



# **Modélisation de la propagation ultrasonore dans une structure métallurgique diffusante, application au CND**

Vincent Dorval

## **► To cite this version:**

Vincent Dorval. Modélisation de la propagation ultrasonore dans une structure métallurgique diffusante, application au CND. Acoustique [physics.class-ph]. université de la Méditerranée, 2009. Français.  $\langle$ NNT :  $\rangle$ .  $\langle$ tel-01082035 $\rangle$

**HAL Id: tel-01082035**

**<https://hal.science/tel-01082035v1>**

Submitted on 12 Nov 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

# THESE DE DOCTORAT

Présentée par  
Vincent DORVAL

Pour obtenir le grade de  
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE LA MEDITERRANEE  
Spécialité Acoustique

Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur : Mécanique, Physique, Micro et Nanoélectronique

## **Modélisation de la propagation ultrasonore dans une structure métallurgique diffusante, application au CND**

Soutenue le 7 décembre 2009  
devant le jury composé de :

M. Arnaud DERODE	Professeur des Universités	Rapporteur
M. Jean-Marc CONOIR	Directeur de Recherches au CNRS	Rapporteur
M. Gilles CORNELOUP	Professeur des Universités	Examineur
M. Joseph MOYSAN	Professeur des Universités	Examineur
M. Daniel ROYER	Professeur des Universités	Examineur
M. Frédéric JENSON	Ingénieur Chercheur	Examineur



# REMERCIEMENTS

Ce travail de thèse a été réalisé au sein du service DRT/DETECS/SYSSC du Commissariat à l’Energie Atomique de Saclay. Je remercie Philippe Benoist et l’ensemble des personnes de ce service pour leur accueil.

Cette thèse a été encadrée par Frédéric Jenson, que je remercie pour sa disponibilité, ses conseils et de manière générale ses compétences ainsi que le temps qu’il a consacré à ce travail.

Je remercie également Gilles Corneloup et Joseph Moysan du LCND d’Aix en Provence pour avoir dirigé cette thèse.

Je remercie Arnaud Derode ainsi que Jean-Marc Conoir pour avoir accepté la lourde charge de rapporteurs et Daniel Royer pour avoir accepté de participer au jury.

Je tiens par ailleurs à remercier Véronique Rabeau et Jean-Luc Béchade du service DEN/DMN/SRMA pour leur aide.

Je remercie aussi Nicolas Leymarie, pour son expertise en algorithmie déconcertante, et Alain Lhémy, pour ses ressources bibliographiques exhaustives.

Je remercie également Karim Jezzine et Christophe Reboud pour leurs conseils de thésard à thésard ainsi que pour le manque de précision de leurs lancers d’objets intempestifs. Et j’adresse un merci général à Alex, Anthony, Lili, Séverine et à tous mes autres collègues (anciens) thésards et (anciens) post-docs.

Enfin, je remercie Christelle pour son soutien constant.

# TABLE DES MATIERES

<b>REMERCIEMENTS</b>	<b>3</b>
<b>TABLE DES MATIERES</b>	<b>4</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>9</b>
<b>CHAPITRE 1</b>	<b>11</b>
<b>ETAT DE L'ART DE LA MODELISATION DE LA DIFFUSION DES ONDES ULTRASONORES DANS LES METAUX</b>	<b>11</b>
INTRODUCTION .....	11
1.1 ORIGINE DE LA DIFFUSION .....	12
1.1.1 Structure polycristalline	13
1.1.2 Dislocations aux joints de grains	13
1.1.3 Irrégularités de la structure	14
1.1.4 Conclusion	14
1.2 MODELISATION DE LA DIFFUSION ET APPROXIMATION DE LA DIFFUSION SIMPLE.....	15
1.2.1 Coefficients d'atténuation	15
1.2.2 Vitesses de propagation	20
1.2.3 Coefficients de diffusion	21
1.2.4 Simulation du bruit de structure	25
1.3 ADAPTATION DES MODELES A DES MICROSTRUCTURES PARTICULIERES .....	30
1.3.1 Métal à plusieurs phases	30
1.3.2 Structure non équiaxe	30
1.3.3 Texture	31
1.3.4 Microstructures duplex	32
1.3.5 Conclusion	33
1.4 MODELISATION DE DIFFUSION MULTIPLE .....	33
1.4.1 Equation de Bethe-Salpeter	34
1.4.2 Transferts radiatifs	34
1.4.3 Approximation de la diffusion	35
1.4.4 Rétrodiffusion cohérente	36
1.4.5 Méthodes numériques usuelles appliquées à des structures polycristallines	37
1.4.6 Conclusion	37
CONCLUSION .....	38

<b>CHAPITRE 2</b>	<b>40</b>
<b>MODELISATION DU BRUIT DE STRUCTURE ET DE L'ATTENUATION DANS L'APPROXIMATION DE DIFFUSION SIMPLE</b>	<b>40</b>
INTRODUCTION .....	40
2.1 COEFFICIENTS DE DIFFUSION ET D'ATTENUATION .....	41
2.1.1 Hypothèses concernant le matériau	41
2.1.2 Coefficients de diffusion	42
2.1.3 Coefficients d'atténuation	55
2.1.4 Conclusion	61
2.2 SIMULATION DU BRUIT DE STRUCTURE PAR LA METHODE DES DIFFUSEURS EQUIVALENTS .....	62
2.2.1 Hypothèses et approximations	63
2.2.2 Intégration de la méthode au logiciel CIVA	64
2.2.3 Notion de densité de diffuseurs suffisante	67
2.2.4 Détermination de la densité de diffuseurs suffisante à l'aide de distributions de Nagakami	68
2.2.5 Tirage aléatoire des propriétés d'un diffuseur	69
2.2.6 Cohérence spatiale	71
2.2.7 Comparaisons de résultats obtenus par les deux méthodes de simulation	71
2.2.8 Conclusion	73
CONCLUSION .....	74
<b>CHAPITRE 3</b>	<b>75</b>
<b>VALIDATIONS EXPERIMENTALES</b>	<b>75</b>
INTRODUCTION .....	75
3.1 ECHANTILLONS ETUDIES .....	75
3.1.1 Composition et mise en forme des coupons	77
3.1.2 Etude micrographique	77
3.1.3 Détermination des tailles de grain par comptage	80
3.1.4 Fonctions de corrélation spatiale	83
3.1.5 Conclusion	88
3.2 MESURES ULTRASONORES .....	88
3.2.1 Mesures au contact	88
3.2.2 Mesures en immersion sur les plaques après perçage de défauts de référence	106
3.2.3 Mesures d'atténuation	111
3.2.4 Conclusion	115
3.3 ORIGINES POSSIBLES DE LA SOUS-ESTIMATION DU BRUIT DE STRUCTURE .....	115
3.3.1 Densité de diffuseurs	116
3.3.2 Erreur sur les paramètres concernant la microstructure	116
3.3.3 Contribution des inclusions	117
3.3.4 Distribution de taille de grain	119
3.3.5 Effet des macles	120

3.3.6	<i>Contribution des dislocations</i>	120
3.3.7	<i>Conclusion</i>	122
CONCLUSION .....		122
<b>CHAPITRE 4</b>		<b>123</b>
<b>ADAPTATION DU MODELE DE DIFFUSION A DIFFERENTES MICROSTRUCTURES</b>		<b>123</b>
INTRODUCTION .....		123
4.1	FONCTIONS DE CORRELATION SPATIALE ALTERNATIVES .....	124
4.1.1	<i>Fonctions de corrélation alternatives</i>	125
4.1.2	<i>Calculs de coefficients de diffusion et d'atténuation pour les différentes fonctions de corrélation</i>	133
4.1.3	<i>Calculs basés sur des fonctions de corrélation mesurées sur des micrographies</i>	135
4.1.4	<i>Influence du choix de la forme de la fonction de corrélation sur la dépendance fréquentielle des coefficients de diffusion</i>	136
4.1.5	<i>Variations fréquentielles des coefficients de diffusion</i>	140
4.1.6	<i>Influence du choix de la forme de la fonction de corrélation spatiale sur le lien entre diffusion et atténuation</i>	142
4.1.7	<i>Conclusion</i>	143
4.2	ETUDE DE LA DIFFUSION DANS UN ACIER AUSTENOFERRITIQUE .....	144
4.2.1	<i>Introduction</i>	144
4.2.2	<i>Description de la microstructure de l'acier austénoferritique étudié</i>	144
4.2.3	<i>Détermination des variantes</i>	145
4.2.4	<i>Définition des milieux de propagation effectifs</i>	147
4.2.5	<i>Diffusion dans le milieu moyen homogène</i>	148
4.2.6	<i>Diffusion à l'intérieur d'un macrograin</i>	155
4.2.7	<i>Conclusion</i>	159
CONCLUSION .....		159
<b>CHAPITRE 5</b>		<b>161</b>
<b>RESOLUTION DE L'EQUATION DU TRANSFERT RADIATIF PAR METHODE DE MONTE CARLO</b>		<b>161</b>
INTRODUCTION .....		161
5.1	OBJECTIF DE LA METHODE DEVELOPPEE .....	162
5.2	PRINCIPE GENERAL .....	162
5.3	CALCUL DES PARCOURS AVANT DIFFUSION .....	164
5.4	MODES ET POLARISATION DES PARTICULES .....	165
5.5	DIRECTION DE DIFFUSION .....	167
5.5.1	<i>Tirage de <math>\theta</math></i>	168
5.5.2	<i>Tirage de <math>\varphi</math></i>	169
5.6	REFLEXION A UNE INTERFACE .....	171
5.7	MODELISATION DE L'EMETTEUR .....	173

5.8	RESULTATS DE SIMULATION .....	174
5.8.1	<i>Trajets des particules</i> .....	174
5.8.2	<i>Equipartition de l'énergie selon les modes</i> .....	176
5.8.3	<i>Cartographies des propriétés statistiques au second ordre du champ</i> .....	177
5.8.4	<i>Bruit de structure</i> .....	179
	CONCLUSION .....	182
	<b>CONCLUSION GENERALE</b> .....	<b>183</b>
	<b>BIBLIOGRAPHIE</b> .....	<b>185</b>
	<b>ANNEXE A</b> .....	<b>193</b>
	<b>PROPRIETES STATISTIQUES DES CONSTANTES ELASTIQUES DANS UN POLYCRISTAL</b> .....	<b>193</b>
A.1	CHANGEMENT DE REPERE DES MATRICES DES CONSTANTES ELASTIQUES DANS LA NOTATION ABREGEE .....	193
A.2	ANGLES D'EULER .....	195
A.3	MOYENNES ET COVARIANCES DES CONSTANTES ELASTIQUES SERVANT AU CALCUL DES COEFFICIENTS DE DIFFUSION .....	195
A.3.1	<i>Cas d'un métal monphasique sans relations d'orientation</i> .....	195
A.3.2	<i>Cas d'un métal duplex</i> .....	200
	<b>ANNEXE B</b> .....	<b>210</b>
	<b>UTILISATION DU PARAMETRE DE NAKAGAMI</b> .....	<b>210</b>
	<b>ANNEXE C</b> .....	<b>213</b>
	<b>METHODE DE SIMULATION DU BRUIT DE STRUCTURE DE REFERENCE</b> .....	<b>213</b>
C.1	REPRESENTATION DE LA MICROSTRUCTURE .....	213
C.2	CALCUL DE LA DIFFUSION PAR LES GRAINS .....	216
	<b>ANNEXE D</b> .....	<b>218</b>
	<b>DEVELOPPEMENT DES EXPRESSIONS ANALYTIQUES DE FONCTIONS DE CORRELATION</b> .....	<b>218</b>
D.1	FONCTION DE CORRELATION D'UN DIAGRAMME DE VORONOI EN DEUX DIMENSIONS .....	218
D.1.1	<i>Densité de probabilité de <math>L</math></i> .....	219
D.1.2	<i>Densité de probabilité de <math>\theta</math></i> .....	219
D.1.3	<i>Probabilité que deux points soient dans une même cellule pour <math>L</math> et <math>\theta</math> fixés</i> .....	220
D.1.4	<i>Détermination de <math>W_{Vor2D}(R)</math></i> .....	221
D.2	FONCTION DE CORRELATION D'UN DIAGRAMME DE VORONOI EN TROIS DIMENSIONS .....	222
D.2.1	<i>Densité de probabilité de <math>L</math></i> .....	222
D.2.2	<i>Densité de probabilité de <math>\theta</math></i> .....	223
D.2.3	<i>Probabilité que deux points soient dans une même cellule pour <math>L</math> et <math>\theta</math> fixés</i> .....	223
D.2.4	<i>Détermination de <math>W_{Vor3D}(R)</math></i> .....	224
D.3	FONCTION DE CORRELATION POUR UNE DISTRIBUTION DE VOLUMES DE GRAINS LOG-NORMALE .....	224



<i>D.3.1</i>	<i>Densité de probabilité du volume du grain dans lequel se trouve un point choisi aléatoirement</i>	
		225
<i>D.3.2</i>	<i>Probabilité que deux points distants de <math>D</math> soient dans un même grain, le volume du grain dans lequel est situé un point étant connu</i>	226
<i>D.3.3</i>	<i>Expression de la fonction de corrélation spatiale</i>	227
D.4	LIMITES EN BASSES FREQUENCES DES FACTEURS DE FORME CORRESPONDANT AUX DIFFERENTES FONCTIONS DE CORRELATION ETUDIEES .....	227
<b>ANNEXE E</b>		<b>231</b>
<b>TIRAGE DE L'ANGLE <math>\phi</math> DANS LA SIMULATION PAR METHODE DE MONTE-CARLO DE LA DIFFUSION MULTIPLE</b>		<b>231</b>
<b>RESUME</b>		<b>234</b>
<b>PUBLICATIONS</b>		<b>236</b>

# INTRODUCTION GENERALE

Les méthodes de Contrôle Non-Destructif, ou CND, visent à évaluer l'intégrité d'une structure sans la dégrader. Elles sont utilisées dans de nombreuses industries dont celles de l'énergie, du génie civil, des transports et de l'aéronautique. Les techniques de CND les plus usuelles sont les ultrasons, les courants de Foucault, la radiographie et la thermographie. Les ultrasons constituent une technique très répandue car ils permettent de détecter des anomalies situées en profondeur dans les composants avec une grande sensibilité. Ils peuvent être utilisés de plusieurs façons. La plus courante consiste à émettre des ondes ultrasonores et à détecter celles qui sont réfléchies ou diffractées par d'éventuels défauts.

Le contrôle par ultrasons de certains matériaux peut être gêné par des phénomènes de diffusion. C'est le cas notamment pour des aciers et pour des alliages de titane présents respectivement dans des éléments de centrales nucléaires et dans des moteurs d'avions. Les ondes ultrasonores ne se propagent pas dans ces métaux comme elles se propageraient dans des milieux homogènes. Des interactions entre la microstructure de ces matériaux et les ondes ultrasonores font qu'une partie de l'énergie des ondes est redirigée dans toutes les directions au cours de leur propagation. Une partie de l'énergie ainsi diffusée atteint le récepteur, ce qui est à l'origine de l'enregistrement d'un signal appelé bruit de structure. De plus, comme l'onde perd de l'énergie au cours de sa propagation, les échos des défauts sont affaiblis. La diffusion a donc un impact sur les performances de contrôle.

Plusieurs industriels sont demandeurs d'outils de simulation fiables permettant de prendre en compte les phénomènes de diffusion. La simulation est beaucoup utilisée en CND car elle aide à développer des méthodes de contrôle et à interpréter des mesures. Elle remplace avantageusement des études expérimentales longues et coûteuses dans de nombreux cas.

Le CEA-LIST développe des outils de simulations pour plusieurs techniques de CND. Ces outils sont regroupés dans la plate-forme logicielle CIVA qui est utilisée dans l'industrie. Ils comportent des méthodes permettant de simuler l'atténuation et le bruit de structure dans les contrôles par ultrasons de métaux diffusants. Ces méthodes ne sont pas reliées à un modèle de diffusion : les paramètres d'entrée concernant le bruit et l'atténuation doivent être

déterminés de manière empirique, en recherchant ceux qui permettent le meilleur accord entre la simulation et la mesure. Cette approche présente plusieurs limitations : elle nécessite des mesures préalables et les paramètres déterminés pour une configuration de contrôle donnée ne sont pas forcément transposables à d'autres. De plus, elle ne permet pas de reproduire avec précision certains phénomènes.

Dans le premier chapitre de ce manuscrit, une étude bibliographique concernant la modélisation de la diffusion ultrasonore dans les métaux est présentée. Les mécanismes à l'origine de cette diffusion sont d'abord décrits, puis des approches permettant de la modéliser dans le cadre de l'approximation de la diffusion simple sont répertoriées. L'adaptation de ces approches à différentes microstructures est ensuite discutée. Le problème de la modélisation de la diffusion multiple est également présenté.

Une méthode de simulation développée durant cette thèse, et basée sur l'approximation de la diffusion simple, est présentée dans le deuxième chapitre. Dans la première partie de ce chapitre, le modèle de diffusion sur lequel repose cette méthode est détaillé. Le principe algorithmique de la méthode est décrit dans la seconde partie du chapitre.

Une validation expérimentale de cette méthode est présentée dans le troisième chapitre. Les échantillons de métal étudiés sont d'abord décrits, puis des mesures ultrasonores sont présentées et leurs résultats sont comparés à des résultats de simulation.

Le quatrième chapitre traite de l'adaptation du modèle de diffusion et de la méthode de simulation à des métaux aux microstructures particulières. La prise en compte de la distribution de tailles des grains du métal est discutée dans la première partie. Dans la seconde partie, une approche permettant la modélisation de la diffusion dans un métal à deux phases et dont les grains sont liés par des relations d'orientation est présentée.

Dans le cinquième chapitre, une approche permettant la modélisation de la diffusion multiple est proposée. Il s'agit d'une méthode de Monte-Carlo, basée sur des tirages aléatoires. Des principes permettant de réaliser ces tirages en fonction de quantités fournies par un modèle de diffusion sont décrits. Des résultats obtenus à l'aide de cette méthode sont présentés.

Le travail présenté dans ce manuscrit vise à développer de nouvelles méthodes de simulation de la diffusion des ultrasons dans les métaux. A terme, ces méthodes pourront être intégrées à des outils de modélisation du CND utilisés dans l'industrie. Elles contribueront ainsi à une meilleure maîtrise du contrôle de structures dont l'intégrité constitue un enjeu de sûreté important.

# CHAPITRE 1

## Etat de l'art de la modélisation de la diffusion des ondes ultrasonores dans les métaux

### Introduction

Le principe du Contrôle Non Destructif par ultrasons est d'émettre des ondes ultrasonores dans une pièce et de détecter les échos renvoyés par d'éventuels défauts. Dans certains cas, le contrôle peut être gêné par des interactions entre les ondes ultrasonores et la microstructure du métal. C'est le cas par exemple dans le contrôle de certains aciers utilisés pour la fabrication de tuyauteries de centrales nucléaires. Cette interaction est notamment à l'origine des phénomènes d'atténuation et de bruit de structure. La Figure 1 représente les résultats d'une inspection réalisée sur une maquette en acier inoxydable.

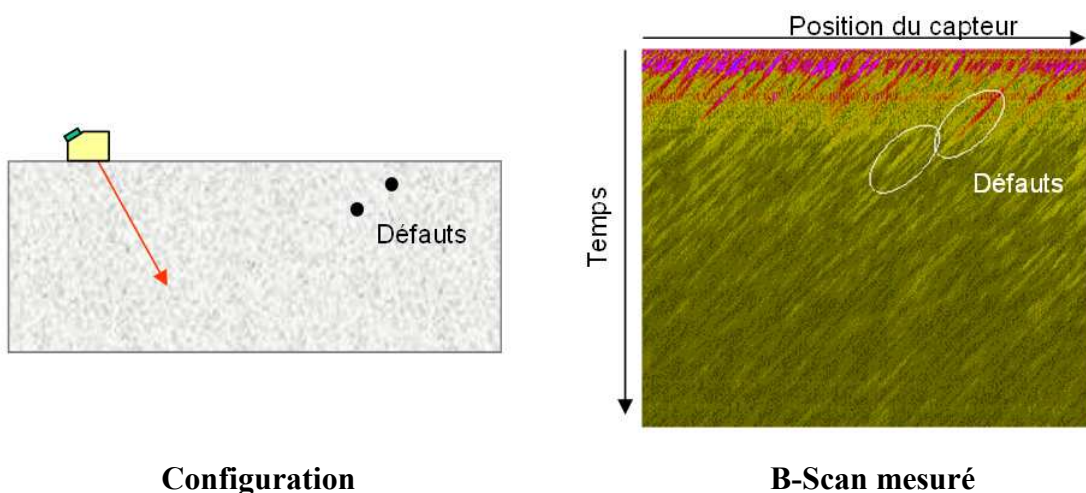


Figure 1 : Exemple de contrôle d'un bloc de métal diffusant

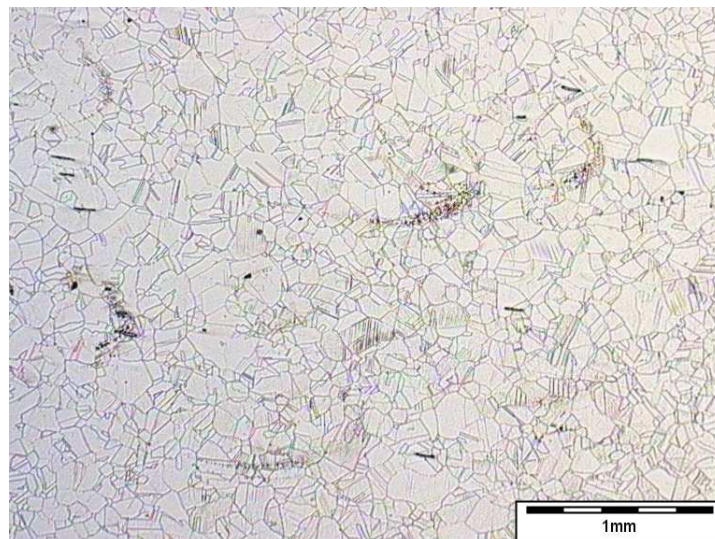
Dans l'exemple de la Figure 1, l'amplitude du bruit de structure est comparable à celle des signaux correspondant aux échos des défauts. Par ailleurs, du fait de l'atténuation, les échos des défauts sont plus faibles que si le métal n'était pas diffusant. Ces deux phénomènes sont donc susceptibles de gêner le contrôle.

Ils sont tous les deux liés au phénomène de diffusion des ondes ultrasonores par la microstructure du métal. Une partie de l'énergie diffusée atteint le capteur, ce qui est à l'origine du bruit de structure. Par ailleurs, une partie de l'énergie de l'onde ultrasonore transmise par le capteur dans la pièce est redirigée par la diffusion. Cette onde est donc atténuée.

Dans ce chapitre, les propriétés de la microstructure d'un métal pouvant être à l'origine de la diffusion sont décrites. Des modèles permettant d'évaluer l'atténuation, les vitesses effectives, la diffusion dans une direction donnée, et le bruit de structure sont présentés. L'adaptation des modèles à différentes microstructures est ensuite discutée. Pour finir, des approches permettant d'inclure la diffusion multiple dans la description des phénomènes sont rapidement évoquées.

## 1.1 Origine de la diffusion

A l'échelle microscopique, un métal n'est pas un solide homogène. Il est constitué d'un assemblage de cristaux et peut contenir des impuretés. De plus, de nombreux défauts cristallins sont présents aux interfaces entre les cristaux. Le cliché de la Figure 2 est un exemple de microstructure d'acier inoxydable austénitique.



**Figure 2 : Micrographie d'un échantillon d'acier austénitique**

Une onde ultrasonore ne se propage pas dans une telle structure comme elle se propagerait dans un solide homogène : elle est perturbée par des phénomènes de diffusion et d'absorption.

### **1.1.1 Structure polycristalline**

Les cristaux d'un métal peuvent avoir tous la même composition, et donc les mêmes propriétés physiques, ou être différents. Selon le cas, les métaux seront dits à une ou plusieurs phases.

Quel que soit le nombre de phases, le métal ne peut pas être considéré comme homogène : chaque cristal est anisotrope et peut prendre différentes orientations. Les constantes élastiques du milieu, exprimées dans un repère fixe, varient donc d'un cristal à l'autre. Dans le cas de métaux à plusieurs phases, les variations dues aux différences entre les phases s'ajoutent aux variations dues aux différences d'orientations.

Du point de vue ultrasonore, ces variations de propriétés élastiques créent un contraste acoustique. Les ondes ultrasonores subissent donc un phénomène de diffusion, c'est-à-dire la déviation d'une partie de leur énergie dans toutes les directions.

Ce phénomène est souvent considéré comme la principale perturbation subie par les ondes ultrasonores lors de leur propagation dans les métaux. Dans plusieurs cas, des modèles basés sur l'hypothèse que seules les variations des propriétés élastiques sont à l'origine de la diffusion permettent de prédire des niveaux de bruit de structure proches de ceux mesurés [Thompson *et al.* 1992; Thompson *et al.* 2008]. La perturbation des ondes due à l'anisotropie des grains est donc généralement considérée comme le phénomène dominant, même si d'autres éléments de la microstructure peuvent perturber la propagation des ondes.

### **1.1.2 Dislocations aux joints de grains**

Par définition, les joints de grain désignent les interfaces entre les cristaux. Chaque cristal est constitué d'un empilement régulier d'atomes et, comme chaque cristal a sa propre orientation, les interfaces sont composées de discontinuités de ces empilements. Ces discontinuités sont appelées dislocations. Elles peuvent affecter la propagation des ondes ultrasonores.

Les dislocations sont à l'origine d'un phénomène d'absorption des ultrasons. L'absorption désigne la dissipation d'une partie de l'énergie de l'onde ultrasonore sous forme d'énergie thermique (alors que la diffusion est une redirection de l'énergie ultrasonore). Elle a lieu car les ondes ultrasonores font vibrer les dislocations, et celles-ci ont un comportement non linéaire qui induit une dissipation de l'énergie.

Habituellement, dans les applications de CND par ultrasons, les phénomènes d'absorption dans les métaux sont négligeables devant les phénomènes de diffusion. Mettre en évidence l'absorption est difficile et requiert des dispositifs expérimentaux spécifiques [Luxenburger et Arnold 2002]. L'influence de l'absorption est donc négligée dans le cadre de cette thèse.

Les vibrations des dislocations peuvent être aussi à l'origine de phénomènes de diffusion. Des modèles permettent de décrire qualitativement ce phénomène [Maurel *et al.* 2004; Maurel *et al.* 2005, 2006; Maurel *et al.* 2007].

Contrairement aux grains, les dislocations aux joints de grain sont difficiles à observer, décrire, et caractériser précisément. Cela rend difficile la quantification des effets d'absorption et de diffusion qu'elles provoquent.

### **1.1.3 Irrégularités de la structure**

Un métal peut également contenir des vides ou des précipités d'un autre métal qui peuvent être à l'origine de phénomènes de diffusion [Zhang *et al.* 2004].

Des précipités sont visibles sur la micrographie de la Figure 2. Celle-ci a été réalisée sur un des échantillons d'acier austénitique étudié lors de cette thèse. D'après des mesures spécifiques, les points noirs visibles sur l'image correspondent à des précipités de ferrite dans la structure austénitique.

Un modèle a été développé lors de cette thèse afin d'évaluer l'impact de ces précipités sur la propagation ultrasonore. Il tend à montrer que la diffusion des ondes par les précipités est négligeable par rapport à celle causée par la microstructure polycristalline. Ce modèle est présenté dans le chapitre 3.

### **1.1.4 Conclusion**

La microstructure d'un métal est à l'origine de phénomènes de diffusion et d'absorption. L'influence de l'absorption est généralement considérée comme négligeable en comparaison de celle de la diffusion.

La diffusion est due aux différences de propriétés élastiques d'un grain à l'autre et aux dislocations présentes aux joints de grain. Il est généralement considéré que les différences de propriétés élastiques constituent la principale cause de la diffusion. Les méthodes de simulation développées pendant cette thèse sont donc basées sur l'hypothèse que la propagation des ultrasons dans un métal n'est affectée que les différences de propriétés élastiques d'un grain à l'autre.

## 1.2 Modélisation de la diffusion et approximation de la diffusion simple

La plupart des travaux de la littérature traitant de la modélisation de la diffusion ultrasonore dans les métaux sont basés sur l'hypothèse que les ondes sont perturbées uniquement par l'anisotropie des grains. Cette hypothèse a permis de développer des modèles permettant d'évaluer des grandeurs caractéristiques de la diffusion à partir des propriétés de la microstructure.

Un solide polycristallin peut être considéré comme un milieu aléatoire. La propagation des ondes varie en fonction des différentes réalisations possibles de la microstructure. Cette variabilité conduit à définir les notions de champ cohérent et de champ incohérent. Le champ cohérent est la moyenne du champ sur les différentes réalisations possibles de la microstructure. Le champ incohérent est la partie du champ dont la moyenne est nulle.

Le champ cohérent se comporte comme un champ se propageant dans un milieu homogène, appelé milieu effectif. Ce milieu est caractérisé par des nombres d'onde complexes : leurs parties réelles correspondent aux vitesses des ondes et leurs parties imaginaires à leurs atténuations.

Le champ incohérent est étudié dans le cadre de la modélisation du bruit de structure. Sa modélisation est rendue difficile par la diffusion multiple, c'est-à-dire par les ondes diffusées successivement en plusieurs endroits de la microstructure. De nombreux auteurs [Gustafsson et Stepinski 1997; Thompson et Margetan 2002; Yalda *et al.* 1996] utilisent l'approximation de la diffusion simple pour calculer le bruit de structure. Cette approximation, décrite plus précisément dans la suite, ne tient pas compte des ondes diffusées plusieurs fois.

Dans cette partie, des approches permettant d'obtenir la vitesse et l'atténuation du champ cohérent seront d'abord présentées. Des grandeurs physiques qui permettent de quantifier la capacité intrinsèque du matériau à diffuser seront ensuite décrites. Des algorithmes de simulation du bruit de structure seront également présentés. Ces algorithmes de simulation sont basés sur l'approximation de la diffusion simple.

### 1.2.1 Coefficients d'atténuation

Historiquement, l'atténuation des ondes ultrasonores a été le premier phénomène lié à la diffusion étudié. L'atténuation correspond à une perte d'énergie de l'onde cohérente. Elle se traduit par une diminution d'amplitude des échos de défauts. Ce phénomène représente une gêne lors des contrôles car il peut rendre des échos de défauts trop faibles pour être détectés.



L'atténuation est due à la fois à la diffusion et à l'absorption. Seuls les phénomènes de diffusion seront traités ici car ils sont prépondérants. L'atténuation par diffusion est liée à la déviation par la microstructure d'une partie de l'énergie de l'onde.

L'atténuation d'une onde se manifeste par la décroissance exponentielle de son amplitude. Une onde plane se propageant dans la direction positive selon l'axe  $x$  s'exprime de la manière suivante :

$$\vec{u} = \vec{u}_0 \exp[i(\omega t - kx)]. \quad (1)$$

En présence d'atténuation, l'expression devient :

$$\vec{u} = \vec{u}_0 \exp[i(\omega t - kx) - \alpha x]. \quad (2)$$

où  $\alpha$  est le coefficient d'atténuation. Il est homogène à l'inverse d'une distance.

Dans la plupart des articles traitant de l'atténuation ultrasonore par diffusion dans les métaux, il est supposé que l'atténuation est exclusivement due à l'anisotropie des propriétés élastiques des grains. Dans ce cas, trois régimes d'atténuation sont souvent distingués, selon le rapport entre la taille de grain  $D$  et la longueur d'onde  $\lambda$  :

- le régime de Rayleigh pour  $\lambda \gg D$ ,
- le régime stochastique pour  $\lambda \approx D$
- et le régime de diffusion pour  $\lambda < D$ .

#### 1.2.1.1 Atténuation dans le régime de Rayleigh

Lifshitz et Parkhomovski [Lifshitz et Parkhomovski 1950] établissent des expressions du coefficient d'atténuation dans le régime de Rayleigh pour le cas de métaux à symétrie cubique. Merkulov [Merkulov 1956] en donne à la fois pour les symétries cubiques et hexagonales. Les coefficients d'atténuation des ondes L et T obtenus pour un matériau cubique sont :

$$\alpha_L = \frac{(C_{11} - C_{12} - 2C_{44})^2}{375\rho^2 v_L^3} \left( \frac{2}{v_L^5} + \frac{3}{v_T^5} \right) T \omega^4, \quad (3)$$

$$\alpha_T = \frac{(C_{11} - C_{12} - 2C_{44})^2}{500\rho^2 v_T^3} \left( \frac{2}{v_L^5} + \frac{3}{v_T^5} \right) T \omega^4. \quad (4)$$

Où  $\rho$  désigne la masse volumique des grains,  $v$  les vitesses des ondes,  $C_{ij}$  les constantes élastiques d'un grain exprimées dans son repère cristallin et  $\omega$  la pulsation.  $T$  désigne ici le volume moyen des grains. La dépendance en  $T\omega^4$  est typique du régime de Rayleigh.

Mason et McSkimin [Mason et McSkimin 1947] avaient réalisé un travail similaire, mais n'avaient pas tenu compte des conversions de modes : ils considéraient que chaque type d'onde (longitudinale ou transversale) n'était diffusé que sous la forme d'ondes du même type. Il en résultait une sous estimation de l'atténuation, très marquée dans le cas des ondes longitudinales.

Papakakis [Papadakis 1961] propose de prendre en compte la distribution de taille des grains et pas seulement leur volume moyen. Cela le conduit à remplacer le volume moyen  $T$  par le coefficient :

$$\frac{4\pi}{3} \frac{\overline{R^6}}{\overline{R^3}}. \quad (5)$$

$R$  étant le rayon d'un grain et  $\overline{R^n}$  désignant la moyenne de  $R^n$  sur l'ensemble des grains. Un résultat similaire a été obtenu lors de cette thèse et est présenté dans l'annexe D.

### 1.2.1.2 Atténuation dans le régime stochastique

Il n'est pas possible de développer des solutions asymptotiques quand les tailles de grains sont du même ordre que les longueurs d'onde. Les expressions des coefficients d'atténuation pour ce régime sont donc dépendantes de l'approche choisie pour les dériver. A titre d'exemple, les expressions suivantes peuvent être obtenues pour les coefficients d'atténuation des ondes L et T [Lifshitz et Parkhomovski 1950] :

$$\alpha_L = \frac{8(C_{11} - C_{12} - 2C_{44})^2}{525\rho^2 v_L^6} \overline{R\omega^2}, \quad (6)$$

$$\alpha_T = \frac{(C_{11} - C_{12} - 2C_{44})^2}{105\rho^2 v_T^6} \overline{R\omega^2}. \quad (7)$$

La dépendance en  $R\omega^2$  est typique du régime stochastique.

### 1.2.1.3 Atténuation dans le régime de diffusion

Dans le régime de diffusion, l'onde subit des perturbations très fortes. En effet, les grains étant très grands par rapport à la longueur d'onde, le passage de l'onde d'un grain à un autre peut être vu comme le passage d'un milieu à un autre. En conséquence, de grandes parties de l'onde sont déviées dans des directions qui dépendent des orientations des frontières entre grain. Le faisceau apparaît comme distordu en plus d'être atténué.

Il reste possible de définir des coefficients d'atténuation dans ce domaine. Des coefficients proportionnels à l'inverse de la taille moyenne de grain mais indépendants de la fréquence sont alors obtenus [Stanke et Kino 1984].

### 1.2.1.4 Théories unifiées

Les modèles d'atténuation précédents sont spécifiques à un régime et ne sont donc valables que pour certains rapports entre taille de grain et longueur d'onde. Or, dans les applications pratiques du CND, plusieurs tailles de grain et longueur d'onde interviennent simultanément. En effet, un métal est constitué d'un ensemble de grain de tailles variables, et une impulsion ultrasonore est constituée de plusieurs longueurs d'ondes.

Le fait que plusieurs longueurs d'onde soient concernées est peu gênant, car il est simple d'utiliser des transformées de Fourier et de considérer l'atténuation fréquence par fréquence. En revanche, prendre en compte la variabilité des tailles de grain peut s'avérer complexe.

Des modèles spécifiques à chacun des trois domaines peuvent être combinés en pondérant les coefficients d'atténuation par la distribution de tailles de grain [Smith 1982]. Cette approche nécessite encore de distinguer les trois domaines. Il en existe d'autres qui ne nécessitent pas de faire cette distinction.

Un modèle plus général [Stanke et Kino 1984] basé l'approximation de Keller est souvent utilisé. L'anisotropie des grains est considérée comme une perturbation d'un milieu moyen et est prise en compte jusqu'au deuxième ordre. Cette approximation permet d'obtenir des équations ayant pour inconnues les nombres d'ondes. Ces équations peuvent être résolues numériquement, et les coefficients d'atténuation peuvent être identifiés aux parties imaginaires des nombres d'onde obtenus.

Stanke et Kino décrivent la microstructure par une fonction de corrélation spatiale. Cette fonction est définie comme la probabilité que deux points distants de  $s$  soient dans le même grain. Ils supposent que cette fonction est de forme exponentielle, et peut s'écrire :

$$P(\vec{s}) = \exp\left(-\frac{2|\vec{s}|}{D}\right). \quad (8)$$

La distance  $D$  est appelée diamètre de grain effectif, ou, de manière abusive, diamètre de grain moyen. Cette description a plusieurs avantages : elle décrit la structure de manière statistique et se prête bien aux développements de solutions analytiques. La fonction de corrélation spatiale exponentielle est utilisée dans de nombreux travaux sur la diffusion. Elle est également utilisée dans le cadre de ce travail de thèse.

Le modèle de Stanke et Kino fait généralement office de référence. Les valeurs des coefficients d'atténuation qu'il fournit sont supposées être correctes pour n'importe quel rapport entre longueur d'onde et taille de grain. En basses fréquences, il coïncide avec les modèles développés pour le régime de Rayleigh. Cependant, ses résultats ne sont pas valides dans le cas des ondes T pour les hautes fréquences [Beltzer et Brauner 1987].

Hirsekorn [Hirsekorn 1982, 1983] a développé un autre modèle valable pour plusieurs régimes. Il est moins utilisé que celui de Stanke et Kino car il repose sur une description plus approximative de la microstructure et sur des développements mathématiques plus lourds. En basses fréquences, il est lui aussi en accord avec des modèles développés spécifiquement pour le régime de Rayleigh. Hirsekorn considère les grains comme des sphères ayant toutes la même taille, ce qui fait apparaître des phénomènes de résonance artificiels à certaines fréquences.

Les modèles de Stanke et Kino et d'Hirsekorn ont tout les deux l'inconvénient de reposer sur un formalisme mathématique lourd. Ils sont basés sur des hypothèses simples sur les propriétés de la microstructure, et l'adaptation de ces modèles à des microstructures plus réalistes ou plus complexes pose problème.

Il existe des manières plus souples de calculer des coefficients de diffusion valables sur une plage de fréquence large. Weaver [Weaver 1990] propose un calcul de coefficients de diffusion basé sur l'équation de Dyson. Il s'agit d'une équation sur la moyenne de la fonction de Green. Weaver obtient des expressions permettant de relier les coefficients d'atténuation à l'intégration de l'énergie diffusée dans toutes les directions par un élément de volume. Ce résultat peut être retrouvé à l'aide de considérations sur l'équilibre de l'énergie ultrasonore entrant et sortant d'un élément de volume. Cette manière de calculer des coefficients d'atténuation est aisément adaptable à différents types de microstructures.

### 1.2.1.5 Conclusion

Trois régimes d'atténuation sont généralement distingués, dans lesquels les coefficients d'atténuation  $\alpha$  peuvent être considérés comme suivant une loi de puissance selon la fréquence  $f$  et la taille de grain  $D$  :

- régime de Rayleigh ( $\lambda \gg D$ ) :  $\alpha_{Ray} \propto C_{Ray} D^3 f^4$ ,
- régime stochastique ( $\lambda \approx D$ ) :  $\alpha_{sto} \propto C_{sto} D f^2$ ,
- régime de diffusion ( $\lambda \ll D$ ) :  $\alpha_{dif} \propto C_{dif} D^{-1}$ .

Il existe également des modèles d'atténuation valables pour les 3 régimes. Celui de Stanke et Kino fait généralement référence. Mais son formalisme est difficilement adaptable à des microstructures complexes.

La méthode consistant à sommer l'énergie diffusée dans toutes les directions pour obtenir l'atténuation donne des résultats proches de ceux de Stanke et Kino et est facilement adaptable à tout type de microstructure. C'est donc cette méthode qui a été la plus utilisée dans les travaux réalisés lors de cette thèse. Elle est détaillée dans le chapitre 2.

## 1.2.2 Vitesses de propagation

### 1.2.2.1 Détermination du nombre d'onde complexe

D'un point de vue expérimental, la détermination des atténuations et la détermination des vitesses de propagation sont deux problèmes séparés qui requièrent des approches différentes. Par contre, d'un point de vue théorique la détermination de la vitesse et celle de l'atténuation peuvent être considérées comme un seul et même problème. En effet, dans l'écriture d'une onde plane atténuée de l'équation (2), le terme  $(k - i\alpha)$  constitue un nombre d'onde complexe. Sa partie réelle est liée à la vitesse de propagation et sa partie imaginaire à l'atténuation. Déterminer le nombre d'onde complexe d'une onde revient donc à déterminer à la fois sa vitesse et l'atténuation qu'elle subit.

Parmi les modèles visant à calculer l'atténuation présentés précédemment, certains passent par la détermination d'un nombre d'onde complexe. C'est le cas du modèle de Stanke et Kino. Le formalisme développé par Weaver pour le calcul de l'atténuation pourrait également permettre d'obtenir des expressions des vitesses effectives.

Ces approches ont l'inconvénient de demander des calculs lourds. En pratique, elles ne sont pas utilisées pour déterminer les vitesses de propagation, car ces vitesses sont connues ou aisément mesurables pour la plupart des matériaux. Dans les cas où les vitesses ne sont pas connues, il existe des méthodes plus simples pour en déterminer des valeurs approchées.

### 1.2.2.2 Calcul d'une vitesse effective approchée

La moyenne de Voigt est souvent utilisée pour déterminer un milieu de propagation moyen. Elle est définie comme la moyenne des constantes élastiques sur le désordre (par opposition à la moyenne de Reuss, qui est la moyenne de l'inverse des constantes élastiques).

Un milieu moyen, également qualifié d'homogénéisé, est ainsi obtenu. Des vitesses de propagation peuvent y être facilement calculées. Dans le cas d'un milieu moyen isotrope, ces vitesses s'expriment en fonction des constantes élastiques et de la densité du milieu de la façon suivante :

$$v_L = \sqrt{\frac{\langle C_{11} \rangle}{\rho}}, \quad (9)$$

$$v_T = \sqrt{\frac{\langle C_{44} \rangle}{\rho}}. \quad (10)$$

Les vitesses ainsi obtenues sont très proches de celles issues d'approches plus élaborées, telles que celle de Stanke et Kino. De par sa simplicité, la moyenne de Voigt est donc souvent utilisée pour déterminer la vitesse de propagation de l'onde dans un milieu effectif. Elle est utilisée dans une méthode de simulation du bruit de structure [Yalda *et al.* 1996] présentée dans ce chapitre.

### 1.2.2.3 Conclusion

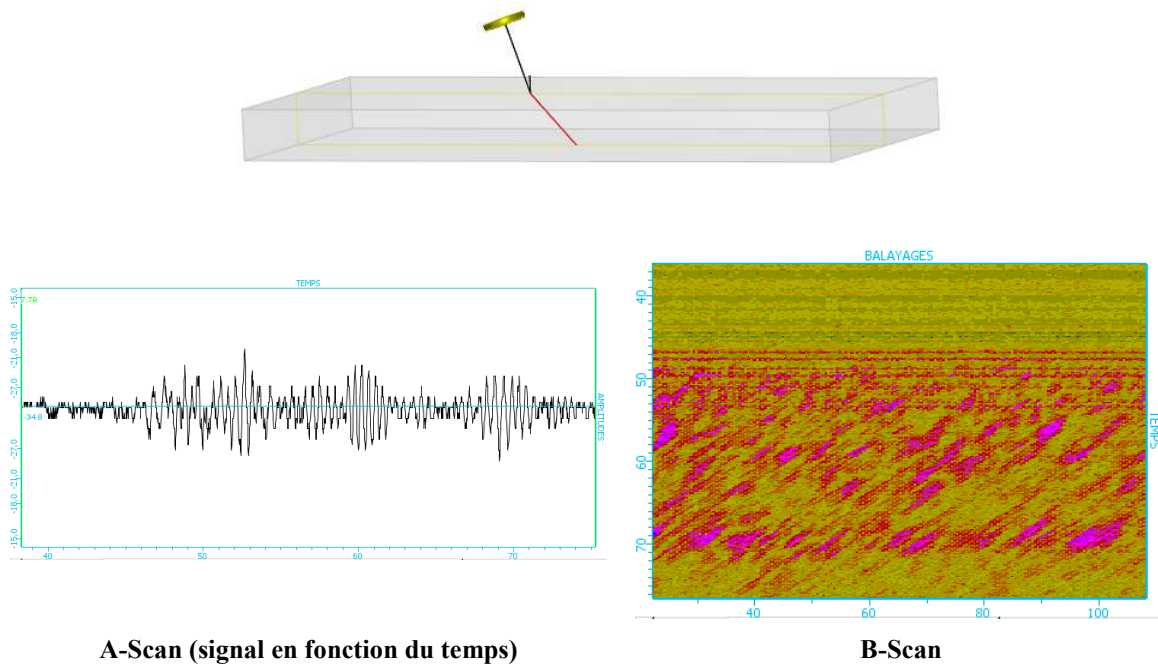
Les modèles permettant de déterminer de manière analytique la partie réelle du nombre d'onde complexe sont peu utilisés car ils demandent des calculs lourds. La partie réelle du nombre d'onde, qui est liée à la vitesse de propagation, est généralement déterminée à partir de vitesses mesurées expérimentalement, ou à partir d'une méthode simplifiée comme celle utilisant la moyenne de Voigt. Quant à la partie imaginaire du nombre d'onde, elle est généralement issue d'une mesure d'atténuation ou d'un des modèles d'atténuation décrits précédemment.

## 1.2.3 Coefficients de diffusion

Le bruit de structure est également un phénomène lié à la diffusion des ultrasons par la microstructure des métaux. Il est dû à l'énergie diffusée par le métal qui revient au capteur. La Figure 3 est un exemple de mesure ultrasonore qui illustre ce phénomène.

Le bruit de structure est produit par des échos renvoyés au capteur par la microstructure. Il possède des propriétés de cohérence spatiale : les zones fortement diffusantes de la

microstructure sont visibles à des temps voisins pour des positions de capteurs voisines, ce qui confère au B-scan un aspect caractéristique. Il est composé de taches, inclinées selon un angle lié à l'angle d'inspection. Le bruit de structure est dû à la microstructure du métal. Il est absent aux temps inférieurs à  $46\mu\text{s}$  sur l'exemple de la Figure 3, car ces temps sont trop courts pour que l'onde atteigne l'échantillon.



**Figure 3 : Mesure de bruit de structure sur un acier légèrement diffusant**

Prédire les propriétés d'un bruit de structure est plus complexe que de prédire celles d'une atténuation, et nécessite davantage d'informations. En effet, le bruit de structure provient de l'ensemble du volume insonifié : il dépend donc de la géométrie de la pièce inspectée, ainsi que de la source et du récepteur utilisés. Il est néanmoins possible de définir des quantités intrinsèques à un matériau qui indiquent sa capacité à renvoyer du bruit de structure et qui ne dépendent ni des géométries de pièces ni des capteurs. Ces quantités peuvent être utilisées par des algorithmes qui peuvent alors prédire le bruit dans différentes configurations de contrôle.

#### 1.2.3.1 Calcul de la diffusion par un grain

La manière la plus directe pour simuler le bruit de structure est de sommer les contributions de chaque grain.

L'approche de Rose [Rose 1992] pour décrire la diffusion par les grains fait généralement office de référence. Elle vise à calculer des coefficients de diffusion à la

manière décrite dans le paragraphe 1.2.3.4. Elle permet également de prouver que le bruit de structure peut être obtenu par la sommation des contributions de chaque grain. Elle est basée sur l'approximation de Born.

L'approximation de Born suppose que le champ incident à l'intérieur d'un diffuseur peut être assimilé au champ qui serait observé en l'absence de ce diffuseur. Elle est valable pour des diffuseurs présentant un contraste acoustique faible par rapport au milieu environnant et dont la taille n'est pas trop grande par rapport à la longueur d'onde. Le contraste acoustique entre les grains d'un métal est généralement assez faible. Par contre, la condition sur la taille de grain et la longueur d'onde n'est pas vérifiée dans certaines applications : les modèles basés sur l'approximation de Born ne sont pas pertinents dans ces cas là.

Rose montre que, dans le cadre de l'approximation de Born et en supposant que le bruit de structure est dû à l'anisotropie des constantes élastiques des grains, l'hypothèse de diffusion indépendante est valide. L'hypothèse de diffusion indépendante affirme que la puissance diffusée par l'ensemble des grains est égale à la somme des puissances diffusées par chacun des grains. Ces contributions doivent être calculées en faisant l'hypothèse que chaque diffuseur est isolé dans un milieu moyen. Ce milieu moyen est obtenu en moyennant les constantes élastiques et les densités sur l'ensemble des réalisations possibles de la microstructure. Par exemple, dans le cas d'un milieu à une seule phase, les constantes élastiques du milieu moyen sont égales à la moyenne de Voigt des constantes élastiques d'un grain sur l'ensemble des orientations possibles de celui-ci.

Gubernatis *et al.* [Gubernatis *et al.* 1977b; Gubernatis *et al.* 1977a] proposent un formalisme permettant l'étude des ondes diffusées par des diffuseurs isolés dans le cadre de l'approximation de Born. Il peut être appliqué au cas des grains. Il permet de calculer l'onde diffusée en champ lointain, ou la section efficace différentielle de diffusion qui quantifie la puissance diffusée dans une direction donnée.

L'approche consistant à calculer la diffusion grain par grain a l'avantage d'être directe et intuitive. Mais elle peut s'avérer extrêmement coûteuse en temps de calcul, du fait du grand nombre de grains à prendre en compte. De plus, elle impose de passer par la description d'un ensemble de grains représentatifs de la microstructure.

### **1.2.3.2 Définition du coefficient de diffusion et de la Figure Of Merit**

Il est possible de s'affranchir de l'approche grain par grain en quantifiant la capacité moyenne de la microstructure à diffuser.



Le coefficient de diffusion et la Figure-of-Merit indiquent la capacité intrinsèque d'un matériau à renvoyer du bruit de structure. Le coefficient de diffusion  $\eta$  est défini [Margetan *et al.* 2005] de la façon suivante :  $\eta d\Omega dV$  est la puissance totale diffusée par un volume  $dV$  dans l'angle solide  $d\Omega$  par unité d'intensité sonore incidente. Il s'agit d'une moyenne sur les réalisations possibles de la microstructure : selon les tailles et orientations des grains, différentes zones d'un métal sont plus ou moins diffusantes.

Ce coefficient de diffusion est également appelé section efficace différentielle de diffusion moyenne par unité de volume. Il est homogène à l'inverse d'une longueur divisé par un angle solide.

Certains travaux utilisent la racine carrée de ce coefficient, appelée Figure-Of-Merit ou FOM [Thompson *et al.* 1992] :

$$FOM = \eta^{1/2}. \quad (11)$$

Les coefficients de diffusion et les FOM des matériaux peuvent être soit mesurés, soit déterminés à l'aide de modèles. Ils peuvent être ensuite utilisés comme données d'entrée dans des méthodes de simulation du bruit de structure.

### 1.2.3.3 Mesure des coefficients de diffusion

La FOM d'un matériau peut être déterminée à partir de mesures de bruit de structure [Thompson et Margetan 2002]. La méthode de Thompson et Margetan est une méthode d'inversion des mesures du bruit de structure basée sur un principe également utilisé par une méthode de simulation présentée dans le paragraphe 1.2.4.2. Le bruit doit être mesuré pour plusieurs positions du capteur afin de déterminer ses propriétés statistiques. La mesure d'un écho servant de référence en amplitude est également nécessaire.

Cette méthode est basée sur un calcul de champ ultrasonore qui nécessite des informations sur l'atténuation dans la pièce, le coefficient de transmission à son interface, et la divergence du capteur utilisé. Le champ calculé permet de relier l'énergie totale renvoyée par le métal à la FOM.

### 1.2.3.4 Modèles visant à prédire des coefficients de diffusion

Les modèles les plus couramment utilisés dérivent de l'approche proposée par Rose. Cette approche a fait l'objet de vérifications expérimentales et un accord satisfaisant avec des mesures a été constaté dans de nombreux cas, notamment lors d'essais réalisés sur du titane, du cuivre et un alliage de nickel [Thompson *et al.* 1992; Thompson *et al.* 2008]. Il convient de

noter que les longueurs d'onde utilisées lors de ces essais étaient plus grandes que les tailles de grain.

Des expressions des coefficients de diffusion basées sur ce modèle et valables pour tout types d'ondes et tout angle de diffusion sont données dans la littérature [Margetan *et al.* 2005] pour le cas d'une structure équiaxe et monophasique, dont les cristaux sont de symétrie cubique ou hexagonale.

Ces résultats font apparaitre que le coefficient de diffusion dépend notamment des vitesses des ondes incidentes et diffusées (désignées ici par les indices *Inc* et *Dif*), du diamètre effectif de grain  $D$ , de l'angle de diffusion  $\theta$ , et d'une fonction  $p$  qui correspond à une pondération sur les différents éléments des covariances des constantes élastiques :

$$\eta_{Inc \rightarrow Dif} = \frac{\omega^4}{v_{Inc}^3 v_{Dif}^5 (4\pi\rho)^2} \langle \delta C_{ij} \delta C_{kl} \rangle_{Or} p_{ijkl}(Inc, Dif, \theta) \pi D^3 \left[ 1 + \frac{\omega^2 \left( \frac{1}{v_{Inc}^2} + \frac{1}{v_{Dif}^2} - \frac{2 \cos \theta}{v_{Inc} v_{Dif}} \right) D^2}{4} \right]^{-2} \quad (12)$$

Cette expression est utilisée dans le chapitre 2 et une manière de l'obtenir sera présentée.

## 1.2.4 Simulation du bruit de structure

Comme noté précédemment, la modélisation du bruit de structure est un problème plus général que le calcul de coefficients de diffusion car elle nécessite de prendre en compte le champ ultrasonore dans la pièce. Les méthodes de simulation présentées ici nécessitent donc un calcul de champ. Elles sont toutes basées sur l'approximation de la diffusion simple.

### 1.2.4.1 Approximation de la diffusion simple

La description de cette approximation dans le cas de diffuseurs discrets situés dans un fluide permet de mieux en comprendre le principe. L'équation décrivant la propagation dans le milieu dans un tel cas peut s'écrire [Tourin *et al.* 2000] :

$$G(\omega, \vec{r}, \vec{r}') = G_0(\omega, \vec{r}, \vec{r}') + \int G_0(\omega, \vec{r}, \vec{r}_1) V(\vec{r}_1) G(\omega, \vec{r}_1, \vec{r}') d\vec{r}_1. \quad (13)$$

Où  $G$  et  $G_0$  désignent respectivement les fonctions de Green pour l'ensemble du fluide et des diffuseurs, et pour le fluide sans diffuseurs.  $V$  est un terme traduisant la présence des diffuseurs. Cette équation peut être développée de manière récursive en remplaçant plusieurs

fois la fonction  $G$  dans l'intégrale par le terme de droite. Une décomposition de la fonction de Green faisant apparaître les différents ordres de diffusion est ainsi obtenue :

$$\begin{aligned}
G(\omega, \vec{r}, \vec{r}') = & G_0(\omega, \vec{r}, \vec{r}') \\
& + \int G_0(\omega, \vec{r}, \vec{r}_1) V(\vec{r}_1) G_0(\omega, \vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}_1 \\
& + \int \int G_0(\omega, \vec{r}, \vec{r}_2) V(\vec{r}_2) G_0(\omega, \vec{r}_2, \vec{r}_1) V(\vec{r}_1) G_0(\omega, \vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \\
& + \int \int \int G_0(\omega, \vec{r}, \vec{r}_3) V(\vec{r}_3) G_0(\omega, \vec{r}_3, \vec{r}_2) V(\vec{r}_2) G_0(\omega, \vec{r}_2, \vec{r}_1) V(\vec{r}_1) G_0(\omega, \vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 d\vec{r}_3 \\
& + \dots
\end{aligned} \tag{14}$$

Le terme égal à  $G_0$  correspond à une onde se propageant comme si elle ne rencontrait aucun diffuseur. Le terme de l'intégrale simple correspond aux ondes diffusées une fois, celui de l'intégrale double aux ondes diffusées deux fois, et ainsi de suite. L'approximation de la diffusion simple consiste à ne pas prendre en compte les ondes diffusées plus d'une fois, ce qui revient à tronquer le développement de  $G$  :

$$G_{\text{DiffusionSimple}}(\omega, \vec{r}, \vec{r}') = G_0(\omega, \vec{r}, \vec{r}') + \int G_0(\omega, \vec{r}, \vec{r}_1) V(\vec{r}_1) G_0(\omega, \vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}_1. \tag{15}$$

Cette expression n'est pas applicable au cas d'un solide polycristallin. En effet, la fonction  $G_0$  n'existe pas puisqu'il n'y a pas de milieu environnant, le volume étant entièrement occupé par les grains, qui sont les diffuseurs.

Dans le cas d'un solide polycristallin, la diffusion simple est une approximation analogue à celle de l'équation (15), mais où la fonction  $G_0$  est remplacée par une fonction de Green effective  $\underline{G}_{\text{eff}}$  représentative de la propagation dans le milieu. En général, les auteurs travaillant sur ce sujet ne justifient pas de manière formelle la manière dont ils définissent une propagation représentative dans le milieu [Gustafsson et Stepinski 1997; Thompson et Margetan 2002; Yalda *et al.* 1996]. Mais ils indiquent que cette propagation est caractérisée par une vitesse et une atténuation pour chacune des ondes L et T. Cette approche peut se formaliser de la manière suivante :

$$\underline{G}_{\text{DiffusionSimple}}(\omega, \vec{r}, \vec{r}') = \underline{G}_{\text{eff}}(\omega, \vec{r}, \vec{r}') + \int \underline{G}_{\text{eff}}(\omega, \vec{r}, \vec{r}_1) V(\vec{r}_1) \underline{G}_{\text{eff}}(\omega, \vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}_1. \quad (16)$$

Contrairement au cas de la diffusion dans les liquides, les fonctions de Green sont ici des tenseurs afin de rendre compte des différentes composantes des déplacements. La fonction de Green effective  $\underline{G}_{\text{eff}}$  est définie à partir des vitesses et des atténuations des ondes. Celles-ci peuvent être obtenues à l'aide de mesures ou de modèles, comme décrit dans les paragraphes 1.2.1 et 1.2.2. Les propriétés de l'onde cohérente sont souvent utilisées pour définir une onde effective : dans ce cas,  $\underline{G}_{\text{eff}}$  est définie comme la moyenne de la fonction de Green sur l'ensemble des réalisations de la microstructure.

L'approximation de la diffusion simple donnée par l'équation (15) est parfois aussi appelée approximation de Born [Conoir 2003]. L'approximation de Born, décrite dans le paragraphe 1.2.3.1, assimile le champ incident au champ en l'absence de diffuseurs. Elle est donc équivalente à l'approximation de la diffusion simple de l'équation (15), car utiliser la fonction de Green  $G_0$  revient à définir un champ incident non affecté par les diffuseurs. Par contre, l'approximation de la diffusion simple donnée par l'équation (16) n'est pas équivalente à l'approximation de Born car la fonction de Green  $\underline{G}_{\text{eff}}$  prend en compte l'atténuation causée par la présence de diffuseurs dans ce milieu. Dans cette thèse, le terme de diffusion simple est utilisé dans le sens de l'équation (16). L'approximation de Born est uniquement utilisée pour décrire localement la diffusion par un grain ou par un élément de volume.

#### 1.2.4.2 Prédiction de propriétés statistiques du bruit de structure

La méthode de Thompson et Margetan [Thompson et Margetan 2002] vise à calculer des probabilités de détection de défauts. Elle consiste à calculer la moyenne quadratique du bruit de structure à partir du champ ultrasonore et de la FOM du matériau. Elle est basée sur l'approximation de diffusion simple. Le calcul de champ préalable se fait en considérant une onde se propageant dans un milieu effectif atténuant, comme décrit précédemment. La FOM peut être issue d'un modèle ou d'une mesure de bruit ultrasonore préalable.

Cette méthode repose sur le principe selon lequel l'énergie totale renvoyée en moyenne par le métal est égale à l'intégrale sur le volume de l'énergie du champ multipliée par le carré de la FOM. La moyenne quadratique du signal est proportionnelle à la racine carrée de cette énergie.

Des hypothèses statistiques sur les signaux bruités permettent de déduire de leur moyenne quadratique la densité de probabilité de leurs enveloppes. Celles-ci sont établies à la fois pour une structure sans défaut, et pour une structure avec défaut. Les propriétés statistiques du signal sont ainsi déterminées, ce qui permet par exemple d'évaluer des probabilités de détection de défauts.

#### **1.2.4.3 Calcul du signal bruité s'appuyant sur un modèle réaliste de la microstructure**

Yalda *et al.* [Yalda *et al.* 1996] proposent de calculer des signaux bruités en sommant les contributions d'un ensemble de grains. Il s'agit d'une méthode de Monte-Carlo : les positions et orientations des grains sont générées aléatoirement à chaque calcul. Contrairement à la méthode précédente, celle-ci ne vise pas à estimer des probabilités de détection, mais à générer des signaux bruités réalistes. Il s'agit d'une autre méthode de diffusion simple, nécessitant elle aussi un calcul de champ atténué.

Les données d'entrée nécessaires à la génération de la microstructure sont les propriétés mécaniques d'un grain (constantes élastiques et densité), et le nombre de grains par unité de volume.

Pour limiter les temps de calcul, Yalda *et al.* proposent de ne prendre en compte que les grains qui sont fortement insonifiés. Ils définissent donc une région spatiale d'intérêt qui correspond à la zone dans laquelle le champ ultrasonore sera important lors du contrôle. Cette région est remplie avec des grains de manière à obtenir le nombre de grains par unité de volume visé. Les positions et orientations des grains sont tirées aléatoirement. Le volume de chaque grain est déterminé en fonction de sa position par rapport à ses plus proches voisins, de manière à ne pas aboutir à des configurations non physiques dans lesquelles plusieurs grains occuperaient le même volume.

La réponse de chaque grain est ensuite calculée en fonction de ses constantes élastiques, qui sont directement liées à son orientation, et de son volume. L'hypothèse est faite que la réponse de chaque grain est la même que celle d'un grain sphérique de même volume. Pour le calcul de sa réponse, chaque grain est modélisé comme un diffuseur indépendant, isolé dans un milieu dont les constantes élastiques sont obtenues par une moyenne de Voigt sur les différentes orientations possibles dans le milieu. L'approximation de Born est utilisée. L'hypothèse de diffuseurs isolés dans un milieu moyen et l'approximation de Born rendent cette modélisation de la diffusion très similaire à celle utilisée dans les calculs de coefficient de diffusion basés sur l'approche de Rose, présentée précédemment.

Cette méthode a l'inconvénient d'être coûteuse en temps de calcul, car une microstructure réelle peut contenir plusieurs milliers de grains par millimètre cube.

#### **1.2.4.4 Méthode de Gustaffson et Stepinski**

Gustaffson et Stepinski [Gustafsson et Stepinski 1997] proposent une méthode moins coûteuse en temps de calcul. Elle repose sur l'idée qu'il n'est pas nécessaire de passer par une description précise de la microstructure pour obtenir un bruit de structure réaliste. Elle est basée sur la même approximation de diffusion simple que les méthodes précédentes.

En sommant les réponses d'un ensemble de diffuseurs ponctuels, Gustaffson et Stepinski obtiennent un bruit similaire à un bruit de structure. Il s'agit d'une méthode de Monte-Carlo : pour chaque point, une position et un coefficient de diffusion sont tirés aléatoirement.

La réponse de chaque diffuseur est proportionnelle à son coefficient de diffusion. Elle a une dépendance fréquentielle en  $\omega^4$ . Comme dans le cas de l'atténuation, une telle dépendance fréquentielle est typique du régime de diffusion de Rayleigh et donc de diffuseurs petits par rapports aux longueurs d'onde. Cette hypothèse sur la dépendance fréquentielle revient donc à supposer que le bruit est dû à un ensemble de petits diffuseurs.

Cette méthode permet des calculs plus rapides qu'avec la méthode de Yalda, car il s'avère possible de générer un bruit réaliste avec un nombre de diffuseurs inférieur au nombre de grains du métal réel. Elle a cependant l'inconvénient de ne pas être reliée aux propriétés du métal par un modèle de diffusion.

#### **1.2.4.5 Conclusion**

Le bruit de structure mesuré lors d'un contrôle dépend non seulement du matériau, mais également du système de mesure et de la géométrie de la pièce. Il est néanmoins possible de définir des quantités intrinsèques au matériau, coefficients de diffusion volumique ou FOM, qui reflètent sa capacité à émettre du bruit de structure.

Ce bruit étant un phénomène aléatoire, il peut être caractérisé par ses propriétés statistiques. Certaines de ces propriétés peuvent être calculées analytiquement.

D'autres méthodes utilisent des variables aléatoires pour générer des signaux bruités. Yalda et *al.* proposent une méthode de Monte-Carlo basée sur une description précise de la microstructure, mais très coûteuse en temps de calcul. Gustaffson et Stepinski en proposent une autre plus rapide, mais qui a l'inconvénient de ne pas faire le lien avec les propriétés de la microstructure.

Lors de cette thèse, une nouvelle méthode pour générer des signaux bruités a été développée. Elle s'apparente à celle de Gustaffson et Stepinski, ce qui lui permet de générer des signaux réalistes avec des temps de calcul raisonnables, tout en étant reliée à un modèle de diffusion.

Une méthode similaire à celle de Yalda *et al.*, mais reposant sur une description plus précise de la géométrie des cristaux, a également été développée. Elle implique des calculs extrêmement longs et ne vise qu'à servir de référence afin de valider l'autre méthode développée.

Ces deux nouvelles méthodes sont présentées dans le chapitre 2.

### **1.3 Adaptation des modèles à des microstructures particulières**

Les modèles de diffusion présentés précédemment traitent tous de microstructures à une seule phase, équiaxes, et non texturées. De plus, la plupart concernent des microstructures pouvant être décrites par une fonction de corrélation exponentielle. Certains métaux ont des microstructures qui ne respectent pas toutes ces conditions. Des travaux de la littérature traitent de l'adaptation des modèles de diffusion à ces métaux.

#### **1.3.1 Métal à plusieurs phases**

Les métaux à plusieurs phases sont constitués de grains de plusieurs natures. Le calcul des coefficients de diffusion dans le cadre de l'approximation de Born est facilement adaptable à ce type de matériaux. Rose [Rose 1993] a étendu le formalisme de ses travaux précédents au cas de métaux à plusieurs phases. Il montre qu'une diffusion due aux différences de densité entre les deux phases s'ajoute à la diffusion due aux variations des constantes élastiques d'un grain à l'autre. Il utilise une fonction de corrélation exponentielle pour décrire les propriétés géométriques de la microstructure.

Des coefficients d'atténuation pour une telle structure pourraient être calculés en adaptant le modèle de Stanke et Kino ou, de manière plus simple, par intégration des coefficients de diffusion à l'aide des résultats obtenus par Weaver.

#### **1.3.2 Structure non équiaxe**

Il est généralement supposé que la microstructure d'un métal est équiaxe, c'est-à-dire que ses propriétés géométriques sont les mêmes quel que soit le repère dans lequel la microstructure est décrite. Cette propriété se traduit dans l'écriture de la fonction de corrélation (8) par le fait que seule la norme du vecteur ait une influence, et pas sa direction.

Or, certains processus de mise en forme des métaux ont tendance à induire un allongement ou un aplatissement des grains dans une direction particulière. La microstructure obtenue n'est plus équiaxe. Une telle microstructure peut être décrite par une fonction de corrélation ayant la forme suivante [Ahmed *et al.* 2003b] :

$$W_{Exp\_non\_equiaxe}(\vec{s}) = \exp \left[ -2 \frac{|\vec{s}|}{d} \sqrt{1 + \left( \frac{d^2}{h^2} - 1 \right) \cos^2 \theta} \right]. \quad (17)$$

Le paramètre  $h$  correspond à une dimension effective de grain dans la direction de déformation et le paramètre  $d$  à une dimension effective de grain dans le plan perpendiculaire à cette direction.  $\theta$  désigne l'angle entre la direction de déformation et le vecteur  $s$ . Cette fonction est une généralisation de la fonction exponentielle classique. Elle s'y ramène dans les cas où  $h=d$ .

Ahmed *et al.* appliquent une démarche similaire à celle de Stanke et Kino en remplaçant la fonction de corrélation exponentielle par la fonction (17). Des équations intégrales sont ainsi établies et résolues par une méthode numérique. Cette démarche permet de calculer des coefficients d'atténuation dans le cas de structures non équiaxe. Il serait possible d'appliquer une démarche similaire au calcul de coefficients de diffusion.

La fonction de corrélation donnée par l'expression (17) permet de s'affranchir de l'hypothèse équiaxe, mais, quel que soit le choix des paramètres  $h$  et  $d$ , elle contient encore des choix implicites sur les distributions de tailles et de formes de grain.

### 1.3.3 Texture

La plupart des modèles présentés dans la littérature sont basés sur l'hypothèse que les matériaux sont non texturés, c'est-à-dire que les orientations cristallographiques des grains sont totalement aléatoires. Or, durant certains processus de solidification des métaux, les grains ont tendance à croître de manière à aligner un de leurs axes cristallographiques sur le gradient de température. Ce phénomène, qui se produit par exemple dans les soudures austénitiques, crée des microstructures dont les grains ont une orientation préférentielle.

Une orientation préférentielle des grains a deux conséquences. D'une part, le métal perd son caractère isotrope. Les vitesses de propagation des ondes dépendent alors de leur direction. Cela affecte la définition du milieu effectif, et aussi la diffusion, car les coefficients de diffusion et d'atténuation sont très dépendants des vitesses. D'autre part, les variations des constantes élastiques entre différents grains se trouvent modifiées par rapport à un métal non texturé.



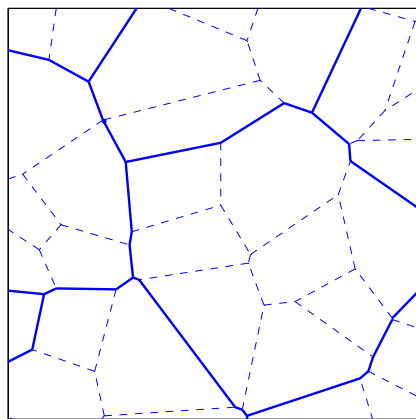
Ahmed et Thompson [Ahmed et Thompson 1996] ont étudié la propagation des ondes dans un matériau dont l'axe cristallographique  $[001]$  de tous les grains est aligné dans la même direction. Ils utilisent un formalisme similaire à celui de Stanke et Kino et des méthodes de calcul numériques pour obtenir des coefficients d'atténuation. Ils décrivent les propriétés géométriques des grains par une fonction de corrélation exponentielle.

Les coefficients de diffusion de ce type de métal pourraient être calculés à l'aide de l'approximation de Born, suivant une approche similaire à celle de [Rose 1992].

### 1.3.4 Microstructures duplex

Certains métaux subissent un processus de refroidissement qui peut créer une microstructure à deux échelles. C'est le cas de certains aciers et d'alliages de titane tels que celui étudié par Han et Thompson [Han. et Thompson 1997]. Les microstructures de ces métaux sont appelées duplex.

