

Caratérisation acoustique des éclairs d'orage

Gallin Louis-Jonardan

▶ To cite this version:

Gallin Louis-Jonardan. Caratérisation acoustique des éclairs d'orage. Acoustique [physics.class-ph]. Université Paris VI, 2014. Français. NNT: . tel-01086769v1

HAL Id: tel-01086769 https://hal.science/tel-01086769v1

Submitted on 24 Nov 2014 (v1), last revised 7 Mar 2015 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

présentée par

Louis-Jonardan GALLIN

Pour obtenir le grade de DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE PARIS VI

Discipline : Acoustique

Caractérisation acoustique des éclairs d'orage

Soutenance prévue le 03 Juillet 2014 devant le jury composé de :

M. Philippe Blanc-Benon	Directeur de recherche CNRS, Ecole Centrale Lyon	rapporteur
M. Sylvain Coquillat	Professeur, Université Paul Sabatier	rapporteur
M. François Coulouvrat	Directeur de recherche CNRS, Université Pierre et Marie Curie	directeur de thèse
M. Eric Defer	Chargé de recherche CNRS	invité
M. Thomas FARGES	Ingénieur chercheur, CEA, DAM, DIF	co-encadrant
M. Régis Marchiano	Professeur, Université Pierre et Marie Curie	co-encadrant
M. Maurizio RIPEPE	Professeur, Université de Florence	examinateur
M. Régis Wunenburger	Professeur, Université Pierre et Marie Curie	examinateur

CEA, DAM, Ile de France Bruyères le Châtel 91297 Arpajon Cedex France

Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, CNRS, UMR 7190, Institut Jean Le Rond d'Alembert, F-75005 Paris, France

Remerciements

Cette thèse de doctorat a été portée par une collaboration entre les deux organismes que sont le Commissariat à l'Energie Atomique et aux Energies Alternatives (Centre DAM-Ile de France) et l'Université Pierre et Marie Curie Paris VI (Institut Jean Le Rond d'Alembert, UMR CNRS 7190).

Je remercie François Coulouvrat d'avoir accepté d'être mon directeur de thèse, je le remercie pour la confiance qu'il m'a accordé en me prenant comme doctorant alors que je venais d'une discipline très différente de l'acoustique. J'exprime ma reconnaissance à Thomas Farges et Régis Marchiano pour leur encadrement, leur soutient et leurs conseils tant scientifiques que personnels durant ces trois années. La formation à la recherche que constitue un travail de thèse a fortement bénéficié de leur savoir faire et de leur expérience.

Je remercie Régis Wunenburger pour avoir accepté de présider mon jury. Ma gratitude va à Philippe Blanc-Benon et Sylvain Coquillat pour avoir accepté de rapporter ce travail de thèse. Je remercie Eric Defer ainsi que Maurizio Ripepe pour avoir accepté d'y participer.

Je tiens particulièrement à remercier Daniel Bouche pour ses conseils et son aide au cours du master 2 de modélisation et simulation numérique. Je lui exprime toute ma gratitude pour son investissement pour me mettre en contact avec les activités de géophysique au CEA, pour m'avoir permis de rencontrer Thomas Farges et de découvrir le sujet de thèse que celui-ci proposait. Je remercie Pierre-Franck Piserchia pour m'avoir accueilli dans le laboratoire Simulations et Effets dans la Géosphère du CEA. Je le remercie pour son aide et ses conseils pour valoriser la thèse, le choix des directions futures et pour la construction du projet professionnel.

Ma gratitude va à Eric Defer pour avoir porté le projet PEACH ainsi que pour son amitié. Je n'oublie pas les équipes technique du CEA qui ont déployé et maintenu les deux réseaux acoustiques dont nous avons exploité les enregistrements de tonnerre, ainsi que les équipes au sein du projet HyMeX qui ont installé les outils de mesures et d'observations et dont j'ai utilisé les excellents résultats. Ma reconnaissance va aux différents responsables au sein du projet global avec qui j'ai souvent échangé (William Rison, Wolfgang Schulz et Mathieu Nuret), ainsi qu'à Jean-Pierre Pinty.

Je remercie Alexis Le Pichon pour l'aide qu'il m'a apporté pour la prise en main des données enregistrées par les réseaux acoustiques, ainsi que pour ses qualités pédagogiques. J'exprime toute ma gratitude à Olaf Gainville pour sa disponibilité et son aide tout au long du travail d'exploitation des données d'observation. Je remercie Christophe Millet et Didier Lucor pour leur amitié et les nombreuses discussions que j'ai pu avoir avec eux; Yves Cansi et Elisabeth Blanc pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail et les conseils qu'ils m'ont donné. Mes sincères salutations vont à Jean-Yves Vinçont, Philippe Heinrich, Ludovic Aubry, Yves Grillon et Laurent Guillot. Ainsi qu'à mes collègues doctorants que j'ai rencontré durant ces trois années, que ce soit à l'Institut Jean Le Rond D'alembert (Raja, Valentina, Eric, Sidoine, Eric, Marco, ...) ou au CEA (Sébastien, Martin, Michaël, Sébastien).

Enfin j'exprime ma gratitude aux membres de ma famille pour m'avoir soutenu durant ces trois années.

Table des matières

1	Intr	oduction et enjeux 9
	1.1	Le cadre du Traité d'Interdiction Complète des Essais nucléaires 9
	1.2	Objectifs et plan de la thèse
2	Phź	noménologie des décharges de foudre
4	2 He	Processus de formation des cumulonimbus et mécanismes d'électrification 15
	$\frac{2.1}{2.2}$	Conditions de déclenchement des décharges de foudre à l'intérieur des
	2.2	cumulonimbus
	2.3	Les différents types de décharges de foudre 20
	$\frac{2.0}{2.4}$	Définition des notions d'azimut et de temps universel
	$\frac{2.1}{2.5}$	Observations du contenu acoustique des décharges de foudre 25
	$\frac{2.0}{2.6}$	Caractéristiques géométriques des décharges de foudre 30
	$\frac{2.0}{2.7}$	Mécanismes d'émission acoustique de tonnerre
	2.1	2.7.1 Emission acoustique par les arcs en retour 36
		2.7.2 Emission électrostatique 39
	2.8	Conclusion
3	Des	cription de la campagne de mesures électromagnétiques et acous-
	tiqu	les des éclairs 43
	3.1	Le projet européen HyMeX $(2010 - 2020)$
	3.2	Le groupe de travail PEACH
	3.3	Les réseaux opérationnels de localisation électromagnétique des éclairs 50
	3.4	Le réseau de recherche de localisation électromagnétique des éclairs 52
	3.5	Le réseau acoustique
		3.5.1 Le réseau de microbaromètres
	9.0	3.5.2 Le reseau de microphones
	3.0	Resultats des previsions meteorologiques par le code de calcul operationnel
	27	Chair d'une période d'intérêt
	२.१ २.२	Conclusion 74
	3.0	Conclusion
4	Ana	alyse des données acoustiques et électromagnétiques obtenues lors de
	l'ora	age du 26 octobre 2012 de 18h00 TU à 22h00 TU 77
	4.1	Motivations et objectifs de l'étude
	4.2	Préparation des données électromagnétiques
	4.3	Préparation des données acoustiques
	4.4	Conventions sur la représentation des données EUCLID
	4.5	Exploration de l'événement du 26 octobre 2012 81
		4.5.1 Fenêtre temporelle de 20h10m TU à 20h20m TU
		4.5.2 Fenêtre temporelle de 20h30m TU à 20h40m TU
		4.5.3 Fenêtre temporelle de 21h40m TU à 21h50m TU
	4.6	Reconstruction acoustique des éclairs d'orage
		4.6.1 Reconstruction acoustique de la décharge de 20h35m00s TU 88
		4.6.2 Reconstruction acoustique de la décharge de 20h35m58s TU 91
	. –	4.6.3 Bilan de la reconstruction acoustique
	4.7	Analyse statistique de l'événement du 26 octobre 2012
		4.7.1 Statistiques synthètiques sur toute la durée de l'épisode orageux de
		$18n00 TU a 22h00 TU \dots $

		4.7.2 Capacité des mesures acoustiques à reconstruire les parties des décharges de faible altitude
		47.3 Distribution des distances horizontales par rapport à la station
		acoustique des détections LMA et PMCC 101
		4.7.4 Suivi de l'évolution des cellules orageuses par mesure acoustique
		jusqu'à des distances de 70km
		4.7.5 Comparaison des distributions des altitudes des sources détectées
		par le LMA et des détections PMCC
	4.8	Analyse temps fréquence des signaux de tonnerre
		4.8.1 Etude de spectres du bruit de fond durant l'orage
		4.8.2 Contenu fréquentiel des différentes parties de la décharge de 20h35m00s TU114
		4.8.3 Contenu fréquentiel du signal pour la décharge de 20h35m58s TU . 117
		4.8.4 Comparaison des spectres des signaux de tonnerre
	4.9	Exploration des données acoustiques enregistrées sur le réseau de microba-
	4 10	rometres
	4.10	Conclusions
5	Mét	hode de simulation numérique bidimensionnelle de la propagation
	non	linéaire dans l'atmosphère 127
	5.1	Introduction
	5.2	Équation de l'acoustique non linéaire en écoulement atmosphérique 130
	5.3	Equation partiellement unidirectionnelle
		5.3.1 Etablissement de l'équation
		5.3.2 Domaine de validité de l'équation
		5.3.2.1 Equation parabolique nonlinéaire de Aver'yanov2006 <i>et al.</i>
		$[2006] \qquad \qquad$
	F 4	$5.3.2.2$ Domaine de validite $\dots \dots \dots$
	5.4	Algorithme a pas fractionnes
		5.4.1 Notations pour la discretisation numerique $\dots \dots \dots$
	5.5	Discrétisation numérique
	0.0	5.5.1 Equation de correction non linéaire 138
		5.5.2 Equation de diffraction
		5.5.3 Équation de corrections hétérogènes et d'écoulements : déphasage
		complexe analytique
		5.5.4 Équation de corrections hétérogènes et d'écoulements : différences
		finies d'ordre 2 $\dots \dots $
		5.5.4.1 Schéma de Crank-Nicolson
		5.5.4.2 Discrétisation par différences finies à l'ordre 2 de l'opérateur
		$\left[\hat{\mathcal{V}}_{12}\right]\frac{\partial\phi}{\partial \phi}$
		$\begin{bmatrix} r & 1z \end{bmatrix} \partial z$
		5.5.4.3 Discrétisation de l'opérateur $[\hat{\mathcal{V}}_{2xz}] \frac{\partial \phi}{\partial x^2}$
		5.5.4.4 Système linéaire tridiagonal $\dots \dots \dots$
		5.5.5 Conditions aux limites
	5.6	Tests de validation
		5.6.1 Cas d'un milieu hétérogène
		5.6.2 Validation des termes d'écoulements
		5.6.3 Validation du sol rigide et plat en configuration non linéaire $\ .\ .\ .\ 156$
	5.7	Propagation d'une onde de choc émise par une source explosive en présence
	. -	d'un écoulement de couche limite
	5.8	Conclusion

6	Conclusions et perspectives6.1Principaux résultats6.2Perspectives	169 169 171	
A	Suivi de l'évolution des cellules orageuses par mesure acoustique	175	
В	B Description des détections PMCC associées au bruit de fond en absenc d'orage		
С	Données des détections EUCLIDC.1Décharge de 20h35m00s TUC.2Décharge de 20h35m58s TU	185 186 186	
D	Détails de l'établissement de l'équation FlhowardD.1Equation de départD.2Coordonnées mobilesD.3Rassemblement des termesD.4Vers une formulation unidirectionnelleD.5Équation partiellement unidirectionnelleD.6Formulation en pseudo-potentielD.7Cas bi-dimensionnel	187 187 188 190 190 191 193 194	
\mathbf{E}	E Intérêt de la forme conservative pour les termes d'écoulement ambiant195		
\mathbf{F}	Intérêt de l'algorithme à pas fractionné à quatre étapes	197	
G	Interprétation des biais dans la reconstruction de l'altitude des sour acoustiques lointaines à l'aide de simulations numériques G.1 But de l'étude	199 199 199 200 203 213	
Ré	férences	215	

7

Introduction et enjeux

1.1 Le cadre du Traité d'Interdiction Complète des Essais nucléaires

Ce travail de thèse s'inscrit dans le contexte du Traité d'Interdiction Complète des Essais nucléaires (TICE, en anglais "the Comprehensive Nuclear-Test-Ban Treaty" ou "CTBT") qui est un traité international interdisant tout essai nucléaire, et ce quelle que soit l'énergie libérée et dans quelque environnement que ce soit, en surface, aérien, sous-marin ou souterrain. Ce traité est ouvert à la signature depuis le 24 septembre 1996 au siège des Nations-Unies à New-York. Au 30 avril 2014, 183 états ont signé ce traité et 162 l'ont ratifié, dont trois puissances nucléaires : la France, le Royaume-Uni et la Fédération de Russie. Pour entrer en vigueur, le traité devra impérativement être ratifié par les 44 états figurant dans l'annexe 2 du traité. Parmi ceux-ci, cinq l'ont signé mais pas encore ratifié¹ et trois ne l'ont ni signé, ni ratifié². Ces informations sont disponibles sur le site officiel de la Commission Préparatoire au traité TICE : le CTBTO, organisation provisoire des Nations-Unies dont le siège est à Vienne en Autriche³. Afin de veiller à l'application du traité, le Système de Surveillance International (SSI) est mis progressivement en place avec actuellement 85% du dispositif opérationnel. Quatre systèmes complémentaires sont destinés à détecter d'éventuels essais nucléaires : un réseau de stations sismiques composé de 50 stations primaires et de 120 stations auxiliaires; 11 stations hydroacoustiques; 60 stations infrasonores⁴ et 80 stations radio-nucléides. L'ensemble constitue un système de surveillance de la Terre qui est également utilisé pour des observations civiles quelle que soit la technologie parmi les 4 listées.

Les stations du réseau infrasonore sont réparties de manière la plus uniforme possible sur l'ensemble du globe (voir figure 1.2), avec 45 stations certifiées, 4 en construction et 11 prévues sur l'ensemble des continents et des îles isolées dans les trois océans, comme par exemple les îles Kerguelen. Le réseau infrasonore est calibré afin de détecter, avec un minimum de deux stations, toute explosion nucléaire d'une puissance supérieure à la kilotonne de TNT⁵ et ce n'importe où dans l'atmosphère à la surface du globe. Les sources d'ondes infrasonores qu'enregistrent les stations du réseau sont multiples. Une liste non exhaustive des différents types de sources connues proposée par McKisic [1997] (et reprise par Campus et Christie [2009]) est résumée sur la figure (1.1). Celle-ci présente en abscisse la fréquence caractéristique d'événements en fonction de leur durée. Ainsi, nous notons que les sources telles que la houle océanique [Kulichkov, 2009], le jet stream [de Groot-Hedlin et al., 2009], les typhons [Hetzer et al., 2009] ou les séismes [Mikumo et Watada, 2009 produisent des ondes infrasonores avec un niveau continu dans le temps et qui peuvent être observées sur de longues durées. Des sources atmosphériques liées à des événements plus brefs peuvent aussi être détectés. Elles produisent des ondes de choc acoustiques présentant des effets non linéaires importants. On peut citer par exemple :

— les explosions chimiques [Gainville et al., 2009],

^{1.} Chine, Egypte, Etats-Unis, Iran, Israël.

^{2.} Corée du Nord, Inde et Pakistan.

^{3.} http://www.ctbto.org

^{4.} Une onde acoustique est dite infrasonore si son contenu fréquentiel est en dessous de 20Hz, limite inférieure de la capacité auditive de l'oreille humaine. Les stations infrasonores sont calibrées pour détecter ces fréquences basses.

^{5. 1}kt TNT= 4.185×10^{12} J.

- les éclairs et les sprites émis durant les orages [Blanc, 1985; Bass, 1980; Farges et Blanc, 2010; Assink et al., 2008; de Larquier et Pasko, 2010],
- les volcans [Le Pichon et al., 2005; Ripepe et al., 2010a,b],
- les bangs soniques associés aux rentrées de météorites [Brown et al., 1996; Plotkin et Page, 2002; Henneton, 2013] ou de navettes spatiales [Qamar, 1995],
- ou encore les bangs soniques associés aux avions supersoniques [Le Pichon et al., 2002].

L'influence essentielle des conditions atmosphériques sur les ondes acoustiques est connue depuis le début du vingtième siècle (Evers et Haak [2009] dressent un bilan des sources acoustiques de forte amplitude). Les caractéristiques des signatures acoustiques détectées – qu'elles soient naturelles ou d'origine humaine – varient fortement avec l'impact des effets atmosphériques sur les formes d'ondes : ceci rend les processus d'analyse et de diagnostic des sources acoustiques très difficiles. Une revue des effets physiques intervenant sur la propagation est donnée par Norris et al. [2009].



FIGURE 1.1 – Présentation de différentes sources infrasonores en fonction de leur fréquence et de leur durée d'observation. En bleu : les sources émettant de manière impulsionnelle. En rouge : sources émettant de manière continue. Les sources en vert sont quant à elles difficiles à classer. Figure extraite de [Gainville, 2008].

Les éclairs sont présents partout dans le monde, ils émettent des ondes acoustiques (tonnerre) et électromagnétiques (optique et radio) bien connues et utilisées pour la localisation des orages. De nombreuses études ont été menées sur la compréhension des signaux acoustiques (sonores et infrasonores, dont la fréquence est inférieure à 20Hz) émis par les éclairs entre les années 1960 et le milieu des années 1980 (voir la bibliographie au chapitre 2 page 15). Ces travaux concernaient la caractérisation de ces signaux (amplitude et contenu fréquentiel) ainsi que la localisation des décharges dans les nuages eux-mêmes alors qu'elles sont invisibles pour les systèmes optiques. Les mesures récentes, réalisées par le CEA notamment [Farges et al., 2005; Farges, 2009; Farges et Blanc, 2010], montrent que des signaux infrasonores de tonnerre sont enregistrés à des distances élevées de l'éclair (plus de 50 km). En conséquence les signaux acoustiques de tonnerre engendrent un bruit de fond élevé, voire de fausses détections aux stations situées dans les régions où l'activité orageuse est la plus forte, en particulier les zones tropicales et équatoriales (voir figure 1.2).

Il est donc nécessaire de développer des techniques de mesure et d'analyse pour différencier un éclair naturel d'un événement d'origine nucléaire ou anthropogénique (explosion chimique, ...). Les éclairs sont des sources acoustiques très fréquentes et présentant des extensions spatiales importantes (plusieurs kilomètres) avec une très forte variabilité géométrique. La maîtrise actuelle des systèmes de mesure acoustique permet d'explorer à



FIGURE 1.2 – Réseau infrasonore du SSI (étoiles) superposé à l'activité orageuse dans le monde (nombre de décharges par kilomètre carré et par an) selon [Cecil et al., 2014].

un niveau de détail jamais atteint auparavant la géométrie de ces sources, ceci conduit à un renouveau important de la thématique.

Depuis plusieurs années, le CEA participe à des campagnes de mesures des éclairs. Il a participé en automne 2012 à une campagne de mesures des éclairs d'orage dans le cadre du projet européen HyMeX (Hydrological cycle in the Mediterranean EXperiment⁶ [Drobinski et al., 2013) qui s'étend de 2010 à 2020. La longue durée du projet permet d'étudier le cycle de l'eau dans le bassin Méditerranéen. L'objectif est de mieux comprendre les origines et les mécanismes des événements extrêmes (crues violentes, inondations, fortes tempêtes) qui se produisent à intervalles répétés sur tout le pourtour du bassin et provoquent régulièrement des dommages humains et matériels importants. Plus de détails sont fournis dans le chapitre 3 du manuscrit. Un groupe de recherche nommé PEACH et dans lequel le CEA est associé, a proposé d'inclure dans ce projet la mesure et la modélisation des éclairs d'orage. En effet des liens entre forte pluviométrie et forte activité électrique sont observés, mais non encore totalement compris. Notons que l'intégration de modèles d'électrification des nuages d'orage dans les codes de simulation météorologiques existants est un champ de recherche très actif [Barthe et Pinty, 2007; Pinty et al., 2013]. L'un des objectifs du groupe de recherche PEACH est de mieux comprendre cette relation. Une campagne de mesures des éclairs d'orage s'est déroulée en automne 2012 dans le Sud de la France, elle a regroupé de nombreux instruments : le CEA a déployé un réseau de capteurs de mesure acoustique, d'autres organismes européens ou étrangers ont mis en œuvre des systèmes de localisation électromagnétique des éclairs dont un système de localisation à trois dimensions, et des radars météorologiques. Dans le cadre de ce projet européen, nous avons accès aux réanalyses des profils météorologiques (vent et célérité du son) calculés par le code AROME-WMED de Météo-France pour la région. Nous disposons donc d'une base de données unique et très riche pour la compréhension des signaux acoustiques des éclairs.

1.2 Objectifs et plan de la thèse

Dans ce contexte, cette thèse a pour objectif d'améliorer la caractérisation des éclairs d'orage par des méthodes acoustiques (géométries des décharges, contenu fréquentiel des signaux de tonnerre émis, capacités de détection) dans les gammes de fréquences sonores

^{6.} www.hymex.org

et infrasonores (de 1Hz à 100Hz) et à des distances de propagation inférieures à 100km. L'articulation de la thèse est la suivante.

Le chapitre 2 page 15 propose une synthèse bibliographique sur la phénoménologie des décharges de foudre. Le chapitre 3 page 43 décrit la campagne d'observations des éclairs qui s'est déroulée en automne 2012 dans le Sud de la France, dans le cadre du projet européen HyMeX. Puis au chapitre 4 page 77, nous réalisons l'analyse des données obtenues lors de cette campagne d'observations avec les différents instruments acoustiques et électromagnétiques. L'étude se concentre sur les données enregistrées durant la soirée du 26 octobre 2012 (le choix est justifié au paragraphe 3.7 page 70).

Dans le chapitre 5 page 127 nous décrivons le travail de développement numérique réalisé sur le code de propagation acoustique non linéaire nommé Flhoward pour y implémenter un modèle d'écoulement ambiant (modèle de vent cisaillé) basé sur une équation de propagation acoustique non linéaire en milieu hétérogène et avec écoulement. L'implémentation de ce nouveau modèle de propagation permet de prendre en compte un modèle de vent indépendant du modèle de célérité du son.

En conclusion, nous synthétisons les résultats obtenus et discutons quelques perspectives.

Phénoménologie des décharges de foudre

Sommaire

- 2.1 Processus de formation des cumulonimbus et mécanismes d'électrification
- 2.2 Conditions de déclenchement des décharges de foudre à l'intérieur des cumulonimbus
- 2.3 Les différents types de décharges de foudre
- 2.4 Définition des notions d'azimut et de temps universel
- 2.5 Observations du contenu acoustique des décharges de foudre
- 2.6 Caractéristiques géométriques des décharges de foudre
- 2.7 Mécanismes d'émission acoustique de tonnerre
- 2.8 Conclusion

La présente bibliographie se base principalement sur cinq sources récentes. Tout d'abord deux livres faisant l'état de l'art sur les connaissances de la phénoménologie de la foudre : *Lightning, Physics and Effects* de Rakov et Uman [2003] et *Lightning : Principles, Instruments and Applications* de Betz et al. [2009].

Plus récemment, Rakov [2013] et Dwyer et Uman [2014] ont publié un article de revue sur la physique des décharges de foudre. Rakov et Uman [2003, chap. 11] et Farges [2009] (dans le livre de Betz et al. [2009]) font une revue des observations de tonnerre.

Nous établissons en premier lieu une description des différents mécanismes de décharge de foudre. Puis nous proposons un bilan des différents modèles d'émission des signaux (acoustique et infrasonore) de tonnerre durant les orages, nous discutons aussi leurs limitations.

2.1 Processus de formation des cumulonimbus et mécanismes d'électrification

Les décharges de foudre sont principalement produites par des nuages que l'on appelle cumulonimbus. Le nom est composé des racines latines "cumulus" (tas) et "nimbus" (tempête de pluie, nuage d'orage).

Rakov et Uman [2003, chap. 3] passent en revue le mécanisme de formation d'un nuage d'orage. Un nuage d'orage se développe à partir d'un nuage présent par beau temps et nommé cumulus. Ce dernier se forme quand des régions d'air chaud et humide s'élèvent en altitude par convection. La pression atmosphérique diminuant avec l'altitude, ces dernières subissent une expansion adiabatique et refroidissent. Le système est isolé et il n'y a pas de transfert de chaleur ou de matière avec les régions extérieures. Quand l'humidité relative à l'intérieur des régions ascendantes en cours de refroidissement dépasse le seuil de saturation en eau, la vapeur d'eau se condense en gouttelettes en suspension. Elles forment le nuage visible. L'altitude du niveau au-delà duquel il y a condensation définit l'altitude de la base du nuage. Elle augmente lorsque le niveau d'humidité relative au sol décroît.

Les régions d'air chaud et humide mises en jeu peuvent continuer à se développer et gagner en altitude pour former un cumulus, et finalement un cumulonimbus. L'atmosphère est alors dite instable, puisque les régions humides ascendantes restent plus chaudes que l'air ambiant et donc continuent de monter par simple effet de flottaison.

Quand une région humide monte au-delà de l'isotherme 0°C, des particules d'eau se transforment en glace mais d'autres plus petites restent en un état surfondu, elles sont liquides à des températures inférieures à 0°C. Pour des températures entre 0°C et -40°C les gouttes d'eau liquide et les particules de glace coexistent. Pour des températures plus froides que -40°C toutes les particules d'eau sont transformées en glace.

Le développement en altitude des cumulus est confiné à la troposphère, en effet l'inversion du gradient de température dans la tropopause et le passage à un gradient positif dans la stratosphère stoppent l'effet de convection. La hauteur maximale du nuage est totalement pilotée par la latitude sous laquelle il se forme. En effet l'altitude de la tropopause varie de 18km d'altitude environ dans les tropiques en été, à 8km d'altitude environ en hiver pour les régions de hautes latitudes. L'activité orageuse se produit principalement aux basses latitudes. Les régions côtières sont chauffées par le soleil après son lever, la mer restant plus froide. Des courants d'air humide s'établissent depuis le large vers l'intérieur des terres, et sont propices à la convection verticale. De la même manière en montagne, les sommets sont chauffés par le soleil plus rapidement que les vallées. Ceci aide à l'établissement de courants instables vers le haut.

Saunders [2008] fait une revue des mécanismes d'électrification des cumulonimbus. Il rappelle que l'activité électrique durant les orages conduit à maintenir une charge négative faible à la surface du sol, et la charge positive correspondante dans l'atmosphère. Lors de leur formation, les cumulonimbus se chargent en électricité. L'auteur présente les 4 mécanismes envisagés pour expliquer l'apparition de ces charges électriques. Un premier mécanisme explique que lorsqu'une goutte d'eau se subdivise en des gouttes plus petites de tailles inégales, les plus grosses gouttes formées emportent un excès de charge électrique positive, tandis que les plus petites emportent une charge négative. Un second mécanisme fait intervenir le bombardement de la partie supérieure du nuage par les rayons cosmiques, et la partie inférieure par la radioactivité terrestre naturelle. Saunders cite un troisième mécanisme relié à la convection verticale déjà décrite. Les particules du nuage capturent des charges d'espace positives à la base du nuage, ces particules chargées positivement sont emmenées vers le haut par la convection verticale dans le nuage. Pour maintenir l'équilibre électrique, les parties basses du nuage se chargent alors négativement (voir schéma 2.1). Enfin un dernier mécanisme explique l'apparition de charges électriques par triboélectricité; les collisions entre gouttelettes d'eau et particules de glace dans le nuage provoque des transferts de charge électrique. Les particules de glace se chargent positivement et, étant plus légères, sont transportées vers le haut par la convection. Les particules d'eau et les amas d'eau surfondue et de glace (graupel) se chargent négativement et descendent vers le bas par gravité (voir schéma 2.2). L'auteur détaille chacun de ces mécanismes et note que les plus fréquents sont les deux derniers que l'on a énumérés. Cette séparation des charges provoque une activité électrique dans le nuage et la production de micro-décharges entre les particules chargées. Coquillat et al. [1995] étudient l'initiation de micro-décharges électriques entre des particules de glaces à l'aide d'une expérience de laboratoire. Ils montrent que le champ électrique rayonné par ces décharges est à très haute fréquence. Coquillat et al. [2003] comparent l'émission d'effluves électriques à la surface de gouttes d'eau plongées dans un champ électrique soit horizontal, soit vertical.

Un approche simplifiée consiste à considérer le nuage comme un dipôle ou un tripôle. Les gouttes de pluie chargées négativement sont à la base du nuage et les particules de glace chargées positivement sont dans la partie supérieure. Dans le cas du tripôle on considère aussi les petites régions de charges positives qui subsistent à la base du nuage. La charge électrique de chacun de ces ensembles peut-être très importante (plusieurs dizaines de Coulombs, voir [Rakov et Uman, 2003, chap. 3]).



FIGURE 2.1 – Mécanisme de chargement électrique par convection. (a) charges d'espace positives aspirées par la base du nuage. (b) Ecrantage électrique par apparition de charges négatives pour maintenir l'équilibre électrostatique. Des charges positives continuent d'être aspirées par la base du nuage. (c) La charge électrique négative créée à la base du nuage engendre un champ électrique suffisamment important pour produire de nouvelles charges positives qui viennent alimenter le système. Schéma extrait de [Saunders, 2008].



FIGURE 2.2 – Mécanisme de chargement par triboélectricité entre les gouttes d'eau, les cristaux de glace et les amas d'eau surfondue et de glace (graupel). Schéma extrait de [Saunders, 2008].

2.2 Conditions de déclenchement des décharges de foudre à l'intérieur des cumulonimbus

Stolzenburg et Marshall [2009] proposent une revue détaillée des mécanismes d'initiation et de propagation des décharges de foudre à l'intérieur des nuages d'orage. Ils donnent les paramètres physiques mis en jeu pour la détermination du type de décharge et de ses caractéristiques. Les caractéristiques électriques des nuages d'orage sont décrites par la distribution des charges électriques présentes à l'intérieur. Celle-ci doit être connue tant au niveau des particules de glace et des gouttes d'eau qui constituent le système électrique microscopique, qu'au niveau des régions macroscopiques du nuage d'orage. La mesure de la charge électrique présente à l'intérieur des nuages d'orage est difficile à réaliser. En pratique c'est le champ électrique rayonné par ces régions chargées à l'intérieur des cumulonimbus qui est mesuré. Un exemple de champ électrique rayonné est donné figure 2.3 pour le cas simple d'une distribution de charges en tripôle. Simpson et Scrase [1937] proposent dès 1934 l'utilisation de ballons sondes pour mesurer le champ électrique à l'intérieur des nuages. Ils décrivent le dispositif expérimental et le système analogique d'enregistrement des variations de champ électrique. Ils donnent aussi les premiers résultats de mesure et



FIGURE 2.3 – Exemple de champ électrique rayonné par un distribution de charge en tripôle dans un nuage. Sigle 'P' : région supérieure chargée positivement, sigle 'N' : région chargée 'négativement'. Sigle 'LP' (pour *lower positive*) : petite région chargée positivement à la base du nuage.

montrent que la distribution des charges électriques à l'intérieur d'un nuage d'orage est complexe. Stolzenburg et Marshall notent que l'utilisation de ballons sondes est aisée, et leur ascension rapide (entre 10 et 30 minutes) à travers la section verticale du nuage d'orage permet de réaliser des échantillonnages précis des grandeurs électriques. Mais ils relèvent aussi que ces sondages ne permettent pas de caractériser l'historique de l'évolution de la répartition des charges dans le nuage.

La connaissance du champ électrique permet de déduire la charge électrique grâce à l'utilisation du théorème de Gauss en électromagnétisme. En considérant un ensemble de charges électriques contenu dans un volume V de surface fermée S, on note \vec{E} le champ électrique, ρ_e la densité de charge électrique (unités C m⁻³) et Q la charge totale dans le volume. Alors le théorème de Gauss donne la relation entre le flux du champ électrique à travers la surface S et la charge électrique :

$$\iint_{S} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_{a}} \iiint_{V} \rho_{e} d\tau = \frac{Q}{\varepsilon_{a}},$$
(2.1)

la constante ε_a est la permittivité de l'air.

La calcul de la charge est généralement fait en utilisant l'approximation unidimensionnelle de cette loi (2.1), en ne considérant que l'altitude [Stolzenburg et Marshall, 1998]. On obtient alors la simplification suivante :

$$\rho_e = \varepsilon_a \frac{\Delta E_z}{\Delta z} \tag{2.2}$$

où ΔE_z est la variation de la composante verticale du champ électrique \vec{E} (en V m⁻²) le long du pas vertical Δz .

En supposant que le potentiel électrique du sol est toujours nul (hypothèse d'un sol infiniment conducteur), le potentiel électrique dans le nuage en fonction de l'altitude peut aussi être déduit par intégration du champ E_z le long de l'axe vertical :

$$V(z) = -\int_0^z E_z \, \mathrm{d}z.$$
 (2.3)

Le schéma 2.4 montre un exemple de répartition de la charge électrique dans un cumulonimbus estimée par sondage à l'aide de ballons. Dans la partie basse du nuage d'orage de petites régions sont chargées soit positivement soit négativement. A mi-hauteur, une région chargée négativement est présente. Enfin dans la partie supérieure du nuage, une région de charges positives est présente. Des charges négatives peuvent aussi exister au sommet du nuage. Les graphiques à droite et à gauche du schéma montrent que le champ



FIGURE 2.4 – Schéma de la répartition des charges électriques à l'intérieur d'un nuage d'orage parvenu à maturité, sous nos latitudes. Pour le schéma du centre, symboles '+' rouges : régions chargées positivement. Symboles '-' bleus : régions chargées négativement. La flèche grisée annotée 'updraft' représente le cas où des courants d'air ascendants transportent les charges positives vers l'intérieur du nuage, vers le haut. La flèche grisée annotée 'outside updraft' représente le cas où les courants d'air descendants emportent vers le sol les charges électriques. Un exemple de décharge intra-nuage est représenté en vert, et une décharge connectée au sol est représentée en violet (voir paragraphe 2.3). Courbes à gauche : champ électrique et potentiel en fonction de l'altitude pour le cas sans courant ascendant. Courbes à droite : mêmes grandeurs pour le cas de courants ascendants. Figure extraite de [Stolzenburg et Marshall, 2008].

électrique rayonné par ces poches de charges électriques varie jusqu'à environ $\pm 10^5$ V/m selon l'altitude. Cooray et Rakov [2012] estiment que le champ électrique ambiant le plus intense qui peut exister sous un nuage d'orage est de 150 kV/m. MacGorman et al. [2005] donnent une étude détaillée de la structure électrique de deux cas d'orages étudiés durant la campagne STEPS (Severe Thunderstorm Electrification and Precipitation Study) en 2000.

Dwyer et Uman [2014] détaillent dans le chapitre 3 de leur article de revue les questions liées à l'initiation des décharges de foudre à l'intérieur des nuages. Ils soulèvent que le ou les mécanismes mis en jeux *in situ* dans les nuages restent non compris à ce jour et sont très difficiles à explorer car ils ne sont pas reproductibles en laboratoire. En effet, le champ électrique minimal pour permettre une ionisation de l'air – et donc un claquage qui initierait le développement d'une étincelle – est considéré comme valant $3 \times 10^6 V/m \times n_{air}$, où n_{air} est la densité de l'air relativement au niveau de la mer (elle diminue avec l'altitude, voir aussi [Rakov et Uman, 2003, chap. 3, p. 82] pour d'autres valeurs à d'autres altitudes). Les auteurs rappellent que, dans l'état actuel des connaissances, les champs électriques mesurés à l'intérieur des cumulonimbus ne sont pas assez intenses pour engendrer un tel claquage de l'air. Différents mécanismes de physique des plasmas expliquent la possibilité d'initiation de décharges de foudre à partir d'un champ électrique plus faible, ils sont décrits par Dwyer et Uman [2014] et nous ne les détaillerons pas. Répondre à cette question est, selon les auteurs, le plus grand enjeu dans la compréhension des mécanismes de la foudre. De nombreuses études s'intéressent au micro-décharges qui se produisent entre les particules de glace et d'eau dans les nuages.

2.3 Les différents types de décharges de foudre

Ces décharges de foudre qui s'initient et se propagent dans les nuages d'orage tracent des chemins ionisés dans lesquels circulent les charges électriques qui rééquilibrent en partie les différentes régions chargées, provoquant ainsi la génération de courants électriques.

Les différentes décharges qui peuvent se produire sont à classer en deux catégories principales rappelées par Cummins et Murphy [2009]. La première catégorie correspond aux décharges de foudre qui sortent du cumulonimbus et se propagent jusqu'au sol. Ces décharges qui touchent le sol sont généralement nommées "CG" pour "Cloud to Ground". Des distinctions plus fines sont faites selon les caractéristiques des courants électriques et les directions de propagation.

La seconde catégorie inclut les décharges de foudre qui se développent et se propagent dans le nuage d'orage ou dans l'environnement voisin au nuage (air libre ou autre cumulonimbus à proximité). Elles sont désignées en anglais par "cloud discharges". Parmi ces décharges, celles qui restent confinées dans le nuage sont couramment nommées "IC" pour "Intra-Cloud" ou "intra-nuage" en français.

Dwyer et Uman citent la figure 2.5 qui illustre les différents types de décharges de foudre. On peut noter sur cette figure que le sol se charge par influence. Des régions de charges positives s'organisent dans le sol sous les régions de charges négatives présentent dans la base du nuage, et vice-versa. A plus lointaine distance de la base du nuage, le sol est sensible au champ électrique lointain rayonné par la région chargée positivement dans la partie supérieure du nuage. Il se charge donc négativement.



FIGURE 2.5 – Schéma présentant les différentes décharges électriques qui peuvent se produire entre deux cellules orageuses. Figure extraite de [Dwyer et Uman, 2014].

En suivant Rakov et Uman [2003, chap 1., p. 5], nous définissons le terme *leader* (ou *traceur* en français) comme étant une décharge électrique capable de se propager dans l'espace. Cette décharge crée au fur et à mesure de sa propagation, un canal ionisé de conductivité électrique d'ordre de grandeur 10^4 S m⁻¹. La température à l'intérieur du canal ionisé atteint 5000K ou plus [Dwyer et Uman, 2014]. Les traceurs génèrent à leur tête des champs électriques très intenses, capables de provoquer une ionisation de

l'air ambiant. Cette ionisation autour de la tête du traceur alimente cette dernière en charges électriques, provoquant l'apparition de courants électriques qui entretiennent la température élevée dans le traceur et lui permettent de continuer à se propager de manière auto-entretenue, même dans des milieux où les champs électriques ambiants sont faibles. Les traceurs peuvent ainsi parcourir des distances très importantes et se ramifier si les champs électriques rayonnés aux extrémités sont suffisamment forts.

Riousset et al. [2007] étudient les décharges intra-nuages à l'aide d'un modèle fractal pour décrire la ramification des leaders dans le nuage. Ils montrent le bon accord entre les résultats du modèle et les géométries des décharges reconstruites par des techniques électromagnétiques modernes (ces techniques sont détaillées au paragraphe 3.4 page 52). La figure 2.6 montre les résultats de l'observation comparés aux résultats du modèle. On peut voir que la décharge présente de multiples ramifications et que son extension horizontale est de plusieurs kilomètres. L'altitude inférieure atteinte est de 6km, la décharge se produit dans le nuage et n'en sort pas. La géométrie fine de la décharge dans le nuage est donc invisible à l'œil. Un autre type de décharge intra-nuage, couramment nommé "compact



FIGURE 2.6 – Ensemble de graphiques à gauche : décharge intra-nuage observée le 31 juillet 1999. La décharge est représentée par un ensemble de détections électromagnétiques à très haute fréquence (60MHz–66MHz). Les détections sont tracées en fonction des différents paramètres de localisation. Première ligne : altitude de la décharge en fonction du temps. Deuxième ligne à gauche : altitude de la décharge en fonction de la distance Est–Ouest. Deuxième ligne à droite : histogramme du nombre de détections le long de l'altitude. Troisième ligne à gauche : détections vue du dessus dans le plan. Troisième ligne à droite : altitude de la distance Nord–Sud. Ensemble de droite : résultats donnés par le modèle fractal. Les graphiques sont organisés de la même manière. Figures extraites de [Riousset et al., 2007].

intra-cloud discharge["] est étudié par Nag et al. [2010] et par Nag et Rakov [2010b,a]. Ce mécanisme est encore mal compris, mais les mesures montrent qu'il est à l'origine d'émissions électromagnétiques hautes fréquences et très intenses.

Les décharges de foudre qui présentent une connexion avec le sol depuis le cumulonimbus constituent environ 25% de l'ensemble de l'activité électrique terrestre, les autres 75%

sont des décharges sans connexion avec la terre [Rakov, 2013]. Figure 2.7, Dwyer et Uman [2014] donnent la description de la propagation des 4 types de traceurs provoquant une connexion au sol. Ils se différencient par la direction et le signe du courant électrique dans le canal formé par la décharge.

Le premier cas (a) est celui d'un traceur qui s'initie dans les régions des cumulonimbus chargées négativement. Il se propage vers le sol. Ce type de décharge est nommée en anglais "downward negative leader". Le schéma (b) décrit le cas où la présence de charges négatives dans le bas du nuage engendre par influence électrique l'initiation d'un traceur à partir du sol transportant des charges positives vers le nuage. Il s'agit alors d'une décharge que l'on nomme "upward positive leader". Le schéma (c) décrit le cas où les conditions électriques dans les régions supérieures du nuage (et chargées positivement) provoquent le développement d'un traceur qui se dirige vers les parties du sol éloignées de la base du nuage et qui se sont chargées négativement. Enfin le schéma (d) montre le cas où, par influence, un traceur démarre d'un point au sol chargé négativement dans le voisinage du nuage. Il se propage vers les régions du cumulonimbus chargées positivement.



FIGURE 2.7 – Les 4 types de développement des décharges de foudre au sol à partir d'un nuage d'orage. Figure extraite de [Dwyer et Uman, 2014]. Le terme anglais "leader" ("traceur" en français) est défini dans le texte.

Plus de 90% des décharges de foudre avec connexion au sol sont initiées par des traceurs négatifs descendants [Rakov, 2013]. Notons que Nag et Rakov [2012] proposent une revue des configurations électriques des nuages conduisant à la production de décharges positives. Ils détaillent les mécanismes et les propriétés de ces dernières. Rakov et Uman [2003, chap. 4] décrivent les décharges de foudre subséquentes à la propagation de traceurs négatifs descendants.

La figure 2.8 montre le détail de la propagation du traceur négatif descendant et des différents échanges électriques qui se produisent entre la terre et le nuage au travers du canal conducteur construit par le traceur. Rakov et Uman [2003, chap. 4, p. 111] en détaillent les principales étapes. L'initiation d'une décharge de foudre à l'intérieur du nuage d'orage dure entre quelques milli-secondes et quelques dizaines de millisecondes.



FIGURE 2.8 – Ensemble des échanges électriques qui se produisent entre la terre et le nuage d'orage durant un éclair négatif au sol. Dans le premier schéma en haut à gauche : le sigle "LP" signifie "lower positive" et marque la présence de petites régions chargées positivement dans la base du nuage (voir aussi figure 2.3). Figure extraite de [Rakov et Uman, 2003, chap. 4, p. 111].

Cette initiation permet la formation d'un traceur négatif qui sort du nuage et qui se propage vers la terre par bonds successifs (d'où le nom anglais "stepped leader") à une vitesse de 2×10^5 m/s. Chaque pas dure environ 1μ s et a une longueur de quelques dizaines de mètres environ. L'intervalle de temps entre chaque pas est d'environ 20μ s à 50μ s. Lorsque le traceur approche du sol, le champ électrique à la surface de la terre augmente et peut atteindre par endroits le seuil nécessaire à l'initiation d'une décharge. Un traceur par bonds se forme alors, il se propage vers le haut à la rencontre du traceur descendant. On appelle "processus d'attachement" le mécanisme de connexion entre les deux traceurs. Un canal ionisé et conducteur est alors établi entre la terre et le nuage d'orage, un courant de foudre très important se propage depuis la terre dans le canal à une vitesse de l'ordre du tiers de la vitesse de la lumière. On appelle couramment ce processus "arc en retour" ("return stroke" en anglais). Ce courant électrique neutralise la charge électrique négative présente dans le canal ionisé, la décharge se propage ensuite horizontalement à l'intérieur du nuage d'orage et s'étend sur plusieurs kilomètres en rééquilibrant la charge électrique. Cooray et al. [2004] proposent un modèle pour décrire le premier arc en retour (de courant négatif ou positif); Nucci et al. [1990] et Rakov et Uman [1998] donnent une revue détaillée des modèles d'arcs en retour existants. Le courant crête de l'arc en retour est d'environ 30kA [Rakov et Uman, 2003, chap. 4, p. 145] et dure quelques microsecondes.

Cooray et Rakov [2012] donnent une étude des valeurs limites inférieures et supérieures du courant crête du premier arc en retour que l'on peut rencontrer dans la nature. Les auteurs estiment la valeur supérieure à 300 kA pour les régions tempérées, ils estiment aussi que le courant crête le plus faible que l'on peut rencontrer dans la nature est approximativement de 2 kA. Cooray et al. [2007] listent des relations empiriques établies par différents auteurs et reliant le courant crête de l'arc en retour à la charge électrique échangée entre le nuage et la terre. Cooray et Rakov [2012] reprennent et synthétisent cela en proposant une loi empirique reliant le courant crête I_p du premier arc en retour (en kA) et la charge électrique Q (en coulombs) transportée jusqu'au sol par l'arc en retour durant la première centaine de microsecondes de l'échange électrique. Ils proposent une deuxième relation empirique pour relier ce même courant I_p à l'amplitude du champ électrique ambiant E sous le nuage (en kV/m) :

$$I_p = 19.6 Q^{0.78}, (2.4)$$

$$I_p = 2.44 \, E^{0.967}.\tag{2.5}$$

La neutralisation de la charge par le courant électrique lors du premier arc en retour peut ne pas être complète, elle peut au contraire aussi amener un excès de charges électriques positives dans le canal ou jusque dans le nuage. D'autres échanges complexes ont ensuite lieu (processus K, J, composantes M, "dart leader"), ils sont encore mal compris et nous ne les détaillerons pas. Enfin, d'autres arcs en retour peuvent succéder au premier (voir la dernière ligne de la figure 2.8). Pour illustration, la figure 2.9 montre les variations du champ électrique pour le cas d'un éclair au sol avec 5 arcs en retour. Nag et Rakov [2012] donnent d'autres études de la variation du champ électrique au cours du temps pour le cas d'éclairs positifs.

Nag et al. [2008] comparent les caractéristiques du courant crête et les variations du champ électrique du premier arc en retour, à celles des arcs en retour subséquents.

Few [1985] décrit le signal acoustique émis lors des différents échanges électriques. Il rappelle que le canal d'éclair est de petit diamètre (environ 5cm). Le courant électrique très important chauffe rapidement le canal jusqu'à des températures de 30 000K, la pression dans le canal dépasse alors 1×10^6 Pa (soit 10 fois la pression atmosphérique), et conduit à l'expansion violente du canal en environ 20μ s. Celle-ci génère une onde de choc acoustique qui se propage vers l'extérieur, c'est le tonnerre. Un rayonnement optique très intense est émis. Ensuite la température du canal décroît de 30 000K jusqu'à 10 000K en environ 40μ s, et la pression retourne à la pression atmosphérique. L'analyse des spectres optiques est un diagnostique de la température à l'intérieur du canal ionisé [Yuhua et Ping, 2012; Liang et al., 2014].

Nous définissons maintenant la notion de *flash*. En suivant Rakov et Uman [2003, chap. 1, p. 4] on définit un flash comme étant l'ensemble des échanges qui se sont produits entre



FIGURE 2.9 – Enregistrement des variations du champ électrique au cours du temps pour le cas d'un éclair négatif au sol (unités arbitraires). L'acronyme "RS" signifie "return stroke". Cinq arcs en retour sont présents. Figure extraite de [Nag et Rakov, 2008].

le nuage d'orage et la terre en moins d'une seconde et dans un espace rapproché (moins de 10km). Un flash peut contenir plusieurs arcs en retour, ceux-ci ne suivent pas forcément exactement le même chemin que le premier arc en retour. Few [1985] donne une remarque importante : les temps caractéristiques des échanges électroniques sont beaucoup plus courts que les temps caractéristiques des collisions moléculaires. L'ensemble des échanges électriques est donc terminé avant même que le travail hydrodynamique en réponse à l'augmentation de pression dans le canal ne soit pleinement organisé. On en déduit que l'analyse des signaux de tonnerre ne permettra en aucun cas de différencier les différents échanges électriques qui peuvent se produire durant un flash.

2.4 Définition des notions d'azimut et de temps universel

Dans tout le manuscrit, deux notions reviendront de manière permanente. Elles sont ici définies.

L'azimut d'une direction est l'angle en degré (dans le sens horaire) entre la direction Nord et cette direction. On choisit de compter les azimuts de 0° à 360°. Les azimuts 0° et 360° sont la direction Nord. L'azimut 90° est la direction Est.

L'acronyme "TU" signifie "Temps Universel". Il est nommé "UTC" en anglais pour "Universal Time Count".

2.5 Observations du contenu acoustique des décharges de foudre

Historiquement, l'activité orageuse au-dessus des différentes régions géographiques, et la sévérité des orages qui y étaient rencontrés étaient mesurées à l'aide d'un indice nommé niveau kéraunique. Le niveau kéraunique d'un lieu est déterminé comme étant le nombre de jours par an durant lesquels le tonnerre a été entendu au moins une fois, il s'agit d'un relevé purement humain. Les premières estimations de la vulnérabilité aux orages des différentes régions géographiques étaient donc basées sur l'audition de signaux de tonnerre [World Meteorological Organization, 1956]. Les premiers enregistrements du contenu acoustique émis par les éclairs d'orage et l'établissement des spectres associés remontent aux années 1960–1970.

Holmes et al. [1971] proposent une étude des spectres de 40 signaux de tonnerre enregistrés pour des décharges au sol et des décharges intra-nuage. Ils notent que le contenu spectral des signaux de tonnerre varie durant le signal. La figure 2.10 à gauche montre un exemple de spectrogramme enregistré. Le flash se produit au temps t = 0s, 13 secondes après le contenu acoustique présente un maximum à 50Hz et à 200Hz (ils sont coloriés en rouge sur la figure). Puis 9s après le premier signal de tonnerre, un second maximum est présent dans le spectre pour les fréquences inférieures à 20Hz. La figure 2.10 à droite montre le même type d'observation : un contenu infrasonore inférieur à 20Hz et un contenu audible à environ 50Hz. Holmes et al. [1971] discutent deux mécanismes qui permettraient d'expliquer ces maxima, ils sont détaillés au paragraphe 2.7. Balachandran [1979] présente l'étude sur plusieurs années du contenu acoustique de signaux de tonnerre pour des orages près de New-York. Il remarque l'existence de formes d'ondes (voir figure 2.11) très basses fréquences avec des amplitudes acoustiques faibles, de l'ordre du Pascal.



FIGURE 2.10 – A gauche : un spectrogramme enregistré pour un signal de tonnerre. A droite : histogramme de la distribution des maxima des spectres pour 24 éclairs au sol. Figures adaptées de Holmes et al. [1971].



FIGURE 2.11 – Exemple de forme d'onde de tonnerre à basse fréquence enregistrée par Balachandran [1979].

Après 20 années d'arrêt des études sur le tonnerre Assink et al. [2008] étudient des signaux infrasonores de tonnerre enregistrés aux Pays-Bas et montrent que ceux-ci peuventêtre détectés jusqu'à 50km d'un capteur. Ils donnent l'exemple de contenu acoustique d'un signal de tonnerre pour un éclair proche du capteur (voir figure 2.12). Ils montrent que ce signal est constitué d'une succession de plusieurs signatures de type explosives caractérisées par une augmentation brusque de la pression, suivie d'une raréfaction.

Farges et al. [2005] donnent les résultats des premiers enregistrements d'infrasons produits par les décharges de la haute atmosphère¹, réalisés durant la campagne Eurosprite 2003. Les sources ayant produit ces infrasons étaient, durant cette campagne d'observations, très éloignées de la station (environ 400km).

Farges et Blanc [2010] (voir aussi [Farges, 2009]) analysent les données d'enregistrements de signaux de tonnerre observés durant la campagne Eurosprite 2005, pour cette campagne un réseau de 4 microbaromètres disposés au sommet d'un triangle de 1km de côté (le dernier microbaromètre était placé au centre du réseau) a été déployé en France à Saint-Just². Les signaux ont été échantillonnés à 20 Hz et leur analyse a été faite entre 0.1Hz et 8Hz. La figure 2.13 montre deux exemples de signaux enregistrés par la station le 31 août 2005. On peut voir que les signaux de houle sont continus et à très basse fréquence (en-dessous de 0.5Hz) tandis que les signaux de tonnerre sont transitoires et leur contenu fréquentiel s'étend jusqu'à la limite supérieure de l'étude (8Hz).



FIGURE 2.12 – Exemple de forme d'onde de tonnerre à basse fréquence et contenu fréquentiel obtenu par une transformée de Stockwell et al. [1996]. Source : [Assink et al., 2008].

^{1.} Voir les références citées dans [Farges et al., 2005].

^{2.} Saint-Just, code postal 24320. Département de la Dordogne, Aquitaine.



FIGURE 2.13 – Deux premières lignes : signal de houle et spectrogramme associé. Endessous : signal de tonnerre et spectrogramme associé. Source : [Farges et Blanc, 2010].

La figure 2.14 montre les résultats des observations pour l'orage du 05 Septembre 2005. La flèche montre l'arrivée de l'orage jusqu'à la station acoustique à Saint-Just. A 19h TU, il est éloigné de 300km et il vient depuis l'azimut 240° (direction Sud–Ouest). A 23h30 TU, il est au-dessus de la station et il balaye les azimuts Sud à Nord (en passant par l'Ouest).

L'outil utilisé pour construire les détections d'éclairs est décrit au paragraphe 3.3 page 50 et l'outil utilisé pour construire les détections acoustiques est décrit au paragraphe 4.3 page 79. Les données encadrées sur la figure sont maintenant détaillées (les chiffres cidessous correspondent aux numérotations des encadrés sur la figure 2.14) :

- 1. Des détections acoustiques sont associées aux signaux de houle venant de l'Atlantique. Ces détections sont dans les azimuts 270° à 315°, ce qui correspond aux directions Ouest à Nord–Ouest.
- 2. Entre 19h30 TU et 20h30 TU, l'orage est éloigné de la station (entre 150km et 250km, graphique (a)). Il est dans les azimuts 210° à 260° (graphique (b)) par rapport à la station acoustique. Des détections acoustiques sont associées aux signaux infrasonores de tonnerre produits par les éclairs de cet orage (encadré 2 graphique (c), les points colorés et les points noirs se superposent).
- 3. Entre 20h TU et 21h TU, l'orage est entre 100km et 200km de la station acoustique. Une zone d'ombre est présente et aucune détection acoustique infrasonore n'est associée aux détections des éclairs. En effet dans l'encadré 3 graphique (c), aucun point noir n'est associé aux points colorés.

