



HAL
open science

Théorie de la visibilité et de l'orientation des franges d'interférence

Ch. Fabry

► **To cite this version:**

Ch. Fabry. Théorie de la visibilité et de l'orientation des franges d'interférence. *J. Phys. Theor. Appl.*, 1892, 1 (1), pp.313-332. 10.1051/jphystap:018920010031300 . jpa-00239630

HAL Id: jpa-00239630

<https://hal.science/jpa-00239630v1>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THÉORIE DE LA VISIBILITÉ ET DE L'ORIENTATION
DES FRANGES D'INTERFÉRENCE (1);**

PAR M. CH. FABRY.

Un appareil interférentiel peut être défini : un appareil qui dédouble une onde incidente en deux ondes capables d'interférer.

Si l'onde incidente est unique, il y aura seulement deux ondes émergentes. Leur différence de marche varie d'un point à un autre de l'espace. On aura des franges parfaitement nettes en tout point de la partie commune aux deux ondes émergentes. Ce résultat ne souffre aucune exception, pourvu que la définition que nous avons posée soit applicable. C'est ainsi que les franges des lames minces isotropes (anneaux de Newton) que l'on est habitué à voir localisées et comme peintes dans la lame mince peuvent être observées à une distance quelconque de l'appareil, même avec une lunette visant à l'infini, si l'appareil est éclairé par un simple *point lumineux*.

Les choses se passent autrement si la source lumineuse n'est pas un point. Chaque point lumineux donne alors sur l'écran un système de franges. Il faut, pour que l'on aperçoive des franges nettes, que tous ces systèmes de franges *indépendants* coïncident.

C'est en partant de ce principe que M. Macé de Lépinay et moi nous avons établi les conditions générales de visibilité des franges (2). Nous avons montré qu'il est en général nécessaire d'employer comme source lumineuse une fente étroite; les franges sont localisées dans un plan qui dépend de l'orientation de cette fente. Dans certains cas particuliers, la localisation disparaît pour une orientation convenable. Il est toujours possible de trouver un plan sur lequel viennent se peindre des franges nettes, même lorsque la source lumineuse est étendue dans tous les sens.

La première Partie de ce travail sera consacrée à quelques re-

(1) Ce travail est le résumé d'un Mémoire plus étendu publié récemment dans les *Annales de la Faculté des Sciences de Marseille*.

(2) *Journal de Physique*, 2^e série, t. X, p. 5; 1891.

J. de Phys., 2^e série, t. I. (Août 1892.)

cherches nouvelles sur la théorie de la visibilité parfaite des franges.

Dans la deuxième, je montrerai comment la théorie de la visibilité des franges conduit à celle de leur orientation.

La troisième Partie sera consacrée à l'étude des franges en dehors des conditions de netteté parfaite, et principalement des phénomènes de visibilité périodique qui se produisent dans ce cas.

I. — ÉTUDES SUR LA LOCALISATION DES FRANGES D'INTERFÉRENCE.

1° *Lames minces prismatiques.* — Ces franges sont celles qui se prêtent le mieux à la vérification complète de la théorie, car les faisceaux interférents se superposent toujours. Leur étude a été faite par M. Macé de Lépinay (1). Mais dans les vérifications expérimentales l'auteur a placé la fente sur l'objectif de la lunette d'observation. Des phénomènes de diffraction ne permettaient d'observer les franges que lorsqu'elles étaient à peu près perpendiculaires à la direction de la fente; plusieurs cas intéressants sont ainsi laissés de côté. Il m'a paru utile de faire quelques nouvelles mesures en plaçant la fente entre la source lumineuse et l'appareil interférentiel.

L'appareil d'observation se composait d'un objectif et d'un oculaire placés sur deux supports d'un banc d'optique.

La lunette ainsi formée peut viser à toute distance et l'on peut, de la position de l'objectif et de celle de l'oculaire, déduire la position du plan visé. L'appareil a été réglé d'abord de telle sorte que son axe optique reste fixe dans l'espace.

La lame mince est une lame d'air comprise entre deux lames planes de verre. On l'éclaire au moyen d'une flamme contenant du chlorure de sodium, limitée par une fente étroite. Un cercle divisé donne l'orientation de cette fente.

Il existe deux cas où, par une orientation convenable de la fente, on obtient des franges *non localisées* :

1° Lorsque l'on observe la première frange ;

(1) *Journal de Physique*, 2^e série, t. IX, p. 121 et 180; 1890.

2° Lorsque l'arête de la lame mince est normale au plan d'incidence, qui est alors un plan de symétrie de l'appareil.

Dans les deux cas, on trouve un tirage de la lunette pour lequel les franges sont visibles même avec une source lumineuse étendue dans tous les sens.

Dans tous les cas, l'emploi d'une fente est indispensable pour voir nettement les franges; à chaque orientation de la fente, on trouve les franges localisées dans un plan différent. Le calcul permet de trouver la relation qui existe entre la position du plan de localisation et l'orientation de la fente. Les résultats sont toujours conformes à ceux de l'expérience.

