



HAL
open science

Optimisation des dimensions d'un micromoteur électrostatique à l'aide d'une modélisation analytique du couple statique

Isabelle Dufour, Emmanuel Sarraute, Ahmed Abbas, Sylvain Allano

► **To cite this version:**

Isabelle Dufour, Emmanuel Sarraute, Ahmed Abbas, Sylvain Allano. Optimisation des dimensions d'un micromoteur électrostatique à l'aide d'une modélisation analytique du couple statique. *Journal de Physique III*, 1995, 5 (12), pp.2059-2074. 10.1051/jp3:1995235 . jpa-00249437

HAL Id: jpa-00249437

<https://hal.science/jpa-00249437>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification

Physics Abstracts

07.10cm — 85.50Na — 84.60Rb

Optimisation des dimensions d'un micromoteur électrostatique à l'aide d'une modélisation analytique du couple statique

Isabelle Dufour, Emmanuel Sarraute, Ahmed Abbas et Sylvain Allano

Laboratoire d'Electricité Signaux et Robotique (L.E.Si.R.)(*), Ecole Normale Supérieure de Cachan, 61 avenue du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex, France

(Reçu le 18 mai 1995, accepté le 11 septembre 1995)

Résumé. — Puisque les moteurs électrostatiques nécessitent de très hautes tensions d'alimentation et ne développent que très peu d'efforts dans les dimensions usuelles, leur dimensionnement et optimisation ont été peu étudiés. Ils sont maintenant utilisés dans les faibles dimensions (micromoteurs) et leur dimensionnement est en général basé sur l'utilisation de simulation numérique utilisant des codes de calcul par éléments finis. Mais, à cause des nombreuses combinaisons géométriques possibles, ce type d'optimisation nécessite beaucoup de temps de calcul et doit être renouvelé pour chaque application en fonction du cahier des charges. Dans cet article, nous présentons une optimisation des moteurs électrostatiques à réluctance diélectrique variable à excitation radiale basée uniquement sur une modélisation analytique de l'évolution de la capacité stator/rotor. A partir d'un cahier des charges fixé et des limites du procédé de fabrication utilisé, cette optimisation permet de dimensionner le micromoteur délivrant un couple moyen maximum et une ondulation de couple minimale.

Abstract. — Since electrostatic motors require very high voltages and do not exert great efforts on the usual dimensional scale, their design and optimisation are not well-known. But on the millimeter and micrometer scales, this kind of motor seems to present interesting qualities. The optimisation of electrostatic micromotors is generally based on the use of numerical finite element methods. Because of the numerous possible geometrical combinations, this type of optimisation takes a lot of time and must be reperformed for each application. In this paper, we present an optimisation of variable capacitance motors based solely on an analytical model of the stator/rotor capacity. For each application, this model allows determining the optimal geometrical dimensions of the electrostatic micromotor depending on the fabrication process used.

1. Introduction

La plupart des moteurs classiquement rencontrés sont de type électromagnétique. Bien qu'ayant été inventés les premiers (Benjamin Franklin, 1748), les moteurs utilisant les forces électrostatiques ont quant à eux trouvé très peu d'applications du fait des faibles efforts qu'ils

(*) U.R.A. C.N.R.S. 1375

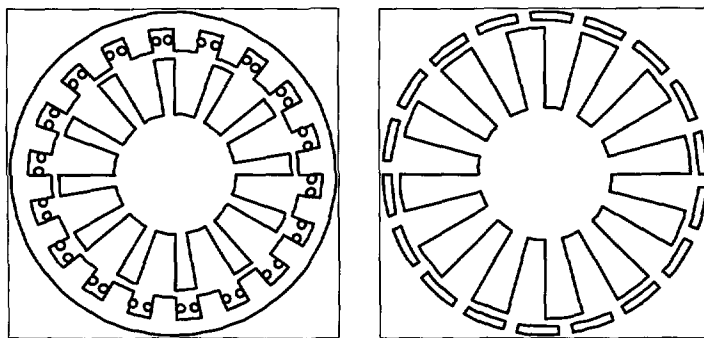


Fig. 1. — Structures des moteurs à réluctance magnétique ou diélectrique variable.

[Structures of switched reluctance motors and variable capacitance motors.]

développent et des hautes tensions d'alimentation qu'ils nécessitent dans les gammes de dimensions courantes [1].

Pourtant, les moteurs électrostatiques sont à nouveau à l'ordre du jour et font l'objet d'études dans plusieurs laboratoires de recherche dans le monde [2-5]. En effet, pour des dimensions extrêmement réduites (échelle micrométrique), ce type de moteur développe des efforts intéressants et ne nécessite pas des tensions d'alimentation extrêmement élevées. D'autre part, les moteurs électrostatiques présentent l'avantage de pouvoir facilement être miniaturisés et de nouvelles techniques d'usinage, dérivées des procédés d'intégration utilisés en microélectronique, ont été mises au point pour fabriquer ces nouveaux microactionneurs [6-9].

Deux grands types de micromoteurs électrostatiques ont été à ce jour étudiés et fabriqués : les micromoteurs à réluctance diélectrique variable (excitation radiale [10], excitation axiale [11], moteur harmonique [12]) et les micromoteurs à induction électrique (type asynchrone) [13,14].

Dans cet article nous étudions plus particulièrement les Moteurs à Réluctance Diélectrique Variable (MRDV) à excitation radiale. Dans un premier temps (paragraphe 2), nous comparons ces moteurs à leurs analogues magnétiques (Moteur à Réluctance Magnétique Variable MRMV) afin de définir une stratégie d'étude. Ensuite (paragraphe 3), nous présentons les critères d'optimisation choisis ainsi que les moyens dont nous disposons. Le paragraphe 4 est consacré à la modélisation analytique du couple statique. Dans le paragraphe 5 nous comparons les résultats de la modélisation avec ceux de simulation numérique. Pour terminer (paragraphe 6), à l'aide des résultats de la modélisation analytique, nous présentons une méthodologie pour le dimensionnement des moteurs à réluctance diélectrique variable.

2. Moteurs à réluctance diélectrique ou magnétique variable

2.1. STRUCTURES. — Les deux types de moteurs (MRMV et MRDV) ont des structures très proches (Fig. 1).

Ces moteurs comprennent deux parties : le stator électriquement actif et le rotor qui lui est électriquement passif. Dans le cas du moteur électrostatique, le stator est constitué de plots conducteurs et le rotor est un circuit conducteur denté. La structure du moteur électromagnétique est un peu plus compliquée à cause de la présence des bobinages : dans ce type de moteur électromagnétique le stator est constitué d'un circuit magnétique denté et de bobinages d'excitation et le rotor est un simple circuit magnétique denté.

