



HAL
open science

Les horloges atomiques dans l'interférométrie radioastronomique à base intercontinentale

C. Audoin, P. Grivet

► **To cite this version:**

C. Audoin, P. Grivet. Les horloges atomiques dans l'interférométrie radioastronomique à base intercontinentale. *Revue de Physique Appliquée*, 1971, 6 (2), pp.251-258. 10.1051/rphysap:0197100602025100 . jpa-00243537

HAL Id: jpa-00243537

<https://hal.science/jpa-00243537>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LES HORLOGES ATOMIQUES DANS L'INTERFÉROMÉTRIE RADIOASTRONOMIQUE A BASE INTERCONTINENTALE

C. AUDOIN

Section d'Orsay du Laboratoire de l'Horloge Atomique, Bâtiment 220,
Faculté des Sciences, 91, Orsay

et P. GRIVET

Institut d'Electronique Fondamentale, Laboratoire associé au C. N. R. S.,
Bâtiment 220, Faculté des Sciences, 91, Orsay

Résumé. — Nous rappelons les exigences de l'interférométrie radioastronomique à très longue base, concernant les oscillateurs locaux indépendants placés auprès de chaque antenne.

Nous décrivons les différents étalons atomiques de fréquence utilisés dans cette application. Nous comparons leur stabilité de fréquence, en indiquant la méthode utilisée pour la caractériser.

Abstract. — We recall the requirements of very long baseline interferometry, concerning the independent local oscillators associated with each antenna.

We describe the different atomic frequency standards used in this application ; we compare their respective frequency stability, and give the method to specify it.

1. Introduction : interférométrie à très longue base.

— Une expérience d'interférométrie consiste, en principe, à analyser la corrélation qui peut exister entre la phase de deux signaux, en provenance d'une même source, atteignant deux récepteurs séparés par la distance d .

Selon un résultat classique dû à Michelson, la résolution angulaire de l'interféromètre est égale à λ/d , λ étant la longueur d'onde du rayonnement reçu.

En optique, il est possible d'obtenir, à l'aide de l'interféromètre stellaire de Michelson, une résolution angulaire élevée, de l'ordre de 2×10^{-2} seconde d'arc avec deux miroirs distants de 6 mètres.

En radioastronomie, pour obtenir la même résolution avec un rayonnement dont la longueur d'onde est d'un ordre de grandeur de 10 cm, l'écartement entre les antennes doit être de 1 000 km.

Jusqu'en 1965, la longueur des bases d'interférométrie radioastronomique était en pratique limitée à 100 km environ. On atteignait, par exemple, 130 km à l'Université de Manchester. Cette limitation était due à une transposition stricte de la technique de Michelson. Celle-ci se caractérise par la propagation, vers un détecteur *commun* situé à mi-distance entre les miroirs de signaux de cohérence de phase avec ceux qui sont captés.

En radioastronomie (Fig. 1) ces ondes sont produites, auprès de chaque antenne, par mélange entre celle qui est captée et celle qui provient d'un oscillateur local, *commun* aux deux stations.

La transmission entre les antennes d'une part, l'oscillateur local et le détecteur commun d'autre part, s'effectue alors le long de câbles coaxiaux ou de faisceaux hertziens.

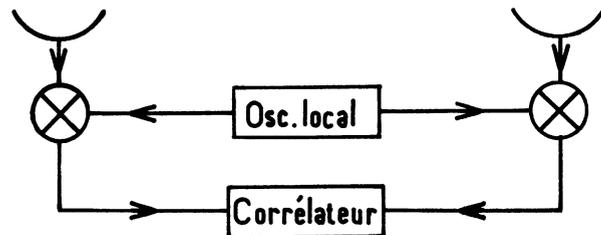


FIG. 1. — Radio-interféromètre du type Michelson. Les deux antennes sont reliées, par câble ou faisceau hertzien, à un oscillateur local et un corrélateur communs.

L'exploitation de ces interféromètres a mis en évidence des difficultés liées à l'emploi de ces lignes de transmission (fluctuations de la longueur électrique de la ligne par exemple).

Par ailleurs, les résultats obtenus suggérèrent que les dimensions angulaires de nombreuses radiosources nouvellement découvertes, principalement celles des quasars, étaient très inférieures à la résolution de l'appareil, c'est-à-dire 0,3 s d'arc environ pour $\lambda = 20$ cm.

En 1965, les progrès de la technique des horloges atomiques ont permis de remplacer l'oscillateur local unique par deux oscillateurs très stables, placés auprès

de chaque antenne (Fig. 2) [1], [2]. Leur remarquable stabilité de fréquence assure la cohérence de phase pendant un temps de l'ordre de la minute ou plus, suffisant pour les études entreprises.

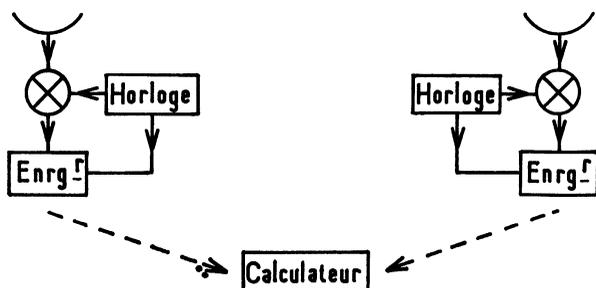


FIG. 2. — Radio-interféromètre à très longue base. Chaque station dispose de son propre oscillateur local. Les signaux sont enregistrés sur bande magnétique.

Les signaux à fréquence intermédiaire (dans la gamme des vidéofréquences) peuvent alors être enregistrés, à chaque station, sur bande magnétique. Celles-ci sont ensuite rassemblées dans un centre de calcul qui en assure l'exploitation différée dans le temps. Des mesures de ce type ont d'abord été effectuées avec des antennes placées de part et d'autre du continent américain (U. S. A., Canada), puis avec des antennes situées l'une en Californie, l'autre en Suède. Dans ce dernier exemple, la longueur de la base est de 8 000 km environ.

