



HAL
open science

Oscillation du jet dans les instruments à embouchure de flûte : recherche d'un modèle analytique

M. Verge, Benoît Fabre, R. Caussé, A. Hirschberg, A. van Steenbergen

► To cite this version:

M. Verge, Benoît Fabre, R. Caussé, A. Hirschberg, A. van Steenbergen. Oscillation du jet dans les instruments à embouchure de flûte : recherche d'un modèle analytique. *Journal de Physique IV Proceedings*, 1994, 04 (C5), pp.C5-661-C5-664. 10.1051/jp4:19945143 . jpa-00252821

HAL Id: jpa-00252821

<https://hal.science/jpa-00252821>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Oscillation du jet dans les instruments à embouchure de flûte : recherche d'un modèle analytique

M.P. VERGE, B. FABRE*, R. CAUSSÉ, A. HIRSCHBERG** et A. VAN STEENBERGEN**

IRCAM, 1 Place Igor Stravinsky, 75004 Paris, France

* Laboratoire d'Acoustique Musicale, UMR 9945, CNRS, Université de Paris VI et Ministère de la Culture, Tour 66, Place Jussieu, 75252 Paris, France

** Technische Universiteit Eindhoven, W&S 0.54, Postbus 513, 5600 MB Eindhoven, The Netherlands

Abstract: In this paper, we present a model of the oscillations of a semi-infinite jet that could be used for time-domain simulations of flute-like musical instruments. We first calculate the spatial amplification coefficient of an infinite jet for different piecewise linear velocity profiles. We then present a receptivity model that enables to link the oscillations modes of an infinite jet to the flow at the jet formation points when a transversal acoustic field is applied. These results are then used to calculate the displacement of a jet having a top-hat velocity profile for which our receptivity model seems to be well adapted.

1.0 Introduction

Dans cet article, nous présentons un modèle d'oscillation de jet qui pourrait être utilisé pour la synthèse sonore d'instruments à embouchure de flûte. Fletcher [1] a proposé un modèle semi-empirique pour un profil de vitesse de Bickley basé sur une analyse temporelle des modes d'oscillation d'un jet infini. Ce modèle prédit cependant des amplitudes de jeu trois fois trop élevées [2]. Nous considérons un profil de jet carré, afin de pouvoir tenir compte simplement de l'écoulement aux points de formation du jet, basé sur une analyse spatiale des modes d'oscillation d'un jet infini.

2.0 Oscillations d'un jet plan infini

Nous considérons le mouvement d'un jet infini et bi-dimensionnel. Le profil de vitesse du jet U_j est supposé n'être une fonction que de la coordonnée y perpendiculaire à x , l'axe de propagation du jet. On superpose à cet écoulement une petite perturbation de vitesse \tilde{v} de composantes v'_x et v'_y et on suit son évolution dans le temps et l'espace. Notre point de départ est l'équation de conservation du rotationnel dans un écoulement bi-dimensionnel et incompressible, obtenue à partir des équations d'Euler et de conservation de la masse linéarisées [3]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U_j \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}\right) - \frac{\partial \psi}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 U_j}{\partial y^2}\right) = 0 \quad (1)$$

où ψ est une fonction de courant. Nous sommes à la recherche de solutions propagatives selon la direction x , la fonction de courant ψ prend donc la forme suivante:

$$\psi = \phi(y) e^{i(\omega t - \alpha x)} \quad (2)$$

où ω est la fréquence angulaire, t le temps et α est la constante de propagation. Nous cherchons des solutions avec ω donnée et réelle donc correspondant à des modes spatiaux c'est-à-dire dont l'amplitude varie exponentiellement avec la distance. Un mode est alors caractérisé par son coefficient d'amplification spatial ($\text{Im}[\alpha]$) et sa vitesse de phase ($\omega/\text{Re}[\alpha]$). En général, l'équation 1 ne permet pas d'obtenir de solution analytique. Cependant, lorsque le profil de vitesse $U_j(y)$ est linéaire par partie, l'équation 1 se simplifie à:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - \alpha^2 \phi = 0 \quad (3)$$

