



HAL
open science

Comportement pseudoélastique d'un alliage polycristallin Cu Zn Al, à mémoire de forme

Pierre Vacher, Christian LExcellent

► **To cite this version:**

Pierre Vacher, Christian LExcellent. Comportement pseudoélastique d'un alliage polycristallin Cu Zn Al, à mémoire de forme. *Revue de Physique Appliquée*, 1990, 25 (8), pp.783-797. 10.1051/rphysap:01990002508078300 . jpa-00246240

HAL Id: jpa-00246240

<https://hal.science/jpa-00246240>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

REVUE DE PHYSIQUE APPLIQUÉE

Revue Phys. Appl. 25 (1990) 783-797

AOÛT 1990, PAGE 783

Classification
Physics Abstracts
81.40L

Comportement pseudoélastique d'un alliage polycristallin Cu Zn Al, à mémoire de forme

Pierre Vacher et Christian LExcellent

Laboratoire de Mécanique Appliquée, Université de Franche-Comté, Route de Gray - La bouloie, 25030 Besançon Cedex, France

(Reçu le 26 février 1990, révisé le 25 avril 1990, accepté le 18 mai 1990)

Résumé. — La détermination du comportement pseudo-élastique d'un alliage polycristallin à mémoire de forme Cu Zn Al, est effectuée au moyen d'essais de traction décharge avec, en parallèle, des mesures de résistivité. En référence aux travaux récents de Tanaka *et al.* (1986), notre modèle est acceptable du point de vue thermodynamique. A cet effet, nous en déduisons la forme de l'énergie libre $\phi_c \{ \varepsilon^{el}, T, x \}$. Notre modèle se distingue de l'approche cinématique en plasticité de transformation pure de Patoor *et al.* (1987), par une cinétique différente de la fraction x_c de martensite formée sous contrainte. L'introduction dans le modèle d'une variable interne X_c intégrant les traitements d'éducation, ne pose pas de problème.

Abstract. — The pseudo-elastic behavior of a polycrystalline shape memory alloy Cu Zn Al is studied using tension-unloading tests, with simultaneous resistivity measurements. In reference to the recent work of Tanaka *et al.* (1986), this model is acceptable from a thermodynamical point of view. To show this, the form of the free energy $\phi_c \{ \varepsilon^{el}, T, x \}$ can be deduced. The presented model can be distinguished from the kinematical approach in the plasticity of pure transformation of Patoor *et al.* (1987), by a different transformation kinetic of the fraction x_c of martensite formed under stress. The introduction of an internal variable X_c into the model, in order to integrate the education processing, does not induce any particular problem.

Notations

$$\langle z \rangle = \begin{cases} 0 & \text{si } z < 0 \\ z & \text{si } z > 0 \end{cases}$$

$\underline{\sigma}$: tenseur des contraintes appliquées

$\underline{\varepsilon}$: tenseur des déformations

$\text{dev } \underline{\sigma}$: tenseur déviateur des contraintes

$\bar{\sigma} = (\frac{1}{2} \text{dev } \underline{\sigma} : \text{dev } \underline{\sigma})^{1/2}$ contrainte équivalente de Von Mises

$I_1 = \text{trace } \underline{\sigma}$: 1er invariant du tenseur $\underline{\sigma}$

$F(\sigma_i, j, T)$: fonction critère de transformation

1. Introduction.

Nous étudions le comportement d'un alliage polycristallin Cu Zn Al lors d'une transformation martensitique, lorsque celle-ci résulte d'un chargement thermomécanique. Quand un alliage à mémoire de forme initialement en phase β (c'est-à-dire austénitique) est soumis à un champ de contraintes externes $\underline{\sigma}$, différents

modes de déformation peuvent être activés. La nature de ces modes dépend de la composition de l'alliage et de la différence entre la température de déformation T et la température de début de transformation martensitique M_s (en l'absence d'un champ de contraintes externes).

a) Si T est légèrement supérieure à M_s , le comportement est pseudo-élastique, ce qui correspond à la formation réversible de martensite à partir de l'austénite [1].

b) Quand la différence $(T - M_s)$ est accrue, la contrainte nécessaire pour induire la transformation martensitique approche celle nécessaire à l'initiation de la déformation plastique par glissement dans la phase β et une interférence entre la transformation et cette déformation plastique peut se produire.

c) A des températures très supérieures à M_s ($(T - M_s)$ de l'ordre de 200 °C pour notre alliage), le matériau se déforme seulement par une déformation plastique de la phase β [2].

La prise en compte simultanée des cas (a), (b) et (c) constitue le problème complexe de la plasticité

de transformation couplée. Dans cette optique, on peut citer les travaux de Onedera et Tamura [3] et de Romero et Ahlers [4] sur les alliages à mémoire de forme et ceux concernant plutôt les aciers, de Gauthier [5] et de Leblond, Mottet et Devaux [6]. Au moyen de mesures de résistivité pendant des essais de traction-décharge systématique (à 1%, 2%, ..., 4%), pour un intervalle de température défini par : $-100 \leq (T - M_s) \leq 200$ °C, nous avons également abordé ce difficile problème [7]. Dans ce travail, on se limite au cas (a) de la plasticité de transformation pure (absence de plasticité classique), les mécanismes élémentaires sont de deux types [8] :

- formation (réversible) des variantes de martensite à partir de l'austénite,
- migration des interfaces entre les différentes variantes de martensite déjà formées et modification des fractions volumiques correspondantes.

Dans cette étude, nous allons :

- (i) décrire la procédure expérimentale des essais de traction et en particulier les mesures de résistivité sous contrainte ;
- (ii) évaluer les résultats expérimentaux obtenus à l'aune de :
 - l'approche thermodynamique du comportement des alliages à mémoire de forme,
 - l'approche cinématique de la plasticité de transformation pure.

2. Procédure expérimentale et résultats obtenus.

2.1 PROCÉDURE EXPÉRIMENTALE — L'alliage à mémoire de forme élaboré par la Société "Tréfirmétaux" a la composition pondérale suivante : Cu : 67,93% ; Zn : 28,07% ; Al : 4% avec des affinants : Zr 275 PPM ; Mg 231 PPM, Fe 60 PPM ; P < 20 PPM.

Le passage d'une phase à l'autre étant fonction de la température, à partir de mesures de résistivité (Figure 1), on définit classiquement quatre températures conventionnelles pour 10% et 90% de la transformation de phase, à contrainte appliquée nulle, pour cet alliage, dans ce processus :

- le point M_s (10%) (pour "Martensite start") qui correspond à 10% de martensite formée au cours du refroidissement de l'alliage en phase austénitique ($M_s = -97$ °C) ;
- le point M_f (90%) (pour "Martensite finish") qui correspond à 90% de martensite formée au cours du refroidissement ($M_f = -106$ °C) ;
- le point A_s (10%) (pour "Austenite start") qui correspond à la formation de 10% d'austenite au cours du réchauffage d'un matériau martensitique ($A_s = -96$ °C) ;
- le point A_f (90%) (pour "Austenite finish") qui est la température pour laquelle subsiste 10% de phase

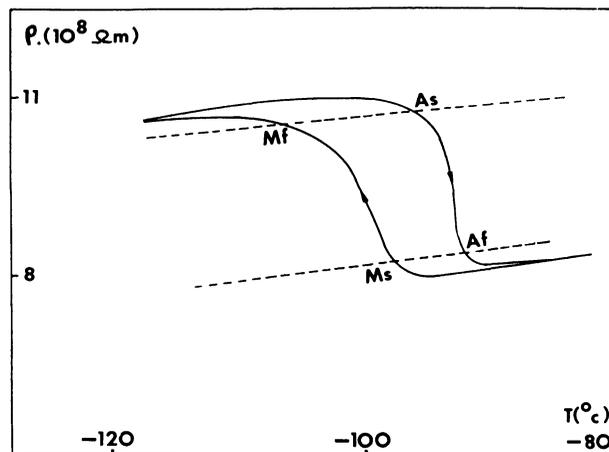


Fig. 1. — Cycle d'hystérésis de l'alliage (sous contrainte nulle).

[Hysteresis cycle of the alloy (without external stress).]

martensitique ($A_f = -90$ °C).

L'état métallurgique désiré est l'état monophasé β . Afin de l'obtenir, nous avons choisi un traitement standard de 10 mn à 850 °C sous air et trempe à l'eau. Remarquons que la teneur en aluminium de l'alliage est suffisante pour qu'une fine couche d'alumine imperméable se forme et protège l'échantillon d'une corrosion rapide ou de dézincification [9]. Après le traitement, l'observation métallographique met en évidence une phase unique (phase mère ou austénitique β) avec une taille moyenne des grains $\delta = 300$ μ m. Les éprouvettes usinées ont une longueur utile de 25 mm pour une longueur totale de 75 mm et la section est rectangulaire : largeur 10 mm et épaisseur 0,6 mm.

Les essais effectués à $T > A_f$ sont principalement des tractions uniaxiales avec décharge, recharges systématiques à 1%, 2%, 4% :

- (i) A vitesse d'allongement imposée $\dot{\epsilon} \simeq 10^{-4}$ s $^{-1}$ (dans l'hypothèse des petites déformations).
- (ii) A vitesse de force imposée $\dot{\sigma} \simeq 0,55$ MPa/s avec mesures de résistivité en parallèle.

