



# Prédiction des vibrations du stator d'une machine à réluctance variable en fonction du courant absorbé

F. Camus, M. Gabsi, Bernard Multon

## ► To cite this version:

F. Camus, M. Gabsi, Bernard Multon. Prédiction des vibrations du stator d'une machine à réluctance variable en fonction du courant absorbé. *Journal de Physique III*, 1997, 7 (2), pp.387-404. 10.1051/jp3:1997129 . jpa-00249585

**HAL Id: jpa-00249585**

**<https://hal.science/jpa-00249585>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Prédiction des vibrations du stator d'une machine à réluctance variable en fonction du courant absorbé

F. Camus (\*), M. Gabsi et B. Multon

Laboratoire d'Électricité Signaux et Robotique (LESiR) (\*\*), E.N.S. de Cachan,  
61 avenue du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex, France

(Reçu le 21 juin 1996, révisé le 14 octobre 1996, accepté le 4 novembre 1996)

PACS.84.50.+d – Electric motors

PACS.85 70 Ay – Magnetic device characterization, design, and modeling

PACS.43 40.At – Experimental and theoretical studies of vibrating systems

**Résumé.** — L'étude du bruit et des vibrations dans le matériel électrique fait intervenir plusieurs systèmes physiques couplés. Le modèle complet est complexe et ne permet pas d'études paramétriques simples de la structure de la machine, de son alimentation et cela pour différents points de fonctionnement. Dans cet article est présenté un modèle simple permettant de prédire l'accélération radiale d'un Moteur à Réluctance Variable à Double Saillance (M.R.V.D.S.) en fonction du courant d'alimentation. Ce modèle permettra d'étudier ultérieurement l'influence de l'alimentation sur le comportement vibratoire de la machine. En premier lieu, les différentes sources de vibrations d'une machine tournante sont évoquées, pour finalement ne s'intéresser qu'aux efforts d'origine magnétique qui sont prépondérants dans les M.R.V.D.S. Le calcul de ces efforts en fonction du courant est présenté dans le cas d'une machine fonctionnant en régime linéaire (sans saturation magnétique). Ces efforts sont décomposés en une force tangentielle créant le couple de rotation et une force radiale ne créant aucun couple. Les formulations sont appliquées à une M.R.V.D.S. de type 6/4 d'une puissance de 30 W. Une identification expérimentale du comportement vibratoire de la machine à rotor bloqué et en monophasé permet de connaître la réponse de la structure à ces efforts magnétiques. Cette réponse mécanique est identifiée à une fonction de transfert. Le modèle complet prend en compte l'alimentation de la machine, la relation entre le courant d'alimentation et les efforts ainsi que la réponse vibratoire de la machine à ces efforts. Enfin des résultats expérimentaux originaux permettent de valider le modèle dans le cadre des hypothèses définies.

**Abstract.** — In order to predict the radial vibration of the stator core of a Doubly Salient Switched Reluctance Motor (D.S.S.R.M.), different causes of vibrations are considered. In this kind of machine, electromagnetic stress is found to be the most significant cause of vibrations. The local magnetic stress distribution, depending on magnetic field and finally on the phase current, is calculated in the case of an unsaturated operation. This magnetic stress acts in two ways: a tangential force (torque) and a radial attractive force. This radial force excites the vibration modes of the stator, this vibration behaviour is measured in the aligned position and is identified as a transfert function. Finally several experiments show the good accuracy of this simple model. This model will be later used to study the effect of phase current and of static converter on vibration and acoustic noise emitted by the D.S.S.R.M.

---

(\*) Auteur auquel doit être adressée la correspondance (e-mail : camus@lesir.ens-cachan.fr)  
(\*\*) URA/CNRS 1375

## 1. Introduction

Le fonctionnement des machines électriques s'accompagne inévitablement de vibrations de leur structure. Les déformations peuvent entraîner des détériorations du matériel et donc affecter la fiabilité. De plus les vibrations de la surface externe de la machine mettent en mouvement l'air et créent ainsi un bruit acoustique. Ce bruit acoustique nuit, par son intensité et surtout par sa gamme de fréquences, au confort de l'utilisateur.

L'utilisation d'alimentations modernes à base de convertisseurs statiques de puissance a accentué les vibrations des machines. En effet ces convertisseurs délivrent des signaux riches en harmoniques capables d'exciter une ou plusieurs fréquences propres de machines de faible ou de forte puissance.

Dans le cas de la Machine à Réductance Variable à Double Saillance (M.R.V.D.S.), l'évolution de l'électronique de puissance a permis de maximiser ses performances et donc a rendu son utilisation viable.

Depuis quelques années déjà, des études ont été menées sur ces machines afin de calculer leurs performances, leurs pertes ou encore leurs ondulations de couple, les vibrations et le bruit acoustique générés [1, 2].

L'identification du bruit des machines tournantes est rendue malaisée du fait de la multiplicité des sources sonores. Des expérimentations dynamiques (machine entraînée et non alimentée) et statiques (machine à l'arrêt et alimentée) permettent de séparer les causes mécaniques pures (excentricité, roulements, ventilation,...) et électromagnétiques pures (efforts électromagnétiques + magnétostriction + efforts de Laplace). Il devient très difficile de séparer ces causes en fonctionnement normal. Le niveau vibratoire élevé de la M.R.V.D.S. permet d'identifier aisément les causes électromagnétiques qui sont alors prépondérantes [3].

Ces efforts électromagnétiques déforment le circuit magnétique faisant varier la pression de l'air à sa surface et créent ainsi l'onde sonore. Le rotor étant plus rigide et de surface rayonnante inférieure à celle du stator, il est moins efficace à faire vibrer l'air qui de plus est confiné à l'intérieur de la machine. Le rotor produit donc une puissance acoustique moindre. Des expérimentations montrent la forte corrélation entre les vibrations radiales du stator et le niveau de pression sonore relevé proche de la machine [4]. La détermination du bruit fait donc intervenir plusieurs systèmes :

- un système électromagnétique (circuit magnétique + sources de champ magnétique  $\Rightarrow$  efforts électromagnétiques) ;
- un système mécanique (structure mécanique + efforts  $\Rightarrow$  vibrations) ;
- un système acoustique (surface machine + vibrations  $\Rightarrow$  ondes sonores).

Dans cet article nous cherchons donc à obtenir, le plus simplement, une relation entre le comportement vibratoire de la surface du stator et le courant absorbé par la machine.

Nous nous limiterons à l'étude des vibrations et avec l'hypothèse que ces différents systèmes sont très faiblement couplés, c'est-à-dire que les déformations du stator sont petites en comparaison de l'entrefer et donc sans effet sur le champ magnétique.

Un tel modèle sans couplage reste encore difficile à employer car il fait intervenir trois champs de vecteurs (calculables par éléments finis) : champ de vecteurs magnétiques, champ de vecteurs des efforts, champ de vecteurs des vibrations. Nous adopterons un modèle simplifié dans lequel les champs de vecteurs sont représentés par des scalaires :

- le champ de vecteur magnétique ne dépend que du courant d'alimentation  $I$  et de la position du rotor  $\theta_m$  ;

- les effets du champ de vecteurs des efforts est équivalent aux effets dus à la résultante des efforts (dans certaines conditions que nous expliciterons). La projection de cette résultante dans un repère radial-tangentiel définit la force radiale  $F_r$  ainsi que la force tangentielle  $F_t$  ;
- l'accélération radiale  $\gamma$  en un seul point de la surface de la machine représente le champ de vecteurs des vibrations.