qui a des solutions de la forme:

$$\phi_i(y) = A_i e^{-\alpha y} + B_i e^{\alpha y} \tag{4}$$

pour la région i de l'écoulement, où A_i et B_i sont des constantes qui doivent satisfaire les conditions suivantes aux interfaces entre les régions[3]:

$$\Delta \left[\frac{\phi_i}{(\omega - \alpha U_j)} \right] = 0 \tag{5}$$

$$\Delta \left[(\omega - \alpha U_j) \frac{\partial \phi_i}{\partial y} + \alpha \phi_i \frac{\partial U_j}{\partial y} \right] = 0 \tag{6}$$

où Δ représente un saut dans la fonction. Pour un profil de vitesse U_j donné, les équations 5 et 6, ainsi que les conditions aux frontières $\phi \rightarrow 0$ lorsque $y \rightarrow \pm\infty$ permettent d'obtenir une relation de dispersion entre ω et α . Chaque solution (α, ω) de cette équation correspond alors à un mode d'oscillation du jet infini.

A la figure 2, nous présentons le coefficient d'amplification correspondant aux modes instables ($\text{Im}[\alpha] > 0$) des profils de vitesse de jet de la Figure 1. Ces profils ont été calculés par résolution numérique des équations de dispersion des différents profils de vitesse. Nous remarquons que pour tous les profils dont la vitesse est nulle aux points $y = \pm h/2$, le coefficient d'amplification augmente avec la fréquence. Ce comportement est irréaliste puisqu'en pratique le jet ne réagit aux perturbations que jusqu'à une certaine fréquence de coupure (condition d'oscillations neutres). Cette augmentation du coefficient d'amplification avec la fréquence constitue un sérieux inconvénient pour un modèle de jet puisqu'elle implique que les hautes fréquences seront favorisées. Un tel modèle utilisé pour la simulation des instruments à embouchure de flûte ne permet donc pas de prédire correctement la fréquence de jeu. Par contre, dans le cas des profils de vitesse trapézoïdale et triangulaire, nous constatons que l'on obtient une fréquence de coupure lorsque la vitesse du jet est non nulle aux points $y = \pm h/2$. La fréquence de coupure ainsi que l'allure de la relation de dispersion peuvent être ajustées à l'aide de la valeur de la vitesse à l'interface entre le jet et le fluide ambiant et de la valeur de h_1 dans le cas du profil trapézoïdal. On peut justifier la vitesse non nulle aux bordures du jet comme étant un modèle de l'entraînement visqueux par le jet réel.

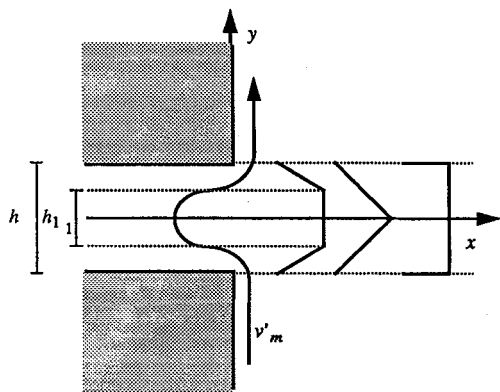


FIGURE 1. Géométrie de la bouche, profils $U_j(y)$ de vitesse du jet et champ acoustique transversal v'_m . La largeur h est celle de la lumière.

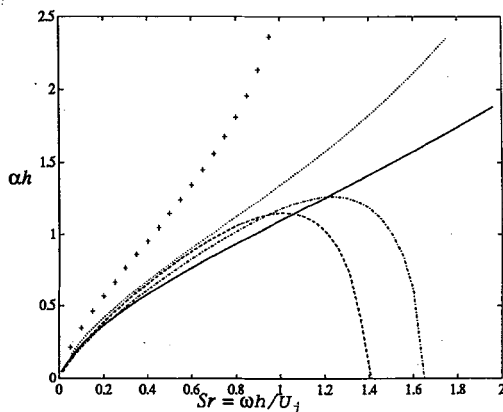


FIGURE 2. Coefficient d'amplification spatial α pour différents profils $U_j(y)$ de vitesse de jet: carré (trait plein), triangulaire avec $U_j(+ \text{ ou } -h/2) = 0$ (---), trapézoïdal avec $U_j(+ \text{ ou } -h/2) = 0$ et $h_1/h = 0.6$ (.....), trapézoïdal avec $U_j(+ \text{ ou } -h/2) = 0.1U_j(0)$ et $h_1/h = 0.2$ (-.-.-), triangulaire avec $U_j(+ \text{ ou } -h/2) = 0.1U_j(0)$ (-.-.-).

