



HAL
open science

La surface d'onde caractéristique du cristal Islande

A. Guillet

► **To cite this version:**

A. Guillet. La surface d'onde caractéristique du cristal Islande. J. Phys. Theor. Appl., 1916, 6 (1), pp.129-142. 10.1051/jphystap:019160060012900 . jpa-00241959

HAL Id: jpa-00241959

<https://hal.science/jpa-00241959>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LA SURFACE D'ONDE CARACTÉRISTIQUE DU CRISTAL D'ISLANDE ;

Par M. A. GUILLET.

Je ne connais pas de manipulation plus belle *ni plus utile à répéter* que celle instituée par Huygens pour fixer avec précision la forme de l'onde caractéristique du cristal d'Islande et d'expliquer par elle les particularités de l'étrange réfraction découverte par Erasme Bartolin.

Voici les opérations qu'il convient d'effectuer, et que je décrirai en rapportant, autant qu'il se pourra, les termes mêmes de l'immortel auteur du *Traité de la Lumière*.

I. — EXAMEN GÉOMÉTRIQUE DU CRISTAL.

a) *Forme et clivage*. — Les morceaux de cristal d'Islande que l'on trouve dans la nature sont de la forme d'un parallélépipède oblique (*fig. 1*), clivables parallèlement à deux faces opposées, si bien que l'on peut amener les six faces du solide à être des losanges égaux,

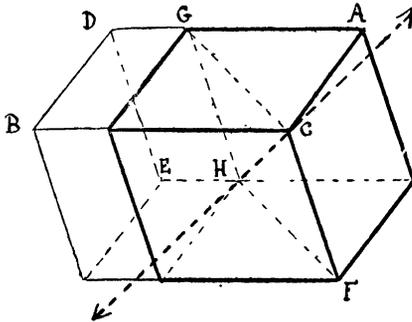


FIG. 1.

ce qui conduit au rhomboèdre marqué en traits forts dans la *fig. 1*. Autour des sommets opposés C et H sont répartis trois angles obtus égaux ; si l'on trace la bissectrice de l'une des faces C, soit CG, elle détermine avec CF un plan perpendiculaire à CAG qui est la *section principale du cristal pour la face C A G* ; les deux autres bissectrices combinées aux arêtes CB et CA détermineront deux autres

sections principales et les trois plans ainsi formés se couperont suivant une droite CH qui est l'axe du cristal.

Le clivage permet de répartir en un point quelconque du milieu tous les éléments définis pour le sommet C.

b) *Mesure d'angles.* — On s'efforcera de mesurer directement les angles des faces, et aussi le dièdre relatif à l'une des arêtes partant du sommet C en utilisant soit un goniomètre d'application, soit une méthode optique. Si α est la mesure du dièdre, on en déduira la mesure x d'une face en C par la considération du triangle sphérique équilatéral déterminé par le trièdre C sur une sphère de centre C. On calculera de même l'angle β que forme l'axe du cristal avec l'une des faces, ou encore l'une des arêtes du trièdre C.

Huygens a trouvé ainsi les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned}\alpha &= 105^\circ \\ x &= 101^\circ 52' \\ \beta &= 45^\circ 20'\end{aligned}$$

II. — OBSERVATIONS OPTIQUES.

a) Si l'on couvre la face AB en y laissant seulement une petite ouverture au point K pris sur CG (fig. 2) et qu'on l'expose au soleil

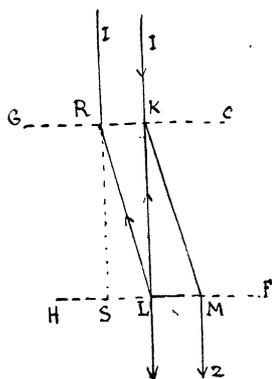


FIG. 2.

