



**HAL**  
open science

# Tolérance active aux fautes des systèmes à base de modèles et Application à un enrouleur de bande

Jean-Christophe Ponsart

► **To cite this version:**

Jean-Christophe Ponsart. Tolérance active aux fautes des systèmes à base de modèles et Application à un enrouleur de bande. Automatique / Robotique. Université de Lorraine, 2011. tel-01088974

**HAL Id: tel-01088974**

**<https://hal.science/tel-01088974v1>**

Submitted on 29 Nov 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## **Habilitation à Diriger des Recherches**

Université Henri Poincaré, Nancy 1  
(spécialité Automatique)

présentée par

**Jean-Christophe PONSART**

Maître de Conférences à l'Université Henri Poincaré, Nancy 1

## **Tolérance active aux fautes des systèmes à base de modèles et Application à un enrouleur de bande**

soutenance publique le 02 Décembre 2011

### **Composition du jury :**

*Président :*

Vincent COCQUEMPOT, Professeur à l'Université de Lille 1

*Rapporteurs :*

Dominique KNITTEL, Professeur à l'Université de Strasbourg

Dimitri LEFEBVRE, Professeur à l'Université Le Havre

Jean-Marc THIRIET, Professeur à l'Université Joseph-Fourier de Grenoble

*Examineurs :*

Benoit IUNG, Professeur à l'Université Henri Poincaré de Nancy

Jacques LOTTIN, Professeur à l'Université de Savoie

Mahdi MAHFOUF, Professeur à l'Université de Sheffield

Didier THEILLIOL, Professeur à l'Université Henri Poincaré de Nancy



## Remerciements

Je tiens à remercier Dimitri LEFEBVRE, Professeur à l'Université du Havre et Directeur du GREAH (Groupe de Recherche en Electrotechnique et Automatique du Havre) d'avoir accepté de rapporter sur ce travail. Je lui suis reconnaissant de l'intérêt qu'il a porté sur ce travail.

Je remercie Dominique KNITTEL, Professeur à l'Université de Strasbourg, d'avoir également rapporté sur ce travail. Ses remarques relatives aux travaux développés sur l'enrouleur de bande seront très utiles pour une meilleure valorisation de ce travail dans l'avenir.

Jean-Marc THIRIET, Professeur à l'Université Joseph Fourier de Grenoble et Directeur de GIPSA-Lab (Grenoble Images Parole Signal Automatique) a lui aussi accepté de rapporter sur ce travail. Ayant travaillé au sein de la même université et participé ensemble à l'organisation de CETSIS 2005, j'ai appris à connaître ses grandes qualités humaines. J'apprécie le soin qu'il a apporté à l'analyse de ce mémoire. Je le remercie très sincèrement.

Que Vincent COCQUEMPOT, Professeur à l'Université de Lille 1 soit également remercié de sa participation au jury. Ses commentaires constructifs m'ont été très utiles pour finaliser ce document.

Je tiens à remercier très sincèrement Mahdi MAHFOUF, Professeur à l'Université de Sheffield et Directeur de IMPETUS, d'avoir accepté d'examiner ce travail.

Jacques LOTTIN, Professeur à l'Université de Savoie, a été mon Directeur de thèse à Annecy. Il n'était pas concevable pour moi qu'il ne participe pas à l'examen de ce travail. Je le remercie très sincèrement pour les échanges que nous avons eus et pour son amitié.

Que Benoît IUNG, Professeur à l'Université Henri Poincaré de Nancy soit remercié pour sa participation à ce jury. Nos échanges scientifiques et pédagogiques sont toujours bénéfiques.

Je tiens à remercier chaleureusement Didier THEILLIOL, Professeur à l'Université Henri Poincaré de Nancy, pour son amitié et son soutien sans failles depuis mon arrivée à Nancy. Je le remercie de m'avoir incité puis convaincu à présenter cette habilitation à diriger des recherches.

Je remercie également Dominique SAUTER, Professeur à l'Université Henri Poincaré de Nancy, pour m'avoir accueilli au sein de son équipe à mon arrivée à Nancy et pour la confiance et la liberté qu'il m'a accordées dans l'encadrement de jeunes chercheurs.

Les travaux présentés dans ce mémoire résument douze années de recherches effectuées en équipe. Je remercie en particulier Cédric, Peter, Christophe, Samir, Bada avec qui j'ai eu des discussions fort intéressantes, soit pendant leur stage de DEA/Master ou de mémoire CNAM, soit au cours de la préparation de leur doctorat.

Finalement, je ne saurais terminer sans que soient remerciées toutes les personnes qui de près ou de loin ont contribué à la réussite de ce travail par leur soutien moral, administratif, technique, que ce soit au Laboratoire ou plus généralement à la Faculté des Sciences et Technologies. Un merci particulier à Sabine, secrétaire au dévouement sans faille, pour son soutien et son amitié.



## Table des Matières

<b>Avant-propos .....</b>	<b>3</b>
<b>Première Partie : Notice d'activités .....</b>	<b>7</b>
1 - Situation civile et administrative .....	9
1.1 - Etat civil .....	9
1.2 - Situation professionnelle .....	9
1.3 - Expérience professionnelle .....	10
1.4 - Formation .....	10
2 - Responsabilités administratives .....	11
2.1 - Responsabilités pédagogiques .....	11
2.2 - Implication dans la vie de l'établissement .....	13
3 - Activités de recherche et d'encadrement .....	17
3.1 - Introduction .....	17
3.2 - Description synthétique des activités scientifiques .....	17
3.3 - Encadrement de chercheurs .....	22
3.4 - Coopérations industrielles et valorisation .....	24
3.5 - Rayonnement et collaborations scientifiques .....	24
3.6 - Lecteur de revues ou conférences .....	29
3.7 - Membre de jury .....	29
4 - Activités d'enseignement .....	31
5 - Liste des publications .....	39
5.1 - Livre .....	39
5.2 - Chapitre d'ouvrage .....	39
5.3 - Revues Internationales avec comité de lecture .....	40
5.4 - Revues Nationales avec comité de lecture .....	41
5.5 - Conférences Internationales avec comité de lecture et actes .....	41
5.6 - Conférences Nationales avec comité de lecture et actes .....	48
<b>Seconde Partie : Description des travaux de recherche .....</b>	<b>51</b>
1 - Introduction .....	53
2 - Diagnostic et accommodation aux défauts des systèmes non linéaires affines .....	58
2.1 - Description des systèmes non linéaires .....	58
2.2 - Commande non linéaire considérée dans ces travaux .....	60
2.3 - Diagnostic de défauts .....	64
2.3.1 - Approche algébrique .....	64
2.3.2 - Approche géométrique .....	66
2.4 - Accommodation des défauts .....	69
2.4.1 - Compensation de défauts actionneurs .....	69
2.4.2 - Sensor masking .....	71
2.5 - Application au système des trois cuves .....	72
2.5.1 - Modélisation .....	73
2.5.2 - Commande .....	74
2.5.3 - Diagnostic .....	76
2.5.4 - Accommodation des défauts .....	81
2.6 - Conclusion .....	82

3 - Robustesse de la commande tolérante aux défauts vis-à-vis d'incertitudes du module diagnostic .....	82
3.1 - introduction .....	82
3.2 - Admissible Model Matching approche pour le FTC .....	83
3.3 - Les systèmes à sauts Markoviens : commande multi-objectifs .....	85
3.3.1 - Les systèmes à sauts Markoviens .....	85
3.3.2 - Commande multi-objectifs .....	87
3.4 - Conclusion .....	90
4 - Commande tolérante aux fautes des systèmes LPV : Application à un système d'enroulement de bande .....	91
4.1 - Introduction .....	91
4.2 - Le système d'enroulement de bande .....	91
4.3 - Les systèmes LPV .....	98
4.3.1 - Systèmes multi-affines .....	98
4.3.2 - Systèmes polynômiaux .....	99
4.3.3 - Systèmes rationnels .....	99
4.4 - Approche polynômiale .....	99
4.4.1 - Modélisation .....	99
4.4.2 - Commande .....	104
4.4.3 - Diagnostic .....	106
4.4.4 - Accommodation aux défauts .....	110
4.5 - Approche polytopique .....	114
4.5.1 - Modélisation : de l'approche polynômiale à l'approche polytopique .....	114
4.5.2 - Diagnostic .....	115
4.6 - Conclusion .....	119
<b>Troisième Partie : Perspectives de recherche .....</b>	<b>121</b>
<b>Quatrième Partie : Références bibliographiques .....</b>	<b>133</b>
<b>Cinquième Partie : Publications significatives .....</b>	<b>147</b>
D. Theilliol, H. Noura, J-C. Ponsart, <i>ISA Transactions</i> 2002 .....	151
C. Join, J-C. Ponsart, D. Sauter, D. Theilliol, <i>IEE proceedings Part D, Control Theory and Applications</i> 2005.....	171
S. Aberkane, J-C. Ponsart, M. Rodrigue, D. Sauter, <i>Automatica</i> 2008.....	183
D. Theilliol, M. Mahfouf, J-C. Ponsart, D. Sauter, M.A. Gama, <i>Transactions of the Institute of Measurement and Control</i> 2010 .....	193
J-C. Ponsart, D. Theilliol, C. Aubrun, <i>Control Engineering Practice</i> 2010.....	217

***Avant-propos***

---



Le mémoire est composé de cinq parties :

- la première partie, “**Notice d’activités**”, présente une synthèse de mes activités d’enseignement, de recherche, d’encadrement et de fonctions administratives, de coopérations et collaborations industrielles, et responsabilités collectives. Celle-ci se termine par la liste exhaustive de toutes les publications dont je suis auteur ou co-auteur.

- la seconde partie, “**Description des travaux de recherche**”, est entièrement consacrée à une présentation de mes travaux scientifiques. Ces activités de recherche contribuent aux systèmes tolérants aux défauts. La première partie traite de l’accommodation aux défauts des systèmes non linéaires affines et montre l’application qui peut en être faite sur le système des trois cuves. La seconde partie introduit les travaux que nous avons effectués en lien avec la problématique de la robustesse de la commande tolérante aux défauts vis-à-vis d’incertitudes du module diagnostic. Enfin, la dernière partie concerne la commande tolérante aux fautes des systèmes LPV et son application sur le système d’enroulement de bande qui sert d’illustration aux travaux me concernant depuis une dizaine d’années.

- la troisième partie, “**Perspectives de recherche**”, propose les perspectives que je compte mener à court et moyen termes dans le cadre de la sûreté de fonctionnement des systèmes.

- la quatrième partie, “**Références bibliographiques**”, rassemble la liste des articles de bibliographie citée dans ce document,

- la cinquième et dernière partie, “**Publications significatives**”, est constituée de cinq articles donnant une vue d’ensemble, représentative de mes différents travaux de recherche.



***Première Partie :***

***Notice d'activités***

---



## ***Liste des Publications***

---



## 5 - Liste des publications et des travaux

Cette partie est consacrée à la présentation quantitative de ma production scientifique en terme de publications dans des revues, et d'articles présentés dans des colloques internationaux et nationaux. Le tableau suivant présente un bilan quantitatif des publications depuis ma nomination.

Tableau 1: Bilan des publications de 1999 à 2010

	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
O											1	
CO									1			
RI				1	1		2	1	3	2		3
RN					1							
CI	1	2	3	4	4	5	8	5	6	5	5	1
CN			1	2	1		2		2			1

avec *O* : Ouvrage

*CO* : Chapitre d'ouvrage

*RI* : Revues Internationales avec comité de lecture

*RN* : Revues Nationales avec comité de lecture

*CI* : Conférences Internationales avec comité de lecture et actes

*CN* : Conférences Nationales avec comité de lecture et actes

### 5.1 - Livre

#### [O-1]

H. Noura, D. Theilliol, **J-C. Ponsart**, A. Chamseddine, "*Fault-tolerant Control Systems. Design and Practical Applications*", Series: Advances in Industrial Control, Springer, 233 pages, 2009 (ISBN: 978-1-84882-652-6).

### 5.2 - Chapitre d'ouvrage

#### [CO-1]

S. Aberkane, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, "Ellipsoidal Output-Feedback Sets for  $H_\infty$  Control of a Class of Stochastic Hybrid Systems with State-Dependant Noise", in *Taming Heterogeneity and Complexity of Embedded Control*, F. Lamnabhi-Lagarrigue, A. Loria, E. Panteley, S. Laghrouche, (Eds.), ISTE, 2007.

### 5.3 - Revues Internationales avec comité de lecture

**[RI-1]**

J. Lévine, J. Lottin, **J-C. Ponsart**, “A nonlinear approach to the control of magnetic bearings”, *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, Issue on Magnetic Bearing Control, Vol. 5, N. 4, pp. 524-544, Sept. 1996.

**[RI-2]**

D. Theilliol, H. Noura, **J-C. Ponsart**, “Fault diagnosis and accommodation of a three-tank system based on analytical redundancy”, *ISA Transactions*, Vol. 41, pp. 365-382, 2002.

**[RI-3]**

D. Theilliol, **J-C. Ponsart**, J. Harmand, C. Join, P. Gras, “On-line estimation of unmeasured inputs for anaerobic wastewater treatment processes”, *Control Engineering Practice*, Vol.11, pp. 1007-1019, 2003.

**[RI-4]**

C. Join, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, D. Theilliol, “Nonlinear filter design for fault diagnosis: application to the three-tank system”, *IEE proceedings Part D, Control Theory and Applications*, Vol. 152, pp. 55-64, ISSN 0143-7054, Janv. 2005.

**[RI-5]**

D. Sauter, H. Jamouli, J-Y. Keller, **J-C. Ponsart**, “Actuator fault compensation for a winding machine”, *Control Engineering Practice*, Vol. 13, N. 10, pp. 1307-1314, Oct. 2005.

**[RI-6]**

S. Aberkane, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, “Output Feedback  $H_\infty$  Control of a Class of Stochastic Hybrid Systems with Wiener Process via Convex Analysis”, *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, Vol. 2, N. 6, pp.1179-1196, 2006.

**[RI-7]**

S. Aberkane, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, “Multi-Objective Output Feedback Control of a Class of Stochastic Hybrid Systems with State Dependent Noise”, *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2007, ID 31561, 26 p., 2007.

**[RI-8]**

S. Aberkane, D. Sauter, **J-C. Ponsart**, “Output Feedback Robust  $H_\infty$  Control of Uncertain Active Fault Tolerant Control Systems via Convex Analysis”, *International Journal of Control*, Vol. 81, N.2, pp. 252-263, 2007.

**[RI-9]**

S. Aberkane, D. Sauter, **J-C. Ponsart**, “Output Feedback Stochastic  $H_\infty$  Stabilization of Networked Fault Tolerant Control Systems”, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, Vol. 221, N. 6, pp. 927-935, 2007.

**[RI-10]**

S. Aberkane, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, "Output-Feedback H<sub>2</sub>/H<sub>∞</sub> Control of a Class of Networked Fault Tolerant Control Systems", *Asian Journal of Control*, Vol. 10, N. 1, pp. 24-33, 2008.

**[RI-11]**

S. Aberkane, **J-C. Ponsart**, M. Rodrigues, D. Sauter, "Output Feedback Control of a Class of Stochastic Hybrid Systems", *Automatica*, Vol. 44, N. 5, pp. 1325-1332, 2008.

**[RI-12]**

D. Theilliol, M. Mahfouf, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, M.A. Gama, "Design of a Fault Diagnosis System based on a bank of Filter-Observers with Application to a Hot Rolling Mill", *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Vol. 32, N. 3, pp. 265-285, 2010.

**[RI-13]**

S. Tornil-Sin, D. Theilliol, **J-C. Ponsart**, V. Puig, "Admissible model matching using D<sub>R</sub>-regions: fault accommodation and robustness against FDD inaccuracies", *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 24, N. 11, pp. 927-943, 2010.

**[RI-14]**

**J-C. Ponsart**, D. Theilliol, C. Aubrun, "Virtual Sensors Design for Active Fault Tolerant Control System Applied to a Winding Machine", *Control Engineering Practice*, Vol. 18, N. 9, pp. 1037-1044, 2010.

**[RI-15]**

C. M. Astorga-Zaragoza, D. Theilliol, **J-C. Ponsart**, M. Rodrigues, "Fault estimation for a class of Descriptor Linear Parameter", accepté dans *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2011.

**[RI-16]**

J-P. Georges, D. Theilliol, V. Cocquempot, **J-C. Ponsart**, C. Aubrun, "Fault tolerance in networked control systems under intermittent observations", accepté dans *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 2011.

#### 5.4 - Revues Nationales avec comité de lecture

**[RN-1]**

C. Join, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, "Diagnostic des systèmes non linéaires. Contribution aux méthodes de découplage", *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, Vol. 37, pp. 1323-1327, ISSN 1269-6935, Oct. 2003

#### 5.5 - Conférences Internationales avec comité de lecture et actes

**[CI-1]**

J. Lottin, P. Mouille, **J-C. Ponsart**, "Non linear control of active magnetic bearings", *4th International Symposium on Magnetic Bearings*, Zurich, Suisse, pp. 101-106, 23-26 Août 1994.

[CI-2]

J. Lévine, J. Lottin, **J-C. Ponsart**, “Control of magnetic bearings: flatness with constraints”, *IFAC'96 World Congress*, San Francisco, USA, Vol. F, pp. 401-406, 30 Juin-05 Juillet 1996.

[CI-3]

J. Lévine, J. Lottin, **J-C. Ponsart**, “A flatness based control design for active magnetic bearings”, *CESA'96*, Lille, France, pp. 70-75, 9-12 Juillet 1996.

[CI-4]

**J-C. Ponsart**, J.Lottin, P. Mouille, “Non linear control of active magnetic bearings: digital implementation”, *5th International Symposium on Magnetic Bearings*, Kanazawa, Japon, pp. 77-82, 28-30 Août 1996.

[CI-5]

J. Lottin, P. Mouille, **J-C. Ponsart**, “Reduction of the actuator number in magnetic suspension”, *5th International Symposium on Magnetic Bearings*, Kanazawa, Japon, pp. 289-294, 28-30 Août 1996.

[CI-6]

**J-C. Ponsart**, J. Lottin, P. Mouille, “Disturbance estimation and compensation in active magnetic bearings control”, *IFAC Conference on Control of Industrial Systems*, Belfort, France, Vol. 1, pp. 712-717, 20-22 Mai 1997.

[CI-7]

**J-C. Ponsart**, J. Lévine, J. Lottin, F. Reverdy, “Control of a rotating shaft via active magnetic bearings”, *ECC'97 European Control Conference*, Bruxelles, Belgique, 1-4 Juillet 1997.

[CI-8]

**J-C. Ponsart**, J. Lottin, “Nonlinear control of active magnetic bearings : robustness analysis”, *12th ICSE'97 International Conference on Systems Engineering*, Coventry, Grande-Bretagne, pp. 541-546, 9-11 Septembre 1997.

[CI-9]

**J-C. Ponsart**, D. Theilliol, H. Noura, “Fault-Tolerant Control of a nonlinear system Application to a three-tank-system”, *ECC'99 European Control Conference*, Karlsruhe, Allemagne, 31 Aout-03 Septembre 1999.

[CI-10]

C. Join, **J-C. Ponsart**, D. Theilliol, D. Sauter, “Actuator and sensor fault diagnosis by decoupling method for nonlinear systems”, *2ème Nonlinear Control Network Workshop*, Paris, France, 5-9 Juin 2000.

[CI-11]

D. Theilliol, **J-C. Ponsart**, H. Noura, “Sensor Fault Diagnosis and Accommodation Based on Analytical Redundancy : Application to a three-tank system”, *SAFEPROCESS'00 4th Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes*, Budapest, Hongrie, 14-16 Juin 2000.

**[CI-12]**

H. Noura, **J-C. Ponsart**, D. Theilliol, "Sensor Fault Tolerant Control Method Applied to a Winding Machine", *SAFEPROCESS'00 4th Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes*, Budapest, Hongrie, 14-16 Juin 2000.

**[CI-13]**

D. Theilliol, **J-C. Ponsart**, H. Noura, D. Sauter, "Sensor fault tolerant control method based on multiple model approach", *ECC'01 European Control Conference*, Porto, Portugal, 4-7 Septembre 2001.

**[CI-14]**

**J-C. Ponsart**, C. Join, D. Theilliol, D. Sauter, "Sensor fault diagnosis and accommodation in nonlinear system", *ECC'01 European Control Conference*, Porto, Portugal, 4-7 Septembre 2001.

**[CI-15]**

**J-C. Ponsart**, D. Theilliol, H. Noura, "Fault tolerant control method for actuator and component faults applied to a hydraulic system", *ECC'01 European Control Conference*, Porto, Portugal, 4-7 Septembre 2001.

**[CI-16]**

D. Theilliol, C Aubrun, **J-C. Ponsart**, J Harmand, "On-line estimation of unmeasured inputs for anaerobic process described by interpolated LTI models", *World IFAC 2002, 15th World Congress*, Barcelone, Espagne, 21-26 Juillet 2002.

**[CI-17]**

C. Join, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, "Sufficient conditions to fault isolation in nonlinear systems : a geometric approach", *World IFAC 2002, 15th World Congress*, Barcelone, Espagne, 21-26 Juillet 2002.

**[CI-18]**

C. Join, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, "Fault detection and isolation via nonlinear filters", *World IFAC 2002, 15th World Congress*, Barcelone, Espagne, 21-26 Juillet 2002.

**[CI-19]**

**J-C. Ponsart**, D. Theilliol, G. Guerrero-Ramirez, C. Aubrun, "Nonlinear control of a winding process", *CLCA'02 Congreso Latino Americano de Control Automatico*, Guadalajara, Mexique, 4-6 Décembre 2002.

**[CI-20]**

C. Join, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, "Nonlinear filters bank for F.D.I.: an alternative to the Fundamental Problem of Residual Generation", *SAFEPROCESS'03 5th Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes*, Washington, USA, 9-11 Juin 2003.

**[CI-21]**

D. Theilliol, D. Sauter, **J-C. Ponsart**, "A multiple model based approach for fault tolerant control in nonlinear systems", *SAFEPROCESS'03 5th Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes*, Washington, USA, 9-11 Juin 2003.

[CI-22]

C. Join, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, “Fault decoupling via generalized output injection”, *ECC’03 European Control Conference*, Cambridge, Grande-Bretagne, 1-4 Septembre 2003.

[CI-23]

**J-C. Ponsart**, D. Theilliol, D. Sauter, “Synthesis and implementation of different control law strategies for a winding process”, *IFAC Workshop on New Technologies for Automation of Metallurgical Industry*, Shanghai, Chine, pp 223-228, 11-13 Octobre 2003.

[CI-24]

D. Theilliol, **J-C. Ponsart**, H. Noura, L. Vela-Valdes, “A multiple model based approach for sensor fault-tolerant control of nonlinear systems”, *CLCA’04 Congreso Latino Americano de Control Automatico*, La Havane, Cuba, 10-15 Mai 2004.

[CI-25]

**J-C. Ponsart**, D. Theilliol, “Actuator fault diagnosis of a nonlinear system: a winding process”, *MMM’04, 11th IFAC Symposium on Automation in Mining, Mineral and Metal processing*, Nancy, France, 8-10 Septembre 2004.

[CI-26]

F. Guenab, D. Theilliol, P. Weber, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, “Fault-Tolerant control design based on cost and reliability analysis”, *ACD’04 Workshop on Advanced Control and Diagnosis*, Karlsruhe, Allemagne, 17-18 Novembre 2004.

[CI-27]

S. Aberkane, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, “Output Feedback Stochastic Stabilization Of Active Fault Tolerant Control Systems: LMI Formulation”, *19th IAR Annual Meeting*, Karlsruhe, Allemagne, 18-19 Novembre 2004.

[CI-28]

F. Guenab, C. Join, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, D. Theilliol, P. Weber, “A reliability approach to reconfiguration strategy: application to the IFATIS benchmark problem”, *SSSC’04, 2nd IFAC Symposium on System, Structure and Control*, Oaxaca, Mexique, 8-10 Décembre 2004.

[CI-29]

S. Aberkane, D. Sauter, **J-C. Ponsart**, “Robust Output Feedback Stochastic Stabilization of Active Fault Tolerant Control Systems”, *ISIC-MED’05, Joint 2005 International Symposium on Intelligent Control - 13th Mediterranean Conference on Control and Automation*, Limassol, Chypre, 27-29 Juin 2005.

[CI-30]

S. Aberkane, D. Sauter, **J-C. Ponsart**, “Performance Evaluation in Active Fault Tolerant Control Systems”, *ISIC-MED’05, Joint 2005 International Symposium on Intelligent Control - 13th Mediterranean Conference on Control and Automation*, Limassol, Chypre, 27-29 Juin 2005.

**[CI-31]**

**J-C. Ponsart**, D. Theilliol, D. Sauter, "Actuator fault tolerant control for a winding machine based on a LTV model", *REM'05, 6th International Workshop on Research and Education in Mechatronics*, Annecy, France, 30 Juin-01 Juillet 2005.

**[CI-32]**

S. Aberkane, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, "Output Feedback Stochastic Stabilization of Active Fault Tolerant Control Systems: LMI Formulation", *World IFAC 2005, 16th World Congress*, Prague, République Tchèque, 4-8 Juillet 2005.

**[CI-33]**

H. Jamouli, D. Sauter, J-Y. Keller, **J-C. Ponsart**, "Design of Augmented Fault Detection Filter for Fault Tolerant Control", *World IFAC 2005, 16th World Congress*, Prague, République Tchèque, 4-8 Juillet 2005.

**[CI-34]**

F. Guenab, D. Theilliol, P. Weber, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, "Fault Tolerant Control Method Based on Cost and Reliability Analysis", *World IFAC 2005, 16th World Congress*, Prague, République Tchèque, 4-8 Juillet 2005.

**[CI-35]**

**J-C. Ponsart**, D. Sauter, D. Theilliol, "Control and fault diagnosis of a winding machine based on a LTV model", *CCA'05, 2005 IEEE International Conference on Control Applications*, Toronto, Canada, 29-31 Août 2005.

**[CI-36]**

S. Aberkane, D. Sauter, **J-C. Ponsart**, D. Theilliol, " $H_\infty$  Stochastic Stabilization of Active Fault Tolerant Control Systems: Convex Approach", *CDC-ECC'05, Joint 44th IEEE Conference on Decision and Control - European Control Conference*, Seville, Espagne, 12-15 Décembre 2005.

**[CI-37]**

S. Aberkane, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, "Static Output-Feedback  $H_\infty$  Control of a Class of Stochastic Hybrid Systems with Wiener Process", *MED'06 14th Mediterranean Conference on Control and Automation*, Ancona, Italy, 28-30 Juin 2006.

**[CI-38]**

S. Aberkane, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, F. Hamelin, "Stochastic Stability of a Class of Stochastic Bilinear Hybrid systems: Convex Analysis and Synthesis", *SAFEPROCESS'06 6th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, Beijing, Chine, 30 Août-01 Septembre 2006.

**[CI-39]**

S. Aberkane, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, F. Hamelin, "Robust Static Output Feedback  $H_\infty$  Control of a Class of Stochastic Hybrid Systems in Noisy Environment: LMI Formulation", *SAFEPROCESS'06 6th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, Beijing, Chine, 30 Août-01 Septembre 2006.

[CI-40]

D. Theilliol, M. Mahfouf, D. Sauter, **J-C. Ponsart**, “Actuator/sensor fault diagnosis for an experimental hot rolling mill - A case study”, *MMM'06 IFAC Workshop on Automation in Mining, Mineral and Metal Industry*, Cracovie, Pologne, 20-22 Septembre 2006.

[CI-41]

S. Aberkane, D. Sauter, **J-C. Ponsart**, “Output Feedback Stochastic  $H_\infty$  Stabilization of Networked Fault Tolerant Control Systems”, *2nd Workshop on Networked Control System and Fault Tolerant Control*, Rende, Italie, 23-24 Novembre 2006.

[CI-42]

**J-C. Ponsart**, D. Theilliol, J.L. Rullan Lara “Sensor fault detection, isolation and recovery design applied to a winding machine”, *REM'07, 8th Int. Workshop on Research and Education in Mechatronics*, Tallinn, Estonie, 14-15 Juin 2007.

[CI-43]

S. Aberkane, D. Sauter, **J-C. Ponsart**, “Output-Feedback  $H_\infty$  Control of a Class of Networked Fault Tolerant Control Systems”, *MED'07, 15th Mediterranean Conference on Control and Automation*, Athènes, Grèce, 27-29 Juin 2007.

[CI-44]

D. Sauter, S. Aberkane, **J-C. Ponsart**, “Stabilization of networked fault tolerant control systems”, *ECC'07, European Control Conference*, Kos, Grèce, 2-5 Juillet 2007.

[CI-45]

**J-C. Ponsart**, D. Theilliol, “Sensor fault tolerant control design applied to a winding machine”, *MMM'2007, 12th IFAC Symposium on Automation in Mining, Mineral and Metal Processing*, Québec City, Canada, 21-23 Aout 2007.

[CI-46]

D. Theilliol, **J-C. Ponsart**, M. Mahfouf, D. Sauter, “Active fault tolerant control design for an experimental hot rolling mill – a case study”, *MMM'2007, 12th IFAC Symposium on Automation in Mining, Mineral and Metal Processing*, Québec City, Canada, 21-23 Aout 2007.

[CI-47]

P. Weber, P. Poure, D. Theilliol, S. Saadate, **J-C. Ponsart**, “Reliability analysis of Fault Tolerant Wind Energy Conversion System with Doubly Fed Induction Generator”, *ACD'07, 5th Workshop on Advanced Control and Diagnosis*, Grenoble, France, 15-16 Novembre 2007.

[CI-48]

D. Theilliol, M. Mahfouf, **J-C. Ponsart**, “Development of an Active Fault-Tolerant Speed Control System for a Hot Rolling Mill using a Bank of Filter-Observers”, *10th IMPPETUS Colloquium*, Sheffield, Royaume-Uni, 27-28 Mai 2008.

[CI-49]

D. Theilliol, M. Rodrigues, **J-C. Ponsart**, “Fault diagnosis and accommodation design for nonlinear systems described by interpolated LTI models”, *MED'08, 16th Mediterranean Conference on Control and Automation*, Ajaccio, France, 25-27 Juin 2008.

**[CI-50]**

D. Theilliol, **J-C. Ponsart**, M. Rodrigues, S. Aberkane, J. Yamé, “Design of Sensor Fault Diagnosis Method for Nonlinear Systems described by Linear Polynomial Matrices Formulation: Application to a Winding Machine”, *World IFAC 2008, 17th World Congress*, Séoul, Corée, 6-11 Juillet 2008.

**[CI-51]**

S. Tornil-Sin, **J-C. Ponsart**, D. Theilliol, V. Puig, “A new formulation for Admissible Model Matching in Fault-Tolerant Control”, *ACD'08, 23rd IAR Workshop on Advanced Control and Diagnosis*, Coventry, Royaume-Uni, 27-28 Novembre 2008.

**[CI-52]**

D. Theilliol, Y. Zhang, **J-C. Ponsart**, C. Aubrun, “Actuator Fault Tolerant Control System with Re-configuring Reference Input Design based on MPC”, *ACD'08, 23rd IAR Workshop on Advanced Control and Diagnosis*, Coventry, Royaume-Uni, 27-28 Novembre 2008.

**[CI-53]**

J-P. Georges, D. Theilliol, **J-C. Ponsart**, C. Aubrun, “Networked Control System with intermittent observations: FDI/FTC design based on Interacting Multiple Model Approach”, *MED'09, 17th Mediterranean Conference on Control & Automation*, Thessaloniki, Grèce, 24-26 Juin 2009.

**[CI-54]**

D. Theilliol, **J-C. Ponsart**, Y. Zhang, “Fault Tolerant Control System against Actuator Failures based on Re-configuring Reference Input Design”, *ACTEA'09, International Conference on Advances in Computational Tools for Engineering Applications*, Université Notre-Dame, Liban, 15-17 Juillet 2009.

**[CI-55]**

D. Theilliol, M. Mahfouf, **J-C. Ponsart**, “Increasing the safety & reliability of manufacturing systems against faults/failures: examples from the metal industry”, *11th IMPETUS colloquium*, Royaume-Uni, 2009.

**[CI-56]**

R. Hamdaoui, **J-C. Ponsart**, D. Theilliol, N. Abdelkrim, “Study of an actuator fault accommodation based on a LQ control energy criterion”, *ACD'2009, 7th Workshop on Advanced Control and Diagnosis*, Zielona Gora, Pologne, 19-20 Novembre 2009.

**[CI-57]**

C. M. Astorga Zaragoza, D. Theilliol, **J-C. Ponsart**, M. Rodrigues, “Sensor fault diagnosis for a class of LPV descriptor systems”, *ACD'2009, 7th Workshop on Advanced Control and Diagnosis*, Zielona Gora, Pologne, 19-20 Novembre 2009.

**[CI-58]**

A. Aguilera González, M. Adam Medina, C. Astorga Zaragoza, D. Theilliol, **J-C. Ponsart**, “Observer for LPV singular systems applied to a binary distillation column”, *SysTol'10, Conference on Control and Fault-Tolerant Systems*, Nice, France, 6-8 Octobre 2010.

[CI-59]

C.M. Astorga-Zaragoza, D. Theilliol, **J-C. Ponsart**, M. Rodrigues, “Observer Synthesis for a Class of Descriptor LPV Systems”, *ACC'2011 American Control Conference*, San Francisco, USA, 29 Juin-1 Juillet 2011.

[CI-60]

R. Hamdaoui, **J-C. Ponsart**, D. Theilliol, “Actuator fault recovery study based on post-fault time analysis”, *World IFAC 2011, 18th World Congress*, Milan, Italie, 28 Aout-2 Septembre 2011.

[CI-61]

A. Khelassi, D. Theilliol, P. Weber, **J-C. Ponsart**, “Fault-tolerant control design with respect to actuator health”, *IEEE MSC'2011 (CCA), 2011 IEEE Multi-Conference on Systems and Control, Conference on Control Application*, Denver, USA, 28-30 Septembre 2011.

## 5.6 - Conférences Nationales avec comité de lecture et actes

[CN-1]

**J-C. Ponsart**, P. Mouille, J. Lottin, “Identification d’un procédé à paliers magnétiques”, *AGI'96 - Automatique-Génie Informatique-Image*, Tours, France, pp. 61-64, 6-7 Juin 1996.

[CN-2]

**J-C. Ponsart**, L. Foulloy, J. Lottin, “Etude comparative de lois de commande non linéaires sur des paliers magnétiques”, *LFA '96, Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications*, Nancy, France, pp. 53-60, 4-5 Décembre 1996.

[CN-3]

**J-C. Ponsart**, D. Theilliol, M. Rosso, “Plate-forme polyvalente de travaux pratiques en Génie Electrique et Informatique Industrielle”, *CETISIS-EEA 2001, Colloque sur l'Enseignement des Technologies, des Sciences de l'Information et des Systèmes en EEA*, Clermont-Ferrand, France, 29-30 Novembre 2001.

[CN-4]

**J-C. Ponsart**, C. Gaubert, D. Sauter, “Commande non linéaire d’un système d’enroulement de bande”, *CIFA'02, Conférence Internationale Francophone d'Automatique*, Nantes, France, 8-10 Juillet 2002.

[CN-5]

C. Join, J. Jouffroy, **J-C. Ponsart**, J. Lottin, “Synthèse d’un filtre isolateur de défauts à l’aide de la théorie de la contraction”, *CIFA'02, Conférence Internationale Francophone d'Automatique*, Nantes, France, 8-10 Juillet 2002.

[CN-6]

D. Theilliol, **J-C. Ponsart**, “TD/TP d’Automatique à distance : comment conserver une interactivité avec l’enseignant ?”, *CETISIS-EEA 2003, Colloque sur l'Enseignement des Technologies, des Sciences de l'Information et des Systèmes en EEA*, Toulouse, France, 13-14 Novembre 2003.

[CN-7]

S. Aberkane, D. Sauter, **J-C. Ponsart**, “Systèmes Tolérants aux Défauts par Approche Active : évaluation des performances”, *Journées Doctorales et Nationales du GDR MACS*, Lyon, France. 5-7 Septembre 2005.

[CN-8]

**J-C. Ponsart**, D. Theilliol, “Maquette pédagogique et ludique dédiée aux enseignements de travaux pratiques d'informatique temps réel : Application aux robots LEGO®”, *CETISIS-EEA 2005, Colloque sur l'Enseignement des Technologies, des Sciences de l'Information et des Systèmes en EEA*, Nancy, France, 25-27 Octobre 2005.

[CN-9]

**J-C. Ponsart**, D. Theilliol, M. Robert, “Virtual sensors design to active fault tolerant control system applied to a winding machine”, *C2I'07, 4ème Colloque Interdisciplinaire en Instrumentation*, Nancy, France, 17-19 Octobre 2007.

[CN-10]

**J-C. Ponsart**, D. Theilliol, J-P. Jehl, “Unification des travaux pratiques d'automatique autour du système des 3 cuves”, *CETISIS-EEA 2007, Colloque sur l'Enseignement des Technologies, des Sciences de l'Information et des Systèmes en EEA*, Bordeaux, France, 29-31 Octobre 2007.

[CN-11]

M. Robert, A. Briffaux, **J-C. Ponsart**, V. Marion, “Mesures & Indicateurs”, *C2I'10, 5ème Colloque Interdisciplinaire en Instrumentation*, Le Mans, France, 26-27 Janvier 2010.

[CN-12]

B. N'Doye, **J-C. Ponsart**, “Surveillance des systèmes dynamiques : Pronostic pour la commande tolérante aux fautes”, *9ème édition du Congrès international QUALITA*, Angers, France, 23-25 Mars 2011.



***Seconde Partie :***

***Description des travaux de recherche***

---



# 1 - Introduction

La sûreté de fonctionnement des systèmes technologiques critiques et/ou complexes et la prise en compte des défauts/défaillances dans ces systèmes constituent un enjeu important tant sur le plan économique que scientifique, puisqu'à titre indicatif plus de 65% des problèmes de production sont liés à la présence de défaillances ([Harris et al., 1999]).

On peut trouver de nombreux exemples où la présence d'un défaut d'instrumentation ou de commande a eu pour conséquence une catastrophe. Par exemple l'explosion de la fusée Ariane 5 le 4 juin 1996 en raison d'un défaut d'altimètre ([Mahmoud et al., 2003]) ou encore l'accident du Boeing 747-200 cargo le 4 octobre 1992 à Amsterdam (15 minutes après son décollage, l'appareil a percuté un immeuble de 11 étages, après une défaillance de l'un des réacteurs). Bien entendu, dans la plupart des cas, l'apparition d'un défaut ne peut être évitée. Néanmoins il est souvent possible de réagir afin que le défaut n'engendre pas de pannes en compensant son effet de manière à pouvoir continuer à fonctionner. Dans le cas de la fusée Ariane 5, la catastrophe aurait pu être évitée en diagnostiquant le défaut de capteur et en remplaçant cette information par une estimation ([Mahmoud et al., 2003]).

Un système tolérant aux défauts se caractérise par son aptitude à maintenir ou à retrouver des performances de dysfonctionnement (dynamiques ou statiques) proches de celles qu'il possède en régime normal de fonctionnement. La synthèse d'un système tolérant les défauts peut être motivée par différents objectifs qui dépendent de l'application considérée : ainsi, dans les domaines du transport ou de la production d'énergie, les contraintes de sécurité sont essentielles alors que dans un contexte de production industrielle, l'enjeu est plutôt lié à la disponibilité de l'outil de production et à la qualité de la production.

De manière générale, de nombreux travaux sont consacrés à l'amélioration des performances des installations, de plus en plus sophistiquées, dans le domaine de la commande des systèmes. Cependant, les applications considérées requièrent des systèmes sûrs et disponibles. Pour assurer la surveillance en ligne des procédés, diverses approches destinées au diagnostic de défauts ont été développées au cours des trente dernières années. Afin de résoudre le problème de la détection et de la localisation d'un mauvais fonctionnement, la tâche de diagnostic de défauts, définie en anglais sous l'acronyme FDI (Fault Detection and Isolation ou Fault Detection and Identification) comporte trois actions :

- la *détection de défauts* indiquant l'occurrence d'un problème anormal au sein d'un système;
- l'*isolation de défauts* précisant le type et/ou l'élément en défaut;
- l'*identification de défauts* déterminant l'amplitude de la panne ou de la défaillance (utile pour la tolérance aux défauts).

Parmi l'ensemble des approches proposées, [Venkatasubramanian et al., 2003a], [Venkatasubramanian et al., 2003b] et [Venkatasubramanian et al., 2003c] précisent que trois classes de famille (figure 1.1) peuvent être considérées : l'une fondée sur la classification des connaissances (Process History Based), les deux autres établies à partir d'un ensemble de modèles de connaissance (Model-Based). Parmi cet ensemble, les méthodes internes

(Quantitative Model-Based) reposent sur l'existence d'un modèle mathématique alors que les méthodes externes (Qualitative Model-Based) sont issues de l'expertise humaine. Ainsi, les méthodes externes ne font pas appel à des modèles mathématiques décrivant les relations de cause à effet mais aux connaissances que les experts ont du système. Ce sont des techniques d'intelligence artificielle permettant d'intégrer les connaissances a priori disponibles sur le système, d'émettre un diagnostic et d'évoluer au cours du temps. Il s'agit là principalement de problèmes de classification. En conséquence il est courant que les deux familles Process History Based et Qualitative Model-Based soient généralement considérées comme une même classe définie sous l'appellation de méthodes externes ([Millot, 1990], [Zwingelstein, 1995]).

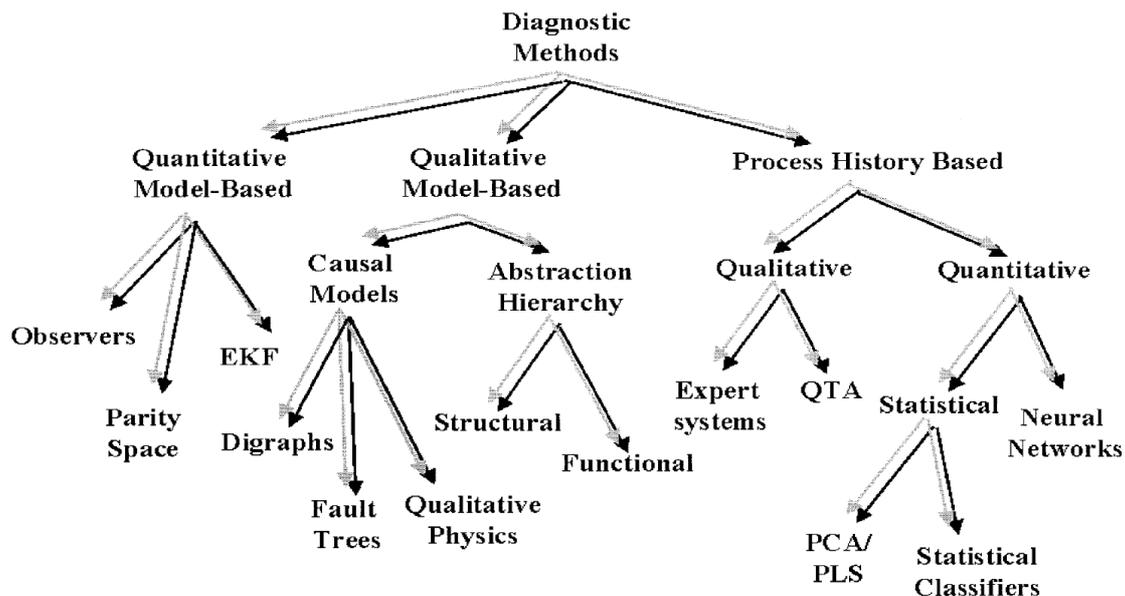
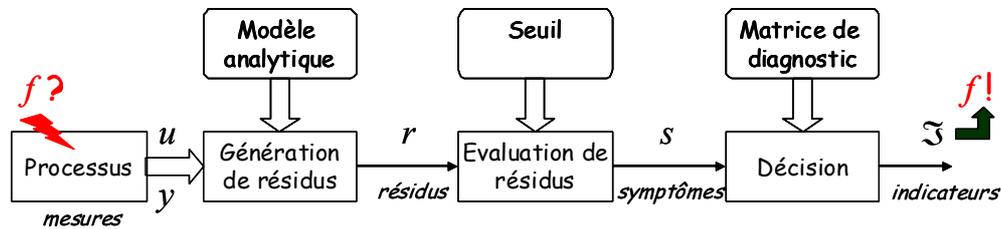


Figure 1.1 : Méthodes de Diagnostic

Les méthodes internes (Quantitative Model-Based) utilisent la redondance d'informations et ont pour objectif la génération de symptômes décrivant l'état dans lequel se trouve le procédé. Ceux-ci sont obtenus à l'aide de modèles quantitatifs. Ces derniers sont représentés par des équations mathématiques traduisant les phénomènes physiques qui régissent le procédé. Afin d'exploiter au maximum l'information contenue dans les mesures prélevées sur le processus, la tâche de diagnostic (figure 1.2) se décompose selon les trois étapes suivantes :

- *La génération de résidus* : Elle consiste à associer aux paires *valeurs de référence-observations des faits*, des signaux appelés résidus, qui permettent d'évaluer une différence par rapport aux conditions normales de fonctionnement ;
- *L'évaluation des résidus* : Les résidus sont comparés avec des limites définies préalablement, appelées *seuil*, et de cette comparaison résulte des *symptômes* générant un vecteur de cohérence. Le problème de l'évaluation consiste à définir le seuil afin de détecter la présence de changements. Effectivement, en régime de fonctionnement normal, les résidus sont générés de manière à être statistiquement nuls et s'écartent "notablement" de zéro en présence de défauts ;
- *La décision* : Alors qu'un seul résidu suffit pour connaître l'existence d'un défaut au sein du système, plusieurs résidus sont en revanche nécessaires, afin de trouver la cause de ce défaut. La décision constitue la dernière étape de la tâche de diagnostic. Elle consiste en la comparaison du vecteur de cohérence avec l'ensemble des

signatures de référence, de bon et de mauvais fonctionnement rassemblées dans un tableau de signatures, appelé également *matrice de diagnostic*. La tâche de décision permet de différencier les défauts, c'est-à-dire de localiser et par conséquent d'indiquer la cause de l'anomalie dans le système.



**Figure 1.2 :** Tâche de diagnostic de défauts à base de modèle

Les résidus  $r$  peuvent être générés suivant deux grandes approches selon le processus concerné et les moyens mis à disposition :

- par la *redondance matérielle* : les observations et la référence sont issues de plusieurs capteurs mesurant la même variable. L'avantage de la redondance matérielle réside dans la fiabilité et la simplicité de mise en œuvre de la méthode de diagnostic. En revanche, le coût et l'encombrement, ainsi qu'un champ d'application limité aux défauts de capteurs, constituent les principaux inconvénients ;
- par la *redondance analytique* : les observations et les valeurs de référence sont issues de plusieurs capteurs mesurant des variables différentes. Cette redondance nécessite d'avoir à disposition un modèle mathématique suffisamment précis du système. La redondance analytique permet, d'une part, le diagnostic d'un grand nombre de défauts et d'autre part, de remplacer la redondance matérielle par une redondance informationnelle.

Dans le cadre des systèmes complexes, il n'est pas nécessaire de considérer ceux-ci dans leur ensemble afin de localiser le constituant défectueux. La décomposition en sous-systèmes, comme proposée par [Titli, 1979], permet de se focaliser uniquement sur la fonctionnalité étudiée. Ceci peut donner naissance à une architecture hiérarchique de la surveillance comme cela a été mis en œuvre dans le cadre du projet européen IFATIS (IST-2001-32122) auquel j'ai participé.

La surveillance des systèmes, et donc le diagnostic de défauts (FDI) est directement lié à la commande tolérante aux défauts. En effet, dans la plupart des systèmes de commande conventionnels, la synthèse de loi de commande ne prend pas en considération l'éventuelle occurrence de pannes pouvant affecter le système. Dans d'autres cas, la redondance matérielle disponible dans le système à commander peut être limitée. Dans ces cas de figure, un système de tolérance active aux défauts (AFTC) peut être conçu en utilisant les ressources disponibles et la redondance analytique et matérielle du système afin de s'accommoder des défauts. Cela signifie qu'un module FDI est nécessaire afin de disposer d'informations concernant le(s) défaut(s) présent(s) et de pouvoir modifier la(les) commande(s) du système considéré en conséquence. La synthèse de systèmes de tolérance active aux défauts nécessite donc la cohabitation de trois tâches principales, à savoir, la détection de défauts en ligne, la prise de décision en temps réel et la modification de la commande. Cela induit naturellement des problèmes inhérents à ces systèmes : retards de détection, fausses alarmes, non détection de défauts, ...

La commande tolérante aux fautes a été initiée à partir des années 1990 en se basant au départ sur des commandes robustes et adaptatives ([Noura, 1993], [Jiang, 1994], [Blanke, 1995], [Rauch, 1995], [Blanke et al., 1997], [Patton, 1997]). Une impulsion importante pour l'élaboration de nouvelles méthodes a été donnée par le problème du benchmark COSY ([Zamanabadi et Blanke, 1999]). Depuis, plusieurs "surveys" ont permis d'obtenir une vision des différentes activités développées ([Blanke et al., 2003], [Zhang et Jiang, 2003], [Jiang, 2005], [Lunze et Richter, 2008], [Zhang et Jiang, 2008]). Plusieurs applications ont été étudiées également dans ce cadre : on peut citer par exemple le système d'enroulement de bande [Noura et al., 2000] ou encore le benchmark naval [Bonivento et al., 2007].

Nous pouvons distinguer trois types d'approche pour la mise en œuvre de commande tolérante, de manière à maintenir les performances du système en boucle fermée :

- l'accommodation aux défauts : il s'agit soit de compenser l'effet du défaut au niveau du signal de commande, soit d'utiliser une estimation de signaux non affectée par le défaut pour générer la commande. L'accommodation des défauts est effective tant que la sollicitation supplémentaire des actionneurs n'atteint pas la saturation, sinon les performances dynamiques ne pourront naturellement pas être satisfaites.
- la reconfiguration de loi de commande : il s'agit de modifier le paramétrage du correcteur et/ou de modifier les valeurs des signaux de références,
- la restructuration de loi de commande : il s'agit de modifier la structure du correcteur et/ou du schéma de commande.

Ceci peut être représenté à l'aide du schéma suivant :

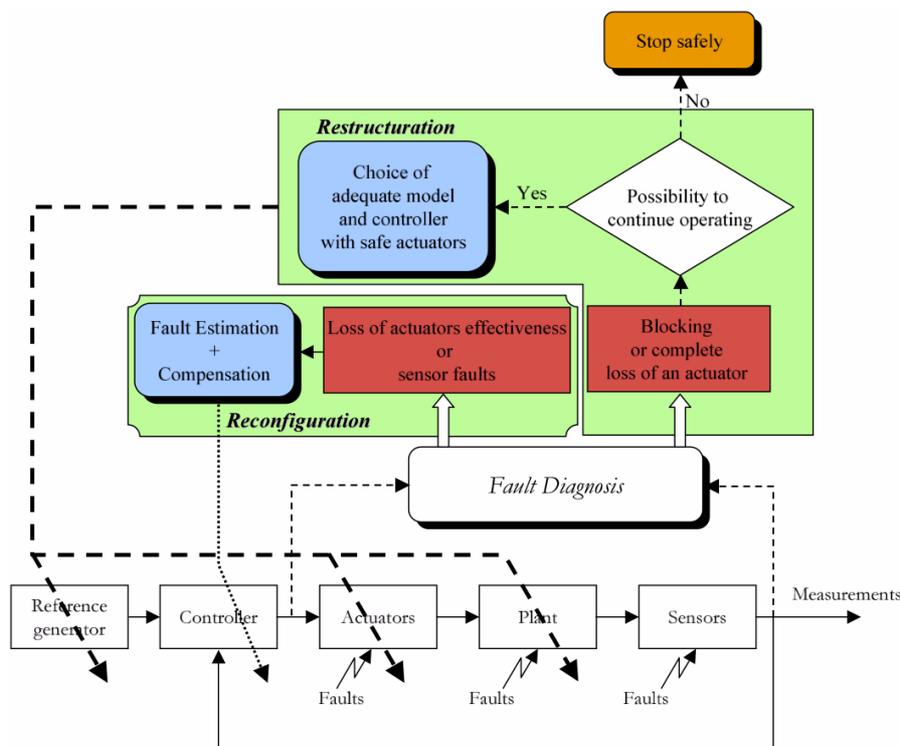


Figure 1.3 : Schéma général de la commande tolérante aux fautes

Nos travaux de recherche concernent l'étude des systèmes  $S$  au comportement dynamique décrit sous forme d'un modèle analytique  $\Sigma_S$  soit linéaire à paramètres invariants au cours du temps, noté  $\Sigma_{LTI}$  ; soit non linéaire affine en la commande, noté  $\Sigma_{NL}$  ; ou soit sous forme linéaire à paramètre variant (polynômial ou ensemble convexe de modèles LTI), noté  $\Sigma_{LPV}$ .

Nous présenterons tout d'abord, dans le chapitre 2, le diagnostic et l'accommodation aux défauts dans le cadre des systèmes non linéaires affines en la commande. Après avoir présenté la commande linéarisante entrée-sortie utilisée dans le cadre de ces travaux, le diagnostic de défaut sera traité tout d'abord dans un cadre algébrique puis géométrique. Dans chacune des deux approches, nous cherchons à découpler le défaut considéré d'une partie de l'espace d'état de manière à pouvoir détecter et isoler le défaut à partir d'estimateur d'état. Dans la continuité d'une démarche de commande tolérante active, l'accommodation aux défauts sera détaillée dans le cas des défauts actionneurs au travers d'une commande additive ainsi que dans le cas des défauts capteurs au travers de *capteur logiciel*. Une illustration de la totalité de cette démarche sur le systèmes des *trois cuves* clôturera ce chapitre.

Dans le chapitre 3, nous nous intéressons à la robustesse de la commande tolérante aux défauts vis-à-vis d'incertitudes du module diagnostic. La génération de résidus robustes aux erreurs de modélisation ou aux incertitudes est très rarement abordée : l'étude de modèles incertains constitue un problème complexe à résoudre où la minimisation de critère et/ou l'étude de sensibilité des résidus vis-à-vis des incertitudes ne sont pas des travaux de recherche triviaux. Dans le cadre des travaux présentés dans le chapitre 2, nous n'avons pas tenu compte de cette robustesse. Or, il est bien connu lors d'applications réelles que l'absence de robustesse du diagnostic se traduit, entre autre, par de fausses alarmes ou absences de détection. De plus, dans le cadre de la commande tolérante active, ces imperfections du diagnostic peuvent conduire à une perte de performances, voire une instabilité du système. C'est pourquoi nous considérerons, dans ce troisième chapitre, des incertitudes du module diagnostic (issues notamment des erreurs de modélisation) ainsi que des retards à la détection. Dans ce cadre, deux approches ont été considérées : le model matching et les systèmes à sauts markoviens. Précisons néanmoins, que ce chapitre n'a pas vocation à être une synthèse dédiée au diagnostic robuste mais plutôt une synthèse des travaux que nous avons effectuée dans ce cadre.

Enfin, dans le dernier chapitre, nous considérerons la commande tolérante active dans le cadre des systèmes linéaires à paramètre variant (LPV). La structuration particulière de ces systèmes (qu'ils soient représentés sous forme polynômiale ou polytopique) permet de développer des travaux spécifiques dans le cadre du diagnostic. De plus, nous disposons au laboratoire d'un procédé d'enroulement de bande qui peut se modéliser sous forme LPV et qui est en lien avec les activités industrielles régionales (sidérurgie et papeterie notamment). Les travaux développés dans ce chapitre seront donc illustrés par leur mise en œuvre sur cet enrouleur de bande.

## 2 - Diagnostic et accommodation aux défauts des systèmes non linéaires affines

### 2.1 - Description des systèmes non linéaires

Les travaux effectués dans le cadre des systèmes linéaires ([RI-2], [CI-11], [CI-12], [CI-15]) ne seront pas développés dans ce manuscrit. Une présentation en lien avec les travaux effectués peut être trouvée dans [Theilliol, 2003].

Considérons la représentation d'état permettant de refléter le comportement dynamique d'un système non linéaire  $S$  général en fonctionnement normal :

$$\Sigma_{NLG} = \begin{cases} \dot{x}(t) = \mathcal{Y}(x(t), u(t)) \\ y(t) = \mathcal{H}(x(t)) \end{cases} \quad (2.1)$$

où  $x(t) \in \mathfrak{R}^n$  correspond au vecteur d'état,  $u(t) \in \mathfrak{R}^m$  représente l'entrée de commande et  $y(t) \in \mathfrak{R}^q$  la sortie mesurée. Les fonctions  $\mathcal{Y}$  et  $\mathcal{H}$  traduisent le comportement dynamique du système. Parmi les différentes classes de systèmes non linéaires, nous nous sommes focalisés pour cette partie de travaux sur les systèmes non linéaires affines en la commande. Un grand nombre de systèmes physiques peuvent être modélisés par cette classe de modèle non linéaire d'où l'intérêt que leur porte la communauté scientifique.

Dans le cadre de notre étude, nous considérons uniquement un modèle non linéaire  $\Sigma_{NL}$  affine en la commande se déclinant sous la forme suivante :

$$\Sigma_{NL} = \begin{cases} \dot{x}(t) = \mathcal{F}(x(t)) + \sum_{j=1}^m \mathcal{G}_j(x(t)) \cdot u_j(t) = \mathcal{F}(x(t)) + \mathcal{G}(x(t)) \cdot u(t) \\ y_i(t) = \mathcal{H}_i(x(t)) \quad 1 \leq i \leq q \end{cases} \quad (2.2)$$

Lorsque ce système est soumis à des défauts de type actionneur et/ou capteur, le modèle se présente alors sous la forme :

$$\Sigma_{NLd} = \begin{cases} \dot{x}(t) = \mathcal{F}(x(t)) + \sum_{j=1}^m \mathcal{G}_j(x(t)) \cdot u_j(t) + \sum_{j=1}^m F_{a,j}(x(t)) \cdot f_{a,j}(t) \\ y_i(t) = \mathcal{H}_i(x(t)) + F_{s,i}(x(t)) \cdot f_{s,i}(t) \quad 1 \leq i \leq q \end{cases} \quad (2.3)$$

où  $F_{a,j}(x(t))$  correspond à la  $j^{\text{ème}}$  colonne de  $\mathcal{G}(x(t))$ ,  $f_{a,j}(t)$  correspond à l'amplitude du défaut affectant le  $j^{\text{ème}}$  actionneur,  $F_{s,i}(x(t))$  correspond à la  $i^{\text{ème}}$  ligne de  $F_s(x(t))$ , et  $f_{s,i}(t)$  correspond à l'amplitude du défaut affectant le  $i^{\text{ème}}$  capteur.

Il est possible de caractériser les différents types de défauts actionneur pouvant affecter le système par l'expression suivante :

$$U_f = \Gamma \cdot U + U_{f0} \quad (2.4)$$

où  $U$  est la commande globale appliquée au système,  $U_f$  est la commande globale en présence d'un défaut actionneur,  $U_{f0}$  correspond à l'effet d'un défaut actionneur additif

( $U_{f0} = [u_{f0_1} \quad u_{f0_i} \quad u_{f0_m}]^T$ ) et  $\Gamma \cdot U$  représente l'effet d'un défaut actionneur multiplicatif

( $\Gamma = \text{diag}(\alpha), \quad \alpha = [\alpha_1 \dots \alpha_i \dots \alpha_m]^T$ ). Le  $i^{\text{ème}}$  actionneur sera en défaut si  $\alpha_i \neq 1$

ou si  $u_{f0_i} \neq 0$  comme résumé dans le tableau ci-dessous :

<u>Défaut actionneur</u>		
	$u_{f0_i} = 0$	$u_{f0_i} \neq 0$
$\alpha_i = 1$	sans défaut	biais
$0 < \alpha_i < 1$	perte d'efficacité	perte d'efficacité
$\alpha_i = 0$	perte de l'actionneur	actionneur bloqué

Comme proposé par Park et al. dans **[Park et al., 1994]**, un système affecté par des défauts localisés au niveau des capteurs peut être écrit mathématiquement sous la forme de défauts actionneurs. L'équation d'état du modèle général (2.3) peut être augmentée en considérant la définition suivante de la dynamique du défaut :

$$\dot{f}_s(t) = \theta \cdot f_s(t) + \tilde{f}_s(t) \quad (2.5)$$

où  $\tilde{f}_s(t)$  représente la nouvelle entrée que nous appellerons *pseudo-actionneur* et  $\theta$  est une matrice diagonale.

Ainsi en posant  $\tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ f_s(t) \end{bmatrix}$  et en considérant la dynamique du défaut (2.5), le système

(2.3) se présente sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{\mathcal{F}}(\tilde{x}(t)) + \sum_{j=1}^m \tilde{\mathcal{G}}_j(\tilde{x}(t)) \cdot u_j(t) + \sum_{j=1}^{m+q} F_j(\tilde{x}(t)) \cdot f_j(t) \\ y_i(t) = \tilde{\mathcal{H}}_i(\tilde{x}(t)) \quad 1 \leq i \leq q \end{cases} \quad (2.6)$$

avec  $F_j(\tilde{x}(t)) = \begin{bmatrix} F_{a,j}(x(t)) & \underline{0} \\ \underline{0} & \theta \end{bmatrix}$ , ( $\underline{0}$  étant la matrice nulle de dimension adéquate) et

$$f(t) = \begin{bmatrix} f_a(t) \\ \tilde{f}_s(t) \end{bmatrix}.$$

La représentation (2.6) permet donc d'obtenir un unique modèle d'état qui sera la base de travail dans le cadre du diagnostic, étape préliminaire à la mise en œuvre de l'accommodation du système suite à l'apparition de défaut.

L'objectif du diagnostic à des fins d'accommodation consiste à détecter, à isoler et à estimer les défauts. Contrairement aux objectifs d'une loi de commande, où l'effet des défauts est minimisé vis-à-vis des signaux de sorties à contrôler, le diagnostic a pour finalité la mise en évidence d'un ou plusieurs défauts. L'une des approches de diagnostic de défauts obtenant les meilleurs résultats repose sur le principe de découplage des perturbations, pour lequel le résidu est conçu de manière à être insensible aux perturbations inconnues, et sensible malgré tout aux défauts. Même en l'absence d'hypothèse sur la présence de perturbations, certains défauts peuvent être considérés comme des perturbations dans le but de réaliser une isolation des défauts. Ainsi sur la base d'un découplage parfait des défauts, les résidus sont générés en rendant totalement insensible, par une manipulation mathématique adéquate, une partie de l'état (sous-espace d'état) à une entrée préalablement déterminée. Les techniques développées pour atteindre ce découplage n'ayant pas été conçues à des seules fins de diagnostic, certains paramètres de synthèse peuvent être utilisés pour leur conférer des propriétés qui s'avèrent être excessivement utiles, par exemple en terme d'estimation d'amplitude du défaut. L'isolation de défauts sera réalisée à partir de la synthèse d'un banc de générateurs de résidus.

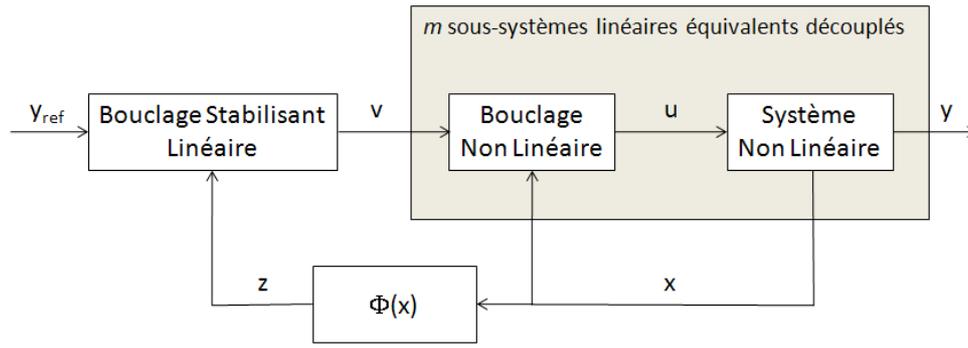
Avant de nous pencher sur le développement des méthodes de diagnostic mises en œuvre dans nos travaux, considérons tout d'abord la synthèse de la commande  *nominale*  (système sans défaut).

## 2.2 - Commande non linéaire considérée dans ces travaux

Parmi les différents types de commande non linéaire développés, nous nous sommes focalisés sur la commande linéarisante entrée-sortie ([Isidori, 1995], [Fossard et Normand-Cyrot, 1995], [Nijmeier et Van der Schaft, 1996]). Cette commande a l'avantage d'avoir un effet découplant entre les entrées et sorties du système, de linéariser le système non linéaire et ainsi de permettre d'utiliser tous les types de commande linéaire afin de spécifier la stabilisation du système bouclé. Cette commande a pu être mise en œuvre sans aucune difficulté sur les différentes applications traitées au cours de ces années. Nous présentons ci-dessous le principe général de cette commande.

Considérant le système affine en la commande (2.2), la commande linéarisante entrée-sortie est constituée de deux bouclages d'état : le premier, non linéaire, permet de découpler et de linéariser le système non linéaire initial, le second permet de stabiliser le système linéarisé obtenu à l'issue du premier bouclage.

Par souci de clarté de la présentation, nous n'aborderons que le cas des systèmes dits *carrés*, c'est-à-dire ayant un nombre de sorties égal au nombre d'entrées ( $q = m$ ).



**Figure 2.4** : Schéma de commande non linéaire

La synthèse du bouclage non linéaire repose sur les définitions et théorème suivant.

### Définition 2.1

Soit  $(r_1, \dots, r_i, \dots, r_m)$  l'ensemble des indices caractéristiques par ligne du système (2.2) tel que :

$$r_i = \left\{ \min \gamma \in \mathbb{N} / \exists j \in [1, \dots, m] L_{g_j} L_{\mathcal{F}}^{\gamma-1} \mathcal{H}_i(x(t)) \neq 0 \right\} \quad (2.7)$$

où  $L$  est l'opérateur *dérivée de Lie*. □

### Définition 2.2

Si tous les  $r_i$  existent ( $i = 1, \dots, m$ ), la matrice  $\Delta$  ci-dessous est appelée *matrice de découplage* du système (2.2) :

$$\Delta(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_{\mathcal{F}}^{r_1-1} \mathcal{H}_1(x) & \dots & L_{g_m} L_{\mathcal{F}}^{r_1-1} \mathcal{H}_1(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g_1} L_{\mathcal{F}}^{r_m-1} \mathcal{H}_m(x) & \dots & L_{g_m} L_{\mathcal{F}}^{r_m-1} \mathcal{H}_m(x) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Un vecteur  $\Delta_0$  est également défini tel que :

$$\Delta_0(x) = \begin{bmatrix} L_{\mathcal{F}}^{r_1} \mathcal{H}_1(x) \\ \vdots \\ L_{\mathcal{F}}^{r_m} \mathcal{H}_m(x) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

□

La commande non linéaire est définie telle que :

### Théorème 2.1

a) le système non linéaire (2.2) est statiquement découplable sur un sous-ensemble  $M_0 \in \mathfrak{R}^n$  si et seulement si :

$$\text{rank } \Delta(x) = m \quad \forall x \in M_0 \quad (2.10)$$

b) le bouclage d'état est défini par :

$$u(t) = \alpha(x(t)) + \beta(x(t)) \cdot v(t) \quad (2.11)$$

avec

$$\begin{cases} \alpha(x) = -\Delta^{-1}(x) \cdot \Delta_0(x) \\ \beta(x) = \Delta^{-1}(x) \end{cases} \quad (2.12)$$

Cette loi de commande permet de découpler entrée-sortie le système (2.2) sur  $M_0$ .

c) le système en boucle fermée a un comportement entrée-sortie linéaire décrit par :

$$y_i^{(r_i)}(t) = v_i(t) \quad \forall i \in [1, \dots, m] \quad (2.13)$$

où  $y_i^{(r_i)}(t)$  est la  $r_i^{\text{ème}}$  dérivée de  $y_i$  par rapport au temps.

□

Deux cas doivent être différenciés :

- $\sum_{i=1}^m r_i = n$  : le système bouclé caractérisé par les  $m$  sous-systèmes linéaires équivalents découplés est linéaire, commande et observable,

- $\sum_{i=1}^m r_i < n$  : un sous-espace est rendu inobservable par le bouclage (2.11). La stabilité de ce sous-espace inobservable doit être étudiée. Ce sous-espace doit avoir tous ses modes stables afin de pouvoir appliquer la commande (2.11). Nous pouvons nous référer à ([Fossard et Normand-Cyrot, 1995], [Isidori, 1995], [Nijmeier et Van der Schaft, 1996]) pour plus de détails.

Puisque chaque sous-système linéaire mono entrée-mono sortie est équivalent à une chaîne d'intégrateurs en cascade, un second bouclage est nécessaire afin de stabiliser et d'imposer les performances du système non linéaire bouclé. Ce second bouclage est construit en utilisant les éléments de la théorie de la commande linéaire ([D'Azzo et Houpis, 1995]).

Le bouclage le plus simple consiste à réaliser un placement de pôles associé à la constante de temps  $\tau_i$  tel que :

$$\frac{y_i(s)}{y_{\text{ref},i}(s)} = \frac{1}{(1 + \tau_i \cdot s)^{r_i}} \quad (2.14)$$

où  $y_{\text{ref},i}$  est l'entrée de référence associée à la sortie  $y_i$ .

L'avantage de cette approche réside dans le fait que chaque bouclage stabilisant est synthétisé indépendamment des autres. Le retour d'état non linéaire (2.11) est synthétisé à partir du modèle (2.2) conformément au Théorème 2.1. Le retour d'état stabilisant permettant d'obtenir un comportement en boucle fermée donné par (2.14) est synthétisé à partir des  $m$  sous-systèmes linéaires équivalents et découplés (2.13) explicités sous la forme canonique de Brunovsky ([Hinrichsen et Pratzel-Wolters, 1984]) tel que :

$$\begin{cases} \dot{z}_i(t) = A_i \cdot z_i(t) + B_i \cdot v_i(t) \\ y_i(t) = C_i \cdot z_i(t) \end{cases} \quad \forall i \in [1, \dots, m] \quad (2.15)$$

avec

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ | & I_{r_i-1} & & \\ 0 & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ | \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C_i = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \quad (2.16)$$

Le lien entre les deux bouclages d'état est défini par un difféomorphisme  $z(t) = \Phi(x(t))$  où  $z(t)$  correspond au vecteur d'état du système linéaire découplé écrit sous sa forme canonique de commandabilité.

Dans le cas où il n'y a pas de sous-espace inobservable, le difféomorphisme  $\Phi$  est défini par :

$$z(t) = \Phi(x(t)) = \begin{bmatrix} \Phi_1(x(t)) \\ | \\ | \\ | \\ \Phi_m(x(t)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{H}_1(x(t)) \\ | \\ [L_{\mathcal{F}}^{r_1-1} \mathcal{H}_1(x(t))] \\ | \\ \mathcal{H}_m(x(t)) \\ | \\ [L_{\mathcal{F}}^{r_m-1} \mathcal{H}_m(x(t))] \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

## 2.3 - Diagnostic de défauts

Parmi les différentes approches algébriques ayant été développées, l'une des méthodes consiste en la génération de résidus après découplage des défauts pour des classes spécifiques de systèmes non linéaires comme les systèmes bilinéaires par exemple ([Kinnaert, 1999]). D'autres méthodes considèrent des découplages défaut-sortie pour des classes de systèmes moins restrictives ([Zhang et al., 1998]). Le découplage exact des défauts est également mis en œuvre au travers d'approche géométrique ([De Persis et Isidori, 2001], [Hammouri et al., 2001]) comme nous l'avons développé dans le cadre des travaux de thèse de C. Join ([Th-Join]). Un bilan bibliographique a également été mené par M. Kinnaert ([Kinnaert, 2003]).

