



**HAL**  
open science

# Grandeurs caractéristiques de la machine synchrone obtenues analytiquement à partir d'une réduction de modèle par une technique des multiéchelles de temps

H. Guesbaoui

► **To cite this version:**

H. Guesbaoui. Grandeurs caractéristiques de la machine synchrone obtenues analytiquement à partir d'une réduction de modèle par une technique des multiéchelles de temps. *Journal de Physique III*, 1995, 5 (1), pp.103-126. 10.1051/jp3:1995113 . jpa-00249291

**HAL Id: jpa-00249291**

**<https://hal.science/jpa-00249291>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification

Physics Abstracts

02.70 — 06.70T — 07.50

## Grandeurs caractéristiques de la machine synchrone obtenues analytiquement à partir d'une réduction de modèle par une technique des multiéchelles de temps

H. Guesbaoui

Centre de recherche en Automatique de Nancy, CNRS URA 821, ENSEM, 2 Avenue de la forêt-de-Haye, 54516 Vandœuvre-lès-Nancy, France

(Reçu le 22 décembre 1993, révisé le 22 juin 1994, accepté le 29 septembre 1994)

**Résumé.** — Il est bien connu qu'il n'est pas possible d'avoir une écriture simple des courants et des tensions pour une machine synchrone modélisée par plus d'un amortisseur par axe d et q de Park. De plus, seules des méthodes numériques permettent un calcul approché de ses grandeurs caractéristiques. Dans cet article nous proposons de déterminer les constantes de temps sous une forme analytique à partir de l'écriture de sous-systèmes réduits du premier ordre décrivant les régimes subtransitoire, transitoires et permanent de la machine synchrone. Ces sous-systèmes sont obtenus par une technique des multiéchelles de temps. Une définition des réactances dites transitoires, subtransitoires, ..., pour les axes d et q est donnée en se basant sur le concept de réactances opérationnelles réduites. La correspondance des grandeurs caractéristiques proposées avec les paramètres classiques obtenus par voie numérique est explicitée. Une comparaison de ces paramètres est présentée pour des machines réelles de modèle 3.3.

**Abstract.** — It is well-known that it is not possible to have a simple writing of currents and voltages of a synchronous machine modelled with more than one damper winding per Park's d and q-axis. And only numerical methods allow an approximated computation of its characteristic parameters. In this paper, we propose a determination of the time constants in an analytic form using first-order reduced subsystems for the subtransient, transients and steady-state operations of the synchronous machine. These subsystems are obtained by a multi-time scale technique. A definition of the transient, subtransient, .. reactances for the d and q-axis is given from the concept of reduced operational reactances. The correspondence of the proposed characteristic parameters with the classical parameters obtained from a numerical computation is discussed. We compare these characteristic parameters using real machines with a 3.3 model.

### Notations

$J$	matrice rotation de $90^\circ$ $J = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
$\dot{x}, x^t$	dérivée, transposée de $x$
$\psi, V, i$	flux, tension et courants réduits

$\omega, \omega_s, \omega'$	fréquence angulaire, de synchronisme et réduite ( $\omega' = \omega/\omega_s$ )
$\delta$	angle de charge
$x_a, r_a$	réactance de fuite et résistance statoriques
$x_{ad}, x_{aq}$	réactances de magnétisation du stator
$x_d, x_q$	réactances synchrones d'axes d et q de Park
$n_d, n_q$	nombre d'amortisseurs d'axes d et q
$x_f, x_{D_1}, x_{D_2}, \dots, x_{D_{nd}}$	réactances de l'inducteur et des amortisseurs d'axe d
$x_{Q_1}, x_{Q_2}, \dots, x_{Q_{nq}}$	réactances des amortisseurs d'axe q
$x_{ff}, x_{1D}, x_{2D}, \dots, x_{ndD}$	réactances de fuite de l'inducteur et des amortisseurs d'axe d
$x_{kf_1}, x_{kf_2}, \dots, x_{kfn_d}$	réactances différentielles de fuite inducteur-amortisseurs d'axe d
$x_{1Q}, x_{2Q}, \dots, x_{nqQ}$	réactances de fuite des amortisseurs d'axe q
$r_f, r_{D_1}, r_{D_2}, \dots, r_{D_{nd}}$	résistances de l'inducteur, des amortisseurs d'axe d
$r_{Q_1}, r_{Q_2}, \dots, r_{Q_{nq}}$	résistances des amortisseurs d'axe q
$i_d, i_q$	courants statoriques
$i_f, i_{D_1}, i_{D_2}, \dots, i_{D_{nd}}$	courants de l'inducteur, des amortisseurs d'axe d
$i_{Q_1}, i_{Q_2}, \dots, i_{Q_{nq}}$	courants des amortisseurs d'axe q
$g_{i,j}$	vecteurs de composantes $g_i, g_j$ ou matrice indicée
$x_{D,d}, x_{Q,q}$	matrices des réactances des amortisseurs
$r_{D,d}, r_{Q,q}$	matrices des résistances des amortisseurs
$x'_d, x''_d, x'''_d$	réactances d'axe d
$x'_q, x''_q, x'''_q$	réactances d'axe q
$T'_d, T''_d, T'''_d$	constantes de temps de court-circuit d'axe d
$T'_q, T''_q, T'''_q$	constantes de temps de court-circuit d'axe q
$T'_{d0}, T''_{d0}, T'''_{d0}$	constantes de temps de circuit ouvert d'axe d
$T'_{q0}, T''_{q0}, T'''_{q0}$	constantes de temps de circuit ouvert d'axe q
$\tau_i, \sigma_{ij}$	constante de temps, coefficient de dispersion : les indices $i$ et $j$ sont $f$ : pour l'inducteur et $D_1, D_2, \dots, D_{nd}, Q_1, Q_2, \dots, Q_{nq}$ pour les amortisseurs.

## 1. Introduction

L'identification paramétrique des machines à courant alternatif est un problème d'actualité. Les techniques utilisées sont basées sur les tests classiques [1] (court-circuit triphasé brusque, essai à vide, ..). Elles se sont améliorées actuellement en intégrant les méthodes d'identification propres à l'automatique [2].

La détermination des paramètres n'est possible qu'en utilisant directement ou indirectement un modèle pour les machines. Dans la plupart des cas, les schémas équivalents sont suffisants ; mais des études plus précises, notamment pour l'étude des régimes transitoires, doivent être entreprises à la base d'un modèle d'état.

Les schémas équivalents ou les modèles d'état supposent l'adoption d'une structure de base pour la machine. Dans le cas de la machine synchrone, une approximation grossière consiste à ramener son modèle à celui d'une machine à courant continu : le rotor est supposé cylindrique, à pôles lisses, sans amortisseurs (modèle 1.0 : voir Tab. I).

Mais la structure la plus largement utilisée est basée sur la théorie des deux axes de Park où la machine synchrone est supposée alimentée par une source triphasée et équilibrée. L'effet des amortisseurs est modélisé par un enroulement amortisseur par axe d et q (modèle 2.1 : Fig. 1). Les dynamiques de la machine sont alors décrites :

Tableau I. — Modèles et circuits équivalents de la machine synchrone.

[Synchronous machine models and equivalent circuits].

axe q / axe d	pas de circuit amortisseur	un circuit amortisseur équivalent	deux circuits amortisseurs équivalents	trois circuits amortisseurs équivalents
circuit inducteur seul	1.0	1.1	-	-
inducteur + un circuit amortisseur	2.0	2.1	2.2	2.3
inducteur + deux circuits amortisseurs	3.0	3.1	3.2	3.3

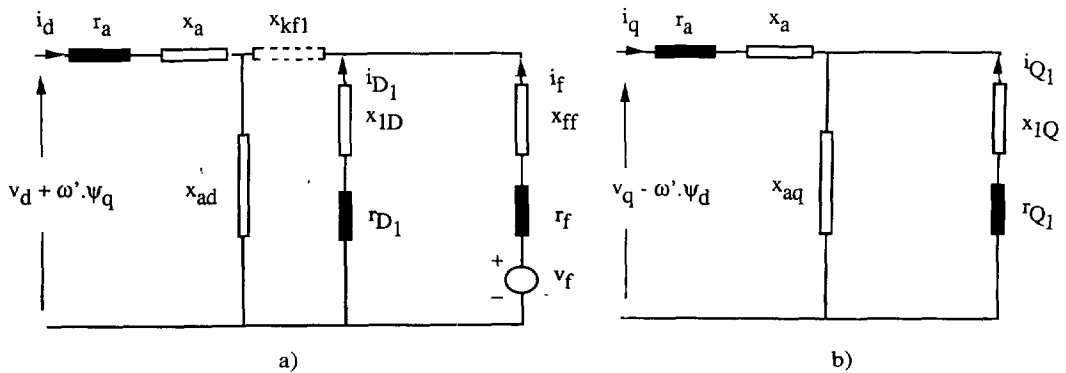


Fig. 1. — Circuit équivalent de la machine synchrone : modèle 2.1. a) axe d, b) axe q.

[Synchronous machine equivalent circuit : 2.1 model, a) d-axis, b) q-axis.]

- par les constantes de temps dites subtransitoires ( $T'_d, T'_q$ ) et transitoires ( $T''_d, T''_q$ ) pour le court-circuit et puis ( $T'_{d0}, T'_{q0}$ ) et ( $T''_{d0}, T''_{q0}$ ) pour le circuit ouvert ;
  - et par les réactances subtransitoires  $x'_d, x'_q$  et transitoires  $x''_d, x''_q$  ;
- Des améliorations à cette représentation ont été faites par :

- l'introduction d'une réactance différentielle de fuite [3], notée  $x_{kf}$ , pouvant être négative, pour prendre en compte l'interaction de l'inducteur et de l'amortisseur d'axe d ;
- la modélisation des régimes transitoires d'axe q par un enroulement supplémentaire sur l'axe q (modèle 2.2) [4].

Les nouveaux paramètres sont  $T'_q$  et  $T'_{q0}$  ( $T'_q > T''_q$ ,  $T'_{q0} > T''_{q0}$ ) et  $x'_q$ .

Ce modèle est adéquat pour la plupart des applications de la machine synchrone [5]. Cependant, dans les études de stabilité ou dans le cas du démarrage asynchrone des machines synchrones à pôles saillants et des turbogénérateurs, les paramètres mesurés pour les basses fréquences sont différents des paramètres théoriques, mettant ainsi en évidence des constantes de temps dites sub-subtransitoires ( $T'''_d$ ,  $T'''_q$ ) et ( $T'''_{d0}$ ,  $T'''_{q0}$ ) [6]. Ces paramètres peuvent être calculés par l'utilisation de la technique, coûteuse, des éléments finis [7] ou par l'analyse des réponses fréquentielles pour des machines à l'arrêt [8]. Les phénomènes physiques observés à l'origine de l'existence de ces paramètres sont dus aux courants de Foucault. Ils ont été modélisés par un amortisseur supplémentaire pour chaque axe (soit un modèle 3.3).