Franges d'Herschel. — Ces franges ne diffèrent de celles des lames minces prismatiques que par les conditions dans lesquelles on les observe. On peut les produire très commodément en se servant d'une lame mince d'air comprise entre deux lames planes de verre, rendue étanche par une couche de vernis; le tout est immergé dans une cuve à faces parallèle pleine d'eau. On observe les franges soit par réflexion, soit par transmission sous une incidence un peu inférieure à l'angle limite. Les franges par transmission sont d'une étude plus facile parce qu'à l'entrée et à la sortie on peut faire pénétrer la lumière sous l'incidence normale.

Si la lame mince est à faces parallèles, les franges cessent d'être localisées par l'emploi d'une fente normale au plan d'incidence. Elles sont localisées à l'infini si la source lumineuse est étendue.

L'aspect de ces franges en lumière monochromatique diffère de celui que l'on trouve habituellement aux franges d'interférence.

Si l'on examine, par exemple, des franges bien nettes fournies par les miroirs de Fresnel, elles apparaissent sous forme d'une série de bandes sombres estompées sur les bords; la courbe qui représente l'intensité lumineuse en fonction de la différence de marche est une sinusoïde. Ici, l'aspect est tout différent: les franges par réflexion apparaissent comme des lignes noires très fines et assez nettement limitées, se détachant sur un fond brillant d'éclat presque uniforme, à peu près comme des lignes tracées à la plume sur un papier blanc.

Les franges par transmission, complémentaires des précédentes,

ont l'aspect de lignes brillantes très fines se détachant sur un fond très sombre.

Ces phénomènes sont dus aux réflexions multiples et s'expliquent facilement au moyen des formules d'Airy, en tenant compte de ce que, au voisinage de la réflexion totale, le coefficient de réflexion prend une valeur voisine de l'unité.

Si la lame mince est prismatique, il se produit des phénomènes de localisation analogues à ceux que nous venons de décrire au paragraphe précédent.

Miroirs de Fresnel. — Dans cet appareil, l'interférence se produit entre deux ondes réfléchies sur des surfaces planes faisant entre elles un petit angle. Les propriétés des miroirs doivent donc être identiques à celles d'une lame mince prismatique qui réfléchirait la lumière sans la réfracter, dont l'indice serait, par suite, égal à 1.

La seule différence consiste dans l'étroitesse de la partie commune aux faisceaux réfléchis par les miroirs.

Dans les conditions où on les observe habituellement, ces franges ne sont pas localisées : cela tient à ce que le plan d'incidence est un plan de symétrie, les deux miroirs et la fente étant normaux à ce plan.

En dehors de ces conditions particulières, il y a localisation. L'expérience peut être réalisée de la manière suivante : les miroirs sont réglés à la manière ordinaire, de façon à produire des franges d'ordre élevé. Dérégions légèrement l'appareil, en faisant basculer l'un des miroirs autour d'un axe non vertical. Les franges vont se troubler; mais on pourra toujours les faire reparaitre en faisant tourner la fente d'un angle convenable. Elles sont alors localisées; à chaque position de la loupe correspond une inclinaison différente de la fente.

Il faut avoir soin d'employer une fente très courte (quelques millimètres au plus); sans cette précaution, lorsque la fente est inclinée, une grande partie de sa longueur enverrait une seule onde à chaque point du champ; les franges seraient noyées dans un éclaircissement uniforme.

Cas où, la fente étant du côté de la source lumineuse, son

orientation dépend de sa distance à l'appareil interférentiel. Supposons que l'on se propose de rendre les franges nettes en un certain point M de l'espace. Il faut pour cela n'utiliser que les rayons contenus dans un certain plan passant par M. Avant leur passage à travers l'appareil interférentiel, ces rayons forment, *en général*, un élément de surface réglée. Si la fente est placée du côté de la source lumineuse, elle devra être tangente à cette surface; son orientation dépendra donc de sa distance à l'observateur.

Si, la fente étant donnée, on cherche en quel point les franges seront nettes, on trouve que la distance de ce point à une origine fixe satisfait à une équation du second degré. Il y a donc, suivant les cas, deux positions de visibilité, ou une seule, ou point du tout.

Pour réaliser ces phénomènes, il faut se servir d'un appareil qui, éclairé par un point lumineux, donne deux lignes focales bien distinctes. On obtient ce résultat en adjoignant une lentille cylindrique à l'un des appareils ordinairement employés, un biprisme par exemple. Les génératrices de la lentille doivent être obliques par rapport à l'arête du biprisme. On observe les deux positions de visibilité prévues par la théorie lorsque la lentille cylindrique est placée entre le biprisme et l'observateur.