Lors de la solidification de ce type de métaux, des grains de grande taille, appelés macrograins et constitués d'une phase appelée phase primaire, commencent par se former. Ensuite, des grains, appelé colonies et constituées d'une phase secondaire, apparaissent à l'intérieur des macrograins par transformation de phase. Il en résulte une microstructure à deux échelles telle que celle représentée sur la Figure 4.



**Figure 4 : Représentation schématique d'une microstructure polycristalline duplex**

Selon les cas, la phase primaire disparaît totalement ou reste présente, mélangée avec la phase secondaire dans les colonies. Au niveau cristallographique, la transformation de la phase primaire en phase secondaire se fait d'une manière qui impose des relations d'orientation entre les deux phases. Ce phénomène est lié au fait que les deux phases successives sont composées des mêmes atomes : en conséquence, la phase secondaire apparaît avec des plans denses en atomes alignés sur les plans denses en atomes de l'ancienne phase.

Ces relations d'orientation font que, même dans les cas où la phase primaire disparaît totalement, les macrograins d'origine continuent à imposer certaines propriétés à la structure.

Les coefficients de diffusion des structures peuvent être calculés à l'aide de l'approximation de Born. Dans le cas d'un métal dont la phase primaire a totalement disparu, comme l'alliage de titane étudié par Han et Thompson, la principale difficulté qui se pose est le calcul des covariances des constantes élastiques. Il est rendu délicat par l'existence d'un lien entre les orientations des colonies appartenant au même macrograin. Les probabilités que deux points soient situés dans le même macrograin ou dans la même colonie sont exprimées sous la forme de fonctions de corrélation exponentielles.

Dans le cas d'un métal contenant des restes de phase primaire, il est nécessaire de prendre aussi en compte les relations d'orientation entre les deux phases. L'exemple d'un acier austéno-ferritique est présenté dans le chapitre 4.

### **1.3.5 Conclusion**

L'adaptation des modèles présentés précédemment à différentes microstructures a fait l'objet de nombreux travaux. Tous ces travaux restent néanmoins basés sur une description de la microstructure par une fonction de corrélation spatiale de forme exponentielle.

Durant cette thèse, des formes de fonctions de corrélation spatiale alternatives ont été développées, et l'importance du choix de la fonction de corrélation dans la modélisation de la diffusion a été étudiée. Les résultats de ce travail seront présentés dans le chapitre 4. Des résultats théoriques obtenus pour un acier duplex austéno-ferritique y sont également présentés. La microstructure de cet acier est plus complexe que celle du titane étudié par Han et Thompson car elle est constituée de deux phases.

## **1.4 Modélisation de diffusion multiple**

Les méthodes de modélisation présentées dans la partie 1.2.4 se limitent à la diffusion simple. Dans le cas de la propagation ultrasonore dans un milieu polycristallin, la prise en compte de la diffusion multiple est un sujet complexe et ouvert. Il n'existe pas à ce jour de méthode permettant de simuler de façon simple la diffusion multiple des ultrasons dans un milieu polycristallin, même s'il est possible d'étudier certains aspects du phénomène.

Le terme diffusion multiple est parfois utilisé dans des travaux traitant de la détermination de coefficients d'atténuation, notamment dans ceux de Stanke et Kino. Dans ce cadre, il s'agit uniquement d'inclure dans l'onde cohérente les ondes qui sont diffusées vers l'avant sans conversion de mode par la microstructure et qui restent en phase avec l'onde incidente. Le formalisme de Stanke et Kino a été adapté au calcul de coefficients de diffusion

dans le but de prendre en compte la diffusion multiple dans le calcul du bruit de structure [Ahmed *et al.* 2003a]. Mais cette approche permet seulement d'ajuster légèrement les propriétés du milieu effectif dans lequel est calculée la diffusion par un grain, pas de prendre en compte les ondes diffusées plusieurs fois.

L'équation de Bethe-Salpeter permet de décrire totalement la diffusion multiple. Elle ne peut pas être résolue dans le cas de la propagation ultrasonore dans un polycristal, mais peut être approchée par l'équation du transfert radiatif ou celle de la diffusion. Des solutions de ces équations simplifiées peuvent être obtenues, mais elles ne décrivent pas entièrement la diffusion. Les seules méthodes permettant une simulation complète de la diffusion multiple sont des méthodes numériques.

#### **1.4.1 Equation de Bethe-Salpeter**

L'équation de Bethe-Salpeter est à la base de nombreux travaux sur le champ incohérent. Elle est d'une certaine façon comparable à l'équation de Dyson. L'équation de Dyson est une équation sur la moyenne de la fonction de Green et est utilisée dans l'étude du champ cohérent. L'équation de Bethe-Salpeter est une équation sur la covariance de la fonction de Green et est utilisée dans l'étude du champ incohérent. Elle est formellement exacte, et inclue donc les phénomènes de diffusion multiple.

Cette équation n'est pas donnée ici, car son écriture nécessiterait l'introduction d'un grand nombre de notations. Weaver [Weaver 1990] en donne une écriture pour le cas de la propagation des ultrasons dans un polycristal. L'équation de Bethe-Salpeter ne peut pas être résolue sous sa forme exacte. Des approximations sont donc nécessaires.

#### **1.4.2 Transferts radiatifs**

Dans de nombreux travaux concernant la diffusion multiple, des approximations sont faites de manière à passer de l'équation de Bethe-Salpeter à une équation des transferts radiatifs. Il existe plusieurs manières d'effectuer ce passage [Mamou 2005].

La théorie des transferts radiatifs est une représentation approchée des phénomènes de diffusion multiple. Elle est basée sur une modélisation du champ en termes d'intensités moyennes, et ne prend pas en compte les effets de cohérence. Cette théorie a été initialement développée en astrophysique pour rendre compte de la diffusion de la lumière dans une atmosphère, puis a été adaptée à de nombreux problèmes de propagation des ondes dans un milieu aléatoire. Turner et Weaver l'ont appliquée à la propagation d'ondes ultrasonores dans un polycristal [Turner et Weaver 1994b; Turner 1994; Turner et Weaver 1994a, 1995a, 1995b; Weaver 1990].

Turner et Weaver notent que passer par l'équation de Bethe-Salpeter n'est pas l'unique manière d'obtenir l'équation des transferts radiatifs. Il est aussi possible de la dériver de considérations phénoménologiques sur l'équilibre de l'énergie entrant et sortant d'un élément de volume. C'est cette deuxième approche, plus intuitive, qui a été utilisée dans le travail présenté dans le chapitre 5.

La résolution de l'équation des transferts radiatifs requiert des méthodes numériques lourdes. La méthode la plus usuelle est celle des ordonnées discrètes [Chandrasekhar 1960]. Elle s'appuie sur une discrétisation du problème selon les directions de propagation de l'intensité ultrasonore. Turner [Turner 1994] note qu'elle requiert énormément de calculs quand le problème n'est pas simplifiable par symétrie. Il préconise d'utiliser plutôt une méthode de Monte-Carlo pour simuler des cas à la géométrie complexe.

Quelle que soit la méthode utilisée, la résolution de l'équation du transfert radiatif est complexe et coûteuse en temps de calcul. Il est donc préférable d'utiliser des modèles plus simples lorsque cela est possible. Turner note que, pour des temps courts, l'équation du transfert radiatif est approximativement équivalente à un modèle de diffusion simple, tels que ceux qui ont été présentés précédemment dans ce chapitre. Et dans le cas opposé, lorsque un temps relativement long s'est écoulé depuis le début de la propagation de l'onde dans le milieu, il est possible de ramener le problème à une équation plus simple en utilisant l'approximation de la diffusion.

### **1.4.3 Approximation de la diffusion**

L'équation de la diffusion peut être dérivée par approximation de l'équation du transfert radiatif. Dans cette approximation, le fait que l'énergie ultrasonore se propage suivant des directions préférentielles est ignoré.

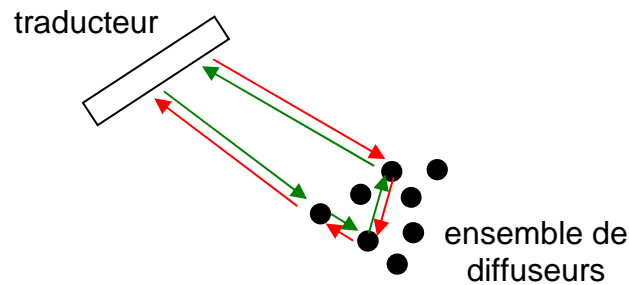
Le terme « diffusion » utilisé ici n'a pas le même sens que celui utilisé précédemment, lorsqu'il s'agissait de décrire la redirection de l'énergie d'une onde ultrasonore rencontrant un obstacle. Il s'agit ici d'une analogie avec la diffusion de la chaleur, car il est supposé que l'énergie ultrasonore se propage dans un solide à la manière de la chaleur, dans un processus d'étalement et sans direction de propagation préférentielle.

Cette approximation n'a pas été utilisée dans le cadre de cette thèse, car elle traite de cas dans lesquels l'onde ultrasonore initiale est bien trop dégradée pour qu'il soit possible de l'utiliser pour détecter des défauts. Elle semble donc a priori inadaptée à l'évaluation de la détectabilité de défauts, qui est une des applications souhaitées de cette thèse.

#### 1.4.4 Rétrodiffusion cohérente

Les effets de rétrodiffusion cohérente sont ignorés par la théorie du transfert radiatif (et donc par l'approximation de la diffusion également), car elle néglige les possibilités d'interférences entre différents trajets de l'onde.

Ces effets sont typiques de la diffusion multiple. Ils correspondent à des interférences constructives entre des trajets d'ondes équivalents. Ces trajets d'ondes équivalents sont des trajets réciproques, tels que ceux représentés Figure 5.



**Figure 5 : Exemple de trajet d'ondes réciproques à l'origine de la rétrodiffusion cohérente**

Les deux ondes sont émises par le traducteur en même temps et effectuent le même trajet dans des sens opposés. Elles reviennent donc au capteur en même temps et s'additionnent de façon cohérente. Cette interaction cohérente rehausse le niveau du bruit enregistré au niveau du traducteur. L'effet de rétrodiffusion cohérente apparaît quand un même traducteur est utilisé à la fois comme émetteur et comme récepteur, ou dans certains cas quand l'émetteur et le récepteur sont proches l'un de l'autre.

Il s'agit d'un effet caractéristique de la diffusion multiple, car pour que ces trajets équivalents soient possibles il est nécessaire que des trajets faisant intervenir au moins deux diffuseurs existent. Un effet similaire peut être observé pour des trajets d'onde faisant intervenir au moins une interface et un diffuseur.

L'adjectif « cohérent » de l'expression « rétrodiffusion cohérente » a un sens différent de celui qu'il a dans l'expression « champ cohérent » (ou « onde cohérente »). Le « champ cohérent » est le champ qui résiste à la moyenne sur le désordre. Or, la « rétrodiffusion cohérente » ne résiste pas à la moyenne sur le désordre et fait partie du « champ incohérent ». La rétrodiffusion cohérente est une interférence constructive générée par l'équivalence entre deux trajets, pour une réalisation donnée du milieu aléatoire.

Cet effet n'est pas pris en compte dans l'approximation du transfert radiatif, car celle-ci suppose que les contributions de tous les trajets se somment de manière totalement incohérente. Cela illustre les limites de la théorie du transfert radiatif appliquée au CND par ultrasons.

#### **1.4.5 Méthodes numériques usuelles appliquées à des structures polycristallines**

L'exemple précédent illustre la complexité et les limites de la modélisation analytique de la diffusion multiple. Une autre approche possible consiste en l'utilisation de méthodes numériques classiques sur des exemples de microstructure.

Des méthodes numériques telles que les éléments finis [Ghoshal et Turner 2009] ou des méthodes semi-analytiques telles que la méthode des pinceaux [Jenson *et al.* 2009] prennent implicitement en compte les effets de diffusion multiple si elles sont appliquées à une représentation de microstructure polycristalline.

Ces approches sont particulièrement adaptées aux cas dans lesquels les grains sont de grande taille par rapport à la longueur d'onde, pour des raisons de temps de calcul : quelle que soit la méthode numérique choisie, réduire la taille des grains revient à augmenter leur nombre et à augmenter la complexité du calcul.

Les résultats obtenus sont des champs calculés pour une réalisation donnée de la microstructure. De nombreuses itérations sont nécessaires pour pouvoir caractériser le champ cohérent, le champ incohérent, ou d'autres grandeurs statistiques avec précision.

#### **1.4.6 Conclusion**

La prise en compte de la diffusion multiple dans le calcul du champ incohérent requiert des approches plus complexes que celles qui se limitent à la diffusion simple.

Il est possible d'étudier de manière analytique certaines propriétés du champ incohérent multiplement diffusé à l'aide de l'équation du transfert radiatif ou de l'équation de la diffusion, qui sont des approximations de l'équation de Bethe-Salpeter. Mais ces approximations font que certains phénomènes, notamment les effets de rétrodiffusion cohérentes, sont ignorés. L'approximation du transfert radiatif a un domaine de validité large et peut être intéressante pour la modélisation du CND par ultrasons. Une méthode de simulation de Monte-Carlo basée sur cette approximation est présentée dans le chapitre 5.

Pour des grains de grande taille par rapport à la longueur d'onde, il est plus pertinent d'appliquer des méthodes numériques usuelles à des représentations de structures polycristallines.

## Conclusion

Plusieurs phénomènes peuvent affecter la propagation des ondes ultrasonores dans les métaux. La diffusion due à l'anisotropie des constantes élastiques des grains est généralement considérée comme la principale perturbation subie par les ondes. Dans de nombreux travaux, il est fait l'hypothèse que l'onde ne subie par d'autres perturbations. Cette hypothèse permet d'obtenir des prédictions quantitatives raisonnablement précises de l'atténuation et du bruit de structure. Les travaux réalisés durant cette thèse sont donc centrés sur ce phénomène de diffusion.

La capacité moyenne d'un métal à diffuser les ondes peut être quantifiée à l'aide de coefficients de diffusion. Dans le cas de la diffusion par une structure polycristalline, ces coefficients peuvent être calculés à l'aide de l'approximation de Born. Les coefficients d'atténuation correspondant peuvent être calculés par différentes méthodes. Celle qui consiste à intégrer les coefficients de diffusion a l'avantage d'être facilement adaptable à différentes microstructures, et a été utilisée pendant cette thèse. Elle est décrite en détails dans le chapitre 2.

Les coefficients de diffusion et d'atténuation peuvent être utilisés pour simuler le bruit de structure. Différentes méthodes de simulation du bruit de structure, basées sur l'approximation de la diffusion simple, sont proposées dans la littérature. L'une d'elles calcule directement des propriétés statistiques du bruit. D'autres génèrent des signaux bruités. La méthode de Yalda *et al.* est basée sur une description réaliste de la microstructure, mais nécessite des calculs très longs. Celle de Gustafsson et Stepinski est plus rapide mais n'est pas liée aux propriétés de la microstructure. Une méthode combinant les avantages de celles de Yalda *et al.* et de Gustafsson et Stepinski a été développée pendant cette thèse. Elle est décrite dans le chapitre 2. Une validation expérimentale de cette méthode est présentée dans le chapitre 3.

Les modèles usuels permettant de calculer les coefficients de diffusion et d'atténuation sont tous basés sur une description de la microstructure polycristalline par une fonction de corrélation exponentielle. Ces modèles ont été adaptés à des métaux particuliers, notamment à des métaux texturés, non équiaxes, ou duplex. Aucune de ces adaptations ne s'affranchit de l'hypothèse d'une forme exponentielle pour la fonction de corrélation. Afin d'évaluer l'impact de cette hypothèse sur la modélisation, des formes alternatives de fonction de corrélation ont été étudiées pendant cette thèse. Elles sont présentées dans le 4. La modélisation de la diffusion dans le cas d'une structure duplex austénoferritique est discutée dans le même chapitre.

La plupart des méthodes de modélisation étudiées lors de cette thèse sont basées sur l'approximation de la diffusion simple. La modélisation de la diffusion multiple pose de nombreuses difficultés. Parmi les approches possibles, la théorie du transfert radiatif semble être la mieux adaptée aux cas étudiés. Une méthode de Monte-Carlo de résolution de l'équation du transfert radiatif a donc été développée et est présentée dans le chapitre 5.



## CHAPITRE 2

# Modélisation du bruit de structure et de l'atténuation dans l'approximation de diffusion simple

### Introduction

Dans le premier chapitre, plusieurs méthodes de simulation de contrôle de métaux bruités issues de la littérature ont été présentées. La plupart de ces méthodes reposent sur l'approximation de diffusion simple. Même si cette approximation n'est valable que dans des cas où le champ diffusé est faible par rapport au champ incident, elle est très utilisée car elle permet de développer des méthodes qui prennent en compte de manière précise les capteurs et les géométries de pièce, avec des temps de calcul raisonnables. La méthode de simulation présentée dans ce chapitre repose elle aussi sur cette approximation.

Cette nouvelle méthode permet de générer des signaux bruités similaires à ceux qui peuvent être mesurés sur des métaux. Une telle démarche est différente de celles visant à obtenir directement des propriétés statistiques de ces signaux [Thompson et Margetan 2002].

Différentes approches sont proposées dans la littérature pour générer des signaux bruités. L'une d'entre elles [Yalda *et al.* 1996] s'appuie sur une description précise de la microstructure mais requiert des calculs très longs. Une autre [Gustafsson et Stepinski 1997] est plus rapide mais ne s'appuie pas sur un modèle de diffusion qui permettrait de lier le bruit à des propriétés intrinsèques du matériau. La méthode qui a été développée lors de cette thèse combine les avantages de celle de Yalda *et al.* et de celle de Gustafsson et Stepinski

Cette nouvelle méthode, appelée méthode des diffuseurs équivalents, est reliée à un modèle de diffusion et permet de générer, en un temps raisonnable, des signaux bruités. Son principe permet de générer un signal bruité identique à celui provoqué par les grains à l'aide

de diffuseurs moins nombreux dont les coefficients de diffusion sont ajustés de manière à compenser leur faible nombre.

Un modèle de diffusion qui permet de calculer des coefficients de diffusion et d'atténuation est présenté dans la première partie de ce chapitre. Ces coefficients sont utilisés comme données d'entrée par la méthode des diffuseurs équivalents, présentée dans la seconde partie.

## 2.1 Coefficients de diffusion et d'atténuation

La méthode des diffuseurs équivalents nécessite le calcul de coefficients de diffusion et de coefficients d'atténuation. Ces coefficients sont calculés à partir des propriétés du matériau, en s'appuyant sur un modèle décrivant les interactions entre l'onde et la microstructure.

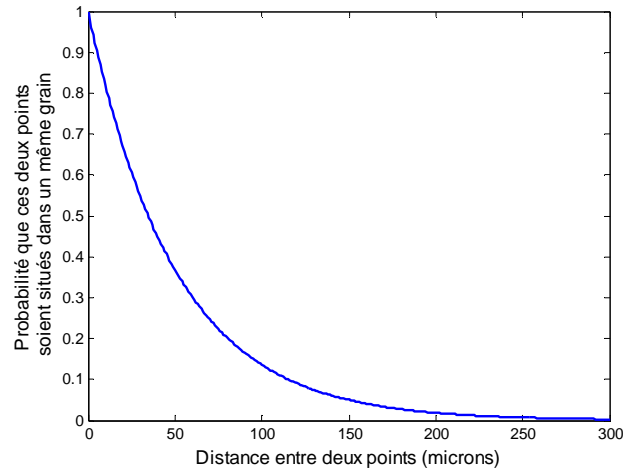
### 2.1.1 Hypothèses concernant le matériau

Une représentation relativement simple du matériau est utilisée. Il est supposé que le matériau est monophasique, équiaxe et non texturé. Cela signifie que le matériau est composé de grains formés d'un seul type de matériau, que ces grains ne sont ni allongés ni aplatis selon une direction particulière, et que toutes les orientations cristallographiques possibles de ses grains sont équiprobables.

Dans le cadre de ces hypothèses, les propriétés de la microstructure utilisées comme données d'entrée par le modèle sont les constantes élastiques d'un grain et la fonction de corrélation spatiale. Cette fonction est définie comme la probabilité que deux points éloignés d'une certaine distance soient situés dans le même grain. Comme dans de nombreux travaux de la littérature, il est fait l'hypothèse que cette fonction de corrélation est de forme exponentielle. Elle peut alors être écrite :

$$P(\vec{s}) = \exp\left(-\frac{2|\vec{s}|}{D}\right). \quad (18)$$

$s$  est l'écart entre les points et la distance  $D$  est appelée diamètre de grain effectif, ou, de manière abusive, diamètre de grain moyen. A titre d'exemple, la Figure 6 représente la fonction de corrélation spatiale obtenue en supposant une forme exponentielle et un diamètre effectif de 100 microns.



**Figure 6 : Fonction de corrélation spatiale exponentielle pour un diamètre effectif de 100 microns**

Cette forme de fonction est souvent utilisée car elle permet d'obtenir des expressions analytiques relativement simples des différents coefficients. Les valeurs ainsi calculées permettent d'obtenir des simulations de bruit et d'atténuation en accord avec l'expérience dans plusieurs cas [Thompson *et al.* 2008].

Le modèle de diffusion présenté ici traite du cas précis d'un matériau monphasique, équiaxe et non texturé pouvant être décrit par une fonction de corrélation exponentielle. D'autres modèles, décrivant des matériaux différents, pourraient néanmoins être associés à l'algorithme présenté dans la partie 2.2.

### 2.1.2 Coefficients de diffusion

Les coefficients de diffusion volumiques moyens permettent de caractériser la capacité moyenne d'un milieu à diffuser l'énergie ultrasonore. Le coefficient de diffusion volumique  $\eta$  est défini de la façon suivante [Margetan *et al.* 2005] :  $\eta d\Omega dV$  est la puissance totale diffusée, en moyenne, par un volume  $dV$ , dans l'angle solide  $d\Omega$ , par unité d'intensité sonore incidente. Il peut également être défini comme la section efficace différentielle de diffusion moyenne par unité de volume.

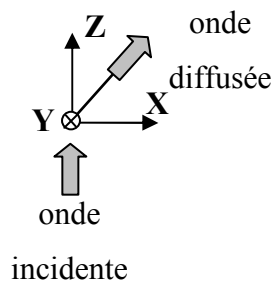
Margetan *et al.* donnent des expressions de ces coefficients pour tout angle de diffusion et pour les ondes L et T dans le cas d'une structure équiaxe, à une seule phase, dont les cristaux sont de symétrie cubique ou hexagonale et pouvant être décrite par une fonction de corrélation spatiale exponentielle. Le modèle qu'ils utilisent est inspiré des travaux de Rose [Rose 1992] et basé sur l'approximation de Born.

Margetan *et al.* utilisent dans le développement de leurs expressions le théorème de réciprocité de Auld [Auld 1979], qui leur permet d'exprimer l'intensité du signal électrique transmis par un transducteur en présence de la microstructure diffusante. Ils supposent ensuite que l'intensité de l'onde ultrasonore diffusée est proportionnelle à celle de ce signal électrique, et que leur résultat est donc l'intensité de l'onde ultrasonore à une constante multiplicative près. Ils utilisent un exemple issu de travaux de Gubernatis [Gubernatis *et al.* 1977b; Gubernatis *et al.* 1977a] pour déterminer cette constante. Nous présentons ici une approche plus simple, qui ne passe pas la détermination du signal électrique reçu et qui aboutit à des résultats identiques à ceux de Margetan *et al.*.

### 2.1.2.1 Repère et notations

Le matériau considéré étant équiaxe et non texturé, il est statistiquement isotrope. Les coefficients  $\eta$  dépendent donc seulement de l'angle entre l'onde incidente et l'onde diffusée et de leurs modes respectifs, et pas de la direction précise de chacune de ces deux ondes.

Des notations similaires à celles de Margetan *et al.* sont utilisées. L'angle entre l'onde incidente et l'onde diffusée est noté  $\theta$ . Le repère utilisé est défini en fonction des directions des ondes incidente et diffusée, de la manière représentée Figure 7.



**Figure 7 : Repère utilisé pour le calcul des coefficients de diffusion**

Les différentes polarisations possibles des ondes transverses sont prises en compte en définissant les ondes transverses verticales, polarisées dans le plan de diffusion, et transverses horizontales, polarisées de manière perpendiculaire au plan de diffusion. Les directions de propagation et de polarisations des différentes ondes exprimées dans le repère de la Figure 7 sont récapitulées dans le Tableau 1.

Il suffit de calculer les coefficients pour les modes du Tableau 1 pour pouvoir obtenir les coefficients de diffusion correspondant à n'importe quelles polarisations. Les coefficients de diffusion correspondant à des ondes transverses polarisées de manière oblique par rapport

au plan de diffusion peuvent être obtenus par combinaisons linéaires des coefficients des ondes transverses verticales et horizontales.

Incidente/Diffusée	Direction de propagation	Mode	Direction de polarisation
Onde incidente	$z$	L	$z$
		TV	$x$
		TH	$y$
Onde diffusée	$\sin\theta x + \cos\theta z$	L	$\sin\theta x + \cos\theta z$
		TV	$\cos\theta x - \sin\theta z$
		TH	$y$

**Tableau 1 : Expression des directions de propagation et de polarisation dans le repère de diffusion**

### 2.1.2.2 Développement des expressions des coefficients de diffusion volumiques

Les expressions développées sont basées sur l'approximation de Born, qui suppose que le champ diffusé par un grain est faible comparé au champ incident.

Le champ de déplacement correspondant à une onde plane incidente est exprimé, dans le domaine fréquentiel :

$$u_0 \hat{e}_{inc} \exp(ik_{inc}z), \quad (19)$$

et celui correspondant à l'onde diffusée en champ lointain est exprimé :

$$u_0 \hat{e}_{dif} A(\theta, \varphi, \omega) \frac{\exp(i\vec{k}_{dif} \cdot \vec{r})}{r}. \quad (20)$$

La section efficace différentielle  $dP/d\Omega$  du diffuseur peut être exprimée en fonction du rapport des intensités de ces deux ondes. Une expression équivalente à celle de Gubernatis *et al.* [Gubernatis *et al.* 1977a] est ainsi obtenue :

$$\frac{dP(\theta, \varphi, \omega)}{d\Omega} = \frac{\frac{1}{k_{dif}} |u_0 A(\theta, \varphi, \omega)|^2}{\frac{1}{k_{inc}} |u_0|^2} = |A(\theta, \varphi, \omega)|^2 \frac{v_{dif}}{v_{inc}}. \quad (21)$$

Les orientations des différents grains étant indépendantes, ils peuvent être vus comme un ensemble de diffuseurs dont les contributions s'ajoutent de manière incohérente [Rose 1992]. Cette propriété permet d'exprimer la section efficace de diffusion d'un volume comme

la somme des sections efficaces de diffusion des grains le constituant. La section efficace différentielle de diffusion moyenne par unité de volume peut alors être déduite de l'équation (21) :

$$\eta(\theta, \varphi, \omega) = n \overline{|A(\theta, \varphi, \omega)|^2} \frac{v_{dif}}{v_{inc}}, \quad (22)$$

$n$  désignant la densité volumique de diffuseurs et la notation  $\overline{X}$  désignant la moyenne de  $X$  sur l'ensemble des diffuseurs. Le développement de l'expression du coefficient de diffusion  $\eta$  présenté ici repose sur le développement de l'expression de l'amplitude  $A$  de l'onde diffusée par un grain.

Ce calcul est donné dans la suite pour le cas d'une onde L incidente et d'une onde L diffusée, à titre d'exemple. Les coefficients pour tous types d'ondes incidentes et diffusées peuvent être calculés de manière similaire.

Gubernatis *et al.* [Gubernatis *et al.* 1977a] ont développé des expressions pour les ondes ultrasonores diffusées par un défaut. Dans un deuxième article [Gubernatis *et al.* 1977b], ils appliquent l'approximation de Born à ces résultats. Ils obtiennent ainsi pour l'onde diffusée en champ lointain par un défaut une expression qui peut être écrite sous la forme suivante :

$$\vec{u}_{dif} \approx \vec{D}^L \frac{\exp(ik_L r)}{r} + \vec{D}^T \frac{\exp(ik_T r)}{r}, \quad (23)$$

avec

$$D_i^L = \hat{r}_i \hat{r}_j f_j(\vec{k}_{Ldif}) \text{ et } D_i^T = (\delta_{ij} - \hat{r}_i \hat{r}_j) f_j(\vec{k}_{Tdif}). \quad (24)$$

Le vecteur  $\vec{\hat{r}}$  est défini comme le vecteur unitaire de la direction du centre du défaut au point où le champ est exprimé. L'équation (24) permet d'obtenir la norme du vecteur  $\mathbf{D}^L$  :

$$|\vec{D}^L| = \left| \sum_{j=1..3} \hat{r}_j f_j(\vec{k}_{Ldif}) \right|. \quad (25)$$

Le vecteur  $\vec{f}(k)$  est donné par Gubernatis *et al.* sous la forme :

$$f_i(\vec{k}) = \frac{|\vec{k}|^2}{4\pi\rho\omega^2} \left[ \delta\rho\omega^2 \int_{Defaut} d\vec{r}' u_i \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{r}') + i|\vec{k}| \hat{r}_j \delta C_{ijkl} \int_{Defaut} d\vec{r}' \frac{u_{i,j} + u_{j,i}}{2} \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{r}') \right]. \quad (26)$$

où  $\delta\rho$  et  $\delta C$  représentent respectivement les variations de densité et de constantes élastiques par rapport à leurs moyennes. Dans le cas d'une structure polycristalline à une seule phase, les variations de densité sont nulles. Après simplifications, l'expression suivante peut être obtenue pour la norme de  $\mathbf{D}^L$  :

$$|\bar{D}^L| = \left| \frac{-\omega^2}{4\pi\rho v_L^4} \delta C_{ijkl} \hat{r}_i \hat{r}_j \hat{r}_k^{inc} \hat{r}_l^{inc} \int_{Grain} d\vec{x} \exp \left[ i \left( \vec{k}_{Linc} - \vec{k}_{Ldif} \right) \bullet \vec{x} \right] u_0 \right|. \quad (27)$$

Avec les notations décrites précédemment la norme de  $\mathbf{D}^L$  s'écrit :

$$|\bar{D}^L| = \left| \frac{-\omega^2}{4\pi\rho v_L^4} \left[ \sin(\theta)^2 \delta C_{13} + \sin(2\theta) \delta C_{35} + \cos(\theta)^2 \delta C_{33} \right] \int_{Grain} d\vec{x} \exp \left[ i \Delta \vec{k} \bullet \vec{x} \right] u_0 \right|. \quad (28)$$

Avec  $\Delta \vec{k} = \vec{k}_{Linc} - \vec{k}_{Ldif}$ .

Les notations abrégées des éléments du tenseur élastique (n'utilisant que deux indices au lieu de quatre) sont utilisées afin d'alléger les expressions. Ces notations abrégées sont détaillées dans l'annexe A.

Une expression du terme  $A$  peut être obtenue par l'identification des équations (20) et (23). En introduisant cette expression dans l'équation (22) nous obtenons l'expression du coefficient de la diffusion d'une onde L en onde L :

$$\eta_{L \rightarrow L} = \frac{n}{u_0^2} \overline{|\bar{D}^L|^2} \quad (29)$$

Une nouvelle expression de  $\eta$  est obtenue en combinant les équations (28) et (29) :

$$\eta_{L \rightarrow L} = n \left\{ \overline{\left| \frac{-\omega^2}{4\pi\rho v_L^4} \left[ \sin(\theta)^2 \delta C_{13} + \sin(2\theta) \delta C_{35} + \cos(\theta)^2 \delta C_{33} \right] \int_{Grain} d\vec{x} \exp \left[ i \Delta \vec{k} \bullet \vec{x} \right] u_0 \right|^2} \right\}. \quad (30)$$

Certains termes de ce produit ne dépendent pas du grain et peuvent donc être sortis de la moyenne. De plus, l'orientation d'un grain est supposée être indépendante de sa taille et de sa forme : les moyennes des constantes élastiques et du facteur de forme peuvent donc être séparées. D'où :

$$\eta_{L \rightarrow L} = n \frac{\omega^4}{(4\pi\rho)^2 v_L^8} \cdot \overline{\left[ \sin(\theta)^2 \delta C_{13} + \sin(2\theta) \delta C_{35} + \cos(\theta)^2 \delta C_{33} \right]^2} \cdot \overline{\left[ \int_{Grain} d\vec{x} \exp\left[i\Delta\vec{k} \bullet \vec{x}\right] \right]^2}. \quad (31)$$

Le facteur de forme apparait dans l'expression par l'intermédiaire du terme suivant, noté  $S$  :

$$S = n \overline{\left[ \int_{Grain} d\vec{x} \exp\left[i\Delta\vec{k} \bullet \vec{x}\right] \right]^2}. \quad (32)$$

$S$  peut être développé de la façon suivante :

$$S = n \overline{\left( \int_{\vec{x} \in Grain} d\vec{x} \exp\left[i\Delta\vec{k} \bullet \vec{x}\right] \right) \left( \int_{\vec{y} \in Grain} d\vec{y} \exp\left[i\Delta\vec{k} \bullet -\vec{y}\right] \right)} = n \overline{\left( \int_{\vec{x} \in Grain} \int_{\vec{y} \in Grain} d\vec{x} d\vec{y} \exp\left[i\Delta\vec{k} \bullet (\vec{x} - \vec{y})\right] \right)}. \quad (33)$$

Cette équation est plus facile à manipuler en passant de la moyenne sur les grains à la moyenne d'ensemble, ce qui donne l'écriture suivante:

$$S = n \frac{1}{N} \sum_{Grain} \int_{\vec{x} \in Grain} \int_{\vec{y} \in Grain} d\vec{x} d\vec{y} \exp\left[i\Delta\vec{k} \bullet (\vec{x} - \vec{y})\right], \quad (34)$$

$N$  étant le nombre de grains total contenu dans le milieu.

Cette écriture permet de faire apparaitre une intégrale sur l'ensemble du milieu (la notation  $Grain(\mathbf{x})$  désigne ici l'ensemble des points étant situés dans le même grain que  $\mathbf{x}$ ) :

$$S = \frac{n}{N} \int_{\vec{x} \in Milieu} \int_{\vec{y} \in Grain(\vec{x})} d\vec{x} d\vec{y} \exp\left[i\Delta\vec{k} \bullet (\vec{x} - \vec{y})\right]. \quad (35)$$

Le rapport  $N/n$  est égal au volume total du milieu. Cette expression peut être identifiée à une moyenne sur l'ensemble des points  $\mathbf{x}$  du milieu et des points  $\mathbf{y}$  étant dans le même grain que  $\mathbf{x}$ . Cette moyenne permet de faire apparaitre la fonction de corrélation spatiale  $W(\mathbf{r})$ , définie comme la probabilité que deux points éloignés de  $\mathbf{r}$  soient situés dans le même grain :

$$S = \int_{\vec{r} \in V_\infty} d\vec{r} W(\vec{r}) \exp\left[i\Delta\vec{k} \bullet \vec{r}\right]. \quad (36)$$

D'où l'expression finale du coefficient de diffusion pour une onde L incidente et une onde L diffusée, identique à celle donnée par Margetan *et al.* :



$$\eta_{L \rightarrow L} = \frac{\omega^4}{(4\pi\rho)^2 v_L^8} \cdot \overline{\left[ \sin(\theta)^2 \delta C_{13} + \sin(2\theta) \delta C_{35} + \cos(\theta)^2 \delta C_{33} \right]^2} \cdot \int_{\vec{r} \in V_\infty} d\vec{r} W(\vec{r}) \exp[i\Delta\vec{k} \bullet \vec{r}]. \quad (37)$$

La moyenne sur les grains (notée  $\overline{\dots}$ ) qui apparait sur les fluctuations des constantes élastiques est équivalente à une moyenne sur les orientations (notée  $\langle \dots \rangle_{or}$ ). Le coefficient  $\eta$  peut donc s'écrire :

$$\eta_{L \rightarrow L} = \frac{\omega^4}{(4\pi\rho)^2 v_L^8} \cdot \left\langle \left[ \sin(\theta)^2 \delta C_{13} + \sin(2\theta) \delta C_{35} + \cos(\theta)^2 \delta C_{33} \right]^2 \right\rangle_{or} \cdot \int_{\vec{r} \in V_\infty} d\vec{r} W(\vec{r}) \exp[i\Delta\vec{k} \bullet \vec{r}]. \quad (38)$$

### 2.1.2.3 Coefficients de diffusion volumiques pour tous les modes

La méthode employée pour obtenir l'expression du coefficient LL peut être appliquée à n'importe quels types d'ondes incidente et diffusée, et aboutit dans chaque cas à des expressions en accord avec celles de Margetan *et al.*.

Ces expressions ont la forme générale suivante, les indices  $I$  et  $D$  désignant les modes des ondes incidentes et diffusées :

$$\eta_{I \rightarrow D} = F_{I \rightarrow D} C_{I \rightarrow D} S_{I \rightarrow D} \quad (39)$$

Le terme  $F_{I \rightarrow D}$  dépend des vitesses de propagation  $v_I$  et  $v_D$  des ondes incidente et diffusée, de la masse volumique du matériau  $\rho$ , et de la pulsation  $\omega$  :

$$F_{I \rightarrow D} = \frac{\omega^4}{(v_I)^3 (v_D)^5 (4\pi\rho)^2}. \quad (40)$$

Le terme  $S_{I \rightarrow D}$  est appelé facteur de forme :

$$S_{I \rightarrow D} = \int_{\vec{r} \in V_\infty} d\vec{r} W(\vec{r}) \exp[i\Delta\vec{k}_{I \rightarrow D} \bullet \vec{r}]. \quad (41)$$

Le vecteur  $\Delta\vec{k}_{I \rightarrow D}$  est l'écart entre les vecteurs d'onde incident et diffusé, et s'exprime de la manière suivante :

$$\Delta\vec{k}_{I \rightarrow D} = \vec{k}_{inc} - \vec{k}_{dif} = -\sin\theta \vec{\hat{x}} + (1 - \cos\theta) \vec{\hat{z}}. \quad (42)$$

Le terme  $S_{I \rightarrow D}$  dépend de la fonction de corrélation spatiale  $W(\mathbf{r})$ , définie comme la probabilité que deux points séparés de  $\mathbf{r}$  soient situés dans le même grain. Pour une fonction de forme exponentielle de diamètre effectif de grain  $D$ , le facteur de forme est :

$$S_{I \rightarrow D} = \pi D^3 \left[ 1 + \frac{|\Delta \vec{k}_{I \rightarrow D}|^2 D^2}{4} \right]^{-2}. \quad (43)$$

Des exemples de fonctions de corrélation spatiales alternatives et les facteurs de formes associés sont donnés dans le chapitre 4.

Les expressions du terme  $C_{I \rightarrow D}$  pour tous les modes sont données dans l'annexe A. Dans le cas d'une onde L incidente et d'une onde L diffusée, il s'exprime :

$$C_{I \rightarrow D} = \left\langle \left[ \sin(\theta)^2 \delta C_{13} + \sin(2\theta) \delta C_{35} + \cos(\theta)^2 \delta C_{33} \right]^2 \right\rangle_{Or}. \quad (44)$$

La manière la plus simple d'évaluer ce terme consiste à le développer afin de l'exprimer en fonction des covariances des constantes élastiques :

$$\begin{aligned} C_{I \rightarrow D} = & \sin(\theta)^4 \langle \delta C_{13} \delta C_{13} \rangle_{Or} + \sin(2\theta)^2 \langle \delta C_{35} \delta C_{35} \rangle_{Or} + \\ & \cos(\theta)^4 \langle \delta C_{33} \delta C_{33} \rangle_{Or} + 2 \sin(2\theta) \cos(\theta)^2 \langle \delta C_{33} \delta C_{35} \rangle_{Or} + \\ & 2 \sin(\theta)^2 \cos(\theta)^2 \langle \delta C_{13} \delta C_{33} \rangle_{Or} + 2 \sin(\theta)^2 \sin(2\theta) \langle \delta C_{13} \delta C_{35} \rangle_{Or} \end{aligned} \quad (45)$$

Des expressions des covariances des constantes élastiques nécessaires au calcul des termes  $C_{I \rightarrow D}$  sont données dans l'annexe A.

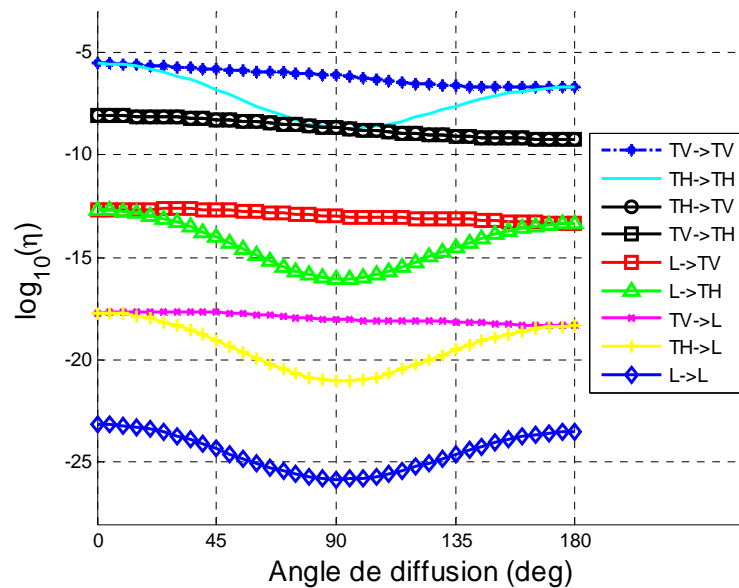
#### 2.1.2.4 Variations des coefficients de diffusion

Etudier les variations de ces coefficients en fonction de certains paramètres permet de mieux appréhender les phénomènes de diffusion. Tous les calculs dont les résultats sont présentés ici supposent une fonction de corrélation de forme exponentielle.

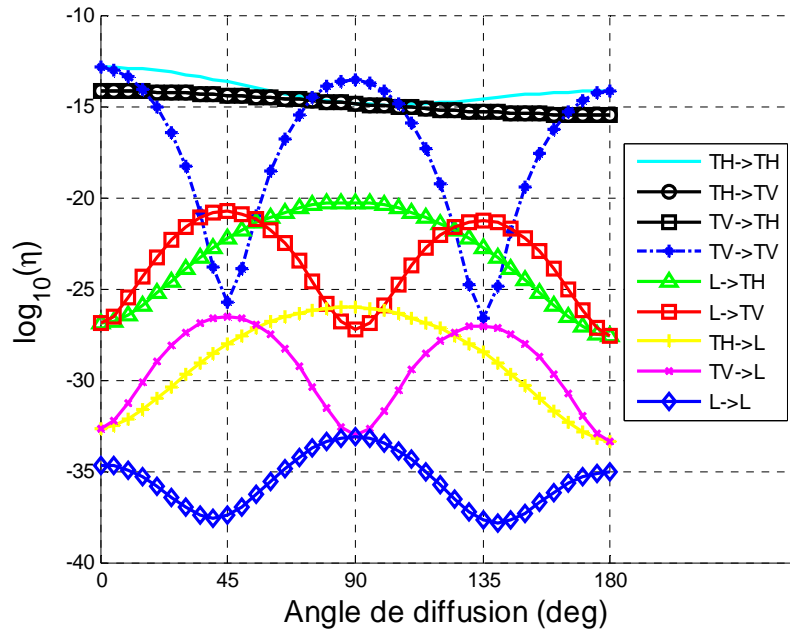
La Figure 8 représente les coefficients  $\eta$  calculés pour les différents modes incidents et diffusés, en fonction de l'angle de diffusion, dans le cas d'un acier austénitique. La Figure 9 représente les mêmes coefficients mais pour le cas du titane. Ces résultats sont similaires à ceux présentés par Margetan *et al.*. Les propriétés utilisées comme données d'entrées des calculs pour ces deux matériaux sont récapitulées dans le Tableau 2.

	Acier austénitique	Titane
Vitesses	$v_L=5\,984\text{ m/s}$ $v_T=3\,359\text{ m/s}$	$v_L=6\,072\text{ m/s}$ $v_T=3\,127\text{ m/s}$
Masse volumique	$\rho=8\,120\text{ kg/m}^3$	$\rho=4\,500\text{ kg/m}^3$
Constantes élastiques d'un grain	Symétrie cubique $C_{11}=216\text{ GPa}$ $C_{12}=145\text{ GPa}$ $C_{44}=129\text{ GPa}$	Symétrie hexagonale $C_{11}=162\text{ GPa}$ $C_{12}=92\text{ GPa}$ $C_{13}=69\text{ GPa}$ $C_{44}=47.6\text{ GPa}$

**Tableau 2 : Propriétés de l'acier et du titane utilisées pour les calculs**



**Figure 8 : Coefficients de diffusion à 2MHz obtenus pour un acier austénitique constitué de grains de diamètre effectif 100 microns, en fonction de l'angle de diffusion et pour différents modes**



**Figure 9 : Coefficients de diffusion à 2MHz obtenus pour un titane constitué de grains de diamètre effectif de 100 microns, en fonction de l'angle de diffusion et pour différents modes**

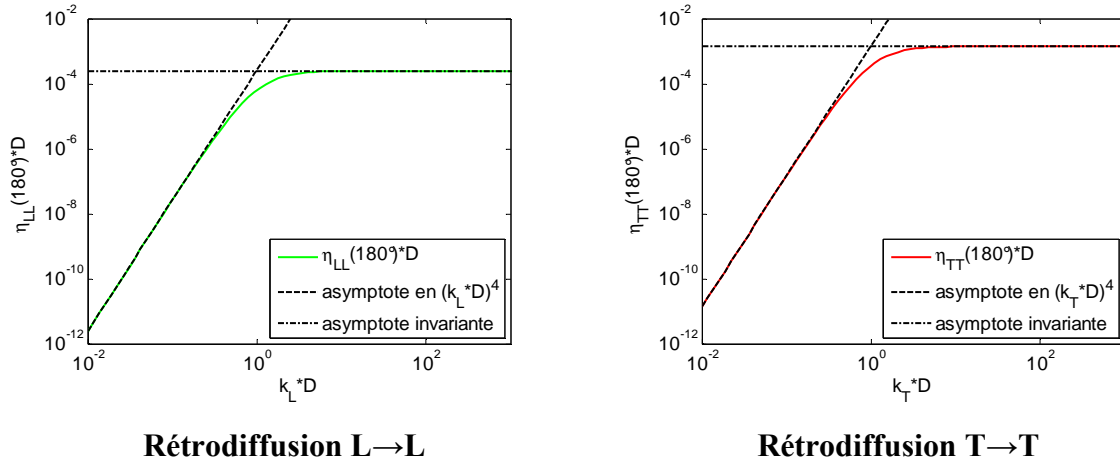
Les courbes ne sont tracées que pour les angles allant de  $0^\circ$  à  $180^\circ$ , car les résultats pour les autres angles peuvent être obtenus par symétrie.

Les différences entre les variations angulaires représentées Figure 8 et Figure 9 sont liées aux différences de symétrie de constantes élastiques pour les deux matériaux : les constantes élastiques de l'austénite sont de symétrie cubique, et celles du titane sont de symétrie hexagonale.

Ces résultats mettent en évidence une propriété importante : les ondes T diffusent et sont diffusées plus fortement que les ondes L. Les coefficients de diffusion les plus faibles sont ceux correspondant à la diffusion d'ondes L sous forme d'ondes L, et les plus forts ceux correspondant à la diffusion d'ondes T sous forme d'ondes T. Les coefficients correspondant à des conversions de mode ont des valeurs intermédiaires. Cette propriété a plusieurs conséquences pratiques pour le contrôle non destructif par ultrasons, notamment le fait que les contrôles par ondes T sont généralement plus atténués et plus bruités que les contrôles par ondes L.

Un autre aspect intéressant de la diffusion est la manière dont elle varie en fonction de la fréquence et de la taille effective de grain. Les équations (39), (40) et (43) font apparaître que le produit  $\eta D$  dépend du produit  $kD$  mais pas des valeurs spécifiques de  $k$  et  $D$ . Le tracé

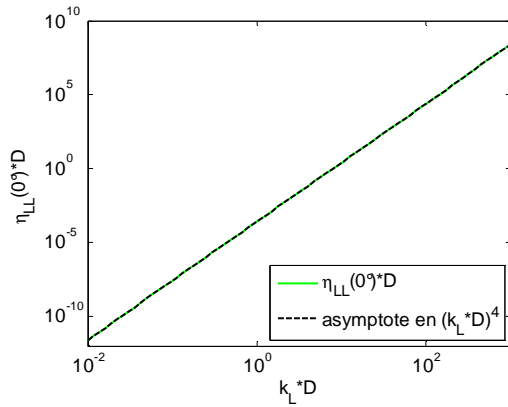
de  $\eta D$  en fonction de  $kD$ , représenté Figure 10, est donc une représentation adimensionnalisée qui fait apparaître les variations de  $\eta$  à la fois en fonction du nombre d'onde et de la taille de grain.



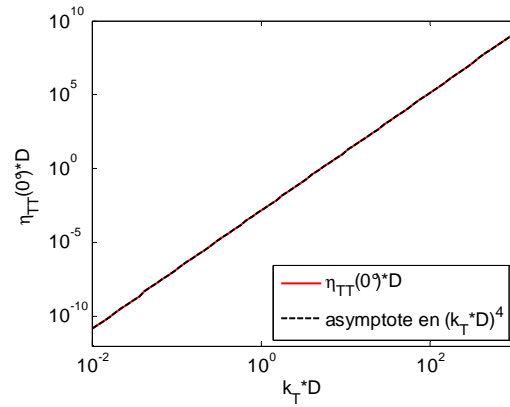
**Figure 10 : Coefficient de rétrodiffusion en fonction du produit du nombre d'onde et de la taille effective de grain (log-log)**

La Figure 10 représente les variations des coefficients de diffusion à  $180^\circ$ , souvent appelés coefficients de rétrodiffusion, pour les ondes L et T sans conversions de modes. Dans les deux cas, la quantité  $\eta D$  varie de manière proportionnelle à  $(Df)^4$  en basses fréquences et semble constante en hautes fréquences. La zone de transition entre ces deux domaines se situe autour de  $kD=1$ . Ces résultats indiquent que les coefficients de rétrodiffusion  $\eta(180^\circ)$  ont les mêmes propriétés asymptotiques que les coefficients d'atténuation généralement utilisés dans la littérature : ils ont une dépendance en  $D^3 f^4$  dans le domaine de Rayleigh et en  $D^{-1}$  dans le domaine de diffusion.

Les coefficients de diffusion vers l'avant  $\eta(0^\circ)$ , représentés Figure 11, ont des propriétés différentes en hautes fréquences. Ils sont proportionnels à  $D^3 f^4$  à la fois en basses fréquences et en hautes fréquences. Ce comportement est fondamentalement différent du comportement des coefficients de diffusion vers l'arrière : il est donc probable que la dépendance angulaire des coefficients de diffusion varie de manière radicale en fonction de la fréquence.



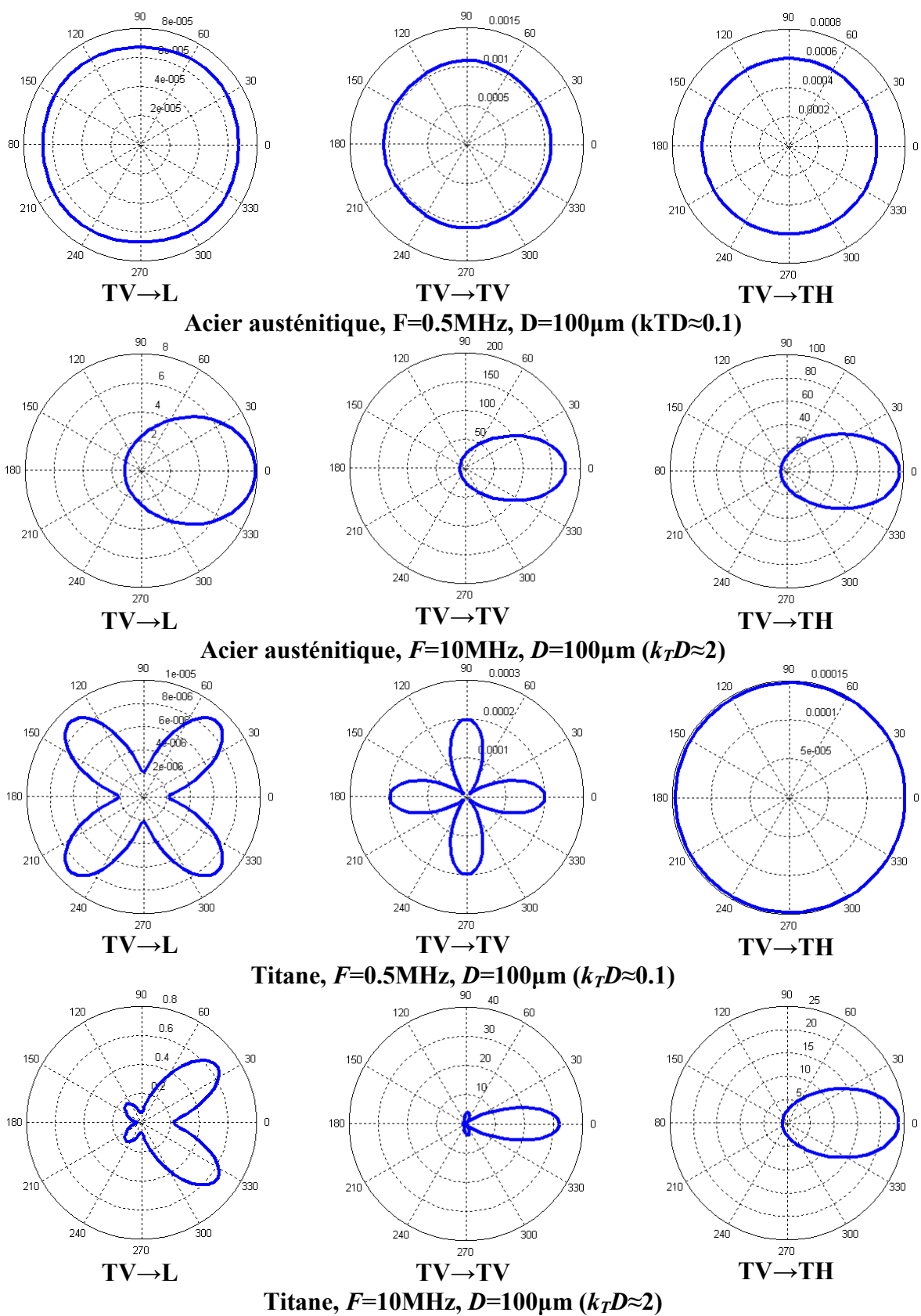
**Diffusion vers l'avant L→L**



**Diffusion vers l'avant T→T**

**Figure 11 : Coefficient de diffusion vers l'avant en fonction du produit du nombre d'onde et de la taille effective de grain (log-log)**

La Figure 12 représente les dépendances angulaires des coefficients de diffusion pour une onde TV incidente et pour les trois types d'ondes diffusées possibles, en basse et en haute fréquence pour deux matériaux. Les modes TV et TH sont ceux définis dans le Tableau 1. Elle fait apparaître que la diffusion en basse fréquence est isotrope dans le cas de l'acier austénitique. Cette isotropie ne se retrouve que dans un cas (TV vers TH) pour le titane. Cette différence entre les deux matériaux est liée aux symétries des constantes élastiques. En hautes fréquences, la diffusion est plus forte vers l'avant que vers l'arrière dans tous les cas.



**Figure 12 : Dépendance angulaire des coefficients de diffusion en basses et en hautes fréquences, pour l'acier austénitique et le titane**

Les résultats donnés pour les hautes fréquences sont à considérer comme des résultats qualitatifs et non quantitatifs, car le calcul des coefficients de diffusion est basé sur l'approximation de Born qui n'est valide qu'en basses fréquences.

### 2.1.3 Coefficients d'atténuation

Dans le chapitre 1, plusieurs approches utilisées dans la littérature pour calculer les coefficients d'atténuation d'un matériau ont été présentées. Celle de Stanke et Kino est généralement considérée comme une référence mais nécessite des développements mathématiques difficilement adaptables à des microstructures complexes.

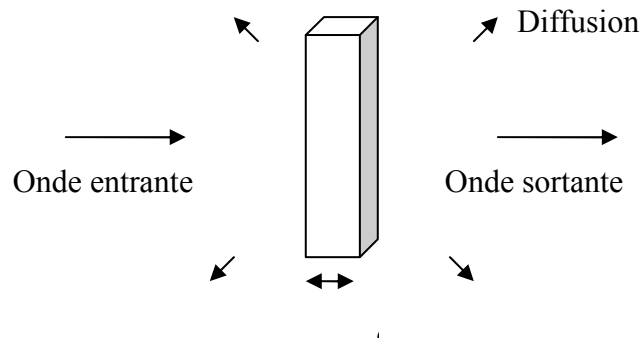
Une approche consistant à relier les coefficients d'atténuation à l'intégrale des coefficients de diffusion sur toutes les directions a été utilisée durant cette thèse. Elle permet d'aboutir à des résultats similaires à ceux de Stanke et Kino et est aisément adaptable à tout type de microstructure.

#### 2.1.3.1 Justification

Le lien entre coefficients de diffusion et coefficients d'atténuation peut être mis en évidence à l'aide de considérations phénoménologiques sur l'énergie portée par les ondes entrant et sortant d'un volume. Ce lien peut également être démontré de façon plus rigoureuse à partir de l'équation de Dyson [Weaver 1990].

La preuve phénoménologique peut être faite en considérant un volume parallélépipédique, de section  $S$  et de longueur  $dx$  suivant la direction de propagation, traversé par une onde plane monochromatique, tel que représenté sur le schéma de la Figure 13.

Le principe de cette démonstration est d'exprimer la différence d'intensité entre l'onde entrante et l'onde sortante en fonction de la diffusion ayant lieu à l'intérieur du volume  $Sdx$ .



**Figure 13 : Configuration simplifiée utilisée pour établir le lien entre diffusion et atténuation**



La puissance entrante, c'est-à-dire l'énergie entrant dans le volume par unité de temps, est  $I(x)S$ ,  $I$  désignant l'intensité de l'onde plane. La puissance sortante est portée par l'onde plane sortante, qui s'écrit  $I(x+dx)S$ , ainsi que par l'onde diffusée.

La puissance diffusée s'obtient par intégration de la puissance de l'onde diffusée dans toutes les directions et dans tous les types d'ondes. Dans l'hypothèse de diffusion indépendante, elle est la somme des puissances des ondes diffusées par l'ensemble du volume. Le calcul de la puissance diffusée est basé sur l'hypothèse que la diffusion par le volume est correctement caractérisée par le coefficient de diffusion volumique moyen.

Sous ces hypothèses, et en notant  $M$  le mode de l'onde plane, l'équilibre des puissances entrante et sortante s'écrit :

$$I(x)S = I(x+dx)S + \int_{\Omega_{Total}} S dx [\eta_{M \rightarrow L}(\Omega) + \eta_{M \rightarrow T}(\Omega)] I(x) d\Omega. \quad (46)$$

Cette équation peut être interprétée comme une équation différentielle dont la solution est de la forme :

$$I(x) = I_0 \exp \left\{ -x \int_{\Omega_{Total}} [\eta_{M \rightarrow L}(\Omega) + \eta_{M \rightarrow T}(\Omega)] d\Omega \right\}. \quad (47)$$

Or, l'intensité d'une onde plane monochromatique de coefficient d'atténuation  $\alpha$  peut s'écrire d'après la loi de Beer-Lambert :

$$I(x) = I_0 \exp(-2\alpha x). \quad (48)$$

$I_0$  étant l'intensité de l'onde à son entrée dans le milieu.

L'identification des équations (47) et (48) permet d'obtenir une expression du coefficient d'atténuation en fonction des intégrales des coefficients de diffusion dans toutes les directions :

$$\alpha = \frac{\int_{\Omega_{Total}} \eta_{M \rightarrow L}(\Omega) d\Omega + \int_{\Omega_{Total}} \eta_{M \rightarrow T}(\Omega) d\Omega}{2} \quad (49)$$

Notons que les intégrales des coefficients de diffusion  $\eta$  sur l'ensemble des directions peuvent être identifiées aux sections efficaces de diffusion moyenne par unité de volume du milieu.

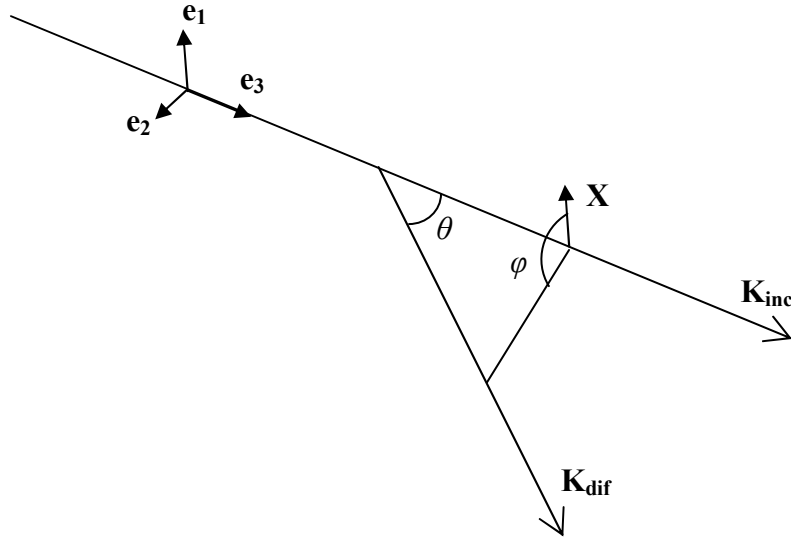
Avec les notations définies précédemment, le coefficient de diffusion vers une onde T doit être décomposé en coefficients de diffusion vers des ondes TH et TV. Dans le cas d'une onde L incidente, cette décomposition se fait de manière directe, et donne :

$$\alpha_L = \frac{\int_{\Omega_{Total}} \eta_{L \rightarrow L}(\Omega) d\Omega + \int_{\Omega_{Total}} \eta_{L \rightarrow TH}(\Omega) d\Omega + \int_{\Omega_{Total}} \eta_{L \rightarrow TV}(\Omega) d\Omega}{2}. \quad (50)$$

Or, une intégrale sur l'ensemble des angles solides peut être définie de la façon suivante :

$$\int_{\Omega_{Total}} F(\Omega) d\Omega = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin(\theta) F(\theta, \varphi) d\theta d\varphi. \quad (51)$$

Les angles  $\theta$  et  $\varphi$  sont définis sur la Figure 14.  $\theta$  est l'angle entre le vecteur de propagation de l'onde incidente et celui de l'onde diffusé, et  $\varphi$  est l'angle entre le plan de diffusion et la direction  $\mathbf{e}_1$  d'un repère lié à l'onde incidente.



**Figure 14 : Définition des angles de diffusion  $\theta$  et  $\varphi$**

Pour une onde L incidente, le problème est à symétrie cylindrique et les coefficients de diffusion ne dépendent pas de l'angle  $\varphi$ , d'où :

$$\alpha_L = \pi \int_{\theta=0}^{\pi} \sin(\theta) [\eta_{L \rightarrow L}(\theta) + \eta_{L \rightarrow TH}(\theta) + \eta_{L \rightarrow TV}(\theta)] d\theta. \quad (52)$$

La décomposition pour une onde T incidente est plus délicate, car il est nécessaire de tenir compte de sa direction de polarisation. Si la direction  $\mathbf{e}_1$  de la Figure 14 est définie comme la direction de polarisation de l'onde T incidente, cette onde peut être définie comme la somme d'une onde TH et d'une onde TV, dépendante de l'angle  $\varphi$ . D'où :

$$\eta_{T \rightarrow M_D} = \eta_{TH \rightarrow M_D} \sin^2(\varphi) + \eta_{TV \rightarrow M_D} \cos^2(\varphi). \quad (53)$$

Cette décomposition permet d'obtenir :

$$\alpha_T = \frac{1}{2} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin(\theta) \left\{ \left[ \eta_{TH \rightarrow L}(\theta) + \eta_{TH \rightarrow TH}(\theta) + \eta_{TH \rightarrow TV} \right] \sin^2(\varphi) + \left[ \eta_{TV \rightarrow L}(\theta) + \eta_{TV \rightarrow TH}(\theta) + \eta_{TV \rightarrow TV}(\theta) \right] \cos^2(\varphi) \right\} d\theta d\varphi \quad (54)$$

D'où :

$$\alpha_T = \frac{\pi}{2} \int_{\theta=0}^{\pi} \left[ \eta_{TH \rightarrow L}(\theta) + \eta_{TH \rightarrow TH}(\theta) + \eta_{TH \rightarrow TV} + \eta_{TV \rightarrow L}(\theta) + \eta_{TV \rightarrow TH}(\theta) + \eta_{TV \rightarrow TV}(\theta) \right] \sin(\theta) d\theta. \quad (55)$$

Les expressions des coefficients d'atténuation (52) et (55) ont été obtenues à l'aide de plusieurs hypothèses et approximations : l'hypothèse de diffuseurs indépendants, l'approximation selon laquelle n'importe quel volume est correctement caractérisé par le coefficient de diffusion moyen, et une approximation consistant à ne pas inclure l'onde diffusée vers l'avant dans l'onde transmise. Cependant, Weaver obtient des expressions strictement identiques à l'aide d'approximations différentes, en utilisant un formalisme plus rigoureux mais moins intuitif.

Pour obtenir ces expressions Weaver part de l'équation de Dyson, qui est une équation sur la moyenne de la fonction de Green. Il lui applique une approximation au premier ordre sur l'inhomogénéité du milieu, connue sous le nom de « First-Order-Smoothing Approximation », ou FOSA. Il applique ensuite l'approximation de Born et obtient ainsi des expressions des coefficients d'atténuations équivalentes à celles des équations (52) et (55).

Cette méthode de calcul des coefficients d'atténuation a été utilisée dans de nombreux cas durant cette thèse. Dans tous les cas, des coefficients de diffusion issus de l'approximation de Born ont été utilisés.

### 2.1.3.2 Evaluation des intégrales

Le calcul de coefficients d'atténuation avec cette méthode requiert l'évaluation d'intégrales sur les coefficients de diffusion.

#### 2.1.3.2.1 Formalisme général

Les expressions des coefficients d'atténuation (52) et (55) contiennent des intégrales sur les coefficients  $\eta$  qui peuvent être développées de la façon suivante, en utilisant les notations de l'expression (39) :

$$\int_{\theta=0}^{\pi} \eta_{I \rightarrow D}(\theta) \sin(\theta) d\theta = F_{I \rightarrow D} \int_{\theta=0}^{\pi} C_{I \rightarrow D}(\theta) S_{I \rightarrow D}(\theta) \sin(\theta) d\theta. \quad (56)$$

Les coefficients  $C_{I \rightarrow D}(\theta)$  de tous les modes peuvent être exprimés sous la forme réduite suivante :

$$C_{I \rightarrow D}(\theta) = \alpha_0^{I \rightarrow D} + \alpha_2^{I \rightarrow D} \cos^2(\theta) + \alpha_4^{I \rightarrow D} \cos^4(\theta). \quad (57)$$

D'où l'écriture :

$$\int_{\theta=0}^{\pi} \eta_{I \rightarrow D}(\theta) \sin(\theta) d\theta = F_{I \rightarrow D} \left[ \alpha_0^{I \rightarrow D} \text{Int}S_0^{I \rightarrow D} + \alpha_2^{I \rightarrow D} \text{Int}S_2^{I \rightarrow D} + \alpha_4^{I \rightarrow D} \text{Int}S_4^{I \rightarrow D} \right], \quad (58)$$

$$\text{avec } \text{Int}S_n^{I \rightarrow D} = \int_{\theta=0}^{\pi} \cos^n(\theta) S_{I \rightarrow D}(\theta) \sin(\theta) d\theta, \text{ pour } n=0, 2 \text{ ou } 4. \quad (59)$$

Le calcul de toutes les intégrales permettant d'obtenir les coefficients de diffusion peut donc être ramené au calcul des trois intégrales de l'équation (59), pour les différents modes incidents et diffusés possibles. Des méthodes analytiques peuvent être utilisées dans les cas où les facteurs de forme ont des expressions simples. Sinon, des méthodes numériques sont nécessaires.

#### 2.1.3.2.2 Cas d'une fonction de corrélation spatiale exponentielle

Une forme exponentielle est généralement supposée pour la fonction de corrélation spatiale. Dans cette hypothèse, des expressions analytiques des coefficients de l'équation (59) peuvent être développées :

$$\begin{aligned}
IntS_0^{I \rightarrow D} &= \frac{2A}{B^2 - 1}, \\
IntS_2^{I \rightarrow D} &= A \left[ 4 + \frac{2}{B^2 - 1} - 4B \operatorname{atanh} \left( \frac{1}{B} \right) \right], \\
IntS_4^{I \rightarrow D} &= A \left[ \frac{2B^4}{B^2 - 1} - 8B^3 \operatorname{atanh} \left( \frac{1}{B} \right) + 6B^2 + \frac{2}{3} \right], \\
\text{avec } A &= \frac{4\pi}{k_I^2 k_D^2 D} \text{ et } B = \frac{\frac{4}{D^2} + k_I^2 + k_D^2}{2k_I k_D}.
\end{aligned} \tag{60}$$

Ces expressions, associées aux équations (58), (52) et (55), permettent d'évaluer les coefficients d'atténuation de manière analytique pour un matériau caractérisé par une fonction de corrélation exponentielle.

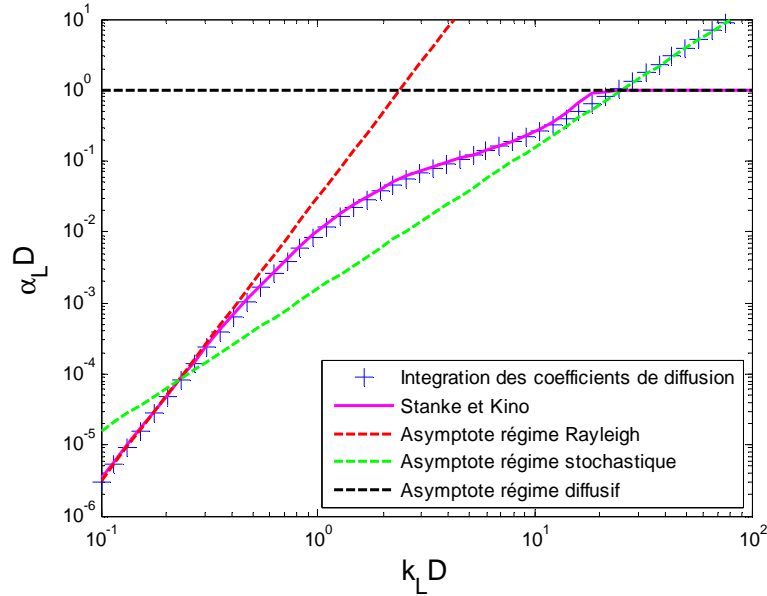
#### 2.1.3.2.3 Intégration numérique des coefficients de diffusion

Les coefficients d'atténuation peuvent également être obtenus à l'aide d'une intégration numérique des coefficients de diffusion. Une telle méthode a été utilisée durant cette thèse dans les cas du chapitre 4 où des expressions analytiques simples des facteurs de forme n'étaient pas disponibles.

Cette méthode numérique repose sur le calcul des trois intégrales de l'équation (59). Elle consiste à calculer les facteurs de forme  $S_{I \rightarrow D}(\theta)$  pour un ensemble de valeurs de l'angle  $\theta$ , et à calculer numériquement les intégrales en utilisant une approximation par splines du facteur de forme.