Tableau I. — *Tableau d'analogies des MRMV et des MRDV.*

[Analogies of switched reluctance motors and variable capacitance motors.]

| Moteur Electromagnétique | Moteur Electrostatique |
|--|---|
| Flux φ | Charge Q |
| Inductance L | Capacité C |
| Courant I | Tension V |
| Champ magnétique H | Champ électrique E |
| Induction magnétique B | Induction électrique D |
| Perméabilité magnétique μ | Permittivité diélectrique ϵ |
| Energie électromagnétique $W = \int nI d\varphi$ | Energie électrostatique $W = \int V dQ$ |
| Coénergie électromagnétique $W' = \int \varphi dnI$ | Coénergie électrostatique $W' = \int Q dV$ |
| Couple instantané $T(\theta_m) = (\partial W' / \partial \theta_m)_{nI=cste} = - (\partial W / \partial \theta_m)_{\varphi=cste}$ | Couple instantané $T(\theta_m) = (\partial W' / \partial \theta_m)_{V=cste} = - (\partial W / \partial \theta_m)_{Q=cste}$ |

2.2. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT. — La rotation de ces moteurs à réluctance variable est basée sur la maximisation d'une inductance (MRMV) ou d'une capacitance (MRDV) en appliquant un courant (MRMV) ou une tension (MRDV) sur les pôles statoriques appropriés.

Le couple instantané développé par ces moteurs a pour expression :

$$T(\theta_m) = \frac{\partial W'}{\partial \theta_m} \Big|_{nI=cste \text{ ou } V=cste}$$

où θ_m est l'angle mécanique (repère de la position relative du rotor par rapport au stator), nI est le nombre d'ampères tours parcourant les phases alimentées du moteur électromagnétique, V est la différence de potentiel entre le rotor et les phases alimentées du moteur électrostatique et W' est la co-énergie électromagnétique ($W' = \int \varphi dnI$) ou électrostatique ($W' = \int Q dV$).

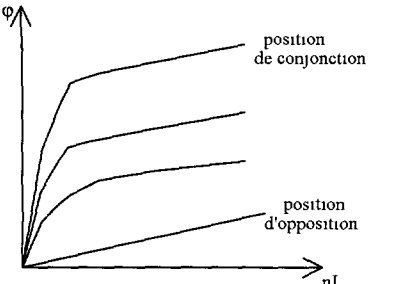
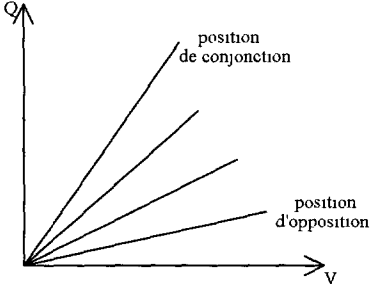
2.3. PRINCIPALES DIFFÉRENCES ENTRE LES DEUX TYPES DE MICROMOTEURS ENVISAGÉS. — De par leurs structures et leurs principes les MRMV et les MRDV ont de nombreux points communs : un tableau d'analogies peut donc facilement être dressé (Tab. I).

Mais des différences importantes sont tout de même à signaler et à exploiter pour l'optimisation de ces moteurs (Tab. II).

2.4. STRATÉGIE D'ÉTUDE. — La stratégie d'étude est différente dans le cas des moteurs magnétiques ou électrostatiques. En effet, les machines à réluctance magnétique variable sont bien connues pour les dimensions "classiques" c'est à dire pour ce que l'on pourrait appeler les "macromoteurs" [15]. Ces résultats sont donc utilisés pour la conception de micromoteurs électromagnétiques mais des modifications sont à apporter compte tenu des dimensions et de la technologie de fabrication utilisée (par exemple : dans les micromoteurs, les bobinages occupent en proportion une place beaucoup plus importante que dans les moteurs classiques, les caractéristiques des matériaux magnétiques en couche mince sont moins bonnes que celles des mêmes matériaux dans les dimensions usuelles, etc.). Par contre, bien qu'ayant été inventées les premières, les machines utilisant les forces électrostatiques sont moins connues. L'étude des micromoteurs à réluctance diélectrique variable est donc plutôt basée sur l'utilisation des similitudes avec les moteurs magnétiques et sur l'exploitation de leurs différences.

Tableau II. — *Tableau des différences entre les MRMV et les MRDV.*

[Differences between switched reluctance motors and variable capacitance motors.]

| Moteur Electromagnétique | Moteur Electrostatique |
|--|---|
| Caractéristique $\varphi(nI)$ non linéaire (saturation)  | Caractéristique $Q(V)$ linéaire  |
| Présence de bobinage au stator | Pas de bobinage |
| Culasse au stator | Pas de culasse |
| Limitation du champ par saturation phénomène réversible | Limitation du champ par claquage (Paschen) phénomène irréversible (destruction) |
| Pertes fer dans les matériaux magnétiques Pertes Joules dans les bobinages | |

Puisque les moteurs électrostatiques ont été moins étudiés que leurs analogues électromagnétiques, dans la suite de cet article nous présentons une démarche qui permet d'optimiser la structure d'un micromoteur électrostatique à réluctance diélectrique variable à excitation radiale.

3. Eléments de base pour l'optimisation

3.1. PARAMÈTRES RECHERCHÉS. — La structure géométrique du micromoteur est entièrement déterminée par les paramètres suivants (Fig. 2) :

- N_r, N_s : nombre de dents rotoriques et nombre de plots statoriques ; on peut alors en déduire les pas polaires rotoriques et statoriques : $\alpha_r^\circ = 2\pi/N_r$ et $\alpha_s^\circ = 2\pi/N_s$.
- $\beta_r^\circ, \beta_s^\circ$: angles dentaires rotoriques et statoriques ; on peut alors en déduire les coefficients d'encombrement rotorique et statorique : $\beta_r = \beta_r^\circ/\alpha_r^\circ$ et $\beta_s = \beta_s^\circ/\alpha_s^\circ$.
- r : rayon extérieur du rotor.
- h_s, h_r : hauteur des plots statoriques et des dents rotoriques.
- l : longueur du micromoteur.
- e : espace entre le rotor et le stator (appelé par abus dans le cas des moteurs électrostatiques : entrefer !).

3.2. CONTRAINTES TECHNOLOGIQUES. — Les neuf paramètres géométriques recherchés devront être compatibles avec le procédé de fabrication utilisé. La longueur l du micromoteur (en pratique son épaisseur) qu'il est possible d'obtenir par des méthodes de fabrication collective dépend du choix des procédés :

- procédés classiques exploités en microélectronique (fabrication des circuits intégrés) ; il s'agit des techniques de micro-usinage de surface : dépôt et gravure anisotrope de films minces. L'épaisseur maximale qu'il est possible d'obtenir est de $10 \mu\text{m}$.

