



HAL
open science

Redressement d'un écoulement alternatif

Luc Petit, Philippe Gondret

► **To cite this version:**

Luc Petit, Philippe Gondret. Redressement d'un écoulement alternatif. Journal de Physique II, 1992, 2 (12), pp.2115-2144. 10.1051/jp2:1992256 . jpa-00247794

HAL Id: jpa-00247794

<https://hal.science/jpa-00247794>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification

Physics Abstracts

47.00 — 47.15C — 47.35

Redressement d'un écoulement alternatif

Luc Petit et Philippe Gondret

Laboratoire de Physique (*), Ecole Normale Supérieure de Lyon, 46 Allée d'Italie, 69007 Lyon, France

(Reçu le 3 août 1992, accepté le 9 septembre 1992)

Résumé. — Après avoir introduit la notion d'écoulement redressé (écoulements secondaires stationnaires apparaissant à partir de couches limites oscillantes), nous rapportons quelques études expérimentales antérieures concernant ces écoulements. Nous donnons ensuite le principe des calculs qui permettent de déterminer la forme de l'écoulement redressé autour d'un objet immobile dans un fluide en mouvement oscillant et dégageons une analyse physique des résultats. Puis nous présentons une expérience simple sur l'observation d'un écoulement redressé autour d'une sphère en mouvement de translation alternatif dans un fluide, aussi bien dans le régime haute fréquence, que dans le régime basse fréquence. La limite entre ces deux régimes est définie à partir du paramètre $M^2 = \omega d^2/\nu$, où ω est la pulsation du mouvement, d le diamètre de la sphère et ν la viscosité cinématique du fluide. Nous discutons également quelques effets, rarement reportés, observés dans le cas d'une onde acoustique stationnaire à l'intérieur d'un tube (apparition de stries et de parois transversales à l'intérieur de la répartition de poudre légère dans l'expérience du tube de Kundt [1]). Nous terminons en interprétant de précédentes expériences sur la structuration de suspensions en écoulement alternatif [2], à partir de la forme des écoulements redressés autour des particules de la suspension.

Abstract. — After having introduced the notion of steady streaming (stationary secondary flow created from oscillating boundary layers), we report previous experimental studies on these flows. Then, we present the method to determine the steady streaming around a solid body at rest in an oscillating fluid, and give a physical interpretation of the results. Next, we describe a simple experiment concerning the flow around a sphere performing oscillations in a viscous fluid in both the high-frequency and the low-frequency regimes. The limit between these two regimes is determined by the parameter $M^2 = \omega d^2/\nu$, where ω is the angular frequency, d the sphere diameter and ν the kinematic viscosity of the fluid. In addition, we discuss some effects rarely described and observed in the case of an acoustic standing wave in a tube (setting-up of a light powder into streaks and transverse walls in a Kundt's tube experiment [1]). Finally, we give an interpretation of previous experiments on the structuration of alternatively sheared suspensions [2], from the shape of the steady streaming around the particles of the suspension.

(*) Unité de Recherche Associée au C.N.R.S. n 1325.

1. Introduction.

Engendrer un phénomène continu à partir d'un phénomène alternatif est un phénomène souvent rencontré en physique. On peut citer par exemple la création d'un courant électrique continu à partir d'un courant alternatif à l'aide d'un redresseur (diode à semi-conducteur, . . .) et d'une opération de filtrage ; ou encore le mode de propulsion de bateaux légers à l'aide du mouvement alternatif de la pagaie (godille), ou bien celui des poissons à l'aide du battement de leur queue. A des échelles de temps plus grandes, on peut également citer la formation des rides sur le sable d'une plage due à l'interaction entre l'onde progressive à la surface de la mer et le fond [3].

Dans tous les cas, le phénomène continu (écoulement du fluide, courant électrique, . . .) est engendré à partir du phénomène alternatif à l'aide d'un ingrédient nécessaire qui est une non-linéarité dans le mécanisme qui gouverne le phénomène (caractéristique non linéaire dans le cas d'un redresseur en électricité, termes d'inertie de l'équation du mouvement dans les exemples de modes de propulsion aquatiques cités ci-dessus ou dans le cas de la formation des rides sur le sable, termes de viscoélasticité dans les contraintes de cisaillement dans le cas d'un fluide viscoélastique). Dans le cas de la mécanique des fluides, auquel nous nous intéressons dans le présent article, il faut de plus l'existence d'une variation spatiale de la vitesse du fluide pour observer le phénomène de redressement (cas des couches limites oscillantes).

Les premières observations de phénomènes dus à des écoulements redressés semblent être celles faites par Faraday qui, en 1831, mena des expériences sur les figures formées par des particules placées sur une surface élastique mise en vibration [4]. Il remarqua que, si ces surfaces étaient saupoudrées d'une poudre fine, la poudre se rassemblait au niveau des maximums de vibration de la plaque. L'explication qu'il donne est fondée sur l'existence d'écoulements induits dans l'air au voisinage de la plaque par la vibration de celle-ci : au cours de la vibration, un écoulement oscillant de l'air est créé, à la même fréquence que le mouvement de la plaque. Il présente un maximum d'amplitude au niveau des nœuds de déplacement de la surface, et un minimum au niveau des ventres (Fig. 1a). Par suite de la présence de la plaque, cet écoulement oscillant engendre un écoulement redressé (présence d'une couche limite oscillante) dirigé, le long de la plaque, *depuis les maximums de vitesse de l'écoulement oscillant* (ventres) vers les minimums de cet écoulement (nœuds) (Fig. 1b), donc dirigé *depuis les nœuds de déplacement de la plaque* vers les ventres.

Dans un article de 1884 [5], Rayleigh donne une analyse quantitative de l'écoulement redressé au voisinage de la plaque, en considérant, pour la première fois semble-t-il, l'effet des termes quadratiques dans le développement de la vitesse de l'écoulement secondaire induit par l'écoulement oscillant de base. C'est la moyenne temporelle de ces termes qui crée l'écoulement redressé responsable du rassemblement de la poudre au niveau des nœuds de vitesse de l'écoulement oscillant.

Ces résultats sont à comparer à ceux obtenus par Chladni en 1787 lorsqu'il étudiait les figures formées par du sable disposé sur des plaques minces mises en vibration. Dans ce cas, le sable se rassemble au niveau des nœuds de déplacement de la plaque, qui apparaissent lorsque la fréquence de la vibration excite juste un mode propre de résonance de celle-ci. Ce rassemblement est dû aux rebonds des grains de sable sur la plaque lors de sa vibration : au cours de ces rebonds, les grains explorent la surface de la plaque, jusqu'à ce qu'ils arrivent au niveau des nœuds de vibration de la plaque où ils restent alors figés. Ce mécanisme ne fait pas intervenir un écoulement de l'air au voisinage de la plaque, écoulement qui ne permet pas le transport des grains vu leur taille et leur densité, contrairement au cas précédent de la poudre légère. Les figures de Chladni s'observeraient également dans le vide.

Un peu plus tard (1868), Kundt mena des expériences sur la mesure de la vitesse du son dans l'air à l'intérieur de tubes [1]. A cette époque-là, les physiiciens s'intéressaient de près aux

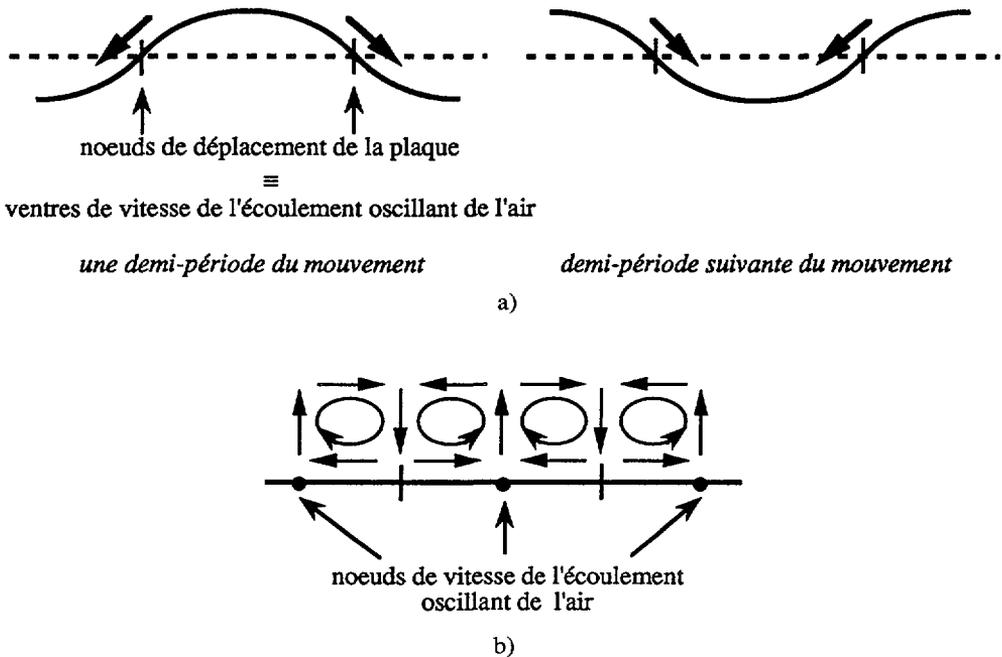


Fig. 1. — a) Mécanisme de création d'un écoulement oscillant au-dessus d'une plaque en oscillation verticale. Les ondes stationnaires créées à la surface de la plaque engendrent un écoulement oscillant de l'air à son voisinage tel que les ventres de vitesse de cet écoulement coïncident avec les nœuds de déplacement de la plaque. Le schéma de gauche représente le sens de l'écoulement de l'air (flèches en gras) au cours d'une demi-période du mouvement de la plaque, et celui de droite, la situation lors de la demi-période suivante. b) Allure de l'écoulement redressé (stationnaire) engendré au voisinage de la plaque par l'écoulement oscillant de l'air. Le long de la plaque, cet écoulement stationnaire est dirigé des maximums de vitesse de l'écoulement oscillant (ventres), vers les minimums (nœuds).

[a] Mechanism of creating an alternating flow above a vertically oscillating plate. The standing wave created at the surface of the plate generates an oscillating air flow in its neighbourhood, such that the loops of this flow coincide with the nodes of the motion of the plate. The left side of the figure represents the direction of the flow (bold arrow) during one half-period of the motion, the right side shows the situation during the next half-period. b) Shape of the steady streaming created in the neighbourhood of the plate by the oscillating air flow. Along the plate, this flow moves from the maximum of the velocity of the oscillating flow (loops) towards the minimum (nodes).]

propriétés thermoélastiques des gaz ; ils procédaient donc en particulier à des mesures de la vitesse du son dans différentes conditions de température et de pression et dans différents gaz. Pour ce faire, ils réalisaient des mesures dans des tubes. Dans l'expérience de Kundt, une poudre légère (poudre de lycopode) est répartie à l'intérieur d'un tube de verre. En présence d'une onde acoustique stationnaire, la poudre se rassemble en paquets au niveau des nœuds de vitesse. De la mesure de l'espacement entre ces paquets est déduite la longueur d'onde, et de là, la vitesse de propagation. Dans l'article de Rayleigh cité plus haut [5], celui-ci donne l'interprétation théorique de ce phénomène selon la même démarche que pour l'interprétation quantitative des expériences de Faraday. L'allure de l'écoulement obtenu est présentée sur la figure 2. Nous le décrirons plus en détail dans le paragraphe 3.2 consacré à la présentation expérimentale de l'écoulement redressé dans un tuyau sonore.

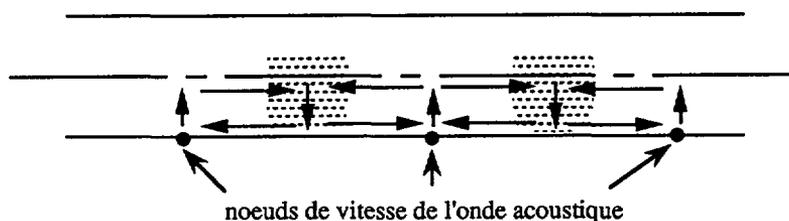


Fig. 2. — Allure de l'écoulement redressé dans un tuyau sonore siège d'une onde stationnaire. Le long de la paroi du tube, l'écoulement est dirigé des ventres de vitesse de l'onde acoustique (en grisé sur la figure) vers les nœuds.

[Shape of the steady streaming created by a standing wave in a sounding tube. Along the wall, the flow is directed from the loops of the acoustic wave (shaded area on the figure) toward the nodes.]

Au cours des mêmes expériences, Kundt a observé un intéressant phénomène, qui n'est pas systématiquement décrit lorsque sont rapportées ces expériences [6]. Il s'agit de la formation de fines stries à l'intérieur des zones où la poudre se rassemble, orientées transversalement à l'axe du tube. Nous avons également observé ce phénomène que nous décrirons plus en détail au paragraphe 3.2 ; nous en donnerons l'interprétation avancée à l'époque par König [7] (cité par Rayleigh dans l'ouvrage « Theory of Sound » [8]), que nous formulerons en terme d'écoulement redressé.

En 1929, Carrière [9] a mené des expériences de mesure d'amplitude de vibrations sonores dans un tube fermé. Il a notamment observé, à l'aide d'un microscope, les mouvements de fines particules de poussière au voisinage d'un cylindre circulaire placé dans le tube au niveau d'un ventre de vibration. On peut voir sur la figure 3 la matérialisation du mouvement d'oscillation des particules sous la forme de petits segments (trajectoires numérotées de 5 à 12). L'auteur rapporte que la poussière qui décrit à un instant le segment n° 5, décrit successivement les segments n° 6, .., jusqu'à 12. Ceci correspond donc à un mouvement stationnaire, qui se superpose au mouvement d'oscillation. Il est dirigé des zones de grande vitesse de l'écoulement oscillant (zones voisines des points M et M' de maximum de vitesse sur la Fig. 3) vers les zones de faible vitesse (zones voisines des points d'arrêt A et A') et nous l'interprétons comme correspondant à l'écoulement redressé dans le régime des hautes fréquences (le nombre de fréquences M vaut environ 11). Les trajectoires elliptiques (numérotées de 1 à 4) correspondent au mouvement de particules plus proches du cylindre pour lesquelles l'écoulement potentiel loin du cylindre est modifié par la viscosité au voisinage du cylindre (on peut trouver le calcul de l'écoulement de base dans la Réf. [12]).

