



HAL
open science

Etude des convertisseurs statiques continu-continu à résonance, modélisation dynamique

J.P. Ferrieux, J. Perard, E. Olivier

► **To cite this version:**

J.P. Ferrieux, J. Perard, E. Olivier. Etude des convertisseurs statiques continu-continu à résonance, modélisation dynamique. *Revue de Physique Appliquée*, 1985, 20 (5), pp.255-268. 10.1051/rphysap:01985002005025500 . jpa-00245330

HAL Id: jpa-00245330

<https://hal.science/jpa-00245330>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification
 Physics Abstracts
 83.60

Etude des convertisseurs statiques continu-continu à résonance, modélisation dynamique

J. P. Ferrieux, J. Perard et E. Olivier

Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble (LA 355),
 BP 46, 38402 Saint Martin d'Hères, France

(Reçu le 24 septembre 1984, révisé le 10 décembre, accepté le 4 février 1985)

Résumé. — Les auteurs présentent un nouveau type de convertisseur continu-continu à étage intermédiaire utilisant les propriétés des circuits résonnants. Une étude analytique des convertisseurs à résonance permet de décrire le fonctionnement statique et d'évaluer les caractéristiques de ces convertisseurs. La modélisation a été effectuée et met en relief le comportement dynamique de ces convertisseurs. Cette étude en petits signaux a conduit à une représentation sous forme de fonctions de transfert faisant intervenir les variables de sorties (tension) et de contrôle (fréquence de découpage). L'expérimentation de tels convertisseurs a confirmé l'étude analytique et la validité des relations dynamiques.

Abstract. — The authors present a new type of DC-to-DC converter using resonant circuits properties. DC operation theoretical analysis determines the DC-to-DC conversion ratio and gives characteristics and limitations of these converters. The modelling, leading to small signal transfer functions, provides the output voltage and the switching frequency which represent the converter dynamic behaviour. Transfer functions, measured experimentally on series resonant and parallel resonant converters, confirm the theoretical analysis results.

1. Introduction.

L'utilisation du « découpage » dans la conversion d'énergie électrique, depuis plusieurs années, a permis le développement des convertisseurs statiques continu-continu.

En 1980, 35 % des alimentations continues sont à découpage, on prévoit que cette proportion atteigne 75 % en 1984.

Les domaines d'applications sont variés et requièrent certaines des caractéristiques suivantes :

- * Rendement élevé.
- * Plusieurs sorties isolées. (Alimentation de cartes électroniques pour la micro-informatique, les appareils de mesure, ...).
- * Sources primaires d'énergie électrique variées. (Continu : 12-24-48 V, Alternatif : 127-220 V, 50-60-400 Hz).
- * Puissances massives et volumiques élevées. (Systèmes embarqués, poste de soudure, ...).

La mise au point de nouveaux interrupteurs commandables performants autorise le fonctionnement à haute fréquence de ces convertisseurs, ce qui a pour effet de diminuer le poids et le volume, d'augmenter le rendement du système.

Exemple :

Alimentation $2 \times 40 \text{ V} - 5 \text{ A}$: 2 kg – 2 l contre 14 kg – 18 l.

Augmentation du rendement de 50 % à 80 %.

Deux grands principes de conversion continu-continu sont utilisés suivant le mode d'action sur la variable de sortie :

* La modulation de largeur d'impulsion.

Dans ce mode d'action, le réglage du transfert d'énergie est effectué par variation du temps de conduction de l'interrupteur commandable à fréquence fixe.

* Utilisation des circuits résonnants.

Ce mode d'action utilise les propriétés des circuits résonnants en fréquence variable (réglage du transfert d'énergie par variation d'impédance réactive).

Cet article concerne l'étude dynamique des convertisseurs continu-continu utilisant les propriétés des circuits résonnants.

Le principal intérêt de ces convertisseurs réside dans le fait que les courants et tensions sont quasi sinusoïdaux, les pertes par commutation dans les interrupteurs sont faibles, le circuit résonnant se comporte comme un circuit d'aide à la commutation.

Le comportement statique de ces convertisseurs a été largement développé [1-3] ; ils présentent des caractéristiques naturelles de sortie intéressantes.

L'étude dynamique a été également abordée [4] mais la méthode proposée est difficilement exploitable pour calculer et mettre au point une régulation.

L'étude développée dans cet article emploie une méthode de modélisation dynamique simple qui a fait ses preuves pour les convertisseurs cc-cc classiques [5]. Elle permet la détermination des fonctions de transfert intéressantes, celles-ci étant directement utilisables pour une régulation et l'optimisation de celle-ci.

2. Principe de fonctionnement, caractéristiques statiques.

2.1 ALIMENTATION À RÉSONANCE SÉRIE.

2.1.1 Montage d'étude. — Le circuit résonnant série est alimenté par un onduleur de tension, on prélève le courant dans le circuit LC pour le redresser à l'aide d'un redresseur de courant. La sortie sera donc filtrée par capacité.

La figure 1 représente le schéma de principe du montage d'étude.

2.1.2. Etude du fonctionnement. — L'onduleur de tension fonctionne à la fréquence F voisine de la fréquence de résonance $F_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$.

La figure 2 montre les différentes formes d'ondes pour $F > F_0$. Il apparaît que la période de fonctionnement est divisée en quatre intervalles déterminés par le déphasage entre la tension v_e issue de l'onduleur et la tension v_r ramenée par le redresseur.

Pour chaque instant de la période on peut écrire le courant de la branche LC (i_e) et la tension aux bornes de C (v_c) sous la forme :

$$i_e = I \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \phi) \tag{1}$$

$$v_c = V_0 - I \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cos(\omega_0 \cdot t + \phi) \tag{2}$$

où V_0 est la tension aux bornes de l'ensemble LC pour l'intervalle considéré. L'influence des résistances séries est négligée. On fera par la suite l'hypothèse suivante :

$$R_s \cdot C_s \gg T = \frac{1}{F}.$$

Le calcul en régime permanent est développé dans l'annexe 1 ; il permet d'obtenir l'expression de la tension de sortie en fonction des variables d'entrée connues (tension d'entrée, fréquence), (relation (18), Annexe 1).

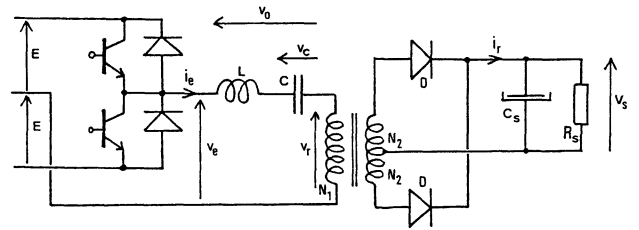


Fig. 1. — Schéma de principe du convertisseur à résonance série.

[Principle diagram of series resonant converter.]

