



HAL
open science

Présentations de différentes régulations numériques de courant par la méthode de l'échantillonneur équivalent

C. Bergmann

► **To cite this version:**

C. Bergmann. Présentations de différentes régulations numériques de courant par la méthode de l'échantillonneur équivalent. *Journal de Physique III*, 1991, 1 (3), pp.349-368. 10.1051/jp3:1991113 . jpa-00248585

HAL Id: jpa-00248585

<https://hal.science/jpa-00248585>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification
Physics Abstracts
07.50

Présentations de différentes régulations numériques de courant par la méthode de l'échantillonneur équivalent

C. Bergmann

Laboratoire d'Electricité, Signaux et Robotique (L.E.SI.R.), Ecole Normale Supérieure de Cachan, France

(Reçu le 9 avril 1990, révisé le 7 novembre 1990, accepté le 6 décembre 1990)

Résumé. — Nous montrons comment prendre en compte les non-linéarités des convertisseurs de puissance décrits par des équations d'état. Le modèle donne les performances dynamiques autour d'un point de fonctionnement qui est obtenu par une méthode plus classique comme par exemple « la moyenne glissante ». Pour illustrer la mise en œuvre de ce modèle, nous avons choisi deux exemples didactiques. Dans une première partie, nous traitons un système monovariable, une association Hacheur moteur à courant continu. Dans une deuxième partie, nous présentons un système multivariable, illustré par une machine synchrone autopilotée associée à un onduleur. Le modèle inclut les difficultés dues au calcul « temps réel ».

Abstract. — In this paper, we are showing how to take into account the non linear characteristics in the power converter described by states equations. This model gives the dynamical response of the set converter/machine around a steady state which value is obtained by a classical study (for example, a slide average method on the sampling period). To illustrate the utility of this tool, we are choosing two didactic examples. In a first part, we describe a set of static DC converter and DC motor. In a second part, we present a multivariable system deduced from the synchronous servomotor by the same method including the difficulties of the control in the real time.

1. Introduction.

L'utilisation des convertisseurs de puissance pour le fonctionnement des systèmes électromécaniques en vitesse variable a pris une place très importante depuis quelques années, les applications et les travaux de modélisation sur l'association convertisseur machine sont nombreux [1], [15], [11]. Dans le domaine, de la régulation de courant des machines, c'est d'abord le moteur à courant continu qui a bénéficié de ces recherches, les limitations dues à l'emploi du collecteur et ses contraintes thermiques le font progressivement disparaître au profit d'un commutateur électronique associé à une machine à courant alternatif.

L'électronique de puissance présente des ensembles qui sont naturellement échantillonnés par leurs commutations (hacheurs, redresseurs commandés ou onduleurs autonomes). La commande en couple des machines électrotechniques (machine à courant continu, machine synchrone ou asynchrone) associées aux convertisseurs de puissance requiert la connaissance d'un modèle dynamique. Celui-ci prendra en compte les petites variations autour d'un point

de fonctionnement. En particulier ce modèle est utilisé pour déterminer les lois de commande et leurs implantations sur un microcalculateur [3].

Les travaux portant sur l'association convertisseur machine à courant continu peuvent être répertoriés suivant différentes techniques de modélisation :

- les systèmes linéaires continu [12, 3]
- les systèmes linéaires échantillonnées [3-6]
- les systèmes non linéaires échantillonnés [2, 15].

Dans ces conditions, il est normal de développer les études sur la commande des machines synchrones à commutation électronique ou bien sur la machine asynchrone. Il existe également de nombreux travaux sur les machines synchrones alimentées par des convertisseurs à thyristors en commutation naturelle [14, 15]. Pour les applications à la robotique, il est indispensable d'avoir recours à des convertisseurs rapides à commutations forcées, il est par conséquent intéressant d'essayer de généraliser les techniques de modélisation à propos des machines à courants alternatifs associées à leur convertisseur. Des travaux ont été faits par Bühler [0], pour assimiler le convertisseur à un gain pur et un retard statistique moyen, mais il n'apparaît pas explicitement dans ce modèle, l'aspect échantillonné. Prajoux propose [15] et [1] un modèle naturellement échantillonné pour la commande des systèmes électriques à courant continu alimentés par des convertisseurs en commutations naturelles. Louis utilise également un modèle décrit naturellement par une équation aux différences, pour étudier le comportement non linéaire échantillonné d'un convertisseur [7]. Pour établir les modèles, deux stratégies sont possibles : par dérivation de modèles non linéaires complexes, ou directement, pour examiner des petits signaux autour d'un point de fonctionnement. Nous nous situons dans cette deuxième approche qui, à notre connaissance, a été appliquée à des systèmes monoentrée-monosortie où la charge était du type à « courant continu », mais nous allons l'étendre à des systèmes multivariables où la charge est du type à « courant alternatif ».

Le but de cette étude est de montrer comment prendre en compte les non-linéarités des convertisseurs de puissance associés à un système décrit par une équation d'état. Cette modélisation traduit le comportement dynamique de l'association convertisseur/machine autour d'un point de fonctionnement statique dont la valeur peut être précisée par une étude classique du montage, par exemple un modèle type « valeur moyenne » sur une période d'échantillonnage. Pour illustrer la mise en œuvre de cet outil, nous avons choisi deux exemples. Nous rappelons, dans une première partie la méthode de l'échantillonneur équivalent dans un système monovarié (un ensemble hacheur unipolaire et machine à courant continu) volontairement simplifié, puis une réalisation tenant compte des contraintes d'implantation des lois de commande à propos d'un régulateur type P.I. Dans une deuxième partie, nous voyons la modélisation d'un système multivariable par la même méthode en tenant compte des contraintes temporelles dues à la commande (machine synchrone autopilotée alimentée en modulation de largeur d'impulsions par un onduleur de tension), ainsi que de l'action de la force contre-électromotrice dans le modèle.

1^{re} PARTIE.

Système monovarié.

Le convertisseur utilisé est un hacheur unipolaire non réversible en courant dont le schéma théorique est présenté à la figure 1.

Nous ferons les hypothèses suivantes :

- la période de hachage est constante et appelée T_e ;
- la vitesse reste constante sur une période de hachage du convertisseur ;
- le courant dans le moteur ne s'annule jamais (régime continu de courant).

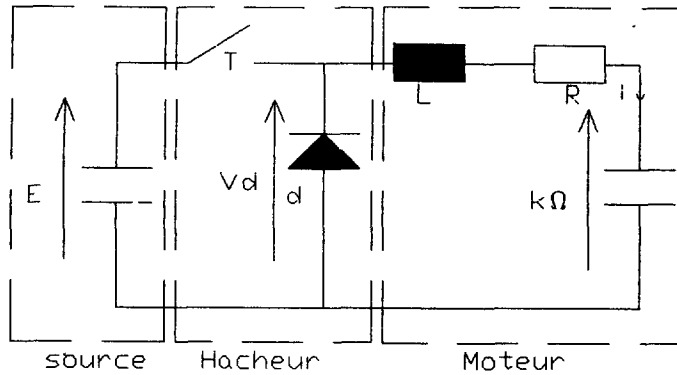


Fig. 1. — Schéma théorique du système monovariant.

[Theoretical diagram of the monovariant system.]

Nous avons, dans ces conditions, deux cas de figure à envisager :

— L'interrupteur de puissance est fermé sur une durée $\alpha \cdot T$, la tension aux bornes de la diode est $U_d(t) = E$.

— L'interrupteur de puissance est ouvert sur la durée $(1 - \alpha) \cdot T$ et la tension aux bornes de la diode est $U_d(t) = 0$.

Au niveau de la commande qui génère la valeur α , on discrétise le temps t en période T_e si la commande est synchrone de la période de hachage ou en $T = \lambda \cdot T_e$ avec λ entier si la période de hachage est plus brève que le temps de calcul.

2. Définition du modèle de perturbations.

En régime statique le point de fonctionnement est défini par une étude type « valeur moyenne » sur une période de hachage :

Si nous appelons X la variable d'état représentée par le courant dans le moteur, on peut écrire en régime statique la tension U_ℓ aux bornes de l'inductance L :

$$\langle U_\ell(t) \rangle = \frac{L}{T} \int_t^{t+T} X'(t) dt = 0 .$$

Dans ces conditions nous avons :

$$X_0 = \frac{\alpha_0 \cdot E - k \cdot \Omega_0}{R} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} X_0 \text{ le courant moyen dans le moteur} \\ K \cdot \Omega_0 \text{ la F.C.E.M. du moteur .} \end{cases}$$

Maintenant, nous envisageons une perturbation $\Delta\alpha_{nT}$ qui se superpose au régime d'équilibre α_n à l'instant $t = n \cdot T$. Nous considérons également que cette perturbation $\Delta\alpha_{nT}$ reste faible devant la valeur α_n . Dans ces conditions, on peut admettre que la grandeur de perturbation $\Delta\alpha_{nT}$ provoque une variation $\Delta U_d(t)$ dont on peut calculer la transformée de Laplace (l'opérateur sera noté s), en prenant comme origine le temps $t = n \cdot T$

$$\mathbb{L} \{ \Delta U_d(t) \} = \frac{E [1 - e^{-\Delta\alpha T s}]}{s} \cdot e^{-\alpha T s}$$

Soit en prenant comme origine des temps $t = 0$

donc
$$\mathbb{L}^{-1} \{ \Delta U_d(s) \} \neq \mathbb{E} \cdot \Delta \alpha_n \cdot T \cdot \delta (t - \alpha \cdot T - n \cdot T) .$$

Nous retrouvons « l'impulsion équivalente » d'habitude trouvée par des considérations géométriques [7]. Cette variation est représentée sur la figure 2, il ne reste plus qu'à discrétiser l'équation d'état en tenant compte de la perturbation $\Delta \alpha_{nT}$.