en sorte que ses rayons donnent dessus perpendiculairement, le rayon IK se divisera au point K en deux rayons ; l'un continuera d'aller droit par KL, et l'autre s'écartera par la droite KM qui est

inférieure du solide ou parallèle à cette bissectrice ; alors, en plaçant l'œil directement au-dessus de la ligne AB, elle ne paraîtra que simple, et l'on verra que sa partie vue à travers le cristal avec les parties qui paraissent en dehors sont en ligne droite, mais la ligne CD paraîtra double, et l'on distinguera l'image qui vient de la réfraction régulière de ce qu'elle paraît plus élevée que l'autre, lorsqu'on regarde avec les deux yeux, ou bien de ce que, tournant le cristal sur le papier, elle demeure ferme, au lieu que l'autre image remue et tourne tout autour. L'on placera ensuite l'œil en I (demeurant toujours dans le plan perpendiculaire par AB), de sorte qu'il voie l'image de la ligne CD qui vient de la réfraction régulière faire une ligne droite avec le reste de cette ligne qui est dehors le cristal et marquant alors sur la surface du cristal le point H où paraît l'intersection E ce point sera directement au-dessus de E, puis on retirera l'œil vers O, toujours dans le plan perpendiculaire par AB, en sorte que l'image de la ligne CD, qui se fait par la réfraction ordinaire, paraisse en ligne droite avec la ligne KL, vue sans réfraction, et l'on marquera sur le cristal le point N où paraît le point d'intersection E.

On connaîtra donc la longueur et la position des lignes NH, EM, et aussi HE qui est l'épaisseur du cristal. Ces lignes étant tracées à part sur le plan et menant alors NE, puis NM qui coupe HE en P, on aura par le triangle NPE :

$$\frac{\sin i}{\sin r_0} = \frac{EN}{NP} = n_0,$$

on constatera que cette proportion est toujours la même dans toutes les inclinaisons des rayons incidents et assez voisine de $\frac{5}{3}$; n_0 est la valeur de l'indice relatif au rayon ordinaire.

c) Le rapport $\frac{\sin i}{\sin r_e}$ est variable : le même procédé permet d'examiner la réfraction extraordinaire ou irrégulière du cristal d'Islande car le point H étant trouvé et marqué comme il a été dit directement au-dessus du point E, on regardera l'image de la ligne CD qui se fait par réfraction extraordinaire et on placera l'œil en Q, en sorte que cette image forme une ligne droite avec la ligne KL vue sans réfraction. Les triangles REH, RES donnent alors

$$\frac{\sin i}{\sin r_e} = \frac{RE}{ES}$$

SURFACE D'ONDE CARACTÉRISTIQUE DU CRISTAL D'ISLANDE 133
 et l'on constate que ce rapport est variable avec l'inclinaison du
 rayon incident.

On s'assurera sans difficulté que le spath d'Islande se comporte
 dans tous les cas pour l'un des rayons comme une substance iso-
 trope d'indice n_0 . *A une telle réfraction, il est donc naturel de faire*
correspondre une onde caractéristique de forme sphérique.

III. — INTUITION D'HUYGENS.

Huygens a eu la pensée de rapporter la réfraction irrégulière à
 une onde ayant la forme d'un ellipsoïde et il chercha comment les
 phénomènes observés permettaient d'en déterminer la figure et la
 position.

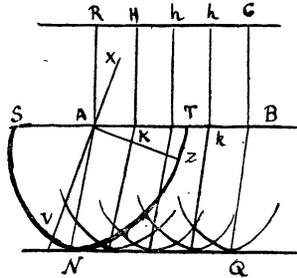


FIG. 4.

« Je considérai premièrement l'effet des ondes ainsi formées, à
 l'égard du rayon qui tombe perpendiculairement sur la surface plate
 d'un corps transparent dans lequel elles s'étendraient de cette
 manière. Je posai AB (*fig. 4*) pour l'endroit découvert de la surface.
 Et puisqu'un rayon perpendiculaire sur un plan, et venant d'une
 lumière fort distante, n'est autre chose, dans ma Théorie des ondes,
 que l'incidence d'une parcelle d'onde parallèle à ce plan, je supposai
 la droite RC, parallèle et égale à AB, être une portion d'onde de la
 lumière, dont les points infinis RHhC viennent rencontrer la surface
 AB aux points A, Kk, B. Donc, au lieu des ondes particulières hémis-
 phériques, qui dans un corps de réfraction ordinaire se devaient
 étendre de chacun de ces derniers points, ce devaient être ici des
 hémisphéroïdes, desquels je supposai que les axes ou bien les grands
 diamètres étaient obliques au plan AB, ainsi que l'est AV, $\frac{1}{2}$ axe