### 2.3.1 - Approche algébrique

Soit le système affine (2.2) affecté par un défaut actionneur :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \mathcal{F}(x(t)) + \sum_{j=1}^m \mathcal{G}_j(x(t)) \cdot u_j(t) + \sum_{j=1}^m F_j(x(t)) \cdot f_j(t) \\ y_i(t) = \mathcal{H}_i(x(t)) \quad 1 \leq i \leq q \end{cases} \quad (2.18)$$

L'approche développée ci-dessous ([CI-14]) est une extension aux systèmes non linéaires affines ([Alcorta Garcia et Frank, 1997], [Alcorta Garcia et Frank, 1999]) des travaux concernant les observateurs à entrée inconnue pour les systèmes linéaires ([Chen et Patton, 1999]).

Le système (2.18) peut être décomposé en deux sous-systèmes où le premier sous-système est dépendant du vecteur de défaut  $f(t)$  et où le second est indépendant de  $f(t)$ . Cette décomposition est obtenue après application du difféomorphisme  $\Phi_f$  tel que :

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_a(t) = \bar{\mathcal{F}}_1(\bar{x}_a(t), \bar{x}_b(t)) + \sum_{j=1}^m \bar{\mathcal{G}}_{1j}(\bar{x}_a(t), \bar{x}_b(t)) \cdot u_j(t) + \sum_{j=1}^m \bar{F}_j(\bar{x}_a(t), \bar{x}_b(t)) \cdot f_j(t) \\ \dot{\bar{x}}_b(t) = \bar{\mathcal{F}}_2(\bar{x}_a(t), \bar{x}_b(t)) + \sum_{j=1}^m \bar{\mathcal{G}}_{2j}(\bar{x}_a(t), \bar{x}_b(t)) \cdot u_j(t) \end{cases} \quad (2.19)$$

$$\text{avec } \bar{x}(t) = \begin{bmatrix} \bar{x}_a(t) \\ \bar{x}_b(t) \end{bmatrix} = \Phi_f(x(t), u(t)).$$

Le difféomorphisme  $\Phi_f$  est défini par :

$$\sum_{j=1}^m \frac{\partial}{\partial x_j(t)} \Phi_f(x(t), u(t)) \times F_j(x(t)) f_j(t) = 0 \quad (2.20)$$

Précisons que l'obtention de  $\Phi_f(x(t), u(t))$  n'est pas immédiate et que l'équation (2.20) n'admet pas toujours de solution. L'existence du difféomorphisme est vérifiée en s'appuyant sur le théorème de Frobenius (une distribution non singulière est complètement intégrable si et seulement si elle est involutive, [Isidori, 1995]). Compte-tenu de ces difficultés, nous avons procédé à un changement de base permettant d'extraire un sous-système insensible aux entrées inconnues à l'aide d'une injection de sortie.

Plus simplement, nous cherchons à résoudre le problème en considérant un défaut scalaire, c'est-à-dire n'affectant qu'un seul actionneur. La méthodologie sera ainsi répétée pour chacun des défauts considérés, ce qui au final aboutira à la mise en œuvre d'un banc d'observateurs (schéma *Generalized Observer Scheme*), chacun des observateurs étant dédié à un défaut. La localisation du défaut est donc effectuée en même temps que la détection. Pour chaque observateur, l'objectif consiste à extraire un sous-système insensible à une unique composante de  $f(t)$ , noté  $f_j(t)$ , en dérivant la sortie  $y$  pour déceler la contribution du  $j^{\text{ème}}$  élément de  $f(t)$ . A chaque défaut est associé un indice caractéristique (*indice de détectabilité*) traduisant le nombre de dérivations nécessaires à l'apparition de  $f_j(t)$  dans l'écriture de la  $j^{\text{ème}}$  sortie, et se définissant mathématiquement par :

$$\rho_j = \{ \min \zeta \in \mathbb{N} \ / \ \exists j \in [1, \dots, m] \ L_F L_{\mathcal{F}}^{(\zeta-1)} \mathcal{H}_j(x(t)) \neq 0 \} \quad (2.21)$$

Si l'indice de détectabilité  $\rho_j$  existe, seule la sortie notée  $y_j(t)$  est affectée par  $f_j(t)$  avec un «délai» inhérent au nombre de dérivations indiqué par la valeur prise par l'indice  $\rho_j$ . Cette information permet de construire une représentation d'état dans laquelle il sera possible d'extraire un sous-système insensible à  $f_j(t)$ , soit :

$$\bar{x}(t) = \Phi_{f_j}(x(t), u(t)) = \begin{bmatrix} \bar{x}_a(t) \\ \hline \bar{x}_b(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_j(t) \\ \dot{y}_j(t) \\ | \\ y_j^{(\rho_j-1)}(t) \\ \hline \phi_j(x(t), u(t)) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

où, il est toujours possible ([Fossard et Normand-Cyrot, 1995]) de trouver la fonction  $\phi_j(x(t), u(t))$  vérifiant la condition suivante :

$$\text{rang} \left( \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \begin{bmatrix} y_j(t) \\ \dot{y}_j(t) \\ \vdots \\ y_j^{(\rho_j-1)}(t) \\ \hline \phi_j(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \end{bmatrix} \right) = \dim(\mathbf{x}(t)) \quad (2.23)$$

avec  $\frac{d}{dt}(\phi_j(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)))$  indépendant de  $f_j(t)$ .

L'application de la transformation (2.22) sur le système non linéaire initial (2.18) permet d'obtenir un sous-système d'ordre réduit insensible à (découplé de)  $f_j(t)$  et s'écrivant dans le nouveau système de coordonnées de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}}_b(t) = \dot{\phi}_j(\bar{\mathbf{x}}_a(t), \bar{\mathbf{x}}_b(t), \mathbf{u}(t)) \\ \bar{\mathbf{y}}_j(t) = \bar{\mathcal{H}}_j(\bar{\mathbf{x}}_a(t), \bar{\mathbf{x}}_b(t)) \end{cases} \quad (2.24)$$

où  $\bar{\mathbf{y}}_j(t)$  correspond au vecteur de sortie  $\mathbf{y}(t)$  sans la  $j^{\text{ème}}$  composante  $y_j(t)$ .

Ce sous-système, insensible à  $f_j(t)$ , est exploité pour la synthèse d'observateur à partir de méthodes classiques, comme un observateur de Luenberger étendu [Misawa et Hedrick, 1989]. La construction d'un banc d'observateurs où chacun est synthétisé de manière à être insensible à un défaut unique, engendre des résidus structurés suivant un schéma GOS. En présence d'un défaut de capteurs, l'observateur insensible au défaut génère une estimation du vecteur d'état  $\bar{\mathbf{x}}_a(t)$  et par conséquent une estimation de la sortie corrompue par le défaut. Par contre, aucune estimation d'un défaut d'actionneurs n'est directement disponible depuis la représentation définie à l'équation (2.24).

### 2.3.2 - Approche géométrique

Les travaux de diagnostic de systèmes non linéaires par approche géométrique ont été développés dans le cadre de la thèse de C. Join ([Th-Join]). Ces travaux ont été principalement inspirés des travaux de C. de Persis et A. Isidori ([Isidori et al., 1981], [De Persis et Isidori, 1999], [De Persis et Isidori, 2000a], [De Persis et Isidori, 2000b], [De Persis et Isidori, 2001], [De Persis et Isidori, 2002]) ainsi que des travaux de H. Hammouri et M. Kinnaert ([Hammouri et al., 1998], [Hammouri et al., 1999], [Hammouri et al., 2001]).

Le but de cette approche consiste à découpler l'effet d'un défaut, c'est-à-dire qu'il existe une partie de l'état  $\mathbf{x}(t)$  du système dont l'estimation  $\mathbf{z}(t)$  (obtenue à partir d'un filtre ou observateur) reste exacte malgré l'apparition du défaut. La partie de l'état ainsi définie doit être la plus grande possible en terme de dimension car elle définit les capacités de la méthode

de découplage. En effet, lors du découplage d'un défaut, l'objectif est d'estimer avec exactitude la plus grande partie de l'état insensible à ce défaut. Par commodité de calcul, nous recherchons le plus petit sous-espace d'état sensible au défaut via une injection de sortie. Sa détermination est le principal objectif de la phase de découplage.

Dans le cadre du diagnostic, au terme découplage, est également associé la distinguabilité des effets des défauts entre eux. Nous contraignons ainsi l'effet d'une partie du défaut à seulement une partie du sous-espace d'état. Si ces sous-espaces, obtenus pour chaque partie du défaut, possèdent des propriétés différentes (en terme de géométrie par exemple) alors la distinction des défauts est possible. A cette fin, une analyse structurale, s'appuyant sur des inclusions et intersections de sous-espaces d'état minimaux, a été proposée avec des conditions nécessaires et suffisantes de localisation des défauts.

Seul le principe est rappelé ci-dessous. Nous renvoyons au manuscrit de thèse de C. Join **[Th-Join]** pour le détail des solutions proposées.

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \mathcal{F}(x(t)) + \sum_{i=1}^m \mathcal{G}_i(x(t))u_i(t) + F(x(t))f(t) \\ y_x(t) = \mathcal{H}(x(t)) \end{cases} \quad (2.25)$$

Le but est de synthétiser un filtre non linéaire de la forme (2.26), construit à partir du système (2.25) et d'une injection de sortie. Le choix de cette injection de sortie couplé à un changement de base permet de mettre en évidence deux sous-systèmes, dont l'un est découplé du défaut.

$$\begin{cases} \dot{\zeta}(t) = \mathcal{F}(\zeta(t)) + \sum_{i=1}^m \mathcal{G}_i(\zeta(t))u_i(t) + \Psi(\bullet_x(t), \bullet_\zeta(t), \bullet_u(t)) \\ y_\zeta(t) = \mathcal{H}(\zeta(t)) \end{cases} \quad (2.26)$$

$\zeta(t)$  est une estimation de l'état réel  $x(t)$  du système et  $\Psi(\bullet_x(t), \bullet_\zeta(t), \bullet_u(t))$  une injection de sortie. Les variables la composant sont représentées par  $\bullet_x(t), \bullet_\zeta(t), \bullet_u(t)$  qui sont liées respectivement à l'état du système, à l'équation du filtre et aux commandes. Les variables sont soit mesurées (sorties  $y_x(t)$ ), soit calculables (dérivées des sorties), soit connues (commandes).

Le choix de l'injection de sortie conditionne les performances du filtre, plus exactement la dimension du sous-espace d'état sensible au défaut qui doit être minimisée.

Le système (2.25) peut être ré-écrit dans un nouveau système de coordonnées défini par :

$$\xi(t) = \Phi(x(t)) = \begin{pmatrix} \Phi_1(x(t)) \\ \Phi_2(x(t)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

où  $\text{span}\{d\xi_1^T\} = \text{span}\left\{\left((d\xi_2)^\perp\right)^T\right\}$ . En appliquant (2.27), le système (2.25) devient :

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1(t) = \tilde{\mathcal{F}}_1(\xi_1(t), \xi_2(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{\mathcal{G}}_{i,1}(\xi_1(t), \xi_2(t))u_i(t) + \tilde{F}_{11}(\xi_1(t), \xi_2(t))f_1(t) \\ \quad + \tilde{F}_{12}(\xi_1(t), \xi_2(t))f_2(t) \\ \dot{\xi}_2(t) = \tilde{\mathcal{F}}_2(\xi_1(t), \xi_2(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{\mathcal{G}}_{i,2}(\xi_1(t), \xi_2(t))u_i(t) + \tilde{F}_2(\xi_1(t), \xi_2(t))f_2(t) \\ y_x(t) = \tilde{\mathcal{H}}_y(\xi_1(t), \xi_2(t)) \end{cases} \quad (2.28)$$

où  $f_1(t)$  est la partie du défaut  $f(t)$  à découpler et  $f_2(t)$  l'autre partie de  $f(t)$ .

Le système (2.28) n'est pas le reflet du découplage mais simplement le résultat du changement de base. En effet, si un défaut apparaît ( $f_1(t)$ ) au niveau du sous-espace d'état associé à  $\xi_1(t)$ , il semble évident que ce dernier aura un effet sur le sous-espace associé à  $\xi_2(t)$ . Ceci s'explique par la présence de la composante  $\xi_1(t)$  porteur du défaut dans l'écriture de l'équation différentielle régissant  $\xi_2(t)$ . Par conséquent, l'état  $\xi_2(t)$  sera également entaché de l'effet du défaut  $f_1(t)$ .

L'utilisation d'une injection de sortie a pour objectif l'expression des composantes de  $\xi_1(t)$  intervenant dans la dynamique de  $\xi_2(t)$ . Ainsi, à l'écriture du système (2.28) est associé le filtre suivant :

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1(t) = \tilde{\mathcal{F}}_1(\zeta_1(t), \zeta_2(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{\mathcal{G}}_{i,1}(\zeta_1(t), \zeta_2(t))u_i(t) + \tilde{\Psi}_1(\bullet_x(t), \bullet_\zeta(t), \bullet_u(t)) \\ \dot{\zeta}_2(t) = \tilde{\mathcal{F}}_2(\zeta_1(t), \zeta_2(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{\mathcal{G}}_{i,2}(\zeta_1(t), \zeta_2(t))u_i(t) + \tilde{\Psi}_2(\bullet_x(t), \bullet_\zeta(t), \bullet_u(t)) \\ y_z(t) = \tilde{\mathcal{H}}_y(\zeta_1(t), \zeta_2(t)) \end{cases} \quad (2.29)$$

sous la contrainte :

$$\tilde{\mathcal{F}}_2(\zeta_1(t), \zeta_2(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{\mathcal{G}}_{i,2}(\zeta_1(t), \zeta_2(t))u_i(t) + \tilde{\Psi}_2(\bullet_x(t), \bullet_\zeta(t), \bullet_u(t)) = \dot{\xi}_2(t) \quad \forall (f(t), u(t), t) \quad (2.30)$$

où  $\dot{\xi}_2(t)$  est une partie de l'état du système dans le nouveau système de coordonnées.

Il s'agit donc de déterminer dans quel cadre l'injection de sortie  $\Psi(\bullet_x(t), \bullet_\zeta(t), \bullet_u(t))$  peut

exprimer toute contribution de la perturbation dans l'écriture d'une partie de l'équation différentielle. Ces deux sous-espaces d'état engendrés par  $\tilde{\zeta}_1(t)$  et  $\tilde{\zeta}_2(t)$  sont libres, générateurs de l'espace d'état et doivent être déterminés par calcul. Le sous-espace sensible au défaut est calculé à l'aide d'une séquence non décroissante et augmente ainsi en dimension, au fur et à mesure de la propagation de  $f(t)$  au sein de l'espace d'état. Toute la difficulté réside dans la minimisation de cette propagation.

L'expression de l'injection de sortie  $\Psi(\bullet_x(t), \bullet_\zeta(t), \bullet_u(t))$  est générale mais prend différentes formes en fonction des méthodes de découplage utilisées. L'étape de synthèse du filtre, et *a fortiori*, la détermination de l'injection de sortie sont la suite logique du découplage.

Le filtre (2.29) permet de générer les résidus  $r(t) = y_x(t) - y_z(t)$ . Il est donc nécessaire d'assurer la convergence vers zéro de ces résidus en l'absence de défauts malgré une mauvaise initialisation du filtre. Pour cela, nous avons appliqué l'analyse de la contraction ([Lohmiller et Slotine, 1998], [Jouffroy et Lottin, 2002]).

Ces différents travaux ont été appliqués et mis en œuvre sur le système des trois cuves ([RI-4] inséré p. 171).

## 2.4 - Accommodation des défauts

L'accommodation des défauts est effective tant que la sollicitation supplémentaire des actionneurs n'atteint pas la saturation, sinon les performances dynamiques ne pourront naturellement pas être satisfaites. La méthode proposée ci-dessous repose sur le type de commande mise en œuvre, soit dans notre cas une commande linéarisante entrée-sortie.

### 2.4.1 - Compensation de défauts actionneurs

L'effet d'un défaut actionneur sur le système en boucle fermée apparaît en intégrant dans la représentation d'état du système, l'expression de la commande, soit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (\mathcal{F}(x(t)) + \mathcal{G}(x(t)) \cdot \alpha(t)) + (\mathcal{G}(x(t)) \cdot \beta(t)) \cdot v(t) + F_a(x(t)) \cdot f_a(t) \\ \quad = \mathbf{F}(x(t)) + \mathcal{G}(x(t)) \cdot v(t) + F_a(x(t)) \cdot f_a(t) \\ y(t) = \mathcal{H}(x(t)) \end{cases} \quad (2.31)$$

Le système ci-dessus n'inclut que le premier bouclage, soit le bouclage linéarisant. Comme présenté précédemment, un second bouclage est également mis en œuvre. Nous proposons ci-dessous de compenser l'effet du défaut non pas au niveau de l'entrée de commande  $u$  comme classiquement mais au niveau de l'entrée  $v$ , compte-tenu de la propriété de comportement entrée-sortie linéaire entre  $y$  et  $v$ .

Comme énoncé précédemment, chaque sous-système mono-entrée mono-sortie est équivalent à une chaîne d'intégrateurs dont le modèle est donné par (2.15) et (2.16). Le sous-système « $i$ » affecté par le défaut actionneur « $i$ » peut donc s'écrire à partir du système (2.31), après avoir appliqué le difféomorphisme  $z(t) = \Phi(x(t))$  (2.17) :

$$\begin{cases} \dot{z}_i(t) = A_i \cdot z_i(t) + B_i \cdot v_i(t) + B_i \cdot d_i(t) \\ y_i(t) = C_i \cdot z_i(t) \end{cases} \quad \forall i \in [1, \dots, m] \quad (2.32)$$

où  $d_i(t)$  représente l'effet du défaut du  $i^{\text{ème}}$  actionneur sur le  $i^{\text{ème}}$  sous-système. Il faut préciser que nous considérons dans ce cas que  $F_a(x(t))$  correspond à la  $i^{\text{ème}}$  colonne de  $\mathcal{G}(x(t))$ , et donc que  $f_a(t)$  est scalaire.

Le but de la compensation du défaut est donc de déterminer une commande additive qui annule l'effet du défaut tel que :

$$v_i(t) = v_i^*(t) + v_i^{\text{ad}}(t) \quad (2.33)$$

où  $v_i^*(t)$  correspond à la commande  *nominale*  du  $i^{\text{ème}}$  sous-système (c'est-à-dire sans tenir compte du défaut) et  $v_i^{\text{ad}}(t)$  la commande additive du  $i^{\text{ème}}$  sous-système permettant ainsi d'annuler l'effet du défaut l'affectant.

Le système (2.32) devient donc :

$$\begin{cases} \dot{z}_i(t) = A_i \cdot z_i(t) + B_i \cdot v_i^*(t) + B_i \cdot v_i^{\text{ad}}(t) + B_i \cdot d_i(t) \\ y_i(t) = C_i \cdot z_i(t) \end{cases} \quad \forall i \in [1, \dots, m] \quad (2.34)$$

La commande additive est donc déterminée de manière à ce que le comportement en boucle fermée du système en défaut soit le même que celui sans défaut. Cela induit donc :

$$B_i \cdot v_i^{\text{ad}}(t) + B_i \cdot d_i(t) = 0 \quad (2.35)$$

ce qui conduit à la solution suivante :

$$v_i^{\text{ad}}(t) = -d_i(t) \quad (2.36)$$

$d_i(t)$  étant inconnu, la mise en œuvre de la compensation du défaut nécessite son estimation. Celle-ci peut être obtenue en comparant les sorties réelles du système à leurs estimées obtenues à l'aide d'un observateur du système (2.32) :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \hat{z}_i(t) = (A_i - L_i \cdot C_i) \cdot \hat{z}_i(t) + B_i \cdot v_i(t) + L_i \cdot y_i(t) \\ \hat{y}_i(t) = C_i \cdot \hat{z}_i(t) \end{cases} \quad \forall i \in [1, \dots, m] \quad (2.37)$$

où  $L_i$  est le gain de l'observateur. L'erreur d'observation  $\varepsilon_i(t) = z_i(t) - \hat{z}_i(t)$  évolue donc suivant :

$$\dot{\varepsilon}_i(t) = (A_i - L_i \cdot C_i) \cdot \varepsilon_i(t) + d_i(t) \quad (2.38)$$

qui permet ainsi de déterminer une estimation du défaut  $d_i(t)$  :

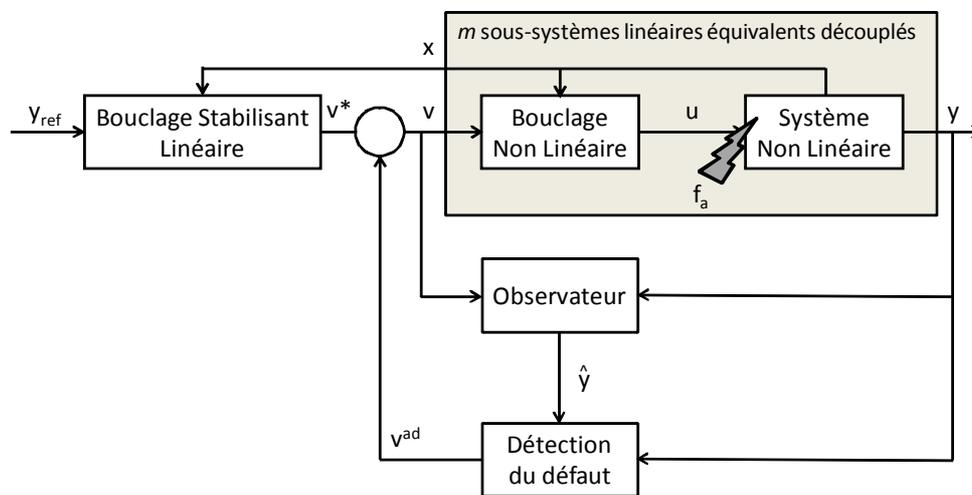
$$\hat{d}_i(t) = \dot{\varepsilon}_i(t) - (A_i - L_i \cdot C_i) \cdot \varepsilon_i(t) \quad (2.39)$$

La commande additive permettant d'annuler l'effet du défaut  $f_a(t)$  sera donc calculée telle que :

$$v_i^{ad}(t) = (A_i - L_i \cdot C_i) \cdot (\varepsilon_i(t) - \dot{\varepsilon}_i(t)) \quad (2.40)$$

Compte-tenu de la présence de la dérivée de l'erreur d'observation dans l'expression de la commande additive (2.40), une vigilance vis-à-vis de la sensibilité au bruit lors de la mise en œuvre doit être exigée car le niveau de bruit global est amplifié par cette dérivation.

La figure 2.5 schématise la méthodologie.



**Figure 2.5 :** Compensation de défaut actionneur

## 2.4.2 - Sensor masking

Deux méthodes ont été mises en œuvre dans le cadre de nos travaux pour la compensation de défauts capteurs. La première est basée sur la synthèse d'un capteur logiciel via l'utilisation de l'estimation de la sortie au lieu de la mesure affectée par le défaut. La seconde méthode est basée sur l'ajout d'une commande additive.

### Capteur logiciel ou *Sensor masking* :

En présence de défaut capteur, les mesures en défauts modifient le comportement en boucle fermée du système et corrompent l'estimation de l'état du système. De manière à minimiser l'effet de ces défauts sur les performances du système, la loi de commande est générée à partir d'une estimation sans défaut (*fault-free*)  $\hat{y}$  des composantes en défaut. Cette méthodologie se retrouve sous la dénomination *sensor masking* dans la littérature ([Wu et al., 2006]). Soient  $\bar{y}_j$  les sorties utilisées dans la synthèse de la commande ; celles-ci s'expriment de la manière suivante :

$$\bar{y}_j = (1 - \delta(f_{s,j})) \cdot y_j + \delta(f_{s,j}) \cdot \hat{y}_j \quad \text{avec} \quad \delta(f_{s,j}) = \begin{cases} 1 & \text{capteur } j \text{ en défaut} \\ 0 & \text{sans défaut} \end{cases} \quad (2.41)$$

Le correcteur n'étant pas modifié, les performances de cette méthode reposent uniquement sur l'estimateur qui doit être capable de délivrer une estimation sans défaut fiable de l'état affecté par le défaut. Cela nécessite au préalable d'utiliser des transformations permettant d'obtenir des sous-systèmes insensibles au défaut tels que nous pouvons le visualiser au travers de l'équation (2.22).

### Commande additive :

La commande additive se présente sous la même forme que dans le cas des défauts actionneurs, seule la manière de la synthétiser diffère. Nous donnons ci-dessous le principe de base.

Soit  $y_{mes}(t)$  l'information retournée par les capteurs et  $y_{reel}(t)$  la valeur réelle des sorties. Compte-tenu des défauts capteur  $f_s(t)$  affectant le système, nous avons :

$$y_{mes}(t) = y_{reel}(t) + f_s(t) \quad (2.42)$$

Soit la commande nominale  $u_{nom}(t) = \kappa(y(t)) = \kappa(y_{mes}(t)) = \kappa(y_{reel}(t))$ . On peut donc écrire dans le cas où un défaut capteur apparaît :

$$\begin{aligned} u(t) &= \kappa(y_{mes}(t)) = u_{nom}(t) + u_{ad}(t) \\ &= \kappa(y_{reel}(t) + f_s(t)) = \kappa(y_{reel}(t)) + \kappa'(f_s(t)) \end{aligned} \quad (2.43)$$

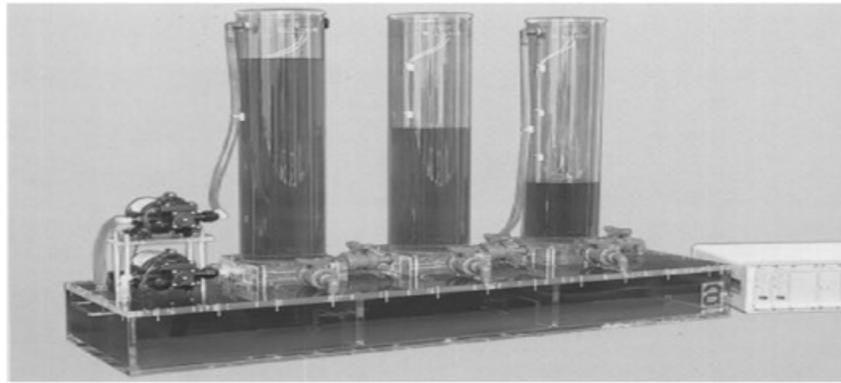
Sous l'hypothèse que le module de diagnostic retourne une estimation  $\hat{f}_s(t)$  du défaut, la composante additive de la commande permettant la compensation du défaut s'exprime par :

$$u_{ad}(t) = \kappa'(\hat{f}_s(t)) \quad (2.44)$$

La commande additive n'est pas identique dans les cas de défauts actionneur ou capteur. La capacité de l'accommodation à compenser chacun de ces deux types de défauts dépend du module de diagnostic qui doit être capable, en plus de l'estimation, de distinguer chaque type de défaut.

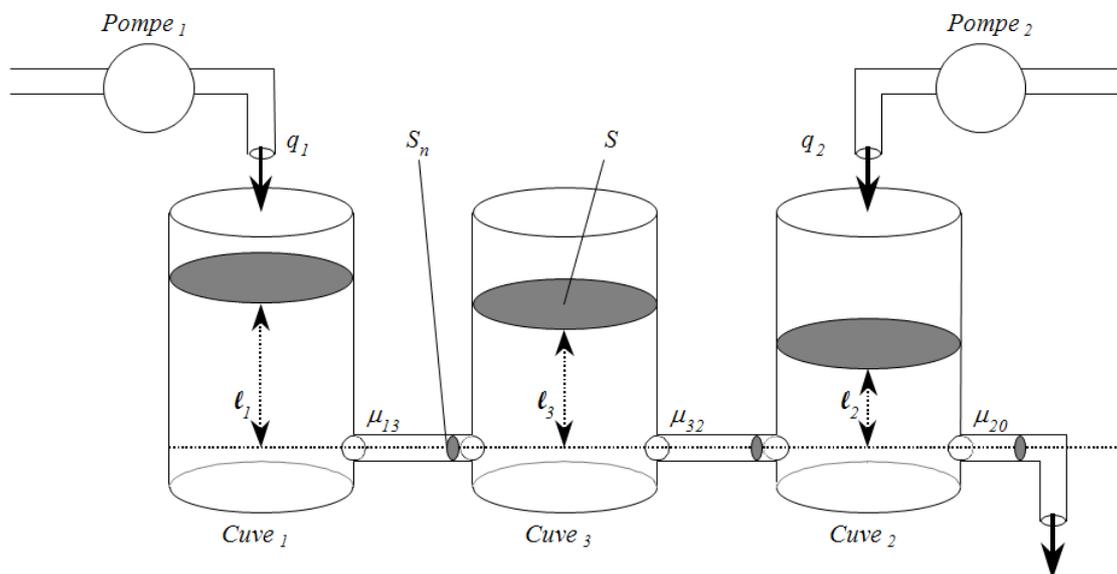
## **2.5 - Application au système des trois cuves**

Les méthodologies et développements présentés auparavant ont été mis en œuvre sur le benchmark des trois cuves représenté ci-dessous (figure 2.6). Dans le cadre linéaire, les différents travaux réalisés pour le diagnostic et l'accommodation aux défauts actionneurs et capteurs peuvent être consultés dans la publication **[RI-2]** annexée au présent document (p. 151).



**Figure 2.6 :** Système des trois cuves

Ce système est constitué de trois cuves cylindriques en série, identiques et de même section  $S$ . Les trois cuves sont interconnectées par deux tuyaux cylindriques de même section  $S_p$ , et ont le même coefficient d'écoulement notés  $\mu_{13}$  et  $\mu_{32}$ . Le débit de sortie  $q_{20}$  est le débit situé à la base de la cuve 2, le coefficient d'écoulement est  $\mu_{20}$ . Deux pompes alimentent les cuves 1 et 2. Les débits  $q_1$  et  $q_2$  fournis par chacune des pompes ainsi que le niveau de liquide  $l_1$ ,  $l_2$  et  $l_3$  sont mesurés.



**Figure 2.7 :** Schéma du système des trois cuves

### 2.5.1 - Modélisation

Les équations physiques de ce processus fondées sur la loi de Torricelli et les équations de bilan conduisent à :

$$\begin{cases} S \frac{dl_1(t)}{dt} = q_1(t) - q_{13}(t) \\ S \frac{dl_2(t)}{dt} = q_2(t) + q_{32}(t) - q_{20}(t) \\ S \frac{dl_3(t)}{dt} = q_{13}(t) - q_{32}(t) \end{cases} \quad (2.45)$$

où  $q_{ij}(t)$  correspond au débit de liquide entre la cuve  $i$  et la cuve  $j$  ( $i, j \in [1, 2, 3] \quad \forall i \neq j$ ), avec :

$$q_{ij}(t) = \mu_{ij} \cdot S_p \cdot \text{sgn}(l_i(t) - l_j(t)) \cdot \sqrt{2g|l_i(t) - l_j(t)|} \quad (2.46)$$

Le débit en sortie d'installation, en supposant un écoulement laminaire sur toute la plage de fonctionnement, est donné par la relation suivante :

$$q_{20}(t) = \mu_{20} \cdot S_p \cdot \sqrt{2gl_2(t)} \quad (2.47)$$

Sans limiter notre étude, le système est considéré dans une unique configuration vérifiant les inégalités  $l_2(t) < l_3(t) < l_1(t)$ .

L'ensemble des équations décrivant le fonctionnement du procédé peut ainsi se mettre sous la forme d'un modèle non linéaire affine en la commande comme décrit par (2.2). Le modèle ainsi obtenu est :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \frac{-\mu_{13} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_1(t) - x_3(t)} \\ \frac{\mu_{32} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_3(t) - x_2(t)} - \frac{\mu_{20} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_2(t)} \\ \frac{\mu_{13} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_1(t) - x_3(t)} - \frac{\mu_{32} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_3(t) - x_2(t)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{S} & 0 \\ 0 & \frac{1}{S} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2.48)$$

$$\text{où } x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) & x_2(t) & x_3(t) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} l_1(t) & l_2(t) & l_3(t) \end{bmatrix}^T \text{ et } u(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) & q_2(t) \end{bmatrix}^T.$$

Le système modélisé par (2.48) est commandé via une commande linéarisante entrée-sortie.

### 2.5.2 - Commande

Conformément à la loi de commande non linéaire linéarisante entrée-sortie présentée au paragraphe 2.2, les résultats suivants sont obtenus en prenant  $y(t) = \begin{bmatrix} l_1(t) & l_2(t) \end{bmatrix}^T$  et sachant

que la totalité du vecteur d'état est mesuré :

- les deux indices caractéristiques sont  $r_1 = 1$  et  $r_2 = 1$ .
- le bouclage non linéaire s'exprime par :

$$u(t) = \alpha(x(t)) + \beta(x(t)) \cdot v(t)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{-\mu_{13} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_1(t) - x_3(t)} \\ \frac{\mu_{32} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_3(t) - x_2(t)} - \frac{\mu_{20} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_2(t)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & S \end{bmatrix} \cdot v(t) \quad (2.49)$$

- le système ainsi bouclé a un comportement entrées-sorties découplé et linéaire tel que :

$$\frac{y_1(p)}{v_1(p)} = \frac{y_2(p)}{v_2(p)} = \frac{1}{p} \quad (2.50)$$

ou exprimé sous forme de représentation d'état :

$$\begin{cases} \dot{z}_i(t) = [0] \cdot z_i(t) + [1] \cdot v_i(t) \\ y_i(t) = [1] \cdot z_i(t) \end{cases} \quad (2.51)$$

où  $i = 1, 2$  désigne le sous-système considéré entre  $y_i(t)$  et  $v_i(t)$ .

Remarque : bien que la somme des indices caractéristiques soit égale à 2 (inférieure à la dimension de l'espace d'état), il n'y a pas de sous-espace inobservable puisque la totalité des composantes du vecteur d'état sont mesurées.

Chacun des sous-systèmes mono-entrée mono-sortie (2.50) peut être stabilisé à l'aide d'un retour de sortie proportionnel  $v_i(t) = K_i \cdot (y_{ref,i}(t) - l_i(t))$  permettant d'avoir un comportement en boucle fermée modélisé par :

$$\frac{l_i(p)}{y_{ref,i}(p)} = \frac{K_i}{p + K_i} \quad (2.52)$$

où  $K_i$  est le gain proportionnel et  $y_{ref,i}$  l'entrée de référence.

De manière à rejeter les erreurs de modèle qui corrompent le découplage entrées-sorties, une action intégrale est ajoutée au bouclage proportionnel ci-dessus.

Cela permet d'obtenir les réponses suivantes :

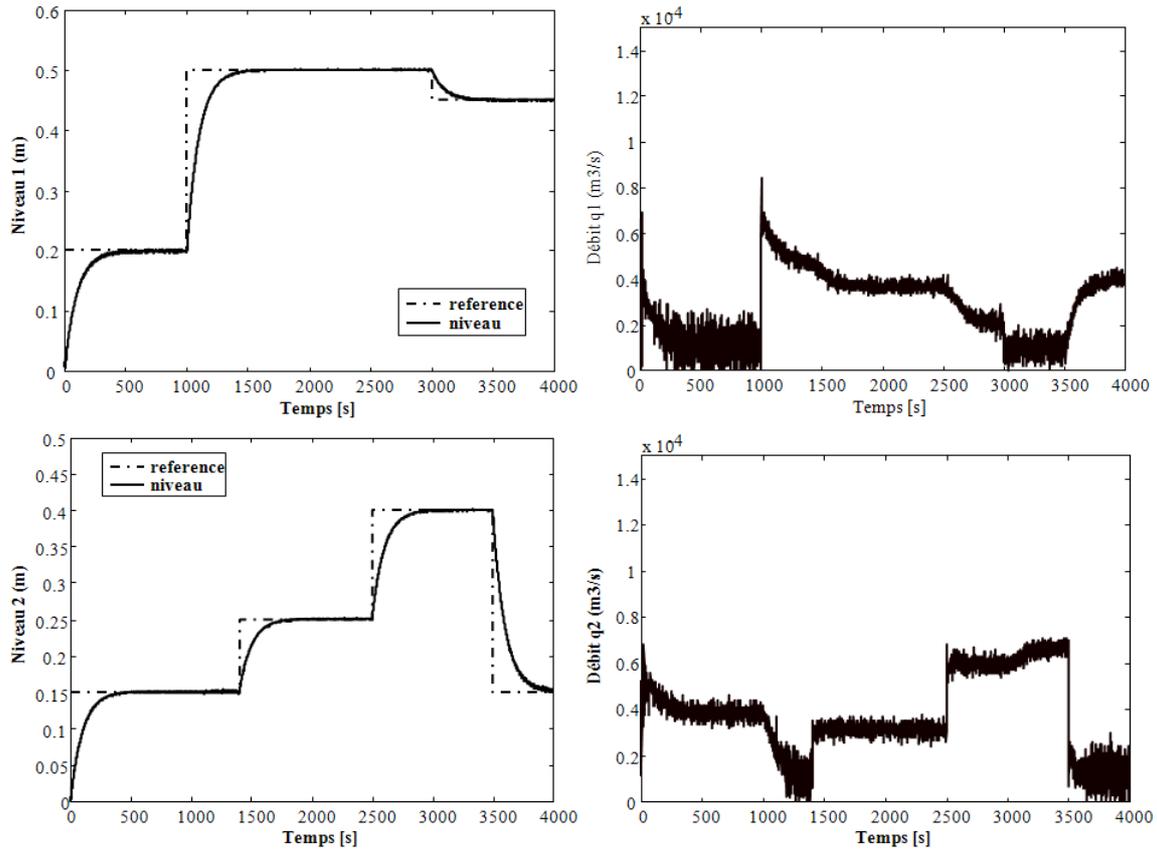


Figure 2.8 : Niveaux et Commandes sans défaut

### 2.5.3 - Diagnostic

#### 2.5.3.1 - Approche géométrique

L'application au système des 3 cuves du diagnostic par approche géométrique est traitée dans [RI-4] qui est annexée au présent document (p. 171).

#### 2.5.3.2 - Approche algébrique

Considérons dans cette partie le cas des défauts capteurs (le cas des défauts actionneurs est traité dans [CI-9]). En présence de défaut sur chacune des mesures, le modèle initial (2.48) se transcrit sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-\mu_{13} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_1(t) - x_3(t)} \\ \frac{\mu_{32} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_3(t) - x_2(t)} - \frac{\mu_{20} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_2(t)} \\ \frac{\mu_{13} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_1(t) - x_3(t)} - \frac{\mu_{32} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_3(t) - x_2(t)} \end{bmatrix}}_{\mathcal{F}(x(t))} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{S} \\ 0 \\ \frac{1}{S} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{G}(x(t))} \cdot u(t) \\ \\ y(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}}_{\mathcal{H}(x(t))} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{F_s(x(t))} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} f_{s,1}(t) \\ f_{s,2}(t) \\ f_{s,3}(t) \end{bmatrix}}_{f_s(t)} \end{array} \right. \quad (2.53)$$

Comme nous l'avons indiqué p. 59 au niveau de (2.5), conformément aux travaux de **[Park et al., 1994]**, un défaut capteur peut être interprété mathématiquement comme un défaut actionneur. L'équation d'état du modèle peut être augmentée en considérant la définition suivante de la dynamique du défaut :

$$\dot{f}_s(t) = \gamma \cdot f_s(t) + \tilde{f}_s(t) \quad (2.54)$$

où  $\gamma \in \mathfrak{R}^{q \times q}$  est une matrice diagonale  $\left( q = 3, f_s(t) = \begin{bmatrix} f_{s,1}(t) \\ f_{s,2}(t) \\ f_{s,3}(t) \end{bmatrix}, \gamma = \begin{bmatrix} \gamma_1 & & \\ & \gamma_2 & \\ & & \gamma_3 \end{bmatrix} \right)$ .

Le système (2.53) se ré-écrit ainsi en posant  $\tilde{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t) \ f_{s,1}(t) \ f_{s,2}(t) \ f_{s,3}(t)]^T$  :

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{f}_s(t) \end{bmatrix}}_{\tilde{x}(t)} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-\mu_{13} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_1(t) - x_3(t)} \\ \frac{\mu_{32} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_3(t) - x_2(t)} - \frac{\mu_{20} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_2(t)} \\ \frac{\mu_{13} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_1(t) - x_3(t)} - \frac{\mu_{32} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_3(t) - x_2(t)} \\ \dots \\ \gamma_1 \cdot f_{s,1}(t) \\ \gamma_2 \cdot f_{s,2}(t) \\ \gamma_3 \cdot f_{s,3}(t) \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathcal{F}}(\tilde{x}(t))} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{S} & 0 \\ 0 & \frac{1}{S} \\ 0 & 0 \\ \dots \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathcal{G}}(\tilde{x}(t))} \cdot u(t) \\
 &+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \dots \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{F(t)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{f}_{s,1}(t) \\ \tilde{f}_{s,2}(t) \\ \tilde{f}_{s,3}(t) \end{bmatrix}}_{f(t)} \\
 y(t) &= \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(t) + f_{s,1}(t) \\ x_2(t) + f_{s,2}(t) \\ x_3(t) + f_{s,3}(t) \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathcal{H}}(\tilde{x}(t))}
 \end{aligned} \tag{2.55}$$

De manière à être sensible à uniquement certains défauts et insensibles aux autres, le vecteur de défaut  $f(t)$  est décomposé en deux parties. Dans le cas où l'on cherche à être sensible au défaut capteur 1 et insensible aux deux autres, l'équation d'état du système s'écrit :

$$\tilde{x}(t) = \tilde{\mathcal{F}}(\tilde{x}(t)) + \tilde{\mathcal{G}}(\tilde{x}(t)) \cdot u(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{F_1(t)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{f}_{s,1}(t) \\ \dots \\ f_1(t) \end{bmatrix}}_{f_1(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{W_1(t)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{f}_{s,2}(t) \\ \dots \\ \tilde{f}_{s,3}(t) \end{bmatrix}}_{w_1(t)} \tag{2.56}$$

L'index de détectabilité  $\rho_1$  associé à  $f_1(t)$  est calculé tel que :

$$\rho_1 = \left\{ \min \gamma \in \mathbb{N} / L_{F_1} L_{\tilde{\mathcal{F}}}^{\gamma-1} x_1(t) \neq 0 \right\} = 1 \tag{2.57}$$

ce qui signifie que seule la sortie  $y_1$  est affectée par le défaut  $f_1(t)$  ; ce qui est logique puisque le défaut physique  $f_{s,1}(t)$  est directement relié à  $f_1(t)$  qui affecte la sortie  $y_1$ .

L'équation d'état du sous-système insensible au défaut  $f_{s,1}(t)$  est définie par :

$$\bar{x}(t) = \phi_{f_{s,1}}(x(t), u(t)) = \begin{bmatrix} \bar{x}_a(t) \\ \bar{x}_b(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ \phi_1(x(t), u(t)) \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

avec  $\bar{x}_a(t) = y_1(t) = l_1(t) + f_{s,1}(t)$ ,  $\bar{x}_b(t) = [l_1(t) \ l_2(t) \ l_3(t) \ f_{s,2}(t) \ f_{s,3}(t)]^T$ . Il peut être noté que  $\phi_1(x(t), u(t))$  est indépendant de  $f_{s,1}(t)$ .

Finalement, la représentation d'état associée au système découplé du défaut  $f_{s,1}(t)$  est donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\bar{x}}_a(t) = \dot{l}_1(t) + \dot{f}_{s,1}(t) = \left( \frac{-\mu_{13} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{l_1(t) - l_3(t)} \right) + \frac{1}{S} u_1(t) + \dot{f}_{s,1}(t) = \dot{y}_1(t) \\ \dot{\bar{x}}_b(t) = \begin{bmatrix} \dot{l}_1(t) \\ \dot{l}_2(t) \\ \dot{l}_3(t) \\ \dot{f}_{s,2}(t) \\ \dot{f}_{s,3}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-\mu_{13} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_1(t) - x_3(t)} \\ \frac{\mu_{32} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_3(t) - x_2(t)} - \frac{\mu_{20} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_2(t)} \\ \frac{\mu_{13} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_1(t) - x_3(t)} - \frac{\mu_{32} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{x_3(t) - x_2(t)} \\ \gamma_2 \cdot f_{s,2}(t) \\ \gamma_3 \cdot f_{s,3}(t) \end{bmatrix} \\ \\ + \begin{bmatrix} \frac{1}{S} & 0 \\ 0 & \frac{1}{S} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot u(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{f}_{s,2}(t) \\ \tilde{f}_{s,3}(t) \end{bmatrix} \\ \bar{y}_a(t) = y_1(t) \\ \bar{y}_b(t) = \begin{bmatrix} l_2(t) + f_{s,2}(t) \\ l_3(t) + f_{s,3}(t) \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (2.59)$$

Le sous-système insensible à  $f_{s,1}(t)$  défini en (2.60) permet de générer le résidu  $r_1(t)$  de manière à détecter et localiser ce défaut.  $r_1(t)$  est en moyenne nul quand il n'y a pas de défaut.

$$\left. \begin{aligned}
 \dot{\bar{x}}_b(t) &= \begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_{b_1}(t) \\ \dot{\bar{x}}_{b_2}(t) \\ \dot{\bar{x}}_{b_3}(t) \\ \dot{\bar{x}}_{b_4}(t) \\ \dot{\bar{x}}_{b_5}(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-\mu_{13} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{\bar{x}_{b_1}(t) - \bar{x}_{b_3}(t)} \\ \frac{\mu_{32} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{\bar{x}_{b_3}(t) - \bar{x}_{b_2}(t)} - \frac{\mu_{20} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{\bar{x}_{b_2}(t)} \\ \frac{\mu_{13} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{\bar{x}_{b_1}(t) - \bar{x}_{b_3}(t)} - \frac{\mu_{32} \cdot S_p \cdot \sqrt{2g}}{S} \cdot \sqrt{\bar{x}_{b_3}(t) - \bar{x}_{b_2}(t)} \\ \gamma_2 \cdot \bar{x}_{b_4}(t) \\ \gamma_3 \cdot \bar{x}_{b_5}(t) \end{bmatrix}}_{\bar{\mathcal{F}}(\bar{x}_b(t))} \\
 + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{S} & 0 \\ 0 & \frac{1}{S} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\bar{\mathcal{G}}(\bar{x}_b(t))} \cdot u(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\bar{\mathcal{W}}_1} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{f}_{s,2}(t) \\ \tilde{f}_{s,3}(t) \end{bmatrix} \\
 \bar{y}_b(t) = \bar{y}_1(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{x}_{b_2}(t) + \bar{x}_{b_4}(t) \\ \bar{x}_{b_3}(t) + \bar{x}_{b_5}(t) \end{bmatrix}}_{\bar{\mathcal{H}}_1(\bar{x}_b(t))}
 \end{aligned} \right\} \quad (2.60)$$

Sous forme compacte, le système (2.60) s'écrit :

$$\left\{ \begin{aligned}
 \dot{\bar{x}}_b(t) &= \bar{\mathcal{F}}(\bar{x}_b(t)) + \bar{\mathcal{G}}(\bar{x}_b(t)) \cdot u(t) + \bar{\mathcal{W}}_1 \cdot \begin{bmatrix} \tilde{f}_{s,2}(t) \\ \tilde{f}_{s,3}(t) \end{bmatrix} \\
 \bar{y}_b(t) &= \bar{y}_1(t) = \bar{\mathcal{H}}_1(\bar{x}_b(t))
 \end{aligned} \right. \quad (2.61)$$

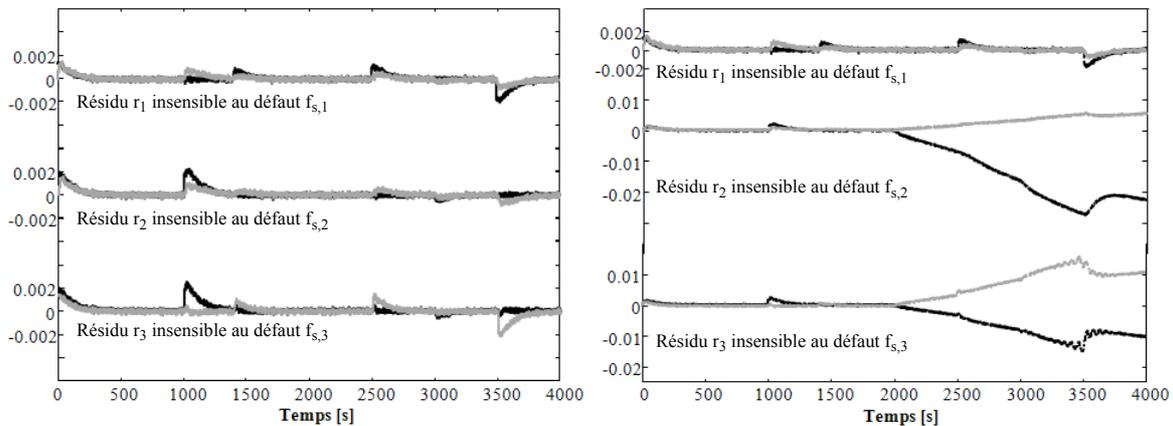
Un observateur de Luenberger étendu est ensuite considéré de manière à disposer d'une estimation de  $\bar{x}_b(t)$  insensible à  $f_{s,1}(t)$  :

$$\hat{\bar{x}}_b(t) = \bar{\mathcal{F}}(\hat{\bar{x}}_b(t)) + \bar{\mathcal{G}}(\hat{\bar{x}}_b(t)) \cdot u(t) + L_1 \cdot (\bar{y}_b(t) - \hat{\bar{y}}_b(t)) \quad (2.62)$$

où  $L_1$  est le gain de l'observateur, calculé à chaque instant tel que les valeurs propres de  $\left(\frac{\partial}{\partial \bar{x}_b(t)} \bar{\mathcal{F}}(\bar{x}_b(t)) - L_1 \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{x}_b(t)} \bar{\mathcal{H}}_1(\bar{x}_b(t))\right)$  soient stables et respectent la dynamique désirée.

La même démarche est appliquée pour chacun des autres défauts capteur. Ainsi un banc de trois observateurs de Luenberger étendu, chacun étant insensible à un unique défaut, est mis en œuvre afin de détecter et d'isoler l'ensemble des défauts capteurs. Les trois résidus sont à moyennes nulles lorsqu'aucun défaut n'affecte le système (figure 2.9). Dans le cas d'un défaut de type dérive affectant le capteur 1 ( $f_{s,1}(t)$ ) à partir de l'instant 2000 s, le résidu issu de

l'observateur 1 est nul alors que les deux autres résidus présentent la même dérive que le défaut (figure 2.9). Il est tout à fait normal que seul le résidu issu de l'observateur 1, qui est insensible à  $f_{s,1}(t)$ , soit nul.

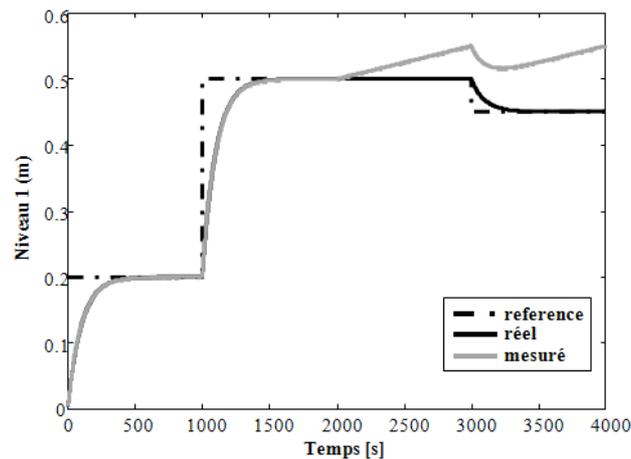


**Figure 2.9 :** Evolution des résidus (sans défaut - avec défaut  $f_{s,1}(t)$ )

#### 2.5.4 - Accommodation des défauts

Dans cette continuité et afin d'accommoder le système des 3 cuves où des défauts capteurs peuvent survenir, nous mettons en œuvre le *sensor masking*. En effet, l'observateur (2.62) insensible à un défaut capteur permet de disposer d'une estimation de l'état non affecté par le défaut. En conséquence, une estimation de la sortie corrompue par le défaut est considérée dans la loi de commande plutôt que la mesure (puisqu'elle est corrompue). En présence des défauts capteur, les mesures en défaut affectent directement le comportement en boucle fermée ou l'état de l'observateur. De plus, la commande vise à annuler l'erreur entre la mesure et l'entrée de référence. Cependant, la vraie sortie est «loin» de l'entrée de référence et cela peut induire un fonctionnement en saturation ou rendre instable le système. La commande tolérante aux défauts vis-à-vis de défauts capteur peut être obtenue en calculant une nouvelle loi de commande utilisant une évaluation sans erreur de la partie en défaut afin de réduire au minimum les effets des défauts sur le fonctionnement et la sûreté de système.

Consécutivement à la détection et l'isolation du défaut, la commande commute de l'utilisation de la mesure  $l_1(t)$  à l'utilisation de son estimée  $\hat{l}_1(t)$  obtenue via l'observateur de Luenberger étendu (équations (2.60), (2.61) et (2.62)). Avec l'accommodation, le niveau réel  $l_1(t)$  respecte la trajectoire de référence. La figure 2.10 illustre l'accommodation dans le cas d'un défaut de type dérive affectant le capteur délivrant la mesure du niveau  $l_1(t)$ .



**Figure 2.10 :** Accommodation pour un défaut capteur de type dérive affectant  $l_1(t)$

Le cas des défauts actionneur est traité dans la deuxième partie du chapitre 4 de [O-1].

## 2.6 - Conclusion

Nous avons considéré dans ce chapitre les systèmes non linéaires affines en la commande associés à une commande non linéaire de type *linéarisante entrées-sorties*. Dans le cadre de la mise en œuvre d'une commande tolérante active, nous avons développé un module diagnostic visant à découpler le défaut d'une partie de l'espace d'état. Deux approches ont été considérées dans nos travaux : l'approche algébrique et l'approche géométrique. Dans les deux cas, les défauts considérés sont de type actionneur et/ou capteur. L'accommodation aux défauts mise en œuvre afin que le système soit tolérant est de type compensation et/ou capteur logiciel. La totalité des développements ont été mis en œuvre expérimentalement sur le système des trois cuves. Dans le chapitre suivant, nous allons considérer la robustesse de la commande tolérante non prise en compte dans l'approche non linéaire ci-dessus.

## 3 - Robustesse de la commande tolérante aux défauts vis-à-vis d'incertitudes du module diagnostic

### 3.1 - Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons considéré le diagnostic et la commande tolérante aux fautes de modèles non linéaires affines en la commande en supposant une connaissance parfaite des paramètres du système, c'est-à-dire sans nous intéresser à la robustesse du

diagnostic. Or, nous savons que les erreurs de modélisation entraînent des erreurs de type *fausses alarmes* ou *absences de détection* puisque les résidus sont affectés par ces erreurs, le modèle analytique n'étant plus qu'une *image floue* du système réel. De plus, la majorité des travaux ne s'intéressent pas à la prise en compte d'un autre paramètre associé au diagnostic qu'est le temps de détection (ou retard à la détection). Dans ce chapitre, nous allons donc considérer ces aspects *robustesse* au travers de deux approches : le Model Matching et les systèmes à sauts markoviens.

### 3.2 - Approche *Admissible Model Matching* pour le FTC

L'une des plus anciennes stratégies dans le cadre de la tolérance aux fautes est basée sur le *model-matching*. Dans ce cas, le système nominal en boucle fermée est connu tout comme la structure du modèle en défaut. Il est donc possible (sous certaines conditions) de déterminer le correcteur du système en défaut de manière à conserver le comportement du modèle nominal en boucle fermée (*exact matching*) ([Blanke et al., 2003]).

Dans cette philosophie, la méthode de la pseudo-inverse (PIM) a été étudiée en simulation dans le domaine de l'aéronautique ([Huber et McCulloch, 1984], [Ostroff, 1985], [Rattan, 1985]).

L'expression du correcteur du système en défaut est :

$$K_f = B_f^+ \cdot (A_f - A + BK) \quad (3.63)$$

où A, B sont les matrices permettant d'écrire l'équation d'état du système linéaire sans défaut,  $A_f$ ,  $B_f$  les matrices du système en défaut et K le gain du correcteur sans défaut.  $B_f^+$  est la matrice pseudo-inverse de la matrice  $B_f$ , d'où le nom de la méthode.

Comme on peut facilement le constater, l'avantage de cette solution réside dans la simplicité du calcul du gain du correcteur pour le système en défaut. Cependant, la solution n'est pas toujours satisfaisante car elle ne garantit pas la stabilité du système défaillant. La méthode de la pseudo-inverse modifiée (MPIM) a été proposée par Gao et Antsaklis ([Gao et Antsaklis, 1991]) afin de garantir la stabilité. Un compromis doit être trouvé entre la stabilité et de bonnes performances du système et le modèle du système défaillant doit être disponible ce qui rend difficile la mise en œuvre de cette technique. Une autre alternative (*admissible model matching*, AMM) a été proposée par Staroswiecki ([Staroswiecki, 2005a]). L'idée principale de cette méthode est de déterminer le correcteur de manière à garantir que le comportement en boucle fermée se trouve à l'intérieur d'un ensemble de comportements admissibles. La méthode AMM permet donc d'obtenir des solutions admissibles alors que la méthode PIM conduit à un comportement instable. L'ensemble des comportements admissibles a été défini en termes d'une ([Staroswiecki, 2005a]) ou plusieurs ([Staroswiecki, 2005b]) inégalités liées aux coefficients de la matrice de transfert en boucle fermée.

Nous avons reformulé cette approche AMM ([RI-13]) en utilisant un placement de pôles en région à l'aide de LMI (inégalité matricielle linéaire). Cette formulation permet tout d'abord une caractérisation systématique des spécifications de la commande en terme de localisation des valeurs propres dans des régions convexes particulières du plan complexe appelées  $D_R$ -régions. Ces  $D_R$ -régions sont caractérisées par des LMI. Cela permet de formuler le problème

de l'accommodation du correcteur sous forme convexe et ainsi de le résoudre à l'aide d'algorithmes numériques ([Boyd et al., 1994]). De plus, atout principal justifiant ce positionnement dans cette partie du manuscrit, la formulation proposée permet d'étudier la robustesse des solutions vis-à-vis d'erreurs ou incertitudes renvoyées par le module FDI (erreur d'estimation de défaut par exemple) en résolvant un problème d'optimisation sous contraintes LMI.

Pour une mise en œuvre réussie d'une structure de commande FTC, il est nécessaire de prendre en compte les imprécisions liées au module diagnostic ([Zhang et Jiang, 2006]). Nous nous sommes donc intéressés à la robustesse du correcteur FTC vis-à-vis d'erreur d'estimation des défauts.

Supposons qu'un défaut caractérisé par la paire  $(A_f, B_f)$  apparaisse et que le module diagnostic nous fournisse une estimation imprécise de ce défaut et caractérisée par  $(\hat{A}_f, \hat{B}_f)$ . L'algorithme associé à l'accommodation de la loi de commande détermine le nouveau correcteur caractérisé par le gain  $\hat{K}_f$ . La boucle fermée est ainsi définie par :

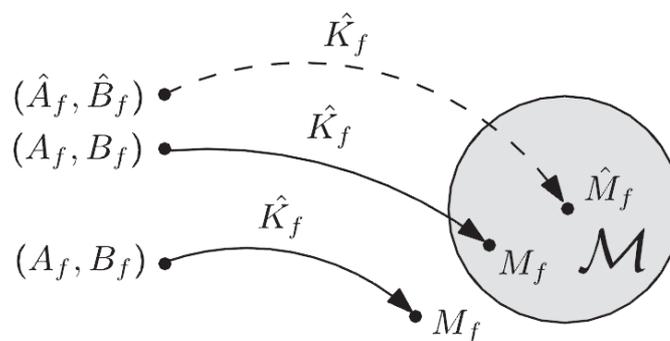
$$\hat{M}_f = \hat{A}_f + \hat{B}_f \cdot \hat{K}_f \quad (3.64)$$

alors qu'en réalité, la boucle fermée est caractérisée par :

$$M_f = A_f + B_f \cdot \hat{K}_f \quad (3.65)$$

L'algorithme d'accommodation doit permettre de s'assurer que le comportement attendu est admissible pour le système. Si l'estimation du défaut est suffisamment bonne, alors le comportement réel sera très proche de celui attendu. Mais si les erreurs d'estimation sont trop importantes, alors le comportement réel sera très différent de celui attendu et pourra être non admissible pour le système. Cette situation est illustrée par la figure 3.11.

Dans [RI-12], nous avons montré comment calculer la limite de robustesse vis-à-vis d'erreur d'estimation de défaut provenant du module FDI, pour un correcteur accommodant donné. Cette limite correspond à la différence maximale entre l'estimation du défaut et la véritable amplitude de ce défaut pour laquelle le comportement en boucle fermée reste admissible.



**Figure 3.11** : Effets des erreurs d'estimation du défaut sur l'accommodation de la loi de commande

### 3.3 - Les systèmes à sauts Markoviens : commande multi-objectifs

Dans les méthodes décrites auparavant, l'information fournie par le module FDI est supposée parfaite. Dans cette partie, afin d'assouplir cette hypothèse, nous considérons la classe des systèmes hybrides stochastiques à sauts markoviens (**AFTCSMP** : Active Fault Tolerant Control Systems with Markovian Process) ([Mahmoud et al., 2003]). Dans cette classe de systèmes, deux processus aléatoires sont définis : le premier représente les défauts pouvant affecter les différents composants du système, et le second représente le processus FDI utilisé pour la reconfiguration de la loi de commande. Ce travail a fait l'objet de la thèse de Samir Aberkane ([Th-Aberkane]).

Le modèle AFTCSMP permet la formalisation mathématique des problématiques résultant de l'intégration d'un module FDI dans un schéma de reconfiguration de lois de commande (les retards de détection, les fausses alarmes, la non détection de défauts, ...), et cela en définissant un processus markovien pour représenter le processus FDI. Idéalement, le processus FDI doit fonctionner de façon parfaite, c'est-à-dire qu'à tout instant, l'état du processus FDI est identique à l'état du processus défaut. Les deux processus peuvent donc être modélisés par un unique processus markovien. Ce modèle est connu dans la littérature sous le nom des systèmes à sauts markoviens (MJLS : Markovien Jump Linear System). Cependant, ce modèle n'est pas approprié pour des applications réelles, et les résultats relatifs à la classe des systèmes MJLS ne peuvent donc pas être appliqués en l'état aux systèmes AFTCSMP.

L'étude bibliographique des travaux menés dans le cadre des systèmes tolérants aux défauts à sauts Markoviens a montré que la majorité des résultats établis pour cette classe de systèmes traite de l'analyse de la stabilité et des performances de ces systèmes et non de la synthèse de lois de commande remplissant un cahier des charges donné. Les seuls résultats relatifs à la problématique de synthèse conduisent à des correcteurs irréalisables en pratique (correcteurs dépendant des processus défauts) et se basent sur l'hypothèse restrictive d'accessibilité du vecteur d'état. Le premier objectif de ces travaux est donc de s'affranchir de cette hypothèse et de considérer ainsi des problèmes de synthèse de correcteurs par retour de sortie statique/dynamique et cela dans un cadre de commande multi-objectifs. Et plus particulièrement, nous nous sommes intéressés à des critères de performance  $H_2/H_\infty$ .

#### 3.3.1 - Les systèmes à sauts Markoviens

Les pannes sont des événements aléatoires ponctuels pouvant affecter tout composant du système, à tout moment, et avec divers degrés de sévérité.

Afin de modéliser le comportement aléatoire des pannes ainsi que les changements induits par l'apparition de ces dernières, au niveau du système, un processus stochastique,  $\eta(t)$ , est défini. Les décisions du processus FDI sont basées sur des tests statistiques, et ne sont donc pas déterministes. Un processus stochastique,  $\psi(t)$ , est défini afin de représenter ces décisions. Les deux processus  $\eta(t)$  et  $\psi(t)$  sont supposés Markoviens à espace d'états finis  $S = \{1, 2, \dots, s\}$  et  $R = \{1, 2, \dots, r\}$ , respectivement. Cela représente la première limitation de ce travail. Cependant, même si l'hypothèse Markovienne est nécessaire pour limiter la complexité mathématique, il s'agit d'une modélisation cohérente vis-à-vis d'applications mises en œuvre.

Limiter le processus  $\eta(t)$  à un ensemble fini de valeurs revient, pour la description des pannes, à supposer qu'un composant est soit intègre, soit hors-service et à exclure la dégradation progressive du fonctionnement. Ceci peut correspondre à une gestion prudente des composants qui désactive les éléments dès qu'ils manifestent des défauts, mais il est clair que l'on pourrait envisager des politiques plus fines en décrivant une intégrité variant dans la plage 0%-100%.

L'occurrence de pannes n'étant pas fréquente, voire même plutôt rare, le processus stochastique le mieux approprié pour décrire ce type de comportement (événements rares) est le processus de Poisson, qui est aussi un processus de Markov ([Taylor et Karlin, 1984]).

Le processus FDI peut être interprété comme un test stochastique d'hypothèses ([Srichander et Walker, 1993]). Ce test d'hypothèses peut être implémenté en utilisant des tests sur un seul échantillon de données (single sample tests), c'est-à-dire les données actuellement disponibles, des tests à fenêtre glissante, ou des tests séquentiels. Le processus FDI peut être, raisonnablement, représenté par un processus Markovien si la durée requise par la prise de décision du processus FDI est suffisamment courte par rapport à l'intervalle de temps entre deux défauts consécutifs.

Un système continu sujet à des défauts aléatoires supervisés par un algorithme de FDI peut être décrit ([Srichander et Walker, 1993]) par le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_t = f(x_t, u(y_t, \psi_t, t), \xi_t, \eta_t, t) \\ y_t = h(x_t, \zeta_t, t) \end{cases} \quad (3.66)$$

avec  $x_t \in \mathcal{R}^n$  le vecteur d'état,  $y_t \in \mathcal{R}^p$  le vecteur des mesures,  $u(y_t, \psi_t, t) \in \mathcal{R}^m$  le vecteur des entrées de commande,  $\xi_t, \eta_t, \zeta_t$  les différents processus aléatoires modélisant les défauts (système, actionneurs et capteurs respectivement) et  $\psi_t$  le processus aléatoire modélisant le processus FDI.  $\xi_t, \eta_t, \zeta_t, \psi_t$  sont des processus markoviens à espaces d'états finis  $S = \{1, \dots, s\}$ ,  $A = \{1, \dots, a\}$ ,  $C = \{1, \dots, c\}$  et  $R = \{1, \dots, r\}$  respectivement.

La fonction "f" de (3.66) est supposée vérifier les conditions suivantes :

$$f(0, u(y_t, \psi_t, t), \xi_t, \eta_t, t) = 0 \quad (3.67)$$

la condition d'accroissement

$$\|f(x_t, u(y_t, \psi_t, t), \xi_t, \eta_t, t)\| \leq k \cdot (1 + \|x\|) \quad (3.68)$$

la condition de Lipschitz

$$\|f(\tilde{x}, u(y, \psi, t), \xi, \eta, t) - f(x, u(y, \psi, t), \xi, \eta, t)\| \leq k \cdot \|\tilde{x} - x\| \quad (3.69)$$

où k est une constante donnée.

Sous ces conditions, la solution  $x(t) = x(t; \psi_0, \xi_0, \eta_0, t_0)$  du système (3.66) est unique (presque sûrement) et est un processus stochastique absolument continu ([Khasminskii, 1962]). Le processus  $\{x_t, \xi_t, \eta_t, \zeta_t, \psi_t\}$  est un processus markovien sur l'intervalle  $I = [t_0, t_f]$  ([Wonham, 1971], [Khasminskii, 1980], [Srichander et Walker, 1993]).

Dans le cas linéaire qui a été considéré, le système (3.66) devient :

$$\begin{cases} \dot{x}_t = A(\xi_t) \cdot x_t + B(\eta_t) \cdot u(y_t, \psi_t, t) \\ y_t = C(\zeta_t) \cdot x_t \end{cases} \quad (3.70)$$

où  $A(\xi_t)$ ,  $B(\eta_t)$  et  $C(\zeta_t)$  sont des matrices de dimensions appropriées, dépendant des processus défauts systèmes, actionneurs et capteurs respectivement.

### 3.3.2 - Commande multi-objectifs

La classe des systèmes à sauts markoviens est caractérisée par un vecteur d'état hybride. La première composante est continue et représente l'état du système, et la seconde est discrète et représente les différents processus défauts affectant le système, ainsi que le processus FDI. Le modèle dynamique du système tolérant aux défauts sujet à des bruits multiplicatifs, défini dans l'espace probabilisé complet  $(\Omega, F, P)$ , est décrit par les équations différentielles stochastiques suivantes :

$$\begin{cases} dx_t = A(\xi_t) \cdot x_t dt + B(\eta_t) \cdot u(y_t, \psi_t, t) dt + E(\xi_t, \eta_t) \cdot \omega_t dt + \sum_{l=1}^v W_l(\xi_t, \eta_t) \cdot x_t \varpi_{lt} \\ y_t = C_2 \cdot x_t + D_2(\xi_t, \eta_t) \cdot \omega_t \\ z_t = C_1 \cdot x_t + D_1(\eta_t) \cdot u(y_t, \psi_t, t) \end{cases} \quad (3.71)$$

avec  $x_t \in \mathfrak{R}^n$  l'état du système,  $u(y_t, \psi_t, t) \in \mathfrak{R}^r$  l'entrée de commande,  $y_t \in \mathfrak{R}^q$  la sortie mesurée,  $z_t \in \mathfrak{R}^p$  la sortie commandée,  $\omega_t \in \mathfrak{R}^m$  les perturbations externes.  $\xi_t$ ,  $\eta_t$  et  $\psi_t$  sont respectivement les processus défauts système, défauts actionneurs et processus FDI. Ce sont des processus markoviens mesurables, séparables et à espaces d'états finis  $Z = \{1, \dots, z\}$ ,  $S = \{1, \dots, s\}$  et  $R = \{1, \dots, r\}$  respectivement.  $\varpi_t = [\varpi_{1t}, \dots, \varpi_{vt}]'$  est un processus de Wiener  $v$ -dimensionnel défini sur un espace probabilisé  $(\Omega, F, P)$  donné. Le processus de Wiener est supposé indépendant des différents processus markoviens. Enfin,  $A(\xi_t)$ ,  $B(\eta_t)$ ,  $E(\xi_t, \eta_t)$ ,  $D_2(\xi_t, \eta_t)$ ,  $D_1(\eta_t)$  et  $W_l(\xi_t, \eta_t)$  sont des matrices aléatoires de dimensions appropriées.

En commande active tolérante aux défauts, il est considéré que la loi de commande ne dépend que du processus FDI. En conséquence, la loi de commande s'énonce par :

$$\text{- dans le cas d'un retour de sortie statique : } \varphi_s: \{u_t = K(\psi_t) \cdot y_t \quad (3.72)$$

$$\text{- dans le cas d'un retour de sortie dynamique : } \varphi_c: \begin{cases} \dot{v}_t = A_c(\psi_t) \cdot v_t + B_c(\psi_t) \cdot y_t \\ u_t = C_c(\psi_t) \cdot v_t \end{cases} \quad (3.73)$$

Le cas du retour de sortie a été considéré plutôt que celui du retour d'état afin de s'affranchir de l'hypothèse d'accessibilité du vecteur d'état.

Dans le cadre de la synthèse multi-objectifs, les correcteurs ci-dessus stabilisent stochastiquement le AFTCSMP tout en garantissant plusieurs critères de performance : critère de performance de type  $H_2/H_\infty$  dans notre cas. Dans le cadre de la thèse de S. Aberkane, la caractérisation sous forme LMI (inégalité matricielle linéaire) et NLMI (inégalité matricielle non linéaire) de correcteurs statiques et dynamiques assurant des performances  $H_2/H_\infty$  du système en boucle fermée a été étudiée.

