



HAL
open science

Calcul des champs électromagnétiques diffractés par un obstacle diélectrique tridimensionnel par éléments de frontière en régime transitoire

Erwin Schlemmer, Wolfgang Rucker, Kurt Richter

► **To cite this version:**

Erwin Schlemmer, Wolfgang Rucker, Kurt Richter. Calcul des champs électromagnétiques diffractés par un obstacle diélectrique tridimensionnel par éléments de frontière en régime transitoire. *Journal de Physique III*, 1992, 2 (11), pp.2115-2126. 10.1051/jp3:1992105 . jpa-00248870

HAL Id: jpa-00248870

<https://hal.science/jpa-00248870>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification
Physics Abstracts
41.10H

Calcul des champs électromagnétiques diffractés par un obstacle diélectrique tridimensionnel par éléments de frontière en régime transitoire

Erwin Schlemmer, Wolfgang M. Rucker et Kurt R. Richter

Institut d'électrotechnique fondamentale et théorique, Université Technique de Graz,
Kopernikusgasse 24, A-8010 Graz, Austria

(Reçu le 17 mars 1992, accepté le 4 juin 1992)

Résumé. — Cet article donne un aperçu de quelques méthodes de résolution par des éléments de frontière en régime transitoire pour le calcul des champs électromagnétiques diffractés par des obstacles diélectriques. Le problème est décrit au moyen d'une combinaison de l'équation intégrale du champ magnétique (MFIE pour « magnetic field integral equation ») et de l'équation intégrale du champ électrique (EFIE). La discrétisation de la surface de l'obstacle par des éléments de frontière à huit nœuds est discutée et une résolution numérique est donnée. Comme extension d'un logiciel déjà existant [4] pour des bons conducteurs avec des arêtes des dièdres et des coins, une technique qui emploie des éléments de la frontière semidiscontinus [3] est utilisée. Les résultats sont comparés avec la solution analytique de Mie et les résultats de la littérature [2].

Abstract. — This paper presents an overview of some time-domain boundary integral methods for the computation of transient scattering of electromagnetic waves from homogeneous dielectric targets of arbitrary shape. The problem is described *via* the combination of the magnetic field (MFIE) and the electric field integral equation (EFIE). The discretization of the scatterers' surface by means of eight-noded boundary elements is discussed and a numerical solution is given. As an extension of a program package for perfectly conducting bodies with edges or vertices [4], a recently proposed technique [3] is applied which uses eight-noded semidiscontinuous elements. The results are compared with the Mie series solution and results from the literature [2].

1. Introduction.

Les méthodes d'analyse en régime transitoire sont d'un certain intérêt dans le domaine de mesure de micro-ondes et des radars à largeur de bande élargie. Elles livrent des résultats dans le domaine temporel sans nécessiter l'utilisation d'une transformation de Fourier inverse (et le calcul de solutions dans le domaine fréquentiel pour un grand nombre de fréquences).

Parmi les méthodes numériques, la technique de résolution par éléments de frontière avec une fonction de Green est souvent choisie pour les raisons suivantes :

- la condition de rayonnement de Sommerfeld est automatiquement satisfaite,
- pour les obstacles homogènes, linéaires et isotropes, il suffit de discrétiser la surface de la structure,

— si l'on utilise des éléments de frontière quadrilatères à huit nœuds, on obtient un système d'équations couplées capable de traiter le processus de la diffraction sans devenir instable.

Cet article se compose de six parties. La première est l'introduction. La deuxième décrit la formulation à l'aide d'équations intégrales du champ magnétique et du champ électrique. La troisième rassemble quelques données sur l'emploi des éléments de frontière continus et semidiscontinus et introduit des vecteurs de surface pour la représentation des densités de courants surfaciques. Le quatrième chapitre montre l'application des formules de Van Bladel [6] aux calculs numériques. La partie suivante montre la résolution des équations intégrales par la méthode des éléments de frontière et l'incrémentation du temps. La dernière partie présente quelques résultats et comparaisons.

2. Formulation.

Les équations intégrales sont obtenues de façon classique par l'application du deuxième théorème de Green :

$$\int_{t'=0}^{t'+} \iiint_{\Omega} \{ \mathbf{A} \cdot \nabla' \times \nabla' \times \mathbf{G} - \mathbf{G} \cdot \nabla' \times \nabla' \times \mathbf{A} \} d\Omega dt' = \\ = \int_{t'=0}^{t'+} \oiint_{\Gamma} \{ \mathbf{G} \times \nabla' \times \mathbf{A} - \mathbf{A}' \times \mathbf{G} \} \cdot \mathbf{n}' d\Gamma dt', \quad (1)$$

et de la fonction de Green [5] pour les problèmes en régime transitoire

$$\mathbf{G} = \mathbf{p}G(r, r'; t, t') = \mathbf{p} \frac{\delta(t - t' - R/c)}{4 \pi R}, \quad (2)$$

\mathbf{p} étant un vecteur arbitraire et δ la distribution de Dirac. \mathbf{r} et \mathbf{r}' sont les vecteurs de position du point d'observation et du point de source. R (3) représente la distance entre les deux points et c est la vitesse de la lumière

$$\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}' \quad (3)$$

$$R = |\mathbf{R}|. \quad (4)$$

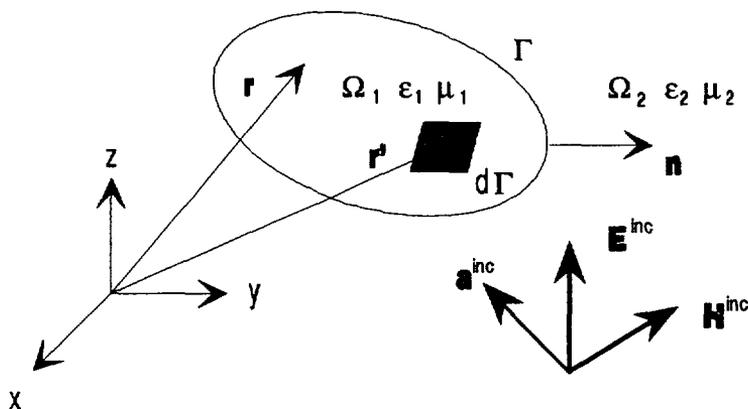


Fig. 1. — Géométrie du problème de diffraction.

