



**HAL**  
open science

## Étalon d'induction mutuelle

A. Guillet

► **To cite this version:**

A. Guillet. Étalon d'induction mutuelle. J. Phys. Theor. Appl., 1917, 7 (1), pp.75-87.  
10.1051/jphystap:01917007007500 . jpa-00242002

**HAL Id: jpa-00242002**

**<https://hal.science/jpa-00242002>**

Submitted on 4 Feb 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## ÉTALON D'INDUCTION MUTUELLE;

Par M. A. GUILLET.

**Constantes de l'étalon** <sup>(1)</sup>. — On voit d'après la formule (5) que le calcul de  $m$  exige la détermination précise : 1° du pas  $h$  de la bobine ou de son inverse  $n_1$  ; 2° du diamètre  $\varepsilon$  de la bobine, et la détermination approchée de la longueur  $l$  de la bobine et du diamètre  $d$  des cerceaux.

**Mesure du pas.** — Pour mesurer le pas, je me suis servi d'une règle à biseau en laiton étudiée au Bureau international des Poids et Mesures et mise très obligeamment à ma disposition par M. Ch.-Ed. Guillaume.

La longueur constituée par cent divisions de cette règle a pour mesure, à  $t$  degrés, en centimètres internationaux :

$$L_t = (1m - 195\mu) (1 + 17,5 \times 10^{-6}t.)$$

La règle, supportée par un banc long et étroit en forme de pupitre, était appliquée par son bord divisé le long d'une génératrice de la bobine, et un microscope adapté au chariot d'une machine à diviser installée sur un plateau très stable permettait de viser à la fois les spires de la bobine et les traits de la règle. Il était facile dans ces conditions d'estimer la longueur occupée par un nombre connu de pas.

Pour plus de précision, les pointés étaient répétés dix fois et portaient sur plusieurs spires consécutives, choisies en même nombre aux deux extrémités de la région examinée.

A diverses époques les mesures ont été faites sur les trois tronçons, comprenant chacun environ 420 spires, dans lesquels la bobine était au préalable partagée.

Les extrémités des tronçons étaient déplacées à chaque détermination nouvelle.

Un cylindre de laiton ayant été fileté avec le même outil et dans les mêmes conditions que la bobine de stuc, j'ai pu aussi relever le pas directement sur ce filetage auxiliaire.

(1) Communication faite à la Société française de Physique, le 14 mars 1911 ; voir ce recueil, p. 48.

*Valeurs de  $n_1$ .*

Premier tronçon.	Deuxième tronçon.	Troisième tronçon
8,3381	8,34102	8,3441
8,3369	8,34095	8,3449
8,3381	8,34096	8,3449
8,3368	8,34041	8,3445
8,3381	8,34047	8,3446
.....	.....	.....
Moyenne.....	$n_1 = 8^{\text{cm}},34099$	$h = 0^{\text{cm}},11989$

Les 1 504 spires de la bobine sont donc régulièrement distribuées sur une longueur  $2l = 180^{\text{cm}},313$ .

**Mesure du diamètre  $\delta$ .** — Le diamètre a été mesuré, à diverses reprises, au comparateur vertical, en 36 régions différentes et pour deux azimuts rectangulaires. Chaque détermination comportait vingt pointés ; la moyenne des nombres obtenus, tous compris entre  $394^{\text{mm}},731$  et  $394^{\text{mm}},524$ , valeurs extrêmes et très rares, a donné pour la valeur  $\delta$  du diamètre estimé sur l'axe du fil, et à  $17^\circ$

$$\delta = 393^{\text{mm}},658,$$

valeur que j'ai rapportée à une copie du Mètre international (copie  $\beta$ ).

Je me suis également servi d'un ruban mince d'acier extrêmement souple entourant circulairement le corps de la bobine sous une tension constante fournie par des poids. Un microscope micrométrique installé sur la bobine permettait de relever la distance de deux traits tracés sur les extrémités en regard du ruban, et qu'il fallait ajouter à la distance des traits relevée sur le ruban déroulé et sous la même tension pour avoir la circonférence d'enroulement de la bobine.