ou $\frac{1}{2}$ grand diamètre du sphéroïde SVT, qui représente l'onde particulière venant du point A, après que l'onde RC est venue en AB. Je dis un axe ou grand diamètre, parce que la même ellipse SVT peut être considérée comme section d'un sphéroïde dont l'axe est AZ, perpendiculaire à AV. Mais pour le présent, sans déterminer encore l'un ou l'autre, nous considérerons ces sphéroïdes seulement dans leurs sections qui sont des ellipses dans le plan de cette figure. Or, prenant un certain espace de temps pendant lequel, du point A, s'est étendue l'onde SVT, il fallait que de tous les autres points K, k, B, il se fit, dans le même temps, des ondes pareilles et semblablement posées que SVT. Et la commune tangente NQ de toutes ces demi-ellipses était la propagation de l'onde RC en tombant sur AB, et où ce mouvement se trouve en beaucoup plus grande quantité que partout ailleurs, comme étant faite des arcs infinis d'ellipses, dont les centres sont le long de la ligne AB.

« Or, il paraissait que cette tangente commune NQ était parallèle à AB, et de même longueur, *mais qu'elle ne lui était pas opposée directement*, puisqu'elle était comprise entre les lignes AN, BQ, qui sont les diamètres conjugués des ellipses qui ont A et B pour centres, à l'égard des diamètres qui sont dans la droite AB. *Et c'est ainsi que j'ai compris, ce qui m'avait paru fort difficile, comment un rayon perpendiculaire à une surface pouvait souffrir réfraction en entrant dans [le corps transparent ; voyant que l'onde RC, étant venue à l'ouverture AB, continuait de là en avant à s'étendre entre les parallèles AN, BQ demeurant pourtant elle-même toujours parallèle à AB, de sorte qu'ici la lumière ne s'étend pas par des lignes perpendiculaires à ses ondes, comme dans la réfraction ordinaire, mais ces lignes coupent les ondes obliquement.*

« Cherchant ensuite quelle pouvait être la situation et forme de ces sphéroïdes dans le cristal, je considérai que toutes les six faces produisaient précisément les mêmes réfractions. Reprenant donc le parallélépipède AFB, dont l'angle solide obtus, compris de trois angles plans égaux, est C, et y concevant les trois sections principales, dont l'une est perpendiculaire à la face DC, et passe par le côté CF, l'autre perpendiculaire à la face AF, passe par le côté BC; je savais que les réfractions des rayons incidents, appartenant à ces trois plans étaient toutes pareilles. Mais *il ne pouvait y avoir de position de sphéroïde qui eût un même rapport à ces trois*

sections sinon de celui dont l'axe fait aussi l'angle solide C. Partant je vis que l'axe de cet angle, c'est-à-dire la droite qui du point C traversait le cristal avec inclinaison égale aux côtés CF, CA, CB, était la ligne qui déterminait la position des axes de révolution de toutes les ondes sphéroïdes qu'on s'imaginait naître de quelque point, pris au dedans ou à la surface du cristal, puisque tous ces sphéroïdes devaient être semblables, et avoir leurs axes parallèles entre eux. »

IV. — DÉTERMINATION DE LA MÉRIDIENNE DE L'ONDE.

a) *Ellipticité.* — Le plan de la figure coïncide avec une section principale du cristal dont CS est l'axe (fig. 5). Le rayon normal IC donne le rayon extraordinaire CM faisant l'angle connu α avec IC,

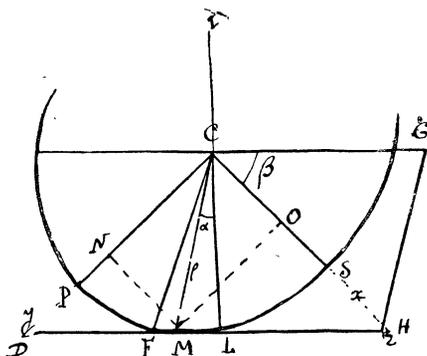


FIG. 5.

le second axe de l'ellipse est en Cy . Soient a, b les axes inconnus d'une ellipse dont $CM = \rho$ est un rayon vecteur. L'ellipse a pour équation