La représentation d'état du système en boucle fermée obtenue s'exprime donc par :

- dans le cas d'un *retour de sortie statique* :

$$\begin{cases} dx_t = \bar{A}(\xi_t, \eta_t, \psi_t) \cdot x_t dt + \bar{E}(\xi_t, \eta_t, \psi_t) \cdot \omega_t dt + \sum_{l=1}^v W_l(\xi_t, \eta_t) \cdot x_t d\omega_{lt} \\ y_t = C_2 \cdot x_t + D_2(\xi_t, \eta_t) \cdot \omega_t \\ z_t = \bar{C}_1(\eta_t, \psi_t) \cdot x_t + \bar{D}_1(\xi_t, \eta_t, \psi_t) \cdot \omega_t \end{cases} \quad (3.74)$$

avec

$$\begin{bmatrix} \bar{A}(\xi_t, \eta_t, \psi_t) & \bar{E}(\xi_t, \eta_t, \psi_t) \\ \bar{C}_1(\eta_t, \psi_t) & \bar{D}_1(\xi_t, \eta_t, \psi_t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(\xi_t) & E(\xi_t, \eta_t) \\ C_1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B(\eta_t) \\ D_1(\eta_t) \end{bmatrix} \cdot K(\psi_t) \cdot \begin{bmatrix} C_2 & D_2(\xi_t, \eta_t) \end{bmatrix}$$

- dans le cas d'un *retour de sortie dynamique* :

$$\begin{cases} dX_t = \bar{A}(\xi_t, \eta_t, \psi_t) \cdot X_t dt + \bar{E}(\xi_t, \eta_t, \psi_t) \cdot \omega_t dt + \sum_{l=1}^v \bar{W}_l(\xi_t, \eta_t) \cdot X_t d\omega_{lt} \\ Y_t = \bar{C}_2(\psi_t) \cdot X_t + \bar{D}_2(\xi_t, \eta_t) \cdot \omega_t \\ z_t = \bar{C}_1(\eta_t, \psi_t) \cdot X_t \end{cases} \quad (3.75)$$

avec

$$X_t = \begin{bmatrix} x_t \\ v_t \end{bmatrix}, Y_t = \begin{bmatrix} y_t \\ u_t \end{bmatrix}, \bar{A}(\xi_t, \eta_t, \psi_t) = \begin{bmatrix} A(\xi_t) & B(\eta_t) \cdot C_c(\psi_t) \\ B_c(\psi_t) \cdot C_2 & A_c(\psi_t) \end{bmatrix},$$

$$\bar{E}(\xi_t, \eta_t, \psi_t) = \begin{bmatrix} E(\xi_t, \eta_t) \\ B_c(\psi_t) \cdot D_2(\xi_t, \eta_t) \end{bmatrix}, \bar{W}_l(\xi_t, \eta_t) = \begin{bmatrix} W_l(\xi_t, \eta_t) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_2(\psi_t) = \begin{bmatrix} C_2 & 0 \\ 0 & C_c(\psi_t) \end{bmatrix}, \bar{D}_2(\xi_t, \eta_t) = \begin{bmatrix} D_2(\xi_t, \eta_t) \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{C}_1(\eta_t, \psi_t) = \begin{bmatrix} C_1 & D_1(\eta_t) \cdot C_c(\psi_t) \end{bmatrix}$$

Les processus défaut et FDI :

$\xi_t$ ,  $\eta_t$  et  $\psi_t$  étant des processus markoviens homogènes à espace d'état fini, nous pouvons définir la probabilité de transition du processus défaut système de la manière suivante :

$$\begin{cases} p_{ij}(\Delta t) = \pi_{ij} \cdot \Delta t + o(\Delta t) \\ p_{ii}(\Delta t) = 1 - \sum_{j \neq i} \pi_{ij} \cdot \Delta t + o(\Delta t) \end{cases} \quad i, j \in Z \quad (3.76)$$

La probabilité de transition du processus défaut actionneur est donné par :

$$\begin{cases} p_{kl}(\Delta t) = \nu_{kl} \cdot \Delta t + o(\Delta t) \\ p_{kk}(\Delta t) = 1 - \sum_{l \neq k} \nu_{kl} \cdot \Delta t + o(\Delta t) \end{cases} \quad k, l \in S \quad (3.77)$$

où  $\pi_{ij}$  est le taux de transition du processus défaut système et  $\nu_{kl}$  est le taux de transition du processus défaut actionneur.

Sachant que  $\xi = k$  et  $\eta = 1$ , la probabilité de transition conditionnelle du processus FDI  $\psi_t$  est donnée par :

$$\begin{cases} p_{iv}^{kl}(\Delta t) = \lambda_{iv}^{kl} \cdot \Delta t + o(\Delta t) \\ p_{ii}^{kl}(\Delta t) = 1 - \sum_{v \neq i} \lambda_{iv}^{kl} \cdot \Delta t + o(\Delta t) \end{cases} \quad i, v \in R \quad (3.78)$$

$\lambda_{iv}^{kl}$  représente le taux de transition de l'état  $i$  à l'état  $v$  du processus markovien  $\psi_t$  conditionné par  $\xi = k \in Z$  et  $\eta = 1 \in S$ . Selon les valeurs de  $i, v \in R$ ,  $k \in Z$  et  $l \in S$ , plusieurs interprétations, telles que le taux de fausses alarmes, le taux de bonnes détections, ..., peuvent être attribuées à  $\lambda_{iv}^{kl}$  ([Srichander et Walker, 1993], [Mahmoud et al., 2003]).

Le problème de la synthèse de commande multi-objectifs tend à trouver des correcteurs stabilisant stochastiquement le AFTCSMP tout en garantissant simultanément plusieurs critères de performances, de types  $H_2/H_\infty$  dans notre cas.

La problématique de la commande  $H_\infty$  par retour d'état statique des AFTCSMP dans un environnement non bruité a été initialement considérée par [Shi et Boukas, 1997] où les principaux résultats sont donnés en termes de solution d'équations de Riccati non standards. Les gains de retour ainsi obtenus dépendent des processus défauts, rendant ces résultats inapplicables en pratique. En effet, pour la synthèse de la loi de commande par retour d'état, les auteurs se basent sur l'hypothèse forte de disponibilité de tous les processus aléatoires. Cependant, ces résultats peuvent être exploités pour l'étude des effets des imperfections du module FDI sur la stabilité et le niveau de performance  $H_\infty$  du système tolérant aux défauts.

La problématique de la commande  $H_2$  n'ayant pas été traitée, d'après nos recherches, dans le cadre des AFTCSMP, la première étape pour sa résolution est donc de définir la norme  $H_2$  pour cette classe de systèmes. Cette définition se base sur les travaux de [Costa et al., 1999], [Dragan et Morozan, 2002] et [Dragan et al., 2004] portant sur la commande  $H_2$  des MJLS et représente une généralisation de la norme  $H_2$  des MJLS.

Le problème de synthèse multi-critères est formulé de la manière suivante :

Soient  $\alpha_2$  et  $\alpha_\infty$  deux scalaires positifs donnés. Le problème de synthèse multi-critères consiste à trouver des correcteurs par retour de sortie statique de gain  $K$  (3.72) (ou par retour de sortie dynamique défini par les gains matriciels  $A_c, B_c, C_c$  (3.73)) stabilisant stochastiquement le système en boucle fermée et solutions du problème d'optimisation suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\gamma_2, \gamma_\infty, K \text{ ou } (A_c, B_c, C_c)} (\alpha_2 \cdot \gamma_2 + \alpha_\infty \cdot \gamma_\infty) \\ \text{tel que} \\ \|z_\infty\|_{\varepsilon_2} < \gamma_\infty \cdot \|\omega\|_2, \quad \|\Phi_{cl}\|_2 < \gamma_2 \end{array} \right. \quad (3.79)$$

Une formulation LMI a été proposée notamment dans [RI-7] et [RI-11] afin d'obtenir ces correcteurs ne dépendant que du processus de diagnostic multi-modes, et assurant des niveaux de réjection de perturbations  $H_2/H_\infty$  optimaux. Cet objectif a également été traité à l'aide d'ellipsoïdes de matrices permettant ainsi d'obtenir des conditions sous forme d'un ensemble de LMI soumis à une contrainte non linéaire. Cette non convexité est résolue par un algorithme d'optimisation itératif de type complémentarité sur le cône (inclusion des contraintes non convexes dans le critère d'un problème d'optimisation convexe itératif). Dans le cas du retour dynamique de sortie, le critère est exprimé sous forme de BMI (inégalité matricielle bilinéaire) avec un algorithme d'optimisation sous forme de descente coordonnée.

Nous renvoyons vers [RI-9] et [RI-10] pour le cas des systèmes discrets.

### 3.4 - Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé deux approches de commande tolérante considérant des incertitudes du module diagnostic. La première approche concerne l'*admissible model matching*. L'incertitude du module diagnostic considéré correspond à une erreur d'estimation du défaut. Nous avons montré qu'il est possible en utilisant un placement de pôles en région de déterminer la limite de robustesse vis-à-vis de cette erreur d'estimation du défaut afin que le comportement du système reste admissible. La seconde approche concerne les systèmes à sauts Markoviens qui ont été étudié dans le cadre de la thèse de S. Aberkane ([Th-Aberkane]). Dans cette classe de systèmes, deux processus aléatoires sont définis : le premier représente les défauts pouvant affecter les différents composants du système, et le second représente le processus FDI utilisé pour la reconfiguration de la loi de commande. La problématique de commande multi-objectifs a été abordée dans le cas de retour de sortie statique et dynamique.

Dans le cas du retour de sortie statique, nous avons d'abord proposé des caractérisations sous forme d'Inégalités Matricielles Linéaires des correcteurs statiques stabilisant stochastiquement le système en boucle fermée et assurant des niveaux de performances  $H_2/H_\infty$ . Dans le cas du retour dynamique de sortie, les conditions de stabilité et de commande multi-objectifs peuvent être exprimées en termes d'Inégalités Matricielles Bilinéaires.

## **4 - Commande tolérante aux fautes des systèmes LPV : Application à un système d'enroulement de bande**

### **4.1 - Introduction**

Après nous être intéressés à la commande tolérante aux fautes des systèmes non linéaires affines en la commande, puis à la robustesse vis-à-vis des incertitudes du module diagnostic, nous allons considérer dans ce chapitre la commande tolérante aux fautes des systèmes LPV. En effet, même si cette classe de systèmes est un sous-ensemble des systèmes non linéaires affines en la commande, compte-tenu de leurs structures particulières, des méthodologies spécifiques de diagnostic peuvent être développées. De plus, pour certains systèmes non linéaires, il peut être envisagé d'élaborer une transformation afin de cacher les non linéarités en incluant une variable de *gain scheduling*  $\rho$ . Ce système non linéaire se définit alors selon une description dite quasi-LPV ([Rugh et Shamma, 2000]). Lors de nos travaux, nous nous sommes intéressés à deux types de structures de systèmes LPV : les systèmes polynômiaux et les systèmes polytopiques (connus également sous l'appellation multi-modèles). De plus, la mise en œuvre de ces méthodes sur un système particulier qu'est le système d'enroulement de bande permet à la fois d'illustrer et de valider les développements, et également de justifier les choix effectués.

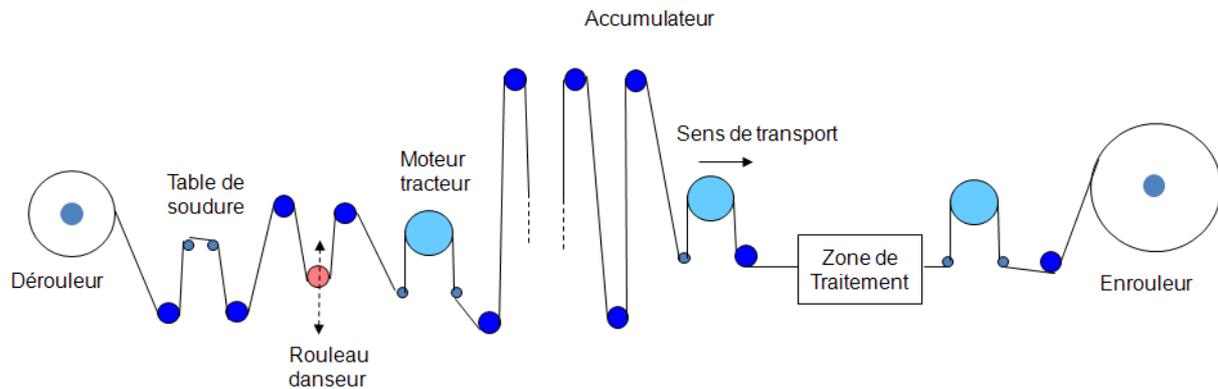
Avant de développer les aspects diagnostic et accommodation pour les systèmes LPV, nous commençons par présenter le système d'enroulement de bande et la problématique associée ainsi que sa modélisation sous une forme LPV.

### **4.2 - Le système d'enroulement de bande**

Les systèmes d'entraînement de bande permettent les opérations de déroulement et d'enroulement des produits de type : film plastique, feuille de papier, tôle, tissus. Ces opérations sont nécessaires pour l'élaboration et le traitement de ces produits. Les systèmes d'entraînement de bande sont généralement constitués des mêmes éléments mécaniques malgré la diversité des produits transportés. Quels sont-ils et comment fonctionnent-ils ? Une maquette représentative d'un système d'entraînement de bande industriel permet d'en étudier le fonctionnement. Les caractéristiques de cette maquette et son système de commande sont explicités. La commande de ces systèmes n'est pas simple car leurs caractéristiques dynamiques changent tout au long du déroulement. De plus les critères de qualité d'enroulement et les exigences de fabrication sont souvent très contraignants. De quelle façon

faut-il traiter ces systèmes, quelles sont les méthodes applicables pour la commande et le diagnostic ?

Un système d'entraînement de bande peut être divisé en plusieurs sous-systèmes (figure 4.12). Parmi eux, se trouvent généralement un dérouleur et un enrouleur disposés respectivement en début et fin de ligne de traitement. Les autres sous-systèmes tels que les rouleaux danseurs, les moteurs tracteurs, les rouleaux libres ou les accumulateurs sont utilisés et disposés selon le procédé de traitement.



**Figure 4.12 :** Système industriel d'entraînement de bande

Le dérouleur est le point de départ d'une ligne de transport de bande. La qualité de la bobine à dérouler va influencer le comportement de la bande au cours de son déroulement. Une bobine devenue ovale lors de son stockage ou mal bobinée génère des perturbations.

Un rouleau danseur en aval du dérouleur sert d'une part à imposer la tension de bande de déroulement et d'autre part à filtrer les variations de tension de bande dues aux défauts de la bobine. La bande est entraînée et guidée par des rouleaux qui peuvent être motorisés ou libres. La traction de la bande est généralement assurée par un ensemble de trois rouleaux : un rouleau central motorisé à surface contrôlée et deux rouleaux de tailles plus petites, placés de manière à obtenir un grand angle de contact bande/rouleau et à favoriser ainsi l'adhérence de la bande vis-à-vis du rouleau tracteur. L'accumulateur sert à stocker la bande pendant le fonctionnement normal de la ligne d'entraînement et restitue la bande pendant un changement de bobine. Il autorise par conséquent un entraînement continu. L'étape d'enroulement est la plus importante parmi les différentes étapes d'un processus de traitement. Cette étape donne l'aspect quasi définitif au matériau et conditionne sa qualité finale. Le processus d'enroulement en couches successives sur mandrin sans apparition de défauts est loin d'être aisé. En effet, des plis, des ondulations, des micro-flambages ou des poches d'air peuvent apparaître et par conséquent compromettre l'utilisation du produit. Les causes d'apparition de ces défauts sont à chercher parmi, d'une part, les conditions d'enroulement (tension de bande, vitesse d'enroulement, force d'appui, d'échappement d'air entre spires), et d'autre part, les propriétés du produit enroulé (topographie de surface, homogénéité de l'élasticité).

### **Présentation de la maquette :**

La maquette étudiée dans le cadre de ce mémoire peut être considérée comme un système d'entraînement de bande industriel de base (figure 4.13, figure 4.14). Cette maquette possède les caractéristiques d'un système industriel. Elle est composée de :

- deux bobines (dérouleuse et enrouleuse),
- un rouleau tracteur,
- une bande plastique (film MILAR), de 300 m de long, 5 cm de large et d'épaisseur 0.2 mm.

Les tractions imposées sur la bande entre le dérouleur, le tracteur et l'enrouleur sont contrôlées en agissant sur les couples moteur de l'enrouleur et du dérouleur. Le rouleau tracteur permet d'imposer la vitesse de défilement de la bande. Deux dynamos tachymétriques permettent de mesurer les vitesses angulaires des moteurs du dérouleur et du tracteur. Les tensions sont mesurées par l'intermédiaire de jauges de contraintes.

Les trois moto-réducteurs sont composés de moteurs à courant continu associés à des variateurs. Les moteurs de l'enrouleur et du dérouleur sont commandés en courant qui est directement proportionnel au couple, le tracteur est commandé en vitesse.

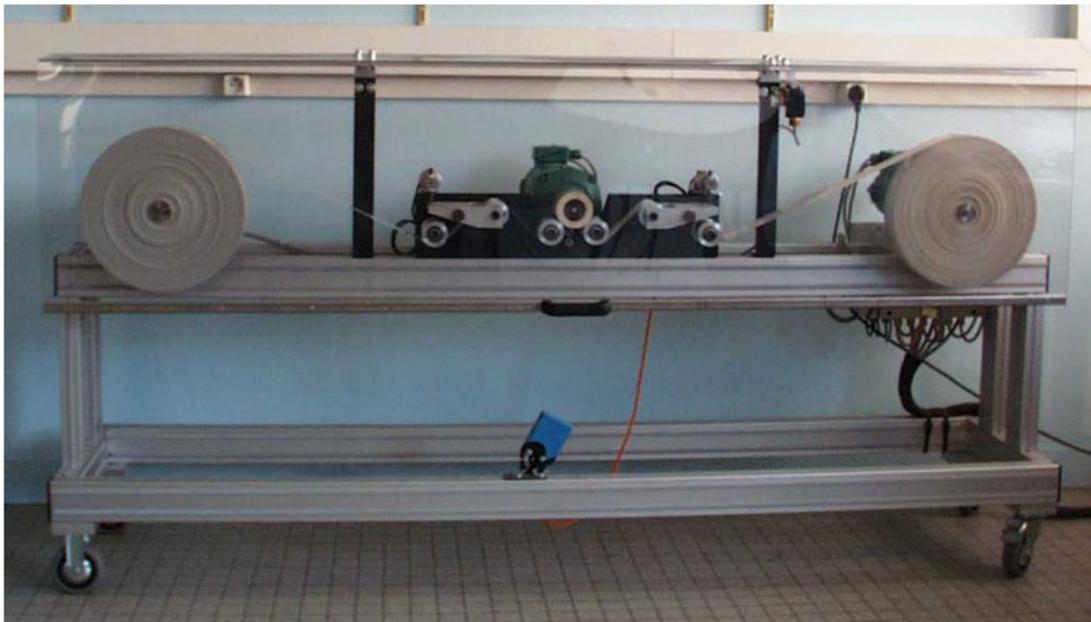


Figure 4.13 : Maquette du système d'entraînement de bande

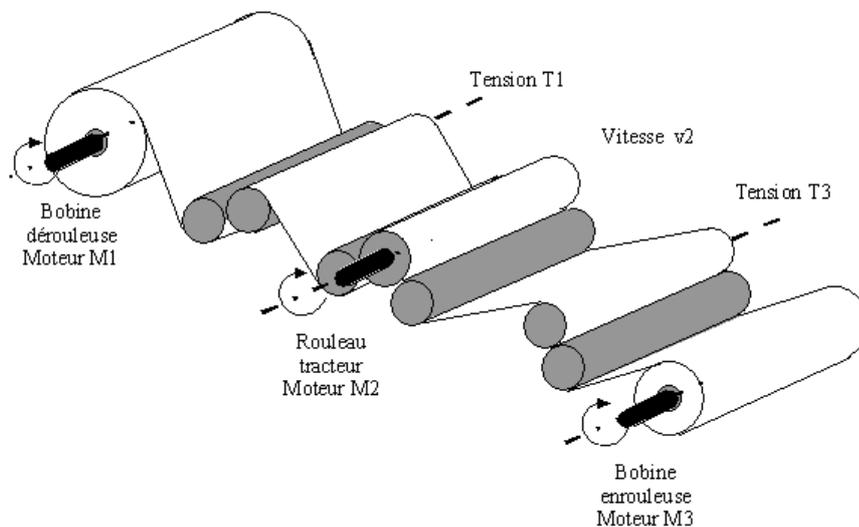


Figure 4.14 : Schéma de l'enrouleur de bande

## **Caractéristiques des équipements :**

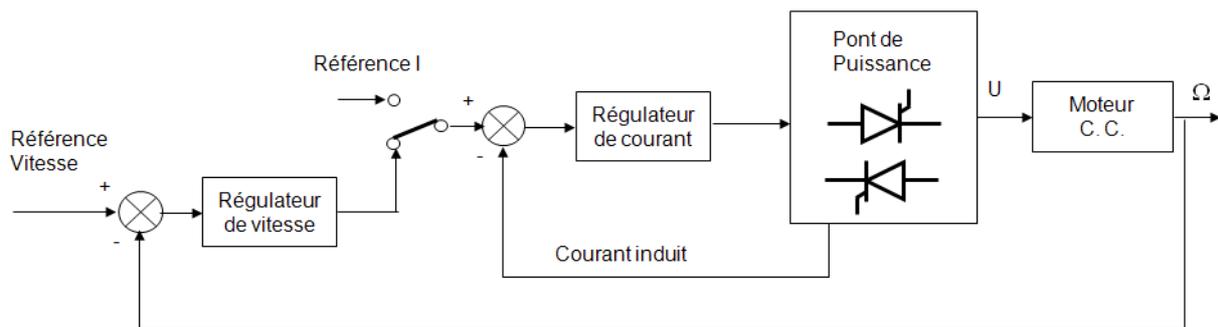
### Actionneurs

La maquette comporte trois moto-réducteurs. Ces moto-réducteurs possèdent les caractéristiques suivantes :

- Moteur à courant continu à aimants permanents Leroy Sommer MFA63L-71L, 300 Watts à 3000 tr/mn 180 V,
- Réducteur à trains droits, rapport de réduction 10,2.

### Pré-actionneurs

Il s'agit de variateurs de puissance monophasés qui délivrent une tension continue aux moteurs à partir du réseau alternatif monophasé. Ils permettent d'alimenter les moteurs à partir d'une consigne de  $\pm 10$  Volts. Les variateurs du dérouleur et de l'enrouleur sont des variateurs Leroy Sommer commandés en courant. Le tracteur est commandé par un variateur Télémécanique Rectivar 4 série 44 commandé en vitesse. Le régulateur de vitesse est du type cascade avec une boucle interne de courant et une boucle externe de vitesse. Le schéma de principe des asservissements de vitesse et de courant pour ces deux types de variateur est représenté sur la figure 4.15.



**Figure 4.15 :** Asservissement de vitesse ou de courant variateur moteur CC

### Capteurs

Chaque moteur est équipé de dynamo tachymétrique complétée de conditionneur de mise à l'échelle. Ces échelles sont de  $\pm 10$  Volts correspondant à une vitesse angulaire de  $\pm 3000$ tr/mn pour les trois capteurs. On dispose également de la mesure des tractions pour l'enrouleur et le dérouleur. Elle se fait par l'intermédiaire de jauges de contraintes et de leur conditionneur de signal. Les mesures varient de 0 à + 10 Volts pour des tractions allant de 0 à 200 N.

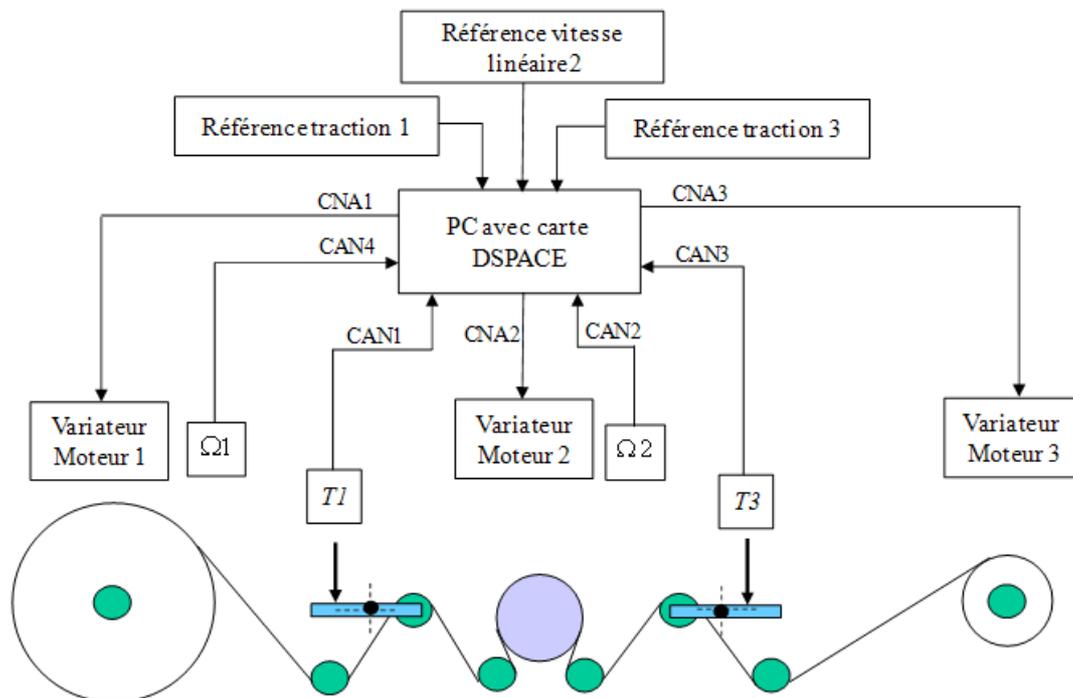
## **Système de commande de la maquette :**

La maquette est commandée à l'aide d'une carte DSP (Digital Signal Processor). Le système dSPACE se compose de la carte DS1102 ainsi que des logiciels Matlab, RTI, Trace40 et Cockpit40. Ces outils permettent de développer des applications temps réel en s'appuyant sur la convivialité offerte par Matlab-Simulink [Mokhtari et Mesbah, 1997].

Précisons que tous les signaux d'entrée-sortie, qui varient entre -10 et +10 Volts, sont normalisés sous Simulink en signaux variant entre -1 et +1.

### Configuration matérielle

La carte dSPACE DS1102 qui s'insère sur le Bus ISA du PC possède un processeur Texas instrument TMS320C31. Cette carte possède 4 canaux d'entrées analogiques et 4 canaux de sorties analogiques. Les convertisseurs AD et DA ont une résolution de 12 bits sauf 2 convertisseurs AD avec une résolution de 16 bits. Cette carte effectue les calculs nécessaires au fonctionnement de l'application temps réel. Les entrées utilisées sont les mesures de traction de bande dérouleur et enrouleur ( $T_1$  et  $T_3$ ), les mesures des vitesses angulaires des moteurs du tracteur et du dérouleur ( $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$ ). Les sorties sont la commande des trois moteurs par les variateurs (figure 4.16).



**Figure 4.16 :** Architecture matérielle de commande

### Configuration logicielle

On peut décomposer la partie logicielle en trois parties : la conception des algorithmes, l'implantation et l'exécution du programme sur la carte DSP. L'implantation des algorithmes dans la carte dSPACE se fait à l'aide des logiciels Matlab et Simulink. Un générateur de code (Real Time Workshop de Matlab) traduit le diagramme de Simulink en langage C. L'outil Simulink est donc utilisé dans ce cas en tant que langage de programmation. Puis le code C est traduit en langage assembleur par le Real Time Interface (R.T.I.) qui fait appel au compilateur linker de Texas Instrument et est téléchargé dans le DSP. Cette opération génère également plusieurs fichiers destinés aux logiciels de supervision Trace40 et Cockpit40. Le programme est activé dès son téléchargement dans la carte. Le logiciel Cockpit permet d'accéder en temps réel aux variables (visualisation et modification) du programme téléchargé. Le logiciel Trace40 permet de visualiser les variables du programme en cours et de faire des enregistrements des données dans un fichier.

### **Problématique du système d'enroulement de bande :**

Le processus d'enroulement de bande doit respecter plusieurs critères qui définissent la qualité du produit enroulé. Le produit ne doit pas se détériorer au cours de son transport en raison de :

- élongation,
- froissure,
- pliure,
- déchirure,
- décalage.

La commande d'un tel système doit prendre en compte les caractéristiques du produit à transporter. De plus, les systèmes d'enroulement de bande sont des systèmes multivariables et couplés dont les paramètres du processus varient en cours de fonctionnement. Cette variation des paramètres est due à la variation du rayon des bobines au cours du déroulement. La variation des rayons des bobines modifie de manière significative le comportement dynamique du système pendant tout le processus de déroulement. Ceci a pour conséquence d'altérer les performances de la commande. La stratégie de commande industrielle consiste à laisser « une marge de stabilité » suffisante en réduisant les performances exigées, et plus particulièrement en diminuant la vitesse de défilement de la bande. R.D. Braatz et al. décrivent les développements réalisés dans le domaine de l'identification, de l'estimation et de la commande des systèmes d'enroulement de l'industrie du papier ([**Braatz et al., 1996**]). Les systèmes d'entraînement de bande peuvent être traités dans le domaine linéaire par des commandes suffisamment robustes. Différentes études ont déjà été menées sur les systèmes d'entraînement de bande dans le domaine linéaire :

- G. Hearn et al. s'intéressent à la commande robuste d'un laminoir de bande à chaud par une technique d'optimisation  $H_\infty$  ([**Hearn et al., 1996**]),
- J-M. Hitinger a déterminé des lois de commande et diagnostic sur une zone linéaire du fonctionnement ([**Hitinger, 1997**]),
- l'amélioration de la régulation à vitesse réduite d'un système d'entraînement à plusieurs rouleaux tracteurs est abordée par B. T. Boulter ([**Boulter, 1998**]),
- les travaux de M. Geddes et I. Postlethwaite concernent l'amélioration de la qualité dans le laminage à froid en utilisant une structure de commande multivariable ([**Geddes et Postlethwaite, 1998**]),
- une compensation des pertes dues aux frottements sur une ligne d'enroulement continu de bande est mise en œuvre par J. U. Lee et al. à partir d'un observateur de couple de frottement ([**Lee et al., 2000**]),
- P. R. Pagilla et al. ont mis en place une loi de commande basée sur un observateur du couple résistant ([**Pagilla et al., 2000**]), il en est de même pour [**Song et Sul, 2000**].

D'autres études sur les systèmes d'entraînement de bande ont été effectuées dans le domaine non linéaire. H. Koc a modélisé complètement un système d'enroulement de bande pour mettre en œuvre une commande multivariable linéaire à paramètre variant ([**Koc, 2000**]), J. M. Grebet a réalisé une identification par une approche multi-modèle ([**Grebet, 1999**]). La commande de ce type de système peut être réalisée dans le domaine linéaire ou dans le

domaine non linéaire. De façon à prendre en compte la variation des rayons des bobines, la commande sera traitée dans le domaine non linéaire par des techniques adaptatives ou multi-modèles.

La modélisation complète (voir [Cnam-Gaubert] pour les détails) des phénomènes physiques mis en jeu permet d'obtenir le modèle suivant dans le cas où il n'y a pas de glissement entre la bande et le rouleau tracteur :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{T}_1(t) = -\frac{V_0}{L_1} \cdot T_1(t) + \frac{ES}{L_1} \cdot R_2(t) \cdot \Omega_2(t) - \frac{ES}{L_1} \cdot R_1(t) \cdot \Omega_1(t) \\ \dot{\Omega}_2(t) = -\frac{F_{2v}}{J_2} \cdot \Omega_2(t) + \frac{R_2}{J_2} \cdot T_3(t) - \frac{R_2}{J_2} \cdot T_1(t) + \frac{K_2}{J_2} \cdot I_2(t) \\ \dot{T}_3(t) = -\frac{V_0}{L_3} \cdot T_3(t) - \frac{ES}{L_3} \cdot R_2(t) \cdot \Omega_2(t) + \frac{ES}{L_3} \cdot R_3(t) \cdot \Omega_3(t) \\ \dot{\Omega}_1(t) = -\frac{F_{1v}}{J_1(t)} \cdot \Omega_1(t) + \frac{R_1(t)}{J_1(t)} \cdot T_1(t) - \frac{K_1}{J_1(t)} \cdot I_1(t) \\ \dot{\Omega}_3(t) = -\frac{F_{3v}}{J_3(t)} \cdot \Omega_3(t) - \frac{R_3(t)}{J_3(t)} \cdot T_3(t) + \frac{K_3}{J_3(t)} \cdot I_3(t) \end{array} \right. \quad (4.80)$$

avec :

- J : moment d'inertie du dérouleur (kg.m<sup>2</sup>)
- F<sub>v</sub> : coefficient de frottement visqueux (N.m.s/rd)
- V : vitesse linéaire de défilement de la bande (m/s)
- R : rayon de la bobine ou du rouleau
- T : la tension de bande (N)
- K : coefficient de couple (N.m/A)
- I : courant de l'induit (A)

Les paramètres R<sub>1</sub>(t), J<sub>1</sub>(t), R<sub>3</sub>(t), et J<sub>3</sub>(t) sont des paramètres variables au cours de l'enroulement (J<sub>1</sub>(t) est une fonction de R<sub>1</sub>(t) et J<sub>3</sub>(t) une fonction de R<sub>3</sub>(t)).

Le modèle (4.80) est non linéaire et peut être décrit sous forme LPV avec R<sub>1</sub>(t) (rayon bobine dérouleur) et R<sub>3</sub>(t) (rayon bobine enrouleur) les paramètres variants. On peut noter que connaissant les conditions initiales, il est possible d'exprimer R<sub>3</sub>(t) en fonction de R<sub>1</sub>(t) ou réciproquement. Il ne subsiste donc dans ce cas qu'un seul paramètre variant.

La détermination par identification des paramètres physiques n'ayant pas été validée, nous nous sommes dirigés vers l'obtention d'un modèle LPV sous une autre forme comme présenté ci-dessous.

### 4.3 - Les systèmes LPV

Les systèmes linéaires à paramètres variants (LPV) appartiennent à la classe plus générale des systèmes linéaires variant au cours du temps (LTV). Ce type de système admet une représentation générale de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\rho(t)) \cdot x(t) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad (4.81)$$

où  $x$  est l'état du système,  $x_0$  est la condition initiale et  $\rho(t)$  est le vecteur des paramètres. Il est généralement considéré que les valeurs des paramètres sont bornées.

Les systèmes LPV sont représentés à l'aide de différentes formes mathématiques induisant l'utilisation d'outils différents afin de les analyser (en terme de stabilité notamment).

Trois représentations principales peuvent être considérées ([Briat, 2008]) :

- Systèmes multi-affines (connus également sous l'appellation multi-modèles ou systèmes polytopiques),
- Systèmes polynômiaux,
- Systèmes rationnels.

Nous présentons succinctement chacune de ces représentations ci-dessous. Remarquons que seules les représentations multi-affines et polynômiales sont manipulées dans le cadre de nos travaux.

#### 4.3.1 - Systèmes multi-affines

Ces systèmes se présentent sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \left( A_0 + \sum_{i=1}^N (\rho_i(t) \cdot A_i) \right) \cdot x(t) + \left( B_0 + \sum_{i=1}^N (\rho_i(t) \cdot B_i) \right) \cdot u(t) \\ y(t) = \left( C_0 + \sum_{i=1}^N (\rho_i(t) \cdot C_i) \right) \cdot x(t) \end{cases} \quad (4.82)$$

où  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $A_i$  et  $B_i$  ( $i=1\dots N$ ) sont des matrices constantes et  $\rho_i(t)$  sont les  $N$  paramètres

variants tels que  $\sum_{i=1}^N \rho_i(t) = 1$ ,  $\rho_i(t) \geq 0$ .

### 4.3.2 - Systèmes polynômiaux

Ces systèmes sont décrits par des équations de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \left( A_0 + \sum_{i=1}^N (\rho_i^{\sigma_i} \cdot A_i) \right) \cdot x(t) + \left( B_0 + \sum_{i=1}^N (\rho_i^{\sigma_i} \cdot B_i) \right) \cdot u(t) \\ y(t) = \left( C_0 + \sum_{i=1}^N (\rho_i^{\sigma_i} \cdot C_i) \right) \cdot x(t) \end{cases} \quad (4.83)$$

où les coefficients constants  $\rho_i$  correspondent aux coefficients de la dépendance polynômiale.

### 4.3.3 - Systèmes rationnels

Les systèmes rationnels se présentent sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\rho) \cdot x(t) + B(\rho) \cdot u(t) \\ y(t) = C(\rho) \cdot x(t) \end{cases} \quad (4.84)$$

où  $A(\rho)$ ,  $B(\rho)$  et  $C(\rho)$  sont des matrices à coefficients sous forme de fonctions rationnelles.

## 4.4 - Approche polynômiale

### 4.4.1 - Modélisation

Compte-tenu des travaux déjà effectués dans le cadre linéaire au sein du laboratoire ([Noura et al., 2000], [RI-5]), nous considérons un modèle LPV discret de la forme :

$$\begin{cases} x(k+1) = A(R(k)) \cdot x(k) + B(R(k)) \cdot u(k) \\ y(k) = C \cdot x(k) \end{cases} \quad (4.85)$$

où le paramètre variant  $R$  est le rayon de la bobine dérouleur, l'état du système

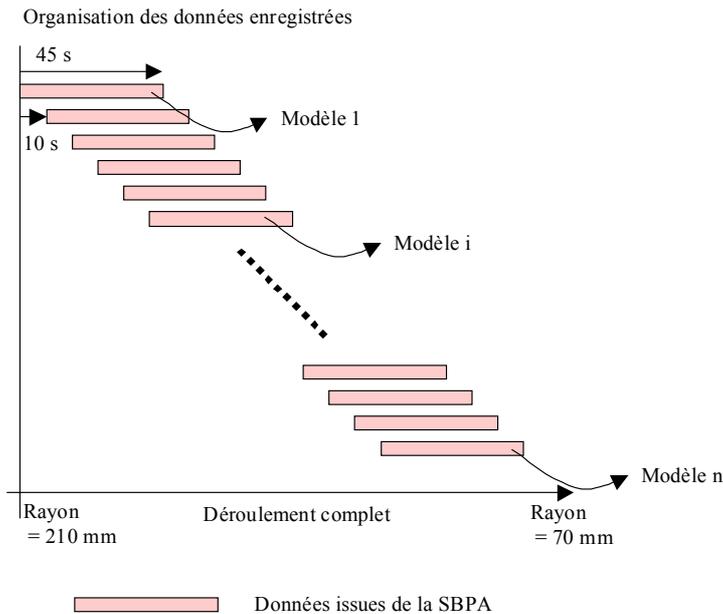
$$x(k) = \begin{bmatrix} T_1(k) \\ \Omega_2(k) \\ T_3(k) \end{bmatrix} \text{ et la matrice } C \text{ est l'identité.}$$

Le rayon n'étant pas mesuré, il pourra être estimé par la relation suivante (issue de la modélisation physique) :

$$R(k) = 0.55 \cdot (R(k-1) - 1.22 \cdot \Omega_2(k)) \quad (4.86)$$

Les expressions de  $A(R(k))$  et  $B(R(k))$  sont obtenues par la procédure d'identification regroupant les quatre étapes suivantes :

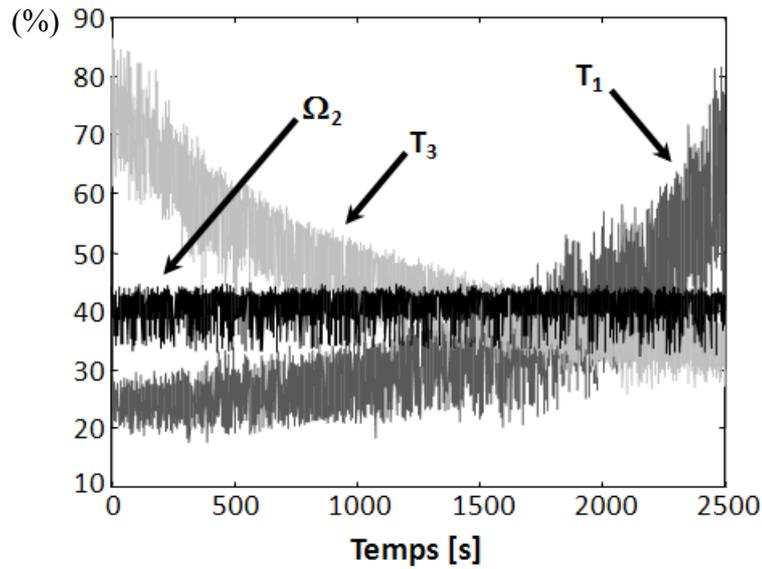
- division de la bande à dérouler en longueurs correspondant chacune à une zone de fonctionnement linéaire (figure 4.17),
- identification en boucle ouverte de chaque zone de fonctionnement linéaire,
- identification en boucle fermée de chaque zone de fonctionnement linéaire,
- synthèse de  $A(R(k))$  et  $B(R(k))$  à l'aide d'interpolations polynômiales.



**Figure 4.17 :** Division de la bande à dérouler pour l'organisation des données

Le modèle LPV (4.85) est obtenu en considérant 240 zones de fonctionnement (comme représenté sur la figure 4.17). Chaque zone de fonctionnement peut être modélisée à l'aide d'un modèle linéaire invariant (LTI). Pour cela, un déroulement d'une durée de 45 secondes est considéré pour chaque zone de fonctionnement permettant ainsi de considérer le rayon comme constant (la variation réelle du rayon est comprise entre 1 et 4 mm). Le rayon n'étant pas mesuré par un capteur, un relevé manuel est effectué pour chaque zone de fonctionnement et la période d'échantillonnage utilisée est  $T_s = 0.1$  s.

La seconde étape de la procédure d'identification est dédiée à l'identification en boucle ouverte de chaque modèle linéaire associé aux 240 zones de fonctionnement à l'aide d'une structure ARX ([Ljung, 1987], [Noura et al., 2000]). De manière à estimer chacun des paramètres, un signal binaire pseudo aléatoire est ajouté à la commande nominale  $u_{nom} = [-0.05 \ 0.4 \ 0.15]^T$ . L'amplitude des sorties mesurées varie avec le rayon R durant la totalité du déroulement comme nous pouvons le constater sur la figure 4.18.



**Figure 4.18** : Evolution des sorties mesurées pour la commande nominale  $u_{nom}$

Le but de la commande du système d'enroulement étant de réguler les tensions  $T_1$  et  $T_3$  de la bande ainsi que la vitesse de rotation  $\Omega_2$  du moteur central associé à la vitesse d'avancement de la bande, il est nécessaire de déterminer les modèles des systèmes linéaires correspondant à cette situation (contrairement au résultat obtenu lors de la seconde étape de la procédure d'identification et illustré par la figure 4.18). Une procédure d'identification en boucle fermée ([Van den Hof, 1998]) est donc mise en œuvre. Chaque modèle LTI identifié à l'étape précédente est utilisé afin de construire une commande LQ-I ([D'Azzo et Houpis, 1995]) qui est ensuite appliquée sur le système réel pour la zone de fonctionnement correspondante. La régulation fonctionne ainsi et permet d'obtenir des sorties mesurées constantes et égales à  $y_{nom} = [0.2 \ 0.4 \ 0.5]^T$ . Dans ce cas, ce sont les commandes qui varient avec le rayon  $R$ . L'identification en boucle fermée a été mise en œuvre à l'aide d'une solution directe ([Van den Hof, 1998]). Nous pouvons noter que les résultats sont biaisés puisque les entrées de commande sont corrélées avec le bruit de mesure et qu'aucun modèle de bruit n'est considéré. Nous pouvons également remarquer que la structure du correcteur étant connue, nous aurions pu mettre en œuvre une identification en boucle fermée à l'aide d'une solution indirecte ([Van den Hof, 1998]).

La dernière étape consiste en l'obtention d'un unique modèle LPV à partir des 240 modèles identifiés. Cela est effectué à l'aide d'une interpolation polynômiale, en fonction du rayon  $R$ , de chacun des paramètres des matrices  $A$  et  $B$  qui s'expriment de la manière suivante :

$$\{a_{ij}, b_{ij}\}(R_k) = \sum_{\sigma=0}^{\sigma^*} (p_{ij}^{\sigma} \cdot R_k^{\sigma}) \quad (4.87)$$

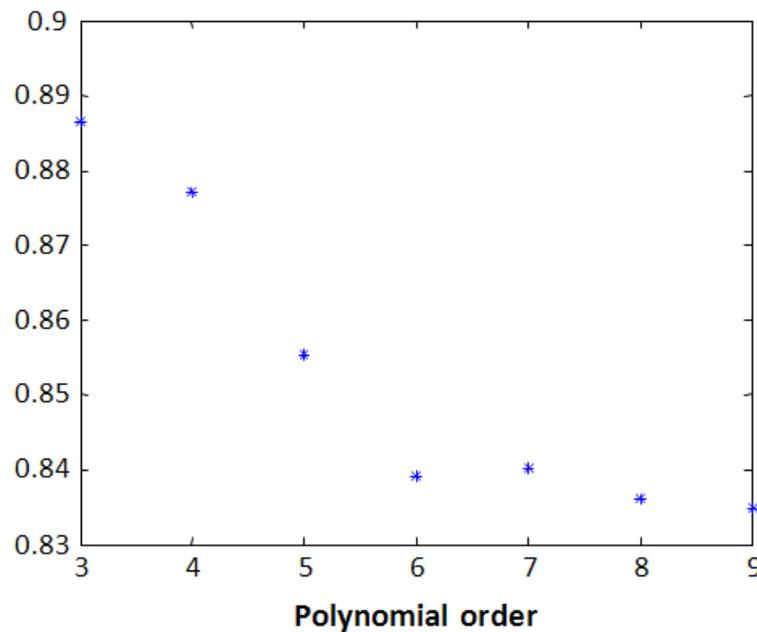
où  $k$  correspond au numéro de l'échantillon ( $t = k \cdot T_s$ ) et  $p_{ij}^v$  ( $v = 0, \dots, \sigma^*$ ) sont des coefficients constants.

Le degré  $\sigma^*$  du polynôme a été déterminé comme le degré optimal permettant simultanément de minimiser les erreurs de modélisation et de réduire le temps de calcul pour l'implémentation en ligne. Pour cela, le critère AIC (Akaike's Information Criterion) a été utilisé pour  $\sigma^* = 3$  à 9. Le critère AIC est défini par :

$$C = \log(V) + \frac{2d}{N} \quad (4.88)$$

où V est la fonction de perte (critère des moindres carrés), d est le nombre de paramètres estimés ( $\sigma^*$ ) et N correspond au nombre de données estimées (240 dans le cas de notre application).

La figure 4.19 présente le résultat du critère AIC dans le cas de la matrice A :

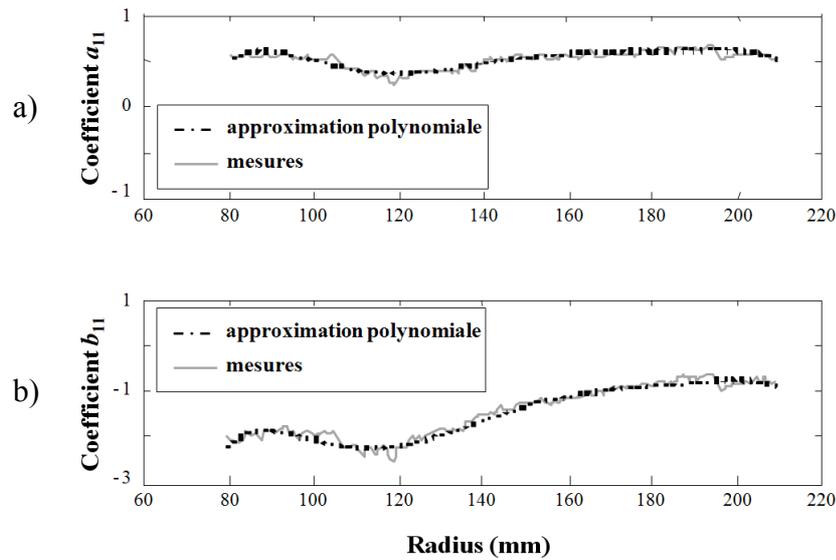


**Figure 4.19 :** Critère AIC pour le choix de l'ordre dans l'approximation polynômiale des coefficients de la matrice A

Nous constatons qu'à partir d'un ordre 6, l'évolution du critère AIC reste faible. Compte-tenu des contraintes d'exécution temps réel de l'application ( $T_s = 0.1$  s), les coefficients des matrices A et B seront représentés sous la forme d'un polynôme d'ordre 6 tel que :

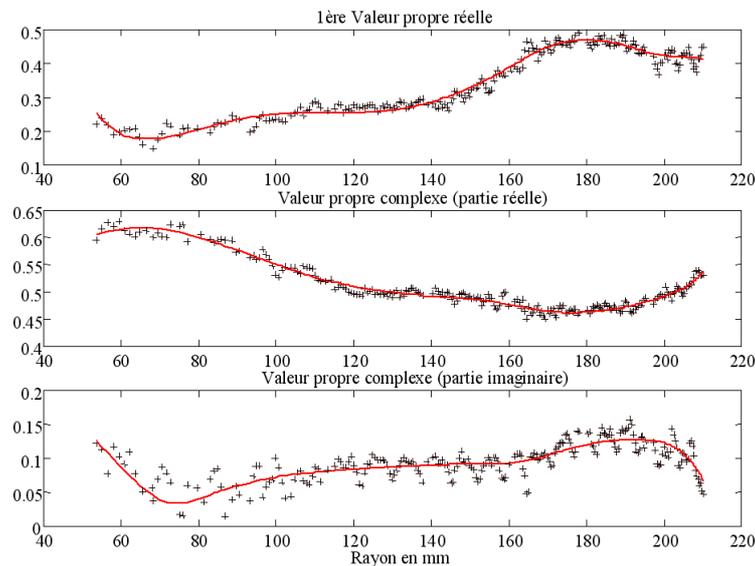
$$\begin{aligned} \{a_{ij}, b_{ij}\}(R_k) = & p_{ij}^0 + p_{ij}^1 \cdot R_k + p_{ij}^2 \cdot R_k^2 + p_{ij}^3 \cdot R_k^3 \\ & + p_{ij}^4 \cdot R_k^4 + p_{ij}^5 \cdot R_k^5 + p_{ij}^6 \cdot R_k^6 \end{aligned} \quad (4.89)$$

La figure 4.20-a) valide la démarche en comparant les 240 valeurs du coefficient  $a_{11}$  de la matrice A avec les valeurs prises par le polynôme  $a_{11}(R_k)$ . Le même comparatif est également effectué pour le coefficient  $b_{11}$  de la matrice B sur la figure 4.20-b).



**Figure 4.20 :** Evolutions des coefficients  $a_{11}$  et  $b_{11}$  en fonction de R

La figure 4.21 présente l'évolution des valeurs propres du système en fonction du rayon R (une valeur propre réelle et deux complexes conjuguées). Les croix correspondent aux valeurs propres associées à chacun des 240 modèles linéaires identifiés et la courbe correspond à l'évolution des valeurs propres déterminées à partir de  $A(R_k)$ . Nous pouvons ainsi valider l'approximation polynômiale (4.87).



**Figure 4.21 :** Valeurs propres du système

#### 4.4.2 - Commande

Le modèle (4.85) de l'enrouleur où les coefficients des matrices sont définis par (4.87) admet trois entrées de commande et trois sorties mesurées. Ce système est commandé avec la loi de commande non linéaire présentée au paragraphe 2.2 dans le cas échantillonné.

Les indices caractéristiques sont tous les trois égaux à 1. Le bouclage linéarisant est donné par :

$$u(k) = -B^{-1}(R) \cdot A(R) \cdot x(k) + B^{-1}(R) \cdot v(k) \quad (4.90)$$

Le rayon  $R$  étant borné ( $R_{\min} \leq R \leq R_{\max}$ ), l'existence de  $B^{-1}(R)$  est vérifiée hors ligne de manière à garantir la stabilité du système. L'application de ce bouclage linéarisant permet ainsi l'obtention d'un système découplé sous la forme de trois sous-systèmes mono-entrée mono-sortie, équivalent chacun à un retard pur, décrits par :

$$y_i(k+1) = v_i(k) \quad 1 \leq i \leq 3 \quad (4.91)$$

Chacun de ces sous-système est stabilisé à l'aide d'un bouclage proportionnel, tel que le comportement en boucle fermée soit décrit par :

$$\frac{y_i(z)}{y_{\text{ref},i}(z)} = \frac{(1 - K_i) \cdot z}{z - K_i} \quad 1 \leq i \leq 3 \quad (4.92)$$

où le gain  $K_i$  permet d'ajuster la dynamique en boucle fermée.

Le modèle (4.85)-(4.87) n'étant pas parfait, il est nécessaire qu'une action intégrale soit présente dans la commande. Deux solutions s'offrent à nous :

- stabiliser chacun des sous-systèmes (4.91) à l'aide d'un bouclage proportionnel-intégral,
- considérer les systèmes bouclés (4.92) et ajouter un rejet de perturbation (du type décrit dans le paragraphe 2.4.1), les erreurs de modélisation pouvant être considérées comme une perturbation additive des entrées.

Le détail de la première solution peut être trouvé dans **[Cnam-Gaubert]**. Nous appliquons ci-dessous la seconde solution. Le système (4.85) se ré-écrit de la manière suivante lorsque les erreurs de modélisation sont considérées comme perturbation additive :

$$\begin{cases} x(k+1) = A(R(k)) \cdot x(k) + B(R(k)) \cdot (u(k) + d(k)) \\ y(k) = C \cdot x(k) \end{cases} \quad (4.93)$$

En présence d'erreurs de modélisation représentées par la composante  $d$ , et avec la mise en œuvre du bouclage linéarisant (4.90), chacun des sous-systèmes  $\frac{y_i}{v_i}$  n'est pas strictement équivalent à un retard pur. Une composante  $v_{\text{add},i}$  doit être ajoutée à  $v$ , de manière à rejeter l'effet de l'entrée de perturbation  $d$ . L'estimation de la sortie théorique  $\hat{y}(k)$  dans le cas d'un découplage exact est déterminée par :

$$\hat{y}_i(k) = v_i(k-1) + L \cdot (y_i(k-1) - \hat{y}_i(k-1)) \quad (4.94)$$

où  $L$  est le gain de l'observateur. L'erreur d'observation est donc définie par :

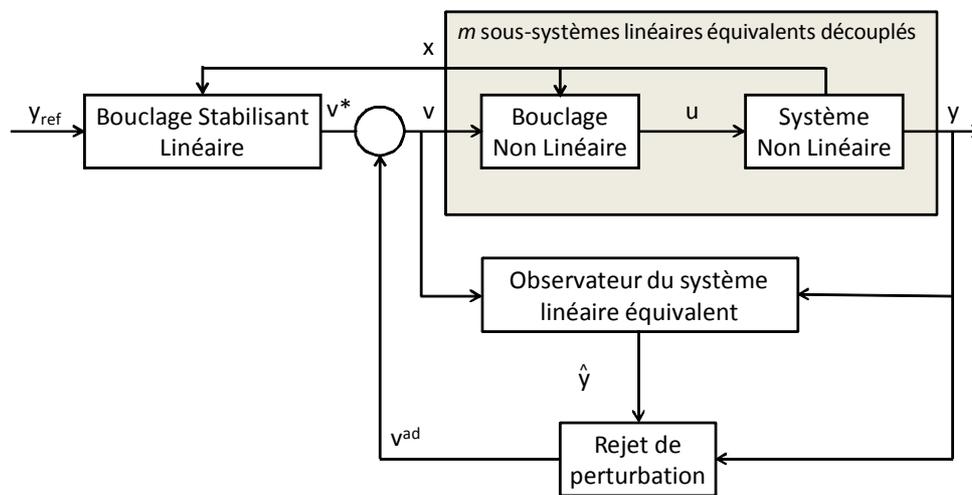
$$\varepsilon_i(k+1) = -(L \cdot \varepsilon_i(k)) - v_{\text{add},i} \quad (4.95)$$

où  $\varepsilon_i(k) = y_i(k) - \hat{y}_i(k)$ . Cela permet d'exprimer le rejet de la perturbation  $d$  par :

$$v_{\text{add},i}(k) = -(\varepsilon_i(k+1) + L \cdot \varepsilon_i(k)) \quad (4.96)$$

Notons que la mise en œuvre du rejet de perturbation (4.96) nécessite l'introduction d'un retard.

Le schéma global du système commandé est donné par la figure 4.22.



**Figure 4.22 :** Schéma de la commande de l'enrouleur de bande

La figure 4.23 montre les mesures de l'enrouleur de bande avec la commande ci-dessus. On constate que les sorties sont découplées et suivent parfaitement les consignes. On note néanmoins un niveau de bruit significatif, notamment sur les tensions. Afin de réduire ce niveau de bruit, un filtre de Kalman a été implémenté : les sorties filtrées sont utilisées dans les bouclages de la commande au lieu des mesures. On note sur la figure 4.24 la réduction du bruit.

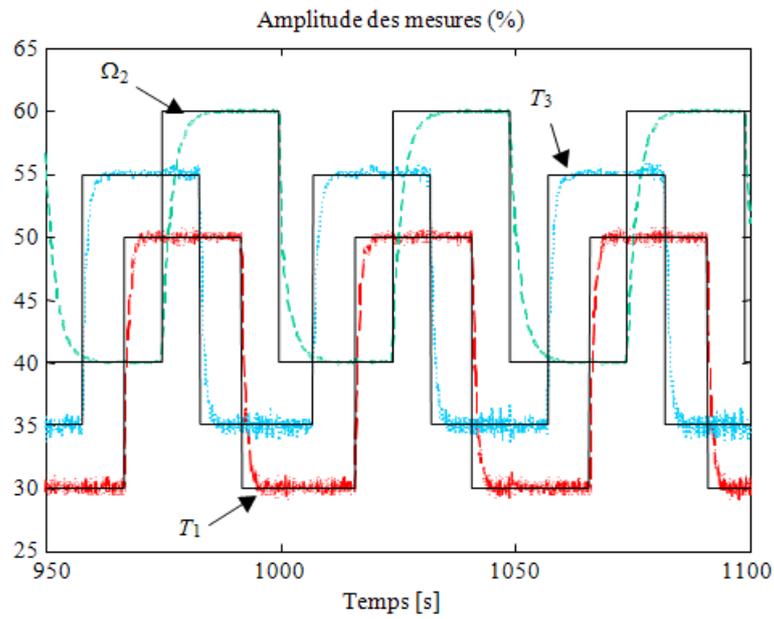


Figure 4.23 : Résultats expérimentaux de la commande non linéaire

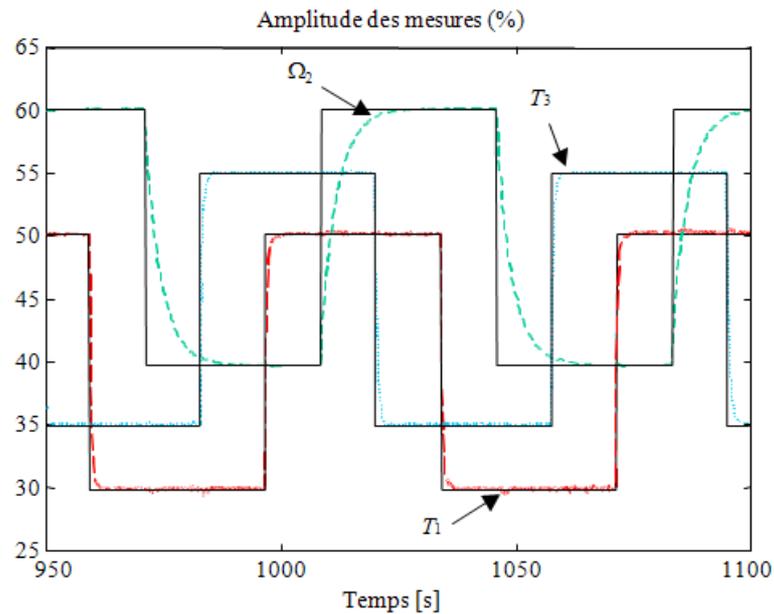


Figure 4.24 : Résultats expérimentaux de la commande non linéaire (sorties filtrées)

#### 4.4.3 - Diagnostic

Le diagnostic des systèmes LPV a fait l'objet de différents travaux. [Abdalla et al., 2001], [Henry et Zolghadri, 2004], [Marcos et al., 2005], [Zolghadri et al., 2008] proposent des approches afin d'estimer les défauts pour les systèmes LPV. [Balas et al., 2002], [Bokor et Balas, 2004], [Bokor, 2007] définissent un observateur LPV basé sur la forme de Luenberger

afin de générer des résidus. Les techniques d'observateur LPV sont également considérées dans ([Bara et al., 2001], [Millerioux et al., 2004], [Casavola et al., 2007]) en s'intéressant plus particulièrement au placement de pôles. Dans [Grenaille et al., 2008], le problème est formulé sous la forme d'un filtre de détection de défaut garantissant une atténuation  $H_\infty$ . Un observateur robuste intégrant une contrainte de sensibilité dans la génération de résidus est également défini dans [Armeni et al., 2009]. Enfin, les conditions de stabilité d'un filtre LPV polytopique permettant la détection et l'estimation de défaut actionneur dans un cadre multi modèles ont été présentées dans [Rodrigues et al., 2008].

Dans la suite, nous ne développons que le cas des défauts actionneur. En présence de défauts de ce type, le modèle (4.85) se ré-écrit sous la forme :

$$\begin{cases} x(k+1) = A(R(k)) \cdot x(k) + B(R(k)) \cdot u(k) + F_i \cdot f_i(k) \\ y(k) = x(k) \end{cases} \quad 1 \leq i \leq 3 \quad (4.97)$$

$F_i$  correspond à la  $i^{\text{ème}}$  colonne de  $B(R(k))$ .

Afin de détecter, d'isoler et d'estimer l'amplitude de chacun des défauts, nous nous sommes intéressés, parmi l'ensemble des méthodes de FDI, aux filtres de détection. Ce type de filtre est synthétisé sur les systèmes linéaires de manière à ce que le résidu généré ait une direction propre à chaque défaut permettant ainsi de l'isoler ([Darouach et al., 1996], [Keller, 1999], [CI-46]). De manière à estimer l'amplitude des défauts (ainsi que l'état du système), un gain est synthétisé tel que le vecteur résidu  $r(k) = y(k) - C\hat{x}(k)$  soit insensible à un défaut, en particulier en utilisant une projection  $P$ . Ces projections sont définies telles que le vecteur résidu projeté  $p(k) = P r(k)$  soit sensible uniquement à la direction d'un défaut. En conséquence, le filtre associé à la détection du défaut  $f_i$  pour un système LTI est défini par :

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = A \cdot \hat{x}(k) + B \cdot u(k) + (K_A + K_C) \cdot (y(k) - C\hat{x}(k)) \\ \hat{y}(k) = C \cdot \hat{x}(k) \end{cases} \quad (4.98)$$

où  $K_A$  doit être défini tel que  $A \cdot F_i - K_A \cdot C \cdot F_i = 0$ .  $K_A$  est donc équivalent à :

$$K_A = \omega \cdot \Xi \quad (4.99)$$

avec  $\omega = A \cdot F_i$  et  $\Xi = (C \cdot F_i)^+$  où  $+$  définit l'opérateur *pseudo-inverse* ;

$K_C$  doit être défini tel que  $K_C \cdot C \cdot F_i = 0$  qui est résolu en posant :

$$K_C = K \cdot \Psi \quad (4.100)$$

où  $\Psi = \beta \cdot [I - (C \cdot F_i) \cdot (C \cdot F_i)^+]$  et  $K$  est un gain constant. Il peut être noté que  $\beta$  est choisi de dimensions appropriées où tous les éléments sont des 1. Le gain  $K$  définit le seul degré de liberté dans le réglage de ce filtre.

En utilisant les relations (4.99) et (4.100), le filtre (4.98) se ré-écrit sous la forme :

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = (A - K \cdot C) \cdot \hat{x}(k) + B \cdot u(k) + K_A \cdot y(k) + K \cdot \Psi \cdot y(k) \\ \hat{y}(k) = C \cdot \hat{x}(k) \end{cases} \quad (4.101)$$

avec  $A = A \cdot [I - F_i \cdot \Xi \cdot C]$  et  $C = \Psi \cdot C$ .

Le gain  $K$  est déterminé en utilisant la méthodologie de placement des valeurs propres tel que  $A - K \cdot C$  soit stable. Les définition et décomposition du gain ( $K_A + K_C$ ) entraînent les propriétés suivantes :

$$\Xi \cdot C \cdot F_i = I \quad \text{et} \quad \Psi \cdot C \cdot F_i = 0 \quad (4.102)$$

et permettent la génération d'un vecteur de résidu projeté défini par :

$$p(k) = P \cdot r(k) = \begin{bmatrix} \Psi \\ \Xi \end{bmatrix} \cdot r(k) = \begin{bmatrix} \sum r(k) \\ \Xi r(k) + f_i(k-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(k) \\ \eta(k) \end{bmatrix} \quad (4.103)$$

Il est important de noter que  $\gamma$  est utilisé comme un indicateur de qualité puisqu'il correspond à un résidu insensible au défaut  $f_i$ . Il s'agit donc d'un indicateur efficace pour la qualité du filtre LPV envers les erreurs de modélisation ainsi que les défauts non pris en compte lors de la synthèse.  $\eta$  est, quant à lui, défini de manière à être sensible à  $f_i$ . De plus,  $\eta(k)$  correspond à l'estimation (avec un échantillon de retard) du défaut  $f_i$ . Le résidu  $\eta(k)$  permet donc la détection, l'isolation et l'estimation du défaut  $f_i$ .

Nous avons étendu l'application de cette structure de filtre au système de l'enrouleur de bande pour lequel les matrices  $A$  et  $B$  sont variantes puisque à paramètre variant. De (4.99) et (4.100), nous obtenons :

$$\begin{cases} \omega = \omega(R) = A(R) \cdot F_i \\ \Xi = \Xi(R) = (C \cdot F_i)^+ \\ \Psi = \Psi(R) = \beta \cdot [I_3 - (C \cdot F_i) \cdot (C \cdot F_i)^+] \end{cases} \quad (4.104)$$

Les résultats dans le cadre de défauts de type biais et appliqués pour la totalité du déroulement de la bande sont présentés figure 4.25.

De manière à obtenir une meilleure visualisation de ces estimations, un zoom pour une valeur du rayon de 157 mm est présenté sur les figures 4.26 à 4.28. Nous pouvons noter que les défauts sont bien détectés, isolés et estimés. Quand il n'y a pas de défaut, l'estimation du défaut est environ égale à 0.

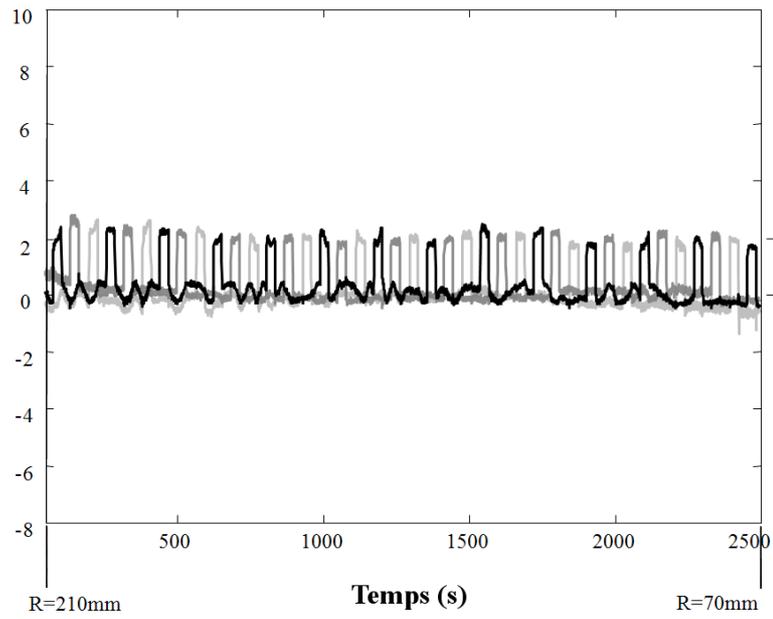


Figure 4.25 : Estimation des défauts actionneur pour un déroulement complet

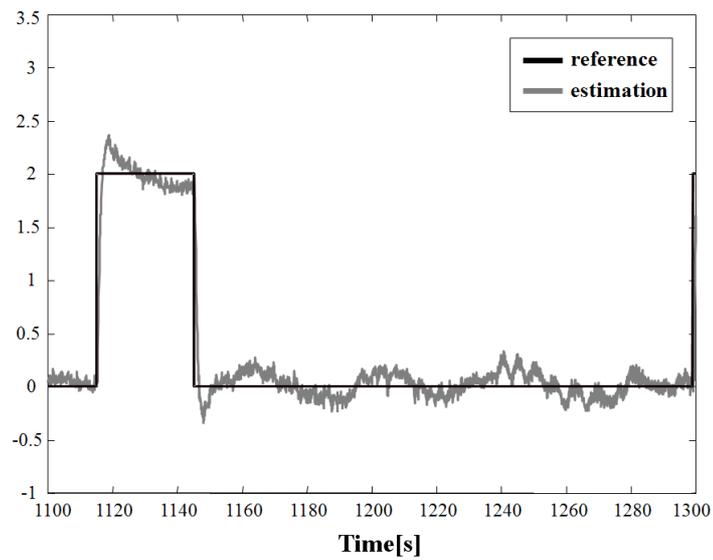
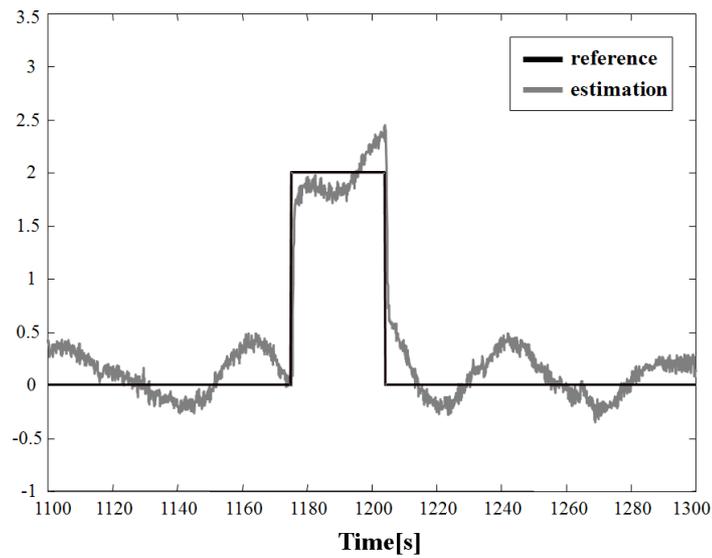
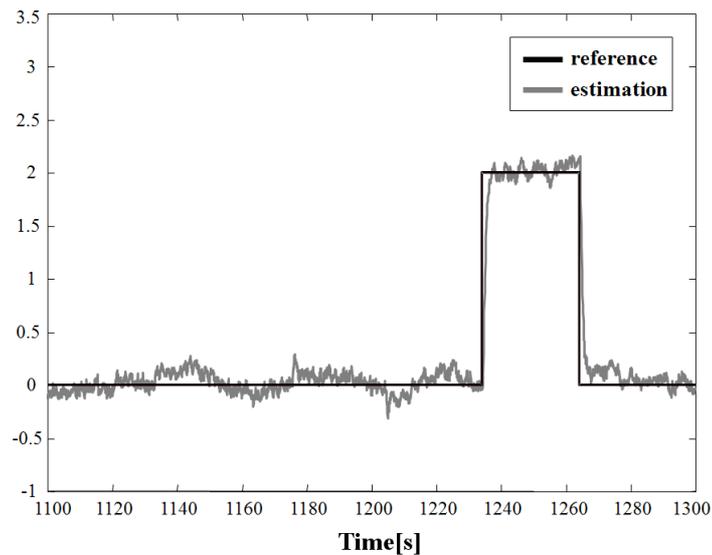


Figure 4.26 : Estimation du défaut actionneur 1 (R=157 mm)



**Figure 4.27 :** Estimation du défaut actionneur 2 (R=157 mm)



**Figure 4.28 :** Estimation du défaut actionneur 3 (R=157 mm)

#### 4.4.4 - Accommodation aux défauts

L'estimation  $\hat{f}_i$  du défaut étant connue à partir de  $\eta(k)$ , il est possible d'utiliser cette information pour la commande du système. La compensation du défaut s'effectue en considérant une composante supplémentaire  $u^{ad}$  à la commande nominale de manière à ce que le comportement du système en défaut soit le plus proche possible de son comportement nominal. Pour cela, il faut :

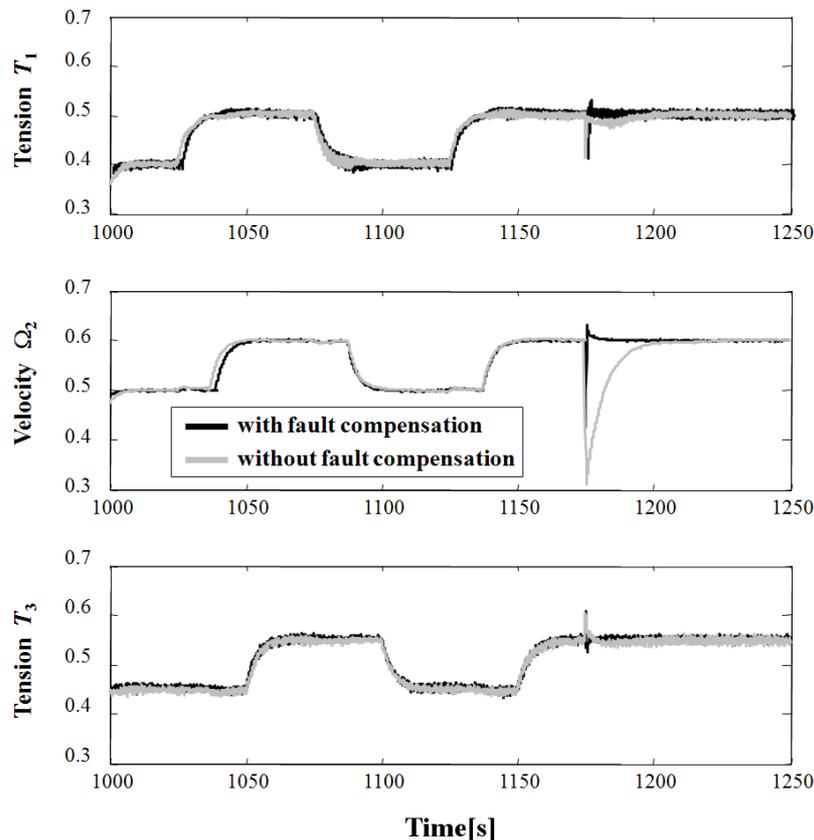
$$Bu_k^{ad} + F\hat{f}_k = 0 \tag{4.105}$$

La commande additive permettant la compensation du défaut s'exprime donc par :

$$u_k^{\text{ad}} = -(B^{-1}(R))F\hat{f}_k \quad (4.106)$$

Dans ce cadre, un autre type de défaut est considéré pour l'illustration de l'accommodation de défaut : une perte d'efficacité de 50% de l'actionneur 2 apparaît brutalement à l'instant 1175 s correspondant à un rayon d'environ 150 mm. Durant tout le test, des échelons d'amplitude  $\pm 0.1$  sont ajoutés en consigne. Les sorties du système sont considérées sur la figure 4.29 et permettent de comparer les réponses sans accommodation de la loi de commande et avec compensation du défaut actionneur 2.

