



**HAL**  
open science

## Méthode de mesure des fréquences propres et des coefficients d'amortissement d'une machine synchrone a aimants permanents

S. Clénet, Stéphan Astier, Yvan Lefèvre, M. Lajoie-Mazenc

### ► To cite this version:

S. Clénet, Stéphan Astier, Yvan Lefèvre, M. Lajoie-Mazenc. Méthode de mesure des fréquences propres et des coefficients d'amortissement d'une machine synchrone a aimants permanents. *Journal de Physique III*, 1994, 4 (8), pp.1431-1447. 10.1051/jp3:1994211 . jpa-00249195

**HAL Id: jpa-00249195**

**<https://hal.science/jpa-00249195>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification  
Physics Abstracts  
41.10 — 46.30R

## Méthode de mesure des fréquences propres et des coefficients d'amortissement d'une machine synchrone à aimants permanents

S. Clénet, S. Astier, Y. Lefèvre et M. Lajoie-Mazenc

LEEI, URA CNRS n° 847, ENSEEIHT, 2 rue Camichel, 31071 Toulouse cedex, France

*(Reçu le 31 janvier 1994, révisé le 25 avril 1994, accepté le 4 mai 1994)*

**Résumé.** — Le comportement vibratoire des machines synchrones à aimants permanents dépend considérablement des caractéristiques modales de leur structure mécanique (déformées spatiales, fréquences propres, coefficients d'amortissement). Dans cet article, nous présentons une nouvelle méthode pour les déterminer expérimentalement. Tout d'abord, les techniques classiquement utilisées pour mesurer les caractéristiques modales sont présentées. Puis, une étude théorique établit une relation entre les courants d'alimentation et les vibrations d'origine électromagnétique. A partir de cette étude, une nouvelle méthode, permettant de déterminer les fréquences propres et les coefficients d'amortissement de la structure mécanique de la machine, est proposée : elle s'effectue avec le rotor de la machine à l'arrêt et utilise les forces produites par les courants d'alimentation comme sources d'excitation de la structure mécanique. Afin de la valider, cette méthode est mise en œuvre sur un dispositif expérimental et les résultats sont comparés à ceux obtenus par la méthode classique d'essais par impacts.

**Abstract.** — The vibratory behaviour of permanent magnet synchronous machines depends on the modal characteristics of the mechanical structure of their stator (natural frequencies, damping factors, modal shapes). In this paper, a novel method, to determine experimentally these characteristics, is presented. First, the classical technics used to measure the modal characteristics are presented. A theoretical study establishes a relation between the supply currents and the vibrations deriving from electromagnetic phenomena. According to this study, an experimental method, which enables to determine the natural frequencies and the damping factors of the stator mechanic structure, is proposed : it is carried out with the rotor at standstill and uses the forces produced by the supply currents as excitation sources for the mechanical structure. In order to validate the proposed method, it is brought into work on an experimental bench and the results are compared to the ones obtained from the classical method using hammer excitations.

### 1. Introduction.

Les progrès effectués dans le domaine de la conversion électromécanique ont permis de réaliser des actionneurs tournants de plus en plus performants qui peuvent répondre à un très grand nombre d'applications. Par conséquent, les exigences en performances augmentent et l'actionneur doit maintenant perturber le moins possible son environnement.

Ainsi, les vibrations d'origine électromagnétique et les ondulations de couple prennent une place croissante dans la plupart des cahiers des charges. Ces dix dernières années, de nombreux travaux ont été menés en ce sens. Une grande partie de ces travaux porte sur la structure électromagnétique et mécanique de la machine électrique [1-3]. Ces travaux ont montré l'importance des caractéristiques mécaniques (fréquences propres, coefficients d'amortissement, déformées spatiales) sur le comportement vibratoire de la machine.

Des travaux plus récents ont montré qu'il était possible de mesurer certaines fréquences propres et coefficients d'amortissement d'une machine électrique en utilisant les courants d'alimentation comme sources d'excitation mécanique [6]. Cependant, ces travaux n'étudient pas l'influence de la position du rotor par rapport au stator ou de l'amplitude et de la forme du courant et ne précisent pas les limites de validité de la méthode, en particulier, limitée en fréquence par les variations d'impédance de la machine.

Dans cet article, après une présentation des méthodes classiques de mesure des paramètres modaux, nous introduisons, en utilisant une démarche théorique différente, une fonction de transfert en fréquence entre l'accélération en un point de la structure et le courant dans le cas où la machine est excitée par ses courants d'alimentation à rotor bloqué. Nous présentons une vérification expérimentale de sa validité et notamment de sa linéarité et nous étudions ses variations en fonction de la position rotorique. En utilisant les conclusions de cette étude et par analogie avec les méthodes classiques de mesure mécanique, une méthode de mesure des fréquences propres et des coefficients d'amortissements est proposée. Cette méthode est validée expérimentalement par comparaison avec la méthode d'essais par impact en ce qui concerne la mesure des fréquences propres. La cohérence des mesures des coefficients d'amortissement est vérifiée.

## 2. Techniques de mesure des paramètres modaux.

**2.1 DÉCOMPOSITION MODALE ET FRÉQUENCES PROPRES.** — Les vibrations d'un système mécanique sont d'amplitudes maximales lorsque les fréquences de celles-ci correspondent à des fréquences particulières appelées fréquences propres. Lorsqu'une telle coïncidence fréquentielle se produit, l'amplitude des vibrations n'est limitée que par l'amortissement associé à la fréquence propre correspondante. Il est donc très intéressant pour caractériser la structure de connaître les fréquences propres et les coefficients d'amortissement.

En utilisant les techniques proposées par l'analyse modale, un système mécanique peut être décomposé en sous-systèmes indépendants (modes propres) caractérisés par une déformée spatiale et par une fonction de transfert en général du second ordre définie par une fréquence propre et un coefficient d'amortissement. Ces sous-systèmes ne dépendent pas des forces appliquées sur la structure et leur ensemble fournit une description complète des caractéristiques dynamiques du système mécanique [5].

**2.2 PRINCIPE DES MÉTHODES DE MESURE.** — Nous nous limitons dans cette partie à la description des principales méthodes classiques qui permettent de déterminer les fréquences propres et les coefficients d'amortissement d'un système mécanique linéaire.

Il est intéressant de considérer la fonction de transfert en fréquence suivante  $H(\omega)$  :

$$H(\omega) = \frac{\gamma(\omega)}{F(\omega)} \quad (1)$$

où  $F(\omega)$  représente la force de pulsation  $\omega$  exercée en un point N dans une direction Z et  $\gamma(\omega)$  l'accélération de pulsation  $\omega$  en un point M dans une direction K produite par la force  $F(\omega)$ . Cette fonction de transfert est une combinaison linéaire des différentes fonctions de

transfert du second ordre caractérisant les différents modes :

$$H(\omega) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_i \cdot \omega^2}{1 + 2 \cdot j \cdot \varepsilon_i \cdot \frac{\omega}{\omega_{0i}} - \frac{\omega^2}{\omega_{0i}^2}} \quad (2)$$

où  $\omega_{0i}$  et  $\varepsilon_i$  sont respectivement la pulsation propre et le coefficient d'amortissement du mode  $i$ . La connaissance de cette fonction de transfert peut donc permettre de déterminer les différentes fréquences propres et les différents coefficients d'amortissement, sauf dans le cas particulier où le point M est situé sur un nœud de la déformée spatiale d'un ou plusieurs modes. Dans ce cas, où les coefficients  $A_i$  correspondants sont nuls, une détermination des fréquences propres et des modes correspondants est impossible.

