Dépouillement de l'essai aux barres de Hopkinson par une technique de calcul inverse

G. Gary, H. Zhao

▶ **To cite this version:**

G. Gary, H. Zhao. Dépouillement de l'essai aux barres de Hopkinson par une technique de calcul inverse. Journal de Physique IV Proceedings, 1994, 04 (C8), pp.C8-89-C8-94. 10.1051/jp4:1994813 . jpa-00253368

HAL Id: jpa-00253368
https://hal.science/jpa-00253368

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

JOURNAL DE PHYSIQUE IV
Colloque C8, supplément au Journal de Physique III, Volume 4, septembre 1994

Dépouillement de l'essai aux barres de Hopkinson par une technique de calcul inverse

G. Gary et H. Zhao

Laboratoire de Mécanique des Solides de l'Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau, France

Résumé. Le dépouillement classique des essais aux barres d'Hopkinson ne permet pas la mesure directe d'une relation précise "contrainte-déformation" à vitesse de déformation constante en raison du non équilibre des forces et de la variation importante de vitesse de déformation au cours de l'essai, en particulier dans la zone des faibles déformations. Nous proposons ici une méthode de dépouillement basée sur une technique du calcul inverse permettant de passer outre ces limitations, et d'améliorer ainsi la précision du dépouillement.

Abstract. The classical treatment of the Split Hopkinson Pressure Bar cannot give an accurate stress-strain relation at a constant strain rate because of the non-equilibrium of the forces and because of the important variation of the strain rate during the test, particularly in the range of small strains. A new method of the data analysis is presented here. It is based on an inverse calculation technique that can deal with these two problems and improve the precision of the results.

1. Introduction.

L'essai de comportement en compression aux barres de Hopkinson consiste à analyser le comportement d'un échantillon à partir de la mesure de trois ondes de base, incidente, réfléchie et transmise **[1,2]**. En réalisant un transport fictif correct des ondes qui tient compte de la dispersion et de la synchronisation du calage **[3,4,5,6,7,8,9],** nous pouvons obtenir les forces et les vitesses aux extrémités de l'échantillon testé avec une très bonne précision.

Les forces et les vitesses étant ainsi connues, le dépouillement classique est fondé sur des hypothèses d'homogénéité de la contrainte, de la déformation et de la vitesse de déformation dans l'échantillon. Ces hypothèses ne sont pas réalistes lorsque l'équilibre (égalité des forces entrante et sortante) n'est pas atteint **[5,6,7,8,9]**. On obtient une relation contrainte-déformation en moyenne qui n'est pas associée à une valeur constante de la vitesse de déformation car, de plus, cette dernière varie sensiblement au cours de l'essai, en particulier pendant la phase initiale du chargement. Les résultats du dépouillement classique ne sont donc pas précis, notamment dans la zone des faibles déformations.

Nous proposons une méthode de dépouillement basée sur la technique du calcul inverse, qui détermine le jeu des paramètres d'un modèle donné, en utilisant les données redondantes que sont les forces et les vitesses appliquées aux deux faces (entrante et sortante) de l'échantillon.

2. Choix des modèles.

En effet, pour un modèle donné, la connaissance de deux de ces fonctions (par exemple, et de façon naturelle, les vitesses entrante et sortante) permet le calcul des deux autres (par exemple les forces). La

Article published online by EDP Sciences and available at http://dx.doi.org/10.1051/jp4:1994813

comparaison entre les forces ainsi calculées et les forces mesurées au cours de l'essai permet d'apprécier la pertinence du modèle et de déterminer ses paramètres.

L'efficacité de la méthode dépend donc de celle du calcul direct, c'est à dire du calcul transitoire permettant de calculer la réponse de l'échantillon ayant un comportement connu, avec des vitesses imposées au bord de l'échantillon comme conditions aux limites. Il donc important d'utiliser un modèle qui sera à la fois réaliste et d'une forme rendant le calcul numérique aisé et rapide.

Pour tous les matériaux qui présentent un comportement initial élastique, nous utilisons des modèles de type Sokolovski-Malvern qui s'écrivent sous la forme suivante **[8,9,10,11]** :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} &= \frac{1}{E}\frac{\partial \sigma}{\partial t} && si \quad \sigma \le \sigma_s \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} &= \frac{1}{E}\frac{\partial \sigma}{\partial t} + g(\sigma,\varepsilon) && si \quad \sigma > \sigma_s \end{aligned} \tag{1}$$

où E est le module d'Young et $g(\sigma,\varepsilon)$ est une fonction arbitraire.

