transmission depuis un équipement utilisateur UE pour le canal PUSCH est définie comme ci-dessous [2]

$$P_{PUSCH,c}(j) = \min(P_{CMAX,c}, 10 \log_{10} M_{PUSCH,c}(j) + P_{O,PUSCH,c}(\beta) + \alpha_c(\beta) \cdot PL_c(j) + \Theta_{TF,c}(j) + F_c(j)) \quad (1.1)$$

où  $j$  est le numéro de la sous-trame,  $\beta = 0, 1, 2$  un paramètre spécifique au LTE,  $P_{CMAX,c}$  la puissance maximale dans la cellule  $c$ ,  $M_{PUSCH}(j)$  le nombre de blocs de ressource pour la sous-trame  $j$  et la cellule  $c$ ,  $P_{O,PUSCH,c}(\beta)$  un paramètre signalé par la couche haute qui représente la puissance d'un bloc de ressource,  $\alpha_c(\beta) \in [0, 1]$  un paramètre spécifique de la cellule permettant de compenser partiellement le *path-loss* et est fourni par la couche haute,  $PL_c$  l'estimation de *path-loss* de la liaison descendante calculée au niveau UE,  $\Theta_{TF,c}$  est un paramètre de l'UE dépendant du type de modulation et du codage MCS,  $F_c(j)$  l'ajustement de la puissance de *PUSCH* défini par

$$F_c(j) = F_c(j - 1) + \Delta_{PUSCH}(j - K_{PUSCH}(j)) \quad (1.2)$$

où  $\Delta_{PUSCH}(j - K_{PUSCH}(j))$  est une valeur de correction qui est donnée dans la sous-trame  $(j - K_{PUSCH}(j))$ ,  $K_{PUSCH}(j) \in \{4, \dots, 7\}$  le retard en liaison descendante correspondant au temps de propagation et au temps de calcul du processeur. Le contrôle de la puissance de *PUSCH* est basé sur la valeur du SINR mesurée à la station de base.

La technique classique utilisée en télécommunication est l'algorithme TPC (Transmit Power Control) qui sera présenté dans le chapitre 2.

### 1.2.3 Le WLAN et la norme WiFi

Les réseaux locaux sans fils WLAN existent depuis des décennies. La norme 802.11 a été ratifiée en 1997, mais les WLAN ne se sont démocratisés que depuis quelques années avec l'augmentation de la bande passante et la diminution des coûts. Les premiers WLAN, comme Aloha, ARDIS, et Ricochet, offraient un débit de données de seulement 1 Mbps. La norme 802.11 propose un débit de 2 Mbps. La ratification de la norme 802.11b en 1999 a permis d'atteindre un débit de 11 Mbps, en comparaison avec un débit de 10 Mbps pour le réseau filaire Ethernet. Les normes 802.11a et 802.11g offrent des débits de données jusqu'à 54 Mbps [68]. Le WLAN est devenu un réseau très utilisé car il est très facile à implémenter et à utiliser. Dans cette section, nous allons présenter les WLAN, puis la norme WiFi.

#### 1.2.3.1 Le WLAN

Un réseau local sans fil est un système de transmission de données conçu pour fournir un accès réseau indépendant de l'emplacement entre les dispositifs informatiques en utilisant des ondes radio plutôt qu'une infrastructure câblée [1]. Un WLAN peut couvrir l'équivalent d'un réseau local d'entreprise, soit une portée d'environ une centaine de mètres. Un système WLAN peut être déployé en tant que réseau autonome ou en parallèle à un réseau câblé. Par rapport à un réseau câblé, un WLAN offre plusieurs avantages ainsi que quelques inconvénients.

Pour le côté positif, un WLAN permet la mobilité et la flexibilité. Pour les infrastructures existantes, en particulier celles ayant une densité élevée d'utilisateurs (les chambres d'hôtel, les résidences universitaires), il offre un coût plus bas et une méthode plus souple de connectivité. Pour l'aspect négatif, un système WLAN n'est généralement pas aussi sûr qu'une connexion filaire. Le fait que le milieu soit partagé par de nombreux utilisateurs et qu'aucune connexion physique ne soit nécessaire pour attaquer le réseau rend le WLAN plus sensible aux piratages.

Les réseaux sans fil ont de nombreuses applications dans le monde réel. Ils sont fréquemment utilisés pour étendre un réseau filaire, mais ne le remplace pas complètement. Nous pouvons décrire quelques applications des WLAN :

- la santé : les médecins et infirmiers équipés d'ordinateurs portables peuvent consulter rapidement les états de santé des patients. En outre, dans une situation d'urgence, ils peuvent communiquer avec d'autres départements au sein de l'hôpital en utilisant le WLAN afin de fournir un diagnostic rapide. C'est un domaine où le WLAN est déjà beaucoup utilisé. Comme dans la plupart des cas, le WLAN est utilisé pour améliorer un réseau filaire déjà existant.
- en entreprise : les échanges d'informations sont aisés et rapides, voir presque immédiats. Lors d'une réunion avec un client, le directeur d'une entreprise peut lui transmettre les données relatives à sa présentation directement sur son ordinateur portable (au lieu d'utiliser un support papier qui peut être plus limité dans sa capacité à véhiculer certaines informations). Dans le même temps, le PDG reste accessible au reste de ses employés qui peuvent le contacter par e-mails afin qu'il puisse prendre des décisions rapides et suivre en temps réel d'autres activités de l'entreprise.

### 1.2.3.2 La norme WiFi

La norme WiFi est utilisée pour désigner un produit ou une service qui utilise la technologie 802.11. Le réseaux WiFi fonctionne dans les bandes de fréquence sans licence de 2,4 GHz et de 5 GHz. Le débit de données de ce réseau peut atteindre jusqu'à 54 Mbps. Dans cette section, nous allons présenter brièvement la topologie de la norme WiFi et le problème du contrôle de la puissance.

**Les topologies du réseau WiFi** La topologie de base du réseau se compose de deux ou plusieurs nœuds ou stations STA à l'interface sans fil. Chacune reconnaît l'autre et établit des communications. Les STA sont des équipements informatiques à interfaces sans fil. Typiquement, les STA sont des téléphones portables, ordinateurs portables ou ordinateurs de bureau. Dans la configuration la plus simple, les STA communiquent directement entre eux en mode pair à pair. Ce type de réseau est appelé un réseau ad hoc ou IBSS (Independent Basic Service Set). Dans la plupart des cas, l'ensemble des services de base BSS (Basic Service Set) contient un point d'accès AP (Access Point). La fonction principale d'un AP est de former un pont entre le réseau sans fil et le réseau filaire. Le point d'accès est analogue à la station de base utilisée dans les réseaux de téléphonie. Quand un AP est présent, les stations ne communiquent pas en mode pair à pair. Toutes les communications entre stations ou entre une station et un réseau filaire passent par l'AP. Les AP ne sont pas mobiles et font partie de l'infrastructure du réseau câblé. La figure 1.4 illustre deux type de topologies du réseau WiFi. Dans le cas de notre travail, nous considérons seulement la topologie BSS.

**Contrôle de puissance pour la norme WiFi** Un STA associe et communique uniquement avec l'AP le plus proche en réduisant au minimum la puissance d'émission de l'AP et de ses STA à un niveau qui assure une bonne QoS. De plus, l'interférence avec d'autres transmissions dans le voisinage peut être minimisée en profitant de l'atténuation de la puissance du signal émis avec la distance. Donc, les autres AP et les STA associés, à une certaine distance, peuvent



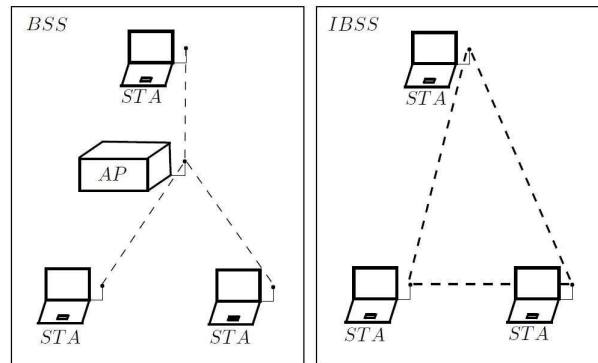


FIGURE 1.4 – Les topologies du réseau WiFi

réutiliser le même canal sans interférence. Ce principe permet à de nombreuses paires AP-STA de communiquer en même temps dans une zone donnée tout en utilisant seulement un nombre limité de canaux sans fil.

Si la puissance d'émission est faible, l'intervalle spatial nécessaire pour réutiliser le même canal sans interférence sera réduit. Ceci assure une augmentation de la capacité globale du réseau dans une zone de déploiement dense. Par exemple, dans les réseaux cellulaires, les tailles de cellules plus petites avec une puissance d'émission plus faible conduit à l'augmentation de la capacité globale du réseau. L'objectif du contrôle de la puissance d'une STA est d'utiliser la puissance d'émission minimale tout en répondant aux exigences en matière de débit et de BER. Le contrôle de puissance permet de réduire les interférences avec d'autres appareils, d'améliorer la réutilisation des canaux, et éventuellement d'augmenter la capacité globale des réseaux sans fil. Bien sûr, le contrôle de puissance contribue également à économiser l'énergie et à améliorer la vie de la batterie des appareils mobiles.

Un émetteur peut utiliser une faible puissance pour transmettre des données lorsque le récepteur est près de lui et si les conditions du canal sont bonnes. Cependant, lorsque la distance entre l'émetteur et le récepteur est relativement importante et que le canal est dégradé, l'émetteur a besoin d'utiliser une puissance plus élevée pour transmettre ses données afin d'assurer que les données soient reçues correctement par le récepteur. Le défi est de savoir comment un émetteur détermine et adapte (si la condition de canal change) sa puissance d'émission pour transmettre ses données à un récepteur.

Pour la norme WiFi 802.11h, les AP et STA sont capables d'ajuster leur puissance de transmission. Pour régler sa puissance d'émission, le STA envoie une trame de demande à l'AP pour connaître l'état du canal. Après avoir reçu la trame de demande, l'AP mesure la puissance reçue et envoie une trame de rapport au STA. La trame de rapport contient l'information sur la puissance d'émission et la marge de ligne. La puissance d'émission est la puissance nécessaire pour envoyer la trame de rapport, en dBm. La marge de ligne est la marge de sécurité demandée par le STA. Par exemple, si la puissance minimale acceptable est de -70 dBm, et la puissance reçue mesurée par l'AP est de -60 dBm, la marge de sécurité est donc 10 dBm [24]. Selon l'information de la trame de rapport, le STA ajuste sa puissance d'émission. Si la marge de sécurité est élevée, le STA peut diminuer sa puissance. La figure 1.5 illustre les trames de demande et de rapport pour la norme WiFi. De plus, l'AP fournit également la puissance maximale que le STA

ne peut pas dépasser [24]. Pour réaliser le contrôle de la puissance en liaison montante pour la norme WiFi, on utilise le SINR comme l'indicateur de QoS. Comme pour la norme ZigBee, la norme WiFi utilise le protocole d'accès multiple CSMA-CA (*Carrier Sense Multiple Access with Collision Avoidance*) pour éviter les interférences.

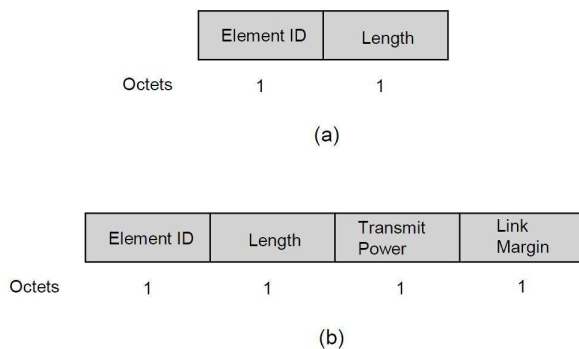


FIGURE 1.5 – (a) Trame de demande ; (b) trame de rapport pour le contrôle de puissance

#### 1.2.4 Le WSN et la norme ZigBee

Le développement des réseaux de capteurs sans fil WSN (*Wireless Sensor Networks*) a beaucoup intéressé les chercheurs ainsi que les industriels du fait de ses nombreuses applications. On peut citer par exemple le domaine de la sécurité publique, le monde médical, etc. De plus, le WSN est un réseau de faible coût et de faible puissance. Un WSN se compose de capteurs de petite taille, dont chacun est capable de mesurer des grandeurs physiques et de communiquer avec tout ou une partie des autres capteurs via une communication sans fil.

Dans cette section, nous proposons une présentation générale des réseaux de capteurs sans fils, utilisant le ZigBee, en expliquant leur principe de fonctionnement et les applications.

##### 1.2.4.1 Le WSN

Un réseau de capteur est une infrastructure ayant pour objectifs de capter (détecter), calculer et communiquer des éléments, permettant à un administrateur d'observer, d'estimer et de réagir face à des événements ou des phénomènes dans un environnement spécifique. L'administrateur peut être une entité civile, gouvernementale, commerciale ou industrielle. L'environnement peut être le monde physique, un système biologique ou dans un cadre de technologie de l'information [78]. Un WSN est un réseau de capteurs dans lequel tous les dispositifs communiquent via les ondes radio.

L'objectif d'un WSN est de surveiller les conditions physiques ou environnementales telles que la température, le son, la pression, etc. En effet, les capteurs mesurent les conditions physiques ou environnementales, puis transfèrent leurs données à une station de base (coordinateur). Celle-ci est connectée en général à une infrastructure réseau lui permettant un accès plus vaste. Les données collectées sont enfin reçues par une application afin de subir le traitement approprié. La

figure 1.6 illustre l'acheminement des données à partir de capteurs jusqu'au centre de gestion des données.

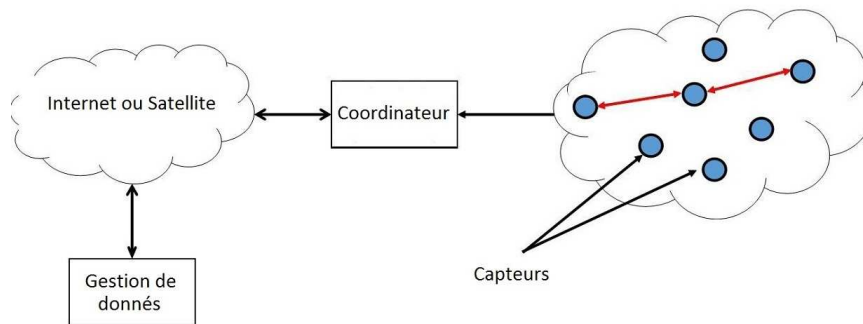


FIGURE 1.6 – Architecture d'un WSN

Un WSN se compose de coordinateur et de capteurs dont le nombre peut atteindre jusqu'à plusieurs milliers. Chaque capteur peut se connecter à un ou plusieurs autres capteurs. Un capteur est capable d'exercer au moins une des fonctions suivantes : détection, relais ou échange de données avec les réseaux externes. Un capteur de mesure qui peut seulement envoyer des données est appelé "capteur de détection", celui pour relayer des données "routeur", et celui pour échanger des données avec les autres réseaux "coordinateur".

Un WSN a un large domaine d'application. Initialement utilisé dans le cadre d'applications haut de gamme telles que les systèmes de détection de danger dans les centrales nucléaires, ces réseaux se sont démocratisés à mesure que leur coût a diminué. Actuellement, les WSN sont utilisés pour la surveillance de l'environnement, dans les bâtiments intelligents, en robotique, etc. Les applications des WSN peuvent être classées en deux catégories : la télésurveillance et le suivi des objets mobiles. Contrairement aux applications de suivi des objets mobiles, qui demande des mises à jour en temps réel des résultats, les applications de télésurveillance mesurent périodiquement les conditions d'environnement et peuvent envoyer leurs données selon trois modes :

- périodique à un interval de temps prédéfini ;
- à la suite d'un événement spécifique : cela se produit souvent lorsque la valeur d'une mesure spécifique atteint un seuil prédéfini ;
- en réponse à une interrogation d'un utilisateur.

#### 1.2.4.2 La norme ZigBee

Le ZigBee est une norme qui définit un ensemble de protocoles de communication pour un débit de données faible à courte portée [19]. Les capteurs fonctionnent dans les bandes de fréquence de 868 MHz, 915 MHz, et 2.4 GHz. Le débit de données maximum est de 250 kbps. Le ZigBee est destiné principalement aux applications dont les capteurs sont alimentés par batterie. La longévité de vie de la batterie est donc l'exigence principale. Dans cette section, nous allons présenter brièvement la topologie du ZigBee et le problème du contrôle de la puissance.

**La topologie de la norme ZigBee** La norme ZigBee distingue les dispositifs selon leur complexité matérielle et leur capacité. Par conséquent, la norme définit deux catégories de dispositifs physiques : un dispositif toutes fonctions (FFD) et un dispositif à fonction réduite (RFD). Un FFD est doté de ressources adéquates, de la capacité de mémoire pour gérer toutes les fonctionnalités et les caractéristiques spécifiées par la norme. Il peut donc assumer de nombreuses responsabilités au sein du réseau. Il peut également communiquer avec tout autre appareil du réseau. Un RFD est un dispositif simple qui couvre un ensemble réduit de fonctions, pour un moindre coût et une complexité réduite. En outre, il ne peut s'associer et communiquer qu'avec un FFD [92].

En tant que WSN, le ZigBee a également 3 types de composants : le coordinateur, le routeur, et le dispositif d'extrémité (le capteur de détection).

- **Le coordinateur** : c'est un dispositif FFD responsable de la mise en place et du contrôle du réseau. Le coordinateur est chargé de choisir les paramètres essentiels de la configuration et du démarrage du réseau. Il stocke également des informations concernant le réseau et agit en tant que référentiel pour les clés de sécurité. Tout réseau ZigBee doit avoir un et un seul coordinateur ZigBee.
- **Le routeur** : c'est un dispositif FFD en charge du routage de données, notamment en agissant comme un dispositif intermédiaire pour lier les différents composants du réseau et du transfert des messages entre les périphériques distants à travers des chemins multi-sauts.
- **Dispositifs d'extrémité** : c'est un dispositif RFD qui contient juste assez de fonctionnalités pour communiquer avec son nœud parent ; le coordinateur du réseau ou un routeur. Un dispositif d'extrémité ne possède pas la capacité de relayer des messages de données à d'autres dispositifs d'extrémité [92].

Un réseau ZigBee peut être organisé selon une des trois topologies suivantes : en étoile, en arbre, ou en maille. La figure 1.7 illustre ces trois topologies.

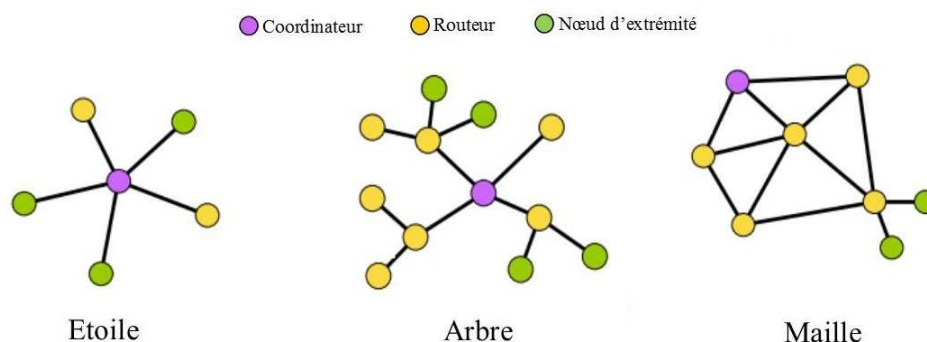


FIGURE 1.7 – La topologie du réseau ZigBee

- **Topologie en étoile** : tous les routeurs et dispositifs d'extrémité ne se connectent qu'au coordinateur. Cette topologie est adaptée pour les transmissions RF en dynamique où la latence n'est pas acceptée. Par contre, elle n'est pas adaptée pour les applications à grande échelle à cause de la faible portée de ZigBee (entre 10 et 100 m) [43]. Le défaut principal de cette

topologie est que l'échec du coordinateur aura une incidence sur l'ensemble du réseau.

- **Topologie en arbre** : un dispositif d'extrémité se joint à l'arbre par l'intermédiaire d'un routeur, et ce dernier se joint à l'arbre par l'intermédiaire d'un autre dispositif routeur (le coordinateur ZigBee peut être utilisé aussi en tant que routeur). L'avantage de cette topologie est qu'elle est applicable pour les applications de grande échelle. L'inconvénient est qu'il n'y a aucun itinéraire alternatif disponible si l'un des liens sur la route échoue.
- **Topologie en maille** : Tous les routeurs sont autorisés à communiquer les uns avec les autres sans avoir besoin de passer par le premier parent commun. L'algorithme de routage est donc capable de prendre un autre itinéraire parmi les options disponibles lorsque certaines routes échouent. L'inconvénient de cette topologie est la complexité de mise en œuvre du routage.

**Problème de contrôle de la puissance** Un réseau ZigBee est composé de capteurs fonctionnant avec des batteries de faible puissance et il n'est généralement pas possible de remplacer ou de recharger les batteries en raison du nombre de nœuds déployés ou de conditions d'accès difficiles. L'autonomie de la batterie est donc un problème critique pour prolonger la durée de vie du réseau. Afin de réduire la consommation d'énergie, l'idée est de concevoir un contrôle de puissance pour chaque nœud. Cependant, une transmission de puissance faible peut entraîner des erreurs dans des paquets transmis qui nécessitent alors une retransmission. Ceci augmente la consommation d'énergie. D'autre part, une transmission de puissance élevée permet d'obtenir une bonne transmission des données, mais consomme de l'énergie. Donc, un bon contrôle de la puissance conduit à un compromis entre la consommation d'énergie et un faible BER.

Dans ce travail, nous nous concentrons sur le contrôle de la puissance de la liaison montante pour la norme ZigBee. De plus, nous supposons que le WSN a une topologie en étoile avec un coordinateur et plusieurs capteurs de mesure. Nous ne considérons pas le routage entre les capteurs. Avec la topologie de réseau en étoile, le serveur central et tous les capteurs sont fixes. En général, le concepteur du réseau règle la puissance d'émission de chaque capteur à la puissance maximale. Le fait que la transmission de puissance soit toujours à la puissance maximale pour une liaison entre le coordinateur et les capteurs nous motive à développer un contrôleur permettant de réduire la puissance d'émission en gardant la QoS entre chaque lien. Pour réaliser le contrôle de la puissance de la liaison montante dans les réseaux de capteurs, on utilise l'indicateur de la qualité de transmission RSSI.

Dans un réseau ZigBee, les capteurs vérifient si le canal est libre avant d'envoyer des données en utilisant le protocole CSMA-CA pour éviter les interférences. Malgré ce mécanisme de protection, il existe toujours des interférences provoquées par d'autres systèmes sans fil opérant sur une bande de fréquence similaire et coexistant dans le même voisinage. Cet effet peut réduire considérablement les performances des réseaux de capteurs.

Dans les réseaux de communication y compris le LTE, WLAN et WSN, il est nécessaire de mettre en place une interface d'accès au réseau commune afin de gérer l'interopérabilité entre les UE des différents constructeurs. Une structure commune de l'architecture d'un réseau, appelé le modèle OSI (*Open Systems Interconnection*), a été construit par l'organisme ISO (*International Organization for Standardization*). La description de l'architecture du modèle OSI est l'objectif de la section suivante.

### 1.2.5 L'architecture du modèle OSI

Le modèle OSI est un modèle conceptuel qui caractérise et normalise les fonctions internes d'un système de communication. C'est un modèle commun à tous les réseaux. Le modèle OSI contient sept couches dont chacune fournit des services spécifiques et communique avec la couche suivante [89]. L'architecture du modèle OSI est présentée par la figure 1.8. La couche application fournit différents services aux applications. L'information de la source est d'abord traitée dans cette couche avant d'être envoyée au destinataire via les autres couches. La couche présentation sert à traduire l'information envoyée par la couche application en un langage commun au réseau. La couche session crée, gère et met fin aux connexions entre les applications, c'est-à-dire entre la source et la destination. La couche transport sert à vérifier la fiabilité de la connexion et à assurer un transfert de données complet. La couche réseau assure le routage des paquets et régule les transmissions de données. La couche liaison de données assure une liaison fiable entre émetteur et récepteur à travers un lien direct par la détection et la correction des erreurs qui peuvent se produire dans la couche physique. La couche liaison de données est divisée en deux sous-couches : MAC (*Media Access Control*) et LLC (*Logical Link Control*). La sous-couche MAC sert à accéder et à communiquer avec la couche physique. La sous-couche LLC contrôle la synchronisation de trame, le contrôle de flux et de vérification d'erreur. Enfin, c'est au niveau de la couche physique que les bits sont convertis en signaux électriques avant d'être transmis au canal radio. En général, chacune des couches communique uniquement avec ses voisines sauf les mécanismes, dits *cross-layer transparentes*, permettant aux couches non voisines d'échanger l'information [36]. Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons seulement au canal de transmission et à la couche physique car le contrôle de la puissance est réalisé au niveau de cette couche. Le réglage de la puissance d'émission dépend en particulier de la qualité du canal de transmission que nous allons présenter. Ces éléments sont des blocs élémentaires d'une chaîne de communication numérique présentée dans la section suivante.

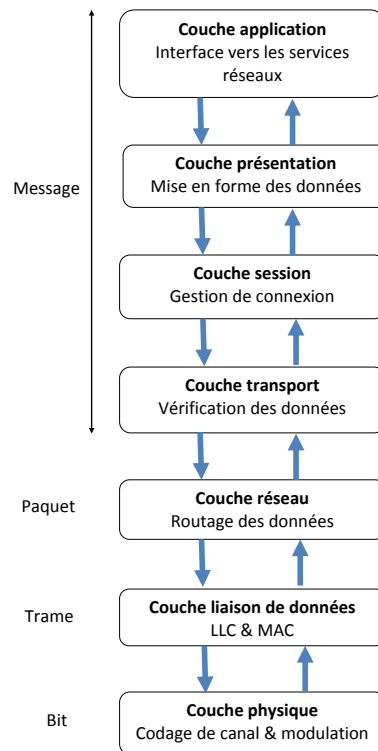


FIGURE 1.8 – Architecture du modèle OSI

### 1.3 Chaîne de transmission numérique

Le schéma de principe d'une chaîne de transmission numérique est représenté sur la figure 1.9. Elle se compose de plusieurs blocs tels que le codage de source, le codage de canal, la modulation numérique au niveau de l'émetteur, la démodulation, le décodage canal, le décodage de source au niveau du récepteur, et le canal de transmission [74, 34]. Les blocs du codage/décodage de source se situent au niveau de la couche application, tandis que les blocs du codage/décodage de canal et de la modulation/démodulation se positionnent au niveau de la couche physique. L'information de la source est traitée séparément par chacun de ces blocs avant d'être reconstituée une fois arrivée à destination. Nous rappelons qu'une communication directe entre la couche application et la couche physique peut être réalisée par l'approche *cross-layer*. Nous allons décrire brièvement ces éléments en partant de la source vers la destination.

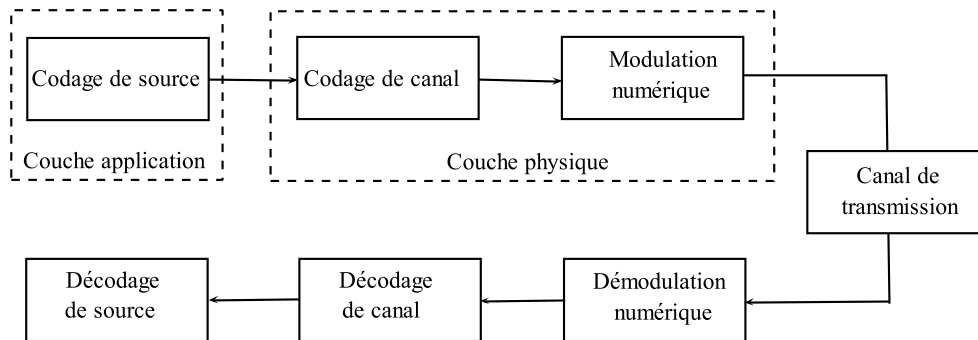


FIGURE 1.9 – Principe d’une chaîne de transmission numérique

### 1.3.1 Codage de source

L’objectif du codage de source est de représenter le signal d’information sous forme binaire afin qu’il puisse être transmis par un système de communication numérique [61]. Une autre propriété de ce codage est de représenter l’information par le moins de bits possible. Cela permet d’améliorer le débit utile de la transmission défini comme le nombre d’éléments binaires transmis par unité de temps. La qualité du codage de source est jugée par le taux de compression qui est le rapport entre la taille de l’information avant et après l’opération.

### 1.3.2 Codage de canal

Le codage de canal permet de protéger l’information venant du codeur de source vis à vis des bruits du canal de transmission. Le codage de canal est une fonction spécifique de la transmission numérique qui consiste à insérer des éléments binaires redondants dans le message d’une façon contrôlée [15]. A la réception, la redondance est utilisée par le décodeur de canal pour détecter et corriger les erreurs de transmission sous certaines conditions. La qualité d’un codeur de canal est jugée par son gain de codage par rapport à un système sans codage de canal.

### 1.3.3 Modulation et démodulation numérique

La modulation et son opération inverse, la démodulation, sont des étapes importantes de la couche physique du modèle OSI. La modulation consiste à transformer un signal issu d’une source en un signal adapté au canal de transmission. La modulation peut être réalisée en codant l’information à transmettre dans l’amplitude, la phase, la fréquence d’un signal de haute fréquence, la porteuse.

Il existe plusieurs type de modulation numérique. Chaque type de modulation propose un débit de transmission adapté au canal. Si les conditions de transmission s’améliorent, un autre type de modulation est choisit de façon à offrir un plus haut débit. Pour chaque type de modulation, un symbole contient un nombre fixe de bit d’information. Plus ce nombre de bit dans un symbole est important et plus le débit de transmission est élevé. Par exemple, la modulation 64QAM (*64 Quadrature Amplitude Modulation*) avec un symbole de 6 bits admet un débit plus élevé que la 16QAM qui ne possède que 4 bits par symbole. Le tableau 1.1 représente les différents types de modulations utilisées en LTE, WiFi et ZigBee [72, 26, 19]. Dans le cadre de notre travail, nous nous placerons par la suite dans un cas de modulation fixe.



Norme	Modulation
LTE	QPSK, 16QAM, 64QAM
WiFi	QPSK, BPSK, 16QAM, 64QAM, CCK, OFDM
ZigBee	QPSK, BPSK, ASK

TABLE 1.1 – Les types de modulation utilisés en LTE, WiFi, et ZigBee

### 1.3.4 Canal de transmission

Le canal de transmission est le lien physique permettant de transmettre l'information entre un émetteur et un récepteur. Il peut être un câble physique ou l'espace libre. La principale différence entre un système de communication sans fil et un système filaire est le canal. Un câble a des caractéristiques fixes, tandis que le canal radio change avec le temps étant donné que le milieu entre l'émetteur et le récepteur change. Dans le cas de la communication sans fil, le canal est sensible au bruit produit par les interférences des autres communications radio, aux obstacles et à la distance entre l'émetteur et le récepteur. De plus, le canal est non stationnaire, et d'autant plus si les différents nœuds de communication sont en mouvement. Nous allons présenter les phénomènes physiques qui caractérisent la variation d'un canal sans fil et les modèles correspondants.

#### 1.3.4.1 Canal de propagation

Dans un système de communication mobile, l'atténuation de la puissance d'un signal reçu dépend du gain de canal qui varie dans l'espace et dans le temps. Le gain d'un canal radio mobile est défini par l'équation (1.3)

$$g = \frac{p_r}{p_t} = g_g \cdot g_m \cdot g_p \quad (1.3)$$

où  $p_r$ ,  $p_t$  sont les puissances reçues et transmises,  $g_g$ ,  $g_m$ ,  $g_p$  des termes modélisant l'effet de l'atténuation à grande échelle, à moyenne échelle, et à petite échelle. L'atténuation à grande échelle correspond à l'atténuation due à la distance qui évolue proportionnellement à l'inverse du carré de la distance en espace libre entre émetteur-récepteur. De plus, la puissance du signal reçu varie également en fonction de l'environnement où se situe l'émetteur et le récepteur. Les obstacles entre émetteur et récepteur entraînent une variation lente du signal reçu. Cette variation lente est dite *atténuation à moyenne échelle*. Enfin, la puissance reçue fluctue sous l'effet des trajets multiples. La figure 1.10 illustre les trois phénomènes de propagation multi-trajet dans le cas du lien descendant (de la station de base vers le mobile) dans un environnement urbain.