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

L'équation de la tangente DZ est :

$$\frac{Xx}{a^2} + \frac{Yy}{b^2} = 1,$$

en conséquence :

$$X = CZ = \frac{a^2}{x}$$

$$Y = CD = \frac{b^2}{y},$$

or

$$CZ = x + OZ,$$

mais

$$\text{tang } \beta = \frac{OM}{OZ};$$

d'où

$$OZ = \frac{\rho \cos (\beta - \alpha)}{\text{tang } \beta},$$

d'ailleurs

$$x = \rho \sin (\beta - \alpha),$$

par suite

$$\frac{a^2}{\rho^2} = \sin^2 (\beta - \alpha) + \frac{\sin (\beta - \alpha) \cos (\beta - \alpha)}{\text{tang } \beta},$$

de même

$$\frac{b^2}{\rho^2} = \cos^2 (\beta - \alpha) + \frac{\cos (\beta - \alpha) \sin (\beta - \alpha)}{\text{tang } \beta}.$$

Puisque

$$\frac{a^2}{\rho^2} = 0,872 \quad \text{et} \quad \frac{b^2}{\rho^2} = 1,092, \quad \text{soit} \quad \frac{b}{a} = 1,118$$

on connaît alors le rapport des axes, c'est-à-dire l'*ellipticité* 0,894 de la méridienne.

On arrive ainsi (par la mesure de l'inclinaison β de l'axe du cristal sur l'une de ses faces naturelles et de la déviation α du rayon extraordinaire provenant d'un rayon incident normal à cette même face) à déterminer la forme de la surface d'onde en supposant que cette surface est un ellipsoïde de révolution autour de l'axe du cristal, *cela par des observations purement visuelles, effectuées si l'on veut sans instrument, et ne comportant que des réfractions à travers les faces naturelles du cristal.*

Construction du rayon réfracté extraordinaire. — Une onde caractéristique n'est définie que par sa forme, sa grandeur actuelle dépend du temps qui s'écoule entre les passages de l'onde incidente par deux positions déterminées P_0 et P_1 d'ailleurs arbitrairement choisies.

Admettons d'abord que l'onde incidente P_0 (CO) soit en P_1 (KB), lorsque l'onde caractéristique a la dimension représentée (fig. 6) en gMG . D'après la théorie d'Huygens, l'onde réfractée s'obtiendra, puisqu'ici le plan d'incidence est une section principale du cristal, en menant par le point K une tangente à l'ellipse. Voici comment on déterminera le point de contact I, et par suite le rayon réfracté CI. Soient CG la trace de la face d'entrée, CM le diamètre conjugué de cordes parallèles à CG coïncidant avec le rayon réfracté extraordinaire CM provenant d'un rayon incident normal à CG. L'équation de l'ellipse rapportée aux deux droites CG, CM, formant un système de diamètres conjugués est :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

d'où pour l'équation de la tangente au point I,

$$\frac{xx'}{a^2} + \frac{yy'}{b^2} = 1.$$

En exprimant que cette tangente passe par le point K de coordonnées $(\xi, 0)$, on aura :

$$\xi \cdot x = a^2,$$

soit

$$(I) \quad CK \cdot x = \overline{CG}^2,$$

on obtiendra donc x , abscisse du point de contact I, par la construction immédiate d'un triangle rectangle, puisqu'on connaît CK et CG.

Loi de la proportion de réfraction. — Si l'on porte sur le rayon incident une longueur $CR = CG$, et que l'on projette le point R en V sur gG , on a d'une part d'après (I).

$$x \cdot \overline{CK} = \overline{CG}^2 \quad \text{ou} \quad \frac{x}{\overline{CG}} = \frac{\overline{CG}}{\overline{CK}},$$

et d'autre part

$$\frac{CV}{\overline{CG}} = \frac{N}{\overline{CK}} = \sin i;$$

d'où

$$\frac{CV}{N} = \frac{x}{\overline{CG}}$$

ordinaires correspondants rencontrent la face opposée du cristal en des points également distants du point où celle-ci est rencontrée par le rayon extraordinaire provenant d'un rayon incident normal à la face d'entrée.

Montrons qu'un tel fait est une conséquence immédiate de la forme elliptique de la méridienne de l'onde.