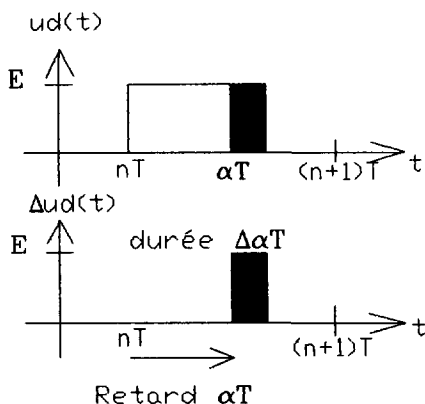


Fig. 2. — Modèle de perturbations.

[Perturbation's model.]

Le circuit de l'induit du moteur est représenté par l'équation d'état suivante :

$$X'(t) = a \cdot X(t) + b \cdot \Delta U_d(t) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} a = -\frac{R}{L} \\ b = \frac{1}{L} \end{cases}$$

$$X_{nT + \varepsilon T} = e^{a \cdot \varepsilon T} X_{nT} + \mathbb{E} \cdot b \cdot T \cdot \int_{nT}^{nT + \varepsilon T} e^{a(nT + \varepsilon T - \sigma)} \cdot \Delta \alpha_n \delta(\sigma - \alpha_n T - nT) d\sigma .$$

Par la propriété de la distribution de Dirac suivante :

$$\int f(t) \delta(t - t_0) dt = f(t_0)$$

(si $f(t)$ est continu en t_0) : on trouve l'équation récurrente suivante avec $\varepsilon = 1$:

$$X_{n+1} = e^{a \cdot T} X_n + \mathbb{E} \cdot b \cdot T \cdot \Delta \alpha_n \cdot e^{a(1 - \alpha_n) T}$$

Si l'on suppose $\alpha_n = \alpha_0$, on trouve facilement la fonction de transfert échantillonnée en boucle ouverte :

$$X(z) = \mathbb{E} \cdot b \cdot T \cdot \frac{e^{a(1 - \alpha_0) T}}{z - e^{aT}} \cdot \Delta \alpha(z) .$$

Dans le cas où la période de hachage est un multiple de la période de commande (cas illustré à la Fig. 3) la méthode est identique.

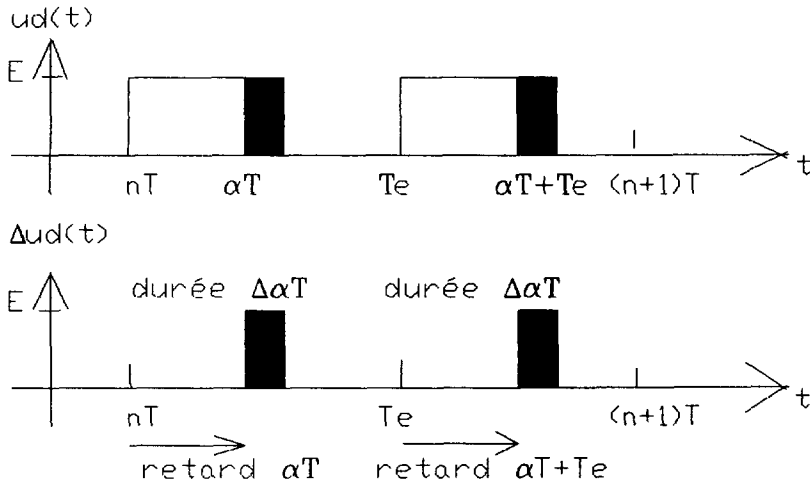


Fig. 3. — Cas d'une période de hachage multiple de la commande.

[An example of the multiple chopper period in the control.]

Dans l'exemple ci-dessus, on a $T = 2 \cdot T_e$ et on trouve :

$$\Delta u_{nT} = E \cdot T \cdot \Delta \alpha_n [\delta(t - \alpha_n T) + \delta(t - T_e - \alpha_n T)]$$

d'où la nouvelle équation récurrente :

$$X_{n+1} = e^{aT} X_n + E \cdot b \cdot T \cdot \Delta \alpha_n \cdot [e^{a(1-\alpha_n)T}] [1 + e^{aT}] .$$

Si l'on généralise, on peut définir la fonction de transfert échantillonnée suivante :

$$X(z) = E \cdot b \cdot T \cdot \frac{\beta \cdot e^{a(1-\alpha_0)T}}{z - e^{aT}} \Delta \alpha(z)$$

avec $T = \lambda \cdot T_e$, λ étant un entier et $\beta = \sum_{i=0}^{\lambda-1} e^{a \cdot i \cdot T_e}$

3. Régulation : loi proportionnelle.

Comme exemple pour un ensemble bouclé, nous prenons un algorithme proportionnel de gain K_p , et nous tenons compte du fait que la commande $\Delta \alpha_n$ ne peut être élaborée qu'à partir des mesures de la période précédente $(n - 1) T$ (on suppose un retour unitaire) et maintenue pendant la durée $n \cdot T$ par l'interface de sortie (bloqueur d'ordre « 0 »), nous introduisons un retard pur d'une période pour tenir compte du temps de calcul :

$$\Delta \alpha_n = K_p \cdot [X_{ref_{n-1}} - X_{n-1}] .$$

Nous trouvons ainsi l'équation récurrente en boucle fermée pour les variations autour d'un point de fonctionnement :

$$X_{n+2} = e^{aT} X_{n+1} + E \cdot b \cdot T \cdot K_p \cdot e^{a(1-\alpha_n)T} [X_{ref_n} - X_n] .$$

Dans les mêmes conditions que précédemment la fonction de transfert échantillonnée de l'ensemble en boucle fermée est :

$$X(z) = \frac{\mathbb{E} \cdot b \cdot T \cdot K_p \cdot e^{a(1-\alpha_0)T}}{z^2 - e^{aT} z + \mathbb{E} \cdot b \cdot T \cdot K_p \cdot e^{a(1-\alpha_0)T}} X_{\text{ref}}(z).$$

La figure 4 présente la réalisation de ce correcteur, tenant compte du temps de calcul z^{-1} , on peut constater le dépassement de la réponse indicielle conséquence du retard pur et l'erreur statique due à l'absence d'action intégrale.

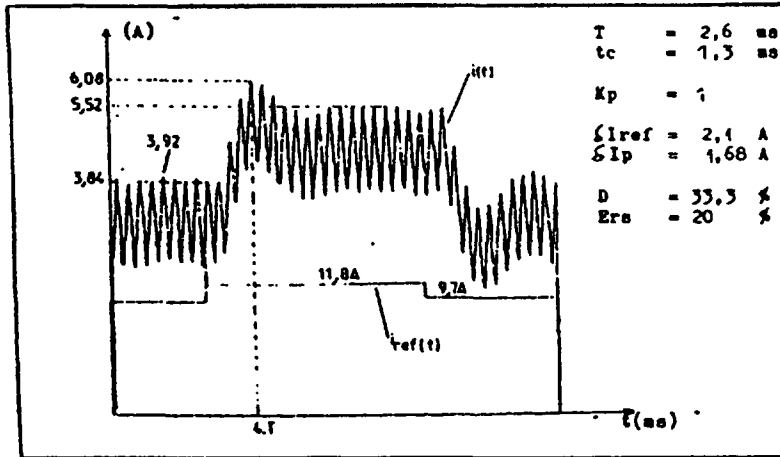


Fig. 4. — Réponse indicielle d'une boucle de courant dans l'association machine à courant continu, hacheur avec une action proportionnelle.

[Step response for a current loop in the set commutator motor, chopper with a proportional action.]

4. Application de la méthode à une régulation de type P.I. avec compensation du temps de calcul.

Pour les convertisseurs rapides, nous voyons que la prise en compte du temps de calcul est indispensable même dans le cas d'un correcteur proportionnel, ainsi nous pouvons expérimenter une loi de commande visant à compenser ce retard pur (correcteur de type P.I.R.) et ajouter une action intégrale pour annuler l'erreur statique, le schéma bloc du système est présenté en figure 5.

