



HAL
open science

Modélisation d'ondes sismo-acoustiques par la méthode des éléments spectraux. Application à un séisme dans l'Atlantique Nord.

Guillaume Jamet

► **To cite this version:**

Guillaume Jamet. Modélisation d'ondes sismo-acoustiques par la méthode des éléments spectraux. Application à un séisme dans l'Atlantique Nord.. Géophysique [physics.geo-ph]. Université de Bretagne Occidentale, 2014. Français. NNT: . tel-01091245v1

HAL Id: tel-01091245

<https://hal.science/tel-01091245v1>

Submitted on 4 Dec 2014 (v1), last revised 25 Oct 2018 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE / UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE
sous le sceau de l'Université européenne de Bretagne
pour obtenir le titre de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ de BRETAGNE OCCIDENTALE
Mention : Géosciences marines
École Doctorale des Sciences de la Mer

présentée par

Guillaume JAMET

Préparée à l'Unité Mixte de Recherche 6538
Domaines Océaniques
Institut Universitaire Européen de la Mer

**Modélisation d'ondes
sismo-acoustiques par la méthode des
éléments spectraux. Application à un
séisme dans l'Atlantique Nord.**

Thèse soutenue le 02 juillet 2014

devant le jury composé de :

Michel Campillo

PU UJF, Université Joseph Fourier / *Rapporteur*

Dimitri Komatitsch

DR CNRS, Université Aix Marseille / *Rapporteur*

Pierre-Franck Piserchia

Docteur/Ingénieur, CEA/DAM / *Examineur*

Dominique Fattaccioli

DGA Techniques navales / *Examineur*

Jacques Deverchère

PU UBO, IUEM/UMR6538 / *Examineur*

Jean-Yves Royer

DR CNRS, IUEM/UMR6538 / *Directeur de thèse*

Claude Guennou

MCF UBO, IUEM/UMR6538 / *Co-directeur de thèse*

Laurent Guillon

MCF EN, École Navale/IRENAV / *Co-directeur de thèse*



« Il est très difficile de faire des prédictions, en particulier lorsqu'elles concernent l'avenir. »

Niels Bohr

Abstract

For more than 2 decades, recording of hydroacoustic signals in the SOFAR channel (SOund Fixing And Ranging) has allowed the detection and localization of many low-magnitude earthquakes in the ocean. However the interpretation of these signals is still incomplete. The generation of acoustic waves, known as T-waves, resulting from the conversion of seismic waves into acoustic waves at the sea-bottom, and their propagation in the water column are not yet fully understood, which prevents to extract more information about the earthquakes they originate from. Here, we use numerical modelling to identify and understand the main environmental parameters and phenomena that control the generation and propagation of acoustic T-waves in the ocean. The proposed approach is a spectral element method, implemented in the code `SPECFEM2D`, which allows to address the problem in a comprehensive way taking into account the solid/fluid coupling (seismic propagation, conversion, acoustic propagation), velocity profiles of the waves in the crust and the ocean, and the moment tensor of the earthquake that defines the radiation pattern of the seismic source. Simulated acoustic signals present many similarities in the shape, duration, arrival times and amplitudes of the predicted T-waves with observed T-waves. Differences are likely due to the 2D representation of the problem and to the simplistic representation of the environment and of the seismic source.

Résumé

Depuis plus de deux décennies, l'enregistrement des signaux hydroacoustiques par des hydrophones dans le canal SOFAR (*SOund Fixing And Ranging*) a permis la détection et la localisation de nombreux séismes de faible magnitude dans l'océan. Cependant, l'interprétation de ces signaux est actuellement incomplète. La complexité de la conversion des ondes sismiques en ondes acoustiques, appelées « ondes T », au niveau du plancher océanique, et de leur propagation dans la tranche d'eau n'est pas intégralement comprise et ne permet pas d'extraire beaucoup d'informations sur les séismes à leur origine. Une simulation numérique de ces signaux est proposée pour identifier et comprendre les paramètres environnementaux et les phénomènes majeurs entrant en jeu dans la génération des ondes T. L'approche proposée est la méthode des éléments spectraux, mise en œuvre dans le code SPECFEM2D. Cette approche s'avère adaptée à cet usage car elle permet d'aborder le phénomène de la génération et la propagation des ondes T dans son ensemble en tenant compte ses principales caractéristiques : le couplage fluide/solide (propagation sismique, conversion, et propagation acoustique), les profils de vitesse d'onde dans l'eau et dans la croûte, et le tenseur des moments sismiques donnant le diagramme de radiation de la source. Les signaux simulés présentent des formes, des durées, des temps d'arrivée, et des amplitudes relatives tout à fait comparables aux enregistrements réels. Les différences observées proviennent sans doute du traitement 2D du problème et d'une représentation trop simpliste des environnements et de la source sismique.

Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes et organismes qui m'ont permis de mener cette thèse à son terme.

Je remercie tout d'abord ceux qui ont rendus ce travail techniquement réalisable, à savoir la Direction Générale de l'Armement (DGA) et l'Université de Bretagne Occidentale (UBO), co-financeurs de la thèse. Merci aussi Laboratoire Domaines Océaniques (LDO/UMR6538 ; Institut Universitaire Européen de la Mer, IUEM) pour m'avoir accueilli dans ses locaux.

Ma reconnaissance va, de manière générale, à tous les membres de laboratoire et, en particulier, à Julie Perrot pour m'avoir aidé sur les données (et me les avoir fournies), à Dominique Gac pour son aide en matière de bibliographie, recherche de document ou impression du présent manuscrit, à Christophe Martin pour son assistance informatique, ainsi qu'à tous ceux avec qui les discussions m'ont permis de progresser (et parfois de me changer les idées). Merci aussi à Camille Mazoyer pour son aide dans le domaine du calcul informatique et l'utilisation du supercalculateur Caparmor.

Je remercie les membres du jury pour avoir examiné avec attention mes travaux, manuscrit et soutenance. En particulier, je remercie Dominique Fattaccioli que j'ai pu rencontrer pendant mes travaux et qui a su apporter son éclairage sur le sujet, notamment en l'orientant vers l'étude d'un cas particulier avec la confrontation entre simulations et enregistrements. Merci également à Dimitri Komatitsch et tous ses collaborateurs pour le développement et la maintenance du code SPEC-FEM2D largement utilisé au cours de cette thèse.

Je tiens ensuite à remercier mes encadrants Jean-Yves Royer, Claude Guennou et Laurent Guillon qui m'ont soutenu et orienté et qui, chacun dans leurs domaines de prédilection, ont su m'amener à l'aboutissement de mon travail.

Enfin, je remercie ceux que j'ai côtoyés au quotidien, entre autres les autres doctorants et post-doctorants du laboratoire. En particulier, Aurélien et Angélique, puis Anna par la suite, dont j'ai partagé le bureau durant la majeure partie de ma thèse et qui, dans et hors du laboratoire, ont rendu ces quelques années d'épreuves plus supportables voire agréables parfois. En outre, je remercie ma famille, notamment ma mère et ma sœur, qui m'ont soutenu (supporté) et pas seulement sur ces dernières années.

J'adresse finalement un ultime remerciement à tous ceux que j'ai pu oublié précédemment et à toute personne qui aura le courage de lire ces travaux et d'y trouver un intérêt, pour son travail ou sa culture personnelle.

Table des matières

Résumé - Abstract	iv
Remerciements	vii
Abréviations	xiii
Introduction	1
I Les ondes T : à l'écoute de la sismicité océanique	3
I.A Tectonique et sismicité océanique	3
I.A.1 Généralités sur la tectonique et les séismes	3
I.A.2 Les types d'ondes générées par les séismes	7
I.B Surveillance de la sismicité des dorsales	10
I.B.1 Historique et généralités	10
I.B.2 Les campagnes du LDO	11
I.C Quelques généralités d'acoustique sous-marine	13
I.C.1 Du bruit dans le monde du silence	13
I.C.2 Profil de vitesse des ondes acoustiques sous-marines	14
I.C.3 Atténuation des ondes acoustiques	16
I.D Les ondes T	21
I.D.1 Historique	21
I.D.2 Génération et propagation	22
I.D.2.a Approche géométrique du mécanisme de conversion et de propagation	22
I.D.2.b Approches non-géométriques du mécanisme de conver- sion et de propagation	24
I.E Conclusion	25
II Méthodes de résolution de l'équation acoustique	27
II.A Équation d'onde acoustique	28
II.B Méthode des rayons	30
II.B.1 Théorie	30
II.B.2 Exemples d'application	35
II.C Méthode d'intégration du nombre d'onde	37
II.C.1 Théorie	40

II.C.2 Exemples d'application	41
II.D Modes normaux	41
II.D.1 Théorie	42
II.D.2 Exemples d'application	44
II.E Équation parabolique	45
II.E.1 Théorie	47
II.E.2 Exemples d'application	49
II.F Discussion	51
III La méthode des éléments spectraux et le code SPECFEM2D	55
III.A Equations de l'élastodynamique	56
III.A.1 Equation d'onde élastique	56
III.A.2 Retour vers l'acoustique	58
III.B Méthode des éléments spectraux	59
III.C SPECFEM2D - Méthode des éléments spectraux appliquée aux équations d'onde acoustique et élastique	62
III.C.1 Equations d'onde	62
III.C.2 Discrétisation spatiale	64
III.C.3 Approximation de Galerkin	65
III.C.4 Schéma d'intégration en temps	67
III.D Exemples	67
III.E Discussion	70
IV Modélisation d'ondes T à l'aide de SPECFEM2D	73
IV.A Cas tests	73
IV.B Modélisation d'un cas réel	82
IV.B.1 Génération et propagation des ondes T : une comparaison entre observations et modélisations par éléments spectraux	83
IV.B.2 Compléments et discussion des résultats de l'article	95
IV.B.2.a Influence du profil de vitesse dans l'eau	95
IV.B.2.b Influence de la fréquence de la source	96
IV.B.2.c Arrivée des ondes T	100
IV.B.2.d Influence du profil de vitesse dans la croute	102
IV.B.2.e Comparaison avec les données	105
IV.B.3 Effets de la résolution de l'interface eau/croute	107
IV.B.4 Synthèse	118
Conclusion et perspectives	121
A Figures complémentaires	127
B Quelques notions de physique et de mathématiques	137

Liste des figures	153
Liste des tableaux	155
Bibliographie	159

Abréviations

Acronyme	Signification	Pages
CTBTO	C omprehensive nuclear- T est- B an T reaty O rganization	11, 12
DEFLO- HYDRO	Observation de la DÉ formation de la Lithosphère O céanique à l'aide d' HYDRO phones	11
DSC	D eep S ound C hannel	16
ESA	E uropean S pace A gency	22
FDM	F inite D ifference M ethod	30
FEM	F inite E lement M ethod	30, 59
FFP	F ast F ield P rogram	37
FFT	F ast F ourier T ransform	37, 49
GEBCO	G eneral B athymetric C hart of the O cean	109, 110, 112, 114, 116, 108, 111–113
GOCE	G ravity field and steady-state O cean C irculation E xplorer	22
HMS	H is/ H er M ajesty S hip	6
HVO	H awaii V olcano O bservatory	21
MARCHE	M id- A tlantic R idge C omprehensive H ydrophone E xperiment	11, 12
MOMAR	M onitoring the M id- A tlantic R idge	11, 12
NEIC	N ational E arthquake I nformation C enter	4, 5
NOAA	N ational O ceanographic and A tmospheric A dmistration	15
NODC	N ational O ceanographic D ata C enter	15
LDO	L aboratoire D omaines O céaniques	11

OBS	O cean B ottom S eismometer	10
OHASISBIO	O bservatoire H ydro A coustique de la SIS micité et de la BIO diversité	11, 12
PMEL	P acific M arine E nvironmental L aboratory	11, 12
PML	P erfectly M atched L ayers	63, 64
SIRENA	S eismic I nvestigation by RE ecording of acoustic waves in the N orth A tantic	11, 12
SOFAR	S ound F ixing A nd R anging	12, 15, 16, 20–24, 52, 73, 75, 79, 81, 95, 96, 100, 102, 105, 107, 110, 111, 118, 139
SONAR	S ound N avigation A nd R anging	17
SOSUS	S ound SU rveillance S ystem	10
SPECFEM2D	SPE ctral F inite E lement M ethod 2D	55, 56, 59, 62, 64, 67, 69–71, 73, 82, 95, 108, 84, 107, 144
UNESCO	U nited N ations E ducational, S cientific and C ultural O rganization	138
USGS	U nited- S tates G eological S urvey	4, 5
WOD	W orld O cean D atabase	15
WRM	W eighted R esiduals M ethod	60

Introduction

À l'instar de la biologie, l'observation de la planète Terre dans son ensemble présente des similitudes avec l'étude d'un organisme vivant avec ses échanges de matière et d'énergie tant en interne qu'avec le milieu environnant. L'un de ces échanges les plus importants donne lieu d'une part à une perte, notamment par radiation des couches externes vers l'espace, de la chaleur emmagasinée lors de la formation de la planète et d'autre part à un réchauffement interne dû aux réactions nucléaires compensant en partie le refroidissement. Dans les couches profondes de la Terre, ces échanges de chaleur prennent aussi la forme de mouvements de matière, c'est la convection, les matériaux chauds remontant vers la surface et les plus froids plongeant vers le noyau. En surface, sur la croûte terrestre, la couche externe rigide, l'activité interne est visible au travers de la tectonique des plaques et des phénomènes associés les plus spectaculaires que sont les éruptions volcaniques et les tremblements de terre.

Les phénomènes profonds sont, par nature, difficilement observables directement et il faut généralement se contenter d'étudier leurs effets en surface. C'est dans ce contexte que les dorsales océaniques, lieux de remontée de matériaux profonds, d'accrétion de la croûte océanique, et de divergence des plaques tectoniques, sont des zones intéressantes à surveiller. Mais elles sont situées au milieu des océans et donc souvent éloignées de toute terre émergée. Leur étude nécessite alors des moyens et des instruments complexes et onéreux à déployer.

Lorsque qu'un séisme se produit au niveau d'une dorsale océanique, une partie des ondes sismiques se convertit en ondes acoustiques dans l'eau, les ondes T, qui se propagent dans la colonne d'eau sur de grandes distances en subissant peu d'atténuation. Ces ondes peuvent être enregistrées à grande distance par des appareils immergés, les hydrophones. On a vu ainsi, depuis une vingtaine d'années, se développer des campagnes de surveillance sismo-acoustique des dorsales. Ces recherches étant relativement récentes, tous les phénomènes mis en jeu dans la génération et la propagation des ondes T ne sont pas encore tous parfaitement compris. Quelles sont les conditions nécessaires et/ou

suffisantes à l'interface (relief, rugosité, vitesse des ondes. . .) pour qu'une onde sismique se convertisse en une onde T pouvant se propager jusqu'à un hydrophone ? Quelles sont les conditions sur la colonne d'eau pour que cette propagation ait lieu ? Comment les caractéristiques du séisme (contenu fréquentiel, diagramme de radiation. . .) influencent-elles les ondes émises ? Quelle est la part des effets de la propagation dans le milieu solide sur le signal enregistré ?

Cette thèse propose d'aborder ces questions et ainsi de mieux comprendre les ondes T à l'aide d'une nouvelle approche de modélisation numérique en répondant et/ou en apportant des pistes de réflexion sur ces questions. Elle est construite comme suit :

Le chapitre [I](#) présente le contexte général de l'étude de la tectonique des plaques et de la sismicité océanique et l'intérêt des ondes T pour la surveillance des dorsales océaniques.

Le chapitre [II](#) aborde la question de la représentation physique et numérique des ondes T et présente les principales méthodes de modélisation de la propagation d'ondes acoustiques dans un fluide (l'eau) : méthodes des rayons, d'intégration du nombre d'onde, des modes normaux, et de l'équation parabolique. Ces différentes approches sont illustrées par une première série de simulations d'ondes T.

Le chapitre [III](#) complète cette présentation en introduisant la propagation des ondes élastiques dans un solide (la croûte) et présente la méthode des éléments spectraux, en particulier le code `SPECFEM2D`, qui permet de prendre en compte à la fois la propagation des ondes élastiques dans le milieu solide et celle des ondes acoustiques dans le milieu fluide et ainsi de simuler conjointement la conversion sismique/acoustique à l'interface eau/croûte et la propagation des ondes T qui en résultent.

Le chapitre [IV](#) applique dans un premier temps la méthode des éléments spectraux et `SPECFEM2D` à une série de modèles synthétiques simples permettant d'évaluer l'influence de différents paramètres. Dans un second temps, un évènement sismique réel est modélisé dans un environnement plus réaliste et les résultats des simulations sont comparés aux enregistrements de cet évènement par un réseau d'hydrophones.

Chapitre I

Les ondes T : à l'écoute de la sismicité océanique

Ce premier chapitre est une introduction à la problématique des ondes T. La première partie expose brièvement les principaux aspects, notamment historiques, de l'étude et de la compréhension de la sismicité. La deuxième partie porte plus spécifiquement sur la surveillance sismique en domaine océanique. La troisième partie aborde de manière générale l'acoustique sous-marine. Enfin, la quatrième partie expose le cas particulier des ondes T et leurs particularités dues à leur origine sismique et à leur propagation longue distance dans la colonne d'eau.

I.A Tectonique et sismicité océanique

I.A.1 Généralités sur la tectonique et les séismes

De manière très schématique, la Terre peut être vue comme une sphère fluide ceinte par une croûte rigide. Cette croûte, ou lithosphère (du grec *λίθος* : pierre), est composée d'une douzaine de plaques principales. Les différences de propriétés physico-chimiques de la croûte avec le milieu sous-jacent, le manteau, ainsi que les mouvements de convection au sein de celui-ci entraînent entre autres un mouvement horizontal (*i.e.* sur la surface de la sphère) de ces plaques lithosphériques. Les déplacements relatifs de ces plaques occasionnent une forte activité sismique et magmatique à leurs frontières (Fig.I.1). Les tremblements de terre sont connus, et redoutés, depuis bien longtemps notamment dans leurs formes les plus violentes qui peuvent entraîner, entre autres, éboulements, glissements de terrain, tsunamis ou encore effondrements de bâtiments et, par conséquent, de

nombreuses victimes. On comprend ainsi l'intérêt de développer des appareils permettant de détecter et d'étudier les séismes afin de mieux s'en prémunir et peut-être, à terme, les prévenir.

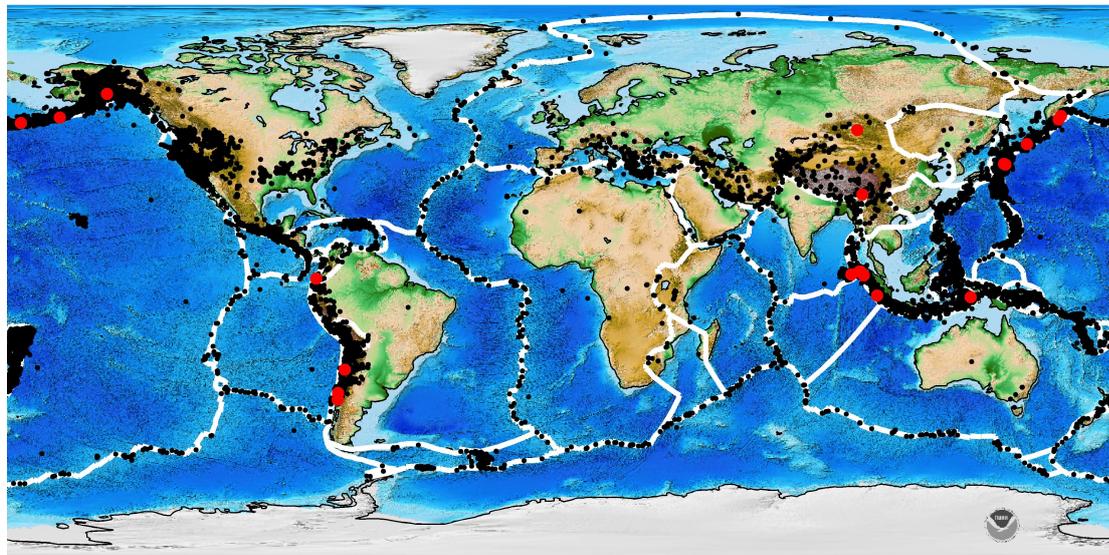


FIGURE I.1: Carte topographique mondiale. Les limites des principales plaques tectoniques sont représentées par les lignes **blanches**. Les points **noirs** indiquent la localisation des séismes ayant eu lieu lors des onze premiers mois de 2013 répertoriés par les catalogues mondiaux. Les points **rouges** représentent les séismes de magnitude supérieure à 8,5 depuis 1900. *Source : base de données du NEIC ^a/USGS ^b*

a. National Earthquake Information Center

b. United-States Geological Survey

Les 18^{ème} et 19^{ème} siècles ont été très fertiles en termes d'avancées techniques et scientifiques en tout genre et beaucoup d'appareils et de protocoles développés alors sont à l'origine d'instruments encore d'usage aujourd'hui. Les premiers sismomètres modernes sont par exemple issus des modèles développés à cette époque. On peut néanmoins noter qu'en 132 ap. J.-C. le savant chinois Chang Hêng avait déjà créé un appareil permettant de déterminer la direction de provenance d'une onde sismique : le sismoscope (Dewey et Byerly, 1969; Needham et Ling, 1959). L'instrument prouva son efficacité quelques années plus tard en détectant un séisme, confirmé plusieurs jours après par un messenger arrivant de la région affectée, dans la direction indiquée par le sismoscope.

Les appareils modernes permettent généralement non seulement de détecter une direction générale de propagation mais aussi de capter et d'enregistrer les mouvements du sol en trois dimensions (deux directions horizontales et une verticale). L'enregistrement, le sismogramme, apporte la dimension temporelle aux données collectées. Ces informations,

croisées avec celles recueillies à d'autres endroits, permettent de déduire des caractéristiques de la source (type, localisation, magnitude. . .) et du milieu traversé (composition, densité. . .).

Les frontières de plaques se répartissent en trois grandes catégories en fonction des mouvements en jeu. Lorsque les plaques glissent l'une par rapport à l'autre le long de leur limite on parle de décrochement. L'exemple le plus emblématique de ce type de mouvement est le système de la faille de San Andreas à l'ouest des États-Unis et dont l'une des manifestations les plus célèbres (et dévastatrices) fut le séisme qui détruisit une partie de San Francisco en 1906. Lorsqu'il y a convergence entre les plaques, on distingue plusieurs cas selon la nature (et surtout la densité) des plaques en confrontation. En cas de convergence entre deux croûtes océaniques ou d'une croûte océanique et une croûte continentale la plus « lourde » tend à s'enfoncer sous la plus « légère » (la croûte continentale étant toujours moins dense). On parle alors de subduction. En revanche, lors de la collision de deux croûtes continentales aucune ne cède le passage à l'autre. La convergence aboutie alors à la création d'une chaîne de montagnes (par ex. l'Himalaya résulte de la collision Inde/Asie) et continue de façonner le relief tant que le mouvement est actif. Les zones de subduction sont aussi le lieu d'un intense volcanisme comme sur la « ceinture de feu » entourant l'Océan Pacifique sur ses côtes ouest, nord et est. La convergence des plaques provoque les séismes les plus violents. Depuis 1900, parmi les 22 séismes d'une magnitude supérieure à 8,5 (source : NEIC¹/USGS²), 21 sont situés dans un contexte de convergence de plaques (4 le long de la côte ouest de l'Amérique du Sud, 9 au nord-ouest du Pacifique, du Japon à l'Alaska, 7 en Indonésie et 1 au Tibet, le 22^{ème} ayant eu lieu en Mongolie ; points rouges Fig.I.1). Enfin, le dernier type de frontières de plaques concerne la divergence. Lorsque deux plaques tendent à s'éloigner, de la croûte océanique est créée à partir du magma remontant des profondeurs. Une forme initiale de divergence peut avoir lieu sur un continent comme c'est actuellement le cas dans le Rift est-africain. En règle générale, les zones de divergence sont plutôt situées loin des côtes, au milieu des océans. Elles constituent les dorsales océaniques et s'apparentent à une chaîne de montagne volcanique presque continue, de plus de 60000 km de long, parcourant tous les océans de la planète (lignes blanches Fig. I.1). Les frontières de plaques ne sont pas immuables, surtout sur des temps longs (millions ou milliards d'années). Elles apparaissent, se déplacent et peuvent cesser d'être actives. Le rift Keweenawan en Amérique du Nord dans la région des Grands Lacs, par exemple, était une zone de divergence (susceptible d'aboutir à la formation d'un océan) qui a avorté il y a un peu plus d'un milliard d'années. On trouve aussi des variations à plus petites échelles (spatiales

1. National Earthquake Information Center
2. United States Geological Survey

et temporelles). Un segment de dorsale de plusieurs dizaines à plusieurs centaines de kilomètres peut se déplacer (plus ou moins perpendiculairement à l'axe de divergence) de plusieurs kilomètres en quelques décennies à quelques siècles.

C'est au milieu du 19^{ème} siècle que l'on évoque pour la première fois les dorsales océaniques. Matthew Fontaine [Maury \(1854\)](#), à partir de sondages bathymétriques épars dans l'Atlantique Nord, suppose l'existence d'un relief immergé. Des relevés de température de l'eau à proximité du fond (expédition du HMS Challenger, 1872–1876) suggèrent que les courants profonds sont déviés comme si un obstacle contraignait leur circulation. L'expédition découvrira aussi, dans le Pacifique cette fois, la dorsale de l'Île de Pâques. Par la suite, des dorsales sont découvertes dans tous les océans du globe au gré des expéditions (Reykjanes au sud-ouest de l'Islande en 1895–1896, Carlsberg dans l'océan Indien en 1928–1930...). Aujourd'hui encore diverses campagnes de mesures sont organisées afin de cartographier et caractériser au mieux ces reliefs sous-marins. Notons que sous certaines conditions, par exemple en présence d'un point chaud, il est possible que l'accrétion (apport de matière créant la croûte) soit telle que la dorsale émerge. L'Islande se situe ainsi sur la dorsale médio-atlantique à cheval entre les plaques eurasienne et nord-américaine. Ce n'est qu'environ un siècle après la découverte de Maury que l'on a commencé à comprendre le fonctionnement des dorsales dans son ensemble. Rappelons que c'est seulement à cette époque que la théorie de la tectonique des plaques des plaques se met en place, dont les prémices ont été apportées par la théorie de la dérive des continents d'Alfred [Wegener \(1912\)](#). Cette idée avait d'ailleurs déjà été évoquée à la fin du 16^{ème} siècle par Abraham [Ortelius \(1570\)](#) qui avait aussi remarqué la similitude des traits de côte entre l'Afrique et l'Amérique du Sud.

Les limites de plaques sont caractérisées par une forte sismicité. La figure [I.1](#) superpose ces frontières (lignes blanches) et les séismes (points noirs) enregistrés en 2013. On remarque que les dorsales océaniques, bien que marquées de nombreux séismes, semblent moins actives que d'autres régions comme les zones de subduction des océans Pacifique et Indien. Le contraste est encore plus flagrant lorsque l'on compare les intensités des événements. Au niveau des dorsales pour l'année 2013, les séismes d'une magnitude inférieure à 4,4 représentent environ 25% du nombre total (~ 800) alors qu'ils sont plus de 85% (sur ~ 44000) à l'échelle mondiale. Cela va à l'encontre de la loi de Gutenberg-Richter ([Gutenberg et Richter, 1949](#) ; Annexe [B.1](#)) qui stipule que les séismes sont d'autant plus fréquents que leur magnitude est faible. Ce phénomène s'explique principalement par deux facteurs dont les effets se cumulent : des magnitudes globalement plus faibles sur les dorsales océaniques et leur éloignement des réseaux sismologiques terrestres. Les dorsales sont par nature au milieu de l'océan et donc souvent à plusieurs milliers de

kilomètres des terres émergées où sont localisés les sismomètres. L'atténuation rapide des ondes sismiques durant leur trajet ne permet alors de détecter que les événements les plus intenses.

Deux principaux mécanismes engendrent les séismes de dorsale. D'une part les séismes magmatiques, dus aux remontées de magma dans les failles et les conduits, provoquent une déformation de la croûte. D'autre part les séismes tectoniques résultent des relâchements brusques des tensions accumulées durant le déplacement à plus grande échelle d'une plaque ou d'une portion de plaque. Outre l'intensité, la profondeur est aussi généralement plus faible dans un contexte de dorsale. Le milieu cassant, nécessaire pour générer des séismes, présente une faible épaisseur. En effet la croûte océanique ne fait pas plus d'une dizaine de kilomètres d'épaisseur voire moins notamment à proximité de l'axe de la dorsale où elle se forme. On peut toutefois observer quelques séismes à 20–30 kilomètres de profondeur. Dans un contexte continental, l'épaisseur de la croûte atteint une trentaine de kilomètres (jusqu'à ~ 80 km sous les montagnes). Lors d'une subduction, la présence de la plaque plongeante, rigide et cassante, en profondeur peut même occasionner des séismes à plusieurs centaines de kilomètres sous la surface.

I.A.2 Les types d'ondes générées par les séismes

Les séismes sont susceptibles de générer, directement ou après conversion, différents types d'ondes (Fig. I.2). Elles se regroupent en deux grandes catégories selon qu'elles se propagent à l'intérieur d'un milieu, on parle alors d'*ondes de volume*, ou le long d'une limite entre deux milieux, ce sont les *ondes de surface* (ou *ondes d'interface*).

Il existe deux types d'ondes de volume. Les premières, appelées *ondes P*, sont des ondes longitudinales (ou de compression). Les particules du milieu oscillent parallèlement à la direction de propagation de l'onde. Le matériau traversé subit ainsi des compressions et des dilatations successives le long du trajet de l'onde. Les ondes P sont les ondes sismiques les plus rapides avec des vitesses de l'ordre de 5000 à 8000 m/s dans la lithosphère. Notons que les vitesses données dans cette section le sont à titre d'illustration et sont sujettes à de fortes variations selon les propriétés des milieux rencontrés.

Les secondes ondes de volume, appelées *ondes S*, sont des ondes transversales (ou de cisaillement). La vibration des particules a lieu, dans ce cas, perpendiculairement à la direction de propagation. Leur vitesse est environ 40 % plus lente que celle des ondes P. Par analogie, on peut comparer le mode de vibration des ondes P et S avec le déplacement d'un lombric pour les premières et la reptation des serpents pour les secondes.

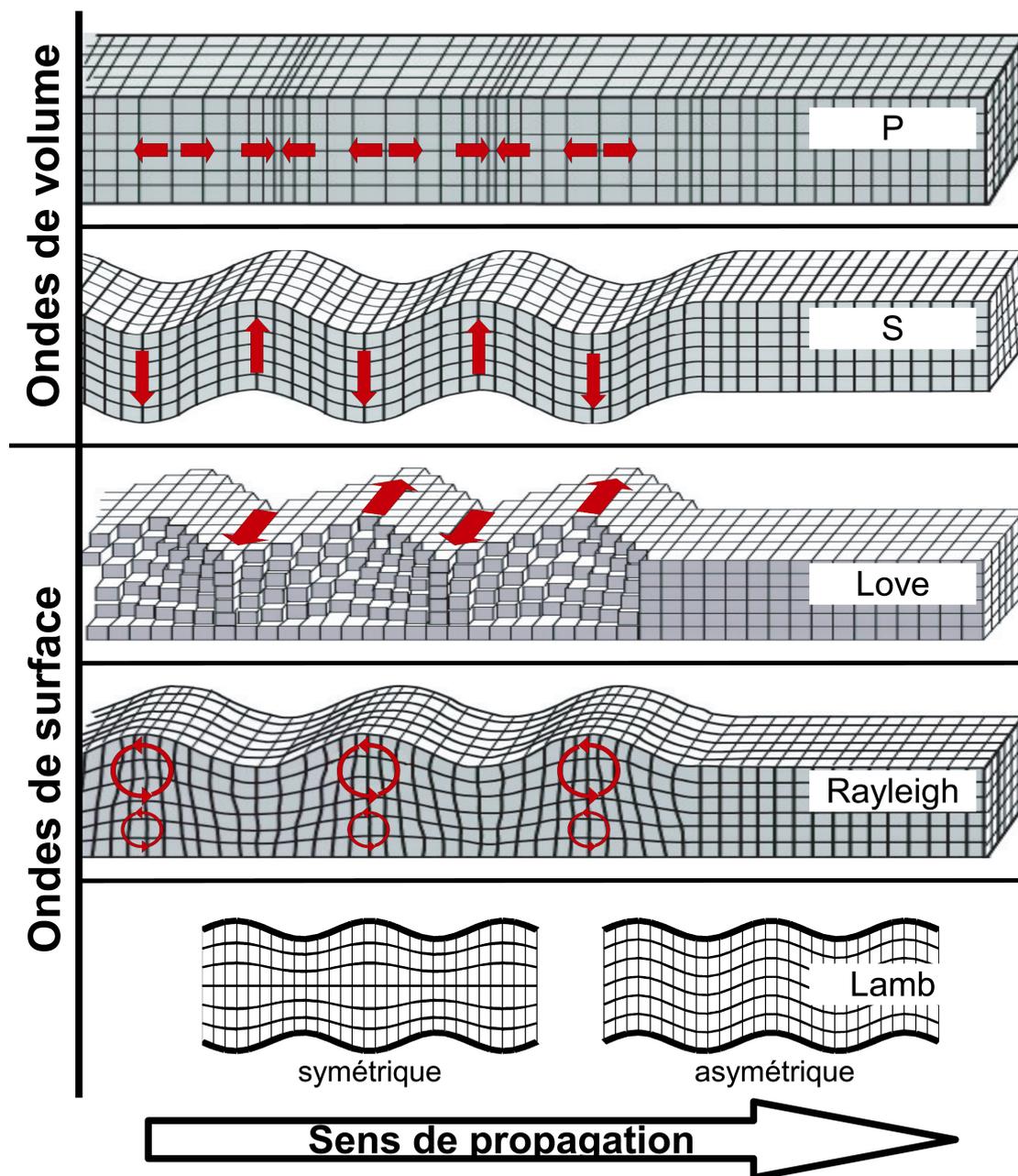


FIGURE I.2: Différents types d'ondes générées par les séismes.

Les ondes de surface sont appelées ainsi car, dans le cas d'un séisme, elles se propagent généralement le long de la surface terrestre. Elles sont également désignées par le terme plus générique d'ondes d'interface car elles sont potentiellement présentes sur tout type d'interface, c'est-à-dire lorsqu'il y a une variation brutale des propriétés physiques du milieu. Elles portent le nom de leur découvreur.

Les *ondes de Rayleigh* (1885) sont caractérisées par un mouvement elliptique, généralement rétrograde, des particules dans un plan perpendiculaire à l'interface (vertical) et parallèle à la direction de propagation. L'amplitude et l'excentricité des ellipses décroît avec la profondeur. Les mouvements significatifs ont lieu sur une épaisseur de l'ordre d'une longueur d'onde. La vitesse de ondes de Rayleigh est environ 90 % celle des ondes

S. On peut en fait distinguer trois sous-catégories de ce type d'ondes selon la nature de l'interface. Pour une interface solide/vide (*i.e.* surface libre) on parle d'onde de Rayleigh, sur une interface solide/fluide d'*ondes de Scholte* (1947) et pour une interface solide/solide d'*ondes de Stoneley* (1924). L'antériorité de la découverte et les faibles vitesses de propagation dans l'air (assimilable à du vide par rapport au sol sous-jacent) font que les ondes à la surface terrestre sont tout de même appelées ondes de Rayleigh.

Lorsque la propagation a lieu dans un milieu fin (*i.e.* de quelques longueurs d'ondes d'épaisseur au maximum), il est possible qu'une onde d'interface semblable à une onde de Rayleigh soit guidée par l'ensemble du milieu et non plus seulement par sa surface. Il s'agit alors d'*ondes de Lamb* (1917). On en distingue essentiellement deux types selon le mouvement relatif des interfaces supérieure et inférieure du milieu : symétrique ou asymétrique.

Il existe une autre grande catégorie d'ondes de surface, ce sont les *ondes de Love* (1911). Leur mode de propagation présente des similitudes avec les ondes S puisque les particules se déplacent parallèlement à l'interface (horizontalement) et perpendiculairement à la direction de propagation. L'amplitude de ces ondes décroît avec la profondeur. Les ondes de Love se déplacent moins vite que les ondes P et S mais légèrement plus vite que les ondes de Rayleigh.

Il faut savoir que deux ondes de surface se propageant en sens opposés sont susceptibles de produire des interférences affectant l'ensemble du globe terrestre. Celui-ci se met alors à vibrer soit par compression-dilatation sans changement de forme soit par aplatissement-étirement des pôles. Seuls les séismes les plus forts (de magnitude supérieure à 8) sont capables de générer des ondes d'amplitudes et de longueurs d'ondes suffisamment grandes pour provoquer ce phénomène.

Tous ces différents types d'ondes ne sont pas exclusifs. Lorsqu'une onde rencontre une interface elle peut générer simultanément des ondes appartenant à plusieurs des catégories évoquées ci-dessus. Ainsi, un signal capté par un sismomètre peut être la signature d'une onde ayant subi plusieurs conversions et donc s'étant propagée sous diverses formes. C'est grâce à la propagation de ces ondes, surtout lors des plus importants séismes, et à leur réflexions et/ou réfractions sur les principales discontinuités que l'on connaît la structure interne de la Terre. Rappelons que le plus profond forage³ dépasse à peine 12,2 km alors que le rayon terrestre est de plus de 6350 km.

Les *ondes T*, sujet central de cette thèse, font partie de ces ondes qui, après avoir été générées par un séisme, se sont propagées sous la forme d'ondes sismiques de volumes (P et/ou S) et/ou d'ondes de surfaces puis se sont converties sur le plancher océanique

3. Forage profond de Kola, Russie : <http://superdeep.pechenga.ru/>

pour se propager sous la forme d'ondes acoustiques de volume dans la colonne d'eau. Ces ondes sont détectées soit directement dans l'océan soit à terre si elles se reconvertissent en ondes sismiques. Rappelons que les ondes de volume acoustiques dans un fluide n'existent que sous la forme d'ondes de compression.

Pour finir, rappelons que ces ondes ne sont pas spécifiques aux séismes, éventuellement sous d'autres noms, mais qu'elles peuvent être générées artificiellement (explosion, choc...) et qu'elles se propagent dans des milieux autres que les enveloppes terrestres. L'observation de leurs vitesses de propagation permet ainsi d'étudier les propriétés du sous-sol ou d'autres matériaux (plaques de métal...).

I.B Surveillance de la sismicité des dorsales

I.B.1 Historique et généralités

La double contrainte d'éloignement et de faibles magnitudes nécessite donc une approche spécifique pour la surveillance sismique des dorsales. L'usage de sismomètres terrestres n'est applicable que localement lorsque les terres émergées sont proches des dorsales (Islande, Açores...). Il est possible d'utiliser leurs homologues marins, les sismomètres de fond de mer (ou *Ocean Bottom Seismometer*, OBS) mais leur déploiement est compliqué et onéreux. La principale limitation de ces appareils vient de l'atténuation rapide des ondes sismiques : un réseau d'OBS ne peut ainsi surveiller qu'une zone restreinte géographiquement. Depuis une vingtaine d'années, une nouvelle approche d'observation s'est développée, basée sur l'écoute des ondes T.

Lorsqu'a débuté la surveillance de la sismicité des dorsales océaniques les seuls moyens disponibles étaient les stations sismiques terrestres. Les seuls événements détectés étaient ainsi soit des séismes proches de terres émergées équipées de sismographes soit ceux d'une intensité suffisante pour se propager jusqu'aux enregistreurs terrestres (ondes sismiques, voire ondes T). Or la nature des ondes T indique qu'elles peuvent être détectées directement dans l'eau.

Au sortir de la seconde guerre mondiale, les États-Unis ont déployé au large de leurs côtes plusieurs lignes d'écoute subaquatique. Celles-ci étaient composées de plusieurs hydrophones et servaient à surveiller l'activité des sous-marins soviétiques. Les capteurs étaient reliés par câble aux centres de traitement ce qui permettait une veille en temps réel. Suite à la déclassification du programme SOSUS⁴ en 1991, les données de ces hydrophones sont

4. SOund SURveillance System

devenues ouvertes pour la recherche scientifique. Le Pacific Marine Environmental Laboratory (PMEL) a ainsi pu mettre en place, dès 1991, une campagne de surveillance de la dorsale Nord-Atlantique. Le succès de cette première étude a poussé le PMEL à développer des hydrophones autonomes (disposant d'une batterie et d'un système d'enregistrement autonome) afin de poursuivre les recherches de manière plus flexible et sur d'autres sites, à commencer par le Pacifique en 1996 puis dans presque tous les océans.

I.B.2 Les campagnes du LDO

En 2000, le Laboratoire Domaines Océaniques (LDO) s'est associé au PMEL pour effectuer une surveillance hydroacoustique de la dorsale Atlantique lors de deux expériences (Fig. I.3). La première, SIRENA⁵, de juin 2002 à septembre 2003, organisée en collaboration avec le Centro de Geofísica de Universidade de Lisboa et le Centro de Investigação Marinha e Ambiental (Universidade do Algarve, Faro, Portugal), a déployé un réseau de 6 hydrophones au nord des Açores. La seconde expérience, MARCHE⁶, de juillet 2005 à août 2008, a donné lieu à trois missions de déploiement/récupération de 4 hydrophones. Cette surveillance s'intègre dans le projet MOMAR⁷ qui a pour but d'étudier sur le long terme l'activité sismique, volcanique, et hydrothermale de la dorsale Atlantique au sud des Açores ($\sim 40^\circ\text{N}$).

Un autre réseau de trois hydrophones a été déployé dans l'océan indien (Fig. I.3) entre octobre 2006 et janvier 2008, afin de surveiller l'activité des trois dorsales de cet océan dans le cadre du projet DEFLO-HYDRO⁸. Ce réseau a été redéployé en janvier 2010, avec deux triplets d'hydrophones complémentaires (projet OHASISBIO⁹). Deux hydrophones permanents du CTBTO¹⁰ complètent ces réseaux temporaires. L'objectif d'OHASISBIO, outre la surveillance de la sismicité, est aussi d'étudier les migrations saisonnières de certaines espèces de baleines de la région.

Depuis 2006 le LDO déploie ses propres hydrophones. Chaque appareil est composé de divers éléments (Fig. I.4). En premier lieu d'un capteur : un transducteur électroacoustique qui transforme la variation de pression de l'eau en signal électrique. En aval un système électronique est chargé d'amplifier et de numériser le signal qui est, ensuite, stocké sur disque dur. Le tout est alimenté par une série de batteries permettant une autonomie d'environ 18 mois. Ces dernières occupent la majeure partie de l'espace de

5. Seismic Investigation by REcording of acoustic waves in the North Atlantic

6. Mid-Atlantic Ridge Comprehensive Hydrophone Experiment

7. MOnitoring the Mid-Atlantic Ridge

8. Observation de la DÉFormation de la Lithosphère Océanique à l'aide d'HYDROphones

9. Observatoire HydroAcoustique de la SISmicité et de la BIOdiversité

10. Comprehensive nuclear-Test-Ban Treaty Organization

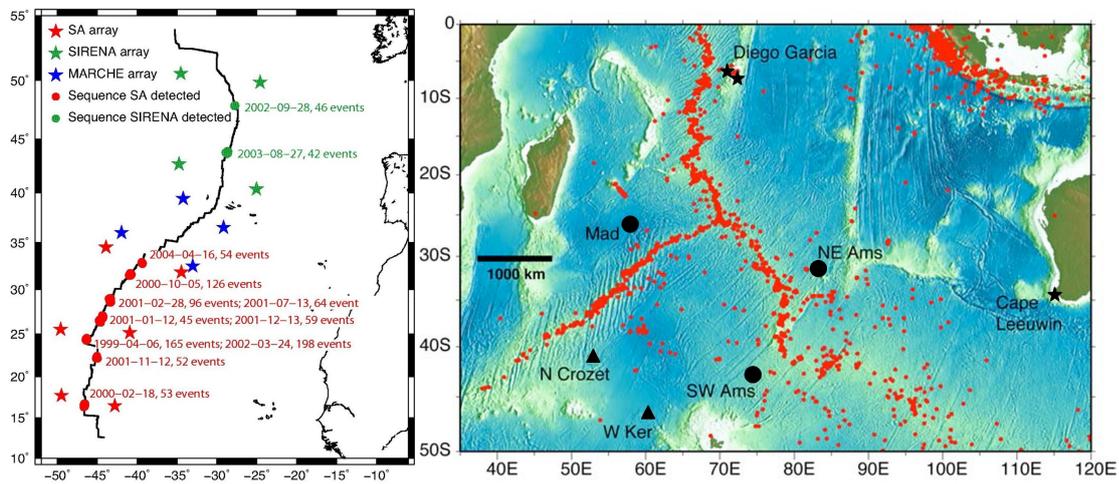


FIGURE I.3: Carte des déploiements des hydrophones. (gauche) le projet MOMAR avec les missions SIRENA (vert) et MARCHE (bleu) ainsi que les appareils du réseau « South Azores » du PMEL (rouge). Les étoiles représentent les hydrophones et les points les séries d'événements sismiques les plus marquantes. (droite) La campagne OHASISBIO avec les hydrophones seuls (cercles noirs) et en triplets (triangles noirs) ainsi que les stations du CTBTO (étoiles noires). Les points rouges représentent les séismes détectés entre octobre 2006 et janvier 2008 par les trois hydrophones solitaires.

l'instrument. L'ensemble est enfermé dans un cylindre en titane. La ligne de mouillage (Fig. I.4) est constituée, de bas en haut, d'un lest (perdu lors de la récupération), d'un largueur acoustique (chargé de relâcher l'instrument sur commande), d'un câble (dont la longueur permet de positionner le capteur dans le canal SOFAR) et, enfin, de l'appareil inséré dans une bouée immergée qui maintient la ligne en tension durant l'expérience et permet de récupérer la ligne en fin d'expérience.

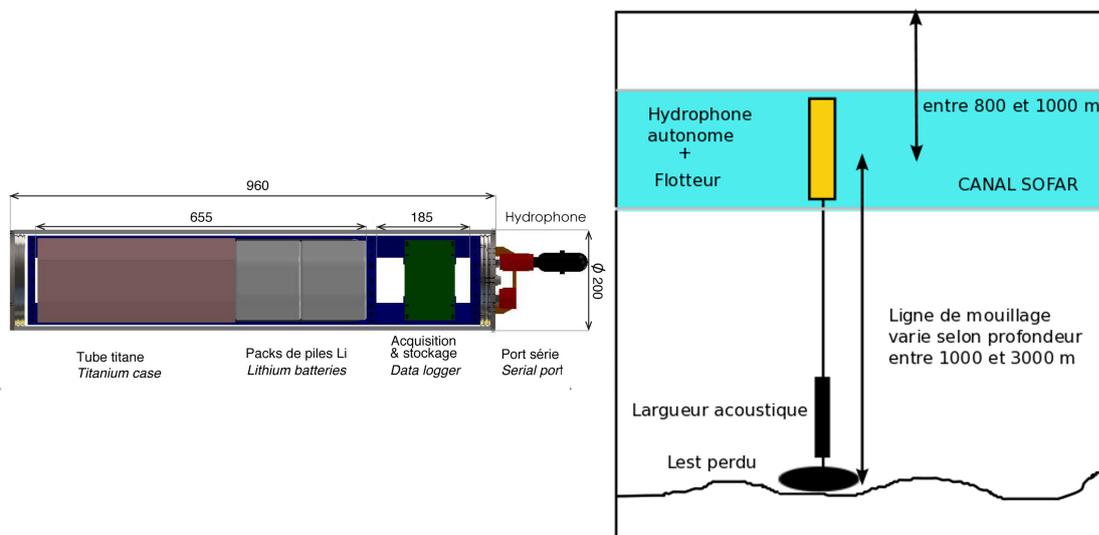


FIGURE I.4: Schéma d'un instrument (gauche) et d'une ligne de mouillage (droite).

Une fois les instruments récupérés, les données enregistrées sur les disques durs peuvent être exploitées. Il s'agit tout d'abord de repérer sur les enregistrements les signaux qui

nous intéressent : ceux produits par les séismes. Cette recherche est soit manuelle par visualisation directe du signal temporel, accompagné de son spectrogramme, soit automatique, du moins en partie, grâce à des algorithmes de détection. Il convient ensuite, sur les hydrophones mouillés dans la même zone, d'associer les évènements enregistrés par plusieurs appareils. Cette détection multiple permet, par triangulation, de situer la source du signal. Il convient de préciser, s'agissant d'ondes T, que cette localisation correspond à la zone de conversion sismo-acoustique qui ne coïncide pas nécessairement avec l'épicentre du séisme. La localisation peut de plus être affinée lorsque l'on dispose de triplets d'hydrophones : les écarts de temps d'arrivée entre les appareils permettent de déterminer une direction de provenance des ondes. Il est également possible d'obtenir des informations sur l'intensité du signal à la source à partir de l'intensité des signaux enregistrés en estimant les pertes d'énergie des signaux tout au long de leur trajet.

La surveillance acoustique des dorsales océaniques tente ainsi de pallier l'absence d'information sur la sismicité de faible magnitude associée afin d'accéder à la dynamique de leur ouverture : distribution spatio-temporelle des séismes, importance relative des évènements magmatiques et tectoniques, relation avec les taux d'expansion, influence de la structure thermique des dorsales...

I.C Quelques généralités d'acoustique sous-marine

I.C.1 Du bruit dans le monde du silence

Malgré ce que laissent « entendre » les titres des livres et du film de Jacques-Yves Cousteau (en collaboration avec Louis Malle pour le film et Frédéric Dumas pour les livres) la mer n'est pas *Le Monde du silence*. Au contraire, il s'agit d'un milieu où se mêlent de nombreux bruits de sources diverses et pouvant porter sur de très longues distances. La figure I.5 donne un aperçu de la variété des sons que l'on peut entendre dans l'eau tant en termes de fréquence que d'intensité ou d'origine. Parmi les bruits naturels on peut distinguer les sons d'origine biologique (chants de cétacés, claquement de pince des crustacés...) et les sons environnementaux (séismes, vagues...). Il existe aussi de nombreux bruits d'origine humaine comme les activités industrielles (pêche, dragages...), le trafic maritime ou l'exploration (industrialo-)scientifique (sonars, canons à air de sismique...). L'intensité et l'abondance sonore est telle que l'on parle même de pollution sonore (autour des grands ports entre autres). Les campagnes d'exploration sismique, utilisant par exemple des canons à air, sont désormais réglementées afin de protéger la faune de leurs possibles effets néfastes.

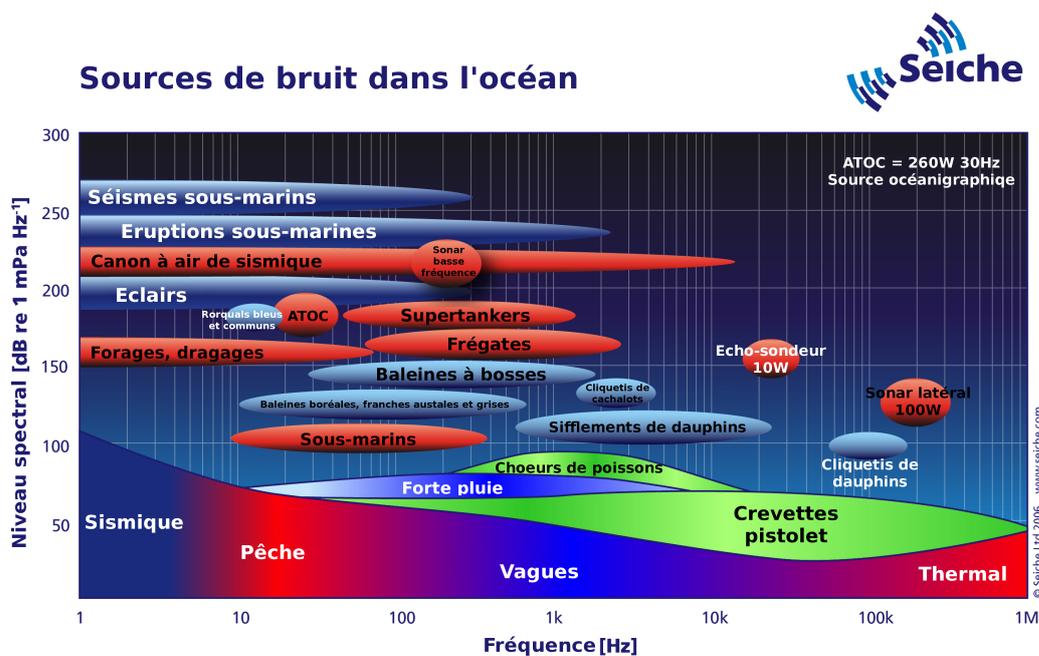


FIGURE I.5: Spectres des bruits acoustiques sous-marins d'origine naturelle (bleu et vert) et anthropiques (rouge). D'après ©Seiche Ltd. 2006 (Coates, 2001)

I.C.2 Profil de vitesse des ondes acoustiques sous-marines

Une fois produit par sa source, le son se propage dans l'océan sous la forme d'une onde acoustique, c'est-à-dire qu'elle se déplace de proche en proche en faisant vibrer les molécules d'eau le long de sa trajectoire. L'un des principaux paramètres régissant cette propagation est la vitesse de l'onde. Celle-ci dépend essentiellement de trois facteurs : la température, la pression hydrostatique (donc la profondeur) et la salinité. La vitesse de l'onde augmente lorsqu'un de ces facteurs augmente. Un exemple de profil de vitesse est illustré par la figure I.6 (voir aussi Annexe B.2). La salinité, à cause de sa faible variabilité, surtout à petite échelle, est le paramètre le moins influent. Il est toutefois possible de rencontrer des sauts de salinité en présence d'un courant. Un phénomène similaire a lieu avec un courant plus ou moins chaud que l'océan environnant. Ces variations brusques entraînent donc des sauts de quelques mètres par seconde de la vitesse des ondes sur des épaisseurs de quelques mètres à quelques dizaines de mètres ce qui revient approximativement à décaler un segment de la courbe de droite de la figure I.6 vers la gauche ou la droite. Par ailleurs, les trois paramètres ne sont pas totalement indépendants les uns des autres puisque la capacité de l'eau à dissoudre le sel, et donc dans une certaine mesure sa salinité, dépend, outre de la quantité de sel disponible, de la température et de la pression. Aux latitudes moyennes, la température de surface (sur quelques mètres) suit la température atmosphérique et est plus élevée que la température en profondeur (plus

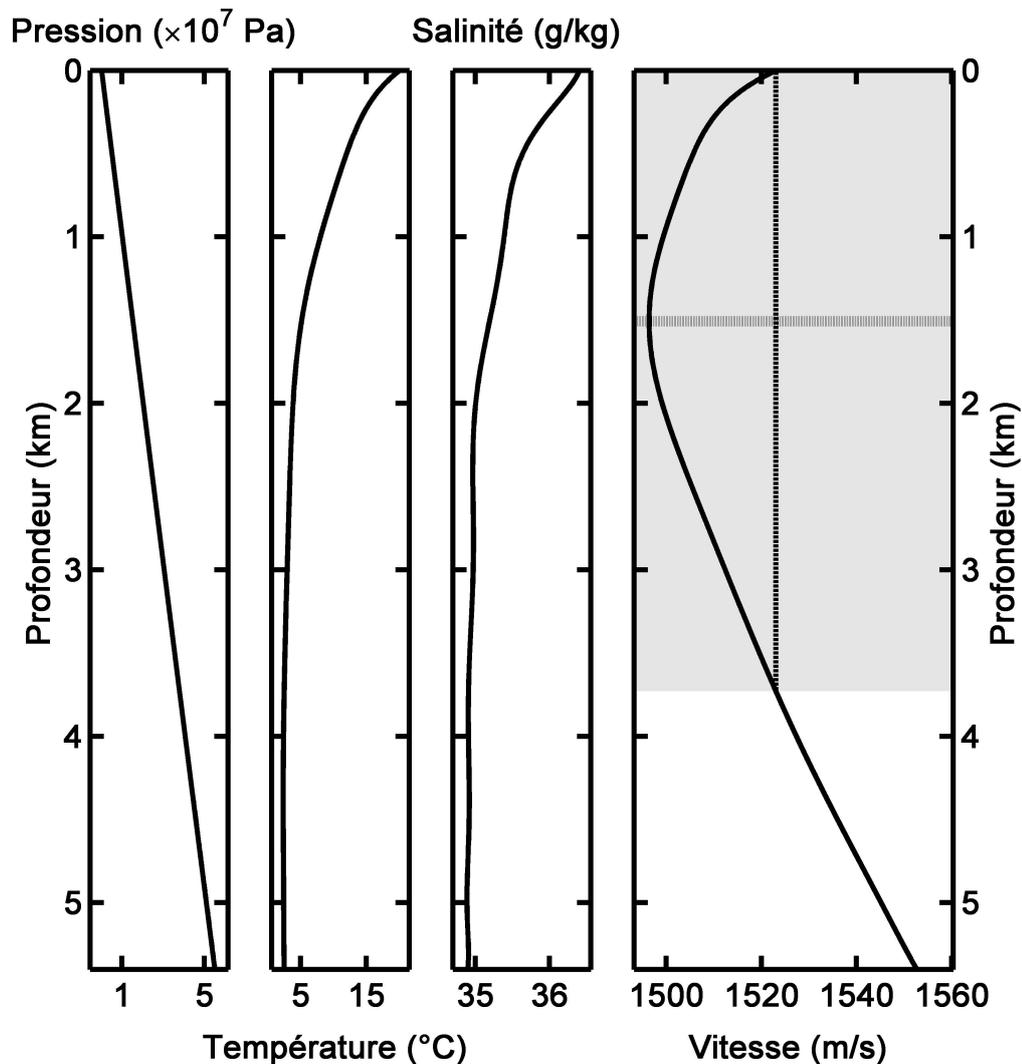


FIGURE I.6: De gauche à droite : profils de pression ($\times 10^7$ Pa), température (en $^{\circ}\text{C}$), salinité (en g de sel / kg d'eau) et vitesse des ondes acoustiques (en m/s) en fonction de la profondeur (en km). Valeurs moyennes pour un mois de mars au milieu de l'atlantique nord. L'axe du SOFAR (*i.e.* le minimum de vitesse) est indiqué par les pointillés horizontaux. Les tirets verticaux relient la surface à la profondeur critique délimitant ainsi le canal SOFAR (zone grisée). *Source* : WOD^a/NODC^b/NOAA^c

^a. World Ocean Database

^b. National Oceanographic Data Center

^c. National Oceanographic and Atmospheric Administration

ou moins bien sûr selon le lieu, l'heure, et la saison). Sous cette première couche presque isotherme à cause du mélange occasionné par la houle, la température chute brutalement sur quelques dizaines de mètres, c'est la thermocline. Cette diminution se poursuit sur plusieurs centaines de mètres jusqu'à atteindre une valeur à peu près constante jusqu'au fond (au-delà de 2000 m sur l'exemple de la figure I.6). La conséquence est une diminution de la vitesse des ondes acoustiques sur la partie supérieure de la tranche d'eau. A partir d'une certaine profondeur (1600 m ici) l'effet de la chute de la température est compensé par l'augmentation de la pression qui ensuite gouverne seule l'accroissement

de la vitesse des ondes jusqu'au fond. Les conditions moyennes de température, pression et salinité océaniques font que les ondes acoustiques évoluent à des vitesses proches de 1500 m/s (~ 1460 à 1560 m/s).