En 1931, Andrade [10] a mené le même type d'expérience en analysant précisément le mouvement de l'air dans un tube à l'intérieur duquel est produite une onde stationnaire. Il trouve l'existence d'un mouvement stationnaire dirigé des ventres de vitesse vers les nœuds le long des parois du tube, et en sens contraire au niveau de l'axe du tube. On peut voir sur la figure 4 l'allure de l'écoulement sous la forme de vortex toroïdaux. L'auteur a également étudié l'écoulement induit autour de cylindres ou de sphères placés dans le tube. Il observe la formation d'un écoulement stationnaire sous la forme d'un système de quatre tourbillons dans le cas du cylindre, symétriques par rapport au plan perpendiculaire à la direction du mouvement de l'onde acoustique, et par rapport à celui contenant cette direction et l'axe du cylindre (Fig. 5). Nous rapportons un peu plus loin des expériences qui donnent le même type de résultat [12], les tourbillons mentionnés ici correspondant alors à la structure de l'écoulement de la figure 6 dans la zone « externe » suffisamment loin de l'obstacle.

En 1932, Schlichting [11] a rapporté des expériences montrant des visualisations de l'écoulement redressé autour d'un cylindre oscillant dans un fluide. Ces observations sont en

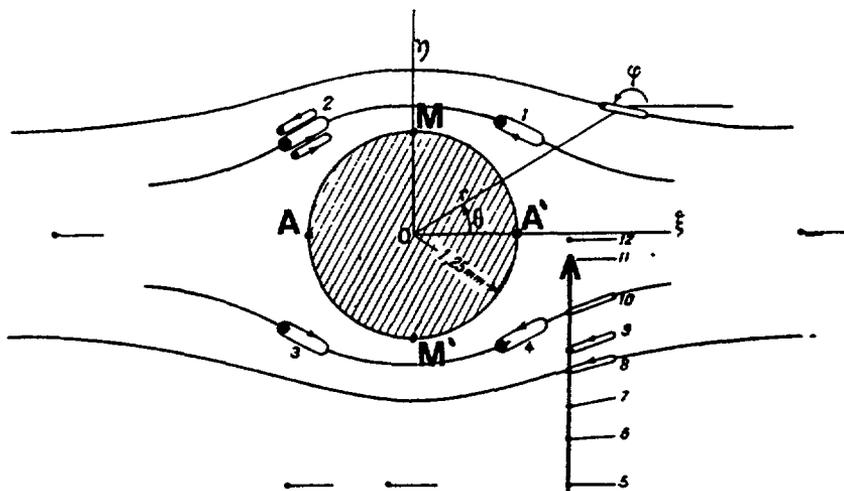


Fig. 3. — Aspect du mouvement de fines poussières au voisinage d'un cylindre placé dans un tuyau sonore au niveau d'un ventre de vitesse de l'onde stationnaire dans le tuyau. Les segments de droite et les ellipses matérialisent les trajectoires des poussières sous l'effet de l'écoulement oscillant. A ce mouvement oscillant, se superpose un mouvement continu indiqué par la flèche : une poussière décrivant la trajectoire n 5 à un instant décrira successivement les trajectoires n 6, ... jusqu'à 12. Nous interprétons cet écoulement stationnaire à partir de l'écoulement redressé autour du cylindre dans le régime des hautes-fréquences (le paramètre de fréquence M vaut ici 11) (d'après [9], Fig. 3).

[Motion of light dust particle in the neighbourhood of a cylinder set in a sounding tube at a loop of the standing wave. The short lines and ellipses represent the trajectories of the dust particles under the action of the alternating flow. In addition to this flow, there exists a stationary flow whose direction is shown by the arrow : a particle on the trajectory number 5 at a given time, will migrate continuously through trajectories 6, 7, ... 12. We interpret this continuous motion as the steady streaming created around the cylinder in the high-frequency regime (the corresponding number M is 11) (from [9], Fig. 3).]



Fig. 4. — Circulation de l'air dans un tuyau sonore siège d'une onde stationnaire. Le mouvement, visualisé par de la fumée de cigarette, se produit depuis les ventres d'amplitude de l'onde acoustique vers les nœuds le long de la paroi du tube, et en sens inverse auprès de l'axe. La fréquence est de 600 Hz et le paramètre de fréquence M vaut 2×10^3 (d'après [10], Fig. 11).

[Motion of the air in a sounding tube in which there is a standing wave. The motion, showed by tobacco smoke, is from the loops of the acoustic wave toward the nodes along the wall of the tube, and in the opposite direction in the neighbourhood of the axis. Frequency is 600 Hz and the frequency number M is 2×10^3 (from [10], Fig. 11).]

accord avec l'analyse que fait l'auteur à partir d'une théorie de couche limite oscillante avec la prise en compte des termes quadratiques par rapport à la vitesse de l'écoulement oscillant de base. Cette même analyse permet également à l'auteur d'interpréter la disposition de la poudre dans l'expérience du tube de Kundt.

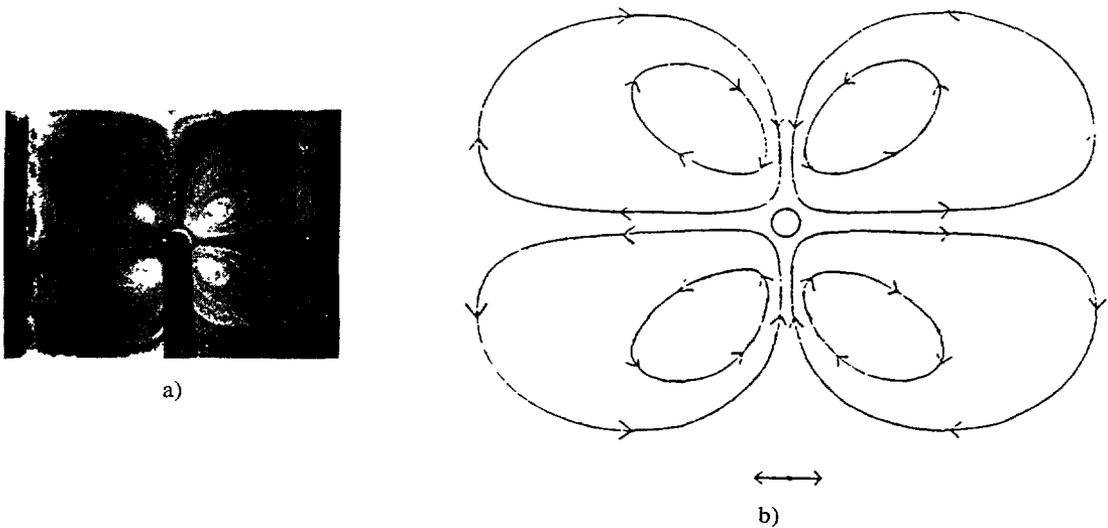


Fig. 5. — a) Écoulement induit autour d'un cylindre placé au niveau d'un ventre d'une onde acoustique stationnaire dans un tube. Le paramètre de fréquence M vaut environ 70 (régime des hautes fréquences). b) Sens de l'écoulement, dirigé depuis les maximums d'amplitude de l'écoulement oscillant autour du cylindre, vers les minimums d'amplitude (la direction de la vibration de l'air est horizontale) (d'après [10], Figs. 19 et 7).

[a] Flow induced around a cylinder set in a loop of a sounding tube. Frequency number M is about 70 (high frequency regime). b) Direction of the flow, from the maximum amplitude of the alternating flow around the cylinder toward the minimum (air vibration is in the horizontal direction) (from [10], Figs. 19 and 7).]

Plus récemment Holtzmark *et al.* [12] ont mené des expériences sur les écoulements redressés autour d'un cylindre. Ces auteurs ont étudié l'écoulement permanent induit au voisinage d'un cylindre par une onde acoustique stationnaire. Pour réaliser l'expérience, ils ont placé le cylindre dans un tube à l'intérieur duquel est établi un système d'ondes stationnaires ; la position du cylindre coïncide avec celle d'un maximum de vitesse acoustique, et l'axe du cylindre est perpendiculaire à celui du tube. La forme de l'écoulement redressé correspond à l'existence de deux zones :

— l'une, au voisinage du cylindre, dans laquelle on observe la recirculation du fluide dans chacun des quatre quadrants sous la forme de quatre tourbillons (Fig. 6a) ; dans cette zone, l'écoulement du fluide le long de la surface du cylindre se fait depuis les points de vitesse minimum (points d'arrêt A et A' sur la Fig. 6b), vers les points de maximum de vitesse (M et M') ;

— l'autre, à l'extérieur de la précédente, dans laquelle on observe un écoulement du fluide fuyant le cylindre dans la direction du mouvement d'oscillation de l'air, et dirigé vers le cylindre dans le plan perpendiculaire.

D'autres auteurs (Bertelsen *et al.*, 1973) [13], (Bertelsen, 1974) [14] ont mené le même type d'étude sur l'écoulement induit par l'oscillation d'un cylindre dans un fluide visqueux, dans le cas où le nombre de Reynolds associé à l'écoulement secondaire est grand devant l'unité. La méthode utilisée pour créer le mouvement consiste à faire passer un courant électrique alternatif de fréquence désirée dans un fil métallique cylindrique placé dans un champ magnétique. La limitation de cette méthode vient du fait que la fréquence choisie ne doit pas être trop éloignée d'une fréquence de résonance du système de suspension du cylindre afin

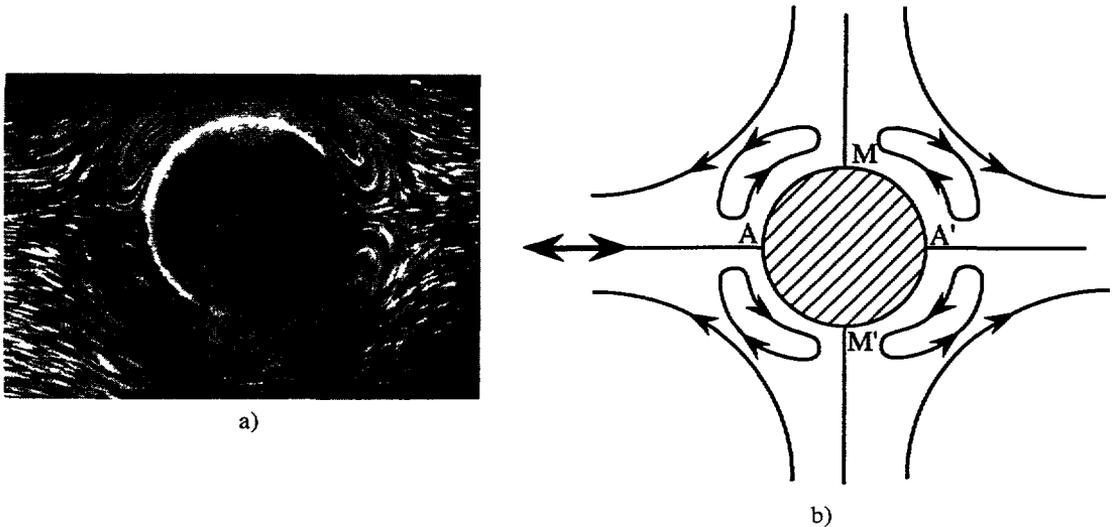
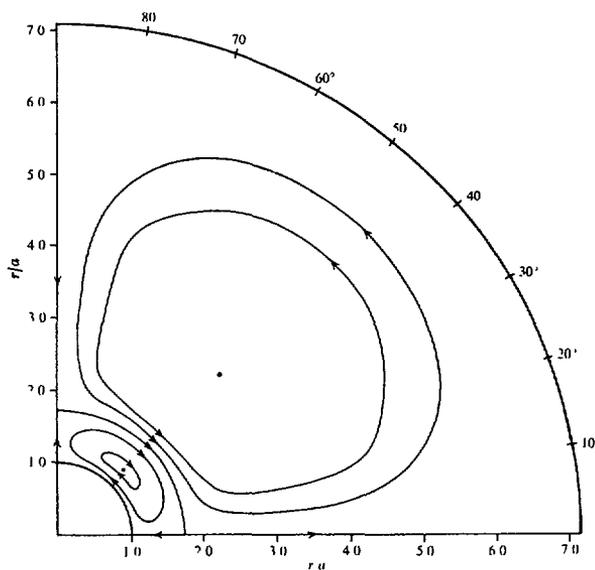


Fig. 6. — a) Ecoulement permanent induit par une onde acoustique stationnaire sur un cylindre circulaire. La direction de la vibration est horizontale (fréquence 200 Hz, paramètre de fréquence $M = 20$). On observe une zone d'écoulement proche du cylindre composée de quatre tourbillons, dans laquelle le fluide se dirige des points d'arrêts A et A' de l'écoulement oscillant (schéma (b)) vers les points M et M' de maximum de vitesse. A l'extérieur de cette zone, le fluide se dirige vers le cylindre dans la direction perpendiculaire à la direction de l'oscillation, et fuit le cylindre dans la direction de l'oscillation (d'après [12], Fig. 12).

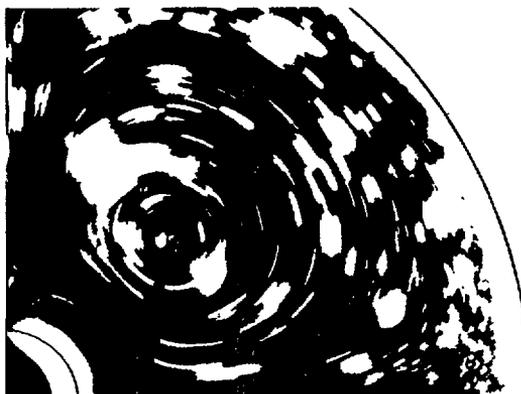
[a] Steady flow induced by an acoustic standing wave incoming on a circular cylinder. The vibration is horizontal (frequency 200 Hz, frequency number $M = 20$). One observes a region close to the cylinder composed of four vortices, in which the fluid moves from the stagnation points A and A' of the oscillating flow (Fig. b), towards the points M and M' of maximum of velocity. Outside this region, fluid flows towards the cylinder in the direction normal to the direction of oscillation, and away from it in the direction of oscillation (from [12], Fig. 12).]

d'obtenir des amplitudes de déplacement suffisamment importantes. L'essentiel de leurs études a concerné le cas où le cylindre oscille à l'intérieur d'un récipient cylindrique coaxial. Cette géométrie n'est pas la même que dans les autres études que nous avons citées, ce qui rend difficile une comparaison directe. On peut cependant rapprocher les résultats dans le cas où le rayon du cylindre extérieur est suffisamment grand devant celui du cylindre intérieur. La figure 7 montre l'écoulement obtenu pour lequel on observe deux zones : l'une, au voisinage immédiat du cylindre, constituée d'un tourbillon dans lequel le fluide remonte le long du cylindre depuis le point d'arrêt de l'écoulement oscillant (l'axe d'oscillation est dans la direction horizontale sur la figure) vers le point de vitesse maximum ; l'autre, à l'extérieur de cette zone de recirculation, dans laquelle le fluide se dirige vers le cylindre dans la direction perpendiculaire à l'axe d'oscillation, et fuit celui-ci dans la direction de l'oscillation. Cette allure est à rapprocher de celle de la figure 6, dans laquelle la présence de la recirculation du fluide dans la zone « externe » est due à la présence de la paroi du cylindre extérieur.