En premier lieu, les efforts magnétiques sont déterminés à courant constant pour différentes positions du rotor (Paragr. 2), puis, position par position la résultante des efforts est projetée dans un repère polaire afin d'obtenir l'évolution des forces radiale et tangentielle en fonction de l'angle du rotor à courant constant (Paragr. 3). Une validation numérique du calcul de ces forces est menée en comparant le couple obtenu à l'aide de deux méthodes différentes (Paragr. 4). Nous expliciterons alors comment obtenir ces forces dans le cas d'un courant variable (Paragr. 5). Le comportement mécanique du stator reliant force radiale et accélération radiale sera mesuré puis identifié à une fonction de transfert dans une position donnée (Paragr. 6). Enfin le modèle électrique du courant absorbé complètera le modèle entier (Paragr. 7). Trois expériences permettront de valider le modèle complet (Paragr. 8) dont une exploitation montrera l'influence de la forme d'onde du courant absorbé par la M.R.V.D.S. sur le niveau vibratoire (Paragr. 9).

## 2. Efforts magnétiques

Les causes électromagnétiques des déformations du stator sont au nombre de trois : les efforts électromagnétiques sur le circuit magnétique, les efforts de Laplace sur les conducteurs, et enfin la magnétostriction. En fait, on montre que les efforts sur les conducteurs sont négligeables face aux efforts magnétiques, de même, les déformations magnétostrictives sont très inférieures aux déformations dues à ces efforts dans le cas des M.R.V.D.S. [3, 4].

Différents modèles existent pour le calcul de ces efforts. Cependant, tant que le circuit magnétique reste sans saturation, ces modèles montrent qu'il n'existe pas de forces volumiques et que les forces surfaciques sont normales à la transition entre deux milieux magnétiques différents. Le modèle adopté de calcul des efforts locaux est basé sur la méthode des travaux virtuels appliquée au cas d'un matériau linéaire, homogène, isotrope et incompressible [5].

L'effort local est alors caractérisé par la pression  $P_n$  qui est normale à la transition des deux matériaux, et dirigée du matériau de perméabilité la plus élevée vers le matériau de perméabilité la plus faible (Fig. 1), ainsi :

$$P_n = \frac{1}{2} \left( B_n^2 \left( \frac{1}{\mu_1} - \frac{1}{\mu_2} \right) - H_t^2 (\mu_1 - \mu_2) \right) \quad (1)$$

avec,  $P_n$  : pression électromagnétique normale ( $N \cdot m^{-2}$ ),  $B_n$  : induction normale (T),  $H_t$  : champ tangentiel ( $A \cdot m^{-1}$ ),  $\mu_1$  et  $\mu_2$  : perméabilités des matériaux 1 et 2.

L'obtention des efforts magnétiques nécessite donc un premier calcul par éléments finis du champ magnétique  $H$  et de l'induction  $B$  : nous supposons alors la machine alimentée en monophasé à courant constant  $I$ , les grandeurs magnétiques sont déterminées pour différentes positions du rotor (Fig. 2). Ces figures sont issues de calcul sur une M.R.V.D.S. triphasée 6 dents statoriques et 4 dents rotoriques (dont les dimensions sont précisées au Paragr. 8) et pour une valeur de courant telle que l'induction dans l'entrefer vaut 0,6 tesla en conjonction.

Le calcul de la pression magnétique sur la surface intérieure du stator montre que ces efforts sont essentiellement localisés sur les dents de la phase excitée (Fig. 3). En conjonction, la

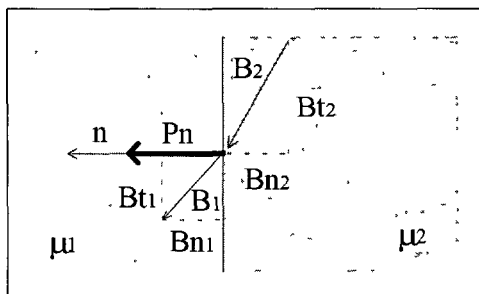


Fig. 1. — Pression électromagnétique à la transition de deux matériaux.

[Electromagnetic stress at border of materials.]

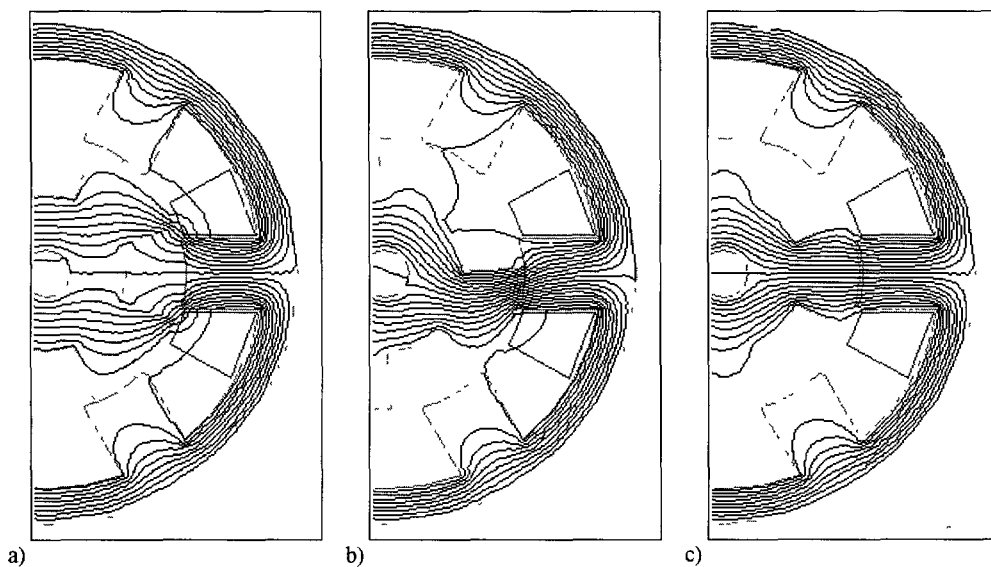


Fig. 2 — Carte de champ. a) En opposition. b) En position intermédiaire c) En conjonction.

[Magnetic field distribution in unaligned, middle and aligned positions.]

valeur de la pression dans l'entrefer est de l'ordre de  $0,15 \text{ N mm}^{-2}$ . On voit sur ces exemples que les efforts tendent à minimiser la longueur des lignes de champs dans l'air et cela de deux manières :

- rotation du rotor pour amener une dent rotorique en vis-à-vis (couple) ;
- déformation du stator (force ne créant aucun couple).

### 3. Force radiale et force tangentielle

Cette décomposition en efforts de rotation et de déformation amène naturellement à la projection de ces efforts dans un repère (radial-tangentiel) (Fig. 4).

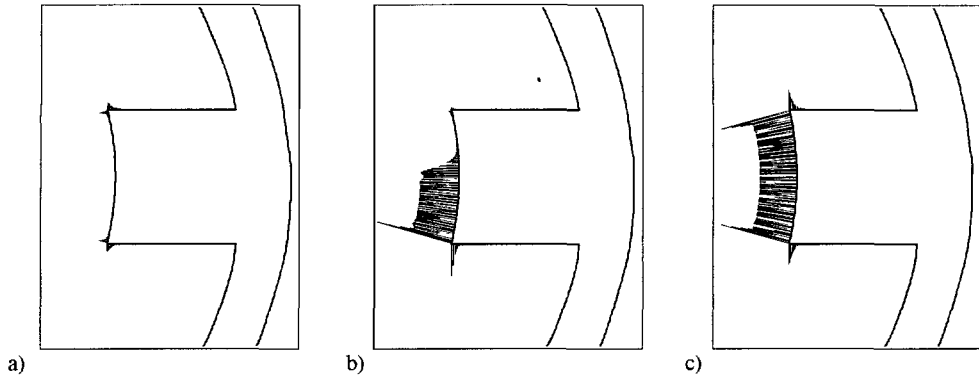


Fig 3 — Pression électromagnétique a) En opposition b) En position intermédiaire. c) En conjunction (ampères-tours identiques et amplitude des pressions respectée)

[Electromagnetic stress in unaligned, middle and aligned positions.]

