



**HAL**  
open science

# Stockage de l'énergie solaire: simulation numérique du transfert d'énergie par conduction et rayonnement dans un milieu à deux phases

D. Gobin, D. Levesque, C. Benard

► **To cite this version:**

D. Gobin, D. Levesque, C. Benard. Stockage de l'énergie solaire: simulation numérique du transfert d'énergie par conduction et rayonnement dans un milieu à deux phases. *Revue de Physique Appliquée*, 1979, 14 (1), pp.125-137. 10.1051/rphysap:01979001401012500 . jpa-00244568

**HAL Id: jpa-00244568**

**<https://hal.science/jpa-00244568>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification  
*Physics Abstracts*  
 16.72 — 11.80

## Stockage de l'énergie solaire : simulation numérique du transfert d'énergie par conduction et rayonnement dans un milieu à deux phases

D. Gobin

G.R. 14 (C.N.R.S.) Ecole Centrale, Grande Voie des Vignes,  
 92290 Châtenay Malabry, France

D. Levesque

Laboratoire de Physique Théorique, Faculté des Sciences,  
 91405 Orsay, France

et C. Benard

L.S.S. (C.N.R.S.), Ecole Supérieure d'Electricité,  
 Plateau du Moulon, 91190 Gif sur Yvette, France

(Reçu le 15 juin 1978, révisé le 30 août 1978, accepté le 14 septembre 1978)

**Résumé.** — On étudie numériquement l'évolution au cours du temps de la répartition des températures et la progression du front de fusion dans un système de stockage thermique de l'énergie solaire. Ce système est constitué par de la paraffine fondant vers 52 °C et soumis au rayonnement solaire par l'intermédiaire d'un effet serre. Cette simulation peut servir à décrire des systèmes de toiture ou de paroi stockant l'énergie solaire sous forme latente, dans l'habitat.

**Abstract.** — The paper studies the time evolution of temperature distribution and the melting level velocity in a solar energy thermal storage system. The storage material used is a paraffin wax that melts at 52 °C. The solar radiation comes in through a greenhouse effect. This simulation can be used to describe the behavior of roofs or walls that store solar energy as latent heat, in houses.

**1. Introduction.** — Dans cet article, nous calculons par une méthode numérique, l'évolution au cours du temps de la répartition des températures et la progression du front de fusion dans un système de stockage thermique de l'énergie solaire, constitué par de la paraffine (Fig. 1). De tels systèmes sont d'autre part étudiés expérimentalement [1].

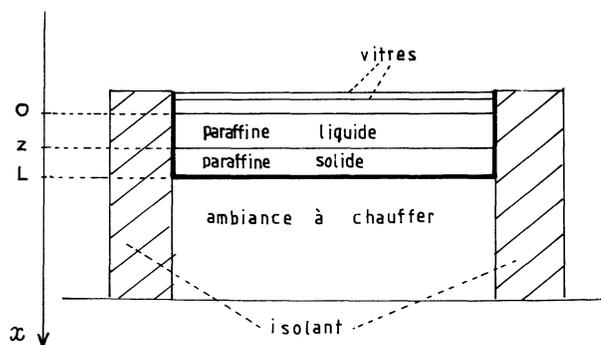


Fig. 1. — Schéma du stock étudié.

[Storage system.]

Ce système présente les caractéristiques suivantes :

— le rayonnement solaire incident est directement capté par la surface supérieure de la paraffine constituant le stock,

— la hauteur verticale,  $L$ , du stock est très inférieure à ses dimensions horizontales,

— aucun colorant ni système d'échangeur n'est ajouté au sein du milieu,

— la restitution des calories se fait par échange entre la surface inférieure du stock et le milieu extérieur.

Dans le paragraphe 2, les hypothèses simplificatrices caractérisant le système étudié sont énoncées. La plupart de ces hypothèses pourraient être facilement compliquées sans nécessiter des modifications importantes du programme de résolution numérique. On les a choisies pour faciliter la mise en évidence des paramètres déterminants dans le comportement du système.

Dans le paragraphe 3, on donne les équations de transfert de la chaleur et dans le paragraphe 4 on décrit

la méthode de discrétisation de ces équations. Dans le paragraphe 5, on souligne quelques aspects de la résolution numérique.

Dans le paragraphe 6, est testée la sensibilité du système de stockage à la variation de différents paramètres. Enfin, dans le paragraphe 7, les paramètres du modèle numérique étudié ici sont ajustés pour reproduire les résultats obtenus sur un système de stockage expérimental.

Afin de faciliter la lecture du texte qui suit, nous donnons ici la liste des différents symboles utilisés, dans l'ordre où ils apparaissent dans le texte.

$\rho_L$	: masse volumique de la paraffine liquide.
$\rho_S$	: masse volumique de la paraffine solide.
$C_{pL}$	: chaleur spécifique de la paraffine liquide.
$C_{pS}$	: chaleur spécifique de la paraffine solide.
$k_L, k_S$	: conductivités thermiques de la paraffine liquide et solide.
$\Phi_0(t)$	: flux lumineux incident sur la surface supérieure de la paraffine au temps $t$ .
$\Phi(x, t)$	: flux lumineux atteignant la profondeur $x$ , au temps $t$ .
$r_L$	: facteur total de réflexion normale à l'interface air-paraffine.
$\mu$	: coefficient d'extinction.
$T, T'$	: températures de la paraffine liquide et solide.
$F(x), F'(x)$	: termes sources dans le liquide et le solide décrivant les pertes latérales du système.
$h$	: coefficient d'échange global à la surface de la paraffine liquide.
$h'$	: coefficient d'échange global au fond du stock.
$T_F$	: température de fusion de la paraffine.
$L$	: chaleur latente de fusion de la paraffine.

**2. Hypothèses physiques du modèle.** — Afin de simplifier cette présentation d'une méthode numérique d'analyse du comportement d'un stockage par chaleur latente, certaines hypothèses ont été faites, que nous exposons ici.

**2.1 LE MATÉRIAU.** — Nous supposons que la paraffine possède un point de fusion déterminé ( $T_F = 51$  °C). Nous considérons d'autre part que, dans la gamme des températures de fonctionnement (20 à 70 °C), les variations des masses volumiques  $\rho_L$  et  $\rho_S$ , conductivités thermiques,  $k_L$  et  $k_S$ , et chaleurs spécifiques,  $C_{pL}$  et  $C_{pS}$ , du liquide et du solide sont faibles. On suppose ces grandeurs constantes dans les équations de transfert :

$$k_L = k_S = 0,21 \text{ W/m } ^\circ\text{C}; \quad C_{pL} = C_{pS} = 1,7 \text{ J/g } ^\circ\text{C}.$$

De plus, nous négligeons, dans cette première approche, la dilatation du milieu lors de passage de l'état solide à l'état liquide (à 60 °C,  $\rho_L = 0,774$ , à 20 °C,  $\rho_S = 0,860$ ).

**2.2 LE RAYONNEMENT INCIDENT.** — De la même manière que dans les expériences réalisées [1], le flux incident est constant en module et en direction. Il est perpendiculaire à la surface horizontale supérieure du stock de paraffine. Facteurs de réflexion et d'absorption seront donc constants. D'autre part, ces facteurs sont des facteurs globaux intégrés sur le spectre d'émission de la source. Ainsi, si  $\Phi_0(t)$  est le flux incident sur la paraffine, le flux transmis à une profondeur  $x$  de la surface supérieure de la paraffine liquide,  $\Phi(x, t)$ , s'écrira :

$$\Phi(x, t) = (1 - r_L) \Phi_0(t) e^{-\mu x}. \quad (1)$$

$r_L$  est le facteur total de réflexion normale à l'interface air-paraffine.  $r_L = 0,034$  [1].

Le coefficient d'extinction  $\mu$  a été mesuré et vaut  $\sim 0,138 \text{ cm}^{-1}$  [1].

Dans la paraffine solide le coefficient d'extinction est nettement supérieur. On néglige donc la propagation du rayonnement dans la paraffine solide. On suppose de plus que le facteur de réflexion à l'interface liquide-solide est nul.

**2.3 LE TRANSFERT DE CHALEUR DANS LE MILIEU DE STOCKAGE.** — La chaleur se propage dans la paraffine par conduction et rayonnement. En effet, le gradient de température étant dirigé vers le haut, le terme de convection est négligeable.

La propagation du rayonnement est décrite par l'équation (1) pour le rayonnement visible incident. Compte tenu des nombreuses bandes d'absorption de la paraffine dans le domaine infrarouge [2], on néglige la propagation du rayonnement infrarouge dans la paraffine.

Etant donné les dimensions relatives du stock, on ne considère que la propagation verticale de la chaleur. Les pertes latérales sont décrites par un terme source négatif dans des équations de propagation à une variable monodimensionnelle,  $x$ .

**2.4 PERTES DU STOCK ET RESTITUTION DE LA CHALEUR.** — L'ensemble des pertes à la surface supérieure du stock est caractérisé par un coefficient d'échange englobant les pertes par convection et le terme de rayonnement linéarisé.