Une autre étude a été menée sur l'écoulement induit par l'oscillation d'un cylindre dans un fluide visqueux (Tatsuno, 1973) [15]. Contrairement aux cas précédents, le nombre de Reynolds associé à l'écoulement oscillant n'est pas grand devant l'unité (il varie approximativement dans la gamme 0,2-50). L'auteur observe un écoulement redressé qui est dirigé vers le cylindre le long de l'axe d'oscillation, et qui le fuit perpendiculairement à l'axe. Ce sens est



a)



b)

Fig. 7. — Ecoulement stationnaire induit autour d'un cylindre oscillant à l'intérieur d'un récipient cylindrique. La direction de l'oscillation est horizontale sur la figure. Le paramètre de fréquence M vaut 9,5 et le rapport du rayon du récipient à celui du cylindre est 7,14. a) Résultat des calculs montrant la direction de la vitesse dans les deux zones de l'écoulement. b) Résultat expérimental (d'après [13], Fig. 7).

[Steady flow induced around an oscillating cylinder in a circular tank. The direction of oscillation is horizontal on the figure. The frequency number M is 9.5 and the ratio between the radius of the tank to that of the cylinder is 7.14. a) Results of the calculation showing the velocity direction in the two flow regions. b) Experimental results (from [13], Fig. 7).]

identique à celui observé dans la zone voisine du cylindre (Fig. 6) dans les expériences citées plus haut de Holtzmark *et al.* [12].

A partir d'une expérience simple permettant d'observer à plus grande échelle l'écoulement redressé autour d'une sphère en mouvement oscillant dans un fluide visqueux, nous avons pu confirmer la forme de l'écoulement redressé pour cette géométrie d'obstacle, et montrer pour la

première fois, à notre connaissance, le passage du régime d'écoulement haute fréquence à celui observé aux basses fréquences ⁽¹⁾. Nous décrirons cette expérience au paragraphe 3.1.

Enfin, nous avons observé des mises en structures très inattendues dans des expériences sur le comportement de suspensions en écoulement de cisaillement oscillant [2]. Nous les décrirons sommairement dans le paragraphe 3.3, puis en donnerons une interprétation à partir de l'existence d'écoulements redressés autour des particules sphériques de la suspension, dans la limite des basses fréquences de l'écoulement oscillant.

Les études théoriques des écoulements redressés que nous présentons maintenant rendent bien compte de la forme de ces écoulements.

2. Développements théoriques.

Une revue des différentes études théoriques menées sur les écoulements peut être trouvée dans la référence [21], et nous ne décrirons ici que le principe des calculs, puis les résultats obtenus. Nous donnerons ensuite une analyse physique des résultats.

2.1 PRINCIPE DU CALCUL DES ÉCOULEMENTS REDRESSÉS. — Précisons tout d'abord que l'hypothèse de base de toutes les études théoriques sur les écoulements redressés est que l'amplitude A du déplacement dû à l'écoulement oscillant de base est petite devant la taille caractéristique d associée à l'écoulement (échelle spatiale de variation de la vitesse : taille d'un obstacle en mouvement, largeur d'un canal, ...). Nous noterons ε le rapport de ces deux échelles de longueur :

$$\varepsilon = \frac{\text{amplitude des oscillations}}{\text{échelle caractéristique de l'écoulement}} = \frac{A}{d}. \quad (2.1)$$

Ce paramètre est donc petit devant l'unité par hypothèse.

A partir de là, deux types d'études sont menés suivant que l'écoulement oscillant est de haute fréquence ou de basse fréquence. Le cas haute fréquence correspond à la prédominance des effets d'instationnarité de l'écoulement sur les effets dus à la viscosité ; quantitativement, ceci signifie que l'épaisseur δ de la couche limite oscillante ($\delta = \sqrt{\nu/\omega}$) est petite devant la taille caractéristique d . Nous noterons M^2 le carré du rapport de ces deux longueurs ⁽²⁾ :

$$M^2 = \left(\frac{\text{taille caractéristique de l'obstacle}}{\text{épaisseur de la couche limite}} \right)^2 = \frac{\text{instationnarité de l'écoulement}}{\text{viscosité}} = \left(\frac{d}{\delta} \right)^2 = \frac{\omega d^2}{\nu} \quad (2.2)$$

Dans le cas haute fréquence, le paramètre M est donc grand devant l'unité. A l'opposé, le cas basse fréquence correspond à la prédominance des effets dus à la viscosité devant ceux dus à l'instationnarité de l'écoulement. Ceci signifie que, durant une demi-période de l'oscillation, la perturbation de vitesse créée par la présence de l'obstacle a le temps de diffuser à une distance δ de celui-ci ($\delta \approx \sqrt{\nu/\omega}$) très supérieure à la taille d de l'obstacle.

⁽¹⁾ Ce changement de régime est rapporté dans les travaux de Andres *et al.* [25], mais il est décrit sans grand détail sur les paramètres expérimentaux qui sont faits varier.

⁽²⁾ Nous avons gardé la notation M qui est celle utilisée dans la littérature que nous citons, aucune confusion n'existant ici avec le nombre de Mach noté aussi habituellement M .

Dans le cas haute fréquence, on utilise une théorie de couche limite oscillante ; la démarche consiste à :

- écrire les équations du mouvement dans la couche limite au voisinage de l'obstacle, d'épaisseur δ très petite devant d (car $M \gg 1$), puis les simplifier compte tenu des échelles de longueur très différentes dans la direction parallèle à la surface de l'obstacle (d) et dans la direction perpendiculaire (δ). Les équations ainsi obtenues correspondent aux équations de Prandtl en théorie de couche limite, avec un terme additionnel dépendant du temps ;

- résoudre les équations obtenues par approximations successives. La première approximation consiste à linéariser les équations par rapport à la vitesse de l'écoulement ; on néglige donc les termes de convection (termes quadratiques en $(\mathbf{v} \cdot \mathbf{grad}) \mathbf{v}$) et on obtient ainsi une solution $v^{(1)}$ pour la vitesse correspondante en tenant compte des conditions aux limites (vitesse nulle à la surface de l'obstacle, raccordement asymptotique à la vitesse de l'écoulement imposé pour la valeur de la vitesse loin de l'obstacle). Dans la seconde approximation, on rajoute une perturbation à la vitesse précédemment calculée sous la forme :

$$v = v^{(1)} + v^{(2)}$$

avec $v^{(2)} \ll v^{(1)}$, et on injecte cette expression dans les équations du mouvement en ne retenant que les termes du deuxième ordre (termes en $(v^{(1)})^2$ et $v^{(2)}$). Cette approximation est justifiée car on se trouve par hypothèse dans le cas où les effets dus à l'instationnarité de l'écoulement sont dominants devant ceux de convection $\left(\frac{|\partial \mathbf{v} / \partial t|}{|(\mathbf{v} \cdot \mathbf{grad}) \mathbf{v}|} \approx \frac{\omega v}{v^2/d} = \frac{\omega d}{A \omega} = \frac{d}{A} \gg 1 \right)$. Ceci

conduit à une équation linéaire en $v^{(2)}$ où les termes contenant la vitesse au premier ordre $v^{(1)}$ apparaissent comme des termes de forces extérieures pour l'écoulement de vitesse $v^{(2)}$. Ces termes font apparaître des produits de $v^{(1)}$ et de ses dérivées spatiales, et sont donc quadratiques par rapport à $v^{(1)}$. Cette vitesse, comme l'écoulement de base, a une dépendance temporelle en $\cos \omega t$; la solution de cette équation a donc une dépendance temporelle en $\cos^2 \omega t$, dont la moyenne temporelle donne une contribution stationnaire, à l'origine de l'écoulement redressé. Nous donnons dans le paragraphe suivant la forme du résultat obtenu par le calcul dans le cas où l'obstacle est de forme cylindrique, ainsi que l'aspect du champ de l'écoulement redressé.

Dans le cas où l'écoulement oscillant de base est de basse fréquence ($M^2 = (\omega d^2/\nu) \ll 1$), les effets dus à la viscosité du fluide sont dominants devant ceux dus à l'instationnarité. Remarquons que cette hypothèse, associée à celle de départ ($A/d \ll 1$) entraîne que, nécessairement, les effets de convection de l'écoulement sont modérés devant ceux de viscosité, ou encore, que le nombre de Reynolds Re associé à l'écoulement de base est petit devant l'unité :

$$Re = \frac{Ud}{\nu} = \frac{\omega Ad}{\nu} = \frac{A}{d} \frac{\omega d^2}{\nu} = \frac{A}{d} M^2 \ll 1.$$

On peut écrire de manière symbolique :

$$\ll \text{convection} \gg \ll \ll \text{instationnarité} \gg \ll \ll \text{viscosité} \gg .$$

Dans ce cas, on peut utiliser une démarche analogue à celle utilisée dans le cas des écoulements aux petits nombres de Reynolds, à savoir :

- utiliser l'équation de Stokes, valable à nombre de Reynolds nul, mais constituant une bonne approximation à des distances modérées de l'obstacle (plus petites que $\approx d/Re$),

- apporter une correction à l'équation précédente afin d'obtenir la solution à plus grande distance de l'obstacle, ce qui est nécessaire pour connaître la valeur asymptotique de la vitesse

loin de la couche limite. Cette correction consiste à prendre en compte les termes de convection de l'équation de Navier-Stokes en les linéarisant (correction d'Oseen).

2.2 FORME DES ÉCOULEMENTS OBTENUS PAR LE CALCUL.

2.2.1 Cas des écoulements haute fréquence. — Ce cas correspond à la plupart des calculs menés sur les écoulements redressés. On peut citer les travaux de Schlichting (1932) [11] (écoulement induit par une couche limite oscillante dans le cas d'une onde stationnaire le long d'une paroi rigide, et de l'oscillation d'un cylindre perpendiculairement à son axe), de Andres *et al.* (1953) [16], de Holtmark *et al.* (1954) [12], Riley (1965) [17] et (1966) [18], Stuart (1966) [19], Wang (1968) [20] et enfin de Bertelsen *et al.* (1973) [13] (ce dernier travail reprend et complète les résultats de Holtmark *et al.* [12]). Une revue de ces différentes études est donnée dans la référence [21] (Riley, 1967). Les hypothèses des calculs sont celles que nous avons mentionnées plus haut pour le cas haute fréquence, à savoir :

- épaisseur de la couche limite oscillante δ très petite devant la taille d de l'obstacle, ou la longueur d'onde de l'onde acoustique ;
- amplitude A du déplacement de l'obstacle petite en comparaison de sa taille, ou amplitude de l'onde acoustique petite devant sa longueur d'onde ; cette hypothèse permet de considérer les termes convectifs quadratiques en vitesse comme une perturbation de l'écoulement de base.

Nous ne développerons pas ici le calcul qu'on peut trouver dans différents ouvrages [22-24], mais donnerons simplement le principe et les étapes du calcul dans le cas d'un cylindre immobile dans un fluide en mouvement d'oscillation [22], puis commenterons le résultat.

Nous considérons donc un cylindre (diamètre d) immobile dans un fluide de viscosité cinématique ν . Le fluide est en mouvement d'oscillation dans une direction perpendiculaire à l'axe du cylindre, d'amplitude A petite devant le diamètre d , et de pulsation ω (Fig. 8). Cette dernière est suffisamment grande pour que le nombre sans dimension $M^2 = (\omega d^2/\nu)$ soit grand devant l'unité. La perturbation de vitesse créée dans le liquide par le cylindre au repos diffuse à partir de la surface de celui-ci sur une distance δ pendant la durée d'une demi-période $\approx 1/\omega$, avec :

$$\delta \approx \sqrt{\frac{\nu}{\omega}} = \frac{d}{M} \ll d$$

δ représente l'épaisseur de la couche limite oscillante créée au voisinage du cylindre.

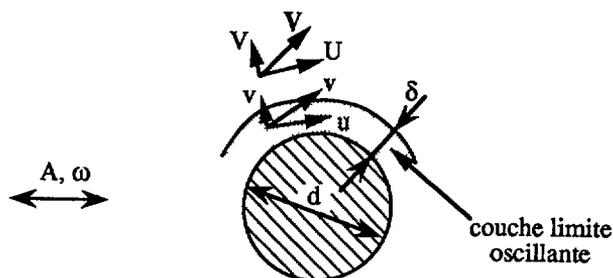


Fig. 8. — Schéma montrant les notations utilisées pour les variables du problème de couche limite oscillante autour d'un cylindre (l'épaisseur δ de la couche limite oscillante a été fortement exagérée pour la clarté de la figure).

[Schematic view of the notation for the problem of an oscillating boundary layer around a cylinder (for the sake of clarity, the thickness δ of the boundary layer has been greatly magnified).]