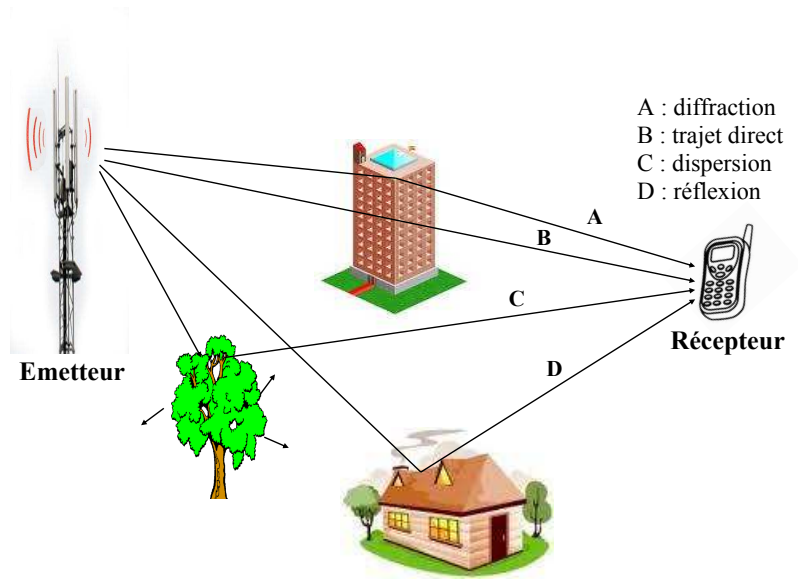


FIGURE 1.10 – Phénomènes de propagation de l'onde radio

Un signal transmis à travers un canal sans fil est affecté par les différents phénomènes tels que la réflexion, la diffraction et la dispersion. Ces effets de propagation conduisent à des fluctuations du signal reçu. La réflexion se produit lorsque l'onde radio se propage et rencontre une surface de grande dimension par rapport à la longueur d'onde du signal (les toits de maison, la surface de la Terre, ...). La diffraction se produit lorsqu'un obstacle conséquent obstrue le trajet radio entre l'émetteur et le récepteur, ce qui provoque des ondes secondaires derrière l'obstacle qui se propagent vers le récepteur. Les obstacles peuvent être un immeuble vitré, des angles de maçonnerie, des structures routières, .... La dispersion se produit lorsque l'onde radio rencontre des petits objets dont la surface est irrégulière, ce qui provoque des réflexions dans toutes les directions. Dans un environnement dense, le trajet direct entre un émetteur et un récepteur est peu fréquent. Le signal reçu est donc la combinaison de différents signaux ayant suivi des trajets différents. L'effet des trajets multiples implique une variation rapide du signal. Cette variation est dite *atténuation à petite échelle*. La figure 1.11 illustre l'évanouissement de la puissance du signal reçu à grande échelle, moyenne échelle, et petite échelle.

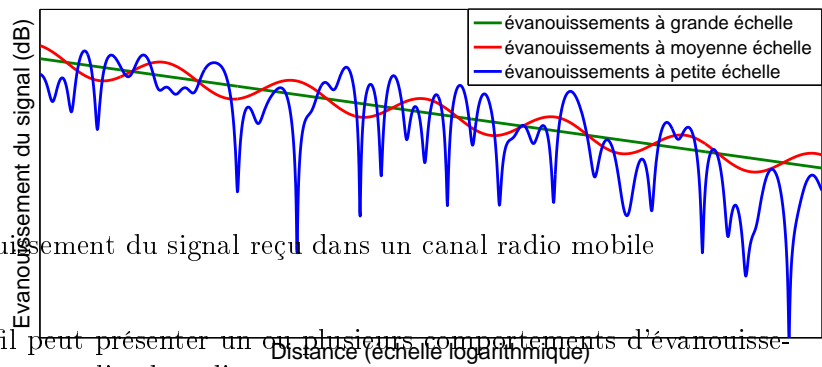


FIGURE 1.11 – Evanouissement du signal reçu dans un canal radio mobile

Dans la pratique, un canal sans fil peut présenter un ou plusieurs comportements d'évanouissement en fonction de l'environnement où l'onde radio se propage.

#### 1.3.4.2 Modèles de canal

Les différents modèles ont été établis afin de prédire le comportement du canal de transmission. En général, ces modèles sont identifiés suivant le type de variation qu'ils modélisent. Dans cette section, nous allons aborder les modèles de canal les plus courants.

**Modèle en espace libre** Le modèle en espace libre est utilisé afin de prédire la puissance reçue lorsque l'émetteur et le récepteur sont en visibilité directe. Comme la plupart des modèles de propagation à grande échelle, ce modèle prédit que la puissance reçue est inversement proportionnelle au carré de la distance entre l'émetteur et récepteur. La puissance reçue est donnée par l'équation de Friis

$$p_r = p_t \cdot g_t \cdot g_r \cdot \left( \frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 \quad (1.4)$$

où  $p_r$  et  $p_t$  représentent respectivement les puissances reçue et transmise en Watt,  $g_r$  et  $g_t$  sont les gains de l'antenne de transmission et de réception,  $d$  la distance entre l'émetteur et le récepteur en mètre et  $\lambda$  la longueur d'onde en mètre [62]. La longueur d'onde est définie par l'équation

$$\lambda = \frac{c}{f_c} \quad (1.5)$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière et  $f_c$  la fréquence de la porteuse fixée pour la norme de transmission. D'après l'équation (1.4), la puissance reçue s'atténue avec un facteur en  $d^2$ . Cela implique que la pente d'atténuation de la puissance reçue est de -20 dB/décade.

Le modèle en espace libre est aussi représenté par les pertes de trajet (*path-loss*) qui représentent l'atténuation du signal en valeur positive. C'est la différence (en dB) entre la puissance transmise

et la puissance reçue. Elle peut être prise en compte dans le gain de l'antenne. L'expression du *path-loss* dans l'espace libre est donnée par l'équation suivante

$$PL(dB) = 10 \log \frac{p_t}{p_r} = -10 \log \left( \frac{g_t \cdot g_r \cdot \lambda^2}{(4\pi)^2 d^2} \right). \quad (1.6)$$

Supposons que les gains d'antenne sont pris unitaires, l'équation (1.6) devient

$$PL(dB) = 10 \log \frac{p_t}{p_r} = 10 \log \left( \frac{(4\pi)^2 d^2}{\lambda^2} \right). \quad (1.7)$$

Ce modèle est valable pour le champ lointain pour lequel l'angle entre l'émetteur et le récepteur est indépendant de la distance, c'est à dire pour une distance entre émetteur et récepteur suffisamment grande.

**Modèle à exposant** Le modèle à exposant est un autre modèle qui modélise l'atténuation à grande échelle du canal de transmission. Ce modèle est une extension du modèle en espace libre car il peut prendre en compte la nature de l'environnement de propagation. Le *path-loss* du modèle à exposant est donné par l'expression suivante

$$PL(dB) = PL(d_0) + 10\beta \log \left( \frac{d}{d_0} \right) \quad (1.8)$$

où  $PL(d_0)$  est le *path-loss* de modèle en espace libre pour une distance de référence  $d_0$  généralement fixée à 1 mètre [62]. D'après l'équation (1.8), la pente d'atténuation de  $PL$  est de  $10\beta$  dB/dec. La valeur de  $\beta$  dépend de l'environnement de propagation. Par exemple, dans l'espace libre  $\beta$  prend la valeur 2 tandis que dans un environnement urbain,  $\beta$  varie dans l'intervalle  $[1.447; 6]$  selon la densité de l'environnement [62].

**Modèle log-normale Shadowing** Le modèle log-normale Shadowing modélise l'atténuation à moyenne échelle du canal. La plupart des études empiriques montrent que la variation à moyenne échelle évolue suivant la distribution log-normale à cause de l'effet de shadowing (ombrage) [71]. Le *path-loss* du modèle à exposant est donné par l'équation suivante

$$PL(dB) = PL(d_0) + 10\beta \log \left( \frac{d}{d_0} \right) + X_\sigma \quad (1.9)$$

où  $X_\sigma$  est une variable gaussienne de valeur moyenne nulle et de variance  $\sigma$ . Les termes  $PL(d_0)$  et  $10\beta \log \left( \frac{d}{d_0} \right)$  sont identiques à ceux du modèle à exposant (1.8). La valeur de la variance  $\sigma$  doit être déterminée empiriquement en fonction de l'environnement. En général, elle varie dans l'intervalle  $[3; 13]$  [48].

**Modèle de Rayleigh** Le modèle de Rayleigh permet de modéliser les variations rapides du canal radio mobile dues à l'effet multi-trajet. Ce modèle est utilisé dans le cas d'une communication sans trajet prédominant NLOS (*Non Line Of Sight*). En effet, dans un environnement riche en multi-trajet, la réponse impulsionnelle du signal reçu  $Y$  est la somme vectorielle des amplitudes des signaux impulsionnels  $|y_i|$  associées à une phase  $\phi_i$  pour chacun des trajets. Les amplitudes

des signaux  $|y_i|$  sont du même ordre de grandeur et les phases  $\phi_i$  sont uniformément distribuées entre  $-\pi$  et  $\pi$ . Nous pouvons donc considérer  $|y_i|$  et  $\phi_i$  comme deux variables aléatoires gaussiennes indépendantes. En appliquant le théorème central limite, la densité de probabilité de la somme des  $y_i$  est aussi gaussienne. L'amplitude  $Z$  du signal reçu  $Y$  est définie par la densité de probabilité de Rayleigh

$$P_Z(z) = \frac{z}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right); \quad z \geq 0 \quad (1.10)$$

avec  $\sigma^2$  la puissance moyenne du signal reçu [62].

**Modèle de Rice** Le modèle de Rice est aussi utilisé pour modéliser la variation à petite échelle comme le modèle de Rayleigh. Par contre, le modèle de Rice est appliqué pour un environnement de propagation où l'émetteur et le récepteur possèdent un trajet prédominant LOS (*Line Of Sight*). Il existe donc un signal dominant à la réception. Le modèle de Rice suit la densité de probabilité de Rice donnée par

$$P_Z(z) = \frac{z}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{z^2 + A^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{Az}{\sigma^2}\right); \quad z \geq 0, A \geq 0 \quad (1.11)$$

où  $A$  est l'amplitude du signal dominant et  $I_0(\cdot)$  est une fonction de Bessel modifiée de première espèce d'ordre 0 [62]. Le facteur de Rice est défini par  $K_R = \frac{A^2}{2\sigma^2}$ . Nous remarquons que si  $K_R = 0$  nous retrouvons le modèle de Rayleigh.

### 1.3.4.3 Temps de cohérence

Le temps de cohérence est le temps durant lequel le canal de transmission est quasi invariant. Ce paramètre dépend de la vitesse de déplacement de l'UE (*User Equipment*) et des obstacles sur le trajet entre l'émetteur et le récepteur. Le temps de cohérence dans un environnement intérieur est donné par

$$T_c \approx \frac{1}{2f_D} \quad (1.12)$$

où  $f_D = \frac{2f_c v}{c}$  est l'écart Doppler maximale avec  $f_c$  la fréquence de la porteuse,  $v$  la vitesse de déplacement de l'UE et des obstacles et  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide [77]. Dans un environnement extérieur, le temps de cohérence est donné par

$$T_c = \sqrt{\frac{9}{16\pi f_D^2}} = \frac{0.423}{f_D} \quad (1.13)$$

avec  $f_D = \frac{v}{\lambda}$  [62]. Comme le canal est quasiment invariant pendant un intervalle de temps  $T_c$ , le contrôle de la puissance doit être rafraîchi à une période d'échantillonnage  $T_e$  telle que  $T_e \leq T_c$ .

## 1.4 Les Indicateurs de QoS au niveau de la couche physique

La qualité de service QoS caractérise la performance globale d'un réseau. Elle peut être calculée ou mesurée à différents niveaux. Pour mesurer quantitativement la qualité du service, plusieurs

aspects sont considérés comme les taux d'erreur binaire (BER), la bande passante, le débit, le délai de transmission, la fiabilité, etc. Dans le cadre du contrôle de la puissance dans les réseaux cellulaires, nous nous intéressons aux indicateurs de QoS au niveau de la couche physique tels que le BER, le rapport signal sur interférence plus bruit (SINR) et l'indication de grandeur de la puissance reçue (RSSI).

### 1.4.1 Le SINR

Le SINR est couramment utilisé en téléphonie mobile comme un moyen pour mesurer la qualité de transmission. Le SINR pour un lien montant du mobile  $i$  à la station de base  $k$  est donné par

$$x_{ik}(n) = \frac{g_{ik}(n) \cdot p_{ik}(n)}{\sum_{j \neq i} g_{jk}(n) \cdot p_{jk}(n) + \sigma_{ik}^2(n)} \quad (1.14)$$

où  $g_{jk}$ ,  $p_{jk}$  sont respectivement les gains du canal, les puissances d'émission du lien montant entre les mobiles  $j$  et la station de base  $k$ , la somme  $\sum_{j \neq i} g_{jk}(n) \cdot p_{jk}(n)$  représente l'interférence sur le canal et  $\sigma^2$  est le bruit thermique. Notons que le gain du canal est décrit dans la section 1.3.4.1.

Le SINR est une quantité utilisée afin de donner la valeur théorique maximale de capacité du canal, en bits par seconde, dans les systèmes de communication sans fil. Cette valeur indique le débit maximal que le canal peut supporter pour une communication fiable. La capacité du canal entre le mobile  $i$  et la station de base  $k$  est donnée par la formule de Shannon

$$C_{sh} = W_B \log_2(1 + x_{ik}) \quad (1.15)$$

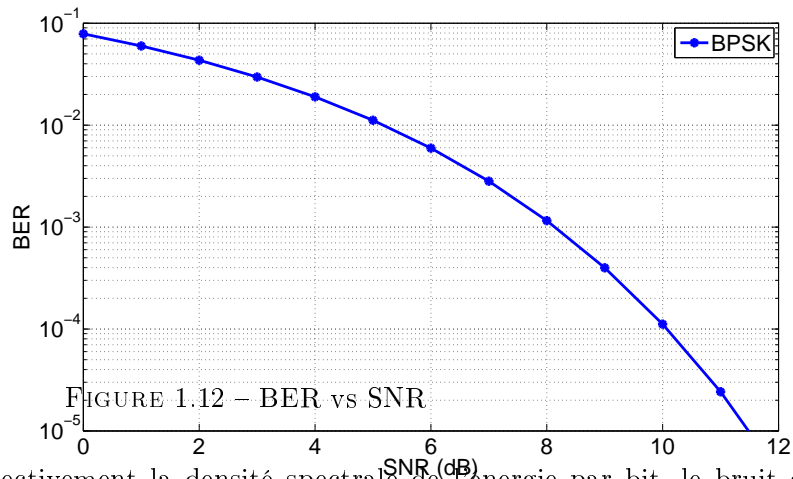
où  $W_B$  est la bande passante. La capacité du canal dépend de deux paramètres  $W_B$  et  $x_{ik}$ . Nous constatons dans l'équation (1.15) que l'augmentation de ces deux paramètres entraîne l'amélioration de la capacité du canal. La bande passante est limitée selon la norme de communication, tandis que nous pouvons contrôler la valeur de SINR via un contrôle de la puissance d'émission, ce qui est l'objectif du manuscrit.

Nous remarquons que le SINR devient le rapport signal sur bruit (SNR) dans le cas d'absence d'interférence dans le canal de transmission.

### 1.4.2 Le BER

Le BER est une mesure de la performance de la transmission. C'est le rapport entre le nombre de bits erronés et le nombre total de bits transmis pendant un intervalle de temps étudié. Si le BER dépasse un seuil critique  $BER_{max}$  désigné pour une application, la réception est dégradée. Le BER s'exprime en puissance négative. Par exemple,  $10^{-4}$  signifie que l'on a une erreur binaire pour dix mille bits transmis. Par conséquent, plus la valeur du BER est petite, plus la transmission est bonne. Le BER peut être affecté par le bruit du canal de transmission, les interférences, le phénomène de multi-trajet, le masquage, la mobilité. Le BER peut être amélioré en choisissant un type de modulation plus robuste. L'équation de BER est donnée par

$$BER = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \quad (1.16)$$



où  $E_b$ ,  $N_0$ ,  $\text{erfc}(\cdot)$  sont respectivement la densité spectrale de l'énergie par bit, le bruit et la fonction erreur complémentaire [20]. Le terme  $\frac{E_b}{N_0}$  est le SNR normalisé. Il existe donc une relation entre le BER et le SNR. La figure 1.12 illustre la courbe de BER en fonction de SNR d'un canal à bruit blanc gaussien additif avec une modulation BPSK.

### 1.4.3 Le RSSI

Le RSSI est la densité du signal reçu dans un environnement sans fil. C'est une indication du niveau de puissance reçue par l'antenne. La valeur du RSSI est généralement représentée comme une valeur négative en dBm. Par conséquent, plus la valeur du RSSI est proche de zéro, plus la communication est bonne. La variation du RSSI dépend aussi de l'environnement. L'expression du RSSI liée à l'atténuation s'écrit

$$\text{RSSI}[dBm] = 10 \log \frac{p_t}{p_{rf}} \quad (1.17)$$

où  $p_t$ ,  $p_r$  sont respectivement la puissance émise et la puissance de référence en Watt [29].

Le RSSI est une mesure instantanée, souvent utilisée dans les réseaux de capteurs sans fil (WSN) dont les nœuds ne possèdent que des processeurs simples. Le RSSI ne permet pas d'estimer le SINR comme dans un réseau de téléphonie mobile. Le RSSI est aussi un indicateur pour de nombreuses applications telles que la localisation du nœud, le routage.

## 1.5 Problématiques autour des réseaux sans fil

Deux problèmes majeurs en télécommunication sans fil sont l'efficacité énergétique et l'amélioration de la QoS. En effet, les appareils sans fil ont une utilité maximale s'ils peuvent être utilisés "n'importe où et n'importe quand". Cependant, une des plus grandes limitations de cet objectif est la capacité finie de la batterie. Comme les batteries fournissent une puissance limitée, la gestion de l'énergie est un des problèmes les plus difficiles dans la communication sans fil. D'autre

part, l'amélioration de la QoS en terme de fiabilité de connexion est également importante car elle permet au réseau de fonctionner correctement malgré les perturbations extérieures tel que l'interférence, le bruit, etc. Dans cette section, nous allons présenter ces deux problèmes cruciaux et les solutions envisageables.

### 1.5.1 Efficacité énergétique

Une bonne compréhension des sources de consommation énergétique dans les réseaux est indispensable pour développer une méthode qui optimise cette consommation. L'origine de la consommation énergétique dans les réseaux sans fil peut être classée en deux types : la communication et le traitement [35]. La consommation énergétique pour la communication concerne l'utilisation de l'émetteur, du récepteur, et des nœuds intermédiaires. L'émetteur est utilisé pour l'envoi du contrôle, des paquets de données. Le récepteur est utilisé pour recevoir des paquets de données et effectuer le contrôle. Un terminal mobile typique peut exister sous trois modes : transmettre, recevoir et se mettre en veille. La puissance maximale consommée est maximale dans le mode d'émission, et minimale en veille. La consommation énergétique pour le traitement concerne les aspects de traitement de protocole. Par exemple, les techniques de compression de données peuvent entraîner une augmentation de la consommation d'énergie due à l'augmentation des calculs. Afin d'optimiser la consommation énergétique, plusieurs stratégies sont développées [35]. Nous pouvons les classer en deux catégories : l'optimisation au niveau matériel et l'optimisation au niveau logiciel.

L'optimisation au niveau matériel consiste à prolonger la durée de vie du terminal mobile qui est souvent alimenté par une batterie par le choix du matériel ou de la technologie. En effet, si un terminal mobile contient des composants électroniques qui consomment moins d'énergie, il sera meilleur en efficacité énergétique. De plus, les nouvelles technologies permettent également d'améliorer l'efficacité énergétique, par exemple en utilisant des antennes directives. Nous savons que l'antenne omnidirectionnelle a un angle de couverture de 360 degrés et n'a pas besoin de pointer/viser le récepteur afin de communiquer. De cette façon, une quantité importante d'énergie est gaspillée car la puissance est diffusée dans toutes les directions [80]. Il peut donc être avantageux d'utiliser des antennes directionnelles qui visent une zone précise. Les antennes directionnelles permettent d'améliorer le SINR et de réduire l'interférence et l'effet de multi-trajet car il n'y a quasiment plus de retard en réception. Une autre solution est d'utiliser des batteries solaires pour les terminaux mobiles ou les capteurs, ce qui mènera à la quasi suppression des limites de la batterie, problème considéré comme crucial pour ces réseaux.

L'optimisation au niveau logiciel consiste en un ensemble de techniques et d'algorithmes permettant de réduire la consommation énergétique aussi bien sur la station de base que sur le terminal mobile. Il existe de nombreux algorithmes d'optimisation pour chaque couche du modèle OSI [35]. Nous avons vu qu'au niveau de la couche physique en LTE, la technique de codage basée sur l'OFDM permettait d'éviter l'interférence entre les terminaux mobiles dans une cellule. Ceci implique la réduction de la puissance de transmission du signal. Au niveau de la sous-couche MAC de la norme 802.11, le type d'accès multiple est le CSMA-CA et il permet également d'éviter les interférences. De plus, la norme 802.11 recommande une technique pour la conservation d'énergie pour la sous-couche MAC [35]. Des techniques qui maximisent l'efficacité énergétique au niveau de la sous-couche LLC et optimisent le routage au niveau de la couche réseau sont également proposées dans [35]. Enfin, une autre solution est de mettre en place un contrôle de



la puissance qui minimise la puissance de transmission des terminaux mobiles.

### 1.5.2 Amélioration de la QoS par le contrôle de la puissance

L'amélioration de la QoS est un problème majeur en télécommunication. Comme le problème de l'efficacité énergétique, des solutions au niveau matériels ou logiciels sont développées pour atteindre cet objectif. La plupart des solutions proposées ont pour but d'éviter ou de réduire les interférences, ce qui permet d'améliorer la QoS du système. Dans le cadre de cette thèse, nous proposons une approche au niveau logiciel, basée sur le contrôle de la puissance. Le contrôle de la puissance permet d'améliorer la QoS pour le système de communication sans fil. Concrètement, d'une part, il consiste à mettre en place un contrôleur de puissance sur les terminaux mobiles pour maintenir le SINR ou le RSSI au dessus d'une limite. En dessous de cette limite la communication est interrompue. D'autre part, il consiste à réduire au minimum l'ensemble de la puissance transmise dans une cellule pour minimiser les interférences entre les utilisateurs du système et de maximiser la durée de vie de la batterie du terminal mobile/capteur.

Il existe plusieurs stratégies de contrôle de la puissance pour les réseaux sans fil. La stratégie la plus utilisée en télécommunication est l'algorithme TPC. Son principe est basé sur l'intensité du signal reçu par rapport au signal désiré. Une étude plus précise de cette stratégie sera détaillée dans le chapitre 2.

L'objectif principal du contrôle de la puissance est d'assurer dans la mesure du possible le maintien du lien radio entre l'émetteur et le récepteur tout en maintenant une puissance d'émission minimale. Du point de vue du système dynamique, cela se traduit par une contrainte sur l'état. Les stratégies existantes en automatique comme la commande prédictive et l'anti-windup seront également étudiées dans le chapitre 2. Enfin, notre stratégie PFC (*Potential Feedback Control*) qui transforme le problème de contrainte sur l'état en un problème de commande non linéaire sur un système non contraint sera présenté dans le chapitre 3.

## 1.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons vu les notions de base en télécommunication. Ces notions nous permettent de mieux comprendre les phénomènes physiques en télécommunication afin d'aborder le contrôle de la puissance. Dans le cadre de ce travail, nous supposons des réseaux en topologie étoile. De plus, le fait d'utiliser un code orthogonal OFDM en LTE et un protocole multi-accès CSMA-CA en WiFi et ZigBee implique l'absence d'interférence entre les terminaux d'une même cellule. Cependant, il existe toujours des interférences dues aux réseaux voisins qui utilisent la même bande de fréquence.

Nous avons également abordé les problèmes de l'efficacité énergétique et de l'amélioration de la QoS. Une stratégie au niveau logiciel permettant d'aborder l'ensemble de ces problèmes va être proposée. Par la suite, nous allons étudier précisément les différences stratégies de contrôle de la puissance, puis les comparer.

## CONTRÔLE DE LA PUISSANCE DANS LES RÉSEAUX CELLULAIRES SANS FIL : APPROCHES ALGORITHMIQUES, MODÉLISATION DYNAMIQUE

---

### 2.1 Introduction

Le contrôle de la puissance pour les réseaux sans fil a été largement étudié au cours des dernières années. Nous pouvons citer ici un nombre d'étude sur le contrôle de la puissance pour le réseau cellulaire. Dans [91], les auteurs ont développé un algorithme qui est basé sur le concept de la microéconomie et la théorie des jeux. Dans [21, 94], les auteurs ont proposé des stratégies du contrôle de la puissance, nommés Foschini-Mijanic algorithme, dédié au système CDMA en supposant avoir une connaissance parfaite du niveau de puissance des interférences. Ces stratégies ne sont plus adaptées pour la norme LTE qui utilise OFDM afin d'éviter l'inter-celle interférences. En outre, le contrôle de la puissance en LTE est basé sur une stratégie discrète tandis que la stratégie Foschini-Mijanic est en continue.

L'objectif de ce chapitre est de présenter les différents algorithmes du contrôle de la puissance, dits TPC, utilisés actuellement dans les réseaux sans fil comme le LTE, WLAN, et WSN. L'objectif principal de la méthode TPC est d'assurer dans la mesure du possible le maintien du lien radio entre l'émetteur et le récepteur tout en maintenant une puissance d'émission minimum [75, 45]. Le fait d'ajuster la puissance de transmission en fonction de l'état du canal au cours du temps permet de réduire la consommation énergétique des appareils mobiles, donc d'améliorer la durée de vie de la batterie. C'est la différence majeure par rapport à ce qui était d'usage antérieurement et qui consistait à fixer la puissance de transmission à sa valeur maximale [30, 25]. A noter que le contrôle de puissance par la méthode TPC prend tout son sens dans le cas où le canal varie, et donc essentiellement pour les applications de réseaux mobiles.

Du point de vue du système dynamique, le problème de contrôle de la puissance pour les réseaux sans fil peut être résolu par une approche automatique. En effet, l'objectif du contrôle de puissance peut être interprété comme un problème de synthèse d'un correcteur avec une contrainte sur l'état. Les approches issues de l'automatique nécessitent un modèle dynamique du système. Cette modélisation, obtenue à partir de considérations physiques sur la façon dont un nœud

communiqué dans le réseau, fait l'objet de la deuxième partie de ce chapitre.

Le chapitre 2 est structuré de la façon suivante : dans la section 2.2 sont décrits les différents algorithmes de TPC utilisés en télécommunication. Dans la section 2.3, nous établissons des modèles dynamiques à partir des équations spécifiques des réseaux sans fil. Cette modélisation permettra de traiter le problème de contrôle de la puissance par des approches d'automatique qui seront développées dans le chapitre 3.

## 2.2 Algorithme TPC

L'approche la plus commune pour ajuster la puissance de transmission dans les réseaux sans fil, qu'ils soient cellulaires ou non, est algorithmique. Plusieurs algorithmes ont été développés pour s'adapter au type de réseau et à la norme de transmission, cependant leur principe est toujours basé sur l'intensité du signal reçu par rapport au signal désiré. L'avantage de cette approche réside dans sa simplicité de conception et d'implémentation. Elle ne nécessite pas de modèle mathématique du système pour ajuster la puissance de transmission au contraire des approches systèmes en automatique qui s'appuient sur un modèle dynamique. Cette approche algorithmique connue sous le nom générique de TPC (Transmit Power Control) reste néanmoins incontournable dans les réseaux sans fil. C'est pourquoi nous allons présenter les trois principaux algorithmes actuellement utilisés.

### 2.2.1 Algorithme 1

Cet algorithme est plus particulièrement utilisé dans la norme LTE. Le contrôle de la puissance par une méthode TPC en LTE se base sur un certain nombre de paramètres spécifiques à cette norme (*cf* chapitre 1). La correction de puissance est déterminée par la station de base puis envoyée à l'appareil mobile qui augmente ou diminue sa puissance de transmission [2, 55]. La station de base calcule la correction de la puissance de la manière suivante : elle compare le SINR reçu avec un  $SINR_{min}$  désiré puis décide de la valeur de correction qui peut prendre une des quatre valeurs  $\{-1, 0, 1, 3\}$  dB [2]. Soit  $err(n) = SINR(n) - SINR_{min}$  et  $\Delta(n)$  la valeur de correction de puissance. Si  $err(n) \geq 2$  alors  $\Delta(n) = -1$ , si  $1 \leq err(n) < 2$  alors  $\Delta(n) = 0$ , si  $0 \leq err(n) < 1$  alors  $\Delta(n) = 1$ , et si  $err(n) < 0$  alors  $\Delta(n) = 3$ . L'algorithme s'écrit :

---



---

```

if  $err(n) \geq 2$  then
  |  $\Delta(n) = -1$ ;
else
  | if  $1 \leq err(n) < 2$  then
  | |  $\Delta(n) = 0$ ;
  | else
  | | if  $0 \leq err(n) < 1$  then
  | | |  $\Delta(n) = 1$ ;
  | | else
  | | | if  $err(n) < 0$  then
  | | | |  $\Delta(n) = 3$ ;
  | | | else
  | | | end
  | | end
  | end
end

```

---

Cet algorithme développé dans [55] ne prend pas en compte le retard dû au temps de propagation des ondes radio ni au temps de calcul du processeur. Cependant, dans [53, 79], les auteurs ont proposé un algorithme afin de résoudre le problème de retard dans la commande. Comme le temps de propagation d'un aller-retour, y compris le temps de calcul du processeur, est constant et vaut  $M = 10\text{ms}$  [16, 52], la station de base doit prendre en compte les mises à jour de la puissance aux instants précédents.

Illustrons ce principe sur un exemple simple, où un UE doit ajuster sa puissance d'émission par une commande de +1dB délivrée par la station de base à l'instant  $t = 0\text{ms}$ . L'UE reçoit l'information et ajuste sa puissance d'émission à l'instant  $t = 5\text{ms}$  correspondant au temps de propagation du lien descendant. Entre 0 et 5ms, si la station de base continue à demander à l'UE d'augmenter sa puissance sans tenir compte des ordres précédents, l'UE va augmenter sa puissance de +5dB au lieu de +1dB. Afin d'éviter ce problème, la somme des incréments de la puissance aux instants précédents est calculée et réinjectée dans l'algorithme TPC pour générer correctement la nouvelle commande. La figure 2.1 illustre cet algorithme.

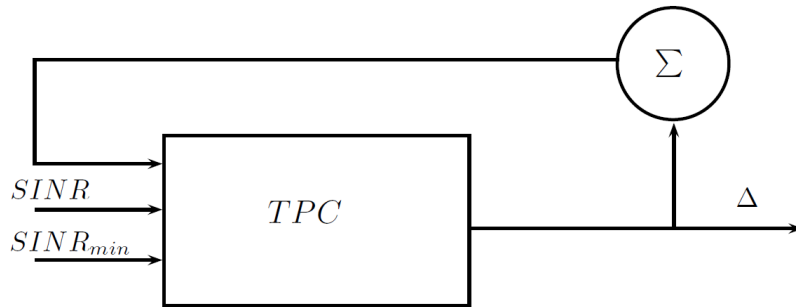


FIGURE 2.1 – Prise en compte du retard de propagation

Cet algorithme possède une étape de plus par rapport au premier. Il prend en compte le retard sur les incréments de puissance aux instants précédents. L'algorithme fonctionne de la manière suivante. Premièrement, il compare le SINR reçu et le  $SINR_{min}$  afin de pré-déterminer l'incrément de puissance  $\Delta(n)$ . Cette étape est identique à celle du premier algorithme. Dans un deuxième temps, il compare la valeur de l'incrément pré-déterminé avec la somme des incréments aux instants précédents  $\sum_{i=1}^{K_{PUSCH}} \Delta(n-i)$  afin de décider de la valeur finale  $\Delta(n)$  à envoyer à l'UE. Si  $\Delta(n) > \sum_{i=1}^{K_{PUSCH}} \Delta(n-i)$  alors  $\Delta(n) = \Delta(n)$ , si  $\Delta(n) = \sum_{i=1}^{K_{PUSCH}} \Delta(n-i)$  alors  $\Delta(n) = 0$ , si  $\Delta(n) < \sum_{i=1}^{K_{PUSCH}} \Delta(n-i)$  alors  $\Delta(n) = -1$ .