2.2 ANALYSE SIMPLIFIÉE DES COURBES DE TRACTION.

— Les courbes de traction à vitesse d'allongement imposée : ($\dot{\epsilon} \simeq 10^{-4}$ s $^{-1}$) :

- (i) Le comportement est purement pseudo-élastique jusqu'à 2% pour $T = -73$ °C. Au-delà de 2%, la déformation plastique commence à apparaître (Fig. 2).
- (ii) Déjà à $T = -44$ °C ($T - A_f = +46$ °C) la partie de pseudo-élasticité pure n'existe plus (Fig. 3).

Ces résultats sont confirmés par les courbes à $\dot{\sigma}$ imposée ($T = -80$ °C Fig. 4 ; $T = -70$ °C Fig. 5 ; $T = -46$ °C Fig. 6).

Une première modélisation particulièrement simple donne à température fixe :

$$\epsilon^{et} = \epsilon_c^{et} + \epsilon^{P.E.} \quad (1)$$

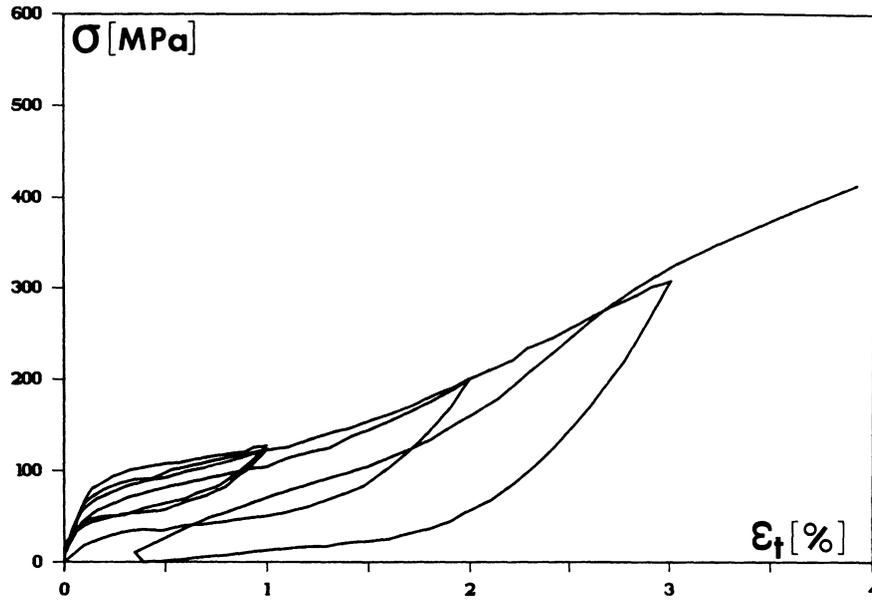


Fig. 2. — Courbe de traction décharge ($\dot{\epsilon} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$; $T = -73 \text{ }^\circ\text{C}$).
 [Loading-unloading tensile curve ($\dot{\epsilon} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$; $T = -73 \text{ }^\circ\text{C}$.)]

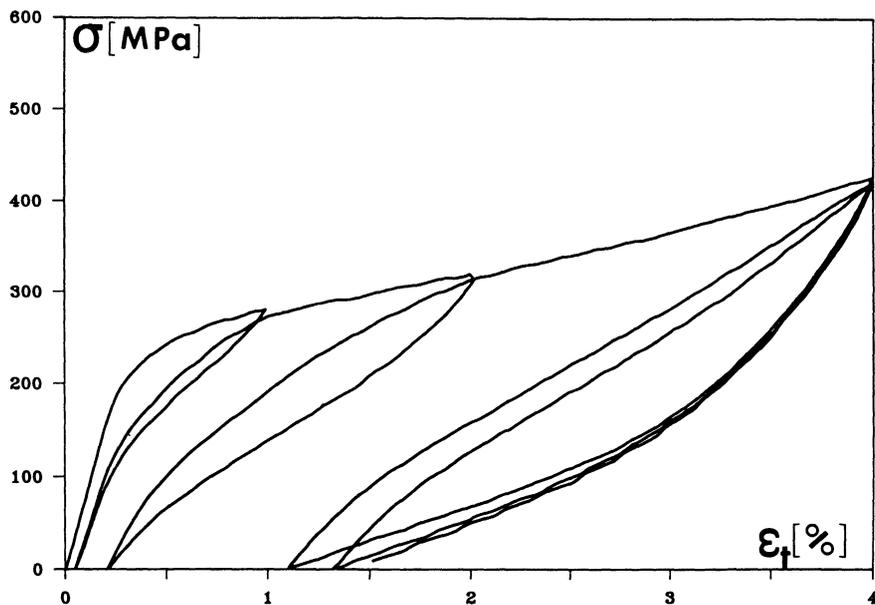


Fig. 3. — Courbe de traction décharge ($\dot{\epsilon} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$; $T = -44 \text{ }^\circ\text{C}$).
 [Loading-unloading tensile curve ($\dot{\epsilon} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$; $T = -44 \text{ }^\circ\text{C}$.)]

c : classique ; P.E. : pseudo-élastique

$$\epsilon^{e\epsilon} = \frac{\sigma_0(T)}{E_A} + a(\sigma - \sigma_0(T)) \quad (2)$$

avec "a" de l'ordre de $3 \times 10^{-4} \text{ (MPa}^{-1}\text{)}$
 avec $\sigma_0(T) = b(T - M_s)$
 avec b de l'ordre de $4 \text{ MPa/}^\circ\text{C}$

Cependant, la valeur de b ($4 \text{ MPa/}^\circ\text{C}$) obtenue ici,

est nettement plus élevée que celle couramment trouvée pour ces alliages ($2 \text{ MPa/}^\circ\text{C}$) [10] [8]. Cette différence provient vraisemblablement de la présence des affinants dans cet alliage à caractère industriel (voir sa composition).

Cette équation (2) rejoint des formulations telles que celles de Patoor *et al.* [8] :

$$d\epsilon^{PE} = a(d\sigma - b dT) \quad (3)$$

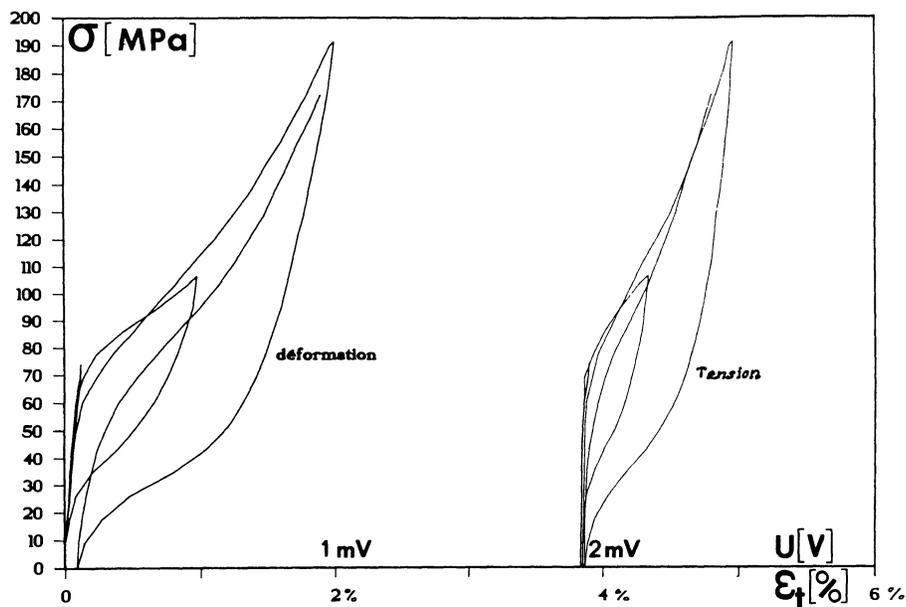


Fig. 4. — Evolution de la déformation totale et de la tension électrique avec la contrainte appliquée ($\dot{\sigma} = 0,55$ MPa/s ; $T = -80$ °C).

[Evolution of total deformation and electrical voltage with applied stress ($\dot{\sigma} = 0.55$ MPa/s ; $T = -80$ °C).]