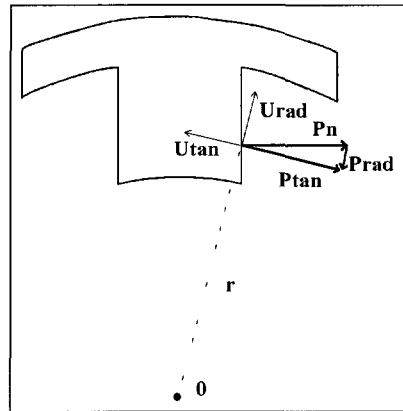


Fig 4 — Projection des pressions.

[Stresses projection]

De plus, comme nous l'avons déjà écrit, l'étude quantitative du champ de vecteurs formé par ces pressions radiales et tangentielles (et de leurs effets) n'étant pas aisée, on ne considérera que leurs résultantes  $F_r$  et  $F_t$  définies par :

$$\begin{aligned} F_r(\theta_m, I) &= \int_S P_r dS \\ F_t(\theta_m, I) &= \int_S P_t dS \end{aligned} \quad (2)$$

avec,  $F_r$ ,  $P_r$  : force (N) et pression radiales ( $\text{N m}^{-2}$ ),  $F_t$ ,  $P_t$  : force (N) et pression tangentielles ( $\text{N m}^{-2}$ ),  $\theta_m$  : angle mécanique (rad).  $I$  : courant dans la phase (A).

$S$  étant la surface définie par le contour de la dent excitée et la longueur active de la machine.

Ces résultantes auront les mêmes effets mécaniques à la surface du stator dans la mesure où les points d'observation sont suffisamment distants des points d'application des efforts (principe de Saint Venant [6])

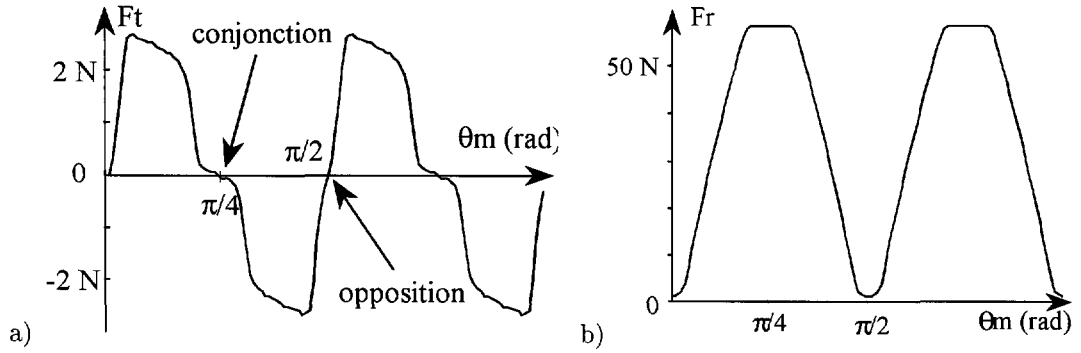


Fig. 5. — Forces à courant constant (10 A) en fonction de l'angle mécanique a) Force tangentielle. b) Force radiale.

[Tangential and radial forces with constant current *versus* mechanical position.]

Dans le cas de la machine étudiée, deux dents statoriques diamétrales sont excitées simultanément par des forces naturellement égales en amplitude et opposées en direction. Le résultat du calcul des forces tangentielle et radiale, à courant constant (10 A), sur une seule de ces dents est représenté figure 5 en fonction de l'angle mécanique  $\theta_m$ . Le rotor de la machine possédant 4 dents, ces forces ont une périodicité de  $\pi/2$ .

#### 4. Validation numérique des résultats

En considérant la pression locale, la formulation des efforts peut-être validée en calculant le couple créé par la phase (c'est-à-dire par  $N_s/q$  dents) comme étant :

$$C = \frac{N_s}{q} \int_S \mathbf{P}_n \wedge \mathbf{r} dS \quad (3)$$

avec  $N_s$  : nombre de dents du stator,  $q$  : nombre de phases et  $S$  la surface de la dent définie au paragraphe 3. Le résultat doit être comparé à celui obtenu à l'aide de l'application des travaux virtuels de manière globale en régime linéaire (Fig. 6) :

$$C = \frac{\partial W'_{em}(I, \theta_m)}{\partial \theta_m} = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL(\theta_m)}{d\theta_m} \quad (4)$$

où  $W'_{em}$  représente la co-énergie magnétique (Fig. 6) et  $L$  l'inductance de la phase.

Le couple obtenu, représenté figure 7, est donc correct mais son obtention à partir de la pression  $P_n$  doit se faire avec précaution :

- le calcul de  $P_n$  se fait à la transition de deux matériaux différents, où numériquement le calcul par éléments finis ne peut assurer la continuité de  $B_n$  et  $H_t$  simultanément (continuité de  $B_n$  (resp.  $H_t$ ) en formulation en potentiel vecteur magnétique (resp. potentiel scalaire magnétique)) [7] ;
- le couple est essentiellement créé proche des extrémités des dents où les effets numériques de pointe sont importants lors du calcul des grandeurs magnétiques.

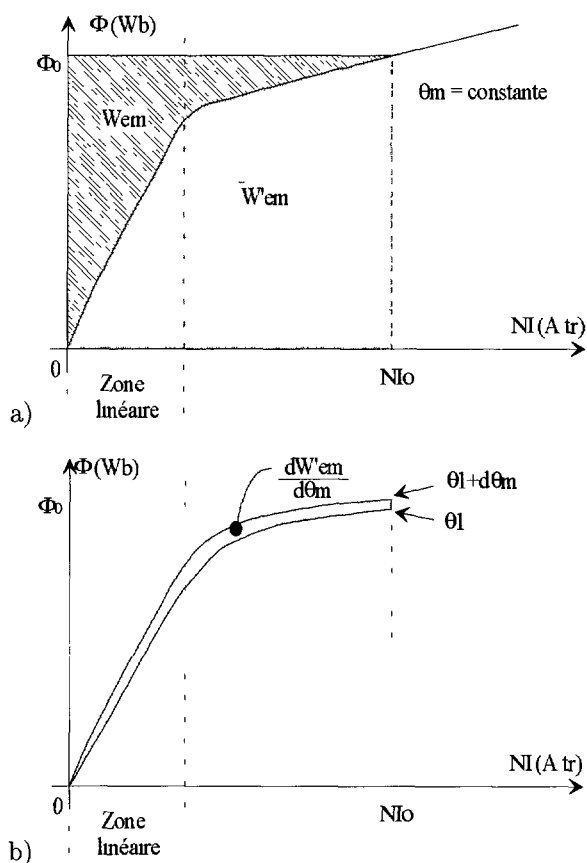


Fig. 6. — a) Énergie et co-énergie magnétiques dans le plan flux en fonction des ampères-tours. b) Variation de la co-énergie magnétique en fonction de la position.