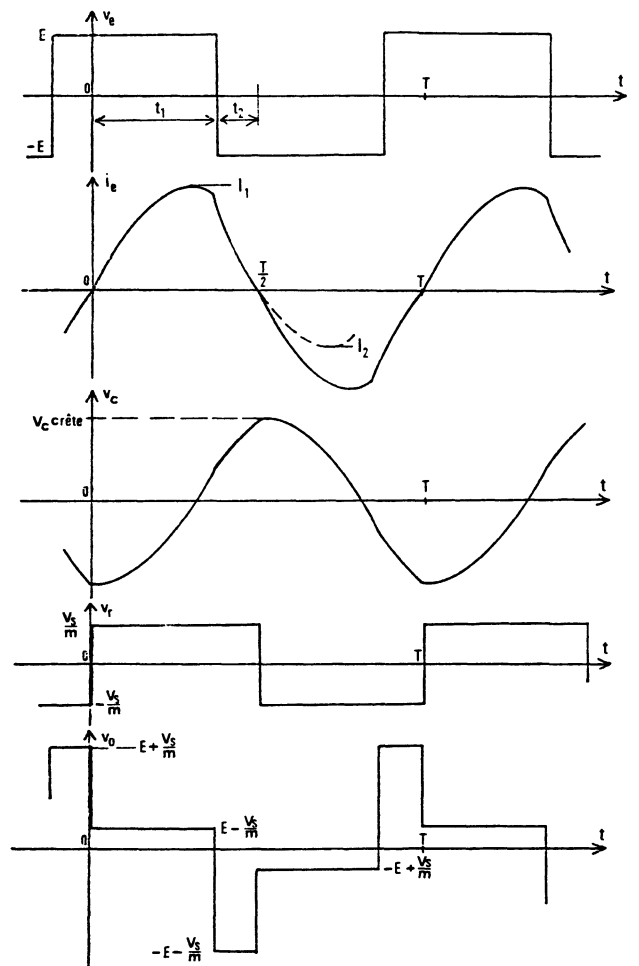


Fig. 2. — Formes d'ondes en conduction continue.

[Voltage and current waveforms in continuous conduction mode.]

$$V_s = m \cdot E \cdot \frac{-Q \cdot (1 + \cos \theta) + \sqrt{2 \cdot Q^2 \cdot (1 + \cos \theta) + (1 - \cos \theta)^2}}{1 - \cos \theta + Q^2 \cdot (1 + \cos \theta)} \tag{18}$$

où $m = \frac{N_2}{N_1}$ (rapport de transformation)

$$\theta = \pi \cdot \frac{F_0}{F}$$

$$Q = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{m^2}{R_s} \cdot \frac{F_0}{F} = \frac{m \cdot v_c \text{ crête}}{V_s} = \text{coefficient de surtension} . \tag{13}$$

La relation (18) n'est valable que pour $F > F_0$, zone de fréquence où le redresseur est toujours en conduction continue. Pour $F < F_0$, le redresseur passe en conduction discontinue lorsque $V_s = m \cdot E$, et la tension de sortie reste à cette valeur durant la conduction discontinue.

L'étude complète du fonctionnement pour $F < F_0$ est développée dans la référence [3].

La figure 3a représente la tension de sortie en fonction de la fréquence, les différentes courbes étant paramétrées suivant la charge R_s .

Nous déduisons de ces courbes les caractéristiques en charge (Fig. 3b) à fréquence constante.

2.1.3 Remarques. — Nous ne nous intéresserons qu'au fonctionnement à $F > F_0$ pour utiliser au mieux les caractéristiques (conduction continue). Les interrupteurs de l'onduleur pourront être alors des thyristors duaux [2].

Les caractéristiques naturelles de sortie montrent que le fonctionnement en court-circuit est possible, l'expression du courant de court-circuit I_{sc} étant :

$$I_{sc} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{E}{m \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}} \cdot \frac{F}{F_0} \left(-1 + \sqrt{1 + \cos \theta} \right)$$

On pose :

$$q = \frac{m^2}{R_s} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

2.2 ALIMENTATION À RÉSONANCE PARALLÈLE.

2.2.1 Montage d'étude. — A partir de l'étude précédente, il est possible d'appliquer les règles de la dualité [1]. Cette transformation nous conduit à un convertisseur alimenté par un commutateur de courant, la sortie étant filtrée par une inductance L_s figure 4a.

On peut modifier ce schéma en transformant le commutateur de courant en un onduleur de tension, en série avec l'inductance L . En faisant l'approximation du premier harmonique pour les courants et tensions d'entrée; on a :

$$\frac{4}{\pi} \cdot E = L \cdot \omega \cdot \frac{4}{\pi} \cdot I$$

E = tension d'entrée de l'onduleur

I = courant d'entrée du commutateur

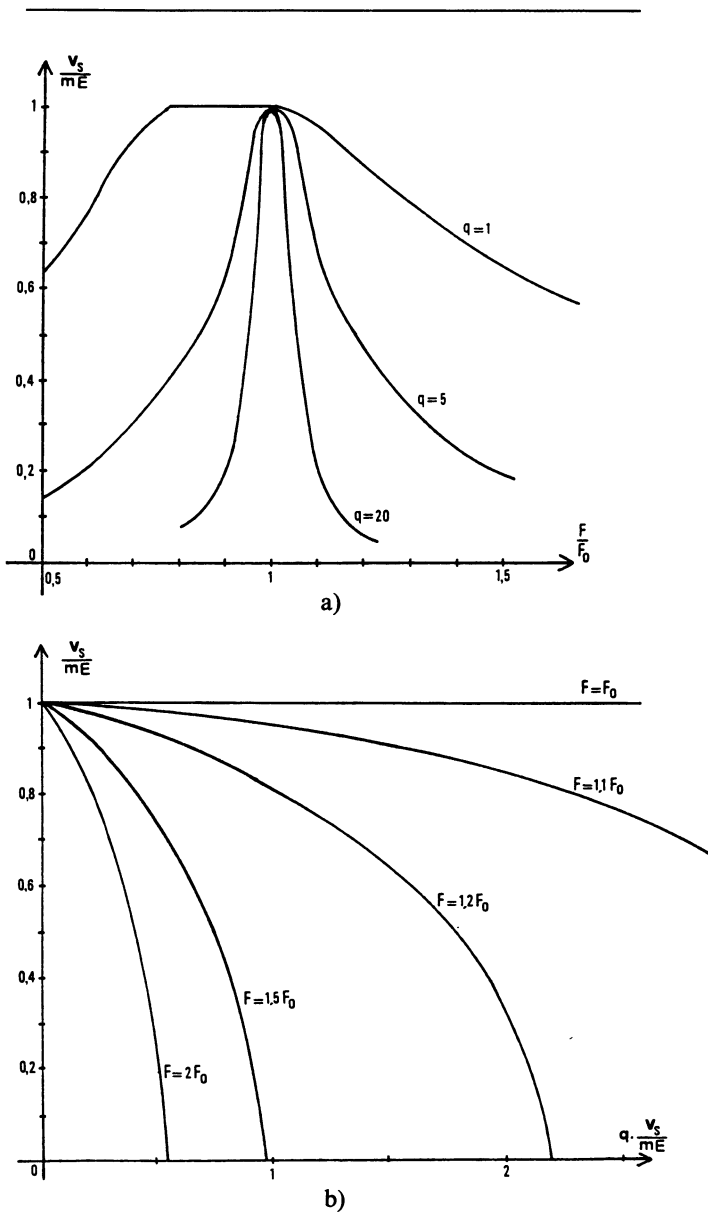


Fig. 3. — Caractéristiques statiques du convertisseur à résonance série : a) tension-fréquence, b) tension-courant.

[Static characteristics of series resonant converter : a) voltage-frequency, b) voltage-current.]

$$E = L \cdot \omega \cdot I = L \cdot \frac{\omega}{\omega_0} \cdot \omega_0 \cdot I = I \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{F}{F_0}$$

Remarque : Cette approximation est justifiée si la fréquence de fonctionnement F est supérieure à la

fréquence de résonance, le circuit oscillant se comportant comme un filtre vis-à-vis de la tension d'entrée. Elle a été validée expérimentalement [5] et donne de bons résultats.