II. — ORIENTATION DES FRANGES D'INTERFÉRENCE

Feussner a le premier remarqué que, si l'on observe au moyen d'une lunette les franges d'une lame mince prismatique, elles ne paraissent pas, en général, se projeter sur la lame suivant ses lignes d'égale épaisseur (¹). Le raisonnement très simple par lequel il cherche à expliquer ce phénomène n'est exact que si les franges sont rendues visibles au moyen d'une fente placée sur l'objectif même de la lunette. Il est facile de constater que, si, sans toucher à aucune autre partie de l'appareil, on déplace la fente parallèlement à elle-même, l'orientation des franges est modifiée.

Ce fait est général : soit que la fente limite la source lumineuse,

(¹) FEUSSNER, *Wied. Ann.*, t. XIV, p. 545; 1881 et *Journal de Physique*, 2^e série, t. I, p. 186.

soit qu'elle soit placée du côté de l'observateur, l'orientation des franges dépend de la distance de la fente à l'appareil interférentiel, à tel point que l'on peut ordinairement, par un simple déplacement de la fente, donner aux franges telle orientation que l'on veut.

La théorie générale de ces phénomènes peut être rattachée directement à celle de la visibilité des franges.

Considérons, en effet, un appareil interférentiel quelconque. Supposons qu'on l'éclaire au moyen d'une ouverture très petite S percée dans un écran E . Nous recevons les franges sur un écran E' ; nous savons que, dans ces conditions, les franges présentent une netteté parfaite dans tous les cas. L'une d'elles passe par un certain point P de l'écran E' et peut, au voisinage de P , être confondue avec sa tangente PF . Cette frange est le lieu des points tels que la différence de marche des couples de rayons interférents issus de S et qui y aboutissent reste constante.

Imaginons alors que l'on intervertisse les positions de la source lumineuse et de l'observateur; en d'autres termes, la fente et la source lumineuse sont placées du côté de l'écran E' et les franges viennent se peindre sur l'écran E .

Nous savons qu'il faudra, pour obtenir des franges nettes au voisinage de S , limiter la source éclairante par une certaine fente, que nous supposerons contenue dans le plan E' et passant par le point P . La condition qui définit l'orientation de la fente est que la différence de marche des couples de rayons envoyés au point S par tous les points de la fente soit constante. En vertu du principe du retour inverse des rayons, la direction que nous devons donner à cette fente ne sera autre que PF . Donc :

Pour obtenir la direction de la frange qui passe par un point P d'un écran E , l'appareil étant éclairé par un point lumineux S , il suffit de chercher quelle devrait être l'orientation d'une fente dont le milieu serait en P , et située dans le plan E , pour que les franges fussent nettes en S .

Nous avons supposé dans ce qui précède que l'appareil était éclairé par un simple point lumineux. Nous pourrions, sans altérer les résultats, le remplacer par une fente dont le milieu coïncide avec ce point, mais à la condition qu'elle soit orientée de manière à produire des franges nettes au point P , car cette fente produit exactement le même effet que son milieu.

Tout résultat obtenu dans la théorie de la visibilité donnera un résultat correspondant, relatif à l'orientation des franges.

Nous placerons en regard les théorèmes correspondants pour mieux faire ressortir l'analogie.

Deux cas se présentent :

1° La fente destinée à rendre les franges nettes est placée du côté de l'observateur.

Visibilité des franges.

Pour un tirage donné de la lunette, l'orientation de la fente qui rend les franges nettes est indépendante de sa distance à l'observateur.

Si l'on fait varier le point visé, l'orientation de la fente qu'il faut introduire pour rendre les franges nettes varie. Si D est la distance du point visé à une origine fixe prise sur l'axe optique et φ l'angle de la fente avec un plan fixe passant par cet axe, on a

$$(1) \quad \text{tang } \varphi = \frac{A - PD}{B - QD},$$

A, B, P, Q étant quatre constantes (1).

Orientation des franges.

L'orientation des franges est indépendante de la position du point visé sur l'axe optique de la lunette.

Si l'on fait varier la distance de la fente à l'objectif de la lunette, l'orientation des franges varie. Si Δ est la distance du milieu de la fente à une origine fixe prise sur l'axe optique et ψ l'angle des franges avec un plan fixe passant par cet axe, on a

$$(1') \quad \text{tang } \psi = \frac{\alpha - \beta\Delta}{\gamma - \varepsilon\Delta},$$

$\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon$ étant quatre constantes.

Par un choix convenable de l'origine des Δ et du plan fixe origine des angles ψ , on peut ramener l'équation (1') à la forme plus simple

$$\text{tang } \psi = \frac{\Delta}{\omega},$$

ω étant une constante.

Il peut être avantageux d'introduire la fente entre l'objectif et l'oculaire de la lunette : la fente peut être alors regardée comme l'image à travers l'objectif d'une fente dont le milieu est en S' ; les formules ci-dessus s'appliquent en remplaçant Δ par la distance de S' à l'origine. Grâce à cette disposition, Δ peut varier de $+\infty$ à $-\infty$, et les franges peuvent prendre toutes les orientations possibles par un simple déplacement parallèle de la fente.

(1) *Journal de Physique*, 2^e série, t. X, p. 13.