- 4. L'orage s'est rapproché de la station (entre 22h TU et 23h TU, il est à moins de 100km de distance). On est sorti de la zone d'ombre et des détections infrasonores sont à nouveau associées aux détections d'éclairs (encadré 4 dans le graphique (c)).
- 5. Encadrés 5, la force du vent a augmenté fortement et cela a éteint la détectabilité acoustique. Il n'y a aucune détection infrasonore associée aux détections électromagnétiques d'éclairs.
- 6. Le vent a diminué et les sources infrasonores redeviennent détectables.



FIGURE 2.14 – Orage du 05 Septembre 2005. De haut en bas, en fonction de l'heure : vent à la station acoustique à Saint-Just mesuré à 2m de hauteur (graphique (a)). Graphique (b) : distances à la station des détections d'éclairs par mesure électromagnétique, la couleur représente le nombre de détection par tranches de 5 minutes. Graphique (c) : azimuts des détections acoustiques en fonction du temps. Points gris : détections de signaux de houle. Points noirs : détections acoustiques des infrasons produits par les éclairs. Points rouges : autres grandeurs que l'on ne considère pas ici (voir [Farges et Blanc, 2010, paragraphe 4.1]). Points colorés de cyan à rose : détections d'éclairs tracés dans le graphique (b), ici la couleur représente la distance à la station. Figure extraite de [Farges et Blanc, 2010]. Les encadrés numérotés et la flèche ont été ajoutés pour aider au commentaire des données présentées.

2.6 Caractéristiques géométriques des décharges de foudre

Les études qui ont permis les premières caractérisations de la géométrie des canaux de foudre remontent aux années 1970 à 1980, elles étaient basées sur des études de l'émission acoustique du tonnerre. Grâce à l'enregistrement de signaux de tonnerre par un réseau de microphones de 30m de côté, Few [1968, 1970] parvient à reconstruire la géométrie de plusieurs flashs. Il utilise une technique de corrélation croisée des signaux enregistrés aux différents points du réseau pour obtenir la direction et l'angle d'élévation des sources acoustiques. Few montre qu'un flash, que ce soit une décharge "intra-cloud" ou "cloud-to-ground", présente une extension horizontale très importante à l'intérieur du nuage d'orage (plusieurs kilomètres), cette extension est invisible à l'œil depuis le sol car le nuage est opaque optiquement. Lorsque l'on considère une décharge nuage-sol, l'extension verticale de la partie de l'arc en retour située entre la base du nuage et le sol est d'environ 2km à 3km. Elle est donc plus petite que l'extension horizontale de la décharge. L'extension horizontale très importante des décharges de foudre est confirmée par Teer et Few [1974] (voir figure 2.15) et MacGorman et al. [1981]. Par exemple la figure 2.16 montre la géométrie d'un flash vue dans les plans (latitude, longitude), (latitude, altitude) et (longitude, altitude). Les points ont été obtenus par reconstruction acoustique. On constate que l'extension horizontale est d'environ 12km pour ce flash. Dans ce dernier article, MacGorman et al. étudient aussi la distribution en altitude des sources acoustique de tonnerre à l'intérieur du nuage d'orage (voir figure 2.17). Ils montrent que ces sources sont réparties en deux couches horizontales principales, entre 4km et 6km d'altitude (altitude de la région chargée négativement), et entre 8km et 10km (altitude de la région chargée positivement).



FIGURE 2.15 – Distribution de la longueur minimale des canaux d'éclairs pour un ensemble d'orages survenus au dessus de 4 villes. La longueur des décharges est déterminée par reconstruction acoustique à partir d'enregistrements de signaux de tonnerre. Pour chaque graphique la barre verticale est la position de la médiane de la distribution. L'altitude du site est précisée à côté du nom du site. Figure extraite de [Teer et Few, 1974].

Les premières études de la géométrie fine des canaux des arc en retour visibles optiquement sont réalisées par Hill [1968] à partir de photographies d'arcs en retour. Il montre que la tortuosité du chemin tracé par le traceur négatif descendant est uniforme sur toutes les échelles géométriques. L'auteur constate qu'à chaque pas de propagation, la variation de direction du traceur négatif descendant est d'environ 16° en moyenne, et ce depuis la plus petite échelle géométrique (quelques dizaines de centimètres) jusqu'aux échelles



FIGURE 2.16 – En haut à gauche : détections acoustiques reconstruites et tracées dans le plan (altitude, direction Ouest–Est). En haut à droite : détections tracées dans le plan (direction Nord–Sud, direction Est–Ouest). En bas à droite : détections tracées dans le plan (direction Nord–Sud, altitude). Figure extraite de [MacGorman et al., 1981].

macroscopiques de la géométrie du canal de foudre (quelques dizaines de mètres). Few et Teer [1974] comparent les résultats de reconstruction acoustique de canaux d'éclairs à des photographies prises pour les mêmes événements (voir figure 2.18). Ils montrent que la géométrie obtenue par reconstruction acoustique et la géométrie photographiée sont en bon accord.



FIGURE 2.17 – Etude d'un orage survenu en Arizona. A gauche : distribution des altitudes des décharges intra-nuage reconstruites par méthode acoustique en fonction du temps durant un orage (les 25 dernières minutes de l'orage considéré). A droite : distribution en altitude des sources acoustiques reconstruites. Figures extraites de [MacGorman et al., 1981].



FIGURE 2.18 – Comparaison de géométries de canaux de foudre reconstruites acoustiquement à une photographie des mêmes décharges. Sur le graphique du haut, le rectangle pointillé délimite le champ de vue de la caméra. Figure adaptée de [Few et Teer, 1974].

Roy [1981] et Ribner et Roy [1982] étudient les signaux de tonnerre qui seraient enregistrés par un capteur acoustique pour différentes géométries d'arc en retour tortueux. Ils construisent plusieurs modèles aléatoires pour représenter la géométrie d'un arc en retour et sa tortuosité, et font l'hypothèse que chaque point de la géométrie générée par leurs tirages émet une onde impulsionnelle dite en N, caractéristique d'une onde de choc. En propageant chaque onde acoustique en N en ligne droite depuis la position de la source jusqu'à la position du capteur, les auteurs construisent par sommation d'ondes en N déphasées le signal complet qui arrive au sol (voir figure 2.19). Le modèle final qu'ils proposent a été repris récemment par Rood [2012] dans sa thèse. L'auteur donne une bibliographie sur ce modèle géométrique. Son objectif est le développement d'un code de propagation acoustique nonlinéaire et parallélisé. Il se sert du cas du champ acoustique émis par une géométrie d'arc en retour tortueux comme illustration finale de sa thèse. Il est nécessaire de noter qu'aucune des deux approches ne modélise l'extension horizontale très importante des décharges.



FIGURE 2.19 – A gauche : exemple d'éclair tortueux généré aléatoirement, chaque point émet une onde en N. Ces ondes voyagent en ligne droite indépendament les unes des autres jusqu'à un observateur et se somment à ce point pour former le signal. A droite : exemple de signal obtenu. Figures extraites de [Ribner et Roy, 1982].

Aujourd'hui les reconstructions acoustiques des flashs connaissent un regain d'intérêt car elles peuvent-être confrontées aux géométries reconstruites par des techniques basées sur l'enregistrement des formes d'onde électromagnétiques émises par les traceurs durant leur propagation (voir paragraphe 3.4 page 52).

Arechiga et al. [2011] comparent les résultats de reconstructions acoustiques (ils utilisent des microphones) et électromagnétiques pour des cas de flashs artificiellement déclenchés (voir figure 2.20). Qiu et al. [2012] font de même pour le cas de 2 flashs au sol naturels et très ramifiés. Bodhika et al. [2013] donnent la reconstruction acoustique tridimensionnelle de 5 cas de flash au sol ou intra-nuage. Il faut remarquer que toutes ces approches construisent un ensemble de points géométriques, sans réelle information sur les incertitudes de la localisation. Il n'existe aucune évidence que les détections reconstruites soient effectivement associées à des sources physiques ponctuelles. Johnson et al. [2011] tentent de dépasser ce problème et décrivent les positions des sources acoustiques reconstruites par des distributions continues représentant la cohérence de leur position. Un exemple de reconstruction qu'ils obtiennent est donné figure 2.21.



FIGURE 2.20 – Cercles verts : sources acoustiques reconstruites. Points bleus : sources électromagnétiques. En haut : Altitudes des sources en fonction du temps à la station acoustique. Deuxième ligne à gauche : localisation des sources dans le plan (distance Est–Ouest, altitude). A droite : distribution en altitude des sources acoustiques et électromagnétiques. Troisième ligne à gauche : localisation des sources dans le plan (longitude, latitude). A droite : localisation des sources dans le plan (longitude, latitude). A droite : localisation des sources dans le plan (longitude, latitude). A droite : localisation des sources dans le plan (longitude, latitude). A droite : localisation des sources dans le plan (distance Nord–Sud, altitude). Figure extraite de [Arechiga et al., 2011].



FIGURE 2.21 – En haut à gauche : signaux de tonnerre enregistrés par le réseau nommé GTM (4 capteurs). En haut à droite : distribution (échelle orange à rouge) de la cohérence de la position des sources acoustiques tracée sur un graphique (distance Ouest–Est, altitude). Les points cyans représentent la localisation de détections électromagnétiques. Deuxième ligne à gauche : distribution projetée dans le plan (altitude, distance Sud–Nord). A droite : Vue du dessus de la distribution. Trosième ligne : signaux enregistrés par les trois réseaux. Les 4 lettres dans les différents graphiques identifient 4 sources acoustiques cohérentes, et les signaux qu'elles ont générés. Figure extraite de [Johnson et al., 2011].
2.7 Mécanismes d'émission acoustique de tonnerre

Le chapitre 11 du livre de Rakov et Uman [2003] est consacré au tonnerre. Ce texte reprend certaines parties de la revue faite par Few [1995].

Les émissions acoustiques liées aux phénomènes électriques dans les nuages sont de deux types. L'échauffement du canal d'éclair durant le passage du courant de foudre de l'arc en retour provoque une forte détente du plasma ionisé dans le canal. Cette détente produit un ensemble d'ondes de choc acoustiques qui voyagent depuis le cœur du canal vers l'extérieur. Un deuxième mécanisme est d'origine électrostatique. Lorsque le courant de foudre de l'arc en retour annule les charges électriques présentes dans les différentes régions chargées du nuage, un retour à l'équilibre hydrodynamique provoque l'émission d'un signal acoustique de basse fréquence. Ces deux mécanismes sont décrits tour à tour.

2.7.1 Emission acoustique par les arcs en retour

Henneton [2013] dresse dans la bibliographie de son manuscrit de thèse une revue des modèles de sources explosives disponibles dans la littérature. Il détaille notamment le modèle de Jones et al. [1968]. Ce modèle semi-empirique est le premier modèle décrivant la trajectoire du front de choc généré par une source explosive cylindrique jusque dans la limite acoustique. Les formulations obtenues sont utilisées pour décrire la trajectoire du choc acoustique émis par un modèle d'éclair cylindrique en fonction de la distance à la source et de l'énergie déposée dans le cylindre (le dépôt est supposé être instantané). Henneton [2013] synthétise les études existantes et rappelle que la trajectoire divergente des ondes de choc acoustique depuis la région de choc fort à la source jusque dans les régions de choc faible puis dans les régions acoustiques, est pleinement caractérisée par un rayon caractéristique que l'on définit, et par rapport auquel toutes les lois d'évolutions sont rapportées. L'évolution de ce rayon caractéristique dépend du type de divergence considérée (cylindrique ou sphérique).

En se basant sur les travaux de Jones et al. [1968] et Jones [1968a,b], Few développe un modèle pour expliquer le spectre des signaux de tonnerre que l'on appelle couramment "théorie du tonnerre de Few" ou encore "modèle de tonnerre en chaîne de perles" (en anglais : "string of pearls model"). Rakov et Uman [2003, paragraphe 11.3.2, p. 379] rappellent que cette théorie, bien qu'insuffisante, est la première théorie construite pour décrire le contenu acoustique des signaux de tonnerre. Few [1995] recence 5 difficultés majeures pour interpréter les signaux de tonnerre enregistrés :

- Un signal de tonnerre est une superposition de multiples ondes de choc acoustique. Elles sont émises par les multiples traceurs et les multiples arcs en retour présents dans un flash.
- Comme étudié par Ribner et Roy [1982], le signal est de plus une convolution entre ces multiples ondes de choc et la géométrie des décharges. Celles-ci présentent de nombreuses tortuosités et branchements à l'échelle macroscopique (quelques dizaines de mètres).
- Chaque canal d'éclair est unique et non reproductible. Pour décrire la physique des sources acoustiques et la géométrie des canaux d'éclair, le nombre de paramètres à prendre en compte est très important, ces paramètres varient fortement.
- Il est très difficile d'obtenir des données quantitatives précises et fiables pour ces paramètres, leur connaissance est pourtant nécessaire pour modéliser et prédire correctement le contenu acoustique d'un signal de tonnerre.

A partir de ces limitations, Few [1969, 1995] pose les hypothèses de base de son modèle de spectre de tonnerre :

 Durant un arc en retour chaque section cylindrique du canal d'éclair devient un volume à très haute température et à très haute pression contenant une certaine quantité d'énergie E_t (énergie totale) pour une source sphérique et E_l pour une source cylindrique (énergie par unité de longueur). Ce volume se dilate violemment et réalise un travail thermodynamique PV sur l'air ambiant de pression P_0 .

Few et al. [1967] définissent le rayon de relaxation (cylindrique ou sphérique) comme étant le volume généré si toute l'énergie disponible est utilisée pour réaliser ce travail thermodynamique. On a pour le cas sphérique :

$$R_s = \left(\frac{3E_t}{4\pi P_0}\right)^{1/3},\tag{2.6}$$

et pour le cas cylindrique :

$$R_c = \left(\frac{E_l}{\pi P_0}\right)^{1/2}.$$
(2.7)

En introduisant r_s la distance radiale à la source pour le cas sphérique et r_c la même grandeur mais pour le cas cylindrique, Few et al. [1967] définissent X comme étant cette distance radiale à la source relativement au rayon de relaxation pour chacun des deux cas :

$$X = r_s/R_s \qquad \text{ou} \qquad X = r_c/R_c. \tag{2.8}$$

Cette formulation sans dimension permet de comparer les profils de surpression émis pour chacun des deux cas, en fonction de la distance X à la source [Few et al., 1967, figure 1].

— La géométrie des canaux d'éclair est fortement tortueuse. Elle est considérée comme étant composée d'une succession de sources cylindriques de petites longueurs. Few exprime la longueur χ des cylindres en unité de rayon de relaxation cylindrique. En notant L la longueur caractéristique des cylindres, on a :

$$\chi = L/R_c. \tag{2.9}$$

Few définit trois échelles de tortuosité : la micro-tortuosité pour les longueurs $\chi \ll 1$, la meso-tortuosité pour les sections de la géométrie où $\chi \approx 1$. Et enfin la macro-tortuosité pour les longueurs pour lesquelles $\chi \gg 1$.

Une divergence cylindrique des ondes de choc acoustique émises est utilisable seulement dans la région de choc fort près des cylindres représentant les sections du canal de l'éclair.

- Une divergence sphérique du signal acoustique émis par la géométrie doit être utilisée au-delà, avec les lois de l'acoustique linéaire.
- Le flash qui produit le signal de tonnerre peut-être considéré comme contenant un seul arc en retour. Les multiples signaux impulsionnels émis par des arcs en retour successifs qui ont lieu dans le même canal d'éclair produisent des signatures acoustiques répétitives dans les signaux. Ces mêmes formes d'ondes répétitives ne sont que déphasées dans le temps, elles se somment dans le spectre de tonnerre global. L'amplitude du spectre est donc augmentée mais la distribution fréquentielle reste inchangée.

Pour un petit cylindre du canal d'éclair, l'énergie totale E'_t contenue dans ce cylindre peut-être écrite à partir de l'énergie par unité de longueur :

$$E'_{t} = L E_{l}$$

$$= \chi R_{c} E_{l}$$
(2.10)

Few introduit ensuite le rayon de relaxation R'_s équivalent qui serait obtenu si cette énergie E'_t était contenue dans une source sphérique :

$$R'_{s} = \left(\frac{3E'_{t}}{4\pi P_{0}}\right)^{1/3} \tag{2.11}$$

En injectant (2.11) dans (2.10) et en utilisant (2.7) pour retrouver R_c , il vient :

$$R'_s = R_c \left(\frac{3}{4}\chi\right)^{1/3} \tag{2.12}$$

Cette équation fait le lien entre les rayons de relaxation des sources cylindriques de longueur finie dont est constituée la géométrie du canal d'éclair, et les rayons de relaxation équivalents pour le cas de sources sphériques. Few remplace donc l'ensemble des sources cylindriques de petite taille par un ensemble de sources sphériques équivalentes reparties le long de la géométrie. Ceci justifie le nom "modèle en chaîne de perles".

Pour obtenir le spectre estimé d'un signal de tonnerre, les hypothèses supplémentaires sont faites [Few, 1969] :

- Le dépôt d'énergie est uniforme dans toute la géométrie du canal et instantané (E_l est constant). Few ne considère pas les paramètres atmosphériques (densité de l'air, température, ...) et leurs variations avec l'altitude.
- La micro-tortuosité est négligeable car rapidement masquée par l'augmentation du volume au cours de la détente (voir Few [1969]). Few choisit la taille caractéristique des segments comme valant $\chi = 4/3$ (voir [Few, 1995, p. 11] pour une justification).
- Les directions géométriques des meso- et macro-tortuosités sont uniformes et aléatoires.

L'utilisation de sources sphériques en remplacement des sources cylindriques permet à Few d'utiliser les résultats de simulations numériques pour l'évolution des chocs acoustiques réalisées par Brode [1956] pour le cas de sources sphériques explosives. En utilisant l'hypothèse que les multiples sources sphériques de la chaîne de perles ne font que changer l'amplitude du spectre et non la distribution des fréquences, Few peut ne considérer qu'une seule source ponctuelle pour étudier la distribution des fréquences dans le spectre. En interpolant les résultats numériques de Brode, il obtient une relation empirique donnant la fréquence maximale f_m du spectre. Grâce à son analogie, il revient au cas cylindrique et obtient en fonction de l'énergie E_l :

$$f_m = 0.63 c_0 \left(\frac{P_0}{E_l}\right)^{1/2},\tag{2.13}$$

où c_0 est la célérité du son et P_0 est la pression atmosphérique. Ce modèle ne donne que la valeur de la fréquence maximale dans le spectre, il ne donne pas la distribution des fréquences dans le spectre. Few [1969] remarque que cette expression est assez proche de celle établie empiriquement par Dawson et al. [1968] à partir d'études d'étincelles en laboratoire. Few donne une application numérique qui est développée plus en avant dans Rakov et Uman [2003, chap. 11, p. 381]. Si l'énergie par unité de longueur déposée dans le canal tortueux est de 10⁶ J/m, alors la fréquence principale émise est de 68Hz environ. Rakov et Uman font la remarque que des maxima dans les spectres pour les fréquences plus basses (inférieures à 20Hz) ne peuvent être expliquées par ce modèle. En effet, une fréquence maximale du spectre à 5Hz nécessiterait l'utilisation dans la formule (2.13) d'une valeur E_l cent fois plus grande ce qui est irréaliste.

Le modèle de Few a été comparé par Holmes et al. [1971] aux fréquences principales des spectres de 40 enregistrements de tonnerre. L'accord pourrait-être considéré comme raisonnable mais nous constatons que l'article ne donne aucun détail sur les caractéristiques géométriques précises et les conditions dans lesquelles les signaux de tonnerre ont été enregistrés.

Depasse [1994] étudie le contenu acoustique des signaux de tonnerre dans le cas de flashs déclenchés artificiellement. Les mesures acoustiques sont faites près des canaux des arcs en retour, à 70m de distance. La maîtrise du déclenchement lui donne accès à la mesure du courant électrique total échangé durant la décharge, il peut ainsi obtenir l'énergie par unité de longueur présente dans le canal. Il détermine aussi la fréquence maximale des spectres des signaux acoustiques complets enregistrés. En utilisant la formule (2.13), il obtient l'énergie par unité de longueur dans le canal de foudre prédite par le modèle de Few. Depasse montre que ces deux approches différentes pour déterminer la même grandeur présentent un bon accord; donc que la fréquence maximale d'un spectre de signal complet de tonnerre permet, grâce au modèle de Few, d'obtenir une bonne approximation de l'énergie par unité de longueur présente dans le canal de la décharge. Enfin, Depasse relève que cette comparaison n'a pas donné de corrélation probante si la fréquence maximale est déterminée sur des spectres acoustiques calculés pour des fractions seulement d'un signal complet de tonnerre (les fractions délimitent les différentes ondes de choc présentent dans le signal).

Il faut noter que la connaissance de l'énergie contenue dans les canaux de foudre reste un sujet de recherche. De nombreuses mesures ont été faites sur des décharges et des étincelles de laboratoire, mais celles-ci ne représentent pas le cas naturel.

2.7.2 Emission électrostatique

Wilson [1921] propose l'idée d'un mécanisme électrostatique qui produirait des infrasons durant les décharges de foudre. Il fait le constat que par répulsion électrostatique des particules de mêmes charges électriques à l'intérieur des régions chargées des nuages d'orage, la pression dans ces régions doit-être plus faible qu'en dehors de ces régions. Lorsqu'un éclair annule soudainement la charge électrique, la pression est rééquilibrée par la contraction du volume. Cela produit une onde acoustique de faible amplitude et de très basse fréquence. Dessler [1973] se base sur cette idée pour tenter d'expliquer le contenu acoustique à basse fréquence (inférieure à 2Hz) enregistré dans les signaux de tonnerre, Les étapes principales de cette approche sont synthétisées par Few [1995, p.26], elles sont rappelées ici. On note \vec{r} la position d'un point dans l'espace par rapport à l'origine. Un ensemble de charges électriques produit un champ électrique $\vec{E}(\vec{r})$. On considère un volume élémentaire chargé électriquement d'épaisseur δz et de surface $\delta \vec{S}$ orientée vers l'extérieur. La densité de charge présente à l'intérieur est notée $\rho_e(\vec{r})$. On considère le système à l'équilibre. La force $\vec{F}(\vec{r})$ exercée par le champ électrique sur ce volume test est, selon la loi de Maxwell en absence de champ magnétique et de mouvement de charge :

$$\vec{F}(\vec{r}) = \delta z \,\delta S \,\rho_e(\vec{r}) \,\vec{E}(\vec{r}).$$
(2.14)

Le système étant à l'équilibre, il n'y a pas de mouvement et l'atmosphère ambiante autour de ce volume exerce dessus par simple pression une force de rappel opposée. On note $\delta P_E(\vec{r})$ cette pression exercée par le milieu ambiant sur le volume, et elle est définie par :

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\delta P_E(\vec{r})\,\delta\vec{S}.\tag{2.15}$$

On obtient alors, en passant à une notation infinitésimale :

$$-\vec{\nabla}P_E(\vec{r}) = \rho_e(\vec{r})\vec{E}(\vec{r}).$$
(2.16)

En utilisant l'équation de Maxwell–Gauss on exprime la densité de charges par la divergence du champ électrique, et l'on obtient finalement :

$$-\vec{\nabla}P_E(\vec{r}) = \varepsilon_a \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r})$$
(2.17)

Pour une distribution de charges donnée, c'est le champ électrique que l'on détermine. Cette équation est alors à résoudre pour obtenir la répartition de pression électrostatique $P_E(\vec{r})$

exercée. Cette approche est utilisée par Dessler [1973] pour obtenir les équations d'équilibre électrostatique pour deux modèles de nuages électriquement chargés. Le premier cas est le cas d'un modèle de répartition de charges électriques sur un disque puis en second le cas de charges réparties dans un volume cylindrique est étudié. Les observations de Balachandran [1979] montrent que les signaux de basse fréquence discutés ici présentent une phase positive de compression, suivie d'une phase négative, puis ensuite d'une seconde phase positive. Les études de Wilson et de Dessler ne permettent pas d'expliquer l'existence de la première phase positive de compression. Pasko [2009a] reprend l'étude de la génération d'ondes infrasonores par le mécanisme électrostatique. Il se base sur l'utilisation des équations d'Euler linéarisées, avec prise en compte de l'expression de la force électrostatique donnée par l'équation de Maxwell dans l'équation de quantité de mouvement. Dans son article l'étude est limitée au cas 1D. Pasko [2009b] donne un exemple d'onde infrasonore émise par une distribution de charges dans un plan 2D. Comme le souligne déjà Dessler [1973], Pasko retrouve bien la phase positive observée par Balachandran [1979], mais il montre aussi que le diagramme de rayonnement produit par un tel modèle est très directif (voir figure 2.22). Un observateur qui ne serait pas situé sous le nuage d'orage ne recevrait aucun signal basse fréquence prédit par ce modèle. Chum et al. [2013b] discutent ce point et argumentent que ces études se basent sur des distributions des charges électriques à l'intérieur des nuages d'orage trop simplifiées (par exemple une répartition des charges en dipôle avec des couches horizontales). La complexité de la répartition des charges électriques dans le nuage conduirait, selon eux, à un diagramme de rayonnement acoustique beaucoup moins directif avec une possibilité de détection des signaux très basse fréquence émis par le mécanisme à plusieurs dizaines de kilomètres de distance latéralement. Mais Chum et al. [2013a] ne mettent pas clairement en évidence ce fait et reconnaissent le besoin de pousser plus loin les études.



FIGURE 2.22 – Exemple de modélisation de la propagation d'un onde infrasonore émise par le mécanisme de détente électrostatique. La couche de charges électriques est à une altitude de 5km. A gauche : forme d'onde dans l'espace 2D (distance radiale, altitude). A droite : forme d'onde le long de la direction verticale. Figure extraite de [Pasko, 2009b].

2.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté l'historique des études réalisées sur les signaux de tonnerre. Plusieurs points sont à relever. A notre connaissance les études se sont intéressées jusqu'à présent, soit à la reconstruction de la géométrie des décharges de foudre, soit au contenu acoustique des signaux de tonnerre enregistrés par les stations acoustiques. Mais aucun lien clair n'a été établi entre les deux. Le modèle de Few permet d'expliquer le contenu à haute fréquence des signaux de tonnerre. Ce modèle est confirmé par Depasse [1994] pour des mesures proches du canal de la décharge. Mais le modèle ne parvient pas à expliquer un éventuel maximum du spectre du signal en dessous de 20Hz (gamme infrasonore). Aucune mesure de tonnerre n'a permis, à ce jour, de mettre clairement en évidence la présence du mécanisme proposé initialement par Wilson.

Le but du chapitre suivant est la présentation de la campagne d'observations HyMeX-SOP1 dédiée aux mesures d'évènements orageux dans le cadre du projet HyMeX. Elle s'est déroulée en automne 2012 dans le Sud de la France.

Description de la campagne de mesures électromagnétiques et acoustiques des éclairs

Sommaire

- 3.1 Le projet européen HyMeX (2010 2020)
- 3.2 Le groupe de travail PEACH
- 3.3 Les réseaux opérationnels de localisation électromagnétique des éclairs
- 3.4 Le réseau de recherche de localisation électromagnétique des éclairs
- 3.5 Le réseau acoustique
- 3.6 Résultats des prévisions météorologiques par le code de calcul opérationnel de Météo-France
- 3.7 Choix d'une période d'intérêt
- 3.8 Conclusion

3.1 Le projet européen HyMeX (2010 - 2020)

Le projet européen HYdrological cycle in the Mediterranean EXperiment (acronyme : HyMeX, www.hymex.org) [Drobinski et al., 2013] vise à améliorer la compréhension, le suivi et la modélisation du cycle de l'eau et de ses variabilités dans le bassin méditerranéen. Des observations et des simulations numériques sont prévues entre 2010 et 2020. La figure 3.1 tirée de [Ducrocq et al., 2013] récapitule les cinq enjeux scientifiques majeurs du projet. Parmi ceux-ci le "Work Group 3" (acronyme : WG3) concerne spécifiquement les précipitations violentes générant à intervalles réguliers des inondations sur le pourtour du bassin méditerranéen.



FIGURE 3.1 – Les cinq objectifs scientifiques du projet HyMeX. Figure extraite de [Ducrocq et al., 2013].

Par exemple, les épisodes cévenols dans le Sud de la France sont des phénomènes météorologiques pendant lesquels les précipitations sont importantes. Ils surviennent

fréquemment vers la fin de l'été et durant l'automne. La figure 3.2 schématise les conditions particulières de la région méditerranéenne qui provoquent la manifestation de ces épisodes orageux périodiques. L'air chaud et humide à basse altitude venant continûment du bassin méditerranéen rencontre des courants d'air froid de haute altitude venant d'Espagne. La



FIGURE 3.2 – Principe des épisodes Cévenols. L'air chaud de basse altitude venant de la mer Méditerranée rencontre des masses d'air froid de haute altitude venant d'Espagne. Ceci engendre des régions d'air très instables. Elles sont piégées dans le Sud de la France par les massifs des Cévennes. Figure extraite de http://www.risquesmajeurs. fr/mieux-comprendre-les-épisodes-cévenols.

rencontre génère des masses d'air très instables engendrant une forte convection. Ces masses d'air sont piégées sur place par le massif des Cévennes qui est le bord Sud-Est du Massif Central (le point culminant est le pic de Finiels à 1699m), et ne peuvent pas remonter vers le Nord. Ce système instable provoque des précipitations intenses très localisées géographiquement. Ces précipitations sont accompagnées d'orages violents. L'apport continu en humidité par le courant chaud permanent entretient l'instabilité et l'apport en eau. Ces pluies torrentielles engendrent de nombreuses crues saisonnières dans le Sud de la France. Nuissier et al. [2008] et Ducrocq et al. [2008] étudient la capacité du code Meso-NH [Lafore et al., 1997] à simuler l'initiation et le développement de trois cas de pluie torrentielles dans le Sud de la France survenues les 13 et 14 octobre 1995 dans les Cévennes, les 12 et 13 novembre 1999 dans l'Aude, et les 08 et 09 septembre 2002 dans le Gard.

Par exemple, du 08 au 09 septembre 2002 certaines zones très localisées du Gard, de l'Hérault, du Vaucluse, des Bouches-du-Rhône, de l'Ardèche et de la Drôme sont touchées par des précipitations dépassant 200mm en quelques heures ¹ (crise du Gard 2002, voir carte figure 3.3). La région d'Alès est sévèrement touchée avec plus de 500mm de précipitations cumulées du 08 septembre 06h00 TU au 10 septembre 06h00 TU. Mais à 40km seulement de Saint-Christol-les-Alès (dont le niveau de précipitations cumulées a atteint 635mm sur les 2 jours, avec 543mm pour le 08 septembre), Gallargues n'a enregistré que 60mm de précipitation pour l'épisode. Huet et al. [2003] dressent le rapport détaillé, pour l'Inspection générale de l'Environnement, sur les 6 départements pour cette crise d'origine naturelle. Ils notent que le bilan de victimes est allégé en partie par le fait que le 08 septembre 2002 était un dimanche, ainsi les lieux publics ou de travail (écoles, usines, ...) étaient fermés. Il fait état de 23 morts dont 22 dans le Gard. Les personnes âgées ou handicapées sont particulièrement vulnérables (9 personnes ont été retrouvées noyées chez elles). Cinq

 $\mathbf{44}$

^{1.} source : Météo-France,

http://pluiesextremes.meteo.fr/2002-09-08/catastrophe-sur-le-gard.html

personnes sont décédées à bord de véhicules, deux par imprudence (spectacle de la crue et sauvetage d'un animal). Un pompier a été victime de son devoir. Le rapport chiffre les coûts de cette crise (voir tableau 3.1) estimés au travers d'une enquête demandée par le préfet. Le montant total des dommages sur les 6 départements touchés s'élève à 1.2 milliards d'euros.

Département	Voirie	Bâtiments publics	Agriculture	Cours d'eau	Commerce, industries et métiers	Réseaux	Particuliers	Évacuation des déchets	Totaux
Gard	97,3	64,2	150,1	52,3	311,4	58,9	95,3	4,7	830,6
									87,2%
Hérault	3,3	0,2	11,3	3,4	12,2	3,2	1,8	1,4	36,7
									3,7%
Vaucluse	17,1	3,9	57,9	8,4	5,6	3,0	5,8	0	101,7
									10,1%
Non réparti*				0,7		35,0			35,7
Total	114,0	68,3	219,3	64,8	329,2	100,1	102,8	6,1	1004,7
	11,3%	6,8%	21,8%	6,4%	32,8%	10,0%	10,2%	0,6	100,0%
Ardèche, Bouches-du- Rhône, Drôme	Répartition indisponible					113,2			
Total général	Répartition indisponible				#1200				

* Estimations n'ayant pas pu être réparties entre départements ou entre régions.

TABLE 3.1 - Coût en millions d'euros des dégâts provoqués par la crise des 08 et 09 septembre 2002. D'après [Huet et al., 2003].

En 2010, la même région est touchée du 06 au 08 septembre par des précipitations très importantes (voir carte figure 3.4). Météo-France précise que les maxima de pluie ont atteint 60mm en 30 minutes, soit deux litres d'eau par mètre carré et par minute². Gaume et al. [2009] dressent un premier atlas des crues violentes en Europe. Ils citent d'autres précipitations torrentielles ayant engendré des crues meurtrières en Espagne et en Italie. Ils notent qu'à ce jour elles restent encore mal comprises, et d'autre part que ces types d'événements extrêmes sont mal documentés.

Llasat et al. [2013] étudient la réponse que va apporter le projet HyMeX aux besoins d'évaluations et de préventions des risques humains et économiques liés à ce type de catastrophes récurrentes. Il note que des bases de données pour le bassin méditerranéen existent déjà mais elles présentent des limitations majeures. Ces bases de données sont soit d'origine scientifique (données météorologiques, mesures de terrain) soit d'origines économiques et sociales. On peut citer les informations recueillies par les assurances, les collectes de témoignages et d'informations issues de la presse locale, ou encore les informations collectées auprès des autorités locales. Ces bases donnent des informations complémentaires aux données scientifiques. Mais de telles informations sont très dispersées, fragmentaires et souvent dans des langues différentes. Les différentes bases de données construites à partir de témoignages ne peuvent pas être comparées les unes aux autres ; il n'y a en effet aucune normalisation sur le vocabulaire utilisé et les informations quantitatives qu'il représente. Le ressenti humain pour les concepts de "crue violente", "d'importance" ou de "rapidité d'une crue" diffère fortement d'un témoignage à l'autre, ou d'une population à l'autre. Par exemple Petrucci et Pasqua [2009] proposent une méthodologie pour construire un indice de risque synthétique reliant le taux de pluie des précipitations violentes et les glissements de terrains qu'elles ont engendrés. Elles relèvent la difficulté pour obtenir des informations fiables sur les glissements de terrain à partir de sources non scientifiques. Enfin les bases de données existantes s'intéressent soit à des régions particulières très localisées du bassin où une information est accessible, soit à des études uniquement globales. Il ressort

^{2.} source : Météo-France,

http://pluiesextremes.meteo.fr/2010-09-06/pluies-diluviennes-sur-le-quart-sud-est.
html

de ces limitations qu'il est impossible aujourd'hui de recouper les différentes données disponibles. Elles présentent de grandes incohérences, des manques et de nombreuses contradictions.

La durée importante du projet HyMeX permettra de dégager à terme des tendances pour les différents mécanismes impliqués, aussi bien au niveau du bassin méditerranéen global, qu'au niveau de régions locales particulières. Ceci sera réalisé à l'aide de bases de données observationnelles riches confortées par des modélisations climatiques améliorées. Les périodes d'observations au sein du projet sont organisées selon une structure en imbrications successives. Les périodes d'observations de longue durée (LOP, voir figure 3.5 page 49) s'intéressent à l'étude de tendances climatiques globales sur une décade à l'aide de bases de données d'observations obtenues par des réseaux de mesure scientifiques ou opérationnels déjà existants, et de modélisations climatiques. Les périodes d'observations étendues (EOP) se concentrent sur trois régions ciblées du bassin où surviennent les plus importantes précipitations et les crues les plus violentes : la partie Nord-Ouest de la Méditerranée (régions côtières espagnole, française et italienne), la partie Est (de l'Est de la Grèce jusqu'à la côte israélienne), et enfin la mer Adriatique entre l'Est de l'Italie et l'Ouest des Balkans. Les expériences des périodes d'observations spéciales (SOP1 et SOP2) se sont déroulées à l'intérieur de la région Nord-Ouest en automne 2012 et durant l'hiver 2013. Elles ont apporté des données d'observation détaillées sur des processus particuliers au sein du cycle hydrologique global [Drobinski et al., 2013; Ducrocq et al., 2013]. Ces données sont disponibles à partir du site internet de la base de données du projet HyMeX (http://mistrals.sedoo.fr/HyMeX/). Les données structurées et cohérentes obtenues au sein du projet doivent aider à ré-explorer les bases de données antérieures.

Dans le cadre du projet, les observations de l'activité électrique associée aux orages violents sont d'un intérêt particulier. Les liens entre l'activité de foudre et les taux de précipitations instantanées (ou les taux de chutes de grêles) durant les orages sont encore mal compris (du fait notamment de la complexité des conditions météorologiques et de leurs variabilités) et sont un champ de recherche actif [Soula et Chauzy, 2001; Soula et al., 2004; Price et Federmesser, 2006; Pineda et al., 2007]. Dietrich et al. [2011] comparent les champs de pluie observés par des satellites opérationnels, aux détections d'éclairs obtenues par le réseau de détection ZEUS. La figure 3.6 extraite de l'article donne un exemple de suivi satellite d'un champ de pluie au-dessus de la Sicile pour le 1er octobre 2009 à 15h55m TU avec en regard le suivi des détections d'éclairs fournies par le réseau ZEUS. On constate sur cet exemple que les lieux de maxima d'activité électrique correspondent aux lieux où la pluviométrie est la plus importante. L'intégration de modèles de circuit électrique atmosphérique dans les modèles de prévisions météorologiques est en développement [Barthe et Pinty, 2007; Pinty et al., 2013]. L'assimilation de données d'éclairs dans les sorties des codes est prometteuse. Pour le cas cité des pluies du 06–08 septembre 2010 dans le Gard, Lagouvardos et al. [2013] montrent que les assimilations de données d'éclairs (observés par Météorage) dans les données météo conduisent à améliorer la caractérisation des cellules orageuses, la localisation des champs de pluie et de leurs maxima d'intensité. La connaissance de l'activité électrique améliore aussi les estimations de champ de pluie issues des satellites. Les résultats encouragent à utiliser les données sur les décharges de foudre pour localiser et suivre les régions où la convection est importante [Bonelli et Marcacci, 2008; Dietrich et al., 2011; Meyer et al., 2013]. Enfin le suivi en temps réel des décharges électriques est possible, facile à mettre en œuvre, peu coûteux contrairement aux observations radar, et précis [Price et al., 2011]. Les détections de foudre couvrent uniformément de grandes régions (dont l'Europe entière et le bassin méditerranéen) avec relativement peu d'instrumentation (voir paragraphe 3.3 sur la description des réseaux de détection d'éclairs). Ces observations en temps réel viennent en contrôle des prévisions météorologiques, elles rendent ainsi plus efficace la levée d'alertes de tempêtes.



Cumul des précipitations (en mm) en 2 jours

du 8 SEPTEMBRE 2002 à 6 h UTC au 10 SEPTEMBRE 2002 à 6 h UTC





C Météo-France

FIGURE 3.3 – Bulletin Météo-France des taux de précipitation pour les journées orageuses des 08 et 09 septembre 2002.

 $Source: M\acute{e}t\acute{e}o\text{-}France, \texttt{http://pluiesextremes.meteo.fr/}$



Cumul des précipitations (en mm) en 2 jours

du 6 SEPTEMBRE 2010 à 6 h UTC au 8 SEPTEMBRE 2010 à 6 h UTC



Source: http://pluiesextremes.meteo.fr Email:pluiesextremes@meteo.fr

© Météo-France

FIGURE 3.4 – Bulletin Météo-France des taux de précipitation pour les journées orageuses du 06 au 08 septembre 2010. Source : Météo-France, http://pluiesextremes.meteo.fr/



FIGURE 3.5 – Organisation des campagnes d'observations du projet HyMeX. Figure extraite de [HyMeXoverview2010].



FIGURE 3.6 – Etude menée pour la région au dessus de la Sicile, pour la journée du 1er octobre 2009. Carte de gauche : champ de pluie observé à 15h55m TU par un sattelite opérationnel (nommé AMSU). Carte de Droite : détections de décharges de foudre par le réseau ZEUS pour la même heure. Figure extraite de [Dietrich et al., 2011].

3.2 Le groupe de travail PEACH

Lors de l'élaboration du projet HyMeX, Eric Defer (LERMA, Observatoire de Paris), Sylvain Coquillat (LA, Université de Toulouse) et Kostas Lagouvardos (IERSD / NOA) ont attiré l'attention sur l'importance d'étudier l'électricité atmosphérique (orages, éclairs, champs électriques, gouttes de pluie chargées, ...) durant les différentes campagnes d'observations. Le groupe de recherche PEACH (Projet Électricité Atmosphérique pour la Campagne HyMeX) apporte à la communauté HyMeX une composante instrumentale et de modélisation de l'électricité atmosphérique. Il fournit des enregistrements et analyses de l'activité électrique observée par des instruments soit opérationnels, soit à vocation de recherche, pour les périodes d'observation SOP, EOP, et LOP³. L'objectif principal est d'obtenir une connaissance sur plusieurs années de l'activité électrique pour les orages en mer et sur terre dans le bassin méditerranéen, et ce avec une résolution multi-échelles. Un objectif subsidiaire est de mieux comprendre et caractériser la nature électrique des orages et des éclairs. La campagne d'observations spéciale pour l'électricité atmosphérique (SOP1) s'est déroulée en automne 2012 et a été soutenue par les projets MISTRALS/HYMEX et ANR-11-BS56-0005 IODA-MED. Defer et al. [2014] dressent un bilan des premières observations acquises durant cette campagne SOP1 pour chacun des instruments de mesure utilisés.

Le Laboratoire d'Aérologie à Toulouse a installé des capteurs de champ électrique pour suivre les variations du champ électrique rayonné par les nuages d'orage chargés, ainsi que la quantité de charges électriques transportées lors des différents échanges (par exemple la charge électrique des gouttes de pluie). La description des instruments déployés est accessible par le site du projet HyMeX. Nous n'avons pas utilisé dans le cadre de cette thèse les données fournies par ces instruments et nous ne les détaillerons pas.

Quatre réseaux opérationnels de localisation des éclairs sont utilisés : LINET, ZEUS, ATDnet, EUCLID. Dans le cadre de cette thèse nous utilisons les données fournies par le dernier réseau. Ces 4 réseaux sont brièvement décrits paragraphe 3.3.

Un réseau LMA (Lightning Mapping Array) a été déployé pour la première fois en Europe dans le Sud de la France. C'est un réseau de recherche de petite taille pour la localisation électromagnétique à haute résolution spatiale et temporelle des décharges de foudre. Il est décrit au paragraphe 3.4.

Le CEA a installé un réseau acoustique d'enregistrement du tonnerre dans le Sud de la France près d'Uzès (voir paragraphe 3.5). Les mesures et leurs analyses sont l'objet de cette thèse.

3.3 Les réseaux opérationnels de localisation électromagnétique des éclairs

Les décharges de foudre rayonnent un champ électromagnétique à très large bande (du continu à plusieurs dizaines de Méga-Hertz) selon le type de processus mis en jeu dans l'initiation ou le développement de ces décharges. Les champs électromagnétiques rayonnés se propagent dans le guide d'onde sphérique constitué de la surface de la terre et de l'ionosphère sur des distances importantes pouvant aller jusqu'à plusieurs milliers de kilomètres pour les plus basses fréquences.

Cummins et Murphy [2009] établissent une revue des systèmes de détections et de localisation des sources ayant engendré ces champs électriques. Les mécanismes physiques mis en jeux sont détaillés par Rakov et Uman [2003, chap. 4]. Les réseaux ATDNet [Nash

^{3. &}quot;SOP" : périodes d'observations spéciales. "EOP" : périodes d'observations étendues. "LOP" : période d'observations de longue durée. Voir paragraphe 3.1.

et al., 2006] et ZEUS [Chronis et Anagnostou, 2003] travaillent sur la bande très bassefréquence du spectre électromagnétique (autour de quelques kilo-Hertz) et permettent ainsi de couvrir toute l'Europe. Ils localisent des événements jusqu'à plusieurs milliers de kilomètres de distance de la région européenne, mais ne donnent pas d'information physique plus détaillée que la seule localisation. Le réseau LINET [Betz et al., 2009] travaille sur la gamme de fréquences VLF/LF (entre 1kHz et 1MHz), il permet de faire la distinction entre les décharges de foudre au sol et les décharges intra-nuage dans les régions où le réseau est dense. Il donne aussi le courant électrique crête des décharges détectées.



FIGURE 3.7 – Schémas des différentes techniques de localisation, et des gammes de fréquences dans lesquelles elles opèrent. Un guide d'onde est formé entre le sol et l'ionosphère (à partir de 80km d'altitude). Les acronymes "VLF", "LF" et "VHF", signifient respectivement "Very Low Frequency", "Low Frequency", "Very High Frequency". Les fréquences sont notées en kilo-Hertz. Figure extraite de [Cummins et Murphy, 2009].

Dans ce manuscrit nous utilisons exclusivement les données du réseau EUCLID. Le réseau EUCLID (acronyme : "EUropean Cooperation for LIghtning Detection") est une collaboration entre les réseaux de détection des éclairs nationaux (collaboration lancée en 2001 entre l'Allemagne, l'Autriche, la France, l'Italie, la Norvège, et la Slovénie, et qui s'est étendue depuis à d'autres pays). La localisation des sources est réalisée au niveau Européen dans un centre unique en Allemagne. Ceci permet d'obtenir une excellente qualité de la localisation du fait de la redondance des données collectées. Les antennes du réseau mesurent les signaux électromagnétiques dans la plage de fréquences de 0 à 350kHz (gamme VLF/LF comme le réseau LINET). Cette gamme permet de déterminer, en plus de la localisation, certaines caractéristiques physiques des décharges comme le courant de foudre crête. Les formes d'onde enregistrées par les détecteurs sont comparées aux formes d'onde contenues dans une banque de données afin de différencier le bruit de fond, les arrivées directes, les arrivées indirectes qui se sont réfléchies dans l'ionosphère. Le suivi en temps réel des détections peut-être visualisé sur le site d'EUCLID, http://www.euclid.org/realtime.html.

Schulz et al. [2014b] donnent une étude des performances actuelles du réseau à l'échelle de l'Europe. Les performances du réseau estimées pour la campagne HyMeX SOP1 sont fournies dans un second article [Schulz et al., 2014a]. La grande densité de stations de détection du réseau EUCLID (voir figure. 3.8) permet d'accéder à une erreur médiane de l'ordre de 250m en longitude et latitude pour les éclairs nuage-sol. La précision de localisation des décharges intra-nuage est nettement moins bonne avec une erreur de localisation de 6.4km en moyenne.

Les détections EUCLID sont stockées par journée dans des fichiers textes. On retrouve pour chaque décharge détectée (arc-en-retour ou décharge intra-nuage) la date de la détection (date et heure à la microseconde près), la latitude, la longitude, le courant de foudre crête en kilo-Ampères, la nature de la décharge et l'erreur de localisation.



FIGURE 3.8 – Carte : stations du réseau EUCLID en 2012 (figure extraite de [Schulz et al., 2014b]).

3.4 Le réseau de recherche de localisation électromagnétique des éclairs

Installé pour la première fois en Europe dans le cadre du projet PEACH, le LMA (Lightning Mapping Array) [Rison et al., 1999; Krehbiel et al., 2000] est un réseau d'antennes paramétrées pour enregistrer les variations impulsionnelles très haute fréquence (60MHz–66MHz, domaine radio) du champ électrique rayonné par les micro-décharges de foudre à l'intérieur des nuages d'orage. Il permet la localisation à haute résolution spatiale et temporelle de ces micro-décharges. Cet instrument est développé par le New Mexico Tech. (USA).

Douze antennes ont été déployées lors de la campagne SOP1. Elles sont alimentées par panneau solaire ce qui assure la totale autonomie du réseau. Le tableau 3.2 et la carte 3.9 donnent leurs positions.

Thomas et al. [2004] décrivent le principe de fonctionnement du LMA. Les variations des émissions radios sont enregistrées séparément par chacune des antennes. Le système électronique équipant chaque antenne échantillonne les signaux à une fréquence de 25MHz et les découpe en fenêtres temporelles successives de 80μ s. Pour chacune des fenêtres, la datation temporelle du maximum du signal est déterminée si celui-ci dépasse une valeur seuil réglée au-dessus du bruit de fond électromagnétique du site (la réalisation d'une calibration préalable du réseau est nécessaire). Une horloge GPS assure la précision du

identifiant	lieu	longitude (°)	latitude (°)	altitude (m)	en activité
А	Nîmes	43.8562394	4.4064761	116.57	actif
В	Pujaut	43.9985942	4.7597528	101.95	actif
\mathbf{C}	Cadignac	44.1343581	4.5679450	266.29	actif
D	Aigoual	44.1966944	3.6307358	1102.33	actif
Е	Alès	44.0643700	4.1415731	258.90	actif
F	Uzès	43.9925803	4.4017506	125.18	actif
Κ	Candillargues	43.6074917	4.0743208	67.12	actif
Н	Mirabel	44.6002619	4.4803025	501.57	actif
J	Combe	44.2430420	4.0102091	553.99	actif
М	Méjannes-le-Clap	44.2352767	4.3620867	357.72	actif
U	Vic-les-Fesq	43.8731155	4.0652628	112.54	non actif
V	Vic-les-Fesq	43.8730087	4.0651784	124.29	actif
W	Perier	44.5199878	4.0328797	1103.61	actif

TABLE 3.2 – Tableau des positions des antennes LMA d'après les fichiers de données.

temps. Dans une fenêtre temporelle, la sélection d'un maximum représente une détection électromagnétique (voir schéma 3.10). Comme la durée des fenêtres temporelles est de 80μ s, 12500 détections au maximum peuvent-être construites en une seconde. Pour chaque fenêtre temporelle, la méthode utilisée pour localiser la source électromagnétique ayant donné lieu à la détection est détaillée par Koshak et al. [2004]. Elle est brièvement rappelée ici.

On suppose que la source électromagnétique est localisée en temps et en espace au point de coordonnées $\mathbf{f} = (X, Y, Z, t)$ inconnues. Sur chacune des N antennes du réseau, le signal émis par cette source est détecté à l'instant t_i (avec $1 \le i \le N$). La date d'arrivée du signal à l'antenne i est déterminée à l'aide d'une hypothèse de propagation en ligne droite à la vitesse de la lumière dans le vide $c = 3 \times 10^8 \text{m/s}$. On peut écrire l'égalité suivante :

$$c(t_i - t) = \sqrt{(X_i - X)^2 + (Y_i - Y)^2 + (Z_i - Z)^2} \qquad \forall i \in [1, N].$$
(3.1)

En posant la convention $t_1 \equiv 0$, on peut remplacer les termes quadratiques en les inconnues (X, Y, Z, t) par des combinaisons linéaires des inconnues. On obtient alors le système linéaire suivant :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \left(L_2^2 - c^2 t_2^2 - L_1^2 \right) \\ \vdots \\ \frac{1}{2} \left(L_N^2 - c^2 t_N^2 - L_1^2 \right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (X_2 - X_1) & (Y_2 - Y_1) & (Z_2 - Z_1) & -ct_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ (X_N - X_1) & (Y_N - Y_1) & (Z_N - Z_1) & -ct_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ ct \end{pmatrix}$$
(3.2)

où $L_i = X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2$. Le système est surdéterminé car il n'y a que quatre inconnues (X, Y, Z, t) pour un ensemble de N - 1 équations.

On note ce système sous la forme : $\mathbf{g} = \mathbf{K}\mathbf{f}$ (avec \mathbf{f} l'inconnue). La solution qui minimise l'écart $\|\mathbf{g} - \mathbf{K}\mathbf{f}\|^2$ est obtenue en calculant la matrice pseudo-inverse du système, et l'on obtient : $\mathbf{f} = (\mathbf{K}^{\mathsf{T}}\mathbf{K})^{-1}\mathbf{K}^{\mathsf{T}}\mathbf{g}$.



FIGURE 3.9 – Positions des antennes du réseau LMA (étoiles sur fond blanc). Losange sur fond rouge : position de la station acoustique du CEA (voir paragraphe 3.5). Vue extraite de GoogleEarth.

Cette solution est ensuite améliorée itérativement. Pour cela on calcule le temps d'arrivée supposé t'_i à chacune des antennes si la source était localisée exactement aux coordonnées (X, Y, Z, t) obtenues. L'utilisation, pour chaque antenne *i*, de l'écart entre la valeur t'_i et le temps t_i enregistré effectivement permet de recalculer une solution (X, Y, Z, t) meilleure.

La méthode permet de reconstruire avec grande précision les décharges intra-nuage ainsi que leur évolution dans un rayon d'au maximum 400km autour du réseau [Koshak et al., 2004] (pour les décharges situées à 7km d'altitude. Les auteurs donnent aussi d'autres valeurs pour d'autres altitudes). Thomas et al. [2004] font une étude de la précision obtenue par un réseau LMA. Ils montrent que pour les décharges de foudre l'erreur de datation temporelle de la source est de 50ns. Pour les sources placées au-dessus du réseau et situées entre 6km et 12km d'altitude, la précision sur la localisation en altitude est entre 20m et 30m, et la précision sur la localisation horizontale est entre 6m et 12m.

Un problème inhérent de l'approche apparaît lorsque une source électromagnétique provoque sur une antenne une détection dans une certaine fenêtre temporelle, et provoque sur une autre antenne la même détection mais dans une fenêtre temporelle différente. Il est alors nécessaire de rechercher, d'identifier et de regrouper au travers des fenêtres temporelles, les détections correspondant à une même source. Les solutions complexes mises en œuvre sont décrites par Thomas *et al.*. Une autre difficulté survient lorsque les champs électromagnétiques rayonnés par des micro-décharges différentes, mais très rapprochées en temps, provoquent plusieurs détections dans les mêmes fenêtres temporelles; le système ne



FIGURE 3.10 – Cas de trois antennes nommées 1, 3, 5. Pour chacune des antennes, détermination du maximum du signal enregistré dans une fenêtre temporelle de 80μ s. La datation du maximum du signal est enregistrée dans une mémoire locale du système électronique équipant chaque antenne du réseau. Schéma adapté de [Mazur et al., 1997].

peut alors pas différencier ces micro-décharges. Récemment Stock et al. [2014] ont proposé un nouveau post-traitement des formes d'onde du champ électromagnétique enregistré par un réseau de 4 antennes. Ce post-traitement est basé sur un algorithme de corrélation croisée des signaux dans une bande de fréquences très large de 20MHz à 80MHz. Les observations sont pour le moment intrinsèquement à 2 dimensions, mais les premiers résultats montrent que l'amélioration de la finesse de cartographie des décharges est très importante.

Le LMA localise les décharges de type traceur qui précèdent ou suivent l'arc en retour. Mais il ne localise pas les arcs en retour car ceux-ci émettent un champ électromagnétique de plus basse fréquence. Les réseaux de type LMA sont donc complémentaires aux réseaux de type EUCLID ou LINET. De 10 minutes en 10 minutes les détections LMA sont stockées dans des fichiers texte. Pour chaque détection d'une source très haute fréquence, sont fournies : la datation de la source en secondes par rapport au début de la journée considérée (la précision est à quelques dizaines de nanosecondes), la latitude, la longitude et l'altitude de la détection, l'indice réduit χ^2 pour la confiance de la reconstruction de la source, le nombre d'antennes utilisées pour la résolution du système d'équations, et quelques autres grandeurs que l'on n'utilise pas ici. Une interface graphique nommée *xlma* et basée sur la plateforme IDL est fournie par le New Mexico Tech. pour visualiser et analyser les données.