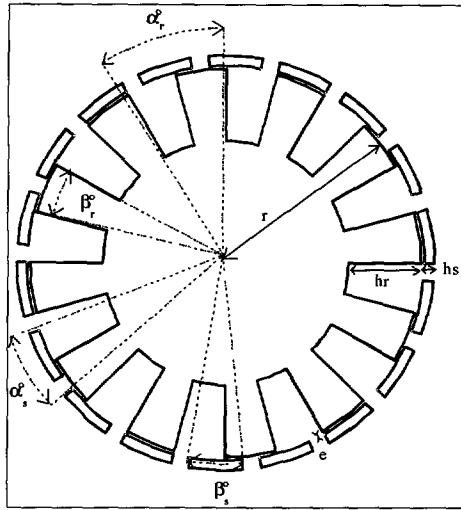


Fig. 2. — Paramètres géométriques d'un micromoteur électrostatique (vue en coupe).

[Geometrical parameters of electrostatic micromotor.]

- procédés spécifiques pour la fabrication de micro-objets en 3D ; l'un des plus prometteurs pour les micromoteurs est le micromoulage, basé sur la réalisation d'un moule en polymère et sur son remplissage par un métal déposé par voie électrolytique. Selon la complication des techniques de fabrication du moule (gravure profonde anisotrope, lithographie UV, lithographie X), l'épaisseur maximale se situera dans la plage 10 à 100 μm .

Dans tous les cas, un entrefer e inférieur à 3 μm n'est pas raisonnablement envisageable. D'autre part, pour estimer l'encombrement total du micromoteur, il faut tenir compte de la place nécessaire pour les plots de connexion : 100 μm \times 100 μm .

3.3. CRITÈRES D'OPTIMISATION. — La détermination des paramètres géométriques est faite de façon à maximiser le couple moyen développé par le moteur et à minimiser l'ondulation du couple instantané. En fait le couple fourni par le moteur dépend de l'alimentation de celui-ci ; nous avons donc fait dans un premier temps cette optimisation pour l'alimentation la plus simple possible : une seule phase est alimentée à la fois.

3.4. OUTILS DE SIMULATION DISPONIBLES. — Pour effectuer cette optimisation, nous avons à notre disposition un programme de simulation de champ électrostatique par éléments finis à deux dimensions : Maxwell 2D [16]. L'inconvénient majeur de ce type d'outil est le temps de calcul nécessaire compte tenu du nombre de paramètres à faire varier.

Pour s'affranchir de cet inconvénient, nous avons dans un premier temps conçu un modèle analytique simple permettant de déterminer les paramètres optimaux de façon relativement précise. Ensuite nous avons vérifié la cohérence du modèle avec les résultats fournis par le programme de simulation par éléments finis.

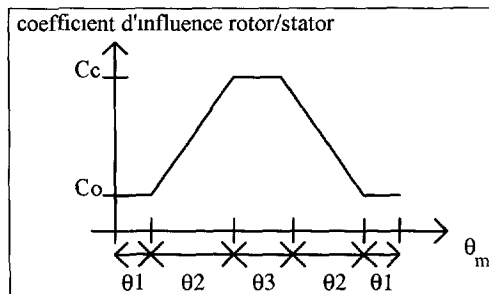


Fig. 3. — Modélisation de l'évolution du coefficient d'influence rotor/stator en fonction de la position relative du rotor par rapport au stator.

[Modelling of the stator/rotor influence coefficient evolution.]

4. Modélisation analytique

4.1. MODÉLISATION DU COEFFICIENT D'INFLUENCE ROTOR/STATOR. — La modélisation analytique proposée, est basée sur la linéarisation par parties de la caractéristique de la capacité entre un plot statorique et le rotor en fonction de la position du rotor (Fig. 3). L'angle mécanique θ_m a pour origine la position d'opposition du rotor par rapport au plot statorique alimenté. Dans cette modélisation, on considère que la capacité n'évolue que lorsque la surface en regard stator/rotor varie. La capacité est donc constante pendant une durée angulaire $2\theta_1 = \alpha_r^\circ - \beta_r^\circ - \beta_s^\circ$ autour de la position d'opposition et pendant $\theta_3 = \max(\beta_r^\circ, \beta_s^\circ) - \min(\beta_r^\circ, \beta_s^\circ)$ autour de la position de conjonction et elle évolue pendant des périodes de longueur $\theta_2 = \min(\beta_r^\circ, \beta_s^\circ)$. Ceci est une approximation qui ne tient pas compte des effets de bord. D'autre part, nous supposons que la capacité varie linéairement lorsque la surface en regard des dents rotoriques et des plots statoriques varie elle aussi linéairement.

Pour cette modélisation, nous avons besoin d'estimer les valeurs de la capacité pour les positions de conjonction C_c et d'opposition C_o . Pour la position de conjonction, nous supposons que le champ électrique est équivalent à celui créé par un condensateur plan infini. Pour cela il faut que l'entrefer e soit petit par rapport aux dimensions des surfaces rotoriques et statoriques en regard c'est à dire $r \min(\beta_r^\circ, \beta_s^\circ)$ et l . Dans ce cas, la capacité C_c a pour expression : $C_c = \frac{\epsilon r l}{e} \min(\beta_r^\circ, \beta_s^\circ)$. En ce qui concerne la capacité C_o nous supposons qu'elle est négligeable par rapport à C_c .

4.2. COEFFICIENT DE CAPACITÉ D'UN PLOT STATORIQUE. — Un moteur électrostatique est composé de différents conducteurs : les plots statoriques et le rotor. Pour chaque plot statorique, on peut définir son coefficient de capacité qui est quasiment égal à la somme des capacités entre ce plot statorique et les différents conducteurs (ces capacités sont généralement appelées coefficient d'influence et sont les analogues des mutuelles inductance dans le cas des moteurs magnétiques). Les trois capacités prépondérantes intervenant dans le calcul du coefficient de capacité d'un plot statorique sont (Fig. 4) : la capacité entre ce plot et le rotor ($C_{s/r}$ présentée et modélisée dans le paragraphe précédent) et les capacités entre ce plot et les plots statoriques voisins ($C_{s/sg}, C_{s/sd}$).