Pour la plupart des auteurs [9], ce modèle constitue le modèle de base minimum pour une étude précise des machines synchrones : toute représentation moindre étant alors une simplification du modèle. L'utilisation d'un tel circuit équivalent permet de retrouver par le calcul les constantes de temps précédentes. Les réactances sont exprimées en fonction des différentes constantes de temps mais leur définition physique reste imprécise [10].

Pour un plus grand nombre d'amortisseurs, il est possible d'envisager de représenter chaque amortisseur par un enroulement supplémentaire ; le schéma équivalent généralisé est celui de la figure 2 [11]. Dans ce cas, il est possible de calculer les différentes grandeurs caractéristiques à partir du schéma équivalent ; mais les résultats obtenus peuvent être différents des paramètres de la machine. Ceci constitue une limitation à l'étude de la machine synchrone par les schémas équivalents.

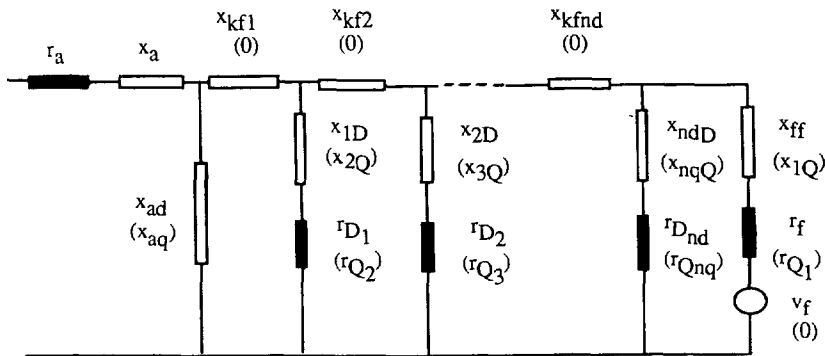


Fig. 2. — Circuit équivalent généralisé : modèle  $(n_d + 1) \cdot n_q$ , ( ) : grandeurs d'axe q.

[Generalized equivalent circuit :  $(n_d + 1) \cdot n_q$  model, ( ) : q-axis quantities.]

Nous proposons l'étude de la machine synchrone modélisée avec un nombre d'amortisseurs quelconques  $n_d$  et  $n_q$ , respectivement pour les axes d et q, soit un modèle  $(n_d + 1) \cdot n_q$ , en utilisant un modèle d'état.

Pour une structure donnée, les études du fonctionnement de la machine peuvent être abordées par des méthodes numériques ; mais les résultats obtenus ne se prêtent pas à une interprétation physique aisée et leur utilisation en temps réel n'est pas envisageable.

Une alternative à ces méthodes est l'utilisation de modèles réduits. Ils sont obtenus en faisant des hypothèses simplificatrices qui sont pour l'essentiel :

- l'évolution des flux statoriques est négligeable devant les termes de rotation dus au rotor [12] ;
- les enroulements amortisseurs sont supposés contribuer à une même dynamique transitoire [13].

Ils sont à la base de l'obtention des modèles dits  $e''$  et  $e'$  établis généralement pour une structure 2.1.

Des travaux récents utilisant la technique des perturbations singulières [16-19] ont permis de justifier mathématiquement et de valider à posteriori les modèles  $e''$  et  $e'$ .

Dans cet article, nous avons repris cette démarche en adoptant une méthode plus générale dite des multiéchelles de temps plus adaptée pour plusieurs dynamiques transitoires. Cette approche nous permet d'analyser progressivement le modèle de base par les modèles réduits : chaque dynamique est décrite par un sous-système du premier ordre en fonction des grandeurs caractéristiques (constantes de temps et réactances) appropriées à chaque régime [26]. Selon que la machine est alimentée en tension ou en courant, nous obtenons les expressions analytiques des constantes de temps de court-circuit et de circuit ouvert.

## 2. La technique des multiéchelles de temps

Soit un système de dimension  $n$  :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (1)$$

évoluant suivant deux ou plusieurs échelles de temps ;  $\mathbf{u}$  est un vecteur de dimension  $m$ .

2.1. LA DÉCOMPOSITION EN MULTIÉCHELLES DE TEMPS. — La méthode des multiéchelles de temps [15] appliquée à ce système permet de séparer ses dynamiques exprimées en terme de variables lente et rapide.

Cette technique ne peut généralement être utilisée que si l'on connaît par expérience les variables variant lentement et celles plus rapides. Dans ce cas, le vecteur d'état est pris sous la forme d'un développement asymptotique :

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{x}}(\tau) \quad (2a)$$

où  $\bar{\mathbf{x}}$  est la variable lente,  $\tilde{\mathbf{x}}$  la variable rapide évoluant avec le temps réduit  $\tau = (t - t_0)/\varepsilon$  ; le terme  $\varepsilon$  représente le rapport des dynamiques :

$$\varepsilon = \|\dot{\tilde{\mathbf{x}}}\| / \|\dot{\bar{\mathbf{x}}}\| . \quad (2b)$$

Chacune des variables est alors développée en fonction de  $\varepsilon$  en :

$$\bar{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{x}}^0 + \varepsilon \cdot \bar{\mathbf{x}}^1 + \cdot \quad \tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{x}}^0 + \varepsilon \cdot \tilde{\mathbf{x}}^1 + \cdot \quad (3)$$

et on choisit d'imposer que les variables rapides tendent vers zéro à l'infini, c'est-à-dire qu'elles s'éteignent.

La recherche de systèmes découplés se fait en reportant les expressions (3) dans le système (1) et en regroupant les termes lents et rapides de même puissance en  $\varepsilon$ .

Les systèmes obtenus pour  $\bar{\mathbf{x}}^0$  et  $\tilde{\mathbf{x}}^0$  sont dits solutions d'ordre zéro ce qui correspond au cas  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Généralement, par ce procédé des sous-systèmes réduits lent et rapide sont obtenus. C'est le cas plus particulièrement des systèmes (1) écrits sous une forme singulièrement perturbée.

Dans la plupart des cas les solutions à l'ordre zéro approximativement correctement le système de base. On peut cependant rechercher des solutions d'ordre supérieur pour améliorer le résultat.

### Exemple

Considérons le système (1) écrit sous la forme spéciale du système linéaire suivant :

$$\varepsilon \cdot \dot{\mathbf{x}} = (A^0 + \varepsilon \cdot A^1) \cdot \mathbf{x} + (B^0 + \varepsilon \cdot B^1) \cdot \mathbf{u} \quad x(t_0) = x_0 \quad (4)$$

qui se retrouve généralement dans la modélisation des circuits électriques de puissance [21].

Pour une commande séparable en deux parties lente et rapide :  $\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{u}}(\tau)$ , deux systèmes peuvent être écrits :

- *système lent* :

$$\mathcal{L}_0 \cdot \begin{cases} A^0 \bar{x}^0 + B^0 \bar{u} = 0 \\ \dot{\bar{x}}^0 = A^0 \bar{x}^1 + A^1 \bar{x}^0 + B^1 \bar{u} \end{cases} \quad (5a)$$

$$\mathcal{L}_1 \cdot \quad \dot{\bar{x}} = A^1 \bar{x}^1 \quad (5b)$$

- *système rapide* :

$$\mathcal{R}_0 \cdot \quad \frac{d}{d\tau} \tilde{x}^0 = A^0 \tilde{x}^0 + B^0 \tilde{u} \quad (5c)$$

$$\mathcal{R}_1 \cdot \quad \frac{d}{d\tau} \tilde{x}^1 = A^0 \tilde{x}^1 + A^1 \tilde{x}^0 + B^1 \tilde{u} . \quad (5d)$$

Il est à noter que ces systèmes ne sont pas réduits. Une réduction du modèle peut être envisagée par la technique des perturbations singulières : cette méthode a été largement étudiée dans la littérature [15].

## 2.2. LA TECHNIQUE DES PERTURBATIONS SINGULIÈRES

2.2.1. *Introduction.* — Si, pour une partition arbitraire du vecteur  $\mathbf{x}$  en deux composantes de dimension respective  $n_1$  et  $n_2$ ,  $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^t$ , le système (1) peut être mis sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = f(x_1, x_2, \mathbf{u}) & x_1(t_0) = x_{10} \\ \varepsilon \cdot \dot{\mathbf{x}}_2 = g(x_1, x_2, \mathbf{u}) & x_2(t_0) = x_{20} \end{cases} \quad (6)$$

dite singulièrement perturbée, des sous-systèmes réduits d'ordre  $n_1$  et  $n_2$  peuvent être obtenus par des développements précédents (2a) de la forme :

$$\mathbf{x}_1 \approx \bar{\mathbf{x}}_1 \quad \mathbf{x}_2 = \bar{\mathbf{x}}_2 + \tilde{\mathbf{x}}_2(\tau) . \quad (7)$$

Mais l'écriture sous forme explicite des sous-systèmes n'est possible que pour les systèmes linéaires.

Il est à remarquer que :

- la partie rapide de  $x_1$  est prise nulle.
- la mise sous la forme standard (6) n'est pas immédiate : tout l'art de cette technique consiste à se ramener à cette forme : il existe des critères pour des systèmes (1) linéaires [22].

2.2.2. *Mise sous forme singulièrement perturbée.* — Soit le système (1) écrit sous la forme linéaire :

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = A \cdot \mathbf{x} + B \cdot \mathbf{u} \quad x(t_0) = x_0 . \quad (8)$$

Le problème consiste à se ramener à une forme :

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ \tilde{A}_3 & \tilde{A}_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 \\ \tilde{B}_2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{u} \quad (9a)$$

s'écrivant encore :

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \varepsilon \cdot \dot{\mathbf{x}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{u} \quad (9b)$$

en posant :

$$\tilde{A}_3 = A_3/\varepsilon \quad \tilde{A}_4 = A_4/\varepsilon \quad \tilde{B}_2 = B_2/\varepsilon. \quad (9c)$$

Il est possible d'écrire autant de systèmes sous la forme (9a) qu'il y a de partitions du vecteur  $\mathbf{x}$  ; seuls ceux pour lesquels l'inégalité suivante est vérifiée [14] :

$$\|\tilde{A}_4^{-1}\| \cdot [\|A_0\| + \|L_0\| \cdot \|A_2\|] \ll 1 \quad (10a)$$

en posant :

$$A_0 = A_1 - A_2 \cdot L_0 \quad L_0 = \tilde{A}_4^{-1} \tilde{A}_3 \quad (10b)$$

sont singulièrement perturbés. Le terme  $\varepsilon$  est donné à posteriori par :

$$\varepsilon = \|\tilde{A}_4^{-1}\| \cdot \|A_0\|. \quad (10c)$$

Le système (9) se décompose en deux sous-systèmes d'ordre zéro :

- *sous-système lent* :

$$\mathcal{L}_0 \cdot \begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}}_1 = A_0 \cdot \bar{\mathbf{x}}_1 + B_0 \cdot \bar{\mathbf{u}} & \bar{\mathbf{x}}_1(t_0) \approx \mathbf{x}_{10} \\ \dot{\bar{\mathbf{x}}}_2 = -L_0 \bar{\mathbf{x}}_1 - A_4^{-1} B_2 \cdot \bar{\mathbf{u}} \end{cases} \quad (11a)$$

en posant :  $B_0 = B_1 - A_2 \cdot A_4^{-1} B_2$ ,

- *sous-système rapide* :

$$\mathcal{R}_0 \cdot \frac{d}{d\tau} \tilde{\mathbf{x}}_2 = A_4 \cdot \tilde{\mathbf{x}}_2 + B_2 \cdot \tilde{\mathbf{u}} \quad \tilde{\mathbf{x}}_2(0) = \mathbf{x}_{20} - \bar{\mathbf{x}}_2(t_0). \quad (11b)$$

Le sous-système lent approxime correctement le système de base au-delà d'un certain seuil. En deçà de cette frontière, près de l'instant initial, le système est décrit par le sous-système rapide des modes dominants évoluant avec les plus petites constantes de temps.