Le défaut agit sur le système comme une perturbation. Puisqu'il y a une action intégrale (par l'intermédiaire du module de rejet de perturbation) associée à la loi de commande non linéaire, l'effet du défaut à l'équilibre peut être compensé : les sorties atteindront leurs valeurs de référence à l'équilibre. Cependant, il est évident que le comportement dynamique du système sera affecté et les réactions de ce système seront plus lentes que celles dans le cas nominal.



**Figure 4.29** : Sorties mesurées avec et sans compensation de défaut

Un zoom de l'évolution des sorties au moment où le défaut apparaît (figure 4.30) et est compensé permet de comparer le comportement dynamique des sorties avec et sans accommodation du défaut. Cela démontre clairement la capacité de la méthode utilisée à compenser de tels défauts actionneur.

La figure 4.31 représente la composante  $\eta(k)$  du résidu structuré  $p(k)$  (4.103) qui correspond à l'estimation de l'amplitude du défaut actionneur 2.

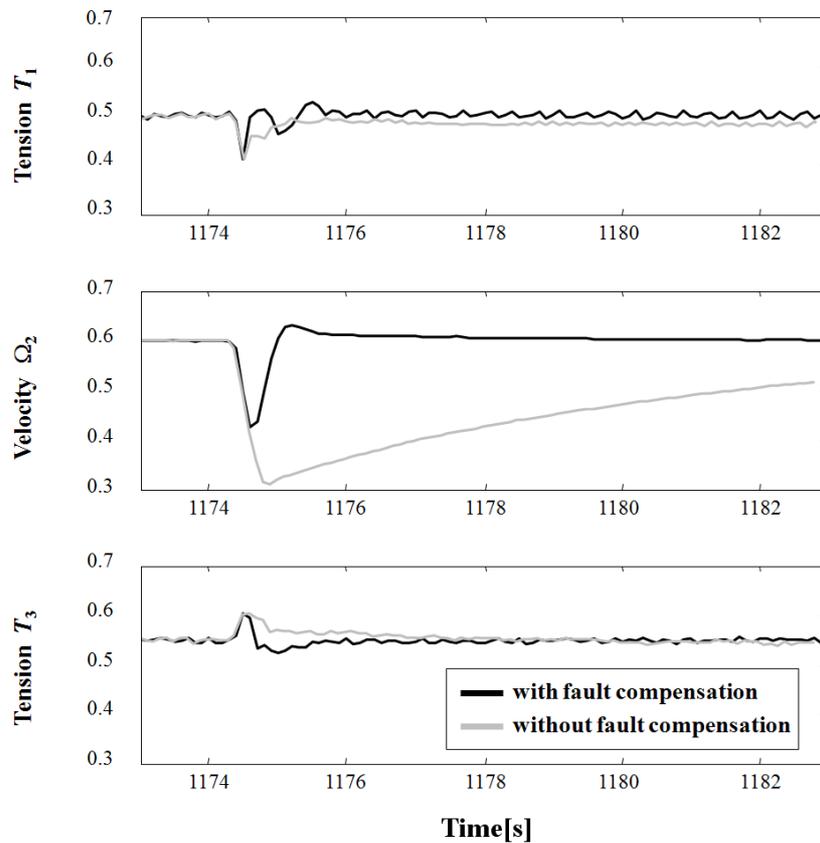


Figure 4.30 : Zoom des sorties mesurées avec et sans compensation de défaut

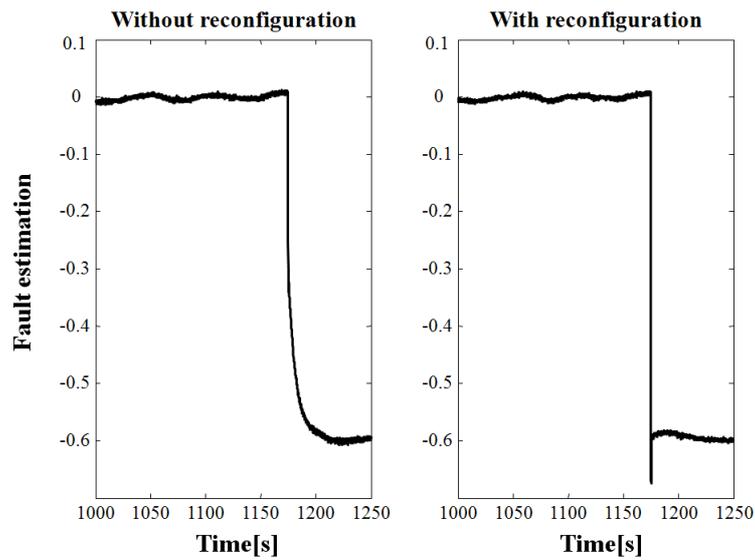
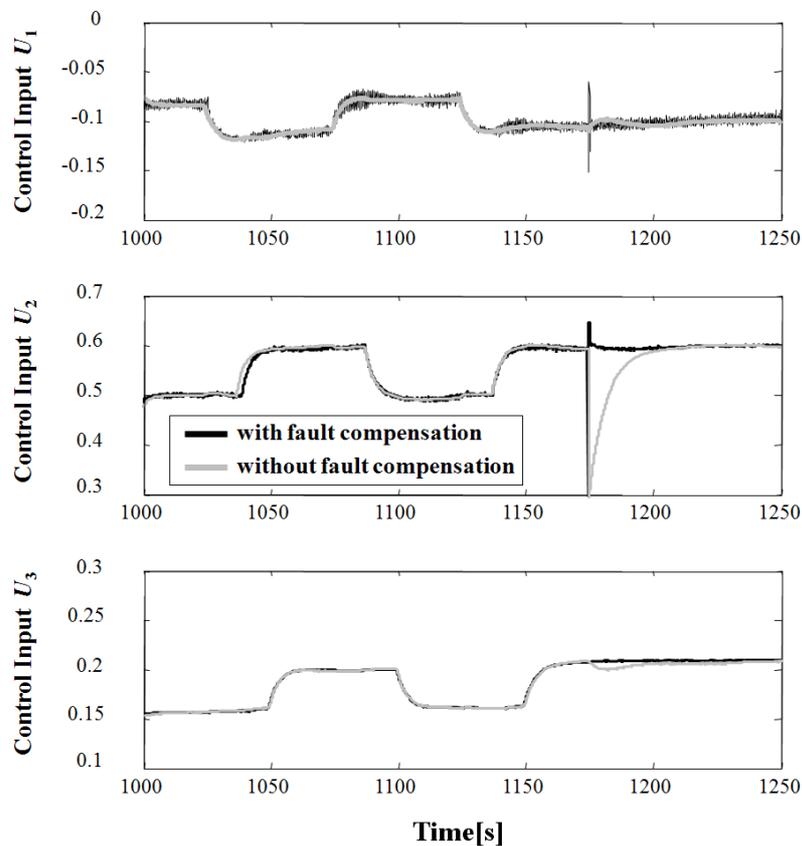


Figure 4.31 : Estimation de l'amplitude du défaut avec et sans accommodation

Les résultats obtenus montrent clairement la capacité des résidus à détecter et isoler des défauts actionneur. Une fois que le défaut est isolé avec un retard d'une période d'échantillonnage, le module d'évaluation et de compensation de défaut est connecté afin de réduire l'effet du défaut sur le système par l'intermédiaire de la commande additive  $u^{ad}$ .

Il est montré que, sans la commande tolérante aux défauts, la vitesse atteint son signal de référence environ 20 s après l'occurrence du défaut, tandis que cela ne prend seulement qu'environ 2 s avec la compensation du défaut.

Ces résultats sont confirmés en examinant les entrées de commande (figures 4.32 et 4.33) appliquées au système : sans commande tolérante aux défauts, la commande  $U_2$  augmente lentement en raison de l'action intégrale essayant de compenser l'effet du défaut, tandis que la commande tolérante permet la compensation rapide du défaut, même si un effet d'accouplement peut être noté sur l'entrée de commande  $U_1$ .



**Figure 4.32 :** Entrées de commande avec et sans compensation de défaut



Les paramètres  $G_j$  ( $j = 1, \dots, 7$ ) sont évalués à partir du calcul des coefficients  $\rho_j(R)$  déterminés à l'aide de l'algorithme récursif suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1(R) = 1 - \frac{R - R_{\min}}{R_{\max} - R_{\min}} \\ \rho_7(R) = \frac{R^6 - R_{\min}^6}{R_{\max}^6 - R_{\min}^6} \\ \rho_\delta(R) = \frac{R^{\delta-1} - R_{\min}^{\delta-1}}{R_{\max}^{\delta-1} - R_{\min}^{\delta-1}} - \sum_{i=\delta+1}^7 \rho_i(R) \quad 2 \leq \delta \leq 6 \end{array} \right. \quad (4.108)$$

Les paramètres  $\rho_j(R)$  se trouvent donc dans un ensemble convexe défini par :

$$\Omega = \left\{ \rho(R) \in \mathfrak{R}^7, \rho = [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_7]^T \quad \forall j \quad \rho_j \geq 0 \quad \text{and} \quad \sum_{j=1}^7 \rho_j = 1 \right\} \quad (4.109)$$

En conséquence, les sommets  $\Delta_j^G$  ( $j = 1, \dots, 7$ ) définissent un polytope convexe tel que :

$$G(R) = \sum_{j=1}^7 \rho_j(R) \cdot \Delta_j^G \quad (4.110)$$

Le système de l'enrouleur de bande peut donc être décrit comme le système polytopique suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} x(k+1) = \sum_{j=1}^7 \rho_j(R_k) \cdot (A_j \cdot x(k) + B_j \cdot u(k)) \\ y(k) = C \cdot x(k) \end{array} \right. \quad (4.111)$$

avec  $\rho_j(R) \geq 0 \quad \forall j \in [1, \dots, 7]$ ,  $\sum_{j=1}^7 \rho_j(R) = 1$  et  $0 < R_{\min} < R < R_{\max}$ .

#### 4.5.2 - Diagnostic

Afin de pouvoir détecter et localiser des défauts capteur  $f(k)$ , le système (4.111) est ré-écrit en utilisant l'approche proposée par [Park et al., 1994] comme présenté au niveau de l'équation (2.5). Le système suivant est ainsi obtenu :

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{x}}(k+1) = \sum_{j=1}^7 \rho_j(\mathbf{R}_k) \cdot (\tilde{\mathbf{A}}_j \cdot \tilde{\mathbf{x}}(k) + \tilde{\mathbf{B}}_j \cdot \mathbf{u}(k) + \tilde{\mathbf{F}} \cdot \tilde{\mathbf{f}}(k)) \\ \mathbf{y}(k) = \tilde{\mathbf{C}} \cdot \tilde{\mathbf{x}}(k) \end{cases} \quad (4.112)$$

avec  $\tilde{\mathbf{x}}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{f}(k) \end{bmatrix}$ ,  $\tilde{\mathbf{A}}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_j & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\theta} \end{bmatrix}$ ,  $\tilde{\mathbf{B}}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_j \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$ ,  $\tilde{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}$ ,  $\tilde{\mathbf{C}} = [\mathbf{C} \ \mathbf{F}]$ .

Un observateur polytopique à entrées inconnues ([**Millerioux et Daafouz, 2004**], [**Rodrigues, 2006**]) est considéré afin de synthétiser un résidu découplé des défauts capteurs.

Les conditions nécessaires d'existence d'un observateur à entrées inconnues découplées défini par [**Hou et Muller, 1994**] sont vérifiées :

- le nombre de mesures est supérieur ou égal au nombre d'entrées inconnues (égalité dans notre application),
- la matrice  $\tilde{\mathbf{F}}$  est de rang plein colonne (égal à 3 dans notre application).

Un observateur polytopique à entrées inconnues est donc défini par :

$$\begin{cases} \mathbf{z}(k+1) = \sum_{j=1}^7 \rho_j(\mathbf{R}_k) \cdot (\mathbf{S}_j \cdot \mathbf{z}(k) + \mathbf{T} \tilde{\mathbf{B}}_j \cdot \mathbf{u}(k) + \mathbf{K}_j \cdot \mathbf{y}(k)) \\ \hat{\tilde{\mathbf{x}}}(k+1) = \mathbf{z}(k+1) + \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{y}(k+1) \end{cases} \quad (4.113)$$

qui se présente également sous la forme compacte suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{z}(k+1) = \mathbf{S}(\rho(k)) \cdot \mathbf{z}(k) + \mathbf{T} \tilde{\mathbf{B}}(\rho(k)) \cdot \mathbf{u}(k) + \mathbf{K}(\rho(k)) \cdot \mathbf{y}(k) \\ \hat{\tilde{\mathbf{x}}}(k+1) = \mathbf{z}(k+1) + \mathbf{H}^* \cdot \mathbf{y}(k+1) \end{cases} \quad (4.114)$$

où  $\hat{\tilde{\mathbf{x}}}$  représente l'état estimé et  $\mathbf{z}$  le vecteur d'état de l'observateur.

L'erreur d'estimation se traduit par :

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(k+1) &= \tilde{\mathbf{x}}(k+1) - \hat{\tilde{\mathbf{x}}}(k+1) \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{H}^* \tilde{\mathbf{C}}) \cdot \tilde{\mathbf{x}}(k+1) - (\mathbf{S}(\rho(k)) \cdot \mathbf{z}(k)) - \mathbf{T} \tilde{\mathbf{B}}(\rho(k)) \cdot \mathbf{u}(k) - \mathbf{K}(\rho(k)) \cdot \mathbf{y}(k) \end{aligned} \quad (4.115)$$

En posant  $\mathbf{K}(\rho(k)) = \mathbf{K}^1(\rho(k)) + \mathbf{\Pi}(\rho(k))$ , l'erreur (4.115) devient :

$$\begin{aligned}
e(k+1) = & S(\rho(k)) \cdot e(k) - [S(\rho(k)) - (I - H^* \tilde{C}) \tilde{A}(\rho(k)) - K^1(\rho(k)) \tilde{C}] \cdot \tilde{x}(k) \\
& - [T - (I - H^* \tilde{C})] \tilde{B}(\rho(k)) \cdot u(k) - [\Pi(\rho(k)) + S(\rho(k)) H^*] \cdot y(k) \\
& + (I - H^* \tilde{C}) \tilde{F} \cdot \tilde{f}(k)
\end{aligned} \tag{4.116}$$

et le résidu s'exprime par :

$$r(k) = \tilde{C} \cdot e(k) \tag{4.117}$$

Les matrices  $K^1$ ,  $\Pi$ ,  $H^*$  et  $T$  de l'observateur polytopique à entrées inconnues sont synthétisées de manière à être insensibles à  $\tilde{f}$  tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l}
S(\rho(k)) = T \tilde{A}(\rho(k)) - K^1(\rho(k)) \tilde{C} \\
T = I - H^* \tilde{C} \\
0 = \Pi(\rho(k)) - S(\rho(k)) H^* \\
0 = T \tilde{F}
\end{array} \right. \tag{4.118}$$

En résolvant (4.118) sous la condition que  $S(\rho(k))$  est stable, la synthèse de l'observateur polytopique à entrée inconnue est effectuée à partir des conditions d'existence proposées dans le cas linéaire par [Chen et Patton, 1999] et étendues dans notre cas.

Un placement de pôle classique à l'aide de LMI [Chilali et Grahinet, 1996], [Oliviera et al., 1999] est mis en œuvre dans notre cas. Ceci permet d'assurer la stabilité de l'observateur polytopique en contraignant les pôles dans une région spécifique et appropriée du plan complexe [Rodrigues et al., 2005].

Pour la validation de la méthodologie, un défaut capteur localisé sur la mesure  $T_1$  ( $T_1^f = T_1 + 0.05$ ) est considéré de manière intermittente. Ce défaut de type biais peut être visualisé sur la figure 4.34.

Conformément à la construction de l'observateur présenté auparavant, seul l'observateur polytopique à entrée inconnue construit de manière à être insensible à un défaut sur  $T_1$  génère un résidu de moyenne nulle comme présenté sur la figure 4.36. Les résultats montrent qu'un banc d'observateurs polytopiques à entrée inconnue permet de détecter et de localiser des défauts capteurs quelle que soit la valeur du rayon. Un simple test classique sur le résidu permet de déterminer l'apparition des défauts et de générer les alarmes pour la prise de décision.

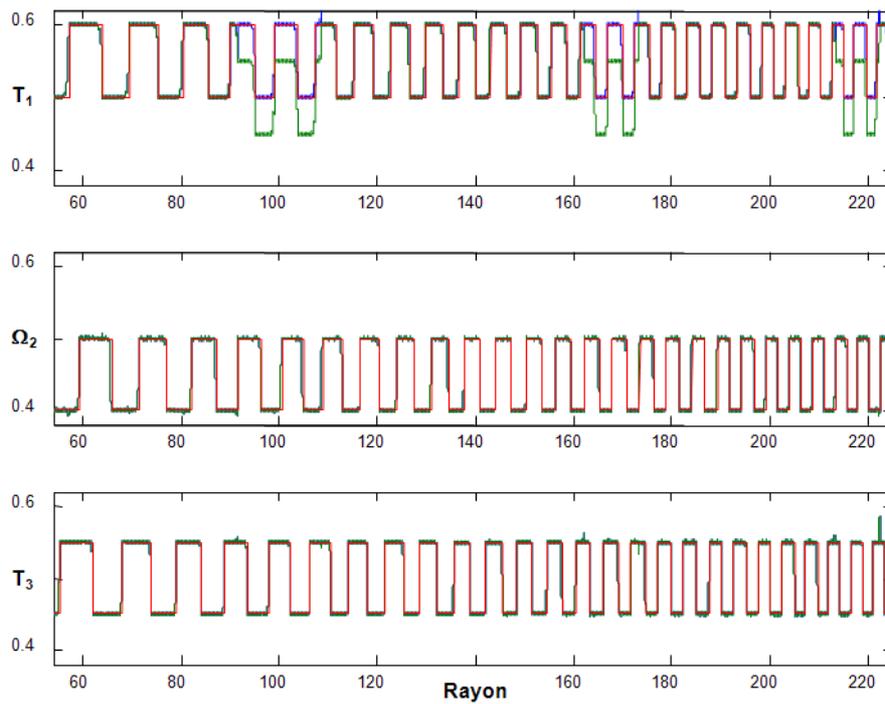


Figure 4.34 : Réponses des sorties en fonction du rayon R en présence d'un défaut sur  $T_1$

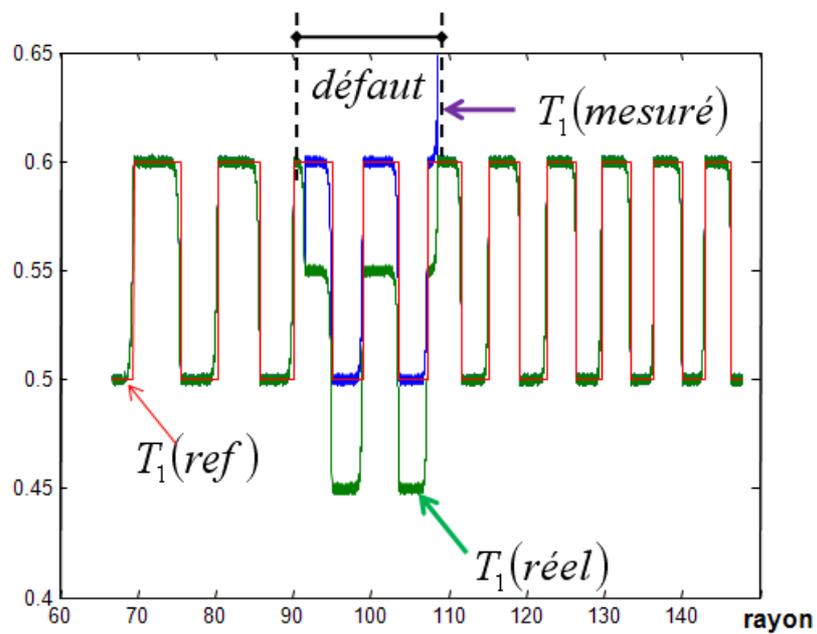
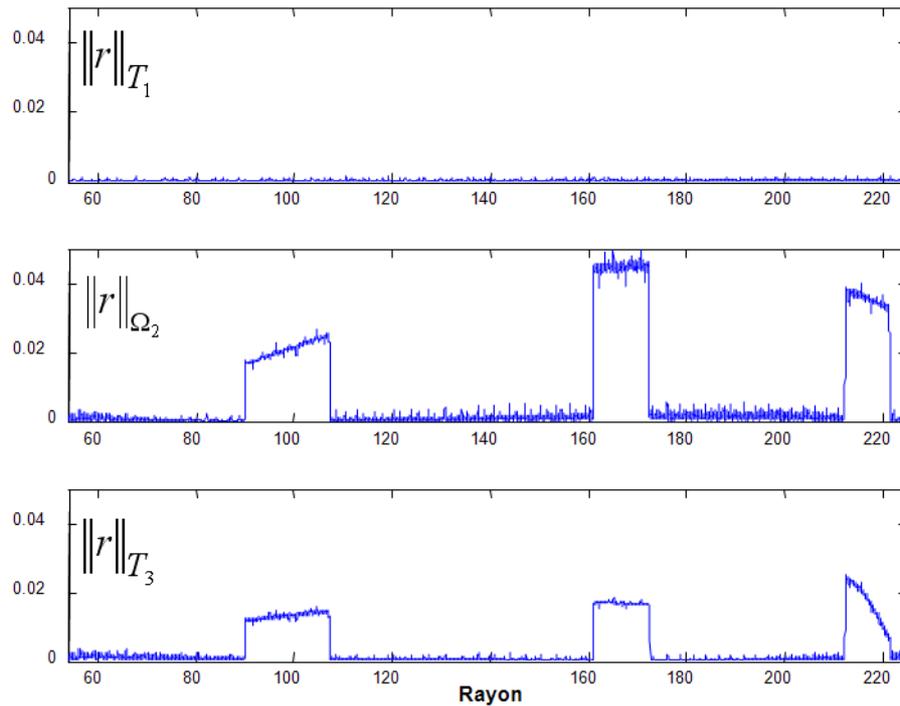


Figure 4.35 : Zoom de la réponse de  $T_1$  en présence de défaut ( $R \approx 100$ )



**Figure 4.36** : Résidus en présence de défaut

L'accommodation de défaut sera la prochaine étape qui sera développée à partir de l'approche polytopique. L'architecture de commande est en cours de remise à plat : nouvelles cartes d'acquisition, nouvelles interfaces et nouveaux logiciels de prototypage rapide en temps réel (xPC Target sous Matlab/Simulink et également module temps réel sous Labview).

#### 4.6 - Conclusion

Nous nous sommes intéressés dans ce chapitre à la commande tolérante aux fautes des systèmes LPV. Nous avons considéré une modélisation polynômiale puis une modélisation polytopique. Le diagnostic de tels systèmes a été considéré afin de pouvoir détecter des défauts de type actionneur et capteur. Le formalisme polytopique a été très utile dans le cadre du diagnostic des systèmes LPV notamment en utilisant le formalisme LMI pour assurer et démontrer la stabilité de l'observateur. De plus, tous les développements effectués ont été implémentés et mis en œuvre en temps réel sur un système d'enroulement de bande. Les résultats démontrent expérimentalement la validité des développements et nous encourageant à poursuivre nos travaux sur les systèmes LPV.



*Troisième Partie :*  
*Perspectives de recherche*

---



L'ensemble des activités de recherche que j'ai menées depuis ma nomination en tant que Maître de conférences porte sur le diagnostic et la commande tolérante aux fautes comme je l'ai présenté de manière synthétique dans la **Seconde Partie : Description des travaux de recherche**.

L'analyse des activités décrites précédemment me conduit à poursuivre mes travaux dans les deux voies suivantes :

- *le diagnostic de défauts des systèmes LPV*, en continuité des travaux développés dans la partie **Commande tolérante aux fautes des systèmes LPV : Application à un système d'enroulement de bande**,

- *l'analyse de l'impact du temps de détection et de l'instant de reconfiguration sur les performances du système*, qui concerne une vision complémentaire à celles considérées dans la partie **Robustesse de la commande tolérante aux défauts vis-à-vis d'incertitudes du module diagnostic**.

Une troisième voie de recherche à plus long terme, et beaucoup plus exploratoire, concerne *l'interaction FTC - maintenance*.

Je développe ci-dessous chacune de ces perspectives.

### **Le diagnostic de défauts des systèmes LPV**

Nous nous sommes intéressés aux systèmes LPV dans le cadre du dernier chapitre de la partie précédente et avons mis œuvre ces développements sur un système d'enroulement de bande. L'intérêt pour cette classe de système réside, comme nous l'avons énoncé précédemment, dans la possibilité de modéliser une grande variété de systèmes, des systèmes non linéaires aux systèmes variant dans le temps ainsi que les modèles à commutation ([Zerar, 2006], [Briat, 2008]). Cette classe de système suscite actuellement un vif intérêt d'une partie des chercheurs comme l'atteste entre autre, le nombre important de sessions qui lui ont été dédiées au dernier World Ifac à Milan.

Nous avons ainsi abordé la représentation de systèmes LPV sous une forme convexe de modèles élémentaires établie à partir d'une fonction de pondération. Nous avons résolu le problème de synthèse de banc d'observateurs à entrée inconnue sous cette représentation tout en prouvant la stabilité à l'aide de LMI. Dans le cas du procédé considéré, la fonction de pondération est directement associée à la valeur de la bobine d'enroulement qui dépend de

l'état du système (équations (4.86) et (4.111)). Compte-tenu de la très faible dynamique associée à l'évolution du rayon, cette dépendance n'a pas été un frein expérimentalement. Par contre, dans le cadre général de l'étude des systèmes LPV, il convient de considérer une fonction de pondération générale  $\rho(x(t))$  dépendant directement de l'état du système. A notre connaissance, peu de travaux théoriques et pratiques considèrent les systèmes LPV à variable de décision non mesurable. [Millerioux et al., 2004] et [Heemels et al., 2010] ont synthétisé un observateur pour les systèmes LPV en supposant que l'erreur d'estimation des variables de décision est bornée. D'autres travaux dans le cadre multi-modèles et modèles Takagi-Sugeno, basés sur un observateur de type Luenberger sans présence de défauts ([Palm et Driankov, 1999], [Bergsten et al., 2002]) ont considéré la condition de Lipschitz des fonctions d'activation (inconnues) afin de minimiser leurs influences sur l'erreur d'estimation. [Ichalal, 2009] a proposé la synthèse d'un observateur optimal s'appuyant sur les techniques d'optimisation  $\mathcal{L}_2$  afin de s'affranchir de l'hypothèse de Lipschitz. [Ichalal, 2009] a également étendu ceci au cas de l'observateur à entrées inconnues dans le cadre du diagnostic.

La forme générale du système considéré est ainsi :

$$\begin{cases} x(k+1) = \sum_{j=1}^N \rho_j(x(k)) \cdot (A_j \cdot x(k) + B_j \cdot u(k)) \\ y(k) = C \cdot x(k) \end{cases}$$

Notre objectif est donc de construire un unique observateur permettant de localiser des défauts. L'analyse et la synthèse de cet observateur seront bien entendu, accompagnées d'une étude de stabilité. Dans la continuité, à l'issue de l'étude pour le diagnostic sur de tels systèmes, nous envisageons de nous intéresser ensuite à la commande tolérante aux défauts de manière analogue à celle utilisée dans le cadre des modèles LPV polynômiaux. La partie défaillante devient parfaitement définie dès que les défauts ont été détectés et localisés et devient inopérante dans le cadre de la nouvelle commande mise en place.

Toujours en relation avec les systèmes LPV, je compte poursuivre les travaux engagés avec Carlos Astorga (enseignant-chercheur au CENIDET à Cuernavaca, Mexique), lors de son séjour au CRAN, sur les systèmes LPV singuliers. Cette classe particulière de système a la particularité de faire apparaître une matrice  $E$  non inversible qui pondère la dérivée de l'état du système. Nous nous sommes intéressés à ce type de système parce qu'il complète nos autres travaux sur les systèmes LPV.

Bien qu'il existe un certain nombre de travaux concernant la commande des systèmes singuliers, dont un livre récent [Duan, 2010] qui est une revue très complète des travaux concernant les systèmes singuliers, on trouve peu de travaux sur l'analyse et la synthèse de commande pour les systèmes LPV singuliers. De plus, dans le domaine du diagnostic de défauts, hormis quelques références ([Marx et al., 2007], [Hamdi et al., 2011] pour les systèmes continus, [RI-15] pour les systèmes discrets), le domaine n'a quasiment pas été abordé. Nous avons ainsi développé un observateur complet pour les systèmes LPV singuliers ([CI-59]) dans la continuité des travaux sur les systèmes linéaires singuliers de M. Darouach ([Darouach et Boutayeb, 1995] dans le cas d'un observateur d'ordre complet, [Darouach et al., 1996] dans le cas d'un observateur d'ordre réduit). De plus, dans tous ces travaux, il est toujours supposé que la fonction de pondération est toujours insensible aux défauts. Nous nous intéresserons donc à la synthèse d'observateurs pour le diagnostic de défauts (observateurs à

entrées inconnues) dans le cas où la fonction de pondération n'est pas mesurable, ce qui revient à considérer, comme ci-dessus pour les systèmes LPV non singuliers, une fonction de pondération générale  $\rho(x(t))$  dépendant de l'état du système.

Ce travail sur les systèmes LPV singuliers étant né de la collaboration avec Carlos Astorga, cette activité se poursuivra également dans le cadre de cet échange. Un encadrement de thèse sur la synthèse d'observateurs à entrées inconnues pour le diagnostic des systèmes LPV singuliers, en cotutelle entre le CENIDET et l'Université de Lorraine, devrait prochainement se concrétiser.

### **Analyse de l'impact du temps de détection et de l'instant de reconfiguration sur les performances du système**

Face à la synthèse de la commande d'un système, il faut tout d'abord définir l'objectif le plus important pour le système et comment construire les correcteurs appropriés permettant d'atteindre ces objectifs. Ceux-ci sont généralement donnés au travers d'un ensemble de spécifications qui décrivent le comportement désiré en terme de réponse attendue du système pour un type d'entrée donné. Les spécifications sont en général relatives aux objectifs suivants: garantir la stabilité ; obtenir un transitoire désiré ; réduire l'erreur à l'équilibre. Bien entendu, la stabilité est une condition fondamentale pour tout système. Dans le cadre des systèmes tolérants, le système doit maintenir sa stabilité en absence et en présence de défauts. Il faut également prendre en compte les spécifications pour les situations en défaut car les objectifs prioritaires ne sont pas identiques entre la situation sans défaut (l'objectif prioritaire est essentiellement la qualité du comportement du système) et la situation en défaut (l'objectif prioritaire concerne alors la robustesse du système et l'acceptabilité de dégradation des performances).

Pour évaluer les performances d'un système tolérant, notamment en présence de défauts, il est nécessaire de définir les informations permettant de connaître le comportement du système à tout instant. Dans la partie 3 du descriptif des travaux de recherche, nous avons abordé la prise en compte des imperfections du module FDI sur le système tolérant aux défauts, compte-tenu du fait que ceci peut conduire à une perte de performances, voire une instabilité du système. Dans les deux approches développées (admissible model matching et systèmes à sauts markoviens), nous n'avons pas traité explicitement des aspects temporels. Considérons la figure 1 issue de [Zhang et Jiang, 2001] afin d'analyser la réponse du système que l'on peut diviser en trois parties : avant l'apparition du défaut ; durant la présence du défaut ; après la compensation de l'effet du défaut. Sur cette figure, différents instants sont également définis :

$t_F$  : instant d'apparition du défaut;

$t_D$  : instant de détection du défaut;

$t_R$  : instant de reconfiguration de la loi de commande;

$t_C$  : instant du retour à l'équilibre après le transitoire causé par le défaut et la commande tolérante.

Un instant donné  $t_M$  est également considéré ; il correspond à la fin de mission, c'est-à-dire l'instant où le système doit avoir retrouvé un état d'équilibre. Ceci induit la relation  $t_C \leq t_M$ .

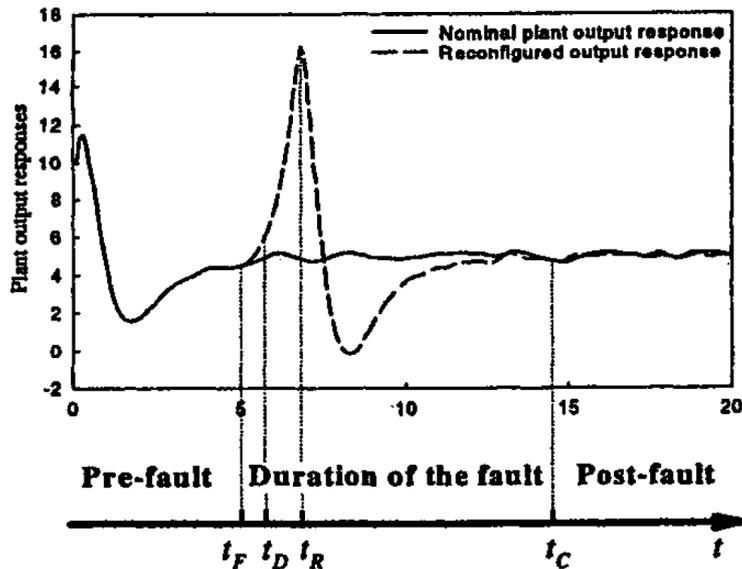
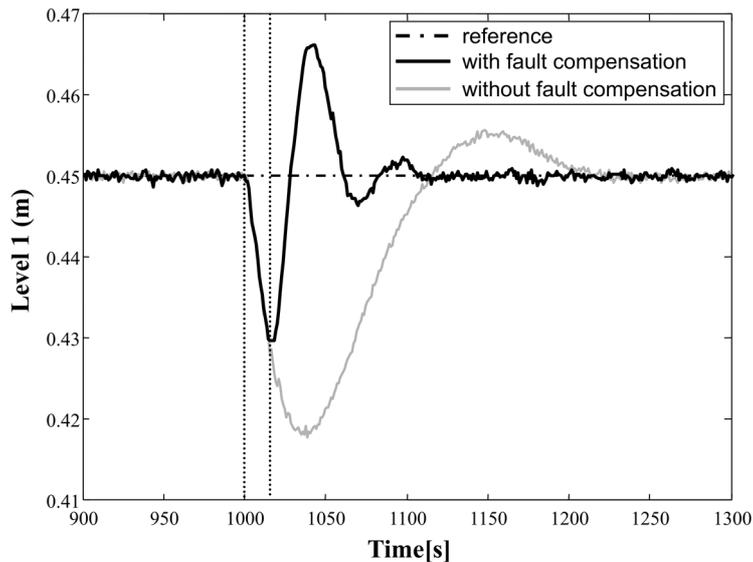


Figure 1 : Comportement temporels d'un système tolérant

Il est évident, en considérant la figure 1, qu'avant le moment où la reconfiguration de la loi de commande est effectuée, le système tend vers l'instabilité puisque la réponse semble diverger. Si aucune action n'est appliquée, les conséquences peuvent devenir dramatiques pour le système. Après la reconfiguration de la loi de commande, le système retrouve un état d'équilibre (et donc la stabilité) avec des performances dynamiques désirées après un transitoire. Ces performances dynamiques peuvent par exemple être caractérisées par du suivi de trajectoires permettant notamment d'éviter de saturer les actionneurs ou de les solliciter de manière trop importante et/ou brutale. Il peut néanmoins être fait la distinction entre deux transitoires : l'intervalle de temps  $[t_F, t_R]$  correspond à un transitoire dû à l'apparition du défaut ; l'intervalle de temps  $[t_R, t_C]$  correspond à l'application de la reconfiguration de la loi de commande. Les caractéristiques de ce second transitoire sont directement liées aux performances du module FDI et du mécanisme de reconfiguration mis en œuvre tout en dépendant du degré de sévérité du défaut. Suite à ce constat, il me paraît pertinent d'étudier l'impact de ces aspects temporels (instants de détection et de reconfiguration) vis-à-vis d'une loi de commande tolérante aux défauts. Une question que l'on peut se poser est : est-il nécessaire, ou non, de reconfigurer la loi de commande ? Bien que dans l'exemple de la figure 1, la reconfiguration de la loi de commande semble indispensable compte-tenu du caractère divergeant du système, il existe d'autres situations comme sur la figure 2 (issue de [O-1]) où le système est capable de retrouver un équilibre avec ou sans reconfiguration de la loi de commande. Cette réflexion a été initiée par [Zhang et Jiang, 2001] et [Zhang et Jiang, 2006] qui ont montré expérimentalement que les aspects temporels sont critiques pour les systèmes tolérants aux défauts. La notion d'instant optimal notée  $t_{R\_opt}$  pour la reconfiguration du système peut ainsi être introduite. Si  $t_R < t_{R\_opt}$ , les performances globales de la commande ne pourront être satisfaites liées aux incertitudes propres au module FDI (erreur de détection, fausses alarmes, ...) ainsi qu'aux imprécisions du modèle après l'apparition du défaut. Si

$t_R > t_{R\_opt}$ , le transitoire induit par l'apparition du défaut pourra entraîner un comportement instable du système. Nous proposons de définir un indice de performance, en fonction de l'écart de comportement entre le système nominal et le système en défaut, ainsi que des instants d'apparition du défaut  $t_F$ , de détection du défaut  $t_D$  et de reconfiguration  $t_R$ . Nous avons développé une première approche ([CI-60]) en considérant une commande basée sur la méthode de la pseudo-inverse (PIM) et en distinguant les cas de la commande tolérante passive et de la commande tolérante active. L'indice de performance est comparé à un seuil relatif aux objectifs de performances souhaités pour le système.



**Figure 2 :** Comparatif d'évolution avec et sans reconfiguration de la loi de commande

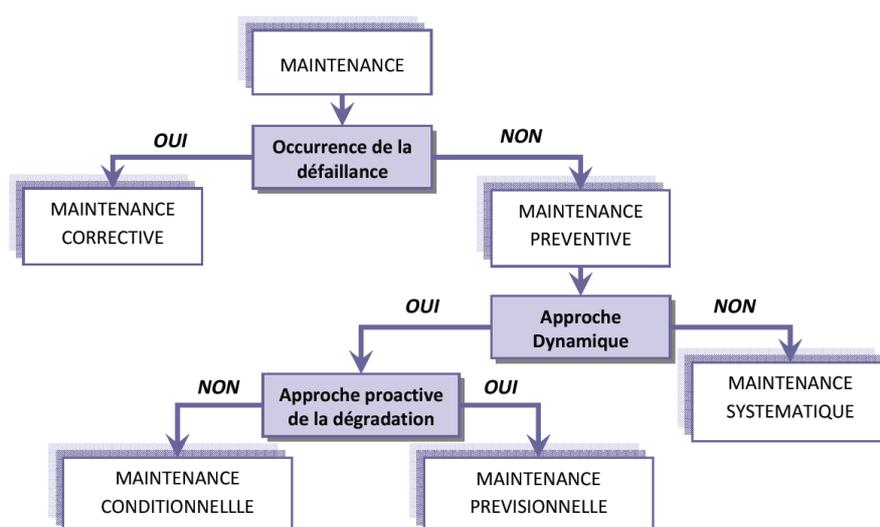
Mon premier objectif pour poursuivre ces travaux est d'obtenir une expression mathématique exacte exprimant l'instant optimal de reconfiguration  $t_{R\_opt}$  en fonction des instants d'apparition  $t_F$  et de détection  $t_D$  du défaut, et également de la sévérité du défaut. Il faudra également étudier l'impact de l'intervalle de temps ( $t_D - t_F$ ) sur l'instant de reconfiguration puisque seul  $t_D$  est connu, l'instant d'apparition du défaut étant inconnu. Je profiterai également des contacts noués avec Youmin Zhang (qui a été présent au sein du laboratoire au début de cet été, en tant que professeur invité, et qui a apprécié l'exposé de nos premiers travaux lors du World Ifac à Milan) pour développer cette perspective. Cette collaboration permettra également de s'ouvrir à un nouveau domaine applicatif, l'aéronautique, et plus spécifiquement les drones (UAV), domaine dans lequel est spécialisé Youmin Zhang pour les applications de commande tolérante aux fautes.

## Interaction FTC - politique de maintenance

Avec le développement des technologies, la surveillance des systèmes dynamiques devient un vaste champ d'études de plus en plus pertinent pour répondre aux besoins de maintien et de sûreté de fonctionnement des équipements industriels en conditions opérationnelles. Ainsi la sûreté de fonctionnement, considérée comme "la science des défaillances" ([Villemeur, 1997]), fondée sur la fiabilité, la maintenabilité, la disponibilité et la sécurité, permet l'exploitation des systèmes avec défaillances en garantissant leur bon fonctionnement pondéré du risque. Ce risque, parallèlement à la prise de décision dans le cas de la surveillance-supervision industrielle, est à la fois interne au système (identification et évaluation des situations dangereuses induites par l'équipement ou le système (gravité)) et externe (vulnérabilité et menace des événements extérieurs (probabilité d'occurrence) du système dans le contexte d'utilisation donné). Cette analyse de risque communément appelée audit de vulnérabilité permet l'identification et la hiérarchisation des risques afin de mettre en place une stratégie de maintenance préventive et de commande tolérante aux fautes.

Comme énoncé dans ce mémoire, un système tolérant aux défauts est conçu dans le but de réaliser son objectif, même en présence de défauts, afin d'éviter tout comportement catastrophique, ou bien, en cas d'impossibilité, de redéfinir de nouveaux objectifs pour des performances acceptables, tout en conservant bien entendu la stabilité du système. En conséquence, il sera nécessaire d'intervenir sur le système en terme de maintenance corrective, de manière à réparer le(s) composant(s) physique(s) affecté(s) par le défaut. Le but de la reconfiguration du système correspond ainsi à essayer de retarder cette échéance de manière à obtenir une disponibilité maximale du système. Nous constatons au travers de ce bilan le lien qui lie la commande tolérante à la stratégie de maintenance mise en œuvre sur le système considéré.

La figure 3 (tirée de [Cocheteux, 2010]) présente les différentes stratégies de maintenance existantes ([Higgins et al., 2002], [Barros, 2003], [Ben-Daya et al., 2003]). Les définitions propres à chacune de ces stratégies de maintenance peuvent être trouvées dans [AFNOR, 2001].



**Figure 3** : Les différentes stratégies de maintenance

La mise en œuvre d'une stratégie de maintenance prévisionnelle s'appuie nécessairement sur le développement d'un processus de pronostic dont la capacité de proactivité fait de lui le processus clé de la maintenance prévisionnelle. Le pronostic a pour objectif d'estimer l'évolution des dégradations futures des différents composants du système et l'évolution future de la performance du système ([Cocheteux, 2010]). Deux importants états de l'art ont été présentés dans [Peysson, 2009] et [Ribot, 2009], retraçant les différentes méthodes et techniques de pronostic (pronostic guidé par les données, pronostic fondé sur la connaissance et l'expérience et enfin pronostic basé sur les modèles). Dernièrement, [Cocheteux, 2010] a contribué à la formalisation du processus de pronostic, avec comme originalité l'apport d'une vision système se matérialisant par la proposition d'un pronostic système générique évaluant les dégradations futures des composants du système et ses performances futures. De plus, on trouve dans le chapitre 2 un bilan de la terminologie utilisée (il existe plusieurs traductions anglaises du terme pronostic et différentes définitions) ainsi qu'une étude bibliographique très complète. Le pronostic peut donc être vu comme un outil complémentaire au diagnostic dans la supervision des systèmes et donc comme une source d'informations utilisables pour la commande tolérante.

Dans nos travaux, nous considérons le terme *pronostic* dans un cadre identique à celui du milieu médical (on diagnostique une maladie puis on pronostique l'évolution de la maladie ou l'évolution des conditions de vie du malade ...), c'est-à-dire qu'un défaut est détecté par le module diagnostic et le module pronostic doit nous fournir des informations sur l'évolution future supposée du système.

Dans le cadre de ce projet de recherche, je considère les systèmes auxquels est associée une stratégie de maintenance systématique. Mon objectif est de créer une interaction au travers du pronostic, entre le critère de reconfiguration et la stratégie de maintenance, de manière à évoluer vers une stratégie de maintenance prévisionnelle ou proactive. En effet, j'ai initié quelques travaux dans cet axe de recherche dans le cadre du stage de master de Bada N'Doye ([Master-N'Doye], [CN-12]), travaux qui ont été appréciés lors de leur présentation à Qualita'2011 à Angers, ce qui m'encourage à poursuivre dans cette voie quasi inexplorée.

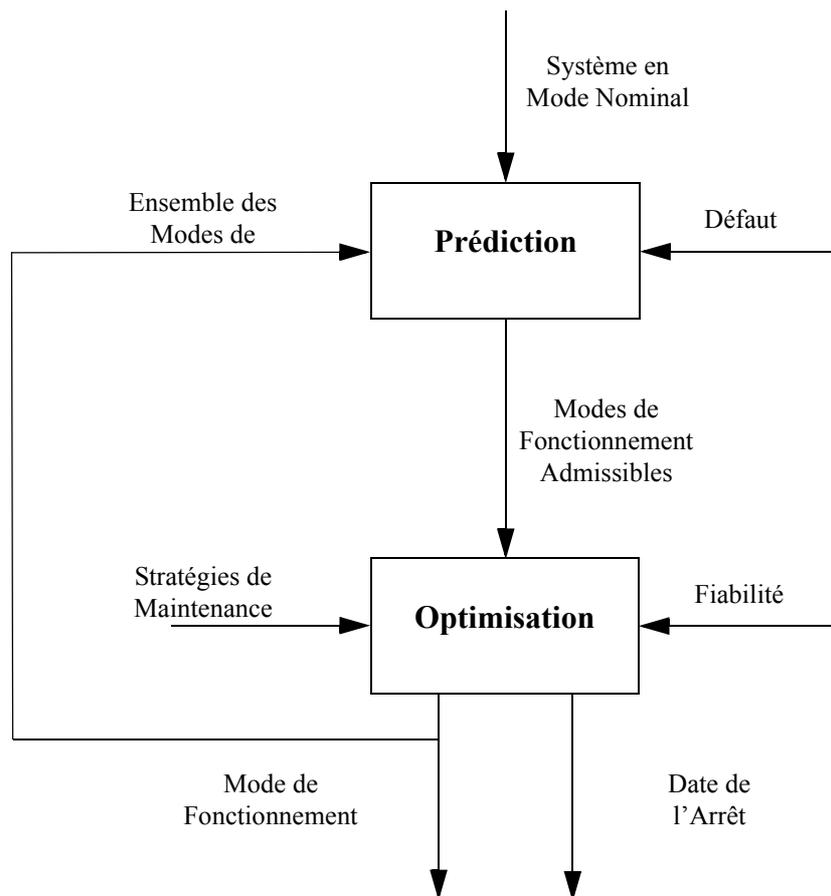
Le but est de lier la reconfiguration du système après l'apparition d'un défaut dans le cadre de la tolérance aux fautes à la stratégie de maintenance mise en œuvre, ceci dans le cadre de la sûreté de fonctionnement. Dans les travaux effectués, la fiabilité des composants du système a été considérée, cette fiabilité étant remise à jour à la suite de l'apparition du défaut (de type actionneur pour cette première approche) à l'aide du modèle de Cox ([Cox, 1972]). L'un des objectifs d'un système (de production par exemple) étant d'avoir une disponibilité maximale, le critère que nous avons retenu pour la mise en œuvre de la restructuration du système correspond à la poursuite de son fonctionnement dans un mode dégradé permettant de garantir un certain niveau de fiabilité jusqu'à la fin de mission définie par la date (supposée prédéfinie) du prochain arrêt maintenance. Le but n'est pas de déterminer un mode de fonctionnement «optimal» au sens d'un critère mais de déterminer si parmi les autres modes de fonctionnement associés au système considéré, certains peuvent être admissibles compte-tenu de la présence du défaut. Dans la positive, le mode de fonctionnement retenu pour la reconfiguration est déterminé par une analyse et mise à jour de la fiabilité des composants du système de manière à ce que cette fiabilité puisse permettre la continuité du fonctionnement du système jusqu'à la date d'arrêt maintenance avec un niveau de fiabilité suffisant (supérieur à un seuil donné). Lors de cette première étude, le seul critère considéré repose sur une continuité de fonctionnement jusqu'à une date prédéfinie. En pratique, deux conclusions peuvent apparaître : le niveau de fiabilité ne permet pas d'atteindre la date d'arrêt maintenance (aucune reconfiguration n'est

effectuée et le système est directement arrêté) ou le niveau de fiabilité permet de fonctionner au-delà de cette date (une reconfiguration est effectuée et permet la continuité de fonctionnement du système jusqu'à la date d'arrêt maintenance).

A titre d'exemple et afin d'illustrer l'objectif applicatif de cette recherche, nous pouvons considérer un système de laminoir dans une aciérie et un défaut de type perte d'efficacité au niveau de la presse. Au mode de fonctionnement initial considéré (avant l'apparition du défaut) est associée une épaisseur de tôle. Suite à la détection du défaut, compte-tenu de la gravité du défaut, il s'agira de déterminer s'il est possible de continuer à fonctionner (avec un niveau de fiabilité minimal donné) dans un autre mode de fonctionnement (mode dégradé), c'est-à-dire pour une autre épaisseur de tôle qui existe bien entendu au catalogue client.

Il ne s'agit pas de déterminer dans l'absolu un nouveau mode de fonctionnement (et donc de nouvelles références) comme cela peut être le cas dans les systèmes de transport (par exemple, sous certaines conditions, un avion défaillant peut continuer à voler jusqu'au prochain aéroport à une altitude et/ou une vitesse ne correspondant ni à son altitude ni à sa vitesse de croisière) mais d'étudier si parmi tous les modes existants, il en existe un qui puisse être considéré comme un mode dégradé.

Le schéma de la figure 4 permet d'illustrer la démarche envisagée.



**Figure 4 : Méthodologie de reconfiguration**

Pour commencer, une stratégie de maintenance basée sur le temps (maintenance systématique) sera considérée. Il s'agira de rechercher l'instant optimal auquel il est nécessaire de renouveler le système préventivement, cet instant devant dépendre de l'état de chaque composant. La recherche de cet instant optimal, comme nous le visualisons sur la figure 4, repose sur deux étapes appelées *prédiction* et *optimisation*. La phase de prédiction, associée au pronostic, doit permettre, compte-tenu du défaut détecté par le module FDI, de déterminer les modes de fonctionnement qui sont admissibles parmi tous les modes prédéfinis pour le système. La mise à jour de la fiabilité des composants suite à la reconfiguration du système après l'apparition du défaut devra ensuite être mise en œuvre. Le but est donc de coupler l'analyse de la commande tolérante aux fautes avec l'analyse de la maintenance préventive. Le problème d'optimisation est donc du type multi-objectifs : un objectif associé à la restructuration du système et un second associé à la maintenance, le but étant de garantir la disponibilité maximale du procédé. Cela permettra d'éviter l'arrêt immédiat du système après la détection du défaut et de le reconfigurer. Le système pourra ainsi poursuivre son fonctionnement dans un mode dégradé et la date programmée d'arrêt maintenance sera modifiée en l'avancant ou en la reculant.

Cet axe de recherche est intégré dans le projet *Co-conception de systèmes dynamiques sûrs de fonctionnement* du Pôle *Contrôle-Identification-Diagnostic* (CID) dans le cadre de la nouvelle organisation du laboratoire proposée pour le prochain contrat. Pour mener à bien ce projet, je compte collaborer de manière plus étroite avec les collègues du CRAN qui travaillent plus spécifiquement sur la maintenance et le pronostic, et m'ouvrir aux groupes de travail de cette communauté (GT Macod du GDR MACS, GT Diag21 entre autres). Ces nouveaux contacts me permettront de faire connaître ce nouvel axe de recherche et de nouer de nouveaux partenariats, qu'ils soient universitaires (GT Macod) ou industriels (Diag21). Ce sera également un moyen de pouvoir participer à des projets ANR ou européens.



***Quatrième Partie :***  
***Références bibliographiques<sup>1</sup>***

---

---

1. Les publications dont je suis auteur ou co-auteur n'apparaissent pas dans cette partie mais uniquement dans la partie "Liste des Publications", page 37.



- [Abdalla et al., 2001]  
M.O. Abdalla, E.G. Nobrega et K.M. Grigoriadis, "Fault detection and isolation filter design for linear parameter varying system", *ACC'2001 American Control Conference*, Arlington, USA, pp. 3890-3895, 2001.
- [AFNOR, 2001]  
Norme NF EN 13306/X 60-319, "Terminologie de la maintenance", Association française de normalisation, Paris, 2001.
- [Alcorta Garcia et Frank, 1997]  
E. Alcorta Garcia et P.M. Frank, "Deterministic nonlinear observer based approaches to fault diagnosis: a survey", *Control Engineering Practice*, Vol. 5, N. 5, pp. 663-670, 1997.
- [Alcorta Garcia et Frank, 1999]  
E. Alcorta Garcia et P.M. Frank, "Fault detection and isolation in nonlinear systems", *ECC'99 European Control Conference*, Karlsruhe, Allemagne, 31 Aout-03 Septembre 1999.
- [Armeni et al., 2009]  
S. Armeni, A. Casavola et E. Mosca, "Robust fault detection and isolation for LPV systems under a sensitivity constraint", *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Vol. 23, N. 1, pp. 55-72, 2009.
- [Balas et al., 2002]  
G. Balas, J. Bokor et Z. Szabo, "Failure detection for LPV systems - a geometric approach", *ACC'2002 American Control Conference*, Anchorage, Alaska, USA, 2002.
- [Bara et al., 2001]  
G. Bara, J. Daafouz, F. Kratz et J. Ragot, "Parameter dependant state observer design for affine LPV systems", *International Journal of Control*, Vol. 74, pp. 1601-1611, 2001.
- [Barros, 2003]  
A. Barros, "Maintenance des systèmes multi composants sous surveillance imparfaite : modélisation stochastique et optimisation", *Thèse de Doctorat, Université de Technologies de Troyes*, 2003.
- [Ben-Daya et al., 2003]  
M. Ben-Daya, S.O. Duffuaa, A. Raouf, J. Knezevic et D. Ait-Kadi, "Handbook of Maintenance Management and Engineering", Springer, 2009.
- [Bergsten et al., 2002]  
P. Bergsten, R. Palm et D. Driankov, "Observers for Takagi-Sugeno fuzzy systems", *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics - Part B: Cybernetics*, Vol. 32, N. 1, pp. 114-121, 2002
- [Blanke, 1995]  
M. Blanke, "Aims and means in the evolution of fault tolerant control", *European science foundation COSY workshop*, Roma, September 1995.
- [Blanke et al., 1997]  
M. Blanke, R. I. Zamanabadi, et S. A. Bøgh, "Fault tolerant control systems: a holistic view", *Control Engineering Practice*, Vol. 5, N. 5, 1997.

[Blanke et al., 2003]

M. Blanke, M. Kinnaert, J. Lunze et M. Staroswiecki, “Diagnosis and fault-tolerant control”, Springer, 2003.

[Bokor et Balas, 2004]

J. Bokor et G. Balas, “Detection filter design for LPV systems - a geometric approach”, *Automatica*, Vol. 40, N. 3, pp. 511-518, 2004.

[Bokor, 2007]

J. Bokor, “Geometric theory and control of linear parameter varying systems”, *4th International Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics*, Art. N. 4262505, pp. 163-170, 2007.

[Bonivento et al., 2007]

C. Bonivento, A. Paoli, et L. Marconi, “Fault-tolerant control of the ship propulsion system benchmark”, *Control Engineering Practice*, Vol. 11, N. 5, pp. 483-492, 2003.

[Boulter, 1998]

B.T. Boulter, “Improving bridge low-speed regulation using cascaded current followers”, *Industry Applications Conference*, Vol. 3, pp. 2237-2243, 1998.

[Boyd et al., 1994]

S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron et V. Balakrishnan, “Linear matrix inequalities in systems and control theory”, *SIAM Studies in Applied Mathematics*, Vol. 15, 1994.

[Braatz et al., 1996]

R.D. Braatz, B.A. Ogunnaike, A.P. Featherstone, “Identification, estimation, and control of sheet and film processes”, *13th Triennial IFAC World Congress*, San Francisco, USA, Vol. N. Fault Detection, Pulp and Paper, Biotechnology, pp. 319-324, 1996.

[Briat, 2008]

C. Briat, “Commande et Observation Robuste des Systèmes LPV Retardés”, *Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG*, 27 Novembre 2008.

[Casavola et al., 2007]

A. Casavola, D. Famularo, G. Franze et M. Sorbara, “A fault detection filter design method for linear parameter varying systems”, *IMEchE, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, Vol. 221, N. 6, pp. 865-873, 2007.

[Chen et Patton, 1999]

J. Chen et R.J. Patton, “Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems”, Kluwer academic publishers, 1999.

[Chilali et Grahinet, 1996]

M. Chilali et P. Grahinet, “ $H_\infty$  design with pole placement constraints: an LMI approach”, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 41, N. 3, pp. 358-367, 1996.

[Cocheteux, 2010]

P. Cocheteux, “Contribution à la maintenance proactive par la formalisation du processus de pronostic des performances de systèmes industriels”, *Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy*, 15 Novembre 2010.

[Costa et al., 1999]

O.L.V. Costa, J.B.R. Do Val et J-C. Geromel, “Continuous time state feedback  $H_2$  - control of markovian jump linear systems via convex analysis”, *Automatica*, Vol. 35, pp. 259-268, 1999.

[Cox, 1972]

D.R. Cox, “Regression models and life tables”, *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 34, pp. 187-220, 1972.

[D’Azzo et Houppis, 1995]

J. D’Azzo et C.H. Houppis, “Linear control system analysis and design, conventional and modern”, McGraw-Hill Series in Electrical and Computer Engineering, 1995.

[Darouach et Boutayeb, 1995]

M. Darouach et M. Boutayeb, “Design of observers for descriptor systems”, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 40, pp. 1323-1327, 1995.

[Darouach et al., 1996]

M. Darouach, M. Zasadzinski et M. Hayar, “Reduced-order observer design for descriptor systems with unknown inputs”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 41, N. 7, pp.1068–1072, 1996.

[De Persis et Isidori, 1999]

C. De Persis et A. Isidori, “On the problem of residual generation for fault detection in nonlinear systems and some related facts”, *ECC’99 European Control Conference*, Kalsruhe, Allemagne, 31 Aout-03 Septembre 1999.

[De Persis et Isidori, 2000a]

C. De Persis et A. Isidori, “A geometric approach to nonlinear fault detection and isolation”, *SAFEPROCESS’00 4th IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes*, Budapest, Hongrie, 14-16 Juin 2000.

[De Persis et Isidori, 2000b]

C. De Persis et A. Isidori, “On the observability codistributions of a nonlinear system”, *Systems and Control Letters*, Vol. 40, pp. 297-304, 2000.

[De Persis et Isidori, 2001]

C. De Persis et A. Isidori, “A geometric approach to nonlinear fault detection”, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 46, N. 6, pp. 853-865, 2001.

[De Persis et Isidori, 2002]

C. De Persis et A. Isidori, “On the design of fault detection filters with game-theoretic-optimal sensitivity”, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 12, pp. 729-747, 2002.

[Dragan et Morozan, 2002]

V. Dragan et T. Morozan, “Stability and robust stabilization to linear stochastic systems described by differential equations with Markov jumping and multiplicative white noise”, *Stochastic Analysis and Applications*, Vol. 20, N. 1, pp. 33-92, 2002.

[Dragan et al., 2004]

V. Dragan, T. Morozan et A. Stoica, “ $H_2$  optimal control for linear stochastic systems”, *Automatica*, Vol. 40, pp. 1103-1113, 2004.

[Duan, 2010]

G.R. Duan. “Analysis and Design of Descriptor Linear Systems”, Springer, 2010

[Fossard et Normand-Cyrot, 1995]

A.J. Fossard et D. Normand-Cyrot, “Nonlinear systems”, Chapman & Hall, 1995.

[Gao et Antsaklis, 1991]

Z. Gao et P. Antsaklis, “Stability of the pseudo-inverse method for reconfigurable control”, *International Journal of Control*, Vol. 53, pp. 717-729, 1991.

[Geddes et Postlethwaite, 1998]

M. Geddes et I. Postlethwaite, “Improvements in product quality in tandem cold rolling using robust multivariable control”, *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, Vol. 6, N. 2, pp. 257-269, 1998.

[Gebet, 1999]

J-M. Gebet, “Modélisation d'un système enrouleur-dérouleur en vue de son diagnostic”, *Mémoire CNAM* (Nancy), 1999.

[Grenaille et al., 2008]

S. Grenaille, D. Henry et A. Zolghadri, “A method for designing fault diagnosis filters for LPV polytopic systems”, *Journal of Control Science and Engineering*, 2008.

[Hamdi et al., 2011]

H. Hamdi, M. Rodrigues, C. Mechmeche et D. Theilliol, “Fault detection and isolation for linear parameter varying descriptor systems via proportional integral observer”, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, à paraître, 2011.

[Hammouri et al., 1998]

H. Hammouri, M. Kinnaert et E.H. El Yaagoubi, “Fault detection and isolation for state affine systems”, *European Journal of Control*, Vol. 4, N.1, pp. 2-16, 1998.

[Hammouri et al., 1999]

H. Hammouri, M. Kinnaert et E.H. El Yaagoubi, “Observer based approach to fault detection and isolation for nonlinear systems”, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 44, N. 10, pp. 1879-1884, 1999.

[Hammouri et al., 2001]

H. Hammouri, P. Kabore et M. Kinnaert, “A geometric approach to fault detection and isolation for bilinear systems”, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 46, N. 9, pp. 1451-1455, 2001.

[Harris et al., 1999]

T.J. Harris, C. Seppala et L.D. Desborough, “A review of performance monitoring and assessment techniques for univariate and multivariate control systems”, *Journal of Process Control*, Vol. 9, pp. 1-17, 1999.

[Hearns et al., 1996]

G. Hearns, M. R. Katebi et M. J. Grimble, “Robust control of a hot strip mill looper”, *3th IFAC World Congress*, San Francisco, USA, pp. 445-450, 1996.

- [Heemels et al., 2010]  
W.P.M.H. Heemels, J. Daafouz et G. Millerioux, “Observer-based control of discrete-time LPV systems with uncertain parameters”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 55, N. 9, pp. 2130-2135, 2010.
- [Henry et Zolghadri, 2004]  
D. Henry et A. Zolghadri, “Robust fault diagnosis in uncertain linear parameter-varying systems”, *SMC'2004 IEEE Conference on Systems, Man and Cybernetics*, The Hague, Hollande, 2004.
- [Hetel et al., 2007]  
L. Hetel, J. Daafouz et C. Iung, “LMI control design for a class of exponential uncertain systems with application to network controlled switched systems”, *ACC'07 American Control Conference*, New York, Etats-Unis, Juillet 2007.
- [Higgins et al., 2002]  
L.R. Higgins, R.K. Mobley et R. Smith, “Maintenance Engineering Handbook”, McGraw-Hill, 6<sup>e</sup> édition, 2002.
- [Hinrichsen et Pratzel-Wolters, 1984]  
D. Hinrichsen et D. Pratzel-Wolters, “A canonical form for static linear output feedback”, Springer Berlin/Heidelberg, 1984.
- [Hitinger, 1997]  
J-M. Hitinger, “Identification, commande et diagnostic d'un système multivariable d'entraînement de bande”, *Mémoire CNAM (Nancy)*, 1997.
- [Hou et Muller, 1994]  
M. Hou et P.C. Muller, “Disturbance decoupled observer design: a unified viewpoint”, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 39, N. 6, pp. 1338-1341, 1994.
- [Huber et McCulloch, 1984]  
R.R. Huber et B. McCulloch, “Self-repairing flight control system”, Society of Automotive Engineers Technical Paper Series, 841552, *Aerospace Congress and Exposition*, Long Beach, USA, 1984.
- [Ichalal, 2009]  
D. Ichalal, “Estimation et diagnostic de systèmes non linéaires décrits par des modèles de Takagi-Sugeno”, *Thèse de doctorat de l'Institut Polytechnique de Lorraine-INPL*, Nancy, 24 Novembre 2009.
- [Isidori et al., 1981]  
A. Isidori, A.J. Krener, C. Gori-Giorgi et S. Monaco, “A geometric approach to synthesis of failure detection filters”, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 26, N. 2, pp. 331-345, 1981.
- [Isidori, 1995]  
A. Isidori, “Nonlinear control systems”, Springer-Verlag, 1995.
- [Jiang, 1994]  
J. Jiang, “Fault detection / diagnosis and controller reconfiguration in dynamics system”, *SAFEPROCESS'94 2nd Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes*, Espoo, Finlande, Vol. 1, pp. 81-86, 13-15 Juin 1994.

[Jiang, 2005]

J. Jiang, “Fault-tolerant control systems - an introductory overview”, *Acta Automatica Sinica*, Vol. 31, N. 1, pp. 161-174, Janvier 2005.

[Jouffroy et Lottin, 2002]

J. Jouffroy et J. Lottin, “On the use of the contraction theory for the design of nonlinear observers for ocean vehicles”, *ACC'02 American Control Conference*, Vol. 4, pp. 2647-2652, Anchorage, Alaska, USA, 8-10 Mai 2002.

[Keller, 1999]

J.Y. Keller, “Fault isolation filter design for linear stochastic systems”, *Automatica*, Vol. 35, N. 10, pp. 1701–1706, 1999.

[Khasminskii, 1962]

R.Z. Khasminskii, “On the stability of trajectory of markov processes”, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 26, pp. 144-147, 1962.

[Khasminskii, 1980]

R.Z. Khasminskii, “Stochastic Stability of Differential Equations”, Sijthoff and Noordhoff, Maryland, 1980.

[Kinnaert, 1999]

M. Kinnaert, “Robust fault detection based on observers for bilinear systems”, *Automatica*, Vol. 35, N. 10, pp. 1829-1842, 1999.

[Kinnaert, 2003]

M. Kinnaert, “Fault diagnosis based on analytical models for linear and nonlinear systems: a tutorial”, *SAFEPROCESS'03 5th IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes*, Washington, USA, 9-11 Juin 2003.

[Koc, 2000]

H. Koc, “Modélisation et commande robuste d'un système d'entraînement de bande flexible”, *Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur de Strasbourg*, 2000.

[Lee et al., 2000]

J.U. Lee, C.H. Choi, S.H. Song, S.K. Sul et D.S. Hyun, “On line compensation of friction loss for continuous strip processing line”, *Industry Applications Conference*, Vol. 4, pp. 2662-2667, 2000.

[Leith et Leithead, 2000]

D.J. Leith et W.E. Leithead, “Survey on gain scheduling analysis and design”, *International Journal of Control*, Vol. 73, N. 11, pp. 1001-1025, 2000.

[Ljung, 1987]

L. Ljung, “System identification: theory of the user”, Prentice-Hall Inc, Englewood Cliffs, NJ, 1987.

[Lohmiller et Slotine, 1998]

W. Lohmiller et J.J. E. Slotine, “Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy: a survey and some new results”, *Automatica*, Vol. 34, N. 6, pp. 683-696, 1998.