[Geometry of the scattering problem.]

On obtient [1] des équations intégrales du champ magnétique (5) et du champ électrique (6) pour la région extérieure Ω_2 . Les intégrales de surface sont interprétées au sens de Cauchy (valeur principale). Les conditions initiales de ce système sont supposées s'annuler.

$$T_2(\mathbf{r}) \mathbf{H}_2(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}^{\text{inc}}(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{4\pi} \iint_{\Gamma} d\Gamma' \left\{ -\frac{\varepsilon_2}{R} \frac{\partial \mathbf{K}_s}{\partial t'} + \frac{\mathbf{R}}{R} L_2(\mathbf{n}' \cdot \mathbf{H}_2) + L_2(\mathbf{J}_s) \times \frac{\mathbf{R}}{R} \right\}_{t'=t-R/c_2} \quad (5)$$

$$T_2(\mathbf{r}) \mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{4\pi} \iint_{\Gamma} d\Gamma' \left\{ \frac{\mu_2}{R} \frac{\partial \mathbf{J}_s}{\partial t'} + \frac{\mathbf{R}}{R} L_2(\mathbf{n}' \cdot \mathbf{E}_2) + L_2(\mathbf{K}_s) \times \frac{\mathbf{R}}{R} \right\}_{t'=t-R/c_2} \quad (6)$$

$$T_2(\mathbf{r}) = \frac{\alpha_2(\mathbf{r})}{4\pi} \quad (7)$$

$$L_2 = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{c_2 R} \frac{\partial}{\partial t'} \quad (8)$$

$$\mathbf{J}_s(\mathbf{r}', t') = \mathbf{n}' \times \mathbf{H}_2(\mathbf{r}', t') = \mathbf{n}' \times \mathbf{H}_1(\mathbf{r}', t') \quad (9)$$

$$\mathbf{K}_s(\mathbf{r}', t') = -\mathbf{n}' \times \mathbf{E}_2(\mathbf{r}', t') = -\mathbf{n}' \times \mathbf{E}_1(\mathbf{r}', t'). \quad (10)$$

Les notations utilisées sont les suivantes :

$\mathbf{E}^{\text{inc}}, \mathbf{H}^{\text{inc}}$ champ incident (électrique et magnétique),

\mathbf{E}, \mathbf{H} champ total,

$T_i(\mathbf{r})$ coefficient de singularité, région Ω_i ,

$\alpha_i(\mathbf{r})$ angle solide de la région Ω_i ,

ε_i, μ_i permittivité, perméabilité, région Ω_i ,

\mathbf{r}, \mathbf{r}' vecteur de position du point d'observation et du point de source,

t, t' temps au point d'observation et au point de source,

\mathbf{J}_s densité de courant électrique de surface,

\mathbf{K}_s densité de courant magnétique de surface.

En reprenant la référence [1], nous obtenons des équations intégrales de la densité de courant magnétique et électrique et des composantes normales des champs.

$$T_2(\mathbf{r}) \mathbf{J}_s(\mathbf{r}, t) = \mathbf{n} \times \mathbf{H}^{\text{inc}}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{n} \times \frac{1}{4\pi} \iint_{\Gamma} d\Gamma' \left\{ -\frac{\varepsilon_2}{R} \frac{\partial \mathbf{K}_s}{\partial t'} + \frac{\mathbf{R}}{R} L_2(\mathbf{n}' \cdot \mathbf{H}_2) + L_2(\mathbf{J}_s) \times \frac{\mathbf{R}}{R} \right\}_{t'=t-R/c_2} \quad (11)$$

$$T_2(\mathbf{r}) \mathbf{n} \cdot \mathbf{H}_2(\mathbf{r}, t) = \mathbf{n} \cdot \mathbf{H}^{\text{inc}}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{n} \cdot \frac{1}{4\pi} \iint_{\Gamma} d\Gamma' \left\{ -\frac{\varepsilon_2}{R} \frac{\partial \mathbf{K}_s}{\partial t'} + \frac{\mathbf{R}}{R} L_2(\mathbf{n}' \cdot \mathbf{H}_2) + L_2(\mathbf{J}_s) \times \frac{\mathbf{R}}{R} \right\}_{t'=t-R/c_2} \quad (12)$$

$$T_2(\mathbf{r}) \mathbf{K}_s(\mathbf{r}, t) = -\mathbf{n} \times \mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{n} \times \frac{1}{4\pi} \iint_{\Gamma} d\Gamma' \left\{ \frac{\mu_2}{R} \frac{\partial \mathbf{J}_s}{\partial t'} + \frac{\mathbf{R}}{R} L_2(\mathbf{n}' \cdot \mathbf{E}_2) + L_2(\mathbf{K}_s) \times \frac{\mathbf{R}}{R} \right\}_{t'=t-R/c_2} \quad (13)$$

$$T_2(\mathbf{r}) \mathbf{n} \cdot \mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) = \mathbf{n} \cdot \mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}, t) - \mathbf{n} \cdot \frac{1}{4\pi} \iint_{\Gamma} d\Gamma' \left\{ \frac{\mu_2}{R} \frac{\partial \mathbf{J}_s}{\partial t'} - \frac{\mathbf{R}}{R} L_2(\mathbf{n}' \cdot \mathbf{E}_2) + L_2(\mathbf{K}_s) \times \frac{\mathbf{R}}{R} \right\}_{t'=t-R/c_2} \quad (14)$$