Cette radio-interférométrie à très longue base a permis, en particulier, de résoudre la radiosource $\mathcal{W}3$ et de montrer que l'émission du radical OH, sur une longueur d'onde de 18 cm y est produite par plusieurs sources peu étendues angulairement. La plus petite de ces sources a un diamètre apparent de l'ordre de 5×10^{-3} seconde d'arc. D'autres radiosources ont également été résolues grâce à cette technique. Certaines de leurs composantes ont un diamètre inférieur à 10^{-3} seconde d'arc.

2. Propriétés exigées des oscillateurs locaux des interféromètres à très longue base. — 2.1 STABILITÉ DE PHASE. — Les franges d'interférences obtenues du fait de la rotation de la terre, en observant une radiosource supposée ponctuelle, ont une visibilité qui est maximale (égale à l'unité) si la différence de phase θ entre les oscillateurs locaux reste constante pendant la durée de l'observation.

Par contre, cette visibilité décroît rapidement, au cours d'une expérience donnée, lorsque la fluctuation de la différence de phase atteint une valeur de 1 radian environ. La durée utile d'une observation est donc limitée au temps de cohérence τ_0 de la phase des oscillateurs locaux que l'on peut définir par :

$$\langle [\Delta\theta(\tau_0)]^2 \rangle^{1/2} \leq 1.$$

Les oscillateurs locaux doivent donc posséder une excellente stabilité de phase à court terme.

2.2 EXACTITUDE. — Si les deux oscillateurs sont décalés en fréquence, il en résulte une variation linéaire, en fonction du temps, de leur déphasage. Cette dérive est compensée, lors de l'analyse des enregistrements, par l'opération dite « recherche en fréquence ». Celle-ci exige un temps de calcul d'autant plus court que les deux oscillateurs ont une fréquence plus voisine.

Deux variantes d'exploitation sont employées :

1) Les horloges produisent des signaux dont les fréquences sont naturellement très voisines. C'est le cas des standards de fréquence dits « exacts » [3] tels que les appareils à césium et à hydrogène auxquels sont convenablement asservis un oscillateur à quartz (à 5 MHz par exemple).

2) Les horloges subissent un calibrage, et elles sont assez stables pour que celui-ci se conserve pendant un temps suffisant. C'est le cas des horloges à rubidium.

2.3 SYNCHRONISATION. — Une échelle de temps est enregistrée sur chaque bande magnétique. Elle est fournie par des impulsions produites par les horloges. Afin d'assurer la coïncidence de l'origine des deux échelles de temps, les horloges doivent être synchronisées.

Les synchronisations effectuées par des procédés classiques tels que la mise en œuvre des chaînes de Loran C, ou mieux, par transport d'horloge, s'avèrent insuffisantes.

On doit alors effectuer une « recherche en temps absolu ». Le résultat de cette recherche est valable pendant un intervalle de temps d'autant plus long que les horloges sont plus stables en phase.

2.4 CONCLUSION. — Il apparaît ainsi que les horloges employées doivent être à la fois stables et exactes si possible : ce sont nécessairement des horloges atomiques.

Leur emploi accroît la durée utile d'une observation et diminue le temps des calculs préliminaires à l'exploitation des enregistrements.

3. Caractéristiques essentielles des horloges atomiques. — L'idée de base qui a conduit à la réalisation des horloges atomiques, ainsi qu'à la réalisation de l'étalon de longueur au krypton est fondée sur la théorie quantique des atomes qui postule que la différence d'énergie entre deux niveaux donnés d'un atome libre est — à des effets relativistes près — invariante dans le temps et dans l'espace.

Les horloges atomiques les plus répandues à l'heure actuelle, sont l'horloge à rubidium à pompage optique, l'horloge à jet de césium et l'horloge à hydrogène atomique.

Leurs caractéristiques essentielles sont les suivantes :

1. ELLES UTILISENT LA STRUCTURE HYPERFINE DES ATOMES CORRESPONDANT A L'ÉTAT FONDAMENTAL. — Les transitions utilisées, du type $\Delta F = 1$, $\Delta m_F = 0$ ont une fréquence comprise entre 1 et 10 GHz. Celle-

ci ne dépend qu'au second ordre de la valeur du champ magnétique directeur appliqué aux atomes.

2. UNE INVERSION DE POPULATION EST NÉCESSAIRE POUR OBSERVER LA TRANSITION avec un rapport signal sur bruit suffisant, car, la fréquence de transition étant faible, la différence de population d'équilibre thermodynamique est très petite en conséquence de la loi de Boltzmann.

3. L'EFFET DOPPLER DU PREMIER ORDRE EST ÉLIMINÉ. — En réduisant, à l'aide d'un gaz tampon la vitesse de diffusion des atomes (horloge à Rb) [4], [5];

— en utilisant la méthode des deux champs d'excitation de Ramsey [6] ou (et) en observant les atomes perpendiculairement à leur vecteur vitesse (horloge à Cs);

— en confinant les atomes dans un ventre de champ électromagnétique (horloge à hydrogène) [7].

4. AFIN DE DÉTERMINER AVEC UNE TRÈS GRANDE PRÉCISION LE SOMMET DE LA COURBE DE RÉSONANCE, CELLE-CI DOIT ÊTRE AUSSI ÉTROITE QUE POSSIBLE. — En conséquence de la relation d'incertitude de Heisenberg, le temps d'observation de la transition doit être long. Il est compris entre quelques ms, dans une horloge à Cs commerciale, et 1 s environ dans un maser à hydrogène.