Ces résultats ne souffrent d'exception que lorsqu'il y a absence de localisation. Examinons ce dernier cas :

Il peut se faire que, pour un tirage convenable de la lunette, les franges soient visibles sans employer de fente; elles sont localisées dans un certain plan.

Dans ce cas, si la fente est parallèle aux franges que l'on observe dans le plan de localisation, les franges cessent d'être localisées.

Si la fente est dans le plan de localisation, les franges disparaissent sur l'écran, où l'on ne voit alors qu'un éclaircissement uniforme.

Les franges ont toujours la même direction, quelle que soit la position de la fente; leur direction est la même que celle des franges que l'on observerait dans le plan de localisation, auquel cas la fente est inutile.

2° La fente est placée du côté de la source lumineuse.

Si le point S donne à travers l'appareil interférentiel une image S' , tout se passe comme dans le cas précédent; la distance Δ se rapporte au point S' .

En général, les choses se passent autrement.

L'orientation de la fente qui rend les franges nettes dépend non seulement de la position du point visé, mais encore de la distance du milieu de la fente à une origine fixe.

Le lieu des fentes qui rendent les franges nettes pour un tirage donné de la lunette est un paraboloïde.

L'orientation des franges dépend, en général, non seulement de la position de la fente éclairante, mais encore du tirage de la lunette.

Pour une position donnée de la fente, les tangentes aux franges sont les génératrices d'un paraboloïde.

Vérifications expérimentales.

Deux séries d'expériences ont été faites dans le but de vérifier les conséquences de la théorie qui précède.

1° *Franges des lames minces prismatiques.* — La lunette d'observation était disposée comme dans les expériences sur la localisation. Un cercle divisé indiquait l'orientation de l'un des fils du réticule, et, par suite, des franges. La lame mince était soit

une lame mince d'air comprise entre deux plans de verre, soit une lamelle de microscope donnant des franges bien rectilignes.

Il existe deux cas où l'orientation des franges n'est pas influencée par la position de la fente : lorsqu'on observe la frange d'ordre zéro, et lorsque l'arête de la lame mince est normale au plan d'incidence.

Dans tous les autres cas, si l'on déplace la fente parallèlement à elle-même, les franges tournent sans cesser d'être nettes, et l'on peut leur faire prendre toutes les orientations possibles.

Si, au contraire, on fait varier le tirage de la lunette sans toucher à la fente, les franges se troublent. On peut les faire reparaitre en modifiant l'orientation de la fente, et les franges reprennent toujours la même orientation.

Les formules données par M. Macé de Lépinay pour déterminer l'orientation de la fente peuvent, par un simple changement de lettres, s'appliquer à l'étude de l'orientation des franges. J'ai pu vérifier qu'elles donnent toujours des résultats conformes à l'expérience.

2° Pour étudier le cas où l'orientation des franges dépend de la position du point visé, je me suis servi de l'appareil formé par une lentille cylindrique et un biprisme, la lentille étant placée du côté de la source lumineuse. Les franges sont observées au moyen d'une loupe de Fresnel. L'arête du biprisme est verticale.

Dès que le plan focal de la loupe s'éloigne de l'arête du biprisme, on voit les franges s'incliner. Des expériences numériques m'ont permis de vérifier qu'elles tournent suivant la même loi que les génératrices d'un parabolôïde.

Il n'y a d'exception que lorsque les génératrices de la lentille cylindrique sont parallèles ou perpendiculaires à l'arête du biprisme ; les franges sont alors toujours parallèles à cette dernière droite.

III. — ÉTUDE DES FRANGES D'INTERFÉRENCE EN DEHORS DES CONDITIONS DE NETTETÉ PARFAITE.

Nous nous sommes occupés exclusivement, dans ce qui précède, des cas où les franges d'interférence présentent une netteté parfaite, ce qui nous a conduits à employer un point lumineux ou

une fente convenablement orientée. Il nous reste à étudier ce qui se passe lorsque ces conditions ne sont pas satisfaites, en particulier, lorsque la source éclairante a une étendue finie dans tous les sens.

Nous aurons à étudier deux cas bien distincts, selon que la partie utilisée de la source est la même pour tous les points du champ, ou qu'elle varie d'un point à un autre.

1. La partie utilisée de la source est la même pour tous les points du champ.

Soit un appareil interférentiel éclairé par une source de lumière monochromatique, limitée à un certain nombre d'ouvertures percées dans un écran plan P. On observe les franges dans un plan P', aux environs d'un point O' de ce plan. Nous supposons que *tous les points* de la partie découverte de la source envoient deux ondes au point O' et aux points voisins; la partie utilisée de la source sera alors la même pour tous les points du champ.

Prenons dans le plan P deux axes de coordonnées yOx , et dans le plan P' deux axes $y'O'x'$. Un point M(x, y) du plan P envoie deux ondes au point M'(x', y') du plan P'; soit Δ leur différence de marche, qui est fonction de x, y, x', y' . Si la partie découverte de la source est peu étendue autour du point O, on peut écrire

$$\Delta = \Delta_1 + Ax + By.$$

Δ , différence de marche des ondes envoyées par O en M', est fonction des coordonnées x', y' de ce point.