Dans la région intérieure Ω_1 , on obtient en l'absence des champs incidents et avec les relations (15) et (16) pour les composantes normales

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}_1 = \frac{\mu_2}{\mu_1} \mathbf{n} \cdot \mathbf{H}_2, \quad (15)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}_1 = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \mathbf{n} \cdot \mathbf{E}_2, \quad (16)$$

les équations intégrales suivantes.

$$T_1(\mathbf{r}) \mathbf{J}_s(\mathbf{r}, t) = -\mathbf{n} \times \frac{1}{4\pi} \iint_{\Gamma} d\Gamma' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{\varepsilon_1}{\mathbf{R}} \frac{\partial \mathbf{K}_s}{\partial t'} + \frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{\mathbf{R}}{R} L_1(\mathbf{n}' \cdot \mathbf{H}_2) + \\ + L_1(\mathbf{J}_s) \times \frac{\mathbf{R}}{R} \end{array} \right\}_{t' = t - R/c_1} \quad (17)$$

$$T_1(\mathbf{r}) \mathbf{n} \cdot \mathbf{H}_2(\mathbf{r}, t) = -\mathbf{n} \cdot \frac{1}{4\pi} \iint_{\Gamma} d\Gamma' \left\{ \begin{array}{l} -\frac{\mu_1}{\mu_2} \frac{\varepsilon_1}{R} \frac{\partial \mathbf{K}_s}{\partial t'} + \frac{\mathbf{R}}{R} L_1(\mathbf{n}' \cdot \mathbf{H}_2) + \\ + \frac{\mu_1}{\mu_2} L_1(\mathbf{J}_s) \times \frac{\mathbf{R}}{R} \end{array} \right\}_{t' = t - R/c_1} \quad (18)$$

$$T_1(\mathbf{r}) \mathbf{K}_s(\mathbf{r}, t) = -\mathbf{n} \times \frac{1}{4\pi} \iint_{\Gamma} d\Gamma' \left\{ \frac{\mu_1}{R} \frac{\partial \mathbf{J}_s}{\partial t'} - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{\mathbf{R}}{R} L_1(\mathbf{n}' \cdot \mathbf{E}_2) + L_1(\mathbf{K}_s) \times \frac{\mathbf{R}}{R} \right\}_{t' = t - R/c_1} \quad (19)$$

$$T_1(\mathbf{r}) \mathbf{n} \cdot \mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) = -\mathbf{n} \cdot \frac{1}{4\pi} \iint_{\Gamma} d\Gamma' \left\{ \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \frac{\mu_1}{R} \frac{\partial \mathbf{J}_s}{\partial t'} - \frac{\mathbf{R}}{R} L_1(\mathbf{n}' \cdot \mathbf{E}_2) + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} L_1(\mathbf{K}_s) \times \frac{\mathbf{R}}{R} \right\}_{t' = t - R/c_1} \quad (20)$$

On introduit une dénomination pour les équations : l'équation (11) de la densité de courant surfacique est abrégée par J_2 , l'équation de la composante normale du champ magnétique (12) par H_2 , (13) par K_2 , (14) par E_2 . De la même façon, dans la région Ω_1 , on écrit J_1 pour (17), H_1 pour (18), K_1 pour (19) et E_1 pour (20).

En principe, il est possible d'exprimer les composantes normales par les équations de continuité :

$$\nabla_s \cdot \mathbf{J}_s + \frac{\partial \rho_s}{\partial t} = \nabla_s \cdot \mathbf{J}_s + \varepsilon_2 \frac{\partial \mathbf{n} \cdot \mathbf{E}_2}{\partial t} = 0, \quad (21)$$

$$\nabla_s \cdot \mathbf{K}_s + \frac{\partial m_s}{\partial t} = \nabla_s \cdot \mathbf{K}_s + \mu_2 \frac{\partial \mathbf{n} \cdot \mathbf{H}_2}{\partial t} = 0, \quad (22)$$

dans les équations intégrales, mais cela mène à des instabilités. Ainsi, toutes les inconnues sont gardées dans les équations. Nous avons choisi trois combinaisons d'équations pour décrire le problème :

— la densité de courant magnétique \mathbf{K}_s et la composante normale H_n du champ magnétique \mathbf{H} dans le volume intérieur, la densité de courant électrique \mathbf{J}_s et la composante normale E_n du champ électrique \mathbf{E} dans le volume extérieur ; cette version s'appelle $K_1 H_1 J_2 E_2$,

— \mathbf{J}_s et E_n dans la région intérieure et \mathbf{K}_s et H_n dans la région extérieure, on appellera cette combinaison $J_1 E_1 K_2 H_2$,

— une combinaison des deux formulations selon la référence [2], où les équations (11)-(14) et (17)-(20) sont additionnées en employant deux constantes α et β choisies selon [2].