Indépendamment des qualités fondamentales précédentes, intervient aussi la technique d'observation de la résonance. De ce point de vue, on peut classer les horloges atomiques en deux catégories :

— Les horloges passives sont celles dans lesquelles il est nécessaire d'appliquer un signal extérieur pour détecter la résonance. Le résonateur atomique est alors un discriminateur de fréquence qui fournit une tension dont la valeur dépend de l'écart entre la fréquence de l'excitation et la fréquence de résonance. Les horloges à cellule de rubidium et à jet de césium sont de ce type.

— Les horloges actives sont des auto-oscillateurs ; c'est le cas du maser à hydrogène. La fréquence d'oscillation est celle de la résonance atomique si des dispositions sont prises pour accorder la cavité résonnante, et maintenir cet accord [8].

4. Description des horloges. — Le tableau I montre quelques propriétés importantes des atomes de rubidium 87, césium 133 et hydrogène.

4.1 HORLOGE A [RUBIDIUM 87. — a) *Inversion de population.* — Dans l'horloge à rubidium 87, l'inversion de population est obtenue par pompage optique dans l'état fondamental [9]. La technique utilisée ici est celle du pompage hyperfin.

Une lampe à vapeur de ^{87}Rb émet une lumière rouge (7 800 Å) correspondant à une transition entre l'état fondamental et les deux premiers états excités (ceux-ci possèdent une structure hyperfine qui peut être négligée en première approximation). Les deux

raies correspondantes D_1 et D_2 possèdent une structure hyperfine, comme le niveau fondamental (Fig. 3).

Il se trouve qu'un filtre constitué par une cellule contenant de la vapeur de l'isotope 85 du rubidium absorbe sélectivement les composantes hyperfines de D_1 et D_2 issues du niveau $F = 2$.

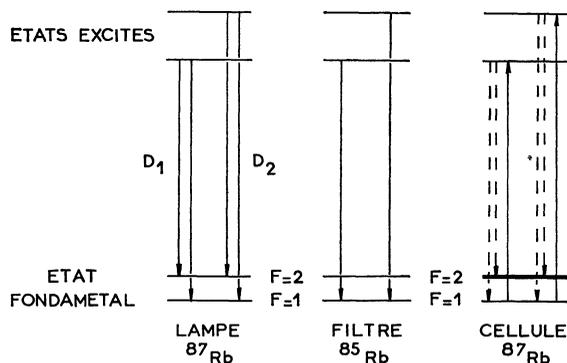


FIG. 3. — Principe du pompage optique du rubidium 87.

Lorsque cette lumière filtrée pénètre dans une cellule contenant de la vapeur de l'isotope 87 du rubidium, elle peuple les deux niveaux excités au détriment de la composante $F = 1$ du niveau fondamental.

La durée de vie dans les états excités est très courte (10^{-8} s), les atomes retombent avec une probabilité égale sur les deux niveaux $F = 1$ et $F = 2$.

Il en résulte un équilibre dynamique tel que la population du niveau $F = 2$ excède notablement celle du niveau $F = 1$.

L'absorption de la lumière filtrée par la cellule à ^{87}Rb est proportionnelle à la population du niveau $F = 1$. Elle est donc faible lorsque l'équilibre précédent est atteint.

Si l'on provoque, par émission stimulée, le passage d'atomes de l'état $F = 2$ à l'état $F = 1$, on augmente la population de cet état (on tend à égaliser les populations de ces deux états). L'absorption de la lumière est donc augmentée, et la détection des transitions entre les niveaux hyperfins est optique.

b) *Horloge à cellule de rubidium 87.* — Le schéma d'une telle horloge est indiqué sur la figure 4.

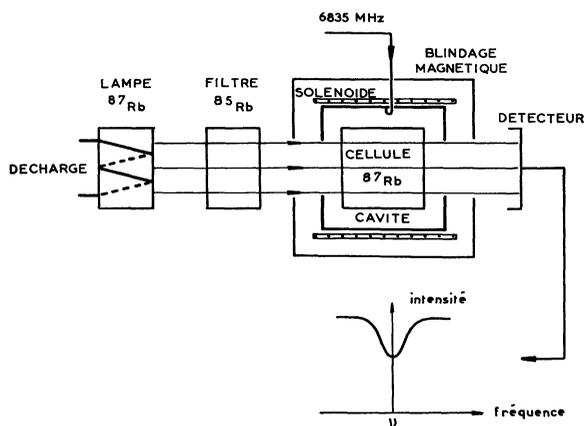


FIG. 4. — Schéma du résonateur à rubidium.

Le pompage optique est effectué à l'aide de la lampe à $R^{87}b$ associée au filtre à ^{85}Rb . La cellule de résonance contient du ^{87}Rb ainsi qu'un gaz inerte ou gaz tampon composé de 55 % de néon et 45 % d'argon, qui a pour but d'augmenter l'efficacité du pompage et de réduire la largeur de raie de résonance.

Un solénoïde crée le champ magnétique de 50 mG environ qui sépare les différents sous-niveaux Zeeman de la structure hyperfine. Un blindage magnétique protège la région d'interaction des fluctuations du champ magnétique ambiant.

La cellule est placée dans une cavité résonnante excitée par un signal à la fréquence de 6 834,7 MHz.

La résonance est détectée par une cellule photo-électrique. Sa largeur est, à mi-hauteur, de 50 Hz environ. L'effet Doppler est pratiquement éliminé car la présence du gaz tampon réduit considérablement la vitesse moyenne de déplacement des atomes de rubidium.

Un dispositif électronique, semblable en son principe à celui qui est associé à un résonateur à césium, et qui est décrit plus loin, permet de pointer le sommet de la raie de résonance et d'asservir un oscillateur à quartz à une fréquence déterminée par celle de la résonance observée.

L'avantage de l'horloge à rubidium est son faible encombrement, sa faible masse (absence d'aimants) et son coût relativement peu élevé.