On obtient ainsi le montage d'étude représenté figure 4b.

2.2.2 Caractéristiques statiques. — A partir de l'étude

en régime statique faite au paragraphe 2.1.2 et de la relation (18), on applique la dualité en remplaçant :

$$\begin{aligned} v_r \text{ par } i_r & & C \rightarrow L \\ V_s \rightarrow I_s & & L \rightarrow C \\ R_s \rightarrow G = \frac{1}{R_s} & & E \rightarrow I. \end{aligned}$$

On obtient ainsi l'expression du courant de sortie pour $F > F_0$

$$I_s = \frac{I}{m} \cdot \frac{-Q \cdot (1 + \cos \theta) + \sqrt{2 \cdot Q^2 \cdot (1 + \cos \theta) + (1 - \cos \theta)^2}}{1 - \cos \theta + Q^2 \cdot (1 + \cos \theta)}$$

Après transformation du commutateur de courant en un onduleur de tension de valeur $E = I \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{F}{F_0}$, on peut exprimer la tension de sortie de cette alimentation à résonance parallèle :

$$v_s = m \cdot E \cdot \frac{2 \cdot Q}{\pi} \cdot \frac{-Q \cdot (1 + \cos \theta) + \sqrt{2 \cdot Q^2 \cdot (1 + \cos \theta) + (1 - \cos \theta)^2}}{1 - \cos \theta + Q^2 \cdot (1 + \cos \theta)} \tag{20}$$

où

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \cdot \frac{R_s}{m^2} \cdot \frac{F_0}{F} = \frac{i_L \text{ crête}}{m \cdot I_s} \\ \theta &= \pi \frac{F_0}{F} \\ m &= \frac{N_2}{N_1}. \end{aligned}$$

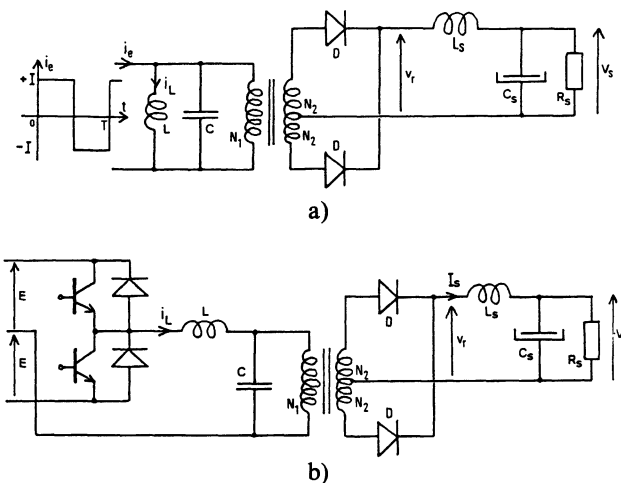


Fig. 4. — Schémas du convertisseur à résonance parallèle : a) schéma de principe, b) schéma d'étude.

[Diagrams of parallel resonant converter : a) principle diagram, b) complete diagram.]

Les figures 5a et 5b représentent les caractéristiques statiques de ce convertisseur :

- * La tension de sortie en fonction de la fréquence de fonctionnement, à charge constante (Fig. 5a).
- * Les caractéristiques de sortie à fréquence constante (Fig. 5b).

Remarques : Les caractéristiques naturelles de sortie montrent que les fonctionnements en court-circuit et à vide sont possibles, de la relation (5) nous déduisons les expressions de la tension à vide V_{so} et du courant de court-circuit I_{sc} .

$$V_{so} = \frac{2}{\pi} \cdot m \cdot E \cdot \left(-1 + \sqrt{\frac{2}{1 + \cos \theta}} \right) \quad F > F_0$$

$$I_{sc} = \frac{E}{m \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}} \cdot \frac{F_0}{F}$$

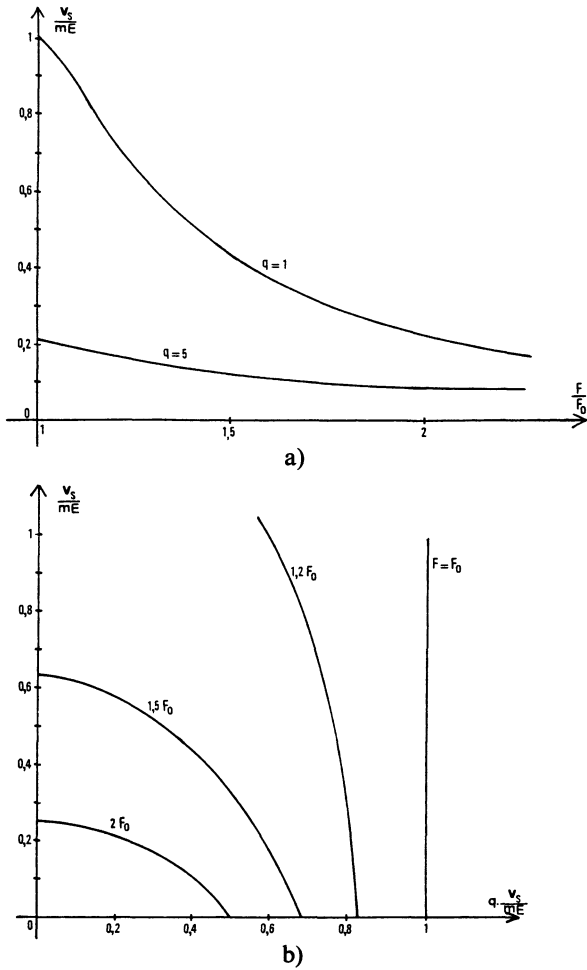


Fig. 5. — Caractéristiques statiques du convertisseur à résonance parallèle : a) tension-fréquence, b) tension-courant.

[Static characteristics of parallel resonant converter : a) voltage-frequency, b) voltage-current.]

On pose :

$$q = \frac{m^2}{R_s} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot$$

Le courant I_r moyen a été calculé pour l'étude du fonctionnement statique.

$$I_r \text{ moyen} = \frac{2}{m \cdot \pi \cdot \sqrt{L/C}} \cdot \frac{F}{F_0} \cdot \left(I_1 \sqrt{L/C} + \frac{V_s}{m} - E \right)$$

$$I_1^2 \cdot \frac{L}{C} + \left(\frac{2 \cdot V_s}{m} + I_1 \cdot \sqrt{L/C} \right)^2 + 2 \cdot I_1 \cdot \sqrt{L/C} \cdot \left(\frac{2 \cdot V_s}{m} + I_1 \cdot \sqrt{L/C} \right) \cdot \cos \theta = 4 \cdot E^2.$$

Après différentiation des relations (12) et (15) par rapport aux variables i_r, i_1, v_s, f en notant :

$$\begin{aligned} i_r &= I_r + \hat{i}_r & E &= \text{constante} \\ i_1 &= I_1 + \hat{i}_1 \\ v_s &= V_s + \hat{v}_s \\ f &= F + \hat{f}. \end{aligned}$$

3. Modélisation dynamique.

3.1 INTRODUCTION. — La période de fonctionnement de ces convertisseurs se décompose en quatre intervalles de durées variables suivant la charge. Ainsi il est impossible d'établir directement le schéma équivalent moyen, mais nous pouvons remarquer que la variable de sortie est produite par un redressement; sa limite inférieure est donc connue, égale à zéro figure 6.