Lorsque le profil de vitesse des ondes acoustiques sous-marines présente une forme incurvée avec un minimum, généralement situé vers 1000–1500 m aux latitudes moyennes, on est en présence d'un guide d'onde appelé le canal SOFAR, pour *SOund Fixing And Ranging channel* (parfois aussi appelé le *Deep Sound Channel*, DSC). Cette expression a été introduite par Maurice Ewing *et al.* (1946) pour désigner la zone de faible vitesse des ondes sonores dans l'eau. Les variations de vitesse ont pour effet, par réfraction, de pouvoir piéger une onde sans que celle-ci se réfléchisse à la surface ou sur le fond. C'est la conséquence de la loi de Snell-Descartes :

$$\frac{\cos \theta}{c} = \text{constante} \quad , \quad (\text{I.1})$$

où θ représente l'angle de rasance (i.e. l'angle que forme le rayon avec l'horizontale) et c la vitesse de l'onde¹¹. La position du minimum de vitesse est appelée l'axe du canal SOFAR. La limite supérieure du canal est donnée par le premier maximum local au-dessus de l'axe. En d'autres termes, à partir du minimum, il suffit de suivre le profil vers le haut tant que la vitesse augmente. On aboutit soit à un point dans l'eau lorsque la température de surface est suffisamment faible pour faire baisser la vitesse des ondes proches de la surface soit à la surface elle-même. La limite inférieure du canal est appelée la profondeur critique. Elle se situe au point sous l'axe de même vitesse que la borne supérieure. Dans l'exemple de la figure I.6, le canal SOFAR s'étend de 0 à 3730 m avec un axe à 1506 m. Il se peut, en fonction des conditions de vitesse et de la bathymétrie, que la profondeur critique ne puissent être atteinte. Dans ce cas le canal est bordé par le fond de l'océan. Pour que le guidage des ondes soit optimal, c'est-à-dire sans réflexion sur le fond, il faut donc que la tranche d'eau soit plus épaisse que le canal SOFAR de quelques centaines de mètres. Les diverses conditions de température (par exemple les eaux froides polaires) et de profondeur font qu'il n'existe pas partout de canal SOFAR. Celui-ci est néanmoins presque toujours présent aux latitudes moyennes et par grands fonds.

I.C.3 Atténuation des ondes acoustiques

Le signal acoustique enregistré par un récepteur tel un hydrophone est atténué par rapport à celui émis par la source du fait de divers facteurs résumés dans l'équation simplifiée

11. Plus de détails sur la propagation acoustique sous-marine sont développés au chapitre II.

du SONAR passif :

$$DT \leq SE = SL - TL - NL + RP \quad . \quad (I.2)$$

Le signal reçu par l'hydrophone ($SE + NL$) est composé du signal utile SE (*Signal Excess*), c'est-à-dire celui que l'on veut détecter, et du bruit ambiant NL (*Noise Level*) perçu par l'instrument. Le signal utile s'exprime en fonction du signal émis par la source SL (*Source Level*), des pertes dues à la propagation TL (*Transmission Losses*), et d'un terme regroupant les effets du traitement par le récepteur RP (*Receiver Processes*). Un événement est détecté lorsque l'excès de signal SE est supérieur au seuil de détection DT (*Detection Threshold*). Dans notre cadre de l'étude des ondes T, la détection a lieu en post-traitement par pointage des arrivées sur l'enregistrement produit par l'hydrophone. L'unité principale en acoustique sous-marine est le *décibel* (dB), c'est-à-dire, un rapport d'intensités exprimé en échelle logarithmique. Les termes de l'équation du SONAR I.2 sont sous cette forme de rapport entre l'intensité « réelle » de l'objet et une intensité de référence. On peut aussi utiliser un rapport de pression sachant que l'intensité est proportionnelle au carré de la pression ($I \propto p^2$).

Le terme de source SL représente le niveau de la source par rapport à une source de référence. Cette dernière est souvent prise comme ayant une pression en moyenne quadratique d'un micropascal ($1 \mu\text{Pa}$) avec une bande passante d'un hertz (1 Hz). Le niveau de la source est lui donné à une distance de référence, souvent un mètre (1 m). L'unité d'expression de SL est donc : [dB ref $\mu\text{Pa}^2/\text{Hz}$ à 1m] (ou en [dB ref $\mu\text{Pa}/\sqrt{\text{Hz}}$ à 1m] si l'on utilise un rapport de pressions).

Le terme de bruit NL regroupe tous les sons secondaires captés par le récepteur (trafic maritime, bruit biologique...). Le bruit est un terme subjectif désignant en fait tout signal autre que celui que l'on veut observer. Il est ainsi possible, sur un même enregistrement, d'attribuer la qualité de « bruit » à un signal qui sera considéré comme « utile » dans une autre étude (par exemple lorsque se mêlent des chants de baleines et le son d'un moteur de sous-marin). Le signal étudié doit avoir l'amplitude relative la plus élevée possible afin d'être correctement distingué du bruit ambiant. On parle de rapport signal sur bruit.

Le terme de traitement du récepteur RP représente la différence entre le signal (acoustique) arrivant sur le capteur et celui enregistré ou lu en sortie (électrique et/ou numérique). Il comprend l'ensemble des effets mécaniques, électriques et numériques dus à l'appareil comme le gain, le seuil de détection ou encore le traitement numérique.

Le terme de perte de propagation TL représente l'atténuation subie par le signal lors de son trajet entre la source et le récepteur. Il existe plusieurs phénomènes occasionnant

une diminution de l'intensité d'une onde acoustique en milieu océanique que l'on peut regrouper en trois catégories : la divergence géométrique qui est liée à l'étalement du front d'onde, l'absorption ou atténuation intrinsèque, et les interactions avec les obstacles que sont les interfaces (surface et fond de la mer), les objets ponctuels (poissons...) ou les objets étendus (plancton...). L'atténuation qui en résulte est explicitée plus loin. De manière générale la *Transmission Loss* est exprimée avec le rapport de l'intensité I en un point (r, z) par rapport à l'intensité de référence I_0 à un mètre de la source :

$$TL = -10 \log \frac{I(r, z)}{I_0} = -20 \log \frac{p(r, z)}{p_0} \quad , \text{ en dB ref 1m} \quad . \quad (\text{I.3})$$

La pression p est donnée telle que $I = p^2/\rho c$ en fonction de la masse volumique ρ en kg/m^3 et de la vitesse du son c en m/s .

Le premier des phénomènes atténuant l'intensité d'une onde propagative représente l'étalement du front d'onde. C'est la divergence géométrique (Eq. I.4 et I.5 ; Fig. I.7). Afin de simplifier les explications on se place en première approximation dans un milieu homogène (*i.e.* dans lequel la vitesse des ondes est constante et on considère une source ponctuelle). Les ondes se propagent alors en ligne droite et le front d'onde prend donc la forme d'une sphère centrée sur la source. L'énergie émise se répartit équitablement à la surface de cette sphère. Donc l'intensité sur une surface de référence donnée évolue proportionnellement à l'inverse du carré de la distance à la source. On parle ici de divergence sphérique :

$$I_{sph} \propto \frac{1}{4\pi R^2} \quad . \quad (\text{I.4})$$

La distance entre la source et le récepteur étant généralement bien supérieure à la profondeur de l'océan les ondes viennent au bout d'un certain temps à occuper tout l'espace vertical disponible. Le front d'onde prend alors la forme d'un cylindre dont les bases sont la surface et le fond de l'océan. La répartition de l'énergie implique cette fois que l'intensité sur une surface de référence donnée évolue proportionnellement à l'inverse de la distance à la source. C'est la divergence cylindrique :

$$I_{sph} \propto \frac{1}{2\pi RD} \quad , R \gg L \quad , \quad (\text{I.5})$$

où D est l'épaisseur de la tranche d'eau. Cette forme de divergence peut également être observée dans le cas d'une source rectiligne de grande dimension.

En pratique on calcule les pertes dues à la divergence sphérique pour une distance inférieure à l'épaisseur de la tranche d'eau ($R \leq D$) puis l'on applique la divergence cylindrique au-delà ($R > L$) mais en réalité il existe une zone de transition entre les deux

régimes de divergence. Les variations de *Transmission Loss* résultantes s'expriment en fonction de $TL_{sph} = 20 \log R$ et $TL_{cyl} = 10 \log R$. Ce phénomène de divergence occasionne donc une très forte atténuation de l'intensité de l'onde à proximité de la source (surtout dans le cas sphérique) qui va en s'amenuisant à mesure que l'on s'éloigne.

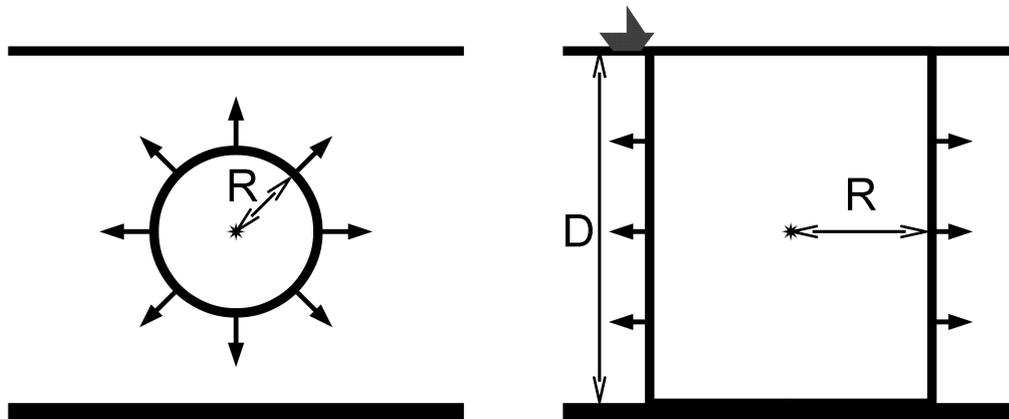


FIGURE I.7: Pertes dues aux divergences sphérique (à gauche) et cylindrique (à droite). Voir aussi les équations I.4 et I.5.

Le deuxième phénomène (voir aussi Annexe B.3) atténuant l'intensité d'une onde propagative résulte de la dissipation de l'énergie acoustique par l'eau elle-même au passage de l'onde. Pour les plus hautes fréquences (de l'ordre de 1 MHz et plus) l'absorption est principalement due à l'effet de la viscosité. En deçà, les relaxations chimiques du sulfate de magnésium ($MgSO_4$, sous 100 kHz) et de l'acide borique (H_3BO_3 , sous 1 kHz) deviennent prépondérantes. Il s'agit du temps de réponse de ces molécules d'eau de mer à un changement brusque de contraintes. Ici ce sont les variations de pression lors du passage de l'onde qui provoquent cette relaxation. Pour des fréquences inférieures (sous une centaine de hertz), celles qui nous intéressent pour l'étude des ondes T, le phénomène d'absorption est encore mal compris. Il semble que ce soit lié à la fréquence de coupure (voir plus bas) du guide d'onde et qu'il s'agisse de « fuites » des plus basses fréquences dudit guide. Sur chacune des plages de fréquences concernées par les relaxations et la viscosité l'atténuation est à peu près proportionnelle au carré de la fréquence. Cela implique que l'atténuation est d'autant plus faible que la fréquence est faible, sauf éventuellement pour les très basses fréquences (moins de quelques hertz) où elle aurait tendance à augmenter. Le taux d'atténuation de l'eau est relativement stable tout le long du parcours de l'onde, sauf en cas de changement majeur de propriété du milieu, et

induit des pertes de la forme $TL_{abs} = \alpha R$ où α (généralement en dB/km) est le coefficient d'absorption.

Le troisième phénomène (voir aussi Annexe B.4) atténuant l'intensité d'une onde propagative résulte des interactions avec les obstacles, parmi lesquels les interfaces supérieures et inférieures de l'océan sont les plus importantes pour l'étude des ondes T. Les différences d'impédance entre l'eau et l'air font que lorsque l'onde frappe la surface la majeure partie du signal est réfléchi. On considère même généralement en première approximation qu'il s'agit d'une réflexion parfaite (*i.e.* tout le signal est renvoyé dans l'eau). La surface peut aussi présenter des irrégularités, de la rugosité, comme des vagues (voire de la glace lors d'une propagation sous la banquise) qui peuvent entraîner de la diffraction et/ou des interférences atténuant l'intensité des ondes qui se propagent. On peut négliger ce phénomène en considérant une surface plane. Il existe aussi des effets de la rugosité sur le fond lorsque l'échelle de variation de la bathymétrie est petite par rapport à la longueur d'onde du signal. Les hautes fréquences sont donc plus sensibles à ce phénomène. Les effets de diffraction et d'interférence sont négligés en présence d'une bathymétrie lisse (mais pas nécessairement plane). L'un des phénomènes entraînant la plus grande perte d'intensité de l'onde acoustique est sans doute celui impliquant les réflexions-réfractions sur le fond. En effet, la loi de Snell-Descartes indique que, lorsqu'une onde rencontre une interface, l'amplitude du signal se répartit en une part réfléchi (qui reste donc dans l'eau) et une part transmise dans le second milieu (la croûte). Cette fuite entraîne donc une atténuation de l'intensité de l'onde restant dans l'eau. L'ampleur de la perte dépend essentiellement du contraste de propriétés entre l'eau et le fond océanique, plus les milieux sont semblables (densité et vitesse) plus l'onde a tendance à passer facilement l'interface, et de l'angle avec lequel l'onde arrive sur le fond. Il existe d'ailleurs un angle de rasance (par rapport à l'horizontale), appelé angle critique, en-deçà duquel l'intégralité de l'onde est réfléchi dans l'eau. Ce phénomène de transmission dans le milieu solide explique notamment l'intérêt de l'effet de guide d'onde que peut apporter le canal SOFAR décrit à la section I.C.2 afin de réduire les pertes subies lors la propagation de l'onde acoustique.

On peut également mentionner un quatrième phénomène atténuant l'intensité d'une onde propagative en supprimant les composantes de plus basses fréquences du signal. Il s'agit de la présence d'une fréquence de coupure f_0 sous laquelle l'onde ne peut se propager. Dans le cas simplifié d'une couche d'eau homogène de vitesse d'onde c_e d'épaisseur D

au-dessus d'un milieu solide de vitesse c_s on a :

$$f_0 = \frac{c_w}{4D\sqrt{1 - \left(\frac{c_e}{c_s}\right)^2}} \quad , \quad (\text{I.6})$$

L'effet sur l'atténuation est d'autant plus sensible que l'on est par petit fond (par exemple aux environs de l'axe d'une dorsale) et que le sol à une faible vitesse d'onde (sédiments compactés, sable...).

Pour résumer schématiquement, on peut dire qu'à partir de son émission par une source une onde acoustique subit une atténuation dominée par la dispersion géométrique, sphérique puis cylindrique, sur les premiers kilomètres. Ensuite, si elle n'est pas intégralement guidée par le canal SOFAR, elle subit des pertes *via* ses interactions avec les interfaces, notamment les pertes par transmission dans le solide. Enfin, si la propagation a lieu sur une suffisamment grande distance, l'absorption de l'eau, constante le long du parcours, prend une place de plus en plus importante par rapport aux autres phénomènes d'atténuation.

I.D Les ondes T

Dans cette partie nous allons aborder le sujet des ondes T en évoquant, d'abord, l'histoire de leur découverte et des premières hypothèses formulées sur leur nature et, ensuite, les différentes approches utilisées pour expliquer leur génération et leur propagation dans l'océan. Pour une description et un historique plus détaillés on pourra se rapporter aux articles d' [Okal \(2008\)](#) et de [Williams *et al.* \(2006\)](#).

I.D.1 Historique

Le premier rapport sur les ondes T dans la littérature date d'un peu moins de 100 ans. Sur un enregistrement de l'Observatoire Volcanique d'Hawaï (*Hawaii Volcano Observatory*, HVO) [Jaggard \(1930\)](#) observe un signal haute fréquence postérieur aux principales arrivées sismiques produites par un tremblement de terre en Alaska le 24 octobre 1927 et l'interprète alors comme la résonance du volcan en réponse aux ondes sismiques. Une étude ultérieure confirmera qu'il s'agissait bien d'une onde T. [Collins \(1936\)](#) sera le premier à faire le lien direct entre un séisme dans les Caraïbes le 15 septembre 1935 et des arrivées tardives sur les sismogrammes. [Linehan \(1940\)](#) reprend en détail l'étude de ce séisme. Il est le premier à utiliser le terme d'onde T, apparu quelques années plus tôt

au sein de l'observatoire d'Hawaï. Ce mot désigne tout simplement l'ordre d'arrivée des ondes sur les enregistrements : T pour « Troisième » (ou *Tertiary*), après les ondes P (« Première » ou *Primary*) de compression et S (« Seconde » ou *Secondary*) de cisaillement. Ce n'est qu'une décennie plus tard qu'une description complète et correcte du phénomène est donnée par Tolstoy et Ewing (1950). Les ondes T sont produites par un séisme lors de la conversion d'ondes sismiques à l'interface solide/fluide que constitue le fond de l'océan, il s'agit d'ondes acoustiques. Elles poursuivent ensuite leur parcours dans la colonne d'eau et peuvent à nouveau rencontrer une interface fluide/solide à l'approche des côtes. Selon la pente de l'interface, elles peuvent à nouveau se convertir en ondes sismiques qui pourront être détectées par les sismomètres. On comprend mieux ainsi l'arrivée tardive des ondes T. En effet, la vitesse des ondes acoustiques dans l'eau avoisine les 1500 m/s alors que les ondes sismiques se propagent généralement à plusieurs kilomètres par seconde. Les différentes hypothèses sur la génération et la propagation des ondes T sont décrites plus en détail dans la partie suivante (I.D.2).

Il est intéressant de noter que l'air étant un fluide au même titre que l'eau, un phénomène de conversion sismo-acoustique peut aussi avoir lieu entre le sol et l'atmosphère. Cependant les propriétés physiques de l'air rendent cette conversion peu efficace. Il est possible néanmoins que lors d'un événement particulièrement violent la propagation se poursuive dans l'atmosphère. Ce fut le cas pour le séisme du 11 mars 2011 au Japon. Le satellite GOCE¹² de l'Agence Spatiale Européenne (*European Space Agency*, ESA) a détecté des mouvements verticaux de l'atmosphère à l'aide de ses accéléromètres ainsi que des fluctuations de la densité de l'air¹³ (compressions/dilatations de l'air dues au passage de l'onde).

I.D.2 Génération et propagation

Depuis les années 1950, plusieurs hypothèses ont été émises afin d'expliquer la façon dont des ondes, produites au fond de l'océan, pouvaient se propager dans le canal SOFAR.

I.D.2.a Approche géométrique du mécanisme de conversion et de propagation

Les premières approches utilisent l'acoustique géométrique. Dans ce formalisme, les ondes sont vues comme des rayons soumis aux lois, équivalentes à celles de l'optique géométrique, qui régissent leurs trajectoires en fonction de l'impédance du milieu (produit de

12. Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer

13. Page web consacrée à cet événement : http://www.esa.int/fre/ESA_in_your_country/France/GOCE_le_premier_sismographe_en_orbite

la vitesse des ondes et de la masse volumique). En vertu de la loi de Snell-Descartes (Eq. I.1) le fort contraste d'impédance entre l'eau et le fond océanique implique que les rayons émergent avec une faible incidence, *i.e.* presque perpendiculairement à l'interface. Dans cette configuration, et afin de satisfaire aux conditions de piégeage dans le SOFAR (angle de rasance $< \sim 12^\circ$; Okal, 2008), Johnson *et al.* (1963) ont développé, d'après une idée de Officer (1958), le concept de « downslope conversion » (Fig. I.8 a). Dans les conditions où un rayon émerge en amont d'une interface inclinée, il va subir une ou plusieurs réflexions successives sur la surface et le fond de l'océan, l'amenant ainsi jusqu'à un angle permettant son entrée dans le canal SOFAR. Il est également possible que le relief soit fait de telle façon que les ondes émergent directement à proximité du minimum de vitesse (dans le cas d'un mont sous-marin par exemple, Fig I.8 d). Les ondes T peuvent être générées en divers points du fond océanique impliquant des trajets (et donc des arrivées) multiples (Chapman et Marrett, 2006). On parle alors de zones de conversion.

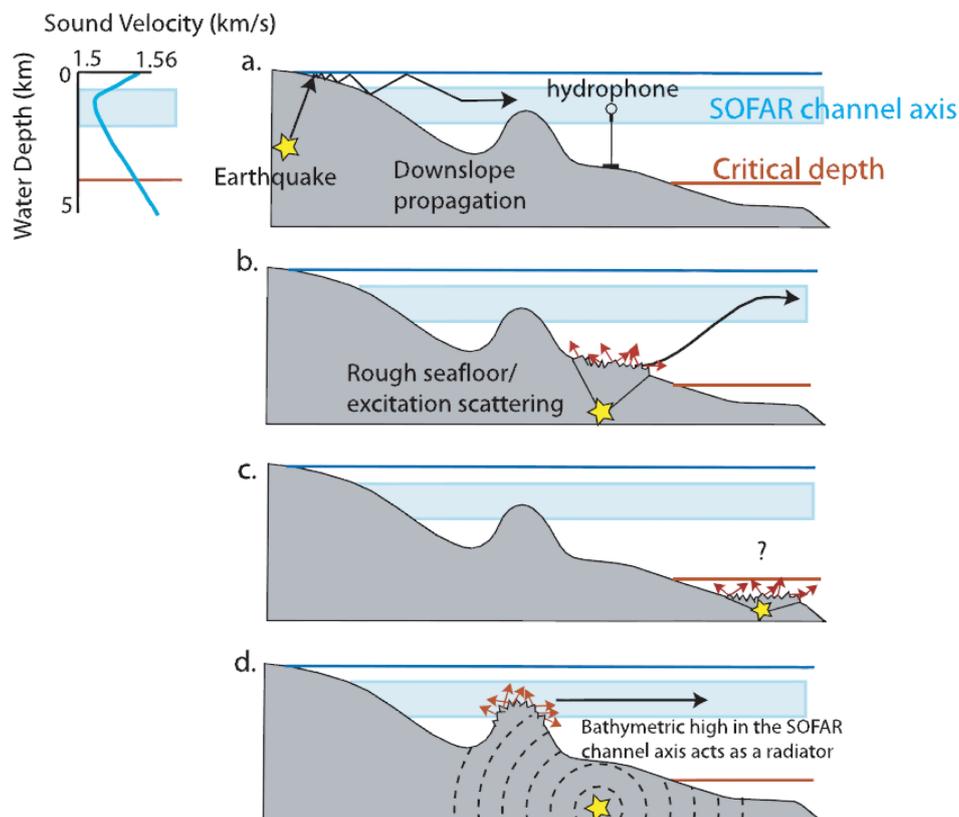


FIGURE I.8: Mécanismes de génération des ondes T. (a) « downslope propagation » ; (b) diffusion par une interface rugueuse ; (c) diffusion sous la profondeur critique rendant impossible le piégeage par le SOFAR ; (d) émission directe au niveau du minimum de vitesse par un haut topographique. D'après Williams *et al.* (2006)

I.D.2.b Approches non-géométriques du mécanisme de conversion et de propagation

La méthode géométrique requiert une morphologie particulière du fond océanique et ne peut en conséquence concerner que les séismes côtiers ou proches d'un fort relief. Or il se trouve que des ondes T ont été enregistrées pour des séismes situés dans des zones exemptes de reliefs significatifs et où l'interface se situe intégralement sous la profondeur critique. Ce « paradoxe des ondes T abyssales » oblige donc à envisager un mécanisme autre que la géométrie des rais pour expliquer la propagation de ces ondes. [Johnson et Norris \(1968\)](#) proposent une nouvelle explication à la suite de l'étude du séisme du 29 juillet 1965 au large des îles Aléoutiennes. Dans ce cas, le fond quasi-horizontal de l'océan produit des ondes proches de la verticale qui, en se réfléchissant à la surface de l'eau, vont subir un phénomène de diffusion dû à la rugosité de cette interface. Des ondes sont ainsi renvoyées avec des incidences favorables à leur piégeage par le canal SOFAR. Ce séisme est par ailleurs intéressant à plus d'un titre car il illustre la possibilité de cohabitation de plusieurs types de génération des ondes T. En effet, les enregistrements de ce séisme montrent également l'arrivée d'ondes résultant d'une « downslope conversion » à proximité des îles (Fig. I.9). On remarque aussi que les ondes T peuvent être générées à assez grande distance de l'épicentre. Le phénomène de diffusion due à la rugosité est aussi évoqué par [Keenan \(1991\)](#) dans le cas où la surface est recouverte par la banquise.

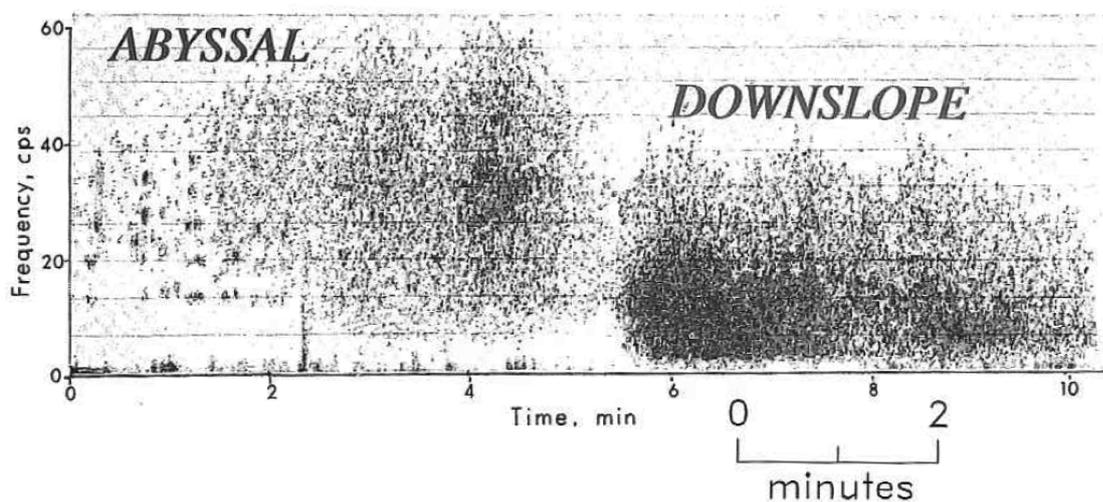


FIGURE I.9: Enregistrement du séisme du 29 juillet 1965 au large des îles Aléoutiennes. On distingue deux arrivées d'ondes T. La première (*abyssal*) est produite par une diffusion à la surface de l'eau aux environs de l'épicentre. La seconde provient d'un phénomène de *downslope-conversion* sur les pentes à proximité des îles situées à environ 150 km d'où le retard sur la première. D'après [Johnson et Norris \(1968\)](#) et [Okal \(2008\)](#)

Un troisième type de diffusion, proposé par [Fox et al. \(1993\)](#), prend en compte la rugosité de l'interface fluide/solide au fond de l'océan. Cette approche se fonde sur le formalisme

modal (celui-ci sera explicité et développé le chapitre suivant, section II.D). Ces modes ont un comportement différent selon leur ordre. Les modes d'ordres les plus bas voient leur amplitude décroître fortement en profondeur et ne peuvent donc être excités par des sources dans le solide. En revanche, les modes d'ordres élevés sont présents dans la croûte mais, par contre, ne se propagent pas. En effet, en effectuant un parallèle avec l'approche géométrique, on peut dire qu'un ordre élevé implique un faible angle d'incidence. Autrement dit, les ondes auront tendance à se propager presque verticalement et donc perdre beaucoup d'énergie par les réflexions sur le fond. C'est donc pour concilier cette incompatibilité entre les modes évanescents et les modes propagatifs que Fox *et al.* (voir aussi de Groot-Hedlin et Orcutt, 2001) proposent un transfert d'énergie entre les modes au passage de l'interface solide/fluide dû à sa rugosité. On peut d'ailleurs noter que la présence d'une couche de sédiments sur le fond influence la façon dont la conversion s'effectue. En particulier, lorsque la vitesse des ondes S est très faible dans les sédiments, ceux-ci peuvent être assimilés à un fluide. La conversion des ondes de cisaillement se produit alors à l'interface croûte/sédiments et non à l'interface sédiments/eau.

Chacune des approches décrites dans cette partie I.D.2 apporte un éclairage supplémentaire sur la façon dont des ondes sismiques peuvent se convertir en ondes acoustiques à l'interface croûte/océan pour ensuite se propager sur de longues distances au sein de la colonne d'eau. En revanche, aucune ne parvient à appréhender le phénomène dans son ensemble ni à expliquer tous les cas de figure rencontrés dans la nature. Chaque solution est proposée au prix d'approximations sur certains paramètres qui peuvent se révéler prépondérant dans d'autres cas comme les vitesses des ondes sismiques à proximité de l'interface, le profil des vitesses dans l'eau, la rugosité du fond océanique, l'influence des sédiments, les variations horizontales des propriétés des milieux, les effets tridimensionnels et encore les paramètres de la source sismique. De plus, beaucoup de modèles se contentent d'une approche purement acoustique pour laquelle les paramètres du milieu solide ne sont que des conditions aux limites d'un milieu de propagation exclusivement fluide.

I.E Conclusion

De par leur origine (dorsales océaniques...), les ondes T véhiculent des informations sur la nature et les processus à l'œuvre dans le sol sous-marin. Les connaître et les comprendre permet donc de mieux appréhender les mécanismes qui ont lieu sous les fonds océaniques. Les connaissances actuelles sur la génération et la propagation des ondes T ne sont parfois pas totalement satisfaisantes dans la mesure où certaines sont contradictoires,

du moins sur certains aspects, ou qu'elles ne s'appliquent qu'à des cas trop particuliers et pas à d'autres. On peut aussi supposer que ces interprétations sont complémentaires et n'expliquent, à l'heure actuelle, qu'une partie du phénomène. L'objectif des travaux présentés dans cette thèse est de proposer un nouveau regard sur la génération et la propagation des ondes T et ainsi améliorer la vision que l'on a des phénomènes à l'œuvre sous le plancher océanique.

Chapitre II

Méthodes de résolution de l'équation acoustique

Comme on l'a vu dans le chapitre I, les ondes T sont des ondes acoustiques générées par des ondes sismiques. Deux stratégies sont envisageables pour les modéliser. La première consiste à calculer indépendamment la propagation des ondes dans les milieux fluide et solide. Le lien est assuré par un code effectuant la conversion sismo-acoustique à l'interface (*e.g.* [Balanche, 2009](#)). La seconde consiste à coupler au sein d'un même code les propagations sismique et acoustique ainsi que la conversion. Chacune de ces deux stratégies présente des avantages et des inconvénients qu'il convient d'identifier et d'évaluer afin de sélectionner celle qui conviendra le mieux à notre étude des ondes T. La méthode couplée permet de calculer directement l'ensemble de la propagation là où l'autre stratégie oblige à assembler « à la main » plusieurs codes ce qui nécessite, entre autres, une compatibilité de formats entre entrées et sorties. En revanche, en séparant les calculs on peut aisément choisir la technique de modélisation la plus efficace (précision/temps de calcul) pour chaque milieu, fluide et solide, alors qu'un code couplé utilise généralement la même technique sur l'ensemble du domaine.

Ce chapitre traite de la propagation des ondes acoustiques dans l'océan. Nous allons donc introduire l'équation d'onde acoustique, puis ses principales méthodes de résolution numérique ainsi que quelques exemples d'application. Pour le détail des développements mathématiques et des méthodes numériques associées le lecteur pourra se référer, par exemple, à [Jensen *et al.* \(2000\)](#).

II.A Équation d'onde acoustique

On se place dans le cas d'un fluide non visqueux et incompressible où ρ représente la masse volumique, \vec{v} la vitesse des particules, p la pression et t le temps. L'équation d'onde est dérivée des trois lois suivantes :

– la conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\operatorname{div}(\rho \vec{v}) \quad , \quad (\text{II.1})$$

– la conservation de la quantité de mouvement (deuxième loi de Newton) :

$$\frac{D(\rho \vec{v})}{Dt} = -\overrightarrow{\operatorname{grad}}(p) \quad , \quad (\text{II.2})$$

où $\frac{D\vec{\bullet}}{Dt} = \frac{\partial \vec{\bullet}}{\partial t} + \overrightarrow{\operatorname{grad}}(\vec{\bullet}) \cdot \vec{v}$ est la dérivée particulaire,

– l'équation d'état adiabatique (à entropie S constante) :

$$p = p_0 + \rho' \left[\frac{\partial p}{\partial \rho} \right]_S + \frac{1}{2} \rho'^2 \left[\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right]_S + \dots \quad . \quad (\text{II.3})$$

Afin d'alléger l'écriture, on pose :

$$c^2 = \left[\frac{\partial p}{\partial \rho} \right]_S \quad . \quad (\text{II.4})$$

En développant l'équation l'équation (II.2) et en utilisant la relation (II.1) on obtient :

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \overrightarrow{\operatorname{div}}(\vec{v} \otimes (\rho \vec{v})) = -\overrightarrow{\operatorname{grad}}(p) \quad , \quad (\text{II.5})$$

où « \otimes » est le produit tensoriel de deux vecteurs.

Dans le cas de petites perturbations (symbolisées par l'exposant prime ') autour d'un état d'équilibre temporellement constant (symbolisé par l'indice 0) les grandeurs des équations ci-dessus peuvent être réécrites comme suit : la pression $p = p_0 + p'$, la masse volumique $\rho = \rho_0 + \rho'$ et la vitesse des particules $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'$. Puisque le fluide est au repos sa vitesse d'écoulement est nulle ($\vec{v}_0 = \vec{0}$). Les grandeurs « prime » sont en fait ici les grandeurs acoustiques et donc celles qui nous intéressent. Il est alors possible de réécrire les équations (II.1) à (II.3) en ne retenant que les termes de premier ordre afin d'obtenir le système d'équations linéaires suivant :

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\rho_0 \operatorname{div}(\vec{v}') \quad , \quad (\text{II.6})$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}'}{\partial t} = -\overrightarrow{\operatorname{grad}}(p') \quad , \quad (\text{II.7})$$

$$p' = \rho' c^2 \quad . \quad (\text{II.8})$$

L'hypothèse de « petites perturbations » est valable jusqu'à de forts niveaux acoustiques. La non-linéarité n'apparaît que pour des niveaux très élevés ou pour des milieux complexes (par exemple dans les milieux granulaires). Dans la suite, par souci de lisibilité, nous omettrons les primes dans l'écriture des perturbations de pression, masse volumique et vitesse des particules.

Les propriétés océaniques varient bien plus lentement que la propagation acoustique on suppose que ρ et c^2 sont constants dans le temps. En combinant les expressions de la dérivée temporelle de Eq. (II.6) et de la divergence de Eq. (II.7) avec Eq. (II.8) on aboutit à l'équation d'onde pour la pression :

$$\rho \operatorname{div} \left(\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\operatorname{grad}}(p) \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad . \quad (\text{II.9})$$

De plus, en supposant que la masse volumique ne varie pas spatialement, on obtient la forme classique de l'équation d'onde :

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad . \quad (\text{II.10})$$

La grandeur c est identifiée comme étant la vitesse de propagation de l'onde acoustique, *i.e.* la vitesse du son. « ∇^2 » représente l'opérateur laplacien : $\nabla^2 p = \operatorname{div} \left(\overrightarrow{\operatorname{grad}}(p) \right)$.

Il est bien sûr possible, en utilisant diverses combinaisons des équations (II.6) à (II.8), d'obtenir des équations d'ondes équivalentes pour les autres grandeurs physiques : la masse volumique ρ , la vitesse des particules \vec{v} , le potentiel de vitesse ϕ (tel que $\vec{v} = \overrightarrow{\operatorname{grad}}(\phi)$) ou encore le potentiel de déplacement ψ (tel que $\vec{u} = \overrightarrow{\operatorname{grad}}(\psi)$ et $\vec{v} = \partial \vec{u} / \partial t$).

Nous avons pour l'instant négligé l'effet d'une source dans le milieu (*i.e.* forçage des équations). Celle-ci peut être vue comme une injection de masse ($s(\vec{r}, t)$) dans l'équation de conservation (II.6). Un terme supplémentaire est ajouté à l'équation d'onde homogène (II.10), l'amenant ainsi à sa forme non-homogène :

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = s(\vec{r}, t) \quad . \quad (\text{II.11})$$

La transformée de Fourier temporelle de cette équation permet de l'obtenir dans le domaine fréquentiel (Annexe B.7). L'équation obtenue est appelée équation d'Helmholtz :

$$\left[\nabla^2 + k^2(\vec{r}) \right] \tilde{p}(\vec{r}, \omega) = \tilde{s}(\vec{r}, \omega) \quad , \quad (\text{II.12})$$

où $k(\vec{r}) = \omega/c(\vec{r})$ est le nombre d'onde et $\tilde{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$ est la transformée de Fourier de $f(t)$. Cette opération facilite la résolution de l'équation en abaissant le nombre de dimension à trois mais ce gain s'opère au prix d'une transformée de Fourier inverse ($f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\omega) e^{-i\omega t} d\omega$) en fin de calcul.

L'équation d'Helmholtz (II.12), sous cette forme ou exprimée à partir d'une autre grandeur physique, est à la base de la plupart des méthodes de résolution numérique comme les rayons, les nombres d'onde, les modes propres ou l'équation parabolique, présentées dans les sections suivantes. Ces méthodes sont basées sur une résolution analytique de l'équation d'Helmholtz jusqu'à un certain point sous différentes hypothèses, suivie d'une résolution numérique de l'équation obtenue. En revanche, la méthode des éléments finis (*Finite Element Method*, FEM) et celle des différences finies (*Finite Difference Method*, FDM) se basent sur la forme temporelle de l'équation d'onde (II.11). La première se sert d'approximation des opérateurs différentiels tandis que la seconde discrétise le temps et l'espace en blocs dans lesquels l'équation peut être résolue analytiquement. Ces approches plus directes permettent une résolution plus précise de l'équation d'onde acoustique mais nécessitent plus de ressources de calcul. Leur développement et surtout leur utilisation sont donc apparus plus tardivement que pour les autres. Aujourd'hui encore, les méthodes plus simples, et donc plus rapides, sont privilégiées lorsque le contexte le permet (milieu uniforme ou stratifié, problème unidimensionnel, source mono-fréquentielle,...).

II.B Méthode des rayons

Le modèle de propagation d'une onde sous forme de rayons est historiquement la plus ancienne approche. Les premiers travaux concernaient la lumière, son aspect visible rendant son étude simple et intuitive (Euclide, 4^{ème}-3^{ème}s. av. J.-C.).

II.B.1 Théorie

Le point de départ est l'équation d'Helmholtz pour la pression en coordonnées cartésiennes :

$$\nabla^2 p + \frac{\omega^2}{c^2(\vec{x})} p = -\delta(\vec{x} - \vec{x}_s) \quad , \quad (\text{II.13})$$

où $\vec{x} = (x, y, z)$, $c(\vec{x})$ est la vitesse du son et \vec{x}_s est la position de la source. La source est considérée comme ponctuelle et donc représentée par une distribution de Dirac $\delta(\vec{x})$. Il

est possible de chercher une solution de l'équation (II.13) sous la forme d'ondes planes :

$$p(\vec{x}) = e^{i\omega\tau(\vec{x})} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{A_j(\vec{x})}{(i\omega)^j} . \quad (\text{II.14})$$

Cette série est généralement divergente mais il est possible de montrer (Pod'yapol'skii, 1966) que dans certains cas il s'agit de l'approximation asymptotique de la solution exacte. Il est alors possible de calculer les dérivées spatiales de la série et donc le laplacien de la pression :

$$\nabla^2 p = e^{i\omega\tau} \left[\left(-\omega^2 |\overrightarrow{\text{grad}}(\tau)|^2 + i\omega \nabla^2 \tau \right) \sum_{j=0}^{\infty} \frac{A_j}{(i\omega)^j} \right. \quad (\text{II.15})$$

$$\left. + 2 i\omega \overrightarrow{\text{grad}}(\tau) \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\overrightarrow{\text{grad}}(A_j)}{(i\omega)^j} + \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\nabla^2 A_j}{(i\omega)^j} \right] . \quad (\text{II.16})$$

Il suffit maintenant de remplacer cette expression dans l'équation d'Helmholtz (II.13) pour aboutir à un ensemble d'équations suivant leur ordre en ω .

$$O(\omega^2) : |\overrightarrow{\text{grad}}(\tau)|^2 = \frac{1}{c^2} \quad (\text{II.17})$$

$$O(\omega) : 2 \overrightarrow{\text{grad}}(\tau) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(A_0) + (\nabla^2 \tau) A_0 = 0 \quad (\text{II.18})$$

$$O(\omega^{1-j}) : 2 \overrightarrow{\text{grad}}(\tau) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(A_j) + (\nabla^2 \tau) A_j = -\nabla^2 A_{j-1} \quad , \quad j = 1, 2, \dots \quad (\text{II.19})$$

La première équation est connue sous le nom d'équation iconale (ou eikonale, du grec $\epsilon\iota\kappa\omicron\nu$: image) tandis que les suivantes sont appelées les équations de transport. Sous cette forme, ce système n'est guère plus aisé à résoudre que l'équation d'onde d'origine. Il est alors habituel à ce stade de faire l'hypothèse que l'on travaille en hautes fréquences ce qui permet de ne retenir que le premier terme de la série (II.14). Il ne reste ainsi plus qu'à résoudre l'équation eikonale (II.17) et la première équation de transport (II.18). L'hypothèse de hautes fréquences signifie que l'on considère que la longueur d'onde des variations des propriétés du milieu est beaucoup plus grande que celle de l'onde se propageant. En d'autres termes, l'onde voit le milieu varier très lentement au cours de sa propagation.

L'équation eikonale (II.17) peut être résolue par la méthode des caractéristiques qui consiste à chercher des courbes sur lesquelles l'équation aux dérivées partielles se résume à une équation différentielle ordinaire. Cela est fait ici en introduisant une famille de courbes, les rayons, perpendiculaires aux courbes de niveaux que sont les fronts d'ondes (Fig.II.1).

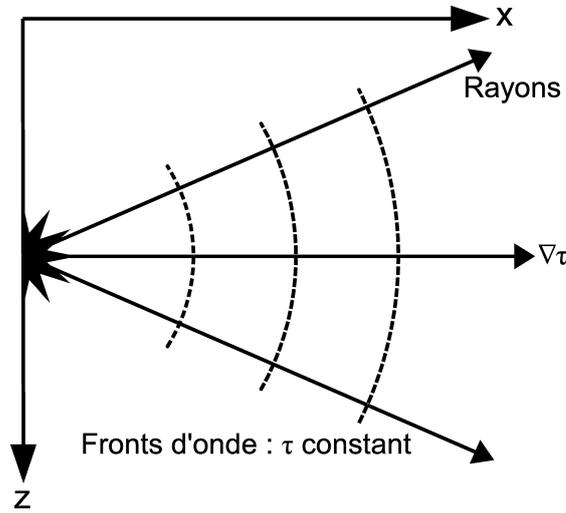


FIGURE II.1: Rayons et fronts d'onde.

La trajectoire des rayons $\vec{x}(s)$, orthogonale aux fronts d'onde $\tau(\vec{x})$, est définie comme suit :

$$\frac{d\vec{x}}{ds} = c \overrightarrow{\text{grad}}(\tau) \quad , \quad (\text{II.20})$$

le facteur c permet de définir un vecteur unitaire. s représente alors la distance le long d'un rayon.

En introduisant la différenciation de l'expression (II.20) dans l'équation eikonale (II.17) on obtient :

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{1}{c} \frac{d\vec{x}}{ds} \right) = -\frac{1}{c^2} \overrightarrow{\text{grad}}(c) \quad . \quad (\text{II.21})$$

Finalement l'équation eikonale (II.17) devient :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\text{grad}}(\tau) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\tau) = \frac{1}{c^2} &\implies \overrightarrow{\text{grad}}(\tau) \cdot \frac{1}{c} \frac{d\vec{x}}{ds} = \frac{1}{c^2} \\ &\implies \frac{d\tau}{ds} = \frac{1}{c} \quad . \end{aligned} \quad (\text{II.22})$$

L'équation (II.22) n'est autre qu'une forme linéarisée de l'équation eikonale (II.17) exprimée en fonction de la trajectoire s des rayons. Le temps de trajet le long d'un rayon vaut donc :

$$\tau(s) = \tau(0) + \int_0^s \frac{1}{c(s')} ds' \quad , \quad (\text{II.23})$$

où τ représente le terme de phase de la pression (II.14). Il reste alors à déterminer l'amplitude A_0 à partir de l'équation de transport (II.18) :

$$\begin{aligned} 2 \overrightarrow{\text{grad}}(\tau) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(A_0) + (\nabla^2 \tau) A_0 = 0 &\implies \frac{2}{c} \frac{d\vec{x}}{ds} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(A_0) + (\nabla^2 \tau) A_0 = 0 \\ &\implies \frac{2}{c} \frac{dA_0}{ds} + (\nabla^2 \tau) A_0 = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

On peut montrer que $\nabla^2\tau$ s'exprime en fonction du déterminant jacobien $J = \left| \frac{\partial \vec{x}}{\partial (s, \theta, \varphi)} \right|$ de la façon suivante :

$$\nabla\tau^2 = \frac{1}{J} \frac{d}{ds} \left(\frac{J}{c} \right) \quad . \quad (\text{II.25})$$

L'équation (II.24) devient alors :

$$\frac{2}{c} \frac{dA_0}{ds} + \left[\frac{1}{J} \frac{d}{ds} \left(\frac{J}{c} \right) \right] A_0 = 0 \quad , \quad (\text{II.26})$$

d'où l'amplitude :

$$A_0(s) = A_0(0) \left| \frac{c(s)J(0)}{c(0)J(s)} \right|^2 \quad . \quad (\text{II.27})$$

Finalement, l'expression de la pression est complétée par les conditions initiales (à proximité de la source) en résolvant le système en milieu homogène pour une source ponctuelle :

$$p(s) = \frac{1}{4\pi} \left| \frac{c(s) \cos \theta}{c(0)J(s)} \right|^{\frac{1}{2}} e^{i\omega \int_0^s \frac{1}{c(s')} ds'} \quad . \quad (\text{II.28})$$

D'un point de vue physique, l'énergie de la source se répartit selon chaque tube formé par deux rayons adjacents. Les variations d'intensité le long d'un de ces tubes est inversement proportionnelle à la surface de la section du tube. La phase est quant à elle directement liée au temps de trajet le long d'un rayon.

Le calcul du champ de pression (et donc de l'intensité et des pertes) en un point passe en premier lieu par l'identification de tous les rayons passant par ce point : les rayons propres. Les contributions de chaque rayon sont ensuite simplement sommées :

$$p^{(C)}(r, z) = \sum_{j=1}^{N(r, z)} p_j(r, z) \quad , \quad (\text{II.29})$$

où $N(r, z)$ est le nombre de rayons propres contribuant au champ de pression en un point et $p_j(r, z)$ la pression d'un de ces rayons. L'exposant C indique que l'on calcule des *pertes cohérentes*, c'est-à-dire en sommant les pressions complexes en amplitude et en phase. Or la nature haute fréquence de la méthode des rayons implique une connaissance précise des propriétés du milieu ce qui n'est généralement pas le cas. Dans ces circonstances, les interférences induites par l'aspect cohérent apparaissent moins stables. Afin de s'affranchir de ces contraintes, il est possible de calculer les *pertes incohérentes*,

c'est-à-dire en sommant uniquement les amplitudes des pressions complexes :

$$p^{(I)} = \left[\sum_{j=1}^{N(r,z)} |p_j(r, z)|^2 \right]^{\frac{1}{2}} . \quad (\text{II.30})$$

Le calcul incohérent amenant parfois à un trop fort lissage du résultat, il existe diverses techniques permettant de n'effectuer ce lissage que lorsque le calcul risque d'être trop instable et où la précision des données n'est pas suffisante pour garantir celle des résultats. On parle alors de *pertes semi-cohérentes*.

Il est important aussi de noter deux particularités que la formulation de la méthode des rayons implique. Tout d'abord il peut apparaître des lieux qu'aucun rayon ne peut atteindre et donc où le champ de pression est nul, ce sont les *zones d'ombre*. Ensuite, comme on l'a évoqué précédemment, l'intensité est inversement proportionnelle à la section des tubes de rayon. Cela engendre une singularité lorsque cette section devient nulle puisqu'alors l'intensité devient infinie. Les courbes présentant cette particularité sont appelées *caustiques*. De plus, au passage d'un tel point, l'onde subit un changement de phase qui affecte donc la suite du trajet du rayon, ce qui peut induire des erreurs de calcul si l'effet des caustiques est mal pris en compte. Des améliorations de la technique des rayons (par exemples les rayons gaussiens) existent pour pallier ces problèmes.

En ce qui concerne les techniques de résolution numérique, la majorité des codes peut être répartie en deux grandes familles. La première consiste en une intégration directe des équations par des méthodes comme celles de Runge-Kutta. La seconde famille regroupe des techniques consistant à découper le domaine de calcul en cellules dans lesquelles la vitesse peut être exprimée de telle façon qu'il est possible de résoudre analytiquement les équations.

Les principaux avantages de la technique des rayons sont sa rapidité de calcul et la capacité à fournir des réponses impulsionnelles. Son plus grand inconvénient provient de l'hypothèse forte sur la nature haute fréquence des ondes étudiées. Typiquement, en acoustique sous-marine, la limite se situerait aux environs d'une centaine à un millier d'hertz selon les échelles spatiales du milieu (propriétés physiques, objets interagissant avec les ondes). Or les ondes T atteignent à peine quelques dizaines de hertz et se placent hors (ou à la limite) du domaine d'applicabilité de cette technique. Au-delà de cette hypothèse, la notion de fréquence est absente du cœur de la théorie des rayons et n'apparaît éventuellement que dans des phénomènes annexes comme certaines formes d'atténuation ou, d'un point de vue numérique, dans la discrétisation du milieu nécessaire pour un calcul précis.

II.B.2 Exemples d'application

Afin d'illustrer la théorie des rayons nous présentons ici les résultats du code de tracé de rayons BELLHOP¹ (Porter et Liu, 1994). Il permet de calculer les trajectoires des rayons avec les temps de parcours associés et également le champ de pression. L'environnement est composé d'une couche fluide dont les paramètres (vitesse, densité) peuvent varier en profondeur et en distance. Ce milieu de propagation est bordé verticalement par deux espaces semi-infinis avec lesquels les rayons interagissent lorsqu'ils les atteignent. Ces dernières peuvent aussi varier horizontalement. Dans ces exemples nous allons tester deux profils verticaux de vitesse dans l'eau : un profil constant à 1510 m/s et un profil variable avec minimum (profil de Munk, Fig. II.2 et Eq. II.31).

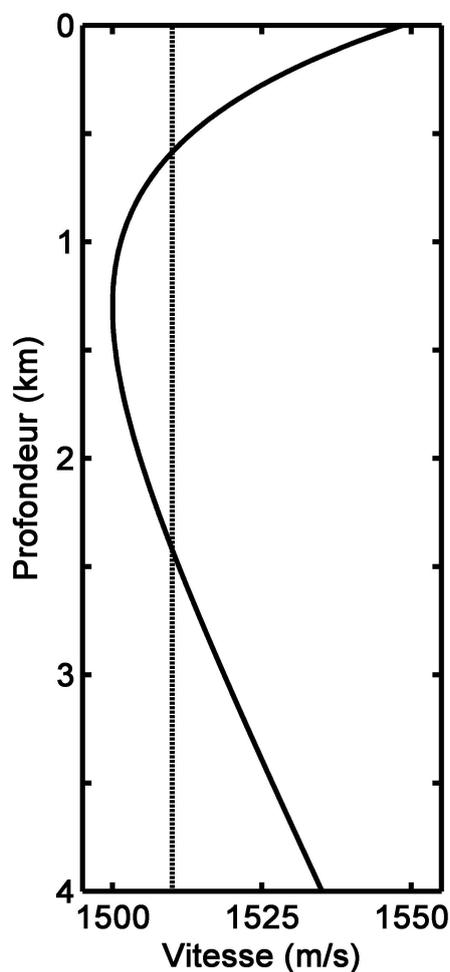


FIGURE II.2: Profil de Munk (trait plein) et profil à célérité constante (tirets).

$$c(z) = 1500 \left[1 + 0,00737 \left(\tilde{z} - 1 + e^{\tilde{z}} \right) \right] \quad , \quad \text{avec} \quad \tilde{z} = \frac{2(z - 1300)}{1300} \quad . \quad (\text{II.31})$$

1. Disponible sur le site de l'*Ocean Acoustic Library* : <http://oalib.hlsresearch.com/>

Deux bathymétries sont aussi à l'étude : une plane à 4000 m et une où est ajouté un mont sous-marin. Le mont présente une largeur de 40 km à la base et a son sommet à 20 km de la position de la source. La profondeur varie linéairement de 4000 m (à la base) à 1000 m (au sommet). Nous avons donc quatre combinaisons différentes de ces paramètres (Tab. II.1). Les autres paramètres sont communs aux quatre cas. L'eau a une masse volumique constante de 1020 kg/m^3 et une atténuation de $4,72 \times 10^{-4} \text{ dB}/\lambda$. La frontière supérieure du milieu est représentée par une surface libre, l'air, et elle est simplifiée en supposant qu'il se comporte comme le vide : les réflexions y sont parfaites. Le demi-espace inférieur est constitué d'un matériau acoustico-élastique uniforme de vitesse d'ondes P et S valant 5700 et 3150 m/s respectivement, de masse volumique 2750 kg/m^3 et d'atténuations 0,1 et 0,2 dB/ λ pour les ondes P et S respectivement. La source ponctuelle est positionnée au plus proche du fond à 4000 m.

	bathymétrie	vitesse
PC	Plat	Constante
PM	Plat	Munk
MC	Mont	Constante
MM	Mont	Munk

TABLEAU II.1: Abréviation des exemples en fonction des profils de vitesse et bathymétrique.

La figure II.3 montre les rayons tracés dans les quatre cas. Dans un souci de lisibilité, seuls trois rayons sont représentés à chaque fois et ils ont tous des angles d'émission proche de l'horizontale ($\leq 11^\circ$) afin de limiter le nombre de cycles. Dans les cas d'un fluide uniforme (PC et MC) les rayons se propagent bien en ligne droite et sont réfléchis aux interfaces avec le même angle que leur incidence. En revanche, la présence d'une vitesse variable (PM et MM) induit une réfraction continue des rayons amenant certains à ne rencontrer qu'une voire aucune interface. Ceci est clairement visible dans le cas MM avec les rayons bleu et rouge. C'est d'ailleurs ici une forme de *downslope conversion*. Notons aussi que dans un cadre strictement géométrique et étant données les vitesses dans le milieu solide, la réfraction au passage du fond océanique ne permettrait d'obtenir que des rayons à moins de 15° de la verticale à partir des ondes P et 28° à partir des ondes S. Des angles plus rasants ne pourraient être obtenus que par des phénomènes non pris en compte ici. Ces angles proches de la verticale deviennent problématiques notamment sur fond plat. En effet, dans le cas PM, les rayons émis à des incidences géométriquement acceptables rencontrent l'interface fluide/solide plus d'une centaine de fois voire bien plus à mesure que l'on se rapproche de la verticale. Les nombreuses réflexions leur font alors

perdre beaucoup d'énergie. Les angles d'émission sont bien moins gênants dans le cas MM car les réflexions sur les pentes du mont permettent à plusieurs rayons d'être piégés par le profil de vitesse et ainsi ne subir qu'une ou deux dizaines de réflexions.

La figure II.4 montre les pertes cohérentes pour les quatre cas calculés à partir de 300 rayons issus d'une source de 90° d'ouverture (rayons émis à intervalle régulier entre l'horizontale et la verticale). Avec un fond plat on constate une insonification relativement homogène verticalement avec une décroissance régulière à mesure que l'on s'éloigne de la source. Dans le cas MM on remarque, comme avec le tracé des rayons, qu'un guidage s'opère après le passage du mont autour du minimum de vitesse (à 1300 m). L'intensité globalement plus faible dans les cas avec mont sous-marin découle de l'effet de masque du relief réfléchissant vers la gauche certains rayons. Cet effet peut en plus être accentué selon la discrétisation des angles d'émission. En effet, la bathymétrie implique que seuls certains angles créent des rayons capables de passer l'obstacle et ainsi de contribuer au champ lointain alors que sur fond plat tous les rayons continuent de se propager dans la même direction (gauche ou droite) qu'à leur départ. En théorie, il suffirait d'effectuer le calcul pour les angles contributeurs. Dans la pratique cela revient généralement à augmenter le nombre d'angles (et le temps de calcul) balayé pour récupérer un maximum d'angles utiles.

Les temps de calcul sont regroupés dans le tableau II.2 (p. 49). Pour les trajectoires de rayons, le temps est donné pour le calcul de 91 rayons (de 0 à 90°).

II.C Méthode d'intégration du nombre d'onde

Les méthodes par intégration du nombre d'onde ont été introduites en acoustique sous-marine par Pekeris (1948). Elles sont parfois appelées *Fast Field Programs* (FFP) pour leur utilisation des *Fast Fourier Transforms* (FFT). Elles s'appliquent à des milieux stratifiés horizontalement. Les interfaces sont donc planes et parallèles et les propriétés de chaque couche ne dépendent que de la profondeur. Dans de tels milieux il est possible de déterminer des solutions exactes pour chaque couche en fonction d'un certain nombre de paramètres. Ces derniers sont ensuite déterminés par les conditions aux interfaces.

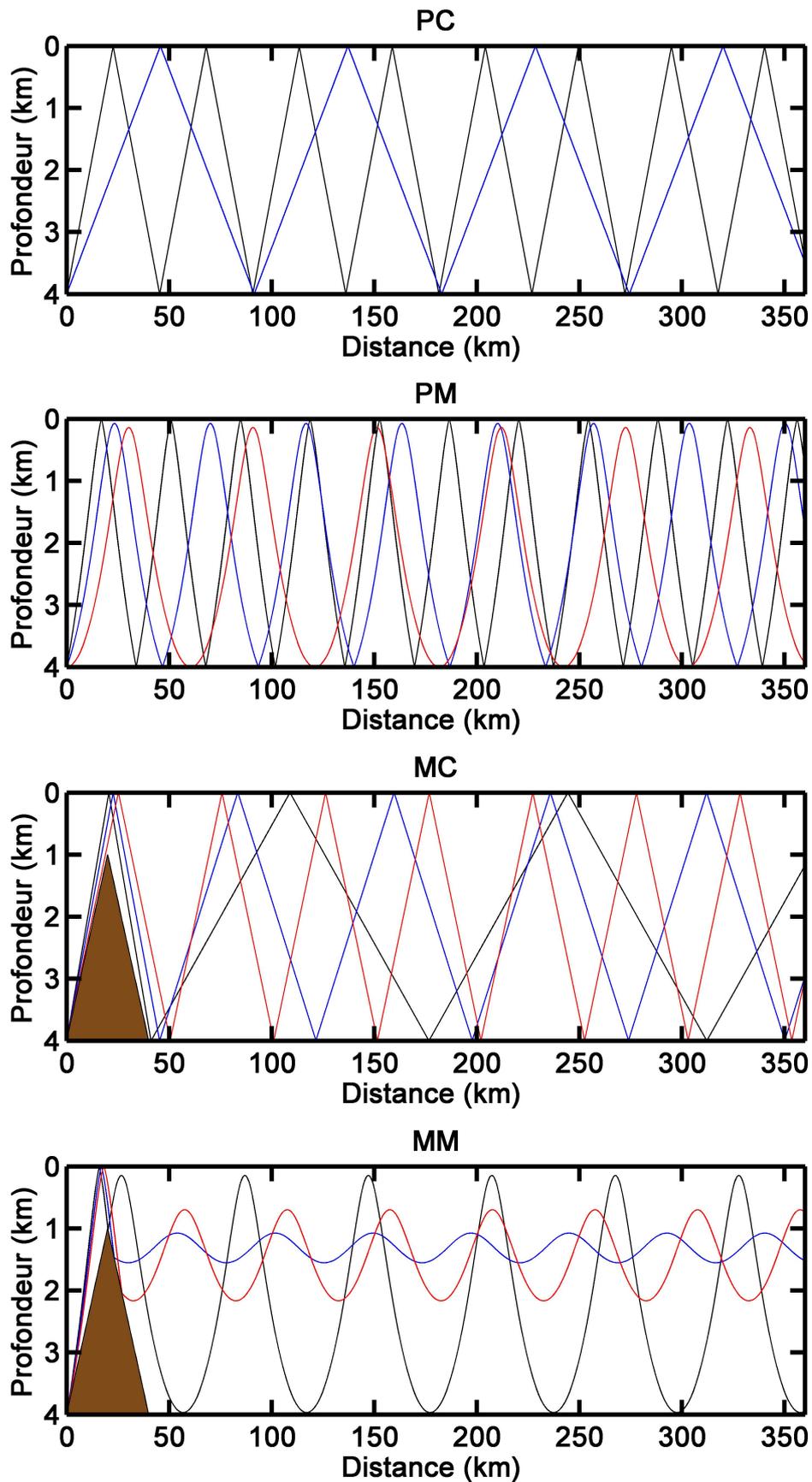


FIGURE II.3: Tracé de rayons dans les quatre cas tests (Tab. II.1). Pour les cas sur fond plat (PC et PM) les rayons sont émis à la source avec des angles de 0 (rouge), 5 (bleu) et 10° (noir). Pour les cas avec un mont (MC et MM) les rayons sont émis à la source avec des angles de 9 (rouge), 10 (bleu) et 11° (noir).