« En effet, si le rayon rC est également incliné avec RC , la ligne Cd sera nécessairement égale à CD , parce que Ch est égale à CK , et Cg à CG . Et que par conséquent li sera coupée en E en parties égales par la ligne CM , à laquelle DI , di sont parallèles. Et parce que CM est le diamètre conjugué à CG ; il s'ensuit que il sera parallèle à gG . Partant, si on prolonge les réfractions CI , Ci jusqu'à ce qu'elles rencontrent la tangente ML en T et t , les distances MT , Mt seront aussi égales. Et ainsi s'explique parfaitement par notre hypothèse le phénomène ci-dessus rapporté. »

b) *Dimension de la méridienne de l'onde à associer aux ondes P_0 , P_1 .* — On vérifiera d'abord expérimentalement qu'un rayon incident contenu dans la section principale du rhomboèdre, incliné comme le cristal, formant avec la face d'entrée un angle $\varepsilon = 73^{\circ}20'$, passe tout droit sans subir de réfraction extraordinaire dans le cristal ⁽¹⁾.

Soient N la distance donnée des ondes planes associées $P_0 P_1$, et $i = \frac{\pi}{2} - \varepsilon$, l'angle de ces ondes avec la face d'entrée. On a

$$CK \cdot \cos \varepsilon = N,$$

d'où pour les coordonnées du point K

$$X = -\frac{N \cos \beta}{\cos \varepsilon}, \quad Y = -\frac{N \sin \beta}{\cos \varepsilon}.$$

D'autre part, le rayon incident a pour équation

$$y = x \operatorname{tang} (\varepsilon + \beta),$$

et il doit couper l'ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

en un point de coordonnées

$$x = \frac{-ab}{\sqrt{b^2 + a^2 \operatorname{tang}^2 (\beta + \varepsilon)}}; \quad y = \frac{-ab}{\sqrt{b^2 + a^2 \operatorname{tang}^2 (\beta + \varepsilon)}}$$

(1) Ce que l'on pourra reconnaître à ce qu'alors le point E vu par la réfraction extraordinaire paraît dans la ligne CD vue sans réfraction.

appartenant à la tangente à l'ellipse issue de K d'équation

$$\frac{Xx}{a^2} + \frac{Yy}{b^2} = 1.$$

En exprimant cette dernière condition, il vient

$$\frac{N}{a} = \frac{\sigma \cos \varepsilon \sqrt{\sigma^2 + \tan^2(\varepsilon + \beta)}}{\sigma^2 \cos \beta + \sin \beta \tan(\varepsilon + \beta)},$$

σ désignant comme on l'a vu plus haut, le rapport connu $b : a$.
D'autre part, $\beta = 45^\circ, 20'$ et $i = 73^\circ, 20'$.

En effectuant ce calcul on trouvera :

$$\frac{N}{a} = 1,63, \quad \text{puis} \quad \frac{N}{b} = 1,46.$$

Ainsi se trouve fixée la grandeur de l'ellipsoïde de révolution autour de l'axe du cristal, auquel il suffira de mener un plan tangent par la droite d'intersection de la face d'entrée avec un plan P_1 tangent à la sphère de rayon N pour obtenir la position du rayon réfracté extraordinaire conjugué d'un rayon incident quelconque répondant au plan P_1 .

Huygens s'assura, par la comparaison des nombres obtenus, que l'onde sphérique de rayon R relative au rayon ordinaire est tangente à l'ellipsoïde aux points où celui-ci est percé par son axe de révolution. Il a trouvé en effet :

$$\frac{N}{a} = \text{sensiblement } \frac{5}{3} \quad \text{et d'après (b) p. 131} \quad \frac{N}{R} = \frac{5}{3}.$$

donc on a bien $R = a$.

Vérifications expérimentales complémentaires. — L'ellipsoïde à associer à l'onde incidente P_1 étant maintenant complètement déterminé en position, en forme et en grandeur, on doit rechercher si tout phénomène déduit de la construction d'Huygens peut être observé.

On utilisera tout d'abord *une face naturelle* et des plans d'incidence s'écartant progressivement de la section principale jusqu'à lui devenir perpendiculaire. Puis on pratiquera des coupes *perpendiculaires au plan de la section principale* que l'on prendra comme faces d'entrées de la lumière. Parmi ces *faces artificielles*, on retiendra les suivantes :

- 1° Section perpendiculaire à la face naturelle (trace en NN);
- 2° Section passant par le grand axe de la méridienne (trace enPP);
- 3° Section passant par l'axe de révolution (trace en SS).