L'orientation de l'axe Oy étant à notre choix, nous pouvons en profiter pour faire disparaître le terme en y dans l'expression de Δ : il suffit de placer l'axe Oy dans la direction qu'il faudrait donner à une fente étroite pour produire des franges nettes au point O. On peut donc écrire

$$(1) \quad \Delta = \Delta_1 + \alpha x.$$

L'intensité lumineuse étant la somme des intensités fournies par les différents points de la source aura pour expression

$$\iint \left(1 + \cos 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} \right) dx dy,$$

Δ ayant la valeur (1), et l'intégration étant étendue à toute la surface découverte du plan P.

Soit $S = \iint dx dy$ la surface totale des ouvertures. Nous pouvons, sans inconvénient, diviser par ce facteur constant l'expression de l'intensité, et écrire

$$I = 1 + \frac{1}{S} \iint \cos 2\pi \frac{\Delta_1 + \alpha x}{\lambda} dx dy.$$

Développant le cosinus et posant

$$(2) \quad \begin{cases} F = \iint \sin 2\pi \frac{\alpha x}{\lambda} dx dy, \\ G = \iint \cos 2\pi \frac{\alpha x}{\lambda} dx dy, \end{cases}$$

il vient

$$I = 1 + \frac{1}{S} \left(G \cos 2\pi \frac{\Delta_1}{\lambda} - F \sin 2\pi \frac{\Delta_1}{\lambda} \right).$$

Cette équation peut se mettre sous la forme

$$(3) \quad I = 1 + V \cos \left(2\pi \frac{\Delta_1}{\lambda} + \varphi \right),$$

en posant

$$(4) \quad V = \frac{\sqrt{F^2 + G^2}}{S}, \quad \text{tang } \varphi = \frac{F}{G}.$$

La forme même de ces équations va nous conduire à quelques conséquences :

1° Les franges brillantes ont pour équation

$$\Delta_1 = \left(k - \frac{\varphi}{2\pi} \right) \lambda.$$

Si le point O éclairait seul, leur équation serait

$$\Delta_1 = k\lambda.$$

La différence consiste en un déplacement d'une fraction de frange $\frac{\varphi}{2\pi}$. Donc l'orientation des franges ne dépend pas de la forme des ouvertures, mais la position des franges sombres et brillantes en dépend.

2° L'intensité lumineuse varie entre $1 + V$ et $1 - V$. Les franges seront d'autant plus nettes que V sera plus voisin de l'unité. Elles

seront parfaites si $V = 1$ et absentes si $V = 0$ (¹). J'appellerai V le coefficient de visibilité des franges au point O' .

Analogie avec les formules de diffraction des ondes planes.

— Les intégrales F et G , qui résolvent le problème que nous nous sommes posé, sont de même forme que celles que l'on rencontre dans la théorie de la diffraction des ondes planes. Imaginons qu'une onde plane d'amplitude 1 tombe normalement sur l'écran P . Dans une direction faisant avec la normale à l'écran un angle D , le plan de diffraction contenant Ox , on aura une vibration

$$\xi = A \sin \left(2\pi \frac{t}{T} + \psi \right).$$

Si l'on fait $\sin D = \alpha$, V et φ se déduisent très simplement de A et ψ , car on a

$$V = \frac{A}{S}, \quad \varphi = \psi.$$

On voit que, si le problème de diffraction a été résolu pour un certain écran, celui que nous venons de traiter le sera aussi, bien que les deux phénomènes n'aient au fond rien de commun.

On peut déduire de cette analogie dans les formules l'existence générale de phénomènes périodiques dans la visibilité des franges.

Si le plan P' se déplace parallèlement à lui-même, α variera, et V passera par une série de maxima et de minima. Si donc on pointe la lunette d'observation successivement à diverses distances, on verra les franges alternativement nettes et troubles. Elles pourront même disparaître complètement si les ouvertures du plan P ont une forme convenable.

Si l'on modifie la forme des ouvertures en les laissant semblables à elles-mêmes, on verra aussi les franges apparaître et disparaître périodiquement. Entre deux apparitions successives, elles pourront, dans certains cas, disparaître entièrement.

Nous allons appliquer la théorie qui précède à quelques cas simples.

(¹) La valeur de V ne peut dépasser l'unité.

Ouverture rectangulaire.

Supposons que la partie découverte de la source éclairante se réduise à une fente de largeur a , parallèle à Oy , cet axe étant à égale distance de ses côtés. L'expression de l'intensité lumineuse devient

$$I = 1 + \frac{\sin \pi \frac{\alpha a}{\lambda}}{\pi \frac{\alpha a}{\lambda}} \cos 2\pi \frac{\Delta_1}{\lambda}.$$

Le coefficient de visibilité est

$$V = \frac{\sin \pi \frac{\alpha a}{\lambda}}{\pi \frac{\alpha a}{\lambda}}.$$

Il dépend de a , α et λ .