En pratique, pour déterminer cette fonction de transfert, il faut (Fig. 1) :

- un excitateur appliquant une force connue au point N ;
- un accéléromètre mesurant l'accélération au point M ;
- un analyseur de fonction de transfert calculant la fonction de transfert  $H(\omega)$ .

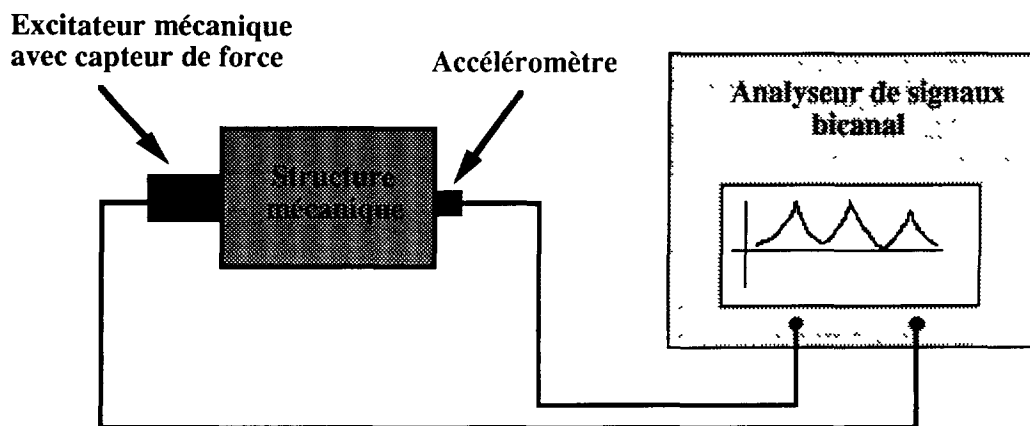


Fig. 1. — Dispositif de mesure de fonction de transfert mécanique.

[Measurement device of the mechanical transfer function.]

Il existe différentes techniques pour déterminer cette fonction de transfert qui diffèrent surtout par les moyens d'excitation utilisés. Deux méthodes principales d'excitation se dégagent : l'excitation par impact ou par exciteur fixé.

**2.3 EXCITATION PAR IMPACT.** — La technique la plus répandue en analyse modale est l'impact donné par un marteau d'excitation. La forme d'onde produite par cet impact est un transfert transitoire d'énergie, c'est-à-dire un événement de très courte durée. Le spectre de l'excitation est continu et étendu, avec une amplitude maximale à fréquence nulle, qui décroît avec l'augmentation de la fréquence. La forme du spectre fréquentiel peut être optimisée en utilisant différents types d'embout pour le marteau (caoutchouc, plastique, acier...).

L'avantage de l'excitation par impact est qu'elle est rapide et simple à mettre en œuvre, mais elle présente aussi quelques inconvénients :

- limitation en fréquence (gamme de 0 à 5 kHz) ;
- risque d'excursion dans les zones de non-linéarité ;
- le spectre n'est contrôlable que dans sa limite supérieure ce qui implique qu'il n'est pas adapté à l'analyse par « zoom » fréquentiel. Une mesure précise des coefficients d'amortissement qui nécessite une résolution importante sur une faible gamme de fréquence est donc délicate avec cette méthode.

2.4 EXCITATION PAR EXCITATEUR FIXÉ. — La force d'excitation est appliquée en un point et l'excitateur le plus utilisé est de type électrodynamique. Il permet d'appliquer à la structure mécanique une très grande variété de signaux comme :

- une excitation aléatoire répondant à une loi statistique gaussienne ;
- une excitation pseudo-aléatoire correspondant à un signal périodique de période égale au temps d'enregistrement de l'analyse, dont le contenu répond à une loi statistique gaussienne ;
- une excitation sinusoïdale à fréquence fixe ou balayée ;
- une excitation impulsionnelle, éventuellement répétitive.

Chaque type d'excitation possède ses propres avantages et inconvénients (approximation linéaire des systèmes non linéaires, bon rapport signal-bruit, erreur de fuite..) qui font que celles-ci sont souvent complémentaires [10].

### 3. Mesure des paramètres modaux à partir d'une excitation par les courants d'alimentation.

3.1 ÉTUDE THÉORIQUE. — Pour cette étude, les équations du champ magnétique sont supposées linéaires (pas de saturation au sein de la machine). L'induction  $\mathbf{b}$  en un point de la machine électrique est égale à la somme vectorielle des inductions dues aux sources des champs statoriques (courants) et aux sources des champs rotoriques (courants ou aimants). Si on suppose que la machine est triphasée, l'induction  $\mathbf{b}$  vérifie :

$$\mathbf{b} = \mathbf{b}_a + \mathbf{b}_{s1} + \mathbf{b}_{s2} + \mathbf{b}_{s3} \quad (3)$$

où  $\mathbf{b}_{s_k}$  est l'induction créée par le courant circulant dans la phase  $k$  et  $\mathbf{b}_a$  l'induction créée par les aimants. L'induction  $\mathbf{b}_{s_k}$  est proportionnelle au courant  $i_k$  circulant dans la phase  $k$

$$\mathbf{b}_{s_k} = \boldsymbol{\beta}_k \cdot i_k \quad (4)$$

Il existe différentes méthodes de calcul des forces créées par le champ magnétique : courants équivalents, charges équivalentes, charges et courants équivalents, dérivée de l'énergie. On peut calculer les densités de force par ces différentes méthodes mais, bien que toutes conduisent à la même force globale, les répartitions spatiales de forces obtenues sont différentes et il ne paraît pas possible d'en privilégier une sans une description plus fine des matériaux [4, 7]. Cependant les densités de force, quelle que soit la méthode utilisée, sont toujours exprimées sous forme de termes proportionnels au produit de deux composantes de l'induction. Aussi, pour rendre compte de l'influence des courants, les expressions mathématiques des forces locales diffèrent par leurs formes mais la contribution des courants apparaît de la même manière. Pour mener à bien nos calculs, nous avons retenu l'expression de la densité de force donnée par la méthode du tenseur de Maxwell. Rappelons que celle-ci permet de calculer la force globale agissant sur une partie d'un système électromagnétique en calculant le flux du tenseur de Maxwell à travers une surface fermée entourant cette partie et tracée dans un milieu de perméabilité constante. La densité de force en un point de cette surface, tracée dans l'air ou dans le vide, est alors donnée par :

$$\mathbf{f} = \frac{b_n^2 - b_t^2}{2 \cdot \mu_0} \cdot \mathbf{n} + \frac{b_n b_t}{\mu_0} \cdot \mathbf{t} \quad (5)$$

$\mathbf{n}$  et  $\mathbf{t}$  représentent les vecteurs unitaires normal et tangentiel à la surface,  $b_n$  et  $b_t$  les composantes normale et tangentielle de l'induction  $\mathbf{b}$ . En utilisant les expressions (4) et (5) on obtient :

$$\mathbf{f} = \frac{1}{2 \cdot \mu_0} \left[ \begin{array}{c} (b_{a_n}^2 - b_{a_t}^2) + \sum_{k=1}^3 (\beta_{k_n}^2 - \beta_{k_t}^2) \cdot i_k^2 + \sum_{k=1}^3 \sum_{\substack{\ell=1 \\ \ell < k}}^3 2 \cdot (\beta_{k_n} \cdot \beta_{\ell_n} - \beta_{k_t} \cdot \beta_{\ell_t}) \cdot i_k \cdot i_\ell \\ \sum_{k=1}^3 2 \cdot (\beta_{k_n} \cdot b_{a_n} - \beta_{k_t} \cdot b_{a_t}) \cdot i_k \end{array} \right] \cdot \mathbf{n} \quad (6)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \cdot \left[ b_{a_n} \cdot b_{a_t} + \sum_{k=1}^3 \beta_{k_n} \cdot \beta_{k_t} \cdot i_k^2 + \sum_{k=1}^3 \sum_{\ell=1}^3 \beta_{k_n} \cdot \beta_{\ell_t} \cdot i_k \cdot i_\ell + \sum_{k=1}^3 (\beta_{k_n} \cdot b_{a_t} - \beta_{k_t} \cdot b_{a_n}) \cdot i_k \right] \cdot \mathbf{t}$$

où  $b_{a_t}$  et  $\beta_{k_t}$  (resp.  $b_{a_n}$  et  $\beta_{k_n}$ ) désignent les composantes tangentielles (resp. normales) des vecteurs  $\mathbf{b}_a$  et  $\beta_{\mathbf{k}}$ .