L'avantage du modèle Sokolovski-Malvern est que son réseau de caractéristiques est composé uniquement de droites et qu'il reste le même lors du passage de l'élasticité à la visco-élasto-plasticité, ou bien lors du passage de la charge à la décharge. Le calcul est donc très rapide.

Ce type de modèle est également réaliste. Il permet par exemple de décrire correctement le modèle rhéologique courant élasto-visco-plastique (Figure 1).

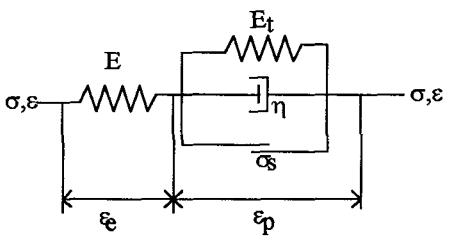

Figure 1 modèle rhéologique élasto-visco-plastique

$$g(\sigma,\varepsilon) = \frac{(1+\frac{E_t}{E})\sigma - \sigma_s - E_t\varepsilon}{\eta} \tag{2}$$

Nous pouvons également représenter sous cette forme une loi mieux adaptée à la description du comportement dynamique des métaux qui tient compte de l'effet thermique. La fonction $g(\sigma,\varepsilon)$ s'écrit dans ce cas **[12]**:

$$g(\sigma,\varepsilon) = \dot{\varepsilon}_0 \left[\frac{(\sigma/\sigma_s)}{((E\varepsilon-\sigma)/\sigma_s + 1)^N (1-\mu T)} \right]^{\frac{1}{M}} \tag{3}$$

Avec $T = \alpha\sigma\dot{\varepsilon}_p$ si on suppose le chargement adiabatique

où $\dot{\varepsilon}_0$ est la vitesse de déformation de référence, et M, N, μ, α sont des paramètres du modèle.

3. Technique du calcul inverse

Nous sommes donc en mesure de mener le calcul direct rapide d'un échantillon de taille réelle ayant un comportement donné avec les vitesses entrante et sortante imposées aux deux faces comme conditions aux limites. On obtient ainsi les forces simulées associées à un jeu de paramètres donné. La comparaison entre ces forces et les forces mesurées permet d'apprécier la pertinence du modèle et de déterminer le jeu des paramètres adapté à l'essai réel.

Prenons comme exemple un essai réalisé sur un échantillon de sel-gemme au cours duquel l'équilibre n'est (visiblement) pas atteint. On peut, avec notre technique, déterminer le jeu de paramètres d'un modèle

élasto-visco-plastique (Eq.2) pour lequel les forces calculées correspondent le mieux aux forces mesurées. (E=1.36x10^{11} Pa, E_t=-4x10^8 Pa, σ_s=0 Pa, η=1x10^5 Pa.s, Figure 2)

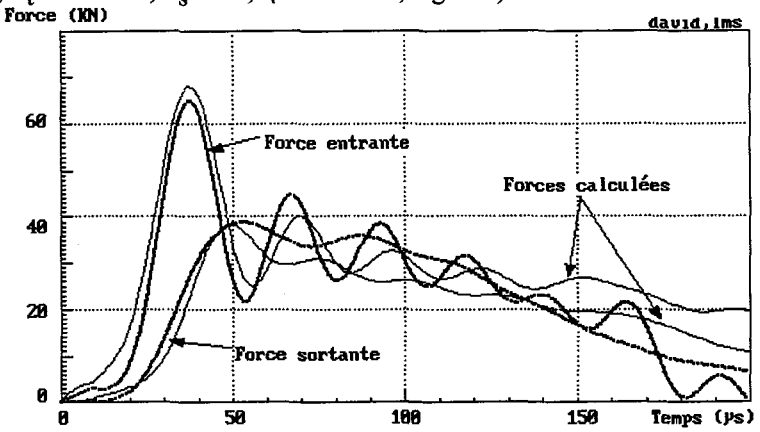

Figure 2. Forces simulées et mesurées, essai sur un échantillon de sel-gemme

La relation contrainte-déformation issue du dépouillement classique ne correspond pas à celle donnée par le modèle pour une vitesse de déformation constante (égale à la vitesse de déformation moyenne de l'essai réel), en particulier, dans la zone des faibles déformations (Module d'Young, par exemple). Ce résultat montre les limites du dépouillement classique en cas de non équilibre des forces (Figure 3).