#### 2.1.3.3 Comparaison à un modèle d'atténuation de référence

Afin d'évaluer l'impact des approximations du modèle d'atténuation, les coefficients d'atténuation qu'il permet d'obtenir dans le cas d'un acier ont été comparés à des résultats issus du modèle de Stanke et Kino. Les coefficients de diffusion utilisés pour le calcul par intégration sont ceux de la partie 2.1.2, et sont basés sur l'approximation de Born. Le modèle de Stanke et Kino est généralement admis comme référence et est supposé être valide à la fois dans le domaine de Rayleigh et dans le domaine stochastique. Cette comparaison est représentée Figure 15. Des asymptotes données par Stanke et Kino pour les trois régimes  $y$  sont également représentées.



**Figure 15 : Comparaison des coefficients d'atténuation des ondes L dans un acier austénitique, obtenus à l'aide de différentes méthodes**

Les coefficients d'atténuation obtenus par intégration des coefficients de diffusion sont en très bon accord avec ceux donnés par le modèle de Stanke et Kino dans les domaines de Rayleigh et stochastique.

En basses fréquences, ils rejoignent l'asymptote du régime de Rayleigh, dont la dépendance fréquentielle est en  $f^4$ .

En hautes fréquences, ils rejoignent l'asymptote du régime stochastique, dont la dépendance fréquentielle est en  $f^2$ . Or, d'après de nombreux travaux, dont ceux de Stanke et Kino, en hautes fréquences l'atténuation ne dépend plus de la fréquence. Des coefficients valables en hautes fréquences rejoindraient plutôt l'asymptote du régime diffusif. Nos résultats ne sont donc pas valables en hautes fréquences : cette limitation n'est pas surprenante car ils reposent sur l'approximation de Born.

Les travaux réalisés durant cette thèse traitent principalement de cas correspondant au régime de Rayleigh et au régime stochastique. Dans ce contexte, le fait que ce modèle d'atténuation ne soit pas valable dans le régime diffusif n'est pas gênant.

## 2.1.4 Conclusion

Les expressions des coefficients de diffusion et d'atténuation qui seront utilisées ici sont issues du même modèle de diffusion. Celles des coefficients de diffusion sont équivalentes à

celles utilisées par Thompson *et al.* [Thompson *et al.* 2008]. D'après leurs travaux, elles permettent d'obtenir un accord raisonnable entre bruit simulé et bruit mesuré dans le cas du cuivre et d'un alliage de nickel. Dans la suite, nous les utilisons dans le cas d'un acier austénitique.

Les expressions des coefficients d'atténuation permettent d'obtenir des valeurs en accord avec le modèle de Stanke et Kino sur une large plage de fréquence. Ce modèle semble donc donner des valeurs suffisamment fiables des différents coefficients utilisés par l'algorithme présenté dans la seconde partie de ce chapitre.

## **2.2 Simulation du bruit de structure par la méthode des diffuseurs équivalents**

La méthode des diffuseurs équivalents a été développée lors de cette thèse. Elle permet de simuler le bruit de structure à l'aide des coefficients donnés par le modèle présenté dans la partie précédente.

Cette méthode de simulation est basée sur l'approximation de la diffusion simple. Son principe est proche de ceux des méthodes proposées par Yalda *et al.* et par Gustaffson et Stepinski. Elle consiste à calculer un champ incident, puis le bruit diffusé par une microstructure exposée à ce champ.

La méthode de Yalda est simple : elle consiste à générer un ensemble de grains représentant de manière réaliste la microstructure d'un métal, puis à calculer et sommer les échos de tous ces grains afin d'obtenir un bruit. Son inconvénient majeur est son coût en temps de calcul. Un métal peut avoir une densité de grains très élevée, et calculer la réponse de chacun de ces grains peut s'avérer extrêmement long.

Or, si la densité des grains est élevée en comparaison des possibilités de résolution du capteur, ils ne peuvent pas être différenciés lors du contrôle. Le signal reçu par le capteur est alors la somme d'un grand nombre de diffuseurs non résolus. Ce type de signal est connu sous le nom de speckle pleinement développé [Goodman 1975]. Les caractéristiques statistiques d'un speckle pleinement développé sont les mêmes quel que soit le nombre de diffuseurs. Cela permet, en ajustant les coefficients de diffusion, d'obtenir un speckle identique avec différents nombres de diffuseurs. Cette propriété est exploitée dans la méthode des diffuseurs équivalents afin de simuler le bruit avec un nombre restreint de diffuseurs.

Ces diffuseurs sont ponctuels. Des coefficients de diffusion leur sont affectés de manière aléatoire, suivant un principe similaire à celui de la méthode de Gustaffson et Stepinski. La distribution statistique de ces coefficients est ajustée de manière à obtenir un

speckle ayant les caractéristiques statistiques recherchées. Le même ensemble de diffuseurs est utilisé pour des calculs correspondant à différentes positions du capteur, ce qui permet d'obtenir un bruit présentant la même cohérence spatiale qu'un bruit de structure dans les images obtenues par balayage.

### **2.2.1 Hypothèses et approximations**

La méthode de simulation développée repose sur plusieurs hypothèses que nous allons maintenant expliciter.

#### **2.2.1.1 Diffusion simple**

Les échos générés par les diffuseurs ponctuels et les défauts présents dans la pièce sont calculés à l'aide d'une approximation de diffusion simple, décrite dans le paragraphe 1.2.4.1 : les trajets d'onde passant par plusieurs diffuseurs ne sont pas pris en compte. Le signal simulé total est la somme des échos de chaque diffuseur. L'écho de chaque diffuseur est calculé en supposant que ce diffuseur est le seul présent dans le volume inspecté.

#### **2.2.1.2 Milieu de propagation effectif**

La propagation des ondes de l'émetteur aux diffuseurs puis des diffuseurs au récepteur est calculée en assimilant le milieu à un milieu effectif homogène. En réalité, le milieu est inhomogène et l'onde atteignant un grain dépend de la structure traversée. Mais, comme les grains sont supposés petits par rapport aux longueurs d'ondes et aux distances parcourues, il est raisonnable de considérer que le champ ultrasonore est proche du champ moyenné sur le désordre. Cette approximation serait inappropriée dans le cas de structures à gros grains car le champ y varie énormément en fonction du désordre.

Le milieu de propagation effectif est caractérisé par des nombres d'ondes complexes, dont la partie imaginaire correspond à l'atténuation de l'onde moyennée sur le désordre. Les coefficients d'atténuation sont calculés à l'aide de la méthode d'intégration des coefficients de diffusion décrite dans la section 2.1.3.

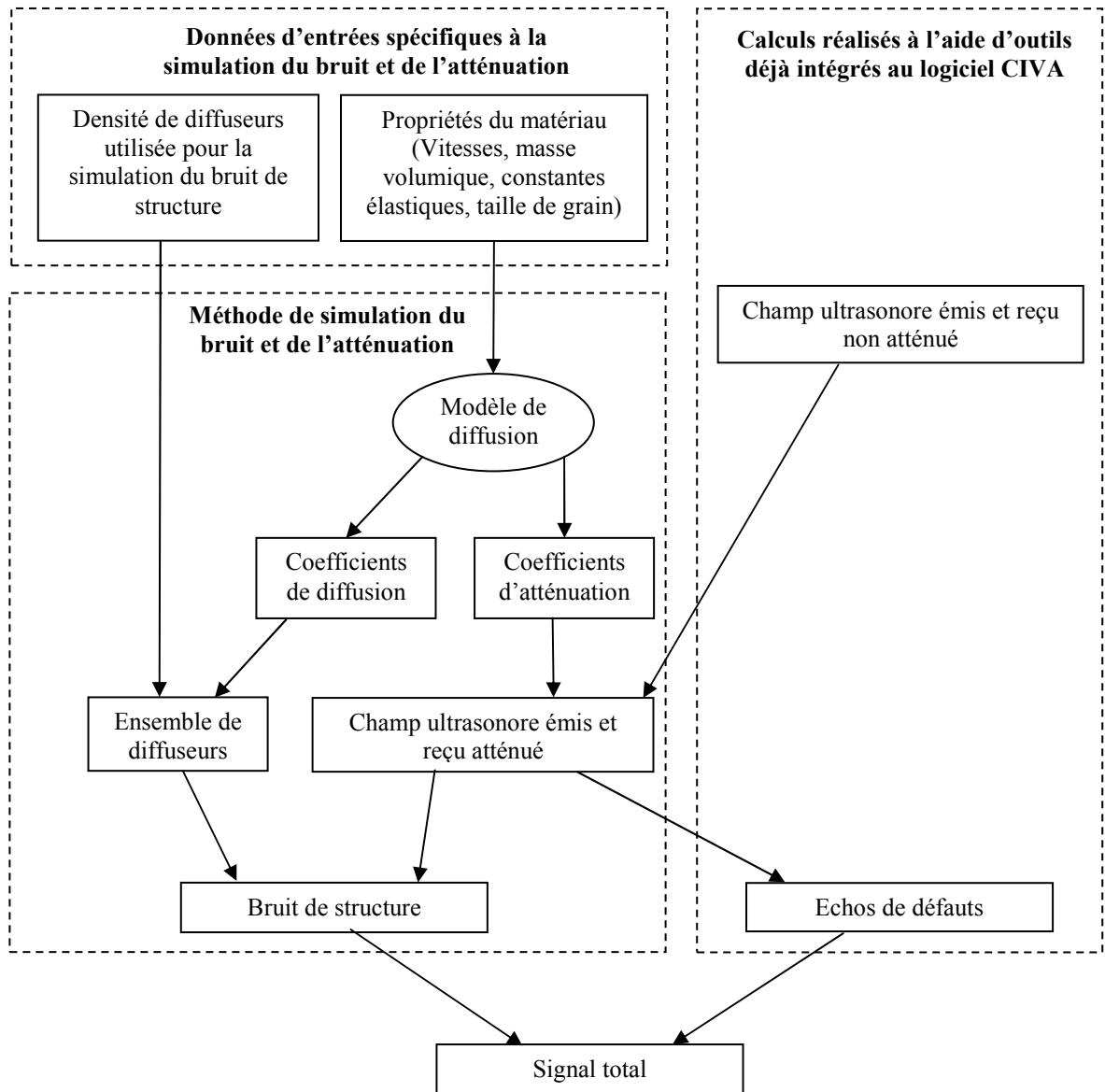
#### **2.2.1.3 Approximation de Born**

Les coefficients de diffusion volumiques moyens de la structure sont calculés à l'aide de l'approximation de Born, décrite dans le paragraphe REF PARAGRAPHE. Cette approximation n'est valable que si le champ est faiblement perturbé par les grains, et n'est donc pas appropriée aux cas de grains très anisotropes ou très grands devant les longueurs d'onde. Dans le cas des grains, cette approximation implique l'approximation de diffuseurs indépendants [Rose 1992].



Il est important de noter que cette approximation n'est utilisée ici que pour calculer la diffusion à l'échelle d'un grain. A une plus grande échelle, la perturbation du champ par la microstructure est prise en compte par les coefficients d'atténuation.

## 2.2.2 Intégration de la méthode au logiciel CIVA



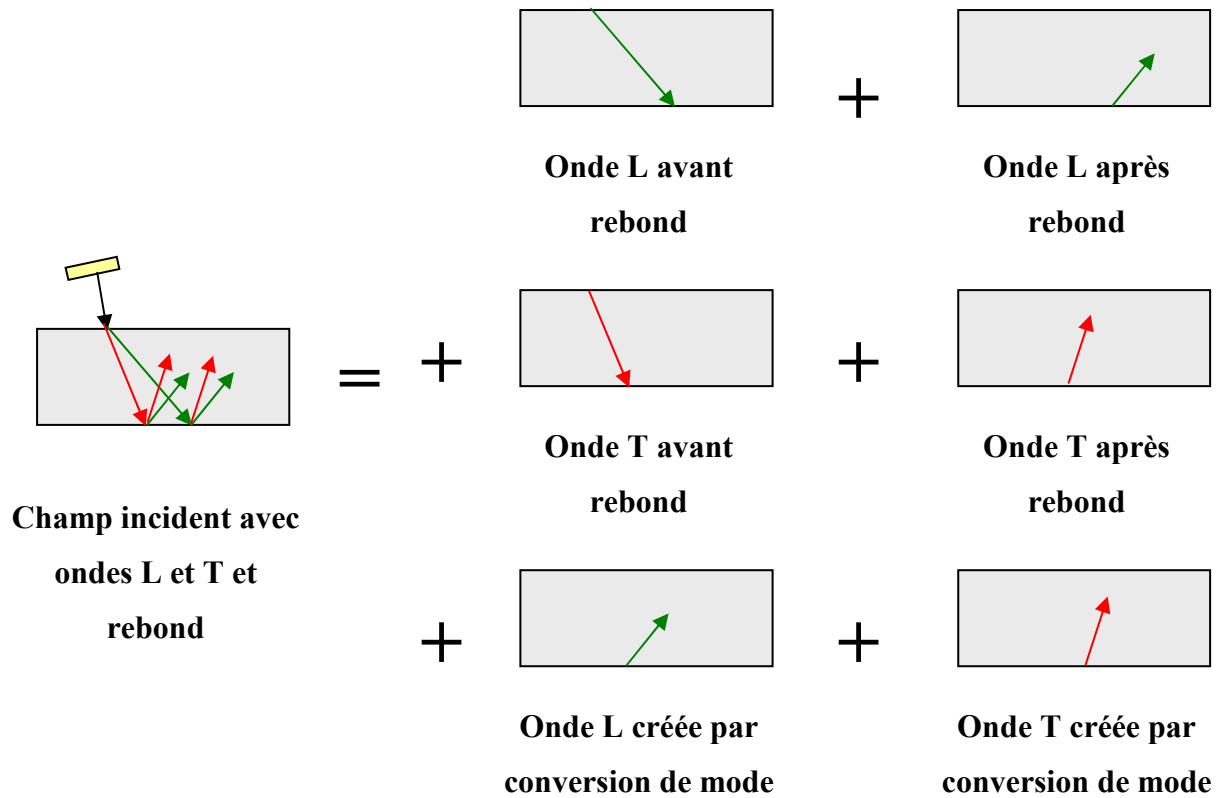
**Figure 16 : Représentation schématique de la simulation du contrôle d'un matériau diffusant par la méthode des diffuseurs équivalents**

La méthode développée a été implémentée dans le logiciel de simulation de contrôle non destructif CIVA. Elle s'appuie sur des outils déjà existants, notamment sur des calculs de champ par la méthode des pinceaux [Gengembre et Lhémy 2000]. L'architecture de l'implémentation réalisée est inspirée de celle d'une implémentation de la méthode de

Gustafsson et Stepinski [Chatillon *et al.* 2003]. L'algorithme implémenté est schématisé Figure 16.

Le champ émis et le champ reçu évoqués dans cette figure sont exploités par une méthode de calcul des échos qui s'appuie sur le théorème de réciprocité de Auld. Le « champ émis » en un point désigne le champ ultrasonore rayonné par l'émetteur en ce point, et le « champ reçu » en un point correspond à l'amplitude du signal enregistré au récepteur si une source élémentaire est située en ce point.

Dans les cas où plusieurs modes ou plusieurs trajets d'ondes doivent être calculés, les champs émis et reçu sont décomposés en une somme sur les différents trajets et modes. La Figure 17 représente schématiquement la façon dont un champ ultrasonore peut être décrit comme la somme de différents modes et trajets.



**Figure 17 : Décomposition d'un champ ultrasonore selon ses différents modes et trajets**

Un champ peut alors s'écrire comme une somme :

$$C(\vec{x}) = \sum_k C^{L,k}(\vec{x}) + \sum_l C^{T,l}(\vec{x}). \quad (61)$$

Cette décomposition facilite la prise en compte de l'atténuation et la détermination des temps de vols.

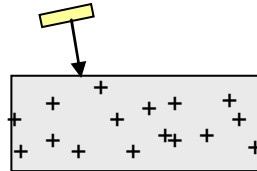
Le champ est calculé par la méthode des pinceaux sans prendre en compte l'atténuation. L'atténuation est appliquée a posteriori suivant la loi de Beer-Lambert, à l'aide de filtres d'atténuation dépendant des modes et des distances de propagation des ondes. Le lien entre le champ atténué et le champ non atténué s'exprime de la manière suivante :

$$C_{att}^M(\vec{x}) = C_{non\_att}^M(\vec{x}) \exp[-\alpha_M(\omega) d(\vec{x})]. \quad (62)$$

La notation  $C^M$  désigne la composante du champ de mode  $M$ .  $\alpha_M$  est le coefficient d'atténuation du mode  $M$ , et  $d$  est la distance parcourue par l'onde avant d'atteindre le point  $\mathbf{x}$ .

Dans l'implémentation réalisée dans le logiciel CIVA, les filtres d'atténuation sont approchés par des filtres en lois de puissance, afin d'accélérer les calculs. Ces lois de puissances sont obtenues par régression linéaire en échelles logarithmique, sur des fréquences voisines de la fréquence centrale du capteur. Elles sont une approximation des filtres d'atténuation donnés par le modèle de la section 2.1.3.

Le bruit de structure est généré à l'aide d'un ensemble de diffuseurs ponctuels positionnés aléatoirement tel que celui représenté Figure 18. Le bruit est obtenu par sommation des réponses de ces diffuseurs, qui sont traités comme des défauts.



**Figure 18 : Représentation schématisée d'un ensemble de diffuseurs ponctuels utilisés pour générer le bruit de structure**

Dans la simulation, l'écho renvoyé par un défaut lors d'un contrôle s'obtient par multiplication des champs émis et reçu à l'emplacement du défaut et d'un coefficient caractérisant le caractère échogène du défaut. Les échos des points à l'origine du bruit de structure synthétique sont calculés de la même manière. Dans le domaine fréquentiel, le signal représentant le bruit de structure peut donc s'écrire :

$$S(\omega) = H(\omega) \sum_k C_{em}(\omega, \vec{x}_k) C_{re}(\omega, \vec{x}_k) D_k(\omega) \exp(-i\omega\tau_k). \quad (63)$$

$H$  désigne le signal émis,  $C_{em}$  et  $C_{re}$  l'amplitude des champs émis et reçus tenant compte de l'atténuation.  $D_k$  est le coefficient de diffusion en amplitude du  $k^{ième}$  diffuseur,  $\mathbf{x}_k$  sa position, et  $\tau_k$  le temps de vol aller-retour qui lui est associé. Le temps de vol aller-retour  $\tau_k$  est défini comme le temps que met l'onde à aller de l'émetteur au diffuseur puis du diffuseur au récepteur.

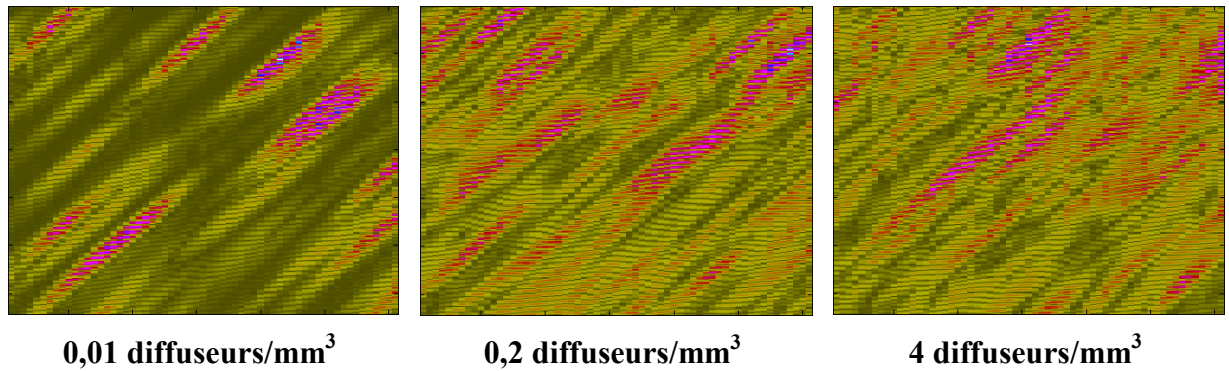
Si le champ est composé de plusieurs modes ou trajets, l'équation (63) est appliquée aux différentes composantes du champ de l'équation (61), et le signal total est exprimé comme une somme :

$$S(\omega) = H(\omega) \sum_{M \in \text{Trajets\_émis}} \sum_{N \in \text{Trajets\_reçus}} \sum_k C_{em}^M(\omega, \vec{x}_k) C_{re}^N(\omega, \vec{x}_k) D_k^{MN}(\omega) \exp(-i\omega\tau_k^{MN}). \quad (64)$$

Les coefficients de diffusion en amplitude  $D_k$  sont tirés aléatoirement pour chaque diffuseur, en suivant une distribution qui assure que le coefficient de diffusion volumique en intensité  $\eta$  de cet ensemble de diffuseurs soit celui donné par le modèle de diffusion pour le métal.

### 2.2.3 Notion de densité de diffuseurs suffisante

La densité de diffuseurs à générer pour imiter le bruit de structure est considérée comme une donnée d'entrée de la simulation. Dès lors que cette densité est suffisante, le bruit est un speckle pleinement développé. Tous les speckles pleinement développés ont des propriétés statistiques similaires. Il en résulte que deux B-scans obtenus avec des densités de diffuseurs différentes mais assez élevées auront le même aspect visuel, différent de celui correspondant à une densité de diffuseurs faibles. La Figure 19 illustre cette propriété.



**Figure 19 : B-scans simulés obtenus pour différentes densités de diffuseurs  
(configuration T45 à 2,25 MHz)**

Dans l'exemple de la Figure 19, les densités de 0,2 et 4 diffuseurs/mm<sup>3</sup> donnent des B-scans de textures similaires, différentes de celle du B-scan obtenus pour 0,01 diffuseurs/mm<sup>3</sup>. La densité de diffuseur suffisante pour obtenir un speckle pleinement développé dans cette configuration semble donc être comprise entre 0,01 et 0,2 diffuseurs/mm<sup>3</sup>. Or, un métal diffusant peut contenir plusieurs milliers de grains par millimètres cubes. Cet exemple montre donc qu'il est possible de générer un bruit de structure réaliste en utilisant un nombre de diffuseurs plusieurs milliers de fois inférieur au nombre de diffuseurs présents dans le métal. Cela peut permettre de raccourcir considérablement les temps de calcul.

Pour réaliser une simulation réaliste en un temps de calcul minimum, il est nécessaire de déterminer cette densité suffisante. Elle est dépendante de plusieurs caractéristiques de la configuration étudiée, notamment de la fréquence, des modes présents, et de la focalisation du capteur. Elle dépend aussi du niveau de réalisme recherché : si des propriétés statistiques très réalistes ne sont pas nécessaires, la densité de diffuseurs peut être abaissée afin de réduire le temps de calcul.

#### 2.2.4 Détermination de la densité de diffuseurs suffisante à l'aide de distributions de Nakagami

Dans l'exemple de la Figure 19, le caractère plus ou moins développé du speckle est évalué de manière visuelle. Mais il existe aussi des indicateurs permettant de le faire de manière précise et objective. Une de ces méthodes consiste à comparer les distributions d'amplitude des enveloppes des signaux à des distributions de Nakagami.

Les distributions de Nakagami permettent de décrire les distributions d'enveloppe d'un bruit de structure quelle que soit la densité de diffuseurs [Shankar 2000]. La densité de probabilité correspondant à une telle distribution s'écrit :

$$f(r) = \frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{m}{\Omega}r^2\right) U(r). \quad (65)$$

$\Gamma$  étant la fonction Gamma classique et  $U$  la fonction de Heaviside.  $\Omega$  et  $m$  sont des paramètres ajustables qui varient selon les cas.  $\Omega$  est un paramètre d'échelle, caractéristique de l'intensité du bruit mesuré.  $m$  est appelé paramètre de Nakagami, et est lié à la densité de diffuseurs à l'origine du bruit.  $m$  est un nombre réel compris entre 0 et 1 dans le cas du bruit de structure. Shankar montre que, dans le cas de diffuseurs non alignés, plus  $m$  est proche de 1, plus la densité de diffuseurs est élevée.  $m=1$  est un cas limite correspondant à une densité

infinie, et pour lequel la distribution de Nakagami est égale à une distribution de Rayleigh. Cette limite correspond au speckle pleinement développé.

Une densité de diffuseurs pouvant être considérée comme suffisante dans une configuration donnée peut être déterminée en calculant le paramètre de Nakagami de bruits simulés avec plusieurs densités de diffuseurs. Une manière d'obtenir le paramètre de Nakagami d'un bruit et des exemples de résultats sont présentés dans l'annexe B.

## 2.2.5 Tirage aléatoire des propriétés d'un diffuseur

### 2.2.5.1 Position des diffuseurs

Les positions des diffuseurs sont issues d'une distribution uniforme sur le volume inspecté. Le nombre de diffuseur généré est égal au produit de ce volume par la densité de diffuseurs.

### 2.2.5.2 Coefficients de diffusion

La distribution des coefficients de diffusion dépend de la densité de diffuseurs choisie, des propriétés du métal et des caractéristiques de l'onde ultrasonore.

L'amplitude du signal à un temps donné suit une distribution gaussienne centrée en zéro [Goodman 1975]. Les propriétés au premier ordre d'un speckle sont donc entièrement déterminées par son écart type.

Cet écart type est lié à l'intensité du bruit. Notre méthode consiste donc à ajuster l'intensité du champ diffusé afin d'obtenir le speckle souhaité. Si  $n$  est la densité volumique de diffuseurs, le coefficient de diffusion volumique en intensité  $\eta$  s'exprime [Margetan *et al.* 2005] par :

$$\eta = n \overline{(D_k^2)} \frac{v_{dif}}{v_{inc}}. \quad (66)$$

D'après l'équation (66), l'intensité diffusée en moyenne par un ensemble de diffuseurs est déterminée par la moyenne du carré de leurs coefficients de diffusion. Il est donc possible de choisir la distribution des coefficients de diffusion de manière à ce qu'un ensemble de diffuseurs générés aléatoirement diffuse avec la même intensité qu'un milieu polycristallin. Il suffit pour cela que la moyenne du carré des coefficients issus de cette distribution vérifie l'équation (66).

Pour imiter le speckle pleinement développé, le signal obtenu par sommation des contributions des diffuseurs doit suivre une distribution de probabilité gaussienne. Or ce

signal peut être vu comme la somme des coefficients des diffuseurs pondérés par les valeurs du champ. Choisir une distribution gaussienne pour ces coefficients permet d'assurer que cette somme suit aussi une distribution gaussienne. D'après le théorème de la limite centrale, cette propriété serait vérifiée quelle que soit la distribution des coefficients si les diffuseurs sont assez nombreux. Mais choisir une distribution gaussienne pour les coefficients permet d'assurer que le signal en suive aussi une quel que soit le nombre de diffuseurs.

La méthode de Box-Mueller est utilisée pour réaliser des tirages de coefficients suivant une distribution gaussienne. Elle repose sur les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} Z_1 &= \sqrt{-2 \ln(U_1)} \cos(2\pi U_2) \\ Z_2 &= \sqrt{-2 \ln(U_1)} \sin(2\pi U_2) \end{aligned} \quad (67)$$

Si  $U_1$  et  $U_2$  sont des variables aléatoires indépendantes issues d'une distribution uniforme sur l'intervalle  $[0,1]$ ,  $Z_1$  et  $Z_2$  sont des variables aléatoires indépendantes issues d'une distribution gaussienne de moyenne nulle et de variance 1. Ainsi, il est possible d'obtenir des coefficients de diffusion dont la moyenne du carré vérifie l'équation (66) à l'aide de la formule suivante :

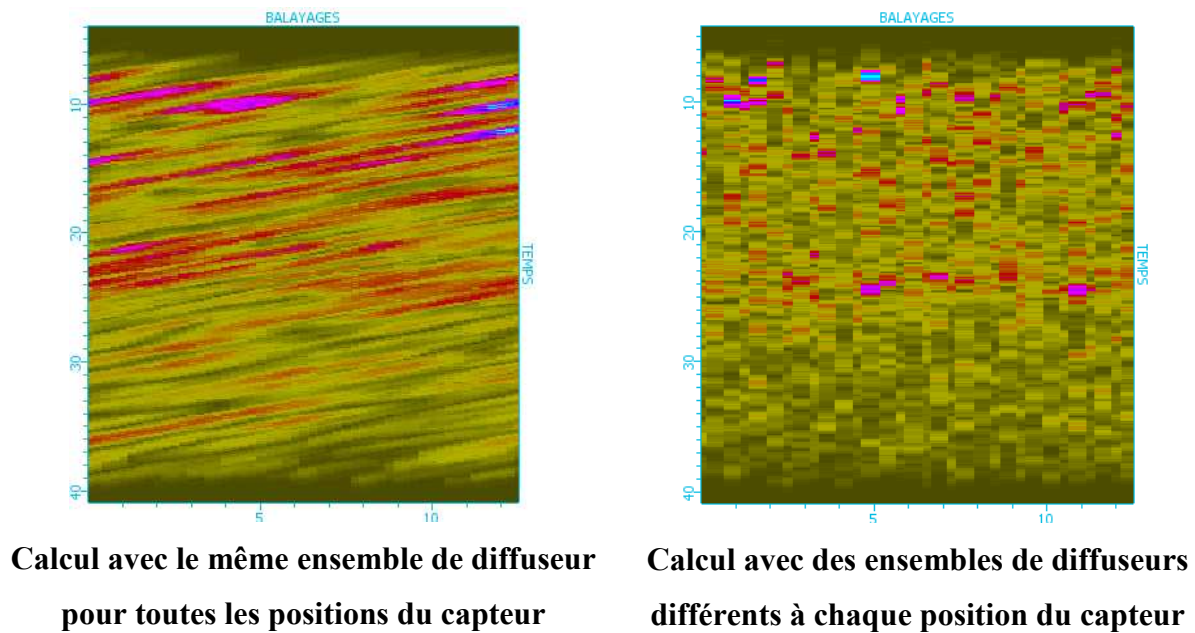
$$D_{Minc \rightarrow Mdif}(\omega, \theta)_k = Z_k \sqrt{\eta_{Minc \rightarrow Mdif}(\omega, \theta) \frac{v_{inc}}{v_{dif}}} . \quad (68)$$

$Z_k$  étant une variable aléatoire de distribution gaussienne de variance 1 tirée à l'aide de la méthode de Box-Mueller. Les coefficients  $\eta$  et  $D_k$  dépendent des modes incident et diffusé, de l'angle de diffusion, et de la fréquence. Le coefficient  $\eta$  reflète la manière dont le métal diffuse en moyenne et est le même pour tous les diffuseurs. Les coefficients  $Z_k$  aléatoires servent à répartir la diffusion de l'énergie sur les différents diffuseurs. Un diffuseur avec un coefficient  $Z_k$  élevé imite un ensemble de grains fortement diffusant du métal.

Comme les coefficients  $\eta$  sont communs à tous les diffuseurs, ils sont calculés au début de l'algorithme pour un ensemble de fréquences, de modes, et d'angles de diffusion. Lors du calcul du bruit pour des modes incident et diffusé donnés, les angles de diffusion  $\theta$  sont d'abord calculés. Les filtre fréquentiels constituant la réponse du milieu pour ces modes et ces angles sont déterminés à l'aide des coefficients  $\eta$  calculés préalablement. La réponse d'un diffuseur est obtenue en pondérant cette réponse du milieu par le coefficient aléatoire  $Z_k$  du diffuseur.

### 2.2.6 Cohérence spatiale

Cette méthode permet d'assurer que le bruit généré à une position du capteur donnée ait les propriétés statistiques souhaitées. Le fait d'utiliser les mêmes diffuseurs pour différentes positions du capteur permet en plus d'assurer que le bruit généré ait des propriétés de cohérence spatiale réalistes. Des B-scans calculés en utilisant le même ensemble de point à chaque position du capteur ou non sont représentés Figure 20.



**Figure 20 : Comparaison des B-scans calculés en utilisant le même ensemble de points à chaque position du capteur ou non (configuration T45)**

Cette figure illustre le fait qu'utiliser le même ensemble de diffuseurs pour toutes les positions du capteur permet de reproduire la texture cohérente caractéristique du bruit de structure. Si un ensemble de diffuseurs différent est utilisé pour des positions différentes, la cohérence disparaît. La cohérence obtenue dans la simulation est liée au fait que les diffuseurs forts sont vus de plusieurs positions du capteur, ce qui est à l'origine d'échos étalés. Cela imite le fait que dans le cas de mesures expérimentales les zones fortement diffusives soient vues de plusieurs positions du capteur.

### 2.2.7 Comparaisons de résultats obtenus par les deux méthodes de simulation

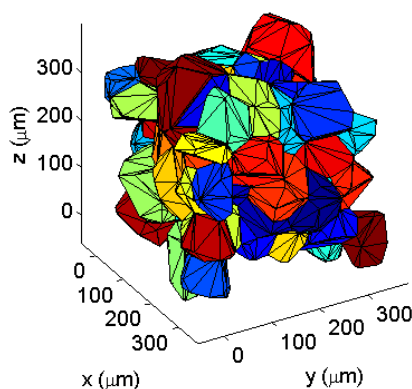
Le principe de la méthode des diffuseurs équivalents a été validé en comparant ses résultats à ceux d'une autre méthode. Cette méthode de référence, présentée dans l'annexe C, est similaire à celle développée par Yalda *et al.* [Yalda *et al.* 1996] dans laquelle la microstructure est modélisée de manière très précise, grain par grain. Yalda *et al.* font



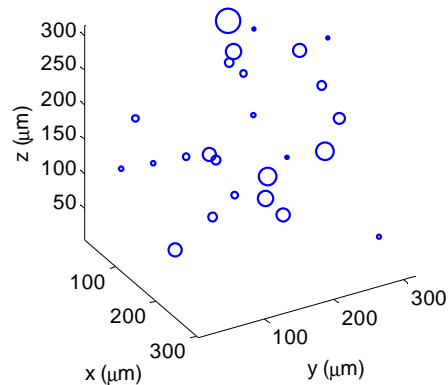
néanmoins l'approximation que chaque grain est sphérique lors du calcul des ondes diffusées, alors que dans nos calculs les grains sont supposés être de forme polyédrique. Ces polyèdres correspondent aux cellules d'un diagramme de Voronoï supposé être représentatif d'une microstructure polycristalline.

Des simulations de bruit de structure ont été réalisées avec ces deux méthodes pour un même matériau. Les quantités d'énergie diffusées en moyenne ont été comparées. Il est nécessaire de modifier légèrement une des méthodes pour pouvoir faire cette comparaison car les microstructures qu'elles décrivent sont différentes : la méthode des diffuseurs équivalents représente les microstructures par des fonctions de corrélation exponentielles, alors que la méthode de référence les représente par des diagrammes de Voronoï. Or, ces deux représentations décrivent des propriétés géométriques différentes. Afin d'accorder les deux méthodes pour permettre une comparaison, l'expression des coefficients de diffusion des diffuseurs équivalents a été modifiée : la fonction de corrélation exponentielle a été remplacée par la fonction de corrélation correspondant à un diagramme de Voronoï. L'expression de cette fonction est donnée dans le chapitre 4.

Des simulations ont donc été réalisées avec les mêmes paramètres d'entrées en utilisant la méthode de référence d'une part, et la méthode des diffuseurs équivalents d'autre part. La diffusion a été calculée pour un volume d'acier de  $175000 \mu\text{m}^3$  contenant 100 grains, ce qui correspond à un diamètre de grain caractéristique d'environ  $50 \mu\text{m}$ . Cette structure a été représentée par 25 diffuseurs par la méthode des diffuseurs équivalents. La Figure 21 est un exemple des structures obtenues.



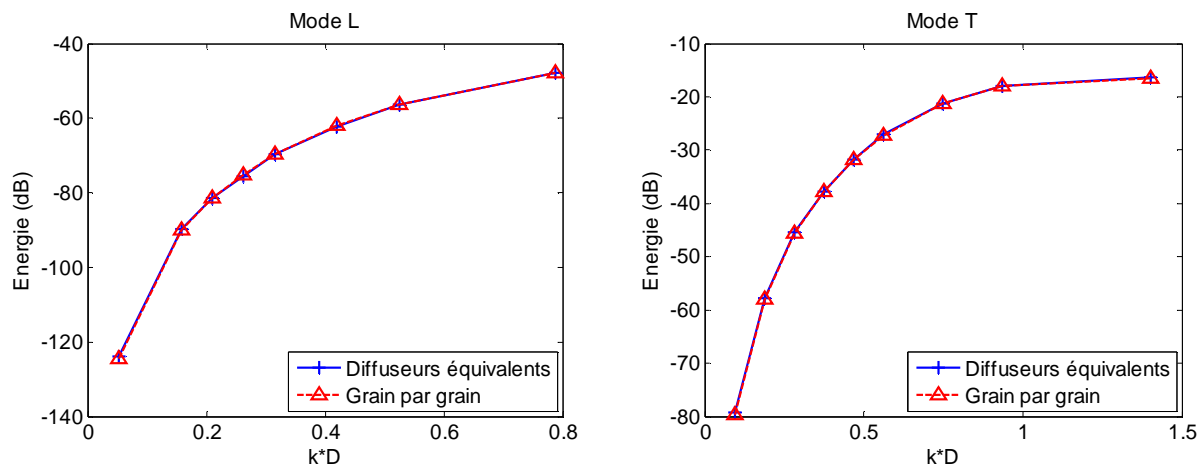
**Microstructure générée par la méthode de référence**



**Ensemble de diffuseurs généré par la méthode des diffuseurs équivalents**

**Figure 21 : Exemples de structures générées par les méthodes de simulation développées**

Plusieurs milliers de ces structures ont été générées, et l'énergie diffusée par chacune d'entre elles pour différentes impulsion ultrasonores incidentes a été calculée. Cette énergie a été moyennée sur l'ensemble des microstructures. Si le principe de la méthode des diffuseurs équivalents est correct, l'énergie diffusée en moyenne par le volume doit être la même selon les deux méthodes. Les résultats obtenus pour des configurations de contrôle en onde L et en mode T sont tracés Figure 22.



**Figure 22 : Energie diffusée par la microstructure d'après les deux méthodes de simulations, en fonction du produit du nombre d'onde central de l'onde incidente et d'un diamètre de grain caractéristique**

Les énergies diffusées en moyenne selon les deux méthodes coïncident pour tous les cas testés.

Par contre, ce résultat ne permet aucune conclusion sur la validité des modèles de diffusion car les deux méthodes de simulation sont basées sur des modèles similaires. Dans les deux cas, la diffusion est supposée être due à l'anisotropie des constantes élastiques des grains, et les coefficients de diffusion sont calculés à l'aide de l'approximation de Born.

### 2.2.8 Conclusion

La méthode des diffuseurs équivalents combine les avantages de plusieurs méthodes existantes : elle est reliée aux caractéristiques de la microstructure par un modèle de diffusion et elle permet de simuler le bruit de structure en un temps raisonnable. Elle exploite le fait qu'un bruit généré par un grand nombre de diffuseurs non résolus peut être obtenu avec des diffuseurs moins nombreux et plus forts. Ce principe permet de reproduire le bruit de structure observé en utilisant un nombre de diffuseurs plus de mille fois inférieur au nombre de grains présents dans le métal.

Cette méthode est basée sur les approximations de diffusion simple et de diffuseurs indépendants. Elle utilise un calcul de champ non atténué réalisé à l'aide de la méthode des pinceaux. L'atténuation est appliquée a posteriori au champ, selon la loi de Beer-Lambert et en utilisant les coefficients d'atténuation donnés par le modèle. Le bruit de structure généré par la microstructure exposée par ce champ est ensuite calculé par sommation des échos d'un ensemble de diffuseurs ponctuels générés aléatoirement.

La densité de diffuseurs la plus faible permettant d'obtenir un speckle pleinement développé dans une configuration donnée peut être déterminée par essais successifs. Il est possible de quantifier objectivement dans quelle mesure un bruit est proche ou non d'un speckle pleinement développé en comparant la distribution de son enveloppe à des distributions de Nakagami.

Le principe de cette méthode a été vérifié par comparaison avec une méthode de référence, basée sur l'imitation d'une microstructure à l'aide d'un diagramme de Voronoi et le calcul de la contribution de chaque grain.

## **Conclusion**

Un modèle proposé dans la littérature est utilisé pour calculer à la fois des coefficients de diffusion et des coefficients d'atténuation. Ce modèle est basé sur l'approximation de Born et sur l'hypothèse que la diffusion est due aux variations de constantes élastiques d'un grain à l'autre, liées à leurs différences d'orientation. Ces coefficients sont utilisés comme données d'entrée par la méthode des diffuseurs équivalents. Elle est basée sur l'approximation de la diffusion simple et permet d'imiter un bruit de structure en utilisant un nombre de diffuseurs plus faible que le nombre de grains.

Le principe de la méthode des diffuseurs équivalents est indépendant du modèle utilisé pour obtenir les coefficients. Elle a été implémentée en utilisant le modèle présenté dans la première section de ce chapitre, mais elle pourrait être associée à n'importe quel autre modèle de diffusion.

Des mesures expérimentales, présentées dans le chapitre 3, ont été réalisées dans le but de valider à la fois la méthode de simulation et le modèle de diffusion utilisé.

# CHAPITRE 3

## Validations expérimentales

### Introduction

Une série de mesures a été réalisée sur des échantillons d'acier diffusant dans le but de valider à la fois le modèle de diffusion présenté dans la section 2.1 et l'algorithme de simulation présenté dans la section 2.2.

Les aciers constituant ces échantillons sont similaires à des aciers utilisés dans l'industrie nucléaire. Leur contrôle par ultrasons pose problème en raison de phénomènes de diffusion. Ils ont été choisis pour cette étude car des modèles de diffusion similaires à celui utilisé ont été validés de manière approfondie dans le cas d'alliages de nickel ou de titane, mais pas dans le cas d'aciers. Des comparaisons entre les mesures et des résultats de simulation permettent de déterminer si le modèle prédit correctement les coefficients de diffusion et d'atténuation.

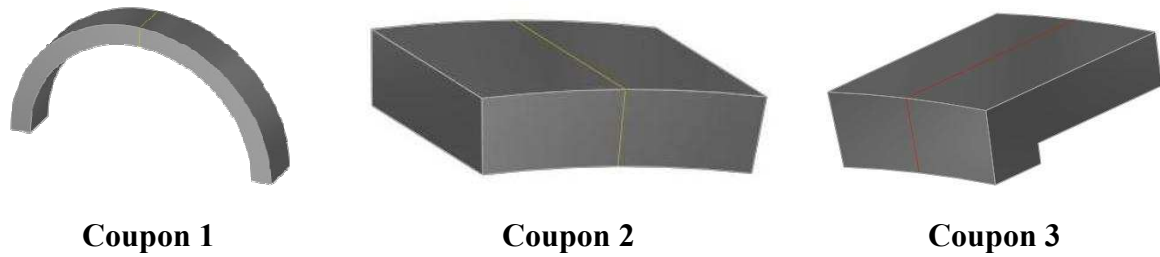
Ces comparaisons permettent également de vérifier la pertinence de l'algorithme de simulation. Des mesures ont notamment été réalisées dans des configurations où des conversions de modes sont attendues, afin de vérifier si ces phénomènes sont correctement reproduits par l'algorithme.

Dans ce chapitre, les échantillons d'acier étudiés sont décrits. Les mesures de bruit de structure sont présentées et comparées aux prédictions de la simulation. Les résultats de ces comparaisons sont commentés et interprétés.

### 3.1 Echantillons étudiés

Les mesures ont été effectuées sur des coupons forgés d'acier inoxydable austénitique, représentés Figure 23, et sur des plaques extraites de ces trois coupons. Les dimensions des

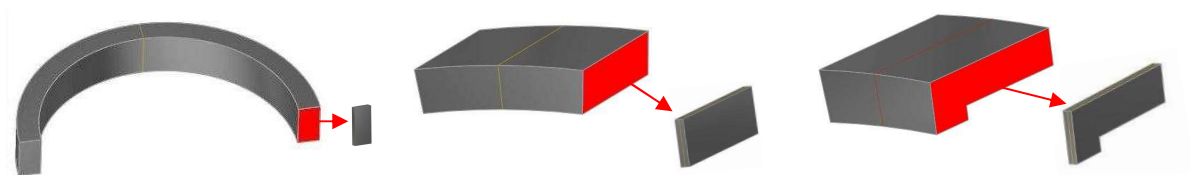
coupons sont récapitulées dans le Tableau 3. Les plaques, de 24 millimètres d'épaisseur, ont été découpées dans les trois coupons suivant les schémas de la Figure 24.



**Figure 23 : Coupons d'acier austénitique utilisés lors des mesures de validation**

	Coupon 1	Coupon 2	Coupon 3
Epaisseur (mm)	100	140	94/130
Extension (mm)	200	500	500
Rayon de courbure (mm)	590	2380	1500
Secteur angulaire (°)	180	12.5	7

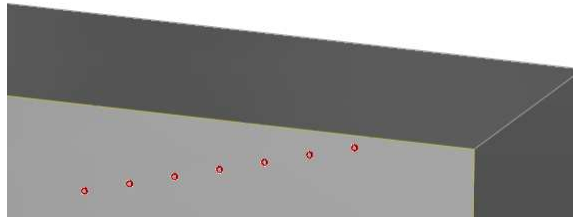
**Tableau 3 : Dimensions des coupons utilisés pour les validations expérimentales**



**Figure 24 : Découpe des plaques dans les coupons**

Ces trois coupons ont la même composition chimique mais ont subi des procédés thermiques différents lors de leur fabrication. Leurs microstructures sont donc susceptibles d'être différentes. Des clichés micrographiques ont été réalisés sur des échantillons extraits des trois coupons afin d'évaluer leurs tailles de grain.

Un bloc d'étalonnage a été utilisé dans cette étude en plus des trois coupons. Il s'agit d'un bloc d'acier ferritique dans lequel des trous de section circulaire de 2 millimètres de diamètre ont été percés tous les 4 millimètres à partir de la surface, selon le schéma de la Figure 25.



**Figure 25 : Bloc d'étalonnage (détail)**

Les échos de ces trous, pour une onde ultrasonore incidente selon une direction normale à leur axe, sont destinés à servir de référence en amplitude. Ce type de défaut de référence est appelé trou génératrice.

Dans cette étude, les amplitudes de bruit obtenues par mesures et par simulation sont exprimées relativement à celles de trous génératrice.

### **3.1.1 Composition et mise en forme des coupons**

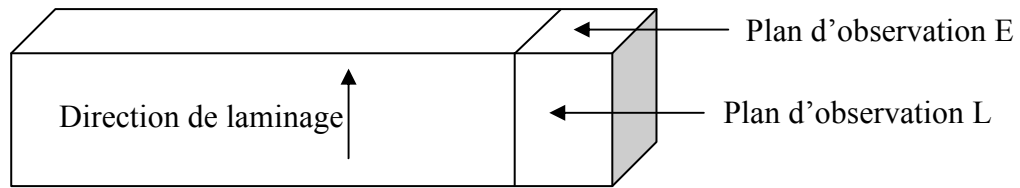
Les coupons d'acier de la Figure 23 sont constitués d'un acier inoxydable austénitique. Ils sont issus d'éléments de tuyauterie ou de cuve.

Les processus de fabrication des trois coupons comportent des étapes de forgeage et des étapes appelées chauffés pendant lesquelles la pièce est portée à une haute température. La durée et le nombre des étapes de chauffe sont différents pour chacun des trois coupons. Du fait des différences de traitement thermique, leurs grains sont susceptibles d'avoir des tailles différentes.

Les pièces ont subi un laminage lors de leur mise en forme. Il est possible que leurs microstructures aient été déformées lors de cette étape et ne soient pas équiaxes.

### **3.1.2 Etude micrographique**

Les tailles de grain de chacun des échantillons ont été évaluées lors d'une étude micrographique. Pour réaliser cette étude, des barres ont été découpées dans les plaques issues des trois coupons, puis des échantillons plans d'environ un centimètre de côté ont été extraits de ces barres. Ces échantillons ont été extraits de deux plans : un plan qui inclut la direction de laminage et le plan qui lui est orthogonal, comme représenté Figure 26. Examiner la microstructure dans ces deux plans permet de déterminer si le laminage a fait perdre à la structure son caractère équiaxe.



**Figure 26 : Définition des plans d'observation**

### **3.1.2.1 Préparation des échantillons**

La surface de chacun des échantillons plans a été polie, au papier de verre puis au diamant. La rugosité des échantillons après polissage est d'environ 3 microns.

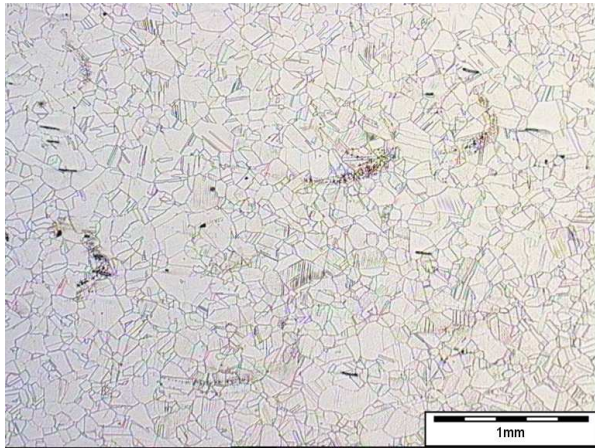
Ces échantillons polis ont ensuite subi une attaque à l'acide oxalique 10% sous une tension de 1200mV, de manière à en révéler la microstructure. Ils ont été finalement enduits d'une résine protectrice. Les échantillons ainsi obtenus peuvent être analysés au microscope optique.

### **3.1.2.2 Images obtenues**

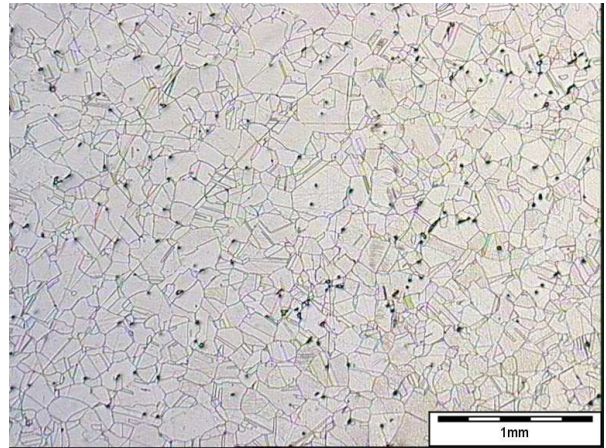
Des exemples d'images obtenues sur chacun des 6 échantillons sont donnés Figure 27. Dans ces exemples, les grains semblent être légèrement plus grands dans le coupon 2 que dans le coupon 1, et nettement plus grands dans le coupon 3 que dans les deux autres. Les grains ne semblent pas allongés : à première vue, le procédé de laminage n'empêche donc pas la structure d'être équiaxe. Il est néanmoins difficile de caractériser précisément les tailles de grains directement à partir de l'observation des micrographies, et une analyse plus poussée est nécessaire. Deux méthodes sont présentées dans la suite.

Ces micrographies mettent en évidence, en plus des tailles de grains, la présence d'inhomogénéités visibles sous la forme de taches noires. Elles ont été analysées à l'aide d'un microscope électronique à balayage : la différence de composition entre ces taches et le reste du matériau indique qu'il s'agit de précipités de ferrite à l'intérieur de l'austénite. Un modèle, présenté dans le paragraphe 3.3.3, a été développé afin d'évaluer l'impact de ces précipités sur la diffusion.

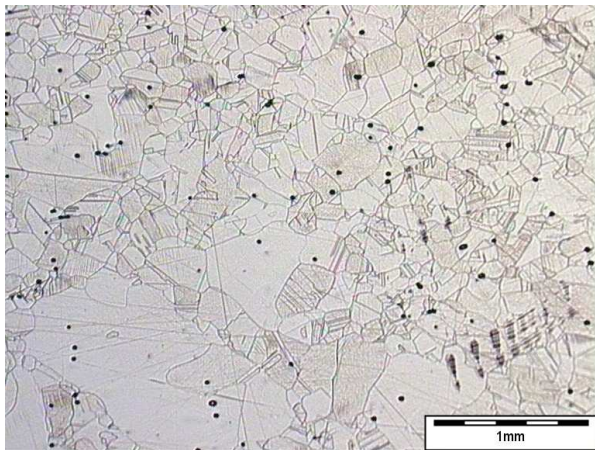




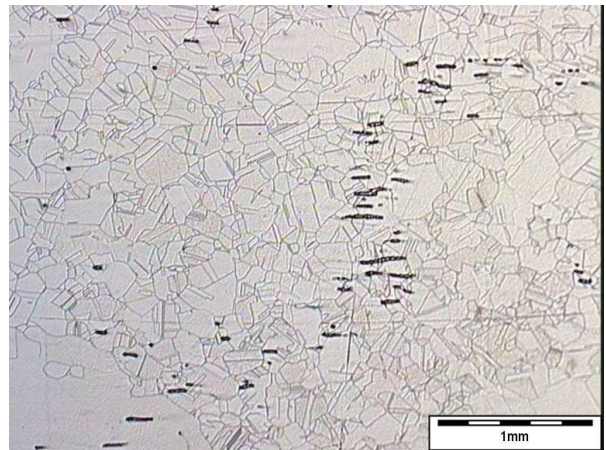
**Coupon 1, plan L**



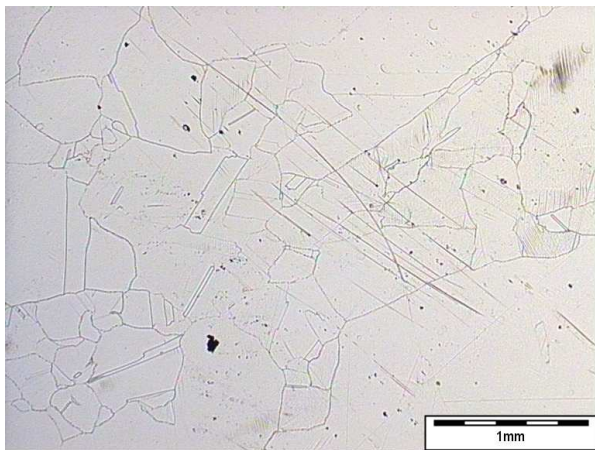
**Coupon 1, plan E**



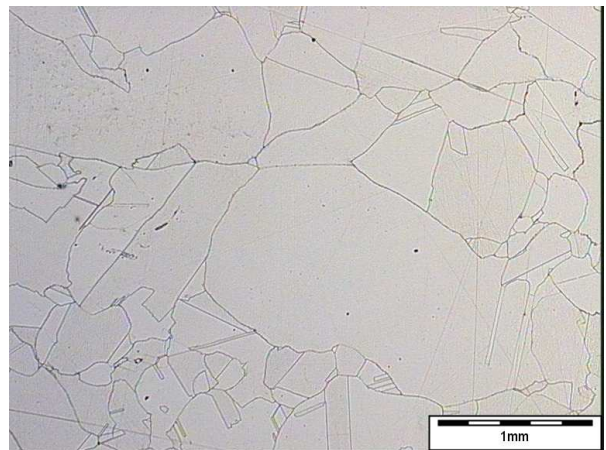
**Coupon 2, plan L**



**Coupon 2, plan E**



**Coupon 3, plan L**

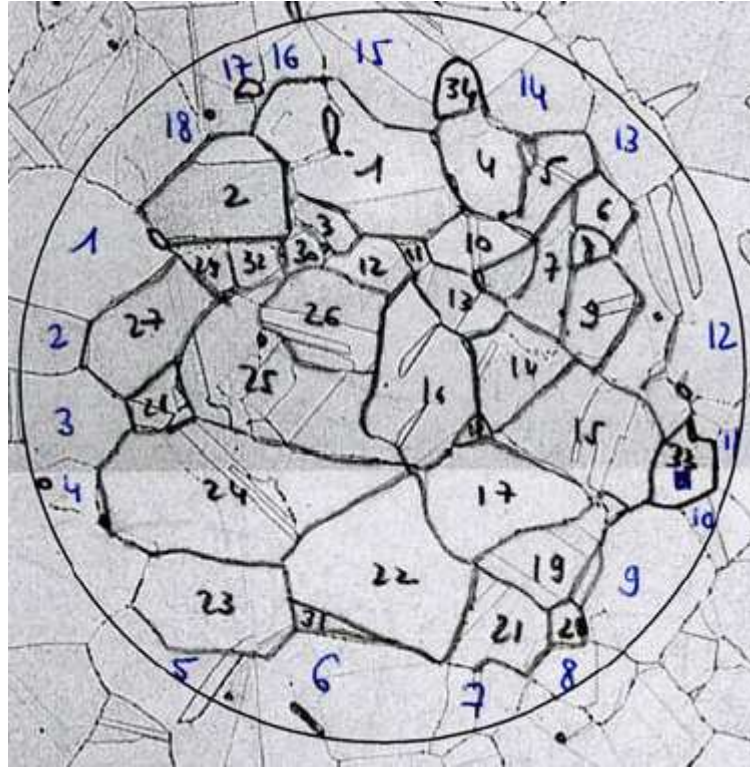


**Coupon 3, plan E**

**Figure 27 : Exemples de micrographies obtenues pour les 3 pièces dans les 2 plans**



### 3.1.3 Détermination des tailles de grain par comptage



**Figure 28 : Exemple de comptage de grains selon la méthode planimétrique de la norme NF EN ISO 643**

Les grains d'un matériau sont de tailles variables, et il n'est pas possible de caractériser un matériau par une taille de grain unique. Il est néanmoins possible de définir des tailles de grains caractéristiques.

La norme européenne NF EN ISO 643 spécifie une méthode de détermination de la taille de grain de différents aciers. La méthode planimétrique suppose de tracer sur une photographie dont le grossissement peut être quelconque un cercle de diamètre 79,8 mm. Les grains strictement inclus dans le cercle et ceux traversés par le cercle sont ensuite comptés. La Figure 28 est un exemple de comptage réalisé sur un des échantillons étudiés.

Des macles, c'est-à-dire des groupes de cristaux liés par des relations d'orientations et semblant former un seul grain, sont visibles dans l'exemple de la Figure 28. Chaque groupe de macles a été considéré comme un seul grain. La méthode d'analyse présentée dans le paragraphe 3.1.4 considère au contraire les macles comme des grains différents.

$n_1$  désigne le nombre de grains strictement inclus dans le cercle et  $n_2$  le nombre de grains traversés par le cercle. A partir de ce décompte, un nombre total de grains équivalents est défini :

$$n_g = n_1 + \frac{n_2}{2} . \quad (69)$$

Ce nombre est lié au grossissement de l'image, noté par l'indice  $g$ . Le nombre de grains par millimètre carré, noté  $m$ , dépend du grossissement  $g$  et de  $n_g$  :

$$m = \frac{g^2}{5000} n_g . \quad (70)$$

L'aire moyenne du grain, exprimée en millimètres carrés, s'obtient alors directement :

$$\bar{a} = \frac{1}{\bar{m}} . \quad (71)$$

Cette aire moyenne est souvent utilisée pour déterminer une longueur appelée abusivement diamètre moyen, notée ici  $d_m$  :

$$d_m = \sqrt{\bar{a}} . \quad (72)$$

Le terme « diamètre moyen » est abusif pour plusieurs raisons : un diamètre ne pourrait être défini que pour des grains de formes circulaires, et même pour des grains circulaires l'équation (72) ne permet pas de relier le diamètre à l'aire. De plus, le terme de diamètre est ambigu : il peut faire référence aux diamètres des cercles correspondant aux coupes de grain observées dans un plan, ou aux diamètres des grains approchés par des sphères. Papadakis note que ces deux diamètres sont différents [Papadakis 1964]. La quantité  $d_m$  n'est donc pas rigoureusement un diamètre moyen. Elle est néanmoins utile en tant que longueur caractéristique de la structure polycristalline.

La norme définit également un indice  $G$ , appelé grosseur de grain. Il est associé au grossissement nécessaire pour observer un nombre de grains fixé dans une certaine surface : un indice  $G$  élevé indique donc que les grains sont petits. L'indice  $G=1$  correspond à 15,5 grains par millimètre carré. Il s'agit d'une échelle logarithmique, et  $G$  est lié à  $m$  par l'équation suivante :

$$G = -2.9542 + 3.3219 \log_{10}(m). \quad (73)$$

$G$  est souvent déterminé plus simplement, par comparaison entre les images obtenues pour le matériau et des images de référence données dans la norme.

	$d_m$ en $\mu\text{m}$ , par méthode de comptage	$G$ par méthode de comptage	$d_m$ en $\mu\text{m}$ , par comparaison image type	$G$ par comparaison image type
Coupon 1 plan E	141	2,7	125	3
	110	3,4	88	4
	141	2,7	125	3
Coupon 1 plan L	123	3,1	88	4
	110	3,4	88	4
	121	3,1	88	4
Coupon 2 plan E	114	3,3	88	4
	130	2,9	125	3
	118	3,2	88	4
Coupon 2 plan L	180	2,0	177	2
	140	2,7	125	3
	229	1,3	250	1

**Tableau 4 : Caractéristiques des échantillons extraits des coupons 1 et 2 obtenues à l'aide des méthodes de la norme NF EN ISO 643**

Le Tableau 4 récapitule les  $d_m$  et  $G$  obtenus par la méthode de comptage planimétrique, ainsi que par comparaison avec les images de référence. Des valeurs mesurées en trois endroits dans chacun des plans E et L des coupons 1 et 2 sont données. La méthode de comptage n'a pas été appliquée au coupon 3 car ses grains, dont les tailles vont de 200 microns à 2 millimètres, sont trop grands pour pouvoir être observés en nombre suffisant dans la même image.

La méthode par comparaison avec les images de référence est approximative, mais permet d'obtenir rapidement des résultats du même ordre de grandeur qu'avec la méthode de comptage.

Pour un même coupon et un même plan, les résultats varient légèrement dans les trois zones examinées. Ces variations ne sont pas liées à une variation des distributions des tailles

de grain au niveau macroscopique, car ces trois zones sont proches les unes des autres. Il s'agit d'erreurs statistiques liées au fait que les comptages sont réalisés sur un faible nombre de grains.

Ces résultats ne font pas apparaître de différences notables entre les tailles de grains dans les plans E et L, ce qui indique que la structure de ces pièces devrait pouvoir être considérée comme équiaxe malgré le procédé de laminage.

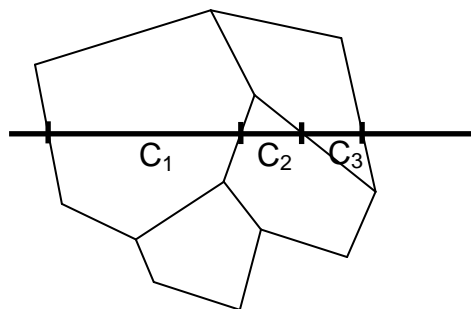
Les résultats issus de méthodes proposées dans la norme NF EN ISO 643 permettent de déterminer des grandeurs caractéristiques de la microstructure, mais ne peuvent pas être utilisés comme données d'entrée pour le modèle de diffusion utilisé.

### 3.1.4 Fonctions de corrélation spatiale

Le « diamètre moyen » obtenu par la méthode de comptage n'est pas utilisable directement par le modèle de diffusion sur lequel est basée la méthode de simulation développée lors de cette thèse. Ce modèle décrit la microstructure par une fonction de corrélation spatiale, définie comme la probabilité que deux points éloignés d'une distance donnée soient dans le même grain. Il est possible de déterminer cette fonction de corrélation directement à partir des micrographies.

#### 3.1.4.1 Extraction des fonctions de corrélation spatiale

Une fonction de corrélation spatiale peut être directement extraite des micrographies s'il est possible d'identifier les frontières entre les grains. Dès lors qu'il est possible de déterminer si deux points de l'image sont dans le même grain ou non, la fonction de corrélation peut être évaluée directement. Cette évaluation se fait en comptant, parmi toutes les paires de points possibles éloignés d'une distance donnée, combien sont ou non dans le même grain. Stanke [Stanke 1986] propose une méthode plus rapide pour obtenir la fonction de corrélation. Elle est basée sur la division de chaque ligne de la micrographie en un ensemble de cordes, les extrémités de ces cordes correspondant aux frontières des grains (Figure 29).



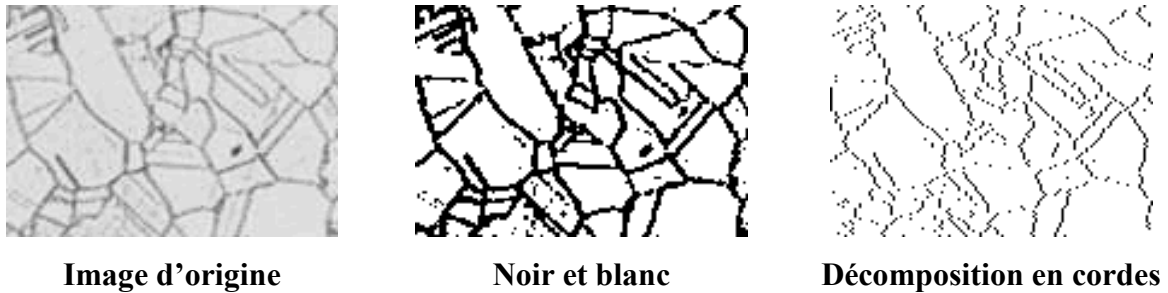
**Figure 29 : Définition des cordes utilisées dans la méthode de Stanke**

Stanke montre que, en supposant que chaque ligne est composée d'un grand nombre de cordes, il est possible de définir pour chaque ligne une fonction  $\varsigma_L(r)$  ( $r$  étant une distance), telle que la fonction de corrélation  $W(r)$  s'exprime comme une moyenne de  $\varsigma_L(r)$  sur l'ensemble des lignes  $L$  possibles:

$$W(r) = \langle \varsigma_L(r) \rangle_{L \in \text{Lignes}}, \quad \varsigma_L(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\sum_{n=-N}^N (c_n^L - r)}{\sum_{n=-N}^N c_n^L} \quad (74)$$

La notation utilisée ici est allégée par rapport à celle de Stanke. Ces équations correspondent aux équations (11) et (13) de son article.

Cette méthode a été implémentée lors de cette thèse afin de déterminer les fonctions de corrélations des échantillons à partir des clichés micrographiques. Elle nécessite d'identifier les cordes dans l'image. Pour cela l'image d'origine est d'abord convertie en une image noir et blanc binaire : selon son niveau de clarté chaque pixel de l'image est remplacé soit par un pixel noir soit par un pixel blanc. Cela permet de différencier les grains et les frontières entre grains. A ce stade du traitement, certaines frontières peuvent avoir une épaisseur de plusieurs pixels. L'image est ensuite traitée ligne par ligne, chaque succession de plusieurs pixels noirs étant remplacée par un pixel noir entouré de pixels blancs. Les cordes nécessaires au calcul sont ainsi obtenues pour chaque ligne, et délimitées par des pixels noirs uniques. La Figure 30 représente des exemples d'images obtenues à chacune des étapes du traitement.



**Figure 30 : Extraction des cordes à partir d'un cliché micrographique**

Chaque ligne de l'image décomposée en cordes contient un seul pixel noir par frontière (d'où l'aspect pointillé de certaines frontières). Une liste de longueur de corde peut être directement obtenue. La fonction de corrélation peut alors être calculée à l'aide de l'équation (74).

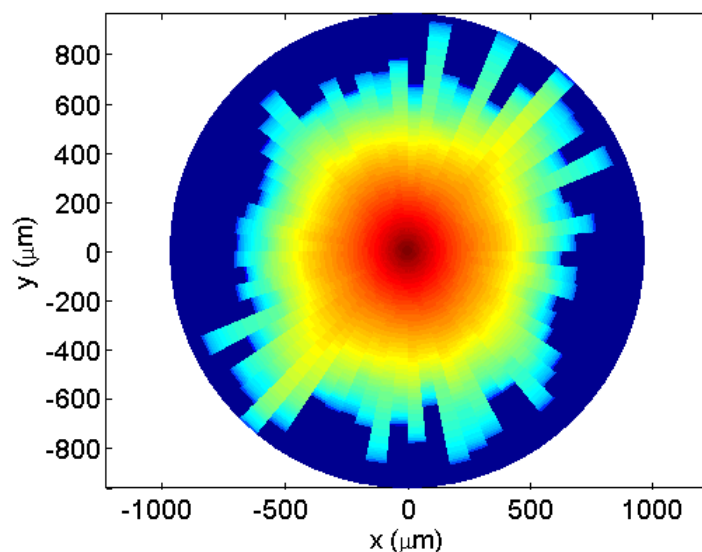
La fonction de corrélation ainsi obtenue est spécifique aux couples de points situés sur une même ligne de l'image. Il est possible, en appliquant une rotation à l'image avant ce

traitement, d'obtenir les fonctions de corrélation correspondant à différentes directions. En réalisant un calcul spécifique par direction, cette méthode permet de mettre en évidence le caractère isotrope ou non de la fonction de corrélation. Cela revient à déterminer si la microstructure est équiaxe ou non.

Des erreurs peuvent apparaître lors de l'étape consistant à convertir l'image en pixels noirs et blancs. Le seuil doit être fixé avec précision pour différencier correctement les frontières et les intérieurs de grain. Or, si l'échantillon n'est pas éclairé de manière homogène, ce seuil peut être différent pour les différentes zones de l'image. C'est le cas pour certaines des micrographies de la Figure 27. Lors du traitement de ces images, des frontières situées dans la zone claire de l'image sont effacées et des frontières artificielles apparaissent dans les zones sombres.

### 3.1.4.2 Vérification du caractère équiaxe de la microstructure

Les fonctions de corrélation correspondant à plusieurs directions ont été mesurées sur des micrographies réalisées sur chacun des échantillons. La Figure 31 représente un résultat obtenu sur un échantillon extrait du coupon 1, à titre d'exemple.



**Figure 31 : Fonctions de corrélation mesurées dans plusieurs directions dans le plan L d'un échantillon extrait du coupon 1**

L'exemple de la Figure 31 est caractéristique des résultats obtenus pour l'ensemble des échantillons. Les fonctions de corrélation semblent légèrement anisotropes, avec des distances de corrélation plus grandes dans la direction faisant un angle d'environ  $60^\circ$  avec l'horizontale. Cependant, la même anisotropie dans la même direction a été décelée après analyse d'un

cliché du même échantillon orienté dans une direction différente. Si cette anisotropie était une propriété intrinsèque de l'échantillon, elle aurait dû apparaître dans une direction différente lors de cette deuxième analyse. L'anisotropie détectée semble donc être un artefact lié à la méthode d'analyse et pas à l'échantillon. En conséquence, aucune anisotropie réelle n'est mesurable sur ces échantillons et l'hypothèse d'isotropie semble appropriée.

Des résultats similaires ont été obtenus pour les six échantillons. Dans tous les cas la seule anisotropie détectée semble être liée au système de mesure. Dans la suite, il est donc supposé que les microstructures sont équiaxes.

### 3.1.4.3 Approximation par des fonctions de corrélation exponentielles

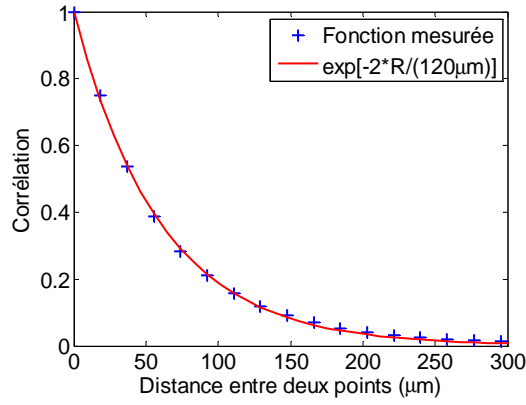
Des fonctions de corrélation ont été mesurées dans les deux plans de chacun des trois échantillons. Dans chaque plan, un ensemble de micrographies couvrant toute la surface observable a été réalisé. Une liste de cordes est extraite de chacune de ces micrographies dans plusieurs directions. Comme la microstructure est supposée équiaxe, les cordes correspondant aux différentes directions peuvent être combinées dans le même calcul. Combiner ainsi un grand nombre de données devrait permettre de réduire l'erreur liée à l'imprécision statistique de la méthode. Les cordes ainsi obtenues ont été utilisées pour évaluer les fonctions de corrélation à l'aide de l'équation (74).