L'algorithme s'écrit maintenant

---

**Algorithm 1** Algorithme TPC prenant en compte le retard de propagation

---

```

if  $err(n) \geq 2$  then
  |  $\Delta(n) = -1$ ;
else
  | if  $1 \leq err(n) < 2$  then
  | |  $\Delta(n) = 0$ ;
  | else
  | | if  $0 \leq err(n) < 1$  then
  | | |  $\Delta(n) = 1$ ;
  | | else
  | | | if  $err(n) < 0$  then
  | | | |  $\Delta(n) = 3$ ;
  | | | else
  | | | end
  | | end
  | end
end
if  $\Delta(n) > \sum_{i=1}^{K_{PUSCH}} \Delta(n-i)$  then
  |  $\Delta(n) = \Delta(n)$ ;
else
  | if  $\Delta(n) = \sum_{i=1}^{K_{PUSCH}} \Delta(n-i)$  then
  | |  $\Delta(n) = 0$ ;
  | else
  | | if  $\Delta(n) < \sum_{i=1}^{K_{PUSCH}} \Delta(n-i)$  then
  | | |  $\Delta(n) = -1$ ;
  | | else
  | | end
  | end
end

```

---

Ces approches seront comparées aux approches automatiques dans le chapitre 4.

### 2.2.2 Algorithme 2

La conception des systèmes de communication mobile pose un grand nombre de défis techniques. On peut citer par exemple les téléphones mobiles qui, contrairement aux ordinateurs, ont souvent des ressources limitées en termes de mémoire, de processeur et d'autonomie énergétique. Afin de prolonger l'autonomie, il est proposé dans [75] un algorithme de contrôle de la puissance pour les WLAN. Cet algorithme permet de réduire la puissance de transmission tout en assurant une bonne réception des données.

Cet algorithme est basé sur la connaissance de l'atténuation du canal qui peut être représentée par la différence entre la puissance émise  $P_{tx}$  et la puissance reçue  $P_{rx}$  :

$$PathLoss = P_{tx} - P_{rx}. \quad (2.1)$$

Dans cette expression,  $PathLoss$  représente l'ensemble des pertes dans le canal de transmission telles que les atténuations de grande, moyenne, et petite échelle.

Cet algorithme est également basé sur une puissance de seuil  $P_{thresh}$ , fixée par le constructeur, en-dessous de laquelle la réception des données n'est plus assurée. En effet, une puissance inférieure à  $P_{thresh}$  implique une petite valeur de SNR et une augmentation de taux d'erreur binaire BER, ce qui entraîne une retransmission des données. En tenant compte de l'atténuation du canal, la puissance transmise optimale est calculée par

$$P_{TxOpt} = PathLoss + P_{thresh}. \quad (2.2)$$

Le principe du contrôle de la puissance entre l'émetteur STA et le récepteur AP est illustré dans la figure 2.2. La procédure du contrôle de la puissance de STA se compose de 4 étapes comme indiqué ci-dessous :

1. La STA envoie des données telle que par exemple la puissance transmise à l'AP.
2. En utilisant la puissance émise de STA et sa puissance reçue, l'AP calcule le  $PathLoss$ , QoS, et enfin la puissance  $P_{TxOpt}$  à l'aide de l'équation (2.1) et (2.2).
3. L'AP envoie l'information de la puissance de transmission optimale  $P_{TxOpt}$  à la STA.
4. La STA met à jour sa puissance de transmission.

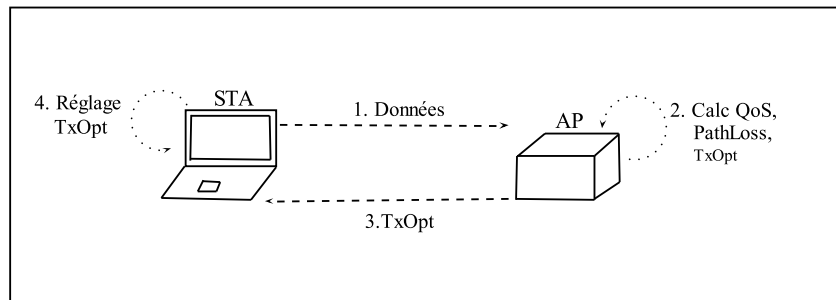


FIGURE 2.2 – L'algorithme TPC pour les WLAN

L'AP recalcule  $P_{TxOpt}$  dans le cas où il y a un changement significatif de la QoS correspondant à une modification du  $PathLoss$ . Comme le montre la relation (2.2), un changement du  $PathLoss$  entraîne le changement de la valeur de  $P_{TxOpt}$ . L'AP recalcule alors  $P_{TxOpt}$  avant de l'envoyer de nouveau à l'émetteur.

Cet algorithme sera également comparé avec des approches issues de l'automatique au chapitre 4.

### 2.2.3 Algorithme 3

Le troisième algorithme, dit ATPC (Adaptive Transmission Power Control), a été proposé dans [45] pour un WSN dont chacun des nœuds peut envoyer et recevoir des données. Dans l'algorithme ATPC, chaque nœud construit un modèle pour chacun de ses voisins, en décrivant la relation entre la puissance de transmission et la qualité de la liaison RSSI. À partir de ce modèle, un algorithme de contrôle de la puissance maintient le RSSI au-dessus d'un seuil. Le fait d'ajuster la puissance de transmission en fonction de la qualité de la liaison entre l'émetteur et le récepteur permet d'améliorer l'efficacité énergétique en comparaison avec le cas où la puissance est toujours fixée à sa valeur maximale. C'est le cas des WSN, où la puissance de transmission est souvent réglée à la puissance maximale pour assurer une bonne transmission des données [30, 25], mais cette situation implique une forte consommation d'énergie, souvent inutile.

Dans l'algorithme ATPC, une table de voisinage est maintenue sur chaque nœud et une boucle de retour pour le contrôle de la puissance est mise en place entre une paire de nœuds. Le table de voisinage contient les puissances de transmission que le nœud utilise pour envoyer ses données aux nœuds voisins. Les puissances de transmission sont définies comme la puissance minimale nécessaire à une bonne liaison entre une paire de nœuds. Cette table contient également des modèles linéaires qui sont déterminés par une campagne de mesure. Les auteurs de [45] ont montré expérimentalement que la corrélation entre la puissance de transmission et le RSSI est généralement monotone et continue : le RSSI augmente linéairement lorsque la puissance de transmission augmente. Un modèle linéaire est utilisé pour décrire la relation entre les puissances de transmission et la qualité de la liaison RSSI. L'identification des paramètres du modèle au cours du temps permet de déterminer la puissance de transmission.

Le tableau 2.1 représente la situation où le nœud numéro 1 se connecte aux nœuds 2, 3, et 4.

Numéro de nœud	Puissance	Modèle
2	12	0.5TP+23
3	27	0.8TP+49
4	6	0.4TP+32

TABLE 2.1 – Tableau ATPC au nœud numéro 1

La formulation du modèle mathématique est établie de la manière suivante. Ce modèle utilise un vecteur  $TP$  qui contient les  $L$  différents niveaux de puissance de transmission et une matrice de RSSI notée  $R$  :

$$\begin{aligned} TP &= \{tp_1, tp_2, \dots, tp_L\} \\ R &= \{R_1, R_2, \dots, R_l\}^T \end{aligned} \quad (2.3)$$

où  $R_i$  est un vecteur de RSSI pour le voisin  $i$ . Il y a autant de vecteur  $R_i$  que de nœuds voisins. La composition de  $R_i$  est définie par

$$R_i = \{r_i^1, r_i^2, \dots, r_i^L\} \quad (2.4)$$

où  $r_i^j$  est le RSSI mesuré correspondant à la puissance de transmission  $tp_j$ . L'équation algébrique linéaire du modèle qui caractérise la relation entre la puissance de transmission et le RSSI d'une



paire de nœuds s'écrit

$$r_i(tp_j) = a_i tp_j + b_i \quad (2.5)$$

où  $a_i$ ,  $b_i$  sont deux paramètres du modèle. À partir des mesures, les paramètres  $a_i$ ,  $b_i$  sont identifiés par une méthode des moindres carrés en minimisant  $S^2$ .

$$\sum (r_i(tp_j) - r_i^j)^2 = S^2. \quad (2.6)$$

Les paramètres  $a_i$  et  $b_i$  peuvent être obtenus par l'équation (2.7)

$$\begin{bmatrix} a_i \\ b_i \end{bmatrix} = \frac{1}{L \sum_{j=1}^L (tp_j)^2 - \left( \sum_{j=1}^L tp_j \right)^2} \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^L r_i^j \sum_{j=1}^L (tp_j)^2 - \sum_{j=1}^L tp_j \sum_{j=1}^L tp_j r_i^j \\ L \sum_{j=1}^L tp_j r_i^j - \sum_{j=1}^L tp_j \sum_{j=1}^L r_i^j \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

En utilisant  $a_i$ ,  $b_i$ , et le  $RSSI_{min}$  déterminé expérimentalement qui assure une bonne liaison entre une paire de nœuds donnée, on en déduit la puissance de transmission désirée

$$tp_j = \frac{RSSI_{min} - b_i}{a_i}. \quad (2.8)$$

Dans l'algorithme ATPC, l'équation (2.8) utilise les valeurs initiales de  $a_i$ ,  $b_i$ . Une mise à jour permanente de ces paramètres est nécessaire, en particulier lorsque l'environnement change. La mise à jour de ces valeurs se fait à l'aide des dernières valeurs de la puissance de transmission  $tp_j$  et du RSSI mesurés  $r_i^j$ . Cependant, il a été constaté que  $a_i$  reste quasiment constant pendant trois jours d'expérimentation alors que la valeur de  $b_i$  change significativement au cours du temps. La mise à jour du seul paramètre  $b_i(n)$  suffit.  $b_i(n)$  est calculé à partir des dernières valeurs de la puissance de transmission et du RSSI comme ci-dessous

$$b_i(n) = \frac{\sum_{n=1}^{K_m} [RSSI_{min} - r_i(n-1)]}{K_m} \quad (2.9)$$

où  $r_i(n-1)$  est la valeur de RSSI à l'instant  $(n-1)$  et  $K_m$  est le nombre de mesures. La détermination de  $b_i(n)$  permet de calculer la puissance de transmission d'après l'équation (2.7).

Une comparaison de cet algorithme ATPC avec les approches issues de l'automatique sera également présentée dans le chapitre 4.

## 2.3 Modèle dynamique

Le problème du contrôle de la puissance dans les réseaux cellulaires sans fil peut également être vu comme un problème de commande. Dans ce cas, une étape préalable consiste à trouver un modèle dynamique du système [83, 82, 81]. Dans [83], les auteurs ont d'abord modélisé l'évolution du SINR par une équation de récurrence, puis proposé une commande afin de réguler le SINR d'un réseau cellulaire utilisant le CDMA. Une autre modélisation prenant en compte la congestion dans le réseau a été développée dans [82, 81]. Le contrôle de la puissance était assuré par une commande linéaire quadratique gaussienne (LQG).

Dans cette section, nous allons établir les équations des systèmes dynamiques pour les normes LTE, WIFI et Zigbee.

### 2.3.1 Équation de l'évolution du SINR en LTE

En LTE, le contrôle de la puissance du lien montant est calculé au niveau de la station de base, puis cette dernière indique à l'UE d'augmenter ou de diminuer sa puissance. Par conséquent, chaque station de base gère la puissance de transmission de l'ensemble des UE qui se trouvent dans sa cellule. Une station de base ne gère pas la puissance de transmission des UE des cellules voisines car elle ne connaît pas les gains des canaux des UE de ses voisines. Cependant, elle peut mesurer l'ensemble des perturbations venant des cellules voisines, que l'on appelle l'interférence inter-cellules. De plus, dû au fait que les UE utilisent des codes orthogonaux pour les liens montant et descendant, l'interférence intra-cellule est négligeable. Par conséquent, nous avons un système dynamique de type SISO correspondant à un processus de contrôle de la puissance entre la station de base et l'UE contrôlée par cette station. Les données en LTE sont regroupées dans des trames et des sous trames qui sont envoyées toutes les 1ms. Il s'agit donc d'un système à temps discret. Le modèle dynamique recherché est donc SISO et discret. La figure 2.3 illustre la communication de la liaison montante d'un UE et l'interférence venant des cellules voisines.

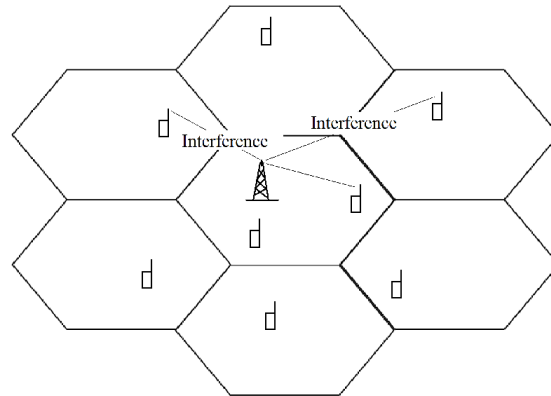


FIGURE 2.3 – La communication de la liaison montante en LTE

Le SINR est couramment utilisé en téléphonie mobile comme mesure de la qualité de transmission. Le SINR pour un lien montant du mobile  $i$  à la station de base  $k$  dans le domaine linéaire est donné par l'équation (1.14) que nous rappelons ci-dessous.

$$x_{ik}(n) = \frac{g_{ik}(n) \cdot p_{ik}(n)}{\sum_{j \neq i} g_{jk}(n) \cdot p_{jk}(n) + \sigma_{ik}^2(n)}.$$

Le terme  $\sum_{j \neq i} g_{jk}(n) \cdot p_{jk}(n)$  de l'équation (1.14) correspond à l'interférence inter-cellule car l'utilisation de l'OFDM en LTE permet d'éviter l'interférence intra-cellule [72, 37, 79]. Par conséquent, après la synchronisation de fréquence, seules les interférences inter-cellules affectent le SINR. Nous

pouvons donc réécrire l'équation (1.14) du SINR dans le domaine linéaire comme ci-dessous

$$x_{ik}(n) = \frac{g_{ik}(n) \cdot p_{ik}(n)}{i_{ik}(n) + \sigma_{ik}^2(n)} \quad (2.10)$$

où

$$i_{ik}(n) = \sum_{j \neq i} g_{jk}(n) \cdot p_{jk}(n)$$

est l'interférence inter-cellule.

Dans le domaine linéaire, le *pathloss*  $pl$  et le terme  $i_{ot}$  sont définis par

$$pl_{ik}(n) = \frac{1}{g_{ik}(n)}$$

$$i_{ot_{ik}}(n) = \frac{i_{ik}(n) + \sigma_{ik}^2(n)}{\sigma_{ik}^2(n)}$$

Nous pouvons réécrire l'équation (2.10) comme ci-dessous

$$x_{ik}(n) = \frac{p_{ik}(n)}{pl_{ik}(n) \cdot \sigma_{ik}^2(n) \cdot i_{ot_{ik}}(n)}. \quad (2.11)$$

Soit  $X_{ik}(n)$  le SINR dans le domaine logarithmique défini par

$$X_{ik}(n) = 10 \log_{10} x_{ik}(n). \quad (2.12)$$

À partir des équations (2.11) et (2.12) nous obtenons l'équation du SINR dans le domaine logarithmique

$$X_{ik}(n) = P_{ik}(n) - PL_{ik}(n) - \Sigma_{ik}^2(n) - I_{ot_{ik}}(n) \quad (2.13)$$

$P_{ik}(n)$ ,  $PL_{ik}(n)$ ,  $\Sigma_{ik}^2(n)$ ,  $I_{ot_{ik}}(n)$  sont les paramètres dans le domaine logarithmique de  $p_{ik}(n)$ ,  $pl_{ik}(n)$ ,  $\sigma_{ik}^2(n)$ , et  $i_{ot_{ik}}(n)$ . Dans le domaine linéaire, l'interférence  $i_{ik}$  et le bruit thermique  $\sigma_{ik}^2$  sont mesurés par la station de base [40]. Nous avons donc les termes  $\Sigma_{ik}^2(n)$  et  $I_{ot_{ik}}(n)$ . La puissance  $P_{ik}$  est connue à la station de base et le terme  $PL_{ik}$  est estimé par le SRS. Nous obtenons donc le SINR  $X_{ik}$  à la station de base en utilisant l'équation (2.13).

La puissance  $P_{ik}(n)$  correspond à la puissance  $P_{PUSCH}$  de l'équation (1.1). Dans cette section, nous allons remplacer le numéro de sous trame  $j$  de l'équation (1.1) par une variable de temps  $n$  car les trames et les sous-trames sont envoyées successivement dans le temps. Pour simplifier l'écriture, les indices  $c$ ,  $PUSCH$ ,  $TF$  de l'équation (1.1) et les indices  $i$ ,  $k$  de l'équation (2.13) seront omis. Nous remplaçons également le terme  $\Delta_{PUSCH}$  par  $U$ . Par conséquent, l'équation (1.2) devient

$$F(n) = F(n-1) + U(n-K). \quad (2.14)$$

Nous utilisons la transformation en  $z$  pour l'équation (2.14) et nous obtenons

$$F(z) = \frac{z^{-K}}{1-z^{-1}} U(z). \quad (2.15)$$

Notons que le paramètre  $K$  ne varie pas en fonction du temps, mais il prend une valeur entière connue dans l'intervalle  $\{4, \dots, 7\}$ .

Par la suite, et dans un souci de clarté, le terme de saturation  $P_{CMAX}$  donné par l'équation (1.1) sera omis mais il sera pris en compte dans la simulation du chapitre 4. À partir de l'équation (1.1), nous avons

$$P(z) = W_1(z) + F(z) = W_1(z) + \frac{z^{-K}}{1 - z^{-1}} U(z) \quad (2.16)$$

où

$$W_1(z) = 10 \log_{10} M(z) + P_0(z) + \alpha(j) \cdot PL(z) + \Theta(z).$$

Comme le retard total  $M$ , qui est la somme du retard de la liaison descendant et de la liaison montante, peut être considéré constant (voir [16, 52]), le retard en liaison montante est donc égal à  $M - K$  avec  $K \in \{4, \dots, 7\}$ . En ajoutant le retard de propagation à l'équation (2.13) nous avons

$$X(z) = (W_2(z) + P(z))z^{-(M-K)} \quad (2.17)$$

où

$$W_2(z) = -PL(z) - \Sigma^2(z) - I_oT(z).$$

Nous remplaçons l'équation (2.16) dans l'équation (2.17) et nous obtenons

$$X(z) = \frac{z^{-M}}{1 - z^{-1}} U(z) + (W_1(z) + W_2(z))z^{-(M-K)}. \quad (2.18)$$

En multipliant les deux côtés de l'équation (2.18) par  $(1 - z^{-1})$ , nous avons

$$(1 - z^{-1})X(z) = z^{-M}U(z) + (W_1(z) + W_2(z))(1 - z^{-1})z^{-(M-K)}.$$

En utilisant la transformation inverse en  $z$ , nous obtenons un système scalaire discret comme ci-dessous

$$X(n) = X(n-1) + U(n-M) + H(n-1) \quad (2.19)$$

avec l'entrée connue

$$H(n-1) = \begin{aligned} & W_2(n - (M - K)) - W_2(n - (M - K) - 1) \\ & + W_1(n - (M - K)) - W_1(n - (M - K) - 1) \end{aligned}$$

et un retard constant  $M - 1$  en la commande. Il faut noter que les valeurs de  $K \in \{4, \dots, 7\}$  sont connues.

En LTE, le temps de propagation d'un aller-retour, y compris le temps de calcul du processeur, peut être considérée comme constant avec  $M = 10\text{ms}$  [16, 52]. Soit  $\hat{H}(n)$  l'estimation de l'entrée exogène telle que  $\left| H(n) - \hat{H}(n) \right| < \epsilon$ . Nous allons réécrire (2.19) comme ci-dessous

$$X(n) = X(n-1) + \mu(n-M) - \hat{H}(n-1) + H(n-1)$$

où

$$\mu(n-M) = U(n-M) + \hat{H}(n-1)$$

est une nouvelle commande. Cela implique que

$$X(n) = X(n-1) + \mu(n-M) + D(n-1) \quad (2.20)$$

où

$$D(n-1) = H(n-1) - \hat{H}(n-1) \quad (2.21)$$

est la perturbation du système dynamique (2.20).

La figure 2.4 illustre le scénario du contrôle de la puissance en LTE. Le récepteur est la station de base servant à calculer la puissance de transmission de l'émetteur. L'émetteur est l'UE qui règle sa puissance de transmission en fonction de l'information venant de la station de base.

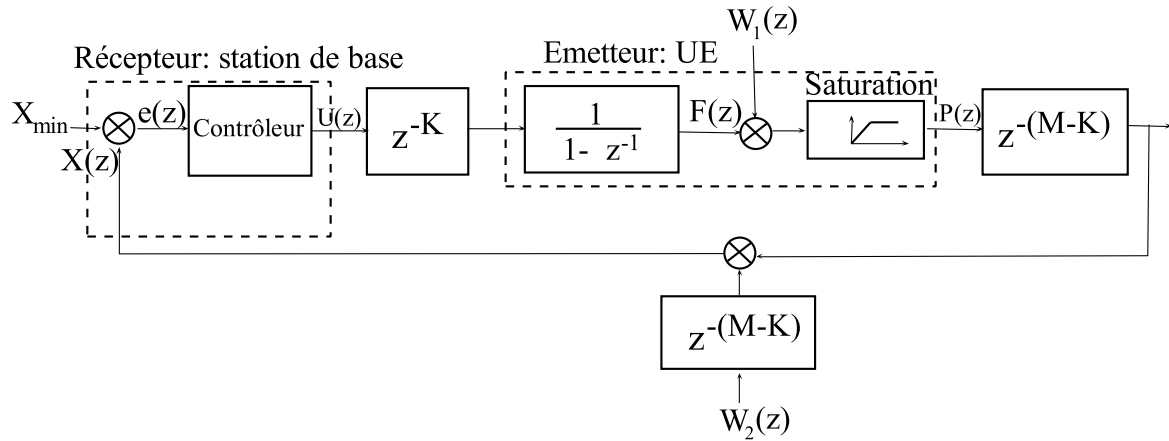


FIGURE 2.4 – Schéma bloc du système de contrôle de la puissance en LTE

L'objectif du contrôle de la puissance en LTE est de garantir que le SINR reste strictement supérieur au  $\text{SINR}_{\min}$ . Du point de vue de la commande, il s'agit d'un problème de stabilisation d'un système SISO discret avec un retard sur la commande et une contrainte sur l'état.

### 2.3.2 Équation du SNR pour les WLANs

Dans les WLAN, chaque STA envoie ses données à l'AP à son tour en utilisant le protocole CSMA-CA pour éviter les collisions avec ses voisins [24]. Là encore, le contrôle de la puissance pour un WLAN peut être formulé comme un problème de stabilisation d'un système SISO discret avec une contrainte sur l'état. De plus, comme l'interférence peut être négligée dans la topologie BSS, la qualité de transmission est basée sur la grandeur de SNR [62]. Le SNR de la liaison montante entre la STA  $i$  et l'AP  $k$  dans le domaine linéaire est déduit à partir de l'équation de SINR 1.14, nous avons

$$x_{ik}(n) = \frac{g_{ik}(n) \cdot p_{ik}(n)}{\sigma_{ik}^2(n)}. \quad (2.22)$$

D'après l'équation (2.22), nous remarquons que le SINR  $x_{ik}(n)$  est proportionnel à la puissance d'émission  $p_{ik}(n)$ . Cependant, un niveau de puissance d'émission élevé peut être la source de l'interférence des réseaux voisins qui utilisent la même bande de fréquence. Ce type de perturbation n'est pas désirable en WLAN. De plus, un niveau de puissance trop élevé n'est pas nécessaire

lorsque le canal de transmission est de bonne qualité. Cela implique un gaspillage énergétique et une diminution de la durée de vie de la batterie. L'objectif du contrôle de la puissance est donc de maintenir le SNR en-dessus de  $\text{SNR}_{\min}$  avec un niveau de puissance le plus bas possible.

Le gain de canal  $g_{ik}(n)$  de l'équation (2.22) s'écrit

$$g_{ik}(n) = \frac{1}{pl_{ik}(n)} \quad (2.23)$$

où  $pl$  est le *pathloss* dans le domaine linéaire. Nous déduisons l'équation du SNR dans le domaine logarithmique comme ci-dessous

$$X_{ik}(n) = P_{ik}(n) - PL_{ik}(n) - \Sigma_{ik}^2(n) \quad (2.24)$$

où  $P_{ik}$  et  $PL_{ik}$  sont respectivement la puissance de transmission de la STA  $i$  et le *pathloss* de la STA  $i$  à l'AP  $k$ ,  $\Sigma_{ik}^2$  est le bruit blanc gaussien à l'antenne de l'AP  $k$ . Le  $PL_{ik}(n)$  peut être déterminé en choisissant le modèle log-normale Shadowing de l'équation (1.9). Dans la suite, et pour des raisons de simplicité, nous allons omettre les indices  $i$  et  $k$  dans les équations. L'équation (2.22) devient

$$X(n) = P(n) - PL(n) - \Sigma^2(n). \quad (2.25)$$

Dans un WLAN, chaque STA ajuste sa puissance de transmission selon les informations provenant de l'AP [38]. Nous avons l'équation dynamique classique pour la puissance de transmission comme ci-dessous

$$P(n+1) = P(n) + U(n) \quad (2.26)$$

où  $U(n)$  est l'incrément ou le décrétement de puissance. C'est également la commande de notre système dynamique. De la même manière, nous supposons que

$$\begin{aligned} PL(n+1) &= PL(n) + \Delta PL(n) \\ \Sigma^2(n+1) &= \Sigma^2(n) + \Delta \Sigma^2(n) \end{aligned} \quad (2.27)$$

À partir des équations (2.25), (2.26) et (2.27), nous avons

$$\begin{aligned} X(n+1) &= P(n+1) - PL(n+1) - \Sigma^2(n+1) \\ &= P(n) + U(n) - PL(n) - \Delta PL(n) - \Sigma^2(n) - \Delta \Sigma^2(n) \end{aligned}$$

Nous déduisons que

$$X(n+1) = X(n) + U(n) - \Delta PL(n) - \Delta \Sigma^2(n) \quad (2.28)$$

où encore

$$X(n+1) = X(n) + U(n) + D(n) \quad (2.29)$$

avec

$$D(n) = -\Delta PL(n) - \Delta \Sigma^2(n)$$

la variation du canal et du bruit. La quantité  $D(n)$  est bornée par  $\epsilon$ . La borne  $\epsilon$  dépend de l'environnement et du temps d'échantillonnage du système dynamique (2.29) et peut être ajustée à partir des mesures.

En résumé, nous obtenons un système dynamique SISO discret avec une perturbation bornée et une contrainte sur l'état.

### 2.3.3 Équation du RSSI pour les WSNs

Le contrôle de la puissance d'un WSN est basé sur l'indicateur RSSI qui est une mesure instantanée car les nœuds ne possèdent que des processeurs simples qui ne permettent pas d'estimer le SINR comme dans un réseau de téléphonie mobile ou un WLAN. Dans cette sous section, nous allons déterminer une équation de récurrence pour le RSSI à partir de la relation linéaire entre la puissance de transmission et le RSSI. Pour tenir compte des erreurs de modélisation du modèle linéaire, nous ajoutons un bruit. Nous avons donc une relation entre le RSSI et la puissance de transmission comme ci-dessous

$$X(n) = aP(n) + b(n) + N(n) \quad (2.30)$$

où  $X$  est le RSSI,  $P$  la puissance de transmission,  $n$  le temps de transmission,  $a$ ,  $b$  les paramètres du modèle mathématique. La constante  $a$  dépend du choix de l'équipement et de la norme de télécommunication, et est indépendante de l'environnement. Le paramètre  $b$  dépend de la position du capteur par rapport au coordinateur auquel il se connecte. Un changement de l'environnement où se situe le capteur et le coordinateur entraîne un changement de la valeur de  $b$ .

Pour un WSN, le fait que les capteurs communiquent alternativement avec le coordinateur implique un système SISO. De plus, les capteurs sont configurés pour envoyer leurs données périodiquement selon l'application. Dans l'exemple que nous présenterons au chapitre 4, les capteurs envoient leurs données au coordinateur toutes les cinq secondes. Pour les WSN, chaque capteur peut ajuster sa puissance de transmission en fonction de l'information donnée par le coordinateur.

L'équation dynamique de la puissance de transmission est définie par

$$P(n+1) = P(n) + \Delta P(n) \quad (2.31)$$

où  $\Delta P(n)$  est l'incrément de puissance. Nous supposons aussi que

$$\begin{aligned} N(n+1) &= N(n) + \Delta N(n) \\ b(n+1) &= b(n) + \Delta b(n) \end{aligned} \quad (2.32)$$

À partir de l'équation (2.30), (2.31) et (2.32), nous avons l'expression du RSSI à l'instant  $n+1$

$$\begin{aligned} X(n+1) &= aP(n+1) + b(n+1) + N(n+1) \\ &= P(n) + u(n) + b(n) + \Delta b(n) + N(n) + \Delta N(n) \end{aligned}$$

Nous déduisons

$$X(n+1) = X(n) + a\Delta P(n) + \Delta N(n) + \Delta b(n).$$

Nous négligeons  $\Delta b(n)$  car le WSN est en environnement stationnaire, ce qui implique

$$X(n+1) = X(n) + U(n) + D(n) \quad (2.33)$$

où

$$\begin{aligned} U(n) &= a\Delta P(n) \\ D(n) &= \Delta N(n) \end{aligned}$$

sont la commande et la perturbation du système dynamique (2.33). Nous supposons que  $D(n)$  est bornée par une valeur  $\epsilon$ . Cette borne  $\epsilon$  dépend de l'environnement dans lequel se trouve les équipements.

---

En résumé, nous avons un système dynamique SISO discret avec une perturbation bornée et une contrainte sur l'état. Différentes commandes seront proposées et mises en œuvre dans les chapitres qui suivent.

## 2.4 Conclusion

Nous avons vu les différents algorithmes TPC qui sont actuellement utilisés pour le contrôle de la puissance dans les réseaux sans fil. Ces algorithmes sont implémentés dans les nœuds du réseau afin de réduire la consommation énergétique et d'augmenter la durée de vie moyenne de la batterie. Ces approches algorithmiques n'utilisent pas de modèles dynamiques du système mais ne sont pas optimales et ne garantissent pas que l'état ne passe pas en dessous de sa contrainte, ce qui implique une coupure de la liaison. L'écriture d'un modèle dynamique traduisant l'évolution du SINR (ou du RSSI) en fonction de la puissance d'émission va permettre d'aborder ce problème comme un problème de stabilisation d'un système SISO discret perturbé avec retard sur l'entrée et contrainte sur l'état. C'est l'objet du prochain chapitre, où nous développerons plusieurs commandes à même de stabiliser ce système.





# CONTRÔLE DE LA PUISSANCE DANS LES RÉSEAUX CELLULAIRES SANS FIL : SYNTHÈSE D'UNE LOI DE COMMANDE

---

## 3.1 Introduction

Dans le chapitre 2, nous avons étudié les approches courantes en télécommunications utilisées pour le contrôle de la puissance dans les réseaux cellulaires. Nous allons étudier dans ce chapitre des approches basées sur un correcteur pour résoudre le problème de contrôle de la puissance. Nous présenterons tout d'abord des approches classiques aptes à résoudre un problème de contrôle avec contrainte sur l'état telles que l'anti-windup et la commande prédictive MPC (*Model Predictive Control*). Nous proposerons ensuite une nouvelle stratégie, que nous nommerons par la suite commande par potentiel ou PFC (*Potential Feedback Control*) [59, 60]. Cette commande a été développée pour un système SISO comme une solution alternative à la MPC et à la TPC. Il s'agit d'une approche dans laquelle le problème de stabilisation d'un système SISO linéaire avec une contrainte sur l'état est transformé en un problème de stabilisation d'un système non linéaire en boucle fermée mais sans contrainte. À l'origine, les commandes par potentiel ont été développées pour la robotique afin d'éviter les collisions avec des obstacles [66, 56, 44]. L'idée était de générer un potentiel répulsif autour de l'obstacle. À notre connaissance, c'est la première fois qu'une commande par potentiel est utilisée pour un système à temps discret. Le terme "potentiel" désigne un potentiel de Coulomb qui va constituer une barrière infranchissable. En télécommunications, cette barrière est une valeur du SINR en dessous de laquelle la communication est interrompue. La commande par potentiel, qui est une commande non linéaire, assure que la sortie du système soit toujours supérieure à une limite inférieure. L'application de cette approche pour les réseaux cellulaires conduit à l'ajustement de deux paramètres pour chaque UE. La principale difficulté de cette stratégie est due à la non linéarité introduite par la commande. La preuve de stabilité est obtenue en utilisant une fonction de Lyapunov. À partir d'une certaine mobilité, il faut tenir compte de la variation du canal entre deux échantillons de commande. Cela se traduit par l'ajout d'un retard sur l'entrée correspondant au temps de propagation et à la latence du matériel. Nous utilisons donc la transformation d'Artstein pour les systèmes discrets afin de résoudre ce problème [6, 31].