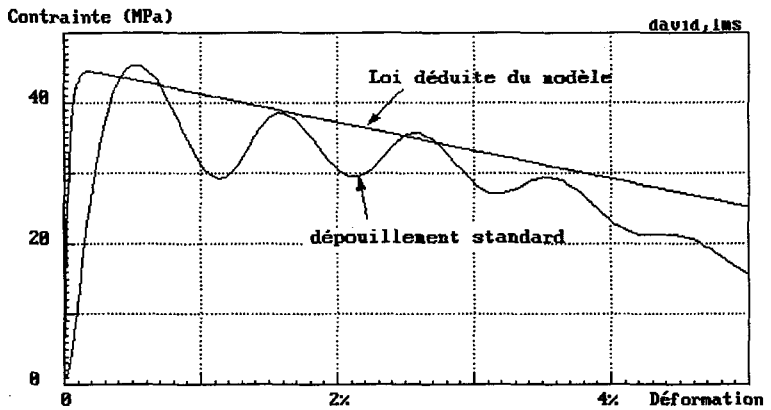

Figure 3. Comparaison des résultats issus du dépouillement classique et du modèle

Le choix des paramètres correspond à un essai particulier et peut varier d'un essai à l'autre (en particulier si la vitesse de déformation moyenne varie sensiblement, ou si le modèle est trop simple). Notre objectif premier n'est pas d'établir une loi de comportement du matériau à partir d'un seul essai mais d'améliorer la qualité de l'information extraite de l'essai en termes de relation contrainte-déformation associée à une vitesse de déformation constante (de l'ordre de grandeur de la vitesse de déformation moyenne de l'essai) **[13]**. Il constitue une étape obligée vers la détermination d'une loi de comportement.

4. Application aux matériaux métalliques.

Dans le cas des métaux, l'équilibre est généralement atteint rapidement, mais la variation de la vitesse de déformation dans la phase initiale des essais reste très importante. Le dépouillement utilisant la technique du calcul inverse permet d'obtenir la relation contrainte-déformation associée à une vitesse de déformation constante. Une autre raison d'appliquer cette méthode est liée aux oscillations souvent

importantes observées sur la courbe contrainte-déformation issue du dépouillement classique, en particulier lorsqu'on utilise la méthode complète, plus précise dans la zone des faibles déformations **[5,6,7,8]**. Ceci est dû, bien sûr, au caractère oscillant du chargement par barres de Hopkinson introduit par l'effet Pochhammer-Chree. Ces oscillations rendent également difficile la détermination du module d'Young et du seuil élastique par le dépouillement classique.

Nous traitons ici l'exemple d'un essai sur échantillon de laiton (Figure 4). On utilise le modèle de comportement adapté aux métaux (Eq. 3). Le jeu de paramètres est déterminé par un calcul inverse tel que nous l'avons décrit ($E=8x10^{10}$ Pa, $\sigma_S=250x10^6$ Pa,N=0.18,M=0.05, Figure 5).