Le principe de la compensation du temps de calcul est de rejeter à l'extérieur de la boucle d'asservissement le terme z^{-1} qui représente le retard pur d'une période d'échantillonnage.

L'équation du correcteur est :

$$\delta u(z^{-1}) = \frac{K_p}{1 + K_p \cdot (1 - z^{-1}) \cdot H_c(z^{-1})} \delta \varepsilon_1(z^{-1})$$

$$\delta \varepsilon_1(z^{-1}) = \frac{K_i}{1 - z^{-1}} \cdot \delta \varepsilon(z^{-1}) - \delta V_i(z^{-1}).$$

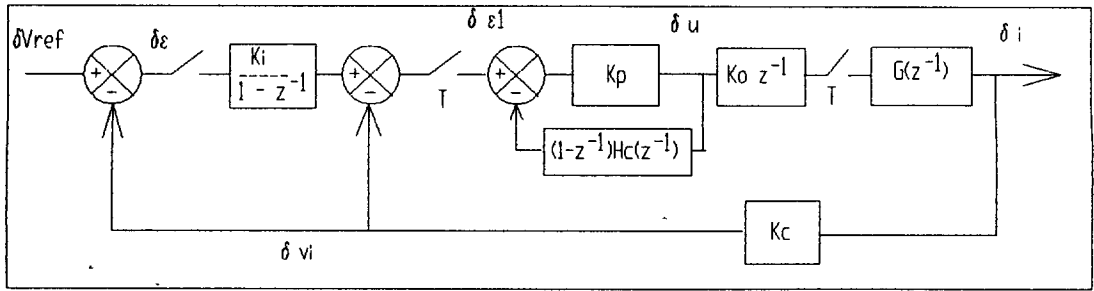


Fig. 5. — Schéma bloc du régulateur P.I. avec compensation du temps de calcul.

[Block diagram of the control P.I. with balanced calculus time.]

La fonction de transfert en boucle fermée est :

$$T(z^{-1}) = \frac{N_2 \cdot z^{-2} + N_3 \cdot z^{-3}}{1 + D_1 \cdot z^{-1} + D_2 \cdot z^{-2} + D_3 \cdot z^{-3} + D_4 \cdot z^{-4}}$$

Avec :

$$N_2 = K_c \cdot K_0 \cdot \beta \cdot K_p \cdot K_i$$

$$N_3 = -N_2 \cdot \alpha_c$$

$$D_1 = -1 - \alpha - \alpha_c + K_p \cdot H_0$$

$$D_2 = \alpha_c(1 + \alpha) + \alpha - K_p \cdot H_0 \cdot (\alpha + 2) + K_c \cdot K_0 \cdot \beta \cdot K_p \cdot (1 + K_i)$$

$$D_3 = K_p \cdot H_0 - \alpha \cdot \alpha_c + 2 \cdot \alpha \cdot K_p \cdot H_0 - K_c \cdot K_0 \cdot \beta \cdot K_p (1 + \alpha_c + K_i \cdot \alpha_c)$$

$$D_4 = K_c \cdot K_0 \cdot \beta \cdot \alpha_c \cdot K_p - K_p \cdot H_0 \cdot \alpha$$

On peut se ramener à un système du second ordre avec les égalités :

$$H_0 = K_c \cdot K_0 \cdot \beta$$

$$\alpha_c = \alpha$$

On souhaite une réponse pile, nous obtenons les coefficients du régulateur :

$$K_p = \frac{1 + \alpha}{K_c \cdot K_0 \cdot \beta}$$

$$K_i = \frac{1}{1 + \alpha}$$

Dans ces conditions, les valeurs théoriques ($H_0 = 0,4696$; $\alpha_c = 0,855$; $K_p = 3,95$ et $K_i = 0,54$) donnent :

$$\delta(i)_n = \delta(i_{\text{ref}})_{(n-2)}$$

Ces valeurs ne peuvent être implantées car le système n'est pas robuste (en particulier à cause de la troncature), il a fallu implanter un correcteur plus doux, c'est le cas sur la figure 6a montrant la simulation de l'application.

Dans ces conditions, la figure 6b montre une expérimentation de ce correcteur, où nous noterons une impossibilité d'atteindre ces performances à cause de la troncature des calculs

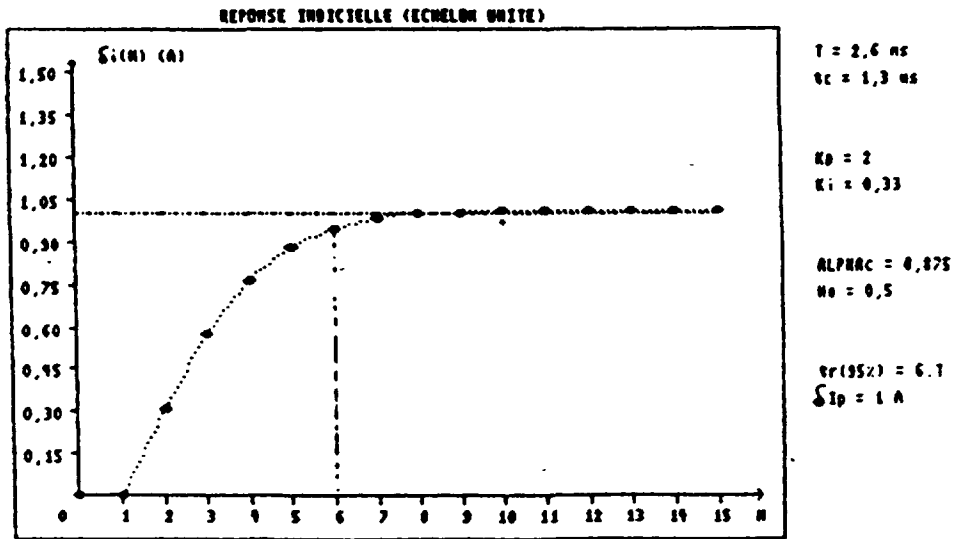


Fig. 6a. — Simulation d'un correcteur P.I. avec compensation du temps de calcul.
 [Simulation of the P.I. control with balanced calculus time.]

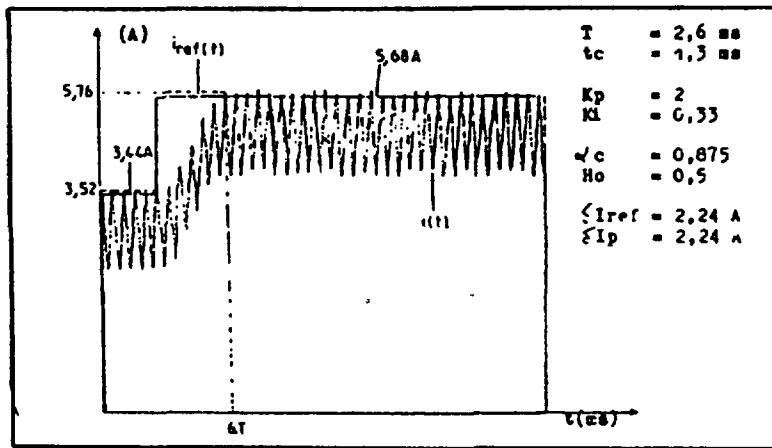


Fig. 6b. — Expérimentation d'un correcteur P.I. avec compensation du temps de calcul.
 [Experimentation of the P.I. control with balanced calculus time.]

intermédiaires et de la quantification du rapport cyclique. Nous avons ainsi volontairement diminué les coefficients K_p (2) et K_i (0,33) en respectant les autres égalités pour nous ramener à un système du second ordre.

2^e PARTIE.

Système multivariable.

Le convertisseur est un onduleur de tension diphasée, les phases seront respectivement indicées 1 et 2, ce convertisseur est commandé en modulation de largeur d'impulsions en deux

niveaux, dans ces conditions la tension instantanée aux bornes d'une phase est indépendante du sens du courant. Le schéma théorique du convertisseur est représenté sur la figure 7 :

Nous ferons les hypothèses suivantes :

- la période de hachage est constante et appelée T_e ;
- la vitesse reste constante sur une période de hachage du convertisseur ;
- la commande des interrupteurs de puissance d'une branche est complémentaire, par exemple pour la phase i , $T_{i_1} + T_{i_2} = T$ et $T_{i_3} + T_{i_4} = T$, la commande est à deux niveaux $T_{i_1} = T_{i_4}$, autrement dit la tension aux bornes d'une phase ne peut prendre comme valeur que $ui(t) = E$ ou bien $ui(t) = -E$.