3.5 Le réseau acoustique

Le CEA a déployé deux réseaux de mesure acoustique dans le Sud-Est de la France près de la ville d'Uzès, à l'intérieur de la zone de couverture du LMA (voir figures 3.9 et 3.11). Ces réseaux ont fonctionné du 27 août 2012 au 20 novembre 2012. Un terrain situé sur les communes de La Bruguière et Montaren à proximité de l'aérodrome d'Uzès a été retenu. Il est plat et est à une altitude moyenne de 260 mètres. L'aérodrome d'Uzès à l'Ouest du réseau est très peu fréquenté et le site correspond aux critères assurant de bonnes conditions de mesure : couverture végétale pour filtrer le vent, zone sans dénivelé, perturbations humaines limitées.



FIGURE 3.11 – Localisation de la station acoustique du CEA dans la zone de déploiement du LMA.



FIGURE 3.12 – Détail du site près d'Uzès pour le déploiement de la station acoustique du CEA. A gauche : carte IGN. A droite : vue aérienne du site extraite de GoogleEarth. Le réseau de microbaromètres est indiqué en orange (triangle équilatéral de 500m de côté). Le réseau de microphones est indiqué en blanc (triangle équilatéral de 50m de côté). Les deux réseaux ont la même orientation.

La station acoustique était composée d'un réseau de 4 microphones et d'un réseau de 4 microbaromètres. Les barycentres de ces deux réseaux étaient co-localisés. L'alimentation était assurée par des batteries qui ont dû être rechargées une fois (du 09 au 12 octobre 2012). Le réseau de microbaromètres a été mis sous tension le 30 août 2012 (jour 243) à partir de 10h00 TU. Le réseau de microphones a été mis sous tension le 28 août 2012 (jour 241) à partir de 16h00 TU. Un des microphones a été hors-service du 28 septembre au 12 octobre à cause d'une défaillance d'alimentation. L'acquisition des données a été stoppée le 20 novembre à partir de 10h00 TU et les réseaux ont été démontés du 20 au 22 novembre 2012.

3.5.1 Le réseau de microbaromètres

Le réseau est composé de microbaromètres MB2005 (http://www-dase.cea.fr/ public/dossiers_thematiques/microbarometres/description_en.html). Chaque point de mesure est indépendant. La numérisation et le stockage des données sont réalisés en local par des numériseurs Taurus de Nanometrics programmés en mode "buffer". Dans ce mode les fonctions secondaires sont mises en veilles (liaison Ethernet, affichages écran, stockage des données sur supports amovibles) et les données sont enregistrées dans une mémoire temporaire. A intervalles réguliers cette mémoire est vidée vers le support de stockage, la consommation électrique est ainsi réduite. Chaque point dispose de 7 batteries 12V / 65Ah pour alimenter les équipements durant 6 semaines environ, pour un poids total de 175kg environ. La gamme de fréquences accessibles est de 10^{-3} Hz à 30Hz. Les données issues des microbaromètres sont échantillonnées à 50Hz. Un filtre passe-haut atténue les fréquences inférieures à 10^{-3} Hz. La sensibilité des microbaromètres est de 1×10^{-3} Pa.

Walker et Hedlin [2009] donnent un état de l'art des techniques de réduction du bruit de fond engendré par le vent lors de la mesure. Ici un filtre en rosette [Alcoverro et Le Pichon, 2005; Hedlin et al., 2003] est utilisé et montré à la figure 3.13. Le signal acoustique exerce une perturbation en pression sur chaque extrémité ouverte des tuyaux de la rosette (8 entrées dans notre cas). Les perturbations se somment acoustiquement au niveau des jonctions des tuyaux secondaires, puis une seconde fois au niveau de la jonction rassemblant les 4 tuyaux primaires. La mesure par le microbaromètre est alors faite sur un signal acoustique moyenné pour lequel le bruit de fond incohérent dû au vent a été minimisé. Des crépines (grillage métallique placé à l'extrémité d'un tuyaux, voir figure 3.14) empêchent les insectes ou les feuilles et branchages de boucher les ouvertures de prise de mesure des tuyaux.

Les microbaromètres sont situés aux sommets d'un triangle de 500m de côté, le quatrième capteur étant placé au centre du triangle. La configuration a été choisie pour être aussi proche que possible d'un triangle équilatéral : ceci assure que les incertitudes de localisation (azimut et angle d'élévation) dues à la géométrie du réseau soient isotropes [Abed-Meraïm et al., 2011]. Les points du réseau de microbaromètres MB2005 sont nommés MB1 à MB4, le point MB1 étant au centre. Leurs coordonnées GPS sont données tableau 3.3.

Point	Longitude	Latitude
MB1	4° 23' 54.6"E	44° 4' 55.5"N
MB2	4° 23' 44.2"E	44° 5' 01.3"N
MB3	4° 24' 06.7"E	44° 4' 59.3" N
MB4	4° 23' 54.6"E	44° 4' 46.4"N

TABLE 3.3 – Coordonnées GPS des points du réseau microbaromètres.

La figure 3.15 montre en exemple des signaux de bruit de fond sur 5 minutes mesurés sur les 4 capteurs le 26 octobre 2012 entre 00h00m TU et 00h05m TU, ainsi que leurs spectres. Les variations basse fréquence et de grande amplitude des signaux correspondent à la houle. On peut voir sur les spectres que la réponse des microbaromètres est plate entre 5Hz et 20Hz.



FIGURE 3.13 – Schéma de gauche : système de réduction du bruit de fond pour les microbaromètres. Photo à droite : Microbaromètre avec tuyaux au bout desquels est mesurée la pression acoustique.



FIGURE 3.14 – Photo d'une crépine placée à l'extrémité d'un tuyau de prise de mesure.



FIGURE 3.15 – En haut : exemple de signal acoustique enregistré par les 4 microbaromètres le 26 octobre 2012 entre 00h00m TU et 00h05m TU. Les fortes variations très basse fréquence correspondent à la houle. En bas : densité spectrale de puissance.

3.5.2 Le réseau de microphones

À l'intérieur de ce réseau de microbaromètres, un second réseau de 4 microphones a été installé. Le réseau est composé de 4 microphones MCB2006 (encapsulés). Chaque point de mesure est indépendant, la numérisation et le stockage des données sont aussi réalisés en local par des numériseurs Taurus de Nanometrics. Les capteurs sont échantillonnés à 500Hz, ceci nécessite de mettre les numériseurs en mode "communication". Dans ce mode toutes les fonctions du numériseur sont actives sauf l'affichage écran, ceci est pénalisant pour la consommation électrique. Bien que les microphones consomment moins d'énergie que les microbaromètres, ce fonctionnement oblige à équiper également chaque point de mesure de 7 batteries 12V / 65Ah. La gamme de fréquences accessibles est de 10^{-1} Hz à 10^{4} Hz pour le microphone non encapsulé.

Les microphones sont nommés MP1 à MP4. Trois microphones (MP2 à MP4) sont situés aux sommets d'un triangle équilatéral de 50m de côté dont l'orientation est la même que le réseau de microbaromètres, le capteur MP1 est au centre du triangle et est co-localisé avec le microbaromètre MB1 du centre. Les coordonnées GPS des points MP1 à MP4 sont données tableau 3.4. C'est la première fois qu'un tel réseau est déployé pour étudier le tonnerre.

Le système de réduction du bruit de fond est illustré par la figure 3.16. Il est plus simple que pour le cas des microbaromètres : il n'est composé que de quatre tuyaux de prise de mesure. Afin d'optimiser la mise en place et l'utilisation d'un réseau de microphones, ceux-ci ont été intégrés dans des valises étanches et transportables. Chaque valise est composée d'un microphone et de son alimentation, d'un numériseur, d'une antenne GPS interne, d'une batterie et d'un interrupteur de mise en fonctionnement (voir figure 3.17). Un système de raccordement à vis permet de connecter les éléments de filtrage.



FIGURE 3.16 – A gauche : système de réduction du bruit de fond pour les microphones. Photo de droite : valise contenant un équipement d'acquisition microphone. Les tuyaux de prise de mesure sont raccordés.

La figure Fig. 3.18 montre aussi les spectres de bruit de fond mesurés après la mise en service de la station. Le spectre du microphone 1 (MP1) présente une raie à 70Hz d'origine électronique, l'amplitude de cette raie est constante quel que soit le signal mesuré. Cette raie est donc masquée lorsque les niveaux du spectre enregistré sont supérieurs à son amplitude.

Les variations de température et du taux d'humidité lors d'une utilisation opérationnelle provoquent la condensation de l'air au niveau de la chambre de mesure d'un microphone



FIGURE 3.17 – A gauche : valise étanche contenant les équipements du microphone. Le boitier vert est le numériseur. Le microphone est placé sous le numériseur dans le fond de la valise. A droite : exemple d'un point d'acquisition microphone, la boîte blanche contient les batteries d'alimentation.

Point	Longitude	Latitude
MP1	4° 23' 54.7"E	44° 4' 55.6"N
MP2	4° 23' 53.5"E	44° 4' 56.0"N
MP3	$4^{\circ} 23' 55.9"E$	44° 4' 55.8"N
MP4	4° 23' 54.4"E	44° 4' 54.5"N

TABLE 3.4 – Coordonnées GPS des points du réseau microphones

et en altèrent le fonctionnement. Ceci remet en cause toute utilisation de longue durée en extérieur. Pour empêcher cette condensation, différentes solutions techniques sont utilisées selon les contraintes opérationnelles. Dans le cas de l'expérience PEACH, la chambre de mesure était enfermée dans une capsule étanche en caoutchouc (avec une paroi souple dont les déformations sont réversibles, pour pouvoir transmettre à la chambre de mesure les variations de pression ressenties). Cette membrane souple provoque une résonance acoustique aux environs de 100Hz (voir les spectres figure 3.18). Cette réponse est dynamique et est d'autant plus importante que le signal enregistré a une grande amplitude. Des pistes sont envisagées par les équipes techniques au CEA pour modéliser cette résonance et la supprimer lors d'un post-traitement des signaux. Mais durant la présente thèse aucune solution viable n'était disponible, ceci nous a amené à ne considérer que les fréquences acoustiques inférieures à 70Hz.



FIGURE 3.18 – En haut : exemple de signal acoustique enregistré par les 4 microphones le 26 octobre 2012 entre 00h00m TU et 00h05m TU. En bas : densité spectrale de puissance.

3.6 Résultats des prévisions météorologiques par le code de calcul opérationnel de Météo-France

Dans le cadre du projet HyMeX, Météo-France met à disposition de la communauté les réanalyses du code de calcul opérationnel AROME-WMED [Seity et al., 2011]. Les calculs ont été réalisés sur une région englobant l'Ouest du bassin méditerranéen. Les paramètres qui ont été utilisés pour le modèle sont listés dans le tableau 3.5.

Les sorties du code sont au format GRIB. Dans ce format les différents champs sont donnés, soit en altitudes (en mètre : 20, 50, 100, 250, 500, 750, 1000, 1250, 1500, 2000, 2500, et 3000m), soit en niveaux de pression (en hectoPascal : 1000, 950, 925, 900, 850, 800, 700, 600, 500, 400, 300, 250, 200, 150, et 100hPa). Des grandeurs sont aussi calculées au sol, pour 2m et 10m d'altitude. Le détail des grandeurs simulées est accessible depuis le site de la base de données d'HyMeX. Parmi les grandeurs physiques qui sont calculées,

date de début	2012-09-05
date de fin	2012-11-05
Longitudes Est	8° à 16°
Latitudes Nord	35° à 48°
altitudes	0m a 20 km
Résolution en latitude	0.025° (2.5km)
Résolution en longitude	0.025° (2.5km)
Résolution en altitude	dépend du type de donnée
format de données	GRIB ou NetCDF

TABLE 3.5 – domaine de calcul du code AROME-WMED pour les simulations pour la communauté HyMeX.

celles qui nous intéressent sont données dans le tableau 3.6. Des grandeurs sont aussi calculées pour la surface (tableau 3.7).

Nom de la grandeur physique	Unité	Identifiant dans le fichier GRIB
Zonal (U) wind component	m/s	33
Meridian (V) wind component	m/s	34
Temperature	Κ	11
Vertical wind velocity	m/s	40

TABLE 3.6 – Liste des grandeurs physiques calculées pour les altitudes de 0km à 16km, et utilisées dans cette étude. Le vent zonal est la composante Ouest–Est du vent. Le vent méridien est la composante Sud–Nord.

Des exemples de sorties du code AROME-WMED après réanalyse sont donnés pour la journée du 26 octobre 2012 à 20h TU (le choix de ce jour est détaillé au paragraphe 3.7). La figure 3.19 montre le champ de vent à 10m d'altitude. Du vent venant de l'Ouest (de l'Espagne, latitude 43°Nord) se dirige vers la mer Méditerranée. Il tourne au-dessus de la mer et va vers le Nord. La figure 3.20 montre le détail du même champ de vent autour de la station acoustique du CEA, on constate qu'à cette altitude le vent vient principalement du Sud-Est.

Les deux figures suivantes 3.21 et 3.22 montrent le détail des profils de vent (par pas de 45° en azimut) et de célérité du son que rencontrerait un champ acoustique se propageant depuis une source vers la station acoustique. La dernière figure 3.23 en donne la synthèse en traçant les profils de célérité effective⁴. On constate que pour une source placée entre les azimuts Nord et Nord–Est, le champ acoustique rencontrera un profil de célérité effective

^{4.} Selon la théorie de l'acoustique géométrique, pour un front d'onde acoustique se propageant dans un champ de vent \vec{V} (champ vectoriel) et de célérité du son c (champ scalaire), on note \vec{n} la normale au front d'onde. La vitesse de phase c_{ϕ} est définie comme étant la somme de la célérité du son et de la projection du champ de vent dans la direction de propagation du front d'onde. On a $c_{\phi} = c + \vec{V} \cdot \vec{n}$. Voir aussi [Pierce, 1989, chap. 8, p. 394], [Ostashev, 1997, chap. 3, p.64]. Dans le cas d'une atmosphère stratifiée et d'une propagation principalement horizontale, la vitesse de phase est proche de la célérité effective $c_{\text{eff}}(z)$ définie par $c_{\text{eff}}(z) = c(z) + \vec{V}(z) \cdot \vec{e}_x$ où \vec{e}_x est le vecteur unitaire horizontal joignant la source et le récepteur, et z l'altitude.

Nom de la grandeur physique	Unité	Identifiant dans le fichier GRIB
Surface temperature	Κ	11 (level 0)
2m temperature	Κ	11 (level 2)
2m relative humidity	Κ	52
10m zonal wind (U)	m/s	33
10m meridian wind (V)	m/s	34
surface pressure	Pa	1
Accumulated rain since		
the start of the forecast	$\mathrm{kg/m}^2$	150

décroissant avec l'altitude, conduisant à une réfraction vers le haut. Si la source acoustique est entre les azimuts Nord-Est et Sud-Ouest, un effet de guide d'onde est marqué près du sol. Il résulte de l'inversion de la célérité effective près du sol (jusqu'à environ 1km

près du sol, mais un guide d'onde est présent à une altitude voisine de 1km.

d'altitude). Si la source est dans les azimuts Ouest à Nord, un effet de réfraction est présent

TABLE 3.7 – Quelques grandeurs de surface calculées par AROME-WMED

 $\mathbf{64}$



FIGURE 3.19 – Sortie du code AROME-WMED pour le 26 octobre 2012 à 20h TU. Carte du champ de vent à 10m d'altitude. L'échelle de couleur indique la norme du vent, la taille des flèches est en unité arbitraire. La station acoustique du CEA est représentée par un losange noir.



FIGURE 3.20 – Sortie du code AROME-WMED pour le 26 octobre 2012 à 20h TU. Détail du champ de vent à 10m d'altitude autour de la station acoustique du CEA (représentée par un losange noir). L'échelle de couleur indique la norme du vent, la taille des flèches est en unité arbitraire. A la position de la station, un pas de 0.05° en longitude représente environ 4km, et un pas de 0.05° en latitude représente environ 5.5km.



FIGURE 3.21 – Sortie du code AROME-WMED pour le 26 octobre 2012 à 20h TU. Profils de vent horizontal de 0km à 16km d'altitude (courbes bleues). Les tracés en lignes correspondent aux azimuts depuis la station acoustique par pas de 45°. L'azimut 0° est le Nord et l'azimut 90° est l'Est. La colonne de gauche trace les profils de vent horizontal que rencontrerait le champ acoustique émis par une source acoustique si elle était à une distance de 20km de la station acoustique. Pour la colonne du milieu, si elle était à 10km de distance. La colonne de droite trace les profils au dessus de la station acoustique. Les régions en rouge montrent la variabilité entre les minima et les maxima des profils, le long de la distance à la station. La courbe verte montre le profil moyenné sur la distance pour un rayon de 20km.



FIGURE 3.22 – Sortie du code AROME-WMED pour le 26 octobre 2012 à 20h TU. Profils de célérité du son de 0km à 16km d'altitude (courbes bleues). La colonne de gauche trace le profil de célérité du son que rencontrerait le champ acoustique émis par une source acoustique si elle était à une distance de 20km de la station acoustique. Pour la colonne du milieu, si elle était à 10km de distance. La colonne de droite trace les profils au dessus de la station acoustique. Les régions en rouge montrent la variabilité entre les minima et les maxima des profils, le long de la distance à la station. La courbe verte montre le profil moyenné sur la distance pour un rayon de 20km.



FIGURE 3.23 – Sortie du code AROME-WMED pour le 26 octobre 2012 à 20h TU. Profils de célérité effective du son de 0km à 16km d'altitude (courbes bleues). Même légende qu'à la figure 3.21

3.7 Choix d'une période d'intérêt

Farges et Blanc [2010] ayant montré que le contenu acoustique du tonnerre enregistré à une station devient très faible lorsque les sources sont au-delà de 50km de distance à la station, l'étude s'intéresse aux premiers 50km autour de la station. Mais on conserve toutefois la possibilité d'étudier des décharges plus distantes (jusqu'à 100km), ce point est justifié dans le chapitre suivant. Lors de l'exploration des données, des détections acoustiques ont pu être associées à des sources distantes de 80 km à la station acoustique.

L'exploration des données EUCLID montre que plusieurs orages se sont produits à moins de 50km de la station durant la campagne SOP1. Certains d'entre eux sont passés juste au dessus des deux réseaux acoustiques. La liste suivante récapitule ces journées d'intérêt :

- 05 septembre 2012
- 11 septembre 2012
- 24 septembre 2012, 25 septembre 2012, et 26 septembre 2012
- 29 septembre 2012 et 30 septembre 2012
- -21 octobre 2012, 22 octobre 2012, et 23 octobre 2012
- 26 octobre 2012

Les figures 3.24, 3.25, et 3.26 montrent les exemples de l'activité orageuse détectée par EUCLID autour de la station pour les journées du 24 septembre 2012, du 25 septembre 2012 et du 11 octobre 2012. Durant la nuit du 24 septembre 2012 entre 2h00 TU et 3h00 TU un orage extrêmement violent passe à moins de 20km de la station. Puis il s'éloigne (distance entre 20km et 40km) entre 7h00 TU et 8h00 TU.



FIGURE 3.24 – Activité orageuse pour la journée du 24 septembre 2012 dans un rayon de 100km autour de la station acoustique. Sur la carte de gauche les points bleus représentent les détections EUCLID. L'histogramme de droite représente le nombre de détections EUCLID, en fonction de l'heure de la journée (par tranches d'une demie-heure) et de la distance à la station acoustique (par tranches de 5km).

Dans cette étude nous nous sommes concentrés sur l'orage de la soirée du 26 octobre 2012 (de 18h TU à 22h TU). Pour cette période l'activité orageuse n'est pas trop intense, elle permet de bien distinguer les éclairs les uns des autres. Les détections EUCLID ne sont pas trop nombreuses. Elles montrent que plus de dix décharges de foudre se sont produites entre 20h00 TU et 21h00 TU juste au dessus de la station acoustique. La figure 3.27 présente l'ensemble de l'activité orageuse de 18h00 à 22h00 TU dans un rayon de 100km autour de la station.



FIGURE 3.25 – Activité orageuse pour la journée du 25 septembre 2012. Même légende qu'à la figure 3.24.



FIGURE 3.26 – Activité orageuse pour la journée du 26 octobre 2012. Même légende qu'à la figure 3.24.

La figure 3.28 colonne de gauche montre que l'orage est en formation de 18h00 à 19h00 TU essentiellement au Nord-Est de la station à une vingtaine de kilomètres de celle-ci. Les détections EUCLID sont peu nombreuses et l'activité électrique intranuage détectée par le LMA (histogrammes colonnes 2 et 3 de la figure 3.28) est de 15000 détections environ. Entre 19h00 et 20h00 TU, la cellule orageuse se développe et s'éloigne un peu (distance entre 20km et 50km) mais reste localisée au Nord-Est de la station. L'activité électrique dans les nuages augmente (histogrammes ligne 2 : 41662 détections LMA) : elle est multipliée par 3 environ, mais le nombre de détections EUCLID reste faible. Une seconde cellule orageuse se forme à l'Ouest de la station entre 15km et 25km de distance. Une troisième cellule orageuse apparaît au Sud-Est de la station à environ 50km. Entre 20h00 et 21h00 TU, la première cellule orageuse s'éloigne de la station (toujours dans la direction Nord-Est) et est à une distance entre 50km et 75km. La seconde cellule orageuse (initiée à l'Ouest de la station entre 19h00 TU et 20h00 TU) s'est développée et s'est déplacée pour être juste au-dessus de la station. L'activité électrique est plus importante
(elle est multipliée par 7 par rapport à l'activité entre 18h00 à 19h00 TU, 93461 détections LMA), et il y a un nombre très important de détections EUCLID à moins de 25km de la station. Pour cette période l'histogramme dans la seconde colonne montre que tous les azimuts sont couverts par les détections LMA. L'histogramme de la colonne de droite montre que l'activité LMA est maximale et uniforme dans un rayon de 20km autour de la station acoustique. La cellule orageuse s'éloigne ensuite vers le Nord-Est de 21h00 TU à 22h00 TU (quatrième ligne de la figure 3.28). Une autre cellule orageuse très active se forme au Sud-Est de la station et est distante de 50km à 75km. L'activité électrique globale dans un rayon de 100km autour de la station a continué d'augmenter (d'un facteur 11).



FIGURE 3.27 – Activité orageuse le 26 octobre 2012 pour la période de 18h00 TU à 22h00 TU autour de la station acoustique. Points bleus : détections EUCLID. Régions grisées : carrés de 2km par 2km où il y a plus de 20 détections LMA.



FIGURE 3.28 – Orage du 26 octobre 2012 de 18h00 TU à 22h00 TU étudié par tranches d'une heure. Première colonne même légende que pour la figure 3.27. Deuxième colonne : activité électrique détectée par le LMA en fonction de l'azimut à la station (le nombre de détections LMA est précisé au-dessus du graphique). Colonne de droite : Activité électrique détectée par le LMA analysée jusqu'à une distance de 100km à la station. Les données EUCLID sont trop ponctuelles pour qu'une analyse en histogramme soit pertinente.

3.8 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les enjeux du projet européen HyMeX pour l'amélioration de la compréhension du cycle de l'eau dans le bassin méditerranéeen. Nous avons présenté le groupe de recherche PEACH au sein du projet HyMeX. Il propose d'étudier l'électricité atmosphérique pendant les campagnes d'observations du projet global. Une campagne d'observations spécialement dédiée à l'étude de la foudre s'est déroulée dans le Sud-Est de la France durant l'automne 2012. Elle comprenait la participation de plusieurs réseaux opérationnels de détection des décharges de foudre, un réseau de recherche pour la localisation à très haute résolution spatiale et temporelle des décharges, plusieurs instruments de mesure du champ électrique atmosphérique, ainsi qu'une station acoustique composée d'un double réseau pour l'enregistrement du tonnerre. Dans le cadre du projet HyMeX des profils météorologiques réanalysés sont disponibles pour la région et la période. L'exploration des détections électromagnétiques produites par le réseau opérationnel EUCLID a permis de sélectionner 6 périodes entre septembre et octobre durant lesquelles un ou plusieurs orages sont passés au-dessus de la station acoustique. Nous avons choisi d'étudier en détail l'orage qui s'est développé dans la soirée du 26 octobre 2012 car cet orage n'est pas trop actif, et l'on peut clairement différencier les différentes décharges. Cette étude constitue le corps du chapitre suivant.

Analyse des données acoustiques et électromagnétiques obtenues lors de l'orage du 26 octobre 2012 de 18h00 TU à 22h00 TU

Sommaire

- 4.1 Motivations et objectifs de l'étude
- 4.2 Préparation des données électromagnétiques
- 4.3 Préparation des données acoustiques
- 4.4 Conventions sur la représentation des données EUCLID
- 4.5 Exploration de l'événement du 26 octobre 2012
- 4.6 Reconstruction acoustique des éclairs d'orage
- 4.7 Analyse statistique de l'événement du 26 octobre 2012
- 4.8 Analyse temps fréquence des signaux de tonnerre
- 4.9 Exploration des données acoustiques enregistrées sur le réseau de microbaromètres
- 4.10 Conclusions

4.1 Motivations et objectifs de l'étude

Au cours de l'analyse préliminaire des données enregistrées lors de la campagne SOP1 d'HyMeX, il est apparu que la reconstruction acoustique des éclairs d'orage était un point intéressant. Les nuages étant opaques optiquement, ce sont les mesures acoustiques du tonnerre qui ont permis d'établir les premières observations des phénomènes de décharge de foudre à l'intérieur des cellules orageuses [Few, 1970; Few et Teer, 1974; MacGorman et al., 1981]. Les études utilisant la reconstruction acoustique des éclairs sont antérieures aux méthodes de reconstruction à partir de données électromagnétiques, en effet celles-ci ont été développées dans les années 2000 [Rison et al., 1999; Krehbiel et al., 2000].

Aujourd'hui les recherches sur le contenu acoustique des éclairs d'orage sont à nouveau d'actualité. En effet, nous avons accès d'une part à une maîtrise très fine des systèmes d'enregistrement acoustique (réseaux, réponse des microphones et microbaromètres). D'autre part nous avons la possibilité de détailler ce qui a été enregistré par comparaison aux données issues d'outils très précis de mesure électromagnétique.

Nous n'avons pas trouvé dans la littérature sur le tonnerre de lien clairement établi entre la géométrie des décharges de foudre et le contenu acoustique de chacune des parties de ces décharges. Le présent chapitre se propose de construire ce lien. Il apporte aussi d'autres résultats complémentaires à ceux obtenus par les systèmes de mesure électromagnétique des caractéristiques des décharges de foudre.

4.2 Préparation des données électromagnétiques

On exploite trois jeux de données pour l'orage du 26 octobre 2012 entre 18h00 TU et 22h00 TU : les données LMA, les données EUCLID, et les enregistrements acoustiques.

Les données EUCLID ne subissent aucun post-traitement. Les données LMA brutes sont post-traitées dans l'interface xlma [Thomas, 2013].

Les coordonnées latitude, longitude et altitude des détections LMA sont connues. Il est donc possible de définir des grandeurs cartésiennes relativement au centre de la station acoustique (voir figure 4.1) :

- -(X, Y, Z): les coordonnées de position de la détection LMA,
- $D_{h_{\rm LMA}}$, $D_{\rm LMA}$: la distance horizontale et la distance directe de la détection au barycentre de la station acoustique,
- θ_{LMA} : l'azimut ¹ de la détection,
- ϕ_{LMA} : l'angle d'élévation de la détection par rapport au plan horizontal.

Les distances que l'on considère (au maximum 100km) sont suffisamment petites pour que – sous nos latitudes et longitudes – les lois de la géométrie euclidienne puissent-être utilisées en approximation de la géométrie sphérique.

Pour les détections EUCLID, les coordonnées (latitude et longitude) sont connues, mais il n'y a pas d'information d'altitude de la détection. Les grandeurs suivantes sont construites :

- $D_{h_{\text{EUCLID}}}$: distance horizontale entre la détection et le barycentre de la station acoustique,
- θ_{EUCLID} : l'azimut de la détection EUCLID par rapport au centre de la station acoustique.



FIGURE 4.1 – Position d'une source électromagnétique LMA (étoile jaune) par rapport au centre de la station acoustique (station représentée par un triangle rouge), et variables cartésiennes utilisées en approximation de la géométrie sphérique.

Dans la démarche établie on pose l'hypothèse que les détections LMA ou EUCLID sont de potentielles sources acoustiques. On associe donc aux distances entre les détections et la station acoustique un temps de propagation acoustique Δt calculé en ligne droite en utilisant une valeur $c_0 = 340$ m/s par défaut pour la célérité du son. Dans le cadre du projet HyMeX, nous avons accès aux réanalyses du code AROME-WMED et pouvons confirmer cette valeur. La figure 4.2 montre que, d'après les réanalyses des sorties du

^{1.} On rappelle que la notion d'azimut est définie dans le paragraphe 2.4 page 25.

code AROME-WMED, la célérité du son à la station acoustique varie entre 340.6 m/s et 340.95 m/s. Ceci représente un écart maximal de 0.3% environ par rapport à la valeur $c_0 = 340$ m/s choisie.

Comme l'on connaît la datation temporelle (notée t_{LMA} pour les détections LMA, et t_{EUCLID} pour les détections EUCLID) des détections, on peut associer à chacune des détections un temps d'arrivée estimé à la station acoustique, t, en ajoutant à la datation le temps de propagation depuis la source :

$$t = t_{\rm LMA} + \Delta t = t_{\rm LMA} + D_{\rm LMA}/c_0 \tag{4.1}$$

pour les détections LMA, et pour les détections EUCLID :

$$t = t_{\text{EUCLID}} + \Delta t = t_{\text{EUCLID}} + D_{h_{\text{EUCLID}}}/c_0 \tag{4.2}$$

Pour les données LMA, en reprenant l'hypothèse qu'une source acoustique est placée à l'endroit de la détection électromagnétique, l'angle d'élévation ϕ_{LMA} de la détection peut-être interprété comme l'angle d'arrivée d'un front d'onde acoustique dans le plan vertical contenant la source et le centre de la station après une propagation en ligne droite depuis la source.



FIGURE 4.2 – Célérité du son à la surface du sol, pour le centre de la station acoustique. Valeurs obtenues à partir des quatres réanalyses des sorties du code AROME-WMED de 18h TU à 21h TU.

4.3 Préparation des données acoustiques

Dans cette étude les données acoustiques enregistrées par le réseau de microphones (réseau en triangle de 50m de côté) sont utilisées principalement. Une ouverture sur l'exploration des données issues du réseau de microbaromètres est donnée au paragraphe 4.9 page 121. On y justifie le choix de travailler sur les données du petit réseau de microphones, plutôt que sur les données du grand réseau de microbaromètres (triangle de 500m de côté).

Les enregistrements acoustiques sont post-traités à l'aide de l'algorithme PMCC [Cansi, 1995]. Les réglages utilisés ont été déterminés de façon heuristique. Pour les données microphones on a choisi de travailler sur la bande de fréquences de 1Hz à 40Hz. La limite inférieure permet d'ignorer la présence de la houle océanique dans les signaux (Océan Atlantique à l'Ouest de la station). La limite supérieure permet d'une part de s'affranchir de la résonance des microphones et d'autre part elle permet de ne pas considérer des sources acoustiques de trop hautes fréquences. On a en effet constaté lors des essais de réglage des paramètres PMCC que celles-ci ne présentaient pas de cohérence satisfaisante. La plage

1Hz à 40Hz a été traitée en 10 bandes de fréquences séparées associées à 10 fenêtres de temps de longueurs décroissantes de 5s à 1s. Le recouvrement des fenêtres temporelles est de 60%. L'algorithme PMCC construit un ensemble de détections acoustiques cohérentes trouvées dans les signaux enregistrés aux différents points du réseau. Chaque détection est représentée par une datation temporelle² t_{PMCC} et sa bande de fréquences, l'azimut θ_{PMCC} du front d'onde acoustique associé, la vitesse horizontale de trace V_h du front d'onde acoustique (exprimée en km/s, la valeur est toujours supérieure à $c_0 = 340$ m/s pour une onde acoustique), l'amplitude de la détection, ainsi que d'autres données que l'on n'utilise pas ici. L'algorithme donne aussi des informations d'incertitudes sur θ_{PMCC} et V_h engendrées par la forme géométrique du réseau. Les réseaux ayant été déployés en deux triangles équilatéraux, ces deux erreurs sont minimisées et isotropes. Une valeur d'incertitude typique sur θ_{PMCC} pour cette taille de réseau est de 0.8°, et pour V_h de 4.5m/s (0.004km/s) [Abed-Meraïm et al., 2011].

Un angle d'élévation ϕ_a du front d'onde acoustique par rapport au plan de la station peut-être défini (voir figure 4.3) à l'aide de la formule :

$$\cos\phi_{\mathbf{a}} = \frac{c_0}{V_h} \tag{4.3}$$

Dans les détections PMCC la vitesse de trace V_h déterminée est quelquefois inférieure à la valeur de $c_0 = 340$ m/s, ceci correspond à une indétermination et l'angle d'élévation ne peut alors pas être défini. Il faut noter que l'angle d'élévation ϕ_a correspond uniquement à l'angle avec lequel le front d'onde acoustique mesuré arrive en dernier lieu sur la station, il n'y a aucune notion de suivi de l'inclinaison du front d'onde au cours de la propagation.



FIGURE 4.3 – Définition de l'angle d'élévation ϕ_a d'un front d'onde acoustique localement plan par rapport une station acoustique composée de deux points (représentés par deux losanges). Durant le temps Δt , le front d'onde a parcouru une distance $c_0 \Delta t$. La grandeur c_0 est la norme du vecteur célérité du front d'onde. La distance horizontale parcourue est $V_h \Delta t$ où V_h est la composante le long de l'axe horizontal du vecteur célérité du front d'onde.

4.4 Conventions sur la représentation des données EUCLID

La quantité très importante de données exploitables pour chacune des trois méthodes rend rapidement les graphiques illisibles. Cela nous a conduits à simplifier au maximum

^{2.} L'algorithme renvoie une fenêtre de temps associée à une détection. Nous définissons la datation temporelle de la détection comme étant le temps médian de la fenêtre.

les informations données sur les graphiques et les tracés. Ainsi nous nous efforçons d'éviter l'utilisation de barres de couleurs. Nous avons choisi de représenter les données relatives au LMA en gris, les données relatives à EUCLID en bleu, et les données relatives à PMCC en rouge.

Les types de détections EUCLID sont représentés par les symboles suivants :

- Le symbole \blacktriangle représente la détection d'une décharge au sol de courant crête négatif.
- Le symbole \times représente la détection d'une décharge au sol de courant crête positif.
- Le symbole ◆ représente la détection d'une décharge intra-nuage de courant crête négatif.
- Le symbole \star représente la détection d'une décharge intra-nuage de courant crête positif.

EUCLID détermine aussi le courant crête des décharges détectées, nous n'utiliserons à aucun moment cette notion car Farges et Blanc [2010] ont montré qu'il n'y avait pas de lien clair entre cette donnée et l'amplitude des formes d'onde acoustiques enregistrées. En effet la figure 4.4 extraite de leur article montre que l'amplitude des surpressions enregistrées par un réseau dépend principalement de la distance de la décharge à la station, et non du courant crête.



FIGURE 4.4 – Symboles "croix" : amplitude des signaux infrasonores émis par les éclairs en fonction de la distance des éclairs à la station acoustique (échelle logarithmique). La ligne noire représente une régression linéaire. Les données ont été enregistrées durant l'orage de la nuit du 31 août au 1^{er} septembre 2005 en France au cours de la campagne d'observations Eurosprite 2005. Figure extraite de [Farges et Blanc, 2010].

4.5 Exploration de l'événement du 26 octobre 2012

Lors de l'exploration des détections PMCC produites, nous avons constaté que le réseau acoustique avait détecté deux types de sources. Des détections sont associées à la présence d'un bruit de fond permanent dans l'azimut Sud–Ouest. Ce bruit de fond est masqué lors de la détection des sources acoustiques associées aux signaux de tonnerre. L'ensemble des détections PMCC a donc été trié manuellement pour construire 2 familles :

- Détections associées au bruit de fond.
- Détections associées au tonnerre.

L'étude se concentre sur les donnés liées au tonnerre, l'autre groupe sera présenté dans l'annexe B page 183.

Pour réaliser une première exploration des détections associées au tonnerre, on construit des vues synthétiques sur des périodes de 10 minutes pour toute la durée de l'orage de 18h00 TU à 22h00 TU. On y représente, en fonction du temps à la station acoustique : d'une part les angles d'élévation des données LMA et des détections PMCC, et d'autre part les azimuts des données LMA, EUCLID, et PMCC. On montre le bon accord sur les azimuts et les angles d'élévation entre les détections LMA, EUCLID et PMCC.

4.5.1 Fenêtre temporelle de 20h10m TU à 20h20m TU

La figure 4.5 page 84 montre un exemple de vue³ obtenue entre 20h10m TU et 20h20m TU. Les régions grisées correspondent à la présence de décharges LMA. Les marqueurs rouges correspondent aux détections PMCC. Les symboles bleus correspondent aux détections EUCLID. En haut on a représenté les distances directes des détections LMA jusqu'au centre de la station acoustique dans un rayon de 100km en fonction du temps acoustique. Chaque segment est l'extension en distance relativement à la station d'une décharge détectée par le LMA. La pente d'un segment est la valeur c_0 utilisée. Sur le graphique, on représente l'azimut des détections PMCC observées, l'azimut des détections LMA et l'azimut des détections EUCLID. Deux décharges se sont produites au Sud de la station (azimut 180°) et 5 décharges se sont produites au Nord-Ouest de la station (azimuts de 270° à 360°). Les sources électromagnétiques de ces 7 décharges sont à moins de 40km de la station. Pour ces dernières on constate que l'accord entre les azimuts des détections électromagnétiques et les azimuts obtenus par le post-traitement PMCC est excellent. A chaque région grisée correspond un ensemble de détections PMCC, et une ou plusieurs détections EUCLID. Quatre autres décharges sont dans l'azimut Nord-Est, et une est dans l'azimut Nord (azimuts de 0° à 90°). Elles sont plus lointaines (au-delà de 40km de la station) et PMCC n'est pas capable d'associer des détections acoustiques à ces décharges vues par le LMA et par EUCLID. Le troisième graphique représente les angles d'élévation des détections PMCC et des détections LMA. On rappelle que la notion d'angle d'élévation n'existe pas pour EUCLID. Là encore, l'accord est excellent entre les angles d'élévation des décharges LMA et ceux des détections acoustiques. Comme les 5 décharges au Nord-Ouest de la station ainsi que les deux décharges au Sud sont à des distances d'environ 20km de la station, l'angle d'élévation est petit (entre 5° et 30°). Ce graphique ne permet plus de différencier les deux décharges qui se sont produites au Sud de la station, des deux décharges qui se sont produites au Nord-Est pour les mêmes temps acoustiques. Pour les 5 décharges les plus lointaines les angles d'élévation des détections LMA sont proches de zéro (entre 0° et 10°). Enfin on a tracé l'enregistrement acoustique du microphone au centre de la station pour cette plage de temps, on y distingue clairement les signaux de tonnerre. Les datations de ces signaux correspondent parfaitement aux temps des 5 détections EUCLID distantes de moins de 20km de la station CEA.

4.5.2 Fenêtre temporelle de 20h30m TU à 20h40m TU

La figure 4.6 page 85 montre un second exemple entre 20h30m TU et 20h40m TU, quand l'orage est juste au-dessus de la station acoustique. Un ensemble de 14 décharges se sont produites à moins de 30km de la station. Les décharges sont au Sud de la station et s'étendent vers le Nord en passant par l'Est (graphique azimut / temps). Les sources LMA lointaines apparaissent comme très basses sur l'horizon (angle d'élévation entre 0° et 10°). Les sources LMA qui sont au-dessus de la station présentent des angles d'élévation variant

^{3.} Notons qu'un graphique de construction similaire (données de directions et de distances tracées en fonction du temps) a déjà été présenté à la figure 2.14 page 29.

jusqu'à 80°. Les angles d'élévation déterminés par PMCC balayent un plus petit domaine, de 5° à 70°. PMCC détecte peu de sources à l'horizon, et aucune source à la verticale de la station. Pour les angles d'élévation entre 10° et 70°, la corrélation entre les résultats des deux méthodes est excellente. Enfin le signal acoustique montre clairement 9 impulsions distinctes de tonnerre. Ce nombre ne correspond pas aux 14 décharges proches détectées par le LMA du fait que les signaux acoustiques émis par celles-ci peuvent arriver en même temps à la station et donc se superposer. Enfin, cette vue montre clairement que l'on a durant environ 10 minutes des enregistrements continus de signaux de tonnerre.

4.5.3 Fenêtre temporelle de 21h40m TU à 21h50m TU

Le dernier cas étudié est pour la tranche horaire de 21h40m TU à 21h50m TU, figure 4.7 page 86. Le signal acoustique est proche du bruit de fond. Malgré cela on constate que PMCC détecte 7 sources acoustiques cohérentes dans l'azimut Sud-Est, et 2 sources acoustiques dans l'azimut Nord-Est. Ces azimuts sont clairement associés aux azimuts de décharges situées entre 50km et 90km de la station d'une part, et entre 30km et 40km d'autre part. Mais le nombre de détections acoustiques est plus faible que pour le cas des figures 4.5 et 4.6. Ces décharges LMA apparaissent très basses sur l'horizon par rapport à la station car elles sont très distantes ; l'angle d'élévation des détections électromagnétiques est donc très faible. L'hypothèse d'une propagation acoustique en ligne droite depuis une source jusqu'à la station n'est plus valable, et l'angle d'élévation déterminé par PMCC ne peut plus être associé à l'angle d'élévation de cette source.

Ce type de vue systématique par tranche de 10 minutes pour toute la durée de l'orage a permis de trouver un ensemble de 56 décharges de 18h00 TU à 22h00 TU détectées par le LMA, EUCLID et PMCC pour lesquelles la corrélation entre les détections acoustiques et les détections LMA est excellente en azimut et en temps relativement à la station acoustique. Des écarts peuvent être présents entre les angles d'élévation des détections acoustiques et LMA. Ils seront interprétés comme étant dus à des effets de propagation.



FIGURE 4.5 – Vue exploratoire par tranche de 10 minutes. Période de temps 20h10m TU et 20h20m TU. En rouge : détections PMCC et signal acoustique. En gris : détections LMA regroupées dans des régions de largeur 5s en temps, 10° en azimut et 3° en angle d'élévation. Pour les données LMA, on conserve juste la donnée binaire : région peuplée (couleur grise), ou région vide (aucune couleur). Pour les autres données, chacune des détections est tracée. Symboles bleus : détections EUCLID. En haut : distances entre les sources détectées par le LMA et le centre de la station acoustique en fonction du temps. Second graphique : Azimuts des détections LMA et des détections par rapport à la station acoustique. En bas : signal acoustique enregistré sur le microphone du centre de la station. Les détections PMCC associées au bruit de fond ont été retirées manuellement pour ne montrer que les détections associées à l'enregistrement de signaux de tonnerre par le réseau (voir la discussion dans l'annexe B page 183).



FIGURE 4.6 – Pour la tranche horaire 20h30 TU à 20h40 TU, même légende que la figure 4.5. Les deux flèches noires identifient les deux éclairs proches sélectionnés pour être étudiés en détail dans ce chapitre.



FIGURE 4.7 – Pour la tranche horaire 21
h40 TU à 21 h50 TU, même légende que la figure 4.5.

4.6 Reconstruction acoustique des éclairs d'orage

Les décharges de foudre ont des extensions horizontales de plusieurs dizaines de kilomètres (ordre de grandeur de 20 km en extension horizontale) pour des durées caractéristiques entre quelques dixièmes de secondes et une seconde (environ 0.4s, voir graphique 4.8).



FIGURE 4.8 – Distribution des durées de 56 décharges détectées par le LMA.

Or la durée d'un signal acoustique associé à une décharge de foudre est de plusieurs dizaines de secondes. Cette durée du signal acoustique est donc liée à l'extension spatiale de la source et non à la durée de la décharge.

Compte-tenu du rapport célérité du son sur vitesse de propagation des décharges, nous posons l'hypothèse qu'une décharge de foudre est instantanée par rapport aux temps acoustiques caractéristiques et qu'elle survient à une date t_{LMA_0} . La valeur de t_{LMA_0} est choisie comme étant la date de la première détection LMA à l'intérieur de la décharge. Les dates des différentes détections PMCC associées à ce flash sont alors exprimées en retards temporels Δt par rapport à cette référence t_{LMA_0} . Ce retard Δt peut être associé à une distance directe $D_{\mathbf{S}}$ entre une source acoustique potentielle nommée \mathbf{S} qui a donné lieu à la détection PMCC considérée, et la station :

$$\Delta t = t_{\rm PMCC} - t_{\rm LMA_0} \tag{4.4}$$

$$D_{\mathbf{S}} = c_0 \,\Delta t \tag{4.5}$$

Grâce à ces hypothèses il devient possible de définir la position tridimensionnelle $(X_{\mathbf{S}}, Y_{\mathbf{S}}, Z_{\mathbf{S}})$ de la source acoustique \mathbf{S} à partir de θ_{PMCC} , ϕ_{PMCC} et $D_{\mathbf{S}}$. Ceci revient à considérer que l'onde acoustique se propage en ligne droite comme en milieu homogène. On identifie l'angle d'élévation $\phi_{\mathbf{S}}$ de la source par rapport à la station avec l'angle ϕ_{PMCC} , et l'azimut $\theta_{\mathbf{S}}$ de la source avec l'azimut θ_{PMCC} du front d'onde acoustique à l'arrivée sur la station. On définit alors la distance horizontale $D_{h_{\mathbf{S}}}$ entre \mathbf{S} et la station par :

$$D_{h_{\mathbf{S}}} = D_{\mathbf{S}} \cdot \cos \phi_{\mathbf{S}} \tag{4.6}$$

et l'on obtient :

$$\begin{cases} X_{\mathbf{S}} = c_0 \,\Delta t \cdot \cos \phi_{\mathbf{S}} \cdot \sin \theta_{\mathbf{S}} \\ Y_{\mathbf{S}} = c_0 \,\Delta t \cdot \cos \phi_{\mathbf{S}} \cdot \cos \theta_{\mathbf{S}} \\ Z_{\mathbf{S}} = c_0 \,\Delta t \cdot \sin \phi_{\mathbf{S}}. \end{cases}$$
(4.7)

En suivant la démarche proposée on procède à la reconstruction acoustique de chacune des 56 décharges sélectionnées. Parmi celles-ci deux décharges sont particulièrement intéressantes, elles se produisent à 20h35m TU à moins d'une minute d'intervalle. On peut donc considérer que les conditions météorologiques restent les mêmes. La première décharge présente une connexion avec le sol, tandis que l'autre est une décharge intra-nuage. Ces deux décharges sont identifiées chacune par une flèche sur la figure 4.6. Ces deux cas sont explorés en détail.

4.6.1 Reconstruction acoustique de la décharge de 20h35m00s TU

On présente tout d'abord le cas de la décharge au sol qui s'est produite à 20h35m00s TU (figure 4.9). Les points gris montrent les détections LMA, les points rouges montrent les détections acoustiques PMCC reconstruites par la méthode proposée et les symboles des détections EUCLID sont en bleu. La décharge détectée par le LMA (points gris) a une extension maximale de 25km du Sud au Nord et une extension de 10km dans l'axe Ouest-Est. Le LMA a détecté une couche horizontale de la décharge à une altitude de 5km environ, ainsi qu'une seconde couche horizontale à 2km d'altitude environ. Le point d'impact de la décharge au sol est à environ 2km de distance du centre de la station. Plusieurs échanges électriques successifs entre la terre et le nuage ont transité dans le canal de foudre établi, ils sont marqués par trois détections EUCLID a aussi détecté un arc en retour de courant négatif (trois symboles 'triangle'). EUCLID a aussi détecté un arc en retour de courant positif (symbole 'croix'). Le détail des caractéristiques des différents échanges électriques détectés par EUCLID pour cette décharge est donné dans l'annexe C page 185.

La position des points acoustiques reconstruits montre que PMCC a correctement détecté la couche horizontale supérieure de la décharge. Il apparaît sur les graphiques altitude-direction de la figure 4.9 que les détections acoustiques ont suivi avec précision l'arc en retour lui-même et son chemin depuis le sol (détections acoustiques à partir de 500m d'altitude environ jusqu'à environ 5km d'altitude). Mais PMCC n'a pas détecté la couche horizontale à 2km d'altitude, celle-ci a été probablement masquée par la détection de l'arc en retour car les temps acoustiques pour ces 2 types de sources sont les mêmes. La corrélation entre la position des points acoustiques à basse altitude et la position des détections EUCLID est excellente. On peut constater que l'arc en retour présente une forte inclinaison dans la direction Ouest-Est (graphique de l'altitude en fonction de la direction Ouest-Est), et apparaît comme vertical dans la direction Sud-Nord. La partie basse de l'arc en retour n'a pas été correctement détectée par le LMA : il y a peu de détections LMA pour des altitudes en dessous de 2km. Ce point sera détaillé à la section 4.7.2.

La figure 4.10 revient à une vue de même type que les vues exploratoires par tranches de 10 minutes (par exemple la figure 4.5) présentées avant ; mais l'analyse est faite sur une fenêtre de temps plus réduite, de 20h35m00s à 20h36m05s, pour englober uniquement la décharge étudiée. On peut voir sur le graphique azimut-temps que durant l'intervalle de temps de 5s à 15s, les détections PMCC suivent l'arc en retour lui-même qui se situe à un azimut de 120° (Sud-Est) par rapport au centre de la station. Puis de 15s à 18s PMCC détecte les sources acoustiques venant d'azimut Est (azimut 90°). De 18s à 22s environ PMCC détecte les quelques sources placées dans l'azimut 30°. Enfin à partir de 22s jusqu'à la fin de la décharge, l'acoustique suit correctement l'extension horizontale de la décharge qui se propage vers le Sud (azimut 180°). Le graphique qui représente l'évolution de l'angle d'élévation en fonction du temps montre que l'angle augmente d'abord violemment : il passe de 20° à environ 60° entre les temps 5s et 15s. Ceci correspond à une pente de 4° par seconde environ. Cette variation est associée à la détection de l'arc en retour et au suivi acoustique de sa propagation depuis le sol jusqu'à l'altitude de 5km (voir graphique altitude-temps). Puis l'angle d'élévation re-diminue lentement entre les temps 15s et 60s et passe de 60° à environ 15°. Ceci correspond au suivi de l'extension de la décharge qui

s'éloigne horizontalement vers le Sud, elle est visible sur le graphique altitude–temps et est entre les altitudes 3km et 6km.



FIGURE 4.9 – Reconstruction de la décharge qui s'est produite à 20h35m00s TU. Points gris : détections LMA, carrés rouges : détections PMCC reconstruites, symboles bleus : détections EUCLID. La station acoustique est placée à l'origine.



FIGURE 4.10 – Vue exploratoire pour l'éclair de 20h35m00s TU. Points gris : détections LMA. Points rouges : détections PMCC. Symboles bleus : détections EUCLID. De haut en bas, en fonction du temps : distances entre les sources détectées par le LMA et le barycentre de la station acoustique. Altitudes des détections LMA et altitudes des détections PMCC reconstruites. Azimuts des détections LMA et des détections PMCC. Angles d'élévation des détections. En bas : signal acoustique enregistré sur le microphone du centre de la station.

4.6.2 Reconstruction acoustique de la décharge de 20h35m58s TU

Moins d'une minute après la décharge de 20h35m00s TU, une seconde décharge se produit à 20h35m58s TU. Contrairement au cas précédent cet éclair est une décharge intra-nuage de courant positif. Elle ne présente pas de connexion avec le sol⁴.

La figure 4.11 montre que la décharge s'organise en deux couches horizontales (3km d'altitude et 8km d'altitude) reliées par deux décharges verticales (clairement visibles sur le graphique supérieur montrant l'altitude et la distance Ouest vers Est). La figure 4.11 montre que la décharge dans le nuage a été correctement détectée par l'acoustique. Un ensemble important de détections PMCC est associé aux parties verticales de la décharge dans le nuage. Les deux couches horizontales sont aussi correctement suivies, mais avec un nombre moins important de détections. La décharge a couvert toute la région au-dessus de la station : au cours de cette décharge tous les azimuts ont été balayés. La figure 4.12 montre que la partie de la décharge enregistrée en premier à la station (de 7s à 10s) est dans l'azimut 30°. PMCC détecte ensuite quelques sources acoustiques dans l'azimut 330° (entre 10s et 13s), puis la détection est orientée vers les sources acoustiques venant du Sud (entre 14s et 22s). Enfin, les détections acoustiques suivent (temps : de 18s jusqu'à la fin de la décharge) la partie de la décharge intra-nuage qui couvre la région au Nord–Ouest (azimuts entre 270° et 360°) de la station. Les deux couches horizontales de la décharge sont visibles sur le graphique traçant l'altitude des détections en fonction du temps à la station acoustique ainsi que sur le graphique représentant les angles d'élévation des détections. On peut voir clairement sur les points LMA deux groupes de détections organisés en "feuillets". Le premier feuillet commence au temps 5s, les détections LMA associées sont entre 3km et 6km d'altitude. Le deuxième feuillet commence au temps 20s et est situé à plus haute altitude (entre 6km et 9km d'altitude). On constate que des parties des deux couches horizontales de la décharge ont été détectées alternativement par PMCC. D'abord PMCC détecte des sources associées au premier feuillet de la décharge entre les temps 7s et 22s. Le groupe de détections acoustiques entre les temps 22s et 26s est à associer au second feuillet. La détection acoustique revient ensuite sur le feuillet inférieur entre les temps 26s et 35s. Puis les points PMCC basculent à nouveau sur la couche supérieure de la décharge entre les temps 35s à 46s. De 46s à 48s, quelques détections acoustiques sont associées au feuillet inférieur. Enfin vers la fin de la décharge, les détections acoustiques oscillent d'un feuillet à l'autre. Il faut noter que la queue du signal acoustique (entre les temps 30s et 60s) est d'amplitude très faible. Malgré cela des sources acoustiques cohérentes y ont été détectées parmi le bruit de fond, elles sont clairement associées aux détections électromagnétiques.

^{4.} Voir le détail des caractéristiques de la détection EUCLID, annexe C page 185.



FIGURE 4.11 – Reconstruction de la décharge qui s'est produite à 20h35m58s TU. Points gris : détections LMA, carrés rouges : détections PMCC reconstruites, symboles bleus : détections EUCLID.



FIGURE 4.12 – Vue exploratoire pour l'éclair de 20h35m58s TU. Points gris : détections LMA. Points rouges : détections PMCC. Symboles bleus : détections EUCLID. Les informations tracées sont les mêmes que pour la figure 4.10.

4.6.3 Bilan de la reconstruction acoustique

Ce paragraphe fait un bilan des deux études de reconstruction acoustique proposées. On rappelle qu'à chaque détection PMCC est associée une datation temporelle, une bande de fréquences et une amplitude acoustique (voir paragraphe 4.3 page 79). En associant ces informations à chacune des détections PMCC reconstruites, on obtient une information qui relie la géométrie de la décharge reconstruite acoustiquement à chacune des grandeurs listées (datation temporelle, fréquence acoustique et amplitude acoustique). Les figures 4.13 et 4.14 présentent ce lien.