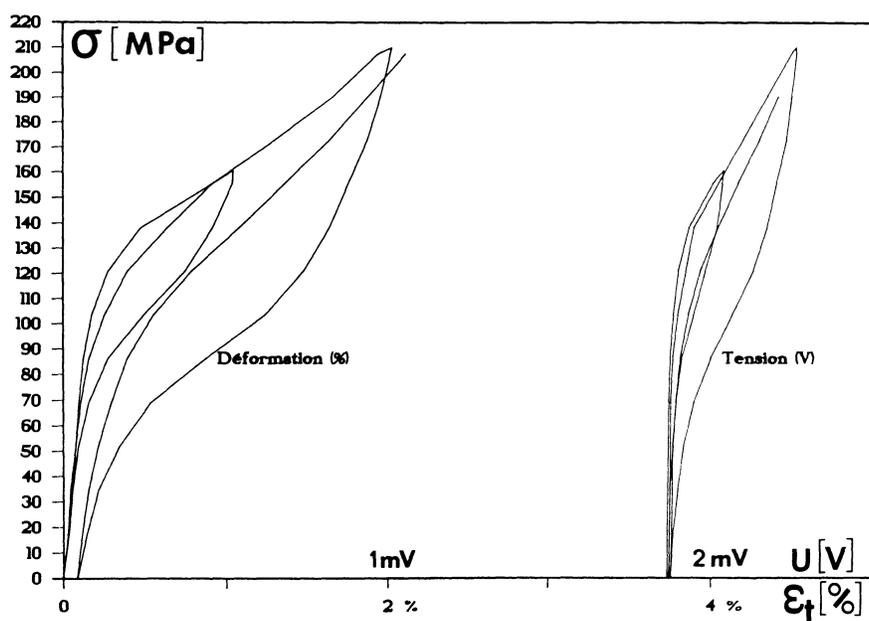


Fig. 5. — Evolution de la déformation totale et de la tension électrique avec la contrainte appliquée ($\dot{\sigma} = 0,55$ MPa/s ; $T = -70$ °C).

[Evolution of total deformation and electrical voltage with applied stress ($\dot{\sigma} = 0.55$ MPa/s ; $T = -70$ °C).]

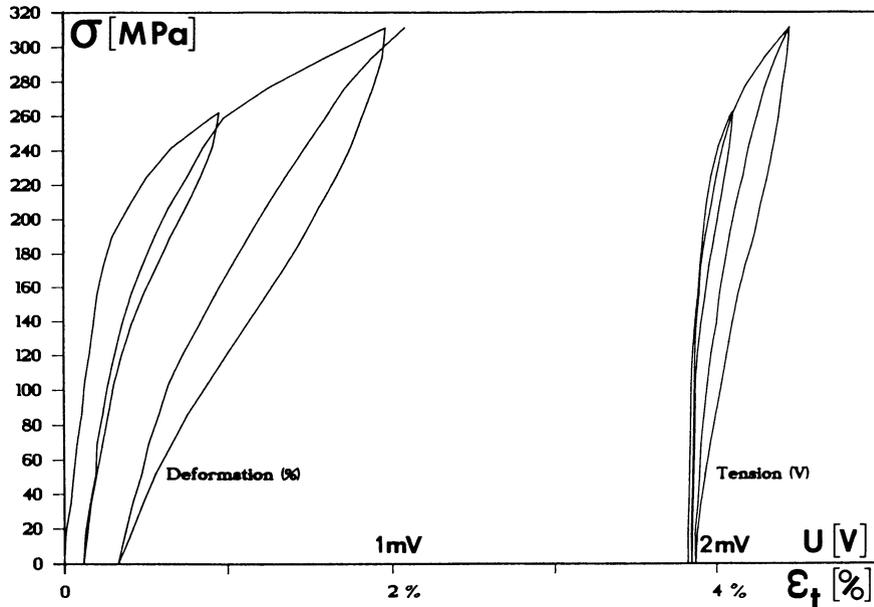


Fig. 6. — Evolution de la déformation totale et de la tension électrique avec la contrainte appliquée ($\dot{\sigma} = 0,55 \text{ MPa/s}$; $T = -46^\circ\text{C}$).
 [Evolution of total deformation and electrical voltage with applied stress ($\dot{\sigma} = 0.55 \text{ MPa/s}$; $T = -46^\circ\text{C}$.)]

Des mesures de résistivité pendant l'essai de traction permettent d'approfondir l'analyse.

2.3 DÉTERMINATION DE LA FRACTION VOLUMIQUE x DE MARTENSITE FORMÉE. — Au cours des essais de traction à vitesse de force imposée ($\dot{\sigma} = 0,55 \text{ MPa/s}$), la variation de tension U aux bornes de l'éprouvette a été mesurée par la méthode des quatre points.

L'intensité de courant I_0 est imposée égale à 5 A.

Le but est de déterminer la fraction volumique x de martensite formée :

$$x = \frac{V_M}{V} \tag{4a}$$

et

$$1 - x = \frac{V_A}{V} \quad (\text{fraction d'austenite}) \tag{4b}$$

Les tenseurs des contraintes et des déformations s'écrivent :

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} = \dot{\sigma}t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5a}$$

$$\Rightarrow \underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} = -\nu\varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} = -\nu\varepsilon_{11} \end{bmatrix} \tag{5b}$$

avec $\nu_E = 0,3$ dans l'état élastique
 et $\nu_P = 0,5$ dans l'état plastique

sachant que la déformation en volume des alliages à mémoire de forme polycristalline Cu Zn Al est de l'ordre de 0,5% [10].

Soit $R(\varepsilon_{11})$ la résistance électrique de l'éprouvette en cours de traction, à la déformation axiale ε_{11} :

$$R(\varepsilon_{11}) = \rho(\varepsilon_{11}) \frac{l(\varepsilon_{11})}{S(\varepsilon_{11})} \tag{6}$$

avec dans l'hypothèse des petites déformations

$$l(t) = l_0(1 + \varepsilon_{11}) \tag{7a}$$

$$S(t) = S_0(1 + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) = S_0(1 - 2\nu\varepsilon_{11}) \tag{7b}$$

$$\Rightarrow \rho(\varepsilon_{11}) \simeq R(\varepsilon_{11}) \frac{S_0}{l_0} (1 - (1 + 2\nu)\varepsilon_{11}) \tag{8}$$

avec

$$R(\varepsilon_{11}) = \frac{U(\varepsilon_{11})}{I_0} \tag{9}$$

Pour les mesures effectuées à $T > M_s$:

$$\rho(\varepsilon_{11} = 0) = \rho_{0A}(T) = \frac{U_0}{I_0} \frac{S_0}{l_0} \tag{10}$$

avec $\rho_{0A}(T)$: mesure à la température T de la résistivité de l'austenite non déformée.

La mesure de la tension U permet d'obtenir $\rho = \rho(x)$ et par conséquent la fraction x . En effet :

$$\rho(x) = \frac{V_A}{V} \rho_A + \frac{V_M}{V} \rho_M = (1 - x)\rho_A + x\rho_M \tag{11}$$

$$\text{avec } \begin{cases} \rho_A = \rho_A(\varepsilon_{11}) \\ \rho_M = \rho_M(\varepsilon_{11}) \end{cases} \tag{12}$$

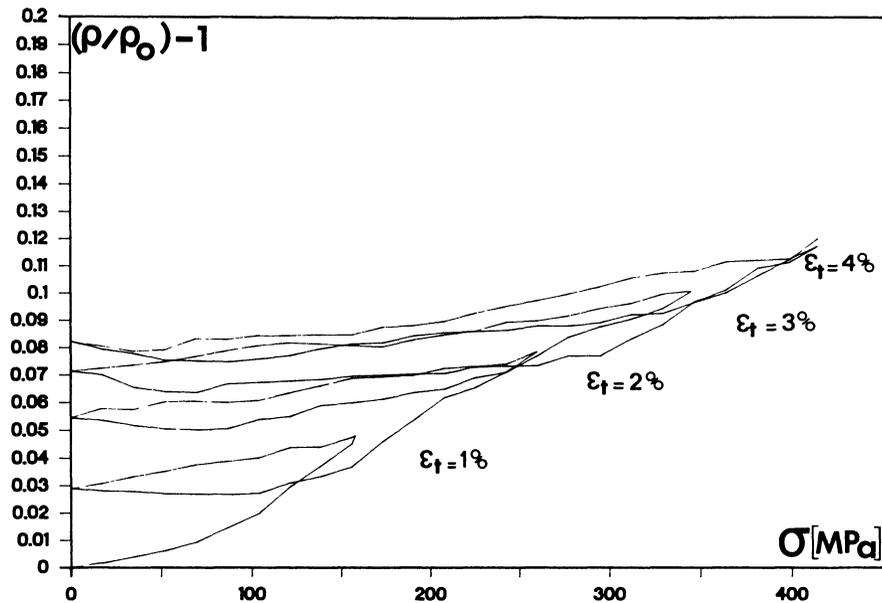


Fig. 7. — Evolution de la résistivité réduite de la martensite $\left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1\right)$ avec la déformation ($\dot{\sigma} = 0,55$ MPa/s ; $T = -115$ °C).

[Evolution of reduced resistivity martensite $\left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1\right)$ with deformation ($\dot{\sigma} = 0.55$ MPa/s ; $T = -115$ °C).]

Dans l'état martensitique pur ($T < M_f$) la part non réversible de la déformation résulte principalement du mouvement des interfaces qui s'orientent sous l'effet de la contrainte externe appliquée. Cela a pour effet d'augmenter légèrement la résistivité de l'échantillon avec la déformation (Fig. 7). L'orientation privilégiée des variantes de martensite sous l'effet de la contrainte crée une anisotropie de résistivité de la martensite. Lorsque nous sommes en présence d'une structure mixte d'austénite et de martensite induite par la contrainte, cet effet non négligeable a été pris en compte.

Pour des valeurs de température T tel qu'il ne se forme plus de martensite induite sous contrainte, ($(T - M_s) \geq 200$ °C), nos mesures à $T = 101$ °C montrent que même des déformations plastiques importantes (jusqu'à 10% environ) ne modifient pas sensiblement la résistivité de l'austénite (variation inférieure à 5%) (Fig. 8).