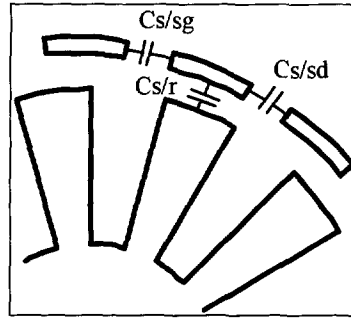


Fig. 4. — Capacités intervenant dans le coefficient de capacité d'un plot statorique.

[Capacities for the stator plot capacity coefficient.]

Le coefficient de capacité d'un plot statorique a donc pour expression :

$$C \approx C_{s/r} + C_{s/sg} + C_{s/sd}$$

Dans la modélisation nous allons supposer que les capacités entre plots statoriques voisins évoluent peu en fonction de la position du rotor.

4.3. EXPRESSION DU COUPLE MOYEN. — Les moteurs électrostatiques ne présentant pas de fonctionnement non linéaire, nous pouvons écrire l'équation :

$$Q = CV$$

où Q est la charge du plot statorique alimenté, C le coefficient de capacité de ce plot et V la différence de potentiel entre le plot alimenté et le rotor.

Compte tenu de l'expression de la co-énergie électrostatique donnée dans le tableau I, nous avons :

$$W'(\theta_m) = \int_0^V C(\theta_m) V dV = \frac{1}{2} C(\theta_m) V^2$$

Nous obtenons ainsi l'expression du couple instantané lorsque un plot statorique est alimenté :

$$T_{1\text{plot}}(\theta_m) = \frac{\partial W'}{\partial \theta_m} = \frac{1}{2} V^2 \frac{dC}{d\theta_m}$$

On voit donc que le couple est positif si l'on alimente un plot statorique lorsque le coefficient de capacité C est en phase croissante c'est à dire lorsque la capacité entre ce plot et le rotor est en phase de croissance (les coefficients d'influence entre plots statoriques étant considérés constants). Si cette capacité est constante ou décroissante, le moteur ne produit pas de couple ou freine.

Etant donné le type d'alimentation choisi (une seule phase alimentée à la fois), deux cas de figure se présentent :

- si la durée angulaire de croissance de la capacité, $\theta_2 = \min(\beta_r^\circ, \beta_s^\circ)$, est plus petite que la durée angulaire disponible pour alimenter chaque phase, α_r°/q (q étant le nombre de phases du moteur), alors chaque phase sera alimentée pendant la durée angulaire $\theta_2 = \min(\beta_r^\circ, \beta_s^\circ)$.

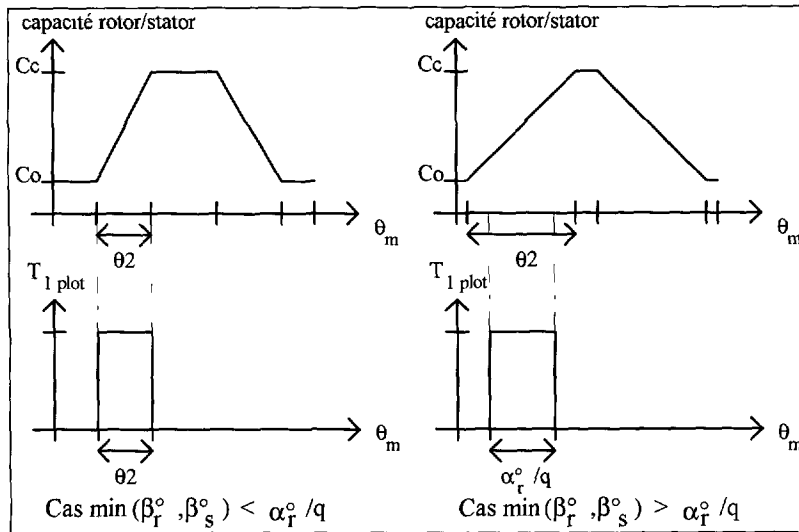


Fig. 5. — Couple instantané produit par un plot statorique.

[Instantaneous torque of a stator plot.]

- dans le cas contraire, chaque phase sera alimentée pendant la durée angulaire α_r^o/q .

Chaque plot statorique produit donc un couple constant égal à $(C_c - C_o) V^2/2 \min(\beta_r^o, \beta_s^o)$ pendant une durée angulaire $\min(\beta_r^o, \beta_s^o)$ ou α_r^o/q (Fig. 5). Il est important de noter que dans le cas où les plots sont alimentés pendant α_r^o/q , le couple total développé par le moteur est constant. Afin de produire un couple le plus grand possible, nous voyons qu'il faut que le moteur soit tel que C_o soit le plus faible possible. Dans le cas où C_o est négligeable par rapport à C_c , le couple obtenu lorsque un plot statorique est alimenté vaut :

$$(C_c - C_o) V^2/2 \min(\beta_r^o, \beta_s^o) \approx \epsilon r l V^2/2e.$$

Le moteur comportant p plots statoriques par phases ($N_s = pq$), le couple moyen total d'un moteur a pour expression :

$$\begin{aligned} \text{si } \min(\beta_r^o, \beta_s^o) \leq \alpha_r^o/q \quad (\text{ondulation du couple}) \quad < T > = pq \frac{N_r V^2 \epsilon r l}{2\pi \cdot 2 e} \min(\beta_r^o, \beta_s^o) \\ \text{et si } \min(\beta_r^o, \beta_s^o) \geq \alpha_r^o/q \quad (\text{couple constant}) \quad < T > = p \frac{V^2 \epsilon r l}{2 e} \end{aligned}$$

4.4. OPTIMISATION DU COUPLE MOYEN. — Le but de cette modélisation est d'optimiser la structure du moteur pour maximiser le couple moyen qu'il développe. A partir des expressions présentées dans le paragraphe précédent et en tenant compte du fait que $\beta_s^o < \alpha_s^o$, $\beta_r^o < \alpha_r^o$ et $\beta_s^o < \alpha_r^o - \beta_r^o$ (l'angle interdentaire rotorique doit être supérieur à l'angle dentaire statorique pour que la capacité à la position d'opposition soit faible), nous obtenons l'expression du couple moyen optimal que l'on peut obtenir en fonction de β_r (Fig. 6).

Pour obtenir le maximum de couple moyen il faut donc adopter une configuration telle que $\alpha_r^o/q \leq \beta_r^o \leq \alpha_r^o(1 - 1/q)$ et $\alpha_r^o/q \leq \beta_s^o \leq \min(\alpha_s^o, \alpha_r^o(1 - \beta_r))$. Dans ce cas, l'alimentation des plots statoriques est faite pendant la durée angulaire maximale α_r^o/q et le couple total du moteur est constant et égal à $T_{\max} = < T > = pV^2\epsilon r l/2e$.