Le chapitre 3 est organisé de la façon suivante : dans la section 3.2 sont décrites les notions de

base de la stabilité pour un système discret, en particulier la stabilité au sens de Lyapunov. Le contrôle anti-windup et la commande prédictive sont présentés dans les sections 3.3 et 3.4. Dans la section 3.5, nous proposons la synthèse d'une loi de commande potentielle pour le système nominal, pour le système perturbé et pour le système perturbé avec retard sur l'entrée.

## 3.2 La stabilité d'un système discret

La notion de stabilité est très importante pour l'analyse d'un système dynamique. Dans cette section, nous allons présenter les définitions de base de la stabilité d'un système dynamique discret qui sont données dans [7].

### 3.2.1 Définitions

Nous rappelons ci-dessous quelques notions mathématiques.

**Définition 1.** Une fonction  $\gamma : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$  est une  $\mathcal{K}$ -fonction si elle est continue, strictement croissante et si  $\gamma(0) = 0$ . Elle est une  $\mathcal{K}_{\infty}$ -fonction si elle est une  $\mathcal{K}$ -fonction et si  $\gamma(s) \rightarrow \infty$  lorsque  $s \rightarrow \infty$ .

Nous abordons maintenant les définitions de stabilité d'un système autonome.

Soit la représentation d'état d'un système discret

$$x(n+1) = f(x(n)), \quad n \in \mathbb{N} \quad (3.1)$$

où  $f : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^p$  est une fonction continue. Supposons que  $\bar{x}$  est un point d'équilibre du système (3.1). Il est donc solution de l'équation suivante

$$\bar{x} = f(\bar{x}).$$

L'objectif est de caractériser et d'étudier la stabilité de  $\bar{x}$ . Par convention, nous considérons que le point d'équilibre est l'origine, c'est-à-dire  $\bar{x} = 0$ . Cette convention est possible, sans perte de généralité, parce que tous les points d'équilibre peuvent être ramenés à l'origine par un changement de variables. Supposons que  $\bar{x} \neq 0$  et considérons un changement de variable  $y = x - \bar{x}$ , nous avons que

$$\begin{aligned} y(n+1) &= x(n+1) - \bar{x} \\ &= f(x(n)) - \bar{x} \\ &= f(y(n) + \bar{x}) - \bar{x} \\ &= g(y(n)), \end{aligned}$$

où  $g(0) = 0$ . Avec la nouvelle variable, le système a le point d'équilibre à l'origine. Par conséquent, sans perte de généralité, nous pouvons toujours assumer que  $f(0) = 0$  et étudier la stabilité à l'origine  $\bar{x} = 0$ .

**Définition 2.** Le point d'équilibre  $x = 0$  du système (3.1) est stable si pour tout  $\epsilon > 0$  donné, il existe  $\delta(\epsilon) > 0$  tel que si  $|x(0)| < \delta$ , alors  $|x(n)| < \epsilon$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

**Définition 3.** *Le point d'équilibre  $x = 0$  du système (3.1) est asymptotiquement stable s'il est stable et si  $\delta$  peut être choisi de manière que  $|x(0)| < \delta$  implique  $|x(n)| \rightarrow 0$  lorsque  $n \rightarrow \infty$ .*

À partir des définitions précédentes, on définit en général la stabilité pour un point d'équilibre et non pas pour le système. Cela implique que la stabilité est une notion locale. L'interprétation des définitions 2 et 3 est que le système est (asymptotiquement) stable si les trajectoires restent proches lorsque la condition initiale est légèrement changée.

### 3.2.2 La stabilité d'un système linéaire discret

Soit un système linéaire

$$x(n+1) = Ax(n), \quad x(0) = x_0 \quad (3.2)$$

Le système (3.2) admet la solution

$$x(n) = A^n x(0). \quad (3.3)$$

S'il est possible de diagonaliser  $A$ , alors la solution est une combinaison des termes  $\lambda_i^n$ , où  $\lambda_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) sont les valeurs propres de  $A$ . Dans le cas général, lorsque  $A$  ne peut pas être diagonalisée, la solution est une combinaison linéaire des termes  $p_i(n)\lambda_i^n$ , où  $p_i(n)$  sont des polynômes en  $n$ . Pour obtenir la stabilité asymptotique, toutes les solutions doivent tendre vers zéro quand  $n$  tend vers l'infini, ce qui implique que toutes les valeurs propres de  $A$  sont telles que

$$|\lambda_i| < 1 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3.4)$$

ce qui est formulé par le théorème ci-dessous [7] :

**Théorème 1.** *Le système linéaire invariant discret (3.2) est asymptotiquement stable si et seulement si toutes les valeurs propres de  $A$  sont strictement comprises dans le disque unité.*

### 3.2.3 Stabilité au sens de Lyapunov

Dans les paragraphes précédents, nous avons vu les notions de base de la stabilité pour un système linéaire invariant discret. Nous allons maintenant introduire la stabilité au sens de Lyapunov qui est un outil pratique pour déterminer la stabilité des systèmes dynamiques. À l'origine, Lyapunov a développé cette théorie pour les équations différentielles [46], puis elle a ensuite été étendue aux relations de récurrence. L'idée principale est d'introduire une fonction énergétique généralisée, appelée fonction de Lyapunov, qui est nulle au point d'équilibre et positive partout ailleurs. Le point d'équilibre sera asymptotiquement stable si la fonction de Lyapunov est strictement décroissante tout au long des trajectoires du système. Dans cette section, nous rappelons la théorie de Lyapunov pour un système discret [7].

La première étape consiste à trouver une fonction de Lyapunov, qui est définie comme ci-dessous [7] :

**Définition 4.**  $V : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$  est une fonction de Lyapunov pour le système

$$x(n+1) = f(x(n)) \quad (3.5)$$

où  $f : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^p$  est une fonction continue telle que  $f(0) = 0$  si

1.  $V$  est continue et  $V(0) = 0$ .
2.  $V$  est définie positive ; i.e.  $V(x) > 0$  sauf  $V(0) = 0$ .
3.  $\Delta V(x) = V(f(x)) - V(x)$  est définie négative ; i.e.  $\Delta V(x \neq 0) < 0$  sauf  $\Delta V(0) = 0$ .

Une illustration géométrique simple de la définition précédente est donnée sur la figure 3.1. Les courbes de niveau d'une fonction définie positive  $V : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$  sont des courbes fermées au voisinage de l'origine. La troisième condition implique que la dynamique du système est telle que la solution se déplace toujours vers les courbes de niveau de valeur plus petite. Toutes les courbes de niveau encerclent l'origine et ne se croisent pas.

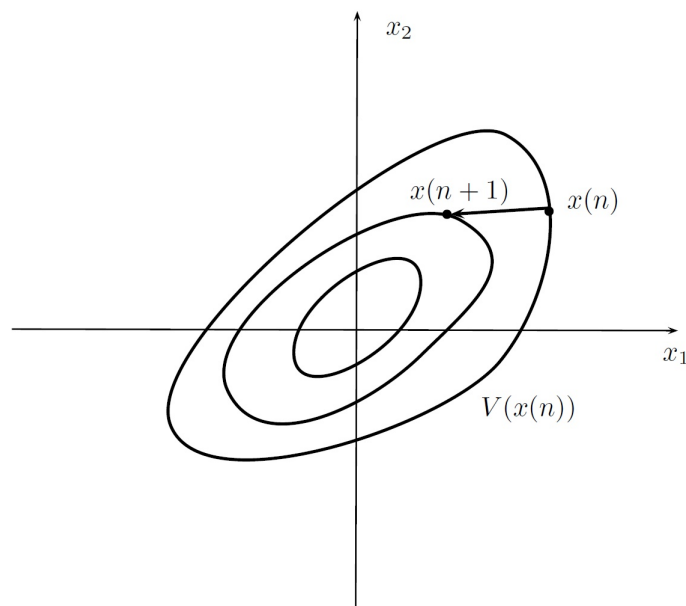


FIGURE 3.1 – Illustration géométrique de la fonction de Lyapunov

Cette interprétation géométrique montre que l'existence d'une fonction de Lyapunov assure la stabilité asymptotique du système dynamique. Le théorème ci-dessous est un énoncé précis de ce fait [7] :

**Théorème 2.** *L'origine du système (3.5) est asymptotiquement stable s'il existe une fonction de Lyapunov pour le système (3.5). De plus, si*

$$0 < \varphi(|x|) < V(x) \tag{3.6}$$

*où  $\varphi(\cdot)$  est une  $\mathcal{K}_\infty$ -fonction alors l'origine est globalement asymptotiquement stable.*

La difficulté principale de l'utilisation de la théorie de Lyapunov est de trouver une fonction de Lyapunov qui convient pour le système. C'est en général un problème difficile.

Un système dynamique est souvent perturbé par des entrées exogènes. Dans [33], les auteurs ont développé la notion de stabilité dans un intervalle pour un système discret avec une perturbation bornée. Pour mieux comprendre ces travaux, nous allons commencer par introduire la notion de stabilité sur un intervalle puis donner l'énoncé du théorème.

Considérons le système perturbé suivant

$$x(n+1) = f(x(n), d(n)), \quad n \in \mathbb{N} \quad (3.7)$$

où  $x(\cdot) \in \mathbb{R}^p$ , la perturbation  $d(\cdot) \in \Omega$  avec  $\Omega \in \mathbb{R}^m$  et la fonction  $f : \mathbb{R}^p \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}^p$  est continue.

Supposons que l'ensemble  $\Omega$  soit compact. Soit  $M_\Omega$  l'ensemble de toutes les fonctions de  $\mathbb{N}$  vers  $\Omega$ . Soit  $x(\cdot, \xi, d)$  la solution de (3.7) pour l'état initial  $x(0) = \xi$  et la perturbation  $d \in M_\Omega$ . Soit un sous ensemble  $\mathcal{A}$  fermé non vide de  $\mathbb{R}^p$ . Cet ensemble est dit invariant si, pour chaque  $\xi \in \mathcal{A}$ ,  $x(n, \xi, d) \in \mathcal{A}$  pour tout  $n \geq 0$ . Nous noterons

$$|\xi|_{\mathcal{A}} = d(\xi, \mathcal{A}) = \inf_{\eta \in \mathcal{A}} |\xi - \eta|, \quad (3.8)$$

où  $|\cdot|$  représente la norme euclidienne.

Nous introduisons maintenant la notion de stabilité du système (3.7).

**Définition 5.** Soit un ensemble fermé invariant  $\mathcal{A}$  du système (3.7). Le système (3.7) est globalement asymptotiquement stable par rapport à  $\mathcal{A}$  si les deux propriétés suivantes sont vérifiées :

1. *Stabilité* : pour tout  $\epsilon > 0$ , il existe une  $\mathcal{K}$ -fonction  $\delta(\cdot)$  telle que si  $|\xi|_{\mathcal{A}} \leq \delta(\epsilon)$ , alors  $|x(n, \xi, d)|_{\mathcal{A}} \leq \epsilon$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$  et  $d \in M_\Omega$ .
2. *Attraction* : pour tout  $r > 0$  et  $\epsilon > 0$ , il existe  $T \in \mathbb{N}$  tel que, si  $|\xi|_{\mathcal{A}} \leq r$ , alors  $|x(n, \xi, d)|_{\mathcal{A}} \leq \epsilon$  pour tout  $n \geq T$  et  $d \in M_\Omega$ .

La définition d'une fonction de Lyapunov pour le système (3.7) par rapport à l'ensemble  $\mathcal{A}$  est donnée dans [33] de la façon suivante :

**Définition 6.** Soit un ensemble fermé invariant  $\mathcal{A}$  du système (3.7). Une fonction continue  $V : \mathbb{N} \times \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$  est une fonction de Lyapunov pour le système (3.7) par rapport à l'ensemble  $\mathcal{A}$  si

1. il existe deux  $\mathcal{K}_\infty$ -fonctions  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  telles que pour tout  $\xi \in \mathbb{R}^p$  et tout  $n \in \mathbb{N}$

$$\alpha_1(|\xi|_{\mathcal{A}}) \leq V(n, \xi) \leq \alpha_2(|\xi|_{\mathcal{A}}). \quad (3.9)$$

2. il existe une fonction continue, définie positive  $\alpha_3$  telle que pour tout  $\xi \in \mathbb{R}^p$  et tout  $n \in \mathbb{N}$

$$V(n+1, f(\xi, \mu)) - V(n, \xi) \leq -\alpha_3(|\xi|_{\mathcal{A}}). \quad (3.10)$$

Le résultat principal de [33] est le théorème ci-dessous :

**Théorème 3.** Le système (3.7) est globalement asymptotiquement stable par rapport à  $\mathcal{A}$  si et seulement si il admet une fonction de Lyapunov par rapport à  $\mathcal{A}$ .

La démonstration de ce théorème et le détail des résultats sont donnés dans [33].

### 3.3 Contrôle anti-windup

Les techniques d'anti-windup ont initialement été développées pour les systèmes présentant des saturations sur la commande. Lorsque la commande sature, le système se retrouve en boucle ouverte et n'est plus commandable, ce qui peut conduire à une instabilité. Le contrôle anti-windup est une stratégie originale qui peut résoudre ce problème. On peut citer entre autres le correcteur proportionnel intégral dérivé (PID) sous contrainte. Sans le compensateur anti-windup, en cas de saturation le PID ne reçoit pas la sortie correspondant à la commande fournie par lui-même à l'instant précédent et l'action intégrale diverge. Dans le meilleur des cas, cette divergence entraîne un long régime transitoire et des dépassements importants. Cet effet est appelé windup. Pour résoudre ce problème, un compensateur anti-windup recalcule la commande si cette dernière est en saturation [27, 39]. Il existe dans la littérature un nombre très important d'études sur l'anti-windup qui prennent en compte la contrainte sur la commande pour les systèmes continus et discrets [87, 39, 54, 84, 86, 85]. L'utilisation de l'anti-windup pour des contraintes sur l'état est beaucoup plus restreinte et a été très peu étudiée. À notre connaissance, il existe seulement une référence sur ce sujet [57] qui utilise le schéma conventionnel de l'anti-windup dans le cas d'un système continu. Une autre tentative qui utilise l'anti-windup pour des contraintes sur l'état a été proposée dans [67], mais cette approche relève davantage de la MPC. Dans cette section, nous allons présenter une commande par anti-windup pour résoudre un problème de contrainte sur l'état dans le cas d'un système discret.

#### 3.3.1 Position du problème

Soit un système linéaire discret de représentation d'état

$$\begin{aligned} x(n+1) &= Ax(n) + Bu(n) \\ y(n) &= Cx(n) \end{aligned} \quad (3.11)$$

où  $A \in \mathbb{R}^{p \times p}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{p \times m}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{q \times p}$ ,  $x(n) \in \mathbb{R}^p$ ,  $y(n) \in \mathbb{R}^q$ ,  $u(n) \in \mathbb{R}^m$ , et  $n \in \mathbb{N}$  sont respectivement la matrice d'état, la matrice de commande, le vecteur d'état, la sortie, la commande et l'indice de temps. Nous cherchons un correcteur dynamique qui est représenté par

$$\begin{aligned} x_c(n+1) &= A_c x_c(n) + B_c (y(n) - y_{ref}(n)) + \Lambda_1 \xi(n) \\ u(n) &= C_c x_c(n) + D_c (y(n) - y_{ref}(n)) + \Lambda_2 \xi(n) \end{aligned} \quad (3.12)$$

où  $A_c \in \mathbb{R}^{p_c \times p_c}$  est la matrice d'état,  $B_c \in \mathbb{R}^{p_c \times q}$  est la matrice de commande,  $C_c \in \mathbb{R}^{m \times p_c}$  est la matrice d'observation,  $D_c \in \mathbb{R}^{m \times q}$  est la matrice d'action directe,  $x_c(n) \in \mathbb{R}^{p_c}$  est le vecteur d'état,  $u(n) \in \mathbb{R}^m$  est la sortie du correcteur,  $y_{ref}$  est le consigne, et  $\Lambda_1, \Lambda_2$  sont le compensateur anti-windup. Le compensateur anti-windup est actif si la sortie du système (3.11) est en-dessous d'une valeur minimale  $y_{min}$ . Nous avons donc

$$\xi(n) = \begin{cases} 0 & \text{si } y(n) \geq y_{min} \\ y(n) - y_{min} & \text{si } y(n) < y_{min} \end{cases} \quad (3.13)$$

Le schéma du système en boucle fermée avec l'anti-windup sur la sortie est représenté sur la figure suivante

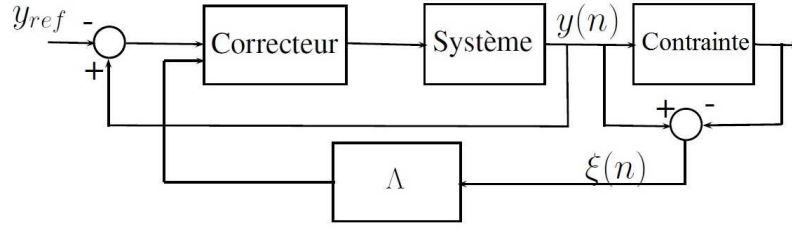


FIGURE 3.2 – Système en boucle fermée avec anti-windup sur la sortie

En boucle fermée, le système s'écrit

$$\begin{aligned} x(n+1) &= (A + BD_cC)x(n) + BC_c x_c(n) - BD_c y_{ref}(n) + B\Lambda_2 \xi(n) \\ x_c(n+1) &= B_c C x(n) + A_c x_c(n) - B_c y_{ref}(n) + \Lambda_1 \xi(n) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Notre objectif de commande est de trouver un correcteur  $K_c = \begin{bmatrix} D_c & C_c \\ B_c & A_c \end{bmatrix}$  et un gain d'anti-windup  $\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & 0 \\ \Lambda_2 & 0 \end{bmatrix}$  qui stabilisent le système en boucle fermée.

### 3.3.2 Recherche d'un correcteur $K_c$ stabilisant

Le système en boucle fermée avec  $\xi(n) = 0$  s'écrit

$$\zeta(n+1) = (\bar{A} + \bar{B}K_c\bar{C})\zeta(n) - \bar{\Gamma}y_{ref} \quad (3.15)$$

avec  $\zeta(n)^T = [x(n) \quad x_c(n)]^T$  et

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad \bar{C} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad \bar{\Gamma} = \begin{bmatrix} BD_c \\ B_c \end{bmatrix}.$$

Nous considérons le changement de variable

$$\zeta_b(n) = \zeta(n) - \bar{\zeta} \quad (3.16)$$

où  $\bar{\zeta} = -(\mathbb{I} - (\bar{A} + \bar{B}K_c\bar{C}))^{-1} \bar{\Gamma}y_{ref}$  est le point d'équilibre de (3.15). Nous avons

$$\zeta_b(n+1) = (\bar{A} + \bar{B}K_c\bar{C})\zeta_b(n). \quad (3.17)$$

Soit  $V(n) = \zeta_b^T(n)P\zeta_b(n)$  une fonction candidate de Lyapunov avec  $P = P^T > 0$ . Le système (3.17) sera stable si et seulement si  $V(n+1) - V(n) < 0$ , soit en posant  $A_{bf} = \bar{A} + \bar{B}K_c\bar{C}$

$$A_{bf}^T P A_{bf} - P < 0$$



ce qui s'écrit en utilisant le complément de Shur

$$\begin{bmatrix} -P & A_{bf}^T P \\ P A_{bf} & -P \end{bmatrix} < 0.$$

Dans le cas d'un retour de sortie, c'est une BMI. Pour un retour d'état,  $A_{bf} = \bar{A} + \bar{B}K_c$ , on obtient la forme duale en multipliant à droite et à gauche par  $\begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & X \end{bmatrix}$  avec  $X = P^{-1}$

$$\begin{bmatrix} -X & X A_{bf}^T \\ A_{bf} X & -X \end{bmatrix} < 0$$

En posant  $L = K_c X$ , Nous obtenons une LMI en  $L$  et  $X$

$$\begin{bmatrix} -X & X \bar{A}^T + L^T \bar{B}^T \\ \bar{A} X + \bar{B} L & -X \end{bmatrix} < 0$$

dont la résolution donne un correcteur  $K_c$  stabilisant.

### 3.3.3 Prise en compte de l'anti-windup

Plaçons-nous dans le cas où  $\xi(n) \neq 0$ . Nous considérons le changement de variable  $\tilde{x} = x - x_{min}$ . A noter que  $\tilde{x} = x$  dans le cas où  $\xi(n) = 0$ . Le système en boucle fermée s'écrit

$$\tilde{\zeta}(n+1) = (\bar{A} + \bar{B}(K_c + \Lambda)\bar{C}) \tilde{\zeta}(n) - \bar{\Gamma} y_{ref} \quad (3.18)$$

avec  $\tilde{\zeta}(n)^T = (\tilde{x}(n) \quad x_c(n))^T$  et  $\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & 0 \\ \Lambda_2 & 0 \end{bmatrix}$ .

$K_c$  étant connu, le système sera stable en présence de l'anti-windup si et seulement si la condition suivante est vérifiée :

$$\begin{bmatrix} -X & X(\Lambda^T + K_c^T + \bar{A}^T) \\ (\bar{A} + K_c + \Lambda)X & -X \end{bmatrix} < 0$$

$\Lambda$  est obtenu en résolvant l'inégalité matricielle en  $X$  et  $\Lambda$  en posant  $L = \Lambda X$ .

### 3.3.4 Résultats de simulation

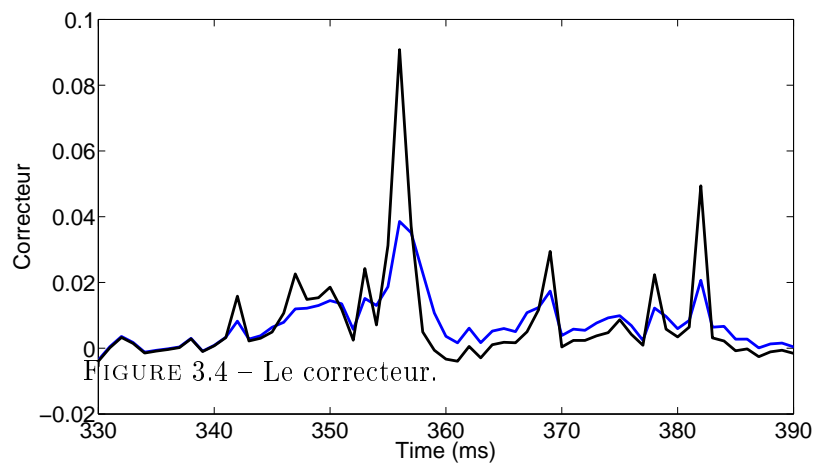
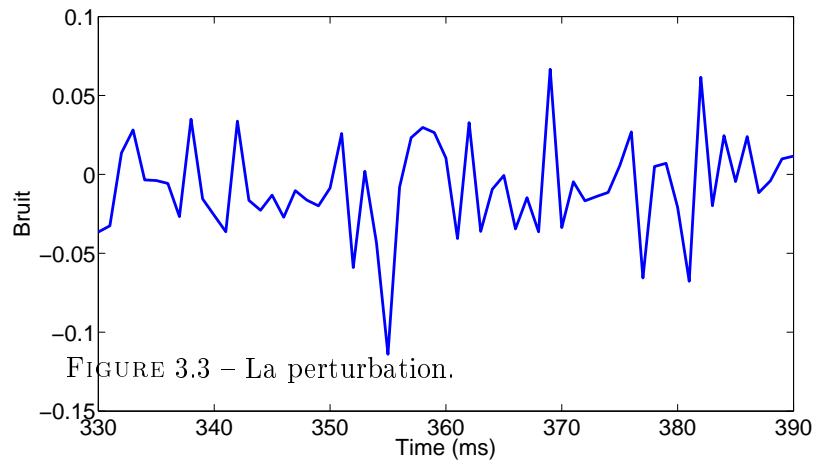
Nous considérons le système suivant

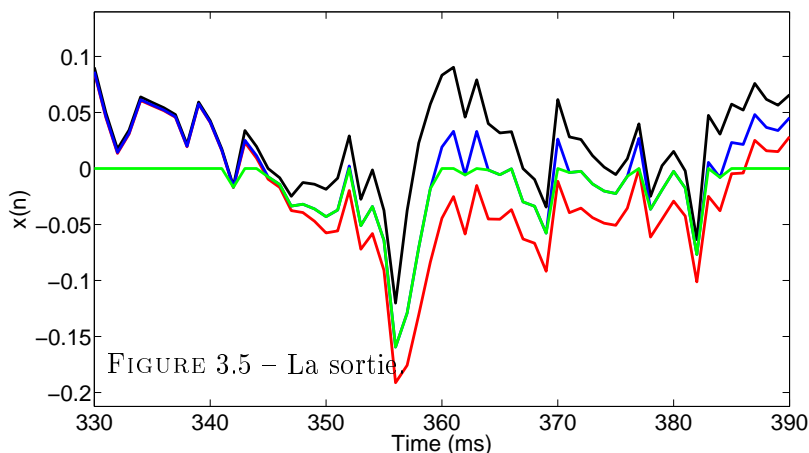
$$x(n+1) = x(n) + u(n) + d(n) \quad (3.19)$$

où  $d(n)$  est une perturbation aléatoire bornée.  $y_{min} = x_{min}$  est fixé à 0, la référence  $y_{ref} = x_{ref}$  est fixée à 0.05. Les paramètres suivants ont été calculés

$$K_c = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.03 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix} \quad \Lambda = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -0.1 & 0 \end{bmatrix}$$

Les figures suivantes montrent les résultats de simulation.





La figure 3.3 illustre la perturbation du système (3.19). La courbe verte correspond à  $\xi$  qui est non nul lorsque  $x < x_{min}$ . Dans les figures 3.4 et 3.5 les courbes bleues représentent  $x$  et  $x_c$  avec le système d'anti-windup et la courbe rouge représente l'état sans anti-windup. Lorsque l'anti-windup est actif, l'état repasse plus vite au-dessus de  $x_{min}$ . Cependant, ce système ne permet pas de garantir  $x > x_{min}$ . Les courbes noires représentent l'état de le correcteur avec un gain d'anti-windup  $\Lambda = \begin{pmatrix} -1.7 & 0 \\ -0.6 & 0 \end{pmatrix}$  plus grand, ce qui diminue le temps pendant lequel l'état se trouve en dessous de la valeur limite.

L'inconvénient majeur de cette approche est que l'anti-windup n'agit qu'une fois la contrainte violée. Pour agir avant, il faudrait prédire le comportement futur du système, ce que fait déjà la MPC. Il ne semble donc pas intéressant de mettre en œuvre cette technique dans le sens où elle n'apporte pas de gain significatif par rapport à la MPC.

### 3.4 La MPC

La MPC est basée sur une loi de commande optimale. La première application industrielle de la MPC se trouve dans les années 1970[64] et portait sur une application en chimie. Plusieurs développements théoriques ont ensuite été proposés et ont enrichi la MPC, qui est actuellement un outil de commande arrivé à maturité [23, 11, 49, 47, 8, 9, 50, 63]. Ce type de contrôle permet de résoudre des problèmes d'optimisation sous contraintes à la fois sur la commande et sur l'état du système. Le problème du contrôle de la puissance dans les réseaux sans fil présentant ce genre de contraintes sur l'état et la commande, il semble naturel de chercher à résoudre ce problème par une approche prédictive. Nous présenterons la MPC pour des modèles linéaires discrets, tout d'abord sans contraintes puis avec contraintes [69, 12].

### 3.4.1 Commande prédictive sans contraintes

Considérons le système linéaire invariant discret

$$x(n+1) = Ax(n) + Bu(n) \quad (3.20)$$

où  $A \in \mathbb{R}^{p \times p}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{p \times m}$ ,  $x(n) \in \mathbb{R}^p$ ,  $u(n) \in \mathbb{R}^m$ , et  $n \in \mathbb{N}$  sont respectivement la matrice d'état, la matrice de commande, le vecteur d'état, la commande et le pas d'échantillonnage. L'objectif est de trouver la séquence de commande optimale  $u^*(0)$ ,  $u^*(1)$ ,  $u^*(2)$ , ...,  $u^*(N-1)$  qui minimise le critère quadratique

$$J(x(0), U) = \sum_{n=0}^{N-1} (x(n)^T Q x(n) + u(n)^T R u(n)) + x(N)^T P x(N) \quad (3.21)$$

où  $N$  est l'horizon de prédiction, les matrices  $Q = Q^T \geq 0$ ,  $R = R^T > 0$ ,  $P = P^T > 0$  sont des matrices de pondération, et  $U$  est la matrice de commande définie par

$$U = [u(0)^T \ u(1)^T \ \dots \ u(N-1)^T]^T. \quad (3.22)$$

La forme matricielle du modèle de prédiction s'obtient par récurrence et est donnée par

$$x(n+N) = A^N x(n) + A^{N-1} B u(n) + A^{N-2} B u(n+1) + \dots + B u(n+N-1) \quad (3.23)$$

À partir de (3.23), nous avons le modèle de prédiction sur l'horizon  $N$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x(1) \\ x(2) \\ x(3) \\ \vdots \\ x(N) \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} A \\ A^2 \\ A^3 \\ \vdots \\ A^N \end{bmatrix}}_{\bar{T}} x(0) + \underbrace{\begin{bmatrix} B & 0 & 0 & \dots \\ AB & B & 0 & \dots \\ A^2 B & AB & B & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A^{N-1} B & A^{N-2} B & A^{N-3} B & \dots \end{bmatrix}}_{\bar{S}} \underbrace{\begin{bmatrix} u(0) \\ u(1) \\ u(2) \\ \vdots \\ u(N-1) \end{bmatrix}}_U. \quad (3.24)$$

Le critère  $J(x(0), U)$  s'écrit sous la forme

$$J(x(0), U) = x(0)^T Q x(0) + X^T \bar{Q} X + U^T \bar{R} U \quad (3.25)$$

où

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} Q & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & Q & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & P \end{bmatrix}, \quad \bar{R} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & R \end{bmatrix}$$

En remplaçant (3.24) dans (3.25), nous obtenons

$$\begin{aligned}
 J(x(0), U) &= x(0)^T Q x(0) + (\bar{T}x(0) + \bar{S}U)^T \bar{Q} (\bar{T}x(0) + \bar{S}U) + U^T \bar{R} U \\
 &= \frac{1}{2} U^T \underbrace{2(\bar{R} + \bar{S}^T \bar{Q} \bar{S})}_H U + x(0)^T \underbrace{2\bar{T}^T \bar{Q} \bar{S}}_F U + \frac{1}{2} x(0)^T \underbrace{2(Q + \bar{T}^T \bar{Q} \bar{T})}_Y x(0) \quad (3.26)
 \end{aligned}$$

La séquence optimale de commande  $U$  est solution de l'équation (3.27)

$$\nabla_U J(x(0), U) = HU + F^T x(0) = 0 \quad (3.27)$$

soit

$$U^* = \begin{bmatrix} u^*(0) \\ u^*(1) \\ u^*(2) \\ \vdots \\ u^*(N-1) \end{bmatrix} = -H^{-1} F^T x(0). \quad (3.28)$$

La commande appliquée au système (3.20) à l'instant  $n = 0$  est  $u^*(0)$ . Pour trouver la commande à appliquer à l'instant  $n = 1$ , il faut faire glisser l'horizon de prédiction d'un pas en avant et recalculer la séquence optimale sur cet interval. A chaque pas d'échantillonnage, il faut refaire ces calculs.