On peut admettre que

$$\begin{cases} \rho_{0A} = \rho_A(\varepsilon_{11}) \text{ et } \rho_M = \rho_M(\varepsilon_{11}) \text{ (étalonné à la Fig.7)} \\ \rho_{0M} = \rho_M(\varepsilon_{11} = 0) \end{cases} \quad (13)$$

On obtient finalement la fraction de martensite formée :

$$x = \frac{\left(\frac{\rho(x)}{\rho_{0A}} - 1\right)}{\left(\frac{\rho_M}{\rho_{0A}} - 1\right)} \quad (14)$$

La forte hystérésis que nous obtenons au cours d'une charge-décharge, (Figs. 2 à 6), conduit à distinguer deux lois d'évolution de la fraction x de martensite.

L'une correspond à l'apparition des plaquettes de martensite et à leur croissance, sous l'effet de la contrainte appliquée croissante ce qui revient à mesurer une fraction x_c de martensite formée à la charge.

L'autre évolution résulte de la transformation inverse que constitue une disparition graduelle de la martensite (martensite \rightarrow austénite) et c'est la fraction x_d de martensite résiduelle qui est obtenue avec la contrainte appliquée décroissante.

Nous allons examiner :

- (i) les lois d'évolution de la fraction de martensite formée $x_c^{\sigma=0}$ (ou de martensite résiduelle $x_d^{\sigma=0}$) sous l'effet de la température T , en l'absence de contrainte ;
- (ii) la loi d'évolution de la fraction de martensite formée x_c en charge (à température constante) ;
- (iii) la loi d'évolution de la fraction de martensite résiduelle x_d à la décharge (à température constante).

(i) *Loi d'évolution de la fraction de martensite (sous contrainte nulle).* — Nous reprenons une équation de l'évolution de la fraction de martensite avec la température proposée par Koistinen et Marburger [11].

L'exploitation de la figure 1 donne :

– au refroidissement par le tracé de $\text{Ln}(1 - x_c)$ en fonction de la température T , (Fig. 9), la cinétique

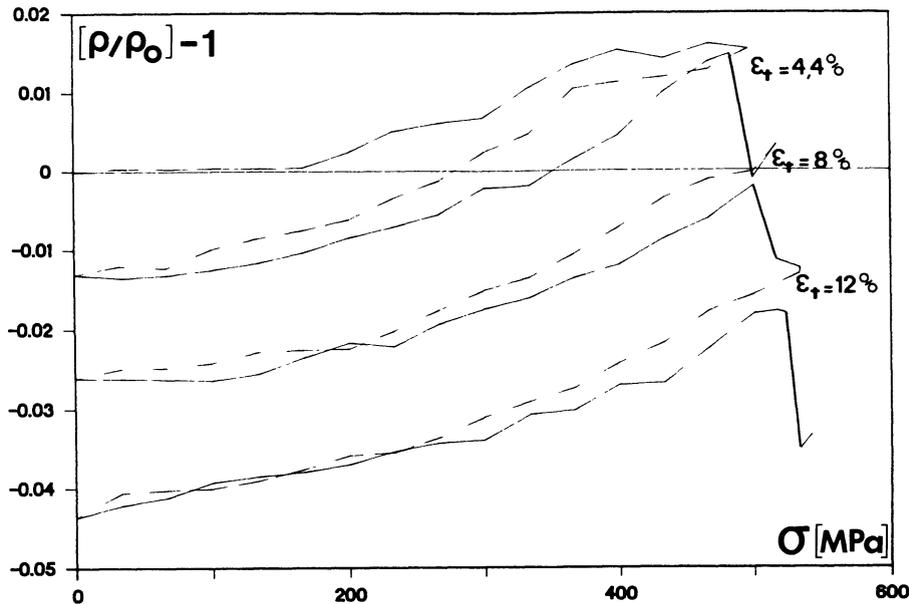


Fig. 8. — Evolution de la résistivité réduite de l'alliage supposé austénite pur $\left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1\right)$ avec la déformation ($\dot{\sigma} = 0,55$ MPa/s ; $T = 101$ °C).

[Evolution of reduced resistivity alloy as supposed purely austenitic $\left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1\right)$ with deformation ($\dot{\sigma} = 0.55$ MPa/s ; $T = 101$ °C).]

de la transformation austénite \Rightarrow martensitique, et la position des points M_S et M_F .

$$x_c^{(\sigma=0)} = 1 - \exp(+\alpha_c(T - M_S)) \quad (15a)$$

avec $\alpha_c = 0,33$ °C⁻¹
et $M_S = -98$ °C, valeur très proche de celle conventionnelle à 10%

$M_F \simeq -110,5$ °C ($M_F(90\%) = -106$)

– au chauffage par le tracé de $\text{Ln } x_d$ avec la température T (Fig. 9), la cinétique de la transformation martensite \Rightarrow austénite et la position des points A_S et A_F .

$$x_d^{(\sigma=0)} = \exp(-\alpha_d(T - A_S)) \quad (15b)$$

avec $\alpha_d = 1,77$ °C⁻¹
 $A_S = -94$ °C et $A_F = -91$ °C

La figure 1 montre que la cinétique martensite \Rightarrow austénite est beaucoup plus rapide que la transformation inverse.

(ii) *Loi d'évolution de la fraction de martensite forme x_c .*

— L'évolution de x_c avec la contrainte appliquée est non-linéaire (Fig. 10). Il existe une valeur de contrainte $\sigma_0(T)$: seuil de début de la formation de la martensite. Nos mesures montrent qu'elle est sensiblement la même que celle qui gère l'équation de la déformation pseudo-élastique (relation (2)). Cette constatation est logique.

Nous choisissons une formulation classique de la cinétique de transformation de phase exprimée, à nouveau, par Koistinen et Marburger [11] et explicitée pour les alliages à mémoire de forme par Tanaka *et al.* [12].

$$x_c = 1 - \exp(-a_c(\sigma - \sigma_0(T))) \quad (\text{Fig.11}) \quad (16a)$$

avec $\sigma_0 = b(T - M_S)$

Si l'on emploie un critère communément utilisé en métallurgie qui signifie que la transformation est complète quand x_c atteint la valeur de 0,99. On devrait obtenir théoriquement a_c tel que :

$$a_c b = \frac{2 \text{Ln } 10}{M_s - M_f} = (+0,37 \text{ °C}^{-1} \text{ pour notre alliage})$$

avec $b = 4$ MPa/°C

$$\Rightarrow (a_c)_{\text{th}} = 9,2 \times 10^{-2} \text{ MPa}^{-1}$$

En réalité nous obtenons :

$$a_c \simeq 6,5 \times 10^{-3} \text{ MPa}^{-1}$$

Ceci s'explique car dans le polycristal, la cinétique est beaucoup plus lente liée aux fortes contraintes internes créées par les problèmes de compatibilité de déformation lors de la nucléation et de la croissance de plaquettes de martensite orientées par la contrainte appliquée.

(iii) *Loi d'évolution de la fraction de martensite résiduelle x_d .* — On peut penser que juste après l'inversion du signe de la contrainte ($d\sigma > 0 \Rightarrow d\sigma < 0$), la résistivité diminue légèrement du fait de la réorientation

