



HAL
open science

Décomposition en paquets d'ondes pour le calcul d'énergie vibratoire de structures

D. Trentin, Jean-Louis Guyader

► **To cite this version:**

D. Trentin, Jean-Louis Guyader. Décomposition en paquets d'ondes pour le calcul d'énergie vibratoire de structures. *Journal de Physique IV Proceedings*, 1994, 04 (C5), pp.C5-81-C5-84. 10.1051/jp4:1994510 . jpa-00252773

HAL Id: jpa-00252773

<https://hal.science/jpa-00252773>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Décomposition en paquets d'ondes pour le calcul d'énergie vibratoire de structures

D. TRENTIN et J.L. GUYADER

*Laboratoire Vibrations-Acoustique, Bâtiment 303, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon,
20 avenue Albert Einstein, 69621 Villeurbanne cedex, France*

Abstract : At medium frequency range (MFR), numerous vibroacoustic problems deal with systems of large number of modes where classical modal methods must cope with resolution of huge linear system. In the idea of reducing these models a mode hybridization method proposed in [1] gives one equivalent mode when modes of the complex structure are known. Another method [2],[4] based on reducing size of dynamic model in the MFR, gives a prediction of the vibration response of a structure by using a limited number of modes of the homogeneous master structure in order to interpolate the response of modes of whole structure with attached heterogeneities. The method presented here gives a prediction of plate vibration using a wave decomposition instead of modal calculation. It allows one to consider homogeneous structure of complex geometry without making mode calculations before. The corresponding wave function of the Fourier transform of the displacement is approximated the best by achieving the extremalization of the Hamiltonian of the plate. Quadratic velocity of the structure is derived and the convergence study of the method shows that global quantities involving frequency average can be obtained with reduced models of small size.

1. INTRODUCTION

La méthode proposée a pour but de donner une prédiction vibratoire de structures planes dans le domaine des moyennes fréquences. Il s'agit d'un domaine où les méthodes de moyennage statistiques du type SEA sont trop globalisantes (en raison de l'influence des conditions aux limites et du caractère de la réponse vibratoire qui peut présenter des accidents fréquentiels) et où les méthodes numériques basées sur l'analyse modale présentent de sérieuses difficultés de coût et de limites numériques. Dans l'idée de faire le lien entre les méthodes modales (où tous les modes sont à considérer séparément) et les méthodes du domaine hautes fréquences (pour lesquelles c'est le concept de densité modale qui est pris en compte), de nouvelles méthodes MHM [1], MEM [2], proposent de considérer des groupes de modes afin d'obtenir de petits modèles numériques utilisables en moyennes fréquences. Le problème est la connaissance ou le calcul préalable de ces modes pour former les groupes.

En réponse à ce problème, une idée est de considérer une décomposition en onde à la place des modes. Pour illustrer cette idée, la Figure 1 représente la transformée de Fourier spatiale définie en (1), du déplacement moyenné sur une bande de fréquence, d'une plaque sur appuis simples excitée par une force ponctuelle harmonique:

$$\tilde{w}(k_x, k_y) = \frac{1}{2\pi} \int_{\text{structure}} w(x, y) \cdot e^{-j(k_x \cdot x + k_y \cdot y)} \, dx dy \tag{1}$$

Les modes excités de la plaque n'apparaissent pas comme des singularités, mais comme des "tâches" d'ondes de fortes amplitudes. L'essentiel de l'énergie vibratoire définit un domaine dans le plan d'onde qui peut être déterminé par une couronne donnée par le critère de bande passante effective (voir réf [3] p32). Par transformée de Fourier inverse, l'équation (2) donne le déplacement de la structure obtenu par décomposition ondulatoire plutôt que par décomposition modale:

$$w(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega_k} \tilde{w}(k_x, k_y) \cdot e^{j(k_x \cdot x + k_y \cdot y)} \, dk_x dk_y \tag{2}$$

Avec cette technique le problème revient à déterminer la fonction d'onde $\tilde{w}(k_x, k_y)$.

Remarque : Dans l'analyse décrite, la structure est excitée à la pulsation ω et la dépendance temporelle en $e^{j\omega t}$ est implicite.

2. DESCRIPTION DU MODELE

Le modèle considéré, schématisé en Figure 2, concerne une plaque aux conditions aux limites élastiques, excitée par une force harmonique ponctuelle ou par une onde plane acoustique. La technique, décrite en [3], employée pour modéliser la structure est du type Rayleigh-Ritz : en décomposant la solution sur une base de fonctions $(\psi_i)_{i=1}^I$ cinématiquement admissibles, la minimisation de la fonctionnelle de Hamilton permet de ramener le problème à un système linéaire. Le problème est donc de trouver les fonctions ψ_i adaptées aux moyennes fréquences.

