



**HAL**  
open science

## Diffusion acoustique par deux sphères - condition de champ lointain de la diffusion multiple

Z. Sun, Philippe Delachartre, G. Gimenez

► **To cite this version:**

Z. Sun, Philippe Delachartre, G. Gimenez. Diffusion acoustique par deux sphères - condition de champ lointain de la diffusion multiple. *Journal de Physique IV Proceedings*, 1994, 04 (C5), pp.C5-901-C5-903. 10.1051/jp4:19945197. jpa-00252880

**HAL Id: jpa-00252880**

**<https://hal.science/jpa-00252880>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Diffusion acoustique par deux sphères – condition de champ lointain de la diffusion multiple

Z. SUN, P. DELACHARTRE et G. GIMENEZ

*Laboratoire "Traitement du Signal et Ultrasons", URA 1216 du CNRS, INSA, 69621 Villeurbanne cedex, France*

**Abstract** — In this work, the far field condition of acoustic multiple scattering by two spheres is studied. The numerical results show that the far field condition depends not only on the precision desired for the far field solutions of the problem, but also on the size of spheres, their distance, their bearings with respect to acoustic transmitting and receiving positions, and the signal frequency.

**Résumé** — Dans ce travail, la condition de champ lointain de la diffusion acoustique multiple par deux sphères est étudiée. Les résultats numériques montrent que la condition de champ lointain dépend non seulement de la précision souhaitée sur les solutions en champ lointain, mais aussi de la taille de sphères, de leur distance, de leurs positions relatives par rapport aux points d'émission et de réception, et de la fréquence du signal.

### 1. INTRODUCTION

L'étude de la diffusion acoustique par deux cibles a un intérêt à la fois pratique et théorique. Parmi toutes les solutions décrivant le champ diffusé, les plus simples sont certainement celles obtenues sous les conditions de champ lointain. Dans ce travail nous définissons les conditions de champ lointain les conditions sous lesquelles les solutions exactes de champ diffusé par deux cibles peut être représentée par des solutions approchées qui font intervenir la fonction de forme ou la section efficace de diffusion de chacune des cibles. Nous appelons solutions en champ lointain, les solutions approchées ainsi obtenues. Ici nous distinguons la condition de champ lointain de la diffusion simple et celle de la diffusion multiple. Nous nous intéressons plus particulièrement à la dernière. Attention à ne pas confondre notre définition de conditions de champ lointain avec la définition traditionnelle de champ lointain selon laquelle le champ lointain est le champ où la pression acoustique est en phase avec la vitesse de vibration de particules. Il est évident que les conditions de champ lointain dépendent de la précision souhaitée sur les solutions en champ lointain.

Dans ce qui suit, nous allons d'abord nous intéresser à la condition de champ lointain de la diffusion d'ordre deux par deux sphères molles et dans une configuration monostatique. Nous étudierons le comportement de cette condition en fonction de différents paramètres tels que la fréquence des ondes acoustiques, la taille et les positions de cibles, tout en fixant la précision souhaitée sur la solution en champ lointain. Les conclusions qui en découlent sont transposables à d'autres configurations, qu'elles soient monostatiques ou bistatiques, et à d'autres types de cibles.

### 2. DIFFUSION ACOUSTIQUE D'ORDRE DEUX PAR DEUX SPHERES

La géométrie du problème que nous étudions est illustrée dans la figure 1. Une onde sphérique  $e^{ikR} / 4\pi R$  issue d'une source ponctuelle située au point  $Q = (0, 0, z_0)$  est diffusée par deux sphères

identiques dont les centres se trouvent aux points  $P_1 = (0, -d\sin\theta/2, d\cos\theta/2)$  et  $P_2 = (0, d\sin\theta/2, -d\cos\theta/2)$ , avec  $k$  désignant le nombre d'onde,  $d$  la distance centrale entre deux sphères. La réception des ondes diffusées s'effectue également au point  $Q$ .