Les fonctions de corrélation obtenues dans les six cas sont tracées Figure 32. Une approximation de chacune d'entre elles par une fonction de corrélation exponentielle est aussi tracée. Ces approximations ont été obtenues par la méthode des moindres carrés.

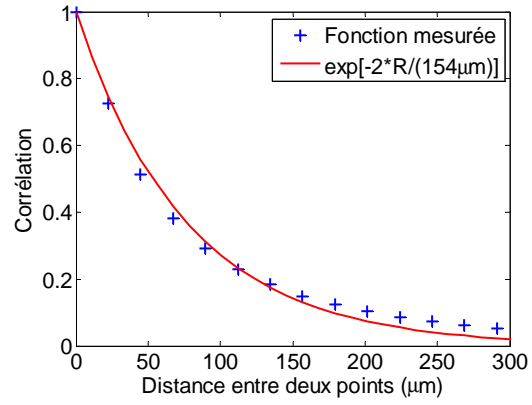
Les diamètres de grain effectif correspondant à la fonction exponentielle la plus proche dans chaque cas sont récapitulés dans le Tableau 5.

	$D_{exp}$ plan L ( $\mu\text{m}$ )	$D_{exp}$ plan E ( $\mu\text{m}$ )
Coupon 1	120	154
Coupon 2	148	116
Coupon 3	568	413

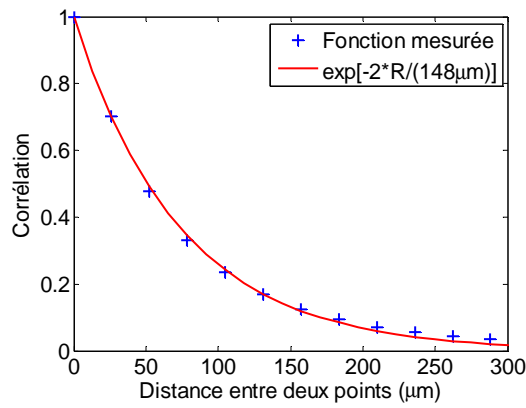
**Tableau 5 : Paramètres des fonctions de corrélation exponentielles mesurées**



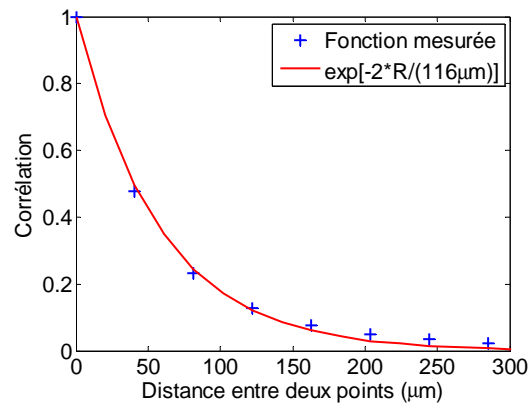
**Coupon 1 plan L**



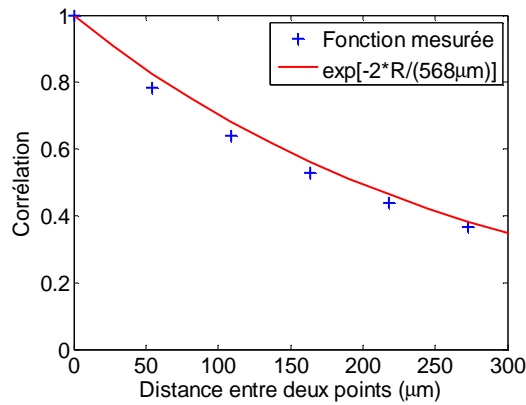
**Coupon 1 plan E**



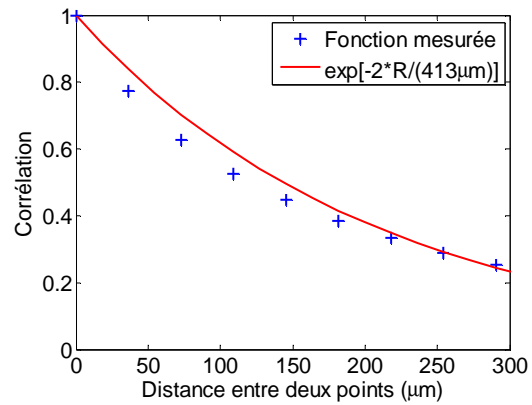
**Coupon 2 plan L**



**Coupon 2 plan E**



**Coupon 3 plan L**



**Coupon 3 plan E**

**Figure 32 : Fonctions de corrélation mesurées et approximations par des fonctions exponentielles**

Les résultats du Tableau 5 montrent que pour chaque échantillon des résultats différents ont été obtenus dans les deux plans. Ces différences pourraient indiquer que la microstructure n'est pas équiaxe, mais l'analyse des fonctions de corrélation dans plusieurs directions ne



semble pas confirmer cette possibilité. Les différences observées semblent plutôt être dues aux incertitudes de la méthode.

Malgré ces incertitudes, les diamètres de grains effectifs mesurés sont du même ordre de grandeur que les diamètres de grains moyens obtenus par la méthode de comptage, donnés dans le Tableau 4.

#### **3.1.4.4 Conclusion**

Les fonctions de corrélation spatiales peuvent être mesurées directement sur les micrographies, à condition que les frontières entre les grains soient correctement identifiables. Dans le cas présent, l'inhomogénéité de l'éclairage gêne l'identification des frontières, et introduit des erreurs dans les fonctions mesurées. Malgré ces erreurs, des diamètres de grains effectifs proches des diamètres de grains moyens obtenus par comptage sont obtenus.

Les résultats obtenus indiquent que les microstructures des trois coupons sont équiaxes, aux incertitudes de mesure près.

#### **3.1.5 Conclusion**

Les micrographies réalisées sur les coupons permettent de déterminer les dimensions caractéristiques de leurs microstructures. Les deux méthodes utilisées, le comptage et l'extraction de fonctions de corrélation, donnent des estimations similaires des tailles de grains caractéristiques. Il apparaît que les grains des coupons 1 et 2 sont de tailles comparables, et que ceux du coupon 3 sont significativement plus grands. Les résultats obtenus par extraction des fonctions de corrélation indiquent par ailleurs que les microstructures des trois coupons semblent équiaxes.

### **3.2 Mesures ultrasonores**

Des mesures ultrasonores réalisées au contact et en immersion sur les échantillons d'acier sont présentées dans cette section. Elles sont comparées à des résultats de simulation obtenus en utilisant comme données d'entrée les tailles de grains estimées par l'analyse des micrographies.

#### **3.2.1 Mesures au contact**

##### **3.2.1.1 Capteurs utilisés**

Ces mesures ont été réalisées à l'aide de traducteurs monoéléments à pastille piézoélectrique circulaire. Chacun des traducteurs utilisés a une bande passante centrée sur

une fréquence différente. Comme des traducteurs de même diamètre n'étaient pas disponibles à toutes les fréquences, deux catégories ont été utilisées. Leurs caractéristiques sont présentées dans le Tableau 6.

Fréquence centrale (MHz)	1	2,25	3,5	5	7,5
Diamètre (mm)	6,35	6,35	12,7	12,7	6,35

**Tableau 6 : Propriétés des capteurs utilisés pour les mesures au contact**

Ils ont été associés à des sabots en plexiglas permettant d'imposer un angle d'incidence à l'onde ultrasonore émise dans le métal, comme dans l'exemple de la Figure 33.



**Figure 33 : Traducteur fixé à un sabot pour une mesure au contact**

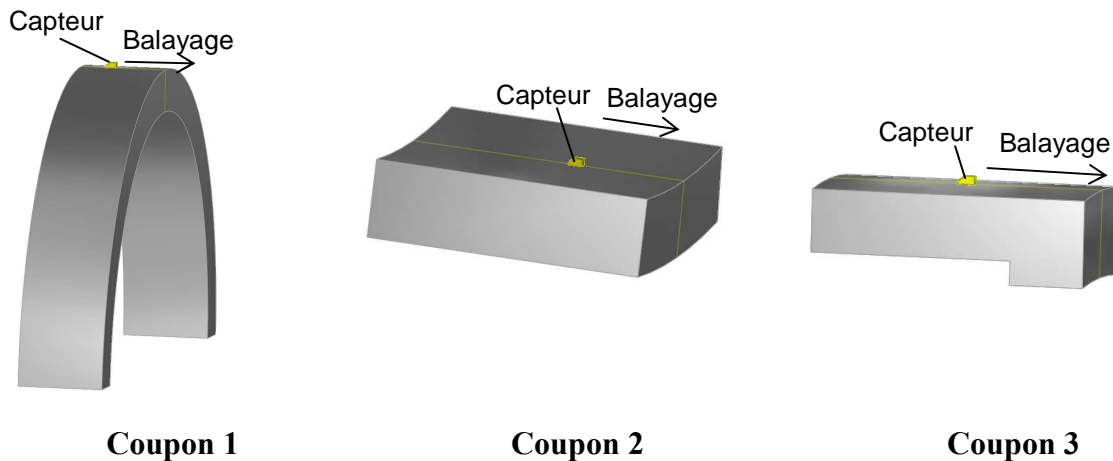
Le même capteur est utilisé comme émetteur et comme récepteur.

L'ensemble capteur-sabot a été fixé à un système permettant de le déplacer sur les pièces selon deux axes. Les acquisitions ont été réalisées en effectuant des balayages suivant un de ces axes. Le deuxième axe était utilisé pour déplacer le capteur entre chaque balayage, afin d'en effectuer plusieurs parallèles. Cela permet de couvrir une grande surface et donc de mesurer le bruit généré par un grand nombre de réalisations différentes de la microstructure.

Comme la pièce n'était pas immergée lors de ces mesures, il a été nécessaire de déposer un liquide ou un gel entre le sabot et la pièce pour assurer un couplage acoustique.

### **3.2.1.2 Mesures au contact sur les coupons entiers**

Des balayages ont été réalisés sur les coupons entier, selon les axes représentés Figure 34.

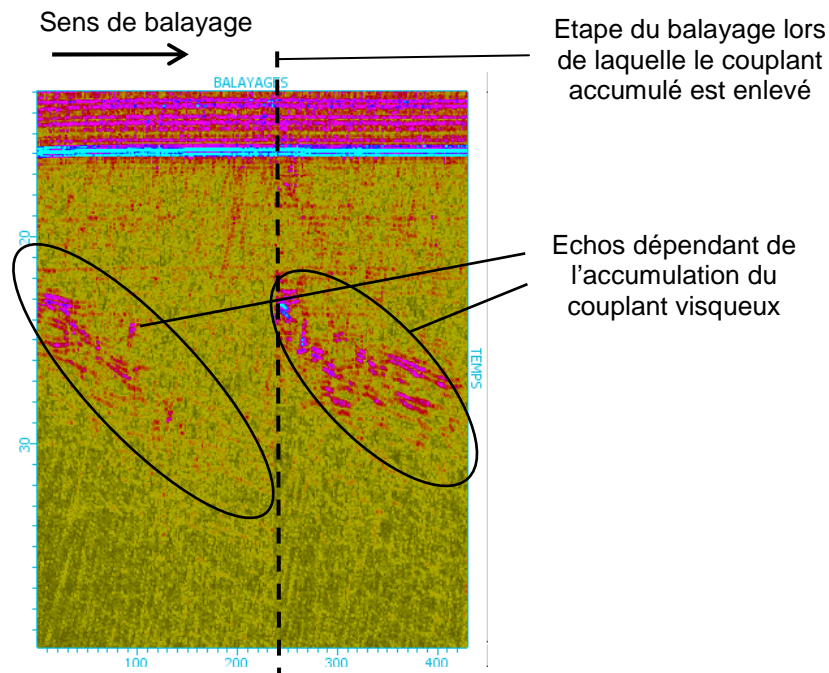


**Figure 34 : Positionnement et déplacement du capteur lors des mesures sur les coupons entiers**

Un couplant visqueux a été utilisé pour assurer le couplage acoustique entre le sabot et les pièces, car il aurait été difficile de maintenir un couplant fluide sur leurs surfaces courbes.

Ce couplant visqueux est à l'origine de difficultés dans l'analyse du bruit de structure : il a tendance à s'accumuler devant le sabot lors du déplacement du capteur, ce qui modifie les conditions du contrôle au cours du balayage. Or l'analyse du bruit de structure mesuré repose sur l'hypothèse que, d'une position du capteur à une autre, les variations du signal ne sont dues qu'aux variations de la microstructure inspectée. Cette hypothèse permet de dissocier le bruit de structure des autres échos, notamment ceux liés à des rebonds à l'intérieur du sabot ou à la surface de la pièce. Si ces échos varient au cours du balayage il devient difficile de les dissocier du bruit de structure.

La Figure 35 illustre le phénomène gênant lié à l'utilisation du couplant visqueux : des échos supplémentaires apparaissent et changent de temps d'arrivée et d'amplitude au cours du balayage. Ce phénomène est lié à l'accumulation d'une masse de couplant à l'avant du sabot : si celle-ci est retirée lors du balayage, les échos recommencent à évoluer de la même manière qu'au début du balayage. Dans cet exemple, ils ont une amplitude plus forte que le bruit de structure et empêchent son analyse.



**Figure 35 : Effet de l'accumulation du couplant visqueux sur la mesure ultrasonore (configuration L45 à 3.5MHz)**

Les variations de ces échos gênent l'analyse du bruit de structure.

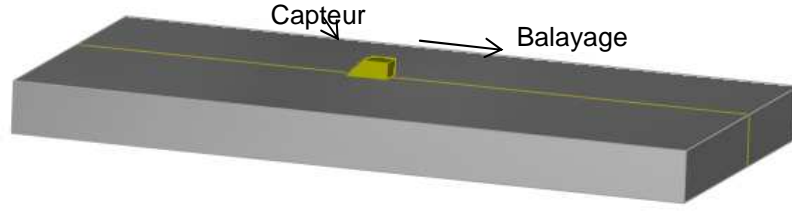
Il est donc préférable de réaliser des mesures de caractérisation du bruit de structure sur des pièces planes plutôt que sur des pièces courbes, afin de ne pas devoir utiliser un couplant visqueux. Des mesures ont donc été réalisées sur des plaques découpées dans les trois coupons.

De plus, la surface des coupons est caractérisée par une rugosité qui pourrait également être à l'origine d'erreurs dans l'étude du bruit de structure. Les plaques, dont les surfaces ont été polies, n'ont pas cet inconvénient.

### 3.2.1.3 Mesures au contact sur les plaques

Des plaques de 24 millimètres d'épaisseur ont été découpées dans chacun des trois coupons, selon les schémas de la Figure 24.

Comme dans le cas des coupons entiers, des mesures au contact ont été réalisées à différentes fréquences et à différents angles d'incidence, à l'aide de plusieurs capteurs et sabots. Dans chaque configuration de mesure, plusieurs balayages parallèles tels que celui représenté Figure 36 ont été réalisés.



**Figure 36 : Positionnement et déplacement du capteur lors des mesures au contact sur les plaques**

Des mesures de référence ont également été réalisées sur le bloc d'étalonnage dans chaque configuration.

Un couplant fluide a pu être utilisé, ce qui permet d'éviter les problèmes de variations des échos permanents liés au couplant visqueux. Les échos permanents sont presque invariants selon la position du capteur. Il est donc possible de les séparer du bruit.

#### 3.2.1.4 Traitement des échos permanents

Un traitement est nécessaire pour dissocier les échos permanents du bruit. En l'absence de défauts dans la pièce, le signal  $S$  mesuré à une position  $x$  et à un instant  $t$  est égal à la somme du bruit  $B$  et des échos permanents  $P$ , ces derniers étant supposés indépendants de  $x$  :

$$S(x, t) = B(x, t) + P(t). \quad (75)$$

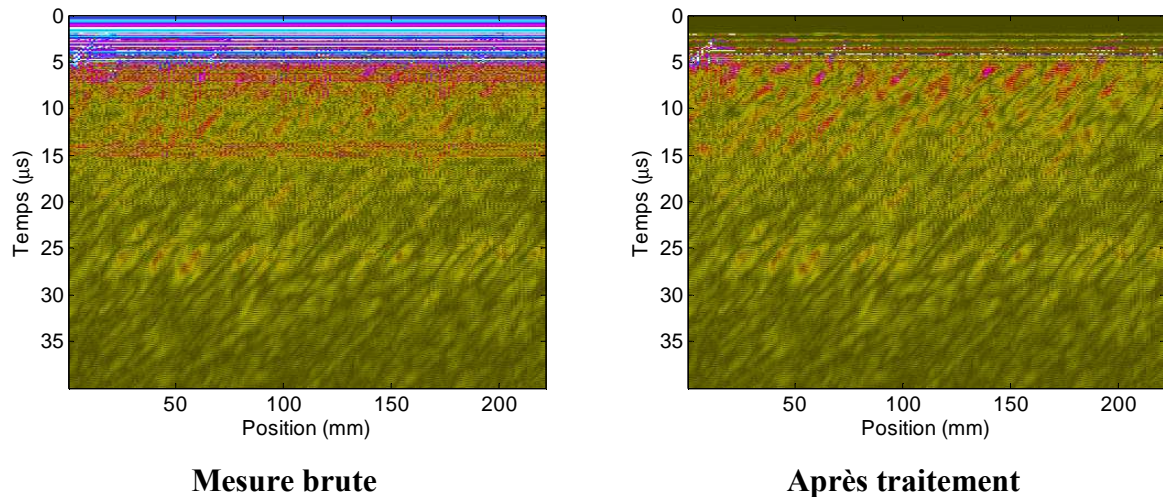
Or le bruit de structure est de moyenne nulle sur l'ensemble des positions de mesure car il fait partie du champ incohérent. Comme les échos permanents sont supposés indépendants de la position du capteur, ils sont égaux à leur moyenne. La moyenne du signal s'écrit donc :

$$\langle S(y, t) \rangle_y = \langle B(y, t) \rangle_y + \langle P(t) \rangle_y = P(t). \quad (76)$$

Le bruit mesuré en un point s'obtient donc en retranchant au signal sa moyenne sur l'ensemble des positions du capteur :

$$B(x, t) = S(x, t) - \langle S(y, t) \rangle_y. \quad (77)$$

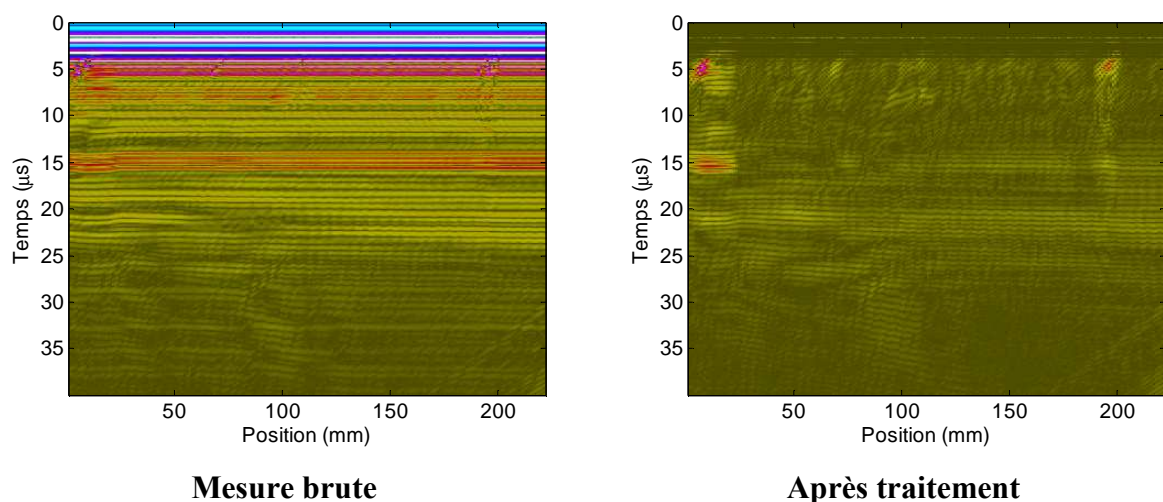
La Figure 37 est un exemple de B-scan avant et après traitement des échos permanents.



**Figure 37 : Traitement des échos permanents (B-scan mesuré en ondes T à 45° avec une fréquence centrale de 2,25MHz, sur la plaque extraite du coupon 1)**

Dans cet exemple, les échos permanents sont presque entièrement éliminés pour les temps supérieurs à 5 microsecondes. Les échos apparaissant plus tôt ne peuvent pas être traités car ils sont saturés. Le traitement n'est cependant pas parfait et des échos résiduels peuvent être encore présents après traitement. Ce problème est lié à de légères variations de ces échos permanents au cours du déplacement du capteur.

Le problème est particulièrement gênant dans des cas où l'amplitude des échos permanents est élevée par rapport à celle du bruit de structure. C'est notamment le cas dans l'exemple de la Figure 38.

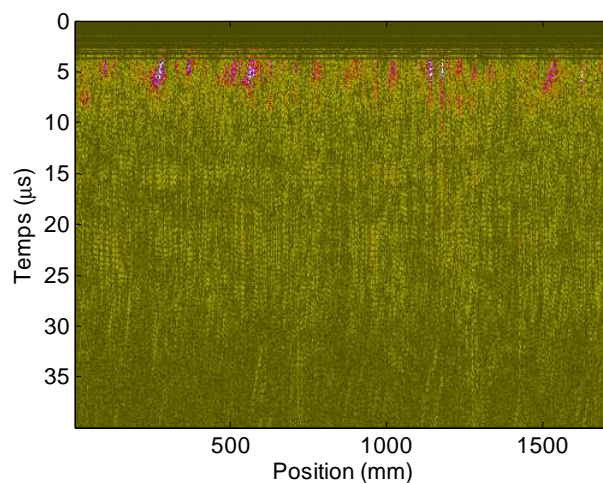


**Figure 38 : Traitement des échos permanents (B-scan mesuré par ondes T à 45° avec une fréquence centrale de 1MHz, sur la plaque extraite du coupon 1)**



Le traitement peut néanmoins être amélioré en identifiant des zones dans lesquelles les échos varient peu. Le bruit peut alors être calculé dans chacune de ces zones à l'aide de l'équation (77) avec une meilleure précision que sur l'intégralité du balayage. Un outil de post-traitement de résultats de mesure a été développé afin d'exploiter ce principe. Il permet de sélectionner manuellement, sur plusieurs B-scans mesurés sur la même pièce, des sections du balayage pendant lesquels les échos permanents semblent constants. Cette méthode améliore considérablement le traitement des échos permanents. La Figure 39 est une juxtaposition du bruit calculé sur plusieurs zones à l'aide de cette méthode, à partir d'un ensemble de B-scans dont celui de la Figure 38. Le bruit de structure ressort mieux qu'avec la méthode précédente, même si des échos résiduels sont encore présents après le traitement.

L'exemple de la Figure 39 correspond à la mesure dans laquelle les échos permanents sont les plus importants par rapport au bruit. Dans les cas plus favorables, ce traitement permet d'éliminer presque totalement les échos permanents. Il est donc préférable de privilégier des configurations de mesures dans lesquelles ces échos ne sont pas très élevés en comparaison du bruit de structure.



**Figure 39 : B-scan obtenu après traitement des échos permanents intervalle par intervalle, à partir de plusieurs B-scan mesurés par ondes T à 45° avec une fréquence centrale de 1MHz, sur la plaque extraite du coupon 1**

### 3.2.1.5 Comparaisons des mesures avec des résultats de simulation

Des mesures ont été réalisées à différents modes et angles d'incidence à l'aide de différents sabots. Des mesures réalisées dans les configurations T45 (onde transverse incidente à 45°), L45 (onde longitudinale incidente à 45° par rapport à la normale) et en L30

(onde longitudinale incidente à 30°) sont présentées dans la suite. Dans la configuration T45, seules des ondes transverses sont émises et reçues par le capteur. Des ondes transverses et des ondes longitudinales sont émises et reçues dans les configurations L45 et L30. Le fait que des ondes d'un autre mode soient émises ou non dans chacune des configurations est imposé par les lois de Snell-Descartes.

Des simulations de ces configurations ont été réalisées à l'aide d'une version de développement du logiciel CIVA dans laquelle la méthode des diffuseurs équivalents présentée dans le chapitre 2 a été implémentée.

Dans cette section, des mesures de bruit de structure réalisées sur les plaques extraites des coupons 1 et 3 sont comparées à des résultats de simulation. Les résultats obtenus sur la plaque extraite du coupon 2 sont presque identiques à ceux obtenus sur celle extraite du coupon 1 et ne sont donc pas détaillés ici. Cette similarité est cohérente avec les résultats des études micrographiques présentées dans la section 3.1 qui indiquent que les microstructures des coupons 1 et 2 sont similaires.

#### 3.2.1.5.1 Données d'entrée des simulations

##### *Propriétés du matériau*

Les simulations réalisées nécessitent de spécifier certaines propriétés du métal comme données d'entrée. Pour les simulations présentées ici, les vitesses de propagation des ondes utilisées sont issues de mesures. La masse volumique du métal et les constantes élastiques d'un grain d'austénite données par Thompson *et al.* [Thompson *et al.* 1992] ont été utilisées. Ces constantes élastiques correspondent à une symétrie cubique. Les valeurs sont récapitulées dans le Tableau 7.

$v_L$	$v_T$	$\rho$	$C_{11}$	$C_{12}$	$C_{44}$
5 650 m.s <sup>-1</sup>	3 100 m.s <sup>-1</sup>	8.12 g.cm <sup>-3</sup>	169 Gpa	145 Gpa	123 Gpa

**Tableau 7 : Propriétés de l'acier austénitique utilisées comme données d'entrée des simulations**

La taille effective de grain a été supposée égale à 120 microns dans le cas du coupon 1, et à 500 microns dans le cas du coupon 3. Ces valeurs sont en accord avec celles estimées par l'analyse des micrographies (Tableau 5).



### *Densité de diffuseurs*

La simulation du bruit de structure par la méthode des diffuseurs équivalents, décrite dans le chapitre 2, nécessite de fixer une densité de diffuseurs. Le choix de cette quantité constitue un compromis : une densité élevée permet de générer un bruit aux propriétés statistiques très réalistes, et une densité faible permet un calcul rapide. Quelle que soit la densité de diffuseurs choisie, l'énergie diffusée en moyenne par les diffuseurs générés est la même car les coefficients de diffusion sont ajustés en conséquence.

Des densités de diffuseurs faibles ont donc pu être utilisées dans les simulations qui ne visaient qu'à simuler des niveaux de bruit moyens, afin d'accélérer les calculs. Il a été vérifié que ce choix n'avait pas d'impact sur les niveaux de bruit obtenus.

### *Impulsion ultrasonore émise*

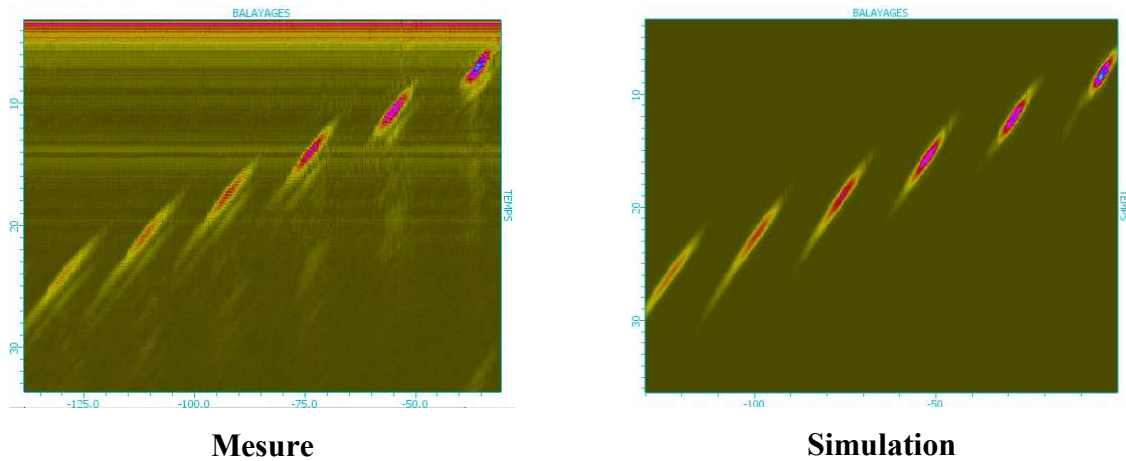
Le contenu fréquentiel du signal est considéré comme une donnée d'entrée de la simulation. Il est défini par deux paramètres : une fréquence centrale et une largeur de bande. Ces deux paramètres ont été déterminés par ajustements successifs pour chaque capteur : les mesures réalisées sur le bloc d'étalonnage ont été simulées avec différentes valeurs de ces paramètres, jusqu'à ce que le contenu fréquentiel des échos de référence simulés soit similaire à celui des échos mesurés.

#### 3.2.1.5.2 Etalonnage

Les échos mesurés sur le bloc d'étalonnage servent aussi de référence en amplitude. La comparaison des amplitudes des résultats de mesures et de simulations nécessite un étalonnage préalable. Dans chaque configuration de mesure et avec chaque capteur, les échos des défauts de référence du bloc d'étalonnage sont mesurés et simulés. La Figure 40 est un exemple de mesure et de simulation d'étalonnage.

Les bruits mesuré et simulé sur les plaques seront exprimés relativement à ces échos de référence.

Cette étape permet également de vérifier que le champ est correctement modélisé dans chaque configuration de mesure, car une mauvaise modélisation du champ se reflète dans les amplitudes des échos. Une comparaison des échodynamiques mesurée et simulée permet de valider ou non le champ simulé.

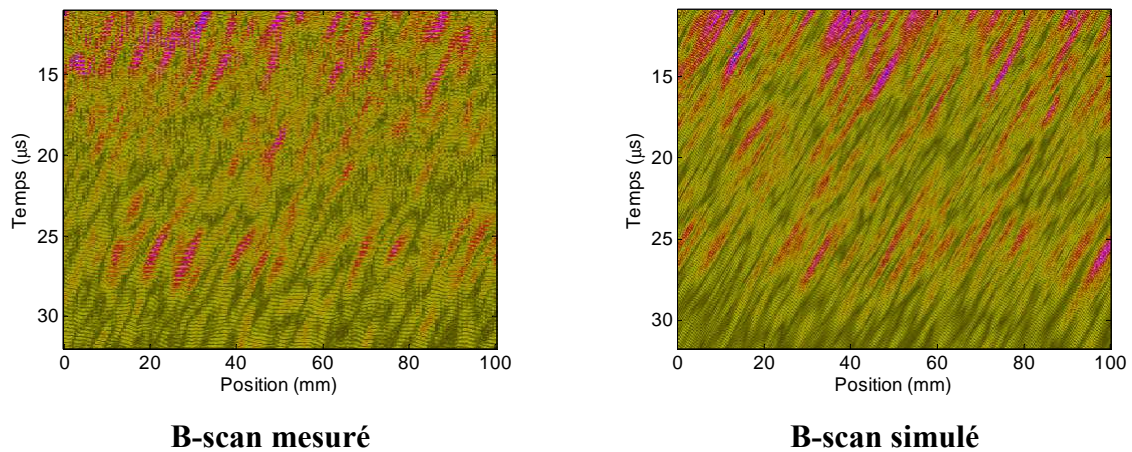


**Figure 40 : B-scans mesuré et simulé pour le bloc de référence dans la configuration T45 à 2,25MHz**

### 3.2.1.5.3 Coupon 1, configurations T45

#### *B-scans*

Les bruits de structure mesuré et simulé dans une des configurations sont représentés sous forme de B-scans dans la Figure 41.

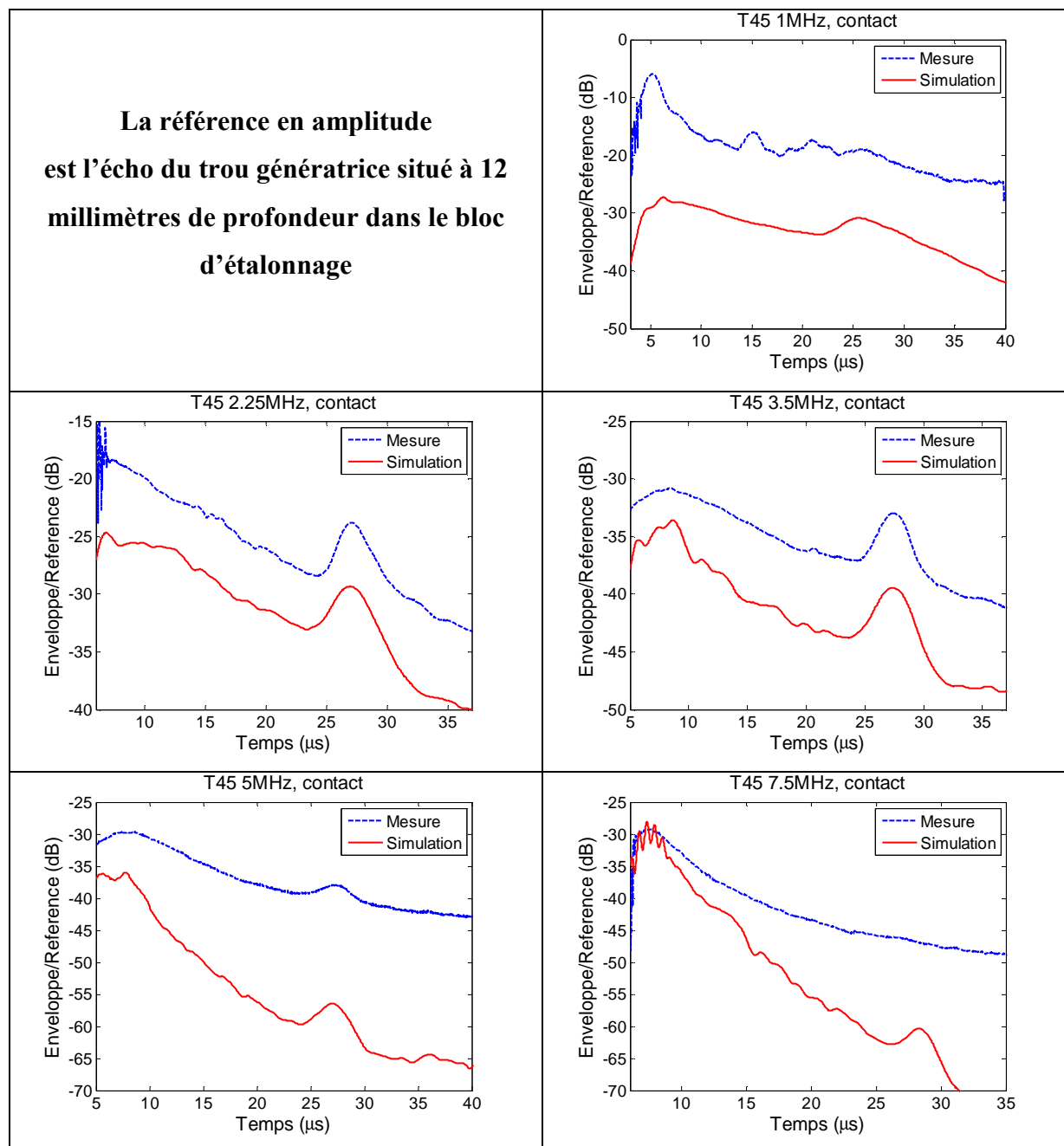


**Figure 41 : Détails de B-scans mesuré et simulé au contact en ondes T à 45° avec une fréquence centrale de 2,25MHz, sur la plaque extraite du coupon 1**

La simulation de la Figure 41 a été réalisée en utilisant 0,2 diffuseurs par millimètre cube. Cette densité a été déterminée à l'aide de la méthode présentée dans l'annexe B. Le bruit de structure ainsi généré a un aspect similaire à celui du bruit mesuré.

### Niveaux de bruit en fonction du temps

Des comparaisons quantitatives peuvent être réalisées en traçant la moyenne de l'enveloppe du signal bruité sur l'ensemble des positions du capteur. L'enveloppe du signal est définie ici comme la valeur absolue de sa transformée de Hilbert. Ces courbes sont tracées Figure 42 pour les mesures et les simulations réalisées dans la configuration T45.



**Figure 42 : Enveloppes moyennes en fonction du temps des bruits de structure mesurés et simulés dans les configurations T45 au contact sur une plaque extraite du coupon 1**

Les mesures présentées dans la Figure 39 ont été traitées de manière à dissocier le bruit des autres échos. D'après l'aspect visuel des B-scans obtenus après traitement, les échos permanents sont presque totalement éliminés à toutes les fréquences sauf à celle de 1 MHz. Cette fréquence correspond au cas illustré par la Figure 39. Certaines différences entre la mesure et la simulation à cette fréquence sont dues à des échos permanents résiduels.

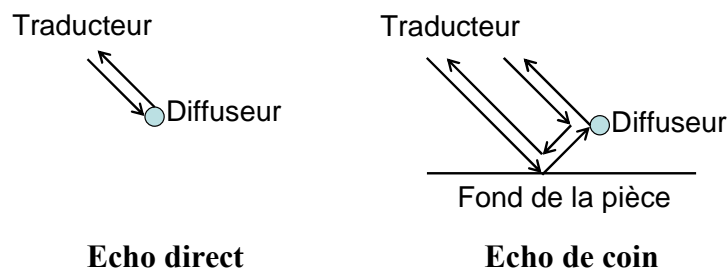
Pour ces fréquences d'inspection, la longueur d'onde ultrasonore est supérieure à la taille de grain (elle est au minimum de 431  $\mu\text{m}$ , à 7,5 MHz). Le modèle de diffusion est donc supposé valide.

Trois aspects des résultats présentés Figure 42 sont analysés dans la suite : l'existence d'une forte intensité de bruit à des temps correspondant au fond de la plaque, la décroissance du niveau de bruit en fonction du temps et l'écart entre les niveaux mesurés et simulés.

#### *Surintensité de bruit en fond de pièce*

La surintensité de bruit apparaissant autour de 27 microsecondes dans les mesures à 2,25 MHz et 3,5 MHz est correctement reproduite par la simulation.

Cette surintensité de bruit est due à des phénomènes d'interférences constructives liées au phénomène dit « d'écho de coin ». La différence entre un écho de coin et un écho direct est schématisée Figure 43.



**Figure 43 : Echos directs et échos de coins**

Dans le cas où le même transducteur est utilisé en émission et en réception, les échos de coin sont constitués de deux ondes arrivant en même temps et avec la même phase au récepteur. L'amplitude d'un écho de coin est donc doublée par rapport à celle d'un écho direct.

Si les mesures avaient été réalisées avec un émetteur et un récepteur éloignés l'un de l'autre, les trajets réciproques n'existeraient pas et cette surintensité de bruit ne serait pas observée.

Le mécanisme à l'origine de cette surintensité est similaire à celui qui produit la rétrodiffusion cohérente liée à la diffusion multiple évoquée dans le chapitre 1. Si la diffusion multiple est importante, de nombreux échos sont liés à des ondes diffusées plusieurs fois. L'amplitude de ces échos est alors doublée en raison des trajets réciproques, comme celle des échos de coins. Les échos de coin n'émergent donc pas du reste du bruit dans un tel cas.

Il y a une seconde raison pour laquelle la surintensité due aux échos de coin ne peut pas être observée quand la diffusion multiple est importante. Une diffusion multiple importante implique que la partie incohérente du champ, déjà diffusée, devient rapidement plus forte que la partie cohérente non diffusée. Contrairement à la partie cohérente, la partie incohérente n'est pas directive. Or, pour que la surintensité de bruit liée aux échos de coin au fond de la pièce soit observable sous la forme d'un pic apparaissant à un temps donné, il faut qu'une grande partie de l'énergie ultrasonore atteigne le fond de la pièce en même temps. Ce n'est possible que si le champ cohérent est plus important que le champ incohérent quand il atteint le fond de la pièce.

La présence d'un pic d'intensité de bruit au fond de la pièce indique donc à la fois que la diffusion multiple est faible et qu'une grande partie de l'énergie est portée par l'onde cohérente. Elle prouve donc que la diffusion simple n'est pas dominée par la diffusion multiple. Ce pic peut donc aider à estimer l'importance de la diffusion multiple.

La méthode de simulation du bruit de structure utilisée pour obtenir les résultats de la Figure 42 est basée sur l'approximation de la diffusion simple : elle prédit donc l'apparition de ce pic dans tous les cas.

Ce pic n'est pas observable sur la mesure réalisée à 7,5 MHz, ce qui indique que la diffusion multiple est prédominante dans ce cas. A 5 MHz cette surintensité est mesurée mais est moins marquée que dans la simulation : le bruit lié à la diffusion simple et celui lié à la diffusion multiple sont donc comparables.

Le pic est correctement prédit à 2,25 MHz et à 3,5 MHz, donc la diffusion multiple est faible par rapport à la diffusion simple à ces fréquences. Il n'est pas visible dans le bruit mesuré à 1 MHz mais il est possible qu'il soit bien présent et masqué par des échos permanents, d'autant plus que d'après la simulation ce pic est plus étalé à 1MHz qu'aux autres fréquences. Cet étalement est lié à la divergence du faisceau ultrasonore, plus importante en basse fréquence.

Ces observations indiquent que la diffusion multiple est plus forte aux fréquences élevées, ce qui est conforme à ce qui aurait pu être prédit par la théorie. Comme les coefficients d'atténuation augmentent avec la fréquence, l'énergie a davantage tendance à

passer du champ cohérent au champ incohérent en haute fréquence. Et plus le champ incohérent contient d'énergie, plus la diffusion multiple est forte.

#### *Décroissance du bruit en fonction du temps*

Aux fréquences de 2,25 MHz et de 3,5 MHz, la décroissance du bruit en fonction du temps ainsi que la présence d'une surintensité de bruit au niveau du fond de la pièce sont correctement reproduites par la simulation. C'est aussi le cas à 1 MHz, aux échos permanents résiduels près. En revanche, à 5 MHz et 7,5 MHz, le bruit mesuré décroît significativement moins vite que le bruit simulé.

L'erreur apparaissant à 5 MHz et 7,5 MHz n'est pas surprenante car, d'après les conclusions précédentes, la diffusion multiple y est forte et la simulation n'en tient pas compte.

La décroissance du niveau de bruit est liée à la divergence du faisceau ultrasonore et à l'atténuation intrinsèque du matériau. A 1 MHz, l'atténuation donnée par le modèle est de l'ordre de 0,002 dB/mm, ce qui est trop faible pour avoir un impact significatif durant l'aller retour de l'onde dans la plaque. La prédiction de la décroissance du bruit est donc entièrement déterminée par la modélisation du champ.

En revanche à 2,25 MHz et 3,5 MHz les atténuations données par le modèle sont respectivement de 0,049 dB/mm et de 0.2228 dB/mm. Ces valeurs sont assez élevées pour que la prédiction de l'atténuation par le modèle ait un impact significatif sur les décroissances de bruit données par la simulation. La bonne prédiction de la décroissance du bruit à ces fréquences indique donc que le champ et les coefficients d'atténuation sont correctement évalués par le modèle.

#### *Niveau de bruit*

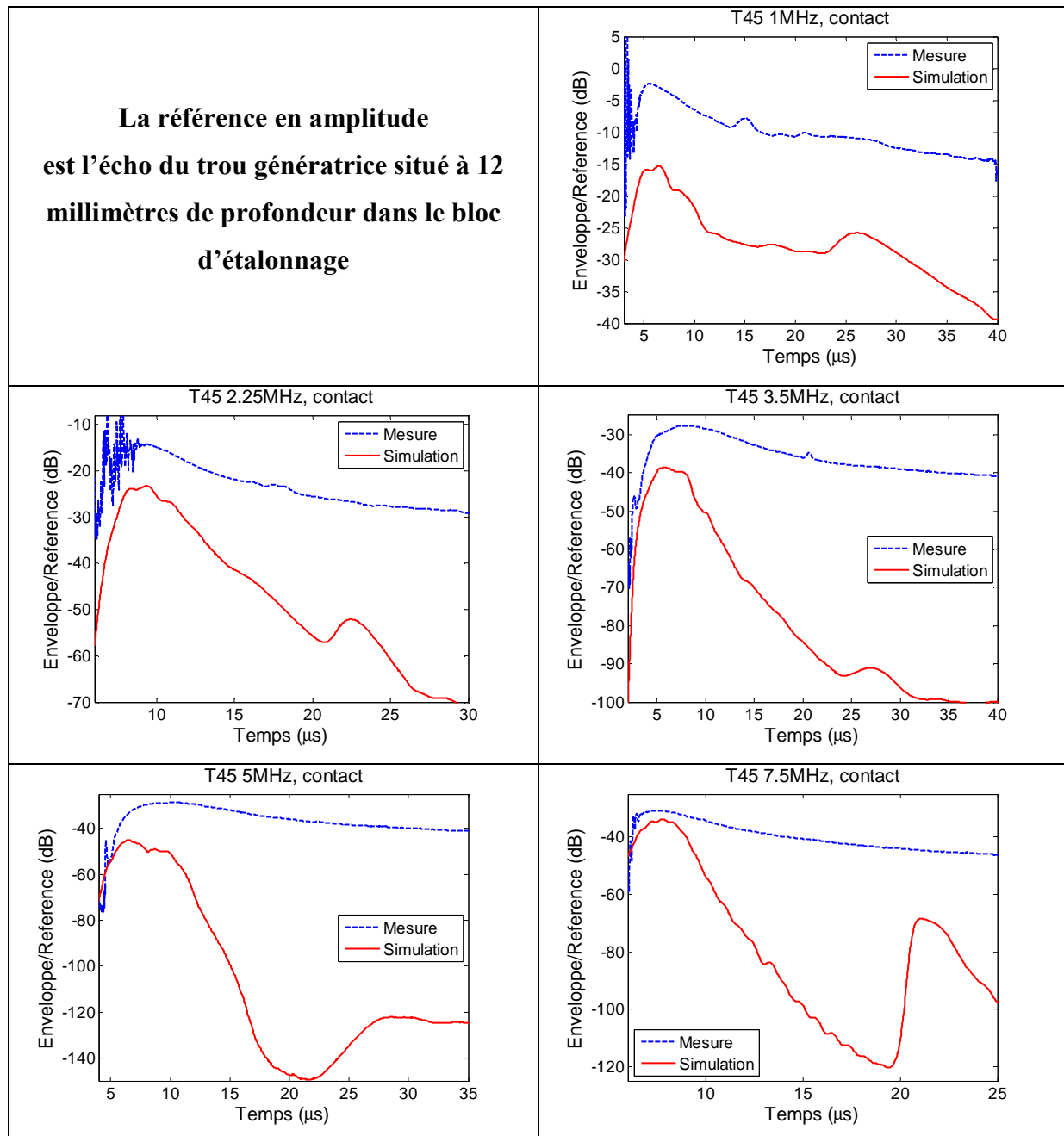
Le niveau de bruit est sous-estimé par la simulation à toutes les fréquences testées. Ce résultat n'est pas surprenant aux fréquences où la diffusion multiple est forte. En revanche, les écarts observés à 1 MHz, 2,25 MHz et 3,5 MHz posent problème. Les niveaux de bruit simulés sont respectivement d'environ 15 dB, 5 dB et 5 dB en dessous des niveaux mesurés.

L'écart de 15 dB à 1 MHz est problématique et révèle une erreur dans la simulation du bruit de structure en basses fréquences. Les écarts à 2,25 MHz et 3,5 MHz pourraient être liés à des imprécisions dans les mesures ou dans les simulations. De nouvelles mesures ont été réalisées afin d'éliminer des sources d'erreurs expérimentales possibles. Les résultats de ces

mesures sont présentés dans la section 3.2.2. Les possibilités d'erreurs liées à la simulation sont discutées dans la section 3.3.

#### 3.2.1.5.4 Coupon 3, configuration T45

Les enveloppes moyennes en fonction du temps des bruits mesurés et simulés pour les coupons 3 sont tracées Figure 44.



**Figure 44 : Enveloppes moyennes en fonction du temps des bruits de structure mesurés et simulés dans les configurations T45 au contact sur la plaque extraite du coupon 3**

A 5 MHz et 7,5 MHz les longueurs d'onde ultrasonores sont de l'ordre des tailles de grain. Le modèle de diffusion n'est pas valide à ces fréquences.

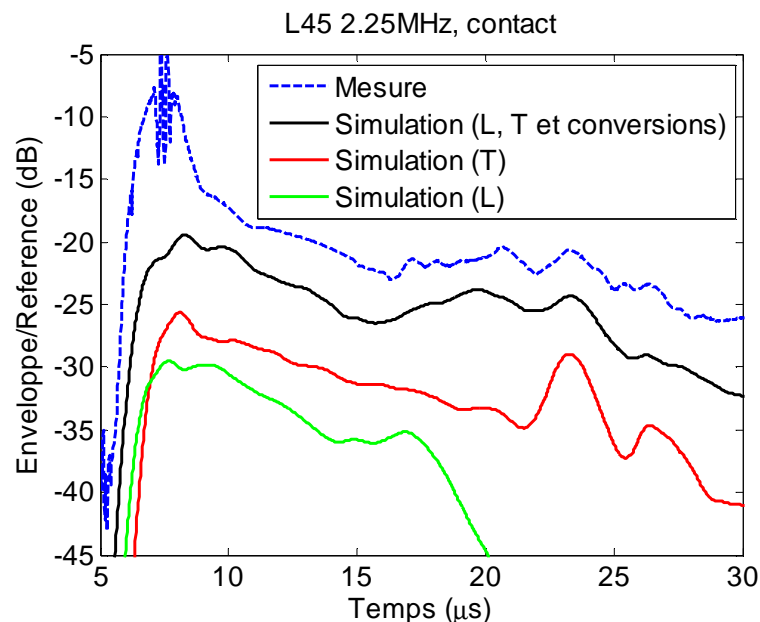
La surintensité de bruit liée aux échos de coin en fond de pièce n'est mesurée à aucune des fréquences. La diffusion multiple est donc forte à toutes ces fréquences et il n'est pas surprenant que la simulation ne reproduise pas correctement le bruit mesuré.

### 3.2.1.5.5 Coupon 1, configurations L45 et L30

Les configurations L45 et L30 sont utilisées en CND pour détecter des défauts à l'aide d'ondes L. Or, à ces angles d'incidence, des ondes T sont aussi générées. Il est intéressant d'évaluer les contributions au bruit de structure de chaque mode et d'évaluer l'impact des conversions de modes : un des avantages de la méthode des diffuseurs équivalents (par rapport à celle de Gustaffson et Stepinki par exemple) est de pouvoir modéliser les conversions de modes.

#### L45

Le bruit mesuré est comparé au bruit calculé dans la Figure 45. Un calcul a été réalisé en simulant les modes T, L et les conversions entre ces modes. Deux autres calculs ont été réalisés en tenant compte seulement du mode T et seulement du mode L, afin d'estimer les contributions de chacun d'entre eux au bruit de structure.

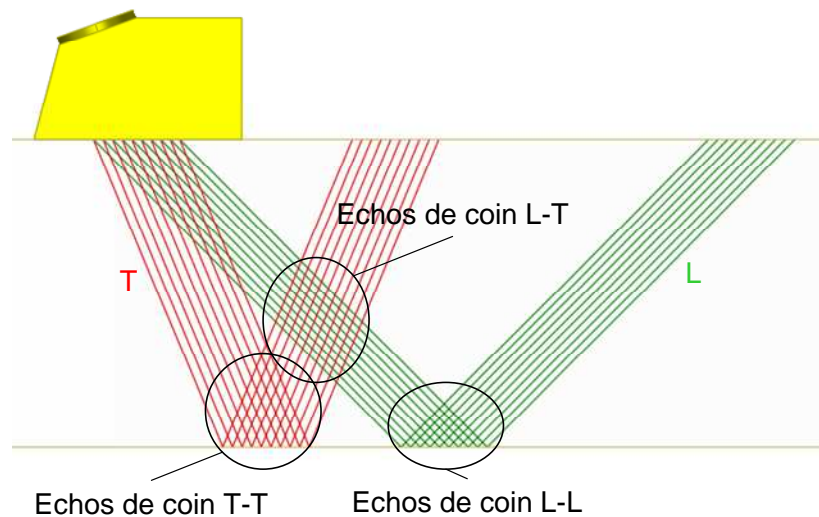


**Figure 45 : Enveloppes moyennes en fonction du temps du bruit de structure mesuré et simulé dans la configuration L45 au contact à 2,25MHz**



Il s'avère que le bruit dû aux ondes L est plus faible que celui dû aux ondes T. Pourtant, dans cette configuration, le champ rayonné dans la pièce est plus important en ondes L qu'en ondes T. Ce phénomène est lié au fait que les ondes T sont plus fortement diffusées par la microstructure.

L'évolution en fonction du temps du bruit simulé en tenant compte des ondes L et T et des conversions de modes est remarquablement proche de celle du bruit mesuré. Les pics de bruit qui apparaissent aux alentours de 17  $\mu$ s et 23  $\mu$ s sont également visibles respectivement pour les simulations du mode L et du mode T. Ils correspondent à des échos de coin en fond de pièce pour chacun de ces modes. La forte intensité de bruit autour de 20  $\mu$ s est liée à des échos de coin en fond de pièce dus à des trajets faisant intervenir à la fois des ondes L et des ondes T. Les trajets correspondant à ces différents échos de coin sont illustrés par les tracés de rayons de la Figure 46.

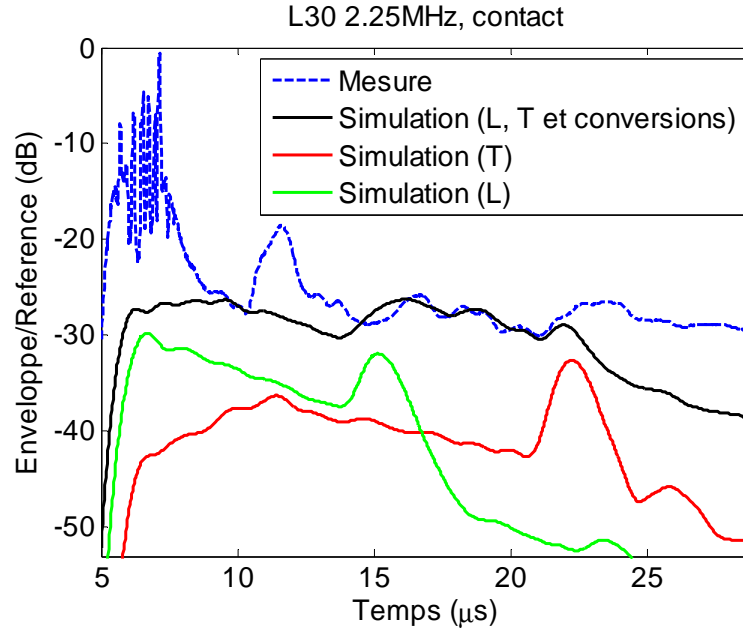


**Figure 46 : Trajets des ondes L (en vert) et T (en rouge) dans une configuration L45 et zones dans lesquelles la diffusion à l'origine des échos de coin se produit**

Le pic à 17  $\mu$ s correspond au croisement des trajets des ondes L directe et réfléchie, et le pic à 23  $\mu$ s au croisement des ondes T directe et réfléchie. Le pic autour de 20  $\mu$ s correspond à l'aller sous forme d'onde L et au retour sous forme d'onde T, et au trajet inverse. Ces temps d'arrivée correspondent bien aux zones d'interférence identifiées dans la Figure 46.

L'écart entre les bruits mesuré et simulé est de seulement 3 dB dans cette configuration.

Des phénomènes similaires apparaissent dans les niveaux de bruit obtenus pour la configuration L30, tracés Figure 47.



**Figure 47 : Enveloppes moyennes en fonction du temps du bruit de structure mesuré et simulé dans la configuration L30 au contact à 2,25MHz**

L'analyse de ces résultats est rendue difficile par la présence d'échos résiduels importants, notamment autour de 12  $\mu\text{s}$ . Mais comme précédemment, la prise en compte des conversions de mode permet de reproduire fidèlement plusieurs caractéristiques du bruit mesuré par la simulation.

A la différence de la configuration T45, le bruit dû aux ondes L est plus élevé que celui dû aux ondes T.

Les niveaux des bruits mesurés et simulés sont extrêmement proches dans cette configuration. Cela pourrait indiquer que les écarts observés dans les configurations précédentes sont dus à un problème de modélisation des contributions en ondes T. Cet écart est d'ailleurs plus important dans les configurations T45, où seules des ondes T interviennent, que dans la configuration L45.

### 3.2.1.5.6 Conclusion

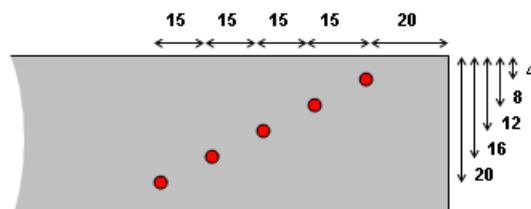
Dans les cas où la diffusion multiple n'est pas trop importante, la méthode de simulation développée permet de prédire correctement l'évolution du bruit de structure en fonction du

temps, y compris en présence de conversions de modes. Cela indique que le champ, l'atténuation et les échos de coin sont correctement modélisés.

Les niveaux de bruit simulés ont néanmoins tendance à être en dessous des niveaux de bruit mesurés. Cet écart pourrait être dû à des erreurs expérimentales : de nouvelles mesures présentées dans la section suivante ont été réalisées afin d'éliminer plusieurs des erreurs possibles. Les possibilités d'erreurs de modélisation sont discutées dans la section 3.3.

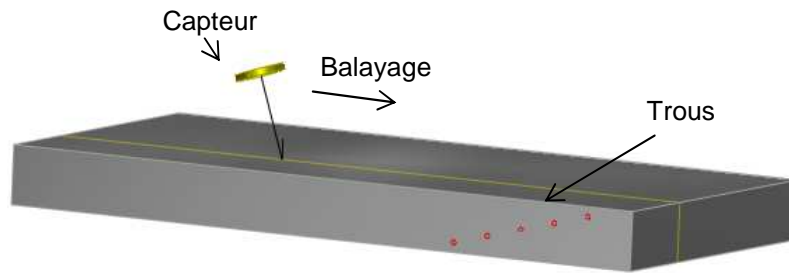
### 3.2.2 Mesures en immersion sur les plaques après perçage de défauts de référence

Une partie des écarts observés entre les mesures et les simulations dans les résultats de la section précédente pourrait être liée au fait que les niveaux de bruits sont exprimés par rapport aux échos de défauts de référence situés dans un autre bloc. Il est donc possible que l'étalonnage du bruit soit affecté par des différences, par exemple dans le plaquage du capteur, entre la mesure sur la plaque diffusante et la mesure sur le bloc d'étalonnage. Des défauts de référence ont donc été percés dans les plaques diffusantes afin d'éviter ce problème. Ils sont identiques à ceux présents dans le bloc d'étalonnage : il s'agit de trous de 2 millimètres de diamètre percés tous les 4 millimètres de profondeur selon le schéma de la Figure 48.



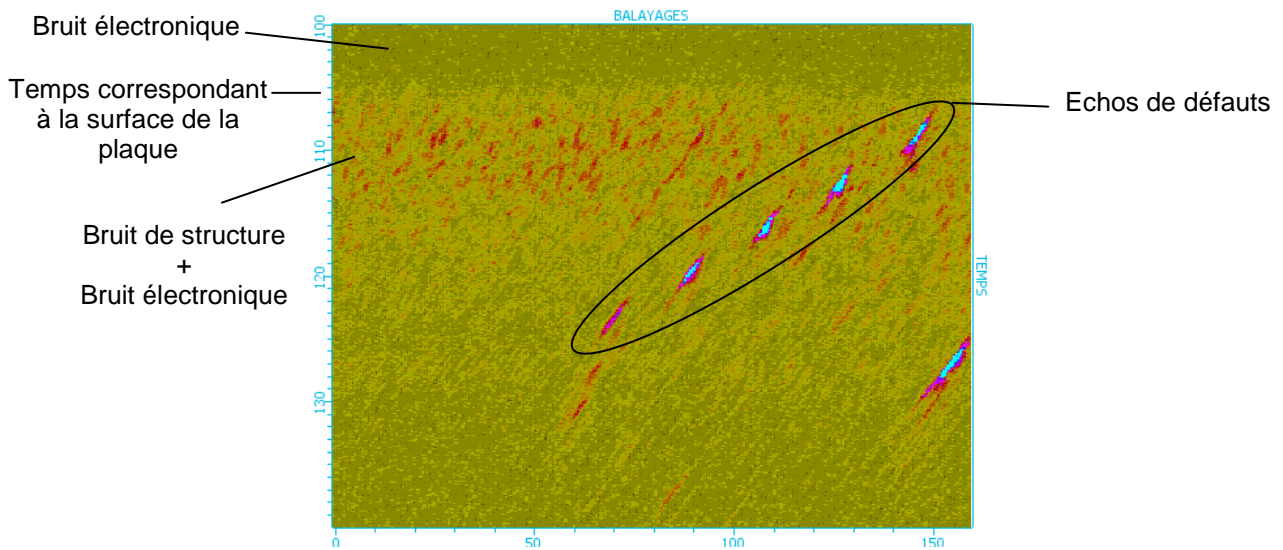
**Figure 48 : Positions des trous percés dans les plaques**

De nouvelles mesures ont été réalisées sur le coupon 1 après perçage des trous afin d'éliminer certaines possibilités d'erreur d'étalonnage. A la différence des mesures précédentes elles n'ont pas été réalisées au contact mais en immersion, ce qui permet d'éliminer d'autres sources d'erreurs possibles. Des balayages ont été réalisés à la manière schématisée Figure 49.



**Figure 49 : Configuration de mesure en immersion**

Ce type de balayage permet d'obtenir des B-scan tels que celui de la Figure 50.



**Figure 50 : Exemple de B-scan obtenu (configuration T45 à 4MHz)**

Le fait de réaliser ces mesures en immersion permet d'éliminer d'autres sources d'erreur potentielles des mesures précédentes, notamment celles liées aux échos permanents. La plupart des échos permanents observés lors des mesures au contact sont liés à des rebonds à l'intérieur des sabots. Aucun sabot n'étant utilisé lors de mesures en immersion, ces problèmes n'apparaissent plus. De plus, aucun problème lié à un mauvais plaquage de capteur ou au couplant ne peut apparaître dans des mesures en immersion.

Les mesures en immersion ont par ailleurs l'avantage de permettre d'estimer le bruit électronique afin de le dissocier du bruit de structure. La présence de bruit électronique dans les mesures pourrait expliquer en partie que le bruit mesuré précédemment soit plus important que celui simulé.

Ces mesures ont été réalisées à l'aide des transducteurs de la Figure 51, dont les caractéristiques sont récapitulées dans le Tableau 8.



**Figure 51 : Transducteurs utilisés pour les mesures en immersion**

Fréquence centrale (MHz)	1	2	5
Diamètre (mm)	60	20	6,35
Focale (mm)	240	110	24,5

**Tableau 8 : Propriétés des transducteurs utilisés pour les mesures en immersion**

### 3.2.2.1 Traitement du bruit électronique

Dans l'exemple de la Figure 50 aucun écho n'est enregistré aux temps inférieurs à celui correspondant à la surface de la pièce. Ce n'était pas le cas pour les mesures au contact, dans lesquelles des échos de sabot étaient présents au début des signaux enregistrés.

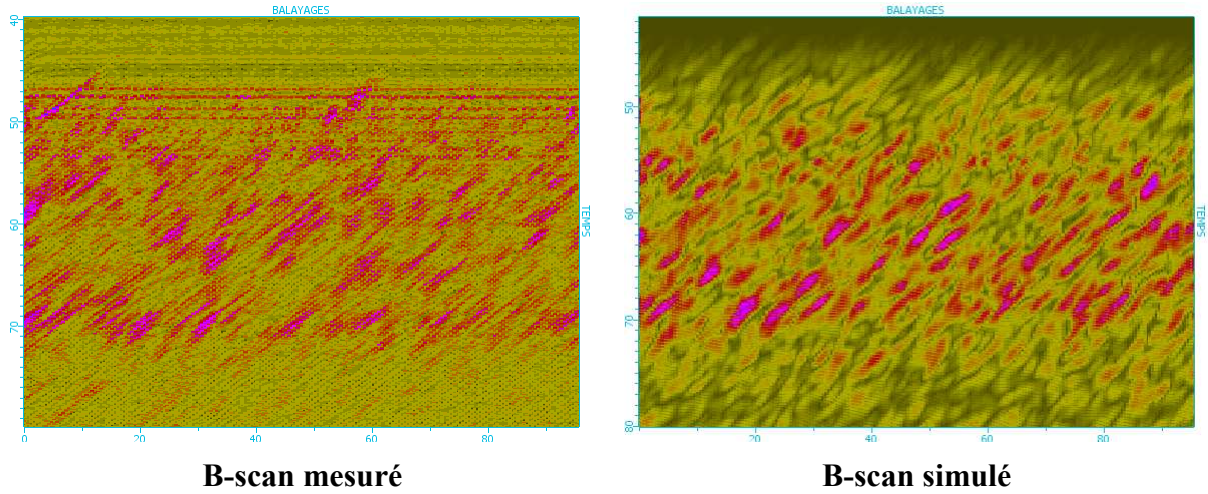
Le bruit électronique est le bruit généré par le système de mesure. Ses propriétés statistiques peuvent être considérées comme invariantes au cours du temps, ce qui permet de caractériser le bruit électronique sur l'ensemble des acquisitions en étudiant le début des signaux enregistrés. Or le bruit électronique et le bruit de structure peuvent être considérés comme des variables aléatoires indépendantes. La variance du bruit total  $B_{Total}$  est donc égale à la somme des variances du bruit de structure  $B_{Structure}$  et du bruit électronique. Cela permet d'exprimer la variance du bruit de structure :

$$Var_x[B_{Structure}(x, t_0)] = Var_x[B_{Total}(x, t_0)] - Var_{x,t}[B_{Total}(x, t) | t < t_{Surface}]. \quad (78)$$

Or l'énergie moyenne du bruit de structure est proportionnelle à sa variance. L'énergie moyenne du bruit de structure peut ainsi être exprimée en fonction de l'énergie moyenne du bruit total et d'un rapport de variances :

$$E_{BruitStructure} = \frac{Var_x[B_{Total}(x, t_0)] - Var_{x,t}[B_{Total}(x, t) | t < t_{Surface}]}{Var_x[B_{Total}(x, t_0)]} E_{BruitTotal} . \quad (79)$$

### 3.2.2.2 Comparaison entre les mesures réalisées et la simulation



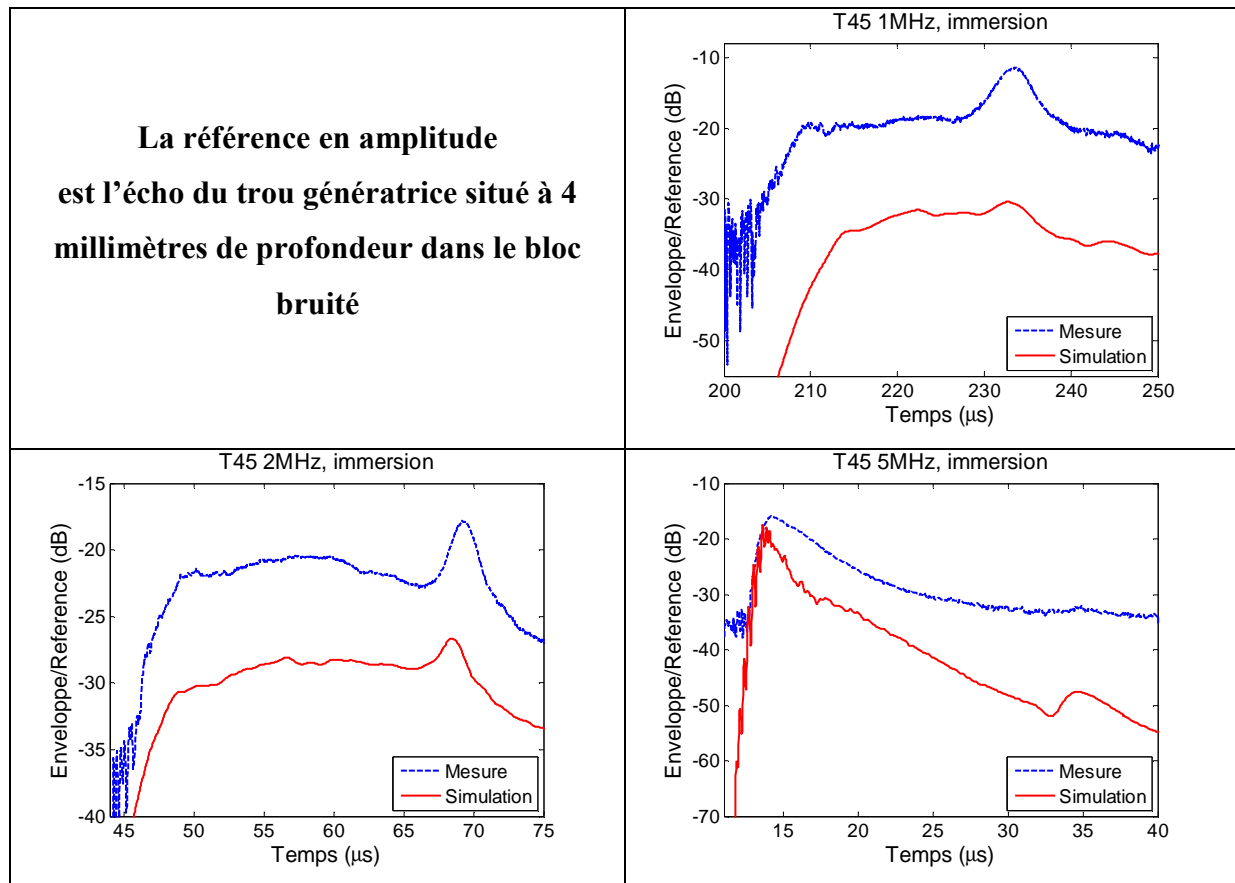
**Figure 52 : Détails de B-scans mesuré et simulé en immersion en ondes T à 45° avec une fréquence centrale de 2MHz, sur la plaque extraite du coupon 1**

Des B-scans mesurés et simulés sont représentés Figure 52. Les différences entre les deux sont principalement dues au fait que la simulation ne reproduit que le bruit de structure alors que les signaux mesurés sont aussi composés de bruit électronique. Ils contiennent aussi des échos permanents, même si ceux-ci sont significativement moins importants que dans les mesures au contact. Le bruit de structure semble être correctement reproduit.

Les niveaux de bruit de structure en fonction du temps sont représentés Figure 53. Ils sont corrigés de manière à ne pas inclure les contributions du bruit électronique.

Ces courbes ont un aspect général différent de celui des courbes obtenues pour les configurations au contact. Cela est dû principalement à l'absence d'échos de sabot et au fait que les ondes mettent plus de temps à atteindre la pièce.





**Figure 53 : Enveloppes moyennes en fonction du temps des bruits de structure mesurés et simulés dans les configurations T45 en immersion**

L'évolution du bruit de structure en fonction du temps est correctement reproduite à 1 MHz et 2 MHz. Comme dans le cas des configurations au contact, cela implique que le champ est correctement modélisé dans les deux cas et que les coefficients d'atténuation sont correctement prédits à 2 MHz.

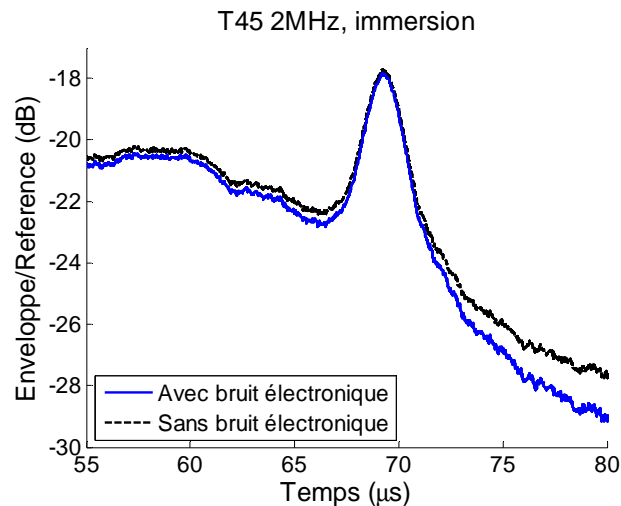
La surintensité de bruit en fond de pièce semble sous estimée par la simulation à 1 MHz et à 2 MHz. A priori, cela est lié à un problème dans la prise en compte des réflexions en fond de pièce lors du calcul du champ, et pas au modèle de diffusion.