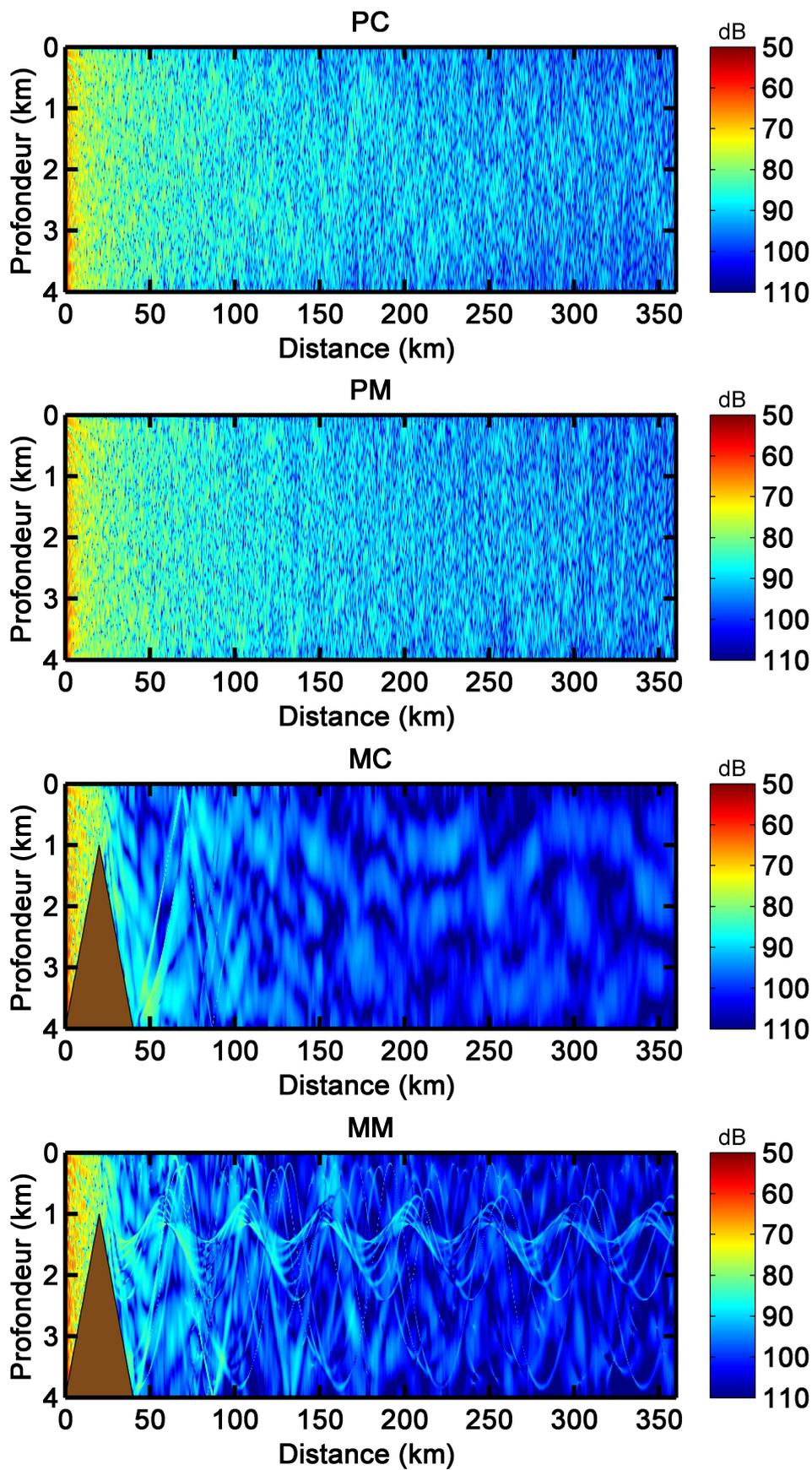


FIGURE II.4: Pertes (*transmission loss*, en dB) dans les quatre cas tests (Tab. II.1) avec le code de rayons BELLHOP.

II.C.1 Théorie

On cherche à résoudre l'équation d'Helmholtz pour le potentiel de déplacement $\psi_m(r, z)$ dans la couche m :

$$\left[\nabla^2 + k_m^2(z) \right] \psi_m(r, z) = f_s(z, \omega) \frac{\delta(r)}{2\pi r} \quad , \quad (\text{II.32})$$

où $k_m(z) = \omega/c_m(z)$ est le nombre d'onde pour la couche m . En cas d'absence de source dans une couche on retrouve l'équation homogène avec $f_s(r, \omega) = 0$. En appliquant la transformée d'Hankel d'ordre 0 (Annexe B.7) à l'équation d'Helmholtz (II.32) on obtient :

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} - [k_r^2 - k_m^2(z)] \right] \psi_m(k_r, z) = \frac{f_s(z)}{2\pi} \quad . \quad (\text{II.33})$$

Il s'agit d'une équation différentielle ordinaire en profondeur. Sa solution est donc la somme d'une solution particulière $\hat{\psi}_m(k_r, z)$ de l'équation inhomogène et d'une combinaison linéaire de deux solutions indépendantes $\psi_m^+(k_r, z)$ et $\psi_m^-(k_r, z)$ de l'équation homogène :

$$\psi_m(k_r, z) = \hat{\psi}_m(k_r, z) + A_m^+(k_r) \psi_m^+(k_r, z) + A_m^-(k_r) \psi_m^-(k_r, z) \quad , \quad (\text{II.34})$$

où $A_m^+(k_r)$ et $A_m^-(k_r)$ sont des coefficients à déterminer à partir des conditions aux interfaces. Cette solution est appelée fonction de Green en profondeur. Le champ pour la pulsation ω est ensuite obtenu en effectuant la transformée d'Hankel inverse ($f(r, z) = \int_0^\infty f(k_r, z) J_0(k_r r) k_r dk_r$). Il convient ensuite d'intégrer l'équation d'onde (II.32) pour un ensemble discret de nombres d'onde horizontaux k_r puis d'appliquer une transformée de Fourier inverse à ces solutions pour aboutir à la réponse temporelle.

Les avantages et inconvénients de la méthode par intégration du nombre d'onde dépendent fortement de la technique numérique choisie pour résoudre les équations. Nous n'allons pas les développer ici mais on peut noter que certaines de ces techniques sont intrinsèquement stables ce qui représente un atout considérable en modélisation informatique. De plus, contrairement à la méthode des rayons, il n'y a pas de limitation aux hautes fréquences. En revanche, la principale limitation de la méthode pour l'étude des ondes T réside dans la nécessité d'un milieu stratifié horizontalement. Il existe des solutions palliant ce problème (Seong, 1991, par ex.) mais elles sont généralement difficiles à mettre en œuvre ou seulement applicables dans le cas d'une faible variation horizontale des propriétés de la tranche d'eau.

II.C.2 Exemples d'application

La figure II.5 montre les pertes obtenues avec le code SCOOTER² dans les deux cas avec fond plat présentés précédemment (voir II.B.2). L'intégration est ici effectuée par la méthode FFP. Les temps de calcul sont rassemblés dans le tableau II.2 (p. 49).

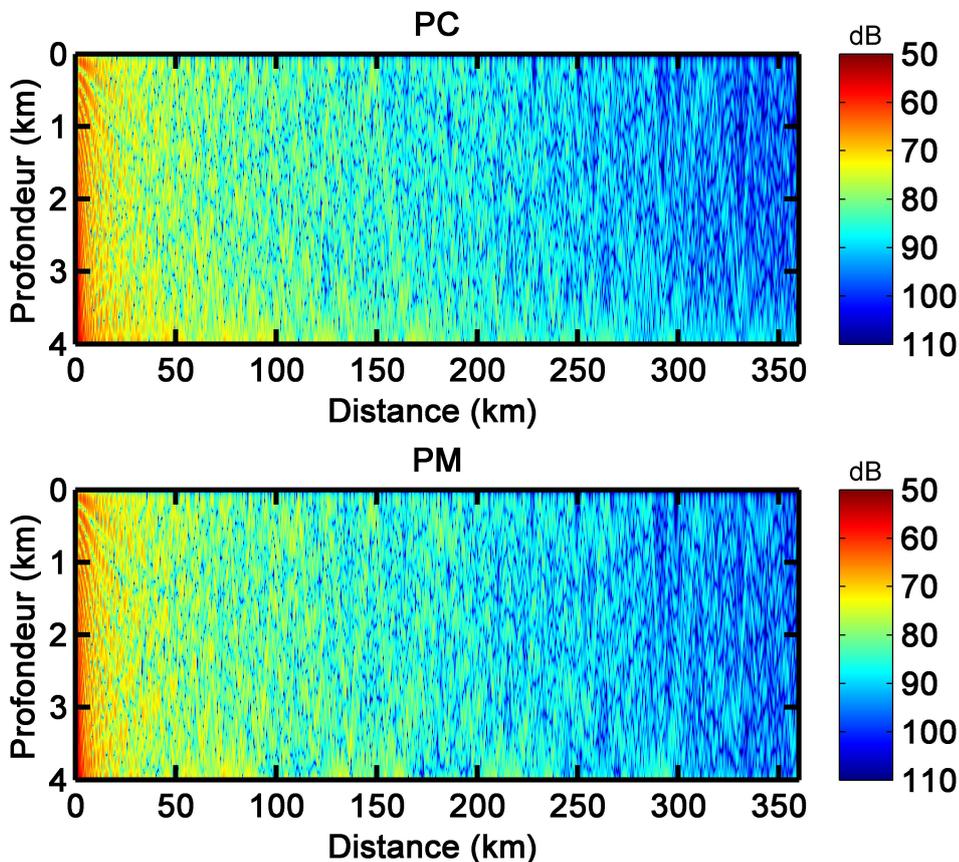


FIGURE II.5: Perte (*transmission loss*, en dB) dans les deux cas tests avec un fond plat (PC et PM, Tab. II.1) avec le code de d'intégration du nombre d'onde SCOOTER.

II.D Modes normaux

La méthode modale est l'approche classique de la mécanique ondulatoire avec conditions aux limites. Les modes normaux acoustiques s'apparentent aux modes propres d'une corde vibrante. Elle a aussi été introduite en acoustique sous-marine par Pekeris (1948) dans le cas d'un modèle simplifié d'océan à deux couches. Elle présente des similitudes avec la technique reposant sur les nombres d'onde et diffère essentiellement sur la façon d'intégrer la fonction de Green, solution de l'équation d'onde. La méthode des modes normaux ne s'applique normalement qu'à un milieu uniforme horizontalement.

2. Disponible sur le site de l'*Ocean Acoustic Library* : <http://oalib.hlsresearch.com/>

II.D.1 Théorie

Nous partons de l'équation d'Helmholtz à deux dimensions (distance r et profondeur z) pour la pression. Les propriétés du milieu (vitesse et masse volumique) ne varient qu'avec la profondeur et il est soumis à une source ponctuelle :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \rho(z) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho(z)} \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{\omega^2}{c^2(z)} p = -\frac{\delta(r)\delta(z-z_s)}{2\pi r} \quad . \quad (\text{II.35})$$

La résolution cette équation utilise la technique de la séparation des variables en posant $p(r, z) = \Phi(r)\Psi(z)$:

$$\frac{1}{\Phi} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) \right] + \frac{1}{\Psi} \left[\rho(z) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho(z)} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) + \frac{\omega^2}{c^2(z)} \Psi \right] = 0 \quad . \quad (\text{II.36})$$

Les deux membres entre crochets dépendant respectivement de deux variables distinctes, la seule façon pour que l'équation soit vérifiée en tout point est que chaque membre soit égal à une même constante que l'on pose égale à k_{rm}^2 . On peut alors écrire pour le membre de droite :

$$\rho(z) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho(z)} \frac{\partial \Psi_m(z)}{\partial z} \right) + \left[\frac{\omega^2}{c^2(z)} - k_{rm}^2 \right] \Psi_m(z) = 0 \quad , \quad (\text{II.37})$$

où $\Psi_m(z)$ est la forme particulière de $\Psi(z)$ pour la constante de séparation k_{rm} . On adjoint également à l'équation les conditions aux limites de surface libre $\Psi(z=0) = 0$ et de fond rigide $d\Psi/dz|_{z=D} = 0$.

L'équation modale (II.37) est un problème de Sturm-Liouville aux valeurs propres. Cela veut dire que l'équation possède un nombre infini de solutions se comportant comme les modes d'une corde vibrante. Chaque mode est caractérisé par sa fonction de forme $\Psi_m(z)$, dite fonction propre, qui a m zéros sur l'intervalle $[0, D]$ et par sa constante de propagation horizontale k_{rm} (ou k_{rm}^2), dite valeur propre, telle que $k_{rm}^2 \in \mathbb{R}$ et $\omega^2/c_{min}^2 \geq k_{r1}^2 > k_{r2}^2 > \dots$. Pour un tel problème de Sturm-Liouville les fonctions propres (les modes) forment une base orthogonale ; de plus, puisqu'elles sont définies à une constante multiplicative près, il est possible de les choisir afin que cette base soit normée. Dans cette base orthonormée la pression s'écrit donc :

$$p(r, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \Phi(r)\Psi_m(z) \quad . \quad (\text{II.38})$$

En substituant la pression dans l'équation (II.35) et en se servant de la propriété d'orthogonalité des modes, l'équation suivante :

$$\frac{1}{r} \left[r \frac{d\Phi_n(r)}{dr} \right] + k_{rn}^2 \Phi_n(r) = -\frac{\delta(r) \Psi_n(z_s)}{2\pi r \rho(z_s)} \quad , \quad (\text{II.39})$$

admet des solutions de la forme :

$$\Phi_n(r) = \frac{i}{4\rho(z_s)} \Psi_n(z_s) H_0^{(1)}(k_{rn}r) \quad , \quad (\text{II.40})$$

où $H_0^{(1)}$ est la fonction d'Hankel de premier type et d'ordre 0 exprimée. Finalement la pression s'écrit :

$$p(r, z) = \frac{i}{4\rho(z_s)} \sum_{m=1}^{\infty} \Psi_m(z_s) \Psi_m(z) H_0^{(1)}(k_{rm}r) \quad . \quad (\text{II.41})$$

D'après le comportement asymptotique de la fonction d'Hankel la pression peut être approximée par :

$$p(r, z) \simeq \frac{i}{\rho(z_s) \sqrt{8\pi r}} e^{-\frac{i\pi}{4}} \sum_{m=1}^{\infty} \Psi_m(z_s) \Psi_m(z) \frac{e^{ik_{rm}r}}{\sqrt{k_{rm}}} \quad . \quad (\text{II.42})$$

La décroissance de l'amplitude en $1/\sqrt{r}$ indique qu'il s'agit d'une onde cylindrique.

Les pertes en transmission s'expriment alors :

$$TL(r, z) = -20 \log \left| \frac{p(r, z)}{p_0(r=1)} \right| \simeq -20 \log \left| \frac{1}{\rho(z_s)} \sqrt{2\pi r} \sum_{m=1}^{\infty} \Psi_m(z_s) \Psi_m(z) \frac{e^{ik_{rm}r}}{\sqrt{k_{rm}}} \right| \quad , \quad (\text{II.43})$$

avec $p_0(r) = e^{ik_0 r} / (4\pi r)$ la pression pour une source dans espace libre.

Dans les cas réels, la principale difficulté de la méthode des modes normaux réside dans l'intégration de l'équation modale (II.37) principalement à cause d'une expression possiblement compliquée du profil de vitesse. Néanmoins, dans l'optique d'une meilleure compréhension du principe de la propagation modale, cette équation peut être résolue dans le cas simple d'un milieu uniforme d'épaisseur D borné par une surface libre et un fond rigide. Dans ces conditions, les valeurs et les vecteurs propres valent :

$$k_{rm} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left[\left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{D}\right]^2} \quad , \quad m = 1, 2, \dots \quad (\text{II.44})$$

$$\Psi_m(z) = \sqrt{\frac{2\rho}{D}} \sin(k_{zm}z) \quad , \quad (\text{II.45})$$

avec $k_{zm} = (m - 1/2)(\pi/D)$. Dans ce cas, l'expression (II.44) est la relation de dispersion horizontale (lien entre la fréquence ω et le nombre d'onde k_{rm}). Le comportement de chaque mode peut maintenant être classé dans deux catégories. En effet, selon le signe de l'expression sous la racine, le nombre d'onde est soit réel, soit imaginaire pur. Le mode est alors *propagatif* dans le premier cas et *évanescent* dans le second (le choix de la racine positive ou négative sera effectué judicieusement afin d'éviter une pression tendant vers l'infini). Puisque les valeurs propres réelles doivent être inférieures à ω/c , la réduction de la fréquence entraîne une diminution de leur nombre. Il existe donc une fréquence en-deçà de laquelle aucun mode ne peut se propager, c'est la fréquence de coupure du guide d'onde $f_c = c/(4D)$. Dans un cas simple comme celui-ci, il peut être intéressant de simplifier l'expression de la pression (II.41). En effet, à une suffisamment grande distance de la source pour que les modes évanescents soient atténués, il suffit de ne retenir que les modes propagatifs dans la somme.

Notons enfin que, comme pour la méthode par intégration du nombre d'onde, il est possible d'utiliser les modes propres dans un milieu variant en distance en appliquant la méthode à une série de tranches verticales horizontalement uniformes. Le lien entre chaque tranche est ensuite effectué au niveau des interfaces verticales afin d'assurer la continuité de la pression, on parle ici de *modes couplés*. Cette méthode peut être gourmande en ressources informatiques. C'est pourquoi il est parfois utile (et suffisant) d'employer la technique des *modes adiabatiques* pour laquelle les transferts d'énergie entre les modes au niveau des interfaces verticales est négligé.

II.D.2 Exemples d'application

Nous reprenons ici les configurations des exemples présentés en II.B.2 (Tab. II.1). Le programme KRAKEN³ (Porter, 1985) calcule les modes propres puis le champ de pression et permet, par couplage des modes, d'étudier des milieux variant horizontalement (cas MC et MM ici). Les modes 1, 10 et 20 sont représentés sur la figure II.6. La figure II.7 montre les pertes dans les quatre cas présentés pour la méthode des rayons II.B.2. Les temps de calcul sont rassemblés dans le tableau II.2 (p. 49).

Dans l'ensemble, les pertes sont moindres que lors du calcul avec les rayons. Cela peut être dû à diverses causes comme les paramètres d'entrée déterminant le nombre de rayons et de modes utilisés pour le calcul de l'amplitude avec chacun des codes. Des façons différentes de prendre en compte les pertes lors du passage de l'interface vers le solide peuvent aussi expliquer ces écarts de valeurs. Cependant on observe des motifs similaires.

3. Disponible sur le site de l'*Ocean Acoustic Library* : <http://oalib.hlsresearch.com/>

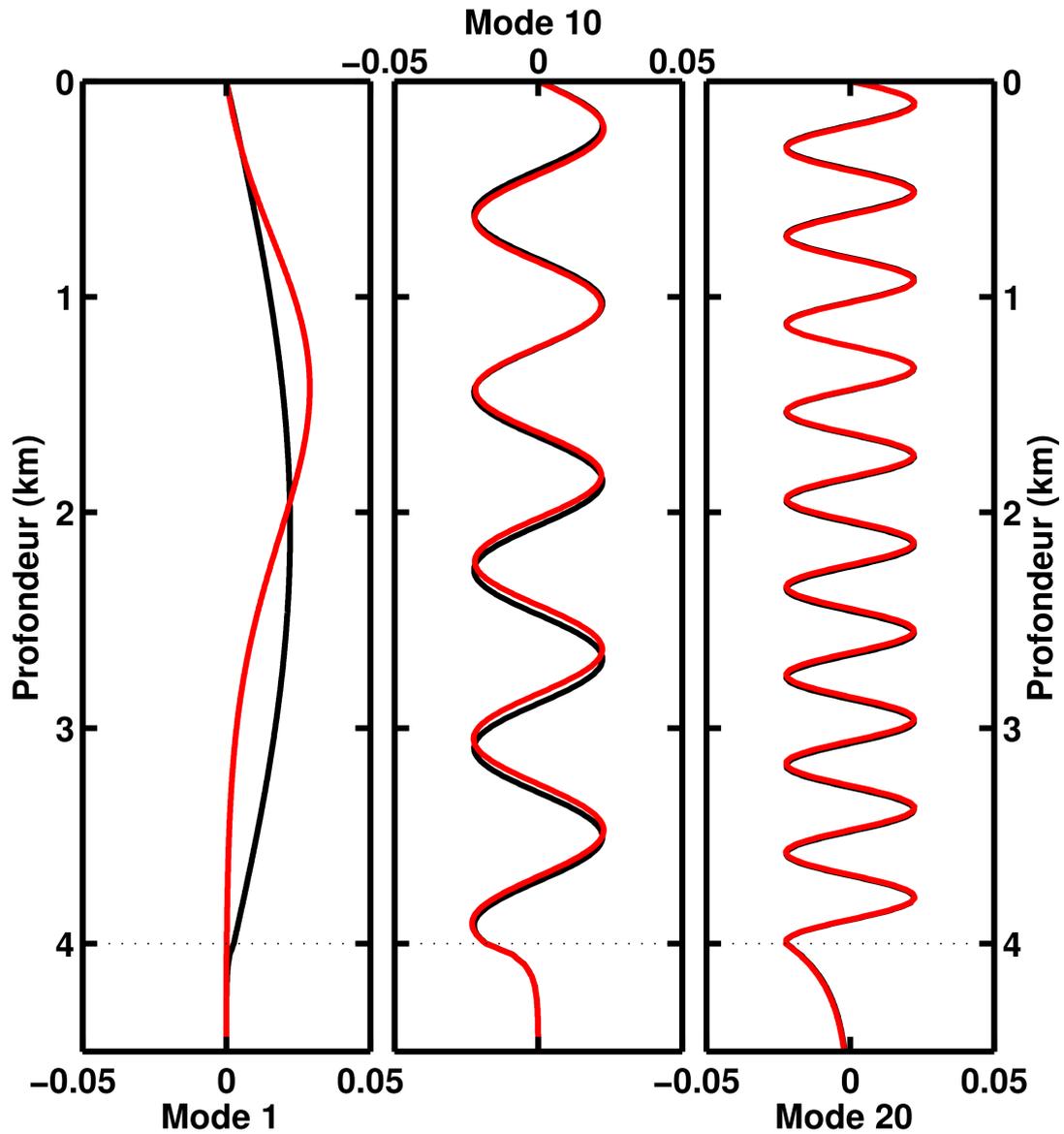


FIGURE II.6: Modes 1, 10 et 20 pour les profils de vitesse dans l'eau constant (**noir**) et variable (**rouge**) avec l'interface fluide/solide à 4000 m.

L'amplitude décroît progressivement à mesure que l'on s'éloigne de la source. Le mont agit comme un obstacle ne laissant passer qu'une partie des ondes. On constate aussi que la tranche d'eau est insonifiée sur toute sa hauteur quelque soient le profil de vitesse ou la bathymétrie. Néanmoins, quand la vitesse est constante, les pertes présentent des motifs plus anguleux qu'avec une vitesse variable.

II.E Équation parabolique

Les premiers travaux sur les équations d'ondes paraboliques remontent au milieu du 20^{ème} siècle ([Leontovich et Fock, 1946](#)) dans le cadre des ondes radio atmosphériques. L'application à l'acoustique sous-marine est due, quant à elle, à [Hardin et Tappert \(1973\)](#).

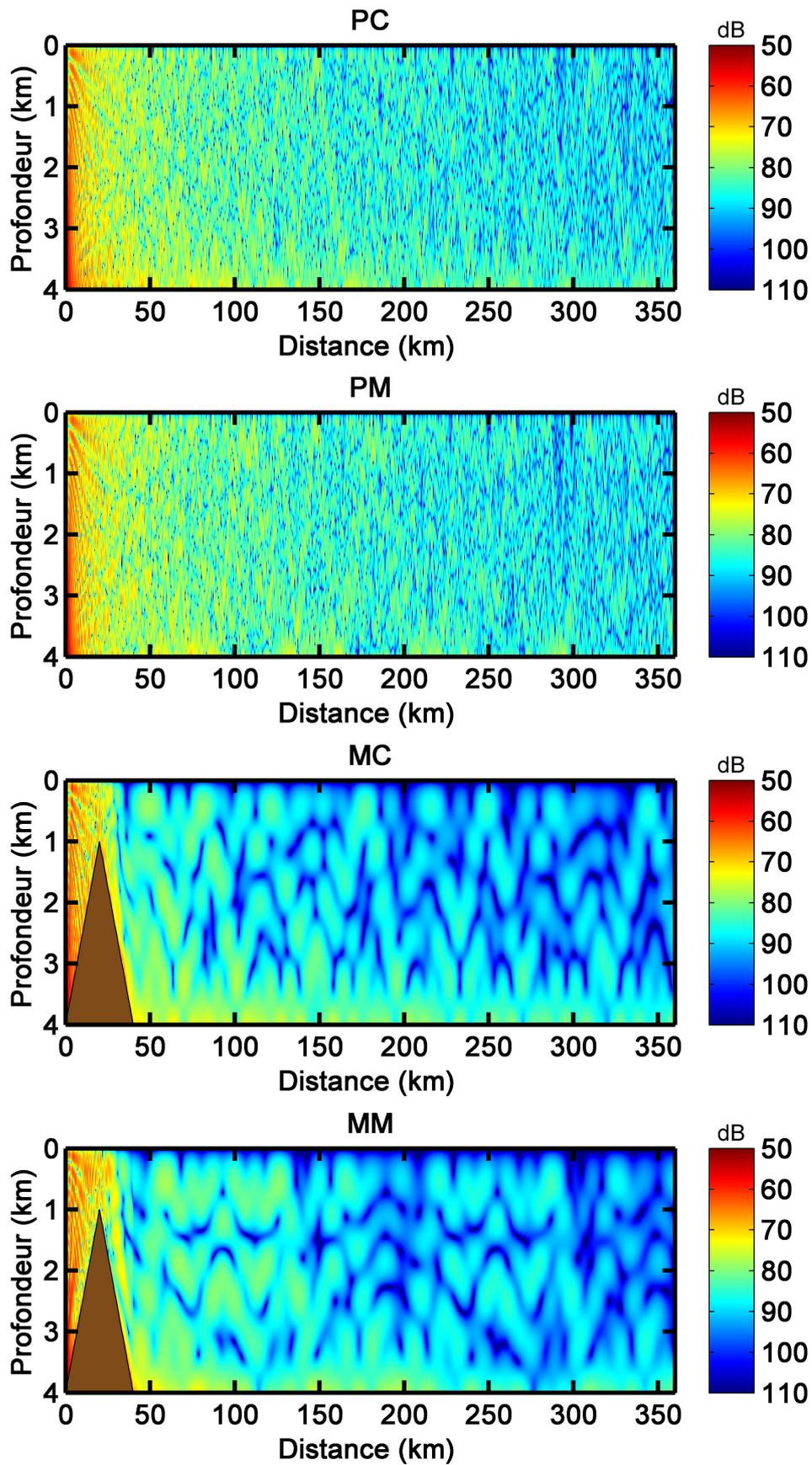


FIGURE II.7: Perte (*transmission loss*, en dB) dans les quatre cas tests (Tab. II.1) avec le code de modes propres KRAKEN.

Il s'agit de la méthode la plus utilisée à l'heure actuelle pour la propagation d'ondes dans un milieu variant horizontalement comme en témoignent les nombreux travaux sur le sujet depuis sa publication.

II.E.1 Théorie

La forme proposée par [Hardin et Tappert \(1973\)](#) part de l'équation d'Helmholtz en coordonnées cylindriques dans le cas d'un milieu de masse volumique constante et de symétrie cylindrique :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + k_0^2 n^2 p = 0 \quad , \quad (\text{II.46})$$

où $k_0 = \omega/c_0$ est le nombre d'onde de référence, c_0 la vitesse de référence et $n(r, z) = c_0/c(r, z)$ l'indice de réfraction. La solution recherchée est sous la forme d'une onde progressive cylindrique :

$$p(r, z) = \psi(r, z) H_0^{(1)}(k_0 r) \quad , \quad (\text{II.47})$$

où ψ l'enveloppe est supposée varier lentement avec r et $H_0^{(1)}$ est la fonction d'Hankel de premier type et d'ordre 0. En se plaçant en champ lointain ($k_0 r \gg 1$) afin d'utiliser le comportement asymptotique de la fonction d'Hankel et sachant qu'elle est solution de l'équation de Bessel, on peut déduire l'équation elliptique :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + 2 i k_0 \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k_0^2 (n^2 - 1) \psi = 0 \quad . \quad (\text{II.48})$$

En supposant que la dépendance radiale de $p(r, z)$ est principalement contenue dans la fonction d'Hankel (*via* le terme $e^{i k_0 r}$) et donc que $\psi(r, z)$ varie peu avec la distance à l'échelle d'une longueur d'onde on obtient :

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} \ll \frac{\psi}{\lambda} \sim i k_0 \psi \quad \implies \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \ll 2 i k_0 \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad . \quad (\text{II.49})$$

Il s'agit de l'approximation paraxiale qui amène à la forme standard de l'équation d'onde parabolique :

$$2 i k_0 \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k_0^2 (n^2 - 1) \psi = 0 \quad . \quad (\text{II.50})$$

Cette formulation autorise une bonne précision des résultats pour des angles de propagations proches de l'horizontale (typiquement jusqu'à 10–15°) mais il existe une infinité d'approximations permettant de passer l'équation elliptique (II.48) à la forme parabolique et ainsi obtenir une meilleure précision pour de plus grands angles. Repartons alors

de l'équation elliptique (II.48) réécrite sous la forme suivante :

$$[P^2 + 2 i k_0 P + k_0^2 (Q^2 - 1)] \psi = 0 \quad (\text{II.51})$$

où P et Q sont des opérateurs définis par :

$$P = \frac{\partial}{\partial r} \quad \text{et} \quad Q = \sqrt{n^2 + \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2}} \quad . \quad (\text{II.52})$$

En factorisant en une onde progressive (terme entre les parenthèses de gauche) et une onde régressive (terme entre les parenthèses de droite) nous avons :

$$(P + i k_0 - i k_0 Q) (P + i k_0 + i k_0 Q) \psi - i k_0 [P, Q] \psi = 0 \quad , \quad (\text{II.53})$$

avec le commutateur :

$$[P, Q] \psi = PQ\psi - QP\psi \quad . \quad (\text{II.54})$$

Dans le cas d'un milieu invariant en distance, l'indice de réfraction $n(r, z)$ ne dépend en réalité que de r et ainsi le commutateur devient nul. On suppose alors que n dépend suffisamment peu de r pour pouvoir négliger le commutateur. De plus, seul le terme progressif de l'équation factorisée est retenu :

$$P\psi = i k_0 (Q - 1) \psi \quad \implies \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = i k_0 \left(\sqrt{n^2 + \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2}} - 1 \right) \psi \quad . \quad (\text{II.55})$$

Il reste ensuite à déterminer une approximation de Q afin de pouvoir résoudre cette équation. En posant :

$$Q = \sqrt{1 + q} \quad , \quad \text{avec} \quad q = n^2 - 1 + \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad , \quad (\text{II.56})$$

l'approximation peut être obtenue par un développement de Taylor :

$$\sqrt{1 + q} = 1 + \frac{q}{2} - \frac{q^2}{8} + \dots \quad , \quad (\text{II.57})$$

ou encore à l'aide d'une fraction rationnelle :

$$\sqrt{1 + q} \simeq \frac{a_0 + a_1 q}{b_0 + b_1 q} \quad , \quad (\text{II.58})$$

où les coefficients a_0 , a_1 , b_0 et b_1 peuvent être choisis judicieusement pour minimiser les erreurs pour les angles recherchés.

L'approximation de Q revient à approximer l'angle de propagation θ .

Nous avons donc vu qu'il existe une grande variété de formulations de l'équation parabolique. Les techniques de résolutions numériques sont par conséquent, elles aussi, nombreuses. Les méthodes les plus populaires peuvent être regroupées en trois catégories : celles utilisant les transformées de Fourier rapides (FFT), les méthodes par différences finies et celles d'éléments finis. Pour des exemples de développement numérique nous pourrions nous reporter aux ouvrages de références (par exemple Jensen *et al.*, 2000, et références citées).

II.E.2 Exemples d'application

Le code RAMS⁴ (développé par Michael Collins du *Naval Research Laboratory*) résout l'équation parabolique dans un milieu potentiellement variable horizontalement et verticalement en prenant en compte les interactions avec les composantes en compression (ondes P) et en cisaillement (ondes S) du solide. La figure II.8 montre les pertes dans les quatre même cas que précédemment.

Les deux cas sur fond plat ont des motifs très semblables entre eux et par rapport à ceux obtenus avec les codes de rayons (Fig. II.4), intégration du nombre d'onde (Fig. II.5) et modes (Fig. II.7) avec des pertes plus fortes. En revanche avec un mont les pertes deviennent importantes. Elles le sont d'ailleurs un peu plus avec un profil de vitesse variable mais on perd le phénomène d'« arrondissement » des angles que l'on observe pour les rayons ou les modes.

	Bellhop (rayon) <i>rayons</i>	Bellhop (TL) <i>rayons</i>	Scooter <i>nbr. d'onde</i>	Kraken <i>modes</i>	Rams <i>parabolique</i>
PC	0,468	7,952	3,612	0,040	10,049
PM	1,464	7,680	3,624	0,048	10,061
MC	0,256	2,004	∅	0,168	10,173
MM	0,436	1,412	∅	0,192	10,053

TABLEAU II.2: Récapitulatif des temps (en secondes) de calcul des codes présentés dans ce chapitre pour les quatre cas simulés. Les calculs ont été effectués sur un ordinateur équipé d'un processeur 3,2 GHz et de 6 Go de RAM.

Le tableau II.2 rassemble les temps de calcul des exemples d'applications de ce chapitre sur un ordinateur de bureau (processeur 3,2 GHz, 6 Go de mémoire vive). Il faut toutefois relativiser ces valeurs qui ne sont pas nécessairement représentatives des temps

4. Disponible sur le site de l'*Ocean Acoustic Library* : <http://oalib.hlsresearch.com/>

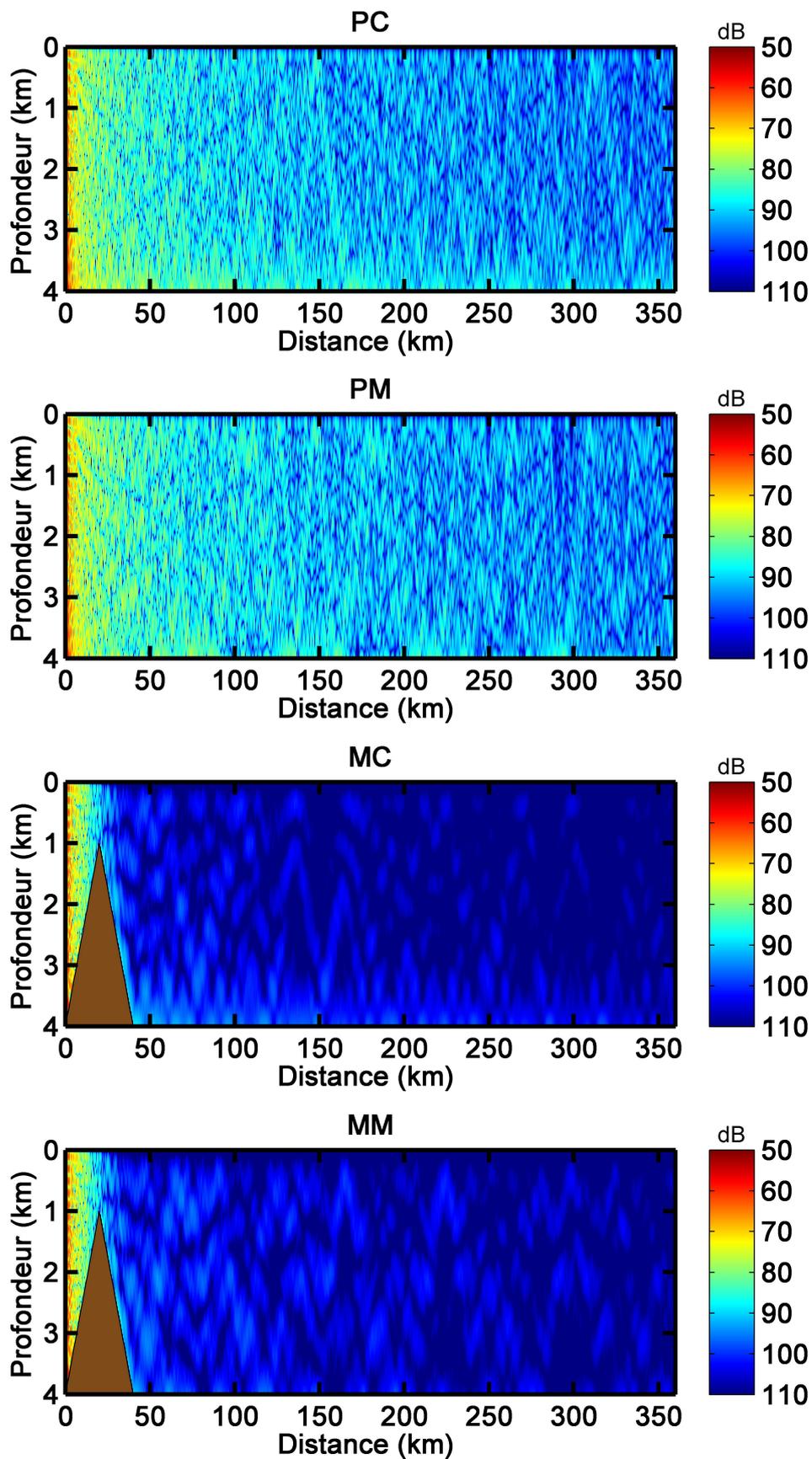


FIGURE II.8: Perte (*transmission loss*, en dB) dans les quatre cas tests (Tab. II.1) avec le code d'équation parabolique RAMS.

nécessaires pour modéliser la propagation d'un onde T. Tout d'abord l'environnement des exemples est extrêmement simplifié. Ensuite, pour modéliser un cas réel il faudrait effectuer ces calculs sur une large gamme de fréquences afin de représenter l'intégralité du spectre de la source, sauf pour les rayons dont le calcul est indépendant de la fréquence (hypothèse de haute fréquence). Enfin, les calculs de ce chapitre ne sont pas forcément optimisés. Il peut par exemple être possible de diminuer le nombre de rayons pris en compte ou encore le pas d'échantillonnage tout en gardant une précision suffisante pour obtenir des résultats corrects.

II.F Discussion

Ce chapitre a passé en revue les principales méthodes de résolution de l'équation de propagation d'onde acoustique. Elles ont en commun de s'appuyer sur une simplification de l'équation d'Helmholtz (II.12). Leurs différences résident dans le traitement analytique de cette équation sous diverses hypothèses qui amène à l'équation résolue numériquement. Leur choix contraint les domaines d'application de chaque méthode. Examinons leur compatibilité pour modéliser la propagation des ondes acoustiques générées dans la colonne d'eau par les séismes sous-marins.

La théorie des rayons repose sur une hypothèse de haute fréquence (au moins quelques dizaines à quelques centaines de hertz en acoustique sous-marine) ce qui n'est pas le cas des ondes T (au plus quelques dizaines de hertz). De plus les conditions de réfraction sur le fond de l'océan induisent des rayons proches de la perpendiculaire à l'interface. Donc, hors des fonds inclinés, les ondes adoptent une propagation quasi-verticale et perdent leur énergie sans avoir pu se propager sur une grande distance horizontale.

La technique par intégration du nombre d'onde procède à une séparation de l'équation d'onde en distance et en profondeur qui requiert un milieu stratifié et infini horizontalement. Cela en limite l'usage dans le cadre des séismes sous-marins, notamment au niveau des dorsales où le milieu varie sur de courtes distances (topographie accidentée). Il est néanmoins possible de diviser le milieu en sections verticales à partir desquelles on peut reconstituer un environnement variable. Ces approches sont bien sûr d'autant plus efficaces que le milieu varie peu.

La méthode des modes propres emploie une technique similaire en séparant les composantes horizontale et verticale de l'équation d'onde en milieu stratifié. Il faut également noter que les propriétés des milieux solide et liquide ne permettent pas de propager les

mêmes modes. Le couplage croute/océan ne peut donc avoir lieu sans transfert d'énergie entre les modes à l'interface. Comme pour les nombres d'ondes il est possible de représenter des variations horizontales par un couplage de sections verticales.

L'équation parabolique se fonde sur trois principales hypothèses : calcul en champ lointain, variation horizontale du milieu faible et onde régressive négligée. Cela peut encore une fois poser problème dans un environnement accidenté de dorsale océanique.

D'une manière générale, ces méthodes sont adaptées à des propagations purement acoustiques où le phénomène de guide d'onde est prépondérant. Or, parmi les ondes acoustiques océaniques, les ondes T ont la particularité d'être issues d'ondes sismiques qui se propagent initialement dans le milieu solide. Ensuite, leur entrée dans l'eau se produit au fond et sur une zone généralement étendue.

Nous arrivons à un point qui n'a pas encore été abordé : la source. Cette dernière, en acoustique, est le plus souvent ponctuelle (ou linéaire dans un milieu avec une dimension infinie). Cela ne peut représenter correctement la zone de conversion, *a priori* étendue géographiquement, ni le séisme lui-même, dont le diagramme de radiation peut adopter des formes complexes. De plus sa position à l'interface diffère de celles des usages « classiques » de l'acoustique sous-marine. Pour ces derniers, la source est souvent située à faible ou moyenne profondeur (typiquement entre la surface et le canal SOFAR) pour modéliser des sons d'origine anthropique (bateaux...), biologiques (cétacés...) ou naturels (vagues...). La modélisation d'une source proche du fond est beaucoup plus rare mais envisageable, par exemple pour évaluer le bruit généré par un forage du plancher océanique.

Afin de prendre en compte les effets combinés d'une source sismique, de la propagation dans un milieu solide puis d'une propagation acoustique après la conversion à l'interface, deux approches sont envisageables.

La première, que l'on qualifiera de « découplée » sépare les calculs dans le solide et le fluide. Tout d'abord, un code de propagation sismique détermine le champ d'onde créé par la source à proximité ou sur l'interface. Ensuite, les contraintes sur le fond de l'océan sont utilisées en entrée d'un code de propagation acoustique, comme ceux présentés dans ce chapitre, pour calculer le champ de pression au niveau d'un hydrophone. Les codes disponibles n'étant pas nécessairement adaptés à ce dialogue entre deux programmes cette méthode requiert probablement l'utilisation d'un code intermédiaire effectuant la conversion sismo-acoustique. Citons par exemple les travaux de thèse d'Abel [Balanche \(2009\)](#) qui a utilisé le logiciel SOLFLU, basé sur la méthode des éléments finis (voir la section [III.B](#) pour plus d'informations sur cette méthode), pour effectuer la conversion

d'ondes à l'interface solide/fluide. Les résultats obtenus montrent la faisabilité de la méthode puisqu'il est parvenu à modéliser la conversion d'ondes sismiques (P et S) au passage du fond océanique en ondes acoustiques aptes à se propager dans la tranche d'eau.

La seconde méthode possible pour modéliser la propagation des ondes T est celle que l'on appellera « couplée ». Elle consiste en la prise en compte directe au sein d'un même code de l'ensemble des phénomènes : propagation sismique, conversion et propagation acoustique. C'est cette seconde approche que nous allons développer dans la suite de cette thèse. Pour cela nous allons utiliser une technique basée sur la méthode des éléments spectraux qui permet une grande souplesse de représentation de l'environnement (en augmentant toutefois considérablement le coût en ressources de calcul). Cette souplesse est un avantage primordial dans notre étude puisqu'elle évite d'avoir à faire des approximations *a priori* sur les paramètres essentiels ou négligeables.

Chapitre III

La méthode des éléments spectraux et le code SPECFEM2D

La *méthode des éléments spectraux* a été introduite, en mécanique des fluides, par [Patera \(1984\)](#). Elle combine la généralité et la flexibilité de la *méthode des éléments finis* avec la précision des *méthodes spectrales*. Sa transposition au domaine sismique a notamment été effectuée par [Cohen et al. \(1993\)](#), [Seriani et al. \(1995\)](#) et [Faccioli et al. \(1997\)](#). Elle est à la base du programme SPECFEM2D¹ (*SPECTral Finite Element Method 2D*; [Komatitsch et Vilotte, 1998](#); [Komatitsch et Tromp, 1999](#); [Komatitsch et al., 2000](#)). Ce code a par ailleurs été utilisé récemment en acoustique sous-marine ([Cristini et Komatitsch, 2012](#)).

La méthode des éléments spectraux, et en particulier le code SPECFEM2D, semble *a priori* adaptée à l'étude des ondes T pour plusieurs raisons. Tout d'abord, bien qu'il subisse encore des évolutions et améliorations de la part de ses auteurs et autres collaborateurs, le programme est arrivé à maturité et a prouvé son efficacité et sa robustesse dans la modélisation sismique et acoustique. Ensuite, comme on l'a déjà évoqué en partie, la modélisation des ondes T requiert la prise en compte d'un environnement et de phénomènes complexes (couplages de milieux fluides et solides, bathymétrie accidentée, conversion sismo-acoustique, variabilité des paramètres physiques).

Ce qui apparaît comme le principal inconvénient des méthodes d'éléments finis provient paradoxalement de leur flexibilité et de leur capacité à prendre en compte l'ensemble du phénomène : ceci entraîne un coût de calcul important (puissance de calcul et espace mémoire). SPECFEM2D pallie en partie ce problème en permettant, entre autres, une parallélisation efficace du calcul ramenant ainsi les temps de calcul à des durées

1. Disponible sur le site du *Computational Infrastructure for Geodynamics (CIG)* : <http://www.geodynamics.org/cig/software/specfem2d>

raisonnables. Cependant, le temps de calcul n'est pas le problème principal pour nous puisque l'objectif du travail présenté ici est d'identifier les paramètres ou phénomènes primordiaux pour une modélisation correcte des ondes T.

Ce chapitre rappelle d'abord les équations de l'onde élastique, puis introduit la méthode des éléments finis et l'approche spectrale ainsi que leur combinaison sous la forme de la méthode des éléments spectraux. Cette dernière est ensuite appliquée aux équations acoustique et élastique résolues dans le code SPECFEM2D. La dernière partie propose une application simple du code SPECFEM2D pour modéliser la génération et la propagation d'ondes T.

III.A Equations de l'élastodynamique

III.A.1 Equation d'onde élastique

On considère un milieu élastique, ou plus exactement, un milieu subissant des déformations élastiques, c'est-à-dire réversibles. En d'autres termes un milieu qui, après avoir été déformé par une contrainte, reprend sa forme originelle lorsque la contrainte est supprimée. On considère généralement, et c'est le cas dans cette thèse, que les petites déformations ont un caractère réversible. Le lien entre les contraintes et les déformations élastiques s'expriment avec la loi de Hooke généralisée (voir plus loin, Eq. (III.6)). Dans des conditions élastiques, pour un milieu de masse volumique ρ , \vec{v} représentant la vitesse des particules et \vec{f} une force externe, l'équation d'onde élastique se déduit des trois lois de conservation ci-dessous :

– conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \operatorname{div}(\rho \vec{v}) \quad , \quad (\text{III.1})$$

– conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{D(\rho \vec{v})}{Dt} = \overrightarrow{\operatorname{div}}(\overline{\overline{\sigma}}) + \vec{f} \quad , \quad (\text{III.2})$$

– conservation du moment angulaire qui, d'après la 2^{ème} loi de Cauchy, impose la symétrie du tenseur des contraintes $\overline{\overline{\sigma}}$:

$$\overline{\overline{\sigma}}^T = \overline{\overline{\sigma}} \quad . \quad (\text{III.3})$$

On se place dans le cas de petites déformations afin de s'affranchir des termes de second degré. En développant (III.2) et en utilisant (III.1), on obtient alors l'équation d'onde :

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} - \overrightarrow{\operatorname{div}}(\overline{\overline{\sigma}}) = \vec{f} \quad . \quad (\text{III.4})$$

En règle générale, en sismologie, la source est représentée par un tenseur des moments $\overline{\overline{M}}$. Il s'agit d'un tenseur symétrique de rang deux dont la force associée, appliquée en \vec{x}_s avec le signal temporel $S(t)$ vaut :

$$\vec{f}(\vec{x}, t) = -\overline{\overline{M}} \cdot \overrightarrow{\text{div}}(\delta(\vec{x} - \vec{x}_s)) S(t) \quad . \quad (\text{III.5})$$

Dans le cas de petites déformations le tenseur des contraintes $\overline{\overline{\sigma}}$ est relié au tenseur des déformations $\overline{\overline{\varepsilon}}$ par la *loi de Hooke généralisée* :

$$\overline{\overline{\sigma}} = \overline{\overline{C}} : \overline{\overline{\varepsilon}} \quad , \quad \text{ou} \quad \sigma_{ij} = \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \mathcal{C}_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad , \quad \forall i, j \in \{1, 2, 3\} \quad , \quad (\text{III.6})$$

avec $\overline{\overline{C}}$ le tenseur de rigidité (d'ordre 4 à 21 éléments indépendants) décrivant les propriétés intrinsèques de déformabilité du matériau, « : » le produit contracté de deux tenseurs. Pour de petites déformations, le tenseur $\overline{\overline{\varepsilon}}$ s'exprime en fonction du déplacement \vec{u} :

$$\overline{\overline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \left(\overline{\overline{\text{grad}}}(\vec{u}) + \overline{\overline{\text{grad}}}(\vec{u})^T \right) \quad , \quad (\text{III.7})$$

et

$$\text{Tr}(\overline{\overline{\varepsilon}}) = \text{div}(\vec{u}) \quad , \quad (\text{III.8})$$

où \vec{u} est le déplacement des particules et « Tr » la trace du tenseur.

Dans le cas d'un matériau isotrope (i.e. dont les propriétés sont les mêmes dans toutes les directions), deux paramètres indépendants suffisent à décrire le tenseur de rigidité. On a alors les relations suivantes entre le tenseur des contraintes et le tenseur des petites déformations :

$$\overline{\overline{\sigma}} = \lambda \text{Tr}(\overline{\overline{\varepsilon}}) \overline{\overline{\mathbf{I}}} + 2\mu \overline{\overline{\varepsilon}} \quad (\text{III.9})$$

$$= 3\kappa \text{sph}(\overline{\overline{\varepsilon}}) + 2\mu \text{dev}(\overline{\overline{\varepsilon}}) \quad , \quad (\text{III.10})$$

avec

$$\text{sph}(\overline{\overline{\varepsilon}}) = \frac{1}{3} \text{Tr}(\overline{\overline{\varepsilon}}) \overline{\overline{\mathbf{I}}} \quad \text{et} \quad \text{dev}(\overline{\overline{\varepsilon}}) = -\frac{1}{3} \text{Tr}(\overline{\overline{\varepsilon}}) \overline{\overline{\mathbf{I}}} + \overline{\overline{\varepsilon}} \quad , \quad (\text{III.11})$$

où λ et μ sont les coefficients d'élasticité de [Lamé \(1852\)](#) et $\overline{\overline{\mathbf{I}}}$ le tenseur identité. Le module d'incompressibilité κ caractérise les changements de volume (composante sphérique des déformations, $\text{sph}(\overline{\overline{\varepsilon}})$) occasionnés par une contrainte isostatique (due à une pression isotrope). Le module de cisaillement μ relie la partie déviatorique des déformations ($\text{dev}(\overline{\overline{\varepsilon}})$, changement de forme) aux efforts de cisaillement. Le second coefficient de Lamé λ n'a pas de signification physique directe. L'équation d'onde [\(III.4\)](#), en omettant

le terme de forçage, devient alors :

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \left(\overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}(\vec{u})) + \mu \vec{\nabla}^2(\vec{u}) \right) , \quad (\text{III.12})$$

où $\vec{\nabla}^2(\vec{u}) = \overrightarrow{\text{div}}(\overrightarrow{\text{grad}}(\vec{u}))$ et où les variations des paramètres λ et μ ont été négligées (milieu homogène).

On introduit maintenant les potentiels scalaire ϕ et vectoriel ψ pour le déplacement tels que : $\vec{u} = \overrightarrow{\text{grad}}(\phi) + \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{\psi})$. Alors la divergence et le rotationnel de l'équation (III.12), avec la jauge de Coulomb ($\text{div}(\vec{\psi}) = 0$), mènent tous deux à une équation de la forme :

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 F = 0 . \quad (\text{III.13})$$

Le cas $F = \phi$ conduit à une onde plane dont le déplacement \vec{u}_ϕ est parallèle à sa direction de propagation. Il s'agit d'une onde de compression, ou onde P. Le cas $F = \vec{\psi}$ conduit quant à lui à une onde plane dont le déplacement \vec{u}_ψ est orthogonal à sa direction de propagation. Il s'agit d'une onde de cisaillement, ou onde S. Ces deux types d'onde se propagent respectivement aux vitesses c_p et c_s :

$$c_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{\kappa + \frac{4}{3}\mu}{\rho}} , \quad (\text{III.14})$$

$$c_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} . \quad (\text{III.15})$$

III.A.2 Retour vers l'acoustique

On reconnaît dans la forme de l'équation de la conservation de la quantité de mouvement (III.2) celle utilisée dans le cadre de l'acoustique, Eq. (II.2), où les termes décrivant les forces internes s'écrivent respectivement $\vec{F}_{solide}^{int} = \overrightarrow{\text{div}}(\vec{\sigma})$ et $\vec{F}_{fluide}^{int} = -\overrightarrow{\text{grad}}(p)$. Un fluide peut être considéré comme un matériau élastique insensible au cisaillement ($\mu = 0$). La conservation de la masse nous indique donc que la pression s'écrit :

$$p = -\kappa \text{div}(\vec{u}) , \quad (\text{III.16})$$

et la loi de Hooke (III.9) devient :

$$\vec{\sigma} = \kappa \text{Tr}(\vec{\epsilon}) \vec{\mathbf{I}} \quad (\text{III.17})$$

$$= -p \vec{\mathbf{I}} . \quad (\text{III.18})$$

L'équation d'onde acoustique peut alors s'écrire, en fonction du déplacement :

$$\overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}(\vec{u})) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad , \quad (\text{III.19})$$

avec la vitesse de propagation :

$$c = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}} \quad . \quad (\text{III.20})$$

En prenant la divergence de l'équation (III.19) et en utilisant la relation $\left[\text{div} \left(\overrightarrow{\nabla^2 \vec{u}} \right) \right] = \left[\nabla^2 (\text{div} u) \right]$, on retrouve une forme semblable à celle de l'équation (II.10) développée au chapitre II :

$$\nabla^2 \left(\frac{p}{\kappa} \right) - \frac{1}{\kappa c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad , \quad (\text{III.21})$$

ou la forme plus classique :

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad , \quad (\text{III.22})$$

pour un milieu uniforme ($\kappa = \text{constante}$).

III.B Méthode des éléments spectraux

Cette section présente brièvement la *méthode des éléments spectraux* (ou *Spectral Element Method, SEM*) sous la forme qui est utilisée dans le code SPECFEM2D. Nous introduisons donc successivement la méthode des éléments finis, la méthode des résidus pondérés, la formulation variationnelle et l'approche spectrale de Galerkin.

La *méthode des éléments finis* (ou *Finite Element Method, FEM*) est une méthode courante pour la résolution numérique des équations différentielles. Elle consiste en une division du domaine physique en sous-ensembles, les éléments, dans lesquels une solution, exacte ou approchée, est obtenue en fonction d'un nombre fini de degrés de liberté. Les liens entre les éléments conduisent à un système linéaire d'équations en termes de degrés de liberté.

Soient un domaine de calcul Ω de frontière Γ , \mathcal{L} un opérateur différentiel, et \vec{f} une fonction. On considère le système différentiel d'inconnue u suivant :

$$\begin{cases} \mathcal{L}\vec{u} - \vec{f} = \vec{0} & \text{dans } \Omega \quad , \\ \vec{u} = \vec{u}_\Gamma & \text{sur } \Gamma \quad . \end{cases} \quad (\text{III.23})$$

L'ensemble des solutions \bar{u} est noté U :

$$U = \{ \bar{u} \in H^2(\Omega), \bar{u} = \bar{u}_\Gamma \text{ sur } \Gamma \} \quad . \quad (\text{III.24})$$

$H^2(\Omega)$ désigne un espace de Sobolev, ou espace formé de toutes les fonctions qui, ainsi que leurs dérivées premières et secondes, appartiennent à l'espace de Lebesgue $L^2(\Omega)$ des fonctions de carré intégrable sur le domaine Ω .

La méthode des éléments finis repose sur la recherche d'une approximation \bar{u}^h de \bar{u} dans un sous-ensemble U^h de U , de dimension finie et de base $\{\bar{\varphi}_i, i = 0, \dots, N\}$, telle que :

$$\bar{u} \simeq \bar{u}^h = \sum_{i=0}^N c_i \bar{\varphi}_i \quad . \quad (\text{III.25})$$

L'erreur due à cette approximation vaut :

$$\bar{r}^h = \mathcal{L}\bar{u}^h \quad . \quad (\text{III.26})$$

La résolution du système (III.23) est obtenue par la détermination des coefficients c_i grâce aux propriétés de l'intégrale scalaire du champ, de la forme :

$$\int_{\Omega} F_i(\bar{u}^h) \, d\Omega + \int_{\Gamma} G_i(\bar{u}^h) \, d\Gamma, \quad i = 1, \dots, N \quad . \quad (\text{III.27})$$

La forme des opérateurs F_i et G_i détermine la méthode de résolution choisie. Il s'agit principalement soit de l'approche variationnelle soit de la méthode des résidus pondérés. C'est cette dernière qui est développée ci-après. Notons que, sous certaines conditions, les deux techniques peuvent aboutir à la même formulation.

La *méthode des résidus pondérés* (ou *Weighted Residuals Method*, WRM) se base sur l'emploi de fonction de poids (ou fonctions test) \bar{w} appartenant à l'ensemble W tel que :

$$W = \{ \bar{w} \in L^2(\Omega), \bar{w} = \bar{0} \text{ sur } \Gamma \} \quad . \quad (\text{III.28})$$

Si l'on note $(\bullet, \bullet)_W$ la restriction à W du produit interne de $L^2(\Omega)$, la résolution du système (III.23) revient à trouver $\bar{u} \in U$ tel que :

$$(\mathcal{L}\bar{u} - \bar{f}, \bar{w})_W = \int_{\Omega} (\mathcal{L}\bar{u} - \bar{f})\bar{w} \, d\Omega = \bar{0}, \quad \forall \bar{w} \in W \quad . \quad (\text{III.29})$$

La méthode des résidus pondérés consiste à rendre l'erreur (ou résidu, Eq. (III.25)) de moyenne nulle sur le domaine :

$$(\vec{r}^h, \vec{w})_W = \vec{0}, \quad \forall \vec{w} \in W \quad . \quad (\text{III.30})$$

De la même façon que l'on a défini précédemment le sous-ensemble $U^h = \{\varphi_i\}_{i=0}^N \subset U$ des approximations \vec{u}^h de \vec{u} , on réduit l'ensemble des fonctions test au sous-ensemble $W^h = \{\psi_i\}_{i=0}^N \subset W$. Les fonctions test peuvent donc s'écrire $\vec{w}^h = \sum_{i=0}^N d_i \vec{\psi}_i$. Maintenant la résolution du système (III.23) revient à trouver $\vec{u}^h \in U^h$ tel que :

$$(\mathcal{L}\vec{u}^h - \vec{f}, \vec{w}^h)_W = 0, \quad \forall \vec{w}^h \in W^h \quad , \quad (\text{III.31})$$

ou, en développant \vec{u}^h et en utilisant le fait que la relation est vraie pour n'importe quel \vec{w}^h de W^h , trouver c_i tel que :

$$\sum_{i=0}^N c_i \int_{\Omega} (\mathcal{L}\vec{\varphi}_i) \cdot \vec{\psi}_j \, d\Omega = \int_{\Omega} \vec{f} \cdot \vec{\psi}_j \, d\Omega, \quad j = 1, \dots, N \quad . \quad (\text{III.32})$$

Les techniques de résolution diffèrent ici par le choix des fonctions test de base $\vec{\psi}_i$. Celle retenue ici consiste à prendre les vecteurs de base de U^h , c'est la méthode de [Galerkin \(1915\)](#) :

$$\vec{\psi}_i = \vec{\varphi}_i \quad . \quad (\text{III.33})$$

Pour un opérateur différentiel du second ordre (comme c'est souvent le cas en physique) il peut être avantageux d'effectuer une intégration par parties de l'équation (III.29). Il est alors, dans la plupart des cas, possible d'écrire cette relation à l'aide d'une forme bilinéaire $a(\vec{u}, \vec{w})_W$ telle que :

$$(\mathcal{L}\vec{u}, \vec{w})_W = (\vec{f}, \vec{w})_W \quad \implies \quad a(\vec{u}, \vec{w})_W = (\vec{f}, \vec{w})_W, \quad \forall \vec{w} \in W \quad . \quad (\text{III.34})$$

Cette formulation, du fait de l'intégration par parties, requiert que U et $W \subset H^1(\Omega)$ (et non $U \subset H^2(\Omega)$ comme à l'équation (III.24)). La contrainte sur les solutions possibles est donc *affaiblie*. De plus, sous certaines conditions, on montre (théorème de Lax-Milgram, Annexe B.9) que la solution \vec{u} du nouveau problème ainsi posé est unique et équivalente avec celle du problème de départ (Eq. (III.23)).

