



HAL
open science

Bifurcation criterion : application to the perforation of thick metallic plates

Alain Nême, N. Dahan

► **To cite this version:**

Alain Nême, N. Dahan. Bifurcation criterion : application to the perforation of thick metallic plates. Journal de Physique IV Proceedings, 1994, 04 (C8), pp.C8-789-C8-794. 10.1051/jp4:19948122 . jpa-00253365

HAL Id: jpa-00253365

<https://hal.science/jpa-00253365>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Bifurcation criterion: application to the perforation of thick metallic plates

A. Neme and N. Dahan

Centre de Recherches et d'Etudes d'Arcueil, ETCA, 16 bis avenue Prieur de la Côte d'Or, 94114 Arcueil cedex, France

Résumé : Nous donnons, par ce travail, les moyens d'effectuer un premier dimensionnement de l'épaisseur d'un blindage métallique soumis à l'impact normal d'un cylindre également métallique. Pour cela, nous utilisons une simulation numérique (code EFHYD2D) afin d'analyser le problème complet de la perforation de plaques d'épaisseurs finies. L'une des principales difficultés est la détermination d'un critère de ruine de la cible. Nous proposons de la représenter par une bifurcation d'équilibre. Nous étudions en particulier trois matériaux élastoplastiques, à savoir l'acier à blindage (26NCD6), le 2017 (AU4G) et le 5083 (AG5). Notre validation expérimentale est limitée aux vitesses d'impacts inférieures à 360 m/s.

Abstract : We bring our contribution to determine the thickness of metallic armour plate impacted by a metallic cylinder with normal incidence, using only elastic-plastic constants of each material. We choose to simulate the perforation of finite thickness plate with the explicit code EFHYD2D. The main problem is to determine a criterion for the rupture of the plate. For this purpose, we use a bifurcation analysis of momentum balance. In this study we work with an elastic-plastic constitutive law for three considered materials, an armour steel and two aluminium alloys (2017 and 5083). Our experiments have been done with initial velocities lower than 360 m/s.

1. Introduction

Nous allons nous intéresser à la perforation des plaques en acier à blindages (BLD) et en alliage d'aluminium (2017 et 5083). Ces plaques ont toutes une épaisseur de 5 mm. Le projectile utilisé est en acier à roulement (100C6) et a pour diamètre 10,97 mm et pour longueur 16 mm. La vitesse d'impact du projectile est inférieure à 360 m s⁻¹. Vu la reproductibilité des expériences, nous choisissons de représenter la rupture de la cible par l'apparition d'une bifurcation d'équilibre, plutôt que de l'attribuer à une localisation de la déformation sur un défaut de géométrie ou de propriété thermomécanique. Cette idée est basée sur la constatation expérimentale suivante.

Lors d'un essai de traction simple, la bifurcation d'équilibre de l'éprouvette correspond à un maximum de l'effort de traction [1]. Soit W_1 le travail fourni par la machine pour amener l'éprouvette dans cette configuration, on constate alors que le supplément de travail W_2 délivré par la machine pour atteindre la

rupture effective de l'échantillon est négligeable devant W_1 .

En supposant ce résultat encore valable dans un cadre tridimensionnel, nous pouvons alors confondre en première approximation bifurcation d'équilibre et rupture. Ainsi au paragraphe 2. nous proposons un critère de bifurcation très général pour les milieux continus élastoplastiques isotropes à écrouissage isotrope en grandes transformations. Ce critère est ensuite introduit dans le code éléments finis hydrodynamique EFHYD2D au paragraphe 3., de sorte que l'ensemble code plus critère nous permette de simuler l'interaction totale entre cylindre et plaque depuis leur contact jusqu'à la rupture de la cible.

2. Critère de bifurcation

Nous ne présentons ici que les points principaux de cette théorie, les développements détaillés peuvent être consultés en [2]. Sur la base de la formulation en vitesse du problème mécanique proposé par HILL [3], nous pouvons définir la bifurcation d'équilibre de la façon suivante.