Pour les deux décharges étudiées, on constate qu'il n'y a pas de dépendance nette du contenu fréquentiel du signal acoustique enregistré à la station, en fonction des différentes parties géométrique de la décharge⁵; le signal acoustique présente un contenu fréquentiel large de 1Hz à 40Hz, dans toutes les parties de la décharge. Ce point sera repris et détaillé dans une étude du contenu fréquentiel des signaux de tonnerre enregistrés, au paragraphe 4.8 page 112.

Pour le cas de la décharge de 20h35m00s TU (figure 4.13), on constate que signal enregistré à la station acoustique et venant de l'arc en retour est de plus grande amplitude que le signal émis par la partie intranuage de la décharge, sans que cette différence puisse être expliquée par l'effet d'éloignement de la source par rapport au récepteur. De même pour le cas de la décharge de 20h35m58s (voir figure 4.14), les détections sont reconstruites dans la partie intra-nuage de la décharge uniquement. Dans ce cas l'amplitude acoustique des détections s'avère à nouveau plus faible que pour l'arc en retour de la décharge précédente. Nous précisons que, pour une détection, l'amplitude acoustique présentée est l'amplitude de la détection PMCC à la station, et non l'amplitude de la potentielle source acoustique qui aurait provoqué cette détection.

Les graphiques où sont tracés les datations des détections PMCC montrent, logiquement, que les points acoustiques reconstruits comme étant les plus éloignés de la station correspondent aux détections PMCC les plus tardives. Il faut cependant garder à l'esprit que l'éloignement des points à la station dans la direction Sud–Nord n'apparaît pas sur les représentations 4.13 et 4.14. Par exemple la décharge de foudre de 20h35m00s s'étend sur environ 20km dans l'azimut Sud depuis la station (voir figure 4.11), cet éloignement n'est pas visible sur le graphique 4.13.

Enfin, il faut noter que la reconstruction acoustique proposée n'intègre pas d'étude sur les incertitudes ou les biais de la reconstruction ⁶. Il serait intéressant d'utiliser une approche de tracé de rayons pour réaliser la reconstruction des points acoustiques. L'annexe G page 199 propose une première étude dans ce sens. Comme signalé juste au-dessus, les données produites par PMCC que l'on a représentées dans les figures 4.13 et 4.14 sont les données issues du post-traitement des signaux acoustiques enregistrés à la station acoustique, ce ne sont pas les caractéristiques des sources acoustiques elle-mêmes. Des pistes sont envisageables pour remonter aux caractéristiques des sources acoustiques, comme par exemple l'utilisation de lois d'atténuation classiques⁷ ou encore l'utilisation de méthodes de tracé de rayons avec prise en compte de l'amplitude et des effets non linéaires.

^{5.} Arc en retour et partie horizontale intra-nuage de la décharge de 20h35m00s, parties horizontales et verticales de la décharge intra-nuage de 20h35m58s TU.

^{6.} On peut rappeler la discussion faite à la fin du paragraphe 2.6 page 30.

^{7.} Décroissance de l'amplitude en 1/r pour une source acoustique ponctuelle (avec r la distance à la source) en milieu homogène sans écoulement.



FIGURE 4.13 – Vue de la décharge de 20h35m00s TU en projection dans le plan (direction Ouest-Est, altitude). L'éloignement des points par rapport à la station dans la direction Sud-Nord n'est pas visible. En haut : chaque détection PMCC reconstruite est coloriée en fonction de la fréquence acoustique associée. Au milieu : chaque détection PMCC reconstruite est coloriée en fonction de l'amplitude acoustique de la détection. En bas : chaque détection PMCC reconstruite est coloriées en fonction du temps écoulé dans la fenêtre de temps 20h35m00s TU – 20h36m05s TU.



FIGURE 4.14 – Vue de la décharge de 20h35m58s TU dans le plan (direction Ouest–Est, altitude). En haut : chaque détection PMCC reconstruite est coloriée en fonction de la fréquence acoustique associée. Au milieu : chaque détection PMCC reconstruite est coloriée en fonction de l'amplitude acoustique de la détection. En bas : chaque détection PMCC reconstruite est coloriées en fonction du temps écoulé dans la fenêtre de temps 20h36m05s TU – 20h37m00s TU.

4.7 Analyse statistique de l'événement du 26 octobre 2012

A partir des 56 décharges reconstruites à l'aide des données acoustiques, on peut établir des statistiques globales. On présente tout d'abord des statistiques pour toute la durée de l'orage. Pour les détections LMA et les détections PMCC reconstruites, les grandeurs étudiées sont : les azimuts, les altitudes et les distances horizontales à la station acoustique. Puis l'on s'intéresse aux statistiques des altitudes des détections pour la partie basse des décharges, entre 0km et 2km d'altitude. Enfin on étudie l'évolution heure par heure, de 18h00 TU à 22h00 TU, des distributions des distances horizontales, des azimuts et des altitudes pour les détections LMA et PMCC.

4.7.1 Statistiques synthétiques sur toute la durée de l'épisode orageux de 18h00 TU à 22h00 TU

La figure 4.15 donne les statistiques sur toute la durée de l'orage. Le rapport du nombre de détections LMA sur le nombre de détections PMCC est d'environ 7 pour un. L'accord sur les distances horizontales entre les détections LMA et les détections PMCC reconstruites est excellent entre 0km et 25km. Au-delà de 25km l'accord sur les distances reste satisfaisant mais le nombre de détections PMCC chute avec l'éloignement. Des sources acoustiques (mais en faible nombre) sont correctement localisées en distance horizontale entre 65km et 85km de distance. L'accord sur les distributions en azimut est très bon à la fois sur les directions balayées mais aussi sur les populations des histogrammes. Pour les distributions des angles d'élévation des détections PMCC, on constate un biais sur la position du maximum de la distribution par rapport au maximum de la distribution LMA correspondante. Il est placé entre 10° et 20°, alors que le maximum pour la distribution LMA est localisé entre 5° et 15°. Mais les amplitudes des canaux d'histogrammes sont similaires. Enfin les distributions sur les altitudes des détections LMA et sur les altitudes des détections PMCC reconstruites présentent des différences. Des sources acoustiques sont décrites comme étant à basse altitude, alors que LMA ne détecte que très peu de sources à moins de 2km, et aucune à moins de 500m. Ce point est détaillé dans le paragraphe 4.7.2. Les altitudes des sources acoustiques ne différencient pas correctement la séparation entre 6km et 8km des détections LMA en deux couches de décharges. Les maxima des deux distributions sont localisés aux mêmes altitudes (entre 3.5km et 5km d'altitude). Enfin quelques sources acoustiques sont reconstruites trop haut au-delà de 11km d'altitude.

Sur toute la durée de l'orage, le graphique 4.16 montre la distribution des angles d'élévation des détections LMA et la distribution des angles d'élévation des fronts d'onde acoustiques à leur arrivée à la station acoustique (déterminés par PMCC). Pour des distances inférieures à 20km, de nombreuses détections PMCC sont associées à des sources d'altitude inférieure à 1km (il y a des détections PMCC placées en-dessous de la courbe en trait noir plein). Par contre, pour les détections PMCC, un biais entre la distribution observée et la distribution théorique des angles d'élévation apparaît dès 20km de distance. La méthode acoustique ne détermine pas non plus les angles d'élévation proches de 90° qui correspondraient à des sources acoustiques à la verticale de la station.

Le graphique 4.17 montre la statistique, sur toute la durée de l'orage, de la distribution des altitudes en fonction de la distance, pour les sources détectées par le LMA, et pour les détections PMCC reconstruites. Le graphique de gauche montre les altitudes des différentes régions d'activité électrique détectées par le LMA. On constate comme précédemment que le LMA est peu sensible à la partie basse des décharges (entre 0km et 1km), alors qu'un nombre important de détections PMCC sont reconstruites de 0km à 1km d'altitude jusqu'à une distance de 25km environ. Dès 20km de distance, un biais est présent dans les altitudes reconstruites des détections PMCC; de nombreuses sources acoustiques sont reconstruites trop haut par rapport aux sources détectées par le LMA. Le graphique de

droite permet de montrer clairement que le biais sur les altitudes surestimées pour les détections PMCC augmente avec la distance à la station acoustique. Pour les distances à la station acoustique supérieure à 20km, il est logique de remettre en cause l'hypothèse simple de propagation en ligne droite utilisée dans ce chapitre. Une première tentative d'interprétation de ce bais à l'aide du code de simulation numérique proposé au chapitre 5 page 127 est présentée dans l'annexe G page 199. On constate cependant que les distances horizontales reconstruites pour les sources acoustiques lointaines sont cohérentes avec les distance horizontales des détections LMA, mais le nombre de détections acoustiques est très faible au-delà de 40km de distance (voir l'histogramme en haut, figure 4.15).



FIGURE 4.15 – Statistique globale sur toute la durée de 18h00 TU à 21h59m59s TU, pour les 56 décharges sélectionnées. En gris : détections LMA. En rouge détections PMCC reconstruites. De haut en bas : distribution des distances horizontales, distribution des azimuts, distribution des angles d'élévation à gauche, et distribution des altitudes.



FIGURE 4.16 – En haut : statistique globale sur toute la durée de 18h00 TU à 21h59m59s TU pour les 56 décharges sélectionnées. Distribution des angles d'élévation en fonction de la distance horizontale à la station acoustique. Détections LMA (gauche) et détections PMCC (droite). En bas : même graphique sur lequel on a superposé en jaune les angles d'élévation à la station acoustique de sources localisées entre les altitudes 1km (trait noir plein) et 10km (trait noir pointillé), et les distances 0km et 100km. (Pour une source à l'altitude h donnée et à différentes distances d de la station acoustique, l'angle d'élévation tracé ϕ est obtenu par $\phi(d) = \arctan(h/d)$).



FIGURE 4.17 – Statistique globale sur toute la durée de 18h00 TU à 21h59m59s TU pour les 56 décharges sélectionnées. Distribution des altitudes en fonction de la distance horizontale à la station acoustique. Détections LMA (gauche) et détections PMCC reconstruites (droite).

4.7.2 Capacité des mesures acoustiques à reconstruire les parties des décharges de faible altitude

Parmi les 56 décharges sélectionnées pour la période de 18h00 TU à 22h00 TU, 50 d'entre-elles présentent au moins une détection EUCLID au sol. Cela signifie que la décharge de foudre s'est étendue du nuage jusqu'au sol. Pour ces 50 événements, la figure 4.18 montre la distribution de 0km à 2km des altitudes des détections LMA et des détections PMCC reconstruites. Il apparaît très clairement que le système LMA détecte mal la partie basse des décharges nuage-sol. L'efficacité du LMA décroît lorsque l'altitude diminue. Au contraire PMCC détecte des sources à basse altitude entre 0km et 2km. On peut conclure que les méthodes acoustiques apportent ainsi une réelle information complémentaire à celle fournie par le LMA et EUCLID qui sont plus précises en espace et mieux résolues en temps, mais qui sont moins aptes à localiser en 3D les parties des arcs en retour proches du sol. Les méthodes acoustiques apportent de plus, pour ces parties basses des décharges des informations d'amplitude acoustique (pression) et de contenu fréquentiel acoustique⁸.



FIGURE 4.18 – Pour la période de 18h00 TU à 22h00 TU. Parmi les 56 flashs sélectionnés, 50 d'entre eux présentent au moins une détection EUCLID au sol (positive ou négative). Histogramme de gauche : distribution entre 0km et 2km des altitudes des détections LMA pour ces 50 décharges au sol. Colonne de droite distribution des altitudes reconstruites des détections PMCC pour ces mêmes 50 décharges. On voit très clairement que les détections acoustiques suivent mieux la partie basse des décharges que les méthodes électromagnétiques.

4.7.3 Distribution des distances horizontales par rapport à la station acoustique des détections LMA et PMCC

Les statistiques établies précédemment portaient sur les données pour tout l'orage de 18h TU à 22h TU. On se propose maintenant d'étudier l'évolution des statistiques au cours de l'épisode orageux.

La figure 4.19 montre de 18h00 TU à 22h00 TU l'évolution (par tranches d'une heure) des distances horizontales (par rapport à la station acoustique) des détections électromagnétiques et des détections acoustiques reconstruites. On constate que les formes des histogrammes sont qualitativement identiques. Les rapports des nombres de détections LMA et PMCC sont les suivants :

^{8.} Voir les graphiques au paragraphe 4.6.3 page 94.

- Cinq détections LMA pour 1 détection PMCC de 18h00 TU à 19h00 TU.
- Huit pour 1 de 19h00 TU à 20h00 TU.
- Six pour 1 de 20h00 TU à 21h00 TU.
- Huit pour 1 de 21h00 TU à 22h00 TU.

On remarque que sur toute la durée de l'orage, la méthode acoustique détecte très bien un grand nombre de sources jusqu'à des distances de 25km environ. Au-delà de 25km, la détection acoustique donne des résultats mais en nombre moins importants.

De 18h00 TU à 19h00 TU une cellule orageuse de faible activité (peu de d'activité LMA, environ 4%) passe entre 0km et 10km de la station, quelques détections PMCC y sont associées, mais avec un nombre de détections très faible, environ 1% entre 0km et 5km, et environ 13% entre 5km et 10km. Une seconde région où beaucoup de sources électromagnétiques sont détectées par le LMA se situe entre 10km et 30km. A cette région correspond une distribution de sources PMCC similaire.

Pour la tranche horaire de 19h00 TU à 20h00 TU on peut regrouper les détections LMA et PMCC en deux familles.

- Il y a un nombre très important de décharges entre environ 10km et 30km. Ce premier groupe est très bien suivi par l'acoustique.
- Entre 30km et 60km un second ensemble de détections LMA présente un nombre de détections qui diminue avec la distance. A ce groupe correspond un ensemble très faible (environ 2%) de détections acoustiques. Mais leur nombre est presque uniforme entre 30km et 60km, cette distribution est différente de la distribution pour les détections électromagnétiques.

Entre 20h00 TU et 21h00 TU l'orage est juste au-dessus de la station et il n'y a pas de décharge au-delà de 30km. On constate l'excellente corrélation entre le nombre de détections LMA et le nombre de détections acoustiques.

Enfin entre 21h00 TU et 22h00 TU le maximum de détections électromagnétiques est entre 20km et 35km de la station acoustique. Ceci ne correspond pas au maximum des détections acoustiques qui est situé entre 10km et 15km de distance. Quelques sources acoustiques sont reconstruites à une distance entre 65km à 75km, avec un ratio de détections identique à celui du troisième groupe décrit pour la tranche horaire de 19h00 TU à 20h00 TU (environ 2%).

Farges et al. [2012] ont montré des résultats similaires pour une étude de 5 années de détections infrasonores des éclairs en Côte d'Ivoire (voir figure 4.20). Dans le cas de leur étude, le nombre de détections acoustiques varie en décroissant jusqu'à 50km de distance. Puis il reste globalement constant, mais faible, quelle que soit la distance entre 75km et 250km.



FIGURE 4.19 – Tranches de une heure de 18h00 TU à 22h00 TU. En gris : évolutions des distances horizontales (par rapport à la station acoustique) des détections LMA pour les 56 décharges sélectionnées. En rouge : évolution correspondante des distances horizontales pour les détections PMCC reconstruites.



FIGURE 4.20 – Statistiques des détections acoustiques et électromagnétiques des éclairs en Côte d'Ivoire pour la période du printemps (ligne rouge) et pour l'automne (histogramme). La statistique tracée couvre 5 ans de données (2005–2009). Les tracés représentent la distribution du nombre de détections infrason dues aux éclairs en fonction de la distance. Elle est normalisée par la distribution des éclairs mesurée par le réseau mondial de détection des éclairs (acronyme : WWLLN, World Wide Lightning Location Network). Etude tirée de [Farges et al., 2012].

4.7.4 Suivi de l'évolution des cellules orageuses par mesure acoustique jusqu'à des distances de 70km

Il est possible de tracer la position des points acoustiques reconstruits pour l'ensemble des 56 décharges sélectionnées sur une carte latitude-longitude en fonction du temps. La figure 4.21 présente trois exemples de cartes tracées sur un intervalle de temps de 10 minutes et à une heure d'intervalle (l'annexe A donne le détail par tranche de 10 minutes sur toute la durée de l'orage, de 18h30 TU à 22h00 TU). En identifiant les cellules orageuses aux décharges de foudre à l'intérieur (décharges qui sont détectées par le LMA et EUCLID), on peut voir que la reconstruction acoustique suit correctement ces cellules qui passent au-dessus de la station durant l'orage. De 19h40 TU à 19h50 TU, un ensemble de détections électromagnétiques est localisé au Nord-Est à environ 40km de la station. Il n'est pas détecté par PMCC. Mais de nombreuses détections acoustiques sont localisées entre les azimuts Sud–Ouest et Ouest, à environ 25km de la station. De 20h40 TU à 20h50 TU, l'orage est au-dessus de la station. Toutes les détections acoustiques sont à moins de 20km de la station. Les sources acoustiques plus éloignées, entre 20km et 30km de la station entre le Nord-Ouest (azimut 280°) et le Nord-Nord-Est (azimut 30°), sont masquées et PMCC ne les détecte pas. Il en est de même pour les sources dans la région Nord-Est (azimut 45°) aux distances entre 50km et 75km. De 21h40 TU à 21h50 TU l'orage s'éloigne. Mais pour deux lieux de décharges (azimut Nord entre 25km et 50km. et azimut Sud-Ouest entre 60km et 75km) des détections acoustiques sont clairement reconstruites aux endroits où sont localisées les détections EUCLID. On constate que la majorité des détections acoustiques reconstruites sont localisées en distance et azimut aux endroits où sont localisées les détections EUCLID.



FIGURE 4.21 – Suivi des détections EUCLID, LMA et des détections PMCC reconstruites pour 3 tranches horaires de 10 minutes. Pour une paire de graphiques, carte de gauche : détections LMA (régions grisées) et détections EUCLID (points bleus). Carte de droite : détections LMA et détections PMCC reconstruites (points rouges).

Les histogrammes figure 4.22 étudient la distribution des azimuts des détections LMA et PMCC par tranche d'une heure. Qualitativement, l'accord est excellent entre les azimuts des détections LMA par rapport à la station acoustique et les azimuts déterminés par PMCC, et ce pour toute la durée de l'orage.

De 18h00 TU à 19h00 TU, le LMA détecte des sources dans deux azimuts principaux, l'azimut Nord-Est (entre 345° et 90°) et l'azimut Sud-Est (entre 210° et 255°). Ces deux azimuts sont parfaitement suivis par les détections PMCC, avec des populations similaires dans les canaux d'histogramme.

De 19h00 TU à 20h00 TU, les mesures électromagnétiques montrent que la première cellule orageuse s'est concentrée dans les azimuts du Nord au Nord-Est (entre 0° et 50°). La seconde cellule orageuse s'est déplacée vers les azimuts du Sud-Ouest au Nord-Ouest (entre 230° et 300°). Le premier azimut présente une forte activité (de 6% à 43% de l'ensemble des détections LMA, les grandeurs sont comparables à celles de la tranche horaire précédente), et le second azimut présente une activité moindre (6% au maximum). On constate que PMCC a parfaitement détecté les azimuts des sources acoustiques présentes dans chacune de ces deux directions. Mais pour les données acoustiques les distributions des populations dans les canaux d'histogramme sont comparables pour les deux directions, ce qui n'est pas le cas pour les distributions des détections LMA.

De 20h00 TU à 21h00 TU, l'orage étant au-dessus de la station acoustique, les détections LMA et PMCC balayent tous les azimuts. Il y a une excellente corrélation entre les résultats des deux méthodes, sauf pour les azimuts entre 120° et 150° où peu de détections acoustiques sont présentes. Les amplitudes des canaux d'histogramme sont similaires.

Enfin de 21h00 TU à 22h00 TU, trois azimuts présentent des détections. Du Nord à l'Est l'activité détectée par le LMA est très forte (environ 12% avec un maximum à 25% environ). Cette distribution se poursuit depuis le Nord jusqu'à l'Ouest mais avec un nombre faible de détections (moins de 5%). Enfin une cellule orageuse est dans l'azimut Sud-Ouest (azimut 135°) avec 10% des détections environs. PMCC détecte un nombre important de sources acoustiques entre les azimuts 0° et 54° (de 15% à 25% des détections). Les autres azimuts présentent des proportions plus faibles (environ 5%).



FIGURE 4.22 – Evolution des azimuts par tranches d'une heure de 18h00 TU à 22h00 TU. En gris : pour les détections LMA des 56 décharges sélectionnées. En rouge : pour les détections PMCC correspondantes.
4.7.5 Comparaison des distributions des altitudes des sources détectées par le LMA et des détections PMCC.

La figure 4.23 page 110 montre, par tranches de une heure de 18h00 TU à 22h00 TU, la distribution des altitudes des détections LMA et la distribution des altitudes des détections PMCC reconstruites. On peut voir que pour chacune des quatre heures, les détections LMA suivent le même type de distribution, les décharges détectées par le LMA s'organisent en deux couches principales. La première est à basse altitude entre 2km et 5km. Et la deuxième, moins importante, est à plus haute altitude ente 8km et 10km. Il n'y a pas d'activité électrique détectée par le LMA au-dessus de 12km d'altitude. L'activité électrique détectée en-dessous de 2km est très faible⁹, cela a été étudié au paragraphe 4.7.2 page 101. Qualitativement, les histogrammes pour les détections PMCC ne présentent pas les mêmes distributions que les distributions LMA correspondantes.

De 18h00 TU à 19h00 TU, on peut différencier trois couches d'activité LMA, entre 2km et 3km d'altitude (environ 8%), entre 3.5km et 5km d'altitude (environ 14%) et entre 8km et 10km d'altitude (environ 3%). La reconstruction des détections PMCC permet de différencier seulement deux couches de sources acoustiques, entre 2km et 4km (de 8% à 12%) et entre 7km et 8km (environ 4%). On ne peut identifier aucune détection LMA ou PMCC à une altitude supérieure à 11km.

De 19h00 TU à 20h00 TU la région à très basse altitude en-dessous de 2km présente peu de détections LMA et de détections PMCC (maximum de 3% et de 2% respectivement). Aucune détection n'est faite aux altitudes entre 0m et 1km pour le LMA, et entre 0m et 500m pour PMCC. La région entre 3km et 5km présente une très forte activité électrique (jusqu'à 22%). Cette altitude où l'activité est maximale est correctement reconstruite à partir des détections PMCC; le maximum de la distribution des altitudes reconstruites pour les détections acoustiques varie entre 10% et 13% aux altitudes entre 3.5km et 4.5km. Entre 5km et 8km d'altitude, l'histogramme présente peu de détections LMA (entre 2% et 3%). La distribution des détections PMCC reconstruites à ces altitudes diffère, la population des canaux de l'histogramme est plus importante et décroit de 7% pour l'altitude 5km, vers 3% environ à 7.5km d'altitude. Entre 4% et 6% des détections PMCC sont reconstruites entre 8km et 9km d'altitude. Ceci correspond à la seconde région d'activité électrique intense suivie par le LMA aux altitudes entre 8km et 10km. Un nombre non négligeable de détections PMCC sont reconstruites avec une surestimation importante de l'altitude, au-dessus de 10km jusqu'à 16km. Elles ne sont associées à aucune détection LMA.

De 20h00 TU à 21h00 TU, on rappelle que l'activité orageuse est juste au-dessus de la station acoustique et que plusieurs décharges établissent une connexion entre le nuage d'orage et le sol à moins de 10km de la station acoustique. La distribution en altitude des sources PMCC reconstruites est qualitativement symétrique autour de 5km d'altitude. De nombreuses sources acoustiques sont reconstruites entre 0km et 2 km d'altitude. Ceci n'est pas le cas pour les décharges LMA. La population des canaux de l'histogramme pour les sources acoustiques reconstruites augmente continûment entre 500m et 4km d'altitude et passe de 2% à partir de 500m à 8% environ à 3.5km d'altitude. Cette distribution croissante et continue ne correspond pas à la distribution des altitudes des sources électromagnétiques détectées par le LMA pour ces altitudes. Ce point a été étudié plus en avant au paragraphe 4.7.2. Entre 4km et 5.5km d'altitude la distribution pour les sources détectées par PMCC atteint son maximum, entre 13% et 15%. L'altitude de ce maximum et son amplitude correspondent au maximum de la distribution des détections LMA. Puis entre 5.5km et 11km d'altitude, la reconstruction des sources acoustiques détectées par PMCC diminue régulièrement de 8% à 5.5km d'altitude jusqu'à moins de 1% à 10km d'altitude. Cette distribution ne décrit pas correctement la séparation des deux

^{9.} Elle varie de 0% au sol à 3% environ.

couches de décharges observée avec le LMA, ainsi que l'activité électrique importante entre 8km et 10km d'altitude. Un nombre très faible de sources acoustiques sont reconstruites au-delà de 11km d'altitude. L'article de MacGorman et al. [1981] donne une étude de la distribution des altitudes des sources acoustiques reconstruites pour 3 cas d'orages aux Etats-Unis. L'étude que l'on propose permet d'interpréter et d'expliquer les distributions qu'il a obtenues. Par exemple la figure 4.24 montre une distribution que les auteurs ont obtenu pour un orage au-dessus du Colorado. On peut relever la similitude entre la forme de la distribution tracée et la distribution que nous observons. Il est intéressant de noter que, pour que la méthode acoustique puisse différencier (même difficilement) les deux couches de décharges (altitudes 5km et 9km), il faut que les cellules orageuses soient un peu éloignées (à plus de 10km environ¹⁰) de la station acoustique. Lorsque l'orage est au dessus de la station, les sources acoustique de la couche supérieure sont masquées par les sources acoustiques de la couche inférieure.

Enfin, de 21h00 TU à 22h00 TU l'orage s'éloigne de la station, et la distribution en altitude des sources acoustiques reconstruites ressemble à la distribution en altitude correspondante pour la tranche horaire de 19h00 TU à 20h00 TU. Des détections acoustiques sont reconstruites entre 0km et 1.5km d'altitude (de 1% à 2%). Le maximum de la distribution est atteint ente 2km et 3.5km d'altitude (12%), soit plus bas que le maximum de la distribution LMA pour cette heure. Puis la distribution décroît entre 3.5 et 11km d'altitude (de 8% à 1%). Comme pour le cas de la deuxième tranche horaire, des sources acoustiques sont reconstruites trop haut, au-dessus de 11km d'altitude.

109



FIGURE 4.23 – Tranches de une heure de 18h00 TU à 22h00 TU. En gris : évolution des altitudes des détections LMA pour les 56 décharges sélectionnées. En rouge : altitudes des détections PMCC reconstruites.



Fig. 11. The vertical distribution of reconstructed points from the Colorado storm. The graph shows the average number of acoustic sources reconstructed in each 0.5-km slice for 35 lightning flashes. Note that this is a smaller increment than is used in Figures 6, 7, and 13. The average number of points in a slice is a rough measure of the amount of horizontal structure in the slice for a typical lightning flash. Altitude is measured from the ground (approximately 1450 m MSL).

FIGURE 4.24 – Distribution des altitudes des sources acoustiques reconstruites obtenue par MacGorman et al. [1981] pour un orage dans le Colorado. Source [MacGorman et al., 1981]

4.8 Analyse temps fréquence des signaux de tonnerre

4.8.1 Etude de spectres du bruit de fond durant l'orage

La figure 4.25 donne les spectres de bruit de fond enregistrés le 26 octobre 2012 par le microphone du centre du réseau de microphones et par le microbaromètre du centre du réseau de microbaromètres, pour 5 plages de temps. Le bruit de fond étant supposé être stationnaire, donc sans durée caractéristique, des spectres dimensionnés en densité spectrale de puissance ont été calculés. Ceci a permis de choisir des plages de temps de longueurs différentes, adaptées aux moments au cours de l'orage où il n'y a pas de signaux de tonnerre enregistrés.

La plage de temps de 00h00m TU à 00h05m TU correspond au bruit de fond durant la nuit, il n'y avait alors aucun orage. Le niveau global du spectre est le plus bas de l'ensemble des spectres tracés. On constate une remontée du spectre en dessous de 20Hz. Pour les deux plages de temps 19h21m00s TU-19h26m00s TU et 19h50m00s TU-19h54m10s TU, l'orage est en cours de formation et le niveau de bruit de fond augmente pour les fréquences audessus de 20Hz. Au cœur de l'orage, la fenêtre temporelle de 20h45m50s TU-20h47m10s TU a été choisie juste entre deux signaux impulsionnels de tonnerre. Le signal n'est plus simplement du bruit de fond mais est bien l'activité ambiante de tonnerre. Le signal est maximal avec une montée du niveau du spectre pour toutes les fréquences, infrasonores comme acoustiques. Enfin pour la plage horaire de 21h48m30 TU-21h49m20 TU l'activité orageuse diminue. On constate que le niveau du spectre pour les fréquences inférieures à 20Hz est redescendu et avoisine le niveau pour les deux plages de temps de 19h TU. L'amplitude du spectre pour les fréquences supérieures à 20Hz a diminué aussi, mais elle reste légèrement supérieure aux deux spectres de 19h TU. Une évolution similaire des spectres a été observée par Farges et Blanc [2010] pour les infrasons, entre 0.1Hz et 8Hz (voir la figure 9 de leur article).

On note que les niveaux en puissance des spectres de bruit de fond varient entre $10^{-5} \text{ Pa}^2/\text{Hz}$ et $10^{-8} \text{ Pa}^2/\text{Hz}$. On retiendra que le niveau du spectre de bruit de fond durant l'orage (fenêtre temporelle 20h45m50s UTC–20h47m10s UTC) est approximativement de $5 \times 10^{-7} \text{ Pa}^2/\text{Hz}$ entre 10Hz et 60Hz.



FIGURE 4.25 – Densités spectrales de puissance de signaux de bruit de fond pour la journée du 26 octobre 2012, pour différentes plages de temps mesurés par le microphone (MP1) et le microbaromètre (MB1) centraux. Les fréquences inférieures à 1Hz sont filtrées pour atténuer la présence de la houle dans les signaux enregistrés. Pour le cas du microphone, les fréquences supérieures à 70Hz ont été filtrées et ne sont pas étudiées du fait de la résonance décrite au chapitre précédent. Les densités spectrales de puissance calculées sont dimensionnées en Pa^2/Hz . Les spectres ont été lissés par convolution avec une fenêtre de Hann.

4.8.2 Contenu fréquentiel des différentes parties de la décharge de 20h35m00s TU

La figure 4.26 montre l'évolution dans le temps du contenu fréquentiel du signal de tonnerre. On constate que le signal associé à l'arc en retour (de 5s à 15s, distance des décharges de 2km à 6km du centre de la station) présente un contenu fréquentiel large : des plus basses fréquences jusqu'à moins 40Hz. Le contenu fréquentiel en dessous de 10Hz n'est pas du tout négligeable par rapport au contenu à plus haute fréquence. A partir du temps 15s jusqu'à la fin de la décharge, les sources acoustiques s'éloignent de 6km jusqu'à 18km en distance directe (voir le graphique de la distance directe D en fonction du temps dans la figure 4.10 page 90). De 15s à 45s l'amplitude du spectrogramme diminue, mais les détections PMCC montrent que le contenu fréquentiel que l'on peut associer à des sources acoustiques cohérentes reste très large bande. A partir de 45s le contenu fréquentiel diminue de 30Hz jusqu'à 15Hz, et l'amplitude associée dans le spectrogramme est très faible.

La figure 4.27 montre les densités spectrales d'énergie ¹¹ associées aux différentes parties de la décharge. De 0s à 16s, le signal enregistré par le microphone et le microbaromètre colocalisés correspond au signal acoustique émis par l'arc en retour lui-même. Le contenu spectral est à large bande. Les niveaux des fréquences infrasonores entre 10Hz et 20Hz sont comparables au niveaux des fréquences acoustiques (supérieures à 20Hz). De 16s à 56s, le signal correspond au signal acoustique émis par la partie de la décharge intra-nuage qui s'éloigne horizontalement vers le Sud (voir le graphique de l'azimut en fonction du temps dans la figure 4.10 page 90). Les niveaux sont de deux décades plus petits que pour le spectre précédent. L'amplitude spectrale décroît avec l'augmentation de la fréquence. Ce spectre ne permet pas de conclure si l'atténuation des hautes fréquences dans le spectre est une caractéristique propre au signal émis par la décharge intra-nuage, en effet il faut aussi considérer l'effet d'atténuation acoustique avec la distance au capteur.

Nous avons noté que les niveaux en puissance des spectres de bruit de fond sont approximativement de 5×10^{-7} Pa²/Hz entre 10Hz et 60Hz (voir paragraphe 4.8.1). Pour pouvoir comparer ces niveaux aux niveaux des spectres en énergie des signaux de tonnerre nous transformons le niveau en puissance en un niveau en énergie en multipliant le niveau du spectre de bruit de fond par un temps caractéristique du signal de tonnerre. On définit ce temps caractéristique comme étant la durée de la fenêtre temporelle choisie, soit environ 60s. Ceci nous donne une estimation d'un niveau maximal de bruit de fond : approximativement 10^{-5} Pa²/Hz². Pour le signal tonnerre produit par l'arc en retour, l'amplitude du spectre est donc environ 10^4 fois grande que celle du spectre de bruit de fond le plus élevé. L'amplitude du spectre du signal émis par la partie intra-nuage de la décharge est, elle, environ 10 fois plus élevée.

Enfin, la figure montre que la réponse du microbaromètre est la même que la réponse du microphone, alors que les technologies utilisées sont différentes. Ceci est un résultat intéressant pour des applications opérationnelles au sein du CEA.



FIGURE 4.26 – Eclair de 20h35m00s. En haut : altitudes des sources LMA et altitudes des sources PMCC après reconstruction en fonction du temps à la station acoustique. Deuxième graphique : spectrogramme du signal enregistré sur le microphone du centre de la station. On rappelle que le contenu en dessous de 1Hz a été filtré pour supprimer la houle venant de l'Atlantique. Troisième graphique : bande de fréquences et amplitude des détections PMCC en fonction du temps. Une cellule montre l'extension de la fenêtre de temps et de la bande de fréquences d'une détection PMCC. Quatrième graphique : angle d'élévation en fonction du temps. Dernier graphique : signal enregistré par le microphone du centre de la station.



FIGURE 4.27 – Signal de pression (en haut) et densité spectrale d'énergie (en bas) associés aux différentes parties de la décharge, pour le microphone (MP1) et le microbaromètre (MB1) du centre des réseaux. Les densités spectrales d'énergie calculées sont dimensionnées en Pa²/Hz². A gauche arc en retour. A droite partie horizontale intra-nuage de la décharge. Les signaux de tonnerre étant des signaux transitoires, des spectres en énergie ont été calculés. Les spectres ont été lissés par convolution à une fenêtre de Hann.

4.8.3 Contenu fréquentiel du signal acoustique associé à la décharge de 20h35m58s TU

On peut étudier à la figure 4.28 le contenu fréquentiel enregistré sur le microphone du centre de la station. On constate que les amplitudes dans le spectrogramme sont plus faibles que pour le cas de l'éclair de 20h35m00s, même pour les parties de la décharge les plus proches de la station. PMCC a identifié des détections cohérentes à toutes les fréquences de 1Hz à 40Hz tout au long de la décharge, et ce jusqu'aux parties associées aux sources les plus lointaines. En effet, dans la figure 4.28, le troisième graphique en partant du haut montre que des détections entre 30Hz et 40Hz sont présentes pour les temps supérieurs à 50s, cela correspond aux sources éloignées au-delà de 20km (voir le tracé de la distance directe en fonction du temps dans la figure 4.12 page 93).

La figure 4.28 montre qu'il est difficile de séparer les différentes phases de la décharge. En effet, contrairement au cas précédent où une partie verticale et une partie horizontale de la décharge ont été clairement différenciées, ici les signaux acoustiques émis par chacune des deux couches de la décharge se superposent dans le signal enregistré par la station. La figure 4.29 montre le signal complet et son spectre (dimensionné en densité spectrale d'énergie). Les niveaux du spectre sont plus bas que dans le cas du spectre de l'arc-en-retour étudié au paragraphe 4.8.2. Le spectre décroît alors que les fréquences augmentent. On constate qu'il y a toujours un excellent accord entre le spectre du signal enregistré par le microphone et le spectre du signal enregistré par le microbaromètre.



FIGURE 4.28 – Eclair de 20h35m58s. Même légende qu'à la figure 4.26



FIGURE 4.29 – Signal de pression (en haut) et densité spectrale d'énergie (en bas, dimensions : Pa^2/Hz^2), pour le microphone (MP1) et le microbaromètre (MB1) du centre des réseaux.

4.8.4 Comparaison des spectres des signaux de tonnerre

Parmi l'ensemble des 56 décharges sélectionnées, 5 d'entre elles sont des éclairs très proches de la station. Ces décharges se sont produites durant la demi-heure de 20h30 TU à 21h TU où l'orage était juste au-dessus de la station. Ces cinq décharges présentent une connexion avec le sol dont la composante verticale de la décharge a été parfaitement reconstruite. La figure 4.30 montre l'ensemble des spectres qui ont été tracés pour la composante verticale de la décharge, et pour la composante horizontale.

Il est hasardeux de tenter d'analyser finement ces spectres et de les comparer les uns aux autres. On constate qualitativement que les contenus spectraux des signaux de tonnerre émis par les arcs en retour (extension verticale des décharges) sont – comme décrit avant – à large bande. Le contenu infrasonore en-dessous de 20Hz est, dans le spectre, à un niveau comparable au contenu pour les fréquences acoustiques (supérieures à 20Hz).

Les spectres des parties intra-nuage des décharges décroissent lorsque la fréquence augmente.



FIGURE 4.30 – Ensemble des densités spectrales d'énergie (Pa^2/Hz^2) des 5 décharges très proches de la station et ayant touché le sol. Elles se sont produites entre 20h30 TU et 21h TU. Colonne de gauche : spectre de la partie verticale de la géométrie de la décharge. Colonne de droite : spectre de la partie intra-nuage horizontale de la décharge. Les spectres ont été lissés par convolution à une fenêtre de Hann.

Cinq décharges présentant une structure en couche ont été aussi identifiées. La figure 4.31 montre les spectres des signaux enregistrés au microphone MP1 et au microbaromètre MB1. Les spectres pour le microphone MP1 montrent une tendance faiblement décroissante depuis les basses jusqu'aux plus hautes fréquences. Les niveaux des spectres apparaissent comme relativement constants pour le microbaromètre MB1. Nous ne pousserons pas plus loin l'analyse dans cette thèse. Mais la poursuite de l'étude fine de ces signaux enregistrés constitue un axe intéressant pour des travaux futurs.

Deux modèles sont discutés dans la littérature pour expliquer les mécanismes de production des différents contenus fréquentiels du tonnerre : le modèle de Few [1969]



FIGURE 4.31 – Ensemble des densités spectrales d'énergie (Pa^2/Hz^2) des 5 décharges très proches de la station ayant présenté une structure en couches. Elles se sont produites entre 20h30 TU et 21h TU.

propose d'associer le contenu haute fréquence observé dans les signaux de tonnerre aux signaux acoustiques émis par les arcs en retour. Dessler [1973] et Pasko [2009a] tentent d'expliquer le contenu infrasonore observé dans les signaux de tonnerre par un mécanisme électrostatique qui se déroule à l'intérieur du nuage d'orage lui-même. A chacune de ces parties identifiées dans le signal acoustique, nous avons pu associer un spectrogramme et un spectre, et ainsi montrer que les arcs en retour – contrairement à ce que prédit le modèle de Few – rayonnent un champ acoustique de spectre large depuis les infrasons jusqu'à l'acoustique, avec une distribution relativement uniforme du contenu fréquentiel depuis 1Hz jusqu'à au moins 40Hz (limites de notre étude), et sans maximum clairement marqué. Aucun spectre tracé pour les arcs en retour ne montre une décroissance prononcée du contenu fréquentiel infrasonore (en-dessous de 20Hz) par rapport au contenu acoustique. Ce résultat apporte une argumentation claire et étayée au débat toujours ouvert qui pose la question de l'origine des infrasons enregistrés dans les signaux de tonnerre. Nous pouvons donc conclure que le modèle de Few prédisant un maximum du spectre pour les fréquences acoustiques (environ 50Hz) doit être étendu aux infrasons.

4.9 Exploration des données acoustiques enregistrées sur le réseau de microbaromètres

Le réseau de microbaromètres est un triangle de 500m de côté. Les signaux acoustiques enregistrés sur ce réseau ont été post-traités de 1Hz à 20Hz avec PMCC de la même façon que les données enregistrées par les microphones.

L'étude des détections déterminées par PMCC montre que les données obtenues sur le petit réseau acoustique sont plus riches et la cohérence entre les différents points du réseau est meilleure. En exemple, nous donnons la vue synthétique associée à l'éclair de 20h35m00s TU (figure 4.32). Pour ce cas, très peu de détections ont été trouvées par l'algorithme PMCC avec les réglages utilisés (ils sont pourtant les mêmes que dans le cas des données issues des microphones). Cependant un signal acoustique est clairement présent (l'amplitude maximale est de 2Pa environ).



FIGURE 4.32 – Vue exploratoire pour l'éclair de 20h35m00s TU, pour les données enregistrées sur le réseau de microbaromètres. Points gris : détections LMA. Points rouges : détections PMCC. Symboles bleus : détections EUCLID.

On peut interpréter cette différence en rappelant que :

- l'on a démontré que les spectres enregistrés sur le microphone et le microbaromètre co-localisés étaient les mêmes de 1Hz à 25Hz,
- les réglages utilisés par l'algorithme PMCC sur les données des microbaromètres sont les mêmes que les réglages utilisés pour la plage de fréquences de 1Hz à 25Hz, utilisés pour les données enregistrées par les microphones¹².

Le seul point de différence est la taille des deux réseaux, 500m pour le réseau de microbaromètres et 50m pour le réseau de microphones. Des fréquences caractéristiques

^{12.} Soulignons que le succès des paramètres utilisés pour l'algorithme PMCC sur les données enregistrées par les microphones, ne garantit pas que ce choix soit le meilleur s'il est appliqué aux enregistrements des microbaromètres.

associées aux dimensions des réseaux peuvent être définies en associant la distance entre les capteurs à la longueur d'onde la plus petite détectable par le réseau (voir tableau 4.1). On peut conclure que la taille du réseau de microphones est adaptée aux fréquences que l'on souhaite étudier (infrasons proches et fréquences acoustiques). Pour des fronts d'onde avec des fréquences acoustiques, les 4 points du réseau de microbaromètres sont trop espacés. Les fronts d'onde parcourent une distance suffisante pour que les formes d'onde acoustiques se décorrèlent les unes des autres au cours de la traversée du grand réseau. Des résultats compatibles avec ces conclusions ont été établis par d'autres auteurs. Farges et Blanc [2010] analysent les données d'enregistrements de tonnerre observés lors de la campagne Eurosprite 2005, les auteurs travaillent entre 0.1Hz et 8Hz. Au cours de cette campagne un réseau de 4 microbaromètres disposés au sommet d'un triangle de 1km de côté (le dernier microbaromètre était placé au centre du réseau) a été déployé en France. Le post-traitement PMCC ne fournit que quelques détections par décharge (voir figure 11 de leur article). Dans leur article de 2011, Arechiga et al. utilisent un réseau de 50m de côté. Et en 2013, Chum et al. [Chum et al., 2013a] ont déployé un réseau de 3 microbaromètres assemblés en un triangle de 200m de côté. La synthèse des observations montre que pour observer les éclairs à l'aide de mesures acoustiques, il est nécessaire d'utiliser des réseaux de petite taille.

	réseau de microphones	réseau de microbaromètres
côté	$50\mathrm{m}$	$500\mathrm{m}$
fréquence caractéristique	$6.8 \mathrm{Hz}$	$0.68 \mathrm{Hz}$
distance centre–sommet	28m	288m
fréquence caractéristique	12Hz	$1.2 \mathrm{Hz}$

TABLE 4.1 – Fréquences acoustiques associées à la géométrie des deux réseaux déployés durant la campagne SOP1 d'HyMeX.

4.10 Conclusions

Ce chapitre était consacré à l'analyse des données acoustiques et électromagnétiques des éclairs d'orage enregistrées durant un orage qui est passé au-dessus de la station acoustique du CEA le 26 octobre 2012 de 18h TU à 22h TU. Cet événement a été choisi car il n'est pas trop intense, et les éclairs peuvent-être clairement distingués les uns des autres. L'étude des données a permis d'établir plusieurs résultats.

Tout d'abord nous avons observé une excellente corrélation générale entre les détections acoustiques construites par un postraitement des signaux enregistrés par le réseau de microphones à l'aide de l'algorithme opérationnel PMCC, et les détections électromagnétiques fournies par deux outils différents (un réseau de recherche et un réseau opérationnel). Les vues synthétiques que l'on propose permettent de montrer que l'accord est excellent pour les azimuts (figures 4.5 page 84, 4.6 et 4.7). Il est très bon pour les angles d'élévation des sources proches de la station acoustique (moins de 10km). Le postraitement des données enregistrées par le petit réseau de microphones avec l'algorithme opérationnel PMCC est un succès. En effet PMCC a été capable de suivre les très fortes variations d'azimut et d'angle d'élévation correspondant aux différentes étapes du développement de la géométrie des décharges qui se sont produites très près de la station, et ce jusqu'à une fréquence acoustique de 40Hz (voir les exemples donnés figures 4.10 page 90 et 4.12 page 93). Ces résultats sont intéressants pour les applications opérationnelles au sein du CEA.

A l'aide d'une hypothèse très simple de propagation acoustique en ligne droite à une vitesse du son de 340m/s (la valeur est étayée par comparaison aux sorties reanalysées du code AROME-WMED, voir figure 4.2 page 79), et en faisant l'approximation justifiée que les durées des décharges de foudre sont instantanées par rapport aux durées acoustiques (voir figure 4.8 page 87), nous avons pu reconstruire acoustiquement la géométrie tridimensionnelle des décharges de foudre. Pour toutes les décharges reconstruites de 18h TU à 22h TU l'accord entre les distances horizontales des détections acoustiques reconstruites et les distances horizontales des détections LMA et EUCLID par rapport à la station acoustique, est excellent (voir figure 4.21 page 105) et ce jusqu'à des distances de 80km. On note par ailleurs que la majorité des détections PMCC sont reconstruites en distance aux endroits où se sont produites les décharges au sol et intra-nuage détectées par EUCLID.

Pour les décharges les plus proches, la reconstruction acoustique fournit des résultats très bons sur les altitudes des sources acoustiques reconstruites. En particulier, 5 décharges au sol et 5 décharges intra-nuage, proches de la station acoustique (à moins de 20km) ont été correctement reconstruites acoustiquement. Pour les décharges au sol, les points d'impact obtenus construits à partir des données acoustiques correspondent aux localisations des détections du réseau EUCLID. Nous observons que la méthode acoustique permet de suivre et reconstruire la partie à basse altitude des décharges de foudre, en dessous de 2km d'altitude, alors que le réseau LMA n'est pas capable d'obtenir ces parties de la géométrie des décharges. Nous montrons ainsi que les méthodes acoustiques apportent de réelles informations complémentaires aux méthodes électromagnétiques. En revanche, la méthode acoustique n'identifie pas la séparation des détections LMA en deux intervalles principaux sur les altitudes (important nombre de détections LMA pour les altitudes 4km–5km et 8km–10km). Nous n'avons pas d'interprétation claire pour expliquer ce fait.

Pour les décharges plus lointaines (dès 20km de distance), une surestimation importante est commise dans l'établissement des altitudes des sources acoustiques reconstruites (figure 4.17 page 100). Pour ces distances, l'hypothèse simple d'une propagation en ligne droite en milieu homogène (à la célérité du son $c_0 = 340$ m/s) n'est plus suffisante. L'annexe G page 199 propose une étude préliminaire, à l'aide du code de propagation présenté au chapitre 5, pour étudier ce biais en supposant que celui-ci résulte des effets de propagation non homogène 13 avec vent.

Au paragraphe 4.8 page 112 nous avons pu associer chacune des parties du signal acoustique enregistré au centre du réseau, à une étape du développement de la géométrie des décharges. Nous avons montré que les spectres des signaux enregistrés sont des spectres larges (depuis les infrasons jusqu'aux fréquences acoustiques), avec un contenu relativement uniforme et ce même pour des sources lointaines. Mais la plage des fréquences utilisables est limitée à un maximum de 60Hz par la résonance des microphones; alors que l'échantillonnage ayant été réalisé à 500Hz, un maximum de 250Hz était théoriquement accessible. Ce résultat apporte une argumentation claire et étayée au débat toujours ouvert qui pose la question de l'origine des infrasons enregistrés dans les signaux de tonnerre. Nous montrons par ailleurs que le spectre du signal acoustique enregistré sur un microphone et le spectre du signal enregistré par un microbaromètre colocalisé sont les mêmes (voir figures 4.27 page 116 et 4.29 page 119). Ceci constitue un résultat intéressant pour des applications opérationnelles, notamment dans le cadre d'études pour le CTBTO. Enfin, nous montrons paragraphe 4.9 que le choix des paramètres de post-traitement des données acoustiques enregistrées par le grand réseau de microbaromètres ne permet pas d'obtenir les résultats construits à partir des données du petit réseau de microphones. Ceci est lié à la taille du réseau acoustique. Une ouverture consisterait à rechercher d'autres réglages qui conduiraient à de meilleurs résultats pour les données du réseau de microbaromètres. Nous montrons que pour étudier les éclairs par méthode acoustique, il est nécessaire d'utiliser un petit réseau. Il est prévu d'explorer d'autres journées avec la même méthodologie.

Enfin, pour des études dans un rayon de 25km, un petit réseau acoustique tel que celui présenté et relié à un dispositif de mesure de champ électrique pour assurer la datation des décharges, permettrait leur reconstruction tri-dimensionnelle. La mise en œuvre d'un tel système serait beaucoup moins coûteuse que le déploiement d'un réseau tel que le LMA, elle pourrait-être envisagée dans le futur.

^{13.} Prise en compte du profil de température avec l'altitude.

Méthode de simulation numérique bidimensionnelle de la propagation non linéaire dans l'atmosphère

Sommaire

- 5.1 Introduction
- 5.2 Équation de l'acoustique non linéaire en écoulement atmosphérique
- 5.3 Equation partiellement unidirectionnelle
- 5.4 Algorithme à pas fractionnés
- 5.5 Discrétisation numérique
- 5.6 Tests de validation
- 5.7 Propagation d'une onde de choc émise par une source explosive en présence d'un écoulement de couche limite
- 5.8 Conclusion

5.1 Introduction

Le déploiement du réseau IMS pour la vérification du Traité d'Interdiction Complète des Essais nucléaire nécessite la capacité de simuler efficacement la propagation d'ondes de choc acoustiques dans l'atmosphère terrestre sur de grandes distances, ceci afin de calculer la déformation des formes d'onde impulsives émises par des explosions au cours de leur propagation à travers l'atmosphère hétérogène (hétérogénéités scalaires et vectorielles) depuis la source jusqu'à un détecteur. Dans ce chapitre nous nous intéressons plus particulièrement à la propagation d'ondes de choc acoustiques dans des écoulements de type atmosphérique. La prise en compte simultanée de ces deux phénomènes est importante car, en raison de leur nature cumulative, ces effets deviennent dominants lorsque la distance de propagation est supérieure à une dizaine de kilomètres. D'un point de vue numérique, leur prise en compte est délicate. Plusieurs stratégies de simulation sont alors envisageables, nous distinguons dans la suite trois types d'approches :

- les méthodes basées sur l'acoustique géométrique, qui reposent sur des hypothèses restrictives mais dont les coûts de calcul sont faibles,
- les approches basées sur la résolution des équations de la mécanique des fluides, avec le moins de modélisation possible mais aux coûts de calcul très importants,
- enfin, les approches intermédiaires qui nécessitent un certain degré d'approximation pour un coût de calcul modéré.

La méthode de tracé de rayons (pour une présentation de celle-ci, on pourra se référer à [Pierce, 1989]) est couramment utilisée pour simuler la propagation des ondes acoustiques infrasonores sur des distances importantes avec ou sans la prise en compte d'effets non linéaires [Whitham, 1956; Hayes et al., 1969] et de la présence d'écoulements atmosphériques [Gainville, 2008]. Son efficacité numérique permet de l'utiliser pour réaliser des analyses statistiques [Blumrich et al., 2005; Le Pichon et al., 2002]. Cependant, cette approche présente plusieurs limitations importantes. Elle est basée sur une approximation haute fréquence et ne permet pas de décrire les effets de diffraction associés à la pénétration d'ondes acoustiques de basses fréquences dans les zones d'ombre [Coulouvrat, 2002], à l'augmentation locale de l'amplitude acoustique près des caustiques [Marchiano et al.,

2003] ou à la diffusion par les structures turbulentes dans la couche limite planétaire [Blanc-Benon et al., 2002].

A l'inverse, il est possible de résoudre numériquement les équations de l'hydrodynamique en limitant au maximum les hypothèses de modélisation. Par exemple, la propagation d'ondes acoustiques impulsionnelles dans un milieu hétérogène en présence d'écoulements stationnaires peut être traitée par les équations d'Euler linéarisées. Ostashev et al. [2005] propose un ensemble de deux équations couplées (dont une vectorielle) dérivées de cette approche, où les inconnues sont la pression acoustique et la vitesse acoustique. Ces équations ont été implémentées par Cheinet et al. [2012] pour calculer la propagation linéaire d'un champ acoustique à travers un profil de vent turbulent et de température. La discrétisation spatiale est réalisée à l'aide d'un schéma aux différences finies d'ordre élevé pour assurer que la dissipation et l'atténuation numériques soient faibles. Les méthodes de résolution par différences finies d'ordre élevé et en domaine temporel sont souvent désignées par l'acronyme "FDTD" (pour : Finite Difference Time Domain). Dragna et al. [2011] étudient l'implémentation d'un modèle de sol avec impédance dans une méthode FDTD et Dragna et al. [2013a] introduisent des coordonnées curvilignes dans la résolution FDTD pour décrire l'effet de la topographie sur une propagation linéaire. D'autres méthodes numériques introduisant peu d'erreurs de dispersion et de dissipation peuvent être utilisées pour la propagation acoustique sur de grandes distances. Par exemple, les méthodes pseudo-spectrales sont intéressantes car elles permettent de discrétiser les équations avec moins de points par longueur d'onde en comparaison avec les schémas aux différences finies. Les méthodes pseudo-spectrales basées sur la transformée de Fourier sont utilisées pour développer les dérivées spatiales sur une base de fonctions propres. Bien que mieux adaptée aux problèmes périodiques, elles sont utilisées pour calculer numériquement des modèles de propagation acoustique en milieu atmosphérique. Hornikx et al. [2010] utilisent une méthode pseudo-spectrale de Fourier étendue pour résoudre les équations d'Euler linéarisées avec vent (mais la propagation est linéaire en milieu homogène). Les méthodes pseudo-spectrales utilisant une base de polynômes de Chebyshev sont adaptées aux problèmes non périodiques. Dragna et al. [2013b] propose une analyse théorique de la dispersion et de la dissipation de cette dernière approche pour l'équation d'advection.