Reprenant les notations de la référence [22], nous notons (u, v) les composantes de la vitesse du fluide dans la couche limite, respectivement parallèle (coordonnée x) et perpendiculaire (coordonnée y) à la surface du cylindre, et (U, V) celles de la vitesse à l'extérieur de la couche limite. On cherche une solution de l'équation du mouvement à l'intérieur de la couche limite (équation de Prandtl instationnaire) par approximations successives : on néglige dans un premier temps les termes non linéaires de l'équation. La solution notée $u^{(1)}$ s'écrit en notation complexe, compte tenu des conditions aux limites :

$$u^{(1)} = U^{(1)} e^{i\omega t} [1 - e^{-(1+i)y/\delta}]$$

où $U^{(1)} = U_0 e^{i\gamma}$ est l'amplitude complexe de la vitesse oscillante du fluide à l'extérieur de la couche limite (γ représente la phase de la vitesse oscillante, qui peut dépendre des coordonnées spatiales dans le cas d'une onde progressive par exemple). L'approximation suivante consiste à écrire les vitesses sous la forme :

$$\begin{aligned} u &= u^{(1)} + u^{(2)} \\ U &= U^{(1)} + U^{(2)} \end{aligned}$$

où $u^{(2)}$ et $U^{(2)}$ sont les corrections à la vitesse précédemment calculée ($u^{(1)}$) ou connue ($U^{(1)}$), dues aux termes quadratiques de l'équation de mouvement (termes en $\rho(\mathbf{v} \cdot \mathbf{grad})\mathbf{v}$). En incorporant les formes ci-dessus pour u et U dans l'équation du mouvement incluant les termes non linéaires, et en ne conservant que les termes quadratiques par rapport à l'ordre (1) (du type $(\mathbf{v}^{(1)} \cdot \mathbf{grad})\mathbf{v}^{(1)}$), on obtient l'équation :

$$\frac{\partial u^{(2)}}{\partial t} - \frac{\partial U^{(2)}}{\partial t} - \nu \frac{\partial^2 u^{(2)}}{\partial y^2} = -u^{(1)} \frac{\partial u^{(1)}}{\partial x} - v^{(1)} \frac{\partial u^{(1)}}{\partial y} + U^{(1)} \frac{\partial U^{(1)}}{\partial x}$$

Les termes quadratiques apparaissent comme des forces extérieures pour la vitesse à l'ordre (2). Ils ont une dépendance temporelle en $(\cos \omega t)^2$ qui comprend un terme oscillant à la pulsation 2ω , et un terme constant qui correspond à l'écoulement moyen (écoulement redressé). Ce dernier est obtenu en prenant la moyenne de l'équation précédente sur un temps long devant la période de l'écoulement de base. Ceci conduit à :

$$-\nu \frac{\overline{\partial^2 u^{(2)}}}{\partial y^2} = -\overline{u^{(1)} \frac{\partial u^{(1)}}{\partial x}} - \overline{v^{(1)} \frac{\partial u^{(1)}}{\partial y}} + \overline{U^{(1)} \frac{\partial U^{(1)}}{\partial x}} = F(x, y).$$

Par une double intégration par rapport à la variable y , à x fixé, on obtient :

$$\overline{u^{(2)}} = \frac{1}{\nu} \int_0^y \int_{y''}^\infty F(y') dy' dy''$$

Pour obtenir l'expression de la vitesse à l'extérieur de la couche limite oscillante, on fait tendre y vers l'infini ($U^{(2)}$ est en effet la valeur asymptotique de $u^{(2)}$ lorsque $y \gg \delta$). Après intégration par parties, et calcul de l'intégrale obtenue, on trouve :

$$\overline{U^{(2)}} = \frac{2}{\delta^2 \omega} \int_0^y yF(y) dy = -\frac{3}{8\omega} \left(\frac{d(U_0^2)}{dx} + 2U_0^2 \frac{d\gamma}{dx} \right).$$

Si, comme dans le présent exemple, seule l'amplitude de l'onde (et non sa phase) dépend de la coordonnée spatiale x ($\gamma = \text{constante}$), on obtient :

$$\overline{U^{(2)}} = -\frac{3}{8\omega} \frac{d(U_0^2)}{dx} \quad (2.3)$$

Ainsi, à l'extérieur de la couche limite oscillante, la composante parallèle à celle-ci de la vitesse de l'écoulement redressé est dirigée des zones de maximum de vitesse (en valeur absolue) de l'écoulement de base, vers les zones de minimum de vitesse. Remarquons le fait surprenant que la vitesse $U^{(2)}$ de l'écoulement redressé ne dépend pas de la viscosité du fluide, bien que cette dernière soit à l'origine de cet écoulement. L'analyse physique que nous présentons dans le paragraphe suivant (2.2.2) nous permettra de comprendre l'absence explicite de la viscosité dans l'expression de la vitesse.

La forme des lignes de courant de la partie stationnaire de l'écoulement calculé dans le cas du cylindre est reportée sur la figure 9a, 9b dans le cas de la sphère. On n'a représenté que le premier quadrant, car le plan contenant l'axe d'oscillation et perpendiculaire à l'axe du cylindre est un plan de symétrie de l'écoulement de base, et celui perpendiculaire à l'axe d'oscillation est un plan de symétrie de l'écoulement redressé (invariance des termes quadratiques par un changement de phase de π de l'écoulement de base). Bien que la forme exacte des lignes de courant diffère dans les deux cas, l'allure et le sens de l'écoulement sont qualitativement les mêmes ; on observe deux zones d'écoulement : l'une, au voisinage de l'obstacle, d'extension modérée devant sa taille, à l'intérieur de laquelle il existe un tourbillon

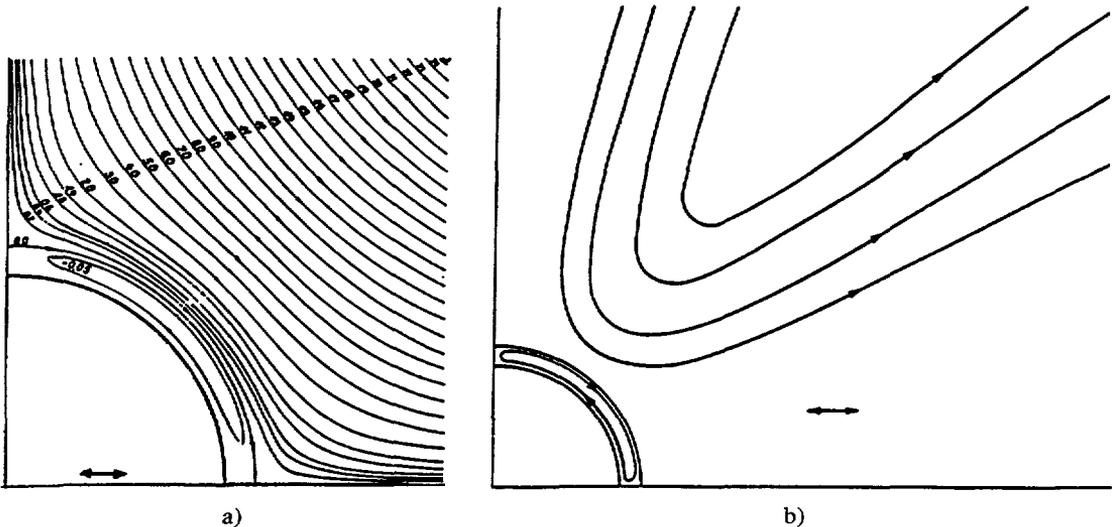


Fig. 9. — Lignes de courant de l'écoulement redressé obtenu par le calcul dans le cas d'un cylindre animé d'un mouvement oscillant (indiqué par la flèche) (Fig. a) et d'une sphère placée dans un écoulement oscillant (Fig. b). A l'extérieur d'une zone proche de l'obstacle, le fluide se dirige vers ce dernier dans la direction perpendiculaire à l'axe d'oscillation, et le fuit dans la direction de cet axe. Dans les deux cas, les calculs ont été menés dans l'hypothèse d'un paramètre de fréquence $M \gg 1$ (théorie de couche limite oscillante) et d'une valeur petite du rapport de l'amplitude A du mouvement d'oscillation au diamètre d de l'obstacle (prédominance des termes instationnaires de l'équation du mouvement $(\partial v/\partial t)$ sur les termes convectifs $(v \partial v/\partial x)$) (d'après [11], Fig. 6 et [18], Fig. 2).

[Streamlines of the steady streaming obtained by the calculation in the case of an oscillating cylinder (the direction is shown by the arrow) (Fig. a) and of a sphere set in an oscillating flow (Fig. b). Outside of this region, close to the body, the fluid moves towards it in the direction normal to the axis of oscillation, and away from it in the direction of this axis. In these two cases, the calculations are made with a high frequency number M (oscillating boundary layer theory) and a low value of the ratio of the amplitude A of the oscillating motion to the body diameter d (time-dependent term of the equation of motion $(\partial v/\partial t)$ prevailing over the convective one $(v \partial v/\partial x)$) (from [11], Fig. 6 and [18], Fig. 2).]

de recirculation du fluide. A l'extérieur de cette zone, on observe un écoulement qui fuit l'obstacle dans la direction de l'axe d'oscillation, et dirigé vers celui-ci dans la direction perpendiculaire.

Considérons à présent le champ de vitesse de l'écoulement redressé, et notons U_s (« s » pour « steady streaming », terme consacré dans la littérature) sa vitesse caractéristique. D'après l'expression 2.3, U est de l'ordre de :

$$U_s \approx \overline{U^{(2)}} \approx \frac{U_0^2}{\omega d} \approx U_0 \left(\frac{A}{d} \right). \quad (2.4)$$

A cet écoulement stationnaire est associée une zone de transition entre la vitesse U loin de l'obstacle, et la valeur zéro à la surface de celui-ci. Soit δ_s l'épaisseur caractéristique de cette « couche limite secondaire », et Re_s le nombre de Reynolds associé à l'écoulement secondaire ($Re_s = U_s d/\nu$); on a :

$$\begin{aligned} \delta_s &\approx \frac{d}{\sqrt{Re_s}}. \\ \frac{\delta_s}{d} &\approx \sqrt{\frac{\omega \nu}{U_0^2}} = \left(\frac{d}{A} \right) \frac{1}{M} \end{aligned} \quad (2.5)$$

car $U_0 \approx A\omega$. Par hypothèse, le rapport d/A est grand devant l'unité, de même que le nombre M (nous sommes dans le cas haute fréquence, c'est-à-dire $M^2 \gg 1$). Le rapport δ_s/d peut donc prendre des valeurs supérieures ou inférieures à l'unité selon les cas.

Dans le cas où $\delta_s/d \ll 1$ (c'est-à-dire $Re_s \gg 1$), on se trouve dans une situation où une théorie de couche limite est valide. On a alors deux couches limites :

- la première, oscillante, associée à l'écoulement de base et d'épaisseur $\delta_1 = \sqrt{\nu/\omega}$, soit $\delta_1/d = 1/M$,
- la seconde, stationnaire, associée à l'écoulement redressé, et d'épaisseur δ_s telle que :

$$\frac{\delta_s}{d} = \left(\frac{d}{A} \right) \frac{1}{M} \gg \frac{\delta_1}{d}$$

donc l'épaisseur bien supérieure à la précédente. On peut trouver en référence [19] (Stuart, 1966) une étude plus détaillée de cette situation.

Dans le cas où $\delta_s/d \geq 1$ (c'est-à-dire $Re_s \leq 1$), on effectue un raccordement asymptotique entre une solution valable à proximité de l'obstacle (solution interne) trouvée à partir de la résolution de l'équation de Stokes (équation linéaire sans termes d'inertie), et une solution plus loin de l'obstacle (solution externe) obtenue en utilisant l'approximation d'Oseen de l'équation de Navier-Stokes (linéarisation des termes d'inertie).

2.2.2 Analyse physique de l'écoulement redressé en haute fréquence. — Considérons un cylindre dans un fluide au repos. Déplaçons le cylindre perpendiculairement à son axe d'une distance A petite devant son diamètre d , avec une vitesse U suffisamment importante pour que le nombre de Reynolds associé à l'écoulement ainsi créé soit grand devant l'unité ($Re = Ud/\nu$). Dans ce cas, il se développe le long de la surface du cylindre une couche limite, dont l'épaisseur du côté aval du cylindre est de l'ordre de :

$$\delta \approx \sqrt{\nu \frac{d}{U}} = \frac{d}{\sqrt{Re}} \ll d.$$

Dès que le nombre de Reynolds dépasse une valeur de l'ordre de quelques unités, la couche limite décolle, et deux tourbillons contrarotatifs apparaissent juste en aval du cylindre (voir

Fig. 10). L'interprétation de l'apparition de ce contre-écoulement le long de la paroi du cylindre est bien connue [25] : au-delà des points de vitesse maximum à l'extérieur de la couche limite (points M et M' sur la Fig. 10), le fluide est décéléré et la pression augmente dans le sens de l'écoulement. Le gradient de pression correspondant résulte d'un équilibre avec la décélération des particules de fluide, soit :

$$\rho U \frac{dU}{dx} \approx - \frac{\Delta P}{\Delta x}$$

où x désigne la coordonnée dans la direction parallèle à la couche limite. Ce gradient de pression se retrouve pratiquement identique à l'intérieur de la couche limite (il ne varie en effet pas lorsqu'on se déplace perpendiculairement à la surface de l'obstacle), dans des zones où la vitesse du fluide est plus faible par suite de la présence de l'obstacle. Il peut donc être suffisant pour renverser le sens de l'écoulement des particules de fluide à l'intérieur de la couche limite. Remarquons que l'apparition de ce contre-écoulement induit une dissymétrie entre l'amont et l'aval ; un observateur à qui serait présentée une photographie instantanée de l'écoulement serait capable de déterminer le sens de l'écoulement, ce qui ne serait pas le cas si le nombre de Reynolds était inférieur à l'unité.

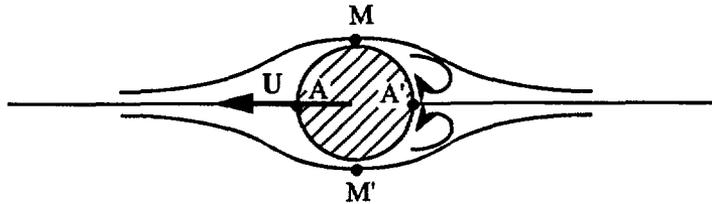


Fig. 10. — Schéma montrant les deux tourbillons apparaissant en aval d'un cylindre déplacé à la vitesse U dans un fluide. Lors du renversement du sens de la vitesse U (lors de la demi-période suivante du mouvement alternatif), deux tourbillons apparaîtront de l'autre côté du cylindre. Le résultat global sur une période sera la création de chaque côté du cylindre d'un écoulement dont le sens n'est jamais inversé. En moyenne, c'est un écoulement qui remonte le long de la surface du cylindre depuis les points de vitesse minimum de l'écoulement (points d'arrêt A et A'), vers les points de maximum de vitesse (points M et M').

[Schematic showing the two vortices created downstream of a cylinder moving at a velocity U in a fluid. On reversing of the flow (at the next half-period of the alternating motion), two vortices will appear on the other side of the cylinder. The net result over one period is the creation on each side of the cylinder of a flow never reversed. Along the surface of the cylinder, the average of this flow is directed from the points of minimum velocity (stagnation points A and A') towards the points where the velocity is maximum (points M and M').]

Déplaçons maintenant le cylindre en sens opposé au précédent : le contre-écoulement décrit ci-dessus est toujours situé du côté aval du cylindre, ce qui correspond maintenant au côté opposé au précédent (à gauche du cylindre sur la Fig. 10). Si nous continuons de cette manière le mouvement de va-et-vient du cylindre, nous voyons qu'à chaque période de ce mouvement, nous créons de chaque côté du cylindre un écoulement secondaire dont le sens ne s'inverse jamais. C'est là le mécanisme de redressement de l'écoulement alternatif de départ.

Evaluons maintenant l'ordre de grandeur de la vitesse de l'écoulement redressé. Comme nous venons de le voir, cet écoulement résulte du gradient de pression moyen à l'intérieur de la couche limite d'épaisseur δ . Soit V la vitesse moyenne de cet écoulement ; nous écrivons un

équilibre entre les forces de viscosité ($\approx \eta \Delta v \approx \eta V / \delta^2$) et la moyenne du gradient de pression $\Delta P / \Delta x$ (la moyenne temporelle du terme instationnaire $\frac{\partial U^{(1)}}{\partial t}$ est en effet nulle), soit :

$$\left\langle \frac{\Delta P}{\Delta x} \right\rangle \approx \rho \left\langle U^{(1)} \frac{dU^{(1)}}{dx} \right\rangle = \rho \frac{U_0^2}{d} = \eta \frac{V}{\delta^2}.$$

D'où :

$$V \approx \frac{\rho \delta^2 U_0^2}{\eta d} = \frac{U_0^2}{\omega d}.$$

Nous retrouvons la forme obtenue par le calcul au paragraphe 2.2.1. Nous comprenons ainsi d'où vient le fait que la viscosité n'intervienne finalement pas dans l'expression de la vitesse de l'écoulement redressé ; en effet, à l'intérieur de la couche limite, on a l'écoulement d'un fluide visqueux induit par un gradient de pression. On s'attend donc à une vitesse correspondante qui soit inversement proportionnelle à la viscosité (écoulement du type écoulement de Poiseuille). Mais la largeur δ du canal dans lequel se fait l'écoulement (épaisseur de la couche limite) est elle-même dépendante de la viscosité, de telle sorte que le rapport δ^2 / η soit indépendant de η . Autrement dit, plus la viscosité du fluide est grande, plus l'écoulement forcé par le gradient de pression se fait dans un canal de grande taille.

