



**HAL**  
open science

# RÉSONATEURS CONIQUES : DESCRIPTION TEMPORELLE

Xavier Boutillon, C. Valette

► **To cite this version:**

Xavier Boutillon, C. Valette. RÉSONATEURS CONIQUES : DESCRIPTION TEMPORELLE. Journal de Physique IV Proceedings, 1992, 02 (C1), pp.C1-105-C1-108. 10.1051/jp4:1992119 . jpa-00251154

**HAL Id: jpa-00251154**

**<https://hal.science/jpa-00251154>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**RÉSONATEURS CONIQUES : DESCRIPTION TEMPORELLE**

X. BOUTILLON et C. VALETTE

*Laboratoire d'Acoustique Musicale, Université Paris 6, CNRS URA N° 868, T. 66, 5ème ét., 4 pl. Jussieu, F-75252 Paris cedex 05, France***Abstract**

*An elementary time-domain analysis of the travelling of a pressure impulse along a clarinet leads to a natural understanding of the 1/4 resonance. A plain transfert to a conical bore would lead to the same but erroneous conclusion. In a conical bore the velocity turns out to be responsible for the opening of the reed after only one around trip of the impulse. The near field velocity is dominated by a term which is ruled by the local pressure. Therefore an inversion of the pressure at the open-end is sufficient to ensure an inversion of the velocity when it comes back to the apex. This understanding provides with an alternate insight on the transition between cylindrical and conical bores.*

L'analyse du fonctionnement des instruments de musique dans le domaine temporel peut répondre à différents objectifs : de nouveaux traitements analytiques ou des simulations numériques sont rendus possibles par la séparation des termes linéaires et non linéaires [1] ; la description du tuyau par des fonctions de réflexion peut faciliter les calculs de perce ou d'emplacements de trous latéraux [2] [3] ; enfin, le suivi d'une onde acoustique au cours de sa propagation permet de donner un éclairage très pédagogique sur le fonctionnement d'un instrument [4]. Dans cette perspective, nous étendons le raisonnement de F. Laloë, exposé pour un tuyau cylindrique, au cas d'un tuyau conique.

**LE PARADOXE DU TUYAU CONIQUE EN RÉGIME IMPULSIONNEL**

Le raisonnement à usage pédagogique sur l'entretien de l'oscillation dans la clarinette [4] consiste à suivre temporellement une bouffée de pression introduite initialement au niveau de l'anche. L'anche se referme, la surpression se propage dans le tuyau supposé cylindrique. A l'extrémité, il y a réflexion avec changement de signe de la pression. De retour sur l'embouchure, cette dépression ne pouvant rouvrir l'anche, il y a réflexion sans changement de signe. C'est seulement après un nouvel aller et retour, avec un changement de signe supplémentaire au pavillon, qu'une surpression arrive sur l'anche et peut la rouvrir. On en tire la conclusion, correcte, que le tuyau cylindrique muni d'une anche fonctionne sur une fréquence fondamentale  $f = c/4L$ ,  $c$  célérité de l'onde plane,  $L$  longueur du tuyau.

Un paradoxe survient si l'on reprend ce raisonnement dans une géométrie conique, qui est celle du basson, du hautbois ou du saxophone. En effet, les solutions pour la pression sont des superpositions d'harmoniques sphériques, lesquelles se

propagent avec atténuation certes, mais sans dispersion, à la même vitesse  $c$  que les ondes planes. Une bouffée de pression se propage donc sans dispersion vers l'extrémité, elle est réfléchiée avec changement de signe, la dépression qui revient ne peut rouvrir l'anche et il faudrait deux aller et retour à l'onde de pression pour pouvoir rouvrir l'anche. La conclusion d'une fréquence fondamentale  $f = c/4L$  qu'on pourrait en tirer est, comme tout le monde le sait, incorrecte et c'est là que réside le paradoxe.

### PRISE EN COMPTE DE LA VITESSE ACOUSTIQUE POUR LEVER LE PARADOXE

Le raisonnement correct doit tenir compte à la fois du champ de pression et de vitesse acoustiques. Ces deux champs sont reliés par l'équation différentielle suivante

$$-p_x' = \rho \dot{u} \quad (1)$$

qui exprime la seconde loi de Newton,  $\rho$  étant la masse volumique de l'air. Pour une bouffée se propageant, la solution s'écrit

$$p = \frac{\varphi'(t - \varepsilon x/c)}{x}, \quad u = \frac{1}{\rho c} \left( \varepsilon \frac{\varphi'(t - \varepsilon x/c)}{x} + \frac{\varphi(t - \varepsilon x/c)}{x^2} \right) \quad (2)$$

avec  $\varepsilon = +1$  ou  $-1$  selon le sens de propagation. On distingue donc deux situations différentes. En champ proche (dont la limite sera précisée plus loin, voir (7)),

$$p = \frac{\varphi'(t - \varepsilon x/c)}{x}, \quad u = \frac{1}{\rho c} \frac{\varphi(t - \varepsilon x/c)}{x^2} \quad (3)$$

alors qu'en champ lointain (voir (7)),

$$p = \frac{\varphi'(t - \varepsilon x/c)}{x}, \quad u = \frac{\varepsilon}{\rho c} \frac{\varphi'(t - \varepsilon x/c)}{x} \quad (4)$$

La situation en champ proche est donc très différente de celle du tuyau cylindrique. Dans ce dernier cas, l'allure de l'onde de vitesse retour dépend de celle de l'onde aller et de la nature de la réflexion de cette onde de vitesse. Dans le champ proche du tuyau conique, l'allure de la vitesse est entièrement commandée par l'onde de pression, et ce indépendamment du sens de propagation.