Une bonne manière de rendre compte de la répartition des forces dans la machine est de calculer la force s'exerçant sur chacune des dents du stator [8]. Une étude théorique, validée par l'expérience, a montré que l'intégration partielle du tenseur de Maxwell sur le contour d'une dent  $j$  donne une bonne représentation de la force  $F_j(\theta)$  s'exerçant sur celle-ci [9] :

$$F_j(\theta) = \mathbf{T}_{aa_j}(\theta) + \sum_{k=1}^3 \mathbf{T}_{kk_j}(\theta) \cdot i_k^2 + \sum_{\substack{k=1 \\ \ell < k}}^3 \mathbf{T}_{k\ell_j}(\theta) \cdot i_k \cdot i_\ell + \sum_{k=1}^3 \mathbf{T}_{ak_j}(\theta) \cdot i_k \quad (7)$$

où  $\theta$  désigne la position angulaire du rotor par rapport au stator.

$F_j(\theta)$  possède donc quatre composantes qui sont :

- $\mathbf{T}_{aa}(\theta)$  : composante de force produite par les aimants seuls ;
- $\mathbf{T}_{k\ell}(\theta) \cdot i_k \cdot i_\ell$  : composante de force produite par l'interaction des courants circulant dans la phase  $k$  et dans la phase  $\ell$  ;
- $\mathbf{T}_{kk}(\theta) \cdot i_k^2$  : composante de force produite par le courant circulant dans la phase  $k$  ;
- $\mathbf{T}_{ak}(\theta) \cdot i_k$  : composante de force résultant de l'interaction entre le courant circulant dans la phase  $k$  et les aimants.

Si la phase  $\ell$  de la machine est alimentée par un courant  $i_\ell$  avec le rotor de la machine à l'arrêt à la position  $\theta$ , la force exercée sur la dent  $j$  vérifie :

$$F_j(\theta) = \mathbf{T}_{aa_j}(\theta) + \mathbf{T}_{\ell\ell_j}(\theta) \cdot i_\ell^2 + \mathbf{T}_{a\ell_j}(\theta) \cdot i_\ell \quad (8)$$

Si le courant  $i_\ell$  est sinusoïdal de pulsation  $\omega$  et d'amplitude  $I$  alors :

$$F_j(\theta) = \mathbf{T}_{aa_j}(\theta) + \frac{\mathbf{T}_{\ell\ell_j}(\theta)}{2} \cdot I^2 + \mathbf{T}_{a\ell_j}(\theta) \cdot I \cdot \sin(\omega \cdot t) - \frac{\mathbf{T}_{\ell\ell_j}(\theta)}{2} \cdot I^2 \cos(2 \cdot \omega \cdot t) \quad (9)$$

La machine étant à l'arrêt ( $\theta = \text{Cte}$ ), la force se décompose en une composante continue et deux harmoniques de fréquences égales à la fréquence du courant sinusoïdal et au double de celle-ci. Nous disposons donc de deux sources d'excitation sinusoïdales à deux fréquences différentes.

Si on décompose  $F_j(\theta)$  en une composante normale et une composante tangentielle :

$$\mathbf{F}_j(\theta) = \left[ \mathbf{T}_{ad,j,n}(\theta) + \frac{\mathbf{T}_{\ell\ell,j,n}(\theta)}{2} \cdot I^2 + \mathbf{T}_{al,j,n}(\theta) \cdot I \cdot \sin(\omega \cdot t) - \frac{\mathbf{T}_{\ell\ell,j,n}(\theta)}{2} \cdot I^2 \cos(2 \cdot \omega \cdot t) \right] \cdot \mathbf{n} \\ + \left[ \mathbf{T}_{ad,j,t}(\theta) + \frac{\mathbf{T}_{\ell\ell,j,t}(\theta)}{2} \cdot I^2 + \mathbf{T}_{al,j,t}(\theta) \cdot I \cdot \sin(\omega \cdot t) - \frac{\mathbf{T}_{\ell\ell,j,t}(\theta)}{2} \cdot I^2 \cos(2 \cdot \omega \cdot t) \right] \cdot \mathbf{t}. \quad (10)$$

L'accélération  $\gamma(\omega)$  de direction  $\mathbf{K}$  en un point M, créée par une force  $F(\omega)$  de pulsation  $\omega$ , de direction  $\mathbf{Z}$  et appliquée en un point N, vérifie la fonction de transfert :

$$\frac{\gamma(\omega)}{F(\omega)} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_i \cdot \omega^2}{-\left(\frac{\omega}{\omega_{0i}}\right)^2 + 2 \cdot j \cdot \varepsilon_i \cdot \frac{\omega}{\omega_{0i}} + 1} \quad (11)$$

Les accélérations  $\gamma_{\omega,j,n}$  et  $\gamma_{\omega,j,t}$  créées par les composantes tangentielle et normale de la force de pulsation  $\omega$  s'exerçant sur la dent  $j$  vérifient donc d'après (10) et (11) :

$$\gamma_{\omega,j,n}(\theta, \omega) = I(\omega) \cdot T_{al,j,n}(\theta) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_{i,j,n} \cdot \omega^2}{-\left(\frac{\omega}{\omega_{0i}}\right)^2 + 2 \cdot j \cdot \varepsilon_i \cdot \frac{\omega}{\omega_{0i}} + 1} \\ \gamma_{\omega,j,t}(\theta, \omega) = I(\omega) \cdot T_{al,j,t}(\theta) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_{i,j,t} \cdot \omega^2}{-\left(\frac{\omega}{\omega_{0i}}\right)^2 + 2 \cdot j \cdot \varepsilon_i \cdot \frac{\omega}{\omega_{0i}} + 1} \quad (12)$$

Le système mécanique étant linéaire, l'accélération totale  $\gamma_{\omega}(\theta, \omega)$  produite au point M de direction  $\mathbf{K}$  par toutes les composantes de force tangentielles et normales de pulsation  $\omega$  s'exerçant sur toutes les dents  $j$  est égale à :

$$\gamma_{\omega}(\theta, \omega) = \sum_{j=1}^n (\gamma_{\omega,j,n}(\omega, \theta) + \gamma_{\omega,j,t}(\omega, \theta)) \\ = \sum_{j=1}^n \left[ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(T_{al,j,n}(\theta) \cdot A_{i,j,n} + T_{al,j,t}(\theta) \cdot A_{i,j,t}) \cdot I(\omega) \cdot \omega^2}{-\left(\frac{\omega}{\omega_{0i}}\right)^2 + 2 \cdot j \cdot \varepsilon_i \cdot \frac{\omega}{\omega_{0i}} + 1} \right] \\ = I(\omega) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{R_{1,i}(\theta) \cdot \omega^2}{-\left(\frac{\omega}{\omega_{0i}}\right)^2 + 2 \cdot j \cdot \varepsilon_i \cdot \frac{\omega}{\omega_{0i}} + 1}. \quad (13)$$