1° *Influence de la largeur de la fente.* — Examinons ce qui se passe lorsque a varie seul.

Si a est très petit, $V = 1$. Les franges sont parfaitement nettes.

Si a augmente, V diminue; les franges se troublent sans changer de place. Pour $a = \frac{\lambda}{\alpha}$, V est nul et les franges disparaissent. a continuant à augmenter, V devient négatif; les franges reparaissent, mais les franges noires auront pris la place des franges brillantes et réciproquement. Le deuxième maximum de netteté aura lieu pour $a = 1,43 \frac{\lambda}{\alpha}$, et V aura la valeur $-0,22$. Les franges seront donc moins nettes qu'elles n'étaient avec une fente étroite.

Les franges disparaîtront de nouveau pour $a = 2 \frac{\lambda}{\alpha}$, pour reparaître ensuite dans leur position primitive, et ainsi de suite.

D'une façon générale, les franges seront invisibles lorsque $a = k \frac{\lambda}{\alpha}$, k étant un entier autre que zéro. Entre deux disparitions successives, les franges seront visibles, et les maxima de netteté auront lieu à très peu près pour $a = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{\alpha}$ (exactement lorsque $\pi \frac{\alpha a}{\lambda} = \text{tang } \pi \frac{\alpha a}{\lambda}$); mais les apparitions successives seront de

moins en moins nettes, les valeurs maxima de V en valeur absolue étant successivement

$$1, \quad 0,21, \quad 0,13, \quad 0,09, \quad 0,07, \quad \dots$$

Enfin, entre une apparition et la suivante, il y a inversion des franges.

Tous les appareils producteurs de franges d'interférence permettent de vérifier les résultats qui précèdent. Il suffit de régler l'appareil avec une fente étroite et de l'élargir progressivement pour voir se produire les phénomènes prévus par la théorie. J'ai pu voir les apparitions et disparitions successives en employant les miroirs de Fresnel, le biprisme, les demi-lentilles de Billet, les fentes d'Young, les miroirs de Jamin, les franges d'Herschel (dans ces deux derniers cas, il faut observer les franges ailleurs qu'à l'infini), des lames minces prismatiques dans diverses positions.

Des expériences de mesure, faites avec différents appareils interférents, ont donné des résultats conformes à la théorie.

2° *Influence de la variation de α .* — Les quantités a et α entrent d'une manière symétrique dans l'expression de V . Si donc on fait varier le coefficient α sans modifier la largeur de la fente, on observera des phénomènes identiques à ceux qui viennent d'être décrits.

Cette variation peut être obtenue en déplaçant parallèlement à lui-même le plan P' dans lequel on observe les franges. Toutefois, l'expérience n'est réalisable que lorsqu'il y a absence de localisation avec une fente linéaire; dans le cas général il faudrait, pour chaque tirage de la lunette, rectifier l'orientation de la fente, puisqu'elle est toujours, par hypothèse, parallèle à la direction qu'il faudrait donner à une fente étroite pour obtenir le maximum de netteté.

Ces apparitions et disparitions sont surtout faciles à constater au moyen d'une lame mince prismatique, dont l'arête est normale au plan d'incidence. Les faisceaux interférents se superposent toujours, ce qui n'aurait pas lieu avec d'autres appareils.

3° *Phénomènes dus à la variation de λ .* — Éclairons l'appareil avec de la lumière blanche, et supposons d'abord la fente li-

néaire. Si les rayons de différentes couleurs ont parcouru le même chemin géométrique, Δ_1 et α sont indépendants de λ . Recevons la lumière émergente sur la fente d'un spectroscopie orientée dans la direction des franges. On aura un spectre sillonné de franges d'autant plus serrées que Δ_1 sera plus grand. Supposons qu'il y en ait au moins 20 à 30 dans le spectre visible.

Si l'on élargit progressivement la fente éclairante, la netteté de ces franges diminue, mais elle diminue moins vite dans le rouge que dans le violet. Pour $\alpha = \frac{\lambda_1}{\alpha}$, λ_1 étant la longueur d'onde du violet, les franges auront disparu dans le violet, tandis qu'elle seront encore visibles dans le rouge. Si l'on continue à élargir la fente, les franges reparaitront dans le violet, et il y aura dans le spectre une bande sans frange, qui s'avance du violet vers le rouge à mesure que l'on élargit la fente. Elle inverse les franges partout où elle a passé. Cette bande se perd dans l'extrême rouge pour $\alpha = \frac{\lambda_2}{\alpha}$, λ_2 étant la longueur d'onde des derniers rayons visibles.

Une deuxième bande sans frange apparaîtra dans le violet pour $\alpha = 2 \frac{\lambda_1}{\alpha}$, et suivra le même chemin que la première, et ainsi de suite. Les bandes sans frange se succédant dans le spectre à intervalles de plus en plus rapprochés, on en verra bientôt plusieurs qui cheminent ensemble du violet vers le rouge. A chaque réapparition la netteté des franges devient moindre, et le phénomène finit par disparaître dans un éclaircissement continu.