Enfin le diamètre moyen des cerceaux a pour mesure

$$d = 46^{\text{cm}},9.$$

**Valeur de  $m$ .** — Ces nombres portés dans l'expression de  $m$  donnent pour le potentiel effectif de l'étalon à  $17^\circ$

$$m = 3,95204 \times 10^7.$$

Le potentiel de l'étalon théorique correspondant aurait pour valeur

$$M = 3,95475 \times 10^7.$$

## RÉGLAGE ET VÉRIFICATION.

Tout d'abord on amène les axes des cerceaux à coïncider avec celui de la bobine. Pour cela, on fait passer à travers les lumières de la bobine et des cerceaux un fil très fin qu'on tend par des poids après l'avoir engagé dans la gorge de deux petites poulies fixées aux extrémités de l'alignement. Le fil étant parfaitement libre, on déplace les poulies latéralement et en hauteur, de manière à l'amener à occuper le centre des lumières qui définissent l'axe de la bobine. Enfin, en agissant méthodiquement sur les chariots et sur les trois vis calantes dont ils sont munis, on s'arrange pour que les centres des cerceaux restent sur le fil lorsqu'on les fait rouler d'un bout à l'autre des chariots. L'emploi du rayon lumineux ne donne pas un résultat plus parfait. L'alignement obtenu, le cerceau central est fixé au milieu de la bobine et les cerceaux latéraux sont répartis de façon qu'un tube de laiton, ayant de bout en bout une longueur égale à celle de la bobine, s'engage exactement entre les faces de même nom de deux cerceaux consécutifs. Comme chaque cerceau est muni d'un mince fil à plomb passant très près des divisions millimétriques d'une règle parallèle à la bobine, il est aisé d'en repérer la position. Le circuit des cerceaux étant traversé par un courant, on s'assure, avec une aiguille aimantée, que leurs actions sont concordantes.

Après ces réglages, j'ai constaté que le galvanomètre restait au zéro, le commutateur tournant rapidement, lorsque les deux groupes de cerceaux correcteurs sont en opposition : la bobine produit donc, sur ces deux groupes, ainsi que cela doit être, des inductions égales.

Il n'est pas nécessaire de s'astreindre à amener rigoureusement le cerceau central au milieu de la bobine. En effet, une translation  $\delta$  du système des cerceaux équivaut, au point de vue de la correction, à une translation  $\delta$  des bobines infinies qui donnent lieu à la correction des bouts ; la variation de potentiel réciproque due à cette translation est donc négligeable, puisqu'elle n'est qu'une très faible fraction de la correction des bouts.

La formule (4) montre, d'autre part, que l'erreur qu'on a pu commettre en réglant la distance des cerceaux n'entraîne qu'une erreur négligeable sur la valeur du potentiel effectif de l'étalon ; elle fournit aussi la fraction de potentiel réciproque due à chacun des cerceaux.

Il me semble inutile de développer ici ces calculs, dont tous les résultats, d'ailleurs, ont été vérifiés par l'expérience.

CONTRÔLE MAGNÉTIQUE DES BOBINES.

Il faut avant toute chose vérifier que l'expression *calculée* du potentiel réciproque d'un étalon d'induction répond bien à la réalité. Et pour cela le mieux est de comparer par voie *magnétique* ou par voie *électrique* diverses bobines ou cerceaux construits dans des conditions se prêtant au calcul de leurs divers effets.

Un mauvais choix des matériaux employés ou des imperfections de construction se trouveront alors révélés par un désaccord entre les effets calculés et les effets observés.

Il est bon, pour faciliter les comparaisons au magnétomètre, d'exprimer le champ produit par une bobine ou par un cerceau en un point de leur axe sous une forme spéciale se prêtant aux calculs par approximation.

1° Cas de la bobine. — Après avoir posé

$$\Delta = \left(1 + \frac{l}{D}\right)^2; \quad \Delta' = \left(1 - \frac{l}{D}\right)^2,$$

la formule (2) donne

$$\varphi_p = 2\pi n_1 \left\{ \left[1 + \frac{r^2}{D^2} \Delta\right]^{-\frac{1}{2}} - \left[1 + \frac{r^2}{D^2} \Delta'\right]^{-\frac{1}{2}} \right\}.$$

Dans les conditions généralement réalisées où les termes  $\frac{r^2}{D^2} \Delta$ ,  $\frac{r^2}{D^2} \Delta'$  sont inférieurs à l'unité, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \left[1 + \frac{r^2}{D^2} \Delta\right]^{-\frac{1}{2}} &= 1 - \frac{1}{2} \frac{r^2}{D^2} \Delta + \frac{3}{8} \frac{r^4}{D^4} \Delta^2 - \frac{5}{16} \frac{r^6}{D^6} \Delta^3 \\ &+ \frac{35}{128} \frac{r^8}{D^8} \Delta^4 - \frac{63}{256} \frac{r^{10}}{D^{10}} \Delta^5 + \frac{231}{1.024} \frac{r^{12}}{D^{12}} \Delta^6 - \frac{429}{2.048} \frac{r^{14}}{D^{14}} \Delta^7 + \Theta. \end{aligned}$$