Par contre, la fréquence dépend de la présence du gaz tampon [10] et de l'intensité lumineuse [11]. Cette horloge doit donc être calibrée. C'est un étalon secondaire, dont la stabilité à long terme égale à 10^{-11} par mois environ est 10 à 100 fois meilleure, en ordre de grandeur, que celle d'une horloge à quartz.

4.2 HORLOGE A JET DE CÉSIIUM. — a) *Le résonateur à césium.* — La figure 5 représente schématiquement le résonateur à césium d'un appareil commercial (Hewlett-Packard).

Un four chauffé à 80 °C environ produit, dans un récipient où règne un vide très poussé, un jet atomique d'atomes de césium.

Un premier aimant, qui produit un champ magnétique intense (de l'ordre de 1 Tesla), fortement inhomogène, effectue la sélection d'état. Les atomes d'état $F = 4, m_F = 0$ forment alors un faisceau sensiblement parallèle. Les atomes d'état $F = 3, m_F = 0$ frappent les parois de l'appareil où ils se condensent.

Le faisceau traverse ensuite la région d'interaction avec le champ électromagnétique. Celui-ci est appliqué en deux régions distinctes, à l'extrémité des deux bras d'une cavité résonnante selon une disposition proposée par Ramsey [5].

Tout se passe comme si la durée de l'interaction était sensiblement égale au temps de vol des atomes entre les deux bras de la cavité. Dans un appareil commercial (Hewlett-Packard) la largeur de la raie de résonance est de 530 Hz pour une longueur d'interaction de 12,5 cm. Dans des appareils de labo-

ratoire, la longueur d'interaction est plus longue (plusieurs mètres) et la raie plus fine.

Un champ magnétique faible, de quelques dizaines de milligauss est appliqué dans toute la région d'interaction afin de définir la direction de quantification. Un blindage magnétique, constitué de plusieurs enveloppes de mumétal protège cette région des variations du champ magnétique terrestre.

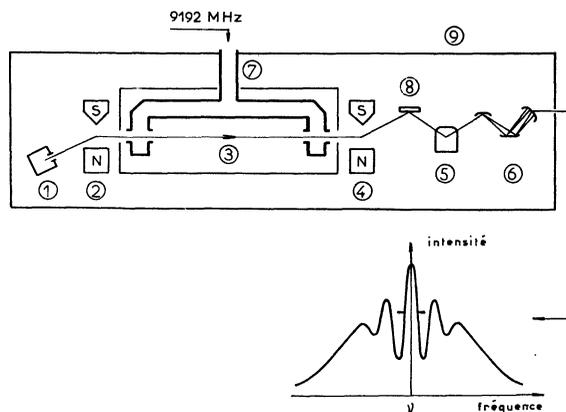


FIG. 5. — Schéma du résonateur à césium. 1. Four à césium. — 2. Aimant de sélection. — 3. Région blindée magnétiquement où l'on produit un champ magnétique continu de 50 mG environ. — 4. Aimant d'analyse. — 5. Spectre de masse. — 6. Multiplicateur de particules. — 7. Cavité résonnante à deux bras. — 8. Ioniseur à fil chaud. — 9. Enveloppe étanche.

Par émission stimulée, les atomes d'état $F = 4, m_F = 0$ passent à l'état $F = 3, m_F = 0$. Ceux-ci sont déviés dans un aimant à champ fort et inhomogène vers un détecteur, qui n'est ainsi atteint que par les atomes qui ont effectué la transition

$$F = 4, m_F = 0 \rightarrow F = 3, m_F = 0.$$

Le détecteur est constitué d'un fil de tungstène chauffé à 1 000 °C qui ionise les atomes. Les ions formés traversent un spectromètre de masse. Un multiplicateur de particules accroît l'intensité de la réponse du résonateur.

La figure 5 montre la forme de la courbe de résonance obtenue [6].

b) *Horloge à césium.* — Ce résonateur ne constitue pas à lui seul une horloge atomique : un système électronique doit lui être associé. Son rôle est de fournir des signaux dont la fréquence est dans un rapport déterminé avec celle de la fréquence de résonance. Ces signaux sont, d'une part, une onde sinusoïdale à la fréquence de 5 MHz (par exemple), et, d'autre part, des impulsions de temps délivrées chaque seconde.

Un oscillateur à quartz alimente un synthétiseur de fréquence qui produit un signal à 9 192,631... MHz (Fig. 6). Un dispositif électronique, comprenant un oscillateur auxiliaire, un modulateur et un détecteur de phase fournit une tension d'erreur si la fréquence d'excitation ne correspond pas au sommet de la courbe de résonance. Cette tension contrôle la fré-

quence de l'oscillateur à quartz à 5 MHz qui est ainsi asservi à la résonance atomique.

Des diviseurs de fréquence permettent d'obtenir des signaux à 1 MHz, 100 kHz, 1 Hz.

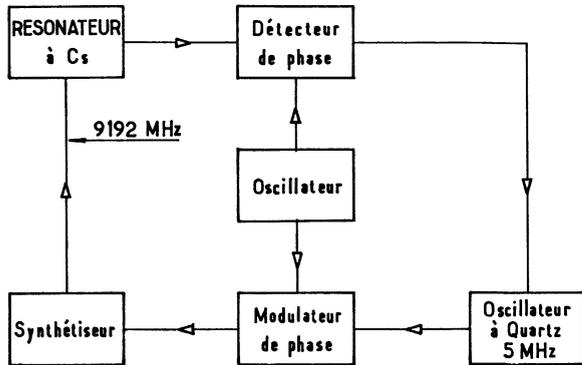


FIG. 6. — Principe de l'asservissement d'un oscillateur à quartz à la résonance du césium.

La définition de l'unité de temps, la seconde, est maintenant fondée sur un phénomène atomique. La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133 [11].