La restitution de la chaleur est décrite par la condition aux limites à la base du système ( $x = L$ ). Nous ne traiterons ici que le cas correspondant aux expériences réalisées [1] où les calories sont restituées à un milieu extérieur, dont la température est indépendante du stock.

**3. Mise en équation du problème.** — Nous traiterons en détail le cas général où le système comporte les deux phases liquides et solides.

**3.1 EQUATIONS DE TRANSFERT.** — 3.1.1 *Equation de transfert dans le milieu liquide.* — Compte tenu des

hypothèses qui précèdent la répartition des températures en régime transitoire est régie par l'équation :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_L \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{\rho_L C_{pL}} \left[ \frac{\partial \Phi}{\partial x} + F(x) \right], \quad (2)$$

où figurent dans le second membre les termes de conduction et de rayonnement, et un terme source  $F(x)$  décrivant les pertes latérales. Le coefficient

$$a_L = k_L / \rho_L C_{pL}$$

est la diffusivité et  $T$  et  $\Phi$  sont des fonctions de  $x$  et du temps.

3.1.2 *Equation de transfert dans le milieu solide.* — Nous avons supposé qu'il n'y avait pas de transfert radiatif dans le milieu solide, par conséquent l'équation (2) se simplifie pour donner, dans le milieu solide :

$$\frac{\partial T'}{\partial t} = a_S \frac{\partial^2 T'}{\partial x^2} - \frac{1}{\rho_S C_{pS}} F'(x). \quad (3)$$

$T'$  désigne la température dans le solide et  $F'(x)$  est le terme source décrivant les pertes latérales dans le solide.

3.2 CONDITIONS AUX LIMITES. — 3.2.1 *A la surface du liquide.* — En  $x = 0$ , si on appelle  $h$  le coefficient d'échange global avec le milieu extérieur à la surface du liquide, nous écrivons la condition d'équilibre à chaque instant :

$$-k_L \frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = -h[T(0, t) - T_{ex}(t)]. \quad (4)$$

3.2.2 *Au fond du solide* (abscisse  $x = L$ ), la condition s'écrira :

$$-k_S \frac{\partial T'}{\partial x}(L, t) = h'[T'(L, t) - T_{ex}(t)], \quad (5)$$

si on désigne par  $h'$  le coefficient d'échange avec le milieu extérieur et si l'on admet que la température extérieure est la même en haut et en bas du stock.

3.3 CONDITIONS A L'INTERFACE LIQUIDE-SOLIDE. — A la surface de contact liquide-solide d'abscisse  $z(t)$ , nous aurons plusieurs conditions :

— les conditions de continuité des températures traduisant le fait que la transition de phase a lieu à une température connue  $T_F$ ,

$$T(z, t) = T'(z, t) = T_F;$$

— la condition de continuité des flux, décrivant le fait qu'à l'interface, la somme algébrique des flux entrant et sortant représente l'énergie nécessaire à la transition de phase (fusion ou solidification), c'est-à-dire au déplacement du front de fusion,

$$k_S \frac{\partial T'}{\partial x}(z, t) - k_L \frac{\partial T}{\partial x}(z, t) + \Phi(z, t) = \rho L_f \frac{dz}{dt}(t) \quad (6)$$

$L_f$  est la chaleur latente de la paraffine. On la prendra égale à 190 J/g.

Naturellement, l'équation (2) est valide dans le domaine  $0 < x < z(t)$ , et l'équation (3) dans le domaine  $z(t) < x < L$ .

On peut représenter le système à étudier selon le schéma suivant :

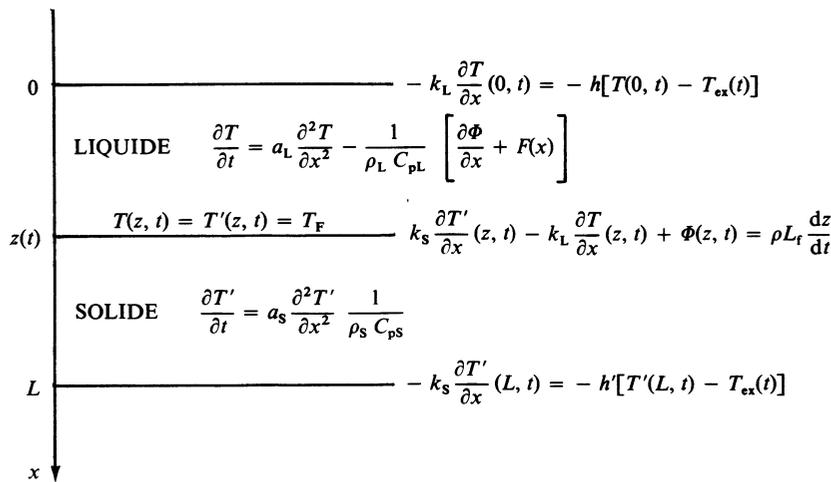


Fig. 2. — Schéma du système d'équations décrivant le système.

[Set of equations describing the system.]

3.4 CAS PARTICULIER. — Dans le cas où le milieu est entièrement en phase solide avant le début de la fusion, le système d'équations à prendre en compte est le suivant :

• Equation de transfert :

$$\frac{\partial T'}{\partial t} = a_S \frac{\partial^2 T'}{\partial x^2} - \frac{1}{\rho_S C_{pS}} F'(x). \quad (3)$$

• Equation en  $x = 0$  : il faut faire intervenir le terme de rayonnement absorbé en surface :

$$-k_s \frac{\partial T'}{\partial x}(0, t) = (1 - r_s) \Phi(0, t) - h[T'(0, t) - T_{\text{ex}}(t)]. \quad (4)$$

• Equation en  $x = L$  : on a encore l'équation (5) :

$$-k_s \frac{\partial T'}{\partial x}(L, t) = h[T'(L, t) - T_{\text{ex}}(t)]. \quad (5)$$

Notons que ces équations sont également valables, aux valeurs des constantes près, lorsque le système est entièrement en phase liquide.

Suivant les conditions initiales imposées au système en  $t = 0$ , c'est-à-dire suivant les valeurs de  $z(0)$ ,  $T(x, 0)$ ,  $T'(x, 0)$ , c'est l'un ou l'autre de ces systèmes d'équations que l'on doit utiliser en  $t = 0$  : soit une phase solide, soit deux phases, soit une phase liquide.

**4. Discrétisation des équations.** — Bien que nous ayons simplifié les termes d'échange et la description du transfert radiatif dans le milieu liquide, le système d'équations aux dérivées partielles et les conditions aux limites dépendant du temps excluent la possibilité d'une résolution analytique.

L'équation de la chaleur a donné lieu à de nombreuses études d'analyse numérique [3], [4], [5] et nous pouvons utiliser plusieurs méthodes de discrétisation et de résolution numérique à cette équation.

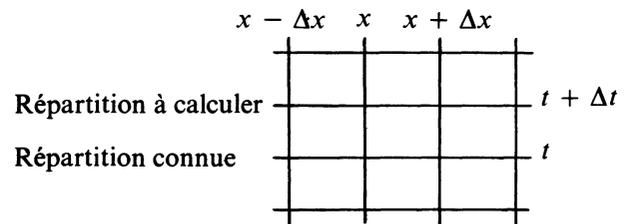
Pour le problème particulier que nous étudions, qui est une variante du problème de Stefan, nous savons qu'une solution unique à ce système d'équations existe, pour des conditions initiales et aux limites données [6].

#### 4.1 DISCRÉTISATION DES ÉQUATIONS DE TRANSFERT.

— On suit l'évolution du système à l'aide d'un réseau figurant, suivant une direction, le temps (pas de temps  $\Delta t$ ) et, suivant l'autre, l'espace (pas  $\Delta x$ ).

En appliquant la méthode des différences finies, on calcule la répartition spatiale températures à chaque instant  $t + \Delta t$ , connaissant celle à l'instant  $t$ .

Pour des raisons de précision et de convergence, nous utilisons la méthode implicite de Crank-Nicholson, qui n'impose pas de restrictions sur les valeurs relatives de  $\Delta x$  et  $\Delta t$ .



Considérons l'équation de transfert dans le liquide, pour  $F(x) = 0$ ,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_L \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{\rho_L C_{pL}} \frac{\partial \Phi}{\partial x}. \quad (2)$$

Pour estimer la dérivée seconde en  $x$ , on utilise les développements de Taylor au deuxième ordre en  $x$ , dont il résulte que :

$$\Delta x^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x, t) = T(x + \Delta x, t) + T(x - \Delta x, t) - 2T(x, t) + 0(\Delta x^4). \quad (7)$$

D'autre part, on pose :

$$T(x, t + \Delta t) - T(x, t) = \frac{\Delta t}{2} \left[ \frac{\partial T}{\partial t}(x, t + \Delta t) + \frac{\partial T}{\partial t}(x, t) \right]. \quad (7\text{bis})$$

A partir de ces deux relations (7) et (7bis), on obtient après quelques calculs très simples, la relation (8) :

$$-R_L T(x + \Delta x, t + \Delta t) + 2(1 + R_L) T(x, t + \Delta t) - R_L T(x - \Delta x, t + \Delta t) = R_L T(x + \Delta x, t) + 2(1 - R_L) T(x, t) + R_L T(x - \Delta x, t) + u_L \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x}(x, t) + \frac{\partial \Phi}{\partial x}(x, t + \Delta t) \right), \quad (8)$$

où

$$R_L = a_L \frac{\Delta t}{\Delta x^2}, \quad u_L = - \frac{\Delta t}{\rho_L C_{pL}}.$$

Dans le milieu solide, l'équation (8) se simplifie, on pose  $R_S = a_S \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$  et l'équation de la chaleur s'écrit :

$$-R_S T'(x + \Delta x, t + \Delta t) + 2(1 + R_S) T'(x, t + \Delta t) - R_S T'(x - \Delta x, t + \Delta t) = R_S T'(x + \Delta x, t) + 2(1 - R_S) T'(x, t) + R_S T'(x - \Delta x, t). \quad (8\text{bis})$$

L'équation de transfert a donc été mise sous la forme d'une relation linéaire entre températures, à deux pas de temps successifs ; la résolution du système se ramène à l'inversion d'une matrice ou à un calcul de déterminant.