Cependant, les équations d'Euler linéarisées ne permettent pas de prendre en compte les effets non linéaires. Afin de prendre en compte ces effets, d'autres auteurs utilisent les équations d'Euler ou de Navier-Stokes [Sparrow et Raspet, 1991; Del Pino et al., 2009; Hanique-Cockenpot, 2011]. Récemment, Marsden et al. [2014] ont proposé d'utiliser un schéma FDTD pour calculer la propagation non linéaire d'infrasons dans l'atmosphère, avec prise en compte d'un profil de célérité du son (mais sans vent) sur un maillage cartésien bi-dimensionnel. La propagation acoustique calculée étant non linéaire, des chocs acoustiques (*ie* discontinuité du profil de pression) peuvent-être présents. Ces chocs doivent être correctement décrits et propagés par le code de calcul. Ceci engendre de nombreuses difficultés car les schémas aux différences finies standards ne traitent pas correctement la présence de discontinuités, et des oscillations parasites (oscillations de Gibbs) apparaissent très souvent dans les solutions calculées. Pour pallier ce problème, les auteurs utilisent une étape de filtrage pour atténuer les grands nombres d'onde uniquement aux endroits où des chocs sont présents [Bogev et al., 2009]. Enfin, citons les travaux récents de Albin et Bruno [2011], qui utilisent une méthode différente nommée "Fourier continuation method" pour résoudre les équations de Navier-Stokes complètes (non linéaires et compressibles). Cette méthode a notamment été utilisée pour calculer, à grande distance, la focalisation de champs acoustiques ultrasonores dans le cadre d'applications médicales [Albin et al., 2012. Cette dernière méthode semble très prometteuse. Cette approche contraint toutefois à l'utilisation de ressources informatiques importantes et impose souvent l'utilisation de

moyens de calcul intensif. Elle semble difficilement conciliable avec les possibilités d'une utilisation opérationnelle ou de simulations multiples à des fins d'analyses statistiques.

La construction d'équations plus simples que les équations complètes de l'hydrodynamique pour décrire la propagation acoustique, ainsi que la construction des schémas numériques intermédiaires associés, plus précis que le tracé de rayons mais restant suffisamment efficaces en temps de calcul pour permettre des applications opérationnelles, est un défi. Dans ce cadre les approximations paraboliques ont rencontré un très fort succès. West et al. [1992] dressent une étude détaillée de la construction de telles approximations en régime linéaire. Elles dépassent les limitations fréquentielles de la théorie des rayons et ont permis de décrire les amplitudes des faisceaux acoustiques collimatés avec succès. Les équations paraboliques ont été améliorées pour prendre en compte la propagation non linéaire. La plus célèbre d'entre elle est l'équation de Khokhlov-Zabolotskaya-Kuznetsov, dite équation KZ [Kuznetsov, 1970; Zabolotskava et Khokhlov, 1969]. Notons qu'il existe d'autres formulations comme l'équation NPE (acronyme de Nonlinear Parabolic Equation) [McDonald et Kuperman, 1987]. Les méthodes de résolution numériques de ces équations ont fait l'objet d'une littérature considérable qui ne sera pas rappelée ici. Elles sont aujourd'hui bien maîtrisées (voir [Marchiano et al., 2008] pour une revue de ces méthodes). Des termes supplémentaires peuvent être ajoutés à ces équations pour prendre en compte d'autres effets comme la présence d'hétérogénéités [Blanc-Benon et al., 2001; Ganjehi et al., 2008] ou d'écoulements [Averiyanov et al., 2006].

Ainsi Averiyanov et al. [2006] proposent une équation parabolique généralisant l'équation KZK en incluant au premier ordre un écoulement. Cette approche a été utilisée pour étudier la diffusion d'ondes de choc acoustiques de faible amplitude dans un écoulement turbulent [Averiyanov et al., 2011a,b]. Cependant, l'approximation parabolique standard limite la validité du modèle aux angles de propagation faibles. Ceci souligne le besoin de dépasser cette approximation afin de simuler les ondes de choc acoustiques diffractées sur des angles importants, par exemple dans le cas de sources allongées, ou encore dans les cas de la diffusion par un gradient de vent ou par la turbulence atmosphérique. Plusieurs solutions sont proposées dans la littérature pour augmenter l'ordre des approximations paraboliques soit en domaine temporel, soit en domaine fréquentiel (voir [West et al., 1992) et ainsi élargir la validité de l'angle de propagation. Claerbout [1976] introduit l'approximation grand-angle, Lin et al. [2012] utilisent des approximants de Padé sur l'équation des ondes linéaire en domaine fréquentiel. En comparaison, peu d'études ont été développées en acoustique non linéaire [McDonald, 2000; Ganjehi, 2008]. Ainsi, il apparaît le besoin de développer une méthode numérique permettant la simulation de la propagation non linéaire d'ondes acoustiques et prenant en compte la présence de vent et d'hétérogénéité, sans contrainte sur la validité angulaire de la propagation. C'est l'objectif de ce chapitre. Il présente l'implémentation numérique du modèle non linéaire de propagation acoustique dans un champ de vent établi par Coulouvrat [2012], au moven d'une méthode de résolution originale proposée par Dagrau et al. [2011] et basée sur le travail de Christopher et Parker [1991]. Cette méthode nommée HOWARD dans la référence [Dagrau et al., 2011] devient la méthode FLHOWARD (FLow and Heterogeneous One-Way Approximation for Resolution of Diffraction). L'approche proposée a été concue pour être valide sur tout le champ angulaire $+/-90^{\circ}$ dans le cas d'une propagation homogène et non linéaire. Une approximation grand-angle est appliquée seulement sur les termes correctifs décrivant les hétérogénéités et la présence d'un écoulement stratifié. En conséquence une approche unidirectionnelle est utilisée pour la résolution numérique, elle conserve l'efficacité de calcul des approximations paraboliques mais comme dans celles-ci elle néglige le champ rétro-diffusé. Notons ici qu'aucun modèle d'absorption n'est considéré dans ce travail compte-tenu des fréquences (1Hz à 100Hz) et des distances de propagation (moins de 100km) considérées pour lesquelles l'absorption atmosphérique est généralement

très faible. La présence d'un modèle d'absorption pourrait cependant avoir une influence sur les hautes fréquences contenues à l'intérieur des chocs.

Le modèle théorique est rappelé section 5.2. Puis il est reformulé pour permettre une approche unidirectionnelle section 5.3. L'algorithme d'avancement à pas fractionné est introduit section 5.4 et la discrétisation numérique est présentée section 5.5. Les cas tests de validation des différents termes sont présentés section 5.6. Enfin un exemple d'application dans le cadre de la propagation d'une onde de choc acoustique en milieu atmosphérique est décrit et discuté section 5.7.

5.2 Equation de l'acoustique non linéaire en écoulement atmosphérique

On considère un fluide non visqueux dans un domaine cartésien à deux dimensions, avec x la coordonnée horizontale et z la coordonnée verticale. Pour un point $\mathbf{x} = (x, z)$ à un temps t, avec $\mathbf{e}_{\mathbf{x}}$ le vecteur horizontal unitaire, on note $\rho(\mathbf{x}, t)$ la masse volumique, $p(\mathbf{x}, t)$ la pression, $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ la vitesse de l'écoulement ambiant et $c_0(\mathbf{x})$ la célérité du son. Les échelles de temps de variations significatives des grandeurs atmosphériques sont supposées être beaucoup plus grandes que la période caractéristique des ondes acoustiques (de l'ordre de 1/50 s pour les éclairs). Le milieu de propagation peut donc être considéré comme "gelé" d'un point de vue acoustique et la décomposition suivante peut-être introduite, avec l'indice 0 pour les quantités indépendantes du temps associées au milieu ambiant, et l'indice a pour les perturbations acoustiques dépendantes du temps :

$$f(\mathbf{x},t) = f_0(\mathbf{x}) + f_a(\mathbf{x},t) \text{ avec } f = (\rho, \mathbf{v}, p).$$
(5.1)

L'écoulement ambiant est séparé en un écoulement cisaillé verticalement $\mathbf{V}_0(z) = V_{0x}(z) \mathbf{e}_{\mathbf{x}}$ de nombre de Mach M d'ordre 0.1 au plus, et en une plus petite perturbation $\mathbf{u}_0(\mathbf{x})$, qui inclut les vents verticaux et les fluctuations turbulentes, de nombre de Mach plus petit :

$$\mathbf{v}_{\mathbf{0}}(\mathbf{x}) = \mathbf{V}_{0}(z) + \mathbf{u}_{0}(\mathbf{x}) = V_{0x}(z) \,\mathbf{e}_{\mathbf{x}} + \mathbf{u}_{0}(\mathbf{x}).$$
(5.2)

Ces hypothèses sont raisonnables pour le cadre d'étude en conditions atmosphériques puisque les vents de tempête rencontrés sous nos latitudes excèdent très rarement 40 m/s (soit 144 km/h), et les vents verticaux (au moins en sol presque plat), ainsi que les fluctuations turbulentes, sont en général beaucoup plus petites. Il est difficile de quantifier en général l'ordre de l'amplitude de la turbulence car celle-ci peut-être fortement dépendante des conditions météorologiques locales. Cependant, les fluctuations turbulents excèdent rarement quelques mètres par seconde comme le montrent Lothon et al. [2006]. Ils utilisent un lidar Doppler pour mesurer la composante verticale du vent dans un écoulement de couche limite le jour, et au dessus d'un sol plat. Les amplitudes mesurées par les auteurs sont de l'ordre de 3m/s au maximum, ceci représente approximativement 1% de la célérité du son. Les effets non linéaires quadratiques relativement aux fluctuations turbulentes seront donc, dans de nombreux cas similaires, négligeables.

Les fluctuations de masse volumique et de célérité du son sont supposées elles aussi être d'ordre relatif M^2 . En effet, les fluctuations de température sont typiquement de l'ordre de 5°C à 10°C dans la couche limite atmosphérique, ce qui engendre des fluctuations de célérité du son d'environ 1 à 2 pourcents soit bien d'ordre $O(M^2)$. Il est donc possible de séparer les champs en une composante moyenne (notée avec une barre) et une composante variant spatialement (notée avec un caractère prime) d'ordre M^2 :

$$c_0(\mathbf{x}) = \overline{c}_0 + c'_0(\mathbf{x}) \text{ and } \rho_0(\mathbf{x}) = \overline{\rho}_0 + \rho'_0(\mathbf{x}).$$
(5.3)

Avec toutes ces approximations, il est possible d'établir une équation d'onde scalaire et non linéaire (équation(20) de la référence [Coulouvrat, 2012]) portant sur le champ de pression pour décrire la propagation acoustique non linéaire en milieu atmosphérique :

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\mathbf{D}_s^2 p_a}{\mathbf{D}t^2} - \rho_0 \nabla \cdot \left(\frac{\nabla p_a}{\rho_0}\right) + 2 \frac{\mathrm{d}V_{0j}}{\mathrm{d}z} \int_{-\infty}^t \frac{\partial^2 p_a(\mathbf{x}, t')}{\partial z \partial x_j} dt' \\
= -\frac{2}{c_0^2} \mathbf{u}_0 \cdot \frac{\partial \nabla p_a}{\partial t} - 2 \frac{\partial u_{0j}}{\partial x_i} \int_{-\infty}^t \frac{\partial^2 p_a(\mathbf{x}, t')}{\partial x_i \partial x_j} dt' + \frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 p_a^2}{\partial t^2}, \quad (5.4)$$

une convention de sommation sur les indices répétés est utilisée.

La notation $D_s/Dt = \partial/\partial t + V_0 \cdot \nabla$ est utilisée pour la dérivée convective associée à l'écoulement ambiant cisaillé. Les deux premiers termes du membre de gauche de l'équation (5.4) représentent l'équation d'onde habituelle en milieu hétérogène, convectée par un écoulement cisaillé V_0 considéré comme étant uniforme. La dérivée seconde convective introduit des termes quadratiques en V_0 (d'ordre M^2). L'influence du cisaillement même de l'écoulement ambiant est prise en compte dans le terme proportionnel à dV_0/dz dans le membre de gauche de (5.4). Notons que ces termes ne sont que du premier ordre M.

L'équation (5.4) est donc d'ordre mixte (entre les ordres 1 et 2) pour le nombre de Mach de l'écoulement cisaillé. En effet les termes quadratiques associés à la convection sont retenus (termes en V_0^2), mais pas ceux associés au gradient de l'écoulement (proportionnels à $V_0 dV_0/dz$). Une équation complète du second ordre incluant des termes quadratiques pourrait être écrite [Coulouvrat, 2012, Eq.(19)], mais elle introduit des dérivées spatiales d'ordre 3 qui se sont révélées être instables lors des tests de validation. Toutefois, les comparaisons numériques [Coulouvrat, 2012] de l'équation d'ordre mixte avec des solutions de l'équation exacte de Lilley [1972] montrent que l'erreur introduite par l'équation (5.4) sur la vitesse de phase de modes guidés est d'ordre 10^{-4} pour des nombres de Mach d'ordre 0.1. Elle s'avère beaucoup plus petite que dans le cas d'une équation strictement d'ordre 1 (auquel cas l'erreur est d'ordre 10^{-2}), et n'est pas beaucoup plus importante que l'erreur pour l'équation complète d'ordre 2 (l'erreur est alors d'ordre 10^{-5}). Ceci s'explique par le fait que les termes de convection jouent un rôle dominant dans la détermination de la vitesse de phase, ils sont pleinement pris en compte dans l'équation (5.4).

Le membre de droite de l'équation (5.4) contient également les termes associés à la convection par les fluctuations turbulentes de l'écoulement $\mathbf{u}_0(\mathbf{x})$ et à ses gradients. Vient finalement le terme non linéaire pour le champ acoustique. Ici β est le paramètre non linéaire habituel, égal à $(\gamma + 1)/2$ pour un gaz parfait avec γ le rapport des chaleurs spécifiques (égal à 1.4 dans l'air). Rigoureusement, la dérivée partielle en temps qui apparaît dans le terme non linéaire devrait être une dérivée temporelle convectée. Cependant, le nombre de Mach acoustique ϵ associé aux effets non linéaires est habituellement beaucoup plus petit que le nombre de Mach M de l'écoulement. Dans l'air pour un choc acoustique intense d'amplitude 2000 Pa (ou 180 dBA), il est environ égal à 0.01, c'est-à-dire d'ordre M^2 . Donc, les termes non linéaires convectés qui sont d'ordre $M\epsilon$ sont négligeables car ils correspondent à un ordre M^3 au plus. Il est donc justifié d'identifier dans le terme non linéaire terme de l'équation (5.4) (dernier terme de l'équation) la dérivée D_s/Dt avec $\partial/\partial t$.

5.3 Equation partiellement unidirectionnelle

5.3.1 Etablissement de l'équation

La résolution numérique de l'équation (5.4) généralise au cas avec écoulement la méthode développée pour le cas hétérogène [Dagrau et al., 2011; Dagrau, 2009]. Cette méthode peut-être résumée de la manière suivante. Dans le domaine cartésien à deux dimensions (x, z), l'équation (5.4) est d'abord écrite sous la forme d'une équation d'onde

linéaire dans un milieu homogène, complétée d'une perturbation \mathcal{P} d'ordre M au plus qui contient tous les autres termes (associés à l'écoulement ambiant, aux hétérogénéités de masse volumique et de célérité du son, ainsi qu'aux non-linéarités) :

$$\frac{1}{\overline{c}_0^2} \frac{\partial^2 p_a}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p_a}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 p_a}{\partial z^2} = \mathcal{P}.$$
(5.5)

Les dérivées du second ordre par rapport à x dans l'équation (5.5) empêchent sa résolution numérique par une approche unidirectionnelle à pas fractionné, depuis le plan initial x = 0vers les valeurs croissantes de x. Pour permettre cette résolution numérique, l'équation (5.5) est réécrite dans un premier temps avec une fenêtre en temps retardé qui se déplace à la vitesse moyenne \bar{c}_0 en introduisant le temps retardé $\tau = t - x/\bar{c}_0$ le long de la direction horizontale x:

$$\frac{2}{\overline{c}_0}\frac{\partial^2 p_a}{\partial x \partial \tau} - \frac{\partial^2 p_a}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 p_a}{\partial z^2} = \mathcal{P}'.$$
(5.6)

A ce stade, plusieurs approximations unidirectionnelles peuvent-être établies. L'approximation parabolique standard consisterait à négliger toutes les dérivées secondes en xdans l'équation (5.6). L'approximation de Claerbout [1976], ou approximation parabolique grand-angle [Ostashev et al., 1997], consisterait à approcher les dérivées secondes en x à l'aide de l'approximation parabolique standard :

$$\frac{\partial^2 p_a}{\partial x^2} \approx \frac{\overline{c}_0}{2} \int_{-\infty}^{\tau} \frac{\partial^3 p_a}{\partial x \partial z^2} d\tau'.$$
(5.7)

Dans la méthode présentée ici, les dérivées secondes en x sont remplacées à l'aide de l'équation d'onde linéaire homogène sans écoulement écrite en temps retardé, et ce uniquement dans le terme \mathcal{P}' de l'équation (5.6) :

$$\frac{\partial^2 p_a}{\partial x^2} = \frac{2}{\overline{c}_0} \frac{\partial^2 p_a}{\partial x \partial \tau} - \frac{\partial^2 p_a}{\partial z^2} + O(M).$$
(5.8)

Notons que ceci conduit à une équation plus précise, mais qui n'est que partiellement unidirectionnelle. En effet si les dérivées secondes en x ont disparu dans le terme \mathcal{P}' elles subsistent dans le premier terme de l'équation (5.6). Enfin une dernière transformation consiste à remplacer la pression acoustique p_a par le pseudo-potentiel $\phi(\mathbf{x})$:

$$p_a(\mathbf{x}) = \frac{\partial \phi}{\partial t}(\mathbf{x}). \tag{5.9}$$

L'intérêt de l'utilisation d'un pseudo-potentiel est que, restant continu au travers des chocs (alors que la pression acoustique p_a y est discontinue), il est bien adapté à la résolution numérique de la partie non linéaire de l'équation de propagation [Coulouvrat, 2009; Dagrau et al., 2011].

Le détail de l'établissement de l'équation de propagation implémentée numériquement est donné dans l'annexe D page 187 dans le cas tri-dimensionnel. Dans le cas bi-dimensionnel on obtient finalement une équation partiellement unidirectionnelle où, par simplicité, les termes dépendant des fluctuations de vent $\mathbf{u}_0(\mathbf{x})$ ont également été ignorés :

$$\frac{\partial^{2}\phi}{\partial x\partial\tau} = \frac{\overline{c}_{0}}{2} \left[\frac{\partial^{2}\phi}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}\phi}{\partial z^{2}} \right] + \frac{V_{0x}(z)}{\overline{c}_{0}^{2}} \frac{\partial^{2}\phi}{\partial \tau^{2}} - \frac{V_{0x}(z)}{\overline{c}_{0}} \frac{\partial^{2}\phi}{\partial x\partial\tau} + \frac{dV_{0x}}{dz} \frac{\partial\phi}{\partial z} - \overline{c}_{0} \frac{dV_{0x}}{dz} \int^{\tau} \frac{\partial^{2}\phi}{\partial z\partial x} d\tau'
- \frac{V_{0x}^{2}(z)}{2\overline{c}_{0}^{3}} \frac{\partial^{2}\phi}{\partial \tau^{2}} + \frac{V_{0x}^{2}(z)}{2\overline{c}_{0}} \frac{\partial^{2}\phi}{\partial z^{2}} + \frac{c_{0}'(x,z)}{\overline{c}_{0}^{2}} \frac{\partial^{2}\phi}{\partial \tau^{2}} + \frac{1}{2\rho_{0}(x,z)} \left[\frac{\partial\rho_{0}}{\partial x} \left(\frac{\partial\phi}{\partial \tau} - \overline{c}_{0} \frac{\partial\phi}{\partial x} \right) - \overline{c}_{0} \frac{\partial\rho_{0}}{\partial z} \frac{\partial\phi}{\partial z} \right]
+ \frac{\beta}{2\overline{\rho}_{0}\overline{c}_{0}^{3}} \frac{\partial}{\partial\tau} \left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial\tau} \right)^{2} \right].$$
(5.10)

Le travail de validation numérique des termes d'écoulement ambiant ont montré que les dérivées impaires de ϕ par rapport à la variable verticale z peuvent-être instables. Celles-ci sont transformées en une forme plus conservative en augmentant l'ordre de dérivation de ϕ à la puissance paire suivante. Par exemple un terme comme $dV_{0x}/dz \ \partial \phi/\partial z$ dans l'équation (5.10) est exprimé dans l'équation (5.12) sous la forme suivante :

$$\frac{\mathrm{d}V_{0x}}{\mathrm{d}z}\frac{\partial\phi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left[V_{0x}\frac{\partial\phi}{\partial z}\right] - V_{0x}\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}.$$
(5.11)

Une illustration des instabilités rencontrées avec la forme non conservative est donnée dans l'annexe E page 195. Ceci conduit à l'équation (5.12) qui est plus stable. Nous nommons cette équation "équation Flhoward". C'est elle qui sera résolue numériquement :

$$\frac{\partial^{2} \phi}{\partial x \partial \tau} = \frac{\overline{c}_{0}}{2} \left[\frac{\partial^{2} \phi}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} \phi}{\partial z^{2}} \right] + \frac{V_{0x}(z)}{\overline{c}_{0}^{2}} \frac{\partial^{2} \phi}{\partial \tau^{2}} - \frac{V_{0x}(z)}{\overline{c}_{0}} \frac{\partial^{2} \phi}{\partial x \partial \tau} - V_{0x}(z) \frac{\partial^{2} \phi}{\partial z^{2}} + \overline{c}_{0} V_{0x}(z) \int^{\tau} \frac{\partial^{3} \phi}{\partial x \partial z^{2}} d\tau'
- \frac{V_{0x}^{2}(z)}{2\overline{c}_{0}^{3}} \frac{\partial^{2} \phi}{\partial \tau^{2}} + \frac{V_{0x}^{2}(z)}{2\overline{c}_{0}} \frac{\partial^{2} \phi}{\partial z^{2}} + \frac{\partial}{\partial z} \left[V_{0x}(z) \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] - \overline{c}_{0} \int^{\tau} \frac{\partial}{\partial z} \left[V_{0x}(z) \frac{\partial^{2} \phi}{\partial z \partial x} \right] d\tau'
+ \frac{c_{0}'(x,z)}{\overline{c}_{0}^{2}} \frac{\partial^{2} \phi}{\partial \tau^{2}} + \frac{1}{2\rho_{0}(x,z)} \frac{\partial \rho_{0}}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial \tau} - \frac{\overline{c}_{0}}{2\rho_{0}(x,z)} \frac{\partial \rho_{0}}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x}
- \frac{\overline{c}_{0}}{2\rho_{0}(x,z)} \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho_{0}(x,z) \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] + \frac{\overline{c}_{0}}{2} \frac{\partial^{2} \phi}{\partial z^{2}} + \frac{\beta}{2\overline{\rho}_{0}\overline{c}_{0}^{3}} \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial \tau} \right)^{2} \right].$$
(5.12)

L'équation (5.12) peut-être écrite sous une forme compacte en découpant son membre de droite à partir des effets physiques :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial \tau} = \left[\mathcal{D} \right] \phi + \left[\mathcal{H} \right] \phi + \left[\mathcal{N} \right] \phi.$$
(5.13)

Dans l'équation (5.13), l'opérateur $\left[\mathcal{D}\right]$:

$$\left[\mathcal{D}\right]\phi = \frac{\overline{c}_0}{2} \left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}\right]$$
(5.14)

décrit l'effet de diffraction associé à l'équation d'onde linéaire homogène et sans écoulement. Cette partie de l'équation ne présente pas encore d'approximation unidirectionnelle, car elle conserve la dérivée de second ordre par rapport à x. L'opérateur non linéaire $[\mathcal{N}]$ est défini par :

$$\left[\mathcal{N}\right]\phi = \frac{\beta}{2\overline{\rho}_0\overline{c}_0^3}\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial\tau}\right)^2\right].$$
(5.15)

Enfin, l'opérateur $[\mathcal{H}]$ représente les corrections dues aux hétérogénéités et à l'écoulement ambiant. Il inclut tous les autres termes du second membre de l'équation (5.12) (troisième terme jusqu'au quinzième terme). Grâce à la transformation (5.8) aucune dérivée seconde $\partial^2 \phi / \partial x^2$ n'apparaît dans cet opérateur. Afin d'obtenir une expression utilisable numériquement, $[\mathcal{H}]$ est décomposé par rapport aux dérivées spatiales de ϕ :

$$\begin{bmatrix} \mathcal{H} \end{bmatrix} \phi \equiv \begin{bmatrix} \mathcal{H}_0 \end{bmatrix} \phi + \begin{bmatrix} \mathcal{H}_{1x} \end{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \begin{bmatrix} \mathcal{H}_{2zz} \end{bmatrix} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \begin{bmatrix} \mathcal{H}_{3xzz} \end{bmatrix} \frac{\partial^3 \phi}{\partial x \partial z^2} + \begin{bmatrix} \mathcal{V}_{1z} \end{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial z} + \begin{bmatrix} \mathcal{V}_{2xz} \end{bmatrix} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial x}.$$
 (5.16)

où :

$$\left[\mathcal{H}_{0}\right]\phi = \frac{c_{0}'(x,z)}{\overline{c}_{0}^{2}}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial\tau^{2}} + \frac{1}{2\rho_{0}(x,z)}\frac{\partial\rho_{0}}{\partial x}\frac{\partial\phi}{\partial\tau} + \frac{V_{0x}(z)}{\overline{c}_{0}^{2}}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial\tau^{2}} - \frac{V_{0x}^{2}(z)}{2\overline{c}_{0}^{3}}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial\tau^{2}} \quad (5.17a)$$

$$\left[\mathcal{H}_{1x}\right]\frac{\partial\phi}{\partial x} = -\frac{\overline{c}_0}{2\rho_0(x,z)}\frac{\partial\rho_0}{\partial x}\frac{\partial\phi}{\partial x} - \frac{V_{0x}(z)}{\overline{c}_0}\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial\tau}$$
(5.17b)

$$\left[\mathcal{H}_{2zz}\right]\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = -V_{0x}(z)\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{V_{0x}^2(z)}{2\overline{c}_0}\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{\overline{c}_0}{2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}$$
(5.17c)

$$\left[\mathcal{H}_{3xzz}\right]\frac{\partial^3 \phi}{\partial x \partial z^2} = \bar{c}_0 V_{0x}(z) \int^{\tau} \frac{\partial^3 \phi}{\partial x \partial z^2} d\tau'$$
(5.17d)

$$\left[\mathcal{V}_{1z}\right]\frac{\partial\phi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left[V_{0x}(z)\frac{\partial\phi}{\partial z}\right] - \frac{\overline{c}_0}{2\rho_0(x,z)}\frac{\partial}{\partial z}\left[\rho_0(x,z)\frac{\partial\phi}{\partial z}\right]$$
(5.17e)

$$\left[\mathcal{V}_{2xz}\right]\frac{\partial^2\phi}{\partial z\partial x} = -\bar{c}_0 \int^{\tau} \left(\frac{\partial}{\partial z} \left[V_{0x}(z)\frac{\partial^2\phi}{\partial z\partial x}\right]\right) \mathrm{d}\tau'.$$
(5.17f)

La dépendance en (x, z, τ) des définitions (5.17) n'est pas précisée : par exemple l'expression $[\mathcal{H}_0]\phi$ doit-être lue comme $[\mathcal{H}_0(x, z)]\phi(x, z, \tau)$.

Partant de la définition de $[\mathcal{H}]\phi$ (équation (5.16)) les termes faisant intervenir les dérivées spatiales de ϕ par rapport à la variable z, sont séparées des autres termes. On introduit de la sorte :

$$\left[\mathcal{H}\right]\phi \equiv \left[\mathcal{S}\right]\phi + \left[\mathcal{Z}\right]\phi \tag{5.18}$$

avec les définitions :

$$\begin{bmatrix} \mathcal{S} \end{bmatrix} \phi \equiv \begin{bmatrix} \mathcal{H}_0 \end{bmatrix} \phi + \begin{bmatrix} \mathcal{H}_{1x} \end{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \begin{bmatrix} \mathcal{Z} \end{bmatrix} \phi \equiv \begin{bmatrix} \mathcal{H}_{2zz} \end{bmatrix} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \begin{bmatrix} \mathcal{H}_{3xzz} \end{bmatrix} \frac{\partial^3 \phi}{\partial x \partial z^2} + \begin{bmatrix} \mathcal{V}_{1z} \end{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial z} + \begin{bmatrix} \mathcal{V}_{2xz} \end{bmatrix} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial x}.$$
(5.19)

L'intérêt de cette étape est justifiée dans l'annexe F page 197. Il est utile de noter que les opérateurs $[\mathcal{H}_0]$, $[\mathcal{H}_{1x}]$ et $[\mathcal{V}_{1z}]$ existaient déjà pour le cas sans écoulement [Dagrau et al., 2011]. La présence de l'écoulement modifie les coefficients de ces opérateurs, et introduit trois nouveaux opérateurs : $[\mathcal{H}_{2zz}]$, $[\mathcal{H}_{3xzz}]$ et $[\mathcal{V}_{2xz}]$. L'équation à résoudre est donc écrite sous la forme :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial \tau} = \left[\mathcal{D} \right] \phi + \left[\mathcal{S} \right] \phi + \left[\mathcal{Z} \right] \phi + \left[\mathcal{N} \right] \phi.$$
(5.20)

5.3.2 Domaine de validité de l'équation

5.3.2.1 Equation parabolique nonlinéaire de Aver'yanov et al. [2006]

L'équation parabolique non linéaire proposée par Aver'yanov et al. [2006] est à notre connaissance la seule équation de propagation non linéaire avec écoulement de la littérature. Adaptée à nos hypothèses (pas de diffusivité du son, pas d'écoulement transverse dans la direction Oz), elle s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial \tau} = \frac{\overline{c}_0}{2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{V_{0x}(z)}{\overline{c}_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \tau^2} + \frac{\beta}{\overline{\rho}_0 \overline{c}_0^3} \frac{\partial \phi}{\partial \tau} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \tau^2}.$$
(5.21)

Les trois termes du membre de droite de l'équation (5.21) correspondent respectivement aux deuxième, troisième et seizième termes du membre de droite de l'équation (5.12). Aucun

terme quadratique de l'écoulement V_{0x} n'est présent dans l'équation (5.21), et plusieurs termes linéaires sont négligés, ce qui revient à faire une hypothèse haute fréquence. Le seul terme d'écoulement subsistant est un terme de convection, linéaire par rapport à l'écoulement. Il fait intervenir la dérivée seconde du champ par rapport au temps, donc il est proportionnel au carré de la fréquence. C'est le terme de convection dominant à vitesse lente et à haute fréquence. Les autres termes faisant intervenir des puissances inférieures de la fréquence, sont négligés.

5.3.2.2 Domaine de validité

La validité de l'équation (5.12) peut-être quantifiée avec précision dans le cas linéaire d'un écoulement uniforme V_{0x} , en comparant sa relation de dispersion avec celle de l'équation d'onde convectée. Le cas d'un écoulement stratifié sera étudié au moyen de la simulation numérique. Une solution de type onde plane est recherchée sous la forme :

$$\phi(x, z, \tau) = A \exp\left[ik_0\left((\overline{k}_x - 1)x + \overline{k}_z z - \overline{c}_0 \tau\right)\right]$$
(5.22)

avec $k_0 = \omega_0/\overline{c}_0$ le nombre d'onde et $(\overline{k}_x = k_x/k_0, \overline{k}_z = k_z/k_0)$ les composantes adimensionnées du vecteur d'onde. En écrivant $V_{0x} = M \overline{c}_0$, la relation de dispersion pour l'équation d'onde exacte convectée par un écoulement uniforme est :

$$\overline{k}_x^2 + \frac{2M}{1 - M^2} \overline{k}_x + \frac{\overline{k}_z^2 - 1}{1 - M^2} = 0.$$
(5.23)

L'équation Flhoward (5.12) conduit à la relation de dispersion approchée :

$$\overline{k}_x^2 + 2M\,\overline{k}_x + \left(\overline{k}_z^2 - 1\right)\left(1 + M^2\right) = 0.$$
(5.24)

Enfin l'équation en approximation parabolique (5.21) conduit à :

$$(\overline{k}_x - 1) + \overline{k}_z^2 + M = 0.$$
 (5.25)

Les deux relations de dispersion (5.23) and (5.24) diffèrent bien d'un terme d'ordre $O(M^3)$, ce qui est en accord avec la précision de l'équation modèle (5.4) qui n'a pas subi d'approximation grand angle. Une précision plus élevée peut-être obtenue en remplaçant simplement le nombre de Mach M par $M/(1-M^2)$. Alors la relation de dispersion de l'équation (5.12) ne diffèrera de la forme exacte que par un terme d'ordre $O(M^4)$ seulement. Une modification similaire de la définition des fluctuations de la vitesse du son a été proposée [Dagrau et al., 2011] en remplaçant $(c_0/\overline{c}_0)^2 - 1$ par $1 - (\overline{c}_0/c_0)^2$ pour reconstituer la relation de dispersion exacte dans le cas hétérogène. Dans la suite ces deux transformations seront systématiquement appliquées sauf mention contraire. La Figure 5.1 montre la comparaison entre les relations de dispersion exactes et approchées pour les cas M = 0, M = 0.1, M = 0.3 et M = 0.5. Les relations de dispersion pour le cas exact (5.23) et pour notre approche (5.24) ne sont distinguables que pour les nombres de Mach les plus élevés, ceux-ci correspondent à des valeurs bien supérieures aux grandeurs rencontrées dans le cadre de la physique atmosphérique. L'un des avantages de l'équation (5.12) par rapport aux approximations paraboliques, est que la précision d'ordre $O(M^2)$ (au moins quand l'écoulement est uniforme) est maintenue pour tous les angles de propagation. De plus, l'équation décrit correctement les ondes évanescentes qui apparaissent pour les plus grandes valeurs du nombre d'onde transverse, alors que ceux-ci seront artificiellement propagés dans le cas parabolique. L'équation parabolique convectée (5.25) est plus simple mais moins précise, car i) elle est d'ordre O(M) seulement par rapport à l'écoulement ambiant, ii) l'approximation parabolique réduit son utilisation aux directions de propagation proches de l'axe, iii) tous les nombres d'ondes sont propagés.



FIGURE 5.1 – Relation de dispersion pour un écoulement uniforme pour différents nombres de Mach indiqués par les chiffres sur les courbes. Lignes continues : relation exacte (5.23). Tirets épais : relation approchée (5.24). Tirets gris : ondes se propageant en remontant l'axe de propagation, elles sont décrites correctement par l'équation (5.24) mais seront ignorées dans le cadre numérique. Traits pointillés fins : approximation parabolique standard (5.25).

5.4 Algorithme à pas fractionnés

5.4.1 Notations pour la discrétisation numérique

L'équation (5.13) est résolue numériquement par un algorithme d'avancement à pas fractionné le long de la direction x. L'axe horizontal Ox, l'axe vertical Oz et l'axe des temps retardés $O\tau$ sont discrétisés régulièrement respectivement en $[x_1, x_{N_x}]$ avec un pas horizontal Δx , $[z_1, z_{N_z}]$ avec un pas vertical Δz et $[\tau_1, \tau_{N_\tau}]$ avec un pas temporel $\Delta \tau$.

Nous introduisons l'indice *i* pour représenter un point x_i du maillage le long de l'axe horizontal Ox. L'indice *j* représente un point z_j du maillage le long de l'axe vertical Oz.

5.4.2 Algorithme à pas fractionné

En suivant la séparation naturelle de l'équation en une partie homogène, une partie hétérogène et une partie non linéaire, un algorithme à pas fractionné est utilisé (Figure 5.2). Le couplage entre chaque effet est assuré par le membre de gauche commun dans l'équation (5.13). Un algorithme à pas fractionné d'ordre 1 s'écrit, pour l'avancement de la distance x_i à la distance x_{i+1} :

$$\phi(x_{i+1}, z, \tau) = \phi_{\Delta x}^{\mathcal{D}} \circ \phi_{\Delta x}^{\mathcal{S}} \circ \phi_{\Delta x}^{\mathcal{Z}} \circ \phi_{\Delta x}^{\mathcal{N}}(x_i, z, \tau) + O(\Delta x)$$
(5.26)

où la notation $\phi_{\Delta x}^{\mathcal{O}}$ (l'opérateur \mathcal{O} étant n'importe lequel des opérateurs \mathcal{D} , \mathcal{S} , \mathcal{Z} ou \mathcal{N}) représente la résolution numérique de la "sous-équation" $\partial^2 \phi / \partial x \partial \tau = \begin{bmatrix} \mathcal{O} \end{bmatrix} \phi$ sur un pas Δx . La résolution successive de chacune des trois sous-équations est symbolisée par le caractère \circ de composition de fonctions dans le membre de droite de l'équation (5.26) et lu de la droite vers la gauche. Le pas fractionné introduit dans l'équation (5.26) est d'ordre 1 par rapport au pas d'avancement Δx . Dans l'implémentation numérique nous préférons utiliser un algorithme à pas fractionné symétrique du second ordre (Figures 5.3 et 5.2), proposé par Strang [1968] :

$$\begin{aligned} \phi(x_{i+1}, z, \tau) \\ &= \phi_{\underline{\Delta x}}^{\mathcal{N}} \circ \phi_{\underline{\Delta x}}^{\mathcal{D}} \circ \phi_{\underline{\Delta x}}^{\mathcal{S}} \circ \phi_{\underline{\Delta x}}^{\mathcal{Z}} \circ \phi_{\underline{\Delta x}}^{\mathcal{S}} \circ \phi_{\underline{\Delta x}}^{\mathcal{D}} \circ \phi_{\underline{\Delta x}}^{\mathcal{D}} \circ \phi_{\underline{\Delta x}}^{\mathcal{N}} (x_i, z, \tau) + O(\Delta x^2). \end{aligned} \tag{5.27}$$



FIGURE 5.2 – Schéma à pas fractionné du second ordre, séparation physique des effets.

Le choix de l'ordonnancement des demi-pas est justifié dans le paragraphe suivant. On peut d'ores et déjà noter que le dernier demi-pas non linéaire de l'itération $i \to i + 1$ peut-être fusionné avec le premier demi-pas non linéaire de l'itération suivante $i+1 \to i+2$. Ainsi les opérateurs \mathcal{N} et \mathcal{Z} sont appliqués une seule fois sur un pas Δx , alors que les opérateurs \mathcal{D} et \mathcal{S} sont appliqués deux fois sur un demi-pas $\Delta x/2$. Ainsi l'appel unique à l'opérateur non linéaire, plus coûteux en temps de calcul, est-il minimisé.



FIGURE 5.3 – Schéma à pas fractionné du second ordre, résolution numérique des termes.

5.5 Discrétisation numérique

(

5.5.1 Equation de correction non linéaire

Chacune des équations $\partial^2 \phi / \partial x \partial \tau = [\mathcal{O}] \phi$ est discrétisée numériquement selon une méthode adaptée comme résumée sur la figure 5.3.

L'équation non linéaire ($\mathcal{O} = \mathcal{N}$) est résolue dans le domaine temporel pour traiter efficacement les ondes de choc. On utilise une solution analytique fondée sur la méthode de Burgers-Hayes [Burgers, 1954; Hayes et al., 1969; Coulouvrat, 2009] :

$$\phi_{\Delta x}^{\mathcal{N}}(x_{i}, z, \tau) = \phi(x_{i}, z, \theta) - \frac{\beta \Delta x}{\overline{\rho}_{0} \overline{c}_{0}^{3}} \left(\frac{\partial \phi(x_{i}, z, \theta)}{\partial \theta}\right)^{2}$$

$$\tau = \theta - \frac{\beta \Delta x}{\overline{\rho}_{0} \overline{c}_{0}^{3}} \frac{\partial \phi(x_{i}, z, \theta)}{\partial \theta}.$$

$$\phi_{\Delta x}^{\mathcal{N}}(x_{i}, z, \tau) = max \left[\phi(x_{i}, z, \theta) - \frac{\beta \Delta x}{\overline{\rho}_{0} \overline{c}_{0}^{3}} \left(\frac{\partial \phi(x_{i}, z, \theta)}{\partial \theta}\right)^{2}\right]$$

$$\tau = \theta - \frac{\beta \Delta x}{\overline{\rho}_{0} \overline{c}_{0}^{3}} \frac{\partial \phi(x_{i}, z, \theta)}{\partial \theta}.$$
(5.28)
$$(5.29)$$

L'équation (5.28) est la solution implicite de Poisson écrite pour le potentiel. Dans le cas des ondes de choc cette solution est multivaluée, et la solution physiquement admissible pour le potentiel (équation (5.29)) sélectionne, dans le cas multivalué, la valeur maximale. Ceci permet de satisfaire la condition de croissance d'entropie à travers les chocs, et donc le second principe de la thermodynamique. Coulouvrat [2009] redonne le détail complet de l'algorithme utilisé. Notons que lors de l'exécution de l'algorithme de résolution, la solution implicite de Poisson est calculée sur un maillage irrégulier. Elle doit-être ensuite interpolée sur le maillage de l'axe des temps, dans l'implémentation on utilise une interpolation linéaire. Cette étape est la seule qui réalise une approximation, le reste de l'algorithme est analytique.

5.5.2 Equation de diffraction

Les sous-équations linéaires ($\mathcal{O} = \mathcal{D}$, $\mathcal{O} = \mathcal{S}$ et $\mathcal{O} = \mathcal{Z}$) sont résolues dans le domaine fréquentiel. L'ordonnancement des opérateurs dans l'algorithme à pas fractionné de Strang d'ordre 2 équation (5.27) est choisi pour minimiser le nombre de transformées de Fourier temporelles. Celles-ci sont définies par :

$$\hat{\phi}(x,z,\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x,z,\tau) e^{i\omega\tau} d\tau$$

$$\phi(x,z,\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\phi}(x,z,\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega.$$
(5.30)

L'équation d'onde homogène linéaire ($\mathcal{O} = \mathcal{D}$) est elle aussi résolue de manière quasianalytique par la méthode de spectre angulaire [Goodman, 1968] dans le domaine de Fourier (k_z, ω). En définissant la transformée de Fourier spatiale pour la direction verticale :

$$\bar{\phi}(x,k_z,\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x,z,\tau) e^{ik_z z} \,\mathrm{d}z,\tag{5.31}$$

on obtient :

$$\frac{d^2\bar{\phi}}{dx^2} + \frac{2i\omega}{\bar{c}_0}\frac{d\bar{\phi}}{dx} - k_z^2\bar{\phi} = 0.$$
(5.32)

En notant $k = \omega/\overline{c}_0$, la solution dans le cas propagatif est :

$$\hat{\bar{\phi}}(x_i + \Delta x, \omega, k_z) = \hat{\bar{\phi}}(x_i, \omega, k_z) \exp\left[i\Delta x\left(\sqrt{k^2 - k_z^2} - k\right)\right].$$
(5.33)

La solution (5.33) est exacte mais suppose qu'il n'y ait pas de champ rétrodiffusé, provoqué par exemple par les termes hétérogènes de l'équation (5.13). Donc une approximation unidirectionnelle est également réalisée sur la partie hogomène de l'équation. Contrairement à la partie hétérogène, cette approximation unidirectionnelle n'est pas réalisée par une approximation parabolique, mais numériquement en sélectionnant dans la méthode de spectre angulaire uniquement la solution correspondant aux ondes se propageant dans le sens positif de l'axe Ox.

5.5.3 Équation de corrections hétérogènes et d'écoulements : déphasage complexe analytique

Lorsqu'ils sont écrits en domaine fréquentiel, les opérateurs de corrections hétérogènes et d'écoulements $[\mathcal{H}_0], [\mathcal{H}_{1x}][\mathcal{H}_{2zz}], [\mathcal{H}_{3xzz}], [\mathcal{V}_{1z}] \text{et}[\mathcal{V}_{2xz}]$ se transforment en des opérateurs

où chaque fréquence ω apparaît comme un paramètre :

$$\left[\hat{\mathcal{H}}_{0}\right]\hat{\phi} = \left[-\omega^{2}\frac{c_{0}'(x,z)}{\overline{c}_{0}^{2}} - i\omega\frac{1}{2\rho_{0}(x,z)}\frac{\partial\rho_{0}}{\partial x} - \omega^{2}\frac{V_{0x}(z)}{\overline{c}_{0}^{2}} + \omega^{2}\frac{V_{0x}^{2}(z)}{2\overline{c}_{0}^{3}}\right]\hat{\phi} \quad (5.34a)$$

$$\left[\hat{\mathcal{H}}_{1x}\right]\frac{\partial\hat{\phi}}{\partial x} = \left[-\frac{\overline{c}_0}{2\rho_0(x,z)}\frac{\partial\rho_0}{\partial x} + i\omega\frac{V_{0x}(z)}{\overline{c}_0}\right]\frac{\partial\hat{\phi}}{\partial x}$$
(5.34b)

$$\left[\hat{\mathcal{H}}_{2zz}\right] = \left[-V_{0x}(z)\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{V_{0x}^2(z)}{2\overline{c}_0} + \frac{\overline{c}_0}{2}\right]\frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial z^2}$$
(5.34c)

$$\left[\hat{\mathcal{H}}_{3xzz}\right]\frac{\partial^3 \hat{\phi}}{\partial x \partial z^2} = \frac{\overline{c}_0 V_{0x}(z)}{-i\omega} \frac{\partial^3 \hat{\phi}}{\partial x \partial z^2}$$
(5.34d)

$$\left[\hat{\mathcal{V}}_{1z}\right]\frac{\partial\hat{\phi}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left[V_{0x}(z)\frac{\partial\hat{\phi}}{\partial z}\right] - \frac{\overline{c}_0}{2\rho_0(x,z)}\frac{\partial}{\partial z}\left[\rho_0(x,z)\frac{\partial\hat{\phi}}{\partial z}\right]$$
(5.34e)

$$\left[\hat{\mathcal{V}}_{2xz}\right]\frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial z \partial x} = \frac{\overline{c}_0}{i\omega} \frac{\partial}{\partial z} \left[V_{0x}(z) \frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial z \partial x}\right].$$
(5.34f)

Écrite dans le domaine fréquentiel, l'équation $\partial^2 \phi / \partial x \partial \tau = [S] \phi$ est une équation différentielle du premier ordre :

$$\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x} + \frac{\left[\hat{\mathcal{H}}_{0}\right]}{i\omega + \left[\hat{\mathcal{H}}_{1x}\right]}\hat{\phi} = 0, \qquad (5.35)$$

dont la solution exacte pour la fréquence ω est :

$$\hat{\phi}_{\Delta x/2}^{\mathcal{S}} = \hat{\phi}(x_i, z, \omega) \exp\left\{-\int_{x_i}^{x_i + \Delta x/2} \frac{\left[\hat{\mathcal{H}}_0\right]}{i\omega + \left[\hat{\mathcal{H}}_{1x}\right]} \mathrm{d}x\right\}.$$
(5.36)

Et de même pour le pas de $x_{i+1/2}$ à x_{i+1} .

L'expression (5.36) correspond à l'application d'un déphasage et d'un effet de dissipation. Dans l'implémentation numérique, l'intégrale dans les expressions (5.36) est approchée à l'ordre 2 par une méthode des trapèzes :

$$\hat{\phi}_{\Delta x/2}^{\mathcal{S}} = \hat{\phi}(x_i, z, \omega) \cdot \exp\left\{-\frac{\Delta x}{4} \left(\frac{\left[\hat{\mathcal{H}}_0(x_i, z, \omega)\right]}{i\omega + \left[\hat{\mathcal{H}}_{1x}(x_i, z, \omega)\right]} + \frac{\left[\hat{\mathcal{H}}_0(x_{i+1/2}, z, \omega)\right]}{i\omega + \left[\hat{\mathcal{H}}_{1x}(x_{i+1/2}, z, \omega)\right]}\right)\right\} + O(\Delta x^2), \quad (5.37)$$

et de manière analogue pour le pas de $x_{i+1/2}$ à x_{i+1} .

5.5.4 Équation de corrections hétérogènes et d'écoulements : différences finies d'ordre 2

5.5.4.1 Schéma de Crank-Nicolson

On note $\hat{\phi}_j^i \equiv \hat{\phi}(x_i, z_j, \omega)$ la valeur du potentiel dans l'espace fréquentiel aux points de discrétisation spatiale.

L'équation $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial \tau} = \left[\mathcal{Z} \right] \phi$ est résolue en domaine fréquentiel par un schéma implicite de Crank-Nicolson (pour conserver la précision à l'ordre 2 fournie par le schéma de Strang)

sur un pas Δx du point d'avancement x_i au point d'avancement x_{i+1} . Ecrite en domaine fréquentiel celle-ci devient :

$$-i\omega\frac{\partial\hat{\phi}}{\partial x} = \left[\hat{\mathcal{Z}}\right]\hat{\phi}$$

$$= \left[\hat{\mathcal{H}}_{2zz}\right]\frac{\partial^{2}\hat{\phi}}{\partial z^{2}} + \left[\hat{\mathcal{H}}_{3xzz}\right]\frac{\partial^{3}\hat{\phi}}{\partial x\partial z^{2}} + \left[\hat{\mathcal{V}}_{1z}\right]\frac{\partial\hat{\phi}}{\partial z} + \left[\hat{\mathcal{V}}_{2xz}\right]\frac{\partial^{2}\hat{\phi}}{\partial z\partial x}.$$
(5.38)

On réorganise (5.38) pour pouvoir écrire un schéma de Crank-Nicolson :

$$-i\omega\frac{\partial\hat{\phi}}{\partial x} - \left[\hat{\mathcal{H}}_{3xzz}\right]\frac{\partial^{3}\hat{\phi}}{\partial x\partial z^{2}} - \left[\hat{\mathcal{V}}_{2xz}\right]\frac{\partial^{2}\hat{\phi}}{\partial z\partial x} = \left[\hat{\mathcal{H}}_{2zz}\right]\frac{\partial^{2}\hat{\phi}}{\partial z^{2}} + \left[\hat{\mathcal{V}}_{1z}\right]\frac{\partial\hat{\phi}}{\partial z}.$$
(5.39)

Le membre de gauche de l'équation (5.39) est discrétisé par un schéma implicite décentré d'ordre 1 pour la variable x. Le membre de droite est écrit sous forme d'une moyenne entre sa discrétisation implicite et sa discrétisation explicite. Les dérivées premières et secondes de la variable z sont discrétisées par des différences finies centrées d'ordre 2 classiques. L'utilisation de demi-points pour la discrétisation des termes $[\hat{\mathcal{V}}_{1z}]\frac{\partial\hat{\phi}}{\partial z}$ et $[\hat{\mathcal{V}}_{2xz}]\frac{\partial^2\hat{\phi}}{\partial z\partial x}$ permet de conserver un système linéaire implicite tridiagonal.

Le schéma de Crank-Nicolson appliqué à l'équation (5.39) donne :

$$\frac{1}{\Delta x} \left[-i\omega\hat{\phi}_{j}^{i+1} - \left[\hat{\mathcal{H}}_{3xzz}\right]_{j} \frac{\hat{\phi}_{j+1}^{i+1} - 2\hat{\phi}_{j}^{i+1} + \hat{\phi}_{j-1}^{i+1}}{\Delta z^{2}} - \left[\hat{\mathcal{V}}_{2xz}\right]_{j\pm 1/2}^{i+1} \frac{\hat{\phi}_{j+1/2}^{i+1} - \hat{\phi}_{j-1/2}^{i+1}}{\Delta z} + i\omega\hat{\phi}_{j}^{i} + \left[\hat{\mathcal{H}}_{3xzz}\right]_{j} \frac{\hat{\phi}_{j+1}^{i} - 2\hat{\phi}_{j}^{i} + \hat{\phi}_{j-1}^{i}}{\Delta z^{2}} + \left[\hat{\mathcal{V}}_{2xz}\right]_{j\pm 1/2}^{i} \frac{\hat{\phi}_{j+1/2}^{i} - \hat{\phi}_{j-1/2}^{i}}{\Delta z} \right] \\
= \frac{1}{2} \left[\left[\hat{\mathcal{H}}_{2zz}\right]_{j} \frac{\hat{\phi}_{j+1}^{i+1} - 2\hat{\phi}_{j}^{i+1} + \hat{\phi}_{j-1}^{i+1}}{\Delta z^{2}} + \left[\hat{\mathcal{V}}_{1z}\right]_{j\pm 1/2}^{i+1} \frac{\hat{\phi}_{j+1/2}^{i+1} - \hat{\phi}_{j-1/2}^{i+1}}{\Delta z} \right] \\
+ \frac{1}{2} \left[\left[\hat{\mathcal{H}}_{2zz}\right]_{j} \frac{\hat{\phi}_{j+1}^{i} - 2\hat{\phi}_{j}^{i} + \hat{\phi}_{j-1}^{i}}{\Delta z^{2}} + \left[\hat{\mathcal{V}}_{1z}\right]_{j\pm 1/2}^{i} \frac{\hat{\phi}_{j+1/2}^{i} - \hat{\phi}_{j-1/2}^{i}}{\Delta z} \right]. \tag{5.40}$$

5.5.4.2 Discrétisation par différences finies à l'ordre 2 de l'opérateur $\left[\hat{\mathcal{V}}_{1z}\right] \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial z}$

Dans l'équation (5.40) la notation $\left[\hat{\mathcal{V}}_{1z}\right]_{j\pm 1/2}^{i} \frac{\hat{\phi}_{j+1/2}^{i} - \hat{\phi}_{j-1/2}^{i}}{\Delta z}$ représente la discrétisation de $\left[\hat{\mathcal{V}}_{1z}\right] \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial z}$ par un schéma aux différences finies centrées sur le point (x_i, z_j) et doit-être explicitée. Le terme $\partial \phi/\partial z$ peut-être discrétisé à l'ordre 2 au point (x_i, z_j) en utilisant des demi-points [Fornberg, 1988] :

$$\frac{\phi_{j+1/2}^i - \phi_{j-1/2}^i}{\Delta z}.$$
(5.41)

Dans $\left[\hat{\mathcal{V}}_{1z}\right]\frac{\partial\hat{\phi}}{\partial z}$ le terme $\frac{\partial}{\partial z}\left[V_{0x}\frac{\partial\phi}{\partial z}\right]$ se discrétise selon la même méthode au point (x_i, z_j) en :

$$\frac{1}{\Delta z} \left[V_{0x_{j+1/2}} \frac{\phi_{j+1}^i - \phi_j^i}{\Delta z} \right] - \frac{1}{\Delta z} \left[V_{0x_{j-1/2}} \frac{\phi_j^i - \phi_{j-1}^i}{\Delta z} \right],$$
(5.42)

et l'autre terme $-\frac{\overline{c}_0}{2\rho_0(x,z)}\frac{\partial}{\partial z}\left[\rho_0(x,z)\frac{\partial\phi}{\partial z}\right]$ dans l'opérateur $\left[\hat{\mathcal{V}}_{1z}\right]\frac{\partial\hat{\phi}}{\partial z}$ se discrétise au point (x_i, z_j) avec le même schéma :

$$-\frac{\overline{c}_{0}}{2\Delta z\rho_{0}(x_{i}, z_{j+1/2})} \left[\rho_{0}(x_{i}, z_{j+1/2}) \frac{\phi_{j+1}^{i} - \phi_{j}^{i}}{\Delta z}\right] + \frac{\overline{c}_{0}}{2\Delta z\rho_{0}(x_{i}, z_{j-1/2})} \left[\rho_{0}(x_{i}, z_{j-1/2}) \frac{\phi_{j}^{i} - \phi_{j-1}^{i}}{\Delta z}\right].$$
(5.43)

Les valeurs du milieu ambiant (c_0, ρ_0, V_{0x}) sur les demi-points comme les autres valeurs du milieu sur les points entiers du maillage sont calculés dans une phase de pré-traitement.