Le développement du second crochet est de la même forme. En conséquence :

$$\varphi_p = 2\pi n_1 \frac{r^2}{D^2} (\Delta' - \Delta) \left[ 1 - \frac{3}{2} \frac{r^2}{D^2} \left( \frac{\Delta'^2 - \Delta^2}{\Delta' - \Delta} \right) + \frac{5}{8} \frac{r^4}{D^4} \frac{\Delta'^3 - \Delta^3}{\Delta' - \Delta} - \frac{35}{64} \frac{r^6}{D^6} \frac{\Delta'^4 - \Delta^4}{\Delta' - \Delta} + \Theta \right].$$

Comme  $\Delta' - \Delta = \frac{4l}{D} \left(1 - \frac{l^2}{D^2}\right)^{-2}$  et  $\pi r^2 = S$  surface de la section droite de la bobine, il vient, en remarquant que  $2ln_1 = n$  :

$$Hb = \frac{2nS}{D^3} \left(1 - \frac{l^2}{D^2}\right)^{-2} \left[ 1 - \frac{3r^2}{2D^2} \frac{\Delta'^2 - \Delta^2}{\Delta' - \Delta} + \frac{5r^4}{8D^4} \frac{\Delta'^3 - \Delta^3}{\Delta' - \Delta} - \frac{35r^6}{64D^6} \frac{\Delta'^4 - \Delta^4}{\Delta' - \Delta} + \Theta \right].$$

Le produit des deux premiers facteurs représente *le champ que produirait en un point M de l'axe le magnétisme des faces s'il était condensé en leur centre, et le crochet tient compte de la distribution uniforme sur les faces.*

2° **Gas du cerceau.** — Il faut développer le facteur relatif à la distribution des spires le long de la génératrice du cerceau en mettant en évidence les puissances du rapport  $\frac{l}{D}$  qui est très petit. Le calcul est particulièrement simple en le conduisant de la manière suivante : Si le cerceau porte  $N_1$  spires par centimètre de génératrice la tranche  $dx$  en comprend  $N_1 dx$ . Cette tranche produit à la distance  $D - x$  un champ ayant pour intensité d'après la formule (4) :

$$\frac{2SN_1 dx}{[(D - x)^2 + R^2]^{\frac{3}{2}}}$$

En désignant par  $2l$  la distance des deux plans limites du cerceau, le champ magnétique produit en M par la totalité des spires sera  $H_c$  :

$$H_c = 2SN_1 \int_{-l}^{+l} \frac{dx}{[(D - x)^2 + R^2]^{\frac{3}{2}}}$$

On peut encore écrire, en posant  $\rho^2 = D^2 + R^2$  :

$$(1) \quad H_c = \frac{2SN_1}{\rho^3} \int_{-l}^{+l} \left[ 1 + \frac{x(x-2D)}{\rho^2} \right]^{-\frac{3}{2}} dx.$$

Posons  $y = \frac{x(x-2D)}{\rho^2}$  et considérons l'expression  $(1 + y)^{-\frac{3}{2}}$ . Comme la quantité  $y$  est inférieure à l'unité, la formule de Newton

généralisée donne :

$$(1 + y)^{-\frac{3}{2}} = 1 - \frac{3}{2}y + \frac{15}{8}y^2 - \frac{35}{16}y^3 + \frac{315}{128}y^4 + \Theta.$$

Les termes de la partie  $\Theta$  du développement sont d'un degré supérieur à 4.

Pour effectuer l'intégration (1) on peut substituer au crochet son développement et l'on est ainsi conduit à l'expression :

$$\Pi_c = \frac{2SN_1 2l}{\rho^3} \left[ 1 - \frac{l^2}{2\rho^2} + \frac{3l^4}{8\rho^4} + \frac{5l^2 D^2}{2\rho^2 \rho^2} - \frac{5l^6}{16\rho^6} - \frac{21 D^2 l^4}{4\rho^2 \rho^4} \dots \right] = \frac{2SN}{\rho^3} \cdot \alpha.$$

$\alpha$  désignant la valeur du crochet à calculer dans chaque cas.