La technique des multiéchelles de temps et celle particulière des perturbations singulières peuvent être utilisées simultanément. Nous exposons dans ce qui suit un exemple d'application de cette double approche au cas du modèle de la machine synchrone.

### 3. Le modèle d'état électrique généralisé

Nous utilisons des grandeurs réduites rapportées à des grandeurs de base rotoriques. Les



équations d'état peuvent être écrites :

$$\begin{cases} \dot{\Psi} = A(\omega) \cdot \Psi + \mathbf{V} & \Psi(t_0) = \Psi_0 \\ A(\omega) = - (T^{-1} + \omega \cdot J^*) \end{cases} \quad (12a)$$

$$\omega = \omega_s + \dot{\delta} \quad \omega(t_0) = \omega_0. \quad (12b)$$

Les vecteurs  $\Psi$  ( $\Psi = (\psi_{d,q}, \psi_r)^t$ ) et  $\mathbf{V}$  ( $\mathbf{V} = (V_{d,q}, V_r)^t$ ), de dimension  $n_d + n_q + 3$ , désignent respectivement les flux et les tensions ; les indices d, q et r sont relatifs respectivement au stator et au rotor.

Les matrices carrées  $T^{-1}$  et  $J^*$  s'écrivent :

$$T^{-1} = \omega_s \cdot r \cdot X^{-1} = \begin{pmatrix} T_{d,q}^{*-1} & T_{s,r}^{*-1} \\ T_{r,s}^{*-1} & T_{r,r}^{*-1} \end{pmatrix} \quad J^* = \begin{pmatrix} J & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (13)$$

où toutes les grandeurs sont explicitées en annexe.

#### 4. Réduction du modèle

4.1. INTRODUCTION. — Une première réduction de modèle par la méthode des perturbations singulières [16] utilise les résultats de l'expérience [12, 13] rappelés dans l'introduction de notre article. Le choix du terme parasite est  $\varepsilon_0 = 1/\omega_s$  de sorte que :

$$\omega' = \frac{\omega}{\omega_s} = 1 + \varepsilon_0 \cdot \dot{\delta} \approx 1 \quad (14)$$

ce qui linéarise les équations électriques.

Les différents travaux [16-19] donnent des sous-systèmes d'ordre zéro pour un modèle 2.1. Cette approche n'a pas été généralisée pour une machine modélisée par plus d'un amortisseur par axe d et q.

4.2. SÉPARATION MODALE. — Nous utilisons la méthode des multiéchelles de temps pour le système (12a) écrit sous une forme du type de l'exemple (4) [23] :

$$\varepsilon_0 \cdot \dot{\Psi} = - [J^* + \varepsilon_0 (T^{-1} + \dot{\delta} \cdot J^*)] \cdot \Psi + \varepsilon_0 \cdot \mathbf{V}. \quad (15)$$

Avec des développements du type (2) et (3) :

$$\Psi = \bar{\Psi} + \tilde{\Psi}(\tau_0) \quad \mathbf{V} = \bar{\mathbf{V}} + \tilde{\mathbf{V}}(\tau_0) \quad (16)$$

où  $\tau_0 = \omega_s(t - t_0)$ , le système peut être écrit sous la forme (5) :

$$\mathcal{L}_0 \cdot \begin{cases} J^* \bar{\Psi}^0 = 0 \\ \dot{\tilde{\Psi}}^0 = -J^* \bar{\Psi}^1 - (T^{-1} + \dot{\delta} \cdot J^*) \cdot \bar{\Psi}^0 + \bar{\mathbf{V}} \end{cases} \quad (17a)$$

$$\mathcal{L}_1 \cdot \dot{\tilde{\Psi}}^1 = - (T^{-1} + \dot{\delta} \cdot J^*) \cdot \bar{\Psi}^1 \quad (17b)$$

et  $\mathcal{R}_0 \cdot \frac{d}{d\tau_0} \tilde{\Psi}^0 = -J^* \bar{\Psi}^0 \quad (17c)$

$$\mathcal{R}_1 \cdot \frac{d}{d\tau_0} \tilde{\Psi}^1 = -J^* \bar{\Psi}^1 - (T^{-1} + \dot{\delta} \cdot J^*) \cdot \tilde{\Psi}^0 + \tilde{\mathbf{V}} \quad (17d)$$

4.3. RÉGIME SUBTRANSITOIRE. — En utilisant des grandeurs réduites ramenées au stator et en négligeant les quantités  $\tilde{\psi}_r$  et  $\tilde{V}_r$ , les expressions (17c) et (17d) peuvent être écrites en une seule expression :

$$\mathcal{R} : \frac{d}{d\tau_0} \tilde{\psi}_{d,q} = - [J + (\varepsilon_0 \dot{\delta} \cdot J^* + \tau_{d,q}^{*-1})] \cdot \tilde{\psi}_{d,q} + \tilde{v}_{d,q} \quad (18a)$$

sachant que d'après (17a) :  $\bar{\psi}_d^0 = \bar{\psi}_q^0 = 0$ , et en posant :

$$\tau_{d,q}^* = \text{diag} (\tau_d^* \tau_q^*) \quad \text{avec} : \quad \tau_d^* = x_d^*/r_d \quad \text{et} \quad \tau_q^* = x_q^*/r_a.$$

Et, pour  $\varepsilon_0 \rightarrow 0$  :

$$\frac{d}{d\tau_0} \begin{pmatrix} \tilde{\psi}_d \\ \tilde{\psi}_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\tau_d^*} & 1 \\ -1 & -\frac{1}{\tau_q^*} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{\psi}_d \\ \tilde{\psi}_q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{v}_d \\ \tilde{v}_q \end{pmatrix}. \quad (18b)$$

Les flux statoriques sont sinusoïdaux évoluant à haute fréquence [20].

4.4. RÉGIMES TRANSITOIRES ET PERMANENT. — Les équations des régimes lents s'écrivent :

$$\mathcal{L}_0 \cdot \begin{cases} 0 = -T_{s,r}^{*-1} \bar{\psi}_r^0 - J \cdot \bar{\psi}_{d,q}^1 + \bar{V}_{d,q} \\ \dot{\bar{\psi}}_r^0 = -T_{r,i}^{*-1} \bar{\psi}_r^0 + \bar{V}_r \end{cases} \quad (19a)$$

$$(19b)$$

et :

$$\mathcal{L}_1 \cdot \begin{cases} \dot{\bar{\psi}}_{d,q}^1 = - (T_{d,q}^{*-1} + \dot{\delta} \cdot J) \cdot \bar{\psi}_{d,q}^1 - T_{s,r}^{*-1} \bar{\psi}_r^1 \\ \dot{\bar{\psi}}_r^1 = -T_{r,r}^{*-1} \bar{\psi}_r^1 - T_{r,s}^{*-1} \bar{\psi}_{d,q}^1 \end{cases} \quad (20a)$$

$$(20b)$$

Les équations (19a) et (20a) donnent les expressions des quantités transitoires statoriques en fonction de celles du rotor. Nous nous intéressons aux équations (19b) et (20b) qui peuvent être écrites en une seule relation :

$$\dot{\bar{\psi}}_r = -T_{r,r}^{*-1} \bar{\psi}_r - T_{r,s}^{*-1} \bar{\psi}_{d,q} + \bar{V}_r \quad (21a)$$

dont la matrice d'état est :

$$T_{r,r}^{*-1} = \begin{pmatrix} 1/\tau_r^{*'} & -x_{fd}^{*t} \cdot x_{D,D}^{*t-1}/\tau_r^* & 0 & 0 \\ -\tau_{D,D}^{*-1} x_{fd}^{*t}/x_r^{*'} & \tau_{D,D}^{*t-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\tau_{Q_1}^{*'} & -x_{mq}^{*t} x_{Q,Q}^{*t-1}/\tau_{Q_1}^* \\ 0 & 0 & -\tau_{Q,Q}^{*-1} x_{mq}^{*t}/x_{Q_1}^{*'} & \tau_{Q,Q}^{*t-1} \end{pmatrix}. \quad (21b)$$

On peut montrer que ce sous-système se présente sous une forme singulièrement perturbée. Il est alors possible de le réduire pour obtenir de nouveaux sous-systèmes décrivant les différents régimes transitoires dus aux différents enroulements amortisseurs et le régime permanent dû à l'enroulement inducteur.

Dans la matrice d'état, les grandeurs en d et q sont indépendantes : elles peuvent être alors traitées séparément.

\* Pour l'axe d, le sous-système s'exprime :

$$\begin{pmatrix} \dot{\bar{\psi}}_f \\ \dot{\bar{\psi}}_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/\tau_f^{*'} & \frac{1}{\tau_f^{*'}} \cdot x_{fd}^{*1} \cdot x_{D,D}^{*'}^{-1} \\ \frac{1}{x_f^{*'}} \cdot \tau_{D,D}^{*'}^{-1} & x_{fd}^{*'} - \tau_{D,D}^{*'}^{-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{\psi}_f \\ \bar{\psi}_D \end{pmatrix} + \frac{1}{x_d^{*'}} \cdot \begin{pmatrix} r_f \cdot k_f \\ r_{D,D} \cdot k_{D,D} \end{pmatrix} \cdot \bar{\psi}_d + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \bar{V}_f. \quad (22)$$

On calcule :

$$L_0 = -x_{fd}^{*1}/x_f^{*'} \quad A_0 = -1/\tau_f^{*'}$$

et on peut montrer que la condition (10a) est vérifiée [26] : les ordres de grandeurs des résistances  $r_f \ll r_{D1}$ ,  $r_f \ll r_{D2}$ , traduisent cette affirmation.