Tout d'abord, nous adoptons un formalisme mathématique acceptant des discontinuités de vitesses particulières indépendamment d'une physique sous-jacente (approche quasistatique). Puis nous ne considérons que des conditions de chargement en effort et en vitesse. Enfin si l'on appelle \mathbf{v}_1 le processus de vitesses "trivial" pour le milieu Ω entre les instants t_0 et t_f , \mathbf{v}_2 un second processus de vitesses possible et \mathbf{v}_b le processus de vitesses bifurquant ($\mathbf{v}_b = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$), la bifurcation d'équilibre à l'instant t_b est définie par :

- * $\forall t \in [t_0, t_b[\quad \mathbf{v}_b = 0$
- * Pour $t = t_b$ et $\forall \mathbf{v}^* \text{ CA0} :$

$$\begin{cases} \int_{\Omega} \text{tr}[\mathbf{N}_b \mathbf{L}^*] d\Omega = 0 \\ \mathbf{N} = \rho \left[\underline{\underline{\sigma}}^J - \left(\mathbf{D} \underline{\underline{\sigma}} + \underline{\underline{\sigma}} \mathbf{W} \right) \right] \\ \mathbf{v}_b \text{ est CA0 et non nul} \end{cases}$$

CA0 signifie cinématiquement admissible à 0. $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}} / \rho$ représente l'état de contraintes de Cauchy massiques [4] [5]. \mathbf{L} , \mathbf{D} et \mathbf{W} correspondent respectivement au gradient des vitesses, au taux de déformation et au taux de rotation du milieu. L'exposant J est associé à la dérivée de Jaumann.

Une des solutions du système précédent est $\mathbf{N}_b = \mathbf{0}$. Si l'on s'intéresse aux cas où \mathbf{v}_1 et \mathbf{v}_2 sont représentatifs simultanément d'un chargement plastique à l'instant de bifurcation t_b , alors \mathbf{N}_b peut se mettre sous la forme $\mathbf{N}_b = \mathfrak{K}(\mathbf{L}_b)$, \mathfrak{K} étant un opérateur linéaire dépendant de l'état de contraintes et des caractéristiques mécaniques du matériau considéré. Dans ces conditions nous aurons bifurcation d'équilibre lorsque :

- * $\forall t \in [t_0, t_b[\quad \mathbf{v}_b = 0$
- * Pour $t = t_b :$

$$\begin{cases} \forall \mathbf{m} \in \Omega : \mathfrak{K}(\mathbf{L}_b) = \mathbf{0} \\ \mathbf{v}_b \text{ est CA0 et non nul} \end{cases}$$

Ainsi une condition nécessaire pour qu'existe une bifurcation est :

$$\exists \mathbf{m}_b \in \Omega \text{ tel que } \det \mathfrak{K} = 0$$

Après calcul, on s'aperçoit que le déterminant de \mathfrak{K} se factorise suivant quatre facteurs F_1 , F_2 , F_3 et F_4 .

Les trois derniers facteurs ne font intervenir que les caractéristiques élastiques du matériau et leur nullité est associée à des niveaux de contraintes de l'ordre du module d'Young. Finalement le critère de bifurcation se réduira en pratique à :

* Pour $t = t_b$:

$$\exists \mathbf{m}_b \in \Omega \text{ tel que } F_1 = 0$$

Précisons dès lors la formulation du comportement élastoplastique choisi [6] [7] [2]. Nous supposons l'additivité des taux de déformations élastiques (\mathbf{D}_e) et plastiques (\mathbf{D}_p). L'élasticité est définie par :

$$\underline{\underline{\sigma}}^J = 2 \underline{\underline{\mu}} \underline{\underline{D}}_e + \underline{\underline{\lambda}} \text{tr}(\underline{\underline{D}}_e) \mathbf{I}_E$$