$$\alpha = \frac{\mu_2}{\mu_1} \quad (23)$$

$$\beta = 0,7 \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad (24)$$

$$(T_2 + \beta T_1) \mathbf{J}_s = \mathbf{n} \times \mathbf{H}^{\text{inc}} + \iint_{\Gamma} d\Gamma' \{..(11).. \} - \beta \iint_{\Gamma} d\Gamma' \{..(17).. \} \quad (25)$$

$$(T_2 + \beta T_1) H_n = \mathbf{n} \cdot \mathbf{H}^{\text{inc}} + \iint_{\Gamma} d\Gamma' \{..(12).. \} - \beta \iint_{\Gamma} d\Gamma' \{..(18).. \} \quad (26)$$

$$(T_2 + \alpha T_1) \mathbf{K}_s = -\mathbf{n} \times \mathbf{E}^{\text{inc}} + \iint_{\Gamma} d\Gamma' \{..(13).. \} - \alpha \iint_{\Gamma} d\Gamma' \{..(19).. \} \quad (27)$$

$$(T_2 + \alpha T_1) E_n = \mathbf{n} \cdot \mathbf{E}^{\text{inc}} - \iint_{\Gamma} d\Gamma' \{..(14).. \} + \alpha \iint_{\Gamma} d\Gamma' \{..(20).. \} . \quad (28)$$

Les trois combinaisons précédentes donnent des résultats comparables. D'autres combinaisons, par exemple $K_1 - K_2 E_2$ ou $J_1 - J_2 H_2$, qui ont une inconnue de moins, fournissent des résultats corrects pour les champs déterminés par un champ incident, mais des résultats erronés pour les autres. En employant la formulation $K_1 H_1 J_2 E_2$, on obtient un système d'équations sous la forme :

$$[\mathbf{A}]_M \cdot \begin{Bmatrix} \{K_u\} \\ \{K_v\} \\ \{H_n\} \\ \{J_u\} \\ \{J_v\} \\ \{E_n\} \end{Bmatrix}_M = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \\ \{0\} \\ \{\mathbf{n} \times \mathbf{H}^{\text{inc}}\}_u \\ \{\mathbf{n} \times \mathbf{H}^{\text{inc}}\}_v \\ \{\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}^{\text{inc}}\} \end{Bmatrix}_M - \sum_{\ell = \max(1, M - L_{\text{ret}})}^{M-1} [\mathbf{A}]_{\ell} \cdot \begin{Bmatrix} \{K_u\} \\ \{K_v\} \\ \{H_n\} \\ \{J_u\} \\ \{J_v\} \\ \{E_n\} \end{Bmatrix}_{\ell} \quad (29)$$

L_{ret} est donné par le nombre des pas dans le domaine temporel nécessaires pour passer l'obstacle à la vitesse de la lumière.

On voit que le champ magnétique ($\mathbf{J}_s = \mathbf{n} \times \mathbf{H}$) et le champ électrique (E_n) sont couplés avec le champ incident. De même que pour le cas $J_1 E_1 K_2 H_2$ où les deux champs \mathbf{E} et \mathbf{H} sont déterminés par les champs incidents. Les champs de la combinaison [2] sont couplés avec les champs incidents dans les régions Ω_1 et Ω_2 . La formulation $J_1 - J_2 H_2$ élimine l'inconnue E_n mais il n'y a plus de champ électrique incident pour le coefficient $\mathbf{K}_s(-\mathbf{n} \times \mathbf{E})$ qui reste dans les équations. A cause de la discrétisation, cette quantité donne des résultats erronés.

3. Discrétisation.

La surface de l'obstacle est discrétisée par les éléments de frontière à huit nœuds. La représentation de la géométrie est notée comme

$$\mathbf{r} = \sum_{k=1}^8 \mathbf{r}_k N_k(\xi, \eta), \quad (30)$$

où \mathbf{r}_k sont les valeurs nodales de surface. Entre les valeurs \mathbf{r}_k , la géométrie est approchée par les fonctions de base paraboliques $N_k(\xi, \eta)$, où ξ et η sont les coordonnées internes.

Les valeurs de la densité de courant sont définies par les vecteurs tangentiels qui peuvent être obtenus par la dérivation (31), (32) par rapport aux coordonnées internes.

$$\mathbf{u}(\xi, \eta) = \frac{\frac{\partial \mathbf{r}(\xi, \eta)}{\partial \xi}}{\left| \frac{\partial \mathbf{r}(\xi, \eta)}{\partial \xi} \right|} \tag{31}$$

$$\mathbf{v}(\xi, \eta) = \frac{\frac{\partial \mathbf{r}(\xi, \eta)}{\partial \eta}}{\left| \frac{\partial \mathbf{r}(\xi, \eta)}{\partial \eta} \right|} \tag{32}$$

$$\mathbf{J}_s(\xi, \eta) = \sum_{k=1}^8 N_k(\xi, \eta) \left\{ \begin{aligned} &[\alpha_k \mathbf{u}(\xi, \eta) + \beta_k \mathbf{v}(\xi, \eta)] J_{suk} \\ &+ [\gamma_k \mathbf{u}(\xi, \eta) + \delta_k \mathbf{v}(\xi, \eta)] J_{svk} \end{aligned} \right\} \tag{33}$$

$$\mathbf{J}_s(\xi_0, \eta_0) = J_{suk} \mathbf{u}_{glob} |_{(\xi_0, \eta_0)} + J_{svk} \mathbf{v}_{glob} |_{(\xi_0, \eta_0)}. \tag{34}$$

Les facteurs $\alpha_k, \beta_k, \gamma_k$ et δ_k sont exprimés dans le point $\mathbf{r}(\xi_0, \eta_0)$ au moyen de l'équivalence de (33) et (34).

Les problèmes de singularités (les termes en $1/R$ et $1/R^2$ dans les intégrales (11)-(14) et (17)-(20)) ont été résolus par un choix juste des vecteurs ($\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{n}$) au point d'observation selon [4] et intégration numérique. Une comparaison avec une méthode pour le calcul des intégrales à valeur principale [7] a donné une très faible modification des résultats.