4.2 DISCRÉTISATION DES CONDITIONS AUX LIMITES. — Pour résoudre entièrement le problème, il faut discrétiser les équations linéaires qui traduisent les conditions aux limites :

4.2.1 *Condition aux limites en  $x = 0$ .* — On a l'équation (4) :

$$-k_L \frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = -h(T(0, t) - T_{\text{ex}}(t)). \quad (4)$$

Pour discrétiser cette condition, on utilise la méthode de Schmidt [7], qui consiste à introduire une maille supplémentaire fictive, le pas d'espace ( $-\Delta x$ ). La condition s'écrit alors :

$$-\frac{k_L}{2\Delta x} [T(\Delta x, t) - T(-\Delta x, t)] = -h[T(0, t) - T_{\text{ex}}(t)]. \quad (9)$$

$T(-\Delta x, t)$  s'élimine entre (9) et l'équation de transfert (8) pour les pas ( $-\Delta x$ ), 0 et ( $\Delta x$ ). On obtient :

$$\begin{aligned} -2\mathcal{R}_L T(\Delta x, t + \Delta t) + (2 + 2\mathcal{R}_L + \mathcal{R}_L u_L) T(0, t + \Delta t) = & 2\mathcal{R}_L T(\Delta x, t) + \\ + (2 - 2\mathcal{R}_L - \mathcal{R}_L u_L) T(0, t) + \mathcal{R}_L u_L (T_{\text{ex}}(t) + T_{\text{ex}}(t + \Delta t)) + & u_F \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x}(0, t) + \frac{\partial \Phi}{\partial x}(0, t + \Delta t) \right), \end{aligned} \quad (10)$$

où  $u_L = 2h\Delta x/k_L$ . Cette modification de l'équation de transfert pour les pas 0 et  $\Delta x$  traduit la condition aux limites (4). A partir du pas d'espace suivant, l'équation de transfert prend la forme (8).

4.2.2 *Condition aux limites en  $x = L$ .* — On introduit, de même que précédemment, la maille fictive ( $L + \Delta x$ ) et on élimine  $T'(L + \Delta x, t)$  entre l'équation (11)

$$-k_S \frac{\partial T'}{\partial x}(L, t) = h'[T'(L, t) - T_{\text{ex}}(t)], \quad (11)$$

et l'équation (8). On obtient :

$$\begin{aligned} -2\mathcal{R}_S T'(L - \Delta x, t + \Delta t) + (2 + 2\mathcal{R}_S + \mathcal{R}_S u'_S) T'(L, t + \Delta t) = & \\ = 2\mathcal{R}_S T'(L - \Delta x, t) + (2 - 2\mathcal{R}_S - \mathcal{R}_S u'_S) T'(L, t) + \mathcal{R}_S u'_S [T_{\text{ex}}(t) - T_{\text{ex}}(t + \Delta t)] & \end{aligned} \quad (12)$$

où  $u'_S = 2h'\Delta x/k_S$ .

4.3 CONDITION A L'INTERFACE. — L'abscisse  $z$  de l'interface liquide-solide ne se trouve généralement pas sur un nœud du réseau d'espace. On introduit

$$z_1 = (\text{partie entière } z/\Delta x) \times \Delta x.$$

L'équation (8) de transfert dans le liquide est écrite pour les deux températures en ( $z_1 - 2\Delta x$ ) et ( $z_1 - \Delta x$ ), en supposant connues les températures en  $z_1$ , placées dans le second membre. De plus, afin de rendre possible le calcul des gradients dans cette zone, une maille fictive est ajoutée exprimant les températures en ( $z_1 - \Delta x$ ) et ( $z_1 + \Delta x$ ) en fonction d'un second membre où figurent ces mêmes températures au pas de temps précédent et les températures en  $z_1$ . De même, pour le solide, on fait passer les termes en  $z_1$ , supposés connus, dans le second membre, et on introduit une maille fictive en ( $z_1 - \Delta x$ ).

Donc, dans le cas à deux phases, le système linéaire à résoudre garde une forme analogue à celle du cas à une phase, soit

$$B \{ T_{t+\Delta t} \} = C \{ T_t \} + D,$$

où  $\{ T_{t+\Delta t} \}$  et  $\{ T_t \}$  sont les vecteurs températures aux temps  $t + \Delta t$  et  $t$  constitués par les températures en chaque point du réseau d'espace.  $B$  et  $C$  sont des matrices connues,  $D$  est un vecteur connu. Cependant, dans le cas à deux phases, les quatre lignes de  $B$  au voisinage du front de fusion ont une forme différente. On a

Pas du liquide ( $z_1 - 2 \Delta x$ ).....	$-R_L$	$2+2 R_L$	$-R_L$		
Pas du liquide ( $z_1 - \Delta x$ ).....		$-R_L$	$2+2 R_L$	$0$	
Pas du liquide ( $z_1 + \Delta x$ ).....			$-R_L$	$-R_L$	$0$
Pas du solide $z_1 + \Delta x$ .....				$0$	$-R_S$ $-R_S$
Pas du solide $z_1 + \Delta x$ .....					$0$ $(2+2 R_S)$ $-R_S$
Pas $z_1 + 2 \Delta x$ .....					$-R_S$ $(2+2 R_S)$ $-R_S$

4.4 CAS PARTICULIER. — Si le milieu ne comporte qu'une phase solide, l'équation de transfert à considérer est l'équation (8bis), mais elle doit être modifiée, en  $x = 0$ , d'après la condition aux limites (4').

En utilisant la même méthode, l'équation discrétisée, au premier pas d'espace, devient :

$$\left. \begin{aligned} -2 R_S T'(\Delta x, t + \Delta t) + (2 + 2 R_S + R_S u_S) T'(0, t + \Delta t) = 2 R_S T'(\Delta x, t) + (2 - 2 R_S - R_S u_S) T'(0, t) + \\ + R_S u_S [T_{ex}(t) + T_{ex}(t + \Delta t)] + 2 \frac{\Delta x}{k_{S_1}} R_S (1 - r_S) (\Phi_0(0, t + \Delta t) - \Phi_0(0, t)) . \end{aligned} \right\} \quad (10bis)$$

5. Résolution du problème. — Supposons que les conditions initiales soient telles que le système soit entièrement solide. On résoudra pas à pas les équations (8bis) (10bis) et (12). Lorsque la température de surface dépasse  $T_F$ , on ajuste l'instant exact de début de fusion et l'on passe au programme à deux phases, régi par les équations (8), (10), (6), (8bis) et (12).

Les deux points délicats dans cette résolution sont :

- l'obtention de la compatibilité des équations à l'interface liquide-solide,
- le passage du système à une phase à celui à deux phases, compte tenu de la forme de la matrice  $B$  à l'interface.

Nous décrivons rapidement la manière dont nous les avons résolus dans ce qui suit.

5.1 RÉSOLUTION DU SYSTÈME A DEUX PHASES. — La résolution du système à deux phases au temps  $t + \Delta t$  implique une estimation des températures  $T(z_1, t + \Delta t)$  et  $T'(z_1, t + \Delta t)$ . Celles-ci, dans un premier temps, sont obtenues par extrapolation linéaire dans le temps. On résout le système linéaire sur cette base ; et l'on confronte ces valeurs estimées aux valeurs calculées pour ces températures à l'aide de la relation

$$T(z(t + \Delta t), t + \Delta t) = T'(z(t + \Delta t), t + \Delta t) = T_F, \quad (13)$$

et de l'équation (6).

En effet, l'équation (6) permet de calculer l'accroissement

$$\frac{dz}{dt}(t + \Delta t) = \frac{\Delta z}{\Delta t}(t + \Delta t)$$

en exprimant les dérivées des températures au point  $(z(t + \Delta t), t + \Delta t)$  par un développement limité autour du point  $(z_1, t + \Delta t)$  et en discrétisant ces dérivées en fonction des températures réelles et fictives calculées dans le système et des températures en  $(z_1, t + \Delta t)$ .