Un raisonnement identique mené à partir de la composante de force de pulsation  $2 \cdot \omega$  montre que l'accélération de pulsation  $2 \cdot \omega$  est proportionnelle au carré du courant de fréquence  $\omega$ . On obtient ainsi la relation :

$$\gamma_{2\omega}(\theta, 2 \cdot \omega) = I(\omega)^2 \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{4 \cdot R_{2,i}(\theta) \cdot \omega^2}{-\left(\frac{2 \cdot \omega}{\omega_{0i}}\right)^2 + 2 \cdot j \cdot \varepsilon_i \cdot \frac{2 \cdot \omega}{\omega_{0i}} + 1} \quad (14)$$

En utilisant l'expression des forces en fonction des courants, il est donc possible d'extraire deux fonctions de transfert qui sont des combinaisons linéaires des fonctions de transfert mécaniques du second ordre qui caractérisent les différents modes propres :

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_{\omega}(\theta, \omega)}{I(\omega)} &= G_1(\theta, \omega) \\ \frac{\gamma_{2\omega}(\theta, 2\omega)}{I^2(\omega)} &= G_2(\theta, 2\omega). \end{aligned} \quad (15)$$

On obtient alors, pour l'accélération totale  $\gamma(\theta, \omega)$  créée par le courant  $i_t$ , l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \gamma(\theta, \omega) &= |G_1(\theta, \omega)| \cdot I \cdot \cos [\omega \cdot t + \arg(G_1[\theta, \omega])] \\ &+ |G_2(\theta, 2\omega)| \cdot I^2 \cos [2 \cdot \omega \cdot t + \arg(G_2[\theta, 2\omega])]. \end{aligned} \quad (16)$$

$G_1(\theta, \omega)$  et  $G_2(\theta, \omega)$  s'expriment :

$$\begin{aligned} G_1(\theta, \omega) &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{R_{1,i}(\theta) \cdot \omega^2}{-\left(\frac{\omega}{\omega_{0i}}\right)^2 + 2 \cdot j \cdot \varepsilon_i \cdot \frac{\omega}{\omega_{0i}} + 1} \\ G_2(\theta, \omega) &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{R_{2,i}(\theta) \cdot \omega^2}{-\left(\frac{\omega}{\omega_{0i}}\right)^2 + 2 \cdot j \cdot \varepsilon_i \cdot \frac{\omega}{\omega_{0i}} + 1} \end{aligned} \quad (17)$$

La machine étant à l'arrêt, la fonction de transfert  $G_1(\theta, \omega)$  entre l'amplitude de l'harmonique de l'accélération à la fréquence du courant et l'amplitude du courant sinusoïdal contient les informations nécessaires à la détermination des fréquences propres et des coefficients d'amortissement associés à la structure mécanique d'une machine. Cette fonction de transfert est comparable aux fonctions de transfert en fréquence que l'on obtient par des méthodes plus classiques « d'essais par impacts » ou en utilisant un « pot vibrant ».

De même, en mesurant la fonction de transfert  $G_2(\theta, \omega)$  entre l'amplitude de l'harmonique de l'accélération à deux fois la fréquence électrique et l'amplitude du courant élevée au carré, la détermination des paramètres modaux est aussi possible.

L'excitateur n est plus alors un système mécanique externe mais une source interne de forces électromagnétiques.

Cependant, il est possible que le champ de forces créé par le courant d'alimentation n excite pas tous les modes mécaniques. La détermination des fréquences propres correspondant aux modes non excités n'est alors pas possible par cette méthode.

De plus, lors d'une analyse sur une large bande de fréquence, à la différence d'une excitation mécanique externe, l'excitation des courants ne peut se faire que par un motif sinusoïdal qui est la seule forme temporelle permettant de dissocier de façon systématique le terme linéaire du terme quadratique de l'accélération. L'utilisation d'autres motifs est possible mais ceux-ci doivent avoir un spectre fréquentiel dont l'énergie est strictement comprise dans l'intervalle de fréquence  $(f, 2f)$  pour que le terme quadratique de l'accélération n'intervienne pas dans cette gamme de fréquence.

### 3.2 VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE.

**3.2.1 Présentation du dispositif expérimental.** — Le dispositif expérimental, utilisé pour valider la méthode proposée, est présenté sur la figure 2.



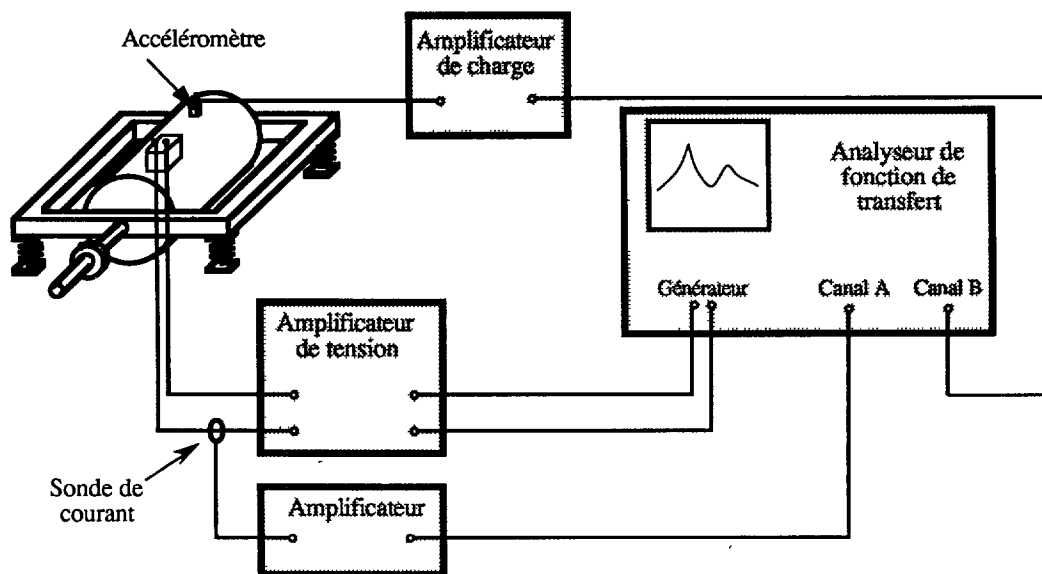


Fig. 2. — Dispositif expérimental utilisé pour déterminer les fréquences propres et les coefficients d'amortissement en employant les courants d'alimentation comme source d'excitation de la structure mécanique.

[Experimental device used to determine the natural frequencies and the damping factors using the supply currents as excitation sources of the mechanical structure.]

Afin de ne mesurer que les vibrations propres à la machine, celle-ci doit être isolée mécaniquement de son environnement. Ainsi, un banc spécifique de mesure de vibration a été conçu et réalisé. La machine à étudier est maintenue par des barres en aluminium qui reposent sur un socle métallique très massif par l'intermédiaire de suspensions. De plus, la liaison entre la machine à étudier et le système d'entraînement-freinage est assuré par un accouplement élastique.

Le générateur intégré à l'analyseur utilisé délivre une tension sinusoïdale à fréquence variable. Cette tension est appliquée entre une phase et le neutre de la machine par l'intermédiaire d'un amplificateur de puissance (20 V, 1 A). Une sonde fournit une image du courant d'alimentation à l'entrée A de l'analyseur de spectre. Un amplificateur de charge, connecté à l'entrée B de l'analyseur, traite le signal de mesure de l'accélération délivré par le capteur piézo-électrique.

La technique employée par l'analyseur pour calculer la fonction de transfert du système permet d'obtenir implicitement la fonction de transfert  $G_1(\theta, \omega)$ . Nous ne travaillons donc dans la suite que sur la fonction de transfert  $G_1(\theta, \omega)$ .