A 5 MHz la surintensité en fond de pièce mesurée est faible et le bruit simulé décroît plus vite que le bruit mesuré. Cela indique que la diffusion multiple est significative à cette fréquence.

La limite entre diffusion simple et diffusion multiple semble donc se situer autour de 5 MHz, comme dans le cas des mesures réalisées au contact sur la même plaque. Il ne faut cependant pas en déduire que cette limite est une propriété intrinsèque du matériau, car elle dépend aussi du système de mesure.

Comme dans le cas des mesures au contact, le bruit de structure simulé est plus bas que le bruit mesuré. Les écarts sont comparables à ceux observés au contact : 14 dB à 1 MHz et 7 dB à 2,25 MHz.

Ces écarts ne sont pas liés à une différence de conditions entre la mesure de bruit et la mesure d'étalonnage, car le bruit est exprimé ici par rapport à l'écho d'un défaut situé dans la même pièce. Ils ne sont pas non plus liés à la présence d'échos permanents résiduels dans le bruit mesuré car les échos permanents sont très faibles dans les mesures en immersion. Ils ne sont pas non plus liés à la présence d'un bruit électronique important car les bruits mesurés ont été traités de manière à ne pas être affectés par le bruit électronique. Ce dernier est d'ailleurs relativement faible : l'exemple de la Figure 54 montre que les bruits obtenus avec et sans traitement du bruit électronique sont très proches.



**Figure 54 : Bruit obtenu avant et après traitement du bruit électronique, dans la mesure en T45 à 2MHz en immersion**

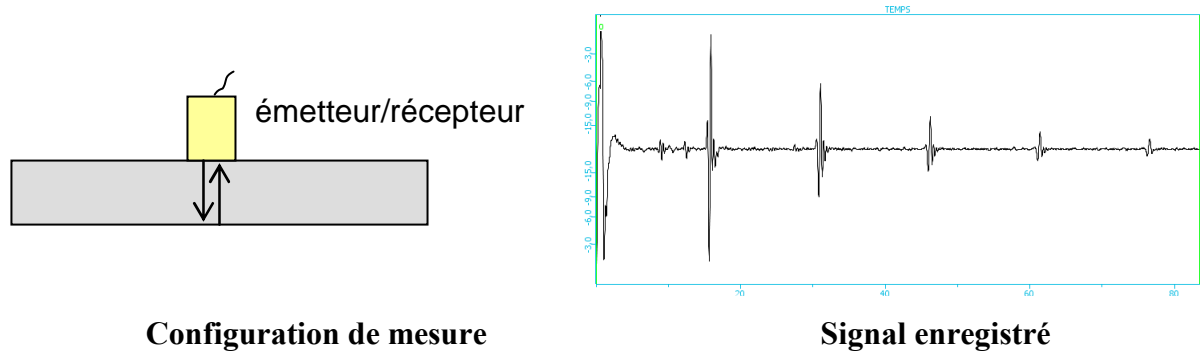
Les résultats des mesures en immersion confirment donc ceux des mesures au contact. Ils indiquent en plus que l'écart entre bruit simulé et bruit mesuré n'est probablement pas lié à une erreur de mesure. Des possibilités d'erreurs de simulation sont discutées dans la section 3.3.

### 3.2.3 Mesures d'atténuation

Les mesures de bruit pour lesquelles la diffusion multiple n'est pas trop forte permettent de valider les coefficients d'atténuation donnés par le modèle, car ces coefficients ont une influence sur la décroissance du bruit simulé en fonction du temps. L'atténuation a été mesurée d'une autre manière afin de confirmer ce résultat. La configuration de mesure utilisée

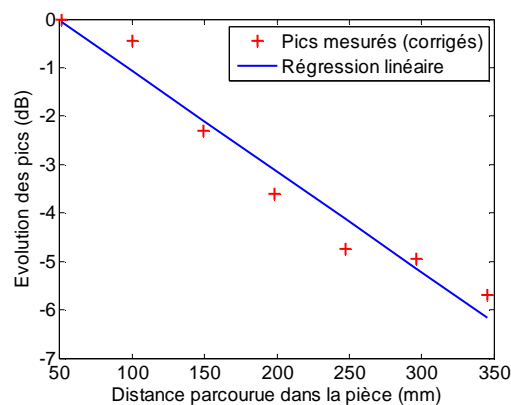


est représentée Figure 55 : un traducteur est utilisé en émission-réception en incidence normale. Des échos correspondant à des allers-retours entre la surface et le fond de la pièce sont enregistrés. L'amplitude des échos successifs est de plus en plus faible du fait de la divergence du faisceau, des pertes lors des réflexions et de l'atténuation.



**Figure 55 : Mesures d'atténuation**

Ces mesures ont été réalisées sur les plaques extraites des trois coupons et sur une plaque de même épaisseur d'un acier ferritique considéré comme non atténuant. Les pertes dues à la divergence du faisceau et aux réflexions sont supposées être les mêmes dans cette plaque que dans les plaques atténuantes. La mesure sur la plaque non atténuante permet donc de corriger les amplitudes des pics mesurés sur les autres spécimens. Des coefficients d'atténuation peuvent être estimés par une régression linéaire de la décroissance de ces pics exprimés en décibels en fonction de la distance parcourue, illustrée Figure 55.



**Figure 56 : Régression linéaire utilisée pour déterminer les coefficients d'atténuation**

Cette méthode de détermination des coefficients d'atténuation est approximative car elle néglige le fait que l'onde ultrasonore est composée de plusieurs fréquences. Son atténuation ne peut donc pas être rigoureusement décrite par un seul coefficient. De plus, comme les

différentes composantes fréquentielles de l'onde sont atténuées différemment, le signal peut être distordu durant un aller-retour. La hauteur du pic mesuré n'est donc pas forcément représentative de l'énergie transportée par l'onde.

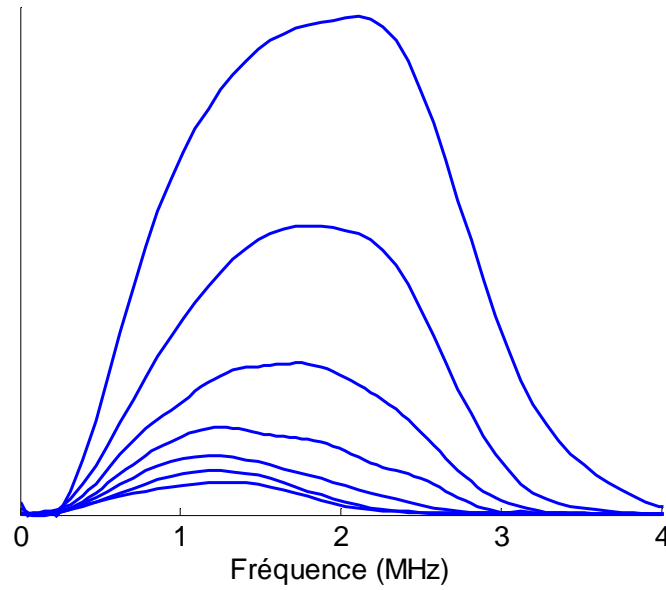
Les mesures réalisées sur le coupon 3 ne sont pas exploitables car les échos recherchés sont noyés dans le bruit de structure. Les résultats obtenus pour le coupon 1 sont récapitulés dans le Tableau 9.

	Atténuation mesurée (dB/mm)	Atténuation donnée par le modèle (dB/mm)
Coupon 1, ondes T, 1 MHz	0,003	0,002
Coupon 1, ondes T, 2,25 MHz	0,021	0,049
Coupon 1, ondes L, 2,25 MHz	0,008	0,012

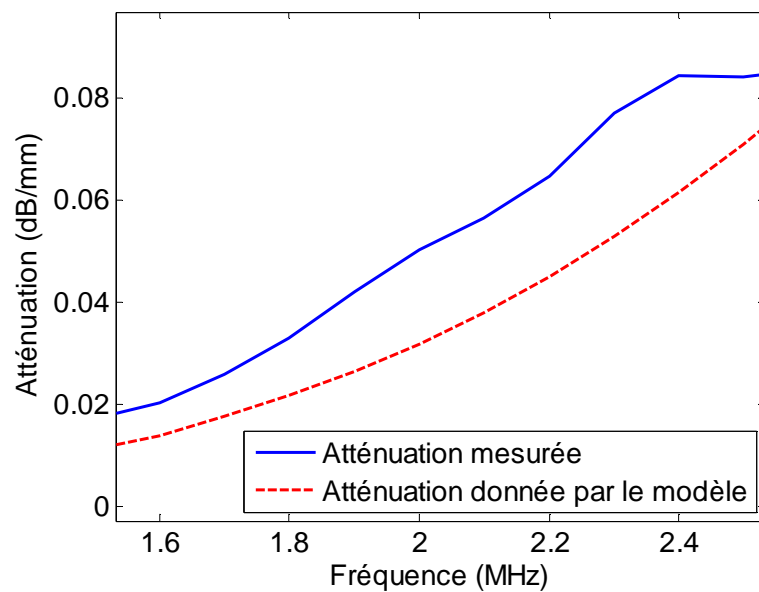
**Tableau 9 : Atténuations estimées d'après la mesure d'échos de fond successifs et prédites par le modèle pour le coupon 1**

Etant données les incertitudes de mesures, les atténuations mesurées et données par le modèle pour les ondes T à 1 MHz et pour les ondes L à 2,25 MHz peuvent être considérées comme proches. Le résultat obtenu pour les ondes T à 2,25 MHz demande une analyse plus approfondie. Les spectres fréquentiels des échos de fond successifs mesurés dans ce cas sont représentés Figure 57.

Il s'avère que, comme l'atténuation est plus forte pour les fréquences les plus hautes, le spectre des échos est progressivement décalé vers les basses fréquences. L'atténuation mesurée donnée dans le Tableau 9 correspond en fait à des fréquences inférieures à 2,25 MHz : il n'est donc pas surprenant qu'elle soit inférieure à celle donnée par le modèle à 2,25 MHz. L'atténuation peut être évaluée à partir des mesures de manière plus précise en effectuant de nouvelles régressions linéaires selon le principe illustré Figure 55, mais en utilisant les valeurs des spectres des échos à une fréquence donnée à la place des hauteurs des pics. En réalisant cette opération à plusieurs fréquences, des lois d'atténuation en fonction de la fréquence peuvent être mesurées. Celle obtenue à partir des mesures en T0 à 2,25 MHz sur le coupon 1 est présentée Figure 58 et comparée à la loi d'atténuation donnée par le modèle de diffusion.



**Figure 57 : Spectres des échos de fond successifs mesurés en T0 à 2,25MHz sur la plaque extraite du coupon 1. L'ordre d'arrivée des échos correspond à l'ordre décroissant des amplitudes.**



**Figure 58 : Atténuation obtenue à partir de l'analyse des spectres des échos de fond successifs dans la configuration T0 à 2,25MHz, comparée à celle donnée par le modèle**

Il s'avère que, contrairement à ce que l'analyse superficielle des amplitudes des échos indiquait, l'atténuation semble en fait sous-estimée par le modèle. D'après les résultats de la

Figure 58, l'atténuation à 2,25 MHz est en réalité de 0,070 dB/mm. Cela illustre les précautions à prendre lors de la mesure d'atténuations.

L'écart entre ce coefficient de 0,070 dB/mm mesuré et celui de 0,049 dB/mm donné par le modèle pourrait être dû aux imprécisions de mesure mais pourrait également indiquer que le modèle sous-estime légèrement l'atténuation. Cet écart serait trop faible pour apparaître clairement dans les comparaisons des décroissances du bruit de structure en fonction du temps, présentées précédemment.

### 3.2.4 Conclusion

La méthode de simulation développée semble prédire correctement l'évolution du bruit de structure dans les cas où la diffusion multiple peut être négligée. Ce résultat indique a priori une bonne prédiction du champ ultrasonore et des coefficients d'atténuation. Elle permet également de reproduire les conversions de modes et les interférences liées aux échos de coin.

En revanche, les niveaux de bruits simulés sont systématiquement plus faibles que ceux mesurés. Cette erreur ne semble pas être d'origine expérimentale car elle est observée à la fois dans les configurations au contact et dans celles en immersion.

### 3.3 Origines possibles de la sous-estimation du bruit de structure

Contact/immersion	Onde et angle d'incidence	Fréquence centrale	Sous estimation du bruit par la simulation
Contact	T45	1 MHz	15 dB
Contact	T45	2,25 MHz	5 dB
Contact	T45	3,5 MHz	5 dB
Contact	L45	2,25 MHz	3 dB
Contact	L30	2,25 MHz	0 dB
Immersion	T45	1 MHz	14 dB
Immersion	T45	2 MHz	8 dB

**Tableau 10 : Sous estimation des niveaux de bruit par la simulation pour les mesures réalisées sur le coupon 1**

Les écarts entre les niveaux de bruit simulés et mesurés dans les configurations sans diffusion multiple sont récapitulés dans le Tableau 10. Ces écarts sont particulièrement grands en basses fréquences et plus forts pour les ondes T que pour les ondes L.

Ils ne semblent pas être dus à une erreur de mesure. Différentes erreurs de modélisation possibles sont présentées ici.

### **3.3.1 Densité de diffuseurs**

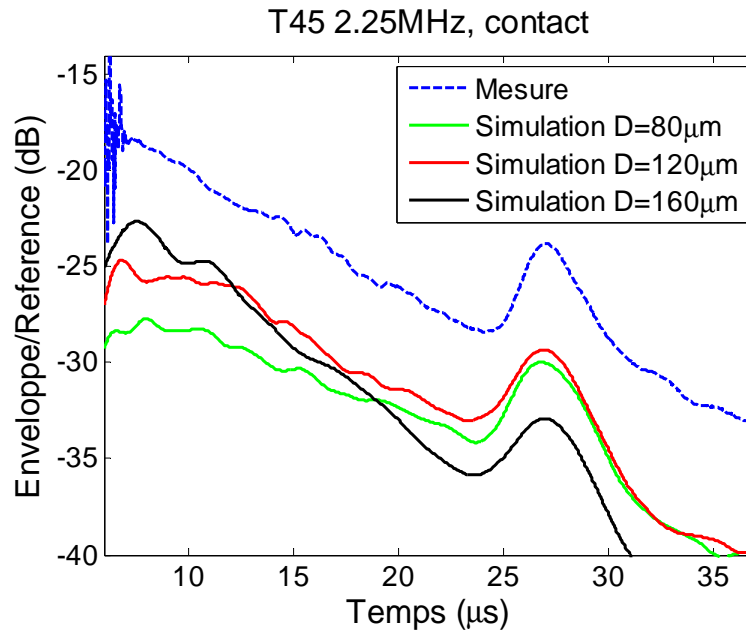
La méthode des diffuseurs équivalents est supposée ajuster les coefficients de diffusion en fonction de la densité de diffuseurs, de manière à assurer que ceux-ci diffusent autant d'énergie que le métal modélisé quelle que soit leur densité. Des simulations ont été réalisées avec différentes densités de diffuseurs afin de vérifier que les coefficients étaient correctement ajustés par l'algorithme. Il s'avère que l'énergie du bruit calculé est effectivement indépendante de la densité de diffuseurs.

La sous-estimation du bruit de structure par la méthode de simulation ne peut donc pas être attribuée à un mauvais choix de cette densité.

### **3.3.2 Erreur sur les paramètres concernant la microstructure**

Les écarts entre mesure et simulation pourraient s'expliquer par une erreur sur les propriétés de la microstructure utilisées comme données d'entrée. Des simulations ont été réalisées en supposant différentes tailles de grain et constantes élastiques afin d'évaluer cette possibilité. Des résultats obtenus pour différentes tailles de grain sont représentés Figure 59.

La taille de grain choisie influence à la fois les coefficients de diffusion et les coefficients d'atténuation. Des valeurs plus élevées des deux types de coefficients sont obtenues en augmentant la taille de grain. Augmenter la taille de grain permet donc de rehausser le bruit simulé au début des signaux, mais il décroît ensuite plus rapidement. L'évolution temporelle du bruit est alors mal reproduite et le bruit en fond de pièce est encore plus sous estimé. Diminuer la taille de grain a l'effet inverse et ne permet pas non plus de rapprocher le bruit simulé du bruit mesuré.



**Figure 59 : Enveloppes moyennes en fonction du temps du bruit de structure mesuré et simulé en supposant plusieurs diamètres effectifs de grains dans la configuration T45 au contact à 2,25MHz**

Un résultat similaire est obtenu en faisant varier les constantes élastiques. Si elles sont plus anisotropes, le bruit simulé est plus fort au début mais décroît plus rapidement.

Un bruit simulé imitant mieux le bruit mesuré ne peut donc pas être obtenu en ajustant ces paramètres.

### 3.3.3 Contribution des inclusions

Les coupons étudiés contiennent des inclusions dont le diamètre va de quelques microns à quelques dizaines de microns. Elles apparaissent aux joints de grains ou dans le volume des grains. Elles sont visibles dans l'exemple de la Figure 60.

Il est possible qu'elles contribuent à la diffusion, ce qui expliquerait la sous estimation du bruit de structure par le modèle de diffusion qui ne les prend pas en compte.



**Figure 60 : Micrographie réalisée sur le coupon 1 avec un grossissement élevé**

D'après une analyse réalisée au microscope électronique à balayage, il semble s'agir d'inclusions de ferrite. Un modèle a été développé afin d'évaluer la diffusion qu'elles provoquent. Le formalisme de Gubernatis [Gubernatis *et al.* 1977b; Gubernatis *et al.* 1977a] a été utilisé pour obtenir les expressions de la section efficace différentielle de diffusion d'une inclusion dans le cadre de l'approximation de Born. Une expression de la section efficace différentielle de diffusion moyenne par unité de volume peut alors être obtenue en appliquant l'approximation de diffusion indépendante. En supposant que toutes les inclusions sont de la même taille, elle s'exprime dans le cas des ondes T rétrodiffusées :

$$\eta_{T \rightarrow T}(180^\circ) = n \left| \frac{k_T^2}{4\pi} \left( \frac{\delta\rho}{\rho} + \frac{\delta\mu}{\mu} \right) 4\pi R^3 \frac{\sin(2Rk_T) - 2Rk_T \cos(2Rk_T)}{(2Rk_T)^3} \right|^2. \quad (80)$$

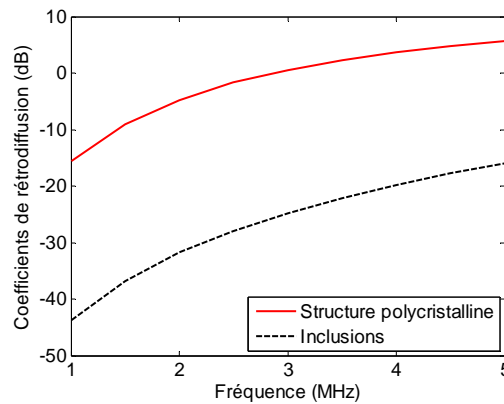
$n$  étant le densité d'inclusions,  $\rho$  et  $\mu$  la masse volumique et le second coefficient de Lamé du milieu moyenné,  $\delta\rho$  et  $\delta\mu$  les écarts de ces quantités dans les inclusions par rapport au milieu moyen, et  $R$  le rayon des inclusions.

La Figure 61 compare le coefficient de rétrodiffusion pour les ondes T lié à l'anisotropie des grains de ferrite à celui obtenu pour les inclusions. Les calculs réalisés sont basés sur les hypothèses suivantes :

- la masse volumique de la ferrite est différente de 5% de celle de l'austénite,
- les variations de propriétés élastiques entre l'austénite et la ferrite sont du même ordre que celles correspondant aux variations d'orientation entre différents grains d'austénite,

- les inclusions sont toutes des sphères de 40  $\mu\text{m}$  de diamètre et occupent 10% du volume.

Ces hypothèses amènent à surestimer la diffusion par les inclusions.



**Figure 61 : Coefficients de rétrodiffusion des ondes T dus à la structure polycristalline et aux inclusions**

Même surestimée, cette diffusion est donc négligeable par rapport à celle liée aux différences d'orientation entre les grains d'austénite. Les inclusions ne sont donc pas à l'origine de l'écart observé entre la simulation et la mesure.

### 3.3.4 Distribution de taille de grain

Le modèle de diffusion utilisé dans la simulation est basé sur l'hypothèse que la microstructure du métal peut être décrite par une fonction de corrélation spatiale exponentielle. Or, utiliser une forme exponentielle pour la fonction de corrélation revient à faire une hypothèse implicite sur la distribution de taille et les formes des grains. Il est possible que cette hypothèse induise une erreur sur les coefficients de diffusion donnés par le modèle. Cette possibilité est évoquée dans plusieurs travaux de la littérature, notamment dans ceux de Thompson *et al.* [Thompson *et al.* 1992] qui observent un écart similaire à celui observé ici dans le cas d'une mesure de bruit sur un acier.

Les résultats présentés dans la section 3.1.4 indiquent que les fonctions de corrélation mesurées sur des micrographies de la structure diffèrent des fonctions exponentielles. Une étude théorique a été réalisée dans le but de déterminer si ces différences peuvent affecter l'évaluation des coefficients de diffusion et d'atténuation. Cette étude est présentée dans le chapitre 4.



### 3.3.5 Effet des macles

Le modèle utilisé pour les simulations est basé sur l'hypothèse que les orientations de grains voisins sont indépendantes. Or des macles, c'est-à-dire des ensembles de cristaux dont les orientations sont liées, peuvent être présentes dans le métal. Elles pourraient affecter la diffusion et être à l'origine d'écarts entre les mesures et les prédictions du modèle.

L'effet de macles sur la diffusion n'a pas été étudié pendant cette thèse. Une étude de la diffusion dans une microstructure dans laquelle apparaissent des relations d'orientations cristallographiques est néanmoins présentée dans le chapitre 4. La démarche qui y est développée pourrait être appliquée aux cas de macles.

### 3.3.6 Contribution des dislocations

Le modèle utilisé néglige l'effet des dislocations présentes aux joints de grains. Or ces dislocations ont tendance à vibrer au passage d'une onde ultrasonore. L'onde perd alors de l'énergie. Une partie de cette énergie est dissipée par amortissement et le reste est à nouveau diffusé sous forme d'onde ultrasonore. Les dislocations sont donc à l'origine de phénomènes d'absorption et de diffusion des ondes ultrasonores.

Maurel *et al.* [Maurel *et al.* 2007] proposent une approche permettant de modéliser l'atténuation dans un polycristal en tenant compte à la fois des effets des grains et de ceux des dislocations présentes aux joints de grains. Ils obtiennent en basse fréquence des coefficients d'atténuation  $\alpha$  ayant la forme suivante :

$$\alpha = D_1 \omega^2 + (D_2 + G) \omega^4. \quad (81)$$

$D_1$  et  $D_2$  étant des termes liés aux dislocations et  $G$  un terme lié aux grains. Maurel *et al.* estiment que  $D_2$  et  $G$  sont du même ordre de grandeur dans le cas du cuivre mais ne donnent pas d'estimations pour d'autres métaux. Si le coefficient  $D_2$  est comparable à  $G$  pour le cas de l'acier austénitique étudié, cela pourrait expliquer la sous-estimation de la diffusion par le modèle utilisé qui ne tient pas compte de la diffusion due aux dislocations.

Le terme en  $D_1 \omega^2$  qui apparait dans cette expression a un poids plus important que les termes en  $\omega^4$  en basses fréquences. Il pourrait donc expliquer pourquoi la sous-estimation du bruit par le modèle est particulièrement importante en basses fréquences.

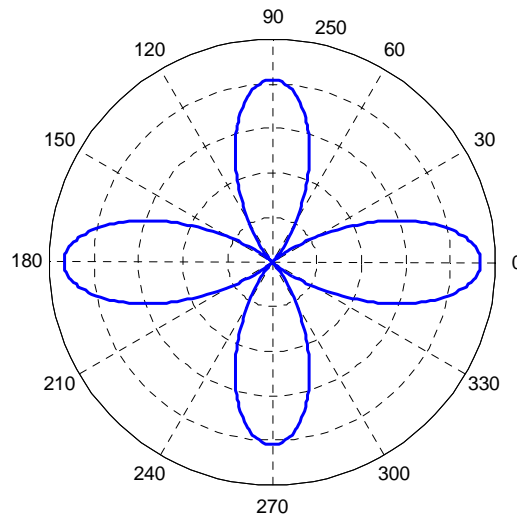
L'hypothèse que la diffusion prédite serait plus proche de celle mesurée en ajoutant une contribution due aux dislocations pose néanmoins un problème. L'atténuation semble déjà correctement prédite en ne tenant compte que de la contribution des grains, seul le bruit de

structure est sous estimé. Pour que la diffusion due aux dislocations permette de corriger les prédictions du modèle, il faut que les dislocations diffusent préférentiellement vers le capteur, afin que le bruit enregistré soit rehaussé sans que l'atténuation ne soit augmentée significativement.

Dans le cadre d'un modèle bidimensionnel [Maurel *et al.* 2006], la directivité de la diffusion par les dislocations constituant un joint de grain peut être considérée comme proportionnelle à l'expression suivante dans les cas des ondes T :

$$\cos(2\theta_0)\cos[2(\theta-\theta_0)]\text{sinc}\left[k_T L \frac{\sin(\theta_0-\theta)-\sin(\theta_0)}{2}\right]. \quad (82)$$

$L$  étant la longueur du joint de grain,  $\theta_0$  l'angle entre la direction d'incidence de l'angle et le joint de grain, et  $\theta$  l'angle de diffusion. La directivité du coefficient de diffusion moyen représentée Figure 62 peut être obtenue en moyennant le carré de cette expression sur l'ensemble des orientations de joints de grain possibles.



**Figure 62 : Directivité du coefficient de diffusion moyen dû aux dislocations aux joints de grain**

Cette directivité est très similaire à celle des coefficients de diffusion des ondes T par les grains, présentée dans le chapitre 2. Il ne semble donc pas a priori que les dislocations puissent être à l'origine d'un bruit du même ordre que celui dû aux grains sans contribuer à l'atténuation dans les mêmes proportions.

Il serait toutefois intéressant de quantifier l'effet des dislocations présentes dans les aciers sur lesquels cette étude a été réalisée afin de déterminer si elles peuvent contribuer de manière significative au bruit de structure.

### 3.3.7 Conclusion

La sous-estimation du bruit de structure ne semble donc être liée ni à une erreur sur les paramètres d'entrée, ni à la contribution des inclusions. L'influence d'une erreur sur la distribution de taille de grain sera examinée dans le chapitre suivant.

Cette sous-estimation pourrait aussi être due au fait que les macles ou les dislocations ne sont pas prises en compte par le modèle. Une analyse plus approfondie du métal serait nécessaire pour évaluer ces possibilités.

## Conclusion

Une étude expérimentale a été réalisée sur trois coupons en acier austénitique. Les structures polycristallines de ces trois coupons ont été caractérisées lors d'une étude micrographique. Des diamètres de grain effectifs ont ainsi été déterminés. Deux des coupons ont des microstructures similaires et le troisième est composé de grains de plus grande taille. Des mesures de bruit de structure ont été comparées à des simulations qui utilisent ces diamètres de grain comme données d'entrée.

Dans les configurations où la diffusion multiple n'est pas trop importante, la simulation reproduit correctement l'évolution du bruit en fonction du temps ainsi que les surintensités de bruit liées aux échos de coin, y compris en présence de conversions de mode. Elle a toutefois tendance à sous-estimer le bruit. Une étude, présentée dans le chapitre 4, a été réalisée afin de déterminer si cette sous-estimation pourrait être liée à une mauvaise prise en compte des distributions de tailles de grains.

La méthode de simulation ne reproduit pas les phénomènes de diffusion multiple. Ces phénomènes apparaissent dans les cas où la diffusion est la plus importante. Les prendre en compte permettrait donc de modéliser le bruit de structure dans les cas où il est le plus gênant en pratique. Une approche de modélisation de la diffusion multiple est présentée dans le chapitre

5.

# CHAPITRE 4

## Adaptation du modèle de diffusion à différentes microstructures

### Introduction

Le modèle présenté dans le chapitre 2 est basé sur des hypothèses simples sur les propriétés géométriques et élastiques des grains. L'adaptation de ce modèle à des microstructures ayant des propriétés géométriques ou élastiques différentes est discutée dans les deux parties de ce chapitre.

Les résultats présentés dans le chapitre 3 indiquent que la méthode de simulation présentée dans le chapitre 2 permet de reproduire certains aspects du bruit de structure mais a tendance à le sous-estimer. Cette sous-estimation pourrait être liée à une mauvaise description des propriétés géométriques de la microstructure par la fonction de corrélation spatiale exponentielle. Dans la première partie de ce chapitre, des fonctions de corrélation spatiales alternatives sont proposées. Le modèle de diffusion est adapté à ces fonctions. Des résultats de calcul sont présentés afin de déterminer dans quelle mesure une meilleure représentation de la microstructure pourrait permettre d'améliorer les prédictions du modèle de diffusion.

La seconde partie de ce chapitre traite de l'adaptation de la méthode de simulation à un acier utilisé dans l'industrie nucléaire. Sa microstructure est caractérisée par la présence de deux phases liées par des relations d'orientation cristallographique. Ces relations d'orientation influencent les variations de propriétés élastiques d'un grain à l'autre. Deux approches permettant de modéliser la propagation des ondes ultrasonores dans un tel métal sont proposées.

## 4.1 Fonctions de corrélation spatiale alternatives

Dans les modèles de diffusion utilisés lors de cette thèse, les propriétés géométriques de la microstructure sont décrites par une fonction de corrélation spatiale. Celle-ci est définie comme la fonction qui associe à un vecteur la probabilité que deux points distants de ce vecteur soient situés dans le même grain. Elle représente de manière statistique la taille et la forme des grains.

La plupart des travaux de la littérature basés sur un tel formalisme supposent que la fonction de corrélation a une forme exponentielle :

$$W_{Exp}(\vec{s}) = \exp\left[-2 \frac{|\vec{s}|}{D_{Exp}}\right]. \quad (83)$$

C'est le cas de travaux de référence sur l'atténuation [Stanke et Kino 1984] ou sur le bruit de structure [Rose 1992]. Le paramètre  $D_{Exp}$  est homogène à une longueur et représente une taille de grain effective. La forme exponentielle simplifie les développements mathématiques menant aux expressions des coefficients de diffusion ou d'atténuation.

Le choix d'une forme exponentielle pour la fonction de corrélation correspond à une hypothèse sur les distributions de tailles et de formes des grains. Certains auteurs [Thompson *et al.* 1992; Zhang *et al.* 2004] suggèrent que cette hypothèse pourrait être à l'origine d'erreurs dans la modélisation de la diffusion par une microstructure, dans des cas où ses propriétés géométriques sont différentes de celles supposées par la fonction exponentielle. Une partie des écarts entre les niveaux de bruit mesurés et simulés des résultats du chapitre 3 pourrait donc être lié à l'hypothèse faite dans le modèle que la microstructure peut être décrite par une fonction de corrélation spatiale.

Par ailleurs, des méthodes de simulation autres que celle étudiée ici utilisent des représentations différentes de la microstructure, notamment les diagrammes de Voronoi. Afin de pouvoir comparer les résultats issus de ces méthodes et de celle du chapitre 2, il est utile de développer l'expression de la fonction de corrélation d'un diagramme de Voronoi.

L'influence du choix de la forme de la fonction de corrélation sur les propriétés du bruit de structure et de l'atténuation est étudiée dans ce chapitre. Afin d'estimer l'influence de ce choix, deux formes alternatives de la fonction de corrélation ont été développées. La première permet de décrire les propriétés géométriques d'un diagramme de Voronoi. La seconde expression de la fonction de corrélation permet de décrire une structure dont les volumes des

grains suivent une distribution log-normale. Cette expression permet de décrire des types de structures aux variabilités de tailles de grains quelconques.

L'impact du choix de la forme de la fonction de corrélation sur les coefficients de diffusion et d'atténuation calculés est discuté dans ce chapitre.

#### **4.1.1 Fonctions de corrélation alternatives**

##### **4.1.1.1 Fonction de corrélation gaussienne**

La fonction de corrélation gaussienne est souvent utilisée dans le domaine des ultrasons médicaux, mais pas dans celui du CND par ultrasons. Elle a la forme suivante :

$$W_{Gaus}(\vec{s}) = \exp\left(-\frac{|\vec{s}|^2}{2D_{Gaus}^2}\right). \quad (84)$$

Cette fonction est supposée représenter la structure de tissus biologiques. Elle n'est pas utilisée pour la modélisation de structures métallurgiques. Des résultats obtenus en supposant des fonctions de cette forme seront néanmoins présentés, afin d'illustrer l'influence du choix de la fonction de corrélation.

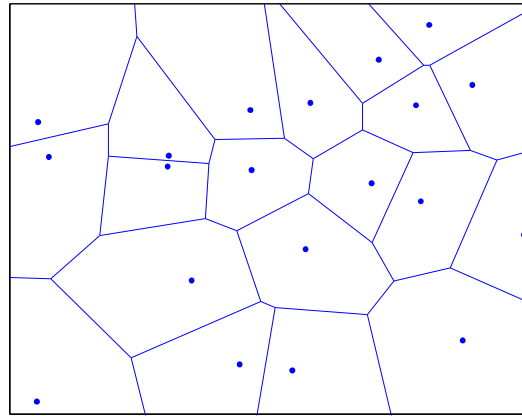
##### **4.1.1.2 Diagrammes de Voronoi**

Les diagrammes de Voronoi sont des objets mathématiques pouvant être utilisés pour représenter des microstructures polycristallines. Un diagramme de Voronoi est construit à partir d'un ensemble de points, appelés centres, sites, ou encore germes. Le terme germe est utilisé ici car il permet une analogie avec les phénomènes de croissance des cristaux. Le diagramme de Voronoi est une division de l'espace en cellules de Voronoi : une cellule de Voronoi est associée à un germe et est constituée de l'ensemble des points qui sont plus proches de ce germe que de tous les autres germes.

Les diagrammes de Voronoi sont utilisés dans des domaines variés comme la chimie et la climatologie. Dans certaines applications, les positions des germes sont des données du problème. Dans le cas des représentations de structures polycristallines, elles sont générées aléatoirement.

L'algorithme Quickhull [Barber *et al.* 1995], intégré notamment au logiciel Matlab, a été utilisé pour calculer des diagrammes de Voronoi dans le cadre de cette thèse.

Les résultats présentés ici concernent des diagrammes de Voronoi construits à partir de germes répartis selon une densité de probabilité uniforme. De tels diagrammes sont souvent appelés « Poisson-Voronoi tessellation ». La Figure 63 en est un exemple en deux dimensions : les points représentent les germes, et les lignes les frontières entre les cellules.

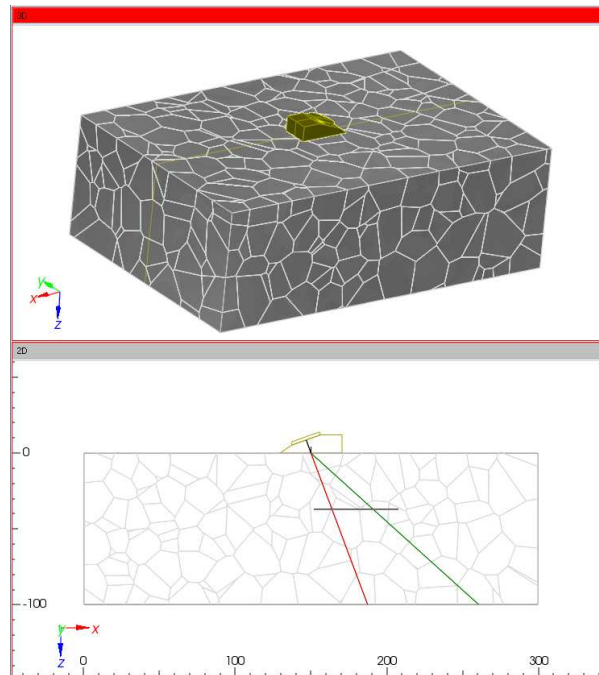


**Figure 63 : Exemple de diagramme de Voronoi en deux dimensions**

Ils sont utilisés pour modéliser des structures polycristallines afin d'y étudier la propagation des ondes ultrasonores.

La propagation d'une onde ultrasonore dans des métaux peut être étudiée à l'aide de calculs par éléments finis dans un diagramme de Voronoi en deux dimensions [Ghoshal et Turner 2009]. Des diagrammes de Voronoi en trois dimensions permettraient une représentation plus fidèle de la microstructure, mais l'utilisation de méthodes par éléments finis sur de telles structures serait trop coûteuse en temps de calcul.

Une méthode de calcul de champ semi-analytique (la méthode des pinceaux) permet de calculer des champs ultrasonores dans un diagramme de Voronoi en trois dimensions [Jenson *et al.* 2009]. Cette méthode est implémentée dans le logiciel CIVA. La Figure 64 est un exemple de diagramme de Voronoi généré.



**Figure 64 : Exemple de diagramme de Voronoi en trois dimensions dans le logiciel CIVA**

La méthode de simulation du bruit de structure par sommation des contributions de chaque grain, développée lors de cette thèse et présentée dans l'annexe C, utilise également des diagrammes de Voronoi pour représenter une microstructure polycristalline.

Or, les fonctions de corrélation correspondant à des diagrammes de Voronoi diffèrent de la fonction de corrélation exponentielle. Les hypothèses sur la géométrie des cristaux utilisées dans les approches basées sur des diagrammes de Voronoi diffèrent donc de celles qui supposent des fonctions de corrélation exponentielles. Il est intéressant de développer les fonctions de corrélation correspondant aux diagrammes de Voronoi dans le but de pouvoir évaluer l'impact des hypothèses portant sur les propriétés géométriques de la structure, et de permettre des comparaisons entre différentes approches de modélisation.

#### **4.1.1.3 Fonction de corrélation d'un diagramme de Voronoi en deux dimensions**

Les diagrammes de Voronoi en deux dimensions sont utilisés dans certaines approches de calcul numérique de la diffusion, notamment les méthodes par éléments finis, quand des calculs en trois dimensions sont trop coûteux. La fonction de corrélation correspondant à ces diagrammes permettrait d'effectuer des comparaisons entre ces méthodes et des calculs analytiques.

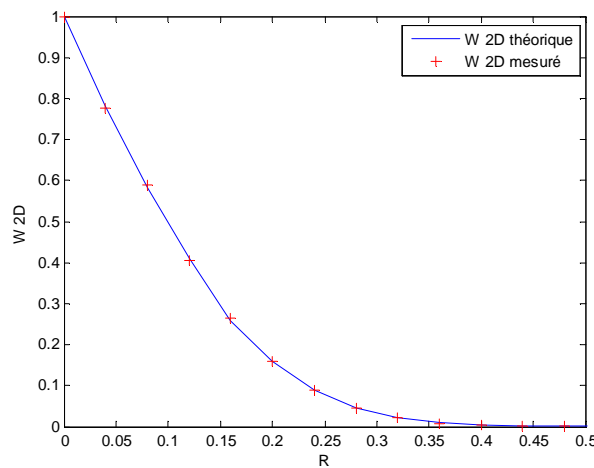


L'utilité de cette fonction se limite à la comparaison entre différentes méthodes de modélisation car le caractère bidimensionnel du diagramme fait qu'il ne permet pas de reproduire quantitativement les phénomènes de diffusion qui se produisent dans un polycristal réel. Des résultats plus réalistes peuvent être obtenus avec la fonction de corrélation d'un diagramme de Voronoi en trois dimensions, présentée dans le paragraphe suivant.

La fonction pour le cas bidimensionnel, notée ici  $W_{Vor2D}(R)$ , est définie comme la probabilité que deux points distants de  $R$  soient situés dans la même cellule. Ce diagramme est caractérisé par une densité surfacique de germes notée ici  $\sigma$ . Le développement analytique de son expression, présenté dans l'annexe D, conduit au résultat suivant :

$$W_{vor2D}(R) = \sigma \int_{L=0}^{\infty} L \exp(-\pi L^2 \sigma) \int_{\theta=0}^{2\pi} \exp \left\{ -\sigma \left[ (R^2 + L^2 - 2RL \cos(\theta)) \left[ \pi - \cos^{-1} \left( \frac{R - L \cos(\theta)}{\sqrt{R^2 + L^2 - 2RL \cos(\theta)}} \right) \right] - L^2 \cos^{-1}(\cos(\theta)) + LR |\sin(\theta)| \right] \right\} d\theta dL \quad (85)$$

Ce résultat a été validé par comparaison à des mesures de fonction de corrélation effectuées sur un grand nombre de diagrammes de Voronoi. Ces diagrammes ont été calculés pour des ensembles de germes générés aléatoirement, et les fonctions de corrélation ont été mesurées par comptage des paires de points situées dans le même grain, pour différentes distances entre ces points. La Figure 65 montre que la fonction obtenue analytiquement et la fonction mesurée coïncident.



**Figure 65 : Fonctions de corrélation d'un diagramme de Voronoi 2D obtenues de manière analytique et par mesures sur un grand nombre de diagrammes**

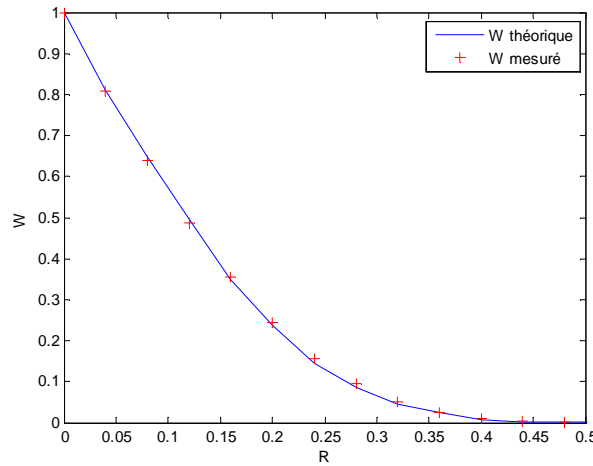
Cette fonction n'a pas été utilisée dans le cadre de cette thèse, mais pourrait servir à évaluer les différences entre des calculs effectués par éléments finis en deux dimensions et des calculs analytiques.

#### 4.1.1.4 Fonction de corrélation d'un diagramme de Voronoi en trois dimensions

Un diagramme de Voronoi en trois dimensions peut représenter une microstructure polycristalline de manière plus réaliste qu'un diagramme en deux dimensions. Les développements menant à l'expression de la fonction de corrélation, détaillés dans l'annexe D, sont similaires à ceux menant à l'expression précédente. Ils aboutissent au résultat suivant,  $\rho$  désignant ici la densité volumique de germes du diagramme :

$$W_{vor3D}(R) = 2\pi\rho \int_{L=0}^{\infty} dL L^2 \int_{x=-1}^1 dx \exp \left\{ -\pi\rho \frac{2(L^2 + R^2 - 2LRx)^{\frac{3}{2}} + 2L^3 + 3x^2 RL^2 + 3RL^2 - 6xR^2 L + 2R^3}{3} \right\}. \quad (86)$$

Ce résultat a été validé par comparaison à des mesures de fonction de corrélation effectuées sur un grand nombre de diagrammes de Voronoi. Les deux résultats, comparés dans la Figure 66, coïncident.



**Figure 66 : Fonctions de corrélation d'un diagramme de Voronoi 3D obtenues de manière analytique et par mesures sur un grand nombre de diagrammes**

Son expression repose sur une double intégration pour laquelle il n'existe pas, à notre connaissance, de forme explicite simple. L'évaluation de cette fonction nécessite donc des calculs numériques et il est utile de développer une méthode permettant de la rendre la plus rapide possible.

Le calcul numérique de l'intégrale sur la variable  $L$  est délicat car il s'agit d'un calcul sur un intervalle infini. Il est possible de ramener cette intégration à l'intervalle fini  $[0,1]$  à l'aide du changement de variable suivant :

$$u = \frac{\sqrt[3]{\rho L}}{\sqrt[3]{\rho L} + 1}. \quad (87)$$

Il est possible de faciliter encore plus l'évaluation de cette fonction en l'identifiant à une fonction dont l'argument est adimensionnalisé :

$$W_{vor3D}(R) = \tilde{W}_{vor3D}(\tilde{R}), \text{ avec } \tilde{R} = \sqrt[3]{\rho} R. \quad (88)$$

La fonction  $\tilde{W}_{vor3D}$  est indépendante de la densité de germes  $\rho$  et s'écrit :

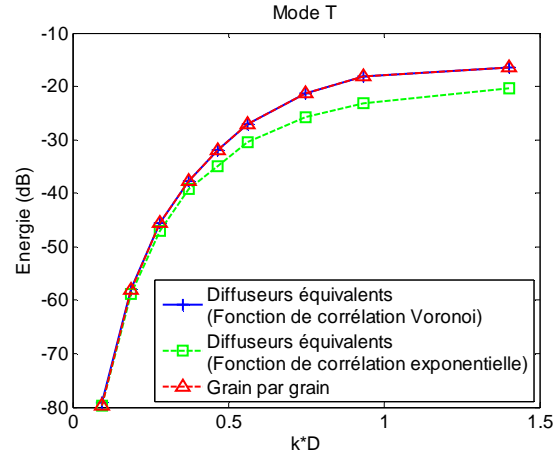
$$\begin{aligned} \tilde{W}_{vor3D}(\tilde{R}) = 2\pi \int_{u=0}^1 \frac{1}{(u-1)^2} \left( \frac{u}{1-u} \right)^2 \int_{x=-1}^1 \exp \left\{ -\frac{\pi}{3} \left[ 2 \left( \left( \frac{u}{1-u} \right)^2 + \tilde{R}^2 - 2 \frac{u}{1-u} \tilde{R}x \right)^{\frac{3}{2}} \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \left( \frac{u}{1-u} \right)^3 + 3x^2 \tilde{R} \left( \frac{u}{1-u} \right)^2 + 3\tilde{R} \left( \frac{u}{1-u} \right)^2 - 6x\tilde{R}^2 \frac{u}{1-u} + 2\tilde{R}^3 \right] \right\} dx du \end{aligned} \quad (89)$$

Cette fonction à argument adimensionnalisé permet d'accélérer considérablement les évaluations de  $W_{vor3D}$ . Il suffit de calculer la fonction adimensionnalisée une fois pour un ensemble de valeurs de  $\tilde{R}$  et de stocker les résultats dans une table, pour pouvoir ensuite évaluer  $W_{vor3D}$  très rapidement pour n'importe quelles valeurs de  $R$  et de  $\rho$  à l'aide de l'équation (88).

Cette méthode d'évaluation rapide est particulièrement utile pour le calcul numérique des coefficients de diffusion et d'atténuation, présenté plus loin dans ce chapitre, qui requiert un grand nombre de valeurs des fonctions de corrélation.

Cette fonction et la méthode d'évaluation rapide associée ont été utilisées pour permettre une comparaison entre les deux algorithmes de simulation présentés dans le chapitre 2. Les coefficients correspondant à la fonction de corrélation d'un diagramme de Voronoi ont ainsi pu être utilisés en entrée de la méthode des diffuseurs équivalents, afin de comparer les résultats de deux algorithmes pour des représentations de la microstructure identiques. La Figure 22 donne, en plus des comparaisons déjà présentées dans le chapitre 2, le résultat qui aurait été obtenu si une fonction de corrélation exponentielle avait été utilisée

dans le calcul par la méthode des diffuseurs équivalents à la place de la fonction de l'équation (86).



**Figure 67 : Energie diffusée par une microstructure d'après la méthode des diffuseurs équivalents pour deux fonctions de corrélation différentes et d'après la méthode de sommation grain par grain, en fonction du produit du nombre d'onde central de l'onde incidente et d'un diamètre de grain caractéristique**

Cet exemple illustre l'importance que peut avoir le choix de la fonction de corrélation dans la modélisation de la diffusion.

#### 4.1.1.5 Distribution log-normale de volumes

Les fonctions de corrélation des diagrammes de Voronoi ont été développées afin de permettre des comparaisons entre différentes méthodes de mesure. La fonction de corrélation correspondant à une distribution log-normale de volumes a été développée dans un but différent : permettre d'évaluer des coefficients de diffusion pour des distributions de tailles de grains de moyennes et de variabilité quelconque. Les distributions log-normales sont souvent utilisées pour décrire les distributions de tailles de grains d'un polycristal [Papadakis 1961; Smith 1982].

Une fonction de corrélation a été développée pour un polycristal dont le volume des grains suit la distribution log-normale suivante :

$$d_{Vol}(V) = \frac{\exp\left[-\frac{(\ln(V) - m)^2}{2s^2}\right]}{Vs\sqrt{2\pi}}. \quad (90)$$

Les distributions de cette forme sont appelées « log-normales », car le logarithme de la variable suit une distribution normale. Dans cet exemple,  $\ln(V)$  suit une distribution normale de moyenne  $m$  et d'écart-type  $s$ . Le développement de la fonction de corrélation associée, détaillé dans l'annexe D, aboutit à l'expression suivante :

$$W_{LogNorm}(D) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\ln \left( \frac{\pi}{6} D^3 \right) - s^2 - m}{s\sqrt{2}} \right) - \sqrt[3]{\frac{9\pi}{2}} \frac{\exp \left( -\frac{5s^2}{18} - \frac{m}{3} \right) D}{4} \operatorname{erfc} \left[ \frac{3 \ln \left( \frac{\pi}{6} D^3 \right) - 2s^2 - 3m}{3s\sqrt{2}} \right] + \frac{\pi \exp \left( -\frac{s^2}{2} - m \right) D^3}{24} \operatorname{erfc} \left[ \frac{\ln \left( \frac{\pi}{6} D^3 \right) - m}{s\sqrt{2}} \right] . \quad (91)$$

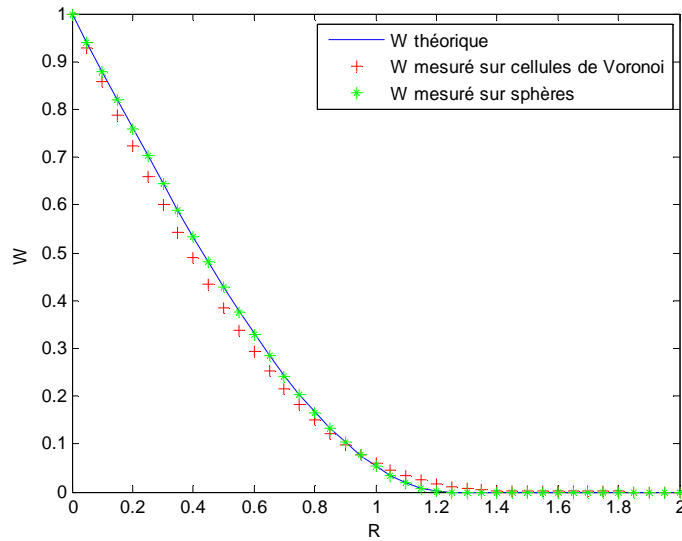
$\operatorname{erfc}$  étant la fonction d'erreur complémentaire, définie comme :

$$\operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\zeta=z}^{\infty} \exp(-\zeta^2) d\zeta . \quad (92)$$

L'évaluation de cette expression ne pose pas de problème de temps de calcul. La fonction  $\operatorname{erfc}$  est d'usage courant et est évaluée rapidement par le logiciel Matlab.

La fonction donnée par l'expression (91) a été comparée à des fonctions mesurées sur deux structures générées aléatoirement. Une de ces structures est composée de grains sphériques dont la distribution de volumes est log-normale. A priori, ce calcul devrait être en accord avec l'expression (91). Dans la seconde structure, les grains ont également une distribution log-normale mais ils ont la forme de cellules issues d'un diagramme de Voronoï. Les grains ont donc une forme plus réaliste dans la deuxième structure : comparer les deux fonctions de corrélation obtenues permet d'évaluer l'erreur introduite par l'hypothèse de grains sphériques.

La Figure 68 représente les fonctions de corrélations obtenues après 50 000 mesures, pour  $m = 10^{-4}$  et  $s = 2 \cdot 10^{-4}$ .



**Figure 68 : Fonctions de corrélation théorique et mesurée pour une distribution log-normale de tailles de grains**

La courbe donnée par la fonction théorique est en accord avec celle donnée par la mesure sur des grains sphériques, ce qui valide l'expression (91). Par contre, ces deux courbes sont distinctes de celle donnée par la mesure sur des grains ayant la forme de cellules de Voronoi : l'hypothèse de grains sphériques introduit donc une légère erreur.

#### **4.1.2 Calculs de coefficients de diffusion et d'atténuation pour les différentes fonctions de corrélation**

Des résultats permettant de quantifier l'impact du choix de la fonction de corrélation sont présentés dans la suite de ce chapitre. L'obtention de ces résultats pour les fonctions de corrélations des structures Voronoi et log-normale a nécessité le développement d'une méthode de calcul spécifique. En effet, la forme exponentielle est généralement utilisée car elle présente l'avantage de permettre de développer des expressions analytiques simples pour les coefficients de diffusion et d'atténuation. C'est également le cas, dans une moindre mesure, pour la forme gaussienne. Mais il n'est pas possible d'obtenir des expressions simples pour les formes Voronoi et log-normale.

Une méthode numérique permettant d'obtenir des coefficients de diffusion et d'atténuation pour une fonction de corrélation de forme quelconque a donc été développée.

L'expression du coefficient de diffusion donnée dans le chapitre 2 pour le cas exponentiel peut être généralisée à une fonction de corrélation quelconque sous la forme suivante :

$$\eta_{Inc \rightarrow Dif} = \frac{\omega^4}{v_{Inc}^3 v_{Dif}^5 (4\pi\rho)^2} \langle \delta C_{ijkl} \delta C_{mnpq} \rangle p_{ijklmnpq} (Inc, Dif, \theta) S(W, \omega, Inc, Dif, \theta), \text{ avec} \quad (93)$$

$$S(W, \omega, Inc, Dif, \theta) = \int d^3 \vec{s} W(\vec{s}) \exp \left[ i (\vec{k}_{Inc} - \vec{k}_{Dif}) \cdot \vec{s} \right], \quad (94)$$

$W$  étant la fonction de corrélation spatiale du matériau. Le terme  $S$  est appelé facteur de forme. Les coefficients de diffusion correspondant aux différentes fonctions de corrélations différeront donc uniquement par leur facteur de forme.

Dans le cas d'une fonction de corrélation exponentielle, le facteur de forme a une expression simple :

$$S(W_{Exp}, \omega, Inc, Dif, \theta) = \pi D_{Exp}^3 \left[ 1 + \frac{\omega^2 (\Delta k)^2 D_{Exp}^2}{4} \right]^{-2}, \quad (95)$$

avec :

$$\Delta k = |\vec{k}_I - \vec{k}_S| = \sqrt{(k_S \sin \theta)^2 + (k_I - k_S \cos \theta)^2}. \quad (96)$$

Dans le cas d'une fonction de corrélation gaussienne (84), le facteur de forme peut être calculé de manière analytique et est égal à :

$$S(W_{Gaus}, \omega, Inc, Dif, \theta) = (2\pi)^{\frac{3}{2}} D_{Gaus}^3 \exp \left( -\frac{(\Delta k)^2 D_{Gaus}^2}{2} \right). \quad (97)$$

Les cas des fonctions de corrélation correspondant à des diagrammes de Voronoi ou à des distributions log-normales sont plus délicats à traiter car il est nécessaire d'utiliser des méthodes numériques pour calculer leurs facteurs de formes.

Les fonctions de corrélation étudiées durant cette thèse concernent toutes des structures équiaxes. Pour de telles structures, le facteur de forme peut être exprimé sous une forme plus simple à manipuler :

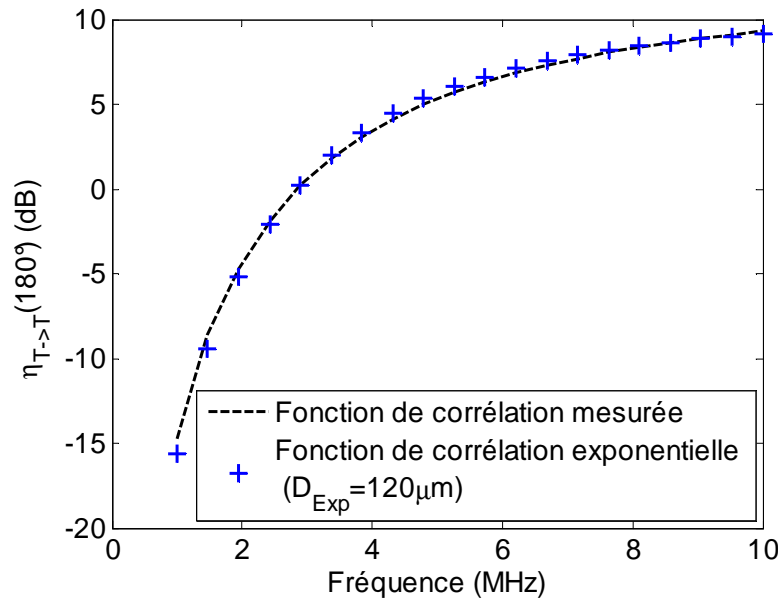
$$S(W) = \frac{4\pi}{\Delta k} \int_{x=0}^{\infty} W(x) \sin(\Delta k x) x dx. \quad (98)$$

Cette intégrale peut être interprétée comme une transformée de Fourier de  $W(x)x$ . Il existe de nombreuses méthodes dans la littérature pour calculer des transformées de Fourier de manière précise et rapide. L'algorithme développé durant cette thèse repose sur l'approximation des fonctions par des splines [Ostrander 2003]. Cet algorithme permet de réaliser un grand nombre de calculs de coefficients de diffusion en un temps raisonnable.

La rapidité de cet algorithme est particulièrement utile pour le calcul des coefficients d'atténuation. En effet, ce calcul nécessite une intégration sur les coefficients de diffusion selon la méthode présentée dans le chapitre 2.

#### 4.1.3 Calculs basés sur des fonctions de corrélation mesurées sur des micrographies

L'algorithme développé peut être utilisé pour calculer les coefficients de diffusion correspondant à n'importe quelle fonction de corrélation, y compris à une fonction de corrélation mesurée.



**Figure 69 : Comparaison des coefficients de rétrodiffusion en ondes T correspondant à une fonction de corrélation mesurée et à son approximation par une fonction de corrélation exponentielle**



La Figure 69 compare, d'une part, le coefficient de rétrodiffusion pour une fonction de corrélation mesurée directement sur la microstructure lors de l'étude micrographique présentée dans le chapitre 3 et, d'autre part, le coefficient de rétrodiffusion obtenu pour l'approximation par une exponentielle de cette fonction. Cette comparaison permet d'évaluer l'impact de l'approximation sur la modélisation du bruit de structure.

Il apparaît que l'écart dû à cette approximation est extrêmement faible. Elle n'est donc pas la cause des différences observées entre le bruit simulé et le bruit mesuré dans le chapitre 3.

Cependant, il est possible que la fonction de corrélation réelle du matériau soit différente de celle mesurée. Et, contrairement à la fonction mesurée, cette fonction réelle pourrait être significativement différente de la fonction exponentielle. En effet, il a été noté dans le 3 que la méthode de mesure de cette fonction introduit des erreurs non négligeables liées aux difficultés d'identification des frontières entre les grains. Et il se trouve que dans des cas où ces frontières seraient positionnées totalement aléatoirement dans le milieu, une fonction exponentielle serait obtenue. Il est donc possible que la fonction de corrélation du milieu soit ramenée vers une forme exponentielle par les erreurs de mesure mais en diffère significativement en réalité.

Une étude de l'influence de la forme de cette fonction sur la diffusion est présentée dans la suite pour deux raisons : tout d'abord, pour déterminer avec certitude si elle pourrait être à l'origine des erreurs observée dans le 3, et ensuite, parce que l'influence de la distribution de tailles de grain sur la diffusion est une question récurrente dans la littérature [Thompson *et al.* 1992; Zhang *et al.* 2004].

#### **4.1.4 Influence du choix de la forme de la fonction de corrélation sur la dépendance fréquentielle des coefficients de diffusion**

Les résultats présentés dans le 3 montrent que les écarts entre bruit mesuré et bruit simulé varient considérablement entre différentes fréquences, notamment entre 1MHz et 2,25MHz dans le cas des mesures sur le coupon 1. Cela semble indiquer que la dépendance fréquentielle des coefficients de diffusion réels du métal est différente de celle donnée par le modèle. Il est donc intéressant de déterminer si les fonctions de corrélation développées ici permettent d'obtenir des valeurs de coefficients de diffusion dont la dépendance fréquentielle permettrait un meilleur accord avec les mesures.

Des fonctions de corrélation de différentes formes peuvent être comparées en fixant leurs paramètres de manière à ce qu'elles correspondent aux mêmes coefficients de diffusion dans la limite des basses fréquences [Insana *et al.* 1990]. Cela permet, en calculant les différents coefficients pour plusieurs fréquences, de déterminer comment le choix de la description de la microstructure influe sur la dépendance fréquentielle des coefficients de diffusion.

Dans cette limite, les coefficients de diffusion et d'atténuation sont tous proportionnels au rapport de la moyenne du carré du volume des grains sur la moyenne de leur volume,

$$\frac{\overline{(V^2)}}{\overline{V}}. \quad (99)$$

Cette quantité constitue un indicateur de la capacité de la microstructure à diffuser en basses fréquences [Papadakis 1961]. En ajustant les paramètres des fonctions de corrélation de plusieurs formes de manière à ce que cette quantité soit la même dans tout les cas, il est possible d'obtenir des fonctions de corrélation différentes mais correspondant toutes à la même diffusion en basses fréquences. Elle apparait dans les expressions des différents coefficients par l'intermédiaire du facteur de forme.

#### 4.1.4.1 Expression des limites basses fréquences des facteurs de forme

Les expressions des limites obtenues pour les quatre types de fonctions de corrélation sont récapitulées dans le Tableau 11. Les développements permettant de les obtenir sont présentés dans l'annexe D.

Ces limites ont été utilisées dans les calculs des résultats présentés dans la suite de ce chapitre.

Géométrie de la microstructure	Limite basses fréquences du facteur de forme
Fonction de corrélation exponentielle $W_{Exp}(\vec{s}) = \exp\left[-2\frac{ \vec{s} }{D_{Exp}}\right]$	$\pi D_{Exp}^3$
Fonction de corrélation Gaussienne $W_{Gaus}(\vec{s}) = \exp\left(-\frac{ \vec{s} ^2}{2D_{Gaus}^2}\right)$	$(2\pi)^{\frac{3}{2}} D_{Gaus}^3$
Diagramme de Voronoi 3D de densité de germes $\rho_{Vor}$	$\frac{1+m}{m\rho_{Vor}}$ , avec $m \approx 5.56219$
Grains sphériques à distribution de volumes log-normale de paramètres $m$ et $s$	$\exp\left(m + 3\frac{s^2}{2}\right)$

**Tableau 11 : Récapitulatif des limites basses fréquences des différents facteurs de forme**

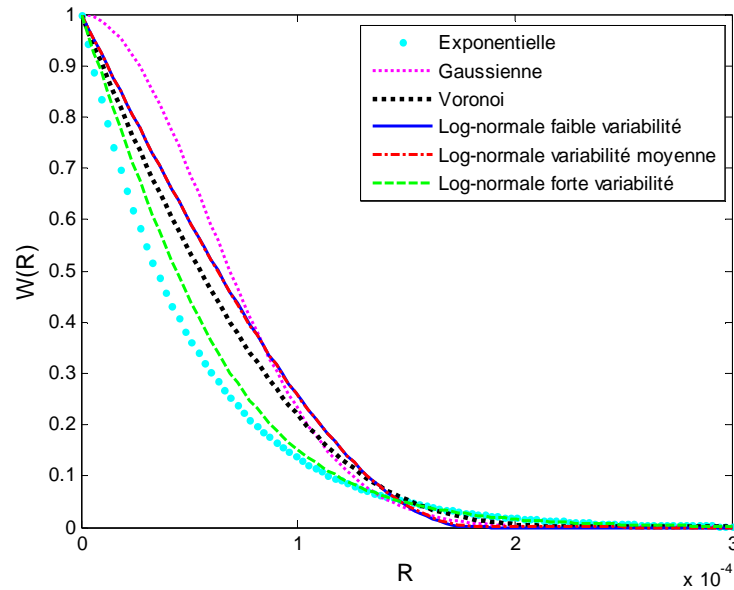
#### 4.1.4.2 Comparaison de différentes distributions de tailles de grain équivalentes en basses fréquences

Les expressions récapitulées dans le Tableau 11 permettent notamment de déterminer des paramètres qui font que différentes microstructures diffusent exactement de la même façon en basses fréquences. Les géométries de microstructures du Tableau 12 correspondent toutes à la même limite en basses fréquences.

Forme	Paramètres
Exponentielle	$D_{Exp}=100 \mu\text{m}$
Gaussienne	$D_{Exp}=58,4 \mu\text{m}$
Diagramme de Voronoi	$\rho_{Vor}=375 \text{ mm}^{-3}$
Distribution log-normale à faible variabilité	$m=-26,49$ ; $s=0,0136$
Distribution log-normale à variabilité moyenne	$m=-26,51$ ; $s=0,136$
Distribution log-normale à forte variabilité	$m=-29,24$ ; $s=1,36$

**Tableau 12 : Paramètres de différentes géométries correspondant toutes au même coefficient de rétrodiffusion en basses fréquences**

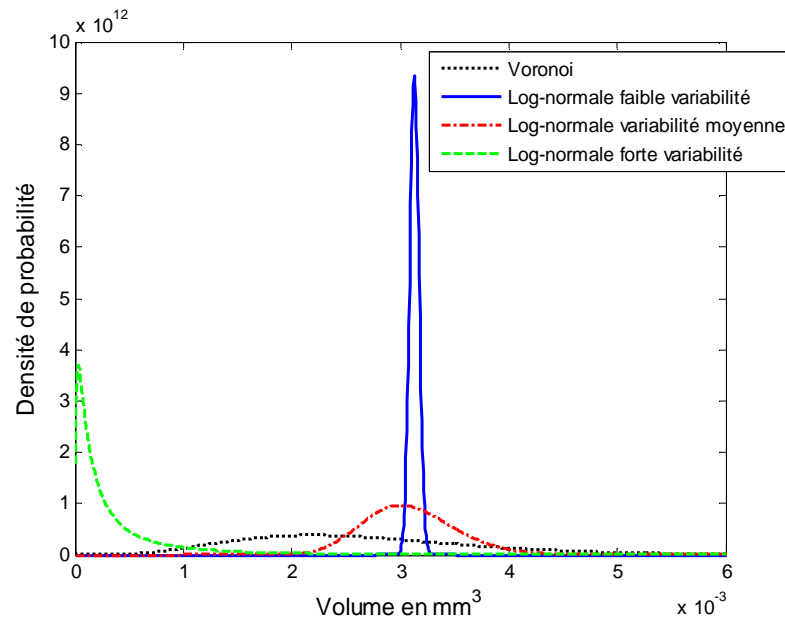
Ces paramètres correspondent aux fonctions de corrélation représentées Figure 70.



**Figure 70 : Fonctions de corrélation de différentes microstructures diffusant de la même façon dans le domaine de Rayleigh**

L'importance des différences entre les microstructures décrites par ces fonctions de corrélation peut être visualisée à l'aide des distributions de volumes de grain correspondant au diagramme de Voronoi et aux distributions log-normales, représentées Figure 71. Les distributions de volume correspondant aux fonctions de corrélation exponentielles et gaussiennes seraient plus difficiles à établir et ne sont pas représentées ici.

Cette figure illustre le fait que le lien entre la géométrie de la microstructure et ses propriétés diffusives n'est pas trivial, et que des distributions de volume très variées peuvent correspondre aux mêmes propriétés diffusives à certaines fréquences.

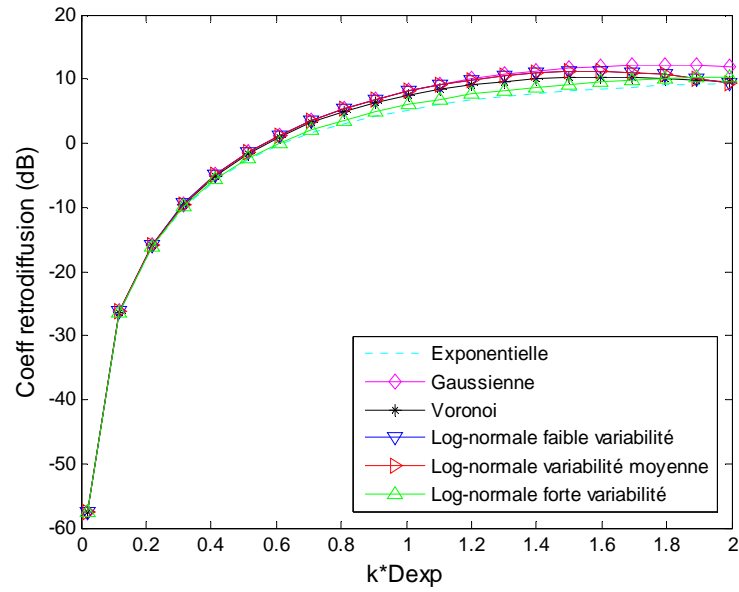


**Figure 71 : Distributions de volumes de différentes microstructures diffusant de la même façon en basses fréquences**

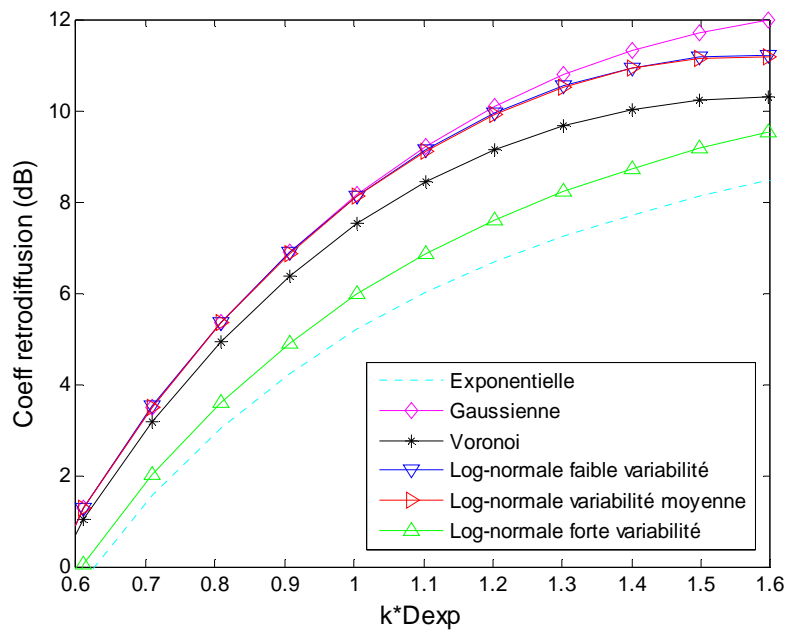
#### 4.1.5 Variations fréquentielles des coefficients de diffusion

Les exemples de géométries donnés précédemment diffusent de la même façon dans le domaine de Rayleigh, mais des différences peuvent être attendues dans d'autres plages de fréquences.

A l'aide des méthodes de calcul numériques présentées précédemment dans ce chapitre, des coefficients de rétrodiffusion pour une onde T à des fréquences allant de 0.1 à 10 MHz ont été calculés pour ces différentes géométries. Les résultats sont présentés Figure 72 et Figure 73.