Si nous considérons la phase i (dans notre cas $i = 1$ ou 2) nous avons, dans ces conditions, deux cas de figure à envisager :

- T_{i_1} et T_{i_4} sont fermés sur une durée $\alpha i . T$, la tension aux bornes de la phase i considérée $Ui(t) = E$.
- T_{i_1} et T_{i_4} sont ouverts sur la durée $(1 - \alpha i) . T$ et la tension aux bornes de la phase $Ui(t) = -E$.

Au niveau de la commande qui génère les valeurs α_i , on discrétise le temps t en période T_e si la commande est synchrone de la période de hachage ou en $T = \lambda . T_e$ avec λ entier si la période de hachage est plus brève que le temps de calcul.

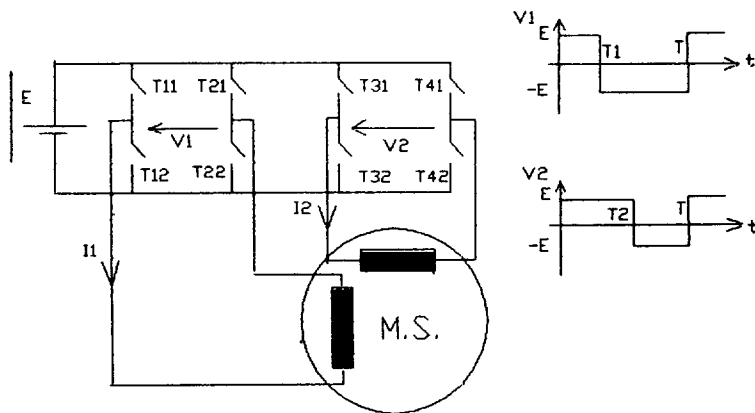


Fig. 7. — Schéma théorique du système multivariable.

[Theoretical diagram of the multivariable system.]

2. Définition du modèle de perturbation.

En régime statique le point de fonctionnement est défini par une étude type « valeur moyenne » sur une période de hachage :

Si nous appelons X le vecteur d'état dont les deux composantes sont les grandeurs i_d et i_q qui sont les courants des phases 1 et 2 exprimés dans une nouvelle base (le champ statorique) avec une matrice de changement de base $P[p\theta]$, il existe la relation entre ces grandeurs :

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = P[p\theta] \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad P(p\theta) = \begin{bmatrix} \cos(p\theta) & -\sin(p\theta) \\ \sin(p\theta) & \cos(p\theta) \end{bmatrix}.$$

Qui sous forme vectorielle s'écrit :

$$I_{1,2} = P [p\theta] \cdot \dot{I}_{d,q}.$$

Il existe également les mêmes relations entre les tensions réelles entre les deux phases représentées par le vecteur $U_{1,2}$ et les tensions exprimées dans la nouvelle base par le vecteur $U_{d,q}$.

$$U_{1,2} = P [p\theta] \cdot U_{d,q}.$$

Le régime statique est donné par un modèle représenté figure 8a, type « valeur moyenne » (approximation 1^{er} harmonique, régime sinusoïdal) et en notation complexe :

$$\begin{cases} \bar{V} = V_d + j \cdot V_q \\ \bar{I} = I_d + j \cdot I_q \\ p \cdot \Omega \cdot \bar{\phi}_f = j \cdot E \text{ où } p \cdot \Omega \text{ est la vitesse électrique rotorique.} \end{cases}$$

On en déduit : $\bar{V} = R \cdot \bar{I} + j \cdot P \cdot \Omega \cdot L_d \cdot I_d - P \cdot \Omega \cdot L_q \cdot I_q + j \cdot E$.

Ce régime statique est représenté par le diagramme de la figure 8b.

Maintenant, nous envisageons une perturbation $\Delta\alpha_{nT} = \begin{bmatrix} \Delta\alpha_1 \\ \Delta\alpha_2 \end{bmatrix}_n$ qui se superpose au régime d'équilibre $\alpha_n = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}_n$ à l'instant $t = n \cdot T$. Nous considérons également que cette perturbation $\Delta\alpha_{nT}$ reste faible devant la valeur α_n , dans ces conditions, on peut admettre que la grandeur de perturbation $\Delta\alpha_{nT}$ provoque une variation $\Delta U(t) = \begin{bmatrix} \Delta U_1(t) \\ \Delta U_2(t) \end{bmatrix}$.

On peut calculer la transformée de Laplace du vecteur $\Delta U(t)$:

$$\mathbb{L} \{ \Delta U(t) \} = \frac{2 \cdot E}{s} \cdot \begin{bmatrix} e^{-\alpha_1 Ts} & 0 \\ 0 & e^{-\alpha_2 Ts} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 - e^{-\Delta\alpha_1 Ts} \\ 1 - e^{-\Delta\alpha_2 Ts} \end{bmatrix}$$

Machine synchrone à aimant

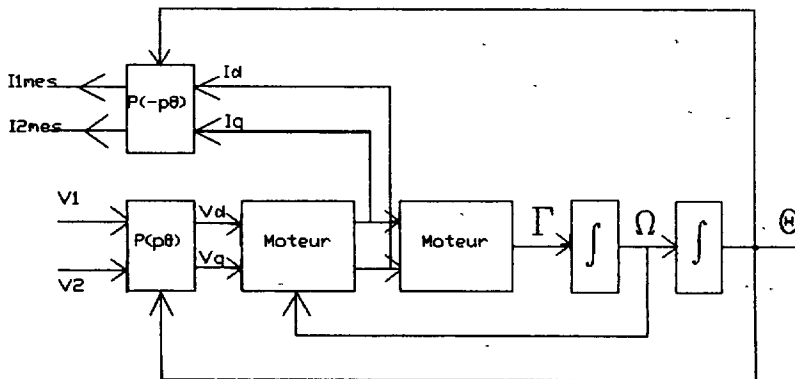


Fig. 8a. — Schéma fonctionnel du système multivariable.

[Block diagram of the multivariable system.]

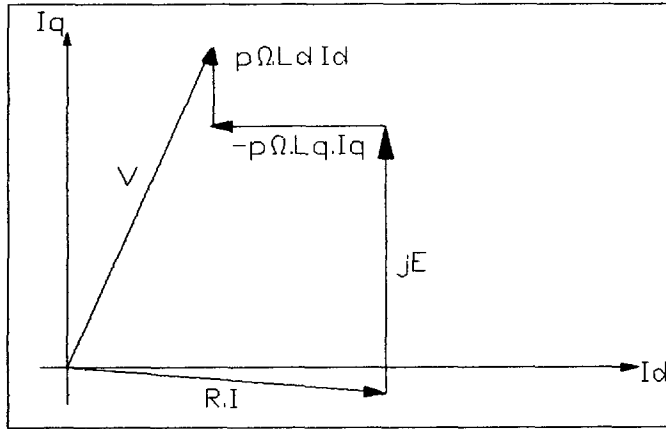


Fig. 8b. — Représentation du régime statique dans le repère d, q.

[A view of the steady state in the d, q reference.]

d'où entre les instants $n \cdot T$ et $(n + 1) T$

$$\text{donc } \mathbb{L}^{-1} \{ \Delta U(s) \} \neq 2 \cdot E \cdot T \cdot \begin{bmatrix} \delta(t - \alpha_1 T - nT) & 0 \\ 0 & \delta(t - \alpha_2 T - nT) \end{bmatrix} \cdot \Delta \alpha_n.$$

Cette variation est représentée sur la figure 9. Il ne reste plus qu'à discrétiser l'équation d'état en tenant compte du vecteur de perturbation $\Delta \alpha_n$.

Le schéma synoptique du moteur synchrone est représenté sur la figure 8a et le régime dynamique est décrit par l'équation d'état suivante :

$$\mathbf{X}'(t) = A \cdot \mathbf{X}(t) + B \cdot \Delta \mathbf{V}(t)$$

avec

$$A = \begin{bmatrix} \left(-\frac{R}{L_d} \right) & \left(p \cdot \Omega \cdot \frac{L_q}{L_d} \right) \\ \left(-P \cdot \Omega \cdot \frac{L_d}{L_q} \right) & \left(-\frac{R}{L_q} \right) \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix}$$

et

$$\Delta \mathbf{V}(t) = P [-p\theta] \cdot \Delta \mathbf{U}(t)$$

$$\mathbf{X}_{nT + \varepsilon T} = e^{A \cdot \varepsilon T} \mathbf{X}_{nT} + 2 \cdot E \cdot T \cdot \int_{nT}^{nT + \varepsilon T} e^{A(nT + \varepsilon T - \sigma)} \cdot B \cdot P [-p\theta(\sigma)] \times \\ \times \begin{bmatrix} \delta(\sigma - \alpha_1 T - nT) & 0 \\ 0 & \delta(\sigma - \alpha_2 T - nT) \end{bmatrix} \cdot \Delta \alpha_n \, d\sigma.$$