Cette estimation de  $\frac{dz}{dt}(t + \Delta t)$  nous permet

d'estimer  $z(t + \Delta t)$  et, utilisant alors l'équation (13), d'obtenir une nouvelle estimation de  $T(z_1, t + \Delta t)$  et  $T'(z_1, t + \Delta t)$ .

On résout alors, à nouveau le système à partir de cette nouvelle estimation et l'on réitère cette opération jusqu'à convergence. Pratiquement quelques itérations suffisent.

5.2 PASSAGE DU SYSTÈME A UNE PHASE AU SYSTÈME A DEUX PHASES. — L'ajustement de l'instant exact du début de fusion se fait de la manière suivante : lorsque, dans le programme à une phase, la température de surface a dépassé  $T_F$ , on divise le pas de temps en deux, on recalcule les paramètres qui en dépendent et on résout le système, et ainsi de suite jusqu'à ce que l'écart entre la température de surface et  $T_F$  deviennent inférieur à une fraction de degré. On doit alors résoudre le système à deux phases avec la condition initiale  $z(0) = 0$ . Or la résolution du système linéaire à l'interface fait intervenir  $T(z_1 - \Delta x, t)$  et  $T(z_1 - 2 \Delta x, t)$  qui ne sont pas connues si  $z_1(t) = 0$  ou  $z_1(t) = \Delta x$ . Celles-ci peuvent être estimées compte tenu de la condition aux limites en  $x = 0$ . On résout donc cette difficulté en faisant fonctionner le programme dans ces conditions jusqu'à ce que  $z_1$  ait progressé de deux pas d'espace, moment à partir duquel le programme peut fonctionner normalement suivant le schéma de 5.1.

L'organigramme de calcul du système à deux phases est donné en figure 3.

## 6. Sensibilité du système à certains paramètres. —

Les tests de sensibilité ont été faits dans le double but de mettre au point une méthode d'ajustement des paramètres mal connus des systèmes expérimentés réellement d'une part, et de savoir quels étaient les paramètres déterminants en vue d'une optimisation du système, d'autre part.

Ces tests ont été divisés en deux catégories. D'une part, pour des conditions de fonctionnement définies

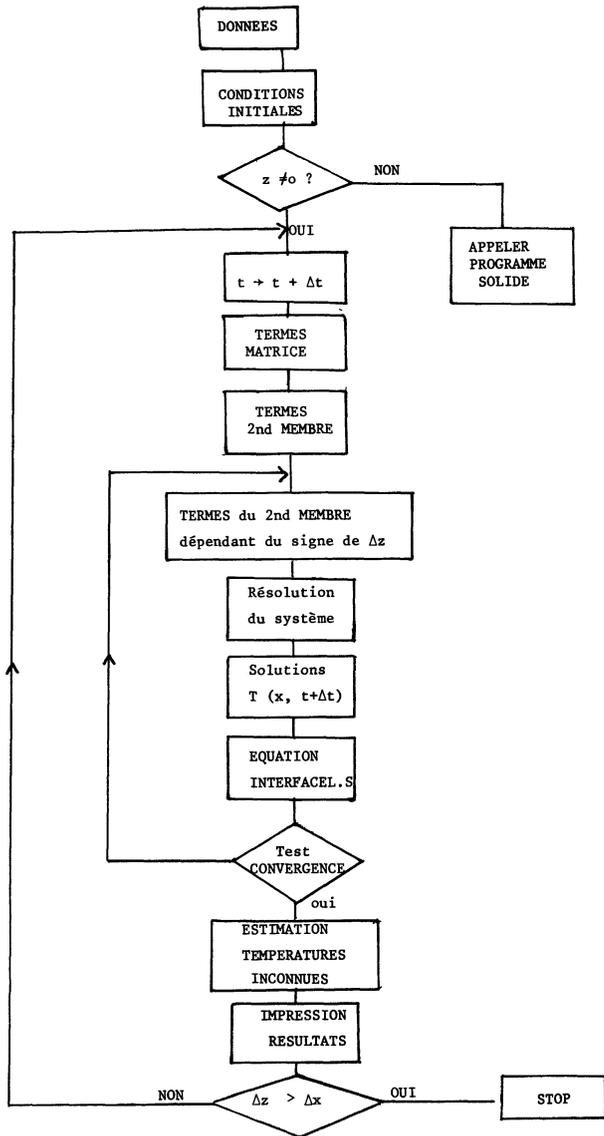


Fig. 3. — Organigramme du programme de simulation à deux phases.

[Flow chart of the two-phase simulation program.]

correspondant aux expériences réalisées [1], l'influence des paramètres caractéristiques du système est étudiée. D'autre part, fixant les paramètres caractéristiques du système, les conditions de fonctionnement sont modifiées.

Les conditions de fonctionnement dans les expériences réalisées sont les suivantes :  $L = 5,5$  cm ;  $T_{ex}(t)$  périodique sur 24 heures ;  $T(x, 0) = 21$  °C ;  $\Phi_0(t) = 600$  W/m<sup>2</sup> pour  $0 \leq t \leq 8$  heures,  $\Phi_0(t) = 0$  pour  $8 < t \leq 24$  heures ; la durée de l'expérience simulée = un cycle de 24 heures. Ces conditions sont introduites dans le programme pour obtenir les résultats des paragraphes 5.1, 2, 3. Elles sont partiellement modifiées au paragraphe 5.4. La valeur des paramètres introduites dans le programme sont celles données aux paragraphes 2.1 et 2.2, sauf lorsqu'il est

signifié qu'on les fait varier pour en tester la sensibilité. Ces valeurs correspondent aux expériences réalisées.

6.1 FONCTIONNEMENT EN PHASE SOLIDE. — Dans le cas où seule la phase solide est en présence, les paramètres dont dépend la réponse du système sont :

- le coefficient d'échange à la surface supérieure,  $h$ ,
- le coefficient d'échange en  $x = L$ ,  $h'$ ,
- la conductivité thermique du milieu,  $k_s$ ,
- la fraction du flux incident qui pénètre dans le milieu :  $(1 - r_s)$  noté  $\epsilon_s$ .

Pour la variation d'un de ces paramètres, les autres étant constants, on étudie l'évolution temporelle des températures  $T(0, t)$  et  $T(L, t)$  ainsi que la répartition spatiale des températures  $T(x, t)$  avant que la température de surface n'atteigne la température de fusion. Les résultats sont décrits par les courbes des figures 4 à 7.

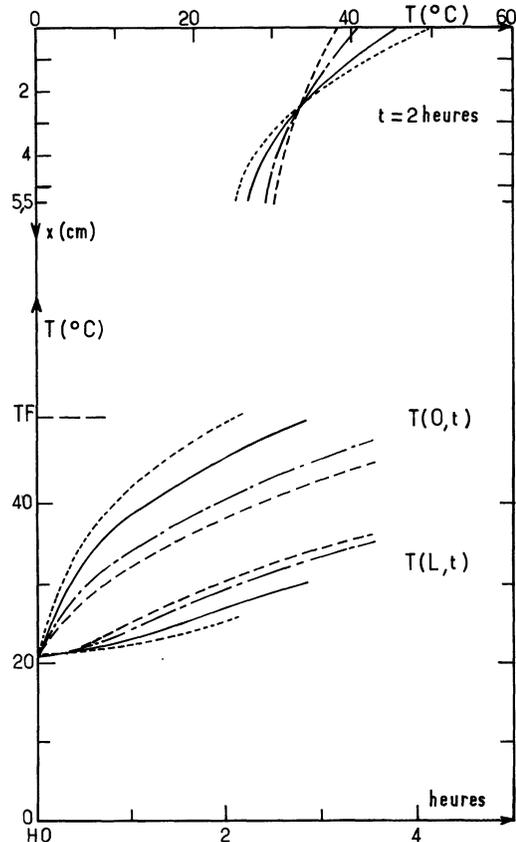


Fig. 4. — Influence de la conductivité sur le comportement du système solide. a) Répartition spatiale des températures. b) Evolution temporelle des températures.  $\Phi = 600$  W/m<sup>2</sup>,  $\epsilon_s = 0,33$ ,  $h = 1$  W/m<sup>2</sup> °C,  $h' = 5$  W/m<sup>2</sup> °C.

- } 0,14 W/m °C
- }  $k_s = 0,21$
- } 0,40
- } 0,60.

[Behaviour of the system with respect to thermal conductivity values. a) Temperatures space distribution. b) Temperature time evolution.  $\Phi = 600$  W/m<sup>2</sup>,  $\epsilon_s = 0,33$ ,  $h = 1$  W/m<sup>2</sup> °C,  $h' = 5$  W/m<sup>2</sup> °C.

- } 0,14 W/m °C
- }  $k_s = 0,21$
- } 0,40
- } 0,60.]

6.1.1 *Influence de la conductivité.* — Le rôle de la conductivité thermique du milieu est particulièrement apparent sur la répartition spatiale des températures dans le stock. La multiplication par un facteur 2 de la conductivité entraîne une diminution du gradient moyen dans le milieu de  $3,5 \text{ }^\circ\text{C}\cdot\text{cm}^{-1}$  à  $2,2 \text{ }^\circ\text{C}\cdot\text{cm}^{-1}$ . Cependant, l'élévation moyenne de la température du stock, donc l'énergie stockée, dépend très peu de  $k_s$ .