Le convertisseur pourra être considéré comme un générateur de courant continu équivalent [5] dont le courant est la valeur moyenne du courant vrai de sortie prise sur une période figure 7.

3.2 MODÉLISATION DU CONVERTISSEUR À RÉSONANCE SÉRIE. — Dans ce convertisseur, le signal $i_r(t)$ (Fig. 6) est le courant i_e de la branche LC redressé.

Le convertisseur sera remplacé par un générateur de courant continu équivalent, de valeur I_r moyen.

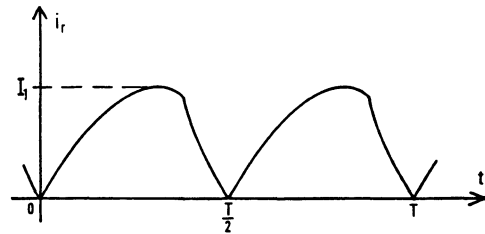


Fig. 6. — Forme du courant redressé.

[Rectified current waveform.]

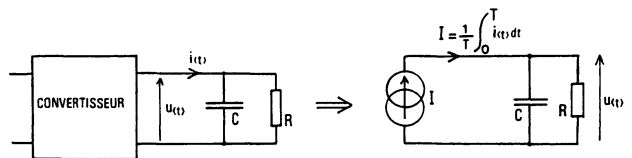


Fig. 7. — Modélisation du convertisseur par un générateur de courant équivalent.

[Modelling of series resonant converter using on equivalent current generator.]

On obtient :

$$(12) \rightarrow \hat{i}_r = \frac{2}{\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot m \cdot F_0} \left[F \cdot \left(\hat{i}_1 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} + \frac{\hat{v}_s}{m} \right) + \left(I_1 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} + \frac{V_s}{m} - E \right) \cdot f \right] \quad (21)$$

$$(15) \rightarrow \left(I_1 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} + \frac{V_s}{m} \right) \cdot (1 + \cos \theta) \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \hat{i}_1 + \left[I_1 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot (1 + \cos \theta) + \frac{2 \cdot V_s}{m} \right] \cdot \frac{\hat{v}_s}{m} + \\ + \left(\frac{I_1^2}{2} \cdot \frac{L}{C} + I_1 \cdot \frac{V_s}{m} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \right) \cdot \frac{\theta}{F} \cdot \sin \theta \cdot f = 0. \quad (22)$$

En éliminant \hat{i}_1 à l'aide de la relation (22), la relation (21) devient :

$$\hat{i}_r = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot m \cdot F_0} \cdot \left[\frac{-\frac{V_s}{m}}{E + \frac{Q \cdot V_s}{m}} \cdot \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta} \cdot \frac{\hat{v}_s}{m} + \left(\frac{Q \cdot V_s}{m} + \frac{\left[\left(\frac{V_s}{m} \right)^2 - \left(E + \frac{Q \cdot V_s}{m} \right)^2 \right] \cdot \frac{\theta}{2} \cdot \sin \theta}{\left(E + \frac{Q \cdot V_s}{m} \right) \cdot (1 + \cos \theta)} \right) \cdot \frac{f}{F} \right] \quad (23)$$

Le courant équivalent moyen i_r débité sur le réseau $R_s \cdot C_s$ de sortie. On peut écrire :

$$\hat{v}_s = \frac{R_s}{1 + R_s \cdot C_s \cdot P} \cdot \hat{i}_r \quad P = \text{variable de Laplace}. \quad (24)$$

En remplaçant (24) dans (23), nous obtenons la fonction de transfert reliant la variation de la tension de sortie (\hat{v}_s) à la variation de fréquence (\hat{f}).

Cette fonction de transfert peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\hat{v}_s}{\hat{f}} = \frac{G}{1 + \frac{P}{\omega_c}} \quad (25)$$

où :

$$G = \frac{m \cdot E}{F} \cdot \frac{\frac{V_s}{m \cdot E} \cdot Q \cdot \left(1 + Q \cdot \frac{V_s}{m \cdot E} \right) \cdot (1 + \cos \theta) + \left[\left(\frac{V_s}{m \cdot E} \right)^2 - \left(1 + Q \cdot \frac{V_s}{m \cdot E} \right)^2 \right] \cdot \frac{\theta}{2} \cdot \sin \theta}{Q \cdot \left(1 + \frac{V_s}{m \cdot E} \right) \cdot (1 + \cos \theta) + \frac{V_s}{m \cdot E} \cdot (1 - \cos \theta)}$$

$$\omega_c = \frac{1}{R_s \cdot C_s} \cdot \left[1 + \frac{\frac{V_s}{m \cdot E} \cdot (1 - \cos \theta)}{\left(1 + Q \cdot \frac{V_s}{m \cdot E} \right) \cdot Q(1 + \cos \theta)} \right].$$

La figure 8a représente le module du gain statique G en fonction du rapport $\frac{F}{F_0}$, pour deux charges R_s différentes.

La figure 8b représente la fréquence de coupure $\frac{\omega_c}{2 \cdot \pi}$ en fonction du rapport $\frac{F}{F_0}$, pour deux charges R_s différentes.

$$\text{On pose :} \quad q = \frac{m^2}{R_s} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

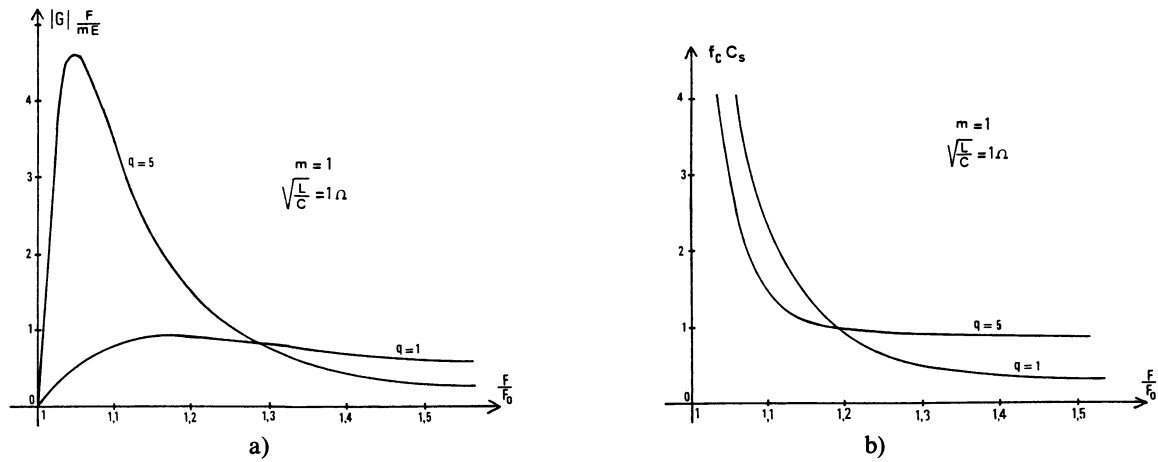


Fig. 8. — Caractéristiques dynamiques du convertisseur à résonance série : a) gain, b) fréquence de coupure. [Dynamic characteristics of series resonant converter : a) gain, b) cut-off frequency.]