Reprenons le raisonnement temporel. A l'instant initial on introduit une bouffée de pression et de vitesse, nécessairement reliées par (3). Après propagation sans dispersion à la vitesse  $c$ , la bouffée de pression est réfléchiée à l'extrémité (en champ lointain, selon (4)) avec changement de signe, ce qui inverse le signe de  $\varphi'$ , donc de  $\varphi$ . De retour vers l'embouchure, le terme de vitesse en champ proche (voir (3)), dominé par  $\varphi$ , s'étant inversé, il a le bon signe pour ouvrir l'anche. On peut dire aussi que l'anche étant fermée, il y a réflexion de la vitesse avec changement de signe, ce qui a pour effet d'inverser le signe de la pression, la surpression pouvant alors ouvrir l'anche. Il suffit donc d'un aller et retour pour refermer le cycle, ce qui conduit à la conclusion correcte  $f = c/2L$ .

En géométrie cylindrique, le raisonnement peut être complété de même. L'équation (1) conduit à la solution

$$p = \varphi'(t - \varepsilon x/c), \quad u = \frac{\varepsilon}{\rho c} \varphi'(t - \varepsilon x/c) \quad (5)$$

A l'extrémité,  $p$  est réfléchi avec changement de signe, ce qui inverse le signe de  $\varphi'$ . A l'embouchure, ni  $p$  ni  $u$  n'ont le bon signe pour ouvrir l'anche. La réflexion sur l'anche fermée inverse  $u$ , ce qui maintient le signe de  $\varphi'$  donc de  $p$ . Après deux aller et retour,  $p$  et  $u$  ont tous deux le bon signe pour ouvrir l'anche, ce qui conduit à la conclusion correcte  $f = c/4L$ .

Pour préciser la notion de champ proche, il faut introduire celle de fréquence.

En régime harmonique, (2) devient

$$p = \frac{\exp -j\alpha(t - \varepsilon x/c)}{x}, \quad u = \frac{1}{\rho c} \left( \varepsilon + j \frac{c}{\alpha x} \right) p \quad (6)$$

Le champ proche est donc défini par

$$x \ll \frac{c}{\omega} \quad (7)$$

## CHAMP PROCHE, CONICITÉ ET CONDITIONS AUX LIMITES

On peut alors tirer du raisonnement en régime impulsionnel d'autres conséquences concernant la géométrie des instruments et leur mode d'excitation.

Remarquons tout d'abord que, pour une embouchure en champ proche, un aller et retour suffit aussi bien pour l'embouchure de flûte que pour l'anche. En effet, la présence de l'anche provoque la réflexion de  $u$  avec changement de signe, qui s'accompagne en champ proche d'une inversion de  $p$ . De même, la présence de l'embouchure de flûte provoque la réflexion de  $p$  avec changement de signe, qui s'accompagne en champ proche d'une inversion de  $u$ . Autrement dit, pour un résonateur conique tronqué en champ proche, la fréquence de résonance reste la même, que la section tronquée soit ouverte ou fermée par une paroi.

Si la section tronquée est fermée, la fréquence fondamentale, pour une même longueur  $L$  de résonateur et un angle de conicité constant, passe de  $f = c/2L$  à  $f = c/4L$  quand la position de la section tronquée s'éloigne du sommet du cône, passant du champ proche au champ lointain. Pour une même longueur  $L$  de résonateur et un angle de conicité qui augmente à partir de zéro, la section tronquée se déplace du champ lointain au champ proche et la fréquence fondamentale varie de  $f = c/4L$  à  $f = c/2L$ .

Si la section tronquée est ouverte, les termes de champ lointain (4) aussi bien que ceux de champ proche (3) se reproduisent identiques à eux mêmes après un seul aller et retour. La fréquence fondamentale d'une flûte de longueur  $L$  reste donc  $f = c/2L$  inchangée quand on modifie la position de l'embouchure ou l'angle de conicité comme ci-dessus.

Les remarques précédentes nous permettent d'analyser le régime harmonique dans un contexte spatial et de décrire, comme pour la clarinette [4] les modes du tuyau plus élevés que le fondamental. L'oscillation de l'anche à une fréquence  $f = nc/2L$  est compatible avec un seul aller et retour : un instrument conique à anche octavie. Mais, pour une géométrie donnée, l'instrument ne fonctionnera dans son régime de champ proche (fonctionnement normal) qu'en dessous d'une fréquence maximale, imposée par la position de l'anche ou du bec et d'autant plus élevée que la section tronquée se trouve plus près du sommet du cône.