La *méthode spectrale* consiste à transformer un problème différentiel (Eq. (III.23)) en celui de la recherche des valeurs propres et des fonctions propres de l'opérateur différentiel \mathcal{L}

que l'on appelle le spectre de l'opérateur, d'où le nom de la méthode. L'intérêt est que la solution recherchée, le champ \vec{u} ici, peut être écrite comme une combinaison linéaire de ces fonctions propres φ_i :

$$\vec{u} = \sum_{i=0}^{\infty} c_i \vec{\varphi}_i \quad . \quad (\text{III.35})$$

En pratique, il est généralement impossible de déterminer les valeurs de \vec{u} sur tout le domaine. L'approximation pseudo-spectrale utilise alors une interpolation polynomiale de \vec{u} :

$$P_N^h \vec{u} = \sum_{i=0}^N \hat{c}_i \vec{\varphi}_i \quad \text{tel que } P_N^h \vec{u}(\vec{x}_k) = \vec{u}(\vec{x}_k), \quad k = 1, \dots, N \quad , \quad (\text{III.36})$$

où les \vec{x}_k sont les points de quadrature.

En résumé, la méthode des éléments spectraux est l'application de la méthode de Galerkin spectrale (i.e. méthode de Galerkin, Eq. (III.33), à laquelle on ajoute une condition d'orthogonalité des fonctions de base $\vec{\varphi}_i$ de l'ensemble U^h) à chaque élément. Ces éléments composent une division du domaine en sous-domaines ne se recouvrant pas.

III.C **SPECFEM2D - Méthode des éléments spectraux appliquée aux équations d'onde acoustique et élastique**

Cette partie expose la méthode des éléments spectraux appliquée aux équations d'onde acoustique et élastique telle qu'elle est intégrée dans SPECFEM2D. Pour plus de détails on se réfèrera, par exemple, à Komatitsch (1997), Madec (2009), Komatitsch et Tromp (1999), Komatitsch *et al.* (2000) ou Peter *et al.* (2011).

III.C.1 **Equations d'onde**

Le code SPECFEM2D se base sur la résolution des équations différentielles suivantes, pour le milieu solide (Eq. (III.4)) :

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \overrightarrow{\text{div}}(\vec{\sigma}) + \vec{f}_s \quad , \quad (\text{III.37})$$

et, dans le fluide (Eq. (III.19)) :

$$\frac{1}{\kappa} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \operatorname{div} \left(\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\operatorname{grad}}(\phi) \right) + f_f \quad , \quad (\text{III.38})$$

où le potentiel de déplacement est défini tel que $\overrightarrow{\operatorname{grad}}(\phi) = \rho \vec{u}$. Les termes de forçage sont définis en fonctions de la position de la source \vec{x}_s et les signaux temporels $S(t)$ et $P(t)$ par :

$$\vec{f}_s = -\overline{\overline{M}} \cdot \overrightarrow{\operatorname{div}}(\delta(\vec{x} - \vec{x}_s)) S(t) \quad , \quad (\text{III.39})$$

$$f_f = -\frac{1}{\kappa} \delta(\vec{x} - \vec{x}_s) P(t) \quad . \quad (\text{III.40})$$

La contrainte normale et la composante normale du déplacement doivent être continues lors du passage des interfaces internes. Lors du passage entre deux milieux du même type (interface fluide/fluide ou solide/solide) il suffit donc d'égaliser ces composantes normales. Pour les interfaces mixtes on distingue deux cas selon le milieu dans lequel on est en train d'effectuer le calcul. Dans un milieu fluide, sur une frontière avec un milieu solide, on a la relation suivante :

$$\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\operatorname{grad}}(\psi) \cdot \vec{n} = \vec{u}_{solide} \cdot \vec{n}_f \quad , \quad (\text{III.41})$$

où \vec{u}_{solide} est la vitesse dans le milieu solide sur la frontière et \vec{n} est le vecteur unitaire normal sortant à la frontière du domaine fluide. Dans un milieu solide, sur une frontière avec un milieu fluide, on a la relation suivante :

$$\overline{\overline{\sigma}} \cdot \vec{n}_s = -p_{fluide} \vec{n} \quad (\text{III.42})$$

où p_{fluide} est la pression dans le milieu fluide sur la frontière et \vec{n} est le vecteur unitaire normal sortant à la frontière du domaine solide.

Sur les bords extérieurs du domaine on pourra considérer deux types de conditions aux limites : une surface libre ou des bords absorbants. La surface libre implique une traction nulle pour le solide ($\overline{\overline{\sigma}} \cdot \vec{n} = \vec{0}$). Cette condition se traduit par une pression nulle et donc $\partial^2 \phi / \partial t^2 = 0$ (on forcera aussi $\partial \phi / \partial t = 0$ et $\phi = 0$). Le second type de conditions aux limites a pour objectif d'éviter les réflexions indésirables sur ces frontières artificielles (le milieu réel s'étend au-delà de celui modélisé). Les calculs présentés dans cette thèse ont été effectués avec des conditions de Clayton-Engquist-Stacey (Clayton et Engquist, 1977; Stacey, 1988) basées sur l'approximation paraxiale. Des couches absorbantes plus performantes, les *Perfectly Matched Layers* (PML), sont disponibles dans les versions les

plus récentes de SPECFEM2D (Martin et Komatitsch, 2009; Martin *et al.*, 2010). En revanche, les PML ne sont pas naturellement développées pour des milieux inhomogènes et, bien qu'il existe des solutions pour les adapter (Oskooi, 2008), la version de SPECFEM2D utilisée ne permet pas de les combiner avec des profils de vitesse variables.

La forme faible de l'équation élastique (III.37), (III.39) et (III.42) (équation acoustique (III.38), (III.40) et (III.41)) est obtenue par sa multiplication par un vecteur test \bar{w} (une fonction test w) de l'espace de Sobolev $H^1(\Omega)$ puis l'intégration sur le domaine solide Ω_s (fluide Ω_f) :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_s} \rho \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} \cdot \bar{w} \, d\Omega_s &= - \int_{\Omega_s} \bar{\sigma} : \overline{\text{grad}}(\bar{w}) \, d\Omega_s + \int_{\Gamma_{ext}} (\bar{\sigma} \cdot \bar{n}) \cdot \bar{w} \, d\Gamma_{ext} \\ &\quad - \int_{\Gamma_{int}} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} \bar{n} \cdot \bar{w} \, d\Gamma_{int} + S(t) \bar{M} : \overline{\text{grad}}(\bar{w}(\bar{x}_s)) \end{aligned} \quad (\text{III.43})$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_f} \frac{1}{\kappa} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \cdot w \, d\Omega_f &= - \int_{\Omega_f} \frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}}(\phi) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(w) \, d\Omega_f + \int_{\Gamma_{ext}} \frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}}(\phi) \cdot \bar{n} w \, d\Gamma_{ext} \\ &\quad - \int_{\Gamma_{int}} \bar{u} \cdot \bar{n} w \, d\Gamma_{int} - P(t) \frac{1}{\kappa} w(\bar{x}_s) \quad , \end{aligned} \quad (\text{III.44})$$

où Γ_{ext} et Γ_{int} sont respectivement les portions externe et interne (interface fluide/solide) de la frontière Γ du domaine total Ω .

III.C.2 Discrétisation spatiale

Le domaine fermé (i.e. frontière incluse) $\bar{\Omega}$ est décomposé, en 2D, en éléments quadrangulaires $\bar{\Omega}_e$ ne se recouvrant pas (i.e. ayant, au plus, un sommet ou un côté commun) :

$$\bar{\Omega} = \bigcup_{e=1}^{n_e} \bar{\Omega}_e \quad \text{et} \quad \Omega_i \cap \Omega_j \underset{i \neq j}{=} \emptyset \quad . \quad (\text{III.45})$$

Chaque élément est ensuite lié à l'élément de référence (le carré $[-1, 1]^2$ en 2D) par une transformation géométrique telle que :

$$\bar{x}(\bar{\xi}) = \sum_{k=1}^{n_k} N_k(\bar{\xi}) \bar{x}_k \quad , \quad (\text{III.46})$$

où $\bar{x} = (x, z)$ sont les coordonnées globales et $\bar{\xi} = (\xi, \eta)$ les coordonnées locales de l'élément de référence. Les n_k points de contrôle \bar{x}_k sont donnés dans SPECFEM2D comme étant soit les sommets du quadrangle (4 points) soit les sommets et les milieux des côtés et le centre de l'élément (9 points). Les fonctions de forme N_k sont exprimées avec les

polynômes de Lagrange d'ordre 2 l_k^2 . Par exemple, pour les 4 sommets on a :

$$N_1(\vec{\xi}) = l_1^2(\xi)l_1^2(\eta) \quad , \quad (\text{III.47})$$

$$N_2(\vec{\xi}) = l_3^2(\xi)l_1^2(\eta) \quad , \quad (\text{III.48})$$

$$N_3(\vec{\xi}) = l_3^2(\xi)l_3^2(\eta) \quad , \quad (\text{III.49})$$

$$N_4(\vec{\xi}) = l_1^2(\xi)l_3^2(\eta) \quad , \quad (\text{III.50})$$

avec :

$$l_k^n(\xi) = \prod_{\substack{k'=1 \\ k' \neq k}}^{n+1} \frac{\xi - \xi_{k'}}{\xi_k - \xi_{k'}} \quad , \quad (\text{III.51})$$

où, ici, à l'ordre 2, les points de contrôle de $[-1, 1]$ sont pris comme valant $\xi_1 = -1$, $\xi_2 = 0$ et $\xi_3 = 1$.

III.C.3 Approximation de Galerkin

Les équations différentielles (III.43) et (III.44) sont résolues de manière discrète sur l'élément de référence à partir de l'interpolation polynomiale faisant appel aux points de Gauss-Lobatto-Legendre (GLL). Ce sont les $N + 1$ racines de $(1 - \xi^2)L'_N(\xi)$ où L_N est le polynôme de Legendre d'ordre N sur $[-1, 1]$. En 2 dimensions, ces $(N + 1)^2$ points (ξ_i, η_j) , $(i, j) = 0, \dots, N$, permettent de construire la base orthogonale $l_i^N(\xi_i) \otimes l_j^N(\eta_j)$ de l'ensemble \mathcal{P}_N des polynômes de degré inférieure ou égale à N du domaine de référence $[-1, 1]^2$. Une fonction f sur Ω est donc approchée par :

$$f(\vec{x}(\vec{\xi})) \approx \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N f(\vec{x}(\xi_i, \eta_j)) l_i^N(\xi) l_j^N(\eta) \quad , \quad (\text{III.52})$$

et son intégrale par :

$$\int_{\Omega} f(\vec{x}) \, d\Omega = \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega_e} f(\vec{x}) \, d\Omega_e \approx \sum_{e=1}^{n_{el}} \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \omega_i \omega_j f(\vec{x}(\xi_i, \eta_j)) J_e(\xi_i, \eta_j) \quad , \quad (\text{III.53})$$

où ω_i , $i = 0, \dots, N$ sont les poids de la quadrature de Gauss-Lobatto-Legendre :

$$\omega_i = \begin{cases} \frac{2}{N(N+1)L_n(\xi_i)^2} & \text{si } \xi_i \neq \pm 1 \quad , \\ \frac{2}{N(N+1)} & \text{si } \xi_i = \pm 1 \quad , \end{cases} \quad (\text{III.54})$$

et $J_e = |\partial \vec{x}(\vec{\xi}) / \partial \vec{\xi}|$ est le jacobien (déterminant de la matrice jacobienne) de la transformation passant de l'élément en référence au sous-élément Ω_e .

L'interpolation polynomiale et la quadrature sont appliquées aux équations en forme faibles, (III.43) et (III.44), et permettent d'écrire le système différentiel global sous la forme matricielle condensée :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F} \quad . \quad (\text{III.55})$$

Les vecteurs $\dot{\mathbf{U}}$ et $\ddot{\mathbf{U}}$ représentent respectivement les dérivées première et seconde du vecteur global \mathbf{U} , composé des vecteurs de déplacement solide \mathbf{U} et de potentiel de déplacement fluide Φ :

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \mathbf{U} \\ \Phi \end{pmatrix} \quad . \quad (\text{III.56})$$

La matrice de masse globale \mathbf{M} , de par le schéma d'interpolation spatial choisi, est diagonale par construction, ce qui facilite grandement son inversion pour la résolution du système. Elle est composée des matrices de masse solide \mathbf{M}_s et fluide \mathbf{M}_f :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_s & 0 \\ 0 & -\mathbf{M}_f \end{pmatrix} \quad . \quad (\text{III.57})$$

La matrice de conditions aux limites globale \mathbf{C} est composée des matrices de couplage solide/fluide \mathbf{D}_s et fluide/solide \mathbf{D}_f , et de la matrice des conditions absorbantes \mathbf{A} :

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_s & \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T & -\mathbf{D}_f \end{pmatrix} \quad . \quad (\text{III.58})$$

La matrice de rigidité globale \mathbf{K} est composée des matrices de rigidité solide \mathbf{K}_s et fluide \mathbf{K}_f :

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_s & 0 \\ 0 & -\mathbf{K}_f \end{pmatrix} \quad . \quad (\text{III.59})$$

Le vecteur de source globale \mathbf{F} est composé des vecteurs de source solide \mathbf{F}_s et fluide \mathbf{F}_f :

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_s \\ \mathbf{F}_f \end{pmatrix} \quad . \quad (\text{III.60})$$

III.C.4 Schéma d'intégration en temps

Le système (III.55) peut être résolu par un schéma de Newmark explicite d'ordre 2. A l'instant t_{n+1} , on cherche $\ddot{\mathbf{U}}_{n+1}$ tel que :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_{n+1} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}_{n+1} + \mathbf{K}\mathbf{U}_{n+1} = \mathbf{F}_{n+1} \quad , \quad (\text{III.61})$$

avec

$$\mathbf{U}_{n+1} = \mathbf{U}_n + \Delta t \dot{\mathbf{U}}_n + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{U}}_n \quad , \quad (\text{III.62})$$

et

$$\dot{\mathbf{U}}_{n+1} = \dot{\mathbf{U}}_n + \frac{\Delta t}{2} (\ddot{\mathbf{U}}_n + \ddot{\mathbf{U}}_{n+1}) \quad , \quad (\text{III.63})$$

où Δt est le pas de discrétisation temporelle. Notons que SPECFEM2D propose également des schémas d'ordre plus élevé comme le Runge-Kutta d'ordre 4.

III.D Exemples

Dans cette partie nous allons tester la capacité de SPECFEM2D à modéliser la génération et la propagation d'ondes acoustiques à partir d'une source positionnée dans un milieu solide sous-jacent à la tranche d'eau.

Les principales données en entrée de SPECFEM2D sont : le domaine de calcul (dimension, interfaces entre les milieux), les propriétés des milieux (vitesses, atténuation...), la(les) source(s) (position et tenseur des moments), position des récepteurs et les paramètres numériques (discrétisations spatiale et temporelle).

Les exemples choisis pour illustrer l'utilisation de SPECFEM2D diffèrent de ceux présentés pour les codes acoustiques au chapitre II, principalement sur deux points. Le premier est la prise en compte du solide comme un milieu de propagation des ondes à part entière et non plus seulement comme une frontière du milieu de calcul. La seconde différence est la représentation de la source qui est ici décrite à partir d'un tenseur des moments sismiques et positionnée en profondeur dans le solide afin de modéliser de manière plus réaliste les ondes générées par un séisme.

Le domaine de calcul est un rectangle de 440 km de long sur 14 km de haut. Il est composé de deux milieux, un fluide et un solide, séparé par une interface. Celle-ci représente schématiquement une coupe transversale d'une dorsale bordée de deux crêtes

sous-marines (Fig. III.1). Les limites du milieu une surface libre à la frontière supérieure et des bords absorbants sur les trois autres côtés.

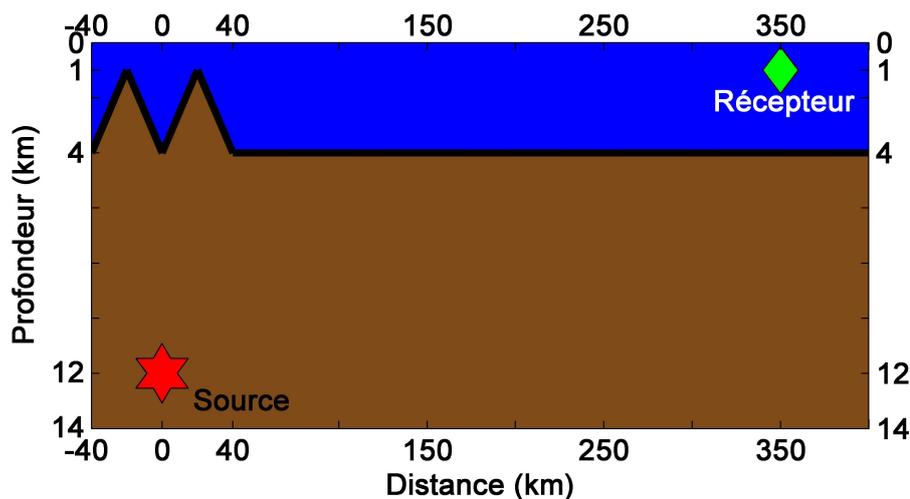


FIGURE III.1: Domaine modélisé avec des monts sous-marins.

Le profil de vitesse dans l'eau est celui de « Munk » (Fig. II.2). La masse volumique de 1020 kg/m^3 et l'atténuation acoustique de $4,72 \times 10^{-4} \text{ dB}/\lambda$ (Dziewonski *et al.*, 1981) sont constants dans tout le milieu dans les deux cas.

Les propriétés de la croûte sont données par un gradient constant et augmentent donc linéairement avec la profondeur. De 4000 à 14000 m de profondeur (par rapport à la surface de l'eau) la vitesse des ondes P passe ainsi de 4950 à 8000 m/s, celle des ondes S de 2700 à 4450 m/s et la masse volumique de 2550 à 3300 kg/m^3 . Notons que ces grandeurs suivent cette variation linéaire jusqu'aux sommets des monts où elles valent respectivement 4035 m/s, 2175 m/s et 2325 kg/m^3 à 1000 m. Les atténuations, elles, sont les mêmes dans tout le milieu et valent 0,1 et 0,2 dB/ λ pour les ondes P et S respectivement.

Deux sources différentes par leurs diagrammes de radiation (i.e. manière dont elles génèrent les ondes P et S selon les directions) sont testées. Leurs positions sont identiques : 12 km sous la surface de l'eau, soit 8 km sous le point de l'interface à sa verticale (l'épicentre), et à l'axe de la « dorsale » formée par les deux monts. La source « P » (Eq. (III.64) et Fig. III.2), représentée par un tenseur des moments diagonal dont les éléments diagonaux sont égaux, correspond à une source explosive (isotrope) et ne produit que des ondes de compression P, comme le ferait une source dans un milieu acoustique. La source « PS » produit quant à elle à la fois des ondes P et des ondes S. Les deux sources ont un même moment scalaire de $M_0 = 4 \times 10^{16} \text{ N.m}$ correspondant à une magnitude de moment $M_w = 5$ (Annexe B.5). Le signal temporel utilisé est une gaussienne de fréquence

dominante 1 Hz.

$$M_P = 4 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_{x,z} \times 10^{16} \text{N.m} \quad , \quad \text{et} \quad M_{PS} = 4 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}_{x,z} \times 10^{16} \text{N.m} \quad . \quad (\text{III.64})$$

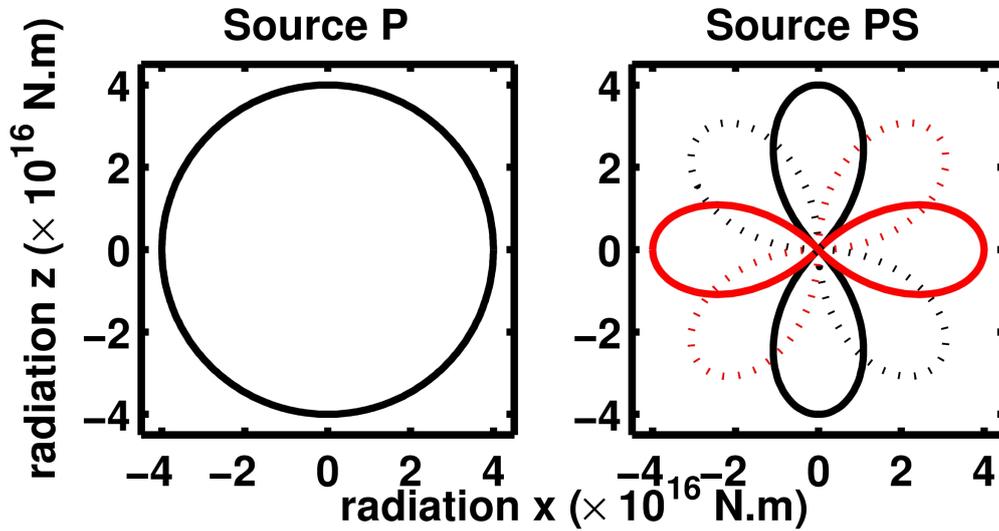


FIGURE III.2: Diagrammes de radiation des sources tests « P » (à gauche) et « PS » (à droite). Les ondes P sont représentées en trait plein et les ondes S en pointillés. Les valeurs positives sont en **noir** et les négatives en **rouge**. Pour les ondes P il s'agit respectivement d'une dilatation ou d'une compression et pour les ondes S d'un moment (torsion) dans le sens horaire ou antihoraire.

Il reste à définir les discrétisations spatiale et temporelle du domaine de calcul. Les auteurs de SPECSEM2D préconisent l'utilisation d'au moins 4,5 points de maillage par longueur d'onde minimale dans le solide et 5,5 points dans le fluide afin de satisfaire aux conditions de stabilité et de précision du calcul. Dans nos exemples, pour tous les cas, nous avons 1027 éléments spectraux dans la direction horizontale et respectivement 12 et 10 éléments verticalement dans le solide et le fluide. Le pas de temps est identique dans les deux simulations et vaut 5×10^{-3} s.

Chaque calcul a été effectué sur 6 processeurs² en parallèle et a duré, pour ~ 22600 éléments spectraux pendant 81000 itérations temporelles, environ 55 minutes pour chaque cas.

La figure III.3 montre la pression calculée sur un récepteur situé à 350 km de la source et immergé à 1000 m sous la surface. Dans les deux cas, et donc en particulier lors de l'usage d'une source produisant à la fois des ondes P et S, SPECSEM2D parvient à simuler une onde acoustique à partir d'une source située dans le milieu solide. De plus, l'aspect

2. 6 × Intel Xeon W3670 3,20GHz avec 6Go de mémoire vive

général des signaux modélisés évoque celui que l'on peut observer sur des enregistrements réels d'ondes T.

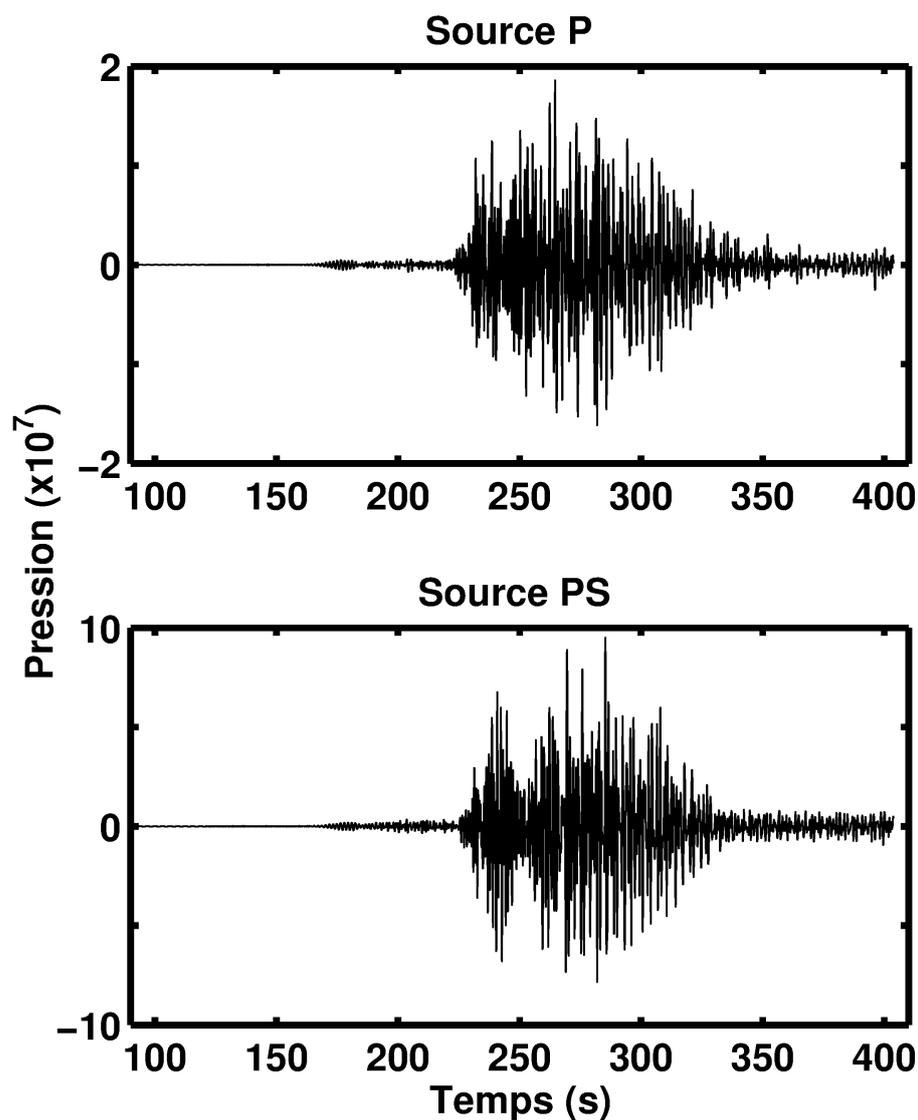


FIGURE III.3: Signaux temporels calculés avec les sources « P » et « PS » par SPEC-FEM2D sur un récepteur situé à 350 km de la source et immergé à 1000 m sous la surface (Note : les échelles verticales sont différentes).

III.E Discussion

Les premiers exemples présentés dans ce chapitre permettent déjà quelques constats préliminaires. Tout d'abord, les temps d'arrivée simulés (~ 250 s pour 350 km) sont cohérents avec ceux que l'on peut observer sur des signaux réels. On remarque aussi que des sources de moments scalaires égaux produisent des ondes T d'énergies différentes selon le diagramme de radiation de la source. On peut même préciser que les ondes

S semblent plus efficaces pour générer des ondes T, ce qui rejoint les observations de travaux antérieurs (Balanche, 2009).

L'étude des ondes T implique la représentation d'un milieu à la géométrie et aux propriétés physiques complexes (topographie accidentée des zones de dorsales, fortes variations horizontales et/ou verticales des vitesses des ondes dans l'eau et la croûte). Ceci requiert une souplesse d'intégration de ces données que permettent les éléments spectraux. De plus, SPECFEM2D autorise la représentation d'une source sismique à partir de son tenseur des moments ce qui permet une représentation réaliste d'un séisme. Enfin, les résultats (champ de pression dans notre cas) peuvent être calculés en n'importe quel(s) point(s) de l'espace, directement dans le domaine temporel et peuvent ainsi être comparés directement aux enregistrements réels. La méthode des éléments spectraux et, en particulier, le code SPECFEM2D paraissent *a priori* adaptés pour cette étude. Les exemples présentés dans ce chapitre semblent le confirmer.

Dans la suite de ce travail nous allons donc utiliser ce code dans des modèles simples et des modèles plus réalistes pour une comparaison des résultats avec des enregistrements réels d'ondes T.

Chapitre IV

Modélisation d'ondes T à l'aide de SPECFEM2D

Ce chapitre propose plusieurs simulations de génération et propagation d'ondes T avec SPECFEM2D. Dans un premier temps, ces simulations sont effectuées dans des cas simples afin de déterminer l'influence relative de certains paramètres comme les profils de vitesse dans la croûte océanique et dans l'eau, la bathymétrie, ou la fréquence de la source. Dans un second temps, les modèles numériques sont réalisés dans un environnement plus réaliste où les résultats des modèles peuvent être directement comparés à des données enregistrées par hydrophones. Cette seconde partie inclue la reproduction d'un article publié dans le *Journal of the Acoustical Society of America* (Jamet *et al.*, 2013)

IV.A Cas tests

Afin d'explorer l'influence de quelques paramètres environnementaux nous avons choisi de modéliser les ondes T dans des cas simples.

Huit situations différentes sont présentées ici. Le domaine de calcul est un rectangle de 440 km de long sur 14 km de haut, composé de deux milieux, un fluide et un solide, séparés par une interface. Celle-ci est choisie plane à une profondeur constante de 4000 m ou avec deux monts sous-marins comme dans le chapitre précédent (Fig. III.1). Les limites du milieu sont composées d'une surface libre à la frontière supérieure et de bords absorbants sur les trois autres côtés. Deux profils de vitesse différents dans l'eau sont testés : un profil constant à 1510 m/s et un profil variable présentant un minimum de vitesse afin de simuler une propagation de type SOFAR (profil de Munk, Fig. II.2). La masse volumique de l'eau de mer, 1020 kg/m^3 , et l'atténuation acoustique, $4,72 \times 10^{-4} \text{ dB}/\lambda$ (Dziewonski

et al., 1981), sont constants dans tout le milieu dans les deux cas. Le milieu solide aussi présente deux profils de vitesse. Le premier représente un milieu uniforme avec les vitesses des ondes P et S de 5700 et 3150 m/s respectivement et une masse volumique de 2750 kg/m³. Le second profil de vitesse représente un milieu variable, les valeurs augmentant linéairement avec la profondeur. De 4000 à 14000 m (par rapport à la surface de l'eau) la vitesse des ondes P passe ainsi de 4950 à 8000 m/s, celle des ondes S de 2700 à 4450 m/s et la masse volumique du milieu de 2550 à 3300 kg/m³. Notons que, dans les cas avec les monts sous-marins (comme au chapitre précédent), ces grandeurs suivent cette variation linéaire jusqu'aux sommets des monts où elles valent respectivement 4035 m/s, 2175 m/s et 2325 kg/m³ (à 1000 m). Que l'on soit dans le cas d'un profil constant ou avec un gradient, les atténuations restent les mêmes dans tout le milieu et valent 0,1 et 0,2 dB/λ pour les ondes P et S respectivement.

Il y a donc huit configurations différentes suivant la combinaison de la bathymétrie et des profils de vitesse (Tableau IV.1).

	bathymétrie	vit. eau	vit. croûte
PUU	Plate	Uniforme	Uniforme
PSU	Plate	SOFAR	Uniforme
PUG	Plate	Uniforme	Gradient
PSG	Plate	SOFAR	Gradient
MUU	Monts	Uniforme	Uniforme
MSU	Monts	SOFAR	Uniforme
MUG	Monts	Uniforme	Gradient
MSG	Monts	SOFAR	Gradient

TABLEAU IV.1: Abréviation des exemples en fonction des profils de vitesse et bathymétriques.

La source est positionnée à 12 km sous la surface de l'eau, soit 8 km sous le point de l'interface à sa verticale. Dans le cas d'une bathymétrie variable, elle se situe exactement à la verticale de l'axe de la « dorsale » formée par les deux monts. Son diagramme de radiation (*i.e.* manière dont le séisme génère les ondes P et S selon les directions) est dérivé du tenseur des moments suivant (source « PS » du chapitre précédent, Fig. III.2) :

$$M = \begin{pmatrix} m_{xx} & m_{xy} \\ m_{yx} & m_{zz} \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times 10^{16} \text{N.m} \quad . \quad (\text{IV.1})$$

Le signal temporel de la source est représenté par une gaussienne de fréquence dominante 1 Hz.

À partir de cette fréquence, des dimensions du domaine de calcul, et des règles présentées dans le chapitre III, on arrive à un maillage composé, selon les cas, de 1002 à 1026 éléments spectraux dans la direction horizontale et, verticalement, 9 à 17 et 10 éléments respectivement dans le solide et le fluide. Le pas de temps est lui aussi identique pour toutes les simulations à 5×10^{-3} s. Tous les calculs ont été effectués sur le supercalculateur CAPARMOR¹ sur 8 processeurs en parallèle et prennent, pour ~ 22600 éléments spectraux et 81000 itérations temporelles, de 20 à 40 minutes par cas.

Les figures IV.1 et IV.2 montrent la pression calculée (courbes noires) pour un récepteur situé à 350 km de la source et immergé à 1000 m sous la surface dans tous les cas testés ici. Les courbes rouges représentent aussi la pression mais en valeur absolue et en échelle logarithmique ; elles sont de plus lissées (par une moyenne glissante) pour faciliter l'observation des changements majeurs d'amplitude du signal.

On remarque immédiatement que pour une bathymétrie et un milieu solide donné, le profil de vitesse, uniforme ou variable dans le fluide, ne semble avoir aucun effet notable sur les temps d'arrivée. En effet, le profil de vitesse utilisé dans l'eau implique que le canal SOFAR occupe toute l'épaisseur de la tranche d'eau car la vitesse au fond de l'eau est inférieure à celle à la surface. Autrement dit, le point conjugué théorique associé à la vitesse de surface se situe sous l'interface fluide/solide.

Dans les huit cas on distingue, surtout avec l'aide des représentations logarithmiques, que le début du signal enregistré par le récepteur correspond à l'arrivée d'une onde P (Flèches « P » sur les figures IV.1 et IV.2) : une onde qui s'est propagé en ligne droite dans la croûte et s'est convertie en onde acoustique à l'aplomb du récepteur. Le temps d'arrivée (environ 60 s) confirme que l'onde s'est propagée à la vitesse des ondes P (on se référera au tableau IV.2 pour les correspondances entre les vitesses de propagation et les temps d'arrivée estimés). Lorsque le milieu solide présente une vitesse constante (cas ●●U), le début du signal est brutal comme en témoigne la quasi-verticalité du logarithme de la pression. En revanche, en présence d'un gradient de vitesse (cas ●●G), l'augmentation de l'amplitude est plus progressive. Il s'agit d'ondes ayant voyagé à différentes profondeurs et donc à différentes vitesses. Dans tous les cas, ces arrivées d'ondes P présentent une amplitude bien inférieure au signal qui suit.

1. <http://wwz.ifremer.fr/pcim/Equipement>

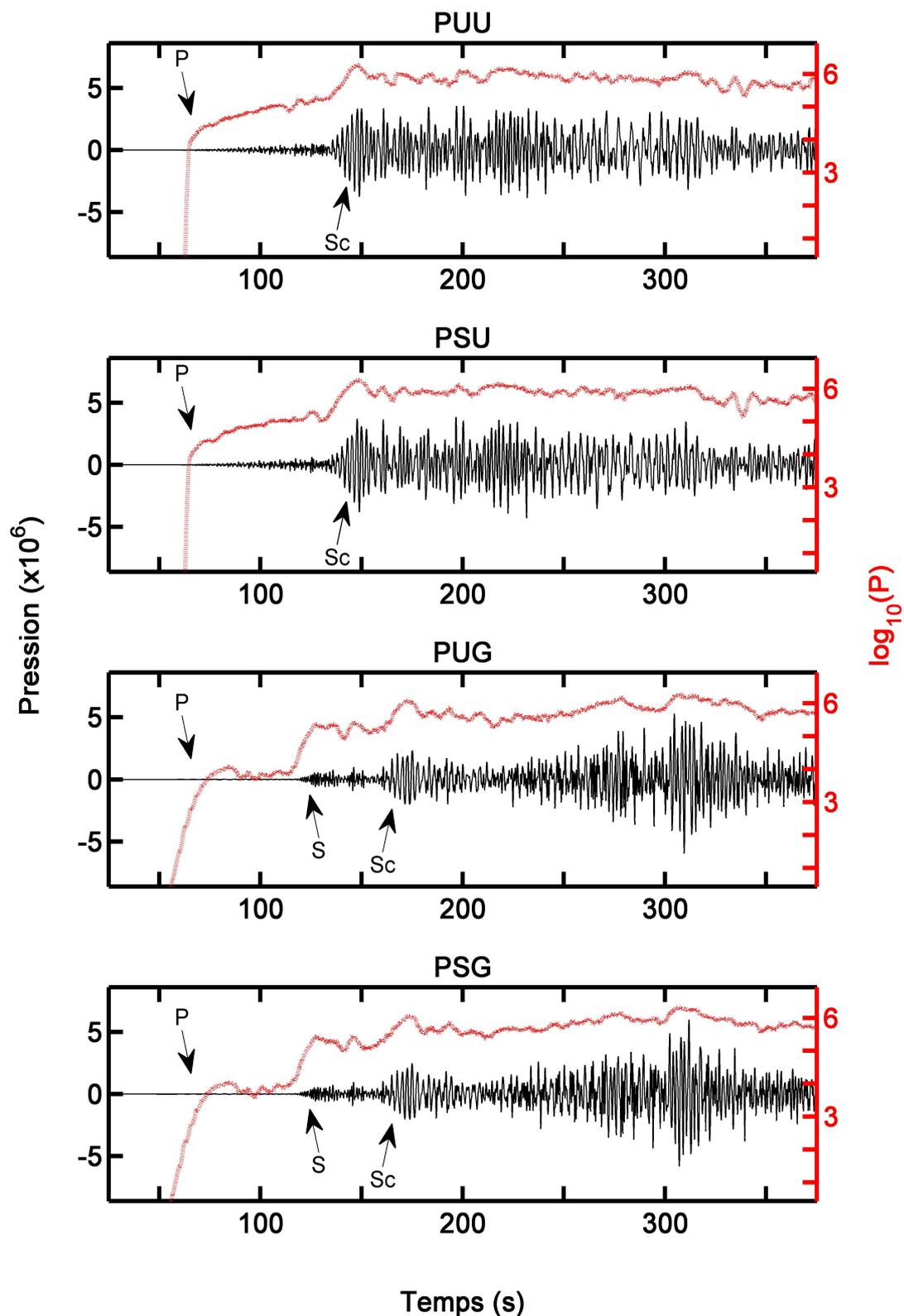


FIGURE IV.1: Signaux temporels (en noir) calculés dans les quatre cas avec un fond plat (P●●) par SPECFEM2D sur un récepteur situé à 350 km de la source et immergé à 1000 m sous la surface. Les courbes en **pointillés rouge** représentent le logarithme « lissé » de la pression. Les flèches indiquent les arrivées des ondes P, S, et de Scholte (Sc). Pour les dénominations de chaque cas, se reporter au tableau IV.1.

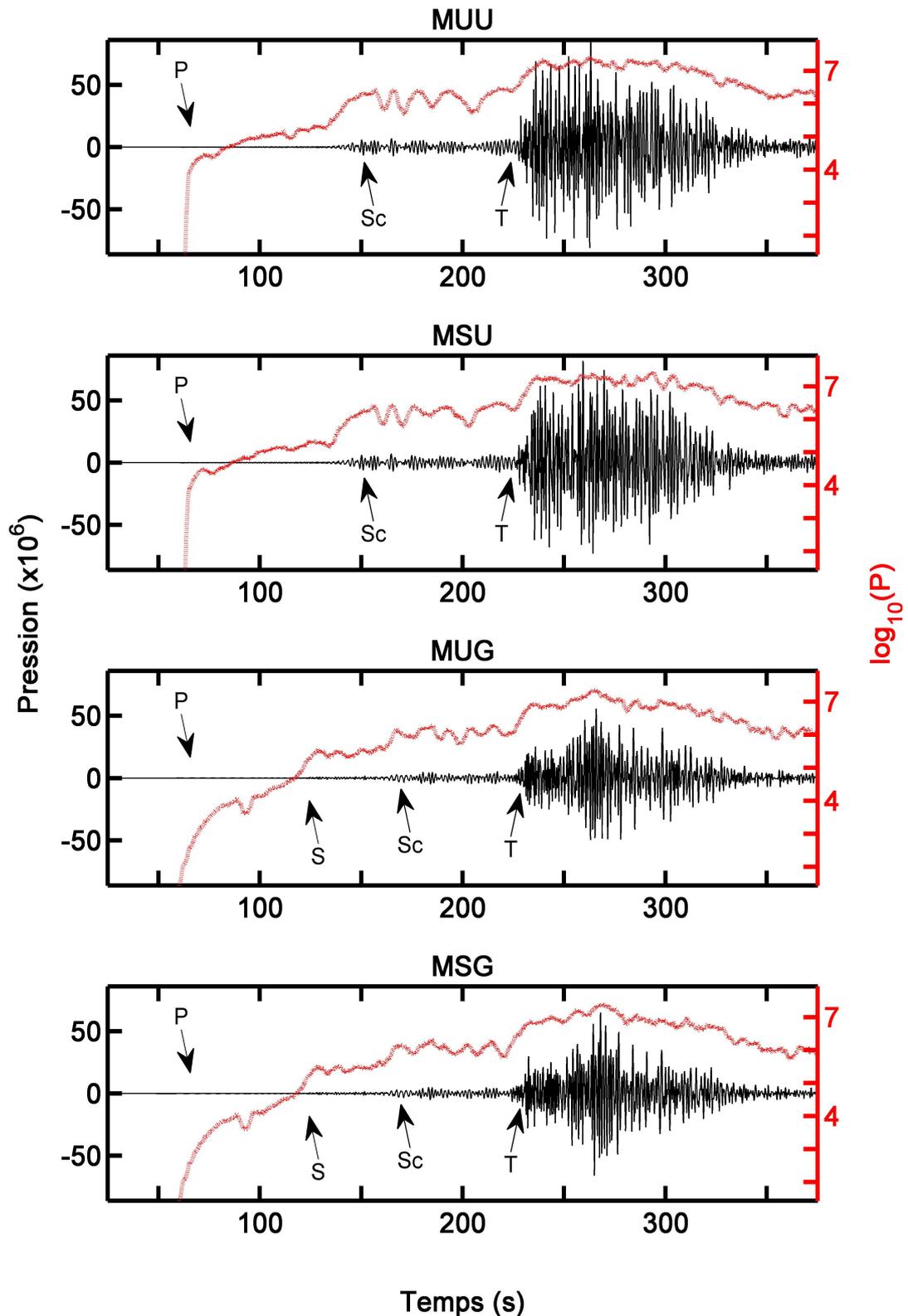


FIGURE IV.2: Signaux temporels (en noir) calculés dans les quatre cas avec des monts (M●●) par SPECFEM2D sur un récepteur situé à 350 km de la source et immergé à 1000 m sous la surface. Les courbes en **pointillés rouge** représentent le logarithme « lissé » de la pression. Les flèches indiquent les arrivées des ondes P, S, de Scholte (Sc), et T. Pour les dénominations de chaque cas, se reporter au tableau IV.1.

Type d'onde	vitesse (m/s)	temps d'arrivée (s)
P uniforme	5700	61
S uniforme	3150	111
T uniforme	1510	232
P gradient	8000–4950	44–71
S gradient	3300–2550	106–137
T sofar	1550–1500	226–233

TABLEAU IV. 2: Estimation des temps d'arrivées pour chaque type d'onde en supposant une trajectoire directe entre source et récepteur, c'est-à-dire un parcours en ligne droite de 350 km.

Dans les cas avec un milieu solide uniforme ($\bullet\bullet\text{U}$), on ne distingue pas d'arrivée directe d'ondes S à l'instant prévu (vers 111 s) mais on remarque une arrivée débutant à 135 s et atteignant son maximum à 150 s (Flèches « Sc » sur la figures IV.1 et IV.2). Cette arrivée est visible directement sur le signal en échelle linéaire, courbe noire, lorsque l'interface est plane ($\text{P}\bullet\text{U}$). La vitesse associée (2335 – 2575 m/s) laisse penser qu'il pourrait s'agir d'une onde qui s'est convertie plus à proximité de la source et s'est propagée ensuite dans l'eau ou d'une onde d'interface (onde de Scholte). Dans cette dernière hypothèse, les ondes d'interface se seraient propagées en moyenne à 75–80 % de la vitesse des ondes S ce qui est plus faible que les vitesses généralement admises pour ce type d'onde (environ 90 % de la vitesse des ondes S). Cette vitesse moyenne pourrait être obtenue avec une propagation mixte : sismique P ou S, à l'interface, et acoustique.

En présence d'un gradient de vitesse dans le solide ($\bullet\bullet\text{G}$), on voit cette fois l'arrivée directe des ondes S (Flèches « S » sur les figures IV.1 et IV.2). Elle se distingue par une augmentation brutale de l'amplitude alors que celle-ci était relativement stable après l'arrivée des ondes P. L'amplitude devient à nouveau stable entre 130 et 160 s pendant les arrivées des ondes S qui se sont propagées à différentes profondeurs. On voit ensuite une arrivée débutant à 160 s avec un maximum à 175 s (Flèches « Sc » sur la figures IV.1 et IV.2), bien visible dans les cas PUG et PSG, qui ressemble fortement à l'arrivée « Sc » des cas avec un solide uniforme. L'arrivée, plus tardive dans les cas avec un gradient que dans les cas uniformes, laisse supposer à nouveau qu'il peut s'agir d'ondes de Scholte. En effet, celles-ci se propagent à une vitesse liée à celle des ondes S au niveau de l'interface or, en présence du gradient, cette vitesse est plus faible (2550 m/s) que si le solide est uniforme (3150 m/s). De plus, l'existence d'un saut d'amplitude pour les arrivées « Sc » par rapport aux arrivées « S » précédentes appuie l'hypothèse que ces deux types d'arrivées sont de nature différente.

Le dernier type d'arrivées que l'on observe sur les signaux n'est visible que lors de la présence des monts sous-marins, ce sont les ondes T (Flèches « T » sur la figures IV.2). Elles se distinguent par un temps d'arrivée, du moins pour la première d'entre-elles, conforme à la vitesse de propagation dans l'eau et surtout par une amplitude beaucoup plus forte que celles des arrivées précédentes. Ici le rôle de la topographie de l'interface est double. D'une part, l'altitude des monts permet aux ondes de se convertir à proximité de l'axe du canal SOFAR et, d'autre part, l'inclinaison des pentes des monts autorise des directions de propagation plus proche de l'horizontale.

Les spectres des signaux (Fig. IV.3) indiquent principalement deux choses. Premièrement, lorsque les monts sous-marins sont présents, c'est-à-dire quand la propagation acoustique est plus importante, le signal comporte plus de hautes fréquences ; ce qui est en accord avec le fait que les ondes T sont généralement de fréquences plus élevées que les ondes sismiques. Deuxièmement, les signaux simulés atteignent à peine un maximum de 1,5 Hz. Or les ondes T réelles peuvent atteindre des fréquences d'au moins 20 à 40 Hz. Un tel écart provient sans doute du contenu fréquentiel beaucoup trop bas de la source.

La figure IV.5 montre les spectrogrammes des cas PUU et MUU avec des sources à 1 et 10 Hz.

On voit que le signal avant 230 s (et même la quasi-totalité du signal pour PUU à 1 Hz) ressemble à une réponse harmonique du guide d'onde avec la présence de modes horizontaux sur les spectrogrammes. La figure IV.4 propose un agrandissement des spectres aux basses fréquences, entre 0 et 2 Hz, et permet de constater leur similitude quelle que soit la source. Les cas avec un fond plat (PUU) présentent des spectres presque identiques jusqu'à 1,15 Hz, les fréquences au-delà n'étant que peu voire pas stimulées par la source à 1 Hz. Pour les cas avec des monts (MUU), les ressemblances sont également importantes aux basses fréquences mais on voit apparaître en plus un signal beaucoup plus énergétique aux fréquences supérieures avec la source à 10 Hz correspondant à l'onde T visible sur la figure IV.5.

Dans les cas avec monts il apparait aussi clairement à partir de 230 s des modes « courbés » propagés dans l'eau et d'une amplitude beaucoup plus importante que le reste du signal. Dans le cas PUU à 10 Hz un signal de ce type apparait aussi mais avec une beaucoup plus faible amplitude.

Les amplitudes des deux signaux sur fond plat sont similaires et indiquent que, dans ce cas, la fréquence de la source a peu d'effet. Par contre, la différence est significative en présence de monts avec un signal 10 fois plus fort avec la source à 10 Hz qu'avec celle à

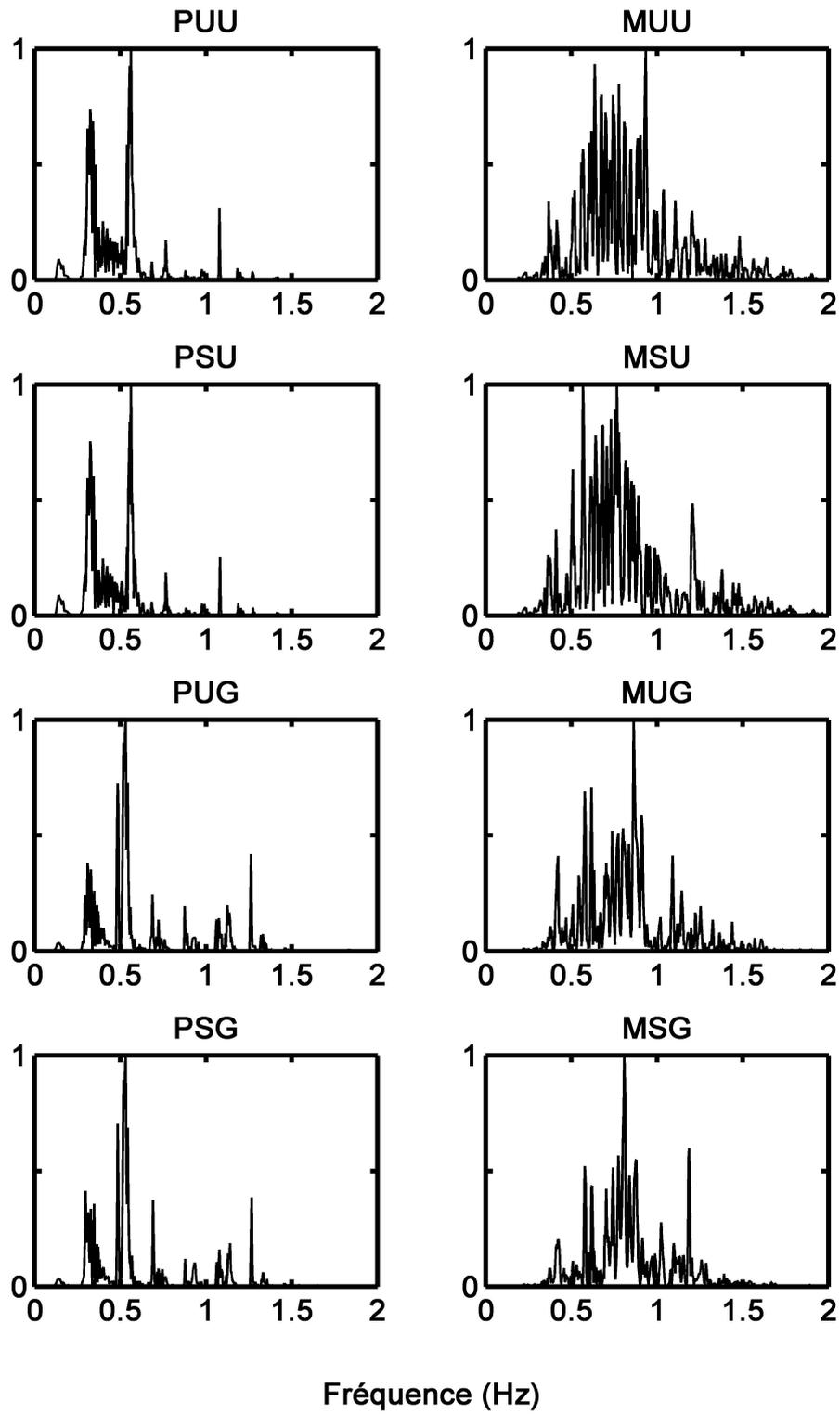


FIGURE IV.3: Spectres des signaux temporels des huit tests.

1 Hz. De plus, les monts favorisent nettement la génération d'ondes T puisque le signal reçu a une amplitude de l'ordre de 20 à 300 fois supérieure aux cas sur fond plat.

Ces ressemblances, notamment aux basses fréquences, et ces différences, notamment avec les monts lorsque l'onde T est clairement visible, indiquent que le signal simulé est en fait une combinaison d'un signal propre au domaine modélisé, *i.e.* indépendant de la source, et d'un signal lié plus directement à celui émis par la source.

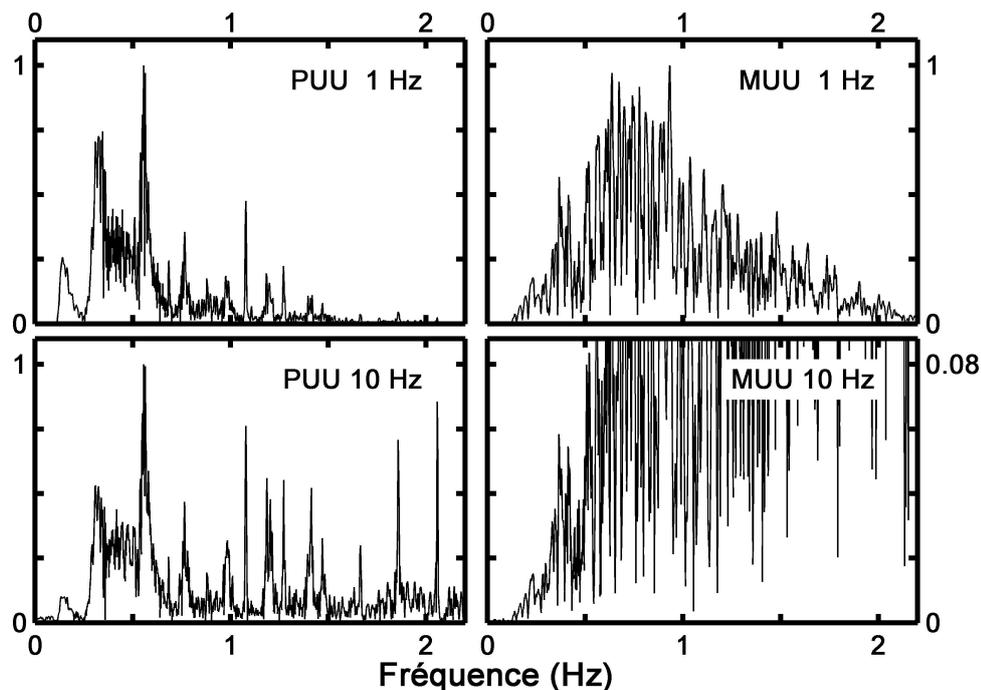


FIGURE IV.4: Agrandissement des spectres de la figure IV.5 aux basses fréquences. Attention : l'échelle de « MUU 10 Hz » diffère de celle des autres cas.

Ces quelques tests permettent de dégager quelques points importants. Ils confirment ce qui était déjà constaté au chapitre II, à savoir : le profil de vitesse dans l'eau n'a que peu d'effets sur les signaux, notamment lorsque le canal SOFAR occupe l'intégralité de la colonne d'eau. Lorsqu'il y a un gradient de vitesse dans le solide, on constate un plus grand nombre d'arrivées car les trajectoires des ondes sont déviées en direction de l'interface. Une autre observation donnée par les spectres est que le contenu fréquentiel d'une source gaussienne à 1 Hz est bien trop bas pour reproduire correctement des signaux réels dont les fréquences atteignent 20 à 30 Hz.

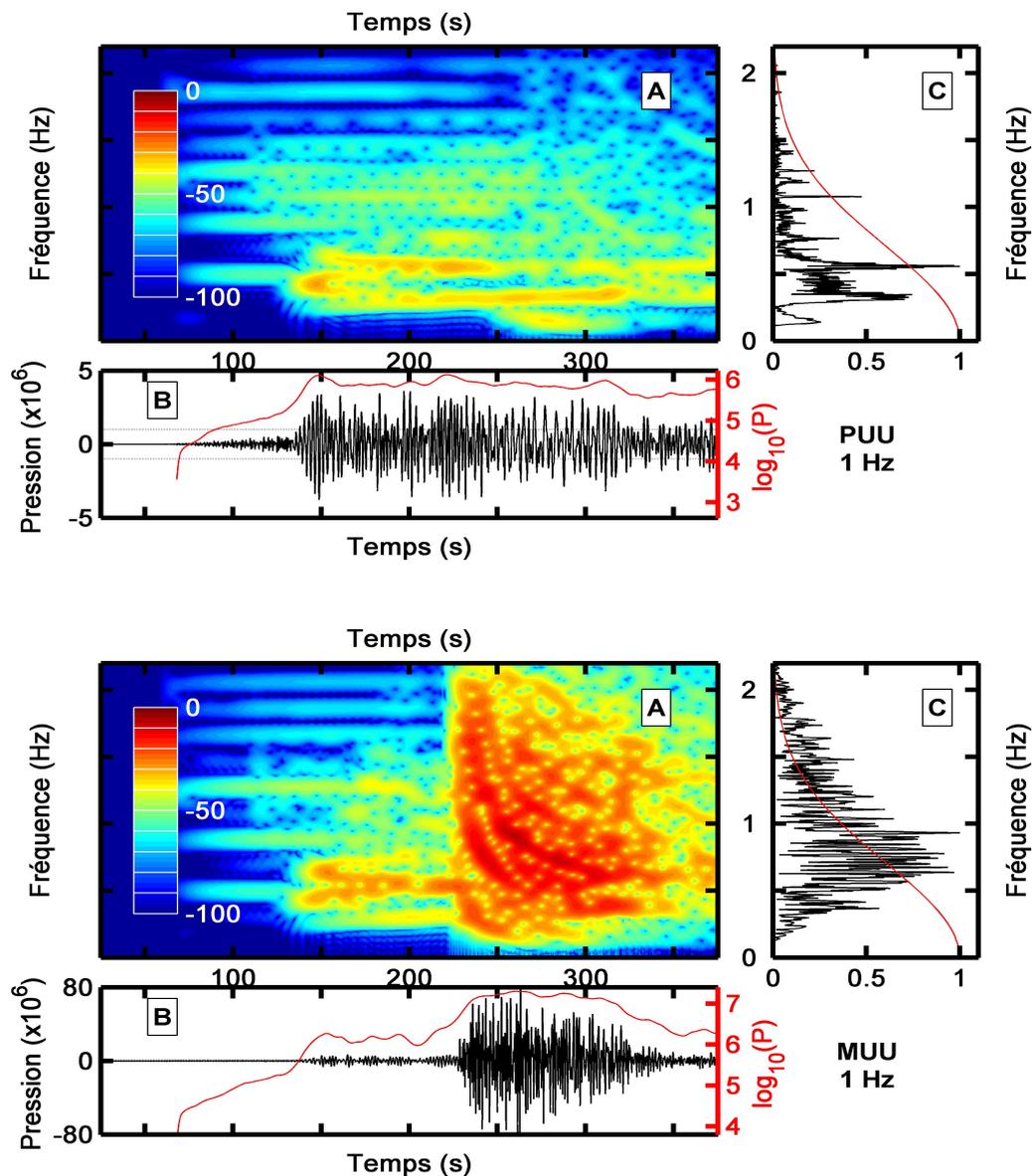


FIGURE IV.5: Cas tests PUU et MUU avec une source à 1 et 10 Hz. Attention : les échelles verticales varient. (Voir aussi la note 2 p. 95).