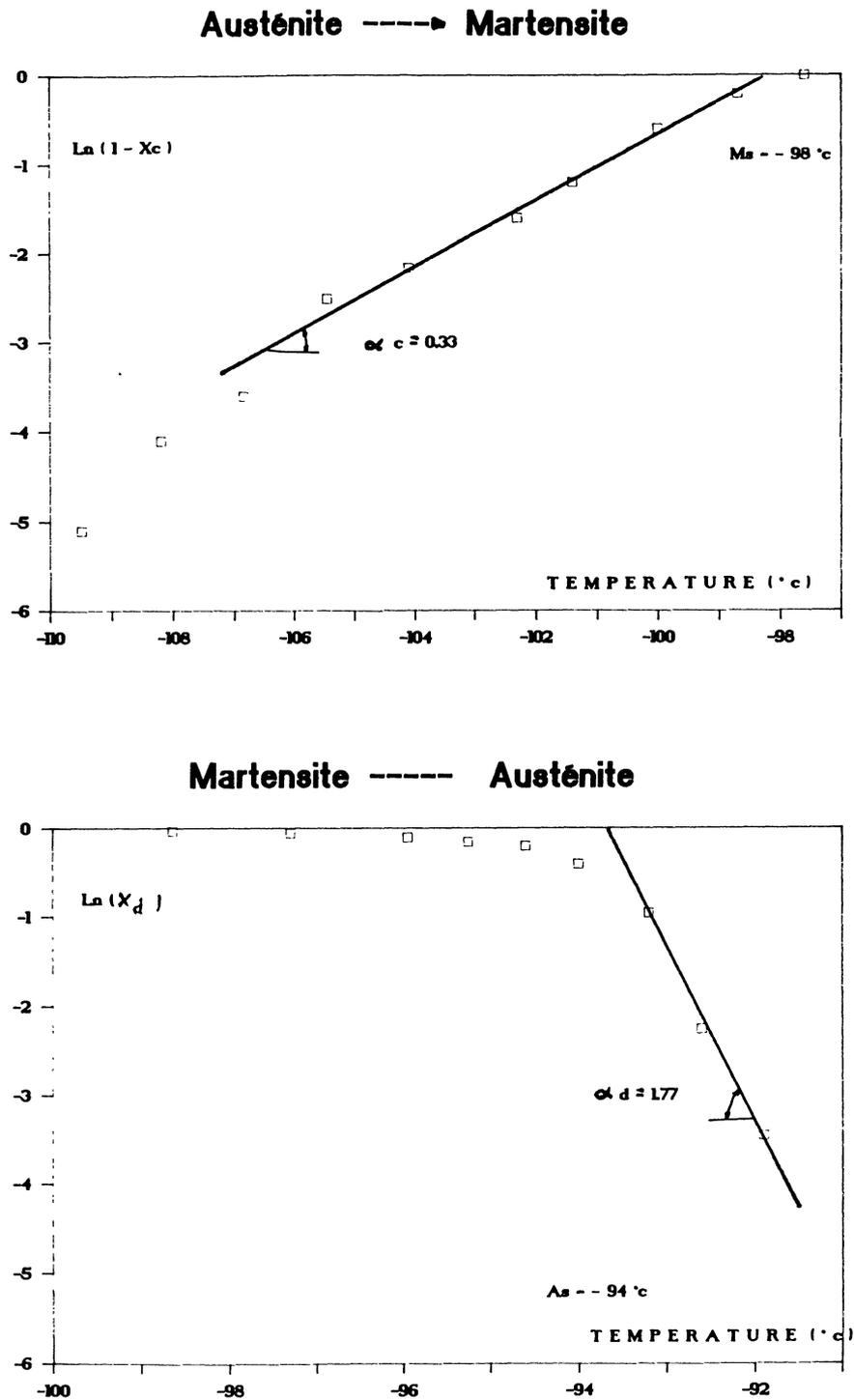


Fig. 9. — Détermination de la loi d'évolution de la fraction de martensite avec la température (en l'absence de contrainte appliquée) (a) austénite \Rightarrow martensite, (b) martensite \Rightarrow austénite.

[Determination of evolution law of the proportion of martensite with temperature (without applied stress) (a) austenite \Rightarrow martensite, (b) martensite \Rightarrow austenite.]

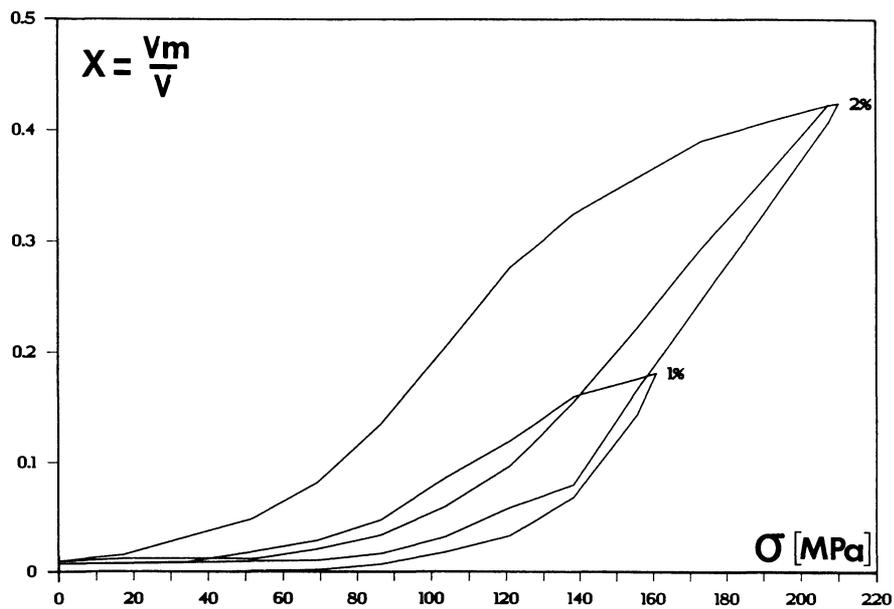
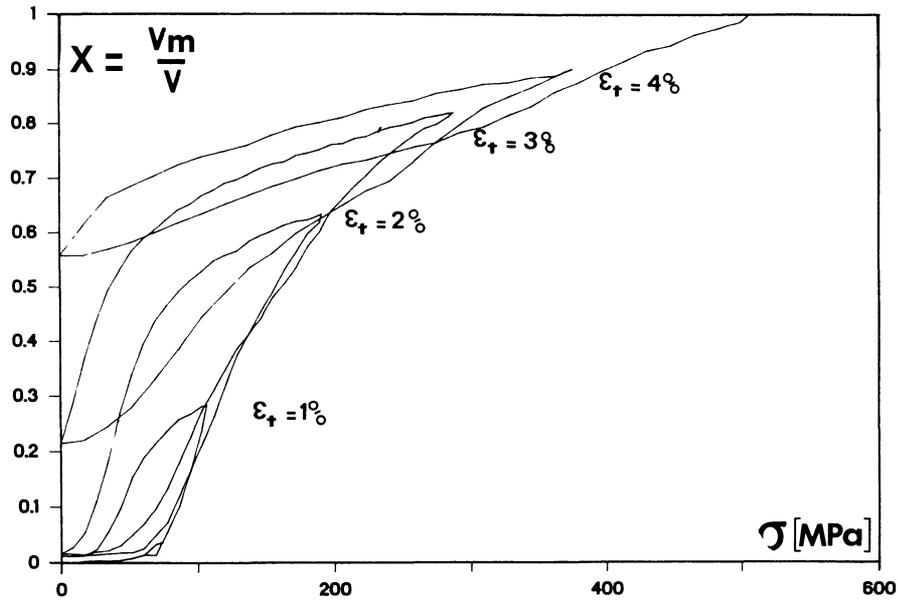


Fig. 10. — Evolution de la fraction volumique de martensite au cours d'un essai de traction décharge ($\dot{\sigma} = 0,55$ MPa/s), (a) $T = -80$ °C, (b) $T = -70$ °C.

[Martensite volume proportion evolution during loading-unloading tensile test ($\dot{\sigma} = 0.55$ MPa/s, (a) = $T = -80$ °C, (b) = $T = -70$ °C.)]

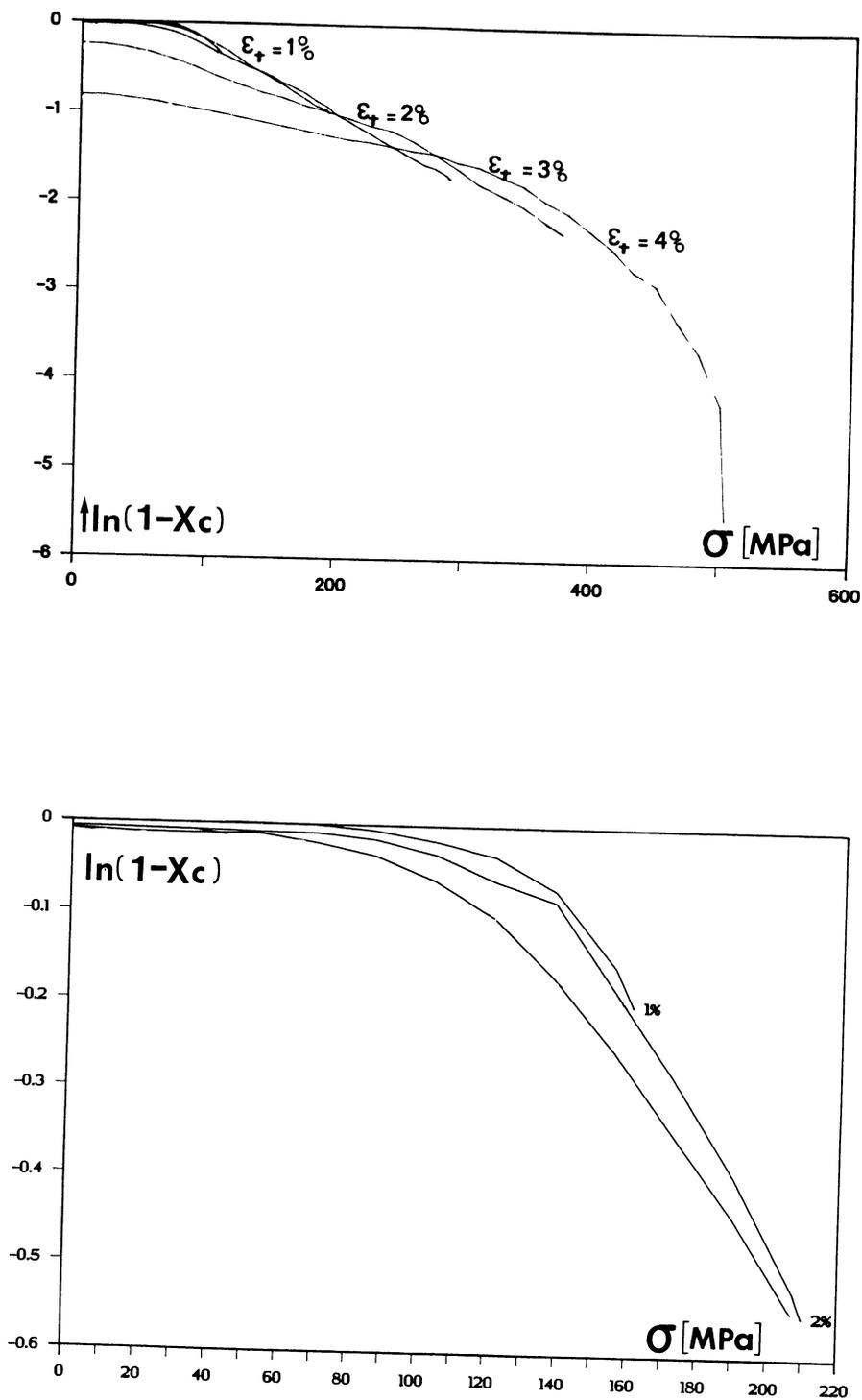


Fig. 11. — Détermination de l'équation d'évolution de la fraction de martensite formée x_c en charge ($\dot{\sigma} = 0,55$ MPa/s, (a) = $T = -80$ °C, (b) = $T = -70$ °C.
 [Determination of evolution equation of the proportion of formed martensite x_c , with loading ($\dot{\sigma} = 0.55$ MPa/s, (a) = $T = -80$ °C, (b) = $T = -70$ °C.)]