En effet, on constate sur la figure 4, que la température moyenne  $T(x = 2,5 \text{ cm}, t = 2 \text{ heures})$  pour un stock de paraffine de  $5,5 \text{ cm}$  d'épaisseur est invariante avec  $k_s$ . Donc la quantité d'énergie accumulée à la chauffe dans la paraffine solide dépend très peu de  $k_s$ . Par contre, dans la mesure où la restitution d'énergie a lieu au fond du stock ( $x = 5,5 \text{ cm}$ ), l'énergie récupérée augmente avec  $k_s$ .

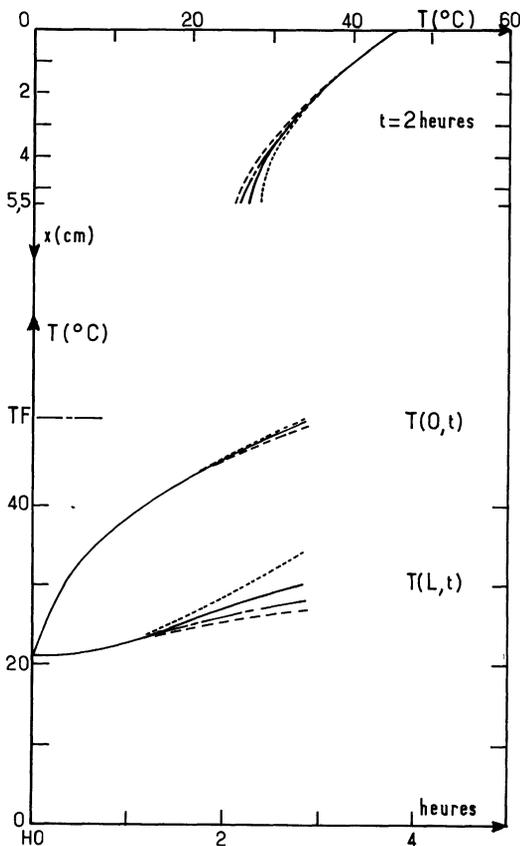


Fig. 5. — Influence du coefficient d'échange du fond du système,  $h'$ . a) Répartition spatiale des températures. b) Evolution temporelle des températures.  $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$ ,  $\varepsilon_s = 0,33$ ,  $k_s = 0,21 \text{ W/m }^\circ\text{C}$ ,  $h = 1 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ .

----- }  $0 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$   
 ----- }  $h' = 5$   
 ----- }  $10$   
 ----- }  $15$ .

[Role of the exchange coefficient  $h'$  at the bottom of the system. a) Temperature space distribution. b) Temperature time evolution.  $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$ ,  $\varepsilon_s = 0.33$ ,  $k_s = 0.21 \text{ W/m }^\circ\text{C}$ ,  $h = 1 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ .

----- }  $0 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$   
 ----- }  $h' = 5$   
 ----- }  $10$   
 ----- }  $15$ .

6.1.2 *Influence du coefficient d'échange au fond du stock.* — On voit sur la figure 5, que, compte tenu des faibles valeurs possibles de  $k_s$ , le coefficient d'échange au fond du stock,  $h'$ , a une influence très faible sur le comportement du système.

6.1.3 *Influence de la fraction de flux absorbée et du coefficient d'échange superficiel.* — Dans la paraffine solide, on néglige la propagation du rayonnement visible. A la surface supérieure du stock, une partie du flux incident,  $\Phi_0(t)$ , est réfléchi et l'autre absorbée en surface, soit  $\Phi(t)$  :

$$\Phi(t) = \varepsilon_s \Phi_0(t).$$

$\varepsilon_s$  définit la fraction de flux incident absorbée. La quantité de chaleur accumulée dépend fortement de  $\varepsilon_s$  (Fig. 6a). On voit de plus sur la figure 6b qu'une variation relative  $\Delta\varepsilon_s/\varepsilon_s$  de 1,5 modifie beaucoup plus considérablement la répartition en température du

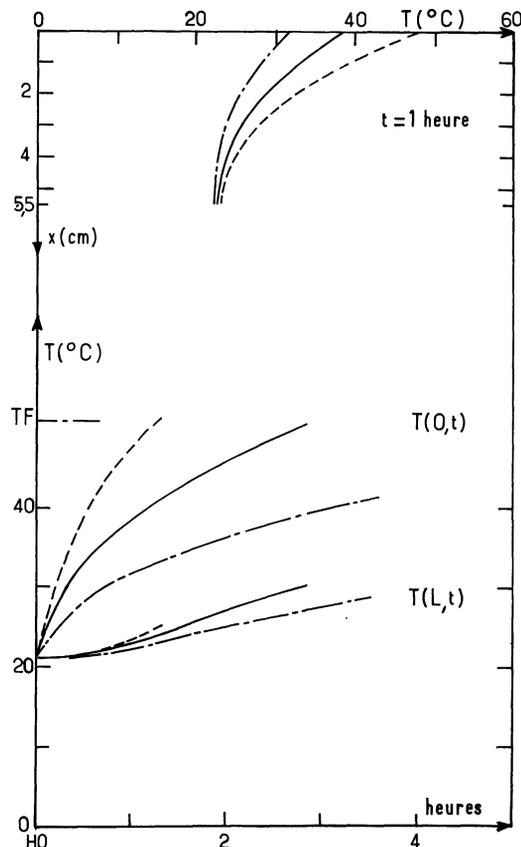


Fig. 6. — Influence de la fraction de flux absorbé par la paraffine solide,  $\varepsilon_s$ . a) Répartition spatiale des températures. b) Evolution temporelle des températures.  $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$ ,  $k_s = 0,21 \text{ W/m }^\circ\text{C}$ ,  $h = 1 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $h' = 5 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ .

----- }  $0,50$   
 ----- }  $\varepsilon_s = 0,33$   
 ----- }  $0,20$ .

[Role of the fraction of impinging radiation absorbed by the solid paraffin. a) Temperature space distribution. b) Temperature time evolution.  $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$ ,  $k_s = 0.21 \text{ W/m }^\circ\text{C}$ ,  $h = 1 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $h' = 5 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ .

----- }  $0,50$   
 ----- }  $\varepsilon_s = 0,33$   
 ----- }  $0,20$ .

stock qu'une variation relative  $\Delta k_s/k_s$  de 3 (Fig. 4). L'autre paramètre du système qui régit très fortement la quantité de chaleur accumulée pendant la période de chauffe est le coefficient d'échange superficiel  $h$  (Fig. 7a). Cependant son influence est moindre que celle de  $\varepsilon_s$ . De plus, contrairement à  $\varepsilon_s$ , elle ne porte pas sur les vitesses de croissance de température au début de la période de chauffe (Fig. 6b et 7b).

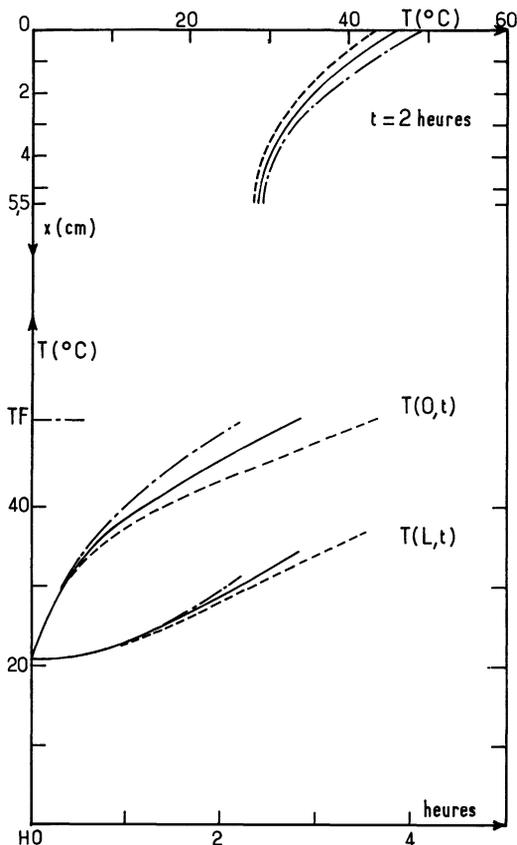


Fig. 7. — Influence du coefficient de pertes supérieures,  $h$ , sur le système solide. a) Répartition spatiale des températures. b) Evolution temporelle des températures.  $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$ ,  $\varepsilon_s = 0,33$ ,  $k_s = 0,21 \text{ W/m} \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $h' = 0 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ .

----- }  $0 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$   
 ----- }  $h = 1$   
 - - - - - }  $2.$

[Role of the upper loss coefficient  $h$ , in the solid system. a) Temperature space distribution. b) Temperature time evolution.  $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$ ,  $\varepsilon_s = 0,33$ ,  $k_s = 0,21 \text{ W/m} \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $h' = 0 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ .

----- }  $0 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$   
 ----- }  $h = 1$   
 - - - - - }  $2.]$

6.2 COMPORTEMENT DU SYSTÈME A DEUX PHASES. —

Lorsque la paraffine commence à fondre, de nouveaux paramètres s'introduisent dont la fraction de flux absorbée à l'interface air-paraffine liquide,  $\varepsilon_L$ , et le coefficient d'échange superficiel à ce même interface,  $h_L$ . Le modèle simple utilisé pour décrire la propagation du rayonnement visible introduit également le coefficient d'extinction  $\mu_L$  et le facteur de réflexion

à l'interface liquide-solide. Mais ces deux paramètres caractéristiques de la paraffine utilisée sans colorant resteront fixés aux valeurs introduites au paragraphe 2.2. Seule l'influence des variations de  $\varepsilon_L$  et de  $h_L$  sera étudiée ici.

L'indicateur de comportement du système utilisé est la vitesse de propagation du niveau de fusion  $dz/dt$ .

6.2.1 Influence de la fraction de flux absorbé. —

La figure 8 donne la valeur de la hauteur de solide fondu,  $z(t)$ , en fonction de  $t$ , pour différentes valeurs de  $\varepsilon_L$ . On constate que, conformément aux résultats expérimentaux [1],  $z(t)$  augmente linéairement avec  $t$ , pour les valeurs assez grandes de  $\varepsilon_L$  ( $\varepsilon_L \geq 0,33$ ). De plus, la pente  $dz/dt$  est fortement corrélée avec  $\varepsilon_L$ .

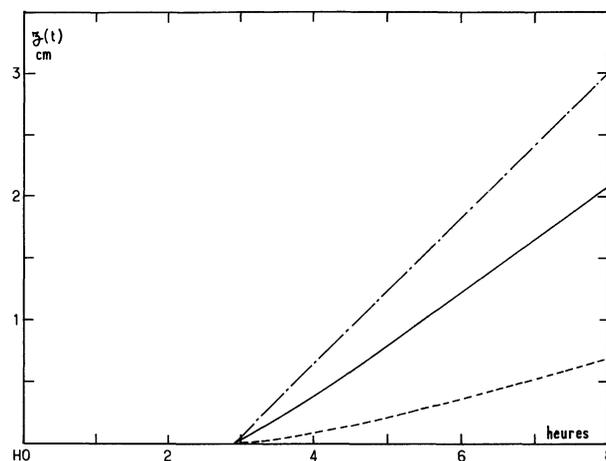


Fig. 8. — Influence de la fraction de flux absorbée par la paraffine liquide,  $\varepsilon_L$ , sur la propagation du front de fusion.

----- }  $0,80$   
 ----- }  $\varepsilon_L = 0,60$   
 - - - - - }  $0,33.$

[Melting level propagation for different values of  $\varepsilon_L$ , the fraction of impinging radiation absorbed by the liquid paraffin.

----- }  $0,80$   
 ----- }  $\varepsilon_L = 0,60$   
 - - - - - }  $0,33.]$

En effet, on a

$\varepsilon_L$	$dz/dt$ (mm/h)
0,33	1,5
0,60	4,5
0,80	6,0

6.2.2 Influence du coefficient d'échange superficiel.

— On voit sur la figure 9 que l'influence du coefficient d'échange superficiel,  $h_L$ , est nettement moindre que celle de  $\varepsilon_L$  : pour  $\varepsilon_L = 0,8$ , la division de  $h_L$  par un facteur 10 entraîne une variation relative de 9 % pour  $z(t)$ . Notons aussi que, en valeur absolue sur  $z(t)$ , l'influence de  $h_L$  reste sensiblement la même, quel que soit  $\varepsilon_L$ ; par conséquent, son influence en valeur relative sur  $z(t)$  est beaucoup plus importante pour les faibles valeurs de  $\varepsilon_L$  (exemple de la figure 9 pour  $\varepsilon_L = 0,33$ ).

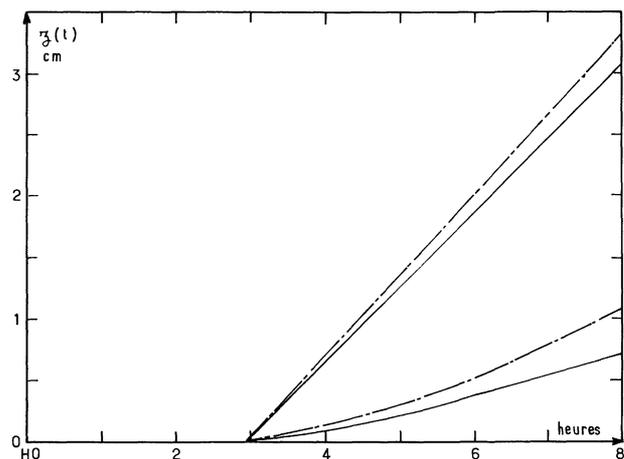


Fig. 9. — Influence du coefficient de pertes supérieures sur la propagation du front de fusion. (Courbes supérieures :  $\varepsilon_L = 0,80$ ; courbes inférieures :  $\varepsilon_L = 0,33$ .)

— — — }  $h = 1 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$   
 — — — }  $h = 0,1$ .

[Melting level propagation for different values of the upper loss coefficient. (Upper curves :  $\varepsilon = 0.80$ ; lower curves :  $\varepsilon = 0.33$ .)

— — — }  $h = 1 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$   
 — — — }  $h = 0.1$ .]

### 6.3 CONCLUSIONS QUANT A L'OPTIMISATION DES PRINCIPAUX PARAMÈTRES CARACTÉRISANT LE SYSTÈME.

— D'après les résultats qui précèdent, on voit que le paramètre essentiel à optimiser pour augmenter la vitesse d'accumulation de la chaleur en phase solide est  $\varepsilon_S$ . On avance ainsi l'heure de début de fusion  $H_F$ . Avancer l'heure du début de fusion permet, pour un temps d'exposition au rayonnement incident donné, d'augmenter la durée de fonctionnement avec 2 phases en présence. Or, le rendement instantané à l'entrée (puissance accumulée/flux incident) est bien supérieur quand les deux phases sont en présence que lorsqu'une seule phase est présente. En effet, ce résultat a été obtenu expérimentalement [8, 9] et a été retrouvé numériquement après ajustement des paramètres (cf. le paragraphe 7). Par conséquent, on a tout avantage à avancer  $H_F$  pour augmenter la quantité de chaleur accumulée pendant un cycle.

De plus, le rendement à la collection pendant la période de fonctionnement où les deux phases sont en présence dépend fortement de  $\varepsilon_L$ , comme nous venons de le voir. Par conséquent, le deuxième facteur déterminant dans la quantité de chaleur accumulée pendant 1 cycle de fonctionnement est  $\varepsilon_L$ .

D'autre part, si on garde la caractéristique du système qui consiste à récupérer la chaleur par le fond, le paramètre déterminant pour optimiser la quantité de chaleur restituée est la conductivité du milieu de stockage.

Expérimentalement l'optimisation de  $\varepsilon_S$  et  $\varepsilon_L$  a été recherchée par addition de colorant dans la paraffine [1, 8, 9, 10]. D'autre part, la conductivité équivalente du milieu de stockage a été augmentée par l'introduction de fibre métallique [1, 8, 9, 10].

### 6.4 INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE DE FONCTIONNEMENT DU SYSTÈME ET DES DIMENSIONS DU SYSTÈME.

— L'ensemble des résultats précédents a été obtenu pour des cycles de fusion-solidification débutant à la température ambiante, de  $21 \text{ } ^\circ\text{C}$ , et pour une épaisseur de paraffine solide égale à  $5,5 \text{ cm}$ . Toutes choses égales d'ailleurs, on peut avancer l'heure du début de fusion,  $H_F$ , en supposant que le système de stockage est placé dans des conditions telles que sa température en début de cycle ( $T(x, 0)$ ) est supérieure à la température ambiante. Ainsi, sur la figure 10, on compare, à l'aide de  $z(t)$ , le fonctionnement de systèmes identiques pour des températures initiales  $T(x, 0) = T_0$ , variables. On voit que  $H_F$  dépend très fortement de  $T_0$ , mais que par contre la pente  $dz/dt$  est très peu influencée par  $T_0$ . C'est seulement lorsque l'épaisseur de paraffine fondue est telle que les effets d'extinction dans la paraffine liquide sont importants et que la température atteinte par la surface supérieure est suffisamment élevée que  $dz/dt$  diminue légèrement. On voit donc que  $T_0$  n'influe pas sur le rendement d'entrée instantané. Mais  $T_0$  influe considérablement sur l'énergie accumulée pendant un cycle (caractérisée par  $z(t = 8 \text{ heures})$ ), car lorsqu'on l'augmente, le système fonctionne plus longtemps sous deux phases, c'est-à-dire avec un meilleur rendement d'entrée. Naturellement un résultat analogue peut être obtenu en utilisant une paraffine de température de fusion inférieure et en ne modifiant pas les conditions de fonctionnement.

