



HAL
open science

Le travail d'aimantation des cristaux

Pierre Weiss

► **To cite this version:**

Pierre Weiss. Le travail d'aimantation des cristaux. *J. Phys. Theor. Appl.*, 1904, 3 (1), pp.194-202.
10.1051/jphystap:019040030019401 . jpa-00240865

HAL Id: jpa-00240865

<https://hal.science/jpa-00240865>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LE TRAVAIL D'AIMANTATION DES CRISTAUX;

Par M. PIERRE WEISS.

L'aimantation induite dans un corps cristallisé par un champ de grandeur et de direction données a en général une direction différente de ce champ.

Le problème expérimental qui se pose pour chaque cristal magnétique comprend donc la détermination de trois fonctions de trois variables, les trois composantes de l'aimantation I_x, I_y, I_z , en fonction

(1) Ces résultats sont à rapprocher de ceux trouvés par M. et M^{me} Huggins, qui ont montré que le spectre de la lumière propre émise spontanément par les sels de radium dans l'air est constitué par les bandes de l'azote.

(2) Ce résultat est en accord avec ceux obtenus par M. Ramsay sur la production de l'hélium par les sels de radium dissous dans l'eau.

des trois composantes du champ H_x, H_y, H_z . Cette étude se simplifie considérablement, et une représentation simple des résultats s'offre immédiatement à l'esprit quand on fait usage de la notion de travail.

On doit, en appliquant les principes de la thermodynamique, tenir compte des échanges de chaleur accompagnant le phénomène étudié (1). Mais deux cas sont particulièrement simples, celui où les phénomènes sont isothermiques et celui où ils sont adiabatiques. Dans le premier, tant qu'ils sont réversibles, le travail dépensé sur le système est égal à l'accroissement de potentiel thermodynamique; dans le deuxième, il est égal à l'accroissement d'énergie. Je fais ici abstraction des phénomènes d'hystérésis; dans l'un et l'autre cas le travail élémentaire d'aimantation sera donc différentielle exacte. Comme, dans la suite, je ne m'appuierai que sur cette proposition, les déductions seront valables pour ces deux cas; mais je conformerai le langage à celui des variations isothermiques.

Je suppose, pour calculer le travail d'aimantation d'un corps, isotrope ou non, que l'on amène successivement de l'infini au point du champ qu'ils occupent tous les éléments de volume δv dont le corps se compose, par un mouvement de translation. Le travail des couples agissant sur ces éléments de volume est alors constamment nul, et il ne reste qu'à additionner les travaux des forces. Les composantes rectangulaires de la force agissant sur δv sont :

$$\begin{aligned} \delta v \times I_x \frac{\partial H_x}{\partial x}, \\ \delta v \times I_y \frac{\partial H_y}{\partial y}, \\ \delta v \times I_z \frac{\partial H_z}{\partial z}, \end{aligned}$$

et par suite le travail élémentaire recueilli par la main qui effectue la translation est, pour l'une des composantes, $\delta v \times I_x \frac{\partial H_x}{\partial x} dx$. Le travail dépensé total est donc :

$$\delta T = - \delta v \int I_x dH_x + I_y dH_y + I_z dH_z.$$

Ce travail est égal au potentiel thermodynamique provenant de

(1) Voir PELLAT, *J. de Phys.*, 3^e série, VIII, p. 48; 1898.

l'introduction du corps dans le champ. Il faudrait maintenant sommer tous les δT relatifs à tous les éléments de volume ; pour simplifier, je ne considérerai que le cas où le champ et l'intensité d'aimantation sont uniformes. Le potentiel thermodynamique rapporté à l'unité de volume est alors :

$$(1) \quad P = - \int I_x dH_x + I_y dH_y + I_z dH_z,$$

où chacune des quantités I_x, I_y, I_z est une fonction des trois variables H_x, H_y, H_z . Par suite de l'égalité de l'action et de la réaction, on dépensera le même travail, mesuré par P , en supposant la matière à aimanter immobile, et en en approchant l'aimant permanent qui produit le champ de manière à faire passer les composantes de celui-ci, H_x, H_y, H_z , par des valeurs prescrites. dP est différentielle exacte. P est négatif pour un corps paramagnétique, positif pour un corps diamagnétique.