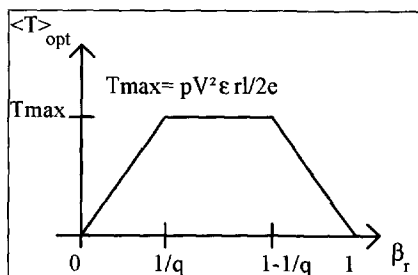


Fig. 6. — Couple moyen optimal en fonction de β_r .

[Optimal average torque *versus* β_r .]

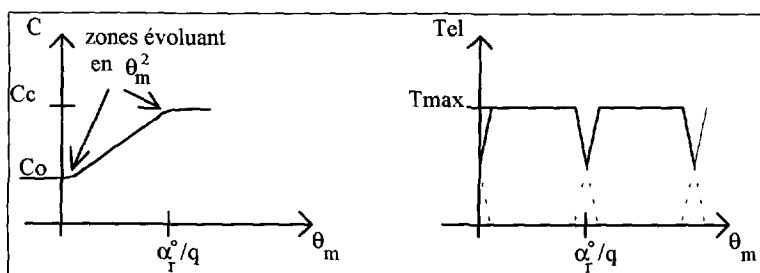


Fig. 7. — Evolution de la capacité rotor/stator et du couple instantané en fonction de l'angle mécanique pour $\beta_r = 1/q$ en tenant compte des zones dans lesquelles la capacité varie en θ_m^2 .

[Stator/rotor capacity evolution and instantaneous torque *versus* the mechanical angle for $\beta_r = 1/q$ with the θ_m^2 evolution.]

Apparemment, à la vue de ce résultat, différents angles rotoriques et statoriques peuvent fournir le même couple constant. En fait nous allons voir dans le paragraphe suivant que cette modélisation ne permet pas de rendre compte de toutes les ondulations de couple. Le choix des angles se fera donc parmi les configurations $\alpha_r^o/q \leq \beta_r^o \leq \alpha_r^o(1 - 1/q)$ et $\alpha_r/q \leq \beta_s^o \leq \min(\alpha_s^o, \alpha_r^o(1 - \beta_r))$, mais d'autres considérations sont à prendre en compte en ce qui concerne l'ondulation du couple.

4.5. MINIMISATION DE L'ONDULATION DU COUPLE. — Le modèle présenté précédemment est basé sur la linéarisation par parties de la capacité stator/rotor. En réalité les changements de pentes de cette caractéristique sont plus doux et l'on peut considérer que, entre deux zones, la capacité varie comme le carré de l'angle mécanique. Il y a donc des zones dans lesquelles le couple d'une phase n'est pas constant mais varie linéairement en fonction de l'angle mécanique : un exemple est donné sur la figure 7.

On constate sur cette figure que l'évolution en θ_m^2 de la capacité entre les plots statoriques et le rotor suffit, pour certaines configurations, à faire chuter le couple instantané à la moitié de sa valeur maximale.

Pour diminuer au maximum cette ondulation du couple, il faut élargir le plus possible la zone durant laquelle la capacité est croissante. Il faut donc maximiser $\min(\beta_r^o, \beta_s^o)$ en gardant toujours les angles β_r^o et β_s^o tels que $\alpha_r^o/q \leq \beta_r^o \leq \alpha_r^o(1 - 1/q)$ et $\alpha_r^o/q \leq \beta_s^o \leq \min(\alpha_s^o, \alpha_r^o(1 - \beta_r))$.

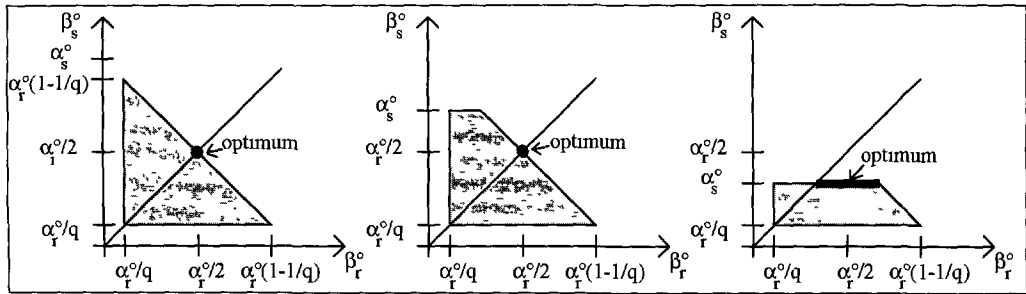


Fig. 8. — Recherche des angles β_r° et β_s° pour avoir un couple moyen maximum et un minimum d'ondulation.

[Search of β_r° and β_s° for a maximum average torque and minimum torque ripple.]

Sur la figure 8, nous avons grisé les zones dans lesquelles il faut rechercher le maximum de min ($\beta_r^\circ, \beta_s^\circ$).

D'après cette seconde étape de modélisation, le minimum d'ondulation avec le maximum de couple moyen est obtenu pour :

$$\beta_r^\circ = \beta_s^\circ = \frac{\alpha_r^\circ}{2} \quad \text{si} \quad \frac{N_s}{N_r} \leq 2$$

et

$$\beta_s^\circ \approx \alpha_s^\circ \text{ et } \alpha_s^\circ \leq \beta_r^\circ \leq \alpha_r^\circ - \alpha_s^\circ \quad \text{si} \quad \frac{N_s}{N_r} \geq 2$$

Nous pouvons noter que contrairement au cas des moteurs électromagnétiques, il n'y a pas de limitation pour la valeur de β_s° (il faut garder une place pour les bobinages dans le cas des moteurs électromagnétiques). Ainsi, $\beta_s^\circ \approx \alpha_s^\circ$ est envisageable : il suffit de laisser seulement un faible espace entre deux plots statoriques consécutifs afin de les isoler les uns des autres.

4.6. INFLUENCE DES MATÉRIAUX. — La modélisation présentée jusqu'à ce point suppose que les armatures des condensateurs sont métalliques et que l'entrefer est de l'air. Cette modélisation concerne donc les moteurs dont les plots statoriques et le rotor sont métalliques. Dans ce paragraphe, nous allons voir l'influence du changement d'un des matériaux : par exemple un rotor non métallique (Fig. 9).

La différence de potentiel V est donc appliquée aux bornes d'un condensateur qui est la mise en série de deux condensateurs $C_e = \frac{\epsilon_0 r l}{e} \min(\beta_r^\circ, \beta_s^\circ)$: correspondant à l'entrefer et $C_r = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r r l}{d} \min(\beta_r^\circ, \beta_s^\circ)$ correspondant au rotor. Le condensateur total a donc pour expression : $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r r l}{d + \epsilon_r e} \min(\beta_r^\circ, \beta_s^\circ)$.