4.3 HORLOGE A HYDROGÈNE ATOMIQUE. — a) *Maser à hydrogène.* — Le schéma en est représenté sur la figure 7. Dans la source d'hydrogène atomique, la molécule H₂ est dissociée en atomes. Un capillaire produit un jet d'hydrogène atomique dans un récipient où un vide très poussé est entretenu par des pompes.

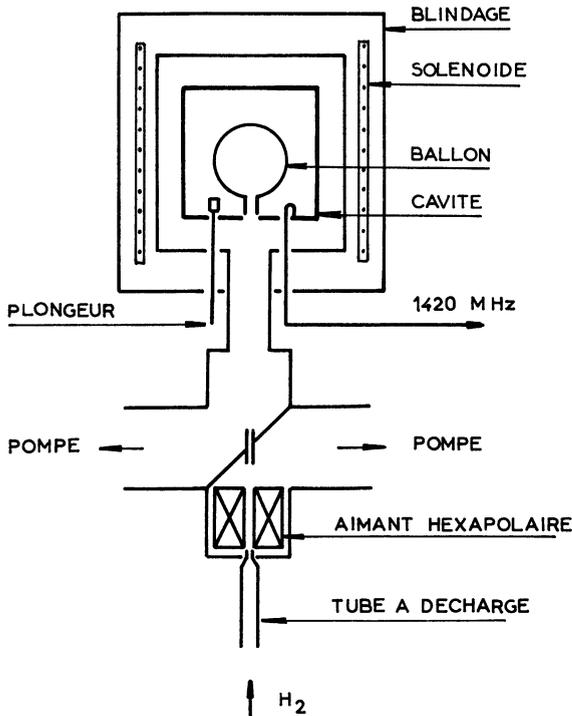


FIG. 7. — Schéma du maser à hydrogène.

Les atomes sont triés dans un champ magnétique inhomogène et les atomes d'état $F = 1, m_F = 0$ et $F = 1, m_F = 1$, pénètrent dans le ballon. Seuls les atomes d'état $F = 1, m_F = 0$ sont utiles à la transition d'horloge.

Ici le champ magnétique inhomogène est produit par un aimant hexapolaire qui a la propriété de se comporter comme une lentille convergente pour les atomes d'état $F = 1, m_F = 0, F = 1, m_F = 1$ qui pénètrent dans la cavité résonnante. Elle est divergente pour les atomes d'état $F = 1, m_F = -1$ et $F = 0, m_F = 0$ qui sont éliminés.

Dans la cavité résonnante, les atomes sont stockés dans un ballon dont la paroi est recouverte d'un enduit inerte (téflon) qui ne perturbe que très peu les atomes lorsqu'ils frappent la paroi. Le temps d'interaction est ici de 0,3 s environ, ce qui correspond à une largeur naturelle de la raie de résonance de 1 Hz environ.

Les atomes sont confinés dans un ventre du champ électromagnétique de la cavité. Il en résulte que l'effet Doppler au premier ordre est éliminé [7].

La région d'interaction est blindée magnétiquement par 3 à 6 enveloppes de mumétal. Le champ magnétique produit par un solénoïde y est de 1 mG environ.

Lorsque l'énergie apportée à la cavité par le jet dépasse les pertes de diverses origines (pertes par effet Joule dans les parois de la cavité, relaxation des atomes) le maser oscille à la fréquence de 1 420,405... MHz.

Le maser à hydrogène produit son propre signal, c'est une horloge active.

b) *Horloge à hydrogène.* — Le système électronique qui transpose la fréquence d'oscillation à 5 MHz est ici moins délicat à réaliser que pour le résonateur à césium : lorsque sa cavité est convenablement accordée le maser oscille à la fréquence correspondant au sommet de la raie. Le pointage du sommet de la raie est effectué par le maser lui-même.

Schématiquement, la fréquence du maser est ramenée à 19,595 MHz (par exemple) dans un récepteur hétérodyne (Fig. 8). L'oscillateur local est obtenu par multiplication de fréquence, à partir de l'oscillateur à quartz à 5 MHz. Celui-ci pilote également un

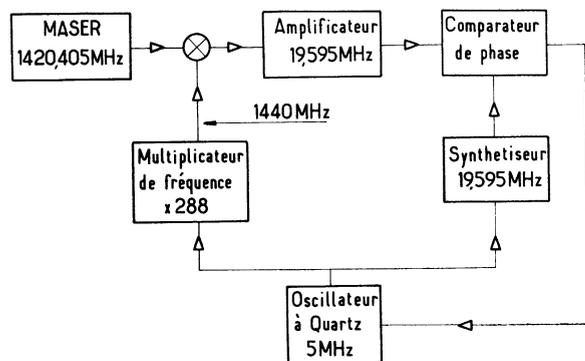


FIG. 8. — Principe de la transposition à 5 MHz de la fréquence d'oscillation d'un maser à hydrogène.

synthétiseur qui fournit 19,595 MHz. Un dispositif de comparaison de phase permet d'asservir l'oscillateur à quartz dont la fréquence d'oscillation est ainsi déterminée par celle du maser.

Les signaux à la disposition de l'utilisateur sont les mêmes que pour l'horloge à césium.

La fréquence de transition hyperfine de l'atome d'hydrogène dans l'état fondamental est égale à :

$$f_H = (1\,420\,405\,751,768 \pm 0,003) \text{ Hz}$$

selon les déterminations les plus récentes [13].

5. Reproductibilité et exactitude des horloges atomiques. — 5.1 REPRODUCTIBILITÉ. — La reproductibilité [3] caractérise la précision avec laquelle la fréquence d'un étalon peut être reproduite après un dérèglement (pour un appareil donné), ou d'un appareil à l'autre dans une série de construction. Lorsqu'il n'est pas nécessaire d'avoir recours à un autre type d'étalon pour effectuer des vérifications, il s'agit de reproductibilité intrinsèque. C'est le cas pour les étalons primaires, à césium ou hydrogène.