**3.2.2 Validité de la fonction de transfert  $G_1(\theta, \omega)$ .** — Afin que la méthode proposée, basée sur un modèle linéaire du champ, soit valable, il ne doit pas apparaître de courants de Foucault ni de phénomènes de saturation. En effet, ceux-ci modifieraient le champ de forces électromagnétiques en fonction de la fréquence. Alors, l'impédance interne de la machine utilisée, sans pièces massives au rotor et sans amortisseurs, correspond à un système du premier ordre. En utilisant l'analyseur, nous pouvons tracer la fonction de transfert suivante :

$$G(\omega) = \frac{I(\omega)}{V(\omega)} \quad (18)$$

où  $I(\omega)$  représente le courant circulant dans la phase de la machine et  $V(\omega)$  la tension appliquée entre la phase et le neutre.

La figure 3 présente la fonction de transfert mesurée et la fonction de transfert du premier ordre obtenue en utilisant le module d'identification de l'analyseur. Aucune différence majeure n'apparaît entre les deux fonctions de transfert sur le domaine de fréquences considéré. Les courants de Foucault sont donc effectivement négligeables.

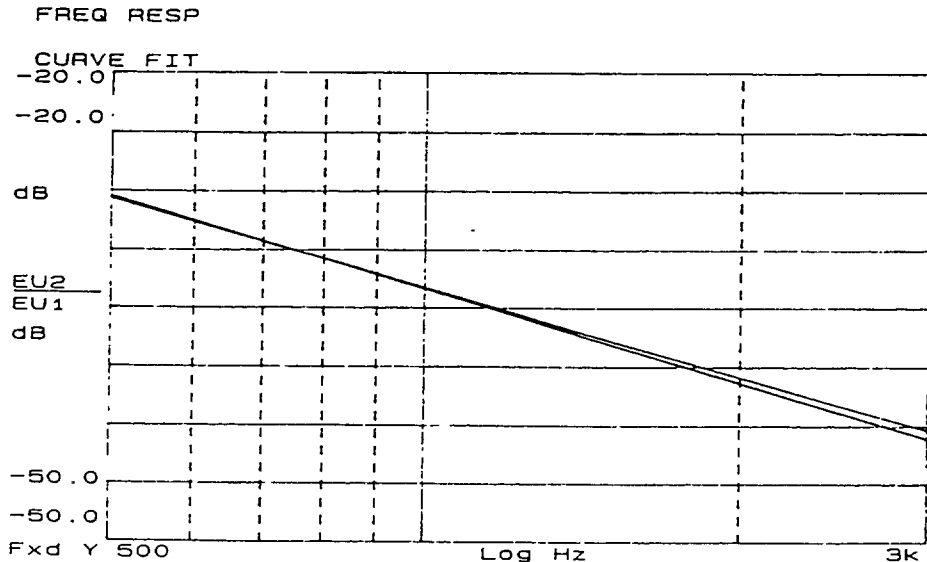


Fig. 3. — Fonction de transfert mesurée représentant l'évolution de l'impédance interne de la machine à l'arrêt en fonction de la fréquence superposée à la fonction de transfert du premier ordre obtenue par identification.

[Measured transfer function representing the variation, in function of the frequency, of the inner impedance of the machine at standstill superposed on the first order fitted transfer function.]

En imposant des courants sinusoïdaux d'amplitudes différentes, nous vérifions que le rapport  $G_1(\theta, \omega)$  reste constant. L'amplificateur de puissance étant un amplificateur régulé en tension, la variation de l'amplitude du courant sinusoïdal est obtenue expérimentalement en appliquant aux bornes de la machine des tensions sinusoïdales d'amplitudes différentes. La figure 4 présente les résultats obtenus, pour trois amplitudes différentes de tension (1 V, 5 V, 10 V), lorsque l'accéléromètre est placé sur la carcasse de la machine (mesure des accélérations radiales). La gamme de fréquence choisie s'étend de 1 700 Hz à 2 100 Hz, ce qui couvre deux modes de la structure mécanique. Il n'apparaît pas de différences importantes entre les trois fonctions de transfert obtenues. La linéarité du rapport accélération sur courant d'alimentation justifie donc le principe de mesure de la fonction de transfert  $G_1(\theta, \omega)$ .

L'étude de la fonction de transfert  $G_1(\theta, \omega)$  en fonction de la position est intéressante. Elle révèle, en effet, que l'amplitude de la fonction de transfert est maximale lorsque le flux dû aux aimants, dans la phase alimentée, est minimal (Fig. 5). Ainsi, lors de l'identification, la position du rotor correspondant à un minimum de flux dans la phase alimentée est la plus favorable car elle permet de bénéficier du meilleur rapport signal/bruit.

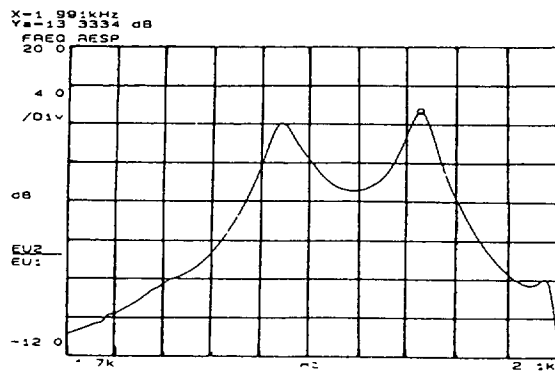
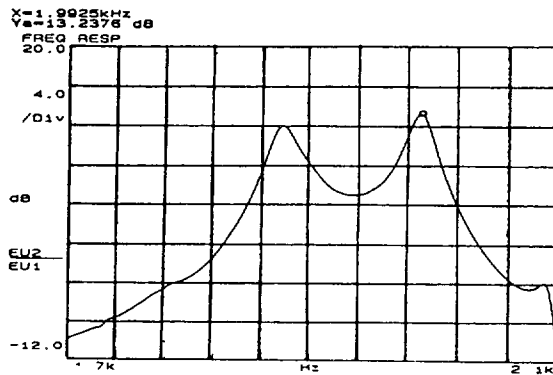
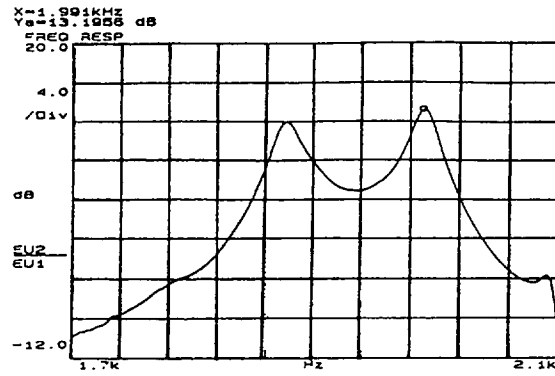


Fig. 4. — Fonction de transfert en fréquence  $G_1(\theta, \omega)$  mesurée pour une même position du rotor de la machine et pour trois valeurs de la tension d'alimentation : 1 V (en haut), 5 V (au milieu), 10 V (en bas).

[Transfer function  $G_1(\theta, \omega)$  measured for a given rotor position and for three different supply voltage values of the rotor of the machine : 1 V (above), 5 V (middle), 10 V (below).]