## ÉNERGIE NON PROPAGATIVE ET ÉNERGIE D'ENTRETIEN

Il peut paraître surprenant que l'entretien d'un résonateur conique soit lié à un terme de vitesse en champ proche, indépendant de la nature de l'excitateur (anche ou embouchure de flûte). Précisons la nature et les caractéristiques des énergies en jeu.

Dans la description temporelle, l'anche introduit une bouffée d'énergie. L'énergie potentielle, proportionnelle au carré de la pression, se propage à la vitesse  $c$ , avec une densité qui décroît en  $1/x^2$ , ce qui donne donc une quantité constante une fois sommée dans une tranche autour de  $x = ct$ . En champ lointain il en est de même pour l'énergie cinétique, qui devient égale à l'énergie potentielle : on tend donc vers un régime ondulatoire du type onde plane.

En champ proche, l'énergie cinétique est plus grande. Pour chaque composante harmonique (voir (6)), le rapport de l'énergie cinétique à l'énergie

potentielle diverge. L'énergie non propagative, stockée près du sommet du cône, se présente donc sous forme d'énergie cinétique. L'impédance est une masse d'autant plus petite qu'on se rapproche du sommet du cône et l'analogie électrique serait un bobinage supraconducteur que l'on réaliserait avec une self-inductance d'autant plus petite que le cône est tronqué plus près du sommet : l'intensité peut être grande sous un faible voltage et l'énergie est réactive. L'adaptation au champ lointain (ondes planes) serait réalisée (voir [5]) par un transformateur.

Pour faire un bilan énergétique sur l'entretien, il faut décrire les pertes et évaluer sur une période l'énergie fournie dans la bouffée initiale et celle rendue par le résonateur au bout d'un aller et retour. Ce bilan s'effectue plus commodément dans une description fréquentielle en écrivant l'expression, classique, de l'admittance d'entrée. On constate alors que l'énergie à fournir compense les pertes sur l'ensemble du tuyau, comme il se doit.

### EXPÉRIENCE DE MESLIN

Les particularités de comportement des résonateurs coniques sont dues au fait que la géométrie de celui-ci possède un point singulier, le sommet, en lequel l'aire de la section s'annule. Dans le cas d'une onde sinusoidale, les termes en  $\varphi$  et  $\varphi'$  dans l'expression de la vitesse sont en quadrature et la phase globale de  $u$  se modifie suivant la valeur respective des deux termes. Référons la phase de  $u$  par rapport à  $p$ . Pour une onde convergente traversant un foyer, un déphasage de  $\pi$  lié au changement de signe de  $x$  se produit au moment du passage au foyer. Il existe [6] une situation analogue en optique : l'expérience de Meslin. Elle consiste à produire des interférences sur un faisceau lumineux à l'aide d'une lentille coupée en deux, dont les deux moitiés sont décalées le long de l'axe optique. Une source ponctuelle donne alors des demi-faisceaux qui convergent sur l'axe en deux points voisins. Les franges d'interférence qui se produisent entre ces deux points montrent des positions de franges brillantes et noires inversées par rapport à ce que prévoirait la méthode classique de la différence de marche, montrant l'existence d'un déphasage supplémentaire de  $\pi$  pour le rayon lumineux ayant traversé le premier point de convergence.

### CONCLUSION

L'examen des rapports temporels entre vitesse et pression acoustiques dans la partie proche de l'origine d'un champ propagatif d'ondes sphériques permet d'éclairer de façon simple le mécanisme de l'entretien d'un instrument à vent à perce conique. Le contraste entre tuyau conique et cylindrique apparaît alors naturellement gradué par l'extension spatiale du champ proche. Plusieurs aspects de la description restent ouverts sous cette nouvelle perspective : l'établissement d'un bilan énergétique complet en termes temporels, le rapport fréquentiel des différents régimes du tuyau, l'incidence de la faiblesse ou de la force de l'anche en regard des caractéristiques du champ proche.

### BIBLIOGRAPHIE

- [1]- Mc Intyre M.E., Schumacher R.T. and Woodhouse J., On the oscillations of musical instruments, *J. Acoust. Soc. Amer.*, **74**, 1325-1345 (1983).
- [2]- Agullo J., Barjau A. and Martinez J., Alternatives to the impulse response  $h(t)$  to describe the acoustical behavior of conical ducts, *J. Acoust. Soc. Amer.*, **84**, 1606-1612 (1988).
- [3]- Gilbert J., Kergomard J. and Polack J.D., On the reflexion functions associated with discontinuities in conical bores, *J. Acoust. Soc. Amer.*, **87**, 1773-1780 (1990).
- [4]- Laloë S. et Laloë F., La clarinette, Pour la Science, n° de mai, Paris (1985).
- [5]- Benade A.H., Equivalent circuits for conical wave guides, *J. Acoust. Soc. Amer.*, **83**, 1764-1769 (1988).
- [6]- Soutif M., Vibrations, propagation, diffusion, 142-143, Dunod, Paris (1970).