[a) Magnetic energy and co-energy *versus* flux and amperes-turns b) Magnetic co-energy variation *versus* mechanical position]

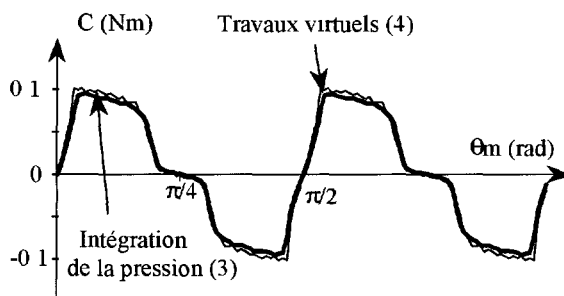


Fig. 7. — Comparaison des couples calculés par les deux méthodes à courant constant en fonction de l'angle mécanique.

[Comparison of calculated torque by different methods with constant current *versus* mechanical position.]



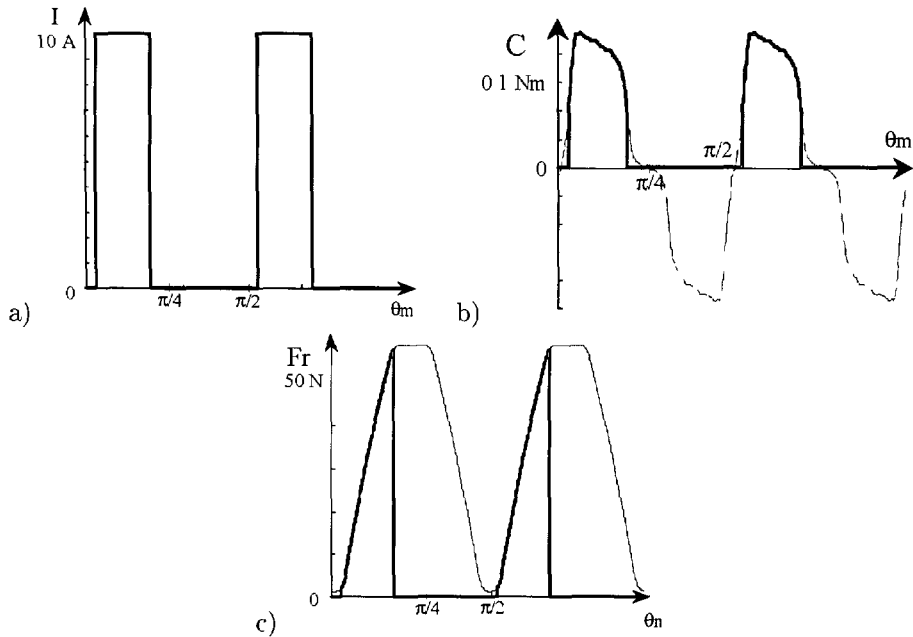


Fig 8. — Alimentation idéale en créneaux de courant. a) Courant b) Couple c) Force radiale.

[a] Ideal square wave current. b) Corresponding torque. c) Corresponding radial force ]

## 5. Forces à courant variable

Afin de déterminer les forces en fonctionnement normal, il suffit de remarquer que le champ  $H$  et l'induction magnétique  $B$  sont proportionnels au courant absorbé pour une position donnée (on rappelle que le matériau magnétique est supposé linéaire). La pression magnétique  $P_n$  et donc le couple  $C$ , les forces radiale  $F_r$  et tangentielle  $F_t$  sont ainsi proportionnelles au carré du courant  $I$  (Éqs. (1-4)).

On posera :  $C(I, \theta_m) = C_o(\theta_m)I^2$ ,  $F_r(I, \theta_m) = F_{r0}(\theta_m)I^2$  où  $C_o(\theta_m)$ ,  $F_{r0}(\theta_m)$  sont respectivement le couple et la force radiale à  $I = 1$  A.

Connaissant alors  $I(\theta_m)$  en fonctionnement normal, on en déduit  $C(\theta_m)$  et  $F_r(\theta_m)$ . À titre d'exemple, dans le cas d'une alimentation idéale en créneaux de courant, le couple et la force radiale ont l'allure représentée en trait épais figure 8 (allure à courant constant en trait fin).

## 6. Accélération radiale

Les efforts calculés précédemment excitent la structure du stator. Les vibrations de cette structure dépendent donc des sollicitations et du système mécanique modélisable par une fonction de transfert.

L'analyse modale permet l'étude du système mécanique complet : la déformation en chaque point du stator est alors la somme des déformations dues à chaque mode de résonance en ce point. Ces modes sont caractérisés par une déformée spatiale, une fréquence de résonance et un coefficient d'amortissement [8].

Nous ne nous intéresserons qu'au point de la machine qui vibre le plus sur le stator. Ce point, situé dans l'axe de la dent de la phase excitée, est identifié expérimentalement. Dans ce cas,

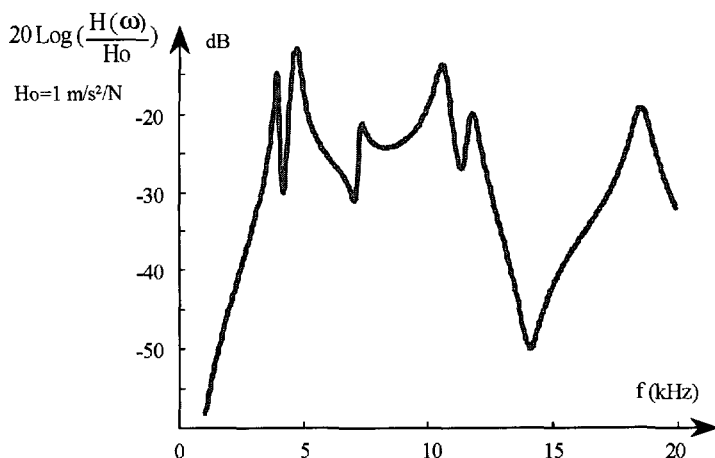


Fig. 9. — Fonction de transfert accélération radiale/force radiale identifiée en position de conjonction  
[Identified frequency response radial acceleration/radial force in aligned position.]

chaque mode peut être caractérisé par une fonction de transfert du second ordre et la relation fréquentielle entre l'accélération en ce point et la force radiale est donnée par (5) :

$$\frac{\gamma(p)}{F_r(p)} = H(p) = \sum A_i \frac{\frac{p^2}{\omega_i^2}}{1 + 2m_i \frac{p}{\omega_i} + \frac{p^2}{\omega_i^2}} \quad (5)$$

avec :  $\gamma$  : accélération radiale,  $\omega_i$  : pulsation de résonance du mode  $i$ ,  $m_i$  : coefficient d'amortissement du mode  $i$ .

Cette relation fréquentielle est une somme de fonctions passe-haut fortement résonnantes dont le gain est représenté figure 9. La mesure directe de cette fonction de transfert n'est pas possible car la force radiale  $F_r$  n'est pas une grandeur accessible. Nous utilisons la proportionnalité entre cette force et le carré du courant ( $F_r(I, \theta_m) = F_{r0}(\theta_m) I^2$ ) afin d'identifier expérimentalement les coefficients des différents passe-haut. Cette identification est réalisée en conjonction où  $F_{r0}(\theta_m)$  est maximum et dont la valeur est obtenue par la méthode décrite au paragraphe 3 ( $H(p)$  est donc identifiée à un facteur près) :

$$H(p) = \frac{\gamma(p)}{F_r(p)} = \frac{1}{F_{r0}(\theta_m)} \frac{\gamma(p)}{\mathcal{L}(i^2(t))}$$

(où  $\mathcal{L}(i^2(t))$  représente la transformée de Laplace de  $i^2(t)$ ) Seules les résonances présentes dans la bande de fréquences audibles sont identifiées [9].