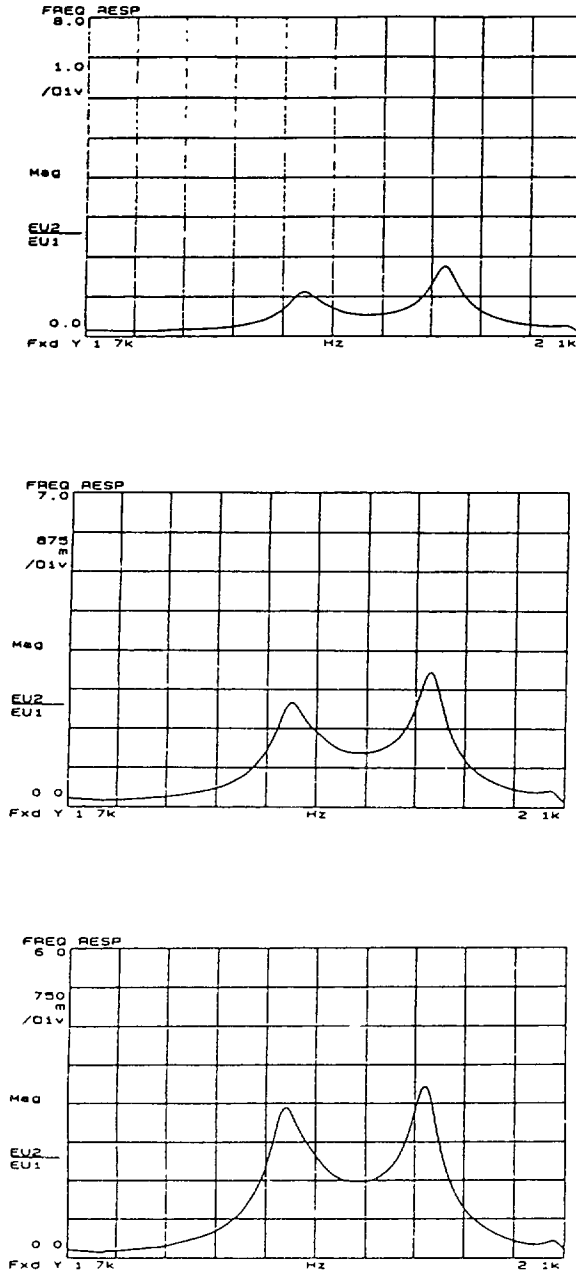


Fig. 5. — Fonction de transfert  $G_1(\theta, \omega)$  mesurée pour trois positions différentes du rotor de la machine :  $\theta = 30^\circ$  (en haut),  $\theta = 60^\circ$  (au milieu),  $\theta = 90^\circ$  (en bas) ( $\theta = 0$  correspond à la position du rotor où le flux est maximum dans la phase alimentée).

[Transfer function  $G_1(\theta, \omega)$  measured for three different positions of the rotor of the machine :  $\theta = 30^\circ$  (above),  $\theta = 60^\circ$  (middle),  $\theta = 90^\circ$  (below) ( $\theta = 0^\circ$  square with the rotor position for which the flux is maximum in the supplied phase).]

3.2.3 *Mesure des fréquences propres du système.* — Nous nous proposons maintenant de comparer les différentes fréquences propres obtenues par la méthode proposée d'excitation de la structure par l'intermédiaire des courants et par la méthode classique « d'essais par impacts ». Chaque méthode fournit une fonction de transfert qui permet d'obtenir les fréquences propres du système mécanique.

La méthode choisie pour déterminer les fréquences propres utilise le module et la partie imaginaire de la fonction de transfert. En effet, si les différentes fréquences propres sont suffisamment éloignées les unes par rapport aux autres, la partie imaginaire et la fonction de transfert passent par un maximum à une fréquence propre.

La mesure de l'accélération est d'abord effectuée sur la carcasse de la machine (mesure des accélérations radiales). La figure 6 présente une fonction de transfert  $\gamma/F$  obtenue par la méthode utilisant le marteau d'impact. La partie imaginaire de la fonction de transfert  $G_1(\theta, \omega)$  obtenue en utilisant les courants comme exciteur est présentée figure 7. Les maxima de la partie imaginaire correspondent aux fréquences propres du système mécanique. La gamme de fréquence dans laquelle nous avons recherché les fréquences modales se situe entre 500 Hz et 3 000 Hz.

Nous avons effectué le même type de manipulation mais en plaçant l'accéléromètre à l'extrémité d'une des barres d'appui transversale (mesure de l'accélération tangentielle).

A partir des essais effectués, nous avons déterminé les différentes fréquences propres obtenues par chaque méthode. Ces fréquences sont reportées dans le tableau comparatif I.

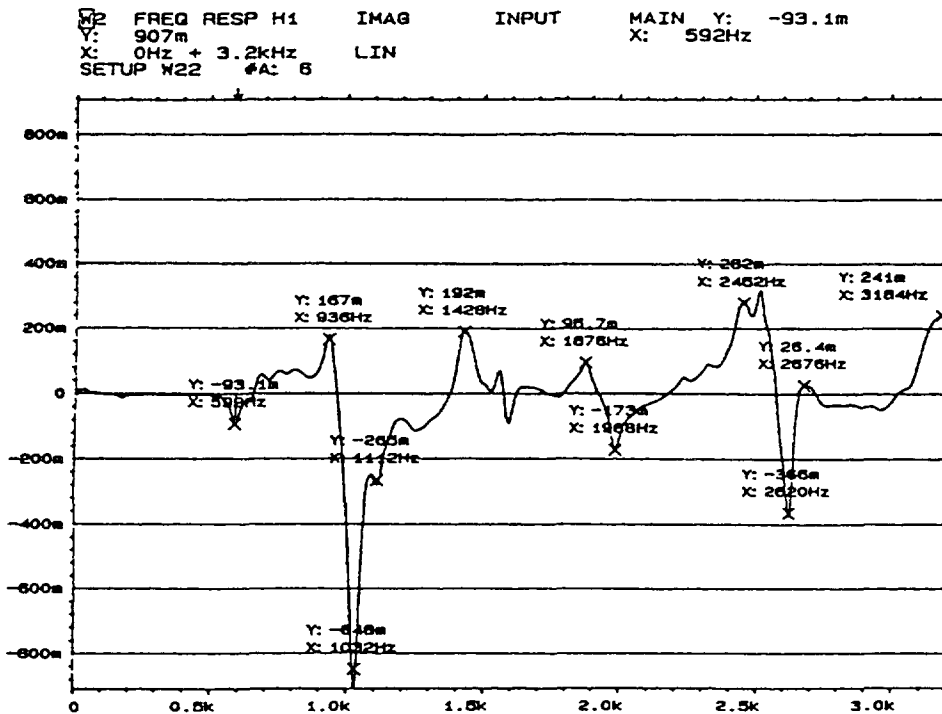


Fig. 6. — Partie imaginaire de la fonction de transfert mécanique obtenue par la méthode « d'essais par impacts ».

[Imaginary part of the mechanical transfer function obtained by the method using the hammer excitation.]