$\underline{\underline{\mu}}$ et $\underline{\underline{\lambda}}$ sont des constantes exprimées en J / kg. Quant à la plasticité, il s'agit du critère de Mises avec écoulement normal associé. L'écoulement est défini par la loi :

$$I_2 = \sqrt{\frac{3}{2} \text{tr}[\underline{\underline{\sigma}}_{\sim D}^2]} = \hat{R}(p) = \underline{\underline{\sigma}}_0 + \chi \ln(1 + n p)$$

$\underline{\underline{\sigma}}_0$, χ et n sont des constantes positives. p est la déformation plastique cumulée. L'indice D correspond à la part déviatorique de l'opérateur.

Cela étant, si l'on note $\underline{\underline{\sigma}}_x$, $\underline{\underline{\sigma}}_y$ et $\underline{\underline{\sigma}}_z$ les contraintes principales de $\underline{\underline{\sigma}}$, F_1 a pour expression :

$$\begin{aligned} F_1 = & 4 \underline{\underline{\mu}}^2 \left[\underline{\underline{\sigma}}_{\sim x}^3 \underline{\underline{\sigma}}_{\sim y} + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim x} \underline{\underline{\sigma}}_{\sim y}^3 + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim z}^3 \underline{\underline{\sigma}}_{\sim y} + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim x} \underline{\underline{\sigma}}_{\sim y}^3 + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim x} \underline{\underline{\sigma}}_{\sim z}^3 + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim x} \underline{\underline{\sigma}}_{\sim z}^3 + \right. \\ & 2 \left(\underline{\underline{\sigma}}_{\sim x}^2 \underline{\underline{\sigma}}_{\sim y}^2 + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim x}^2 \underline{\underline{\sigma}}_{\sim z}^2 + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim y}^2 \underline{\underline{\sigma}}_{\sim z}^2 \right) - 4 \left(\underline{\underline{\sigma}}_{\sim x}^2 \underline{\underline{\sigma}}_{\sim y} \underline{\underline{\sigma}}_{\sim z} + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim x} \underline{\underline{\sigma}}_{\sim y}^2 \underline{\underline{\sigma}}_{\sim z} + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim x} \underline{\underline{\sigma}}_{\sim y} \underline{\underline{\sigma}}_{\sim z}^2 \right) \left. \right] \\ & - 16 \underline{\underline{\mu}}^3 \left(\underline{\underline{\sigma}}_{\sim x}^3 + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim y}^3 + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim z}^3 \right) - 12 \underline{\underline{\mu}}^2 \left(2 \underline{\underline{\mu}} + 3 \underline{\underline{\lambda}} \right) \left(\underline{\underline{\sigma}}_{\sim x}^2 \underline{\underline{\sigma}}_{\sim y} + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim x} \underline{\underline{\sigma}}_{\sim y}^2 + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim z}^2 \underline{\underline{\sigma}}_{\sim x} + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim y}^2 \underline{\underline{\sigma}}_{\sim z} + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim y} \underline{\underline{\sigma}}_{\sim z}^2 \right) \\ & + \left(216 \underline{\underline{\mu}}^2 \underline{\underline{\lambda}} + 192 \underline{\underline{\mu}}^3 + \underline{\underline{\zeta}}' \right) \underline{\underline{\sigma}}_{\sim x} \underline{\underline{\sigma}}_{\sim y} \underline{\underline{\sigma}}_{\sim z} + 48 \underline{\underline{\mu}}^3 \left(2 \underline{\underline{\mu}} + 3 \underline{\underline{\lambda}} \right) \left(\underline{\underline{\sigma}}_{\sim x}^2 + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim y}^2 + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim z}^2 \right) \\ & - \left(144 \underline{\underline{\mu}}^3 \underline{\underline{\lambda}} + \underline{\underline{\zeta}}' \underline{\underline{\lambda}} + 96 \underline{\underline{\mu}}^4 + 2 \underline{\underline{\zeta}}' \underline{\underline{\mu}} \right) \left(\underline{\underline{\sigma}}_{\sim x} \underline{\underline{\sigma}}_{\sim y} + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim x} \underline{\underline{\sigma}}_{\sim z} + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim y} \underline{\underline{\sigma}}_{\sim z} \right) \\ & + 4 \underline{\underline{\zeta}}' \underline{\underline{\mu}} \left(\underline{\underline{\mu}} + \underline{\underline{\lambda}} \right) \left(\underline{\underline{\sigma}}_{\sim x} + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim y} + \underline{\underline{\sigma}}_{\sim z} \right) - 4 \underline{\underline{\zeta}}' \underline{\underline{\mu}}^2 \left(2 \underline{\underline{\mu}} + 3 \underline{\underline{\lambda}} \right) \end{aligned}$$