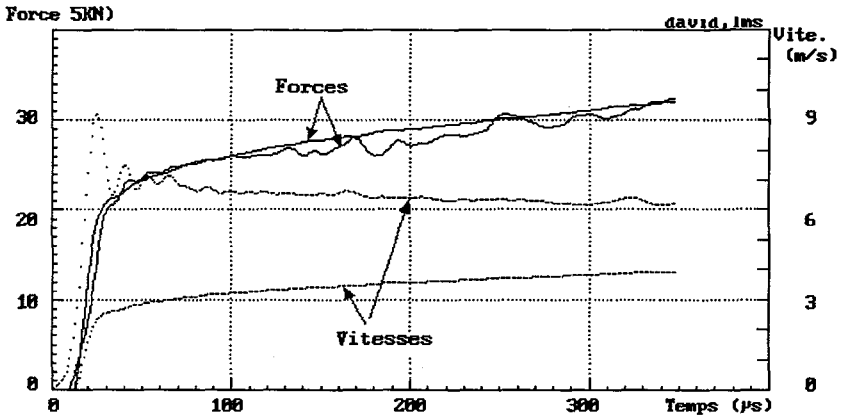

Figure 4. Forces et vitesses mesurées, essai sur un échantillon de laiton

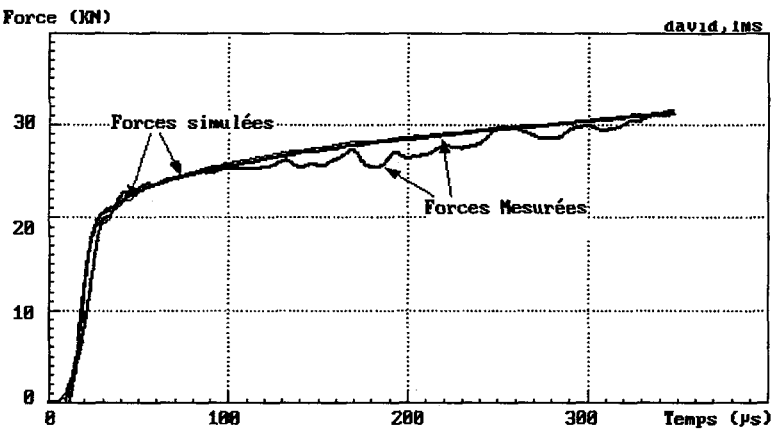

Figure 5. Forces simulées et mesurées, essai sur un échantillon de laiton

On remarque que le résultat du calcul inverse est sensiblement différent de celui du dépouillement classique. Le module d'Young issu du dépouillement classique "simplifié" a une valeur trop élevée. La limité élastique indiquée par le dépouillement classique est nettement plus faible que celle obtenue par la méthode inverse (Figure 6).

Il faut noter au passage que cette méthode, comme d'ailleurs le dépouillement classique **[3,4,5,6,7,8,9]**, nécessite absolument de corriger les effets de dispersion géométrique. Dans le cas contraire, les forces mesurées sont entachées d'une erreur qui compromet la précision du calcul inverse. A titre indicatif, considérons un essai avec une barre dont l'extrémité est libre (force nulle). On constate que l'ampleur de

la perturbation due à la dispersion géométrique peut atteindre un quart de la force transmise dans la barre (Figure 7a). La correction de dispersion réduit considérablement cet effet perturbateur (Figure 7a et 7b).

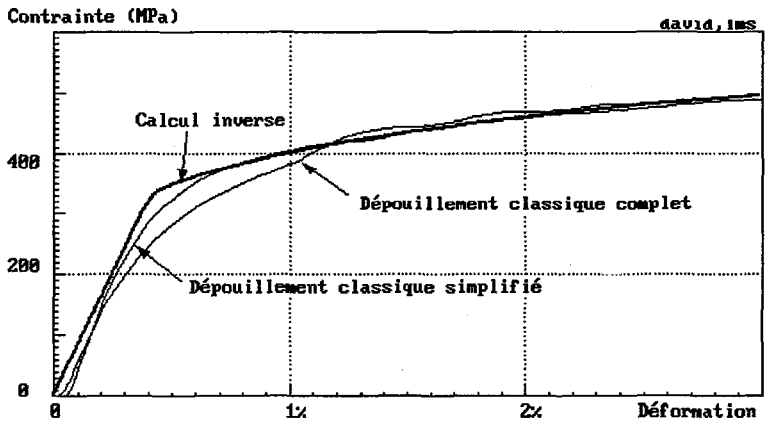

Figure 6. Comparaison des résultats des diverses méthodes (laiton).

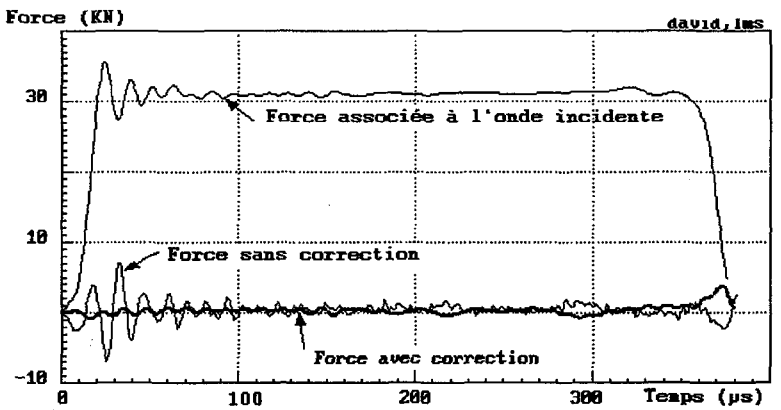

Figure 7a. Vérification de la nullité de la force à l'extrémité d'une barre libre

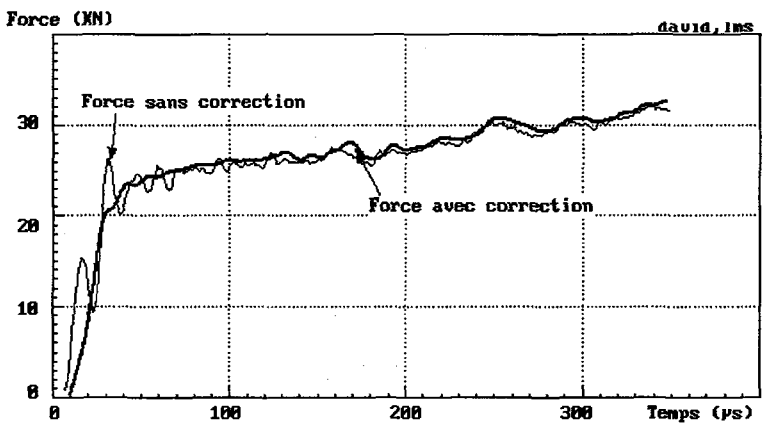

Figure 7b. Influence de la dispersion géométrique.
(compression d'un échantillon de laiton à une vitesse de déformation moyenne de 600 s^{-1}.)