La reproductibilité intrinsèque est de 2×10^{-13} pour l'horloge à hydrogène et de 2×10^{-12} pour des horloges à césium (version commerciale).

5.2 EXACTITUDE. — La fréquence définie par une horloge atomique est principalement déterminée par l'espèce atomique utilisée. Néanmoins, la fréquence mesurée dépend légèrement de l'environnement car, en principe, l'atome n'est pas libre. Il est, pour le moins, placé dans un champ magnétique statique et couplé au champ électromagnétique d'une cavité résonnante.

La fréquence de transition de l'atome libre diffère de la fréquence mesurée d'une quantité qui est la somme des termes correctifs correspondant aux différentes causes de décalage de fréquence. Ces termes correctifs sont, soit mesurés, soit calculés.

Conventionnellement, l'exactitude est numériquement définie comme égale à l'écart type de l'incertitude relative sur la somme de ces termes correctifs [3].

Elle est actuellement de l'ordre de 10^{-12} pour les horloges à césium et à hydrogène. Elle n'est pas définie pour l'horloge à rubidium dont la fréquence dépend fortement de la pression et de la nature du gaz tampon remplissant la cellule, ainsi que de l'intensité lumineuse.

6. Stabilité de fréquence et de phase des horloges atomiques. — 6.1 ORIGINE DES FLUCTUATIONS. —

Nous limitons notre description aux principales causes de fluctuations.

a) *Cas des auto-oscillateurs.* — 1) Dans tout oscillateur, le bruit de fond provoque une diffusion de la phase de l'oscillation, conduisant à des fluctuations de fréquence, pour la durée d'observation τ , égales à [14] :

$$\frac{\langle \Delta f^2 \rangle^{1/2}}{f} = \frac{1}{2Q} \sqrt{\frac{kT}{P\tau}}$$

où Q est le coefficient de surtension du résonateur, kT est l'énergie de bruit, P est la puissance fournie par l'oscillateur.

En fait, pour les oscillateurs à quartz utilisés dans la technique des horloges, et pour le maser à hydrogène lui-même, ces fluctuations en $\tau^{-1/2}$ sont masquées par les fluctuations des deux types qui suivent.

2) Du bruit blanc de phase, superposé linéairement à l'oscillation, supposée parfaitement sinusoïdale, introduit les fluctuations de fréquence ou de phase. Elles peuvent se calculer en utilisant les méthodes usuelles de l'analyse statistique [15]. Leur ordre de grandeur peut être obtenu par le raisonnement simple suivant.

Ajoutons au signal sinusoïdal, de fréquence f_0 et d'amplitude v_1 , un signal de bruit dont l'amplitude v_2 et le déphasage $\Delta\varphi$ sont aléatoires (Fig. 9).

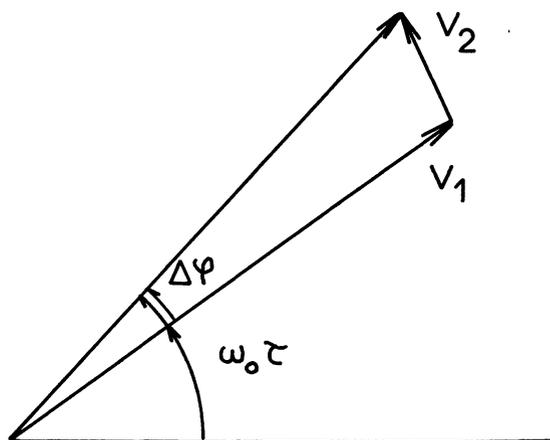


FIG. 9. — Composition d'un signal sinusoïdal et d'un signal de bruit.

La fluctuation de fréquence pour l'intervalle de temps τ est de l'ordre de :

$$\frac{\langle \Delta f^2 \rangle^{1/2}}{f_0} = \frac{\langle (\Delta\varphi)^2 \rangle^{1/2}}{\omega_0 \tau} = \frac{1}{\omega_0} \frac{1}{\tau} \left(\frac{NkTB}{P} \right)^{1/2}$$

où P est la puissance de l'oscillation, $NkTB$ est la puissance du bruit ajouté au signal dans la bande de bruit B .

La stabilité de fréquence varie alors en τ^{-1} .

3) Pour les temps de mesure très longs, la stabilité de fréquence est limitée par des dérives, dont l'origine n'est pas toujours bien comprise, mais qui semblent liées à l'effet des variations de l'environnement de l'oscillateur.

Il y correspond un « bruit de scintillation » de la fréquence, dont la densité spectrale est de la forme $1/f^\alpha$, avec $\alpha \simeq 1$.

Avec $\alpha = 1$, une technique de mesure appropriée (voir paragraphe 6.2.b) conduit à un résultat indépendant du temps de mesure τ , pour τ suffisamment grand.

b) *Oscillateur à quartz asservi à un maser à hydrogène.* — Cet asservissement est un asservissement de phase classique. La constante de temps T de l'asservissement est de l'ordre de 0,1 s.

Pour les temps de mesure très inférieurs à T , la stabilité de fréquence ou de phase est celle de l'oscillateur à quartz non asservi. Pour les temps de mesure très supérieurs à T , la stabilité est celle du maser à hydrogène.

c) *Oscillateur à quartz asservi à un résonateur.* — C'est le cas des horloges à cellule de rubidium 87 et à jet de césium.

Des considérations classiques [15] sur le comportement de l'asservissement en présence de bruit, montrent que :

— pour les temps de mesure τ courts, l'oscillateur à quartz a la même stabilité que s'il n'était pas asservi ;

— pour les temps de mesure τ longs, le bruit de détection de la résonance atomique intervient. Il conduit à une stabilité de fréquence variant en $\tau^{1/2}$;

— pour des temps de mesure intermédiaires ($\tau \approx 10$ s) (pour l'horloge à césium), il est possible d'optimiser l'asservissement de façon à obtenir une stabilité de fréquence indépendante de τ .