**Figure 72 : Variations selon la fréquence de coefficients de rétrodiffusion obtenues pour différentes géométries**



**Figure 73 : Détail des variations selon la fréquence de coefficients de rétrodiffusion obtenues pour différentes géométries**

Ces résultats confirment que ces différentes microstructures diffusent bien de la même façon dans le domaine de Rayleigh. Mais des différences apparaissent à des fréquences plus

hautes : elles peuvent atteindre 3 décibels dans le domaine stochastique, c'est à dire pour des fréquences pour lesquelles la longueur d'onde est du même ordre que les tailles de grains.

Ces différences sont toutefois trop faibles et apparaissent à des valeurs de  $k \cdot D_{Exp}$  trop élevées pour expliquer les écarts observés entre les mesures et les simulations à différentes fréquences au chapitre 3. Par ailleurs, elles indiquent qu'utiliser une fonction de corrélation alternative permet de rehausser le niveau de bruit d'un nombre de décibels qui croît en fonction de la fréquence. Or, pour obtenir des niveaux de bruit simulé plus proches des mesures, il faudrait au contraire qu'il décroisse en fonction de la fréquence : les résultats donnés dans le chapitre 3 indiquent que la sous-estimation du coefficient de rétrodiffusion est plus importante en basses fréquences.

#### 4.1.6 Influence du choix de la forme de la fonction de corrélation spatiale sur le lien entre diffusion et atténuation

Dans plusieurs résultats de simulation présentés dans le chapitre 3, l'évolution temporelle du bruit simulé semble être correctement prédite mais son niveau est sous-estimé. Cela pourrait indiquer que les coefficients d'atténuation fournis par le modèle sont corrects mais pas les coefficients de diffusion.

De tels résultats pourraient être expliqués par un mauvais choix de la fonction de corrélation spatiale utilisée dans la simulation. Des calculs ont donc été réalisés dans le but de déterminer s'il était possible, en utilisant une autre forme de fonction de corrélation, d'obtenir la même valeur des coefficients d'atténuation mais une valeur plus élevée des coefficients de diffusion.

Des paramètres qui correspondent aux mêmes coefficients d'atténuation dans le cas d'une onde T de fréquence 2,25MHz sont récapitulés dans le Tableau 13.

Forme	Paramètres
Exponentielle	$D_{Exp}=120\mu\text{m}$
Gaussienne	$D_{Exp}=66.8 \mu\text{m}$
Diagramme de Voronoi	$\rho_{Vor}=250\text{mm}^{-3}$
Distribution log-normale à faible variabilité	$m=-26,1 ; s=0,0136$
Distribution log-normale à variabilité moyenne	$m=-26,1 ; s=0,1355$
Distribution log-normale à forte variabilité	$m=-28.7 ; s=1.355$

**Tableau 13 : Ensemble de fonctions de corrélation correspondant à la même atténuation des ondes T à 2.25 MHz**

Les coefficients de rétrodiffusion correspondant ont été calculés. Le Tableau 14 indique de combien de décibels le bruit simulé serait rehaussé en utilisant chacune des fonctions de corrélation, par rapport au bruit simulé en utilisant la fonction de corrélation exponentielle

<b>Forme</b>	<b>dB ajoutés au bruit</b>
Exponentielle	0
Gaussienne	0.42
Diagramme de Voronoi	0.52
Distribution log-normale à faible variabilité	0.61
Distribution log-normale à variabilité moyenne	0.61
Distribution log-normale à forte variabilité	0.12

**Tableau 14 : Ecarts de bruits rétrodiffusés par rapport à la fonction de corrélation exponentielle, pour des fonctions de corrélation correspondant à la même atténuation des ondes T à 2.25 MHz**

Dans les résultats du chapitre 3 pour cette configuration le bruit simulé est environ 5 décibels plus bas que le bruit mesuré. Remplacer la fonction de corrélation utilisée dans la simulation par une de celles-ci ne permettrait pas de corriger cet écart.

Les incohérences entre le bruit et l'atténuation donnés par la simulation ne semblent donc pas être explicables par un mauvais choix de la forme de la fonction de corrélation.

#### **4.1.7 Conclusion**

Des expressions de fonctions de corrélation spatiales ont été développées dans le but de fournir des alternatives à la fonction exponentielle (généralement utilisée dans la modélisation appliquée au CND par ultrasons) et à la fonction gaussienne (généralement utilisée dans la modélisation appliquée aux ultrasons médicaux).

La fonction de corrélation des diagrammes de Voronoi permet des comparaisons entre différentes méthodes de modélisation. Elle a été utile pour la validation de la méthode des diffuseurs équivalents présentée dans le chapitre 2.

La fonction de corrélation correspondant à des distributions log-normales de volumes permet de représenter des structures ayant des variabilités de tailles de grains très diverses.

Afin de réaliser des calculs de diffusion pour chacune de ces nouvelles fonctions de corrélation, une méthode numérique a été développée et implémentée.



Il apparaît que le choix de la fonction de corrélation a effectivement un impact, notamment sur la dépendance fréquentielle. Cependant, les écarts liés à ce choix sont plus faibles que ceux observés entre le bruit mesuré et simulé dans le chapitre 3, même pour des fonctions correspondant à des distributions de tailles de grain extrêmement différentes.

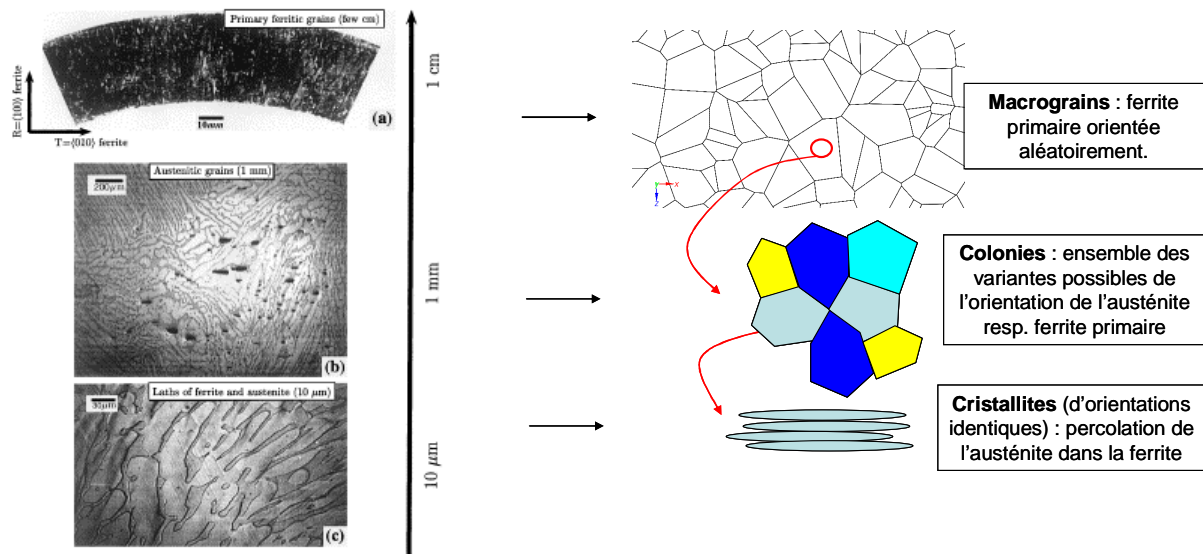
## **4.2 Etude de la diffusion dans un acier austénoferritique**

### **4.2.1 Introduction**

Les résultats précédents concernent des métaux à une seule phase et dont les grains sont orientés de manière totalement aléatoire. Cependant, certains métaux diffusifs utilisés dans l'industrie ont des microstructures plus complexes. C'est le cas par exemple de l'alliage de titane biphasique étudié par Han et Thompson [Han. et Thompson 1997]. Certains aciers utilisés dans la fabrication des réacteurs nucléaires ont également des microstructures complexes. L'un d'entre eux, composé de phases de ferrite et d'austénite liées par des relations d'orientation cristallographiques, a été étudié durant cette thèse.

### **4.2.2 Description de la microstructure de l'acier austénoferritique étudié**

Cet acier austénoferritique est décrit par Bugat *et al.* [Bugat *et al.* 1999]. Sa microstructure est liée à son processus de solidification. L'acier, liquide à l'origine, se solidifie d'abord sous la forme de cristaux de ferrite appelés macrograins et orientés de manière totalement aléatoire. Puis des cristaux d'austénite, appelés cristallites, se forment à l'intérieur des macrograins de ferrite par transformation de phase à l'état solide. Les cristallites apparaissent à l'intérieur des macrograins sous la forme de régions d'orientations cristallographiques identiques, appelés colonies. Les colonies peuvent être orientées selon un nombre de variantes fini, reliées à l'orientation du macrograin de ferrite à l'intérieur duquel elles apparaissent. A la fin du processus, le métal est constitué de ferrite et d'austénite. Il en résulte une structure à plusieurs échelles, représentée sur la Figure 74.



Macro- et micro-graphies d'après REF  
Bugat *et al.* (1999)

Représentation schématique

**Figure 74: Structure de l'acier austénoferritique étudié**

Ce matériau est donc constitué d'un mélange d'austénite et de ferrite. Mais ces deux phases ne sont différenciables qu'à l'échelle de quelques microns. Or les longueurs d'onde utilisées dans le CND par ultrasons sont typiquement de l'ordre du millimètre : cette différence d'échelle fait que les différences entre les deux phases ne provoquent pas une diffusion importante.

En revanche, les échelles des macrograins et des colonies sont proches des longueurs d'ondes : les macrograins sont de l'ordre du millimètre ou du centimètre, et les colonies de l'ordre du dixième du millimètre ou du millimètre. Ces deux structures sont donc susceptibles de provoquer une forte diffusion des ondes.

Comme l'échelle des cristallites sera négligée dans la suite, une colonie sera considérée comme un mélange parfait d'une phase de ferrite primaire et d'une phase d'austénite orientée selon une des variantes par rapport à la ferrite. Un macrograin sera considéré comme un ensemble de colonies partageant une même orientation de ferrite primaire.

#### 4.2.3 Détermination des variantes

Les orientations des colonies d'austénite sont liées à celle de la ferrite primaire. Ces relations permettent un certain nombre de variantes, imposées par les structures atomiques des deux types de cristaux. Un cristal de ferrite a une structure Cubique Centrée, et un cristal d'austénite une structure Cubique Face Centrées. La transformation de la ferrite en austénite

se fait de manière à minimiser les déplacements d'atomes : en conséquence, des plans et rangées d'atomes de l'austénite tendent à s'aligner sur des plans et rangées d'atomes de la ferrite primaire.

Ces alignements peuvent être exprimés par les relations de Kurdjumov-Sachs :

$$\{111\}_{\gamma} // \{110\}_{\delta}, \langle 110 \rangle_{\gamma} // \langle 111 \rangle_{\delta}. \quad (100)$$

L'indice  $\delta$  correspond à la ferrite, et l'indice  $\gamma$  à l'austénite. La notation  $\{\dots\}$  désigne un ensemble de plans denses équivalents pour la symétrie du cristal, qui est ici une symétrie cubique, et la notation  $\langle \dots \rangle$  désigne un ensemble de directions denses équivalentes. Ces relations sont idéalisées et ne sont pas exactement en accord avec celles qui peuvent être mesurées [Nolze 2006]. Elles seront tout de même utilisées ici afin d'évaluer l'impact de relations d'orientations cristallographiques sur les phénomènes de diffusion des ultrasons.

Les relations de Kurdjumov-Sachs définissent les variantes possibles de l'orientation des colonies. Les variantes sont obtenues en énumérant les plans et directions faisant partie des ensembles intervenant dans l'équation (100). A titre d'exemple, une des variantes possibles correspond à un cristal d'austénite orienté par rapport à un cristal de ferrite selon :

$$(1\bar{1}1)_{\gamma} // (1\bar{1}0)_{\delta}, [110]_{\gamma} // [111]_{\delta}. \quad (101)$$

Les notations  $(\dots)$  et  $[\dots]$  désignent respectivement un plan et une direction cristallographiques. 24 variantes différentes sont obtenues en énumérant les éléments des groupes de symétrie de l'équation (100). Elles sont données dans l'annexe A.

Les orientations de ces 24 variantes peuvent s'exprimer à l'aide des angles d'Euler. Les angles qui sont donnés ici sont ceux de la matrice de changement du repère orthonormé lié à la ferrite vers celui lié à l'austénite. Les colonnes de cette matrice sont donc les vecteurs du repère lié au cristal d'austénite, exprimés dans le repère lié à la ferrite. La notation utilisée pour les angles d'Euler, la méthode employée pour obtenir ces angles et les angles obtenus sont donnés l'annexe A. A titre d'exemple, les angles correspondant à la variante définie par l'équation (101) sont :

$$\begin{bmatrix} \varphi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi - \arctan\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right) \\ \arccos\left(\frac{2}{3}\right) \\ \pi - \arctan\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right) \end{bmatrix}. \quad (102)$$

Dans la suite, il sera supposé que les 24 variantes d'austénite sont présentes en quantités égales dans le métal.

#### 4.2.4 Définition des milieux de propagation effectifs

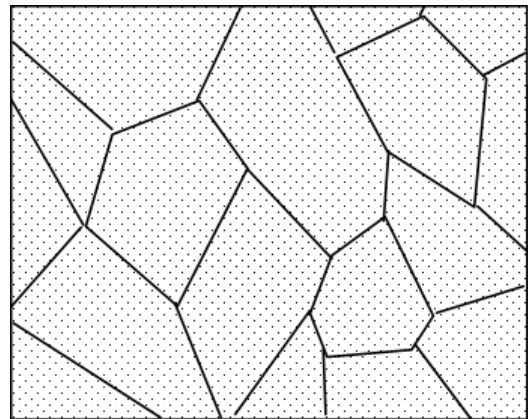
Deux approches sont possibles pour modéliser la propagation ultrasonore dans un tel acier. La première est similaire à celle utilisée dans des algorithmes de diffusion simple tels que celui présenté dans le chapitre 2. Un milieu effectif de propagation homogène est défini. Ses propriétés correspondent à une moyenne sur l'ensemble des réalisations possibles de la microstructure.

Mais en raison de la taille des macrograins, qui est souvent supérieure ou égale aux longueurs d'ondes, il peut être pertinent de procéder autrement et de ne plus considérer ce type de métal comme un milieu de propagation homogène. Une approche consistant à définir chaque macrograin comme un milieu différent et à n'utiliser l'approximation du milieu effectif qu'à l'intérieur des macrograins peut permettre de mieux tenir compte de l'impact des macrograins sur la propagation ultrasonore.

Ces deux approches possibles sont schématisées Figure 75.



**Milieu homogène diffusant fortement**



**Assemblage de milieux homogènes  
diffusant faiblement**

### **Figure 75 : Représentation schématique de deux méthodes de modélisation de la diffusion dans une structure à macrograins et colonies**

Dans la première approche, l'intégralité de la diffusion est prise en compte par l'intermédiaire de coefficients de diffusion. Dans la seconde, seule la diffusion à l'intérieur d'un macrograin est prise en compte par ces coefficients et la diffusion due aux différences d'un macrograin à l'autre sera modélisée par la diffraction et la réflexion aux interfaces.

Des expressions des coefficients de diffusion et des coefficients d'atténuation ont été développées pour les deux approches. Ces développements sont basés sur l'approximation de Born, qui est aux limites de son domaine de validité dans la première approche du fait de la grande taille des macrograins. Les résultats obtenus n'ont donc dans ce premier cas qu'une valeur qualitative, mais permettent tout de même de mieux appréhender les phénomènes de diffusion dans une telle structure.

Concernant la seconde approche, seul un modèle concernant la diffusion à l'intérieur d'un macrograin sera présenté ici. A terme, ce modèle devrait être combiné avec des outils de simulation semi-analytiques déjà existants permettant de prendre en compte la propagation des ondes dans une structure à gros grains en représentant celle-ci comme un assemblage de milieux différents.

#### **4.2.5 Diffusion dans le milieu moyen homogène**

##### **4.2.5.1 Développement des expressions des coefficients de diffusion**

Dans cette approche, le milieu effectif dans lequel se propage l'onde cohérente est considéré comme homogène et isotrope. Ses constantes élastiques sont celles notées  $C_H$  dans l'annexe A.

Les coefficients de diffusion dans un tel milieu peuvent être développés d'une manière similaire à celle utilisée dans le cas d'un alliage de titane [Han. et Thompson 1997]. Leurs calculs sont basés sur l'approximation de Born et sont très similaires à ceux apparaissant dans la plupart des travaux inspirés de l'approche de [Rose 1992]. Han et Thompson ne donnent des expressions que pour les coefficients de rétrodiffusion, mais des coefficients de diffusion dans n'importe quelle direction peuvent être obtenus à l'aide d'approches similaires à celle détaillée dans le chapitre 2.

La démarche utilisée dans le chapitre 2 pour développer les coefficients de diffusion peut s'appliquer à n'importe quelle microstructure. Elle permet de tenir compte des

fluctuations de densité, qui seront négligées ici car elles ne peuvent être présentes qu'à l'échelle des cristallites qui sont trop petites par rapport aux longueurs d'onde pour affecter la propagation de manière significative. Le coefficient de diffusion volumique peut alors s'exprimer :

$$\eta_{Inc \rightarrow Dif} = \frac{\omega^4}{v_{Inc}^3 v_{Dif}^5 (4\pi\rho)^2} \int \langle \delta C_{ijkl}(\vec{x}) \delta C_{mnpq}(\vec{x} + \vec{s}) \rangle_{\vec{x}} p_{ijklmnpq}(Inc, Dif, \theta) \exp\left(i[\vec{k}_{Inc} - \vec{k}_{Dif}] \cdot \vec{s}\right) d^3\vec{s} \quad (1)$$

03

)

$$\text{Avec } p_{ijklmnpq}(Inc, Dif, \theta) = \hat{e}_i^{Dif} \hat{e}_k^{Inc} \hat{e}_m^{Dif} \hat{e}_p^{Inc} \hat{u}_j^{Dif} \hat{u}_l^{Inc} \hat{u}_n^{Dif} \hat{u}_q^{Inc}$$

Les vecteurs  $\hat{e}^{Onde}$  et  $\hat{u}^{Onde}$  étant respectivement les vecteurs unitaires des directions de polarisation et de propagation.

L'adaptation du modèle à différentes microstructures nécessite le développement du terme  $\langle \delta C_{ijkl}(\vec{x}) \delta C_{mnpq}(\vec{x} + \vec{s}) \rangle_{\vec{x}}$ , qui est la covariance des constantes élastiques. Dans le cas de la microstructure étudiée ici, il peut se décomposer sous la forme de probabilités conditionnelles, selon que les deux points soient ou non dans la même colonie ou le même macrograin.

Les probabilités que deux points soient dans les mêmes macrograins/colonies seront, comme dans le chapitre précédent, exprimées sous la forme de fonctions de corrélation spatiale. La fonction  $W_M(R)$  désignera la probabilité que deux points distants de  $R$  soient situés dans le même macrograin. La fonction  $W_C(R)$  désignera la probabilité que deux points distants de  $R$  situés dans le même macrograin soient aussi dans la même colonie. La probabilité que deux points quelconque soient situés dans la même colonie s'exprimera donc  $W_M(R)W_C(R)$ . Définir cette probabilité comme une probabilité conditionnelle permet de garantir que le cas impossible de deux points situés dans la même colonie mais pas dans le même macrograin n'apparaisse pas dans les expressions développées.

Ces notations sont similaires à celles utilisées par Han et Thompson (1997) dans le cas d'un alliage de titane, mais n'ont pas exactement la même signification. Les expressions des coefficients de diffusion obtenues ici ne pourront donc pas être directement identifiées aux leurs.

La covariance des constantes élastiques peut se décomposer selon deux cas :

- les deux points sont dans le même macrograin
- ou les deux points sont dans des macrograins différents.

D'où :

$$\begin{aligned} \left\langle \delta C(\vec{x}) \delta C(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x}} &= W_M(|\vec{s}|) \left\langle \delta C(\vec{x}) \delta C(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x}_{\text{et } \vec{x} + \vec{s} \text{ meme macrograin}}} \\ &+ [1 - W_M(|\vec{s}|)] \left\langle \delta C(\vec{x}) \delta C(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x}_{\text{et } \vec{x} + \vec{s} \text{ differents macrograins}}} \end{aligned} \quad (104)$$

Du fait des orientations totalement indépendantes des macrograins, la covariance pour deux points situés dans des macrograins différents s'écrit:

$$\left\langle \delta C_{ijkl}(\vec{x}) \delta C_{mnpq}(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x}_{\text{et } \vec{x} + \vec{s} \text{ differents macrograins}}} = \left\langle \delta C_{ijkl}(\vec{x}) \right\rangle_{\vec{x}} \left\langle \delta C_{mnpq}(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x}} = 0 \quad (105)$$

Ce terme est nul car  $\delta C$  est défini comme l'écart des constantes élastiques par rapport à leur moyenne.

Il suffit donc de développer l'expression de la covariance à l'intérieur d'un macrograin. Elle peut être décomposée en termes de probabilités conditionnelles, selon que chacun des deux points soient dans la ferrite ou dans l'austénite. Comme il est supposé ici que les cristallites sont trop petites pour être distinguées, le métal sera considéré comme un mélange parfait d'austénite et de ferrite. La probabilité que chacun des points soit dans l'une ou l'autre des deux phases sera donc supposée indépendante de la distance qui les sépare. D'où, en notant  $p_F$  la proportion volumique de ferrite et  $p_A$  celle d'austénite,  $\bar{\bar{\delta C}}^F$  et  $\bar{\bar{\delta C}}^A$  les tenseurs des constantes élastiques des deux phases à l'intérieur d'un macrograin, et  $MM(\vec{s})$  l'ensemble des points  $\vec{x}$  tels que  $\vec{x}$  et  $\vec{x} + \vec{s}$  soient dans le même macrograin:

$$\begin{aligned} \left\langle \bar{\bar{\delta C}}(\vec{x}) \bar{\bar{\delta C}}(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x} \in MM(\vec{s})} &= p_A^2 \left\langle \bar{\bar{\delta C}}^A(\vec{x}) \bar{\bar{\delta C}}^A(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x} \in MM(\vec{s})} + \\ &p_F^2 \left\langle \bar{\bar{\delta C}}^F(\vec{x}) \bar{\bar{\delta C}}^F(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x} \in MM(\vec{s})} + 2p_A p_F \left\langle \bar{\bar{\delta C}}^A(\vec{x}) \bar{\bar{\delta C}}^F(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x} \in MM(\vec{s})} \end{aligned} \quad (106)$$

Le terme  $\left\langle \bar{\bar{\delta C}}^F(\vec{x}) \bar{\bar{\delta C}}^F(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x} \in MM(\vec{s})}$  est la covariance des constantes élastiques dans un cristal de symétrie cubique et d'orientation aléatoire. Il peut être identifié à des termes entrant dans le calcul de la diffusion pour un milieu monophasique simple tel que celui étudié par Margetan *et al.* [Margetan *et al.* 2005]. Il s'agit en pratique d'une moyenne sur l'ensemble des orientations possibles de la ferrite.

$$\left\langle \delta \bar{\bar{C}}^F(\vec{x}) \delta \bar{\bar{C}}^F(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x} \in MM(\vec{s})} = \frac{1}{8\pi^2} \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin(\theta) \int_{\varphi=0}^{2\pi} \delta \bar{\bar{C}}^F(\varphi, \theta, \psi) \delta \bar{\bar{C}}^F(\varphi, \theta, \psi) d\varphi d\theta d\psi \quad (107)$$

La notation  $\delta \bar{\bar{C}}^F(\varphi, \theta, \psi)$  désigne le tenseur de différences de constantes élastiques pour un cristal de ferrite ayant subi une rotation selon les angles d'Euler  $\varphi$ ,  $\theta$  et  $\psi$ .

La covariance des constantes élastiques de la ferrite et de l'austénite dans un macrograin est obtenue par une moyenne sur les 24 variantes d'austénite et sur l'ensemble des orientations de la ferrite. Ce terme n'est pas nul en raison des relations d'orientations qui lient les variantes à la ferrite primaire.

$$\left\langle \delta \bar{\bar{C}}^A(\vec{x}) \delta \bar{\bar{C}}^F(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x} \in MM(\vec{s})} = \sum_{V \in \{1..24\}} \frac{1}{24} \frac{1}{8\pi^2} \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin(\theta) \int_{\varphi=0}^{2\pi} \delta \bar{\bar{C}}^{VA}(\varphi, \theta, \psi) \delta \bar{\bar{C}}^F(\varphi, \theta, \psi) d\varphi d\theta d\psi \quad (108)$$

La notation  $\delta \bar{\bar{C}}^{VA}(\varphi, \theta, \psi)$  désigne le tenseur de différences de constantes élastiques pour un cristal d'austénite de la variante  $V$ , pour un cristal de ferrite primaire ayant subi une rotation selon les angles d'Euler  $\varphi$ ,  $\theta$  et  $\psi$ .

Le terme concernant la covariance pour l'austénite doit être décomposé selon les deux cas suivants :

- les deux points sont situés dans la même colonie
- les deux points ne sont pas situés dans la même colonie

D'où :

$$\begin{aligned} \left\langle \delta \bar{\bar{C}}^A(\vec{x}) \delta \bar{\bar{C}}^A(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x} \in MM(\vec{s})} &= W_c(|\vec{s}|) \left\langle \delta \bar{\bar{C}}^A(\vec{x}) \delta \bar{\bar{C}}^A(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x} \in MC(\vec{s})} \\ &+ [1 - W_c(|\vec{s}|)] \left\langle \delta \bar{\bar{C}}^A(\vec{x}) \delta \bar{\bar{C}}^A(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x} \in MM(\vec{s}) \setminus MC(\vec{s})} \end{aligned} \quad (109)$$

$MC(\vec{s})$  étant l'ensemble des  $\vec{x}$  tels que  $\vec{x}$  et  $\vec{x} + \vec{s}$  soient situés dans la même colonie.

La covariance pour deux points situés dans la même colonie peut s'obtenir de la même façon que pour le cas monophasique simple, sans passer par l'énumération des variantes : du fait de l'orientation totalement aléatoire du macrograin, l'orientation d'une colonie est aussi totalement aléatoire. Les variantes n'ont une influence que dans le cas des termes de corrélation croisés.



Dans le cas de la covariance pour deux points de colonies différentes, il est nécessaire de prendre en compte les variantes :

$$\left\langle \delta \bar{C}^A(\vec{x}) \delta \bar{C}^A(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x} \in MM(\vec{s})} = \sum_{V \in \{1..24\}} \sum_{W \in \{1..24\}} \frac{1}{24^2} \frac{1}{8\pi^2} \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin(\theta) \int_{\varphi=0}^{2\pi} \delta \bar{C}^{VA}(\varphi, \theta, \psi) \delta \bar{C}^{WA}(\varphi, \theta, \psi) d\varphi d\theta d\psi \quad (110)$$

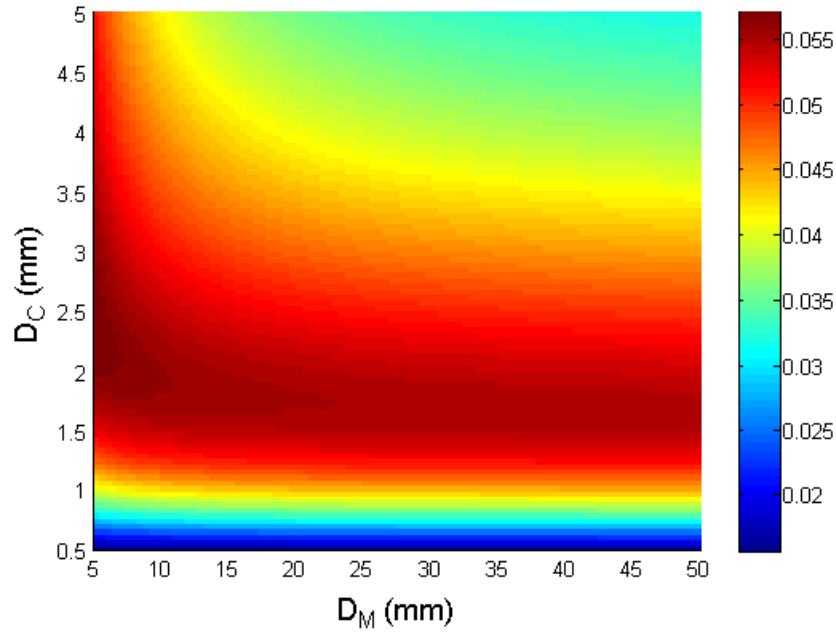
Des expressions analytiques ont été obtenues pour les covariances des tenseurs des équations (108) et (110) à l'aide du logiciel Maxima. Les termes  $\left\langle \delta C_{33}^A(\vec{x}) \delta C_{33}^F(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x} \in MM(\vec{s})}$  et  $\left\langle \delta C_{33}^A(\vec{x}) \delta C_{33}^A(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x} \in MM(\vec{s})}$  suffisent à calculer les coefficients de rétrodiffusion des ondes L et sont donnés dans l'annexe A.

#### 4.2.5.2 Variations des coefficients de diffusion en fonction des deux échelles de la structure

Une méthode de calcul des coefficients de diffusion pour cette structure a été implémentée, avec l'hypothèse que les fonctions de corrélation des macrograins et des colonies sont exponentielles :

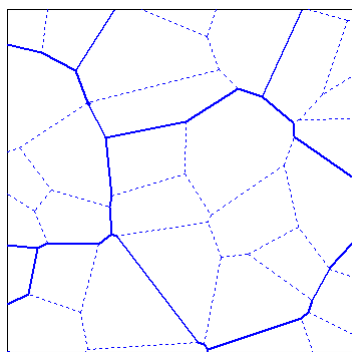
$$W_M(R) = \exp\left[\frac{-2R}{D_M}\right], \quad W_C(R) = \exp\left[\frac{-2R}{D_C}\right] \quad (111)$$

Les coefficients de diffusions dépendent des dimensions des macrograins et des colonies, caractérisées par les paramètres  $D_M$  et  $D_C$ . La Figure 76 illustre cette double dépendance. La longueur d'onde des ondes L dans ce cas est de 5.8mm. De fortes intensités de bruit apparaissent quand les dimensions caractéristiques des macrograins sont de cet ordre.

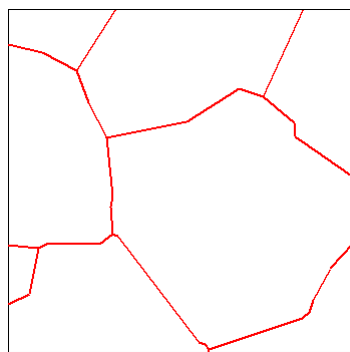


**Figure 76 : Coefficient de rétrodiffusion L-L à 1MHz (en  $\text{m}^{-1}$ ), pour un acier austénoferritique à 20% de ferrite résiduelle et pour différentes valeurs de  $D_M$  et  $D_C$**

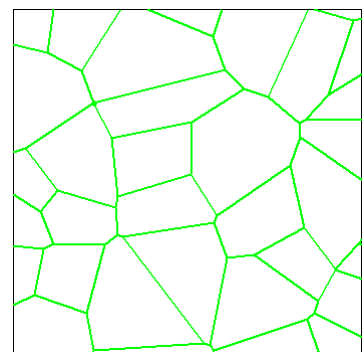
Deux représentations approximatives de la microstructure ont été étudiées dans le but d'évaluer l'impact sur la diffusion de chacune des deux échelles. La première ne représente que l'échelle des macrograins et considère chacun d'entre eux comme un milieu homogène. La seconde ne représente que l'échelle des colonies et fait disparaître les macrograins en supposant qu'il n'y a pas de relation d'orientations d'une colonie à l'autre, ni pour la phase de ferrite ni pour celle d'austénite. Ces représentations de la microstructure sont schématisées dans la Figure 77.



**Prise en compte des deux échelles**



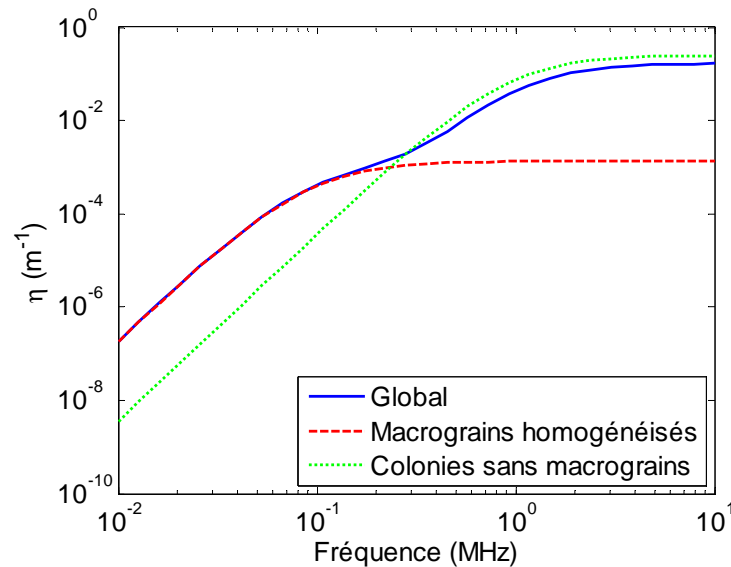
**Macrograins homogénéisés**



**Colonies sans relations d'orientation (pas de macrograins)**

**Figure 77 : Différentes représentations possibles de la microstructure**

Des modèles permettant d'évaluer la diffusion dans le cadre de ces deux représentations simplifiées de la microstructure ont été implémentés. La Figure 78 compare des résultats qu'ils permettent d'obtenir à des résultats issus du modèle prenant en compte les deux échelles.



**Figure 78 : Représentation log-log du coefficient de rétrodiffusion L-L en fonction de la fréquence pour un acier austéno-ferritique à 20% de ferrite résiduelle et pour différentes représentation de la microstructure, avec  $D_M=10\text{mm}$  et  $D_C=1\text{mm}$ .**

Pour ces paramètres, la longueur d'onde est égale à la dimension caractéristique des macrograins pour une fréquence de 0,58MHz et à la dimension caractéristique des colonies pour 5,8MHz. Pour des fréquences inférieures ou égales à 0,58MHz, le modèle qui ne prend en compte que les macrograins est en accord avec le modèle global. Pour des fréquences supérieures ou égales à 5,8MHz, celui qui ne prend en compte que les colonies est en accord qualitatif avec le modèle global mais surestime légèrement la diffusion.

Cette surestimation peut être liée à deux approximations du modèle. La première concerne la phase ferritique : ce modèle suppose que l'orientation de la phase ferritique dans chaque colonie est indépendante, alors qu'en réalité elle est la même pour toutes les colonies d'un même macrograin. Il crée donc un contraste acoustique supplémentaire à l'échelle des colonies, ce qui élève le niveau de diffusion prédit en hautes fréquences. La deuxième approximation pouvant induire cette surestimation concerne la phase austénitique : ce modèle ne tient pas compte du fait que les phases austénitiques des colonies d'un même macrograin sont liées par les relations d'orientations de Kurdjumov-Sachs. Cette erreur pourrait également entraîner un rehaussement du contraste acoustique d'une colonie à l'autre.

#### 4.2.5.3 Conclusion

Les comparaisons entre le modèle global et les modèles simplifiés nous permettent de conclure que la diffusion est principalement due à l'interaction avec les macrograins en basses fréquences et avec les colonies en hautes fréquences.

Il convient de noter que, comme ces modèles de diffusion sont basés sur l'approximation de Born, ils peuvent être imprécis aux hautes fréquences, c'est-à-dire lorsque les longueurs d'onde sont plus petites que les dimensions caractéristiques de la structure. Mais cela ne l'empêche pas de fournir des estimations intéressantes de l'influence des deux échelles à différentes fréquences. Ces estimations pourront aider à développer des approches de simulations adaptées à différents rapports entre les dimensions caractéristiques de la structure et les longueurs d'onde.

#### 4.2.6 Diffusion à l'intérieur d'un macrograin

Dans certaines applications industrielles du CND par ultrasons de ce type d'acier, les longueurs d'onde sont plus petites que les macrograins et plus grande que les colonies. Il convient alors de modéliser la diffusion aux deux échelles par des approches différentes.

Dans un tel cas, les macrograins sont trop grands pour que la diffusion à leur échelle puisse être prise en compte à l'aide des coefficients volumiques décrits précédemment, pour deux raisons. D'une part, l'approximation de Born, par le biais de laquelle ils sont obtenus, n'est plus valable. D'autre part, le faisceau ultrasonore est distordu par ces grains : l'approche du milieu de propagation effectif homogène n'est donc pas pertinente.

En revanche, à l'échelle des colonies, l'approximation de Born et l'approche du milieu effectif sont appropriées.

Une méthode semi-analytique permettant de simuler la propagation dans des structures à gros grains a été développée au CEA [Jenson *et al.* 2009]. Elle utilise des diagrammes de Voronoï pour représenter un assemblage de grains réaliste, et la méthode semi-analytique des pinceaux pour y calculer la propagation d'ondes ultrasonores. Dans le cas présent, elle permet de modéliser la propagation dans une structure composée de macrograins homogènes. Mais elle ne prend pas en compte les inhomogénéités à l'intérieur de ces macrograins, dues à l'existence de colonies. Un modèle a donc été développé lors de cette thèse dans ce but.

Ce nouveau modèle ne doit pas être confondu avec le modèle simplifié de diffusion à l'échelle de colonies utilisé dans le paragraphe précédent. Ce modèle simplifié concernait la diffusion d'une onde plane se propageant dans un milieu sans relations d'orientation

particulières, imitant un acier austéno-ferritique dans lequel les relations d'orientations auraient été cassées.

Ce nouveau modèle traite de la diffusion à l'intérieur d'un macrograin. Les ondes ultrasonores se propagent à l'intérieur du macrograin dont les dimensions sont supposées infinies. Les constantes élastiques du milieu de propagation effectif sont donc celles notées  $C_M$  dans l'annexe A. Comme elles correspondent à un cristal de symétrie cubique, les vitesses de propagation des ondes sont anisotropes. Elles doivent être obtenues à l'aide des équations de Christoffel.

Cette méthode de détermination des vitesses de propagation est basée sur un modèle d'homogénéisation. Un milieu de propagation effectif est obtenu par une simple moyenne de Voigt sur les constantes élastiques. En toute rigueur, il serait préférable d'obtenir les vitesses de propagation par la résolution de l'équation de Dyson. Mais cette approche n'a pas été utilisée du fait de la complexité de la structure.

Comme précédemment, un modèle dérivé de celui de Rose est utilisé pour le calcul des coefficients de diffusion. La détermination des covariances des constantes élastiques est donc à nouveau nécessaire. Or l'écart des constantes élastiques par rapport à leur moyenne ne dépend que de la phase d'austénite, car la ferrite a la même orientation dans tout le macrograin :

$$\delta \bar{\bar{C}}(\vec{x}) = p_F \left( \bar{\bar{C}}^F(\vec{x}) - \langle \bar{\bar{C}}^F \rangle \right) + p_A \left( \bar{\bar{C}}^A(\vec{x}) - \langle \bar{\bar{C}}^A \rangle \right) = p_A \delta \bar{\bar{C}}^A(\vec{x}). \quad (112)$$

D'où :

$$\left\langle \delta \bar{\bar{C}}(\vec{x}) \delta \bar{\bar{C}}(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x}} = p_A^2 \left\langle \delta \bar{\bar{C}}^A(\vec{x}) \delta \bar{\bar{C}}^A(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x}}. \quad (113)$$

Ce terme est nul si les deux points sont dans des colonies différentes. Si les deux points sont dans la même colonie, il est égal à une moyenne sur les 24 variantes possibles de la colonie :

$$\left\langle \delta \bar{\bar{C}}(\vec{x}) \delta \bar{\bar{C}}(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x}} = p_A^2 W_c(|\vec{s}|) \frac{1}{24} \sum_{v \in \{1..24\}} \left\langle \delta \bar{\bar{C}}^{vA} \delta \bar{\bar{C}}^{vA} \right\rangle \quad (114)$$

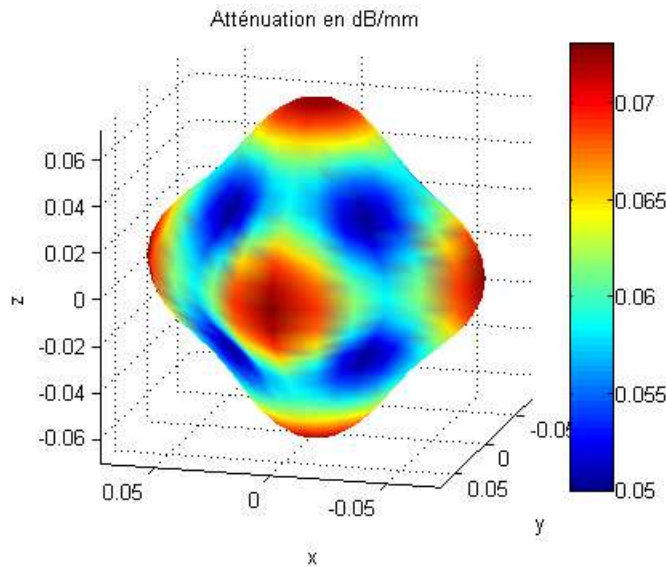
Avec :

$$\delta \bar{\bar{C}}^{VA} = \bar{\bar{C}}^{VA} - \sum_{W \in \{1..24\}} \bar{\bar{C}}^{WA} \quad (115)$$

Les expressions analytiques de ces termes ont été obtenues à l'aide des logiciels Matlab et Maxima, mais sont trop encombrantes pour être reproduites ici. Il est important de noter que leurs expressions dépendent de l'orientation de la ferrite primaire du macrograin infini qui constitue le milieu étudié.

Les coefficients de diffusion peuvent être obtenus à l'aide de l'équation (103), en utilisant les expressions des covariances des constantes élastiques données ici. Les vitesses de propagation des ondes et leurs vecteurs de polarisation sont donnés par les équations de Christoffel. Pour les résultats présentés ici, la géométrie des colonies a été représentée à l'aide d'une fonction de corrélation spatiale de forme exponentielle.

Quant aux coefficients d'atténuation, ils peuvent être obtenus par intégration des coefficients de diffusion dans toutes les directions, suivant le principe décrit dans le chapitre 2. Un algorithme de calcul de ces coefficients a été implémenté. Un exemple de résultat obtenu est présenté Figure 79.

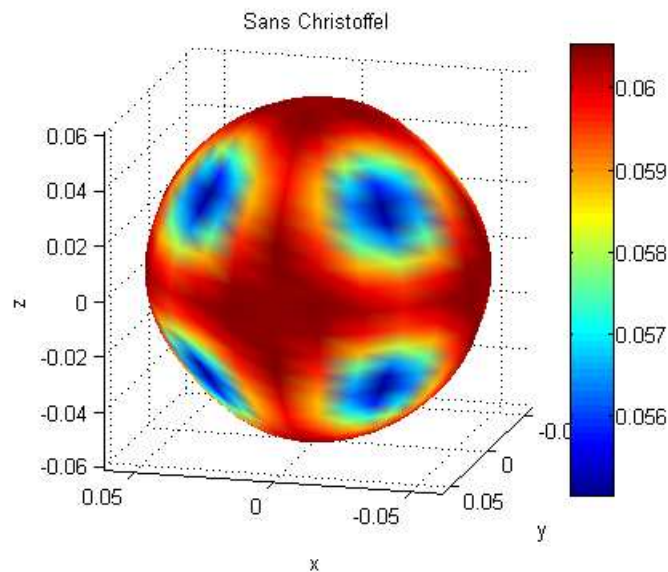


**Figure 79 : Atténuation d'une onde qL à 1MHz, dans un macrograin austénoferritique infini constitué de colonies de taille effective 1mm, en fonction de la direction de propagation**

Dans cet exemple, les axes du repère de la figure sont alignés sur les axes cristallographiques  $\langle 100 \rangle$  de la ferrite primaire. Il apparaît que l'atténuation dans le

macrograin dépend de la direction de propagation de l'onde. Elle est plus importante dans la direction des axes du cristal de ferrite. Ses variations sont en accord avec la symétrie cubique de la ferrite.

Il est intéressant de noter que l'anisotropie de l'atténuation est due en grande partie au fait que les vitesses de propagation soient anisotropes. Si les vitesses sont supposées isotropes, un résultat très différent est obtenu. Il est représenté Figure 80.



**Figure 80 : Atténuation d'une onde qL à 1MHz, dans un macrograin austénoferritique infini à colonies de taille effective 1mm, en fonction de la direction de propagation : obtenu en supposant une isotropie des vitesses**

Avec cette méthode de calcul, seule l'anisotropie liée aux covariances des constantes élastiques est prise en compte. Une atténuation beaucoup moins anisotrope que précédemment est obtenue. Une grande partie de l'anisotropie de l'atténuation est donc due à l'anisotropie des vitesses, et pas à celle des covariances des constantes élastiques. Cette propriété pourrait permettre de développer des méthodes de simulation de l'atténuation relativement précises basées uniquement sur la prise en compte de l'anisotropie de la vitesse. Cette méthode ne nécessitant pas de calculs exacts des covariances des constantes élastiques, les calculs en seraient simplifiés et plus rapides.

Les coefficients d'atténuation calculés ainsi pourraient être utilisés dans la simulation de la propagation dans les macrograins. Cela permettrait de prendre en compte à la fois la distorsion des ondes due aux macrograins et l'atténuation due aux colonies.

Quant au bruit diffusé par les colonies, il pourrait être modélisé à l'aide d'une méthode de simulation en diffusion simple similaire à la méthode des diffuseurs équivalents présentée dans le chapitre 2.

#### **4.2.7 Conclusion**

Deux approches de la modélisation de la diffusion dans un acier austénoferritique sont proposées.

Dans la première approche, le milieu est totalement homogénéisé, et les diffusions par les macrograins et les colonies sont prises en compte simultanément par les mêmes coefficients de diffusion. Le calcul de ces coefficients est basé sur l'approximation de Born, ce qui fait qu'ils ne sont pas valables quand les dimensions caractéristiques de la structure sont grandes par rapport aux longueurs d'ondes. Ce calcul permet néanmoins de mettre en évidence le fait que la diffusion est due aux macrograins en basses fréquences et aux colonies en hautes fréquences.

Dans la seconde approche, seule la diffusion à l'intérieur d'un macrograin est prise en compte par les coefficients de diffusion et d'atténuation. Le macrograin étant anisotrope, ces coefficients dépendent fortement de la direction de propagation des ondes par rapport à l'orientation du macrograin. Cette anisotropie de l'atténuation est due à la fois à l'anisotropie des vitesses de propagation et à l'anisotropie des covariances des constantes élastiques. L'anisotropie des covariances des constantes élastiques peut cependant être considérée comme négligeable, ce qui simplifie considérablement les calculs. Les modèles permettant de calculer ces coefficients pourraient être intégrés à une technique de simulation existante qui considère les macrograins comme des milieux homogènes et calcul et calcule la propagation des ondes à l'aide de la méthode des pinceaux. Cela permettrait de prendre en compte la diffusion par les colonies.

Chacune de ces deux approches permet de mieux appréhender différents aspects des phénomènes de diffusion dans les aciers austénoferritiques.

### **Conclusion**

Les résultats présentés dans la première partie de ce chapitre indiquent que la distribution de taille de grain d'un métal a bien une influence sur la diffusion des ondes ultrasonores. Il est nécessaire d'en tenir compte lors de la comparaison de résultats issus de méthodes de simulation basées sur des représentations différentes de la microstructure.



Cette influence de la distribution de taille de grain ne permet cependant pas d'expliquer entièrement les écarts observés entre les mesures et la simulation dans les résultats du chapitre 3.

Les résultats présentés dans la deuxième partie de ce chapitre traitent du cas d'un acier composé de macrograins contenant des colonies. Ils montrent que la diffusion est essentiellement due aux macrograins en basses fréquences et aux colonies en hautes fréquences. Une approche est proposée afin de modéliser la diffusion dans les cas où les longueurs d'onde sont comprises entre les deux échelles de la microstructure. Elle consiste à représenter les macrograins comme des milieux homogènes distincts, et à traiter la diffusion à l'intérieur de chaque macrograin à l'aide d'une méthode similaire à celle des diffuseurs équivalents, présentée dans le chapitre 2.

## CHAPITRE 5

# Résolution de l'équation du transfert radiatif par méthode de Monte Carlo

### Introduction

La méthode de simulation présentée dans le chapitre 2 repose sur l'approximation de diffusion simple. Elle n'est donc pas adaptée à la modélisation de contrôles de matériaux fortement diffusifs, dans lesquels les phénomènes de diffusion multiple peuvent être importants. La théorie du transfert radiatif pourrait permettre de modéliser ces phénomènes.

Cette théorie, déjà évoquée dans le chapitre 1, traite de la modélisation de la propagation d'ondes dans des milieux aléatoires. Elle peut être appliquée à des problèmes variés, dont celui de la propagation des ultrasons dans un milieu polycristallin. Elle permet de résoudre de manière approximative l'équation de Bethe-Salpeter [Mamou 2005], qui prend en compte la diffusion multiple. L'équation de Bethe-Salpeter est une équation exacte sur les covariances de la fonction de Green et permet d'étudier l'intensité ultrasonore moyennée sur l'ensemble des réalisations possibles de la microstructure. Il n'existe pas de méthode permettant d'en dériver des solutions exactes.

La théorie du transfert radiatif permet de modéliser cette intensité moyenne de manière approximative. Cette théorie suppose que les ondes diffusées ont des phases aléatoires et indépendantes : elle ne modélise donc pas certains phénomènes, notamment l'effet de rétrodiffusion cohérente. Malgré cette limitation, elle permet d'obtenir des représentations réalistes de l'intensité moyenne d'un champ pour des cas très variés et tient compte des phénomènes de diffusion multiple. Elle pourrait donc être une méthode pertinente pour la modélisation du CND par ultrasons de matériau fortement diffusifs.

Turner et Weaver [Turner et Weaver 1994b; Turner 1994; Turner et Weaver 1994a, 1995a, 1995b; Weaver 1990] ont été les premiers à appliquer cette théorie à la modélisation

de la propagation des ultrasons dans une microstructure polycristalline. Le formalisme qu'ils ont développé sera utilisé ici. L'équation du transfert radiatif qu'ils obtiennent ne peut pas être résolue de manière analytique, et ils utilisent la méthode des ordonnées discrètes pour en rechercher des solutions. Cette méthode numérique est souvent utilisée dans la théorie du transfert radiatif, mais ne peut être appliquée qu'à des problèmes extrêmement simplifiés, pour des raisons liées aux temps de calcul. Elle n'est donc pas adaptée à l'étude de configurations réalistes de CND par ultrasons.

Turner [Turner 1994] note que, dans le cas de problèmes complexes, une méthode de Monte-Carlo serait mieux adaptée à la résolution de l'équation du transfert radiatif que celle des ordonnées discrètes. Une méthode de Monte-Carlo appliquée au CND a donc été développée et implémentée, dans le but d'évaluer les possibilités d'application d'une telle approche.

## **5.1 Objectif de la méthode développée**

Il est important de distinguer le principe de la méthode qui sera présentée ici de celui de la méthode présentée dans le chapitre 2. Elles peuvent toutes les deux être appelées méthodes de Monte-Carlo car elles visent à réaliser des calculs à l'aide de procédés aléatoires, mais reposent sur des approches fondamentalement différentes : le résultat d'un calcul basé sur la méthode précédente correspondait à un signal qui pourrait être mesuré lors d'un contrôle, pour une réalisation donnée de la microstructure ; le résultat d'un calcul basé sur la méthode décrite ici est une estimation de l'intensité qui serait obtenue en moyennant un grand nombre de mesures, et correspond à une moyenne sur les différentes réalisations possibles de la microstructure.

Les processus aléatoires de la méthode des diffuseurs équivalents reflétaient le caractère aléatoire de la microstructure, et le fait que le résultat obtenu varie d'une mesure à l'autre. Dans la méthode utilisée ici, la quantité recherchée, c'est-à-dire l'intensité moyenne, n'est pas aléatoire, et les tirages aléatoires utilisés pour l'estimer peuvent être vus comme une manière de discrétiser le problème.

## **5.2 Principe général**

Turner [Turner 1994] évoque rapidement les principes d'une méthode de Monte Carlo qui permettrait de résoudre l'équation du transfert radiatif dans le cas de la propagation d'ondes ultrasonores dans un polycristal. La méthode développée durant cette thèse est basée sur des principes similaires, et se rapproche aussi de méthodes utilisées en sismologie

[Margerin *et al.* 2000; Przybilla et Korn 2008; Wegler *et al.* 2006; Yoshimoto 2000] : les phénomènes de diffusion multiple rencontrés en sismologie sont similaires à ceux étudiés ici, malgré la différence d'échelle.

Margerin note que la convergence des méthodes de Monte Carlo vers une solution exacte du transfert radiatif n'est pas prouvée dans le cas des ondes élastiques. Mais de nombreux résultats tendent à montrer qu'elles convergent effectivement vers une solution correcte.

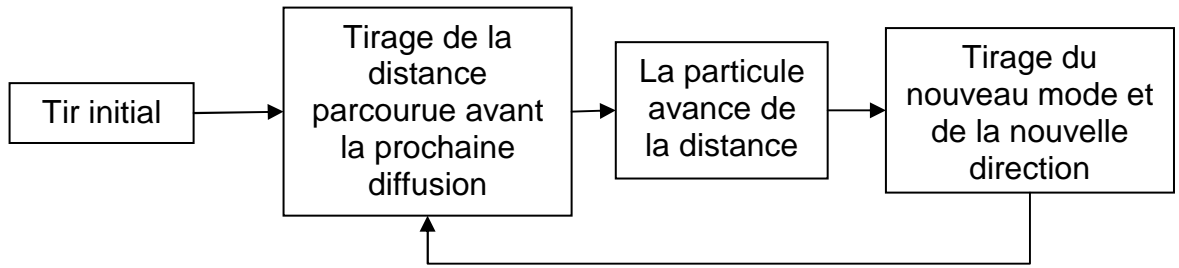
Ces méthodes représentent l'intensité moyenne du champ ultrasonore par des objets appelés particules. Chacune de ces particules représente une même quantité d'énergie élastique. Elles sont générées d'une manière qui imite l'émission ultrasonore et se déplacent dans le milieu en suivant une marche aléatoire qui reflète la propagation de paquets d'ondes.

Margerin et Nolet [Margerin et Nolet 2003] notent que l'équation du transfert radiatif est similaire à l'équation de Boltzmann sur la cinétique des gaz. Cette analogie permet de mieux appréhender le principe de la méthode de Monte-Carlo : le champ ultrasonore est relié aux particules de la simulation de la même manière que les propriétés d'un gaz sont reliées aux molécules le constituant.

Les propriétés de la marche aléatoire des particules peuvent être dérivées de l'équation du transfert radiatif, ou peuvent être déduites de considérations phénoménologiques sur la propagation de l'énergie acoustique. Le trajet d'une particule est composé d'une succession de segments. Sa vitesse sur un segment est celle d'une onde L ou T, selon le mode du paquet d'énergie qu'elle représente. Un changement de direction de la particule correspond à un phénomène de diffusion. Son mode peut changer d'un segment à l'autre, de manière à représenter les conversions de modes.

La probabilité qu'une particule suive un trajet ou un autre lors de sa marche aléatoire reflète la façon dont l'énergie se répartit. Par exemple, si dans le milieu modélisé une onde T perd  $x\%$  de son énergie tous les millimètres, la probabilité qu'une particule représentant une onde T parcourt un millimètre sans changer de direction sera de  $(100-x)\%$ . Si elle change de direction, elle représentera ensuite une onde L ou T, son nouveau type étant choisi aléatoirement et fonction de la quantité d'énergie diffusée dans chacun des deux modes. De même, la nouvelle direction qu'elle prendra suivra une distribution de probabilité qui reflétera la directivité de la diffusion de l'énergie.

L'algorithme de calcul du trajet d'une particule est schématisé Figure 81.



**Figure 81 : Représentation schématique de l'algorithme de calcul du trajet d'une particule**

En calculant ainsi les trajets d'un grand nombre de particules, un résultat représentatif de la façon dont évolue la répartition de l'énergie élastique dans le milieu au cours du temps est obtenu.

Les coefficients d'atténuation  $\alpha$  et les coefficients de diffusion volumique  $\eta$ , nécessaires aux calculs, seront issus du même modèle que pour la méthode de simulation en diffusion simple présentée précédemment. Mais n'importe quel modèle permettant d'obtenir ces coefficients pourrait être utilisé. Les phénomènes d'absorption ne seront pas traités ici, mais Margerin propose une approche qui permettrait de modifier l'algorithme de manière à les prendre en compte.

L'algorithme implémenté est décrit précisément dans la suite, et des exemples de résultats qu'il permet d'obtenir sont présentés.

### 5.3 Calcul des parcours avant diffusion

Dans cet algorithme, la distance parcourue par une particule entre deux changements de direction correspond à la distance pendant laquelle la portion de l'énergie ultrasonore représentée par la particule n'est pas diffusée.

La probabilité qu'une particule soit diffusée lors du parcours d'une certaine distance est liée à l'atténuation. Elle peut être déterminée à l'aide d'une équivalence entre, d'une part, la probabilité qu'une particule de mode  $M$  parcoure une distance  $d$  sans être diffusée, et, d'autre part, la fraction de l'énergie d'une onde incidente de mode  $M$  n'étant pas diffusée lors du parcours d'une distance  $d$ . Cette équivalence permet d'obtenir l'expression suivante pour la fonction de répartition de la distance de parcours d'un rayon avant diffusion :

$$P(d \leq x) = \exp(-2\alpha_M x). \quad (116)$$

$\alpha_M$  est le coefficient d'atténuation pour l'amplitude d'une onde de mode  $M$  ( $M$  étant le mode de l'onde,  $L$  ou  $T$ ).

Au début du calcul du trajet de chaque particule, et après chaque changement de direction, une distance de propagation doit être générée aléatoirement. La méthode de la transformée inverse, qui permet de réaliser des tirages aléatoires d'une variable à l'aide de l'inverse de sa fonction de répartition, est utilisée pour ce tirage. D'après cette méthode, l'opération suivante assure que l'équation (116) soit vérifiée :

$$d = \frac{\ln\left(\frac{1}{U}\right)}{2\alpha_M}. \quad (117)$$

$U$  étant une variable aléatoire issue d'une distribution uniforme sur l'intervalle  $[0,1]$ .

Cette méthode de tirage est identique à celle proposée par Turner. Wegler et Yoshimoto utilisent d'autres méthodes, mais elles nécessitent une discrétisation du problème et un plus grand nombre de calculs.

#### 5.4 Modes et polarisation des particules

Une fois que le moment de diffusion de l'onde a été déterminé, il reste à déterminer le mode de la particule après diffusion. Différentes approches sont décrites dans la littérature. Nous avons choisi de nous inspirer de celles de Turner et de Margerin : les ondes seront diffusées soit sous la forme d'onde  $L$  soit sous la forme d'onde  $T$ . Le tirage d'une variable aléatoire de distribution uniforme sur  $[0,1]$  est comparé au rapport de l'énergie diffusée sous forme d'onde  $L$  dans toutes les directions sur le total de l'énergie diffusée. La particule sera diffusée dans le mode  $L$  si :

$$U \leq \frac{\int_{\Omega} \eta_{M \rightarrow L} d\Omega}{\int_{\Omega} \eta_{M \rightarrow L} d\Omega + \int_{\Omega} \eta_{M \rightarrow T} d\Omega}. \quad (118)$$

et dans le mode  $T$  dans le cas contraire. La notation  $U$  désigne à nouveau une variable aléatoire issue d'une distribution uniforme sur l'intervalle  $[0,1]$ .

Pour décrire correctement les ondes  $T$ , il est nécessaire de prendre en compte les directions de polarisations. Pour cela, comme Turner et Margerin, nous associons aux particules de mode  $T$  un vecteur de Stokes. Ce vecteur contient toutes les informations sur la polarisation de l'onde. Ce vecteur est calculé après le tirage de la direction de diffusion, qui

sera présenté dans la suite. Il sera représentatif de l'onde T moyenne diffusée dans cette direction.

Comme le vecteur de Stokes est défini par rapport à un repère donné, une variable qui permettra de retrouver ce repère est associée à la particule. Turner et Margerin définissent les vecteurs de Stokes dans un repère global et évitent ainsi de recourir à une telle variable, mais, en contrepartie, rendent le tirage des diffusions plus complexe qu'avec notre méthode.

Pryzbilla propose une autre description de la polarisation des ondes T: il distingue les ondes T transverses verticales et transverses horizontales. A chaque diffusion trois types d'ondes diffusées sont donc possibles : L, TV et TH. Son choix rend la méthode plus simple à implémenter mais augmente le nombre de particules possibles, ce qui a tendance à demander à l'algorithme de simuler plus de cas et à ralentir la convergence.

Les vecteurs de Stokes utilisés dans notre méthode seront définis comme le propose Margerin dans un repère de propagation  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ ,  $\mathbf{e}_3$  étant la direction de propagation de l'onde. Les déplacements induits par l'onde au point d'origine de ce repère peuvent s'écrire selon les 3 axes :

$$\begin{aligned} P(t) &= A_p(t) \exp[i\omega t + i\delta_1], \\ S_x(t) &= A_x(t) \exp[i\omega t], \\ S_y(t) &= A_y(t) \exp[i\omega t + i\delta_2]. \end{aligned} \quad (119)$$

$\omega$  étant la pulsation,  $A_p$ ,  $A_x$  et  $A_y$  étant les amplitudes des ondes et  $\delta_1$  et  $\delta_2$  étant des déphasages temporels.

Avec ces notations, le vecteur de Stokes de l'onde peut s'écrire, en notant  $\rho$  la masse volumique du milieu :

$$S = \begin{bmatrix} \frac{\rho\omega^2 v_L}{2} A_p^2 \\ \frac{\rho\omega^2 v_T}{2} A_x^2 \\ \frac{\rho\omega^2 v_T}{2} A_y^2 \\ \rho\omega^2 v_T A_x A_y \cos(\delta_2) \\ \rho\omega^2 v_T A_x A_y \sin(\delta_2) \end{bmatrix}. \quad (120)$$

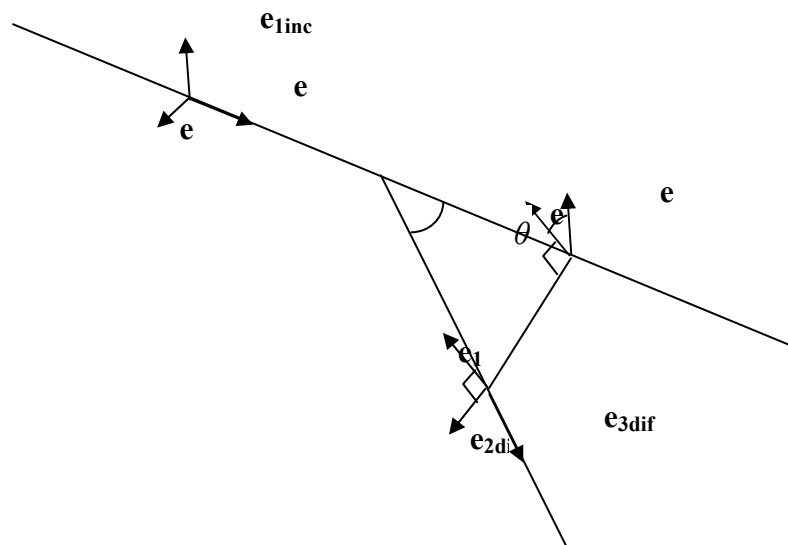
Le premier terme correspond à l'intensité de l'onde longitudinale, et les deux suivants aux intensités des composantes des ondes transversales dans les directions  $x$  et  $y$ . Les deux derniers termes quantifient la corrélation entre ces deux composantes. Pour une onde

longitudinale, seul le premier terme de ce vecteur est non nul. Pour une onde transversale, le premier terme est nul. L'intensité totale d'une onde transverse est donnée par la somme du deuxième et du troisième terme.

Dans l'algorithme implémenté, les vecteurs de Stokes sont utilisés pour préciser la polarisation des ondes T. Comme la polarisation de l'onde incidente affecte la directivité de la diffusion, le tirage de la direction de la diffusion dépend du vecteur de Stokes de l'onde.

## 5.5 Direction de diffusion

La méthode proposée par Margerin est utilisée pour réaliser un tirage de la direction de diffusion. Cette direction de diffusion sera définie par deux angles,  $\theta$  et  $\varphi$ .  $\theta$  est l'angle entre le vecteur d'onde incident et le vecteur d'onde diffusé, et  $\varphi$  est l'angle entre l'axe  $\mathbf{e}_{1\text{inc}}$  du repère dans lequel est défini le vecteur de Stokes de l'onde incidente et son équivalent pour l'onde diffusée  $\mathbf{e}_{1\text{dif}}$ . Le repère associé à l'onde diffusée est défini de manière à ce que  $\mathbf{e}_{1\text{dif}}$  soit orthogonal au plan de diffusion. La Figure 82 clarifie les notations utilisées.



**Figure 82 : Notations utilisées pour le repérage des ondes incidentes et diffusées**

Comme Margerin, nous utilisons la méthode de la transformée inverse pour réaliser les tirages de direction. Wegler utilise la méthode du rejet, qui est plus simple à implémenter, mais qui peut induire des calculs très longs si la diffusion est très directive.



### 5.5.1 Tirage de $\theta$

Le tirage de l'angle  $\theta$  est réalisé en premier. Il prend en compte la polarisation de l'onde incidente, ainsi que le mode de l'onde diffusée défini à l'étape précédente. Comme l'angle  $\varphi$  est indéterminé à ce stade, le problème peut être ramené à une configuration de symétrie cylindrique et il n'est pas nécessaire de prendre en compte de manière détaillée le vecteur de Stokes des ondes transverses. Le nombre de particules redirigées dans une plage d'angles doit refléter la proportion d'énergie qui y est diffusée. La densité de probabilité de diffusion d'une onde dans un angle donné est donc identifiée à la densité d'énergie diffusée dans cet angle (REF MARGERIN). En notant  $\chi = \cos(\theta)$ , les densités de probabilité suivantes sont obtenues pour les différents couples de modes incident et diffusé :

L incident, L diffusé :

$$f_{\chi} = \frac{\int_{\varphi=0}^{2\pi} \eta_{L \rightarrow L}(\varphi, x) d\varphi}{\int_{y=-1}^1 \int_{\varphi=0}^{2\pi} \eta_{L \rightarrow L}(\varphi, y) d\varphi dy}.$$

L incident, T diffusé :

$$f_{\chi} = \frac{\int_{\varphi=0}^{2\pi} [\eta_{L \rightarrow TH}(\varphi, x) + \eta_{L \rightarrow TL}(\varphi, x)] d\varphi}{\int_{y=-1}^1 \int_{\varphi=0}^{2\pi} [\eta_{L \rightarrow TH}(\varphi, y) + \eta_{L \rightarrow TL}(\varphi, y)] d\varphi dy}.$$

T incident, L diffusé :

$$f_{\chi} = \frac{\int_{\varphi=0}^{2\pi} [\eta_{TH \rightarrow L}(\varphi, x) + \eta_{TV \rightarrow L}(\varphi, x)] d\varphi}{\int_{y=-1}^1 \int_{\varphi=0}^{2\pi} [\eta_{TH \rightarrow L}(\varphi, y) + \eta_{TV \rightarrow L}(\varphi, y)] d\varphi dy}.$$

T incident, T diffusé :

$$f_{\chi} = \frac{\int_{\varphi=0}^{2\pi} [\eta_{TH \rightarrow TH}(\varphi, x) + \eta_{TH \rightarrow TV}(\varphi, x) + \eta_{TV \rightarrow TH}(\varphi, x) + \eta_{TV \rightarrow TV}(\varphi, x)] d\varphi}{\int_{y=-1}^1 \int_{\varphi=0}^{2\pi} [\eta_{TH \rightarrow TH}(\varphi, y) + \eta_{TH \rightarrow TV}(\varphi, y) + \eta_{TV \rightarrow TH}(\varphi, y) + \eta_{TV \rightarrow TV}(\varphi, y)] d\varphi dy}.$$

Les coefficients de diffusion  $\eta$ , exprimés en fonction de  $\varphi$  et de  $\chi$ , sont ceux définis dans le chapitre 2. Cette équation pourrait également être écrite de manière équivalente, mais moins claire, à l'aide de termes des vecteurs de Stokes.

La méthode de la transformée inverse est utilisée pour réaliser le tirage de  $\chi$  à l'aide de la relation suivante :

$$\chi = F_{\chi}^{-1}(U), \text{ avec } F_{\chi}(x) = \int_{u=-1}^x f_{\chi}(u) du. \quad (122)$$

$U$  étant une variable aléatoire issue d'une distribution uniforme sur  $[0, 1]$ .

Dans l'implémentation de l'algorithme, les  $f_{\chi}(x)$  des différents modes sont d'abord calculés pour une liste de points  $x$ . Des listes de valeurs de  $F_{\chi}(x)$  sont ensuite obtenues à l'aide d'une intégration entre 0 et chacun des points de la liste par la méthode des trapèzes. Ces valeurs seront stockées au début du calcul, et à chaque tirage,  $F_{\chi}^{-1}(U)$  est calculé à l'aide d'une interpolation inverse.

### 5.5.2 Tirage de $\varphi$

Le tirage du deuxième angle est immédiat pour une onde L incidente, et requiert des calculs complexes pour une onde T. Des méthodes distinctes sont donc utilisées pour ces deux cas.

#### 5.5.2.1 Onde L incidente

Dans le cas d'une onde L incidente, le problème est à symétrie axiale et invariant selon l'angle  $\varphi$ . Le tirage de  $\varphi$  est donc simplement le tirage d'une valeur aléatoire issue d'une distribution uniforme entre 0 et  $2\pi$ .

#### 5.5.2.2 Onde T incidente

Le tirage de  $\varphi$  pour une onde T incidente est bien plus complexe et doit prendre en compte le vecteur de Stokes incident. La densité de probabilité de l'angle  $\varphi$  est liée aux quantités d'énergie diffusées dans les différents  $\varphi$ . Cette énergie peut être exprimée en fonction des éléments du vecteur de Stokes diffusé.

Pour une onde L diffusée :

$$g_{\varphi}(x) = \frac{\underline{S}_{diff}(\varphi, \chi)[1]}{\int_{\varphi=0}^{2\pi} \underline{S}_{diff}(\varphi, \chi)[1] d\varphi}. \quad (123)$$

Pour une onde T diffusée :

$$g_{\varphi}(x) = \frac{(\underline{S}_{diff}(\varphi, \chi)[2] + \underline{S}_{diff}(\varphi, \chi)[3])}{\int_{\varphi=0}^{2\pi} (\underline{S}_{diff}(\varphi, \chi)[2] + \underline{S}_{diff}(\varphi, \chi)[3]) d\varphi}.$$

La méthode de la transformée inverse est utilisée pour le tirage. Elle s'écrit :

$$\varphi = G_{\varphi}^{-1}(U), \text{ avec } G_{\varphi}(x) = \int_{u=-1}^x g_{\varphi}(u) du. \quad (124)$$

La fonction  $G_{\varphi}$  dépend des éléments du vecteur de Stokes diffusé  $\underline{S}_{diff}$  qui dépendent eux-mêmes non seulement de  $\varphi$  et de  $\chi$  mais aussi du vecteur de Stokes incident. De plus, pour appliquer la méthode de la transformée inverse, il est nécessaire de connaître  $G_{\varphi}$  en un grand nombre de points. Un grand nombre de calculs est donc nécessaire à chaque tirage : en l'absence d'une méthode d'évaluation rapide de  $G_{\varphi}$ , les tirages de  $\varphi$  s'avèrent donc trop coûteux en temps de calcul.

Une méthode permettant d'évaluer rapidement  $G_{\varphi}$  a donc été développée. Son principe est détaillé dans l'annexe E. Elle permet d'exprimer  $G_{\varphi}$  sous la forme suivante :

$$G_{\varphi}(x) = \frac{\tilde{G}_{\varphi}(x)}{\tilde{G}_{\varphi}(2\pi)}, \text{ avec} \quad (125)$$

$$\tilde{G}_{\varphi}(y) = \sum_{i=1..3} \alpha_i \sum_{k=1..5} \underline{S}_{inc}(k) \left( \int_{u=0}^y \underline{M}(u, \chi) du \right) [i, k].$$

Avec  $\alpha_1=1$  et  $\alpha_2=\alpha_3=0$  pour une onde L diffusée,  $\alpha_1=0$  et  $\alpha_2=\alpha_3=1$  pour une onde T diffusée.