- [Lunze et Richter, 2008]  
J. Lunze et J.H. Richter, “Reconfigurable fault-tolerant control: a tutorial introduction”, *European Journal of Control*, Vol. 5, pp. 359-386, 2008.
- [Mahmoud et al., 2003]  
M. Mahmoud, J. Jiang et Y. Zhang, “Active fault tolerant control systems: stochastic analysis and synthesis”, Springer, 2003.
- [Marcos et al., 2005]  
A. Marcos, S. Ganguli et G. Balas, “An application of H1 fault detection and isolation to a transport aircraft”, *Control Engineering Practice*, Vol. 13, pp. 105-119, 2005.
- [Marx et al., 2007]  
B. Marx, D. Koenig et J. Ragot, “Design of observers for takagi sugeno descriptor systems with unknown inputs and application to fault diagnosis”, *IET Control Theory and Application*, Vol. 1, pp. 1487-1495, 2007.
- [Millerioux et Daafouz, 2004]  
G. Millerioux et J. Daafouz, “Unknown input observers for message embedded chaos synchronization of discrete-time systems”, *International Journal of Bifurcation*, Vol. 14, pp. 1-12, 2004.
- [Millerioux et al., 2004]  
G. Millerioux, L. Rosier, G. Bloch et J. Daafouz, “Bounded state reconstruction error for LPV systems with estimated parameters”, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 49, pp. 1385-1389, 2004.
- [Millot, 1990]  
P. Millot, “Supervision des procédés automatisés et ergonomie”, Hermès, 1990.
- [Misawa et Hedrick, 1989]  
E.A. Misawa et J.K. Hedrick, “Nonlinear observer a state of the art: survey”, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control Transactions*, Vol. 111, N. 3, pp. 344-352, 1989.
- [Mokhtari et Mesbah, 1997]  
M. Mokhtari et A. Mesbah, “Apprendre et Maîtriser MATLAB”, Edition Springer, 1997.
- [Nijmeier et Van der Schaft, 1996]  
H. Nijmeier et A.J. Van der Schaft, “Nonlinear dynamical control systems”, Springer, 1996.
- [Noura, 1993]  
H. Noura, “Contribution à la commande des systèmes: diagnostic et commande des systèmes soumis à des défauts”, *Thèse doctorat, Université Henri Poincaré*, Nancy, 1993.
- [Noura et al., 2000]  
H. Noura, D. Sauter, F. Hamelin, et D. Theilliol, “Fault-tolerant control in dynamic systems: application to a winding machine”, *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 20, N. 1, pp. 33-49, 2000.

[Oliviera et al., 1999]

M. Oliviera, J. Bernussou et J. Geromel, "A new discrete-time robust stability condition", *Systems Control and Letters*, Vol. 37, pp. 261-265, 1999.

[Ostroff, 1985]

A. Ostroff, "Techniques for accommodating control effector failures on a mildly statically unstable airplane", ACC'85 American Control Conference, Boston, USA, pp. 903-906, 19-21 Juin 1985.

[Pagilla et al., 2000]

P.R. Pagilla, E.O. King et L.H. Dreinhoefer, "Robust observer-based control of an aluminium strip processing", *IEEE Trans. on Transactions on Industry Applications*, Vol. 36, N. 3, pp 865-870, 2000.

[Palm et Driankov, 1999]

R. Palm et D. Driankov, "Towards a systematic analysis of fuzzy observers", 18th NAFIPS Conference, New York, USA, 1999.

[Park et al., 1994]

J. Park, G. Rizzoni et W.B. Ribbens, "On the representation of sensor faults in fault detection filters", *Automatica*, Vol. 30, pp. 1793-1793, 1994.

[Patton, 1997]

R.J. Patton, "Fault-tolerant control: the 1997 situation", *SAFEPROCESS'97 IFAC Symposium on Fault Detection and Safety for Technical Processes*, Hull, 1997.

[Peysson, 2009]

F. Peysson, "Contribution au pronostic des systèmes complexes", *Thèse de Doctorat, Université Paul Cézanne d'Aix-Marseille*, 2009.

[Rattan, 1985]

K.S. Rattan, "Evaluation of control mixer concept for reconfiguration of flight control system", *IEEE National Aerospace and Electronics Conference*, pp. 560-569, 1985.

[Rauch, 1995]

H.E. Rauch, "Autonomous control reconfiguration", *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 15, N. 6, pp. 37-48, 1995.

[Rausand et Hoyland, 2004]

M. Rausand et A. Hoyland, "System reliability theory: models, statistical methods, and applications", *Wiley series in Probability and Mathematics*, John Wiley & Sons, New Jersey, 2nd Edition, 2004.

[Ribot, 2009]

P. Ribot, "Vers l'intégration Diagnostic/Pronostic pour la maintenance des systèmes complexes", *Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier de Toulouse*, 2009

[Rodrigues et al., 2005]

M. Rodrigues, D. Theilliol et D. Sauter, "Design of a robust polytopic unknown input observer for FDI: application for systems described by a multi-model representation", *CDC'05 IEEE Conference on Decision and Control et ECC'99 European Control Conference*, Sevilla, Espagne, 12-15 Décembre 2005

- [Rodrigues, 2006]  
M. Rodrigues, “Diagnostic et commande active tolérante aux défauts appliqués aux systèmes décrits par des multi-modèles linéaires”, *Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré*, Nancy, 2006.
- [Rodrigues et al., 2008]  
M. Rodrigues, D. Theilliol, M. Adam-Medina et D. Sauter, “A fault detection and isolation scheme for industrial systems based on multiple operationg models”, *Control Engineering Practice*, Vol. 16, N. 2, pp.225–239, 2008.
- [Rugh et Shamma, 2000]  
W.J. Rugh et J.S. Shamma, “Research on gain scheduling”, *Automatica*, Vol. 36, N. 10, pp. 1401-1425, 2000.
- [Shi et Boukas, 1997]  
P. Shi et E.K. Boukas, “ $H_\infty$ -control for markovian jumping linear systems with parametric uncertainty”, *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 95, pp.75-99, 1997.
- [Song et Sul, 2000]  
S.H. Song et S.K. Sul, “A new tension controller for continuous strip processing line”, *IEEE Trans. on Transactions on Industry Applications*, Vol. 36, N. 2, pp. 633-639, 2000.
- [Srichander et Walker, 1993]  
R. Srichander et B.K. Walker, “Stochastic stability analysis for continuous-time fault tolerant control systems”, *International Journal of Control*, Vol. 57, pp.433-452, 1993.
- [Staroswiecki, 2003]  
M. Staroswiecki, “Actuator faults and the linear quadratic control problem”, *CDC’03, 42nd IEEE Conference on Decision and Control*, Maui, Hawaii, Vol. 1, pp. 959–965, 9-12 Décembre 2003.
- [Staroswiecki, 2005a]  
M. Staroswiecki, “Fault-tolerant control: the pseudo-inverse method revisited”, *World IFAC 2005, 16th World Congress*, Prague, République Tchèque, 4-8 Juillet 2005.
- [Staroswiecki, 2005b]  
M. Staroswiecki, “Fault-tolerant control using an admissible model matching approach”, *CDC-ECC’05, Joint 44th IEEE Conference on Decision and Control - European Control Conference*, Seville, Espagne, 12-15 Décembre 2005.
- [Taylor et Karlin, 1984]  
H. M. Taylor et S. Karlin, “An Introduction to Stochastic Modelling”, Academic Press, Orlando, 1984.
- [Theilliol, 2003]  
D. Theilliol, “Contribution à l’étude et au développement des systèmes tolérants aux défauts : diagnostic et accommodation à base de modèles linéaires et au-delà”, *Habilitation à Diriger des Recherches (HdR), Université Henri Poincaré*, Nancy, 2003.
- [Titli, 1979]  
A. Titli, “Analyse et commande des systèmes complexes”, Cepadues Editions, 1979.

[Van den Hof, 1998]

P. Van den Hof, “Closed-loop issues in system identification”, *Annual Reviews in Control*, Vol. 22, pp. 173-186, 1998.

[Venkatasubramanian et al., 2003a]

V. Venkatasubramanian, R. Rengaswamy, K. Yin et S.N. Kavuri, “A review of process fault detection and diagnosis. Part I: Quantitative model-based methods”, *Computers and Chemical Engineering*, Vol. 27, N. 3, pp. 293-311, 2003.

[Venkatasubramanian et al., 2003b]

V. Venkatasubramanian, R. Rengaswamy et S.N. Kavuri, “A review of process fault detection and diagnosis. Part II: Qualitative model-based methods”, *Computers and Chemical Engineering*, Vol. 27, N. 3, pp. 313-326, 2003.

[Venkatasubramanian et al., 2003c]

V. Venkatasubramanian, R. Rengaswamy, S.N. Kavuri et K. Yin, “A review of process fault detection and diagnosis. Part III: Process history based methods”, *Computers and Chemical Engineering*, Vol. 27, N. 3, pp. 327-346, 2003.

[Villemeur, 1997]

A. Villemeur, “Sûreté de fonctionnement des systèmes industriels”, Eyrolles, EDF, 1997.

[Wonham, 1971]

W.M. Wonham, “Random Differential Equations in Control Theory, Probabilistic Methods in Applied Mathematics”, Academic Press, New York, 1971.

[Wu et al., 2006]

E.N. Wu, S. Thavamani, Y. Zhang et M. Blanke, “Sensor fault masking of a ship propulsion”, *Control Engineering Practice*, Vol. 14, N. 11, pp. 1337-1345, 2006.

[Zamanabadi et Blanke, 1999]

R. I. Zamanabadi et M. Blanke, “A ship propulsion system as a benchmark for fault tolerant control”, *Control Engineering Practice*, Vol. 7, N. 2, pp. 227–239, 1999.

[Zerar, 2006]

M. Zerar, “Contribution à la caractérisation LPV d'une classe de systèmes non linéaires pour la synthèse de lois de poursuite robuste. Application à un système spatial”, *Thèse de Doctorat, Université Bordeaux I*, 7 Avril 2006.

[Zhang et al., 1998]

Q. Zhang, M. Basseville et A. Benveniste, “Fault detection and isolation in nonlinear dynamic systems: a combined input-output and local approach”, *Automatica*, Vol. 34, N. 10, pp. 1359-1373, 1998.

[Zhang et Jiang, 2001]

Y. Zhang et J. Jiang, “Fault Tolerant Control Systems Design with Consideration of Performance Degradation”, *ACC'2001 American Control Conference*, Vol. 4, pp. 2694–2699, 2001.

[Zhang et Jiang, 2003]

Y. Zhang et J. Jiang, “Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems”, *SAFEPROCESS'03 5th IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes*, Washington, USA, pp. 265-276, 9-11 Juin 2003.

[Zhang et Jiang, 2006]

Y. Zhang et J. Jiang, “Issues on integration of fault diagnosis and reconfigurable control in active fault-tolerant control systems”, *SAFEPROCESS'06 6th IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes*, Beijing, China, 30 Aout-01 Septembre 2006.

[Zhang et Jiang, 2008]

Y. Zhang et J. Jiang, “Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems”, *Annual Reviews in Control*, Vol. 32, pp. 229-252, 2008.

[Zolghadri et al., 2008]

A. Zolghadri, D. Henry, et S. Grenaille, “Fault diagnosis for LPV systems”, *MED'08 16th Mediterranean Conference on Control and Automation*, 2008.

[Zwingelstein, 1995]

G. Zwingelstein, “Diagnostic des défaillances - Théorie et pratique pour les systèmes industriels”, Hermès, 1995.



***Cinquième Partie :***  
***Publications significatives***

---



Cette dernière partie, représentative de mes travaux de recherche, comprend 5 articles :

- un article paru en 2002 dans la revue *ISA Transactions* concernant le diagnostic et l'accommodation de défauts pour les systèmes linéaires,
- un article paru en 2005 dans la revue *IEE proceedings Part D, Control Theory and Applications* concernant le diagnostic des systèmes non linéaires appliqué au système des 3 cuves,
- un article paru en 2008 dans la revue *Automatica* concernant la synthèse de retour de sortie statique avec critère multiperformances pour les systèmes stochastiques hybrides,
- un article paru en 2010 dans la revue *Transactions of the Institute of Measurement and Control* concernant le diagnostic de défauts actionneur et capteur à partir d'un banc d'observateurs et appliqué à un laminoir à chaud,
- un article paru en 2010 dans la revue *Control Engineering Practice* concernant la commande tolérante aux défauts localisés au niveau des capteurs dans le cadre des systèmes d'enroulement de bande.



**[RI-2]**

- D. Theilliol, H. Noura, **J-C. Ponsart**

“Fault diagnosis and accommodation of a three-tank-system based on analytical redundancy.” *ISA Transactions*, vol. 41, n°3, pp. 365-382, 2002.



## Fault diagnosis and accommodation of a three-tank system based on analytical redundancy

Didier Theilliol,<sup>\*</sup> Hassan Noura, Jean-Christophe Ponsart

*Centre de Recherche en Automatique de Nancy-CNRS UPRESA 7039, Université Henri Poincaré,  
Nancy 1, BP 239-54506-Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex, France*

(Received 20 March 2001; received in revised form 10 July 2001; accepted 16 September 2001)

### Abstract

This paper investigates the application of a fault diagnosis and accommodation method to a real system composed of three tanks. The performance of a closed-loop system can be altered by the occurrence of faults which can, in some circumstances, cause serious damage on the system. The research goal is to prevent the system deterioration by developing a controller that has some capabilities to compensate for faults, that is, the fault accommodation or fault-tolerant control. In this paper, a two-step scheme composed of a fault detection, isolation and estimation module, and a control compensation module is presented. The main contribution is to develop a unique structured residual generator able to isolate and estimate both sensor and actuator faults. This estimation is of paramount importance to compensate for these faults and to preserve the system performances. The application of this method to the three-tank system gives encouraging results which are presented and commented on in case of various kinds of faults. © 2002 ISA—The Instrumentation, Systems, and Automation Society.

*Keywords:* Fault diagnosis; Fault accommodation; Unknown input observers; Three-tank system

### 1. Introduction and problem statement

With the growing complexity of modern engineering systems and ever increasing demand for safety and reliability, there has been great interest in the development of fault detection and isolation methods. There exists a great body of literature dealing with practical and theoretical aspects of fault detection and isolation methods using different techniques [1–4]. A short historical view on this development can be seen in Isermann and Ballé [5]. The essence of such algorithms is to take measurements from the process (usually the already existing measurements used for control purposes) to detect the presence of any failure and

to locate the malfunctioning part. Any kind of malfunction or degradation in a plant can lead to a reduction in performances or loss of important functions, impairing the safety and the availability of the plant. Therefore the consideration of a fault accommodation strategy can be motivated by the adjustment or the on-line modification of the nominal control law in order to maintain the safety of the operators and the reliability of the process. Over the last decades, much research has dealt with the fault accommodation problem. The survey paper of Patton [6] gives the state of the art in the field of the fault accommodation or fault tolerant control, and a general approach of fault tolerant control has been presented by Noura *et al.* [7].

Fault diagnosis of industrial systems has been an object of many publications as defined in Refs. [8–11]. Various fault detection and isolation meth-

<sup>\*</sup>Fax: +33 383 912 030; E-mail address:  
didier.theilliol@cran.uhp-nancy.fr

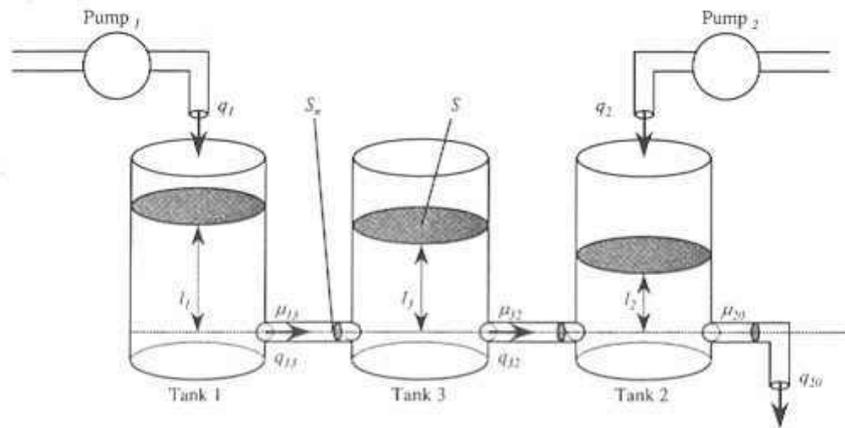


Fig. 1. Diagram of the three-tank system.

ods have already been applied to these systems, but fault accommodation techniques have been rarely considered. That is why this paper is devoted to the complete design of fault diagnosis and accommodation scheme in closed-loop control of a three-tank system. The purpose is to show the performance of this scheme on real measurements and not only in simulation. This paper deals with sensor and actuator faults, because the diagnostic system should diagnose all kinds of faults. Sensors and actuators are critical components in almost all modern engineering systems. Faults can be amplified by the closed-loop control systems and can develop into malfunction of the loop. Various studies dealing with sensor and actuator fault accommodation are based on hardware or analytical redundancy. The hardware redundancy technique consists of switching from the failed part of the process to another achieving the same task [12]. The analytical redundancy [13–16] is an alternative to solve the fault accommodation problem avoiding the disadvantages of the hardware redundancy such as high cost and space. The proposed approach is based on the on-line fault detection, isolation and estimation of a quantity representing the fault effect on the system, and the computation of a new control law different from the nominal one in order to compensate for this fault effect and to maintain the system outputs to their nominal values.

The paper is organized as follows. Section 2 presents the three-tank system used to illustrate the performance of the fault diagnosis and accom-

modation method. The consequences of sensor and actuator faults on the three-tank system are illustrated in closed loop. The next section is devoted to the strategy of fault diagnosis based on unknown input observers used to detect, isolate, and estimate the faults. The results of the strategy on the three-tank system are also presented. In Sec. 4, the objectives of the presented fault accommodation method are indicated. A new control law, that aims at reducing or annihilating the fault effect on the system outputs, is discussed. Finally, concluding remarks are given.

## 2. Three-tank system

In this section, the three-tank system is described. The control law and the influence of the sensor and actuator faults are analyzed.

### 2.1. Process description

The system under consideration is a pilot plant composed of three identical cylindrical tanks with a cross section  $S$  [17]. A schematic diagram of the considered system is shown in Fig. 1. The tanks are coupled by two connecting cylindrical pipes with a cross section  $S_n$  and an outflow coefficient  $\mu_{13} = \mu_{32}$ . The nominal outflow is located at tank 2; it also has a circular cross section  $S_n$  and an outflow coefficient  $\mu_{20}$ .

The experimental plant is equipped with sensors and actuators that communicate via a data acquisition card (DAC6214) with a personnel computer.

Table 1  
Parameter values of the three tank system.

Variable	Symbol	Value
Tank cross sectional area	$S$	$0.0154 \text{ m}^2$
Inter tank cross sectional area	$S_n$	$5 \times 10^{-5} \text{ m}^2$
Outflow coefficient	$\mu_{13} = \mu_{32}$	0.5
	$\mu_{20}$	0.6
Maximum flow rate	$q_{i \max}$ ( $i \in [1, 2]$ )	$1.5 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$
Maximum level	$l_{j \max}$ ( $j \in [1, 2, 3]$ )	0.62 m

Two pumps driven by dc motors supply tanks 1 and 2. Pump flow rates  $q_1$  and  $q_2$  are defined by the calculation of flow per rotation. Two D/A converters with a voltage range from  $-10$  to  $+10$  V are used to control the pumps. The highest possible flow rate of pump  $i$  is denoted by  $q_{i \max}$ . Finally, piezoresistive differential pressure sensors carry out the necessary level measurements. The three transducers deliver a voltage signal between  $-10$  and  $+10$  V. The variable  $l_j$  denotes the level in tank  $j$ , and  $l_{j \max}$ , the highest possible liquid level.

Using the mass balance equations, the system can be described by the following equations:

$$\begin{aligned}
 S \frac{dl_1(t)}{dt} &= q_1(t) - q_{13}(t), \\
 S \frac{dl_2(t)}{dt} &= q_2(t) + q_{32}(t) - q_{20}(t), \\
 S \frac{dl_3(t)}{dt} &= q_{13}(t) - q_{32}(t), \tag{1}
 \end{aligned}$$

where  $q_{13}$  represents the water flow-rate from tank 1 to tank 3,  $q_{32}$  represents the water flow-rate from tank 3 to tank 2, and  $q_{20}$  represents the outflow rate. These unmeasured flow rates can be determined using the Torricelli-rule as

$$\begin{aligned}
 q_{13}(t) &= \mu_{13} S_n \operatorname{sgn}[l_1(t) - l_3(t)] \\
 &\quad \times \sqrt{2g|l_1(t) - l_3(t)|}, \\
 q_{32}(t) &= \mu_{32} S_n \operatorname{sgn}[l_3(t) - l_2(t)] \\
 &\quad \times \sqrt{2g|l_3(t) - l_2(t)|}, \tag{2} \\
 q_{20}(t) &= \mu_{20} S_n \sqrt{2gl_2(t)}.
 \end{aligned}$$

The numerical values of the plant parameters are listed in Table 1.

According to Eqs. (1) and (2), the system can be written in the nonlinear state space:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\bar{\mathbf{x}}(t)}{dt} &= f(\bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t)), \\
 \bar{\mathbf{y}}(t) &= \bar{\mathbf{x}}(t), \tag{3}
 \end{aligned}$$

where  $\bar{\mathbf{y}} = [l_1, l_2, l_3]^T$  is the output vector, and  $\bar{\mathbf{u}} = [q_1, q_2]^T$  is the input vector.

The process is used in closed loop. The volume flows of lateral tanks ( $q_1$  and  $q_2$ ) are controlled such that the liquid levels in the corresponding tanks ( $l_1$  and  $l_2$ ) can be independently assigned. The third output of the process, level  $l_3$  in the middle tank, is uncontrollable. The purpose is to control the system around an operating point  $(\bar{\mathbf{u}}_o, \bar{\mathbf{y}}_o)$ , which is fixed to

$$\bar{\mathbf{u}}_o = [0.35 \quad 0.375]^T 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

and

$$\bar{\mathbf{y}}_o = [0.40 \quad 0.295 \quad 0.20]^T \text{ m}. \tag{4}$$

The system is linearized around this operating point using a Taylor expansion. The linearized system is described by a discrete linear state space representation with a sampling period  $T_s = 1$  s as

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k), \\
 \mathbf{y}(k) &= \mathbf{x}(k), \tag{5}
 \end{aligned}$$

where  $\mathbf{y} = \bar{\mathbf{y}} - \bar{\mathbf{y}}_o$ ,  $\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{x}}_o$ ,  $\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{u}}_o$ ,

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0.9880 & 0.0001 & 0.0109 \\ 0.0001 & 0.9778 & 0.0114 \\ 0.0109 & 0.0114 & 0.9776 \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} 64.576 & 0.0014 \\ 0.0014 & 64.212 \\ 0.3571 & 0.3721 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

2.2. Tracking system design

The study considered in this paper is suitable not only in regulation, but also in the tracking control problem where outputs are required to track reference inputs. Consider the discrete linear system given by the following state space representation:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{x}(k), \end{aligned} \tag{6}$$

where  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times p}$ , and  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  are, respectively, the state, the control, and the output matrices.  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  is the state vector,  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^p$  is the control input vector, and  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$  is the output vector.

In order to maintain controllability, the number of outputs that can track a reference input vector,  $\mathbf{y}_r$ , cannot exceed the number of control inputs [18]. Thus in the open-loop system given by Eq. (6), the output equation can be rewritten as

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1(k) \\ \mathbf{y}_2(k) \end{bmatrix}, \tag{7}$$

where  $\mathbf{y}_1 \in \mathbb{R}^h$  ( $h \leq p$ ) represents the vector of the outputs that are required to follow the reference input vector  $\mathbf{y}_r$ . The feedback controller is required to cause the output vector  $\mathbf{y}_1$  to track the reference input vector  $\mathbf{y}_r$  in the sense that the steady state response is

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} \mathbf{y}_1(k) = \mathbf{y}_r(k). \tag{8}$$

To achieve this task, a method consists of adding a vector comparator and integrator ( $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^h$ ) that satisfies:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(k+1) &= \mathbf{z}(k) + T_s[\mathbf{y}_r(k) - \mathbf{y}_1(k)] \\ &= \mathbf{z}(k) + T_s[\mathbf{y}_r(k) - \mathbf{C}_1\mathbf{x}(k)]. \end{aligned} \tag{9}$$

Therefore the open-loop system is governed by the augmented state space representation:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}(k+1) &= \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}}(k) + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u}(k) + \tilde{\mathbf{I}}\mathbf{y}_r(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{x}}(k), \end{aligned} \tag{10}$$

$$\text{with } \tilde{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}^T \ \mathbf{z}^T]^T, \quad \tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -T_s\mathbf{C}_1 & \mathbf{I} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ T_s\mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \text{and } \tilde{\mathbf{C}} = [\mathbf{C} \ \mathbf{0}].$$

The state feedback control law is computed by

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(k) &= -\tilde{\mathbf{K}}\tilde{\mathbf{x}}(k) = -\mathbf{K}_1\mathbf{x}(k) - \mathbf{K}_2\mathbf{z}(k) \\ &= -[\mathbf{K}_1 \ \mathbf{K}_2] \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{z}(k) \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{11}$$

In this application, matrix  $\mathbf{C}$  is an identity matrix: the outputs are the state variables. In opposite case, the control law could be computed using the estimated state variables obtained, for instance, by a Kalman filter.

2.3. General actuator and sensor fault representation

In this paper, various additive and/or multiplicative faults, which can affect a system due to abnormal operation or to material aging, are considered. This paper deals with sensor or actuator faults described in Ref. [19]. The fault diagnosis and accommodation of component faults were already considered in previous work [20].

In the presence of a sensor fault, the faulty output can be written as

$$y_j^f(k) = \beta_j y_j(k) + y_{j0}, \tag{12}$$

where  $y_j$  and  $y_j^f$  denote the  $j$ th nominal and faulty sensor, respectively.  $y_{j0}$  represents a constant offset and  $0 \leq \beta_j \leq 1$  corresponds to a gain degradation of the  $j$ th sensor.

Similar to the sensor fault representation, an actuator fault can be represented by additive and/or multiplicative faults as follows:

$$u_i^f(k) = \alpha_i u_i(k) + u_{i0}, \tag{13}$$

where  $u_i$  and  $u_i^f$  represent the normal and fault control actions of the  $i$ th actuator, respectively.  $u_{i0}$  denotes a constant offset and  $0 \leq \alpha_i \leq 1$  denotes a gain degradation of the  $i$ th actuator. Various types of failures, defined in the framework of model based fault diagnosis, are included in the sensor (12) or actuator (13) fault representation and summarized in Table 2.

Using the representations (12) and (13), the state space description of the system, defined in Eq. (6) becomes

Table 2  
Different types of failures.

	Constant offset =0	Constant offset≠0
Gain degradation =1	fault free case	bias
Gain degradation ∈]0[	loss of effectiveness	loss of effectiveness
Gain degradation =0	out of order	freezing

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{B}\mathbf{f}_a(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{f}_s(k), \end{aligned} \quad (14)$$

where  $\mathbf{f}_a \in \mathbb{R}^p$  represents the actuator fault vector and  $\mathbf{f}_s \in \mathbb{R}^m$  denotes the sensor fault vector. These faults are assumed to be completely unknown.

In the presence of sensor and actuator faults, system (14) can also be represented by the unified general formulation:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{F}_x\mathbf{f}(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{F}_y\mathbf{f}(k), \end{aligned} \quad (15)$$

where  $\mathbf{f} = [\mathbf{f}_a^T \mathbf{f}_s^T]^T \in \mathbb{R}^v$  ( $v = p + m$ ) is a common representation of sensor and actuator faults.  $\mathbf{F}_x \in \mathbb{R}^{n \times v}$  and  $\mathbf{F}_y \in \mathbb{R}^{m \times v}$  are, respectively, the actuator and sensor faults matrices with  $\mathbf{F}_x = [\mathbf{B}\mathbf{0}_{n \times m}]$  and  $\mathbf{F}_y = [\mathbf{0}_{m \times p} \mathbf{I}_m]$ .

2.4. Application results

Levels  $l_1$  and  $l_2$  have to follow reference input vector  $\mathbf{y}_r \in \mathbb{R}^2$  ( $\mathbf{y}_r = [y_{r1} \ y_{r2}]^T$ ). These outputs are controlled using the multivariable control law described in Sec. 2.2. The control matrix pair  $(\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}})$  of the augmented plant is controllable, and the feedback gain matrix  $\bar{\mathbf{K}}$  is computed by pole placement. The control law has been written in C code and implemented on a PC with a sampling period equal to 1 s. The eigenvalues of the closed-loop augmented system (10), chosen to be equal to [0.92 0.97 0.90 0.95 0.94], lead to the following feedback gain matrix:

$$\bar{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} 21.6 & 3 & -5 & -0.95 & -0.32 \\ 2.9 & 19 & -4 & -0.3 & -0.91 \end{bmatrix} 10^{-4}. \quad (16)$$

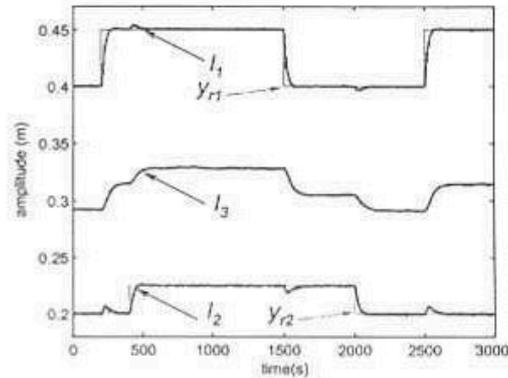


Fig. 2. Nominal system outputs.

2.4.1. Fault-free case

The validation of the tracking control with the linearized model is shown in Figs. 2 and 3 where step responses with respect to set-point changes are considered for a range of 3000 s. Reference inputs  $\mathbf{y}_r$  are step changes of 12.5% for  $l_1$  and  $l_2$  of their corresponding operating values. The dynamic responses demonstrate that a tracker is synthesized correctly (see Fig. 2). Fig. 3 shows the corresponding control inputs for step changes in the reference inputs.

2.4.2 Sensor fault case

The consequence of a sensor fault is illustrated through two experiments. First, a constant offset on level sensor  $l_1$  has been created and added at instant 1000 s ( $\beta_1 = 1$  and  $y_{10} = -0.03$  m). This bias can be observed in Fig. 4. The control law

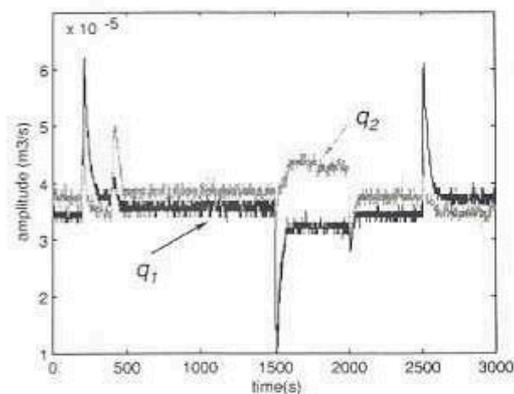


Fig. 3. Nominal control inputs.

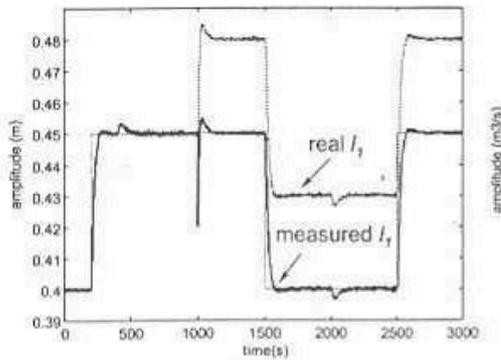


Fig. 4. Level  $l_1$  with a bias in sensor  $l_1$ .

tries to cancel the static error created by the corrupted output. Consequently, the real output is different from the reference input and the control law is different from its nominal value, as illustrated in Fig. 5.

In a second experiment, a severe fault is also tested when level sensor  $l_1$  is out of order at instant 1000 s, i.e., the measured level  $l_1$  is equal to zero ( $\beta_1=0$  and  $y_{10}=0$ ). In the presence of such a fault, level  $l_1$  increases dangerously and reaches its physical limitation (see Fig. 6). The fault influence on levels  $l_2$  and  $l_3$  can be observed in Fig. 7. Thus the process cannot run safely and it must be stopped.

#### 2.4.3. Actuator fault case

Then, in a similar way, an actuator fault has been applied. A gain degradation of pump 1

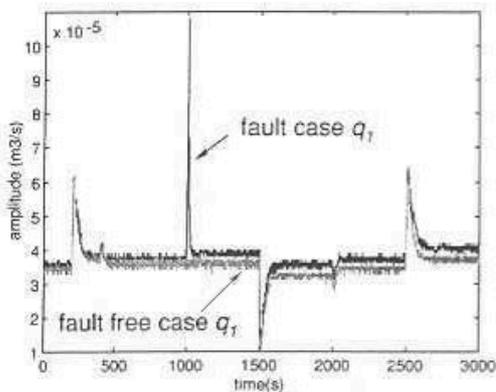


Fig. 5. Flow rate  $q_1$  with a bias in sensor  $l_1$ .

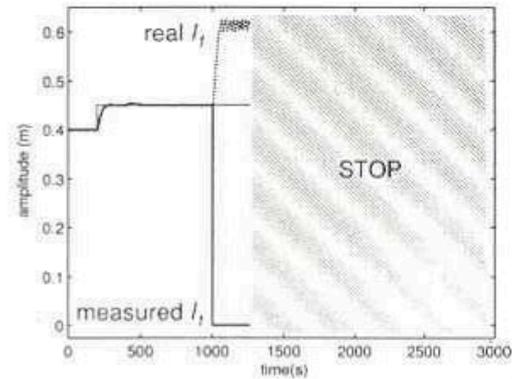


Fig. 6. Level  $l_1$  with sensor  $l_1$  out of order.

(clogged or rusty pump,...) is considered and appears abruptly at instant 1000 s on the system. To do so without breaking the system, the control input applied to the system is equal to the control input computed by the controller multiplied by a constant system ( $\alpha_1=0.2$  and  $u_{10}=0$ ). Since an actuator fault acts on the system as a perturbation, and due to the presence of the integral error in the controller, the system outputs reach again their nominal values (see Fig. 8). With this controller, the dynamic behavior of level  $l_2$  is also affected by this fault as illustrated in Fig. 9.

Then, a complete loss of pump 1 is tested. This fault is achieved by switching off pump 1 at instant 1300 s, that is  $\alpha_1=0$  and  $u_{10}=0$ . Figs. 10 and 11 show the dynamic behavior of the system

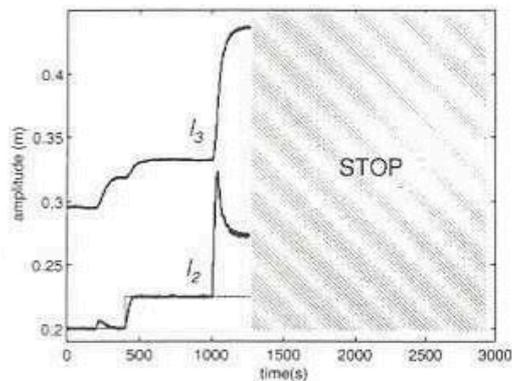


Fig. 7. Levels  $l_2$  and  $l_3$  with sensor  $l_1$  out of order.

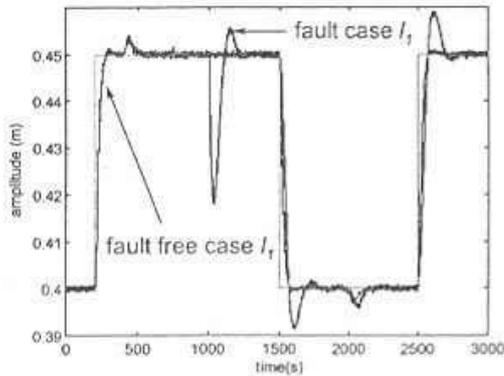


Fig. 8. Level  $l_1$  with fault on pump 1.

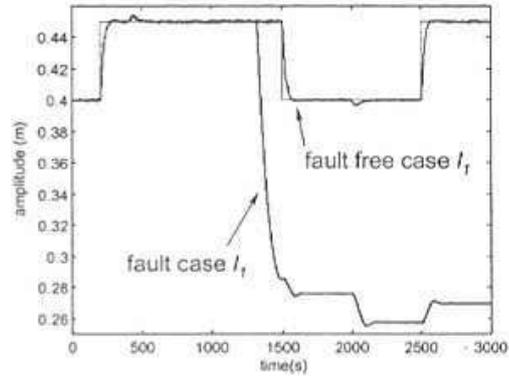


Fig. 10. Level  $l_1$  with pump 1 out of order.

controlled outputs. It can be easily seen that the control law is unable to maintain the nominal performances.

As shown in the previous results, the presence of such faults may lead to a performance deterioration, instability of the system or the loss of the process. To ensure the control objective, a model based fault diagnosis is developed to detect, isolate, and estimate the fault magnitude. Moreover, a fault detection, isolation and estimation module will be used in an intelligent control scheme in order to provide to operators an information about the occurrence of a possible fault.

### 3. Fault detection, isolation, and estimation

#### 3.1. From basic principles to a unified approach

The aim of a diagnosis procedure is to perform two main decision tasks; fault detection, consist-

ing of deciding whether a fault has occurred or not, and fault isolation, consisting of deciding which element of the system has failed. The general procedure comprises the following three steps.

*Residual generation:* the process of associating, with the pair model observation, features that allow us to evaluate the difference with respect to normal operating conditions.

*Residual evaluation:* the process of comparing residuals to some predefined thresholds according to a test and at a stage where symptoms are produced.

*Decision making:* the process of deciding, based on the symptoms, which elements are faulty (i.e., isolation).

This implies the design of residuals that are close to zero in the fault-free situations while

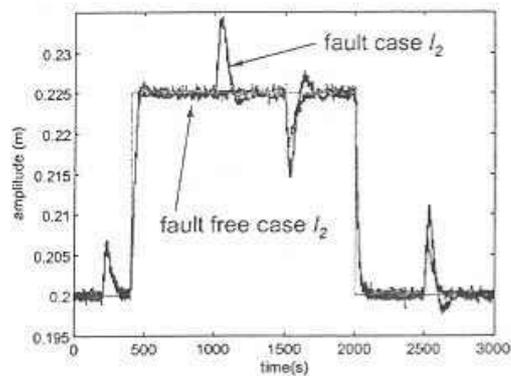


Fig. 9. Level  $l_2$  with fault on pump 1.

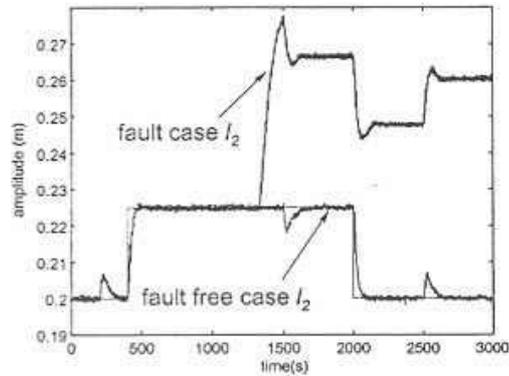


Fig. 11. Level  $l_2$  with pump 1 out of order.

clearly deviating from zero in the presence of faults and that possess the ability to discriminate between all possible modes of faults, which explains the use of the term isolation. The fault detection and isolation (FDI) module can also be exploited in order to estimate the fault magnitude.

For this purpose, let us review the general system description given by Eq. (15) in the presence of sensor and actuator faults:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{F}_x \mathbf{f}(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{F}_y \mathbf{f}(k). \end{aligned} \quad (17)$$

The objective is to isolate faults. This is achieved by generating structured residuals sensitive to certain faults and insensitive to others. The fault vector  $\mathbf{f}$  in Eq. (17) can be split into two parts. The first part contains the  $d$  faults to be isolated  $\mathbf{f}^o \in \mathbb{R}^d$ . In the second part, the other  $v-d$  faults are gathered in a vector  $\mathbf{f}^* \in \mathbb{R}^{v-d}$ . Then, the system can be written under the following form:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{F}_x^o \mathbf{f}^o(k) + \mathbf{F}_x^* \mathbf{f}^*(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{F}_y^o \mathbf{f}^o(k) + \mathbf{F}_y^* \mathbf{f}^*(k). \end{aligned} \quad (18)$$

Matrices  $\mathbf{F}_x^o$ ,  $\mathbf{F}_x^*$ ,  $\mathbf{F}_y^o$ , and  $\mathbf{F}_y^*$ , assumed to be known, characterize the distribution matrices of  $\mathbf{f}^*$  and  $\mathbf{f}^o$  acting directly on the system dynamics and on the measurements, respectively.

In this paper, a diagnosis procedure is developed to make possible the detection and isolation of a particular fault among several others. While a single residual is sufficient to detect a fault, a set of structured residuals is required for fault isolation. Several approaches have been suggested by Chen and Patton [1], Frank [2], and Gertler [4] to generate structured residuals. Here, a residual generation using unknown input observer scheme is considered in order to be sensitive to fault vector  $\mathbf{f}^*$  and insensitive to  $\mathbf{f}^o$ . In this paper, only a single fault (actuator or sensor fault) may occur at a given time, because simultaneous faults are hardly *isolable*. Hence vector  $\mathbf{f}^o$  is a scalar ( $d=1$ ) and it is considered as an unknown input.

In this context, and according to Hou and Muller [21], the necessary condition of the existence of an unknown input decoupled observer is fulfilled: the number of unknown inputs must not be greater than the number of measurements ( $d=1 \leq m$ ).

In case of an  $i$ th actuator fault, the system can be represented according to Eq. (18) by

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\ &\quad + \mathbf{B}_i f^o(k) + [\bar{\mathbf{B}}_i \mathbf{0}_{n \times m}] \mathbf{f}^*(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + [\mathbf{0}_{m \times (p-1)} \mathbf{I}_m] \mathbf{f}^*(k), \end{aligned} \quad (19)$$

where  $\mathbf{B}_i$  is the  $i$ th column of matrix  $\mathbf{B}$  and  $\bar{\mathbf{B}}_i$  is matrix  $\mathbf{B}$  without the  $i$ th column.

In the same spirit, for a  $j$ th sensor fault, the system is described as follows:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + [\mathbf{B} \mathbf{0}_{n \times (m-1)}] \mathbf{f}^*(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{E}_j f^o(k) + [\mathbf{0}_{m \times p} \bar{\mathbf{E}}_j] \mathbf{f}^*(k), \end{aligned} \quad (20)$$

where  $\mathbf{E}_j = [0 \cdots 1 \cdots 0]^T$  represents the  $j$ th sensor fault effect on the output vector and  $\bar{\mathbf{E}}_j$  is the identity matrix without the  $j$ th column.

According to Park *et al.* [22], a system affected by a sensor fault can be written as a system represented by an actuator fault. Assume the dynamic of a sensor fault described as

$$f^o(k+1) = f^o(k) + T_s \xi(k), \quad (21)$$

where  $\xi$  defines the sensor error input and  $T_s$  is the sampling period.

From Eqs. (20) and (21), a new system representation including this auxiliary state can be introduced:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ f^o(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times n} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ f^o(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0}_{1 \times p} \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) \\ &\quad + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ T_s \end{bmatrix} \xi(k) \\ &\quad + \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{0}_{n \times (m-1)} \\ \mathbf{0}_{1 \times p} & \mathbf{0}_{1 \times (m-1)} \end{bmatrix} \mathbf{f}^*(k), \\ \mathbf{y}(k) &= [\mathbf{C} \quad \mathbf{E}_j] \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ f^o(k) \end{bmatrix} + [\mathbf{0}_{m \times p} \quad \bar{\mathbf{E}}_j] \mathbf{f}^*(k). \end{aligned} \quad (22)$$

Consequently, for actuator or sensor faults representation [Eqs. (19) and (22)], a unique state space representation can be established to describe the faulty system as follows:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{F}_d \mathbf{f}_d(k) + \mathbf{F}_x^* \mathbf{f}^*(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{F}_y^* \mathbf{f}^*(k), \end{aligned} \quad (23)$$

where  $\mathbf{f}_d$  is the unknown input vector.

Table 3  
Inference matrix.

$S(\mathbf{r})$	No. faults	$S_{ref,f_1}$	$S_{ref,f_2}$	...	$S_{ref,f_{p+m}}$	Other faults
$S(\ \mathbf{r}_1\ )$	0	0	1	...	1	1
$S(\ \mathbf{r}_2\ )$	0	1	0	...	1	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$S(\ \mathbf{r}_{p+m}\ )$	0	1	1	...	0	1

3.1.1. A unified unknown input observer

Based on the previous representation, the theory and the design of unknown input observers, developed in the book of Chen and Patton [1], can be applied. A full-order observer is established:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(k+1) &= \mathbf{F}\mathbf{w}(k) + \mathbf{T}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{K}\mathbf{y}(k), \\ \hat{\mathbf{x}}(k) &= \mathbf{w}(k) + \mathbf{H}\mathbf{y}(k), \end{aligned} \tag{24}$$

where  $\hat{\mathbf{x}}$  is the estimated state vector and  $\mathbf{w}$  is the state of this full-order observer.  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{T}$ ,  $\mathbf{K}$ , and  $\mathbf{H}$  are matrices to be designed for achieving unknown input decoupling requirements. That is to say, the state estimation error vector ( $\mathbf{e} = \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}$ ) of the observer goes to zero asymptotically, regardless of the presence of the unknown input in the system. The design of the unknown input observer is achieved by solving the following equations:

$$(\mathbf{H}\mathbf{C} - \mathbf{I})\mathbf{F}_d = 0, \tag{25}$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{C}, \tag{26}$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{A} - \mathbf{H}\mathbf{C}\mathbf{A} - \mathbf{K}_1\mathbf{C}, \tag{27}$$

$$\mathbf{K}_2 = \mathbf{F}\mathbf{H}, \tag{28}$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2, \tag{29}$$

and  $\mathbf{F}$  must be a stable matrix.

The system defined by Eq. (24) is an unknown input observer for the system defined by Eq. (23) if the necessary and sufficient conditions are established:

- (i)  $\text{rank}(\mathbf{C}\mathbf{F}_d) = \text{rank}(\mathbf{F}_d)$ ,
- (ii)  $(\mathbf{C}, \mathbf{A}_1)$  is a detectable pair, where  $\mathbf{A}_1 = \mathbf{F} + \mathbf{K}_1\mathbf{C}$ .

If these conditions are fulfilled, an unknown input observer provides an estimation of the state vector, used to generate a residual vector  $\mathbf{r}(k) = \mathbf{y}(k) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(k)$  independent of  $\mathbf{f}_d(k)$ . This means that

$\mathbf{r}(k) = 0$  if  $\mathbf{f}^*(k) = 0$  and  $\mathbf{r}(k) \neq 0$  if  $\mathbf{f}^*(k) \neq 0$  whatever  $\mathbf{u}(k)$  and  $\mathbf{f}_d(k)$ .

3.1.2. Fault isolation

For the fault isolation, a bank of  $v = p + m$  unknown input observers is established. Each residual vector  $\mathbf{r}_j$  ( $j = [1 \dots v]$ ), produced by the  $j$ th unknown input observer, may be used to detect a fault according to a statistical test. Consequently, it involves the use of statistical tests such as the Page Hinkley test, limit checking test, generalized likelihood ratio test, and trend analysis test [23]. An output vector of the statistical test, called the coherence vector  $S[\mathbf{r}(k)]$ , can then be built from the bank of  $p + m$  residual generators:

$$S[\mathbf{r}(k)] = \{S[\|\mathbf{r}_1(k)\|] \dots S[\|\mathbf{r}_{p+m}(k)\|]\}^T, \tag{30}$$

where  $S(\|\mathbf{r}_j\|)$  represents a symptom associated to the norm of the residual vector  $\mathbf{r}_j$ . It is equal to zero in the fault free case and set to one when a fault is detected.

The coherence vector is then compared to the fault signature vector  $S_{ref,f_j}$  associated to the  $j$ th fault according to the residual generators built to produce a signal sensitive to all faults except one as represented in Table 3.

Decision-making is then realized according to an elementary logic test [24] that can be described as follows: an indicator  $I(f_j)$  is equal to 1 if  $S(\mathbf{r})$  is equal to the  $j$ th column of the incidence matrix ( $S_{ref,f_j}$ ) and is equal to zero otherwise. The element associated with the indicator equal to one is then declared to be faulty.

3.1.3. Fault estimation

According to the fault isolation, the fault magnitude estimation of the corrupted element is extracted directly from the  $j$ th unknown input ob-

Table 4

Inference matrix of the three-tank system.  $S(\|r_{\sigma_i}\|)$  represents the symptom obtained from the evaluation of residual  $r_{\sigma_i}$  and  $S_{ref,f_{\sigma_i}}$  represents the fault signature associated with the  $i$ th actuator for  $\sigma=u$  and the  $i$ th sensor for  $\sigma=y$ .

$S(r)$	$S_{ref,f_{no\ fault}}$	$S_{ref,f_{u_1}}$	$S_{ref,f_{u_2}}$	$S_{ref,f_{y_1}}$	$S_{ref,f_{y_2}}$	$S_{ref,f_{y_3}}$
$S(\ r_{u_1}\ )$	0	0	1	1	1	1
$S(\ r_{u_2}\ )$	0	1	0	1	1	1
$S(\ r_{y_1}\ )$	0	1	1	0	1	1
$S(\ r_{y_2}\ )$	0	1	1	1	0	1
$S(\ r_{y_3}\ )$	0	1	1	1	1	0

server which is built to be insensitive to the  $j$ th fault [ $f^j(k)=0$ ]. Based on the unknown input observer, the substitution of the state estimation in the faulty description (23) leads to

$$F_d f_d(k) = \hat{x}(k+1) - A\hat{x}(k) - Bu(k). \quad (31)$$

In the presence of an actuator fault,  $F_d$  is a matrix of full column rank. Thus the estimation of the fault magnitude  $\hat{f}^o(k) = \hat{f}_d(k)$  makes use of the singular-value decomposition (SVD) [25].

Let  $F_d = U \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} V^T$  be the SVD of  $F_d$ . Thus  $R$  is a diagonal and nonsingular matrix and  $U$  and  $V$  are orthogonal matrices.

Using this SVD and replacing in Eq. (31) leads to

$$\bar{\hat{x}}(k+1) = \bar{A}\bar{\hat{x}}(k) + \bar{B}u(k) + \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} V^T f_d(k), \quad (32)$$

where

$$\hat{x}(k) = U\bar{\hat{x}}(k) = U \begin{bmatrix} \bar{\hat{x}}_1(k) \\ \bar{\hat{x}}_2(k) \end{bmatrix}, \quad (33)$$

$$\bar{A} = U^{-1}AU = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix}, \quad (34)$$

$$\bar{B} = U^{-1}B = \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Based on Eq. (32), the estimation of the actuator fault magnitude is defined as

$$\begin{aligned} \hat{f}^o(k) &= \hat{f}_d(k) \\ &= VR^{-1}[\bar{\hat{x}}_1(k+1) - \bar{A}_{11}\bar{\hat{x}}_1(k) \\ &\quad - \bar{A}_{12}\bar{\hat{x}}_2(k) - \bar{B}_1u(k)]. \end{aligned} \quad (36)$$

For a sensor fault, the fault estimation  $\hat{f}^o(k)$  is the last component of the estimated augmented state vector  $\hat{x}(k)$  as defined in Eq. (22).

### 3.2. Application results

The application of the previous FDI method to the three-tank system requires the design of a bank of five ( $p=2+m=3$ ) unknown input observers. The bank is set up in order to produce five residuals vectors: two of them (noted  $r_{u_i}$ ) are generated using Eq. (19) and the three others (noted  $r_{y_j}$ ) using Eq. (20). The inference matrix, presented in Table 4, defines the various fault signatures associated with the bank of residuals.

The fault detection, isolation, and estimation module has been illustrated in the presence of a fault on the first sensor (with  $\beta_1=1$  and  $y_{10} = -0.03$  m) and also of a fault on the first actuator (with  $\alpha_1=0.2$  and  $u_{10}=0$ ) as shown in Fig. 12. For the fault on sensor  $l_1$  (respectively, actuator 1), residual  $r_{y_1}$  (respectively,  $r_{u_1}$ ) is only close to zero, the other residuals are different from zero at the time the sensor fault (respectively, actuator fault) occurs. These features correspond to the expected results (see Fig. 13).

These residuals are evaluated using the Page-Hinkley test. According to the decision task, the fault is isolated correctly as shown in Fig. 13.

The good performances of the FDI module in terms of detection and isolation delays are presented in Table 5.

Based on the experimental data set given as an example, the sensor and actuator fault magnitude and their estimations are illustrated in Fig. 14. The fault estimation is close to zero in the fault-free case due to the linearized model error, and is close

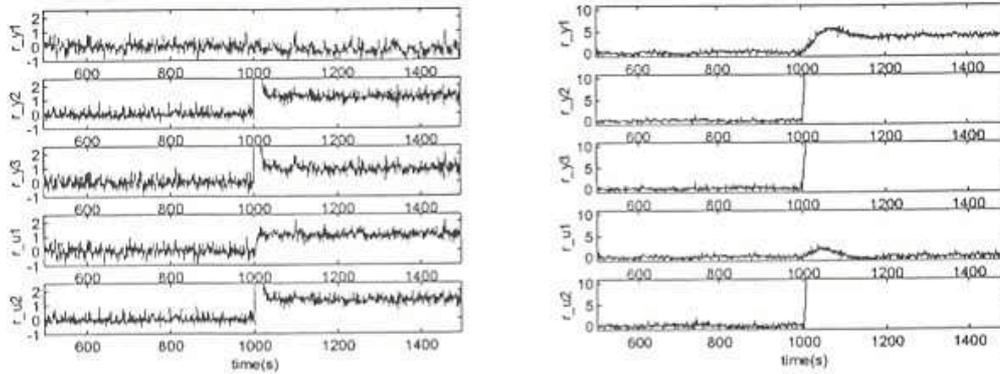


Fig. 12. Residuals behavior for sensor fault (left column) and actuator fault (right column).

to the fault magnitude when the fault has occurred.

The same experiments have been conducted on the other sensors and actuators. The fault detection, isolation, and estimation module indicates which sensor or actuator is faulty and estimates the fault magnitude. According to the fault detection, isolation, and estimation module, a new control law, based on the nominal one (cf. Sec. 2.2), must be computed in order to thwart the fault effect on the system.

#### 4. Sensor and actuator fault accommodation

As sensor and actuator faults do not act in the same way on the system, the new control law is not computed in the same way for both cases. Thus the first part deals with sensor faults and then actuator faults are considered.

#### 4.1. Sensor fault accommodation

##### 4.1.1. General form

Sensor fault accommodation can be obtained by computing a new control law using a fault-free estimation of the faulty element. The fault-free estimation  $\hat{y}_j$  of the corrupted output is extracted from the unknown input observer (24) which is built to be insensitive to the  $j$ th sensor fault. Consequently, the output vector  $y_{\text{control}}$  used for the design of the control law is

$$y_{\text{control}} = [\hat{y}_1 \cdots \hat{y}_j \cdots \hat{y}_m]^T, \quad (37)$$

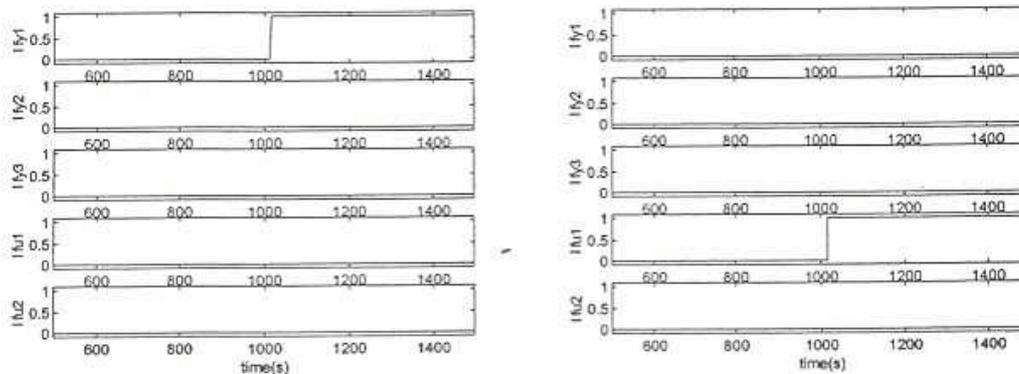


Fig. 13. Fault indicators for sensor fault (left column) and actuator fault (right column).

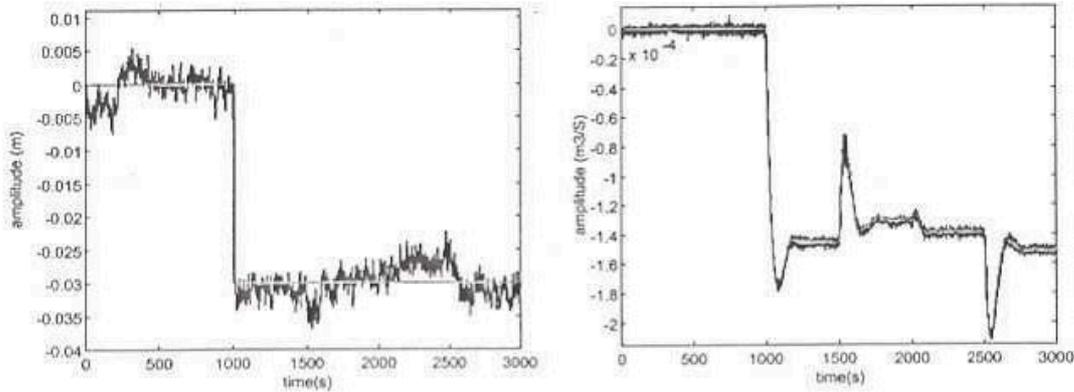


Fig. 14. Fault magnitude and its estimation for sensor fault (left column) and actuator fault (right column).

$$\bar{y}_j = [1 - I(f_j)]y_j + I(f_j)\hat{y}_j$$

$$\text{with } I(f_j) = \begin{cases} 1 & \text{jth faulty sensor} \\ 0 & \text{fault-free case.} \end{cases} \quad (38)$$

Thus the abilities of this accommodation method to compensate for faults are closely related to the results provided by the FDI module.

4.1.2. Application results

The fault accommodation method developed in this paper has been implemented and applied to the three tank system corrupted by sensor or actuator faults. At instant 1000 s, an abrupt sensor fault appears. As stated previously, only the first residual is insensitive to the fault on level sensor  $l_1$ . The fault is isolated at instant 1013 s and consequently the control law switches from measurement  $l_1$  to its estimation  $\hat{l}_1$ . In Fig. 15, it can be noticed that with the fault accommodation (FA) method the real level follows the set point; it is not the case for the classical control law (CL). Figure 16 shows a zoom of Fig. 15 around instant 1000 s and indicates that the fault accommodation approach preserves the dynamical behavior of the

Table 5  
Detection and isolation delays.

	Fault occurrence	Fault isolation
Fault in sensor $l_1$	1000 s	1013 s
Fault in actuator 1	1000 s	1016 s

system in the presence of a fault. The corresponding flow rates are presented in Fig. 17.

The approach is also tested when level sensor  $l_1$  is out of order at instant 1000 s (Fig. 18). With the fault accommodation method, once the fault is isolated, real levels  $l_1$  and  $l_2$  follow their corresponding set points. Thus stopping the system immediately can be avoided and it can continue running safely (Fig. 19).

4.2. Actuator fault accommodation

4.2.1. General form

In the presence of an  $i$ th actuator fault, the state space equation described in Eq. (19) becomes

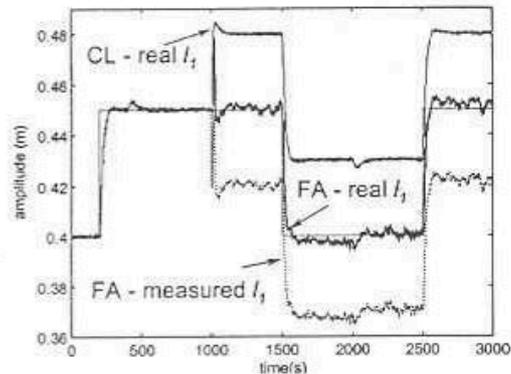


Fig. 15. Level  $l_1$  with a bias in sensor  $l_1$ .

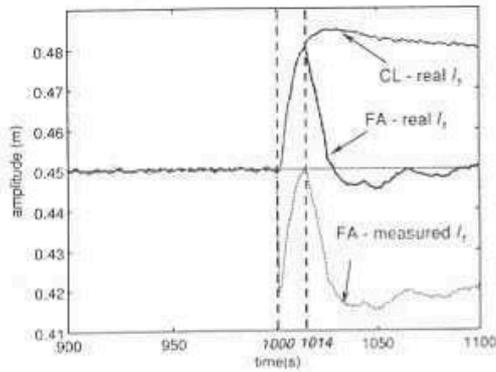


Fig. 16. Zoom of Fig. 15 around 1000 s.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{B}_f \hat{f}^o(k), \\ y(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k). \end{aligned} \quad (39)$$

In order to annihilate the fault effect on the system, a new control law  $\mathbf{u}_{comp}$ , added to the nominal one (cf. Sec. 2.2), is computed. Therefore the new control law applied to the system is given by

$$\mathbf{u}(k) = -[\mathbf{K}_1 \ \mathbf{K}_2]\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{u}_{comp}(k). \quad (40)$$

The additional control law  $\mathbf{u}_{comp}$  must be computed such that the faulty system (39) is as close as possible to the nominal one, therefore

$$\mathbf{B}\mathbf{u}_{comp}(k) + \mathbf{B}_f \hat{f}^o(k) = 0. \quad (41)$$

Using the estimation of the fault magnitude  $\hat{f}^o$  described in the previous section, the solution of Eq.

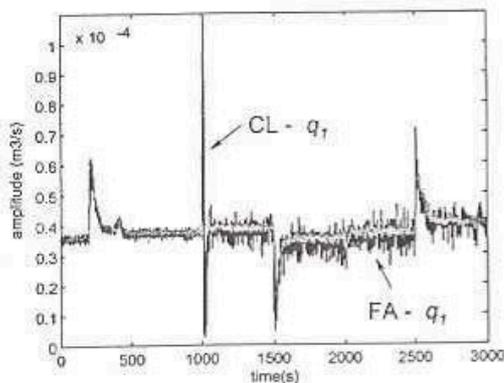


Fig. 17. Flow rate  $q_1$  with a bias in sensor  $l_1$ .

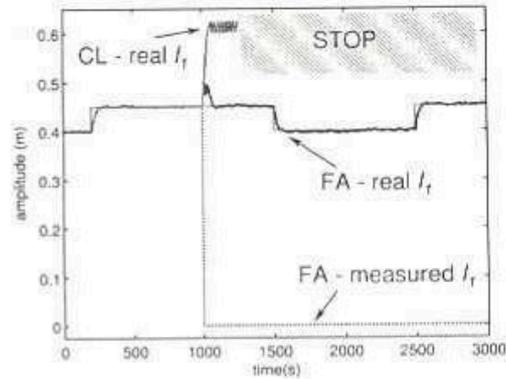


Fig. 18. Level  $l_1$  with sensor  $l_1$  out of order.

(41) can be obtained by the following relation if matrix  $\mathbf{B}$  ( $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ) is of full row rank:

$$\mathbf{u}_{comp}(k) = -\mathbf{B}^+ \mathbf{B}_f \hat{f}^o(k), \quad (42)$$

where  $\mathbf{B}^+$  is the pseudoinverse of matrix  $\mathbf{B}$ .

*Remark 1:* Matrix  $\mathbf{B}$  is of full row rank if the number of the state variables is less than or equal to the number of control inputs ( $n \leq p$ ). However, the case where  $n < p$  is seldom encountered. In the case where  $n = p$ , the matrix  $\mathbf{B}$  is square and the ordinary inverse is used instead of the pseudoinverse:

$$\mathbf{u}_{comp}(k) = -\mathbf{B}^{-1} \mathbf{B}_f \hat{f}^o(k). \quad (43)$$

*Remark 2:* In case matrix  $\mathbf{B}$  is not of full row rank, that is the number of system inputs is less than the

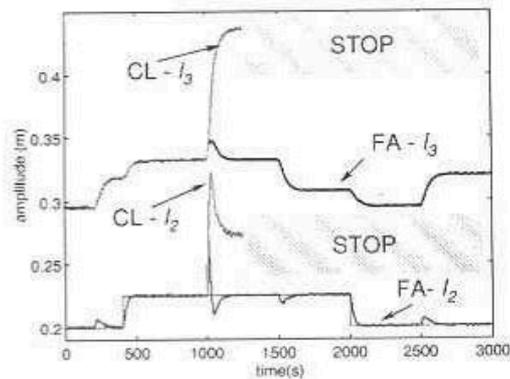


Fig. 19. Levels  $l_2$  and  $l_3$  with sensor  $l_1$  out of order.

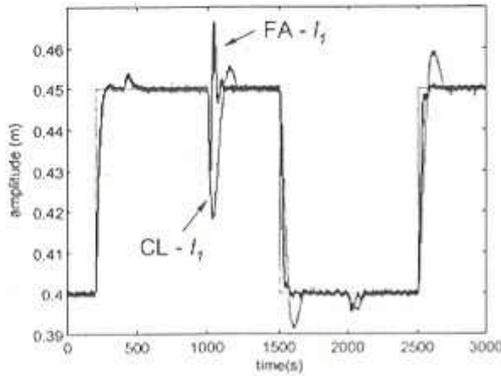


Fig. 20. Level  $l_1$  with fault on pump 1.

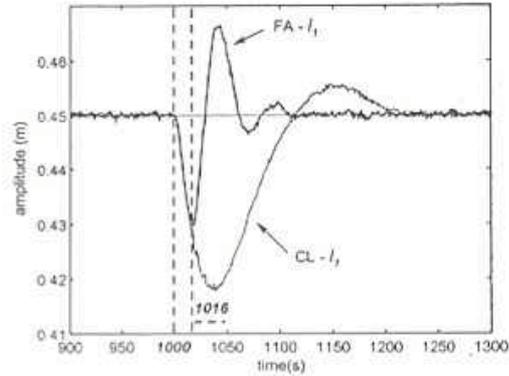


Fig. 22. Zoom of Fig. 20 around 1000 s.

number of state variables, the SVD theorem [25] can be applied to matrix  $\mathbf{B}$ :

$$\mathbf{B} = \mathbf{\Psi} \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{\Omega}^T, \quad (44)$$

where  $\mathbf{\Psi} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  and  $\mathbf{\Omega} \in \mathbb{R}^{p \times p}$  are orthogonal matrices, and  $\mathbf{\Sigma} \in \mathbb{R}^{p \times p}$  is a nonsingular diagonal matrix with  $p = \text{rank}(\mathbf{B})$ .

Replacing Eq. (44) in Eq. (41) leads to

$$\mathbf{v}_{\text{comp}}(k) = -\mathbf{\Omega} \mathbf{\Sigma}^{-1} \mathbf{F}_i \hat{f}_i(k), \quad (45)$$

where  $\mathbf{F}_i$  is such that  $\mathbf{\Psi}^T \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_i \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$  according to the fact that Eq. (44) can be written as  $\mathbf{\Psi}^T \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{\Omega}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$ , thus  $\mathbf{F}_i$  is the  $i$ th column of matrix  $\mathbf{F}$ .

#### 4.2.2. Application results

In the same way, the fault accommodation method's ability to compensate for faults is illustrated in the presence of a fault on pump 1. Once the fault is isolated and estimated, the compensation control law is computed in order to reduce the fault effect on the system. Indeed, since an actuator fault acts on the system as a perturbation, the system outputs reach again their nominal values, as illustrated in Figs. 20 and 21. With the fault accommodation (FA) method, the outputs decrease less than in the case of a classical control law (CL), then they reach the nominal values quicker because the fault is estimated and the new control law is able to compensate for the fault effect at instant 1016 s when the fault is isolated. Accord-

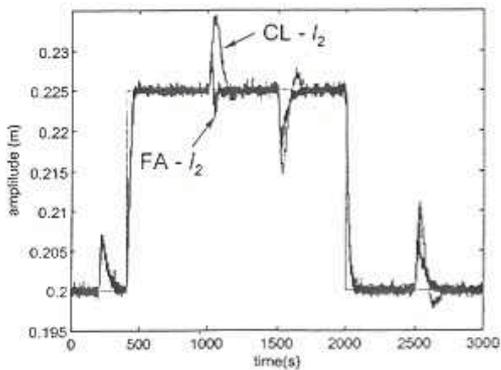


Fig. 21. Level  $l_2$  with fault on pump 1.

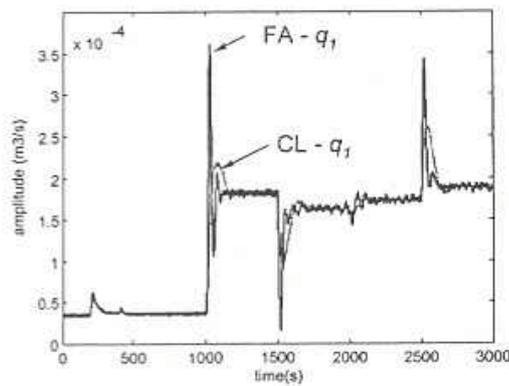


Fig. 23. Flow rate  $q_1$  with fault on pump 1.

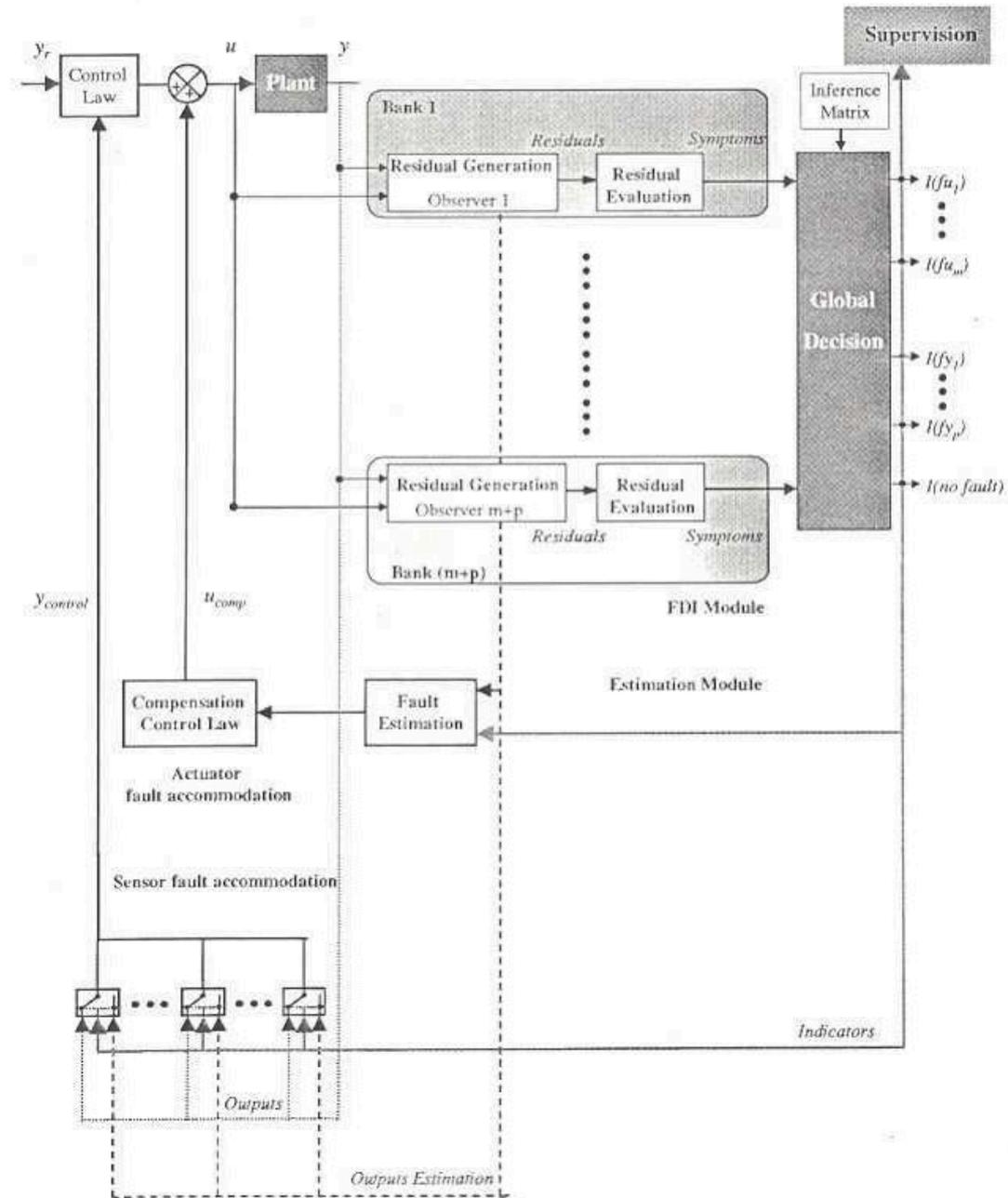


Fig. 24. General fault diagnosis and accommodation scheme.