On trouve l'équation récurrente suivante avec $\varepsilon = 1$:

$$\mathbf{X}_{n+1} = e^{A \cdot T} \mathbf{X}_n + 2 \cdot E \cdot T \cdot e^{AT} \left[e^{-A\alpha_1 T} B \cdot P [-p\theta' T(n + \alpha_1)] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \right. \\ \left. + e^{-A\alpha_2 T} B \cdot P [-p\theta' T(n + \alpha_2)] \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right] \Delta \alpha_n.$$

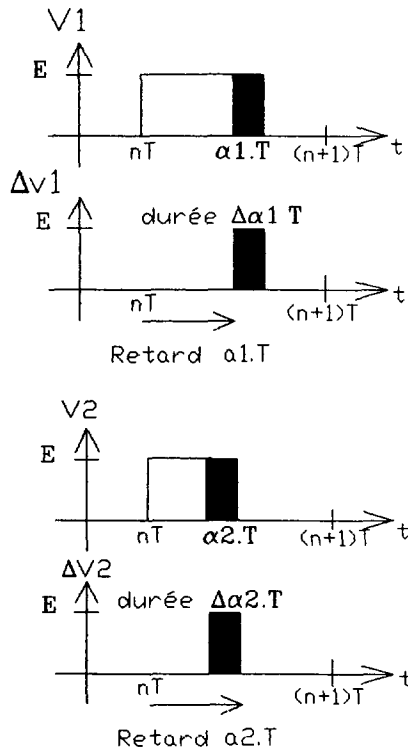


Fig. 9. — Modélisation de la perturbation $\Delta\alpha_n$.

[Perturbation's model $\Delta\alpha_n$.]

3. Autopilotage de la machine synchrone avec une régulation : loi proportionnelle.

Comme exemple pour un ensemble bouclé (représenté à la Fig. 10), nous prenons un algorithme proportionnel de gain matriciel K_p présentant une structure de rotation permettant de permuter les matrices dans le produit $P[-p\theta] \cdot K_p \cdot P[p\theta]$ et nous tenons compte du fait que la commande matricielle $\Delta\alpha_n$ ne peut être élaborée qu'à partir des mesures de la période précédente $(n - 1) T$ (on suppose un retour unitaire) et on fixe le temps calcul à une période de hachage T

$$\Delta\alpha_n = K_p \cdot P[p\theta' T \cdot (n - 1)] \cdot [X_{ref_{n-1}} - X_{n-1}].$$

Nous trouvons ainsi l'équation récurrente en boucle fermée pour les variations autour d'un point de fonctionnement :

$$X_{n+1} = e^{A \cdot T} X_n + 2 \cdot E \cdot T \cdot e^{A \cdot T} G_n K_p \cdot [X_{ref_{n-1}} - X_{n-1}]$$

avec

$$G_n = e^{-A\alpha_1 T} B \cdot P[-p\theta' T(n + \alpha_1)] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} P[p\theta' T \cdot n] + e^{-A\alpha_2 T} B \cdot P[-p\theta' T(n + \alpha_2)] \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} P[p\theta' T \cdot n].$$

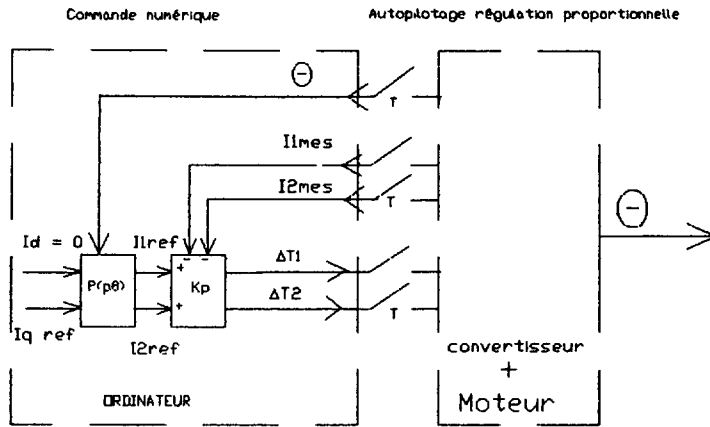


Fig. 10. — Autopilotage avec une action proportionnelle.

[Self synchronous motor with a proportional action.]

Si l'on envisage l'implantation temps réel de cet algorithme proportionnel, il faut tenir compte du fait que le vecteur référence $U_{ref} = P[p\theta] \cdot V_{ref}$ est calculé dans le programme de la boucle de vitesse, ceci peut se traduire par un retard d'une valeur $m \cdot T$, m étant un entier qui est représenté à la figure 11.

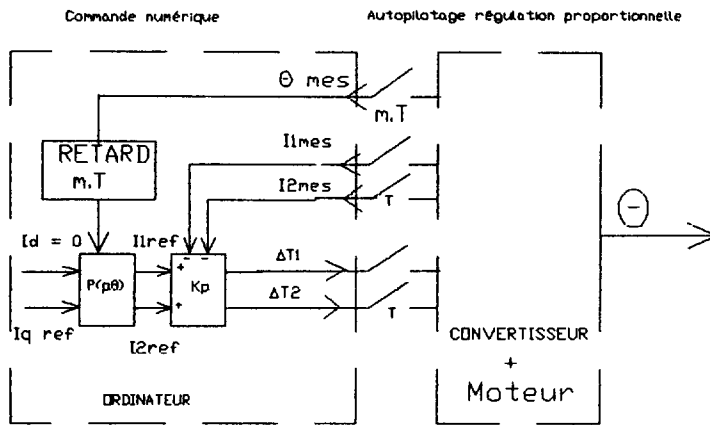


Fig. 11. — Représentation de l'échelle temps réelle.

[A view of the real time scale.]

Dans ces conditions, on peut négliger les faibles retards $\alpha_1 T$ et $\alpha_2 T$ devant m et l'équation récurrente devient :

$$X_{n+2} = e^{AT} X_{n+1} + 2 \cdot [E \cdot T \cdot e^{A \cdot T} G_d \cdot K_p \cdot X_{ref_n} - 2 \cdot [E \cdot T \cdot e^{A \cdot T} G_n \cdot K_p \cdot X_n$$

avec

$$G_d = B \cdot P [-p \cdot \theta' \cdot m \cdot T] .$$

Cette équation récurrente peut se mettre sous forme d'équation d'état. En prenant comme vecteur d'état :

$$\mathbf{Z}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{Y} \\ \mathbf{X} \end{bmatrix}_n \quad \text{avec} \quad \mathbf{X}_n = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}_n \quad \text{et} \quad \mathbf{Y}_n = \mathbf{X}_{n+1}$$

$$\mathbf{Z}_{n+1} = \begin{bmatrix} \phi & -\Psi \cdot K_p \\ \mathbb{1} & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{Z}_n + \begin{bmatrix} \Psi \cdot K_p \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{X}_{\text{ref}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \phi = \exp(A \cdot T) \\ \Psi = 2 \cdot E \cdot T \cdot \phi \cdot B \end{cases}$$

$$\mathbf{X}_{n+1} = [0 \quad \mathbb{1}] \cdot \mathbf{Z}_{n+1} \quad \text{avec} \quad 0 \text{ la matrice nulle et } \mathbb{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ainsi on constate une rotation proportionnelle à la vitesse θ' sur la référence \mathbf{X}_{ref} dont on peut tenir compte dans le calcul des références courant, si l'on connaît le temps de calcul de la boucle de vitesse. Nous présentons à la figure 12a, la réponse indicielle de la référence \mathbf{X}_{ref} en fonction de la vitesse de rotation Ω , soit $\mathbf{X}_{\text{ref}} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} u(nT)$. Le retard dû à la boucle de vitesse est de $m = 5$, nous pouvons étudier l'influence du couplage (la vitesse) dans le système multivariable, c'est-à-dire l'erreur statique qui augmente et la dégradation du courant I_q . Sur la figure 12b, nous observons l'influence de la vitesse sur le courant I_d ($I_d = 0$ pour $\Omega = 0$), et en particulier sur la figure 13, le lieu des pôles et l'instabilité pour $\Omega = 4\,000$ tr/min.