Avec les développements suivants des flux et des tensions :

$$\begin{cases} \bar{\psi}_f \approx \bar{\bar{\psi}}_f & \bar{V}_f \approx \bar{\bar{V}}_f \\ \bar{\psi}_D = \bar{\bar{\psi}}_D + \psi'_D(\tau_1) & \bar{\psi}_d = \bar{\bar{\psi}}_d + \psi'_d(\tau_1) \end{cases} \quad (23)$$

les sous-systèmes lent et rapide s'écrivent sous la forme (11) :

$$\mathcal{L}_0 \cdot \begin{cases} \bar{\bar{\psi}}_f - \frac{1}{\tau_f^{*'}} \cdot \bar{\bar{\psi}}_f + \frac{1}{\tau_f^{*'}} \cdot \frac{x_{ad}}{x_d} \cdot \bar{\bar{\psi}}_d + \bar{\bar{V}}_f \\ \bar{\bar{\psi}}_D = \frac{1}{x_f^{*'}} \cdot x_{fd}^{*'} \cdot \bar{\bar{\psi}}_f + \frac{1}{x_d^{*'}} \cdot x_{D,D}^{*'} \cdot K_{D,D} \cdot \bar{\bar{\psi}}_d \end{cases} \quad (24a)$$

$$\mathcal{R}_0 \cdot \frac{d}{d\tau_1} \psi'_D = -\varepsilon_1 \cdot \tau_{D,D}^{*'}^{-1} \cdot \psi'_D + \varepsilon_1 \cdot \frac{1}{x_d^{*'}} \cdot r_{D,D} \cdot K_{D,D} \cdot \psi'_d \quad (24b)$$

où :  $\tau_1 = (t - t_0)/\varepsilon_1$  et le terme  $\varepsilon_1$  peut être choisi  $\varepsilon_1 = \frac{1}{\tau_f^{*'}} \cdot \|\tau_{D,D}^{*'}\|$ .

Les dynamiques  $\bar{\bar{\psi}}_f$  et  $\bar{\bar{\psi}}_D$  sont celles du régime permanent et tous les régimes transitoires successifs sont contenus dans  $\psi'_d$ . Ceci confirme le fait que les différents régimes transitoires sont dus aux enroulements amortisseurs.

\* Pour l'axe q, les mêmes résultats peuvent être écrits en remplaçant les indices d, ad, fd, f et D respectivement par q, aq, mq, Q<sub>1</sub> et Q [26]. Nous ne donnons pas ces expressions pour ne pas alourdir la présentation de cet article. Il est à noter que le flux  $\bar{\bar{\psi}}_{Q_1}$  décrit le dernier régime transitoire d'axe q.

On peut de nouveau simplifier le sous-système (24b) pour obtenir de nouveaux sous-systèmes réduits. Tous les régimes peuvent être approximés ainsi. Nous traitons dans les paragraphes suivants le cas du modèle 3.3. La méthode peut être répétée au cas de modèles d'ordre supérieur.

Nous allons alors montrer que suivant le type d'alimentation de la machine synchrone en tension ou en courant, les différentes expressions obtenues font apparaître les constantes de temps de court-circuit ou de circuit ouvert.

## 5. Grandeurs caractéristiques de court-circuit

Les flux statoriques sont liés aux tensions statoriques (voir les Eqs. (19a) et (20a)). Il est alors possible de réécrire les équations (24) en fonction des tensions d'alimentation. Mais les

constantes de temps apparaissant dans ces écritures resteront inchangées si bien qu'il n'est pas nécessaire d'écrire ici ces nouvelles expressions.

5.1. RÉGIME PERMANENT ET DERNIER TRANSITOIRE D'AXE Q. — Le flux  $\bar{\psi}_f$  (respectivement  $\bar{\psi}_{Q_1}$ ) évolue avec les constantes de temps  $\tau_f^*$  (respectivement  $\tau_{Q_1}^*$ ) qui est la constante de temps de court-circuit pour le régime permanent (respectivement pour le dernier transitoire d'axe q). Ces grandeurs approximent les constantes de temps classiques  $T_d''$  et  $T_q'$  dites transitoires de court-circuit d'axe d et q :

$$T_d' \approx \tau_f^* \quad T_q' \approx \tau_{Q_1}^* . \quad (25)$$

La terminologie classique n'est donc pas respectée à ce niveau.

5.2. RÉGIMES TRANSITOIRES. — Les flux  $\psi_D'$  (respectivement  $\psi_Q'$ ) avec les constantes de temps contenues dans la matrice  $\tau_{DD}^{*'} (respectivement \tau_{QQ}^{*'})$  que nous écrivons dans le cas des différents modèles de la machine synchrone en :

5.2.1. *Modèle 2.1.* — Dans ce cas  $n_d = n_q = 1$ , la matrice précédente se réduit à la constante de temps  $\tau_{D_1}^{*'} (respectivement \tau_{Q_2}^{*'} = 0)$  telle que :

$$T_d'' \approx \tau_{D_1}^{*'} = \tau_{D_1}' \frac{x_d''}{x_d'} \quad T_q'' = 0 . \quad (26a)$$

5.2.2. *Modèle 2.2.* — Dans ce cas  $n_d = 1, n_q = 2$ , la matrice  $\tau_{Q_2}^{*'} se réduit à la constante de temps \tau_{Q_2}^{*'} telle que :$

$$T_q'' = \tau_{Q_2}' \cdot \frac{x_q''}{x_q'} . \quad (26b)$$

On peut remarquer que pour la plupart des auteurs  $T_q''$  est prise égale à  $T_q'$  ; ce qui signifie que les enroulements amortisseurs d'axe q contribuent à une même dynamique.

5.2.3. *Modèle 3.3.* — Dans ce cas  $n_d = 2, n_q = 3$ , l'inverse de la matrice  $\tau_{D, D}^{*'} s'exprime :$

$$\tau_{D, D}^{*'}^{-1} = \begin{pmatrix} r_{D_1} & 0 \\ 0 & r_{D_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{D_1}^{*'} & x_{fd_1}^{*'} \frac{x_{ff}}{x_f^{*'}} \\ x_{fd_1}^{*'} \frac{x_{ff}}{x_f^{*'}} & x_{D_2}^{*'} \end{pmatrix}^{-1} \quad (27a)$$

où :

$$\tau_{D, D}^{*'}^{-1} = \frac{1}{\sigma_d'} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_{D_1}^{*'}} & -x_{fd_1}^{*'} \frac{x_{ff}}{x_f^{*'}} \frac{1}{\tau_{D_1}^{*'} x_{D_2}^{*'}} \\ -x_{fd_1}^{*'} \frac{x_{ff}}{x_f^{*'}} \frac{1}{\tau_{D_2}^{*'} x_{D_1}^{*'}} & \frac{1}{\tau_{D_2}^{*'}} \end{pmatrix} \quad (27b)$$

avec :

$$\sigma_d' = 1 - \left( \frac{x_{ff}}{x_f^{*'}} \right)^2 \frac{x_{fd_1}^{*2}}{x_{D_1}^{*'} x_{D_2}^{*'}} \quad (27c)$$

les différentes grandeurs sont données en annexe C.

Cette matrice joue le rôle de la matrice d'état pour l'expression (24b) qui se présente sous une forme singulièrement perturbée.

Une nouvelle séparation des dynamiques est possible. On calcule :

$$L_0 = -x_{fd_1}^* \cdot \frac{x_{ff}}{x_f^*} \cdot \frac{1}{x_{D_1}^{*'}} \quad A_0 = -\frac{1}{\tau_{D_1}^{*'}}$$

Les flux transitoires dus aux enroulements amortisseurs peuvent être approximés par des flux moyens  $\bar{\psi}'_{D_1}$ ,  $\bar{\psi}'_{D_2}$  et des flux rapides  $\tilde{\psi}'_{D_1}$  ( $\tilde{\psi}'_{D_1} \approx 0$ ),  $\tilde{\psi}'_{D_2}$ .

$$\psi'_{D_1} \approx \bar{\psi}'_{D_1} \quad \psi'_{D_2} = \bar{\psi}'_{D_2} + \tilde{\psi}'_{D_2}. \quad (28a)$$

Le système (24b) se décompose en :

$$\mathcal{L}_0 \cdot \begin{cases} \dot{\tilde{\psi}}'_{D_1} = -\frac{1}{\tau_{D_1}^{*'}} \cdot \bar{\psi}'_{D_1} \\ \bar{\psi}'_{D_2} = x_{fd_1}^* \cdot \frac{x_{ff}}{x_f^*} \cdot \frac{1}{x_{D_1}^{*'}} \cdot \bar{\psi}'_{D_1} \end{cases} \quad (28b)$$

$$\mathcal{R}_0 \cdot \dot{\tilde{\psi}}'_{D_2} = -\frac{1}{\sigma'_d} \cdot \frac{1}{\tau_{D_2}^{*''}} \cdot \tilde{\psi}'_{D_2} \quad (28c)$$

(en ne considérant pas sa partie commande, pour simplifier l'écriture).

Les constantes de temps  $\tau_{D_1}^{*'}$  et  $\sigma'_d \cdot \tau_{D_2}^{*''}$  sont respectivement équivalentes aux constantes de temps dites respectivement subtransitoire et sub-transitoire de court-circuit  $T_d''$  et  $T_d'''$  :

$$T_d'' \approx \tau_{D_1}^{*'} \quad T_d''' \approx \sigma'_d \cdot \tau_{D_2}^{*''} \quad (29)$$

Pour l'axe q, par analogie avec l'axe d, on écrit :

$$T_q'' \approx \tau_{Q_2}^{*'} \quad T_q''' \approx \sigma'_q \cdot \tau_{Q_3}^{*'} \quad (30a)$$

où :

$$\sigma'_q = 1 - \left( \frac{x_{1Q}}{x_{Q_1}^*} \right)^2 \frac{x_{mq}^{*2}}{x_{Q_2}^{*'} x_{Q_3}^{*'}} \quad (30b)$$

Dans le tableau II, nous donnons les constantes de temps de court-circuit pour deux machines synchrones MS1 [24] et MS2 [25] schématisées par leur circuit équivalent dans la figure 3. Les résultats précédents sont comparés à ceux donnés par les calculs classiques de ces grandeurs.

Nous notons une bonne approximation des constantes de temps par les expressions analytiques. Les constantes de temps sont alors calculables à partir des éléments du circuit équivalent.

## 6. Grandeurs caractéristiques de circuit ouvert

Pour une machine synchrone alimentée en courant, les équations (24) peuvent être écrites en utilisant les courants. Nous ne les écrivons pas ; nous nous limitons à donner, comme pour le paragraphe précédent, les constantes de temps obtenues à partir de ces équations. Une formulation de ces équations est explicitée en [26].

Tableau II. — Exemples de calcul de constantes de temps de court-circuit.