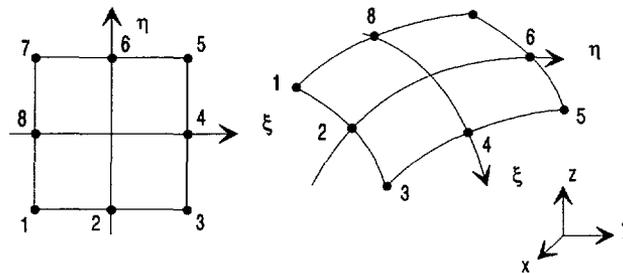


Fig. 2. — Représentation de la géométrie de surface.

[Representation of the geometry of the boundary.]

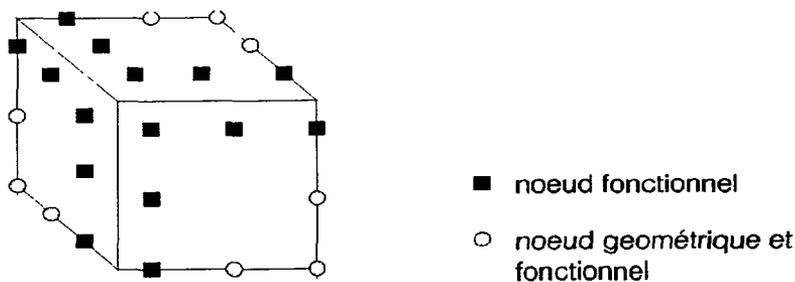


Fig. 3. — Eléments semidiscontinus aux environs d'un coin de cube.

[Semidiscontinuous elements in the environment of a cube's vertex.]

Pour éviter les problèmes avec des vecteurs tangentiels non définis sur les dièdres et coins, on applique les éléments semidiscontinus [3]. Les nœuds fonctionnels situés sur les singularités géométriques sont déplacés vers le centre de l'élément.

L'axe temporel est subdivisé en intervalles constants où le comportement des champs est linéaire.

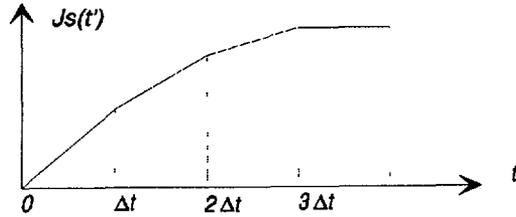


Fig. 4. — Comportement temporel des champs.

[Temporal behaviour of the field quantities.]

Le choix du pas temporel n'est pas très critique, parce que cette méthode est implicite. Une valeur d'expérience pour obtenir une solution stable : $c \Delta t$ est environ la dimension linéaire d'un élément de frontière. Des valeurs plus grandes de $c \Delta t$ peuvent (mais ne doivent pas) mener à des instabilités à cause de la résolution temporelle insuffisante du champ incident.

4. Dièdres diélectriques.

Dans les environs immédiats de l'arête les champs peuvent être considérés comme quasi-statiques. Suivant la référence [6] nous développons le potentiel électrique en une série de Fourier.

$$\varphi_1 = \sum_m A_m \rho^{m\nu} \cos m\nu \varphi \tag{35}$$

$$\varphi_2 = \sum_m A_m \rho^{m\nu} \frac{\cos m\nu \varphi_0}{\cos m\nu (\pi - \varphi_0)} \cos m\nu (\pi - \varphi). \tag{36}$$

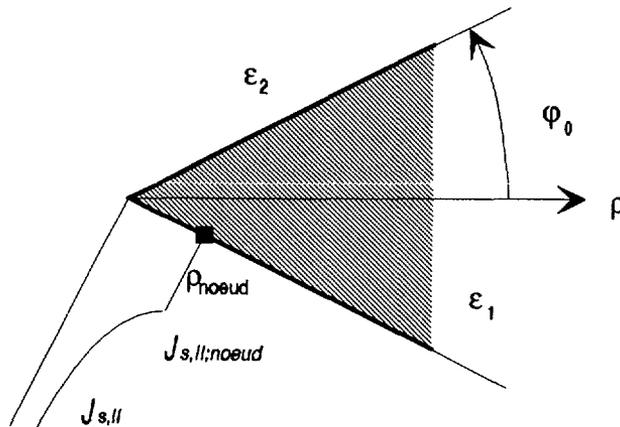


Fig. 5. — Géométrie de l'arête et approximation de la densité de courant parallèlement à l'arête.

[Geometry of an edge and approximation of the current parallel to the edge.]

En imposant la continuité des composantes normales du champ électrique, on déduit la valeur de ν pour $m = 1$ qui donne lieu à des champs infinis.

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \tan \nu \varphi_0 = - \tan \nu (\pi - \varphi_0), \quad m = 1. \quad (37)$$

L'application des équations de Maxwell montre que les composantes des champs parallèles à l'arête restent bornées (proportionnel ρ^ν), mais que celles qui sont perpendiculaires à l'arête deviennent infinies suivant une loi $\rho^{\nu-1}$. Pour les calculs numériques, on utilise une approximation des courants parallèles à l'arête :

$$\mathbf{J}_{s, \parallel} = \mathbf{J}_{s, \parallel; \text{nœud}} \left(\frac{\rho}{\rho_{\text{nœud}}} \right)^{\nu-1}, \quad (38)$$

et pour les composantes normales :

$$\mathbf{J}_{s, \perp} = \mathbf{J}_{s, \perp; \text{nœud}} \left(\frac{\rho}{\rho_{\text{nœud}}} \right)^\nu, \quad (39)$$

où les valeurs nodales des courants sont définies dans les nœuds fonctionnels et l'espace de définition de ces formules s'étend entre les nœuds fonctionnels et l'arête. Pour les coins, on utilise des approximations similaires [6].