2.2.3 Cas des écoulements basse fréquence. — Les études correspondant à ce cas sont beaucoup moins nombreuses que pour le cas haute fréquence. On peut citer essentiellement les travaux de Andres et Ingard (1953) [26] et Riley (1966) [18]. Comme nous l'avons dit au paragraphe précédent, le principe consiste à calculer les corrections inertielles à apporter à l'écoulement de base par un développement perturbatif par rapport au paramètre Re (le nombre de Reynolds), qui, dans le cas présent, est petit devant l'unité. Les premiers auteurs cités ci-dessus ont mené leur étude dans le cas d'un cylindre, en supposant simplement que le nombre de Reynolds associé à l'écoulement de base était petit devant l'unité ($Re = \omega A d / \nu$), sans imposer de conditions sur le nombre $M^2 = \omega d^2 / \nu$; or, la condition $Re \ll 1$ n'est pas suffisante pour s'assurer que l'on se trouve dans le régime basse fréquence ($M^2 \ll 1$) ; en effet, on peut écrire :

$$M^2 = Re \frac{d}{A}.$$

Le paramètre d/A étant, par hypothèse, plus grand que l'unité, le produit ci-dessus n'est pas nécessairement plus petit que l'unité. Le second auteur cité [18] a repris cette étude dans le cas d'une sphère, en prenant comme hypothèses de départ à la fois $A/d \ll 1$ et $M^2 \ll 1$. Ces deux conditions entraînent nécessairement que le nombre de Reynolds Re est petit devant l'unité. Cette propriété permet de considérer les termes d'inertie non linéaires comme des termes correctifs de l'équation de base linéaire (valable à $Re = 0$) et de chercher une solution perturbée ψ pour la fonction de courant de l'écoulement de base sous la forme :

$$\psi = \psi_0 + Re \psi_1.$$

L'auteur fait cependant remarquer que la solution ainsi obtenue n'est pas valide loin de la sphère, à des distances supérieures (en ordre de grandeur) à $d/M = \sqrt{\nu/\omega} \gg d$. En effet, à ces distances, les termes non linéaires ne sont plus négligeables. En introduisant de nouvelles variables renormalisées par M ($r' = Mr$ et $\Psi = M^2 \psi$) dans cette région « externe », et selon une démarche analogue à celle utilisée dans le cas de l'écoulement stationnaire à petit nombre de Reynolds autour d'une sphère, l'auteur trouve la solution Ψ_1 valable dans cette région. Le

raccordement asymptotique des deux solutions obtenues, interne (ψ_1) et externe (Ψ_1) permet de déterminer complètement l'expression des solutions.

L'ordre de grandeur de la vitesse caractéristique U_s de l'écoulement redressé est dans ce cas :

$$U_s \approx U_0 \text{Re} = \frac{U_0^2 d}{\nu} = U_0 \left(\frac{A}{d} \right) M^2 \quad (2.6)$$

U_s est donc inférieure d'un ordre de M^2 à la valeur qu'elle a dans le cas haute fréquence (expression 2.4).

L'allure de la partie stationnaire de l'écoulement obtenu est présentée sur la figure 11. On peut remarquer que la forme des lignes de courant est sensiblement la même que pour la zone externe de l'écoulement calculé dans le cas haute fréquence (voir Fig. 9b), mais que le sens de l'écoulement est *inversé* par rapport à ce cas : l'écoulement est dirigé vers la sphère dans la direction de l'axe d'oscillation, et fuit celle-ci dans le plan perpendiculaire à cet axe. Nous avons effectivement observé une inversion globale du sens de l'écoulement en passant du régime des hautes fréquences à celui des basses fréquences dans la première des expériences sur les écoulements redressés que nous décrivons maintenant.

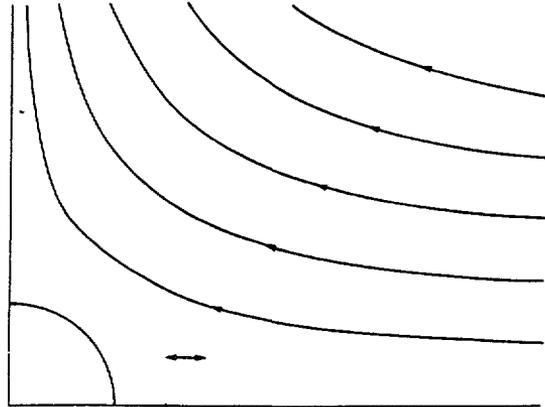


Fig. 11. — Lignes de courant de l'écoulement redressé obtenu par le calcul dans le cas d'une sphère placée dans un écoulement oscillant, dont la direction est indiquée par la flèche. Le fluide se dirige vers la sphère dans la direction de l'axe d'oscillation, et la fuit dans la direction perpendiculaire à cet axe. Les calculs ont été menés dans l'hypothèse d'un petit paramètre de fréquence M et d'un petit nombre de Reynolds (d'après [18], Fig. 1).

[Streamlines of the calculated steady streaming for a sphere in an alternating flow, whose direction is shown by the arrow. Fluid moves towards the sphere in the direction of the axis of oscillation, and away from it in a direction perpendicular to this axis. Calculations have been made using a low frequency number M and a low Reynolds number (from [18], Fig. 1).]

3. Résultats expérimentaux.

3.1 ÉCOULEMENT REDRESSÉ AUTOUR D'UNE SPHÈRE. — Nous avons mis en place une expérience simple permettant de mettre en évidence l'écoulement redressé autour d'une sphère. Le matériel utilisé n'est pas trop considérable, de telle sorte que l'expérience peut éventuellement être transportée pour illustrer un exposé [27]. Le système expérimental utilisé est représenté sur la figure 12 ; il est constitué d'un vibreur électromagnétique, alimenté par un

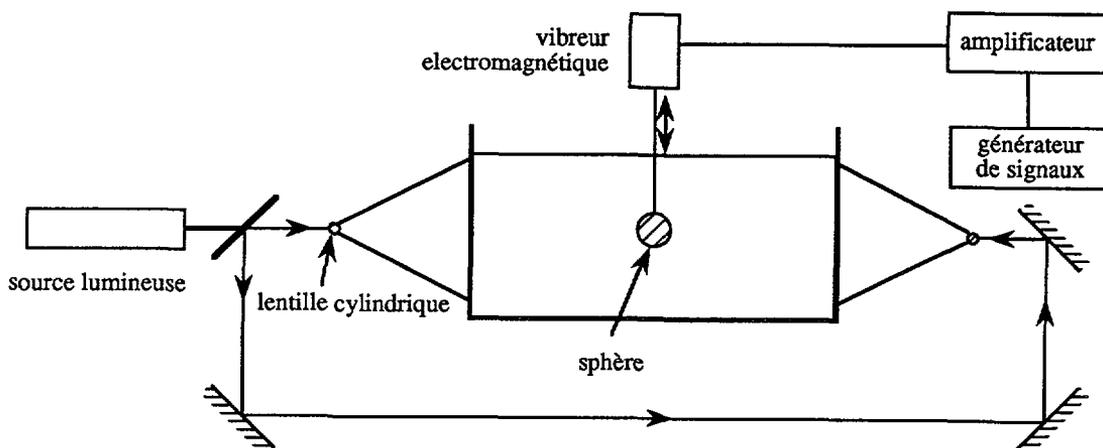


Fig. 12. — Schéma du dispositif expérimental d'oscillation d'une sphère dans un fluide visqueux. Diamètre de la sphère $d = 12$ mm. Le fluide est un mélange de glycérol et d'eau (10 % d'eau en masse) ; viscosité $\eta = 2,7$ poises, densité $\rho = 1,23$ g/cm³. Les fréquences utilisées vont de quelques hertz à environ 100 Hz, et l'amplitude du déplacement de la sphère peut atteindre 1 mm.

[Schematic of the experimental set-up for the oscillation of a sphere in a viscous fluid. Sphere diameter $d = 12$ mm. The fluid is a mixture of glycerol and water (10 % water by weight) ; viscosity $\eta = 2.7$ poises, density $\rho = 1.23$ g/cm³. The frequencies used are from a few hertz up to about 100 Hz ; the amplitude of displacement of the sphere is up to 1 mm.]

générateur de signaux basse fréquence par l'intermédiaire d'un amplificateur de puissance. Une sphère de 12 mm de diamètre est fixée au vibreur par l'intermédiaire d'une tige fine et rigide. La sphère est plongée dans du glycérol à 10 % d'eau en masse (viscosité dynamique de l'ordre de 2,7 poises — 270 fois celle de l'eau — densité 1,23 g/cm³ ; le glycérol pur est déconseillé, car sa viscosité diminue très rapidement avec les traces d'eau qu'il absorbe toujours). Des microsphères de verre (diamètre de l'ordre de 50 μ m) sont ajoutées au glycérol afin de visualiser les lignes d'écoulement [28] : le récipient est éclairé sur deux côtés par un plan de lumière formé à l'aide d'une lentille cylindrique (un bâtonnet de verre, du genre agitateur peut convenir) placée devant une source de lumière (nous avons utilisé un laser Argon de quelques dizaines de milliwatts, mais on peut également employer une lampe à incandescence de bonne puissance et diaphragmer le faisceau pour réduire son diamètre avant traversée de la lentille cylindrique). La fréquence du mouvement de déplacement de la sphère, et donc celle de l'écoulement du fluide, est suffisamment importante pour que l'œil n'ait pas le temps de suivre l'écoulement alternatif ; de cette manière, on ne voit que la partie stationnaire de l'écoulement induit, qui correspond à l'écoulement redressé. Afin de matérialiser les trajectoires de l'écoulement redressé, des photographies sont prises avec un long temps de pose (de quelques à plusieurs secondes), et l'intensité du faisceau de lumière est modulée à la fréquence du mouvement d'oscillation par des impulsions de largeur modérée devant la période du mouvement. On s'affranchit ainsi du mouvement d'oscillation appliqué (notons que l'extinction du faisceau du laser ne peut être complètement obtenue ; ceci entraîne la présence sur les photographies d'une image atténuée de la sphère sur le reste de la période du mouvement ; cette image permet d'avoir la matérialisation de l'amplitude du mouvement de la sphère).

La photographie de la figure 13a montre l'expérience durant l'application du mouvement d'oscillation à la sphère, qui se fait dans la direction verticale (on peut voir sur la photographie

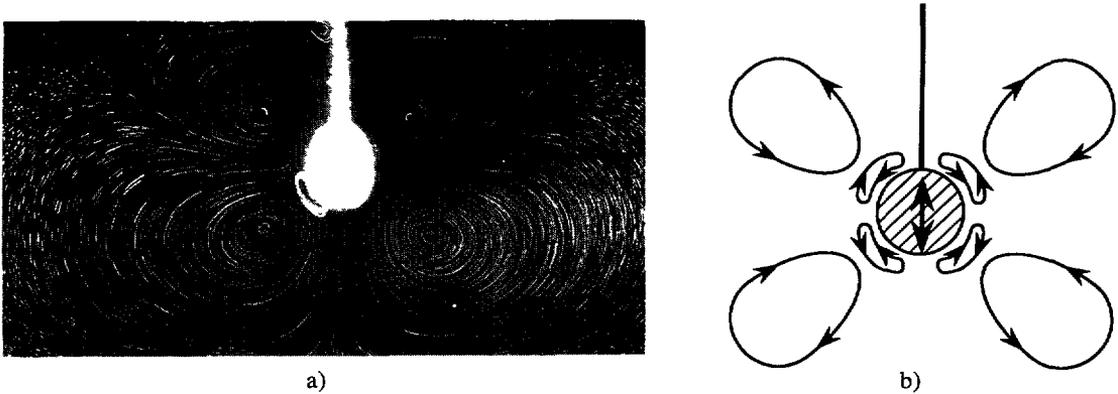


Fig. 13. — a) Lignes de courant de l'écoulement stationnaire autour d'une sphère oscillant verticalement dans un fluide visqueux. La fréquence est ici de 50 Hz, et l'amplitude du déplacement de 0,6 mm ; les autres paramètres expérimentaux sont ceux de la figure 12. Le paramètre de fréquence M vaut alors 14. b) Schéma montrant le sens de l'écoulement redressé de la photo a) : loin de la sphère, le fluide s'approche de celle-ci dans la direction perpendiculaire à l'axe d'oscillation, et la fuit dans la direction de cet axe (le rebouclage de l'écoulement sous la forme de tourbillons est dû aux conditions aux limites sur les bords de la cuve, à rapprocher de ce qu'on observe sur la Fig. 7). Au voisinage de la sphère, on observe une recirculation du fluide sous la forme de deux tourbillons toroïdaux d'axe parallèle à la direction d'oscillation.