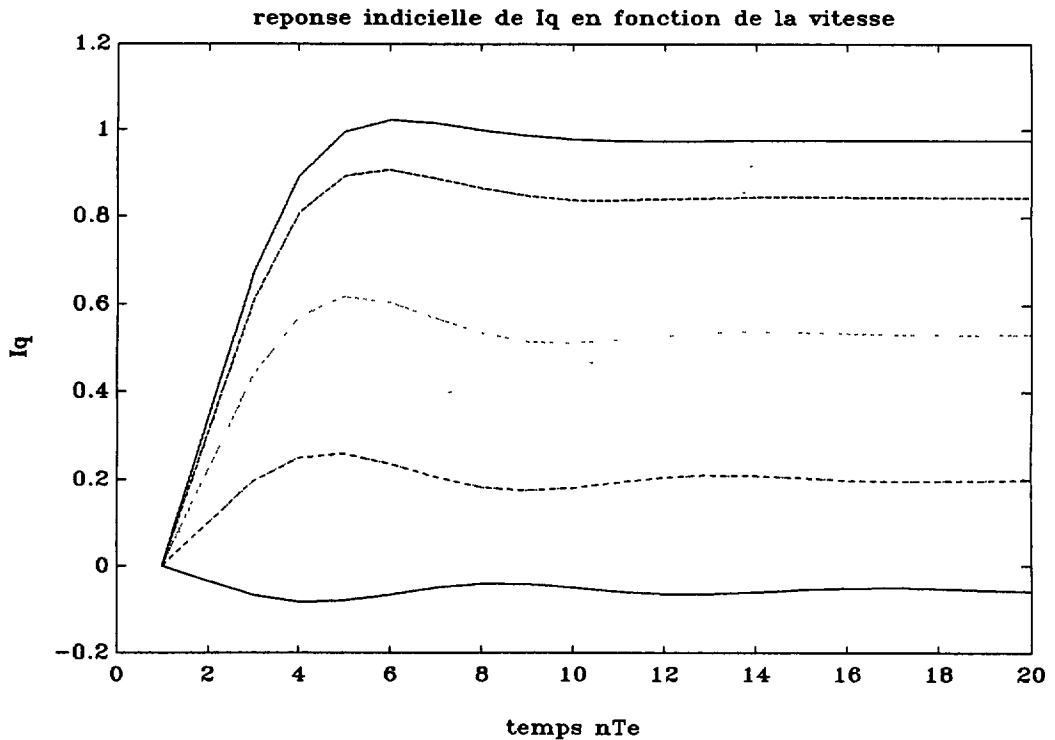


Fig. 12a. — Sortie I_q pour une entrée indicielle sur $I_{q\text{ref}}$.

[Output I_q for a step input on the $I_{q\text{ref}}$.]

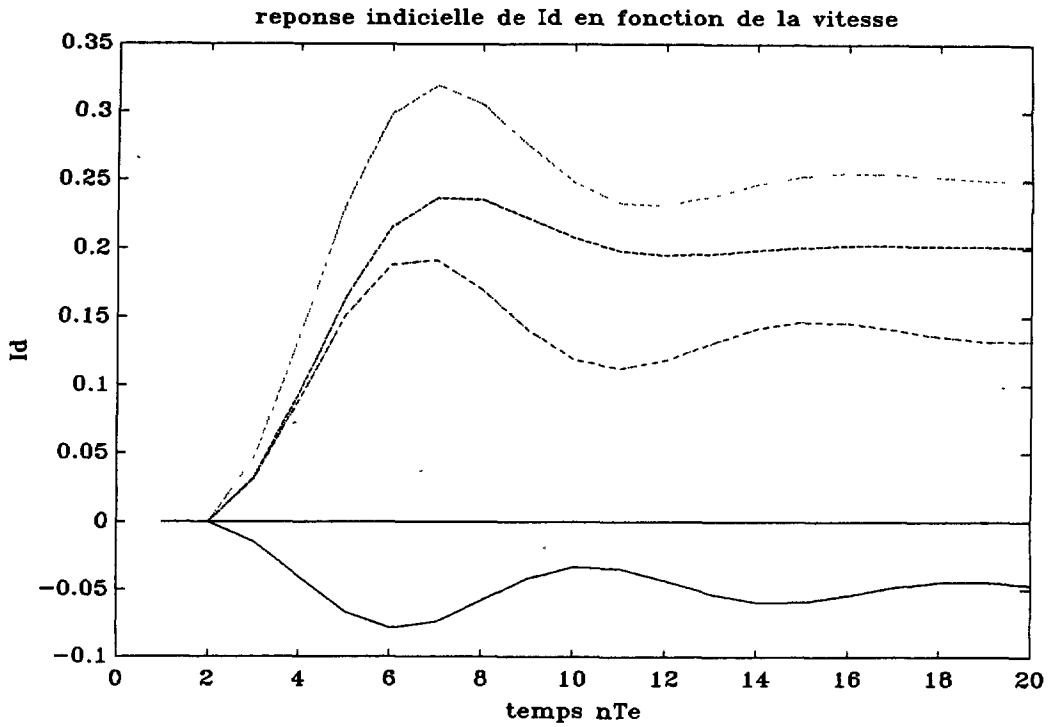


Fig. 12b. — Sortie I_d pour une entrée indicielle sur $I_{q\text{ref}}$.

[Output I_d for a step input on the $I_{q\text{ref}}$.]

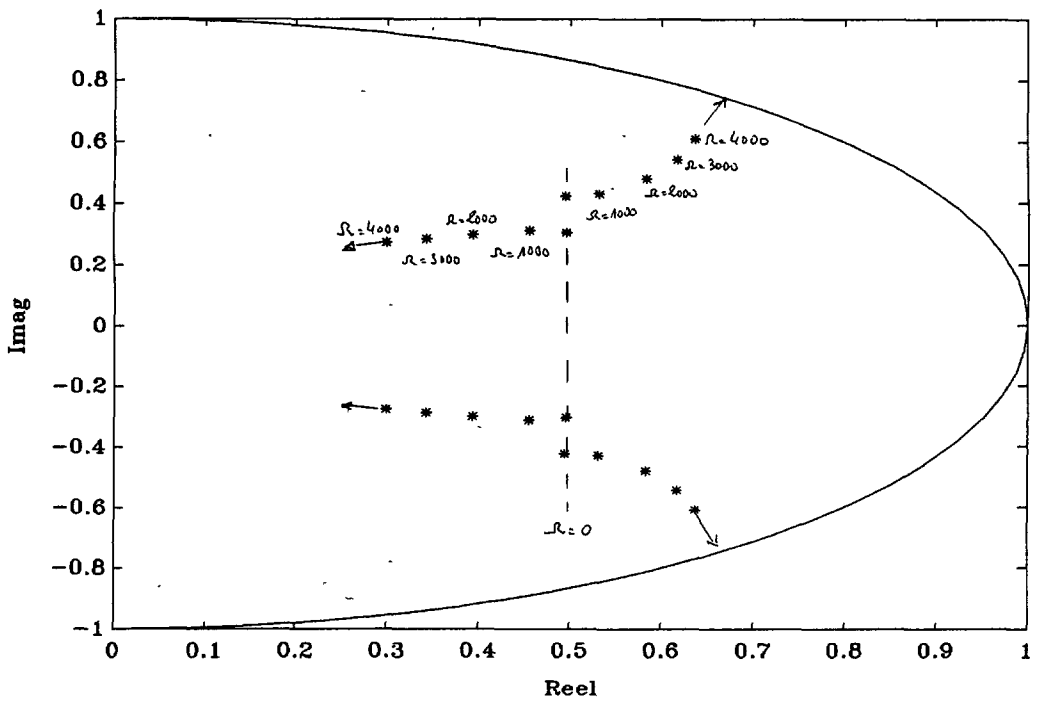


Fig. 13. — Lieu des pôles en fonction de la vitesse.

[Root locus with the speed parameters.]

Nous constatons une erreur statique très importante, sur les courants I_q et I_d en fonction de la vitesse, ceci entraîne également une erreur statique sur le couple électromagnétique. Pour éliminer ce phénomène, nous présentons une régulation plus sophistiquée avec une action intégrale à la figure 14. Nous avons toujours un retard dû au temps de calcul (z^{-1}) dans la boucle de courant, et un retard $m = 5$ pour le calcul des références courants X_{ref} dans la boucle de vitesse.

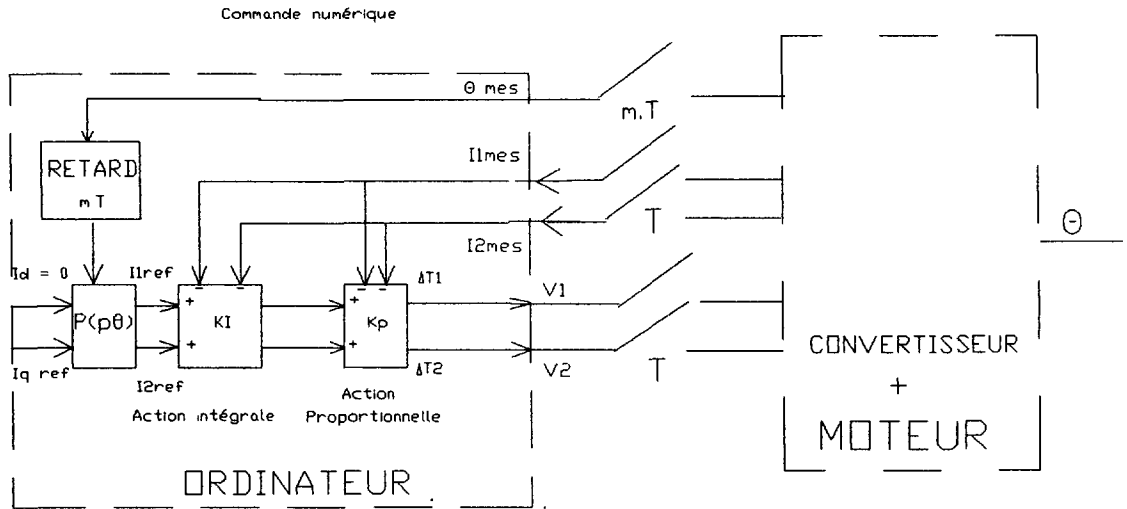


Fig. 14. — Autopilotage avec une loi proportionnelle intégrale.