La connaissance de P en fonction de H renseigne complètement sur les propriétés magnétiques de la substance. Supposons, en effet, que l'on ait réuni par une surface tous les points H_x, H_y, H_z pour lesquels P a une même valeur, et que l'on trace l'ensemble des surfaces équipotentielles répondant à cette définition. On a, pour une direction quelconque prise comme axe des x ,

$$\frac{\partial P}{\partial H_x} = - I_x.$$

La dérivée de P dans une direction quelconque est donc égale, au signe près, à la composante de l'aimantation dans cette direction. Ou, en d'autres termes : *l'intensité d'aimantation est donnée en direction par la normale à la surface $P = \text{constante}$, et en grandeur par la dérivée de P , par rapport au champ, prise dans la direction de cette normale.*

Le potentiel thermodynamique se décompose en deux termes, en intégrant par parties :

$$(2) \quad P = - (H_x I_x + H_y I_y + H_z I_z) + \int H_x dI_x + H_y dI_y + H_z dI_z.$$

Pour trouver leur signification, supposons l'aimantation rigide et ayant, avant l'introduction du corps dans le champ, la grandeur et la direction finales, alors le deuxième terme est nul. Le premier

reste le même, il représente donc le potentiel thermodynamique relatif Θ du corps aimanté et du champ ⁽¹⁾. Le second sera par définition le potentiel de l'aimantation induite Π :

$$P = \Theta + \Pi.$$

Θ est négatif et Π positif pour les corps paramagnétiques.

Considérons maintenant le cas qui se présente dans la pratique expérimentale où le corps exerce sur lui-même un champ démagnétisant uniforme. On pourra choisir les axes de manière que les composantes de ce champ démagnétisant soient données par $N_1 I_x$, $N_2 I_y$, $N_3 I_z$, où les trois constantes N_1 , N_2 , N_3 sont les trois coefficients démagnétisants principaux. En se reportant à la déduction de la formule (1), on voit que H_x , H_y , H_z représentent les composantes du champ extérieur. Or, en appelant h_x , h_y , h_z les composantes du champ qui règne à l'intérieur de la substance, on a :

$$H_x = h_x + N_1 I_x, \text{ etc.},$$

et le potentiel de l'aimantation induite se décompose à son tour en deux termes :

$$\Pi = \frac{1}{2} (N_1 I_x^2 + N_2 I_y^2 + N_3 I_z^2) + \int h_x dI_x + h_y dI_y + h_z dI_z.$$

Le premier est l'énergie mutuelle des différentes parties du corps, et le dernier seul, que nous appellerons potentiel interne d'aimantation, dépend des propriétés spécifiques de la matière. On calculera aisément le premier terme, et on pourra le retrancher de Π quand il y aura lieu. Nous supposerons dans la suite le champ démagnétisant négligeable.

La fonction

$$\Pi = \int H_x dI_x + H_y dI_y + H_z dI_z,$$

dont la connaissance est équivalente à celle de la fonction P , rem-

⁽¹⁾ Quand le champ est produit par des courants, au lieu d'être produit par des aimants, l'énergie relative de la substance aimantée et du courant est nulle : mais le travail des forces est le même et l'énergie reflue, par le mécanisme de l'induction, jusqu'à la source d'électricité. Θ représenterait donc le potentiel relatif de la substance aimantée et du système producteur du champ en y comprenant la source d'électricité.

placera avec avantage cette dernière, quand on prendra I_x, I_y, I_z comme variables indépendantes. On démontre en effet, comme précédemment, la proposition symétrique de celle énoncée ci-dessus : *le champ correspondant à une certaine valeur I_x, I_y, I_z de l'intensité d'aimantation est donné en direction par la normale à la surface $\Pi = \text{constante}$ passant par I_x, I_y, I_z , et en grandeur par la dérivée de Π prise dans la direction de cette normale.*

La connaissance de Π en fonction de I renseigne donc complètement sur les propriétés magnétiques de la substance, aussi bien que celle de P en fonction de H .

Applications aux substances à fonctions magnétisantes linéaires. — Supposons qu'une substance prenne sous l'action de la résultante géométrique de deux champs magnétisants une aimantation qui est la résultante géométrique de celle qu'elle prendrait sous l'action de chacun des champs composants.