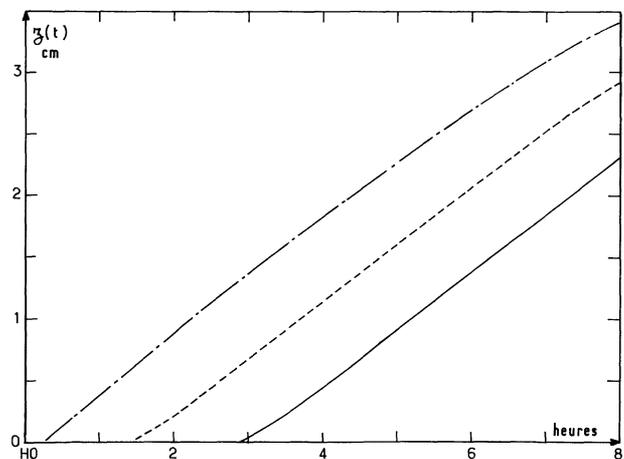


Fig. 10. — Influence de la température initiale du cycle de fusion-solidification sur la propagation du front de fusion.  $\varepsilon_L = 0,65$ .

— — — }  $45 \text{ } ^\circ\text{C}$   
 - - - }  $T_0 = 33$   
 — — — }  $21$ .

[Melting level propagation for different values of the initial melting-freezing cycle temperature.  $\varepsilon_L = 0.65$ .

— — — }  $45 \text{ } ^\circ\text{C}$   
 - - - }  $T_0 = 33$   
 — — — }  $21$ .]

L'épaisseur  $L$ , du stock joue un rôle important de même que la conductivité  $k_S$ , sur la température de restitution de l'énergie. Par contre, on constate, sur

la figure 11, que tant que l'épaisseur du stock est suffisante pour qu'on n'atteigne pas la fusion complète du stock, l'influence de  $L$  sur l'énergie accumulée pendant un cycle est très faible : l'heure de début de fusion est légèrement avancée pour des stocks de faible épaisseur, et la vitesse de propagation du front de fusion reste invariante.

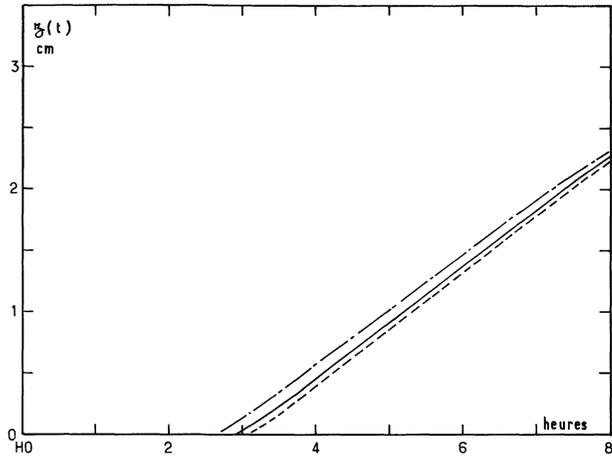


Fig. 11. — Influence de l'épaisseur de paraffine,  $L$ , constituant le système de stockage.  $\varepsilon_L = 0,65$ ,  $T_0 = 21$  °C.

— — — }  $L = 4$  cm  
 ————— }  $L = 5,5$   
 - · - · - } 7.

[Role of the thickness  $L$  of the paraffin system.  $\varepsilon_L = 0.65$ ,  $T_0 = 21$  °C.

— — — } 4 cm  
 ————— }  $L = 5.5$   
 - · - · - } 7.]

**7. Ajustement des paramètres.** — Parmi les différentes expériences réalisées sur des stocks de paraffine, nous avons choisi les plus simples pour en ajuster les paramètres. Les conditions de fonctionnement de ces expériences sont celles décrites en 6. De plus, le stock est constitué par de la paraffine non colorée, caractérisée par les données du paragraphe 2. Comme nous l'avons souligné, certaines de ces données reposent sur des estimations expérimentales qui, dans une étude plus fine, demanderaient à être précisées. C'est en particulier le cas des conductivités et des chaleurs spécifiques et latentes.

Cependant, les grandes inconnues dans le système de stockage sont  $\varepsilon_s$ ,  $h$ ,  $h'$ ,  $\varepsilon_L$ ,  $h_L$ , paramètres dépendants de la conception du stock. Comme on le voit sur la figure 1, la paraffine reçoit le rayonnement incident à travers deux vitres, elle est contenue dans un bac en acier inoxydable d'un millimètre d'épaisseur dont le fond est recouvert de peinture optiquement noire. Elle est fortement isolée sur les côtés (10 cm d'isolant de conductivité  $k_1 \approx 0,1$   $k_s$ ).  $\varepsilon_s(\varepsilon_L)$  décrit le passage de  $\Phi$  à travers les deux vitres et la surface supérieure de la paraffine solide (liquide).  $h(h_L)$  décrit un phénomène complexe qui est l'échange entre la surface de la paraffine solide (liquide) et l'ambiance extérieure, par l'intermédiaire des deux vitres, par convection

rayonnement infrarouge et conduction.  $h'$  décrit l'échange entre la paraffine et l'ambiance à travers le fond du container.

Les méthodes d'ajustement employées s'appuient sur les tests du paragraphe 6. On ajuste d'abord  $\varepsilon_s$ ,  $h$  et  $h'$  sur la période d'échauffement en phase solide, ensuite  $\varepsilon_L$  et  $h_L$  sur la période d'échauffement à deux phases.

#### 7.1 AJUSTEMENT DES PARAMÈTRES EN PHASE SOLIDE.

— Les critères d'ajustement sont les évolutions des températures du fond et de la surface, au cours du temps, ainsi que la répartition spatiale des températures dans le stock après 1 heure et 2 heures de fonctionnement.

A partir des figures 4a, 5a, 6a, 7a, on voit que les deux paramètres déterminants pour la température moyenne ( $x = 2,5$  cm) de la paraffine sont  $\varepsilon_s$  et dans une moindre mesure  $h$ . D'autre part, on voit, en 6b et 7b, que, à  $k_s$  fixé,  $\varepsilon_s$  seul influe sur la pente  $\partial T(x, t)/\partial t$ , au démarrage du cycle. La méthode d'ajustement consiste donc, dans la mesure où l'on connaît une valeur approchée de  $k_s$  ( $k_s = 0,21$  W/m °C) à ajuster dans un premier temps  $\varepsilon_s$  de façon à obtenir la pente  $\partial T(x, t)/\partial t$  satisfaisante et à jouer ensuite sur  $h$  pour rétablir la température  $T(2,5, t)$  obtenue expérimentalement d'une part et atteindre la température de fusion en surface à l'heure obtenue expérimentalement (Fig. 7b) d'autre part. Ensuite par approximations successives, on peut jouer sur  $k_s$  pour ajuster les répartitions spatiales, ainsi que sur  $\varepsilon_s$  et  $h$  pour rétablir les pentes à l'origine et l'heure du début de fusion. On obtient  $k_s = 0,21$  W/M °C,  $\varepsilon_s = 0,33$ ,  $h = 1$  W/m<sup>2</sup> °C.

L'ajustement du terme d'échange par le fond est plus complexe dans la mesure où il dépend fortement des perturbations apportées par le container de la paraffine. Les perturbations créées par les parois latérales du container sont faciles à traiter tant qu'on peut les introduire sous forme de terme source dans une équation à une dimension à partir de mesures de pertes latérales de la paraffine. Cependant, dans les expériences réalisées, la perturbation prépondérante apportée par le container n'était pas celle-ci qui s'est avérée négligeable, mais un effet de pont thermique entre la surface supérieure et la surface inférieure de la paraffine, dû à la forte conductivité du container en comparaison de celle de la paraffine d'une part et aux dimensions horizontales relativement faibles du stock, d'autre part. Il a donc été nécessaire pour ajuster le terme d'échange au fond du stock, de modifier la condition-limite (5) et de l'écrire sous la forme

$$-k_s \frac{\partial T'}{\partial x}(L, t) = h'[T'(L, t) - T_{ex}(t)] - \Phi_F, \quad (5)$$

où  $\Phi_F$  est le flux apporté au fond du container par les parois latérales (compté positivement lorsqu'il y a apport au fond). L'ajustement de  $\Phi_F$  et de  $h'$  se fait essentiellement sur les températures au fond du stock

(Fig. 5) et l'on trouve  $\Phi_F = 60 \text{ W/m}^2$  et  $h' = 5 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ . La précision de l'ajustement est montrée sur la figure 12.

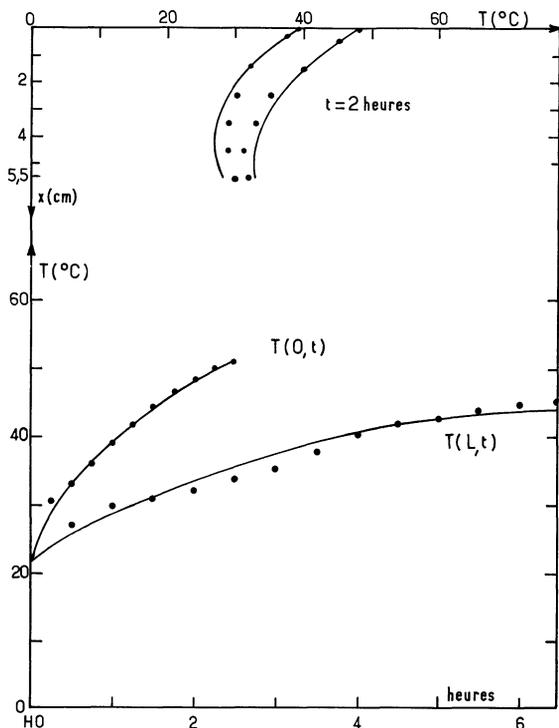


Fig. 12. — Ajustement des paramètres pendant la période de fonctionnement à une phase solide : les courbes en trait continu sont obtenues par simulation avec les valeurs indiquées des paramètres, les points sont les points de mesure expérimentaux.  $\varepsilon_s = 0,33$ ,  $h = 1 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $h' = 5 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\Phi_F = 60 \text{ W/m}^2$ .