IV.B Modélisation d'un cas réel

Cette section présente les premières comparaisons entre des simulations effectuées avec SPECFEM2D et des enregistrements hydroacoustiques d'un événement sismique. La première partie est un article publié dans le *Journal of the Acoustical Society of America* (JASA). La deuxième partie présente plusieurs simulations complétant les conclusions de l'article. Enfin la troisième partie présente de nouvelles simulations améliorant celles de l'article.

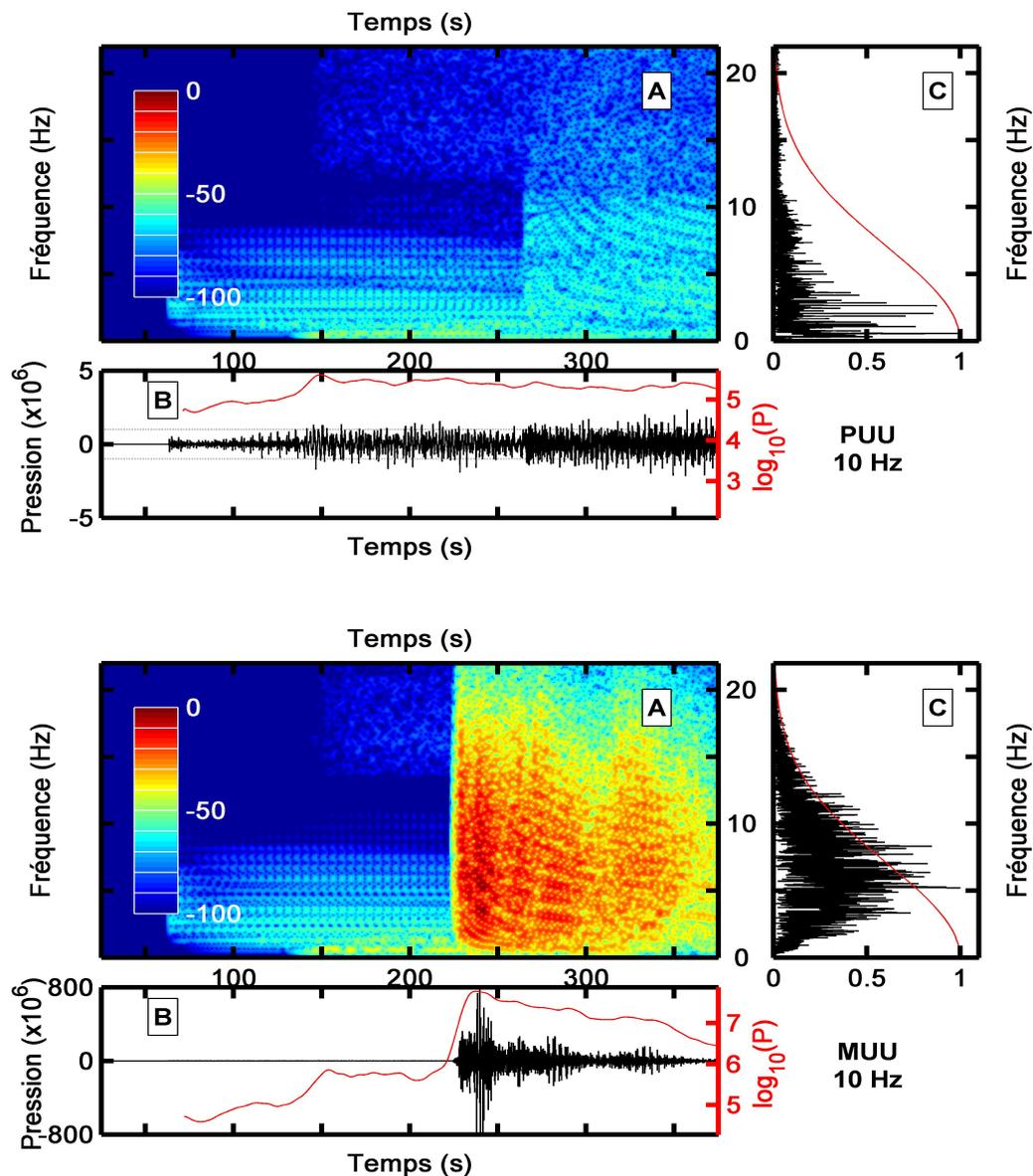


FIGURE IV.5: ... suite

IV.B.1 Génération et propagation des ondes T : une comparaison entre observations et modélisations par éléments spectraux

Cette partie reproduit l'article intitulé *T-wave generation and propagation : A comparison between data and spectral element modeling* publié dans le *Journal of the Acoustical Society of America (JASA)* publié en octobre 2013 ([Jamet et al., 2013](#)). Cet article compare plusieurs simulations avec des données enregistrées par des hydrophones du séisme du 2 mars 2008 au large des Açores. À la différence des tests précédents (section IV.A) aux environnements simplifiés, les simulations présentées sont calculées à partir d'un modèle plus réaliste. Ainsi l'interface entre la croûte océanique et la tranche d'eau reproduit la bathymétrie effective entre la source et les hydrophones. Les paramètres de vitesse,

densité et atténuation sont également adaptés de catalogues de données. Les informations sur la source proviennent, quant à elles, à la fois de données sismologiques et des enregistrements des hydrophones (www.globalcmt.org; Ekström *et al.*, 2012). En particulier, le tenseur des moments (Eq. 1 de l'article) est calculé à partir de la synthèse de données sismiques enregistrées sur des stations à terre. L'analyse des enregistrements terrestres du séisme permet aussi de déduire la durée de la source (0,9 s), qui définit sa fréquence (1,11 Hz). Mais, comme l'illustrent les exemples précédents (Fig. IV.3), une fréquence aussi basse ne permet pas de générer les signaux observés sur les enregistrements d'ondes T (jusqu'à 30 Hz). Nous avons donc testé des sources de fréquence plus élevée : 4, 10, et 15 Hz dans l'article JASA, et 20 Hz dans des simulations complémentaires. Toutefois, toutes choses égales par ailleurs, plus la fréquence de la source est élevée, plus le temps de calcul est long. Le quota de temps alloué aux usagers de CAPARMOR ne nous a permis de calculer les signaux aux emplacements des hydrophones qu'aux fréquences 4 et 10 Hz, et sur des récepteurs situés à plus courtes distances à 15 et 20 Hz. Cette possibilité de calculer les signaux hydroacoustiques en n'importe quel point du modèle est un des avantages de SPECFEM2D.

Les principales conclusions de l'article sont reprises dans la section suivante où certaines seront développées en s'appuyant sur des simulations complémentaires.

T-wave generation and propagation: A comparison between data and spectral element modeling^{a)}

Guillaume Jamet^{b)} and Claude Guennou

Université de Brest, Laboratoire Domaines Océaniques (UMR6538), Institut Universitaire Européen de la Mer, Place Nicolas Copernic, 29280 Plouzané, France

Laurent Guillon

École Navale, Institut de Recherche de l'École Navale, BCRM Brest - CC 600, 29240 Brest Cedex 9, France

Camille Mazoyer

Université de Brest, Unité Mixte de Service 3113, Institut Universitaire Européen de la Mer, Place Nicolas Copernic, 29280 Plouzané, France

Jean-Yves Royer

Centre National de la Recherche Scientifique, Laboratoire Domaines Océaniques (UMR6538), Institut Universitaire Européen de la Mer, Place Nicolas Copernic, 29280 Plouzané, France

(Received 29 September 2012; revised 31 July 2013; accepted 6 August 2013)

T-waves are underwater acoustic waves generated by earthquakes. Modeling of their generation and propagation is a challenging problem. Using a spectral element code—SPECFEM2D, this paper presents the first realistic simulations of T-waves taking into account major aspects of this phenomenon: The radiation pattern of the source, the propagation of seismic waves in the crust, the seismic to acoustic conversion on a non-planar seafloor, and the propagation of acoustic waves in the water column. The simulated signals are compared with data from the mid-Atlantic Ridge recorded by an array of hydrophones. The crust/water interface is defined by the seafloor bathymetry. Different combinations of water sound-speed profiles and sub-seafloor seismic velocities, and frequency content of the source are tested. The relative amplitudes, main arrival-times, and durations of simulated T-phases are in good agreement with the observed data; differences in the spectrograms and early arrivals are likely due to too simplistic source signals and environmental model. These examples demonstrate the abilities of the SPECFEM2D code for modeling earthquake generated T-waves.

© 2013 Acoustical Society of America. [<http://dx.doi.org/10.1121/1.4818902>]

PACS number(s): 43.30.Qd, 43.30.Ma, 43.30.Dr [JAC]

Pages: 3376–3385

I. INTRODUCTION

The submarine seismic and volcanic activity in the ocean generates a large amount of low-frequency (below 40 Hz) acoustic waves that propagate in the water column over very large distances (beyond 1000 km). In this paper, we model the generation and propagation of such acoustic waves, using the numerical code SPECFEM2D based on a spectral element method. The simulations of an actual earthquake in the Atlantic Ocean with a solid/fluid layered medium with different seismic and sound velocity profiles are compared with hydroacoustic waves recorded few hundred kilometers away.

Seismic waves convert into acoustic waves at the sea bottom that in turn propagate in the water column and, at low frequencies (0–40 Hz; Williams *et al.*, 2006, Fig. 7), can be carried over very long distances with little attenuation in the sound fixing and ranging (SOFAR) channel. Earthquake

generated acoustic waves in the ocean are referred to as T-waves (or tertiary waves) because in certain conditions, when they reach the shore, they may convert back to seismic waves and arrive third after the P- and S-seismic waves on near-shore seismological stations. Acoustic waves travel at 1500 m/s in the ocean whereas seismic P- and S-waves travel at velocities from 2000 to 7000 m/s in the crust. The first documented record of T-waves dates from 1927 (Jagger, 1930), but their origin was not linked to an earthquake until a decade later (Linehan, 1940). Then it is only after the Second World War that Tolstoy and Ewing (1950) presented the correct physics. Hydrophones, originally deployed to detect ships and submarines or to monitor biological sounds, are now currently used to record T-waves for monitoring the seismic and volcanic activity of the ocean floor (e.g., Fox *et al.*, 1994; Goslin *et al.*, 2005; Goslin *et al.*, 2008). Toward this goal, our laboratory collected a large set of acoustic data with hydrophone arrays in the Atlantic and Indian oceans. Due to the remarkable acoustic properties of the ocean, these arrays detect 10–30 times more earthquakes than land-based stations, particularly the low-magnitude events that are undetected on land due to the rapid attenuation of seismic waves in the Earth crust. The earthquakes are detected by analyzing the acoustic energy received by each hydrophone and the source of these T-waves can be accurately located by

^{a)}Preliminary results of this work were presented in “Very low frequency wave propagation numerical modeling: Application to T-wave propagation,” in *Proceedings of the 11th European Conference on Underwater Acoustics (ECUA)*, Edinburgh, UK, July 2012.

^{b)}Author to whom correspondence should be addressed. Electronic mail: guillaume.jamet@univ-brest.fr

triangulating the arrival times of the maximum energy on each hydrophone (i.e., peak of the envelop). However, several questions arise. Does this location correspond to the earthquake epicenter or to a spot on the seafloor where the seismo-acoustic conversion is the most efficient, and how wide is this spot? What information can we learn from the recorded signals about the seismic event (magnitude, depth, focal mechanism) and about the media in which the waves have propagated? Answering these questions requires a better understanding of the mechanisms of generation and propagation of T-waves, i.e., understanding the conversion from seismic to acoustic waves and the effects of long-distance propagation of acoustic signals through the water column and SOFAR channel.

To address this challenging problem, this study uses the numerical code SPECSEM2D (Tromp *et al.*, 2008) based on a spectral element approach with model parameters as close as possible to a real setting: Source parameters from an actual earthquake and a medium including an oceanic crust layer and a water layer, where seismic and acoustic waves will propagate. Synthetic signals are then compared to acoustic records from an array of hydrophones. Section II presents the dataset used for comparison with the simulations; Sec. III presents different numerical methods for modeling T-wave propagation and the reasons for selecting the SPECSEM2D code. Section IV presents the model parameters and Sec. V a discussion of the results.

II. THE “MARCHE” HYDROACOUSTIC EXPERIMENT

The setting, model parameters and data used in this paper correspond to and are derived from the Mid-Atlantic Ridge Comprehensive Hydrophone Experiment (MARCHE; Goslin *et al.*, 2008). The purpose of this experiment was to monitor the low-level seismicity associated with seafloor-spreading processes along the mid-Atlantic Ridge. During this 3-yr long experiment, an array of four hydrophones was moored at a depth of 1000 m below sea-level, in the SOFAR channel, on either side the mid-Atlantic ridge, south of the Azores. The autonomous hydrophones were 600–800 km apart (Fig. 1) and set to record acoustic data continuously at

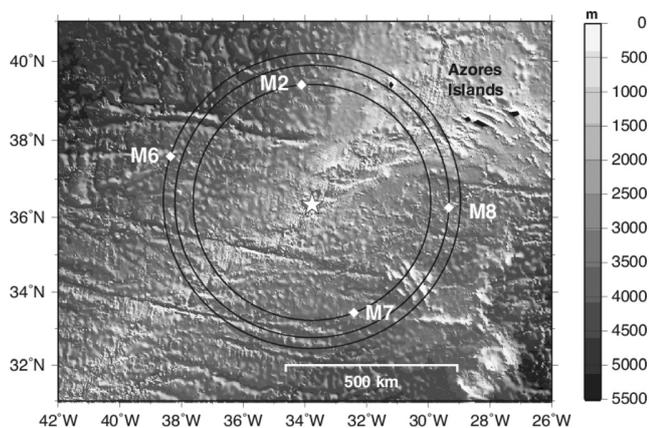


FIG. 1. Bathymetric chart of the mid-Atlantic Ridge, south of the Azores Islands, with the four hydrophones from the MARCHE experiment (white diamonds). The star shows the location of the March 2, 2008, earthquake.

a 250 Hz sampling rate. Between August 2005 and August 2008, more than 7400 earthquakes were detected and located (with a precision of about 2 km) along this section of the mid-Atlantic Ridge.

The earthquake modeled in this work occurred March 2, 2008 at 1h34m21.3 s GMT on the mid-Atlantic ridge axis, in the center of the MARCHE hydroacoustic array (Fig. 1). Its location (36.33°N; 33.77°W;), its magnitude ($M_w = 5.1$), source duration (1.8 s) and moment tensor [Eq. (1)] were determined from land-based seismic stations [Global Centroid-Moment-Tensor (CMT) Project; www.globalcmt.org]. The moment tensor, which describes the focal mechanism, is defined by a 3×3 symmetric matrix in which each element represents a couple. In Eq. (1), the \mathbf{r} , \mathbf{t} , and \mathbf{p} axes are up, south, and east, respectively. The CMT location is only 5 km from that inferred from T-waves inversion (36.35°N; 33.82°W). Figure 2 shows acoustic records of this event at M6, M7, and M8 locations. Hydrophone M2 is unsuitable for comparisons due to an overloaded signal and a high level of noise.

$$M = \begin{pmatrix} M_{rr} & M_{rt} & M_{rp} \\ M_{rt} & M_{tt} & M_{tp} \\ M_{rp} & M_{tp} & M_{pp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5.51 & 1.61 & 0.784 \\ 1.61 & 2.42 & 2.78 \\ 0.784 & 2.78 & 3.09 \end{pmatrix}_{(\mathbf{r}, \mathbf{t}, \mathbf{p})} \times 10^{16} \text{N.m.} \quad (1)$$

III. NUMERICAL MODELING

A. Analytical modeling of T-waves

Modeling T-wave generation and propagation has been the subject of numerous works since their discovery (see Okal, 2008, and references therein). Its complexity comes from the conversion of a seismic energy, which propagates nearly vertically up to the seafloor, into an acoustic energy that propagates nearly horizontally in the water column. Based on geometrical acoustics, it was first suggested that the conversion resulted from the incidence of the seismic rays relative to a sloping seafloor and to the multiple reflections of acoustic waves between the sea surface and a sloping seafloor that would bend the acoustic rays toward the horizontal until they reach a critical angle to propagate in the SOFAR. Acoustic rays were also used to explain multiple arrivals from a single earthquake by the conversion of seismic energy to acoustic energy at seamounts and ridges (Chapman and Marrett, 2006). This model highlighted the important fact that seismic to acoustic conversion does not occur on a single spot on the seafloor but on a more or less extended area and thus that the 3D geometry of the seafloor around the epicenter must be taken into account.

These models, however, fail to account for the generation of T-waves on abyssal (flat) plains. This difficulty has been dealt with by a modal description of sound propagation in the ocean (Park *et al.*, 1999). Low-order acoustic modes

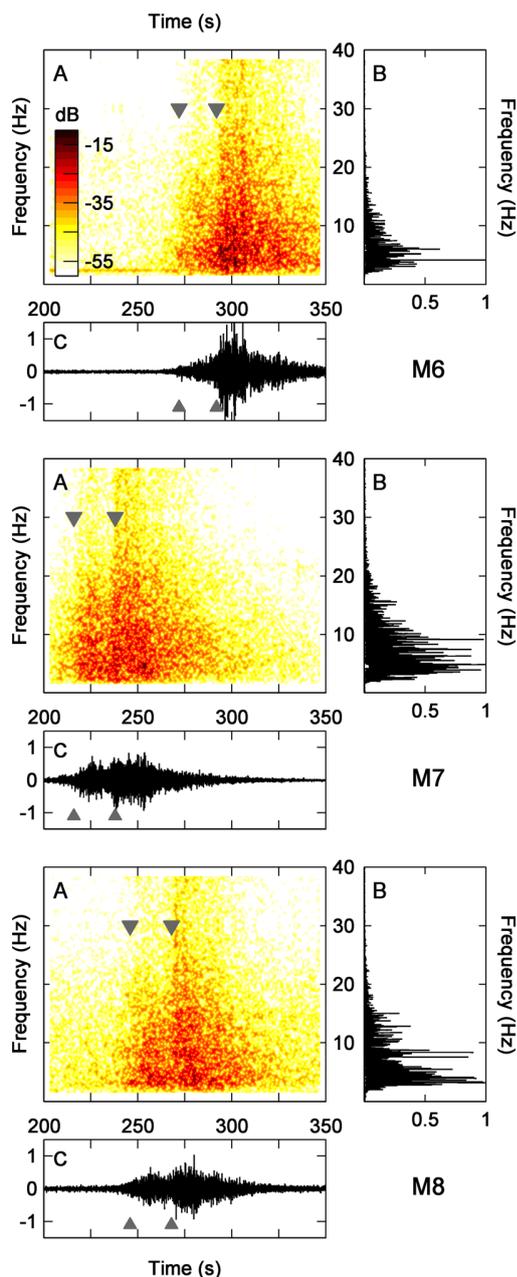


FIG. 2. (Color online) Hydroacoustic records of the March 2, 2008, earthquake at hydrophone locations M6, M7, and M8, respectively at 431, 347, and 398 km from the epicenter (star in Fig. 1). Arrows show the arrival times of high energy T-waves. For each hydrophone are shown the power spectrum in decibels (A), the amplitude spectrum (B) and the time signal normalized to peak level in M7 (C).

can propagate in the water column, but their amplitudes decrease quickly below the seafloor, and thus they cannot be excited by an earthquake. Conversely, high-order modes are excited at earthquake depths but do not propagate in the water column. This problem can be overcome by taking into account the range dependent nature of the propagating medium. Indeed, a sloping interface or a rough seafloor transfers energy from high- to low-order modes and thus allows an earthquake to generate acoustic wave in the water. Based on this idea (with different approximations), [de Groot-Hedlin and Orcutt \(2001\)](#) and [Yang and Forsyth \(2003\)](#) were

for instance able to generate synthetic T-waves that realistically match recorded T-waves.

From this discussion, it appears clearly that the T-wave generation is a very complex phenomenon that involves several elements: Focal mechanism, velocities of P- and S-seismic waves in the upper crust, sound-speed profile in the water-column, multi-scale bathymetry. The main limitation of the analytical or semi-analytical approaches described in the preceding text is that they do not take into account all these parameters, and particularly the source parameters.

B. SPECFEM2D

Among numerical methods used to simulate seismic and acoustic wave propagation, we selected a spectral element method (SEM) to simulate numerically the propagation of T-waves. SEM is a high-order finite element method that combines the generality of a finite element method with the accuracy of spectral techniques. This method was first introduced by [Patera \(1984\)](#) for an application in fluid dynamics and further adapted by [Komatitsch and colleagues](#) for geophysical applications, in particular for large-scale seismic simulations ([Komatitsch and Vilotte, 1998](#); [Komatitsch and Tromp, 1999](#); [Komatitsch et al., 2000](#)). Recently, SEM was also used to investigate underwater acoustic problems ([Cristini and Komatitsch, 2012](#)).

Our simulations are performed with the SPECFEM2D SEM-code ([Tromp et al., 2008](#)). This code is able to simulate forward and adjunct coupled acoustic-(an)elastic wave propagation on arbitrary unstructured hexahedral meshes. SPECFEM2D is particularly well suited for modeling the generation and propagation of T-waves for several reasons. First it allows to model buried seismic sources as moment tensors located anywhere within the (an)elastic medium (which is a good approximation of the marine basement). Moment tensors are available from earthquake catalogs. Second, like all codes based on finite element method, SPECFEM2D is able to model complex (anelastic and/or inhomogeneous) media. Moreover it can numerically handle the problem of seismo-acoustic conversion at interfaces with an arbitrary geometry. This latter feature is particularly important for modeling T-waves because oceanic earthquakes mainly occur in areas with strongly varying bathymetry (ocean ridges, subduction zones). At the same time, unlike codes based on high-frequency ray-tracing approaches, SPECFEM2D is not frequency limited and can model the propagation of very low-frequency waves. Finally, time signals can be computed at any point of the mesh, which can be directly compared with observed waveforms.

IV. MODEL PARAMETERS

The objective is to set a model as close as possible to a real case to compare synthetic seismograms with actual acoustic records of the seismic event described in the Sec. II. Because our code is two-dimensional (2D), our simulation is done in the three vertical planes passing through the earthquake and each of the three hydrophones. Our model

includes a solid layer and a fluid layer separated by an interface derived from the seafloor bathymetry. The bathymetric profiles between the source and the receiver are extracted from the ETOPO1 global grid (1 arc min resolution, 1.50×1.85 km at 36°N ; [Amante and Eakins, 2009](#)). The resolution of each profile depends on its orientation and the latitude but is in the same range as the original grid. These profiles are then input into SPECSEM2D, which computes the mesh. The size of the mesh is frequency dependent based on an empirical threshold of 5.5 points per wavelength to ensure computation stability. In our range of frequencies (4–15 Hz) and velocities (1.5–8.1 km/s), the mesh resolution ranges from ten to several ten of meters, which is two orders of magnitude smaller than the initial resolution. In addition, the mesh data are interpolated using a cubic spline function to avoid unwanted rugosity. The bathymetric profiles between the earthquake epicenter and hydrophones M6 and M7 cross ridges reaching the SOFAR channel axis whereas the epicenter-M8 hydrophone profile is always deeper than the SOFAR axis (Fig. 3). All models horizontally extend 10 km beyond the source and the receivers along the horizontal axis, and the solid layer has a constant thickness of 10 km meaning that its bottom boundary is parallel to the fluid/solid interface. This choice simplifies the simulation mesh and significantly speeds up the calculations. To avoid spurious reflections at the limits of the computation domain, its bottom, left, and right edges are modeled by absorbing layers, while the upper edge is a free surface. The source is located 8 km below the seafloor and is simulated by a Gaussian signal. The Gaussian shape is a common choice in the seismological community for approximating the temporal dependence of the strain created by earthquakes. For 2D simulations, the radiation pattern of the actual source, in the direction of a receiver, is obtained by projecting the 3D

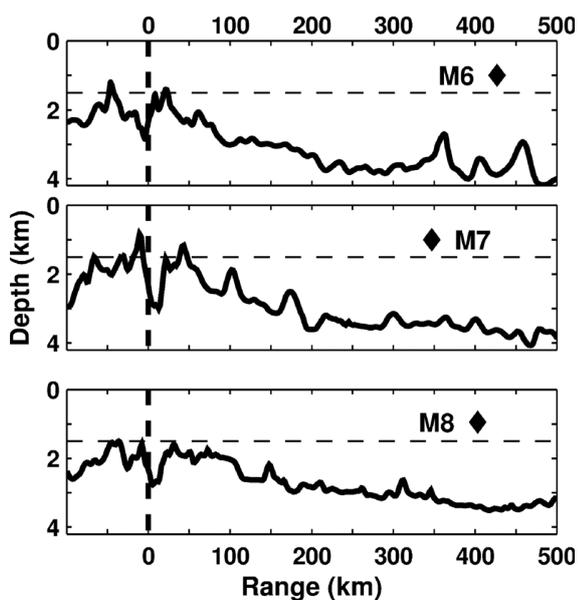


FIG. 3. Bathymetric profiles along the planes passing through the epicenter (vertical dashed line at 0 km) and the receivers (black diamonds). The horizontal dashed line corresponds to the depth of the SOFAR channel axis (Fig. 5).

moment tensor [Eq. (1)] on the source-receiver vertical plane [Eq. (2)]

$$\begin{aligned}
 M6 &= \begin{pmatrix} 4.8064 & -1.2899 \\ -1.2899 & -5.5100 \end{pmatrix} \times 10^{16} \text{N.m} \\
 M7 &= \begin{pmatrix} 4.4732 & -1.7872 \\ -1.7872 & -5.5100 \end{pmatrix} \times 10^{16} \text{N.m} \\
 M8 &= \begin{pmatrix} 3.1210 & 0.7930 \\ 0.7930 & -5.5100 \end{pmatrix} \times 10^{16} \text{N.m.} \quad (2)
 \end{aligned}$$

It is worth noting that because an earthquake moment tensor is not spherical, the seismic source generates both compressional and shear waves. The resulting three radiation patterns are quite similar [Fig. 4 and Eq. (2)]: Compressional waves are preferentially emitted in almost vertical and horizontal directions and shear waves are emitted at 45° from these planes.

In all models, the density of the water is set at 1020 kg/m^3 . The vertical sound speed profile is range-independent and is either considered as uniform (1495 m/s) or with a varying profile (Fig. 5). The sound-speed profile is an average profile for the area and for the month of March based on the generalized digital environmental model (GDEM; [Teague et al., 1990](#)). The solid medium is modeled as a sequence of four layers, each layer having either a constant or linearly varying density and P- and S-wave velocities (Fig. 5). In the following, the former configuration is called a “stratified” model and the latter case is called a “gradient” model. The parameters for each layer are taken from the CRUST2.0 model ([Bassin et al., 2000](#)). However our model neglects the thin low-velocity sediment layer (70-m-thick; $\rho = 1700 \text{ kg/m}^3$; $v_p = 1800 \text{ m/s}$ and $v_s = 800 \text{ m/s}$). The reasons are first to speed up the computation times because low seismic-velocities require very fine meshes and small time steps leading to much longer computation times and second because the study area is close to the ridge axis where sediments are very limited. The seismic attenuation in the solid medium is constant: $\alpha_p = 0.1 \text{ dB}/\lambda$ and $\alpha_s = 0.2 \text{ dB}/\lambda$. The two water-sound profiles (constant vs gradient) and the two solid medium profiles (stratified vs gradient) yield four different models (Table I).

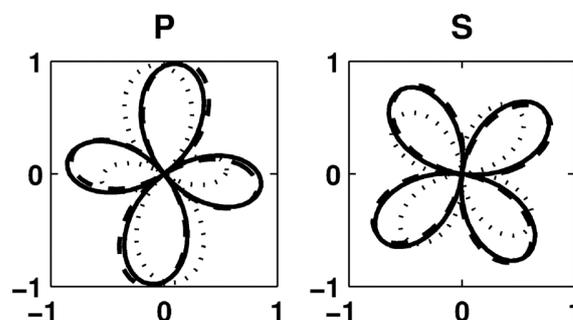


FIG. 4. Two-dimensional P- and S-wave radiation patterns of the source projected in the direction of M6 (solid), M7 (dashed), M8 (dotted) relative to the epicenter.

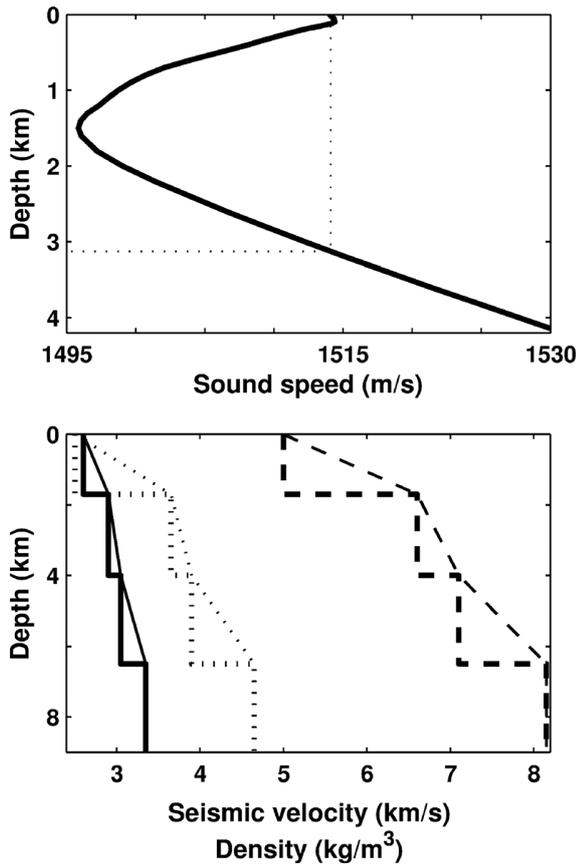


FIG. 5. Velocity profiles implemented in the water column (top) and the solid medium (bottom). In the water column, the sound-speed is either constant (1495 m/s) or changes with depth as shown. In the solid medium, stratified models consider stair-step increase (thick lines) in density (solid lines), S-wave (dotted lines) and P-wave (dashed lines) velocities, whereas models with a continuous gradient consider a gradual increase of these parameters with depth (thin lines).

All simulations use a Gaussian source signal with three different central frequencies. The seismic catalog gives a value of 1.8 s for the source signal duration, corresponding to a Gaussian signal with a central frequency of 0.55 Hz. With such source, the resulting T-phases have a frequency content much lower than that of the observed data (Jamet *et al.*, 2012). For this reason, we consider a source with a central frequency at 4 Hz, which is approximately the most energetic frequency in the observed T-wave spectra. Increasing this frequency requires more computing resources. The highest frequency allowed by our computing facilities for full-range simulations (up to 450 km) is 10 Hz and the longest horizontal range for which a 15 Hz Gaussian source signal can be tested is 200 km.

TABLE I. Different combinations of wave velocity profiles tested in the simulations (see Fig. 5).

Model name	Fluid layer	Solid layer
SG	SOFAR	Gradient
SS	SOFAR	Stratified
UG	Uniform	Gradient
US	Uniform	Stratified

V. RESULTS AND DISCUSSION

The different combinations of sources and velocity profiles are only tested for hydrophone M7, the closest from the earthquake epicenter (347 km) (Figs. 6, 7, 8, and 10). Only the most realistic environmental parameters and a source at 10 Hz are applied to simulate hydrophones M6 and M8 (case SG: SOFAR channel and a gradient model).

All simulations at the location of hydrophone M7 with a 4 Hz (Fig. 6) and a 10 Hz source (Fig. 7), and at 200 km range, in the direction of M7, with a 15 Hz source (Fig. 8), and at 100, 200, 300 km, in the direction of M7, with a 10 Hz source (Fig. 10) lead to the following observations.

Whatever the sound-speed profile considered in the water column (constant or with a low-sound velocity layer), differences between simulated signals are insignificant (Figs. 6–8). This observation stands for any particular choice of P- and S- wave velocity profiles in the solid medium or of a central frequency for the Gaussian source. In all simulations, the whole column isinsonified by T-waves as illustrated in Fig. 9 in the particular case of “gradient” model in the solid layer, reflecting the fact that the SOFAR channel is as thick as the water column throughout the models.

Figure 10 and case SG of Fig. 7 show that, up to 347 km, the frequency content of the signal (B plots) from a same source (here at 10 Hz) varies little with the distance from the source, suggesting that the 15 Hz model, although limited at 200 km (Fig. 8), would be similar to a model at 347 km.

The frequency bandwidth of the simulated signals increases with the central frequency of the Gaussian source (Figs. 6–8). This is not surprising because the bandwidth of a Gaussian source is about an octave and will increase with the central frequency. The bandwidth (between half-power points) ranges from 2.8 to 5.6 Hz for 4 Hz source, from 7 to 14 Hz for a 10 Hz source, and from 10.6 to 21.2 Hz for a 15 Hz source. Further modeling of T-phases with this approach may help constraining the spectral width, dominant frequency, and duration of the actual source.

In addition, the spectrum amplitude is maximum at a frequency always lower than the central frequency of the source. This may partly be explained by the different units used for the source (a moment tensor expressed in N.m) and for the receiver (pressure expressed in N/m²), as demonstrated, for example, in Appendix E of Stephen *et al.* (1985) in a purely acoustic case and in an homogeneous medium. Quantifying this effect in our model would be complicated by the presence of a solid/fluid interface between the source and the receiver.

The frequency content of the source is likely to be more complex than assumed by seismic land-based catalogs. The source duration is based on the recording of low-frequency seismic waves. A simple Gaussian-shaped source with a given duration of 1.8 s (i.e., 0.55 Hz) will be unable to reproduce the frequency range observed in the hydroacoustic data. As shown by our simulations, higher-frequency sources (i.e., with a shorter duration) provide a better match.

All simulations predict ~80 s long T-phase signals with a gradual increase in their amplitudes followed by a gradual

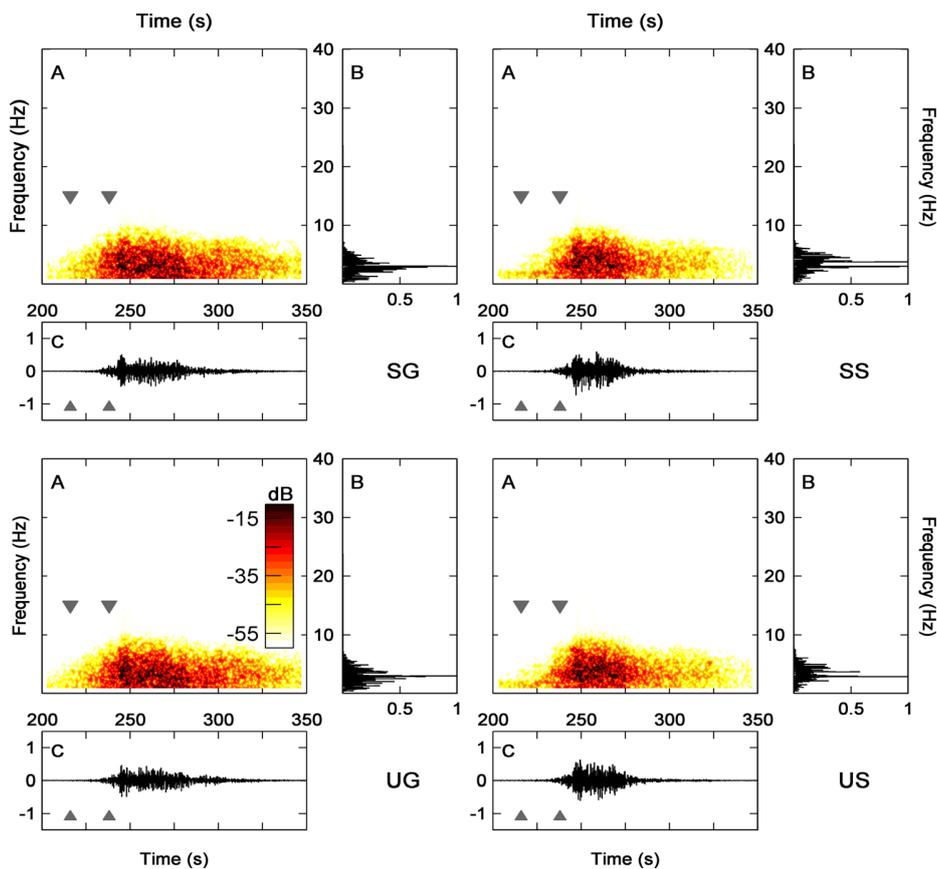


FIG. 6. (Color online) Simulated T-phase arrivals at hydrophone M7 (347 km), generated by a 4 Hz Gaussian seismic source. Each group of spectrogram (A), normalized spectrum (B), and time signal (C) corresponds to a combination (SG, SS, UG, US) of velocity profiles (see Table I). Data are shown with the same representation as Fig. 2. Arrows refer to T-wave arrival times in the actual data at M7 (Fig. 2).

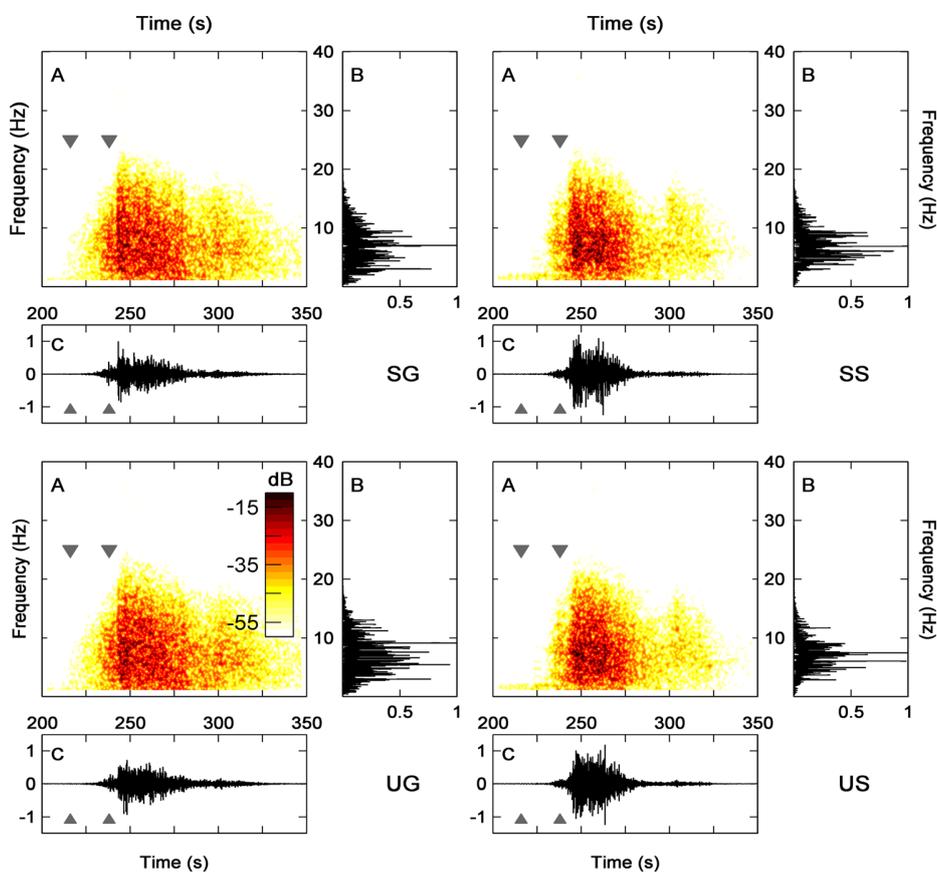


FIG. 7. (Color online) Simulated T-phase arrivals at hydrophone M7 (347 km), generated by a 10 Hz Gaussian seismic source. Same convention as in Fig. 6. Arrows refer to T-wave arrival times in the actual data at M7 (Fig. 2).

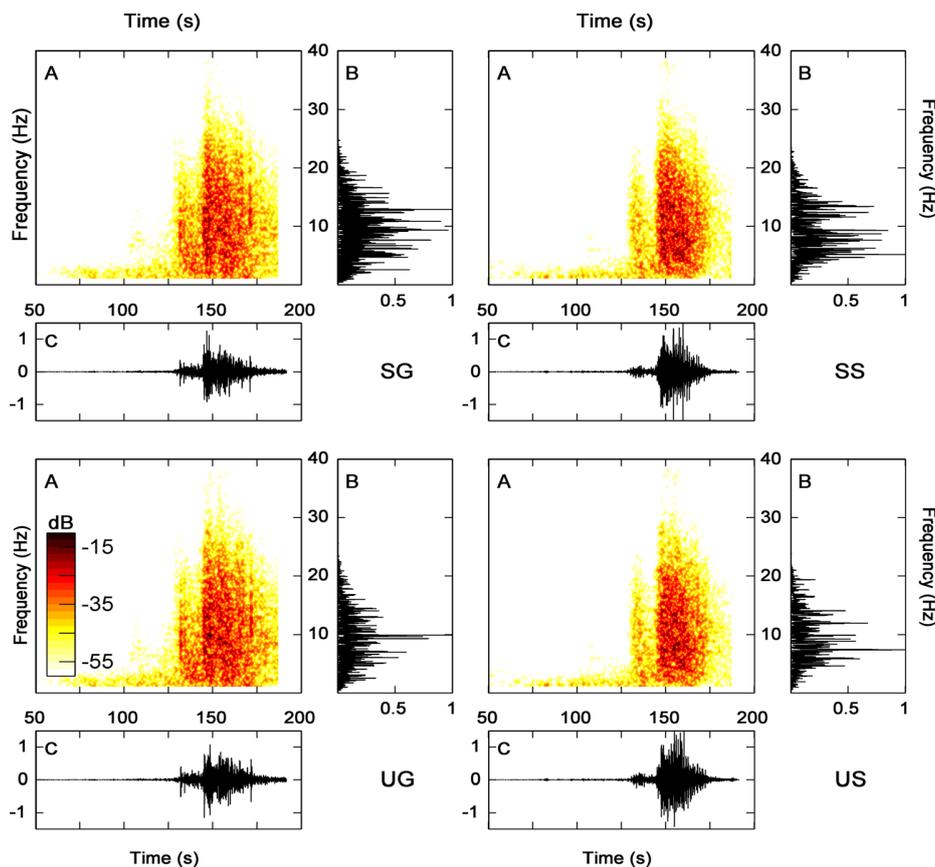


FIG. 8. (Color online) Simulated T-phase arrivals at a receiver 200 km away from the epicenter in the direction of M7, at the same depth as M7, and with a source at 15 Hz. Same convention as in Fig. 6.

decrease. However, synthetic T-wave signals have, in general, a shorter duration (~ 80 s) than the observed T-waves (~ 100 s); the signal length is even shorter with a stratified

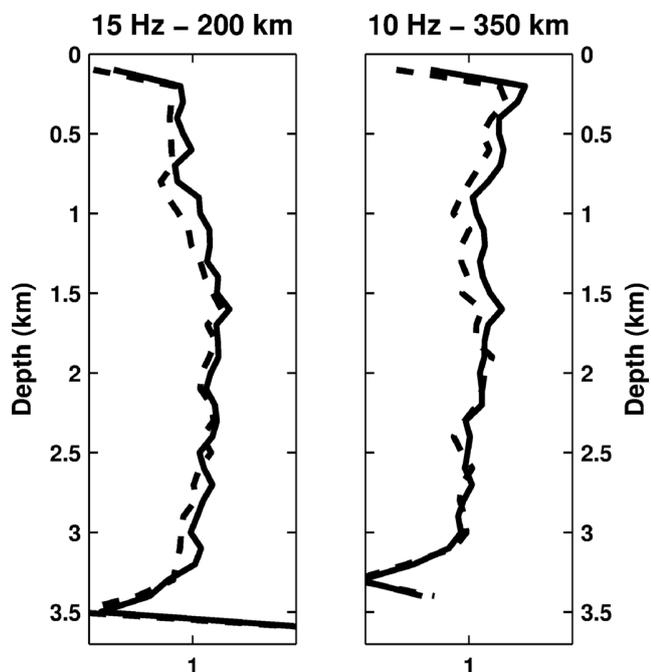


FIG. 9. Mean T-phase amplitude on a vertical array of receivers for models with a SOFAR channel (solid lines) or a uniform sound speed (dotted lines); both models consider a velocity gradient in the solid medium. Left and right models are, respectively, for receivers 200 and 350 km away from the epicenter, in the direction of M7, and for seismic sources at 15 and 10 Hz.

crustal model than with a continuous velocity gradient in the crustal layer.

The synthetics at 10 Hz (Figs. 7 and 10) display distinct T-waves arrivals at short range (100 and 200 km) that tend to merge at longer range (300 and 347 km). In the model at 15 Hz (Fig. 8), these two distinct arrivals are even clearer and similar to that observed in the actual data (Fig. 2). These two arrivals (outlined with arrows in Fig. 2) are better seen in the spectrogram than in the time signal; the second and main arrival is expressed by a sudden increase in energy at all frequencies (up to 30 Hz) that occurs about 20 s after the first arrival. Spectrograms in Fig. 7 clearly display these two arrivals, the second after a 20 s delay and a frequency bandwidth twice as large as the initial arrival. In Fig. 10, the precursors and main arrivals are also clearly seen in the spectrograms and time signals; the delay between the two arrivals decreases as the range increases. In the simulations of all hydrophones (Fig. 11), the second energetic arrival matches pretty well the arrival-times observed in the actual data (arrows) with a slight delay (within 5 s). The precursor, or first arrival, is more subdued and delayed with respect to the actual first arrivals but is still visible (for M8 this delay reaches 15 s). Several factors may explain the weak first arrival and its delay relative to the observed early arrival at each hydrophone:

- (1) Early arrivals may be due to the conversion of seismic waves away from the epicenter where the modeled topography of the seafloor is probably too smooth to produce efficient seismic/acoustic conversion (see discussion about the mesh description).

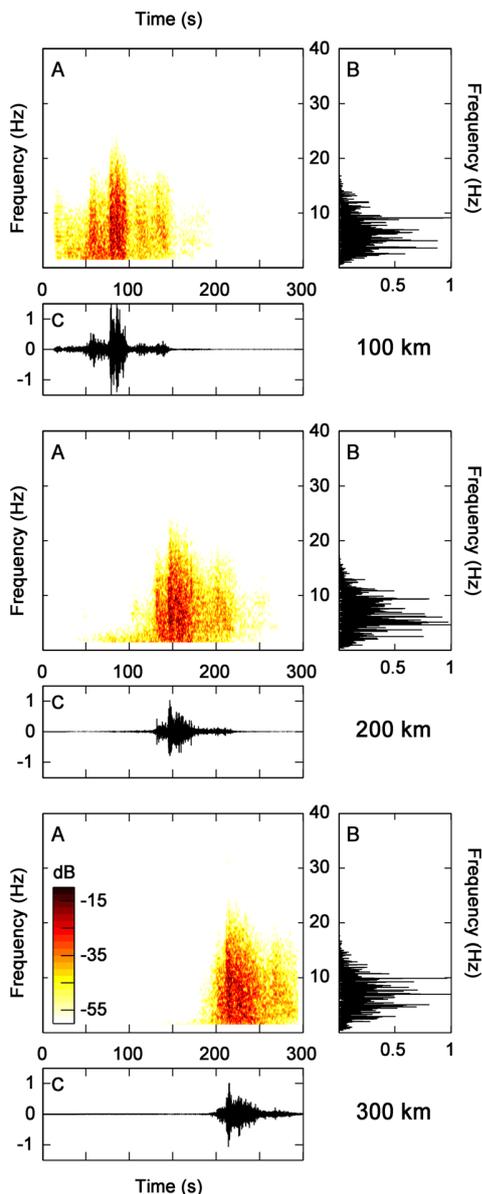


FIG. 10. (Color online) Simulated T-phase arrivals at receivers 100, 200, and 300 km away from the epicenter in the direction of M7, at the same depth as M7, and with a 10 Hz seismic source. All three models consider a SOFAR sound speed profile in the water column and a seismic velocity gradient in the solid medium. Same convention as in Fig. 6.

- (2) The velocity structure of the crust is also assumed constant at all ranges and in all directions. Furthermore, the model does not take into account the sediment layer away from the ridge axis, which may alter the seismic/acoustic conversions away from the epicentral area.
- (3) Errors in the location and depth of the source may account for few seconds in the observed delays. The source depth from teleseismic data is generally ill constrained. However, as pointed out earlier, the CMT and T-wave locations of the epicenter are less than 5 km apart. Close comparisons between T-wave and teleseismic wave localization of earthquakes have shown that the former are more accurate than the latter (e.g., Pan and Dziewonski, 2005). Furthermore, these inversions

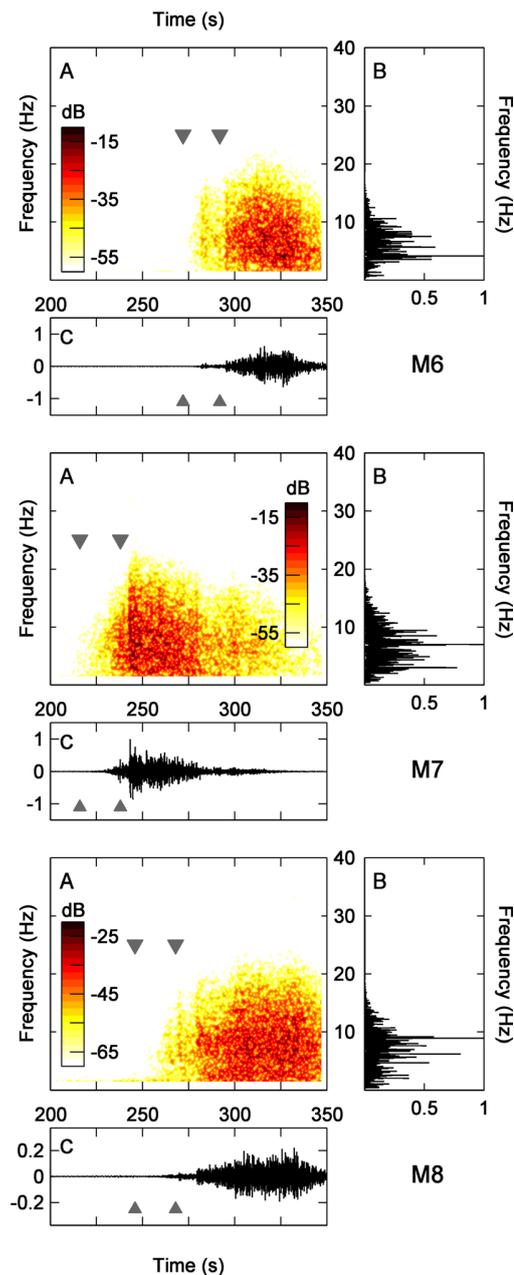


FIG. 11. (Color online) Simulated T-phase arrivals at hydrophones M6, M7, and M8 using a source at 10 Hz, a SOFAR sound speed profile in the water and a seismic velocity gradient in the crust. Arrows refer to T-wave arrival-times in the actual data (Fig. 2). Note that amplitude scales are enhanced for M8 (A and C plots). Same convention as in Fig. 6.

are generally based on the second and more energetic T-wave arrivals.

- (4) Finally, we assume a constant sound-velocity profile in all directions and at all range; this may also partly account for the variable and small delays in the second P arrivals. These delay differences may thus be inherent to the approximations in the environmental parameters: First they assume a horizontal isotropy in the water and solid media, and second, the crust/water interface is probably too smooth, particularly in the epicentral area and lacks a sediment cover. The ability of our approach to produce such precursors opens new perspectives to

investigate their origin and propagation. Data comparable to the setting in Fig. 10, i.e., at various distances in the same propagating plane, would help deciphering the main factors.

The comparison of the results at the three hydrophone locations, for a 10 Hz source, a SOFAR channel and a velocity gradient in the crust (case SG; Fig. 11), with the data (Fig. 2) leads to the following observations.

The spectra of simulated T-waves for hydrophones M6 and M8 show the same characteristics as the spectrum of the simulated T-waves for hydrophone M7: 0–15 Hz frequency bandwidth and a Gaussian shape spectrum centered at a frequency lower than the source frequency. The amplitude spectrum of the observed data is broader in the high frequencies (up to 30 Hz) and asymmetric relative to the maximum amplitude frequency at 5–7 Hz.

All the predicted T-wave signals have a duration of about 80–100 s and are shorter than the observed signals (100–120 s). Rise times are shorter for M7 and longer for M6 and M8. Accounting for 3D effects would lengthen the coda signals.

The main T-wave arrivals are well predicted (delays <5 s) by our models for each hydrophone. Precursors are also predicted, however they are more subdued and arrive with a 10 s delay at M6 and M7 and up to 15 s at M8.

Simulated signals at M6 and M7 have similar amplitudes, but higher than those at M8. In Fig. 2, the noise level at M8 looks exaggerated with respect to M6 and M7, suggesting that M8 amplitudes are also exaggerated (perhaps due to a different instrument calibration). These differences probably reflect more efficient conversions in the M6 and M7 cases with a weaker signal at M8 resulting from seafloor depths always deeper than the SOFAR channel axis, particularly in the vicinity of the epicenter (Fig. 3). They may also reflect the differences in the radiation pattern of the source (Fig. 4).

VI. CONCLUSION

This paper demonstrates the ability of the SPECSEM2D code to model T-wave generation and propagation. Modeling T-waves is inherently complex due to the conversion of seismic waves (propagating within the crust) to acoustic waves (propagating within the water layer). The first advantage of SPECSEM2D relative to purely acoustic models is to handle this wave conversion at a realistic crust/water interface, which is highly sensitive to the content of the seismic waves and thus to the crustal parameters. Its second advantage is to consider the source as a moment tensor, which fully defines the radiation pattern of P- and S-waves produced by an earthquake. Its third advantage is its ability to take into account all the environmental parameters of the problem (wave speeds in the water and in the crust, bathymetry) with a good accuracy and potential horizontal variations to handle range-dependent simulations.

Despite the simplifications in our models, for instance in the source shape or in the crustal parameters, SPECSEM2D is able to produce realistic T-wave signals with cigar shapes and durations of 80–100 s, similar to actual data. Furthermore the

observed differences with the data may provide insights on the source and the medium.

ACKNOWLEDGMENTS

G. Jamet was supported by a joint Ph.D. grant from the Délégation Générale de l'Armement (DGA) and the University of Brest (UBO). The SPECSEM2D code was run on Caparmor, a massive computing facility common to several research institutions at the westernmost part of Brittany (France). The hydrophone data were provided by Julie Perrot. We wish to thank John Colosi (Associate Editor) and two anonymous reviewers for their insightful comments, which greatly contributed to improve the paper.

- Amante, C., and Eakins, B. (2009). "ETOPO1 1 arc-minute global relief model: Procedures, data source and analysis," NOAA Technical Memorandum NESDIS NGDC-24 (National Oceanic and Atmospheric Administration, Washington, DC), 19 pp.
- Bassin, C., Laske, G., and Masters, G. (2000). "The current limits of resolution for surface wave tomography in North America," *EOS Trans. Am. Geophys. Union* **81**, F897.
- Chapman, N. R., and Marrett, R. (2006). "The directionality of acoustic T-phase signals from small magnitude submarine earthquakes," *J. Acoust. Soc. Am.* **119**, 3669–3675.
- Cristini, P., and Komatitsch, D. (2012). "Some illustrative examples of the use of a spectral-element method in ocean acoustics," *J. Acoust. Soc. Am.* **131**, EL229–EL235.
- de Groot-Hedlin, C., and Orcutt, J. (2001). "Excitation of T-phases by seafloor scattering," *J. Acoust. Soc. Am.* **109**, 1944–1954.
- Fox, C., Dziak, R., Matsumoto, H., and Schreiner, A. (1994). "Potential for monitoring low-level seismicity on the Juan de Fuca Ridge using fixed hydrophone arrays," *Mar. Technol. Soc. J.* **27**, 22–30.
- Goslin, J., Lourenco, N., Dziak, R., Bohnstiehl, D., Haxel, J., and Luis, J. (2005). "Long-term seismicity of the Reykjanes Ridge (North Atlantic) recorded by a regional hydrophone array," *Geophys. J. Int.* **162**, 516–524.
- Goslin, J., Lourenco, N., Luis, J., Dziak, R., Balanche, A., Brachet, C., Perrot, J., Royer, J.-Y., Simao, N., Haxel, J., and Matsumoto, H. (2008). "Cruise MARCH3/2008 and other cruises of the MARCHE experiment: A three-year hydroacoustic monitoring of the MOMAR section of the MAR at regional scale," *Interridge* **17**, 7–9.
- Jagger, T. (1930). "How the seismograph work," *Volcano Lett.* **21**, 229–232.
- Jamet, G., Guennou, C., Guillon, L., and Royer, J.-Y. (2012). "Very low frequency wave propagation numerical modeling: Application to T-waves propagation," in *Proceedings of the European Conference on Underwater Acoustics* (Curran, Red Hook, NY), Vol. 34, pp. 1931–1939.
- Komatitsch, D., Barnes, D., and Barnes, C. (2000). "Wave propagation near a fluid-solid interface: A spectral-element approach," *Geophysics* **65**, 623–631.
- Komatitsch, D., and Tromp, J. (1999). "Introduction to the spectral element method for 3D seismic wave propagation," *Geophys. J. Int.* **139**, 806–822.
- Komatitsch, D., and Vilotte, J. (1998). "The spectral element method: An efficient tool to simulate the seismic response on 2D and 3D geological structure," *Bull. Seismol. Soc. Am.* **88**, 368–392.
- Linehan, D. (1940). "Earthquake in the West Indian region," *EOS Trans. Am. Geophys. Union* **268**, 1–4.
- Okal, E. A. (2008). "The generation of T-waves by earthquakes," *Adv. Geophys.* **49**, 1–65.
- Pan, J., and Dziewonski, A. M. (2005). "Comparison of mid-oceanic earthquake epicentral differences of travel time, centroid locations, and those determined by autonomous hydrophone arrays," *J. Geophys. Res.* **110**, B07302, doi:10.1029/2003JB002785.
- Park, M., Odom, R. I., and Soukup, D. J. (1999). "Modal scattering: A key to understand oceanic T-waves," *Geophys. Res. Lett.* **28**, 3401–3404, doi:10.1029/2001GL013472.
- Patera, A. (1984). "A spectral element method for fluid dynamics: Laminar flow in a channel expansion," *J. Comput. Phys.* **54**, 468–488.
- Stephen, R. A., Pardo-Casas, F., and Cheng, C. H. (1985). "Finite-difference synthetic acoustic logs," *Geophysics* **50**, 1588–1609.

- Teague, W. J., Carron, M. J., and Hogan, P. J. (1990). "A comparison between the generalized digital environmental model and Levitus climatologies," *J. Geophys. Res.* **95**, 7176–7183, doi:10.1029/JC095iC05p07167.
- Tolstoy, I., and Ewing, M. (1950). "The T-phase of shallow-focus earthquakes," *Bull. Seismol. Soc. Am.* **40**, 25–51.
- Tromp, J., Komatitsch, D., and Liu, Q. (2008). "Spectral-element and adjoint methods in seismology," *Commun. Comput. Phys.* **3**, 1–32.
- Williams, C. M., Stephen, R. A., and Smith, D. K. (2006). "Hydroacoustic events located at the intersection of the Atlantis (30°N) and Kane (23°40'N) transform faults with the Mid-Atlantic Ridge," *Geochem. Geophys. Geosyst.* **7**, 28 pp.
- Yang, Y., and Forsyth, D. W. (2003). "Improving epicentral and magnitude estimation of earthquakes from T-phases by considering the excitation function," *Bull. Seismol. Soc. Am.* **93**, 2106–2122.

IV.B.2 Compléments et discussion des résultats de l'article

Cette section reprend les discussions et conclusions de l'article JASA et, pour certaines, les développe, les illustre et les confirme à l'aide de simulations complémentaires. La première partie revient sur l'influence du profil de vitesse dans l'eau. La deuxième partie étudie le contenu fréquentiel de la source. La troisième partie concerne la forme des signaux simulés et les arrivées d'ondes T. La quatrième partie s'intéresse à l'influence du profil de vitesse dans la croûte et à la zone de conversion. Enfin, la cinquième partie s'attache à la confrontation entre les données et les simulations ainsi qu'à la comparaison entre les signaux sur les quatre hydrophones.