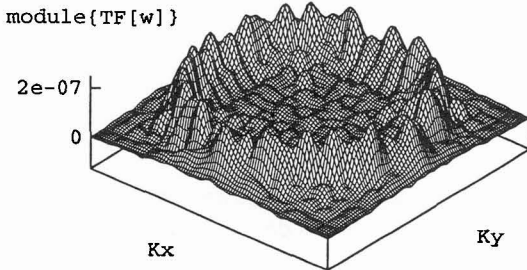


Fig 1 - Transformée de Fourier du déplacement d'une plaque sur appuis, moyenné sur la bande 500Hz, 1/3 octave

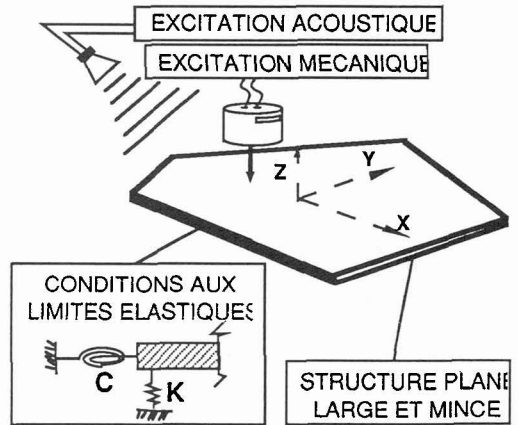


Fig 2 - Description de la structure modélisée

3. PREDICTION VIBRATOIRE PAR DECOMPOSITION EN ONDES

3.1. Obtention d'un modèle réduit

Au lieu de considérer séparément toutes les ondes du domaine Ω_k (ce qui donnerait, après discrétisation du plan d'onde, de gros modèles numériques en moyennes fréquences), il est intéressant de prendre une contribution globale des ondes afin d'obtenir un modèle numérique de faible taille. Cette

approximation se justifie d'autant plus que le nombre total d'ondes prises en compte est important, ce qui est le cas en moyennes fréquences pour des structures à forte densité modale. L'idée, appliquée en [2] sur les modes des poutres et en [4] pour les plaques, est de construire une courbe $\tilde{w}_{ap}(k_x, k_y)$ simple à calculer qui, dans un sens à préciser, approche "au mieux" la fonction d'onde $\tilde{w}(k_x, k_y)$. On se donne un espace fini de dimension I muni d'une base de fonctions $(L_i)_{i=1}^I$ définies sur Ω_k . La Figure 3 illustre le problème qui consiste à déterminer $\tilde{w}_{ap}(k_x, k_y)$ décomposée sur la base $(L_i)_{i=1}^I$ en (4) telle que cette fonction approche "aussi bien que possible" la fonction d'onde $\tilde{w}(k_x, k_y)$.

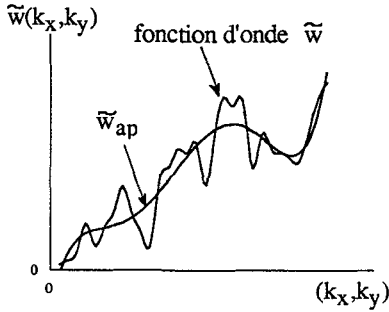


Fig 3 - Réduction du modèle

$$\tilde{w}_{ap}(k_x, k_y) = \sum_{i=1}^I \alpha_i L_i(k_x, k_y)$$

avec $(L_i)_{i=1}^I$ base de fonctions définies sur Ω_k
 et α_i coefficients à calculer (4)

Une façon de réaliser cette approximation consiste à approcher la fonction d'onde $\tilde{w}(k_x, k_y)$ au sens de Rayleigh-Ritz, sur la fonctionnelle de Hamilton. La technique de Raleigh-Ritz consiste à décomposer le déplacement de la structure $w(x, y)$ sur une base de fonctions $(\psi_i)_{i=1}^I$ définies sur le domaine de la structure. L'expression est donnée en (5):

$$w(x, y) = \sum_{i=1}^I \alpha_i \psi_i(x, y) \tag{5}$$

L'approximation de la fonction d'onde donnée en (4) permet d'obtenir l'expression (6) des fonctions ψ_i recherchées, en remplaçant (4) dans (2):

$$\psi_i(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega_k} L_i(k_x, k_y) \cdot e^{j(k_x \cdot x + k_y \cdot y)} dk_x dk_y \tag{6}$$

La minimisation de la fonctionnelle de Hamilton permettra d'obtenir les coefficients α_i inconnus.