Remarque : Cette étude dynamique peut être reprise en considérant les petites variations de la tension d'entrée, à fréquence constante. On a alors :

$$e = E + \hat{e}$$

$$F = \text{constante} .$$

On définit ainsi la fonction de transfert reliant les petites variations de la tension de sortie à celles de la tension d'entrée.

$$\frac{\hat{v}_s}{\hat{e}} = \frac{G'}{1 + \frac{P}{\omega'_c}} \tag{26}$$

où :

$$G' = \frac{(1 - \cos \theta) - \frac{Q \cdot V_s}{m \cdot E} \cdot (1 + \cos \theta)}{Q \cdot \left(1 + \frac{Q \cdot V_s}{m \cdot E}\right) \cdot (1 + \cos \theta) + \frac{V_s}{m \cdot E} \cdot (1 - \cos \theta)}$$

$$\omega'_c = \omega_c .$$

3.3 MODÉLISATION DU CONVERTISSEUR À RÉSONANCE PARALLÈLE. — Il est possible d'utiliser tous les calculs précédents en appliquant la dualité existante entre les deux montages, compte tenu de l'approximation faite au paragraphe 2.2.1.

La relation (23) devient, après transformation :

$$\hat{v}_r = \frac{2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot m \cdot F}{\pi F_0} \cdot \left[\frac{-m \cdot I_s}{\frac{E}{\sqrt{L}} \cdot \frac{F_0}{F} + Q \cdot m \cdot I_s} \cdot \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta} \cdot m \cdot \hat{i}_s + \left(Q \cdot m \cdot I_s + \frac{\left[(m \cdot I_s)^2 - \left(\frac{E}{\sqrt{L}} \cdot \frac{F_0}{F} + Q \cdot m \cdot I_s \right)^2 \right] \cdot \frac{\theta}{2} \cdot \sin \theta}{\left(\frac{E}{\sqrt{L}} \cdot \frac{F_0}{F} + Q \cdot m \cdot I_s \right) (1 + \cos \theta)} \right) \cdot \frac{\hat{f}}{F} \right] \tag{27}$$

La tension équivalente moyenne v_r débitée sur le réseau L_s, R_s, C_s , la relation sera du deuxième ordre.

$$\hat{v}_s = \hat{v}_r \cdot \frac{1}{1 + \frac{L_s}{R_s} \cdot P + L_s \cdot C_s \cdot P^2} \quad (28)$$

$$\hat{v}_s = \hat{i}_s \cdot \frac{R_s}{1 + R_s \cdot C_s \cdot P} \quad (29)$$

En remplaçant (28) et (29) dans la relation (27), nous obtenons la fonction de transfert reliant la variation de la tension de sortie (\hat{v}_s) à la variation de fréquence (\hat{f}).

Cette fonction de transfert peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\hat{v}_s}{\hat{f}} = \frac{G}{1 + \frac{2 \cdot Z}{\omega_c} \cdot P + \frac{P^2}{\omega_c^2}} \quad (30)$$

où :

$$G = \frac{m \cdot E}{F} \cdot \frac{Q^2 \cdot \frac{V_s}{m \cdot E} \cdot \left(\frac{2}{\pi} + \frac{V_s}{m \cdot E} \right) \cdot (1 + \cos \theta) + \left[\left(\frac{V_s}{m \cdot E} \right)^2 - Q^2 \cdot \left(\frac{2}{\pi} + \frac{V_s}{m \cdot E} \right)^2 \right] \cdot \frac{\theta}{2} \cdot \sin \theta}{Q^2 \cdot \left(\frac{2}{\pi} + \frac{V_s}{m \cdot E} \right) \cdot (1 + \cos \theta) + \frac{V_s}{m \cdot E} \cdot (1 - \cos \theta)}$$

$$\frac{2 \cdot Z}{\omega_c} = \frac{Q^2 \cdot \left(\frac{2}{\pi} + \frac{V_s}{m \cdot E} \right) \cdot (1 + \cos \theta) \cdot \frac{L_s}{R_s} + \frac{V_s}{m \cdot E} \cdot (1 - \cos \theta) \cdot R_s \cdot C_s}{Q^2 \cdot \left(\frac{2}{\pi} + \frac{V_s}{m \cdot E} \right) \cdot (1 + \cos \theta) + \frac{V_s}{m \cdot E} \cdot (1 - \cos \theta)}$$

$$\omega_c^2 = \frac{1}{L_s \cdot C_s} \cdot \left[1 + \frac{\frac{V_s}{m \cdot E} \cdot (1 - \cos \theta)}{Q^2 \cdot \left(\frac{2}{\pi} + \frac{V_s}{m \cdot E} \right) \cdot (1 + \cos \theta)} \right]$$

Les figures 9a, 9b, 9c représentent respectivement le module du gain G , la fréquence de coupure $f_c = \frac{\omega_c}{2 \cdot \pi}$ et le coefficient d'amortissement Z , en fonction de $\frac{F}{F_0}$, pour deux exemples de charge R_s .

On pose : $q = \frac{m^2}{R_s} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$.

Remarque : De la même façon que pour l'alimentation à résonance série, on peut définir la fonction de transfert reliant les tensions d'entrée et de sortie.

$$\frac{\hat{v}_s}{\hat{e}} = \frac{G'}{1 + \frac{2 \cdot Z'}{\omega'_c} \cdot P + \frac{P^2}{\omega'^2_c}} \quad (31)$$

où

$$G' = \frac{2}{\pi} \cdot Q^2 \cdot \frac{\frac{2}{\pi} \cdot (1 - \cos \theta) - \frac{V_s}{m \cdot E} \cdot (1 + \cos \theta)}{Q^2 \cdot \left(\frac{2}{\pi} + \frac{V_s}{m \cdot E} \right) \cdot (1 + \cos \theta) + \frac{V_s}{m \cdot E} \cdot (1 - \cos \theta)}$$

$$Z' = Z$$

$$\omega'_c = \omega_c$$

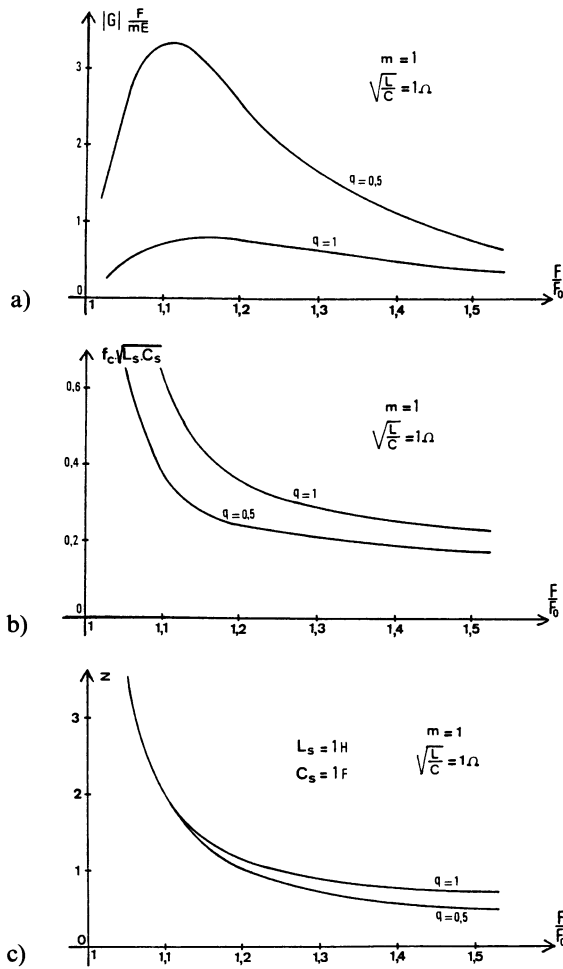


Fig. 9. — Caractéristiques dynamiques du convertisseur à résonance parallèle : a) gain, b) fréquence de coupure, c) coefficient d'amortissement.