Table 6  
Tracking error norm.

	Fault-free case	Sensor fault		Actuator fault	
		CL	FA	CL	FA
$\ e_{l_1}\ _2$	0.3416	1.3832	0.3516	0.4892	0.3692
$\ e_{l_2}\ _2$	0.1546	0.1564	0.1552	0.1831	0.1571

ing to Fig. 22, it can be easily seen that after the fault occurrence, the time response and the overshoot of the compensated outputs are smaller than those of the faulty outputs with a classical control law. These results can be confirmed by the examination of control input  $q_1$  (Fig. 23). In the classical law, the control input increases slowly trying to compensate for the fault effect on the system. In the accommodation approach, the control input increases quicker and enables the rapid fault compensation on the controlled system outputs.

However, it has to be said that if an actuator is out of order, as presented in Sec. 2.4, the actuator fault accommodation method is unable to preserve the system performance. This is due to the fact that the system becomes uncontrollable (the number of control inputs becomes smaller than the number of controlled outputs). In this case, only actuator redundancy allows us to maintain the nominal objectives and to avoid stopping the system.

#### 4.3. Fault diagnosis and accommodation assessment

The general concept of the fault diagnosis and accommodation, presented in this paper, is sche-

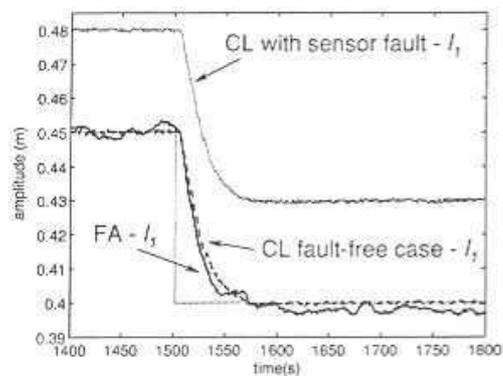


Fig. 25. Dynamic behavior in a sensor fault case.

matized by Fig. 24. The fault detection, isolation, and estimation modules consist of residual generation, residual evaluation, fault magnitude estimation, and finally the decision as to which sensor or actuator is faulty. The fault accommodation module starts the computation of the new control law and is only able to reduce the fault effect on the system once the fault is detected and isolated.

The computation of the tracking error norm in the fault-free case, in the faulty case with classical control law, and fault accommodation emphasizes the performances of the approach as seen in Table 6.

With the fault accommodation method (FA), the tracking error norm for outputs  $l_1$  and  $l_2$  is a little bit bigger than the nominal one but it is still widely smaller than the one with the classical control law (CL). This also is confirmed by the dynamic behavior of these outputs after a sensor or actuator fault occurrence as illustrated in Figs. 25 and 26.

## 5. Conclusion

In this paper, the importance of fault diagnosis for fault accommodation has been emphasized. A

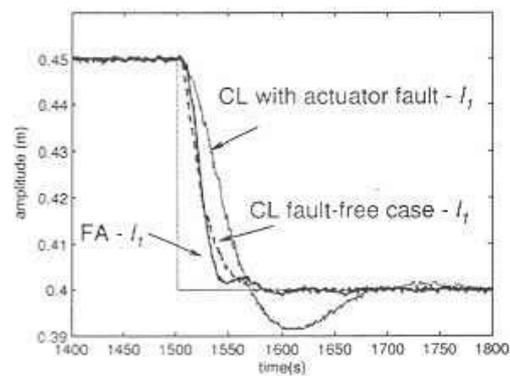


Fig. 26. Dynamic behavior in an actuator fault case.

three-tank system is used to illustrate the abilities of the developed method to compensate for both sensor and actuator faults. A description of these faults has been given, and their influence on the three-tank system has been illustrated.

A bank of unknown input observers has been designed in order to detect, isolate, and estimate faults, and principally to distinguish between sensor and actuator faults. Indeed, since the compensation for an actuator fault cannot be achieved in the same way as for a sensor fault, it is of great importance to distinguish between these faults, which is not usually easy in closed-loop systems.

Various experiments have been conducted in the presence of sensor and actuator faults. The fault accommodation method based on the fault diagnosis results shows that the compensated outputs behavior are closer to the nominal outputs rather than the faulty outputs with a classical control law. Moreover, in certain cases, it allows the system to continue operating safely and avoids stopping it immediately.

It has been shown that the compensation for sensor faults is possible even if a sensor is completely out of order. This, obviously, can be achieved if the system is still observable. The system observability can be checked off-line as indicated in condition (ii) in Sec. 3.1.

The main difficulty in applying this fault diagnosis and accommodation method in a more complex industrial system consists of the establishment of an analytical model. However, in many cases, the decomposition of the whole system into subsystems makes possible the modeling and the application of such a method. It can be noted that for each subsystem the obtained model is assumed to be linear around an operating point and is suitable in the associated operating zone. A way to take into account a more wide operating zone could consist of the use of multiple models techniques.

Another drawback is that this method is not able to compensate for a complete loss of an actuator. The occurrence of this kind of critical failure requires either a hardware redundancy or an on-line modification of the nominal objectives in order to avoid catastrophic consequences until stopping the system safely. Future work concerns the compensation of critical actuator failures and the fault accommodation in case not all state variables are available for measurement.

## References

- [1] Chen, J. and Patton, R. J., *Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [2] Frank, P. M., Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy—A survey and some new results. *Automatica* **26**, 459–474 (1990).
- [3] Frank, P. M. and Ding, X., Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems. *J. Process Control* **7**, 403–424 (1997).
- [4] Gertler, J. J., *Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems*. Dekker, New York, 1998.
- [5] Isermann, R. and Ballé, P., Trends in the application of model based fault detection and diagnosis of technical processes. 13th Triennial World Congress IFAC, San Francisco, CA, 1996, pp. 1–12.
- [6] Patton, R. J., Fault tolerant control: The 1997 situation (survey). In: *IFAC SAFEPROCESS'97*, Hull, U.K., 1997, Vol. 2, pp. 1033–1055.
- [7] Noura, H., Sauter, D., Hamelin, F., and Theilliol, D., Fault-tolerant control in dynamic systems: Application to a winding machine. *IEEE Control Syst. Mag.* **20**, 33–49 (2000).
- [8] Aguirre, L. A. and Pereira, M. F. S., A modified observer scheme for fault detection and isolation applied to a poorly observed process with integration. *J. Process Control* **8**, 47–56 (1998).
- [9] Koscielny, J. M., Application of fuzzy logic for fault isolation in a three-tank system. In: 14th Triennial World Congress IFAC, Beijing, P.R. China, 1999, pp. 73–78.
- [10] Zolghadri, A., Model based fault detection in a process multivariable hydraulic process. In: 13th Triennial World Congress IFAC, San Francisco, CA, 1996, pp. 253–258.
- [11] Ponsart, J. C., Theilliol, D., and Noura, H., Fault-tolerant control of a nonlinear system application to a three-tank-system. In: *ECC'99*, Karlsruhe, Germany, 1999.
- [12] Napolitano, M. R. and Swaim, R. L., A new technique for aircraft flight control reconfiguration. *Proc. AIAA Guidance, Navigation and Control Conf.*, Pt. 1, 1989.
- [13] Blanke, M., *Fault-tolerant control systems*. *Advances in Control Highlights of ECC'99*. Springer Edition, 1999.
- [14] Marcu, T., Matcoschi, M. H., and Frank, P. M., Neural observer-based approach to fault-tolerant control of a three-tank system. In: *ECC'99*, Karlsruhe, Germany, 1999.
- [15] Theilliol, D., Ponsart, J. C., and Noura, H., Sensor fault diagnosis and accommodation based on analytical redundancy: Application to a three-tank system. In: *SAFEPROCESS'2000*, Budapest, Hungary, 2000, pp. 542–547.
- [16] Zhang, Y. and Jiang, J., Design of integrated fault detection, diagnosis and reconfigurable control systems. In: *IEEE Conference on Decision and Control*, Phoenix, AZ, 1999, pp. 3587–3592.
- [17] Amira-DTS2000 Laboratory Setup Three Tank Sys-

- tem, Amira GmbH, Bismarckstra., D-47057 Duisburg, Germany, 1996.
- [18] D’Azzo, J. J. and Houpis, C. H., *Linear Control Systems Analysis and Design*. McGraw-Hill Series in Electrical and Computer Engineering. McGraw-Hill, New York, 1995.
- [19] Rao, M., Xia, Q., and Ying, Y., *Modeling and advanced control for process industries—Applications to paper making processes*. Springer-Verlag Advances in Industrial Control. Springer-Verlag, Berlin, 1994, pp. 157–191.
- [20] Theilliol, D., Noura, H., and Sauter, D., *Fault-tolerant control method for actuator and component faults*, IEEE Conf. on Decision and Control, Tampa, FL, 1998.
- [21] Hou, M. and Muller, P. C., *Disturbance decoupled observer design: a unified viewpoint*. IEEE Trans. Autom. Control **39**, 1338–1341 (1994).
- [22] Park, J., Rizzoni, G., and Ribbens, W. B., *On the representation of sensor faults in fault detection filters*. Automatica **30**, 1793–1795 (1994).
- [23] Basseville, M. and Nikiforov, I., *Detection of Abrupt Changes: Theory and Application*. In: Information and System Sciences Series, Prentice Hall International (UK) Ltd, 1993.
- [24] Leonhardt, S. and Ayoubi, M., *Methods of fault diagnosis*. Control Eng. Pract. **5**, 683–692 (1997).
- [25] Golub, G. H. and Van Loan, C. F., *Matrix Computations*, second edition. The Johns Hopkins University Press, 1989.

**Didier Theilliol** earned a Ph.D. degree in Control Engineering from the Henri Poincaré University, Nancy 1 (France) in 1993. He has been an associated professor at the Research Centre for Automatic Control of Nancy since 1994. D. Theilliol’s research experience includes identification of nonlinear SISO systems with multilayer neural networks and decision support systems within the framework of its participation in European project (EUREKA PROJECT EU 996 MAINE DIAGNOSIS) for three years. Current research interests of D. Theilliol include robust fault diagnosis and accommodation.

**Hassan Noura** was born in Ablah, Lebanon, in 1965. He received the Ph.D. degree in Automatic control engineering from the Henri Poincaré University, Nancy 1, France in 1993. He is with the Research Center for Automatic Control of Nancy. He has been an associate professor since 1994. His research interests include fault diagnosis and fault-tolerant control.

**Jean-Christophe Ponsart** received his Ph.D. in 1996 from the University of Savoie in Annecy, France in nonlinear control of magnetic suspensions and its digital implementation aspects. In 1997, he participated in design and implementation of real time controllers with digital signal processor architecture for an industrial company. He has been with the Research Center for Automatic Control of Nancy, France (CRAN) since 1998 as an Assistant Professor. His current interests include fault diagnosis and accommodation, and fault tolerant control applied to nonlinear systems.

**[RI-4]**

- C. Join, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, D. Theilliol,

“Nonlinear filter design for fault diagnosis: application to the three-tank system”, *IEE proceedings Part D, Control Theory and Applications*, Vol. 152, pp. 55-64, ISSN 0143-7054  
Janv. 2005.



# Nonlinear filter design for fault diagnosis: application to the three-tank system

C. Join, J.-C. Ponsart, D. Sauter and D. Theilliol

**Abstract:** The problem of fault detection and isolation in a nonlinear framework is addressed. A systematic method that ensures the synthesis of asymptotic nonlinear filters is proposed for residual generation. In order to show the effectiveness of the proposed approach, each theoretical step is illustrated by means of simulations. The example of a three-tank system is then experimentally considered to verify the validity of our approach.

## 1 Introduction

Since the early 1980s, fault detection and isolation (FDI) has been of considerable interest to the control community. Indeed, increasing the safety of systems is a challenge for modern industries and model-based FDI approaches have received considerable attention. Chen and Patton [1] and Gertler [2] give excellent overviews of the various model-based approaches. We may distinguish the following categories of method: (i) the analytic approach [3, 4]; (ii) the geometric approach [5, 6]; and (iii) the algebraic approach [7].

However, in real-life applications, the systems under consideration are usually nonlinear. One classic way to deal with nonlinearities consists in considering normal operating conditions and using a linear model of the system this, however, is only valid in a restricted region around the nominal point. To extend the application domain a nonlinear model of the process must be used. In line with the works of De Persis and Isidori [8, 9] and Hammouri *et al.* [10] we intend to propose a systematic method to ensure residual generation for fault diagnosis.

The main goal of this work consists in the complete analysis and synthesis of a nonlinear filter that is decoupled from a fault through a generalised output injection. The injection is designed using all known signals and their derivations [11]. Two steps are necessary to carry out the filter design to ensure system diagnosis. The first step is the synthesis of a nonlinear filter that is decoupled from the fault. Actually, for fault isolation several filters should be defined and used in order to isolate faults, each filter being dedicated to a single fault. The second step is a convergence study on the asymptotic residual and proof of existence. For this purpose, we propose to use contraction theory [12] that was previously used in [13] and [14]. This method has the advantages of being intuitive and ensuring an exponential convergence of the residual to zero (in the fault-free case) with a judicious choice of the output injection.

The proposed results will be validated using a well known benchmark system: the three-tank system. Both linear

and nonlinear models, have been tested on this process. Linear approaches have been applied by Koenig *et al.* [15], Akhenak *et al.* [16], Zhou and Frank [17] and Theilliol *et al.* [18]. Methods based on nonlinear models have been developed by Shields and Du [19], Koscielny [20], Zolghadri *et al.* [21] and Zhou *et al.* [22].

This paper will focus on actuator FDI. Theoretical developments will be illustrated using simulations which, contrary to real tests, will allow us to highlight particular points, especially the performances of the decoupling method and the convergence analysis. The proposed method will be applied to a real process in order to prove the efficiency of the approach.

## 2 Problem statement

The system under consideration is described by the following nonlinear general model:

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + \sum_{i=1}^m f_i(x)u_i + \sum_{j=1}^q p_j(x)w_j \\ y_{xk} = h_k(x) \quad k = \{1, \dots, p\} \end{cases} \quad (1)$$

where  $x(t) \in \mathcal{X} = \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathcal{U} = \mathbb{R}^m$ ,  $y_x(t) \in \mathcal{Y} = \mathbb{R}^p$  and  $w(t) \in \mathcal{W} = \mathbb{R}^q$  are respectively the states, control inputs, observation outputs and unknown inputs fault vectors. Nonlinear functions  $f_i(\cdot)$   $i = \{0, \dots, m\}$ ,  $h_k(\cdot)$   $k = \{1, \dots, p\}$ ,  $p_j(\cdot)$   $j = \{1, \dots, q\}$  are matrix-valued differentiable ( $C^\infty$ ) and are all of appropriate dimensions. It is assumed that the system satisfies the usual assumptions:  $p \geq q$  and the rank of distribution matrix  $[p_1 \dots p_q] = q$  for all  $x$ .

In (1)  $w_j$  is mainly used to represent actuator or component faults, it should be noted, however, that using a state transformation [5, 23, 24] it is also possible for it to describe sensor faults.

The modelling of the three-tank system described in the Appendix, where  $m = 2$ ,  $q = 2$  and  $p = 3$ , makes use of the following vector fields:

$$f_0(x) = \begin{pmatrix} -2C_1\sqrt{x_1-x_3} \\ 2C_3\sqrt{x_3-x_2} - 2C_2\sqrt{x_2} \\ 2C_1\sqrt{x_1-x_3} - 2C_3\sqrt{x_3-x_2} \end{pmatrix}$$

$$f_1(x) = p_1(x) = (1/S, 0, 0)^T \quad f_2(x) = p_2(x) = (0, 1/S, 0)^T$$

$$h_1(x) = x_1 \quad h_2(x) = x_2 \quad \text{and} \quad h_3(x) = x_3$$

The fault diagnosis objective is then to detect the actuator fault which has occurred. For illustration purpose, two scenarios are considered (Fig. 1):

© IEE, 2005

IEE Proceedings online no. 20041124

doi: 10.1049/ip-cta:20041124

Paper first received 13th January and in revised form 27th July 2004

The authors are with Centre de Recherche en Automatique de Nancy, CNRS UMR 7039-BP 239, 54506 Vandoeuvre Cedex, France

IEE Proc.-Control Theory Appl., Vol. 152, No. 1, January 2005

55

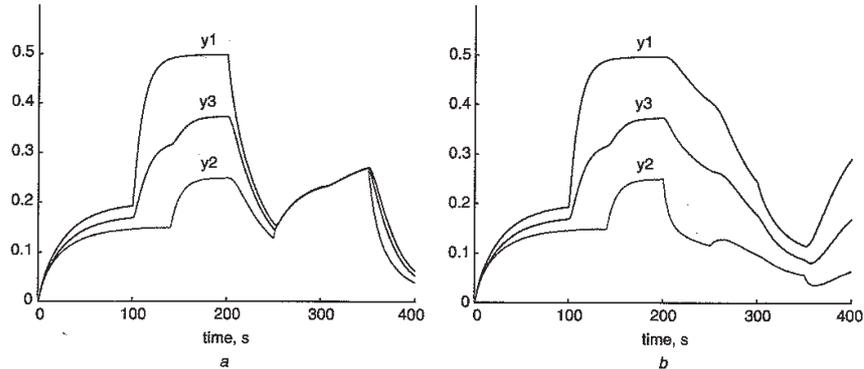


Fig. 1 Effect of the faults on the simulated outputs

a The  $w_1$  case  
b The  $w_2$  case

- actuator fault  $w_1$  occurs at a time of 200s and its magnitude is approximately 20% of the associated control input ( $w_1 = -0.2u_1$ );
- actuator fault  $w_2$  occurs at a time of 200s and its magnitude is approximately 20% of the control associated input ( $w_2 = -0.2u_2$ ).

Using several filters residuals are generated in order to discriminate between the fault scenarios ( $w_1$  and/or  $w_2$  occurrence(s)). The filters are defined by the equations:

$$\Sigma_{F1} : \begin{cases} \dot{z} = f_0(z) + \sum_{i=1}^m f_i(z)u_i + \Psi(\cdot_x, \cdot_z, \cdot_u) \\ y_{zk} = h_k(z) \quad k = \{1, \dots, p\} \end{cases} \quad (2)$$

where  $z$  is an estimation of state vector  $x$  and  $\Psi(\cdot_x, \cdot_z, \cdot_u)$  is the generalised output injection. Note that:

- $\cdot_x$  is related to system variables (as for example  $y_x, \dot{y}_x, \dots$ );
- $\cdot_z$  is related to filter variables (as for example  $y_z, \dot{y}_z, \dots$ );
- $\cdot_u$  is connected with the control input (and possibly its derivatives).

Using the filters of (2) the residuals are derived from:

$$r_i = \Pi_i \circ h(y_x) - \Pi_i \circ h(y_z) \quad (3)$$

where  $\Pi_i$  is a nonlinear function.

Considering multiple faults to ensure fault isolation, at least  $q$  residuals must be synthesised:

$$r = (r_1 \dots r_i \dots r_q)^T = \mathbf{H} \circ h(y_x) - \mathbf{H} \circ h(y_z) \quad (4)$$

The multiple fault isolation is only possible if each component  $r_i$  of the residual  $r$  is only sensitive to a single fault  $w_i$  [1, 2, 5, 11, 25, 26]. Indeed using the decoupling method, a part of the state vector can be exactly estimated by the filter despite the occurrence of unknown inputs. In the general case, the decoupling method is used to separate the effects of the unknown input on the outputs. However, to simplify the diagnosis [11],  $q$  filters are designed. Each filter  $i$  is sensitive to only one unknown input.

Then, contrary to the restrictive case where the initial conditions are assumed to be known, residual convergence is proven (see Section 4). Indeed in this case, the residual  $r_i \rightarrow 0$  if, and only if, the fault  $w_i = 0$  and has real values only if the fault  $w_i \neq 0$  for all  $w_{j \neq i}$  and for all  $t$ .

In the following Section, a systematic decoupling method is proposed.

### 3 Fault decoupling method based on a generalised output injection

#### 3.1 Algorithm for output injection design

This study is based on a geometric approach and more precisely on the invariance condition of distribution. A distribution  $\Delta$  is said invariant under a vector field  $f$  if the Lie bracket  $[f, \tau]$  of  $f$  with every vector field  $\tau$  of  $\Delta$  is again a vector field of  $\Delta$ , i.e.  $\tau \in \Delta \Rightarrow [f, \tau] \in \Delta$  [27].

Let us consider the system modelled by:

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + \sum_{i=1}^m f_i(x)u_i + \sum_{j=1}^q p_j(x)w_j \\ y_{jk} = h_k(x) \quad k = \{1, \dots, p\} \end{cases} \quad (5)$$

where  $w(t) \in \mathcal{D} = \mathbb{R}^q$  is the unknown input which must be decoupled. In diagnosis applications the unknown inputs are the faults which must be decoupled. We assume that  $p > q$ ; otherwise the method aborts.

Using a wise diffeomorphism  $\tilde{x} = \Phi(x)$  the system model can be rearranged as follows:

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{\tilde{x}}_a = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{x}_a, \tilde{x}_b) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{x}_a, \tilde{x}_b)u_i + \sum_{j=1}^q \tilde{p}_j(\tilde{x}_a, \tilde{x}_b)w_j \\ \dot{\tilde{x}}_b = \tilde{f}_{0,2}(\tilde{x}_a, \tilde{x}_b) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{x}_a, \tilde{x}_b)u_i \\ y_{zl} = \tilde{h}_l(\tilde{x}_a, \tilde{x}_b) \quad l = \{1, \dots, p\} \end{cases} \quad (6)$$

where  $\tilde{x}_b$  is the largest part of the state vector and it is estimated exactly by the  $\tilde{z}_b$  provided by the nonlinear filter despite the influence of the unknown input.

It is equivalent to find the smallest part of the state vector (i.e.  $\tilde{x}_a$ ) which is sensitive to the unknown input and can not be expressed using known signals (input, output, state estimation and their derivatives, i.e. by the generalised output injection  $\Psi(\mathbf{A})$  [28–30]:

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_a = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}_a, \tilde{z}_b) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z}_a, \tilde{z}_b)u_i \\ \dot{\tilde{z}}_b = \tilde{f}_{0,2}(\tilde{z}_a, \tilde{z}_b) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{z}_a, \tilde{z}_b)u_i + \Psi(\mathbf{A}) \\ y_{zl} = \tilde{h}_l(\tilde{z}_a, \tilde{z}_b) \quad l = \{1, \dots, p\} \end{cases} \quad (7)$$

where  $\Psi(\mathbf{A})$  expresses all contributions of  $\tilde{z}_a$  in  $\dot{\tilde{z}}_b$ . Thus,  $\tilde{z}_b = \tilde{x}_b$  for all  $w$ .

In other words, the greater the number of signals which constitute the output injection the easier it is for the corrupted signals (either an unknown input or a sensitive state) to be expressed. To this end we recall the reconstructibility definition [31] and  $\Lambda$ -reconstructibility [30, 32].

*Definition 1:* A signal  $\lambda$  is said to be  $\Lambda$ -reconstructible if, and only if, there exists a nonlinear function  $\Psi$  such that  $\lambda = \Psi(\Lambda)$ .

When  $\Lambda$  is a vector composed of the known signals:

$$\Lambda = \left[ y_{x1}^{(0)}, \dots, y_{x1}^{(\rho_1^w-1)}, \dots, y_{xp}^{(0)}, \dots, y_{xp}^{(\rho_p^w-1)}, \mathbf{u}, \dots, \mathbf{u}^{(\max-1)} \right] \quad (8)$$

and  $\rho_i^w$  is the characteristic index of fault  $w$  associated with the output  $i$ , i.e. the first index of the output derivation showing the fault

$$\rho_i^w = \min_j \left( \frac{\partial y_i^{(j)}}{\partial w} \neq 0 \right)$$

Finally,  $\max$  is the maximum index of the output derivation.

Note that in the classical method, only outputs without derivations are used, i.e.  $\Lambda$  is reduced to  $[y_{x1}^{(0)}, \dots, y_{xp}^{(0)}, \mathbf{u}]$ .

We will now present an algorithm to determine the output injection that ensures that the maximum-sized part of the state vector is insensitive to the unknown inputs.

*Step 1:* If for each component  $w_l$  ( $l = \{1, \dots, q\}$ ) of the unknown inputs vector  $\mathbf{w}$ , there exists a nonlinear function  $\lambda$  of the outputs:

$$\begin{aligned} \lambda(y_{x1}, \dots, y_{x1}^{(k1)}, \dots, y_{xp}, \dots, y_{xp}^{(kp)}) \\ = \gamma_0(\mathbf{x}) + \gamma_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dots, \mathbf{u}^{\max(k1, kp)-1}) \\ + \gamma_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dots, \mathbf{u}^{\max(k1, kp)-1})w_l \end{aligned} \quad (9)$$

where the nonlinear functions  $\gamma_0$ ,  $\gamma_1$  and  $\gamma_2$  are  $\Lambda$ -reconstructible and  $k1 \geq \max_i(\rho_i^{w1})$ ,  $kp \geq \max_i(\rho_i^{wp})$ .

Then go to step 5 with  $S = \{0\}$ .

The part of the state vector sensitive to the unknown inputs ( $\mathbf{x}_a$ ) is reduced to zero. Thus, the insensitive part is the full state  $\mathbf{x}_b = \mathbf{x}$  and the diffeomorphism is then defined by:

$$\tilde{\mathbf{x}}_b = \mathbf{x}_b = \mathbf{x} \Leftrightarrow \Phi(\mathbf{x}) = \mathbf{I}\mathbf{x} \quad (10)$$

where  $\mathbf{I}$  represents the identity matrix of appropriate size.

*Step 2:* Introduce the involutive closure  $\bar{L}$  of the distribution  $L$  spanned by vector fields  $p_j$  ( $j = \{1, \dots, q\}$ ) and pose  $\bar{S} = \bar{L}$ . Note that the involutive closure  $\bar{A}$  of distribution  $A$  is the smallest involutive distribution containing  $A$ . Thus, the Lie bracket  $[\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2]$  of any pair of vector fields  $\mathbf{A}_1$  and  $\mathbf{A}_2$  belonging to  $\bar{A}$  is a vector field which belongs to  $\bar{A}$  [27].

*Step 3:* If, according to Frobenius' theorem a nonsingular distribution is completely integrable if and only if it is involutive [27], the following diffeomorphism exists:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \Phi(\mathbf{x}) \text{ such that } \frac{\partial \Phi(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \begin{pmatrix} T_1(\mathbf{x}) \\ T_2(\mathbf{x}) \end{pmatrix} \quad (11)$$

where the set of vector fields  $T_1^T$  span  $\bar{S}$  and  $T_2\mathbf{A}_i = 0$  for all vector fields  $\mathbf{A}_i$  which belongs to  $\bar{S}$ .

Then using coordinate change (11) allows us to rewrite the system (5) as follows:

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_a = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{\mathbf{x}}_a, \tilde{\mathbf{x}}_b) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{\mathbf{x}}_a, \tilde{\mathbf{x}}_b)u_i + \sum_{j=1}^q \tilde{p}_j(\tilde{\mathbf{x}}_a, \tilde{\mathbf{x}}_b)w_j \\ \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_b = \tilde{f}_{0,2}(\tilde{\mathbf{x}}_a, \tilde{\mathbf{x}}_b) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{\mathbf{x}}_a, \tilde{\mathbf{x}}_b)u_i \\ y_{xl} = \tilde{h}_l(\tilde{\mathbf{x}}_a, \tilde{\mathbf{x}}_b) \quad l = \{1, \dots, p\} \end{cases} \quad (12)$$

If the part of the state vector  $\tilde{\mathbf{x}}_a$  used to express  $\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_b$  is  $\Lambda$ -reconstructible then go to step 5.

*Step 4:* The unknown input propagation is described with respect to the non decreasing sequence:

$$S_+ = \bar{S} + \sum_{i=0}^m [f_i, \bar{S}] \quad (13)$$

Thus, the part sensitive to the unknown input is necessarily at least as important as previously (step 3). Go back to step 3 with  $\bar{S}$  the involutive closure of  $S_+$ .

*Step 5:* The distribution obtained from this algorithm is associated with the smallest part of the state vector which is sensitive to the unknown input ( $\tilde{\mathbf{x}}_a$ ). Consequently the greatest part of the state vector that is insensitive to the unknown input ( $\tilde{\mathbf{x}}_b$ ) can be estimated using the filter as defined in (2). It is important to note that the sensitive part of the state vector can be reduced to zero. In this case  $\tilde{\mathbf{x}}_a$  is not defined.

Using this algorithm we will be able to tell if an output injection  $\Psi(\cdot, \cdot, \mathbf{u})$  exists such that  $\tilde{\mathbf{x}}_b$  depends only on  $\tilde{\mathbf{x}}_b$  and signals  $\Lambda$ .

The design of filter (2) is then deduced.

### 3.2 Decoupling filter design for the three-tank system

The algorithm is applied to the three-tank system (see the Appendix) and in particular to consider the  $w_1$  fault case, i.e. where  $w_1$  represents the unknown input to which the residual should be decoupled. The goal is then to determine the part of the state vector that is insensitive to this unknown input.

The known signals (8) are:

$$\Lambda = [y_{x1}, y_{x2}, \dot{y}_{x2}, \dot{y}_{x3}, y_{x3}, \dot{y}_{x3}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}] \quad (14)$$

with  $\rho_1^{w1} = 1$ ,  $\rho_2^{w1} = 3$  and  $\rho_3^{w1} = 2$ .

*Step 1:* Derivation of the first output gives:

$$\dot{y}_{x1} = -2C_1\sqrt{x_1 - x_3} + (u_1 + w_1)/S \quad (15)$$

which may be compared to (9) where functions  $\gamma_0 = -2C_1\sqrt{x_1 - x_3}$ ,  $\gamma_1 = u_1/S$  and  $\gamma_2 = 1/S$  are  $\Lambda$ -reconstructible.

Thus, using the known signals, fault  $w_1$  can be expressed as:

$$w_1 = \dot{y}_{x1} - u_1/S + 2C_1\sqrt{y_{x1} - y_{x3}}$$

Since the part of the state vector sensitive to  $w_1$  is reduced to zero,  $\mathbf{x}_a$  is not defined and the insensitive part of the state vector  $\tilde{\mathbf{x}}_b = \mathbf{x}_b$  is equal to  $\mathbf{x}$  (the diffeomorphism is  $\Phi(\mathbf{x}) = \mathbf{I}\mathbf{x}$ ). The next step is step 5 with  $S = \{0\}$ .

*Step 5:* In the particular case of the three-tank system, the system is rewritten as follows in the new coordinate base:

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{\hat{x}}_{b1} = -2C_1\sqrt{\hat{x}_{b1} - \hat{x}_{b3}} + (u_1 + w_1)/S \\ \dot{\hat{x}}_{b2} = 2C_3\sqrt{\hat{x}_{b3} - \hat{x}_{b2}} - 2C_2\sqrt{\hat{x}_{b2}} + (u_2 + w_2)/S \\ \dot{\hat{x}}_{b3} = 2C_1\sqrt{\hat{x}_{b1} - \hat{x}_{b3}} - 2C_3\sqrt{\hat{x}_{b3} - \hat{x}_{b2}} \\ y_{x1} = \hat{x}_{b1} \\ y_{x2} = \hat{x}_{b2} \\ y_{x3} = \hat{x}_{b3} \end{cases} \quad (16)$$

The output injection is then:

$$\Psi(\cdot, \cdot, \cdot, \cdot) = (S(\dot{y}_{x1} - u_1/S + 2C_1\sqrt{y_{x1} - y_{x3}}), 0, 0)^T$$

In the original coordinates, the filter associated with the fault  $w_1$  is defined by:

$$\Sigma_{FNLw_1} : \begin{cases} \dot{z}_1 = -2C_1\sqrt{z_1 - z_3} + u_1/S \\ \quad + S(\dot{y}_{x1} - u_1/S + 2C_1\sqrt{y_{x1} - y_{x3}}) \\ \dot{z}_2 = 2C_3\sqrt{z_3 - z_2} - 2C_2\sqrt{z_2} + u_2/S \\ \dot{z}_3 = 2C_1\sqrt{z_1 - z_3} - 2C_3\sqrt{z_3 - z_2} \\ y_{z1} = z_1 \\ y_{z2} = z_2 \\ y_{z3} = z_3 \end{cases} \quad (17)$$

We ensure that  $z = x$  if  $w_2 = 0$ .

The same method is applied to fault  $w_2$  and we can express the filter as follows:

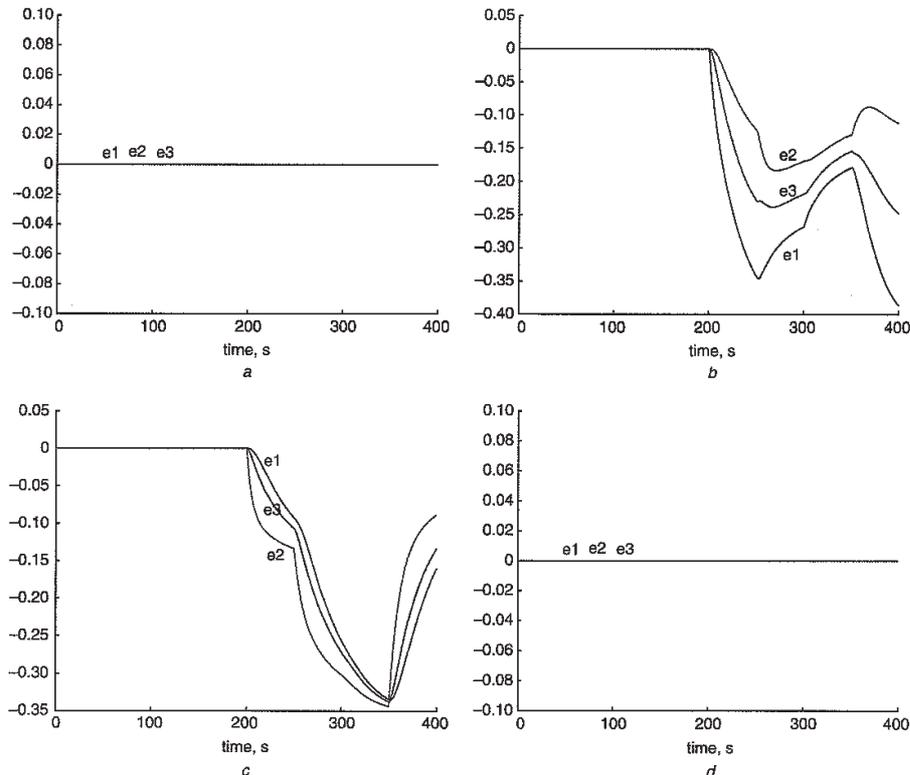
$$\Sigma_{FNLw_2} : \begin{cases} \dot{z}_1 = -2C_1\sqrt{z_1 - z_3} + u_1/S \\ \dot{z}_2 = 2C_3\sqrt{z_3 - z_2} - 2C_2\sqrt{z_2} + u_2/S \\ \quad + S(\dot{y}_{x2} - 2C_3\sqrt{y_{x3} - y_{x2}} + 2C_2\sqrt{y_{x2}} - u_2/S) \\ \dot{z}_3 = 2C_1\sqrt{z_1 - z_3} - 2C_3\sqrt{z_3 - z_2} \\ y_{z1} = z_1 \\ y_{z2} = z_2 \\ y_{z3} = z_3 \end{cases} \quad (18)$$

where the output injection is:

$$\Psi(\cdot, \cdot, \cdot, \cdot) = (0, S(\dot{y}_{x2} - 2C_3\sqrt{y_{x3} - y_{x2}} + 2C_2\sqrt{y_{x2}} - u_2/S), 0)^T$$

We assumed that the initial conditions are equal to zero, and simulated the state estimation error  $e_i = y_{xi} - y_{zi}$  with  $i = \{1, 2, 3\}$  and the results are presented in Fig. 2.

- Figures 2a and 2c show the filter state estimation error (17). Since all components of the state vector are insensitive to  $w_1$ , then the error is exactly zero in the  $w_1$  fault case. The residual differs from zero after the occurrence of fault  $w_2$  ( $t > 200$  s).
- Figures 2b and 2d show the filter state estimation error (18). Since the full state vector is insensitive to  $w_2$ , the error is exactly zero in the presence of fault  $w_2$ . The residual is no longer equal to zero when fault  $w_1$  occurs ( $t > 200$  s).



**Fig. 2** Estimation error

- a Using filter (17) for the  $w_1$  fault case  
 b Using filter (18) for the  $w_1$  fault case  
 c Using filter (17) for the  $w_2$  fault case  
 d Using filter (18) for the  $w_2$  fault case

## 4 Convergence analysis based on contraction theory

### 4.1 Convergence conditions

In the preceding Sections, it was assumed that the initial conditions of the system are known. To remove this assumption, we propose to apply contraction theory [12] to ensure the exponential convergence of the estimated state [13] produced by the filter to the real state of the system. This theory is based on virtual displacement which is defined as  $\delta x$ . Assuming that  $f_0(x) + \sum_{i=1}^m f_i(x)u_i$  is continuously differentiable, a region of state space is called a contraction region if the Jacobian  $\partial \dot{x} / \partial x$  is uniformly negative definite in that region. By  $\partial \dot{x} / \partial x$  being uniformly negative definite we mean that:

$$\exists \beta > 0, \forall x, \forall t \geq 0, \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{x}^T}{\partial x} \right) \leq -\beta I < 0$$

It is shown in Lohmiller and Slotine [12] that any trajectory, which starts in a ball with a constant radius centred about a given trajectory and contained at all times to be in a contraction region, remains in that ball and converges exponentially to this trajectory.

This definition is extended by using a more general definition of differential length. Using the differential coordinate transformation:

$$\delta z = \Theta \delta x \quad (19)$$

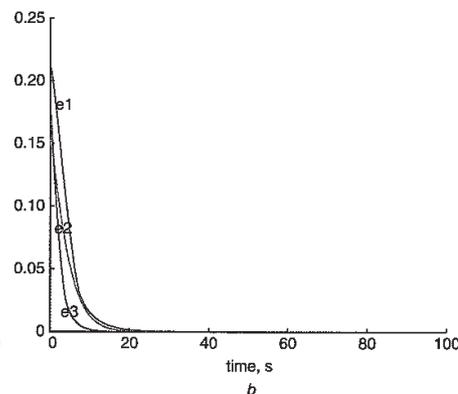
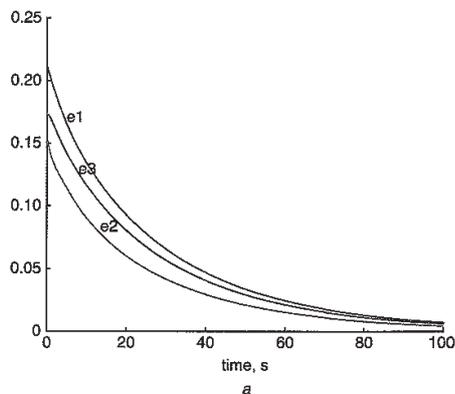
the generalised Jacobian can be formed and studied as:

$$F = \left( \dot{\Theta} + \Theta \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} \right) \Theta^{-1} \quad (20)$$

However, in the general case, it is not always obvious how to study the Jacobian matrix. Thus, simple closure properties are defined by Lohmiller and Slotine [12] these are 'parallel combination', 'feedback combination' and 'hierarchical combination'. The last property is of interest to this work since it matches the structure of the system we are considering.

Let us consider a smooth dynamic defined by a Jacobian matrix of the form:

$$\frac{\partial \dot{x}}{\partial x} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ 0 & F_{22} \end{bmatrix} \quad (21)$$



**Fig. 3** Contraction theory illustration

*a* Error obtained in the state estimation without convergence study  
*b* Error obtained in the state estimation using contraction theory study

By assuming that  $F_{11}$  and  $F_{22}$  are uniformly negative definite, and that  $F_{12}$  is bounded, then the whole system globally exponentially converges to a single trajectory. This trajectory is equivalent with the trajectory that moves in the contracted region.

Now, the main idea is to ensure that the system and filter converge to a single trajectory. Thus, the estimated state  $z$  of (2) converges to the real state  $x$  of (1) if the following properties are satisfied:

1. filter (2) and system (1) are governed by the same differential equation, i.e.  $\Psi(x, z, u)|_{z=x} = 0$ ;
2. the filter trajectory must be in a contraction region. It should be noted that using the output injection, the properties of the Jacobian matrix (21) can be modified.

### 4.2 Converging filter design for the three-tank system

The convergence of a filter is studied using contraction theory, i.e. the state estimation must converge to the real state even if the initial conditions are unknown.

Using the arguments presented in the Appendix, it can be shown that the Jacobian matrix satisfies:

$$Jac = \begin{pmatrix} -\alpha_1 & 0 & \alpha_1 \\ 0 & -(\alpha_2 + \alpha_3) & \alpha_3 \\ \alpha_1 + \alpha_3 & \alpha_3 & -(\alpha_1 + \alpha_3) \end{pmatrix} \quad (22)$$

where  $\alpha_i < 0, \forall (x, t)$  and is bounded by physical constraints.

In order to obtain the Jacobian matrix (21), we set:

$$F_{11} = \begin{pmatrix} -\alpha_1 & 0 \\ 0 & -(\alpha_2 + \alpha_3) \end{pmatrix} \quad F_{12} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$F_{22} = -(\alpha_1 + \alpha_3) \quad (23)$$

One way to recover the triangular Jacobian form (21) is to invalidate the coefficients  $\alpha_1$  and  $\alpha_3$  in columns 1 and 2 of the third row. The proposed solution satisfies characteristics 1 and 2 of Section 4.1 and is given by:

$$\Psi(x, z, u) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ (2C_1\sqrt{y_{x1}} - z_3 - 2C_3\sqrt{z_3 - y_{x2}}) \\ -(2C_1\sqrt{y_{z1}} - z_3 - 2C_3\sqrt{z_3 - y_{z2}}) \end{pmatrix}^T \quad (24)$$

The filter is then rewritten as:

$$\Sigma_{\text{FNL}} : \begin{cases} \dot{z}_1 = -2C_1\sqrt{z_1 - z_3} + u_1/S \\ \dot{z}_2 = 2C_3\sqrt{z_3 - z_2} - 2C_2\sqrt{z_2} + u_2/S \\ \dot{z}_3 = 2C_1\sqrt{y_{x1} - z_3} - 2C_3\sqrt{z_3 - y_{x2}} \\ y_{z1} = z_1 \\ y_{z2} = z_2 \\ y_{z3} = z_3 \end{cases} \quad (25)$$

This filter ensures the convergence of  $z$  to  $x$ , whatever the initial conditions.

It should be noted that faults are not taken into account, i.e.  $w_1 = w_2 = 0$ . The simulations presented in Fig. 3 highlight the use of the contraction theory. The initial conditions of the system ( $x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 0$ ) are different from the initial conditions of the filter ( $z_1(0) = 0.2106, z_2(0) = 0.1541, z_3(0) = 0.1731$ ) and the exponential convergence is obvious in Fig. 3b. However, it seems that the estimation errors converge in Fig. 3a without certainty and especially without proof.

## 5 Fault diagnosis

### 5.1 A unified method

The main purpose of this Section is to propose a global approach that contains:

- decoupling methods for fault isolation;
- a convergence study to ensure the convergence to zero of the residual if no fault occurs even if  $x(0) \neq z(0)$ .

Thus, the global output injection  $\Psi(x, z, u)$  (see (2)) is composed of two output injections, where:

- $\Psi_d(x, z, u)$  is used for decoupling;
- $\Psi_c(x, z, u)$  makes it possible to guaranty convergence.

The aim is to solve the fundamental problem of residual generation using a bank of filters, i.e.  $q$  residuals are generated by  $q$  filters where each residual is only sensitive to a single fault. In the following, we focus our attention on designing a residual generator  $r_i$  that is sensitive only to the single fault  $w_i$  and insensitive to the other ones. Let us consider the system modelled by:

$$\Sigma_{\text{NL}} : \begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + \sum_{i=1}^m f_i(x)u_i + \sum_{j=1, j \neq i}^q p_j(x)w_j \\ y_{xk} = h_k(x), \quad k = \{1, \dots, p\} \end{cases} \quad (26)$$

with the objectives of designing a residual generator such that:

- fault  $w_i$  can be detected;
- fault  $w_i$  is decoupled from  $w_j$  ( $j = \{1, \dots, i-1, i+1, \dots, q\}$ ).

The minimum state subspace invariant for the system dynamic associated with the faults  $w_j$  ( $j = \{1, \dots, i-1, i+1, \dots, q\}$ ).  $\bar{S}^{\bar{p}_i}$  is determined using the decoupling algorithm presented in Section 3. Then, thanks to an output

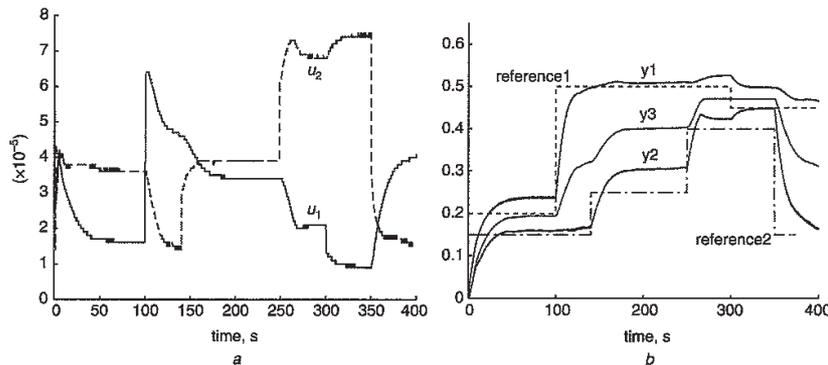


Fig. 4 Measured signals in the fault-free case

- a Inputs
- b Outputs

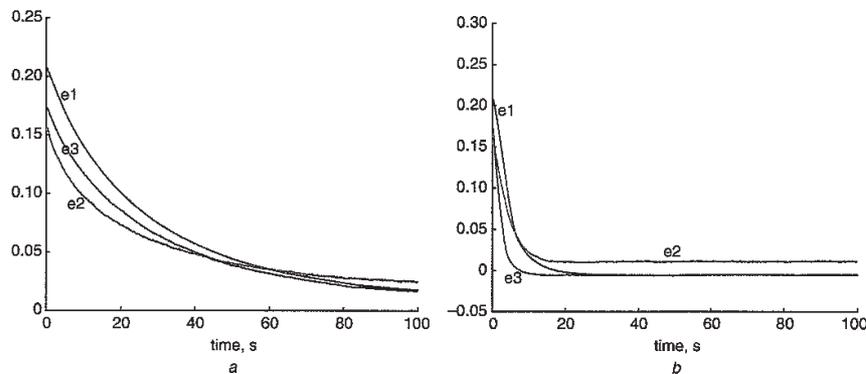
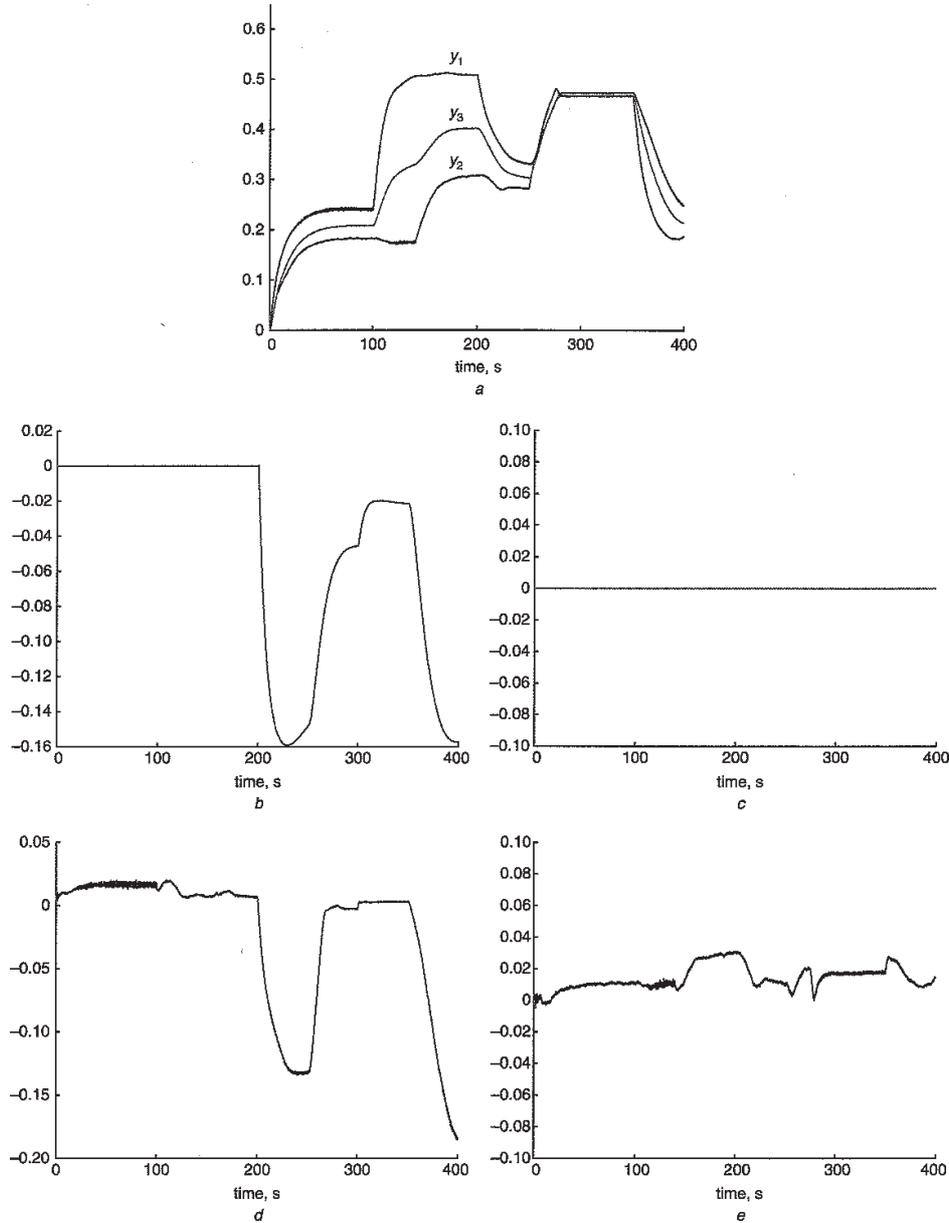


Fig. 5 Illustration of the use of the contraction theory

- a Error obtained in the state estimation without convergence study
- b Error obtained in the state estimation using contraction theory study



**Fig. 6** Dynamic behaviour of outputs and residuals in faulty case

- a The real output for a  $w_1$  fault
- b The residual  $r_1$  for the  $w_1$  fault
- c The residual  $r_2$  for the  $w_1$  fault
- d The real residual  $r_1$  for the  $w_1$  fault
- e The real residual  $r_2$  for the  $w_1$  fault case

injection, it is possible to express the state vector  $\hat{x}_b$  only in terms of  $\tilde{x}_b$  and the known signals  $\Lambda$ .

Considering this property and after a change of coordinates ( $\tilde{z} = \Phi(z)$ ), the filter (2) can be rewritten as:

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_a = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}_a, \tilde{z}_b) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z}_a, \tilde{z}_b)u_i \\ \dot{\tilde{z}}_b = \tilde{f}_{0,2}(\tilde{z}_b) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{z}_b)u_i + \tilde{\Psi}_d(\cdot, \cdot, \cdot, u) \\ y_{zl} = \tilde{h}_l(\tilde{z}_a, \tilde{z}_b) \quad l = \{1, \dots, p\} \end{cases} \quad (27)$$

where

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{0,2}(\tilde{z}_b) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{z}_b)u_i \\ = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}_a, \tilde{z}_b) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z}_a, \tilde{z}_b)u_i - \tilde{\Psi}_d(\cdot, \cdot, \cdot, u) \end{aligned}$$

Assuming that  $x(0) = z(0)$ , then the filter (27) satisfies the following conditions:

- if fault  $w_i = 0$  then  $\tilde{z} = \tilde{x}$ ;
- if fault  $w_j = 0$  ( $j = \{1, \dots, i-1, i+1, \dots, q\}$ ) then  $\tilde{z}_b = \tilde{x}_b$ .

If  $x(0) \neq z(0)$ , then convergence analysis must be performed to ensure that the residuals tend to zero without faults. This can be carried out using an additive output injection:

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_a = \tilde{f}_{0,1}(\tilde{z}_a, \tilde{z}_b) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,1}(\tilde{z}_a, \tilde{z}_b)u_i + \tilde{\Psi}_{c1}(\cdot, \cdot, \cdot, u) \\ \dot{\tilde{z}}_b = \tilde{f}_{0,2}(\tilde{z}_b) + \sum_{i=1}^m \tilde{f}_{i,2}(\tilde{z}_b)u_i + \tilde{\Psi}_{d1}(\cdot, \cdot, \cdot, u) + \tilde{\Psi}_{c2}(\cdot, \cdot, \cdot, u) \\ y_{zl} = \tilde{h}_l(\tilde{z}_a, \tilde{z}_b) \quad l = \{1, \dots, p\} \end{cases} \quad (28)$$

Several characteristics are assigned:

- C1.  $\partial \tilde{\Psi}_{c2}(\cdot, \cdot, \cdot, u) / \partial \tilde{z}_a = 0$  to preserve the decoupling results;  
 C2.  $\tilde{\Psi}_{d1}(\cdot, \cdot, \cdot, u)|_{\tilde{z}=\tilde{x}} = 0$  to ensure that the filter and system check the same differential equation,  
 C3.

$$\frac{\partial \tilde{z}}{\partial z} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ 0 & F_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{\Psi}_{c1}}{\partial \tilde{z}_a} & \frac{\partial \tilde{\Psi}_{c1}}{\partial \tilde{z}_b} \\ 0 & \frac{\partial \tilde{\Psi}_{c2}}{\partial \tilde{z}_b} \end{bmatrix}$$

to guaranty that the filter trajectory is contained in a contraction region, we play an output injection  $\tilde{\Psi}_c$ .

The last step is the residual generation for fault diagnosis. We assume that there exists a residual  $r_i$  designed using an output function such that it solely depends on  $\tilde{z}_b$  and is sensitive to  $w_i$ .

A simple condition should be guaranteed to satisfy this assumption:  $\partial r_i / \partial \tilde{z}_a = 0$  and  $(\partial r / \partial \tilde{z})^T$  is a vector field of the distribution  $p_i$ .

## 5.2 Experimental results

The proposed method will now be applied to the three-tank system. Using filters (17) and (25), the isolation filter that ensures a state estimation that is insensitive to fault  $w_1$ , is rewritten as:

$$\Sigma_{FNLw_1} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = -2C_1\sqrt{\tilde{z}_1 - \tilde{z}_3} + u_1/S \\ \quad + S(\dot{y}_{x1} - u_1/S + 2C_1\sqrt{y_{x1} - y_{x3}}) \\ \dot{\tilde{z}}_2 = 2C_3\sqrt{\tilde{z}_3 - \tilde{z}_2} - 2C_2\sqrt{\tilde{z}_2} + u_2/S \\ \dot{\tilde{z}}_3 = 2C_1\sqrt{y_{x1} - \tilde{z}_3} - 2C_3\sqrt{\tilde{z}_3 - y_{x2}} \\ y_{z1} = z_1 \\ y_{z2} = z_2 \\ y_{z3} = z_3 \end{cases} \quad (29)$$

thus  $\tilde{\Psi}_{d1}(\cdot, \cdot, \cdot, u) = \dot{y}_{x1} - u_1/S + 2C_1\sqrt{y_{x1} - y_{x3}}$  (see (27)) and the output injection  $\tilde{\Psi}_{c1}(\cdot, \cdot, \cdot, u)$  is not defined since  $\tilde{z}_d$  does not exist (see (17)),  $\tilde{\Psi}_{c2}(\cdot, \cdot, \cdot, u) = 2C_1\sqrt{y_{x1} - \tilde{z}_3} - 2C_3\sqrt{\tilde{z}_3 - y_{x2}} - (2C_1\sqrt{y_{z1} - \tilde{z}_3} - 2C_3\sqrt{\tilde{z}_3 - y_{z2}})$  (see (28)).

Moreover since characteristics C1-C3 are verified then filter (29) ensures the convergence of  $z$  to  $x$ , whatever  $w_1$  and initial conditions.

The residual, which is only sensitive to the fault actuator  $w_2$ , is defined as:

$$r_2 = y_{x2} - y_{z2} \quad (30)$$

A similar approach gives the isolation filter (insensitive to fault  $w_2$ )

$$\Sigma_{FNLw_2} : \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_1 = -2C_1\sqrt{\tilde{z}_1 - \tilde{z}_3} + u_1/S \\ \dot{\tilde{z}}_2 = 2C_3\sqrt{\tilde{z}_3 - \tilde{z}_2} - 2C_2\sqrt{\tilde{z}_2} + u_2/S \\ \quad + S(\dot{y}_{x2} - 2C_3\sqrt{y_{x3} - y_{x2}} + 2C_2\sqrt{y_{x2}} - u_2/S) \\ \dot{\tilde{z}}_3 = 2C_1\sqrt{y_{x1} - \tilde{z}_3} - 2C_3\sqrt{\tilde{z}_3 - y_{x2}} \\ y_{z1} = z_1 \\ y_{z2} = z_2 \\ y_{z3} = z_3 \end{cases} \quad (31)$$

with the residual:

$$r_1 = y_{x1} - y_{z1} \quad (32)$$

Real signals are used to illustrate the behaviour of the filters.

The experimental control inputs and corresponding measurements are presented in Fig. 4. It should be noted that due to model error the outputs are not exactly equal to the reference signals. The contraction theory is illustrated by Fig. 5.

From Fig. 6 it can be seen that the residual  $r_1$  defined by (32) has a behaviour which allows us to detect and isolate fault  $w_1$ . For fault  $w_2$ , the residual (30) reproduces the same behaviour.

Although the practical results are comparable with the simulation cases, Figs. 6b and 6c, in the real case, due to uncertainties, the residual is not exactly equal to zero in the fault-free case.

## 6 Conclusions

A method to solve the problem of FDI in nonlinear systems has been presented. Using decoupling and convergence analysis steps asymptotic filters have been synthesised. This nonlinear filter allows us to generate a residual that is sensitive to a single fault whilst being insensitive to all other faults thus making fault diagnosis possible.

The presented theoretical concepts have been illustrated using simulations on a three-tank system. The efficiency of the residual generation method has been proved using experiments.

## 7 References

- 1 Chen, J., and Patton, R.: 'Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems' (Kluwer, Boston, MA, 1999)
- 2 Gertler, J.: 'Fault detection and diagnosis in engineering systems' (Marcel Dekker, New York, NY, 1998)
- 3 Frank, P.: 'Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy a survey and some new results', *Automatica*, 1990, **26**, (3), pp. 459-474
- 4 Jones, H.: 'Failure detection in linear systems', PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, Department of Aeronautics and Astronautics, Cambridge, MA
- 5 Massoumnia, M., Verghese, G., and Willsky, A.: 'Failure detection and identification', *IEEE Trans. Autom. Control*, 1989, **34**, (3), pp. 316-321
- 6 Wonham, W.: 'Linear multivariable control: a geometric approach' (Springer, New York, 1985)
- 7 Fliess, M., Join, C., and Sira-Ramírez, H.: 'Robust residual generation for linear fault diagnosis: an algebraic setting with examples', *Int. J. Control*, 2004, **77**, pp. 1223-1242
- 8 De Persis, C., and Isidori, A.: 'A geometric approach to nonlinear fault detection and isolation', *IEEE Trans. Autom. Control*, 2001, **46**, (6), pp. 853-865
- 9 De Persis, C., and Isidori, A.: 'On the design of fault detection filters with game-theoretic-optimal sensitivity', *Int. J. Robust Nonlinear Control*, 2002, **12**, pp. 729-747
- 10 Hammouri, H., Kinnaert, M., and El Yaagoubi, E.: 'Observer-based approach to fault detection and isolation for non-linear systems', *IEEE Trans. Autom. Control*, 1999, **44**, (10), pp. 1879-1884
- 11 Join, C., Ponsart, J.-C., and Sauter, D.: 'Fault detection and isolation via a nonlinear filter'. Proc. 15th IFAC World Congress on Automatic Control, Barcelona, Spain, 2002

- 12 Lohmiller, W., and Slotine, J.: 'Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy a survey and some new results', *Automatica*, 1998, **34**, (6), pp. 683–696
- 13 Join, C., Jouffroy, J., Ponsart, J.-C., and Lottin, J.: 'Synthèse d'un filtre isolateur de défauts à l'aide de la théorie de la contraction'. Proc. Conf. Int. Francophone d'Automatique, Nantes, France, 2002, pp. 153–158
- 14 Jouffroy, J., and Lottin, J.: 'On the use of contraction theory for the design of nonlinear observers for ocean vehicles'. Proc. American Control Conf., Anchorage, AK, 2002, Vol. 4, pp. 2647–2652
- 15 Koenig, D., Nowakowski, S., and Cecchin, T.: 'An original approach for actuator and component fault detection and isolation'. Proc. 3rd IFAC Symp. on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS, Kingston upon Hull, UK, 1997, pp. 95–105
- 16 Akhenak, A., Chadli, M., Maquin, D., and Ragot, J.: 'State estimation via multiple observer the three tank system'. Proc. 5th IFAC Symp. on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS, Washington DC, USA, 2003, pp. 1227–1232
- 17 Zhou, D., and Frank, P.: 'Nonlinear adaptive observer based component fault diagnosis of nonlinear in closed-loops'. Proc. 14th IFAC world Congress on Automatic Control, Beijing, R.P. China, Vol. P, pp. 25–30
- 18 Theilliol, D., Noura, H., and Ponsart, J.-C.: 'Fault diagnosis and accommodation of a three-tank system based on analytical redundancy', *ISA Trans.*, 2002, **41**
- 19 Shields, D., and Du, S.: 'An assessment of fault detection methods for a benchmark system'. Proc. 4th IFAC Symp. on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS, Budapest, Hungary, 2000, pp. 937–942
- 20 Koscielny, J.: 'Application of fuzzy logic for fault isolation in a three-tank system'. Proc. 14th IFAC World Congress on Automatic Control, Beijing, R.P. China, 1999, Vol. P, pp. 73–78
- 21 Zolghadri, A., Henry, D., and Monson, M.: 'Design of nonlinear observers for fault diagnosis: a case study', *Control Eng. Pract.*, 1996, **4**, (11), pp. 1535–1544
- 22 Zhou, D., Wang, G., and Ding, S.: 'Sensor fault tolerant control of nonlinear systems with application to a three-tank-systems'. Proc. 4th IFAC Symp. on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS, Budapest, Hungary, 2000, pp. 810–815
- 23 Park, J., Rizzoni, G., and Ribbens, W.: 'On the representation of sensor faults in fault detection filters', *Automatica*, 1994, **30**, (11), pp. 1793–1795
- 24 Fliess, M., Marquez, R., Delaleau, E., and Sira-Ramírez, H.: 'Correcteurs proportionnels-intégraux généralisés', *ESAIM, Control, Optimisation Calc. Var.*, 2002, **7**, pp. 23–41
- 25 Join, C., Ponsart, J.-C., and Sauter, D.: 'Sufficient conditions to fault isolation in nonlinear systems: a geometric approach'. Proc. 15th IFAC World Congress, on Automatic Control, Barcelona, Spain, 2002
- 26 Join, C., Ponsart, J.-C., and Sauter, D.: 'Nonlinear filters bank for f.d.i.: an alternative to the fundamental problem of residual generation'. Proc. 5th IFAC Symp. on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS, Washington, DC, 2003, pp. 645–650
- 27 Isidori, A.: 'Nonlinear control systems' (Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1995, 3rd edn.)
- 28 Plestan, F., and Glumineau, A.: 'Linearization by generalized input-output injection and synthesis of observers'. Proc. 13th IFAC Triennial World Congress, San Francisco, CA, 1996, pp. 281–285
- 29 Glumineau, A., Moog, C.H., and Plestan, F.: 'New algebraic-geometric conditions for linearization by input-output injection', *IEEE Trans. Autom. Control*, 1996, **41**, (4), pp. 598–603
- 30 Join, C., Ponsart, J.-C., Sauter, D., and Jamouli, H.: 'Fault decoupling via generalized output injection'. Proc. 7th European Control Conf., Cambridge, UK, 2003
- 31 Kailath, T.: 'Linear systems' (Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1980)
- 32 Join, C.: 'Diagnostic des systèmes non linéaires - Contribution aux méthodes de découplage'. PhD thesis, Université Henri Poincaré, Nancy, 2002
- 33 Amira-DTS2000: 'Laboratory setup three tank system' (Amira GmbH, Duisburg, Germany, 1996)

## 8 Appendix

### 8.1 Benchmark description

The three-tank system is shown in Fig. 7 and is composed of three cylindrical tanks with identical cross-sections  $S$ . The tanks are coupled by two connecting cylindrical pipes with a cross-section  $S_p$  and an outflow coefficient  $\mu_1 = \mu_3$ . The nominal outflow is located at tank 2, it also has a circular cross-section of  $S_p$  and an outflow coefficient  $\mu_2$ . Two pumps driven by DC motors supply tanks 1 and 2. The flow rates ( $q_1$  and  $q_2$  in  $m^3$ ) through these pumps are defined by the calculation of flow per rotation. All three tanks are equipped with piezo-resistive pressure transducers to measure the level of the liquid ( $L_1$ ,  $L_2$  and  $L_3$  in  $m$ ). In this system, actuator faults (such as biases or loss of sensitivity of the actuator) and component faults (such as leakage in the tanks and clogs in the pipes) can be easily created by means of adjustable ball valves.

Using the mass balance equations, the system can be represented conveniently by [33]:

$$\Sigma_{NL} : \begin{cases} S \frac{dL_1}{dt} = q_1 - q_{13} \\ S \frac{dL_2}{dt} = q_2 + q_{32} - q_{20} \\ S \frac{dL_3}{dt} = q_{13} - q_{32} \end{cases} \quad (33)$$

where  $q_{ij}$  represents the water flow rate from tank  $i$  to  $j$  ( $\{i, j\} \in \{1, 2, 3\}$ ), which can be expressed using the Torricelli rule by:

$$q_{ij} = \mu_i S_p \text{sign}(L_i - L_j) \sqrt{2g|L_i - L_j|} \quad (34)$$

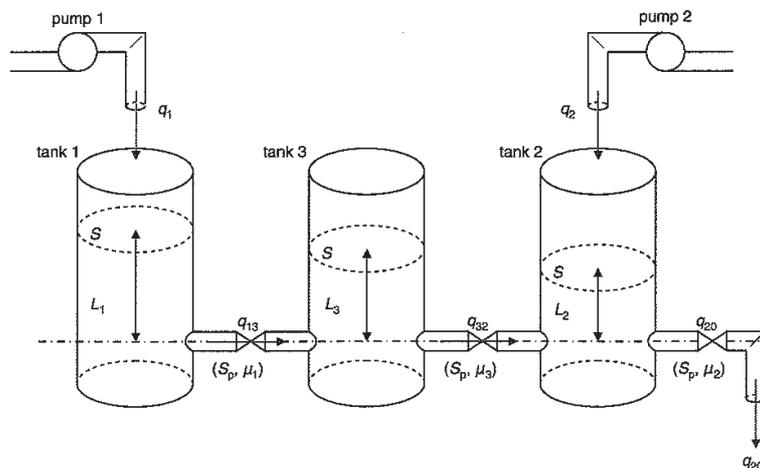
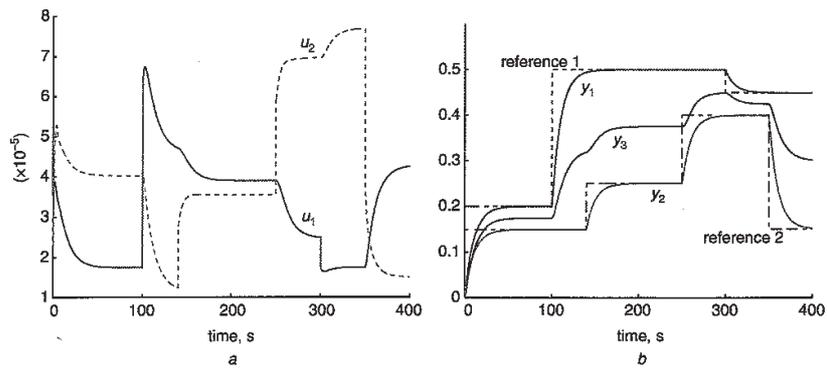


Fig. 7 A synopsis of the three-tank system



**Fig. 8** Simulation results obtained on the fault-free case

- a The control inputs
- b The measured outputs

where  $q_{20}$  represents the outflow rate with

$$q_{20} = \mu_2 S_p \sqrt{2gL_2} \quad (35)$$

Without restrictions, we consider the system in which the following inequalities are satisfied:  $L_1 > L_3 > L_2$ . In other

words, a particular direction is assumed for the flow rate  $q_{ij}$ . Simulations of the process behaviour in the fault-free case are shown in Fig. 8. Note that the system precision, i.e. the liquid levels in tank 1 and in tank 2, tend to their output reference values.

**[RI-11]**

- S. Aberkane, **J-C. Ponsart**, M. Rodrigues, D. Sauter,

“Output Feedback Control of a Class of Stochastic Hybrid Systems”, *Automatica*, Vol. 44, N. 5, pp. 1325-1332, 2008.



Available online at [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)

Automatica 44 (2008) 1325–1332

---



---

**automatica**


---



---

[www.elsevier.com/locate/automatica](http://www.elsevier.com/locate/automatica)

Brief paper

## Output feedback control of a class of stochastic hybrid systems<sup>☆</sup>

Samir Aberkane<sup>\*</sup>, Jean Christophe Ponsart, Mickael Rodrigues, Dominique Sauter

CRAN – CNRS UMR 7039, Université Henri Poincaré, BP 239, F-54506 Vandœuvre-lès-Nancy Cedex, France

Received 27 March 2006; received in revised form 20 February 2007; accepted 20 September 2007

Available online 19 March 2008

---

### Abstract

This paper deals with static output feedback control of a class of reconfigurable systems with Markovian Parameters and state-dependent noise. The main contribution is to formulate conditions for multi-performance design related to this class of stochastic hybrid systems. The specifications and objectives under consideration include stochastic stability,  $\mathcal{H}_2$  and  $\mathcal{H}_\infty$  performances. Another problem related to a more general class of stochastic hybrid systems, known as Markovian Jump Linear Systems (MJLS), is also addressed. This problem concerns the mode-independent output feedback control of MJLS. The obtained results are illustrated on a numerical example.

© 2008 Elsevier Ltd. All rights reserved.