5.5.4.3 Discrétisation de l'opérateur $[\hat{\mathcal{V}}_{2xz}] \frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial z \partial x}$

Enfin au point (x_i, z_j) le terme $\left[\hat{\mathcal{V}}_{2xz}\right] \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial z}$ discrétisé est représenté dans (5.40) par $\left[\hat{\mathcal{V}}_{2xz}\right]_{j\pm 1/2}^{i} \frac{\hat{\phi}_{j+1/2}^{i} - \hat{\phi}_{j-1/2}^{i}}{\Delta z}$. Pour la dérivation selon x on discrétise $\left[\hat{\mathcal{V}}_{2xz}\right] \frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial z \partial x}$ en l'écrivant : $\frac{1}{\Delta x} \left(\left[\hat{\mathcal{V}}_{2xz}\right]_{j\pm 1/2}^{i+1} \frac{\hat{\phi}_{j+1/2}^{i+1} - \hat{\phi}_{j-1/2}^{i+1}}{\Delta z} - \left[\hat{\mathcal{V}}_{2xz}\right]_{j\pm 1/2}^{i} \frac{\hat{\phi}_{j+1/2}^{i} - \hat{\phi}_{j-1/2}^{i}}{\Delta z} \right).$ (5.44)

S'il est totalement développé, le terme $\frac{\partial}{\partial z} \left[V_{0x} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial x} \right]$ conduit à :

$$\frac{1}{\Delta x \Delta z} \left(V_{0x_{j+1/2}} \frac{\phi_{j+1}^{i+1} - \phi_j^{i+1}}{\Delta z} - V_{0x_{j-1/2}} \frac{\phi_j^{i+1} - \phi_{j-1}^{i+1}}{\Delta z} - V_{0x_{j+1/2}} \frac{\phi_{j+1}^i - \phi_j^i}{\Delta z} + V_{0x_{j-1/2}} \frac{\phi_j^i - \phi_{j-1}^i}{\Delta z} \right)$$

Dans les expressions discrétisées des termes conservatifs $\left[\hat{\mathcal{V}}_{1z}\right]\frac{\partial\phi}{\partial z}$ et $\left[\hat{\mathcal{V}}_{2xz}\right]\frac{\partial^2\phi}{\partial z\partial x}$, une fois développées plus aucune dépendance en les demi-points $z_{j-1/2}$ et $z_{j+1/2}$ n'apparaît pour le potentiel ϕ_j^i .

5.5.4.4 Système linéaire tridiagonal

Un système linéaire tridiagonal peut-être construit à partir de l'expression (5.40) :

$$\frac{1}{\Delta x} \left(i\omega \hat{\phi}_{j}^{i} + \left[\hat{\mathcal{H}}_{3xzz} \right]_{j} \frac{\hat{\phi}_{j+1}^{i} - 2\hat{\phi}_{j}^{i} + \hat{\phi}_{j-1}^{i}}{\Delta z^{2}} + \left[\hat{\mathcal{V}}_{2xz} \right]_{j}^{i} \frac{\hat{\phi}_{j+1/2}^{i} - \hat{\phi}_{j-1/2}^{i}}{\Delta z} \right)
- \frac{1}{2} \left(\left[\hat{\mathcal{H}}_{2zz} \right]_{j} \frac{\hat{\phi}_{j+1}^{i} - 2\hat{\phi}_{j}^{i} + \hat{\phi}_{j-1}^{i}}{\Delta z^{2}} + \left[\hat{\mathcal{V}}_{1z} \right]_{j}^{i} \frac{\hat{\phi}_{j+1/2}^{i} - \hat{\phi}_{j-1/2}^{i}}{\Delta z} \right) \\
= \left(\frac{i\omega}{\Delta x} - \left[\hat{\mathcal{H}}_{3xzz} \right]_{j} \frac{2}{\Delta x \Delta z^{2}} - \left[\hat{\mathcal{H}}_{2zz} \right]_{j} \frac{1}{\Delta z^{2}} \right) \hat{\phi}_{j}^{i+1} \\
+ \left(\left[\hat{\mathcal{H}}_{3xzz} \right]_{j} \frac{1}{\Delta x \Delta z^{2}} + \frac{1}{2} \left[\hat{\mathcal{H}}_{2zz} \right]_{j} \frac{1}{\Delta z^{2}} \right) \hat{\phi}_{j+1}^{i+1} \\
+ \left(\left[\hat{\mathcal{H}}_{3xzz} \right]_{j} \frac{1}{\Delta x \Delta z^{2}} + \frac{1}{2} \left[\hat{\mathcal{H}}_{2zz} \right]_{j} \frac{1}{\Delta z^{2}} \right) \hat{\phi}_{j-1}^{i+1} \\
+ \left[\hat{\mathcal{V}}_{2xz} \right]_{j}^{i+1} \frac{\hat{\phi}_{j+1/2}^{i+1} - \hat{\phi}_{j-1/2}^{i+1}}{\Delta z} + \left[\hat{\mathcal{V}}_{1z} \right]_{j}^{i+1} \frac{\hat{\phi}_{j+1/2}^{i+1} - \hat{\phi}_{j-1/2}^{i+1}}{2\Delta z}.$$
(5.46)

Le système (5.46) est un système tridiagonal. La première et deuxième ligne constituent le second membre dont toutes les valeurs sont connues. Les lignes 3 à 5 sont respectivement les coefficients de la diagonale, de la diagonale supérieure, et de la diagonale inférieure.

Les schémas discrets associés aux termes $\left[\hat{\mathcal{V}}_{1z}\right]\frac{\partial\hat{\phi}}{\partial z}$ et $\left[\hat{\mathcal{V}}_{2xz}\right]\frac{\partial^2\hat{\phi}}{\partial z\partial x}$ ayant été établis dans les deux paragraphes précédents 5.5.4.2 et 5.5.4.3 : ils ne sont pas développés dans (5.46) par soucis de compacité. Ils viennent ajouter des termes aux lignes 3 à 5.

Le système linéaire (5.46) est résolu pour chacune des fréquences ω par un algorithme de Thomas modifié, tel que donné par Quarteroni et al. [2007].

5.5.5 Conditions aux limites

Une condition aux limites de type champ libre est modélisée par une couche absorbante artificielle en domaine fréquentiel, elle est identique à celle présentée par Ganjehi [2008]. Cette condition est écrite comme un terme d'atténuation le long de l'axe Oz dans la partie hétérogène de l'équation (5.13). L'opérateur $[\hat{\mathcal{H}}_0]$ se voit donc adjoindre un terme suplémentaire :

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathcal{H}}_0 \end{bmatrix} \quad \text{devient} \quad \begin{bmatrix} \hat{\mathcal{H}}_0 \end{bmatrix} - i\omega\alpha(z), \tag{5.47}$$

avec le facteur d'atténuation α défini par :

$$\alpha(z) = \begin{cases} \frac{21\overline{c}_0 A}{h^3} \Big[z - (z_{N_z} - h) \Big]^2 & \text{si} \quad z > z_{N_z} - h \\ 0 & \text{si} \quad 0 < z < z_{N_z} - h, \end{cases}$$
(5.48)

où h est l'épaisseur désirée de la couche absorbante, et A un paramètre d'amplitude (usuellement pris égal à 1.4).

Une condition de pression nulle $\phi(z_{N_z}) = 0$ est forcée sur le dernier point z_{N_z} du maillage transverse. Dans le système tridiagonal (5.46) ceci correspond à une condition d'antisymétrie au point limite z_{N_z} :

$$\hat{\phi}_{j+1}^{i} \equiv -\hat{\phi}_{j-1}^{i}$$
 en $j = N_{z}$. (5.49)

La présence d'un sol plat et parfaitement réfléchissant est aussi implémentée, de manière différente selon l'effet physique calculé. Pour l'étape de diffraction le sol est remplacé par une source image : ceci implique un doublement de l'axe transverse Oz avant d'appliquer la transformée de Fourier vers l'espace (k_z, ω) . Dans les termes hétérogènes, le sol est modélisé en imposant une vitesse normale nulle dans le schéma aux différences finies :

$$\left. \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \tag{5.50}$$

ceci se traduit dans le système tridiagonal (5.46) par la condition :

$$\hat{\phi}_{j-1}^{i} \equiv \hat{\phi}_{j+1}^{i} \quad \text{en} \quad j = 1,$$
(5.51)

en introduisant explicitement les points non physiques $\hat{\phi}_0^i$, "situés" juste sous le sol.

Aucune notion de conditions aux limites n'est nécessaire dans la partie non linéaire du schéma à pas fractionné ni dans la partie S puisque les équations correspondantes ne font pas intervenir de dérivée partielle dans la direction verticale.
5.6 Tests de validation

5.6.1 Cas d'un milieu hétérogène

Les termes d'hétérogénéités du milieu présents dans l'équation Flhoward (5.12) ont en partie été validés par F. Dagrau dans sa thèse [Dagrau, 2009] : il réalise le cas test de la diffusion d'une onde plane par un cylindre hétérogène de vitesse du son différente du milieu ambiant \bar{c}_0 . Dans ce paragraphe les termes d'hétérogénéités sur la masse volumique sont validés avec la même démarche.

On considère un domaine en champ libre (Ox, Oz), une onde plane monochromatique s'y déplace le long de l'axe Ox. Elle a pour fréquence caractéristique 5 Hz et une amplitude $P_0 = 100$ Pa. On définit une longueur d'onde caractéristique $\lambda = 68$ m, le domaine de calcul a pour largeur transverse 60λ et pour longueur 15λ . Le maillage du domaine est de 5 points par longueur d'onde dans la direction Ox, de 8 points par longueur d'onde dans la direction Oz. La fenêtre de temps retardé a pour largeur une période et est maillée avec 64 points. La célérité du son ambiante est $\overline{c}_0 = 340$ m/s et la densité ambiante vaut $\overline{\rho}_0 = 1.2$ kg/m³. Une hétérogénéité cylindrique en masse volumique de rayon λ est placée au point ($x = 5\lambda, z = 0$), elle a pour valeur $\rho_h = \overline{\rho}_0/(1 - 0.1)$ (soit un contraste de 10% en densité). Les conditions de type champ libre sur les bords sont modélisées par la couche absorbante introduite au paragraphe 5.5.5, elle a pour largeur 3λ avec le paramètre A = 1.4.

L'onde plane est propagée numériquement depuis le pas x = 0 jusqu'à la distance $x = 15\lambda$; durant son parcours, celle-ci est diffusée par l'hétérogénéité. Une solution analytique à ce problème peut-être établie [Morse et Ingard, 1986] : elle repose sur la séparation du champ de pression en un champ incident p_{ai} sur l'hétérogénéité, un champ diffusé p_{ar} et un champ transmis p_{at} dans l'hétérogénéité. Chacun de ces champs est développé sous forme d'une série de Bessel. Dagrau [2009] donne le détail du calcul, il n'est pas rappelé ici. la figure 5.4 représente les trois champs. La figure 5.5 montre la comparaison entre le champ de pression complet calculé analytiquement et la solution numérique obtenue avec Flhoward. On constate comme attendu que Flhoward ne permet pas de capturer le champ rétrodiffusé. La figures 5.6 montre l'erreur relative entre la solution numérique et la solution analytique : elle est inférieure à 5% en aval de l'hétérogénéité et ce sur des angles importants. La figure 5.7 trace les profils de pression sur l'axe Ox pour les deux solutions. L'accord entre les profils de pression le long de l'axe Ox est tout à fait satisfaisant en aval de l'hétérogénéité. On peut voir que la solution numérique ne décrit pas le détail de la pression transmise à l'intérieur de l'hétérogénéité, ni bien sûr le champ rétrodiffusé. Le comportement de la solution numérique pour le cas d'une hétérogénéité en densité est donc similaire au cas d'une hétérogénéité en célérité du son. La principale erreur commise par l'approche numérique reste liée à l'approximation unidirectionnelle qui néglige le champ rétrodiffusé, mais cette erreur reste faible pour les hétérogénéités présentant des contrastes de quelques pourcents, que l'on rencontre dans l'atmosphère.



FIGURE 5.4 – Décomposition analytique du champ de pression en un champ incident p_{ai} (en haut à gauche), en un champ p_{at} transmis dans l'hétérogénéité (en haut à droite) et un champ diffusé p_{ar} (en bas). L'échelle de couleur représente la pression adimensionnée par P_0 .



Solut Analyt: valeur abs du champ de pression rayonne par le piston: p(x,y,w0) (Pa)

Flhoward: valeur abs du champ de pression rayonne par le piston: p(x,y,w0) (Pa)



FIGURE 5.5 – Valeur absolue du champ de pression (en grandeurs dimensionnées) de la solution analytique (à gauche) comparée à la solution numérique obtenue par Flhoward (à droite).



ecart relatif des vals abs entre la solution analytique et la solution Flhoward

FIGURE 5.6 – Erreur relative entre la solution analytique et la solution numérique.



FIGURE 5.7 – Profil du champ de pression le long de l'axe Ox. La position de l'hétérogénéité en densité est marquée par la région grisée.

5.6.2 Validation des termes d'écoulements

Cette partie présente la validation numérique de la résolution des nouveaux termes d'écoulement. La méthode proposée pour résoudre l'équation (5.13) est validée dans le cas de la propagation linéaire de modes acoustiques dans un guide d'onde bidimensionnel pour différents écoulements cisaillés de nombre de Mach $M(z)\mathbf{e}_{\mathbf{x}}$. Plusieurs raisons justifient cette stratégie de validation. Tout d'abord, les modes numériques peuvent être comparés à ceux déduits de l'équation exacte de Lilley [1972]. Puis, comme un mode est caractérisé entièrement par son profil transverse et sa vitesse de phase qui restent inchangés durant la propagation, une simulation numérique sur une très grande distance de propagation est un cas test sévère pour vérifier les propriétés de l'algorithme numérique en terme de conservation d'énergie et de dispersion numérique. Dans le cas d'une propagation modale. toute erreur numérique générée par le schéma est toujours accumulée sans aucune possibilité de compensation. De telles configurations peuvent donc être interprétées comme les cas "les moins favorables" et fournissent donc une estimation des limites de l'algorithme numérique. Une difficulté cependant dans cette approche est d'adapter la méthode de spectre angulaire pour l'étape de diffraction, au cas de modes guidés. En effet, cette méthode implique une périodicité spatiale le long de la direction z. Pour rendre cela compatible avec le cas d'un guide d'onde, on considère un guide d'onde ayant des conditions de pression nulle $\phi(z=L)=\phi(z=-L)=0$ sur chacune des parois latérales du guide de largeur totale 2L. De plus, on ne considère que les modes antisymétriques (modes d'ordre pair 2, 4, ...). Les modes antisymétriques ont la propriété suivante : leur extension par périodisation de période 2L est \mathcal{C}^{∞} , alors que l'extension par périodisation des modes symétriques (modes d'ordre impair 1, 3, ...) possède une dérivée première discontinue aux points $z = \pm (2n+1)L$, et n'est donc pas adaptée pour notre méthode numérique.

Pour une fréquence ω_0 , une solution modale est recherchée sous la forme $p_a(x, z, \tau) = P(z) \exp\left[ik_0\left((\bar{k}_x - 1)x - \bar{c}_0\tau\right)\right]$. En injectant cette forme dans l'équation (5.12) (où les effets non linéaires sont ignorés) on obtient le problème aux valeurs propres suivant :

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}^2 P}{\mathrm{d}z^2} + \frac{2\overline{k}_x M'}{\left[1+M^2\right]} \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} + k_0^2 \left[1 - \frac{\overline{k}_x^2 + 2M\overline{k}_x}{\left[1+M^2\right]}\right] P(z) = 0\\ P(z = -L) = P(z = L) = 0, \end{cases}$$
(5.52)

avec M' = dM/dz. Pour comparaison, l'équation de Lilley modale exacte est :

$$\frac{\mathrm{d}^2 P}{\mathrm{d}z^2} + \frac{2\overline{k}_x M'}{\left[1 - \overline{k}M\right]} \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} + k_0^2 \left[(1 - \overline{k}M)^2 - \overline{k}^2 \right] P(z) = 0, \qquad (5.53)$$

avec les mêmes conditions aux limites.

L'équation (5.52) est résolue numériquement par une méthode de tir [Eversman, 1995] pour déterminer à une fréquence ω_0 les différents nombres d'onde k_x et les profils transverses P(z) des différents modes propagatifs. La vitesse de phase théorique est alors définie par $c_{\phi} = \omega_0/k_x$.

Pour chaque mode testé, le profil déterminé par la méthode de tir appliquée à l'équation (5.52) est utilisé comme une condition d'initialisation en x = 0 pour le code de calcul. Puis le mode est numériquement propagé sur la distance axiale de 1000 longueurs d'onde $1000\lambda_x$ (avec $\lambda_x = 2\pi/k_x$ une distance caractéristique associée à la composante le long de l'axe Ox du vecteur d'onde). La distance importante de 1000 longueurs d'onde est choisie à dessein pour tester les propriétés de dispersion numérique et de dissipation. Le maillage discret est choisi avec 8 points par longueur d'onde dans la direction axiale $\mathbf{e_x}$. Un maillage très fin est utilisé pour l'axe transverse Oz (256 points par longueur d'onde) et pour l'axe du temps retardé $O\tau$ (128 points par période) afin d'être certain d'atteindre la convergence numérique en maillage même pour des modes inclinés. Les tests de validation se concentrent sur la conservation numérique des profils des modes P(z)durant la propagation, et le bon accord de la vitesse de phase numérique c_{ϕ} avec la vitesse de phase théorique attendue.

Les résultats présentés s'intéressent à deux écoulements représentatifs : un écoulement de Poiseuille de nombre de Mach $M(z) = M_0(1.0 - z^2/L^2)$ et un écoulement plus fortement cisaillé, choisi comme étant uniforme au centre du guide d'onde : $M(z) = M_0$ for $z \in$ $[(-1 + \alpha)L, (1 - \alpha)L]$ et avec des gradients de cisaillement localisé près des bords : $M(z) = M_0 \sin \left[\pi (1 - z/L)/(2\alpha) \right]$ pour $z \in [L(1 - \alpha), L]$ (et symétriquement pour l'autre bord). L'épaisseur relative de cet écoulement mimant une couche limite sur les bords, est choisie égale à $\alpha = 0.1$. Les deux cas d'un écoulement de nombre de Mach positif et négatif $M_0 = \pm 0.1$ sont envisagés. L'algorithme numérique est testé pour chacun des quatre écoulements avec des fréquences ω balayant la gamme de $\omega L/\bar{c}_0 = 5$ à $\omega L/\bar{c}_0 = 20$. Près de la limite inférieure on se rapproche trop de la fréquence de coupure du guide et le schéma numérique présente des instabilités. Pour les fréquences plus élevées, les nombres d'ondes k_x se rapprochent de k_0 , les modes se propagent presque le long de l'axe du guide et les résultats numériques ne montrent plus d'évolution significative lorsque la fréquence augmente.

Par exemple, les profils des modes 2 et 4 (premier et second mode anti-symétrique) pour un écoulement de Poiseuille de nombre de Mach caractéristique $M_0 = 0.1$ ou $M_0 = -0.1$ sont présentés figures 5.8 et 5.9 pour $\omega L/\bar{c}_0 = 18.5$. L'accord entre les modes de l'équation de Lilley et l'équation (5.52) est excellent. Il apparaît clairement que la forme du profil des modes a été conservée par l'algorithme numérique durant une propagation sur $1000\lambda_x$. Mais, dans le cas de l'écoulement à nombre de Mach positif, un petit effet dissipatif est présent : après une propagation sur $1000\lambda_x$, l'erreur relative sur le maximum du profil comparée à celui du profil initial est de 10%. L'évolution de cette erreur est illustrée pour le mode 2 sur la figure 5.10. On peut-y observer un effet dissipatif, petit mais cumulatif. Pour le cas de l'écoulement à nombre de Mach négatif, aucun effet de dissipation n'est observé pour le mode 2; mais pour le mode 4, une légère dissipation est présente.

La figure 5.11 fait la synthèse des erreurs relatives sur les amplitudes des différents modes en fin de propagation (1000 longueurs d'onde λ_x dans l'axe du guide) pour les différents cas test (écoulement de Poiseuille ou écoulement très cisaillé sur les bords, nombre de Mach de l'écoulement positif ou négatif, plage entière des fréquences étudiées). On constate que le schéma numérique ne conserve pas totalement l'énergie, et que des écarts importants sur l'amplitude peuvent apparaître pour les modes de basse fréquence, ceux-ci se propageant avec des angles importants par rapport à l'axe. Dans le cas de l'écoulement de Poiseuille, les modes dont l'erreur relative est supérieure à 10% correspondent à des angles de propagation supérieurs à 30°. Le cas de l'écoulement de type couche limite est plus sensible et une divergence de l'amplitude au cours de la propagation apparaît pour des angles supérieurs à 20°. Cette erreur est clairement associée aux termes \mathcal{V}_{1z} et \mathcal{V}_{2xz} dans l'équation (5.16). En effet, si ceux-ci sont retirés, alors la conservation de l'énergie est vérifiée. Ceci est lié au fait que ces termes sont associés à des dérivées impaires du potentiel (voir l'équation (5.11)), ils peuvent donc introduire de la dissipation ou de l'anti-dissipation. Cependant cet effet est fortement réduit par l'utilisation de la forme conservative Eq. (5.12) plutôt que la forme non-conservative Eq. (5.10). Ainsi, pour le cas d'une propagation modale, une très petite erreur numérique de dissipation ou d'antidissipation est constatée (ici typiquement de 0.1% par longueur d'onde dans les cas les plus défavorables) systématiquement. Cependant, dans le cas de propagations atmosphériques en condition météo réaliste, il n'existe pas de guide d'onde à paroi parfaitement rigide ou à pression nulle. Les guides d'onde existant sont dûs à des minima de la vitesse du son

effective qui est continue. L'énergie n'est donc jamais totalement piégée à l'intérieur d'un guide. En outre, du fait de la variabilité des conditions atmosphériques sur de longues distances, de telles erreurs cumulatives sont peu probables et n'ont pas été relevées.

De la même manière la figure 5.12 montre les erreurs relatives sur la vitesse de phase des modes durant la propagation numérique. Ici, pour toutes les configurations l'erreur reste toujours très faible, à moins de 1%. En conséquence on constate que l'algorithme numérique introduit une dispersion numérique très faible et ce, même pour les modes se propageant avec des angles importants par rapport à l'axe du guide.



FIGURE 5.8 – Profil transverse de pression pour le mode 2 à la fréquence $\omega L/\bar{c}_0 = 18.5$ pour un écoulement de Poiseuille de nombre de Mach positif $M_0 = 0.1$ (graphique supérieur) et pour un nombre de Mach négatif $M_0 = -0.1$ (graphique inférieur). Lignes continues avec des cercles pleins : modes pour l'équation exacte de Lilley. Lignes continues avec des croix : modes de l'équation (5.52). Lignes pointillées : modes numérique après une propagation sur $1000\lambda_x$. Les profils sont normalisés par le maximum du mode de Lilley.



FIGURE 5.9 – Profil transverse de pression pour le mode 4 à la fréquence $\omega L/\bar{c}_0 = 18.5$ pour un écoulement de Poiseuille de nombre de Mach positif $M_0 = 0.1$ (graphique supérieur) et pour un nombre de Mach négatif $M_0 = -0.1$ (graphique inférieur). Lignes continues avec des cercles pleins : modes pour l'équation exacte de Lilley. Lignes continues avec des croix : modes de l'équation (5.52). Lignes pointillées : modes numérique après une propagation sur $1000\lambda_x$. Les profils sont normalisés par le maximum du mode de Lilley.



FIGURE 5.10 – Amplitude normalisée tracée en fonction de la distance de propagation pour le mode 2 à la fréquence $\omega L/\bar{c}_0 = 18.5$ pour le cas d'un écoulement de Poiseuille de nombre de Mach positif $M_0 = 0.1$. L'erreur relative est de 10% à la fin de la propagation numérique (1000 λ_x).



FIGURE 5.11 – Erreur relative sur l'amplitude par rapport à l'amplitude du pas initial pour l'écoulement de Poiseuille (graphique supérieur) et pour l'écoulement de type couche limite (graphique inférieur) après une propagation numérique de $1000\lambda_x$. Lignes continues : mode 2. Lignes pointillées : mode 4. Signes (+) : écoulement de nombre de Mach positif $M_0 = 0.1$. Signes (×) : écoulement de nombre de Mach négatif $M_0 = -0.1$.



FIGURE 5.12 – Erreur relative sur la vitesse de phase (par rapport à la valeur théorique attendue) pour l'écoulement de Poiseuille (graphique supérieur) et pour l'écoulement de type couche limite (graphique inférieur) après une propagation numérique de $1000\lambda_x$. Lignes continues : mode 2. Lignes pointillées : mode 4. Signes (+) : écoulement de nombre de Mach positif $M_0 = 0.1$. Signes (×) : écoulement de nombre de Mach négatif $M_0 = -0.1$.

5.6.3 Validation du sol rigide et plat en configuration non linéaire

Pour le cas d'une réflexion non linéaire d'une onde de choc sur une surface rigide, dans certaines configurations [Baskar et al., 2007] le point de jonction entre le front d'onde incident et le front d'onde réfléchi se détache de la surface et il apparaît un troisième front acoustique nommé front de Mach entre la surface et le point de jonction cité. Ce point est nommé "point triple" (voir figure 5.13). Dans le cas d'un choc fort, les fronts d'ondes (front incident, front réfléchi et front de Mach) sont droits. Dans le cas d'un choc faible, le front d'onde réfléchi et le front de Mach sont courbes et ce type de réflexion est nommé réflexion de von Neumann [von Neumann, 1963].



FIGURE 5.13 – A gauche, cas d'une réflexion non linéaire d'un choc fort sur une surface : réflexion de Mach. A droite : cas d'une réflexion non linéaire d'un choc faible : réflexion de von Neumann.

L'implémentation du sol rigide et plat est validée dans le cas non linéaire par l'étude d'une réflexion de von Neumann. On considère que le milieu ambiant est de l'eau, la célérité du son moyenne est $\bar{c}_0 = 1500$ m/s et la masse volumique est $\bar{\rho}_0 = 1000$ kg/m³, le paramètre de non linéarité β vaut 3.5. Une onde en dent de scie périodique de fréquence 10^6 Hz et de surpression $P_0 = 5 \cdot 10^5$ Pa se réfléchit sur le sol rigide à partir de x = 0, avec une incidence de $\theta = 2$ degrés par rapport à la normale à la surface. Marchiano et al. [2007] proposent l'étude expérimentale de cette réflexion pour une configuration identique mais ils étudient d'autres angles d'incidence (angles $\theta = 1^\circ, 3^\circ, 5^\circ$).

On définit la longueur d'onde $\lambda=1.5$ mm. Suivant l'article [Baskar et al., 2007] on introduit le paramètre critique¹ $a = \sin(\theta)/\sqrt{2\beta M_a}$; il est égal à 0.88 dans cette configuration. La réflexion de cette onde sur la surface conduit dans le cas non linéaire à une réflexion de von Neumann. Le domaine de calcul a pour taille verticale 20 λ , la largeur de la fenêtre de temps retardé est d'une période et la distance de propagation est de 100 λ . Un maillage sur-résolu est utilisé pour capturer la réflexion non linéaire : $(N_x, N_z, N_\tau) = (512, 1024, 512)$. La couche arbsorbante près du bord supérieur du domaine vertical a une épaisseur de 5λ avec le paramètre A = 1.4.

La figure 5.14 montre la comparaison entre le cas non linéaire et le cas linéaire. Dans le cas non linéaire une réflexion de Von Neumann est visible, l'angle d'incidence est différent de l'angle de réflexion et le maximum de surpression est plus que doublé dans la réflexion. Au contraire, dans le cas linéaire les angles d'incidences et de réflexion sont égaux. Il faut noter que pour le cas linéaire l'amplitude maximale au sol n'est pas égale à $2P_0$, ceci est dû à l'effet de diffraction présent à l'extrémité du front d'onde réfléchi qui se développe progressivement à partir de x = 0.

^{1.} Où M_a est le nombre de Mach acoustique, il est défini par $M_a = \frac{P_0}{\overline{\rho}_0 \overline{c}_0^2}$.



FIGURE 5.14 – Simulation avec Flhoward de la réflexion d'une onde en dent de scie sur une surface plate et rigide en grandeurs adimensionnées. Première ligne en haut : distance $x = 2\lambda$, deuxième ligne : distance $x = 50\lambda$, dernière ligne : $x = 100\lambda$. Colonne de gauche : cas non linéaire, une réflexion de Von Neumann est visible. Colonne de droite : cas linéaire, les échelles de couleur correspondent à celles colonne de gauche.

5.7 Propagation d'une onde de choc émise par une source explosive en présence d'un écoulement de couche limite

Un exemple d'application est maintenant présenté pour le contexte de la propagation acoustique en milieu atmosphérique. Une source linéique de hauteur totale 170 m (i.e. 25λ avec $\lambda = 6.8$ m pour une célérité du son égale à 340 m/s et une fréquence principale égale à 50 Hz) est étudiée. Cette source, qui s'élève depuis le sol, est inclinée avec un angle de 4 degrés par rapport à la normale au sol. La partie supérieure du segment (un quart de la longueur totale) est apodisée à l'aide d'une fonction décroissante en cosinus afin d'adoucir les discontinuités de géométrie. Chaque point de la source émet une onde de type explosive dont le pic de surpression est de 400 Pa et la fréquence principale de $f_0 = 50$ Hz, avec une forme d'onde pour la surpression donnée par [Friedlander, 1946] : $P_0 (1 - t/t_d) e^{-t/t_d}$. La valeur de t_d est choisie égale à 0.003 s, afin d'obtenir une fréquence principale de 50Hz dans le spectre de la forme d'onde. Cette configuration décrit de manière très basique la partie inférieure d'un canal d'éclair rectiligne qui peut se développer durant un arc en retour, d'après le modèle de source linéique discuté par Few [1969]. Dans un cas sans vent, l'angle d'inclinaison est choisi de manière à ce que les effets non linéaires conduisent à une réflexion de Von Neumann du choc sur le sol rigide [Baskar et al., 2007].

Le sol est considéré comme étant parfaitement plat et rigide. La présence de vent est introduite, en utilisant le modèle proposé par Ostashev et al. [2008] basé sur la théorie de similarité de Monin-Obukhov pour la couche limite atmosphérique. Les paramètres utilisés correspondent à une des six configurations test proposées par Ostashev et Wilson [2000] : le cas dénommé par eux "mostly sunny day with strong wind", avec une célérité en friction de 0.7 m/s, une rugosité de surface de 1 cm (sol plat et herbe courte), une température de référence près du sol de 25 °C, et un flux de chaleur en surface de 200 W/m², et donc une longueur d'Obukhov négative (stratification instable durant la journée) égale à -151 m. L'amplitude du vent ([Ostashev et al., 2008, fig. 4]) varie de 0 m/s sur le sol à un maximum de 16 m/s à une altitude de 500 m, avec un cisaillement violent dans les 10 premiers mètres au-dessus du sol. La valeur maximale du vent correspond à un nombre de Mach $M_0 \approx 0.05$, ce qui satisfait l'hypothèse de faible nombre de Mach pour l'écoulement ambiant utilisé dans tout ce travail. Puisque ce paragraphe se concentre sur les nouveaux termes d'écoulement de l'équation (5.12), le modèle proposé par Ostashev et Wilson pour le gradient de température n'est pas utilisé ici.

Trois cas sont étudiés numériquement : le cas sans vent, le cas d'un vent positif (propagation "dans le sens du vent" : réfraction vers le bas du son), et enfin le cas d'un vent de Mach négatif (propagation "contre le vent" : réfraction vers le haut du contenu acoustique). L'onde de choc est propagée numériquement depuis la source sur une distance $x = 200\lambda$, ce qui correspond à une distance de 1360 m. L'axe de propagation Ox est discrétisé avec 5 points par longueur d'onde λ , ceci correspond à un total de 1000 points. Le domaine transverse Oz a une hauteur de 40λ et est maillé avec 4096 points au total : ils sont tous utilisés dans l'étape de diffraction pour représenter la transformée de Fourier verticale de l'espace physique et de son image. Seulement 2049 points verticaux sont utilisés dans l'étape de résolution de l'écoulement et l'étape non linéaire, ceci correspond au domaine physique et le sol. 1024 points sont utilisés pour discrétiser la fenêtre de temps retardé. L'épaisseur de la couche absorbante est de 10λ avec un facteur d'atténuation de 1.4 [Dagrau et al., 2011].

Les figures 5.15 et 5.16 montrent pour chacun des trois cas le champ de surpression en fonction du temps retardé et de l'altitude, à des distances respectivement de 50λ (340 m) et 200λ (1360 m). Les figures 5.17 à 5.19 montrent le profil de surpression au sol (z = 0) et pour des distances de propagation de 50λ (340 m), 150λ (1020 m) et 200λ (1360 m).

Chaque forme d'onde au sol est calculée à la fois pour le cas linéaire et le cas non linéaire. Les spectres de pression sont également tracés.

Les figures 5.15 et 5.16 montrent l'effet important de l'écoulement de couche limite sur la propagation. Proche de la source à une distance de 340 m (figure 5.15), le champ de surpression est dominé par le front d'onde incident, le front d'onde réfléchi n'a eu le temps d'apparaître que près du sol. Les différences de temps d'arrivée sont dues à la convection par l'écoulement. Dans le cas sans vent, l'effet non linéaire conduit à une réflexion de Von Neumann [Baskar et al., 2007], avec un seul choc au sol et un choc de Mach de faible extension verticale. Ainsi à une altitude de 10 m, on n'observe qu'un seul choc (de Mach). Le signal au sol montre que la forme d'onde n'a que peu évolué par rapport au profil de Kinney initial, même si l'effet non linéaire a déjà commencé à redistribuer l'énergie vers les hautes et les basses fréquences. Dans le cas d'un vent positif, il n'y a pas de réflexion non linéaire, et à 10 m d'altitude deux chocs (l'un incident, l'autre réfléchi) de mêmes amplitudes sont clairement visibles. Aux plus hautes altitudes, le vent est pratiquement uniforme et son seul effet est d'avancer l'arrivée du signal, les formes d'onde pour les cas avec ou sans vent sont presque identiques. Au niveau du sol, on peut observer un allongement du signal temporel. En effet, dû au fort gradient de vent près du sol, les fréquences les plus élevées (typiquement celles au-dessus de 50Hz) tendent à être piégées près du sol par un effet de guide d'onde qui dépend de la fréquence. Cette dispersion est aussi visible par les oscillations du spectre au-dessus de 80 Hz. Dans le cas d'un vent négatif, le signal tend à monter par réfraction vers le haut. Près du sol, les plus hautes fréquences décroissent exponentiellement au travers de l'effet de propagation d'ondes rampantes [Pierce, 1989; Coulouvrat, 2002] et le choc commence à s'étaler. La décroissance des plus hautes fréquences est clairement visible sur le spectre du signal au sol. Les chocs incident et réfléchi fusionnent non sur le sol mais à plus haute altitude, ici à peu près à 30 m.

Loin de la source à une distance de 1360 m (figure 5.16), le front d'onde réfléchi est totalement apparu. Une fois de plus, la convection par l'écoulement ambiant explique les différents temps d'arrivée. Dans le cas sans vent, les courbures des fronts d'onde aux plus hautes altitudes sont dues à la taille finie de la source et à l'effet de diffraction sur sa limite supérieure. Les signaux incident et réfléchi sont bien visibles et sont presque similaires (réflexion géométrique). Près du sol, les deux signaux commencent à interférer et il est difficile de déterminer si une réflexion de Von Neumann est présente ou non. Le tracé du signal au sol montre clairement une différence entre le cas linéaire et le cas non linéaire. Ce dernier montre i) que l'amplitude du pic de surpression est moins élevée (dissipation au travers du choc), ii) un choc qui arrive plus tôt (la célérité non linéaire du son est plus importante que dans le cas linéaire), iii) un allongement non linéaire du signal avec un décalage du maximum du spectre vers les basses fréquences (celui-ci est maintenant autour de 30Hz au lieu de 50 Hz), et iv) les oscillations de la partie haute fréquence du spectre (la forme d'onde évolue progressivement depuis une forme de Kinney vers une forme d'onde en N). Dans le cas d'un vent positif, la partie du champ acoustique à haute altitude – bien au-dessus de l'effet guide d'onde – est similaire au cas sans vent, sauf pour les temps d'arrivée qui sont plus courts. Au contraire, entre le sol et environ 70 m d'altitude, l'effet guide d'onde dû à la réfraction vers le bas de l'acoustique par le fort cisaillement du vent conduit à des forts effets de dispersion. A 50 m d'altitude, on peut encore voir clairement un signal incident et un signal réfléchi, mais ce dernier est environ deux fois plus important en amplitude. A cause de cette plus grande amplitude, les effets non linéaires sont plus marqués et le signal a donc plus évolué vers une onde en N. Comparé au cas sans vent, le signal au sol et celui à 10 m d'altitude sont environ trois fois plus long. Le premier front du signal au sol ressemble fortement à une onde en N avec deux chocs, montrant ainsi que les effets non linéaires sont significatifs. Ceci est confirmé en comparant les signaux au

sol calculés avec ou sans effets non linéaires, ils présentent de fortes différences (visibles aussi dans la longue queue de dispersion du signal). Effectivement, dûs au cisaillement du vent près du sol qui crée un effet de guide d'onde, l'énergie acoustique tend à être confinée près du sol, et les effets non linéaires sont donc plus importants. On peut aussi noter le décalage sensible de la première arche dans le spectre au cours de la propagation : 80 Hz à 340 m, 45 Hz à 1020 m, et 20 Hz à 1360 m. Dans le cas d'un vent négatif, l'atténuation du signal au niveau du sol dans la zone d'ombre est importante, et peu de fréquences plus grandes que 50 Hz persistent. L'intensité du signal est plus grande aux altitudes entre 50 m et 100 m du fait de la réfraction vers le haut. Du fait de ces plus grandes amplitudes à ces altitudes, les effets non linéaires sont plus importants, et la forme d'onde ressemble à une onde en N. Ce n'est que très au-dessus de la zone d'ombre que l'on peut distinguer le signal incident et le signal réfléchi.

La figure 5.20 montre les cartes de la surpression $|\hat{p}_a(x, z, \omega)|$ par fréquence $f = \omega/2\pi$ (10 Hz, 50 Hz et 100 Hz) dans le domaine de calcul (Ox, Oz). Dans tous les cas, on peut observer les franges d'interférence entre le champ acoustique directement rayonné par la source, et le champ réfléchi par le sol. La diffraction de la partie supérieure apodisée de la source est aussi visible à toutes les fréquences. Les plus basses fréquences remplissent tout l'espace. Pour celles-ci il n'y a pas de zone d'ombre, et il n'y a que peu de différences entre les cas d'un vent positif et d'un vent négatif. Un tel résultat présentant une dépendance en fréquence ne pourrait pas être obtenu par une approche de type tracé de rayons. Dans le cas du vent positif, aux plus hautes fréquences 50 Hz et 100 Hz, un effet guide d'onde est parfaitement visible près du sol (principalement dans les 10 premiers mètres). Ici, les rayons acoustiques rebondissent entre le sol rigide et le cisaillement du vent durant leur propagation depuis la source. Pour le cas d'un vent négatif, des zones d'ombre sont nettement définies et la réfraction vers le haut du champ acoustique est visible.



FIGURE 5.15 – Simulation avec Flhoward, colonne de gauche : champ de surpression acoustique (Pa, échelle de couleur grisée) dans le domaine $(O\tau, Oz)$ après une propagation non linéaire sur $x = 50\lambda$ (340 m). Colonne de droite : profils de surpression aux altitudes 10 m, 50 m, 100 m et 150 m. Les segments verticaux sur la droite représentent une amplitude de 200Pa. Première ligne en haut : cas sans vent. Deuxième ligne : cas du vent positif. Dernière ligne : cas du vent négatif.



FIGURE 5.16 – Même tracés que la figure 5.15, mais après une propagation sur une distance de $x = 200\lambda$ (1360m).



FIGURE 5.17 – Cas sans vent. Colonne de gauche : surpression au sol (Pa). Colonne de droite : spectre correspondant en dB (référence : maximum du spectre du signal initial en x = 0). Propagation sur une distance de $x = 50\lambda$ (première ligne en haut), $x = 100\lambda$ (seconde ligne), et $x = 200\lambda$ (troisième ligne). Lignes pleines : cas non linéaire. Lignes pointillées : cas linéaire. Pour le cas linéaire, les profils de surpression sont saturés. Lignes fines avec des points : spectre de la source en x = 0.



FIGURE 5.18 – Mêmes études que pour la figure 5.17 pour le cas du vent positif.



FIGURE 5.19 – Mêmes études que pour la figure 5.17 pour le cas du vent négatif.



FIGURE 5.20 – Amplitude du champ de pression acoustique normalisé à [0, 1] pour une fréquence donnée (première ligne en haut : 10 Hz, seconde ligne : 50 Hz, troisième ligne : 100 Hz). Cas du vent positif (colonne de gauche) et cas du vent négatif (colonne de droite).

5.8 Conclusion

Ce chapitre a présenté l'enrichissement d'une méthode numérique originale pour la simulation de la propagation faiblement non linéaire d'ondes de choc acoustiques en milieu atmosphérique : les hétérogénéités du milieu sont prises en compte et de nouveaux termes décrivent la présence d'un écoulement ambiant cisaillé (vent).

La relation de dispersion de l'équation de base Flhoward (5.12) montre que notre approche, sans limitation angulaire, améliore l'équation parabolique non linéaire proposée par Aver'yanov et al. [2006] qui est à notre connaissance la seule équation de propagation non linéaire avec écoulement de la littérature ayant fait l'objet d'une résolution numérique. La précision de l'équation Flhoward est plus grande et sa validité angulaire s'étend de -90 degrés à +90 degrés dans le sens de propagation. Les termes nouveaux d'écoulement sont validés sur des cas tests difficiles de modes guidés pour des distances de propagation importantes. Les exemples d'études en configuration "réaliste" montrent que l'on retrouve des comportements physiques riches : effet de diffraction, effets de guides d'ondes atmosphériques et présence de zones d'ombre, effets non linéaires, et allongement temporel du signal. A notre connaissance aucun article de la littérature n'a jusqu'à présent montré la simulation de ce dit allongement temporel avec des formes d'onde marquées (par exemple : ondes en N) en début de signal suivies par une queue de signal de plus longue durée (voir figure 5.18). Notre approche décrit la dépendance fréquentielle de la propagation, à la fois pour les hautes et les basses fréquences, contrairement aux théories de rayons.

Les cas tests de validation montrent que le schéma numérique aux différences finies n'est pas totalement conservatif pour les termes d'écoulement, l'amélioration de ce point est à étudier. Une thèse est en cours pour établir une version tridimensionnelle parallélisée du code. Deux effets physiques importants restent à formuler : l'absorption et la présence d'un sol avec une impédance et une topographie. Un futur travail permettra de valider les termes de fluctuations de vent qui ont été écrits. Des améliorations pourraient être envisagées pour augmenter les performances des conditions aux limites de type champ libre avec l'utilisation par exemple de PML [Collino et Joly, 1995].

Conclusions et perspectives

6.1 Principaux résultats

L'objectif de cette thèse était d'améliorer la caractérisation des éclairs d'orage à l'aide de mesures acoustiques, dans les gammes sonores et infrasonores. Une campagne d'observations a été réalisée dans le Sud de la France en automne 2012 dans le cadre du projet européen HyMeX. Le CEA y a déployé une station composée de deux réseaux acoustiques, le premier réseau était composé de 4 microbaromètres organisés en un triangle de 500m de côté, ces microbaromètres étant ceux utilisés pour les stations du réseau SSI du CTBTO. Le second réseau, localisé à l'intérieur du premier, était composé de microphones organisés en un triangle de 50m de côté. Dans le cadre de la campagne d'observations SOP1 du projet HyMeX, des outils de mesure électromagnétique des éclairs ont été mis à disposition de la communauté. Les réanalyses du code de Météo-France AROME-WMED ont permis d'obtenir les profils météorologiques (célérité du son et vent) au-dessus de la station du CEA. L'exploration de l'ensemble des données enregistrées a montré que le 26 octobre 2012, dans la soirée de 18h TU à 22h TU, un orage est passé juste au-dessus de la station acoustique. Cet orage n'était pas trop intense, si bien que les éclairs pouvaient être clairement distingués les uns des autres, ce qui nous a conduits à privilégier cette journée.

L'analyse des données pour cet orage a permis d'établir plusieurs résultats nouveaux. Tout d'abord, le post-traitement des données acoustiques enregistrées par le petit réseau de microphones, avec les outils algorithmiques opérationnels (algorithme PMCC) du CEA a été un succès. Un ensemble de détections acoustiques associées aux signaux de tonnerre produits par les éclairs a pu être analysé. Une très bonne corrélation des détections acoustiques et électromagnétiques a pu être établie. A l'aide d'une hypothèse très simple de propagation acoustique en ligne droite à la vitesse du son moyenne $c_0 = 340$ m/s (valeur mesurée au sol), combinée avec la datation de la décharge fournie par le réseau LMA, nous avons pu reconstruire acoustiquement les géométries tridimensionnelles des décharges de foudre proches de la station. Ces géométries ont pu être comparées aux géométries 3D fournies par le réseau de recherche LMA. Nous avons montré que pour les décharges proches de la station acoustique (à moins de 20km), la corrélation entre les deux modes de reconstructions est excellente. Pour ces décharges proches, il n'apparaît donc pas nécessaire de faire appel à une connaissance des profils météorologiques pour reconstruire correctement la géométrie des décharges à partir des détections acoustiques.

Un des résultats de la présente thèse a donc été de prouver la faisabilité d'un petit réseau acoustique (tel que le réseau de microphones utilisé) pour la reconstruction des décharges proches. Un tel réseau acoustique doit être complété d'un dispositif simple de datation de la décharge. La mise en œuvre d'un tel système s'avérerait plus aisée et moins coûteuse que le déploiement d'un réseau électromagnétique tel que le LMA. Cette mise en œuvre pourrait par exemple être prônée systématiquement en complément des réseaux infrasonores du CTBTO afin d'identifier les détections associées aux orages, et ce notamment pour les stations situées dans les zones de forte activité orageuse (zones tropicales et équatoriales). Notons en particulier que de telles stations de localisation acoustique pourraient également pallier au moins partiellement l'absence de couverture par un réseau de détection électromagnétique à grande échelle (tel que EUCLID) dans ces régions.

Les reconstructions acoustiques prouvent que la méthode acoustique suit très bien les parties basses des arcs en retour (inférieures à 2km d'altitude) pour les décharges proches.

Ces parties basses des arcs en retour sont mal caractérisées par les outils électromagnétiques comme le LMA. Des informations extraites des signaux acoustiques enregistrés (comme le contenu fréquentiel et l'amplitude du signal acoustique) ont pu être associées à chacune des détections acoustiques reconstruites. Nous avons donc montré que la méthode acoustique apporte non seulement une capacité de détection des parties à basses altitudes des arcs en retour, mais aussi des informations sur le signal acoustique qu'elles émettent. Un autre des résultats principaux de cette thèse est donc d'établir la complémentarité des mesures acoustiques en regard des détections électromagnétiques.

A partir de la reconstruction de 5 arcs en retour proches de la station acoustique, nous avons observé clairement que ceux-ci émettent un signal acoustique à large bande. Les signaux de tonnerre correspondants ont un contenu fréquentiel approximativement uniforme au moins de 1Hz à 40Hz (des infrasons jusqu'aux fréquences acoustiques mesurées). Ceci apporte une argumentation quantitative au débat toujours ouvert sur la question de l'origine des infrasons enregistrés dans les signaux de tonnerre. Pour la première fois, nous disposons ici des données associant le spectre acoustique avec la localisation précise de la source au sein de la décharge.

Pour les décharges plus lointaines, la localisation des détections acoustiques à plus grande distance (au-delà de 20km de distance) correspond toujours en azimuts et en distances aux points de localisation des détections EUCLID. Des détections acoustiques, mais en faible nombre, ont ainsi pu être reconstruites correctement, et ce jusqu'à environ 75km de la station acoustique. Les signaux de tonnerre correspondants ont été analysés mais ne sont pas détaillés dans ce manuscrit. L'analyse indique qu'ils restent de contenu fréquentiel large même s'ils sont naturellement d'amplitude sensiblement plus faible.

Les reconstructions acoustiques montrent qu'au-delà de 20km de distance, les altitudes reconstruites présentent des biais importants par rapports aux altitudes issues des détections LMA. Nous interprétons ces résultats par le fait que, pour les distances de propagation plus importantes, les effets météorologiques (gradients de vent et de température) ne sont plus négligeables. Il conduisent donc à une évolution au cours de la propagation des angles d'élévation des différents fronts d'ondes. La mesure de ceux-ci à la station acoustique s'avère donc insuffisante pour localiser précisément les sources en altitude, et une reconstruction plus précise prenant en compte la météorologie s'avère donc probablement nécessaire.

Pour explorer plus précisément l'origine de ces biais, nous avons développé un code de propagation acoustique bidimensionnel¹ non linéaire avec prise en compte des gradients de célérité du son et de vent. Ce code nommé FLHOWARD est basé sur une équation de propagation modèle valable dans les cas atmosphériques (nombre de Mach de l'écoulement et intensité des hétérogénéités faibles). Il permet de modéliser la propagation des signaux de tonnerre au travers des profils météorologiques d'orage, au-dessus d'un sol rigide et plat. L'approche numérique est conçue pour décrire correctement la diffraction et les fréquences basses ou hautes des signaux calculés, les angles de propagation élevés (on dépasse ainsi les limitations des approches de types paraboliques); enfin l'évolution non linéaire des formes d'onde au cours de la propagation est prise en compte. La principale limitation de la méthode réside dans le fait qu'elle néglige le champ acoustique rétrodiffusé au cours de la propagation. Chaque effet physique est résolu séparément dans un espace différent et par une méthode numérique adaptée, un schéma à pas fractionné réalisant le lien entre les différentes étapes numériques. Il faut donc noter que l'approche numérique fait un usage massif de transformées de Fourier discrètes. Cette implémentation a été validée sur différents cas tests de propagation, notamment de propagation guidée avec écoulements sur de grandes distances. Ces cas tests ont permis de mettre en lumière des problèmes de stabilité du schéma numérique liés à la résolution des termes décrivant le modèle de vent, problèmes auxquels des solutions ont pu être apportées. Nous avons aussi réalisé

^{1.} Le domaine spatial est la direction de propagation horizontale source-récepteur et l'altitude.

des cas tests de réflexion non linéaire sur une surface rigide (dite de von Neumann) pour valider la description des non-linéarités. Un cas d'application a été choisi pour illustrer la propagation non linéaire d'une onde de choc acoustique en présence d'un écoulement de vent de type couche limite. Ceci constitue à notre connaissance la première simulation numérique de la propagation acoustique non linéaire dans un écoulement cisaillé. On a notamment pu mettre en évidence l'allongement significatif et l'évolution importante de la forme d'onde avec plusieurs arrivées, ceci dans le cas dispersif d'un guide d'onde créé par un fort cisaillement du vent au-dessus du sol. De telles évolutions sont fréquemment observées en propagation atmosphérique à longue distance et montrent l'intérêt de continuer à développer les méthodes de simulations numériques.

6.2 Perspectives

Une hypothèse simple de propagation acoustique en ligne droite a permis la reconstruction acoustique des éclairs d'orage les plus proches de la station (à moins de 20km). Pour les éclairs plus lointains, des biais importants sont observés sur les altitudes reconstruites des sources. Une suite logique de ce travail serait donc à court terme l'utilisation d'une méthode de tracé de rayons couplée avec les profils météorologiques, pour relocaliser plus précisément en altitude les sources les plus lointaines. La comparaison avec les localisations de référence du réseau LMA permettrait ainsi de confirmer l'importance des effets météorologiques sur la localisation des sources.

A plus long terme, les simulations numériques réalisées en application du développement de la méthode Flhoward ont confirmé que la méthode de rayons elle-même n'est pas sans limitations, aussi bien dans les zones d'ombre qu'à basses fréquences. L'utilisation des méthodes numériques avancées permettrait donc aussi de préciser les incertitudes de la reconstruction selon la méthode utilisée (propagation en ligne droite ou le long de rayons), et ce en fonction de la fréquence, de la distance à la station acoustique, et de la configuration météorologique. Une étude préliminaire en ce sens a fait l'objet de l'annexe G. Elle pourra être développée et consolidée à l'avenir.

Dans la présente étude, nous avons privilégié la journée particulière du 26 Octobre 2012. La base de données constituée à l'occasion de la campagne SOP1 de HyMeX contient les données pour d'autres journées orageuses qu'il conviendra d'explorer systématiquement pour conforter ou moduler les conclusions de la présente étude. Notons ici qu'une analyse selon la même démarche a été réalisée pour la journée du 24 Septembre 2012. Les conclusions sont similaires à celles présentées ici et sont soumises pour publication [Defer et al., 2014].

Il a été possible de mesurer les spectres des signaux acoustiques émis par chacun des éléments des décharges. On a notamment montré que les arcs en retour émettent un contenu acoustique infrasonore non négligeable par rapport au contenu acoustique. Une résonance des microphones autour de 100Hz (due au système de protection contre l'humidité) a limité la gamme de fréquences accessibles pour nos études spectrales à 60Hz au maximum. Des études sont en cours au CEA pour modéliser cette résonance afin de la corriger.

L'exploration fine des spectres permettra de manière naturelle, au-delà de la localisation des sources, de caractériser celles-ci en terme de spectre et éventuellement d'amplitude. Le lien pourra alors être précisé avec les différents modèles de sources établis dans la littérature (modèle d'onde de choc tortueux pour le tonnerre ou modèle électrostatique). La confrontation de ces modèles avec les données d'observation permettra d'en préciser la pertinence, et pourra éventuellement conduire à les affiner, voire à en proposer de nouveaux.

La reconstruction des sources réalisée ici a clairement montré le caractère tri-dimensionnel des décharges. L'enrichissement du code de propagation Flhoward constitue une suite naturelle et importante au travail numérique entamé ici. Une version tri-dimensionnelle est en cours de développement. Elle s'avérera nécessaire pour prendre en compte la géométrie complexe des décharges, et mieux quantifier l'importance des effets non linéaires, qui ont eux-mêmes une influence significative sur l'amplitude et le contenu spectral des signaux. Des effets de topographie pourraient également être intégrés afin d'estimer l'impact de cette dernière qui est pour l'instant ignorée.

Suivi de l'évolution des cellules orageuses par mesure acoustique

On donne ici le détail de l'évolution de l'orage du 26 octobre 2012, suivi avec à la fois avec les méthodes électromagnétiques (les détections EUCLID et les détections LMA) et la reconstruction des sources acoustiques par tranche de 10 minutes de 18h30m TU à 22h00 TU. Ces figures complètent la figure 4.21 ne montrant que 3 tranches de 10 minutes, et avec la même légende.
















Description des détections PMCC associées au bruit de fond en absence d'orage

Les vues synthétiques par tranches de 10 minutes que l'on a construites pour l'exploration des données acoustiques et électromagnétiques de l'orage du 26 octobre 2012 de 18h TU à 22h TU ont montré qu'en absence de décharges de foudre, PMCC associait des détections cohérentes venant de l'azimut Sud–Ouest. La figure B.1 en montre un exemple pour la fenêtre de temps de 20h10m TU à 20h20m TU.