Deux hypothèses sont nécessaires à cette identification et à son utilisation ultérieure en rotation :

- l'accélération radiale est seulement due à cette force radiale (on néglige la force tangentielle) ;
- les coefficients de la fonction de transfert varient peu en fonction de la position du rotor (c'est-à-dire que les changements de la répartition sur la dent des efforts  $P_n$  avec la position influent peu sur l'accélération mesurée en surface du stator).

Tableau I. — *Éléments influents sur le courant absorbé.*

[Parameters acting on real current.]

| Alimentation                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Moteur                                                                                                                                                                                                                                 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- structure et composition du convertisseur (onduleur à demi-pont asymétrique),</li> <li>- type de régulation du courant (modulation de largeur d'impulsions à fréquence fixe, hystérésis...),</li> <li>- tension d'alimentation de l'onduleur <math>U</math>,</li> <li>- consigne d'autopilotage <math>I_{\text{cons}}(\theta_m)</math>.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- résistance de la phase <math>R</math>,</li> <li>- inductance de la phase <math>L(\theta_m)</math> (dépendante de la position),</li> <li>- vitesse de rotation <math>\Omega</math>.</li> </ul> |

Les coefficients de la fonction de transfert peuvent être identifiés à l'aide d'un logiciel de calcul mécanique par éléments finis, mais la modélisation complète de la machine (propriétés mécaniques des matériaux utilisés, modélisation des bobines, liaison entre les différents éléments) est difficile. De plus la méthode adoptée présente l'avantage d'identifier les paramètres modaux de la machine réelle c'est-à-dire qu'elle prend en compte le montage mécanique du moteur (flasques, carcasse, ...). En outre, les symétries des efforts sur les dents diamétrales favorisent les modes de résonance qui possèdent les mêmes propriétés spatiales et atténuent les autres modes [10] qui ne sont naturellement pas mesurés.

## 7. Modèle complet

Afin de déterminer l'accélération radiale en fonctionnement normal autopiloté de la M.R.V.D.S., il est maintenant nécessaire de connaître le courant absorbé par la phase alimentée. Ce courant dépend de l'alimentation et du moteur (Tab. I).

L'équation électrique d'une phase du moteur est :  $V(t) = Ri(t) + \frac{d\Phi(i, \theta_m)}{dt}$  où  $V(t)$  représente la tension aux bornes et  $\Phi$  le flux dans la phase.

Cette équation peut se mettre sous la forme suivante (en faisant l'hypothèse d'une vitesse de rotation constante) :

$$V(\theta_m) = Ri(\theta_m) + \Omega \frac{d[L(\theta_m)i(\theta_m)]}{d\theta_m}.$$

Cette équation différentielle non linéaire est résolue numériquement en utilisant l'inductance  $L(\theta_m)$  obtenue par éléments finis ou par expérimentation.

De manière synthétique, le modèle complet, ainsi établi, fait intervenir trois blocs principaux (Fig. 10) :

- un bloc électromagnétique (qui ne dépend que de la géométrie magnétique du moteur) permet d'obtenir la force radiale  $F_{r0}$ , le couple  $C_o$  et l'inductance  $L$  en fonction de la valeur du courant  $I$  et de la position  $\theta_m$ . Ces trois grandeurs sont obtenues à l'aide des éléments finis ;
- un bloc mécanique (qui dépend de la géométrie du moteur ainsi que de son montage et des matériaux constituants) modélise la réponse mécanique de la structure à la force radiale qui l'excite. Cette réponse est obtenue expérimentalement puis identifiée à une fonction de transfert ;

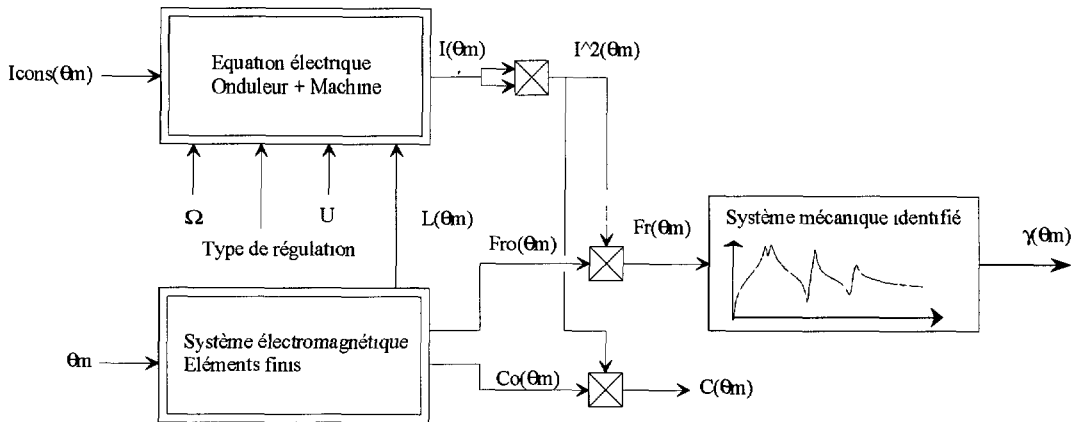


Fig. 10. — Modèle complet.

[Complete model.]

- un bloc électrique (qui dépend de la structure magnétique du moteur et de son alimentation) définit le courant absorbé par la phase de la machine en fonctionnement normal.

Chronologiquement, le modèle complet permet de déterminer l'accélération radiale et le couple de la manière suivante : le courant réel, issu du bloc électrique, est élevé au carré puis, position par position, multiplié par  $C_o(\theta_m)$  et  $F_{r0}(\theta_m)$  (calculés dans le bloc électromagnétique) pour obtenir respectivement le couple instantané  $C(\theta_m)$  et la force radiale instantanée  $F_r(\theta_m)$ . Cette force radiale sert d'excitation au bloc mécanique dont est issue l'accélération radiale.

## 8. Validation expérimentale

Avant d'utiliser ce modèle complet, une validation est menée de manière expérimentale. Les deux premières expériences s'attachent à valider le modèle des efforts à l'aide de mesures indirectes du couple et de la force radiale. Enfin, pour un point de fonctionnement en rotation, le courant et les vibrations mesurés sont comparés aux prédictions du modèle.

Ces résultats ont été obtenus à l'aide d'un banc de mesures (Fig. 11) constitué d'une machine à réluctance variable d'une puissance de 30 W accouplée à une charge de type machine à courant continu. En fonctionnement normal autopiloté, la M.R.V.D.S. est alimentée par un onduleur triphasé à demi-ponts asymétriques. L'accélération radiale est mesurée à l'aide d'un accéléromètre piézo-électrique de faible masse collé en surface de la machine (masse : 4,2 g ; diamètre : 9,5 mm).

La M.R.V.D.S. étudiée (Fig. 12) est triphasée de type 6/4 et ses principales caractéristiques sont : 6 dents statoriques 4 dents rotoriques, diamètre extérieur 63 mm, longueur 60 mm, diamètre d'entrefer 34 mm, entrefer au rayon 0,4 mm, 40 spires par phase. Cette machine reste sans saturation magnétique tant que le courant ne dépasse pas une dizaine d'ampères.

**8.1. VÉRIFICATION DE LA VALEUR DU COUPLE À COURANT CONSTANT.** — La mesure indirecte du couple utilisée ici est définie de la manière suivante : la M.R.V.D.S. est alimentée en courant constant  $I$  et entraînée par le moteur à courant continu à la vitesse constante  $\Omega$ .