- Si le matériau rotorique est un conducteur parfait ($\epsilon_r \rightarrow \infty$) alors $C = \frac{\epsilon_0 r l}{e} \min(\beta_r^\circ, \beta_s^\circ) = C_e$ (on retrouve le cas présenté dans les paragraphes précédents).

- Si ϵ_r est faible ($\epsilon_r e \ll d$) alors $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r r l}{d} \min(\beta_r^\circ, \beta_s^\circ) = \epsilon_r \frac{e}{d} C_e$. La capacité et par conséquent le couple maximum sont donc proportionnels à ϵ_r .

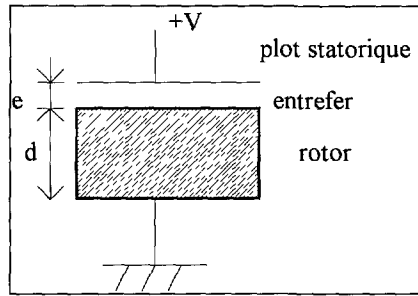


Fig. 9. — Schéma du modèle étudiant l'influence du matériau rotorique.

[Modelling of the rotor material influence.]

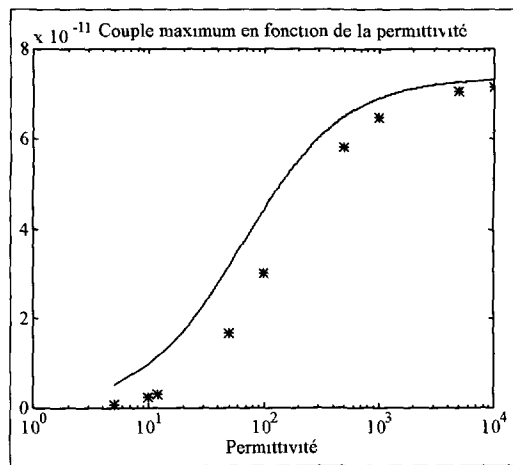


Fig. 10. — Couple en fonction de la permittivité relative rotorique (ligne = modélisation, points = simulation).

[Torque *versus* the rotor relative permittivity (line = modelling, points = simulation).]

5. Simulation numérique

Nous avons voulu vérifier la cohérence du modèle avec les résultats fournis par le programme de simulation par éléments finis. Cette comparaison a été faite pour des moteurs tels que $N_s = 6$, $N_r = 4$, $e = 3 \mu\text{m}$, $l = 10 \mu\text{m}$. $\beta_r^\circ = \beta_s^\circ$ et $\beta_r = 1/3$ ou $\beta_r = 1/2$.

5.1. CHOIX DU MATÉRIAU ROTORIQUE. — La comparaison du modèle concernant un rotor non métallique et de la simulation est présentée figure 10.

Le couple maximum croît en fonction de la permittivité rotorique et atteint environ 66 pNm pour un rotor en titanate de Baryum ($\epsilon_r = 1000$) alors qu'il n'est que de 3,3 pNm pour un rotor en silicium non dopé ($\epsilon_r = 12$).

Avec un rotor métallique, le couple produit est de 70 pNm : l'utilisation d'un métal comme matériau rotorique s'avère donc intéressante. Dans la suite nous ne considérerons donc que des moteurs métalliques.

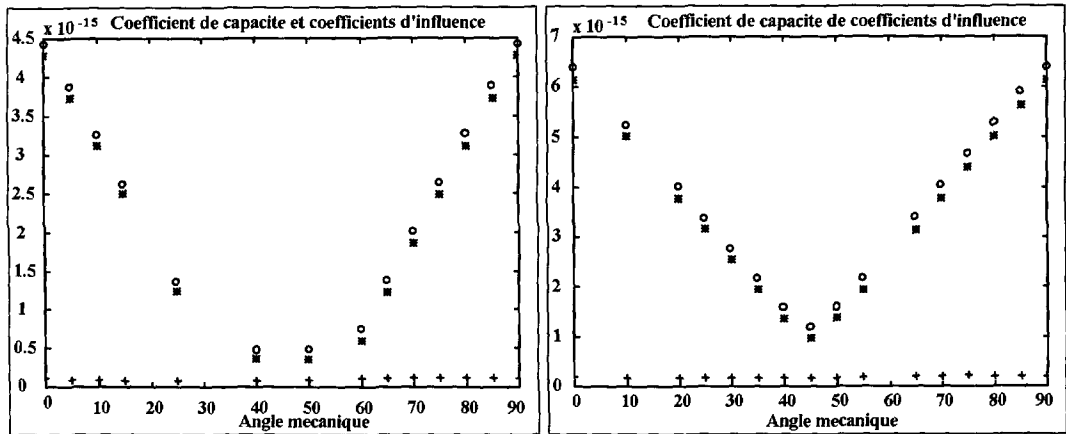


Fig. 11. — Simulation du coefficient de capacités d'un plot statorique (o), du coefficient d'influence entre ce plot statorique et le rotor (*) et du coefficient d'influence entre ce plot et un plot statorique voisin (+) : à gauche pour $\beta_r = 1/3$, à droite pour $\beta_r = 1/2$.

[Simulation of the stator capacity coefficient (o), of the influence coefficient between stator and rotor (*) and of the influence coefficient between two stator poles (+). On the left: $\beta_r = 1/3$, on the right: $\beta_r = 1/2$.]

5.2. COEFFICIENTS DE CAPACITÉ ET COEFFICIENTS D'INFLUENCE. — Dans un premier temps nous avons voulu vérifier quelques hypothèses du modèle. Sur la figure 11, nous avons représenté le coefficient de capacité et les coefficients d'influence d'un plot statorique obtenus par simulation numérique.

Grâce à cette figure, on constate que les variations du coefficient d'influence entre deux plots statoriques voisins sont négligeables par rapport aux variations du coefficient d'influence entre le plot statorique et le rotor. Ceci a été supposé dans le modèle puisque nous avons considéré pour le calcul du couple que la dérivée du coefficient d'influence par rapport à l'angle mécanique était pratiquement égal à la dérivée du coefficient d'influence stator/rotor par rapport à l'angle mécanique ($dC/d\theta_m \approx dC_{s/r}/d\theta_m$).

5.3. COMPARAISON ENTRE SIMULATION ET MODÉLISATION : CAPACITÉ STATOR/ROTOR

Sur la figure 12 est représentée l'évolution des capacités stator/rotor en fonction de l'angle mécanique.

On constate que le modèle permet d'obtenir une bonne approximation de l'évolution de la capacité en fonction de l'angle mécanique et des angles β_r° et β_s° du moteur.