Les résultats de ces nouvelles simulations ainsi que ceux, reproduits dans cette section, de certaines simulations présentées dans l'article sont décrits à l'aide de figures représentant le signal temporel, le spectre, et le spectrogramme dont la construction générale est donnée dans la note ² ci-dessous. L'ensemble des simulations fait l'objet d'un récapitulatif en fin de chapitre donnant la description des principaux paramètres (Tab. IV.3, p.120).

L'approche choisie suscite une première remarque générale : les signaux acoustiques simulés dans la colonne d'eau à partir d'un séisme présentent tous une forme en ogive avec une montée puis une décroissance progressive de l'amplitude sur une centaine de secondes, caractéristique des ondes T enregistrées par les hydrophones en domaine océanique. A notre connaissance et de l'avis des experts qui ont examiné l'article paru dans JASA, ces modélisations et ce résultat probant constituent une première.

IV.B.2.a Influence du profil de vitesse dans l'eau

L'une des constatations de l'article JASA est l'effet minime de la présence ou non du canal SOFAR sur le signal simulé (Fig. 6 à 8 de l'article). Cela confirme ce que l'on observait déjà

2. Note sur la composition des figures avec spectrogramme :

Les figures représentant les signaux, réels et simulés, sont composées de manière similaires, en trois parties, avec les conventions ci-après :

Le signal temporel (B, courbe noire) correspond à la sortie de SPECSEM2D (sauf pour les données). L'amplitude du signal est en valeur relative par rapport à l'amplitude maximale du signal de référence. Pour les données, le signal de référence est le signal enregistré sur l'hydrophone M7 (Fig.2 de l'article et Fig. IV.19) tandis que pour les simulations le signal de référence est le signal calculé pour M7 avec une source à 10 Hz et un profil de vitesse SG (Fig.11 de l'article et Fig. IV.13). Deux lignes pointillées sont reportées sur les graphiques aux amplitudes +1 et -1 pour faciliter les comparaisons.

La courbe rouge (B) représente le logarithme de la valeur absolue du signal.

Le spectrogramme (A) est calculé à partir du signal temporel divisé par l'amplitude de référence. L'échelle de couleur (-100 à 0 dB) est identique pour toutes les figures.

Le spectre (C, courbe noire) est la transformée de Fourier du signal.

La courbe rouge (C) représente le spectre de la source.

Les repères temporels (triangles gris, A et B) pointent les temps d'arrivées des ondes T sur les hydrophones considérés. On distingue 2 arrivées d'énergie acoustique sur M6, M7, et M8, et une seule sur M2 en raison de la saturation du signal.

lors des tests de la section IV.A et même dès le chapitre II. La faible influence du profil de vitesse dans l'eau s'explique car, dans toutes les configurations présentées, le canal SOFAR occupe l'intégralité de la colonne d'eau. En effet, sa profondeur critique, c'est-à-dire sa profondeur minimale (voir section I.C.2), est située à proximité voire en dessous du fond de l'océan. Dans ce cas, le guide d'onde est la colonne d'eau dans son ensemble et les différences avec le cas où la vitesse d'onde acoustique est constante s'estompent.

Ce constat étant fait, nous ne reviendrons plus sur l'influence du profil de vitesse acoustique dans la suite de la thèse : toutes les simulations à venir présentent un profil de vitesse dans l'eau avec un SOFAR.

IV.B.2.b Influence de la fréquence de la source

Nous nous intéressons ici au contenu fréquentiel de la source et à son influence sur le signal simulé. Avant tout il est intéressant de revenir sur le signal source utilisé. Certains catalogues sismiques de données terrestres (*e.g.* www.globalcmt.org; Ekström *et al.*, 2012) fournissent le tenseur des moments du séisme. Celui-ci donne le moment scalaire M_0 (en dyne.cm, voir annexe B.5) qui permet, *via* une loi empirique, de remonter à la demi-durée de la source $t_{1/2}$ (en s) : $t_{1/2} = 1,05 \times 10^{-8} M_0^{1/3}$. Dans le cas du séisme étudié ici on a $t_{1/2} = 0,9$ s. De plus, en première approximation, la source est généralement représentée en sismique par un signal de forme triangulaire (ou en cloche). L'association de ces deux informations nous amène donc à représenter notre signal source par une gaussienne dont on définit la fréquence dominante par $f_0 = 1/t_{1/2} \simeq 1,11$ Hz (Fig. IV.6).

La figure IV.7 présente les résultats de la simulation à l'hydrophone M7 avec le profil de vitesse *a priori* le plus réaliste : SG (SOFAR dans l'eau et gradient dans la croûte), et une source gaussienne à 1,11 Hz. On remarque immédiatement que, comme on pouvait s'y attendre, le spectre simulé est beaucoup plus basse fréquence (jusqu'à 2,5 Hz avec un maximum vers 1 Hz) que les enregistrements (Fig. IV.19, jusqu'à 25 Hz avec un maximum vers 5 Hz).

Pour obtenir des signaux aux contenus fréquentiels (maximum d'énergie et étendue) plus comparables aux enregistrements réels, nous avons testé des sources à 4, 10, 15, et 20 Hz. Les ressources allouées aux utilisateurs du supercalculateur CAPARMOR ne nous permettent d'effectuer une simulation complète pour M7 (en temps et en distance) que pour les cas à 4 et 10 Hz (Fig. IV.8 et IV.9) alors que pour les simulations à 15 et 20 Hz (Fig. IV.10 et IV.11) nous avons dû réduire la distance du récepteur à 200 et 100 km respectivement. Afin de s'assurer de la pertinence de ces simulations à courte distance

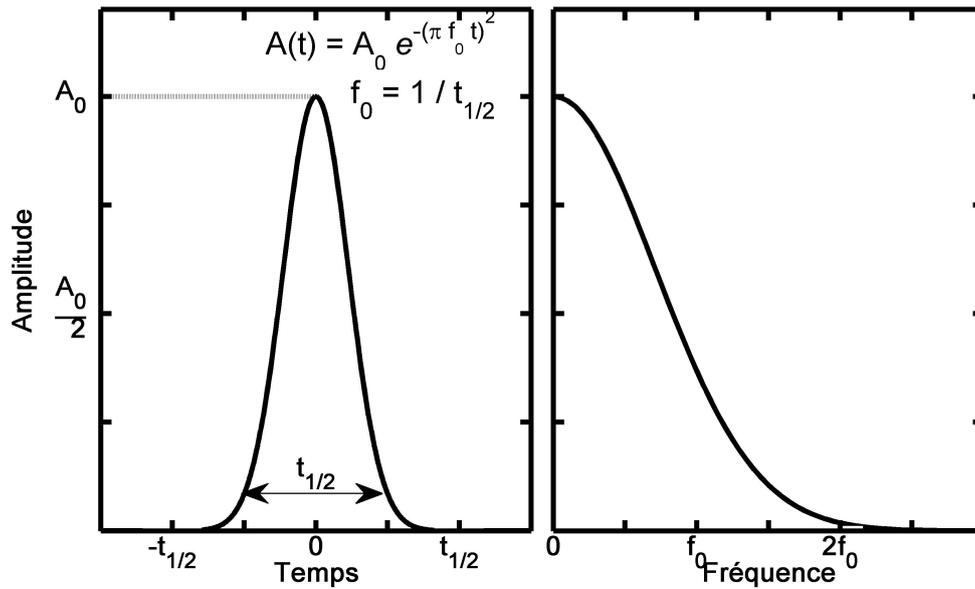


FIGURE IV.6: Signal temporel (gauche) et spectre (droite) de la source gaussienne utilisée dans les simulations.

des récepteurs à 100, 200 et 300 km ont été comparés avec la source à 10 Hz (Fig. IV.12). La faible variation du contenu spectral avec la distance, notamment sa largeur, suggère que les simulations à haute fréquence et courte distance sont assez représentatives du spectre qu'aurait le signal à l'hydrophone. Les spectres des différentes simulations avec

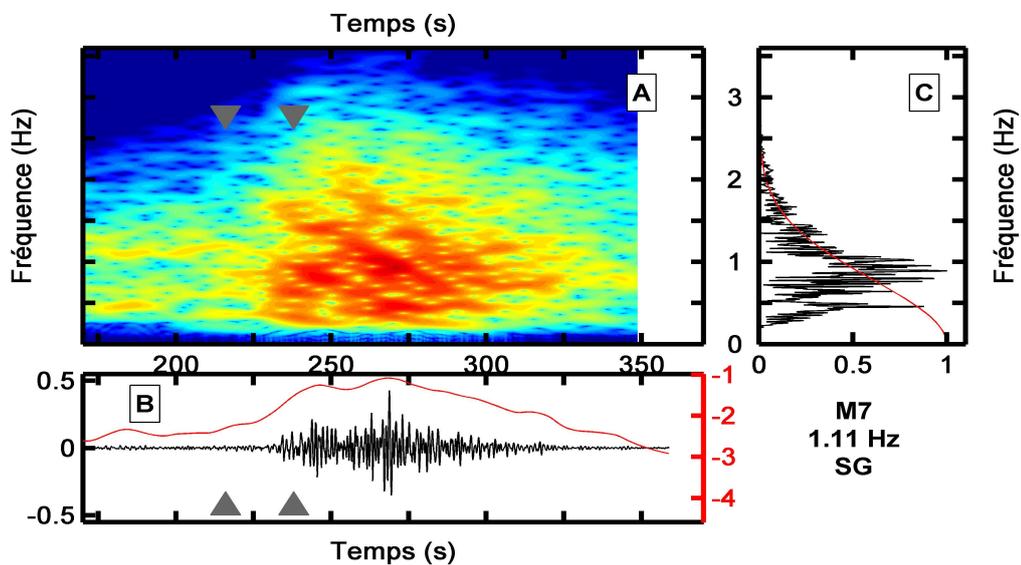


FIGURE IV.7: Simulations à l'hydrophone M7 avec une source à 1,11 Hz dans la configuration SG. Légende : voir note 2 p. 95

des sources de différentes fréquences présentent plusieurs similitudes. Ils ont une forme proche d'une gaussienne, c'est-à-dire qu'ils décroissent exponentiellement en amplitude de manière presque symétrique de part et d'autre d'une fréquence centrale. Celle-ci est

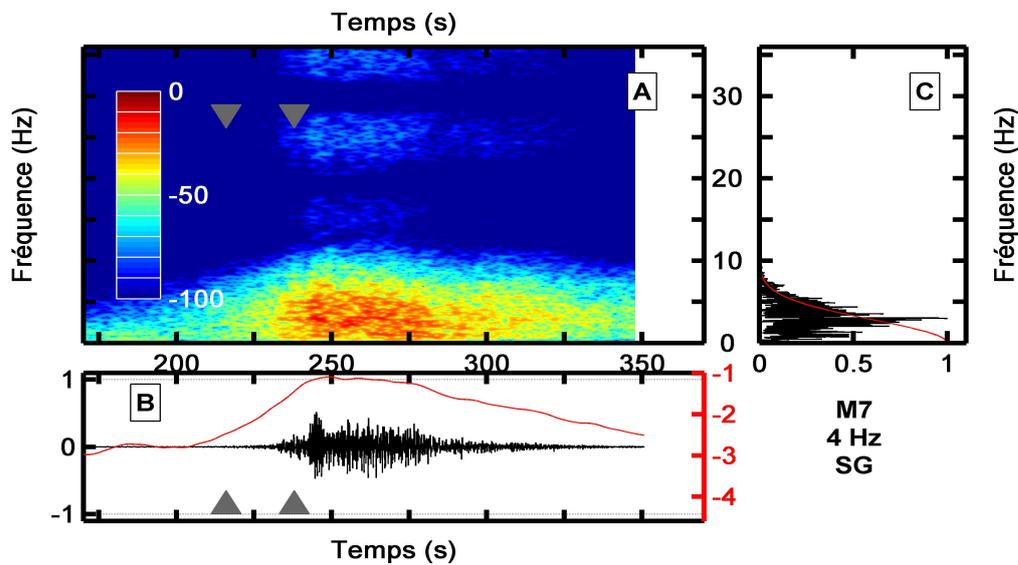


FIGURE IV.8: Simulations à l'hydrophone M7 avec une source à 4 Hz dans la configuration SG. *Légende :voir note 2 p. 95*

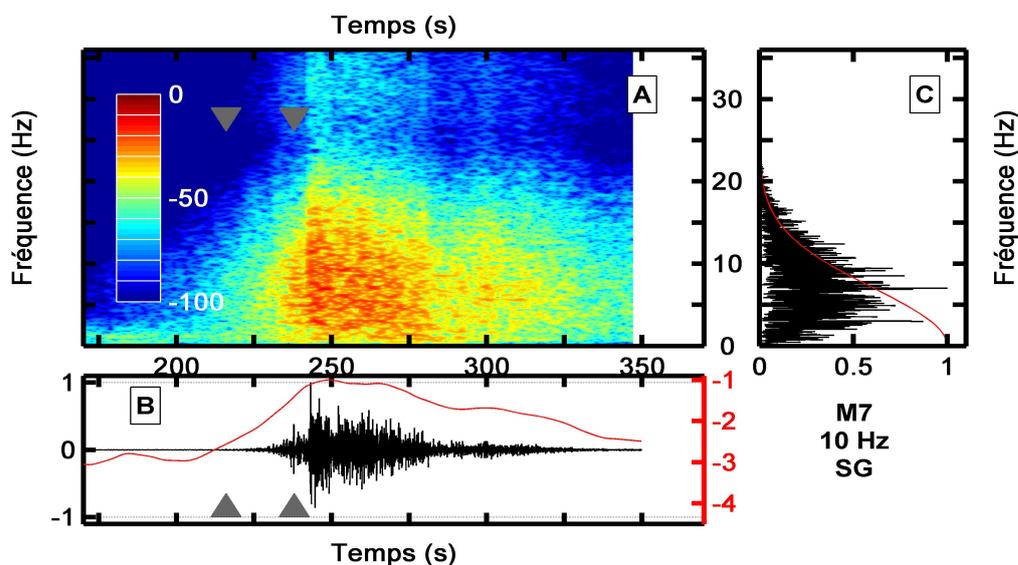


FIGURE IV.9: Simulations à l'hydrophone M7 avec une source à 10 Hz dans la configuration SG. *Légende :voir note 2 p. 95*

légèrement inférieure à la fréquence de la source. Les fréquences hautes (*i.e.* supérieures à la fréquence centrale) sont limitées par les fréquences effectivement présentes dans le spectre de la source. Le spectre des données (Fig. IV.17 à IV.20) est quant à lui plus asymétrique : l'amplitude décroît rapidement vers les fréquences inférieures à la fréquence centrale ($\sim 5 - 7$ Hz) et graduellement jusqu'à 20 – 25 Hz.

La synthèse des simulations effectuées avec des sources de différentes fréquences permet d'estimer le contenu fréquentiel de la source réelle. Celui-ci doit avoir une fréquence centrale d'environ 5 – 7 Hz et une fréquence maximale d'environ 20 – 25 Hz. Un modèle de

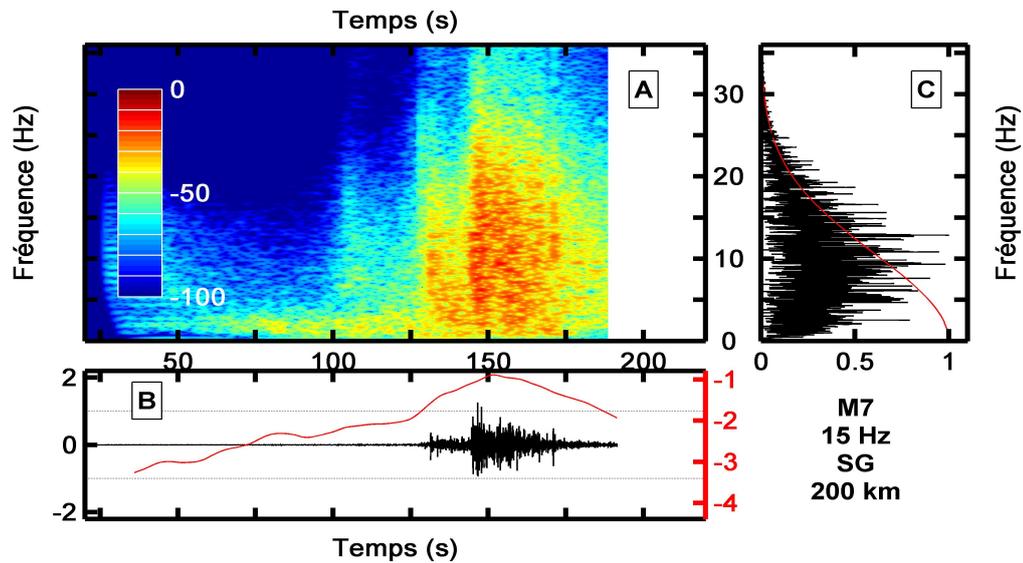


FIGURE IV.10: Simulations à 200 km dans la direction de l'hydrophone M7 avec une source à 15 Hz dans la configuration SG. *Légende : voir note 2 p. 95*

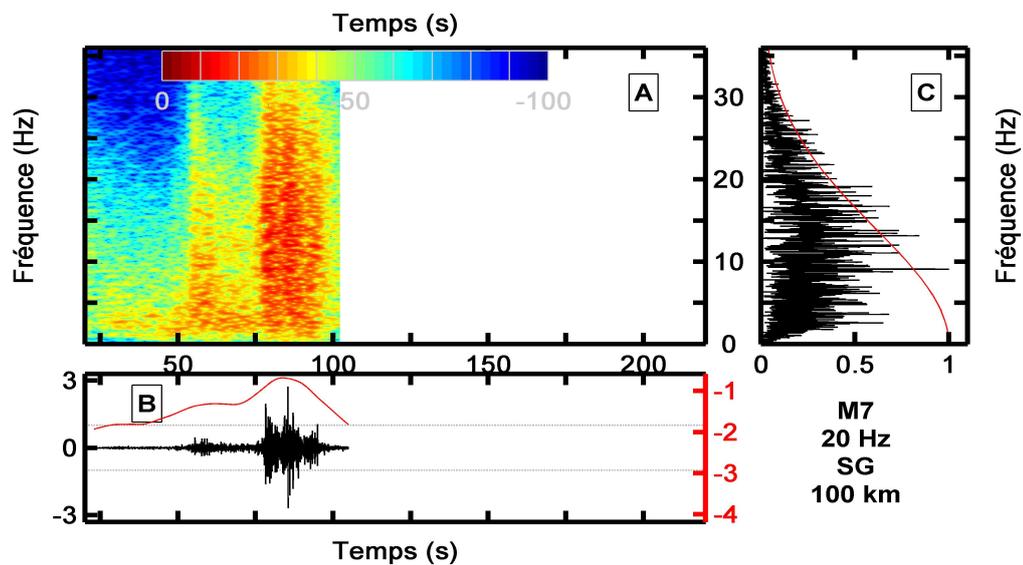


FIGURE IV.11: Simulations à 100 km dans la direction de l'hydrophone M7 avec une source à 20 Hz dans la configuration SG. *Légende : voir note 2 p. 95*

source gaussienne est donc trop simpliste et rend pas compte de l'intégralité du spectre des enregistrements. La simple transposition des résultats des catalogues sismiques n'est donc ici pas tout à fait adaptée. En effet, les données des catalogues proviennent d'enregistrements sismiques terrestres. Or les ondes sismiques subissent une forte atténuation lors de leur trajet dans la croûte, atténuation d'autant plus importante que la fréquence du signal est élevée. Ainsi, les signaux « terrestres » sont essentiellement basse fréquence. Le signal gaussien, dont la durée est déduite des enregistrements terrestres, est en fait une version filtrée (passe-bas) du signal réel : c'est-à-dire dépourvue de ses hautes fréquences

conservées par la propagation sismo-acoustique.

Une source à 10 Hz apparaît comme le meilleur compromis entre le maximum d'énergie et l'étendue spectral. Elle sera donc utilisée pour toutes les simulations dans la suite.

Remarquons enfin la présence d'harmoniques, c'est-à-dire les fréquences qui conservent un haut niveau d'énergie pendant toute la durée du signal, comme dans les tests de la section IV.A. Elle sont présente dans presque toutes les simulations (lignes horizontales sur les spectrogrammes), les plus énergétiques étant généralement situées à moins de 2–3 Hz. N'étant pas affectées par le contenu fréquentiel de la source, nous les interprétons comme la signature de l'environnement ou du domaine de calcul. On en voit aussi sur les données, notamment pour M2 et M6, mais, dans ce cas, il peut s'agir de la signature de l'instrument (vibration de l'appareil, artefact de conversion du signal) ou d'une source de bruit externe (voir section I.C.1).

IV.B.2.c Arrivée des ondes T

Dans cette partie nous nous intéressons à l'identification des arrivées d'ondes T sur les signaux simulés. La figure IV.12 présente les signaux reçus à 100, 200 et 300 km dans la direction de l'hydrophone M7 avec une source à 10 Hz et un profil de vitesse SG (SOFAR dans l'eau et gradient dans la croûte). La simulation montre des arrivées distinctes à courte distance qui tendent à se confondre à mesure que l'on se rapproche de M7. L'arrivée principale sur le signal simulé (Fig. IV.9) correspond assez bien, avec environ 5 s de retard, à la deuxième arrivée des données (second marqueur, Fig. IV.19). Le précurseur, *i.e.* l'arrivée moins énergétique et plus précoce, est moins visible et surtout plus en retard sur la première arrivée des données (premier marqueur, Fig. IV.19). Plusieurs raisons peuvent expliquer l'absence de prédiction de ce précurseur. Premièrement, elle peut être due à une représentation simplifiée de la zone de conversion. D'une part dans le plan modélisé, un profil bathymétrique imprécis ou mal résolu ne reproduira pas forcément tous les reliefs contribuant à la génération des ondes T. D'autre part, ces reliefs peuvent être situés hors du plan modélisé et donc non pris en compte dans la simulation. Deuxièmement, le milieu solide est sans doute imparfaitement modélisé, avec des propriétés (vitesses, densité, atténuation) trop simplifiées : invariant horizontalement, absence de sédiments... Troisièmement, le milieu fluide aussi peut être mal modélisé, bien qu'au vu des simulations, son effet doit être moindre sur les signaux que l'effet du milieu solide. Enfin, quatrièmement, la localisation de la source (profondeur et coordonnées de l'épicentre), et donc de la zone de conversion, peut être imprécise. Cependant le faible écart, moins de 5 km, entre les localisations de l'épicentre déduites des données

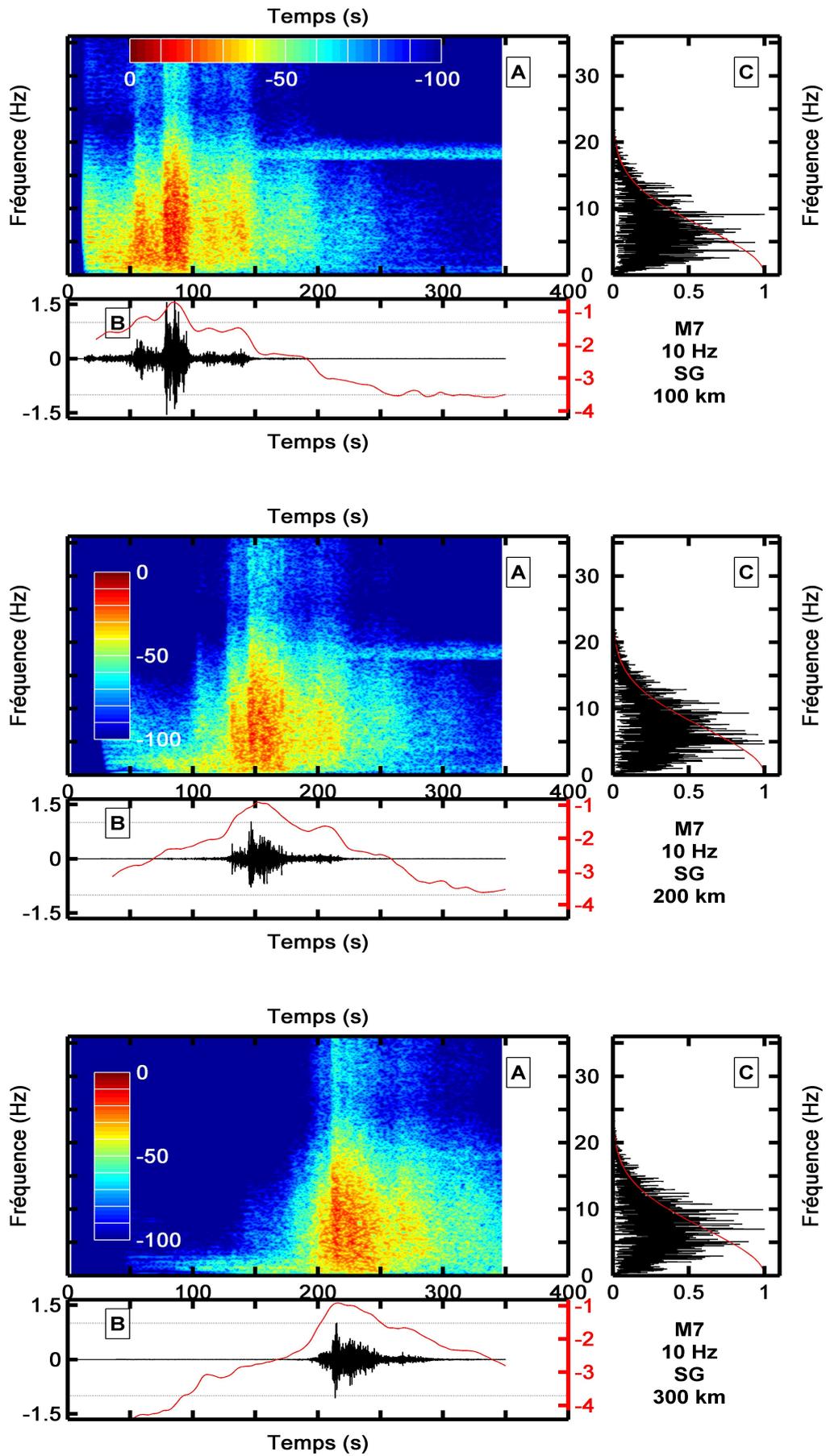


FIGURE IV.12: Simulations à 100, 200 et 300 km dans la direction de l'hydrophone M7 avec une source à 10 Hz dans la configuration SG. Légende : voir note 2 p. 95

sismiques terrestres et des enregistrements des hydrophones (c'est cette dernière qui est utilisée pour les simulations) laisse penser que cet effet doit être négligeable. La profondeur, imprécise, pourrait avoir une influence plus importante. Notons enfin que toutes les imprécisions ou simplifications évoquées ci-dessus peuvent aussi être à l'origine d'autres différences observées entre les simulations et les données.

IV.B.2.d Influence du profil de vitesse dans la croûte

Il a été précédemment fait le choix d'utiliser un profil de vitesse sous la forme d'un gradient dans la croûte. Or, comme nous l'avons vu dans les tests au début de ce chapitre (section IV.A) le profil de vitesse sismique influe fortement la propagation des ondes. La figure IV.13 présente les simulations pour l'hydrophone M7 avec une source à 10 Hz et un profil de vitesse SOFAR dans l'eau. Le profil de vitesse dans la croûte est donné par une couche uniforme (vitesse constante, SU), stratifié (plusieurs couches uniforme, SS), ou avec des gradients (accroissement linéaire dans chaque couche, SG). Les profils SG et SS sont illustrés dans la figure 5 de l'article JASA tandis le profil SU est défini par : $v_p = 6500$ m/s, $v_s = 3500$ m/s, $\rho = 3000$ m/s. Les trois cas présentent une arrivée précoce et de faible amplitude vers 235 s puis deux arrivées de plus forte amplitude vers 246 et 265 s. On observe aussi ces trois arrivées sur les données (Fig. IV.19, les deux premières sont repérées par les triangles gris sur les figures) mais 5 et 15 s plus tôt selon le profil de vitesse. Les amplitudes relatives des arrivées ne sont pas respectées sur les simulations : la première est toujours largement sous-estimée et, dans le cas SG, la troisième l'est aussi. Les simulations affichent même une quatrième arrivée vers 300 s qui n'apparaît pas sur les données. Elle peut être due à des réflexions indésirables sur les bords du domaine de calcul. On remarque de manière générale que le signal simulé est fortement influencé par le profil de vitesse dans la croûte. En effet, la figure IV.14 illustre que les rapports d'amplitude entre les signaux selon le type de profil de vitesse sont similaires dans la croûte et dans l'eau. En outre, on notera que la localisation particulière de la zone étudiée : l'axe d'une dorsale océanique, implique que les propriétés de la croûte (épaisseur, couches, vitesse...) varie rapidement horizontalement. Ainsi les propriétés réelles sont sans doute une combinaison des trois profils de vitesses testés dans les simulations.

L'observation de l'énergie des ondes à proximité de l'interface permet d'estimer la dimension de la « zone de conversion » des ondes sismiques en ondes acoustiques. La figure IV.14 montre l'énergie totale reçue en divers points du modèle sur toute la durée de la simulation pour les trois cas présentés au paragraphe précédent : M7, source à 10 Hz, et profils

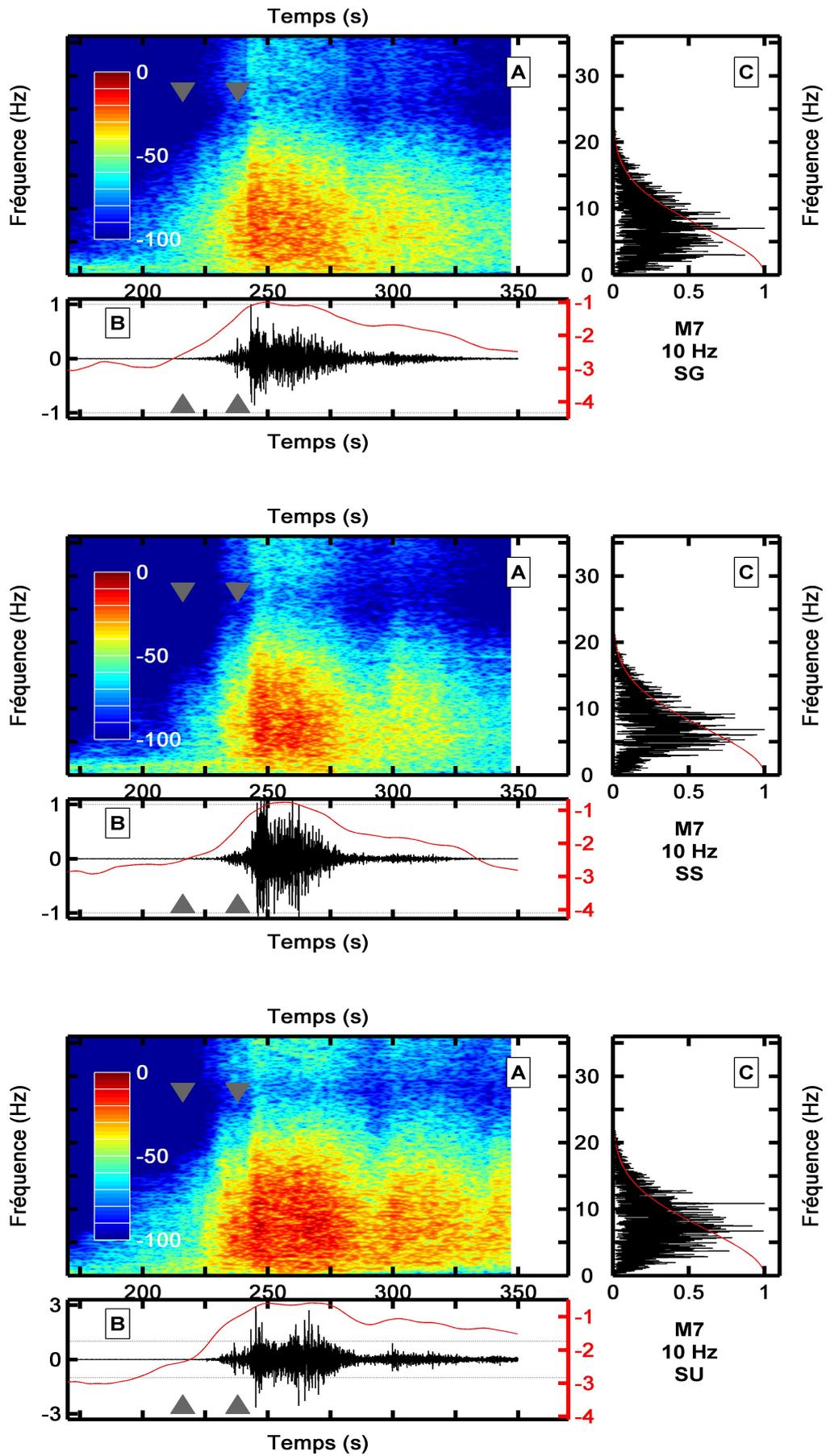


FIGURE IV.13: Simulations à l'hydrophone M7 avec une source à 10 Hz dans les configurations SG, SS et SU. *Légende : voir note 2 p. 95*

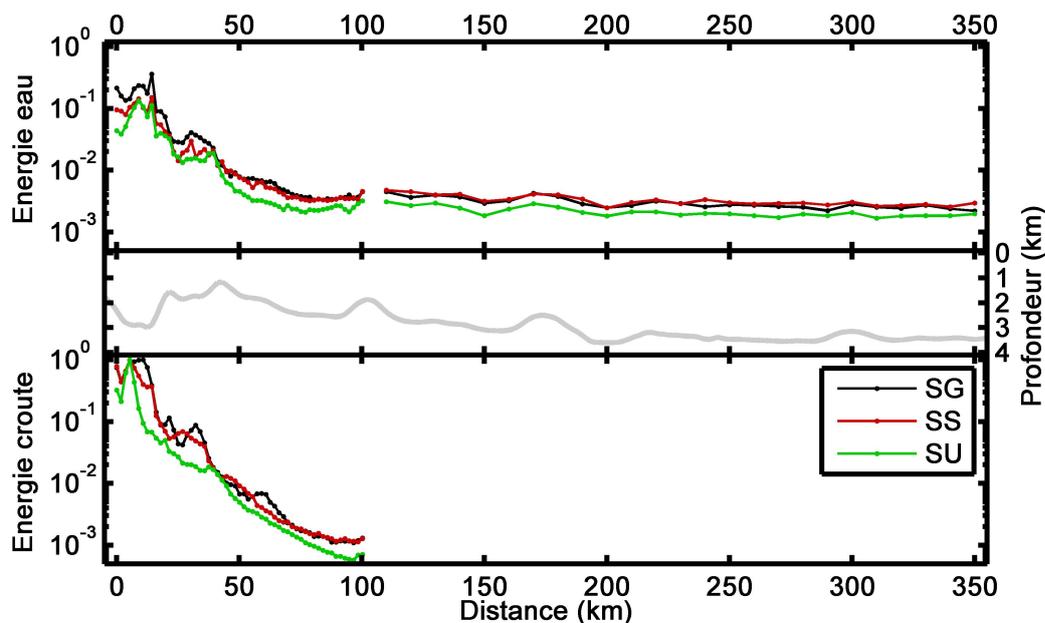


FIGURE IV.14: Énergie totale, en échelle logarithmique, simulée sur des antennes verticales récepteurs positionnées dans l'eau (haut) et dans la croûte (bas) dans les configurations de profils de vitesse SG (noir), SS (rouge), et SU (vert). Les récepteurs situés à moins de 100 km de l'épicentre sont positionnés à 100 m de l'interface fluide/solide et espacés horizontalement de 1790 m. Au-delà, dans l'eau, les récepteurs sont positionnés à 1000 m sous la surface de l'eau et espacés horizontalement de 10 km. Le profil bathymétrique est rappelé par la courbe grise au centre.

de vitesse SG, SS, et SU. Les courbes pleines donnent l'énergie reçue par des récepteurs placés dans l'eau à 100 m au-dessus du fond et espacés horizontalement de 1790 m sur les 100 premiers km. Au-delà, les récepteurs sont immergés à 1000 m sous la surface de l'eau tous les 10 km. Les faibles différences observées en fonction de la profondeur des hydrophones (Fig.9 de l'article JASA) permettent d'assurer la cohérence des résultats entre ces deux groupes de récepteurs. Les courbes en pointillés montrent l'énergie reçue par des récepteurs placés dans le solide à 100 m de l'interface et jusqu'à une distance de 100 km. Le profil bathymétrique est superposé sur chacune des deux figures pour faciliter l'identification des zones intéressantes. On constate que, outre les différences d'amplitude relevées précédemment, l'énergie reçue sous l'interface est plus forte et reste élevée jusqu'à plus grande distance (~ 40 km) dans le cas SU que dans les cas SG et SS (~ 15 km). C'est logique car la vitesse décroissante lorsqu'on se rapproche de l'interface tend à rendre les trajectoires des ondes de plus en plus proches de la verticale alors qu'une vitesse constante permet une propagation rectiligne. En revanche, les récepteurs placés dans l'eau ne montrent pas de différences notables dans la variation de l'énergie reçue avec la distance entre les trois profils de vitesse. Il y a une décroissance assez rapide jusqu'à 50 km puis une relative stabilisation. Ce résultat donne une première estimation du rayon de la zone de conversion. En effet, jusqu'à 50 km l'énergie reçue de chaque

côté du fond de l'océan diminue (plus fortement dans le milieu solide) alors qu'au-delà les ondes dans la croûte sont fortement atténuées pendant que celles dans l'eau restent à peu près stables. On remarque aussi que, dans une moindre mesure, les reliefs situés loin de la zone épiscopentrale (par exemple à 100, 175 et 300 km) agissent comme des zones de conversion secondaires entraînant une légère augmentation de l'énergie reçue par les récepteurs sus-jacents.

IV.B.2.e Comparaison avec les données

Reprenons maintenant les comparaisons des simulations et avec l'ensemble des données des quatre hydrophones du réseau : M2, M6, M7, et M8. Les parties gauches des figures [IV.17](#), [IV.18](#), [IV.19](#), et [IV.20](#) représentent les données et les simulations avec une source à 10 Hz et un profil de vitesse SG (SOFAR dans l'eau et gradient dans la croûte) pour les quatre hydrophones. On notera d'abord que l'hydrophone M2 n'était pas présenté dans l'article JASA. En effet, comme on le constate, l'amplitude des données de M2 atteint le seuil de saturation de l'hydrophone ce qui rend difficile les comparaisons avec les autres hydrophones et avec les simulations. Le signal affiche un niveau de bruit important : forte amplitude du signal en amont et en aval de l'arrivée principale. Cela a deux explications possibles. Soit le signal reçu par l'hydrophone est effectivement plus fort que sur les autres instruments, soit le gain (multiplicateur d'amplitude agissant lors de la conversion du signal acoustique en signal électrique) en entrée de M2 est supérieur à celui des autres appareils. Or le signal simulé pour M2 (Fig. [IV.17](#)) montre une amplitude du même ordre que pour les autres hydrophones, le réglage de l'instrument semble être en cause. Ces hydrophones étant principalement utilisés pour détecter et localiser les séismes et non nécessairement pour en déterminer précisément l'intensité, ils ne sont pas inter-calibrés. Concrètement, les appareils d'un même réseau ne sont pas déployés simultanément et sont redéployés d'un site à l'autre plusieurs années de suite. Les réglages de l'instrument peuvent aussi dériver entre leur immersion et leur récupération.

En supposant que le niveau de bruit réel capté par les hydrophones est du même ordre de grandeur nous pouvons corriger les amplitudes des enregistrements (Fig. [IV.15](#)). La ligne du haut présente les enregistrements dont le niveau de bruit est normalisé, c'est-à-dire que l'amplitude moyenne du signal précédant et suivant les arrivées d'ondes T est identique pour les quatre instruments. La ligne du bas présente les simulations avec une source à 10 Hz et un profil de vitesse SG.

On observe, dans une moindre mesure que pour M2, un niveau de bruit élevé sur le signal enregistré par l'hydrophone M8 (Fig. [IV.20](#)). L'amplitude simulée M8 est très inférieure

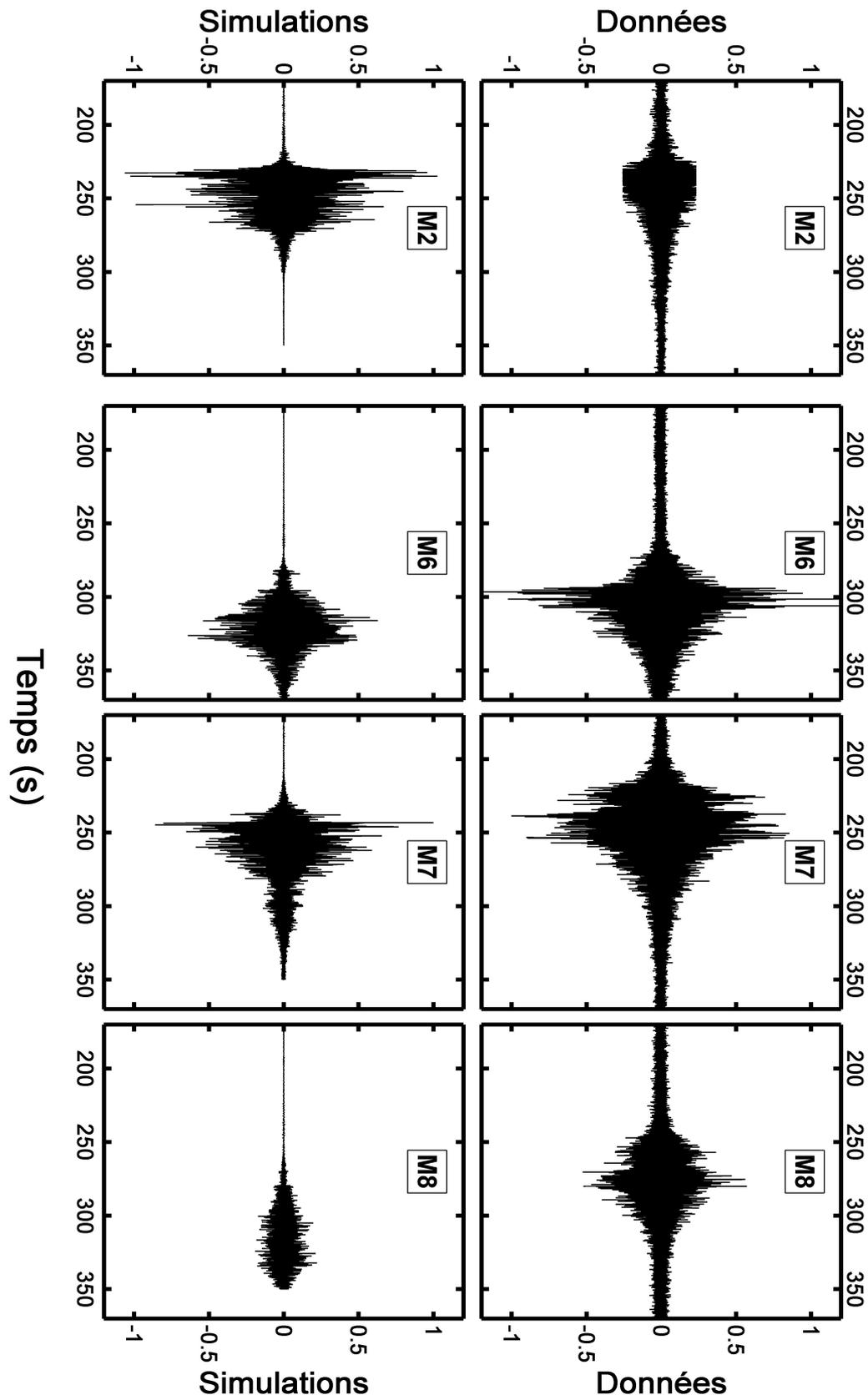


FIGURE IV.15: Simulations à l'hydrophone M7 avec une source à 4 Hz dans la configuration SG. Légende : voir note 2 p. 95

à celles de M6 (Fig. IV.18) et M7 (Fig. IV.19) alors que l'amplitude des données est plus proche pour ces trois hydrophones. A nouveau, les données de M8 affichent un bruit assez élevé ce qui suggère que l'amplitude de l'enregistrement est surestimée. Sur les données avec un bruit normalisé (Fig. IV.15) l'amplitude de M8 apparaît plus faible que celles de M6 et M7, mais néanmoins pas autant que dans les simulations. Dans les deux cas (avec ou sans la prise en compte du niveau de bruit), la faible amplitude du signal sur M8, tant simulé que réel, est sans doute due à un relief moins élevé à proximité de l'épicentre. À la différence des trois autres hydrophones, le profil bathymétrique M8 est toujours plus profond que l'axe du canal SOFAR. De plus, le diagramme de radiation (Eq. (2), Fig. 4 de l'article JASA), notamment pour les ondes S, produit une énergie plus faible dans la direction de M8.

Concernant le contenu fréquentiel, les remarques faites sur M7 s'appliquent aussi aux autres hydrophones avec des spectres simulés de forme gaussienne centrée sur une fréquence un peu plus basse que celle de la source et allant jusqu'à 15 Hz alors que les données ont un spectre asymétrique allant au moins jusqu'à 25 Hz et dont le maximum d'énergie se situe à 5 – 7 Hz.

D'un point de vue temporel, les signaux simulés sont plus courts (80 – 100 s) que les données (100 – 120 s) ce qui s'explique par la non-prise en compte des signaux issus de la zone de conversion hors du plan 2D modélisé ; compte tenu du relief accidenté des dorsales, une zone de conversion 3D devrait produire plus de signaux, et sur une durée plus longue, et rallonger la queue du signal, la coda. Le retard et la présence probable d'un précurseur pour l'hydrophone M6 sont similaires à ce qui a été observé pour M7. Par contre M8 présente un retard plus important qui peut aussi provenir d'un problème de modélisation du milieu (bathymétrie, vitesses), en particulier dans cette direction. La saturation du signal sur M2 rend difficile l'identification claire des arrivées et donc les comparaisons avec la simulation.

IV.B.3 Effets de la résolution de l'interface eau/crouete

Comme l'ont montré les simulations précédentes, la bathymétrie, en particulier sa résolution, semble être un paramètre majeur de la génération des ondes T. Les effets de la rugosité, *i.e.* variations topographiques à petite échelle horizontale, semblent jouer un rôle important dans la conversion des ondes sismiques en ondes acoustiques (*e.g.* de Groot-Hedlin et Orcutt, 2001). Il apparaît donc important de tester les effets de données bathymétriques mieux résolues. Dans un même temps, nous allons tester la capacité de SPECFEM2D à prendre en compte une variation horizontale des propriétés du milieu afin

de pouvoir modéliser l'environnement de la manière la plus réaliste possible. Afin de pouvoir étudier au plus tôt les influences ces deux modifications (résolution de la bathymétrie et variation horizontale), il a été choisi de les effectuer simultanément malgré le risque de ne pas pouvoir distinguer clairement les effets de l'un ou de l'autre.

Afin d'observer l'influence de la résolution de la bathymétrie nous allons comparer deux profils d'interface différents. Nous avons d'abord testé la grille de données GEBCO08³, grille mondiale à 30 secondes d'arc soit $0,75 \times 0,93$ km à 36°N ; sa résolution est donc plus fine que celle d'ETOPO1. En océan profond, comme dans notre zone d'étude, les grilles GEBCO08 et ETOPO1 sont basées essentiellement sur des sondages bathymétriques, lorsqu'ils sont disponibles, et dérivées de données d'altimétrie satellitaire, là où il n'y a pas de sondages bathymétriques. Les écarts observés (Fig. IV.16) proviennent ainsi principalement de la différence de résolution et des lissages qui en découlent. Nous avons ensuite intégré des données haute résolution provenant de levés bathymétriques multifaisceaux effectués dans la zone. La résolution de ces levés est de $0,3 \times 0,3$ km et sera dite « Haute Résolution » (HR) dans la suite. Ces levés sont essentiellement concentrés autour de l'axe de la dorsale, c'est-à-dire dans la zone épiscopale. Leur couverture n'étant pas complète, les profils bathymétriques seront complétés à partir de la grille GEBCO08. Les différents profils bathymétriques sont comparés sur la figure IV.16. On constate que la quantité de données HR disponibles et les différences avec GEBCO08 varient fortement selon l'hydrophone concerné. Par exemple pour M8 les données HR vont jusqu'à 180 km de la source alors que pour M7 on atteint à peine 20 km. Les différences verticales peuvent atteindre ± 400 m. Pour minimiser les écarts de calcul pouvant provenir du maillage effectué par SPECFEM2D les deux types de profils ont ensuite été interpolés linéairement pour partir d'un même nombre de points horizontaux (cela revient à ajouter des points intermédiaires sur les profils GEBCO08).

Les profils de vitesse d'ondes P et S et de masse volumique dans la croûte océanique ont été réactualisés à partir du modèle CRUST1.0 (Laske *et al.*, 2013). Ce modèle constitue une amélioration du modèle CRUST2.0 utilisé dans l'article JASA notamment par une augmentation de sa résolution qui passe de 2 à 1 degré. Il est alors possible d'obtenir des profils verticaux pour les vitesses et la masse volumique dans la croûte tous les 90 à 140 km selon la direction du plan séisme/hydrophone et ainsi de modéliser un milieu dont les propriétés varient horizontalement. Comme précédemment, le profil vertical de vitesse dans le milieu solide est défini par quatre couches au sein desquelles la vitesse augmente linéairement avec la profondeur. La variation horizontale est linéaire entre les

3. General Bathymetric Chart of the Oceans, « The GEBCO 08 Grid, version 20100927, <http://www.esa.gebco.net> »

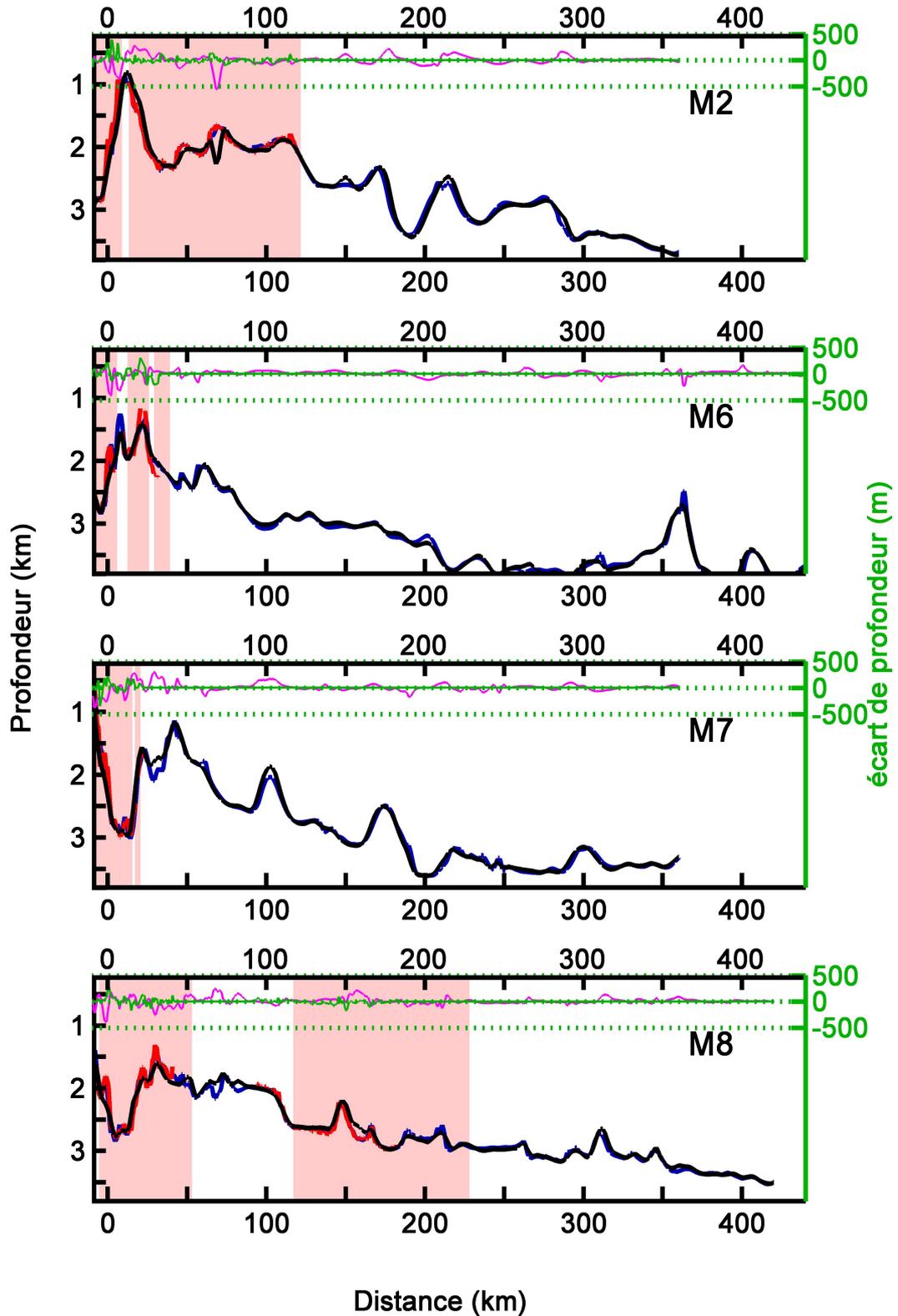


FIGURE IV.16: Profils bathymétriques testés dans les simulations. **Noir** : profils ETOPO1 utilisés dans l'article JASA et les simulations complémentaires (sections IV.B.1 et IV.B.2). **Bleu** : profils GEBCO08 utilisés dans la section IV.B.3. **Rouge** : profils haute résolution « HR » utilisés aussi dans la section IV.B.3. **Rose** : différences entre profils GEBCO08 et ETOPO1. **Vert** : différences entre profils GEBCO08 et HR. Les données haute résolution sont limitées aux zones **rosées**.

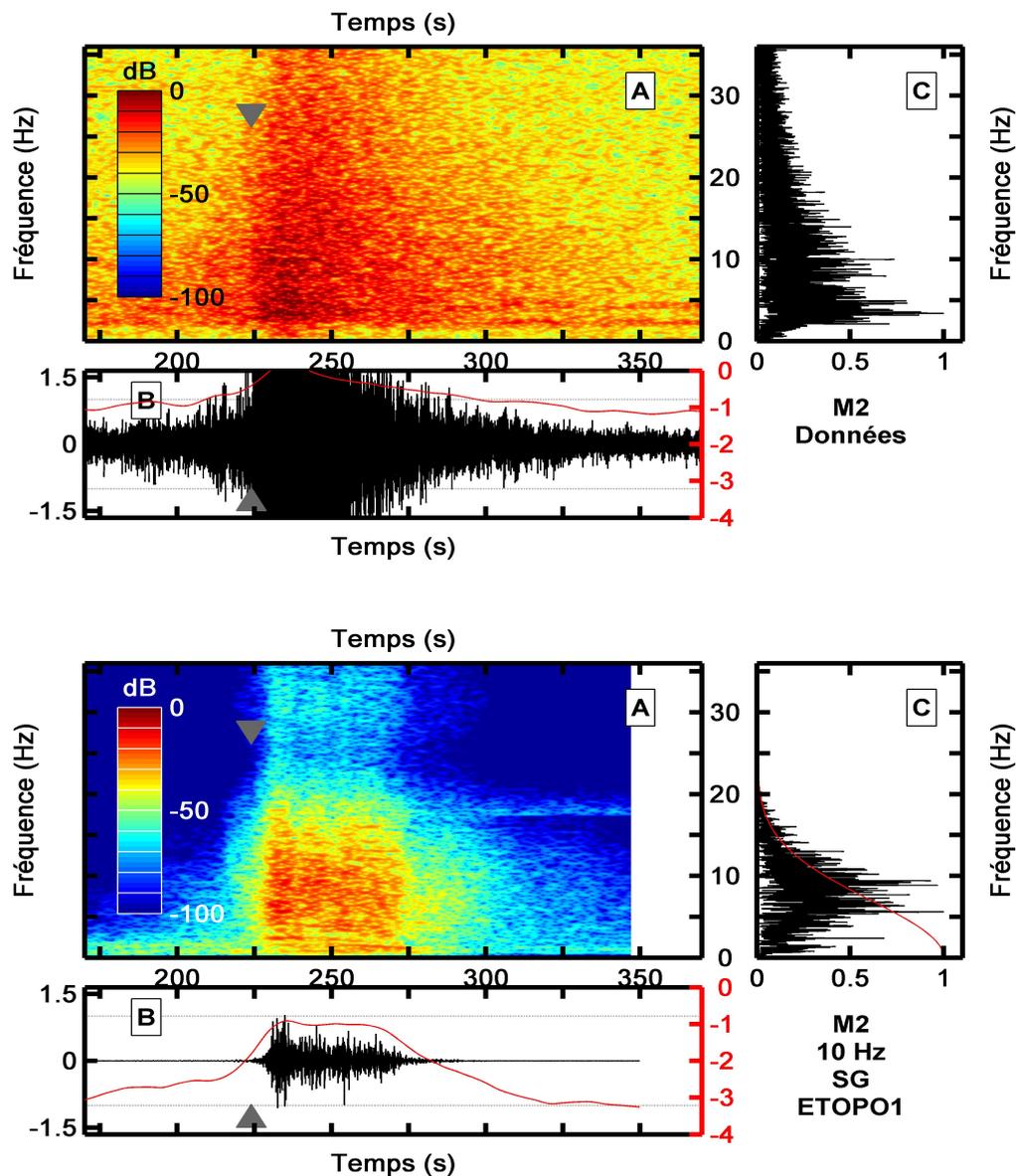


FIGURE IV.17: Données et simulations à l'hydrophone M2 avec une source à 10 Hz et les profils bathymétriques ETOPO1 (configuration SG), GEBCO08 (configuration SGG) et HR (configuration SGG). *Légende : voir note 2 p. 95*

points de la grille CRUST1.0. Selon la profondeur, la vitesse des ondes P augmente de 110 à 220 m/s entre la source et le récepteur, la vitesse des ondes S de 60 à 110 m/s et la masse volumique de 50 à 100 kg/m³. En général, l'augmentation est plus forte en profondeur et lorsque le plan source/récepteur est perpendiculaire à l'axe de la dorsale où se situent les matériaux les plus chauds et donc les plus lents et légers. L'absorption est maintenue uniforme dans le solide à 0, 1 et 0, 2 dB/λ pour les ondes P et S respectivement. Le profil de vitesse dans l'eau est identique à celui utilisé dans l'article JASA (Fig.4), avec un canal SOFAR, une masse volumique constante de 1020 kg/m³, et une absorption constante de $4,72 \times 10^{-4}$ dB/λ.