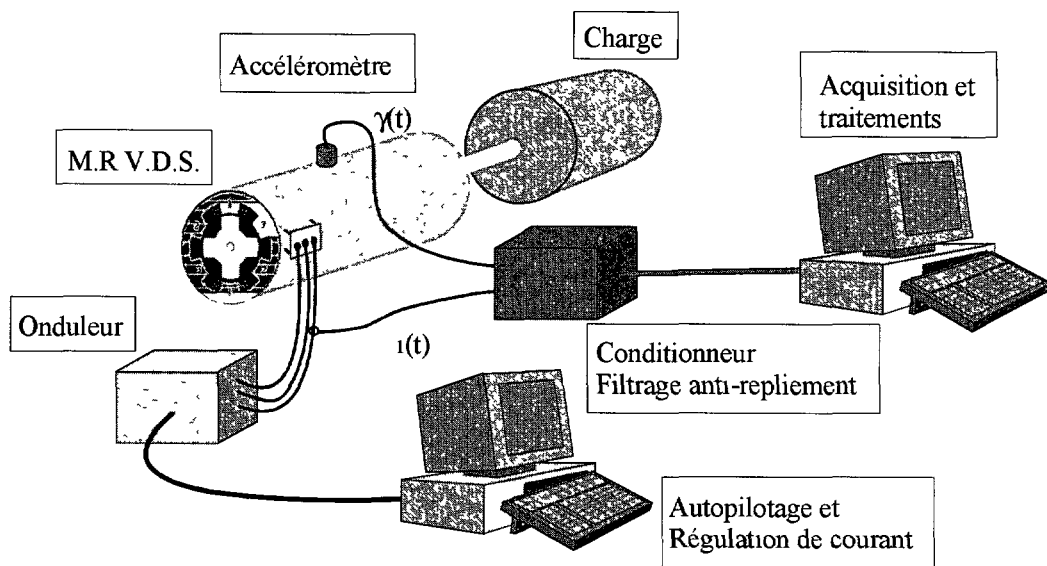


Fig. 11 — Banc de mesures ]

[Experimental bench ]

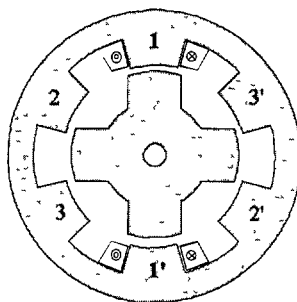


Fig. 12. — Coupe d'une M R V.D.S 6/4.

[S.R.M. structure ]

On mesure la F.E.M. de rotation  $E$  sur un enroulement séparé .

$$E = \Omega I \frac{dL(\theta_m)}{d\theta_m} \text{ (en régime linéaire).} \quad (6)$$

À l'aide des équations (4) et (6), le couple  $C$  peut s'exprimer :

$$C = \frac{1}{2\Omega} E \quad (7)$$

soit

$$C_o = \frac{1}{2\Omega I} E. \quad (8)$$

Les couples théorique et expérimental sont comparés figure 13.

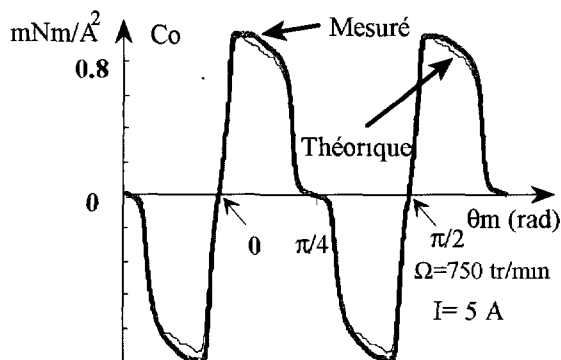


Fig. 13 — Couples théorique et mesuré expérimentalement.

[Theoric and experimental torques]

8.2. VÉRIFICATION DE LA FORCE RADIALE À COURANT CONSTANT. — Contrairement à la mesure précédente du couple que l'on aurait pu réaliser de manière directe à l'aide d'un capteur, la force radiale nécessite une mesure indirecte : on mesure l'accélération radiale dans des conditions d'excitation bien définies qui permettent de retrouver la force excitatrice. Idéalement il aurait été souhaitable d'alimenter la machine à courant constant et de l'entraîner à vitesse constante. Cependant la réponse mécanique de la structure étant de type passe-haut, l'accélération radiale est alors d'amplitude extrêmement faible et inutilisable. Pour contourner cette difficulté on utilise le principe de la modulation d'amplitude de la force radiale à courant constant  $F_{r0}(\theta_m)$  par un courant sinusoïdal : la M.R.V.D.S. est alors alimentée par un courant sinusoïdal à une fréquence  $f_i$  telle que le stator n'est pas en résonance, la machine est entraînée par la charge à la vitesse  $\Omega$ .

La figure 14 montre l'accélération radiale mesurée avec un courant d'amplitude réglée à 0,8 A à une fréquence de 1,95 kHz (on peut vérifier aisément l'élévation au carré du courant sur le spectre de l'accélération radiale, représenté figure 14, dont la raie principale est à 3,9 kHz). La vitesse de rotation est de 260 tours/min.

La force radiale est donc, suivant le modèle, la modulation d'amplitude du carré du courant par  $F_{r0}(\theta_m)$  : si  $i(t)$  s'écrit  $i(t) = I \cos(2\pi f_i t)$ , on a :  $F_r(\theta_m, i(t)) = F_{r0}(\theta_m) i^2(t)$ , soit

$$F_r(\theta_m, i(t)) = \frac{F_{r0}(\theta_m) I^2}{2} (1 + \cos(2(2\pi f_i)t)).$$

Le spectre de la force radiale comprend alors deux termes dont un est centré autour de la fréquence  $f = 0$  et l'autre autour de la fréquence  $f = 2f_i$ . Le premier représente le spectre de  $\frac{F_{r0}(\theta_m) I^2}{2}$  et le second le même spectre décalé de  $2f_i$  (ici 3,9 kHz). L'occupation spectrale de

chaque terme dépend donc de la fréquence de rotation  $N_r \frac{\Omega}{2\pi}$  (ici 17 Hz). Ces deux termes sont alors modifiés par la fonction de transfert mécanique avant d'être mesurables sur le spectre de l'accélération radiale :

- le premier terme est éliminé car c'est un terme en basses fréquences filtré par la fonction de transfert mécanique ;
- le second est amplifié par un gain constant (et donc non déformé) si la fonction de transfert  $H(f)$  peut être considérée constante sur toute la bande spectrale occupée par

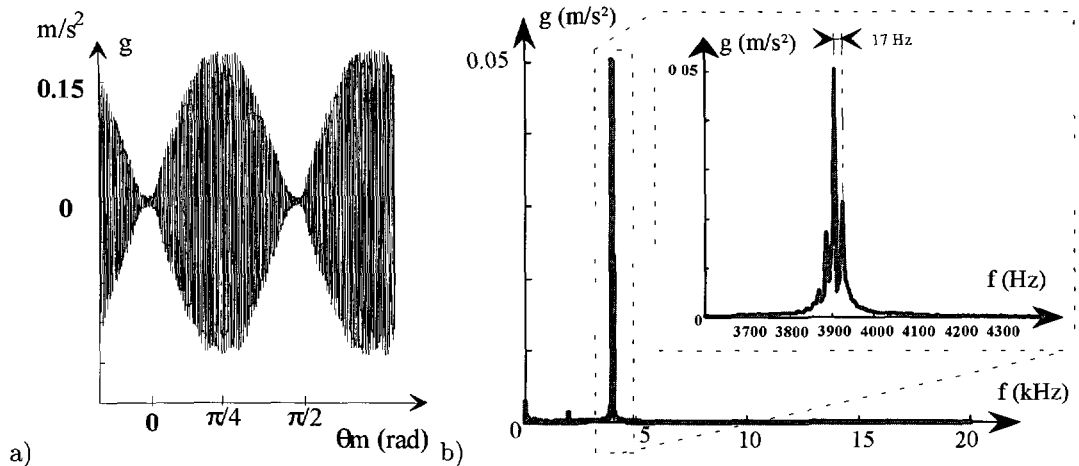


Fig. 14. — Accélération radiale mesurée. a) Représentation temporelle b) Représentation fréquentielle.