[a) Streamlines of the steady flow around a vertically oscillating sphere in a viscous fluid. The frequency is 50 Hz and the amplitude of displacement of the sphere is 0.6 mm ; other parameters are the same as for figure 12. The frequency number is 14. b) Schematic of the direction of the steady streaming of photo a) : away from the sphere, fluid is directed towards it in the direction perpendicular to the axis of oscillation, and away from it in the direction of this axis (the close-up of the vortex flow is due to the conditions at the tank boundary, and similar to the situation in the Fig. 7). Close to the sphere, one observes a region where the fluid is recirculating by two toroidal vortices with an axis which is parallel to the direction of oscillation.]

la tige métallique fine qui relie la sphère au vibreur). La fréquence est de 50 Hz et l'amplitude du déplacement de la sphère d'environ 0,6 mm. Avec ces valeurs, le paramètre M introduit au paragraphe précédent vaut 14 et le rapport de l'amplitude de déplacement A au diamètre d de la sphère vaut environ $\varepsilon \approx 0,15$. On se trouve donc les hypothèses des calculs menés dans le régime des hautes fréquences (paragraphe 2.2.1). Suffisamment loin de la sphère, on observe un écoulement stationnaire dont le sens est indiqué sur le schéma de la figure 13b : le fluide fuit la sphère dans la direction de l'axe d'oscillation, et se dirige vers celle-ci dans le plan perpendiculaire à cet axe, en accord avec la forme de l'écoulement calculé dans ces conditions (voir Fig. 9b) (le rebouclage de l'écoulement sous la forme de tourbillons est dû aux conditions aux limites sur les bords de la cuve ; cette caractéristique est à rapprocher de ce qu'on observe sur la Fig. 7). Au voisinage de la sphère, on observe une région dans laquelle le fluide est animé d'un mouvement plus rapide que dans la zone externe. Dans cette région, l'écoulement se présente sous la forme de deux tourbillons toroïdaux dans lesquels le fluide se rapproche de la sphère dans la direction de l'axe d'oscillation (vertical sur la figure), longe la surface de celle-ci, puis s'en écarte au niveau du plan perpendiculaire à cet axe. Cette zone correspond à la région « interne » de l'écoulement redressé qu'on peut voir au voisinage de l'obstacle sur les

figures 6a et 6b. Comme nous l'avons vu au paragraphe 2.2.1, cette région correspond à la couche limite associée à l'écoulement redressé ; son épaisseur δ_s s'écrit (formule (2.5)) :

$$\frac{\delta_s}{d} = \left(\frac{d}{A} \right) \frac{1}{M}.$$

Avec les valeurs des paramètres expérimentaux de la figure 13, elle vaut $\delta_s \approx 0,5 d$, en accord avec l'ordre de grandeur observé expérimentalement. Précisons cependant que des mesures préliminaires ont montré une décroissance de l'épaisseur δ_s avec l'amplitude A de la vitesse plus lente qu'en $1/A$. Nous n'avons pas réalisé de mesures systématiques de la vitesse de l'écoulement redressé, mais en avons évalué un ordre de grandeur en suivant à l'œil les particules diffusantes. On trouve des vitesses de l'ordre de quelques centimètres par seconde, à rapprocher de la valeur calculée à partir de la relation (2.4) obtenue au paragraphe 2.2.1 : $U_s \approx U_0^2/\omega d \approx 10$ cm/s.

On peut voir sur la figure 14a la situation obtenue à plus basse fréquence (7 Hz), pour une même valeur des autres paramètres, en particulier de l'amplitude A du déplacement de la sphère, donc du paramètre $\varepsilon = A/d$. Dans ce cas, le fluide se dirige vers la sphère dans la direction de l'axe d'oscillation, et fuit celle-ci dans le plan perpendiculaire à cet axe, dans tout le volume de l'écoulement (Fig. 14b), en accord avec l'allure de l'écoulement calculé dans le cas des basses fréquences (Fig. 11). Avec la valeur des paramètres utilisés, le nombre M vaut ici 5. Pour examiner le passage du régime des hautes fréquences à celui des basses fréquences, nous avons fait des séries d'observations en augmentant la fréquence entre ces deux valeurs. Nous avons observé une évolution de l'écoulement se traduisant par une diminution progressive de la taille des tourbillons présents dans le régime des basses fréquences (Fig. 15a) ; ces tourbillons se localisent de plus en plus près de la sphère (Figs. 15b, c et d),



Fig. 14. — a) Lignes de courant de l'écoulement stationnaire autour d'une sphère oscillant verticalement dans un fluide visqueux. La fréquence est ici de 7 Hz, et l'amplitude du déplacement de 0,6 mm ; les autres paramètres expérimentaux sont ceux de la figure 12. Le paramètre de fréquence M vaut alors 5. b) Schéma montrant le sens de l'écoulement redressé de la photo a) : sur une extension grande devant la taille de la sphère, le fluide s'approche de celle-ci dans la direction de l'axe d'oscillation, et la fuit dans la direction perpendiculaire à cet axe.

[a) Streamlines of the steady flow around a vertically oscillating sphere in a viscous fluid. The frequency is 7 Hz and the amplitude of displacement of the sphere is 0.6 mm ; other parameters are the same as for figure 12. The frequency number is 14. b) Schematic of the direction of the steady streaming of photo a) : over a large region, in comparison to the sphere size, the fluid flows towards the sphere in the direction of oscillation, and away from it in the direction perpendicular to this axis.]

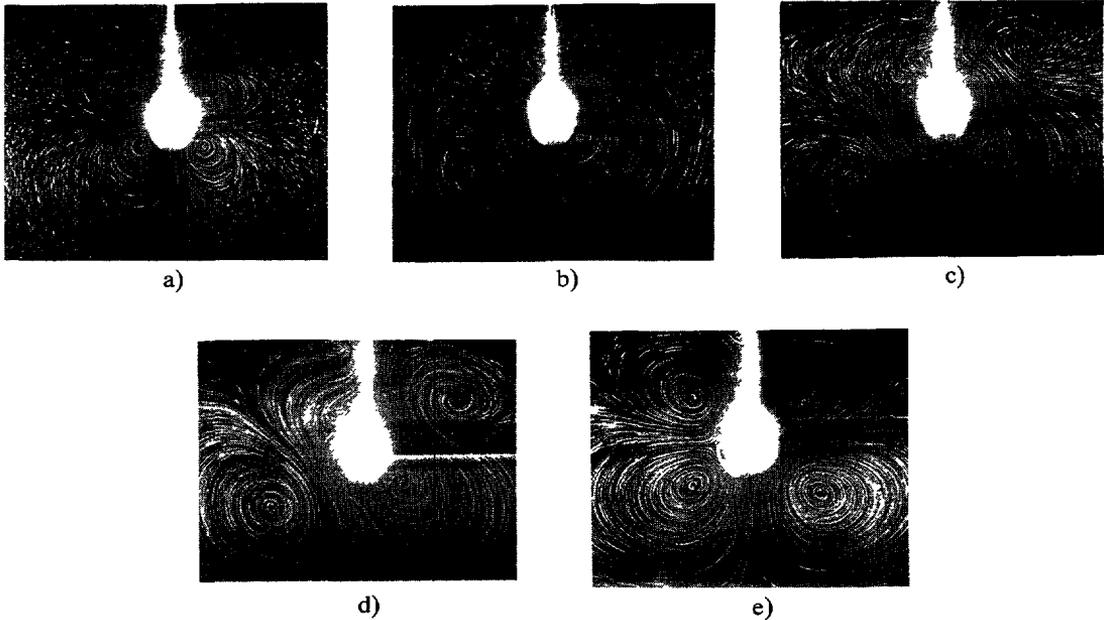


Fig. 15. — Evolution de l'écoulement redressé autour d'une sphère en oscillation verticale dans un fluide visqueux lorsqu'on augmente la fréquence du mouvement. Les paramètres expérimentaux sont ceux de la figure 12 et la fréquence vaut successivement a) : 7 Hz, b) : 17 Hz, c) : 20 Hz, d) : 30 Hz, e) : 50 Hz. On observe une diminution progressive de la taille des tourbillons correspondant au régime des basses fréquences. Ceux-ci sont localisés de plus en plus près de la sphère, pour constituer finalement la zone interne de l'écoulement dans le régime des hautes fréquences (les photographies a) et e) sont identiques à celles des Figs. 14a et 13a respectivement).

[Change of the steady streaming around a vertically oscillating sphere in a viscous fluid by increasing the frequency of the motion. The experimental parameters are those of figure 12 and the frequency is successively a) : 7 Hz, b) : 17 Hz, c) : 20 Hz, d) : 30 Hz, e) : 50 Hz. One observes a progressive decrease in the size of the vortices corresponding to the low-frequency regime. They are localised closer and closer to the sphere to form finally the inner flow region of the high-frequency regime (photos a) and e) are the same as Figs. 14a and 13a respectively).]

pour correspondre finalement à la zone « interne » de l'écoulement observé dans le régime des hautes fréquences (Fig. 15e). Ceci est en accord avec l'interprétation de la zone interne comme la région dans laquelle la vorticité associée à l'écoulement redressé diffuse à partir de la surface de la sphère ; l'épaisseur de cette zone est de l'ordre de $\delta_s \approx d(1/M)(d/A)$ (relation ci-dessus et (2.5)). Notons que Andres *et al.* [26] ont rassemblé, à partir de leurs propres mesures et de celles de Andrade [10], des valeurs expérimentales du nombre de Reynolds auquel se produit ce qu'ils appellent la « transition » entre le régime des basses fréquences et celui des hautes fréquences. Ils trouvent un changement de régime qui correspond à une valeur de M ($M = \sqrt{(d/A)} Re$) de l'ordre de 10 comprise dans le domaine $5 < M < 14$ que nous avons encadré dans nos expériences. Mais rappelons que nous n'avons pas observé de transition nette entre les deux régimes, mais plutôt un passage progressif d'un type d'écoulement à l'autre.

3.2 ÉCOULEMENT REDRESSÉ DANS UN TUYAU SONORE. — Nous décrivons maintenant l'expérience classique du « tube de Kundt ». Il s'agit de la formation d'une onde stationnaire à l'intérieur d'un tuyau cylindrique. Le dispositif expérimental que nous avons utilisé est montré

sur la figure 16 : un haut-parleur, alimenté par un générateur de signaux basse fréquence et un amplificateur de puissance, est disposé à l'extrémité d'un tube cylindrique en verre (diamètre $D = 26$ mm, longueur $L = 74$ cm). L'autre extrémité du tube est fermée par un bouchon de liège dans lequel on peut glisser un capteur de pression afin de mesurer l'amplitude de l'onde acoustique. Une poudre légère (nous avons utilisé des sphères creuses de céramique, de densité $0,65$ g/cm³ et de diamètre environ 110 μ m⁽³⁾) est disposée en quantité modérée dans le tube placé horizontalement⁽⁴⁾.

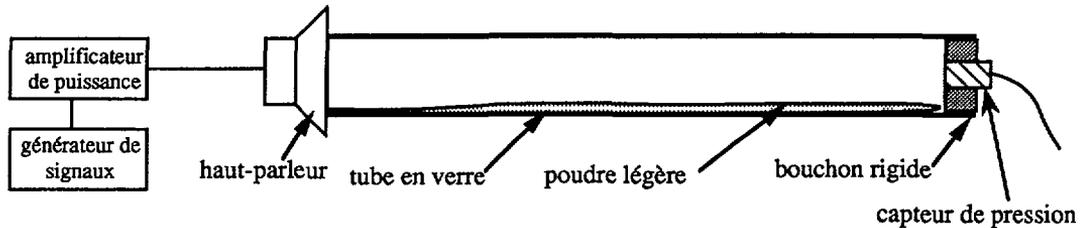


Fig. 16. — Schéma du dispositif expérimental utilisé pour étudier le comportement de poudres dans un tuyau sonore en présence d'une onde stationnaire. Le tube a une longueur de 74 cm, un diamètre de 26 mm. Une petite quantité d'une poudre légère est disposée au fond (lycopode, liège, ou sphères creuses).

[Schematic of the experimental set-up used to study the behaviour of powder in a sounding tube with a standing wave. The tube is 74 cm long, and has a diameter of 26 mm. A small quantity of a light powder is set in the tube (lycopodium, cork filings or hollow spheres).]

L'expérience est réalisée de la manière suivante : la fréquence du générateur est augmentée progressivement à partir d'une valeur évaluée pour le fondamental de la colonne d'air ; la fréquence f_0 correspondante s'écrit :

$$f_0 = \frac{V}{2L}$$

où $V \approx 346$ m/s est la vitesse du son dans l'air à 25 °C, ce qui donne $f_0 \approx 234$ Hz. On observe alors, pour certaines valeurs de la fréquence, la formation de stries perpendiculaires à l'axe du tube dans des zones de poudre régulièrement espacées le long du tube. Si on augmente l'amplitude de l'onde acoustique, en tapotant légèrement le tube, on obtient un rassemblement de la poudre en paquets régulièrement disposés le long du tube. La figure 17 montre la situation obtenue pour $f_9 = 2,12$ kHz (9^e harmonique du tube). La longueur d'onde correspondante vaut $\lambda_9 = V/f_9 = 0,16$ m. Les paquets de poudre sont espacés d'une demi-longueur d'onde et situés aux nœuds d'amplitude de l'onde stationnaire. Les stries se forment quant à elles au

(3) On peut également utiliser de la poudre de liège assez fine, ou de lycopode (poudre formée par les microspores de la plante « pied de loup » — densité environ $0,6$ g/cm³ et taille de l'ordre de 20 à 30 μ m).

(4) Notons que le dispositif originel utilisé par Kundt était constitué de deux tubes : un premier tube en verre, appelé « tube sonore », est excité en vibrations longitudinales par frottement ; un second tube, appelé « tube à ondes », de diamètre plus grand est fermé à une extrémité par un bouchon dont la position peut être modifiée pour changer la longueur de ce tube. A l'autre extrémité, est disposé un bouchon fixe, à travers lequel passe le premier tube excitateur. Par déplacement du tube excitateur à travers le bouchon fixe, il est possible de le faire vibrer suivant différents modes et donc de faire varier — discontinûment — la fréquence d'excitation. Par déplacement du bouchon situé à l'autre extrémité du tube à ondes, la longueur de ce dernier est ajustée afin de réaliser la condition d'ondes stationnaires.

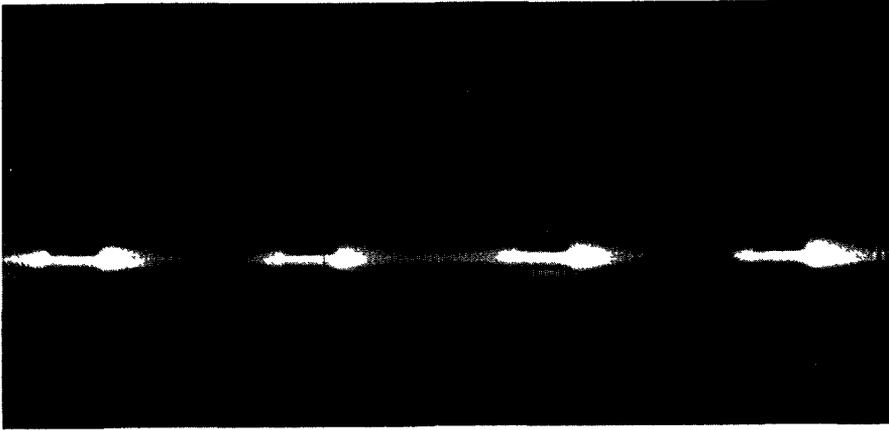


Fig. 17. — Formation de paquets de poudre et de stries dans un tuyau sonore en présence d'une onde stationnaire. La poudre se rassemble vers les nœuds d'amplitude de l'onde stationnaire, et les stries se forment au voisinage des ventres (poudre de lycopode ; fréquence : 2,12 kHz ; le tube a été tapoté durant l'expérience afin de favoriser la migration de la poudre).