[Self synchronous motor with a P.I. control.]

4. Autopilotage de la machine synchrone avec une régulation : loi proportionnelle intégrale.

Le système peut s'écrire sous forme d'équation d'état, en prenant comme vecteur d'état :

$$Z_n = \begin{bmatrix} X \\ U \\ V \\ W \end{bmatrix}_n \quad \text{avec} \quad X = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad X_{n+2} = V_{n+1} = U_n$$

$$Z_{n+1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \uparrow & 0 \\ -\Psi \cdot K_p \cdot K_i & \phi & -\Psi \cdot K_p & \Psi \cdot K_p \\ 0 & \uparrow & 0 & 0 \\ -K_i & 0 & 0 & \uparrow \end{bmatrix} \cdot Z_n^+ \begin{bmatrix} 0 \\ \Psi \cdot K_p \cdot K_1 \\ 0 \\ K_1 \end{bmatrix} \cdot X_{ref}$$

$$X_{n+1} = [\uparrow \ 0 \ 0 \ 0] \cdot Z_{n+1} \quad \text{et} \quad K_1 = \begin{bmatrix} K_{11} & -K_{12} \\ K_{12} & K_{11} \end{bmatrix}$$

La figure 15a représente la sortie I_q pour une entrée indicielle sur $I_{q\ ref}$, nous avons effectivement une erreur statique nulle et indépendante de la vitesse Ω ainsi que sur la sortie I_d représentée à la figure 15b. Par contre le lieu des pôles du système (Fig. 16) nous indique une instabilité due au déplacement des pôles en fonction de la vitesse.

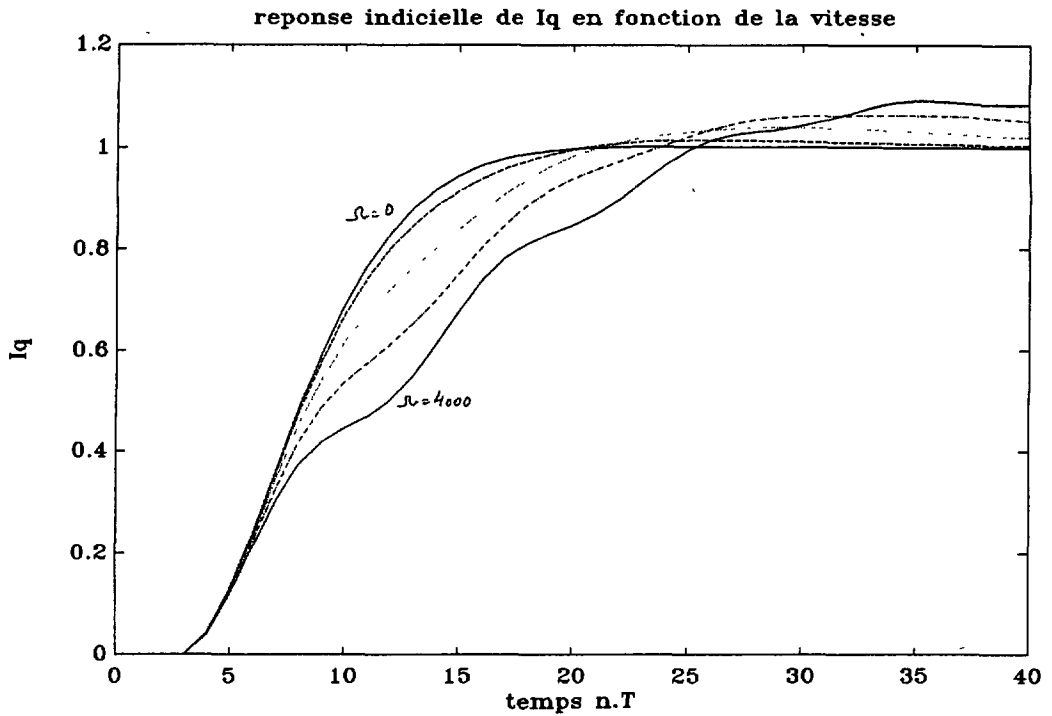


Fig. 15a. — Sortie I_q pour une entrée indicielle sur $I_{q\text{ ref}}$.
 [Output I_q for a step input on the $I_{q\text{ ref}}$.]

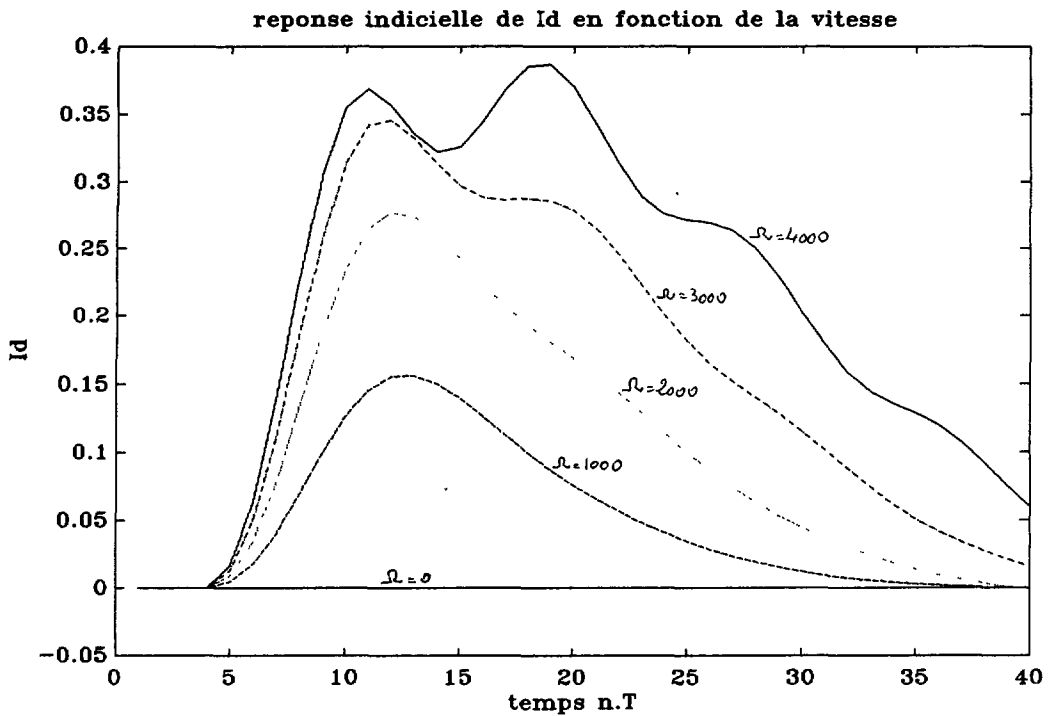


Fig. 15b. — Sortie I_d pour une entrée indicielle sur $I_{q\text{ ref}}$.
 [Output I_d for a step input on the $I_{q\text{ ref}}$.]

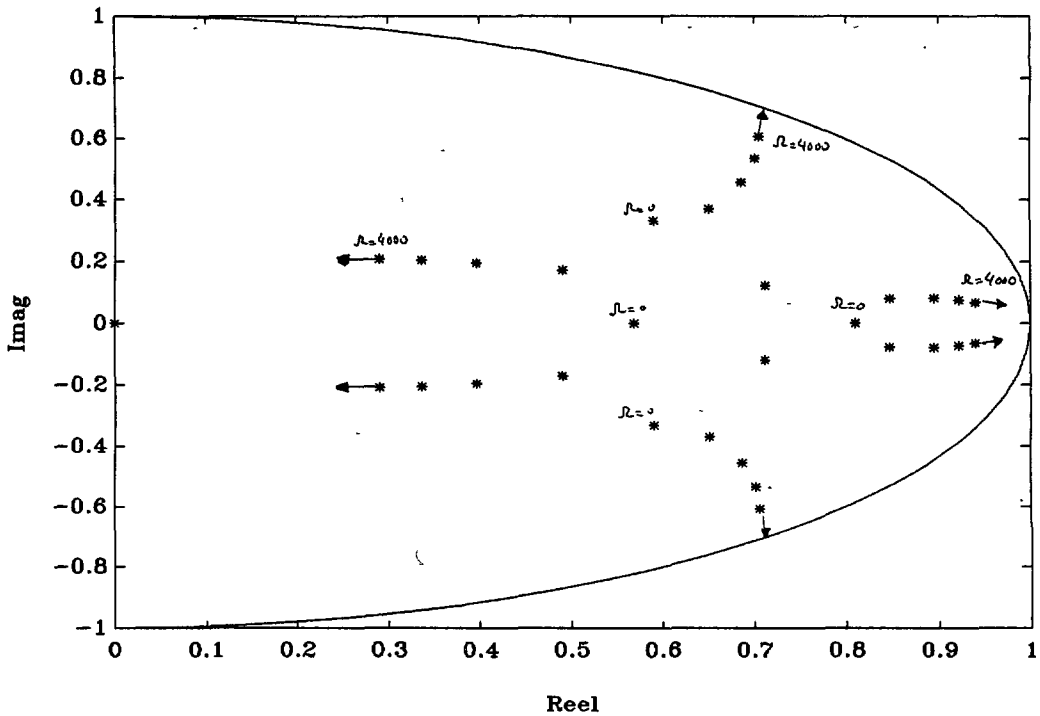


Fig. 16. — Lieu des pôles en fonction de la vitesse.