Cette formule montre que *le cerceau agit comme une spire, supposée placée dans le plan central, qui serait parcourue par un courant dont l'intensité est mesurée par le même nombre que les spires du cerceau multiplié par un facteur de correction qui tient compte de la distribution des spires.*

REMARQUE. — En plaçant le centre du cerceau à une distance de l'aiguille aimantée égale à la moitié du rayon du cerceau, la parenthèse commencerait seulement au terme en  $\frac{l^4}{\rho^4}$ , et par suite se réduirait à l'unité dans les conditions où ce rapport peut être négligé.

Pour  $l = 1$  centimètre et  $R = 30$  centimètres, la plus grande valeur de  $\frac{l}{\rho}$  est  $\frac{1}{30}$  et par suite la plus grande valeur de  $\left(\frac{l}{\rho}\right)^4 = \frac{1}{810\,000}$ .

Lorsque l'aiguille est au centre du cerceau  $D = 0$  et l'on a :

$$\epsilon = -\frac{l^2}{2\rho^2}.$$

La correction due à la largeur du cerceau doit bien alors être négative, car si toutes les spires sont d'abord concentrées dans le plan central qui renferme l'aiguille, leur effet diminue lorsqu'on les écarte de ce plan dans un sens ou dans l'autre.

Voyons encore, en considérant  $\alpha$  comme une fonction de  $D$ , limitée aux termes en  $\frac{l^2}{\rho^2}$ , quelle valeur de  $D$  annule la dérivée  $\frac{d\alpha}{dD}$ . On trouve :

$$D = R \sqrt{\frac{3}{2}}.$$

Ainsi la *partie principale* de la correction est négative pour  $D = 0$ , elle s'annule pour  $D = \frac{R}{2}$ , puis elle devient positive et augmentée; elle prend sa valeur maximum pour  $D = R \sqrt{\frac{3}{2}}$ ; elle diminue ensuite pour atteindre la valeur zéro lorsque  $D$  est infini.

Calculons la valeur maxima de la correction  $\alpha'$  :

$$\alpha' = \frac{l^2}{2\rho^2} \left( \frac{5D^2}{\rho^2} - 1 \right),$$

$$D^2 = \frac{3}{2} R^2; \quad \rho^2 = \frac{5}{2} R^2,$$

$$\alpha'_{\max} = \frac{2}{5} \frac{l^2}{R^2}.$$

Dans le cas du cerceau considéré plus haut :

$$\alpha'_{\max} < \frac{2}{5} \frac{1}{30^2} < \frac{1}{2.250}.$$

Le facteur correctif  $\alpha'$  est donc, dans les conditions supposées, notablement inférieur à  $\frac{1}{2.250}$ .

\*  
\* \*

A titre d'exemple, j'indiquerai seulement comment j'ai effectué la *comparaison des sections S et s d'un cerceau et d'une bobine* à l'aide d'un magnétomètre de haute sensibilité. On opérerait de la même manière pour deux bobines.

1° *Méthode des résistances.* — Disposons la bobine et le cerceau de façon à faire coïncider leurs axes. Groupons les deux circuits en dérivation sur les bornes de l'électromoteur de façon à opposer leurs champs et intercalons dans celle qui fait le plus d'effet sur le magnétomètre une résistance continue. En introduisant une fraction convenable de cette résistance dans le circuit, on obtiendra l'équilibre. Dans ces conditions on a :

$$iH_b = i'H_c,$$

or

$$i = \frac{V}{R_b}; \quad i' = \frac{V}{R_c + r},$$

donc

$$\frac{i'}{i} = \frac{R_b}{R_c + r}.$$

Comme  $H_b = \frac{i'}{i} H_c$  on a finalement :

$$(III) \quad H_b = \frac{R_b}{R_c + r} H_c.$$

Le rapport des résistances est ensuite estimé au potentiomètre.

