



HAL
open science

Sur une similitude dans les fonctions des machines

E. Carvallo

► **To cite this version:**

E. Carvallo. Sur une similitude dans les fonctions des machines. J. Phys. Theor. Appl., 1892, 1 (1), pp.209-212. <10.1051/jphystap:018920010020901>. <jpa-00239604>

HAL Id: jpa-00239604

<https://hal.science/jpa-00239604v1>

Submitted on 4 Feb 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

SUR UNE SIMILITUDE DANS LES FONCTIONS DES MACHINES ;

PAR M. E. CARVALLO.

1. Pour étudier les machines dynamo, les praticiens ont intérêt à en représenter les principales fonctions par des courbes telles que les *caractéristiques* de M. Marcel Deprez. Quand on passe d'une machine à une autre, la courbe conserve généralement la même nature : *Pour passer de la première courbe à la deuxième,*

il suffit de changer les échelles des coordonnées. C'est cette sorte de *similitude* qu'il s'agit d'expliquer. M. Lucas y est parvenu par un changement de variable pour deux cas qui m'ont suggéré un théorème général.

2. M. Lucas calcule un cas théorique simple d'alternateur (*Traité pratique d'Électricité*, Baudry, 1892). Si l'on regarde l'intensité moyenne du courant I comme fonction de la vitesse de rotation de la machine, c'est-à-dire de sa période T , en laissant constante la résistance totale R , on a une *courbe d'intensité*. M. Lucas obtient, pour la représenter, la formule

$$(1) \quad I^2 = \frac{\frac{2\pi^2 Q^2}{T^2}}{R^2 + \frac{4\pi^2 L^2}{T^2}},$$

où Q est le flux inducteur maximum, et L le coefficient de self-induction de l'induit. Puis, il fait le changement de variables

$$(2) \quad x = \frac{2\pi L}{R} \frac{1}{T}, \quad y = \frac{L\sqrt{2}}{Q} I$$

et obtient

$$(3) \quad x^2 y^2 + y^2 - x^2 = 0.$$

La courbe (3) est indépendante des données de la machine. La courbe (1) s'en déduit en changeant les deux échelles des coordonnées, et ce changement dépend des constantes caractéristiques de la machine. La similitude est donc établie. M. Lucas traite par la même méthode les *courbes de puissance*.

3. Voici maintenant ma démonstration générale. Soit

$$(1) \quad f(X, Y, A_1, A_2, \dots) = 0$$

l'équation qui lie les variables X, Y aux constantes A_1, A_2, \dots caractéristiques de la machine. Pour une autre machine du même type, on aura de nouvelles constantes B_1, B_2, \dots et la nouvelle équation sera

$$(2) \quad f(X, Y, B_1, B_2, \dots) = 0.$$

Comme toute équation de la Physique, l'équation (2) est homogène par rapport aux trois grandeurs fondamentales : longueur, temps et masse. Si donc on choisit de nouvelles unités pour ces trois grandeurs, et si l'on représente par des petites lettres les nouvelles mesures des quantités représentées d'abord par les grandes lettres, on aura encore

$$(2)' \quad f(x, y, b_1, b_2, \dots) = 0.$$

Maintenant on peut disposer des trois unités fondamentales de façon à donner à trois nombres b_1, b_2, b_3 des valeurs égales aux nombres A_1, A_2, A_3 , qui mesurent les constantes homologues de la première machine, dans le premier système d'unités. Dès maintenant on est conduit à supposer que l'équation (1) ne contient pas plus de trois constantes caractéristiques de la machine. Dans cette hypothèse, l'équation (2)' de la deuxième machine devient identique à l'équation (1) de la première. Seulement, dans la deuxième machine, les variables x et y sont évaluées dans un système d'unités différent de celui qui a servi à mesurer les variables homologues X et Y de la première. Ce changement d'unités est représenté graphiquement par un changement dans les échelles des coordonnées de la courbe caractéristique (2)'. En résumé, le seul principe d'homogénéité conduit à ce théorème général :

Si l'équation caractéristique d'une fonction d'un type de machines ne contient pas plus de trois constantes caractéristiques, les courbes des diverses machines de ce type se déduisent les unes des autres en changeant seulement les échelles des coordonnées.

Dans ce théorème général rentrent les deux exemples de M. Lucas : les équations de ces exemples sont à trois termes et, par suite, ne présentent que deux coefficients.

4. Le théorème est soumis à une restriction que la démonstration met en évidence : *il faut que les mesures des trois constantes caractéristiques soient des fonctions, indépendantes entre elles, des trois unités fondamentales.* Ce n'est pas le cas de l'équation différentielle du courant dans les alternateurs étudiés

ci-dessus, savoir

$$I + \frac{L}{R} \frac{dI}{dt} - \frac{E_0}{R} \sin 2\pi \frac{t}{T} = 0,$$

où I est l'intensité à l'époque t , E_0 la force électromotrice maximum d'induction; L , R , T le coefficient de self-induction, la résistance de l'induit et la période.

L'équation contient bien trois coefficients seulement : $\frac{L}{R}$, $\frac{E_0}{R}$, $\frac{2\pi}{T}$; mais le premier et le dernier ont pour représentation symbolique

$$\frac{L}{R} = [T], \quad \frac{2\pi}{T} = [T^{-1}].$$

Ils dépendent seulement du temps. On ne pourra donc pas choisir les unités fondamentales de façon à donner simultanément à ces deux coefficients des valeurs arbitraires. La démonstration générale échoue ainsi que les transformations de M. Lucas.