[Root locus with the speed parameters.]

Nous avons éliminé l'erreur statique, mais l'instabilité due à la rotation et en particulier au retard $m \cdot T$ de la boucle de vitesse subsiste. Ce retard peut être compensé par une *avance* à la lecture de l'angle θ au moment du calcul des références de courant X_{ref} , cette *avance* $\Delta\theta$ est proportionnelle à la vitesse: $\Delta\theta = m \cdot T \cdot \Omega$. L'expérimentation d'une loi de commande proportionnelle intégrale avec compensation de la rotation des références courants, est représentée à la figure 17. Nous pouvons constater, en particulier, l'indépendance du courant dans une phase vis-à-vis de la vitesse de rotation.

Conclusion.

Nous avons proposé une méthode de calcul conduisant à un modèle mathématique qui permet de prendre en compte toutes les contraintes temporelles de l'implantation des algorithmes de commande en temps réel sur un micro contrôleur, ainsi que la prise en compte des non-linéarités propres aux convertisseurs de puissance. Nous disposons ainsi d'un modèle permettant de vérifier et de critiquer les algorithmes proposés par d'autres modèles linéaires ou non linéaires, moins précis, en vue de leurs implantations.

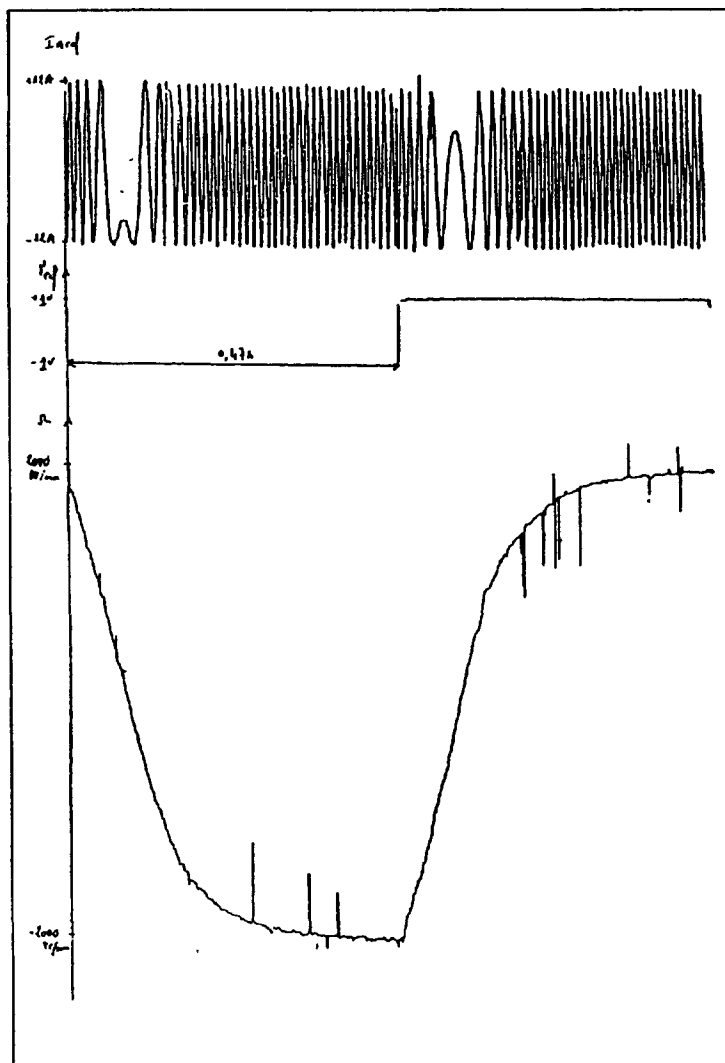


Fig. 17. — Expérimentation d'une loi de commande proportionnelle intégrale avec compensation du temps de calcul des références courants sur une machine synchrone autopilotée.

[Experimentation of the P.I. control with a calculus time of the reference currents balanced for a self synchronous motor.]

Bibliographie

- [0] BUHLER H., *Electronique Industrielle*, tome 1, *Electronique de puissance*, *Traité d'électricité*, tome XV, Lausanne.
- [1] PRAJOUX R., SEVELY Y., THIERRY P., Transmittance en Z d'asservissement échantillonné à signal d'erreur discontinu, *Electron. Lett.* 4, n 12 (1968).
- [2] VIDAL P., *Systèmes échantillonnés non linéaires* (Gordon and Breach) 1969.

- [3] BUHLER H., Conception de systèmes automatiques, Compléments au traité d'Electricité (Presses Polytechniques Romandes).
- [4] SEVELY Y., Systèmes et asservissements linéaires échantillonnés (Dunod, Paris) 1969.
- [5] BERGMANN C., Contribution à l'étude de la commande numérique directe des moteurs synchrones à aimants, Modélisation, réalisation, expérimentation, Thèse de doctorat de l'université Paris VI, mars 1986.
- [6] LEFEVRE D., Contribution à la conception et à l'implantation de commande numérique en courant pour machines électriques, Mémoire C.N.A.M., L.E.S.I.R., 14 déc. 1987.
- [7] LOUIS J. P., Application of a sampled-data modelling of static converters to the analysis and synthesis of certain regulations, Electronical machines and converters, H. Buyse and J. Robert Eds. IMACS 1984.
- [8] GOUREAU P., Etude sur la commande numérique directe des servomoteurs à aimants, Traitement des signaux. Modélisations-Simulations, Thèse de doctorat de l'Université Paris XI, 14 nov. 1989.
- [9] TIJERINA A., Contribution à l'étude de la commande numérique du couple et de la vitesse dans les machines synchrones à aimants permanents, Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 10 mai 1989.
- [10] ROBERT J., I.M.A.C.S. Annals of computing and applied mathematics, volume 6 : Electrical and power systems modelling and simulation (W. Midvidy Editor, Suisse).
- [11] BUHLER H., Réglages échantillonnés, volume 2, Traitement dans l'espace d'état, Presses Polytechniques Romandes.
- [12] IUNG C., Contribution à la simplification et à la simulation de modèles complexes, Applications à des procédés électromécaniques, Thèse Dr. ès Sc. I.N.P.L., Nancy, 1981.
- [13] DE LARMINAT P., THOMAS Y., Automatique des systèmes linéaires, 3 tomes (1975-1977, Flammarion).
- [14] PRAJOUX R., Etablissement d'un modèle pour le comportement local d'un redresseur polyphasé utilisé en tant qu'amplificateur de puissance à réponse rapide, *C.R. Acad. Sci. Paris* **22** (1969).
- [15] PRAJOUX R., Etude des générateurs utilisant un redresseur polyphasé et un filtre dynamique en tant que système de commande. Thèse Dr. ès Sc., Université Paul Sabatier, Toulouse, 14 déc. 1971.
- [16] LOUIS J. P., Modélisation d'une classe de systèmes de commande comprenant des convertisseurs statiques en commutations naturelles, Thèse Dr. ès Sc., I.N.P.L., Nancy, 6 juil. 1981.
- [17] BERGMANN C., LOUIS J. P., SOL C., Mathematical models for self synchronous motor, IMACS TC1-IEEE Laval University, Quebec City, Canada, 1987.
- [18] MOTA Ph., NOUGARET M., ROGNON J. P., Asservissement de position à courant continu : une structure numérique intégrée. CONUMEL 1983, proc. 1-19 à 1-24.
- [19] LEONHARD W., Control of electrical drives (Springer Verlag) 1985.
- [20] GROSTOLLEN H., Die polradorientierte regulung eines drehstrom servoantrieb mit dauermagnetisch erregtem synchronomotor, *ETZ archiv* **5** (1983) 339-346.