Cette écriture permet d'évaluer  $G_{\varphi}(x)$  rapidement pour n'importe quelles polarisations d'onde incidente et diffusée, à partir des éléments de la fonction matricielle de  $\chi$  et de  $x$  suivante :

$$\int_{u=0}^x \underline{M}(u, \chi) du. \quad (126)$$

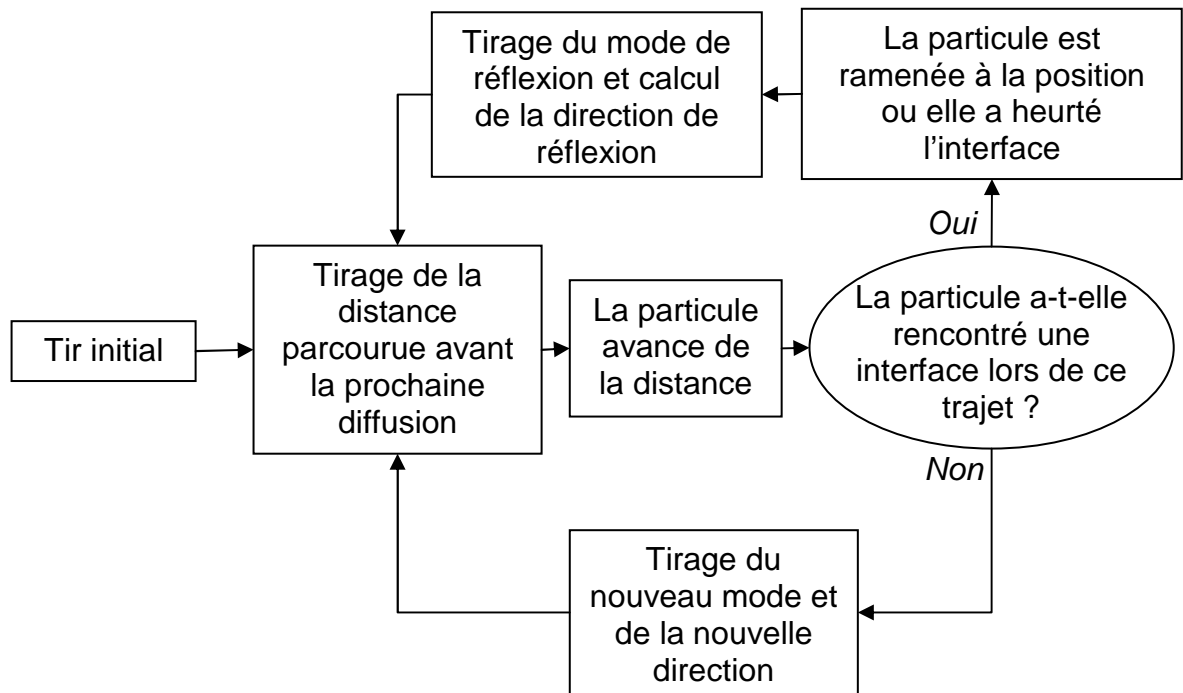
$\underline{M}$  désigne la matrice de Mueller utilisée notamment par Turner et décrite dans l'annexe E.

L'algorithme implémenté est basé sur ce principe. En début de calcul, la matrice (126) est évaluée pour un ensemble de valeurs de  $\chi$  et de  $x$ . A chaque tirage d'un angle  $\varphi$  associé à une onde T incidente, les résultats du calcul préliminaire sont utilisés pour obtenir la valeur de  $G_{\varphi}(x)$  pour une liste de points  $x$ . Une interpolation permet alors de réaliser directement le tirage de  $\varphi$  par la méthode décrite par l'équation (124).

Le vecteur de Stokes du mode T obtenu après diffusion est calculé en fonction de  $\theta$  et de  $\varphi$ , après ces deux tirages.

## 5.6 Réflexion à une interface

L'ensemble des méthodes de tirage précédentes permet de réaliser des calculs de diffusion multiple selon l'algorithme représenté Figure 81. Il correspond à la diffusion dans un volume infini, il ne permet pas de modéliser les effets dus à la présence d'interfaces. Cet algorithme a été modifié afin de prendre en compte les réflexions aux interfaces, selon le principe schématisé sur la Figure 83.



**Figure 83 : Représentation schématique de l'algorithme de calcul du trajet d'une particule prenant en compte les réflexions aux interfaces**

Les interfaces sont considérées ici comme parfaitement réfléchissantes. Cette approximation n'est pas susceptible d'induire une erreur importante dans les exemples étudiés ici car les coefficients de réflexion des interfaces entre un acier et de l'eau ou entre un acier et de l'air sont proches de 1. Si cela s'avérait nécessaire, il serait possible de modéliser les phénomènes de transmission aux interfaces en définissant une probabilité que les particules passent d'un milieu à un autre.

Dans le cas d'une onde transverse incidente, l'angle d'incidence sur l'interface est d'abord comparé à l'angle critique. S'il lui est supérieur, l'onde diffusée sera forcément aussi une onde transverse dont la direction peut être calculée par symétrie. Les possibilités de génération d'ondes de surface sont négligées. Dans les autres cas, le mode de l'onde diffusée est déterminé par un tirage aléatoire. Si une conversion de mode est possible, l'angle

correspondant au mode dans lequel se convertit l'onde lors de la réflexion est déterminé à l'aide de la loi de Snell-Descartes :

$$\frac{\sin \theta_L}{v_L} = \frac{\sin \theta_T}{v_T}. \quad (127)$$

Une particule représentant une quantité d'énergie, les probabilités que la particule soit réfléchi sous forme d'onde longitudinale ou transversale sont proportionnelles aux énergies réfléchies dans chacun de ces modes. Une matrice de réflexion est utilisée pour calculer ces probabilités ainsi que les polarisations des ondes réfléchies. Cette matrice permet de relier le vecteur de Stokes incident au vecteur de Stokes réfléchi :

$$\underline{S}_{ref} = \underline{\underline{R}} \cdot \underline{S}_{inc}. \quad (128)$$

Un formalisme similaire est utilisé par Turner et Weaver pour la prise en compte des interfaces dans la théorie du transfert radiatif [Turner et Weaver 1995b], et les résultats présentés ici correspondent aux coefficients notés  $R^\Pi$  dans leurs travaux, qui permettent d'assurer la conservation de l'énergie portée par les particules. Ces coefficients peuvent être obtenus à l'aide de méthodes usuelles de calcul de coefficients de réflexions [Dieulesaint et Royer 1974].

Les éléments de la matrice  $\underline{\underline{R}}$  correspondent aux coefficients de réflexion de l'énergie d'ondes de différentes polarisations. Cette matrice s'exprime :

$$\underline{\underline{R}} = \begin{bmatrix} V_{LL}^2 & V_{TVL}^2 \frac{\tan(\theta_T)}{\tan(\theta_L)} & 0 & 0 & 0 \\ V_{LTV}^2 \frac{\tan(\theta_L)}{\tan(\theta_T)} & V_{TVTV}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & V_{TVTV} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_{TVTV} \end{bmatrix}. \quad (129)$$

avec :

$$\begin{aligned}
V_{LL} &= \frac{\sin^2(2\theta_T)\cos(\theta_L) - \frac{v_L}{v_T}\cos^2(2\theta_T)\cos(\theta_T)}{\sin^2(2\theta_T)\cos(\theta_L) + \frac{v_L}{v_T}\cos^2(2\theta_T)\cos(\theta_T)} \\
V_{LTV} &= -\frac{2(1-V_{LL})\cot(\theta_L)\sin^2(\theta_T)}{\cos(2\theta_T)} \\
V_{TTV} &= \frac{\sin^2(2\theta_T)\cos(\theta_L) + \frac{v_L}{v_T}\cos^2(2\theta_T)\cos(\theta_T)}{\sin^2(2\theta_T)\cos(\theta_L) + \frac{v_L}{v_T}\cos^2(2\theta_T)\cos(\theta_T)} \\
V_{TVL} &= \frac{(1+V_{TTV})\tan(\theta_L)\cos(2\theta_T)}{2\sin^2(\theta_{SV})}
\end{aligned} \tag{130}$$

Le tirage du mode de l'onde réfléchi est réalisé en fonction de l'énergie portée par les deux modes. L'onde diffusée sera de mode L si :

$$U \leq \frac{\underline{S}_{ref}[1]}{\underline{S}_{ref}[1] + \underline{S}_{ref}[2] + \underline{S}_{ref}[3]}, \tag{131}$$

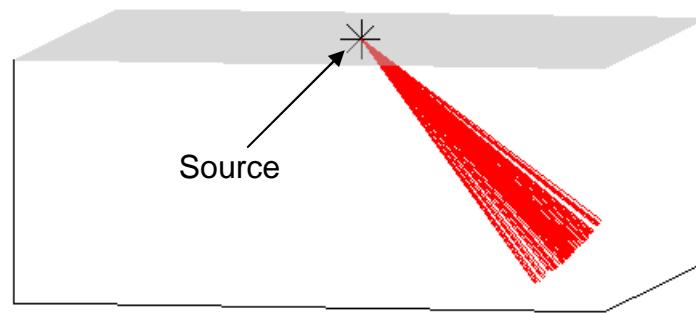
$U$  étant une variable aléatoire uniformément distribuée sur l'intervalle  $[0,1]$ . Dans le cas contraire, l'onde réfléchi sera de mode T et sa polarisation sera déterminée par les éléments correspondant au mode T du vecteur de Stokes  $\underline{S}_{ref}$ .

## 5.7 Modélisation de l'émetteur

Dans cet algorithme, la position, la direction, et le mode des particules générées au début du calcul sont supposés refléter la manière dont les ondes ultrasonores sont émises.

Il faut noter que même si cette méthode de simulation a des similarités avec les méthodes de calcul de champ par tracé de rayons, elle ne permet pas de modéliser les sources de la même manière. Pour les tracés de rayon, la surface d'un émetteur peut être discrétisée sous la forme d'un ensemble de sources ponctuelles omnidirectionnelles. La directivité du capteur est alors reproduite par le biais des interférences liées au déphasage entre les rayons provenant de ces différentes sources. Cette méthode s'appuie sur le principe des intégrales de Rayleigh. Mais, dans le modèle de particules d'énergie étudié ici, les phases et les interférences sont ignorées. Il n'est donc pas possible d'appliquer cette méthode de discrétisation de l'émetteur.

L'implémentation qui a été réalisée ne prend pas en compte l'émission de manière précise : les particules sont toutes créées au même point, avec le même mode (longitudinal ou transversal). Leurs directions de propagation initiales correspondent à une direction de tir donnée en entrée de la simulation, à un écart aléatoire près, de manière à représenter les effets de divergence du capteur. A titre d'exemple, les débuts des trajets générés pour une simulation de contrôle en ondes transverses à  $45^\circ$  d'incidence sont représentés Figure 84.



**Figure 84 : Début des trajets des particules générées pour un contrôle en T45. Une ligne représente un trajet.**

Il ne s'agit que d'une modélisation approximative de l'émission. Une méthode plus précise pourrait être développée en utilisant comme donnée d'entrée les vecteurs de Poynting calculés en un ensemble de points entourant le capteur. Cela permettrait de caractériser le flux d'énergie sortant d'une surface entourant le capteur. Dans la simulation Monte-Carlo, des particules pourraient alors être tirées depuis les différents points de cette surface de manière à imiter ce flux d'énergie. Cette méthode nécessiterait un modèle de source pour calculer les données d'entrées de la simulation.

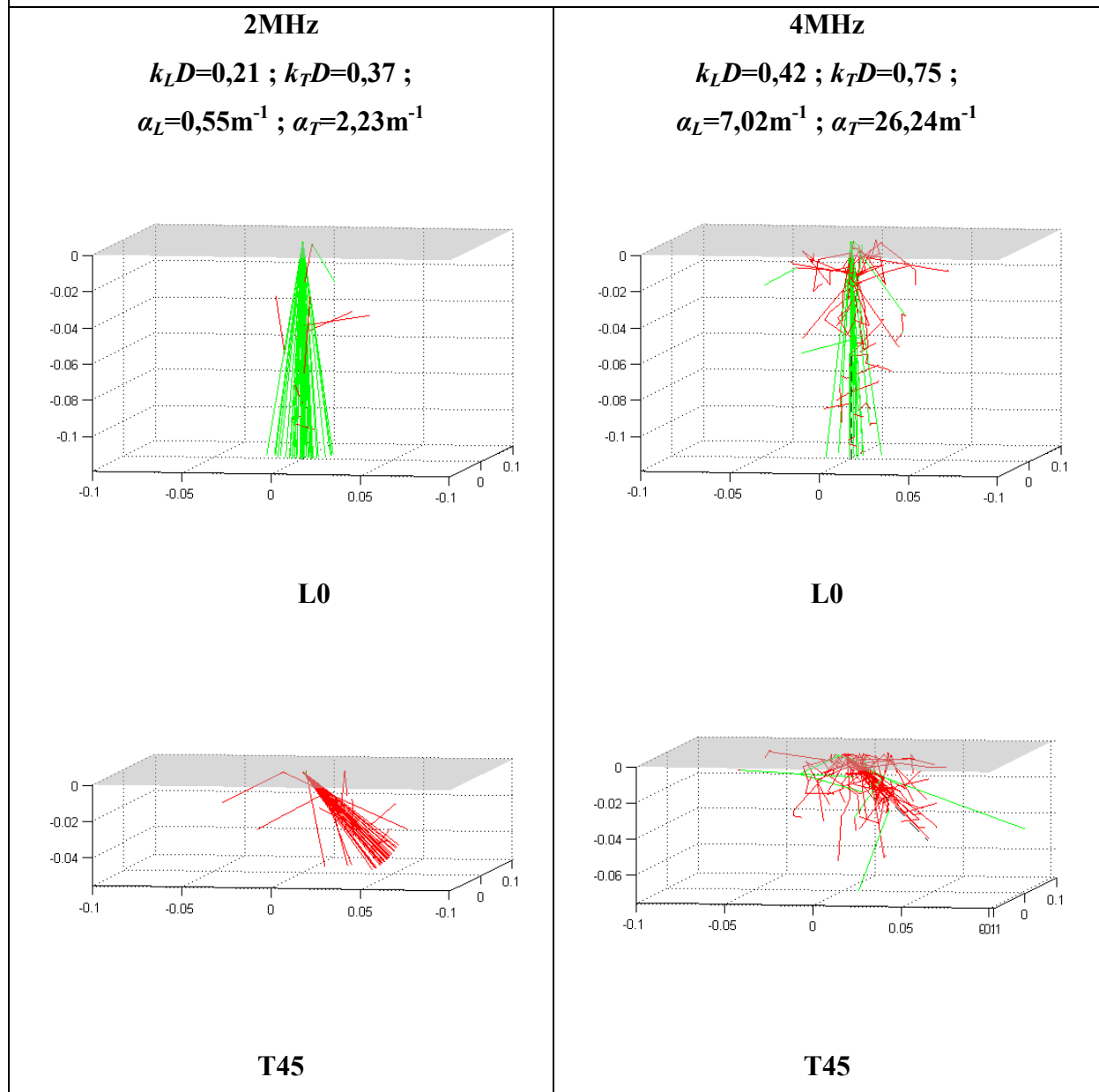
## 5.8 Résultats de simulation

### 5.8.1 Trajets des particules

La méthode de simulation décrite a été implémentée à l'aide du logiciel Matlab. Des exemples de trajets de particules obtenues sont représentés Figure 85.

Acier austénitique :  $\nu_L=5980\text{m.s}^{-1}$  ;  $\nu_T=3360\text{m.s}^{-1}$  ;  $D=100\mu\text{m}$

Les trajets en vert représentent des ondes L et les trajets en rouge des ondes T. Le plan gris est une interface parfaitement réfléchissante. Les échelles sont exprimées en mètres.



**Figure 85 : Exemples de trajets calculés pour 50 particules suivies pendant 20 microsecondes**

La Figure 85 fait apparaître plusieurs tendances attendues : le nombre d'événements de diffusion augmente avec la fréquence de l'onde, et les ondes longitudinales traversent des distances plus longues que les ondes transversales avant d'être diffusées.

Ces exemples font également apparaître que le nombre de particules de mode T augmente rapidement pour une onde L initiale, alors que pour une onde T initiale les



particules d'onde L restent relativement rares. Ce phénomène est lié à l'équipartition d'énergie prédite par la théorie du transfert radiatif.

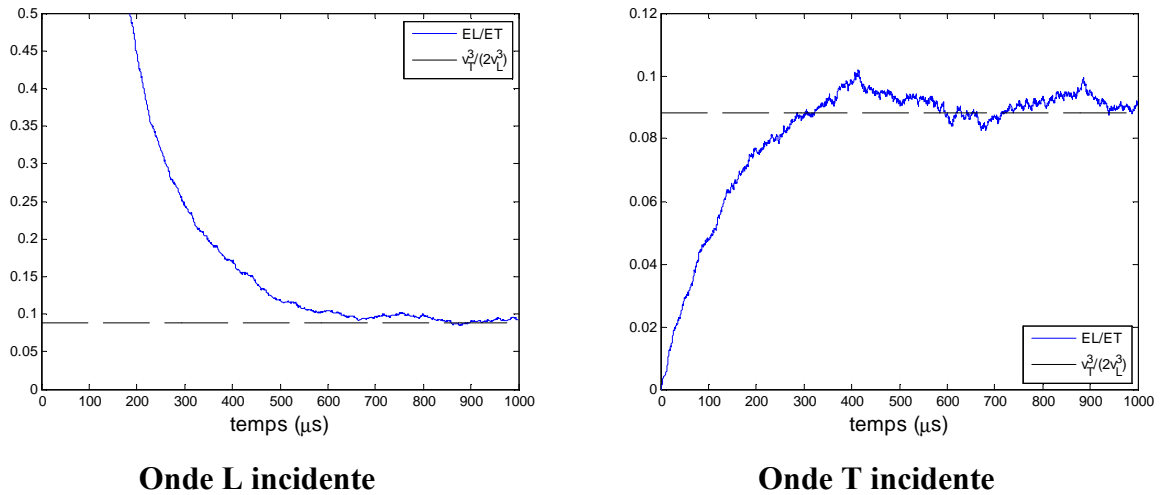
### 5.8.2 Equipartition de l'énergie selon les modes

Ryzhik *et al.* [Ryzhik *et al.* 1996] montrent que le rapport entre l'énergie présente dans le milieu sous forme d'onde L et l'énergie présente dans le milieu sous forme d'onde T tend à converger vers une valeur, selon l'équation :

$$\frac{E_L}{E_T} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \frac{v_T^3}{2v_L^3}. \quad (132)$$

Ce rapport est très inférieur à un dans les métaux : il est par exemple d'environ 0,09 pour l'acier austénitique et 0,07 pour le titane. L'énergie tend donc à être principalement portée par les ondes T après un grand nombre de diffusions.

Ce phénomène est reproduit dans nos simulations. La Figure 86 représente l'évolution du rapport entre les nombres de particules de chaque mode, au cours du temps. Comme chaque particule représente la même quantité d'énergie, ce rapport est équivalent au rapport entre les énergies.



**La limite théorique  $v_T^3/(2v_L^3)$  est matérialisée par la ligne pointillée.**

**Figure 86 : Evolution temporelle de la répartition de l'énergie par mode, pour 5000 particules. Cas d'un acier austénitique avec  $D=100\mu\text{m}$  à 2MHz.**

Quel que soit le mode de l'onde initiale, l'énergie tend bien à se répartir sur les deux modes selon le rapport prévu.

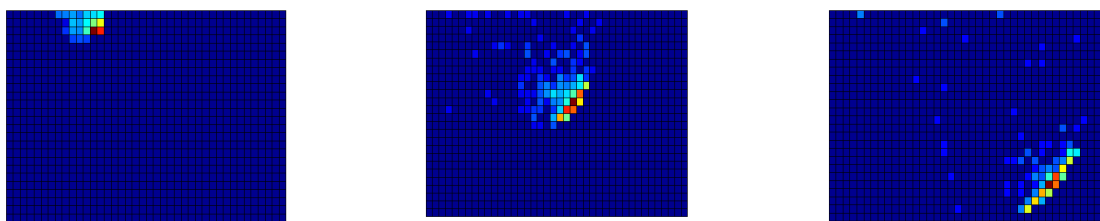
### 5.8.3 Cartographies des propriétés statistiques au second ordre du champ

Les résultats de calculs de trajet réalisés à l'aide la méthode de Monte-Carlo peuvent être traités de manière à obtenir une cartographie de l'énergie ultrasonore à un instant donné. Ce traitement consiste à mailler le volume et à compter le nombre de particules présentes à l'intérieur de chaque maille à un instant donné. Des travaux réalisés en sismologie [Przybilla et Korn 2008; Wegler *et al.* 2006; Yoshimoto 2000] modélisent ainsi la propagation de l'énergie sismique.

Ce traitement pourrait également être utilisé pour modéliser la propagation de l'énergie ultrasonore dans le domaine du CND, à l'aide de la méthode de simulation Monte-Carlo. Il serait ainsi possible de réaliser des cartographies des propriétés statistiques au second ordre du champ. Les possibilités d'application d'une telle méthode seraient cependant limitées, car la méthode de Monte-Carlo est basée sur l'approximation du transfert radiatif qui ne prend pas en compte les phases des ondes. Cela dégrade significativement la représentation de la partie du champ qui n'a subi aucune diffusion, car son caractère cohérent ne peut pas être pris en compte par la théorie du transfert radiatif.

Le champ diffusé est supposé incohérent et correctement décrit par la théorie du transfert radiatif. La phase des ondes diffusées peut néanmoins avoir une influence dans certains cas : dans les configurations en émission-réception confondues, ou dans celles dans lesquelles l'émetteur et le récepteur sont proches, l'effet de rétrodiffusion cohérente rehausse les niveaux de bruit mesurés. Ce phénomène ne peut pas être décrit par la théorie du transfert radiatif.

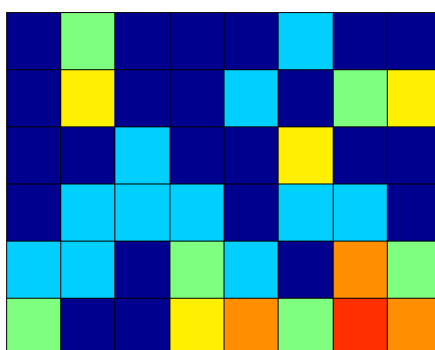
Le fait de négliger les phases pose donc plusieurs problèmes et limite les possibilités d'application de cette méthode au CND par ultrasons. Elle pourrait tout de même permettre une représentation pertinente du champ diffusé, aux effets de rétrodiffusion cohérente près, et a donc été implémentée. La Figure 87 est un exemple de résultat de traitement appliqué à une simulation de la méthode de Monte-Carlo.



**Après 10 $\mu$ s de propagation    Après 60 $\mu$ s de propagation    Après 100 $\mu$ s de propagation**

**Figure 87 : Exemple de cartographies de l'énergie dans le plan d'incidence à différents temps (configuration T45, D=100 $\mu$ m, 2MHz, 1000 parcours calculés)**

Le résultat de la Figure 87 fait apparaître à la fois l'onde incidente, constituée des particules n'ayant pas changé de direction, et l'onde diffusée. Seule l'onde diffusée est correctement modélisée par l'équation du transfert radiatif. Cet exemple, obtenu avec 1000 particules, fait apparaître de manière flagrante qu'un grand nombre de particule est nécessaire pour obtenir une cartographie précise de l'énergie diffusée. Si les particules sont trop rares, la valeur obtenue dans une maille est très aléatoire, ce qui est apparent dans le détail du champ diffusé calculé reproduit Figure 88.



**Figure 88 : Détail du champ diffusé de la deuxième cartographie de la Figure 87 (échelle de couleurs ajustée)**

La méthode de Monte-Carlo est supposée converger vers l'intensité ultrasonore moyenne du champ, qui doit varier de manière très régulière. Le caractère irrégulier de la cartographie de la Figure 88 montre que le nombre de particules utilisé est très insuffisant et que le résultat obtenu est éloigné de la limite recherchée.

Plusieurs essais ont été réalisés dans le but d'obtenir des cartographies régulières pour des configurations de CND usuelles, mais elles n'ont pas abouti en raison de problèmes liés

au temps de calcul ou aux limitations de mémoire. L'utilisation de la méthode de Monte-Carlo pour réaliser des cartographies d'énergie ultrasonore ne semble donc pas être une approche pertinente pour le CND. Dans le domaine de la sismologie, cette difficulté est généralement contournée en considérant que le problème est à symétrie sphérique, ce qui permet de définir des mailles plus étendues et d'augmenter le nombre de particules présentes à l'intérieur d'une maille. Une telle simplification n'est pas adaptée au CND, car les configurations de CND ne peuvent généralement pas être ramenées à des cas suffisamment symétriques.

Cette application de la méthode de Monte-Carlo au calcul de cartographies de champ est donc peu pertinente pour le CND par ultrason, non seulement parce qu'elle est coûteuse en temps de calcul mais aussi parce qu'elle ne permet pas de simuler les phénomènes liés à la cohérence.

#### **5.8.4 Bruit de structure**

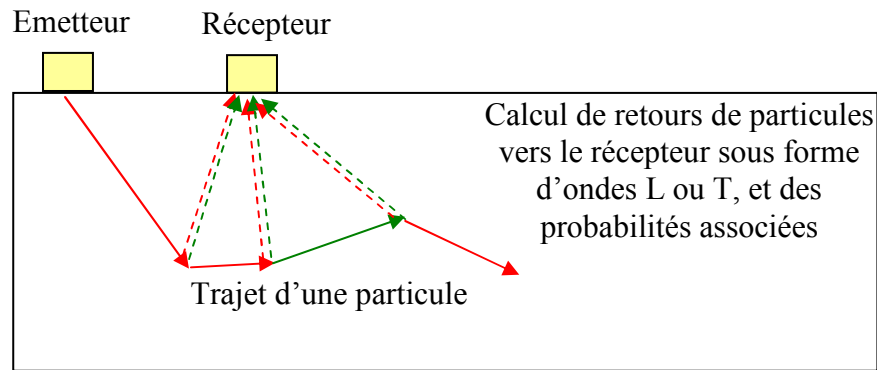
Les raisons qui font que la méthode de Monte-Carlo est inadaptée au calcul de cartographies de champ ne l'empêchent pas d'être utilisée pour le calcul du bruit de structure. La mauvaise représentation du champ incident n'est pas gênante, car le bruit de structure est lié à un champ diffusé. Les problèmes de lourdeur de calcul sont moins marqués que dans le cas des cartographies, car le nombre de mailles à traiter est plus faible.

Le fait que la rétrodiffusion cohérente soit négligée n'est pas gênant si l'émetteur et le récepteur sont éloignés l'un de l'autre. Si le même capteur est utilisé en émission et en réception, l'effet de rétrodiffusion cohérente peut être corrigé en appliquant un facteur 2 à l'intensité moyenne du bruit issu de la diffusion multiple. Par contre, dans les cas où l'émetteur et le récepteur sont distincts mais proches l'un de l'autre, il faudrait connaître le cône de rétrodiffusion cohérente pour pouvoir corriger les résultats de simulation.

Le bruit de structure est dû à l'énergie ultrasonore atteignant le capteur : il pourrait donc être évalué directement par la détection des particules atteignant le capteur lors du calcul. L'évolution temporelle du bruit de structure peut être obtenue en divisant le temps de mesure en intervalles et en comptant les particules atteignant le capteur pendant chaque intervalle. Mais, en pratique, ces particules sont très rares et il serait nécessaire de calculer un très grand nombre de trajets pour en obtenir un nombre suffisant.

Margerin propose une solution pour contourner cette difficulté et calculer les ondes sismiques atteignant un récepteur. A chaque changement de direction d'une particule, il calcule la probabilité qu'elle soit redirigée vers le récepteur. Et il ajoute une contribution de cette particule au bruit de structure, pondérée par la probabilité calculée. Le temps d'arrivée

correspondant est déterminé en fonction de l'instant de diffusion et du temps qu'il faudrait à la particule pour parcourir la distance entre sa position actuelle et le récepteur. Cela permet d'obtenir des contributions au bruit de structure sans attendre que les particules reviennent au récepteur. Ce principe est schématisé Figure 89.



**Figure 89 : Représentation schématique du calcul de la contribution d'une particule au bruit de structure**

Margerin choisit de forcer la redirection des particules vers le capteur uniquement aux instants où elles changent de direction. Il s'agit d'un choix arbitraire car les particules ont une probabilité non nulle d'être redirigées vers le capteur à chaque instant. Leur contribution au bruit de structure pourrait donc être calculée à n'importe quel instant. Margerin réalise lui un échantillonnage en ne les calculant qu'aux changements de direction. D'autres méthodes d'échantillonnage pourraient également être utilisées. Pour éviter qu'un échantillonnage soit biaisé, il est nécessaire qu'il soit plus dense lorsque les particules sont sous la forme d'onde T, de manière à refléter le fait que les ondes T sont plus fortement diffusées que les ondes L. La méthode proposée par Margerin respecte cette condition et peut être implémentée de manière relativement simple : elle est donc utilisée ici.

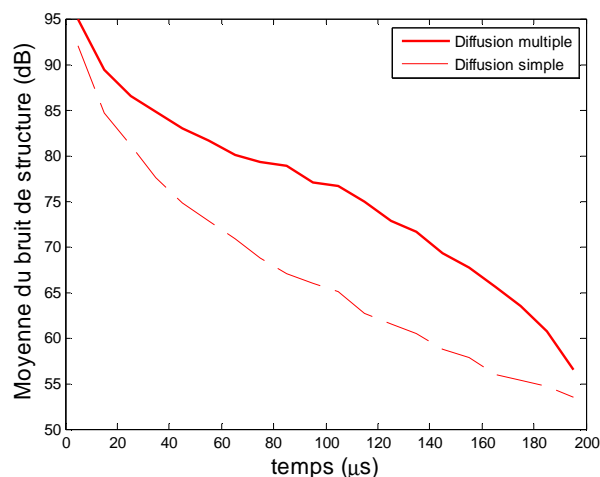
Le calcul de contributions au bruit de structure dans le cas du CND par ultrasons est plus complexe que celui de contributions d'ondes sismiques car il est nécessaire de prendre en compte la directivité et la focalisation des capteurs ultrasonores, qui sont souvent très marquées. Il serait donc nécessaire de pondérer les contributions des particules en fonction de leur provenance. Des fonctions de directivité et de focalisation du capteur devraient donc être déterminées, par exemple à l'aide de méthodes similaires à celles suggérées pour la modélisation de l'émetteur dans la partie 5.7.

Une maquette de cette méthode de calcul du bruit de structure par méthode de Monte-Carlo a été implémentée. Elle ne prend pas en compte la directivité et la focalisation du

capteur et le suppose omnidirectionnel. Un calcul précis de la contribution des particules devrait en théorie inclure l'intégration de la probabilité de diffusion sur tout l'angle solide occupé par le capteur, mais un calcul simplifié a été implémenté. Il est néanmoins équivalent au calcul précis en champ lointain.

Un résultat de simulation est représenté Figure 90. Il est important de noter que, contrairement à la méthode de simulation de la diffusion simple présentée dans le chapitre 2, les résultats de la méthode de Monte-Carlo ne sont pas des exemples de bruit de structure correspondant à des réalisations de la microstructure. La théorie du transfert radiatif traite de l'intensité moyennée sur l'ensemble des réalisations possibles de la microstructure, et les résultats issus de la méthode de Monte-Carlo sont des estimations du bruit de structure moyen. Pour obtenir un bruit de structure moyen à l'aide de la méthode du chapitre 2, il est nécessaire de réaliser une moyenne sur un grand nombre de simulations. Le résultat présenté ici est une estimation du bruit moyen issue d'une seule simulation.

Le bruit dû aux phénomènes de diffusion simple représenté Figure 90 est également issu de la méthode Monte-Carlo : il a été calculé en ne prenant en compte les contributions des particules qu'à leur premier changement de direction. L'effet de rétrodiffusion cohérente a été pris en compte dans le bruit de diffusion multiple en supposant que la configuration est en émission-réception confondues. Les contributions au bruit dues à des trajets incluant plusieurs événements de diffusion ont donc été multipliées par deux.



**Figure 90 : Estimation du bruit de structure moyen calculé à l'aide de la méthode de Monte-Carlo de simulation de la diffusion multiple (configuration T45,  $D=100\mu\text{m}$ , 2MHz, 1000 parcours calculés)**

Dans cet exemple, la simulation indique que la diffusion multiple domine la diffusion simple de plus de dix décibels. D'après des mesures et simulations réalisées dans des configurations similaires, et présentées dans le chapitre 3, la diffusion multiple n'est pas si forte en réalité. Cette erreur est liée à l'approximation de capteur omnidirectionnel, qui conduit à surestimer largement les contributions au bruit de structure de la diffusion multiple par rapport à celles de la diffusion simple. Cette surestimation est liée au fait que, en réalité, une grande partie de l'énergie diffusée une fois quitte la zone focale et ne devrait donc pas pouvoir contribuer fortement au bruit. Mais, dans l'approximation de capteur omnidirectionnel, les particules de tout le volume contribuent autant que celles de la zone focale. L'influence de la diffusion multiple est donc surestimée. Cet exemple illustre l'importance d'une modélisation correcte du capteur.

## **Conclusion**

La résolution de l'équation du transfert radiatif par méthode de Monte-Carlo est souvent employée dans la modélisation de la propagation des ondes sismiques et est transposable à la modélisation de la propagation des ondes ultrasonores dans un milieu polycristallin. Ses possibilités d'applications au CND par ultrasons sont cependant limitées, d'une part par les approximations inhérentes à la théorie du transfert radiatif, et d'autre part par le grand nombre de calculs nécessaires à l'obtention d'une estimation fiable de certaines valeurs. En particulier, elle n'est pas adaptée au calcul de cartographies de champs.

Le calcul du bruit de structure semble être la possibilité d'application la plus intéressante de la méthode de Monte-Carlo. Mais il serait indispensable de surmonter la difficulté de la modélisation de l'émission et de la réception des ondes pour pouvoir l'utiliser en pratique. Si une approche permettant de modéliser les capteurs est développée, le calcul du bruit de structure par méthode de Monte-Carlo pourra être appliqué à des configurations de contrôle très variées : à la différence d'autres méthodes comme celle des ordonnées discrètes, le coût numérique d'une méthode de Monte-Carlo n'augmente pas de manière significative avec la complexité du problème.

# CONCLUSION GENERALE

La diffusion des ondes ultrasonores par la microstructure des métaux est à l'origine des phénomènes d'atténuation et de bruit de structure dans le CND. Ces phénomènes ont notamment un impact important lors du contrôle de certains éléments de centrales nucléaires. Plusieurs industriels sont donc demandeurs d'outils fiables permettant de simuler la diffusion. Le travail réalisé durant cette thèse s'inscrit dans cette problématique.

Presque toutes les approches de modélisation présentées dans la littérature sont basées sur l'hypothèse que la diffusion dans les métaux est due aux différences d'orientation entre grains voisins. Comme les constantes élastiques d'un grain sont anisotropes, ces différences d'orientation se traduisent par un contraste acoustique.

La simulation du bruit de structure pose problème. Plusieurs approches sont proposées dans la littérature. L'une d'elle consiste à sommer les contributions de chaque grain du métal, ce qui est extrêmement coûteux en temps de calcul. Une autre approche, plus rapide, a l'inconvénient de ne pas être reliée aux propriétés de la microstructure. Afin de surmonter ces limitations, une nouvelle méthode de simulation a été développée lors de cette thèse. Elle permet d'obtenir un signal imitant le bruit de structure en sommant les contributions d'un ensemble de diffuseurs moins nombreux mais plus échogènes que ceux présents dans le métal réel. Les propriétés de ces diffuseurs sont déterminées à l'aide d'un modèle de diffusion. Cette méthode a été implémentée dans une version de développement du logiciel CIVA et associée à un modèle de diffusion classique issu de la littérature. Elle pourrait être associée à d'autres modèles de diffusion.

Une validation expérimentale de cette méthode de simulation et du modèle a été menée sur des échantillons d'acier austénitique diffusant. Elle a permis de montrer que, dans le cadre de la diffusion simple, cette méthode permet de reproduire correctement l'évolution temporelle du bruit de structure, liée à l'atténuation, aux phénomènes d'échos de coin et aux phénomènes de divergence du faisceau rayonnée par le capteur. Elle prend également en compte les effets des conversions de modes. Le bruit de structure ainsi calculé a cependant tendance à être sous-estimé, en particulier pour les ondes T et en basses fréquences. Plusieurs



sources possibles de cet écart ont été étudiées : il est probable qu'il soit dû au fait que la diffusion par les dislocations aux joints de grains n'est pas prise en compte par le modèle.

Des écarts similaires apparaissent dans des travaux de la littérature, et plusieurs auteurs ont émis l'hypothèse qu'ils pourraient être liés à une mauvaise représentation des distributions de taille de grain par le modèle de diffusion. Une étude théorique réalisée durant cette thèse a permis de rejeter cette possibilité.

Quand les phénomènes de diffusion sont importants, c'est-à-dire en hautes fréquences et pour des tailles de grain importantes, l'approximation de la diffusion simple n'est plus valide et il est nécessaire de prendre en compte la diffusion multiple. Une approche permettant de la modéliser a été étudiée lors de cette thèse. Il s'agit d'une méthode de Monte-Carlo, appliquée à la théorie du transfert radiatif et inspirée de travaux réalisés dans le domaine de la sismologie. L'algorithme implémenté durant cette thèse permet de reproduire certains phénomènes typiques de la diffusion multiple, notamment le fait que l'énergie des ondes de différents modes se répartit suivant un rapport prévisible. Toutefois, il ne permet pas pour l'instant d'estimer le bruit de structure lié à la diffusion multiple mesuré en pratique lors d'un contrôle, car la modélisation des émetteurs et récepteurs ultrasonores dans cette approche pose problème. Ce problème devrait être étudié au CEA-LIST dans le cadre de travaux qui font suite à cette thèse et qui traitent plus spécifiquement de la diffusion multiple.

La modélisation de la diffusion par les dislocations aux joints de grains pourrait constituer une autre extension intéressante de ce travail.

L'ensemble de ces méthodes pourra être utilisé afin d'aider à déterminer par la simulation l'impact du bruit de structure et de l'atténuation sur la probabilité de détection de défauts. La notion de probabilité de détection tient une place de plus en plus importante dans la mise au point des méthodes de contrôle industrielles. La prédiction de ces probabilités par la simulation est une direction de recherche très prometteuse.

# BIBLIOGRAPHIE

S. Ahmed et R.B. Thompson (1996)

«Propagation of elastic waves in equiaxed stainless-steel polycrystals with aligned [001] axes», *J. Acoust. Soc. Am.*, **99** (4), pp. 2086-96.

S. Ahmed, R.B. Thompson et P.D. Panetta (2003a)

«A formal approach to include multiple scattering in the estimation of ultrasonic backscattered signals», *Rev. Prog. QNDE*, **22** (1), pp. 79-84.

S. Ahmed, R.B. Thompson et P.D. Panetta (2003b)

«Ultrasonic attenuation as influenced by elongated grains», *Rev. Prog. QNDE*, **22** (1), pp. 109-16.

B.A. Auld (1979)

«General electromechanical reciprocity relations applied to the calculation of elastic wave scattering coefficients», *Wave Motion* **1**, pp. 3-9.

B.A. Auld (1990)

«Acoustic fields and waves in solids vol. I», *Krieger publishing company*, Malabar, Florida.

C.B. Barber, D.P. Dobkin et H. Huhdanpaa (1995)

«The Quickhull algorithm for convex hulls», *ACM Trans. on Math. Softw.*, **22**, pp. 469-83.

A.I. Beltzer et N. Brauner (1987)

«Shear waves in polycrystalline media and modifications of the Keller approximation», *Int. J. Solids Struct.*, **23** (1), pp. 201-09.

S. Bugat, J. Besson et A. Pineau (1999)

«Micromechanical modeling of the behavior of duplex stainless steels», *Comput. Mater. Sci.*, **16** (1), pp. 158-66.

S. Chandrasekhar (1960)

«Radiative transfer», *Dover*, New York.

S. Chatillon, C. Poidevin, N. Gengembre et A. Lhemery (2003)

«Simplified modeling of backscattered noise and attenuation phenomena for quantitative performance demonstration of UT methods», *Rev. Prog. QNDE*, **22** (1), pp. 93-100.

J.-M. Conoir (2003)

«Essai de synthèse concernant les différents modèles de diffusion multiple qui conduisent au calcul d'un nombre d'onde effectif», *2<sup>o</sup> journées du GDR Ultrasons*, éd INRIA, pp. 33-45.

E. Dieulesaint et D. Royer (1974)

«Ondes élastiques dans les solides», *Masson et Cie*, Paris.

N. Gengembre et A. Lhémy (2000)

«Pencil method in elastodynamics: application to ultrasonic field computation», *Ultrasonics*, **38**, pp. 495-99.

G. Ghoshal (2003)

«Numerical simulations of elastic wave scattering in polycrystalline materials», Master thesis, University of Nebraska, Lincoln.

G. Ghoshal et J.A. Turner (2009)

«Numerical model of longitudinal wave scattering in polycrystals», *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, **56** (7), pp. 1419-28.

J.W. Goodman (1975)

«Statistical properties of laser speckle patterns» dans «Topics in Applied Physics : Laser speckle and Related Phenomena», édité par J. C. Dainty, *Springer-Verlag*, Berlin.

J.E. Gubernatis, E. Domany et J.A. Krumhansl (1977a)

«Formal aspects of the theory of the scattering of ultrasound by flaws in elastic materials», *J. Appl. Phys.*, **48** (7), pp. 2804-11.

J.E. Gubernatis, E. Domany, J.A. Krumhansl et M. Huberman (1977b)

«The Born approximation in the theory of the scattering of elastic waves by flaws», *J. Appl. Phys.*, **48** (7), pp. 2812-19.

M.G. Gustafsson et T. Stepinski (1997)

«Studies of split spectrum processing, optimal detection, and maximum likelihood amplitude estimation using a simple clutter model», *Ultrasonics* **35** (1), pp. 31-52.

Y. Han. et R.B. Thompson (1997)

«Ultrasonic backscattering in duplex microstructures: Theory and application to titanium alloys», *Metall. Mater. Trans. A*, **28** (1), pp. 91-104.

S. Hirsekorn (1982)

«The scattering of ultrasonic waves by polycrystals», *J. Acoust. Soc. Am.*, **72** (3), pp. 1021-31.

S. Hirsekorn (1983)

«The scattering of ultrasonic waves by polycrystals. II. Shear waves», *J. Acoust. Soc. Am.*, **73** (4), pp. 1160-63.

M.F. Insana, R.F. Wagner, D.G. Brown et T.J. Hall (1990)

«Describing small-scale structure in random media using pulse-echo ultrasound», *J. Acoust. Soc. Am.*, **87** (1), pp. 179-92.

F. Jenson, T. Fortuna et L. Doudet (2009)

«Modeling of ultrasonic propagation in a coarse grain structure», *Rev. Prog. QNDE*, **35** (1), pp. 1201-08.

V.S. Kumar et V. Kumaran (2005)

«Voronoi cell volume distribution and configurational entropy of hard-spheres», *J. Chem. Phys.*, **123** (11), pp. 114501.

I.M. Lifshitz et G.D. Parkhomovski (1950)

«On the theory of ultrasonic wave propagation in polycrystals», *Zh. Eksp. Theor. Fiz.*, **20**, pp. 175.

S. Luxenburger et W. Arnold (2002)

«Laser ultrasonic absorption measurement in fatigue-damaged materials», *Ultrasonics*, **40**, pp. 797-801.

V. Mamou (2005)

«Caractérisation ultrasonore d'échantillons hétérogènes multiplement diffuseurs», Thèse de doctorat, Université Paris VII, Paris.

L. Margerin et G. Nolet (2003)

«Multiple scattering of high-frequency seismic waves in the deep Earth: Modeling and numerical examples», *J. Geophys. Res.*, **108**, pp. 2234-51.

L. Margerin, M. Campillo et B. Van Tiggelen (2000)

«Monte Carlo simulation of multiple scattering of elastic waves», *J. Geophys. Res.*, **105**, pp.

F.J. Margetan, L. Yu et R.B. Thompson (2005)

«Computation of grain-noise scattering coefficients for ultrasonic pitch/catch inspections of metals», *Rev. Prog. QNDE*, **45**, pp. 1300-07.

W.P. Mason et H.J. McSkimin (1947)

«Attenuation and Scattering of High Frequency Sound Waves in Metals and Glasses», *J. Acoust. Soc. Am.*, **19** (3), pp. 464-73.

A. Maurel, J.F. Mercier et F. Lund (2004)

«Elastic wave propagation through a random array of dislocations», *Phys. Rev. B*, **70**, pp. 024303.

A. Maurel, V. Pagneux, D. Boyer et F. Lund (2005)

«Elastic wave propagation through a distribution of dislocations», *Mater. Sci. Eng., A*, **400**, pp. 222-25.

A. Maurel, V. Pagneux, D. Boyer et F. Lund (2006)

«Propagation of elastic waves through polycrystals: the effects of scattering from dislocation arrays», *Proc. R. Soc. A*, **462**, pp. 2607-23.

A. Maurel, V. Pagneux, F. Barra et F. Lund (2007)

«Multiple scattering from assemblies of dislocation walls in three dimensions. Application to propagation in polycrystals», *J. Acoust. Soc. Am.*, **121** (6), pp. 3418-31.

L.G. Merkulov (1956)

«Investigation of ultrasonic scattering in metals», *Sov. Phys. Tech. Phys.*, **1**, pp. 59-69.

G. Nolze (2006)

«Improved determination of fcc/bcc orientation relationships by use of high-indexed pole figures», *Crystal Research and Technology*, **41** (1), pp. 72-77.

L. Ostrander (2003)

«The Fourier transform of spline-function approximations to continuous data», *IEEE Trans. Audio Electroacoust.*, **19** (1), pp. 103-04.

E.P. Papadakis (1961)

«Grain-size distribution in metals and its influence on ultrasonic attenuation measurements», *J. Acoust. Soc. Am.*, **33** (11), pp. 1616-21.

E.P. Papadakis (1964)

«From micrograph to grain-size distribution with ultrasonic applications», *J. Appl. Phys.*, **35** (5), pp. 1586-94.

J. Przybilla et M. Korn (2008)

«Monte Carlo simulation of radiative energy transfer in continuous elastic random media ; three-component envelopes and numerical validation», *Geophys. J. Int.*, **173** (2), pp. 566-76.

J.H. Rose (1992)

«Ultrasonic backscatter from microstructure», *Rev. Prog. QNDE*, **11**, pp. 1677-84.

J.H. Rose (1993)

«Theory of ultrasonic backscatter from multiphase polycrystalline solids», *Rev. Prog. QNDE*, **12**, pp. 1719-26.

L. Ryzhik, G. Papanicolaou et J. B. Keller (1996)

«Transport equations for elastic and other waves in random media», *Wave Motion*, **24** (4), pp. 327-70.

P.M. Shankar (2000)

« A general statistical model for ultrasonic backscattering from tissues», *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, **47** (3), pp. 727-36.

R.L. Smith (1982)

«Effect of grain size distribution on the frequency dependence of the ultrasonic attenuation in polycrystalline materials», *Ultrasonics* **20**, pp. 211-14.

F.E. Stanke (1986)

«Spatial autocorrelation functions for calculations of effective propagation constants in polycrystalline materials», *J. Acoust. Soc. Am.*, **80** (5), pp. 1479-85.

F.E. Stanke et G. S. Kino (1984)

«A unified theory for elastic wave propagation in polycrystalline materials», *J. Acoust. Soc. Am.*, **75** (3), pp. 665-81.

R.B. Thompson et F.J. Margetan (2002)

«Use of elastodynamic theories in the stochastic description of the effects of microstructure on ultrasonic flaw and noise signals», *Wave Motion*, **36** (4), pp. 347-65.

R.B. Thompson, F.J. Margetan, Y.H.K. Han, A.J. Paxson et C.E. Shamblen (1992)

«Relationship of microstructure to backscattered ultrasonic noise», *Rev. Prog. QNDE*, **11**, pp. 1685-91.

R.B. Thompson, F.J. Margetan, P. Haldipur, L. Yu, A. Li, P. Panetta et H. Wasan (2008)

«Scattering of elastic waves in simple and complex polycrystals», *Wave Motion*, **45** (5), pp. 655-74.

A. Tourin, M. Fink et A. Derode (2000)

«Multiple scattering of sound», *Waves in Random Media*, **10** (4), pp. 31.

J.A. Turner (1994)

«Radiative transfer of ultrasound», PhD thesis, Urbana-Champaign.

J.A. Turner et R.L. Weaver (1994a)

«Radiative transfer of ultrasound», *J. Acoust. Soc. Am.*, **96** (6), pp. 3654-74.

J.A. Turner et R.L. Weaver (1994b)

«Radiative transfer and multiple scattering of diffuse ultrasound in polycrystalline media», *J. Acoust. Soc. Am.*, **96** (6), pp. 3675-83.

J.A. Turner et R.L. Weaver (1995a)

«Time dependence of multiply scattered diffuse ultrasound in polycrystalline media», *J. Acoust. Soc. Am.*, **97** (5), pp. 2639-44.

J.A. Turner et R.L. Weaver (1995b)

«Ultrasonic radiative transfer in polycrystalline media: Effects of a fluid--solid interface», *J. Acoust. Soc. Am.*, **98** (5), pp. 2801-08.

R.L. Weaver (1990)

«Diffusivity of ultrasound in polycrystals», *J. Mech. Phys. of Solids* **38** (1), pp. 55-86.

U. Wegler, M. Korn et J. Przybilla (2006)

«Modeling Full Seismogram Envelopes Using Radiative Transfer Theory with Born Scattering Coefficients», *Pure Appl. Geophys.*, **163** (2), pp. 503-31.

I. Yalda, F.J. Margetan et R.B. Thompson (1996)

«Predicting ultrasonic grain noise in polycrystals : A Monte Carlo model», *J. Acoust. Soc. Am.*, **99** (6), pp. 3445-55.



K. Yoshimoto (2000)

«Monte Carlo simulation of seismogram envelopes in scattering media», *J. Geophys. Res.*, **105**, pp.

X.-G. Zhang, W.A. Simpson Jr., J.M. Vitek, D.J. Barnard, L.J. Tweed et J. Foley (2004)

«Ultrasonic attenuation due to grain boundary scattering in copper and copper-aluminum», *J. Acoust. Soc. Am.*, **116** (1), pp. 109-16.

## ANNEXE A

# Propriétés statistiques des constantes élastiques dans un polycristal

Cette annexe traite des propriétés statistiques des constantes élastiques qui interviennent dans la modélisation de la diffusion. Des manières de les déterminer et des exemples de valeurs sont présentés.

### A.1 Changement de repère des matrices des constantes élastiques dans la notation abrégée

Le tenseur des constantes élastiques, généralement noté  $C$ , est un tenseur d'ordre 4. Il relie le tenseur des déformations  $\varepsilon$  au tenseur des contraintes  $\sigma$ , par la loi de Hooke :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} . \quad (133)$$

Ce tenseur contient 81 éléments. Les symétries des lois de déformation des matériaux impliquent que de nombreux éléments de ce tenseur sont égaux. Il n'est donc pas nécessaire de tous les écrire pour définir totalement le tenseur. Une notation sous forme de matrice 6\*6, appelée notation abrégée ou notation de Voigt, est souvent utilisée. Cette matrice est définie comme :

$$\begin{pmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1113} & C_{1112} \\ C_{1122} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2213} & C_{2212} \\ C_{1133} & C_{2233} & C_{3333} & C_{3323} & C_{3313} & C_{3312} \\ C_{1123} & C_{2223} & C_{3323} & C_{2323} & C_{2313} & C_{2312} \\ C_{1113} & C_{2213} & C_{3313} & C_{2313} & C_{1313} & C_{1312} \\ C_{1112} & C_{2212} & C_{3312} & C_{2312} & C_{1312} & C_{1212} \end{pmatrix} . \quad (134)$$

Quelle que soit la symétrie du matériau, il suffit de définir les éléments de cette matrice pour pouvoir obtenir par symétrie les 81 éléments du tenseur.

Utiliser cette matrice à la place du tenseur d'ordre 4 allège les écritures. Elle rend cependant les changements de repère plus difficiles. Ceux-ci doivent être effectués à l'aide des matrices de Bond [Auld 1990].

En notant  $A$  la matrice de changement de repère

$$A = \begin{pmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xz} \\ a_{yx} & a_{yy} & a_{yz} \\ a_{zx} & a_{zy} & a_{zz} \end{pmatrix}, \quad (135)$$

les matrices de Bond  $M$  et  $N$  s'écrivent :

$$M = \begin{pmatrix} a_{xx}^2 & a_{xy}^2 & a_{xz}^2 & 2a_{xy}a_{xz} & 2a_{xz}a_{xx} & 2a_{xx}a_{xy} \\ a_{yx}^2 & a_{yy}^2 & a_{yz}^2 & 2a_{yy}a_{yz} & 2a_{yz}a_{yx} & 2a_{yx}a_{yy} \\ a_{zx}^2 & a_{zy}^2 & a_{zz}^2 & 2a_{zy}a_{zz} & 2a_{zz}a_{zx} & 2a_{zx}a_{zy} \\ a_{yx}a_{zx} & a_{yy}a_{zy} & a_{yz}a_{zz} & a_{yy}a_{zz} + a_{yz}a_{zy} & a_{yx}a_{zz} + a_{yz}a_{zx} & a_{yy}a_{zx} + a_{yx}a_{zy} \\ a_{zx}a_{xx} & a_{zy}a_{xy} & a_{zz}a_{xz} & a_{xy}a_{zz} + a_{xz}a_{zy} & a_{xz}a_{zx} + a_{xx}a_{zz} & a_{xx}a_{zy} + a_{xy}a_{zx} \\ a_{xx}a_{yx} & a_{xy}a_{yy} & a_{xz}a_{yz} & a_{xy}a_{yz} + a_{xz}a_{yy} & a_{xz}a_{yx} + a_{xx}a_{yz} & a_{xx}a_{yy} + a_{xy}a_{yx} \end{pmatrix}, \quad (136)$$

$$N = \begin{pmatrix} a_{xx}^2 & a_{xy}^2 & a_{xz}^2 & a_{xy}a_{xz} & a_{xz}a_{xx} & a_{xx}a_{xy} \\ a_{yx}^2 & a_{yy}^2 & a_{yz}^2 & a_{yy}a_{yz} & a_{yz}a_{yx} & a_{yx}a_{yy} \\ a_{zx}^2 & a_{zy}^2 & a_{zz}^2 & a_{zy}a_{zz} & a_{zz}a_{zx} & a_{zx}a_{zy} \\ 2a_{yx}a_{zx} & 2a_{yy}a_{zy} & 2a_{yz}a_{zz} & a_{yy}a_{zz} + a_{yz}a_{zy} & a_{yx}a_{zz} + a_{yz}a_{zx} & a_{yy}a_{zx} + a_{yx}a_{zy} \\ 2a_{zx}a_{xx} & 2a_{zy}a_{xy} & 2a_{zz}a_{xz} & a_{xy}a_{zz} + a_{xz}a_{zy} & a_{xz}a_{zx} + a_{xx}a_{zz} & a_{xx}a_{zy} + a_{xy}a_{zx} \\ 2a_{xx}a_{yx} & 2a_{xy}a_{yy} & 2a_{xz}a_{yz} & a_{xy}a_{yz} + a_{xz}a_{yy} & a_{xz}a_{yx} + a_{xx}a_{yz} & a_{xx}a_{yy} + a_{xy}a_{yx} \end{pmatrix}. \quad (137)$$

La matrice 6\*6 des constantes élastiques dans le nouveau repère, notée  $C'$ , s'écrit alors en fonction de la matrice dans l'ancien repère, notée  $C$  :

$$C' = M \cdot C \cdot (N^{-1}). \quad (138)$$

Les notations abrégées ont été utilisées lors de cette thèse et les matrices de Bond ont été utilisées pour réaliser les changements de repère. Des changements de repère ont notamment été nécessaires dans le calcul des moyennes et des covariances des constantes élastiques calculées sur l'ensemble des orientations possibles des grains.

## A.2 Angles d'Euler

Les angles d'Euler sont utilisés dans des domaines variés de la mécanique pour décrire l'orientation d'un corps rigide dans l'espace. Ces angles correspondent à trois rotations successives autour de différents axes. Plusieurs notations basées sur des successions de rotations différentes existent. Il convient donc de clarifier celle qui est employée ici.

Les angles d'Euler sont utilisés dans cette thèse pour exprimer les orientations cristallographiques. Ils servent à réaliser des calculs de moyenne de propriétés élastiques sur les orientations possibles des grains dans les sections 2.1 et 4.2. Ils sont aussi utilisés pour exprimer les orientations correspondant aux différentes variantes de l'austénite dans les macrograins de l'acier austénoferritique étudié dans la section 4.2.

La notation utilisée correspond aux trois rotations suivantes, dans l'ordre :

- une rotation d'angle  $\varphi$  autour de l'axe  $z$ ,
- une rotation d'angle  $\theta$  autour de l'axe  $x$ ,
- une rotation d'angle  $\psi$  autour de l'axe  $z$ .

La matrice de rotation s'exprime en fonction de ces angles sous la forme suivante :

$$M_{rot} = \begin{pmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (139)$$

$$M_{rot} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi)\cos(\psi) - \sin(\varphi)\cos(\theta)\sin(\psi) & -\sin(\varphi)\cos(\psi) - \cos(\varphi)\cos(\theta)\sin(\psi) & \sin(\theta)\sin(\psi) \\ \cos(\varphi)\sin(\psi) + \sin(\varphi)\cos(\theta)\cos(\psi) & -\sin(\varphi)\sin(\psi) + \cos(\varphi)\cos(\theta)\cos(\psi) & -\sin(\theta)\cos(\psi) \\ \sin(\varphi)\sin(\theta) & \cos(\varphi)\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}. \quad (140)$$

## A.3 Moyennes et covariances des constantes élastiques servant au calcul des coefficients de diffusion

### A.3.1 Cas d'un métal monophasique sans relations d'orientation

#### A.3.1.1 Expressions de termes $C_{I \rightarrow D}$ intervenant dans le calcul des coefficients de diffusion de tous les modes

Des expressions du terme  $C_{I \rightarrow D}$  pour les différents modes sont récapitulées dans le Tableau 15.

Modes	$C_{I \rightarrow D}$
$L \rightarrow L$	$\left\langle \left[ \sin(\theta)^2 \delta C_{13} + \sin(2\theta) \delta C_{35} + \cos(\theta)^2 \delta C_{33} \right]^2 \right\rangle_{Or}$
$TV \rightarrow L$	$\left\langle \left[ \sin(\theta)^2 \delta C_{15} + \sin(2\theta) \delta C_{55} + \cos(\theta)^2 \delta C_{35} \right]^2 \right\rangle_{Or}$
$TH \rightarrow L$	$\left\langle \left[ \sin(\theta)^2 \delta C_{14} + \sin(2\theta) \delta C_{45} + \cos(\theta)^2 \delta C_{34} \right]^2 \right\rangle_{Or}$
$L \rightarrow TV$	$\left\langle \left[ \frac{1}{2} \sin(2\theta) \delta C_{13} + \cos(2\theta) \delta C_{35} - \frac{1}{2} \sin(2\theta) \delta C_{33} \right]^2 \right\rangle_{Or}$
$TV \rightarrow TV$	$\left\langle \left[ \frac{1}{2} \sin(2\theta) \delta C_{15} + \cos(2\theta) \delta C_{55} - \frac{1}{2} \sin(2\theta) \delta C_{35} \right]^2 \right\rangle_{Or}$
$TH \rightarrow TV$	$\left\langle \left[ \frac{1}{2} \sin(2\theta) \delta C_{14} + \cos(2\theta) \delta C_{45} - \frac{1}{2} \sin(2\theta) \delta C_{34} \right]^2 \right\rangle_{Or}$
$L \rightarrow TH$	$\left\langle \left[ \sin(\theta) \delta C_{36} + \cos(\theta) \delta C_{34} \right]^2 \right\rangle_{Or}$
$TV \rightarrow TH$	$\left\langle \left[ \sin(\theta) \delta C_{56} + \cos(\theta) \delta C_{45} \right]^2 \right\rangle_{Or}$
$TH \rightarrow TH$	$\left\langle \left[ \sin(\theta) \delta C_{46} + \cos(\theta) \delta C_{44} \right]^2 \right\rangle_{Or}$

**Tableau 15 : Expressions du terme  $C_{I \rightarrow D}$  pour les différents modes incidents et diffusés**

Les expressions du Tableau 15 doivent être développées pour être évaluées. Par exemple, le terme  $C_{L \rightarrow L}$  se développe sous la forme :

$$\begin{aligned}
C_{L \rightarrow L} = & \sin(\theta)^4 \langle \delta C_{13} \delta C_{13} \rangle_{Or} + \sin(2\theta)^2 \langle \delta C_{35} \delta C_{35} \rangle_{Or} + \cos(\theta)^4 \langle \delta C_{33} \delta C_{33} \rangle_{Or} \\
& + 2 \sin(\theta)^2 \sin(2\theta) \langle \delta C_{13} \delta C_{35} \rangle_{Or} + 2 \sin(\theta)^2 \cos(\theta)^2 \langle \delta C_{13} \delta C_{33} \rangle_{Or} + 2 \sin(\theta)^2 \sin(2\theta) \langle \delta C_{13} \delta C_{35} \rangle_{Or}
\end{aligned}
\tag{141}$$

Ce terme constitue une pondération sur les covariances des constantes élastiques  $\langle \delta C_{ij} \delta C_{kl} \rangle_{Or}$ . Des expressions de ces covariances sont données dans la suite de cette annexe.

### A.3.1.2 Moyennes des constantes élastiques

Les expressions de la moyenne des constantes élastiques peuvent être utiles pour définir, par exemple, un milieu de propagation effectif. Ces expressions sont données dans ce paragraphe.

Le calcul des moyennes de constantes élastiques, ainsi que celui des covariances, nécessitent une moyenne sur l'ensemble des orientations cristallines possibles. Ces orientations sont exprimées à l'aide des angles d'Euler.

Avec ces notations, la moyenne d'une quantité  $F$  sur toutes les orientations possibles s'exprime :

$$\langle F \rangle_{or} = \frac{1}{8\pi^2} \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin(\theta) \int_{\varphi=0}^{2\pi} F(\varphi, \theta, \psi) d\varphi d\theta d\psi \quad (142)$$

Dans le cas des constantes élastiques, la quantité  $F(\varphi, \theta, \psi)$  est obtenue à l'aide des matrices de Bond correspondant à la matrice de rotation suivant les angles d'Euler.

Une méthode pour développer les expressions analytiques de ce type de moyenne a été développée et implémentée à l'aide des logiciels Matlab et Maxima. Les constantes élastiques seront écrites ici avec les notations abrégées présentées dans le paragraphe A.1.

Les résultats sont donnés ici pour les cas d'un cristal de base du métal de symétrie cubique ou hexagonale. La matrice des constantes élastiques dans le cas d'une symétrie cubique peut être écrite sous cette forme :

$$C_{\text{cubique}} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix}. \quad (143)$$

Dans le cas d'une symétrie hexagonale, la matrice peut être écrite sous la forme suivante :

$$\underline{C}_{\text{hexagonale}} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \end{pmatrix} \quad (144)$$

Quelle que soit la symétrie des constantes élastiques d'un grain, leur moyenne sur l'ensemble des orientations possibles est isotrope dans le cas d'un matériau non texturé. L'écriture de constantes élastiques isotropes est la même dans n'importe quel repère orthonormé. Cette écriture est similaire à celles de constantes élastiques à symétrie cubique donnée dans l'équation (143), et respecte en plus la propriété suivante :

$$C_{12} = C_{11} - 2C_{44}. \quad (145)$$

Symétrie	Constantes élastiques moyennes
Cubique	$C_{11}^0 = \frac{3(C_{11} + C_{22} + C_{33}) + 2(C_{12} + C_{13} + C_{23}) + 4(C_{44} + C_{55} + C_{66})}{15}$ $C_{44}^0 = \frac{2(C_{11} + C_{22} + C_{33}) - 2(C_{12} + C_{13} + C_{23}) + 6(C_{44} + C_{55} + C_{66})}{30}$ $C_{12}^0 = C_{11}^0 - 2C_{44}^0$
Hexagonale	$C_{11}^0 = \frac{8C_{11} + 4C_{13} + 3C_{33} + 8C_{44}}{15}$ $C_{44}^0 = \frac{7C_{11} - 5C_{12} - 4C_{13} + 2C_{33} + 12C_{44}}{30}$ $C_{12}^0 = C_{11}^0 - 2C_{44}^0$

**Tableau 16 : Moyenne des constantes élastiques sur l'ensemble des orientations possibles**

Les moyennes sont récapitulées dans le Tableau 16. Les termes  $C_{ij}$  correspondent aux écritures canoniques données dans les équations (143) et (144).

### A.3.1.3 Covariances des constantes élastiques

Terme	Cubique	Hexagonale
$\langle \delta C_{13} \delta C_{13} \rangle_{Or}$	$\frac{3A^2}{175}$	$\frac{4A_2^2}{2205} + \frac{4B^2}{1225}$
$\langle \delta C_{13} \delta C_{33} \rangle_{Or}$	$-\frac{8A^2}{525}$	$-\frac{4A_1A_2}{2205} - \frac{32B^2}{11025}$
$\langle \delta C_{14} \delta C_{14} \rangle_{Or}$ $\langle \delta C_{36} \delta C_{36} \rangle_{Or}$	$\frac{A^2}{105}$	$\frac{A_2^2}{735} + \frac{4B^2}{2205}$
$\langle \delta C_{14} \delta C_{34} \rangle_{Or}$	$-\frac{A^2}{210}$	$-\frac{A_1A_2}{735} - \frac{2B^2}{2205}$
$\langle \delta C_{15} \delta C_{15} \rangle_{Or}$ $\langle \delta C_{34} \delta C_{34} \rangle_{Or}$ $\langle \delta C_{35} \delta C_{35} \rangle_{Or}$	$\frac{2A^2}{105}$	$\frac{A_1^2}{735} + \frac{8B^2}{2205}$
$\langle \delta C_{15} \delta C_{35} \rangle_{Or}$	$-\frac{A^2}{70}$	$\frac{A_1^2}{735} - \frac{2B^2}{735}$
$\langle \delta C_{33} \delta C_{33} \rangle_{Or}$	$\frac{16A^2}{525}$	$\frac{16A_1^2}{2205} + \frac{64B^2}{11025}$
$\langle \delta C_{45} \delta C_{45} \rangle_{Or}$ $\langle \delta C_{46} \delta C_{46} \rangle_{Or}$ $\langle \delta C_{56} \delta C_{56} \rangle_{Or}$	$\frac{A^2}{105}$	$\frac{3A_1^2 + 3A_2^2 + 16B^2 + 6A_1A_2}{8820}$
$\langle \delta C_{44} \delta C_{44} \rangle_{Or}$ $\langle \delta C_{55} \delta C_{55} \rangle_{Or}$	$\frac{3A^2}{175}$	$\frac{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2}{2205} + \frac{4B^2}{1225}$
Avec :	$A = C_{11} - C_{12} - 2C_{44}$	$A_1 = 4C_{11} - C_{13} - 3C_{33} - 2C_{44}$ $A_2 = C_{11} - 7C_{12} + 5C_{13} + C_{33} - 4C_{44}$ $B = C_{11} - 2C_{13} + C_{33} - 4C_{44}$
$\langle \delta C_{13} \delta C_{35} \rangle_{Or}, \langle \delta C_{14} \delta C_{45} \rangle_{Or}, \langle \delta C_{15} \delta C_{55} \rangle_{Or}, \langle \delta C_{33} \delta C_{35} \rangle_{Or}, \langle \delta C_{34} \delta C_{45} \rangle_{Or}, \langle \delta C_{35} \delta C_{55} \rangle_{Or},$ $\langle \delta C_{34} \delta C_{36} \rangle_{Or}, \langle \delta C_{44} \delta C_{46} \rangle_{Or}$ et $\langle \delta C_{45} \delta C_{56} \rangle_{Or}$ sont nuls pour les deux symétries.		

**Tableau 17 : Covariances des constantes élastiques**



Les covariances des constantes élastiques nécessaires à l'évaluation des expressions du Tableau 15 sont données dans le Tableau 17. Ces résultats sont identiques à ceux de Margetan *et al.* [Margetan *et al.* 2005] et basés sur les mêmes notations, à l'exception du terme  $\langle \delta C_{35} \delta C_{55} \rangle_{or}$  qui n'est pas mentionné dans leurs travaux.

### A.3.2 Cas d'un métal duplex

#### A.3.2.1 Calcul des angles d'Euler des variantes de l'acier austéno-ferritique

La méthode utilisée pour obtenir les angles d'Euler correspondant aux différentes variantes d'austénite possibles dans l'acier austéno-ferritique de la section 4.2 est décrite ici.

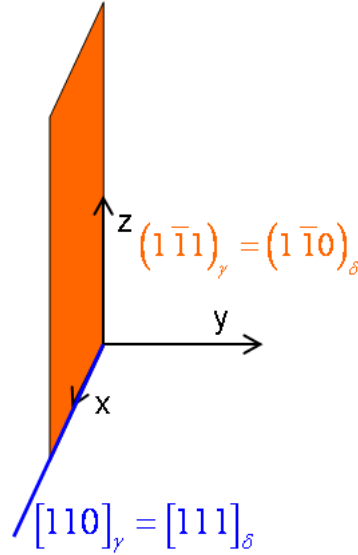
Les 24 variantes indépendantes qui peuvent être dérivées des relations d'orientation de Kurdjumov-Sachs sont données dans le Tableau 18.

Numéro de la variante	$\langle 110 \rangle_\gamma // \langle 111 \rangle_\delta$	$\{111\}_\gamma // \{110\}_\delta$
1	$[110]_\gamma // [111]_\delta$	$(1\bar{1}1)_\gamma // (1\bar{1}0)_\delta$
2		$(1\bar{1}1)_\gamma // (10\bar{1})_\delta$
3		$(1\bar{1}1)_\gamma // (01\bar{1})_\delta$
4		$(\bar{1}11)_\gamma // (1\bar{1}0)_\delta$
5		$(\bar{1}11)_\gamma // (10\bar{1})_\delta$
6		$(\bar{1}11)_\gamma // (01\bar{1})_\delta$
7	$[110]_\gamma // [\bar{1}11]_\delta$	$(1\bar{1}1)_\gamma // (\bar{1}\bar{1}0)_\delta$
8		$(1\bar{1}1)_\gamma // (\bar{1}0\bar{1})_\delta$
9		$(1\bar{1}1)_\gamma // (0\bar{1}\bar{1})_\delta$
10		$(\bar{1}11)_\gamma // (\bar{1}\bar{1}0)_\delta$
11		$(\bar{1}11)_\gamma // (\bar{1}0\bar{1})_\delta$
12		$(\bar{1}11)_\gamma // (0\bar{1}\bar{1})_\delta$
13	$[110]_\gamma // [\bar{1}\bar{1}1]_\delta$	$(1\bar{1}1)_\gamma // (\bar{1}\bar{1}0)_\delta$

14		$(1\bar{1}1)_{\gamma} // (\bar{1}01)_{\delta}$
15		$(1\bar{1}1)_{\gamma} // (011)_{\delta}$
16		$(\bar{1}11)_{\gamma} // (\bar{1}\bar{1}0)_{\delta}$
17		$(\bar{1}11)_{\gamma} // (\bar{1}01)_{\delta}$
18		$(\bar{1}11)_{\gamma} // (011)_{\delta}$
19	$[110]_{\gamma} // [\bar{1}1\bar{1}]_{\delta}$	$(1\bar{1}1)_{\gamma} // (1\bar{1}0)_{\delta}$
20		$(1\bar{1}1)_{\gamma} // (\bar{1}0\bar{1})_{\delta}$
21		$(1\bar{1}1)_{\gamma} // (011)_{\delta}$
22		$(\bar{1}11)_{\gamma} // (1\bar{1}0)_{\delta}$
23		$(\bar{1}11)_{\gamma} // (\bar{1}0\bar{1})_{\delta}$
24		$(\bar{1}11)_{\gamma} // (011)_{\delta}$

**Tableau 18 : Liste des variantes dérivées des relations de Kurdjumov-Sachs**

Pour obtenir les angles correspondants, un repère (**x,y,z**) orthonormé intermédiaire a été défini pour chacune des variantes. Le vecteur **x** de cette base est aligné sur les directions de la deuxième colonne du Tableau 18. Le vecteur **y** est orthogonal aux plans donnés dans la troisième colonne. Dans le cas de la première variante, la direction est  $[110]_{\gamma} // [111]_{\delta}$  et le plan est  $(1\bar{1}1)_{\gamma} // (1\bar{1}0)_{\delta}$ . Le repère (**x,y,z**) correspondant est représenté Figure 91. Les indices  $\gamma$  et  $\delta$  correspondent respectivement aux directions dans l'austénite et dans la ferrite.