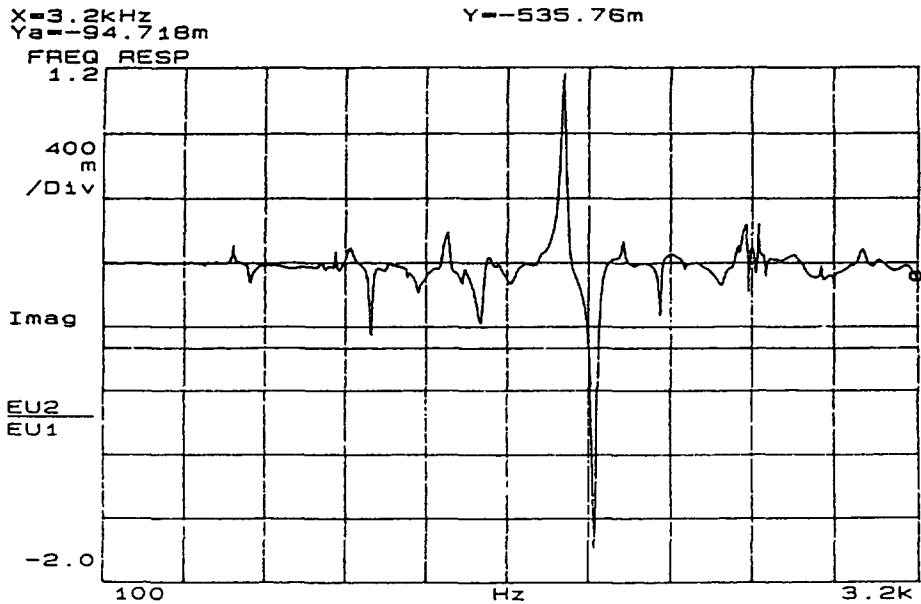


Fig. 7. — Partie imaginaire de la fonction de transfert  $G_1(\theta, \omega)$  obtenue en excitant la structure par les courants.

[Imaginary part of the mechanical transfer function obtained by the method using the feeding currents excitation.]

Tableau I. — Fréquences propres obtenues par excitation par la méthode classique du marteau d'impact et par la méthode proposée d'excitation par les courants d'alimentation.

[Natural frequencies obtained by the hammer excitation and the feeding currents excitation.]

Fréquence modales obtenues par la méthode d'excitation par impact (Hz)	Fréquence modales obtenues par la méthode d'excitation par les courants (Hz)
588...592	595
672	660
756...772	756
936...948	950
1024...1028	1045
1100...1128	1125
1252...1268	non mesuré
1416...1428	1422
1552...1592	1571
1868...1876	1875
1988	1988
2104	2104
2424...2448	2470
2512...2516	2558
2608...2628	2608

Les fréquences qui correspondent à des maxima des parties imaginaires variant avec les différents sites d'impact du marteau, nous donnons pour chaque fréquence propre la plage de fréquence dans laquelle se situe le maximum.

Nous constatons qu'un accord satisfaisant existe entre les résultats obtenus par les deux méthodes bien qu'une fréquence propre n'ait pu être déterminée par la méthode proposée, les forces créées par les courants n'excitent pas ce mode. La méthode, utilisant les courants d'alimentation pour exciter la structure, donne donc de bons résultats en ce qui concerne l'identification des fréquences propres.

**3.2.4 Mesure des coefficients d'amortissement.** — La connaissance de l'amortissement est nécessaire afin de prédire les amplitudes des vibrations aux environs de la résonance et de situer l'importance du mode. En effet, à la résonance, l'amplitude de la vibration n'est limitée que par les forces dissipatrices liées à l'amortissement. Si on s'écarte de la fréquence de résonance, les phénomènes liés à l'amortissement ont peu d'influence.

Cependant, les mécanismes de perte d'énergie dans les structures rencontrées dans la pratique sont difficiles à comprendre. Il en résulte qu'il n'est généralement pas possible de déterminer l'amortissement au moyen d'expressions mathématiques et, pour cette raison, l'amortissement de la plupart des structures doit être déterminé directement au moyen de méthodes expérimentales. En général, dans les modèles mécaniques, l'amortissement considéré est de type visqueux. En effet, l'expérience montre que ce type d'amortissement permet de traiter avec une bonne précision la majorité des comportements des structures.

La valeur du coefficient d'amortissement n'est significative qu'aux alentours de la résonance. Il faut donc utiliser une méthode de mesure qui permet d'obtenir une grande résolution en fréquence sur une étroite bande de fréquence aux alentours des fréquences propres de la structure mécanique. Ainsi, les coefficients d'amortissement sont, en général, identifiés à partir des fonctions de transfert entre l'accélération et les forces mesurées en utilisant la méthode par excitateur fixé. Le signal d'excitation peut être soit déterministe (balayage sinusoïdal...), soit aléatoire. La fonction de transfert  $G_1(\theta, \omega)$ , que nous avons mise en évidence, possède une formulation très proche de la fonction de transfert mécanique entre la force et l'accélération que l'on mesure habituellement pour déterminer les coefficients d'amortissement. Nous utilisons donc les mêmes méthodes d'identification pour déterminer les coefficients d'amortissement à partir de la fonction de transfert  $G_1(\theta, \omega)$ . Pour le choix de la forme du courant d'excitation, il faut prendre garde à ce que le terme quadratique de l'accélération n'intervienne pas dans la mesure de l'accélération (voir Sect. 3.2).

Nous avons utilisé la méthode par balayage sinusoïdal qui présente l'avantage de pouvoir effectuer des zooms fréquentiels, c'est-à-dire travailler avec une résolution importante sur une faible plage de fréquence. Nous avons utilisé l'accéléromètre placé sur la carcasse de la machine et travaillé dans la gamme de fréquence s'étendant de 1 800 Hz à 2 000 Hz.

L'analyseur de fonction de transfert dispose d'un module de calcul qui permet d'identifier une fonction de transfert mesurée à une fonction de transfert définie par ses pôles et ses zéros. L'utilisateur donne le nombre de pôles et de zéros maximum désiré pour l'approximation de la fonction de transfert mesurée, le module calcule alors ces pôles et ces zéros. Nous avons donc utilisé cette fonction de l'analyseur de spectre pour déterminer les coefficients d'amortissement des deux modes ayant pour fréquences propres 1 870 Hz et 1 990 Hz. La figure 8 représente la fonction de transfert  $G_1(\theta, \omega)$  mesurée superposée à la fonction de transfert approchée définie par 4 pôles et 4 zéros. Le nombre de pôles et de zéros est égal à quatre. En effet, pour cette gamme de fréquence la fonction de transfert contient deux résonances.

La méthode du marteau d'impact n'est pas adaptée à la mesure des coefficients d'amortissement et nous ne disposons pas actuellement au laboratoire d'un pot vibrant nous permettant de mesurer les fonctions de transfert  $\gamma/F$  sur une faible gamme de fréquence avec une résolution

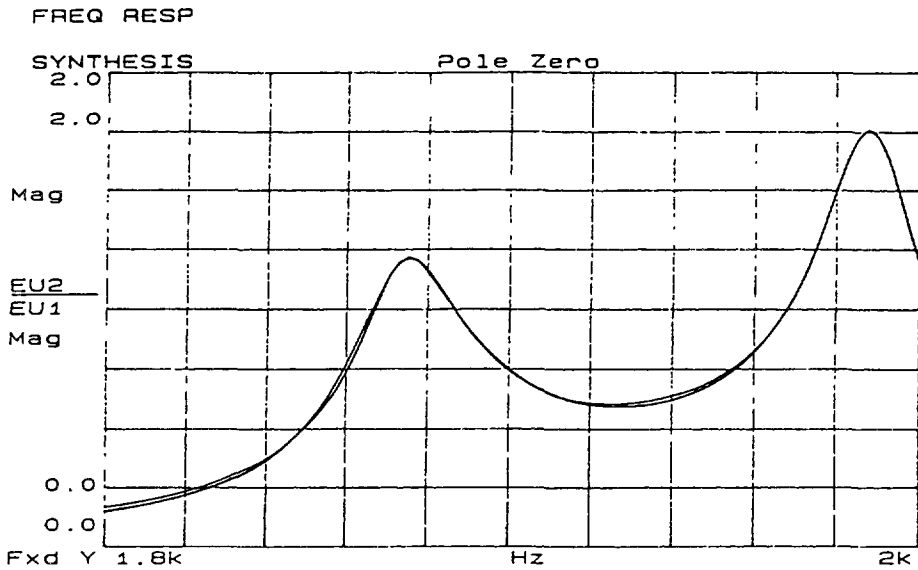


Fig. 8. — Fonction de transfert  $G_1(\theta, \omega)$  mesurée superposée à la fonction de transfert définie par 4 pôles et 4 zéros et calculée par le module d'identification de l'analyseur (exemple d'une bonne identification).