**Keywords:** Reconfigurable control; Markovian jumping parameters;  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$  control; Static output feedback

---

### 1. Introduction

Fault tolerant control systems (FTCS) aim at guaranteeing that a process keeps fulfilling its mission even in the presence of failures, although possibly in a degraded mode. For the design problem, two basic approaches have been studied: passive fault tolerance rely on robust control principles where the faults are considered as modeling uncertainties. Active fault tolerant control (AFTC), on the other hand, involves automatically detecting and identifying the failed components using a fault detection and identification (FDI) scheme and then reconfiguring the control law on-line in response to the FDI algorithm decisions. Despite the evident interaction between FDI and reconfiguration algorithms, the research on FDI and reconfiguration methods has often evolved separately. Typically, in the reconfiguration literature, it is usually assumed that a perfect FDI device is available (*i.e.* no detection delays, no false alarms, no missed detection, *etc.*). On the other hand, an FDI algorithm is judged satisfactory if it detects failures quickly and generates few false alarms, regardless of the performance of the closed-loop reconfigured system.

The first purpose of this paper is then to use a mathematical model that includes in the same analysis framework the FDI and reconfiguration algorithms. Such a model was initially proposed by Mariton (1989, 1990). The author shows that when the FDI output is feedback into a reconfiguration closed-loop control, a short detection delay and a low false alarm rate do not guarantee stable operation of the reconfigurable system. This makes the synthesis of reconfigurable controllers that take explicitly into account the inherent imperfections of the FDI process of great importance.

The proposed model in Mariton (1989) belongs to the class of MJLS. In MJLS, a single jump process is used to describe the random variations affecting the system parameters. This process is represented by a finite state Markov chain and is called the plant regime mode. The theory of stability, optimal control and  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$  control, as well as important applications of such systems, can be found in several papers in the current literature, for instance in Boukas (1999, 2001, 2006), Costa, do Val, and Geromel (1999), de Farias, Geromel, do Val, and Costa (2000), de Souza and Fragoso (1993), Ji and Chizeck (1990, 1992) and Mariton (1990). In the class of stochastic hybrid systems introduced in Mariton (1989, 1990), two random processes are defined: the first random process represents system components failures and the second random process represents the FDI process used to reconfigure the control law. The problem of stochastic stability of active fault tolerant control systems with Markovian parameters (AFTCSMP) in the presence of noise,

---

<sup>☆</sup> This paper was not presented at any IFAC meeting. This paper was recommended for publication in revised form by Associate Editor René Boel under the direction of Editor Ian Petersen.

<sup>\*</sup> Corresponding author. Tel.: +33 3 83 68 44 80; fax: +33 3 83 68 44 62.

E-mail address: [samir.aberkane@cran.uhp-nancy.fr](mailto:samir.aberkane@cran.uhp-nancy.fr) (S. Aberkane).

parameter uncertainties, detection errors, detection delays and actuator saturation limits as well as  $\mathcal{H}_\infty$  performance analysis have been investigated in Aberkane, Ponsart, and Sauter (2006), Mahmoud, Jiang, and Zhang (2001, 2003), Shi and Boukas (1997) and Shi, Boukas, Nguang, and Guo (2003).

On the other hand, one of the most challenging open problems in control theory is the synthesis of fixed-order or static output feedback controllers that meet desired performances and specifications (Syrmos, Abdallah, Dorato, & Grigoriadis, 1997). Among all variations of this problem, this note is concerned with the problem of static output feedback control of continuous-time AFTCSMP with state-dependent noise. The main contribution is to formulate conditions for multi-performance design related to this class of stochastic hybrid systems. The specifications and objectives under consideration include stochastic stability and  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$  performances. Another problem related to a more general class of stochastic hybrid systems, (MJLS), is also addressed. This problem concerns the mode-independent static output feedback control of this class of systems. Most of the developed results in the field of MJLS control are obtained under the restrictive assumption of control with complete state observation (Markov and system states). However, the access to the system mode may not be possible in some circumstances, which limits the use of such controllers. For instance, if the changes in the Markov chain are associated to failures of components of non-critical significance, or more generally if some changes are difficult to measure, it is quite possible that the associated Markov states are not accessible to the controller. This scenario impose serious limitations in the analytical front (do Val, Geromel, & Goncalves, 2002). One can distinguish two approaches for the design of mode-independent controllers. The first one uses a constant Lyapunov function (Boukas & Al-Muthairi, 2004; Costa, Filho, Boukas, & Marques, 1999; El-Ghaoui & Ait-Rami, 1996), which leads to a linear matrix inequality (LMI) formulation of the design problem. The second one uses mode-dependent Lyapunov function and therefore leads to less conservative results. This approach usually leads to bilinear matrix inequality (BMI) problem. All the aforementioned works are based on the critical assumption of the complete access to the state vector. Practically, this assumption may sometimes be hard to satisfy and therefore, the developed results are restrictive. To the best of our knowledge, to date the problem of static output feedback  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$  control of continuous-time MJLS with a non-accessible jumping parameter has not yet been fully addressed. Our approach belongs to the class of methods that use mode-dependent Lyapunov functions.

This paper is organized as follows: Section 2 describes the dynamical model of the system. A brief summary of basic stochastic terms and results are given in Section 3. Section 4 addresses the stochastic stabilization problem. Section 5 considers the  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$  control problem. In Section 6, a numerical algorithm is provided and its running is illustrated on a numerical example. Section 7 concludes this paper.

**Notations.**  $\mathbb{R}^{m \times n}$  is the set of  $m$ -by- $n$  real matrices and  $\mathbb{S}^n$  is the subset of symmetric matrices in  $\mathbb{R}^{n \times n}$ .  $A'$  is the transpose

of the matrix  $A$ . The notation  $X \geq Y$  ( $X > Y$ , respectively), where  $X$  and  $Y$  are symmetric matrices, means that  $X - Y$  is positive semi-definite (positive definite, respectively);  $\mathbb{I}$  and  $\mathbf{0}$  are identity and zero matrices of appropriate dimensions, respectively;  $\mathcal{E}\{\cdot\}$  denotes the expectation operator with respect to some probability measure  $P$ ;  $L^2[0, \infty)$  stands for the space of square-integrable vector functions over the interval  $[0, \infty)$ ;  $\|\cdot\|$  refers to either the Euclidean vector norm or the matrix norm, which is the operator norm induced by the standard vector norm;  $\|\cdot\|_2$  stands for the norm in  $L^2[0, \infty)$ ; while  $\|\cdot\|_{\mathcal{E}_2}$  denotes the norm in  $L^2((\Omega, \mathcal{F}, P), [0, \infty))$ ;  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  is a probability space. We also denote  $\bullet(t) = \bullet_t$ , and the initial conditions  $\bullet(t_0) = \bullet_0$ . In block matrices,  $\star$  indicates symmetric terms:  $\begin{bmatrix} A & B \\ B' & C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & \star \\ B' & C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ \star & C \end{bmatrix}$ .

## 2. Dynamical model

To describe the class of linear systems with Markovian jumping parameters that we deal with in this paper, let us fix a complete probability space  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ . The dynamical model of the reconfigurable system with Markovian process and state-dependent noise, defined in the fundamental probability space  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ , is described by the following differential equations:

$$\varphi : \begin{cases} dx_t = A(\xi_t)x_t dt + B(\eta_t)u_t dt + E(\xi_t, \eta_t)w_t dt \\ \quad + \sum_{l=1}^v \mathbb{W}_l(\xi_t, \eta_t)x_t d\varpi_{lt} \\ y_t = C_2 x_t + D_2(\xi_t, \eta_t)w_t \\ z_t = C_1 x_t + D_1(\eta_t)u(y_t, \psi_t, t) \end{cases} \quad (1)$$

where  $x_t \in \mathbb{R}^n$  is the system state,  $u_t \in \mathbb{R}^r$  is the system input,  $y_t \in \mathbb{R}^q$  is the system measured output,  $z_t \in \mathbb{R}^p$  is the controlled output,  $w_t \in \mathbb{R}^m$  is the system external disturbance,  $\xi_t$ ,  $\eta_t$  and  $\psi_t$  represent the plant component failure process, the actuator failure process and the FDI process, respectively.  $\xi_t$ ,  $\eta_t$  and  $\psi_t$  are separable and measurable Markov processes with finite state spaces  $Z = \{1, 2, \dots, z\}$ ,  $S = \{1, 2, \dots, s\}$  and  $R = \{1, 2, \dots, r\}$ , and transition rate matrices  $\Pi = [\pi_{ij}, i \in Z, j \in Z]$ ,  $\Upsilon = [v_{ij}, i \in S, j \in S]$ ,  $\Lambda = [\lambda_{iv}^{kl}, i \in R, v \in R, k \in Z, l \in S]$  respectively.  $\pi_{ij}$  is the plant components failure rate, and  $v_{kl}$  is the actuator failure rate. Here,  $\lambda_{iv}^{kl}$  represents the transition rate from  $i$  to  $v$  for the Markov process  $\psi(t)$  conditioned on  $\xi = k \in Z$  and  $\eta = l \in S$ . Depending on the values of  $i, v \in R, k \in Z$  and  $l \in S$ , various interpretations, such as *rate of false detection and isolation, rate of correct detection and isolation, false alarm recovery rate, etc.* can be given to  $\lambda_{iv}^{kl}$  (Mahmoud et al., 2003; Srichander & Walker, 1993).  $\varpi_t = [\varpi_{1t} \dots \varpi_{vt}]'$  is a  $v$ -dimensional standard Wiener process on a given probability space  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ , that is assumed to be independent of the Markov processes.

In AFTC, we consider that the control law is only a function of the measurable FDI process  $\psi(t)$ . Therefore, we introduce a static output feedback compensator ( $\varphi_s$ ) of the form:

$$\varphi_s : \{u_t = \mathcal{K}(\psi_t)y_t. \quad (2)$$

Applying the controller  $\varphi_s$  to  $\varphi$ , we obtain the following closed-loop system:

$$\varphi_{cl} : \begin{cases} dx_t = \bar{A}(\xi_t, \eta_t, \psi_t)x_t dt + \bar{E}(\xi_t, \eta_t, \psi_t)w_t dt \\ \quad + \sum_{l=1}^v \mathbb{W}_l(\xi_t, \eta_t)x_t d\omega_{lt} \\ y_t = C_2 x_t + D_2(\xi_t, \eta_t)w_t \\ z_t = \bar{C}_1(\eta_t, \psi_t)x_t + \bar{D}_1(\xi_t, \eta_t, \psi_t)w_t \end{cases} \quad (3)$$

where

$$\begin{bmatrix} \bar{A}(\xi_t, \eta_t, \psi_t) & \bar{E}(\xi_t, \eta_t, \psi_t) \\ \bar{C}_1(\eta_t, \psi_t) & \bar{D}_1(\xi_t, \eta_t, \psi_t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(\xi_t) & E(\xi_t, \eta_t) \\ C_1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B(\eta_t) \\ D_1(\eta_t) \end{bmatrix} \mathcal{K}(\psi_t) [C_2 \quad D_2(\xi_t, \eta_t)].$$

For notational simplicity, we will denote  $\bullet(\xi_t) = \bullet_i$  when  $\xi_t = i \in Z$ ,  $\bullet(\eta_t) = \bullet_j$ ,  $\bullet(\xi_t, \eta_t) = \bullet_{ij}$  when  $\xi_t = i \in Z$ ,  $\eta_t = j \in S$  and  $\bullet(\psi_t) = \bullet_k$  when  $\psi_t = k \in R$ .

### 3. Definitions and basic results

In this section, we will first give basic definitions related to stochastic stability notions and then we will summarize some results about stochastic stability of reconfigurable systems with Markovian processes.

#### 3.1. Stochastic stability

For system (1), when  $u_t \equiv 0$  for all  $t \geq 0$ , we have the following definition.

**Definition 1.** System (1) is said to be internally exponentially stable in the mean square sense (IESS), if there exist positive constants  $\alpha$  and  $\beta$  such that the solution of

$$dx_t = A(\xi_t)x_t dt + \sum_{l=1}^v \mathbb{W}_l(\xi_t, \eta_t)x_t d\omega_{lt}$$

satisfies the following inequality

$$\mathcal{E}\{\|x_t\|^2\} \leq \beta \|x_0\|^2 \exp[-\alpha(t - t_0)] \quad (4)$$

for arbitrary initial conditions  $(x_0, \xi_0, \eta_0)$ .

**Definition 2.** System (1) is said to be internally exponentially stabilizable in the mean square sense by static output feedback, if there exists a control  $\varphi_s$  such that the closed-loop system (3) is IESS.

The following proposition gives a necessary and sufficient condition for IESS of the system (3).

**Proposition 1.** System (3) is IESS if and only if there exists symmetric positive definite matrices  $\mathcal{P}_{ijk}$ ,  $i \in Z$ ,  $j \in S$  and  $k \in R$  such that:

$$\begin{aligned} \bar{A}'_{ijk} \mathcal{P}_{ijk} + \mathcal{P}_{ijk} \bar{A}_{ijk} + \sum_{l=1}^v \mathbb{W}'_{lij} \mathcal{P}_{ijk} \mathbb{W}_{lij} + \sum_{h \in Z} \pi_{ih} \mathcal{P}_{hjk} \\ + \sum_{l \in S} v_{jl} \mathcal{P}_{ilk} + \sum_{v \in R} \lambda_{kv}^{ij} \mathcal{P}_{ijv} = \mathfrak{J}_{ijk} < 0 \end{aligned} \quad (5)$$

where:  $\bar{A}_{ijk} = A_i + B_j \mathcal{K}_k C_2$ .

**Proof.** Due to page limit, the proof of this proposition is not detailed here. It is based on classical tools from stochastic stability analysis (Kushner, 1967). ■

**Proposition 2.** If system (3) is IESS, for every  $w = \{w_t; t \geq 0\} \in L_2[0, \infty)$ , we have that  $x = \{x_t; t \geq 0\} \in L_2((\Omega, \mathcal{F}, P), [0, \infty))$ , i.e.,  $\mathcal{E} \left\{ \int_0^\infty x_t^T x_t dt \right\} < \infty$ , for any initial conditions.

The proof of Proposition 2 is omitted. It follows the same arguments as for the proof of Proposition 5.1 in Aberkane et al. (2006).

#### 3.2. Matrix ellipsoids

Through this paper, a particular set of matrices is used. In the literature, these sets are referred to as matrix ellipsoids of  $\mathbb{R}^{(m \times p)}$ .

**Definition 3 (Peaucelle & Arzelier, 2005).** Given three matrices  $\mathbb{X} \in \mathbb{S}^q$ ,  $\mathbb{Y} \in \mathbb{R}^{q \times r}$  and  $\mathbb{Z} \in \mathbb{S}^r$ , the  $\{\mathbb{X}, \mathbb{Y}, \mathbb{Z}\}$ -ellipsoid of  $\mathbb{R}^{r \times q}$  is the set of matrices  $\mathcal{K}$  satisfying the following matrix inequalities:

$$\mathbb{Z} > 0; \quad \begin{bmatrix} \mathbb{I} & \mathcal{K}' \\ \star & \mathbb{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{X} & \mathbb{Y} \\ \star & \mathbb{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{I} \\ \mathcal{K} \end{bmatrix} \leq 0. \quad (6)$$

By definition,  $\mathcal{K}_0 = -\mathbb{Z}^{-1}\mathbb{Y}'$  is the center of the ellipsoid and  $R = \mathcal{K}'_0 \mathbb{Z} \mathcal{K}_0 - \mathbb{X}$  is the radius. Inequality (6) can also be written as

$$\mathbb{Z} > 0; \quad (\mathcal{K} - \mathcal{K}_0)' \mathbb{Z} (\mathcal{K} - \mathcal{K}_0) \leq R. \quad (7)$$

This definition shows that matrix ellipsoids are special cases of matrix sets defined by quadratic matrix inequality. Some properties of these sets are:

- (i) A matrix ellipsoid is a convex set;
- (ii)  $\{\mathbb{X}, \mathbb{Y}, \mathbb{Z}\}$ -ellipsoid is nonempty iff the radius ( $R \geq 0$ ) is positive semi-definite. This property can also be expressed as

$$\mathbb{X} \leq \mathbb{Y} \mathbb{Z}^{-1} \mathbb{Y}'. \quad (8)$$

### 4. Stochastic stabilization

In this section, we shall address the problem of finding all static compensators ( $\varphi_s$ ), as defined in Section 2, such that the closed-loop system ( $\varphi_{cl}$ ) becomes IESS. To this end, we use Proposition 1 and the idea of synthesizing ellipsoidal sets of controllers (Peaucelle & Arzelier, 2005) to get the following necessary and sufficient conditions for the IESS of system (3).

**Proposition 3.** System (1) is internally exponentially stabilizable in the mean square sense by static output feedback if and only if there exists matrices  $\mathcal{P}_{ijk} = \mathcal{P}'_{ijk} > 0$ ,  $\mathbb{X}_k \in \mathbb{S}^q$ ,  $\mathbb{Y}_k \in \mathbb{R}^{q \times r}$  and  $\mathbb{Z}_k = \mathbb{Z}'_k > 0$  that simultaneously satisfy the following LMI constraints

$$\begin{bmatrix} \mathbb{I} & \mathbf{0} \\ A_i & B_j \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \Theta_{ijk} & \mathcal{P}_{ijk} \\ \mathcal{P}_{ijk} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{I} & \mathbf{0} \\ A_i & B_j \end{bmatrix} < \begin{bmatrix} C_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbb{I} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \mathbb{X}_k & \mathbb{Y}_k \\ \star & \mathbb{Z}_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbb{I} \end{bmatrix} \quad (9)$$

and the nonlinear inequalities constraints

$$\mathbb{X}_k \leq \mathbb{Y}_k \mathbb{Z}_k^{-1} \mathbb{Y}_k' \quad (10)$$

$\forall i \in \mathcal{Z}, j \in \mathcal{S}$  and  $k \in \mathcal{R}$ , where

$$\begin{aligned} \Theta_{ijk} &= \sum_{l=1}^v \mathbb{W}'_{lij} \mathcal{P}_{ijk} \mathbb{W}_{lij} + \sum_{h \in \mathcal{Z}} \pi_{ih} \mathcal{P}_{hjk} + \sum_{l \in \mathcal{S}} v_{jl} \mathcal{P}_{ilk} \\ &+ \sum_{v \in \mathcal{R}} \lambda_{kv}^{ij} \mathcal{P}_{ijv}. \end{aligned}$$

Let  $\{\mathcal{P}_{ijk}, \mathbb{X}_k, \mathbb{Y}_k, \mathbb{Z}_k\}$  be a solution, then the nonempty  $\{\mathbb{X}_k, \mathbb{Y}_k, \mathbb{Z}_k\}$ -ellipsoids are sets of stabilizing gains.

**Proof. Sufficiency.** Assume that (9) and (10) are satisfied for some  $\{\mathcal{P}_{ijk}, \mathbb{X}_k, \mathbb{Y}_k, \mathbb{Z}_k\}$  matrices. Due to the properties of matrix ellipsoids, the  $\{\mathbb{X}_k, \mathbb{Y}_k, \mathbb{Z}_k\}$ -ellipsoids are nonempty. Take any element  $\mathcal{K}_k$ . The LMI (9) implies that for all  $(x_t' \ u_t') \neq 0$

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix} x_t \\ A_i x_t + B_j u_t \end{pmatrix}' \begin{bmatrix} \Theta_{ijk} & \mathcal{P}_{ijk} \\ \mathcal{P}_{ijk} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_t \\ A_i x_t + B_j u_t \end{pmatrix} \\ &< \begin{pmatrix} C_2 x_t \\ u_t \end{pmatrix}' \begin{bmatrix} \mathbb{X}_k & \mathbb{Y}_k \\ \star & \mathbb{Z}_k \end{bmatrix} \begin{pmatrix} C_2 x_t \\ u_t \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (11)$$

Definition 1 implies that for all nonzero trajectories

$$x_t' \mathcal{K}_k x_t < y_t' \begin{bmatrix} \mathbb{I} & \mathcal{K}_k' \\ \star & \mathbb{Z}_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{I} \\ \mathcal{K}_k \end{bmatrix} y_t \leq 0. \quad (12)$$

Then, the closed-loop exponential stochastic stability follows from Proposition 1 for the quadratic stochastic Lyapunov function  $\vartheta(\xi_t, \eta_t, \psi_t) = x_t' \mathcal{P}(\xi_t, \eta_t, \psi_t) x_t$ .

**Necessity.** Assume that  $\mathcal{K}_k$  are stabilizing static output feedback gains and  $\vartheta(\xi_t, \eta_t, \psi_t) = x_t' \mathcal{P}(\xi_t, \eta_t, \psi_t) x_t$  is a stochastic Lyapunov function. Then from Proposition 1, we have

$$\begin{aligned} &[\mathcal{K}_k C_2 \quad -\mathbb{I}] \begin{pmatrix} x_t \\ u_t \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \\ &\begin{pmatrix} x_t \\ u_t \end{pmatrix}' \begin{bmatrix} \mathbb{I} & \mathbf{0} \\ A_i & B_j \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \Theta_{ijk} & \mathcal{P}_{ijk} \\ \mathcal{P}_{ijk} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{I} & \mathbf{0} \\ A_i & B_j \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_t \\ u_t \end{pmatrix} < 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Based on the Finsler Lemma (Skelton, Iwasaki, & Grigoriadis, 1998), there exist scalars  $\tau_{ijk}$  such that

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \mathbb{I} & \mathbf{0} \\ A_i & B_j \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \Theta_{ijk} & \mathcal{P}_{ijk} \\ \mathcal{P}_{ijk} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{I} & \mathbf{0} \\ A_i & B_j \end{bmatrix} \\ &< \tau_{ijk} [\mathcal{K}_k C_2 \quad -\mathbb{I}]' [\mathcal{K}_k C_2 \quad -\mathbb{I}] \\ &\leq \varepsilon_k [\mathcal{K}_k C_2 \quad -\mathbb{I}]' [\mathcal{K}_k C_2 \quad -\mathbb{I}] \end{aligned} \quad (14)$$

where  $\varepsilon_k = \max_{i,j}(\tau_{ijk})$ . The inequality (9) is obtained with  $\mathbb{X}_k = \varepsilon_k \mathcal{K}_k' \mathcal{K}_k$ ,  $\mathbb{Y}_k = -\varepsilon_k \mathcal{K}_k'$ ,  $\mathbb{Z}_k = \varepsilon_k \mathbb{I}$ . (14) implies  $\mathbf{0} < \mathbb{Z}_k$ . Hence the proof is complete. ■

**Mode-independent stabilization of MJLS:** Consider the following continuous-time MJLS:

$$\begin{cases} dx_t = A(\phi_t)x_t dt + B(\phi_t)u_t dt + E(\phi_t)w_t dt \\ \quad + \sum_{l=1}^v \mathbb{W}_l(\phi_t)x_t d\omega_{lt} \\ y_t = C_2(\phi_t)x_t + D_2(\phi_t)w_t \\ z_t = C_1(\phi_t)x_t + D_1(\phi_t)u_t \end{cases} \quad (15)$$

$\{\phi_t, t \geq 0\}$  is a continuous-time homogeneous Markov process with finite state space  $\Xi = \{1, \dots, \sigma\}$  and transition rate matrix  $\Lambda = [\lambda_{ij}, i \in \Xi, j \in \Xi]$ . The set  $\Xi$  comprises the operation modes of system (15) and for each possible value of  $\theta_t = i, i \in \Xi$ , we denote the matrices associated with the “ $i$ th mode” by:  $\mathcal{M}_i = \mathcal{M}(\theta_t = i)$ .

Most of the developed results in the field of MJLS control are obtained under the restrictive assumption of control with complete state observation (Markov and system states). However, the access to the system mode and system state vector may not be possible in some circumstances, which limits the use of such controllers. The design of mode-independent output feedback controller is of great interest in this case. The mode-independent controller used in the rest of the paper is assumed to be of the form:  $u_t = \mathcal{K}y_t$ .

We will design the mode-independent static output feedback controller using mode-dependent Lyapunov function approach. This leads to less conservative results when using mode-independent Lyapunov functions.

**Proposition 4.** System (15) is internally exponentially stabilizable in the mean square sense by static output feedback if and only if there exists matrices  $\mathcal{P}_i = \mathcal{P}_i' > 0$ ,  $\mathbb{X} \in \mathbb{S}^q$ ,  $\mathbb{Y} \in \mathbb{R}^{q \times r}$  and  $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}' > 0$  that simultaneously satisfy the following LMI constraints

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \mathbb{I} & \mathbf{0} \\ A_i & B_j \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \Theta_i & \mathcal{P}_i \\ \mathcal{P}_i & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{I} & \mathbf{0} \\ A_i & B_j \end{bmatrix} \\ &< \begin{bmatrix} C_{2i} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbb{I} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \mathbb{X} & \mathbb{Y} \\ \star & \mathbb{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{2i} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbb{I} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

and the nonlinear inequality constraint

$$\mathbb{X} \leq \mathbb{Y} \mathbb{Z}^{-1} \mathbb{Y}' \quad (17)$$

$\forall i \in \Xi$ , where  $\Theta_i = \sum_{l=1}^v \mathbb{W}'_{li} \mathcal{P}_i \mathbb{W}_{li} + \sum_{v \in \Xi} \lambda_{iv} \mathcal{P}_v$ . Let  $\{\mathcal{P}_i, \mathbb{X}, \mathbb{Y}, \mathbb{Z}\}$  be a solution, then the nonempty  $\{\mathbb{X}, \mathbb{Y}, \mathbb{Z}\}$ -ellipsoid is a set of stabilizing gains.

## 5. The control problem

### 5.1. $\mathcal{H}_\infty$ control

Let us consider system (1) with

$$z_t = z_{\infty t} = C_{\infty 1} x_t + D_{\infty 1}(\eta_t) u(y_t, \psi_t, t)$$

$z_{\infty t}$  stands for the controlled output related to  $\mathcal{H}_\infty$  performance.

In this section, we deal with the design of controllers that stochastically stabilize the closed-loop system and guarantee

the disturbance rejection, with a certain level  $\gamma_\infty > 0$ . Mathematically, we are concerned with the characterization of compensators  $\varphi_s$  that stochastically stabilize the system (3) and guarantee the following for all  $w \in L^2[0, \infty)$ :

$$\|z_\infty\|_{\mathcal{E}_2} = \mathcal{E} \left\{ \int_0^\infty z'_{\infty t} z_{\infty t} dt \right\}^{1/2} < \gamma_\infty \|w\|_2 \quad (18)$$

where  $\gamma_\infty > 0$  is a prescribed level of disturbance attenuation to be achieved. To this end, we need the auxiliary result given by the following proposition.

**Proposition 5.** *If there exists symmetric positive definite matrices  $\mathcal{P}_{\infty ijk}$ ,  $i \in Z$ ,  $j \in S$  and  $k \in R$  such that*

$$\begin{bmatrix} \mathfrak{J}_{\infty ijk} & \bar{C}'_{1ijk} \bar{D}_{1ijk} + \mathcal{P}_{\infty ijk} \bar{E}_{ijk} \\ \star & \bar{D}'_{1ijk} \bar{D}_{1ijk} - \gamma_\infty^2 \mathbb{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

where  $\mathfrak{J}_{\infty ijk}$  is obtained from  $\mathfrak{J}_{ijk}$  by replacing  $\mathcal{P}_{ijk}$  by  $\mathcal{P}_{\infty ijk}$ , then the system (3) is stochastically stable and satisfies (18).

**Proof.** It follows the same arguments as for the proof of Proposition 5.2 in Aberkane et al. (2006). ■

Using the previous proposition, the following  $\mathcal{H}_\infty$  control result can be stated.

**Proposition 6.** *If there exists matrices  $\mathcal{P}_{\infty ijk} = \mathcal{P}'_{\infty ijk} > 0$ ,  $\mathbb{X}_k \in \mathbb{S}^q$ ,  $\mathbb{Y}_k \in \mathbb{R}^{q \times r}$  and  $\mathbb{Z}_k = \mathbb{Z}'_k > 0$  that simultaneously satisfy the following LMI constraints*

$$\begin{aligned} \mathbb{M}'_{1ij} \begin{bmatrix} \Theta_{ijk} & \mathcal{P}_{\infty ijk} \\ \mathcal{P}_{\infty ijk} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbb{M}_{1ij} < \mathbb{M}'_{2j} \begin{bmatrix} -\mathbb{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \gamma_\infty^2 \mathbb{I} \end{bmatrix} \mathbb{M}_{2j} \\ + \mathbb{M}'_{3ij} \begin{bmatrix} \mathbb{X}_k & \mathbb{Y}_k \\ \star & \mathbb{Z}_k \end{bmatrix} \mathbb{M}_{3ij} \end{aligned} \quad (20)$$

and the nonlinear constraints (10), where

$$\begin{aligned} \mathbb{M}_{1ij} &= \begin{bmatrix} \mathbb{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ A_i & E_{ij} & B_j \end{bmatrix}, & \mathbb{M}_{2j} &= \begin{bmatrix} C_{\infty 1j} & \mathbf{0} & D_{\infty 1j} \\ \mathbf{0} & \mathbb{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \\ \mathbb{M}_{3ij} &= \begin{bmatrix} C_2 & D_{2ij} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbb{I} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

then the  $\{\mathbb{X}_k, \mathbb{Y}_k, \mathbb{Z}_k\}$ -ellipsoids are sets of stabilizing gains such that (18) is verified.

**Proof.** The proof of this proposition is based on Proposition 5 and uses the same arguments as for the proof of Proposition 3. ■

The mode-independent static output feedback  $\mathcal{H}_\infty$  control result is summarized by the following proposition.

**Proposition 7.** *If there exists matrices  $\mathcal{P}_{\infty i} = \mathcal{P}'_{\infty i} > 0$ ,  $\mathbb{X} \in \mathbb{S}^q$ ,  $\mathbb{Y} \in \mathbb{R}^{q \times r}$  and  $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}' > 0$  that simultaneously satisfy the following LMI constraints*

$$\begin{aligned} \mathbb{M}'_{1i} \begin{bmatrix} \Theta_i & \mathcal{P}_{\infty i} \\ \mathcal{P}_{\infty i} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbb{M}_{1i} < \mathbb{M}'_{2i} \begin{bmatrix} -\mathbb{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \gamma_\infty^2 \mathbb{I} \end{bmatrix} \mathbb{M}_{2i} \\ + \mathbb{M}'_{3i} \begin{bmatrix} \mathbb{X} & \mathbb{Y} \\ \star & \mathbb{Z} \end{bmatrix} \mathbb{M}_{3i} \end{aligned} \quad (21)$$

and the nonlinear inequality constraint (17), where  $\mathbb{M}_{1i} = \begin{bmatrix} \mathbb{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ A_i & E_i & B_i \end{bmatrix}$ ,  $\mathbb{M}_{2i} = \begin{bmatrix} C_{\infty 1i} & \mathbf{0} & D_{\infty 1i} \\ \mathbf{0} & \mathbb{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$ ,  $\mathbb{M}_{3i} = \begin{bmatrix} C_{2i} & D_{2i} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbb{I} \end{bmatrix}$ , then the  $\{\mathbb{X}, \mathbb{Y}, \mathbb{Z}\}$ -ellipsoid is a set of stabilizing gains such that (18) is satisfied.

## 5.2. $\mathcal{H}_2$ Control

Consider system (1) with

$$z_t = z_{2t} = C_{21}x_t + D_{21}(\eta_t)u(y_t, \psi_t, t)$$

and  $D_2(\xi_t, \eta_t) = \mathbf{0}$ .  $z_{2t}$  stands for the controlled output related to  $\mathcal{H}_2$  performance.

Before introducing the  $\mathcal{H}_2$  control result, let us consider the following definition.

**Definition 4.** We define the  $\mathcal{H}_2$ -norm of the IESS system ( $\varphi_{cl}$ ) as

$$\|\varphi_{cl}\|_2^2 = \sum_{d=1}^m \sum_{i,j,k} \mu_{ijk} \|z_{d,i,j,k}\|_{\mathcal{E}_2}^2$$

where  $z_{d,i,j,k}$  is the controlled output of the system with initial conditions  $\xi_0 = i$ ,  $\eta_0 = j$ ,  $\psi_0 = k$ , disturbed by  $w_t = e_d \delta_t$ .  $e_d$  is a  $m$ -dimensional unitary vector with its  $d$ th entry as 1 and other entries as 0's.  $\delta_t$  is an impulse function and  $\mu_{ijk}$  is the initial probability distribution for  $\xi_0 = i$ ,  $\eta_0 = j$ ,  $\psi_0 = k$ .

From the definition above and using the same arguments as in Costa et al. (1999), Morozan, Dragan, and Stoica (2004) and Morozan, Dragan, and Stoica (2006), we can state the following proposition.

**Proposition 8.** *Assume that ( $\varphi_{cl}$ ) is IESS then*

- (i)  $\|\varphi_{cl}\|_2^2 = \sum_{i,j,k} \mu_{ijk} \text{tr}(E'_{ij} \mathcal{P}_{oijk} E_{ij})$ , where  $\mathcal{P}_o = \{\mathcal{P}_{o111}, \dots, \mathcal{P}_{os2r}\}$  denotes the observability Grammian, i.e.,  $\mathcal{P}_{oijk}$  are the unique positive semi-definite solutions of the following equations:

$$\mathfrak{J}_{oijk} + \bar{C}'_{21} \bar{C}_{21} = 0 \quad (22)$$

- (ii)  $\|\varphi_{cl}\|_2^2 < \sum_{i,j,k} \mu_{ijk} \text{tr}(E'_{ij} \mathcal{P}_{2ijk} E_{ij})$ , where  $\mathcal{P}_{2ijk}$  is a positive definite solution of the following matrix inequality

$$\mathfrak{J}_{2ijk} + \bar{C}'_{21} \bar{C}_{21} < 0 \quad (23)$$

- (iii) *If there exists positive definite matrices  $\mathcal{P}_{2ijk}$  and matrices  $\mathcal{K}_k$  such that*

$$\sum_{i,j,k} \mu_{ijk} \text{tr}(E'_{ij} \mathcal{P}_{2ijk} E_{ij}) < \gamma_2^2 \quad (24)$$

$$\mathfrak{J}_{2ijk} + \bar{C}'_{21} \bar{C}_{21} < 0$$

Then  $\mathcal{K}_k$  are stabilizing gains such that  $\|\varphi_{cl}\|_2 < \gamma_2$ .

Using the same framework as for the stochastic stabilization and the  $\mathcal{H}_\infty$  control problem, similar  $\mathcal{H}_2$  control results are obtained and summarized as follows:

**Proposition 9.** *If there exists matrices  $\mathcal{P}_{2ijk} = \mathcal{P}'_{2ijk} > 0$ ,  $\mathbb{X}_k \in \mathbb{S}^q$ ,  $\mathbb{Y}_k \in \mathbb{R}^{q \times r}$  and  $\mathbb{Z}_k = \mathbb{Z}'_k > 0$  that simultaneously*

satisfy the constraints (10) and (24) and

$$\mathbb{N}'_{1ij} \begin{bmatrix} \Theta_{ijk} & \mathcal{P}_{2ijk} \\ \mathcal{P}_{2ijk} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbb{N}_{1ij} < -\mathbb{N}'_{2j} \mathbb{N}_{2j} + \mathbb{N}'_3 \begin{bmatrix} \mathbb{X}_k & \mathbb{Y}_k \\ \star & \mathbb{Z}_k \end{bmatrix} \mathbb{N}_3 \quad (25)$$

$\mathbb{N}_{1ij} = \begin{bmatrix} \mathbb{I} & \mathbf{0} \\ A_i & B_j \end{bmatrix}$ ,  $\mathbb{N}_{2j} = [C_{21} \quad D_{21j}]$ ,  $\mathbb{N}_3 = \begin{bmatrix} C_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbb{I} \end{bmatrix}$ , then the  $\{\mathbb{X}_k, \mathbb{Y}_k, \mathbb{Z}_k\}$ -ellipsoids are sets of stabilizing gains such that  $\|\varphi_{cl}\|_2 < \gamma_2$ .

We conclude this section by giving, as in the previous sections, results relating to mode-independent  $\mathcal{H}_2$  control of MJLS.

**Proposition 10.** *If there exist matrices  $\mathcal{P}_{2i} = \mathcal{P}'_{2i} > 0$ ,  $\mathbb{X} \in \mathbb{S}^q$ ,  $\mathbb{Y} \in \mathbb{R}^{q \times r}$  and  $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}' > 0$  that simultaneously satisfy the constraints (17),  $\sum_i \mu_i \text{tr}(E'_i \mathcal{P}_{2i} E_i) < \gamma_2^2$  and*

$$\mathbb{N}'_{1i} \begin{bmatrix} \Theta_i & \mathcal{P}_{2i} \\ \mathcal{P}_{2i} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbb{N}_{1i} < -\mathbb{N}'_{2i} \mathbb{N}_{2i} + \mathbb{N}'_{3i} \begin{bmatrix} \mathbb{X} & \mathbb{Y} \\ \star & \mathbb{Z} \end{bmatrix} \mathbb{N}_{3i} \quad (26)$$

$\mathbb{N}_{1i} = \begin{bmatrix} \mathbb{I} & \mathbf{0} \\ A_i & B_i \end{bmatrix}$ ,  $\mathbb{N}_{2i} = [C_{21i} \quad D_{21i}]$ ,  $\mathbb{N}_{3i} = \begin{bmatrix} C_{2i} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbb{I} \end{bmatrix}$ , then the  $\{\mathbb{X}, \mathbb{Y}, \mathbb{Z}\}$ -ellipsoid is a set of stabilizing gains such that  $\|\varphi_{cl}\|_2 < \gamma_2$ .

### 5.3. $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ synthesis

The  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$  synthesis problem consists in finding a common controller that stochastically stabilizes the system and ensures the different performance levels. This can be stated as follows:

For two given levels on the  $\mathcal{H}_\infty$  and  $\mathcal{H}_2$  norms,  $\gamma_\infty$  and  $\gamma_2$  respectively, find stabilizing static output feedback gains  $\mathcal{K}_k$  such that

$$\|z_\infty\|_{\mathcal{E}_2} < \gamma_\infty \|w\|_2$$

$$\|\varphi_{cl}\|_2 < \gamma_2.$$

**Corollary 1.** *If there exists matrices  $\mathcal{P}_{\infty ijk}$ ,  $\mathcal{P}_{2ijk}$ ,  $\mathbb{X}_k \in \mathbb{S}^q$ ,  $\mathbb{Y}_k \in \mathbb{R}^{q \times r}$  and  $\mathbb{Z}_k \in \mathbb{S}^r$  that simultaneously satisfy the constraints (10), (20), (24) and (25), then the  $\{\mathbb{X}_k, \mathbb{Y}_k, \mathbb{Z}_k\}$ -ellipsoids are sets of stabilizing gains such that the performances levels are satisfied.*

## 6. Computational issues and examples

### 6.1. A cone complementary algorithm (CCL)

In this section, an iterative algorithm is proposed to solve the different synthesis conditions. It is based on a cone complementary technique (El Ghaoui, Oustry, & AitRami, 1997). The proposed CCL algorithm is based on the following lemma which is obtained using the same arguments as in Peaucelle and Arzelier (2005).

**Lemma 1.** *The  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$  control problem is feasible if and only if zero is the global optimum of the optimisation problem*

$$\begin{cases} \min & \text{tr}(\mathbb{T}\mathbb{S}) \\ \text{s.t.} & (20), (24) \text{ and } (25) \\ & \mathbb{X}_k \leq \widehat{\mathbb{X}}_k \quad \mathbb{S}_k = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbb{X}}_k & \mathbb{Y}_k \\ \star & \mathbb{Z}_k \end{bmatrix} \geq 0 \\ & \mathbb{T}_{1k} \geq \mathbb{I} \quad \mathbb{T}_k = \begin{bmatrix} \mathbb{T}_{1k} & \mathbb{T}_{2k} \\ \star & \mathbb{T}_{3k} \end{bmatrix} \geq 0 \end{cases} \quad (27)$$

where  $\mathbb{S} = \text{diag}\{\mathbb{S}_1, \dots, \mathbb{S}_r\}$ ,  $\mathbb{T} = \text{diag}\{\mathbb{T}_1, \dots, \mathbb{T}_r\}$ .

**CCL algorithm.** For two given levels  $\gamma_\infty, \gamma_2$

- (i) Find a feasible solution  $\mathbb{X}_{k0}, \mathbb{Y}_{k0}, \mathbb{Z}_{k0}, \widehat{\mathbb{X}}_{k0}, \mathcal{P}_{2ijk0}, \mathcal{P}_{\infty ijk0}, \mathbb{T}_0, \mathbb{S}_0$ . If there is no solution, STOP, the algorithm failed.  $h = 0$ ;
- (ii) set  $\mathbb{V}_h = \mathbb{S}_h$ ,  $\mathbb{W}_h = \mathbb{T}_h$ , and find  $\mathbb{X}_{k(h+1)}, \mathbb{Y}_{k(h+1)}, \mathbb{Z}_{k(h+1)}, \widehat{\mathbb{X}}_{k(h+1)}, \mathcal{P}_{2ijk(h+1)}, \mathcal{P}_{\infty ijk(h+1)}, \mathbb{T}_{h+1}, \mathbb{S}_{h+1}$  solutions of the LMI problem

$$\begin{cases} \min & \text{tr}(\mathbb{V}_h \mathbb{T} + \mathbb{W}_h \mathbb{S}) \\ \text{s.t.} & (20), (24) \text{ and } (25) \\ & \mathbb{X}_k \leq \widehat{\mathbb{X}}_k \quad \mathbb{S}_k = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbb{X}}_k & \mathbb{Y}_k \\ \star & \mathbb{Z}_k \end{bmatrix} \geq 0 \\ & \mathbb{T}_{1k} \geq \mathbb{I} \quad \mathbb{T}_k = \begin{bmatrix} \mathbb{T}_{1k} & \mathbb{T}_{2k} \\ \star & \mathbb{T}_{3k} \end{bmatrix} \geq 0 \end{cases} \quad (28)$$

- (iii) if  $\text{tr}(\mathbb{T}_{h-1} \mathbb{S}_{h-1} - \mathbb{T}_h \mathbb{S}_h) < \varepsilon$ , then STOP, the algorithm failed (slow progress).
- (iv) if  $\mathbb{X}_k \leq \mathbb{Y}_k \mathbb{Z}_k^{-1} \mathbb{Y}'_k$ , STOP, matrix ellipsoids are found. Otherwise, set  $h = h + 1$  and go to step (ii).

### 6.2. Numerical example

We applied the proposed mode-independent output feedback  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$  control to a VTOL helicopter model adapted from de Farias et al. (2000). The dynamics can be written as:

$$\begin{cases} dx_t = A(\phi_t)x_t dt + B(\phi_t)u_t dt + Ew_t dt + \mathbb{W}_1 x_t d\omega_t \\ y_t = C_2 x_t \\ z_{\infty t} = C_{\infty 1} x_t + D_{\infty 1} u_t \\ z_{2t} = C_{21} x_t + D_{21} u_t \end{cases}$$

where  $\phi_t$  indicates the airspeed. The different parameters are given in de Farias et al. (2000). The behavior of  $\phi_t$  is modelled as a Markov chain with three different states, corresponding to airspeeds of 135 (nominal value), 60, 170 Knots. The transition matrix is given by:

$$\Xi = \begin{bmatrix} -0.0907 & 0.0671 & 0.0236 \\ 0.0671 & -0.0671 & 0 \\ 0.0236 & 0 & -0.0236 \end{bmatrix}.$$

The central controller corresponding to  $\gamma_\infty = \gamma_2 = 1$  (center of the ellipsoid) is given by

$$\mathcal{K}'_0 = [0.5143 \quad -0.4358].$$

The state trajectories of the closed-loop system resulting from the obtained controller are shown in Fig. 1. Fig. 2 represents the evolution of the controlled outputs  $z_{\infty t}$ . It can be seen that the closed-loop system is stochastically stable and that the disturbance attenuation is achieved.

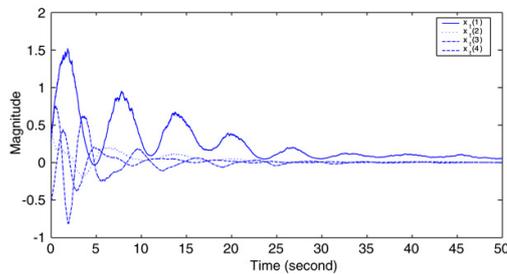
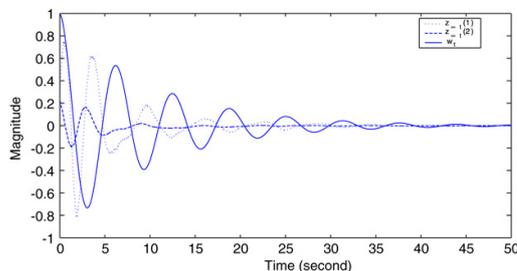


Fig. 1. States of the closed-loop system: single sample path simulation.

Fig. 2. Evolution of the controlled outputs  $z_{\infty}$ : single sample path simulation.

## 7. Conclusion

In this paper, the static output feedback  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_{\infty}$  control of continuous-time reconfigurable systems with Markovian processes and state-dependent noise was considered. We have proposed a synthesis method of reconfigurable controllers that take explicitly into account the inherent imperfections of the FDI process. Another problem related to MJLS control was also addressed. This problem concerns the mode-independent static output feedback  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_{\infty}$  control of MJLS with multiplicative noise. The numerical resolution of the obtained results was done using a cone complementary algorithm and its running was illustrated on a numerical example.

## References

- Aberkane, S., Ponsart, J. C., & Sauter, D. (2006). Output feedback  $\mathcal{H}_{\infty}$  control of a class of stochastic hybrid systems with wiener process via convex analysis. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 2, 123–126.
- Boukas, E. K. (1999). Exponential stabilizability of stochastic systems with markovian jumping parameters. *Automatica*, 35, 1437–1441.
- Boukas, E. K. (2001). *Stochastic switching systems: Analysis and design*. Boston: Birkhauser.
- Boukas, E. K. (2006). Static output feedback control for stochastic hybrid systems: Lmi approach. *Automatica*, 42, 183–188.
- Boukas, E. K., & Al-Muthairi, N. F. (2004).  $\mathcal{H}_{\infty}$  constant gain state feedback of stochastic hybrid systems with wiener process. *Mathematical Problems in Engineering*, 4, 333–345.
- Costa, O. L. V., do Val, J. B. R., & Geromel, J. C. (1999). Continuous-time state-feedback  $\mathcal{H}_2$ -control of Markovian jump linear systems via convex analysis. *Automatica*, 35, 259–268.
- Costa, O. L. V., Filho, E. O. A., Boukas, E. K., & Marques, R. P. (1999). Constrained quadratic state feedback control of discrete-time markovian jump linear systems. *Automatica*, 35, 617–626.
- de Farias, D. P., Geromel, J. C., do Val, J. B. R., & Costa, O. L. V. (2000). Output feedback control of Markov jump linear systems in continuous-time. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45, 944–949.
- de Souza, C. E., & Fragoso, M. D. (1993).  $\mathcal{H}_{\infty}$  control for linear systems with Markovian jumping parameters. *Control Theory and Advanced Technology*, 9, 457–466.
- do Val, J. B. R., Geromel, J. C., & Gonçalves, A. P. C. (2002). The  $\mathcal{H}_2$  control for jump linear systems: Cluster observations of the Markov state. *Automatica*, 38, 343–349.
- El-Ghaoui, L., & Ait-Rami, M. (1996). Robust state-space stabilization of jump linear systems via lmis. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 6, 1015–1022.
- El Ghaoui, L., Oustry, F., & Ait-Rami, M. (1997). A cone complementary linearization algorithm for static output-feedback and related problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 42, 1171–1176.
- Ji, Y., & Chizeck, H. J. (1990). Controllability, stabilizability, and continuous-time Markovian jump linear quadratic control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35, 777–788.
- Ji, Y., & Chizeck, H. J. (1992). Jump linear quadratic Gaussian control in continuous time. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37, 1884–1892.
- Kushner, H. J. (1967). *Stochastic stability and control*. New York: Academic Press.
- Mahmoud, M., Jiang, J., & Zhang, Y. (2001). Stochastic stability analysis of active fault-tolerant control systems in the presence of noise. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 46, 1810–1815.
- Mahmoud, M., Jiang, J., & Zhang, Y. (2003). *Active fault tolerant control systems: Stochastic analysis and synthesis*. Springer.
- Mariton, M. (1989). Detection delays, false alarm rates and the reconfiguration of control systems. *International Journal of Control*, 42, 459–465.
- Mariton, M. (1990). *Jump linear systems in automatic control*. New York: Marcel Dekker.
- Peaucelle, D., & Arzelier, D. (2005). Ellipsoidal sets for resilient and robust static output-feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50, 899–904.
- Shi, P., & Boukas, E. K. (1997).  $\mathcal{H}_{\infty}$ -control for Markovian jumping linear systems with parametric uncertainty. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 95, 75–99.
- Shi, P., Boukas, E. K., Nguang, S. K., & Guo, X. (2003). Robust disturbance attenuation for discrete-time active fault tolerant control systems with uncertainties. *Optimal Control Applications and Methods*, 24, 85–101.
- Skelton, R. E., Iwasaki, T., & Grigoriadis, K. (1998). *A unified algebraic approach to linear control design*. Taylor and Francis.
- Srichander, R., & Walker, B. K. (1993). Stochastic stability analysis for continuous-time fault tolerant control systems. *International Journal of Control*, 57, 433–452.
- Syrmos, V. L., Abdallah, C. T., Dorato, P., & Grigoriadis, K. (1997). Static output feedback: A survey. *Automatica*, 33, 125–137.
- Morozaan, T., Dragan, V., & Stoica, A. (2004).  $\mathcal{H}_2$  optimal control for linear stochastic systems. *Automatica*, 40, 1103–1113.
- Morozaan, T., Dragan, V., & Stoica, A. (2006). *Mathematical methods in robust control of linear stochastic systems*. Springer.



**Samir Aberkane** was born in TiziOuzou, Algeria, in 1979. He received the State Engineering Degree from the National Polytechnic School, Algiers, Algeria, in 2002, the M.Sc. degree in Control, Signals and Communications from the Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy, France, in 2003 and the Ph.D. degree from the Henri Poincaré University, Nancy, France, in 2006. In 2007, he held a six months Post-Doctoral position at the Université Libre de Bruxelles, Belgium. He is currently Associate Professor in the Henri Poincaré University of Nancy 1, France. His research interests include fault detection and isolation, reconfigurable control systems, hybrid systems and robust control.



**Jean Christophe Ponsart** received his Ph.D. in 1996 from the University of Savoie in Annecy, France in nonlinear control of magnetic suspensions and its digital implementation aspects. In 1997, he participated in the design and implementation of real-time controllers with digital signal processor architecture for an industrial company. He has been with the Research Center for Automatic Control of Nancy (CRAN), France since 1998 as an Assistant Professor. His current interests include fault diagnosis and accommodation, and fault tolerant control.



**Mickael Rodrigues** was born in Essey-lès-Nancy, France, in 1979. He received his Ph.D. Degree in Automatic from the Department of Automatic Control of the Henri Poincaré University of Nancy 1, in 2005. Since 2006, he is Associate Professor in the Claude Bernard University of Lyon 1, France. His current research interests are focused on model-based fault diagnosis, fault tolerant control, multi-models, LPV systems, stability and LMI.



**Dominique Sauter** received the Doctorat és Sciences Degree (1991) from the University Henri Poincaré, Nancy1, France. Since 1993 he is a full Professor at this University, where he teaches Automatic Control. He has been the Director of the Institut Universitaire Professionnalis  in Electrical Engineering for 4 years. He is a member of the Research Center In Automatic Control of Nancy (CRAN) associated to the French National Center For Scientific Research (CNRS). He is also a member of the French German Institute on Automatics and Robotics (IAR) where he chaired a working group on Intelligent Control and Fault Diagnosis. His current research interests are focused on model-based fault diagnosis and fault tolerance with emphasis on networked control systems. The results of his research works are published in over 40 articles in journals and book contributions and 100 conference papers.

**[RI-12]**

- D. Theilliol, M. Mahfouf, **J-C. Ponsart**, D. Sauter, M.A. Gama,

“Design of a Fault Diagnosis System based on a bank of Filter-Observers with Application to a Hot Rolling Mill”, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Vol. 32, N. 3, pp. 265-285, 2010.



*Transactions of the Institute of Measurement and Control* 32, 3 (2010) pp. 265–285

# Design of a fault diagnosis system based on a bank of filter–observers with application to a hot rolling mill

D. Theilliol<sup>1</sup>, M. Mahfouf<sup>2</sup>, J.C. Ponsart<sup>1</sup>, D. Sauter<sup>1</sup> and M.A. Gama<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Centre de Recherche en Automatique de Nancy, Nancy-Université, CNRS, BP 239 – 54506 Vandoeuvre Cedex, France

<sup>2</sup>IMMPETUS – Department of Automatic Control and Systems Engineering, University of Sheffield, Sheffield S1 3JD, UK

This paper proposes a new method for actuator/sensor faults detection, isolation and magnitude estimation. By establishing new theoretical results relating to fault diagnosis and by defining a specific application domain, the research work described in this paper aims at developing a model-based fault detection filter combined with a conventional Luenberger observer. Based on an appropriate gain, the developed technique enables one to supervise a system through an accurate bank of residuals within a generalized observer scheme. The approach is evaluated by diagnosing a series of actuator/sensor faults in a speed control loop of a hot rolling mill used to carry out multi-pass forward–forward or forward–reverse rolling. The performance of the technique is illustrated via a wide range of simulations in the ‘faulty’ case and a practical experiment in the ‘fault-free’ case using a real rolling mill.

**Key words:** fault detection filter; generalized observer scheme; hot rolling mill; unknown input observer.

## 1. Introduction

Sensor or actuator failure, equipment fouling, feedstock variations, product changes and seasonal influences may affect the controller performance and as many as 60% of

---

**Address for correspondence:** D. Theilliol, Centre de Recherche en Automatique de Nancy, Nancy-Université, CNRS, BP 239 – 54506 Vandoeuvre Cedex, France.

E-mail: didier.theilliol@cran.uhp-nancy.fr

Figures 3 and 7–15 appear in colour online: <http://tim.sagepub.com>

industrial controllers (Harris *et al.*, 1999). The diagnosis of such problems from raw data trends is often difficult; however, model-based fault detection and isolation (FDI) techniques are considered and combined to supervise the process and to ensure appropriate reliability and safety in industry.

The aim of a diagnosis procedure is to perform two main tasks: fault detection, which consists of deciding whether a fault has occurred or not, and fault isolation, which consists of deciding which element(s) of the system has (have) indeed failed. The general procedure comprises the following three steps:

- *Residual generation*: the process of associating, with the pair model-observation, features that allow the evaluation of the difference with respect to normal operating conditions;
- *Residual evaluation*: the process of comparing residuals to some predefined thresholds according to a test and at a stage where symptoms are produced;
- *Decision making*: the process of deciding which elements are faulty (ie, isolation) based on the symptoms.

The above steps imply the design of residuals that are close to zero in the fault-free situations while clearly deviating from zero in the presence of faults that possess the ability to discriminate between all possible modes of faults, hence the use of the term 'isolation'. A short historical view on FDI can also be found in Isermann and Ballé (1997) and current developments are reviewed in Frank *et al.* (2000).

As already stated, the main aim of this paper is to develop a fault diagnosis technique for a multiple-input-multiple-output (MIMO) closed-loop system under disturbances when actuator and/or sensors faults occur. Based on a large diversity of advanced model-based methods for automated FDI (Chen and Patton, 1999; Gertler, 1998), the problem of actuator or/and sensor fault detection and magnitude estimation for linear time invariant systems can be defined as a basic one, nevertheless, this is not always the case because of particular matrix conditions. Indeed, because of difficulties inherent to the online identification of closed-loop systems (which is the case in the presented application), parameter estimation techniques are not suitable (Isermann and Ballé, 1996). With respect to the parity space technique, this approach is suitable for distinguishing between different faults in the presence of uncertain parameters, but is not useful for fault magnitude estimation. However, this data/information is necessary to ensure an accurate fault monitoring in order to provide an efficient maintenance operation and to ensure safety of the environment, in the context of a hot rolling mill for instance. Moreover, as recently proposed by Blanke *et al.* (2003), a fault-tolerant control (FTC) system, based on the fault localization and magnitude estimation, can be envisioned in order to maintain control objectives despite the occurrence of a fault. Whereas the observer-based method seems to be dedicated to this objective, classical decoupled techniques, such as the unknown input observer devoted to detecting and to estimating faults (considered the unknown input), cannot be considered for solving

the FDI problem in certain cases. In particular, and as will be shown in Section 2, because of the unknown input observer design procedure, the state decoupled from unknown input (fault) cannot be estimated correctly, because of the observability problem and consequently is not able to generate an accurate fault magnitude estimation. Hence, in this current study, a fault detection filter combined with a classical Luenberger observer is proposed in order to solve this problem. Fault detection filter gains are designed so that they include the filter residual in an invariant direction in the presence of an element from a set of *a priori* known faults. Based on an appropriate gain synthesis (Keller, 1999), this filter is able to detect and estimate abrupt faults among other types of disturbances. Combined with a conventional Luenberger observer, a sensor, which is included as part of the process, can be defined through an accurate state-space-based estimation. While a single residual is sufficient to detect a fault, a set of structured residuals is required for fault isolation. In this context, in order to isolate and to estimate both actuator and/or sensors faults, a bank of coupled 'fault detection filter-observer' is suggested and developed.

The bank of filter-observers is considered here in order to provide a solution to the problem of fault diagnosis to the hot rolling Hille mill, which falls within the research activities of the Institute for Microstructural and Mechanical Process Engineering: The University of Sheffield) (IMMPETUS), in a speed control loop where actuator and/or sensors faults occur. The purpose of the hot rolling mill is to produce a steel plate from a preheated steel block at a specified thickness and desired mechanical and microstructural properties; the plate thickness is reduced by pulling the plate between two parallel rolls at a specific rolling speed and temperature. The same plate is also controlled by moving the upper work roll. Several modern thickness control systems have indeed been developed in the past in order to perform such tasks (Grimble and Hearn, 1998; Stephens and Randall, 1997); however, only a few research activities have been dedicated to the difficult scenario of potential fault occurrence in the closed loop and its consequences on the product (steel plate). Among the critical rolling process variables, one can cite the characteristic of the mill drive, the rolled slab, the deformation temperature, and the roll speed, which all play an important role in defining the microstructure of the final product and hence its mechanical, geometrical and finish properties.

The paper is organized as follows. Section 2 is devoted to the specific fault detection filter design associated with the classical Luenberger observer. Section 3 describes the Hille mill single-input-multiple-output system and the actuator/sensor faulty state-space representation. In order to illustrate the performance of the fault diagnosis module, simulations on a developed comprehensive model and real experiments on a rolling mill are given in Section 4. Finally, conclusions and further work are discussed in Section 5.

## 2. Actuator/sensors fault diagnosis

### 2.1 Problem statement

Consider the discrete linear system given by the following state-space representation:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k \\y_k &= Cx_k\end{aligned}\tag{1}$$

where  $x \in \mathfrak{N}^n$  is the state vector,  $y \in \mathfrak{N}^m$  is the output vector and  $u \in \mathfrak{N}^p$  is the input vector.  $A$ ,  $B$  and  $C$  are known matrices with appropriate dimensions.

Because of abnormal mill operation or simply related to material aging, actuator/sensor faults can occur in the overall system. An actuator or sensor fault can be represented by additive and/or multiplicative faults as follows:

$$z_j^f = \alpha_k z_j + z_0\tag{2}$$

where  $z_j$  and  $z_j^f$  represent the  $j$ th normal and faulty control actions if  $z_k = u_k$ , or a faulty sensor if  $z_k = y_k$ , respectively.  $z_0$  denotes a constant offset and  $0 \leq \alpha_k \leq 1$  refers to a gain degradation of the  $j$ th component (constant or variable).

In a first step, only actuator faults are considered. These can be represented as an additive unknown input term in a general discrete dynamic equation described as follows:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + Ff_k \\y_k &= Cx_k\end{aligned}\tag{3}$$

where  $f \in \mathfrak{N}^q$  is the fault vector ( $q = p$ ) and  $F$  is known matrix with appropriate dimensions, ie,  $F = B$  because actuator faults are considered.

In the following, the number of faults is assumed to be less than the number of measurements, such that:

$$\text{rank}(CF) = \text{rank}(F) = q \leq m\tag{4}$$

Therefore, if  $(C,A)$  is observable, a conventional stable observer can detect the fault by monitoring the residual ( $r = y - \hat{y}$ , with  $\hat{y}$  defining the estimated output). A more challenging task is to determine also the fault magnitude and to estimate the state-space vector: an unknown input observer achieves this main objective. Under necessary and sufficient conditions, also defined in Chen and Patton (1999), an unknown input (considered a fault) full-order observer can be written as follows:

$$\begin{aligned}w_{k+1} &= Ew_k + TBu_k + Ky_k \\ \hat{x}_k &= w_k + Hy_k\end{aligned}\tag{5}$$

where  $\hat{x}$  is the estimated state vector and  $w$  is the state of this full-order observer.  $E$ ,  $T$ ,  $K$  and  $H$  are design matrices for achieving unknown input decoupling requirements. That is to say, the state estimation error vector ( $e = \hat{x} - x$ ) of the observer tends to zero asymptotically, regardless of the presence of the unknown input in the system. The unknown input observer design is achieved by solving the following equations:

$$(HC - I)F = 0, \quad (6)$$

$$T = I - HC, \quad (7)$$

$$E = A - HCA - K_1C, \quad (8)$$

$$K_2 = EH, \quad (9)$$

$$K = K_1 + K_2, \quad (10)$$

If

$$\text{If} \begin{cases} (C, A - HCA) \text{ is observable} \\ \text{an Unknown Input Observer exists.} \end{cases} \quad (11)$$

Moreover, through an appropriate singular value decomposition manipulation (Theilliol *et al.*, 2002), an accurate fault magnitude estimation is generated. If condition (11) is not fulfilled, Chen and Patton (1999) have proposed a solution based on the canonical decomposition procedure. However, despite the fact that a reduced-order observer is established, the decoupled state vector is not completely estimated. Hence, in this paper, and in order to reduce the lack of available variables and to increase the efficiency of monitoring, a solution is proposed that does not generally fit the usual paradigm whereby the fault diagnosis technique relies on a unique technique. Therefore, to deal with this limitation of using a unique decoupled observer to detect, isolate and estimate the fault magnitude and the state vector, the effectiveness of a particular fault detection filter is combined with the conventional Luenberger observer, as the next section will explain.

## 2.2 Residual generator definition: filter–observer tandem design

In order to detect and to estimate the fault magnitude, we propose to design a fault detection filter, which does not decouple the residuals from the fault but rather assigns the residuals vector in particular directions to guarantee the identification of the fault. In this case, the observer gain  $K_1$  with  $T = I$  and  $H = 0$  is synthesized such that the residual vector  $r_k = y_k - C\hat{x}_k$  is insensitive to  $f_k$ . The projectors  $R$  are designed such that the projected residual vector  $q_k = Rr_k$  is sensitive only to a particular

fault direction. Furthermore, the fault detection filter will prove useful in dealing with the problem of fault magnitude estimation.

Under this assumption, the state estimation error vector and the residual vector are calculated from (5) as follows:

$$e_{k+1} = (A - K_1 C) e_k + F f_k \quad (12)$$

$$r_k = C e_k \quad (13)$$

In the fault-free case and for notation purposes, the estimation error vector is written as  $\bar{e}_k$  and the residual vector is noted  $\bar{r}_k$ . Under the assumption that an actuator fault occurs at time  $k_f$  ( $k > k_f$ ), the residual vector is expressed as follows:

$$r_k = \bar{r}_k + \rho_k^{k_f} [f_{k_f} \quad f_{k_f+1} \cdots f_k] \quad (14)$$

where

$$\rho_k^{k_f} = C \begin{bmatrix} \Gamma_k^{k_f+1} F \\ \Gamma_k^{k_f+2} F \\ \vdots \\ F \end{bmatrix} \quad (15)$$

such that

$$\Gamma_k^{k_f} = \prod_{\tau=k_f}^{k-1} (A - K_1 C) \quad (16)$$

As shown in Equation (14), the residual vector is affected by the fault. One wishes to design the residual vector in an invariant direction such that it becomes insensitive to the fault effects, ie,

$$(A - K_1 C) F = 0 \quad (17)$$

In order to solve Equation (17),  $K_1$  is decomposed into two gains, one that cancels the fault effect, and the other to tune the state estimation as follows:

$$K_1 = K_A + K_C \quad (18)$$

Therefore, Equation (17) becomes:

$$A F - K_A C F - K_C C F = 0 \quad (19)$$

where  $K_A$  should be defined in order to obtain  $A F - K_A C F = 0$ , and  $K_C$  such that  $K_C C F = 0$ .

As proposed by Keller (1999) and based on (4), one can define the following in the deterministic case:

$$K_A = \omega \Xi \quad (20)$$

with  $\omega = AF$  and  $\Xi = (CF)^+$

$$K_C = \tilde{K}\Psi \quad (21)$$

where  $\Psi = \beta(I_m - (CF)(CF)^+)$  and  $\tilde{K}$  is a constant gain which is synthesized by a common eigenstructure assignment as presented below. It is noted that  $\beta$  is chosen as a matrix composed of one with  $\beta \in \mathfrak{R}^{m-q,m}$ . Compared with result by Keller (1999), no other conditions are needed. With respect to  $\tilde{K}$ , this reduced gain  $K_C = \tilde{K}\Psi$  defines the unique free parameter in this specific observer and will be synthesized in a common way.

From Equation (18) and the  $T$  and  $H$  matrices properties, the observer defined in (5) can be expressed as follows:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1} &= A\hat{x}_k + Bu_k + (K_A + K_C)(y_k - C\hat{x}_k) \\ \hat{y}_k &= C\hat{x}_k \end{aligned} \quad (22)$$

Based on (20) and (21), (22) becomes equivalent to the following:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1} &= (\bar{A} - \bar{K}\bar{C})\hat{x}_k + Bu_k + K_A y_k + \tilde{K}\Psi y_k \\ \hat{y}_k &= C\hat{x}_k \end{aligned} \quad (23)$$

with  $\bar{A} = A(I_m - F\Xi C)$  and  $\bar{C} = \Psi C$ . The gain  $\tilde{K}$  is synthesized by a common eigenstructure assignment such that:

$$(\bar{A} - \tilde{K}\bar{C}) \text{ is Hurwitz} \quad (24)$$

The gain decomposition involves the following matrices properties:

$$\Xi CF = 0 \text{ and } \Psi CF = I \quad (25)$$

and allows also the generation of a projected residual vector as follows:

$$q_k = Rr_k = \begin{bmatrix} \Psi \\ \Xi \end{bmatrix} r_k = \begin{bmatrix} \Sigma \bar{r}_k \\ \Xi \bar{r}_k + f_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_k \\ \eta_k \end{bmatrix} \quad (26)$$

It is worth noting that  $\gamma \in \mathfrak{R}^{m-q}$  is a residual insensitive to faults.

This residual vector is an efficient indicator for detecting the quality of the fault detection filter. Indeed, if a fault occurs in the system, then  $\gamma_k = \Sigma \bar{r}_k$  and also  $\eta_k = \Xi \bar{r}_k + f_{k-1}$ . A simple residual evaluation technique should be computed in order to indicate the accuracy of the projected residual vector  $q_k$ , more precisely the accuracy of the last component. With respect to the last component,  $\eta \in \mathfrak{R}^q$  represents the fault estimation vector, with a delay of one sample according to an actuator fault detectability index (Liu and Si, 1997); this vector should be exploited for fault diagnosis. Indeed, a residual evaluation algorithm can be performed by the direct fault magnitude evaluation through a statistical test in order to supervise the process.

However, it can be noted that the proposed filter cannot generate an accurate state-space. In the stochastic case, Sauter *et al.* (2005) have dealt with this problem by handling matrices that involve the online inversion of matrices. In this paper, and in order to achieve the same purpose in the deterministic case, it is proposed that the fault detection filter works in tandem with the conventional Luenberger observer. This will have the effect of generating accurate state estimation and consequently output estimation, which will allow us to extend the approach to sensors fault diagnosis. Based on a very simple idea, and under the schedule of  $\gamma_k$  residual evaluation, the available  $\eta_k$  fault estimation is included as another known input in Luenberger observer, such that:

$$\begin{aligned}\hat{x}_{k+1} &= E\hat{x}_k + Bu_k + Ky_k + F\eta_k \\ \hat{y}_k &= C\hat{x}_k\end{aligned}\quad (27)$$

Based on this approach, a system with the presence of disturbances can be described as follows:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + Ff_k + Dd_k \\ y_k &= Cx_k\end{aligned}\quad (28)$$

which may be represented as in (3) by the following augmented unknown input vector:

$$F = [D \quad F] \quad (29)$$

where  $d \in \mathfrak{R}^d$  is the disturbances vector and  $D$  is constant matrix with appropriate dimensions.

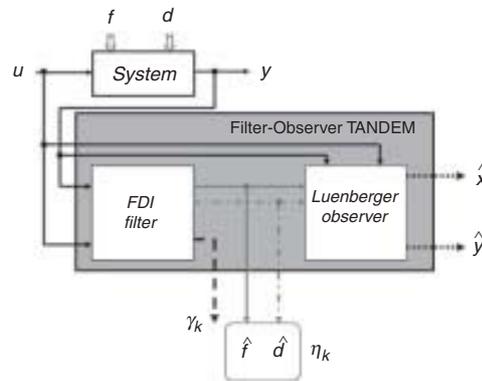
If conditions (4) and (17) are fulfilled, then the fault detection filter should be used to detect the actuator fault and to estimate both the fault magnitude as well as the disturbance based on the vector  $\eta$ . Figure 1 illustrates the different elements involved in the filter–observer tandem.

Under the assumption that an actuator fault and/or a sensor fault occurs, the state-space representation is defined as follows:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + F_a f_k^a + Dd_k \\ y_k &= Cx_k + F_s f_k^s\end{aligned}\quad (30)$$

where  $F$  represents the fault distribution matrix and  $f$  is the faulty vector with index 'a' for an actuator and 's' for a sensor, respectively.

However, condition (4) is not fulfilled:  $(m + q)$  faults need to be considered in the filter–observer tandem synthesis. The  $(m + q)$  faults have indeed compromised the fault isolation established with a unique filter–observer tandem. In the next section, a solution is proposed to perform the fault isolation for a particular scenario.



**Figure 1** A block diagram of the filter–observer tandem

### 2.3 Fault isolation design

For the purpose of fault diagnosis, the basic idea of this approach is to reconstruct the state of the system from the subsets of measurements. The objective is to build a bank of filter–observer tandems so that each one of them is driven by all inputs and all outputs except the  $j$ th measurement variable.  $y_j$  is not used in the  $j$ th filter–observer tandem because  $y_j$  is assumed to be corrupted by the fault and therefore does not carry the required information (Frank, 1990). For the synthesis of the filter–observer tandem, the following discrete state-space equation is included:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + F_{a|k} f_k^a \\ z_k^j &= \bar{C}^j x_k \end{aligned} \tag{31}$$

where  $\forall j \in [1 \dots m]$ ,  $z_k^j \in \mathbb{R}^{m-1}$  is the output vector without the  $j$ th element and  $\bar{C}^j$  is the  $C$  matrix without the  $j$ th row, which correspond to a column of  $F_s$  matrix defined in (30). It can be noted that the ‘0th filter–observer tandem’ corresponds to the output vector without the 0th element. It is worth noting that the discrete state-space Equation (31) is similar to Equation (3).

This fault diagnosis scheme is similar to the well-known generalized observer structure (GOS) but the absence of a sensor fault. In order to reach both the isolation and the estimation of an actuator fault under disturbances, we also consider the case of  $j = 0$  needs also to be considered: the filter–observer tandem is based on system (31) where  $C$  is not related to the sensor fault-free case.

Under the assumption that  $\forall j \in [1 \dots m]$ ,  $(\bar{C}^j, A)$  is observable, the bank could be designed following the scheme presented in Figure 2.