$$\text{avec } \underline{\underline{\zeta}}' = 4 I_2^2 \left[\hat{R}'(p) + 3 \underline{\underline{\mu}} \right] = 4 I_2^2 \left[n \chi \exp\left[\frac{\underline{\underline{\sigma}}_{\sim 0} - I_2}{\chi} \right] + 3 \underline{\underline{\mu}} \right]$$

3. Application à la perforation. Simulation numérique.

La simulation numérique des impacts présentés en introduction (paragraphe 1.) a été réalisée grâce au code éléments finis EFHYD2D. Il permet de traiter des cas 2D, donc axisymétriques en utilisant un schéma temporel en différences finies centrées. Les éléments utilisés sont axisymétriques, isoparamétriques et linéaires à un point d'intégration. Quant au maillage, nous en avons utilisé trois différents (m_1 , m_2 et m_3) et cela uniquement pour la cible. La figure 1. représente le maillage m_1 comportant le moins d'éléments.

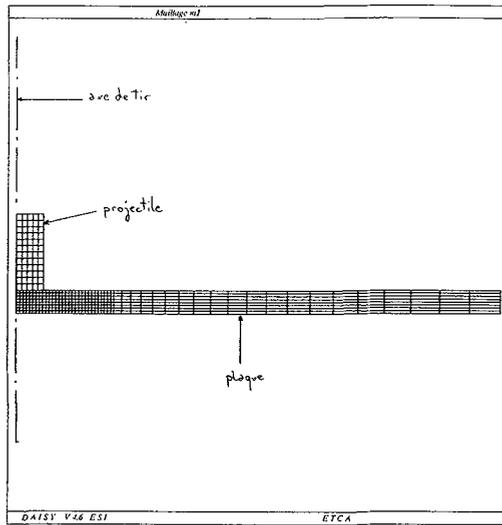


Figure 1. :Maillage m_1

La base de comparaison calculs–expériences la plus facilement accessible et la plus significative nous semble être la courbe représentative de la vitesse résiduelle du projectile V_r en fonction de sa vitesse incidente V_i . Nous allons donc définir la vitesse résiduelle de l’impacteur associée à la simulation numérique.

L’introduction du critère de bifurcation dans le code EFHYD2D nous permet de connaître à chaque pas de temps les éléments du maillage vérifiant le critère ($F_1 = 0$). Ainsi, en stockant ces informations tout au long du calcul, il est possible de déterminer de nombre cumulé (NC) d’éléments, ayant au moins une fois vérifié le critère, en fonction du temps (le temps $t = 0$ correspond au premier contact entre le projectile et la cible). Deux situations peuvent alors se présenter. Si pendant toute la durée du contact entre le projectile et la cible (le projectile finit toujours par rebondir) $NC = 0$, alors nous prenons $V_r = 0$. Dans tous les autres cas, il semble intéressant, comme nous allons le voir par la suite, de déterminer l’instant t_r où l’on observe une augmentation brutale de NC par rapport au temps. En effet le premier élément vérifiant le critère de bifurcation ne nous semble pas significatif vis à vis de la rupture de la plaque. La détermination de t_r nous semble globalement objective et en particulier ne dépend pas trop du maillage utilisé comme le prouve la figure 2..