[Examples of open-circuit time constant computation.]

	axe d		axe q		
	MS1	MS2	MS1	MS2	
x <sub>ff</sub>	0,245	0,129	x <sub>1Q</sub>	1,126	1,595
x* <sub>fd1</sub>	0,072	-0,362	x* <sub>mq</sub>	0,140	0,158
x* <sub>fd2</sub>	0,072	0,419			
x* <sub>f</sub>	0,317	0,548	x* <sub>Q1</sub>	1,266	1,754
x* <sub>D1</sub>	1,111	3,439	x* <sub>Q2</sub>	0,649	0,610
x* <sub>D2</sub>	0,527	0,486	x* <sub>Q3</sub>	0,261	0,278
σ* <sub>fD1</sub>	0,985	0,930	σ* <sub>Q1Q2</sub>	0,976	0,976
σ* <sub>fD2</sub>	0,969	0,341	σ* <sub>Q1Q3</sub>	0,940	0,948
σ* <sub>d</sub>	0,994	0,986	σ* <sub>q</sub>	0,899	0,867
τ* <sub>f</sub>	0,8164	1,7700	τ* <sub>Q1</sub>	0,2254	0,8983
T <sub>d</sub>	0,8161	1,7890	T <sub>q</sub>	0,2260	0,8978
τ*'D1	0,0691	0,0534	τ*'Q2	0,0311	0,0840
T'd	0,0689	0,0545	T'q	0,0316	0,0848
σ'd.τ*'D2	0,0031	0,0082	σ'q.τ*'Q3	0,0023	0,0056
T''d	0,0032	0,0085	T''q	0,0023	0,0055

6.1. RÉGIME PERMANENT ET DERNIER TRANSITOIRE D'AXE Q. — Dans ce cas, les flux inducteur et d'axe q évoluent avec les constantes de temps  $\tau_f$  et  $\tau_{Q_1}$  qui sont les constantes de temps de circuit ouvert d'axe d pour le régime permanent et du dernier transitoire pour l'axe q. Ces grandeurs approximent les constantes de temps classiques  $T'_{d0}$  et  $T'_{q0}$  de circuit ouvert dites transitoires :

$$T'_{d0} \approx \tau_f \quad T'_{q0} \approx \tau_{Q_1}. \quad (31)$$

La terminologie n'est encore pas respectée à ce niveau.

6.2. RÉGIMES TRANSITOIRES. — L'équivalent de l'équation des régimes transitoires (24b) s'exprime en fonction de la matrice d'état  $\tau'_{D,D}^{-1}$ . Pour un modèle 3.3, cette matrice d'ordre  $2 \times 2$  s'écrit :

$$\tau'_{D,D}^{-1} = J'_{D,D} \cdot X'_{D,D}^{-1} = \frac{1}{\sigma_d} \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau'_{D_1}} & -x_{fd_1} \cdot \frac{x_{ff}}{x_f} \cdot \frac{1}{\tau'_{D_1} \cdot x'_{D_2}} \\ -x_{fd_1} \cdot \frac{x_{ff}}{x_f} \cdot \frac{1}{\tau'_{D_2} \cdot x'_{D_1}} & \frac{1}{\tau'_{D_2}} \end{pmatrix} \quad (32a)$$

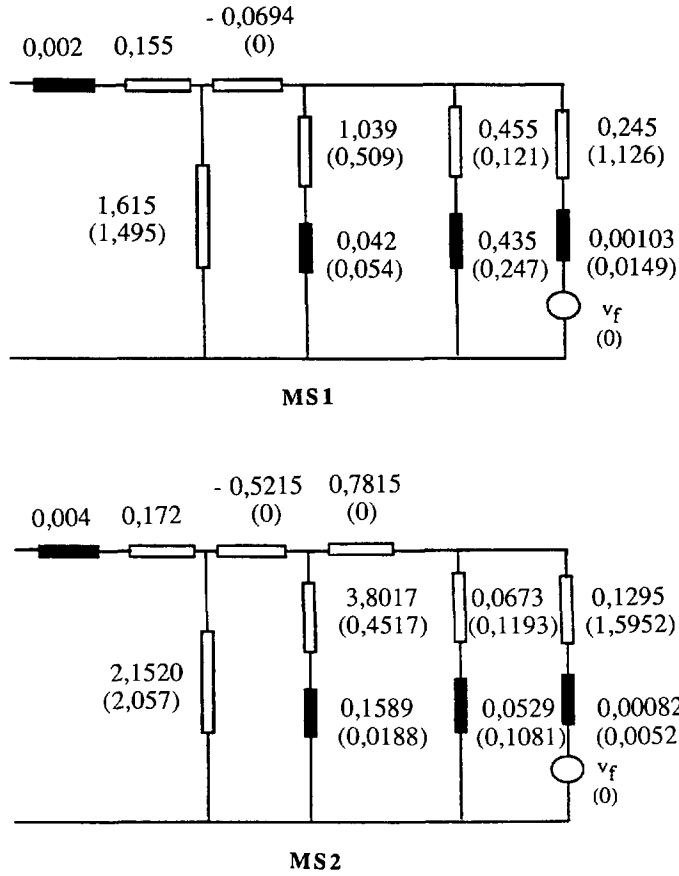


Fig. 3. — Exemples de machines synchrones : modèle 3.3. ( ) : grandeurs d'axe q.  
 [Examples of synchronous machines : 3.3 model, ( ) : q-axis quantities.]

avec :

$$\sigma_d = 1 - \left( \frac{x_{ff}}{x_f} \right)^2 \frac{x_{fd1}^2}{x'_{D1} \cdot x'_{D2}} \tag{32b}$$

les différentes grandeurs sont données en annexe C.

Après une nouvelle séparation du sous-système transitoire, comme dans le paragraphe 5, nous obtenons de nouveaux sous-systèmes réduits évoluant avec les constantes de temps suivantes :

$$T''_{d0} \approx \tau'_{D1} \quad T'''_{d0} \approx \sigma_d \cdot \tau'_{D2} \tag{33}$$

et, de même pour l'axe q :

$$T''_{q0} \approx \tau'_{Q2} \quad T'''_{q0} \approx \sigma_q \cdot \tau'_{Q3} \tag{34a}$$

avec :

$$\sigma_q = 1 - \left( \frac{x_1 Q}{x_{Q1}} \right)^2 \frac{x_{aq}^2}{x'_{Q2} \cdot x'_{Q3}} \tag{34b}$$

Dans le tableau III, nous donnons les constantes de temps de circuit ouvert pour les deux machines synchrones MS1 et MS2 précédentes en utilisant les nouveaux résultats.

Tableau III. — *Exemples de calcul de constantes de temps de circuit ouvert.*  
[Examples of short-circuit time constant computation.]

	axe d		axe q		
	MS1	MS2	MS1	MS2	
xf	1,790	2,541	xQ1	2,621	3,652
xD1	2,584	5,432	xQ2	2,004	2,508
xD2	2,000	2,479	xQ3	1,616	2,176
xfd1	1,545	1,630			
xfd2	1,545	2,412			
σfD1	0,483	0,807	σQ1Q2	0,574	0,538
σfD2	0,333	0,076	σQ1Q3	0,472	0,467
x'D1	1,250	4,386	x'Q2	1,151	1,350
x'D2	0,666	0,190	x'Q3	0,763	1,017
σd	0,946	0,991	σq	0,530	0,412
τf	4,6112	8,2010	τQ1	0,4666	1,8700
T'd0	4,5662	8,3300	T'q0	0,4620	2,0440
τ'D1	0,0790	0,0732	τ'Q2	0,0565	0,1903
T'd0	0,0778	0,0760	T'q0	0,0564	0,1723
σd.τ'D2	0,0038	0,0094	σq.τ'Q3	0,0043	0,0103
T''d0	0,0038	0,0088	T''q0	0,0081	0,0225

## 7. Réactances

7.1. RÉACTANCES OPÉRATIONNELLES RÉDUITES. — A partir des sous-systèmes réduits, nous avons obtenu, en utilisant l'opérateur de Laplace  $s$ , les expressions des flux transitoires statoriques sous la forme :

$$\begin{cases} \bar{\psi}_d = X'_d(s) \cdot i'_d + X_d(s) \cdot \bar{i}_d + s \cdot G(s) \cdot \bar{v}_f \\ \bar{\psi}_q = X'_q(s) \cdot i'_q + X_q(s) \cdot \bar{i}_q \end{cases} \quad (35a)$$

sachant que les courants statoriques sont décomposés en courants permanent et transitoires :

$$\bar{i}_d = \bar{i}_d + i'_d \quad \bar{i}_q = \bar{i}_q + i'_q. \quad (35b)$$

Les expressions  $X_d(s)$  et  $X_q(s)$  sont respectivement les réactances opérationnelles réduites pour le régime permanent d'axe d et pour le dernier transitoire d'axe q :

$$X_d(s) = x_d \cdot \frac{1 + s \cdot \tau_f^*}{1 + s \cdot \tau_f} \quad X_q(s) = x_q \cdot \frac{1 + s \cdot \tau^* Q_1}{1 + s \cdot \tau Q_1} \quad (36a)$$



avec :

$$G(s) = \frac{x_{ad}}{r_f} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_f} \quad (36b)$$

et  $X'_d(s)$  et  $X'_q(s)$  sont les réactances opérationnelles réduites pour les différents régimes transitoires d'axes d et q. Elles s'expriment :

- pour le dernier et l'avant dernier transitoire, respectivement d'axe d et q :

$$X'_d(s) = x_d \cdot \frac{x_f^*}{x_f} \cdot \frac{1 + s \cdot \tau'_{D_1}}{1 + s \cdot \tau_{D_1}} \quad X'_q(s) = x_q \cdot \frac{x_{Q_1}^*}{x_{Q_1}} \cdot \frac{1 + s \cdot \tau_{Q_2}^*}{1 + s \cdot \tau'_{Q_2}} \quad (37a)$$

- pour les transitoires devant les précédents, respectivement pour l'axe d et q :

$$X''_d(s) = x'_d \cdot \frac{x_{D_1}^{*'}}{x_{D_1}'} \cdot \frac{1 + s \cdot \sigma'_d \cdot \tau_{D_2}^{*'}}{1 + s \cdot \sigma_d \cdot \tau'_{D_2}} \quad X''_q(s) = x'_q \cdot \frac{x_{Q_2}^{*'}}{x_{Q_2}'} \cdot \frac{1 + s \cdot \sigma'_q \cdot \tau_{Q_3}^{*'}}{1 + s \cdot \sigma_q \cdot \tau'_{Q_3}} \quad (37b)$$

et ainsi de suite pour les régimes d'ordre supérieur.

7.2. EXPRESSION DES RÉACTANCES. — A partir des relations donnant les réactances opérationnelles réduites, on écrit pour les réactances :

$$x'_d = x_d \cdot \frac{x_f^*}{x_f} \quad x'_q = x_q \cdot \frac{x_{Q_1}^*}{x_{Q_1}} \quad (38a)$$

$$x''_d = x'_d \cdot \frac{x_{D_1}^{*'}}{x_{D_1}'} \quad x''_q = x'_q \cdot \frac{x_{Q_2}^{*'}}{x_{Q_2}'} \quad (38b)$$

$$x'''_d = x''_d \cdot \frac{\sigma'_d \cdot x_{D_2}^{*'}}{\sigma_d \cdot x'_{D_2}} \quad x'''_q = x''_q \cdot \frac{\sigma'_q \cdot x_{Q_3}^{*'}}{\sigma_q \cdot x'_{Q_3}} \quad (38c)$$

et ainsi de suite pour les régimes d'ordre supérieur.

Elles correspondent aux valeurs limites des réactances opérationnelles lorsque  $s = 0$  et  $s \rightarrow \infty$ .

Dans le tableau IV, nous avons calculé ces réactances pour les machines synchrones MS1 et MS2 par le calcul classique et par ces résultats.