Les détections liées à ce bruit de fond sont présentes tout au long de l'intervalle de temps et sont toujours dans le même azimut. Elles sont cependant masquées lorsque des détections sont associées à des signaux de tonnerre. Nous n'avons pas d'interprétation pour expliquer cet azimut. Il est possible que ces détections soient dues à un effet de topographie.



FIGURE B.1 – Vue exploratoire par tranche de 10 minutes correspondante à la vue exploratoire présentée figure 4.5 page 84. Dans cette vue exploratoire les détections PMCC associées au bruit de fond enregistré sur le réseau de microphones ont été conservées. Période de temps 20h10m TU et 20h20m TU. En rouge : détections PMCC et signal acoustique. En gris : détections LMA regroupées dans des régions de largeur 5s en temps, 10° en azimut et 3° en angle d'élévation. Pour les données LMA, on conserve juste la donnée binaire : région peuplée (couleur grise), ou région vide (aucune couleur). Symboles bleus : détections EUCLID.

Données des détections EUCLID

Données des différents échanges électriques détectés par EUCLID pour les deux décharges étudiées aux paragraphes 4.6.1 page 88 et 4.6.2 page 91.

C.1 Décharge de 20h35m00s TU

On rappelle les conventions pour les symboles des détections EUCLID données au paragraphe 4.4 page 80. Le symbole \blacktriangle représente la détection d'une décharge au sol de courant crête négatif. Le symbole $\Huge{}$ représente la détection d'une décharge intra-nuage de courant crête négatif. Le symbole \bigstar représente la détection d'une décharge intra-nuage de courant crête négatif. Le symbole \bigstar représente la détection d'une décharge intra-nuage de courant crête négatif. Le symbole \bigstar représente la détection d'une décharge intra-nuage de courant crête négatif.

datation	latitude	longitude	courant crête	type	symbole	azimut	distance	Х	Υ	erreur de localisation
$20\mathrm{h}35\mathrm{m}0.07\mathrm{s}~\mathrm{TU}$	44.07°	4.4265°	18.5 kA	G	×	128°	2.8 km	2.24 km	-1.74 km	$0.3 \mathrm{km}$
$20\mathrm{h}35\mathrm{m}0.08\mathrm{s}~\mathrm{TU}$	44.07°	4.4201°	-127.6 kA	G		128°	$2.2 \mathrm{~km}$	$1.73 \mathrm{~km}$	-1.34 km	0.2 km
20h35m0.11s TU	44.07°	4.4206°	-29.5 kA	G		118°	$2.0 \mathrm{km}$	$1.77 \mathrm{~km}$	$-0.95~\mathrm{km}$	$0.2 \mathrm{km}$
$20\mathrm{h}35\mathrm{m}0.13\mathrm{s}~\mathrm{TU}$	44.07°	4.4216°	-13.2 kA	G		124°	$2.2 \mathrm{~km}$	$1.85 \mathrm{~km}$	-1.26 km	$0.2 \mathrm{km}$

TABLE C.1 – Caractéristiques des détections EUCLID. La lettre "G" indique une décharge au sol. Le courant crête est donné en kilo-Ampères (kA). Les colonnes nommées "X" et "Y" sont les coordonnées cartésiennes de la détection relativement à la station acoustique, dans la direction Sud–Nord (colonne "Y") et dans la direction Ouest–Est (colonne "X"). La colonne "erreur de localisation" donne le rayon du cercle d'incertitude autour des coordonnées de la détection que donne le réseau EUCLID.

C.2 Décharge de 20h35m58s TU

datation	latitude	longitude	courant crête	type	symbole	azimut	distance	Х	Y	erreur de localisation
20h35h58.86s TU	44.13°	4.39°	9.9 kA	С	*	350°	5.7 km	-1.04 km	$5.64 \mathrm{~km}$	$0.89 \mathrm{~km}$

TABLE C.2 – Caractéristiques des détections EUCLID. Dans la colonne nommée "type" : la lettre "C" indique une décharge intra-nuage.

Détails de l'établissement de l'équation Flhoward

D.1 Equation de départ

Nous détaillons ici le processus d'établissement de l'équation Flhoward (5.10) à trois dimensions. À la fin de ce chapitre les simplifications introduites pour obtenir la version bi-dimensionnelles utilisée numériquement seront rappelées. Le domaine à trois dimensions est défini par x la coordonnée horizontale, z la coordonnée verticale, et y la coordonnée transverse. Un point est défini par $\mathbf{x} = (x, y, z)$ à un temps t, avec $\mathbf{e}_{\mathbf{x}}$ le vecteur horizontal unitaire. Dans ce qui suit, on utilise une convention de sommation sur les indices répétés, chacun des indices i, j, k représente les variables x, y, z.

L'équation de départ est l'équation (5.4) qui est rappelée ici :

$$\begin{split} \frac{1}{c_0^2} \frac{\mathbf{D_s}^2 p_a}{\mathbf{D}t^2} &- \rho_0(\mathbf{x}) \nabla \cdot \left(\frac{\nabla p_a}{\rho_0(\mathbf{x})}\right) + 2 \frac{\mathrm{d}V_{0j}}{\mathrm{d}z} \int_{-\infty}^t \frac{\partial^2 p_a(\mathbf{x}, t')}{\partial z \partial x_j} dt' \\ &= -\frac{2}{c_0^2} \mathbf{u}_0 \cdot \frac{\partial \nabla p_a}{\partial t} - 2 \frac{\partial u_{0j}}{\partial x_i} \int_{-\infty}^t \frac{\partial^2 p_a(\mathbf{x}, t')}{\partial x_i \partial x_j} dt' + \frac{\beta}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 p_a^2}{\partial t^2}. \end{split}$$

Nous développons les termes de cette équation (5.4) et ne conservons que les termes d'ordre au plus $O(M^2)$. Ce qui donne :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p_a}{\partial t^2} &- (\overline{c}_0^2 + 2\overline{c}_0 c_0') \Delta p_a + \overline{c}_0^2 \nabla p_a \cdot \frac{\nabla \rho_0}{\rho_0(\mathbf{x})} + 2\mathbf{V_0} \cdot \frac{\partial \nabla p_a}{\partial t} + 2\mathbf{u_0} \cdot \frac{\partial \nabla p_a}{\partial t} + V_{0j} V_{0i} \frac{\partial^2 p_a}{\partial x_j \partial x_i} \\ &= -2\overline{c}_0^2 \frac{\mathrm{d}V_{0i}}{\mathrm{d}z} \int^t \frac{\partial^2 p_a(\mathbf{x}, t')}{\partial z \partial x_i} \mathrm{d}t' - 2\overline{c}_0^2 \frac{\partial u_{0j}}{\partial x_i} \int^t \frac{\partial^2 p_a(\mathbf{x}, t')}{\partial x_i \partial x_j} \mathrm{d}t' \\ &+ 2\overline{c}_0^2 V_{0i} \frac{\mathrm{d}V_{0j}}{\mathrm{d}z} \int^t \int^{t'} \frac{\partial^3 p_a(\mathbf{x}, t'')}{\partial z \partial x_i \partial x_j} \mathrm{d}t'' \mathrm{d}t' + \frac{\beta}{\overline{\rho_0}\overline{c}_0^2} \frac{\partial^2 p_a^2}{\partial t^2}, \quad (\mathrm{D.1}) \end{aligned}$$

puis en réorganisant l'équation obtenue avec au second membre tous les termes autres que l'équation des ondes en milieu homogène :

$$\frac{\partial^2 p_a}{\partial t^2} - \overline{c}_0^2 \Delta p_a = -2\mathbf{V_0} \cdot \frac{\partial \nabla p_a}{\partial t} - 2\overline{c}_0^2 \frac{\mathrm{d}V_{0i}}{\mathrm{d}z} \int^t \frac{\partial^2 p_a(\mathbf{x}, t')}{\partial z \partial x_i} \mathrm{d}t'
- V_{0j} V_{0i} \frac{\partial^2 p_a}{\partial x_j \partial x_i} + 2\overline{c}_0^2 V_{0i} \frac{\mathrm{d}V_{0j}}{\mathrm{d}z} \int^t \int^{t'} \frac{\partial^3 p_a(\mathbf{x}, t'')}{\partial z \partial x_i \partial x_j} \mathrm{d}t'' \mathrm{d}t'
- 2\mathbf{u_0} \cdot \frac{\partial \nabla p_a}{\partial t} - 2\overline{c}_0^2 \frac{\partial u_{0j}}{\partial x_i} \int^t \frac{\partial^2 p_a(\mathbf{x}, t')}{\partial x_i \partial x_j} \mathrm{d}t'$$

$$+ 2\overline{c}_0 c_0'(\mathbf{x}) \Delta p_a - \overline{c}_0^2 \nabla p_a \cdot \frac{\nabla \rho_0}{\rho_0(\mathbf{x})}
+ \frac{\beta}{\overline{\rho_0} \overline{c}_0^2} \frac{\partial^2 p_a^2}{\partial t^2}.$$
(D.2)

Au second membre, nous avons : (i) sur la première ligne les termes linéaires par rapport à l'écoulement stratifié (O(M)), (ii) sur la seconde ligne les termes quadratiques par rapport à l'écoulement stratifié $(O(M^2))$, (iii) sur la première ligne les termes linéaires par rapport

aux fluctuations de vent $(O(M^2))$, (iv) sur la quatrième ligne les termes d'hétérogénéités en vitesse du son et en densité, et (v) sur la dernière ligne le terme non linéaire. Cet ordonnancement des différents termes du second membre sera constamment conservé par la suite.

D.2 Coordonnées mobiles

On introduit le temps retardé τ défini par :

$$\tau = t - \frac{x}{\overline{c}_0},\tag{D.3}$$

en effectuant le changement de variable $(t, x, y, z) \rightarrow (\tau, x, y, z)$, il vient :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{\overline{c_0}} \frac{\partial}{\partial \tau}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \rightarrow \frac{\partial}{\partial y}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \rightarrow \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \rightarrow \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{2}{\overline{c_0}} \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial x} + \frac{1}{\overline{c_0}^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}.$$
(D.4)

En injectant ce changement de variable dans l'équation (D.2), on obtient la transformation de chacun des termes :

$$\frac{\partial^2 p_a}{\partial t^2} \longrightarrow \frac{\partial^2 p_a}{\partial \tau^2}.$$
 (D.5)

Laplacien :

$$\Delta p_a = \frac{\partial^2 p_a}{\partial x_i \partial x_i} \qquad \rightarrow \qquad \frac{\partial^2 p_a}{\partial x_i \partial x_i} - \frac{2}{\overline{c}_0} \frac{\partial^2 p_a}{\partial x \partial \tau} + \frac{1}{\overline{c}_0^2} \frac{\partial^2 p_a}{\partial \tau^2},$$

et donc :

$$-\overline{c}_{0}^{2}\Delta p_{a} = -\overline{c}_{0}^{2}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x_{i}\partial x_{i}} \longrightarrow -\overline{c}_{0}^{2}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x_{i}\partial x_{i}} + 2\overline{c}_{0}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x\partial \tau} - \frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau^{2}}.$$
 (D.6)

Terme linéaire par rapport à l'écoulement ambiant :

$$-2\mathbf{V}_{\mathbf{0}} \cdot \frac{\partial \nabla p_a}{\partial t} = -2V_{0i} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial p_a}{\partial x_i} \longrightarrow -2V_{0i} \frac{\partial^2 p_a}{\partial \tau \partial x_i} + \frac{2}{\overline{c}_0} V_{0x} \frac{\partial^2 p_a}{\partial \tau^2}. \tag{D.7}$$

Gradient de l'écoulement ambiant :

$$-2\overline{c}_{0}^{2}\frac{\mathrm{d}V_{0i}}{\mathrm{d}z}\int^{t}\frac{\partial^{2}p_{a}(\mathbf{x},t')}{\partial z\partial x_{i}}\mathrm{d}t' \longrightarrow -2\overline{c}_{0}^{2}\frac{\mathrm{d}V_{0i}}{\mathrm{d}z}\int^{\tau}\frac{\partial^{2}p_{a}(\mathbf{x},\tau')}{\partial z\partial x_{i}}\mathrm{d}\tau' + 2\overline{c}_{0}\frac{\mathrm{d}V_{0x}}{\mathrm{d}z}\frac{\partial p_{a}}{\partial z}.$$
 (D.8)

Terme quadratique par rapport à l'écoulement ambiant :

$$-V_{0j}V_{0i}\frac{\partial^2 p_a}{\partial x_j \partial x_i} \longrightarrow -V_{0j}V_{0i}\frac{\partial^2 p_a}{\partial x_j \partial x_i} + \frac{2}{\overline{c}_0}V_{0x}V_{0i}\frac{\partial^2 p_a}{\partial x_i \partial \tau} - \frac{1}{\overline{c}_0^2}V_{0x}V_{0x}\frac{\partial^2 p_a}{\partial \tau^2}.$$
 (D.9)

Gradient quadratique par rapport à l'écoulement ambiant :

$$2\overline{c}_0^2 V_{0i} \frac{\mathrm{d}V_{0j}}{\mathrm{d}z} \int^t \int^{t'} \frac{\partial^3 p_a(\mathbf{x}, t'')}{\partial z \partial x_i \partial x_j} \mathrm{d}t'' \mathrm{d}t'$$

$$\rightarrow \frac{2\overline{c}_{0}^{2}V_{0i}\frac{\mathrm{d}V_{0j}}{\mathrm{d}z}\int^{\tau}\int^{\tau'}\frac{\partial^{3}p_{a}(\mathbf{x},\tau'')}{\partial z\partial x_{i}\partial x_{j}}\mathrm{d}\tau''\mathrm{d}\tau' + 2\overline{c}_{0}V_{0x}\frac{\mathrm{d}V_{0x}}{\mathrm{d}z}\left(\frac{1}{\overline{c}_{0}}\frac{\partial p_{a}}{\partial z} - 2\int^{\tau}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial z\partial x}\mathrm{d}\tau'\right) \\ - 2\overline{c}_{0}\left(\frac{\mathrm{d}V_{0x}}{\mathrm{d}z}V_{0y} + \frac{\mathrm{d}V_{0y}}{\mathrm{d}z}V_{0x}\right)\int^{\tau}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial z\partial y}\mathrm{d}\tau'.$$

$$(D.10)$$

Fluctuations turbulentes, terme linéaire :

$$-2\mathbf{u}_{\mathbf{0}} \cdot \frac{\partial \nabla p_a}{\partial t} = -2u_{0i} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial p_a}{\partial x_i} \qquad \rightarrow \qquad -2u_{0i} \frac{\partial^2 p_a}{\partial \tau \partial x_i} + \frac{2}{\overline{c}_0} u_{0x} \frac{\partial^2 p_a}{\partial \tau^2}. \tag{D.11}$$

Gradient des fluctuations turbulentes :

$$-2\overline{c}_0^2 \frac{\partial u_{0j}}{\partial x_i} \int^t \frac{\partial^2 p_a(\mathbf{x}, t')}{\partial x_i \partial x_j} \mathrm{d}t'$$

$$\rightarrow \qquad -2\overline{c}_0^2 \frac{\partial u_{0j}}{\partial x_i} \int^{\tau} \frac{\partial^2 p_a(\mathbf{x}, \tau')}{\partial x_i \partial x_j} \mathrm{d}\tau' - 2\frac{\partial u_{0x}}{\partial x} \frac{\partial p_a}{\partial \tau} + 2\overline{c}_0 \frac{\partial p_a}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_{0i}}{\partial x} + \frac{\partial u_{0x}}{\partial x_i}\right). \tag{D.12}$$

Hétérogénéités :

$$2\overline{c}_{0}c_{0}^{\prime}\Delta p_{a} = 2\overline{c}_{0}c_{0}^{\prime}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x_{i}\partial x_{i}} \longrightarrow 2\overline{c}_{0}c_{0}^{\prime}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x_{i}\partial x_{i}} - 4c_{0}^{\prime}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x\partial \tau} + 2\frac{c_{0}^{\prime}}{\overline{c}_{0}}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau^{2}}, \quad (D.13)$$

 et

$$-\overline{c}_{0}^{2}\nabla p_{a} \cdot \frac{\nabla \rho_{0}}{\rho_{0}} = -\overline{c}_{0}^{2}\frac{\partial p_{a}}{\partial x_{i}}\left(\frac{1}{\rho_{0}}\frac{\partial \rho_{0}}{\partial x_{i}}\right)$$

$$\rightarrow -\overline{c}_{0}^{2}\frac{\partial p_{a}}{\partial x_{i}}\frac{1}{\rho_{0}}\frac{\partial \rho_{0}}{\partial x_{i}} + \frac{\overline{c}_{0}}{\rho_{0}}\left(\frac{\partial p_{a}}{\partial x}\frac{\partial \rho_{0}}{\partial \tau} + \frac{\partial p_{a}}{\partial \tau}\frac{\partial \rho_{0}}{\partial x}\right) - \frac{1}{\rho_{0}}\frac{\partial p_{a}}{\partial \tau}\frac{\partial \rho_{0}}{\partial \tau},$$
qui devient
$$-\frac{\overline{c}_{0}^{2}}{\rho_{0}}\frac{\partial p_{a}}{\partial x_{i}}\frac{\partial \rho_{0}}{\partial x_{i}} + \frac{\overline{c}_{0}}{\rho_{0}}\frac{\partial p_{a}}{\partial \tau}\frac{\partial \rho_{0}}{\partial x} \quad \text{car} \quad \frac{\partial \rho_{0}}{\partial \tau} = 0 \quad (D.14)$$

D.3 Rassemblement des termes

En rassemblant les termes écrits en temps retardé il vient :

$$\begin{aligned} 2\bar{c}_{0}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x\partial \tau} - \bar{c}_{0}^{2}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x_{i}\partial x_{i}} &= \\ &- 2V_{0i}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau\partial x_{i}} + \frac{2}{\bar{c}_{0}}V_{0x}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau^{2}} - 2\bar{c}_{0}^{2}\frac{dV_{0i}}{dz}\int^{\tau}\frac{\partial^{2}p_{a}(\mathbf{x},\tau')}{\partial z\partial x_{i}}d\tau' + 2\bar{c}_{0}\frac{dV_{0x}}{dz}\frac{\partial p_{a}}{\partial z} \\ &+ 2\bar{c}_{0}^{2}V_{0i}\frac{dV_{0j}}{dz}\int^{\tau}\int^{\tau'}\frac{\partial^{3}p_{a}(\mathbf{x},\tau'')}{\partial z\partial x_{i}\partial x_{j}}d\tau''d\tau' + 2\bar{c}_{0}V_{0x}\frac{dV_{0x}}{dz}\left(\frac{1}{\bar{c}_{0}}\frac{\partial p_{a}}{\partial z} - 2\int^{\tau}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial z\partial x}d\tau'\right) \\ &- 2\bar{c}_{0}\left(\frac{dV_{0x}}{dz}V_{0y} + \frac{dV_{0y}}{dz}V_{0x}\right)\int^{\tau}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial z\partial y}d\tau' \\ &- V_{0j}V_{0i}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x_{j}\partial x_{i}} + \frac{2}{\bar{c}_{0}}V_{0x}V_{0i}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x_{i}\partial \tau} - \frac{1}{\bar{c}_{0}^{2}}V_{0x}V_{0x}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau^{2}} \\ &- 2u_{0i}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau\partial x_{i}} + \frac{2}{\bar{c}_{0}}u_{0x}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau^{2}} \\ &- 2\bar{c}_{0}^{2}\frac{\partial u_{0j}}{\partial x_{i}}\int^{\tau}\frac{\partial^{2}p_{a}(\mathbf{x},\tau')}{\partial x_{i}\partial x_{j}}d\tau' - 2\frac{\partial u_{0x}}{\partial x}\frac{\partial p_{a}}{\partial \tau} + 2\bar{c}_{0}\frac{\partial p_{a}}{\partial x_{i}}\left(\frac{\partial u_{0i}}{\partial x} + \frac{\partial u_{0x}}{\partial x_{i}}\right) \\ &+ 2\bar{c}_{0}c_{0}'\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x_{i}\partial x_{i}} - 4c_{0}'\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x\partial \tau} + 2\frac{c_{0}'}{\bar{c}_{0}}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau^{2}} - \frac{\bar{c}_{0}^{2}}{\rho_{0}}\frac{\partial p_{a}}{\partial x_{i}}\frac{\partial \rho_{0}}{\partial x_{i}} + \frac{\bar{\rho}}{\rho_{0}}\frac{\partial \rho_{0}}{\partial \tau}\frac{\partial \rho_{0}}{\partial x} \\ &+ \frac{\beta}{\bar{\rho}_{0}\bar{c}_{0}^{2}}\frac{\partial^{2}p_{a}^{2}}{\partial \tau^{2}}. \end{aligned}$$

D.4 Vers une formulation unidirectionnelle

On privilégie la propagation le long de l'axe Ox en explicitant tous les termes faisant intervenir une dérivée partielle selon la variable x. Pour les deux autres variables d'espace, on change les noms des indices répétés en introduisant les indices k, l dont la sommation ne s'effectue plus que sur les variables y, z. Il vient :

$$\begin{aligned} 2\bar{c}_{0}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x\partial \tau} - \bar{c}_{0}^{2}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x_{k}\partial x_{k}} - \bar{c}_{0}^{2}\left[\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x^{2}}\right] = \\ &- 2V_{0x}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau\partial x} - 2V_{0y}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau\partial y} + \frac{2}{c_{0}}V_{0x}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau^{2}} \\ &- 2\bar{c}_{0}^{2}\frac{dV_{0x}}{dz}\int^{\tau}\frac{\partial^{2}p_{a}(\mathbf{x},\tau')}{\partial z\partial x}d\tau' - 2\bar{c}_{0}^{2}\frac{dV_{0y}}{dz}\int^{\tau}\frac{\partial^{2}p_{a}(\mathbf{x},\tau')}{\partial z\partial y}d\tau' + 2\bar{c}_{0}\frac{dV_{0x}}{dz}\frac{\partial p_{a}}{\partial z} \\ &+ 2\bar{c}_{0}^{2}V_{0x}\frac{dV_{0x}}{dz}\int^{\tau}\int^{\tau'}\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\partial^{2}p_{a}(\mathbf{x},\tau'')}{\partial x^{2}}\right]d\tau''d\tau' \\ &+ 2\bar{c}_{0}^{2}\left(V_{0x}\frac{dV_{0y}}{dz}+V_{0y}\frac{dV_{0y}}{dz}\right)\int^{\tau}\int^{\tau'}\frac{\partial^{2}p_{a}(\mathbf{x},\tau'')}{\partial z\partial y^{2}}d\tau''d\tau' \\ &+ 2\bar{c}_{0}^{2}V_{0y}\frac{dV_{0y}}{dz}\int^{\tau}\int^{\tau'}\frac{\partial^{3}p_{a}(\mathbf{x},\tau'')}{\partial z\partial y^{2}}d\tau''d\tau' \\ &+ 2\bar{c}_{0}^{2}V_{0y}\frac{dV_{0y}}{dz}\int^{\tau}\int^{\tau'}\frac{\partial^{2}p_{a}(\mathbf{x},\tau'')}{\partial z\partial y^{2}}d\tau''d\tau' \\ &+ 2\bar{c}_{0}V_{0x}\frac{dV_{0x}}{dz}\left(\frac{1}{\bar{c}_{0}}\frac{\partial p_{a}}{\partial z} - 2\int^{\tau}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial z\partial y^{2}}d\tau'\right) - 2\bar{c}_{0}\left(\frac{dV_{0x}}{dz}V_{0y} + \frac{dV_{0y}}{dz}V_{0x}\right)\int^{\tau}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial z\partial y}d\tau' \\ &- V_{0x}V_{0x}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x^{2}}\right] - 2V_{0x}V_{0y}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x\partial y} - V_{0y}V_{0y}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial y^{2}} + \frac{2}{\bar{c}_{0}}V_{0x}V_{0x}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x\partial \tau} + \frac{2}{\bar{c}_{0}}V_{0x}V_{0y}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x\partial \tau} \\ &- \frac{1}{\bar{c}_{0}^{2}}V_{0x}V_{0x}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau^{2}}\right] - 2V_{0x}V_{0y}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x\partial y} - V_{0y}V_{0y}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial y^{2}} + \frac{2}{\bar{c}_{0}}V_{0x}V_{0x}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x\partial \tau} + \frac{2}{\bar{c}_{0}}V_{0x}V_{0y}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x^{2}\tau} \\ &- \frac{1}{\bar{c}_{0}^{2}}V_{0x}V_{0x}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau^{2}}\right] - 2V_{0x}V_{0y}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x\partial \tau} + \frac{2}{\bar{c}_{0}}u_{0x}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau^{2}} \\ &- 2u_{0x}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau^{2}} - 2u_{0x}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau^{2}} d\tau' \\ &- 2\bar{c}_{0}^{2}\frac{\partial u_{0x}}{\partial \tau}\int^{\tau}\frac{\partial^{2}p_{a}(\mathbf{x},\tau')}{\partial x_{k}\partial x}d\tau' - 2\bar{c}_{0}^{2}\frac{\partial u_{0x}}{\partial x_{1}}\int^{\tau}\frac{\partial^{2}p_{a}(\mathbf{x},\tau')}{\partial x_{k}\partial x_{1}}d\tau' \\ &- 2\bar{c}_{0}^{2}\frac{\partial u_{0x}}{\partial x}\int^{\tau}\frac{\partial^{2}p_{a}(\mathbf{x},\tau')}{\partial x_{k}\partial x}d\tau' + 2\bar{c}_{0}\frac{\partial u_{0x}}{\partial x}\partial \tau} - \frac{\bar{c}_{0}^{2}\frac{\partial p_{a}}{\partial x_{k}\partial x_{k}} + \frac{\bar{c}_{0}}\partial p_{a}\frac{\partial p_{0}}{\partial \tau'} \frac{\partial p_{0}}{\partial x_{k}}\partial x_{k}}$$

où les dérivées secondes de la pression par rapport à la variable d'avancement x ont été encadrées, ils seront ensuite transformés.

D.5 Équation partiellement unidirectionnelle

À l'aide de l'équation d'onde homogène on peut écrire :

$$\frac{\partial^2 p_a}{\partial x^2} = \frac{2}{\overline{c}_0} \frac{\partial^2 p_a}{\partial x \partial \tau} - \frac{\partial^2 p_a}{\partial x_k \partial x_k} + O(M).$$
(D.17)

On peut de la sorte remplacer les dérivées secondes $\frac{\partial^2 p_a}{\partial x^2}$ dans le second membre de l'équation (D.16), où cette dérivée seconde apparaît toujours dans des termes d'ordre

 $O(M^2)$. En procédant de la sorte on ne modifie pas la précision à l'ordre $O(M^2)$ de l'équation. On obtient après simplifications et réorganisation :

$$\begin{aligned} 2\overline{c}_{0}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x\partial \tau} - \overline{c}_{0}^{2}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x_{k}\partial x_{k}} - \overline{c}_{0}^{2}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x^{2}} &= \\ &- 2V_{0x}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau\partial x} + \frac{2}{\overline{c}_{0}}V_{0x}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau^{2}} - 2V_{0y}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau\partial y} \\ &+ 2\overline{c}_{0}\frac{dV_{0x}}{dz}\frac{\partial p_{a}}{\partial z} - 2\overline{c}_{0}^{2}\frac{dV_{0x}}{dz}\int^{\tau}\frac{\partial^{2}p_{a}(\mathbf{x},\tau')}{\partial z\partial x}d\tau' - 2\overline{c}_{0}^{2}\frac{dV_{0y}}{dz}\int^{\tau}\frac{\partial^{2}p_{a}(\mathbf{x},\tau')}{\partial z\partial y}d\tau' \\ &+ V_{0x}V_{0x}\left(\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x_{k}\partial x_{k}} - \frac{1}{\overline{c}_{0}^{2}}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau^{2}}\right) + 2V_{0x}V_{0y}\left(\frac{1}{\overline{c}_{0}}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial y\partial \tau} - \frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial x\partial y}\right) - V_{0y}V_{0y}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial y^{2}} \\ &+ 2V_{0x}\frac{dV_{0x}}{dz}\left(\frac{\partial p_{a}}{\partial z} - \overline{c}_{0}^{2}\int^{\tau}\int^{\tau'}\frac{\partial^{3}p_{a}(\mathbf{x},\tau'')}{\partial z\partial x_{k}\partial x_{k}}d\tau'd\tau'\right) \\ &+ 2\overline{c}_{0}^{2}\left(V_{0x}\frac{dV_{0y}}{dz} + V_{0y}\frac{dV_{0x}}{dz}\right)\left(\int^{\tau}\int^{\tau'}\frac{\partial^{3}p_{a}(\mathbf{x},\tau'')}{\partial z\partial x\partial x}d\tau'd\tau'd\tau' \\ &+ 2\overline{c}_{0}^{2}\left(V_{0y}\frac{dV_{0y}}{dz} - \frac{\sigma^{2}p_{a}}{\partial \tau^{2}}\right) - 2u_{0k}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau\partial x_{k}} \\ &+ 2\overline{c}_{0}^{2}V_{0y}\frac{dV_{0y}}{dz}\left(\overline{c}_{0}^{2}\int^{\tau}\frac{\partial^{2}p_{a}(\mathbf{x},\tau')}{\partial z\partial y^{2}}d\tau'd\tau' - \frac{\partial p_{a}}{\partial \tau}\right) \\ &+ 2\overline{c}_{0}^{2}\left(\frac{\partial u_{0x}}{\partial x}\left(\frac{1}{\overline{c}_{0}}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau^{2}} - \frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau\partial x}\right) - 2u_{0k}\frac{\partial^{2}p_{a}}{\partial \tau\partial x_{k}} \\ &+ 2\frac{\partial u_{0x}}{\partial x}\left(\overline{c}_{0}^{2}\int^{\tau}\frac{\partial^{2}p_{a}(\mathbf{x},\tau')}{\partial x_{k}\partial x_{k}}d\tau' - \frac{\partial p_{a}}{\partial \tau}\right) \\ &+ 2\overline{c}_{0}^{2}\left(\frac{\partial u_{0x}}{\partial x} + \frac{\partial u_{0x}}{\partial x_{k}}\right)\left(\frac{1}{\overline{c}_{0}}\frac{\partial p_{a}}{\partial x} - \int^{\tau}\frac{\partial^{2}p_{a}(\mathbf{x},\tau')}{\partial x_{k}\partial x}d\tau'\right) - 2\overline{c}_{0}^{2}\frac{\partial u_{0k}}{\partial x_{l}}\int^{\tau}\frac{\partial^{2}p_{a}(\mathbf{x},\tau')}{\partial x_{k}\partial x_{l}}d\tau' \\ &+ 2\frac{c_{0}^{2}}{\overline{c}}\frac{\partial^{2}p_{a}^{2}}{\partial \tau^{2}} + \frac{c_{0}^{2}}{\overline{c}}\frac{\partial \rho_{0}}{\partial x}\left(\frac{1}{\overline{c}}\frac{\partial p_{a}}{\partial \tau} - \frac{\partial p_{a}}{\partial x}\right) - \frac{\overline{c}_{0}^{2}}{\overline{c}}\frac{\partial p_{a}}{\partial x_{k}}\frac{\partial \rho_{0}}{\partial x_{k}} \\ &+ \frac{\beta}{\overline{\rho_{0}}\overline{c}_{0}^{2}}\frac{\partial \tau^{2}}{\partial \tau^{2}} \end{aligned}$$

où les termes s'organisent en :

- 1. membre à gauche : équation d'onde en temps retardé.
- 2. membre à droite :
 - (a) Termes linéaires par rapport à l'écoulement ambiant :
 - i. termes dûs à la convection : termes proportionnels à V_{0x} ou V_{0y} . Ceux-ci subsistent quand l'écoulement est uniforme.
 - ii. Termes dus aux gradients de l'écoulement ambiant : termes proportionnels à $\frac{\mathrm{d}V_{0x}}{\mathrm{d}z}$ ou $\frac{\mathrm{d}V_{0y}}{\mathrm{d}z}$.
 - (b) Termes quadratiques par rapport à l'écoulement ambiant :
 - i. termes sans gradient, proportionnels à V_{0x}^2 , ou $V_{0x}V_{0y}$, ou enfin V_{0y}^2 .
 - ii. termes avec gradients : proportionnels à $V_{0x} \frac{\mathrm{d}V_{0x}}{\mathrm{d}z}$ ou $V_{0y} \frac{\mathrm{d}V_{0y}}{\mathrm{d}z}$, ou termes croisés (ex : $V_{0x} \frac{\mathrm{d}V_{0y}}{\mathrm{d}z}$).
 - (c) Fluctuations turbulentes :
 - i. les termes de convection en u_{0x} et les sommations sur les autres composantes de \mathbf{u}_0 (u_{0k}) .

- ii. les termes de cisaillement, proportionnels à $\frac{\partial u_{0x}}{\partial x}$ et les sommations sur les autres composantes de $\mathbf{u_0}$: $\frac{\partial u_{0k}}{\partial x}$ et autres.
- (d) Termes hétérogènes.
- (e) Terme non linéaire.

D.6 Formulation en pseudo-potentiel

En introduisant le pseudo-potentiel $\phi(\mathbf{x})$:

$$p_a(\mathbf{x}) = \frac{\partial \phi}{\partial t}(\mathbf{x}),$$
 (D.19)

on obtient finalement :

$$\begin{aligned} 2\overline{c}_{0}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial x\partial \tau} &= \overline{c}_{0}^{2}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial x}^{2} + \overline{c}_{0}^{2}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial x_{k}\partial x_{k}} \\ &+ 2V_{0x}\frac{\partial}{\partial \tau}\left(\frac{1}{\overline{c}_{0}}\frac{\partial\phi}{\partial \tau} - \frac{\partial\phi}{\partial x}\right) - 2V_{0y}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial \tau\partial y} \\ &+ 2\overline{c}_{0}^{2}\frac{dV_{0x}}{dz}\frac{\partial}{\partial z}\int^{\tau}\left(\frac{1}{\overline{c}_{0}}\frac{\partial\phi}{\partial \tau} - \frac{\partial\phi}{\partial x}\right)d\tau' - 2\overline{c}_{0}^{2}\frac{dV_{0y}}{dz}\int^{\tau}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial z\partial y}d\tau' \\ &- V_{0x}V_{0x}\left(\frac{1}{\overline{c}_{0}^{2}}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial \tau^{2}} - \frac{\partial^{2}\phi}{\partial x_{k}\partial x_{k}}\right) + 2V_{0x}V_{0y}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\overline{c}_{0}}\frac{\partial\phi}{\partial \tau} - \frac{\partial\phi}{\partial x}\right) - V_{0y}V_{0y}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial y^{2}} \\ &+ 2\overline{c}_{0}^{2}V_{0x}\frac{dV_{0x}}{dz}\frac{\partial}{\partial z}\int^{\tau}\int^{\tau}\left(\frac{1}{\overline{c}_{0}^{2}}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial \tau^{2}} - \frac{\partial^{2}\phi}{\partial x_{k}\partial x_{k}}\right)d\tau''d\tau' \\ &- 2\overline{c}_{0}^{2}\frac{d}{dz}\left(V_{0x}V_{0y}\right)\frac{\partial^{2}}{\partial z\partial y}\int^{\tau}\int^{\tau}\int^{\tau'}\left(\frac{1}{\overline{c}_{0}^{2}}\frac{\partial\phi}{\partial \tau} - \frac{\partial\phi}{\partial x}\right)d\tau''d\tau' \\ &+ 2u_{0x}\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{1}{\overline{c}_{0}}\frac{\partial\phi}{\partial\tau} - \frac{\partial\phi}{\partial x}\right) - 2u_{0k}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial\tau\partial x_{k}} - 2\overline{c}_{0}^{2}\frac{\partial u_{0x}}{\partial x}\int^{\tau}\left(\frac{1}{\overline{c}_{0}^{2}}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial \tau^{2}} - \frac{\partial^{2}\phi}{\partial x_{k}\partial x_{k}}\right)d\tau' \\ &+ 2\overline{c}_{0}^{2}\left(\frac{\partial u_{0k}}{\partial x} + \frac{\partial u_{0x}}{\partial x_{k}}\right)\frac{\partial}{\partial x_{k}}\int^{\tau}\left(\frac{1}{\overline{c}_{0}}\frac{\partial\phi}{\partial \tau} - \frac{\partial\phi}{\partial x}\right)d\tau' - 2\overline{c}_{0}^{2}\frac{\partial u_{0k}}{\partial x_{l}}\int^{\tau}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial x_{k}\partial x_{k}}dx_{l} d\tau' \\ &+ 2\frac{c_{0}^{\prime}}{\overline{c}_{0}}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial \tau^{2}} + \frac{\overline{c}_{0}^{2}}{\overline{\rho}_{0}}\frac{\partial\rho}{\partial x}\left(\frac{1}{\overline{c}_{0}}\frac{\partial\phi}{\partial \tau} - \frac{\partial\phi}{\partial x}\right) - \frac{\overline{c}_{0}^{2}}{\overline{\rho}_{0}}\frac{\partial\rho_{0}}{\partial x_{k}}\frac{\partial\tau'}{\partial x_{k}}dx_{l} d\tau' \\ &+ 2\frac{c_{0}^{\prime}}{\overline{c}_{0}}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial \tau^{2}} + \frac{\overline{c}_{0}^{2}}{\overline{\rho}_{0}}\frac{\partial\rho}{\partial x}\left(\frac{1}{\overline{c}_{0}}\frac{\partial\phi}{\partial \tau} - \frac{\partial\phi}{\partial x}\right) - \frac{\overline{c}_{0}^{2}}{\overline{\rho}_{0}}\frac{\partial\phi}{\partial x_{k}}\frac{\partial\rho_{0}}{\partial x_{k}} \\ &+ \frac{\beta}{\overline{\rho}_{0}\overline{c}_{0}^{2}}\frac{\partial}{\partial \tau}\left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial \tau}\right)^{2}\right]. \end{aligned}$$

D.7Cas bi-dimensionnel

_

~

Si l'on s'intéresse à un problème bidimensionnel dans le plan (x, z), l'axe Ox étant l'axe de propagation horizontal et l'axe Oz étant l'axe verticale, on obtient :

$$\begin{aligned} 2\bar{c}_{0}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial x\partial\tau} &= \bar{c}_{0}^{2}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial x^{2}} + \bar{c}_{0}^{2}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial z^{2}} \\ &+ 2V_{0x}\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{1}{\bar{c}_{0}}\frac{\partial\phi}{\partial\tau} - \frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + 2\bar{c}_{0}^{2}\frac{\mathrm{d}V_{0x}}{\mathrm{d}z}\frac{\partial}{\partial z}\int^{\tau}\left(\frac{1}{\bar{c}_{0}}\frac{\partial\phi}{\partial\tau} - \frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\mathrm{d}\tau' \\ &- V_{0x}V_{0x}\left(\frac{1}{\bar{c}_{0}^{2}}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial\tau^{2}} - \frac{\partial^{2}\phi}{\partial z^{2}}\right) \\ &+ 2\bar{c}_{0}^{2}V_{0x}\frac{\mathrm{d}V_{0x}}{\mathrm{d}z}\frac{\partial}{\partial z}\int^{\tau}\int^{\tau}\int^{\tau'}\left(\frac{1}{\bar{c}_{0}^{2}}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial\tau^{2}} - \frac{\partial^{2}\phi}{\partial z^{2}}\right)\mathrm{d}\tau''\mathrm{d}\tau' \\ &+ 2u_{0x}\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{1}{\bar{c}_{0}}\frac{\partial\phi}{\partial\tau} - \frac{\partial\phi}{\partial x}\right) - 2u_{0z}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial\tau\partial z} - 2\bar{c}_{0}^{2}\frac{\partial u_{0x}}{\partial x}\int^{\tau}\left(\frac{1}{\bar{c}_{0}^{2}}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial\tau^{2}} - \frac{\partial^{2}\phi}{\partial z^{2}}\right)\mathrm{d}\tau' \end{aligned} \tag{D.21} \\ &+ 2\bar{c}_{0}^{2}\left(\frac{\partial u_{0z}}{\partial x} + \frac{\partial u_{0x}}{\partial z}\right)\frac{\partial}{\partial z}\int^{\tau}\left(\frac{1}{\bar{c}_{0}}\frac{\partial\phi}{\partial\tau} - \frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\mathrm{d}\tau' - 2\bar{c}_{0}^{2}\frac{\partial u_{0z}}{\partial z}\int^{\tau}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial z^{2}}\mathrm{d}\tau' \\ &+ 2\frac{c_{0}'}{\bar{c}_{0}}\frac{\partial^{2}\phi}{\partial\tau^{2}} + \frac{\bar{c}_{0}^{2}}{\bar{c}_{0}}\frac{\partial\rho_{0}}{\partial x}\left(\frac{1}{\bar{c}_{0}}\frac{\partial\phi}{\partial\tau} - \frac{\partial\phi}{\partial x}\right) - \frac{\bar{c}_{0}^{2}}{\bar{\rho}_{0}}\frac{\partial\phi}{\partial z}\frac{\partial\rho_{0}}{\partial z} \\ &+ \frac{\beta}{\bar{\rho}_{0}\bar{c}_{0}^{2}}\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial\tau}\right)^{2}\right], \end{aligned}$$

dont l'équation Flhoward (5.10) peut aisément être déduite.

Intérêt de la forme conservative pour les termes d'écoulement ambiant

Les tests de validation pour une propagation guidée ont montré que la résolution numérique des termes d'écoulement aux dérivées d'ordre impaire peut-être instable. Ils ont été remplacés par la forme conservative suivante :

$$\frac{\mathrm{d}V_{0x}}{\mathrm{d}z}\frac{\partial\phi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left[V_{0x}\frac{\partial\phi}{\partial z}\right] - V_{0x}\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}.\tag{E.1}$$

A titre d'illustration, la figure E.1 montre le bénéfice apporté par le remplacement du seul terme $[\hat{\mathcal{V}}_{1z}]\frac{\partial\hat{\phi}}{\partial z}$ par sa forme conservative, l'autre terme $[\hat{\mathcal{V}}_{2xz}]\frac{\partial^2\hat{\phi}}{\partial z\partial x}$ n'ayant-été transformé qu'après. On peut bien constater un effet d'amplification fortement réduit avec la forme conservative.



Evolution of the amplitude

FIGURE E.1 – Exemple d'effet d'amplification sur l'amplitude d'un mode au cours de la propagation dans le guide d'onde avec un écoulement de Poiseuille de nombre de Mach M = 0.1. Mode 2 de fréquence $f_0 = 200$ Hz, $k_x \approx 1.725$, $\lambda_x \approx 3$ m. Comparaison entre le cas non conservatif (en rouge) et le cas conservatif (en bleu). Seul le terme $[\hat{\mathcal{V}}_{1z}] \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial z}$ est remplacé par sa forme conservative, l'autre terme $[\hat{\mathcal{V}}_{2xz}] \frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial z \partial x}$ étant resté sous forme non conservative.

Intérêt de l'algorithme à pas fractionné à quatre étapes

Initialement dans le développement de la méthode numérique Flhoward, c'est un algorithme à pas fractionné à trois étapes qui a été utilisé. Les termes d'hétérogénéités et d'écoulements $[\mathcal{H}]\phi$ étaient tous calculés en une seule étape par le schéma aux différences finies. Mais les exemples présentés au paragraphe 5.7 sur la propagation d'une onde de choc émise par une source explosive en présence d'un écoulement de couche limite ont révélé la présence de dispersion numérique dans le cas d'une propagation contre le vent (Mach négatif). Les premiers cas tests sur le gradients atmosphérique de célérité du son (non montrés ici) produisent des effets similaires. Les figures F.1 et F.2 en donnent une illustration : des oscillations parasites au pied des fronts de choc sont clairement visibles. Ces figures sont à comparer aux figures 5.15 page 161 et 5.16 page 162 sans oscillations.

Le découpage du terme $[\mathcal{H}]\phi$ en deux termes $[\mathcal{Z}]\phi$ et $[\mathcal{S}]\phi$, ce dernier étant calculé de manière analytique, résout ce problème.



FIGURE F.1 – Algorithme à pas fractionné à trois étapes, cas du vent négatif. Colonne de gauche : champ de surpression acoustique (Pa, échelle de couleur grisée) dans le domaine $(O\tau, Oz)$ après une propagation non linéaire sur $x = 50\lambda$ (340 m). Colonne de droite : profils de surpression aux altitudes 10 m, 50 m, 100 m et 150 m. Les segments verticaux sur la droite représentent une amplitude de 200Pa.



FIGURE F.2 – Mêmes tracés que la figure F.1, mais après une propagation sur une distance de $x = 200\lambda$ (1360m).

Interprétation des biais dans la reconstruction de l'altitude des sources acoustiques lointaines à l'aide de simulations numériques

G.1 But de l'étude

Nous avons montré dans le chapitre 4 que la reconstruction acoustique des éclairs d'orage a permis de déterminer la géométrie des décharges de foudre qui se sont produites au plus proche de la station acoustique à moins de 10km. Pour les décharges plus lointaines nous avons obtenu des résultats pour les distances horizontales et les azimuts des détections acoustiques reconstruites cohérents avec les données électromagnétiques. Mais nous avons constaté des biais sur la localisation en altitude des détections acoustiques. Avec la méthode utilisée, les détections acoustiques sont reconstruites trop haut par rapport aux altitudes des détections LMA. En effet, dès 20km de distance, des sources acoustiques sont localisées à des altitudes surestimées, entre 12km et 16km. La méthode de reconstruction proposée se base sur l'hypothèse selon laquelle le milieu est homogène et sans vent, si bien que la propagation se fait en ligne droite à la vitesse du son de $c_0 = 340 \text{ m/s}$ (valeur de célérité au sol).

Le chapitre 4 a montré que ces hypothèses sont suffisantes pour reconstruire la géométrie des décharges les plus proches de la station acoustique. Mais cette hypothèse ne s'avère probablement plus valable pour les sources acoustiques les plus lointaines. La présence d'un profil de vent et du gradient de température provoque la déformation des fronts d'onde acoustiques au cours de la propagation, c'est une explication naturelle pour interpréter les erreurs de reconstructions.

Nous nous proposons d'analyser ces erreurs à l'aide de la simulation numérique avec le code Flhoward et de confirmer ainsi l'importance des effets météorologiques sur la reconstruction des sources.

G.2 Construction d'un plan d'expérience numérique

Nous explorons les causes des biais constatés sur l'altitude des détections acoustiques reconstruites à l'aide du plan d'expérience numérique suivant. Les profils météorologiques utilisés sont les profils réanalysés d'AROME-WMED.

On choisit un ensemble de 11 sources acoustiques réparties sur les altitudes de 0km à 10km par pas de 1km. Nous posons que ces sources acoustiques émettent une onde impulsionnelle décrite par une forme d'onde de Kinney [Friedlander, 1946].

La forme d'onde est choisie pour avoir une fréquence principale $f_0 = 10$ Hz et un pic de surpression valant 1000Pa. Le choix de ces paramètres ne tente pas de reproduire les caractéristiques physiques réelles d'une source acoustique présente dans un éclair. Néanmoins ils se rapprochent de ceux donnés par Few [1995] pour son modèle d'éclair en "chaîne de perles" On définit la longueur d'onde caractéristique $\lambda = 34$ m.

Les 11 sources acoustiques émettent dans la direction horizontale selon une distribution gaussienne en amplitude, avec une largeur à mi-hauteur de la gaussienne égale à 2λ , soit environ 70m. Cette valeur a été choisie pour mimer les longueurs caractéristiques d'un segment d'éclair [Ribner et Roy, 1982; Depasse, 1994].

Le champ acoustique émis par ces sources est propagé non linéairement avec le code Flhoward sur une distance de 1500λ (50km environ). La propagation numérique est faite à travers les profils de célérité du son et de vent calculés par AROME-WMED. La simulation étant 2D, le profil de vent utilisé est le profil de vent 3D projeté dans le plan vertical de propagation. Les sorties disponibles de ces profils donnent des valeurs jusqu'à une altitude de 16km. Nous choisissons alors comme limite supérieure du domaine de calcul numérique, dans la direction verticale, la valeur $470\lambda = 15980$ m.

Le domaine horizontal est maillé avec 5 points par longueur d'onde. Il y a donc 7501 points de propagation horizontale. Un pas de propagation vaut 6.8m.

Le domaine vertical est maillé avec 4096 points pour le domaine physique et son image, 2048 points représentent le domaine physique de 0km à 16km. Le domaine vertical est donc maillé avec environ 7 points par longueur d'onde λ . Une couche absorbante est placée dans la partie supérieure du domaine vertical, nous avons choisi son épaisseur comme étant égale à $100\lambda \approx 3$ km, avec un facteur d'atténuation de 1.7.

La largeur du domaine en temps retardé est choisie égale à [-30T, +30T] où $T = 1/f_0 = 0.1$ s. Il est maillé avec 2048 points, soit environ 34 points par période T. Ce choix permet de suivre finement les signatures temporelles des formes d'onde au cours de la propagation.

Le choix du nombre de points pour le domaine en altitude et en temps retardé permet de travailler sur des tableaux de taille 4096×2048 . Cela satisfait les exigences des algorithmes de transformée de Fourier rapide que l'on utilise, et permet de conserver un temps de calcul raisonnable.

Le champ acoustique calculé par Flhoward est sauvegardé tous les 7 points de propagation, ce qui représente une distance de 47.6m Cette distance a été choisie pour se rapprocher de la taille du réseau de microphones qui était de 50m.

Ce plan d'expérience a été appliqué pour deux profils de vent différents. Le profil de vent au-dessus de la station acoustique dans l'azimut Nord-Est et dans l'azimut Sud-Est. Dans le premier cas le profil de vent conduit à une réfraction vers le haut, alors que dans le second cas le profil de vent présente un guide d'onde très localisé près du sol entre 0km et 1km d'altitude environ.

En tout, 22 calculs ont été réalisés.

G.3 Contenu du champ acoustique propagé sur 50km

La figure G.1 montre le champ acoustique à différentes fréquences propagé numériquement sur 50km depuis la direction Nord-Est ou depuis la direction Sud-Est, pour le cas de la source placée sur le sol. On constate, comme au chapitre précédent, qu'à basse fréquence le contenu acoustique est peu sensible aux effets de guide d'onde. Pour le cas de la propagation depuis le Nord-Est, le champ est globalement réfracté vers le haut. Des zones d'ombre sont présentes au-delà de 10km de propagation. A 50Hz et 100Hz, deux effets de guide d'onde sont présents. Pour le cas de la propagation depuis le Sud-Est, le champ acoustique près du sol est piégé par un guide d'onde très localisé entre 0km et 1km d'altitude environ.

La figure G.2 donne un second exemple, pour le cas où la source explosive est à 9km d'altitude. On peut voir qu'à basse fréquence un contenu acoustique est présent sur le sol malgré l'effet de réfraction vers le haut (cas de la propagation depuis le Nord-Est). Pour les deux cas de propagation, une zone d'ombre est présente sur le sol au-delà de 40km de distance environ. Le contenu acoustique à plus haute fréquence est d'amplitude faible au niveau du sol.



FIGURE G.1 – Source placée au sol. Colonne de gauche : propagation depuis l'azimut Nord-Est (45°). Colonne de droite : propagation depuis l'azimut Sud-Est (135°). De la première ligne en haut jusqu'à la dernière ligne en bas : contenu acoustique à la fréquence 1Hz, 20Hz, 50Hz et 100Hz. Pour chaque cas : tracé du profil de célérité effective c_{eff} , du profil $c_{\text{eff}}/(dc_{\text{eff}}/dz)$ (où z est l'altitude), et du champ acoustique à la fréquence donnée. Chaque champ tracé est normalisé par le maximum du champ.



FIGURE G.2 – Source placée à l'altitude 9km. Même légende qu'à la figure G.1.

G.4 Méthode de reconstruction à partir des simulations numériques

Nous voulons appliquer la méthode de reconstruction présentée dans le chapitre précédent aux signaux acoustiques obtenus à partir des simulations numériques. On considère une station acoustique à 2 dimensions et composée de deux détecteurs, les notations utilisées sont présentées sur le schéma G.3. La source acoustique est supposée être à l'abscisse X = 0, le premier détecteur est à l'abscisse X_1 , et le second détecteur est à l'abscisse X_2 . Les 2 éléments du réseau sont séparés d'une distance $D_R = X_2 - X_1$. On fait l'hypothèse qu'à la station acoustique le front d'onde (segments épais) est localement plan. Le front d'onde arrive sur le premier capteur à un temps t_1 et sur le second à un temps t_2 (avec $t_2 > t_1$). L'angle d'élévation du front d'onde est noté ϕ . La source acoustique est à une altitude $H_{\mathbf{S}}$ et à une distance $D_{\mathbf{S}}$ du centre de la station. La distance $D_{\mathbf{S}}$ de la



FIGURE G.3 – Propagation acoustique depuis une source acoustique (symbole étoile) jusqu'à une station acoustique composée de deux détecteurs (points ronds au sol). Cas d'une propagation en atmosphère homogène.

source à la station est connue (ceci est une différence par rapport au cas de l'exploration des données d'observation).

Nous cherchons à reconstruire l'altitude des sources acoustiques à partir des signaux temporels au sol des champs acoustiques propagés numériquement, et ceci pour différentes distances de propagation. Pour une source donnée, cette altitude reconstruite H sera alors comparée à l'altitude vraie $H_{\mathbf{s}}$ de la source que l'on a utilisée pour l'initialisation du calcul. Les erreurs de reconstruction seront étudiées pour différentes distances de propagation.

Pour chaque distance de propagation X_i depuis la source, le signal en temps retardé calculé par Flhoward est interpolé linéairement sur une échelle de temps non retardé de 0s à 150s $(1500\lambda/c_0)$.

A partir d'une source donnée, le signal acoustique arrive au point X_1 à un temps t_1 et au point X_2 à un temps t_2 ($t_2 > t_1$). On cherche à calculer l'écart $t_2 - t_1$. Pour cela on calcule la corrélation croisée entre les deux signaux temporels obtenus aux temps t_1 et t_2 , et on recherche le maximum de corrélation. Celui-ci est atteint pour un écart de temps Δt qui correspond à $t_2 - t_1$. L'algorithme de corrélation croisée a été appliqué sur le signal complet (il n'y a pas de filtrage par bande de fréquences comme c'est le cas pour l'algorithme PMCC). On obtient alors l'angle d'élévation ϕ à la station acoustique :

$$\phi = \arccos\left(\frac{c_0 \left(t_2 - t_1\right)}{D_{\rm R}}\right),\tag{G.1}$$

et l'on peut écrire :

$$H = D_{\mathbf{S}} \tan \phi. \tag{G.2}$$

Il est parfois possible, comme pour le cas des données d'observation que l'on a analysées, que la valeur de Δt déterminée engendre l'inégalité $c_0 \Delta t > D_{\rm R}$. L'angle ϕ est alors indéterminé.

On souhaite dépasser les insuffisances des hypothèses simples utilisées pour la reconstruction des détections acoustiques issues des données d'observation. Pour cela nous nous proposons, dans une deuxième étape, de reconstruire les sources acoustiques correspondant aux données de simulation numérique en prenant en compte les gradients de célérité du son et de vent. Ceci est fait en utilisant une loi de Snell-Descartes sur le profil de célérité effective. Nous avons eu accès à des profils de vent calculés par AROME-WMED dans le cadre du projet HyMeX. Il est cependant courant que de telles informations ne soient pas disponibles. La reconstruction proposée est donc aussi réalisée en n'utilisant que le gradient de célérité du son (on rappelle que les signaux ont été propagés par Flhoward en utilisant aussi les données de vent). Ceci permet de mettre en évidence les erreurs introduites dans la reconstruction si le champ de vent n'était pas connu.