5. Résolution par la méthode des éléments de frontière.

Les équations intégrales sont transformées en un système linéaire d'équations par la discrétisation de la surface et de l'axe temporel. Pour (11), on peut écrire dans le point d'observation \mathbf{r}_i :

$$T_2(\mathbf{r}_i) \mathbf{J}_s(\mathbf{r}_i, t_M) = \mathbf{n}_i \times \mathbf{H}^{\text{inc}}(\mathbf{r}_i, t_M) + \left. \begin{aligned} & + \frac{\mathbf{n}_i}{4\pi} \times \sum_{J_{\text{el}}=1}^{N_{\text{el}}} \iint_{\Gamma_{J_{\text{el}}, \text{pv}}} d\Gamma'_{J_{\text{el}}} \sum_{k=1}^8 N_k \left\{ \begin{aligned} & - \frac{\varepsilon_2}{R_{i,q}} \frac{\partial}{\partial t'} \left[K_{\text{su}, k}(\alpha_k \mathbf{u} + \beta_k \mathbf{v}) + \right. \\ & \left. + K_{\text{sv}, k}(\gamma_k \mathbf{u} + \delta_k \mathbf{v}) \right] + \\ & + \frac{\mathbf{R}_{i,q}}{R_{i,q}} L_2(H_{n, k}) + \\ & \left. + L_2 \left[J_{\text{su}, k}(\alpha_k \mathbf{u} + \beta_k \mathbf{v}) + \right. \right. \\ & \left. \left. + J_{\text{sv}, k}(\gamma_k \mathbf{u} + \delta_k \mathbf{v}) \right] \times \frac{\mathbf{R}_{i,q}}{R_{i,q}} \right\} \end{aligned} \right\} t' = t_M - R_{i,q}/c_2 \quad (40)$$

Les autres équations (12)-(14) et (17)-(20) sont traitées de la même façon. Le calcul des intégrales est exécuté par la quadrature de Gauss. A cause de l'utilisation des éléments de frontière à huit nœuds, la valeur nodale de la quantité inconnue dans le point \mathbf{r}_i et à l'instant t_M est couplée avec d'autres quantités dans les points \mathbf{r}_j au même instant. D'une part, on doit inverser la matrice des coefficients, mais d'autre part, cela rend le système d'équations très stable dans le domaine temporel.

6. Présentation de quelques résultats.

D'abord, nous considérons le cas d'une sphère diélectrique d'un rayon de $r = 1$ m et d'une permittivité relative de $\varepsilon_r = 3$. L'onde incidente a toutefois les mêmes caractéristiques. Il s'agit d'une impulsion électromagnétique dont le comportement temporel prend la forme

$$\mathbf{H}^{\text{inc}}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_0^{\text{inc}} e^{-\left(\frac{\mathbf{a}^{\text{inc}} \cdot \mathbf{r} - ct}{b} \right)^2}, \quad (41)$$

où \mathbf{a}^{inc} ($= \mathbf{u}_x$ pour les exemples) est un vecteur unitaire qui pointe dans la direction de la propagation. Le coefficient b est choisi avec $b = 2$ m. La figure 6 donne la comparaison entre la densité de courant surfacique J_s obtenue analytiquement et numériquement en appliquant 24 éléments de frontière et 100 intervalles de 1 ns sur l'axe temporel.

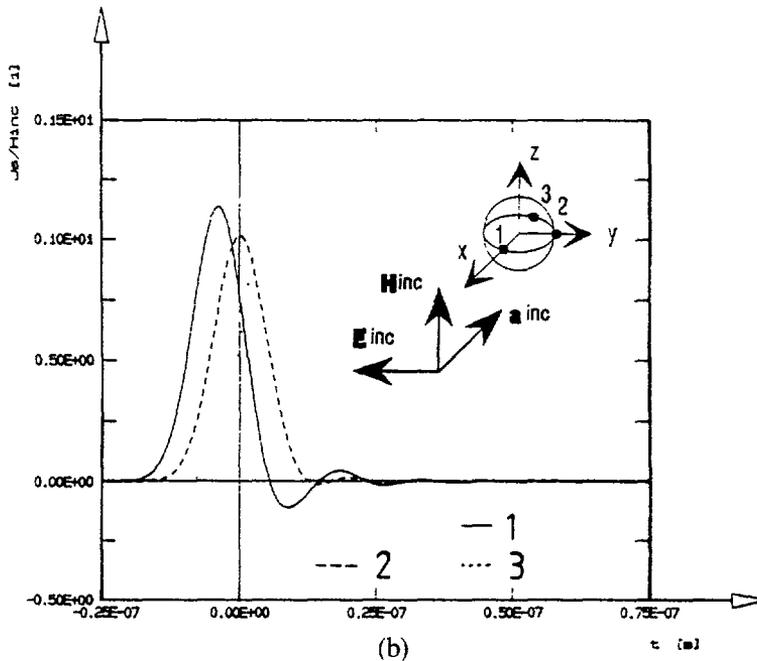
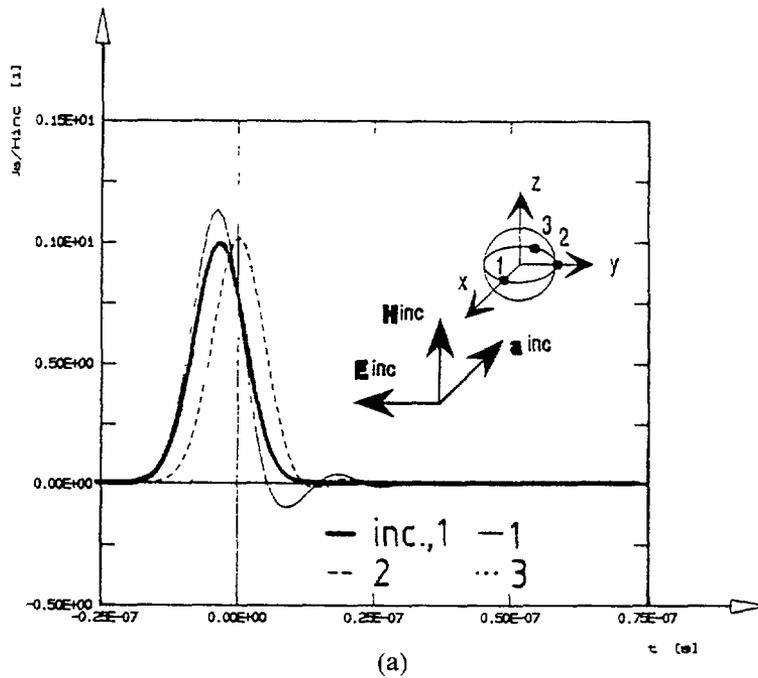