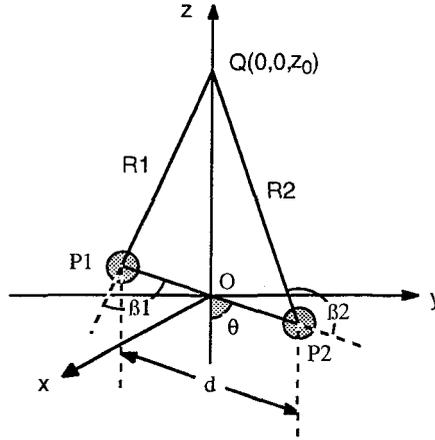


FIG. 1. Géométrie du problème. Une onde sphérique est émise d'une source ponctuelle située au point  $Q = (0, 0, z_0)$  puis diffusée par deux sphères identiques dont les centres se trouvent aux points  $P_1 = (0, -d\sin\theta/2, d\cos\theta/2)$  et  $P_2 = (0, d\sin\theta/2, -d\cos\theta/2)$ , avec  $d$  la distance centrale entre deux sphères. La réception des ondes diffusées s'effectue également au point  $Q$ .

Nous nous intéressons à la diffusion d'ordre deux, c'est-à-dire au champ diffusé successivement par les sphères  $P_1$  et  $P_2$ . Soit  $H_E$  la solution exacte de la diffusion d'ordre 2 et  $H_A$  la solution en champ lointain. La solution en champ lointain de la diffusion d'ordre 2 s'obtient par

$$H_A = \frac{e^{ikR_1}}{4\pi R_1} \left[ F(\beta_1) \frac{e^{ikd}}{kd} \right] \left[ F(\beta_2) \frac{e^{ikR_2}}{kR_2} \right],$$

où  $F(\beta)$  est la fonction de forme de la diffusion acoustique par une sphère unique, avec  $\beta$  l'angle entre la direction de l'onde incidente et la direction de l'onde diffusée vers le point d'observation.

Désignons par  $\Phi_{HA}$  la phase de la fonction  $H_A$ ,  $\Phi_{HE}$  celle de la fonction  $H_E$ ,  $H_{err}$  l'erreur relative de  $|H_A|$  par rapport à  $|H_E|$ ,  $\Phi_{err}$  la différence de phase entre  $\Phi_A$  et  $\Phi_E$ . Nous avons

$$H_{err} = \left| |H_A| - |H_E| \right| / |H_E|,$$

$$\Phi_{err} = |\Phi_{HA} - \Phi_{HE}|,$$

avec  $-\pi < \Phi_{HA} \leq \pi$  et  $-\pi < \Phi_{HE} \leq \pi$ .

La condition de champ lointain dépend évidemment de la précision souhaitée sur  $H_{err}$  et  $\Phi_{err}$ . Dans un sens strict, lorsqu'on dit qu'une telle solution a été obtenue sous la condition de champ lointain, on doit préciser la précision qui y est attachée. Malheureusement ceci est souvent une tâche très lourde ou même impossible au niveau pratique.

### 3. CONDITION DE CHAMP LOINTAIN DE LA DIFFUSION MULTIPLE: RESULTATS NUMERIQUES ET DISCUSSIONS

Afin de déterminer la condition de champ lointain, nous avons d'abord besoin de calculer, en fonction de différents paramètres, la solution exacte  $H_E$  et la solution en champ lointain  $H_A$ . Ensuite nous devons comparer les deux solutions pour savoir avec quelles valeurs des paramètres la précision

souhaitée sur la solution en champ lointain peut être atteinte. Parmi tous les paramètres géométriques illustrées dans la figure 1, l'angle  $\theta$  et la distance centrale  $d$  entre deux sphères nous semblent les plus intéressants, puisqu'ils jouent directement dans la diffusion multiple. Afin de nous concentrer sur le rôle de ces deux paramètres, nous supposons que le point d'émission-réception  $Q$  se trouve à l'infini (i.e.  $z_0$  tend vers  $+\infty$ ), ce qui conduit à  $\beta_1 = \pi - \beta_2 = \theta$ . Dans ce travail, la solution exacte  $H_E$  est calculée par la méthode de la matrice T.