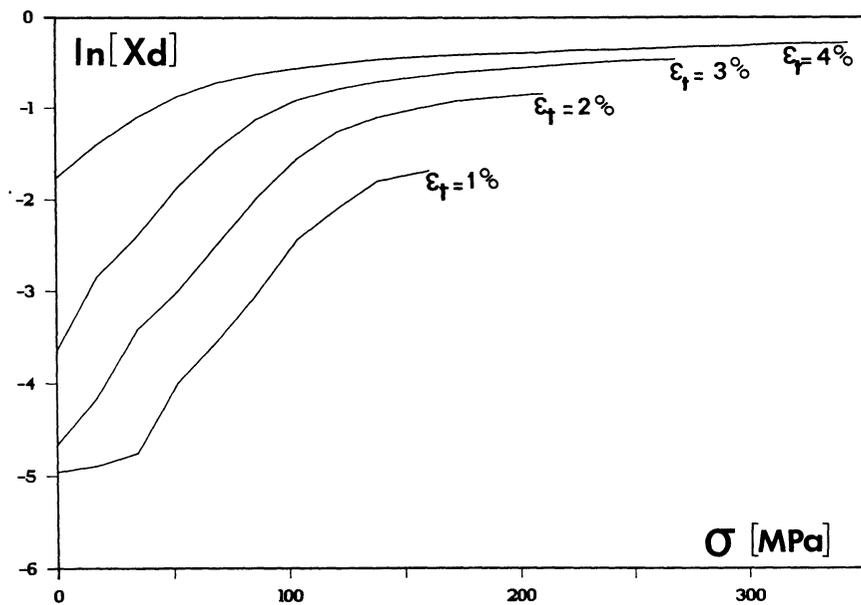
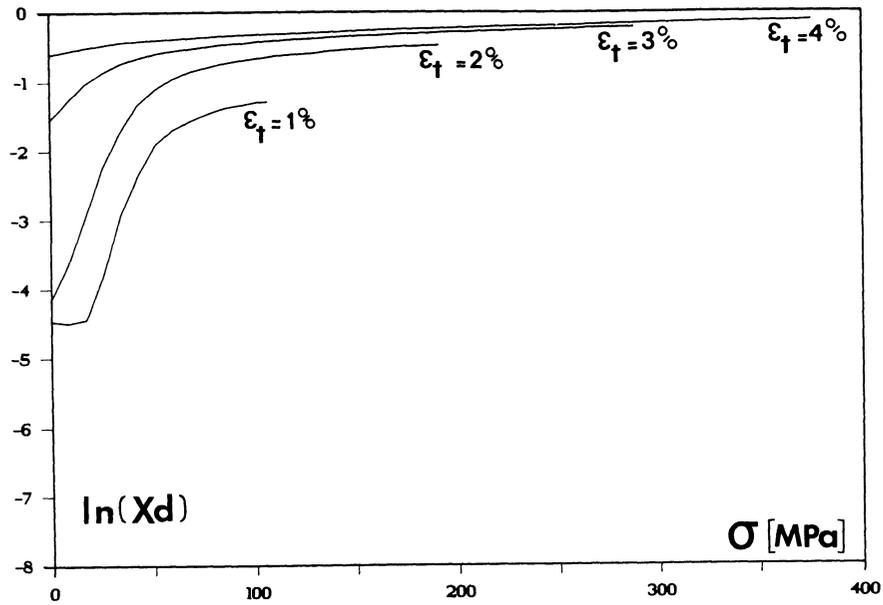


Fig. 12. — Détermination de l'équation d'évolution de la martensite restituée x_d en décharge (a) $T = -80^\circ\text{C}$, (b) $T = -70^\circ\text{C}$.

[Determination of evolution equation of the proportion of restituted martensite x_d , with unloading (a) $T = -80^\circ\text{C}$, (b) $T = -70^\circ\text{C}$.]

partielle des variantes de martensite préalablement polarisées sous l'effet de la contrainte externe en cours de charge. Cela signifie que $x_0 = x_c$ (1%, 2% ...) ne doit pas changer. Quand σ en décroissant atteint la valeur seuil $\sigma_{AS} = b_d(T - A_s)$ alors la transformation inverse martensite \Rightarrow austenite peut commencer.

Cette analyse est confirmée par l'observation des figures 12a et b.

Expérimentalement, on obtient une cinétique de la fraction de martensite résiduelle

$$x_d = x_0 (n\%) \exp(-a_d \langle b_d(T - A_s) - \sigma \rangle) \quad (16b)$$

avec $b_d = b$ de l'ordre de 4.MPa/°C.

Théoriquement

$$a_d b = \frac{2 \ln 10}{A_f - A_s} = (1,54 \text{ °C pour notre alliage})$$

$$\Rightarrow (a_d)_{th} = 0,38 \text{ MPa}^{-1}$$

En fait nous obtenons a_d de l'ordre de 0,05.

La grande différence entre a_c et a_d peut s'expliquer par le fait que les processus physiques ne sont pas les mêmes lors de la création (nucléation puis croissance) et de la disparition de la martensite.

En bref, les essais de traction décharge en liaison aux mesures de résistivité permettent d'obtenir un modèle purement phénoménologique de comportement pseudo-élastique. Il est nécessaire de confronter cette identification aux modèles déjà existants.

Remarquons, dans notre cas, quand x_c est petit, la relation (15) donne

$$x_c = a_c \langle \sigma - \sigma_0(T) \rangle \quad (17)$$

alors dans ce cas

$$dx_c = a_c(d\sigma - b dT) \quad (18)$$

$$\Rightarrow d\varepsilon^{PE} = \frac{a_c}{a} dx_c \quad (19)$$

La pseudo-élasticité de transformation pure est proportionnelle à la cinétique de la fraction de martensite formée.

3. Confrontation entre les résultats expérimentaux et les modèles théoriques existants.

Deux approches principales existent actuellement, à savoir, l'analyse thermodynamique de Tanaka *et al.* [12] avec x choisie comme variable interne et les aspects cinématique de la plasticité de transformation pure étudiée par Patoor *et al.* [8].

3.1 APPROCHE THERMODYNAMIQUE [12]. — Dans le cadre des modèles standards à variables internes, un résultat formellement remarquable résumant l'apport de la thermodynamique des processus irréversibles, est que la simple donnée de l'énergie libre μ et d'un potentiel de dissipation Φ [13], suffit à déterminer complètement le comportement mécanique du matériau.

L'analyse est classique ; reprenons-la succinctement.

$$\text{Variables d'état } \mathbf{j} = \{\varepsilon^{ei}, T, x\} \quad (20)$$

$$\text{avec } \dot{\mathbf{j}} = \dot{\mathbf{j}} \quad (21)$$

L'inégalité de Clausius Duhem s'écrit :

$$A \dot{x} - \frac{1}{\rho_0 T} \mathbf{Q} \cdot \text{grad } T \geq 0 \quad (22)$$

où la quantité $A = -\mu_x$ est appelée l'affinité ou la force motrice de la transformation (Nishiyama [14] et \mathbf{Q} le vecteur flux de chaleur.

Tanaka [12] écrit le potentiel convexe sous la forme :

$$\begin{cases} \Phi = \Phi_1(\mathbf{j}) \frac{A^2}{2} + \Phi_2(\text{grad } T, \mathbf{j}) \\ \Phi_1 > 0 \\ \text{et } \Phi_2 > 0 \text{ avec } \Phi_2(\text{grad } T = 0) = 0 \end{cases} \quad (23)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \Phi_A = \Phi_1(\mathbf{j}) A(\mathbf{j}) = \Phi_1(\sigma, T, x) \quad (24a) \\ -\mathbf{Q}/\rho_0 T = \Phi_2 \text{ grad } T \quad (24b) \end{array} \right.$$

La nature de la transformation martensitique révèle que celle-ci s'opère en l'absence de diffusion c'est-à-dire, on peut écrire :

$$x = \varphi(\sigma, T) \quad (25)$$

avec deux cinétiques parfaitement identifiées dans notre cas en charge (x_c) et en décharge x_d .