[Dynamic characteristics of parallel resonant converter : a) gain, b) cut-off frequency, c) damping coefficient.]

4. Validations expérimentales.

4.1 MONTAGE DE MESURE. — La figure 10 représente le montage de mesure. L'onduleur est constitué de deux transistors MOS complémentaires, commandés directement par la gâchette.

- T₁ = MOS canal N IRF 523
- T₂ = MOS canal P IRF 9533
- D₁, D₂, D₃, D₄ = 1 N 4944
- E = Alimentation stabilisée ± 20 V
- C_s = 68 µF
- R_s ≥ 20 Ω.

A l'aide d'un oscillateur contrôlé en tension, on crée une perturbation sinusoïdale f autour du point de fonctionnement F . On étudie ainsi la réponse harmonique, en relevant les fonctions de transfert $\frac{\hat{v}_s}{\hat{f}}$ pour différents points de fonctionnement.

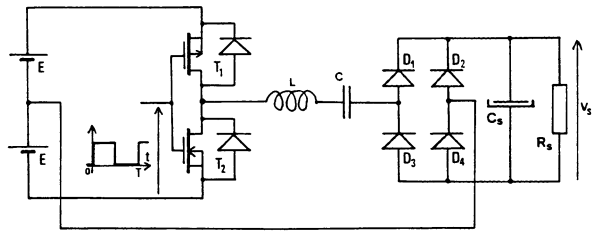


Fig. 10. — Montage de mesure expérimental.

[Experimental set-up.]

4.2 MESURES SUR LE MONTAGE À CIRCUIT RÉSONNANT SÉRIE. — Pour ce montage, on a :

$$\left. \begin{aligned} L &= 2,3 \text{ mH} \\ C &= 94 \text{ nF} \\ F_0 &= 10,8 \text{ kHz} \end{aligned} \right\} \sqrt{\frac{L}{C}} = 156 \Omega.$$

Les résultats de l'étude sont notés dans le tableau I. Les mesures ont été effectuées pour deux charges ($R_s = 20 \Omega$, $R_s = 100 \Omega$) et pour trois fréquences de découpage. Sont notés également les résultats du modèle théorique.

Le gain G est exprimé en V/kHz et noté en décibel. Les figures 11a et 11b représentent les fonctions de transfert mesurées (traits continus) et les résultats théoriques (traits pointillés).

$R_s = 20 \Omega \rightarrow$ figure 11a

$R_s = 100 \Omega \rightarrow$ figure 11b.

4.3 MESURES SUR LE MONTAGE À CIRCUIT RÉSONNANT PARALLÈLE. — Dans ce montage, on a :

$$\left. \begin{aligned} L &= 550 \mu\text{H} \\ C &= 470 \text{ nF} \\ F_0 &= 10,5 \text{ kHz} \\ L_s &= 11 \text{ mH} \end{aligned} \right\} \sqrt{\frac{L}{C}} = 32 \Omega.$$

Les résultats de l'étude sont notés dans le tableau II, pour 2 charges et 3 fréquences de découpage. Sont notés également les résultats du modèle théorique. Le gain G est exprimé en V/kHz et noté en décibel.

Les figures 12a-b-c représentent les fonctions de transfert relevées (traits continus) et les résultats théoriques (traits pointillés).

$F = 13 \text{ kHz}$ figure 12a

$F = 15 \text{ kHz}$ figure 12b

$F = 20 \text{ kHz}$ figure 12c.

4.4 CONCLUSION. — Ces mesures ont été effectuées avec une perturbation f d'environ 10 % de la fréquence de découpage F .

* Toutes les fréquences de coupure f_c des modèles théoriques sont vérifiées par la mesure.

Tableau I.

	F (kHz)	\hat{f} (kHz)	Mesures		Modèle	
			$ G $ (dB)	f_c (Hz)	$ G $ (dB)	f_c (Hz)
$R_s = 20 \Omega$	13	1,22	8,9	120	11	136
	15	1,13	- 2,3	125	- 1,64	122
	20	1,22	- 16,4	120	- 16	118
$R_s = 100 \Omega$	13	0,85	4,86	100	8,4	101
	15	1,13	2,73	45	4,9	44,5
	20	1,2	- 6	30	- 4,6	29

Tableau II.

F (kHz)	R_s (Ω)	$ G $ (dB)	Mesures f_c (Hz)	Z	$ G $ (dB)	Modèle f_c (Hz)	Z
13	20	- 0,9	600	2,1	- 5,3	515	2,03
	100	15	230	1,6	16,5	220	1,48
15	20	- 3,5	340	1,1	- 7,6	363	1,31
	100	8,4	190	0,7	7,6	200	0,68
20	20	- 9,1	290	1	- 14,6	264	0,8
	100	- 3,3	190	0,6	- 6,1	189	0,27

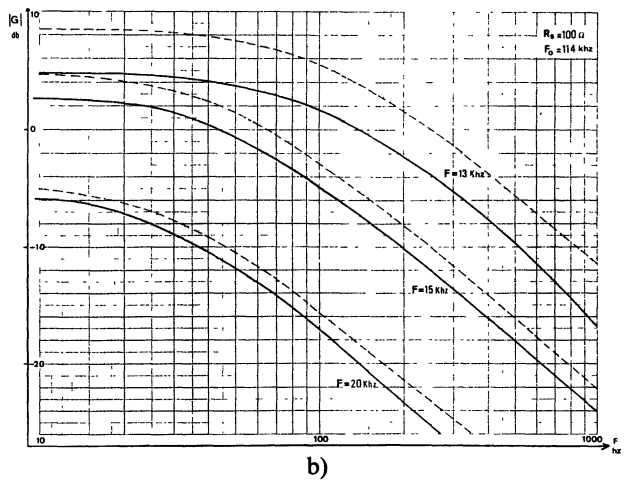
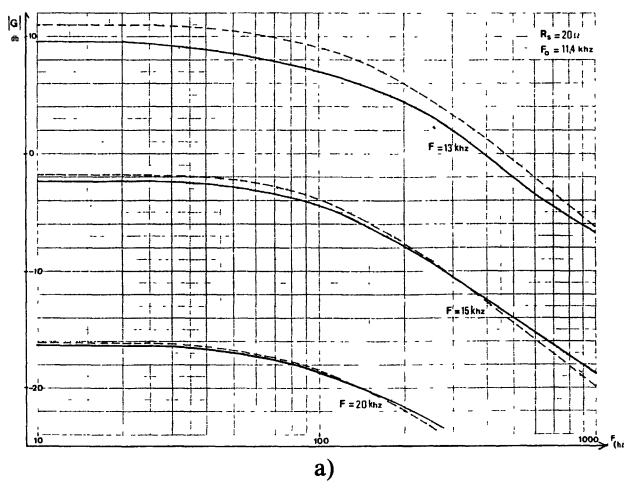


Fig. 11. — Diagrammes de Bode théoriques et expérimentaux pour différentes valeurs de la fréquence de découpage et de la charge : a) $R_s = 20 \Omega$, b) $R_s = 100 \Omega$.

[Theoretical and experimental Bode diagrams for different values of switching frequency and load : a) $R_s = 20 \Omega$, b) $R_s = 100 \Omega$.]