3.0 Déplacement du jet au biseau

Afin de pouvoir calculer le déplacement du jet au biseau, nous devons déterminer la relation entre le champ acoustique v'_m et l'amplitude des modes d'oscillation du jet infini. Ce problème crucial est celui de la réceptivité du jet. Aux arêtes de la lumière, dans le cadre d'une théorie potentielle, l'effet de la viscosité qui provoque la séparation est introduit par la condition de Kutta. Cette condition stipule que le décollement du jet doit être tangentiel à la paroi. Dans le cas d'un écoulement uniforme U_j , cette condition est vérifiée en supposant une couche de cisaillement horizontale avec une distribution de circulation $d\Gamma = \mp U_j dx$ (suivant que l'on considère la couche inférieure ou supérieure du jet). Dans le cas où une perturbation transversale v'_m est superposée (voir Figure 1), on obtient que le champ irrotationnel local aux arêtes dû à v'_m est similaire à celui induit par U_j . En supposant que le rotationnel dans le jet est déterminé localement on peut supposer que $d\Gamma = \mp (U_j \mp v'_m) dx$. Il est important de réaliser que cette hypothèse n'a pas de fondement réel. En effet, le problème de la réceptivité à la lumière est un problème complexe en raison du retour hydrodynamique de la distribution de rotationnel dans l'écoulement. Nous allons maintenant considérer qu'il est possible de raccorder la distribution de rotationnel dans le jet à un mode d'oscillation du jet infini. Nous supposons donc qu'à l'interface entre le jet et le fluide ambiant, la contribution de v'_m à la distribution de circulation est égale à celle induite par les oscillations du jet [2]:

$$\pm v'_{m0} = \left. \frac{\partial \psi}{\partial y} \right|_{y = \pm \frac{h}{2} \mp \epsilon} - \left. \frac{\partial \psi}{\partial y} \right|_{y = \pm \frac{h}{2} \pm \epsilon} \quad (7)$$

où ϵ est une constante très petite et v'_{m0} la valeur de v'_m aux points de séparation du jet.

Nous considérons un profil de jet carré. De plus, nous supposons que le mouvement du jet est dominé par les modes d'oscillation anti-symétriques (sinusoïdaux). Ceci est justifié par les visualisations du mouvement du jet présentées par Fabre. En utilisant les équations 4, 5, 6 et 7, nous pouvons déterminer l'amplitude des oscillations. En supposant, $\alpha h \ll 1$, on obtient [2]:

$$\psi_2 = \frac{|v'_{m0}|}{2\alpha} \left(1 - \frac{\alpha U_j}{\omega}\right) (e^{\alpha y} + e^{-\alpha y}) e^{i(\omega t - \alpha x)} \quad (8)$$

Ce qui nous permet de déterminer la vitesse transversal du jet:

$$v'_{y=0} = -i|v'_{m0}| \left(1 - \frac{\alpha U_j}{\omega}\right) e^{i(\omega t - \alpha x)} \quad (9)$$