Ces différents domaines se retrouvent sur la figure 10.

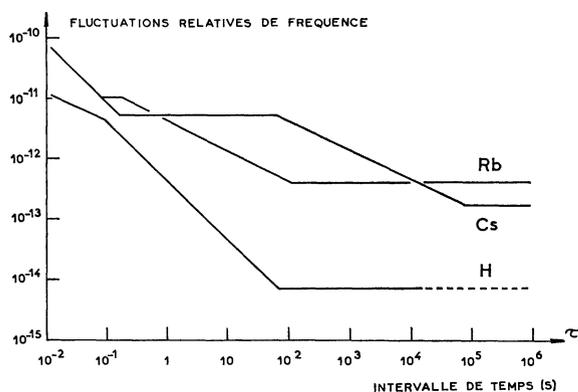


FIG. 10. — Fluctuation relative de fréquence des horloges atomiques. Le diagramme est établi à partir de la seconde différence sur la phase.

6.2 MÉTHODE DE MESURE DE LA STABILITÉ PAR COMPTAGE. — Soit $v(t) = A \cos [\omega t + \Phi(t)]$ le signal appliqué au compteur. On suppose que $\Phi(t)$ a une valeur moyenne nulle et que ses fluctuations sont petites comparées à $\pi/2$. ω est alors une constante, la fréquence angulaire moyenne du signal.

a) *Mesure de la première différence sur la phase.* — Le compteur mesure l'intervalle de temps τ' que durent N périodes de $v(t)$

$$2 \pi N = \omega \tau' + \Phi(t + \tau') - \Phi(t)$$

où t est l'instant où le comptage commence.

Appelons τ la valeur moyenne de τ' et posons $\Delta\tau = \tau - \tau'$. On a alors : $\Phi(t + \tau') - \Phi(t) = \omega_1 \Delta\tau$.

Les conditions $\omega \Delta\tau \ll 1$ et $\dot{\Phi}(t) \Delta\tau \ll 1$ sont en général vérifiées pour les oscillateurs très stables qui nous intéressent ici. On obtient donc :

$$\Delta_\tau \Phi(t) = \Phi(t + \tau) - \Phi(t) = \omega_1 \Delta\tau .$$

La technique de comptage permet donc de mesurer la première différence sur la phase, pendant l'intervalle de temps τ .

L'emploi de cette méthode de mesure revient à filtrer les fluctuations de fréquence $\dot{\Phi}(t)$ dans un filtre linéaire de fonction de transfert $H(\omega, \tau)$ telle que [15] :

$$|H(\omega, \tau)| = \frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} .$$

La variance des fluctuations de fréquence est alors reliée à la densité spectrale de ces variations avant filtrage $S_{\dot{\Phi}}(\omega)$ par :

$$\sigma^2[\langle \dot{\Phi} \rangle_{t,\tau}] = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty S_{\dot{\Phi}}(\omega) \left[\frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} \right]^2 d\omega .$$

On peut en déduire [16] pour des densités spectrales habituellement rencontrées, de la forme :

$$S_{\dot{\Phi}}(\omega) = A_\beta / f^\beta$$

avec $\beta = 2, 1, 0, -1$, la loi de variation de $\sigma[\langle \dot{\Phi} \rangle_{t,\tau}]$ en fonction de τ .

Pour le bruit flicker de fréquence ($\beta = -1$) l'intégrale ci-dessus diverge. (Les fluctuations de phase ne sont pas stationnaires pour $\beta = -1$.)

L'étude statistique de la seconde différence sur la phase permet de lever cette difficulté.

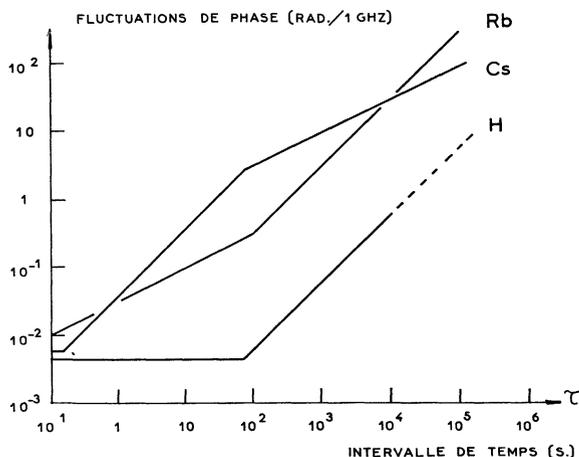


FIG. 11. — Fluctuations de phase, normalisées à 1 GHz des horloges atomiques. Le diagramme est établi à partir de la seconde différence sur la phase.

b) *Mesure de la seconde différence sur la phase.* — La seconde différence sur la phase [17] est obtenue en effectuant la différence entre des résultats de comptage successifs. Si le temps mort entre les comptages est négligeable, cette seconde différence est définie par :

$$\Delta_{\tau}^2 \Phi(t) = [\Phi(t + 2\tau) - \Phi(t + \tau)] - [\Phi(t + \tau) - \Phi(t)].$$

On peut montrer que cette opération revient à filtrer les fluctuations de fréquence dans un filtre linéaire, de fonction de transfert $H(\omega, \tau)$ telle que :

$$|H(\omega, \tau)| = 2 \sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \frac{\sin \omega\tau/2}{\omega\tau/2}.$$

On obtient alors, sauf pour $\beta = -1$, les mêmes formes de variation de la variance $\sigma^2[\Delta_{\tau}^2 \Phi(t)]$ en fonction de τ que précédemment.

Pour $\beta = -1$, on obtient une variance indépendante de τ (la phase est alors à accroissement stationnaire).