Nous obtenons les équations constitutives sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\sigma} = \rho_0 \dot{\varepsilon} = D : \dot{\varepsilon} + \Phi \dot{T} + \Omega \dot{x} \quad (26a) \\ \dot{x} = \varphi_\sigma : \dot{\sigma} + \varphi_T \dot{T} \quad (26b) \end{cases}$$

avec $D = \rho_0 \dot{\varepsilon}_{\varepsilon\varepsilon}$, $\Theta = \rho_0 \dot{\varepsilon}_{\varepsilon T}$, $\Omega = \rho_0 \dot{\varepsilon}_{x\varepsilon}$ sont fonctions en général de \mathbf{j} .

En comportement uniaxe de traction, les équations (26) s'écrivent :

$$\dot{\sigma} = D \dot{\varepsilon} + \Phi \dot{T} + \Omega \dot{x} \quad (27a)$$

$$\dot{x} = \varphi_\sigma \dot{\sigma} + \varphi_T \dot{T} \quad (27b)$$

Rappelons les résultats que nous avons obtenus en charge : pour $\sigma \geq \sigma_0 = b(T - M_s)$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon^{ei} = \frac{b(T - M_s)}{E_A} + a \langle \sigma - b(T - M_s) \rangle \quad (2) \\ x_c = 1 - \exp(-a_c \langle \sigma - b(T - M_s) \rangle) \quad (15) \end{array} \right.$$

En regard à l'équation (27b) x est parfaitement identifié.

$$\dot{x}_c = a_c(1 - x) (\dot{\sigma} - b \dot{T}) \quad (28a)$$

$$\dot{\sigma} = \frac{\dot{\varepsilon}^{ei}}{a} - b \left(\frac{1}{E_A a} + 1 \right) \dot{T} \quad (28b)$$

L'équation (28b) n'est compatible avec l'équation (27a) que si

$$\Omega = \frac{\Omega_0}{1-x_c} \quad x_c = 1 \text{ exclu} \quad (29)$$

Nous utiliserons, à nouveau, le critère des métallurgistes, à savoir que la transformation est complète quand x_c atteint la valeur de 0,99.

On obtient la fonction énergie libre sous la forme :

- pour $\sigma \leq \sigma_0(T)$

$$\psi_c = \frac{1}{2} \left(\underline{D}_{\underline{A}} : \underline{\varepsilon}^{e^u} \right) : (\underline{\varepsilon}^{e^u}) \quad (30a)$$

$\underline{D}_{\underline{A}}$ tenseur complaisance de l'austenite

- pour $\sigma \geq \sigma_0(T)$

$$\psi_c \{ \underline{\varepsilon}^{e^u}, T, x_c \} = \frac{1}{2} \left(\underline{D}_{\underline{0}} : \underline{\varepsilon}^{e^u} \right) \underline{\varepsilon}^{e^u} + T \underline{\Theta}_0 : \underline{\varepsilon}^{e^u} - \text{Ln}(1-x_c) \underline{\Omega}_0 : \underline{\varepsilon}^{e^u} \quad (30b)$$

Finalement, si nous choisissons x comme variable interne, les équations constitutives identifiées par un plan d'expérience sont compatibles avec le cadre thermodynamique.

3.2 APPROCHE CINÉMATIQUE DE LA PLASTICITÉ DE TRANSFORMATION [8]. — Soient :

$\underline{\tau}$ le tenseur microscopique des contraintes

$\underline{\sigma}$ le tenseur macroscopique des contraintes

\underline{e}^T le tenseur microscopique des déformations totales

$\underline{\underline{e}}^T$ le tenseur macroscopique des déformations totales

Considérons un élément de volume macrohomogène V contenant uniquement la phase mère c'est-à-dire l'austenite A , dans l'état initial non chargé à la température T . Sous l'action de σ et (ou de T), une partie V_M et V se transforme en martensite.

$$\underline{\underline{e}}^T = \frac{1}{V} \int_V \underline{e}^T(\mathbf{r}) dV \quad (31)$$

Soient les valeurs moyennes

$$\langle \underline{e}^{TA} \rangle = \frac{1}{V_A} \int_{V_A} \underline{e}^{TA}(\mathbf{r}) dV \quad (32a)$$

$$\langle \underline{e}^{TM} \rangle = \frac{1}{V_M} \int_{V_M} \underline{e}^{TM}(\mathbf{r}) dV \quad (32b)$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{e}}^T = (1-x) \langle \underline{e}^{TA} \rangle + x \langle \underline{e}^{TM} \rangle \quad (33)$$

La déformation du matériau provient à la fois de la déformation des deux phases et de la déformation associée à la transformation.

L'expression (30) s'écrit aussi sous forme différentielle [6] :

$$d\underline{\underline{e}}^T = (1-x) d \langle \underline{e}^{TA} \rangle + x d \langle \underline{e}^{TM} \rangle + [\langle \underline{e}^{TM} \rangle - \langle \underline{e}^{TA} \rangle] dx \quad (34)$$

Ceci constitue le cas de la transformation couplée.

Ici, nous nous limitons au cas de la plasticité de transformation pure associée à une transformation martensitique thermoélastique c'est-à-dire à la pseudo-élasticité : ce qui revient à écrire :

$$d\underline{\underline{e}}^{PE} = [\langle \underline{e}_{PE}^{TM} \rangle - \langle \underline{e}_{PE}^{TA} \rangle] dx \quad (35)$$

La cinématique du polycristal étudiée en plasticité de transformation pure permet à Patoor *et al.* [8] d'écrire un critère de transformation :

$$F(\sigma_{ij}, T) = \bar{\sigma} + \frac{\text{tg}\alpha}{3} I_1 - \frac{B(T - M_s)}{g \cos\alpha} = 0 \quad (36)$$

avec $\bar{\sigma}$ contrainte équivalente :

$$\bar{\sigma} = (1/2 \text{ dev } \underline{\sigma} : \text{dev } \underline{\sigma})^{1/2}$$

$$I_1 = \text{trace } \underline{\sigma}$$

α = angle entre la direction de la transformation et sa projection sur le plan d'habitat

De plus, ils montrent que dans le cas des transformations pseudo-élastiques, l'angle α est quasiment nul, ce qui donne comme critère de transformation :

$$F(\sigma_{ij}, T) = \bar{\sigma} - \frac{B(T - M_s)}{g} = 0 \quad (37)$$

Ceci est tout à fait en accord avec nos essais uniaxiaux où le seuil de transformation σ_0 est défini par $\sigma_0(T) = b(T - M_s)$ avec $\frac{B}{g} = b$. La validité du principe du travail maximal étendue au cas du polycristal par Mandel [16] permet d'obtenir :

$$d\underline{\underline{e}}^{PE} = a' \frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}} \left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}} : d\underline{\sigma} + \frac{\partial F}{\partial T} dT \right) \quad (38)$$

$$\Rightarrow d\underline{\underline{e}}^{PE} = a' \left(\frac{\text{dev } \underline{\sigma}}{2 \bar{\sigma}} \right) \left(\frac{\text{dev } \underline{\sigma}}{2 \bar{\sigma}} : d\underline{\sigma} - \frac{B}{g} dT \right) \quad (39)$$

En remplaçant a' par $g^2 A/B$ (pour $\alpha = 0$), Patoor *et al.* [8] donnent directement l'équation de l'évolution de la transformation :

$$dx_c = \frac{A}{B} g \left(\frac{\text{dev } \underline{\sigma}}{2 \bar{\sigma}} : d\underline{\sigma} - \frac{B}{g} dT \right) \quad (40)$$

Dans le cas d'un chargement de traction uniaxe, les relations (36) et (37) s'explicitent simplement :

$$d\underline{\underline{e}}^{PE} = \frac{a'}{\sqrt{3}} \left(\frac{d\sigma}{\sqrt{3}} - \frac{B}{g} dT \right) \quad (41)$$

avec

$$dx = \frac{A}{B} g \left(\frac{d\sigma}{\sqrt{3}} - \frac{B}{g} dT \right) \quad (42)$$

ce qui donne

$$d\underline{\underline{e}}^{PE} = \frac{a' B}{Ag \sqrt{3}} dx \quad (\text{cf. relation (12)}) \quad (43)$$

Il n'y a accord entre leur modèle et notre approche que quand x_c est petit (la fonction exponentielle pouvant être développée en $e^y \simeq 1 + y$).

3.3 INTRODUCTION D'UNE VARIABLE D'ÉDUCATION X_e . — Ces modèles développés en pseudo-élasticité pure peuvent être utilisés pour un traitement d'éducation, en les modifiant légèrement pour y introduire une variable interne X_e dite d'éducation [16]. Un charge-

ment cyclique traction décharge ($\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$) ($0 \leftrightarrow 2\%$) a été effectué à $T = -70^\circ \text{C}$ ce qui correspond à un comportement pseudo-élastique pur.

La contrainte seuil de transformation diminue avec le nombre de cycles croissants (Fig. 13).