La position de l'axe du jet $\eta(x, t)$ est déterminée par intégration, de la lumière à la position x considérée, de la composante verticale de la vitesse d'une particule qui suit l'axe du jet:

$$\eta(x, t) = \int_{(t - \frac{x}{U_j})}^t [v'_{y=0}(x', t') + v'_m(x', t')] dt' \quad (10)$$

où $x' = x - (t - t')U_j$. Afin de simplifier le calcul, nous remplaçons v'_m par sa valeur moyenne $\bar{v}'_m = (\pi/2)v'_{m0}$ dans la bouche de l'instrument [2]. On obtient finalement, à partir des équations 9 et 10:

$$\eta(x, t) = \frac{e^{i\omega t}}{i\omega} \left[i|v'_{m0}| \left(e^{-i\alpha x} - e^{-\frac{i\omega x}{U_j}} \right) + |\bar{v}'_m| \left(1 - e^{-\frac{i\omega x}{U_j}} \right) \right] \quad (11)$$

avec:

$$\frac{\alpha h}{Sr} = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{Sr}\right)^{\frac{1}{3}} + \frac{2}{3} + \frac{i\sqrt{3}}{2} \left(\frac{2}{Sr}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (12)$$

Les résultats obtenus avec cette expression sont comparés avec des mesures expérimentales effectuées sur un tuyau d'orgue [2] aux Figures 3 et 4. La position du jet sur les mesures a été déterminée au biseau ($x = 4h$) par visualisations strioscopiques du jet. Dans le calcul du déplacement, nous avons tenu compte du fondamental et des deux premiers harmoniques.

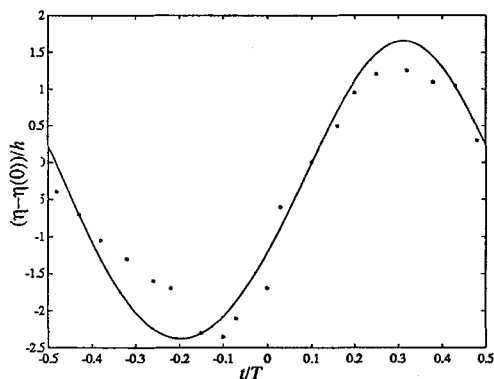


Figure 3. Déplacement du jet au biseau pour une pression d'alimentation de 60 Pa: équations 11 et 12 (trait plein), mesures expérimentales (*). T est la période du fondamental.

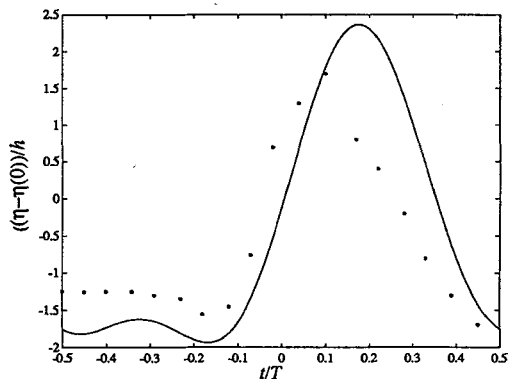


Figure 4. Déplacement du jet au biseau pour une pression d'alimentation de 270 Pa: équations 11 et 12 (trait plein), mesures expérimentales (*). T est la période du fondamental.

4.0 Conclusion

Le modèle d'oscillation d'un jet que nous avons présenté permet de bien simuler le déplacement du jet dans un petit tuyau d'orgue si on suppose que le profil de vitesse du jet est carré. Ce type de profil pose par contre certains problèmes puisque son coefficient d'amplification spatial augmente indéfiniment avec la fréquence. Les profils de vitesse trapézoïdal et triangulaire sont plus réalistes puisque leur coefficient d'amplification présente une fréquence de coupure. Nous avons utilisés ces profils avec le même modèle de jet mais sans toutefois obtenir de bons résultats. Il semble donc que notre modèle de réceptivité du jet ne soit bien adapté qu'au profil de vitesse carré. Il faudrait aussi pouvoir donner une estimation de la vitesse par entraînement visqueux à l'interface entre le jet et le fluide ambiant.

5.0 Références

- [1] Fletcher N.H., Rossing T.D., The physics of musical instruments (Springer-Verlag, New-York, 1991).
- [2] Fabre B., La production de son dans les instruments à embouchure de flûte: modèle aéro-acoustique pour la simulation temporelle, thèse de doctorat de l'Université du Maine, Le Mans, France, 1992.
- [3] Drazin P.G., Reid W.H., Hydrodynamic stability (Cambridge University Press, Cambridge, 1981).