5.4. COMPARAISON ENTRE SIMULATION ET MODÉLISATION : COUPLE ÉLECTROSTATIQUE

La figure 13 représente l'évolution du couple électrostatique d'après la modélisation analytique ainsi que celle fournie par le programme de simulation numérique.

Cette figure permet de montrer la bonne adéquation entre les résultats du modèle purement analytique et ceux de la simulation par éléments finis. D'autre part, on constate que le moteur pour lequel les angles ont été optimisés permet effectivement d'avoir un couple moyen égal au couple maximum (pas d'ondulations).

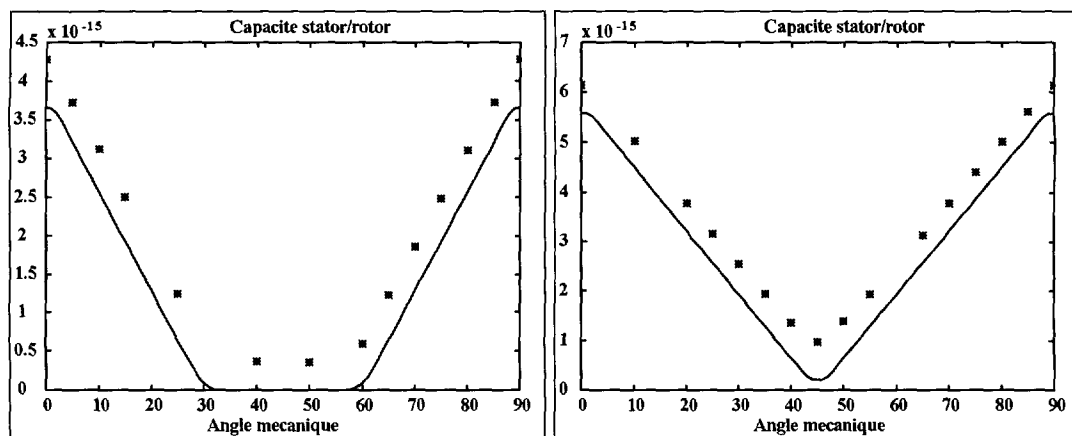


Fig. 12. — Simulation (points) et modélisation (lignes) du coefficient d'influence entre un plot statorique et le rotor : à gauche pour $\beta_r = 1/3$, à droite pour $\beta_r = 1/2$.

[Influence coefficient between stator and rotor poles. On the left: $\beta_r = 1/3$, on the right: $\beta_r = 1/2$.]

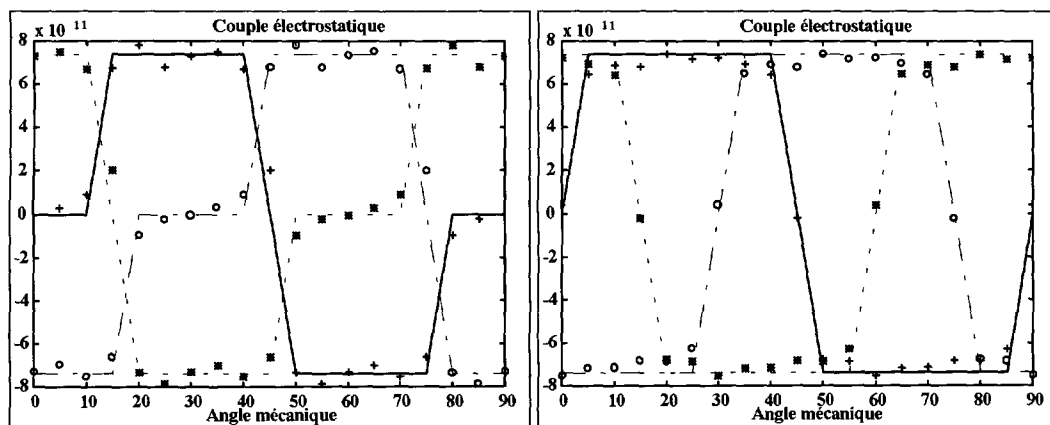


Fig. 13. — Comparaisons des résultats fournis par le modèle (lignes) et des résultats obtenus par la simulation par éléments finis (points) : à gauche pour $\beta_r = 1/3$, à droite pour $\beta_r = 1/2$.

[Comparison between the modelling results (lines) and the simulation results (points). On the left: $\beta_r = 1/3$, on the right: $\beta_r = 1/2$.]

5.5. CONCLUSIONS SUR LES PERFORMANCES DE LA MODÉLISATION ANALYTIQUE. — Nous venons de voir que la modélisation analytique présentée au paragraphe 4 permet d'estimer l'évolution du couple produit par un moteur électrostatique à réluctance diélectrique variable et à excitation radiale de la même façon qu'un programme de simulation numérique en deux dimensions. L'avantage de la modélisation vient du fait qu'elle est analytique et qu'elle ne nécessite que très peu de calculs. La limite pour l'utilisation de cette modélisation est la même que pour les programmes de simulation en deux dimensions : il faut que la longueur l du moteur

soit plus importante que l'entrefer e afin de pouvoir négliger les effets de bords (qui ne sont pris en compte dans aucun de ces deux cas).

D'autre part, nous venons de vérifier que cette modélisation permet d'optimiser les angles β_r° et β_s° afin d'obtenir un couple le moins ondulé et le plus élevé possible. Dans le paragraphe suivant nous allons voir que cette modélisation analytique permet également d'optimiser des autres paramètres géométriques.

6. Détermination des paramètres du moteur

D'après les résultats du paragraphe 4.4, le couple est inversement proportionnel à e et proportionnel à r et l . Ainsi, en fonction des limites technologiques, l'entrefer e le plus faible et la longueur l la plus grande doivent être choisis alors que le rayon r doit être le plus grand possible compte tenu de la place disponible après déduction de l'encombrement des connexions.

La valeur de la hauteur des dents rotoriques h_r n'apparaît pas dans la modélisation mais elle intervient en fait dans la valeur de la capacité d'opposition C_o . Cette capacité diminue avec h_r et tend vers une limite pour $r \min(\beta_r^\circ, \beta_s^\circ) / h_r = 1$. La hauteur des dents rotoriques h_r doit donc être tel que $h_r \geq r \min(\beta_r^\circ, \beta_s^\circ)$.

La hauteur des dents statoriques h_s n'intervient pas dans le modèle, h_s est donc choisi faible afin de minimiser l'encombrement du moteur et les capacités entre deux plots statoriques consécutifs ($C_{s/sg}, C_{s/sd}$). Ce point est à nouveau différent du cas magnétique dans lequel les dents statoriques doivent être suffisamment longues afin de disposer d'assez de place dans les encoches.