**Exemple 1.** *Considérons le double intégrateur*

$$y(t) = \frac{1}{s^2} u(t). \quad (3.29)$$

Pour une période d'échantillonnage  $Te = 1s$ , nous déduisons son modèle d'état discret équivalent

$$x(n+1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(n) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(n) \quad (3.30)$$

$$y(n) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(n) \quad (3.31)$$

avec  $n \in \mathbb{N}$ . En prenant l'horizon de prédiction  $N = 2$ , les pondérations  $R = 0.1$ ,  $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ , et  $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ , nous cherchons la commande  $u(n)$  minimisant le critère quadratique

$$\sum_{n=0}^1 \left( y(n)^T y(n) + \frac{1}{10} u^2(n) \right) + x(2)^T \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(2)$$

Nous déduisons

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad \bar{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 4.2 & 2 \\ 2 & 2.2 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 6 & 12 \end{bmatrix}.$$

En utilisant l'équation (3.28) avec la condition initiale  $x(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ , nous calculons la commande  $u(n)$ , puis la sortie  $y(n)$  du système. La figure 3.6 illustre la commande  $u(n)$  et la sortie  $y(n)$  du système double intégrateur sans contrainte. La sortie du système est asymptotiquement stable, et converge vers l'origine.

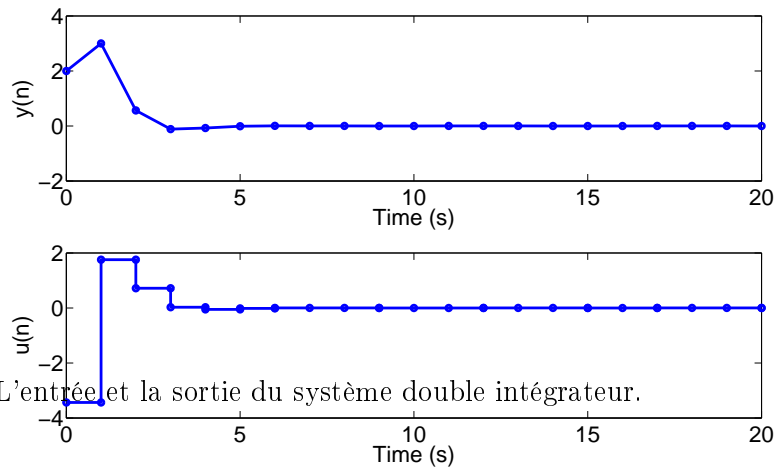


FIGURE 3.6 – L'entrée et la sortie du système double intégrateur.

### 3.4.2 Commande prédictive sous contraintes

On considère toujours le système linéaire invariant discret (3.20) mais sous les contraintes

$$u_{min} \leq u(n) \leq u_{max} \quad n = 0, \dots, N-1 \quad (3.32)$$

$$x_{min} \leq x(n) \leq x_{max} \quad n = 1, \dots, N \quad (3.33)$$

Il s'agit maintenant d'un problème d'optimisation

$$\min_{u(0), \dots, u(N-1)} \sum_{n=0}^{N-1} (x'(n)Qx(n) + u'(n)Ru(n)) + x'(N)Px(N) \quad (3.34)$$

sous contraintes (3.32) et (3.33). Le problème peut être reformulé de la manière suivante

$$J(x(0), U) = \frac{1}{2}x(0)^T Y x(0) + \min_{u(0), \dots, u(N-1)} \frac{1}{2}U^T H U + x(0)^T F U \quad (3.35)$$

sous contraintes

$$GU \leq W + Ex(0)$$

où  $G$ ,  $W$ , et  $E$  dépendent des bornes  $u_{min}$ ,  $u_{max}$ ,  $x_{min}$ ,  $x_{max}$ . Pour résoudre ce problème, nous utilisons la méthode de Lagrange [90]. L'idée est de transformer (3.35) en un problème d'optimisation sans contrainte en intégrant les contraintes dans le critère d'optimisation. Pour cela, nous écrivons le lagrangien

$$J(U, \lambda) = \frac{1}{2}U^T H U + x(0)^T F U + \lambda^T (G U - W - E x(0)) \quad (3.36)$$

où  $\lambda$  est un multiplicateur de Lagrange. Nous considérons (3.36) comme une fonction de  $D_u + D_\lambda$  variables  $U$  et  $\lambda$ , d'où  $D_u$  est la dimension de  $U$  et  $D_\lambda$  est la dimension de  $\lambda$ . Pour minimiser (3.36), il faut annuler les dérivées partielles de  $J(U, \lambda)$  par rapport à  $U$  et  $\lambda$ . Nous avons donc

$$\frac{\partial J(U, \lambda)}{\partial U} = H U + F^T x(0) + G^T \lambda = 0. \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial J(U, \lambda)}{\partial \lambda} = G U - W - E x(0) = 0. \quad (3.38)$$

À partir de (3.37) et (3.38), nous obtenons la solution suivante

$$U = -H^{-1}(F^T x(0) + G^T \lambda); \quad (3.39)$$

$$\lambda = -(G H^{-1} G^T)^{-1}(G H^{-1} F^T x(0) + W + E x(0)). \quad (3.40)$$

Si tous les multiplicateurs de Lagrange sont supérieurs ou égaux à zéro ( $\lambda_i \geq 0$ ), nous pouvons déduire directement la séquence optimale de commande  $U$ . D'autre part, s'il y a un ou plusieurs  $\lambda_i < 0$ , nous pouvons relaxer les contraintes correspondantes (*i.e.* nous les supprimons dans les équations des contraintes). Nous recommençons les calculs jusqu'à ce qu'il ne reste que des multiplicateurs de Lagrange positifs ou nuls. Nous déduisons ensuite la séquence optimale de commande  $U$ .

**Exemple 2.** Nous allons étudier le double intégrateur (3.30) de l'exemple 1 en ajoutant une contrainte sur la commande

$$-1 \leq u(n) \leq 1 \quad n \in \mathbb{N}. \quad (3.41)$$

Les valeurs de l'horizon de prédiction  $N$ , des pondérations  $R$ ,  $Q$ ,  $P$ , et ainsi que les matrices  $\bar{R}$ ,  $\bar{Q}$ ,  $\bar{S}$ ,  $\bar{T}$ ,  $H$ ,  $F$ ,  $Y$  sont identiques à l'exemple 1. La contrainte (3.41) peut s'écrire sous la forme matricielle

$$\begin{bmatrix} x(0) \\ -x(0) \\ x(1) \\ -x(1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.42)$$

À partir de (3.42), nous déduisons les matrices  $G$ ,  $W$ , et  $E$  de l'équation (3.4.2) comme ci-dessous

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

La figure 3.7 illustre la commande  $u(n)$  et la sortie  $y(n)$  du double intégrateur discrétisé sous la contrainte  $-1 \leq u(n) \leq 1$  avec la condition initiale  $x(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ . Nous constatons que la contrainte

sur la sortie  $u(n)$  est bien respectée. La sortie du système est toujours asymptotiquement stable et converge vers l'origine. Mais le temps de réponse du système est plus important due à la contrainte sur la commande.

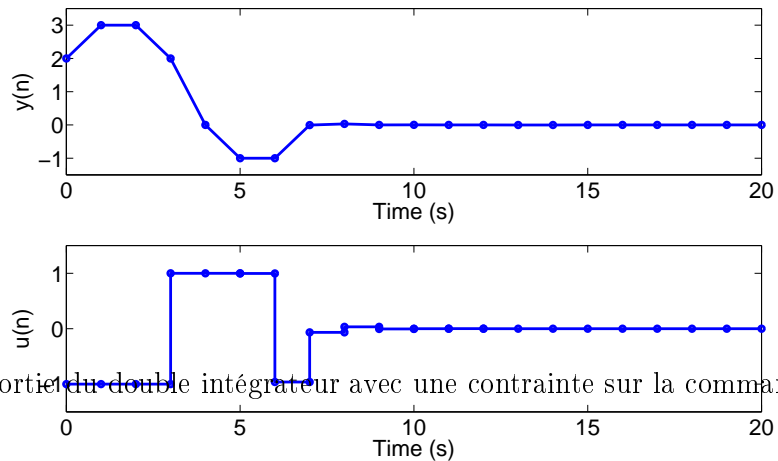


FIGURE 3.7 – L'entrée et la sortie du double intégrateur avec une contrainte sur la commande.

**Exemple 3.** Nous souhaitons dans cet exemple ajouter une contrainte sur l'état pour le système de l'exemple 2. La contrainte s'écrit

$$x_2(n) \geq -1; \quad n \geq 1. \quad (3.43)$$

À partir de l'équation (3.30) et (3.43), nous avons

$$-u(n) \leq 1 + x_2(n). \quad (3.44)$$

À partir de l'équation (3.44), nous déduisons les matrices  $G$ ,  $W$ , et  $E$  de l'équation (3.4.2)

$$G = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

La figure 3.8 illustre la commande  $u(n)$  et les états  $x_1(n)$  et  $x_2(n)$  du double intégrateur discrétisé sous les contraintes  $-1 \leq u(n) \leq 1$  et  $x_2(n) \geq -1$  avec la condition initiale  $x(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ . Nous constatons que les contraintes sont bien respectées.



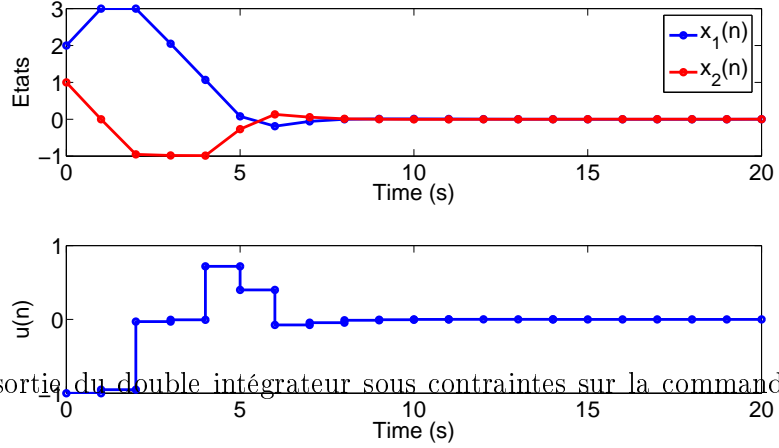


FIGURE 3.8 – L'entrée et la sortie du double intégrateur sous contraintes sur la commande et l'état.

Nous venons de voir l'approche MPC qui semble bien adaptée pour résoudre le problème de contrainte sur l'état. Par contre, la construction et le calcul de la MPC sont assez complexes. Cela peut poser un problème pour la mise en œuvre en temps réel pour les réseaux de communications sans fil. Nous proposons donc une nouvelle approche plus simple à implanter et qui garantit la prise en compte de la contrainte sur l'état. Cette approche n'est pas générale puisque nous utiliserons à la fois la propriété de positivité de l'état et le fait qu'il s'agisse d'un problème scalaire.

## 3.5 Construction de la PFC

### 3.5.1 Système nominal

**Théorème 4.** *Considérons le système scalaire discret donné par*

$$x(n+1) = x(n) + u(n), \quad n \in \mathbb{N} \quad (3.45)$$

où  $x(n) \in \mathbb{R}$  est l'état et  $u(n) \in \mathbb{R}$  est l'entrée du système. Avec la condition initiale  $x(0) > 0$ , le système (3.45) avec la commande

$$u(n) = -\frac{1}{2}x(n) + \frac{k_2}{x(n)}, \quad k_2 > 0$$

est asymptotiquement stable et converge vers  $\sqrt{2k_2}$ . De plus, nous avons  $x(n) \geq \sqrt{2k_2}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**Preuve.** Soit  $u(n)$  la commande du système (3.45) donnée par

$$u(n) = k_1 x(n) + \frac{k_2}{x(n)} \quad (3.46)$$

où  $k_1, k_2$  sont des paramètres à déterminer. Avec la commande (3.46), le système (3.45) devient

$$\begin{aligned} x(n+1) &= x(n) + k_1 x(n) + \frac{k_2}{x(n)} \\ &= \frac{(1+k_1)x(n)^2 + k_2}{x(n)}. \end{aligned} \quad (3.47)$$

Supposons que  $k_1 < 0$  et  $k_2 > 0$ . Montrons par récurrence que si  $-1 < k_1 < 0$  alors  $x(n+1) > 0$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ . En effet, comme  $x(0) > 0$  par hypothèse et  $k_2 > 0$ , à partir de l'équation (3.47) nous déduisons que si  $-1 < k_1 < 0$  alors  $x(n+1) > 0$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ . Dans la suite de la preuve, nous considérons  $-1 < k_1 < 0$ .

Soit  $\bar{x}$  un point d'équilibre du système (3.45) solution de l'équation

$$\bar{x} = \bar{x} + k_1 \bar{x} + \frac{k_2}{\bar{x}}.$$

Comme  $x(n) > 0$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$  alors nous avons  $\bar{x} \neq 0$ . Nous avons donc  $\bar{x}^2 = -\frac{k_2}{k_1}$  qui conduit à une racine positive  $x^+$  donnée par

$$x^+ = \sqrt{-\frac{k_2}{k_1}}.$$

Nous allons montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $x(n) \geq x^+$ . Pour cela, nous cherchons la valeur minimale de la fonction  $x(n+1)$  par rapport à la variable  $x(n)$ , puis nous allons imposer cette valeur minimale égale à  $x^+$ . Nous calculons donc la dérivée de  $x(n+1)$  par rapport à  $x(n)$

$$\frac{\partial x(n+1)}{\partial x(n)} = \frac{(1+k_1)x(n)^2 - k_2}{x(n)^2}$$

pour  $x(n) > 0$  et  $n \in \mathbb{N}$ . L'égalité

$$\frac{\partial x(n+1)}{\partial x(n)} = 0$$

est équivalente à

$$x(n) = \pm \sqrt{\frac{k_2}{1+k_1}}.$$

En étudiant le signe de la dérivée, nous obtenons

$$\min_{x(n)>0} x(n+1) = 2\sqrt{k_2(1+k_1)}.$$

Si cette valeur minimale est égale à  $x^+$  alors  $x(n+1) \geq x^+$  pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ . Cela conduit à

$$2\sqrt{k_2(1+k_1)} = \sqrt{-\frac{k_2}{k_1}}.$$

Nous en déduisons que

$$k_1 = -\frac{1}{2}.$$

Il faut noter qu'il n'est pas possible d'avoir

$$2\sqrt{k_2(1+k_1)} > \sqrt{-\frac{k_2}{k_1}} \quad \text{avec } -1 < k_1 < 0, k_2 > 0.$$

Nous remarquons aussi que si  $x(0) < x^+$ , la valeur de  $x(n)$  pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  est toujours plus grande que  $x^+$ .

Soit  $V(n)$  la fonction de Lyapunov donnée par

$$V(x(n)) = x(n) - x^+, \quad n \in \mathbb{N}^*.$$

Nous avons

$$\begin{aligned} \Delta V(x(n)) &= V(x(n+1)) - V(x(n)) \\ &= \frac{-\frac{1}{2}x(n)^2 + k_2}{x(n)}. \end{aligned}$$

En étudiant le signe de  $\Delta V(x(n))$ , il vient  $\Delta V(x(n)) < 0$  si  $x(n) > x^+ = \sqrt{2k_2}$ . Donc, nous avons  $\Delta V(x(n)) < 0$  pour tout  $x(n) \neq \sqrt{2k_2}$  et  $n \in \mathbb{N}^*$ . En utilisant le théorème de Lyapunov donné dans [7] et [18, Théorème 4.20], nous déduisons que le système (3.45) est asymptotiquement stable et converge vers  $\sqrt{2k_2}$ .

**Remarque 1.** Dans le théorème 4, nous pouvons ajuster la borne inférieure  $\sqrt{2k_2}$  en réglant  $k_2$ . Nous remarquons que si nous considérons une loi de commande linéaire par retour d'état qui conduit au système

$$x(n+1) = x(n) + k(x(n) - x_{ref}) \quad (3.48)$$

avec  $-2 < k < 0$ , alors le système (3.48) est asymptotiquement stable et converge vers  $x_{ref}$  d'après le théorème 1. Par contre, il n'est pas possible d'assurer que  $x(n) > x_{ref}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ . Par exemple, si  $x(0)$  est suffisamment petit alors  $x(n)$  avec  $n > 0$  peut être plus petit que  $x_{ref}$ . Dans le théorème 4, le terme  $\frac{k_2}{x(n)}$  assure que  $x(n)$  est toujours plus grand que  $\sqrt{2k_2}$  pour tout  $x(0) > 0$ .

**Remarque 2.** Les figures suivantes montrent l'évolution de la commande  $u(n)$  et de l'état  $x(n+1)$  en fonction de  $x(n)$ . On constate que si  $x(n)$  est beaucoup plus grand que  $x_{min}$ , l'incrément de la puissance  $u(n)$  prend une valeur négative, ce qui entraîne une diminution de  $x(n+1)$ . L'état du système converge donc vers un voisinage de  $x_{min}$  par valeurs supérieures. Lorsque  $x(n)$  est trop proche de  $x_{min}$ , la commande  $u(n)$  prend une grande valeur, ce qui implique une augmentation de  $x(n+1)$ . Cela évite que l'état du système descende au dessous de  $x_{min}$ . De plus, la PFC assure que l'état du système reste dans une zone, dite optimale, où l'incrément de la puissance  $u(n)$  est au voisinage de zéro et tel que l'état du système reste légèrement au dessus de  $x_{min}$ .

### 3.5.2 Système perturbé

#### 3.5.2.1 Système perturbé avec $k_1 = -\frac{1}{2}$

Dans le cas nominal précédent, nous avons obtenu la valeur de  $k_1 = -\frac{1}{2}$ . Dans le cas où le système est perturbé par une entrée exogène bornée par  $\epsilon$  (qui peut être nul), il est donc logique de prendre cette valeur de  $k_1 = -\frac{1}{2}$  pour couvrir le cas nominal. Nous avons donc le théorème suivant :

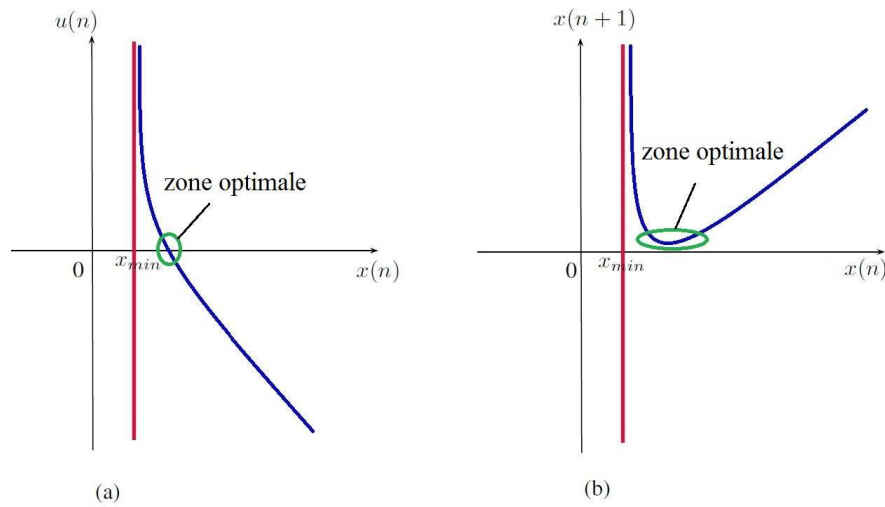


FIGURE 3.9 – (a) :  $u(n)$  en fonction de  $x(n)$ ; (b) :  $x(n+1)$  en fonction de  $x(n)$

**Théorème 5.** Soit un système scalaire discret donné par

$$x(n+1) = x(n) + u(n) + d(n), \quad n \in \mathbb{N} \quad (3.49)$$

où  $x(n) \in \mathbb{R}$  est l'état,  $u(n) \in \mathbb{R}$  l'entrée et  $|d(n)| \leq \epsilon$  une perturbation bornée du système. Soit  $c \leq 0$ , sous la condition initiale  $x(0) > c$ , le système (3.49) avec la commande

$$u(n) = -\frac{1}{2}(x(n) - c) + \frac{k_2}{x(n) - c} \quad (3.50)$$

où

$$k_2 \geq \frac{41 + 3\sqrt{73}}{64} \epsilon^2 \approx 1.0411 \epsilon^2$$

est asymptotiquement stable dans l'intervalle attractif et invariant

$$S = [-\epsilon + \sqrt{2k_2} + c; 3\epsilon + \sqrt{9\epsilon^2 + 2k_2} + c].$$

De plus, nous avons

$$x(n) \geq -\epsilon + \sqrt{2k_2} + c$$

pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**Preuve.** Nous avons deux cas possibles qui dépendent du signe de la condition initiale  $x(0)$  du système (3.49).

*Premier cas :*  $x(0) > 0$ .

Nous prenons  $c = 0$ . Tout d'abord, nous cherchons le point d'équilibre du système en boucle fermée. Avec la commande

$$u(n) = -\frac{1}{2}x(n) + \frac{k_2}{x(n)},$$

nous avons

$$x(n+1) = \frac{1}{2}x(n) + \frac{k_2}{x(n)} + d(n).$$

L'intervalle des points d'équilibre positifs est donné par

$$S_{eq}^+ = \left\{ \bar{x} > 0 : \bar{x} = \frac{1}{2} \cdot \bar{x} + \frac{k_2}{\bar{x}} + d(n); |d(n)| \leq \epsilon \right\}$$

Supposons que  $\bar{x} \neq 0$  alors nous avons

$$\frac{1}{2}\bar{x}^2 - d(n)\bar{x} - k_2 = 0.$$

Si  $k_2 > 0$  alors nous avons une racine positive

$$x^+(n) = d(n) + \sqrt{d(n)^2 + 2k_2}.$$

Nous obtenons

$$S_{eq}^+ = \left[ -\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 + 2k_2}; \epsilon + \sqrt{\epsilon^2 + 2k_2} \right].$$

Nous cherchons la valeur minimale de  $x(n+1)$ . Pour cela, nous calculons la dérivée de  $x(n+1)$  par rapport à  $x(n)$  et nous obtenons

$$\frac{\partial x(n+1)}{\partial x(n)} = \frac{\frac{1}{2}x(n)^2 - k_2}{x(n)^2}$$

pour  $x(n) > 0$  et  $n \in \mathbb{N}$ . L'équation

$$\frac{\partial x(n+1)}{\partial x(n)} = 0$$

a comme racines

$$x(n) = \pm \sqrt{2k_2}.$$

Ainsi,  $x(n+1)$  prend sa valeur minimale  $\sqrt{2k_2} + d(n)$  lorsque  $x(n) = \sqrt{2k_2}$ . Par conséquent, l'intervalle des valeurs minimales de  $x(n+1)$  est donné par

$$S_{min} = [\sqrt{2k_2} - \epsilon; \sqrt{2k_2} + \epsilon].$$

La plus petite valeur de  $S_{min}$  est

$$\min S_{min} = \sqrt{2k_2} - \epsilon.$$

Nous voulons que  $\min S_{min} > 0$ , par conséquent  $k_2 > \frac{\epsilon^2}{2}$ . Nous avons donc

$$x(n) > \min S_{min} = \sqrt{2k_2} - \epsilon > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Comme  $\min S_{min}$  est plus petit que  $\min S_{eq}^+$ , la limite à droite de l'intervalle attractif est donnée par  $\min S_{min}$ . A ce stade, l'intervalle attractif est donné par

$$S_0 = \left[ -\epsilon + \sqrt{2k_2}; \epsilon + \sqrt{\epsilon^2 + 2k_2} \right].$$

Nous devons maintenant montrer que le système (3.49) est asymptotiquement stable. Considérons la fonction de Lyapunov suivante

$$V(n) = x(n) - x^+(n) \quad \forall x(n) > \epsilon + \sqrt{\epsilon^2 + 2k_2}, \quad n \in \mathbb{N}^*.$$

La différence entre  $V(n+1)$  et  $V(n)$  est donnée par

$$\begin{aligned}\Delta V(n, x(n)) &= V(x(n+1)) - V(x(n)) \\ &= \frac{-\frac{1}{2}x(n)^2 + (d(n) - x^+(n+1) + x^+(n))x(n) + k_2}{x(n)}.\end{aligned}$$

En étudiant le signe de  $\Delta V(n, x(n))$ , nous avons

$$\Delta V(n, x(n)) < 0$$

si

$$x(n) > x^*(n) = (d(n) - x^+(n+1) + x^+(n)) + \sqrt{(d(n) - x^+(n+1) + x^+(n))^2 + 2k_2}.$$

La valeur  $\max_{n \in \mathbb{N}^*} x^*(n)$  est donnée par

$$3\epsilon + \sqrt{9\epsilon^2 + 2k_2}$$

pour

$$\begin{aligned}d(n) &= \epsilon \\ x^+(n) &= \epsilon + \sqrt{\epsilon^2 + 2k_2} \\ x^+(n+1) &= -\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 + 2k_2}.\end{aligned}$$

Comme la valeur maximale  $\max_{n \in \mathbb{N}^*} x^*(n)$  est plus grande que  $\max S_{eq}^+$ , nous définissons l'intervalle attractif comme ci-dessous

$$S_0 = [-\epsilon + \sqrt{2k_2}; 3\epsilon + \sqrt{9\epsilon^2 + 2k_2}]$$

et nous avons  $\Delta V(n, x(n)) < 0$  pour tout  $x(n) > 3\epsilon + \sqrt{9\epsilon^2 + 2k_2}$ .

Pour conclure, il faut montrer que  $S_0$  est invariant. Comme pour le calcul de  $S_{min}$ , nous avons

$$\min_{x(n) \in S_0} x(n+1) = \min S_0.$$

Calculons maintenant  $\max_{x(n) \in S_0} x(n+1)$  et imposons que

$$\max_{x(n) \in S_0} x(n+1) \leq \max S_0.$$

Comme la fonction continue  $x(n+1)$  de la variable  $x(n)$  est décroissante pour

$$x(n) \in S_1 = [-\epsilon + \sqrt{2k_2}; \sqrt{2k_2}]$$

et croissante pour

$$x(n) \in S_2 = [\sqrt{2k_2}; 3\epsilon + \sqrt{9\epsilon^2 + 2k_2}],$$

où  $S_0 = S_1 \cup S_2$ , nous calculons seulement la valeur de  $x(n+1)$  en  $\min S_0$  et en  $\max S_0$  du fait du théorème de la valeur intermédiaire. Pour la valeur  $x(n) = \min S_0$ , nous avons

$$x(n+1)|_{\min S_0} = \frac{\sqrt{2k_2} + \epsilon}{2} + \frac{k_2}{\sqrt{2k_2} - \epsilon} = \frac{(\sqrt{2k_2} + \epsilon)(4k_2 - \epsilon^2)}{2(2k_2 - \epsilon^2)}.$$

De plus, nous avons

$$\begin{aligned} \max S_0 &= 3\epsilon + \sqrt{9\epsilon^2 + 2k_2} \\ &= \frac{(4k_2 - \epsilon^2)(\epsilon + \sqrt{9\epsilon^2 + 2k_2})}{2(2k_2 - \epsilon^2)} + \frac{2\epsilon(4k_2 - \epsilon^2) - \epsilon^2(3\epsilon + \sqrt{9\epsilon^2 + 2k_2})}{2(2k_2 - \epsilon^2)}. \end{aligned}$$

Nous remarquons que si

$$\frac{2\epsilon(4k_2 - \epsilon^2) - \epsilon^2(3\epsilon + \sqrt{9\epsilon^2 + 2k_2})}{2(2k_2 - \epsilon^2)} \geq 0$$

alors

$$x(n+1)|_{\min S} \leq \max S_0.$$

Cela conduit à la condition

$$2(4k_2 - \epsilon^2) - \epsilon(3\epsilon + \sqrt{9\epsilon^2 + 2k_2}) \geq 0$$

qui est équivalente à

$$32k_2^2 - 41\epsilon^2k_2 + 8\epsilon^4 \geq 0. \quad (3.51)$$

Il est facile de voir que pour

$$k_2 \geq \frac{41 + 3\sqrt{73}}{64}\epsilon^2 \approx 1.0411\epsilon^2$$

l'inégalité (3.51) est satisfaite. Pour la valeur  $x(n) = \max S_0$ , nous avons

$$x(n+1)|_{\max S_0} < \max S_0$$

et la condition désirée est vérifiée. Par conséquent, l'intervalle attractif  $S_0$  est invariant si

$$k_2 \geq \frac{41 + 3\sqrt{73}}{64}\epsilon^2 \approx 1.0411\epsilon^2.$$

En utilisant le théorème de Lyapunov pour les systèmes discrets donné dans [33, Théorème 1], nous concluons que si  $k_2 \geq \frac{41+3\sqrt{73}}{64}\epsilon^2$  alors le système (3.49) est asymptotiquement stable dans l'intervalle attractif et invariant  $S_0$ .

*Deuxième cas :  $x(0) \leq 0$ .*

À partir des équations (3.49) et (3.50) nous avons

$$x(n+1) = x(n) + k_1(x(n) - c) + \frac{k_2}{x(n) - c} + d(n). \quad (3.52)$$

En soustrayant  $c$  des deux côtés de l'équation (3.52), nous obtenons

$$x(n+1) - c = x(n) - c + k_1(x(n) - c) + \frac{k_2}{x(n) - c} + d(n).$$

Considérons le changement de variable suivant

$$\psi(n) = x(n) - c$$

qui conduit à un nouveau système

$$\psi(n+1) = (k_1 + 1)\psi(n) + \frac{k_2}{\psi(n)} + d(n).$$

Nous prenons  $c < x(0)$  et cela mène à  $\psi(0) > 0$ . Par conséquent, nous pouvons appliquer la démonstration du premier cas. Nous déduisons que si  $c < x(0)$ , et  $k_2 \geq \frac{41+3\sqrt{73}}{64}\epsilon^2 \approx 1.0411\epsilon^2$  alors le système (3.49) est asymptotiquement stable dans l'intervalle attractif  $S$

$$S = [-\epsilon + \sqrt{2k_2 + c}; 3\epsilon + \sqrt{9\epsilon^2 + 2k_2 + c}]. \quad (3.53)$$

### 3.5.2.2 Système perturbé avec $-\frac{1}{2} < k_1 < 0$

Dans le théorème 5 la valeur de  $k_1$  est fixée à  $-\frac{1}{2}$ . Cependant, nous pouvons faire varier  $k_1$  en conservant la stabilité asymptotique du système. Nous avons donc le théorème suivant :

**Théorème 6.** *Soit le système scalaire discret donné par*

$$x(n+1) = x(n) + u(n) + d(n), \quad n \in \mathbb{N} \quad (3.54)$$

où  $x(n) \in \mathbb{R}$  est l'état,  $u(n) \in \mathbb{R}$  est l'entrée et  $|d(n)| \leq \epsilon$  est une perturbation bornée du système. Soit  $c \leq 0$ , sous la condition initiale  $x(0) > c$  le système (3.54) avec la commande

$$u(n) = k_1(x(n) - c) + \frac{k_2}{x(n) - c} \quad (3.55)$$

où

$$-\frac{1}{2} < k_1 < 0,$$

$$k_2 \geq \frac{\epsilon^2}{2(2k_1+1)},$$

est asymptotiquement stable dans l'intervalle attractif et invariant

$$S = \left[ \frac{-\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 4k_1k_2}}{-2k_1} + c; \frac{-\epsilon(k_1 - 1) + \sqrt{\epsilon^2(k_1 - 1)^2 - 4k_1^3k_2}}{2} + c \right].$$

De plus, nous avons

$$x(n) \geq \frac{-\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 4k_1k_2}}{-2k_1} + c$$

pour tout  $n \in \mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$ .