A la 1ère charge, l'équation de la surface critique s'écrit :

$$\bar{\sigma} - b(T - M_s) = \bar{\sigma} - \sigma_0 = 0 \quad (44)$$

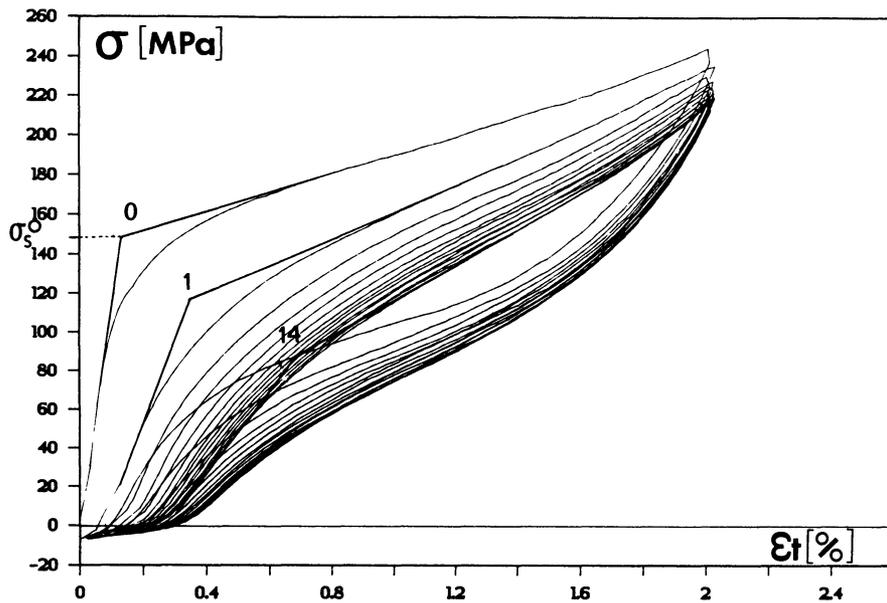


Fig. 13. — Courbe d'éducation purement mécanique (cycles 0-2%) $T = -70^\circ \text{C}$, $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.
[Education curve of a purely mechanic process (cycles 0-2%) $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$, $T = -70^\circ \text{C}$.]

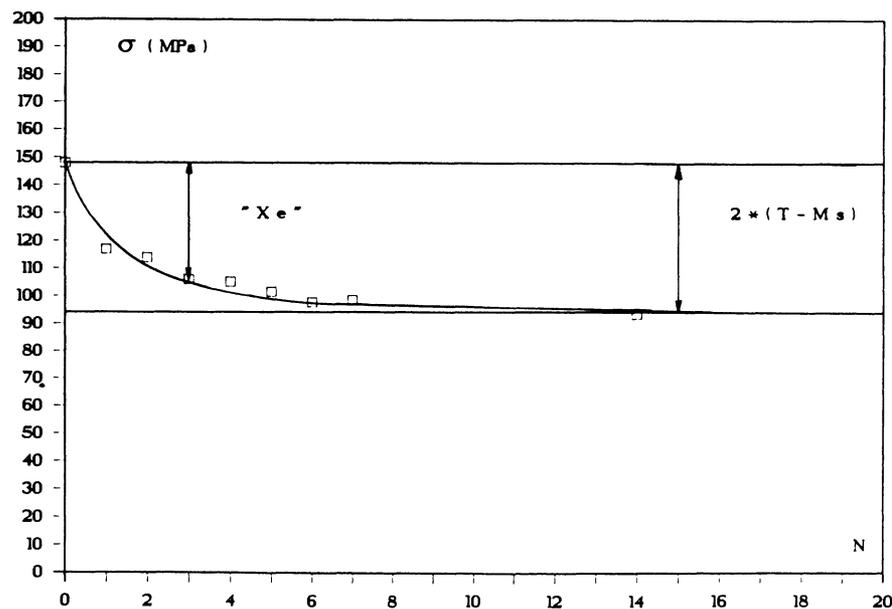


Fig. 14. — Evolution de la variable interne d'éducation X_e avec le nombre de cycles.
[Educational internal variable evolution X_e with number of cycle.]

A la nième charge :

$$\overline{\sigma + X_e} - b(T - M_s) = 0 \quad (45)$$

En uniaxial, X_e constitue la mesure de la diminution du seuil de transformation avec le nombre de cycles.

Comme le cycle (σ, ϵ) tend à se fermer vers une forme stabilisée, X_e sature au bout d'une quinzaine de cycle (Fig. 14).

Notre modèle s'en trouve légèrement modifié.

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon^{\text{PE}} = a < \overline{\sigma + X_e} - b(T - M_s) > \end{array} \right. \quad (46a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_c = 1 - \exp \left(-a_c \left\langle \overline{\sigma + X_e} - b(T - M_s) \right\rangle \right) \end{array} \right. \quad (46b)$$

$$\text{avec } X_e = X_e(N) \quad (46c)$$

Conclusion.

A partir d'un plan d'expérience, c'est-à-dire d'un ensemble d'essais de traction décharge juxtaposés à des mesures de résistivité, le comportement pseudo-élastique pur semble correctement identifié. Cependant, il faut d'une part signaler que le seuil de transformation martensitique obtenue apparaît comme particulièrement élevé par rapport aux valeurs couramment admises ($\sigma_0 = b(T - M_s)$ ici $b = 4 \text{MPa}/^\circ\text{C}$ au lieu de $2 \text{MPa}/^\circ\text{C}$).

On peut certes attribuer cette différence à un effet de composition et en particulier à la présence d'affinants dans l'alliage, mais principalement, à un fort

niveau de contrainte interne qui se développe dès que le seuil théorique est atteint $\sigma_0 = 2(T - M_s)$. D'autre part, soulignons le problème rencontré de discontinuité sur l'écriture classique [11, 12] de la loi d'évolution de la fraction de martensite (en charge ou en décharge) selon si la transformation s'effectue sous l'effet de la contrainte appliquée (à température constante) ou à température variable (et contrainte nulle).

En d'autres termes, si x est une variable interne nécessaire pour décrire le comportement pseudo-élastique lors d'une transformation martensitique, elle n'est pas suffisante, il faut lui adjoindre au moins, une variable interne tensorielle \underline{X} (ce qui est déjà partiellement effectué avec la variable d'éducation \underline{X}_e qui constitue une valeur particulière de \underline{X} au seuil de transformation). Ainsi, l'ensemble des variables d'état s'écrit $\mathbf{j} = \{T, \underline{\epsilon}^e, x, \underline{X}, \dots\}$. L'énergie libre ψ identifiée ici, dans une approche simplifiée, s'en trouvera profondément modifiée. Actuellement, un bilan énergétique est effectué au moyen d'un dispositif expérimental utilisant les techniques de la thermographie infrarouge [17] durant la déformation d'un alliage à mémoire de forme ($T > A_F$) sollicité en traction-décharge. Cette approche, avec en parallèle des mesures de résistivité permettra d'indiquer les modifications nécessaires au modèle présenté dans ce travail.

Remerciements.

Une partie de ce travail a fait l'objet d'un contrat avec l'entreprise SOURIAU et nous remercions particulièrement Monsieur L. CONTARDO.

Bibliographie

- [1] PATEL J. R. and COHEN M., *Acta Met.* 1 (1953) 531.
- [2] ROMERO R., LOVEY F. C. and AHLERS M., *Philos. Mag. A* 58 (1988) 881.
- [3] ONODERA H., TAMURA I. N.S.F. US/Japan, Seminar (1979) 12.
- [4] ROMERO R. and AHLERS M., *Philos. Mag. A* 59 (1989) 1103.
- [5] GAUTIER E., Thèse d'Etat Nancy (1985).
- [6] LEBLOND J.B., MOTTET G. and DEVAUX J.C., *J. Mech. Phys. Solids* 34 (1986) 395.
- [7] LEXCELLENT C., VACHER P., Comportement thermomécanique d'alliages polycristallins à mémoire de forme Cu Zn Al ; VIIème Symposium Franco-Polonais, Nouveaux aspects de la mécanique des matériaux élastoplastiques ; Radziejowice, Pologne (2-7 juillet 1990).
- [8] PATOOR E., EBERHARDT A. and BERVEILLER M., *Acta Met.* 25 (1987) 2779.
- [9] Rapport de contrat de programme DGRST n° 81-P-0478, Tréfinmétaux-INSA (Partie INSA).
- [10] CONTARDO L., Thèse INSA Lyon (1988).
- [11] KOISTINEN D. P. and MARBURGER R. E., *Acta Met.* 7 (1959) 59.
- [12] TANAKA K. KOBAYASHI S. and SATO Y., *Int. J. plasticity* 2 (1986) 59.
- [13] MOREAU J.J., Fonction de résistance et fonction de dissipation ; exposé n° 6, séminaire d'analyse convexe, Montpellier (1971).
- [14] NISHIYAMA Z., Martensitic Transformation (Academic New-York) 1978.
- [15] MANDEL J., Plasticité classique et viscoplasticité ; CISM UDINE (1971).
- [16] BERVEILLER M., Propriétés thermomécaniques des alliages à Mémoire de forme, Conférence aux journées A.M.F. d'Aix-en-Provence, ENSAM Aix-en-Provence (11 mai 1989).
- [17] CHRYSOCHOOS A., CHEZEAU J. C. and CAUMON H., *Revue Phys. Appl.* 24 (1989) 215.