Les réactances opérationnelles réduites précédentes peuvent alors être approximées par les relations :

$$a) \quad X_d(s) = x_d \cdot \frac{1 + sT'_d}{1 + sT'_{d0}} \quad X_q(s) = x_q \cdot \frac{1 + sT'_q}{1 + sT'_{q0}} \quad (39a)$$

$$b) \quad X'_d(s) = x'_d \cdot \frac{1 + sT''_d}{1 + sT''_{d0}} \quad X'_q(s) = x'_q \cdot \frac{1 + sT''_q}{1 + sT''_{q0}} \quad (39b)$$

$$c) \quad X''_d(s) = x''_d \cdot \frac{1 + sT'''_d}{1 + sT'''_{d0}} \quad X''_q(s) = x''_q \cdot \frac{1 + sT'''_q}{1 + sT'''_{q0}} \quad (39c)$$

etc.

Il est à noter que ces réactances peuvent être obtenues en faisant dans les expressions

Tableau IV. — Exemples de calcul des réactances.

[Examples of reactance computation.]

axe d				axe q			
		MS1	MS2			MS1	MS2
$x_d$		0,177	2,324	$x_q$		1,650	2,229
$x'_d$	$x_d \cdot T'_d / T''_d$	0,3163	0,4491	$x'_q$	$x_q \cdot T'_q / T''_q$	0,8071	0,9790
	$x_d \cdot x'_f / x_f$	0,3134	0,5019		$x_q \cdot x'_Q / x_Q$	0,7972	1,0749
$x''_d$	$x'_d \cdot T''_d / T'''_d$	0,2801	0,3479	$x''_q$	$x'_q \cdot T''_q / T'''_q$	0,4522	0,4818
	$x'_d \cdot x''_{D1} / x'_{D1}$	0,2739	0,3662		$x'_q \cdot x''_{Q2} / x'_{Q2}$	0,4389	0,4725
$x'''_d$	$x''_d \cdot T'''_d / T''''_d$	0,2359	0,3457	$x'''_q$	$x''_q \cdot T'''_q / T''''_q$	0,1284	0,1177
	$x''_d \cdot \sigma'_d \cdot x'''_{D2} / \sigma_d \cdot x'_{D2}$	0,2209	0,3183		$x''_q \cdot \sigma'_q \cdot x'''_{Q3} / \sigma_q \cdot x'_{Q3}$	0,2396	0,2577

classiques des réactances opérationnelles du modèle 3.3 suivantes :

$$x_d(s) = x_d \cdot \frac{(1 + sT'_d) \cdot (1 + sT''_d) \cdot (1 + sT'''_d)}{(1 + sT'_{d0}) \cdot (1 + sT''_{d0}) \cdot (1 + sT'''_{d0})}$$

$$x_q(s) = x_q \cdot \frac{(1 + sT'_q) \cdot (1 + sT''_q) \cdot (1 + sT'''_q)}{(1 + sT'_{q0}) \cdot (1 + sT''_{q0}) \cdot (1 + sT'''_{q0})} \quad (40)$$

respectivement :

- tous les enroulements amortisseurs sont négligés,
- $r_f \rightarrow 0$ ,  $r_{Q1} \rightarrow 0$ ,
- $r_t \rightarrow 0$  et  $r_{D1} \rightarrow 0$ ,  $r_{Q1} \rightarrow 0$  et  $r_{Q2} \rightarrow 0$ ,

etc.

Dans le tableau V, nous donnons un récapitulatif des différentes grandeurs caractéristiques obtenues analytiquement.

A titre d'exemple d'application, nous avons tracé dans les figures 4 et 5, pour les machines synchrones MS1 et MS2, l'inverse des réactances opérationnelles  $1/\lambda_d(s)$  et  $1/x_q(s)$  en exprimant celles-ci respectivement par leur définition classique (40) et par les expressions précédentes où  $x_d(s)$  et  $x_q(s)$  sont données par  $X_d(s)$ ,  $X'_d(s)$ ,  $X''_d(s)$  et  $X_q(s)$ ,  $X'_q(s)$ ,  $X''_q(s)$  pour les différents régimes des machines.

Les quantités  $1/\lambda_d(s)$  et  $1/x_q(s)$  sont utilisées dans le calcul du couple asynchrone moyen de la machine. Les tracés sur le plan complexe permettent aussi la lecture directe des réactances  $x_d$ ,  $x'_d$ ,  $x''_d$ ... sur l'axe des réels lors d'un relevé effectué à partir d'une machine en fonctionnement.

Nous notons encore une approximation correcte des réactances opérationnelles classiques par les réactances opérationnelles réduites : le fonctionnement général présente trois régimes qui sont approchés par trois régimes d'ordre un.

Tableau V. — Formulation des différentes grandeurs caractéristiques.

[Different characteristic quantities formulation.]

$x'd$	$x_d \cdot \frac{x^*f}{x_f}$	$x''d$	$x'd \cdot \frac{x^*D_1}{x'D_1}$	$x'''d$	$x''d \cdot \frac{\sigma'd \cdot x^*D_2}{\sigma_d \cdot x'D_2}$	...
$T'd$	$\tau^*f$	$T''d$	$\tau^*D_1$	$T'''d$	$\sigma'd \cdot \tau^*D_1$	...
$T'd_0$	$\tau_f$	$T''d_0$	$\tau'D_1$	$T'''d_0$	$\sigma_d \cdot \tau'D_1$	...

$x'q$	$x_q \cdot \frac{x^*Q_1}{xQ_1}$	$x''q$	$x'q \cdot \frac{x^*Q_2}{x'Q_2}$	$x'''q$	$x''q \cdot \frac{\sigma'q \cdot x^*Q_3}{\sigma_q \cdot x'Q_3}$	...
$T'q$	$\tau^*Q_1$	$T''q$	$\tau^*Q_2$	$T'''q$	$\sigma'q \cdot \tau^*Q_3$	...
$T'q_0$	$\tau_{Q1}$	$T''q_0$	$\tau'Q_2$	$T'''q_0$	$\sigma_q \cdot \tau'Q_3$	...

Nous avons utilisé ce résultat pour identifier une machine synchrone (15 kVA, 380/660 V et 19,75 A) à l'aide de l'analyse des réponses fréquentielles des courants statoriques pour une machine à l'arrêt alimentée par des SBPA (séquences binaires pseudo-aléatoires) : chaque régime est approché par une fonction de transfert du premier ordre en utilisant des réactances opérationnelles réduites [27].

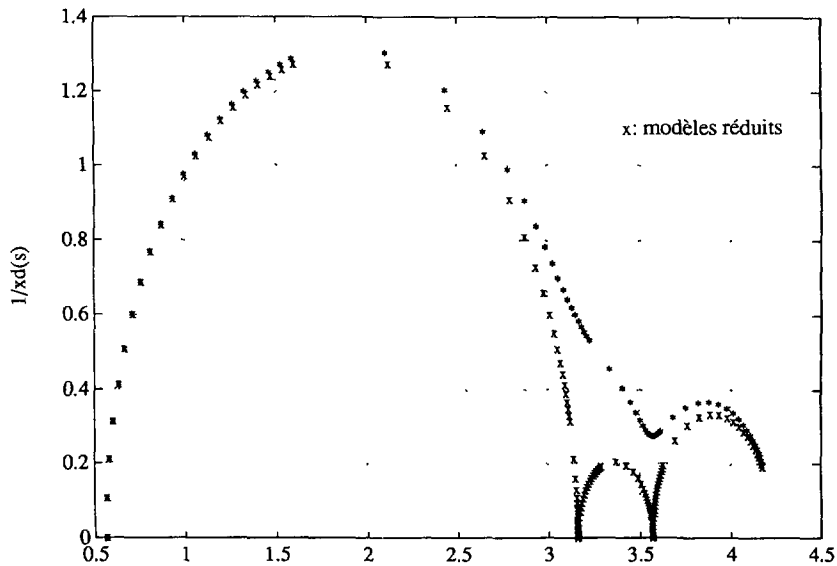


Fig. 4. — Tracé de  $1/x_d(s)$  et  $1/x_q(s)$  pour la machine synchrone MS1.

[Plot of  $1/x_d(s)$  et  $1/x_q(s)$  for the synchronous machine MS1.]

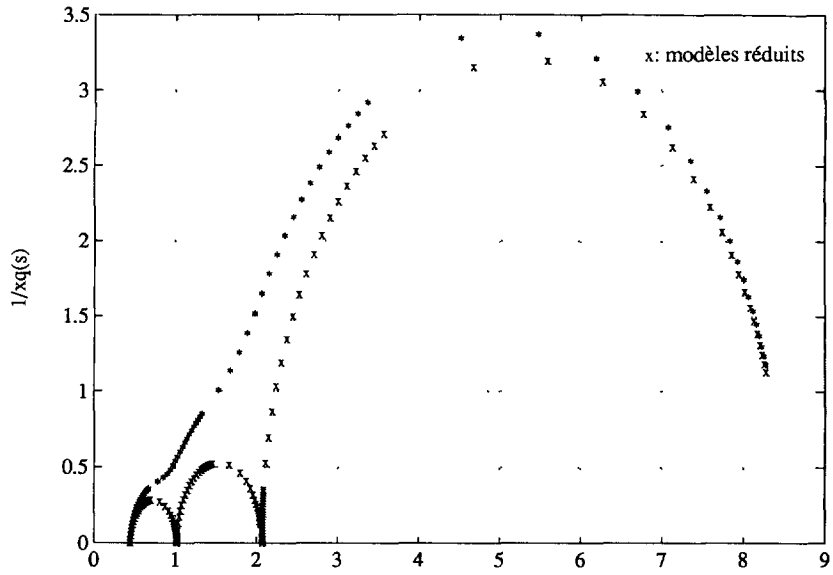


Fig. 4. — (Suite).

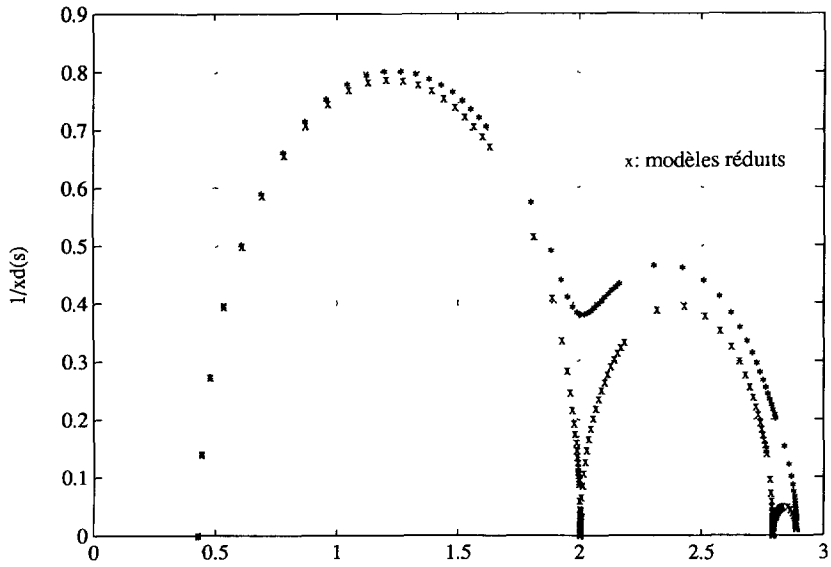


Fig. 5. — Tracé de  $1/x_d(s)$  et  $1/x_q(s)$  pour la machine synchrone MS2.  
 [Plot of  $1/x_d(s)$  et  $1/x_q(s)$  for the synchronous machine MS2.]