Les diagrammes de stabilité des horloges atomiques sont généralement établis en utilisant la variance de la seconde différence sur la phase. Il en est ainsi sur la figure 10 [18] où la stabilité de fréquence, en valeur relative : $\sigma[\Delta_{\tau}^2 \dot{\Phi}(t)]/2\pi f_0$ est représentée sous forme asymptotique pour les horloges à Rb, Cs, H.

Ce diagramme est établi en utilisant :

- les spécifications des horloges à rubidium et à césium fabriquées par la firme Hewlett-Packard [19] ;
- les résultats obtenus avec des masers à hydrogène construits par R. Vessot [18].

7. Diagramme de stabilité de phase des horloges atomiques. Application à l'interférométrie à très longue base. — A partir de ce diagramme de la stabilité de fréquence des horloges atomiques, on peut aisément établir le diagramme de stabilité de phase, normalisé à 1 GHz [18], [20] par la relation :

$$\begin{aligned} < [\Delta\theta(\tau)]^2 >^{1/2} \text{ (radian/1 GHz) } = \\ &= \tau \times 10^9 \times \frac{\sigma[\Delta_{\tau}^2 \dot{\Phi}(t)]}{f_0}. \end{aligned}$$

Ce diagramme (Fig. 10) montre que ce sont les horloges à rubidium et à hydrogène qui sont les plus intéressantes pour l'interférométrie à très longue base.

A 1 600 MHz, correspondant à l'émission du radical OH, la condition $\Delta\theta(\tau_0) \leq 1$ conduit à un temps théorique d'observation de 300 s environ pour l'horloge à rubidium. Il est de 10 à 100 fois supérieur si des horloges à hydrogène sont utilisées comme cela est le cas maintenant pour plusieurs bases d'interférométrie [18], [21], [22].

Remerciements. — Les auteurs remercient F. Biraud, avec qui ils ont eu de fructueuses discussions sur les problèmes de l'interférométrie radioastronomique à très longue base.

TABLEAU I

Atome	Spin électronique	Spin nucléaire	Nombre de spin total	Fréquence de transition hyperfine (Hz)
Rubidium 87	1/2	3/2	$F = 1 ; 2$	6 834 685 314,5
Césium 133	1/2	7/2	$F = 3 ; 4$	9 192 631 770
Hydrogène 1	1/2	1/2	$F = 0 ; 1$	1 420 405 751,768 \pm 0,003

Bibliographie

- [1] BARE (C.), CLARK (B. G.), KELLERMANN (K. I.), COHEN (M. H.) et JAUNCEY (D. L.), *Science*, 1967, **157**, 189.
- [2] COHEN (M. H.), JAUNCEY (D. L.), KELLERMANN (K. I.) et CLARK (B. G.), *Science*, 1968, **162**, 88.
- [3] MCCOUBREY (A. O.), *Proc. I. E. E. E.*, 1966, **54**, 116.
- [4] DICKE (R. H.), *Phys. Rev.*, 1953, **89**, 472.
- [5] WITKE (J. P.) et DICKE (R. H.), *Phys. Rev.*, 1956, **103**, 103.
- [6] RAMSEY (N. F.), *Molecular Beams*, Clarendon Press, Oxford, 1956.
- [7] KLEPPNER (D.), GOLDENBERG (H. M.) et RAMSEY (N. F.), *Phys. Rev.*, 1962, **126**, 603.
- [8] KLEPPNER (D.), BERG (H. C.), CRAMPTON (S. B.), RAMSEY (N. F.), VESSOT (R. F. C.), PETERS (H. E.) et VANIER (J.), *Phys. Rev.*, 1965, **138**, A 972.
- [9] KASTLER (A.), *J. Physique et le Radium*, 1950, **11**, 255.
- [10] ARDITI (M.) et CARVER (T. R.), *Phys. Rev.*, 1958, **109**, 1012.
- [11] COHEN TANNOUJJI (C.), *Ann. de Physique*, 1962, **7**, 423 et 469. BARRAT (J. P.) et COHEN TANNOUJJI (C.), *J. Phys. Rad.*, 1961, **22**, 329.
- [12] 13^e Conférence Générale des Poids et Mesures, 13 octobre 1967, Paris.
- [13] HELLWIG (H.), VESSOT (R. F. C.), LEVINE (M. W.), ZITZEWITZ (P. W.), ALLAN (D. W.) et GLAZE (D. J.), *I. E. E. E. Trans. Instr. Meas.*, (nov. 1970), **IM 19**.
- [14] BERSTEIN (J.), *Bull. Akad. Sci. (U. R. S. S.) Phys. Ser.*, 1950, **14**, 187. BLAQUIÈRE (A.), *Ann. de Radio-électricité*, 1953, 36 et 153. SHIMODA (K.), WANG (T. C.) et TOWNES (C. H.), *Phys. Rev.*, 1956, **102**, 1308.
- [15] CUTLER (L.) et SEARLE (C.), *Proc. I. E. E. E.*, 1966, **54**, 136.
- [16] ALLAN (D.), *Proc. I. E. E. E.*, 1966, **54**, 221.
- [17] BARNES (J.), *Proc. I. E. E. E.*, 1966, **54**, 207.
- [18] LEVINE (M.) et VESSOT (R.), Symposium on very long baseline interferometry, Charlottesville, Virginia, 13-15 avril 1970.
- [19] Hewlett-Packard Journal, 1968, **19**, n° 11.
- [20] CUTLER (L.), VESSOT (R.), N. E. R. E. M. 1968, Boston (6-8 nov. 1968).
- [21] Bulletin of the Radio and Electrical Engineering Division N. R. C. of Canada, 1968, **18**, 53.
- [22] Le volume 5, n° 10, 1970, de Radio-Science est consacré à la Radioastronomie à très longue base.