5. Conclusion.

La méthode, fondée sur une technique de calcul inverse, permet d'éliminer les difficultés ou les imprécisions des techniques classiques de dépouillement des essais aux barres d'Hopkinson, en particulier dans la zone des faibles déformations où l'équilibre n'est pas atteint. Elle permet, en outre, de tenir compte des variations de la vitesse de déformation moyenne au cours de l'essai.

Dans le cas des essais sur des matériaux métalliques, la correction de dispersion est indispensable au bon fonctionnement de la méthode.

Cette approche nécessite évidemment de connaître la forme du modèle de comportement et, de ce fait, elle apparaît comme complémentaire des méthodes classiques. Comme elle nécessite la réalisation de calculs transitoires, elle peut demander des temps de calculs importants, en particulier si la forme des modèles est mal adaptée. Ces temps de calcul pourraient être sensiblement réduits en envisageant une méthode mixte dans laquelle le calcul inverse serait limité à la zone (faibles déformations) où l'équilibre n'est pas atteint. Le résultat serait ensuite raccordé à celui de l'approche classique dès qu'elle est justifiée (bon équilibre, vitesse de déformation moyenne stable). Les temps de calcul en cause ne sont toutefois pas rédhibitoires. Nous avons en effet pu évaluer qu'une approche systématisée entièrement numérique (en cours de mise au point) permet d'atteindre le résultat en moins d'une heure et ce temps parait tout à fait raisonnable en regard des temps attachés à l'essai (préparation de l'échantillon, étalonnage des barres, maintenance du système, etc.).

Références.

[1]Hopkinson B., *A method of measuring the pressure in the deformation of high explosive by impact of bullets.* Phil. Trans. Roy. Soc. of London, Series A.213, 437-452 (1914)

[2]Kolsky H., *Stress Waves in Solids*, Clarendon Press, Oxford (1953).

[3]Pochhammer L., *J. für die Reine und Angewande Mathematic*, **81** (1876), 324.

[4]Chree C., *Cambridge Phil. Soc.*, Trans. 14 (1889), 250.

[5]Gary G., Klepaczko J.R. and Zhao H., *Correction de dispersion pour l'analyse des petites déformations aux barres de Hopkinson*, Colloque C3, *suppl. au Journal de Physique III*, Vol. 1, (1991), 403

[6]Gary G., Klepaczko J.R. and Zhao H., *Corrections for wave dispersion and analysis of small strains with Split Hopkinson Bar*, Proceedings of "International Symposium of Impact Engineering" SENDAÏ Japon, October 1992

[7]Gary G., Klepaczko J.R. and Zhao H., *Application of microcomputers for wave dispersion corrections for Split Hopkinson pressure bar*, ACMIRME'93 International Symposium, Xian, (1993)

[8]Zhao H. , Thèse de Doctorat, ENPC et Ecole Polytechnique, (1992).

[9]Zhao H., Gary G. and Rota L. *Utilisation de la barre de Hopkinson pour l'étude du comportement dynamique des matériaux fragiles.* 11ème Congrès Français de Mécanique, Lille - Villeneuve d'Ascq, (1993)

[10] L.E Malvern and P. Pittsburch *The propagation of longitudinal waves of plastic deformation in a bar of material exhibiting a strain-rate effect,* Journal of applied mecanics, June, (1951)

[11] V.V. Sokolovski *The propagation of elastic-visco-plastic waves in bars,* Prikladnaia matematika i mekhanika, vol. 12, pp. 261-280, (1948)

[12] P.Tugcu and K.W.Neale *A numerical simulation of impact response of typical metals including strain-rate change tests,* Int. J. Impact Engng. Vol. 15, No 1, pp. 41-66, (1994)

[13]Gary G. and Zhao H., *Inverse methods for the dynamic study of non-linear material with a split Hopkinson Bar*, Proceeding of IUTAM, Victoria, Canada, (1993)