Les sources sont représentées par une gaussienne à 10 Hz et par les tenseurs 2D donnés

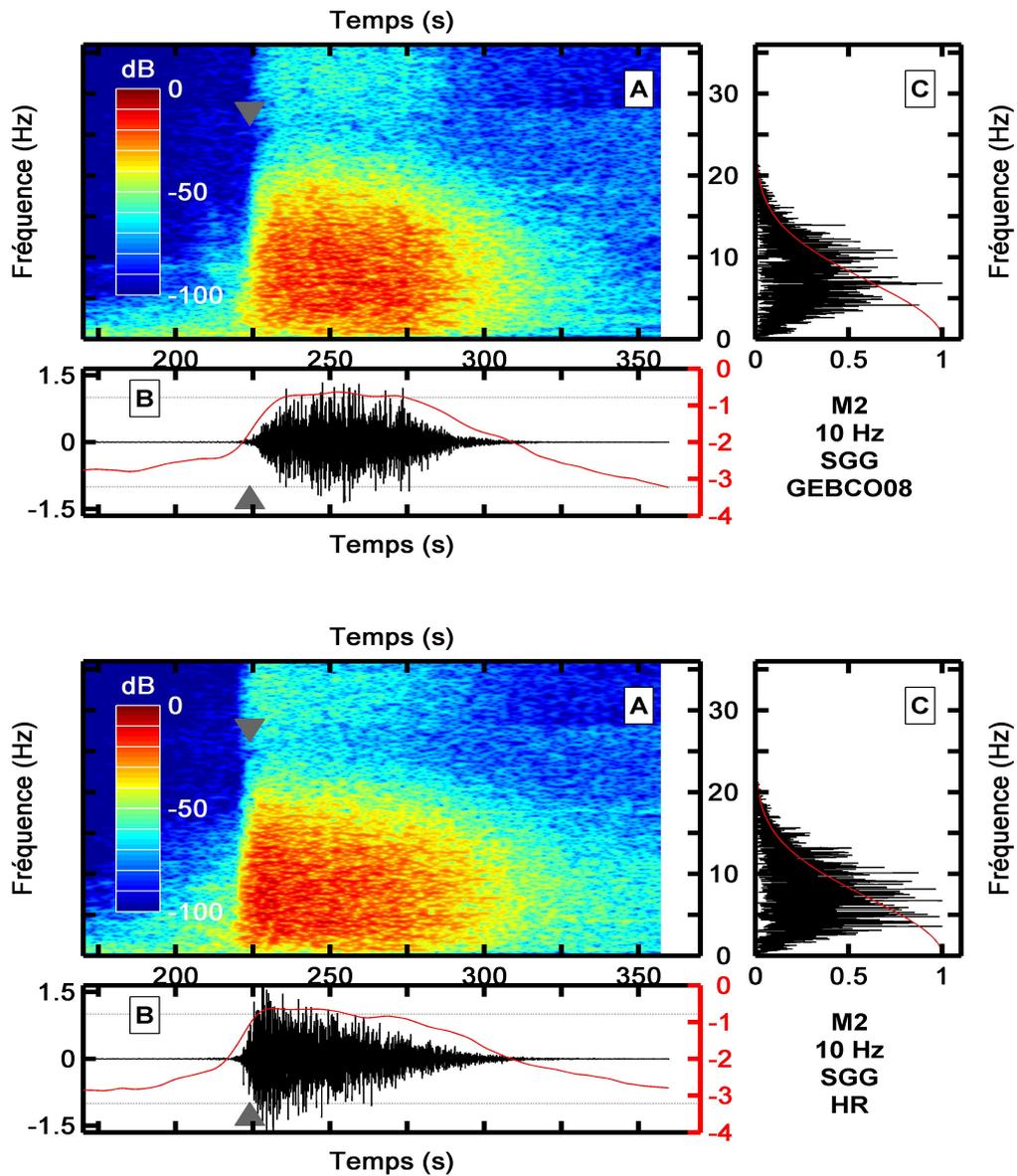


FIGURE IV.17: ... suite

par l'équation (2) de l'article JASA (voir aussi Fig. 4, même page).

Les figures IV.17 à IV.20 montrent les signaux temporels, spectres, et spectrogrammes pour les quatre hydrophones. Chacune de ces figures en double page présente, sur sa partie gauche, le signal enregistré sur l'hydrophone et le signal simulé avec la bathymétrie ETOPO1 et un profil de vitesse SG (SOFAR dans l'eau et avec le gradient vertical « CRUST2.0 » dans la croûte décrits dans l'article JASA et la section précédente, section IV.B.1 et IV.B.2). La partie droite présente les signaux simulés respectivement avec les bathymétries GEBCO08 et HR, et un profil de vitesse SGG (SOFAR dans l'eau et avec le gradient vertical et horizontal « CRUST1.0 » dans la croûte décrit dans le paragraphe précédent). Pour distinguer tous les modèles présentés, on pourra se référer au tableau récapitulatif IV.3 (p.120).

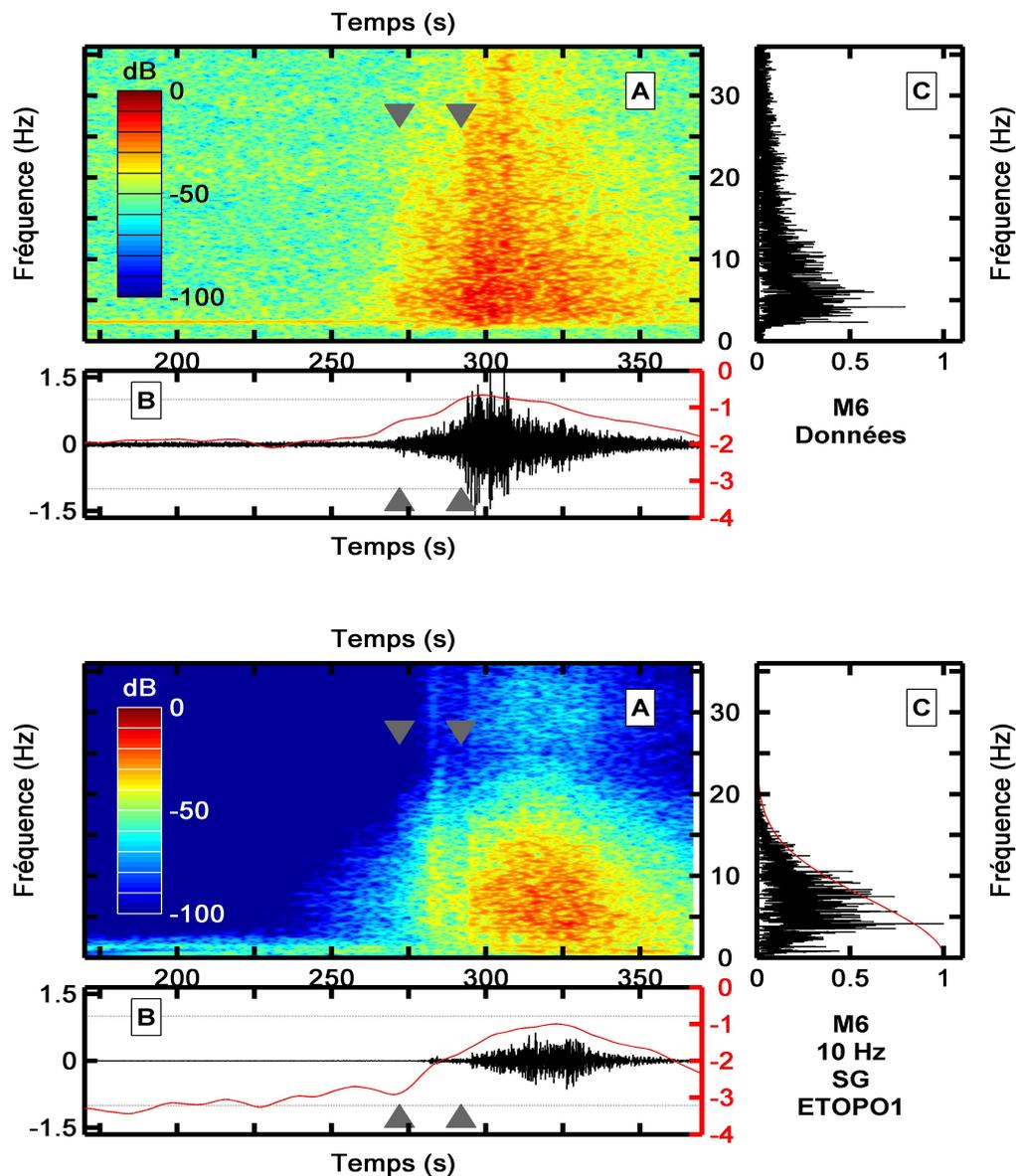


FIGURE IV.18: Données et simulations à l'hydrophone M6 avec une source à 10 Hz et les profils bathymétriques ETOPO1 (configuration SG), GEBCO08 (configuration SGG) et HR (configuration SGG). *Légende : voir note 2 p. 95*

Les temps de début du signal prédit sur le récepteur est similaire pour les trois profils bathymétriques (ETOPO1, GEBCO08, et HR) : ~ 225 s pour M2, ~ 280 s pour M6, ~ 225 s pour M7, et ~ 260 s pour M8. On constate tout de même quelques différences. Pour l'hydrophone M2 (Fig. IV.17), le profil HR prédit une arrivée plus visible qu'avec les profils ETOPO1 et GEBCO08 et prédite au bon moment. Pour l'hydrophone M6 (Fig. IV.18), la simulation HR montre une seconde arrivée légèrement en avance et une première arrivée plus marquée que sur les données et en avance. Pour l'hydrophone M7 (Fig. IV.19), la deuxième arrivée est un peu mieux prédite avec la bathymétrie HR que sur les simulations précédentes. Pour l'hydrophone M8 (Fig. IV.20), les nouvelles modélisations présentent moins de retard qu'avec le profil ETOPO1. Sur les signaux simulés la représentation en

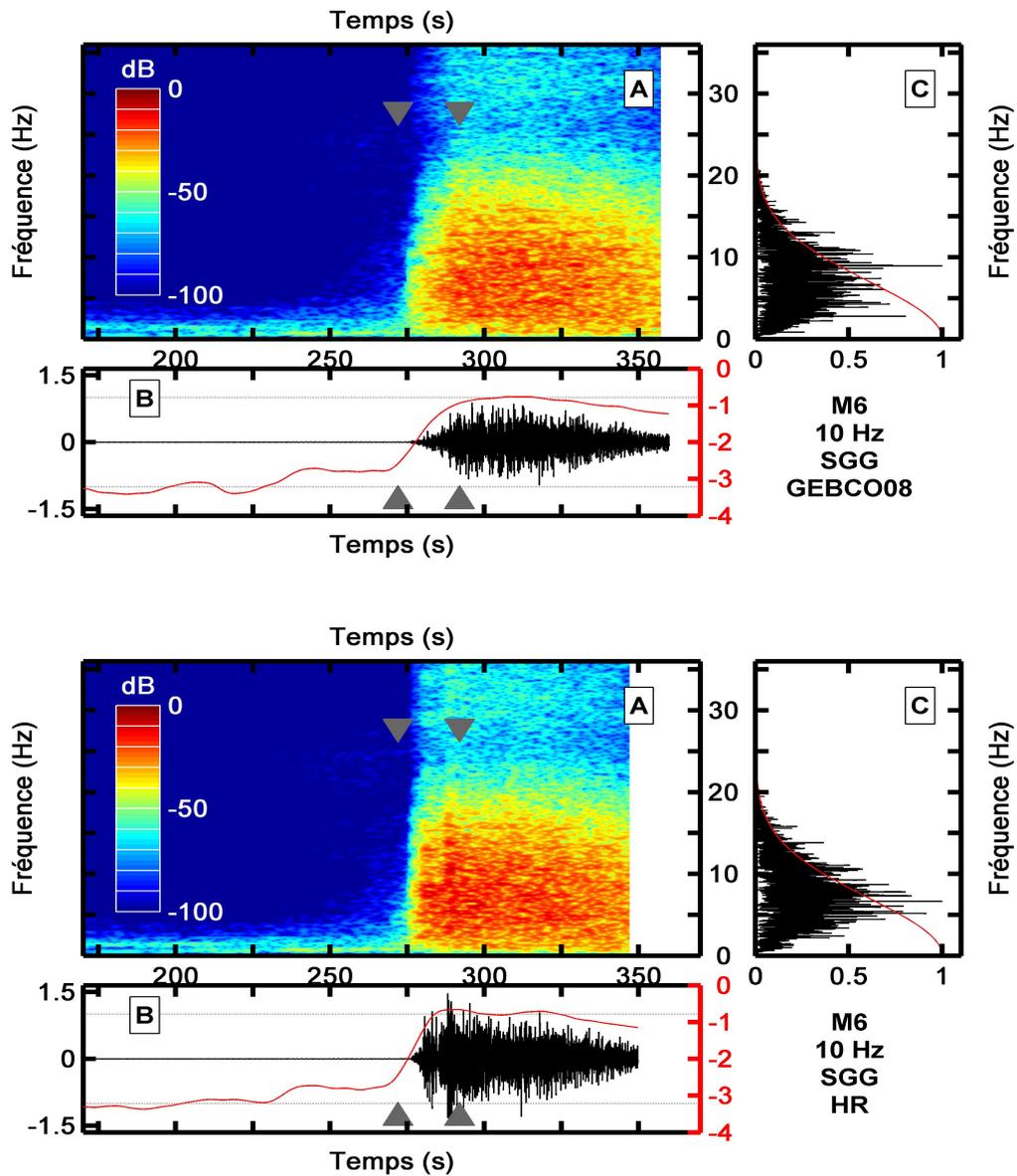


FIGURE IV.18: ... suite

échelle logarithmique (courbe rouge) permet de distinguer une augmentation de l'amplitude correspondant approximativement à la position de la première arrivée repérée sur les données bien qu'elle ne soit pas ou peu visible sur l'échelle linéaire.

En revanche, la forme du signal des différentes arrivées varie fortement selon le cas. L'amplitude des signaux prédits pour les hydrophones M2, M6, et M8 avec les nouvelles bathymétries est environ 1,5 à 2 fois plus grande que celle de l'article JASA, le cas HR étant même le plus fort, sauf pour M7 où le profil GEBCO08 entraîne une plus forte amplitude. Le cas de l'hydrophone M7 est particulier puisqu'il présente des amplitudes similaires avec les bathymétries GEBCO08 et HR mais 4 fois supérieures à celles du modèle ETOPO1. De manière générale, hormis le cas de M7, les différences les plus importantes, tant en amplitude qu'en forme ou en contenu fréquentiel, entre les cas GEBCO08 et HR

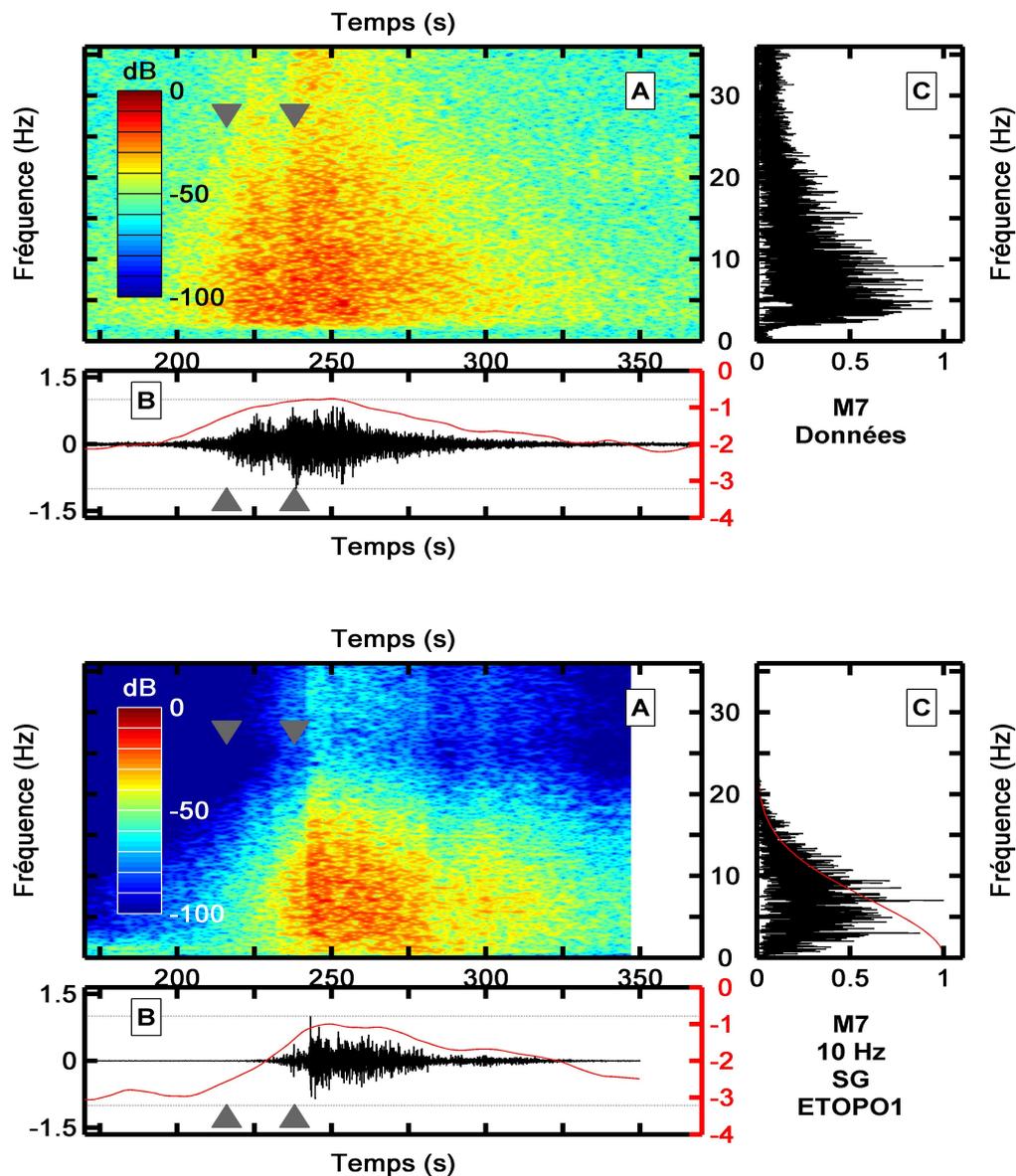


FIGURE IV.19: Données et simulations à l'hydrophone M7 avec une source à 10 Hz et les profils bathymétriques ETOPO1 (configuration SG), GEBCO08 (configuration SGG) et HR (configuration SGG). *Légende : voir note 2 p. 95*

sont observées lorsque la topographie épacentrale est la mieux définie. On a ainsi de grandes différences entre les différents signaux prédits en M2 alors que les signaux sur M7 sont très semblables.

Les effets du gradient horizontal de vitesse par rapport aux simulations de l'article JASA sont moins évidents à distinguer que ceux produits par les différents profils bathymétriques.

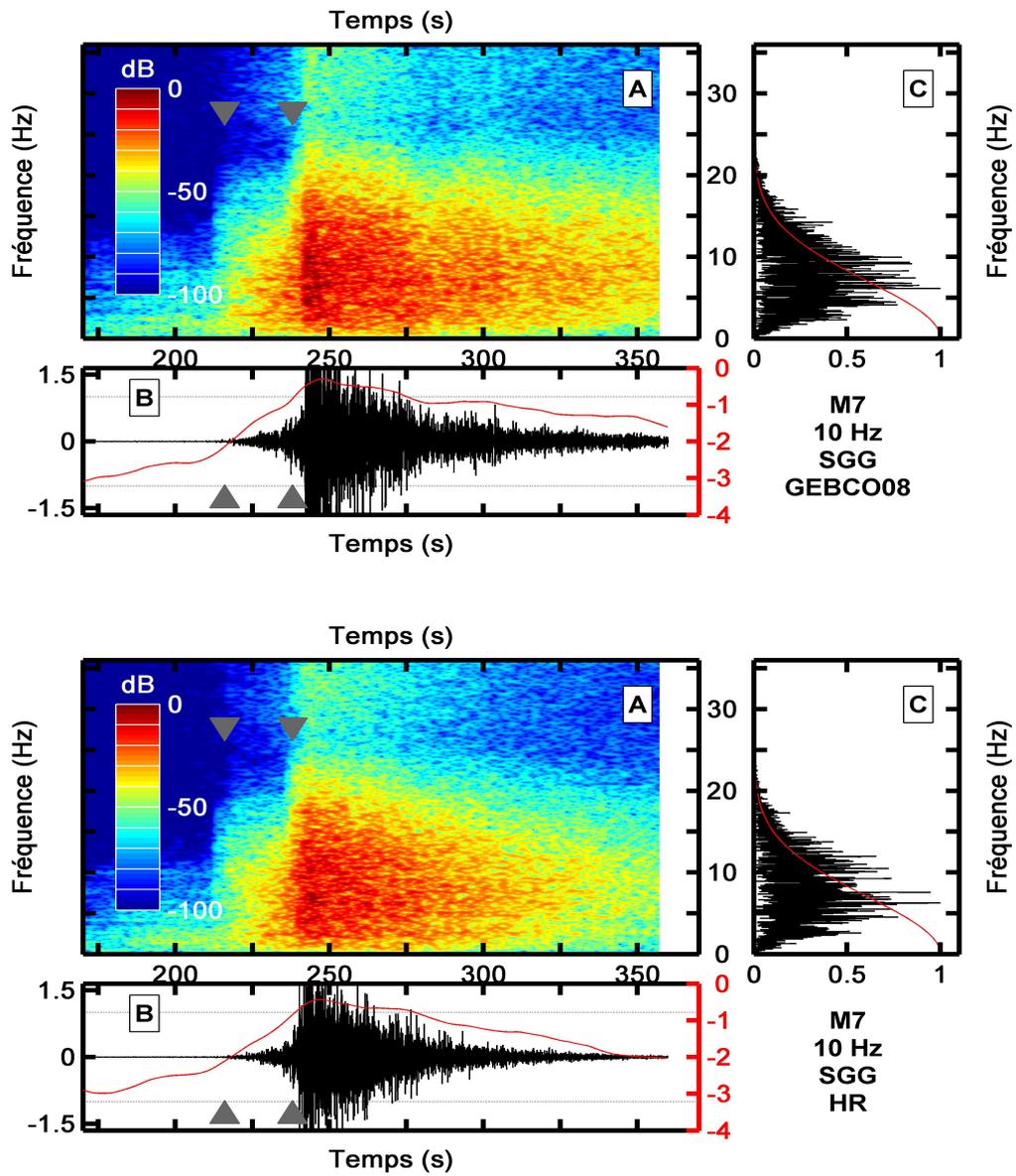


FIGURE IV.19: ... suite

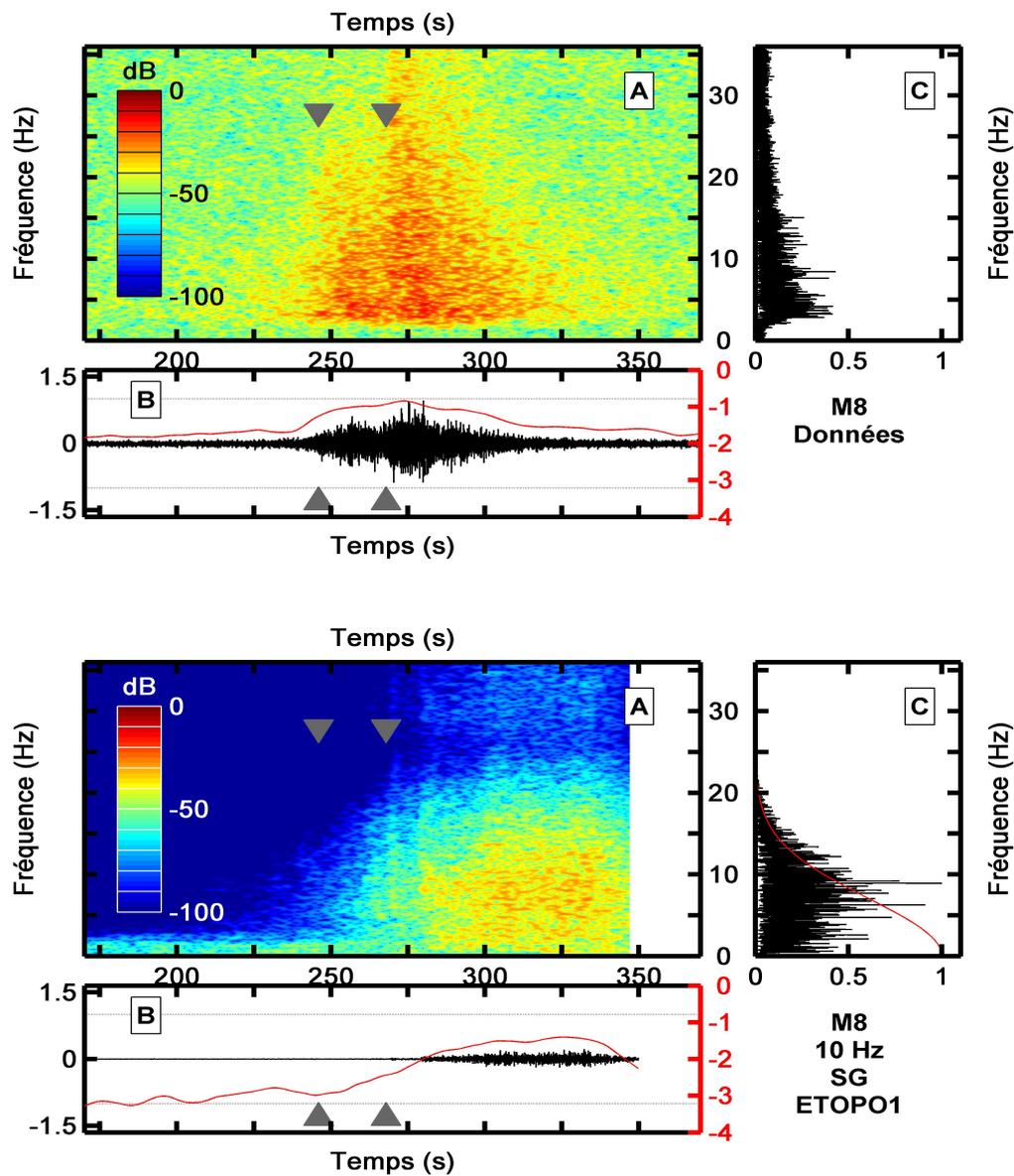


FIGURE IV.20: Données et simulations à l'hydrophone M8 avec une source à 10 Hz et les profils bathymétriques ETOPO1 (configuration SG), GEBCO08 (configuration SG) et HR (configuration SGG). *Légende : voir note 2 p. 95*

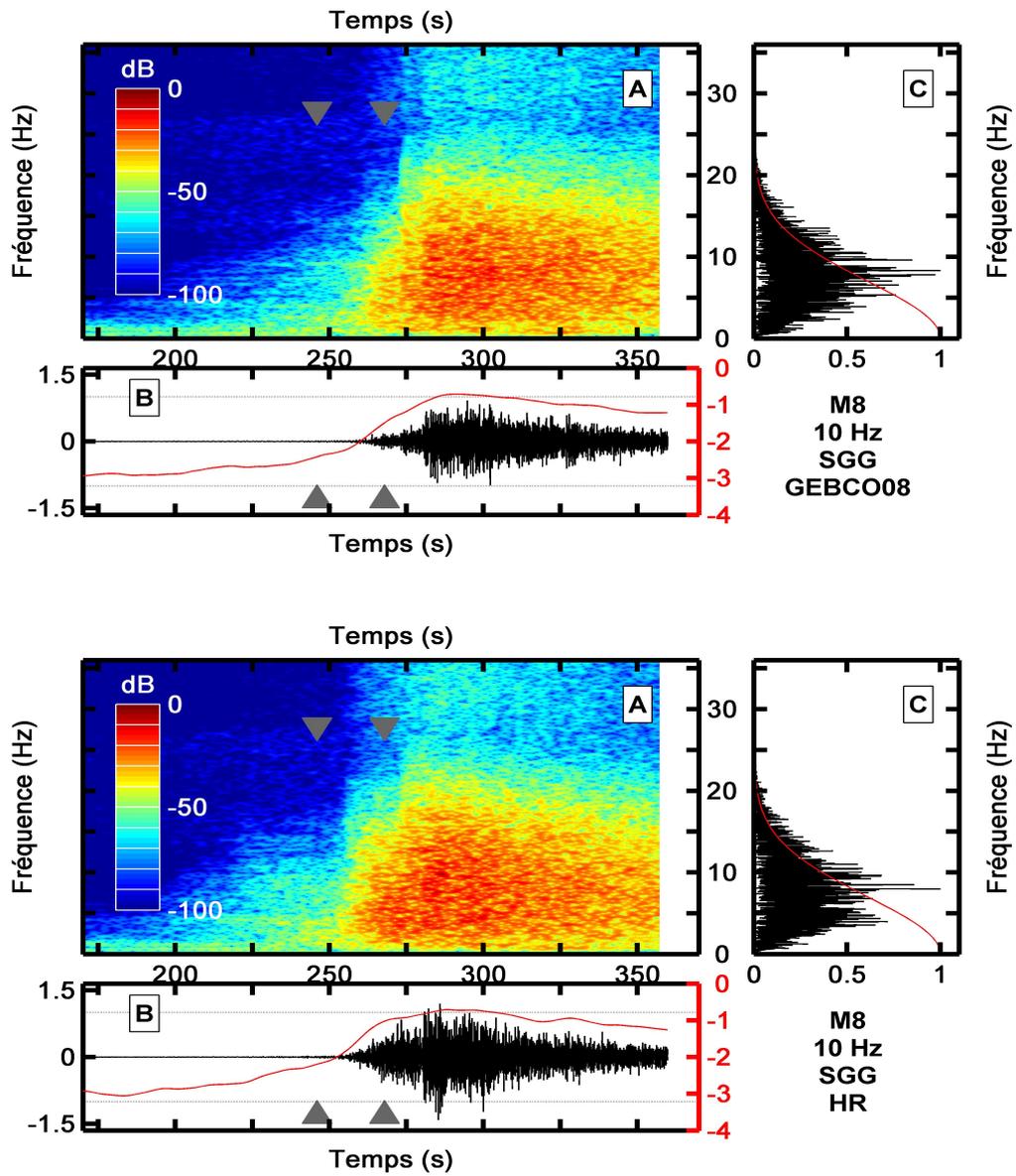


FIGURE IV.20: ... suite

IV.B.4 Synthèse

Parmi les points qui ressortent des différentes simulations présentées dans ce chapitre le plus surprenant vis à vis des connaissances actuelles est l'apparente absence d'influence du profil de vitesse dans la colonne d'eau sur le guidage des ondes T. Cette remarque est à nuancer car, dans toutes nos simulations, le canal SOFAR occupe toute l'épaisseur de la tranche d'eau : l'océan est donc insonifié sur toute sa profondeur. Des effets plus marqués pourraient apparaître avec une bathymétrie plus profonde ou un canal SOFAR moins large.

À l'opposé, les profils de vitesse dans la croûte, uniforme, stratifié, ou avec un gradient, affectent fortement la forme des signaux générés dans la colonne d'eau. Ainsi, même si la propagation sismique est plus limitée, en durée et en distance (jusqu'à la zone de conversion), elle a une importance majeure dans la génération des ondes T. En particulier les variations verticales de vitesse plus ou moins marquées, en réfractant les ondes, tendent à diriger celles-ci préférentiellement vers certains points de l'interface, déterminant ainsi la zone de conversion des ondes sismiques en ondes acoustiques.

La géométrie de l'interface fluide/solide semble aussi jouer un rôle prépondérant. Les signaux sont plus riches en fréquences et plus élevés en amplitude lorsque la résolution de la bathymétrie dans la zone épiscopentrale est plus élevée. La présence de reliefs favorise la création d'une onde T comme le montrent les tests (section IV.A) bien qu'un signal, de forme différente et de faible amplitude, puisse être généré sur fond plat.

Le signal temporel de la source, sous la forme d'une gaussienne basse fréquence, n'est pas suffisamment détaillé pour exciter les signaux observés. Une telle source ne reproduit pas la gamme de fréquences observée : de quelques Hertz à 30 Hz, ni leur distribution très dissymétrique centrée sur 5 Hz. Il semble nécessaire de considérer une source plus haute fréquence et de forme plus étendue dans les hautes fréquences que les modèles « sismiques » classiques avec un maximum d'énergie spectrale à 5–7 Hz et une fréquence maximale de 15–20 Hz.

Le point le plus énigmatique de l'article JASA était l'absence de première arrivée. L'introduction d'une bathymétrie plus haute résolution dans la zone épiscopentrale corrige en partie ce défaut, soulignant le rôle important de la rugosité et des reliefs dans la génération des ondes T. Cet effet joue très probablement dans les trois dimensions et devra être exploré par des simulations tridimensionnelles.

L'observation des énergies reçues de part et d'autre du fond océanique permet d'estimer un rayon d'une cinquantaine de kilomètres pour la zone de conversion. C'est-à-dire que la

majorité des ondes T enregistrées par les hydrophones ont été générées (se sont converties à partir des ondes sismiques) à moins de 50 km de l'épicentre.

De manière générale, les simulations devraient mieux concorder avec les données en utilisant une modélisation plus précise de l'environnement : bathymétrie, sédiments, profils de vitesses fluides et solides, localisation et signal de la source...

hydro. (dist.)	profil bathy.	vitesse		fréq. source	figure (page)		
		eau	croûte		article JASA	sec. IV.B.2 et IV.B.2	Annexe A
M2	DONNÉES					IV.17 (110)	
M6					2 (3378)	IV.18 (112)	
M7					2 (3378)	IV.19 (114)	
M8					2 (3378)	IV.20 (116)	
M7	E1	S	G	1,11		IV.7 (97)	
M7	E1	S	G	4	6 (3381)	IV.8 (98)	A.1 (128)
M7	E1	S	S	4	6 (3381)		A.1 (128)
M7	E1	U	G	4	6 (3381)		A.1 (128)
M7	E1	U	S	4	6 (3381)		A.1 (128)
M7	E1	S	G	10	7 (3381)	IV.9 (98)	A.2 (130)
					11 (3383)	IV.13 (103)	
						IV.19 (114)	
M7	E1	S	S	10	7 (3381)	IV.13 (103)	A.2 (130)
M7	E1	S	U	10		IV.13 (103)	A.2 (130)
M7	E1	U	G	10	7 (3381)		A.2 (130)
M7	E1	U	S	10	7 (3381)		A.2 (130)
M7	E1	U	U	10			A.2 (130)
M7 (100 km)	E1	S	G	10	10 (3383)	IV.12 (101)	
M7 (200 km)	E1	S	G	10	10 (3383)	IV.12 (101)	
M7 (300 km)	E1	S	G	10	10 (3383)	IV.12 (101)	
M7 (200 km)	E1	S	G	15	8 (3382)	IV.10 (99)	A.3 (132)
M7 (200 km)	E1	S	S	15	8 (3382)		A.3 (132)
M7 (200 km)	E1	U	G	15	8 (3382)		A.3 (132)
M7 (200 km)	E1	U	S	15	8 (3382)		A.3 (132)
M7 (100 km)	E1	S	G	20		IV.11 (99)	
M7	G8	S	GG	10		IV.19 (114)	
M7	HR	S	GG	10		IV.19 (114)	
M2	E1	S	G	10		IV.17 (110)	
M2	G8	S	GG	10		IV.17 (110)	
M2	HR	S	GG	10		IV.17 (110)	
M6	E1	S	G	10	11 (3383)	IV.18 (112)	
M6	G8	S	GG	10		IV.18 (112)	
M6	HR	S	GG	10		IV.18 (112)	
M8	E1	S	G	10	11 (3383)	IV.20 (116)	
M8	G8	S	GG	10		IV.20 (116)	
M8	HR	S	GG	10		IV.20 (116)	

TABLEAU IV.3: Récapitulatif des simulations présentées au chapitre IV et de leurs principaux paramètres.

hydro. (dist.) : plan épicentre/hydrophone concerné (distance entre l'épicentre et le récepteur lorsque celui-ci n'est pas situé à la position de l'hydrophone).

profil bathy. : données utilisées pour le profil bathymétrique. E1 = ETOPO1, G8 = GEBCO08, HR = Haute Résolution.

vitesse : type de profils de vitesses et masse volumique.

eau : U = Uniforme, S = SOFAR.

croûte : U = Uniforme, S = Stratifié, G = Gradient vertical, GG = Gradient vertical et horizontal.

fréq. source : fréquence de la source.

figure (page) : numéro de la figure représentant la simulation.

Conclusion et perspectives

Dans le cadre de cette étude des ondes T et de leur modélisation :

Le chapitre I a rappelé le contexte général de l'étude des dorsales océaniques avec notamment les difficultés inhérentes à leurs localisation géographique éloignée des terres émergées. Dans ce cadre, l'intérêt de l'observation des ondes T, pour caractériser la dynamique et le fonctionnement des dorsales océaniques, et la complexité de leur forme d'onde, liée entre autres au couplage fluide/solide, sont mis en avant.

Le chapitre II, centré sur les méthodes de la résolution de la propagation acoustique, souligne les limites d'une approche qui ne considère que la « moitié » fluide du problème comme l'impossibilité de prendre en compte une source qui n'est pas ponctuelle, mais répartie sur une surface, étalée dans le temps et complexe (succession de conversions d'ondes P et d'ondes S sur une interface accidentée).

Le chapitre III complète le précédent en introduisant la propagation élastique des ondes sismiques. Considérer aussi le solide permet de s'intéresser au milieu à partir duquel sont générées les ondes T et ainsi de prendre en compte la forme complexe de la source sismique. Ce chapitre introduit également une méthode par éléments spectraux, et le code SPECFEM2D, qui permet de coupler la propagation des ondes dans les milieux solide et fluide et de modéliser la génération et la propagation d'ondes T. Les premiers tests confirment que la représentation du tenseur des moments de la source, notamment sa capacité à produire des ondes S, est primordiale pour simuler correctement une onde T.

Le chapitre IV poursuit les simulations avec SPECFEM2D d'une part en testant l'influence de quelques paramètres importants (le profil bathymétrique, le profil de vitesse dans l'eau et le profil de vitesse dans la croûte océanique) et d'autre part en reproduisant un environnement réaliste pour comparer les signaux modélisés avec des données réelles. Les différentes simulations permettent de tirer plusieurs conclusions sur la façon dont sont créées et se propagent les ondes T. Comme pressenti au chapitre II, le profil de vitesse dans l'eau (*i.e.* la présence ou non du canal SOFAR) semble avoir peu d'influence sur la

forme des résultats et sur la capacité de l'océan à guider les ondes T, du moins sur les distances modélisées ($\sim 300 - 400$ km). À l'inverse, les variations de vitesse des ondes sismiques dans la croûte océanique contribuent pour une grande part à la forme des signaux enregistrés. Dans tous les cas, le paramètre qui apparaît avoir le plus d'influence est le profil bathymétrique, c'est-à-dire l'interface entre le sol et la colonne d'eau. Cela est d'autant plus sensible que, dans un contexte de dorsale, le relief peut être particulièrement accidenté avec des dénivelés de plusieurs centaines de mètres à plusieurs kilomètres dans la zone proche de l'épicentre du séisme où les ondes sismiques sont converties en ondes acoustiques. Les simulations sur un cas réel ont aussi permis de montrer que les données fournies par les catalogues sismiques sont incomplètes pour décrire la source (durée, forme et contenu spectral).

Les travaux présentés ici ont un caractère exploratoire et novateur offrant un large éventail de possibilités pour les recherches futures. Parmi les perspectives ouvertes par les conclusions de cette thèse, les premières études devraient s'intéresser à modéliser l'arrivée « manquante » (précurseur) en prenant mieux en compte les influences respectives de la bathymétrie et de la variation horizontale de la vitesse des ondes.

Les futurs travaux devront aussi se pencher sur certains paramètres négligés ici, notamment par manque de ressources informatiques. Par exemple, il serait intéressant d'observer l'effet d'une couche de sédiments au fond de l'océan ou encore de prendre en compte la rugosité (*i.e.* les variations à petite échelle) de l'interface. Cependant, surtout pour la rugosité, accroître la résolution de l'interface risque de rapidement saturer les capacités de calculs et il sera peut-être suffisant, dans un premier temps, d'implémenter une routine de calcul simulant les effets de la rugosité (par l'ajout d'un terme, fonction de l'échelle de la rugosité, dans les équations de passage de l'interface) sans les calculer directement par les éléments spectraux.

Les études à venir pourront en outre, avec des moyens de calcul plus performants, proposer des comparaisons entre modèles et données à plus grande distance (*e.g.* 1000 km). Un autre point qui demanderait d'être approfondi pour l'interprétation des amplitudes est la réponse instrumentale des hydrophones afin de pouvoir mieux caractériser l'intensité de la source à partir des amplitudes enregistrées. La grande sensibilité des ondes T aux conditions de vitesse dans le sol permet d'envisager, à plus long terme, l'utilisation des enregistrements pour effectuer une forme de tomographie des zones de dorsales en comparant ces enregistrements avec des simulations obtenues pour divers profils de vitesse dans la croûte.

Enfin, cette thèse a surtout permis de montrer que la méthode des éléments spectraux, ici mise en œuvre à l'aide du code SPECFEM2D, permet d'étudier dans son intégralité le problème complexe de la génération et la propagation des ondes T. Les signaux simulés reproduisent les caractéristiques générales des ondes T enregistrées par les réseaux d'hydrophones. Au-delà des pistes évoquées, la prise en compte des effets 3D de la conversion sismo-acoustique et de la propagation 3D des ondes acoustiques sera une nouvelle étape à franchir.

Annexe A

Figures complémentaires

Cette annexe reproduit au format décrit par la note [2](#) p. [95](#) les figures présentées dans l'article JASA (sec. [IV.B.1](#)). On se référera au tableau [IV.3](#) (p. [IV.3](#)) pour la liste complète et les correspondances entre les simulations et les figures.

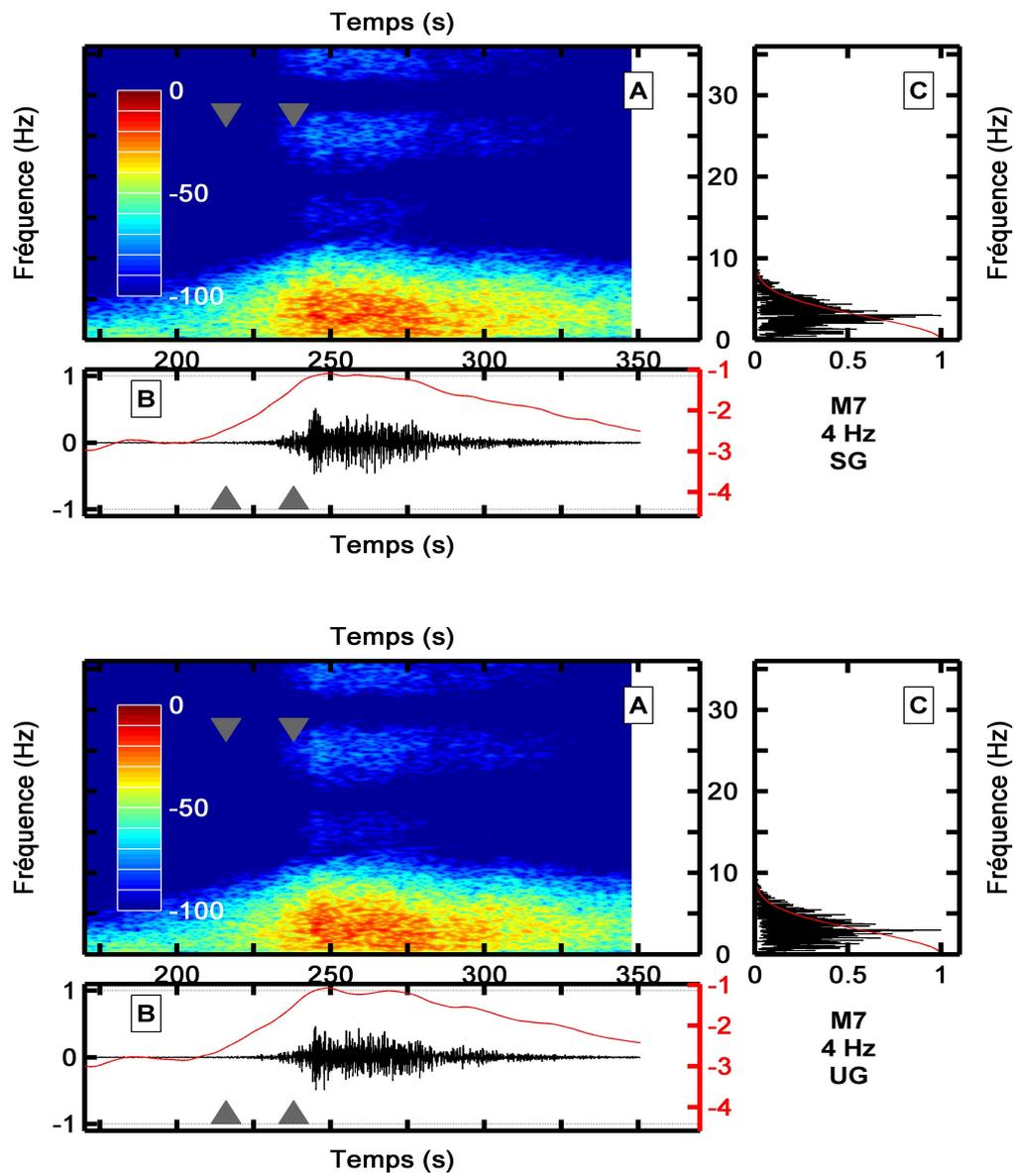


FIGURE A.1: Simulations à l'hydrophone M7 avec une source à 4 Hz dans les configurations SG, UG, SS et US. légende : voir note 2 p. 95

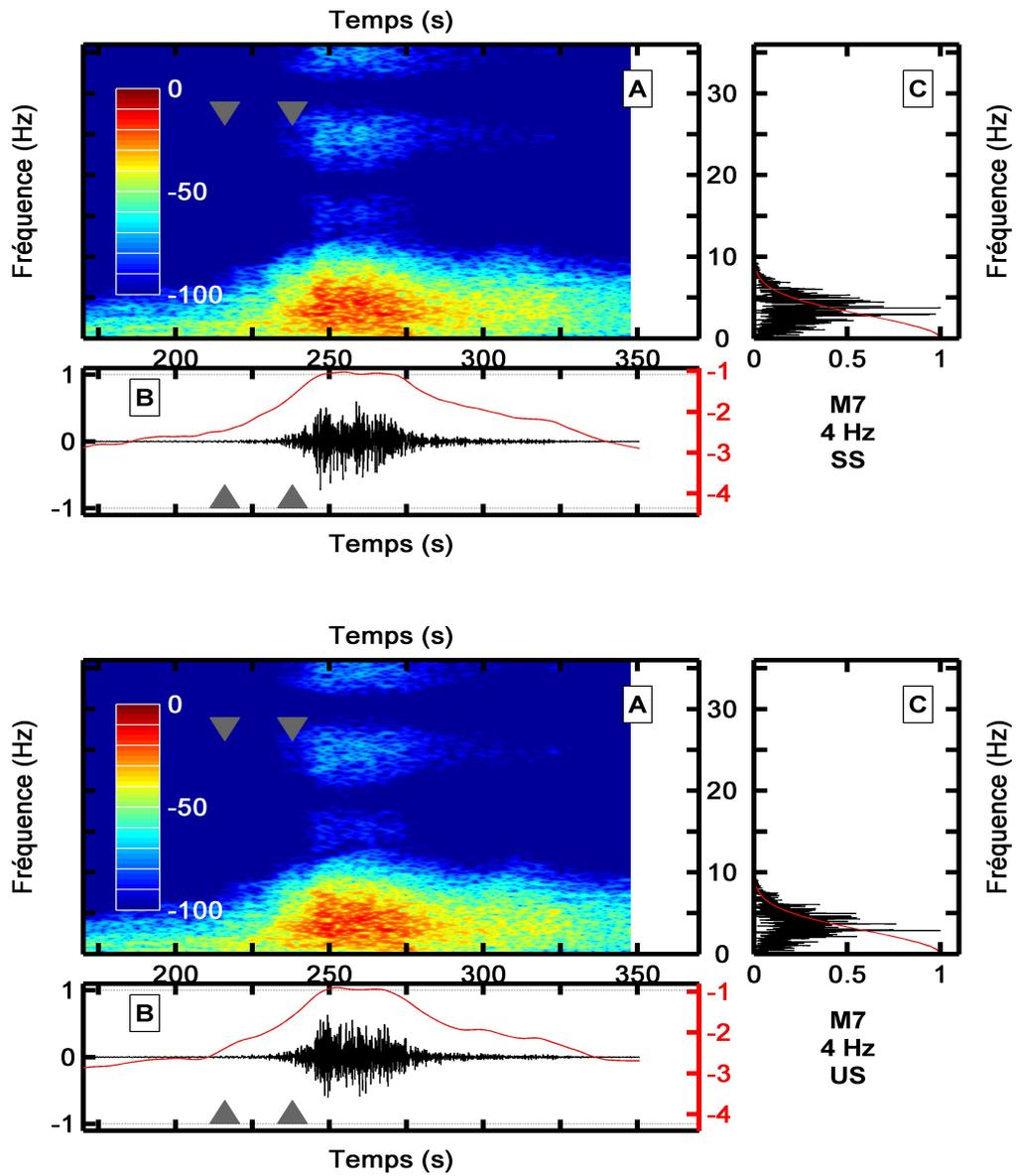


FIGURE A.1: ... suite

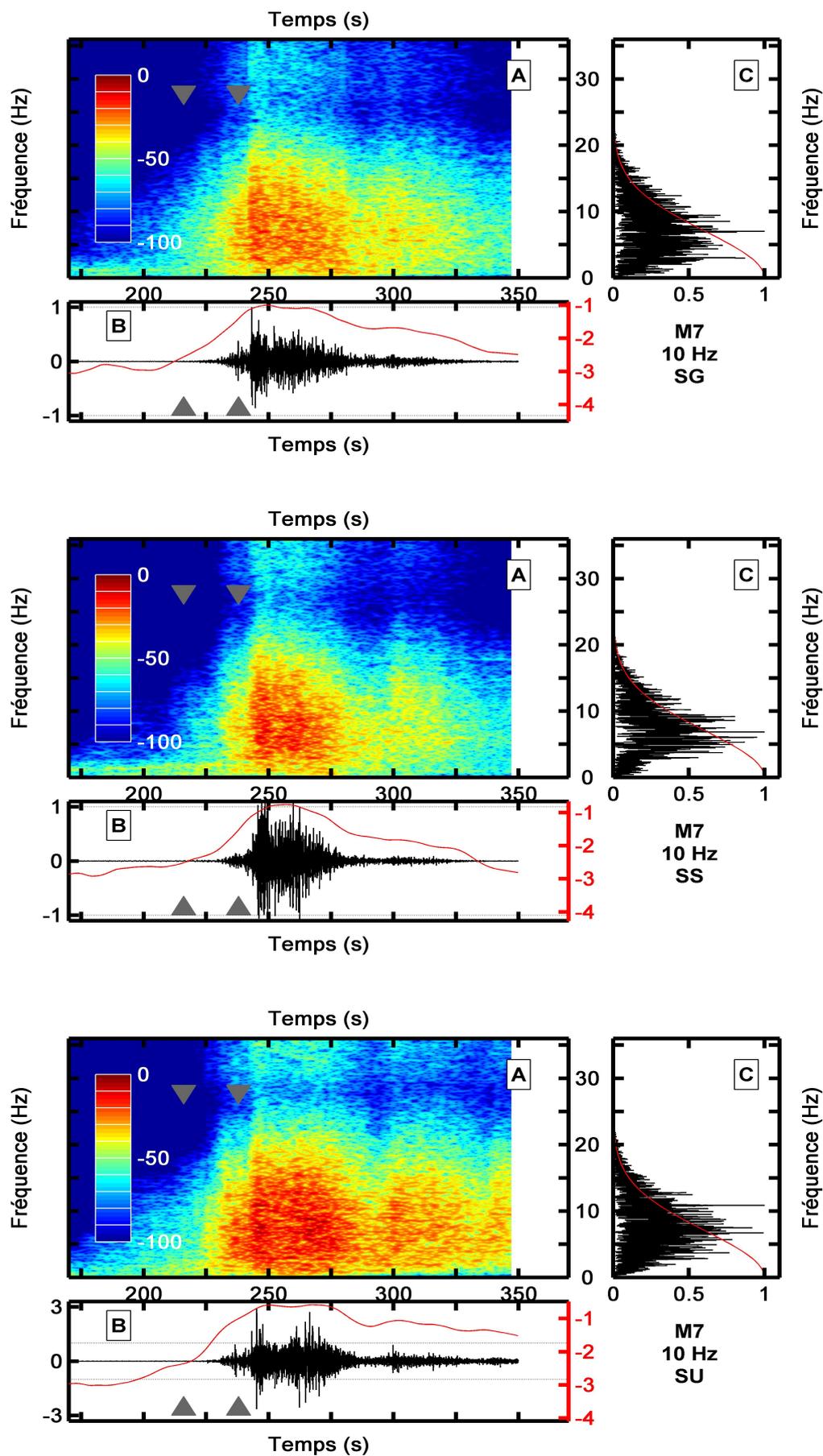


FIGURE A.2: Simulations à l'hydrophone M7 avec une source à 10 Hz dans les configurations SG, SS, SU, UG, US et UU. légende : voir note 2 p. 95

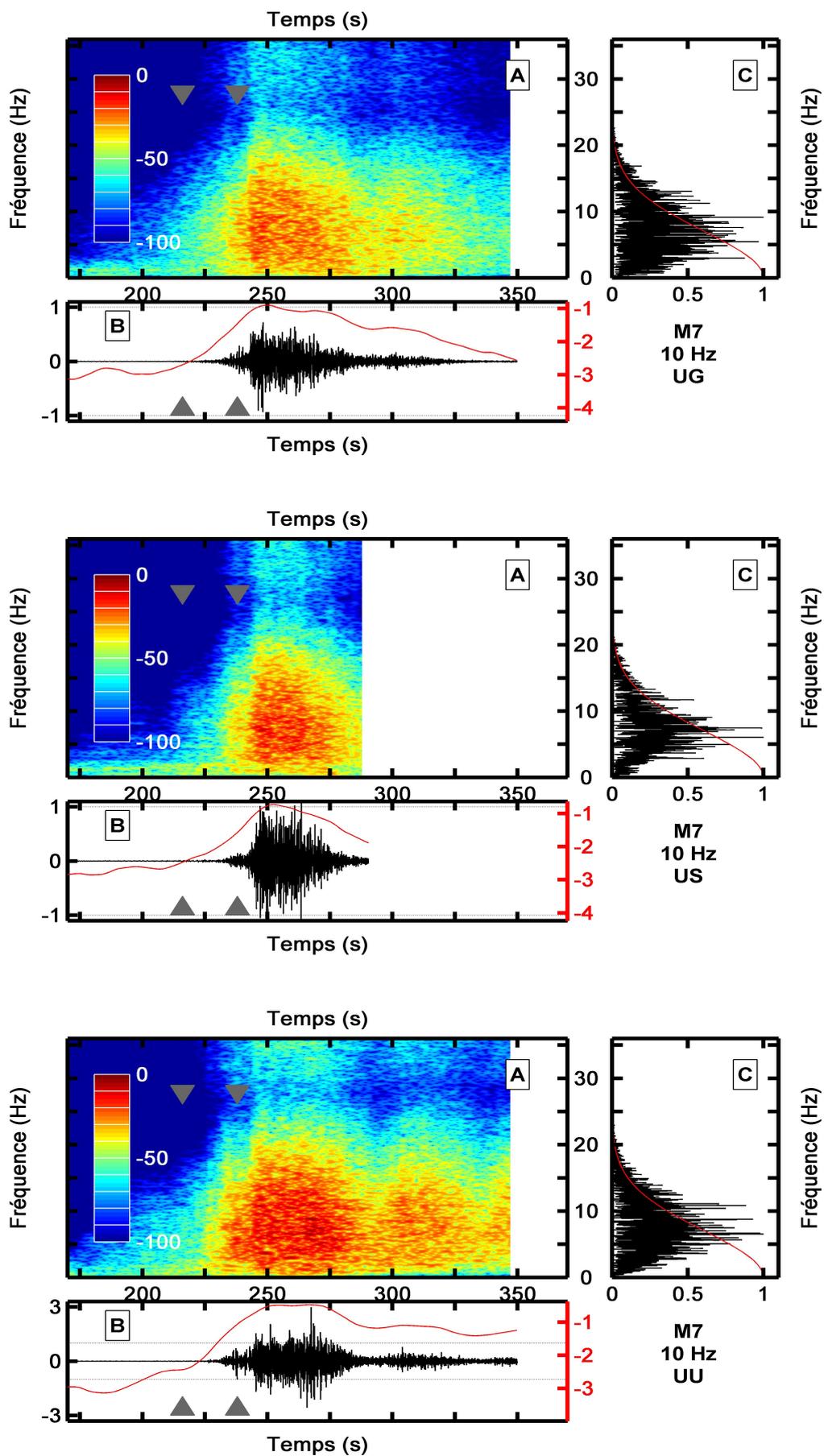


FIGURE A.2: ... suite

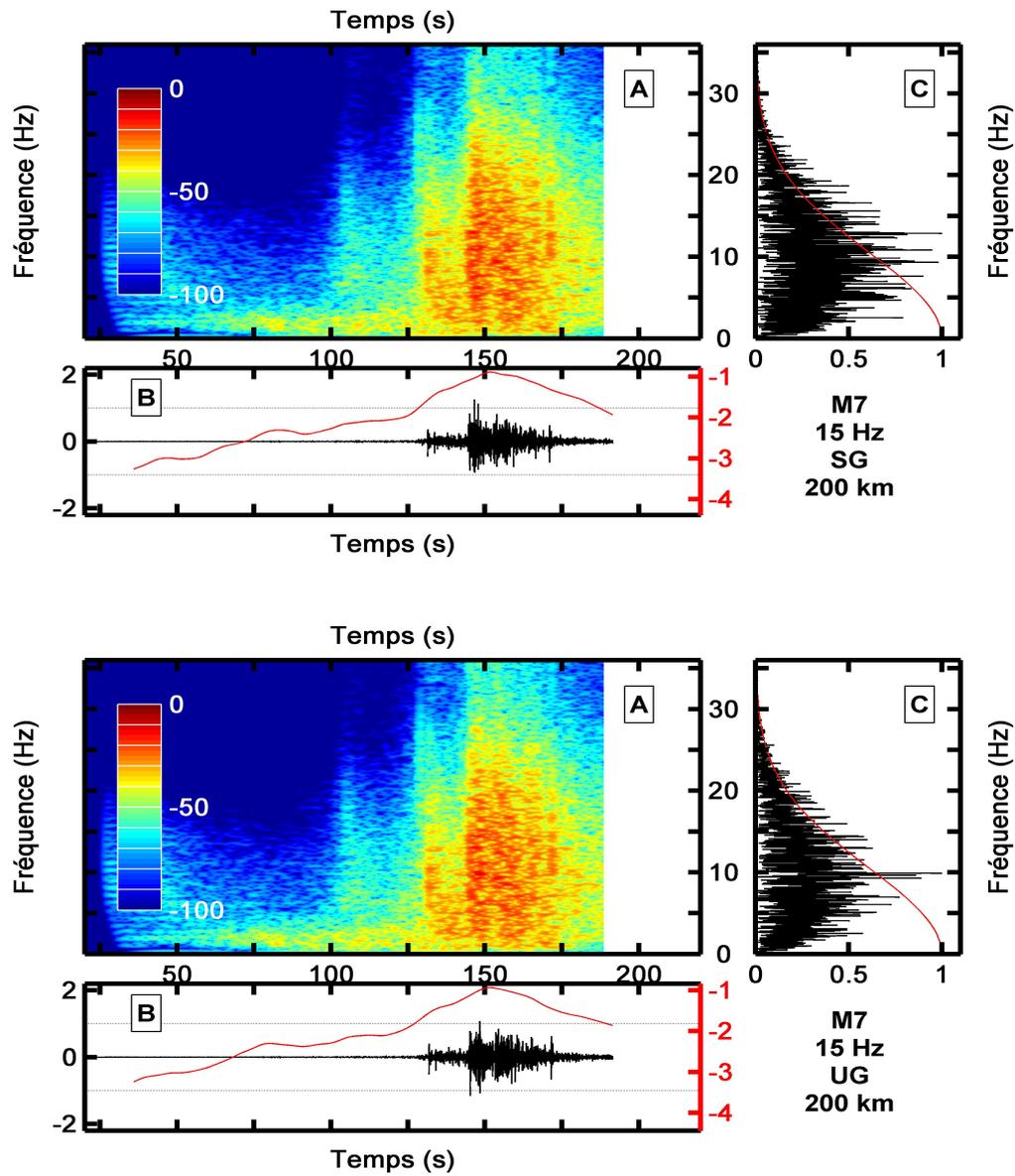


FIGURE A.3: Simulations à 200 km dans la direction de l'hydrophone M7 avec une source à 15 Hz dans les configurations SG, UG, SS et US. *légende : voir note 2 p. 95*