Pour une largeur a de la fente, les bandes sans frange correspondent aux longueurs d'ondes

$$\lambda = \frac{a\alpha}{k},$$

k étant un entier.

Fente linéaire mal réglée.

Soit une fente linéaire de longueur l , faisant avec Oy un angle φ . L'intensité lumineuse a pour expression

$$I = 1 + \frac{\sin \pi \frac{\alpha l \sin \varphi}{\lambda}}{\pi \frac{\alpha l \sin \varphi}{\lambda}} \cos 2\pi \frac{\Delta_1}{\lambda}.$$

L'effet est le même que celui d'une fente parallèle à Oy et de largeur $a = l \sin \varphi$.

Si l'on fait tourner la fente autour de son milieu, on verra se produire une série d'apparitions et de disparitions des franges. Il en sera de même si, laissant fixe l'orientation de la fente, on augmente progressivement sa longueur.

Il ne faut pas que cette longueur dépasse une certaine limite; si *tous les points* de la fente cessaient d'envoyer deux ondes à chaque point du champ, la théorie précédente ne serait plus applicable, et l'orientation des franges dépendrait de celle de la fente, comme nous le démontrerons plus bas.

Cas d'un grand nombre de fentes parallèles et équidistantes.

Les réseaux donnant des franges de diffraction très brillantes, il est à prévoir que l'on obtiendra des apparitions très nettes si on limite la source éclairante au moyen d'un réseau.

Si e désigne l'intervalle qui sépare deux traits consécutifs, les franges seront nettes lorsqu'on aura

$$\alpha = k \frac{\lambda}{e},$$

k étant un entier positif ou négatif.

Je me suis servi d'un réseau formé de 40 traits, la distance de deux traits consécutifs étant de $0^{\text{mm}}, 5$; je m'en suis servi pour éclairer une lame prismatique d'air; l'arête de la lame et les traits du réseau étaient normaux au plan d'incidence. En faisant varier le tirage de la lunette, j'ai pu observer et mesurer onze apparitions successives des franges.

L'expérience est plus difficile avec les miroirs de Fresnel. Il ne faut pas que la largeur totale du réseau dépasse une certaine limite, sans quoi chaque point du champ ne recevrait deux ondes que d'une partie des traits, les autres ne servant qu'à noyer le phénomène dans un éclairage uniforme. J'ai employé un réseau formé de 25 traits distants de $0^{\text{mm}}, 1$. Les miroirs étant réglés avec une fente étroite qu'éclaire une flamme monochromatique, je substitue le réseau à la fente; il suffit de déplacer la loupe pour voir apparaître les franges; elles sont très nettes et très brillantes à cause du grand nombre des fentes.

2. La partie utilisée de la source lumineuse varie d'un point à un autre du champ.

Examinons dans quel cas ce phénomène peut se produire.

Soient P le plan dans lequel sont percées les ouvertures qui limitent la source lumineuse, et μ un point du plan focal de la lunette. Tous les rayons qui aboutissent en ce point ont passé par le point M' dont il est l'image. Mais, pour qu'un rayon passant en M' puisse arriver en μ , il faut qu'il tombe sur la partie découverte de l'objectif. Imaginons un point lumineux placé en μ . Tous les rayons qu'il émet sont, après avoir traversé l'objectif, contenus dans un cône ayant M' pour sommet et pour base l'ouverture de l'objectif. Après avoir traversé l'appareil interférentiel ils vont tous percer le plan P à l'intérieur d'une courbe Σ . Il est clair que, réciproquement, les points situés à l'intérieur de Σ peuvent seuls envoyer de la lumière au point μ .

Si la courbe Σ contient à son intérieur toute la partie découverte de l'écran, nous nous trouvons dans le cas que nous venons de traiter. Si, au contraire, une portion de la surface découverte se trouve en dehors de Σ , un déplacement de cette courbe modifiera la partie utilisée, qui dépendra ainsi de la position du point μ . La théorie précédente tombe en défaut, et l'on est conduit, comme nous allons le voir, à des résultats bien différents.

Remarquons d'abord que l'on peut substituer les points M' aux points μ , à la condition de ne faire entrer en ligne de compte que les rayons qui aboutissent réellement en μ ; le phénomène que verra l'observateur sera l'image de celui que nous allons étudier.