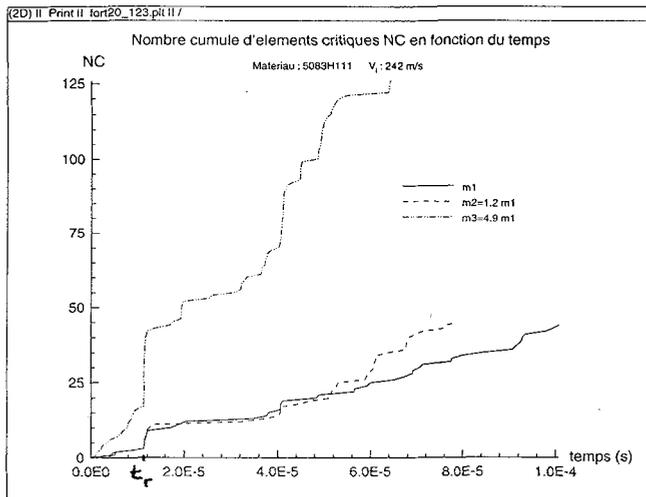


Figure 2. :NC fonction du temps pour les trois maillages m_1 , m_2 et m_3 , cas du 5083 impacté à 242 m/s

Cela étant, EFHYD2D est capable de déterminer l'énergie cinétique E_c du projectile en fonction du temps. Si l'on note $E_r = E_c(t = t_r)$, nous sommes capables de définir une vitesse moyenne du projectile à cet instant, soit :

$$V_r = V_i \sqrt{\frac{E_r}{E_c(t=0)}}$$

Supposons qu'au-delà de l'instant de rupture de la plaque ($t \geq t_r$), cette dernière n'offre plus aucune résistance au projectile. Alors, à son énergie élastique près (négligeable), la vitesse du projectile après traversée de la cible est V_r . Ainsi, nous avons représenté ci-dessous les courbes $V_i - V_r$ expérimentales et simulées de l'acier BLD (figure 3.), du 5083 (figure 4.) et du 1017 (figure 5.).