Similarly to the classical approach, a residual evaluation, which involves statistical testing such as the limit checking test and the generalized likelihood ratio test, the

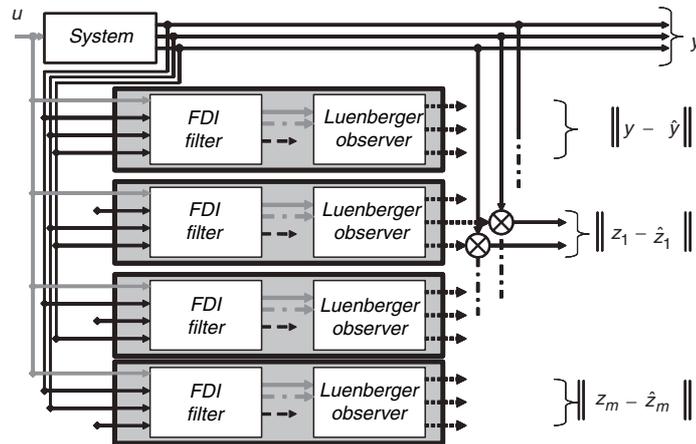


Figure 2 A block diagram of the fault diagnosis structure

Table 1 Incidence matrix

Fault	$F_a$ & $\bar{F}_a$	$F_a$ $F_s^1$	$F_a$ & $F_s^2$	...	$F_a$ & $F_s^m$
$\ y - \hat{y}\ $	0	1	1	1	1
$\ z_1 - \hat{z}_1\ $	0	0	1	1	1
$\ z_2 - \hat{z}_2\ $	0	1	0	1	1
...	0	1	1	0	1
$\ z_m - \hat{z}_m\ $	0	1	1	1	0

trend analysis test is performed for each filter–observer tandem of the bank as previously described. An output vector of the statistical test can be built according to a test applied to a set of ‘ $m + 1$ ’ residuals. The status of the residuals is equal to ‘0’ when the residual signal is closed to zero in some sense and equal to ‘1’ otherwise.

The bank of filter–observer tandems generates an incidence matrix (Table 1), where each column is called the coherence vector associated with each fault signature:

Without ( $\bar{F}_a$ ) or only the actuator faults ( $F_a$ ), the bank of filter–observer tandems generates some zero mean residuals, otherwise, only the filter–observer tandem, which is insensitive to a sensor fault ( $F_j$ ), generates a unique residual with a zero mean. Based on this type of signature, the fault is easily isolated using the GOS structure irrespective of the actuator fault occurrence. Decision making is then used according to elementary logic (Leonhardt and Ayoubi, 1997), which can be described as follows: a fault indicator is equal to one if the residual vector generated by the bank is equal to a column of the incidence matrix, and to zero otherwise. The element associated with the indicator being equal to one is then declared to be ‘faulty’.

### 3. The hot rolling Hille mill

#### 3.1 A brief description of the Hille mill

The experimental hot rolling Hille mill, shown in Figure 3, is used to carry out multi-pass forward–forward or forward–reverse rolling, and also complex multi-pass rolling experiments. It has a three-phase 20-hp, 400-V, 50-Hz induction motor for the main drive, an automatic control system for the roll speed adjustment (between 1 and 60 rpm) and two rolls with a diameter of 139 mm each. The maximum torque of the Hille mill at a rated motor speed is 5800 Nm, and the maximum load is of 50 tonnes. The roll gap is adjusted by a 3-hp motor via a worm-wheel screw-down mechanism linked to the top roll. This paper will focus particularly on the roll speed part.

The main feedback roll speed control is based on a cascade control structure with an inner current/torque control loop and an outer speed control loop. The electro-mechanical torque is the natural response of the motor to compensate for any torsional force applied in its shaft and it is directly related to the Hille mill rotational system. The motor drive module, incorporating advanced motor control (closed-loop vector control), ensures the command following ability of the motor drive torque. As illustrated in Figure 4, based on the roll torque estimation performed by a multilayer neural network model (Mahfouf *et al.*, 2005), a feedforward control loop cancels its effects on the roll speed to achieve a fast speed response and to have better disturbance rejection properties.



Figure 3 Hille mill mechanical configuration

276 Fault diagnosis system based on a bank of filter-observers

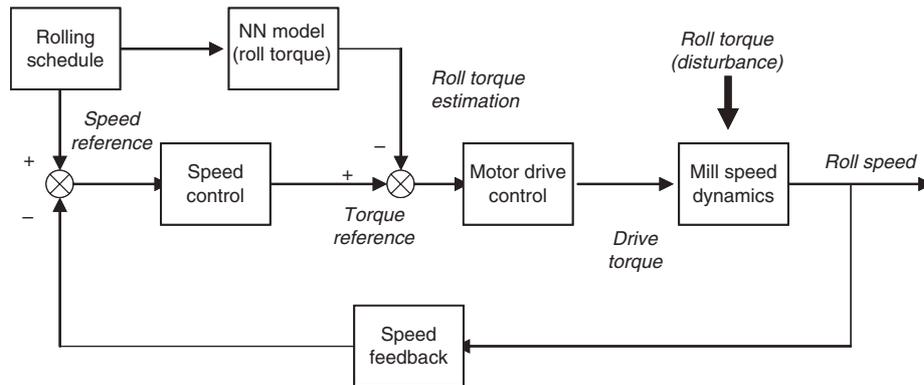


Figure 4 A block diagram of the roll speed control loop

### 3.2 Roll speed modelling

A traditional way of developing the roll speed model is to divide the rolling mill into several mechanical components coupled by flexible shafts, and then to develop the motion equations using Newton's law. In this case, by applying Newton's motion law, the rotational system is represented by the following equations:

$$J_m \frac{d\omega_m}{dt} = -\mu_m \omega_m - T_{shm} - T_e \quad (32)$$

$$T_{shm} = K_{shm} \left( \frac{d\omega_m}{dt} - \frac{d\omega_g}{dt} \right) \quad (33)$$

$$J_g \frac{d\omega_g}{dt} = -\mu_g \omega_g + T_{shm} - \frac{T_{shr}}{R_g} \quad (34)$$

$$T_{shr} = K_{shr} \left( \frac{1}{R_g} \frac{d\omega_g}{dt} - \frac{d\omega_r}{dt} \right) \quad (35)$$

$$J_r \frac{d\omega_r}{dt} = -\mu_r \omega_r - T_{shr} - T_{load} \quad (36)$$

where  $\omega$ ,  $J$  and  $\mu$  are the speed, inertia and friction coefficient of the motor ( $m$ ), gear ( $g$ ) and roll ( $r$ ) shafts respectively,  $R_g$  is the gear box ratio (constant during experiment),  $T_{load}$  is the torque applied to the rolls when a slab is rolled,  $T_{shm}$  and  $T_{shr}$  are the strain torque

of the motor and roll shaft respectively. According to the validity of the model proposed by Mahfouf *et al.* (2005), various parameters, such as the inertia, the stiffness of the shafts and the frictions of the individual components are assumed to be known and constant.

According to the sensors available on the experimental hot rolling Hille mill, a roll speed discrete state-space representation can be expressed as follows:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + Dd_k \\y_k &= Cx_k\end{aligned}\quad (37)$$

where  $x = [\omega_m \ \omega_r \ T_{shr}]^T$  is the state-space vector,  $u = T_e$  is the input vector,  $d = T_{load}$  in the non-measurable disturbance (unknown input) with  $D$  its associated and constant distribution matrix, and  $y = x$  is the output vector. It is worth noting that the system has been described as operating around various operating points, and under such conditions the process non-linearities are not severe and appear in the model as a non-measurable disturbance vector (represented as an unknown input). An accurate sampling period of 0.01 s has been used to calculate the various matrices.

Therefore, in the 'faulty' case, the roll speed discrete state-space representation is written as follows:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + F_a f_k^a + Dd_k \\y_k &= Cx_k + F_s f_k^s\end{aligned}\quad (38)$$

where  $F$  represents the fault distribution matrix and  $f$  is the faulty vector with index 'a' for actuator, and 's' for sensor, respectively.

Based on the previous representation, the bank of fault detection modules is synthesized and evaluated in order to solve the actuator/sensors fault diagnosis problem on the experimental hot rolling Hille mill.

#### 4. Results and discussions

For illustration purposes, different scenarios have been conducted under simulated environments. Some real data obtained in the fault-free case are also considered in order to validate the state-space representation defined in Section 3.2. This simulation platform describes the rolling process behaviour of the Hille mill without affecting the real plant in the faulty case.

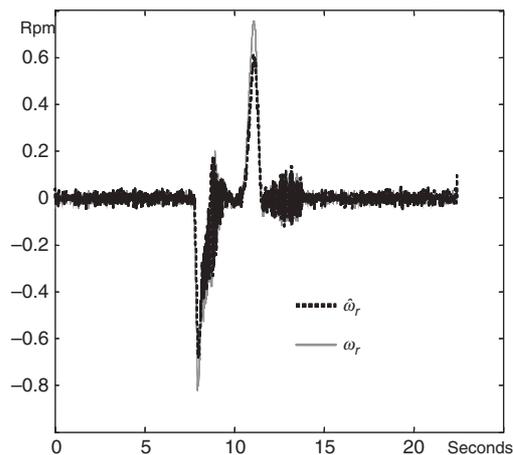
In the following study, the roll torque  $T_{load}$  is supposed to be non-measurable, as is the case for the real plant. Hence, the following model-based roll speed is used to estimate the actuator fault  $f$ , roll torque unknown input  $T_{load}$  and state-space vector  $x = [\omega_m \ \omega_r \ T_{shr}]^T$ :

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + \underbrace{\begin{bmatrix} F & D \end{bmatrix}}_{\tilde{F}} \underbrace{\begin{bmatrix} f_k \\ T_{load} \end{bmatrix}}_{\tilde{f}}\quad (39)$$

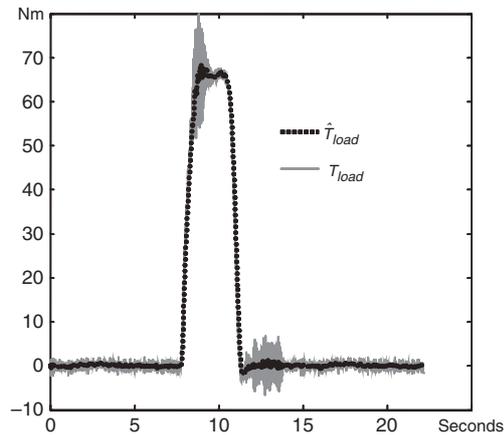
For the experimental hot rolling Hille mill, conditions (4) and (17) are fulfilled, and the bank of filter-observer tandems is tested in the 'fault-free' and the 'faulty' cases.

#### 4.1 Fault-free case

**4.1.1 Experimental results:** In order to investigate better the practical aspects of our approach, the performance of the filter-observer tandem has been applied to real data around an operating point in the 'fault-free' case. This experimental run was carried-out over a short period for a unique rolling pass operation with a roll speed of 4 rpm. During this rolling pass, an aluminium slab (a preheated block) with a small dimension is fed in the hot rolling mill. The plate thickness is reduced by pulling the plate between two parallel rolls at a specific rolling speed and temperature. As illustrated in Figures 5 and 6, the slab introduces a perturbation in the closed-loop and as a result, the control system was still expected to regulate a roll speed at 4 rpm under a nominal torque. It is worth noting at this stage that the fault isolation approach based on a bank of filter-observers is not involved. Instead, only the 0th filter-observer tandem is considered for the estimation of both the state-space vector and the unknown inputs. According to the mathematical model of the rolling mill, the filter-observer tandem operates with the experimental input data  $u$  and measured output data  $y$  using a sampling period equal to 0.01 s. Figure 5 shows the attractive estimation properties of the filter-observer tandem, in particular the measured and estimated roll speed being very close during the steady-state and also during the



**Figure 5** Time evolution of the measured and the estimated roll speeds around the nominal speed



**Figure 6** The roll torque and its estimation around the nominal torque load

rolling pass operation. Figure 6 illustrates the capability of the proposed approach to estimate the unmeasured inputs: the roll torque  $T_{load}$  estimation, which is considered a fault, is performed correctly. Regarding the experimental results, it is worth noticing that the state-space representation defined in Section 3.2 is available in order to describe the dynamics behaviour of the rolling mill.

*4.1.2 Simulation results:* Various step responses of the roll speed subsystem are studied under disturbances conditions. Without an actuator fault, all simulations are performed for four-rolling multi-pass operations with a first roll speed at 30 rpm and 5 rpm less at each step, together with a reduction of 10 % starting at 40%. From the simulation results of Figure 7, it is clear that under classical PID control the roll speed responses are close to the reference and ensure an accurate performance despite the roll torque force. The disturbances for each step simulate the roll pass when the slab thickness is reduced by pulling the plate between the two parallel rolls (see the zoomed part in Figure 7). It can be seen that during the other pass, the slab is not affected by the roll speed.

In the 'fault-free' case, after residual evaluation based on the classical threshold test, all residual vectors are equivalent to zero means (not shown here).

Figure 8 shows the performance of the fault detection filter to estimate an exact roll torque  $T_{load}$  through the second component of vector  $\eta_k$  generated by the 0th filter-observer tandem.

280 Fault diagnosis system based on a bank of filter-observers

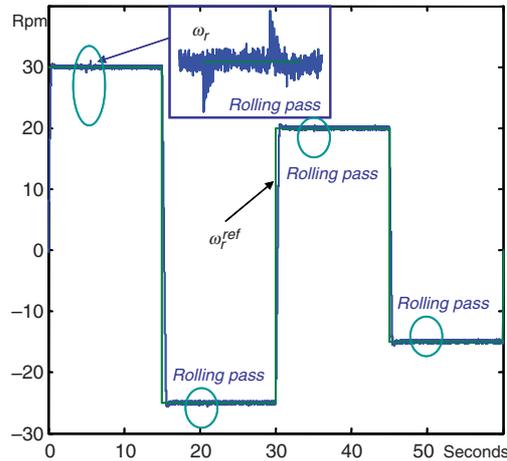


Figure 7 Dynamic behaviour of Roll speed and its reference in the fault-free case

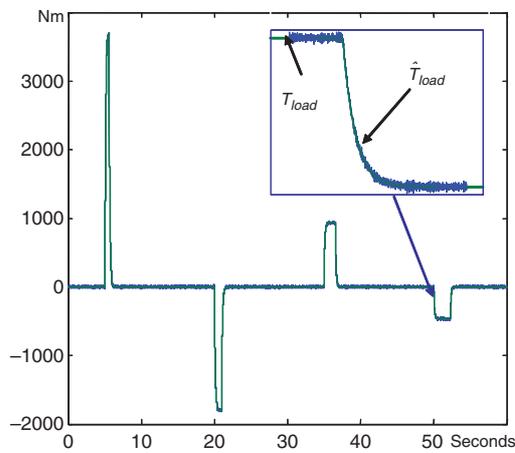


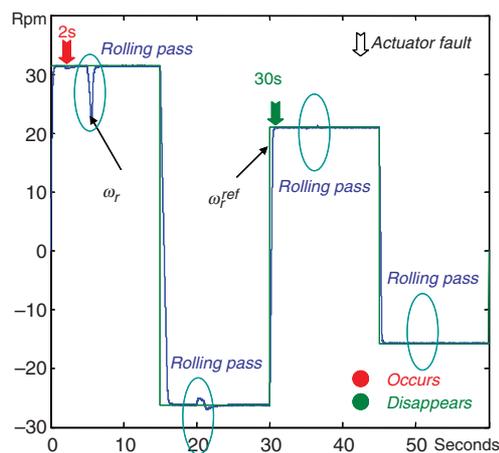
Figure 8 Roll torque and its estimation ( $y = x$ )

#### 4.2 'Actuator fault' case

To demonstrate the robustness of the FDI scheme, a gain degradation of the motor equivalent to 50% loss of effectiveness is assumed to occur at instant 2 s (just before the initial rolling). This type of 'actuator fault' may be associated with material ageing or a failure in a particular component. In order to highlight the performance of the

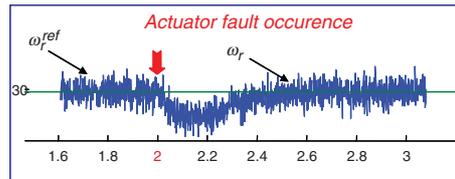
proposed scheme, this fault is assumed to disappear at time 30 s. To achieve this, the control input applied to the system is made equal to the control input computed by the controller multiplied by a constant system ( $\alpha = 0.5$  and  $u_0 = 0$ ). The consequence of an actuator fault on the speed control loop is illustrated in Figure 9 with a zoomed version presented in Figure 10. Despite this fault, without the presence of slab, the effect is not significant in the steady-state because of the motor drive control strategy, which is based on drive torque, as shown in Figure 10. However, since the actuator fault acts on the system as a perturbation, and related to the presence of the integral error in the controller, the system output reaches again its nominal values when the slab is fed to the rolling process for the different speed values (Figure 9). Compared with the dynamic behaviour in the 'fault-free' case (Figure 7), the actuator fault affects the experiment and needs to be detected online: for the second pass, the slab is affected the roll speed (see the circled part in Figure 9 at time 20 s).

Similarly to the fault-free case, the filter-observer tandem, which is synthesized with all the measurements, provides a residual vector equal to zero means and an accurate state-space vector (not presented here). An important feature of the filter-observer tandem is its capability to generate an accurate fault estimation. As shown in Figure 11 (and the zoomed part in Figure 12), the fault estimation  $\hat{f}^a$  is close to zero in the fault-free case and is close to the fault magnitude, represented by  $\alpha \times u_{kr}$ , when failure occurs. The simulation results show that the actuator fault detection filter is very effective in detecting and estimating the fault magnitude under disturbances constraints for the whole operating conditions. The fault magnitude estimation should

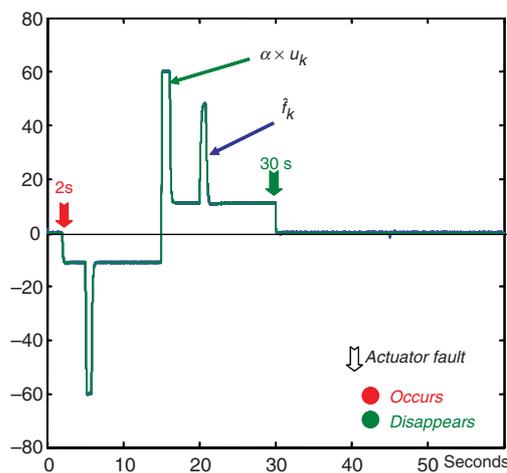


**Figure 9** Dynamic behaviour of Roll speed and its reference in the faulty case

282 Fault diagnosis system based on a bank of filter-observers



**Figure 10** Zoomed version of Figure 9 around the fault occurrence



**Figure 11** Fault magnitude estimation and 'real' fault with 50% loss of effectiveness

be evaluated through a classical statistical threshold test in order to generate alarms for the operating system.

#### 4.3 'Actuator and sensor faults' case

In addition to the actuator fault, a sensor fault in the speed motor  $\omega_r$  (which is involved in the closed-loop vector) is assumed to occur at instant 10s and to disappear at instant 40s. As defined in (2), a constant gain on the speed motor  $\omega_r$  is created and added with  $\alpha = 0$  and  $y_0 = 0.3$  rpm; this bias can also be observed in Figure 13.

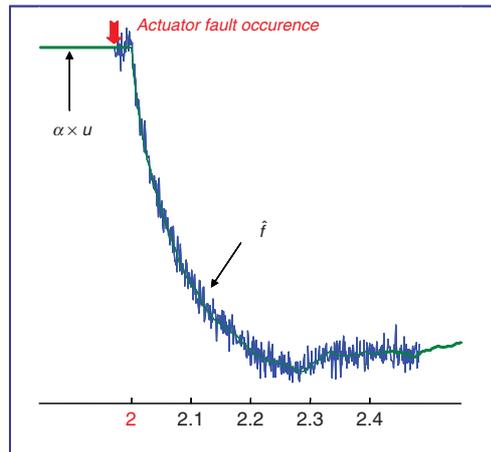


Figure 12 Zooming of Figure 11 around the fault occurrence

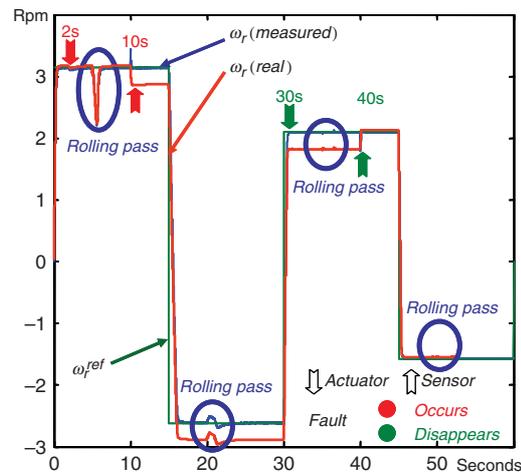


Figure 13 Dynamic behaviour of the real roll speed and the measured roll speed with its reference in the faulty case

The control law tries to cancel the static error created by the corrupted output. Consequently, the real output is different from the reference input.

According to the fault detection synthesis presented in Section 3.1, the 0th filter-observer tandem is corrupted by the sensor fault. The residual vector  $\gamma_k = \Sigma \bar{r}_k$  defined in (26) is insensitive to the actuator faults but not to the sensor faults.

284 Fault diagnosis system based on a bank of filter-observers

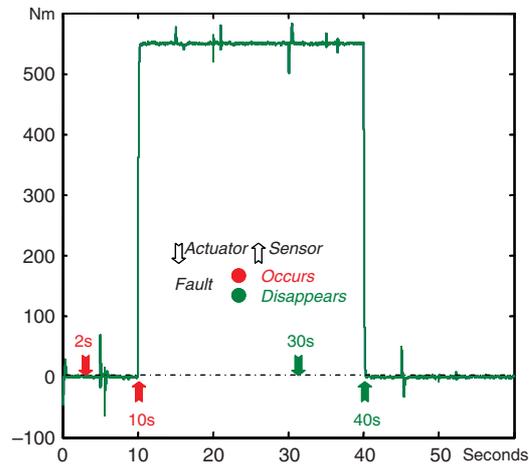


Figure 14 Residual vector  $\gamma_k$  of 0th filter-observer tandem

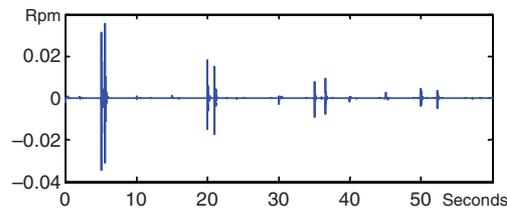


Figure 15 The difference between the real and the estimated  $\omega_r$

Consequently, this vector is different from zero mean during the fault occurrence as illustrated in Figure 14.

According to the incidence matrix defined in the previous section, only the filter-observer tandem is synthesized with all measurements except the speed motor  $\omega_r$ , which provides a residual vector equal to zero means. Under noisy conditions, an accurate roll torque magnitude estimation (the second component of the vector  $\hat{f}$  in (39)) and actuator fault estimation are performed by the fault detection filter, as shown in Section 2.2. The difference between the real and the estimated  $\omega_r$  illustrates the performances of the method, which provides an accurate state-space vector: the residual vector is equal to zero mean, as presented in Figure 15. The developed technique provides an accurate  $\hat{\omega}_r$  insensitive to the sensor fault and to the actuator fault under disturbances.

## 5. Conclusion

Several techniques relating to FDI have been developed over the past decade for various systems. In this paper, the proposed fault diagnosis method, developed first for a specific application, does not require the handling of complex matrices when the unknown input observer and the reduced-order observer need to be built for specific properties. However, through its simple fault detection filter working in tandem with a conventional Luenberger observer, the developed technique has proved to be effective for FDI under actuator and sensors faults as well as being robust against disturbances. Using an appropriate bank of 'filter-observer tandems', the proposed fault diagnosis strategy was successfully applied to detect, diagnose and isolate faults using a hot rolling mill process. In order to design a complete FTC system dedicated to the hot rolling mill process, future work will concentrate on the integration of the fault diagnosis method with the control loop to improve the control performance without leading to undesirable consequences such as catastrophic breakdowns.

## References

- Blanke, M., Kinnaert, M., Lunze, J. and Staroswiecki, M.** 2003: *Diagnosis and fault-tolerant control*. Springer-Verlag.
- Chen, J. and Patton, R.J.** 1999: *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. Kluwer Academic.
- Frank, P.M.** 1990: Fault diagnosis in dynamic system using analytical and knowledge-based redundancy – a survey and some news results. *Automatica* 26, 459–74.
- Frank, P.M., Ding S.X. and Köppen-Seliger, B.** 2000: Current developments in the theory of FDI. In: *Safeprocess 2000 IFAC Symposium*, Budapest, Hungary, Vol. 1, 16–27..
- Gertler, J.J.** 1998: *Fault detection and diagnosis in engineering systems*. Marcel Dekker.
- Grimble, M.J. and Hearn, G.** 1998: LQG controllers for state-space systems with pure transport delays: application to Hot strip mills. *Automatica* 34, 1169–84.
- Harris, T.J., Seppala, C. and Desborough, L.D.** 1999: A review of performance monitoring and assessment techniques for univariate and multivariate control systems. *Journal Process of Control* 9, 1–17.
- Isermann, R. and Ballé, P.** 1997: Trends in the application of model based fault detection and diagnosis of technical processes. *Control Engineering Practice*, 5, 709–19.
- Keller, J.Y.** 1999: Fault isolation filter design for linear stochastic systems. *Automatica* 35, 1701–706.
- Leonhardt, S. and Ayoubi, M.** 1997: Methods of fault diagnosis. *Control Engineering and Practice* 5, 683–92.
- Liu, B. and Si, J.** 1997: Fault isolation filter design for linear time-invariant systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* 42, 704–707.
- Mahfouf, M., Yang, Y., Gama, M.A. and Linkens, D.A.** 2005: Roll speed and roll gap control with neural network compensation. *The Iron and Steel Institute of Japan International* 45, 841–50.
- Sauter, D., Jamouli, H., Keller, J.Y. and Ponsart, J.-C.** 2005: Actuator fault compensation for a winding machine. *Control Engineering Practice* 13, 1307–14.
- Stephens, R.I. and Randall, A.** 1997: On-line adaptive control in the hot rolling of steel. *IEE Proceeding Control Theory and Applications* 144(1), 15–24.
- Theilliol, D., Noura, H. and Ponsart, J.-C.** 2002: Fault diagnosis and accommodation of a three-tank system based on analytical redundancy. *ISA Transactions* 41, 365–82.



**[RI-14]**

- **J-C. Ponsart**, D. Theilliol, C. Aubrun,

“Virtual Sensors Design for Active Fault Tolerant Control System Applied to a Winding Machine”, *Control Engineering Practice*, Vol. 18, N. 9, pp. 1037-1044, 2010.





Contents lists available at ScienceDirect

Control Engineering Practice

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/conengprac](http://www.elsevier.com/locate/conengprac)

## Virtual sensors design for active fault tolerant control system applied to a winding machine

J.-C. Ponsart\*, D. Theilliol, C. Aubrun

Centre de Recherche en Automatique de Nancy—CNRS UMR 7039, Nancy Université, BP 239—54506 Vandoeuvre Cedex—France

### ARTICLE INFO

Article history:  
Received 27 February 2009  
Accepted 11 May 2010  
Available online 31 May 2010

Keywords:  
Virtual sensors  
Active Fault Tolerant Control  
LTV system  
Winding machine  
Web tension control

### ABSTRACT

This paper presents a method for designing a virtual sensor in the case of Fault Tolerant Control. The whole approach, described in the paper, is applied to a winding machine. The process is modelled by a Linear Time Varying (LTV) model. The control of the web tension is based on the estimated or virtual measurements as feedback variables. The main contribution concerns the design of an accurate bank of observers able to both isolate and estimate sensor faults while preserving the system's integrity in terms of structure and performances. The objective of Active Fault Tolerant Control System, is to maintain current performances close to desirable ones and preserve stability conditions when faults occur. The presented method allows one to isolate and to estimate sensor faults. The effectiveness and performances of the strategy are illustrated on the winding machine in the case of a complete loss of sensor.

© 2010 Elsevier Ltd. All rights reserved.

### 1. Introduction

Web transport is a very common process in many industrial systems such as sheet and film production or steel industries. The purpose of a winding machine is to produce a strip with specific mechanical properties defined according to the web tension. The aim is to control the strip tension under web velocity constraints. Therefore, tension control and speed control systems of the continuous strip processing line are one of the most challenging applications requiring high performance. In this respect, several advanced control strategies dedicated to metal processing have been recently proposed in the literature such as MIMO representation (Grimble & Hearn, 1999), robust control (Hearn & Grimble, 2000; Knittel, Laroche, Gigan, & Koc, 2003) with a state estimator feedback (Pagilla, King, Dreinhofer, & Garimella, 2000). Moreover, among these advanced control designs, unexpected change of the system function due to instrument or component faults may cause an unacceptable deterioration of continuous operation or/and leads to dangerous situation for operators. Process monitoring is necessary to ensure the effectiveness of control and consequently a safe and a profitable plant operation. Fault Detection and Isolation (FDI) refers to the task of inferring the occurrence of faults in a process and finding their root causes with various knowledge-based system strategies: quantitative models (Venkatasubramanian, Rengaswamy, Yin, & Kavuri,

2003a) qualitative models (Venkatasubramanian, Rengaswamy, & Kavuri, 2003b) and historical data (Venkatasubramanian, Rengaswamy, Kavuri, & Yin, 2003c). Despite of the fact that a large number of industrial applications have been successfully reported, the diagnosis from raw data trends is often difficult. However quantitative or qualitative model-based FDI techniques are considered and combined to supervise the process and to ensure appropriate reliability and safety in industry (Jämsä-Jounela, Vermasvuori, Ender, & Haavisto, 2003; Kämpjärvi et al., 2007; Komulainen, Sourander, & Jämsä-Jounela, 2004). Among them, this paper considered model-based FDI techniques. A short historical view on model-based FDI can be found in (Frank, 1990), (Isermann & Ballé, 1996) or (Leonhardt & Ayoubi, 1997) and current developments are reviewed in (Frank, Ding, & Köppen-Seliger, 2000). Several books are dedicated to these topics such as (Gertler, 1998), (Chen & Patton, 1999), (Chiang, Russell, & Braatz, 2001) or more recently (Ding, 2008). Fault diagnosis is a very important step to inform the operators about the system's status. However it appears clearly that the fault detection and isolation is not sufficient if no action takes into account the fault occurrence. As recently proposed by (Blanke, Kinnaert, Lunze, & Staroswiecki, 2006) or (Hajiyev & Caliskan, 2003), a Fault-Tolerant Control (FTC) system, based on the fault isolation and magnitude estimation, can be envisioned to maintain control objectives despite the occurrence of a fault. Effectively, the topic of fault-tolerance has attracted the interest of many researchers worldwide. Recently, a very interesting bibliographical review in fault-tolerance has been done by (Zhang & Jiang, 2003; Zhang & Jiang, 2008). A few books on Fault-Tolerant Control have been

\* Corresponding author. Tel.: +33 383 684 466; fax: +33 383 684 462.  
E-mail address: [Jean-Christophe.Ponsart@cran.uhp-nancy.fr](mailto:Jean-Christophe.Ponsart@cran.uhp-nancy.fr) (J.-C. Ponsart).

published recently (Benitez-Perez & Garcia-Nocetti, 2005; Blanke, Kinnaert, Lunze, & Staroswiecki, 2006; Caccavale and Villani, 2003; Hajiyev & Caliskan, 2003; Isermann, 2006; Mahmoud, Jiang, & Zhang, 2003).

The lack of reliable sensors and the high cost of sensors for some particular processes have been considered as an obstacle for the implementation of efficient supervision systems. For these reasons, estimation techniques have been applied in the development of virtual sensors. Virtual sensor makes use of existing model of the process and other available measurement to estimate the unmeasured variables (Zhang, 2009). The technique has proved useful in the field of Bioprocess control and monitoring. Some environmental parameters, required in designing wastewater treatment plants are estimated on line in order to allow efficient prediction of the effect of changes on variables interest. (Bonastre, Ors, Capella & Fabram, 2001). Virtual sensor approach may be used for fault accommodation purpose. This method, called *sensor masking*, rely on fault detection and isolation step. When the faulty physical sensor is isolated, a switching mechanism replaces the measure by a fault-free estimation of the measure provided by the virtual sensor (Aubrun & Leick, 2005).

This paper aims at developing a method which maintains current performances close to the expected ones and preserving stability conditions in the presence of sensor faults for an unstable open loop process: a winding machine. The method, also commonly called *Active Fault Tolerant Control System*, is characterized by an on-line fault diagnosis process and control reconfiguration mechanism. According to the fault diagnosis module, a control reconfiguration mechanism is designed in order to take into account the possibility of fault occurrence. Advanced sophisticated controllers have been developed with fault accommodation and tolerance capabilities, in order to meet reliability and performance requirements. Among reconfiguration strategies, this paper aims at investigating the virtual sensors contribution to Active Fault Tolerant control in the case of nonlinear systems. It is assumed that the nonlinear system can be represented by a finite number of interpolated linear time invariant models: an LTV model. Various studies dealing with sensor fault-tolerant control are based on hardware or analytical redundancy. The hardware redundancy technique is based on a switching mechanism. The failed part of the process switches to another part achieving the same task (Napolitano & Swaim, 1989). Analytical redundancy is an alternative solution used to solve the fault-tolerant control problem. The advantages of this solution is the low cost and the reduced amount of space for implementation. A natural way to achieve the sensor fault-tolerant control task consists in switching from the faulty sensor to a fault-free estimation of the measurement. This approach requires a fault diagnosis module as shown in (Blanke, 1999). Another way to solve the sensor fault-tolerant control problem is proposed in this paper. It does not require a residual evaluation and fault isolation a priori. Some previous work presented in (Theilliol, Ponsart, & Noura, 2001) based on (Zhang & Jiang, 2003) has been initiated around an operating point but nothing has been established for the whole operating range of a nonlinear system. This paper addresses a general method which allows detection, isolation, and estimation of sensors faults. A sensor fault detection, isolation and recovery method (also named sensor fault masking) is developed and preserves the system performances through an appropriate fault diagnosis module.

The paper is organized as follows. In Section 2, the considered winding system and its model are firstly described, then the control law is synthesized. Section 3 defines the sensor fault diagnosis module and the associated recovery strategy. Section 4 gives some experimental results to illustrate the effectiveness and

the performances of the developed method. The last section gives some concluding remarks.

## 2. Winding machine pilot plant

### 2.1. System description

The winding process, presented in Fig. 1, is composed of a plastic web and three reels, respectively, called the unwinding, pacer and rewinding reels but the radii are un-measurable.

Each reel is coupled with a DC-motor via gear reduction. The angular speed of the two first reels ( $S_1, S_2$ ) and both the tensions between the reels ( $T_1, T_3$ ) are measured by tachometers and tension meters. The outputs are the three control inputs  $U_1, U_2$ , and  $U_3$  of the three motors as illustrated in Fig. 2.

A local control law for each motor is generated by one or two PI controllers. The first control loop adjusts the motor current ( $I_1, I_2$ , and  $I_3$ ), and its integration time constant is about 40 ms, while the second loop controls the angular speed with an integration time constant equal to 200 ms. The set-points of those controllers are computed by a programmable logic controller (PLC) in order to control both tensions and the linear velocity of the strip (300 m length, 5 cm broad and 0.2 mm thickness). Under specific experimental investigations which last 40 min, the radius  $R$  of the unwinding reel varies from 210 to 70 mm.

A real-time development environment (Simulink Real-Time Workshop+dSPACE) based on a PC computer is used instead of the PLC to improve new control law for instance. System inputs and outputs are given in the interval  $[-10 \text{ V } +10 \text{ V}]$ .



Fig. 1. Winding pilot system.

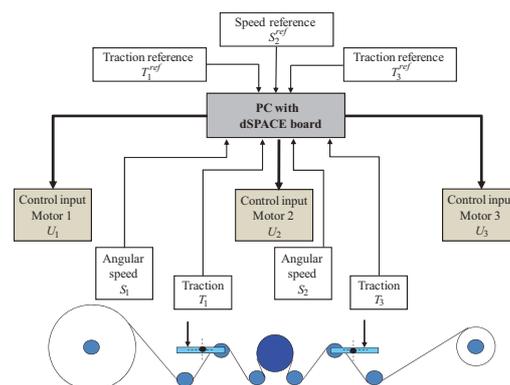


Fig. 2. Winding process control architecture.

2.2. Modeling and identification

The dynamic behaviour of a winding machine can be described using a MIMO linear state space representation around a particular radius (Noura, Sauter, Hamelin, & Theilliol, 2000; Sauter, Jamouli, Keller, & Ponsart, 2005). However, if a complete rolling of the web is performed, the radius variation should be considered and the linearity assumption does not hold. The system model can be described by the following nonlinear representation:

$$z_{k+1} = f(z_k) + g(z_k)u_k \tag{1}$$

where  $f(\cdot)$  and  $g(\cdot)$  represent the nonlinear functions and  $z = [T_1 \ S_2 \ T_3 \ R]^T$ .

Only state space components  $[T_1 \ S_2 \ T_3]^T$  depend on the control input vector  $u$ . The radius is governed by the following equation:

$$R_k = 0.55(R_{k-1} - 1.22S_{2,k}) \tag{2}$$

Therefore, Eq. (1) can be decomposed into two independent subsystems when a specific operating point  $y^{ref} = [T_1^{ref} \ S_2^{ref} \ T_3^{ref}]^T$  is considered. A discrete Linear Time Varying (LTV) model, where the time varying parameter is the unwinding reel radius  $R$  (manually measured), is obtained such as

$$\sum : \begin{cases} x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k = A(R_k)x_k + B(R_k)u_k \\ y_k = x_k \end{cases} \tag{3}$$

where  $x_k = x(kT_e)$ , with sampling period  $T_e = 0.1$  s,  $y = x = [T_1 \ S_2 \ T_3]^T$ , and  $u = [U_1 \ U_2 \ U_3]^T$ .

Matrices  $A$  and  $B$  computation is based on the interpolation of several LTI models. The strategy used to obtain a model according to (3) consists in four steps:

- divided strip on various operating zone;
- open loop identification;
- closed loop identification; and
- polynomial interpolation design.

About 240 operating zones are considered to characterize the dynamic behaviour of a complete winding phase. An experimental study is realized at each operating point as illustrated in Fig. 3. The time duration of each zone is 45 s. During this time, the radius variation is neglected.

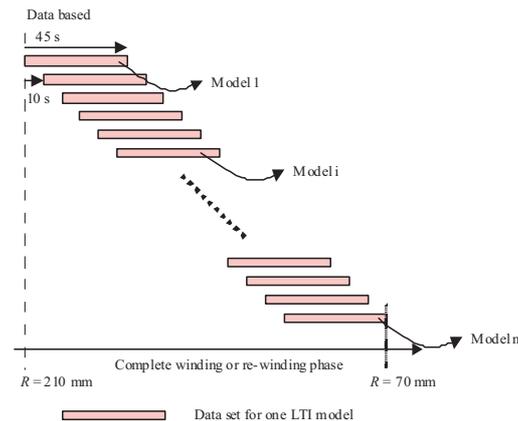


Fig. 3. Data base for process model.

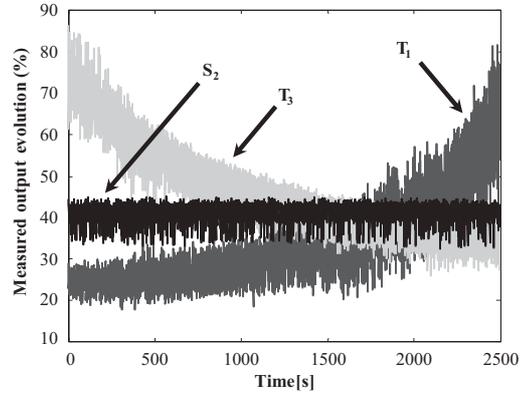


Fig. 4. Measured outputs evolution with constant inputs.

A classical identification procedure is performed by superposing a binary pseudo random sequence as disturbance inputs, to the nominal control input fixed at:  $u_{nom} = [-0.05 \ 0.4 \ 0.15]^T$  for a complete winding phase. As presented in Fig. 4, the measured output evolution, except angular speed  $S_2$ , is not constant but affected by the variations of the radius  $R$ .

The measurements obtained at each operating zone are used to generate 240 analytical models with an ARX structure as presented in (Noura, Sauter, Hamelin, & Theilliol, 2000) around one operating point.

In order to obtain an LTV model based on these 240 LTI models, a polynomial interpolation is established. Each coefficient of matrices  $A$  and  $B$  is given by the following polynomial function:

$$\{a_{ij}, b_{ij}\}(R_k) = \sum_{\sigma=0}^{\sigma^*} \lambda_{ij}^{\sigma} (R_k)^{\sigma} \quad \forall i, j = 1, \dots, 3 \tag{4}$$

where  $\lambda_{ij}^{\sigma}$  are constant values.

The polynomial degree  $\sigma^*$  has been determined as an optimal degree in order to minimize simultaneously the modeling errors and to reduce the time computation for the on-line implementation. In this mind, Akaike's Information Criterion (AIC) has been used for  $\sigma^*$  varying from 3 to 9. The AIC criterion is defined by

$$C = \log(V) + \frac{2d}{N} \tag{5}$$

where  $V$  is the loss function (mean square criteria),  $d$  the number of estimated parameters ( $\sigma^*$ ), and  $N$  the number of estimation data (240).

Figure 5 presents the result of the AIC criterion in the case of the  $A$  matrix. As seen in this figure, from a polynomial order of 6, there is no more evolution of the AIC criterion. So, due to real-time computation constraints with a sampling period of 1 ms, the dynamic behaviour of the winding machine under consideration is represented by LTV model based on time varying matrices  $A(R_k)$  and  $B(R_k)$  using a 6th degree polynomial. The obtained model exhibits quite good performances within various operating conditions for different data set.

2.3. Nominal control law synthesis

Based on the LTV model, a gain scheduled controller (Takahashi, 2000) is synthesized. It can be noticed that a nonlinear control law has been also implemented on this system

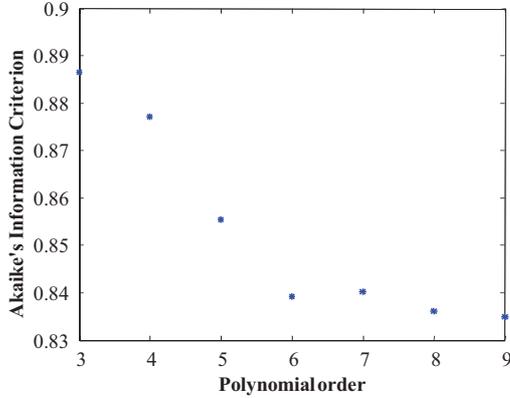


Fig. 5. Akaike's Information Criterion for the choice of polynomial order for the A matrix.

(Ponsart, Theilliol, & Sauter, 2005). The controller, based on an optimal control law, is built from the 240 LTI models. A classical LQG controller is associated to each model  $j$  and is calculated outline

$$u_k^j = -G_{feedback}^j x_k \quad (6)$$

which minimizes the classical criteria

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [x_k^T Q x_k + u_k^T H u_k] \quad (7)$$

The control law applied to the process is

$$u_k = -G_{feedback}(R_k) x_k + G_{feedforward}(R_k) y_k^{ref} \quad (8)$$

where  $G_{feedback}(R_k)$  is a polynomial interpolation of the 240  $G_{feedback}^j$  according to the value of the radius  $R$ , and  $G_{feedforward}(R_k)$  is defined as

$$G_{feedforward}(R_k) = B^{-1}(I - A + B G_{feedback}(R_k)) C^{-1} \quad (9)$$

in order for the outputs to follow the prescribed reference vector defined by  $y^{ref} = [T_1^{ref} \quad S_2^{ref} \quad T_3^{ref}]^T$ .

An integral action is added in order to eliminate static errors. Since there is an overlapping between the various operating zones associated to each LTI model, and because each  $G_{feedback}^j$  is computed in order to be stable, the stability of the system with this gain scheduled control law is assured (Ponsart, Theilliol, & Sauter, 2003).

### 3. Virtual sensors design for Active Fault Tolerant Control

Fault diagnosis procedure requires residuals' signals which are close to zero in fault-free case and deviate from zero in the presence of faults. Residuals should possess the ability to discriminate between all possible modes of faults. Residuals generation having directional properties in response to a particular fault is an attractive way for enhancing the fault isolability. The fault isolation filter, proposed in this paper, is a special full-order state observer which generates output residuals with directional properties in response to each fault. First developed by (Beard, 1971), fault detection filter has been revisited by (Massoumnia, 1986) from the geometric state-space control theory and by (White & Speyerm, 1987) in the context of eigenstructure assignment. Further improvements

were suggested by (Liu & Si, 1997); (Keller, 1999; Keller & Sauter, 2000).

In the references listed above, all designs are realised using LTI model, whereas few references have considered LTV model. The fault isolation filter, developed in this paper in the deterministic case, is derived from (Darouach, Zasadzinski, & Hayar, 1996) and (Keller, 1999) extended to LTV model.

#### 3.1. Preliminary step

Let us consider the following state space representation:

$$\sum : \begin{cases} x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k \\ y_k = C x_k + F n_k \end{cases} \quad (10)$$

where  $x_k \in \mathfrak{R}^n, y_k \in \mathfrak{R}^m, u_k \in \mathfrak{R}^p, F = [f_1 \quad f_2 \quad \dots \quad f_m]$  is faults distribution matrix and  $n_k \in \mathfrak{R}^q$  the fault magnitude vector. All matrices are assumed to be known with appropriate dimensions, also rank  $C = m$  and rank  $F = q \leq m$ .

(Park, Rizzoni, & Ribbens, 1994) have developed a technique such that a system affected by a sensor fault can be written as a system represented by an actuator fault. Let us consider a pseudo-fault input  $\bar{n}_k$  defined such as

$$n_{k+1} = \alpha n_k + \bar{n}_k \quad (11)$$

where  $\alpha \in \mathfrak{R}^{q \times q}$  defining by  $\alpha = \text{diag}(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_q), (1 \leq i \leq q)$ , is always satisfied.

According to (11), faulty system (10) is given by

$$\sum' : \begin{cases} \bar{x}_{k+1} = \bar{A}_k \bar{x}_k + \bar{B}_k u_k + \bar{F} \bar{n}_k \\ \bar{y}_k = \bar{C} \bar{x}_k \end{cases} \quad (12)$$

$$\text{with } \bar{x}_k = \begin{bmatrix} x_k \\ n_k \end{bmatrix}, \bar{A}_k = \begin{bmatrix} A_k & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix}, \bar{B}_k = \begin{bmatrix} B_k \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}, \bar{C} = [C \quad F]$$

( $0$  means the zero matrix and  $I$  the identity matrix of appropriate dimensions).

#### 3.2. Fault detection and magnitude estimator filter

Under the assumption that  $(\bar{C}, \bar{A}_k)$  is observable, a conventional fault detection algorithm is able to detect the fault by monitoring the residual ( $r_k = \bar{y}_k - \hat{\bar{y}}_k$  where  $\hat{\bar{y}}$  defines estimated output). In order to also determine the fault magnitude estimation and to estimate the state space vector, (Theilliol, Mahdi, Sauter, & Gama, 2006) have proposed to design a filter such that the residual vector  $r_k = \bar{y}_k - \hat{\bar{C}} \hat{\bar{x}}_k$  is insensitive to  $\bar{n}_k$  according to some projectors  $P$ . The projected residual vector  $p_k = P r_k$  is sensitive only to a particular fault direction. Hence, the specific fault filter is defined as follows:

$$\begin{cases} \hat{\bar{x}}_{k+1} = \bar{A}_k \hat{\bar{x}}_k + \bar{B}_k u_k + \tilde{\zeta}_k (\bar{y}_k - \hat{\bar{C}} \hat{\bar{x}}_k) \\ \hat{\bar{y}}_k = \hat{\bar{C}} \hat{\bar{x}}_k \end{cases} \quad (13)$$

where  $\tilde{\zeta}_k$  is the filter gain matrix defined as  $\tilde{\zeta}_k = \zeta_k^A + \zeta_k^C$ , where  $\zeta_k^A$  is defined such that  $\bar{A}_k \bar{F} - \zeta_k^A \bar{C} \bar{F} = 0$ . Then  $\zeta_k^A$  is given by

$$\zeta_k^A = \omega_k \Xi \quad (14)$$

with  $\omega_k = \bar{A}_k \bar{F}$  and  $\Xi = (\bar{C} \bar{F})^+$ , and  $\zeta_k^C$  is defined such that  $\zeta_k^C \bar{C} \bar{F} = 0$ . Then  $\zeta_k^C$  is given by

$$\zeta_k^C = \zeta_k^C \Psi \quad (15)$$

with  $\Psi = \beta (I_m - (\bar{C} \bar{F}) (\bar{C} \bar{F})^+)$  and  $\zeta_k^C$  is a gain.

It must be noted that  $\beta$  is chosen as a matrix composed of 1's with  $\beta \in \mathfrak{R}^{m-q \times m}$ . Compared to (Keller, 1999) in the stochastic case, no other conditions are needed. With respect to  $\zeta_k^C$ ,  $\beta$  is the unique free parameter in this specific filter and will be synthesized in a common way.

Based on (14) and (15), the filter defined in (12) becomes equivalent to the following:

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1} = (A_k - \zeta_k C) \hat{x}_k + \bar{B} u_k + \zeta_k^A \bar{y}_k + \zeta_k \Psi \bar{y}_k \\ \hat{y}_k = \bar{C} \hat{x}_k \end{cases} \quad (16)$$

with  $A_k = \bar{A}_k(I_m - \bar{F}\bar{E}\bar{C})$  and  $C = \Psi\bar{C}$ .

$\zeta_k$  is designed by a mean of a common eigenstructure assignment such that  $(A_k - \zeta_k C)$  is Schur.

The gain decomposition  $\zeta_k^A + \zeta_k^C$  and associated definitions lead to the following relations:

$$\bar{E}\bar{C}\bar{F} = 0 \quad \text{and} \quad \Psi\bar{C}\bar{F} = I \quad (17)$$

and makes possible the generation of projected residual vector such as

$$p_k = Pr_k = \begin{bmatrix} \Psi \\ \bar{E} \end{bmatrix} r_k = \begin{bmatrix} \Sigma \bar{r}_k \\ \bar{E} \bar{r}_k + \bar{n}_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_k \\ q_k \end{bmatrix} \quad (18)$$

It is worth noting that  $\gamma_k$  is a residual insensitive to faults vector  $F$ , then the residual signal  $\bar{r}_k$  is close to zero in some sense. This residual vector is an efficient indicator for detecting the quality of the fault detection filter against modeling errors and other fault vector which is not considered in the synthesis. Indeed, if a fault occurs in the system, a simple residual evaluation technique should be computed in order to indicate the accuracy of the projected residual vector  $p_k$ , more precisely, the accuracy of the last component  $q_k = \bar{E} \bar{r}_k + \bar{n}_{k-1}$ . A residual evaluation algorithm can be performed by the direct fault magnitude evaluation through a statistical test such as the limit checking test, the generalized likelihood ratio test, or the trend analysis test in order to supervise the process.

However, it can be noted that the proposed filter cannot generate an accurate state space. With respect to the last component,  $q_k$  represents the fault estimation vector through the recursive equation  $n_{k+1} = \alpha n_k + \bar{n}_k$ .

### 3.3. Fault isolation filter applied to the winding machine model

The isolation filter, designed above, can be extended to the LTV model defined in (3). Since only sensor faults are considered,  $F$  matrix (in (10)) is equal to identity matrix  $I_{3 \times 3}$ , so  $\text{rank } F = \text{rank } C = m = 3$ . Thus, the proposed filter can isolate each sensor which is faulty or not based on fault magnitude evaluation.

In the filter defined by (16), state space matrices  $\bar{A}_k$  and  $\bar{B}_k$  of LTV model depend on  $R_k$ . The gains  $\zeta_k^A = \omega_k \bar{E}$  and  $\zeta_k^C = \zeta_k \Psi$  should be expressed in function of  $R_k$  in order to be implemented. Based on (14), gain  $\omega_k$  is equal to a part of matrix  $\bar{A}_k$  ( $\omega_k = \bar{A}_k \bar{F}$ ) which is

dependent on  $R_k$  and  $\bar{E}$  is a constant ( $C = F = I_{3 \times 3}$ ). So,  $\zeta_k^A$  can be computed at each sample time based on the  $R_k$  value. The gain  $\zeta_k^C$  is not computed in the winding machine application since matrix  $\Psi$  is null ( $(\bar{C}\bar{F})(\bar{C}\bar{F})^+ = I_{3 \times 3}$ ). In this case, the only degree of freedom to build the filter is to obtain decoupling between measured outputs and fault inputs.

### 3.4. Sensor fault masking principle

When sensor fault occurs, the faulty measurements directly corrupt the closed-loop behaviour (i.e.  $u_k = \Delta(y_k^f)$ ) where  $\Delta$  is the control function of the gain scheduling controller. Moreover, the controller aims at cancelling the error between the measurement and its reference input. In faulty case, the real output is different from the desired value and may drive the system to its physical limitations or even to instability. The fault-free estimation of the faulty measure is provided by a virtual sensor. This estimation has to be decoupled from the fault effects since it is used to compute the fault tolerant control law. Thus, the obtained fault tolerant control prevents faults from developing into failures and it minimizes the effects on the system performance and safety. Such fault-free estimation can be obtained according to the fault isolation vector defined previously

$$y_k^{real} = y_k^{measured} - F n_k \quad (19)$$

From the control point of view, sensor fault-tolerant control does not require any modification of the control law and is also called "sensor fault masking" as suggested by (Wu, Thavamani, Zhang, & Blanke, 2006). This estimation has to be decoupled from the fault effects since it is used to compute the fault tolerant control law. The fault diagnosis in the developed strategy is of paramount importance to compensate for these faults and to preserve the system performances.

### 3.5. Summary of the whole procedure

Fig. 6 shows the global scheme of the virtual sensors design for active fault tolerant control.

Whereas all previous matrices with  $k$  indices must be computed on-line at each sample time, the other matrices are constant and thus can be computed off-line.

The first step is to determine the following matrices:  $\bar{A}_k$ ,  $\bar{B}_k$ ,  $\bar{F}$ , and  $\bar{C}$ .

Next, following matrices may be computed off-line:

- $\bar{E} = (\bar{C}\bar{F})^+$ ,
- $\Psi = \beta(I_m - (\bar{C}\bar{F})(\bar{C}\bar{F})^+)$  where  $\beta \in \mathfrak{R}^{m-q \times m}$  composed of 1,

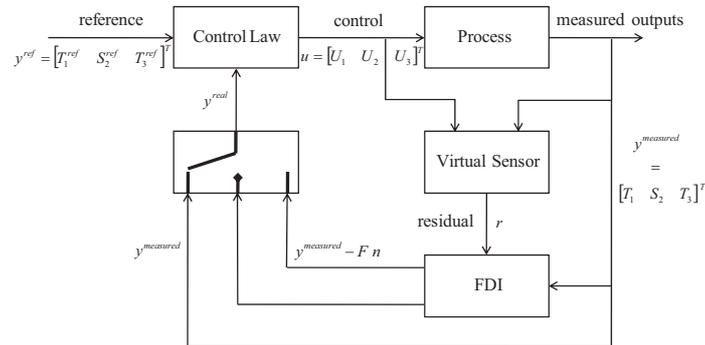


Fig. 6. Block scheme of the virtual sensors design for active fault tolerant control.

- $I_m - \bar{F}\bar{\Xi}\bar{C}$  to simplify the computation of  $\mathcal{A}_k = \bar{A}_k(I_m - \bar{F}\bar{\Xi}\bar{C})$ ,
- $\mathcal{C} = \bar{\Psi}\bar{C}$ .

The third step is the computation at each sample time of the following matrices and results:

- $\bar{A}_k, \bar{B}_k, \omega_k = \bar{A}_k\bar{F}$ ,  $\mathcal{A}_k = \bar{A}_k(I_m - \bar{F}\bar{\Xi}\bar{C})$ ,
- $\zeta_k$  is designed by a mean of a common eigenstructure assignment such that  $(\mathcal{A}_k - \zeta_k\mathcal{C})$  is Schur (pole placement method),
- $\zeta_k^c = \zeta_k\bar{\Psi}$ ,
- $p_k = Pr_k = \begin{bmatrix} \Psi \\ \Xi \end{bmatrix}$   $r_k = \begin{bmatrix} \sum \bar{T}_k \\ \Xi \bar{T}_k + \bar{n}_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_k \\ q_k \end{bmatrix}$ .

4. Experimental results

The performance of the developed method has been applied to real data for a radius  $R_k$  varying between 180 mm and around 150 mm. This experiment was carried out for step changes (20% of their corresponding operating values) in the reference inputs around a given operating point. A complete loss of measure  $S_{2,k}$  is considered. It implies that the measure of radius, equal to  $R_k = 0.55(R_{k-1} - 1.22S_{2,k})$ , cannot be estimated correctly. The complete loss of sensor  $S_{2,k}$  appears at sample  $k=500$  until sample  $k=1000$ , then from sample  $k=2500$  to 3000 and finally from sample  $k=4500$  to 5000. As illustrated in Fig. 7, when the measure  $S_{2,k}$  is out of order (i.e.  $S_{2,k}=0V$ ), the estimation of the radius  $R_k$  is corrupted.

Figs. 8 and 9 represent, respectively, the measured and real control output responses to reference changes (the duration of the step responses is 150 s). The complete loss of sensor  $S_{2,k}$  can easily be seen on the second graph in Fig. 8. The control law tries to cancel the static error created by the corrupted output. Consequently, the real output is different from the reference input as illustrated in the second graph in Fig. 9. The effect of this loss of information has some dramatic consequences on the other reference tracking outputs as shown at the other graphs of Fig. 9.

The second part of the tests corresponds to the implementation of the fault detection and isolation filter defined in Eq. (16). Based on LTV model, the fault detection, isolation and estimation module indicates which sensor is faulty and estimates an accurate fault magnitude (Fig. 10). It can be verified that the first and third components of vector  $n_k$  are close to zero. The proposed fault

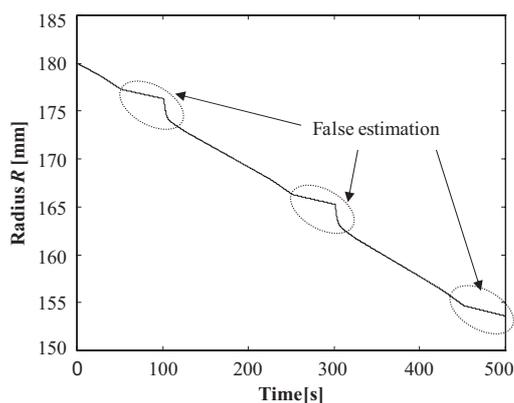


Fig. 7. Estimation of radius R.

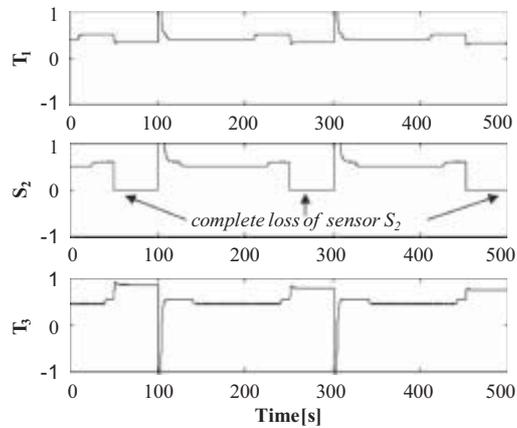


Fig. 8. Measured outputs evolution ( $T_1, S_2, T_3$ ).

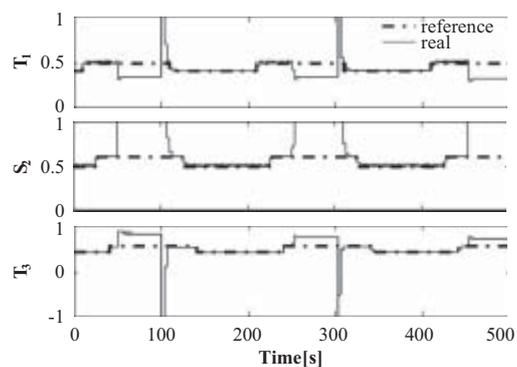


Fig. 9. Responses to reference change of real outputs ( $T_1, S_2, T_3$ ).

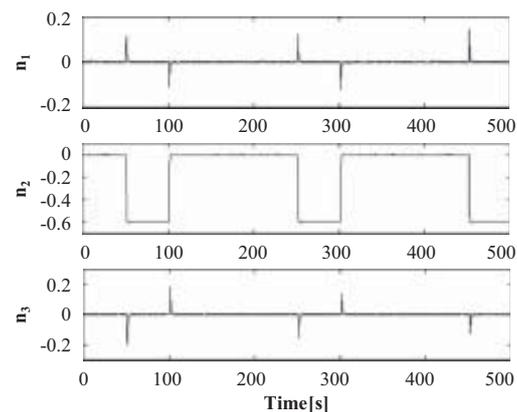


Fig. 10. Estimated sensor faults evolution ( $n_1, n_2, n_3$ ).

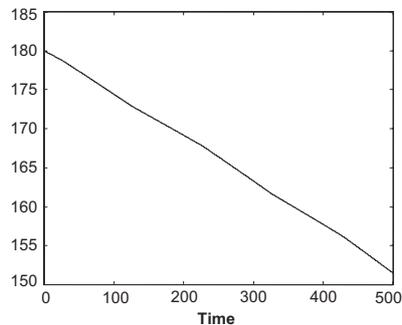


Fig. 11. Estimation of radius  $R$  with fault tolerant control system.

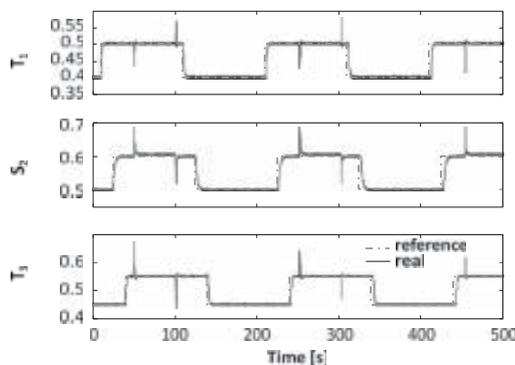


Fig. 12. Responses to reference change of real outputs ( $T_1$ ,  $S_2$ ,  $T_3$ ) with virtual sensors.

diagnosis is an efficient tool in the operator's decision winding process.

Based on the FDI module, a suitable estimation of the radius  $R_k$  is provided. As illustrated in Fig. 11, the estimation of the radius  $R_k$  is not affected by the loss of the sensor  $S_{2,k}$ . Consequently, with the sensor fault recovery method, the real outputs follow their reference inputs (Fig. 12). The fault estimation is used to track the reference input. The results show that the compensated output behaviour is closer to the nominal outputs rather than the faulty outputs.

## 5. Conclusion

In this paper, a virtual sensors method based on a sensor fault diagnosis module dedicated to web transport process has been proposed. For such system the web tension control is a key to successful operation of metal transport systems. As it is well known in rolling mills control, tension is a very important variable since it has a strong influence to the product qualities such as gage, width, and mechanical properties.

The experimental results clearly show that sensor fault (a complete loss of sensor in this case) is detected, isolated, and estimated thanks to the accurate fault diagnosis module. Based on fault diagnosis module, human operator can access information on the health of the process in order to recognize an abnormal

behaviour and to read the anomaly. Then appropriate and early corrective actions can be performed in order to avoid process accident or discontinuity in the production. In this manner, a fault tolerant control system based on the virtual sensors data has been also considered and generates some compensated output behaviour close to the nominal outputs.

## References

- Aubrun C., & Leick C. (2005). Sensor fault accommodation: Application to an activated sludge process. In: *Proceedings of the 16th IFAC World Congress*, Prague, Czech Republic.
- Beard R.V. (1971). Failure accommodation in linear systems through self reorganisation. Ph.D. dissertation, MA.
- Benitez-Perez, H., & Garcia-Nocetti, F. (2005). *Reconfigurable distributed control*. London, UK: Springer.
- Blanke, M. (1999). *Fault-tolerant control systems. Advances in control highlights of ECC'99*. Springer Edition pp. 171–196.
- Blanke, M., Kinnaert, M., Lunze, J., & Staroswiecki, M. (2006). *Diagnosis and fault-tolerant control* ((2nd ed.). Berlin, Germany: Springer.
- Bonastre, A., Ors, R., Capella, J. V., Fabram, M. J., & Peris, M. (2001). In-line chemical analysis of wastewater: Present and future trends. *TrAC, Trends in Analytical Chemistry*, 24(02), 128–137.
- Caccavale, F., & Villani, L. (2003). *Fault diagnosis and fault tolerance for mechatronic systems: recent advances, Vol. 1 of Springer tracts in advanced robotics*. Berlin, Germany: Springer.
- Chen, J., & Patton, R. J. (1999). *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. Kluwer Academic Publishers.
- Chiang, L., Russell, E., & Braatz, R. (2001). *Fault detection and diagnosis in industrial systems*. New York, USA: Springer-Verlag.
- Darouach, M., Zasadzinski, M., & Hayat, M. (1996). Reduced-order observer design for descriptor systems with unknown inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1068–1072.
- Ding, S. X. (2008). *Model-based fault diagnosis techniques—design schemes, algorithms and tools*. Springer.
- Frank, P. M. (1990). Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge based redundancy—a survey of some new results. *Automatica*, 26(3), 459–474.
- Frank P.M., Ding S.X., Köppen-Seliger B. (2000). Current developments in the theory of FDI. In: *Proceedings of the 4th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, vol. 1, pp. 16–27.
- Gertler, J. J. (1998). *Fault detection and diagnosis in engineering systems*. NY Basel HK: Marcel Dekker, Inc.
- Grimble M.J., Hearn G. (1999). Advanced control for hot rolling mills. In: *Advances in Control, Highlights of ECC'99*, Springer Editions, pp. 135–169.
- Hajiyev, C., & Caliskan, F. (2003). *Fault diagnosis and reconfiguration in flight control systems*. London, UK: Kluwer Academic Publishers.
- Hearn G., Grimble M.J. (2000). Robust inferential control for hot strip mills. In: *Future Trends in Automation in Mineral and Metal Processing, IFAC Workshop* (pp. 225–230). Helsinki, Finland.
- Isermann, R. (2006). *Fault-diagnosis systems: an introduction from fault detection to fault tolerance*. Springer.
- Isermann R., Ballé P. (1996). Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical processes. In: *Proceedings of the 13th IFAC World Congress*, pp. 1–12.
- Jämsä-Jounela, S.-L., Vermasvuori, M., Enden, P., & Haavisto, S. (2003). A process monitoring system based on the Kohonen self-organizing maps. *Control Engineering Practice*, 11, 83–92.
- Kämpjärvi, P., Sourander, M., Komulainen, T., Nikus, M., Vatanski, N., & Jämsä-Jounela, S.-L. (2007). Online analyser validation and process fault diagnosis for ethylene cracking process under MPC feedback. *Control Engineering Practice*, 16, 1–13.
- Keller, J.-Y. (1999). Fault isolation filter design for linear stochastic systems. *Automatica*, 35, 1701–1706.
- Keller J.-Y., Sauter D. (2000). Robust fault isolation filter for discrete time systems. In: *Proceedings of the 4th IFAC IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS* (pp. 385–394). Budapest, Hungary.
- Knittel, D., Laroche, E., Gigan, D., & Koc, H. (2003). Tension control for winding systems with two degrees of freedom H'infinity' controller. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 39(1), 113–120.
- Komulainen, T., Sourander, M., & Jämsä-Jounela, S.-L. (2004). An online application of dynamic PLS to a dearomatization process. *Computers and Chemical Engineering*, 28, 2611–2619.
- Leonhardt, S., & Ayoubi, M. (1997). Methods of fault diagnosis. *Control Engineering Practice*, 5, 683–692.
- Liu, B., & Si, J. (1997). Fault isolation filter design for linear time-invariant systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 42(5), 704–707.
- Mahmoud, M., Jiang, J., & Zhang, Y. (2003). *Active fault tolerant control systems: stochastic analysis and synthesis. Lecture notes in control and information sciences*, vol. 287. Berlin, Germany: Springer.
- Massoumnia, M. (1986). A geometric approach to the synthesis of failure detection filters. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-31, 839–846.

- Napolitano M.R., Swain R.L. (1989). A new technique for aircraft flight control reconfiguration. In: *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*.
- Noura, H., Sauter, D., Hamelin, F., & Theilliol, D. (2000). Fault-tolerant control in dynamic systems: application to a winding machine. *IEEE Control Systems Magazine*, 20(1), 33–49.
- Pagilla, P. R., King, E. O., Dreinhoefer, L. H., & Garimella, S. S. (2000). Robust observer-based control of an aluminium strip processing line. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 36(3), 865–870.
- Park, J., Rizzoni, G., & Ribbens, W. B. (1994). On the representation of sensor faults in fault detection filters. *Automatica*, 30(11), 1793–1795.
- Ponsart J.-C., Theilliol D., Sauter D. (2003). Synthesis and implementation of different control law strategies for a winding process. In: *Proceedings of the IFAC Workshop on New Technologies for Automation of Metallurgical Industry* (pp. 223–228), Shanghai, China.
- Ponsart J.-C., Theilliol D., Sauter D. (2005). Actuator Fault Tolerant Control for a winding machine based on a LTV model. In: *Proceedings of the 6th International Workshop on Research and Education in Mechatronics—REM'05*, Annecy, France.
- Sauter, D., Jamouli, H., Keller, J.-Y., & Ponsart, J.-C. (2005). Actuator fault compensation for a winding machine. *Control Engineering Practice*, 13(10), 1307–1314.
- Takahashi R. (2000). Contemplative stance on the automation of MMM processing: state of the art in hot rolling process control. In: *Proceedings of the Future Trends in Automation in Mineral and Metal Processing, IFAC Workshop* (pp. 86–91), Helsinki, Finland.
- Theilliol D., Mahdi M., Sauter D., Gama M.A. (2006). Actuator fault detection isolation method and state estimator design for hot rolling mill monitoring. In: *Proceedings of the 6th IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS*, Beijing, China.
- Theilliol D., Ponsart J.-C., Noura H. (2001). Sensor fault-tolerant control method based on multiple model approach. In: *Proceedings of the European Control Conference ECC'01*, September 2001 (pp. 1981–1986), Porto, Portugal.
- Venkatasubramanian, V., Rengaswamy, R., & Kavuri, S. N. (2003b). A review of process fault detection and diagnosis. Part II: Qualitative models-based methods. *Computers and Chemical Engineering*, 27(3), 313–326.
- Venkatasubramanian, V., Rengaswamy, R., Kavuri, S. N., & Yin, K. (2003c). A review of process fault detection and diagnosis. Part III: Process history based methods. *Computers and Chemical Engineering*, 27(3), 327–346.
- Venkatasubramanian, V., Rengaswamy, R., Yin, K., & Kavuri, S. N. (2003a). A review of process fault detection and diagnosis. Part I: Quantitative model-based methods. *Computers and Chemical Engineering*, 27(3), 293–311.
- White, J. E., & Speyer, J. L. (1987). Detection filter design: Spectral theory and algorithms. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 32, 595–603.
- Wu, E. N., Thavamani, S., Zhang, Y., & Blanke, M. (2006). Sensor fault masking of a ship propulsion. *Control Engineering Practice*, 14(11), 1337–1345.
- Zhang, H. (2009). *Software sensors and their applications in bioprocess*. Berlin/Heidelberg: Springer.
- Zhang Y., Jiang J. (2003). Bibliographical review on reconfigurable fault tolerant control systems. In: *Proceedings of the 5th IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS* (pp. 265–276). Washington, USA.
- Zhang, Y., & Jiang, J. (2008). Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems. *Annual Reviews in Control*, 32, 229–252.