Cette méthode de comparaison des surfaces présente un inconvénient car les courants interviennent ici par leur intensité; or si les résistances s'échauffent inégalement, le rapport  $\frac{R_b}{R_c + r}$  varie, le spot ne reste pas fixe, aussi est-il préférable d'opérer comme il suit :

2° *Emploi d'une bobine compensatrice.* — Supposons que l'on fasse coïncider les centres et les axes du cerceau et de la bobine, puis que l'on installe le système sur la règle du magnétomètre de façon que l'axe commun aille passer par le milieu de la petite aiguille mobile. Une seconde bobine compensatrice est placée de la même façon sur une seconde règle opposée à la première. Les trois bobines étant parcourues par le même courant, on cherche la distance D du centre du système bobine-cerceau à l'aiguille pour que le champ additif du système soit compensé par celui de la bobine auxiliaire. On a alors

$$(1) \quad H_b + H_c = h_a.$$

Comme les divers champs sont proportionnels aux courants d'excitation des bobines et que le même courant alimente celles-ci, il est évident que l'équilibre a lieu pour la même valeur de D quelle que soit l'intensité du courant utilisé.

Pour simplifier choisissons le courant 1. En pratique on emploie le courant le plus intense que puisse supporter les bobines sans inconvénients, dans le but de déterminer D avec la précision nécessaire, la sensibilité de l'appareil magnétométrique étant donnée. La différence des deux champs antagonistes est en effet proportionnelle à  $i$  en sorte qu'un petit déplacement à partir de la position d'équilibre se traduit par un déplacement du spot sur la règle proportionnel à  $i$ .

On change ensuite le sens du courant dans le cerceau seul, de

façon à produire sur le magnétomètre le champ

$$H'_b - H'_c.$$

On rapproche le système bobine-cerceau sans toucher à la bobine compensatrice qui reste fixe. Soit  $d$  la distance qui correspond à  $D$  pour laquelle la compensation a lieu, on a pour tous les courants et par suite pour le courant unité :

$$(2) \quad H'_b - H'_c = h_a.$$

Des égalités (1) et (2) on tire :

$$(H_b + H_c)_D = (H'_b - H'_c)_d,$$

ou

$$(I) \quad H_{\text{bob } D} - H'_{\text{bob } d} + H_{\text{cerc } D} + H'_{\text{cerc } d} = 0.$$

En posant :

$$B = \frac{2}{D^3} \frac{1}{\left(1 - \frac{\rho^2}{D^2}\right)^2} \left[ 1 - \frac{3r^2}{4D^2} \frac{\Delta'^2 - \Delta^2}{\Delta' - \Delta} + \frac{5r^4}{8D^4} \frac{\Delta'^3 - \Delta^3}{\Delta' - \Delta} - \frac{35r^6}{64D^6} \frac{\Delta'^4 - \Delta^4}{\Delta' - \Delta} \right]$$

et  $b =$  la même expression dans laquelle  $D$  est remplacé par  $d$ , puis :

$$C = \frac{2}{\rho^3} \left[ 1 + \frac{l^2}{2\rho^2} \left( \frac{5D^2}{\rho^2} - 1 \right) \right]$$

$$c = \frac{2}{\rho'^3} \left[ 1 + \frac{l'^2}{2\rho'^2} \left( \frac{3d^2}{\rho'^2} - 1 \right) \right]$$

et enfin

$$\sigma = ns \text{ surface totale de la bobine,}$$

$$\Sigma = NS \text{ surface totale du cerceau,}$$

l'équation (1) devient

$$(I) \quad (B - b) \sigma + (C + c) \Sigma = 0.$$

$$\frac{\sigma}{\Sigma} = - \frac{C + c}{B - b} \quad \text{ou} \quad \frac{C + c}{b - B}$$

REMARQUE. — Au lieu d'employer un champ auxiliaire  $h$ , on peut équilibrer directement l'effet magnétique de la bobine par l'effet magnétique du cerceau en les disposant de part et d'autre du magnétomètre (fig. 1) à des distances convenables  $l$  et  $l'$ . Un même courant traverse les deux bobines et dans un sens tel, qu'elles regardent le magnétomètre par une face de même signe. Dans le cas contraire, le champ serait additif au lieu d'être différentiel. Lorsque l'on a

réglé  $l$  et  $l'$  de manière que le spot reste fixe, que le courant circule ou soit interrompu, on a :

$$H_b = H_c.$$

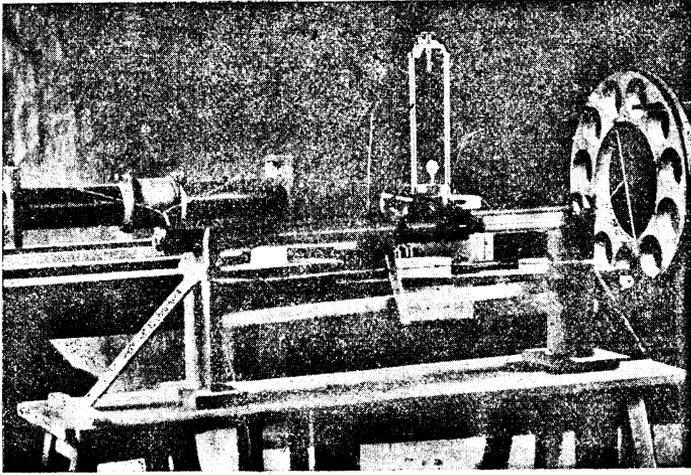


FIG. 1.