On remarquera que les réfractions doivent être les mêmes pour les faces naturelles et pour les faces artificielles inclinées de $45^{\circ}20'$ sur l'axe du cristal.

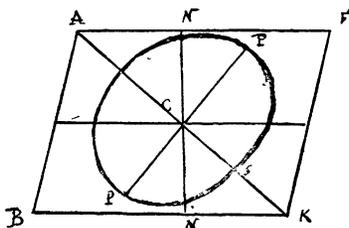


FIG. 7.

A une face naturelle ou artificielle donnée quelconque correspond encore une *infinité de positions du plan d'incidence*. En particulier, dans le cas (3), et lorsque le plan d'incidence est perpendiculaire à l'axe, les deux rayons se réfractent régulièrement avec les indices

$$n_0 = \frac{N}{a}, \quad n_e = \frac{N}{b};$$

d'où une méthode précise pour la détermination de n_e et par suite de $\frac{N}{b}$, ou encore de la méridienne

$$n_0^2 x^2 + n_e^2 y^2 = N^2.$$

Les trois surfaces à tracer pour la mise en place des rayons réfractés en un point donné, et ayant ce point pour centre commun, pourront recevoir les dimensions suivantes : rayon de la sphère dans le milieu isotrope extérieur $N = 1$; rayon de la sphère pour la réfraction régulière $\frac{1}{n_0}$; axes de l'ellipsoïde répondant à la réfraction irrégulière $\frac{1}{n_0}, \frac{1}{n_e}$.

Mais pour effectuer les vérifications expérimentales auxquelles conduit l'examen détaillé de toutes ces dispositions variées, il faut savoir réaliser les coupes dessinées à l'avance sur le cristal.

« La taille est aisée par les roues tranchantes des lapidaires, ou de la manière qu'on scie le marbre. Pour le polissage, il faut éviter

le métal et prendre une pièce de glace de miroir rendue matte et dépolie. Là-dessus, avec du sablon fin et de l'eau, l'on adoucit peu à peu ce cristal, de même que les verres de lunette, et on le polit en continuant seulement le travail, et en diminuant toujours la matière.

« Lors même que la surface n'est que médiocrement adoucie, si on la frotte avec un peu d'huile ou de blanc d'œuf, elle devient fort transparente, en sorte que la réfraction s'y découvre fort distinctement. Et cette aide est surtout nécessaire lorsque l'on veut polir les surfaces naturelles, pour en éviter les inégalités, parce qu'on ne saurait les rendre luisantes à l'égal de celles des autres sections qui prennent d'autant mieux le poli qu'elles sont moins approchantes de ces plans naturels. »

Telle est la voie toute géométrique et expérimentale, — si distincte de celle suivie dans les traités classiques, — qui a conduit Huygens à la mise en place des rayons réfractés par le spath d'Islande. La solution complète de ce délicat problème (qui relève uniquement aujourd'hui de la géométrie analytique ou de la géométrie descriptive), porte la marque de profondeur et de simplicité que l'on retrouve dans toutes les productions de ce merveilleux esprit.

Voici enfin de quelle manière remarquable Huygens, en jugeant ses propres recherches sur la Lumière, caractérise les véritables théories physiques : « On y rencontre de ces sortes de démonstrations, qui ne produisent pas une certitude aussi grande que celles de géométrie, et qui même en diffèrent beaucoup, puisque, au lieu que les géomètres prouvent leurs propositions par des principes certains et incontestables, ici les Principes se vérifient par les conclusions qu'on en tire; *la nature de ces choses ne souffrant pas que cela se fasse autrement.* Il est possible toutefois d'y arriver à un degré de vraisemblance, qui bien souvent ne cède guère à une évidence entière : savoir, lorsque les choses qu'on a démontrées par ces principes supposés se rapportent parfaitement aux phénomènes que l'expérience a fait remarquer; surtout quand il y en a grand nombre, et encore principalement quand on se forme et prévoit des phénomènes nouveaux, qui doivent suivre des hypothèses qu'on emploie, et qu'on trouve qu'en cela l'effet répond à notre attente. Que si toutes ces preuves de la vraisemblance se rencontrent dans ce que je me suis proposé de traiter, comme il me semble qu'elles sont, *il se peut malaisément que les choses ne soient à peu près comme je les représente.* »