**Preuve.** Nous avons deux cas possibles qui dépendent du signe de la condition initiale  $x(0)$  du système (3.54).

*Premier cas :  $x(0) > 0$ .*

Nous prenons  $c = 0$ . Tout d'abord, nous cherchons le point d'équilibre du système en boucle fermée. Avec la commande

$$u(n) = k_1x(n) + \frac{k_2}{x(n)},$$



le système (3.54) devient

$$x(n+1) = (k_1 + 1)x(n) + \frac{k_2}{x(n)} + d(n). \quad (3.56)$$

L'intervalle des points d'équilibre positifs est donné par

$$S_{eq}^+ = \left\{ \bar{x} > 0 : \bar{x} = (k_1 + 1)\bar{x} + \frac{k_2}{\bar{x}} + d(n); |d(n)| \leq \epsilon \right\}.$$

Si  $\bar{x} \neq 0$  alors nous avons

$$k_1 \bar{x}^2 + d(n)\bar{x} + k_2 = 0.$$

Si  $k_1 < 0$  et  $k_2 > 0$  alors nous avons une racine positive

$$x^+(n) = \frac{d(n) + \sqrt{d(n)^2 - 4k_1 k_2}}{-2k_1}.$$

Nous obtenons donc

$$S_{eq}^+ = \left[ \frac{-\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 4k_1 k_2}}{-2k_1}; \frac{+\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 4k_1 k_2}}{-2k_1} \right].$$

Nous cherchons la valeur minimale de  $x(n+1)$ . À partir d'équation (3.56), nous avons

$$\frac{\partial x(n+1)}{\partial x(n)} = \frac{(k_1 + 1)x(n)^2 - k_2}{x(n)^2} \quad (3.57)$$

pour  $n \in \mathbb{N}$ . Pour  $k_1 > -1$ , les racines de (3.57) sont

$$x(n) = \pm \sqrt{\frac{k_2}{k_1 + 1}}.$$

Comme  $x(0) > 0$ , nous avons

$$x(n+1) \geq \sqrt{4(k_1 + 1)k_2} - d$$

pour tout  $n \in \mathbb{N}$ . L'intervalle des valeurs minimales  $x(n+1)$  est donné par

$$S_{min} = [\sqrt{4(k_1 + 1)k_2} - \epsilon; \sqrt{4(k_1 + 1)k_2} + \epsilon].$$

La plus petite valeur de  $S_{min}$  est

$$\min S_{min} = \sqrt{4(k_1 + 1)k_2} - \epsilon.$$

Nous voulons que

$$\min S_{min} > 0,$$

par conséquent

$$k_2 > \frac{\epsilon^2}{4(k_1 + 1)}.$$

Nous imposons

$$\min S_{min} \geq \min S_{eq}^+$$

sous les conditions

$$-1 < k_1 < 0,$$

$$k_2 > \frac{\epsilon^2}{4(k_1+1)},$$

$$\epsilon > 0$$

Cela conduit à l'inégalité algébrique suivante

$$-\epsilon(1+2k_1) + \sqrt{\epsilon^2 - 4k_1k_2} + 2k_1\sqrt{4k_2(k_1+1)} \leq 0. \quad (3.58)$$

Un calcul symbolique donne les conditions suffisantes suivantes

$$\epsilon > 0,$$

$$-\frac{1}{2} < k_1 < 0,$$

$$k_2 \geq \frac{\epsilon^2}{2(2k_1+1)},$$

en  $\epsilon$ ,  $k_1$  et  $k_2$  afin de satisfaire l'inégalité (3.58). Sous ces conditions, nous avons

$$x(n) \geq \frac{-\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 4k_1k_2}}{-2k_1}$$

pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  et une valeur minimale pour l'ensemble attractif et invariant.

Nous devons maintenant montrer que le système (3.54) avec la commande (3.55) est stable.

Considérons la fonction de Lyapunov suivante

$$V(n, x(n)) = x(n) - x^+(n)$$

pour  $x(n) > \max S_{eq}^+ = \frac{\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 4k_1k_2}}{-2k_1}$  et  $n \in \mathbb{N}^*$ . Nous avons

$$\begin{aligned} \Delta V(n, x(n)) &= V(n+1, x(n+1)) - V(n, x(n)) \\ &= \frac{k_1x(n)^2 + (d(n) - x^+(n+1) + x^+(n))x(n) + k_2}{x(n)}. \end{aligned}$$

En étudiant le signe de  $\Delta V(n, x(n))$ , nous avons  $\Delta V(n, x(n)) < 0$  si

$$x(n) > x^*(n) = (d(n) - x^+(n+1) + x^+(n)) + \sqrt{(d(n) - x^+(n+1) + x^+(n))^2 - 4k_1k_2}.$$

Nous avons

$$\max_{n \in \mathbb{N}^*} x^*(n) = \frac{-\epsilon(k_1 - 1) + \sqrt{\epsilon^2(k_1 - 1)^2 - 4k_1^3k_2}}{2}$$

et cette valeur maximale est atteinte pour

$$d(n) = \epsilon,$$

$$x^+(n) = \frac{\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 4k_1k_2}}{-2k_1},$$

$$x^+(n+1) = \frac{-\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 4k_1k_2}}{-2k_1}.$$

## 72 Contrôle de la puissance dans les réseaux cellulaires sans fil : synthèse d'une loi de commande

Comme la valeur maximale  $\max_{n \in \mathbb{N}^*} x^*(n)$  est plus grande que  $\max S_{eq}^+$  pour  $-\frac{1}{2} < k_1 < 0$ , nous définissons l'ensemble attractif et invariant comme ci-dessous

$$S_0 = \left[ \frac{-\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 4k_1 k_2}}{-2k_1}; \frac{-\epsilon(k_1 - 1) + \sqrt{\epsilon^2(k_1 - 1)^2 - 4k_1^3 k_2}}{2} \right]$$

et nous avons  $\Delta V(n, x(n)) < 0$  pour tout  $x(n) > \max S_0$ .

Pour conclure, nous devons montrer que  $S_0$  est invariant. Par le calcul précédent de  $S_{min}$ , nous avons

$$\min_{x(n) \in S_0} x(n+1) \geq \min S_0.$$

Calculons maintenant

$$\max_{x(n) \in S_0} x(n+1)$$

et vérifions que

$$\max_{x(n) \in S_0} x(n+1) \leq \max S_0.$$

$x(n+1)$  étant une fonction continue de  $x(n)$  et en utilisant le théorème de la valeur intermédiaire, nous devons seulement prouver que

$$\begin{aligned} x(n+1)|_{\min S_0} &\leq \max S_0, \\ x(n+1)|_{\max S_0} &\leq \max S_0. \end{aligned}$$

Nous avons

$$x(n+1)|_{\min S_0} = (1+k_1) \frac{-\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 4k_1 k_2}}{-2k_1} + \frac{-2k_1 k_2}{-\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 4k_1 k_2}} + \epsilon.$$

Si

$$\max S_{eq}^+ - x(n+1)|_{\min S_0} > 0$$

nous déduisons que

$$x(n+1)|_{\min S_0} < \max S_{eq}^+ < \max S_0.$$

En effet,

$$\begin{aligned} \max S_{eq}^+ - x(n+1)|_{\min S_0} &> 2\epsilon - \frac{-\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 4k_1 k_2}}{-2} - \frac{-2k_1 k_2}{-\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 4k_1 k_2}} - \epsilon \\ &> 2\epsilon - \frac{\epsilon - \sqrt{\epsilon^2 - 4k_1 k_2}}{2} - \frac{\sqrt{\epsilon^2 - 4k_1 k_2} + \epsilon}{2} - \epsilon \\ &> 0. \end{aligned}$$

Nous avons donc obtenu

$$x(n+1)|_{\min S_0} \leq \max S_0.$$

En utilisant un calcul symbolique, nous avons

$$x(n+1)|_{\max S_0} \leq \max S_0.$$

En utilisant le théorème de Lyapunov pour les systèmes discrets donné dans [33, Théorème 1], nous concluons que pour

$$\begin{aligned}\epsilon &> 0, \\ -\frac{1}{2} &< k_1 < 0, \\ k_2 &\geq \frac{\epsilon^2}{2(2k_1+1)}\end{aligned}$$

le système (3.54) est asymptotiquement stable dans l'intervalle  $S_0$ .

*Deuxième cas :  $x(0) \leq 0$ .*

À partir de l'équation (3.54) et (3.55) nous avons

$$x(n+1) = x(n) + k_1(x(n) - c) + \frac{k_2}{x(n) - c} + d(n). \quad (3.59)$$

En soustrayant  $c$  des deux côtés de l'équation (3.59), nous obtenons

$$x(n+1) - c = x(n) - c + k_1(x(n) - c) + \frac{k_2}{x(n) - c} + d(n). \quad (3.60)$$

En faisant un changement de variable

$$\psi(n) = x(n) - c \quad (3.61)$$

nous obtenons le nouveau système

$$\psi(n+1) = (k_1 + 1)\psi(n) + \frac{k_2}{\psi(n)} + d(n). \quad (3.62)$$

En prenant  $c < x(0)$ , nous avons  $\psi(0) > 0$ . Par conséquent, nous pouvons appliquer la démonstration du premier cas à celle du deuxième cas. Nous déduisons que si

$$\begin{aligned}\epsilon &> 0, \\ -\frac{1}{2} &< k_1 < 0, \\ k_2 &\geq \frac{\epsilon^2}{2(2k_1+1)}\end{aligned}$$

alors le système (3.54) est asymptotiquement stable dans l'intervalle  $S$  donné par

$$S = \left[ \frac{-\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 4k_1k_2}}{-2k_1} + c; \frac{-\epsilon(k_1-1) + \sqrt{\epsilon^2(k_1-1)^2 - 4k_1^3k_2}}{2} + c \right] \quad (3.63)$$

**Remarque 3.** Si la valeur de  $k_1$  est proche de  $-\frac{1}{2}$  alors  $\max S$  est plus proche de  $\min S$  et nous pouvons assurer un bon intervalle de convergence. Si la valeur de  $k_1$  est proche de zéro alors  $\max S$  est loin de  $\min S$  et nous ne pouvons pas avoir un bon intervalle de convergence. De plus, une petite valeur  $k_2$  satisfaisant la condition  $x(n) \geq \frac{-\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 4k_1k_2}}{-2k_1} + c$  pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  assure un petit intervalle de convergence. La stabilité de système (3.54) reste valable même s'il y a des perturbations bornées, ce qui montre une certaine robustesse.

### 3.5.3 Systèmes avec entrée retardée

Afin de prendre en compte le retard constant sur l'entrée pour le contrôle de la puissance en LTE, nous développons une commande par potentiel pour un système SISO discret avec une perturbation bornée et un retard constant sur l'entrée. Ce résultat est basé sur la transformation d'Artstein en discret qui permet de transformer un système à entrée retardée en un nouveau système sans retard. Dans cette section, nous présentons la transformation d'Artstein en discret, puis la PFC avec entrée retardée.

#### 3.5.3.1 Transformation d'Arstein

En 1982, Zvi Artstein a développé une transformation qui porte son nom, la "Transformée d'Artstein", pour un système linéaire continu invariant [6]. Cette transformation traite le problème du retard dans la commande en transformant un système à entrée retardée avec retard constant en un nouveau système sans retard. Nous allons présenter la "Transformée d'Artstein" pour les systèmes discrets qui a été développée dans [31].

Soit un système discret avec entrée retardée

$$\begin{aligned} x(n+1) &= Ax(n) + Bu(n-G) \\ y(n) &= Cx(n) \end{aligned} \quad (3.64)$$

$A \in \mathbb{R}^{p \times p}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{p \times m}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{q \times p}$ . La commande  $u(n-G)$  est définie par

$$u(n-G) = [u^1(n-g_1) \quad u^2(n-g_2) \quad \dots \quad u^m(n-g_m)]^T$$

La représentation par colonne de la matrice de commande  $B$  est

$$B = [c_B^1 \quad c_B^2 \quad \dots \quad c_B^m]$$

où  $c_B^j$  est le  $j$ -ième colonne de  $B$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, m\}$  et

$$B_i = [0 \quad 0 \quad \dots \quad c_B^i \quad 0 \quad \dots \quad 0].$$

Le système original (3.64) s'écrit

$$\begin{aligned} B &= \sum_{i=1}^m B_i \\ x(n+1) &= Ax(n) + \sum_{i=1}^m B_i u(n-g_i) \\ y(n) &= Cx(n) \end{aligned} \quad (3.65)$$

La matrice  $A$  est la matrice d'état du système.

Certaines entrées sont non retardées. Nous pouvons donc séparer les entrées retardées de celles non retardées

$$\begin{aligned} G_0 &= \{i | g_i = 0\} = \{i_1, i_2, \dots, i_r\} \\ G_p &= \{1, 2, \dots, m\} \setminus G_0 \end{aligned}$$

La clé de la transformation d'Artstein consiste à définir un nouvel état

$$z(n) = x(n) + \sum_{i \in G_p} \sum_{j=n-g_i}^{n-1} A^{n-g_i-j-1} B_i u(j). \quad (3.66)$$

À partir des équations (3.65) et (3.66), nous avons

$$z(n+1) = Az(n) + \left( \sum_{i=1}^m A^{-g_i} B_i \right) u(n).$$

En posant

$$\bar{B} = \left( \sum_{i=1}^m A^{-g_i} B_i \right) \quad (3.67)$$

nous obtenons un nouveau système sans retard sur la commande

$$\begin{aligned} z(n+1) &= Az(n) + \bar{B}u(n) \\ y(n) &= C \left( z(n) - \sum_{i \in G_p} \sum_{j=n-g_i}^{n-1} A^{n-g_i-j-1} B_i u(j) \right). \end{aligned} \quad (3.68)$$

Le système sans retard de l'équation (3.68) est équivalent au système à entrée retardée de l'équation (3.65) du point de vue du contrôle.

### 3.5.3.2 PFC avec entrée retardée

**Théorème 7.** *Soit le système scalaire discret à entrée retardée donné par*

$$x(n+1) = x(n) + u(n - T_d) + d(n), \quad n \in \mathbb{N} \quad (3.69)$$

où  $x(n) \in \mathbb{R}$  est l'état,  $u(n) \in \mathbb{R}$  est l'entrée,  $T_d \in \mathbb{N}^*$  est le retard et  $|d(n)| \leq \epsilon$  une perturbation bornée. Soit  $c \leq 0$ , sous la condition initiale  $x(0) > c$  le système (3.69) avec la commande

$$u(n) = k_1(\xi(n) - c) + \frac{k_2}{\xi(n) - c}, \quad n \in \mathbb{N} \quad (3.70)$$

où  $u(n) = 0$  pour  $n < 0$ ,  $-\frac{1}{2} < k_1 < 0$ ,  $k_2 \geq \frac{\epsilon^2}{2(2k_1+1)}$ , et

$$\xi(n) = x(n) + \sum_{i=1}^{T_d} u(n-i),$$

est asymptotiquement stable dans l'intervalle attractif et invariant

$$S_d = \left[ \frac{-\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 4k_1 k_2}}{-2k_1} + c - T_d \epsilon; \frac{-\epsilon(k_1 - 1) + \sqrt{\epsilon^2(k_1 - 1)^2 - 4k_1^3 k_2}}{2} + c + T_d \epsilon \right]$$

De plus, nous avons

$$x(n) \geq \frac{-\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 4k_1 k_2}}{-2k_1} + c - T_d \epsilon, \quad \forall n \geq T_d.$$

**Preuve.** En appliquant la transformation d'Artstein discrète au système (3.69), nous obtenons le système sans retard suivant

$$\xi(n+1) = \xi(n) + u(n) + d(n) \quad (3.71)$$

où

$$\xi(n) = x(n) + \sum_{i=1}^{T_d} u(n-i). \quad (3.72)$$

Le théorème 6 implique que le système (3.71) est asymptotiquement stable dans un intervalle  $S$  avec la commande PFC (3.55). En utilisant la transformation d'Artstein discrète, nous déduisons que  $x(\cdot)$  est asymptotiquement stable dans un intervalle  $S_d$  à déterminer. À partir de l'équation (3.71) nous avons

$$\sum_{i=1}^{T_d} u(n-i) = \xi(n) - \xi(n-T_d) - \sum_{i=1}^{T_d} d(n-i+1), \quad (3.73)$$

et à partir des équations (3.72), (3.73) nous obtenons

$$x(n) = \xi(n-T_d) + \sum_{i=1}^{T_d} d(n-i+1). \quad (3.74)$$

Comme  $d(\cdot)$  est bornée par hypothèse et  $\xi(\cdot)$  est borné de par le théorème 4, alors l'état  $x(\cdot)$  est aussi borné. Par conséquent, il existe une valeur minimale  $x_{min}$  tel que l'état  $x(\cdot)$  est toujours plus grand que  $x_{min}$ . À partir de l'équation (3.74), nous déduisons

$$x_{min} = \xi_{min} - T_d \epsilon \quad (3.75)$$

où

$$\xi_{min} = \frac{-\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 4k_1 k_2}}{-2k_1}$$

dû au théorème 6. Cette valeur minimale  $x_{min}$  est aussi la valeur minimale  $\min S_d$  de l'intervalle attractif et invariant du système (3.69). De plus, il est facile de vérifier que la valeur maximale  $\max S_d$  de l'intervalle attractif et invariant du système (3.69) satisfait

$$\max S_d = \max S + T_d \epsilon. \quad (3.76)$$

Nous trouvons donc l'intervalle attractif et invariant  $S_d$ . Comme nous avons  $\xi(n) \geq \xi_{min}$  pour tout  $n > 0$ , alors nous avons  $x(n) \geq x_{min}$  pour tout  $n > T_d$ . Cela conclut notre démonstration.

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons vu les notions de stabilité pour un système discret, en particulier la stabilité de Lyapunov et deux approches classiques, l'anti-windup et la MPC. Nous avons étudié également la stabilité de la commande par potentiel PFC en utilisant la théorie de Lyapunov. La PFC est une loi de commande simple et efficace pour prendre en compte une contrainte sur l'état du système. L'inconvénient est que, actuellement, cette commande n'a été développée que pour un système SISO. L'application de la PFC aux réseaux sans fil et une comparaison avec le MPC et TPC seront donnés dans le chapitre 4.

## ESSAIS NUMÉRIQUES ET EXPÉRIMENTAUX

---

### 4.1 Introduction

Nous avons présenté dans les chapitres 2 et 3 les méthodes TPC utilisées actuellement en télécommunication et les lois de commande envisageables pour contrôler la puissance d'émission des nœuds dans les réseaux sans fil. Nous proposons dans ce chapitre d'illustrer ces différentes approches par une simulation pour le LTE et WLAN et par des mesures expérimentales pour un réseau de capteurs WSN. L'objectif principal du contrôle de la puissance est de maintenir le SINR au-dessus d'une certaine limite afin d'assurer la communication entre l'émetteur et le récepteur. Nous allons présenter les résultats de ces approches en vérifiant si cet objectif est bien atteint. De plus, nous allons comparer le temps de calcul de chaque stratégie puisque ce dernier est un facteur important pour sa mise en œuvre. Grâce au matériel prêté par la société Wytek, nous avons également implémenté la commande PFC sur un réseau de capteurs WSN. L'objectif dans ce cas de figure était d'économiser l'énergie pour augmenter la durée de vie des capteurs.

Le chapitre 4 est structuré de la façon suivante : nous commencerons par présenter les résultats de simulation pour le LTE et le WLAN. Une comparaison basée sur le maintien du SINR au dessus d'un certain seuil et sur le temps de calcul sera également étudiée dans les sections 4.2 et 4.3. Dans la section 4.4 nous détaillerons les résultats expérimentaux obtenus avec un réseau de capteurs.

### 4.2 Résultats de simulation en LTE

Nous présentons dans cette section les simulations pour le LTE. Nous supposons qu'un UE se déplace dans une seule cellule de rayon 500m. Les paramètres de simulation sont donnés dans la tableau 4.1 et sont utilisés dans [13].



Paramètre	Valeur
$PL$	varie entre 64 à 90 dB
$P_0$	-78 dB
$M$	50 dB
$\alpha(j)$	0.8
$I_oT$	varie entre 3 à 7 dB
$\Sigma^2$	varie entre -110 à -120 dB

TABLE 4.1 – Les paramètres de simulation en LTE

Pour appliquer une loi de commande, nous utilisons le modèle établi dans la section 2.3 du chapitre 2. Nous supposons qu'il y a une erreur d'estimation de 1.1dB sur l'entrée exogène  $H(n)$ . L'évaluation de cette valeur dépend de la qualité de l'estimateur du gain du canal de transmission. Nous rappelons que l'objectif principal du contrôle de la puissance en LTE est d'assurer un SINR strictement supérieur à un  $\text{SINR}_{min}$ . Le  $\text{SINR}_{min}$  correspond à la valeur maximale du BLER (*Block Error Rate*) pour laquelle la communication entre l'émetteur et le récepteur reste acceptable. La figure 4.1 donne la valeur du  $\text{SINR}_{min}$  en fonction du BLER. La valeur maximale acceptable du BLER en LTE est de  $10^{-1}$ . Pour un type de modulation et un taux donnés, la relation entre le BLER et le SINR est présentée sur la figure 4.1. En choisissant une modulation 64QAM et un taux  $r = 2/3$ , la valeur du  $\text{SINR}_{min}$  est de 14.37dB. Un changement de modulation et de taux  $r$  implique un changement de la valeur du  $\text{SINR}_{min}$ .

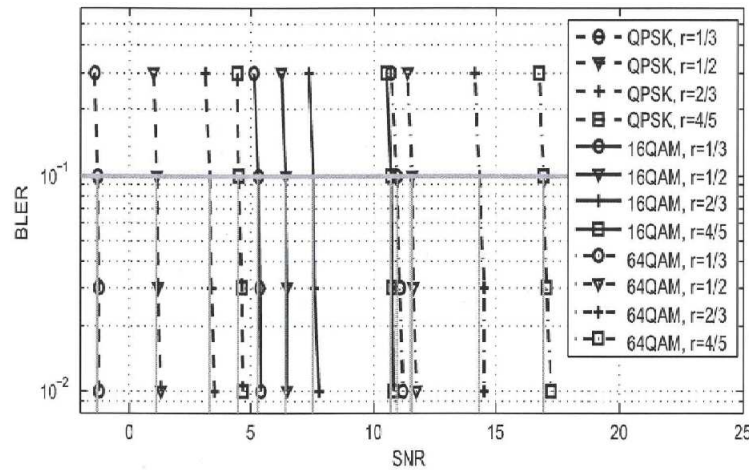


FIGURE 4.1 – Le BLER vs SINR (dB) pour différents types de modulation [72]

La première simulation se situe dans le cas d'un UE se déplaçant à la vitesse de  $5\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ . Notons que le temps d'échantillonnage pour le rafraîchissement de la commande ne peut pas dépasser le temps de cohérence du canal présenté au chapitre 2. Pour le LTE, la fréquence de la porteuse est de  $f_c = \frac{c}{\lambda} = 1.8\text{GHz}$ , nous en déduisons un temps de cohérence de  $T_c = 51\text{ms}$  et une période d'échantillonnage de  $T_e = 50\text{ms}$ . Dans ce cas, le retard sur l'entrée est beaucoup plus faible que le temps d'échantillonnage et peut être négligé. Les trois stratégies de contrôle de la puissance, respectivement TPC, MPC et PFC, sont donc appliquées sur un système sans

retard sur la commande. Pour la commande PFC présentée dans le théorème 6, nous avons fixé  $k_1 = -0.49$ ,  $c = 0$  et nous imposons  $\text{SINR}_{\min} = \min S = 14.37$  dB. La valeur minimale de  $k_2$ , qui est une valeur entière telle que  $x(n) \geq 14.37$  dB pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , est donnée par  $k_2 = 117$ . Pour la MPC, nous fixons l'horizon de prédiction à 1 pour avoir un temps de réponse plus rapide.

La figure 4.2 présente l'évolution du SINR d'un UE qui se déplace avec une vitesse de  $5\text{km.h}^{-1}$  avec  $T_e = 50\text{ms}$  et ce pour les trois types de contrôle. Nous constatons sur la figure 4.2 que le SINR des trois approches est à peu près similaire et toujours plus grand que le  $\text{SINR}_{\min}$ . Le système est asymptotiquement stable avec les commandes MPC et PFC. Pour la commande PFC, le terme  $\frac{k_2}{x(n)-c}$  permet au SINR de passer au dessus du  $\text{SINR}_{\min}$  après un pas d'échantillonnage.

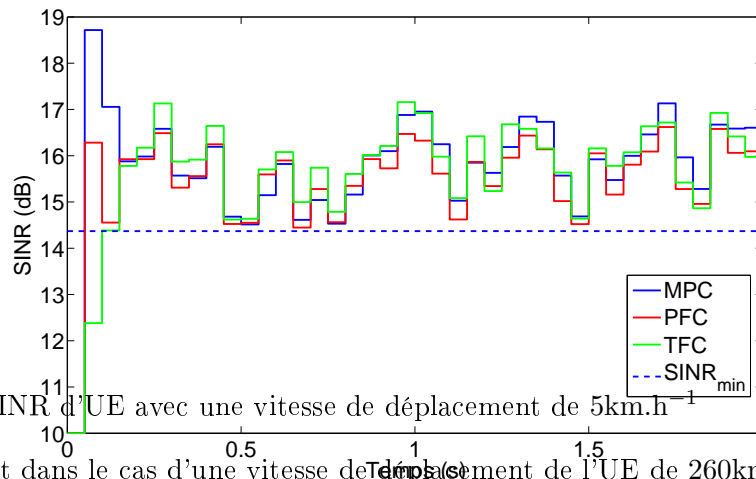


FIGURE 4.2 – Le SINR d'un UE avec une vitesse de déplacement de  $5\text{km.h}^{-1}$

Nous nous plaçons maintenant dans le cas d'une vitesse de déplacement de l'UE de  $260\text{km.h}^{-1}$ , ce qui donne un temps de cohérence du canal de  $T_c = 1\text{ms}$ . La période d'échantillonnage est fixée à  $T_e = 1\text{ms}$  qui est une valeur courante en LTE pour le contrôle de la puissance [37]. Dans ce cas, nous considérons un système dont l'entrée est retardée. Nous appliquons également les trois stratégies TPC, MPC et PFC pour ce système. Pour la commande PFC, le théorème 7 donne  $\xi_{\min} = x_{\min} + \frac{M-1}{T_e}\epsilon = 24.27\text{dB}$ . Nous choisissons les valeurs de  $k_1 = -0.49$  et de  $c = 0$  et nous imposons un  $\text{SINR}_{\min} = \min S_d$ . Nous en déduisons la valeur de  $k_2 = 316$ .

La figure 4.3 illustre l'évolution du SINR d'un UE dans ces conditions de simulation. Le SINR passe au-dessus du  $\text{SINR}_{\min}$  après 9 pas d'échantillonnage, ce qui correspond au retard sur l'entrée  $\frac{M-1}{T_e}$ . Une comparaison avec le TPC et le MPC avec un horizon de prédiction de 1 est également présentée sur cette figure. Comme précédemment, les trois stratégies assurent que le SINR en régime permanent est toujours plus grand que le  $\text{SINR}_{\min}$ . L'approche MPC donne une courbe de SINR plus proche du  $\text{SINR}_{\min}$  car la MPC est issue de la commande optimale. Pour les commandes MPC et PFC, nous devons prendre en compte le retard sur la commande en utilisant la transformation d'Artstein. En effet, nous voyons sur la figure 4.4 que le système n'est pas stable et ne respecte pas la contrainte dans le cas où nous utilisons la commande PFC du théorème 6, sans prendre en compte les retards. De plus, nous avons comparé le temps d'exécution de

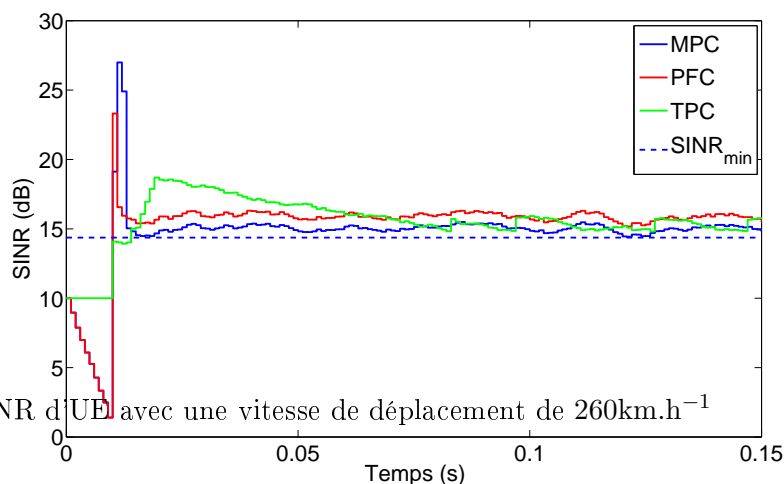


FIGURE 4.3 – Le SINR d'UE avec une vitesse de déplacement de  $260\text{km.h}^{-1}$

chacune des trois stratégies sur une période de 10s. Nous constatons dans la figure 4.5 que le temps d'exécution de TPC est plus long que ceux de MPC et PFC. Le temps d'exécution de la PFC est le plus court car le calcul de cette commande est simple. Il n'y a aucune prédiction à faire avec le PFC par rapport à une commande MPC.

### 4.3 Résultats de simulation pour les WLAN

Dans cette section nous allons appliquer les trois stratégies TPC, MPC, et PFC au contrôle de la puissance d'un réseau WLAN en simulation. Nous nous plaçons dans le cas où les AP et STA se trouvent à l'intérieur d'un bâtiment. Pour ce type d'environnement, le canal de propagation peut être modélisé par le modèle log-normal Shadowing présenté dans le chapitre 2. Ce modèle prend en compte l'atténuation à grande et moyenne échelle du canal. Pour tenir compte de la variation rapide due à l'effet multi-trajet ou le passage d'une personne entre l'AP et le STA, nous prenons une marge de sécurité de 5dB [17]. Nous supposons également que la distance entre l'AP et la STA est donnée par  $d = 80\text{m}$ , avec  $\beta = 1.447$ ,  $\sigma = 3.7049$  [4]. Pour les simulations, nous déterminons le temps d'échantillonnage  $T_e$  auquel est rafraîchi la commande en fonction du temps de cohérence du canal. Ce temps de cohérence dépend dans ce cas des déplacements des personnes entre l'AP et le STA et est égal à 31ms. Nous prenons alors  $T_e = 30\text{ms}$ .

L'objectif du contrôleur est toujours de maintenir le SINR au-dessus que  $\text{SINR}_{\min}$  qui est la valeur minimale correspondant à un BER maximal acceptable. La valeur maximale admissible du BER pour la norme 802.11.b est de  $10^{-4}$ . Rappelons que la relation entre le SINR et le BER dépend du type de modulation. Pour un type de modulation donné et une valeur de BER maximale admissible, nous déduisons le  $\text{SINR}_{\min}$  requis. Cette relation est illustrée par la figure 4.6 pour la norme 802.11.b [58].

Par exemple, pour une modulation de type BPSK, nous trouvons la valeur  $\text{SINR}_{\min} = 0\text{dB}$ . D'après la modélisation présentée au chapitre 3 pour le WLAN, nous avons un système SISO discret perturbé par un bruit borné. Nous appliquons la commande PFC, MPC et l'algorithme

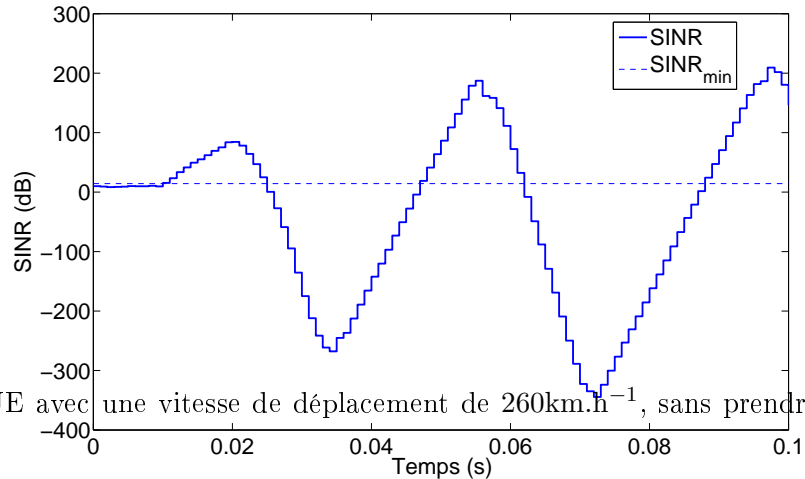


FIGURE 4.4 – Le SINR d’UE avec une vitesse de déplacement de  $260\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ , sans prendre en compte les retards

2.2.2 au problème du contrôle de la puissance pour le WLAN afin de comparer leurs performances. Pour la commande PFC, avec une condition initiale de  $-10\text{dB}$ , nous fixons la valeur de  $c = -15$ ,  $k_1 = -0.45$  et  $k_2 = 178$  en application du théorème 6. Pour la MPC, nous prenons un horizon de prédiction de 1 et pour prendre en compte la perturbation bornée entre  $-5$  et  $5$ , nous décalons la consigne de l’origine à  $5$ . Nous constatons sur la figure 4.7 que les SINR obtenus en utilisant les trois stratégies de contrôle sont similaires. Les trois approches assurent que le SINR reste toujours au-dessus de  $\text{SINR}_{\min}$  après un pas d’échantillonnage. Le fait d’introduire le terme  $\frac{k_2}{x(n-1)-C}$  dans la commande PFC permet de prendre en compte la contrainte sur l’état.