3.2. Discrétisation du plan d'onde

Les fonctions ψ_i peuvent être calculées en discrétisant l'intégrale donnée en (6) sur le domaine Ω_k . L'information va être prise dans le plan d'onde en N points. L'avantage de la discrétisation adoptée est qu'elle permet d'améliorer la prédiction de la méthode en numérotant les N points afin d'obtenir une nouvelle fonction d'onde discrète plus facile à approcher aux N points de discrétisation. En prenant une base de cosinus de Fourier pour la base $(L_i)_{i=1}^I$ l'expression des fonctions de forme ψ_i est donnée par l'équation (7):

$$\psi_i(x, y) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^N \cos\left(\frac{i\pi n}{N-1}\right) e^{j(k_{x_n} \cdot x + k_{y_n} \cdot y)} \tag{7}$$

3.3. Résultats

La méthode est testée sur un cas de plaque rectangulaire sur appuis possédant une solution analytique. La Figure 3 montre que la méthode converge vers la solution analytique avec des modèles réduits (180 points de discrétisation dans le plan d'onde), même dans ce cas pénalisant de conditions aux limites où le blocage du déplacement au bord entraîne un fort déséquilibre entre l'énergie de la structure et l'énergie potentielle des limites élastiques. La conséquence est que les petits modèles donnent de faibles niveaux vibratoires; ce cas de conditions aux limites peut paraître extrême en moyennes fréquences. Dans un cas de conditions souples, la figure 4 montre que la méthode est plus performante.

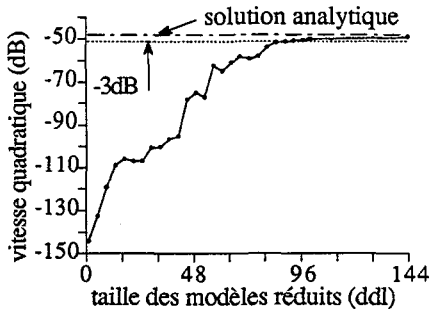


Fig 3 - Convergence de la vitesse quadratique moyenne versus la taille des modèles réduits (bande 500Hz, 1/3 d'octave) pour une condition d'appuis simples aux limites

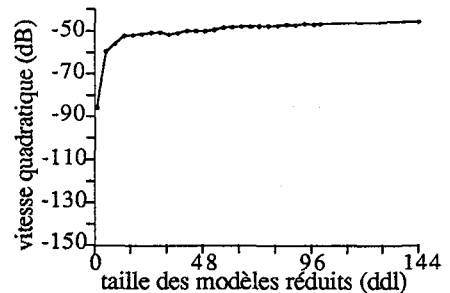


Fig 4 - Cas décrit en fig3 avec une condition souple aux limites

4. CONCLUSION

La méthode proposée offre l'avantage d'essayer de donner une prédiction, par bande de fréquence, du champ vibratoire d'une plaque, où le concept de modes discrets est abandonné. L'avantage de considérer une décomposition en onde est qu'il est possible de modéliser des plaques de formes quelconques aux conditions aux limites élastiques sans connaître les modes a priori. La convergence de la méthode montre qu'un nombre réduit de degrés de liberté permet d'obtenir une bonne approximation de la vitesse quadratique de la structure.

5. REMERCIEMENTS

Ce travail est soutenu financièrement par l'Institut National de Recherche et de Sécurité et par le Centre National d'Etudes Spatiales.

Références

- [1] H. J-P. Morand, "A modal hybridization method for the reduction of dynamic models in the medium frequency range", *Proceeding of the European Conference on New Advances in Computational Structural Mechanics*, 1991.
- [2] J.L. Guyader, "Modal Sampling Method for the vibration study of systems of high modal density", *J. Acoust. Soc. Am.* **88**(5), (1990)
- [3] R.H. Lyon, *Statistical Energy Analysis* (MIT, Cambridge, MA, 1975).
- [4] D. Trentin et J.L. Guyader, "Vibrations of a master plate with attached masses using modal sampling method" accepté pour publication au *J. Acoust. Soc. Am.*
- [5] W. Soedel, *Vibrations of Shells and Plates* (Dekker, New York, 1981) pp 163,169