[Measured radial acceleration.]

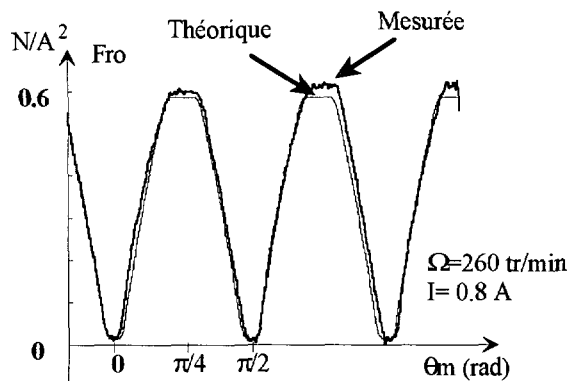


Fig. 15. — Force radiale théorique et mesurée expérimentalement.

[Theoric and measured radial force.]

le second terme. Cela revient à imposer une vitesse de rotation peu élevée et à choisir la fréquence électrique  $f_i$  telle que la fréquence  $2f_i$  soit loin d'une résonance.

Dans ces conditions, la force radiale mesurée (représentée Fig. 15) est obtenue en démodulant l'accélération radiale mesurée puis en la divisant par le gain de la fonction de transfert mécanique ainsi que par le carré de l'amplitude du courant.

*Remarque :* cet essai ne permet de valider que l'allure de la force radiale et non son amplitude puisqu'il est nécessaire de connaître la fonction de transfert mécanique  $H(f)$  et que sa détermination nécessite la connaissance préalable de la force radiale en conjonction !

Le modèle électromagnétique de la force radiale et du couple semble donc sous-estimer légèrement les efforts, enfin les dissymétries sur les courbes mesurées peuvent s'expliquer par les pertes, un faible cycle d'hystérésis ainsi que par la variation sur une période de la vitesse de rotation.

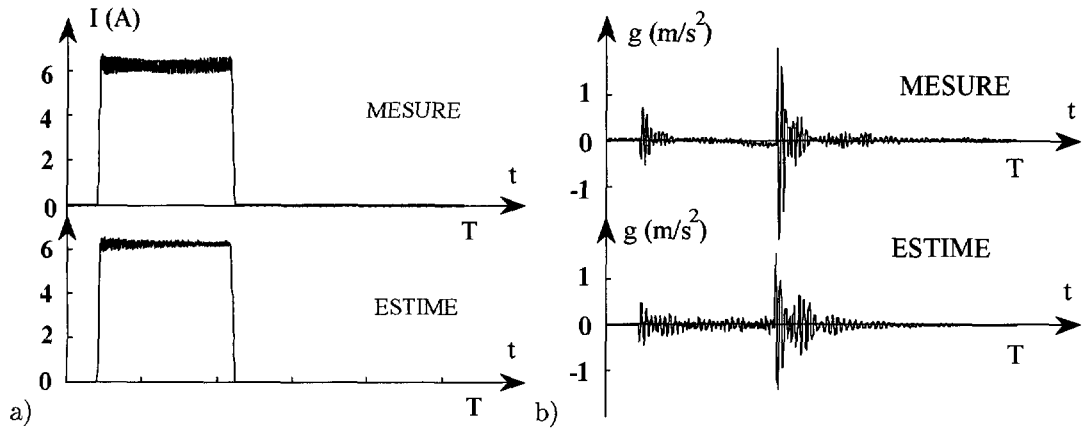


Fig. 16 — Comparaison temporelle a) Courant mesuré et estimé b) Accélération radiale mesurée et estimée.

[Time comparison of measured and predicted current and radial acceleration.]

**8.3. FONCTIONNEMENT NORMAL – M.R.V.D.S. AUTOPILOTÉE . VALIDATION DU MODÈLE COMPLET.** — Dans cet essai en rotation, le courant et l'accélération radiale sont mesurés en fonctionnement normal afin de valider le modèle complet.

La consigne de courant est un créneau de durée  $120^\circ$  et d'amplitude 6,5 A, la tension d'alimentation est de 30 V, le moteur entraîne sa charge à une vitesse de 800 tours/min. La régulation de courant est obtenue à l'aide d'une modulation de largeur d'impulsions à 40 kHz et donc sans influence sur le comportement dans la bande de fréquences considérées (0–20 kHz). Les grandeurs temporelles estimées par le modèle sont comparées à la mesure (Fig. 16).

La différence observable sur la régulation du courant est due à la méthode de simulation, elle est sans influence sur l'accélération dans la bande de fréquences audibles.

On peut noter la forte influence des commutations (front montant et surtout descendant) du courant sur les vibrations qui élargissent le support spectral des efforts et excitent ainsi des résonances fort éloignées du fondamental à 53 Hz (800 tours/min). Ceci peut être vérifié sur la figure 17 où sont comparés les spectres de l'accélération radiale mesurée et estimée.

## 9. Exploitation du modèle – influence de la forme du courant

On a pu remarquer sur la figure 16 que la M.R.V.D.S. alimentée par des créneaux de courant produisait des vibrations importantes lors de la coupure du courant car la force radiale est alors maximale et la descente rapide du courant entraîne un relâchement brutal (riche en harmoniques) de la force radiale. Une première idée consiste à ralentir la descente du courant en la contrôlant : la consigne a alors une forme trapézoïdale. La figure 18 montre le créneau de courant qui sert de référence de comparaison ainsi que deux courants de forme trapézoïdale (courant 2 et 3 : durée angulaire de descente du courant :  $5^\circ$  et  $10^\circ$ ). Les courants représentés ont une amplitude telle qu'ils créent le même couple moyen de 3 mN m à une vitesse de 800 tours/min. La régulation de courant est sans effet dans la bande des fréquences audibles.

À couple constant, l'amplitude du trapèze de courant est plus importante, mais la décroissance du courant apparaissant plus loin de la conjonction, l'amplitude de la force radiale est finalement diminuée (Fig. 19). De plus le relâchement de la force radiale est moins brutal



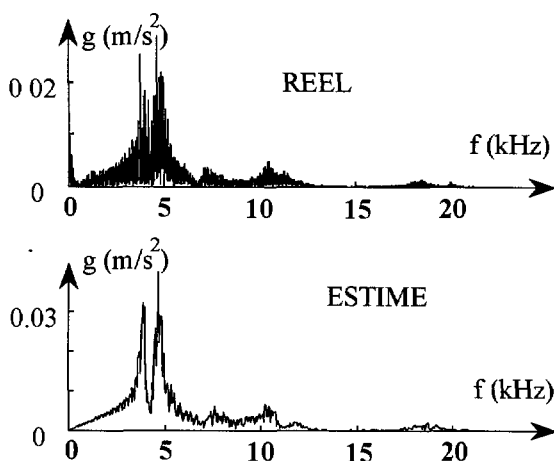


Fig 17. — Comparaison du spectre de l'accélération mesurée et estimée

[Spectrum comparison of measured and predicted radial acceleration.]