D’après le théorème 6,  $k_1$  doit être choisit tel que  $-\frac{1}{2} < k_1 < 0$ . Sur la figure 4.7, nous voyons que pour une valeur de  $k_1$  proche de  $-\frac{1}{2}$  le SINR reste proche du  $\text{SINR}_{\min}$  avec un bon intervalle de convergence, ce qui implique une bonne optimisation de la consommation énergétique. Si maintenant nous choisissons une valeur de  $k_1$  proche de  $0$ , l’intervalle de convergence devient grand d’après la relation 3.53 et nous n’assurons plus un bon intervalle de convergence. Afin d’illustrer cette remarque, nous appliquons le théorème 6 en prenant  $k_1 = -0.05$  et  $k_2 = 88$ . Nous observons sur la figure 4.8 que le SINR est toujours au-dessous du  $\text{SINR}_{\min}$  après un pas d’échantillonnage mais le SINR en régime permanent est assez éloigné du  $\text{SINR}_{\min}$ , ce qui implique une mauvaise consommation énergétique du STA.

Nous comparons également le temps d’exécution des trois stratégies sur une durée de  $1000\text{s}$ . La figure 4.9 indique que le temps d’exécution de la commande PFC est le plus court. Il est trois fois plus rapide que celui du MPC, et cinq fois plus rapide que celui du TPC.

## 4.4 Résultats expérimentaux pour le WSN

Nous allons tester en conditions expérimentales les différentes stratégies de contrôle de la puissance pour la norme ZigBee sur un matériel développé par la société Wytek. Les stratégies sont implémentées pour un réseau de capteurs réel. Le WSN se compose d’un coordinateur et de

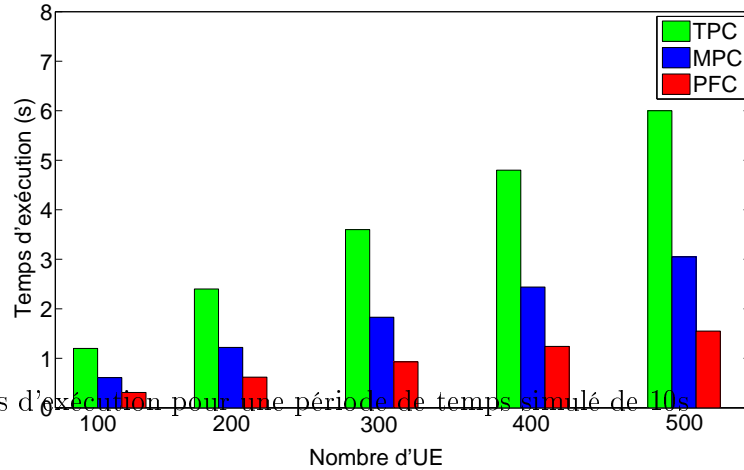


FIGURE 4.5 – Temps d'exécution pour une période de temps simulé de 10s

quatre capteurs de mesure. Le coordinateur est connecté à un ordinateur et peut échanger des informations avec un réseau extérieur. En fonction de la qualité du RSSI reçue pour la liaison montante du capteur au coordinateur, ce dernier décide d'augmenter ou de diminuer la puissance d'émission de chaque capteur. Nous pouvons également configurer le temps de transmission de chaque capteur. Dans le cadre de cette étude, les capteurs doivent envoyer leurs données toutes les cinq secondes. Ces capteurs sont alimentés par des piles. La puissance d'émission d'un capteur peut prendre les valeurs suivantes :

$$P_T[dBm] = [8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9, -11, -12, -14, -17, -20, -26, -43].$$

La figure 4.10 représente le WSN utilisé pour l'étude expérimentale.

Les capteurs sont connectés en topologie étoile et ne communiquent qu'avec le coordinateur. Ils sont positionnés à quatre endroits différents dans la pièce en assurant la visibilité directe entre chaque capteur et le coordinateur. Les distances entre le coordinateur et les capteurs 1,2,3,4 sont respectivement 6.5m, 4m, 3.8m, et 6m. La position et l'orientation des capteurs par rapport au coordinateur sont représentées sur la figure 4.11.

La première approche testée sur ce réseau est celle de l'ATPC décrite au chapitre 2, l'algorithme 2.2.3. Cette stratégie consiste à déterminer la puissance de transmission en s'appuyant sur une équation algébrique linéaire entre le RSSI et la puissance. La linéarité de l'équation algébrique a été justifiée par une campagne de mesure dont les conditions ont été précisées précédemment. Nous avons alternativement mesuré la RSSI entre le coordinateur et les capteurs. Puisque les capteurs vérifient si le canal est libre avant d'envoyer des données en utilisant le protocole CSMA-CA, les mesures récoltées ne sont pas interférées par les capteurs voisins. La figure 4.12 montre la relation entre le RSSI et la puissance d'émission de chaque capteur.

Afin de conforter les résultats de mesure présentés sur la figure 4.12, nous allons les établir par les équations théoriques. En effet, ces relations peuvent être déduites du modèle de propagation en espace libre décrit dans le chapitre 1. En utilisant l'équation 1.7, l'évanouissement  $L_{P_{TX} \rightarrow P_{RX}}$

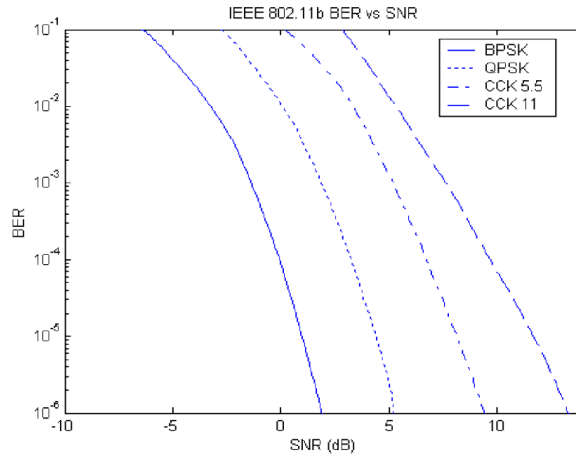


FIGURE 4.6 – Le BER vs SNR pour différents types de modulation

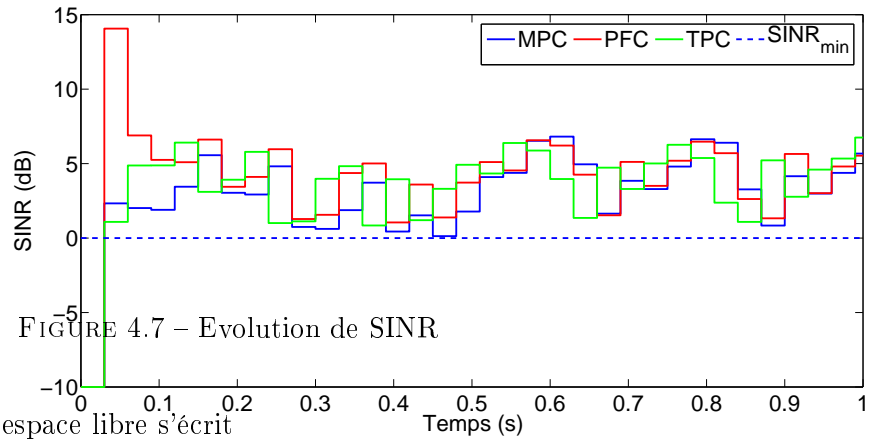


FIGURE 4.7 – Evolution de SINR

du modèle de propagation en espace libre s'écrit

$$L_{P_T \rightarrow P_R}(dB) = P_T - P_R = 32.45 + 20 \log(d) + 20 \log(f) \quad (4.1)$$

où  $d$  est la distance en kilomètre entre le coordinateur et le capteur,  $f$  la fréquence de la porteuse en MHz,  $P_R$  la puissance reçue et  $P_T$  la puissance d'émission dans le domaine logarithmique exprimée en dBm [3]. Nous rappelons l'expression 1.17 du RSSI décrite dans le chapitre 1

$$\text{RSSI} = 10 \log \frac{p_t}{p_{rf}}$$

Pour le capteur  $WS_1$  et à partir de la figure 4.12, nous déduisons la valeur expérimentale  $L_{P_T \rightarrow \text{RSSI}}(dB) \approx 28dB$  qui est la perte entre  $P_T$  et le RSSI, i.e.  $\text{RSSI} = -L_{P_T \rightarrow \text{RSSI}} + P_T$ .

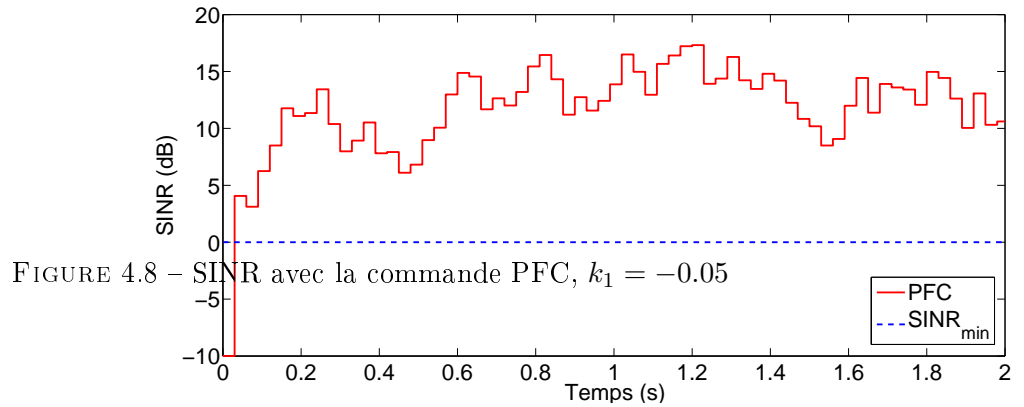
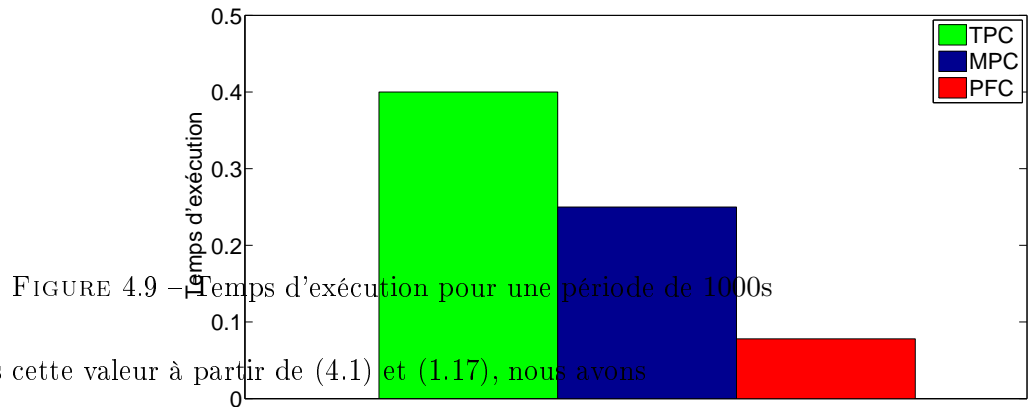
FIGURE 4.8 – SINR avec la commande PFC,  $k_1 = -0.05$ 

FIGURE 4.9 – Temps d'exécution pour une période de 1000s

Si nous calculons cette valeur à partir de (4.1) et (1.17), nous avons

$$\begin{aligned}
 L_{P_T \rightarrow \text{RSSI}} &= -\text{RSSI} + P_T \\
 &= P_T - P_R + 10 \log p_{rf} \\
 &= L_{P_T \rightarrow P_R} + 10 \log p_{rf} \\
 &= 32.45 + 20 \log(d) + 20 \log(f) + 10 \log p_{rf}
 \end{aligned}$$

Pour  $d = 6\text{m}$ ,  $f = 2.4\text{GHz}$ , et  $p_{rf} = 0.001\text{W}$ , nous obtenons la valeur théorique  $L_{P_T \rightarrow \text{RSSI}} \approx 25.62\text{dB}$  qui est proche de la valeur expérimentale.

Nous observons sur la figure 4.12 que le RSSI augmente linéairement si on considère une puissance de transmission faible ( $P_T < 0\text{dBm}$ ), ce qui est le domaine d'intérêt de ces travaux. Comme l'algorithme TPC s'appuie sur une relation linéaire entre le RSSI et la puissance, nous définissons un modèle approximatif comme ci-dessous

$$X_i(n) = aP_i(n) + b_i(n) + N_i(n) \quad (4.2)$$

où  $X_i$  est le RSSI,  $P_i$  la puissance de transmission,  $N_i$  le bruit,  $n$  le temps de transmission,  $a$ ,  $b_i$  des paramètres du modèle et  $i$  l'indice du capteur  $\text{WS}_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ . La constante  $a$  dépend

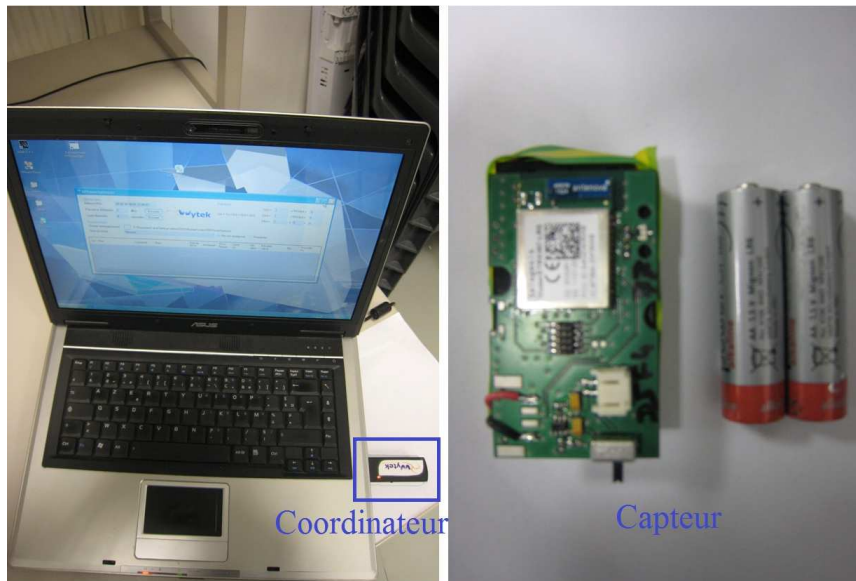


FIGURE 4.10 – Le WSN

du choix de l'équipement et de la norme de communication et non de l'environnement où se situe les capteurs et le coordinateur. Le paramètre  $b_i$  dépend de la position du capteur  $WS_i$  par rapport au coordinateur. Le terme additif  $N_i$  dans le modèle (4.2) permet de prendre en compte les imperfections du modèle linéaire  $X_i(n) = aP_i(n) + b_i(n)$ . Les paramètres  $a$  et  $b_i$  de chaque capteur  $WS_i$  sont facilement identifiés en utilisant la méthode des moindres carrés à partir des mesures présentées sur la figure 4.12. A noter qu'un changement de l'environnement pour un capteur  $WS_i$  entraîne un changement de  $b_i$  qui conduit à une droite parallèle à la droite initiale (figure 4.12). La valeur de  $a$ , qui est la pente de la droite dans la figure 4.12, est estimée égale à 0.75. Les valeurs initiales du paramètre  $b_i$  sont données dans le tableau 4.2. À partir de la

	$b_i$
WS <sub>1</sub>	-33.59
WS <sub>2</sub>	-36.11
WS <sub>3</sub>	-35.73
WS <sub>4</sub>	-29.13

TABLE 4.2 – Valeurs des paramètres  $b_i$  pour le  $WS_i$ 

connaissance des valeurs  $a$ ,  $b_i(n)$  à l'instant  $n$  du modèle (4.2), et  $RSSI_{min}$ , nous déterminons la puissance d'émission selon l'algorithme 2.2.3.

Un autre objectif de la campagne de mesure est de trouver la valeur minimale du RSSI qui assure une liaison robuste entre le coordinateur et le capteur, dénommé  $RSSI_{min}$ . Cette valeur de  $RSSI_{min}$  ne dépend pas de l'environnement mais seulement de l'équipement et de la norme de communication. Nous initialisons la puissance émise  $P_T$  à sa puissance maximale  $P_{max}$  : si la réception est confirmée par un nombre consécutif d'acquiescement, nous diminuons la puissance  $P_T$  d'un niveau. Nous continuons à diminuer la puissance émise  $P_T$  jusqu'à ce que la liaison soit interrompue, ce qui donne la valeur de  $P_{min}$ . Dans le cas où nous n'avons pas une série



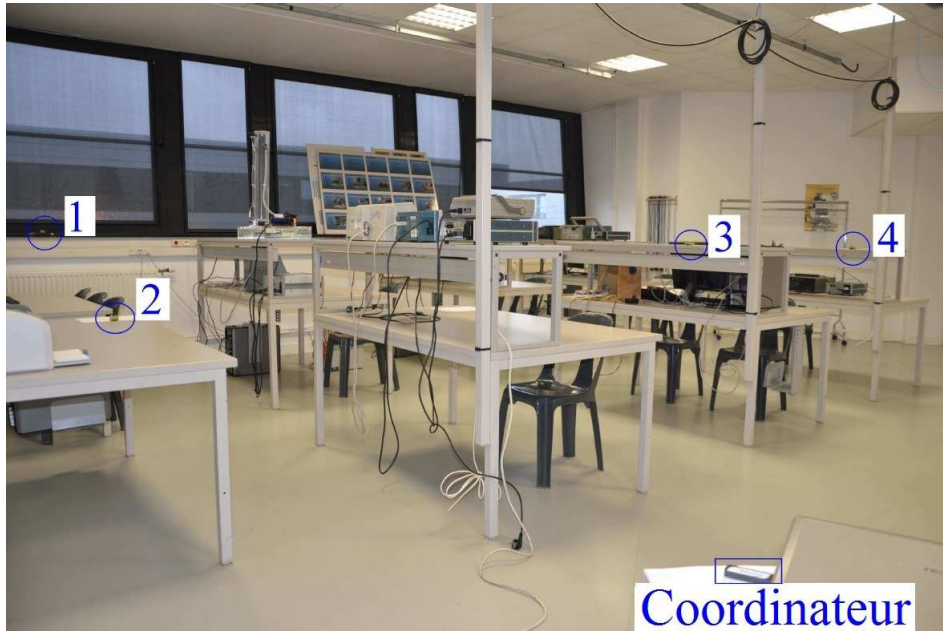


FIGURE 4.11 – Site de l'expérimentation

d'acquiescement, nous augmentons la puissance  $P_T$ . Nous choisissons alors  $\text{RSSI}_{\min}$  comme la valeur de RSSI à la puissance minimale, i.e.  $\text{RSSI}_{\min} = X_i(P_{\min})$ . Cette valeur est la même pour tous les capteurs  $\text{WS}_i$ . Nous obtenons  $\text{RSSI}_{\min} = -50\text{dBm}$ .

Afin d'appliquer les commandes PFC et MPC sur le réseau de capteurs, nous avons besoin d'un modèle dynamique du système. Pour cela, nous utilisons la modélisation décrite dans 2.3.3 au chapitre 2. Nous établissons le modèle dynamique pour chaque capteur  $\text{WS}_i$  comme ci-dessous

$$X_i(n+1) = X_i(n) + U_i(n) + D_i(n).$$

Nous appliquons la commande PFC (3.50) à chaque capteur  $\text{WS}_i$  dans les conditions d'environnement statique décrites précédemment avec un temps de transmission de 5s. La valeur du RSSI minimale  $\text{RSSI}_{\min}$  est déterminée par la campagne de mesure,  $\text{RSSI}_{\min} = -50\text{dBm}$ . Nous supposons que  $\epsilon_i$  est la valeur maximale de  $D_i(n)$ . Nous prenons  $\epsilon_i = 5\text{dBm}$  comme la marge de sécurité permettant de prendre en compte une variation du RSSI due à la présence d'une personne entre le coordinateur et le capteur [17]. Selon le théorème 5 du chapitre 3, nous cherchons la valeur de  $c$  et  $k_2$ . Nous prenons  $c = -51\text{dBm}$  pour satisfaire  $c < \text{RSSI}_{\min}$  pour tous les capteurs  $\text{WS}_i$ . Afin d'avoir  $X_i(n) \geq \text{RSSI}_{\min}$  où  $X_i$  est donné par l'équation (4.4), nous imposons  $-\epsilon + \sqrt{2k_2} + c \geq \text{RSSI}_{\min}$ . Cela conduit à  $k_2 \geq \frac{(\text{RSSI}_{\min} + \epsilon - c)^2}{2}$ . Nous pouvons prendre la valeur de  $k_2 = 20$  pour tous les capteurs  $\text{WS}_i$ .

Nous initialisons préalablement la puissance émise à sa puissance maximale qui est égale à 8dBm. Les figures 4.13, 4.14, 4.15 et 4.16 illustrent l'évolution de la puissance émise et du RSSI en fonction du temps de transmission pour chaque capteur en utilisant la commande PFC et la stratégie TPC. Nous constatons qu'après un régime transitoire, la puissance émise diminue et reste ensuite quasiment constante. De plus, le RSSI est toujours plus grand que  $\text{RSSI}_{\min}$  qui est égal à  $-50\text{dBm}$ . La valeur finale de RSSI pour tous les  $\text{WS}_i$  converge vers  $-45\text{dBm}$  puisque une marge de sécurité de 5dBm a été prise en compte.

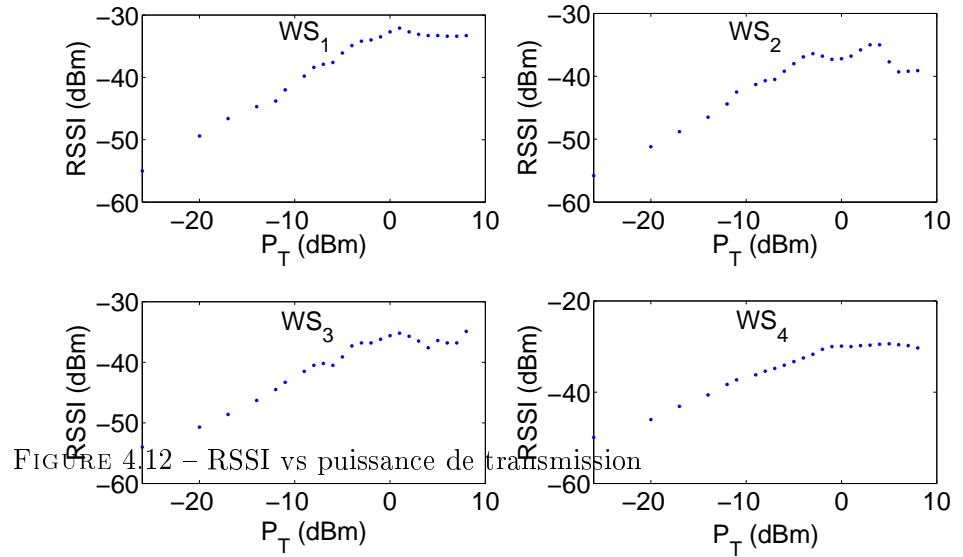


FIGURE 4.12 – RSSI vs puissance de transmission

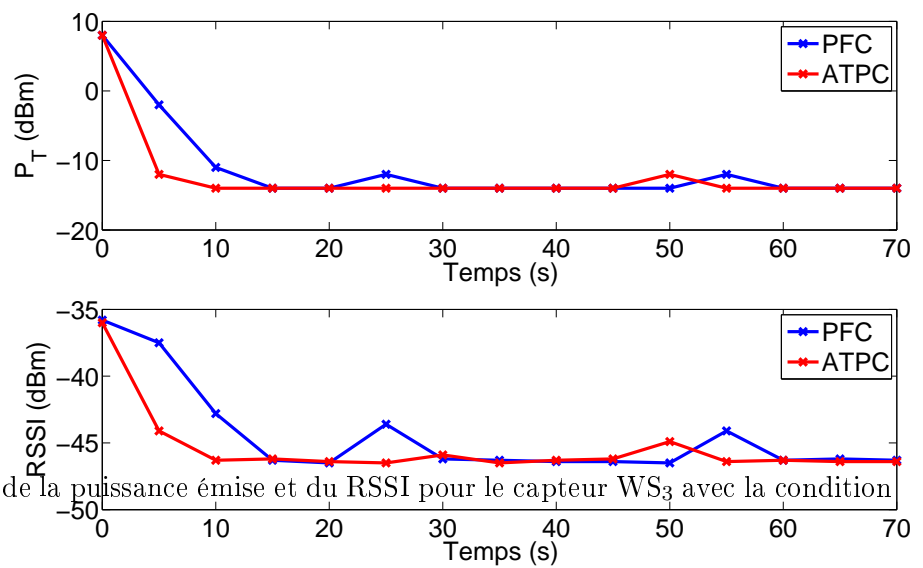


FIGURE 4.15 – Evolution de la puissance émise et du RSSI pour le capteur WS<sub>3</sub> avec la condition initiale de 8dBm

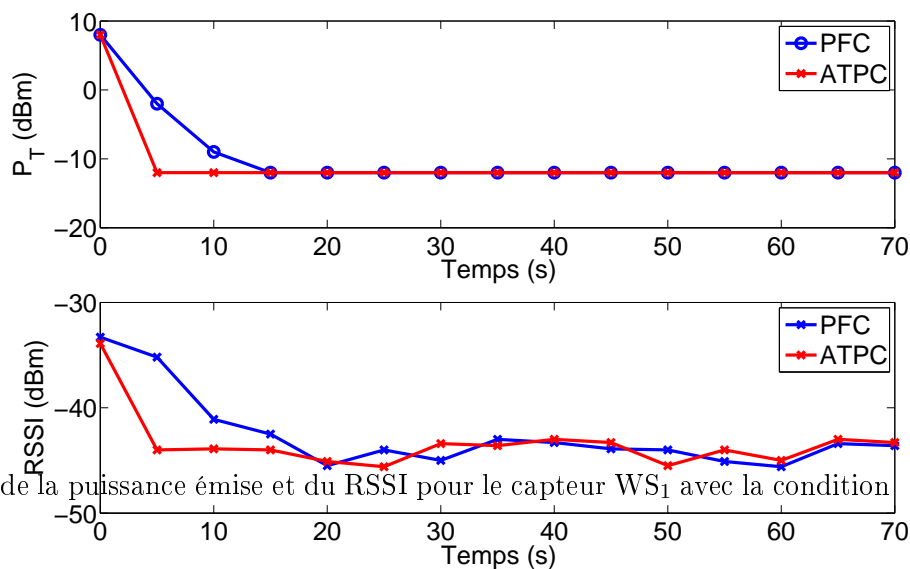


FIGURE 4.13 – Evolution de la puissance émise et du RSSI pour le capteur  $WS_1$  avec la condition initiale de 8dBm

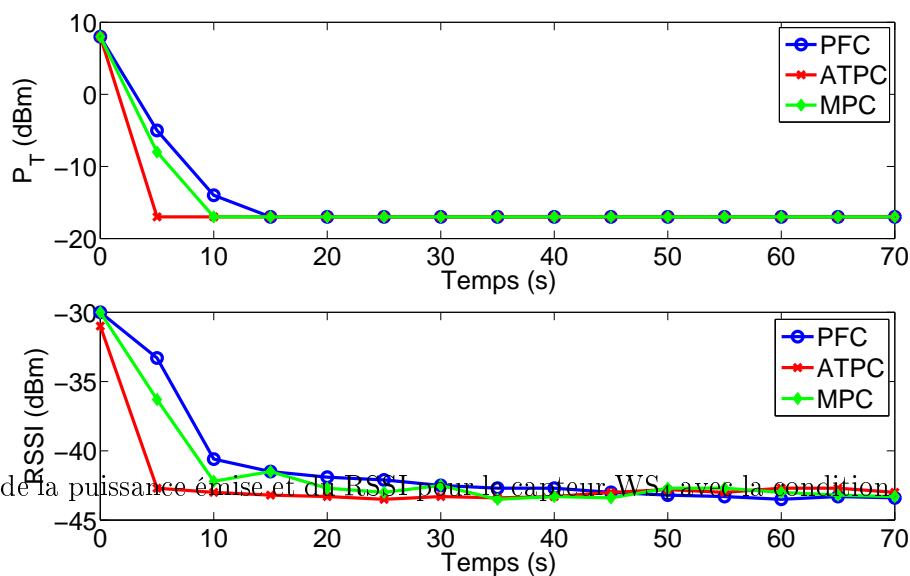


FIGURE 4.16 – Evolution de la puissance émise et du RSSI pour le capteur  $WS_4$  avec la condition initiale de 8dBm

Nous avons également comparé la commande PFC et la stratégie TPC avec la méthode MPC avec un horizon de prédiction de 1 pas d'échantillonnage pour le capteur  $WS_4$ . Nous observons sur la figure 4.16 que l'efficacité de toutes les stratégies est très similaire en régime permanent. Pour l'approche TPC, le RSSI converge vers la valeur optimale en un temps de transmission due à la connaissance de  $b(n)$ . De plus, nous constatons dans la figure 4.17 que le temps d'exécution de la commande PFC est plus court comparé à ceux de la MPC et TPC. Cela est dû au fait que

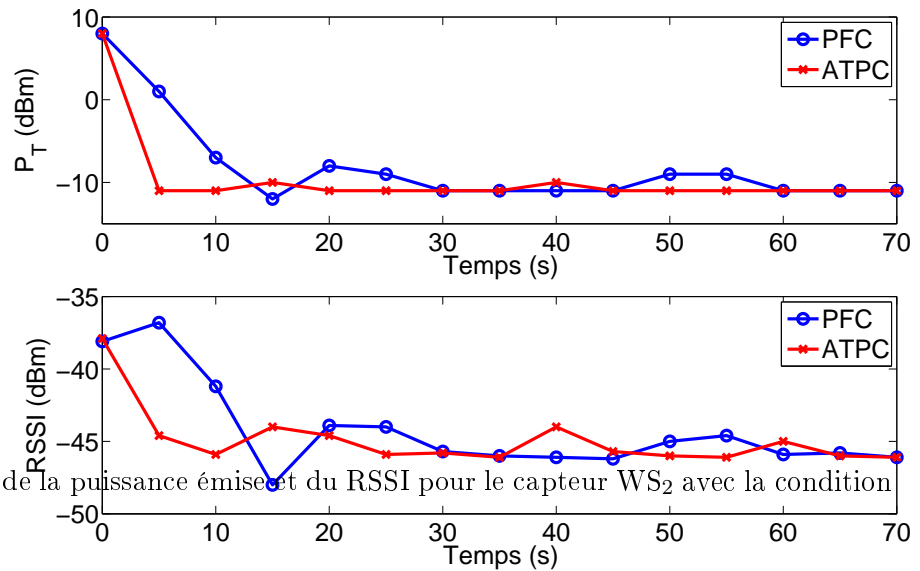


FIGURE 4.14 – Evolution de la puissance émise et du RSSI pour le capteur  $WS_2$  avec la condition initiale de 8dBm

nous n'avons pas de prédiction et d'estimation de  $b(n)$  à faire avec le PFC. Le PFC conduit à un meilleur rendement énergétique que le MPC et TPC au niveau du coordinateur, ce qui est intéressant lorsque le nombre de capteurs devient élevé ou lorsque la batterie du coordinateur a une énergie limitée.