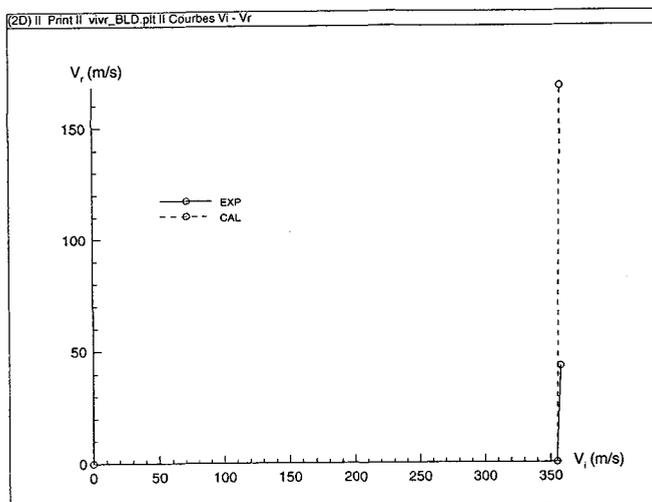


Figure 3. : Courbe $V_i - V_r$ expérimentale et calculée, cas du BLD

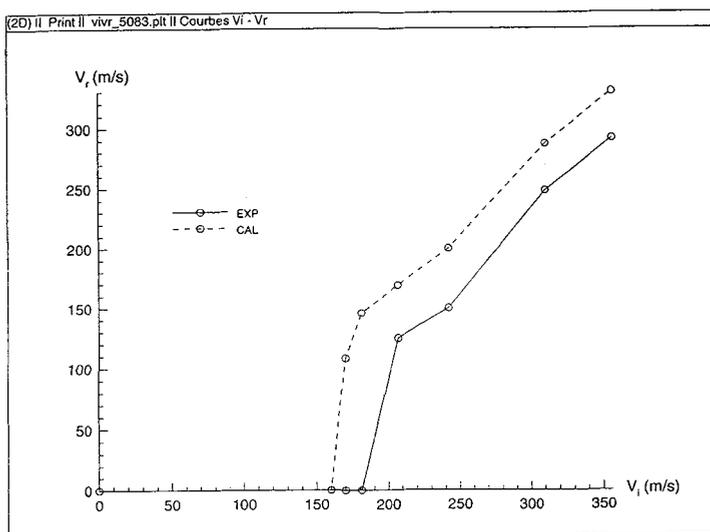


Figure 4. : Courbe $V_i - V_r$ expérimentale et calculée, cas du 5083

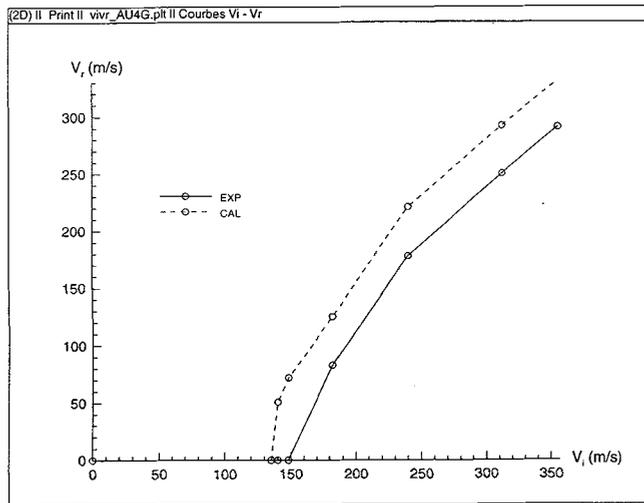


Figure 5.: Courbe $V_i - V_r$ expérimentale et calculée, cas du 2017

3. Conclusions

Les résultats précédents nous semblent relativement satisfaisants. Nous prévoyons la vitesse limite de perforation (VLP) avec une erreur maximale de 15%. D'autre part assez loin de la VLP, pour une vitesse incidente donnée, nous déterminons la vitesse résiduelle avec une approximation d'environ 20%.

En ce qui concerne l'aspect blindage, les erreurs commises vont dans le sens de la sécurité. Cela pourrait s'expliquer par le fait qu'entre l'instant d'apparition de la rupture de la plaque (t_r issu du calcul) et la sortie effective du projectile, une partie de l'énergie cinétique du cylindre a été absorbée par la plaque (déformation, frottement, etc.).

4. Références

- [1] A. CONSIDERE : Annales des Ponts et Chaussées, (1885).
- [2] A. NEME : "Comportement de plaques épaisses à l'impact de cylindres. Modélisation du comportement de la plaque.", Thèse de Doctorat de l'École Normale Supérieure de Cachan, (1994).
- [3] R. HILL : "Some basic principles in the mechanics of solids without a natural time", J. Mech. Phys. Solids, Vol. 7, pp. 209-225, (1959).
- [4] N. DAHAN : "Grandes déformations par sollicitations dynamiques", thèse de Docteur-Ingénieur. Université Paris VI (1979).
- [5] A. NEME, N. DAHAN : "Comportement élastique des matériaux métalliques sous hautes pressions", C. R. Acad. Sc. Paris, en cours d'impression.
- [6] P. ROUGEE : "A new Lagrangian intrinsic approach to large deformations in continuous media", Eur. J. Mech., A/solids, 10, n° 1, 15-39, (1991).
- [7] P. LADEVEZE : "Sur la théorie de la plasticité en grandes déformations", Laboratoire de Mécanique et Technologie E.N.S. Cachan/Université Paris VI, Rapport interne n° 9 (1981).