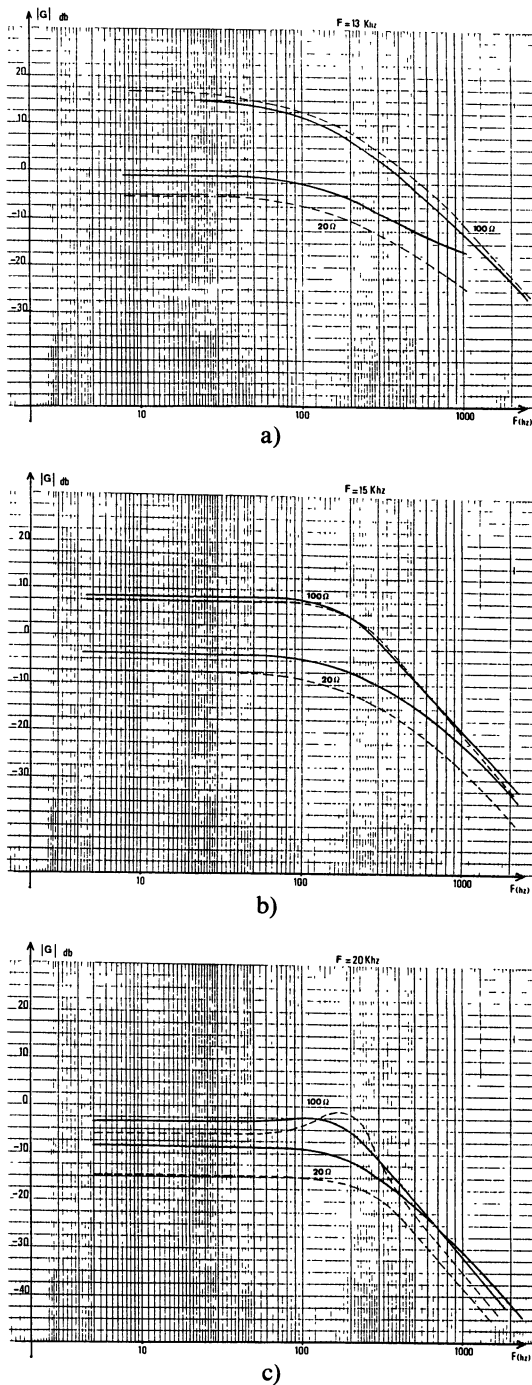


Fig. 12. — Diagrammes de Bode théoriques et expérimentaux pour deux valeurs de la charge et différentes valeurs de la fréquence de découpage : a) $F = 13$ kHz, b) $F = 15$ kHz, c) $F = 20$ kHz.

[Theoretical and experimental Bode diagrams for two values of load and different values of switching frequency : a) $F = 13$ kHz, b) $F = 15$ kHz, c) $F = 20$ kHz.]

* Les gains statiques G théoriques sont toujours supérieurs aux gains mesurés, différence due à l'amortissement du circuit (résistances séries parasites) qui n'est pas pris en compte dans les calculs.

* Il en est de même pour le coefficient d'amortissement Z , qui se trouve augmenté.

5. Conclusion.

Nous avons présenté au cours de cet article les deux principaux convertisseurs à résonance. Une étude statique complète a permis de mettre en relief les caractéristiques de ceux-ci. Ces convertisseurs présentent des caractéristiques de sortie intéressantes, et regroupent des avantages au niveau des interrupteurs : utilisation de thyristor-duaux et de redresseur de courant. D'autre part, le transformateur HF trouve ici une utilisation parfaite ce qui confère à ces convertisseurs des puissances massives et volumiques élevées.

Une méthode de modélisation simple, utilisée par ailleurs [5], a pu être appliquée à ce type de convertisseur. D'autres méthodes ont été envisagées, telle que la simulation numérique, mais cette dernière, bien que générale, ne permet pas d'obtenir directement le comportement dynamique.

Notre modèle se justifie donc lorsque les convertisseurs à résonance sont employés dans un système asservi, les conditions d'emploi (petits signaux autour d'un point de fonctionnement) ne sont pas un obstacle. La présentation sous forme de fonctions de transfert faisant intervenir les variables intéressantes (tensions d'entrée et de sortie, fréquence de découpage) en fait un outil simple et commode pour l'étude d'une boucle de régulation.

L'expérimentation a confirmé l'étude analytique et la validité de la méthode de modélisation employée.

La connaissance du comportement dynamique de la chaîne de puissance autorise la conception de nouveaux convertisseurs, où le fonctionnement en boucle fermée est nécessaire (alimentation à découpage régulée).

Annexe 1.

CALCULS RELATIFS AU FONCTIONNEMENT STATIQUE DU CONVERTISSEUR À RÉSONANCE SÉRIE. — La période de fonctionnement est divisée en quatre instants, pour chacun de ceux-ci on peut écrire (cf. § 2.1.2) :

$$i_c = I \sin(\omega_0 \cdot t + \phi) \tag{1}$$

$$v_c = V_0 - I \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cos(\omega_0 \cdot t + \phi) \tag{2}$$

i_c = courant dans la branche LC

v_c = tension aux bornes du condensateur

V_0 = tension aux bornes de l'ensemble LC.

Pendant l'intervalle de temps t_1 :

$$i_c = I_1 \cdot \sin \omega_0 \cdot t$$

$$v_c = E - \frac{V_s}{m} - I_1 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \cos \omega_0 \cdot t$$

I_1 = courant crête pendant l'intervalle t_1 ;

en $t = 0$

$$i_{e0} = 0$$

$$v_{c0} = E - \frac{V_s}{m} - I_1 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

en $t = t_1$

$$i_{e1} = I_1 \cdot \sin \omega_0 \cdot t_1 = I_1 \cdot \sin \phi_1$$

$$v_{c1} = E - \frac{V_s}{m} - I_1 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \cos \phi_1.$$

Pendant l'intervalle t_2 :

$$i_e = I_2 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \phi)$$

$$v_c = -E - \frac{V_s}{m} - I_2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \phi)$$

en $t = t_2$

$$i_e = 0 \rightarrow I_2 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t_2 + \phi) = 0$$

$$\omega_0 \cdot t_2 = \phi_2 = -\phi \quad (3)$$

$$v_{c2} = -v_{c0}$$

$$-E - \frac{V_s}{m} - I_2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \cos(\phi_2 + \phi) = -E - \frac{V_s}{m} + I_1 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} - I_2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = 2 \cdot \frac{V_s}{m} + I_1 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (4)$$

En écrivant la continuité des variables à l'instant t_1 on a :

$$i_{e1} = I_1 \cdot \sin \phi_1 = I_2 \cdot \sin \phi$$

$$v_{c1} = E - \frac{V_s}{m} - I_1 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \cos \phi_1 = -E - \frac{V_s}{m} - I_2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \cos \phi$$

en utilisant (3) on obtient, en fonction de ϕ_1, ϕ_2 :

$$I_1 \cdot \sin \phi_1 + I_2 \cdot \sin \phi_2 = 0 \quad (5)$$

$$I_1 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \cos \phi_1 - I_2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \cos \phi_2 = 2 \cdot E \quad (6)$$

$$(5) \rightarrow I_1^2 \cdot \sin^2 \phi_1 = I_2^2 \cdot \sin^2 \phi_2$$

$$I_1^2 \cdot (1 - \cos^2 \phi_1) = I_2^2 \cdot (1 - \cos^2 \phi_2)$$

$$I_1^2 - I_2^2 = I_1^2 \cdot \cos^2 \phi_1 - I_2^2 \cdot \cos^2 \phi_2 = (I_1 \cdot \cos \phi_1 - I_2 \cdot \cos \phi_2) \cdot (I_1 \cdot \cos \phi_1 + I_2 \cdot \cos \phi_2)$$

$$I_1^2 - I_2^2 = \frac{2 \cdot E}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \cdot (I_1 \cdot \cos \phi_1 + I_2 \cdot \cos \phi_2)$$

$$I_1 \cdot \cos \phi_1 + I_2 \cdot \cos \phi_2 = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{2 \cdot E} \cdot (I_1^2 - I_2^2) \quad (7)$$

$$(6) \rightarrow I_1 \cdot \cos \phi_1 - I_2 \cdot \cos \phi_2 = \frac{2 \cdot E}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \quad (8)$$