Les paramètres restant à déterminer sont le nombre de dents rotoriques N_r et le nombre de plots statoriques N_s . Une première étape consiste à choisir le nombre de phases q . Pour un moteur à denture symétrique, q doit être supérieur ou égal à 3. En effet, avec une seule phase le moteur ne peut produire un couple positif que sur une demi-période électrique au maximum et avec deux phases, le couple total étant nul pour certaines positions. Afin d'éviter d'avoir une alimentation trop compliquée on choisit rarement un nombre de phase supérieur à 3. Le choix $q = 3$ paraît donc simplifier l'alimentation tout en ayant un couple correct (pas de passage par zéro). Pour $q = 3$ le rapport N_s/N_r peut être égal à 3, 3/2, 3/4, 3/5... Pour un rapport N_s/N_r égal à 3, la durée angulaire de croissance de la capacité est β_s° qui est très proche de α_s° mais toujours inférieur. Cette durée étant inférieure à $\alpha_r^\circ/3$, il y aura inévitablement une ondulation de couple. Par contre pour les autres rapports N_s/N_r , la durée de croissance étant $\beta_r^\circ = \alpha_r^\circ/2$, il n'y a pas de problème d'ondulation de couple. Pour un couple maximum donné (p, r, l, e donnés), afin que l'hypothèse du condensateur plan soit satisfaite, il faut que $r\beta_r^\circ = r \frac{\pi N_s}{pq N_r} \gg e$. Il faut donc un rapport N_s/N_r le plus grand possible. Pour cette raison le rapport 3/2 est choisi. Afin de déterminer N_s et N_r il reste à choisir le nombre p de pôles par phase ($N_s = pq = 3p$; $N_r = 2N_s/3$). Le nombre de pôles p doit être le plus grand possible de façon à avoir un couple maximum tout en restant dans l'hypothèse du condensateur plan $r\beta_r^\circ > 10e$ c'est à dire $p < r\pi/20e$.

Pour un cahier des charges donné et compte tenu des limites de la technologie de fabrication employée, le choix des différents paramètres du micromoteur doit être fait comme présenté dans le tableau III.

Tableau III. — Dimensionnement optimal d'un micromoteur électrostatique à réluctance diélectrique variable à excitation radiale.

[Optimal dimensions of electrostatic micromotors (radial gap variable capacitance micromotors.)]

| Paramètres | Dimensionnement |
|-----------------|--|
| e | limite inférieure de technologie |
| l | limite supérieure de technologie |
| r | limite supérieure compte tenu de la place disponible |
| q | 3 |
| p | le plus grand possible avec $p < r\pi/20e$ |
| N_s | pq |
| N_r | $2N_s/3$ |
| β_r° | π / N_r |
| β_s° | π / N_r |
| h_r | $h_r \geq r \min(\beta_r^\circ, \beta_s^\circ)$ |
| h_s | limite inférieure de technologie |

7. Conclusion

Les moteurs électrostatiques n'étant pas performants aux dimensions usuelles, ils ont été beaucoup moins étudiés que les moteurs électromagnétiques. Pourtant des études plus poussées de ces moteurs sont maintenant nécessaires puisqu'ils apparaissent intéressants à l'échelle micrométrique. Dans cet article nous avons présenté une modélisation analytique des moteurs à réluctance diélectrique variable. L'avantage de cette modélisation est qu'elle permet de prédire le couple fourni par le moteur sans aucune simulation numérique. De plus, cette modélisation a permis, pour un cahier des charges donné, de mettre au point une méthodologie de dimensionnement des moteurs à réluctance diélectrique variable.

Bibliographie

- [1] Jefimenko O.D., Electrostatic motors, Electret Scientific Company, Start City (1973).
- [2] Bart S.F., Mehregany M., Tavrow L.S., Lang J.H. et Senturia S.D., Electric micromotor dynamics, *IEEE Trans. electron devices* **39** (1992) 566-575.
- [3] Jaecklin V.P., Linder C., De Rooij N.F. et Moret J.M., Comb actuators for *xy*-microstages, *Sensors and Actuators A* **39** (1993) 83-89.
- [4] Bryzek J., Petersen K. et McCulley W., Micromachines on the march, *IEEE Spectrum* (May 1994) 20-31.
- [5] Sarraute E., Etude et modélisation de microactionneurs intégrés sur silicium, Thèse de docteur en sciences de l'Institut National Polytechnique de Toulouse (26 Octobre 1993).

- [6] Fan L.S., Tai Y.C. et Muller R.S., IC-processed electrostatic micromotors, *Sensors and Actuators* **20** (1989) 41-47.
- [7] Tavrow L.S., Bart S.F., Lang J.H. et Schlecht M.F., A LOCOS process for an electrostatic microfabricated motor, *Sensors and Actuators A* **21-23** (1990) 893-898.
- [8] Mehregany M., Senturia S.D., Lang J.H. et Nagarkar P., Micromotor fabrication, *IEEE Trans. electron devices* **39** (1992) 2060-2069.
- [9] Linder C., Paratte L., Gretillat M.-A., Jaecklin V.P. et De Rooij N.F., Surface micromachining, *J. Micromech. Microeng.* **2** (1992) 122-132.
- [10] Yasseen A.A., Smith S.W., Mehregany M. et Merat F.L., Diffraction grating scanners using polysilicon micromotors, *IEEE Micro. Electro. Mechanical Systems, Workshop* (29 January-2 February 1995) Amsterdam, The Netherlands, pp. 175-180.
- [11] Milne N.G., Beerschwinger U., Yang S.J., Reuben R.L., Mathieson D., Ziad H. et Spirkovitch S., Finite element analysis of rotor stability in an axial drive micromotor, *J. Micromech. Microeng.* **4** (1994) 74-83.
- [12] Trimmer W.S.N. et Jebens R., Harmonic electrostatic motors, *Sensors and Actuators* **20** (1989) 17-24.
- [13] Bart S.F. et Lang J.H., An analysis of electroquasistatic induction micromotors, *Sensors and Actuators* **20** (1989) 97-106.
- [14] Fuhr G., Hagedorn R., Muller T., Benecke W., Schnakenberg U. et Wagner B., Dielectric induction micromotors: field levitation and torque-frequency characteristics, *Sensors and Actuators A* **32** (1992) 525-530.
- [15] Multon B., Conception et alimentation électronique des machines à réluctance variable à double saillance, Habilitation à diriger des recherches, Ecole Normale Supérieure de Cachan (17 Mai 1994).
- [16] Logiciel MAXWELL ANSOFT.