Dans la figure 2 sont illustrés les résultats calculés pour deux sphères molles et pour  $H_{err} \leq 1\%$ ,  $\Phi_{err} \leq 0,5^\circ$ . Trois configurations sont envisagées. Il s'agit de (i)  $\theta = 0^\circ$  (configuration A); (ii)  $\theta = 60^\circ$  (configuration B); (iii)  $\theta = 90^\circ$  (configuration C). Chaque courbe représente une limite en dessus de laquelle la condition de champ lointain avec les précisions données ci-dessus est satisfaite. En comparant ces trois courbes on constate qu'en basse fréquence ( $ka < 3$ ), il n'y a pas de frontières nettes entre les trois configurations. C'est-à-dire que les trois courbes peuvent se croiser les unes avec les autres. Ceci vient du fait qu'en basse fréquence la diffusion est peu directive et en conséquence moins sensible à l'angle  $\theta$ . Par contre, en haute fréquence, on peut constater qu'avec les mêmes précisions souhaitées, la condition de champ lointain est beaucoup plus difficile à satisfaire pour la configuration A, dans laquelle les deux cibles s'alignent avec le point de réception, que pour la configuration C où la ligne joignant les centres de deux sphères est perpendiculaire à l'axe  $z$ . Cette remarque peut être formulée autrement: pour un groupe de paramètres donnés (c'est-à-dire la taille des sphères, leur distance centrale et la fréquence du signal), la précision de la solution en champ lointain par rapport à la solution exacte peut être très variée suivant les directions d'émission et d'observation. Bien que dans ce travail nous n'ayons étudié qu'un cas particulier d'une configuration monostatique et de sphères molles, la même conclusion peut tout à fait être étendue à d'autres configurations monostatiques ou bistatiques et à d'autres types de cibles. Selon Fig. 2, la condition de champ lointain de la configuration A, avec  $H_{err} \leq 1\%$  et  $\Phi_{err} \leq 0,5^\circ$ , peut être décrite par la relation  $d/a > 30,8 ka + 44,5$ , pour  $ka > 3$ . Ainsi la condition de champ lointain dépend du rapport  $d/a$ . Elle dépend également de la fréquence réduite  $ka$ . Comme la configuration A est la plus exigeante sur la condition de champ lointain, on peut dire que lorsque  $ka > 3$ , la condition  $d/a > 30,8 ka + 44,5$  est une condition suffisante de champ lointain pour n'importe quelle configuration (i.e. l'angle  $\theta$ ).

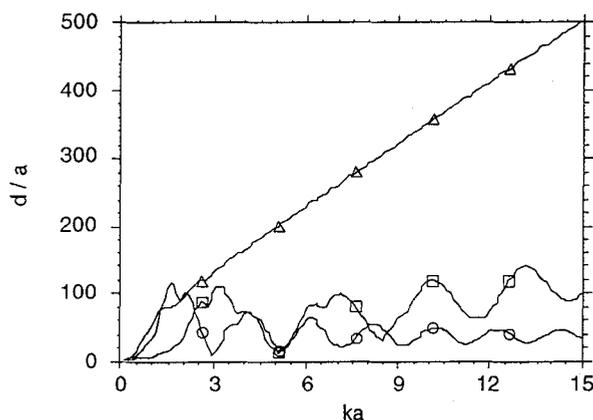


FIG. 2. Condition de champ lointain de la diffusion d'ordre deux par deux sphères molles, avec  $H_{err} = 1\%$  et  $\Phi_{err} = 0,5^\circ$ . Les courbes marquées par des triangles, rectangles et cercles correspondent respectivement à  $\theta = 0^\circ$  (configuration A),  $\theta = 60^\circ$  (configuration B) et  $\theta = 90^\circ$  (configuration C).

Jusqu'à ici nous n'avons pas étudié la condition de champ lointain de la diffusion multiple d'ordre supérieur à deux. Cependant la condition de champ lointain de la diffusion multiple d'ordre supérieur à deux ne doit pas être loin de celle de la diffusion d'ordre deux. En outre, la diffusion d'ordre deux est plus dominante que la diffusion d'ordre supérieur. Pour ces raisons, nous pensons que la condition de champ lointain de la diffusion d'ordre deux pourrait être celle de l'ensemble des diffusions multiples.