Fig. 6. — Densité de courant électrique J_s aux points 1, 2 et 3. (a) Calcul numérique. (b) Série de Mie.
 [Electric surface current density at the points 1, 2 and 3. (a) Numerical Calculation. (b) Mie-series solution.]

La figure 7 montre les solutions obtenues avec des formulations différentes.

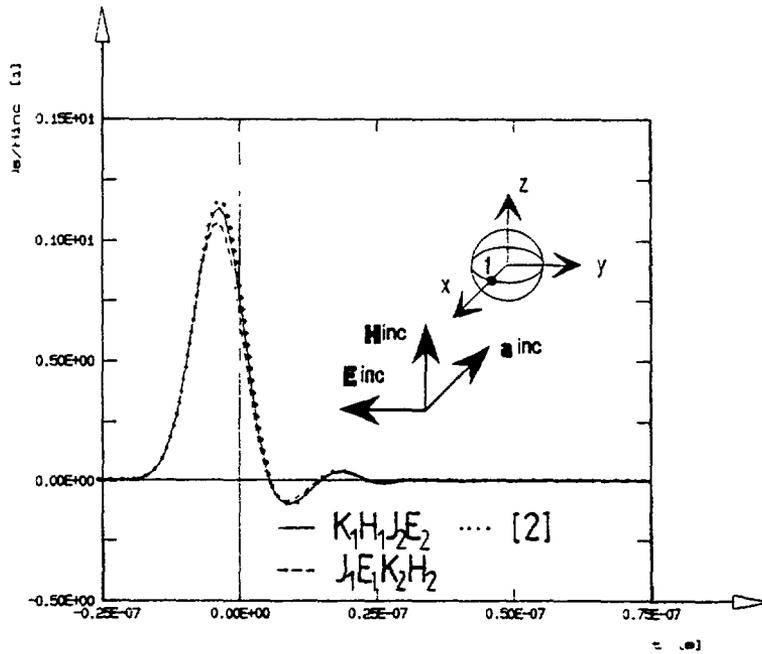


Fig. 7. — Comparaison de J_s au point 1. Formulations utilisées : [2], $J_1 E_1 K_2 H_2$ et $K_1 H_1 J_2 E_2$.
 [Comparison of J_s at the point 1. Used formulations : [2], $J_1 E_1 K_2 H_2$ et $K_1 H_1 J_2 E_2$.]

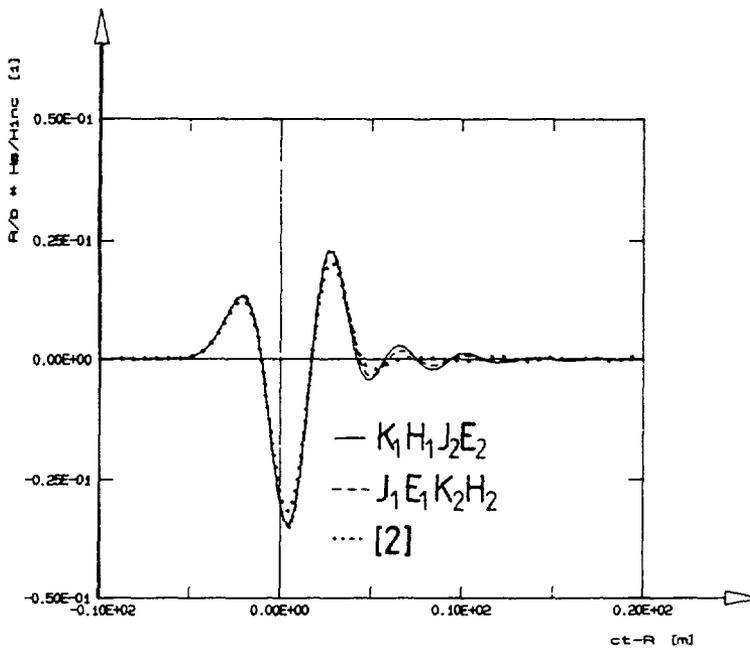


Fig. 8. — Champs diffractés au point $(-50; -86,6; 0)$. Formulations utilisées : comme pour la figure 7.

[Scattered far-fields at the point $(-50; -86.6; 0)$. Same formulations as in figure 7.]