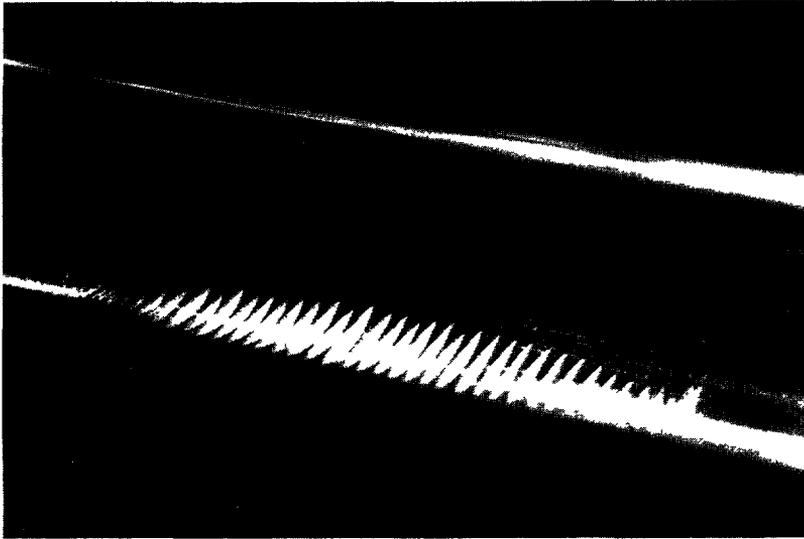
[Powder accumulation and streak formation in a sounding tube with a standing wave. The powder collects at the nodes of the standing wave, and the streaks are formed around the loops (powder is lycopodium ; frequency : 2.12 kHz ; the tube was gently shaken to help the motion of the powder while the standing wave was in place).]

niveau des ventres de l'onde stationnaire. Si on compare la longueur d'onde à la longueur du tube, on voit que la situation de la figure 17 correspond à la présence de 8 nœuds de vitesse vibratoire à l'intérieur du tube (neuf demi-longueurs d'onde sur la longueur du tube). La migration de la poudre des ventres vers les nœuds est due à un écoulement secondaire induit par l'écoulement oscillant de base dû à l'onde acoustique et la présence de la paroi du tube. Cet écoulement secondaire (écoulement redressé) est à une fréquence double de celle de l'écoulement de base, dont la moyenne temporelle correspond à un écoulement permanent. Le paramètre M^2 vaut ici :

$$M^2 = \left(\frac{(\lambda/4)}{\delta} \right)^2 = \frac{\omega (\lambda/4)^2}{\nu}$$

où λ est la longueur d'onde (qui représente l'échelle spatiale des variations de la vitesse de l'écoulement de base dans le cas présent d'une onde acoustique le long d'une paroi plane) et $\delta = \sqrt{\nu/\omega}$, l'épaisseur de la couche limite oscillante. Avec $f = \omega/2\pi \approx 500$ Hz, on a $\lambda/4 \approx 4$ cm et $\delta \approx 0,04$ mm. Le paramètre M^2 est donc de l'ordre de 10^6 . Nous nous trouvons donc dans le cas des hautes fréquences. Nous avons donné au paragraphe 2.2.1 la forme générale de l'écoulement redressé correspondant à ce régime (Eq. (2.3)) : juste à l'extérieur de la couche limite oscillante, la composante de vitesse parallèle à celle-ci est dirigée depuis les zones de maximum de vitesse de l'écoulement de base vers les zones de vitesse nulle. Dans le cas présent, ceci correspond à un écoulement au voisinage de la paroi du tube dirigé des ventres de vitesse de l'écoulement de base (écoulement associé à l'onde stationnaire à l'intérieur du tube) vers les nœuds de vitesse. On peut trouver le calcul détaillé fait par Rayleigh dans cette géométrie dans la référence [5]. L'allure de l'écoulement obtenu est représenté sur la figure 2. Le fait que la poudre soit légère permet de considérer qu'elle suit la vitesse de l'écoulement redressé. En fait, des auteurs [10] ont utilisé des fumées, constituées de particules encore plus

légères (cas de la Fig. 4), mais le point sur lequel nous portons notre intérêt était l'écoulement redressé induit par la présence de particules pouvant constituer des obstacles à l'écoulement. C'est le résultat de ces observations que nous présentons maintenant. Si, dans l'expérience précédente, nous augmentons l'amplitude de l'onde acoustique, nous voyons apparaître des stries régulières perpendiculaires à l'axe du tube, au niveau des ventres d'amplitude de l'onde acoustique. Avec une amplitude de l'onde encore plus grande, les particules s'élèvent en fines parois perpendiculaires à l'axe du tube (Fig. 18a). L'épaisseur des parois n'est qu'une taille de particule (Fig. 18b), et leur espacement comme leur hauteur diminuent lorsqu'on s'écarte du maximum d'amplitude de l'onde stationnaire. L'explication de ce phénomène fût donnée à l'époque par König [7]. Nous la présentons en la reformulant en termes d'écoulement redressé. Considérons deux particules sphériques assez proches l'une de l'autre. Sous l'effet de l'écoulement alternatif dû à l'onde acoustique, un écoulement redressé est créé autour de chacune des particules, écoulement dont l'allure est donnée sur la figure 19a ; il correspond à un mouvement du fluide des zones de forte vitesse de l'écoulement de base vers celles de faible vitesse (nous sommes en effet dans le cas d'un écoulement haute fréquence, car le paramètre $M^2 = \omega d^2/\nu$ vaut déjà environ 100 pour une fréquence de 300 Hz et une taille d des particules de l'ordre 1 mm). Le point essentiel dans ce cas est que les particules ne peuvent suivre l'écoulement oscillant de base et constituent de ce fait un obstacle pour cet écoulement. Sous l'effet de l'écoulement redressé, les sphères sont attirées l'une vers l'autre dans le cas où la ligne de leur centre est perpendiculaire à la direction de l'écoulement oscillant (Fig. 19b), et repoussées l'une de l'autre dans le cas où les particules sont alignées dans la direction de l'écoulement oscillant (Fig. 19c). L'hypothèse implicite dans l'argument précédent est que la présence de la seconde particule ne perturbe pas trop l'écoulement redressé induit par la première, en considérant la seconde particule comme un marqueur suivant l'écoulement redressé induit par la première particule. Cette démarche semble raisonnable si les deux particules ne sont pas trop proches l'une de l'autre. Dans le cas contraire, on peut encore trouver le résultat de l'influence mutuelle des deux particules par un raisonnement semiquantitatif, présenté par König [7] et rapporté par Rayleigh [8]. La notion d'écoulement redressé n'est pas explicitement mentionnée, mais le mécanisme physique est le même : dans le cas où les deux particules sont assez proches l'une de l'autre dans la configuration de la figure 19b, la vitesse de l'écoulement oscillant est plus importante entre les deux particules, par suite de la plus forte vitesse du fluide dans cet étranglement. La pression sur la face d'une des sphères en regard de la seconde est donc plus faible que sur la face diamétralement opposée (nous sommes en effet dans le régime haute fréquence pour lequel, à l'extérieur de la couche limite oscillante dont l'épaisseur est très faible devant la taille des particules — relation 2.2, la répartition de pression est donnée à partir de la répartition de vitesse par l'équation de Bernoulli). Cette différence de pression est quadratique par rapport à la vitesse de l'écoulement oscillant. Il en résulte une attraction moyenne entre les deux sphères. Dans le cas de la figure 19c, la vitesse du fluide est plus faible entre les deux sphères que dans la partie diamétralement opposée (effet de sillage entre les deux sphères) ; pour les mêmes raisons que précédemment, ceci entraîne une pression moyenne plus grande entre les deux sphères, et donc une répulsion moyenne. Une étude théorique de l'interaction entre deux sphères placées dans un écoulement oscillant a été faite [29]. Les auteurs calculent le champ de vitesse de l'écoulement redressé, ainsi que la force moyenne exercée sur les particules par le fluide. Ils trouvent une répulsion entre les deux sphères dans le cas où la ligne des centres des sphères est perpendiculaire à la direction d'oscillation du fluide (cas de la Fig. 19b), et une attraction dans le cas où la ligne des centres est parallèle (cas de la Fig. 19c). Ces résultats sont surprenants, car ils semblent faire apparaître une contradiction avec l'analyse physique de Rayleigh que nous avons présentée et qui apparaît solide. Nous menons actuellement des expériences du type de celle que nous



a)



b)

Fig. 18. — a) Elévation des particules de poudre en fines parois transversales dans un tuyau sonore en présence d'une onde stationnaire. L'élévation est maximum au niveau des ventres de vibration. Fréquence de l'onde : 1,88 kHz, poudre de liège tamisée à 40 μm . b) Vue de dessus des parois décrites sur la figure a). Mêmes conditions expérimentales, excepté la poudre constituée ici de sphères de céramique (densité 0,65 g/cm^3 , diamètre 325-400 μm). On peut remarquer que l'épaisseur des parois correspond à un seul diamètre de particule.

[a) Aggregation of particles of powder in thin transverse laminae in a sounding tube with a standing wave ; The aggregation is maximum at the loops. Wave frequency is 1.88 kHz ; the powder is cork filling sieved around 40 μm . b) Top view of the laminae showed in figure a). The experimental conditions are the same, except that the powder here is composed of hollow spheres (density 0.65 g/cm^3 , diameter 325-400 μm). Note that the thickness of the laminae is not more than one particle diameter.]

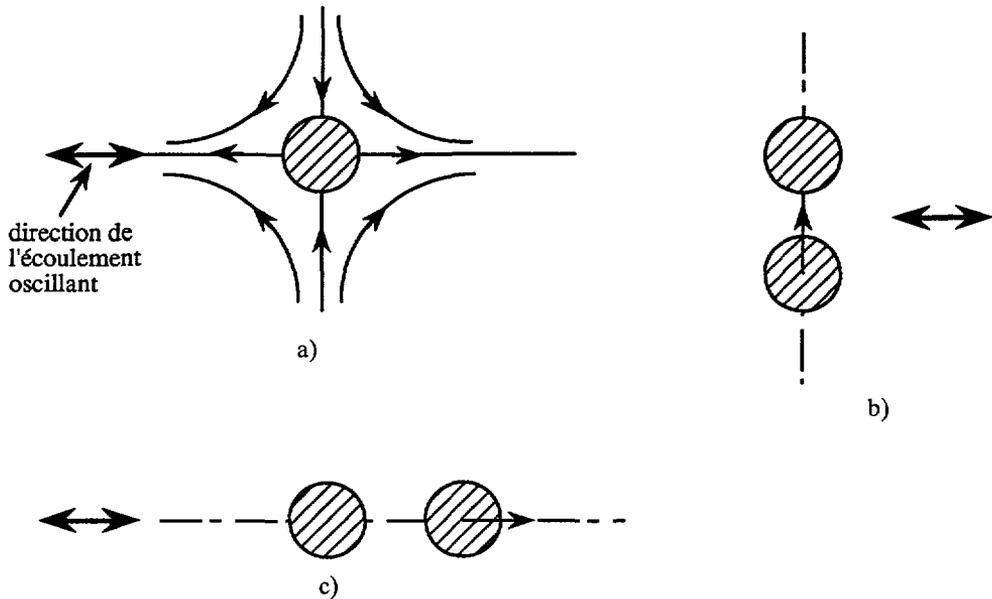


Fig. 19. — a) Allure de l'écoulement redressé autour d'une sphère placée dans un écoulement oscillant dans le cas des hautes fréquences (grande valeur du paramètre de fréquence $M = d \sqrt{\omega/\nu}$). Comportement d'une seconde sphère « test » sous l'effet de cet écoulement : b) cas où la ligne des centres des deux sphères est perpendiculaire à la direction de l'écoulement oscillant (attraction de la sphère test) ; c) cas où la ligne des centres est parallèle à la direction de l'écoulement oscillant (répulsion de la sphère test).

[a] Shape of the steady streaming around a sphere in an oscillating flow in the high-frequency regime (large value of the frequency parameter $M = d \sqrt{\omega/\nu}$). Behaviour of a second tracing sphere in this flow : b) case where the line of the sphere centers is perpendicular to the oscillating flow direction (attraction of the tracing sphere by the other) ; c) case where the line of the sphere centers is parallel to the oscillating flow direction (repulsion of the tracing sphere).]

avons présentée au paragraphe 3.1 afin d'étudier la forme de l'écoulement redressé autour de deux sphères en oscillation.

L'apparition des parois dans cette expérience du tube de Kundt étant due à l'écoulement oscillant créé par l'onde acoustique, on conçoit que celles-ci soient observées dans la région des ventres d'amplitude de l'onde stationnaire. Nous n'avons pas fait de mesures systématiques de la distance entre ces parois ; nous avons cependant noté qu'elle augmente par sauts quand on augmente l'amplitude de l'onde acoustique, par un mécanisme de regroupement progressif de parois voisines. D'après l'interprétation que nous en avons donnée, cette distance doit être mesurée à partir de la taille des particules (c'est elle qui donne l'échelle spatiale des variations de la vitesse de l'écoulement redressé).

Ainsi, nous avons vu que, aussi bien le rassemblement régulier d'une poudre légère à l'intérieur du tube de Kundt, que l'apparition de stries et de parois transversales au voisinage des ventres de l'onde acoustique, peuvent s'interpréter à partir d'écoulements redressés.

3.3 STRUCTURATION D'UNE SUSPENSION EN CISAILLEMENT OSCILLANT. — Nous présentons dans cette troisième partie des résultats expérimentaux sur des mises en structure de particules sphériques dans une suspension soumise à un écoulement de cisaillement alternatif. Une description détaillée de ces expériences est donnée dans la référence [2], et nous rappellerons simplement ici les résultats essentiels.

La suspension est constituée de sphères de verre (diamètre $d = 45 \mu\text{m}$, densité $2,5 \text{ g/cm}^3$), dans un fluide de forte viscosité (huile silicone, viscosité $\eta = 50 \text{ Po}$, densité $0,97 \text{ g/cm}^3$) pour limiter les effets de la sédimentation. Elle est soumise à un écoulement de Couette plan alternatif entre deux disques parallèles en verre (Fig. 20), ce qui permet une observation de l'échantillon en microscopie optique. La distance D entre les deux disques est de quelques centaines de micromètres, ce qui correspond à quelques diamètres de particules. Les fréquences utilisées sont autour de 200 Hz , et l'amplitude X_0 du déplacement du disque mobile peut atteindre quelques dizaines de micromètres (du même ordre que le diamètre des particules). Les amplitudes $\dot{\gamma}_0 = X_0 \omega / D$ des taux de cisaillement alternatifs correspondant à ces différentes valeurs sont de l'ordre de 100 s^{-1}

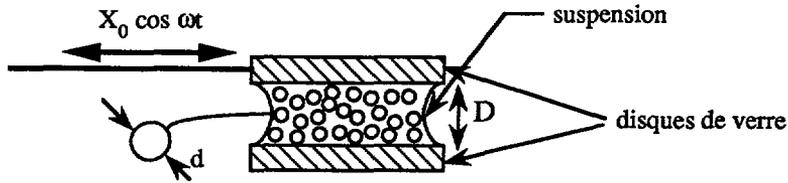


Fig. 20. — Schéma de l'expérience de cisaillement alternatif d'une suspension. Celle-ci est placée entre deux disques en verre, l'un des deux étant animé d'un mouvement d'oscillation parallèlement à son plan.