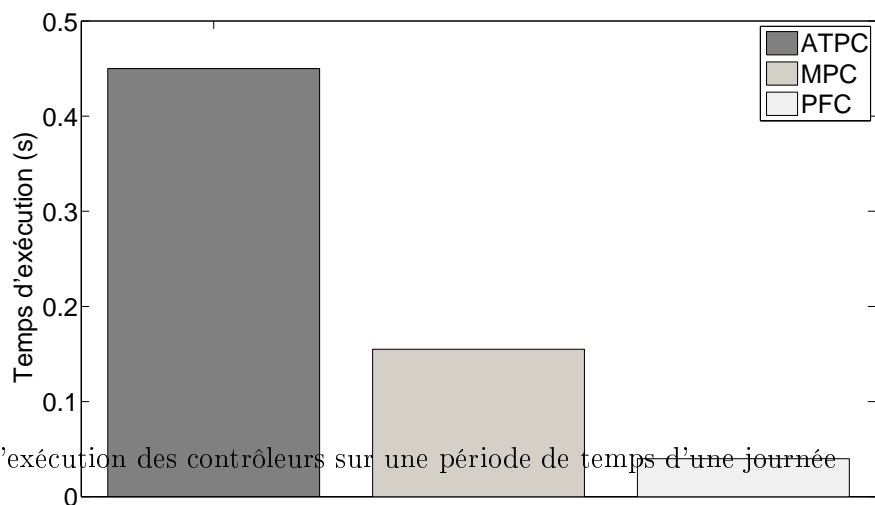


FIGURE 4.17 – Temps d'exécution des contrôleurs sur une période de temps d'une journée

Il reste maintenant à vérifier que la commande PFC est capable de s'adapter à une variation relativement lente du gain du canal. En effet, les variations rapides du canal dues par exemple

à une personne se déplaçant entre le capteur et le contrôleur sont déjà prises en compte par la commande par l'intermédiaire du terme de perturbation, dont la borne a été fixée à 5dBm dans ce cas. Il s'agit ici de vérifier que la commande peut s'adapter à une modification permanente du gain du canal qui serait due par exemple à un obstacle fixe placé sur le trajet.

C'est l'expérience que nous avons conduite en plaçant un obstacle entre le coordinateur et le capteur  $WS_4$ . Nous observons une baisse de  $-10$ dBm du RSSI par rapport à l'environnement initial. La figure 4.18 montre la variation du RSSI et l'adaptation du contrôle de la puissance. Nous observons que la puissance augmente à sa valeur maximale de 8dBm après une chute significative du RSSI. Elle converge ensuite vers une valeur stationnaire de  $-6$ dBm qui assure un RSSI toujours plus élevé que le  $RSSI_{min}$  pour ce nouvel environnement.

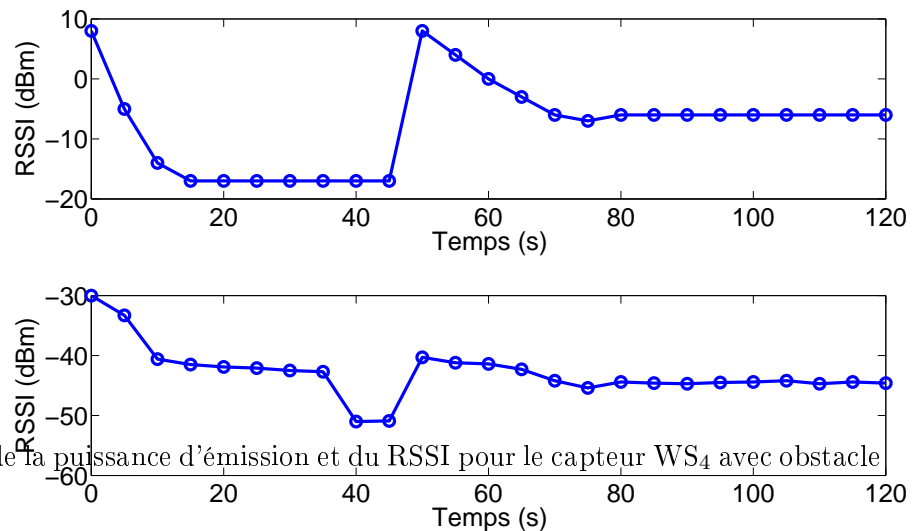


FIGURE 4.18 – Evolution de la puissance d'émission et du RSSI pour le capteur  $WS_4$  avec obstacle

### Consommation énergétique

Les résultats précédents montrent la validité de notre approche. Initialement, les capteurs ont été configurés pour transmettre à la puissance maximale de 8dBm. La mise en place de notre commande PFC a permis de diminuer la puissance émise de chaque capteur  $WS_i$  comme indiqué dans le tableau 4.3.

	$P_{imin}$ (dBm)
$WS_1$	-12
$WS_2$	-9
$WS_3$	-12
$WS_4$	-17

TABLE 4.3 – Puissance de transmission pour chaque capteur  $WS_i$

Dans la norme ZigBee, la consommation énergétique d'un capteur se décompose sur cinq périodes

d'activité : le réveil du capteur, l'écoute du capteur sur le canal, le protocole de CSMA-CA, la transmission des données (TX) et l'acquittement de la couche MAC. Après dépouillement des mesures, on constate que le rapport entre la puissance d'émission et la puissance totale varie en fonction de la condition du canal et des données envoyées, ce qui est illustré sur la figure 4.19. Le contrôle de la puissance peut réduire la consommation énergétique du capteur uniquement sur la période de transmission.

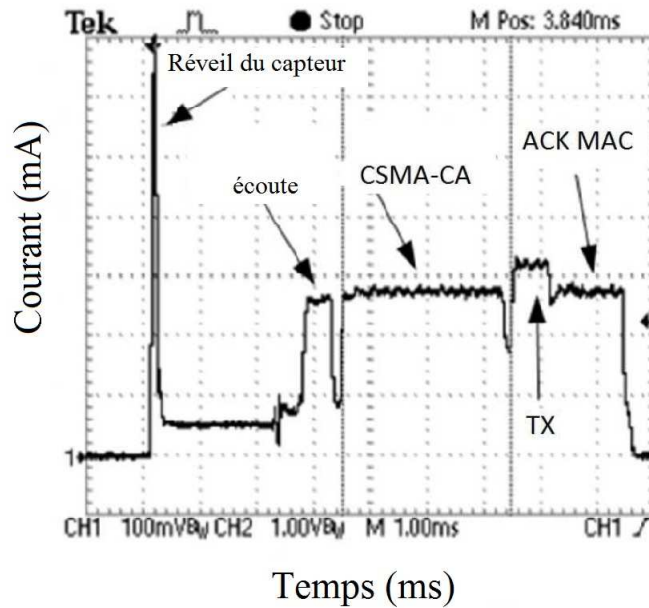


FIGURE 4.19 – Consommation énergétique d'un capteur

Pour évaluer l'économie d'énergie après la mise en place de la commande PFC, nous réglons respectivement les puissances d'émission  $P_T$  des capteurs  $WS_1$ ,  $WS_2$ ,  $WS_3$ ,  $WS_4$  à 8dBm, -9dBm, -12dBm, -17dBm. Le capteur  $WS_1$  est à puissance maximale et sert de référence pour ce test. Le temps nécessaire pour que chaque capteur  $WS_i$  décharge complètement sa batterie est donné dans le tableau 4.4.

	$P_T$ (dBm)	Temps $T_i$ (Jour)	$G_i$ (%)
$WS_1$	8	3.3682	0
$WS_2$	-9	3.5521	5.46
$WS_3$	-12	3.6424	8.14
$WS_4$	-17	3.6684	8.46

TABLE 4.4 – Economie d'énergie avec la commande PFC

Nous calculons le gain de temps  $G_i$  par rapport à  $WS_1$  pour chaque capteur  $WS_i$  ( $i = 2, 3, 4$ ) en utilisant la formule ci-dessous

$$G_i = \frac{T_i - T_1}{T_1} \quad i = 2, 3, 4 \quad (4.3)$$

où  $T_i$  est le temps de déchargement de  $WS_i$ . Les gains  $G_i$  sont donnés dans le tableau 4.4. Par conséquent, nous pouvons étendre la durée de vie des capteurs d'environ 5% à 10%.

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons mis en œuvre les trois approches TPC, MPC et PFC pour le contrôle de la puissance dans le cas des réseaux LTE, WLAN et WSN. Les résultats en simulation pour le LTE et WLAN ainsi que les résultats expérimentaux pour le WSN montrent que les trois approches atteignent leur objectif, *i.e.* le SINR (ou le RSSI) est maintenu au-dessus d'une valeur minimale. La communication entre l'émetteur et le récepteur est assurée. L'approche TPC utilisée actuellement en télécommunications présente un temps d'exécution plus long que les deux autres approches. La commande PFC est simple à mettre en œuvre puisqu'il n'y a que deux paramètres  $k_1$  et  $k_2$  à régler. C'est un critère important en télécommunication et plus généralement pour toutes les applications embarquées. L'utilisation de la commande PFC dans un réseau de capteur permet de prolonger la durée de vie de la batterie des capteurs et éventuellement du coordinateur, ce qui était l'objectif initial. Rappelons également que la PFC a été testée sur un réseau de capteur WSN transférant des données non volumineuses. Si la PFC est appliquée à un réseau servant à transférer des gros volumes de données, le gain énergétique sera d'autant plus important.

---

# CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

---

## Conclusion

L'enjeu du contrôle de la puissance dans les réseaux sans fil est de minimiser la consommation énergétique des nœuds tout en assurant une certaine qualité de service. Lorsque le canal de transmission est stationnaire, c'est un problème d'optimisation et pour un réseau cellulaire, sa résolution montre que la puissance d'émission d'un nœud ne dépend que de l'atténuation du gain canal du lien radio nœud/coordonateur. Lorsque les nœuds sont mobiles ou lorsque l'environnement change (passage de personnes entre l'émetteur et le récepteur, ...), le canal n'est plus stationnaire et ce problème ne peut plus être résolu par des méthodes classiques d'optimisation. Il faut mettre en place une commande de la puissance à partir d'une mesure de la qualité du lien radio. C'est ce que font les algorithmes de contrôle de puissance utilisés en téléphonie mobile dans la norme LTE. Ils s'appuient sur des heuristiques pour régler la puissance d'émission de chaque nœuds. Bien qu'efficaces, ces algorithmes sont constitués d'une succession de tests conditionnels et sont donc assez lents.

La motivation principale de ce travail a été de développer une commande à la fois simple dans son implémentation et à même de placer à chaque instant la puissance d'émission du nœud communicant à une valeur minimale assurant le maintien du lien radio. Pour cela, nous avons développé un modèle dynamique reliant, pour un nœud donné dans un réseau cellulaire, la qualité du lien radio à la puissance d'émission. Il s'agit d'un modèle SISO discret dont l'état, qui qualifie le lien radio, est toujours positif si la contrainte, une qualité minimale admissible pour le lien, est respectée. La commande est une image de la puissance d'émission et présente un retard. Ce retard peut être négligé s'il est faible par rapport au temps de cohérence du canal. Il est clair que, à partir d'une certaine vitesse de déplacement relative des nœuds par rapport au coordonateur, le temps de cohérence du canal diminue et le retard doit être pris en compte dans la synthèse de la commande. C'est ce que nous avons proposé en utilisant la transformation d'Artstein. L'originalité de cette modélisation réside dans l'approche SISO qui a été retenue : en effet, contrairement aux techniques d'optimisation qui utilisent un modèle global du réseau, nous considérons chaque liaison nœud/coordonateur comme un sous-système à optimiser. Cette approche permet de s'affranchir du nombre de nœuds présents à un instant  $t$  dans la cellule et allège la charge de calcul. L'optimisation de chacun des sous-systèmes, *i.e.* la minimisation de leur puissance d'émission, conduit à une minimisation globale de la puissance émise dans la cellule. Cela reste vrai tant que les sous-systèmes sont indépendants, ce qui correspond à un réseau cel-



lulaire. Dans le cas d'un réseau où il y a un routage entre les nœuds, ce principe ne s'applique plus.

La nature du modèle obtenu conditionne le type de la commande. La commande prédictive est bien adaptée au contrôle des systèmes contraints et c'est tout naturellement que nous nous sommes intéressés à cette approche. Elle donne des résultats tout à fait satisfaisants pour ce problème mais, du fait de l'utilisation d'un modèle prédictif, reste difficilement implémentable sur un coordinateur dans un réseau dense. Les techniques d'anti-winup appliquées à des contraintes sur l'état s'affranchissent de l'utilisation d'un modèle prédictif mais, en contre-partie, ne peuvent pas garantir le strict respect des contraintes. C'est pourquoi nous avons cherché une nouvelle approche qui puisse garantir que l'état ne franchisse pas sa contrainte tout en restant simple à implanter. Nous nous sommes inspirés des travaux des roboticiens sur la commande par potentiel. L'idée est de construire un potentiel virtuel qui croît à mesure que l'état s'approche de la frontière symbolisée par la contrainte à ne pas dépasser. L'expression de la commande est une fonction non-linéaire de l'état avec seulement deux paramètres. La stabilité asymptotique du système en boucle fermée en fonction de ces deux paramètres a été démontrée dans le cas où la sortie est perturbée par un bruit borné. A noter que ce bruit modélise les interférences intra et inter-cellules et les variations rapides du canal. Le choix de la borne est un point crucial de la modélisation qui conditionne la qualité de la commande.

Une étude comparative des différentes techniques de commande en simulation et expérimentation a été effectuée. Cette comparaison a montré que les commandes algorithmique, prédictive et potentielle respectent la contrainte sur l'état, donc garantissent la qualité de service requise pour la communication avec des performances similaires. En terme de temps d'exécution, la commande par potentiel présente les meilleures performances, suivie par la commande prédictive puis la commande algorithmique. De plus, les essais expérimentaux ont montré que la commande par potentiel permet de réduire globalement la puissance de transmission et donc la consommation énergétique de chaque nœud.

## Perspectives

Nous pensons que ce travail constitue une première étape et ouvre des perspectives intéressantes en recherche. L'objectif final reste l'augmentation de l'autonomie énergétique des nœuds dans un réseau de communication sans fil. Dans cette étude, nous nous sommes intéressés au contrôle de la puissance sans faire un lien direct entre le niveau d'énergie du nœud et la puissance émise. Or si nous voulons optimiser l'énergie embarquée du réseau, il faudra construire une fonction de coût faisant apparaître explicitement le niveau d'énergie et la puissance de transmission. La généralisation au cas multi-variable de la commande par potentiel apparaît incontournable si l'on veut conserver cette approche. A noter qu'une simple commande par potentiel conduit à une solution qui est au barycentre des potentiels contrairement à la commande prédictive qui délivre une solution optimale par rapport à la minimisation d'une fonction coût. Dans ce contexte, l'optimisation d'une fonction coût combinée à une commande par potentiel nous semble une piste intéressante comme alternative à la commande prédictive.

Un autre point concerne le maintien d'une qualité de service pour chaque transmission. A titre

d'exemple, la norme LTE permet de modifier le type de modulation utilisée ce qui change la valeur de la contrainte dans notre modèle. En ajoutant la dimension énergétique à notre modèle, il est possible d'envisager un contrôle en boucle fermée de la qualité de service sous contraintes énergétiques.

Enfin, l'extension de ces travaux aux réseaux routés reste un problème ouvert qui fait appel à la fois à la commande et aux techniques d'ordonnancement.



---

## Bibliographie

---

- [1] IEEE 802.11 Wireless LANs. Technical report, 3COM, 2000.
- [2] 3GPP (Third Generation Partnership Program). *TS 36.213, Physical layer procedures*, 2011.
- [3] S.A. Ahson and M. Ilyas. *WiMAX : applications*. CRC press, 2007.
- [4] R. Akl. *Indoor Propagation Modeling at 2.4 GHz for IEEE 802.11 Networks*. PhD thesis, University of North Texas, 2005.
- [5] S. Alavi, M. J Walsh, and M. J. Hayes. Robust distributed active power control technique for IEEE 802.15.4 wireless sensor networks - a quantitative feedback theory approach. *Control Engineering Practice*, 17(7) :805–814, 2009.
- [6] Z. Artstein. Linear systems with delayed controls : a reduction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 27(4) :869–879, 1982.
- [7] K. J. Åström and B. Wittenmark. *Computer-controlled systems : theory and design*. Dover Publications, 2011.
- [8] A. Bemporad, F. Borrelli, and M. Morari. Model predictive control based on linear programming-the explicit solution. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47(12) :1974–1985, 2002.
- [9] A. Bemporad, F. Borrelli, and M. Morari. Min-max control of constrained uncertain discrete-time linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 48(9) :1600–1606, 2003.
- [10] A. Bemporad, M. Heemels, and M. Johansson. *Networked control systems (lecture notes in control and information sciences)*. Springer, 2010.
- [11] A. Bemporad and M. Morari. Robust model predictive control : A survey. In *Robustness in identification and control*, pages 207–226. Springer, 1999.
- [12] A. Bemporad, M. Morari, V. Dua, and E.N. Pistikopoulos. The explicit linear quadratic regulator for constrained systems. *Automatica*, 38(1) :3–20, 2002.
- [13] C.U. Castellanos, D.L. Villa, C. Rosa, K.I. Pedersen, F.D. Calabrese, P.H. Michaelsen, and J. Michel. Performance of uplink fractional power control in utran lte. In *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 2517–2521, 2008.
- [14] L. H. Correia, D. F. Macedo, A. L. dos Santos, A. AF. Loureiro, and J. M. S. Nogueira. Transmission power control techniques for wireless sensor networks. *Computer Networks*, 51(17) :4765–4779, 2007.
- [15] D. Costello and S. Lin. *Error control coding : Fundamentals and Applications*. Pearson Higher Education, 2004.

- [16] E. Dahlman, S. Parkvall, and J. Skold. *4G : LTE/LTE-Advanced for Mobile Broadband*. Academic Press, 2011.
- [17] D. Dessales, A-M. Poussard, R. Vauzelle, and N. Richard. Impact of people motion on radio link quality : Application to building monitoring WSN. In *IEEE International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications*, pages 2072–2076, 2013.
- [18] S. Elaydi. *An Introduction to Difference Equations*. Springer, 2005.
- [19] S. Farahani. *ZigBee wireless networks and transceivers*. Newnes, 2011.
- [20] B. A. Fette. *RF & wireless technologies*. Newnes, 2008.
- [21] G. J. Foschini and Z. Miljanic. A simple distributed autonomous power control algorithm and its convergence. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 42(4) :641–646, 1993.
- [22] T. Frantti and P. Mähönen. Adaptive fuzzy power control for WCDMA mobile radio systems. *Control Engineering Practice*, 9(9) :947–959, 2001.
- [23] C. E. Garcia, D. M. Prett, and M. Morari. Model predictive control : theory and practice - a survey. *Automatica*, 25(3) :335–348, 1989.
- [24] M. Gast. *802.11 Wireless networks : the definitive guide*. O’Reilly Media, 2006.
- [25] W.-A. Geoffrey, L. Konrad, R. Mario, M. Omar, J. Jeff, L. Jonathan, and W. Matt. Deploying a wireless sensor network on an active volcano. *Internet Computing*, 10(2) :18–25, 2006.
- [26] A. Géron. *WiFi Professionnel : La norme 802.11, le déploiement, la sécurité*. Dunod, 2009.
- [27] G. C. Goodwin, S. F. Graebe, and M. E. Salgado. *Control system design*, volume 240. Prentice Hall New Jersey, 2001.
- [28] F. Gunnarsson and F. Gustafsson. Control theory aspects of power control in umts. *Control Engineering Practice*, 11(10) :1113–1125, 2003.
- [29] S. Halder and W. Kim. *Adaptive Filtering for Indoor Localization using ZIGBEE RSSI and LQI measurement*, chapter 14. InTech, 2011.
- [30] T. He, S. Krishnamurthy, J. A. Stankovic, T. Abdelzaher, L. Luo, R. Stoleru, L. Yan, T. and Gu, J. Hui, and B. Krogh. Energy-efficient surveillance system using wireless sensor networks. In *International conference on Mobile systems, applications, and services*, pages 270–283. ACM, 2004.
- [31] C. Ionete, A. Cela, and M. B. Gaid. Controllability and observability of input/output delayed discrete systems. In *IEEE American Control Conference*, pages 3513–3518, 2006.
- [32] W. Jiang, A. Kruszewski, J.-P. Richard, A. Toguyeni, et al. A remote observer and controller with adaptation to the network quality of service. In *European Control Conference*, 2009.
- [33] Z.P. Jiang and Y. Wang. A converse Lyapunov theorem for discrete-time systems with disturbances. *Systems & Control Letters*, 45(1) :49–58, 2002.
- [34] M. Joindot and A. Glavieux. *Introduction aux communications numériques*. Dunod, 2007.
- [35] C. E. Jones, K. M. Sivalingam, P. Agrawal, and J. C. Chen. A survey of energy efficient network protocols for wireless networks. *Wireless networks*, 7(4) :343–358, 2001.
- [36] P. R. Kawadia, V. and Kumar. A cautionary perspective on cross-layer design. *IEEE Wireless Communications*, 12(1) :3–11, 2005.

- [37] F. Khan. *LTE for 4G mobile broadband : air interface technologies and performance*. Cambridge University Press, 2009.
- [38] T. Korakis, O. Ercetin, S. Krishnamurthy, L. Tassiulas, and S. Tripathi. Link quality based association mechanism in IEEE 802.11 h compliant wireless LANs. In *Workshop on Resource Allocation in Wireless Networks*, 2005.
- [39] M. V. Kothare, P. J. Campo, M. Morari, and C. N. Nett. A unified framework for the study of anti-windup designs. *Automatica*, 30(12) :1869–1883, 1994.
- [40] R. Kreher and K. Gaenger. *LTE Signaling : Troubleshooting and Optimization*. John Wiley & Sons Ltd, 2011.
- [41] W.-J. Kruszewski, A. and Jiang, E. Fridman, J.-P. Richard, and A. Toguyeni. A switched system approach to exponential stabilization through communication network. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 20(4) :887–900, 2012.
- [42] S. Lasaulce and H. Tembine. *Game Theory and Learning for Wireless Networks : Fundamentals and Applications*. Academic Press, 2011.
- [43] J.S Lee, Y.W Su, and C.C Shen. A comparative study of wireless protocols : bluetooth, UWB, ZigBee, and Wi-Fi. In *IEEE Annual Conference of the Industrial Electronics Society*, pages 46–51, Taipei, Taiwan, 2007.
- [44] N.E. Leonard and E. Fiorelli. Virtual leaders, artificial potentials and coordinated control of groups. In *IEEE Conference on Decision and Control*, pages 2968–2973, 2001.
- [45] S. Lin, J. Zhang, G. Zhou, L. Gu, J. A. Stankovic, and T. He. ATPC : adaptive transmission power control for wireless sensor networks. In *International conference on Embedded networked sensor systems*, pages 223–236. ACM, 2006.
- [46] A. M. Lyapunov. The general problem of the stability of motion. *International Journal of Control*, 55(3) :531–534, 1992.
- [47] J. M. Maciejowski. *Predictive control : with constraints*. Pearson education, 2002.
- [48] S. G. Mallat. A theory for multiresolution signal decomposition : the wavelet representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(7) :674–693, 1989.
- [49] D. Q. Mayne, J. B. Rawlings, C. V. Rao, and P.O.M. Scokaert. Constrained model predictive control : Stability and optimality. *Automatica*, 36(6) :789–814, 2000.
- [50] D. Q. Mayne, M. M. Seron, and S.V. Raković. Robust model predictive control of constrained linear systems with bounded disturbances. *Automatica*, 41(2) :219–224, 2005.
- [51] V. P. Mhatre, K. Papagiannaki, and F. Baccelli. Interference mitigation through power control in high density 802.11 WLANs. In *IEEE Conference on Computer Communications*, pages 535–543, 2007.
- [52] Motorola. Long term evolution (LTE) : Overview of LTE air-interface. *Technical white paper*, 2007.
- [53] B. Muhammad. Closed loop power control for LTE uplink. *Blekinge Institute of Technology School of Engineering*, 2008.
- [54] E. F. Mulder, M. V. Kothare, and M. Morari. Multivariable anti-windup controller synthesis using linear matrix inequalities. *Automatica*, 37(9) :1407–1416, 2001.
- [55] R. Mullner, C.F. Ball, K. Ivanov, J. Lienhart, and P. Hric. Contrasting open-loop and closed-loop power control performance in UTRAN LTE uplink by UE trace analysis. In *IEEE International Conference on Communications*, pages 1–6, Dresden, Germany, 2009.

- [56] P. Ogren, E. Fiorelli, and N. E. Leonard. Cooperative control of mobile sensor networks : Adaptive gradient climbing in a distributed environment. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 49(8) :1292–1302, 2004.
- [57] J.-K. Park. Anti-reset windup based controller design method for state constrained control systems. In *IEEE American Control Conference*, pages 2018–2022, 1999.
- [58] J. P. Pavon and S. Choi. Link adaptation strategy for IEEE 802.11 WLAN via received signal strength measurement. In *IEEE International Conference on Communications*, pages 1108–1113, 2003.
- [59] D. D. Phan, E. Moulay, P. Coirault, F. Launay, and P. Combeau. Potential feedback control for the power control in LTE. *IEEE Transactions on Automatic Control*, À paraître, 2015.
- [60] D. D. Phan, E. Moulay, P. Coirault, R. Vauzelle, and A.-M. Pousard. Potential feedback control for the power control in wireless sensor networks. *IET Control Theory and Applications*. Provisoirement accepté.
- [61] J. G. Proakis. *Digital communications*. McGraw-Hill International edition, 1989.
- [62] T. Rappaport. *Wireless Communications : Principles and Practice*. Prentice Hall, 2002.
- [63] J. B. Rawlings and D. Q. Mayne. *Model predictive control : Theory and design*. Nob Hill Pub., 2009.
- [64] J. Richalet, A. Rault, JL. Testud, and J. Papon. Model predictive heuristic control : Applications to industrial processes. *Automatica*, 14(5) :413–428, 1978.
- [65] Jean-Pierre Richard, Thierry Divoux, et al. *Systèmes commandés en réseau*. Hermès-Lavoisier, 2007.
- [66] E. Rimon and D.E. Koditschek. Exact robot navigation using artificial potential functions. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 8(5) :501–518, 1992.
- [67] O. J. Rojas and G. C. Goodwin. A simple antiwindup strategy for state constrained linear control. In *IFAC World Congress*, 2002.
- [68] P. Roshan and J. Leary. *802.11 wireless LAN fundamentals*. Cisco Press, 2010.
- [69] J. A. Rossiter. *Model-based predictive control : a practical approach*. CRC press, 2013.
- [70] J. Sarangapani. *Wireless ad hoc and sensor networks : protocols, performance, and control*. CRC Press, 2007.
- [71] S. Y. Seidel, T. S. Rappaport, S. Jain, M.L. Lord, and R. Singh. Path loss, scattering and multipath delay statistics in four european cities for digital cellular and microcellular radiotelephone. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 40(4) :721–730, 1991.
- [72] S. Sesia, I. Toufik, and M. Baker. *LTE - The UMTS Long Term Evolution From Theory to Practice*. John Wiley & Sons Ltd, 2009.
- [73] A. Seuret, J.-P. Richard, et al. Control of a remote system over network including delays and packet dropout. In *17th IFAC World Congress*, 2008.
- [74] C. E. Shannon. A mathematical theory of communication. *ACM SIGMOBILE Mobile Computing and Communications Review*, 5(1) :3–55, 2001.
- [75] A. Sheth and R. Han. An implementation of transmit power control in 802.11b wireless networks. Technical report, Department of Computer Science, University of Colorado, Boulder, 2002.

- [76] K. Shoarinejad, J.L. Speyer, and G.J. Pottie. A distributed scheme for integrated predictive dynamic channel and power allocation in cellular radio networks. In *IEEE Global Telecommunications Conference*, volume 6, pages 3623–3627, San Antonio, USA, 2001.
- [77] P. Smulders. Statistical characterization of 60-GHz indoor radio channels. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 57(10) :2820–2829, 2009.
- [78] K. Sohraby, D. Minoli, and T. Znati. *Wireless sensor networks : technology, protocols, and applications*. John Wiley & Sons, 2007.
- [79] L. Song and J. Shen. *Evolved cellular network planning and optimization for UMTS and LTE*. CRC Press, 2010.
- [80] A. Spyropoulos and C. S. Raghavendra. Energy efficient communications in ad hoc networks using directional antennas. In *IEEE Conference on Computer Communications*, volume 1, pages 220–228, 2002.
- [81] A. Subramanian and A. H. Sayed. Joint rate and power control algorithms for wireless networks. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 53(11) :4204–4214, 2005.
- [82] A. Subramanian and A. H. Sayed. A robust power and rate control method for state-delayed wireless networks. *Automatica*, 41(11) :1917–1924, 2005.
- [83] S. Subramanian, J.M. Shea, and W.E. Dixon. Power control for cellular communications with channel uncertainties. In *IEEE American Control Conference*, pages 1569–1574, Gainesville, USA, june 2009.
- [84] A. Syaichu-Rohman and R. H. Middleton. Anti-windup schemes for discrete time systems : An LMI-based design. In *IEEE Asian Control Conference*, volume 1, pages 554–561. IEEE, 2004.
- [85] S. Tarbouriech, G. Garcia, J. M. G. da Silva Jr, and I. Queinnec. *Stability and stabilization of linear systems with saturating actuators*. Springer, 2011.
- [86] S. Tarbouriech, G. Garcia, and A. H. Glattfelder. *Advanced strategies in control systems with input and output constraints*. Springer, 2006.
- [87] S. Tarbouriech and M. Turner. Anti-windup design : an overview of some recent advances and open problems. *IET control theory & applications*, 3(1) :1–19, 2009.
- [88] S. Ulukus and R. D. Yates. Stochastic power control for cellular radio systems. *IEEE Transactions on Communications*, 46(6) :784–794, 1998.
- [89] B. H. Walke, P. Seidenberg, and M. P. Althoff. *UMTS : the fundamentals*. John Wiley & Sons, 2003.
- [90] L. Wang. *Model predictive control system design and implementation using MATLAB*. Springer, 2009.
- [91] M. Xiao, N. B. Shroff, and E. K.P. Chong. A utility-based power-control scheme in wireless cellular systems. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 11(2) :210–221, 2003.
- [92] S. Yang. *Wireless Sensor Networks : Principles, Design and Applications*. Springer London, 2013.
- [93] R. D. Yates. A framework for uplink power control in cellular radio systems. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 13(7) :1341–1347, 1995.
- [94] A. Zappavigna, T. Charalambous, and F. Knorn. Unconditional stability of the Foschini–Miljanic algorithm. *Automatica*, 48(1) :219–224, 2012.



- [95] G. Zheng, D. Boutat, T. Floquet, and J.-P. Barbot. Secure communication based on multi-input multi-output chaotic system with large message amplitude. *Chaos, Solitons & Fractals*, 41(3) :1510–1517, 2009.

# Résumé

Ce travail porte sur le contrôle de la puissance de la liaison montante (de l'appareil mobile à la station de base) dans les réseaux sans fil. Nous proposons une modélisation basée sur les équations spécifiques des réseaux sans fil qui conduit à un modèle dynamique SISO discret, avec une perturbation en sortie et un retard sur la commande. L'objectif du contrôle consiste à maintenir la puissance d'émission du nœud communicant à sa valeur minimale tout en assurant une certaine qualité de service. Cet objectif se traduit par une contrainte sur l'état. Pour résoudre ce problème de commande, nous avons développé une approche originale basée sur une commande par potentiel (*Potential Feedback Control*). Le problème de stabilité du système discret SISO avec contrainte sur l'état est transformé en un problème de commande non linéaire non contraint. La preuve de stabilité asymptotique est obtenue par la théorie de Lyapunov. Cette stratégie a été appliquée au problème du contrôle de la puissance pour les normes LTE, WiFi et ZigBee. Une comparaison de cette commande avec deux autres approches (*Transmit Power Control* et *Model Predictive Control*) montre l'avantage du PFC en terme de temps d'exécution tout en respectant la contrainte sur l'état.

**Mots clés** : Commande par potentiel, fonction de Lyapunov, système discret, système à l'entrée retardée, LTE, WiFi, ZigBee.

# Abstract

This work focuses on the uplink (from mobile devices to base stations) power control in wireless networks. We have proposed a dynamic model deduced from some specific equations in telecommunications. This modeling method is a necessary step to solve the power control problem with automatic control approaches. Then, we have developed a nonlinear Potential Feedback Control (PFC) for a SISO discrete-time system with and without input delays and disturbances by using Lyapunov theory, which provides a way to transform a stabilization problem of a linear SISO system with a constraint on the state space into a nonlinear stabilization problem. We use this strategy of stabilization for the uplink transmission power control in LTE, WiFi, and ZigBee. A comparison of the PFC with TPC and MPC strategies has shown the advantage of the PFC in terms of execution time while respecting the constraint on the states.

**Keywords** : Potential feedback control, Lyapunov function, discrete-time system, input delay, Wireless network, LTE, WiFi, ZigBee.