[Measured transfer function  $G_1(\theta, \omega)$  superposed on the transfer function defined by 4 poles and 4 zeros and calculated by the analyser fitting module (well fitted example).]

élevée. Nous ne pouvons donc pas vérifier expérimentalement la validité de la méthode de mesure proposée. Mais, nous pouvons regarder l'évolution des coefficients d'amortissement en fonction de la position angulaire  $\theta$  du rotor et de la phase utilisée pour alimenter la machine. Théoriquement, le coefficient d'amortissement est une grandeur qui ne dépend pas de l'excitation mais seulement des caractéristiques de la structure mécanique. La valeur du coefficient d'amortissement ne doit donc pas varier ni en fonction de la phase alimentée ni en fonction de la position à l'arrêt de la machine. Les mesures, reportées sur les tableaux II et III, donnent en fonction de la phase alimentée et de la position (la phase alimentée est la phase 1) la valeur du coefficient d'amortissement pour chaque mode.

Dans le tableau II, le coefficient d'amortissement relatif à la phase 2 diffère de ceux relatifs aux deux autres phases en raison principalement d'une estimation imparfaite de la fonction de

Tableau II. — Mesure de l'amortissement en fonction de la phase de la machine alimentée.

[Measurements of damping factors in function of the supplied phase of the machine at standstill.]

phase alimentée	coefficient d'amortissement du 1 <sup>er</sup> mode (en %)	coefficient d'amortissement du 2 <sup>ème</sup> mode (en %)
1	0,75	0,6
2	0,9	0,59
3	0,75	0,63



Tableau III. — *Mesure de l'amortissement en fonction de la position à l'arrêt de la machine.*  
 [Measurements of damping factors in function of the position of the machine at standstill.]

position électrique de la machine à l'arrêt	coefficient d'amortissement du 1 <sup>er</sup> mode (en %)	coefficient d'amortissement du 2 <sup>ème</sup> mode (en %)
30	0,75	0,60
60	0,77	0,58
90	0,75	0,63

transfert mesurée par le module d'identification de l'analyseur, ainsi qu'on peut l'observer dans l'encadré de la figure 9.

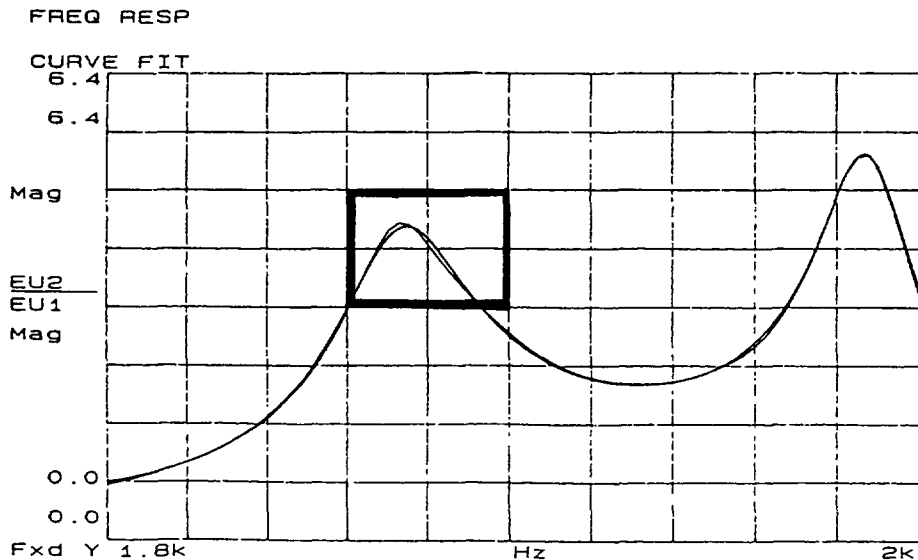


Fig. 9. — Fonction de transfert  $G_1(\theta, \omega)$  mesurée superposée à la fonction de transfert définie par 4 pôles et 4 zéros et calculée par le module d'identification de l'analyseur (exemple d'une identification incorrecte).

[Measured transfer function  $G_1(\theta, \omega)$  superposed on the transfer function defined by 4 poles and 4 zeros and calculated by the analyser fitting module (not well fitted example).]

Les autres mesures sont relativement cohérentes car les coefficients d'amortissement dépendent peu de la position de la machine et de la phase alimentée. Le principe de la mesure semble donc correct. Une comparaison avec des méthodes de mesures plus classiques reste cependant nécessaire.

#### 4. Conclusion.

Dans cet article, nous avons proposé une méthode pour déterminer les fréquences propres et les coefficients d'amortissement d'une machine synchrone à aimants permanents dans son

environnement. Nous avons ainsi mis en évidence une fonction de transfert représentant le rapport entre les accélérations et le courant d'alimentation d'une phase contenant théoriquement toutes les informations nécessaires pour déterminer les fréquences propres et les coefficients d'amortissement.

Une comparaison avec une méthode plus classique « d'essais par impacts » a permis de valider expérimentalement cette méthode en ce qui concerne la détermination des fréquences propres de la structure mécanique.

Les résultats concernant la mesure des coefficients d'amortissement sont cohérents mais une comparaison avec une méthode plus classique serait nécessaire.

Outre la détermination des paramètres modaux, ces essais peuvent permettre de mieux comprendre les liens qui existent entre les courants et les vibrations résultantes, de réaliser une meilleure adéquation entre les convertisseurs et la machine et, enfin, de dégager des critères objectifs de comparaison de différentes machines entre elles.

### Bibliographie

- [1] Dérou S., Contribution à l'étude des vibrations des machines synchrones, Thèse INP Grenoble (Mars 1992).
- [2] Watanabe S., Kenjo S., Ide K., Sato F., Yamamoto M., Natural frequencies and vibration behaviour of motor stators, *IEEE Trans. Power Apparatus System PAS-102*, n 4 (1983).
- [3] Maestre J. F., Etude des vibrations d'origine électromagnétique dans les machines à courant continu en vue de les réduire, Thèse de l'Ecole Centrale de Lyon (1988).
- [4] Sadowski N., Modélisation des machines électriques à partir de la résolution des équations du champ en tenant compte du mouvement et du circuit d'alimentation, Thèse INP Toulouse (20 janvier 1993).
- [5] Imbert J. F., Analyse des structures par éléments finis (CEPADUES éditions).
- [6] Verdyck D., Belmans R., Geysen W., An approach to modelling of magnetically excited forces in electrical machine, *IEEE Trans. Magn.* 29 (1993) 2032-2035.
- [7] Sadowski N., Lefèvre Y., Lajoie-Mazenc M., Bastos J. P. A., Sur les forces magnétiques, *J. Phys. III France* 2 (1992) 859-870.
- [8] Lefèvre Y., Davat B., Lajoie-Mazenc M., Vibrations of magnetic origin in permanent magnet synchronous motors, *Proceeding of the International Symposium on electromagnetic fields in electrical engineering*, Poland (20-22 septembre 1989) pp. 173-176.
- [9] Lefèvre Y., Lajoie-Mazenc M., Davat B., Force calculation in electromagnetic devices, *Electromagnetic fields in electrical engineering*, A. Savini et J. Turowski Eds. (Plenum Press, New York and London) pp. 231-235.
- [10] Morel J., Vibrations des machines et leur état mécanique, Collection de la Direction des Etudes et Recherches d'Electricité de France (Edition Eyrolles).