**Figure 91 : Représentation du repère intermédiaire utilisé pour obtenir les angles d'Euler des variantes, dans le cas de la variante 1**

La base ainsi définie peut être exprimée à la fois dans les repères de la ferrite et de l'austénite. Cela permet de définir des matrices de rotation permettant de passer des repères de chacun des deux cristaux au repère intermédiaire. Dans l'exemple de la Figure 91, deux colonnes de la matrice de passage de l'austénite au repère intermédiaire peuvent être obtenues en utilisant le fait que  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$  s'écrivent respectivement  $[1 \ 1 \ 0]/\sqrt{2}$  et  $[1 \ -1 \ 1]/\sqrt{3}$  dans le repère de l'austénite. Deux colonnes de la matrice de passage de la ferrite au repère intermédiaire peuvent être obtenues en utilisant le fait que  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$  s'écrivent respectivement  $[1 \ 1 \ 1]/\sqrt{3}$  et  $[1 \ -1 \ 0]/\sqrt{2}$  dans le repère de la ferrite. Six éléments de chacune des deux matrices de passage sont ainsi connus :

$$P_{\gamma \rightarrow xyz} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & ? \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & ? \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & ? \end{bmatrix} \text{ et } P_{\delta \rightarrow xyz} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & ? \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & ? \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & ? \end{bmatrix}. \quad (146)$$

Ces matrices de passage sont des matrices de rotation, et doivent donc pouvoir être identifiées à des matrices de rotation exprimées en fonction d'angles d'Euler telles que celles définies par les notations de l'équation

(140). Cette identification revient à résoudre des équations trigonométriques. Les angles d'Euler suivants sont ainsi obtenus :

$$\left( \begin{array}{l} \varphi_{\gamma \rightarrow xyz} = \arccos\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}\right) \\ \theta_{\gamma \rightarrow xyz} = \frac{\pi}{2} \\ \psi_{\gamma \rightarrow xyz} = \frac{3\pi}{4} \end{array} \right) \text{ et } \left( \begin{array}{l} \varphi_{\delta \rightarrow xyz} = \pi \\ \theta_{\delta \rightarrow xyz} = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \\ \psi_{\delta \rightarrow xyz} = \frac{3\pi}{4} \end{array} \right). \quad (147)$$

Les expressions complètes des matrices de passage  $P_{\gamma \rightarrow xyz}$  et  $P_{\delta \rightarrow xyz}$  peuvent alors être écrites en utilisant les angles (147) dans l'expression

(140). La matrice de passage recherchée, c'est-à-dire celle correspondant au passage du repère de la ferrite à celui de l'austénite, peut être exprimée comme une composition de  $P_{\gamma \rightarrow xyz}$  et  $P_{\delta \rightarrow xyz}$  :

$$P_{\delta \rightarrow \gamma} = P_{\delta \rightarrow xyz} \left( P_{\gamma \rightarrow xyz} \right)^{-1}. \quad (148)$$

Un algorithme a été développé et implémenté dans le logiciel Matlab afin de générer automatiquement les expressions analytiques de  $P_{\delta \rightarrow \gamma}$  en fonction des six angles ( $\varphi_{\gamma \rightarrow xyz}$ ,  $\theta_{\gamma \rightarrow xyz}$ ,  $\psi_{\gamma \rightarrow xyz}$ ) et ( $\varphi_{\delta \rightarrow xyz}$ ,  $\theta_{\delta \rightarrow xyz}$ ,  $\psi_{\delta \rightarrow xyz}$ ). Le logiciel Maxima a été utilisé pour identifier ces expressions à celle de la matrice de rotation, et pour calculer les angles d'Euler correspondant à la rotation  $P_{\delta \rightarrow \gamma}$ .

Les expressions des angles du Tableau 19 ont été obtenues en réalisant ces calculs pour les 24 variantes décrites dans le Tableau 18.

Numéro de la variante	$\varphi$	$\theta$	$\psi$
1	$\pi - \arctan\left(\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}\right)$	$\arccos\left(\frac{2}{3}\right)$	$\pi - \arctan\left(\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}\right)$
2	$\pi - \arctan\left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)$	$\arccos\left(\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\right)$	$\arctan\left(\frac{1}{1 + 2\sqrt{2}\sqrt{3}}\right) + \pi$

3	$\arctan\left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)$	$\pi - \arccos\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\right)$	$\arctan\left(\frac{1}{1-2\sqrt{2}\sqrt{3}}\right) + \pi$
4	$\pi - \arctan\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)$	$\pi - \arccos\left(\frac{2}{3}\right)$	$\pi - \arctan\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)$
5	$\arctan\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\right)$	$\pi - \arccos\left(\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{6\sqrt{3}}\right)$	$\pi - \arctan(2\sqrt{2}\sqrt{3}-1)$
6	$2\pi - \arctan\left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)$	$\arccos\left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\right)$	$\arctan(2\sqrt{2}\sqrt{3}+1)$
7	$\arctan\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right) + \pi$	$\pi - \arccos\left(\frac{2}{3}\right)$	$\pi - \arctan\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)$
8	$2\pi - \arctan\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\right)$	$\pi - \arccos\left(\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{6\sqrt{3}}\right)$	$\arctan\left(\frac{1}{1-2\sqrt{2}\sqrt{3}}\right) + \pi$
9	$\arctan\left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right) + \pi$	$\pi - \arccos\left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\right)$	$\arctan(2\sqrt{2}\sqrt{3}+1)$
10	$\arctan\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right) + \pi$	$\arccos\left(\frac{2}{3}\right)$	$\pi - \arctan\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)$
11	$\arctan\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right) + \pi$	$\arccos\left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\right)$	$\arctan(2\sqrt{2}\sqrt{3}+1)$
12	$\arctan\left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\right) + \pi$	$\arccos\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\right)$	$\arctan\left(\frac{1}{1-2\sqrt{2}\sqrt{3}}\right) + \pi$
13	$\arctan\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right) + \pi$	$\arccos\left(\frac{2}{3}\right)$	$\pi - \arctan\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)$
14	$\arctan\left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)$	$\arccos\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\right)$	$\pi - \arctan(2\sqrt{2}\sqrt{3}-1)$
15	$\arctan\left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)$	$\pi - \arccos\left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\right)$	$\arctan(2\sqrt{2}\sqrt{3}+1)$
16	$\arctan\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right) + \pi$	$\pi - \arccos\left(\frac{2}{3}\right)$	$\pi - \arctan\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)$

17	$\arctan\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)+\pi$	$\pi-\arccos\left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\right)$	$\arctan\left(\frac{1}{1+2\sqrt{2}\sqrt{3}}\right)+\pi$
18	$2\pi-\arctan\left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)$	$\arccos\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\right)$	$\arctan\left(\frac{1}{1-2\sqrt{2}\sqrt{3}}\right)+\pi$
19	$\pi-\arctan\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)$	$\arccos\left(\frac{2}{3}\right)$	$2\pi-\arctan\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)$
20	$\pi-\arctan\left(\frac{\sqrt{2}\sqrt{3}-3}{2\sqrt{2}\sqrt{3}}\right)$	$\pi-\arccos\left(\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{6\sqrt{3}}\right)$	$2\pi-\arctan(2\sqrt{2}\sqrt{3}-1)$
21	$2\pi-\arctan\left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)$	$\pi-\arccos\left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\right)$	$\arctan\left(\frac{1}{1+2\sqrt{2}\sqrt{3}}\right)$
22	$\pi-\arctan\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)$	$\pi-\arccos\left(\frac{2}{3}\right)$	$2\pi-\arctan\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)$
23	$2\pi-\arctan\left(\frac{\sqrt{2}\sqrt{3}+3}{2\sqrt{2}\sqrt{3}}\right)$	$\arccos\left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\right)$	$\arctan\left(\frac{1}{1+2\sqrt{2}\sqrt{3}}\right)$
24	$\arctan\left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)$	$\arccos\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\right)$	$2\pi-\arctan(2\sqrt{2}\sqrt{3}-1)$

**Tableau 19 : Expressions exactes des angles d'Euler des orientations des 24 variantes**

Il n'existe pas à notre connaissance de travaux de la littérature permettant de valider entièrement cette liste d'angles. Elle semble néanmoins être correcte, car les angles de la variante 1 sont identiques, à la convention sur le sens de rotation près, à ceux donnés par Nolze [Nolze 2006]. De plus, les moyennes des constantes élastiques sur les 24 variantes données dans le paragraphe suivant ont une symétrie cubique : cette symétrie était prévisible et indique une cohérence entre les 24 triplets d'angles du Tableau 19.

### A.3.2.2 Moyenne des constantes élastiques

Pour les deux approches de modélisation présentées dans la section 4.2, il est nécessaire de définir les vitesses effectives. Il a été noté dans le chapitre I que le calcul rigoureux des vitesses effectives nécessite des développements mathématiques complexes, mais qu'il est également possible d'en obtenir une approximation raisonnable en passant par une simple

moyenne de Voigt sur les constantes élastiques. Dans le cas présent, la description de la microstructure est déjà complexe et le choix d'un calcul simplifié par moyenne de Voigt s'impose.

La moyenne des constantes élastiques à l'intérieur d'un macrograin est relativement simple si le macrograin est supposé assez grand pour contenir un grand nombre de colonies. Elle s'obtient par un mélange des constantes élastiques de la ferrite et de celles des 24 variantes de l'austénite :

$$C_M = p_F C_F + p_A \frac{1}{24} \sum_{1 \leq i \leq 24} C_{VA}^i \quad (149)$$

$p_F$  et  $p_A$  désignent respectivement les proportions d'austénite et de ferrite,  $C_F$  les constantes élastiques de la ferrite et  $C_{VA}^i$  les constantes élastiques de la  $i^{\text{ème}}$  variante d'austénite. Toutes les constantes élastiques doivent être définies dans le même repère. Chaque terme  $C_{VA}^i$  est l'expression des constantes élastiques de l'austénite  $C_A$  après rotation selon les angles de la  $i^{\text{ème}}$  variante. Les changements de repère pour les constantes élastiques sont réalisés selon la méthode décrite dans le paragraphe A.1.

Une expression analytique des constantes élastiques moyennes d'un macrograin, dans le repère lié au cristal de ferrite, a été obtenue à l'aide du logiciel Maxima :

$$C_M = p_F C_F + p_A \begin{bmatrix} C_{MA11} & C_{MA12} & C_{MA12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{MA12} & C_{MA11} & C_{MA12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{MA12} & C_{MA12} & C_{MA11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{MA44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{MA44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{MA44} \end{bmatrix}, \quad (150)$$

$$\text{avec : } C_{MA11} = \frac{23C_{A11} + 13C_{A12} + 26C_{A44}}{36},$$

$$C_{MA12} = \frac{13C_{A11} + 59C_{A12} - 26C_{A44}}{72},$$

$$C_{MA44} = \frac{13C_{A11} - 13C_{A12} + 46C_{A44}}{72}.$$

La moyenne sur les 24 variantes des constantes élastiques respecte la symétrie cubique du cristal de ferrite d'origine. Ce résultat pouvait être prévu, car il paraît logique qu'en moyenne la symétrie cubique de la structure ferritique initiale ne soit pas brisée par le

processus de transformation. Il valide donc dans une certaine mesure les orientations de variantes données dans le Tableau 19.

Il convient de noter que ces résultats sont basés sur l'approximation que le nombre de colonies à l'intérieur d'un macrograin est grand. Pour un faible nombre de colonies, une approche consistant à traiter chaque macrograin comme un groupe de colonies de variantes bien identifiées serait plus rigoureuse. Mais cela complexifierait énormément la modélisation sans forcément permettre de gagner beaucoup en précision.

Dans le cas de la modélisation du métal comme un milieu homogène, les constantes élastiques du milieu effectif doivent être obtenues par une moyenne de  $C_M$  sur l'ensemble des orientations possibles des macrograins. Pour les angles d'Euler définis précédemment, cette moyenne s'exprime :

$$\frac{1}{8\pi^2} \int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin(\theta) \int_{\varphi=0}^{2\pi} C_M(\varphi, \theta, \psi) d\varphi d\theta d\psi. \quad (151)$$

Les constantes élastiques du milieu homogénéisé, calculées à l'aide du logiciel Maxima, sont donc :

$$C_H = \begin{bmatrix} C_{H11} & C_{H12} & C_{H12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{H12} & C_{H11} & C_{H12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{H12} & C_{H12} & C_{H11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{H44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{H44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{H44} \end{bmatrix}, \quad (152)$$

$$\text{avec : } C_{H11} = \frac{3C_{M11} + 2C_{M12} + 4C_{M44}}{5},$$

$$C_{H12} = \frac{C_{M11} + 4C_{M12} - 2C_{M44}}{5},$$

$$C_{H44} = \frac{C_{M11} - C_{M12} + 3C_{M44}}{5}.$$

Il s'agit de constants élastiques isotropes. Le milieu moyenné est forcément isotrope car les orientations des macrograins sont supposées totalement aléatoires.

Il est intéressant de noter qu'un tel métal devient anisotrope en moyenne si les macrograins ont une orientation préférentielle. Certains procédés de fabrication de l'acier peuvent, par le biais d'un fort gradient thermique lors du refroidissement ou d'un processus de



centrifugation, entrainer l'apparition de macrograins colonnaires ayant une orientation préférentielle près des bords de la pièce. Dans le but d'évaluer l'impact de telles structures sur la propagation des ultrasons, la moyenne des constantes élastiques a été calculée dans un cas où les axes  $[100]$  des cristaux de la ferrite primaire seraient tous alignés. Il en résulte les expressions suivantes :

$$C_{Al[100]} = \begin{bmatrix} C_{Al[100]11} & C_{Al[100]12} & C_{Al[100]12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{Al[100]12} & C_{Al[100]22} & C_{Al[100]23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{Al[100]12} & C_{Al[100]23} & C_{Al[100]22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{Al[100]44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{Al[100]55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{Al[100]55} \end{bmatrix},$$

avec :

$$\begin{aligned} C_{Al[100]11} &= C_{M11}, \\ C_{Al[100]12} &= C_{M12}, \\ C_{Al[100]22} &= \frac{3C_{M11} + C_{M12} + 2C_{M44}}{4}, \\ C_{Al[100]23} &= \frac{C_{M11} + 3C_{M12} - 2C_{M44}}{4}, \\ C_{Al[100]44} &= C_{M44}, \\ C_{Al[100]55} &= C_{M55}. \end{aligned} \tag{153}$$

Les constantes élastiques du milieu homogénéisé sont donc de symétrie hexagonale, et non isotrope. Les ultrasons auront donc tendance à être déviés dans un tel milieu.

Les développements présentés dans la section 4.2 se limitent aux milieux isotropes en moyenne, sans orientation préférentielle des macrograins.

### A.3.2.3 Covariance des constantes élastiques

Le calcul des coefficients de rétrodiffusion en ondes L présentés dans la section 4.2 nécessite les expressions des covariances suivantes :

$$\left\langle \delta C_{33}^A(\vec{x}) \delta C_{33}^A(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x} \in MM(\vec{s})} = \frac{7}{24300} (C_{11}^A - C_{12}^A - 2C_{44}^A)^2, \tag{154}$$

$$\left\langle \delta C_{33}^A(\vec{x}) \delta C_{33}^A(\vec{x} + \vec{s}) \right\rangle_{\vec{x} \in MM(\vec{s})} = \frac{2}{675} (C_{11}^A - C_{12}^A - 2C_{44}^A) (C_{11}^F - C_{12}^F - 2C_{44}^F). \tag{155}$$

Ces expressions ont été obtenues à l'aide des logiciels Matlab et Maxima.

Le calcul des coefficients de diffusion présenté dans la section 4.2 nécessite les expressions d'un grand nombre de termes de covariances de constantes élastiques dont les expressions sont trop encombrantes pour être reproduites ici.

## ANNEXE B

### Utilisation du paramètre de Nakagami

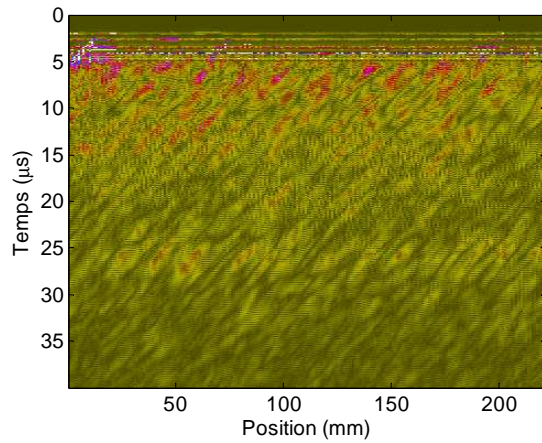
Il est possible de caractériser le caractère pleinement développé ou non d'un speckle en déterminant le paramètre de Nakagami, noté  $m$ , de la distribution des valeurs de son enveloppe. En supposant que la distribution des enveloppes est bien une distribution de Nakagami, le paramètre  $m$  est égal à :

$$m = \frac{E(V^2)^2}{E\left[\left(V^2 - E(V^2)\right)^2\right]}, \quad (156)$$

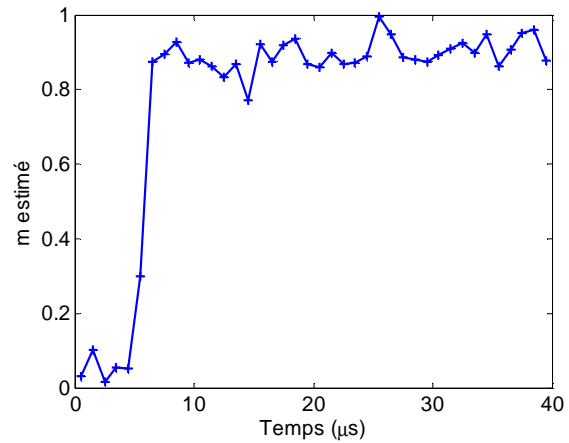
$V$  étant la valeur de l'enveloppe et  $E(\dots)$  l'espérance mathématique.  $m$  peut être estimé à partir d'un ensemble de signaux en remplaçant l'espérance mathématique par la moyenne sur les positions du capteur. L'enveloppe d'un signal est donnée par la valeur absolue de sa transformée de Hilbert.

Plus  $m$  est proche de 1 et plus le bruit peut être considéré comme un speckle pleinement développé. A titre d'illustrations, des paramètres  $m$  extraits à l'aide de l'équation (156) d'une des mesures de bruit du chapitre 3 sont donnés Figure 92.

Le paramètre  $m$  du bruit mesuré dans cet exemple est effectivement proche de 1, ce qui confirme que le bruit de structure mesuré dans des configurations de CND usuelles peut être assimilé à un speckle pleinement développé.



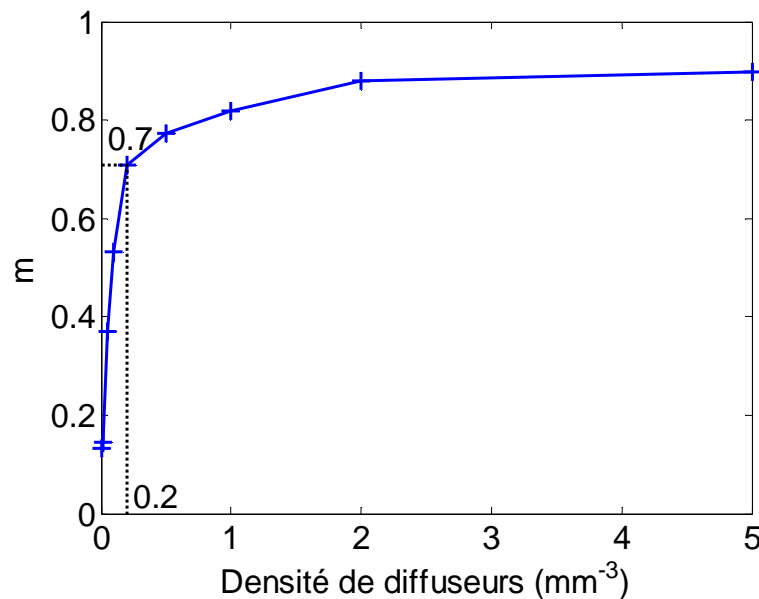
**B-scan**



**Paramètre  $m$  estimé à différents temps**

**Figure 92 : paramètre  $m$  d'une mesure de bruit de structure (mesure en T45 au contact à 2,25MHz sur une plaque extraite du coupon 1)**

La méthode des diffuseurs équivalents, présentée dans le chapitre 2, peut être appliquée avec une densité de diffuseurs plus faible que celle du milieu diffusant réel. Il est possible de déterminer si le bruit ainsi généré est proche ou non d'un speckle pleinement développé en calculant son paramètre  $m$ . La Figure 93 représente les paramètres  $m$  des bruits obtenus avec différentes densités de diffuseurs, dans des simulations correspondant à la configuration de la Figure 92. Ils ont été calculés à partir des enveloppes des signaux bruités à l'aide de l'équation (156).



**Figure 93 : Paramètre  $m$  du bruit de structure simulé avec plusieurs densités de points (configuration T45 au contact à 2,25MHz)**

Cet exemple illustre le fait que le paramètre  $m$  obtenu augmente avec la densité de diffuseurs. Il tend vers 1 pour une densité de diffuseurs infinie. Dans cet exemple, une densité de 0,2 diffuseurs par millimètres cube correspond à un  $m$  d'environ 0,7. Cette valeur peut être considérée comme suffisante. Elle permet d'obtenir un bruit ressemblant à un speckle pleinement développé en un temps de calcul raisonnable. Un B-scan obtenu avec cette densité dans cette configuration est présenté dans le paragraphe 3.1.2.5.

## ANNEXE C

# Méthode de simulation du bruit de structure de référence

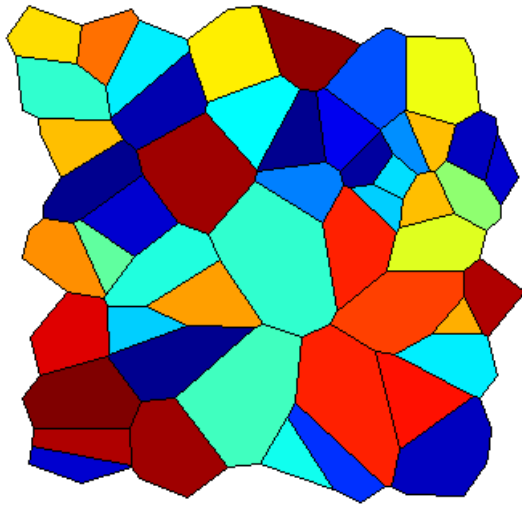
La méthode de simulation du bruit de structure présentée ici est basée sur la sommation des contributions de chaque grain de la microstructure. Elle est donc similaire à celle de Yalda *et al.* [Yalda *et al.* 1996] mais repose sur une représentation plus réaliste de la microstructure : Yalda *et al.* supposent que les grains sont de forme sphérique alors que nous supposons qu'ils ont la forme de polyèdres.

Cette méthode a été développée dans le but de servir de référence, afin de valider le principe qui permet à la méthode des diffuseurs équivalents de s'affranchir d'une représentation précise de la microstructure. Les comparaisons réalisées sont présentées dans le paragraphe 2.2.7.

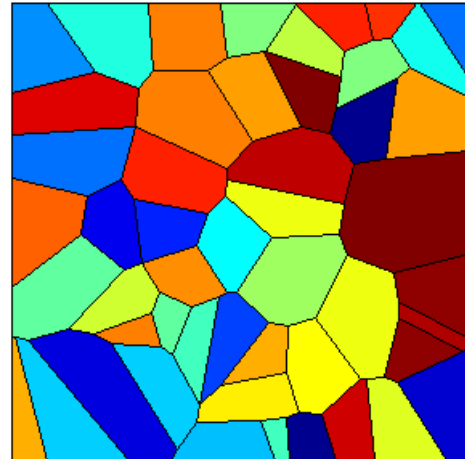
### C.1 Représentation de la microstructure

La microstructure est représentée à l'aide de diagrammes de Voronoi, calculés pour un ensemble de germes positionnés aléatoirement suivant des distributions uniformes. A chaque calcul, un nouveau diagramme est généré. L'algorithme de génération du diagramme n'est dépendant que de deux paramètres : le volume du diagramme et le nombre de cellules qu'il doit contenir.

Une méthode consistant à dupliquer par translation les germes d'origine a été utilisée lors de cette thèse pour obtenir des diagrammes de Voronoi ayant un volume et un nombre de cellule fixés. Ghoshal [Ghoshal 2003] propose une méthode différente pour obtenir un tel résultat : en dupliquant par symétrie les germes proches des frontières il obtient un diagramme remplissant exactement un contour régulier prédéfini. Des exemples de diagrammes obtenus à l'aide de ces deux méthodes sont représentés Figure 94.



**Diagramme obtenu par notre méthode**

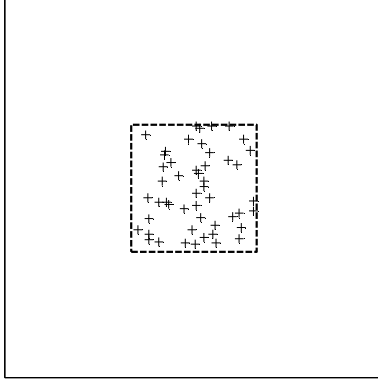


**Diagramme obtenu par la méthode de  
Ghoshal**

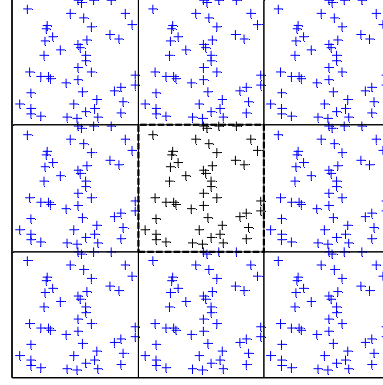
**Figure 94 : Exemples de diagrammes de Voronoi bidimensionnels obtenus par  
notre méthode et par celle de Ghoshal**

La méthode de Ghoshal donne des structures à contours lisses et est adaptée à la représentation d'échantillon de formes régulières contenant des structures polycristallines. Mais dans le cas de la représentation d'un fragment de structure polycristalline située à l'intérieur d'un grand volume, qui est le cas étudié ici, notre méthode est plus pertinente.

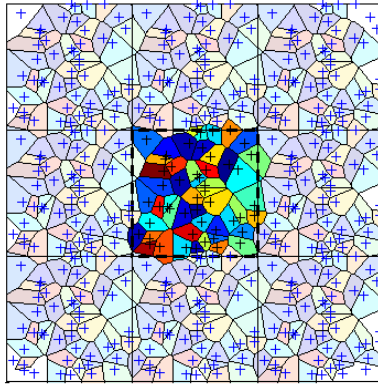
Le principe de la génération des diagrammes de Voronoi suivant notre méthode est schématisé Figure 95. Dans un premier temps, les germes du diagramme sont générés aléatoirement dans la zone dans lequel il sera créé. Les positions des germes sont tirées aléatoirement depuis une distribution uniforme. Ces germes sont ensuite copiés et translatés autour de la zone d'origine. Un diagramme de Voronoi est alors calculé pour l'ensemble des points d'origine et des copies.



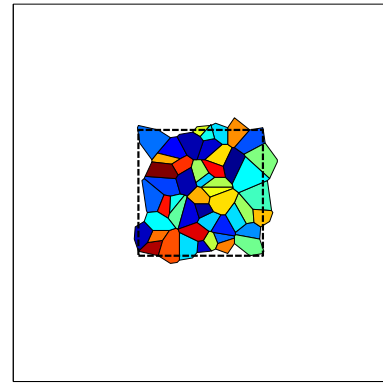
**Génération des germes du diagramme**



**Copies des germes d'origine autour du domaine d'intérêt**



**Calcul du diagramme incluant les germes d'origine et leurs copies**



**Le diagramme final est constitué des cellules issues des germes d'origine**

**Figure 95 : Représentation schématisée en deux dimensions de la méthode utilisée pour obtenir un diagramme de volume et de nombre de cellules fixés**

Les invariances liées à la translation assurent que le volume du diagramme finalement généré est égal à celui de la zone initiale. Cette méthode permet donc de générer une structure imitant un polycristal avec un nombre de grains et un volume total choisis, sans en lisser les contours.

Des orientations sont ensuite affectées aléatoirement à chacun des grains. Une orientation est définie par des angles d'Euler, suivant la convention décrite dans l'annexe A. La méthode de tirage suivante est utilisée pour obtenir une distribution d'angle d'Euler correspondant à une distribution d'orientations uniforme :

$$\varphi = 2\pi U_1, \quad \theta = \arccos(2U_2 - 1), \quad \psi = 2\pi U_3. \quad (157)$$



$U_1$ ,  $U_2$  et  $U_3$  étant des variables aléatoires issues d'une distribution uniforme sur l'intervalle  $[0,1]$ .

Les constantes élastiques de chaque grain dans le repère global sont calculées à partir de leurs expressions dans le repère cristallin, en leur appliquant une rotation selon les angles d'Euler tirés aléatoirement, à l'aide la méthode décrite dans l'annexe A.

## C.2 Calcul de la diffusion par les grains

Le calcul du bruit diffusé par un tel ensemble de grains a été implémenté. Le champ incident est calculé pour un milieu effectif identique à celui de la méthode des diffuseurs équivalents.

L'onde diffusée par un grain est calculée dans le cadre de l'approximation de Born, à l'aide des expressions de Gubernatis *et al.* [Gubernatis *et al.* 1977b] reproduites dans les équations (23), (24), (25) et (26).

Le terme  $f_i$  intervenant dans ces équations appliquées au cas d'un grain s'écrit :

$$f_i = u_0 \frac{-\omega^2}{4\pi\rho v_{dif}^3 v_{inc}} \delta C_{ijkl} \hat{r}_j^{dif} \hat{e}_k^{inc} \hat{r}_l^{inc} \int_{\vec{r} \in Grain} \exp\left[i(\vec{k}_{inc} - \vec{k}_{dif}) \cdot \vec{r}\right] d\vec{r}. \quad (158)$$

$u_0$  désigne l'amplitude du champ incident,  $\hat{r}$  et  $\hat{e}$  désignent respectivement les vecteurs unitaires de propagation et de polarisation. Les grains n'ayant pas de formes canoniques, le calcul de leur facteur de forme a demandé des développements spécifiques. Le facteur de forme d'un grain est sa transformée de Fourier spatiale :

$$S_{Grain} = \int_{Grain} \exp(i\Delta\vec{k} \cdot \vec{r}) d\vec{r}, \text{ avec } \Delta\vec{k} = \vec{k}_{inc} - \vec{k}_{dif}. \quad (159)$$

Chaque grain est une cellule de Voronoi, donc un polyèdre convexe. Il n'existe pas à notre connaissance de manière simple de calculer la transformée de Fourier spatiale d'un tel volume. Une méthode a donc été développée. Ce calcul précis du facteur de forme de chaque grain est la différence principale entre notre méthode de simulation et celle proposée par Yalda *et al.*, qui est similaire mais suppose que les grains peuvent être assimilés à des sphères. La prise en compte précise des formes des grains est intéressante car elle a un impact à la fois sur l'amplitude et la phase des ondes diffusées.

Pour calculer le facteur de forme des grains, une projection de la variable d'intégration sur le vecteur  $\Delta\vec{k}$  est utilisée :

$$S_{Grain} = \int_{Grain} Sect(r_{\Delta\vec{k}}) \exp(ir_{\Delta\vec{k}} |\Delta\vec{k}|) dr_{\Delta\vec{k}} . \quad (160)$$

$r_{\Delta\vec{k}}$  désigne la projection du vecteur  $\vec{r}$  sur le vecteur  $\Delta\vec{k}$ . La fonction  $Sect(r_{\Delta\vec{k}})$  désigne la section du polyèdre mesurée perpendiculairement à  $\Delta\vec{k}$  à l'abscisse  $r_{\Delta\vec{k}}$ .

$Sect(r_{\Delta\vec{k}})$  est égale par morceaux à des polynômes de degré deux. Cette propriété peut être démontrée en identifiant  $Sect(r_{\Delta\vec{k}})$  à l'aire d'un polygone, et en utilisant le fait que les coordonnées des sommets de ce polygone sont des fonctions affines par morceaux car ils sont situés sur les arêtes du polyèdre. La série de polynôme de degré deux peut être calculée à partir des coordonnées des sommets du polyèdre, ce qui permet de calculer le facteur de forme  $S_{Grain}$  de manière analytique.

L'évaluation du facteur de forme nécessite donc un grand nombre de calcul. Cela rend le calcul du bruit de structure long car cette évaluation doit être réalisée pour chaque grain et à chaque fréquence.

Les facteurs de forme calculés, utilisés dans l'équation (158), permettent de définir un filtre de diffusion pour chaque grain. Ces filtres sont appliquées au pulse incident, et les résultats sont sommés pour donner le bruit de structure.

## ANNEXE D

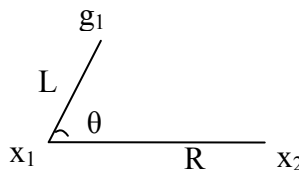
# Développement des expressions analytiques de fonctions de corrélation

Des développements permettant d'obtenir les expressions des fonctions de corrélation données dans le chapitre 4 sont présentés ici.

### D.1 Fonction de corrélation d'un diagramme de Voronoi en deux dimensions

Les notations utilisées sont définies sur la Figure 96 :

- $x_I$  est un point choisi aléatoirement.
- $g_I$  est le germe le plus proche de  $x_I$ .
- $L$  est la distance entre  $x_I$  et  $g_I$ .
- $x_2$  est un point choisi aléatoirement tel que  $x_I$  et  $x_2$  sont distants de  $R$ .
- $\theta$  est l'angle entre  $\overrightarrow{x_I g_I}$  et  $\overrightarrow{x_I x_2}$ .



**Figure 96 : Notations utilisées lors du développement de l'expression de la fonction de corrélation d'un diagramme de Voronoi**

La densité surfacique de germes sera notée  $\sigma$  et la surface totale du diagramme  $S$ . Cette surface est supposée très grande devant toutes les autres dimensions du problème. Cela permet de négliger les effets apparaissant aux bords du diagramme.

Le développement de  $W_{Vor2D}$  peut se faire en suivant les étapes suivantes :

- détermination de la densité de probabilité de  $L$ ,
- détermination de la densité de probabilité de  $\theta$ ,
- détermination de la probabilité que deux points soient dans une même cellule pour  $L$  et  $\theta$  fixés,
- détermination de  $W_{Vor2D}(R)$ .

### D.1.1 Densité de probabilité de $L$

Cette densité de probabilité est notée  $d_L(x)$ .

Elle peut s'exprimer en fonction de la probabilité  $P(|\vec{x}_1 - \vec{g}_1| > x)$  à l'aide de la relation :

$$d_L(x) = -\frac{d}{dx} P(|\vec{x}_1 - \vec{g}_1| > x). \quad (161)$$

Or  $P(|\vec{x}_1 - \vec{g}_1| > x)$  peut s'exprimer comme la probabilité que tous les germes soient en dehors du disque de centre  $x_l$  et de rayon  $x$ . Donc, comme il y a  $\sigma S$  germes en tout:

$$P(|\vec{x}_1 - \vec{g}_1| > x) = \left( \frac{S - \pi x^2}{S} \right)^{\sigma S}. \quad (162)$$

$S$  étant supposé très grand, il est possible d'effectuer un passage à la limite pour  $S$  tendant vers l'infini qui donne :

$$P(|\vec{x}_1 - \vec{g}_1| > x) = \exp(-\pi x^2 \sigma). \quad (163)$$

Ce qui permet d'obtenir par dérivation l'expression suivante :

$$d_L(x) = 2\pi x \sigma \exp(-\pi x^2 \sigma). \quad (164)$$

### D.1.2 Densité de probabilité de $\theta$

$g_l$  a la même probabilité d'être en n'importe quel point du cercle de centre  $x_l$  et de rayon  $L$ .

L'angle  $\angle \vec{x}_1 \vec{g}_1 \vec{x}_2$  suit donc une distribution de probabilité uniforme :

$$d_{\theta}(x) = \frac{1}{2\pi}. \quad (165)$$

### D.1.3 Probabilité que deux points soient dans une même cellule pour L et $\theta$ fixés

D'après la définition des diagrammes de Voronoi, l'événement «  $x_2$  est dans la même cellule de Voronoi que  $x_1$  » est identique à l'événement « Il n'y a pas de germe à l'intérieur du disque de centre  $x_2$  et de rayon  $|\vec{x}_2 - \vec{g}_1|$  ».

La probabilité de cet événement dépend des positions de  $x_1$  et  $g_1$  car  $g_1$  est défini comme le germe le plus proche de  $x_1$ , ce qui implique qu'il n'y ait pas d'autre germe à l'intérieur du disque de centre  $x_1$  et de rayon  $L$ .

Donc, en notant  $D_1$  le disque de centre  $x_1$  et de rayon  $L$ ,  $D_2$  le disque de centre  $x_2$  et de rayon  $|\vec{x}_2 - \vec{g}_1|$ , et  $Surf(région)$  la surface d'une région du plan, la probabilité de « Il n'y a pas de germe à l'intérieur du disque de centre  $x_2$  et de rayon  $|\vec{x}_2 - \vec{g}_1|$  » s'exprime :

$$P(pas\_de\_germe\_dans\_D_2) = \left( \frac{S - Surf(D_1 \cup D_2)}{S - Surf(D_1)} \right)^{\sigma S - 1}. \quad (166)$$

Ce qui donne, pour un diagramme de surface infinie :

$$P(pas\_de\_germe\_dans\_D_2) = \exp\{-\sigma [Surf(D_1 \cup D_2) - Surf(D_1)]\}. \quad (167)$$

Or :

$$Surf(D_1 \cup D_2) - Surf(D_1) = Surf(D_2) - Surf(D_1 \cap D_2). \quad (168)$$

D'où :

$$\begin{aligned} Surf(D_1 \cup D_2) - Surf(D_1) &= \pi |\vec{x}_2 - \vec{g}_1|^2 - |\vec{x}_2 - \vec{g}_1|^2 \cos^{-1} \left( \frac{R^2 + |\vec{x}_2 - \vec{g}_1|^2 - L^2}{2R|\vec{x}_2 - \vec{g}_1|} \right) \\ &- L^2 \cos^{-1} \left( \frac{R^2 + L^2 - |\vec{x}_2 - \vec{g}_1|^2}{2RL} \right) + \frac{1}{2} \sqrt{(-R + L + |\vec{x}_2 - \vec{g}_1|)(R + L - |\vec{x}_2 - \vec{g}_1|)(R - L + |\vec{x}_2 - \vec{g}_1|)(R + L + |\vec{x}_2 - \vec{g}_1|)} \end{aligned} \quad (169)$$

Ce qui devient, en utilisant l'expression  $|\vec{x}_2 \vec{g}_1| = \sqrt{R^2 + L^2 - 2RL \cos(\theta)}$  et après des simplifications :

$$\begin{aligned} Surf(D_1 \cup D_2) - surf(D_1) = & (R^2 + L^2 - 2RL \cos(\theta)) \left[ \pi - \cos^{-1} \left( \frac{R - L \cos(\theta)}{\sqrt{R^2 + L^2 - 2RL \cos(\theta)}} \right) \right] \\ & - L^2 \cos^{-1}(\cos(\theta)) + LR |\sin(\theta)| \end{aligned} \quad (170)$$

D'où :

$$\begin{aligned} P(pas\_de\_germe\_dans\_D_2) = \\ \exp \left\{ -\sigma \left[ (R^2 + L^2 - 2RL \cos(\theta)) \left[ \pi - \cos^{-1} \left( \frac{R - L \cos(\theta)}{\sqrt{R^2 + L^2 - 2RL \cos(\theta)}} \right) \right] \right. \right. \\ \left. \left. - L^2 \cos^{-1}(\cos(\theta)) + LR |\sin(\theta)| \right] \right\} \end{aligned} \quad (171)$$

#### D.1.4 Détermination de $W_{Vor2D}(R)$

La fonction de corrélation  $W_{Vor2D}(R)$  peut être exprimée sous forme de probabilité conditionnelle, à l'aide des expressions précédentes :

$$W_{vor2D}(R) = \int_{L=0}^{\infty} d(|\vec{x}_1 - \vec{g}_1| = L) \int_{\theta=0}^{2\pi} d(\vec{x}_1 \vec{g}_1 \vec{x}_2 = \theta) P(pas\_de\_germe\_dans\_D_2)(L, \theta) d\theta dL \quad (172)$$

D'où l'expression finale de la fonction de corrélation d'un diagramme de Voronoi en deux dimensions :

$$\begin{aligned} W_{vor2D}(R) = \sigma \int_{L=0}^{\infty} L \exp(-\pi L^2 \sigma) \int_{\theta=0}^{2\pi} \exp \left\{ -\sigma \left[ (R^2 + L^2 - 2RL \cos(\theta)) \left[ \pi - \cos^{-1} \left( \frac{R - L \cos(\theta)}{\sqrt{R^2 + L^2 - 2RL \cos(\theta)}} \right) \right] \right. \right. \\ \left. \left. - L^2 \cos^{-1}(\cos(\theta)) + LR |\sin(\theta)| \right] \right\} d\theta dL \end{aligned} \quad (173)$$

## D.2 Fonction de corrélation d'un diagramme de Voronoi en trois dimensions

Comme pour le cas précédent, les notations utilisées sont celles de la Figure 96. La densité volumique de germes est notée  $\rho$  et le volume total du diagramme  $V$ . Ce volume est supposé très grand devant toutes les autres dimensions du problème. Cela permet de négliger les effets apparaissant aux bords du diagramme.

Les étapes permettant d'obtenir l'expression de la fonction de corrélation, notée  $W_{Vor3D}(R)$ , sont similaires à celles du cas bidimensionnel.

### D.2.1 Densité de probabilité de $L$

Cette densité de probabilité sera notée  $d_L(x)$ .

Elle peut s'exprimer en fonction de la probabilité  $P(|\vec{x}_1 - \vec{g}_1| > L)$  à l'aide de la relation :

$$d_L(x) = -\frac{d}{dx} P(|\vec{x}_1 - \vec{g}_1| > x). \quad (174)$$

Or  $P(|\vec{x}_1 - \vec{g}_1| > x)$  peut s'exprimer comme la probabilité que tous les germes soient en dehors de la sphère de centre  $\mathbf{x}_1$  et de rayon  $x$ . Donc:

$$P(|\vec{x}_1 - \vec{g}_1| > x) = \left( \frac{V - \frac{4}{3}\pi x^3}{V} \right)^{\rho V}. \quad (175)$$

$V$  étant supposé très grand, il est possible d'effectuer un passage à la limite qui donne :

$$P(|\vec{x}_1 - \vec{g}_1| > x) = \exp\left(-\frac{4}{3}\pi x^3 \rho\right). \quad (176)$$

Ce qui permet d'obtenir par dérivation l'expression suivante :

$$d_L(x) = 4\pi L^2 \rho \exp\left(-\frac{4}{3}\pi L^3 \rho\right). \quad (177)$$

### D.2.2 Densité de probabilité de $\theta$

$g_I$  a la même probabilité d'être en n'importe quel point de la surface de la sphère de centre  $x_I$  et de rayon  $L$ . Il est possible d'obtenir la densité de probabilité de l'angle  $\angle \vec{x}_1 \vec{g}_1 \vec{x}_2$ , en décomposant la surface de la sphère en bandes de même angle  $\theta$  :

$$d(\angle \vec{x}_1 \vec{g}_1 \vec{x}_2 = \theta) = \frac{\sin(\theta)}{2}. \quad (178)$$

### D.2.3 Probabilité que deux points soient dans une même cellule pour $L$ et $\theta$ fixés

D'après la définition des diagrammes de Voronoi, l'événement «  $x_2$  est dans la même cellule de Voronoi que  $x_I$  » est identique à « Il n'y a pas de germe à l'intérieur de la sphère de centre  $x_2$  et de rayon  $|\vec{x}_2 - \vec{g}_1|$  ».

La probabilité de cet événement dépend des positions de  $x_I$  et  $g_I$  car  $g_I$  est défini comme le germe le plus proche de  $x_I$ , ce qui implique qu'il n'y ait pas d'autre germe à l'intérieur de la sphère de centre  $x_I$  et de rayon  $L$ .

Donc, en notant  $S_I$  la sphère de centre  $x_I$  et de rayon  $L$ ,  $S_2$  la sphère de centre  $x_2$  et de rayon  $|\vec{x}_2 - \vec{g}_1|$ , et  $Vol(région)$  le volume d'une région de l'espace, la probabilité de l'événement « Il n'y a pas de germe à l'intérieur de la sphère de centre  $x_2$  et de rayon  $|\vec{x}_2 - \vec{g}_1|$  » s'exprime :

$$P(pas\_de\_germe\_dans\_S_2) = \left( \frac{V - Vol(S_I \cup S_2)}{V - Vol(S_I)} \right)^{\rho V - 1}. \quad (179)$$

Ce qui donne, pour un diagramme de volume infini :

$$P(pas\_de\_germe\_dans\_S_2) = \exp\{-\rho[Vol(S_I \cup S_2) - Vol(S_I)]\}. \quad (180)$$

Or :

$$Vol(S_I \cup S_2) - Vol(S_I) = Vol(S_2) - Vol(S_I \cap S_2). \quad (181)$$

D'où :



$$Vol(S_1 \cup S_2) - Vol(S_1) = \frac{4}{3} \pi |\vec{x}_2 \vec{g}_1|^3 - \frac{\pi (L + |\vec{x}_2 \vec{g}_1| - R)^2 (R^2 + 2RL - 3L^2 + 2R|\vec{x}_2 \vec{g}_1| - 3|\vec{x}_2 \vec{g}_1|^2 + 6L|\vec{x}_2 \vec{g}_1|)}{12R}. \quad (182)$$

Ce qui devient, en utilisant l'expression  $|\vec{x}_2 \vec{g}_1| = \sqrt{R^2 + L^2 - 2RL \cos(\theta)}$  :

$$Vol(S_1 \cup S_2) - Vol(S_1) = \frac{\pi}{12R} \left( \sqrt{L^2 + R^2 - 2LR \cos(\theta)} - L + R \right)^2 \cdot \left( 3\sqrt{L^2 + R^2 - 2LR \cos(\theta)}^2 + 6\sqrt{L^2 + R^2 - 2LR \cos(\theta)}L + 2R\sqrt{L^2 + R^2 - 2LR \cos(\theta)} + 3L^2 - 2RL - R^2 \right) \quad (183)$$

D'où :

$$P(pas\_de\_germe\_dans\_S_2) = \exp \left[ -\frac{\rho\pi}{12R} \left( \sqrt{L^2 + R^2 - 2LR \cos(\theta)} - L + R \right)^2 \cdot \left( 3\sqrt{L^2 + R^2 - 2LR \cos(\theta)}^2 + 6\sqrt{L^2 + R^2 - 2LR \cos(\theta)}L + 2R\sqrt{L^2 + R^2 - 2LR \cos(\theta)} + 3L^2 - 2RL - R^2 \right) \right] \quad (184)$$

#### D.2.4 Détermination de $W_{Vor3D}(R)$

La fonction de corrélation peut être exprimée sous forme de probabilité conditionnelle, à l'aide des expressions précédentes :

$$W_{vor3D}(R) = \int_{L=0}^{\infty} d(|\vec{x}_1 - \vec{g}_1| = L) \int_{\theta=0}^{2\pi} d(\vec{x}_1 \vec{g}_1 \vec{x}_2 = \theta) P(pas\_de\_germe\_dans\_S_2)(L, \theta) d\theta dL. \quad (185)$$

D'où l'expression finale de la fonction de corrélation d'un diagramme de Voronoi en trois dimensions, obtenue après un changement de variable  $x = \cos(\theta)$  et des simplifications :

$$W_{vor3D}(R) = 2\pi\rho \int_{L=0}^{\infty} dL L^2 \int_{x=-1}^1 dx \exp \left\{ -\pi\rho \frac{2(L^2 + R^2 - 2LRx)^{\frac{3}{2}} + 2L^3 + 3x^2 RL^2 + 3RL^2 - 6xR^2 L + 2R^3}{3} \right\} \quad (186)$$

### D.3 Fonction de corrélation pour une distribution de volumes de grains log-normale

Le développement de la fonction de corrélation peut être décomposé ainsi :

- expression de la densité de probabilité du volume du grain dans lequel se trouve un point choisi aléatoirement dans le milieu,
- expression de la probabilité qu'un point  $x_2$  situé à une distance  $R$  d'un point  $x_1$  soit dans le même grain, en fonction du volume du grain dans lequel  $x_1$  est situé,
- expression de la fonction de corrélation à l'aide des deux résultats précédents.

### D.3.1 Densité de probabilité du volume du grain dans lequel se trouve un point choisi aléatoirement

Soit  $N$  le nombre de grains présents dans l'ensemble de la structure. Ce nombre est supposé extrêmement grand. Le volume total de la structure peut être identifié à  $N$  fois l'espérance du volume d'un grain. Ce volume est donc égal à :

$$V_{Tot} = N \int_{V=0}^{\infty} \frac{\exp\left[-\frac{(\ln(V)-m)^2}{2s^2}\right]}{Vs\sqrt{2\pi}} V dV = N \exp\left(m + \frac{s^2}{2}\right). \quad (187)$$

Quant au volume occupé par l'ensemble des grains dont le volume est inférieur ou égal à  $x$ , il peut s'écrire :

$$V_{Grains\_plus\_petits}(X) = N \int_{V=0}^X \frac{\exp\left[-\frac{(\ln(V)-m)^2}{2s^2}\right]}{Vs\sqrt{2\pi}} V dV. \quad (188)$$

La probabilité qu'un point choisi aléatoirement dans le volume total soit situé dans un grain dont le volume est inférieur ou égal à  $X$  est donc :

$$P(VolGrainPoint < X) = \frac{V_{Grains\_plus\_petits}(X)}{V_{Tot}} = \frac{\int_{V=0}^X \frac{\exp\left[-\frac{(\ln(V)-m)^2}{2s^2}\right]}{Vs\sqrt{2\pi}} V dV}{\exp\left(m + \frac{s^2}{2}\right)} \quad (189)$$

Cette probabilité est reliée à la densité de probabilité du volume du grain dans lequel se situe le point :

$$d_{VolGrainPoint}(X) = \frac{d}{dX} P(VolGrainPoint < X). \quad (190)$$

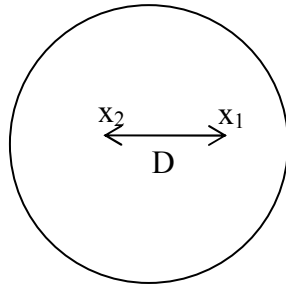
D'où l'expression de cette densité de probabilité :

$$d_{VolGrainPoint}(X) = \frac{\exp\left[-\frac{(\ln(V) - m)^2}{2s^2}\right]}{s\sqrt{2\pi} \exp\left(m + \frac{s^2}{2}\right)}. \quad (191)$$

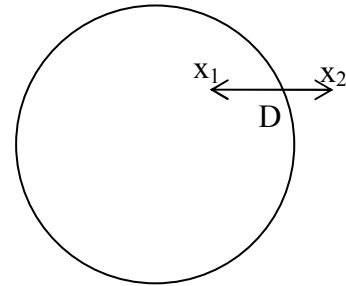
### D.3.2 Probabilité que deux points distants de $D$ soient dans un même grain, le volume du grain dans lequel est situé un point étant connu

Soit un point  $x_1$  situé dans un grain  $G_I$  de volume  $V$ . L'expression de la probabilité qu'un point  $x_2$  situé à une distance  $D$  de  $x_1$  soit dans  $G_I$  est développée ici.

Pour permettre ce calcul, il est supposé que le grain  $G_I$  est sphérique. Le problème est représenté sur la Figure 97.



**Les deux points sont situés dans le même grain**



**Les deux points ne sont pas situés dans le même grain**

**Figure 97 : Notations utilisées dans le développement de l'expression de la fonction de corrélation d'un grain sphérique**

En notant  $O$  le centre de la sphère qui constitue le grain  $G_I$  et  $R$  son rayon, il est possible de reformuler l'évènement «  $x_2$  est situé dans  $G_I$  » de la manière suivante : « le point  $x_1 + |\vec{x}_1 \vec{x}_2|$  est situé dans la sphère de centre  $O$  et de rayon  $R$  » ( $x_1 + |\vec{x}_1 \vec{x}_2|$  désignant le translaté de  $x_1$  suivant le vecteur  $|\vec{x}_1 \vec{x}_2|$ ). Or cet évènement est équivalent à l'évènement « le point  $x_1$  est situé dans la sphère de centre  $O - |\vec{x}_1 \vec{x}_2|$  et de rayon  $R$  ».

Cette dernière formulation permet d'exprimer aisément la probabilité recherchée :  $x_l$  est un point pris au hasard dans la sphère de centre  $O$ , donc la probabilité qu'il soit aussi dans celle de centre  $O - |\vec{x}_1 \vec{x}_2|$  est égale au rapport du volume de l'intersection de ces deux sphères sur celui de la sphère de centre  $O$ . D'où l'expression de la probabilité recherchée :

$$P(x_2 \in G_1) = \begin{cases} D \leq 2R & \rightarrow \frac{(4R+D)(2R-D)^2}{16R^3}, \text{ avec } R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} \\ D > 2R & \rightarrow 0 \end{cases} \quad (192)$$

### D.3.3 Expression de la fonction de corrélation spatiale

La fonction recherchée peut s'exprimer en termes de probabilité conditionnelle à l'aide des deux résultats précédents :

$$W_{LogNorm}(D) = \int_{V=0}^{\infty} d_{VolGrainPoint}(V) P(x_2 \in G_1) dV$$

Le développement de cette expression conduit à la forme suivante :

$$W_{LogNorm}(D) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\ln \left( \frac{\pi}{6} D^3 \right) - s^2 - m}{s\sqrt{2}} \right) - \sqrt[3]{\frac{9\pi}{2}} \frac{\exp \left( -\frac{5s^2}{18} - \frac{m}{3} \right) D}{4} \operatorname{erfc} \left[ \frac{3 \ln \left( \frac{\pi}{6} D^3 \right) - 2s^2 - 3m}{3s\sqrt{2}} \right] + \frac{\pi \exp \left( -\frac{s^2}{2} - m \right) D^3}{24} \operatorname{erfc} \left[ \frac{\ln \left( \frac{\pi}{6} D^3 \right) - m}{s\sqrt{2}} \right] \quad (193)$$

$\operatorname{erfc}$  étant la fonction d'erreur complémentaire, définie comme :

$$\operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\zeta=z}^{\infty} \exp(-\zeta^2) d\zeta. \quad (194)$$

## D.4 Limites en basses fréquences des facteurs de forme correspondant aux différentes fonctions de corrélation étudiées

Les expressions des limites en basses fréquences des facteurs de forme correspondant aux différentes fonctions de corrélation sont utilisées dans le chapitre 4. Elles permettent de comparer différentes fonctions de corrélation à diffusion en basse fréquence égales.

Les facteurs de forme correspondant aux fonctions de corrélation exponentielle et gaussienne sont donnés par les équations (95) et (97). Leurs limites en basses fréquences sont respectivement :

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} [S(W_{Exp}, \omega)] = \pi D_{Exp}^3 \quad (195)$$

et

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} [S(W_{Gaus}, \omega)] = (2\pi)^{\frac{3}{2}} D_{Gaus}^3. \quad (196)$$

Les limites en basses fréquences des facteurs de formes des autres fonctions de corrélation développées ne peuvent pas être dérivées analytiquement. Il est cependant possible d'obtenir des expressions de ces limites de manière détournée. En effet, l'équation (94) permet d'obtenir la limite suivante, valable pour n'importe quelle fonction de corrélation  $W$  :

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} [S(W, \omega)] = \int d^3 \vec{s} W(\vec{s}). \quad (197)$$

Il est possible de montrer que quelle que soit la forme de la fonction de corrélation  $W$  cette limite est égale au rapport des moyennes **(99)**. Cette démonstration nécessite de revenir à la définition de la fonction de corrélation spatiale comme la probabilité que deux points distants de  $s$  soient situés dans le même grain. Cela permet d'écrire :

$$\int d^3 \vec{s} W(\vec{s}) = \int d^3 \vec{s} \int d^3 \vec{x} 1_{(\vec{x} \text{ et } \vec{x}+\vec{s} \text{ même grain})}. \quad (198)$$

La notation  $1_{(\vec{x} \text{ et } \vec{x}+\vec{s} \text{ même grain})}$  désignant une fonction égale à 1 si  $x$  et  $x+s$  sont dans le même grain et 0 autrement. La permutation des deux intégrales permet d'évaluer celle sur la variable  $s$  comme le volume du grain contenant le point  $x$  :

$$\int d^3 \vec{s} W(\vec{s}) = \int d^3 \vec{x} Vol(Grain\_Contenant\_x). \quad (199)$$

Cette intégrale peut être exprimée à partir de la probabilité que le point  $x$  soit dans un grain d'un certain volume multipliée par ce volume. Soit, en notant  $N$  le nombre de grains de la structure et  $V_{L..N}$  leurs volumes :

$$\int d^3\vec{s} W(\vec{s}) = \sum_{i=1..N} \frac{V_i}{\left( \sum_{j=1..N} V_j \right)} V_i. \quad (200)$$

Cette expression peut être directement identifiée au rapport de moyennes **(99)** :

$$\int d^3\vec{s} W(\vec{s}) = \frac{\overline{(V^2)}}{\bar{V}}. \quad (201)$$

Il est ainsi possible d'évaluer la limite basse fréquence du facteur de forme directement à partir de considérations statistiques sur les volumes de grains.

La statistique des volumes des cellules des diagrammes de Voronoi peut être bien représentée à l'aide de distributions  $2\Gamma$  [Kumar et Kumaran 2005]. Pour une telle distribution, la moyenne et la variance des volumes de cellules s'expriment alors :

$$\bar{V} = \frac{m}{\alpha} \text{ et } \overline{(V^2)} - (\bar{V})^2 = \frac{m}{\alpha^2}, \text{ avec } m \approx 5.56219. \quad (202)$$

Le paramètre  $\alpha$  peut être exprimé en fonction de la densité de germes  $\rho$  et de  $m$ , en utilisant le fait que le volume moyen des cellules est égal à l'inverse de la densité de germes. Cela permet d'obtenir les formes suivantes :

$$\bar{V} = \frac{1}{\rho_{Vor}} \text{ et } \overline{(V^2)} - (\bar{V})^2 = \frac{1}{m\rho_{Vor}^2}. \quad (203)$$

D'où :

$$\int d^3\vec{s} W_{Vor3D}(\vec{s}) = \frac{\frac{1}{m\rho_{Vor}^2} + \left( \frac{1}{\rho_{Vor}} \right)^2}{\frac{1}{\rho_{Vor}}} = \frac{1+m}{m\rho_{Vor}}. \quad (204)$$

Dans le cas d'une fonction de corrélation correspondant à une distribution log-normale, la moyenne et la variance des volumes sont immédiatement accessibles. Cela permet d'obtenir directement, avec les notations de l'équation **(90)** :

$$\int d^3\vec{s} W_{LogNorm}(\vec{s}) = \exp\left(m + 3\frac{s^2}{2}\right). \quad (205)$$

## ANNEXE E

# Tirage de l'angle $\varphi$ dans la simulation par méthode de Monte-Carlo de la diffusion multiple

La méthode de tirage des angles  $\varphi$  utilisée dans l'algorithme du chapitre 5 nécessite l'évaluation rapide de la fonction  $G_\varphi$ , avec :

$$G_\varphi(x) = \int_{u=0}^x g_\varphi(u) du$$

$$\text{Pour une onde L diffusée : } g_\varphi(x) = \frac{\underline{S}_{diff}(\varphi, \chi)[1]}{\int_{y=0}^{2\pi} \underline{S}_{diff}(y, \chi)[1] d\varphi} \quad (206)$$

et pour une onde T diffusée :

$$g_\varphi(x) = \frac{(\underline{S}_{diff}(\varphi, \chi)[2] + \underline{S}_{diff}(\varphi, \chi)[3])}{\int_{y=0}^{2\pi} (\underline{S}_{diff}(y, \chi)[2] + \underline{S}_{diff}(y, \chi)[3]) d\varphi}.$$

L'évaluation de  $G_\varphi$  repose donc sur celle des éléments du vecteur de Stokes diffusé  $\underline{S}_{diff}$ . L'écriture sous forme de matrice de Mueller [Turner et Weaver 1994b] est utilisée pour exprimer la diffusion en termes de vecteurs de Stokes. En notant  $\underline{S}_{inc}$  le vecteur de Stokes incident et  $\underline{\underline{M}}$  la matrice de Mueller, le vecteur de Stokes diffusé s'écrit :

$$\underline{S}_{diff} = \underline{\underline{M}}(\varphi, \chi) \underline{S}_{inc} \quad (207)$$

D'après Turner et Weaver, la matrice de Mueller s'exprime :

$$\underline{\underline{M}}(\varphi, \chi) = \underline{\underline{F}}(\chi) \underline{\underline{L}}(\varphi), \quad (208)$$



La matrice  $\underline{\underline{F}}$  traduit les transferts d'énergie d'un mode à l'autre du fait de la diffusion. La matrice  $\underline{\underline{L}}$  n'affecte que les ondes transverses et traduit des transferts d'énergie d'une composante du vecteur de Stokes à l'autre. Ces transferts d'énergie sont liés au fait que les ondes incidentes et diffusées sont exprimées dans des repères différents.

Turner [Turner 1994] donne une expression de la matrice  $\underline{\underline{F}}$  dans le cas d'un métal dont les cristaux sont de symétrie cubique :

$$\underline{\underline{F}} = \frac{2\pi^2 v^2 \omega^4}{525} \begin{bmatrix} \frac{(9+6\chi^2+\chi^4)}{v_L^8} S^{LL}(\chi) & \frac{5(1+\chi^2)}{v_T^3 v_T^5} S^{LT}(\chi) & \frac{(10+\chi^2-\chi^4)}{v_T^3 v_T^5} S^{LT}(\chi) & 0 & 0 \\ \frac{5(1+\chi^2)}{v_T^3 v_T^5} S^{LT}(\chi) & \frac{(5+\chi^4)}{v_T^8} S^{TT}(\chi) & \frac{5}{v_T^8} S^{TT}(\chi) & 0 & 0 \\ \frac{(10+\chi^2-\chi^4)}{v_T^3 v_T^5} S^{LT}(\chi) & \frac{5}{v_T^8} S^{TT}(\chi) & \frac{(9-\chi^2+\chi^4)}{2v_T^8} S^{TT}(\chi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(7\chi+\chi^3)}{2v_T^8} S^{TT}(\chi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(-3\chi-9\chi^3)}{2v_T^8} S^{TT}(\chi) \end{bmatrix} \quad (209)$$

$S^{MM}$  désigne le facteur de forme, et  $v$  l'anisotropie des constantes élastiques. Mis à part les termes  $\underline{\underline{F}}(4,4)$  et  $\underline{\underline{F}}(5,5)$ , les termes de cette matrice peuvent être identifiés aux coefficients de diffusion volumique  $\eta$  donnés dans le chapitre 2, à une constante multiplicative près. Cette identification est possible car les coefficients  $\eta$  quantifient les intensités diffusées pour les ondes L, TH et TV, qui correspondent aux 3 premiers termes du vecteur de Stokes.

La matrice  $\underline{\underline{L}}$  est une matrice de rotation qui permet de passer du repère de l'onde incidente à celui de l'onde diffusée. Son expression est elle aussi donnée par Turner [Turner 1994] :

$$\underline{\underline{L}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2(\varphi) & \sin^2(\varphi) & \frac{1}{2}\sin(2\varphi) & 0 \\ 0 & \sin^2(\varphi) & \cos^2(\varphi) & -\frac{1}{2}\sin(2\varphi) & 0 \\ 0 & -\sin(2\varphi) & \sin(2\varphi) & \cos(2\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (210)$$

Ces expressions de  $\underline{\underline{F}}$  et de  $\underline{\underline{L}}$  sont utilisées pour calculer  $\underline{\underline{M}}$  à l'aide de l'équation (208). L'équation (207) permet alors d'obtenir les différents termes du vecteur de Stokes diffusé en fonction du vecteur de Stokes incident.

Dans la suite, les notations [...] désignent des indices matriciels ou vectoriels. Pour une onde L diffusée, la fonction  $G_\varphi$  s'exprime :

$$G_\varphi(x) = \frac{\int_{u=0}^x \eta_{M_I \rightarrow L}(u, \chi) du}{\int_{u=0}^x \eta_{M_I \rightarrow L}(u, \chi) du} = \frac{\int_{u=0}^x (\underline{\underline{M}}(u, \chi) \underline{\underline{S}}_{inc})[1] du}{\int_{u=0}^x (\underline{\underline{M}}(u, \chi) \underline{\underline{S}}_{inc})[1] du} = \frac{\sum_{k=1..5} \underline{\underline{S}}_{inc}(k) \int_{u=0}^x (\underline{\underline{M}}(u, \chi))[1, k] du}{\sum_{k=1..5} \underline{\underline{S}}_{inc}(k) \int_{u=0}^x (\underline{\underline{M}}(u, \chi))[1, k] du}, \quad (211)$$

et pour une onde T diffusée :

$$G_\varphi(x) = \frac{\int_{u=0}^x \eta_{M_I \rightarrow L}(u, \chi) du}{\int_{u=0}^x \eta_{M_I \rightarrow L}(u, \chi) du} = \frac{\sum_{k=1..5} \underline{\underline{S}}_{inc}(k) \int_{u=0}^x (\underline{\underline{M}}(u, \chi))[2, k] du + \sum_{k=1..5} \underline{\underline{S}}_{inc}(k) \int_{u=0}^x (\underline{\underline{M}}(u, \chi))[3, k] du}{\sum_{k=1..5} \underline{\underline{S}}_{inc}(k) \int_{u=0}^x (\underline{\underline{M}}(u, \chi))[2, k] du + \sum_{k=1..5} \underline{\underline{S}}_{inc}(k) \int_{u=0}^x (\underline{\underline{M}}(u, \chi))[3, k] du} \quad (212)$$

Quel que soit le cas, la fonction  $G_\varphi$  peut s'exprimer en fonction d'une fonction  $\tilde{G}_\varphi$  :

$$G_\varphi(x) = \frac{\tilde{G}_\varphi(x)}{\tilde{G}_\varphi(2\pi)}, \text{ avec} \quad (213)$$

$$\tilde{G}_\varphi(y) = \sum_{i=1..3} \alpha_i \sum_{k=1..5} \underline{\underline{S}}_{inc}(k) \left( \int_{u=0}^y \underline{\underline{M}}(u, \chi) du \right) [i, k].$$

Avec  $\alpha_1=1$  et  $\alpha_2=\alpha_3=0$  pour une onde L diffusée,  $\alpha_1=0$  et  $\alpha_2=\alpha_3=1$  pour une onde T diffusée.

Cette écriture fait apparaître que, même si la fonction  $G_\varphi(x)$  dépend des polarisations des ondes incidentes et diffusées, elle peut s'exprimer simplement à partir d'éléments de la fonction matricielle suivante, qui n'en dépend pas :

$$\int_{u=0}^x \underline{\underline{M}}(u, \chi) du. \quad (214)$$

Cette fonction matricielle peut être calculée au début de l'algorithme. L'équation (213) permet ensuite de l'utiliser pour évaluer  $G_\varphi$  rapidement pour n'importe quelle onde incidente. Cette évaluation rapide permet des tirages rapides des angles  $\varphi$  en utilisant l'algorithme du chapitre 5.

# RESUME

Une méthode de simulation du bruit de structure et de l'atténuation dans le CND par ultrasons de métaux diffusants a été développée. Elle est basée sur l'approximation de la diffusion simple. Dans cette méthode, les propriétés diffusives du métal sont d'abord déterminées à l'aide d'un modèle qui suppose que la diffusion est due aux différences d'orientations entre grains voisins. Le bruit généré par une telle structure est imité par un algorithme qui somme les échos d'un ensemble de diffuseurs. Ces diffuseurs peuvent être moins nombreux que ceux présents dans le métal réel, afin de limiter les temps de calcul. Leurs positions et leurs coefficients de diffusion sont déterminées aléatoirement. Leurs coefficients de diffusion sont issus d'une distribution qui est ajustée en fonction du nombre de diffuseurs et de paramètres donnés par le modèle de diffusion. Cela permet d'assurer que le bruit de structure simulé est équivalent à celui prédit par le modèle de diffusion. Cette méthode a été implémentée dans une version de développement d'un logiciel de simulation en CND.

Une étude expérimentale a été menée sur des échantillons d'acier austénitique afin de valider à la fois le modèle de diffusion et l'algorithme de simulation. Dans les cas où la diffusion multiple est négligeable, l'évolution du bruit en fonction du temps est correctement reproduite. Cela indique une bonne prédiction de l'atténuation et des phénomènes d'échos de coin. En revanche, le bruit de structure a tendance à être sous estimé, en particulier en basses fréquences. Plusieurs explications possibles de cette sous-estimation ont été étudiées et il est probable qu'elle soit due au fait que le modèle ne prend pas en compte la diffusion par les dislocations présentes aux joints de grains.

Une étude théorique a par ailleurs été réalisée afin de vérifier une hypothèse émise dans la littérature, selon laquelle une mauvaise représentation des distributions de taille de grain pourrait être à l'origine d'une mauvaise prédiction de la diffusion. Il est montré dans cette étude que les distributions de taille de grain n'ont qu'une influence marginale sur la diffusion.

Une approche pour simuler les phénomènes de diffusion multiple est également proposée. Il s'agit d'une méthode de Monte-Carlo appliquée à la théorie du transfert radiatif.

Une maquette de cette méthode a été implémentée et permet notamment de reproduire le phénomène d'équipartition de l'énergie typique de la diffusion multiple.

# PUBLICATIONS

V. Dorval, F. Jenson, G. Corneloup et J. Moysan (2008)

«Modélisation du bruit et de l'atténuation ultrasonores à partir d'un modèle physique d'interaction», Actes congrès COFREND 2008.

V. Dorval, F. Jenson, G. Corneloup et J. Moysan (2009)

«Simulation of structural noise and attenuation occurring in ultrasonic NDT of polycrystalline materials» dans «Ultrasonic Wave Propagation in Non Homogeneous Media», édité par A. Léger et M. Deschamps, *Springer*, Berlin.

V. Dorval, F. Jenson, G. Corneloup et J. Moysan (2010)

«Accounting for structural noise and attenuation in the modeling of the ultrasonic testing of polycrystalline materials», *Rev. Prog. QNDE*.