[Fitting of the system parameters during the solid phase running period. The continuous curves are obtained by simulating the system with the parameters given values. The points are experimental.  $\varepsilon_s = 0,33$ ,  $h = 1 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $h' = 5 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\Phi_F = 60 \text{ W/m}^2$ .]

7.2 AJUSTEMENT DES PARAMÈTRES DU SYSTÈME A DEUX PHASES. — 7.2.1 Ajustement de la vitesse de propagation du front de fusion. — Expérimentalement, dès que quelques millimètres de paraffine sont fondus, la vitesse de propagation du front de fusion,  $dz/dt$ , est une constante. Nous avons vu, au paragraphe 6, que cette grandeur est très sensible à la valeur  $\varepsilon_L$  et peu sensible à celle de  $h_L$ . Ceci permet d'ajuster  $\varepsilon_L = 0,65$  (Fig. 13).

Les hypothèses simplificatrices faites dans ce modèle concernant la température de fusion, fixée à  $51 \text{ }^\circ\text{C}$ , alors qu'en fait la paraffine est un mélange fondant sur une plage de  $3$  à  $4 \text{ }^\circ\text{C}$ , rendent l'ajustement en début de fusion très illusoire. Cependant, il est intéressant de noter que l'on a pu suivre par simulation la croissance de  $dz/dt$  de  $0$  à sa valeur stable, pendant que le niveau de paraffine fondue passe de  $0$  à  $2 \text{ mm}$  environ, simplement en maintenant pendant cet intervalle de temps la fraction d'énergie absorbée à sa valeur pour le solide,  $\varepsilon_s$ . Ensuite, pour  $z(t) \simeq 2 \text{ mm}$ , on égale cette fraction d'énergie absorbée à  $\varepsilon_L$ . Ceci est une façon très grossière de prendre en compte les chan-

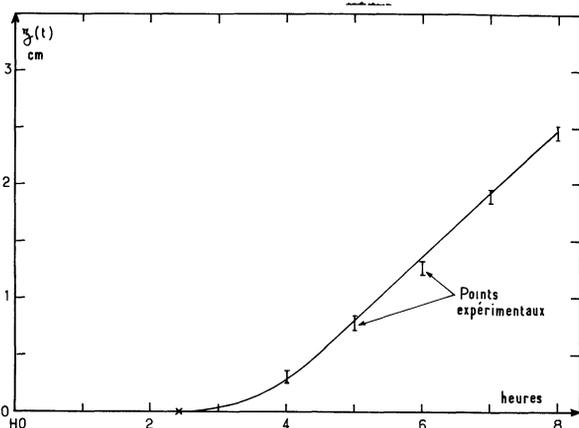


Fig. 13. — Ajustement des paramètres pendant la période de fonctionnement à deux phases : les courbes en trait continu sont obtenues par simulation pour les valeurs indiquées des paramètres, les traits verticaux donnent les résultats expérimentaux.  $\varepsilon_s = 0,33$ ,  $\varepsilon_L = 0,65$ ,  $h = 1 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $h' = 5 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ .

[Fitting of the system parameters during the two-phase running period. The continuous curves are obtained by simulating the system with the parameters given values. The short vertical lines indicate the experimental results.  $\varepsilon_s = 0,33$ ,  $\varepsilon_L = 0,65$ ,  $h = 1 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $h' = 5 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ .]

gements de propriétés optiques et thermiques au moment du changement de phase. Notons finalement qu'à l'état solide  $\varepsilon_s = 0,33$  et qu'à l'état franchement liquide en surface,  $\varepsilon_L = 0,65$ . On explique ici par les propriétés optiques des interfaces air-solide et air-liquide le résultat signalé au paragraphe 6 concernant la supériorité du rendement d'entrée lorsque les deux phases sont en présence sur celui du système à une phase.

7.2.1 Ajustement de la température de surface du stock. — Nous avons cherché à ajuster la température de surface du stock en jouant sur le coefficient d'échange  $h_L$ . Ceci s'est révélé impossible. En effet, expérimentalement cette température continue à croître après la fusion alors que la simulation produit un palier même pour de très faibles valeurs de  $h_L$ . Ce qui est mis en cause ici est la simplicité de notre modèle, dans ses aspects suivants :

- constance de la chaleur spécifique, en température,
- fusion en un point donné de température,
- constance de la conductivité thermique, en température.

Une première modification simple de ces hypothèses consiste à poser  $k_L \neq k_s$  et inférieur. Cependant, pour ajuster la température de surface, il faut arriver à modifier  $a_L$  dans des proportions plus grandes qu'on ne peut le faire à l'aide de  $k_L$ , en restant dans des limites physiquement acceptables. Il est alors nécessaire d'envisager une décroissance de  $C_{pL}$  entre  $51 \text{ }^\circ\text{C}$  et  $60 \text{ }^\circ\text{C}$  environ, partant d'une valeur nettement supérieure à la valeur donnée en 2.1 pour  $51 \text{ }^\circ\text{C}$  et atteignant cette valeur vers  $60 \text{ }^\circ\text{C}$ . Parallèlement

la chaleur latente  $L$  doit être très légèrement diminuée. La décroissance de  $C_{pL}$  décrirait les changements de phase des chaînes paraffiniques les plus longues présentes dans le mélange de paraffines utilisé (paraffine semi-raffinée, 50-52).

**8. Conclusion.** — Le programme de simulation sur ordinateur d'un système de captation-stockage par chaleur latente présenté ici, malgré ses imperfections de détails, permet de décrire de manière très satisfaisante la propagation de la chaleur dans le stock, pour des conditions de fonctionnement données.

Il fournit, dans le cadre général de l'étude du stockage de l'énergie solaire par chaleur latente, la possibilité de savoir quelles sont les caractéristiques du stock à optimiser et d'orienter les recherches dans cette direction. D'autre part, pour un stock de caractéristiques données, il permet d'optimiser les dimensions en vue d'un type d'utilisation déterminé.

Les problèmes évoqués concernant les hypothèses simplificatrices sur les chaleurs spécifiques et les conductivités suggèrent une étude expérimentale plus poussée de ces quantités permettant un ajustement très fin des modèles de simulation sur l'expérience.

### Bibliographie

- [1] GOBIN, D., *Etude théorique et expérimentale d'un système de captation et de stockage de l'énergie solaire dans la paraffine*, Thèse de Docteur-Ingénieur présentée à l'Ecole Centrale des Arts et Manufactures (1978).
- [2] BELLAMY, L. J., *The infrared spectra of complex molecules*, Methven, Londres (1958).
- [3] SMITH, G. D., *Numerical solution of partial differential equations* (Oxford University Press Londres) 1975.
- [4] ROSENBERG, D. U., *Methods for the numerical solution of partial differential equations* (Elsevier New York) 1975.
- [5] MITCHELL, R. J., *Computational methods in partial differential equations* (J. Wiley and sons New York) 1969.
- [6] FRIEDMAN, A., *Partial differential equation for parabolic equations* (Prentice Hall Englewood Cliffs, N.J.) 1964 ;  
FRIEDMAN, A., « Free boundary problems for parabolic equations. I : Melting of solides », *J. Math. Mec.* **8** (1959) 499-517 ;  
DUVAUT et LIONS, *Les inéquations en mécanique et en physique* (Dunod, Paris) 1972 ;
- MARDON, J. C., Thèse de 3<sup>e</sup> cycle, C.S.P. Univ. Paris Nord, av. J.-B.-Clement, 93430 Villetaneuse.
- [7] LAURIAT, M., *Cours de thermique*, Conservatoire National des Arts et Métiers, Cycle C, Paris (1974).
- [8] BENARD, C., GOBIN, D., LEVESQUE, D., *Temperature Regulation of a closed volume heated with solar energy*, Proceedings of the Arab Physical Society Conference on the Physics of Solar Energy, Benghazi, Nov. 1976, Libye.
- [9] BENARD, C., GOBIN, D., LEVESQUE, D., WIRGIN, A., *Theoretical and experimental analysis of a latent heat storage system* ; Congrès International de l'I.S.E.S., New Delhi, Janv. 1978.
- [10] BENARD, C., GOBIN, D., WIRGIN, A., *Low-Cost Energy storage regulation systems for raising young chickens in a subsistence-level economy* ; Congrès International de l'I.S.E.S., New Delhi, Janv. 1978.
-