Comme le champ antagoniste est le champ terrestre proprement dit, on dispose la double règle dans la direction Est-Ouest. Si le magnétomètre est muni d'une règle unique portant des divisions, on installe sur cette règle la bobine que l'on veut déplacer et on dispose l'autre à poste fixe de manière à n'avoir à évaluer qu'une seule distance. On répète les mesures :

- 1° Après avoir changé le sens du courant ;
- 2° Après retournement face pour face des bobines ;
- 3° Après une rotation de  $180^\circ$  autour de l'axe du magnétomètre.

Pour simplifier le calcul il est bon d'utiliser la plus grande distance en sensibilisant s'il le faut l'aiguille du magnétomètre. On rend ainsi négligeable l'influence de la longueur de l'aiguille du magnétomètre ainsi que les termes de degrés supérieurs qui figurent dans l'expression de  $H_b$  et de  $H_c$ .

Il ne faut pas sensibiliser au delà de l'approximation que l'on s'impose car on est alors inutilement gêné par les variations extérieures du champ magnétique.

**Préparation du calcul.** — On a trouvé pour le champ produit par

le cerceau :

$$H_c = \frac{2SN}{c^3} \left[ 1 + \frac{l^2}{2c^2} \left( \frac{5D^2}{2c^2} - 1 \right) \right]$$

et pour le champ de la bobine :

$$H_b = \frac{2ns}{D^3} \left( 1 - \frac{l^2}{D^2} \right)^{-2} \left[ 1 - \frac{3}{4} \frac{r^2}{D^2} \frac{(\Delta'^2 - \Delta^2)}{\Delta' - \Delta} + \frac{5}{8} \frac{r^4}{D^4} \frac{\Delta'^3 - \Delta^3}{\Delta' - \Delta} - \frac{35}{64} \frac{r^6}{D^6} \frac{\Delta'^4 - \Delta^4}{\Delta' - \Delta} \right]$$

ou

$$H_c = \frac{2SN}{c^3} [1 + \alpha] \quad \text{et} \quad H_b = \frac{2ns}{D^3} \left( 1 - \frac{l^2}{D^2} \right)^{-2} [1 + \beta].$$

En conséquence,

$$(II) \quad \begin{aligned} \frac{ns}{NS} &= \frac{D^3}{c^3} \cdot \frac{1 + \alpha}{1 + \beta} \cdot \left( 1 - \frac{l^2}{D^2} \right)^2, \\ \frac{\sigma}{\Sigma} &= \frac{D^3}{c^3} \cdot \frac{1 + \alpha}{1 + \beta} \left( 1 - \frac{l^2}{D^2} \right). \end{aligned}$$

Ce rapport, sauf erreurs imprévues dues à des causes ne figurant pas dans nos calculs, ne doit pas différer de celui donné par des mesures purement géométriques.

On comparerait de même deux bobines.

3° *Contrôle par les phénomènes d'induction.* — Ayant construit deux étalons d'induction et un même courant inducteur I étant établi ou supprimé dans l'un des circuits de chacun des deux étalons, on déterminera les quantités d'électricité induites dans l'autre circuit respectivement mesurées par :

$$\frac{M_1 I}{R_1} \quad \text{et} \quad \frac{M_2 I}{R_2}$$

En opposant ces deux décharges d'induction, uniques ou répétées, sur un galvanomètre et réglant les résistances de façon à équilibrer les actions, on aura :

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Le calcul donne  $\frac{M_1}{M_2}$  et une comparaison de résistances donne  $\frac{R_1}{R_2}$ ; Ces deux valeurs doivent être égales.

On devra vérifier aussi dans quelle mesure un cerceau, dont le plan de symétrie équatoriale passe par l'axe de la bobine, jouant le rôle d'inducteur, est insensible aux effets d'induction.