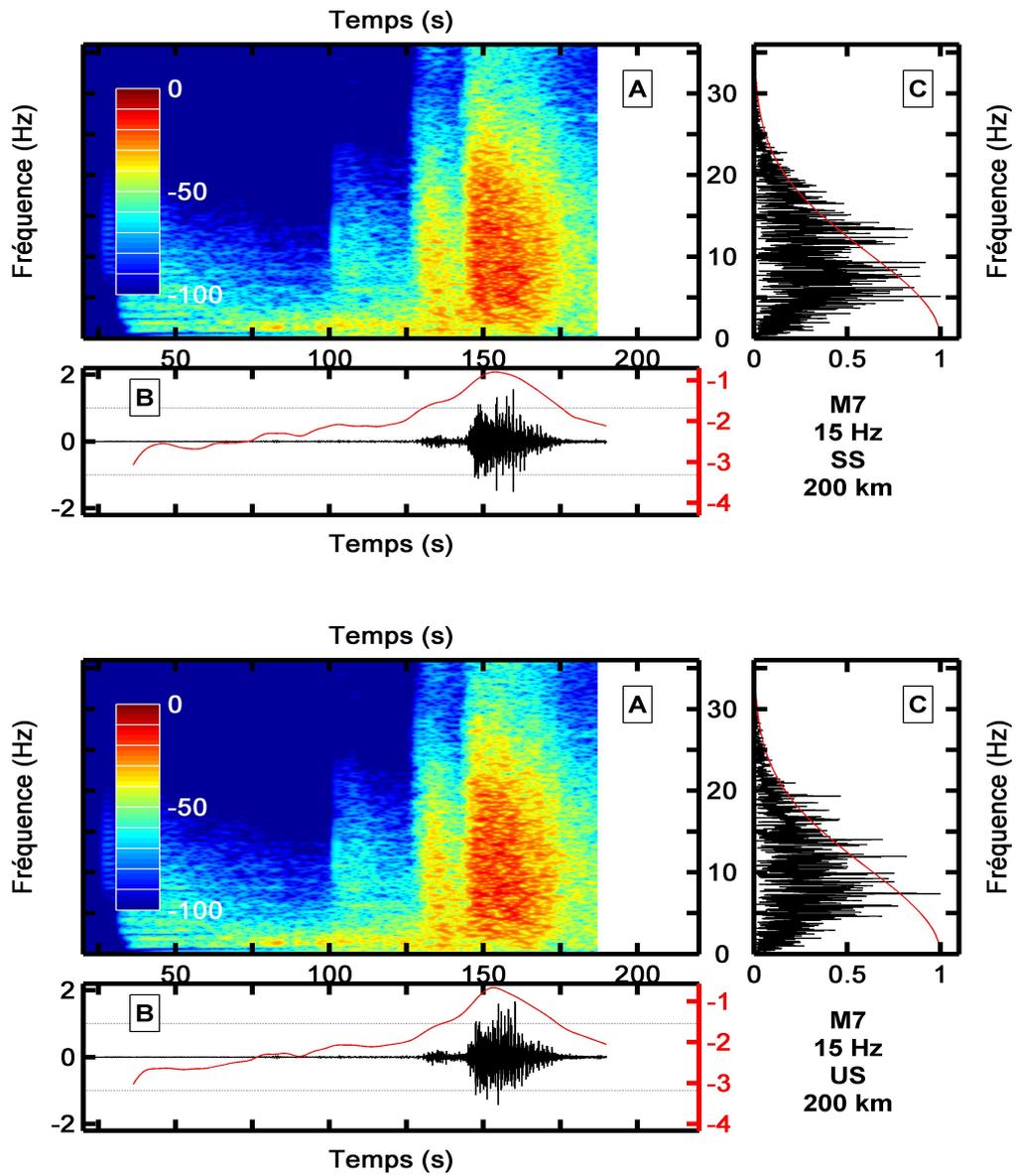


FIGURE A.3: ... suite

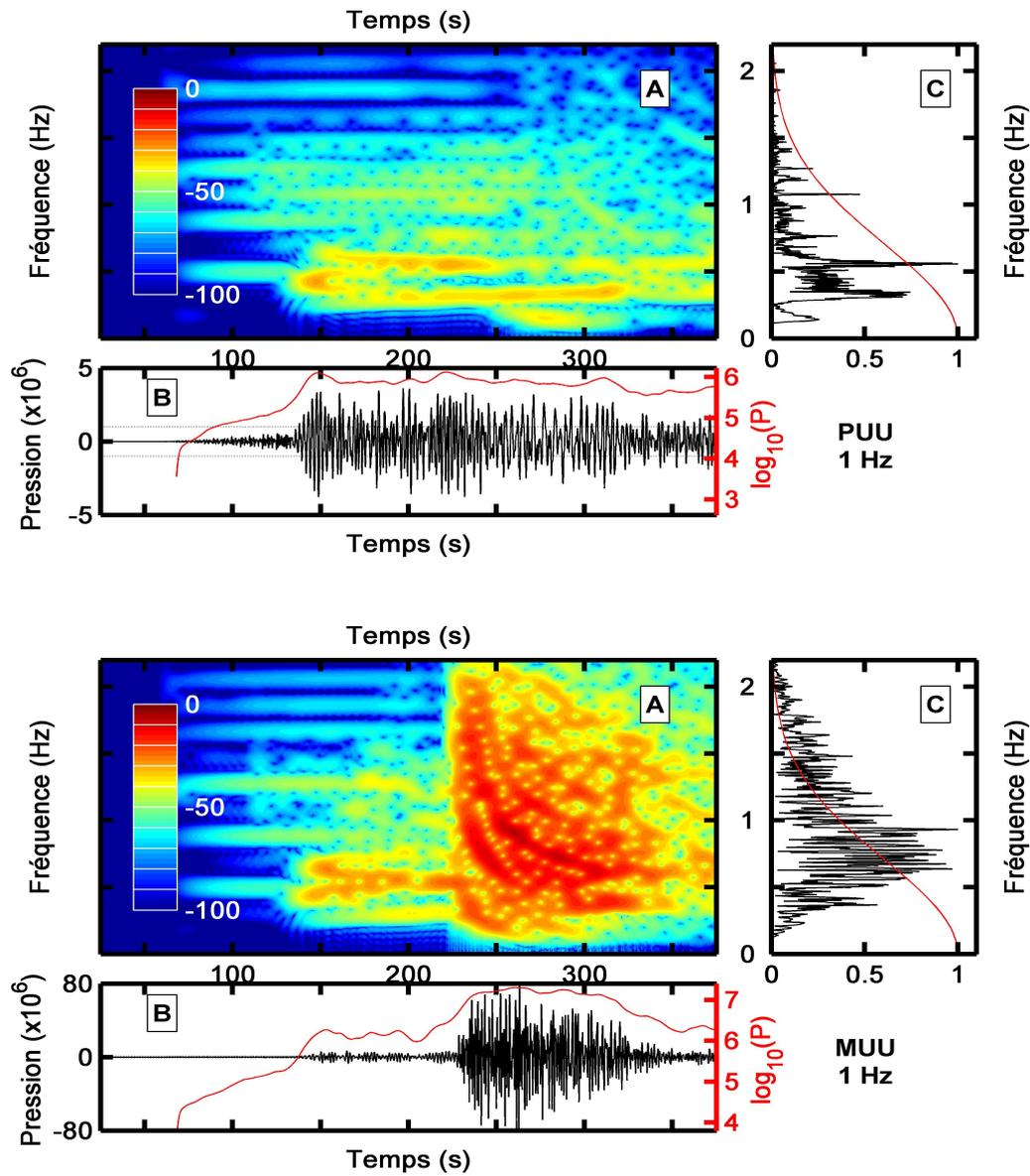


FIGURE A.4: Agrandissement de la figure IV.5 : Cas tests PUU et MUU avec une source à 1 et 10 Hz. Attention : les échelles verticales, pour la pression et la fréquence, peuvent varier. (Voir aussi la note 2 p. 95)

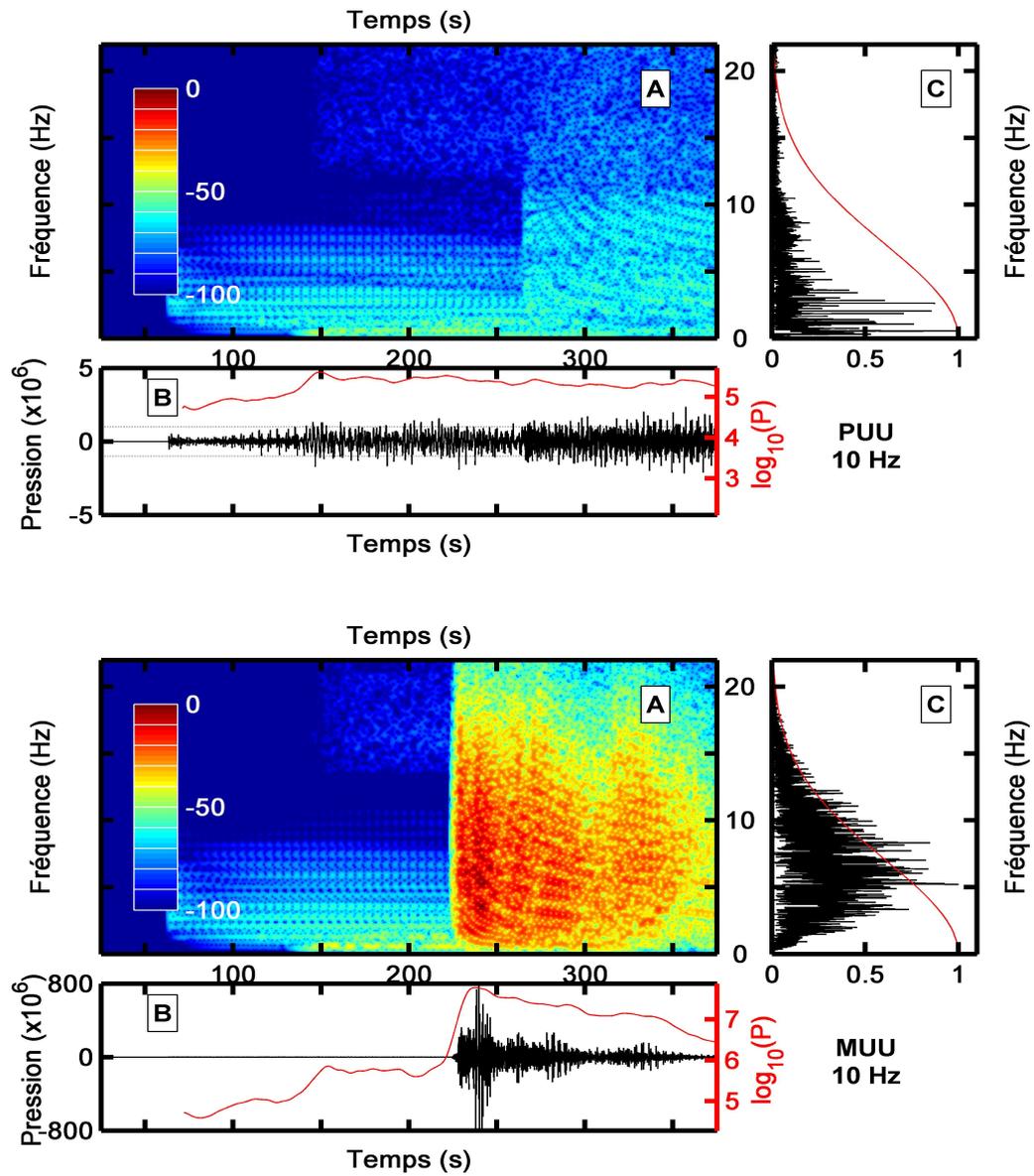


FIGURE A.4: ... suite

Annexe B

Quelques notions de physique et de mathématiques

Cette annexe propose une sélection de notions physiques et mathématiques simplement évoquées ou exposées succinctement dans cette thèse. Des renvois vers le texte principal sont donnés afin de contextualiser l'usage de ces notions.

B.1 Loi de Gutenberg-Richter

La loi de Gutenberg-Richter ([1949](#)), nommée d'après Charles Francis Richter et Beno Gutenberg, indique la fréquence d'apparition des séismes en fonction de leur magnitude (section [I.A.1](#), p. 6). Dans une zone et pendant une durée données, le nombre de séismes N de magnitude supérieure à M est décrit par la relation :

$$\log(N) = a - bM \quad . \quad (\text{B.1})$$

Le coefficient a indique la sismicité totale de la zone. En effet, l'intégralité des séismes (*i.e.* les séismes de magnitude $M > 0$) est donnée par $N_{tot} = 10^a$. Le coefficient b est lié au contexte tectonique. Il varie en fonction de la profondeur et du type des séismes de la zone, de la présence de failles, ou encore de la nature du sous-sol. La valeur de b est généralement de l'ordre de $1 \pm 0,5$ mais peut atteindre 2,5 lors de période de très forte activité. Ces « essaims de séismes » sont ainsi caractérisés par un très grand nombre d'évènements de faible magnitude par rapport aux plus intenses.

La robustesse de cette loi dans la majorité des cas permet aussi de détecter une possible anomalie dans un catalogue de données. Ainsi, si la loi de Gutenberg-Richter est respectée, le « manque » de séismes de faible magnitude au niveau des dorsales océaniques est plutôt un indicateur d'une carence dans la détection qu'une distribution atypique de l'activité. Ce point souligne l'intérêt de l'étude des ondes T pour s'affranchir de la faiblesse de la détection des stations terrestres.

B.2 Profil de vitesse du son dans l'eau de mer

Comme indiqué à la section I.C.2 (p. 14), la vitesse du son dans l'océan est fonction de la pression hydrostatique (*i.e.* de la profondeur), de la température, et de la salinité. Elle augmente lorsque l'un de ces paramètres augmente. La vitesse est d'autant plus difficile à déterminer qu'il existe une certaine interdépendance entre les paramètres. Malgré ces obstacles, de nombreuses formules ont été proposées pour déterminer la vitesse du son. On peut distinguer celles qui, outre la température et la salinité, utilisent la pression comme les formules de Wilson (1960), de Del Grosso (1974) ou encore, celle utilisée par l'UNESCO¹ (Fofonoff et Millard, 1983), de Chen et Millero (1977). L'usage de la pression, qui nécessite une conversion à partir de la profondeur (Leroy et Parthiot, 1998), est généralement due au fait du calibrage à partir de données obtenues en laboratoire. Les autres formules proposent une utilisation directe de la profondeur (Coppens, 1981; Leroy *et al.*, 2008; Mackenzie, 1981; Medwin, 1975). Dans ce cas, ce sont généralement les données *in situ* qui sont privilégiées. Notons également que certaines formules effectuent un ajustement en fonction de la latitude. En effet, celle-ci, en affectant l'accélération de pesanteur, influe sur la pression.

Dans cette thèse nous avons utilisé la formule de Leroy *et al.* (2008) pour calculer la vitesse du son (voir Fig. I.6). Elle a à la fois l'avantage d'être l'une des plus concordante avec les données de référence et de se présenter sur une forme relativement simple (polynôme de « seulement » 14 termes) par rapport à certaines autres expressions :

$$c = c_0 + c_T T + c_{T2} T^2 + c_{T3} T^3 + c_S S + c_{ST} ST + c_{ST2} ST^2 + c_Z Z + c_{Z2} Z^2 + c_{Z3} Z^3 + c_{Z\phi} Z(\phi - 45) + c_{TZ3} T Z^3 + c_{T2Z} T^2 Z + c_{SZ} SZ \quad , \quad (\text{B.2})$$

1. Organisation des Nations unies pour l'éducation, la science et la culture (*United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization*)

$$\begin{aligned}
c_0 &= 1402,5 & , & & c_z &= 1,56 \times 10^{-2} & , & & (B.3) \\
c_T &= 5 & , & & c_{z2} &= 2,55 \times 10^{-7} & , & & \\
c_{T2} &= -5,44 \times 10^{-2} & , & & c_{z3} &= -7,3 \times 10^{-12} & , & & \\
c_{T3} &= 2,1 \times 10^{-4} & , & & c_{z\phi} &= 1,2 \times 10^{-6} & , & & \\
c_s &= 1,33 & , & & c_{Tz3} &= -9,5 \times 10^{-13} & , & & \\
c_{sT} &= -1,23 \times 10^{-2} & , & & c_{T2z} &= 3 \times 10^{-7} & , & & \\
c_{sT2} &= 8,7 \times 10^{-5} & , & & c_{sz} &= 1,43 \times 10^{-5} & , & &
\end{aligned}$$

La vitesse c en mètres par seconde (m/s) est exprimée en fonction de la température T en degrés Celsius ($^{\circ}\text{C}$), la salinité S en *practical salinity unit* (1 p.s.u. = 1 g de sel / kg d'eau), la profondeur Z en mètres (m), et la latitude ϕ en degrés ($^{\circ}$).

La dépendance du profil de vitesse du son à la température induit donc des variations selon les saisons et la localisation géographique. Cependant ces variations sont surtout sensibles sur les premières dizaines (voire centaines) de mètres. En effet, au-delà de cette profondeur, la température de l'eau n'est plus soumise aux conditions atmosphériques (du moins sur des échelles de temps de quelques mois à quelques années). La température est ainsi quasiment constante sur la colonne d'eau profonde et sur tous les océans à environ 0 à 5 $^{\circ}\text{C}$. La figure B.1 illustre les principaux profils de vitesse types que l'on peut rencontrer. Dans les régions polaires (A et B), la température extérieure passe d'une valeur nulle due à la présence de glace (banquise) à une valeur plus élevée qu'en profondeur en été. La couche isotherme est atteinte dès quelques dizaines de mètres. Dans un océan ouvert aux latitudes moyennes (C et D), on retrouve le même phénomène d'air froid en hiver et chaud en été. En revanche, avant d'arriver à la couche isotherme profonde, on passe d'abord par la couche superficielle directement liée à la température de l'air, puis une section de température constante (d'où l'augmentation de la vitesse avec la profondeur), ensuite la température chute brutalement sur quelques dizaines de mètres de sa valeur de surface à la valeur profonde, c'est la thermocline, enfin on atteint la couche profonde et isotherme. Un profil de vitesse aux latitudes moyennes en été (D) peut donc présenter deux minima de vitesse et donc autant de guides d'onde potentiels : un proche de la surface et un en profondeur (le canal SOFAR).

Les bassins (semi-)fermés (F et G), sont caractérisés par des conditions de température et de salinité indépendantes de l'océan ouvert. Par exemple, la mer Méditerranée présente une température d'environ 13 $^{\circ}\text{C}$ (sauf en surface en été) et une salinité d'environ 38

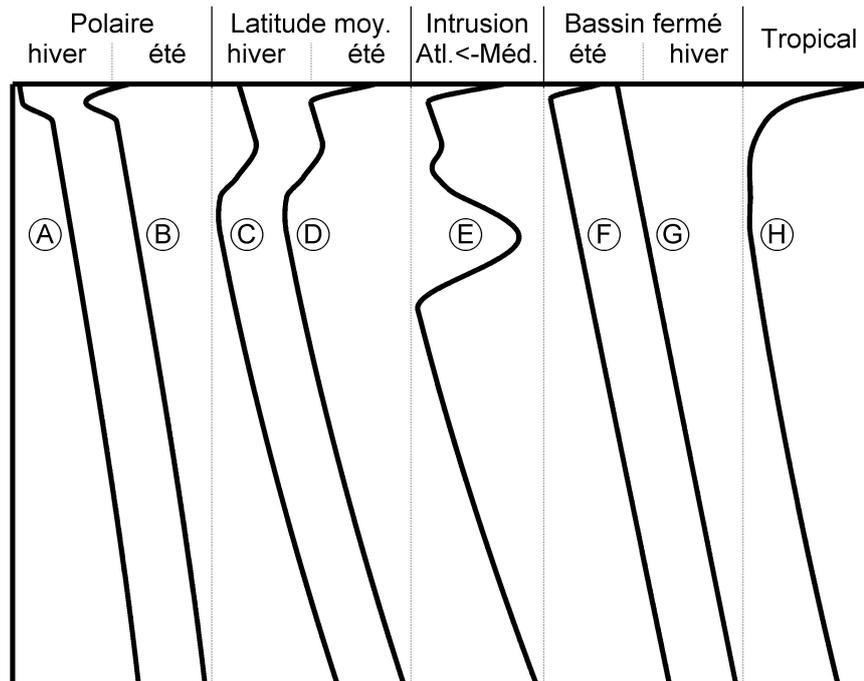


FIGURE B.1: Profils de vitesse classiques en océan profond : (A) polaire hiver et (B) été, (C) océan ouvert aux latitudes moyennes en hiver et (D) en été, (E) intrusion d'un courant chaud, (F) bassin fermé en été et (G) en hiver, (H) tropical.

p.s.u. (contre 35 dans l'océan ouvert) sur toute sa profondeur. Le profil de vitesse est ainsi uniquement lié à la profondeur et donc quasiment linéaire.

Le terme « semi- » fermé est important car il peut y avoir des échanges ponctuels entre les différents bassins. Ainsi, pour reprendre l'exemple de la Méditerranée, au niveau du détroit de Gibraltar, une partie de l'eau de la mer se déverse dans l'océan atlantique. Cette intrusion d'eau plus chaude et plus salée, aux environs de 1000 m dans ce cas, modifie le profil de vitesse (E) en augmentant cette dernière. Un phénomène inverse peut avoir lieu avec l'intrusion d'eau douce abaissant la vitesse au large de l'embouchure des grands fleuves.

Dans les régions tropicales (H), la température atmosphérique tend à rester élevée tout au long de l'année. L'eau se refroidit régulièrement sur les premières centaines de mètres jusqu'à la couche isotherme profonde d'où un profil présentant une courbure simple.

B.3 Absorption acoustique sous-marine

La dissipation d'énergie acoustique par l'eau de mer, l'absorption (section I.C.3, p. 19), s'exprime dans la plupart des modèles utilisés actuellement (Ainslie et McColm, 1998;

Fisher et Simmons, 1977; Francois et Garrison, 1982a,b) sous la forme suivante :

$$\alpha = C_1 \frac{f_1 f^2}{f_1^2 + f^2} + C_2 \frac{f_2 f^2}{f_2^2 + f^2} + C_3 f^2 \quad . \quad (\text{B.4})$$

Les deux premiers termes de la somme correspondent aux relaxations chimiques de l'acide borique et du sulfate de magnésium. Les fréquences de relaxations f_i et les coefficients C_i dépendent de la température, la pression, la salinité et l'acidité (pH). Le troisième concerne la viscosité de l'eau pure. On rencontre parfois un quatrième terme, de la forme des deux premiers, faisant intervenir le carbonate de magnésium. Ces modèles sont généralement considérés comme fiables pour des fréquences supérieures à plusieurs dizaines de kilohertz. Le modèle de Thorp (1967) propose une expression simplifiée pour des fréquences plus basses (< 50 kHz) :

$$\alpha \simeq 3.3 \times 10^{-3} + \frac{0.11 f^2}{1 + f^2} + \frac{44 f^2}{4100 + f^2} + 3.0 \times 10^{-4} f^2 \quad , \quad (\text{B.5})$$

où la fréquence f est exprimée en kHz et l'absorption α en dB/km.

On constate que les modèles d'absorption ne prennent pas ou peu en compte ce qui se passent aux plus basses fréquences. Même celui de Thorp (Fig. B.2 et Eq. (B.5)) ne propose qu'une valeur constante en deçà d'une centaine de hertz.

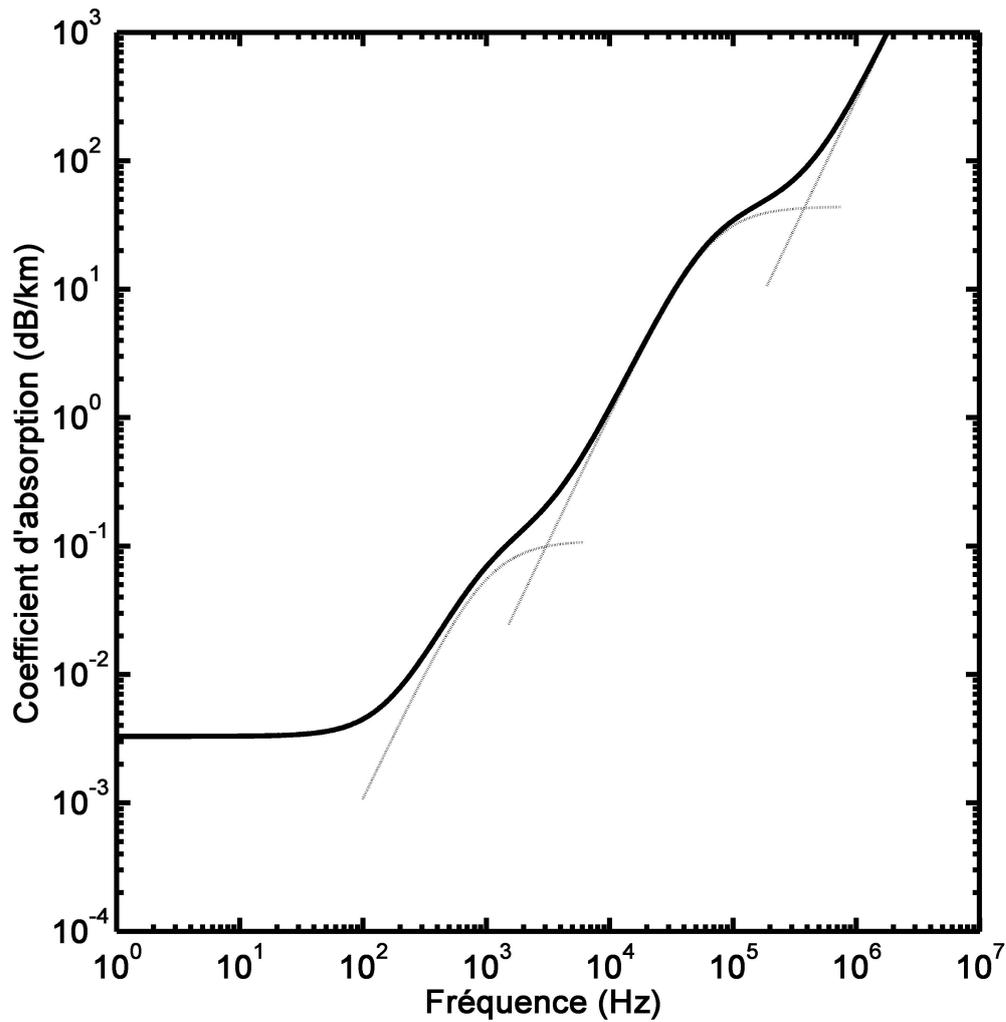


FIGURE B.2: Coefficient d'absorption d'après le modèle de Thorp (trait plein). Les contributions individuelles successives (par ordre de gammes de fréquences croissantes) de la relaxation chimique de l'acide borique, de celle du sulfate de magnésium, et de la viscosité de l'eau pure sont indiquées en pointillés.

B.4 Coefficients de réflexion et de transmission

L'arrivée d'une onde sur une interface (section I.C.3, p. 20) produit une répartition de l'énergie de celle-ci entre une onde réfléchie (dans le même milieu) et une onde réfractée (transmise dans l'autre milieu). Si l'on considère une onde plane incidente p_i d'amplitude unitaire et les ondes réfléchie p_r et transmise p_t , on peut écrire leur pression respectives comme suit :

$$p_i = e^{i\phi_i} \quad , \quad (\text{B.6})$$

$$p_r = R e^{i\phi_r} \quad , \quad (\text{B.7})$$

$$p_t = T e^{i\phi_t} \quad . \quad (\text{B.8})$$

Pour une interface fluide/fluide, les coefficients de réflexion R et de transmission T s'écrivent :

$$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad \text{et,} \quad (\text{B.9})$$

$$T = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1} \quad , \quad (\text{B.10})$$

en fonction de l'impédance Z_i :

$$Z_i = \frac{\rho_i c_i}{\sin \theta_i} \quad , \quad (\text{B.11})$$

où ρ_i et c_i sont la masse volumique et la vitesse des ondes du milieu i . Les angles de rasance θ_i dans le milieu d'incidence « 1 » et le milieu de réfraction « 2 » sont liés par la loi de Snell-Descartes :

$$\frac{\cos \theta_1}{c_1} = \frac{\cos \theta_2}{c_2} \quad . \quad (\text{B.12})$$

Pour une interface fluide/solide, la présence d'ondes de cisaillement S rend plus complexe l'expression du coefficient de réflexion :

$$R = \frac{Z_{tot} - Z_1}{Z_{tot} + Z_1} \quad , \quad (\text{B.13})$$

où l'impédance totale du milieu solide Z_{tot} s'écrit :

$$Z_{tot} = Z_p \cos^2 2\theta_s + Z_s \sin^2 2\theta_s \quad . \quad (\text{B.14})$$

La loi de Snell-Descartes s'écrit ici :

$$\frac{\cos \theta_1}{c_1} = \frac{\cos \theta_p}{c_p} = \frac{\cos \theta_s}{c_s} \quad , \quad (\text{B.15})$$

reliant les angles de rasance θ_1 dans le milieu d'incidence, θ_p dans le milieu de réfraction pour les ondes P, et θ_s dans le milieu de réfraction pour les ondes S.

B.5 Tenseur, moment scalaire et magnitude

Un tenseur des moments sismiques (voir par exemple à la section III.D ou au chapitre IV) est une représentation des contraintes générées par un séisme. Il est généralement donné sous la forme d'une matrice symétrique 3x3 dont les éléments sont les contraintes en compression et en cisaillement suivant les trois directions. La convention de représentation Harvard utilise une base de représentation dont les axes sont Bas, Sud, et Est. Le

tenseur des moments s'écrit alors ainsi :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_{rr} & M_{r\theta} & M_{r\phi} \\ M_{r\theta} & M_{\theta\theta} & M_{\theta\phi} \\ M_{r\phi} & M_{\theta\phi} & M_{\phi\phi} \end{pmatrix}_{Bas,Sud,Est} . \quad (\text{B.16})$$

L'énergie totale dégagée par un séisme peut être estimée par son moment scalaire :

$$M_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{M} : \mathbf{M})^{\frac{1}{2}} , \quad (\text{B.17})$$

avec

$$\mathbf{M} : \mathbf{M} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 M_{ij} M_{ji} . \quad (\text{B.18})$$

M_0 est exprimé en dyne.cm (ou en N.m = 10^7 dyne.cm, en unités S.I.).

Pour une représentation et une inter-comparaison plus simple avec les autres séismes on utilise aussi la magnitude de moment :

$$M_w = \frac{2}{3} (\log M_0 - 16.1) \quad (\text{pour } M_0 \text{ en dyne.cm}), \quad (\text{B.19})$$

$$\frac{2}{3} (\log M_0 - 9.1) \quad (\text{pour } M_0 \text{ en N.m}). \quad (\text{B.20})$$

Pour disposer du tenseur des moments en 2 dimensions, comme dans SPECFEM2D, il suffit de projeter le tenseur 3D \mathbf{M} dans le plan concerné. C'est ainsi que sont déterminés les tenseurs 2D (Eq.(2), p.3379) à partir du tenseur 3D (Eq.(1), p.3377) dans l'article JASA (section IV.B.1).

B.6 Coefficient de Lamé et autres

Outre les coefficients de Lamé λ et μ , en Pa, introduits à l'équation (III.9) (section III.A.1 on utilise aussi d'autres paramètres pour décrire le comportement d'un matériau homogène. Parmi eux on trouve le coefficient d'incompressibilité K , en Pa :

$$K = \lambda + \frac{2}{3}\mu , \quad (\text{B.21})$$

le module d'Young E , en Pa :

$$E = \mu \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} , \quad (\text{B.22})$$

le coefficient de Poisson E , sans dimension :

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \quad , \quad (\text{B.23})$$

ou encore le module d'onde de compression M , en Pa :

$$M = \lambda + 2\mu \quad . \quad (\text{B.24})$$

La combinaison de seulement deux de ces coefficients suffit à décrire le comportement du matériau.

B.7 Transformées mathématiques

Cette section rappelle les expressions des transformées de Fourier, Hankel et Bessel utilisées notamment au chapitre II.

La transformée de Fourier \tilde{f} d'une fonction f s'écrit :

$$\tilde{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad , \quad (\text{B.25})$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad . \quad (\text{B.26})$$

La transformée de Hankel d'ordre α \hat{f}_α d'une fonction f s'écrit :

$$\hat{f}_\alpha(k) = \int_0^{\infty} f(r) J_\alpha(kr) r dr \quad , \quad (\text{B.27})$$

$$f(r) = \int_0^{\infty} \hat{f}_\alpha(k) J_\alpha(kr) k dk \quad , \quad (\text{B.28})$$

en fonction de la fonction de Bessel de premier type :

$$J_\alpha(x) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(-1)^l}{l! \Gamma(l + \alpha + 1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2l + \alpha} \quad , \quad (\text{B.29})$$

$$\Gamma(t) = \int_0^{\infty} x^{\tau-1} e^{-\tau} d\tau \quad . \quad (\text{B.30})$$

Pour α égal à un entier n on a :

$$J_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(n\tau - x \sin(\tau)) d\tau = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi e^{i(n\tau - x \sin(\tau))} d\tau \quad . \quad (\text{B.31})$$

Notons au passage les fonctions d'Hankel de premier et second types (appelées aussi fonctions de Bessel de troisième type) qui s'expriment aussi d'après la fonction de Bessel

du premier type (ou des premier et second types) :

$$H_{\alpha}^{(1)}(x) = \frac{J_{-\alpha}(x) - e^{-i\pi\alpha} J_{\alpha}(x)}{i \sin(\pi\alpha)} = J_{\alpha}(x) + i Y_{\alpha}(x) \quad , \quad (\text{B.32})$$

$$H_{\alpha}^{(2)}(x) = \frac{J_{-\alpha}(x) - e^{i\pi\alpha} J_{\alpha}(x)}{-i \sin(\pi\alpha)} = J_{\alpha}(x) - i Y_{\alpha}(x) \quad , \quad (\text{B.33})$$

où la fonction de Bessel de second type s'écrit :

$$Y_{\alpha}(x) = \frac{J_{\alpha}(x) \cos(\pi\alpha) - J_{-\alpha}(x)}{\sin(\pi\alpha)} \quad . \quad (\text{B.34})$$

B.8 Gradient, divergence, rotationnel

Cette section rappelle quelques relations faisant intervenir les gradient (grad), divergence (div), rotationnel (rot), et laplacien (Δ ou ∇^2) utilisés, parfois de manière implicite, lors des développements des équations tout au long des chapitres II et III.

Définition du laplacien :

$$\Delta f = \text{div} \left(\overrightarrow{\text{grad}} f \right) \quad , \quad (\text{B.35})$$

$$\Delta \vec{u} = \text{div} \left(\overrightarrow{\text{grad}} \vec{u} \right) \quad , \quad (\text{B.36})$$

$$= \overrightarrow{\text{grad}} (\text{div} \vec{u}) - \overrightarrow{\text{rot}} (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{u}) \quad . \quad (\text{B.37})$$

Gradient et divergence de laplacien :

$$\overrightarrow{\text{grad}} (\Delta f) = \overrightarrow{\Delta} \left(\overrightarrow{\text{grad}} f \right) \quad , \quad (\text{B.38})$$

$$\text{div} (\Delta \vec{u}) = \Delta (\text{div} \vec{u}) \quad . \quad (\text{B.39})$$

Gradient de produit :

$$\overrightarrow{\text{grad}} (fg) = f \overrightarrow{\text{grad}} g + g \overrightarrow{\text{grad}} f \quad , \quad (\text{B.40})$$

$$\overrightarrow{\text{grad}} (f\vec{u}) = f \overrightarrow{\text{grad}} \vec{u} + \vec{u} \times \overrightarrow{\text{grad}} f \quad , \quad (\text{B.41})$$

$$\overrightarrow{\text{grad}} (\vec{u} \cdot \vec{v}) = \left(\overrightarrow{\text{grad}} \vec{u} \right)^T \vec{v} + \left(\overrightarrow{\text{grad}} \vec{v} \right)^T \vec{u} \quad . \quad (\text{B.42})$$

Divergence de produit :

$$\operatorname{div} (f \vec{u}) = f \operatorname{div} \vec{u} + \vec{u} \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad}} f \quad , \quad (\text{B.43})$$

$$\overrightarrow{\operatorname{div}} (f \overline{M}) = f \overrightarrow{\operatorname{div}} \overline{M} + \overline{M} \overrightarrow{\operatorname{grad}} f \quad , \quad (\text{B.44})$$

$$\overrightarrow{\operatorname{div}} (\vec{u} \times \vec{v}) = \vec{u} \operatorname{div} \vec{v} + \left(\overrightarrow{\operatorname{grad}} \vec{u} \right) \vec{v} \quad . \quad (\text{B.45})$$

Divers :

$$\operatorname{div} \vec{u} = \operatorname{Tr} \left(\overrightarrow{\operatorname{grad}} \vec{u} \right) \quad (\text{B.46})$$

$$\overrightarrow{\operatorname{div}} \left[\left(\overrightarrow{\operatorname{grad}} \vec{u} \right)^T \right] = \overrightarrow{\operatorname{grad}} (\operatorname{div} \vec{u}) \quad (\text{B.47})$$

B.9 Forme bilinéaire coercive et théorème de Lax-Milgram

Le théorème de Lax-Milgram (section III.B, p. 61) s'énonce de la façon suivante. Soient :

- un espace de Hilbert (c'est le cas de l'espace de Sobolev $H^2(\Omega)$), on note $\|\cdot\|$ la norme de son produit scalaire,
- une forme bilinéaire $a(\cdot, \cdot)$,
- une forme linéaire continue sur $H^2(\Omega)$ (comme l'opérateur différentiel \mathcal{L}).

Si $a(\cdot, \cdot)$ est :

- continue : $\exists c > 0, \forall (u, v) \in H^2(\Omega) \times H^2(\Omega), |a(u, v)| \leq c \|u\| \|v\|$, et
- coercive : $\exists \alpha > 0, \forall u \in H^2(\Omega), a(u, u) \geq \alpha \|u\|^2$,

alors il existe une unique solution u dans $H^2(\Omega)$ telle que l'équation $a(u, v) = \mathcal{L}(v)$ soit vérifiée pour tout v de $H^2(\Omega)$. [Wilson \(1960\)](#)

Liste des figures

I.1	Carte topographique mondiale. Limites de plaques et sismicité.	4
I.2	Différents types d'ondes générées par les séismes.	8
I.3	Cartes des déploiements des hydrophones MOMAR et OHASISBIO.	12
I.4	Schémas d'un hydrophone et d'une ligne de mouillage.	12
I.5	Spectres des bruits acoustiques sous-marins d'origine naturelle et anthropiques.	14
I.6	Profils de pression, température, salinité et vitesse des ondes.	15
I.7	Pertes dues aux divergences sphérique et cylindrique.	19
I.8	Mécanismes de génération des ondes T.	23
I.9	Enregistrement du séisme du 29 juillet 1965 au large des îles Aléoutiennes.	24
II.1	Rayons et fronts d'onde.	32
II.2	Profil de Munk et profil à célérité constante.	35
II.3	Tracé de rayons dans les quatre cas tests.	38
II.4	Pertes (<i>transmission loss</i> , en dB) dans les quatre cas tests avec le code de rayons BELLHOP.	39
II.5	Pertes (<i>transmission loss</i> , en dB) dans les deux cas tests avec un fond plat avec le code de d'intégration du nombre d'onde SCOOTER.	41
II.6	Modes 1, 10 et 20 pour les profils de vitesse dans l'eau constant et variable avec l'interface fluide/solide à 4000 m.	45
II.7	Pertes (<i>transmission loss</i> , en dB) dans les quatre cas tests avec le code de modes propres KRAKEN.	46
II.8	Pertes (<i>transmission loss</i> , en dB) dans les quatre cas tests avec le code d'équation parabolique RAMS.	50
III.1	Domaine modélisé avec des monts sous-marins.	68
III.2	Diagrammes de radiation des sources tests « P » et « PS ».	69
III.3	Signaux temporels calculés avec les sources « P » et « PS » par SPEC-FEM2D sur un récepteur situé à 350 km de la source et immergé à 1000 m sous la surface.	70

IV.1	Signaux temporels calculés dans les quatre cas avec un fond plat par SPEC-FEM2D sur un récepteur situé à 350 km de la source et immergé à 1000 m sous la surface.	76
IV.2	Signaux temporels calculés dans les quatre cas avec des monts par SPEC-FEM2D sur un récepteur situé à 350 km de la source et immergé à 1000 m sous la surface.	77
IV.3	Spectres des signaux temporels des huit tests.	80
IV.4	Agrandissement des spectres de la figure IV.5 aux basses fréquences. Attention : l'échelle de « MUU 10 Hz » diffère de celle des autres cas.	81
IV.5	Cas tests PUU et MUU avec une source à 1 et 10 Hz.	82
IV.6	Signal temporel et spectre de la source gaussienne utilisée dans les simulations.	97
IV.7	Simulations à l'hydrophone M7 avec une source à 1, 11 Hz dans la configuration SG.	97
IV.8	Simulations à l'hydrophone M7 avec une source à 4 Hz dans la configuration SG.	98
IV.9	Simulations à l'hydrophone M7 avec une source à 10 Hz dans la configuration SG.	98
IV.10	Simulations à 200 km dans la direction de l'hydrophone M7 avec une source à 15 Hz dans la configuration SG.	99
IV.11	Simulations à 100 km dans la direction de l'hydrophone M7 avec une source à 20 Hz dans la configuration SG.	99
IV.12	Simulations à 100, 200 et 300 km dans la direction de l'hydrophone M7 avec une source à 10 Hz dans la configuration SG.	101
IV.13	Simulations à l'hydrophone M7 avec une source à 10 Hz dans les configurations SG, SS et SU.	103
IV.14	Énergie totale simulée sur des antennes verticales récepteurs.	104
IV.15	Simulations à l'hydrophone M7 avec une source à 4 Hz dans la configuration SG.	106
IV.16	Profils bathymétriques testés dans les simulations.	109
IV.17	Données et simulations à l'hydrophone M2 avec différents profils bathymétriques.	110
IV.18	Données et simulations à l'hydrophone M6 avec différents profils bathymétriques.	112
IV.19	Données et simulations à l'hydrophone M7 avec différents profils bathymétriques.	114

IV.20 Données et simulations à l'hydrophone M8 avec différents profils bathymétriques.	116
A.1 Simulations à l'hydrophone M7 avec une source à 4 Hz dans les configurations SG, UG, SS et US.	128
A.2 Simulations à l'hydrophone M7 avec une source à 10 Hz dans les configurations SG, SS, SU, UG, US et UU.	130
A.3 Simulations à 200 km dans la direction de l'hydrophone M7 avec une source à 15 Hz dans les configurations SG, UG, SS et US.	132
B.1 Profils de vitesse classiques.	140
B.2 Coefficient d'absorption.	142

Liste des tableaux

II.1	Abréviation des exemples en fonction des profils de vitesse et bathymétrie.	36
II.2	Récapitulatif des temps (en secondes) de calcul des codes présentés dans ce chapitre pour les quatre cas simulés. Les calculs ont été effectués sur un ordinateur équipé d'un processeur 3,2 GHz et de 6 Go de RAM.	49
IV.1	Abréviation des exemples en fonction des profils de vitesse et bathymétriques.	74
IV.2	Estimation des temps d'arrivées pour chaque type d'onde en supposant une trajectoire directe entre source et récepteur, c'est-à-dire un parcours en ligne droite de 350 km.	78
IV.3	Récapitulatif des simulations présentées au chapitre IV et de leurs principaux paramètres.	120

Bibliographie

- Ainslie, M. A. et McColm, J. G. (1998). «A simplified formula for viscous and chemical absorption in sea water». *The Journal of the Acoustical Society of America*, **103**(3), p. 1671–1672. ISSN 00014966. doi :10.1121/1.421258. [p. [140](#)]
- Balanche, A. (2009). *Conversion sismo-acoustique au passage du fond océanique*. Ph.D. thesis, Université de Bretagne occidentale - Brest. [pp. [27](#), [52](#), et [71](#)]
- Chapman, N. R. et Marrett, R. (2006). «The directionality of acoustic t-phase signals from small magnitude submarine earthquakes». *The Journal of the Acoustical Society of America*, **119**(6), p. 3669. ISSN 00014966. doi :10.1121/1.2195073. [p. [23](#)]
- Chen, C.-T. et Millero, F. J. (1977). «Speed of sound in seawater at high pressures». *The Journal of the Acoustical Society of America*, **62**(5), p. 1129–1135. ISSN 00014966. doi :10.1121/1.381646. [p. [138](#)]
- Clayton, R. et Engquist, B. (1977). «Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equations». *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **67**, p. 1529–1540. [p. [63](#)]
- Coates, R. F. W., *The advanced sonar course : further topics in underwater acoustics* (Seiche.Com Ltd., [Trefor], 2001). ISBN 190405501X 9781904055013. [p. [14](#)]
- Cohen, G., Joly, P. et Tordjman, N., «Construction and analysis of higher-order finite elements with mass lumping for the wave equation». Dans : R. Kleinman (Réd.), «Proceedings of the second international conference on mathematical and numerical aspects of wave propagation», (p. 152–160) (SIAM, Philadelphia, Pennsylvania, USA, 1993). [p. [55](#)]
- Collins, M. (1936). «Bulletin number 5». *Harvard University Seismograph Station*, **5**, p. 23. [p. [21](#)]
- Coppens, A. B. (1981). «Simple equations for the speed of sound in neptunian waters». *The Journal of the Acoustical Society of America*, **69**(3), p. 862–863. ISSN 00014966. doi :10.1121/1.385486. [p. [138](#)]

- Cristini, P. et Komatitsch, D. (2012). «Some illustrative examples of the use of a spectral-element method in ocean acoustics». *J. Acoust. Soc. Am.*, **131**(3), p. EL229–EL235. [p. 55]
- Del Grosso, V. A. (1974). «New equation for the speed of sound in natural waters (with comparisons to other equations)». *The Journal of the Acoustical Society of America*, **56**(4), p. 1084–1091. ISSN 00014966. doi :10.1121/1.1903388. [p. 138]
- Dewey, J. et Byerly, P. (1969). «The early history of seismometry (to 1900)». *Bulletin of the Seismological Society of America*, **59**(1), p. 183–227. [p. 4]
- Dziewonski, A. M., Chou, T.-A. et Woodhouse, J. H. (1981). «Determination of earthquake source parameters from waveform data for studies of global and regional seismicity». *Journal of Geophysical Research*, **86**(B4), p. 2825. ISSN 0148-0227. doi : 10.1029/JB086iB04p02825. [pp. 68 et 73]
- Ekström, G., Nettles, M. et Dziewoński, A. (2012). «The global CMT project 2004–2010 : Centroid-moment tensors for 13,017 earthquakes». *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **200-201**, p. 1–9. ISSN 00319201. doi :10.1016/j.pepi.2012.04.002. [pp. 84 et 96]
- Ewing, M., Woollard, G. P., Vine, A. C. et Worzel, J. L. (1946). «Recent results in submarine geophysics». *Geological Society of America Bulletin*, **57**(10), p. 909. ISSN 0016-7606. doi :10.1130/0016-7606(1946)57[909:RRISG]2.0.CO;2. [p. 16]
- Faccioli, E., Maggio, F., Paolucci, R. et Quarteroni, A. (1997). «2D and 3D elastic wave propagation by a pseudo-spectral domain decomposition method». *J. Seismol.*, **1**, p. 237–251. [p. 55]
- Fisher, F. H. et Simmons, V. P. (1977). «Sound absorption in sea water». *The Journal of the Acoustical Society of America*, **62**(3), p. 558–564. ISSN 00014966. doi :10.1121/1.381574. [p. 141]
- Fofonoff, N. P. et Millard, R. C., *Algorithms for computation of fundamental properties of seawater*, UNESCO technical papers in marine science, t. 44 (Division of Marine Sciences, UNESCO, Place de Fontenoy, 75700 Paris, 1983). [p. 138]
- Fox, C. G., Dziak, R. P., Matsumoto, H. et Schreiner, A. E. (1993). «Potential for monitoring low-level seismicity on the Juan-de-Fuca ridge using military hydrophone arrays». *Marine Technology Society Journal*, **27**(4), p. 22–30. ISSN 0025-3324. [pp. 24 et 25]

- Francois, R. E. et Garrison, G. R. (1982a). «Sound absorption based on ocean measurements : Part i : Pure water and magnesium sulfate contributions». *The Journal of the Acoustical Society of America*, **72**(3), p. 896–907. ISSN 00014966. doi : 10.1121/1.388170. [p. 141]
- Francois, R. E. et Garrison, G. R. (1982b). «Sound absorption based on ocean measurements. part II : boric acid contribution and equation for total absorption». *The Journal of the Acoustical Society of America*, **72**(6), p. 1879–1890. ISSN 00014966. doi :10.1121/1.388673. [p. 141]
- Galerkin, B. G. (1915). «Series solution of some problems of elastic equilibrium of rods and plates». *Vestnik Inzhenerov i Tekhnikov*, **19**, p. 897–908. [p. 61]
- de Groot-Hedlin, C. D. et Orcutt, J. A. (2001). «Excitation of T-phases by seafloor scattering». *The Journal of the Acoustical Society of America*, **109**(5), p. 1944. ISSN 00014966. doi :10.1121/1.1361057. [pp. 25 et 107]
- Gutenberg, B. et Richter, C. F., *The seismicity of the earth and associated phenomena* (Princeton University Press, Princeton, NJ, 1949). [pp. 6 et 137]
- Hardin, R. et Tappert, F. (1973). «Applications of the split-step fourier method to the numerical solution of nonlinear and variable coefficient wave equations». *SIAM rev*, **15**(2), p. 423. [pp. 45 et 47]
- Jaggar, T. A. (1930). «How the seismograph works». *The Volcano Letter*, **268**, p. 1–4. [p. 21]
- Jamet, G., Guennou, C., Guillon, L., Mazoyer, C. et Royer, J.-Y. (2013). «T-wave generation and propagation : A comparison between data and spectral element modeling». *The Journal of the Acoustical Society of America*, **134**(4), p. 3376. ISSN 00014966. doi :10.1121/1.4818902. [pp. 73 et 83]
- Jensen, F. B., Kuperman, W. A., Porter, M. B. et Schmidt, H., *Computational ocean acoustics*. AIP series in modern acoustics and signal processing (AIP Press : Springer, New York, 2000), corr. 2nd print éd. ISBN 1563962098. [pp. 27 et 49]
- Johnson, R. H. et Norris, R. A. (1968). «T-phase radiators in western aleutians». *Bulletin of the Seismological Society of America*, **58**(1), p. 1–10. ISSN 0037-1106. [p. 24]
- Johnson, R. H., Northrop, J. et Eppley, R. (1963). «Sources of pacific T phases». *Journal of Geophysical Research*, **68**(14), p. 4251–4260. ISSN 01480227. doi : 10.1029/JZ068i014p04251. [p. 23]

- Keenan, R. E. (1991). «Arctic abyssal T phases : Coupling seismic energy to the ocean sound channel via under-ice scattering». *The Journal of the Acoustical Society of America*, **89**(3), p. 1128. ISSN 00014966. doi :10.1121/1.400648. [p. 24]
- Komatitsch, D. (1997). *Méthodes spectrales et éléments spectraux pour l'équation de l'élastodynamique 2D et 3D en milieu hétérogène*. These, Institut de Physique du Globe, Paris. [p. 62]
- Komatitsch, D., Barnes, D. et Barnes, C. (2000). «Wave propagation near a fluid-solid interface : A spectral-element approach». *Geophysics*, **65**(2), p. 623–631. [pp. 55 et 62]
- Komatitsch, D. et Tromp, J. (1999). «Introduction to the spectral element method for 3D seismic wave propagation». *Geophys. J. Int.*, **139**(3), p. 806–822. [pp. 55 et 62]
- Komatitsch, D. et Vilotte, J. (1998). «The spectral element method : an efficient tool to simulate the seismic response on 2D and 3D geological structure». *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **88**(2), p. 368–392. [p. 55]
- Lamé, G., *Leçons sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides* (Bachelier, Paris, 1852). ISBN 9782876472617 2876472619. [p. 57]
- Lamb, H. (1917). «On waves in an elastic plate». *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, **93**(648), p. 114–128. ISSN 1364-5021, 1471-2946. doi :10.1098/rspa.1917.0008. [p. 9]
- Laske, G., Masters, G., Ma, Z. et Pasyanos, M., «Update on CRUST1.0 - a 1-degree global model of earth's crust». Dans : «EGU General Assembly Conference Abstracts», , *EGU General Assembly Conference Abstracts*, t. 15(p. 2658) (2013). [p. 108]
- Leontovich, M. et Fock, V. (1946). «Solution of the problem of propagation of electric waves along the earth's surface by the method of parabolic equation». *Zhurnal Eksperimentalnoi I Teoreticheskoi Fiziki*, **16**(7), p. 557–573. ISSN 0044-4510. [p. 45]
- Leroy, C. C. et Parthiot, F. (1998). «Depth-pressure relationships in the oceans and seas». *The Journal of the Acoustical Society of America*, **103**(3), p. 1346–1352. ISSN 00014966. doi :10.1121/1.421275. [p. 138]
- Leroy, C. C., Robinson, S. P. et Goldsmith, M. J. (2008). «A new equation for the accurate calculation of sound speed in all oceans». *The Journal of the Acoustical Society of America*, **124**(5), p. 2774–2782. ISSN 00014966. doi :10.1121/1.2988296. [p. 138]

- Linehan, D. (1940). «Earthquakes in the West Indian region». *Transactions, American Geophysical Union*, **21**(2), p. 229. ISSN 0002-8606. doi :10.1029/TR021i002p00229. [p. 21]
- Love, A. E. H., *Some Problems of Geodynamics* (University Press, Cambridge, 1911). [p. 9]
- Mackenzie, K. V. (1981). «Nine-term equation for sound speed in the oceans». *The Journal of the Acoustical Society of America*, **70**(3), p. 807. ISSN 00014966. doi : 10.1121/1.386920. [p. 138]
- Madec, R. (2009). *Méthode des éléments spectraux pour la propagation d'ondes sismiques en milieu géologique fluide-solide avec pas de temps locaux et couches absorbantes parfaitement adaptées C-PML*. Ph.D thesis, Université de Pau et des Pays de l'Adour. [p. 62]
- Martin, R. et Komatitsch, D. (2009). «An unsplit convolutional perfectly matched layer technique improved at grazing incidence for the viscoelastic wave equation». *Geophysical Journal International*, **179**(1), p. 333–344. ISSN 0956540X, 1365246X. doi : 10.1111/j.1365-246X.2009.04278.x. [p. 64]
- Martin, R., Komatitsch, D., Gedney, S. D. et Bruthiaux, E. (2010). «A high-order time and space formulation of the unsplit perfectly matched layer for the seismic wave equation using auxiliary differential equations (ADE-PML)». *Comput. Model. Eng. Sci.*, **56**(1), p. 17–42. [p. 64]
- Maury, M. F., *Explanations and sailing directions to accompany the Wind and current charts, approved by Commodore Charles Morris, chief of the Bureau of Ordnance and Hydrography* (E.C. and J. Biddle, Philadelphia, 1854). [p. 6]
- Medwin, H. (1975). «Speed of sound in water : A simple equation for realistic parameters». *The Journal of the Acoustical Society of America*, **58**(6), p. 1318. ISSN 00014966. doi :10.1121/1.380790. [p. 138]
- Needham, J. et Ling, W., *Science and civilisation in China. Volume 3. Mathematics and the Sciences of the Heavens and the Earth* (Cambridge University Press, Cambridge, 1959). ISBN 0521058015 9780521058018. [p. 4]
- Officer, C. B., *Introduction to the theory of sound transmission, with application to the ocean* (McGraw-Hill, New York, 1958). [p. 23]
- Okal, E. A., «The generation of T waves by earthquakes». Dans : «Advances in Geophysics», , t. 49(p. 1–65) (Elsevier, 2008). ISBN 9780123742315. [pp. 21, 23, et 24]

- Ortelius, A., *Theatrum orbis terrarum* (Apud Aegid. Coppenium Diesth, Antverpiae, 1570). [p. 6]
- Oskooi, A. F. (2008). *An investigation of the perfectly matched layer for inhomogeneous media*. S.M. thesis, Massachusetts Insitute of Technology, Cambridge, MA. [p. 64]
- Patera, A. T. (1984). «A spectral element method for fluid dynamics : Laminar flow in a channel expansion». *Journal of Computational Physics*, **54**(3), p. 468–488. ISSN 00219991. doi :10.1016/0021-9991(84)90128-1. [p. 55]
- Pekeris, C. L., «Theory of propagation of explosive sound in shallow water». Dans : «Geological Society of America Memoirs», , t. 27(p. 1–116) (Geological Society of America, 1948). [pp. 37 et 41]
- Peter, D., Komatitsch, D., Luo, Y., Martin, R., Le Goff, N., Casarotti, E., Le Loher, P., Magnoni, F., Liu, Q., Blitz, C., Nissen-Meyer, T., Basini, P. et Tromp, J. (2011). «Forward and adjoint simulations of seismic wave propagation on fully unstructured hexahedral meshes : SPECFEM3D version 2.0 ‘Sesame’». *Geophysical Journal International*, **186**(2), p. 721–739. ISSN 0956540X. doi :10.1111/j.1365-246X.2011.05044.x. [p. 62]
- Pod’yapol’skii, G. S. (1966). «Ray series expansions for reflected and transmitted waves». *Izvestiya Akademii Nauk SSSR, Fizika Zemli [Izvestiya, Academy of Sciences, USSR, Physics of the Solid Earth]*, **6**, p. 3–33. [p. 31]
- Porter, M. B. (1985). «A numerical method for bottom interacting ocean acoustic normal modes». *The Journal of the Acoustical Society of America*, **77**(5), p. 1760. ISSN 00014966. doi :10.1121/1.391925. [p. 44]
- Porter, M. B. et Liu, Y.-C. (1994). «Finite-element ray tracing». *Theoretical and computational acoustics*, **2**, p. 947–956. [p. 35]
- Rayleigh, L. J. W. S. (1885). «On waves propagated along the plane surface of an elastic solid». *Proceedings of the London Mathematical Society*, **s1-17**(1), p. 4–11. ISSN 0024-6115, 1460-244X. doi :10.1112/plms/s1-17.1.4. [p. 8]
- Scholte, J. G. (1947). «The range of existence of rayleigh and stoneley waves». *Geophysical Journal International*, **5**, p. 120–126. ISSN 0956540X, 1365246X. doi : 10.1111/j.1365-246X.1947.tb00347.x. [p. 9]
- Seong, W. (1991). *Hybrid Galerkin boundary element-wavenumber integration method for acoustic propagation in laterally inhomogeneous media*. Ph.D thesis, Massachusetts Insitute of Technology, Cambridge, MA. [p. 40]

- Seriani, G., Priolo, E. et Pregarz, A., «Modelling waves in anisotropic media by a spectral element method». Dans : G. Cohen (Réd.), «Proceedings of the third international conference on mathematical and numerical aspects of wave propagation», (p. 289–298) (SIAM, Philadelphia, PA, 1995). [p. 55]
- Stacey, R. (1988). «Improved transparent boundary formulations for the elastic wave equation». *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **78**(6), p. 2089–2097. [p. 63]
- Stoneley, R. (1924). «Elastic waves at the surface of separation of two solids». *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, **106**(738), p. 416–428. ISSN 1364-5021, 1471-2946. doi :10.1098/rspa.1924.0079. [p. 9]
- Thorp, W. H. (1967). «Analytic description of the low-frequency attenuation coefficient». *The Journal of the Acoustical Society of America*, **42**(1), p. 270. ISSN 00014966. doi : 10.1121/1.1910566. [p. 141]
- Tolstoy, I. et Ewing, M. (1950). «The T phase of shallow-focus earthquakes». *Bulletin of the Seismological Society of America*, **40**, p. 25–51. [p. 22]
- Wegener, A. (1912). «Die Entstehung der Kontinente». *Geologische Rundschau*, **3**, p. 267–292. [p. 6]
- Williams, C. M., Stephen, R. A. et Smith, D. K. (2006). «Hydroacoustic events located at the intersection of the Atlantis (30°N) and Kane (23°40'N) transform faults with the Mid-Atlantic ridge». *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, **7**(6), p. 28 pp. ISSN 15252027. doi :10.1029/2005GC001127. [pp. 21 et 23]
- Wilson, W. D. (1960). «Speed of sound in sea water as a function of temperature, pressure, and salinity». *The Journal of the Acoustical Society of America*, **32**(6), p. 641–644. ISSN 00014966. doi :10.1121/1.1908167. [pp. 138 et 147]