Il faut et il suffit pour cela que :

$$(3) \quad \begin{aligned} I_x &= k_{11}H_x + k_{12}H_y + k_{13}H_z \\ I_y &= k_{21}H_x + k_{22}H_y + k_{23}H_z \\ I_z &= k_{31}H_x + k_{32}H_y + k_{33}H_z \end{aligned}$$

où les coefficients k sont constants.

La condition dP différentielle exacte donne

$$\frac{\partial I_y}{\partial H_z} = \frac{\partial I_z}{\partial H_y}, \quad \frac{\partial I_z}{\partial H_x} = \frac{\partial I_x}{\partial H_z}, \quad \frac{\partial I_x}{\partial H_y} = \frac{\partial I_y}{\partial H_x},$$

c'est-à-dire :

$$k_{23} = k_{32}, \quad k_{31} = k_{13}, \quad k_{12} = k_{21},$$

relations bien connues, déduites pour la première fois de la conservation du travail par lord Kelvin⁽¹⁾, au moyen d'un calcul un peu moins direct, et qui conduisent, pour le potentiel thermodynamique total, à :

$$P = -\frac{1}{2}(k_{11}H_x^2 + k_{22}H_y^2 + k_{33}H_z^2 + 2k_{23}H_yH_z + 2k_{13}H_xH_z + 2k_{12}H_xH_y).$$

Les surfaces $P = C^{\text{te}}$ sont donc des ellipsoïdes homothétiques,

(1) Sir W. THOMSON, *Electrostatics and Magnetism*, p. 485.

dont les dimensions linéaires croissent comme \sqrt{P} . Prenons comme axes les axes de l'ellipsoïde, alors $k_{23} = k_{12} = k_{13} = 0$.

A chaque direction du champ correspond une aimantation ayant la direction du diamètre conjugué du plan perpendiculaire au champ dans l'ellipsoïde $P = C^{\text{te}}$ dont les demi-axes sont $\sqrt{-\frac{2P}{k_{11}}}$, $\sqrt{-\frac{2P}{k_{22}}}$, $\sqrt{-\frac{2P}{k_{33}}}$. La grandeur de l'aimantation pour un champ donné est égale aux rayons vecteurs d'un autre ellipsoïde, ayant pour demi-axes $k_{11}H$, $k_{22}H$, $k_{33}H$.

Dans les substances à fonctions magnétisantes linéaires, l'aimantation ne peut donc, à elle seule, mettre en évidence des asymétries supérieures à celle du système orthorhombique.

Si l'on forme Θ au moyen des équations (3), l'on trouve $\Theta = 2P$, et par suite $\Pi = -P$.

Le potentiel thermodynamique total est donc égal, au signe près, au potentiel interne d'aimantation et égal en grandeur et en signe à la moitié de l'énergie relative de la substance aimantée et du champ.

Détermination expérimentale du potentiel thermodynamique d'aimantation. — Première méthode. — On peut écrire l'équation (1) sous la forme :

$$P = - \int I \cos(\widehat{I, dH}) \cdot dH,$$

et si l'on fait varier H en lui laissant une direction constante :

$$(4) \quad P = - \int I \cos(\widehat{I, H}) dH.$$

Il suffira donc de relever la composante de l'aimantation parallèle au champ en fonction du champ et d'opérer la quadrature de cette fonction.

Cette mesure, faite pour toutes les directions, dispense donc, en vertu des propriétés du potentiel thermodynamique, de la mesure de l'obliquité de l'aimantation sur le champ.