Dans le cas d'appareils aisément maniables, les méthodes de comparaison par retournement dans le champ magnétique terrestre peuvent être d'un bon emploi.

Pour certaines applications, on évitera d'enrouler les circuits sur des tubes métalliques pouvant former *écran électromagnétique*. J'ai étudié à ce point de vue la bobine longue enroulée sur tube de bronze, employée par M. Wuiffaumier dans la détermination de l'ohm par la méthode de M. G. Lippmann, et que nous désignerons par B. Une bobine  $b$ , montée sur couteau au milieu de B, est commandée de l'extérieur par un long bras rigide s'appuyant aussi par l'intermédiaire d'un couteau sur le chariot d'un cathétomètre. Par déplacement du chariot, la bobine  $b$  est amenée dans la position d'induction nulle, pour laquelle un galvanomètre en série avec  $b$  n'accuse aucun courant lorsque le courant qui excite B est établi ou supprimé au moyen d'un commutateur redresseur tournant.

Un système auxiliaire B',  $b'$ , formé de deux bobines en regard, enroulées sur bois, sont alors introduites la première dans le circuit de B, la seconde dans celui de  $b$ , de façon qu'il y ait opposition entre les forces électromotrices induites dans les bobines  $b$  et  $b'$ .

L'expérience consiste à déplacer le chariot du cathétomètre, c'est-à-dire à incliner progressivement  $b$  jusqu'à ce que le galvanomètre soit ramené au zéro pour diverses fréquences données, le système auxiliaire B',  $b'$  restant invariable.

Dans le cas considéré, lorsque la fréquence des interruptions varie de 18 à 92, c'est-à-dire dans le rapport de 1 à 5,1, il faut incliner de plus en plus la bobine  $b$  et faire croître ainsi l'induction mutuelle du système B,  $b$  à peu près du tiers de la valeur qui correspond à la fréquence initiale 18 (4,5 tours du commutateur par seconde). Évidemment, dans le cas d'une méthode statique comme celle imaginée par M. Lippmann, le métal du tube n'a pas à intervenir.

Après de telles épreuves, on pourra en toute sécurité faire servir l'étalon d'induction à des mesures absolues ou à la graduation d'*etalons secondaires*.

REMARQUE. — Dans le cas d'un circuit ayant la forme d'une hélice de rayon R et de pas  $h$  (voir page 43), la composante  $dN$  du champ, normale à l'axe, provient d'une part de l'élément circulaire et d'autre part de l'élément de génératrice de l'arc d'hélice défini en position par l'angle  $\omega$ .

Les composantes de ces deux actions, projetées sur le plan  $oxy$ , sont respectivement, pour l'origine O :

$$dU_1 = \frac{k}{R} \frac{\omega d\omega}{(1 + k^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}}; \quad dU_2 = \frac{k}{R} \frac{d\omega}{(1 + k^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{où} \quad k = \frac{h}{2\pi R}.$$

La composition de ces actions élémentaires, d'ailleurs perpendiculaires entre elles, conduit à la construction de deux courbes, d'arcs :

$$U_1 = -\frac{1}{kR} (1 + k^2\omega^2)^{-\frac{1}{2}}; \quad U_2 = \frac{k}{R} \omega (1 + k^2\omega^2)^{-\frac{1}{2}}.$$

Par projection de  $dU_1$  et de  $dU_2$  sur les axes  $ox, oy$ , on obtient :

$$dX_1 = \frac{k}{R} \frac{\omega \cos \omega d\omega}{(1 + k^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad dY_1 = \frac{k}{R} \frac{\omega \cdot \sin \omega d\omega}{(1 + k^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}}$$

et :

$$dX_2 = -\frac{k}{R} \frac{\cos \omega d\omega}{(1 + k^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad dY_2 = +\frac{k}{R} \frac{\sin \omega d\omega}{(1 + k^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}}$$

en sorte que le calcul de N revient au calcul des intégrales

$$\frac{k}{R} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{(\omega - 1) \cos \omega d\omega}{(1 + k^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad \frac{k}{R} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{(\omega - 1) \sin \omega d\omega}{(1 + k^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}},$$

ou encore de l'intégrale

$$\frac{k}{R} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{\omega e^{i\omega} - e^{-i\omega}}{(1 + k^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot d\omega,$$

dont l'étude est intéressante en raison de la nature pseudo-périodique très particulière du phénomène dont elle est l'expression.

---