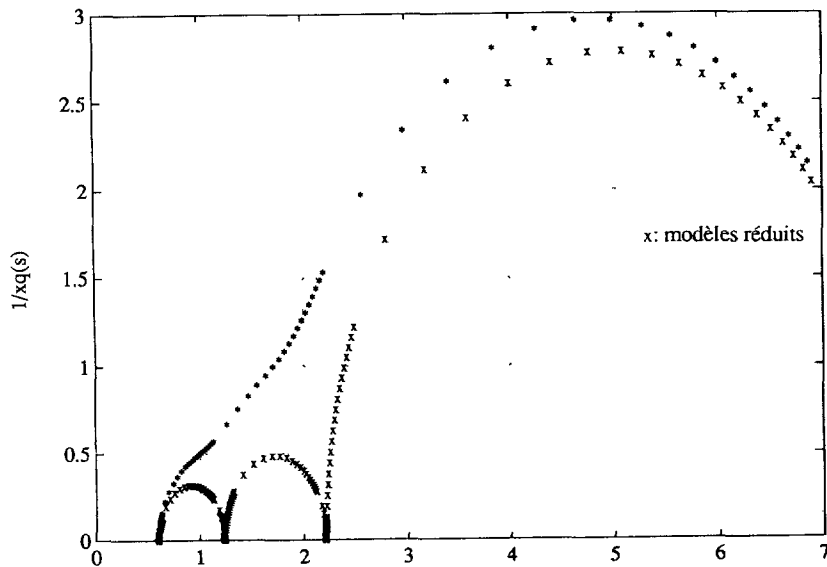


Fig. 5. — (Suite).

**8. Conclusion**

La technique des multiéchelles de temps permet d'obtenir des équations réduites d'ordre un pour décrire chaque régime de la machine synchrone. De telles expressions approximent correctement le comportement de la machine. Il est aussi possible d'exprimer les grandeurs caractéristiques même pour des machines modélisées par plus de trois amortisseurs. Il est bien connu que dans ce cas les méthodes de calcul classiques sont imprécises.

Les grandeurs caractéristiques obtenues paraissent contredire des résultats classiques donnés à partir d'une réduction de modèle fait simplement en négligeant les résistances. Mais l'approche basée sur les multiéchelles de temps nous semble plus proche de la réalité puisqu'elle permet de remettre chaque constante de temps dans son échelle de temps respective.

Les réactances opérationnelles réduites sont des fonctions de transfert décrivant chaque régime de manière précise. Une définition des réactances est proposée à partir de ces réactances opérationnelles.

**Annexes.**

**Annexe A.**

Les équations électriques classiques en grandeurs réduites sont :

$$v_{d,q} = r_{s,s} i_{d,q} + \omega' J \cdot \psi_{d,q} + \frac{d}{d\tau_0} \psi_{d,q} \quad v_r = r_{r,r} i_r + \frac{d}{d\tau_0} \psi_r$$

en notant les courants, les flux et les tensions statoriques  $i_{d,q} = (i_d \ i_q)^t$ ,  $\psi_{d,q} = (\psi_d \ \psi_q)^t$ ,  $v_{d,q} = (v_d \ v_q)^t$  et rotoriques  $i_r = (i_f \ i_D \ i_Q \ i_Q)^t$ ,  $\psi_r = (\psi_f \ \psi_D \ \psi_Q \ \psi_Q)^t$ ,  $v_r = (v_f \ 0 \ 0 \ 0)^t$  (où les grandeurs dues aux amortisseurs sont regroupées en D et Q).

Les matrices des résistances  $r_{s,s} (r_{s,s} = \text{diag} (r_a r_a))$  et  $r_{r,r} (r_{r,r} = \text{diag} (r_f r_{D,D} r_{Q_1} r_{Q,Q}))$  sont d'ordre  $2 \times 2$  et  $(1 + n_d + n_q) \times (1 + n_d + n_q)$  respectivement. On désigne par  $r_{D,D}$  et  $r_{Q,Q}$  les matrices carrées :

$$r_{D,D} = \text{diag} (r_{D_1} \cdot r_{D_{nd}}) \quad r_{Q,Q} = \text{diag} (r_{Q_2} \cdot r_{Q_{nq}}).$$

Avec les hypothèses classiques consistant à négliger la saturation, les effets de peau et d'hystérésis, les flux sont liés aux courants par :

$$\begin{pmatrix} \psi_{d,q} \\ \psi_r \end{pmatrix} = \mathbf{x} \cdot \begin{pmatrix} i_{d,q} \\ i_r \end{pmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_{d,q} & x_{s,r} \\ x_{s,r}^t & x_{r,r} \end{pmatrix}$$

en posant :

$$x_{d,q} = \begin{pmatrix} x_d & 0 \\ 0 & x_q \end{pmatrix} \quad x_{s,r}^t = \begin{pmatrix} x_{ad} & 0 \\ \lambda_{md} & 0 \\ 0 & x_{aq} \\ 0 & x_{mq} \end{pmatrix} \quad x_{r,r} = \begin{pmatrix} x_f & x_{fd}^t & 0 & 0 \\ x_{fd} & x_{D,D} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{Q_1} & x_{mq}^t \\ 0 & 0 & x_{mq} & x_{Q,Q} \end{pmatrix}$$

avec :  $x_{fd}^t = (x_{fd_1} \cdot x_{fd_{nd}})$   $x_{md}^t = (x_{ad} \cdot x_{ad})$   $x_{mq}^t = (x_{aq} \cdot x_{aq})$

$$x_{D,D} = \begin{pmatrix} x_{D_1} & x_{d_1 d_2} & x_{d_1 d_{nd}} \\ x_{d_1 d_2} & x_{D_2} & x_d \\ \cdot & & x_{D_{nd}} \\ x_{d_1 d_{nd}} & & x_{D_{nd}} \end{pmatrix} \quad x_{Q,Q} = \begin{pmatrix} x_{Q_2} & x_{aq} & x_{aq} \\ x_{aq} & x_{Q_3} & x_{aq} \\ \cdot & & \cdot \\ x_{aq} & & x_{Q_{nq}} \end{pmatrix}.$$

Nous avons généralisé le concept de l'égalité des flux dus aux mutuelles au cas de plusieurs amortisseurs ; en utilisant les réactances différentielles de fuite  $x_{kf_1}, x_{kf_2}, \dots, x_{kf_{nd}}$ , on écrit :

$$\begin{aligned} x_{fd_1} &= x_{ad} + x_{kf_1} & x_{fd_2} &= x_{fd_1} + x_{kf_2} & x_{fd_{nd}} &= x_{fd_{nd-1}} + x_{kf_{nd}} \\ \text{et :} \quad \lambda_f &= x_{ff} + x_{fd_{nd}} & x_{D_1} &= x_{1D} + x_{fd_1} & x_{D_{nd}} &= x_{ndD} + x_{fd_{nd}} \\ \text{avec :} \quad x_{d_1 d_2} &= x_{d_1 d_3} = \dots = x_{d_1 d_{nd}} \end{aligned}$$

Pour l'axe q :  $x_{Q_1} - x_{1Q} = x_{Q_2} - x_{2Q} = \dots = x_{Q_{nq}} - x_{nqQ} = x_{aq}$ .

**Annexe B.**

L'inverse de la matrice réactance est :

$$\begin{pmatrix} x_{d,q} & x_{s,r} \\ x_{s,r}^t & x_{r,r} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} x_{d,q}^{*-1} & -x_{d,q}^{-1} x_{s,r} x_{r,r}^{*-1} \\ -x_{r,r}^{-1} x_{s,r}^t x_{d,q}^{*-1} & x_{r,r}^{*-1} \end{pmatrix}.$$

i) Le produit matriciel  $x_{r,r}^{-1} x_{s,r}^t$  et la matrice des réactances  $x_{r,r}^*$  respectivement d'ordre  $(n_d + n_q + 1) \times 2$  et  $(n_d + n_q + 1) \times (n_d + n_q + 1)$  s'expriment :

$$x_{r,r}^{-1} x_{s,r}^t = \begin{pmatrix} k_f & 0 \\ K_{D,D} & 0 \\ 0 & k_{Q_1} \\ 0 & K_{Q,Q} \end{pmatrix} \quad x_{r,r}^* = \begin{pmatrix} x_f^* & x_{fd}^{*t} & 0 & 0 \\ x_{fd}^* & x_{D,D}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{Q_1}^* & x_{mq}^{*t} \\ 0 & 0 & x_{mq}^* & x_{Q,Q}^* \end{pmatrix}$$

avec :

$$\begin{cases} x_f^* = \sigma_{df} \cdot x_f & x_{fd}^* = x_{fd} - x_{ad} \cdot x_{md}/x_d & x_{D,D}^* = x_{D,D} - x_{md} \cdot x_{md}^t \\ x_{Q_1}^* = \sigma_{qQ_1} \cdot x_{Q_1} & x_{mq}^* = x_{mq} & x_{Q,Q}^* = x_{Q,Q} - x_{mq} \cdot x_{mq}^t/x_q \end{cases}$$

$$\begin{cases} k_f = x_{ad}/x_f' - x_{fd}^t \cdot x_{D,D}^{-1} \cdot x_{md}/x_f & k_{Q_1} = x_{aq}/x_{Q_1}' - x_{mq}^t \cdot x_{Q,Q}^{-1} \cdot x_{mq}/x_{Q_1} \\ K_{D,D} = x_{D,D}^{-1} \cdot x_{md} - x_{D,D}^{-1} \cdot x_{fd} \cdot x_{ad}/x_f' & K_{Q,Q} = (x_{Q,Q}^{-1} - x_{Q,Q}^{-1} \cdot x_{aq}/x_{Q_1}') \cdot x_{mq} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_f' = x_f - x_{fd}^t \cdot x_{D,D}^{-1} \cdot x_{fd} & x_{Q_1}' = x_{Q_1} - x_{mq}^t \cdot x_{Q,Q}^{-1} \cdot x_{mq} \\ x_{D,D}' = x_{D,D} - x_{fd} \cdot x_{fd}^t/x_f & x_{Q,Q}' = x_{Q,Q} - x_{mq} \cdot x_{mq}^t/x_{Q_1} \end{cases}$$

ii) Les réactances  $x_d^*$  et  $x_q^*$  sont données par :

$$x_d^* = x_d - k_f \cdot x_{ad} - x_{md}^t \cdot K_{D,D} \quad x_q^* = x_q - k_{Q_1} \cdot x_{aq} - x_{mq}^t \cdot K_{Q,Q}$$

iii)

$$x_{r,r}^{*-1} = \begin{pmatrix} 1/x_f^{*'} & -x_{fd}^{*t} \cdot x_{D,D}^{*'}^{-1}/x_f^{*'} & 0 & 0 \\ -x_{D,D}^{*'}^{-1} \cdot x_{fd}^{*}/x_f^{*'} & x_{D,D}^{*'}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/x_{Q_1}^{*'} & -x_{mq}^{*t} \cdot x_{Q,Q}^{*'}^{-1}/x_{Q_1}^{*'} \\ 0 & 0 & -x_{Q,Q}^{*'}^{-1} \cdot x_{mq}^{*}/x_{Q_1}^{*'} & x_{Q,Q}^{*'}^{-1} \end{pmatrix}$$

avec :

$$\begin{cases} x_f^{*'} = x_f^* - x_{fd}^{*t} \cdot x_{D,D}^{*'}^{-1} \cdot x_{fd}^* & x_{Q_1}^{*'} = x_{Q_1}^* - x_{mq}^{*t} \cdot x_{Q,Q}^{*'}^{-1} \cdot x_{mq}^* \\ x_{D,D}^{*'} = x_{D,D}^* - x_{fd}^* \cdot x_{fd}^{*t}/x_f^* & x_{Q,Q}^{*'} = x_{Q,Q}^* - x_{mq}^* \cdot x_{mq}^{*t}/x_{Q_1}^* \end{cases}$$