Des relations (7) et (8) on déduit les valeurs de $\cos \phi_1, \cos \phi_2$.

$$\cos \phi_1 = \frac{E^2 - \left(\frac{V_s}{m}\right)^2 - I_1 \cdot \frac{V_s}{m} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}}{E \cdot I_1 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}} \quad (9)$$

$$\cos \phi_2 = \frac{E^2 + \left(\frac{V_s}{m}\right)^2 + I_1 \cdot \frac{V_s}{m} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}}{E \cdot \left(2 \cdot \frac{V_s}{m} + I_1 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}\right)}. \quad (10)$$

Calcul du courant moyen redressé.

Le courant moyen débité dans le réseau R_s , C_s est le redressement double-alternance du courant $\frac{i_e}{m}$.

$$\begin{aligned} I_{r \text{ moyen}} &= \frac{2}{m \cdot T} \int_0^{t_1} I_1 \cdot \sin \omega_0 \cdot t \cdot dt + \frac{2}{m \cdot T} \int_0^{t_2} I_2 \cdot \sin (\omega_0 \cdot t - \phi_2) \cdot dt \\ &= \frac{2}{m \cdot \omega_0 \cdot t} \cdot I_1 \cdot (1 - \cos \phi_1) + \frac{2}{m \cdot \omega_0 \cdot t} \cdot I_2 \cdot (-1 + \cos \phi_2). \end{aligned} \quad (11)$$

En remplaçant (4), (9), (10) dans l'expression de $I_{r \text{ moyen}}$ (11) nous obtenons :

$$I_{r \text{ moyen}} = \frac{4}{\omega_0 \cdot T \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot m} \cdot \left(I_1 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} + \frac{V_s}{m} - E \right) = \frac{4}{\omega_0 \cdot T \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot m} \cdot v_c \text{ crête} = \frac{V_s}{R_s}. \quad (12)$$

Il est intéressant de définir un coefficient de surtension Q tel que :

$$\begin{aligned} Q &= \frac{m \cdot v_c \text{ crête}}{V_s} = \frac{\omega_0 \cdot T \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot m^2}{4 \cdot R_s} \\ Q &= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R_s} \cdot m^2 \cdot \frac{F_0}{F}. \end{aligned} \quad (13)$$

Détermination de la relation reliant la tension de sortie V_s à la fréquence de fonctionnement et à la charge.

On a :

$$\begin{aligned} t_1 + t_2 &= \frac{T}{2} \\ \omega_0 \cdot t_1 + \omega_0 \cdot t_2 &= \frac{\omega_0 \cdot T}{2} = \pi \cdot \frac{F_0}{F} = \theta \\ \phi_1 + \phi_2 &= \theta. \end{aligned} \quad (14)$$

A l'aide des relations (5) et (6) on détermine $\cos(\phi_1 + \phi_2)$

$$\begin{aligned} I_1^2 + I_2^2 + 2 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \sin \phi_1 \cdot \sin \phi_2 - 2 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \cos \phi_1 \cdot \cos \phi_2 &= \frac{4 \cdot E^2}{\frac{L}{C}} \\ 2 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot (\sin \phi_1 \cdot \sin \phi_2 - \cos \phi_1 \cdot \cos \phi_2) &= \left(I_1^2 + I_2^2 - \frac{4 \cdot E^2}{\frac{L}{C}} \right). \end{aligned}$$

On a :

$$-I_2 = I_1 + 2 \cdot \frac{V_s}{m} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \quad (4)$$

$$2 \cdot I_1 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \left(2 \cdot \frac{V_s}{m} + I_1 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \right) \cdot \cos \theta = 4 \cdot E^2 - I_1^2 \cdot \frac{L}{C} - \left(2 \cdot \frac{V_s}{m} + I_1 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \right)^2. \quad (15)$$

A partir de (13) on détermine I_1 :

$$v_c \text{ crête} = Q \cdot \frac{V_s}{m} = I_1 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} + \frac{V_s}{m} - E \rightarrow I_1 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = (Q - 1) \cdot \frac{V_s}{m} + E. \quad (16)$$

On remplace la relation (16) dans (15) afin d'éliminer I_1

$$2 \cdot \left[(Q - 1) \cdot \frac{V_s}{m} + E \right] \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \left(\frac{2 \cdot V_s}{m} + (Q - 1) \cdot \frac{V_s}{m} + E \right) \cdot \cos \theta = 4 \cdot E^2 - \left[(Q - 1) \cdot \frac{V_s}{m} + E \right]^2 - \\ - \left[\frac{2 \cdot V_s}{m} + (Q - 1) \cdot \frac{V_s}{m} + E \right]^2 \cdot \left(\frac{V_s}{m} \right)^2 \cdot [(Q^2 - 1) \cdot \cos \theta + (Q^2 + 1)] + \frac{2 \cdot V_s}{m} \cdot E \cdot Q \cdot (\cos \theta + 1) \\ + E^2 \cdot (\cos \theta - 1) = 0. \quad (17)$$

La relation (17) permet de déterminer V_s , on ne retiendra que les solutions positives

$$\text{discriminant réduit} = \Delta' = [2 \cdot Q^2 \cdot (1 + \cos \theta) + (1 - \cos \theta)^2] \cdot E^2 \\ V_s = m \cdot E \cdot \frac{-Q \cdot (1 + \cos \theta) + \sqrt{2 \cdot Q^2 \cdot (1 + \cos \theta) + (1 - \cos \theta)^2}}{(1 - \cos \theta) + Q^2 \cdot (1 + \cos \theta)}. \quad (18)$$

Bibliographie

- [1] CHERON, Y., *Application des règles de la dualité à la conception de nouveaux convertisseurs à transistors de puissance. Synthèse du thyristor dual. Domaine d'application*. Thèse de Docteur-Ingénieur, Toulouse, 1982.
- [2] CHERON, Y., FOCH, H., ROUX, J., *Etude d'une nouvelle utilisation des transistors de puissance dans les convertisseurs haute tension à fréquence élevée*. *Revue Phys. Appl.* **16** (1981).
- [3] VORPERIAN, V., SLOBODAN CUK, *A complete DC analysis of the series resonant converter*. California Institute of Technology, Pasadena, California, PESC 1982.
- [4] VORPERIAN, V., SLOBODAN CUK, *Small signal analysis of resonant converters*. Power Electronics Group, California Institute of Technology, PESC 1983.
- [5] FERRIEUX, J. P., *Modélisation des convertisseurs continu-continu à découpage. Application aux alimentations à découpage et aux convertisseurs à résonance : réalisation, modélisation, régulation*. Thèse de 3^e Cycle, Grenoble, mai 1984.