Reprenons l'expression de l'intensité au point M' (x' , y') du plan P'

$$I = \iint \left(1 + \cos 2\pi \frac{\Delta_1 + \alpha x}{\lambda} \right) dx dy,$$

Δ_1 est fonction de x' , y' . Si l'on se borne à étudier ce qui se passe sur un petit espace, on peut poser

$$\Delta_1 = \Delta_0 + \alpha' x'.$$

L'axe O'y' est alors parallèle à la direction des franges que donnerait un point lumineux placé en O; Δ_0 est la différence de

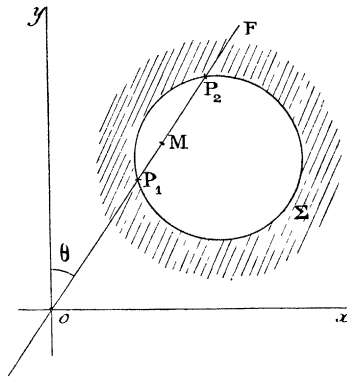
marche des ondes envoyées par le point O au point O'; c'est une constante.

Le champ d'intégration dépend de x' et y' ; les intégrales F, G, S sont alors fonctions de ces coordonnées, et *l'orientation des franges dépend de la forme des ouvertures.*

Je me bornerai à étudier le cas d'une fente linéaire orientée d'une façon quelconque.

Prenons l'origine O des coordonnées sur la fente elle-même;

Fig. 1.



soit θ l'angle qu'elle fait avec O y . Un de ses points, M, peut être défini par la distance $OM = \rho$.

Soient P_1 et P_2 les points où la courbe Σ rencontre la fente; le segment P_1P_2 est seul utilisé. Soient

$$OP_1 = \rho_1, \quad OP_2 = \rho_2.$$

Posons en outre

$$\rho_2 - \rho_1 = l \quad (\text{longueur de la partie utilisée } P_1P_2),$$

$$\frac{\rho_1 + \rho_2}{2} = p \quad (\text{distance de O au milieu de } P_1P_2).$$

Toutes ces quantités sont fonctions de x' et y' . On a alors

$$I = \int_{\rho_1}^{\rho_2} \left(1 + \cos 2\pi \frac{\Delta_0 + \alpha' x' + \alpha \rho \sin \theta}{\lambda} \right) d\rho.$$

Intégrant et mettant l en facteur

$$(1) \quad I = l \left(1 - \frac{\sin \pi \frac{\alpha l \sin \theta}{\lambda}}{\pi \frac{\alpha l \sin \theta}{\lambda}} \cos 2\pi \frac{\Delta_0 + \alpha' x' + \alpha p \sin \theta}{\lambda} \right).$$

Si $\frac{\alpha l \sin \theta}{\lambda}$ prend une valeur un peu grande (quelques unités), le facteur

$$(2) \quad \frac{\sin \pi \frac{\alpha l \sin \theta}{\lambda}}{\pi \frac{\alpha l \sin \theta}{\lambda}}$$

devient insensible; il n'y aura pas de franges.

Supposons au contraire que $\frac{\alpha l \sin \theta}{\lambda}$ soit très petit. On peut confondre le facteur (2) avec l'unité. Cela arrivera lorsque l ou θ sera très petit, par suite, lorsque la fente sera peu inclinée sur Oy ou la courbe Σ peu étendue.

L'équation (1) devient alors

$$I = l \left(1 + \cos 2\pi \frac{\Delta_0 + \alpha' x' + \alpha p \sin \theta}{\lambda} \right).$$

Les franges sombres ont pour équation

$$(3) \quad \Delta_0 + \alpha' x' + \alpha p \sin \theta = \left(n + \frac{1}{2} \right) \lambda.$$

Pour pouvoir pousser plus loin cette étude, il est nécessaire de calculer p en fonction de x' , y' .

Supposons que l'appareil interférentiel soit une lame mince prismatique dont l'arête, verticale, soit normale au plan d'incidence. La partie découverte de l'objectif sera un cercle de rayon R . La courbe Σ sera aussi un cercle, de rayon r . Un calcul facile donne

$$\begin{aligned} p &= m(x' \sin \theta + y' \cos \theta), \\ r &= (m - 1)R, \end{aligned}$$

m étant une constante qui dépend de la position du plan P' .

L'équation (3) est l'équation des franges sombres. Elles font avec Oy un angle ψ donné par l'équation

$$\tan(\psi - \theta) = - \left(1 + m \frac{\alpha}{\alpha'} \right) \tan \theta.$$

Si la fente est verticale ($\theta = 0$) les franges sont verticales aussi ($\psi = 0$). Mais, dès qu'on incline la fente, les franges s'inclinent aussi. Selon les cas, elles s'inclinent dans le même sens que la fente, ou en sens inverse.

Si l'on continue à faire tourner la fente, les franges ne tarderont pas à se troubler, à moins que le cercle Σ ne soit de très petit rayon. Il faut pour cela que la lunette soit pointée à une petite distance en avant ou en arrière de l'image de la fente. On voit alors dans le champ une bande brillante, qui est l'image trouble de la fente; sur cette bande se détachent des franges dont l'orientation dépend de celle de la fente.

Cette disposition est irréalisable avec les miroirs de Fresnel, car les faisceaux réfléchis ne se superposeraient pas. Aussi les franges se troublent-elles toujours très rapidement lorsque l'on fait tourner la fente. On peut cependant, avant qu'elles aient disparu, voir leur orientation se modifier légèrement.