### Annexe C. Cas du modèle 3.3

Dans ce cas les réactances s'expriment :

$$\begin{aligned} x_{D_1}^* &= \sigma_{dD_1} \cdot x_{D_1} & x_{D_2}^* &= \sigma_{dD_2} \cdot x_{D_2} \\ x_{fD_1}' &= \sigma_{fD_1} \cdot x_{D_1} & x_{fD_2}' &= \sigma_{fD_2} \cdot x_{D_2} \\ x_{D_1}^{*'} &= \sigma_{fD_1}^* \cdot x_{D_1}^* & x_{D_2}^{*'} &= \sigma_{fD_2}^* \cdot x_{D_2}^* \end{aligned}$$

et les coefficients de dispersion :

$$\begin{aligned} \sigma_{df} &= 1 - \frac{x_{ad}^2}{x_d \cdot x_f} & \sigma_{dD_1} &= 1 - \frac{x_{ad}^2}{x_d \cdot x_{D_1}} & \sigma_{dD_2} &= 1 - \frac{x_{ad}^2}{x_d \cdot x_{D_2}} \\ \sigma_{fD_1} &= 1 - \frac{x_{fd_2}^2}{x_f \cdot x_{D_1}} & \sigma_{fD_2} &= 1 - \frac{x_{fd_2}^2}{x_f \cdot x_{D_2}} \\ \sigma_{fD_1}^* &= 1 - \frac{x_{fd_1}^{*2}}{x_f^* \cdot x_{D_1}^*} & \sigma_{fD_2}^* &= 1 - \frac{x_{fd_2}^{*2}}{x_f^* \cdot x_{D_2}^*} \end{aligned}$$

$$\text{avec :} \quad x_{fd_1}^* = x_{fd_1} - x_{ad}^2/x_d \quad x_{fd_2}^* = x_{fd_2} - x_{ad}^2/x_d$$

Les mêmes expressions peuvent être écrites en remplaçant les indices d, f, D<sub>1</sub> et D<sub>2</sub> respectivement par q, Q<sub>1</sub>, Q<sub>2</sub> et Q<sub>3</sub> sauf pour les expressions  $x_{ad}$  et  $x_{fd}$ ,  $x_{fd}$ , à remplacer par  $x_{aq}$  et  $x_{mq}$ .

#### Annexe D. Constantes de temps

Matrice  $T^{-1}$

Les éléments de cette matrice s'expriment :

$$\begin{aligned} T_{d,q}^{*-1} &= \omega_s r_a \cdot x_{d,q}^{*-1} & T_{s,r}^{*-1} &= -T_{d,q}^{-1} x_{s,r} x_{r,r}^{*-1} \\ T_{r,s}^{*-1} &= -T_{r,r}^{-1} x_{s,r}^t x_{d,q}^{*-1} & T_{r,r}^{*-1} &= \omega_s r_{r,r} x_{r,r}^{*-1} \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned} T_{d,q}^{-1} &= \omega_s r_a \cdot x_{d,q}^{-1} = \text{diag} (1/\tau_d \ 1/\tau_q) \\ T_{r,r}^{-1} &= \omega_s r_{r,r} x_{r,r}^{-1} = \text{diag} (1/\tau_f \ \tau_{D,D}^{-1} \ 1/\tau_{Q_1} \ \tau_{Q_2}^{-1}) \end{aligned}$$

Matrices des constantes de temps

Les matrices des constantes de temps d'axe d sont d'ordre  $n_d \times n_d$

$$\tau_{D,D}^{-1} = \omega_s r_{D,D} \cdot x_{D,D}^{-1} \quad \tau'_{D,D}^{-1} = \omega_s r_{D,D} \cdot x'_{D,D}^{-1} \quad \tau_{D,D}^{*'}^{-1} = \omega_s r_{D,D} \cdot x_{D,D}^{*'}^{-1}$$

et celles d'axe q sont d'ordre  $(n_q - 1) \times (n_q - 1)$  :

$$\tau_{Q,Q}^{-1} = \omega_s r_{Q,Q} \cdot x_{Q,Q}^{-1} \quad \tau'_{Q,Q}^{-1} = \omega_s r_{Q,Q} \cdot x'_{Q,Q}^{-1} \quad \tau_{Q,Q}^{*'}^{-1} = \omega_s r_{Q,Q} \cdot x_{Q,Q}^{*'}^{-1}$$

Différentes constantes de temps

$$\begin{aligned} \tau_f^* &= x_f^*/\omega_s r_f & \tau_f^{*'} &= x_f^{*'}/\omega_s r_f, \\ \tau_{D_1} &= x_{D_1}/\omega_s r_{D_1} & \tau_{D_1}^* &= x_{D_1}^*/\omega_s r_{D_1} & \tau_{d_1}^{*'} &= x_{d_1}^{*'}/\omega_s r_{D_1} \end{aligned}$$

etc.

#### Bibliographie

- [1] Shackshaft G., New approach to the determination of synchronous machine parameters from tests, *Proc. IEE* **121**, n 11 (1974).
- [2] Faucher J., Xhuvani A., Anvari A. et Delara S., « Identification of machine parameters in converter-fed synchronous motor drive systems », *Proc. European Conf. on Power Electronics*, Brighton (1993).
- [3] Canay I. M., Causes of discrepancies on calculation of rotor quantities and exact equivalent diagrams of the synchronous machine, *IEEE Trans. Power App Syst.* **PAS-88** (1969) 1114.
- [4] Kazovski E. J. et Ragozin G. G., Turbogenerator frequency characteristics determined experimentally, *Electrichestvo* **10** (1963) 14.
- [5] Undrill J. M. et Laskowski J. F., Model selection and data assembly for power system simulations, *IEEE Trans. Power App. System* **PAS-101** (1982) 3333.
- [6] Canay I. M., The significance of sub-subtransient quantities in dynamic behaviour of synchronous machines, *Proc. IEE* **185** (1988) 334.
- [7] Kamabu T. et Maun J. C., « Synchronous and dynamic parameters of large turbine generator by the finite-element method », *Proc. of Int. Conf. on Elec. Mach.*, Munich (1986) p. 689.
- [8] Eitelberg E. et Hartley R. G., Estimating synchronous machine electrical parameters from frequency response tests, *IEEE Trans. Ener Conversion* **EC-2** (1987) 132.



- [9] IEEE Joint Work Group (P. L. Dandeno, Chairman), Current usage and suggested practices in power system stability simulations for synchronous machines, *IEEE Trans. Ener. Conversion* EC-1 (1986) 77.
- [10] Canay I. M., Determination of synchronous machine model parameters from the characteristic quantities applicable also to sub-subtransient data, *Elec. Mach. Power Systems* 9 (1984) 33.
- [11] Schultz R. P., Jones W. D. and Ewart D. N., Dynamic models of turbine generators derived from solid rotor equivalent circuits, *IEEE Trans. Power App. System* PAS-94 (1973) 933.
- [12] Anderson P. M. et Fouad A., Power system control and stability (The IOWA State University Press, USA, 1982).
- [13] Krause P. C., The theory of neglecting stator transients, *IEEE Trans. Power App. System* PAS-98 (1979) 141.
- [14] Kokotovic P. V., A Riccati equation for block-diagonalization of ill-conditioned systems, *IEEE Trans. Automatic Control* AC-20 (1975) 812.
- [15] Saskena V. R., O'Reilly J. and Kokotovic P. V., Singular perturbations and time scale methods in control theory-Survey : 1976-1983, *Automatica* 20 (1984) 273.
- [16] Ahmed-Zaid P., Sauer P. W., Pai M. A. and Sarioglu M. K., Reduced order modeling of synchronous machines using singular perturbation, *IEEE Trans. Circuits Systems* CAS-29 (1982) 782.
- [17] Lopez L. F. et Nour Eldin H. A., « Modelling and model reduction of the synchronous machine through singular perturbation », Proc. Conf. Mod. & Simul. of Elec. Mach. & Conv., Liège (1984) 141.
- [18] Singh N. P., Singh Y. P. et Ahson S. I., An iterative approach to reduced order modelling using singular perturbations, *Proc IEE* 74 (1986) 892.
- [19] Kokotovic P. V. et Sauer P. W., Integral manifold as a tool for reduced order modelling of non linear systems, *IEEE Trans. Circuits Systems* CAS-36 (1989) 403.
- [20] Chow J. H., Allemong J. J. et Kokotovic P. V., Singular perturbations analysis of systems with sustained high frequency oscillations, *Automatica* 14 (1978) 271.
- [21] Peponides G., Kokotovic P. V. et Chow J. H., Singular perturbations and time scales in non-linear models of power systems, *IEEE Trans. Circuits Systems* CAS-29 (1982) 758.
- [22] Guesbaoui H. et Iung C., Réduction de modèles par les cercles de Gerschgorin. Application au modèle de la machine asynchrone, *J. Phys. III France* 3 (1993) 1267.
- [23] Guesbaoui H. et Iung C., Simplification of the model of a current-fed controlled synchronous machine by the multi-time scale method, Modelling and Simulation of Systems, J. C. Baltzer Ag (Scien. Publication Co, c IMACS, 1989) p. 329.
- [24] Hammons T. J. and Canay I. M., Effect of damper modelling and the fault clearing process on response torque and stressing of turbine generator shafts, *IEEE Trans. EC* EC-1 (1986) 113.
- [25] Kamwa I., Viarouge P. et Dickinson J., « Discrete technique for synchronous machine operational impedances estimation from time-domain standstill tests », 12th IMACS World Cong., Paris (1988) p. 24.
- [26] Guesbaoui H., Contribution à la mise sous forme standard des systèmes à multiéchelles de temps. Application à la modélisation des machines à courant alternatif. Thèse de Docteur ès-Sciences INPL, Nancy, France (1992).
- [27] Touhami O., Guesbaoui H. and Iung C., « Synchronous machine parameter Identification by a multitime scale technique, Proc. IEEE Ind. Appl. Annual Conference, Houston (1992) p. 178.

Commission paritaire N° 57920