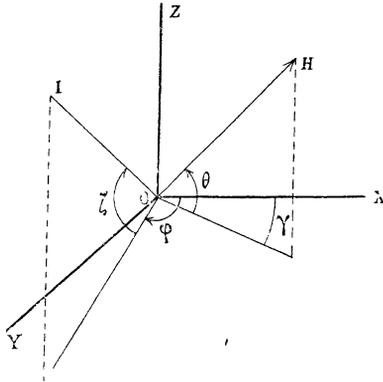
Deuxième méthode. — Mesurons le couple C_z exercé par le champ sur la substance par rapport à l'axe des z . Si nous donnons au champ une petite rotation $d\gamma$ autour de cet axe, le travail dépensé par le

champ sur la substance sera :

$$(5) \quad C_z d\gamma = dP.$$

Introduisons les coordonnées sphériques en appelant θ l'angle du champ avec le plan des xy et γ l'angle de sa projection sur ce plan avec l'axe des x , et ζ et φ les quantités analogues pour l'intensité d'aimantation. Ce changement de variable effectué dans dP , on a, en tenant compte de ce que H est constant :

$$C_z = HI \cos \theta \cos \zeta \sin(\varphi - \gamma).$$



On retrouve ainsi une formule que l'on aurait pu écrire directement d'après la loi d'action d'un champ sur un aimant de moment donné. Je ne la rappelle que pour fixer les idées sur les quantités magnétiques qui interviennent dans C_z . Revenant à la formule (5), supposons que, partant d'un point où le potentiel P_0 est connu pour arriver en un point où il ne l'est pas, on ait fait tourner le champ, supposé constant, d'un angle fini, on aura :

$$P - P_0 = \int C_z d\gamma.$$

On pourra donc obtenir P pour toutes les grandeurs et directions du champ combinant la première méthode appliquée à une seule direction avec des mesures de couples, exercés par des champs tournants de grandeur constante.

L'emploi simultané de ces deux méthodes donnera autant de vérifications que l'on voudra.

Application au cas des substances possédant un plan magnétique comme la pyrrhotine⁽¹⁾. — On aura constamment, pour les substances douées de la propriété de l'aimantation plane, $I_z = 0$, et la condition dP différentielle exacte donne :

$$\frac{\partial I_x}{\partial H_z} = 0, \quad \frac{\partial I_y}{\partial H_z} = 0.$$

La loi de l'aimantation dans le plan magnétique n'est donc pas influencée par l'existence d'une composante du champ perpendiculaire au plan magnétique.

J'ai découvert cette loi expérimentalement⁽²⁾ ; l'expérience montre qu'elle s'étend même aux phénomènes d'hystérèse sur lesquels la théorie ci-dessus est muette.

Il devient dès lors superflu d'introduire dans les calculs autre chose que la composante du champ dans le plan magnétique. Soit H cette composante et soient, comme ci-dessus, γ et φ les angles du champ et de l'aimantation avec l'axe des x ; on aura avec les variables H et γ :

$$dP = HI \sin(\gamma - \varphi) d\gamma + I \cos(\gamma - \varphi) dH,$$

dont chacun des termes correspond à l'un des modes d'expérimentation indiqués plus haut. La condition dP différentielle exacte donne

$$\frac{\partial HI \sin(\gamma - \varphi)}{\partial H} = \frac{\partial I \cos(\gamma - \varphi)}{\partial \gamma},$$

relation directement vérifiable par l'expérience.

Dans le cas de l'aimantation plane, les surfaces $P = \text{constante}$ se réduisent à des courbes situées dans le plan magnétique. On peut les considérer comme les courbes de niveau de la surface $P = f(H, \gamma)$. La connaissance de cette surface unique, ou celle de la surface $H = F(I, \varphi)$, qui lui est équivalente, épuise complètement la question. L'emploi de la première de ces surfaces et des variables indépendantes H, α peut sembler plus commode par son rattachement direct aux méthodes expérimentales ; mais, pour toutes les subs-

(1) Pierre WEISS, *J. de Phys.*, 3^e série, VIII, 542 ; 1899.

(2) Expériences encore inédites.

tances possédant la propriété de la saturation, la seconde aura l'avantage de donner une représentation complète des propriétés magnétiques ne s'étendant qu'à distance finie.

Exemple de vérification numérique fondée sur l'évaluation du travail : La pyrrhotine possède, dans le plan magnétique, deux directions remarquables rectangulaires pour lesquelles l'aimantation a la direction du champ. Dans l'une d'elles on trouve, pour $H = 3950$ gauss, $P_1 = -49,0$, pour l'autre $E_2 = -7,2$ en unités arbitraires. La différence $41,8$ est égale, aux erreurs d'expérience près, au travail dépensé en faisant tourner H de l'une à l'autre et qui a été trouvé égal à $42,5$.