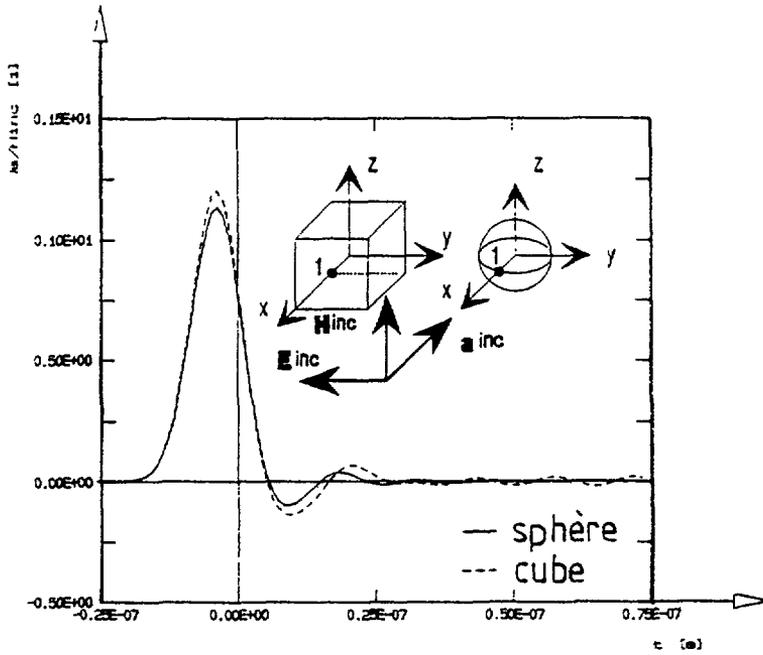


Fig. 9. — Comparaison de J_s au point 1 pour la sphère et le cube.
 [Comparison of J_s at the point 1 of the sphere and the cube.]

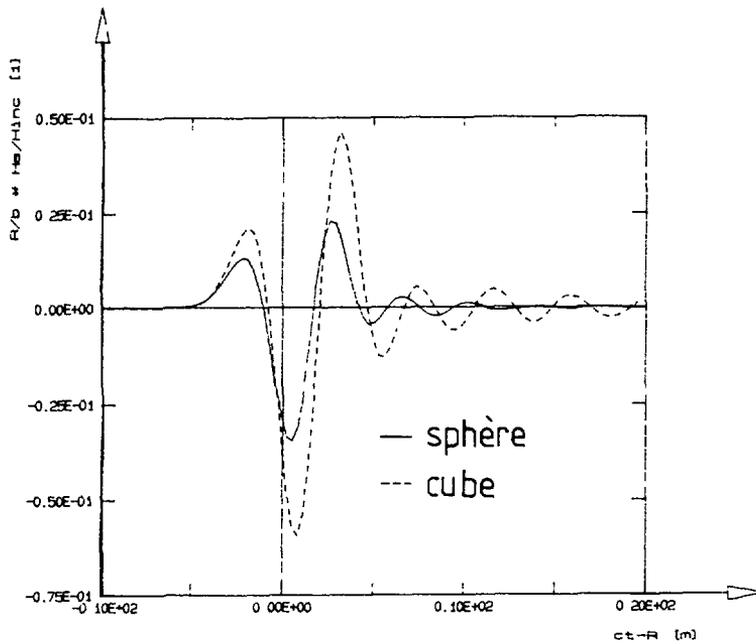


Fig. 10. — Champs diffractés par le cube et la sphère au point $(-50 ; -86,6 ; 0)$.
 [Far-fields scattered by the cube and the sphere at the point $(-50 ; -86,6 ; 0)$.]

La figure 8 compare les champs diffractés obtenus par [2], la formulation $J_1 E_1 K_2 H_2$ et $K_1 H_1 J_2 E_2$. Les champs diffractés sont calculés avec (5) en omettant $T(\mathbf{r})$.

Le deuxième cas est l'intervention de la même impulsion sur un cube diélectrique avec $\varepsilon_r = 3$ et $d = 2$ m. La figure 9 compare les résultats pour J_s sur la surface de la sphère et du cube, résultats calculés en utilisant la formulation $K_1 H_1 J_2 E_2$.

La figure 10 donne les champs diffractés par les deux obstacles (formulation : $K_1 H_1 J_2 E_2$).

7. Conclusion.

On a comparé quelques formulations du problème de la diffraction des impulsions électromagnétiques par des obstacles diélectriques. La principale caractéristique réside dans la modélisation de la surface par éléments de frontière à huit nœuds. Le couplage entre plusieurs valeurs nodales pendant l'intervalle temporel rend le système d'équations très stable.

Remerciements.

Ce travail a bénéficié de l'aide du « Fonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung » (Fonds pour la promotion de la recherche scientifique) d'Autriche. Les auteurs sont très reconnaissants des remarques des rapporteurs.

Bibliographie

- [1] POGGIO A. J., MILLER E. K., Integral Equation Solutions of Three-dimensional Scattering Problems, R. Mittra Ed., Computer Techniques for Electromagnetics (Springer, 1973).
- [2] MIERAS H., BENNETT L., Space-Time Integral Equation Approach to Dielectric Targets, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **AP-30** (1982) 2-9.
- [3] INGBER M. S., OTT R. H., An Application of the Boundary Element Method to the Magnetic Field Integral Equation, *IEEE Trans. Antennas Propag.* **39** (1991) 606-611.
- [4] SCHLEMMER E., RUCKER W. M., RICHTER K. R., BEM-Computations of 3D Transient Scattering from Conducting Bodies, EARSel-Symposium à Alpbach, Autriche, 1991, accepté pour la publication dans le journal de *EARSel*.
- [5] MORSE P. M., FESHBACH H., Methods of Theoretical Physics (McGraw-Hill, 1953).
- [6] VAN BLADEL J., Singular Electromagnetic Fields and Sources (Clarendon Press, 1991).
- [7] GUIGGIANI M., GIGANTE A., A General Algorithm for Multidimensional Cauchy Principal Value Integrals in the Boundary Element Method, *Trans. ASME* **57** (1990) 906-915.