[Schematic of the alternatively sheared suspension experiment. The suspension is placed between two glass plates, one of which oscillates parallel to its plane.]

On peut voir sur la figure 21 la structure de la suspension obtenue dans les conditions ci-dessus quelques minutes après l'application du cisaillement alternatif. Deux remarques sont à faire : la première est que le temps caractéristique τ de formation de la structure est de plusieurs ordres de grandeur supérieur au temps caractéristique $T \approx 1/\omega$ de l'écoulement oscillant de base. La seconde remarque est que l'écoulement qui conduit à ces structures (par la formation progressive de doublets de particules, puis de triplets, puis le raccordement de ces structures entre elles pour former finalement les chaînes observées) est un écoulement stationnaire qu'on observe bien expérimentalement en « effaçant » l'écoulement de base par un éclairage synchronisé à la fréquence du cisaillement alternatif.

Evaluons à présent la vitesse caractéristique de l'écoulement redressé autour de l'une des particules sphériques de la suspension. Le paramètre sans dimension M^2 nous permettant de savoir si l'écoulement oscillant correspond au régime « haute fréquence » ou « basse fréquence » vaut ici (relation (2.2)) $M^2 = \omega d^2 / \nu \approx 5 \times 10^{-4}$, ce qui montre que nous sommes très largement dans la situation des basses fréquences. Dans ce cas, l'ordre de grandeur de la vitesse U_s de l'écoulement redressé autour de la particule est (relation (2.6)) :

$$U_s \approx U_0 \left(\frac{A}{d} \right) M^2$$

où $U_0 \approx A\omega \approx 0,5 \text{ cm/s}$ est la vitesse caractéristique de l'écoulement de base, et $A \approx 5$ à $10 \mu\text{m}$ est l'excursion d'une particule dans son mouvement alternatif sous l'effet du cisaillement appliqué. Nous obtenons alors $U_s \approx 0,3 \mu\text{m/s}$. A partir de cette vitesse, nous pouvons évaluer un temps caractéristique τ_s associé à l'écoulement redressé :

$$\tau_s \approx \frac{d}{U_s} \approx 150 \text{ s} \approx 2,5 \text{ mn} .$$

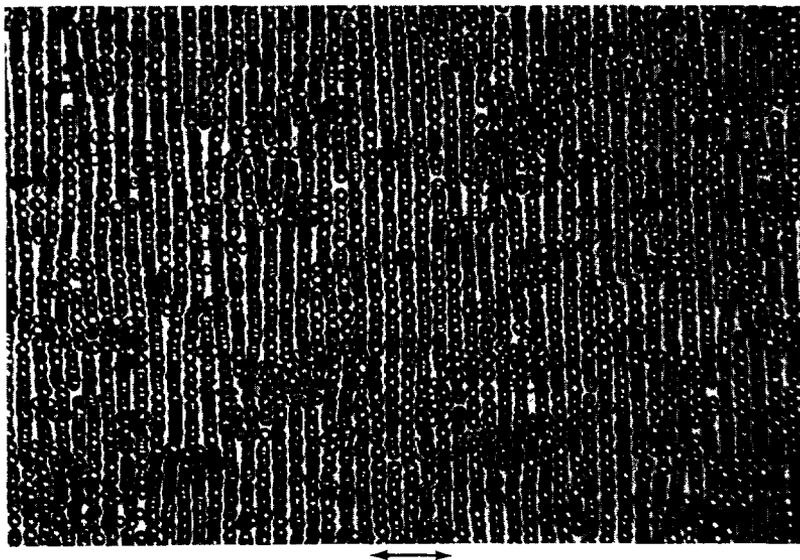


Fig. 21. — Vue de dessus d'une suspension (sphères de diamètre $d \approx 45 \mu\text{m}$, concentration volumique 20 %, épaisseur de l'échantillon $D = 200 \mu\text{m}$) en cisaillement alternatif (fréquence 200 Hz, amplitude de déplacement du disque mobile : $16 \mu\text{m}$, amplitude du taux de cisaillement : 100s^{-1}). La direction du mouvement du disque est indiquée par la flèche. Les lignes visibles sur la photographie se forment perpendiculairement à la direction de l'oscillation ; elles correspondent à deux ou trois diamètres de particules dans la direction perpendiculaire au plan de la figure.

[Top view of an alternatively sheared suspension (diameter of the spheres $d \approx 45 \mu\text{m}$, volume fraction 20 %, amplitude of displacement of the moving plate : $16 \mu\text{m}$, amplitude of the shear rate : 100s^{-1}). The arrow shows the direction of the motion of the plate. The lines are formed perpendicularly to the direction of oscillation ; their extension in the perpendicular direction to the figure is about two or three particles in diameter.]

Cet ordre de grandeur est en bon accord avec le temps caractéristique de mise en structure de la suspension qui est de quelques minutes, jusqu'à plusieurs minutes pour obtenir une structure homogène sur la totalité de l'échantillon. On peut comprendre que les temps effectivement observés soient plus grands que celui que nous venons d'évaluer dans la mesure où, comme nous l'avons fait remarquer précédemment, la structure globale de la suspension se construit progressivement à partir de la formation locale de petites lignes de particules.

Quant à l'arrangement géométrique des particules en lignes perpendiculaires à la direction de la vitesse de cisaillement (voir Fig. 21), nous l'attribuons à la forme de l'écoulement redressé autour des particules. Sous l'effet de l'écoulement alternatif appliqué, les particules ont un mouvement de rotation alternative autour d'un axe perpendiculaire à la direction du mouvement d'oscillation. A ce mouvement de rotation est associé un écoulement secondaire stationnaire (écoulement redressé), fuyant la sphère dans le plan perpendiculaire à l'axe de rotation, c'est-à-dire le plan équatorial (c'est l'écoulement créé par effet centrifuge), et dirigé vers la sphère dans la direction de l'axe de rotation. La forme de cet écoulement permet d'expliquer qualitativement le mécanisme de base conduisant à la structuration de la suspension en lignes perpendiculaires à la direction du mouvement d'oscillation appliqué.

Nous poursuivons actuellement ces expériences afin de prendre en compte d'autres facteurs qui peuvent également intervenir dans la structuration de la suspension, notamment le caractère viscoélastique du fluide de la suspension (nous avons déjà mis en évidence ce type

d'effet [2]). En effet, sous l'effet d'un cisaillement, la viscoélasticité du fluide entraîne l'apparition de contraintes normales anisotropes qui créent des écoulements secondaires [30]. Dans le cas de cisaillement alternatif, ces écoulements secondaires, de fréquence double de celle de l'écoulement de base, donnent une contribution moyenne non nulle. Cet écoulement (écoulement redressé) est responsable de la migration et de l'organisation des particules dans le fluide.

Pour étudier plus précisément ces écoulements, une expérience du type de celle présentée au paragraphe 3.1 (oscillation d'une sphère dans un fluide) est actuellement menée en utilisant des fluides viscoélastiques. Notons qu'une expérience du même type (oscillation d'un cylindre dans un fluide non-Newtonien) a déjà mis en évidence une inversion du sens de l'écoulement par rapport au cas d'un fluide Newtonien [31].

4. Conclusion.

Après avoir rapporté différents cas dans lesquels sont observés des écoulements redressés, notamment en acoustique (expérience du tube de Kundt), nous avons présenté les développements théoriques menés sur cette classe d'écoulements. Ils sont de deux types, suivant que l'écoulement de base est de haute fréquence (théorie de couche limite oscillante), ou de basse fréquence (développement perturbatif). Puis nous avons décrit une expérience dans laquelle est décrit le passage de l'un à l'autre de ces deux régimes. Enfin nous avons cité un autre exemple d'étude dans laquelle apparaît l'effet d'un écoulement redressé ; il s'agit de la structuration d'une suspension soumise à un écoulement alternatif.

Nous étendons actuellement ces études à l'influence de la nature du fluide, en particulier de son caractère viscoélastique, afin d'analyser la compétition entre les différentes causes qui sont à l'origine des écoulements redressés : non-linéarité des forces d'inertie, non-linéarité de la loi de comportement du fluide dans le cas d'un fluide viscoélastique (des expériences ont montré l'existence d'écoulements redressés dans le cas de fluides non-Newtoniens [31]). La compétition entre ces deux types d'effets a déjà été observée dans des expériences de sédimentation [32]. Nous nous intéressons d'autre part à l'oscillation de deux sphères afin de déterminer la forme de l'écoulement redressé obtenu dans ce cas et de la comparer à l'analyse théorique correspondante [29]. Ceci constitue une première étape dans la détermination de l'interaction entre les deux particules *via* l'écoulement redressé.

Remerciements.

Nous remercions James Badro pour sa contribution aux expériences sur l'écoulement autour d'une sphère oscillante, ainsi que pour la réalisation des photographies correspondantes.

Bibliographie

- [1] KUNDT A., Untersuchungen über die Schallgeschwindigkeit der Luft in Röhren, *Ann. Phys. Chem.* **85** (1868) 337.
- [2] PETIT L. et NOETINGER B., Shear-induced structures in macroscopic dispersions, *Rheol. Acta* **27** (1988) 437.
- [3] BAGNOLD R. A., Motion of waves in shallow water. Interaction between waves and sand bottoms, *Proc. R. Soc. Lond. A* **187** (1946) 1-16.
- [4] FARADAY, On a peculiar class of acoustical figures ; and on certain forms assumed by groups of particles upon vibrating elastic surfaces, *Philos. Trans.* **121** (1831) 299-340.
- [5] RAYLEIGH LORD, On the circulation of air observed in Kundt's tubes and some allied acoustical problems, *Philos. Trans. R. Soc. London* **175** (1884) 1-21.

- [6] Ces phénomènes sont en revanche décrits de manière assez détaillée dans BOUASSE H., Tuyaux et résonateurs, p. 206 et suiv. (Delagrave, 1929) et sont également rapportés par ANDRADE E. N. et LEWER S. K., New Phenomena in a Sounding Tube, *Nature* **124** (1929) 724-725.
- [7] KONIG W., *Wiedemanns Ann. Phys.* **XLII** (1891) 353-549.
- [8] RAYLEIGH LORD, The theory of sound (Dover, 1945) p. 46.
- [9] CARRIÈRE M. Z., Analyse ultramicroscopique des vibrations aériennes, *J. Physique Rad.* n 5 (1929) 198-208.
- [10] ANDRADE E. N., On the circulations caused by the vibration of air in a tube, *Proc. R. Soc. London A* **134** (1931) 445-470.
- [11] SCHLICHTING H., Berechnung ebener periodischer Grenzschichtströmungen, *Phys. Zeit.* **33** (1932) 327-335.
- [12] HOLTZMARK J., JOHNSON I., SIKKELAND T. and SKARLEM S., Boundary layer flow near a cylindrical obstacle in an oscillating incompressible fluid, *J. Ac. Soc. Am.* **26** (1954) 26-39.
- [13] BERTELSEN A., SVARDAL A. and TJØTTA S., Nonlinear streaming effects associated with oscillating cylinders, *J. Fluid Mech.* **59** (1973) 493-511.
- [14] BERTELSEN A., An experimental investigation of high Reynolds number steady streaming generated by oscillating cylinders, *J. Fluid Mech.* **64** (1974) 589-597.
- [15] TATSUNO M., Circulatory streaming around an Oscillating Circular Cylinder at Low Reynolds Numbers, *J. Phys. Soc. Jpn* **35** (1973) 915-920.
- [16] ANDRES J. M. and INGARD U., Acoustic streaming at high Reynolds numbers, *J. Ac. Soc. Am.* **25** (1953) 928-932.
- [17] RILEY N., Oscillating viscous flows, *Mathematica* **12** (1965) 161-175.
- [18] RILEY N., On a sphere oscillating in a viscous fluid, *Quart. J. Mech. Appl. Math.* **XIX** (1966) 461-472.
- [19] STUART J. T., Double boundary layer in oscillatory viscous flow, *J. Fluid Mech.* **24** (1966) 673-687.
- [20] WANG C., On high-frequency oscillatory viscous flows, *J. Fluid Mech.* **32** (1968) 55-68.
- [21] RILEY N., Oscillatory viscous flows, Review and extension, *J. Inst. Math. Appl.* **3** (1967) 419-434.
- [22] BATCHELOR G. K., An introduction to fluid dynamics (Cambridge University Press, 1967) p. 358 et suiv.
- [23] LANDAU L. D. and LIFSCHITZ E. M., Fluid Mechanics (Pergamon, 1987) p. 305 et suiv.
- [24] LIGHTILL J., Waves in Fluids (Cambridge University Press, 1978).
- [25] Voir par exemple GUYON E., HULIN J. P. et PETIT L., Hydrodynamique Physique (InterEditions/Éditions du CNRS, 1991) p. 403.
- [26] ANDRES J. M. and INGARD U., Acoustic streaming at low Reynolds numbers, *J. Ac. Soc. Am.* **25** (1953) 932-938.
- [27] Une démonstration de cette expérience a été faite lors d'un exposé par l'un des auteurs (L. P.) sur le présent sujet, à l'occasion d'une présentation d'expériences sur les instabilités et le chaos (« Instabilités et Chaos : Expériences », Nice, 8-12 avril 1991, organisé par P. Coulet, Institut du Non Linéaire de Nice).
- [28] On peut également utiliser du « Kalliroscope » en solution aqueuse (paillettes microscopiques) qui s'orientent dans le sens de l'écoulement et rendent visibles à l'œil les trajectoires de l'écoulement au bout de quelques minutes. Dans le cas de photographies, les meilleurs résultats sont cependant obtenus avec les microsphères de verre.
- [29] TABAKOVA S. S. and ZAPRUANOV, On the hydrodynamic interaction of two spheres oscillating in a viscous fluid — I. Axisymmetrical case, *J. Appl. Math. Phys. (ZAMP)* **33** (1982) 344-357 ; On the hydrodynamic interaction of two spheres oscillating in a viscous fluid — II. Three dimensional case, *J. Appl. Math. Phys. (ZAMP)* **33** (1982) 487-502.
- [30] PETIT L., Ecoulement et mise en structure de suspensions macroscopiques, *Ann. Phys. France* **16** (1991) 155-191.
- [31] CHANG C. and SCHOWALTER W. R., Flow near an oscillating cylinder in dilute viscoelastic fluid, *Nature* **252** (1974) 686-688 et **253** (1975) 572 ; Secondary flow in the neighborhood of a cylinder oscillating in a viscoelastic fluid, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **6** (1979) 47-67.
- [32] JOSEPH D. D., NELSON J. and HU H. H., Flow induced anisotropy in suspensions of solid particles in viscous and viscoelastic liquids, soumis à *Nature* (1992).