La figure G.5 montre les altitudes reconstruites H en fonction de la distance $D_{\mathbf{S}}$ à la source, avec l'hypothèse d'une propagation en ligne droite. Dans les résultats qui suivent, le cas de la source placée sur le sol n'est pas utilisé car la détermination de l'angle d'élévation ϕ n'a pas donné de résultat permettant de réaliser la reconstruction d'une source à l'horizon.

On constate qu'à faible distance de la source (moins de 1km en distance horizontale), l'altitude des sources situées entre 1km et 2km d'altitude est reconstruite correctement, et ce quel que soit l'azimut. Mais pour les sources au-delà de 4km d'altitude, la hauteur reconstruite est sous-estimée et ce d'autant plus que la source est élevée. Ceci résulte probablement d'une erreur sur la détermination de l'angle ϕ . Pour les sources d'altitude élevée, celui est proche de 90° si bien que la moindre incertitude sur sa valeur conduit à une forte erreur pour l'altitude reconstruite.

Pour les distances de propagation au-delà de 1km, la reconstruction donne des résultats plus satisfaisants pour l'azimut 135° qui correspond au cas d'une propagation avec le vent. On tend néanmoins à sous estimer systématiquement l'altitude de la source et ce d'autant plus que celle-ci est élevée et lointaine.

Ceci s'explique probablement par le caractère globalement réfractant vers le haut de la propagation résultant du profil décroissant de la célérité du son effective. Dans ce cas, selon une interprétation géométrique, l'angle d'élévation du front d'onde diminue avec la propagation, ce qui fait que sa valeur au sol est sous estimée et ceci conduit à une sous estimation de l'altitude reconstruite (voir schéma G.4). Cette influence étant plus marquée pour l'azimut 45° que pour l'azimut 135° (absence d'inversion du gradient de célérité effective près du sol dans le premier cas), ceci explique que les résultats soient meilleurs pour l'azimut 135°.

A grande distance la reconstruction conduit soit à l'absence de résultats ou à des résultats aberrants en raison de la présence de zones d'ombre et/ou de propagation guidée.

La figure G.6 montre deux exemples des différents trajets acoustiques reconstruits à l'aide d'une loi de Snell-Descartes utilisée sur le gradient de célérité effective.

Les graphiques figures G.7 et G.8 montrent les altitudes reconstruites par cette méthode pour le cas où le gradient de vent a été pris en compte (figure G.7), et pour le second cas où seul le gradient de célérité du son est utilisé (figure G.8). On constate que les résultats



FIGURE G.4 – Propagation d'un rayon acoustique depuis une source (symbole étoile) jusqu'au sol au travers d'un gradient négatif de célérité effective. L'angle d'élévation est noté ϕ .

obtenus pour ces deux configurations sont globalement comparables. L'amélioration sur la localisation de la source est très significative par rapport au cas de la reconstruction en ligne droite, notamment dans l'azimut 45°. Tant que l'on est en dehors des zones d'ombre, la propagation est principalement géométrique et la reconstruction par Snell-Descartes est tout à fait possible. Pour l'azimut 135° la présence d'une inversion très localisée dégrade sensiblement les altitudes reconstruites car l'on s'éloigne alors des hypothèses de propagation géométrique à proximité du sol.

Les figures G.9, G.10, G.11 montrent les erreurs relatives entre les altitudes reconstruites par chacune des 3 méthodes (propagation homogène en ligne droite, reconstruction en utilisant le gradient de célérité effective, reconstruction en utilisant le gradient de célérité du son) et les altitudes réelles des sources, en fonction de la distance horizontale à la source $D_{\mathbf{S}}$. On définit l'erreur relative par :

$$\frac{H - H_{\mathbf{S}}}{H_{\mathbf{S}}},\tag{G.3}$$

une erreur de signe positif signifiant que l'altitude reconstruite a été surestimée.

On retrouve dans ces figures le fait que la reconstruction par Snell-Descartes avec prise en compte du vent améliore très significativement la localisation, et ce en particulier dans l'azimut 45°.

Dans le cas où l'on suppose que l'on ne connaît pas le profil de vent, les altitudes reconstruites par une loi de Snell-Descartes utilisée sur le seul gradient de célérité du son sont un peu sous-estimées par rapport au cas où le profil de célérité effective est utilisé (voir figure G.10). Mais les conclusions restent globalement inchangées.



FIGURE G.5 – Altitudes reconstruites par l'hypothèse simple d'une propagation en ligne droite entre la source et la station, avec la célérité $c_0 = 340$ m/s. En haut : cas d'une propagation sur 50km depuis l'azimut Nord-Est. En bas : cas d'une propagation depuis l'azimut Sud-Est sur 50km.



FIGURE G.6 – Exemples de reconstruction avec une loi de Snell-Descartes sur le gradient de célérité effective. On donne le cas où la source est placée à 9km d'altitude. Sur le graphique de droite : l'altitude de la source utilisée est représentée par une étoile rouge. Chaque trait fin noir représente la reconstruction d'un trajet acoustique depuis une distance au sol $D_{\rm S}$ donnée jusqu'à la position de la source. En haut : cas d'une propagation sur 50km depuis l'azimut Nord–Est. En bas : cas d'une propagation depuis l'azimut Sud–Est sur 50km.



FIGURE G.7 – Altitudes reconstruites à l'aide d'une loi de Snell-Descartes sur le profil de célérité effective. En haut : cas d'une propagation sur 50km depuis l'azimut Nord-Est. En bas : cas d'une propagation depuis l'azimut Sud-Est sur 50km.



FIGURE G.8 – Altitudes reconstruites à l'aide d'une loi de Snell-Descartes sur le profil de célérité du son. Le profil de vent à été ignoré lors de la reconstruction (mais pas lors de la propagation calculée par Flhoward). En haut : cas d'une propagation sur 50km depuis l'azimut Nord-Est. En bas : cas d'une propagation depuis l'azimut Sud-Est sur 50km.



FIGURE G.9 – Erreur relative sur l'altitude reconstruire. Cas de la reconstruction avec l'hypothèse d'une propagation directe. En haut : propagation depuis la direction Nord-Est. En bas : propagation depuis la direction Sud-Est.



FIGURE G.10 – Erreur relative sur l'altitude reconstruire. Cas de la reconstruction avec une loi de Snell-Descartes sur le profil de célérité effective. En haut : propagation depuis la direction Nord-Est. En bas : propagation depuis la direction Sud-Est.



FIGURE G.11 – Erreur relative sur l'altitude reconstruire. Cas de la reconstruction avec une loi de Snell-Descartes sur le profil de célérité du son. En haut : propagation depuis la direction Nord-Est. En bas : propagation depuis la direction Sud-Est.

G.5 Conclusion

Cette étude très préliminaire confirme l'importance de prendre en compte les profils météorologiques de température et de vent pour une bonne localisation en altitude des sources. En l'absence d'une connaissance du profil de vent, l'utilisation d'au moins le profil de température permet déjà d'améliorer sensiblement les résultats. Ceux-ci seront encore meilleurs en tenant compte si possible des profils de vent locaux. Cette conclusion serait à conforter en effectuant une relocalisation selon l'acoustique géométrique des sources des signaux tonnerre enregistrés lors de la campagne SOP1.

Les simulations numériques réalisées ici conduisent généralement à une sous estimation de l'altitude en raison du profil globalement décroissant de la célérité effective. Rappelons que l'analyse des données réalisée au chapitre 4 et comparée aux mesures électromagnétiques a montré plutôt une surestimation des altitudes en champ lointain. Cette tendance n'apparaît pas clairement dans les résultats de simulation. Elle pourrait s'expliquer par des effets plus locaux de diffusion du champ par les hétérogénéités de l'atmosphère, par exemple liées à la présence de turbulence atmosphérique non encore prise en compte dans la simulation.

Références

- [Abed-Meraïm et al., 2011] K. Abed-Meraïm, G. Blanchet, E. Bonnet, et M. Charbit. Rapports intermédiaires INFRASON–CEA. Rapport interne cea, Telecom-Paristech, 2011.
- [Albin et Bruno, 2011] N. Albin et O. P. Bruno. A spectral FC solver for the compressible Navier–Stokes equations in general domains I : Explicit time-stepping. J. Comput. Phys., 230(16) :6248–6270, 2011.
- [Albin et al., 2012] N. Albin, O. P. Bruno, Th. Y. Cheung, et R. O. Cleveland. Fourier continuation methods for high-fidelity simulation of nonlinear acoustic beams. J. Acoust. Soc. Am., 132(4) :2371–2387, 2012.
- [Alcoverro et Le Pichon, 2005] B. Alcoverro et A. Le Pichon. Design and optimization of a noise reduction system for infrasonic measurements using elements with low acoustic impedance. J. Acoust. Soc. Am., 117(4):1717–1727, 2005.
- [Arechiga et al., 2011] Rene O. Arechiga, Jeffrey B. Johnson, Harald E. Edens, Ronald J. Thomas, et William Rison. Acoustic localization of triggered lightning. J. Geophys. Res. : Atmos., 116(D9) :D09103 (1–11), 2011.
- [Assink et al., 2008] J. D. Assink, L. G. Evers, I. Holleman, et H. Paulssen. Characterization of infrasound from lightning. *Geophys. Res. Lett.*, 35(15) :L15802 (1–5), 2008.
- [Averiyanov et al., 2011a] M. Averiyanov, Ph. Blanc-Benon, R. O. Cleveland, et V. Khokhlova. Nonlinear and diffraction effects in propagation of N-waves in randomly inhomogeneous moving media. J. Acoust. Soc. Am., 129(4) :1760–1772, 2011.
- [Averiyanov et al., 2011b] M. Averiyanov, S. Ollivier, V. Khokhlova, et Ph. Blanc-Benon. Random focusing of nonlinear acoustic N-waves in fully developed turbulence : Laboratory scale experiment. J. Acoust. Soc. Am., 130(6) :3595–3607, 2011.
- [Aver'yanov et al., 2006] M. V. Aver'yanov, V. A. Khokhlova, O. A. Sapozhnikov, Ph. Blanc-Benon, et R. O. Cleveland. Parabolic equation for nonlinear acoustic wave propagation in inhomogeneous moving media. Acoustical Physics, 52(6) :623–632, 2006.
- [Balachandran, 1979] Nambath K. Balachandran. Infrasonic Signals From Thunder. J. Geophys. Res. : Oceans, 84(C4) :1735–1745, 1979.
- [Barthe et Pinty, 2007] C. Barthe et J.-P. Pinty. Simulation of a supercellular storm using a three-dimensional mesoscale model with an explicit lightning flash scheme. J. Geophys. Res. : Atmos., 112(D6) :D06210 (1-12), 2007.
- [Baskar et al., 2007] S. Baskar, F. Coulouvrat, et R. Marchiano. Nonlinear reflection of grazing acoustic shock waves : unsteady transition from von Neumann to Mach to Snell-Descartes reflections. J. Fluid Mech., 575 :27–55, 2007.
- [Bass, 1980] H. E. Bass. The propagation of thunder through the atmosphere. J. Acoust. Soc. Am., 67(6) :1959–1966, 1980.
- [Betz et al., 2009] H. D. Betz, P. Schmidt, K.and Laroche, P. Blanchet, W. P. Oettinger, E. Defer, Z. Dziewit, et J. Konarski. LINET – An international lightning detection network in Europe. Atmos. Res., 91(2–4) :564–573, 2009.
- [Blanc, 1985] E. Blanc. Observations in the upper atmosphere of infrasonic waves from natural or artificial sources A summary. *Annales Geophysicae*, 3:673–687, 1985.
- [Blanc-Benon et al., 2001] Ph. Blanc-Benon, L. Dallois, et D. Juvé. Long Range Sound Propagation in a Turbulent Atmosphere Within the Parabolic Approximation. *Acta Acustica united with Acustica*, 87 :659–669, 2001.
- [Blanc-Benon et al., 2002] Ph. Blanc-Benon, B. Lipkens, L. Dallois, M. F. Hamilton, et D. T. Blackstock. Propagation of finite amplitude sound through turbulence : Modeling with geometrical acoustics and the parabolic approximation. J. Acoust. Soc. Am., 111(1) :487–498, 2002.
- [Blumrich et al., 2005] R. Blumrich, F. Coulouvrat, et D. Heimann. Variability of focused sonic booms from accelerating supersonic aircraft in consideration of meteorological effects. J. Acoust. Soc. Am., 118 :676–686, 2005.
- [Bodhika et al., 2013] J. A. P. Bodhika, W. G. D. Dharmarathna, M. Fernando, et V. Cooray. Reconstruction of lightning channel geometry by localizing thunder sources. J. Atmos. Sol.-Terr. Phy., 102(0) :81–90, 2013.
- [Bogey et al., 2009] C. Bogey, N. de Cacqueray, et C. Bailly. A shock-capturing methodology based on adaptative spatial filtering for high-order non-linear computations. J. Comput. Phys., 228(5) :1447–1465, 2009.
- [Bonelli et Marcacci, 2008] P. Bonelli et P. Marcacci. Thunderstorm nowcasting by means of lightning and radar data : algorithms and applications in northern Italy. Nat. Hazards Earth Syst. Sci., 8(5) :1187–1198, 2008.
- [Brode, 1956] H. L. Brode. The blast wave in air resulting from a high temperature, high pressure sphere of air. Res. mem. rm–1825–aec, The Rand Corporation, Santa Monica, California, 1956.
- [Brown et al., 1996] P. Brown, A. R. Hildebrand, D. W. E. Green, D. Pagé, C. Jacobs, D. Revelle, E. Tagliaferri, J. Wacker, et B. Wetmiller. The fall of the St-Robert meteorite. *Meteorit. Planet. Sci*, 31(4) :502–517, 1996.
- [Burgers, 1954] J. M. Burgers. Further statistical problems connected with the solution of a simple nonlinear partial differential equation. Proc. Kon. Nederlandse Akad. van Wet., Ser. B, 57 :159–169, 1954.
- [Campus et Christie, 2009] P. Campus et D. R. Christie. Worldwide Observations of Infrasonic Waves. In A. Le Pichon, E. Blanc, et A. Hauchecorne, éditeurs, *Infrasound Monitoring for Atmospheric Studies*, pages 185–234. Springer, Dordrecht, 2009.
- [Cansi, 1995] Y. Cansi. An automatic seismic event processing for detection and location : The P.M.C.C. Method. Geophys. Res. Lett., 22(9) :1021–1024, 1995.
- [Cecil et al., 2014] D. J. Cecil, D. E. Buechler, et R. J. Blakeslee. Gridded lightning climatology from TRMM-LIS and OTD : Dataset description. Atmos. Res., 135–136 (0) :404–414, 2014.
- [Cheinet et al., 2012] S. Cheinet, L. Ehrhardt, D. Juvé, et Ph. Blanc-Benon. Unified modeling of turbulence effects on sound propagation. J. Acoust. Soc. Am., 132(4): 2198–2209, 2012.
- [Christopher et Parker, 1991] T. Christopher et K. J. Parker. New approaches to nonlinear diffractive field propagation. J. Acoust. Soc. Am., 90 :488–499, 1991.
- [Chronis et Anagnostou, 2003] T. G. Chronis et E. N. Anagnostou. Error analysis for a long-range lightning monitoring network of ground-based receivers in Europe. J. Geophys. Res. : Atmos., 108(D24) :ACL 8 (1–10), 2003.
- [Chum et al., 2013a] J. Chum, G. Diendorfer, T. Šindelářová, J. Baše, et F. Hruška. Infrasound pulses from lightning and electrostatic field changes : Observation and discussion. J. Geophys. Res. : Atmos., 118(19) :10653–10664, 2013.
- [Chum et al., 2013b] J. Chum, J. Laštovička, T. Šindelářová, G. Diendorfer, D. Burešová, J. Baše, et F. Hruška. Simultanous observations of infrasound thunders and electrostatic field : Discussion to infrasound production. Poster presented at Atmospheric dynamics Research InfraStructure in Europe (ARISE) summer school, 2013.

- [Claerbout, 1976] J. F. Claerbout. Fundamentals of geophysical data processing. McGraw-Hill, New York, 1976.
- [Collino et Joly, 1995] F. Collino et P. Joly. Splitting of Operators, Alternate Directions, and Paraxial Approximations for the Three-Dimensional Wave Equation. SIAM J. Sci. Comput., 16(5) :1019–1048, 1995.
- [Cooray et Rakov, 2012] V. Cooray et V. Rakov. On the upper and lower limits of peak current of first return strokes in negative lightning flashes. *Atmos. Res.*, 117(0) : 12–17, 2012.
- [Cooray et al., 2004] V. Cooray, R. Montano, et V. Rakov. A model to represent negative and positive lightning first strokes with connecting leaders. J. Electrost., 60(2–4) : 97–109, 2004. Selected Papers from the 26th International Conference on Lightning Protection.
- [Cooray et al., 2007] V. Cooray, V. Rakov, et N. Theethayi. The lightning striking distance – Revisited. J. Electrost., 65(5-6) :296–306, 2007. Selected Papers from the 27th International Conference on Lightning Protection 27th International Conference on Lightning Protection.
- [Coquillat et al., 1995] S. Coquillat, S. Chauzy, et J.-C. Médale. Microdischarges between ice particles. J. Geophys. Res. : Atmos., 100(D7) :14327–14334, 1995.
- [Coquillat et al., 2003] S. Coquillat, B. Combal, et S. Chauzy. Corona emission from raindrops in strong electric fields as a possible discharge initiation : Comparison between horizontal and vertical field configurations. J. Geophys. Res. : Atmos., 108 (D7) :ACL 3 (1–16), 2003.
- [Coulouvrat, 2002] F. Coulouvrat. Sonic boom in the shadow zone : A geometrical theory of diffraction. J. Acoust. Soc. Am., 111(1) :499–508, 2002.
- [Coulouvrat, 2009] F. Coulouvrat. A quasi-analytical shock solution for general nonlinear progressive waves. *Wave Motion*, 46(2):97–107, 2009.
- [Coulouvrat, 2012] F. Coulouvrat. New equations for nonlinear acoustics in a low Mach number and weakly heterogeneous atmosphere. *Wave Motion*, 49(1):50–63, 2012.
- [Cummins et Murphy, 2009] K. L. Cummins et M. J. Murphy. An Overview of Lightning Locating Systems : History, Techniques, and Data Uses, With an In-Depth Look at the U.S. NLDN. *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 51(3) :499–518, 2009.
- [Dagrau, 2009] F. Dagrau. Simulation de la propagation du bang sonique : de la CFD à l'acoustique non linéaire. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 2009.
- [Dagrau et al., 2011] F. Dagrau, M. Renier, R. Marchiano, et F. Coulouvrat. Acoustic shock wave propagation in a heterogeneous medium : A numerical simulation beyond the parabolic approximation. J. Acoust. Soc. Am., 130(1):20–32, 2011.
- [Dawson et al., 1968] G. A. Dawson, C. N. Richards, E. P. Krider, et M. A. Uman. Acoustic Output of a Long Spark. J. Geophys. Res., 73(2) :815–816, 1968.
- [de Groot-Hedlin et al., 2009] C. D. de Groot-Hedlin, M. A. H. Hedlin, et D. P. Drob. Atmospheric Variability and Infrasound Monitoring. In A. Le Pichon, E. Blanc, et A. Hauchecorne, éditeurs, *Infrasound Monitoring for Atmospheric Studies*, pages 475–507. Springer, Dordrecht, 2009.
- [de Larquier et Pasko, 2010] S. de Larquier et V. P. Pasko. Mechanism of inverted-chirp infrasonic radiation from sprites. *Geophys. Res. Lett.*, 37(24) :L24803 (1–5), 2010.
- [Defer et al., 2014] E. Defer, J.-P. Pinty, S. Coquillat, J.-M. Martin, S. Prieur, S. Soula, E. Richard, W. Rison, P. Krehbiel, R. Thomas, D. Rodeheffer, C. Vergeiner, F. Malaterre, S. Pedeboy, W. Schulz, T. Farges, L.-J. Gallin, P. Ortéga, J.-F. Ribaud, G.

Anderson, H.-D. Betz, B. Meneux, V. Kotroni, K. Lagouvardos, S. Roos, V. Ducrocq, O. Roussot, L. Labatut, et G. Molinié. An overview of the lightning and atmospheric electricity observations collected in Southern France during the HYdrological cycle in Mediterranean EXperiment (HyMeX), Special Observation Period 1. Atmos. Chem. Phys., 2014. Submitted paper.

- [Del Pino et al., 2009] S. Del Pino, B. Després, P. Havé, H. Jourdren, et P.-F. Piserchia. 3D finite volume simulation of acoustic waves in the Earth atmosphere. *Comput. Fluids*, 38:765–777, 2009.
- [Depasse, 1994] P. Depasse. Lightning acoustic signature. J. Geophys. Res. : Atmos., 99 (D12) :25933-25940, 1994.
- [Dessler, 1973] A. J. Dessler. Infrasonic Thunder. J. Geophys. Res., 78(12) :1889–1896, 1973.
- [Dietrich et al., 2011] S. Dietrich, D. Casella, F. Di Paola, M. Formenton, A. Mugnai, et P. Sanò. Lightning-based propagation of convective rain fields. *Nat. Hazards Earth* Syst. Sci., 11(5) :1571–1581, 2011.
- [Dragna et al., 2011] D. Dragna, B. Cotté, Ph. Blanc-Benon, et F. Poisson. Time-Domain Simulations of Outdoor Sound Propagation with Suitable Impedance Boundary Conditions. AIAA Journal, 49(7) :1420–1428, 2011.
- [Dragna et al., 2013a] D. Dragna, Ph. Blanc-Benon, et F. Poisson. Time-domain solver in curvilinear coordinates for outdoor sound propagation over complex terrain. J. Acoust. Soc. Am., 133(6):3751–3763, 2013.
- [Dragna et al., 2013b] D. Dragna, C. Bogey, M. Hornikx, et Ph. Blanc-Benon. Analysis of the dissipation and dispersion properties of the multi-domain Chebyshev pseudospectral method. J. Comput. Phys., 255(0) :31–47, 2013.
- [Drobinski et al., 2013] P. Drobinski, V. Ducrocq, P. Alpert, E. Anagnostou, K. Béranger, M. Borga, I. Braud, A. Chanzy, S. Davolio, G. Delrieu, C. Estournel, N. Filali Boubrahmi, J. Font, V. Grubišić, S. Gualdi, V. Homar, B. Ivančan Picek, C. Kottmeier, V. Kotroni, K. Lagouvardos, P. Lionello, M. C. Llasat, W. Ludwig, C. Lutoff, A. Mariotti, E. Richard, R. Romero, R. Rotunno, O. Roussot, I. Ruin, S. Somot, I. Taupier Letage, J. Tintore, R. Uijlenhoet, et H. Wernli. HyMeX : A 10-Year Multidisciplinary Program on the Mediterranean Water Cycle. Bull. Amer. Meteor. Soc., 95(7) :1063–1082, 2013.
- [Ducrocq et al., 2008] V. Ducrocq, O. Nuissier, D. Ricard, C. Lebeaupin, et T. Thouvenin. A numerical study of three catastrophic precipitating events over southern France. II : Mesoscale triggering and stationarity factors. Q. J. R. Meteorol. Soc., 134(630) : 131–145, 2008.
- [Ducrocq et al., 2013] V. Ducrocq, I. Braud, S. Davolio, R. Ferretti, C. Flamant, A. Jansa, N. Kalthoff, E. Richard, I. Taupier Letage, P.-A. Ayral, S. Belamari, A. Berne, M. Borga, B. Boudevillain, O. Bock, J.-L. Boichard, M.-N. Bouin, O. Bousquet, C. Bouvier, J. Chiggiato, D. Cimini, U. Corsmeier, L. Coppola, P. Cocquerez, E. Defer, J. Delanoë, P. Di Girolamo, A. Doerenbecher, Ph. Drobinski, Y. Dufournet, N. Fourrié, J. J. Gourley, L. Labatut, D. Lambert, J. Le Coz, F. S. Marzano, G. Molinié, A. Montani, G. Nord, M. Nuret, K. Ramage, W. Rison, O. Roussot, F. Said, A. Schwarzenboeck, P. Testor, J. Van Baelen, B. Vincendon, M. Aran, et J. Tamayo. HyMeX-SOP1, the field campaign dedicated to heavy precipitation and flash flooding in the northwestern Mediterranean. *Bull. Amer. Meteorol. Soc.*, 95(7) :1083–1100, 2013.
- [Dwyer et Uman, 2014] J. R. Dwyer et M. A. Uman. The physics of lightning. *Phys. Rep.*, 534(4) :147–241, 2014.

- [Evers et Haak, 2009] L. Evers et H. W. Haak. The characteristics of infrasound, its propagation and some early history. In A. Le Pichon, E. Blanc, et A. Hauchecorne, éditeurs, *Infrasound monitoring for atmospheric studies*, pages 3–27. Springer, Dordrecht, 2009.
- [Eversman, 1995] W. Eversman. Theoretical models for duct acoustic propagation and radiation. In H. H. Hubbard, éditeur, *Aeroacoustics of Flight Vehicles*, volume 2 (Noise Control), pages 101–163. Acoustical Society of America, New York, 1995.
- [Farges et Blanc, 2010] T. Farges et E. Blanc. Characteristics of infrasound from lightning and sprites near thunderstorm areas. J. Geophys. Res. : Space, 115 :A00E31 (1–17), 2010.
- [Farges et al., 2005] T. Farges, E. Blanc, A. Le Pichon, T. Neubert, et T. H. Allin. Identification of infrasound produced by sprites during the Sprite2003 campaign. *Geophys. Res. Lett.*, 32(1) :L01813 (1–4), 2005.
- [Farges et al., 2012] T. Farges, C. Millet, et R. S. Matoza. Infrasound from lightning measured in Ivory Coast. In Proc. 1st TEA-IS Summer School, pages 90–91, Torremolinos, Spain, 2012.
- [Farges, 2009] Thomas Farges. Infrasound from Lightning and Sprites. In HansDieter Betz, Ulrich Schumann, et Pierre Laroche, éditeurs, *Lightning : Principles, Instruments* and Applications, pages 417–432. Springer Netherlands, 2009.
- [Few, 1968] A. A. Few. *Thunder*. Thèse de doctorat, Rice University, 1968.
- [Few, 1969] A. A. Few. Power Spectrum of Thunder. J. Geophys. Res., 74(28) :6926–6934, 1969.
- [Few, 1970] A. A. Few. Lightning Channel Reconstruction from Thunder Measurements. J. Geophys. Res., 75(36) :7517-7523, 1970.
- [Few, 1985] A. A. Few. The production of lightning-associated infrasonic acoustic sources in thunderclouds. J. Geophys. Res. : Atmos., 90(D4) :6175–6180, 1985.
- [Few, 1995] A. A. Few. Acoustic Radiations from Lightning. In H. Volland, éditeur, Handbook of Atmospheric Electrodynamics, volume 2, pages 1–31. CRC Press, 1995.
- [Few et Teer, 1974] A. A. Few et T. L. Teer. The Accuracy of Acoustic Reconstructions of Lightning Channels. J. Geophys. Res., 79(33) :5007–5011, 1974.
- [Few et al., 1967] A. A. Few, A. J. Dessler, D. J. Latham, et M. Brook. A Dominant 200-Hertz Peak in the Acoustic Spectrum of Thunder. J. Geophys. Res., 72(24) : 6149–6154, 1967.
- [Fornberg, 1988] B. Fornberg. Generation of finite difference formulas on arbitrarily spaced grids. Math. of Comp., 51(184) :699–706, 1988.
- [Friedlander, 1946] F. G. Friedlander. The diffraction of sound pulses. 1. diffraction by a semi-infinite plane. Proc. R. Soc. Lond. A, 186(1006) :322–344, 1946.
- [Gainville, 2008] O. Gainville. Modélisation de la propagation atmosphérique des ondes infrasonores par une méthode de tracé de rayons non linéaire. Thèse de doctorat, École Centrale de Lyon, 2008.
- [Gainville et al., 2009] O. Gainville, Ph. Blanc-Benon, E. Blanc, R. Roche, C. Millet, F. Le Piver, B. Despres, et P. F. Piserchia. Misty Picture : a unique experiment for the interpretation of the infrasound propagation from large explosive sources. In A. Le Pichon, E. Blanc, et A. Hauchecorne, éditeurs, *Infrasound monitoring for atmospheric studies*, pages 575–598. Springer, Dordrecht, 2009.
- [Ganjehi, 2008] L. Ganjehi. Ondes de choc acoustiques en milieu hétérogène, des ultrasons au bang sonique. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris 6, 2008.

- [Ganjehi et al., 2008] L. Ganjehi, R. Marchiano, F. Coulouvrat, et J.-L. Thomas. Evidence of the wave front folding of sonic boom by a laboratory scale deterministic experiment of shock waves in a heterogeneous medium. J. Acoust. Soc. Am., 124:57–71, 2008.
- [Gaume et al., 2009] E. Gaume, V. Bain, P. Bernardara, O. Newinger, M. Barbuc, A. Bateman, L. Blaškovičová, G. Blöschl, M. Borga, A. Dumitrescu, I. Daliakopoulos, J. Garcia, A. Irimescu, S. Kohnova, A. Koutroulis, L. Marchi, S. Matreata, V. Medina, E. Preciso, D. Sempere Torres, G. Stancalie, J. Szolgay, I. Tsanis, D. Velasco, et A. Viglione. A compilation of data on European flash floods. J. Hydrol., 367(1–2): 70–78, 2009.
- [Goodman, 1968] J. W. Goodman. Introduction to Fourier Optics. McGraw-Hill, New York, 1968.
- [Hanique-Cockenpot, 2011] G. Hanique-Cockenpot. *Etude numérique de la propagation non linéaire des infrasons dans l'atmosphère.* Thèse de doctorat, Ecole centrale de Lyon, 2011.
- [Hayes et al., 1969] W. D. Hayes, R. C. Haefeli, et H. E. Kulsrud. Sonic boom propagation in a stratified atmosphere with computer program. Rapport technique, NASA CR-1299, 1969.
- [Hedlin et al., 2003] M. A. H. Hedlin, B. Alcoverro, et G. D'Spain. Evaluation of rosette infrasonic noise-reducing spatial filters. J. Acoust. Soc. Am., 114(4):1807–1820, 2003.
- [Henneton, 2013] M. Henneton. Apport de la simulation numérique à l'évaluation du bang sonique issu des météorites. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, 2013.
- [Hetzer et al., 2009] C. H. Hetzer, K. E. Gilbert, R. Waxler, et C. L. Talmadge. Generation of Microbaroms by Deep-Ocean Hurricanes. In A. Le Pichon, E. Blanc, et A. Hauchecorne, éditeurs, *Infrasound Monitoring for Atmospheric Studies*, pages 249–262. Springer, Dordrecht, 2009.
- [Hill, 1968] R. D. Hill. Analysis of Irregular Paths of Lightning Channels. J. Geophys. Res., 73(6) :1897–1906, 1968.
- [Holmes et al., 1971] C. R. Holmes, M. Brook, P. Krehbiel, et R. McCrory. On the power spectrum and mechanism of thunder. J. Geophys. Res., 76(9) :2106–2115, 1971.
- [Hornikx et al., 2010] M. Hornikx, R. Waxler, et J. Forssen. The extended Fourier pseudospectral time-domain method for atmospheric sound propagation. J. Acoust. Soc. Am., 128(4) :1632–1646, 2010.
- [Huet et al., 2003] Ph. Huet, X. Martin, J.-L. Prime, P. Foin, C. Laurain, et P. Cannard. Retour d'expérience des crues de septembre 2002 dans les départements du Gard, de l'Hérault, du Vaucluse, des Bouches-du-Rhône, de l'Ardèche et de la Drôme. Rapport consolidé après phase contradictoire. Rapport technique, Inspection générale de l'Environnement, 2003.
- [HyMeXoverview2010] HyMeXoverview2010. HyMeX overview. http://www.hymex.org/ public/documents/Presentation_HYMEX_23JUNE2010.ppt, 2010.
- [Johnson et al., 2011] J. B. Johnson, R. O. Arechiga, R. J. Thomas, H. E. Edens, J. Anderson, et R. Johnson. Imaging thunder. *Geophys. Res. Lett.*, 38(19) :L19807 (1-7), 2011.
- [Jones et al., 1968] D. L. Jones, G. G. Goyer, et M. N. Plooster. Shock Wave from a Lightning Discharge. J. Geophys. Res., 73(10) :3121–3127, 1968.
- [Jones, 1968a] Donald L. Jones. Intermediate Strength Blast Wave. *Phys. Fluids*, 11(8) : 1664–1667, 1968.

- [Jones, 1968b] Donald L. Jones. Comments on paper by A. A. Few, A. J. Dessler, Don J. Latham, and M. Brook, "A Dominant 200-hertz peak in the acoustic spectrum of thunder". J. Geophys. Res., 73(14) :4776–4777, 1968.
- [Koshak et al., 2004] W. J. Koshak, R. J. Solakiewicz, R. J. Blakeslee, S. J. Goodman, H. J. Christian, J. M. Hall, J. C. Bailey, E. P. Krider, M. G. Bateman, D. J. Boccippio, D. M. Mach, E. W. McCaul, M. F. Stewart, D. E. Buechler, W. A. Petersen, et D. J. Cecil. North Alabama Lightning Mapping Array (LMA) : VHF Source Retrieval Algorithm and Error Analyses. J. Atmos. Oceanic Technol., 21(4) :543–558, 2004.
- [Krehbiel et al., 2000] P. R. Krehbiel, R. J. Thomas, W. Rison, T. Hamlin, J. Harlin, et M. Davis. GPS-based mapping system reveals lightning inside storms. *Eos Trans.* AGU, 81(3) :21–25, 2000.
- [Kulichkov, 2009] S. Kulichkov. On the Prospects for Acoustic Sounding of the Fine Structure of the Middle Atmosphere. In A. Le Pichon, E. Blanc, et A. Hauchecorne, éditeurs, *Infrasound Monitoring for Atmospheric Studies*, pages 511–540. Springer, Dordrecht, 2009.
- [Kuznetsov, 1970] V. P. Kuznetsov. Equations of nonlinear acoustics. Sov. Phys. Acoust., 16:467–470, 1970.
- [Lafore et al., 1997] J. P. Lafore, J. Stein, N. Asencio, P. Bougeault, V. Ducrocq, J. Duron, C. Fischer, P. Héreil, P. Mascart, V. Masson, J. P. Pinty, J. L. Redelsperger, E. Richard, et J. Vilà-Guerau de Arellano. The Meso-NH Atmospheric Simulation System. Part I : adiabatic formulation and control simulations. Ann. Geophysicae, 16(1):90–109, 1997.
- [Lagouvardos et al., 2013] K. Lagouvardos, V. Kotroni, E. Defer, et O. Bousquet. Study of a heavy precipitation event over southern France, in the frame of HYMEX project : Observational analysis and model results using assimilation of lightning. Atmos. Res., 134(0) :45-55, 2013.
- [Le Pichon et al., 2002] A. Le Pichon, M. Garces, E. Blanc, M. Barthelemy, et D. P. Drob. Acoustic propagation and atmosphere characteristics derived from infrasonic waves generated by the Concorde. J. Acoust. Soc. Am., 111(1):629–641, 2002.
- [Le Pichon et al., 2005] A. Le Pichon, E. Blanc, et D. Drob. Probing high-altitude winds using infrasound. J. Geophys. Res. : Atmos., 110(D20) :D20104 (1-4), 2005.
- [Liang et al., 2014] C. Liang, B. Carlson, N. Lehtinen, M. Cohen, R. A. Marshall, et U. Inan. Differing current and optical return stroke speeds in lightning. *Geophys. Res. Lett.*, 41(7) :2561–2567, 2014.
- [Lilley, 1972] G. M. Lilley. The generation and radiation of supersonic jet noise. Rapport technique, Air Force Aero-Propulsion Laboratory, AFAPL-TR-72-53, 1972.
- [Lin et al., 2012] Ying-Tsong Lin, Jon M. Collis, et Timothy F. Duda. A three-dimensional parabolic equation model of sound propagation using higher-order operator splitting and Padé approximants. J. Acoust. Soc. Am., 132(5) :EL364–EL370, 2012.
- [Llasat et al., 2013] M. C. Llasat, M. Llasat Botija, O. Petrucci, A. A. Pasqua, J. Rosselló, F. Vinet, et L. Boissier. Towards a database on societal impact of Mediterranean floods within the framework of the HYMEX project. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 13(5):1337–1350, 2013.
- [Lothon et al., 2006] M. Lothon, D. H. Lenschow, et S. D. Mayor. Coherence and Scale of Vertical Velocity in the Convective Boundary Layer from a Doppler Lidar. *Bound.-Layer Meteorol.*, 121(3):521–536, 2006.
- [MacGorman et al., 1981] D. R. MacGorman, A. A. Few, et T. L. Teer. Layered Lightning Activity. J. Geophys. Res. : Oceans, 86(C10) :9900–9910, 1981.

- [MacGorman et al., 2005] D. R. MacGorman, W. D. Rust, P. Krehbiel, W. Rison, E. Bruning, et K. Wiens. The Electrical Structure of Two Supercell Storms during STEPS. Mon. Wea. Rev., 133(9) :2583–2607, 2005.
- [Marchiano et al., 2003] R. Marchiano, F. Coulouvrat, et R. Grenon. Numerical simulation of shock wave focusing at fold caustics, with application to sonic boom. J. Acoust. Soc. Am., 114 :1758–1771, 2003.
- [Marchiano et al., 2007] R. Marchiano, F. Coulouvrat, S. Baskar, et J.-L. Thomas. Experimental evidence of deviation from mirror reflection for acoustical shock waves. *Phys. Rev. E*, 76(5):056602(1–5), 2007.
- [Marchiano et al., 2008] R. Marchiano, F. Coulouvrat, et J.-L. Thomas. Numerical investigation of the properties of nonlinear acoustical vortices through weakly heterogeneous media. *Phys. Rev. E*, 77 :016605(1–11), 2008.
- [Marsden et al., 2014] O. Marsden, C. Bogey, et C. Bailly. A study of infrasound propagation based on high-order finite difference solutions of the Navier-Stokes equations. J. Acoust. Soc. Am., 135(3) :1083–1095, 2014.
- [Mazur et al., 1997] V. Mazur, E. Williams, R. Boldi, L. Maier, et D. E. Proctor. Initial comparison of lightning mapping with operational time-of-arrival and interferometric systems. J. Geophys. Res. : Atmos., 102(D10) :11071–11085, 1997.
- [McDonald, 2000] B. E. McDonald. High-angle formulation for the nonlinear progressivewave equation model. *Wave Motion*, 31 :165–171, 2000.
- [McDonald et Kuperman, 1987] B. E. McDonald et W. A. Kuperman. Time-domain formulation for pulse propagation including nonlinear behaviour at a caustic. J. Acoust. Soc. Am., 81 :1406–1417, 1987.
- [McKisic, 1997] J. M. McKisic. Infrasound and the Infrasonic Monitoring of Atmospheric Nuclear Explosions : A Literature Review. Final report pl-tr-96-2190, Department of Energy and Phillips laboratory, 1997.
- [Meyer et al., 2013] V. K. Meyer, H. Höller, et H. D. Betz. Automated thunderstorm tracking : utilization of three-dimensional lightning and radar data. Atmos. Chem. Phys., 13(10) :5137–5150, 2013.
- [Mikumo et Watada, 2009] T. Mikumo et S. Watada. Acoustic-Gravity Waves from Earthquake Sources. In A. Le Pichon, E. Blanc, et A. Hauchecorne, éditeurs, *Infrasound Monitoring for Atmospheric Studies*, pages 263–279. Springer, 2009.
- [Morse et Ingard, 1986] Ph. M. Morse et K. U. Ingard. *Theoretical acoustics*. Princeton University Press, 1986.
- [Nag et Rakov, 2008] A. Nag et V. A. Rakov. Pulse trains that are characteristic of preliminary breakdown in cloud-to-ground lightning but are not followed by return stroke pulses. J. Geophys. Res. : Atmos., 113(D1) :D01102 (1–12), 2008.
- [Nag et Rakov, 2010a] A. Nag et V. A. Rakov. Compact intracloud lightning discharges : 2. Estimation of electrical parameters. J. Geophys. Res. : Atmos., 115(D20) :D20103 (1-15), 2010.
- [Nag et Rakov, 2010b] A. Nag et V. A. Rakov. Compact intracloud lightning discharges : 1. Mechanism of electromagnetic radiation and modeling. J. Geophys. Res. : Atmos., 115(D20) :D20102 (1–20), 2010.
- [Nag et al., 2008] A. Nag, V. A. Rakov, W. Schulz, M. M. F. Saba, R. Thottappillil, C. J. Biagi, A. Oliveira Filho, A. Kafri, N. Theethayi, et T. Gotschl. First versus subsequent return-stroke current and field peaks in negative cloud-to-ground lightning discharges. J. Geophys. Res. : Atmos., 113(D19) :D19112 (1–10), 2008.

- [Nag et al., 2010] A. Nag, V. A. Rakov, D. Tsalikis, et J. A. Cramer. On phenomenology of compact intracloud lightning discharges. J. Geophys. Res. : Atmos., 115(D14) : D14115 (1–11), 2010.
- [Nag et Rakov, 2012] Amitabh Nag et Vladimir A. Rakov. Positive lightning : An overview, new observations, and inferences. J. Geophys. Res. : Atmos., 117(D8) :D08109 (1–20), 2012.
- [Nash et al., 2006] J. Nash, N. C. Atkinson, E. Hibbett, G. Callaghan, P. L. Taylor, P. Odhams, D. Jenkins, S. Keogh, C. Gaffard, et E. Walker. The new Met Office ATDNET lightning detection system. In Proc. WMO Technical Conf. on Instruments and Observing Methods, volume 94, Geneva, 2006.
- [Norris et al., 2009] David Norris, Robert Gibson, et Kevin Bongiovanni. Numerical Methods to Model Infrasonic Propagation Through Realistic Specifications of the Atmosphere. In A. Le Pichon, E. Blanc, et A. Hauchecorne, éditeurs, *Infrasound Monitoring for Atmospheric Studies*, pages 541–573. Springer, Dordrecht, 2009.
- [Nucci et al., 1990] C. A. Nucci, G. Diendorfer, M. A. Uman, F. Rachidi, M. Ianoz, et C. Mazzetti. Lightning return stroke current models with specified channel-base current : A review and comparison. J. Geophys. Res. : Atmos., 95(D12) :20395–20408, 1990.
- [Nuissier et al., 2008] O. Nuissier, V. Ducrocq, D. Ricard, C. Lebeaupin, et S. Anquetin. A numerical study of three catastrophic precipitating events over southern France. I : Numerical framework and synoptic ingredients. Q. J. R. Meteorol. Soc., 134(630) : 111–130, 2008.
- [Ostashev, 1997] V. E. Ostashev. Acoustics in moving inhomogeneous media. E & FN Spon, London, 1997.
- [Ostashev et Wilson, 2000] V. E. Ostashev et D. K. Wilson. Relative contributions from temperature and wind velocity fluctuations to the statistical moments of a sound field in a turbulent atmosphere. *Acustica Acta Acustica*, 86 :260–268, 2000.
- [Ostashev et al., 1997] V. E. Ostashev, D. Juvé, et Ph. Blanc-Benon. Derivation of a wide-angle parabolic equation for sound waves in inhomogeneous moving media. *Acustica – Acta Acustica*, 83(3):455–460, 1997.
- [Ostashev et al., 2005] V. E. Ostashev, D. K. Wilson, L. Liu, D. F. Aldridge, N. P. Symons, et D. Marlin. Equations for finite-difference, time-domain simulation of sound propagation in moving inhomogeneous media and numerical implementation. J. Acoust. Soc. Am., 117(2):503-517, 2005.
- [Ostashev et al., 2008] V. E. Ostashev, M. V. Scanlon, D. K. Wilson, et S. N. Vecherin. Source localization from an elevated acoustic sensor array in a refractive atmosphere. J. Acoust. Soc. Am., 124(6) :3413–3420, 2008.
- [Pasko, 2009a] V. P. Pasko. Mechanism of lightning-associated infrasonic pulses from thunderclouds. J. Geophys. Res. : Atmos., 114(D8) :D08205 (1–10), 2009.
- [Pasko, 2009b] V. P. Pasko. Electrostatic Mechanism Of Lightning Associated Infrasonic Pulses From Thunderclouds. In 9th International Conference on Theoretical and Computational Acoustics, Dresden, Germany, 2009.
- [Petrucci et Pasqua, 2009] O. Petrucci et A. A. Pasqua. A methodological approach to characterise Landslide Periods based on historical series of rainfall and landslide damage. Natural Hazards and Earth System Science, 9(5):1655–1670, 2009.
- [Pierce, 1989] A. D. Pierce. Acoustics : an introduction to its physical principles and applications. Acoustical Society of America, New York, 1989.
- [Pineda et al., 2007] N. Pineda, T. Rigo, J. Bech, et X. Soler. Lightning and precipitation relationship in summer thunderstorms : Case studies in the North Western Mediterranean region. Atmos. Res., 85(2) :159–170, 2007.

- [Pinty et al., 2013] J.-P. Pinty, C. Barthe, E. Defer, E. Richard, et M. Chong. Explicit simulation of electrified clouds : From idealized to real case studies. Atmos. Res., 123(0) :82–92, 2013.
- [Plotkin et Page, 2002] K. J. Plotkin et J. A. Page. Extrapolation of Sonic Boom signatures from CFD solutions. AIAA Paper, 2002-0922, 2002.
- [Price et Federmesser, 2006] C. Price et B. Federmesser. Lightning-rainfall relationships in Mediterranean winter thunderstorms. *Geophys. Res. Lett.*, 33(7) :L07813 (1-4), 2006.
- [Price et al., 2011] C. Price, Y. Yair, A. Mugnai, K. Lagouvardos, M.C. Llasat, S. Michaelides, U. Dayan, S. Dietrich, F. Di Paola, E. Galanti, L. Garrote, N. Harats, D. Katsanos, M. Kohn, V. Kotroni, M. Llasat Botija, B. Lynn, L. Mediero, E. Morin, K. Nicolaides, S. Rozalis, K. Savvidou, et B. Ziv. Using Lightning Data to Better Understand and Predict Flash Floods in the Mediterranean. *Surv. Geophys.*, 32(6): 733–751, 2011.
- [Qamar, 1995] A. Qamar. Space Shuttle and Meteroid–Tracking Supersonic Objects in the Atmosphere with Seismographs. Seismol. Res. Lett., 66(5) :6–12, 1995.
- [Qiu et al., 2012] Shi Qiu, Bi-Hua Zhou, et Li-Hua Shi. Synchronized observations of cloud-to-ground lightning using VHF broadband interferometer and acoustic arrays. J. Geophys. Res. : Atmos., 117(D19) :D19204 (1-9), 2012.
- [Quarteroni et al., 2007] Alfio Quarteroni, Riccardo Sacco, et Fausto Saleri. Numerical Mathematics, volume 37. Springer, 2nd edition, 2007.
- [Rakov, 2013] V. A. Rakov. The Physics of Lightning. Surv. Geophys., 34(6):701–729, 2013.
- [Rakov et Uman, 1998] V. A. Rakov et M. A. Uman. Review and evaluation of lightning return stroke models including some aspects of their application. *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 40(4) :403–426, 1998.
- [Rakov et Uman, 2003] V. A. Rakov et M. A Uman. *Lightning : physics and effects*. Cambridge University Press, 2003.
- [Ribner et Roy, 1982] Herbert S. Ribner et Dipankar Roy. Acoustics of thunder : A quasilinear model for tortuous lightning. J. Acoust. Soc. Am., 72(6) :1911–1925, 1982.
- [Riousset et al., 2007] Jeremy A. Riousset, Victor P. Pasko, Paul R. Krehbiel, Ronald J. Thomas, et William Rison. Three-dimensional fractal modeling of intracloud lightning discharge in a New Mexico thunderstorm and comparison with lightning mapping observations. J. Geophys. Res. : Atmos., 112(D15) :D15203 (1–17), 2007.
- [Ripepe et al., 2010a] M. Ripepe, E. Marchetti, C. Bonadonna, A. J. L. Harris, L. Pioli, et G. Ulivieri. Monochromatic infrasonic tremor driven by persistent degassing and convection at Villarrica Volcano, Chile. *Geophysical Research Letters*, 37(15) :L15303 (1-6), 2010.
- [Ripepe et al., 2010b] Maurizio Ripepe, Silvio De Angelis, Giorgio Lacanna, et Barry Voight. Observation of infrasonic and gravity waves at Soufrière Hills Volcano, Montserrat. *Geophys. Res. Lett.*, 37(19) :L00E14 (1–5), 2010.
- [Rison et al., 1999] W. Rison, R. J. Thomas, P. R. Krehbiel, T. Hamlin, et J. Harlin. A GPS-based three-dimensional lightning mapping system : Initial observations in central New Mexico. *Geophys. Res. Lett.*, 26(23) :3573–3576, 1999.
- [Rood, 2012] J. S. Rood. Numerical Simulation of the Acoustical Propagation of Thunder. Thèse de doctorat, Department of Mathematics South Dakota State University, 2012.

- [Roy, 1981] D. Roy. A Monte Carlo model of tortuous lightning and the generation of thunder. Thèse de doctorat, University of Toronto Intsitute for Aerospace Studies, 1981.
- [Saunders, 2008] C. Saunders. Charge Separation Mechanisms in Clouds. In F. Leblanc, K. L. Aplin, Y. Yair, R. G. Harrison, J. P. Lebreton, et M. Blanc, éditeurs, *Planetary Atmospheric Electricity*, volume 30 of *Space Sciences Series of ISSI*, pages 335–353. Springer New York, 2008.
- [Schulz et al., 2014a] W. Schulz, S. Pedeboy, C. Vergeiner, E. Defer, et W. Rison. Validation of the EUCLID LLS during HyMeX SOP1. In Proc. 23rd International Lightning Detection Conference and 5th International Lightning Meteorology Conference, Tuckson, Arizona, USA, 2014.
- [Schulz et al., 2014b] W. Schulz, D. Poelman, S. Pedeboy, C. Vergeiner, H. Pichler, G. Diendorfer, et S. Pack. Performance validation of the european lightning location system EUCLID. In Proc. International Colloquium on Lightning and Power systems, Lyon, France, 2014.
- [Seity et al., 2011] Y. Seity, P. Brousseau, S. Malardel, G. Hello, P. Bénard, F. Bouttier, C. Lac, et V. Masson. The AROME-France convective scale operational model. *Mon. Wea. Rev.*, 139 :976–999, 2011.
- [Simpson et Scrase, 1937] G. Simpson et F. J. Scrase. The Distribution of Electricity in Thunderclouds. Proc. Roy. Soc. London, 161(906) :309–352, 1937.
- [Soula et Chauzy, 2001] S. Soula et S. Chauzy. Some aspects of the correlation between lightning and rain activities in thunderstorms. Atmos. Res., 56(1-4):355-373, 2001.
- [Soula et al., 2004] S. Soula, Y. Seity, L. Feral, et H. Sauvageot. Cloud-to-ground lightning activity in hail-bearing storms. J. Geophys. Res. : Atmos., 109(D2) :D02101 (1–13), 2004.
- [Sparrow et Raspet, 1991] V. W. Sparrow et R. Raspet. A numerical method for general finite amplitude wave propagation in two dimensions and its application to spark pulses. J. Acoust. Soc. Am., 90(5) :2683–2691, 1991.
- [Stock et al., 2014] M. G. Stock, M. Akita, P. R. Krehbiel, W. Rison, H. E. Edens, Z. Kawasaki, et M. A. Stanley. Continuous broadband digital interferometry of lightning using a generalized cross-correlation algorithm. J. Geophys. Res. : Atmos., 119(6) : 3134–3165, 2014.
- [Stockwell et al., 1996] R. G. Stockwell, L. Mansinha, et R. P. Lowe. Localization of the complex spectrum : the S transform. *IEEE Trans. Sig. Proc.*, 44(4) :998–1001, 1996.
- [Stolzenburg et Marshall, 1998] M. Stolzenburg et T. C. Marshall. Charged precipitation and electric field in two thunderstorms. J. Geophys. Res. : Atmos., 103(D16) : 19777–19790, 1998.
- [Stolzenburg et Marshall, 2008] M. Stolzenburg et T. C. Marshall. Charge Structure and Dynamics in Thunderstorms. Space Sci. Rev., 137(1-4) :355–372, 2008.
- [Stolzenburg et Marshall, 2009] M. Stolzenburg et T. C. Marshall. Electric Field and Charge Structure in Lightning-Producing Clouds. In H. D. Betz, U. Schumann, et P. Laroche, éditeurs, *Lightning : Principles, Instruments and Applications*, pages 57–82. Springer Netherlands, 2009.
- [Strang, 1968] G. Strang. On the Construction and Comparison of Difference Schemes. SIAM J. Numer. Anal., 5(3):506–517, 1968.
- [Teer et Few, 1974] T. L. Teer et A. A. Few. Horizontal Lightning. J. Geophys. Res., 79 (24) :3436–3441, 1974.

- [Thomas, 2013] R. J. Thomas. ftp://zeus.nmt.edu/thomas/, 2013. XLMA graphical interface (based on IDL).
- [Thomas et al., 2004] R. J. Thomas, P. R. Krehbiel, W. Rison, S. J. Hunyady, W. P. Winn, T. Hamlin, et J. Harlin. Accuracy of the Lightning Mapping Array. J. Geophys. Res. : Atmos., 109(D14) :D14207 (1–34), 2004.
- [von Neumann, 1963] J. von Neumann. Oblique reflection of shocks. In A. H. Taub, éditeur, John von Neumann Collected Work, volume 6, pages 238–299. Pergamon, 1963.
- [Walker et Hedlin, 2009] K. T. Walker et M. A. H. Hedlin. A Review of Wind-Noise Reduction Methodologies. In A. Le Pichon, E. Blanc, et A. Hauchecorne, éditeurs, *Infrasound Monitoring for Atmospheric Studies*, pages 141–182. Springer, Dordrecht, 2009.
- [West et al., 1992] M. West, K. Gilbert, et R.A. Sack. A tutorial on the parabolic equation (PE) model used for long range sound propagation in the atmosphere. *Applied Acoustics*, 37(1):31–49, 1992.
- [Whitham, 1956] G. B. Whitham. On the propagation of weak shock waves. J. Fluid Mech., 1 :290–318, 1956.
- [Wilson, 1921] C. T. R. Wilson. Investigations on Lightning Discharges and on the Electric Field of Thunderstorms. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 221(582-593) :73–115, 1921.
- [World Meteorological Organization, 1956] World Meteorological Organization. World distribution of thunderstorm days. Publ. 21, TP 6 and Suppl. Secretariat of the World Meteorological Organization, Geneva, Switzerland, 1956.
- [Yuhua et Ping, 2012] O. Yuhua et Y. Ping. Audible thunder characteristic and the relation between peak frequency and lightning parameters. J. Earth. Syst. Sci., 121 (1):211–220, 2012.
- [Zabolotskaya et Khokhlov, 1969] E. A. Zabolotskaya et R. V. Khokhlov. Quasi-plane waves in the non-linear acoustics of confined beams. Sov. Phys. Acoust., 15:35–40, 1969.