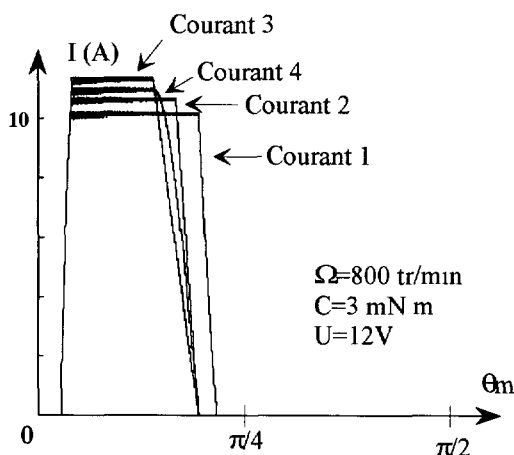


Fig. 18 — Courant simulé pour différentes consignes.

[Estimated current for different references.]

comme le montrent les pentes des forces radiales obtenues. Cependant une diminution supplémentaire de la pente s'avère de moins en moins efficace et est limitée par l'augmentation par la valeur maximale du courant qui croît rapidement.

La figure 19b permet de comparer les différentes accélérations radiales obtenues avec deux trapèzes de courant. Néanmoins la rupture de pente du courant reste génératrice de vibrations, une forme plus douce (courant 4) s'avère alors plus silencieuse. Le tableau II montre que les différentes formes de courant produisent des pertes Joule comparables car les courants efficaces sont semblables. Cependant au niveau de l'onduleur, les contraintes augmentent avec la valeur maximale du courant. L'atténuation de la valeur efficace de l'accélération pour le courant 4 par rapport au créneau est théoriquement d'une quinzaine de décibels.

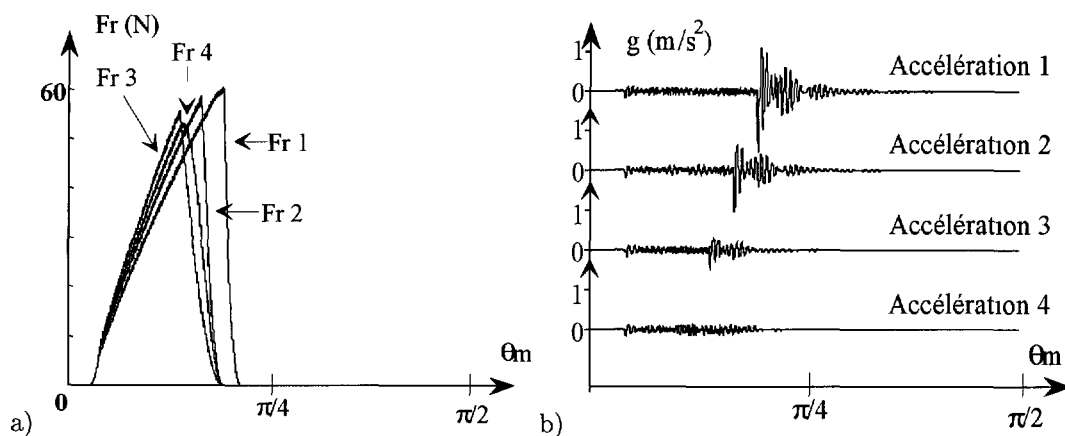


Fig. 19 — a) Force radiale pour différentes consignes b) Accélération radiale.

[Estimated radial force and radial acceleration for different references.]

Tableau II. — *Comparaison des consignes de courant.*

[Comparison of different references.]

|                         | $I_{\max}$ | $I_{\text{eff}}$ | Gain accélération efficace |
|-------------------------|------------|------------------|----------------------------|
| Courant 1 : créneau     | 10,2 A     | 5,8 A            | 0 dB                       |
| Courant 2 : trapèze 5°  | +5 %       | -3,5 %           | -3,5 dB                    |
| Courant 3 : trapèze 10° | +12 %      | -4 %             | -10 dB                     |
| Courant 4               | +8 %       | -4 %             | -13 dB                     |

En faisant varier d'autres paramètres que la forme de la consigne (par exemple la durée de conduction ou bien l'avance) on peut chercher de meilleurs compromis entre niveau vibratoire et courant efficace ou bien niveau vibratoire et courant maximal tout en conservant le couple fourni.

## Conclusion

Dans cet article, un modèle semi-expérimental des vibrations radiales d'une machine à réluctance variable est présenté dans le cas d'un fonctionnement monophasé en régime magnétique linéaire. Il montre comment le courant et la rotation du rotor se combinent pour créer les efforts qui excitent les modes de résonance du stator. Ces modes sont obtenus expérimentalement. Trois expérimentations permettent de valider pas à pas le modèle complet.

Ce modèle simple peut être utilisé pour définir les consignes de commande et le type de régulation les plus discrets tout en s'imposant des contraintes sur les performances de l'ensemble onduleur-machine.

Le fonctionnement polyphasé, où les harmoniques de vibrations, créées par chaque phase, sont déphasées dans le temps et dans l'espace et s'annulent ou s'amplifient entre elles, peut être abordé sur le même principe.

En régime saturé, la distribution des efforts est modifiée : apparition d'efforts volumiques, répartition différentes des efforts surfaciques en amplitude et direction. Cependant une approche similaire à l'aide d'une force radiale globale est envisageable.

Enfin, une fois le comportement général assimilé, une étude complète des différents systèmes physiques et de leur couplage à l'aide de logiciels de calcul par éléments finis doit être menée.

## Remerciements

M<sup>lle</sup> C. Durieu, MM. M. Besbes, F. Devries, D. Carton, P. Cers, P. Gruda, B. Humeau.

## Bibliographie

- [1] Miller T.J.E., Brushless Permanent-Magnet and Reluctance Motor Drives (Oxford Science Publications, 1989).
- [2] Multon B., Conception et alimentation électronique des machines à réluctance variable à double saillance, Rapport d'habilitation de l'ENS de Cachan (17 mai 1994).
- [3] Cameron D.E., Lang J.H. and Umans S.D., The Origin and Reduction of Acoustic Noise in Doubly Salient Variable-Reluctance Motors, *IEEE Trans. Industry Applications* **28** (November/December 1992) 1250-1255.
- [4] Wu C.Y. and Pollock C., Time domain analysis of vibration and acoustic noise in the switched reluctance drive, IEE International Electrical Machines and Drives Conference (1993) pp. 558-563.
- [5] Reyne G., Analyse théorique et expérimentale des phénomènes vibratoires d'origine électromagnétique, Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble (1<sup>er</sup> décembre 1987).
- [6] Sédov L., Mécanique des milieux continus, Tome II (Édition Mir) pp. 351-352.
- [7] Besbes M., Contribution à la modélisation numérique des phénomènes couplés magnéto-élastiques. Application à l'étude des vibrations d'origine magnétique dans les MRV, Thèse de Doctorat de l'Université Paris VI (14 juin 1995).
- [8] Clénet S., Astier S., Lefèvre Y. et Lajoie-Mazenc M., Méthode de mesure des fréquences propres et des coefficients d'amortissement d'une machine synchrone à aimants permanents, *J. Phys. III France* **4** (1994) 1431-1447.
- [9] Cers P., Mesure et modélisation de la fonction de transfert entre le courant et les vibrations du stator d'une machine à réluctance variable, Rapport de Stage Ingénieur (LESIR, 20 février 1996).
- [10] Colby R., Mottier F. and Miller T.J.E., Vibrations modes and acoustic noise in a 4 phases switched reluctance drive, *IEEE Trans. Industry Applications* (meeting 1995) pp. 441-447.